

Capítulo Cuarto

LA PRODUCTIVIDAD TOTAL DE LOS FACTORES EN LA AGRICULTURA ESPAÑOLA

En los capítulos anteriores, hemos estimado las productividades simples de los principales factores. Los cambios en la productividad simple de un factor pueden deberse, bien al progreso técnico -nuevos avances técnicos que se añaden al abanico de técnicas previamente conocidas-, o bien, a que simplemente se está produciendo un incremento en la cantidad empleada de algún factor, sin que la tecnología experimente transformaciones importantes. Cuando sucede esto último, la productividad marginal y media del factor cuyo empleo ha aumentado tiende a disminuir, y la de todos los demás, tiende a incrementarse.

En definitiva, el progreso técnico tiende a hacer crecer de forma simultánea las productividades simples de todos los factores (o, al menos, existe la posibilidad teórica de ese crecimiento simultáneo). En cambio, en ausencia de mejoras técnicas, las productividades simples de los factores pueden cambiar, pero solamente puede aumentar la de algún factor, en tanto en cuanto disminuya la de otro factor.

En las páginas precedentes se ha intentado discriminar entre estas dos posibilidades, a propósito de la agricultura española desde mediados del siglo XVIII hasta la Segunda República, pero de una manera informal. Cuando en el capítulo primero se ha constatado que, durante un determinado periodo, la productividad simple del factor tierra se movía en una dirección determinada, a continuación, en el capítulo segundo se ha tratado de ver qué sucedía con la productividad del factor trabajo -el otro factor en que es intensiva la agricultura- durante ese mismo periodo. De manera complementaria, en el tercer capítulo hemos tratado de ver qué sucedía entretanto con la productividad de la simiente, otro de los factores claves en el caso de la actividad agrícola.

Sin embargo, existe la posibilidad de una contrastación más formal, a través del estudio de la productividad total de los factores, que es el objetivo de este capítulo.

4.1 Teoría y método.

La productividad simple de un factor, en su versión de productividad media, se define como el cociente entre la cantidad de output y la cantidad de factor. La productividad total de los factores (TFP), se ha estimado a partir de una medida agregada de las cantidades empleadas de los diferentes factores, conocida como input total de los factores (TFI). La productividad total de los factores, en su acepción original, es también un cociente entre el output físico (Q) y el input total de factores. Esto es,

$$TFP = Q / TFI,$$

lo que se traduce en que la productividad total de los factores es una medida numérica de la variable «estado de la tecnología». Cuando la productividad total de los factores aumenta, hay avance tecnológico, entendido en su sentido más amplio; y cuando la productividad total de los factores no crece, nos encontramos ante una situación de estancamiento técnico.

La fórmula de la productividad total de los factores es simple, aunque no así su cálculo, ya que la suma de cantidades de un determinado factor con cantidades de otro factor no puede hacerse de manera directa. Las cantidades físicas de distintos factores, de naturaleza diferente, se expresan en unidades de medida propias, que no tienen nada que ver unas con otras. De aquí, la necesidad de convertirlas a una unidad común.

Una posibilidad es multiplicar las cantidades físicas empleadas de cada factor por sus precios, y posteriormente agregarlas¹. En la práctica, y por razones que quedarán claras un poco más adelante, el input total de factores se suele calcular como el producto -en vez de suma- de las cantidades empleadas de los distintos factores, ponderadas por las participaciones factoriales en la renta del sector -en lugar de por los precios de los factores-. Esto es,

$$TFI = F_1^\alpha \cdot F_2^\beta \cdot \dots \cdot F_n^\nu,$$

donde los exponentes α , β , ..., ν indican las participaciones relativas de los distintos inputs o factores en el coste total o en la renta de ese sector. Si la suma de las participaciones factoriales iguala la unidad

¹ Este es un procedimiento análogo al del cálculo del producto nacional, y puede encontrar su fundamento en la microeconomía. Desde el enfoque cardinal de teoría de la utilidad, ponderar bienes por precios, es equivalente a ponderarlos por las utilidades marginales que producen a los consumidores esos mismos bienes; desde la teoría de la demanda de factores, ponderar factores por sus precios es igual a ponderarlos por sus productividades marginales expresadas en valor. Ambas teorías postulan la igualación, en equilibrio, de las utilidades (productividades) marginales divididas por los precios respectivos.

(esto es, si la renta agota el producto), entonces la expresión anterior es la media geométrica ponderada -con raíz igual a uno- de las cantidades empleadas de los diferentes factores. En expresión abreviada,

$$TFI = \prod_{i=1}^n F_i^{\alpha_i},$$

que es la fórmula de un índice Divisia de las cantidades de factores.

Como acabamos de ver, la productividad total de los factores proporciona una medida numérica de la variable «estado de la tecnología» en ese sector o en esa economía, a la cual se designa habitualmente con el símbolo A. Así pues,

$$TFP = A,$$

y, en virtud de todo lo anterior,

$$A = \frac{Q}{\prod_{i=1}^n F_i^{\alpha_i}}$$

Por lo tanto,

$$Q = A \cdot \prod_{i=1}^n F_i^{\alpha_i}$$

En el caso más sencillo, teniendo sólo dos factores de producción, trabajo (L) y capital (K), la fórmula anterior se escribe como

$$Q = A \cdot K^{\beta} \cdot L^{1-\beta}$$

Y contemplando la tierra (T) como un tercer factor, tendremos

$$Q = A \cdot K^{\beta} \cdot L^{\alpha} \cdot T^{\tau} \quad \text{donde, } \alpha + \beta + \tau = 1$$

La penúltima de las expresiones que hemos escrito, es indicativa de por qué se suelen emplear como factores de ponderación las participaciones factoriales en la renta o los costes del sector². En efecto, la igualdad

$$Q = A \cdot K^{\beta} \cdot L^{1-\beta}$$

² Para una explicación más completa de este punto, puede verse SOLOW (1979), así como JORGENSON y GRILICHES (1967).

es también la expresión de la función de producción Cobb-Douglas, tan en boga entre los economistas en la época en que autores como Solow o Abramovitz empezaron a escribir sobre estos temas⁵. En cuanto a la igualdad

$$Q = A \cdot K^\beta \cdot L^\alpha \cdot T^\tau \quad \text{donde, } \alpha + \beta + \tau = 1$$

se trata simplemente de la función de producción Cobb-Douglas generalizada al caso de tres factores de producción. Una ventaja, pues, de la fórmula estándar de la productividad total de los factores reside en que se adapta muy bien a las formas multiplicativas de la función de producción, y en particular a la función de producción Cobb-Douglas.

Como es sabido, hasta hace no mucho tiempo los economistas han mostrado una preferencia por esa especificación concreta de la función de producción. Las razones de esa preferencia hay que buscarlas, por un lado, en el hecho de que la función de producción Cobb-Douglas es una de las que se "comportan bien", esto es, presentan las propiedades de convexidad que se deducen de la forma habitual supuesta a las isocuantas. O, por decirlo de otra manera, al ser cada uno de los exponentes α , β y τ inferiores a la unidad, dicha especificación resulta consistente con el postulado neoclásico de productividad marginal decreciente de los factores⁶. Una segunda ventaja de la especificación Cobb-Douglas reside en la facilidad con que puede estimarse por regresión la función de producción, ya que, al tratarse de una forma multiplicativa sencilla, una simple transformación logarítmica proporciona una función lineal. En tercer lugar, no es difícil demostrar que el supuesto -más general- de la forma multiplicativa conduce en la práctica a la forma Cobb-Douglas, más restrictiva por cuanto los coeficientes suman la unidad y reflejan las respectivas participaciones factoriales en los costes o en la renta⁷.

⁵ Una función de producción trata de representar la relación matemática entre la cantidad de output y las cantidades de inputs empleadas en una determinada actividad o en una determinada economía.

⁶ Una temprana discusión de este último punto puede encontrarse en REDER (1943), BRONFENBRENNER (1944) y PHELPS BROWN (1957).

⁷ En efecto, partiendo de una forma general, sin especificar, de la función de producción del tipo $Q = f(K, L, A)$, o bien, $Q = f(K, L, t)$, donde t representa el tiempo.

Si dejamos constante t y L , podemos escribir $Q = f(K)$.

Se puede representar el cambio en Q consecuente a una cambio en K por medio de la fórmula básica del cálculo diferencial, $dQ = \delta Q / \delta K \cdot dK$

expresión que también podemos escribir como $Q = \delta Q / \delta K \cdot K$

Esa medida numérica del estado de la tecnología que es la productividad total de los factores tiene, sin embargo, un inconveniente: no nos dice nada por sí sola. Únicamente cobra significado cuando tenemos un término de comparación. Y el término de comparación más empleado es el propio valor de la productividad total de los factores referido a otro periodo en el tiempo. Incluso, mejor que comparar valores de A en el tiempo, lo que suele hacerse es estimar la tasa de variación proporcional o tasa de crecimiento de A.

Para ello, partiendo de la expresión

$$Q = A \cdot B^{\beta} \cdot L^{1-\beta},$$

A su vez, $\delta Q / \delta K = PMA_k$

y, si los mercados de capital son competitivos, $PMA_k = r$

esto es, la derivada del producto con respecto al capital es igual al producto marginal del capital, igual al precio de alquiler de los servicios de una unidad de capital, o tasa de beneficio del capital.

Sustituyendo, tendremos $Q = r \cdot K$

Ahora, multiplicando y dividiendo por K el término de la derecha, tendremos que

$$Q = rK \cdot K/K$$

y dividiendo ambos términos por Q, obtendremos $Q/Q = rK/Q \cdot K/K$

En otras palabras, permaneciendo constantes las demás variables de la función de producción, la tasa de producción proporcional (o tasa de crecimiento) del producto es igual a la tasa de variación proporcional (o tasa de crecimiento) del factor capital, multiplicada por la participación de los intereses del capital en el producto o renta total, esto es,

$$Q/Q = \beta \cdot K/K$$

Si la función de producción representa una forma multiplicativa, la generalización del procedimiento anterior produce el resultado

$$Q/Q = A/A + \beta \cdot K/K + (1-\beta) L/L$$

Nótese, sin embargo, que ésta expresión se corresponde con la función de producción Cobb-Douglas. En efecto, partiendo de

$$Q = A \cdot K^{\beta} \cdot L^{1-\beta}$$

la transformación logarítmica de esta expresión nos produce

$$\log Q = \log A + \beta \log K + (1-\beta) \log L$$

Ahora, si consideramos a todas las variables como función del tiempo y derivamos con respecto a éste, obtendremos,

$$\delta \log Q / \delta t = \delta \log A / \delta t + \beta \delta \log K / \delta t + (1-\beta) \delta \log L / \delta t$$

que también podemos escribir como

$$\log Q = \log A + \beta \cdot \log K + (1-\beta) \log L$$

Ahora bien, la derivada del logaritmo de una función equivale a la derivada de la función, dividida por la propia función, de manera que

$$Q/Q = A/A + \beta \cdot K/K + (1-\beta) L/L$$

Este sencillo ejercicio nos ayuda a entender mejor la preferencia que en el pasado han mostrado muchos economistas por la función de producción Cobb-Douglas. Por lo demás, contemplando tres factores en lugar de dos se obtiene una expresión análoga, pero que incluye también a la tierra, siendo la suma de los exponentes igual a la unidad, y cada uno de ellos igual a la respectiva participación factorial en la renta o coste total del sector.

tomando logaritmos y derivando con respecto al tiempo³, se llega a

$$\overset{\circ}{Q}/Q = \overset{\circ}{A}/A + \beta \cdot \overset{\circ}{K}/K + (1-\beta) \cdot \overset{\circ}{L}/L$$

Esta expresión permite apreciar otra de las ventajas prácticas que presenta la especificación estándar de la productividad total de los factores. En efecto, a partir de ella hemos llegado a una fórmula que descompone la tasa de crecimiento del producto en dos componentes bien diferenciados. Por un lado, la tasa de crecimiento del input total de factores⁴; y, por otro lado, la tasa de crecimiento de la productividad total de los factores. Esta última es, pues, la parte del crecimiento de producto no explicada por un incremento en las cantidades de los factores de la producción.

A partir de la última expresión, se llega de manera inmediata a

$$\overset{\circ}{A}/A = \overset{\circ}{Q}/Q - [\beta \cdot \overset{\circ}{K}/K + (1-\beta) \cdot \overset{\circ}{L}/L]$$

En otras palabras, la tasa de crecimiento de la productividad total de los factores, o tasa de progreso técnico, se puede estimar como resto, conociendo las tasas de crecimiento del producto y de los factores, así como la distribución factorial de la renta del sector⁵.

Entre la información que se requiere para la realización de estos cálculos se encuentra el contar con series fiables -o, por lo menos, con estimaciones puntuales fiables- para el producto y para las cantidades de factores. Con frecuencia, estos datos no están disponibles, y, en este caso concreto, los capítulos anteriores habrán dejado claro lo difícil de su obtención.

Pero existe una posible alternativa. La fórmula del input total de factores que ya hemos descrito (un *cociente* entre producto e input total de factores), constituye una extensión de la fórmula de la productividad *media* de un factor. La alternativa consiste en llevar a cabo un cálculo análogo, pero, en lugar de una medida agregada de la productividad media de los factores, obteniendo una medida

³ Véase la nota anterior.

⁴ Calculada como una media ponderada de las tasas de crecimiento de los distintos factores, siendo los factores de ponderación las participaciones de los factores de la producción en el coste o renta del sector.

⁵ Omitimos hacer aquí una historia completa de la aplicación de este método de cálculo con vistas a estimar la tasa de progreso técnico o tasa de crecimiento de la productividad total de los factores en economías reales. Los primeros capítulos de esa historia empiezan con Valavanis-Vail, que lo utilizó para calcular la tasa de progreso técnico de la economía norteamericana entre 1869 y 1948; siguen con Schmookler, que lo aplicó al mismo caso nacional entre 1869 y 1948; continúan con Fabricant y Kendrick, que analizaron el crecimiento norteamericano durante la primera mitad del siglo XX, y terminan con las conocidas aportaciones de Abramovitz y Solow, referidas al mismo periodo y país. Véase VALAVANIS-VAIL (1955), SCHMOOKLER (1952), FABRICANT (1954), KENDRICK (1956), ABRAMOVITZ (1979) y SOLOW (1979). A estos estudios, limitados todos ellos a los Estados Unidos, siguieron pronto otros referidos a Finlandia, Noruega, Gran Bretaña, Israel y un largo etcétera de países. Véase NIITAMO (1958), AUKRUST y BJERKE (1959), REDDWAY

agregada de la productividad marginal de éstos. La pregunta que nos debemos hacer es, por tanto, ¿cómo sería una fórmula análoga a la que hemos visto, pero basada en la productividad marginal?.

Cuando un agente económico puede decidir la cantidad de un factor con vistas a maximizar beneficios, elige aquella cantidad para la cual el valor del producto marginal es igual al precio del factor. Esto es,

$$P \cdot PMa_i = W_i$$

y a partir de aquí se deduce inmediatamente que

$$PMa_i = W_i / P$$

y por tanto, que el producto marginal físico de un factor se puede calcular como el cociente entre los precios del factor y del bien producido.

En consecuencia, la versión del producto marginal de la productividad total de los factores será un cociente, cuyo denominador sea el precio del bien, y cuyo numerador sea el producto de los precios de los factores, ponderados por las participaciones factoriales en la renta o en los costes totales del sector, esto es,

$$\prod_{i=1}^n P f_i^{\alpha_i}$$

De la misma manera que la fórmula habitual de la productividad total de los factores se corresponde con unas determinadas especificaciones de la función de producción, la nueva fórmula

$$\frac{\prod_{i=1}^n P f_i^{\alpha_i}}{P}$$

se corresponde con unas especificaciones determinadas de las funciones de costes.

El teorema de la dualidad relaciona a las funciones de producción -bajo determinadas especificaciones- con las funciones de costes, vía a través de la cual las versiones productividad media y productividad marginal de la expresión de la productividad total de los factores se encuentran, a su vez, relacionadas entre sí.

y SMITH (1960) y GAATHON (1961).

$$\overset{\circ}{A}/\overset{\circ}{A} = \beta \cdot \overset{\circ}{K}/\overset{\circ}{K} + (1-\beta) \cdot \overset{\circ}{L}/\overset{\circ}{L} - \overset{\circ}{P}/\overset{\circ}{P}$$

La fórmula es generalizable a cualquier cantidad de factores. Así, en el caso de tres factores, trabajo, tierra y capital, escribiríamos

$$\overset{\circ}{A}/\overset{\circ}{A} = \beta \cdot \overset{\circ}{K}/\overset{\circ}{K} + \cdot \overset{\circ}{L}/\overset{\circ}{L} + \cdot \overset{\circ}{T}/\overset{\circ}{T} - \overset{\circ}{P}/\overset{\circ}{P}$$

Desde finales de los años sesenta, esta expresión ha venido siendo utilizada por distintos historiadores económicos, que se cuentan entre los más reputados dentro de la profesión, para estimar la tasa de progreso técnico en economías o en sectores del pasado: la lista incluye a North, McCloskey, Crafts y Harley, y, en trabajos aplicados expresamente a la agricultura, a Hoffman y a Allen⁷. Antes que ellos, otros autores importantes dentro de la Economía del Crecimiento hicieron uso también de esta expresión.

La simple invocación de estos precedentes quizá debería resultar suficiente para que no necesitésemos justificar el uso por nuestra parte de esta expresión, y la confianza implícita en que se cumplan los supuestos en los cuales se sustenta. De todas maneras, hemos preferido expresar con claridad cuáles son esos supuestos, ver cuáles son las objeciones que se pueden plantear, y examinar el peso que, para nuestro caso concreto, pueden tener estas últimas. Para esa discusión barajamos consideraciones teóricas con evidencia empírica parcial. Debido, sin embargo, al carácter especializado de esa discusión, y para no romper el hilo conductor de este capítulo, hemos decidido relegarla al apéndice técnico que figura al final del mismo. Aquí nos limitaremos, pues, a reseñar que tanto los argumentos teóricos como la evidencia empírica⁸ nos invitan a depositar una confianza razonable en la aplicabilidad a nuestro caso de la función Cobb-Douglas, de manera que podamos considerar que hay dualidad entre producción y costes, y que las dos vías de estimación de la tasa de crecimiento de la productividad total de los factores conducen al mismo resultado.

⁷ Véase NORTH (1968), McCLOSKEY (1973) y (1981), CRAFTS (1981) y (1985), HARLEY (1988) y (1993), HOFFMAN (1989), (1991) y (1991a), y ALLEN (1982).

⁸ Incluyendo aquí la que se desprende de casos análogos y la (parcial) que poseemos sobre nuestro caso concreto.

4.2 Las fuentes y los datos.

A continuación nos proponemos ofrecer el conjunto de cifras sobre cantidades y precios, tanto de los factores como del producto, referidas a unos cuantos años escogidos entre 1799 y 1931. Los años seleccionados son aquellos para los cuales se realizaron estimaciones oficiales dentro del siglo XIX, esto es, 1799, 1818, 1857 y 1890. Respecto a los factores, en nuestras tablas se da información sobre los precios y cantidades de tierra y trabajo, así como de tres bienes de capital: simiente, animales de labor y abono. Desde 1890 en adelante, se hallan disponibles series continuas, al menos para alguna de estas variables (superficie cultivada y producción). Sin embargo, a nosotros nos interesa la tendencia general de la producción, para lo cual parece suficiente construir estimaciones para años dispersos. Dentro del siglo XX, nos conformamos con las evaluaciones en torno a 1905, 1913 y 1931.

Las tablas 4.1 a 4.3 contienen el conjunto de los datos. La parte superior de la tabla 4.1 presenta, reducidas a números índices, las cantidades de inputs y output, tal como se deducen de las fuentes oficiales para los años 1799, 1818, 1857, 1890, 1905, 1913 y 1931. Pero es necesario comentar los problemas que han aparecido en el proceso de su construcción y hacer unas indicaciones generales sobre las soluciones que hemos elegido para solventarlos.

Para alguna de las variables que aparecen en la tabla 4.1 hemos convertido meramente los valores oficiales en números índices simples; es el caso de los inputs de tierra y trabajo, así como de los de semilla y abono. El único inconveniente en estos casos es que, para algunos años y variables, las fuentes oficiales no dan información directa, así que la información debe calcularse a partir de los datos oficiales existentes para otras variables.

Así, desde 1890, nuestras cifras para la mano de obra corresponden al número de varones adultos dedicados al sector primario, tal como aparecen en los censos de población. Sin embargo, con anterioridad a esa fecha, nuestras cifras son solamente cálculos aproximados que resultan de aplicar a la población total un coeficiente de 0,277, ligeramente más alto que aquél que resulta del primer censo (el de 1877) que aporta las cifras de la fuerza de trabajo del sector primario. Los datos que resultan de aplicar este procedimiento son perfectamente compatibles con los utilizados en el segundo capítulo al calcular la productividad media del trabajo agrícola.

De forma similar, sólo desde 1890 tenemos información directa, mejor o peor, sobre el *total* de tierra cultivada. Con anterioridad a ese año nos tenemos que contentar con saber, o incluso con estimar, el

área destinada a los principales productos agrícolas⁹. Para manejar datos homogéneos, el índice que hemos construido se refiere a la suma de las superficies empleadas en el cultivo de trigo, cebada, centeno, maíz, avena, más los viñedos y los olivares¹⁰. Aunque no afrontemos el problema de la ponderación (la tierra es tomada como una magnitud homogénea y, por tanto, agregable), se pueden encontrar posibles dificultades de cobertura y representatividad en la muestra. En la medida de lo que sabemos, la cobertura que suponen estos cultivos era alta, más del 83 por ciento, después de 1890, y respecto a la estabilidad de este parámetro en el curso del tiempo, no hemos hallado evidencia concluyente en sentido contrario.

A continuación, no tenemos cifras anuales para el abono, por lo que usamos, en vez de estas cifras, el peso en vivo de la cabaña ganadera, suponiendo explícitamente que la producción de abono es una función proporcional al peso total de los animales. Carecemos, además, de los ratios simiente/output para algunos productos y años, lo cual nos ha obligado a construir un índice aproximado para la simiente, admitiendo que el ratio simiente/output para el conjunto de la agricultura evolucionó de forma paralela a como lo hizo en el caso del trigo¹¹.

Otros números incluidos en la tabla 4.1 (parte superior) son los índices complejos de la producción, animales de tiro y simiente. Y como siempre ocurre con los números índice complejos, hacemos frente a un problema de ponderación. En relación a todos los números índices complejos de esta clase, en nuestras tablas hemos tratado de sortear los escollos calculando índices Fisher. Para nuestra tranquilidad, los índices Laspeyres, Paasche y Fisher produjeron resultados casi idénticos. En esta tabla, hemos calculado índices Fisher para los animales de labor, incluyendo en este concepto a toda la

⁹ Estos cálculos están realizados a partir de las siguientes fuentes: para 1800 y 1818, elaboración propia a partir de las producciones, aplicando a éstas los rendimientos por hectárea que se deducen del Catastro de Ensenada, del *Censo de Frutos y Manufacturas* y los Cuadernos Generales de la Riqueza; para 1857, TORTELLA (1985) pág. 78 y (1994) pág. 52; para el resto de los años, los datos proceden de los avances estadísticos de la Junta Consultiva Agronómica, tomados de GEHR (1989) pág. 107.

¹⁰ Para calcular el área dedicada a la producción de granos, hemos añadido a la superficie sembrada de la que tenemos información directa, el barbecho y el erial temporal cuya extensión no siempre conocemos. En el clima seco predominante en España no había opción para una revolución del nitrógeno, dado que todas las plantas que devuelven nitrógeno al suelo exigen abundantes y regulares lluvias. Así, y según todas las fuentes, hasta finales del siglo XIX la rotación de cultivos más extendida en las tierras cerealistas era la de «año y vez». Para el GEHR, el barbecho y el erial temporal en 1891/95 equivalía al 44,9 por ciento de la superficie cultivada de cereales y leguminosas. Con anterioridad a esta fecha, ignoramos la extensión del barbecho, y tenemos que estimarlo como una cantidad igual al área sembrada de cereales, ver GEHR (1989) pág. 107.

¹¹ Sobre la ratio simiente/producto remitimos al lector a la abundante información reunida en el capítulo tercero sobre esta materia.

ganadería caballar, mular, asnal y vacuna existente en el país¹². En cuanto al índice de producción, hemos tratado de abarcar el trigo, cebada, centeno, maíz, avena, patatas, vino y aceite de oliva, una muestra que parece bastante representativa de la producción agrícola total. Desde 1890, la cobertura de esta muestra se encuentra entre el 65 y 73 por ciento, sin un sentido claro de la tendencia. Sin embargo, carecíamos de información suficiente sobre los precios de algunos productos referidos a los primeros años. Teniendo que escoger entre elaborar un índice Fisher para una muestra menos representativa o conformarnos con un índice de ponderaciones fijas para una cobertura mayor, nos hemos inclinado por el último. De aquí que, para nuestro índice de producción hayamos utilizado como factores de ponderación los precios de 1931.

Como comentario final a la tabla 4.1, haremos notar que nos interesan principalmente las tendencias generales, y no las violentas fluctuaciones a las que está sujeta la actividad agrícola. La propia tesis de que el output es una función razonablemente estable de los inputs sólo se puede mantener cuando hablemos de valores de tendencia, lo que proporciona una razón adicional para trabajar con valores tendenciales en vez de con valores anuales. Así, siempre que ha sido posible calcularlas, nuestras cifras de producción se refieren a medias de varios valores anuales, generalmente siete años. Como cabe imaginar, esto no se aplica a 1799, 1818 y 1857, años para los cuáles sólo tenemos cifras puntuales¹³.

¹² No hay un censo disponible de ganado para 1818. Por ello, hemos recurrido a los Cuadernos Generales de la Riqueza, para extraer de ellos una estimación de la densidad de ganado por kilómetro cuadrado en el territorio que ha servido de muestra, y mediante la extrapolación de estas densidades al conjunto del país, ha sido posible proporcionar una estimación aproximada de la población animal en los años 1818/20. Véase AE.4.1.

¹³ Entre las fuentes utilizadas en la tabla 4.1 debemos mencionar:

Para el índice de producción: trigo, cebada, centeno, maíz, avena, vino, aceite y patatas. Como información de base, se emplean índices simples correspondientes a esos productos, ponderados por los valores totales de las producciones en 1931, según GEHR (1989) págs. 116-117. Para 1890, la media de 1890/91 (vino 1887/91); para 1905, la media de 1902/08; para 1913, la media de 1910/16; para 1931, la media de 1928/34. Fuentes para las cantidades: para 1800, *Censo de Frutos y Manufacturas*; para 1818, «Relaciones de cosechas» AHN, Consejos, leg. 1346; para 1857, TORTELLA (1985) pág. 77 y (1994) pág. 52. Para los demás años GEHR (1989) págs. 107-108. La producción de la avena en 1857 se entiende como un 3,45 por ciento de la producción total de los demás cereales; este coeficiente es una interpolación realizada a partir de las cifras correspondientes a los años cercanos. Para 1890, nos faltan también los datos para la producción de patatas, por lo que hemos dejado fuera a éstas y hemos calculado el valor del índice ponderado con respecto al de 1931, sin contar con las patatas.

Para la simiente: índice simple agregado para los cereales y las patatas dividido entre otro índice estimado para la ratio cosecha/simiente del trigo. La ratio cosecha/simiente para el trigo se ha tomado del capítulo tercero de este trabajo y se han calculado como 5,1 a 1 en 1800 y 1818; 6,3 a 1 en 1890; 6,5 a 1 en 1905 y de 6,7 a 1 en 1913 y 1931. Para 1857 se ha usado provisionalmente la relación de 5,7 a 1.

Para la superficie cultivada: índice simple de la suma de superficies sembradas de cereales, leguminosas, viñedo, olivar, patata y remolacha azucarera, más (superficie cultivada) barbecho y erial temporal. Fuentes para las cantidades: para 1800 y 1818, elaboración propia a partir de las producciones, aplicando a éstas los rendimientos por hectárea que se deducen del Catastro de Ensenada, del *Censo de Frutos y Manufacturas* y los Cuadernos Generales de la Riqueza. Para 1857, TORTELLA (1985) pág. 78 y (1994) pág. 52, el barbecho y el erial temporal se ha calculado como una superficie

Tabla 4.1
CANTIDADES DE PRODUCTO Y FACTORES EN LA AGRICULTURA ESPAÑOLA, 1800-1931

A) Números índices, 1931=100.

Años	Producción	Simiente	Superficie cultivada	Trabajo agrícola	Ganado de labor	Abono
1800	25,46	26,91	66,54	76,27	33,45	33,86
1818	13,96	15,89	38,97	84,42	33,45	33,86
1857	28,41	28,73	73,41	111,88	96,82	94,41
1890	59,25	49,09	74,07	105,40	69,29	61,12
1905	71,10	70,35	85,42	118,55	72,43	69,67
1913	77,25	73,89	90,08	117,37	82,48	76,82
1931	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

B) Tasas de crecimiento (en porcentaje).

Periodos	Producción	Simiente	Superficie cultivada	Trabajo agrícola	Ganado de labor	Abono
1800-1931	1,0419	0,6670	0,3091	0,2039	0,8341	0,8238
1818-1931	1,7576	1,2888	0,8375	0,1554	0,9737	0,9584
1857-1931	1,7153	1,3146	0,4187	-0,1579	0,0489	0,0872
1890-1931	1,2846	1,7503	0,7932	-0,1222	0,9212	1,2383
1905-1931	1,3048	1,0649	0,6081	-0,6782	1,2985	1,7359
1913-1931	1,4444	0,9487	0,6989	-1,0618	1,0761	1,9020

Fuentes: véase el texto.

Se pueden realizar algunas reflexiones sobre esta tabla. En primer lugar, nos permite confirmar la inconsistencia de las cifras de producción relativas a 1800, 1818 y 1857. No es creíble que entre 1800 y 1857, mientras que la población crecía en un 47 por ciento, la producción agrícola creciera sólo en un 11 por ciento. Por tanto, la cifra de 1818, que resulta de los informes de los Intendentes provinciales,

equivalente a la sembrada de cereales. Para el resto de los años, GEHR (1989) pág. 107.

Para el trabajo agrícola: índices simples de la población activa masculina en el sector primario, según los censos de población más próximo. Fuentes para las cantidades: NICOLAU (1989) pág. 78 y PEREZ MOREDA (1984) págs. 22-31. Para 1857 y anteriores, población total por 0,277, coeficiente ligeramente más alto del que se obtiene de relacionar la población activa masculina del sector primario con la población total en el censo de 1877. Para 1905, media simple de las cifras de 1900 y 1910; para 1913, media de los censos de 1910 y 1920.

Para el ganado de labor: índice compuesto de las cabañas caballar, mular, asnal y vacuno, según el censo más próximo en el tiempo. Como ponderación se han utilizado los precios. Fuentes para las cantidades: para 1800, *Censo de Frutos y Manufacturas*; para 1818/20, elaboración propia a partir de los Cuadernos Generales de la Riqueza, extrapolación de las densidades de animales por hectárea obtenidas de una muestra de 181 pueblos de 14 provincias (véase AE.4.1); para 1857 en adelante, los censos ganaderos reproducidos por el GEHR (1989) pág. 111.

Para el abono: índice compuesto del ganado según el censo más próximo, ponderado por el peso medio de los animales de cada especie. Fuentes para las cantidades: el número de animales y del ganado de labor. Para las medias ponderadas GEHR (1978) y (1979) y FLORES DE LEMUS (1951) pág. 156.

carece de sentido¹⁴. Por otro lado, la parte inferior de la tabla suscita los mismos comentarios, esta vez debido a la errática conducta de las tasas de crecimiento de la producción.

En segundo lugar, la evolución aparente de la ganadería es también extraña, aunque en este caso los años anormales parecen ser 1890 y 1905, y quizás también 1913. Por el contrario, no parece que haya mayores problemas de ocultación en 1799, 1818 y 1857.

Por su parte, los datos sobre la extensión cultivada parecen más plausibles, excepción hecha de la cifra de 1818. De una comparación entre las cifras de 1857 y 1890, no se concluye ningún ocultamiento de información significativo en el primer año, a no ser que este ocultamiento afectase también a la superficie cultivada en 1890. A su vez, la cifra de 1800 se encuentra sólo un poco por debajo de la de 1857. Si las cosas fueron como sugiere la tabla 4.1, vale la pena observar que las cifras del área cultivada se oponen a lo que parece ser la visión compartida por los historiadores de la agricultura española. Según esta visión, el incremento de población a lo largo del siglo XIX debió ir paralelo a un incremento correspondiente de la producción, un argumento que compartimos. Siguiendo con la visión convencional y ya que, por aquel tiempo, no se registró ninguna mejora digna de mención en las técnicas, el incremento de producción tuvo que resultar de una extensión de la superficie cultivada. Una mirada a la tabla 4.1 sugiere, sin embargo, una argumentación diferente, por cuanto no se distingue ningún gran incremento en la tierra cultivada entre 1857 y 1890. En la medida en que las cifras de la tabla 4.1 constituyan un buen reflejo de la realidad, el indiscutible incremento de la producción entre 1857 y 1890, habría consistido en una mayor eficiencia del cultivo, más que en la extensión de éste a tierras hasta entonces vírgenes. Tenemos que reconocer, no obstante, que la postura tradicional podría mantener parte de razón en el caso de que el problema del ocultamiento de información, cada vez menor, se hallase también presente en las cifras propuestas para 1890, 1905 y quizás 1913, es decir, que el aparente incremento del área cultivada entre 1890 y 1931, en realidad se debiese a la lenta emergencia de tierras anteriormente cultivadas pero no declaradas¹⁵.

Todas estas incertidumbres nos confirman en el interés de poner a prueba la coherencia entre nuestros datos sobre cantidades y aquellos existentes sobre precios. Como primer paso en esta

¹⁴ Junto a la producción, los Intendentes informaron sobre el signo y valor del balance comercial del grano entre las regiones. De acuerdo a sus cifras, todas las regiones presentaban un balance negativo, un resultado difícil de aceptar.

¹⁵ SIMPSON (1989a), LOPEZ ESTUDILLO (1989) y PRO RUIZ (1995) proporcionan ejemplos de este último punto de vista.

dirección, la tabla 4.2 resume el estado actual de nuestra información sobre precios tanto de productos como de factores.

Casi todos nuestros índices de la tabla 4.2 son complejos. Hemos construido índices Fisher en la mayoría de los casos y, cuando no ha sido posible, hemos realizado un cálculo de compromiso entre índices Laspeyres y otros índices que usan también ponderaciones fijas, pero correspondientes a los años finales del periodo. La única excepción a este modo de actuar la constituye el índice de salarios, que es un índice realizado sobre la base de calcular una media simple de las tasas salariales provinciales disponibles. Este tipo de información es relativamente abundante a partir de 1890 para construir una verdadera serie de índices, pero es más escasa para fechas anteriores como se puede ver en el apéndice estadístico dedicado a los salarios agrícolas.

Otro problema es el de la cobertura. Por el momento, para precios de productos hemos confiado en los datos elaborados por otros autores y, hasta la fecha, esta tarea de compilar información sólo ha proporcionado precios medios nacionales para algunos productos. De aquí que nuestro índice de precios de productos incluya sólo trigo, cebada y aceite de oliva, al igual que hemos hecho en el primer capítulo. Esta muestra puede ser significativamente ampliada para algunos de los años, permitiéndonos de este modo calcular un índice separado para los mismos. Así, hemos elaborado un segundo índice, más rico, y se comprueba que se parece mucho al otro. De la misma forma, nuestro índice para precios de semilla se refiere sólo al trigo y a la cebada, en vez de al conjunto de plantas de ciclo anual cultivadas. La escasez de datos elaborados sobre precios se vuelve casi carencia total en lo que se refiere al arrendamiento de la tierra, como hemos tenido ocasión de comprobar al inicio del apartado 1.2. A falta de series representativas de los precios de arrendamientos de la tierra para el conjunto del país, hemos recurrido a un sustitutivo para los valores tendenciales de esta variable. Este sustitutivo es el precio de la tierra, para el cual se ha construido un índice medio nacional a partir de un muestreo en los datos de los cuadernos generales de la riqueza para 1818/20 y de las subasta de tierra que se hicieron públicas a través de los boletines provinciales (de 1858 a 1935)¹⁶. De acuerdo con la teoría del valor presente descontado de un activo, el precio de este recurso refleja el rendimiento metálico esperado para el futuro, y, suponiendo expectativas racionales éste se calcula como una suma ponderada de

¹⁶ Para 1800, el valor propuesto es poco más que una simple conjetura inspirada en las pocas series de precios de arrendamiento de que disponemos entre las décadas de 1800 y 1818/20.

arrendamientos pasados. Finalmente, a falta de información sobre el precio del abono, hemos usado un índice Fisher de los precios de todo el ganado, asumiendo que ambas variables van paralelas.

Como era de esperar, los números índices para los precios, así como las tasas de crecimiento calculadas a partir de ellos, presentan movimientos más suaves que los mostrados en la tabla de las cantidades, y se hallan libres de aquellas erráticas y violentas fluctuaciones. Nuestro supuesto inicial de que la calidad de los datos de precios sería mucho mejor que la de las fuentes disponibles sobre cantidades parece así confirmarse¹⁷.

¹⁷ Entre las fuentes utilizadas en la tabla 4.2 tenemos que citar:

Para el índice de precios de productos: compromiso entre el índice Laspeyres y otro índice que usa como ponderación el año final. Media geométrica de ambos índices. Productos incluidos: trigo, cebada y aceite de oliva. Los precios de cada uno de los productos son promedios de los precios para periodos más largos: año 1857, media de 1857-1861; año 1890, media de 1887-1890, el resto de los datos, medias quinquenales. Fuentes para los precios: para 1800, *Censo de Frutos y Manufacturas*. Para 1818, elaboración propia a partir de los Cuadernos Generales de la Riqueza. Para el resto de los años GEHR (1989) págs. 115-116 (año 1857, media 1857-1861; año 1890, media 1887-1890; año 1905, media 1902-1906; y año 1931, media 1928-1934).

Para la simiente: las mismas fuentes y procedimientos que para los precios de los productos. Limitado a una muestra para el trigo y la cebada.

Para la superficie cultivada: índice de precios de tierra elaborado a partir de los precios medios de las tierras de secano y las plantadas de viñas y olivos. Fuentes para los precios: para 1800, extrapolación efectuada sobre los precios de 1818/20 aplicándoles un coeficiente de 1,25 inspirado en ROBLEDO (1984) págs. 123-126, en BERNAL (1978) pág. 130, GAMERO y PARIAS (1995) y ALONSO CASTROVIEJO (1991) págs. 114-124; para 1818/20, el muestreo efectuado a través de los Apeos y los Cuadernos Generales de la Riqueza; para el resto de los años, los precios están tomados del muestreo realizado con ayuda de los valores de las tierras subastadas que se publicaron en los boletines oficiales de cada provincia.

Para los salarios: índice simple del salario medio diario percibido por los jornaleros varones adultos. Fuentes para los precios: año 1800, elaboración propia a partir de HUMBOLDT ([1801]1922-23) pág. 649, JOVELLANOS ([1793]1955) pág. 281, DESDEVISES DU DEZERT ([1897]1904) vol. III, pág. 58, MARTINEZ QUESADA (1965) págs. 71-98, HAMILTON (1988) págs. 321-24, PONSOT (1986) págs. 548-559, PEREZ PICAZO (1990) págs. 259-260; año 1818, AHN, Consejos, leg. 1346; año 1857, HIDALGO TABLADA (1858) pág. 154 y (1864) vol. I, págs. 241-58 y 272; BERNAL (1979) págs. 404-406, AMA, legs. 123 y 257; año 1890, *La crisis agrícola y pecuaria* (1887/88) vols. II a V y *Avance estadístico del cultivo cereal y leguminosas asociadas en España* (1891); año 1905, Instituto de Reformas Sociales (1905) *Resumen de la información acerca de los obreros agrícolas en las provincias de Andalucía y Extremadura*, Instituto de Reformas Sociales (1908) *Preparación de las bases para un proyecto de ley sobre accidentes de trabajo en la agricultura*, BENITEZ Y CORRAL (1904) págs. 138-139, QUEVEDO Y GARCIA LOMAS (1904) pág. 19, BUYLLA Y G. ALEGRE ([1904]1977) págs. 84-87, BERNABE Y HERRERO (1907) pág. 23, CASCON (1934) págs. 495-528; año 1913, *Anuario estadístico de España* (1914) y (1915); y año 1931, *Anuario estadístico de España* (1930) y (1931).

Para el ganado de labor: índice compuesto de los precios medios del ganado caballar, mular y vacuno, ponderado por el número de cabezas en 1929-1933. Fuentes para los precios: para 1800, *Censo de Frutos y Manufacturas*; para 1818, datos del muestreo tomado de los Cuadernos Generales de la Riqueza; para 1857, elaboración propia a partir de un índice simple del precio del vacuno según DOMINGUEZ (1992) pág. 102, y BONA (1869) págs. 483-498; para 1891, *La ganadería en España* (1892) vols. I a IV; para 1905, *Censo de Ganados y Anuario financiero y de Sociedades Anónimas de España*; para 1914, *Estudio de la ganadería en España* (1920), vol. I y II, se han utilizado sólo los precios de siete provincias (Albacete, Almería, Avila, Cuenca, Logroño, Toledo y Vizcaya), que declararon los precios con anterioridad a la Primera Guerra Mundial; y para 1931, *Anuario estadístico de España* (1934). Sobre el precio de las yuntas de labor, ver AE.4.2.

Para el abono: índice compuesto de los precios medios de las diferentes especies de ganado, ponderados por el peso total de cada cabaña en 1929-1933. Fuentes para los precios: las mismas que las empleadas para el cálculo del ganado de labor y

Tabla 4.2
 PRECIOS DE PRODUCTO Y FACTORES EN LA AGRICULTURA ESPAÑOLA, 1800-1931

A) Números índices, 1931=100.

Años	Productos	Simiente	Renta de la tierra	Salarios agrícolas	Ganado de labor	Abono
1800	51,31	52,28	28,47	20,75	19,71	17,89
1818	56,69	52,50	22,77	28,30	21,35	20,41
1860	58,83	56,64	34,59	24,53	33,84	30,89
1890	52,06	51,06	36,83	32,08	51,22	46,38
1905	57,00	57,20	59,59	28,30	78,67	67,70
1913	65,11	64,73	65,75	37,73	84,37	72,88
1931	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

B) Tasas de crecimiento (en porcentaje).

Periodos	Productos	Simiente	Renta de la tierra	Salarios agrícolas	Ganado de labor	Abono
1800-1931	0,5068	0,4926	0,9564	1,1985	1,2101	1,2831
1818-1931	0,5035	0,5719	1,3180	1,1334	1,3402	1,3793
1860-1931	0,7396	0,7927	1,5503	1,9172	1,5828	1,7169
1890-1931	1,5479	1,5943	2,2960	2,7114	1,5625	1,8030
1905-1931	2,1037	2,0907	2,0112	5,1789	0,8305	1,3541
1913-1931	2,4833	2,5176	2,6549	5,9012	0,8533	1,5942

Fuentes: véase el texto.

Para aplicar nuestras fórmulas, además de las tasas de crecimiento para precios y cantidades, necesitamos parámetros relacionados con la distribución del producto agrícola entre los factores. La información sobre este punto no es abundante en la bibliografía española. La tabla 4.3 resume en su parte superior las tres estimaciones más completas que conocemos acerca de la participación de los factores. A continuación, en la parte inferior de la tabla, hemos añadido una cuarta estimación que no incluye la participación de la tierra.

Las estimaciones suministradas por Vandellós y por el Grupo de Estudios de Historia Rural contrastan de manera llamativa. Las diferencias entre ambas surgen, en parte, del hecho de que la primera se aplica a toda la agricultura, mientras que la segunda se refiere tan sólo al cultivo del trigo. Deberíamos estar preparados para aceptar que el cultivo de cereales era más intensivo en el empleo de

para el peso de la cabaña, FLORES DE LEMUS (1951) pág. 156.

fuerza animal y menos intensivo en trabajo que el cultivo de la vid o del olivo¹⁸, o que estos últimos pagaban arrendamientos más altos¹⁹. Sin embargo, la diferencia entre las cifras es demasiado amplia. Una posible explicación apuntaría a las fechas diferentes a las cuales se refieren estas estimaciones, pero esta hipótesis parece como poco acertada. Además, a favor de la estimación de Vandellós se podría argumentar que se refiere al conjunto del sector agrario; en su contra se hallaría la acusación de que Vandellós es un economista que se basa más en la especulación que en el conocimiento especializado de temas agrícolas.

La tercera de estas estimaciones corresponde a la realizada por nosotros mismos a partir de 189 cartillas evaluatorias de la provincia de Palencia para el trigo de secano, en el periodo de 1883 a 1887. En general, esta estimación es muy parecida a la del Grupo de Estudios de Historia Rural, y al igual que ella, computa de forma conjunta el coste de la fuerza animal y el de una parte del valor del trabajo humano, en concreto, la del gañán que dirige la yunta, por lo que una buena parte del gasto en el ganado de labor (posiblemente entre un tercio o la mitad) debiera ser considerado como retribución del trabajo. También hay que decir, que dentro de los costes del trabajo, no están incluidos los derivados de la trilla, la limpia y el acarreo del trigo al granero, y aunque resulta difícil valorar estas actividades, seguro que suponen una proporción importante del valor total de los salarios agrícolas. Por otra parte, no sería extraño que la renta de la tierra, entendida como el «producto líquido», estuviera notablemente infravalorada al ser el cálculo del producto líquido una de las vías posibles de ocultación en las cartillas evaluatorias.

Para resolver estas cuestiones hemos recurrido a una cuarta estimación que aparece en la mitad inferior de la tabla. Este cuarto grupo está más próximo al de Vandellós que al del Grupo de Estudios de Historia Rural y al basado en las cartillas evaluatorias de Palencia, un hecho todavía más notable si se tiene en cuenta que se refiere al cereal castellano y a una fecha anterior tanto a la del Grupo de Estudios de Historia Rural como a la de Vandellós.

A la vista de la tabla 4.3, hemos optado por utilizar un conjunto de participaciones de los factores más o menos a medio camino entre estas cuatro estimaciones, aunque más cercano al de Vandellós y al

¹⁸ Así, por ejemplo, en la comarca catalana de Cervera en 1886 los jornales necesarios por hectárea eran de 40 para las viñas, de 36 para los olivos y de 20 para los cereales y en Jerez de la Frontera a finales del siglo XIX eran de 143 jornales por hectárea de viñedo, 24 en la de olivar y de sólo 18 en la cultivada de cereales. Ver COLOME, GARRABOU, PUJOL, y SAGUER (1992) pág. 69 y MONTAÑES (1997) pág. 153.

¹⁹ Como lo demuestra el que desde 1818/20 a 1935 el precio de la hectárea plantada de olivos y vides sea entre 2,8 y 2,0 veces más caras que la hectárea sembrada de cereales.

de la *Revista Semanal de Agricultura* que al del Grupo de Estudios de Historia Rural y de las cartillas evaluatorias de la provincia de Palencia. Para ser preciso, hemos decidido atribuir una participación del 45 por ciento al trabajo, del 25 por ciento a la tierra, del 14 por ciento al ganado de labor, del 9 por ciento a la semilla y del 7 por ciento al abono. Más adelante nos referiremos a lo que ocurre cuando estas proporciones se modifican.

Tabla 4.3
PARTICIPACION DE LOS FACTORES EN LA AGRICULTURA ESPAÑOLA

A) Producto neto sin impuestos				
	Vandellós (España 1914, toda la agricultura)	GEHR (Castilla 1862/87, trigo)	Palencia (trigo, 1883/87)	
Renta de la tierra	28,71	17,22	16,03	
Salarios agrícolas	46,89	17,91	15,60	
Simiente	7,18	17,49	17,83	
Abono	4,78] 42,01	11,56	
Ganado de labor	3,59		34,23	
Interés, depreciación y costes de gestión	8,85	5,38	4,75	
Total	100,00	100,00	100,00	
B) Producto neto sin impuestos ni renta de la tierra				
	Vandellós (España 1914, toda la agricultura)	GEHR (Castilla 1862/87, trigo)	Palencia (trigo, 1851, cereales)	Rev. Sem. Agr. (Castilla 1883/87)
Salarios agrícolas	65,77	21,64	18,60	49,52
Simiente	10,07	21,13	21,23	20,00
Abono	6,71] 50,75	13,76	7,62
Ganado de labor	5,04		40,76	
Interés, depreciación y costes de gestión	12,41	6,50	5,65] 23,81
Total	100,00	100,00	100,00	100,00

Fuentes: VANDELLOS (1955) pág. 202, GEHR (1988) pág. 49, para Palencia, AHPP, secc. de Hacienda (cartillas evaluatorias), legs. 813 a 821, 825, 901 y 3157 y *Revista Semanal de Agricultura* (1851), núm. 10, págs. 150-156.

4.3 Una estimación de la productividad total de los factores en la agricultura española entre 1800

y 1931.

Una vez que disponemos de la información cuantitativa recopilada en el apartado anterior, el paso siguiente consiste en calcular la tasa de crecimiento de la productividad total de los factores, siguiendo tanto el procedimiento de las cantidades como de los precios, esto es,

$$y \quad \begin{aligned} \hat{X} &= \hat{Y} - (0,25 \hat{T}) - (0,45 \hat{L}) - (0,14 \hat{H}) - (0,09 \hat{S}) - (0,07 \hat{M}) \\ \hat{X} &= (0,25 \hat{R}) + (0,45 \hat{W}) + (0,14 \hat{Ph}) + (0,09 \hat{Ps}) + (0,07 \hat{Pm}) - \hat{Py} \end{aligned}$$

siendo

Y = producción	Py = precio de los productos
T = tierra	R = renta de la tierra
L = trabajo	W = salarios agrícolas
H = ganado de labor	Ph = precio del ganado de labor
S = simiente	Ps = precio de la simiente
M = abono	Pm = precio del abono
y $\hat{}$ = tasa de crecimiento anual	

La tabla 4.4 muestra los resultados obtenidos cuando se aplican estos datos a las fórmulas correspondientes a los periodos 1800-1931, 1818-1931, 1857-1931, 1890-1931, 1905-1931 y 1913-1931. Estos datos permiten ver que, tal como esperábamos, las tasas de crecimiento de la productividad total de los factores obtenidas, tomando como punto de arranque algún año del siglo XIX, resultan más altas cuando las calculamos a partir de los datos sobre cantidades, presuntamente defectuosos. La cifra del periodo 1800-1931 constituye la excepción a este respecto, sobre la cual tendremos que volver más adelante.

Estos valores más altos indican un crecimiento exagerado de la tasa de productividad, pero un vistazo a las fórmulas anteriores permite confirmar que se debe a que las cifras de los años iniciales son demasiado bajas. Como la tabla aclara, este problema es agudo para las cifras de 1818 y 1857, mientras que las de 1800 (de hecho, 1799) y 1890 pueden también padecer la misma enfermedad, aunque de una manera menos grave.

Tabla 4.4
TASAS DE CRECIMIENTO ANUAL DE LA PRODUCTIVIDAD TOTAL DE LOS FACTORES EN
LA AGRICULTURA ESPAÑOLA, 1800-1931 (en porcentaje)

Periodos	Vía de las cantidades	Vía de los precios
1800-1931	0,61	0,58
1818-1931	1,16	0,76
1857-1931	1,52	0,92
1890-1931	0,77	0,74
1905-1931	1,04	1,13
1913-1931	1,31	1,29

Fuentes: véase el texto.

A tenor de las dificultades con las que nos encontramos cuando se construyen los índices, parece más seguro considerar nuestro método como una herramienta más adecuada para cortar árboles que para cortar cabellos. No obstante, esta actitud puede tener diferentes interpretaciones. Según una de ellas, no deberíamos tener en consideración la diferencia de unos pocos puntos decimales entre las dos series, y por tanto ignorar las pequeñas discrepancias detectadas para 1799, 1890, 1905 y 1913, y tomar por buenas las cifras oficiales existentes para esos años. Sin embargo, incluso estas pequeñas diferencias merecen un segundo vistazo. La mayor entre ellas, y la que más llama la atención, es la relacionada con 1905, año para el cual la tasa de crecimiento por la vía de los precios sale más alta que la medida por la vía de las cantidades. La explicación puede estar en los problemas de los censos ganaderos de finales del siglo XIX y de principios del XX¹. Si sustituimos las cifras del censo de 1905 por las de 1910, la tasa de crecimiento de la productividad total de los factores entre 1905 y 1931 se eleva a 1,10, casi idéntica a la obtenida a través del método de los precios.

En relación con la tabla 4.4 puede hacerse otro comentario. Hemos realizado otros cálculos de crecimiento de la productividad total de los factores asumiendo cuotas de factores diferentes de las usadas en esta tabla, y hay que señalar que los resultados permanecen casi invariables. Restar hasta un 5 por ciento de la cuota acumulada a un factor (tierra, trabajo humano o animal) y sumarlo a la cuota de otro factor, meramente implica un aumento o descenso marginal en las tasas de crecimiento estimadas

¹ Como lo pone de relieve GEHR (1991) págs. 79-92.

de la productividad total de los factores; y estas diferencias exhiben el mismo signo tanto en la medida de cantidad como en la de precio. Luego la distancia proporcional entre ambas medidas permanece virtualmente igual, lo que significa la notable robustez de nuestro método en relación a la selección de cuotas de factores, siempre y cuando se encuentren dentro de unos límites razonables, e implica también que una posible crítica a la fiabilidad del método basada en la crítica a la «ley de Bowley» puede tener muy poco sentido².

El método de los precios para calcular el crecimiento de la productividad total de los factores, proporciona una forma escasamente sospechosa de fijar la evolución de esta variable a través del siglo XIX. En la tabla 4.5 están expuestos los resultados, que han sido calculados también para distintos periodos intermedios entre 1800 y 1931.

Tabla 4.5
TASAS DE CRECIMIENTO DE LA PRODUCTIVIDAD TOTAL DE LOS FACTORES
EN LA AGRICULTURA ESPAÑOLA, 1800-1931 (en porcentaje)

Periodos	Tasas de crecimiento
1800-1857	0,16
1818-1857	0,20
1800-1905	0,49
1818-1905	0,59
1857-1905	0,95
1905-1931	1,13

Fuentes: véase el texto.

Las cifras de la tabla 4.5 sugieren una tasa de crecimiento anual para la productividad total de los factores entre el 0,1 y el 0,2 por ciento durante la primera mitad del siglo XIX, una tasa realmente pequeña. Luego, durante la segunda mitad del siglo, la tasa de crecimiento habría sido de aproximadamente un 1 por ciento, valor que aumenta, aunque en pequeña proporción, durante los primeros treinta años del siglo XX. La imagen retratada en esta tabla muestra una aceleración más o menos continua del crecimiento de la productividad total de los factores a lo largo del siglo XIX y principios del XX. Este proceso comenzó con un retraso considerable con respecto a otras agriculturas

² Véase más adelante, en este mismo capítulo, el apéndice técnico.

europas, un hecho seguramente debido a la imposibilidad de alcanzar la revolución del nitrógeno por las condiciones climatológicas, como ha sugerido Gabriel Tortella³. Si el tipo de transformaciones que traía consigo el aumento de la cantidad de nitrógeno en las tierras de cultivo no era posible en España, entonces, ¿cuáles podían ser las fuentes del crecimiento de la productividad total de los factores que señalan nuestras tablas?

La respuesta a esta pregunta queda diferida hasta el último capítulo de esta investigación, pero, no obstante, adelantamos a continuación algunos comentarios que ampliaremos posteriormente.

Deberíamos darnos cuenta de que nuestro índice para el input total de los factores es sólo parcial. Si las cantidades de otros inputs no incluidas en este índice aumentaron durante el periodo estudiado, nuestros cálculos identificarían sus efectos como crecimiento de la productividad total de los factores o progreso técnico. Por tanto, la aplicación creciente de nuevos fertilizantes, que no fueran estiércol, el aumento del equipamiento agrícola o incluso el empleo de más horas de trabajo, cuenta en nuestros cálculos como crecimiento de la productividad total de los factores.

Pero más allá de toda duda, el índice apunta un crecimiento significativo de la productividad total de los factores. Su escaso aumento durante la primera mitad del siglo XIX corresponde, probablemente, al avance del maíz en sustitución del trigo y del centeno en las regiones húmedas del país, a la ampliación del área cultivada de patatas en el Norte y Castilla, e incluso del arroz en algunas comarcas de Valencia y Cataluña.

Las tasas de crecimiento de la productividad total de los factores más altas durante la segunda mitad del siglo requieren mayor comentario. A nuestro parecer, no hay un solo factor capaz de explicar todo ese crecimiento, lo que no equivale a negar la posibilidad de que éste se produjera; por el contrario, es posible que una colección de causas fuera responsable del aumento detectado en esta magnitud. Una de sus fuentes debió ser la creciente especialización regional a lo largo del siglo XIX, proceso que camina paralelo a las mejoras en el transporte.

A largo plazo, hubo también un progreso tanto de la productividad de la tierra como de la semilla en los cereales, además de una pequeña disminución desde finales del siglo XIX, de la superficie dejada en barbecho. Esta reducción significó más tierras sembradas en relación a las cultivadas, y por tanto, una mayor productividad media de las tierras cultivadas. La modernización de los utensilios agrícolas se produce desde mediados del siglo XIX, aunque con mucha lentitud, mientras que los nuevos

³ TORTELLA (1994a).

fertilizantes empezaron a ser usados en fecha más tardía. A partir de 1870 y 1880, es conocida la introducción de nuevos tipos de arados más modernos en algunas regiones y el stock de arados del país experimentó desde entonces continuos cambios. El arado tradicional todavía se utilizaba ampliamente, aunque el número de arados más pesados, característico de las agriculturas del Norte de Europa, iba en aumento. Los arados pesados requerían una gran cantidad de animales de arrastre, en un país pobre en forrajes y escaso en pastos naturales, por tanto, los arados pesados representaban una alternativa técnica escasamente superior a la utilización del ligero arado tradicional. La falta de superioridad de los arados pesados, a un nivel general, puede explicar la lentitud del proceso de su distribución, pero no impide las ventajas reales de emplearlos en los terrenos en los cuales son más adecuados. Este mismo argumento puede esgrimirse con respecto a la introducción de las rotaciones de nuevos cultivos, que sólo están documentadas a nivel local.

Para resumir nuestra opinión, afirmar que un amplio conjunto de cambios menores pueden explicar el crecimiento calculado de la productividad total de los factores. Y aunque, estas cifras no nos dicen nada sobre el tipo de cambios que tuvieron lugar durante la segunda mitad del siglo XIX, una tasa de crecimiento anual de 0,5 por ciento para todo este periodo, sólo puede conseguirse gracias a un lento pero continuo progreso de la agricultura.

Apéndice técnico

La forma de la función de producción en la agricultura española anterior a 1935⁴

Una advertencia previa a cualquier discusión sobre estos temas es que una función de producción no constituye más que una aproximación, muy simplificada, a una realidad muy compleja, como es la relación (en el fondo tecnológica) que guarda la cantidad de producto con las cantidades de *cada uno* de los inputs utilizados. Así, decir que "la función de producción del sector tal es del tipo cual", como a veces se lee en la bibliografía, constituye por lo menos una perversión del lenguaje, y a lo peor una confusión conceptual. Lo más que puede decirse en realidad acerca de una función de producción es que se ajusta, describe o explica más o menos bien, con mayor o menor aproximación, una determinada realidad de un sector o de una economía. Así, una industria o una economía determinada no *tiene* ni deja de tener una función de producción Cobb-Douglas. Lo más que puede decirse es que ésta última proporciona un ajuste mejor o peor a los datos correspondientes a esa industria o a esa economía. Y la bondad de ese ajuste dependerá del grado en que la realidad acorde con los rasgos que caracterizan a esa función en particular.

Los supuestos que rodean a la función de producción Cobb-Douglas son, ciertamente, restrictivos, pudiéndose enunciar de la manera siguiente:

- Cumplimiento de la condición de Euler (esto es, la retribución a los factores agota el producto).
- Homogeneidad de grado 1, esto es, rendimientos constantes a escala.
- Elasticidad de sustitución entre factores constante e igual a la unidad.
- Neutralidad del progreso técnico en el doble sentido de Harrod (estabilidad de la tasa de beneficio para una ratio capital/output dada) y de Hicks (estabilidad en la relación de los productos marginales del capital y del trabajo para una relación capital/trabajo dada).
- Estabilidad en el tiempo de las participaciones factoriales en la renta o en los costes del sector.

No es difícil demostrar que todos estos supuestos están íntimamente relacionados entre sí. Así, supuesta la forma multiplicativa sencilla, la propiedad de que la suma de los exponentes sea igual a la unidad implica rendimientos constantes a escala; si la suma de los exponentes no fuese igual a la unidad, el producto sería función *de una potencia* del input total de factores, de manera que tendríamos rendimientos a escala crecientes o decrecientes. Por su parte, si la elasticidad de sustitución entre trabajo y capital es igual a la unidad, entonces el crecimiento (observable con datos históricos) de la relación capital/trabajo se ve compensado por una caída equivalente de la razón tasa de

⁴ Agradecemos a Sebastián Coll Martín su ayuda en la redacción de este apéndice técnico y a Pablo Coto Millán por su colaboración en la estimación de las funciones de producción.

beneficio/salario, obteniéndose como resultado estabilidad de las participaciones de los factores en la renta, y neutralidad del progreso técnico en los sentidos de Hicks y de Harrod. De esta manera, la confirmación (refutación) de uno de los supuestos viene a implicar la confirmación (refutación) de los demás.

Desde comienzo de los años sesenta, por lo menos, los economistas se han venido mostrando incómodos con estos supuestos:

- Al nivel más agregado, la estabilidad de las participaciones del capital y del trabajo en la renta nacional se consideró consistente con la evidencia empírica, hasta que decididamente dejó de serlo, hacia mediados del siglo XX. Hasta entonces, esa supuesta estabilidad se conocía como la "ley de Bowley", al haber sido formulada como tal por este prestigioso economista y estadístico británico, a caballo entre los siglos XIX y XX. Los trabajos de Kravis, Deane y Cole y Feinstein vinieron, así, a poner en entredicho a "una de las Grandes Proporciones de la economía contemporánea"⁵. Por la misma época, la economía del crecimiento produjo una serie de modelos, alguno de los cuales se aplicaron a datos históricos, que trataban de medir el "sesgo de factor" del progreso técnico, esto es, la medida en que el progreso técnico dejaba de ser neutral, con arreglo a las definiciones que vimos más atrás. No obstante, el debate entre los economistas del crecimiento acerca del "sesgo de factor" en el progreso técnico no llegó a arrojar resultados concluyentes, y dentro de ese gremio existe la sospecha de que el incumplimiento constatado de la ley de Bowley -no extensivo, necesariamente, a épocas anteriores- es atribuible, *en parte*, a nuestra incapacidad para separar adecuadamente las retribuciones del trabajo y del capital humano, cada vez más importante en la economía, y cuya posibilidad de sustitución por el capital físico es más reducida que la que presenta el trabajo no cualificado tradicional⁶.

- El supuesto crucial de elasticidad de sustitución unitaria no salió, en general, bien parado de un famoso trabajo de Arrow, Chenery, Minhas y Solow, al menos por lo que respecta a la época al que éste se refiere, mediados del siglo XX⁷. En dicho trabajo, estos autores propusieron por primera vez la sustitución de la función Cobb-Douglas por la menos restrictiva CES⁸. Admitiendo en primer lugar rendimientos constantes a escala, estos autores diseñaron un método con el cual contrastar el supuesto de elasticidad de sustitución unitaria entre capital y trabajo. Para 24 sectores económicos -todos ellos dentro del sector secundario- y con observaciones tomadas de 19 países, su contrastación empírica indicaba elasticidades de sustitución entre 0,7 y la unidad. La hipótesis nula de elasticidad de

⁵ KRAVIS (1959), DEANE y COLE (1967) y FEINSTEIN (1968).

⁶ Véanse FELLNER (1961) y (1962), DRANDAKIS y PHELPS (1966), y KENNEDY y THIRLWALL (1972) pág. 20.

⁷ Ver ARROW, CHENERY, MINHAS y SOLOW (1961).

⁸ Iniciales de «Elasticidad de Sustitución Constante».

sustitución unitaria quedaba rechazada, al nivel de significación de 0,1, en 14 casos de los 24, y a continuación estos autores indicaban razones por las cuales las elasticidades estimadas estaban sujetas a imprecisión, y aún podían estar, quizá, ligeramente sobrevaluadas⁹. Una segunda contrastación presentada en el mismo trabajo, referida a 27 sectores y basada en datos norteamericanos y japoneses, proporcionaba un rango amplio para las elasticidades de sustitución entre capital y trabajo, con valores que iban desde 0,42 hasta 1,74¹⁰. Aunque los autores expresaban su sospecha de que esos valores podían estar sobrestimados¹¹, los consideraban preferibles a los obtenidos a partir de series temporales para magnitudes agregadas de un único país¹², y permanece el hecho de que muchos de ellos se apartaban claramente de la unidad. Trabajos posteriores han abundado en la idea de que las elasticidades de sustitución entre factores tienden a valores que están entre 0,5 y la unidad, variando mucho de una industria a otra.

- Por último, el supuesto de rendimientos constantes a escala parece a primera vista muy restrictivo. Si en un periodo existen economías de escala no aprovechadas, y en otro posterior sí son aprovechadas, entonces el producto del sector crecerá entre los dos periodos, aunque el input total de factores no aumente. Incluso, si entre los dos periodos hay un crecimiento en las cantidades de factores y ese crecimiento *por sí mismo* induce un incremento más que proporcional del output, podremos hablar de efectos de escala. En tales casos, la estimación de la tasa de progreso técnico obtenida como resto a partir de la fórmula que figuraba en el apartado anterior (y, en definitiva, a partir de la función Cobb-Douglas) interpretará erróneamente como progreso técnico lo que en realidad son rendimientos crecientes a escala.

Más que discutir en abstracto si, a propósito de una determinada actividad, *puede haber* rendimientos crecientes a escala (contra lo cual, por supuesto, no hay nada que la teoría pueda oponer), lo que importa es si realmente los hay. En realidad, la estimación mínimo cuadrática ordinaria de una función de producción de tipo multiplicativo es capaz de proporcionar un primer contraste a este respecto: más arriba ya hemos apuntado que, según que la suma de los coeficientes estimados para los factores sea menor, igual o superior a la unidad, podremos hablar de rendimientos decrecientes, constantes o crecientes a escala; a continuación, la división de ese sumatorio menos la unidad entre la raíz de la suma de las varianzas y covarianzas de y entre los inputs permite estimar un estadístico t para contrastar la hipótesis de rendimientos constantes a escala a los niveles de significación convencionales. Por esta vía -o estimando funciones CES y translog y examinando el valor estimado

⁹ Ver ARROW, CHENERY, MINHAS y SOLOW (1961) págs. 237-238.

¹⁰ Ver ARROW, CHENERY, MINHAS y SOLOW (1961) pág. 240.

¹¹ Ver ARROW, CHENERY, MINHAS y SOLOW (1961) pág. 239.

¹² Ver ARROW, CHENERY, MINHAS y SOLOW (1961) pág. 245.

de otros exponentes-, resulta posible conocer cómo se comportan los rendimientos de escala. Una vez más, los resultados difieren de un sector a otro, lo cual, en sí mismo, invita a no descansar *a priori* en el supuesto de rendimientos constantes a escala implícito en la forma Cobb-Douglas. El único comentario que procede hacer a continuación es que, cuando los datos proceden de series temporales, parece conveniente distinguir entre rendimientos crecientes a escala que sean fruto del propio progreso técnico -por ejemplo, cambios en la escala de producción óptima imputables a la aparición de técnicas nuevas- y aquellos que no lo son. En el primer caso, la distinción entre crecimiento atribuible a progreso técnico y crecimiento atribuible a explotación de economías de escala podría resultar irrelevante: una regresión con datos tomados de series temporales nos indicaría que existen economías de escala y nos haría pensar que no hay dualidad entre producción y costes; por el contrario, un análisis de corte transversal no acusaría rendimientos crecientes a escala y nos indicaría la pertinencia de emplear indistintamente cualquiera de las dos fórmulas mencionadas más arriba de la tasa de crecimiento de la productividad total de los factores.

La discusión precedente deja ver que, si bien la hipótesis de tecnología Cobb-Douglas debe tomarse como una hipótesis a contrastar, y no como un supuesto cuyo cumplimiento esté garantizado de antemano, sin embargo tampoco hay razones de peso que nos induzcan, de entrada, a descartar como improbable esa posibilidad. Por ello, no resulta sorprendente que, en trabajos serios que tratan de estimar funciones de producción agregadas para economías del siglo XIX o comienzos del XX, la especificación Cobb-Douglas salga a menudo bien parada. Por ejemplo, de acuerdo con Crafts y Mills, en Gran Bretaña y en la época de la Revolución Industrial, "la función de producción agregada en la economía parece ser Cobb-Douglas"¹³. En latitudes más próximas a las nuestras, Pérez González, al término de un trabajo referido a la economía de Cantabria durante el primer tercio del siglo XX en el que estima funciones Cobb-Douglas y CES, llega a una conclusión parecida¹⁴. Incluso para épocas más recientes, en las cuales parece fuera de toda duda la existencia de rendimientos crecientes a escala, otros trabajos centrados en la función de producción agregada admiten que la forma Cobb-Douglas puede proporcionar una representación plausible de la realidad económica¹⁵

¹³ CRAFTS y MILLS (1994) pág. 178.

¹⁴ En palabras suyas la "función de producción Cobb-Douglas ofrece una descripción razonablemente satisfactoria de las condiciones del crecimiento económico en la provincia de Santander. Tanto en estimación directa como en estimación simultánea, los coeficientes varían poco. El parámetro de distribución se aproxima tanto a la unidad, que en la estimación simultánea no es posible rechazar la hipótesis de rendimientos constantes de escala [...]. Bastante menos satisfactorios son los resultados cuando se estiman funciones CES, con una excepción: la aproximación de Kmenta, que confirma los resultados de la función anterior. Esto es, en primer lugar, la economía trabaja con rendimientos constantes de escala. Segundo, el producto provincial se distribuye íntegramente entre los factores privados de producción". Ver PEREZ GONZALEZ (1997) págs. 17-18.

¹⁵ Nerlove y Kennedy y Thirlwall llevaron a cabo en su momento extensas revisiones de la literatura empírica aparecida

Para nuestros objetivos, sin embargo, las conclusiones de trabajos referidos específicamente a la agricultura resultan más interesantes que las de aquellos otros que toman por objeto a la función de producción agregada de una economía. En general, aquellos que han analizado con estas herramientas el comportamiento de la agricultura *en épocas recientes* tienden a rechazar por lo menos alguno de los supuestos de la función Cobb-Douglas.

En un trabajo de los años sesenta referido a la agricultura norteamericana entre 1940 y 1960, Griliches encontró evidencia de rendimientos crecientes a escala, y esa misma conclusión se ha visto confirmada por Binswanger para el mismo caso nacional en una época posterior¹⁶. La misma conclusión se ha obtenido también para otras agriculturas contemporáneas, y, en concreto, tal es el resultado de Millán para la española entre 1981 y 1985¹⁷. Sin embargo, hay razones para pensar que esas economías de escala están inducidas por el propio cambio técnico (en concreto, por la mecanización de la agricultura), constituyen un fenómeno reciente, y, en definitiva, no son extrapolables a la época y el lugar que analizamos aquí.

En general, los rendimientos crecientes a escala no parecen haber sido un rasgo característico de las agriculturas -y, en realidad, de las economías- preindustriales. Es casi un tópico entre los historiadores económicos apuntar a la ausencia de economías de escala en la agricultura preindustrial¹⁸, probablemente porque una hipotética posibilidad técnica de rendimientos a escala se vería anulada en la práctica por los costes de control de una mano de obra contratada, dispersa por los campos: de

hasta entonces. En general, encontraron que el abandono de formas funcionales rígidas (pero sencillas de estimar) en favor de otras formas más flexibles (pero también más difíciles de estimar) no introducía grandes diferencias en las tasas estimadas de la productividad total de los factores. Kennedy y Thirlwall citan, por ejemplo, a Kendrick y Sato, quienes, utilizando una función Cobb-Douglas, obtuvieron una tasa de crecimiento de 2,1 por ciento anual para la productividad total de los factores en Estados Unidos entre 1909 y 1949; para el mismo periodo, y empleando una función CES, Arrow, Chenery, Minhas y Solow obtuvieron una tasa muy parecida, del 1,8 por ciento. Otros experimentos de David y Klundert, empleando funciones de los dos tipos, daban lugar a estimaciones aún más parecidas entre sí. A la vista de datos como éstos, Kennedy y Thirlwall se preguntaban si "merece la pena tomarse el trabajo extra de estimar una función CES para la medición de la tasa de progreso técnico, cuando el sesgo de usar la forma simple Cobb-Douglas es probablemente pequeño". Del tono de sus comentarios siguientes se deduce que su contestación es negativa. Véase NERLOVE (1967), KENNEDY y THIRLWALL (1972) págs. 24-25, KENDRICK y SATO (1963), ARROW, CHENERY, MINHAS y SOLOW (1961) y DAVID y VAN DE KLUNDERT (1965).

¹⁶ Véase GRILICHES (1979a) y BINSWANGER (1974) y (1974a).

¹⁷ Ver MILLAN (1993). Otros trabajos sobre la productividad total de los factores en la agricultura española son los de GARRIDO (1983), GONZALEZ DELGADO (1988), SAN JUAN MESONADA (1990) y FERNANDEZ y HERRUZO (1996).

¹⁸ Véanse, por ejemplo, Dahlman o Silver. Asimismo, véase la polémica mantenida en las páginas de *Explorations in Economic History* entre Allen y Clark. Basándose en los apuntes Arthur Young, Allen cree encontrar evidencia de economías de escala en la agricultura inglesa a la altura de 1770. Su punto de vista es discutido por Clark, el cual, examinando el censo agrario de 1851, encuentra rendimientos constantes a escala. Vale la pena mencionar que, en su contestación, Allen encuentra que ambas posiciones son reconciliables, argumentando que, entre las dos fechas, tuvo lugar un proceso de concentración, que habría acercado al óptimo el tamaño medio de las explotaciones agrícolas. Por lo demás, Allen no explora la posibilidad de que fuesen innovaciones técnicas las que indujesen cambios en la escala óptima de

hecho, casi los únicos ejemplos de grandes explotaciones agrícolas que podemos encontrar en el pasado son aquellos en los que esos costes resultaban minimizados gracias al empleo de mano de obra sierva o esclava (y al uso del látigo, que le acompañaba)¹⁹. A continuación, y por lo que respecta al ámbito geográfico y temporal aquí estudiado, las fuentes no indican que estuviera en curso un proceso de concentración, a través del cual hubiese aumentado el tamaño medio de las explotaciones. Por un lado, la ausencia de tal proceso pone en duda la existencia de economías de escala de las cuales beneficiarse. Más importante que eso, si el tamaño medio de la explotación agraria no aumentó, entonces mal pueden explicarse los eventuales cambios en la tasa de crecimiento de la productividad total de los factores por referencia a explotación de rendimientos crecientes a escala.

Ejercicios cuantitativos llevados a cabo en otros países a propósito de la agricultura y de épocas anteriores a la actual parecen apoyar las consideraciones anteriores. Los trabajos que citamos a continuación se fijan, sobre todo, en otros aspectos contrastables de la función de producción Cobb-Douglas.

Como vimos también más arriba, el supuesto de elasticidades de sustitución unitarias resulta crucial para afirmar la neutralidad del progreso técnico y la aplicabilidad de la "ley de Bowley". En el trabajo de Arrow, Chenery, Minhas y Solow se contenía una primera estimación de la elasticidad de sustitución entre trabajo y capital en las agriculturas norteamericana y japonesa a mediados del siglo XX, esto es, en una época en la cual la agricultura japonesa se caracterizaba aún por sus bajos salarios y una escasa utilización de capital, sobre todo fijo²⁰. El valor obtenido para la elasticidad sustitución fue de 1,2; no obstante, los autores advertían previamente que todas sus elasticidades de sustitución estimadas por comparación de datos de distintos países tendían a estar, seguramente, un poco sesgadas al alza, y añadían:

"La omisión del capital circulante proporciona una explicación plausible de esta diferencia, puesto que la escasa evidencia disponible indica que los stocks de materiales y bienes en proceso son generalmente igual de altos en los países de salarios bajos que en los de salarios altos. La elasticidad de sustitución entre capital circulante y trabajo es, por tanto, probablemente más baja que la unidad"²¹

de manera que, en un cálculo que tuviese en cuenta también a estas formas de capital, seguramente se obtendría una elasticidad de sustitución un poco por debajo del 1,2 mencionado.

explotación. Véase DAHLMAN (1980), SILVER (1996), ALLEN (1988a) y (1991) y CLARK (1991b).

¹⁹ Por lo demás, la lectura de Silver induce a pensar que, incluso en esos casos, más que verdaderas economías de escala como tales en la agricultura, lo que tendríamos son economías de alcance derivadas de la integración vertical hacia atrás de una "empresa" comercial que opera a gran escala. Ver SILVER (1996).

²⁰ Ver ARROW, CHENERY, MINHAS y SOLOW (1961) pág. 240.

²¹ Ver ARROW, CHENERY, MINHAS y SOLOW (1961) pág. 239.

De manera consistente con lo anterior, Williamson y Lindert, enfrentados a la tarea de construir un modelo de equilibrio general para la economía americana con anterioridad a la Primera Guerra Mundial, no tuvieron inconveniente en aceptar el supuesto de elasticidades de sustitución entre factores unitarias para el caso de la agricultura, al tiempo que lo rechazaban para otros sectores. Al respecto, escribieron lo siguiente:

"Un supuesto clave en cualquier modelo de este tipo es el conjunto de valores para las elasticidades de sustitución entre factores, $\tilde{\sigma}_{ik}^j$. Una abundante literatura empírica tiende a situar estas elasticidades entre cero y uno. Hay también evidencia creciente según la cual el capital y la cualificación tienden a ser menos sustituibles, y están más próximos a comportarse como complementarios de lo que cualquiera de ellos es con respecto al trabajo no cualificado (Griliches, 1969 y 1970; Fallon y Layard, 1975; Kesselman, Williamson y Brendt, 1977). Suponemos que este es el caso tanto en el siglo XIX como en el XX, del cual extraen sus datos estos estudios. Como nuestro objeto de atención es el muy largo plazo, supondremos elasticidades de sustitución comparativamente elevadas. De manera específica, consideraremos normalmente que la elasticidad de sustitución entre capital y cualificación es de un medio ($\tilde{\sigma}_{KS}^M = \tilde{\sigma}_{KS}^C = 1/2$), mientras que todas las demás elasticidades de sustitución entre factores serán consideradas iguales a la unidad"²².

A continuación, en nota a pie de página, estos autores añadían:

"En otros tests empleamos elasticidades de sustitución entre factores que eran la mitad de los valores supuestos aquí. Estos tests casi invariablemente proporcionaron predicciones peores que los supuestos por los que nos inclinamos desde el principio de nuestros cálculos".

En otras partes de su trabajo, Williamson y Lindert aluden a la ausencia de trabajo cualificado en la agricultura, lo cual les evita calcular elasticidades de sustitución ($\tilde{\sigma}_{KS}^A$ en su terminología) entre este factor y el capital dentro del sector agrícola, al tiempo que les permite considerar que todas las elasticidades de sustitución son unitarias dentro del mismo. Páginas más adelante, los autores reconcilian, sin embargo, esta posición con la evidencia reciente que mencionamos en el texto, relativa a un cambio en la forma de la función de producción de la agricultura, ya en el siglo XX. Dentro de su apartado dedicado a "Experiencia reciente y perspectivas", Williamson y Lindert reconocen que desde

"el siglo XIX ha habido una lenta pero apreciable tendencia hacia una convergencia de las proporciones factoriales en los distintos sectores. La agricultura en particular se ha aproximado de manera constante a las proporciones del conjunto de la economía desde 1899, cuando estos cálculos empiezan a resultar posibles. Las afirmaciones acerca de las proporciones de factores en la agricultura son, por supuesto, arriesgadas, en vista de los problemas que rodean a la descomposición del ingreso agrícola entre retribuciones al trabajo, a la cualificación, al capital y a la tierra. No obstante, hay buena evidencia de que la parte del capital en la agricultura ha alcanzado y sobrepasado ligeramente su participación en el conjunto de la economía nacional. La participación del trabajo no cualificado en agricultura también parece haber declinado hacia la media nacional"²³.

²² WILLIAMSON y LINDERT (1980) pág. 223.

²³ WILLIAMSON y LINDERT (1980) pág. 253.

Estrechamente ligado al anterior supuesto está el relativo al cumplimiento de la "ley de Bowley", esto es, a la estabilidad a largo plazo de la distribución factorial de la renta. Una vez más, las razones que se suponen determinantes para su incumplimiento al nivel más agregado²⁴ parecen haber desempeñado un escaso papel en el pasado, y sobre todo en relación con la agricultura: las elasticidades de sustitución parecen haber estado, en todo caso, muy próximas a la unidad; los cambios en las relaciones entre factores sólo empezaron a ser importantes después de la Primera Guerra Mundial; los precios relativos de los mismos tampoco experimentaron grandes movimientos y, en todo caso, éstos fueron de signo contrario a los experimentados por las cantidades, y el factor cualificación -o capital humano- no ganó importancia de manera perceptible ni, en consecuencia, pudo afectar a las elasticidades de sustitución en su conjunto²⁵. De hecho, como podemos comprobar en el apartado 4.2, la información disponible sobre distribución funcional de la renta en la agricultura desde mediados del siglo XIX hasta los años veinte de este siglo no permite discernir cambios entre estas dos fechas.

Por último, alguno de los supuestos de la función Cobb-Douglas se puede discutir sin tener que adoptar un tono tan técnico: es el caso, por ejemplo, de la condición de Euler, según la cual la retribución a los factores agota el producto. Para que se cumpla esa condición se requieren, sencillamente, mercados competitivos. Ahora bien, lo más parecido a un mercado competitivo (con productos homogéneos, multitud de oferentes y demandantes, etc.) es precisamente el mercado de cualquier producto agrícola, con anterioridad a la creación de agencias estatales y precios garantizados. De ese tipo de mercados proceden al menos los ejemplos habituales de los libros de texto²⁶.

La prueba final que necesitaríamos sería una contrastación efectuada para el caso concreto de la agricultura española en la época que nos ocupa. Aunque la misma escasez de datos que da razón de ser a esta tesis nos impide efectuar un contraste completo y definitivo, sin embargo, para concluir este apéndice vamos a ofrecer dos contrastes parciales que apuntalan nuestra idea de que, efectivamente, la

²⁴ Identificadas como cambios apreciables en las proporciones de factores y en sus precios relativos, en presencia de elasticidades de sustitución inferiores a la unidad.

²⁵ Por la misma razón, los datos disponibles sobre distribución funcional de la renta en la agricultura resultan más fiables que los referidos a otros sectores, ya que la retribución al trabajo no incluye retribución a esa modalidad particular de capital que es el capital humano. En conexión con todo lo anterior, autores como Kennedy y Thirlwall atribuyen parte del incremento aparente de la participación del trabajo en la renta nacional al desplazamiento de mano de obra desde la industria al sector terciario, en el cual son menores las posibilidades de sustitución de trabajo por capital. Podríamos añadir que el otro gran cambio operado en la distribución funcional de la renta nacional ha consistido en la reducción drástica de las rentas de la tierra -como muestran, por ejemplo, los datos británicos-, imputable a la pérdida de importancia, en términos relativos, de la actividad intensiva en tierra: la agricultura. A la vista de las consideraciones anteriores, resulta evidente que la "ley" de Bowley debe cumplirse mucho mejor a propósito de este único sector que a propósito del conjunto de la economía. Ver KENNEDY y THIRLWALL (1972) pág. 20.

²⁶ Por supuesto, en el caso de la agricultura la condición de Euler sólo puede defenderse considerando a la renta diferencial de la tierra como retribución a este factor, según hacemos a lo largo de este trabajo.

agricultura española anterior a 1936 queda bien descrita por medio de una función de producción del tipo Cobb-Douglas.

El primero de esos contrastes utiliza un test sencillo, propuesto por Arrow, Chenery, Minhas y Solow, para esta especificación concreta²⁷. A partir de la misma -con dos únicos factores-, estos autores construían una función de beneficios, formulada como

$$\Pi = P \cdot (A \cdot F_1^\alpha \cdot F_2^\beta) - P_{f1} \cdot F_1 - P_{f2} \cdot F_2$$

Una de las condiciones de primer orden para la maximización del beneficio en mercados competitivos es

$$\delta \Pi / \delta F_1 = A \cdot \alpha \cdot F_1^{\alpha-1} \cdot F_2^\beta - P_{f1} = 0$$

esto es, la condición general $PM_{aF1} - P_{f2} = 0$, pero adaptada al caso de la función Cobb-Douglas. La penúltima igualdad puede escribirse también como

$$\alpha \cdot P \cdot Q / F_1 = P_{f1}$$

que, dividiendo los dos términos por el precio del producto (P), queda como

$$\alpha \cdot Q / F_1 = P_{f1} / P$$

esto es,

$$\alpha \cdot PM_{eF1} = PM_{aF1}$$

Bajo esta condición, comoquiera que el producto medio del factor F_1 , *multiplicado por una constante*, es igual al producto marginal del mismo factor, se deduce que dos series temporales, del producto medio y del producto marginal de un factor, deben evolucionar en paralelo, siempre que la función sea Cobb-Douglas.

En los capítulos primero y segundo hemos tenido ocasión de ver que esta propiedad (que no se cumple fuera de la función de producción Cobb-Douglas) parece ajustarse bastante bien a los datos de la agricultura española anterior a 1935. En el caso, sobre todo, del capítulo primero, para el cual, las cifras sobre producto medio nos ofrecían mucha más confianza que los obtenidos en el capítulo segundo sobre la productividad media del trabajo.

El segundo de nuestros contrastes lo proporciona una estimación empírica de la función de producción del trigo (el principal cultivo de la agricultura española) en una provincia representativa de la producción cerealista como es Palencia a la altura de 1883/87²⁸. En el capítulo primero

²⁷ Ver ARROW, CHENERY, MINHAS y SOLOW (1961).

²⁸ Un análisis exploratorio de los datos correspondientes a la provincia de Avila, que replica los primeros pasos del ejercicio que describimos a continuación, indica que también para esta provincia se cumplirían las mismas hipótesis que en

mencionamos cómo las cartillas evaluatorias confeccionadas para servir de base estadística al cobro de la Contribución territorial nos informan -con precisión, desde luego discutible- sobre las cantidades y valores de la producción por hectárea, y sobre las cantidades y valores de los inputs consumidos. Las cartillas evaluatorias de la provincia de Palencia detallan, para 189 pueblos distintos, las cantidades y valores consumidos de una larga relación de inputs:

- En primer lugar, inputs de trabajo humano, distinguiendo las jornadas/hombre dedicadas a las labores de abonado, siembra, escarda y siega, y detallando los jornales correspondientes.
- En segundo lugar, las jornadas de trabajo animal, en las labores de arar y trillar, al lado de las cuales aparece también el interés del capital representado por la yunta de labor²⁹.
- Por último, aparecen otros costes de capital circulante (abono y simiente por hectárea) y de capital fijo (la amortización de los aperos de labranza) (véase AE.4.3)³⁰.

La estimación de una función de producción a partir de esta fuente requiere, dado el objetivo fiscal de la misma, un comentario acerca de la fiabilidad de sus datos. Como ya hemos mencionado en otro capítulo, al sujeto de la Contribución territorial se le abrían varias vías para reducir su carga fiscal: por un lado, podía ocultar superficie cultivada, como de hecho se hacía a la hora de formar los amillaramientos; también podía ocultar producto por hectárea, y, finalmente, podía exagerar las cantidades o precios de los inputs, con vistas a reducir el producto líquido. Como, en la práctica, la base imponible de la contribución era la superficie cultivada, más que el producto líquido, el incentivo para falsear el output, o los inputs distintos de la tierra, debía ser más bien débil. En otro capítulo ya vimos cómo los rendimientos por hectárea que figuran en las cartillas eran, con frecuencia, superiores a los que manejaban los contemporáneos, y acabamos de recordar cómo la evolución de la productividad media de la tierra según estas y otras fuentes, resulta consistente con la observada por su productividad marginal, calculada por otras vías. Por las mismas razones, es probable que los costes

el caso de Palencia.

²⁹ Resulta un poco chocante la doble contabilización de las labores de arado: por un lado como «jornales de yunta», y por otro como intereses del capital inmovilizado como animales de tiro. Probablemente, la intención original de los diseñadores del cuestionario era que el segundo concepto recogiese el coste (implícito) del trabajo animal, reservando el primero para el coste de trabajo del labrador. Sin embargo, los pueblos debieron entender que, bajo el epígrafe «jornales de yunta», debía consignarse el coste de alquiler de la pareja de bueyes (junto con el trabajo humano): así, el precio de un jornal de yunta resulta muchísimo más alto que el jornal dedicado a cualquier otra faena; en cambio, solían consignar una cantidad reducidísima en concepto de intereses correspondientes al valor de los animales de labor, quizá porque en una parte de los casos éstos no pertenecían al propietario de la tierra. De hecho, cuando se efectúa una regresión de una de las dos variables (jornadas de yunta o intereses del capital representado por la yunta) sobre la otra, tomando el output como segunda variable explicativa, las jornadas de yunta y los intereses aparecen inversamente correlacionadas: eso refuerza la idea de que los pueblos consignaban como interés del capital el correspondiente a los animales propios, y como jornales de yunta el alquiler de los animales ajenos.

³⁰ Recordar que todos los datos se refieren al cultivo del trigo en las tierras de segunda calidad en secano con el sistema de siembra de «año y vez».

estuviesen poco o nada exagerados en las cartillas. A pesar de estas consideraciones, cabe dentro de lo posible que la desconfianza de los agentes económicos les indujese a inflarlos en alguna medida, con vistas a reducir el "producto líquido", excedente ricardiano o renta de la tierra. No obstante, en este último supuesto, no hay razones para pensar que la *composición* de los costes, esto es, las proporciones entre cantidades físicas de los distintos inputs o entre sus precios, se viese alterada en una dirección concreta, sobre todo por lo que respecta a inputs distintos de la tierra. Como las cartillas daban todos sus datos en términos por hectárea, la cantidad de tierra no varía de una observación a otra, de manera que procede excluirla de la estimación; ahora bien, al excluir la tierra³¹, no se ven razones de peso que nos lleven a desconfiar de las proporciones entre el resto de los factores que nos dan las cartillas evaluatorias, y por tanto para desconfiar de una función de producción estimada a partir de ellas.

Con la información contenida en las cartillas evaluatorias, hemos estimado esa función de producción. Para evitarnos los previsibles problemas de multicolinealidad derivados de un elevado número de variables independientes, hemos agrupado los inputs, en valor³², en tres grandes apartados:

- El trabajo humano, que comprende el aplicado en las labores detalladas más arriba.
- La energía o trabajo animal, que comprende el gasto en yunta (en sus dos versiones) y en trilla³³.
- Y el capital o, más bien, lo que queda de éste después de excluir los animales, que comprende el valor imputado al abono, la simiente y la amortización de los aperos.

Como especificaciones para la función de producción hemos empleado dos: la Cobb-Douglas, cuya viabilidad estamos interesados en contrastar, y la logarítmica trascendental, o *translog*, como forma más flexible que conocemos.

Para llevar a cabo la primera contrastación, lo que hay que estimar es la forma potencial

$$q = a \cdot l^{\alpha} \cdot k^{\beta} \cdot e^{\tau}$$

o su transformación logarítmica

$$\log(q) = \log(a) + \alpha \cdot \log(l) + \beta \cdot \log(k) + \tau \cdot \log(e)$$

³¹ Cuyas cantidades y precio de alquiler son los datos que menos confianza nos inspiran a priori.

³² La estimación empleando cantidades físicas en lugar de valores proporciona resultados muy similares, tanto por lo que respecta a la bondad del ajuste como por lo tocante a los valores estimados de los coeficientes.

En principio, la utilización de valores en lugar de cantidades físicas tiene en el inconveniente de basarse en el supuesto de que los agentes minimizan costes. Los escrúpulos que puede suscitarlos la aceptación de ese supuesto se desvanecen, sin embargo, ante la semejanza de los resultados obtenidos cuando se emplean cantidades, y revalorizan las ventajas que, por su parte, pueda presentar el empleo de valores. En nuestro caso, esa ventaja reside en una mayor elegancia. En efecto, hay conceptos que, en la fuente, vienen dados en valor; concretamente, el interés imputado a los animales, la amortización de los aperos y el coste de la trilla, que se pagaba a un tanto por quintal de trigo obtenido. La estimación en cantidades físicas tiene que prescindir de estas partidas, o bien mantenerlas en valor, con lo cual resultan poco homogéneas con el resto.

³³ En los gastos de yunta y trilla iría incluida, también, la retribución al trabajo humano invertido en estas labores, que las fuentes no permiten separar del trabajo animal.

Como todas las cantidades de inputs y output vienen dadas por hectárea, no procede la inclusión de la tierra como otro factor.

Puesto que la forma Cobb-Douglas constituye simplemente un subcaso de la forma potencial, en el cual $\alpha + \beta + \tau$ suman la unidad, además del ajuste general de la regresión y de los niveles de significación de los coeficientes, nos interesa fijarnos en la suma de estos tres coeficientes.

Los resultados de la regresión se resumen en la tabla siguiente, que, en su parte de abajo, contiene la matriz de covarianzas de los coeficientes de regresión estimados.

Tabla 4.6
REGRESION Y COEFICIENTES DE LA MATRIZ DE COVARIANZAS PARA LA FUNCION
COBB-DOUGLAS EN LA PROVINCIA DE PALENCIA. AÑOS 1883/87

Variable	Coefficiente	Estadístico-T	Nivel de significación	
Constante	1,340	12,585	0,000	
Trabajo	0,234	6,417	0,000	
Energía	0,475	10,924	0,000	
Capital	0,268	6,651	0,000	
$R^2 = 0,881$		$\bar{R}^2 = 0,879$		
Log. verosimilitud = 113,282		Estadístico-F = 457,242		
	Constante	Trabajo	Energía	Capital
Capital				0,001
Energía			0,001	-0,000
Trabajo		0,001	-0,000	-0,000
Constante	0,011	0,000	-0,001	-0,001

Fuentes: véase el texto.

La tabla permite comprobar que el ajuste es bueno (R^2 ajustado por grados de libertad = 0,879), sobre todo teniendo en cuenta que se trata de datos de sección cruzada. Los coeficientes de regresión de los inputs son altamente significativos, y, en general, todos los estadísticos presentan valores satisfactorios.

Tan interesante como eso desde nuestros intereses particulares es el hecho de que la suma de los coeficientes de los inputs está muy próxima a la unidad: 0,97832. Como indicábamos más arriba, existe la posibilidad de calcular niveles de significación de este coeficiente en relación con cualquier hipótesis nula que consideremos merecedora de contrastación. La expresión genérica es la

$$t = \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i - H}{\sqrt{\sum_{i=1}^n v(\beta_i) + 2 \sum_{i < j} \text{cov}(\beta_i, \beta_j)}}$$

en la cual hemos designado como H el valor de $\sum \beta_i$ bajo la hipótesis nula.

Con las covarianzas que aparecen en la mitad inferior de la última tabla, esta expresión no resulta difícil de calcular. Nosotros lo hemos hecho para dos hipótesis nulas: $H = 0$ y $H = 1$.

La primera de las expresiones nos da como resultado

$$t = \frac{0,97832}{\sqrt{0,0007}} = 36,9770$$

Este valor resulta muy alto: de hecho, más de diez veces superior al valor crítico exigido para rechazar la hipótesis nula al nivel de significación de 0,0005. Así pues, podemos eliminar como improbable la hipótesis de que el sumatorio de los coeficientes sea, en realidad, igual a cero.

En cuanto a la otra hipótesis nula, la que postula que el sumatorio de los coeficientes es igual a la unidad (esto es, que una función Cobb-Douglas describe bien la realidad del sector), el resultado de la contrastación da

$$t = \frac{0,97832 - 1}{\sqrt{0,0007}} = \frac{-0,02168}{0,026457513} = -0,819426977$$

Los valores críticos correspondientes a los niveles de significación de 0,1, 0,05 y 0,01 son (dados el número de observaciones y los grados de libertad) 1,28, 1,64 y 2,33. En consecuencia, la hipótesis nula resulta perfectamente aceptable a los niveles convencionales. Dicho en otras palabras, la estimación anterior de la función de producción contempla como plenamente aceptable la hipótesis de rendimientos constantes a escala, esto es, la forma Cobb-Douglas.

Sin embargo, antes de dar por bueno este resultado conviene comprobar si otras formas funcionales proporcionan descripciones significativamente mejores de la tecnología del sector. Con esta idea, hemos probado el ajuste de la forma más flexible conocida, la función de producción *translog*.

La función translog responde a la especificación

$$\begin{aligned} \log(q) = & \alpha_0 + \alpha_1 \log(l) + \alpha_2 \log(k) + \alpha_3 \log(e) + \beta_1 \log(l) \log(k) + \\ & + \beta_2 \log(l) \log(e) + \beta_3 \log(k) \log(e) + (1/2) \tau_1 (\log(k))^2 + \\ & + (1/2) \tau_2 (\log(l))^2 + (1/2) \tau_3 (\log(e))^2 \end{aligned}$$

y su estimación aparece en la siguiente tabla 4.7.

Tabla 4.7
REGRESION Y COEFICIENTES DE LA MATRIZ DE COVARIANZAS PARA LA FUNCION
TRANSLOG EN LA PROVINCIA DE PALENCIA. AÑOS 1883/87

Variable	Coeficiente		Estadístico-T	Nivel de significación						
C (1)	-2,470		-2,568	0,011						
C (2)	1,933		3,166	0,001						
C (3)	0,103		0,227	0,820						
C (4)	0,839		1,655	0,099						
C (5)	-0,776		-3,006	0,003						
C (6)	0,076		0,444	0,657						
C (7)	-0,149		-0,587	0,557						
C (8)	0,262		1,697	0,091						
C (9)	0,227		1,320	0,188						
C(10)	-0,300		-2,062	0,040						

$R^2 = 0,897$	$\bar{R}^2 = 0,892$	
Log. verosimilitud = 127,517		Estadístico-F = 174,677

	C(1)	C(2)	C(3)	C(4)	C(5)	C(6)	C(7)	C(8)	C(9)	C(10)
C(10)										0,021
C (9)									0,029	-0,001
C (8)								0,023	-0,008	-0,001
C (7)							0,064	0,011	-0,025	-0,023
C (6)						0,029	0,000	-0,018	0,012	-0,012
C (5)					0,066	0,003	0,010	-0,017	-0,023	0,001
C (4)				0,256	0,050	-0,012	-0,072	-0,006	-0,017	0,030
C (3)			0,208	-0,050	0,057	0,031	0,046	-0,034	0,000	-0,041
C (2)		0,372	-0,128	-0,120	-0,125	-0,003	0,019	0,032	0,009	0,000
C (1)	0,925	-0,307	0,016	-0,172	0,060	-0,018	0,023	0,002	0,015	0,006

Fuentes: véase el texto.

Algunos estadísticos son un poco mejores que los obtenidos con la especificación Cobb-Douglas, y otros, en cambio, son peores. Entre los primeros están el R^2 ajustado por grados de libertad, que sube una centésima (de 0,879 a 0,892), y el logaritmo de la máxima verosimilitud, que también aumenta marginalmente (de 113,2829 a 127,5172). Entre los resultados que empeoran se encuentran los niveles de significación de los coeficientes que acompañan a los tres factores de la producción considerados. Estos coeficientes tenían en la estimación de la Cobb-Douglas una significatividad muy alta, que ahora se reduce, y que en el caso del trabajo se pierde por completo. También el estadístico F desciende, aunque sigue siendo significativo a niveles bastante superiores a los convencionales.

En conjunto, ¿podemos decir que, en este caso concreto, la especificación translog mejora la estimación?. Y, suponiendo que así sea, ¿la mejora es de una entidad que nos deba conducir a

descartar la forma Cobb-Douglas?. Un test sencillo para comprobarlo compara los dos logaritmos de la máxima verosimilitud correspondientes a ambas estimaciones. De manera concreta, la diferencia entre ambos sigue una distribución χ^2 ; lo que hace, pues, este test es calcular esa diferencia -o, más exactamente, el doble de la misma- y contrastar este resultado con los valores críticos de la distribución χ^2 . Lo que se consigue con ello es determinar si aquella especificación que proporciona el valor más bajo para el logaritmo de la máxima verosimilitud debe descartarse en favor de aquella otra que proporciona el valor más alto. Cuando el doble de la diferencia aludida queda por debajo de los valores críticos correspondientes a los niveles convencionales de significación, la especificación que da lugar a un valor más bajo para el logaritmo de la máxima verosimilitud no se descarta por improbable; de hecho, si la significatividad de este estadístico es muy baja, diremos que el resultado del test apoya la confianza que podemos depositar en la especificación que estamos contrastando³⁴.

Este último es exactamente nuestro caso. El valor del test estadístico es, en nuestro caso,

$$2 \cdot (\log L_T - \log L_C) = 2 \cdot (127,5172 - 113,2829) = 28,4686$$

Dados el número de observaciones (189) y el de variables más las transformaciones efectuadas, este valor queda muy por debajo de los valores críticos superiores correspondientes a las colas 0,01 y 0,05 de la distribución χ^2 ; y no sólo de ellos, sino también de los valores críticos inferiores correspondientes a esos p -valores. En estas condiciones, no se puede rechazar la hipótesis según la cual la función Cobb-Douglas proporciona una buena descripción de la tecnología del sector; antes bien, la probabilidad de que lo haga puede considerarse muy alta.

Dicho de otra manera, la estimación de la función translog, lejos de llevarnos a desechar la función de producción Cobb-Douglas, más bien viene a apoyar la confianza que en ella nos invitaba a depositar el buen ajuste que nos proporciona. Como conclusión, diremos, pues, que la forma Cobb-Douglas describe bien la función de producción del principal cultivo de la agricultura española -el trigo-, en una provincia plenamente representativa del interior cerealista.

³⁴ Para una aplicación práctica de este test, puede verse, por ejemplo, LOPEZ CASASNOVAS y WAGSTAFF (1988) pág. 324. Al nivel intuitivo, el significado de este test puede entenderse de la siguiente manera; cuanto más parecidos resulten los logaritmos de la máxima verosimilitud proporcionados por dos especificaciones, tanto más difícil resultará descartar definitivamente una de ellas en favor de la otra.