

DEPARTAMENT DE DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES
EXPERIMENTALS I DE LA MATEMÀTICA

PROGRAMA DE DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES EXPERIMENTALS
I DE LA MATEMÀTICA

BIENNI 2000-2002

**FENÓMENOS RELACIONADOS CON EL USO DE
METÁFORAS EN EL DISCURSO DEL PROFESOR. EL
CASO DE LAS GRÁFICAS DE FUNCIONES**

Tesi doctoral per optar al títol de Doctor de la Universitat de Barcelona

Presentada per

JORGE IVAN ACEVEDO NANCLARES

Dirigida per

Dr. VICENÇ FONT MOLL

i

Dra. JANETE BOLITE FRANT

UNIVERSITAT DE BARCELONA

BARCELONA, 2007

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

Resumen

Este capítulo comienza con una breve revisión de la investigación didáctica sobre el discurso escolar en matemáticas. De todas las perspectivas analizadas, en esta investigación nos hemos interesado por las investigaciones sobre el discurso escolar que han estudiado el uso de metáforas en el discurso del profesor y en el de los alumnos.

Los enfoques cognitivos y, en particular, el propuesto por la teoría contemporánea de la metáfora (Lakoff, Johnson, Turner, Núñez, etc.) son los que, en nuestra opinión, tienen el protagonismo en las reflexiones actuales sobre la metáfora. Por tanto, en este capítulo se hace un resumen del primer marco teórico utilizado en esta investigación: la teoría sobre “qué son las matemáticas”, propuesta por Lakoff y Núñez (2000).

Este capítulo también tiene como objetivo presentar el enfoque ontosemiótico de la cognición matemática. Dicho enfoque también se ha tomado como uno de los principales referentes teóricos de la investigación que se presenta. Se comentan los principales constructos teóricos de este enfoque: práctica, objetos personales e institucionales y sus significados, configuraciones epistémicas y cognitivas, tipos de significado institucional (de referencia, pretendido, implementado y evaluado), tipos de significado personal de los alumnos (global, declarado, logrado), dualidades cognitivas: personal-institucional, elemental-sistémico, expresión-contenido, ostensivo - no ostensivo y extensivo-intensivo; complejidad semiótica y conflictos semióticos, criterios de idoneidad de un proceso de instrucción, etc.

2.1 EL DISCURSO DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES

En esta investigación partimos de la hipótesis de que el aprendizaje de las matemáticas consiste en aprender a realizar una práctica actuativa y, sobre todo, una reflexión discursiva sobre ella (práctica discursiva) que puede ser reconocida como matemática por un interlocutor experto. Desde esta perspectiva, entendemos el discurso del profesor como un componente de su práctica profesional. Dicha práctica tiene como objetivo generar, en el

estudiante, un tipo de práctica actuativa y, sobre todo, una reflexión discursiva sobre ella (práctica discursiva) que se pueda considerar como matemática.

En la actualidad el término discurso ha aparecido en la escena de la investigación, tanto en didáctica de las ciencias experimentales como en el campo de la educación matemática. La argumentación y el discurso han sido ampliamente estudiados por la comunidad de investigadores en la enseñanza de las ciencias. En estos estudios, para analizar el discurso que se produce en las aulas donde se enseñan ciencias experimentales se han utilizado, sobre todo, las teorías generales sobre el discurso y la argumentación como son las de Toulmin (1958), Perelman y Olbrechts-Tyteca (1968), Habermas (1987), Van Dyck (1978) entre otras. Por una parte, se han realizado análisis de un tipo de discurso específico a partir de marcos generales y, por otra parte, se han centrado, sobre todo, en el discurso dentro de un proceso de enseñanza y aprendizaje.

Actualmente también ha aumentado considerablemente el interés en investigar el discurso en el aula de matemáticas, ya que, se ha considerado que lo que se dice sobre las tareas matemáticas es tanto o más importante que las propias tareas. En los congresos internacionales hay grupos de trabajo específicos sobre este tópico, por otra parte, prestigiosas revistas han dedicado números monográficos al tema (por ejemplo el volumen 46, números 1-3, del año 2001 de la revista *Educational Studies in Mathematics*) e incluso han aparecido revistas internacionales específicas sobre este tema como es el caso de la *Lettre de la Prueve* especializada en la enseñanza y el aprendizaje de la prueba matemática.

Los estudios sobre el discurso en la educación matemática se han abordado desde diversas perspectivas, entre las cuales queremos destacar sólo algunas:

- Las que se han centrado en el discurso del docente (y también del alumno) cuando utiliza un razonamiento matemático para la demostración de teoremas en la clase. Lo que ha interesado en este tipo de estudios es cómo se consigue la validez del argumento. Por ejemplo, los trabajos de Bell (1976) y De Villiers (1993) que versan sobre las funciones de la demostración en la actividad matemática o los más recientes de Ibáñez (2001) e Ibáñez y Ortega (2002) que profundizan en esta perspectiva.

Godino y Recio (1997), utilizando el marco ontosemiótico, analizaron los rasgos característicos del significado de la noción de prueba en distintos contextos institucionales: lógica y fundamentos

de las matemáticas, matemática profesional, ciencias experimentales, vida cotidiana y clase de matemáticas. Concluyen que el estudio de los problemas epistemológicos y didácticos que plantea la enseñanza de la prueba en la clase de matemáticas debe encuadrarse dentro del marco más general de las prácticas argumentativas humanas. Asimismo, se observa cómo en los distintos niveles de enseñanza se superponen los diversos significados institucionales de la prueba, lo que podría explicar algunas dificultades y conflictos cognitivos de los estudiantes con la prueba matemática.

Desde la perspectiva de la socioepistemología, Crespo y Farfán (2005) reportan una investigación sobre el papel que desempeñan las argumentaciones en el aula de matemáticas y específicamente, las características de aquéllas que se realizan por reducción al absurdo, a fin de comprenderlas como un recurso de validación de resultados en matemáticas que se logra a través de una construcción sociocultural. Los resultados que se obtuvieron muestran evidencias de la construcción de las argumentaciones como resultado de prácticas sociales, ya que fue posible, por una parte, identificar en las respuestas obtenidas características que reflejan la formación profesional, y por otra comprender que las argumentaciones por reducción al absurdo no son utilizadas en problemas que exceden el ámbito académico ni siquiera por los estudiantes que son capaces de justificarlas y utilizarlas en contextos propios de las matemáticas.

- Las que consideran el aprendizaje de las matemáticas como una iniciación a un cierto discurso bien definido (Sfard, 2001). Esta investigadora defiende que la comunicación debería ser vista no como una simple ayuda para el pensamiento, sino prácticamente como equivalente al propio pensamiento. Para Sfard hay dos factores que hacen el discurso matemático especial: primero, su apoyo excepcional en artefactos simbólicos, y segundo, por la meta-regla específica de cada hablante, que regulan este tipo de comunicación. Las meta-reglas son constructos del observador y normalmente permanecen tácitas para los participantes del discurso.
- Las que han adoptado un punto de vista sociocultural. Por ejemplo, Zack y Graves (2001) investigaron el discurso y su rol en cómo los niños y los maestros construyen el significado de las matemáticas en un aula. La perspectiva teórica de estos autores se basa principalmente en los trabajos de Vygotsky y Bakhtin sobre cómo las formas sociales del significado influyen en la cognición individual. En cada episodio que se describe en este trabajo se

examina el proceso por el cual se construyen trayectorias individuales y de grupo, que les permiten explorar la relación entre discurso y conocimiento.

También, dentro de la perspectiva sociocultural en el trabajo de Lerman (2001) se proponen dos niveles de análisis. Desde una perspectiva macroscópica es posible ver las prácticas matemáticas dentro de las cuales los sujetos se convierten en actores de las matemáticas escolares. Desde una perspectiva microscópica es posible un estudio del tipo de mediación y de las trayectorias individuales dentro del aula. Dichos niveles de análisis tienen el propósito de abarcar la complejidad del proceso de enseñanza-aprendizaje. Este trabajo presenta una psicología discursiva cultural para la educación matemática que considera centrales el lenguaje y las prácticas discursivas.

Siguiendo también el enfoque sociocultural se han realizado diversas investigaciones sobre la relación entre el discurso y los conflictos que se producen en el aula. Forman y Ansell (2001) estudian cómo los distintos participantes del aula de matemáticas dotan de significado momentos del proceso de instrucción en los cuales se produce algún tipo de conflicto entre las expectativas y obligaciones de algunos alumnos y las del profesor. Khisty y Chval (2002) relacionan la complejidad del discurso del aula de matemáticas con la coexistencia de interpretaciones diferentes para tareas a las que a menudo se les supone una única interpretación posible y muestran episodios de aula en los que algunos alumnos rechazan interpretaciones distintas a las suyas. En Planas (2005) se presenta una aproximación a la noción de discurso del aula en tanto que lugar: a) donde coexisten distintas interpretaciones para las normas y b) donde algunas de estas interpretaciones prevalecen sobre las demás.

- Las perspectivas dialógicas cuyo objetivo es conseguir un consenso dentro de la comunidad del aula que vaya más allá del acuerdo entre sus miembros. Por ejemplo, los trabajos sobre el “juego de voces y ecos” realizados por Boero, Pedemonte y Robotti (1997) y Boero, Pedemonte, Robotti y Chiappini (1998) y Garuti, Boero y Chiappini (1999). Y, más en general, las que tienen en cuenta las múltiples voces que se pueden escuchar en la comunidad “aula de matemáticas” (Forman y Ansell, 2001).

Ramos (2006) utilizando el enfoque ontosemiótico conjuntamente con la perspectiva dialógica de Habermas (1987) analiza el discurso del profesorado sobre la incorporación de un cambio en su manera de

enseñar (la introducción del enfoque contextualizado en la enseñanza de las funciones en una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de Venezuela). Su análisis muestra como el discurso del profesorado se organiza alrededor de los criterios de idoneidad propuestos por el enfoque ontosemiótico (Godino, Contreras y Font, 2006).

- Las investigaciones sobre el uso de metáforas en el discurso del profesor y de los alumnos. Recientemente, varios autores (Lakoff y Núñez, 2000; Presmeg, 2004; Díaz, 2005, entre otros) han puesto de manifiesto el importante rol que juega la metáfora en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

De todas estas perspectivas, en esta investigación estamos especialmente interesados en este último enfoque. Nos interesa el uso de metáforas en el discurso del profesor y de los alumnos en tanto son usadas para la enseñanza y el aprendizaje de reglas institucionales con las que hacemos emerger los objetos matemáticos de los alumnos.

2.2 LA TEORÍA CONTEMPORÁNEA DE LA METÁFORA

Antes de explorar a fondo algunas consecuencias del uso de metáforas que hacen los profesores en su discurso cuando explican la representación gráfica de funciones –objetivo de esta investigación- conviene hacer un breve recorrido por las ideas heredadas de las diferentes reflexiones que se han realizado sobre la metáfora a lo largo de diferentes épocas.

Como bien dice Bustos (2000), la historia de las relaciones entre la metáfora y otros campos de conocimiento (filosofía, ciencia, arte, lingüística, etc.) es la historia de un romance atormentado que vive uno de sus mejores momentos en la actualidad. Si bien es verdad que la metáfora ha sido motivo de reflexión teórica a lo largo de la historia, es en estos últimos años cuando ha pasado a ocupar un lugar destacado en campos diferentes de la filosofía o la retórica como son la psicología, la sociología, la antropología, teoría de las ciencias experimentales y puras, e incluso en la inteligencia artificial.

Platón y Aristóteles en la época antigua, Nietzsche en la época moderna y Black o Lakoff en nuestros días han desarrollado, entre otros, diferentes enfoques acerca de la metáfora. Se trata de reflexiones que han destacado un amplio abanico de aspectos relacionados con la metáfora (lingüísticos, cognitivos, etc.). Se puede afirmar que la reflexión sobre la metáfora siempre ha estado presente de alguna manera en cualquier investigación sobre el conocimiento humano.

2.2.1 Ideas heredadas

La metáfora ha constituido un motivo de reflexión teórica a lo largo de la historia, por lo que hoy en día disponemos de algunas ideas heredadas importantes sobre ella.

No sería difícil encontrar consideraciones metafóricas desde que el hombre empezó a pensar, y más específicamente desde que empezó a pensar en el lenguaje y en su papel para relacionar realidad y pensamiento. Por ejemplo, en el Evágoras de Isócrates¹ se utiliza, por primera vez, el término metáfora como un recurso expresivo propio de ciertos géneros. Se dice que se permite que los poetas utilicen muchos recursos para adornar su lenguaje porque, aparte de las palabras corrientes, se pueden utilizar palabras extranjeras, neologismos y metáforas. Desde entonces, esta idea y sus variaciones nos ha acompañado a través de la historia: la metáfora es un recurso que no es propio de una utilización normal, corriente, del lenguaje. Normalmente se considera que el lenguaje está constituido por signos cuya función esencial es la de representar una realidad, estar en lugar de ella. Desde este punto de vista, averiguar, captar, o manipular el significado de un signo es captar la realidad en lugar de la cual figura. Desde esta perspectiva, la metáfora es algo anómalo a esta concepción del lenguaje, ya que se refiere a la realidad de forma indirecta y su principal función es proporcionar placer estético al entendimiento.

Platón, uno de los filósofos que más utilizó el lenguaje figurativo (metáforas, analogías, alegorías y metonimias, entre otras figuras del lenguaje) sostenía que las palabras figuradas de los poetas no conducían a la verdad y en tal sentido engañaban el juicio, en su República afirma: “*Los poetas sólo son creadores de apariencia*”². Esta concepción tiende a asociar la poesía con una imitación de lo sensible para promover emociones y por lo tanto traslada a la metáfora, junto con otros instrumentos poéticos, a la periferia de la práctica filosófica.

En Platón aparece *metaférein*, con la acepción corriente de “traducir” (llevar de una lengua a otra)³. Pero la acepción precisa del término y su definición aparecen en Aristóteles, fundamentalmente en su Poética (caps. 21-25) y Retórica (1.III), al dar el nombre de metáfora a un fenómeno que

¹ Isócrates, Evágoras, 190d; citado en W. Bedell Stanford (1936, p. 3).

² Platón, *La República*, 605c. Introducción de Emilio García Díaz, Traducción de J. M. Pavón y M. Fernández Galiano. Colección “Nuestros Clásicos”. Universidad Nacional de México, 1993.

³ W. Bedell Stanford, op. cit, p. 4.

operaba trasladando o desplazando, llevar algo de un lugar otro, que es lo que significa la expresión *meta-ferrein*. Aristóteles en su *Poética* expresa la idea de que “la metáfora consiste en aplicar a una cosa una palabra que es propia de otra”⁴. La concepción que Aristóteles tiene de las metáforas envuelve varios aspectos que conviene destacar. Por un lado, podemos señalar que la misma definición de metáfora hace apelación a una metáfora (espacial en este caso) que es utilizada para una mejor comprensión de este fenómeno. Por otra parte, la idea aristotélica sugiere (1) un traslado de denominación y (2) que en ese traslado se efectúa una cierta desviación. Para Aristóteles existen las denominaciones propias de los elementos que componen la realidad y, por otra, las denominaciones impropias, que no corresponden a la realidad. Esto no quiere decir que Aristóteles creyera que hubiese una denominación natural de las cosas y la metáfora violentara esta relación directa de lenguaje y realidad. En otras palabras, se refería no a lo natural versus lo convencional, si no, más bien a lo usual frente o lo infrecuente o inusual. En este sentido, su afirmación de que un nombre es propio de una realidad, ha de entenderse como que tal relación es de uso social, de una conducta homogénea. Luego ese nombre puede utilizarse para referirse a “otra” realidad, y, en este sentido, no le pertenece propiamente, y de la misma manera es “otra” “realidad”. Estas consideraciones fueron la semilla de una determinada manera de entender la metáfora: algo así como un desvío acerca de la norma, una especie de alejamiento de la utilización directa del lenguaje, del uso en que las palabras se relacionan llanamente con las realidades originarias para las cuales fueron imaginadas.

Aristóteles es quien inaugura un enfoque que ha sido recuperado en la moderna filosofía del lenguaje, el cual se caracteriza por considerar como problemático la delimitación de lo metafórico. En este enfoque se pone en cuestión lo que antes se había dado por supuesto: la distinción evidente entre lo literal y lo figurado, sin cuestionar si el desplazamiento que induce la metáfora es un desplazamiento cuyo resultado es la sustitución de una denominación por otra.

En la *Retórica* (1.410b 15-20), Aristóteles equipara la metáfora al símil, afirmando que son lo mismo, excepto en que en la comparación existe un “añadido”, lo que hace que ésta última tenga menor eficacia retórica y poética. Los continuadores de Aristóteles principalmente Teofrasto, pero

⁴ Aristóteles, *Poética*, 21, 1457b, traducción y notas de Eilhard Schlesinger; Buenos Aires; Losada, 2003.

también Quintiliano y Agustín, recogen esta última tesis aristotélica. En términos generales, para la tradición retórica que va desde Quintiliano al siglo XVIII se consagra el aforismo “*In totum autem metaphora brevior est similitudo*”⁵. La metáfora entonces será algo subordinado, ornamental, un desvío respecto de la norma, de alguna manera es una de las forma de un símil, esta idea es expresada muy bien por Cicerón en su obra maestra *De Oratore* (III, 38), “*la metáfora es una forma abreviada de símil, condesada en una palabra*”⁶. Esta idea es la fuente de inspiración de numerosas teorías posteriores, incluso subyace, como veremos a tratamientos lingüísticos modernos. Cesar Du Marsais, retórico del siglo XIX en el *Traité des tropes* (1730), considerado por algunos como el mejor tratado de retórica del siglo, sostiene que las figuras retóricas revisten de ropajes más nobles esas ideas comunes.

El núcleo central de esta idea es que entre el esquema propio de los enunciados metafóricos (1) *A es B* y, el del símil (2) *A es como B* existe una equivalencia subyacente. Esta relación, lejos de ser simple lo que esta señalando es una reducción del contenido cognitivo de la metáfora (de conocimiento de la realidad, de conceptualización, de comprensión, etc.) al símil y también la ventaja de la explicitud literal del símil. Desde esta perspectiva, queda claro que en (2) se da literalmente una relación (en general de similaridad), entonces el enunciado metafórico (la metáfora en general) no poseerá, ni podrá reclamar para si, una función cognitiva autónoma, independiente del discurso literal, y por lo tanto no será un medio para acceder a la realidad mediante el uso del lenguaje.

La separación entre ciencia y arte, entre conocimiento y placer, entre lenguaje del conocimiento y lenguaje del arte iniciada en la era moderna es la causa de que las incursiones o manifestaciones de la metáfora en lo literal se considere una autentica trasgresión, no solo lingüísticas o conceptuales sino también morales. Uno de los filósofos más influyente en las investigaciones de filosofía del lenguaje a lo largo del siglo XVIII es Locke. Este autor se destacó por investigar las relaciones entre pensamiento y realidad en su obra más importante el “*Ensayo sobre el entendimiento humano*”. En el libro III de dicha obra “*De las palabras*” analiza el instrumento fundamental mediante el cual conformamos y comunicamos

⁵ Quintiliano, *institutio Oratória*, VIII, vi, 8, traducción directa del latín por Ignacio Rodríguez y Pedro Sandier. Biblioteca virtual Miguel de Cervantes [<http://www.cervantesvirtual.com/servlet/SirveObras/24616141101038942754491/index.htm>]

⁶ Cicerón, M. T. *De oratote*, traducción de José Javier Iso, Gredos: Madrid

nuestro pensamiento: el lenguaje natural. Para este filósofo inglés el lenguaje es un medio de representación, lo esencial del lenguaje es la capacidad de modelar nuestras ideas sobre la realidad, de forma tan directa y estrecha que no podremos acceder al pensamiento sin al mismo tiempo acceder al medio por el cual se expresa (el lenguaje). Para analizar uno es necesario analizar el otro. Para Locke la claridad, la precisión y la fidelidad son las cualidades del uso lingüístico, y son las cognitivamente pertinentes, pero además existen otras que pueden contribuir a entorpecer estas cualidades, entre ellas se destaca el uso retórico, que oscurece antes que aclarar, que oculta en vez de descubrir, es una especie de abuso verbal que ha de evitarse en el discurso propio del conocimiento:

"(...) si pretendemos hablar de las cosas como son, es preciso admitir que todo el arte retórico, exceptuando el orden y la claridad, todas las aplicaciones artificiosas y figuradas de las palabras que ha inventado la elocuencia, no sirven sino para insinuar ideas equivocadas, mover las pasiones y seducir así el juicio..."(Locke, Cáp. X, 34).

En los siglos XVII y XVIII, en pleno apogeo de la razón, la metáfora fue recluida en el ámbito de las figuras del discurso, considerándola como un recurso estilístico más. Sin embargo, en estos siglos se pueden encontrar autores que pusieron en tela de juicio este punto de vista. Así por ejemplo, Pascal, entre otros, llamó la atención sobre el error de minimizar un fenómeno tan extendido y tan ligado a la comunicación humana. Según Pascal, la metáfora posee un excedente expresivo que la hace particularmente idónea para acceder a ciertos rasgos de la realidad que el mismo lenguaje literal no puede manifestar.

Con el desarrollo de la concepción romántica. la metáfora deja de ser un fenómeno marginal dependiente del lenguaje literal y pasa a considerarse como la esencia misma del lenguaje, la forma en que éste nos permite acceder al mundo. Esta idea romántica la podemos rastrear en dos direcciones, por un lado tenemos una perspectiva historicista o evolutiva en la que la metáfora queda ligada al mito, pues es éste la forma elemental en que una cultura idea su realidad en términos lingüísticos, y no lingüísticos. Para Herder, en su ensayo sobre el origen del lenguaje, el mito es un elemento de la actividad humana que posibilita la comprensión de la realidad con la ayuda de la fantasía. De esta manera, el mito es una metáfora extendida, aplicada y global. La otra dirección, que se puede calificar de no historicista, considera que podemos analizar el carácter metafórico del lenguaje, analizando el lenguaje mismo, en su estado actual sin recurrir a sus orígenes, ni a su evolución. En la esencia misma del lenguaje y en sus categorías fundamentales se puede advertir el desplazamiento metafórico. Esta idea es precursora del posicionamiento

sobre la metáfora de algunos autores posteriores al romanticismo como es el caso de Heidegger, Gadamer o Derrida. Por ejemplo, para este último, *"no hay nada que no pase con la metáfora y por medio de la metáfora. Todo enunciado a propósito de cualquier cosa que pase, incluida la metáfora, se habrá producido no sin metáfora."* (Derrida, 1989, p. 37).

Como no es nuestro objetivo hacer un análisis profundo de las concepciones románticas acerca de los fenómenos metafóricos, ya que esto nos llevaría bastante lejos, creemos que será suficiente para nuestros objetivos mencionar una de las culminaciones de tales concepciones en la filosofía moderna, la obra de Nietzsche, en la medida en que determina un giro fundamental en la historia de las teorías acerca de los fenómenos metafóricos:

"¿Qué es entonces la verdad? Una hueste en movimiento de metáforas, metonimias, antropomorfismos, en resumidas cuentas, una suma de relaciones humanas que han sido realzadas, extrapoladas y adornadas poética y retóricamente y que, después de un prolongado uso, un pueblo considera firmes, canónicas y vinculantes; las verdades son ilusiones de las que se han olvidado que lo son; metáforas que se han vuelto gastadas y sin fuerza sensible, monedas que han perdido su troquelado y no son ahora ya consideradas como monedas, sino como metal".⁷

Para Nietzsche existe una imposibilidad de encontrar el límite fronterizo entre lo literal y lo metafórico, la relación que hay entre lo literal y lo retórico no es una relación tajantemente diferente, si por literal entendemos la utilización corriente de la lengua, entonces nuestro uso literal es tan figurado como el empleado por la retórica, los poetas o los literatos. Para él no existe esa cosa que podamos llamar "lenguaje natural no retórico" que se puede utilizar como referencia. Por lo tanto, cuestiona la idea moderna que separa el lenguaje científico del corriente o normal, uno expresa el conocimiento y el otro es expresado con figuras retóricas.

El resultado de la metáfora es el lenguaje, las palabras y los conceptos, el puente que supuestamente va desde lo literal a lo figurado, es un puente histórico que es generado por un proceso que convierte una orilla en la otra. Ese puente, incluyendo sus orillas, es el lenguaje mismo. Todo uso lingüístico es la mezcla de ambos ingredientes, si es que podemos tenerlos por separado. Para Nietzsche, el lenguaje es más figurado que literal; más aún, es esencialmente metafórico porque ninguna denominación abarca toda la realidad que nombra, de tal modo que cuando se vierte esa realidad al lenguaje siempre queda una parte por expresar, por captar.

⁷ F. Nietzsche. Sobre Verdad y Mentira en Sentido Extramoral. Madrid, Tecnos, 1990, pág. 25.

Los trabajos de M. Black (1966) determinaron un importante giro en la reflexión sobre la teoría del lenguaje y de la metáfora. Black se planteó el análisis conceptual de la metáfora a partir de ideas tradicionales de la teoría de la literatura y con una cierta complicidad con la teoría romántica del lenguaje, con ello inauguro en el siglo XX una nueva forma de hacer filosofía sobre el lenguaje y, más en concreto, sobre la metáfora. La obra de Black es, en este ámbito concreto, heredera de la del gran estudioso de la retórica y teoría literaria I.A. Richards y la de éste, a su vez, de la del poeta romántico Coleridge. Aun cuando inscrita dentro de la filosofía analítica del lenguaje, la obra de Black se puede considerar representativa de una reacción antipositivista.

Black entiende la metáfora como un instrumento cognitivo que sirve para establecer implicaciones entre los temas que pertenecen a dominios diferentes. Este autor considera que la metáfora crea nuevos y novedosos referentes entre los hablantes, nuevas perspectivas y consideraciones sobre la realidad ya existente o preestablecida, Este planteamiento de la metáfora supone la existencia de dos términos, uno principal (marco): colección de expresiones que no se emplean metafóricamente, pero a las cuales se aplican expresiones metafóricas y otro subsidiario (foco): es el término o términos que se emplean metafóricamente, estos no son entidades aisladas sino sistemas de tópicos, entre los cuales se establece una interacción. La metáfora tiene un carácter selectivo al focalizar un aspecto concreto desdeñando los demás. Ese algo nuevo que se crea cuando se comprende una metáfora es lo importante.

Black aborda el problema de una manera que de algún modo ya habían hecho algunos de sus antecesores. Black se cuestionó primero problemas metodológicos y epistemológicos de la identificación, detección y delimitación de lo metafórico para poder identificar la naturaleza y la función de las metáforas dentro del lenguaje normal, concretamente Black se planteó analizar una colección significativa de ejemplos de metáforas para analizar y considerar que propiedades podrían tener en común, y ver si se podrían discriminar criterios que sirvieran de forma general a la identificación del fenómeno. La identidad de la metáfora no era considerada un asunto propio del foco, sino de la relación entre éste y el marco, era de suponer que, aunque el foco fuera el mismo, o sea que el uso metafórico del término fuera similar, un cambio en el marco podría determinar que el sentido fuera una metáfora distinta. En cualquier caso, es un problema saber si una expresión es una metáfora, y un problema diferente si, ante dos expresiones metafóricas se trata de la misma o si son diferentes. Para Black, el problema era soluble si se asume una decisión

arbitraria, evaluando las similitudes existentes y juzgar si son o no la misma.

Para Nelson Goodman (1976) la metáfora hay que pensarla dentro de una teoría más general de la referencia, ya que éstas constituyen símbolos lingüísticos con aplicación a cualquier sistema, tanto a un poema de Boudelaire como a un cuadro de Picasso. Para Goodman (1976), las imágenes o cualquier otro símbolo pueden funcionar metafóricamente en un proceso de referencia, puesto que para él el lenguaje, en cuanto sistema simbólico, no se limita a reflejar el mundo, de hecho ningún sistema simbólico lo hace, puesto que cualquier representación es también una recreación de lo representado. Podemos decir que para Goodman, una metáfora consiste en la aplicación de un predicado con un uso establecido, a una extensión contra-indicada, sugerida por reglas y hábitos que determinan su aplicación original. Los predicados literales se aplican a los objetos en el mismo sentido que los metafóricos, los paisajes son tan “grises” como “tristes”, si es que son ambas cosas. Los atributos literales son tan poseídos por los elementos de sus extensiones como los metafóricos, el hecho referencial es básicamente el mismo, los términos pueden tener una extensión literal y otra metafórica. La diferencia con la metáfora reside en la novedad de clasificación, la aplicación metafórica es una aplicación trasgresora, viola las organizaciones preexistentes de la realidad. El nominalismo de Goodman no reconoce en esas clasificaciones ninguna legitimidad esencialista, es ante todo un hecho histórico contingente que poco tiene que ver con la naturaleza esencial de las sustancias o clases naturales. La metáfora no pone en cuestión la estructura del mundo, sino la de nuestra relación con él.

De manera telegráfica, estas ideas heredadas comentadas anteriormente son:

- La metáfora es la aplicación a una cosa de un nombre que es propio de otra.
- La elaboración y comprensión de metáforas conlleva la captación de similitudes ocultas.
- La función y el origen de la metáfora es proporcionar placer estético al entendimiento.
- La metáfora es una clase de abuso verbal que ha de suprimirse del discurso propio del conocimiento.
- No es posible trazar una frontera nítida entre lo literal y lo metafórico, porque el lenguaje está en permanente cambio de lo otro

a lo uno.

- La metáfora constituye un elemento medular del lenguaje. Su auténtica esencia.

Estas ideas heredadas se pueden agrupar en dos puntos de vista radicalmente diferentes:

- La metáfora es un accidente lingüístico marginal, con funciones comunicativas especializadas y ajenas al ámbito del conocimiento (un fenómeno a evitar). Las aplicaciones figuradas de las palabras tienden a oscurecer la relación entre lenguaje y realidad, lo figurado engaña el juicio.
- La metáfora encarna la auténtica naturaleza del lenguaje y del pensamiento (es el fenómeno central). El lenguaje es esencialmente metafórico, en la construcción y aplicación de términos participa una traslación, movimiento o desplazamiento.

2.2.2 Enfoques cognitivos actuales sobre la metáfora

De acuerdo con el segundo punto de vista, los enfoques cognitivos y, en particular, el propuesto por la teoría contemporánea de la metáfora (Lakoff, Johnson, Turner, Núñez, etc.) son los que, en nuestra opinión, tienen el protagonismo en las reflexiones actuales sobre la metáfora. En las teorías cognitivas, las metáforas dejan de ser un simple ornamento lingüístico y son consideradas como uno de los principales mecanismos psicológicos mediante los que aprehendemos y organizamos nuestras ideas del mundo fenoménico (realidad).

Se trata de un conjunto de teorías y explicaciones que, si bien mantienen entre sí discrepancias importantes en numerosos puntos, participan de una serie de principios comunes o, al menos, no contradictorios:

1. Los fenómenos lingüísticos metafóricos son el reflejo de los fenómenos mentales que subyacen a tales acontecimientos.
2. Dado el carácter mental de los fenómenos metafóricos, éstos están mucho más extendidos y son mucho más comunes de lo que la tradición lingüística filosófica ha admitido.
3. Puesto que la metáfora es un mecanismo estructurante de la realidad, no existe una separación clara entre lo literal y lo metafórico, en cuanto a los procesos cognitivos implicados, aunque tal separación se puede establecer en términos convencionales, sociales o históricos.

4. El estudio y explicación de los fenómenos metafóricos no se ha de focalizar en los casos más típicos (la poesía por ejemplo) o evidentes, sino que ha de centrarse en los casos más cotidianos y normales para vislumbrar su lugar de origen, no su utilización. Incluso en los casos en que la diferencia entre lo literal y lo metafórico sea nublosa y quizás ya convencionalizada.

A continuación primero haremos un breve comentario sobre los enfoques pragmatistas acerca de la metáfora y después expondremos brevemente las dos teorías contemporáneas sobre la metáfora que consideramos más relevantes. Nos referimos a la teoría de la relevancia de Sperber y Wilson (1994) y la teoría experiencialista de G. Lakoff y M. Johnson (1991). La característica más general que las hace divergir es que la teoría de la relevancia pretende constituir una teoría general sobre el procesamiento cognitivo de la información y comunicación y derivar, a partir de ella, una explicación sobre la metáfora, ubicándola en un segundo plano de importancia en los mecanismo de constitución y asimilación del conocimiento. Mientras que la teoría experiencialista de M. Johnson y G. Lakoff pretende más bien lo contrario, establecer un modelo general cognitivo de la forma en que adquirimos y procesamos el conocimiento a partir de la teoría de la metáfora, puesto que constituye un mecanismo central en la constitución del pensamiento abstracto.

Otra importante diferencia está relacionada con la dicotomía literal/metafórico. Para la teoría de la relevancia de Sperber y Wilson lo literal consiste en la identidad entre el pensamiento y la forma proposicional: un hablante habla literalmente cuando las proposiciones expresadas por sus preferencias coinciden con las ideas que pretende transmitir. Así, su tratamiento de la literalidad considera a ésta como un caso límite de las relaciones de representación que unen al lenguaje y el pensamiento. En cambio, para los teóricos experiencialistas, la literalidad se da en el ámbito de las experiencias físicas concretas y cualquier movimiento en la dirección de la abstracción o la generalización se realiza a través de procesos metafóricos.

2.2.3 Enfoques pragmatistas.

Las teorías semánticas sobre la metáfora pretenden proporcionar una explicación de cómo se interpretan las expresiones metafóricas. Las teorías semánticas de la metáfora pueden ser clasificadas en tres grandes clases, las sustitutivas, las de interacción y las de comparación.

Los seguidores del enfoque sustitutivo proclaman que una expresión metafórica se utiliza en lugar de otra expresión equivalente literal y, además es perfectamente reemplazable por dicha expresión literal. Para este punto de vista el problema es *por qué utilizar un elemento alejado y extraño a la norma si podemos utilizar el elemento literal*. Desde esta perspectiva la metáfora es una especie de enigma que el receptor debe resolver, y la única relevancia es el dote de adorno y atractivo al lenguaje literal, entre los autores más destacados tenemos a Reichling, Beardsley y Cohen.

Para la teoría comparativa la idea central es asumir la metáfora como una comparación de dos elementos, una forma de símil, no obstante también asume que una expresión metafórica tiene una equivalencia literal. Cuando decimos *“las mujeres son flores”*, lo que queremos decir es que *“las mujeres son como flores”*, lo que hacemos es tomar las dos entidades por separado y comparar las características que son semejantes en una y otra. Para este punto de vista el problema es tratar de reducir la metáfora a un símil, puesto que las relaciones metafóricas no son fácilmente aprehendidas por paráfrasis literales puesto que los valores de verdad para las comparaciones literales y las metáforas difieren, por ejemplo no cumplen la asimetría de significados existentes en los postulados literales (no se implica del anterior ejemplo que *“las flores sean mujeres”*). Uno de los representantes más importante de este punto de vista es Richards.

Max Black inicio el enfoque interaccionista comentado en el apartado anterior. Este punto de vista trata de resaltar la interacción de dos componentes: el sujeto primario o literal y el sujeto secundario o metafórico, que poseen ideas asociadas y creencias compartidas, la metáfora resulta de la interacción de estos dos dominios, en este enfoque la metáfora es una interacción entre tenor y vehículo donde se implican sistemas conceptuales que organizan nuestros pensamientos de otro modo, por lo que no se puede reducir a una simple comparación.

El principal problema que las expresiones metafóricas parecen plantear a la teoría de la semántica es la impredecibilidad. Dada un expresión lingüística, puede suceder que tal expresión sea interpretada literal en un contexto y metafóricamente en otro, *gris* es el nombre de un color, también podría utilizarse para reflejar el estado de animo de una persona, por tanto puede ser empleado de manera literal o metafórica dependiendo del contexto en que se utilice. La interpretación metafórica de la oración no está determinada por el contenido léxico de las expresiones componentes. *“el problema de explicar cómo funciona la metáfora, es un caso particular*

del problema general de explicar cómo divergen el significado del hablante y el significado oracional o léxico” (Searle, 1979. pág. 76)

La idea principal en la que difieren los enfoques semánticos y los pragmáticos, es que para estos últimos hay una diferencia entre lo que se puede considerar como el significado lingüístico, en cuanto determinado por el sistema de la lengua, y el significado comunicativo, en cuanto determinado por el contexto en que se hace utilización de ese sistema y por las reglas que permiten coordinar las acciones lingüísticas dentro de una sociedad. El primero queda determinado por las reglas de la gramática y la semántica y el segundo está limitado por los principios que regulan la interacción comunicativa. Una de las principales preocupaciones de la pragmática es examinar el significado del hablante, el significado que el hablante confiere a sus expresiones lingüísticas en circunstancias particulares de uso.

Para Searle, el significado metafórico es siempre significado preferencial del hablante, esto es, significado que adquiere sus palabras cuando se utilizan en circunstancias concretas, significado no convencional, por tanto la pragmática debe explicar la forma en la cual se efectúa esa adquisición. Searle señala que cuando se utiliza una expresión metafórica o figurada, existen una serie de principios según los cuales el hablante comunica algo diferente de lo expresado literalmente, esto lo lleva a postular que una teoría de la metáfora debe relacionar el significado literal y lo que expresa metafóricamente. La diferencia básica entre una expresión literal y una metafórica es que, para la primera, el oyente no necesita de un conocimiento extra de lenguaje o de unas suposiciones previas. No obstante para la comprensión de la segunda se requieren unas condiciones que le permitan comprender que cuando el hablante está formulando “*S es P*”, en realidad está comunicando “*S es R*”. El postulado de Searle supone un avance en la teoría de la metáfora, ya que en su interpretación intervienen estrategias y conocimientos previos y compartidos entre los interlocutores que no son solamente gramaticales.

Grice sitúa su estudio sobre la metáfora dentro de una teoría general del lenguaje que llama *implicatura conversacional*, el término está asociado al verbo *decir* en expresiones en las que se sugiere algo diferente de lo enunciado literalmente. La implicación conversacional está en relación con ciertos rasgos del discurso que Grice denomina *esfuerzos de cooperación*, fijados por cada participante en una conversación para que ésta sea comprensible y tenga sentido. Todos ellos incluyen lo que denomina *principio de cooperación* (Grice, 1989), que dice que hagas tu contribución a la conversación tal como se requiere en el estadio de la conversación que

corresponda, según la dirección o el fin que se persigue en el intercambio lingüístico en el que participas. Este principio lo desarrolla mediante las siguientes categorías o máximas:

- a) Cantidad. 1) Da la información necesaria. 2) No des más información de la necesaria.
- b) Cualidad. 1) Di la verdad. 2) No digas aquello para lo que no tengas evidencia suficiente.
- c) Relación. 1) Sé ¡relevante!
- d) Modo (alude a la forma en que se dice). 1) Evita la oscuridad de expresión. 2) Evita la ambigüedad. 3) Se breve (evita prolijidad innecesaria). 4) Se ordenado.

Grice define la metáfora como una violación de una de las máximas, *la de cualidad*. Aunque no tiene el carácter real de una mentira puesto que el hablante hace como si dijera algo aparentemente falso y el objetivo literal como aquel que se consigue mediante el reconocimiento de la intención del hablante.

2.2.4 Teoría de la relevancia

Entre los enfoques pragmatistas, destaca la teoría de la relevancia de Sperber y Wilson (1994). Estos dos investigadores argumentan que existen no una sino dos modalidades de comunicación diferentes: una modalidad de codificación descodificación y una modalidad inferencial. En la comunicación verbal, el proceso de comunicación codificada es un proceso no autónomo, sino que está subordinado a un proceso de rango superior, el proceso inferencial. El procedimiento es el siguiente: en el proceso de comunicación codificada se utilizan señales acústicas o gráficas para comunicar representaciones semánticas. Estas representaciones semánticas son una interpretación del pensamiento del hablante y, a su vez, un paso previo a la comprensión, pues la tarea del oyente será utilizar estas representaciones semánticas como fuente de hipótesis y evidencia para la inferencia. Para Sperber y Wilson (1994) comprender es un proceso inferencial: tomando como punto de partida el contexto, la forma proposicional del enunciado y la actitud proposicional pueden inferirse el mensaje que el emisor pretende hacer manifiesto.

Según Wilson y Sperber (2004) La teoría de la relevancia puede entenderse como el intento de profundizar en una de las tesis fundamentales de Grice: que una característica esencial de la mayor parte de la comunicación humana es la expresión y el reconocimiento de intenciones. Con el

desarrollo de tal tesis, Grice sentó las bases de un modelo inferencial de la comunicación, alternativo al modelo clásico del código. Según éste último, un emisor codifica mediante una señal el mensaje que intenta transmitir, mensaje que es, a su vez, descodificado a partir de esa señal por quien la recibe, gracias a sendas copias de un código idéntico que ambos comparten. Según el modelo inferencial, en cambio, el comunicador proporciona una evidencia de su intención de transmitir un cierto significado, que el interlocutor deberá inferir a partir de esa evidencia suministrada. Desde luego, un enunciado es sólo una parte de esa evidencia, un segmento que se ha codificado de forma lingüística, por lo que la comprensión del lenguaje oral implica siempre un factor de descodificación. Pero, en cualquier caso, el significado lingüístico al que se llegue mediante tal descodificación será sólo uno de los inputs que intervengan en un proceso de inferencia no-demostrativa que provocará una interpretación particular del significado del hablante.

El cometido de una pragmática de carácter inferencial es explicar cómo el oyente deduce el significado del hablante a partir de la evidencia proporcionada por éste. La teoría de la relevancia se basa también en otra de las tesis fundamentales de Grice: que las emisiones generan de manera automática una serie de expectativas que encaminan al oyente hacia el significado del hablante. Grice describió esas expectativas en función de un Principio de Cooperación y de una serie de máximas de Calidad (sinceridad), Cantidad (informatividad), Relación (relevancia) y Modo (claridad), cuyo cumplimiento por parte de los hablantes cabe esperar. La teoría de la relevancia comparte la intuición de Grice de que las emisiones despiertan expectativas de relevancia, pero cuestiona otros muchos aspectos de su teoría: la necesidad de postular un Principio de Cooperación y otras máximas; el excesivo acento puesto en las contribuciones de orden pragmático al contenido implícito (en tanto opuesto a explícito); el papel de la violación de una máxima a la hora de interpretar un enunciado y el tratamiento de los enunciados considerados “figurativos”. La tesis central de la teoría de la relevancia es que las expectativas de cumplimiento de la máxima de relevancia que suscita un enunciado deben resultar tan precisas y predecibles que guíen al oyente hasta el significado del hablante. Su objetivo es explicar en términos cognitivos razonables a qué equivalen esas expectativas de relevancia, y cómo éstas pueden contribuir a una visión empírica aceptable del proceso de comprensión. La teoría se ha ido conformando en sucesivas etapas. Primero se publicó una versión detallada con el título de Relevancia: Comunicación y Procesos Cognitivos (Sperber y Wilson, 1994), y después ha sido actualizada en diferentes artículos. A

continuación se esbozan las líneas principales de la versión actual de la teoría (Wilson y Sperber, 2004).

Relevancia y cognición

Sperber y Wilson se preguntan ¿Qué tipo de cosas son relevantes? y su respuesta es que cualquier estímulo externo o representación interna que sirva como input de un proceso cognitivo podrá considerarse relevante para un sujeto en una ocasión determinada. También se preguntan ¿Cuándo un input es relevante? Y su respuesta es que cualquier input (una percepción visual, un sonido, un enunciado, un recuerdo) es relevante para un sujeto cuando entra en contacto con una información previa de la que éste dispone, produciendo con ello una serie de resultados que le incumben, como, por ejemplo, responder a una pregunta que tenía en su cabeza, aumentar su conocimiento sobre cierto asunto, resolver una duda, confirmar una sospecha, etc. En la teoría de la relevancia, un input es relevante para una persona cuando su procesamiento en el contexto de una serie de supuestos anteriormente disponibles produce un efecto cognitivo positivo. Un efecto cognitivo positivo supone una diferencia significativa para la representación mental que un sujeto tiene del mundo: una conclusión verdadera, por ejemplo. Las conclusiones falsas no merecen la pena; son efectos cognitivos, pero no de carácter positivo. Al tipo más importante de efecto cognitivo se le denomina una implicatura contextual, una conclusión que se deduce del input y el contexto en conjunto, nunca de alguno de los dos por separado.

En la teoría de la relevancia se considera que, cuanto mayores sean los efectos cognitivos positivos a los que se llegue procesando un input concreto, mayor será la relevancia del mismo. También se considera que, si no intervienen otros factores, cuanto mayor sea el esfuerzo de procesamiento requerido, menos relevante resultará el input. De tal manera, la relevancia puede ser concebida en términos de efectos cognitivos y esfuerzo de procesamiento de la siguiente manera: (a) Si no intervienen otros factores, cuanto mayores sean los efectos cognitivos positivos conseguidos al procesar un input, mayor será la relevancia del input para el sujeto en una ocasión determinada. (b) Si no intervienen otros factores, cuanto mayor sea el esfuerzo de procesamiento realizado, menor será la relevancia del input para ese sujeto en esa ocasión concreta.

La teoría de la relevancia sostiene que los seres humanos tienen realmente una tendencia automática a maximizar la relevancia, no porque sea algo que podamos elegir –raramente lo hacemos–, sino a causa del modo en que

ha evolucionado nuestro sistema cognitivo. El sistema cognitivo humano, forzado por el proceso natural de selección, ha ido perfeccionándose continuamente para aumentar su eficacia, y lo ha hecho de modo que nuestros mecanismos perceptivos tienden de modo automático a escoger los estímulos que son potencialmente relevantes; nuestros mecanismos de recuperación de recuerdos tienden de modo automático a activar supuestos que son, asimismo, potencialmente relevantes; y nuestros mecanismos para realizar inferencias tienden espontáneamente a procesar esos supuestos de la manera que resulte más productiva. Esta tendencia universal viene recogida en el llamado Principio Cognitivo de Relevancia: El conocimiento humano tiende a la maximización de la relevancia.

Relevancia y comunicación

La comunicación inferencial, lo que la teoría de la relevancia llama comunicación ostensivo- inferencial, lleva consigo tanto una intención informativa (la intención de informar a un interlocutor de algo) como comunicativa (la intención de informar a un interlocutor de una intención informativa propia). En general, la comunicación ostensivo-inferencial supone el uso de un estímulo ostensivo, producido para atraer la atención del receptor. La teoría de la relevancia sostiene que el uso de un estímulo ostensivo puede generar unas expectativas de relevancia más precisas y predecibles de las que otros inputs podrían crear.

El hecho de que los estímulos ostensivos generen expectativas de relevancia es algo que se deriva del Principio Cognitivo de Relevancia. Un estímulo ostensivo está concebido para atraer la atención de un destinatario. Dada la tendencia universal a maximizar la relevancia mencionada con anterioridad, un interlocutor determinado sólo prestará su atención a un estímulo que le resulte lo suficientemente relevante. Al producir un estímulo ostensivo, el emisor anima, por tanto, al receptor a sospechar que el estímulo es tan relevante que su procesamiento merece la pena. Esta es la base del llamado Principio Comunicativo de Relevancia: Todo estímulo ostensivo conlleva una presunción de su relevancia óptima propia, esto es: (a) El estímulo ostensivo es tan relevante que merece el esfuerzo de procesamiento a cargo del receptor y (b) El estímulo ostensivo es el más relevante teniendo en cuenta las capacidades y preferencias del emisor.

De acuerdo con la cláusula (a), el receptor está legitimado a esperar que el estímulo ostensivo sea, al menos, lo suficientemente relevante como para que su procesamiento valga la pena. Teniendo en cuenta que un estímulo merece ser procesado sólo si es más relevante que cualquier otro input

alternativo presente en la misma ocasión, esta afirmación dista mucho de ser trivial. Así, de cara a satisfacer la presunción de relevancia transmitida por un estímulo ostensivo, el destinatario puede verse obligado a extraer una conclusión más fuerte, que de otro modo habría sido obvio deducir. Por ejemplo, si una persona acaba de darse cuenta de que el vaso de su invitado está vacío, estará justificado para concluir que su invitado puede querer más bebida; pero si el invitado lo agita deliberadamente delante de sus ojos, normalmente tendrá razones suficientes para pensar que seguro que quiere una bebida.

De acuerdo con la cláusula (b) el receptor de un estímulo ostensivo tiene todo el derecho a albergar expectativas incluso más fuertes. El emisor quiere ser entendido; será, por tanto, de su interés hacer su estímulo ostensivo tan fácil como sea posible para que su receptor lo entienda, y proporcionar evidencias no sólo para los efectos cognitivos que pretende lograr, sino también para otros efectos cognitivos posteriores que, si mantiene la atención de su interlocutor, le ayudarán a conseguir su objetivo.

Para la teoría de la relevancia la tarea global de inferir el significado del hablante puede descomponerse en toda una serie de subtareas pragmáticas. Quizá nos encontremos con ciertas ambivalencias o ambigüedades referenciales que debemos resolver, elipsis que sacar a la luz, y otros factores del contenido de los que dar cuenta. Puede haber implicaturas que identificar, indeterminaciones pertenecientes al ámbito de lo ilocucionario que resolver, metáforas e ironías que interpretar. Todo esto requiere un conjunto apropiado de supuestos contextuales que el oyente, por su parte, debe también aportar. El Principio Comunicativo de Relevancia y la presunción de relevancia óptima nos ofrecen un procedimiento práctico para llevar a cabo esas subtareas y llegar así a una hipótesis concreta sobre el significado del hablante. El oyente deberá tomar el significado oracional que ha sido codificado en forma lingüística; siguiendo la ley del mínimo esfuerzo, lo enriquecerá en el nivel explícito y lo complementará en el implícito hasta que la interpretación resultante se adapte a sus expectativas de relevancia. Para la teoría de la relevancia, el procedimiento de comprensión consiste en: (a) Seguir la ley del mínimo esfuerzo al calcular los posibles efectos cognitivos: comprobar las hipótesis interpretativas (eliminar ambigüedades, identificaciones de referencia, implicaturas, etc.) por orden de accesibilidad. (b) Detenerse cuando las expectativas de relevancia queden satisfechas (o defraudadas).

Teniendo en cuenta la cláusula (b) de la definición de relevancia óptima, resultará razonable que el oyente siga esa ley del menor esfuerzo, ya que se

espera que el hablante (dentro de los límites de sus habilidades y preferencias) realice, a su vez, su emisión de forma que sea fácilmente comprendida.

Puesto que la relevancia es inversamente proporcional al esfuerzo, el hecho de que una interpretación resulte más accesible le otorga un grado inicial de plausibilidad. Del mismo modo, es también razonable que el oyente se detenga en la primera interpretación que satisfaga sus expectativas de relevancia, ya que sólo debería haber una. Un hablante que quiera que su emisión resulte tan fácil de entender como sea posible, debería formularla (dentro de los límites de sus habilidades y preferencias) de tal modo que la primera interpretación que satisfaga las expectativas del oyente sea la misma que intentó transmitir. Una emisión en la que compitieran dos interpretaciones en apariencia igualmente satisfactorias causaría al oyente un esfuerzo suplementario innecesario al tener que escoger entre ambas, y la interpretación resultante (si la hubiera) no satisfaría la cláusula (b) de la definición de relevancia óptima.

De tal modo, cuando un oyente que siga la ley del mínimo esfuerzo llegue a una interpretación que satisfaga sus expectativas de relevancia, y en ausencia de evidencia alguna de lo contrario, la considerará como la hipótesis más plausible sobre el significado del hablante. Puesto que la comprensión es un proceso inferencial no-demostrativo, tal hipótesis puede perfectamente ser falsa; pero es todo lo que un oyente racional puede hacer.

Relevancia y comprensión

El objetivo del oyente es elaborar una hipótesis sobre el significado del hablante que satisfaga la presunción de relevancia transmitida por el enunciado. La teoría de la relevancia considera que esta tarea global de comprensión puede ser descompuesta en un cierto número de subtareas:

- a. Elaborar una hipótesis apropiada sobre el contenido explícito (explicaturas) mediante la descodificación, desambiguación, asignación de referente y otros procesos pragmáticos de enriquecimiento.
- b. Elaborar una hipótesis apropiada sobre los supuestos contextuales que se desean transmitir (premisas implicadas).
- c. Elaborar una hipótesis apropiada sobre las implicaciones contextuales que se pretenden transmitir (conclusiones implicadas).

Estas subtareas no deben entenderse de modo secuencial: el oyente no descodifica primero la forma lógica de la oración emitida, después elabora una explicatura y selecciona un contexto apropiado y finalmente deriva por

implicación una serie de conclusiones. Por el contrario, la comprensión es un proceso on-line, y las hipótesis sobre las explicaturas, premisas y conclusiones implicadas se elaboran en paralelo, sobre un fondo de expectativas susceptibles de ser revisadas o elaboradas al tiempo que el enunciado vaya desplegando su auténtico significado. En particular, el oyente puede aportar a los procesos de comprensión no sólo la presunción general de relevancia, sino también otras expectativas más específicas sobre el sentido en el que se pretende que el enunciado sea relevante (qué efectos cognitivos se pretenden conseguir), que pueden contribuir, mediante una inferencia retroactiva, a la identificación de explicaturas y premisas implicadas. Por tanto, cada una de las subtarefas reflejadas en (a-c) supone un proceso inferencial no-demostrativo situado dentro del proceso total de construcción de una hipótesis sobre el significado del hablante.

Metáfora y relevancia

Para la teoría de la relevancia, la única causa para no emplear el lenguaje literal es que, en muchas ocasiones, tal lenguaje literal no es relevante, o máximamente relevante. Mediante la utilización de actos de habla indirectos, afirmaciones aproximadas y metáforas el hablante puede aumentar los efectos contextuales de una forma que no menoscaba la relevancia de su uso lingüístico, sino que la incrementa. Para la teoría de la relevancia, el lenguaje impreciso, la metáfora y la hipérbole son, simplemente, rutas alternativas para alcanzar la relevancia óptima. Si un enunciado se entiende literal, impreciso o metafóricamente será algo que dependa del ajuste mutuo entre contenido, contexto y efectos cognitivos, en su esfuerzo para satisfacer la expectativa completa de relevancia del hablante.

Para la teoría de la relevancia, cuando hay dos posibles interpretaciones, la literal y la figurada no hay necesidad de comprobar primero la interpretación literal y después, si es el caso, cambiarla por una interpretación figurativa. Es decir, no hay obligación alguna de que el significado literal sea el primero en ser contemplado.

En la teoría de la relevancia, el contenido explícito de los usos imprecisos, y en particular de las metáforas, es hasta cierto punto indeterminado. Si se compara el contenido explícito de “cuadrado”, “cuadrado*” y “cuadrado**”, transmitidos respectivamente por el sintagma literal figura geométrica cuadrada, el uso impreciso cara cuadrada, y el metafórico cabeza cuadrada observamos que el contenido explícito está más indeterminado en el caso de la metáfora. Además, para la teoría de la

relevancia, esta indeterminación relativa de las explicaturas está vinculada a la fuerza relativa de las implicaturas. En esta teoría, una proposición puede verse más o menos implicada. Estará fuertemente implicada (o será una implicatura fuerte) si su recuperación es esencial de cara a conseguir una interpretación que satisfaga las expectativas de relevancia del receptor. Estará débilmente implicada si su recuperación ayuda a la elaboración de tal interpretación, pero no es esencial en sí misma, ya que el enunciado sugiere un conjunto de implicaturas similares posibles, cualquiera de las cuales sería aceptable. Según la teoría de la relevancia, los usos imprecisos en general, y las metáforas en particular, provocan normalmente una cierta cantidad de implicaturas débiles (aunque algunas de las implicaturas serán más fuertes y otras más débiles). La distinción entre implicaturas fuertes y débiles arroja una considerable luz sobre la variedad de modos en los que un enunciado adquiere relevancia. Algunos enunciados (las instrucciones de uso, por ejemplo) alcanzan relevancia transmitiendo ciertas implicaturas de carácter fuerte. Otros la alcanzan, como la metáfora, sugiriendo débilmente un amplio conjunto de implicaciones posibles, cada una de las cuales resulta ser una implicatura débil (aunque hay algunas más fuertes y otras más débiles).

En el caso de las metáforas muy convencionalizadas, como “esta habitación es una pocilga” las implicaciones son más fuertes, puesto que, de acuerdo con nuestro conocimiento enciclopédico estereotipado, las pocilgas son lugares insalubres o sucios. La implicación de que la habitación está particularmente sucia es, por tanto, inmediata, junto con otras implicaciones más débiles asociadas a ‘pocilga’ por nuestro conocimiento. Quien utiliza la metáfora de la pocilga quiere decir, y dice, algo más que “la habitación está sucia” ya que, si no, habría empleado la correspondiente expresión literal. Quizás quiera expresar no solamente el hecho en cuestión, sino su actitud hacia él, o el grado en el que éste se da, en una escala más o menos objetiva, etc.

La teoría de la relevancia, además, tienen una explicación cognitiva para el efecto poético de las metáforas. Esa explicación se basa en el carácter gradual de las implicaciones desencadenadas por las metáforas. En el caso de expresiones como “esta habitación es una pocilga”, altamente convencionalizadas, las implicaciones son bastante fuertes y, por tanto, prácticamente equivalentes a expresiones literales, y por tanto su valor poético es mínimo. El esfuerzo de interpretación del auditorio, y su libertad, se ve por tanto considerablemente reducido. En cambio, cuando aumenta la capacidad de intervención del auditorio y su responsabilidad en

su interpretación, paralelamente, se incrementa el valor poético de la metáfora. Considérese el ejemplo: “Roberto es una apisonadora”.

En este caso, la naturaleza del conocimiento estereotipado asociado a ‘apisonadora’ no es tan estable como el asociado a “pocilga”; las implicaciones contextuales de esta última metáfora son, por tanto, más débiles: pueden tener que ver con la capacidad de Roberto para remover obstáculos, para abrirse paso ante las dificultades, para ignorar la naturaleza de los problemas con los que se enfrenta, etc. El auditorio tiene pues que seleccionar entre todas esas posibles implicaciones contextuales aquéllas que hacen la conducta del hablante óptimamente relevante. Las metáforas propiamente poéticas constituyen, según la teoría de la relevancia, un caso extremo, pero un caso más, de esta utilización cotidiana de metáforas. En ellas, la responsabilidad y libertad del auditorio en la interpretación de la metáfora es prácticamente total, pues el productor de la metáfora se limita a ‘desencadenar esa búsqueda de implicaciones contextuales, débiles, que van más allá del conocimiento estereotipado de los conceptos utilizados, e incluso más allá de las intenciones comunicativas del autor. Lo característico de la metáfora poética, desde el punto de vista del intérprete es su ‘apertura’ que, según la teoría de la relevancia, tiene su origen en la posibilidad que tiene el auditorio o lector para escoger, entre las múltiples implicaciones débiles, aquéllas que cuadren con el principio de relevancia dado su entorno cognitivo. En resumen, la teoría de la relevancia mantiene que no existe discontinuidad alguna entre ciertos fenómenos de no literalidad, como el habla relajada, inexacta o difusa, y el habla figurada, incluyendo “los ejemplos más característicos de la metáfora poética”. Para la teoría de la relevancia, las razones de la existencia de las metáforas no residen en que presentan ideas autónomas y no reductibles a las que se pueden expresar literalmente, sino en que las metáforas lo hacen en forma acorde con el principio de relevancia, esto es, de una forma cognitivamente eficiente.

2.2.5 La teoría experiencialista de la metáfora de Lakoff y Johnson.

Entre los enfoques cognitivos, el propuesto por la teoría experiencialista o corpórea de la metáfora (Lakoff, Johnson, Turner, Núñez, etc.) es el que, en nuestra opinión, tiene el protagonismo en las reflexiones actuales sobre la metáfora. Por tanto, el primer marco teórico utilizado en esta investigación es la teoría sobre “qué son las matemáticas”, propuesta por Lakoff y Núñez (2000). El núcleo central de esta teoría está basado en la importancia que tiene el cuerpo sobre la mente, y en los relativamente recientes hallazgos en lingüística cognitiva. Según esta teoría el origen de las matemáticas está, en

última instancia, ligado a la forma corporizada y enactiva de relacionarnos con el mundo, y entendemos las entidades abstractas por el papel mediador de las metáforas que impregnan nuestro modo también metafórico de expresar y estructurar los conceptos. Su tesis principal afirma que el origen de las estructuras matemáticas que construyen las personas, y también las que se construyen en instituciones, hay que buscarlo en los procesos cognoscitivos cotidianos, sobre todo en el pensamiento metafórico. Según estos autores, dichos procesos permiten explicar cómo la construcción de los objetos matemáticos, tanto los personales como los institucionales, está sostenida por la manera de relacionarse nuestro cuerpo con los objetos de la vida cotidiana. A continuación sigue un resumen de las principales ideas de esta teoría.

Mente encarnada versus mente computatoria.

En la filosofía contemporánea de la mente se han establecido dos grandes modelos del funcionamiento cognitivo. Estos dos grandes modelos son conocidos como teoría de la mente computatoria y teoría de la mente corpórea o encarnada (embodied).

La teoría computatoria trata de identificar diferentes sistemas o componentes de la mente, distinguiendo esta tarea, al menos desde el punto de vista metodológico, de la investigación neurológica del cerebro. En cambio, la teoría de la mente corpórea enfoca la investigación de una forma global, desde lo neurológico a lo lingüístico. La diferencia metodológico-conceptual más patente entre ambos tipos de concepciones es que la teoría computatoria de la mente se fundamenta en el funcionalismo, la mente es independiente de la del (los) sistema(s) físico(s) en que se puede encontrar realizada, puesto que tales caracteres físicos no se encuentran causalmente relacionados con su organización y funcionamiento. En cambio, para la teoría de la mente corpórea no se puede entender la naturaleza y constitución de la mente sin acudir al funcionamiento y evolución cerebral. Dicho de otro modo, la mente es una propiedad emergente de la auto-organización del cerebro que no es independiente de su naturaleza material. La mente sólo es concebible como un nivel de descripción de las actividades del cerebro, no de otro sistema, físico o abstracto.

Una de las ideas centrales de la teoría de la mente corpórea, es que las categorías mismas bajo las que se concibe el conocimiento no son sino proyecciones de categorías biológicas significativas, prolongaciones de las formas básicas en que nuestro organismo discrimina el entorno. Así sucede con la dicotomía significado objetivo/subjetivo, que surge de las

aplicaciones metafóricas de la distinción entre el interior y el exterior de nuestro propio cuerpo: lo universal de tal distinción categórica no procede causalmente de la existencia de una realidad autónoma, sino de la común configuración biológica que hace que comprendamos la realidad en tales términos. Lo mismo sucede con la separación conceptual entre mente y cuerpo, estructurada ante todo por la metáfora cartesiana del “fantasma en la máquina”, como si la mente y el cuerpo fueran dos realidades aparte, una de las cuales está dentro de la otra, metáfora que, en una perspectiva moderna, equivale a la de concebir la mente como el programa de manipulación de símbolos o representaciones de nuestro cuerpo (cerebro).

Pensamiento metafórico

Los trabajos de Max Black (1966) tal como se ha dicho anteriormente suponen un cambio importante en las investigaciones sobre la metáfora: en lugar de atender a las metáforas como productos de la actividad artística (o "desviaciones" del sentido literal) han pasado a ser estudiadas como procesos de construcción de significados. Este cambio -que corresponde en lingüística a un giro de la atención desde la semántica a la pragmática- se debe en buena parte a la moderna revolución cognitiva que traspasa los límites tradicionales de las disciplinas en su búsqueda de una cabal comprensión de la inteligencia humana.

En este contexto debe entenderse el libro “*Metaphors We Live By*” de 1980, del lingüista George Lakoff y el filósofo Mark Johnson, del que presentaron ese mismo año un amplio resumen en *The Journal of Philosophy*. En castellano fue publicado como “*Metáforas de la vida cotidiana*” (Lakoff y Johnson, 1991). El título en inglés del libro, *Metaphors We Live By*, resulta incluso más expresivo que el castellano. Viene a ser algo así como “*Metáforas en las que vivimos*” o “*mediante las que vivimos*”. Estos autores argumentan que nuestro lenguaje común es mucho más metafórico de lo que a menudo advertimos. Muchas metáforas de nuestro lenguaje consideradas “convencionales” son generadas por estructuras básicas de nuestra experiencia y de nuestra manera de pensar. Buena parte de la coherencia y el orden de nuestra actividad conceptualizadora se basa en el modo en que nuestros sistemas de metáforas estructuran nuestra experiencia. Los ejemplos del libro hacen consciente al lector de que hasta ahora no había prestado suficiente atención a las metáforas que impregnan por completo su vida cotidiana. Frente a la tradición literaria que privilegiaba las metáforas poéticas, aquellas más sorprendentes o inesperadas, lo que sobre todo interesa a Lakoff y Johnson, son expresiones tan comunes como “perder el tiempo”,

"ir por caminos diferentes", "bibliografía oceánica" o "corriente filosófica". Expresiones como éstas son reflejo de conceptos metafóricos sistemáticos que estructuran nuestras acciones y nuestros pensamientos. Están "vivos" en un sentido más fundamental: son metáforas en las que vivimos. El hecho de que estén fijadas convencionalmente al léxico de nuestra lengua no las hace menos vivas.

En "Metáforas de la vida cotidiana" Lakoff y Johnson sostienen que la metáfora no es sólo de carácter meramente lingüístico sino también conceptual. Según la estructura del dominio fuente, consideran tres tipos distintos de estructuras conceptuales metafóricas (metáforas conceptuales):

1. Metáforas orientacionales: organizan un sistema global de conceptos con relación a otro sistema. La mayoría de ellas tienen que ver con la orientación espacial y nacen de nuestra constitución física. Las principales son arriba/abajo, dentro/fuera, delante/detrás, profundo/superficial y central/periférico.

Por ejemplo, lo bueno es arriba, lo malo es abajo: estatus alto, estatus bajo; las cosas van hacia arriba, vamos cuesta abajo; alta calidad, baja calidad; Su Alteza Real, bajeza de nacimiento. La virtud es arriba, el vicio es abajo: alguien tiene pensamientos elevados o rastreros, si se deja arrastrar por las más bajas pasiones, cae muy bajo o en el abismo del vicio; los bajos fondos; alteza de miras, bajeza moral. Feliz es arriba, triste es abajo: me levantó el ánimo; tuve un bajón, estoy hundido, sentirse bajo; caer en una depresión, etc.

2. Metáforas ontológicas: por las que se categoriza un fenómeno de forma peculiar mediante su consideración como una entidad, una sustancia, un recipiente, una persona, etc.

Por ejemplo, la mente humana es un recipiente: no me cabe en la cabeza; no me entra la lección; tener algo en mente; o tener la mente vacía; métete esto en la cabeza; tener una melodía en la cabeza; estoy saturado; ser un cabeza hueca; etc., por no recordar las expresiones coloquiales 'tarro', 'perola', 'olla' y las diversas formas en que suelen ser usadas: se le ha ido la olla, etc.

3. Metáforas estructurales: en las que una actividad o una experiencia se estructura en términos de otra. Así, comprender es ver, una discusión es una guerra, etc.

Se usa el término "metáfora conceptual" para referirse a estos tres tipos de metáforas iniciales y también para los tipos de metáforas que surgen a partir del refinamiento de esta primera clasificación.

Si la mayor parte de nuestro sistema conceptual normal está estructurado metafóricamente, esto es, si la mayor parte de los conceptos se entienden al menos parcialmente en términos de otros conceptos, la cuestión que surge de inmediato es la de cuáles son las bases de ese sistema conceptual. Para Lakoff y Johnson, los principales candidatos a conceptos entendidos directamente -esto es, a conceptos no metafóricos- son las orientaciones espaciales simples como *arriba* o *abajo*, *dentro-fuera*, etc. Esos conceptos emergen de nuestra experiencia espacial efectiva. De hecho, tenemos cuerpos, nos mantenemos erguidos, estamos en un campo gravitatorio constantemente, y esta naturaleza nos hace determinar un sistema egocéntrico con respecto del entorno en que se enmarca nuestro cuerpo, casi todos nuestros movimientos que hacemos implican un programa motor, que, o bien cambia nuestra orientación arriba-abajo, o bien la mantiene, la presupone o la toma en consideración de alguna forma. La interacción con nuestro medio físico conforma todo nuestro vivir y eso confiere a esa orientación una prioridad para nosotros sobre otras posibles estructuraciones espaciales. Sin embargo, de nuestro funcionamiento emocional -algo igualmente básico- no emerge una estructura conceptual de las emociones claramente definida. Como hay un cierto correlato sistemático entre nuestras emociones (abatimiento, agobio) y nuestras experiencias sensoriales y motoras (estar encogido o giboso), las unas constituyen las bases metafóricas de las otras. Las metáforas espaciales nos permiten conceptualizar nuestras emociones en términos mejor definidos que las emociones mismas.

Los conceptos de objeto, sustancia, recipiente también surgen directamente de nuestra experiencia: nos experimentamos a nosotros mismos como entidades separadas del resto, como recipientes con una parte exterior y otra interior; nos experimentamos como hechos de cierta sustancia -carne, huesos- y experimentamos las demás cosas como hechas de diferentes sustancias: madera, plástico, metal, etc. En términos de esos conceptos básicos objeto, sustancia, recipiente forjamos las metáforas ontológicas, pues se basan en esos correlatos sistemáticos de nuestra experiencia.

Tanto las metáforas orientacionales como las ontológicas no son muy ricas en sí mismas, pero tenemos la capacidad de forjar metáforas estructurales (un discurso es un tejido) que nos permiten estructurar un concepto como el de discurso en términos de otro mejor delineado o más conocido como podría ser el de tejido. Por supuesto, los conceptos no emergen directamente sólo de la experiencia sino que están estructurados a partir de las metáforas culturales dominantes, y por supuesto una metáfora estructural como la de un discurso es un tejido se construye dentro del

sistema cultural en que se vive, no se trata de una desviación, sino que es lo que hacemos ordinariamente para conocer nuevos fenómenos. Nos hallamos pues ante una teoría constructivista del lenguaje y del pensamiento, pero se trata de una construcción a partir de la experiencia más común y cotidiana.

Lo que dicen Lakoff y Johnson es que las metáforas no son un fenómeno meramente lingüístico como se consideraba en las teorías clásicas, sino que concierne a la categorización conceptual de nuestra experiencia vital, concierne al conocimiento, pues la función primaria de las metáforas es cognitiva y ocupan un lugar central en nuestro sistema ordinario de pensamiento y lenguaje. En este sentido, la asignación de una importancia central a las metáforas y la detección de su ubicuidad en nuestro lenguaje lleva aparejada consigo la denuncia -de ahí el carácter revolucionario de esta teoría- de la insuficiencia de la aproximación al lenguaje exclusivamente lógica o semántica típica de los filósofos analíticos o la aproximación sintáctica típica de los lingüistas chomskyanos y generativistas en general.

La teoría cognitiva de la metáfora constituye un elemento esencial de la teoría de la mente corpórea porque explica cómo el individuo es capaz de construir sistemas conceptuales abstractos a partir de esquemas de imágenes y conceptos directamente ligados a la experiencia. Se puede decir que la teoría cognitiva de la metáfora sigue el sesgo general de la concepción piagetiana, a saber, anclar las propiedades formales de los conceptos en realidades experienciales concretas, pero haciendo uso del arsenal teórico de la lingüística y la psicología modernas. Así, para Lakoff, aunque los mecanismos metafóricos no son propiamente lingüísticos, sino conceptuales, son accesibles mediante el análisis lingüístico. Este análisis revela que las metáforas lingüísticas no son sino la punta del iceberg de procesos cognitivos más básicos en la constitución y funcionamiento de los conceptos abstractos. De hecho, el análisis lingüístico permite descubrir la fisonomía de nuestros sistemas conceptuales a través de las generalizaciones pertinentes en el nivel del lenguaje. Las expresiones lingüísticas de carácter metafórico no son fenómenos puntuales o aislados, sino que se encuentran inmersas en redes de relaciones fundamentalmente inferenciales, que permiten conjeturar una rica estructura conceptual subyacente.

La distinción entre expresiones metafóricas y metáforas conceptuales sirve para establecer generalizaciones que de otro modo quedarían ocultas. Las metáforas conceptuales permiten agrupar expresiones metafóricas. Una

expresión metafórica, en cambio, es un caso individual de una metáfora conceptual.

El mecanismo cognitivo básico de la metáfora conceptual es la proyección (en un sentido similar al matemático): las metáforas operan proyectando sobre un dominio, el dominio diana (target domain), (parte de) la estructura de otro dominio, el dominio fuente (source domain). La proyección metafórica, la estructuración de un dominio conceptual en términos de otro, está sujeta al principio formal de invariancia (Lakoff, 1990), que asegura la congruencia entre ambos dominios conceptuales, de tal modo que la topología cognitiva del dominio fuente se preserva en el dominio diana o blanco. Constituye pues una condición restrictiva sobre las proyecciones metafóricas no tanto en el sentido de condicionar qué dominios conceptuales pueden ser transferidos a otros como en el de limitar el modo en que pueden ser proyectados. El aspecto más importante de la proyección metafórica no es estático –la capacidad para dotar de estructura, sino dinámico, el potencial inferencial de tal proyección. Se puede decir que ésta es la motivación funcional de la metáfora, permite efectuar inferencias sobre dominios abstractos y, así, dotar a esos dominios de estructura.

Posteriormente la clasificación de las metáforas conceptuales en orientacionales, ontológicas y estructurales fue refinada por Lakoff y Turner (1989) incluyendo tipos de metáforas conceptuales que no se habían considerado anteriormente. Desde esta nueva perspectiva, las metáforas orientacionales forman parte de las metáforas denominadas “metáforas de esquemas de imágenes” y las ontológicas se incluyen dentro de la “Gran Cadena del Ser”. Además consideran un cuarto tipo de metáfora que denominan “metáfora de imagen”, en ésta el dominio fuente es una imagen mental y su estructura se proyecta a otra imagen mental.

La posición experiencialista de la teoría de la mente corpórea

Las metáforas conceptuales no son arbitrarias ni, en buena medida, culturalmente específicas. Se encuentran enraizadas en la experiencia de individuos con recursos cognitivos esencialmente similares. El hecho de vivir todos unas experiencias corporales similares constituye la base sobre la que se construyen las proyecciones metafóricas. Aunque las experiencias como tales no son deterministas -no permiten predecir la naturaleza de las metáforas que se utilizarán en una cultura-, son explicativas en la medida en que acotan un determinado ámbito de metaforicidad: permiten predecir, negativamente, que ninguna metáfora violará la estructura experiencial básica. La posición epistemológica general de la teoría de la mente

corpórea es no-objetivista: la naturaleza de los mapas conceptuales no depende de, o está determinada por, las características de una realidad autónoma de los procesos cognitivos mediante los cuales se aprehende. Es fruto de una determinación conjunta de cuerpo y realidad, a través de la noción de experiencia. Por eso, Lakoff califica su orientación general de experiencialista.

Tal como la caracterizan Lakoff y Johnson (1999), la posición experiencialista se sitúa en un punto intermedio entre el empirismo tradicional y el innatismo o racionalismo. Admite que las estructuras cognitivas innatas desempeñan un papel importante en la constitución de los sistemas cognitivos, desempeñando la función de constricciones o límites a la variabilidad de tales sistemas, pero reconoce, al mismo tiempo, la función de la experiencia en la conformación y desarrollo de esas estructuras cognitivas. Esta similitud de estructuración conceptual es la que posibilita la proyección metafórica. Esta perspectiva comparte con el racionalismo (y con el idealismo) la idea de la inmanencia de nuestros sistemas conceptuales, en el sentido negativo de argumentar la imposibilidad de un punto de vista exterior o neutral, al cual fueran traducibles o reducibles el resto de los sistemas conceptuales empíricos. Dicho de otro modo, dado que el enraizamiento de nuestro pensamiento en la naturaleza de nuestro cuerpo y su relación con el entorno, es impensable un sistema puramente formal de representación del mundo y de nuestra experiencia en él. Ahora bien, esa fundamentación carnal del pensamiento significa al mismo tiempo la existencia de límites a las formas que pueden adoptar nuestros sistemas conceptuales, de tal modo que la variabilidad epistémica no desemboca en un relativismo radical: la verdad es local, en el sentido de que no existe (ni puede existir) un sistema conceptual que abarque o englobe todos los demás en una posición epistémicamente superior, pero no es relativa, en el sentido de que no es arbitraria (acausal). En la medida en que la posición experiencialista pretende estar empíricamente justificada, esto es, ser realista desde un punto de vista psicológico, sus propiedades más interesantes tienen que ver 1) con la naturaleza de los conceptos y la forma en que se encuentran incardinados; 2) con las consecuencias que ello tiene para el concepto de razón. En cuanto a lo primero, es preciso insistir en la función esencial que desempeña la metáfora en esta posición: posibilita la misma existencia del pensamiento abstracto, puesto que los conceptos y los procesos que lo componen son constituidos por proyecciones metafóricas que tienen su origen en la experiencia del propio cuerpo y su relación con el entorno. Es necesario destacar, pues, que la posición experiencialista no sostiene que el conjunto de nuestro pensamiento (o nuestro lenguaje) es metafórico y, por

ello, es preciso distinguirla, por una parte, del idealismo clásico y, por otra, del constructivismo epistemológico. El pensamiento metafórico, abstracto, esta enraizado en la experiencia concreta, física, y construido a partir de ella. Es esencialmente pluralista, en el sentido de que una misma realidad puede estar múltiplemente metaforizada, iluminando las diferentes metáforas diferentes aspectos de la realidad en cuestión, lo cual se traduce en posibles obstáculos para la comunicación. La variabilidad en los procesos comunicativos se mueve entre el polo de la identidad (relativa) de las experiencias y de las diferencias (relativas) entre las conceptualizaciones de esas experiencias.

2.2.6 Los esquemas de imágenes de Johnson

Con relación a los símbolos mentales, los psicólogos cognitivistas mantienen una larga polémica que ha generado una abundante literatura a favor y en contra. En Johnson-Laird (1987), Pylyshyn (1983) y Anderson (1983) se puede encontrar una exposición de esta controversia. Hay psicólogos que creen que en la memoria a largo plazo existen imágenes espaciales, mientras que otros se sitúan en el extremo contrario y niegan que tales imágenes mentales se guarden en la memoria en un formato figurativo diferente del formato proposicional, porque consideran que la imagen no está archivada como tal en la memoria, sino que se produce cuando se recupera y se codifica en formato gráfico, el formato proposicional guardado en la memoria. Esta polémica tiene su raíz en el hecho que la imagen mental es una representación mental del objeto, mientras que las proposiciones son representaciones mentales que nos permiten decir cosas del objeto. El hecho que la imagen mental nos dé un conocimiento “de...” y que las proposiciones nos den un conocimiento “que...” ponen de manifiesto que estamos considerando dos tipos de representaciones distintas, y parece lógico suponer que se almacenan en la memoria en dos formatos diferentes (lingüístico y figurativo). Los psicólogos cognitivos han estudiado de manera más completa la representación proposicional que las imágenes mentales.

Si bien a la mayoría de las personas les parece bastante evidente que para contestar ciertas preguntas, especialmente aquellas que implican espacio y tiempo, se ha de usar algún tipo de imagen que tenemos archivada en la memoria, hay pocos estudios sobre el formato en el que se guardan las representaciones visuales en la memoria a largo plazo. Hay psicólogos que creen en la existencia en la memoria a largo plazo de imágenes espaciales que contienen información rica y densa, dispuesta de manera bi- o tridimensional y que puede ser inspeccionada por un mecanismo perceptivo

interno que extrae información para ofrecerla al “ojo mental”. En cambio, otros se sitúan en el extremo contrario y niegan que tales imágenes mentales estén guardadas en la memoria en un formato figurativo diferente del formato proposicional, porque consideran que la imagen no está archivada en la memoria a largo plazo como tal, sino que se produce al recuperar, y codificar en formato gráfico, el formato proposicional guardado en la memoria. La polémica no es si existe la capacidad para formar y utilizar imágenes mentales, sino si hay un formato específico de tipo figurativo, diferente del formato proposicional, que sirve para guardar en la memoria a largo plazo las imágenes mentales; así como tampoco se discute la existencia de imágenes mentales en la memoria sensorial inmediata. Dicho en otros términos: la polémica es si existe la “imagen mental cosa” archivada en la memoria a largo plazo como una fotografía o un dibujo y no si existe la función que permite formar imágenes mentales. Otra manera de formular la polémica sería la siguiente: ¿Conviene ampliar el contenido de los esquemas archivados en la memoria a largo plazo con un conjunto de imágenes mentales engarzadas al esquema? O bien ¿Basta considerar que los esquemas de formato proposicional permiten crear imágenes mentales, y también recordar experiencias en formato espacial y no sólo descripciones verbales de estas experiencias?

En Font (2001a) se explica que si bien la mayoría de las personas cree que tiene imágenes mentales, es difícil decir con exactitud qué son. Consideremos el caso de la imagen mental de triángulo. Podemos distinguir un primer nivel que es el dibujo de un triángulo en un libro que estamos mirando. Un segundo nivel es el recuerdo del dibujo del triángulo que hemos visto anteriormente en una página de un libro. En este caso creo que puedo ver el triángulo y estoy seguro, por ejemplo, que es rectángulo. Un tercer nivel sería considerar la imagen de un triángulo que no sea el recuerdo directo de una experiencia anterior, es decir que intentemos imaginar un triángulo en una hoja en blanco. En este caso la imagen ha de ser la de un triángulo concreto, por ejemplo con base horizontal. Un cuarto nivel sería la posibilidad de tener la imagen mental de un triángulo general, una especie de imagen-plantilla que sirviese para cualquier triángulo, es decir, una especie de clase de equivalencia de todas las figuras del nivel anterior. Es evidente que el primer nivel, la percepción directa de un triángulo no es lo que normalmente se entiende por imagen mental, mientras que el cuarto nivel resulta difícil de diferenciar del concepto de triángulo y de la capacidad para determinar qué figura es o no es un triángulo. Por lo tanto, los ejemplos paradigmáticos de imágenes mentales de triángulo son el nivel dos y tres, mientras que el primer y el cuarto estarían en la frontera de lo que se puede considerar una imagen mental. El

primero porque, al ser un percepto, se puede considerar como la “cosa en mí” que, al ser inmanente, se podría llamar imagen, y el cuarto porque resulta difícil de diferenciar del concepto de triángulo. Por lo tanto, si nos limitamos a los ejemplos paradigmáticos (niveles 2 y 3), no podemos hablar con propiedad de la imagen mental de triángulo sino de un conjunto de imágenes mentales de triángulos: rectángulos, escalenos, de base horizontal, equiláteros, etc. relacionadas entre sí.

La propuesta de Johnson, cuyo origen hay que buscarlo en la teoría de la imaginación de Kant, consiste precisamente en postular unos esquemas, llamados esquemas de las imágenes, que se hallan a mitad de camino entre las imágenes y los esquemas proposicionales:

“(…) Por un lado, no se trata de proposiciones objetivistas que especifican las relaciones abstractas entre símbolos y la realidad objetiva. Podrían ser condiciones de satisfacción de esquemas de una clase específica (para los que necesitaríamos una nueva explicación), pero no en el sentido exigido por los tratamientos tradicionales de las proposiciones. Por el otro, carecen de la especificidad de las imágenes ricas o de las descripciones mentales. Operan a un nivel de generalidad y abstracción superior al de las imágenes ricas concretas. Un esquema se compone de una reducida cantidad de partes y relaciones, en virtud de las cuales puede estructurar indefinidamente muchas percepciones, imágenes y acontecimientos. En síntesis, los esquemas de las imágenes operan a un nivel de organización mental situado entre las estructuras proposicionales abstractas y las imágenes concretas particulares.” (Johnson, 1991, p. 85)

Según Johnson (1991) para llegar al pensamiento abstracto es necesario utilizar esquemas más básicos que derivan de la propia experiencia inmediata de nuestros cuerpos. Utilizamos estos esquemas básicos, denominados *esquemas de las imágenes* para dar sentido a nuestras experiencias en dominios abstractos mediante proyecciones metafóricas.

Los esquemas se forman a partir de múltiples experiencias corporales que el individuo experimenta de forma recurrente. Algunas de estas experiencias comparten rasgos comunes que se abstraen para dar lugar a los *esquemas de las imágenes*. Tanto las experiencias como los rasgos comunes de dichas experiencias deben necesariamente tener un origen corporal, ya que surgen y son consecuencia de las experiencias vividas corporalmente. En este apartado revisaremos el concepto de *esquema* que propone Johnson, compilando las diferentes definiciones del término que ofrece, así como sus múltiples descripciones y matizaciones.

Para Johnson los esquemas de las imágenes son estructuras de conocimiento interrelacionadas y dinámicas, a la vez modificables por medio de la experiencia y se conforman por la recurrencia de experiencias

pasadas “Un esquema es un patrón recurrente, una forma y una regularidad en o de estas actividades de ordenamiento en curso” (Johnson, 1991, p. 85). Si desglosamos esta definición podemos comprender algunos aspectos que se infieren de la misma. El término “patrón” alude a la naturaleza abstracta del esquema, que posee una estructura interna determinada. La “recurrencia” de dichos patrones apela a la necesidad de que existan experiencias repetidas. Dichas experiencias han de ser “interactivas” porque implican relación con el entorno y han de ser “corporales”, ya que se experimentan a través de nuestro cuerpo.

En la figura siguiente vemos un ejemplo de cómo diferentes experiencias corporales propuestas por Johnson como andar en bicicleta, caminar sin caerse, etc. conforman el esquema de *equilibrio*. Dicho esquema, por su parte, se puede proyectar metafóricamente para comprender algunos aspectos de otros dominios, como por ejemplo el equilibrio psicológico, el equilibrio de una obra de arte, etc.

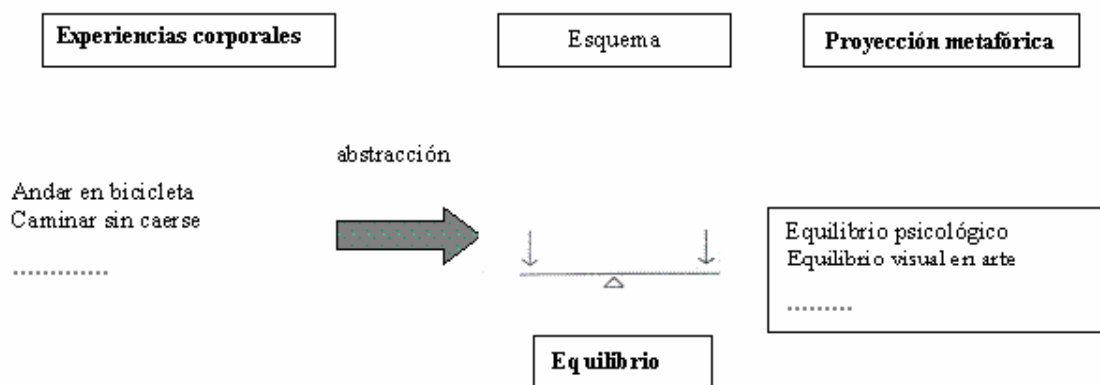


Figura. 1. Conformación y proyección metafórica del esquema *equilibrio*.

Las características de los esquemas encarnados según indica Johnson son las siguientes:

a) *Dinámica*: Los esquemas de las imágenes se caracterizan por ser más dinámicos que fijos dada su capacidad de cambio. Son dinámicos en dos sentidos importantes:

“(…) 1) Los esquemas son estructuras de una actividad mediante la cual organizamos nuestra experiencia de maneras que podemos comprender. En lugar de meros receptáculos vacíos en los que se vierte la experiencia, son el medio primario a través del cual construimos o constituimos el ordenamiento de la misma. A medida que nuestra experiencia aumenta, nuestros esquemas se van modificando. 2) A diferencia de las plantillas, los esquemas son flexibles en el sentido que pueden incorporar cualquier cantidad de ejemplos específicos en diversos contextos. Es equívoco afirmar que el esquema de una imagen <<se llena>> con detalles perceptivos concretos; han de ser relativamente maleables a fin de modificarse para

incorporar muchas situaciones parecidas pero distintas que muestran una estructura fundamental recurrente.” (Johnson, 1991, p. 88)

A pesar de dicha flexibilidad, los esquemas mantienen un cierto grado de estabilidad. A pesar de que los esquemas sufren ciertas “transformaciones naturales”, mantienen una serie de elementos básicos o componentes que están relacionados con estructuras definidas. Dicha estabilidad está en parte regulada por su estructura interna, la cual define sus características.

b) *Estructura interna*: Para Johnson, los esquemas poseen una estructura interna. La estructura es la parte primordial de éstos y consta de una serie de partes que están relacionadas entre sí:

“(…) Las partes pueden componerse de un conjunto de entidades (como personas, accesorios, acontecimientos, estados, orígenes, metas). Las relaciones pueden incluir relaciones causales, secuencias temporales, patrones de las partes al todo, emplazamientos relativos, estructuras agente-paciente o relaciones instrumentales. Normalmente, todo esquema presenta una reducida cantidad de partes que tienen relaciones simples entre sí.” (Johnson, 1991, p. 84)

A continuación mostramos dos de los esquemas más importantes con sus respectivas estructuras internas.

Esquema del contenedor

1) Experiencias corporales:



2) Diagrama del esquema *contenedor* y su estructura interna:

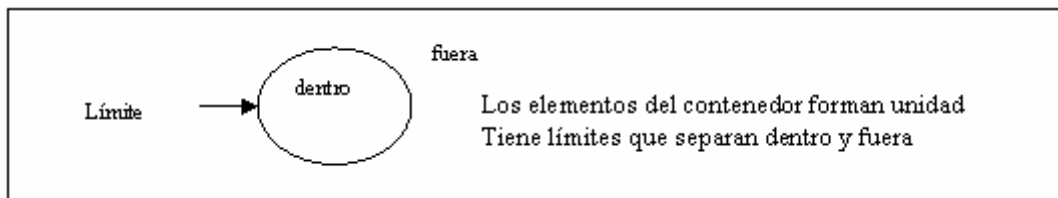


Tabla 1: Estructura interna del esquema del contenedor

Esquema del camino

1) Experiencias corporales:



3) Diagrama del esquema *camino* y su estructura interna:

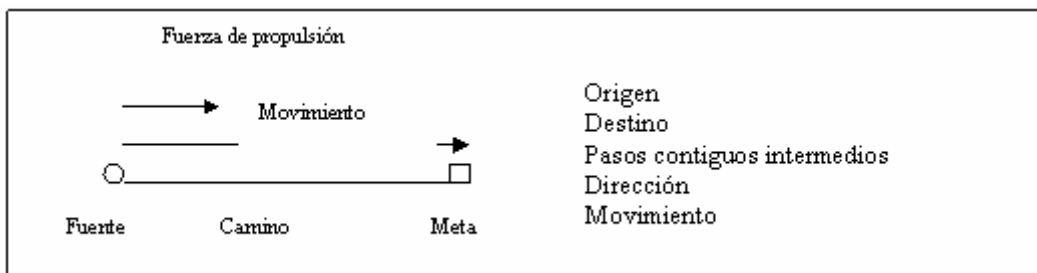


Tabla 2: Estructura interna del esquema del camino

Algunos de los esquemas conservan en la estructura interna elementos relativos al movimiento, como es el caso del esquema “camino” ya que la característica principal de su estructura interna es precisamente el movimiento de un punto a otro. Sin embargo, otros, como es el caso del esquema “contenedor”, son estáticos.

c) *Relación entre esquemas*: Los esquemas normalmente no se dan aislados sino que un esquema concreto incluye a la vez a otros esquemas básicos. Volviendo a los ejemplos anteriores, el esquema de *camino* incluye algunos otros en su naturaleza como el de *escala*, ya que entre su origen y su destino existen una serie de pasos contiguos que se pueden entender en términos de este otro esquema. Otro ejemplo, el esquema *centro-periferia* incluye, según especifica Johnson, algunos esquemas como el de *cerca-lejos*, ya que “lo que consideramos como cerca depende del contexto”; un esquema *escala* es necesario para establecer lo cerca o lejos que es encuentra un objeto del centro. El esquema *contenedor*, también está implicado en la formación del esquema *centro periferia* porque normalmente lo dotamos de bordes, de tal forma que lo que queda incluido en el contenedor lo percibimos como *centro* y lo que queda excluido como *periferia*. El esquema de *yo-otros* también está implicado, ya que el centro, según propone Johnson se percibe como propio y la periferia como de otros.

Además, para explicar determinados fenómenos no se puede aplicar un solo esquema, ya que las experiencias, al ser complejas, son entendidas a través de esquemas de tipos diversos, que se solapan, y actúan conjuntamente.

d) *Estructura temporal*: Johnson señala que los esquemas tienen estructura temporal debido a que las experiencias corporales necesarias para formar las abstracciones tienen un orden temporal, es decir, que además de las cualidades corporales de la experiencia, percibimos el orden de los acontecimientos.

e) *No necesidad de bagaje previo del sujeto*: Los esquemas de las imágenes presentan una cierta autonomía respecto de la cultura y no están influidos por los conocimientos previos del sujeto ya que son básicamente corporales. A diferencia de los conceptos que parecen variar en su conformación en función de la denominación lingüística y el bagaje del sujeto, los esquemas de las imágenes permanecen invariables a los aspectos culturales, sociales, y lingüísticos.

Estamos de acuerdo con Font (2001b y 2003) cuando dice que este punto de vista es, en cierta manera, apriorístico:

“(…) Este punto de vista es en cierta forma apriorístico ya que considera que la actividad constitutiva del sujeto en el acto de comprensión matemática lleva a verdades consideradas necesarias para cualquier sujeto normal. Por una parte, considera probado por la actual neuropsicología que todos los individuos de la especie Homo Sapiens nacen con la capacidad de distinguir entre un número muy pequeño de objetos y sucesos, y, por otra parte, considera que casi todos los sujetos tienen la capacidad de llegar a comprender las verdades matemáticas, puesto que estas se basan en unos procesos cognitivos básicos y comunes a todos los miembros de la especie. De todas maneras es un tipo de apriorismo relativamente débil.” (Font, 2003, p. 270)

2.2.7 El punto de vista de Lakoff y Núñez sobre qué son las matemáticas

De acuerdo con las ideas expuestas en Lakoff y Johnson (1991), Lakoff y Núñez (2000) consideran que la naturaleza de las matemáticas hay que buscarla en las ideas de las personas, no en las demostraciones formales, axiomas y definiciones ni en mundos trascendentes platónicos. Estas ideas surgen de los mecanismos cognitivos y corporales de las personas. Por razones de tipo evolutivo, todos desarrollamos los mismos mecanismos cognitivos de los que surgen las ideas matemáticas. Debido a su origen común, las ideas matemáticas no son arbitrarias, no son el producto de convenciones completamente sociales y culturales -aunque los aspectos sociales e históricos juegan papeles importantes en la formación y desarrollo de estas ideas-⁸.

A la pregunta ¿Cuáles son las capacidades cognitivas, basadas en la importancia del cuerpo sobre la mente, que permiten a una persona pasar de las habilidades numéricas básicas innatas a un entender profundo y rico de, por ejemplo, las matemáticas de una licenciatura universitaria de una facultad de ciencias? Lakoff y Núñez (2000) responden que éstas no son independientes del aparato cognitivo usado fuera de la matemática. Según estos autores, la estructura cognitiva necesaria para la matemática avanzada usa el mismo aparato conceptual que el pensamiento cotidiano en las situaciones ordinarias no matemáticas, esto es: “(…) *esquemas de la imagen, esquemas aspectuales, fusiones conceptuales y la metáfora conceptual.*” (Núñez, 2000, pág. 4). De todos estos procesos, en esta investigación nos vamos a centrar fundamentalmente en los esquemas de las imágenes, en la metáfora conceptual y en las fusiones conceptuales.

⁸ En Johnson (1991) se puede encontrar la justificación filosófica que permite a esta teoría distanciarse tanto del objetivismo realista como del relativismo.

En este trabajo asumimos, de acuerdo con Lakoff y Núñez (2000) la interpretación de la metáfora como la comprensión de un dominio en términos de otro. Asumimos que las metáforas se caracterizan por crear una relación conceptual entre un dominio de partida y un dominio de llegada que permite proyectar propiedades e inferencias del dominio de partida en el de llegada. En otras palabras, crean un cierto "isomorfismo" que permite que se trasladen una serie de características y estructuras. Ahora bien, las metáforas sólo dejan ver un aspecto del dominio de llegada que no engloba su totalidad, la metáfora nos sirve para mostrar el aspecto que deseamos evidenciar y ocultar otros aspectos, de los cuales muchas veces ni siquiera somos conscientes. Otra de las funciones que cumple la metáfora es la de conectar diferentes sentidos y, por tanto, ampliar el significado que tiene para una persona un determinado objeto matemático.

Lakoff y Núñez (2000) en relación con las matemáticas distinguen dos tipos de metáforas conceptuales.

- “Conectadas a tierra” (grounding): Son las que relacionan un dominio (de llegada) dentro de las matemáticas con un dominio (de partida) fuera de ellas. Por ejemplo: “Las clases son contenedores”, “los puntos son objetos”, “una función es una máquina”, etc. Estas metáforas sirven para organizar un dominio de llegada matemático (por ejemplo las clases) a partir de lo que sabemos sobre un dominio de partida que está fuera de ellas (lo que sabemos sobre los contenedores).

Este tipo de metáforas se manifiestan en el aula en dos direcciones diferentes. Por una parte, las metáforas que utiliza el profesor, de manera consciente o inconsciente, tienen por objetivo relacionar las matemáticas con situaciones no matemáticas de la vida cotidiana de los alumnos para facilitar la comprensión de estos, para ello parte del dominio de las matemáticas y busca un dominio de la vida diaria del alumno de manera que este último sirva para estructurar el objeto matemático que quiere enseñar. A su vez, los alumnos utilizan su conocimiento de la situación cotidiana para comprender el contenido matemático. En este caso el dominio de partida está fuera de las matemáticas y el de llegada son las matemáticas.

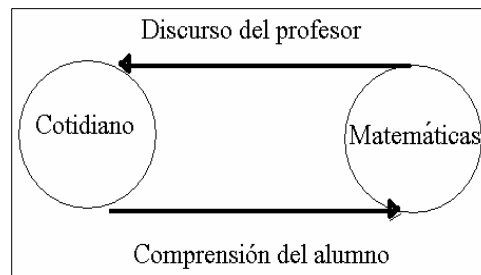


Figura 2. Grounding metáfora en el proceso de enseñanza

- De enlace (linking): Tienen su dominio de partida y de llegada en las mismas matemáticas. Por ejemplo, “los números reales son los puntos de una recta”, las funciones de proporcionalidad directa son rectas que pasan por el origen de coordenadas”, etc.. Las metáforas de enlace proyectan un campo de conocimientos matemáticos sobre otro distinto.

Lakoff y Núñez (2000) en la primera parte del libro “Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being” analizan cuatro metáforas básicas cuyo dominio de llegada son los números, las cuales son fundamentales en el desarrollo de su teoría: (1) “Arithmetic as Object Collection”, (2) “Arithmetic as Object Construction”, (3) “The Measuring Stick Metaphor” y (4) “Arithmetic as motion along a path”. El desarrollo de las metáforas “conectadas a tierra” (grounding) en esta primera parte proporcionan un contexto necesario en el cual situar las metáforas de enlace y las fusiones conceptuales que se desarrollan en los capítulos posteriores. Por ejemplo, la metáfora “la aritmética es construcción de objetos” está presente en frases como “si tu tomas 2 y 2 y los juntas obtienes 4”, según estos autores, se trata de una metáfora que permite entender los números como totalidades compuestas por partes, siendo las partes otros números y las operaciones aritméticas las que permiten obtener la totalidad a partir de las partes. Según Lakoff y Núñez (2000, pp. 65 y 66) la proyección metafórica que permite conceptualizar los números de esta manera es la siguiente:

ARITMÉTICA ES CONSTRUCCIÓN DE OBJETOS

Dominio Fuente		Dominio de Llegada
OBJETOS CONSTRUIDOS		ARITMÉTICA
Objetos (constituidos por unidades)	—————>	Números
El objeto entero más pequeño	—————>	La unidad (uno)
El tamaño del objeto Grande	—————> —————>	El tamaño del número Mayor
Actos de construcción de objetos	—————>	Operaciones aritmética
El objeto construido resultante	—————>	El resultado de una operación aritmética
Un objeto entero	—————>	Un número entero
Poner objetos junto a otros objetos para formar objetos más grandes	—————>	Adición
Quitar pequeños objetos de objetos más grandes para formar otros objetos	—————>	Sustracción

Tabla 3. Fuente: Lakoff y Núñez, 2000, p.65-66.

La Parte II, “Álgebra, lógica, y conjuntos”, es una sección intermedia que continúa el proyecto que los autores han anunciado en el prólogo del libro “ayudar a explicar aquello que las matemáticas no pueden hacer por sí solas: explicar la naturaleza de las ideas matemáticas”. Su objetivo es mostrar como la ciencia cognitiva puede explicar como emerge el “rigor científico” a partir de las ideas matemáticas de los humanos. En este capítulo se explica primero la forma general de la metáfora que estructura un dominio matemático en términos de una estructura algebraica, después se explica como las clases se estructuran a partir de la metáfora del contenedor y como el álgebra de clases de Boole es conceptualizada metafóricamente en términos de operaciones algebraicas. También se explica como el razonamiento simbólico es conceptualizado metafóricamente como cálculo matemático usando símbolos y como la teoría de conjuntos se utiliza para estructurar metafóricamente los números naturales.

En la tercera parte, titulada “la encarnación del infinito” los autores desarrollan cuatro capítulos que versan sobre “la Metáfora Básica del Infinito (MBI)”, “Números reales y límites”, “Números Transfinitos” y “Infinitesimos”. A continuación, en la parte IV, los autores afrontan, desde la perspectiva de la teoría de la mente encarnada, el programa de aritmetización del análisis desarrollado por las matemáticas modernas. Puesto que las ideas que se exponen en estos dos capítulos han sido muy importantes en el desarrollo de esta investigación, en la próxima sección desarrollamos (y ampliamos) con más detalle los aspectos que consideramos más relevantes para los objetivos de esta investigación.

Después de la parte IV hay un interludio titulado "Le trou normand: Una paradoja clásica del infinito" que ilustra como dicha paradoja emerge de la combinación de dos metáforas conceptuales que no son compatibles.

En la parte V del libro los autores exponen las implicaciones que tiene para la filosofía de las matemáticas la perspectiva de la mente encarnada que ellos proponen y la confrontan con otras filosofías de las matemáticas, siendo críticos tanto con los enfoques que proponen una visión objetivista, apriorista y trascendentalista de las matemáticas como los que proponen una visión postmodernista y relativista. Tal como se ha dicho antes, de acuerdo con Font (2001b y 2003), consideramos que los autores proponen un punto de vista que es, en cierta forma apriorístico, ya que considera que casi todos los sujetos tienen la capacidad de llegar a comprender las verdades matemáticas, puesto que estas se basan en unos procesos cognitivos básicos y comunes a todos los miembros de la especie. De todas maneras, es un tipo de apriorismo relativamente débil ya que aceptan que, en cierta manera, las matemáticas son dependientes de la cultura, puesto que la metáfora conceptual, si bien tiene una base corporal común a todas las culturas, puede tomar muchas direcciones diferentes en función de la cultura que se considere.

El libro de Lakoff y Núñez finaliza con el estudio de la famosa ecuación de Euler $e^{i\pi} + 1 = 0$ en la que aparecen cinco de los números más importantes de las matemáticas (π , i , e , 1 y 0). Los autores argumentan que esta ecuación relaciona ideas centrales de la matemática clásica, a saber, las funciones trigonométricas, logaritmos y exponenciales, series de potencia, derivada, números imaginarios, y plano complejo. Se trata de una ecuación que cristaliza relaciones cognitivas, algunas de las cuales son metafóricas, entre campos diferentes de las matemáticas.

2.2.8 La teoría de la fusión conceptual de Turner y Fauconnier

Lakoff y Johnson (1991) definen la metáfora como una proyección conceptual en la que se proyectan inferencias de un dominio a otro. De esta manera, se entiende un dominio (diana o meta) en términos del otro dominio (origen o fuente). Turner y Fauconnier (Fauconnier, 1994; Fauconnier y Turner, 1996; Turner y Fauconnier, 1995) sostienen que este modelo de proyección conceptual en el que se consideran sólo dos dominios es parte de un modelo más general llamado de “espacios múltiples”. Para Fauconnier y Turner, no es suficiente analizar el fenómeno de creación de significado desde estos dos dominios y sugieren que muchas metáforas resultan de procesos de inferencia que se vinculan a un tercer dominio, un espacio “genérico” que contiene componentes esqueléticos como “papeles, marcos o armazones, y esquemas” que resultan fundamentales tanto para el dominio fuente como para el dominio meta. Es más, ciertas inferencias que no se pueden considerar el resultado de una correspondencia “uno-a-uno”, se realizan en un cuarto espacio de “fusión”, llamado también “mezcla o fusión conceptual” o “conceptual blending”. Según Fauconnier y Turner se crea un nuevo espacio (blend) con atributos tomados de los dos dominios conectados por la metáfora conceptual y de un espacio genérico preexistente.

Podemos representar gráficamente las metáforas conceptuales de siguiente manera (figura 2):

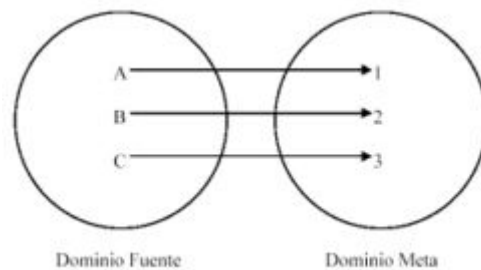


Figura 3. Proyección metafórica

A, *B*, *C* son atributos del dominio fuente que se proyectan (mapping) sobre los atributos 1, 2, 3 del dominio meta. El dominio meta es parcialmente estructurado en términos del dominio fuente

Las fusiones conceptuales (blending) se pueden representar gráficamente de la siguiente manera:

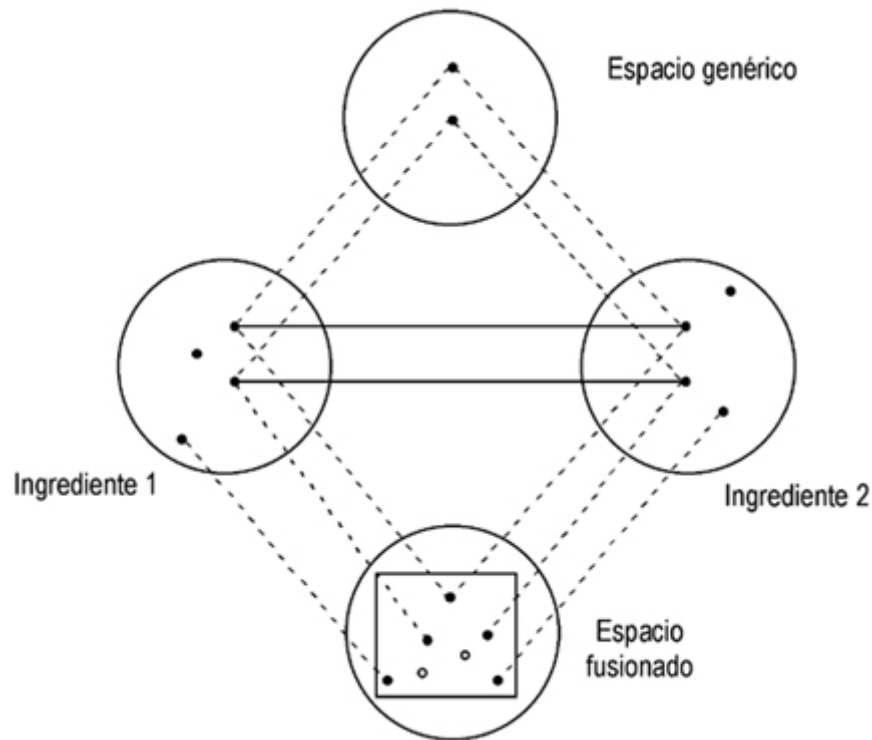


Figura 4. Fusión conceptual

En términos generales los elementos presentes en las mezclas conceptuales los podríamos describir de la siguiente manera:

El esquema de la figura 4: Se trata de un modelo de red que pretende representar el trabajo dinámico cognitivo que las personas hacen para poder construir significado, a través del pensamiento y la acción.

Espacios mentales: en la gráfica anterior los círculos representan los espacios mentales, podemos observar cuatro espacios; dos entradas o dominios, el genérico y la mezcla conceptual.

Proyecciones de los espacios: las líneas continuas representan la proyección conceptual entre los dos espacios de entrada. Pueden ser de diferentes clases: de identidad, de transformación, conexiones metafóricas, etc.

Espacio genérico: es aquel en el que podemos ubicar, de manera esquemática, esto es, en un plano mayor de abstracción, aquello que los dos espacios de entrada comparten para poder llevar a cabo la correspondencia.

El espacio fusionado: Finalmente aparece un cuarto espacio que es aquel en el que los elementos puestos en correspondencia se fusionan permitiendo la emergencia de nuevos significados e inferencias. Este espacio, llamado espacio de fusión o simplemente blending. Contienen la estructura genérica

capturada en el espacio genérico (puntos negros que tiene su origen en el espacio genérico), pero también contiene una estructura más específica correspondiente sólo a las entradas (puntos negros que tienen su origen sólo en los dos dominios de entrada), y, como resultado, pueden contener una estructura muy diferente a la de los dominios de entrada y al genérico (puntos blancos).

Proyección selectiva: La proyección de las entradas a la mezcla es básicamente parcial. En dibujo anterior, no todos los elementos de las entradas se proyectan en la mezcla.

2.3 LA PERSPECTIVA DE LA MENTE ENCARNADA SOBRE ALGUNOS OBJETOS MATEMÁTICOS

En este apartado comentaremos, a modo de ejemplo, con detalle la perspectiva de la mente encarnada sobre algunos objetos matemáticos.

2.3.1 La idea de infinito

Desde el punto de vista de la perspectiva de la mente encarnada se han generado algunas interesantes preguntas sobre el infinito, a saber: ¿Cómo entendemos el infinito si, después de todo, nuestros cuerpos son finitos, incluso nuestras experiencias y la relación de nuestro cuerpo con ellas? ¿Cómo emerge el concepto de infinito? ¿Qué mecanismos cognoscitivos lo hacen posible? ¿Cómo una idea tan evasiva y paradójica puede tener cabida en un campo tan objetivo y exacto como las matemáticas? ¿Por qué hay varias formas de infinito en matemáticas, qué las diferencia? Etc.

Todas las clases de infinitos matemáticos (infinitamente pequeño, infinitamente grande, puntos en el infinito, sumas infinitas, inducción matemática, los números infinitesimales, límites superiores e inferiores, límites, asíntotas,...) se han generado como resultado de un proceso histórico, son el resultado de largos procesos deductivos e inferenciales producidos, sobre todo, por mecanismos cognitivos. Dichos procesos cognitivos son, según la perspectiva de la mente encarnada, los que pueden explicar las actuales ideas de infinito que tenemos.

Uno de los primeros filósofos en plantear la idea de infinito con alguna rigurosidad fue Anaximandro (611- 547 a.C.). Según las fuentes procedentes de Teofrasto, Anaximandro habría afirmado que el principio de todas las cosas existentes no es ninguno de los denominados elementos (agua, aire, tierra, fuego) como afirmaba su maestro Tales, sino alguna otra naturaleza *ápeiron* [indefinido o infinito]. Si bien Anaximandro era

discípulo de Tales, su filosofía se desarrolló, en parte, como un intento de crítica a la filosofía de su maestro Tales. Más adelante, Aristóteles (384-322 a.C.), utilizando el ejemplo de una colección de números, puso en cuestión que la totalidad de ellos pudiese estar presente en nuestros pensamientos. Según el Estagirita, si los generamos uno por uno, no podríamos hacer la lista completa ya que habrá siempre un número que no se ha considerado. En su *Physics*, Aristóteles, además de criticar el *Ápeiron* de Anaximandro, indicó claramente que el infinito se debe considerar como algo que “tenga” potencial de existencia pero nunca como cosa observada real. Aristóteles distinguió entre dos ideas de infinito: infinito potencial e infinito actual y desde entonces los razonamientos matemáticos han tenido en cuenta la distinción entre ambos tipos de infinito.

El infinito potencial es la clase de infinito caracterizada por un proceso reiterativo e ilimitado, es decir sin final. La noción de infinito potencial se centra en la recursividad interminable. Por ejemplo, por muy grande que sea un número natural, siempre podemos concebir uno mayor, y uno mayor que este y así sucesivamente donde “así sucesivamente” quiere decir reiteración ilimitada. Este proceso reiterativo ilimitado se puede hacer también con otros objetos matemáticos que no sean los números naturales. Por ejemplo, cuando pensamos en una secuencia de polígonos regulares circunscritos en una circunferencia en los que va aumentando en número de lados, tenemos que comenzamos con un triángulo equilátero, luego un cuadrado, un pentágono, un hexágono, etc. Cada polígono en la secuencia tiene un sucesor y por lo tanto hay el potencial de ampliar la secuencia repetidas veces sin llegar nunca a una figura final.



Figura 5. sucesión de polígonos (Infinito potencial)

Otro ejemplo sería considerar una unidad de medida u y hacer uso de la propiedad arquimediana que dice que, para cualquier cantidad M positiva, es posible encontrar un número natural k de manera que al superponer k veces la unidad u se tiene $ku \geq M$. De esta forma al tomar valores de M cada vez mayores es posible crear un proceso que tiende al infinito.

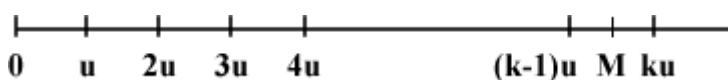


Figura 6. Propiedad arquimediana

El infinito potencial está relacionado con paradojas importantes en la historia de las matemáticas como es la paradoja de Zenón ya que ésta supone un segmento de recta y considera el proceso de división en el punto medio para obtener un nuevo segmento y la continuación indefinida de este proceso de división.

Además del infinito potencial, es muy común en el razonamiento matemático la idea de un infinito actual, el cual se refiere a un infinito existente como un todo o unidad y no como un proceso. Hay autores que consideran que ambos tipos de infinitos están relacionados puesto que consideran, en cierta manera, al infinito actual como un proceso infinito terminado. En este caso, aunque el proceso es infinito, es decir, no tiene un extremo, se concibe como siendo “terminado” y como teniendo un estado resultante final. En cierta manera, están de acuerdo con Gauss en que un infinito potencial presupone la existencia de un infinito actual.

Si observamos el ejemplo anterior de los polígonos regulares, vemos que en la secuencia los lados llegan a ser cada vez más pequeños, y la distancia r del centro a los vértices sigue siendo constante, mientras que el perímetro y el área del polígono se aproximan cada vez más a $2\pi r$ y a $r\pi^2$, respectivamente, es decir al perímetro y al área del círculo que circunscribe a los polígonos. El pensamiento en términos del infinito actual impone un extremo en el infinito donde la secuencia infinita entera tiene un estado resultante final: el círculo como polígono regular con un número infinito de lados.

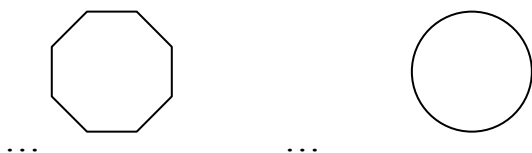


Figura 7. Infinito actual

La idea de un estado final de un proceso sin fin, resulta, al mismo tiempo, interesante y paradójica. Por ejemplo, la ecuación $k/0 = \infty$, donde k es una constante, entendida como proceso sin fin significa que, para valores del denominador progresivamente más pequeños, el valor de la fracción se incrementa indefinidamente. Si se considera ∞ como un estado final, es decir como un número, el problema es que tendremos que aceptar la igualdad $k = 0 \cdot \infty$, con lo que multiplicar por cero podría dar como resultado un número diferente de cero.

Otro ejemplo lo podemos encontrar en los números transfinitos. Cantor descubrió que los conjuntos infinitos no tienen siempre el mismo tamaño, o sea el mismo cardinal. Por ejemplo, el conjunto de los racionales es

numerable, es decir del mismo tamaño que el conjunto de los naturales, mientras que el de los reales no lo es. Existen, por lo tanto varios infinitos, más grandes los unos que los otros.

La metáfora básica del infinito

Desde la perspectiva de la mente encarnada se ha reflexionado sobre los aspectos cognitivos que hacen posible la idea de infinito actual. Para ello, lo primero que hay que hacer es considerar como se presenta el infinito fuera de las matemáticas. En nuestra vida cotidiana podemos encontrar las ideas de infinito de dos maneras diferentes, que no son más que dos subtipos de los procesos “imperfectivos” (es decir, que no tienen final). En la vida cotidiana se considera que un proceso es infinito si se repite indefinidamente sin parar (proceso iterativo) o bien si es continuo sin un punto final (continúa indefinidamente):

1. Un proceso iterativo es un proceso que se repite indefinidamente pero con un punto intermedio de terminación y un resultado intermedio, por ejemplo; “eso salta y salta y salta sin parar”
2. Un proceso continuo es un proceso que no se repite si no que se prolonga indefinidamente, por ejemplo; “se va para siempre”

Según Lakoff y Núñez (2000) los procesos continuos se estructuran en base a los procesos iterativos continuos mediante la metáfora conceptual “Procesos continuos son procesos iterativos”. Por ejemplo, en matemáticas la aproximación a un punto la determinamos “paso a paso”, hasta llegar por ejemplo a “acercarnos tanto como queremos”. Por otra parte, un proceso que se prolonga indefinidamente se conceptualiza como teniendo un final y un último resultado, debido a que actúa lo que se denomina “Metáfora Básica de Infinito”, que en adelante será “BMI”. Según Lakoff y Núñez (2000) existe una Metáfora Básica del Infinito, la cual constituye un mecanismo psicológico (cognitivo) que actúa, en un nivel muy básico, en el procesamiento de las ideas matemáticas relacionadas con la infinidad. En otras palabras, el estudio de las ideas matemáticas que envuelven al infinito están ancladas sobre la Metáfora Básica del Infinito. Según estos autores la relación entre el dominio fuente (procesos iterativos completos) y el dominio llegada (procesos iterativos continuos) que quedan relacionados por la metáfora MBI se puede representar mediante el esquema siguiente:

METÁFORA BÁSICA DEL INFINITO		
Dominio Fuente	Dominio de Llegada	
PROCESOS ITERATIVOS COMPLETOS	PROCESOS ITERATIVOS CONTINUOS	
El estado inicial	—————>	El estado inicial
Estado resultante del estado inicial del proceso	—————>	Estado resultante del estadio inicial del proceso
El proceso: De un estado Intermedio dado, produce un nuevo estado.	—————>	El proceso: De un estado intermedio dado, produce un nuevo estado.
Un resultado intermedio después de la iteración del proceso	—————>	Un resultado intermedio después de la iteración del proceso
El estado final resultante	—————>	“El estado final resultante” (infinito actual)
Implicación: El estado resultante final es único y ocurre después de todos los estados.	—————>	Implicación: El estado resultante final es único y ocurre después todos los estados.

Tabla 4. Fuente: Lakoff y Núñez, 2000, p.159.

En un proceso continuo, no tiene sentido un resultado final. Ahora bien, este aparece como consecuencia del pensamiento metafórico que se deriva del dominio fuente (procesos iterativos completos). Para Lakoff y Núñez es precisamente esta metáfora conceptual la que nos permite concebir el infinito actual.

2.3.2 Continuidad de una función

Una de las principales ideas, o definición informal o intuitiva, de lo que podemos considerar continuidad en una función es “como un proceso continuo en el cual no hay obstáculos (interrupciones) o huecos”. Euler, por ejemplo, caracterizó una función continua como una curva descrita por el movimiento libre y continuo de la mano. Esta última definición implica ciertos contenidos cognitivos tales como movimiento, flujos, procesos, cambio en el tiempo, movimiento e integridad. Desde la perspectiva de la mente encarnada, este tipo de contenido cognitivo implícito en la definición

de continuidad de Euler, es el resultado de proyecciones metafóricas de determinados esquemas de las imágenes, los cuales a la vez son proyectados desde un campo de experiencias corporales y esquemas sensomotores. La definición de Euler se basa en una metáfora conceptual dinámica que permite entender las funciones continuas aplicando la estructura inferencial de la comprensión diaria del movimiento, del flujo, de la manipulación de los objetos, etc.

Sin embargo, podemos encontrar otras definiciones igualmente válidas, pero cognitivamente diferentes para referirnos a la continuidad de una función. Por ejemplo, la definición de Cauchy-Weierstrass ya no implica metáforas de movimiento o de flujo, sino que implica términos estáticos, discretos, y atomísticos, que igualmente son proyecciones metafóricas de esquemas primitivos o básicos, tales como el esquema “parte-todo” y el esquema del “contenedor”. Lo importante es que si bien cada una de estas dos definiciones se pueden utilizar para describir la continuidad de una función, cognitivamente son diferentes, aunque ninguna captura mejor la esencia de la continuidad que la otra, simplemente cada una hace uso de diferentes metáforas conceptuales.

Núñez, Edwards y Matos (1999), argumentan que estas dos maneras de entender la continuidad de una función emergen de estructuras cognitivamente diferentes y, por lo tanto, producen comprensiones del objeto “función continua” totalmente diferentes. Estos autores analizan diferentes maneras de entender la continuidad de las funciones: la natural o intuitiva (basada en una metáfora conceptual dinámica) y la de Cauchy-Weierstrass (basada en una metáfora conceptual estática).

La continuidad natural (considerada como una idea informal o intuitiva) caracteriza de la siguiente manera al objeto “función continua”:

- a. la función continua es formada por el movimiento, que ocurre en un cierto tiempo
- b. hay una direccionalidad en la función
- c. la continuidad viene del movimiento continuo
- d. puesto que hay movimiento, hay un cierto objeto moviéndose
- e. el movimiento da lugar a una línea estática sin saltos
- f. la línea estática que resulta no tiene ninguna direccionalidad.

Esta manera de caracterizar a las funciones continuas se puede hallar en muchos libros de texto, en el software que permite graficar funciones, en las calculadoras gráficas, en el discurso de los estudiantes, en el discurso de los profesores en el aula, etc. A continuación siguen dos ejemplos en los

que se puede observar esta manera de entender la continuidad de las funciones, el primero es de un libro de texto y el segundo de un software didáctico interactivo

1. “Aquellas funciones con una gráfica tal que la podemos dibujar sin levantar el lápiz del papel se llaman funciones continuas” (Bujosa et alres, 1997, p. 57)
2. http://descartes.cnice.mecd.es/Bach_HCS_2/Continuidad_clasificacion_discontinuidades/intuitivo.htm

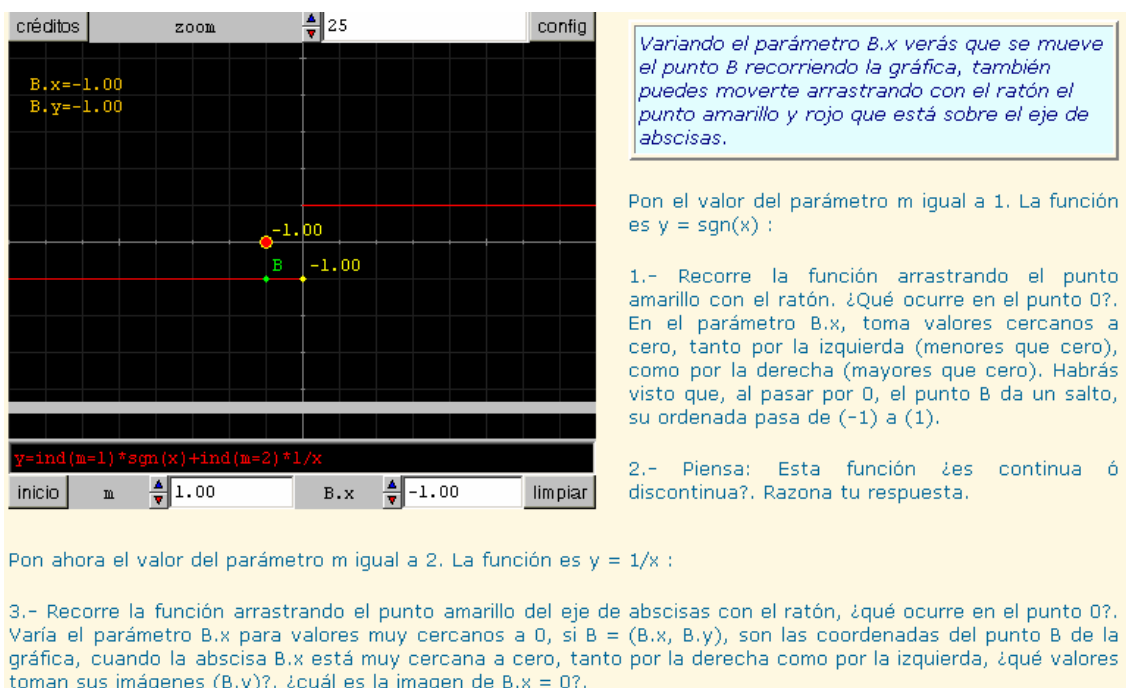


Figura 8. Applet elaborado con el applet Descartes

La definición de Cauchy-Weierstrass hay que enmarcarla en los intentos de conseguir el rigor por medio de la aritmetización del análisis. Una función $y = f(x)$ es continua en $x = a$ si:

- a. Existe $f(a)$, es decir, $f(x)$ está definida en $x=a$.
- b. Existe el $\lim_{h \rightarrow a} f(x)$
- c. Ambos valores coinciden, es decir $f(a) = \lim_{h \rightarrow a} f(x)$.

Si tenemos en cuenta la definición de límite, podemos obtener la siguiente definición equivalente conocida como la definición de Cauchy-Weierstrass:

$$y = f(x) \text{ es continua en } x = a \Leftrightarrow \text{para cada } \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 / |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon$$

Diremos que $y = f(x)$ es continua en el intervalo abierto (a, b) si es continua en cada uno de los puntos del intervalo abierto (a, b) .

Esta definición es el resultado de la proyección de una metáfora conceptual estática en la que el esquema del contenedor tiene un papel importante. La aplicación de dicha metáfora conlleva que:

- Una línea es un conjunto de puntos.
- La continuidad no puede presentar huecos ni rupturas.
- Aproximarse a un límite es la preservación de la proximidad al punto.

Una línea es un conjunto de puntos

En general podemos entender la línea de dos formas diferentes:

1. Como un sistema holístico, o sea considerar la línea como un todo absolutamente continuo y a los puntos como localizaciones sobre la línea. De esta manera, la línea es una entidad distinta de los puntos. Esta manera de entender la línea es dinámica y está más próxima a la manera de entender la continuidad que hemos llamado “natural” o “intuitiva”.
2. O bien podemos considerar “Una línea es un conjunto de puntos”. Según esta metáfora, los puntos no son localizaciones en la línea, sino que son entidades que constituyen la línea misma, esta otra idea estaría más próxima a la definición de Cauchy-Weierstrass

La continuidad no puede presentar huecos ni rupturas

La idea intuitiva que tenemos de una línea a partir de nuestras experiencias cotidianas es una línea-camino sin obstáculos (continua), cuando nos movemos continuamente a lo largo de una línea desde una localización A a una localización B , pasamos por todos puntos-localizaciones en la línea entre A y B , sin saltos aparentes. La metáfora subyacente a la definición de Cauchy-Weierstrass identifica los puntos-localizaciones en una línea como constituyentes de la línea en sí misma. Cuando un segmento de línea naturalmente continuo, se conceptualiza como un sistema de puntos, ese sistema de puntos será sin “huecos”. Por otra parte, si se considera la línea como un todo formado de puntos tampoco puede haber rupturas que lleven a dos líneas diferentes.

Aproximarse a un límite es la preservación de la proximidad al punto

En la definición de límite de Cauchy-Weierstrass sus entidades carecen de movimiento, no hay tiempo, nada se acerca a nada, en esta definición sólo hay elementos estáticos. La idea dinámica de la función $f(x)$ acercándose al límite L cuando x tiende a “ a ” es reemplazada por una idea diferente, a saber: la preservación de la cercanía de las imágenes al límite cuando las abscisas están cerca de “ a ”.

2.4 EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICA

En diferentes trabajos, Godino y colaboradores (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2002; Contreras, Font, Luque, Ordóñez, 2005; Godino, Batanero y Roa, 2005; Font y Ramos, 2005; Font y Godino, 2006; Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Batanero y Font, 2007; Ramos y Font, 2006) han desarrollado un conjunto de nociones teóricas que configuran un enfoque ontológico y semiótico del conocimiento e instrucción matemática (EOS): significados institucionales y personales, facetas duales, configuraciones epistémicas, cognitivas y didácticas, criterios de idoneidad de un proceso de instrucción, etc.

2.4.1 Prácticas y objetos emergentes

Un objeto matemático institucional se considera en el enfoque ontosemiótico como un ente que emerge progresivamente de sistemas de prácticas socialmente compartidas en una institución, ligadas a la resolución de cierto campo de problemas matemáticos. Puesto que las prácticas pueden variar en las distintas instituciones, se ha de conceder al objeto una relatividad respecto a las mismas. Esta emergencia es progresiva a lo largo del tiempo. En un momento dado, es reconocido como tal objeto por la institución, pero, incluso después de esta etapa, sufre transformaciones progresivas según se va ampliando el campo de problemas asociado. Los objetos personales se consideran como emergentes del sistema de prácticas personales significativas asociadas a un campo de problemas. Estos objetos personales van cobrando forma —van emergiendo— en un aprendizaje suscitado por la propia práctica.

En el EOS se entiende el objeto matemático institucional como un emergente y su significado como el conjunto de prácticas en las que interviene el objeto. Cuando se adopta una perspectiva pragmatista y se define el significado de un objeto matemático en términos de prácticas,

resulta que el significado de un objeto matemático queda ligado a otros significados y a otros objetos, puesto que en las prácticas interviene dicho objeto conjuntamente con otros objetos matemáticos. Este hecho, permite distinguir en el EOS dos términos que resultan difíciles de diferenciar, nos referimos a los términos sentido y significado. En efecto, puesto que el objeto se puede relacionar con unos u otros objetos según el contexto, el tipo de notación, etc. para dar lugar a diferentes prácticas, en el EOS se entiende el sentido como un subconjunto del sistema de prácticas que constituyen el significado del objeto.

El significado de un objeto matemático, entendido como sistema de prácticas, se puede parcelar en diferentes clases de prácticas más específicas que son utilizadas en un determinado contexto y con un determinado tipo de notación produciendo un determinado sentido. Cada contexto ayuda a producir sentido (permite generar un subconjunto de prácticas), pero no produce todos los sentidos.

Un objeto matemático, que se ha originado como un emergente del sistema de prácticas que permite resolver un determinado campo de problemas, con el paso del tiempo queda enmarcado en diferentes programas de investigación. Cada nuevo programa de investigación permite resolver nuevos tipos de problemas, aplicar nuevas técnicas, relacionar el objeto (y por tanto definir) de una manera diferente, utilizar nuevas representaciones, etc. De esta manera, con el paso del tiempo aparecen nuevos sistemas de prácticas (sentidos) que amplían el significado del objeto.

El significado de un objeto personal se entiende como el sistema de prácticas matemáticas personales que una persona realiza para resolver el campo de problemas del cual ha emergido el objeto.

Esta manera de entender los objetos y su significado supone que la institución o la persona dispone de prácticas con respecto al campo de experiencia que el objeto abarca.

En el EOS se considera práctica matemática a toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas. Una vez asumida la centralidad del constructo "práctica" se distingue la práctica de la conducta. En el EOS se considera que no podemos interpretar las conductas observables de los alumnos si no les atribuimos una finalidad. Por tanto, se distingue entre conducta humana, entendida como comportamiento aparente y observable de las personas, y práctica, que, en tanto que acción

humana orientada a una finalidad, tiene una razón de ser, tanto para quien la realiza como para quien la interpreta.

Si entendemos la práctica como “acción orientada a un fin”, se observa que en la definición de práctica que se ha dado anteriormente se pueden considerar tres intenciones diferentes, las cuales permiten considerar tres tipologías de prácticas que llamaremos: a) operativas o actuativas -toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, b) discursivas o comunicativas -comunicar a otros la solución, validar la solución- y c) regulativas o normativas - generalizarla a otros contextos y problemas-. Aunque es más conveniente pensar en una práctica como una acción compuesta en la que puede primar el componente operatorio, el discursivo o bien el regulativo.

Las prácticas en las que prima el componente operatorio o actuativo nos permiten realizar “acciones” y “argumentaciones” cuya finalidad es la resolución de “situaciones problemas”. Las prácticas discursivas (comunicativas) están relacionadas con el dominio y la creación del “lenguaje” así como en su uso para la realización de “argumentaciones” que permitan dar una justificación de la validez de las acciones realizadas. Las prácticas regulativas (normativas) están orientadas básicamente a conseguir establecer “propiedades” (proposiciones) y definiciones de “conceptos”.

La reflexión anterior sobre las prácticas hace necesario ampliar lo que se entiende por objeto matemático y no limitarnos a los conceptos. En el EOS, se entiende por objeto alguno de los siguientes elementos: lenguaje, procedimiento, argumento, definición (concepto), proposiciones y situación problema. Cada uno de estos elementos (excepto las situaciones problemas) se puede entender como un emergente de las prácticas cuya finalidad es la resolución de situaciones problemas. A su vez, las situaciones problemas se pueden entender como emergentes de otros tipos de prácticas (necesidad de contextualizar y aplicar las matemáticas, necesidad de generalizar, necesidad de resolver problemas, etc.)

2.4.2 Configuraciones epistémicas y cognitivas

En lo dicho anteriormente se ha considerado los objetos que emergen de las prácticas. Ahora bien, a su vez, para la realización de cualquier práctica es necesario activar un conglomerado formado por algunos (o todos) de los elementos citados anteriormente: lenguaje, situaciones, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos. Las consideraciones anteriores nos llevan a considerar que cuando un sujeto realiza y evalúa

una práctica matemática es necesario activar un conglomerado formado por algunos (o todos) de los elementos citados anteriormente: lenguaje, procedimiento, argumento, definición (concepto), proposiciones y situación problema. A este conglomerado, necesario para la realización y evaluación de la práctica, en el EOS se le llama configuración. Estas configuraciones pueden ser cognitivas (conglomerado de objetos personales) o epistémicas (conglomerado de objetos institucionales) según que se considere la práctica desde la perspectiva personal o institucional.

2.4.3 Facetas duales

Los objetos matemáticos que intervienen en las prácticas matemáticas y los emergentes de las mismas, según el juego de lenguaje en que participan (Wittgenstein 1953) pueden ser considerados desde las siguientes dimensiones duales: personal-institucional, elemental-sistémico, expresión-contenido, ostensivo-no ostensivo y extensivo-intensivo (Godino, 2002). Estas facetas se presentan agrupadas en parejas que se complementan de manera dual y dialéctica. Se consideran como atributos aplicables a los distintos objetos, dando lugar a distintas "versiones" o "miradas".

En la figura siguiente se representan los diferentes constructos teóricos que se han comentado anteriormente. En el interior tenemos las prácticas. Para la realización de las prácticas es necesario activar una configuración (hexágono) y a su vez, los objetos que forman las configuraciones son emergentes de las prácticas. Por último, los objetos matemáticos que intervienen en las prácticas matemáticas y los emergentes de las mismas, según el juego de lenguaje en que participan, pueden ser considerados desde las cinco facetas o dimensiones duales (decágono).

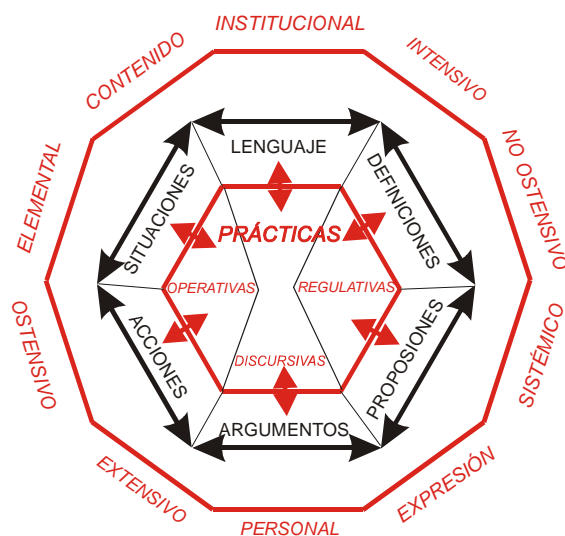


Figura 9. Una representación ontosemiótica del conocimiento matemático

2.4.4 Tipología de significados personales e institucionales

Para explicar la dialéctica institucional-personal, en el EOS se consideran diferentes tipos de significados institucionales y personales: 1) significado institucional de referencia — cuando un profesor planifica un proceso de instrucción sobre un objeto matemático para un grupo de estudiantes, comienza por delimitar "lo que es dicho objeto para las instituciones matemáticas y didácticas". Acudirá, por tanto, a los textos matemáticos correspondientes, a las orientaciones curriculares, y en general a lo que "los expertos" consideran que son las prácticas operativas y discursivas inherentes al objeto, que se fija como objetivo instruccional. Asimismo, el profesor usará sus conocimientos personales previamente adquiridos. Todo ello constituye un sistema de prácticas que designamos como significado institucional de referencia del objeto.—, 2) significado institucional pretendido — sistema de prácticas que se planifican sobre un objeto matemático para un cierto proceso instruccional—, 3) significado institucional implementado — sistema de prácticas que efectivamente tienen lugar en la clase de matemáticas, las cuales servirán de referencia inmediata para el estudio de los alumnos y las evaluaciones de los aprendizajes— y 4) significado institucional evaluado —colección de tareas o cuestiones que incluye en las pruebas de evaluación y pautas de observación de los aprendizajes—.

Desde el punto de vista del estudiante cabe hacer la distinción entre el significado personal global —corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencialmente el alumno, relativas a un objeto matemático—; el declarado —da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional—; y el logrado —corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida.

2.4.5 Comprensión

Básicamente hay dos maneras de entender la "comprensión": como proceso mental o como competencia (Font 2001c, Godino, Batanero y Font, 2007). Estos dos puntos de vista responden a concepciones epistemológicas que, como mínimo, son divergentes, por no decir que están claramente enfrentadas. Los enfoques cognitivos en la Didáctica de las Matemáticas, en el fondo, entienden la comprensión como "proceso mental". Los posicionamientos pragmatistas del EOS, en cambio, llevan a entender, de

entrada, la comprensión básicamente como competencia y no tanto como proceso mental (se considera que un sujeto comprende un determinado objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diferentes prácticas) lo cual implica concebirla también como “conocimiento y aplicación de las normas” que regulan la práctica. Se trata, pues, de un punto de vista que procura dilucidar la inteligibilidad de las acciones humanas clarificando el pensamiento que las informa y situándolo en el contexto de las normas sociales y de las formas de vida dentro de las cuales aquéllas ocurren.

Ahora bien, el hecho de considerar que las funciones semióticas tienen un papel esencial en el proceso relacional entre entidades, o grupos de ellas, que se realiza en las prácticas matemáticas (dentro de un determinado juego de lenguaje), permite entender en el EOS la comprensión también en términos de funciones semióticas. En efecto, podemos interpretar la comprensión de un objeto O por parte de un sujeto X (sea individuo o institución) en términos de las funciones semióticas que X puede establecer, en unas circunstancias fijadas, en las que se pone en juego O como fectivo (expresión o contenido). Esta manera de entender la comprensión resulta especialmente útil para hacer análisis “microscópicos” de textos matemáticos como el que se realiza en Contreras, Font, Luque y Ordóñez (2005).

2.4.6 Criterios de idoneidad

En Godino, Contreras y Font (2006) se modeliza la enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático como un proceso estocástico multidimensional compuesto de seis subprocesos (epistémico, docente, discente, mediacional, cognitivo y emocional), con sus respectivas trayectorias y estados potenciales. Como unidad primaria de análisis didáctico se propone la configuración didáctica, constituida por las interacciones profesor-alumno a propósito de un objeto o contenido matemático y usando unos recursos materiales específicos. Se concibe como una realidad organizacional, como un sistema abierto a la interacción con otras configuraciones de las trayectorias didácticas de las que forman parte. El proceso de instrucción sobre un contenido o tema matemático se desarrolla en un tiempo dado mediante una secuencia de configuraciones didácticas. Una configuración didáctica lleva asociada una configuración epistémica, esto es, una tarea, los procedimientos requeridos para su solución, lenguajes, conceptos, proposiciones y argumentaciones, las cuales pueden estar a cargo del profesor, de los estudiantes o distribuidas entre ambos. Asociada a una configuración epistémica habrá una configuración

instruccional constituida por la red de objetos docentes, discentes y mediacionales puestos en juego a propósito del problema o tarea matemática abordada. La descripción de los aprendizajes que se van construyendo a lo largo del proceso se realiza mediante las configuraciones cognitivas, red de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas personales que se ponen en juego en la implementación de una configuración epistémica.

Las nociones teóricas precedentes se complementan con la noción de idoneidad didáctica de un proceso de instrucción que se define como la articulación coherente y sistémica de las seis componentes siguientes (Godino, Contreras y Font, 2006):

- Idoneidad epistémica, se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia. Por ejemplo, la enseñanza de la adición en la educación primaria puede limitarse al aprendizaje de rutinas y ejercicios de aplicación de algoritmos (baja idoneidad), o tener en cuenta los diferentes tipos de situaciones aditivas e incluir la justificación de los algoritmos (alta idoneidad).
- Idoneidad cognitiva, expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados. Un proceso de enseñanza-aprendizaje con un alto grado de idoneidad cognitiva sería, en el estudio las operaciones aritméticas con números de tres o más cifras, que el profesor realizara una evaluación inicial para saber si la mayoría de los alumnos dominan los números de uno y dos cifras y, en caso de no ser así, comenzara el proceso de instrucción trabajando dichos números.
- Idoneidad interaccional. Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos⁹ potenciales (que se puedan

⁹ Un *conflicto semiótico* es cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones). Si la disparidad se produce entre significados institucionales hablamos de conflictos semióticos de tipo epistémico, mientras que si la disparidad se produce entre prácticas que forman el significado personal de un mismo sujeto los designamos como conflictos semióticos de tipo cognitivo. Cuando la disparidad se produce entre las prácticas (discursivas y

detectar a priori), y por otra parte permita resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción. Por ejemplo, un proceso de estudio realizado de acuerdo con una secuencia de situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización (Brousseau, 1997) tiene potencialmente mayor idoneidad semiótica que un proceso magistral que no tenga en cuenta las dificultades de los estudiantes.

- Idoneidad mediacional, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Por ejemplo, si el profesor y los alumnos tuvieran a su disposición medios informáticos pertinentes al estudio del tema en cuestión (Cabri, p.e., para la geometría plana), el proceso de estudio que se apoye en estos recursos tendría potencialmente mayor idoneidad mediacional que otro tradicional basado exclusivamente en la pizarra, lápiz y papel. Asimismo, un ejemplo de un proceso de enseñanza-aprendizaje con un alto grado de idoneidad mediacional con relación a los medios temporales sería una clase magistral, donde el profesor reproduce de manera íntegra y sin interacción con los estudiantes el significado pretendido.
- Idoneidad emocional, grado de implicación (interés, motivación, ...) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad emocional está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa. Por ejemplo, tendrán idoneidad emocional alta los procesos basados en el uso de situaciones-problemas que sean de interés para los estudiantes.
- Idoneidad ecológica, grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla. Como se puede deducir de los ejemplos propuestos, la idoneidad de una dimensión no garantiza la idoneidad global del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Estas idoneidades deben ser integradas teniendo en cuenta las interacciones entre las mismas, lo cual requiere hablar de la idoneidad didáctica como criterio sistémico de adecuación y pertinencia respecto del proyecto educativo global. Esta idoneidad se debe interpretar, no obstante, como

operativas) de dos sujetos diferentes en interacción comunicativa (por ejemplo, alumno-alumno o alumno-profesor) hablaremos de conflictos (semióticos) interaccionales.

relativa a unas circunstancias temporales y contextuales cambiantes, lo que requiere una actitud de reflexión e investigación por parte del profesor y demás agentes que comparten la responsabilidad del proyecto educativo. Todas estas nociones las consideramos útiles para el análisis de proyectos y experiencias de enseñanza. Los distintos elementos pueden interactuar entre sí, lo que sugiere la extraordinaria complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje. El logro de una idoneidad alta en una de las dimensiones, por ejemplo, la epistémica, puede requerir unas capacidades cognitivas que no posean los estudiantes a los que se dirige la enseñanza. Una vez logrado un cierto equilibrio entre las dimensiones epistémica y cognitiva es necesario que la trayectoria didáctica optimice la identificación y solución de conflictos semióticos. Los recursos técnicos y el tiempo disponible también interaccionan con las situaciones-problemas, el lenguaje, etc.

2.4.7 Revisión de la literatura

En el EOS se considera que la dialéctica personal-institucional está en la base de la emergencia de los objetos matemáticos, en el sentido de que el objeto institucional llama a la puerta del conocimiento personal para conseguir la emergencia del objeto personal. La manera de conseguir esta emergencia pasa por el uso de instrumentos de conocimiento, como la metáfora, en los cuales juega un papel determinante el uso de «entidades vicariales o subrogatorias» ya que, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, se intenta justificar el lenguaje matemático abstracto mediante otro lenguaje menos abstracto, y para ello se utilizan subsidiariamente analogías, representaciones, diagramas, contextualizaciones, modelizaciones, metáforas...

Los constructos teóricos del EOS se han aplicado, en diferentes trabajos, al estudio de instrumentos de conocimiento que están muy relacionados con la metáfora por el hecho de utilizar entidades subrogatorias o vicariales. A continuación comentamos brevemente algunas de estas investigaciones:

Extensivo-Intensivo

En el EOS se utilizan conjuntamente las dualidades extensivo-intensivo y expresión-contenido para explicar dos características básicas de la actividad matemática: la abstracción hipostática y el uso de elementos genéricos. Cuando en las prácticas matemáticas utilizamos elementos genéricos estamos actuando sobre un objeto particular, pero nos situamos en un "juego de lenguaje" en el que se entiende que nos interesan sus

características generales y que prescindimos de los aspectos particulares. Para conocer los detalles sobre las características de este juego del lenguaje, y de las dificultades que tienen los alumnos para participar en él, es necesario el análisis de diálogos entre profesores y alumnos relacionados con el uso de elementos genéricos. La asimilación (o no) de las reglas de este juego de lenguaje es fundamental para que los alumnos puedan convivir con la complejidad semiótica asociada a las prácticas en las que interviene el elemento genérico. A partir del estudio de dichos diálogos, en Contreras, Font, Luque y Ordóñez (2005) la “complejidad semiótica” asociada al uso de elementos genéricos se concreta en una trama de funciones semióticas. En concreto, se analiza la trama de funciones semióticas asociadas a la definición de la función derivada $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$. Para ello, se tienen en cuenta ocho funciones semióticas (dualidad expresión-contenido) que relacionan objetos que pueden ser extensivos o intensivos (dualidad extensivo-intensivo).

Representación

En Font, Godino y D'Amore (2007) se reflexiona sobre la naturaleza y diversidad de objetos que desempeñan el papel de representación y de objetos representados en la actividad matemática. En este trabajo se muestra como los instrumentos teóricos elaborados por el EOS permiten afrontar la siguiente problemática: 1) La naturaleza de los objetos que intervienen en la representaciones, 2) El problema de la representación del elemento genérico y 3) El papel que desempeñan las representaciones de un mismo objeto en su emergencia.

Contexto

En Font y Godino (2006) y en Ramos y Font (2006) se utilizan algunas herramientas teóricas del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática para reflexionar sobre los dos usos del término “contexto”. Para ello, se utilizan, sobre todo, los siguientes constructos: configuración epistémica y criterios de idoneidad de un proceso de instrucción. Con relación al término contexto, hay básicamente dos usos, uno consiste en considerar el contexto como un ejemplo particular de un objeto matemático, mientras que el otro consiste en enmarcarlo en el entorno. En el primer caso, se trata de ver que la situación problema cae dentro del campo de aplicación de un objeto matemático. En el segundo caso, se trata de un “uso” que vamos a llamar, metafóricamente, “ecológico”. Este uso

ecológico queda claro cuando se dice, por ejemplo, que el contexto del gorila es la selva. Ahora bien, puesto que el contexto del gorila también puede ser el zoológico, podemos entender que hay un uso ecológico del término contexto que permite situar el objeto matemático en diferentes “lugares”, por ejemplo, diferentes instituciones (universidad, secundaria, etc.). Estos “lugares” no tienen que ser sólo instituciones, pueden ser también, por ejemplo, diferentes programas de investigación o diferentes “juegos del lenguaje”.

Relación entre la dualidad extensivo-intensivo, representación, contexto y metáfora

En Font (2007) se reflexiona conjuntamente sobre cuatro de los aspectos más característicos de la actividad matemática y de la emergencia de sus objetos: la dualidad extensivo-intensivo (particular-general), la representación, la metáfora y la contextualización-descontextualización, los cuales son considerados como *instrumentos de conocimiento* que comparten un mismo aire de familia (en el sentido de que, de alguna manera, hacen intervenir la relación A es B). En los cuatro casos, podemos observar la existencia de “entidades vicariales o subrogatorias”. Es decir, de un primer tipo de entidades que se utilizan para comprender un segundo tipo de entidades, a partir de las acciones que realizamos sobre las primeras (las cuales se pueden considerar, al menos en algún aspecto, diferentes de las segundas).

2.5 METÁFORA Y OTROS INSTRUMENTOS DE CONOCIMIENTO

En este apartado pretendemos poner de manifiesto el aire de familia que la metáfora comparte con otros instrumentos de conocimiento.

2.5.1 Metáfora y símil

Tal como se ha dicho anteriormente, una de las posibles maneras de entender la metáfora consiste en intentar reducirla al símil (o analogía) ya que entre el esquema propio de los enunciados metafóricos (1) A es B y, el del símil (2) A es como B se puede considerar que existe una equivalencia subyacente. Los partidarios de este punto de vista consideran que el enunciado metafórico (la metáfora en general) no posee, ni podrá reclamar para sí, una función cognitiva autónoma, independiente del discurso literal, y por lo tanto no es un medio para acceder a la realidad mediante el uso del

lenguaje. No es esta la opinión que se tiene sobre la metáfora en esta investigación, nuestra opinión es que la metáfora conceptual es un instrumento de conocimiento que es irreducible a otros instrumentos de conocimiento con los que si tiene un aire de familia.

2.5.2 Metáfora, representación, dualidad extensivo-intensivo y contexto

Estamos de acuerdo con Font (2007) en que la metáfora es un instrumento de conocimiento que comparten un aire de familia con otros instrumentos de conocimiento en los que se puede observar la estructura A es B . En el capítulo 5 profundizaremos en este aire de familia, mientras que aquí nos limitaremos a comentarlo brevemente

Si consideramos la estructura A es B como una línea difusa (figura 10), en un extremo podemos situar claramente la relación de subcategorización (extensivo-intensivo) y en el otro extremo la metáfora consciente y creativa. La representación, entendida como instrumento de conocimiento, se sitúa en una posición intermedia:

- Extensivo / intensivo (Subcategorización)

El elemento A cumple las condiciones que cumplen todos los elementos de B . (Podemos conocer A a partir de conocer B y viceversa)
- Representación

Aplicación de la teoría o las ideas de un sistema B en otro sistema A , para poder utilizar el aparato teórico o conceptual de B como instrumento de análisis de A .
- Metáfora (p.e, la gráfica es la traza de un punto que se mueve sobre al gráfica)

Estructuramos el campo de conocimientos A (gráfica) en términos de la estructura que tiene B (experiencias sobre el movimiento). (conocemos A en términos de B):

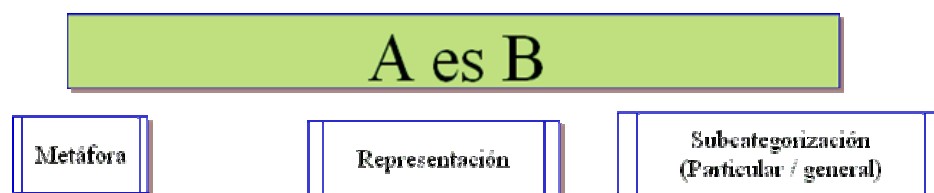


Figura 10. Aire de familia (A es B)

2.5.3 Metáfora y metonimia

Otra cuestión que queremos comentar es la relación entre la metáfora y la metonimia. Esta última figura retórica ha sido objeto de menos investigaciones que la metáfora, pero últimamente ha aumentado el interés sobre ella. Desde un punto de vista tradicional, la metonimia ha sido definida como una figura retórica por medio de la cual el nombre de la entidad se utiliza para representar a otra de la que es contigua en virtud de relaciones asociativas. El caso más frecuente de metonimia es la sinécdoque, que utiliza una parte de la entidad para referirse al todo. Dentro de la teoría contemporánea de la metáfora, tanto la metáfora como la metonimia han sido consideradas como procesos conceptuales en los que la noción de dominio juega un papel relevante. Si en el caso de la metáfora se tiene una proyección entre dos dominios distintos, un dominio fuente y un dominio meta, en el caso de la metonimia existe una correspondencia entre un dominio y uno de sus subdominios. Hay autores que consideran (p.e. Ruiz de Mendoza, 1999) que los límites entre la metáfora y la metonimia son muy sutiles y quizá no sea muy importante ni siquiera establecerlos. En todo caso, según este autor, el criterio más sólido para diferenciar una metáfora de una metonimia tiene que ver con la inclusión del dominio fuente en el meta y viceversa. Para Barcelona (2000) el criterio básico de diferenciación que existe entre la metáfora y la metonimia es que mientras en la primera, la proyección se realiza entre dos dominios independientes, en la metonimia, tanto el fuente como el meta son subdominios del mismo dominio superordinado.

Diversos autores (Barcelona, 2000; Radden, 2000 y Taylor, 1989) consideran que la estrecha relación entre la metáfora y la metonimia se debe a que en muchos casos ambas tienen origen en el mismo esquema de imágenes. Por ejemplo, el esquema de imagen parte-todo es el origen tanto de un tipo de metonimia como de muchas proyecciones metafóricas.

Autores como Goossens (1990) y Ruiz de Mendoza (1997, 1999 y 2000) han estudiado la interacción entre metáfora y metonimia. Goossens considera cuatro posibilidades de interacción: 1) Metáfora procedente de una metonimia, 2) Metonimia dentro de una metáfora, 3) Metáfora dentro de una metonimia y 4) Desmetonimización dentro de una metáfora. Ruiz de Mendoza distingue cuatro posibilidades de interacción: expansión metonímica del dominio fuente, expansión metonímica del dominio meta, reducción metonímica de una de las correspondencias del dominio fuente y reducción metonímica de una de las correspondencias del dominio meta.

2.5.4 Metáfora y comunicación multimodal

Para terminar este apartado queremos hacer un breve comentario sobre la visión multimodal de la comunicación. La complejidad de los fenómenos asociados a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas ha generado investigaciones que hacen un tipo de análisis multimodal en el que, además de símbolos escritos y lenguaje hablado, también se analizan otros registros semióticos como los gestos, miradas, y otras expresiones extra-lingüísticas que también, son determinantes en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En las clases de matemáticas, y más en general en las clases de ciencias, los profesores utilizan distintos sistemas de signos o modos semióticos además del lenguaje (Arzarello, 2006; Kress, Ogborn y Martins, 1998; Lemke, 1998 y 2003; Kress, Jewitt, Ogborn y Tsatsarelis, 2001; Márquez, 2002; Nemirovsky, 2003). La ciencia no habla del mundo sólo con el lenguaje de las palabras; porque sencillamente en muchos casos no puede hacerlo, ya que los "conceptos" de la ciencia son híbridos semióticos que combinan, interconectan e integran diferentes modos comunicativos: el lenguaje verbal con expresiones matemáticas, gráficos cuantitativos, tablas de la información, diagramas, mapas, dibujos, fotografías, acciones o gestos. Es decir, la enseñanza de las ciencias está caracterizada por la imposibilidad de construir significados basada en sólo un modo comunicativo (Lemke, 2002).

Esta visión multidimodal de la comunicación es el campo de investigación de la semiótica social. Este enfoque busca explicar cómo las personas elaboramos y utilizamos todos los recursos a nuestra disposición: lingüístico, ilustrado, gestual, musical, coreográfico, y accional (Halliday, 1978; Hodge y Kress, 1988; Kress y Van Leeuwen, 1990 y 2001) para construir significados en una comunidad; y contemplando las prácticas y actividades de elaboración de significados como un proceso social; como algo que aprendemos a hacer como miembros de las comunidades. Resulta de adaptar y ampliar la semiótica, que inicialmente se ocupaba de la comunicación lingüística, a otras formas de comunicación, en especial la visual.

Arzarello (2006) considera que las aproximaciones semióticas clásicas resultan ser muy estrechas para investigar los fenómenos didácticos del salón de clase de matemáticas. Además de los recursos semióticos estándares utilizados por los alumnos y los maestros (como los símbolos escritos y el lenguaje hablado), otros recursos semióticos importantes son los gestos, las miradas, los dibujos y los modos extra-lingüísticos de expresión. Sin embargo, estos últimos caben difícilmente en las

definiciones clásicas de los sistemas semióticos. Para superar esta dificultad, este autor adopta una perspectiva vygotskiana y presenta una noción extendida de sistema semiótico, el haz semiótico, que se revela particularmente útil para incluir todos los recursos semióticos que encontramos en los procesos de aprendizaje de las matemáticas. Arzarello en su trabajo de 2006 subraya algunos puntos críticos en la descripción usual de los sistemas semióticos; discute acerca del paradigma multimodal y encarnado que ha venido emergiendo en los últimos años en investigaciones realizadas en psicolingüística y neurociencia y analiza los gestos desde un punto de vista semiótico. Luego, introduce la noción de paquete semiótico y lo ejemplifica a través de un estudio de casos.

La idea central del análisis multimodal que proponen Arzarello (2006) y Arzarello y Edwards (2005) es la de paquete semiótico (*semiotic bundle*) que incluye todos los recursos semióticos (conjuntos semióticos) presentes en el aula de clases. La noción de conjunto, o haz, semiótico es una extensión de la noción de sistema semiótico, que se revela particularmente útil para incluir todos los recursos semióticos que encontramos en los procesos de aprendizaje de las matemáticas. Un conjunto o haz semiótico está determinado por: 1) un conjunto de signos, 2) un conjunto de formas para producir y transformar esos signos y 3) un conjunto de relaciones entre esos signos y sus significados encarnados. Un haz semiótico está determinado por una colección de conjuntos semióticos y un conjunto de relaciones de ellos. Esta estructura puede ser dinámica, y más aún cuando se trata de analizar el aula y su entorno, ya que los sujetos en cada momento estamos cambiando de actividades semióticas o bien mezclándolas, por ejemplo, si consideramos una clase corriente de matemáticas, cómo mínimo tenemos; el discurso del profesor, los gestos de este y las posibles representaciones que hace en la pizarra, por tanto tenemos tres conjuntos semióticos que podemos incluirlos en un mismo conjunto (haz semiótico). Un paquete semiótico está formado por: 1) un conjunto de haces semióticos y 2) un conjunto de relaciones entre los diferentes haces semióticos que forman el paquete. Un ejemplo de paquete semiótico es la unidad habla-gestualización.

La idea central del paradigma multimodal es analizar las relaciones entre los diferentes haces semióticos y las transformaciones de las reglas de cada haz semiótico. Además de explorar las implicaciones para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, estos autores consideran que nuestro sistema neuropsicológico es esencialmente multimodal, por tanto los conceptos y el contenido semántico de estos, son determinados básicamente por nuestro sistema sensorio-motor y la forma en que este

sistema se relaciona con el entorno fenoménico. Desde el enfoque multimodal, las relaciones son analizadas a través de dos tipos de eventos, el sincrónico y el diacrónico, eventos que ocurren simultánea o sucesivamente, respectivamente. Discurso y gesto, por ejemplo, pueden ser analizados de forma sincrónica, mientras que discurso y representación escrita, pueden ser diacrónicos, según la actividad y el entorno en el que ocurra la situación pueden analizarse de una u otra forma.

De este último ejemplo, queremos resaltar la importancia de los gestos, ya que la semiótica clásica ha marginado el análisis de estos, como un elemento determinante para la enseñanza y aprendizaje. Para McNeill (1992), el habla y los gestos son dos lados del mismo proceso mental, ya que el gesto se produce casi simultáneamente al habla, “*gestos y lenguaje son un mismo sistema*” (p. 2). La reciente investigación sobre los gestos ha puesto de manifiesto que éstos juegan un rol muy importante en la cognición, y no solo en la comunicación, ya que nos ayudan a organizar la información en nuestra estructura conceptual.

En esta investigación estamos de acuerdo con que la explicación en las clases de matemáticas es multimodal por naturaleza. Cuando se explica matemáticas, hay elementos del lenguaje oral y del escrito (por ejemplo, cuando se escribe en la pizarra), pero también hay elementos del lenguaje gráfico-visual y de los lenguajes formales matemáticos. Se utiliza también un lenguaje gestual. El profesor tiene por objetivo hacer comprensibles a los alumnos los diferentes temas que conoce y debe impartir y el lenguaje oral y escrito es sólo uno más de un grupo de registros que se usan. De acuerdo con esta perspectiva multimodal de la comunicación, en las transcripciones en esta investigación no nos hemos limitado al estudio de la metáfora en el lenguaje escrito u oral sino que también hemos dado mucha importancia a los gestos. Por este motivo, hemos considerado en las transcripciones el lenguaje oral (primera columna), el lenguaje escrito en la pizarra (segunda columna) y también los gestos (tercera columna) y hemos dedicado especial atención a la relación entre la metáfora y la gestualidad.