

Universidad de Cantabria

Tesis Doctoral

FORMACIÓN DE IMÁGENES EN ÓPTICA ADAPTATIVA

Vidal Fernández Canales

Capítulo 9

APLICACIONES

En los capítulos anteriores se desarrolló un modelo que describe la formación de imágenes en los grandes telescopios dotados de sistemas de óptica adaptativa, aunque podría aplicarse en otros campos en que se usa este tipo de tecnología para corregir frentes de onda distorsionados. Además del evidente interés teórico del modelo, la comprensión del proceso físico tiene importantes repercusiones prácticas. Puede permitir optimizar los métodos de deconvolución y tratamiento de imágenes, calibrar los sistemas y abordar los problemas técnicos con más información.

En este apartado, se estudian algunas aplicaciones prácticas a partir del análisis teórico del proceso de compensación y formación de la imagen. La primera de estas aplicaciones consiste en la obtención de la varianza residual del frente de onda compensado en los sistemas reales. Como se explicó en el apartado 3.4, existen numerosas fuentes de error en los sistemas, lo que provoca que la varianza efectiva sea mayor que la predicha por Noll.

El conocimiento del valor de la varianza es importante por varias razones. Por una parte, la comparación de la varianza efectiva con la predicha teóricamente permite conocer hasta qué punto el sistema se comporta como se esperaba, es decir, calibrarlo. Además, la varianza permite describir la estadística de la imagen utilizando las funciones densidad de probabilidad introducidas en los dos capítulos anteriores. En este trabajo, se propone obtener la varianza residual efectiva a partir de la medida experimental del cociente de Strehl para cualquier grado de corrección (otros métodos que funcionan bien para altas correcciones fallan cuando el número de modos compensados es bajo). Asimismo se describe un método distinto para hallar la varianza en el caso de que la estimación de la longitud de correlación presente dificultades. Este método es válido en un amplio rango de condiciones.

Se ha estudiado una segunda aplicación práctica: el desarrollo de técnicas que permitan la detección de planetas en estrellas distintas al Sol (exoplanetas). Una de las grandes preguntas de la humanidad es si la Tierra es un caso único o si existen otros planetas de características análogas que puedan albergar vida. El primer paso para resolver esta cuestión consiste en buscar exoplanetas. Su observación es muy complicada, ya que el halo de *speckle* de la imagen de la estrella es 10^9 veces más brillante que el planeta (el uso de sistemas de compensación puede reducir esta diferencia en cinco órdenes de magnitud). Mayor y Queloz (1995) lograron detectar por vez primera un exoplaneta (por métodos indirectos). Desde entonces se han descubierto más de una decena de exoplanetas de masa similar a la de Júpiter. Tras este primer paso y dada la enorme importancia de esta cuestión, se han desarrollado múltiples programas para buscar exoplanetas, dirimir si los sistemas planetarios son numerosos y conocer la probabilidad de hallar planetas cuyas condiciones sean similares a las de la Tierra primigenia, donde surgió la vida¹. Los proyectos se dividen en dos grandes grupos: aquellos en los que los observatorios se sitúan en el espacio exterior y aquellos para observatorios terrestres. Las técnicas que se utilizan en la búsqueda de exoplanetas son la espectroscopía Doppler (técnica que permitió la primera detección), la fotometría de tránsito (variación de la luminosidad de la estrella cuando la oculta el planeta), la medición de la curvatura de la

¹ En este tema se producen nuevos hallazgos y se desarrollan nuevos programas con tal velocidad que quizá la mejor fuente de información sea la red; se recomiendan p. ej. www.ph.alpha.edu.au, www.eso.org, tpf.jpl.nasa.gov.

luz por la atracción gravitatoria del planeta o la visualización directa empleando un sistema de óptica adaptativa en un gran telescopio.

Esta última técnica es la que presenta mayor interés en este trabajo. Angel (1994) demostró que la detección sería posible si los sistemas actuales de corrección total ofrecieran su máximas prestaciones y se compensaran las variaciones de la amplitud. Stahl y Sandler (1995) realizaron una simulación para verificar las propuestas de Angel y comprobaron que en cualquiera de los grandes telescopios actuales un sistema con 11000 actuadores a 2 KHz posibilitaría la detección. Sin embargo, no sólo los sistemas de corrección total son útiles en este campo. Nakajima propone (1994) utilizar un coronógrafo unido a un sistema de óptica adaptativa en corrección parcial y Labeyrie (1995) describe un método que se basa en detectar variaciones en la $P(0)$ (probabilidad de obtener 0 fotones en un punto); este método permite que las condiciones del sistema no sean tan exigentes. En este trabajo se sigue la línea de investigación iniciada por Labeyrie: se proponen y analizan nuevas técnicas para hallar exoplanetas que se basan en la detección de desviaciones en diversas funciones estadísticas de la intensidad luminosa de la estrella.

9.1 Varianza residual en sistemas reales

En los experimentos reales, el proceso de compensación del frente de onda está limitado por el ruido en el sensor de frente de onda, el anisoplanatismo, el ancho de banda finito... Por tanto, la compensación efectiva es menor que la esperada en un proceso de corrección perfecto y la varianza residual σ_{ϕ}^2 es subestimada por la expresión (4.4), predicha por Noll, Δ_j . En la primera sección de este apartado se desarrolla un método para estimar la varianza real a partir de la medida experimental del cociente de Strehl². En la segunda sección se describe otro método, que requiere el cociente de Strehl y la varianza de la

² No es evidente que exista una correspondencia biyectiva entre el cociente de Strehl y la varianza residual si existen errores en la corrección. Sin embargo, en este trabajo se asume esta relación porque se cumple en el modelo de formación de imágenes propuesto (ver apartado 6.2).

intensidad luminosa. La obtención de σ_ϕ^2 permite conocer el grado de compensación que alcanza el sistema y, por consiguiente, calibrarlo.

9.1.1 Varianza residual a partir del cociente de Strehl

Según la ecuación (5.6) la varianza residual en el frente de onda tras la corrección de j modos de Zernike se puede obtener a partir del parámetro generalizado de Fried y de la longitud de correlación:

$$\sigma_\phi^2 = 3.44 \left(\frac{l_c}{\rho_0} \right)^{5/3} \quad (9.1)$$

El parámetro generalizado de Fried se puede relacionar a través de (6.19) con el cociente de Strehl, el diámetro del telescopio y la propia varianza residual que se busca:

$$I = \left(\frac{\rho_0}{D} \right)^2 + \left[1 - \left(\frac{\rho_0}{D} \right)^2 \right] \exp(-\sigma_\phi^2) \quad (9.2)$$

Sustituyendo (9.2) en (9.1) queda la ecuación:

$$\sigma_\phi^2 = 3.44 \left[l_c \left(\frac{I - \exp(-\sigma_\phi^2)}{1 - \exp(-\sigma_\phi^2)} D^2 \right)^{-1/2} \right]^{5/3} \quad (9.3)$$

El cociente de Strehl I se mide experimentalmente; por ello, es sensible a los errores en el proceso de corrección o, dicho de otra manera, contiene información sobre el grado de compensación real. Por el contrario, en el cálculo de la longitud de correlación (5.4) no se tiene en cuenta que no se han corregido los j modos teóricos de forma perfecta. A pesar de ello, su variación es suficientemente lenta (salvo que los errores en el proceso de compensación sean enormes) como para que se pueda estimar la varianza residual con

bastante precisión resolviendo la ecuación anterior, en la que la longitud de correlación se sustituye por (5.4):

$$\sigma_{\phi}^2 = 3.44 \left[0.286 j^{-0.362} \left(\frac{I - \exp(-\sigma_{\phi}^2)}{1 - \exp(-\sigma_{\phi}^2)} \right)^{-1/2} \right]^{5/3} \quad (9.4)$$

Esta es una ecuación implícita que se ha de resolver por métodos numéricos. En el caso de bajo nivel de corrección se puede utilizar la expresión aproximada del parámetro de Fried (6.20), con lo que (9.4) queda:

$$\sigma_{\phi}^2 = 3.44 \left[\frac{0.286 j^{-0.362}}{I^{1/2}} \right]^{5/3} \quad (9.5)$$

La ventaja de esta ecuación es que no es necesario recurrir a métodos numéricos para resolverla. Se ha realizado una simulación para comprobar las expresiones obtenidas. En ella se ha introducido cierto nivel de ruido en los coeficientes de los polinomios. La figura 9.1 muestra la comparación entre la varianza experimental, la obtenida de la expresión (9.4), la expresión aproximada (9.5) y la aproximación de Marechal (6.21) que se obtiene de la teoría de la difracción (Born y Wolf 1993). Se observa que la aproximación (9.5) no funciona bien en alta corrección, mientras que la aproximación de Marechal es útil en dicho nivel de corrección. La ventaja de ambas sobre la expresión (9.4) es la facilidad de cálculo de la varianza residual. Sin embargo, la expresión (9.4) ofrece valores precisos de la varianza residual para cualquier número de modos corregidos.

En la figura 9.2 se muestra cómo la varianza residual obtenida de (9.4) también permite hallar la estadística de la imagen. Se comparan histogramas normalizados de la intensidad luminosa obtenidos por simulación para diversos grados de corrección con la función densidad de Rice, en la que los parámetros se estiman utilizando la varianza residual que ofrece (9.4):

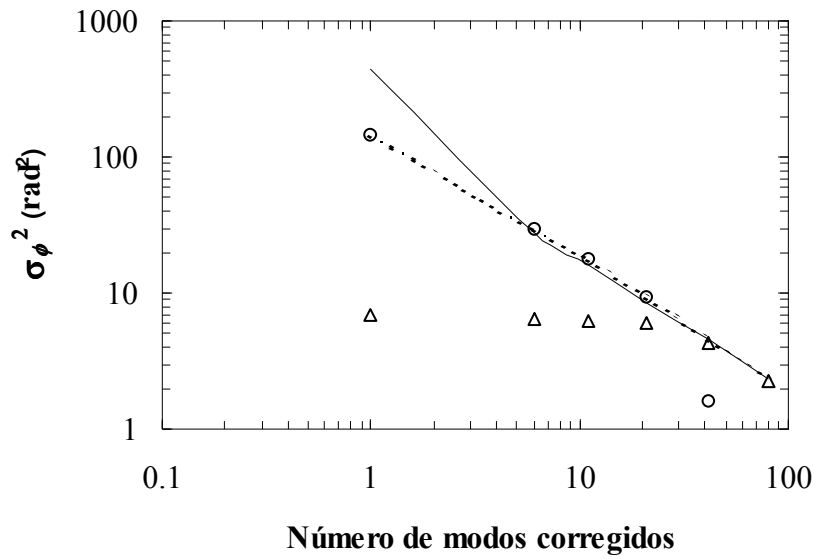


Figura 9.1 Varianza residual obtenida por simulación (línea continua) comparada con los valores obtenidos de (9.4) (línea discontinua), de la aproximación (9.5) (círculos) y de la aproximación de Marechal (triángulos).

$$\begin{aligned}
 a^2 &\approx \exp(-\sigma_\phi^2) \\
 2\sigma^2 &\approx \langle I \rangle - \exp(-\sigma_\phi^2)
 \end{aligned}
 \tag{9.6}$$

De nuevo se aprecia un perfecto acuerdo entre teoría y simulación.

9.1.2 Varianza residual a partir de $\langle I \rangle$ y $\text{Var } I$

La intensidad luminosa en una imagen parcialmente corregida sigue una distribución de Rice, como se explicó en el capítulo 7. Por tanto, utilizando (7.27) se pueden relacionar el promedio de la intensidad luminosa, su varianza y el parámetro “a” de la distribución:

$$\sigma_I^2 = \langle I \rangle^2 - a^4
 \tag{9.7}$$

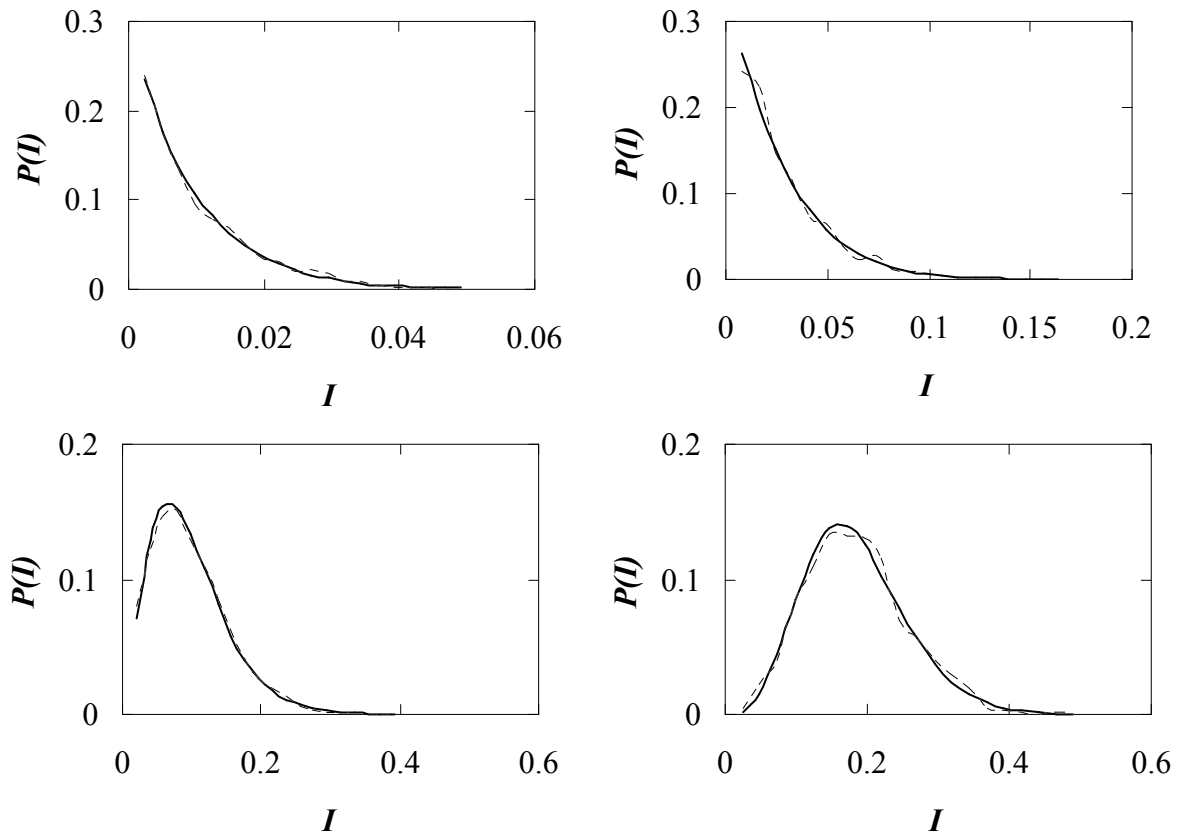


Figura 9.2 Función densidad de probabilidad en el punto central del plano imagen para (de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo) 11, 21, 41 y 81 polinomios corregidos. Valores teóricos (línea continua) y simulados (línea discontinua).

Si se introduce en (9.7) la aproximación (9.6), válida en un amplio rango de polinomios corregidos (ver apartado 7.3), se obtiene:

$$\sigma_I^2 = \langle I \rangle^2 - \exp(-2\sigma_\phi^2) \tag{9.8}$$

Despejando se puede expresar la varianza residual en el frente de onda en función del promedio y varianza de la intensidad luminosa:

$$\sigma_\phi^2 = -\frac{\log_e(\langle I \rangle^2 - \sigma_I^2)}{2} \tag{9.9}$$

En la figura 9.3 se muestra la varianza residual obtenida de (9.9) en función de la posición en el plano. Se compara con los valores simulados (figura 7.12). Se concluye que la expresión (9.9) resulta útil para estimar la varianza residual en el caso de que la longitud de correlación no se pueda estimar de forma precisa y, sin embargo, sea posible determinar con exactitud la varianza de la intensidad luminosa experimentalmente.

Si el grado de corrección es elevado, el promedio de la intensidad es mayor que la desviación estándar, y se puede aproximar:

$$\sigma_{\phi}^2 = -\log_e(\langle I \rangle) \Rightarrow 1 - \sigma_{\phi}^2 \approx \exp(-\sigma_{\phi}^2) = \langle I \rangle \quad (9.10)$$

Se recupera así la aproximación de Marechal (6.21) para el caso de alta corrección.

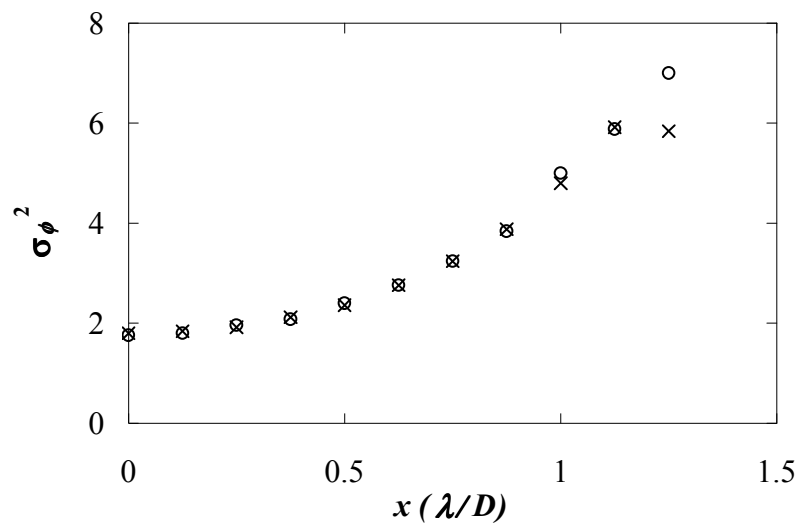


Figura 9.3 Varianza residual en función de la posición en el plano. Se comparan los valores experimentales mostrados en la figura 7.12 –circunferencias- con los obtenidos de (9.9) –cruces-.

9.2 Detección de exoplanetas

En este apartado se proponen y analizan nuevas técnicas para hallar exoplanetas utilizando sistemas de óptica adaptativa en grandes telescopios. Las técnicas consisten en la detección de desviaciones en diversas funciones estadísticas de la intensidad luminosa de la estrella.

9.2.1 Función densidad de probabilidad

Una de las posibilidades para buscar exoplanetas consiste en detectar desviaciones en la función densidad de probabilidad de la intensidad luminosa de la estrella debidas a la presencia del planeta. En esta sección se describe la *PDF* de estrella y planeta, se ofrece un esquema del método de Labeyrie y se realiza un análisis para determinar si se pueden encontrar métodos basados en la *PDF* más eficientes que el anterior. Se introduce el estudio en el espacio de Fourier.

Los planetas se hallan en el halo de *speckle* que rodea a la estrella. Por tanto, como se discutió en el capítulo anterior, en la zona de interés la estadística de la intensidad luminosa de la estrella es exponencial y la estadística de fotones la Bose-Einstein:

$$P_*(n_*) = \frac{1}{1 + \bar{n}_*} \left(\frac{\bar{n}_*}{1 + \bar{n}_*} \right)^{n_*} \quad (9.11)$$

donde n_* es el número de fotocuentas en un *pixel* debidas a la estrella. Por su parte se considera que la intensidad que llega del planeta es constante (en este caso es la luz del núcleo central de su *PSF* que, como se vio en el capítulo anterior apenas varía en términos relativos si la corrección es alta). La estadística de fotones resulta:

$$P_o(n_o) = \frac{\bar{n}_o^{n_o} \exp(-\bar{n}_o)}{n_o!} \quad (9.12)$$

donde n_o es el número de fotocuentas en un *pixel* debidas al planeta. Si en un *pixel* se detectan n fotones la *PDF* considera ambas contribuciones:

$$P(n) = \sum_{n_o=0}^n P_*(n-n_o) P_o(n_o) = \sum_{n_o=0}^n \frac{1}{1+\bar{n}_*} \left(\frac{\bar{n}_*}{1+\bar{n}_*} \right)^{n-n_o} \frac{\bar{n}_o^{n_o} \exp(-\bar{n}_o)}{n_o!} \quad (9.13)$$

La diferencia de intensidad entre planeta y estrella es tan grande que en la práctica, a menudo, sólo se considera la posibilidad de detectar 0 ó 1 fotones provenientes del planeta, de modo que (9.13) queda:

$$P(n) \cong \frac{\exp(-\bar{n}_o)}{1+\bar{n}_*} \left[\left(\frac{\bar{n}_*}{1+\bar{n}_*} \right)^{n_*} + \left(\frac{\bar{n}_*}{1+\bar{n}_*} \right)^{n_*-1} \bar{n}_o \right] \quad (9.14)$$

Labeyrie (1995) propuso un método de detección de exoplanetas basado en la obtención de la probabilidad de medir 0 fotones en un *pixel* del detector. La probabilidad de 0 fotocuentas es:

$$P(0) = P_*(0) P_o(0) = \frac{\exp(-\bar{n}_o)}{1+\bar{n}_*} \quad (9.15)$$

En la figura 9.4 se compara la $P(0)$ en un punto sin planeta y $\langle n_* \rangle = 100$ fotones con otro punto de igual $\langle n_* \rangle$ pero con un planeta dos órdenes de magnitud más débil. Se aprecia como la presencia del planeta produce una caída de la $P(0)$. Esta caída es igual a:

$$D(0) = P_*(0) - P(0) = P_*(0) - P_*(0) P_o(0) \cong P_*(0) P_o(1) \quad (9.16)$$

El método consiste en tomar un gran número N de exposiciones y calcular en cada *pixel* el número de veces que se detectan 0 cuentas. En el *pixel* en que exista planeta este valor será menor que en el resto. El ruido es proporcional a la raíz del número de sucesos (según el teorema del límite central). Por tanto, se puede detectar un planeta con cociente señal-ruido:

$$SNR = \frac{N P_*(0) P_o(1)}{\sqrt{N P_*(0)}} \quad (9.17)$$

donde se considera $\langle n_o \rangle \ll 1$ y $\langle n_* \rangle > 1$. Labeyrie realiza una simulación (que se ha repetido para este trabajo) con el fin de comprobar su método. Obtiene resultados satisfactorios, aunque las condiciones no son del todo realistas.

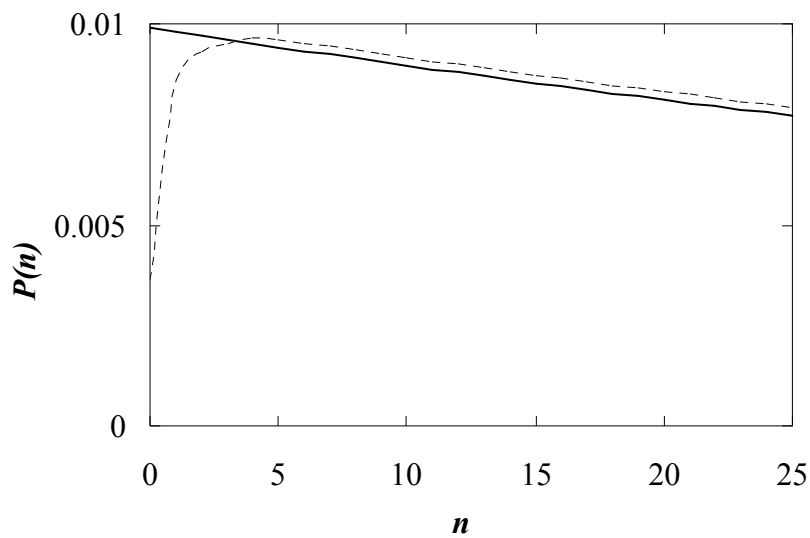


Figura 9.4 Función densidad de probabilidad del número de fotones en un punto sin planeta y $\langle n_* \rangle = 100$ fotones (línea continua) y en otro punto de igual $\langle n_* \rangle$ pero con un planeta dos órdenes de magnitud más débil (línea discontinua).

A continuación se realiza un análisis para determinar si se pueden encontrar métodos basados en el cálculo de la $P(n)$ con mejor SNR que el de Labeyrie. La generalización para un n cualquiera (distinto de cero) es:

$$D(n) = P_*(n) - P(n) \cong P_*(n-1) P_o(1) - P_*(n) P_o(0) = \frac{P_*(n) P_o(1)}{\bar{n}_*} \quad (9.18)$$

Como la función densidad de la intensidad de la estrella es una exponencial, la señal disminuye cuanto mayor es n . Además para $n=0$ desaparece el factor $1/\langle n \rangle$. Por consiguiente, medir $D(0)$ es más eficiente que cualquier otro $D(n)$.

Otra posibilidad es analizar métodos que impliquen aprovechar toda la $P(n)$. Se tiene en este caso:

$$D = \sum_n D(n) = \sum_{n=0}^{\infty} P_*(n) - P(n) \cong D(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_*(n) P_o(1)}{\bar{n}_*} \quad (9.19)$$

El valor de la suma se puede hallar teniendo en cuenta que toda función densidad se normaliza a 1:

$$D \cong D(0) + \frac{P_o(1)}{\bar{n}_*} (1 - P_*(0)) = 2 D(0) \quad (9.20)$$

Por tanto al usar toda la $P(n)$ se dobla el valor de la señal. El ruido es proporcional al número de exposiciones N y el SNR queda:

$$SNR = \frac{2 D(0)}{\sqrt{N}} \quad (9.21)$$

La comparación entre este método y el de Labeyrie muestra que el último es más eficiente:

$$\frac{SNR_D}{SNR_{D(0)}} = 2 \sqrt{P_*(0)} \cong \frac{2}{\sqrt{\bar{n}_*}} < 1 \quad (9.22)$$

A. Estudio en el espacio de Fourier

Una forma muy conveniente de completar este análisis es utilizar el espacio de Fourier. La ecuación (9.13) significa que la $P(n)$ total es la convolución de las correspondientes a estrella y planeta. En el espacio de Fourier:

$$\text{TF}[P(n)] = \text{TF}[P_*(n)] \text{TF}[P_o(n)] \quad (9.23)$$

En la figura 9.5 se muestra la parte real de la transformada de Fourier de la *PDF* total en el caso de $\langle n_* \rangle = 100$ fotones y $\langle n_o \rangle = 0.1$ fotones; se observa que esta función es igual al producto de las transformadas como expresa (9.23).

Se puede desarrollar un método para hallar la $P_o(n)$ del planeta, lo que ofrece gran cantidad de información adicional. Es evidente de (9.23) que la $P_o(n)$ se puede calcular de:

$$P_o(n) = \text{TF}^{-1} \left\{ \frac{\text{TF}[P(n)] \text{TF}[P(n_*)]^*}{\text{TF}[P(n_*)] \text{TF}[P(n_*)]^*} \right\} = \text{TF}^{-1} \left\{ \frac{\text{TF}[P(n)] \text{TF}[P(n_*)]^*}{|\text{TF}[P(n_*)]|^2} \right\} \quad (9.24)$$

El método para hallar $P_o(n)$ consiste en medir la $P(n)$ total en cada punto y calcular para cada par de puntos x, x' el cociente:

$$P_o(n) = \text{TF}^{-1} \left\{ \frac{\text{TF}[P(n; x)] \text{TF}[P(n; x')]^*}{|\text{TF}[P(n; x')]|^2} \right\} \quad (9.25)$$

Si no existe planeta en x , se obtiene una delta en cero; si existe planeta, se tiene su función densidad de probabilidad. Para continuar este estudio se utiliza la expresión de la $P(n)$ del planeta que se deriva de la aproximación introducida en (9.14):

$$P_o(n) \cong \begin{cases} 1 - \bar{n}_o & n = 0 \\ \bar{n}_o & n = 1 \\ 0 & n > 1 \end{cases} \quad (9.26)$$

Con estas condiciones la transformada de Fourier de esta distribución resulta:

$$\text{TF}[P_o(n)](u) = \sum_n P_o(n) \exp(2\pi j u n) \cong P_o(0) + P_o(1) \exp(2\pi j u) \quad (9.27)$$

Tanto la parte real como la compleja de la transformada son funciones sinusoidales:

$$\text{TF}[P_o(n)](u) \cong (1 - \bar{n}_o) + \bar{n}_o (\cos 2\pi u + j \text{sen } 2\pi u) \quad (9.28)$$

La figura 9.6 muestra la parte real de esta función en las condiciones de la figura 9.5. En este modelo simplificado, sólo se necesita obtener el promedio del número de fotones provenientes del planeta para describir la estadística del planeta. Esto sugiere que para detectar exoplanetas se ha de medir el promedio del número de fotones en cada punto y buscar el máximo (donde se supone que se suman las contribuciones de estrella y planeta). Este método presenta un cociente señal ruido del orden del ofrecido por el método de Labeyrie:

$$\text{SNR} \cong \frac{\bar{n}_o}{2 \sqrt{\frac{\text{Var } n}{N}}} \approx \frac{\bar{n}_o}{2} \sqrt{\frac{N}{\bar{n}_*}} \quad (9.29)$$

Se ha desarrollado un programa de simulación para comprobar estos procedimientos; sin embargo, los errores introducidos por las subrutinas de generación de números aleatorios (Press et al. 1989) son mayores que la sensibilidad que exige la detección de exoplanetas, con lo que no se puede presentar una conclusión definitiva.

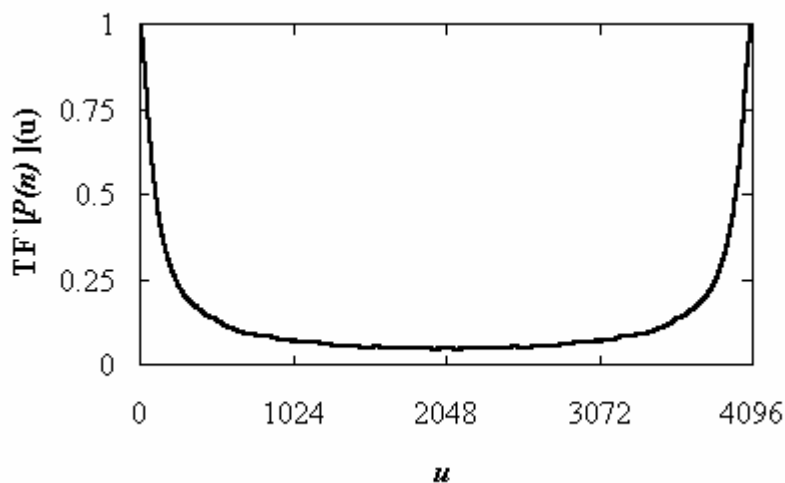


Figura 9.5 Parte real de la transformada de Fourier de la *PDF* total en el caso de $\langle n_* \rangle = 100$ fotones y $\langle n_p \rangle = 0.1$ fotones (línea continua) comparada con el producto de las transformadas de las *PDF* que corresponden a estrella y planeta (línea discontinua).

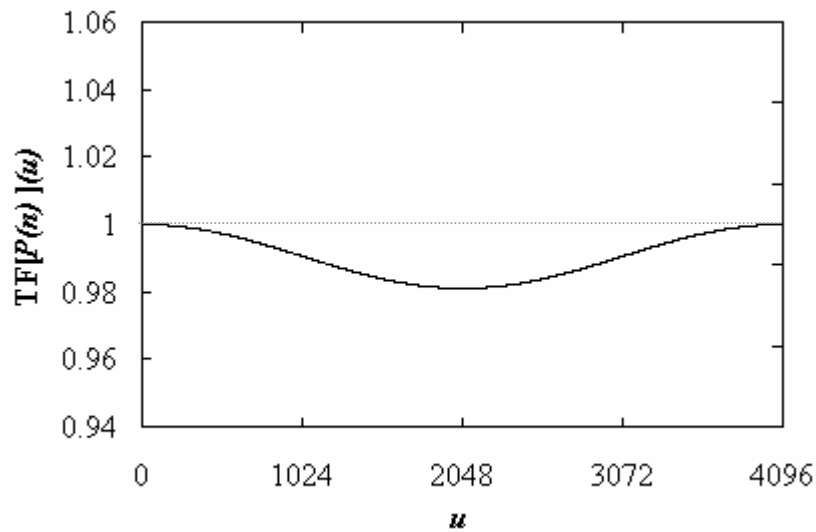


Figura 9.6 Parte real de la transformada de Fourier de la *PDF* del planeta en las condiciones de la figura 9.5.

9.2.2 Diferencias en $n^{(2)}$

Otro posible método de detectar exoplanetas es buscar diferencias en el valor del momento factorial de segundo orden, $n^{(2)}$, en cada punto del halo. En un punto sin planeta:

$$n^{(2)} = \langle n_*(n_* - 1) \rangle \quad (9.30)$$

Si en el punto existe un planeta:

$$n^{(2)} = \langle (n_* + n_o)(n_* + n_o - 1) \rangle \quad (9.31)$$

El método consiste en estimar el momento en todos los puntos y obtener la diferencia entre todas las parejas posibles de puntos. El valor de esta señal es:

$$Dn^{(2)} \approx 2 \bar{n}_o \bar{n}_* \quad (9.32)$$

El cociente señal-ruido de esta técnica es:

$$SNR \cong \frac{2 \bar{n}_o \bar{n}_*}{\sqrt{16 \frac{\bar{n}_*^3}{N}}} \approx \frac{\bar{n}_o}{2} \sqrt{\frac{N}{\bar{n}_*}} \quad (9.33)$$

Como se observa es del mismo orden de los dos mejores métodos de la sección anterior. Otra posibilidad análoga, pero en la que se emplean pares de puntos, es buscar diferencias en la correlación definida por:

$$G_{x,x'} = \langle I(x) I(x') \rangle \quad (9.34)$$

Esta posibilidad es aplicable si la longitud de correlación es mayor que el parámetro generalizado de Fried. Además los puntos que compongan el par no han de estar muy alejados.

9.2.3 Transformada de Laplace

La transformada de Laplace de la distribución de probabilidad total (9.13) se puede expresar como el producto de las transformadas de estrella y planeta:

$$Q(s) = L[P(n)] = L[P_*(n)] L[P_o(n)] \quad (9.35)$$

Sustituyendo las correspondientes transformadas (Saleh 1978) se obtiene:

$$L[P(n)](s) = \frac{1}{1 + \bar{n}_* - \bar{n}_* e^{-s}} \exp(\bar{n}_o (e^{-s} - 1)) \quad (9.36)$$

Esta función tiende asintóticamente a:

$$L[P(n)](s) \rightarrow \frac{1}{1 + \bar{n}_*} (1 - \bar{n}_o) \quad (9.37)$$

La diferencia de esta función en un punto con planeta y otro sin planeta es:

$$DL \approx \frac{\bar{n}_o}{1 + \bar{n}_*} \quad (9.38)$$

El *SNR* de esta señal es del orden de:

$$SNR \approx \frac{\frac{\bar{n}_o}{1 + \bar{n}_*}}{\sqrt{\frac{2}{N(1 + \bar{n}_*)}}} \approx \bar{n}_o \sqrt{\frac{N}{2\bar{n}_*}} \quad (9.39)$$

Este valor es de nuevo del orden de los obtenidos en (9.17), (9.29) y (9.33).

9.3 Conclusiones

Se han explicado algunas aplicaciones prácticas que se derivan del modelo de formación de imágenes en óptica adaptativa. En primer lugar se ha obtenido la varianza residual real en el frente de onda compensado, lo que permite calibrar el sistema y obtener la estadística de la imagen.

En el segundo apartado se han analizado diversos métodos para detectar exoplanetas, y se han comparado con el método de Labeyrie. Diversos métodos ofrecen un cociente señal-ruido del orden de este último:

$$SNR \approx \bar{n}_o \sqrt{\frac{N}{\bar{n}_*}} \quad (9.40)$$

La variedad de los métodos permite la elección de aquel que sea más adecuado en cada caso en función de las condiciones experimentales y el equipo disponible.