

Universidad de Cantabria

Tesis Doctoral

FORMACIÓN DE IMÁGENES EN ÓPTICA ADAPTATIVA

Vidal Fernández Canales

ÍNDICE

| | |
|--|----------|
| INTRODUCCIÓN | 1 |
| <i>Conceptos básicos</i> | 2 |
| <i>Estructura y propósito de la tesis</i> | 12 |
| | |
| 1ª PARTE: ANTECEDENTES | |
| | |
| 1. LA TURBULENCIA ATMOSFÉRICA | 17 |
| 1.1 Estructura de la turbulencia..... | 18 |
| 1.2 Fluctuaciones del índice de refracción..... | 20 |
| 1.3 Estructura espacial del frente de onda..... | 22 |
| | |
| 2. FORMACIÓN DE IMÁGENES A TRAVÉS DE LA ATMÓSFERA | |
| 2.1 Imagen de corta exposición..... | 26 |
| 2.1.1 <i>Relación objeto-imagen</i> | 26 |
| 2.1.2 <i>Estadística de la intensidad luminosa</i> | 27 |
| 2.1.3 <i>Estadística de la intensidad en presencia de un fondo</i> <i>coherente</i> | 33 |
| 2.2 Imagen de larga exposición..... | 37 |
| 2.2.1 <i>Relación objeto-imagen</i> | 37 |
| 2.2.2 <i>Función de transferencia</i> | 38 |
| 2.2.3 <i>Poder resolutivo</i> | 41 |
| | |
| 3. SISTEMAS DE ÓPTICA ADAPTATIVA | 43 |
| 3.1 Sensor de frente de onda..... | 47 |

| | |
|--|----|
| 3.1.1 <i>Medida de las curvaturas locales del frente de onda</i> | 48 |
| 3.1.2 <i>Redes neuronales</i> | 48 |
| 3.1.3 <i>Medida de las pendientes locales del frente de onda</i> | 49 |
| 3.1.4 <i>Reconstrucción del frente de onda</i> | 51 |
| 3.2 Elemento corrector..... | 53 |
| 3.3 Control del sistema..... | 56 |
| 3.4 Fuentes de error..... | 57 |

2ª PARTE: SIMULACIÓN

| | |
|--|-----------|
| 4. SIMULACIÓN DE SISTEMAS DE ÓPTICA ADAPTATIVA | 63 |
| 4.1 Simulación de frentes de onda compensados..... | 64 |
| 4.1.1 <i>Elección del algoritmo</i> | 65 |
| 4.1.2 <i>Polinomios de Zernike y funciones de Karhünen-Loève</i> | 66 |
| 4.1.3 <i>Algoritmo de simulación y compensación</i> | 71 |
| 4.2 Varianza residual en el frente de onda..... | 77 |
| 4.3 Función de estructura..... | 81 |
| 4.4 Función de transferencia óptica..... | 84 |
| 4.5 Función de transferencia de speckle..... | 87 |
| 4.6 Función imagen de un punto..... | 89 |
| 4.7 Conclusiones..... | 90 |

3ª PARTE: MODELO TEÓRICO

| | |
|--|-----------|
| 5. FRENTE DE ONDA PARCIALMENTE CORREGIDOS | 95 |
| 5.1 Función densidad de probabilidad de la fase..... | 96 |

| | |
|--|-----|
| 5.2 Función de estructura en corrección parcial..... | 100 |
| 5.2.1 <i>Longitud de correlación</i> | 101 |
| 5.2.2 <i>Parámetro generalizado de Fried</i> | 103 |
| 5.2.3 <i>Función de estructura aproximada</i> | 105 |
| 5.3 Modelo de la función de transferencia óptica..... | 106 |
| 5.4 Conclusiones..... | 109 |
| | |
| 6. IMÁGENES PARCIALMENTE COMPENSADAS | 111 |
| 6.1 Criterios de calidad en la imagen..... | 112 |
| 6.1.1 <i>Cociente de Strehl</i> | 113 |
| 6.1.2 <i>Energía coherente</i> | 113 |
| 6.1.3 <i>Anchura del halo</i> | 115 |
| 6.2 Intensidad en el punto central del plano imagen..... | 118 |
| 6.2.1 <i>Intensidad según el modelo de Goodman</i> <i>generalizado</i> | 118 |
| 6.2.2 <i>Intensidad a partir del parámetro generalizado</i> <i>de Fried</i> | 120 |
| 6.3 Número de celdas en la atmósfera..... | 122 |
| 6.3.1 <i>Cálculo a partir del parámetro generalizado</i> <i>de Fried</i> | 122 |
| 6.4 Modelo aproximado de la <i>PSF</i> | 124 |
| 6.5 Conclusiones..... | 126 |
| | |
| 7. ESTADÍSTICA DE LA INTENSIDAD LUMINOSA | 127 |
| 7.1 Función densidad de probabilidad de la intensidad..... | 128 |
| 7.2 Distribución de Rice..... | 139 |
| 7.3 Aproximaciones de la distribución de Rice..... | 143 |
| 7.4 Extensión a todo el plano imagen..... | 148 |
| 7.5 Cociente señal ruido..... | 149 |
| 7.6 Distribución semiempírica..... | 151 |
| 7.7 Conclusiones..... | 154 |

| | |
|--|-----|
| 8. ESTADÍSTICA DE FOTONES | 155 |
| 8.1 Función densidad de probabilidad del número de fotones sin corrección..... | 156 |
| 8.1.1 <i>Señal de intensidad constante</i> | 156 |
| 8.1.2 <i>Estadística tras la propagación por la atmósfera</i> | 157 |
| 8.2 Estadística en corrección parcial..... | 159 |
| 8.2.1 <i>Distribución exacta</i> | 160 |
| 8.2.2 <i>Distribución de Laguerre</i> | 160 |
| 8.2.3 <i>Aproximación de la distribución de Laguerre..</i> | 163 |
| 8.2.4 <i>Evolución con la posición en el plano</i> | 165 |
| 8.3 Conclusiones..... | 166 |
| | |
| 9. APLICACIONES | 169 |
| 9.1 Varianza residual en sistemas reales..... | 171 |
| 9.1.1 <i>Varianza residual a partir del cociente de Strehl</i> | 172 |
| 9.1.2 <i>Varianza residual a partir de $\langle I \rangle$ y $Var I$</i> | 174 |
| 9.2 Detección de exoplanetas..... | 177 |
| 9.2.1 <i>Función densidad de probabilidad</i> | 177 |
| 9.2.2 <i>Diferencias en $n^{(2)}$</i> | 183 |
| 9.2.3 <i>Transformada de Laplace</i> | 184 |
| 9.3 Conclusiones..... | 185 |

4ª PARTE: EXPERIMENTO

| | |
|---|-----|
| 10. CALIBRADO DEL DISPOSITIVO | 189 |
| 10.1 Cristales líquidos..... | 191 |
| 10.1.1 <i>Parámetros que caracterizan los cristales nemáticos</i> | 196 |
| 10.2 Modelo de la celda de cristal líquido..... | 196 |
| 10.2.1 <i>Transmisión de la celda de cristal líquido</i> | 198 |

| | |
|---|-----|
| 10.2.2 <i>Configuración de modulación de amplitud y de fase</i> | 199 |
| 10.3 Parámetros fundamentales de la celda..... | 199 |
| 10.4 Intensidad transmitida en función del voltaje..... | 209 |
| 10.5 Desfase en función del voltaje..... | 213 |
| 10.6 Conclusiones..... | 214 |
| 11. RESULTADOS DEL EXPERIMENTO | 217 |
| 11.1 Montaje experimental..... | 218 |
| 11.1.1 <i>Objeto</i> | 219 |
| 11.1.2 <i>Atmósfera y sistema de óptica adaptativa</i> | 221 |
| 11.1.3 <i>Sistema de control</i> | 224 |
| 11.1.4 <i>Telescopio</i> | 225 |
| 11.1.5 <i>Sistema de adquisición de datos</i> | 226 |
| 11.2 Imágenes con aberraciones conocidas..... | 227 |
| 11.2.1 <i>Efecto del tilt</i> | 228 |
| 11.2.2 <i>Desenfoque y aberración esférica</i> | 229 |
| 11.2.3 <i>Coma y astigmatismo</i> | 232 |
| 11.3 Función densidad de probabilidad..... | 235 |
| 11.4 Conclusiones..... | 247 |
| CONCLUSIONES | 249 |
| REFERENCIAS | 253 |

INTRODUCCIÓN

El hombre ha observado con interés los fenómenos astronómicos desde tiempos remotos. Hasta el Renacimiento, el conocimiento sobre los astros era de tipo mítico y las observaciones se mezclaban con leyendas y rituales mágicos. Al sentarse las bases de la ciencia moderna la astronomía se desliga de la astrología y de la teología, y se centra en la descripción matemática de los movimientos celestes. El desarrollo del telescopio permitió la obtención de medidas más precisas de las posiciones astronómicas y, por tanto, una mejor descripción de dichos movimientos. Los telescopios se construyeron cada vez mayores con el fin de aumentar el número de objetos observables y mejorar la resolución. Sin embargo, Isaac Newton descubrió que la resolución del instrumento no mejoraba al aumentar la abertura a partir de una decena de centímetros de diámetro, por óptimos que fueran su diseño y calidad óptica. Atribuyó esta limitación a movimientos en la atmósfera y concluyó que sólo existía una solución: situar los observatorios astronómicos en lugares donde el aire estuviera especialmente sereno como los desiertos o la cima de las montañas (Newton 1952).

Hacia 1950, gracias a la mejora de la sensibilidad de las películas fotográficas, se obtuvieron imágenes de tan corta exposición que el estado de la atmósfera no variaba. Su aspecto era granuloso, y el fenómeno se conoce como moteado interferencial o *speckle*. Se observó que los granos tenían aproximadamente el tamaño correspondiente al límite difraccional. Esta fue una de las claves para abandonar la idea de Newton de que era imposible corregir los efectos de la atmósfera.

A partir de entonces se han desarrollado varios tipos de soluciones para compensar los efectos de la atmósfera. Los más eficaces han demostrado ser las técnicas de postprocesado y los sistemas de óptica adaptativa. Los principales inconvenientes de estos últimos son su elevado coste y su complejidad técnica. Su principal ventaja es que funcionan a tiempo real, con lo que facilitan el trabajo de los astrónomos. El objetivo de este trabajo es la descripción del proceso de formación de imágenes en los telescopios astronómicos que cuentan con sistemas de óptica adaptativa para corregir los efectos de la turbulencia atmosférica en el rango del visible. El primer paso consiste en fijar el significado de estos conceptos básicos, con el fin de eliminar todas las ambigüedades que sea posible. Por tanto, se introduce el concepto de rango visible del espectro y se explica qué es un sistema de formación de imágenes, por qué la turbulencia atmosférica afecta a los telescopios astronómicos y en qué consisten las técnicas que tratan de eliminar los efectos de la atmósfera en las imágenes astronómicas. Por último se describen el propósito y la estructura del trabajo que se presenta.

Conceptos básicos

La energía electromagnética que emiten los cuerpos cuando se desexcitan sus átomos se denomina energía radiante. Esta radiación es capaz de estimular el ojo humano cuando su longitud de onda se comprende entre 400 y 700 nm aproximadamente, y se denomina luz visible. Esta estrecha zona del espectro electromagnético tiene una importancia fundamental porque a través del sentido de la visión el hombre capta más del setenta y cinco por ciento de la información total que adquiere del medio exterior (Artigas 1995). En el caso de la astronomía la importancia del rango visible de radiación surge del hecho de que muchos objetos emiten gran parte de su energía (información) en este rango.

Los sistemas de formación de imágenes, como los telescopios o el propio ojo, obtienen información del objeto redirigiendo la luz proveniente de éste de forma que realizan una representación del objeto que se denomina imagen. Las limitaciones de los sistemas se estudian en la teoría difraccional de aberraciones; en este trabajo se utiliza el análisis de Born y Wolf (1993), que permite relacionar las distorsiones del frente de onda con las aberraciones clásicas.

Resolución en los telescopios astronómicos

Los telescopios astronómicos son sistemas de formación de imágenes de objetos situados en el espacio exterior. Es obvio que la energía que llega al telescopio proveniente de la fuente ha atravesado la atmósfera terrestre¹. Este medio está en movimiento constante, lo que produce inhomogeneidades de la densidad y en consecuencia del índice de refracción como se describe en el capítulo 1. Estas inhomogeneidades son aleatorias, fluctúan con tiempos característicos de unos milisegundos, y al distorsionar el frente de onda representan una fuente de defectos o aberraciones en el sistema global de formación de imágenes compuesto por la atmósfera y el telescopio. El sistema no se comporta como un sistema óptico perfecto por tres razones:

- Imperfecciones en los elementos ópticos del telescopio
- Límite de resolución impuesto por la difracción
- Aberraciones aleatorias inducidas por la atmósfera

Las imperfecciones en los elementos ópticos se eliminan mejorando el diseño y proceso de fabricación, así que no se consideran. El límite de resolución difraccional es inamovible. En el caso de las distorsiones producidas por la atmósfera el principal problema es que varían con el tiempo. Si no fuera así se podrían corregir con elementos ópticos estáticos (de la misma manera que las aberraciones en los ojos se corrigen con gafas). En ciertas condiciones es la difracción la que impone el límite de resolución, en

¹ Salvo en el caso del telescopio espacial Hubble, que se puso en órbita para evitar los efectos de la atmósfera. El costo de esta solución es tan elevado que a corto y medio plazo la mejor alternativa son los telescopios situados sobre la superficie y dotados de sistemas de óptica adaptativa.

otras, es la turbulencia atmosférica: depende de la abertura del telescopio y del estado de la atmósfera. Cuando la pupila del telescopio es muy pequeña, el límite de resolución que impone la difracción es muy severo y no se aprecia el efecto de la atmósfera en las imágenes. Al aumentar la pupila, la contribución de la atmósfera se hace más importante. Para aberturas de decenas de centímetros las distorsiones inducidas por la atmósfera son enormes y el límite de resolución es mucho menor que el permitido por la difracción. En la figura 1 se muestra la imagen de un objeto puntual (*PSF*) obtenida con un telescopio cuya óptica se considera perfecta. Representa el límite difraccional del telescopio. En la figura 2 se muestra la imagen de larga exposición del mismo objeto obtenida a través de la atmósfera. La pérdida de resolución es apreciable. En la figura 3 la imagen es de corta exposición y está formada por *speckles* de tamaño similar al núcleo central de la figura 1. Esto sugiere que la imagen conserva parte de la información de alta resolución.

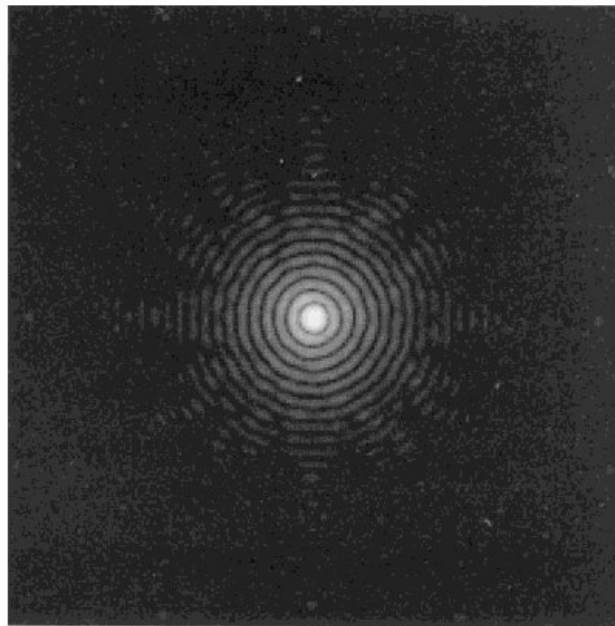


Figura 1. Imagen de un objeto puntual (*PSF*) obtenida con un telescopio cuya óptica se considera perfecta. Representa el límite difraccional del telescopio

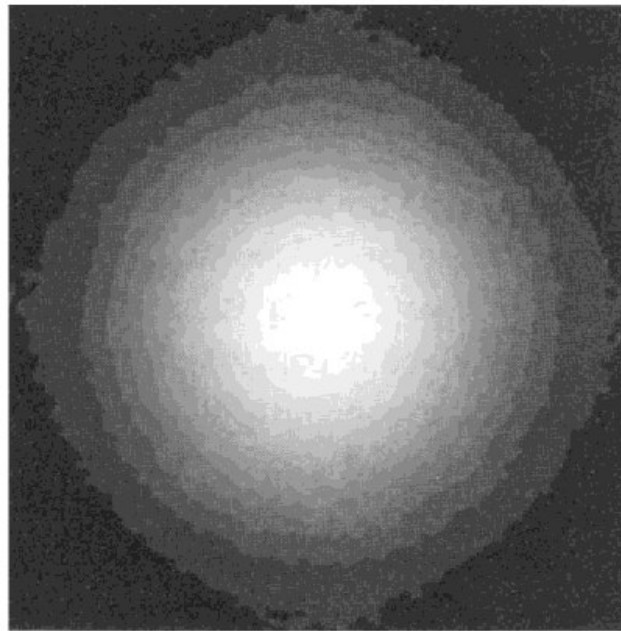


Figura 2. Imagen de larga exposición del mismo objeto obtenida a través de la atmósfera.

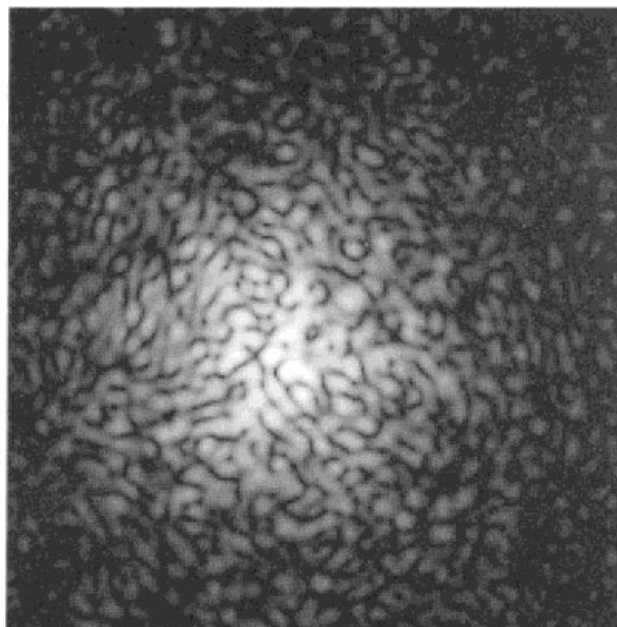


Figura 3. Imagen de corta exposición en las mismas condiciones que la figura 2.

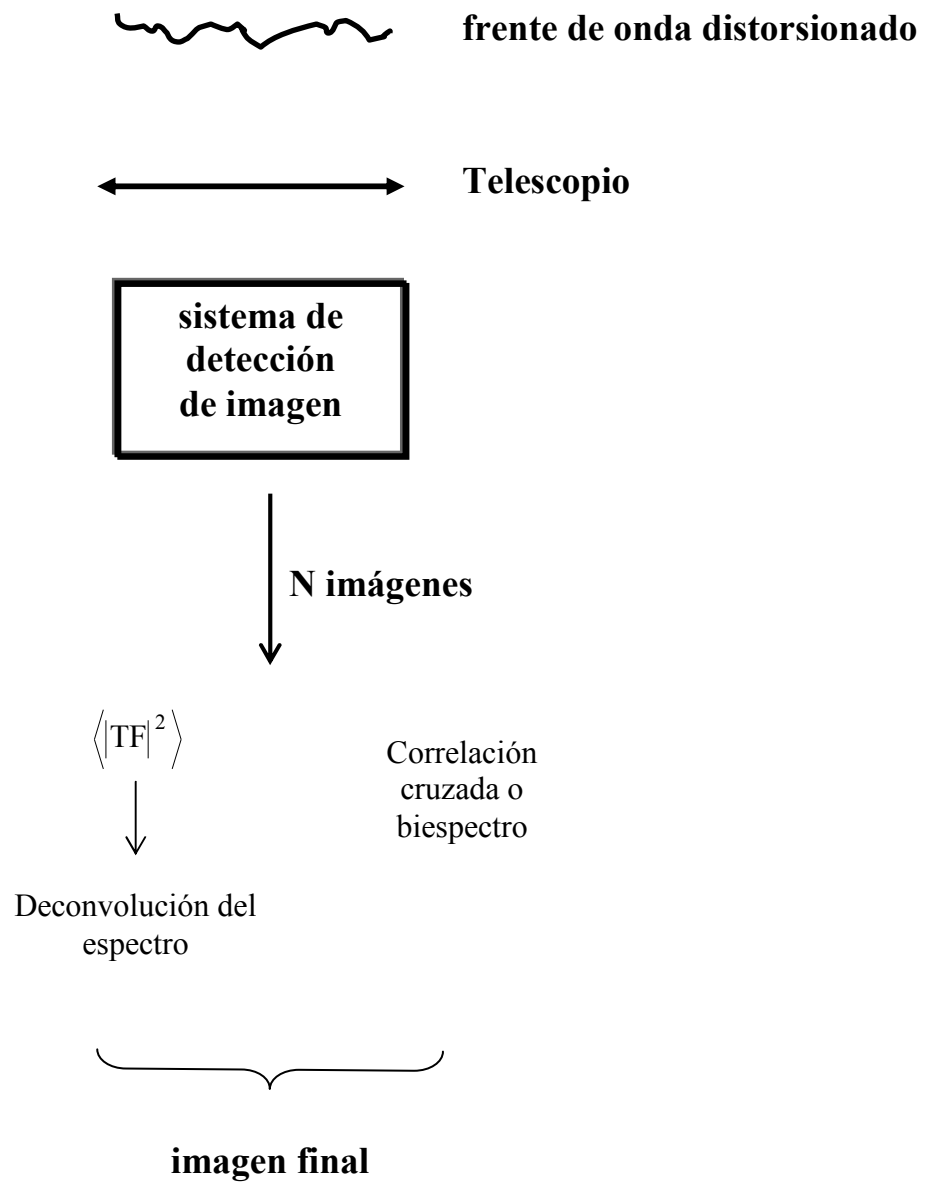
Técnicas de postprocesado

El primer método que posibilitó la compensación parcial de los efectos de la turbulencia atmosférica fue la interferometría de *speckle* (Labeyrie 1970). Requiere tomar un gran número de imágenes de corta exposición del objeto y de una estrella de referencia. Se calculan sus transformadas de Fourier, y se promedia el módulo de las transformadas. Este promedio se conoce como espectro de potencias. Los datos de la referencia se usan en un proceso de deconvolución para eliminar los efectos de la atmósfera en la estimación del espectro de potencias del objeto. El espectro de potencias retiene información en altas frecuencias espaciales que se pierde en la imagen de larga exposición. Por tanto, permite obtener detalles de alta resolución de la imagen. Por ejemplo en el caso de un objeto consistente en una binaria, se puede recuperar la separación entre ambas estrellas. Sin embargo, a partir del espectro de potencias no se puede recuperar en general la imagen del objeto, pues sólo tenemos información sobre el módulo de la transformada de Fourier del objeto, y no sobre la fase de esta transformada. Existen dos métodos para obtener la fase del objeto: el método de correlación cruzada o Knox-Thompson (1974) y el método del biespectro (Lohmann et al. 1983).

En conclusión, para obtener una imagen corregida utilizando los métodos descritos (*speckle imaging*), se necesita adquirir miles de tomas de corta exposición y realizar complejas técnicas de postprocesado. El número de tomas es tan grande porque el cociente señal-ruido es muy bajo debido a los efectos de la atmósfera y al ruido en la detección de la luz. La figura 4 muestra las técnicas descritas.

Un método alternativo de postprocesado combina información de un sensor de frente de onda y una imagen de corta exposición. Se denomina deconvolución de la medida del frente de onda (Primot 1990). Los datos del sensor de frente de onda se procesan para obtener una estimación de la función de transferencia óptica (*OTF*) instantánea; esta información se utiliza para eliminar de la imagen, en el proceso de postprocesado, los efectos de la turbulencia. La figura 5 muestra el esquema de esta técnica.

El inconveniente principal de estas técnicas es que no ofrecen una imagen instantánea e imponen exigentes requisitos de memoria y tiempo de cómputo.

Figura 4. Esquema de las técnicas de postprocesado comúnmente conocidas como *speckle imaging*

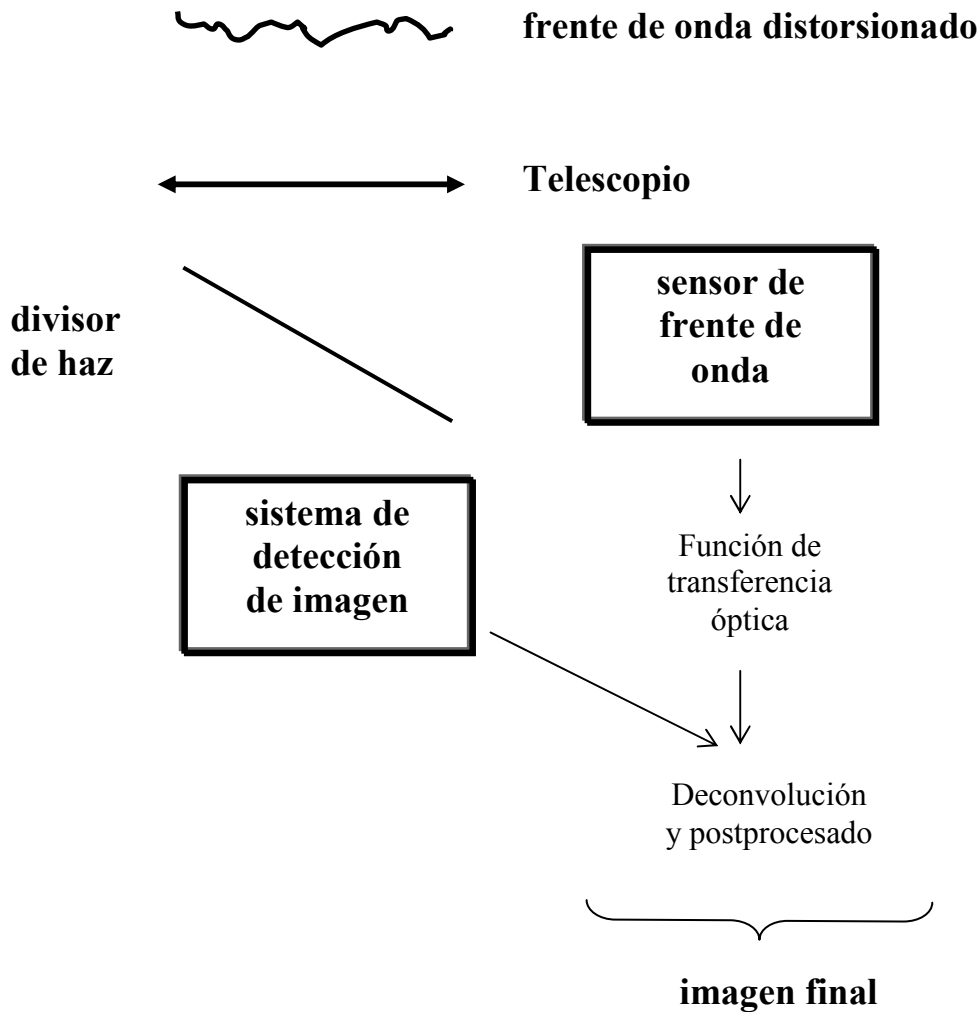


Figura 5. Esquema de la técnica de postprocesado denominada deconvolución del frente de onda.

Óptica adaptativa

Babcock (1953) fue el primero en proponer un método para corregir a tiempo real los efectos de la atmósfera. El origen físico de las aberraciones producidas por la atmósfera son las variaciones espaciales en el camino óptico entre el objeto y el telescopio. Estas variaciones se miden con un sensor de frente de onda. Con la medida del sensor se dirige un elemento que corrija el efecto de la atmósfera. Este elemento es habitualmente un espejo deformable que adopta la forma que compensa la distorsión del frente de onda,

pero puede usarse cualquier dispositivo capaz de producir una pantalla de fase, como una matriz de cristales líquidos. La figura 6 muestra el esquema en que se basa la técnica de la óptica adaptativa.

Desde la propuesta de Babcock se ha realizado un gran esfuerzo para desarrollar sistemas de óptica adaptativa y comprender los límites de su comportamiento. Se han construido espejos deformables de buena calidad óptica, cuya forma cambia a gran velocidad manteniendo una estabilidad excelente. Se han desarrollado sensores de frente de onda de gran eficiencia y respuesta rápida, así como técnicas de reconstrucción para compensar la distorsión atmosférica en el espejo a partir de la medida del sensor (Hardy 1978, 1991, Ealey y Wellman 1991, Wallner 1983). Existen métodos para analizar el comportamiento de los sistemas (Gardner et al. 1990), entender los efectos de la estadística del sistema en la estadística de la imagen (Roggemann 1991, 1992). Los experimentos han demostrado que estos sistemas pueden mejorar enormemente la resolución de los sistemas de formación de imágenes (Fugate et al. 1994, Roggemann et al. 1992). Sin embargo, es imposible para un sistema de óptica adaptativa alcanzar el límite difraccional debido a las limitaciones en la señal y el ruido en el sensor de frente de onda, el muestreo espacial finito en dicho sensor, el número finito de grados de libertad en el espejo deformable y el retraso temporal entre la medida y la corrección de las aberraciones del frente de onda. Por tanto, la compensación siempre es parcial. En el capítulo 4 se describen con más detalle los elementos de los sistemas de óptica adaptativa y en los sucesivos se analiza la corrección parcial de frentes de onda, sus consecuencias en la formación de la imagen y la estadística de la intensidad luminosa y de los fotones en la imagen.

Aunque la astronomía es hoy en día el principal campo de aplicación de la óptica adaptativa, existen otras áreas donde puede resultar útil, como la investigación del proceso de visión, la comunicación no guiada o la tecnología de láseres (Milonni 1999). En general, se pueden usar este tipo de sistemas en cualquier aplicación en que las ondas se propaguen por un medio donde se produzcan inhomogeneidades aleatorias que afecten a la velocidad de la onda en el medio (Goodman 1985). Durante muchos años, la mayor parte del presupuesto de investigación en este tema se dedicó a fines militares (Dyson 1975, Collins 1992). Además de sistemas de formación de imágenes se estudiaban sistemas de comunicación, y el rango de longitudes de onda de interés era mucho mayor.

En ciertos sistemas de óptica adaptativa se han ensayado técnicas híbridas (Roggemann et al. 1992, Roggemann y Meinhardt 1993, McGlamery 1966), que consisten en aplicar

técnicas de postprocesado a imágenes obtenidas usando el sistema de óptica adaptativa. La figura 7 muestra su esquema.

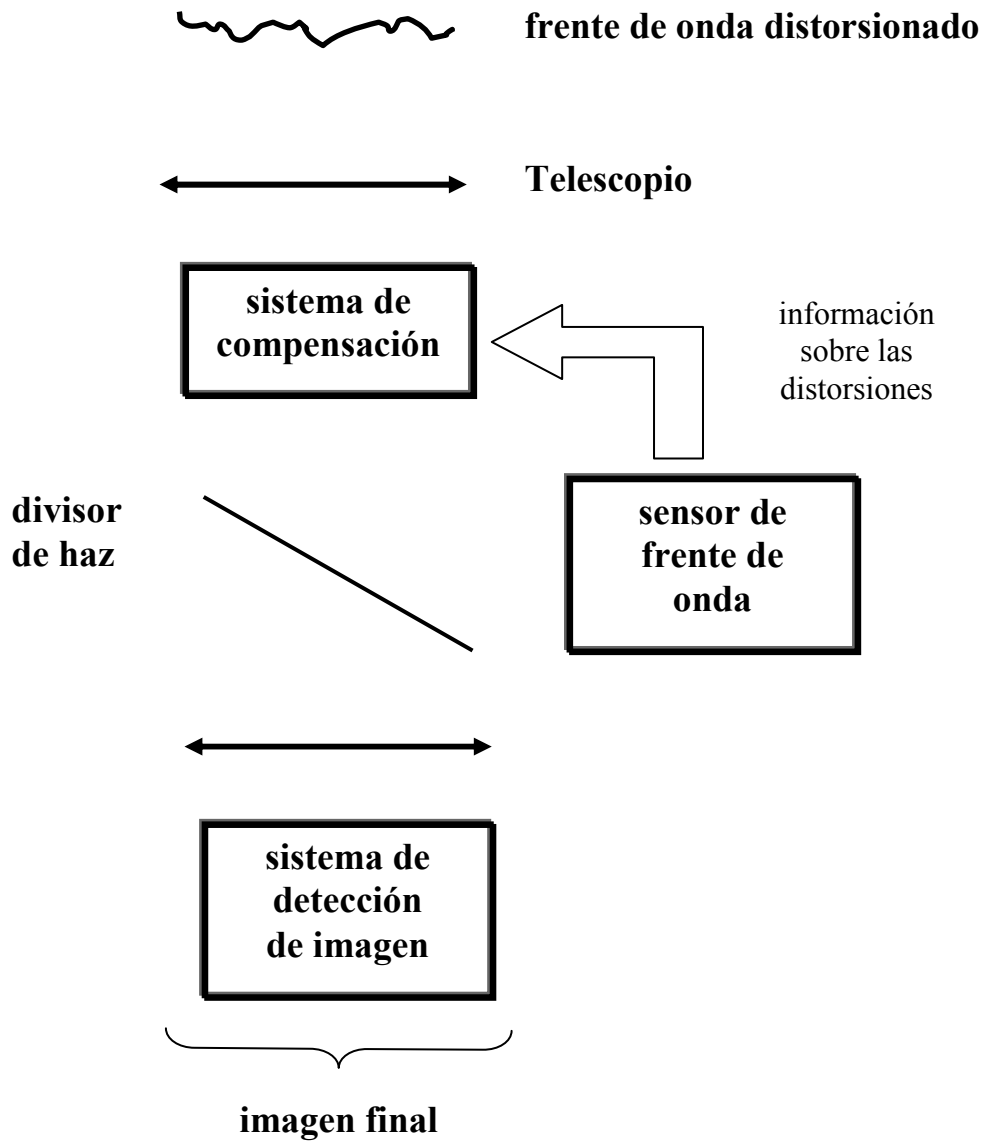


Figura 6. Esquema de la técnica de óptica adaptativa.

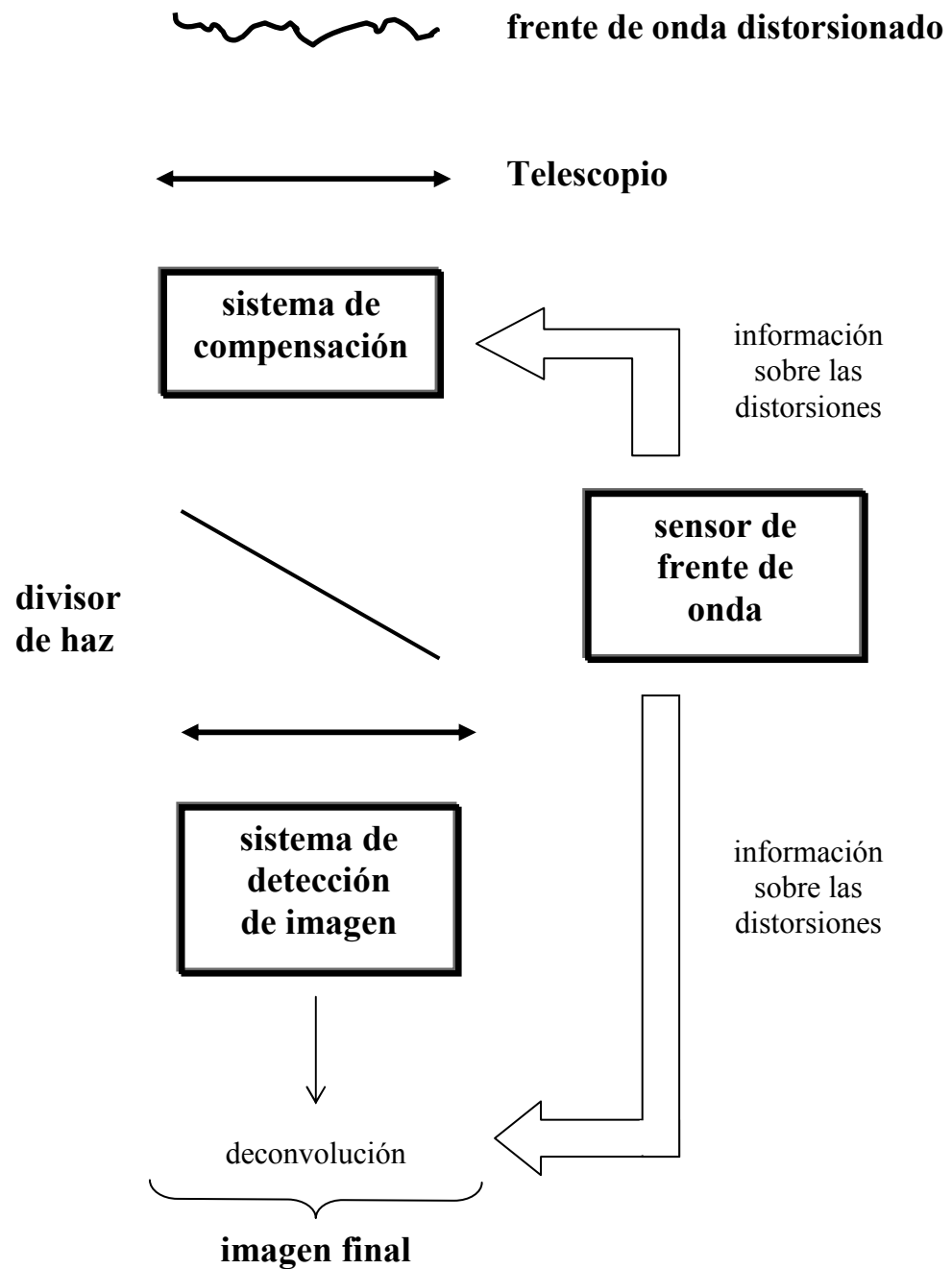


Figura 7. Esquema de las técnicas híbridas: óptica adaptativa y postprocesado.

Estructura y propósito de la tesis

Las propiedades estadísticas de la atmósfera y sus efectos sobre la formación de imágenes se conocen desde hace tres décadas, gracias sobre todo a las contribuciones de Kolmogorov (1961), que describió un modelo de turbulencia, Tatarski (1967) que lo aplicó para resolver la ecuación de onda en el caso de propagación en regiones con fluctuaciones débiles, y Fried que usó los resultados previos para describir los efectos de la turbulencia en términos de polinomios de Zernike (Fried 1965) y derivar un único parámetro que describe los efectos de la atmósfera en los sistemas de formación de imágenes (Fried 1966). Sin embargo, apenas existen estudios en el caso de que las imágenes estén parcialmente compensadas. Gran parte de la literatura científica sobre el tema incide en aspectos técnicos o en métodos para optimizar el cálculo de la función imagen de un punto (*PSF*) y la deconvolución. Es decir, tratan de la optimización de los sistemas y técnicas, pero no existe un análisis profundo sobre el proceso físico de formación de la imagen. El propósito de esta tesis es describir el proceso de formación de imágenes cuando un sistema de óptica adaptativa compensa la turbulencia atmosférica.

En la primera parte se ofrece información sobre el tema que se va a estudiar, lo que permitirá comprender mejor los capítulos posteriores en los que se detallan las aportaciones originales de este trabajo. Los principales resultados sobre turbulencia atmosférica se resumen en el capítulo 1. En el segundo capítulo se describe el efecto de la atmósfera sobre las imágenes y se detalla el modelo de formación de imágenes propuesto por Goodman (1984). En el capítulo 3 se introducen las principales características de los sistemas de óptica adaptativa.

En la segunda parte (capítulo 4) se describe un método de simulación de la atmósfera y los sistemas de óptica adaptativa, que se utiliza para extraer importante información y verificar los modelos propuestos, ante la dificultad de obtener datos experimentales y la complejidad de su análisis.

Los cinco capítulos siguientes constituyen la tercera parte. En ellos se explica el modelo teórico que se ha desarrollado para entender el proceso de formación de imágenes. En el capítulo 5 se propone un modelo para describir el frente de onda parcialmente compensado y se obtiene la estadística de la fase. Además se introduce un único parámetro que resume los efectos de la atmósfera y la corrección en los sistemas de formación de imágenes. En el capítulo 6 se describe el proceso de formación de la imagen

y se relacionan las funciones del plano de la pupila descritas en el capítulo anterior con las funciones del plano imagen. Se generaliza el modelo de Goodman (1984, 1985) de formación de imágenes al caso de corrección parcial. En el capítulo 7 este análisis se utiliza para derivar la estadística de la intensidad luminosa en el plano imagen. En el capítulo siguiente se deriva la estadística del número de fotocuentas. En el capítulo 9 se detallan algunas aplicaciones de este trabajo. Una posibilidad es la caracterización de los sistemas de óptica adaptativa, utilizando un método para estimar la varianza residual real en el frente de onda compensado. Otra aplicación es la detección de fuentes luminosas débiles en fondos muy ruidosos, como el caso de planetas en estrellas distintas al Sol (Nakajima 1994, Angel 1994, Labeyrie 1995, Boccaletti et al. 1998, Stahl y Sandler 1995).

Por fin, en los dos últimos capítulos (cuarta parte) se describe el dispositivo experimental desarrollado para comprobar los modelos propuestos y se comparan los datos experimentales con los valores predichos por el modelo teórico propuesto.

En las conclusiones finales se presenta un resumen de los objetivos alcanzados y se analizan las repercusiones y perspectivas del trabajo (análisis de resultados obtenidos en sistemas situados en observatorios, estudio de otros medios inhomogéneos o aplicación a velocimetría (Canales 1996, Canales et al. 1998)).