

*Los problemas en la evaluación del aprendizaje matemático  
en la educación obligatoria:  
Perspectiva de profesores y alumnos*

Tesis doctoral presentada por:  
*Ana Remesal Ortiz*

Director:  
*Prof. Dr. César Coll Salvador*

Departamento:  
*Psicología Evolutiva y de la Educación  
Facultad de Psicología, UB.*

Programa de Doctorado:  
*Discurso y notación en el aprendizaje escolar.  
Bienio 1997-1999*

## **Primera parte: coordenadas teóricas del estudio**

En la primera parte de este informe presentamos tres capítulos que recogen las coordenadas teóricas marco del estudio. En primer lugar, el Capítulo I intenta aclarar el concepto de problema a lo largo de las últimas décadas de investigación educativa. En el Capítulo II se analizan la naturaleza y funciones de la evaluación del aprendizaje de los alumnos. Estos dos capítulos son complementados por el Anexo B, donde se incluye un breve análisis de la normativa educativa vigente en el momento de la recogida de datos, tanto en lo concerniente a la resolución de problemas como a la evaluación —en términos generales y específicamente en el área de las matemáticas—. Seguidamente, el Capítulo III presenta una síntesis de la investigación sobre concepciones de los dos colectivos objeto de estudio en este trabajo.

<b>CAPÍTULO I: PROBLEMAS, RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA .....</b>	<b>4</b>
<i>I.1. Los problemas y la resolución de problemas desde la filosofía educativa: un apunte.....</i>	<i>5</i>
<i>I.2. Los problemas: evolución del concepto en la investigación educativa y dentro del ámbito de la educación matemática .....</i>	<i>6</i>
<i>I.3. La resolución de problemas: evolución del concepto en la investigación educativa y dentro del ámbito de la educación matemática .....</i>	<i>9</i>
<i>I.4. Los problemas y la resolución de problemas en el aula de matemáticas.....</i>	<i>15</i>
<i>I.4.1. Los problemas y la resolución de problemas como objetivo y contenido de la enseñanza y aprendizaje .....</i>	<i>16</i>
<i>I.4.1.1. La resolución de problemas como habilidad.....</i>	<i>17</i>
<i>I.4.1.2. La resolución de problemas como arte .....</i>	<i>19</i>
<i>I.4.2. Los problemas y la resolución de problemas como metodología didáctica.....</i>	<i>19</i>
<i>I.5. Los problemas y la resolución de problemas en la normativa educativa del Estado Español.....</i>	<i>21</i>
<i>I.6. Síntesis del capítulo I.....</i>	<i>22</i>

(...) pues diría que son problemas CLÁSICOS de matemáticas, o sea, los típicos problemas que aparecen en todos los libros ¿eh? problemas pues un poco... podría decir que SON de OBLIGADO/ se han de hacer obligatoriamente, porque todos los libros hablan de ellos y bueno, son los típicos problemas que todos hemos aprendido a hacerlos... (BS12, 4)

## Capítulo I: Problemas, resolución de problemas y educación matemática

“The words *problem* and *solution* may be important and valuable words in our technology saturated world. But their ubiquitous presence and their indiscriminate applications to any and every situation creates the serious risk that our view of reality will be grossly overconfident and thus may be dangerously self-deceiving and self-defeating” (Agre, 1982, p.137).

Decidimos abrir este primer capítulo dedicado a los problemas y la resolución de problemas en la escuela con la cita precedente de Agre, quien ya hace más de veinte años criticaba lo que consideraba un abuso de los términos *problema* y *solución* en un mundo saturado (¡1982!) de tecnología. ¿A qué exactamente llamamos *problema*?, ¿siempre hemos llamado *problema* a lo mismo?, ¿cuáles son las condiciones de existencia de un *problema*?, ¿qué peculiaridades encontramos en las prácticas de enseñanza y aprendizaje en relación con la *resolución de problemas*? En los apartados siguientes intentamos dar respuesta a estas cuestiones de forma sucesiva. La primera sección es una aproximación al concepto *problema* desde la filosofía educativa. En la segunda lo abordamos desde la óptica de la investigación educativa y la educación matemática. La tercera sección está dedicada a la *resolución de problemas* desde estas mismas disciplinas. La cuarta sección nos lleva a centrarnos en la evolución del papel que la resolución de problemas ha tenido en el contexto escolar, de objetivo y contenido de aprendizaje a opción metodológica didáctica global. Finalmente, haremos un breve repaso del papel de los problemas y la resolución de problemas en nuestro contexto escolar en el momento de realización de este estudio<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Para la lectura de un análisis más detallado de los documentos normativos vigentes en el momento del estudio remitimos al lector al Anexo B. Anexo a los capítulos I-II

## I.1. LOS PROBLEMAS Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DESDE LA FILOSOFÍA EDUCATIVA: UN APUNTE

A decir verdad, los problemas han sido desde el mismo nacimiento de la civilización humana su propio motor de desarrollo. ¿No podríamos afirmar que la ciencia misma es, en cualquiera de sus disciplinas y vertientes, una actividad humana de resolución de problemas? A pesar de ello no es hasta las tornas del siglo XX cuando se empieza a tematizar la resolución de problemas convirtiéndola en objeto de estudio científico, siendo abordada a partir de entonces desde múltiples paradigmas y perspectivas teóricas que se han sucedido en el tiempo de un modo más o menos solapado o paralelo; desde el conductismo así como desde el cognitivismo y en las últimas décadas desde el constructivismo, cada cual desde su propia perspectiva y bajo su propio entendimiento de lo que significa e implica resolver problemas. No obstante, después —y a pesar— de tanta investigación hecha sobre la materia, aún hoy continuamos sin una definición unánimemente aceptada de los conceptos problema y resolución de problemas. Según Agre (1982), desde el ámbito de la filosofía de la educación, cuatro son las condiciones que una situación debe cumplir para poder ser llamada problema:

- (1) debe haber un sujeto que reconozca la situación problemática *conscientemente*;
- (2) debe ser una situación que genere cierta incomodidad, debe ser, por tanto, *indeseable*, o dicho en términos positivos, el sujeto debe sentir el deseo de liberarse de la situación;
- (3) debe ser una situación con cierto nivel de *dificultad* pero sin dejar por ello de ser...
- (4) *resoluble*.

En este sentido, este autor subraya la necesidad de utilizar el lenguaje de una manera nítida, huyendo de confusiones respecto a lo que es o deja de ser un problema en el ámbito de las ciencias sociales y las relaciones humanas en general. Así, propone sustituir el término *problema* en aquellos casos en los que alguna de las cuatro condiciones mencionadas no se cumpla, por los de *amenaza*, *desventaja*, *dificultad*, *aflicción*, u *oportunidad*, entre otros términos posibles y según el caso. Del mismo modo defiende que *resolución de problemas* se debería sustituir por la idea de *superar*, *luchar*, *abordar*, etc; y *solución* por, a modo de ejemplo, *reconciliación*, *ajuste*, *acuerdo* o *convenio*. Para Agre, existe cierta contradicción paradójica al hablar de la *resolución de problemas* como una actividad en curso presente, ya que, en un sentido estricto, sólo podemos hablar de ella en retrospectiva sobre una acción acabada. Es decir, sólo al acabar de resolver un problema podemos decir que lo hemos resuelto: todo el proceso que nos lleva a la solución no es sino un *intento de resolución* que no necesariamente será exitoso por más que nosotros así lo deseemos (Agre, 1983). Del mismo modo, señala que mientras algunas acciones asociadas a la resolución de problemas, como *calcular*, *pensar*, *contar*, *investigar*, etc, son acciones indefinidas, inagotables y siempre repetibles, *resolver* un problema conlleva su propia extinción.

Como propuesta similar más reciente podemos ver la que formula Jonassen (2000). Para este autor un problema requiere en primer lugar de una situación donde algo es desconocido. En segundo lugar, la resolución de esa incógnita debe tener algún valor para la persona, ya sea social, cultural o intelectual; es decir, debe existir alguien que considera valioso hallar la solución. Para Jonassen, la resolución de problemas no es una actividad uniforme, dado que los problemas no son equivalentes, sino que difieren en forma, contenido o en proceso de resolución.

Evidentemente, para este trabajo interesa estudiar con mayor atención las aportaciones sobre la materia que provienen del ámbito de la psicología de la educación y de la didáctica de las matemáticas, dada la peculiaridad del contexto escolar. En efecto, en las situaciones escolares no sólo se habla paradójicamente de resolver problemas como actividad en curso, sino que tradicionalmente es el profesor quien presenta un problema ya claramente definido, y no el alumno quien se siente en la necesidad de dar solución a una situación que a él mismo le resulta problemática. A esta temática está dedicado el siguiente apartado.

## I.2. LOS PROBLEMAS: EVOLUCIÓN DEL CONCEPTO EN LA INVESTIGACIÓN EDUCATIVA Y DENTRO DEL ÁMBITO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Una de las definiciones más extendidas y comúnmente citadas en el ámbito de la educación matemática es: “un problema es una situación en la que se debe alcanzar un objetivo final, para el cual la ruta de acceso está bloqueada” (Kilpatrick, 1985, p.2). En el Cuadro I.2. presentamos un listado, necesariamente selectivo e incompleto, de definiciones del concepto *problema* que numerosos investigadores del ámbito psicoeducativo y didáctico-matemático han propuesto a lo largo de las últimas décadas. En una lectura atenta de estas definiciones llama la atención la gran diversidad de pequeños matices que alejan unas propuestas de otras, comenzando, por ejemplo, con el énfasis que algunos autores hacen sobre la entidad o persona perceptora del *problema* y resolutor del mismo (cfr. en el Cuadro I.2. las definiciones de Brownell, Duncker, Davis, Newell y Simon, Mayer, Kantowski, Krulick y Rudnick, Blum y Niss, Pozo y Postigo –si bien de modo implícito-, Charnay, Callejo, Carrillo). Otros autores, en cambio, hacen una propuesta de definición de *problema* en abstracto, independientemente, al menos en apariencia, del resolutor (cfr. en el Cuadro I.2. las definiciones de Skinner, Radford y Burton, Goldin).

En concreto, llaman la atención las dos definiciones propuestas por Lester, quien en un lapso relativamente breve de tiempo pasa de definir el problema como la tarea a definirlo como dependiente no sólo de un individuo sino también como posible problema compartido entre varios individuos. En nuestra opinión dicha evolución en las definiciones propuestas por un solo autor en un lapso de tiempo

relativamente breve pone de manifiesto la gran actividad investigadora sobre la temática (al menos en aquellas fechas).

Por el foco específico de este estudio, nos parecen dignas de resaltar las definiciones de Schoenfeld (1985), Pozo y Postigo (1993, en Pozo et al. 1994) y Charnay (1994). La definición propuesta por Schoenfeld (1985) hace hincapié en el continuo entre *problema* y *ejercicio*, señalando la relatividad del concepto *problema*, siempre en función del conocimiento y las habilidades del individuo resolutor. La definición de Pozo y Postigo (1993) recoge igualmente un aspecto importante: una tarea resulta problemática si plantea al alumno la necesidad de reorganizar o reestructurar los conocimientos previos y las estrategias que ya posee. Es, por lo tanto, una tarea que el alumno tienen en sus manos poder resolver, si se da esa reestructuración de estrategias y esquemas previos; es, en consecuencia, una tarea susceptible de promover el aprendizaje. Por su parte, Charnay (op.cit.) pone el énfasis en el contexto instruccional o didáctico del aula como otro elemento más del *problema*.

La diversidad de definiciones es similar cuando indagamos acerca de la *resolución de problemas*. En 1992, Schoenfeld se lamenta de que el concepto *resolución de problemas* fuera usado, a pesar del tiempo transcurrido y las investigaciones realizadas, con múltiples significados que se extienden desde “resolver ejercicios rutinarios” hasta “hacer matemáticas como un profesional matemático”; este concepto, dice Schoenfeld (1992), deviene un término “paraguas” bajo el cual se cobijan investigaciones radicalmente diferentes, motivo por el cual hace este autor una llamada a favor de una clarificación de su significado. Para Puig (1996), no obstante, esta situación plural está dentro de lo lógicamente esperable, ya que no es más que la consecuencia de una diversidad de disciplinas que se acercan a estudiar el mismo tema desde perspectivas diferentes. Por eso, junto con él, opinamos que carece de sentido intentar cerrar la discusión con una definición de *problema* última y definitiva, tanto más considerando que el centro de interés de nuestro trabajo son precisamente las distintas concepciones acerca del concepto que tienen los participantes en el proceso educativo dentro del aula.

Cuadro 1.2. Selección de definiciones de problema, por orden cronológico de publicación.

Brownell, 1942	“Problem solving refers (a) only to perceptual and conceptual tasks, (b) the nature of which the subject by reason of original nature, of previous learning, or of organisation of the task, is able to understand, but (c) for which at the time he knows no direct means of satisfaction. (d) The subject experiences perplexity in the problem situation, but he does not experience utter confusion... Problem solving becomes the process by which the subjects extricates himself from his problem... Defined thus, problems may be thought of as occupying intermediate territory in a continuum which stretches from the puzzle at one extreme to the completely familiar and understandable situation at the other” (p.416, en Kilpatrick, 1985).
Duncker, 1945	“A problem arises when a living creature has a goal but does not know how this goal is to be reached”. (p. 1; en Goldin, 1982).
Skinner, 1966	“A question for which there is at the moment no answer”. (p. 225; en Goldin, 1982).

Cuadro I.2. Continuación

Newell y Simon, 1972	"A person is confronted with a problem when he wants something and does not know immediately what series of actions he can perform to get it". (p. 72; en Goldin, 1982).
Davis, 1973	"A stimulus situation for which an organism does not have a ready response". (p. 12; en Goldin, 1982).
Radford y Burton, 1974	"Any situation in which the end result cannot be reached immediately". (p. 39; en Goldin, 1982).
Kantowski, 1980	"Un problema es una situación para la que el individuo que se enfrenta a ella no posee algoritmo que garantice una solución. El conocimiento relevante de esa persona tiene que ser aplicado de una nueva forma para resolver el problema". (p. 195, en Contreras, 1999).
Krulik y Rudnik, 1980	"A problem is a situation, quantitative or otherwise, that confronts an individual or group of individuals, that requires resolution, and for which the individual sees no apparent or obvious means or path to obtaining the solution (...) a problem must be perceived as such by a student", (p. 3).
Lester, 1980	"A task for which there is no readily algorithm which determines completely the method of solution". (en Goldin, 1982).
Goldin, 1982	"A task is a problem when steps or processes are detected between the posing of the task and the answer". (p. 97).
Lester, 1983	"Una situación que un individuo o un grupo quiere o necesite resolver y para la cual no dispone de un camino rápido y directo que le lleve a la solución" (en Pozo et al. 1994, p.17).
Mayer, 1985	"A problem occurs when you are confronted with a given situation –the given state- and you want another situation –the goal state- but there is no obvious way of accomplishing your goal" (p. 123).
Schoenfeld, 1985	"Being a 'problem' is not a property inherent to a mathematical task. Rather, it is a particular relationship between the individual and the task that makes the task a problem for that person. The word problem is used here in a relative sense, as a task that is difficult for the individual who is trying to solve it (...). To state things more formally, if one has ready access to a solution schema for a mathematical task, that task is an exercise and not a problem". (p.74).
Blum y Niss, 1991	"Una situación que conlleva ciertas cuestiones abiertas que retan intelectualmente a alguien que no posee inmediatamente métodos / procedimientos / algoritmos etc directos suficientes para responder" (p. 37, en Contreras, 1999).
Pozo y Postigo, 1993	"Un problema es, en algún sentido, una situación nueva o diferente de lo ya aprendido, que requiere utilizar de modo estratégico técnicas ya conocidas" (en Pozo, 1994, p.18).
Callejo, 1994	(el concepto de problema) "designa una situación que plantea una situación matemática cuyo método de solución no es inmediatamente accesible al sujeto (...) porque no dispone de un algoritmo que relacione los datos y la incógnita o los datos y la conclusión y debe, por tanto, buscar, investigar, establecer relaciones, implicar sus afectos, etc., para hacer frente a una situación nueva. Es, pues, un concepto relativo al sujeto que intenta resolverlo y al contexto en que se plantea la cuestión" (p. 24).
Charnay, 1994	(el problema) "se define (...) como una terna: situación-alumno-entorno. Sólo hay problema si el alumno percibe una dificultad: una determinada situación que "hace problema" para un determinado alumno puede ser inmediatamente resuelta por otro (...) el entorno es un elemento del problema, en particular las condiciones didácticas de la resolución (organización de la clase, intercambios, expectativas explícitas o implícitas del docente)" (p. 62).
Carrillo, 1998	"El concepto de problema debe asociarse a la aplicación significativa (no mecánica) del conocimiento matemático a situaciones no familiares, la conciencia de tal situación, la existencia de dificultad a la hora de enfrentarse a ella y la posibilidad de ser resuelta aplicando dicho conocimiento" (p.87).



### I.3. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: EVOLUCIÓN DEL CONCEPTO EN LA INVESTIGACIÓN EDUCATIVA Y DENTRO DEL ÁMBITO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

“Unlike textbook wordproblems, which usually describe a series of quasi-realistic situations in which a single idea or topic can be used, real problems seldom begin with an idea and then look for “applications”. Instead, they begin with a situation and then look for relevant ideas that seldom fit into neat disciplinary categories or can be expressed by formulae or equations” (Lesh y Akerstrom, 1982, p. 120).

La cita precedente marca claramente la tremenda diferencia existente entre el contexto escolar y la resolución de problemas ubicada en él, por un lado, y los problemas que surgen en el contexto extraescolar, por el otro. Por su propia naturaleza específica, la resolución de problemas en la escuela requiere un estudio igualmente específico. A continuación realizaremos una somera aproximación al desarrollo de la investigación psicoeducativa y didáctico-matemática sobre la resolución de problemas.

El trabajo pionero de Polya (1945/1965) aparece entre los más frecuentemente citados en los estudios sobre la resolución de problemas, aunque no fuera de hecho el primero que tratara el tema<sup>2</sup>. Su propuesta de heurísticos para la resolución de problemas revolucionó la investigación educativa sobre la materia y sobre todo su presencia en la escuela.

En el glosario de términos relacionados con la resolución de problemas que propone el autor, vemos la referencia directa a cuatro tipos de problemas: ‘de resolver’, ‘de demostrar’, ‘de rutina’ y ‘prácticos’. A estos últimos contraponen el autor de manera indirecta los problemas ‘puramente matemáticos’. Se trata, por lo tanto, de una clasificación en cinco tipos de problemas. Los primeros, *problemas de resolver*, son aquellos en los que el individuo busca un objeto o incógnita; en los *problemas de demostrar*, en cambio, se persigue la verificación o falsación de una afirmación o de un teorema matemático. Si en los primeros están la incógnita, los datos y la conclusión como elementos básicos, en los segundos se trata de hipótesis y conclusión. Para resolver uno y otro tipo de problemas sería necesario conocer los elementos principales correspondientes, pero una diferencia importante entre ambos tipos de problemas es que los de resolver están más relacionados con las matemáticas que Polya considera elementales, mientras que los segundos, los de demostrar, están más relacionados con las matemáticas superiores. En tercer lugar menciona el autor los ‘problemas de rutina’, que serían aquellos que se pueden resolver substituyendo las incógnitas por los datos disponibles, siguiendo paso a paso un procedimiento ya trabajado previamente en el aula. Por último, los *problemas prácticos* se distinguen de los ‘puramente matemáticos’ en que los primeros suelen ser más vagos e indefinidos, mientras en los segundos todos los elementos son definibles –si no ya definidos– de manera precisa. A pesar de esta primera clasificación

---

<sup>2</sup> Ya Dewey, por ejemplo, se interesa por la temática en su obra *How we think*, en 1933.

llama sumamente la atención que en ningún momento de esta famosa obra se proponga una definición general y básica de la noción de *problema*<sup>3</sup>, sino que parece darse por supuesto un acuerdo previo general sobre qué es o deja de ser un *problema*. En cuanto al uso de los problemas ‘de rutina’, Polya mismo advierte sobre el riesgo de su abuso:

“(…) los problemas de rutina pueden ser útiles a la enseñanza de las matemáticas pero sería imperdonable proponer a los alumnos exclusivamente problemas de este tipo (...) limitar la enseñanza de las matemáticas a la ejecución mecánica de operaciones rutinarias es rebajarlas por debajo del nivel de ‘un libro de cocina’ ya que las recetas culinarias reservan una parte a la imaginación y al juicio del cocinero, mientras que las recetas matemáticas no permiten tal cosa” (Polya, 1945/1965, p.163).

Mucho más desapercibida pasa la obra del psicólogo soviético Krutetski (1976), quien realiza numerosos estudios de casos longitudinales para definir las habilidades matemáticas y los procesos de resolución específicos de alumnos considerados talentosos matemáticos. Su trabajo supuso no sólo una revolución en cuanto a la temática de estudio, sino que también tuvo consecuencias a nivel metodológico, al hacer un trabajo con un cariz mucho más cualitativo, a contracorriente del positivismo aún reinante en el resto de Europa y Estados Unidos a mediados del siglo XX. El trabajo de Krutetski no está específicamente dirigido hacia la resolución de problemas propiamente dicha. Antes bien se centra en la identificación y fomento de habilidades matemáticas, bajo la firme convicción de que todos los alumnos tienen el mismo derecho a recibir el mayor apoyo posible para potenciar al máximo su desarrollo personal —general y específico en los ámbitos donde cada uno tenga mayor talento natural—, a fin de promover su máximo desarrollo profesional futuro en beneficio del conjunto de la sociedad<sup>4</sup>. Este afán le lleva a diseñar una conjunto de series de problemas matemáticos para evaluar las habilidades matemáticas de los sujetos participantes en su estudio que nos será de gran ayuda en el presente trabajo, como comentaremos en el Capítulo IV.

En 1969, más de veinte años después de la obra emblemática de Polya, Kilpatrick (en Lester, 1994) califica el estado de la investigación sobre la resolución de problemas matemáticos como ateoórico, poco sistemático y mal coordinado; en resumen, bastante caótico, con investigadores principalmente interesados en mediciones cuantitativas de las conductas de resolución de problemas. Casi tres décadas más tarde, en una nueva revisión sobre la materia, Lester (op.cit.) afirma que la situación, sin haber llegado aún a ser todo lo perfecta que cabría desear, ha mejorado considerablemente. Este autor constata la existencia de diferentes períodos en la investigación psicoeducativa sobre la resolución de problemas

---

<sup>3</sup> A pesar de ello, en las dos primeras partes de la obra previas al glosario, se mencionan los problemas nada menos que 187 veces.

<sup>4</sup> Quisiéramos recordar en este punto el trasfondo marxista del trabajo de este autor y el contexto socio-histórico y cultural en el cual lo desarrolla.

matemáticos desde la década de 1970 hasta mediados de la década de 1990 –período que abarca su revisión-, que resumimos a continuación a modo de visión general introductoria<sup>5</sup>:

- Un *primer período*, aproximadamente desde 1970 hasta 1982, en el que se enfatiza el aislamiento de variables de dificultad de las tareas y la identificación de las características de la actuación de los resolutores expertos; sobre el primer aspecto destaca el compendio de aportaciones de investigación, editado por Goldin y McClintock (1984). En este primer período la investigación se basa en análisis estadísticos de regresión y en experimentos instruccionales que tienen la enseñanza directa de heurísticos como principal consecuencia en la práctica educativa.
- Una *segunda fase que comprende los años 1972-1985* y se superpone parcialmente, por tanto, con la fase anterior. Durante estos años la psicología cognitiva se centra en estudiar las diferencias entre resolutores expertos y novatos, principalmente mediante el análisis detallado de los llamados “protocolos de resolución”, donde los sujetos intentan dejar constancia del proceso de pensamiento seguido para la resolución de problemas planteados en una situación experimental, con un alto grado de control por parte del investigador; el trabajo inicial de Schoenfeld es paradigmático en esta época (Schoenfeld, 1985c). A nivel escolar esto se traduce con frecuencia en programas de enseñanza directa de estrategias concretas de pensamiento.
- La *tercera fase tiene lugar entre los años 1982-1990*, aproximadamente, y se caracteriza por el estudio de la metacognición y la influencia de factores emocionales, actitudinales y motivacionales en la resolución de problemas. También en este caso la metodología dominante consiste en el análisis de protocolos de resolución. En el campo de la práctica educativa las propuestas conllevan un intento de enseñanza explícita de la metacognición.
- Por último, desde 1990 hasta el momento de la revisión de Lester, los investigadores de la resolución de problemas comienzan a interesarse por los aspectos sociales de la cognición. Desde el constructivismo social, las últimas investigaciones se dirigen a estudiar la resolución de problemas en contextos reales concretos, lo que supone una metodología de estudio de carácter primordialmente interpretativo y antropológico. En esta línea, es conocida la aportación de Lave y colaboradores (Lave, Smith y Butler, 1987), entre otros trabajos. En el contexto escolar resalta el trabajo de Wood y Sellers (1996; 1997) acerca de las rutinas de interacción desarrolladas en un grupo de tercer curso donde las matemáticas son trabajadas desde una perspectiva de resolución colaborativa de problemas.

---

<sup>5</sup> Las fechas son, obviamente, aproximativas.

Globalmente, podemos afirmar que la década de 1980 es especialmente fructífera en investigación sobre la resolución de problemas. No obstante, en una revisión previa a esta última de Lester, Kilpatrick (1985) subraya el desconocimiento acerca de cómo tiene lugar el *aprendizaje de la resolución de problemas*. Según él, se pueden advertir varias tendencias en las investigaciones en cuanto a la conceptualización del aprendizaje de la resolución de problemas: por *ósmosis* —la simple inserción del alumno en un ambiente de resolución de problemas le convertirá con el tiempo en un buen resolutor—; por *memorización* de las técnicas aplicables; por *imitación* de individuos resolutores expertos, supuestamente el profesor; por *cooperación* —a través de la discusión con otros individuos llegamos a aprender a resolver problemas—; por *reflexión* —es necesario un cierto nivel de metacognición, o reflexión sobre la acción, siendo esta acción el propio pensamiento, para llegar a alcanzar un control sobre el proceso de resolución.

También Silver (1985) hace un revisión sobre la materia indicando los que a su parecer eran temas de indagación urgente. Menciona, en primer lugar, la influencia del afecto en la resolución de problemas. En segundo lugar, cita las *creencias acerca de las matemáticas y de la propia resolución de problemas*. Subraya asimismo la necesidad de llevar a cabo estudios en el contexto natural de aula, analizando también el papel del profesor y de la tecnología educativa. Además, centra la atención sobre las diferencias individuales cognitivas y la metacognición, así como sobre los diferentes modos de representación durante la resolución de problemas, como posibles temas de estudio pendientes por aquellas fechas. Y, por último, también señala el interés de estudiar la resolución de problemas en grupos colaborativos y la realización de análisis conceptuales, no sólo procedurales.

Por su parte, Lesh y Akerstrom (1982) y Grouws (1985) advierten que la mayoría de la investigación acerca de la resolución de problemas durante las décadas de 1960 a 1980 se lleva a cabo estudiando los procesos de resolución de estudiantes mayores, universitarios o de bachillerato, que además suelen ser talentosos, que resuelven en solitario problemas que tratan acerca de conceptos matemáticos complejos y en situaciones artificiales de laboratorio. En cambio, añaden, apenas se ha investigado sobre grupos de alumnos de educación primaria o secundaria media, de rendimiento medio o bajo, con problemas que traten conceptos matemáticos más simples y aplicados a la vida cotidiana. Esta circunstancia hace que todas estas investigaciones se deban tomar desde la escuela con suma precaución. Grouws, además, hace un hincapié especial en la necesidad de investigar las prácticas escolares en relación con la resolución de problemas. Desde entonces se han hecho algunos estudios en esta línea, como por ejemplo el arriba citado de Wood y Selles (op.cit.).

En otra revisión el propio Lester (1987) señala cinco aspectos clave para futuras investigaciones. En primer lugar, subraya la necesidad de la elaboración de una teoría adecuada sobre la enseñanza de la resolución de problemas; en segundo lugar, considera importante la determinación de factores que influyen en el éxito en la resolución de problemas. Como tercer aspecto a tratar, menciona el estudio del

conocimiento, afectos y creencias del profesorado en torno a la resolución de problemas. En cuarto lugar, ensalza la nueva metodología en auge, el “*teaching experiment*” o experimento instruccional como método de investigación; y por último, indica la necesidad de investigación de los procesos colaborativos de resolución de problemas y el aprendizaje cooperativo.

En su revisión posterior, no obstante, Lester (1994) se aventura a afirmar que la resolución de problemas es el tópico más estudiado en las últimas décadas en el ámbito de la educación matemática y, sin embargo, al mismo tiempo, el menos comprendido. Se lamenta de la disminución del interés por este tema en la investigación educativa, basando su afirmación en el decrecimiento de trabajos presentados para publicación a la revista *Journal for Research of Mathematics Education*, en cuyo 25º aniversario se realiza esta revisión<sup>6</sup>. Según su análisis, este decrecimiento del interés se puede explicar por cuatro circunstancias:

- El auge de otros temas que restan protagonismo a la resolución de problemas, como por ejemplo las diferencias de género, influencias socioculturales en el aprendizaje de las matemáticas, la evaluación, etc.
- La tendencia de algunos a pensar que ya se sabe todo acerca de la resolución de problemas. En relación con esto, Lester critica el abuso que se hace en la literatura del documento orientativo del *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) conocido popularmente como *The Standards*. Afirma que la referencia a este documento se ha convertido en la última autoridad erróneamente, ya que no surge de la investigación educativa, sino que se trata de un documento orientador, que no es fruto directo de la investigación educativo-didáctica sino que se elabora como libro blanco enmarcado en una política educativa concreta.
- La constatación, por parte de otros, de que la resolución de problemas es algo más complejo de lo que inicialmente se pensaba.
- Una lamentable confusión entre “resolución de problemas” y “constructivismo” como ideología dominante.

En su análisis de las temáticas pendientes de estudio, Lester (1994) compara sus propias propuestas de 1980 con las posteriores de Schoenfeld (Lester, 1980; Schoenfeld, 1992), y concluye que mientras

---

<sup>6</sup> Por nuestra parte sólo podemos sumarnos a este lamento: los dos manuales internacionales, editados recientemente por A. Bishop et al., *First International Handbook of Mathematics Education* (1996) y *Second International Handbook of Mathematics Education* (2003), no recogen ni una sola aportación sobre esta temática.

Schoenfeld añade tres temáticas nuevas —la necesidad de indagación sobre (1) *la evaluación de la resolución de problemas*, (2) *la influencia de las creencias y afectos en la resolución de problemas*, y (3) el papel del control metacognitivo sobre los procesos de resolución de problemas—, ambos autores coinciden con doce años de diferencia en señalar el interés de (1) una definición clarificada de lo que constituye la resolución de problemas, (2) una mejora en los métodos de investigación, (3) el estudio de la importancia de la interrelación de diferentes aspectos a la hora de resolver problemas, (4) centrar la atención en la enseñanza de la resolución de problemas. Esta coincidencia, junto con las revisiones comentadas con anterioridad, obviamente no puede significar otra cosa que un avance insuficiente e insatisfactorio en todos estos años de investigación sobre la materia.

Por lo que respecta al Estado Español, queremos resaltar las aportaciones de Puig (1996), Blanco (1993), Callejo (1992; 1994) y las de Pozo y colaboradores durante las décadas de 1980-90 —ver, por ejemplo Pozo et al. (1994)—, si bien los últimos no restringen su investigación al ámbito de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ocupándose también de otros ámbitos curriculares, como la historia o las ciencias naturales. A estos autores nos referimos antes en relación con la definición que proponen de *problema*, donde adquieren importancia los conocimientos previos de la persona y la reestructuración de éstos. Además, a lo largo de la década de 1990 se han defendido diversas tesis doctorales referentes a la resolución de problemas en nuestro país —véanse entre otras, por ejemplo, las de Zorroza (1994), Corbalán (1997) y Cobo (1998) y más recientemente la de Vila (2001).

Ahora bien, si nos fijamos en el contexto alemán podemos constatar la especificidad lingüística y cultural de nuestro estudio. En la República Federal Alemana es notoria la falta de investigación detallada sobre la resolución de problemas, contrariamente a lo que ocurre en el ámbito anglosajón o español. Nos atrevemos a conjeturar que esto se podría deber a que en el idioma alemán el término *problema*, a diferencia de lo que ocurre con las lenguas de origen romance y el inglés, se ha desglosado en un argot didáctico muy específico que reduce al mínimo, en principio, las posibilidades de confusión, no dando lugar a la polisemia de *problema* que habita en nuestras escuelas. Así, tenemos denominaciones tales como ‘*Rechengeschichte*’ (historia de cálculo), ‘*Zahlengeschichte*’ (historia de números), ‘*Textaufgabe*’ (tarea de texto), ‘*angewandte Aufgabe*’ (tarea aplicada), etc. que usualmente suelen ser traducidas todas ellas al español como *problema*. Con frecuencia se utiliza en las escuelas alemanas el término *Textaufgabe* para referirse a nuestros problemas tradicionales, o *wordproblem* en la literatura anglosajona. Y aunque bien es cierto que tampoco la escuela alemana está exenta del riesgo de reducir todo el trabajo de resolución de problemas al trabajo con *Textaufgaben*, tal como claman Grigutsch y Zielinski (1992), no lo es menos que con un vocablo reservado para las actividades más propiamente problemáticas (*Problemaufgabe*,

*Problemlösen*)<sup>7</sup> la confusión lingüística es potencialmente menor que en nuestro contexto o el contexto anglosajón.

## I.4. LOS PROBLEMAS Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

Después de ver cómo se desarrolla la investigación psicoeducativa y didáctico-matemática acerca de la resolución de problemas, en este apartado veremos cuáles han sido sus efectos en el aula, si es que alguno han tenido los múltiples esfuerzos de innumerables investigadores. Para Callejo (1994), el tratamiento de la resolución de problemas en el aula presenta un panorama bastante desalentador, ya que según la autora los problemas en el aula han venido a convertirse en un:

*“cajón de sastre que reúne actividades que se proponen a los estudiantes persiguiendo diferentes finalidades y cuya resolución exige aplicar diferentes conocimientos, habilidades y capacidades que normalmente forman parte de la programación de matemáticas” (p. 22).*

Casi diez años antes de esta afirmación, Pereda (1987) publica una obra dirigida a maestros de 3º de Educación General Básica con propuestas específicas para trabajar la resolución de problemas en el aula desde una perspectiva renovadora. Este autor presenta una descripción de las prácticas de aula habituales en las que el papel de la resolución de problemas queda relegada primordialmente al final de la lección y es, por así decir, “materia de deberes para casa”; los problemas, además, se subordinan a la práctica del cálculo y se llevan a cabo de forma individual. Por otro lado, las bienintencionadas propuestas heurísticas de Polya (op.cit.) se han visto reducidas en el aula con grandísima frecuencia a (problemas de) rutina: lo que el autor propuso como estrategias generales de abordaje de problemas (comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y comprobación de la solución obtenida) se pueden observar a menudo como corpiño riguroso de pasos a seguir, tomando valor de criterios formales, casi estéticos.

Stanic y Kilpatrick (1987), en un recorrido histórico del papel de la resolución de problemas en la escuela, determinan tres modos de tratamiento de ésta, en cierta manera ligados al propio desarrollo de la psicología de la educación, la pedagogía y la didáctica de las matemáticas. Ahora bien, estos modos de tratamiento no son necesariamente consecutivos y mutuamente excluyentes en la historia, sino que más bien responden a un proceso acumulativo, de tal modo que hoy en día se pueden encontrar casos referentes a los tres.

---

<sup>7</sup> En cuanto a la categorización de los diferentes tipos de tareas que se utilizan en la escuela alemana tradicionalmente encontramos sumamente útil el trabajo de Fricke (1987).

Según su análisis, los problemas han formado parte de la educación matemática desde la antigüedad clásica. No obstante, no sería hasta comienzos del siglo XX cuando la resolución de problemas en sí misma fue tematizada en la escuela. Así, el trato que reciben los problemas en la enseñanza de las matemáticas lo clasifican estos autores en: (1) problemas como *contexto*, (2) problemas como *habilidad* y (3) problemas como *arte*. Entre los problemas como contexto, a su vez, Stanic y Kilpatrick distinguen entre aquellos usados como *justificación, motivación, recreación, vehículo o práctica*.

Por nuestra parte, dado el tiempo pasado desde esta clasificación y el desarrollo del estudio de la resolución de problemas desde entonces, hemos preferido hacer una distinción diferente que atienda también a los últimos avances en materia de evaluación. Así, nosotros distinguimos en este trabajo entre problemas como *objetivo o contenido de enseñanza*, problemas como *opción didáctica metodológica de enseñanza y aprendizaje* y problemas como *instrumentos de evaluación del aprendizaje matemático*. Esta clasificación está estrechamente ligada a la anterior. Cabe señalar aquí que, al igual que ocurría con los diferentes paradigmas dentro de la investigación psicológica, el cambio de perspectiva no es en absoluto nítido y no implica un abandono de la aproximación anterior; más bien se trata de una diversificación de la presencia de la resolución de problemas en la escuela que conlleva sin duda un enriquecimiento de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En los apartados siguientes comentamos la evolución de los problemas como objetivo y contenido de aprendizaje y como opción didáctica. En el capítulo siguiente nos referiremos al papel de los problemas en la evaluación del conocimiento matemático.

#### I.4.1. Los problemas y la resolución de problemas como objetivo y contenido de la enseñanza y aprendizaje

Según el análisis histórico de Stanic y Kilpatrick (op.cit.), las propuestas pedagógicas relacionadas con la resolución de problemas en el área de matemáticas han sido de diversa índole a lo largo de la historia escolar. Estos autores señalan que la resolución de problemas cotidianos ya estaba presente en la escuela como sentido mismo de la educación matemática desde mucho antes de la aportación de Polya a mediados del siglo XX: sin embargo, posiblemente el mayor mérito de este autor, en nuestra opinión, fuera conseguir tematizar la enseñanza de la resolución de problemas de forma explícita.

Algunos años después de que Polya formulara sus propuestas de estrategias heurísticas para el abordaje de los problemas matemáticos (a saber: comprensión del problema, formulación de un plan de abordaje, ejecución del plan y verificación de la solución obtenida), las principales repercusiones pedagógicas tomaron la forma de propuestas de enseñanza directa de éstas y otras estrategias que pretendían convertir a los resolutores novatos en expertos resolutores. Estas propuestas derivan de los estudios de la psicología cognitiva de la década de 1960 hasta bien entrada la década de 1980, que



persiguen establecer las diferencias de actuación entre los resolutores novatos y los expertos, como decíamos en el apartado anterior. Buen ejemplo de esta tendencia es la obra de Bransford y Stein (1984), donde los autores proponen un modelo de enseñanza de la resolución de problemas basado en el control estricto de los propios procesos de pensamiento, en el cual la tarea del profesor consiste básicamente en ayudar a los alumnos en la toma de conciencia y control de los procesos cognitivos, dentro de una línea de desarrollo y fomento de la metacognición.

No obstante, a pesar del amplio *corpus* de investigación en torno al tema, el éxito de los programas derivados de ella en el campo de la enseñanza es escaso. La enseñanza *real* de estrategias concretas y heurísticos para la resolución de problemas resulta ser mucho más compleja que los experimentos instruccionales mediante los cuales se lleva a cabo la investigación. En el campo educativo se tenía la esperanza puesta en la *transferencia* y *generalización* al mundo extraescolar de las estrategias concretas y los heurísticos aprendidos mediante su aplicación explícita y directa en problemas concretos, en momentos y situaciones de aula acotados, alejados de la vida extraescolar. La investigación psicoeducativa, sin embargo, ha demostrado sobradamente que la transferencia a la vida extraescolar de los aprendizajes realizados en el aula no es un objetivo fácil de alcanzar (Owen y Sweller, 1989; Pozo et al., 1994).

Al analizar el papel de la resolución de problemas en el aula a lo largo de la historia, Stanic y Kilpatrick (op.cit.) señalan que los problemas en el aula pueden perseguir metas muy diversas y, según la meta, así será organizada la enseñanza; de tal modo que si un profesor se plantea como objetivo que sus alumnos aprendan a resolver problemas complejos, debería estar dispuesto a invertir mucho tiempo en practicar estrategias heurísticas; pero si el objetivo del docente es que los alumnos aprendan a resolver problemas más “tradicionales” y simples, el tiempo de instrucción dedicado a ello puede ser mucho menor. Dentro de esta categoría que recoge los problemas como objetivo y contenido de enseñanza incluimos las que Stanic y Kilpatrick denominan “los problemas como *habilidad*” y “los problemas como *arte*”, que describimos a continuación.

#### ***1.4.1.1. La resolución de problemas como habilidad***

En esta categoría la resolución de problemas se concibe como una habilidad más a ser enseñada, paralela a otras tantas habilidades matemáticas. La resolución de problemas se entiende bajo esta idea como una suma jerárquica de subhabilidades y estrategias heurísticas que son, con frecuencia, malinterpretadas y convertidas en nuevos algoritmos. Stanic y Kilpatrick hacen hincapié en los riesgos de discriminación de alumnos que conlleva esta opción:

“Putting problem solving in a hierarchy of skills to be acquired by students leads to certain consequences for the role of problem solving in the curriculum. One consequence is that within the general skill of problem solving hierarchical distinctions are made between solving routine and non-routine problems. That is, non-

routine problem solving is characterised as a higher level skill to be acquired after skill at solving routine problems (which in turn is to be acquired after students learn basic mathematical concepts and skills). This view postpones attention to non-routine problem solving, and, as a result, only certain students, because they have accomplished the prerequisites, are ever exposed to such problems. Non-routine problem solving becomes then an activity for the especially capable students" (Stanic y Kilpatrick, op.cit., p. 15).

Respecto a la diferenciación entre problemas rutinarios y no rutinarios, Polya (1981), por ejemplo, establece una tipología de problemas de cuatro niveles cuando éstos persiguen una finalidad pedagógica, de entre los cuales podríamos cuestionar si el primer tipo se puede considerar realmente problema, dadas las definiciones presentadas arriba<sup>8</sup>:

- *"regla bajo la nariz"*: el tipo de problema que se resuelve con una técnica justo aprendida o discutida en el aula (*"rule under your nose"*).
- *"aplicación con cierta elección"*: un problema que se puede resolver mediante la aplicación de alguna técnica aprendida en un pasado reciente en el aula, de modo que el alumno debe hacer alguna elección entre las técnicas disponibles.
- *"elección de una combinación"*: un problema que requiere la combinación de dos o más técnicas recientemente expuestas en clase.
- *"nivel investigativo"*: un problema que requiere una combinación novedosa de reglas y ejemplos, que tiene muchas ramificaciones y requiere un alto nivel de independencia y razonamiento.

Los trabajos de Schoenfeld a mediados de la década de 1980 muestran claramente las consecuencias del uso excesivo, o peor aún, exclusivo, de problemas de los tipos primero a tercero. Una de estas consecuencias nefastas, tal como indica este autor repetidamente (Schoenfeld, 1985a, 1985b, 1989), tiene que ver con el desarrollo de concepciones entre el alumnado que se resumen en que (1) todo problema tiene una única solución, (2) se debe poder alcanzar la solución mediante la aplicación de una técnica recientemente trabajada en clase, (3) la solución se debe hallar rápidamente: una búsqueda de más de 5 minutos significa incapacidad de resolver el problema y, por tanto, no merece la pena seguir insistiendo. En el capítulo tercero, al ocuparnos de las concepciones del profesorado y el alumnado, volveremos sobre este punto.

---

<sup>8</sup> Jonassen (2000) también habla de problemas algorítmicos como aquellos que se solucionan mediante la aplicación directa de un algoritmo y defiende, ante la crítica de otros investigadores, la necesidad de considerar este tipo de tareas dentro de los problemas por el amplio uso que se hace de ellos en la escuela.

### ***I.4.1.2. La resolución de problemas como arte***

Dentro de una comprensión de la resolución de problemas como arte, según Stanic y Kilpatrick (op. cit.), se entiende la práctica identificación de la resolución de problemas con las matemáticas. En consecuencia, todo el trabajo en el aula de matemáticas va orientado a desarrollar la capacidad de resolución de problemas, que es, por así decirlo, el objetivo último del currículo de matemáticas. Adoptar esta visión de la resolución de problemas implica, por tanto, una visión mucho más compleja de las matemáticas y tiene su origen en las propuestas de Polya, quien entendía la resolución de problemas como un arte práctico, “como nadar, o esquiar, o tocar el piano” (Polya, 1981, p. ix), para cuyo aprendizaje no bastaba con una simple repetición de problemas rutinarios, sino que era necesaria la resolución de problemas complejos, surgidos a lo largo de la historia de las matemáticas, con la guía y modelo del profesor. Evidentemente, muchos matemáticos anteriores a Polya ya entendieron las matemáticas de esta forma. Sin embargo, fue mérito de Polya el saber expresarlo de tal manera que sus propuestas fuera entendidas y acogidas en la escuela. También Dewey (1933) era un gran defensor de la educación globalmente orientada a enseñar a pensar reflexivamente, lo que en términos actuales se podría interpretar como relacionado con resolver problemas. En cierto modo, esta visión y uso de la resolución de problemas limita borrosamente con la categoría siguiente.

### **I.4.2. Los problemas y la resolución de problemas como metodología didáctica**

Tras un período prolífico en propuestas de enseñanza *de* la resolución de problemas, más o menos fallidas, surgen nuevas propuestas de enseñanza de las matemáticas *a través de* la resolución de problemas. Dentro de esta línea encontramos, por ejemplo, los trabajos pioneros de Lester y colaboradores (Schroeder y Lester, 1989; Lester y Tinsley, 1993). En cierto modo, como decíamos, esta categoría está relacionada con los “problemas como *arte*”, citada en el subapartado I.4.1.2. Sin embargo, consideramos que no son totalmente identificables: la diferencia radica en la idea de las matemáticas que subyace a ambas. En el caso de los “problemas como *arte*”, la resolución de problemas es la propia naturaleza de las matemáticas, mientras que en esta nueva perspectiva a la que aludimos, la resolución de problemas y las matemáticas no son identificables, sino que la primera es todavía un subconjunto de las segundas y a través de ella se pretende presentar, trabajar, y asentar otros conceptos y procedimientos matemáticos:

“In teaching via problem solving, problems are valued not only as a purpose for learning mathematics but also as a primary means of doing so. *The teaching of a mathematical topic begins with a problem situation that embodies key aspects of the topic, and mathematical techniques are developed as reasonable responses to reasonable problems*” (Schroeder y Lester, 1989, p. 33) [*cursiva añadida*].

Esta propuesta es también, en su desarrollo ideal, lo suficientemente compleja como para que su puesta en práctica resulte no menos difícil que las propuestas anteriores de enseñanza directa de la resolución de problemas. En la práctica escolar se da a menudo una versión simplificada, y en gran medida adulterada, de la visión de la resolución de problemas como metodología didáctica para la enseñanza y aprendizaje de otros contenidos matemáticos, en tanto se hace uso de los problemas como estrategia didáctica “menor”, es decir, no como núcleo del desarrollo de la enseñanza y aprendizaje, sino como un elemento parcial ubicado en determinados momentos aislados del proceso didáctico. En este sentido enlazamos de nuevo con las categorías propuestas por Stanic y Kilpatrick, cobrando importancia lo que ellos denominan “problemas como *contexto*”. Estos autores hablan de los problemas que idealmente se toman como *vehículo*, opción según la cual los problemas se presentan como la vía a través de la cual se aprende algún otro aspecto matemático; esta opción estaría igualmente ligada con la línea de aprendizaje por descubrimiento. No obstante, también advierten de lo que podríamos llamar *desviaciones* de esta vertiente ideal. Así, también es posible encontrar problemas como:

- *Motivación* hacia un nuevo concepto matemático que se introduce. La finalidad principal sería llamar la atención y despertar la curiosidad hacia lo que vendrá.
- *Recreación*. En cierto modo relacionado con el uso de la resolución de problemas como motivación, pero no totalmente identificable con éste; la intención pedagógica en este caso es proporcionar una diversión *a posteriori* del aprendizaje de un concepto o procedimiento matemático, para lo cual se aceptan también problemas puramente matemáticos, no necesariamente relacionados con la vida extraescolar.
- *Práctica*. La versión más frecuente en las aulas de matemáticas, sin lugar a dudas: los problemas se presentan como contexto de aplicación de otros aspectos matemáticos trabajados en el aula con anterioridad más o menos inmediata; el objetivo es el refuerzo y asentamiento de lo que se consideran habilidades básicas.

La visión de la resolución de problemas como vía de enseñanza de las matemáticas es defendida también desde el movimiento de la RME, la *Realistic Mathematics Education*, iniciado por Hans Freudenthal; no obstante, nos centraremos más en sus aportaciones en el siguiente capítulo, considerando las propuestas que hacen algunos autores situados en esta perspectiva respecto a la evaluación del aprendizaje matemático.

## I.5. LOS PROBLEMAS Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA NORMATIVA EDUCATIVA DEL ESTADO ESPAÑOL

En esta sección nos referimos someramente a la presencia de la resolución de problemas y el papel que se le otorga a la misma en la escuela española tras la reforma educativa del 1990, impulsada por la Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE). El interés de este análisis reside en la vigencia reciente de dicha ley —y los documentos curriculares normativos derivados, tanto a nivel estatal como autonómico— en el momento de recogida de datos del estudio, constituyendo, por tanto, el marco normativo en que se sitúa la labor profesional de los docentes entrevistados y en el cual cobran sentido sus prácticas escolares. El resultado de nuestro análisis se puede consultar con más detalle en el anexo de legislación (Anexo B. Anexo a los capítulos I-II). Por motivos de espacio, nos referiremos aquí a una síntesis del mismo.

En los documentos normativos analizados se recoge la resolución de problemas desde la triple perspectiva a la que aludíamos en los apartados anteriores —como objetivo y contenido de enseñanza, como instrumento didáctico útil para tratar otros contenidos específicos del área y como criterio e instrumento evaluativo—. Esto refuerza lo visto a lo largo del capítulo en relación con la evolución histórica del tratamiento de la resolución de problemas en la escuela: las tres opciones no son en absoluto excluyentes sino antes bien complementarias y acumulativas. No obstante, también hemos podido constatar que existen diferencias en el tratamiento o énfasis que se le da a la resolución de problemas en cada uno de los documentos analizados: mientras en el Real Decreto de Enseñanzas Mínimas la resolución de problemas es un contenido más dentro de los otros apartados del área de matemáticas, en el *Marc o Disseny Curricular* la resolución de problemas se contempla como unidad curricular con entidad propia, separada de otros tópicos.

No obstante, por encima de esta diferencia, quisiéramos subrayar las similitudes. A nuestro modo de ver, en todos los documentos normativos analizados existen ciertas limitaciones. En primer lugar, una de las mayores limitaciones de estos documentos es la carencia de una definición de lo que se deberá entender en la escuela por *problema* y *resolución de problemas*. Es decir, son documentos ajenos a la polisemia de estos conceptos en la tradición escolar que dejan a los docentes sin directriz concreta. En segundo lugar, a pesar de mencionar anteriormente la aparición de la resolución de problemas en los diferentes apartados (objetivos, contenidos y evaluación), en realidad, su rol primordial en todos ellos sigue respondiendo a lo que Stanic y Kilpatrick (1987) llamaban “los problemas como habilidad”, con la enseñanza de estrategias específicas parceladas como principal aspecto de la resolución de problemas en la escuela.

## I.6. SÍNTESIS DEL CAPÍTULO I

Como síntesis de la revisión realizada de la literatura sobre los problemas y la resolución de problemas podemos destacar los siguientes puntos:

- Hay aún hoy en día falta de consenso sobre lo que se debe entender como problema y resolución de problema.
- Apoyándonos en las definiciones de Schoenfeld (1985), Pozo (1994) y Charnay (1994), nosotros entendemos los problemas, dentro de las características particulares del contexto escolar, como tareas complejas, percibidas como tales por el alumno o resolutor potencial, que requieren un abordaje estratégico y pueden desencadenar una reestructuración de los esquemas cognitivos, potenciando así el aprendizaje.
- A lo largo de las últimas décadas, diversos autores han señalado el interés de estudiar las concepciones acerca de la resolución de problemas (Silver, 1985; Lester, 1987; Schoenfeld, 1992).
- La resolución de problemas en la escuela ha pasado progresivamente de ser objeto aislado de enseñanza a ser instrumento didáctico y de evaluación, al menos desde las propuestas teóricas de la educación matemática.
- La resolución de problemas aparece como uno de los grandes objetivos y contenidos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los documentos curriculares normativos en el Estado Español, y en concreto en Cataluña, en el momento de la recogida de datos del estudio. Sin embargo, no se define qué se entiende por resolución de problemas ni por problema. Tras unas prometedoras orientaciones didácticas generales introductorias, la resolución de problemas aparece primordialmente como objetivo de aprendizaje. Se tratan los problemas “como habilidad” y como parcela de conocimiento aislada dentro del conjunto del currículo matemático, alejándose así de la propuesta actual de la investigación psicoeducativa y didáctica, referente al uso de los problemas también como medio de enseñanza y evaluación del propio aprendizaje matemático.

<b>CAPÍTULO II: LA EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE MATEMÁTICO EN LA EDUCACIÓN OBLIGATORIA .....</b>	<b>24</b>
II.1. <i>¿Qué decimos cuando hablamos de evaluación?</i> .....	25
II.2. <i>Breve apunte histórico de la evaluación escolar</i> .....	27
II.3. <i>Naturaleza de la evaluación educativa</i> .....	30
II.4. <i>Las funciones de la evaluación: algunas propuestas teóricas</i> .....	32
II.4.1. <i>La evaluación como instrumento regulador</i> .....	33
II.4.2. <i>La evaluación evaluativa o el intento de cuestionar un sistema</i> .....	35
II.4.3. <i>La evaluación como modelo del conocimiento valorado</i> .....	37
II.4.4. <i>La RME y la evaluación didáctica</i> .....	38
II.4.5. <i>La evaluación como instrumento de atención a la diversidad</i> .....	39
II.4.6. <i>Funciones de la evaluación: síntesis</i> .....	40
II.5. <i>Algunos conceptos de importancia en este estudio referentes a la evaluación</i> .....	41
II.6. <i>La evaluación del aprendizaje matemático: tendencias y propuestas actuales</i> .....	46
II.6.1. <i>La RME y los problemas imaginables</i> .....	48
II.6.2. <i>Otras propuestas de tareas de evaluación del aprendizaje matemático</i> .....	50
II.7. <i>La evaluación (de las matemáticas) en la legislación escolar del Estado Español</i> .....	52
II.8. <i>Síntesis del capítulo II</i> .....	54

*(T17) esto es un problema, también... hombre, pueden ser más ABIERTOS, más CERRADOS, más CREATIVOS o menos CREATIVOS, eh, que no den una única SOLUCIÓN sino que den posibles soluciones, hay VARIEDAD, hay variedad, lo que pasa que para eso/ significa pues dedicar bastante tiempo al diseño de la evaluación ¿eh? (CS13, 82)*

## Capítulo II: La evaluación del aprendizaje matemático en la educación obligatoria

En este capítulo abordaremos los aspectos teóricos referentes a la evaluación del aprendizaje, y en especial al aprendizaje matemático, que dan sentido a nuestro trabajo. No obstante, antes de centrarnos en el ámbito específico de la evaluación del aprendizaje matemático, decidimos iniciar el capítulo con una breve digresión sobre el significado del término *evaluación* y otros términos y conceptos asociados en la práctica diaria escolar (primera sección del capítulo) y un breve recorrido histórico de la evaluación escolar (segunda sección). Esta decisión responde a una doble reflexión previa. Por un lado, el lenguaje es cultura, y en consecuencia el modo en que el lenguaje se usa refleja en gran medida la comprensión que un grupo social tiene de un fenómeno o un concepto. De acuerdo con esta idea, se pueden avanzar diferencias en las prácticas evaluativas y las formas de entender la evaluación a través de las diferencias en el uso diario de los vocablos. Por otro lado, en la medida en que la historia nos ayude a entender la actualidad con sus aciertos y errores y sus necesidades de cambio, lograremos proponer cambios viables para el futuro. En la tercera sección nos detenemos en la naturaleza de la evaluación educativa para pasar a la cuarta sección, que nos lleva a una revisión de diversas propuestas teóricas que enmarcarán nuestro estudio en lo concerniente a las funciones de la evaluación escolar. La quinta sección presenta la definición específica de algunos conceptos relativos a la evaluación de importancia en este trabajo. En la sexta sección centramos la mirada en las propuestas más recientes y específicas sobre la evaluación del aprendizaje matemático y cerramos el capítulo con un breve análisis de la situación legislativa relativa a la evaluación escolar en el Estado Español en el momento de recogida de datos —para un análisis más detallado deberá consultar el lector el anexo correspondiente ([Anexo B. Anexo a los capítulos I-II](#)).



## II.1. ¿QUÉ DECIMOS CUANDO HABLAMOS DE EVALUACIÓN?

¿A qué nos referimos exactamente con el término *evaluación*? Es indiscutible la conexión etimológica con *valor*, en este sentido *evaluar* se puede entender como ‘otorgar un valor a algo’. Que este valor acabe siendo cuantitativo (resultado de una medición numérica) o cualitativo (resultado de un enjuiciamiento sujeto a criterios establecidos) ya es una cuestión diferente.

La práctica escolar diaria, no obstante, ha dado lugar en el Estado Español a un uso frecuente del término *evaluación* en el sentido de ‘cada uno de los períodos trimestrales en los cuales se divide tradicionalmente el curso escolar’ (septiembre-Navidad; Navidad-Semana Santa; Semana Santa-junio), dado que, por imposición legal, al finalizar cada uno de estos trimestres se debe elaborar un informe de evaluación para comunicar los resultados de aprendizaje a los alumnos y sus familias. Reducida la *evaluación* a un mero aspecto temporal, el componente de valoración queda también reducido a los instrumentos de medición: *examen*, *control*, *test* y *prueba* (a veces con la coletilla ‘escrita’).

*Examen* es un término que se puede antojar anticuado y duro. Muchos docentes de educación primaria se resisten hoy en día a utilizarlo y optan por las otras alternativas mencionadas, más suaves, (quién sabe si) más acordes con la naturaleza ‘inmadura y tierna’ de los alumnos. Incluso podríamos decir que en la escuela secundaria *examen* está igualmente en vía de extinción. *Control*, y sobre todo *test*, lo substituyen con un tizne psicométrico de modernidad, de ciencia objetiva y exacta, importado desde el mundo anglosajón a nuestras escuelas desde finales del siglo XIX y a lo largo del siglo XX (Díaz Barriga, 1990, 1993). En cambio la elección de *prueba* tiene otras connotaciones; tiene al menos dos y ambas relacionadas con las funciones de la evaluación, que desglosaremos en otra próxima sección con mayor detenimiento. Baste por ahora decir que, por un lado, *prueba* remite a algo en proceso, inacabado, en desarrollo. ¿Cuántas veces no habremos pensado: ‘hagamos una prueba, si no sale volveremos a intentarlo y haremos otra más adelante, y así hasta que el resultado sea satisfactorio’? Pero por otro lado, también tiene una connotación jurídico-criminológica, tanto más cuando le añadimos el adjetivo ‘escrita’, con el cual la *prueba* queda fijada para la eternidad, guardada en formol para posteriores observaciones y análisis, y para mostrarla a diferentes públicos interesados en ella. Así, en la primera y cuarta acepciones de la entrada ‘prueba’ en el Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española leemos: ‘acción y efecto de probar’ (1) y ‘ensayo o experimento que se hace de algo para saber cómo resultará en su forma definitiva’ (4). En cambio, en la segunda y tercera acepciones de ‘prueba’ en esta misma obra de referencia de la lengua española leemos: ‘razón, argumento, instrumento u otro medio con que se pretende mostrar y hacer patente la verdad o falsedad de algo’ (2) e ‘indicio, señal o muestra que se da de algo’ (3). No es hasta la séptima acepción cuando se añade la connotación referente al contexto educativo: ‘examen que se hace para demostrar los conocimientos o aptitudes de alguien’ (7).

Si comparamos esta situación de la escuela española con otros países veremos cómo las prácticas llevan a unos términos y los términos a unas prácticas. En concreto, comentamos brevemente el caso de la República Federal Alemana y los Estados Unidos de América, por ser los dos que conocemos mejor. En el caso alemán son dos términos los que se utilizan para traducir la *evaluación* española en práctica y uso: *Leistungsmessung* y *Leistungsbewertung*. Sin embargo, una traducción lingüística literal pone en evidencia diferencias importantes: *Leistungsmessung* y *Leistungsbewertung*, traducidos literalmente, significan ‘medición del rendimiento’ y ‘valoración del rendimiento’, respectivamente. Entendiendo estos términos podemos adivinar una centración en el resultado antes que en el proceso de aprendizaje. Tanto es así que desde planteamientos actuales constructivistas se plantean nuevos términos huyendo de *Leistung-*, por ejemplo *Lernbeobachtung* (*observación del aprendizaje*) (Sacher, 2001; Zumhasch, 2001), a costa de reducir de nuevo el complejo proceso de evaluación a uno sólo de sus instrumentos posibles: la observación. El término *Evaluation* es en realidad un neologismo técnico en alemán y se reserva para la evaluación externa de sistemas. En cuanto a los instrumentos de la evaluación en la escuela alemana no sólo está la observación del aprendizaje como opción más innovadora. Modos mucho más tradicionales son el *Test* –valga el mismo comentario que para el caso español–; la *Arbeit* que equivaldría a nuestro *examen*, pero significa *trabajo*; la *Klausur*, otro vocablo traducible al castellano por *examen*, reservado en Alemania para la educación secundaria o post-obligatoria preferentemente y que nos remite a una situación de encierro e introspección (*clausura*), lo que revela el carácter predominantemente individual de este fenómeno; y finalmente *Prüfung*, que consiste en un examen de mayor carácter oficial y con un fuerte componente de selección definitiva y se puede traducir como ‘comprobación’ o ‘verificación’.

En el caso del idioma inglés tenemos dos términos, *assessment* y *evaluation*, traducidos ambos al castellano como *evaluación*. Si bien hay quien utiliza estos dos términos como sinónimos, la Comisión Internacional para la Enseñanza de las Matemáticas aconseja la reserva de *evaluation* para la evaluación externa de sistemas, adoptado así por la academia alemana, mientras que *assessment* se utiliza para referirse a la evaluación del aprendizaje que tiene lugar dentro del aula (Niss, 1993). Van den Heuvel-Panhuizen (1995), citando un trabajo anterior de Wiggins, indica una relación etimológica entre el *assessment* inglés y el *asseoir* francés, explicando que dicha relación viene explicada por la posición sentada en la que se realizan –normalmente– los exámenes. Nosotros, en cambio, preferimos pensar que *assessment* procede del latín ‘*assessor/assessoris/assidere*’ y significa ‘asistir, prestar ayuda’ (RAE, 20ª ed.), del cual proceden también evidentemente los términos castellanos *asesor* y *asesorar*.

En cuanto a los instrumentos utilizados tradicionalmente para efectuar la evaluación, en inglés encontramos, por orden ascendente de ‘importancia’, el *quiz* –una breve sesión de preguntas y respuestas no necesariamente escritas al comienzo o final de una sesión de clase–, el *test* –valga de nuevo el primer comentario al respecto– y el *exam* o *examination*, siendo éste último el término de mayor solemnidad, como el caso de *Prüfung* en alemán.

A los términos relativos a los instrumentos de evaluación cabe añadir en cada uno de los idiomas considerados el verbo asociado que describe la acción, puesto que también éste es diferente. Así, en castellano un *test*, *control*, *prueba* o *examen* se *hace*; en alemán un *Test* y una *Arbeit* se *escriben*, (*einen Test / eine Arbeit schreiben*), mientras que una *Prüfung* se *hace* —o incluso se *absuelve* en el caso de éxito final— (*eine Prüfung machen/absolvieren*). Y en inglés, en cambio, los *quizz* y los *tests* se *hacen*, mientras que los *exams* o *examinations* se suelen *sentar* (*do a quizz/test, sit an exam*). Esta última expresión, que posiblemente explique la interpretación de Van den Heuvel (op.cit.), revela un papel del alumno bastante pasivo (*sentar*) frente a los términos anteriores (*hacer, escribir*).

Del mismo modo merecen nuestra atención los términos y expresiones utilizados en cada caso para designar el instrumento de comunicación de los resultados de evaluación. En el caso español hablamos de *boletín de notas o calificaciones*, tradicionalmente, o *informe de evaluación*, como expresión más actual. El primero remite a un documento de información recopilada y publicada periódicamente y con cierto grado de oficialidad; el *informe de evaluación*, en cambio, aporta un cariz más bien técnico, científico. En el caso del inglés, se utiliza el término *report*, que se puede relacionar igualmente con el ámbito científico en el sentido de *informe*, pero también con el campo periodístico en el sentido de *reportaje*. En alemán, por su parte, nos volvemos a encontrar con el ámbito jurídico-criminológico, ya que el término utilizado es *Zeugnis*, traducible literalmente al castellano por *testimonio*. Por lo demás, una práctica muy extendida en las aulas alemanas es la presentación a los alumnos del *Notenspiegel* (el *espejo de notas*): el profesor escribe en la pizarra la distribución estadística de las calificaciones alcanzadas por los alumnos de la clase, junto con la calificación media. Se trata con esta práctica de que cada alumno individual pueda experimentar un cierto empuje motivador al posicionarse comparativamente en el conjunto de su grupo-clase.

Este análisis no es ni mucho menos exhaustivo. Simplemente pretende poner en evidencia diferencias en las formas del discurso escolar, de una selección mínima de contextos y tradiciones culturales a modo de ejemplo, y cómo éstas pueden estar relacionadas con distintas culturas escolares en cuanto a funciones y usos de la evaluación, de lo que hablaremos en detalle en una próxima sección de este capítulo.

## II.2. BREVE APUNTE HISTÓRICO DE LA EVALUACIÓN ESCOLAR

¿Cuál es el interés de hacer un breve recorrido histórico de la evaluación escolar? No encontramos mejor manera de decirlo que citando las palabras de Willbrink:

“It is fascinating to observe that assessment procedures handed down by tradition were in this century rather uncritically adopted in mass education, possibly leading to major inefficiencies in education and, for too many students, a lack in quality of school life” (Willbrink, 1997).

Ante el riesgo de continuar siendo tan poco críticos como hasta ahora, con tan nefastas

consecuencias, consideramos oportuno mirar hacia atrás. Este mismo autor alerta del error de reducir la historia de la *evaluación* a la historia de la *medición educativa* de habilidades de pensamiento y capacidad intelectual que se desarrolla en las tornas del siglo XX a partir del trabajo de Galton y Binet. Más bien, afirma Willbrink, sucede que las formas de evaluación afianzadas durante todo el siglo XX son resultado de tradiciones mucho más antiguas.

Diversos autores coinciden en señalar el sistema chino de selección y reclutamiento de funcionarios estatales como fenómeno de principal influencia en el sistema de evaluación escrita que hacia el siglo XVIII se extendió desde Prusia hacia el resto de Europa (Díaz Barriga, 1993; Kilpatrik, 1993; Willbrink, 1997). Con anterioridad a esta fecha la evaluación había sido primordialmente oral, con la *disputatio* medieval<sup>1</sup> como corolario final y rito de iniciación al mundo académico. Si bien es cierto, también, que no siempre se concibió la evaluación con las mismas funciones que más tarde se le otorgarían. Díaz Barriga (op.cit) recuerda cómo Durkheim, en su *Historia de la educación y de las doctrinas pedagógicas*, cita la *disputatio* medieval como un instrumento de demostración pública del saber adquirido más que como instrumento de selección, ya que sólo se dejaba acceder a este examen público a quienes presentaban garantías seguras de éxito.

El establecimiento de la escolaridad obligatoria para sectores cada vez más amplios de la sociedad, sin embargo, hizo inviable la evaluación oral y en consecuencia el sistema chino de evaluación escrita para la selección de funcionarios imperiales adquirió relevancia como alternativa. Pero, tal como indica Willbrink, la adopción de este método no está exenta de contrapartidas, siendo la principal de ellas la reducción de la calidad del sistema educativo, derivada de la identificación errónea del proceso de selección con el proceso de valoración del aprendizaje realizado:

*“The Chinese civil service examinations were just what the word suggests: a means for the selection of civil service personnel, not an educational system. Imperial China never developed an adequate educational system, although in the Sung period a serious effort was made. The suggestion from the Chinese experience is that a strong examination system threatens the quality and even the existence of the educational system. Selection is not a productive process, for it does not of itself produce qualifications; a society that takes the productivity of its educational system seriously should keep education, assessment and selection in proper balance”* (Willbrink, op.cit., p.43) [cursiva añadida].

Kilpatrik (op.cit) continúa su recorrido histórico y explica cómo con la llegada de la industrialización el sistema prestado de Oriente quedó de nuevo obsoleto: ante la explosión demográfica de educandos aquel sistema ya no permitía tampoco dar respuesta a la necesidad de valoración y selección. En especial, se empieza a desconfiar de la neutralidad de los examinadores, que por lo demás están desbordados. Numerosos estudios intentan demostrar la incapacidad de los examinadores para

---

<sup>1</sup> Curiosamente, aún hoy día se llama *disputación* a la defensa oral de una tesis doctoral en la República Federal Alemana.

emitir juicios objetivos. Podemos citar entre ellos, a modo de ejemplo, el de Starch y Elliot (1995)<sup>2</sup>, quienes hacen evaluar el mismo examen de geometría a 128 profesores de educación secundaria con la flagrante conclusión de que los profesores calificaron dicho examen de forma considerablemente divergente<sup>3</sup>. La respuesta a esta nueva crisis fue un auge de la corriente psicométrica con la teoría del test, que se desarrollaba dentro de la psicología y la pedagogía. El diseño y utilización escolar de los tests con respuestas de múltiple opción a los que se considera objetivos, fiables y neutros prolifera en esta nueva etapa. No obstante, la aceptación de estos instrumentos, de los que se esperaba objetividad en la valoración del rendimiento y capacidad de los alumnos, no fue unánime inicialmente. Mientras en los EE.UU. los tests fueron acogidos con alegría, a este lado del Atlántico se miraba con precaución la aplicación indiscriminada de este tipo de instrumentos psicológicos en el ámbito escolar<sup>4</sup>. La afirmación de Ballard, defensor de la “evaluación objetiva por medio de tests”, recogida en las actas del *First Conference of Examinations*, pone de manifiesto la diversidad de opiniones en cuanto a esta nueva forma de evaluación:

“We in England have just begun to suspect the infallibility of the examiner. That has gone very much further in America. In America the old type of examination is not only under suspicion: it is under arrest. In England it is under suspicion, but in some countries, apparently, it is not suspected at all” (Monroe, 1931, p.91, en Kilpatrick, 1993).

Finalmente, la evaluación por medio de tests (supuestamente) objetivos de múltiple opción se asentó como forma mayoritaria de evaluación en el mundo anglosajón, siendo aún hoy en día ampliamente usados. Sin embargo, tan sólo ocho años más tarde de aquel primer congreso, en el *Third Conference of Examinations*, Monroe recoge las dudas proféticas de Desclos respecto a la limitación de la enseñanza por las prácticas de evaluación:

“is there not a danger, if we bind ourselves to the ideal of first setting up measurements and then conforming our teaching to those measurements, that we shall bring down the level of what we are teaching or shall limit ourselves in our effort to teach on that higher level that we so eagerly strive to attain” (Desclos, en Monroe, 1939, p.129, en Kilpatrick, 1993).

A finales de la década de 1980 y principalmente en la década de 1990 resurge nuevamente la evaluación educativa como tema de interés central, con necesidad urgente de cambio y adecuación a las nuevas necesidades educativas y sociales y, sobre todo, a la nueva forma de comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje. Tal como predijo Desclos, la evaluación por medio de ítems de múltiple opción, lejos de resultar satisfactoria, acabó encorsetando la enseñanza y por consiguiente también el aprendizaje.

---

<sup>2</sup> Estudio reeditado por séptima vez en 1995 por K.Ingenkamp, pero publicado inicialmente en 1913, *School Review*, vol.21, pp.254-259.

<sup>3</sup> Otros trabajos más recientes continúan en la misma línea de desconfianza hacia el profesor como evaluador cualificado (Dicker, 1995; Schrader y Helmke, 1990).

<sup>4</sup> Principalmente se concentran las críticas en Francia y Alemania; en España estábamos lamentablemente ocupados con la Guerra Civil.

Díaz Barriga (op.cit.) hace, a su vez, una clara exposición de los efectos reduccionistas que tiene la proliferación del uso del examen, principalmente en su forma de test objetivo, en la práctica educativa: primeramente, se reducen problemas sociales a problemas técnicos; en segundo lugar, se reducen los problemas metodológicos a problemas de rendimiento; y por último, se empobrece el debate educativo al quedar el examen como asunto bajo el exclusivo control de la psicometría.

### II.3. NATURALEZA DE LA EVALUACIÓN EDUCATIVA

Algo innegable hoy en día es la gran influencia que la evaluación tiene sobre las prácticas de enseñanza y aprendizaje. Gran cantidad de autores defienden que los intentos de reforma educativa resultan inútiles si no van acompañados de una reforma explícita de las formas de evaluación. Por tanto, la evaluación puede ser el motor de la reforma educativa pero también su mayor impedimento (ver, entre otros muchos, Nunziati, 1990; Allal, Bain y Perrenoud, 1993; Coll, Barberà y Onrubia, 2000; Barnes, Clarke y Stephens, 2001).

Pero, en realidad, ¿qué es la evaluación y dónde reside su poder? La definición más escueta y neutral que podemos hacer de la evaluación podría ser la siguiente: *Proceso complejo que se compone de recogida de información, análisis de la misma en función de unos objetivos o criterios predefinidos, y toma de decisiones en función de los resultados obtenidos*. Ante todo, es necesario tener en cuenta que la evaluación no se puede reducir al examen ni a ningún otro de los instrumentos aplicables. Sería un error, asimismo, identificar evaluación educativa con evaluación del aprendizaje, puesto que cualquier componente de los procesos educativos (objetivos, programas, material didáctico, alumnos, profesores, organización escolar, etc...) es susceptible de ser evaluado. En nuestro trabajo, no obstante, centramos la atención sobre la *evaluación del aprendizaje*, a la que nos referiremos de aquí en adelante simplemente como *evaluación*.

A lo largo de las últimas décadas se han descrito diferentes tipos de evaluación, en función de otros tantos criterios. Uno de los posibles criterios es el *agente* evaluador: ¿Se trata de un agente *interno* o *externo* al aula? Es decir, ¿evalúa el profesor a su grupo de alumnos o los evalúa la Administración educativa a través de otro personal especializado?, ¿o bien es el alumno quien se *autoevalúa*?. Otro criterio diferente nos hace diferenciar entre la evaluación de un alumno *individual* o bien la de un *grupo* de alumnos. Tanto o más importante es el criterio que se tome para valorar el resultado. A este respecto podemos hablar de *evaluación criterial* o *evaluación referida a la norma*. En el primer caso el resultado de aprendizaje se valora en función de unos objetivos de enseñanza y aprendizaje previamente definidos, a veces también ponderando el resultado final en función del punto de partida del alumno. En el segundo caso la

influencia psicométrica es clara: la ejecución del individuo se compara con la hipotética muestra normal y se ubica al alumno en el lugar correspondiente de la campana de Gauss<sup>5</sup>.

Otro de estos criterios es el *momento instruccional* en que la evaluación tiene lugar. Así, se habla de evaluación *inicial*, evaluación *parcial* y evaluación *final*, según ésta tenga lugar al comienzo, en algún momento intermedio o al finalizar la unidad instruccional. En la práctica escolar se denomina con frecuencia a la evaluación parcial 'evaluación *continua*' o 'evaluación *formativa*' y a la evaluación final 'evaluación *sumativa*', lo cual es fruto, y causa a su vez, de una grave confusión de este criterio temporal con otro funcional (Coll et al., 2000). Es decir, se confunde *cuándo* hacemos la evaluación con *para qué* la hacemos. Scriven fue el primero en proponer el concepto de *evaluación formativa*, en 1967, referido a la evaluación de programas educativos (Allal et al., 1993; Mauri y Miras, 1996), el cual más tarde fue retomado para el ámbito de la evaluación del aprendizaje escolar. Más adelante nos ocuparemos de este concepto en detalle.

En suma, cuando nos proponemos evaluar debemos plantearnos al menos las siguientes preguntas básicas: ¿Quién va a llevar a cabo la evaluación?, ¿qué se evaluará?, ¿cuándo?, ¿dónde?, ¿cómo?, ¿por qué? y ¿para qué? En relación con las últimas dos preguntas, referidas a la razón de ser y a la finalidad de la evaluación, Wolf, Bixby, Glenn y Gardner (1991) realizaron un estudio en el que analizaban numerosos casos de prácticas evaluativas llegando a la definición de dos maneras básicas de entender y hacer uso de la evaluación, a las cuales denominaron *la cultura del test (testing culture)* y *la cultura de la evaluación (assessment culture)*. Estas dos maneras de entender la evaluación van a su vez ligadas a sendas formas de entender las funciones de la educación escolar, la enseñanza y el aprendizaje y la inteligencia (ver [Cuadro II.3.1](#)). Desde la 'cultura del test' se entiende la inteligencia como algo estático y unitario y los cambios en el aprendizaje se consideran de naturaleza cuantitativa y se valoran mediante acciones evaluativas puntuales y cuantificables, que persiguen la objetividad y el rigor con referencia a una norma mediante el uso de instrumentos estandarizados. En cambio, desde la *cultura de la evaluación* la inteligencia se concibe como una cualidad dinámica y diversificada y el aprendizaje supone un cambio cualitativo en la estructura cognoscitiva, valorado mediante unas acciones evaluativas continuas y globales, en referencia a unos criterios preestablecidos mediante una variedad de instrumentos elaborados *ad hoc*.

A lo largo de los años, el abuso de la *cultura del test*, sobre todo por parte de las autoridades educativas, lleva a Clarke a hacer la siguiente afirmación:

---

<sup>5</sup> La práctica de escribir en la pizarra la distribución y la media de las calificaciones obtenidas por el grupo clase es un claro ejemplo de evaluación referida a una norma estadística -en este caso la del grupo-clase-, tal como ocurre en la República Federal Alemana, según comentábamos en el [Apartado II.1](#).

“(…) the manner in which assessment has been undertaken in the past has alienated those whom it might most benefit: students and teachers. To many teachers, assessment has been an unpleasant obligation imposed by the system, resented by students, and interrupting the teacher’s principal activity: instruction. To many students, assessment has been stressful and arbitrary; an impersonal judgement of weeks or months of effort, much better at identifying failures than at documenting successes” (Clarke, 1996, p. 328).

**Cuadro II.3.1**  
*Concepciones educativas y evaluación*

	<i>Inteligencia y capacidad de aprendizaje</i>	<i>Concepción del aprendizaje</i>	<i>Concepción de la evaluación</i>	<i>Criterios de evaluación priorizados</i>	<i>Instrumentos de evaluación</i>
<b>Cultura del test</b>	Única, no modificable	Cambios cuantitativos y acumulativos	Puntual, cuantitativa, selectiva	Objetividad, rigor, validez, referencia a la norma	Pruebas estandarizadas u otras que priorizan la rapidez y la exactitud de respuesta
<b>Cultura de la evaluación</b>	Diversificada, modulable, dentro de unos límites, por la experiencia y la enseñanza	Cambio cualitativo, progresivo y lento, que implican procesos sostenidos de pensamiento	Continua, global, cualitativa	Pertinencia, contextualización, referencia a objetivos de enseñanza-aprendizaje preestablecidos	Diversidad de instrumentos que priorizan la comprensión, el análisis y el razonamiento

## II.4. LAS FUNCIONES DE LA EVALUACIÓN: ALGUNAS PROPUESTAS TEÓRICAS

En las dos últimas décadas se han escrito muchas páginas sobre las funciones de la evaluación. Becker (1986), por ejemplo, menciona las siguientes trece (!): (1) *selección de alumnos*, agrupación: los alumnos buenos son autorizados a seguir una línea educativa de ‘alto nivel’; (2) *retroalimentación sobre el proceso de aprendizaje*: la función menos frecuente según este autor, ya que, según él, los alumnos dejarían de interesarse por el aprendizaje una vez saben que han aprobado; (3) *pronóstico hacia el futuro inmediato* en relación con las cualidades del alumno: sirve como instrumento de orientación educativa y vocacional; (4) *socialización de los alumnos* en unas prácticas sociales concretas: los alumnos no sólo aprenden cosas y hacen exámenes para demostrar lo que han aprendido, sino que al mismo tiempo aprenden a hacer exámenes; (5) *motivación para el estudio*: tanto el alumno con buena calificación como el alumno que presenta fracaso escolar experimentan, según este autor, una motivación que potencia la acción individual de estudio al conocer los resultados de la evaluación; (6) *información a diferentes audiencias* acerca del quehacer escolar y sus resultados: la familia, los compañeros del claustro, la Administración educativa; (7) *compensación de desigualdades sociales*: se da sobre todo cuando no se otorgan calificaciones como valor absoluto, sino con el trasfondo socio-familiar del alumno como punto de referencia; (8) *control de los alumnos*: cuando, por ejemplo, un profesor amenaza a los alumnos con un examen sorpresa para el día siguiente (aunque en este mismo instante haya perdido el carácter sorpresa); (9) *legitimación del trabajo del profesor* frente a diferentes audiencias: las familias, los colegas docentes, la Administración educativa; (10) *autopresentación/autorretrato personal*: tanto el profesor como el alumno se sirven de los resultados de la



evaluación para alimentar su autoimagen y autoestima; **(11) control** por parte de los agentes de poder: los padres controlan a los hijos, los maestros a los alumnos, el gobierno a los maestros, etc; **(12) toma de decisión política, en la medida en que ayuda a tomar medidas de acción:** el gobierno toma medidas de urgencia ante resultados insatisfactorios de estudios de comparación internacional; **(13) estabilización social:** al mismo tiempo que puede ayudar a compensar desigualdades, con su función seleccionadora y segregadora la evaluación contribuye a perpetuar las relaciones desiguales entre grupos sociales.

Estas trece funciones propuestas por Becker ponen de manifiesto el alcance de las repercusiones que puede tener, y tiene, la evaluación. No en vano algunos autores presentan la evaluación como un fenómeno traumático para los participantes directos, profesores y alumnos (Zenkl, 1990). Ahora bien, es importante la constatación de que todas estas funciones se pueden reagrupar en atención a tres criterios: a) ¿quién evalúa?; b) ¿qué o quién es evaluado? y c) ¿qué se hace con los resultados obtenidos por medio de la evaluación?, o ¿por qué y para qué evaluamos? Aludíamos en el apartado anterior a la confusión entre un criterio temporal y un criterio funcional a la hora de entender la evaluación. En todo caso, la siguiente afirmación de Bodin (1997) también pone sobre aviso ante el riesgo de diferenciar entre las funciones de la evaluación con ligereza, puesto que en la práctica su diferenciación es mucho más delicada:

“Une démarche d'évaluation, formative dans ses intentions, peut être sommative de fait et inhibitrice de formation en ses effets, tandis qu'une démarche d'évaluation, sommative dans ses intentions, peut avoir des effets formatifs tout à fait positifs” (Bodin, 1997, p. 62)

En los apartados siguientes nos ocuparemos de las funciones de la evaluación, en especial de la función formativa, destacando cuatro aportaciones diferentes. Estas cuatro visiones nos servirán, ante todo, para ver cómo detrás del discurso de la evaluación formativa no hay respuestas claramente unívocas ni unánimes, sino que el contexto sociocultural, más concretamente, las tradiciones institucionales y la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje, marcan diferencias importantes.

### II.4.1. La evaluación como instrumento regulador

Una de las aportaciones más importantes al campo de la evaluación educativa y sus funciones es la realizada por Allal y colaboradores (Allal, 1979, 1991; Allal, Cardinet y Perrenoud, 1979). Este grupo de investigadores concibe la evaluación educativa como un proceso primordialmente regulador. Esta regulación es inicialmente externa, dirigida por el docente, y se pone en marcha con el objetivo final de alcanzar la regulación interna, o autorregulación, por parte del alumno. La regulación tiene lugar en los propios procesos de interacción de aula, ya sea entre profesor y alumnos o entre los propios alumnos. Estos autores identifican básicamente tres niveles de regulación que ocurren, a su vez, en momentos distintos del proceso de enseñanza y aprendizaje: una regulación *anticipatoria*, inmediatamente previa a la

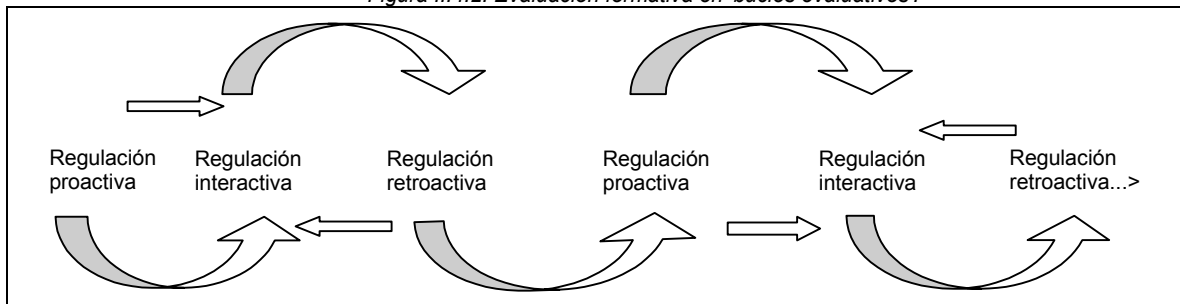
realización de una tarea; una regulación de *control*, ejercida durante el desarrollo de una tarea; y una regulación de *ajuste*, llevada a cabo una vez finalizada la tarea. Así pues, para estos autores, la evaluación tiene una función pedagógica que se concreta en tres tipos diferentes de regulación: *proactiva* (persigue la búsqueda y planificación de actividades adaptadas a las necesidades de los alumnos, con anterioridad a su realización); *interactiva* (se integra en el desarrollo de la actividad de enseñanza y aprendizaje propiamente dicha), y *retroactiva* (persigue la corrección y mejora a posteriori del proceso de enseñanza y aprendizaje). Estos tres tipos de regulación se relacionan con la evaluación diagnóstica, formativa y sumativa, respectivamente, tal como queda recogido en el Cuadro II.4.2.:

Cuadro II.4.2. Tipos de regulación evaluativa y funciones que cumplen, según Allal (1993).	Función <b>pedagógica</b>
<b>Evaluación diagnóstica</b>	Regulación proactiva
<b>Evaluación formativa</b>	Regulación interactiva
<b>Evaluación sumativa</b>	Regulación retroactiva

Es importante observar aquí que los procesos de regulación se pueden dar incluso en aquellos momentos de evaluación sumativa, llevada a cabo al final de un proceso instruccional determinado, creándose así una especie de bucle que nos hace avanzar al principio de un nuevo proceso instruccional, adquiriendo esta misma evaluación, en consecuencia, un carácter de regulación proactiva. En la concatenación de ‘bucles evaluativos/reguladores’ se desdibujan finalmente las fronteras de la evaluación diagnóstica, formativa y sumativa, y se puede afirmar que la función formativa es la principal de ellas (ver Figura II.4.2.).

Nunziati (1990) lleva la idea de autorregulación del alumno más lejos y propone la noción de evaluación *formadora* (*formatrice*), diferenciándola de evaluación *formativa*, que considera más enfocada en la tarea docente. En todo caso, la función formadora de la evaluación no sería separable de la función formativa, sino antes bien complementaria, pero merece atención específica en tanto que para que la evaluación sea realmente formadora se deben poner en marcha diferentes mecanismos y tomar determinadas medidas. Éstos se refieren a la explicitación de los objetivos del proceso de enseñanza y aprendizaje y del sentido de la evaluación, ya que sólo siendo consciente de todo ello podrá el alumno ser participante protagonista del proceso y alcanzar una verdadera autorregulación progresivamente más autónoma.

Figura II.4.2. Evaluación formativa en 'bucles evaluativos'.



## II.4.2. La evaluación evaluativa o el intento de cuestionar un sistema

20 años más tarde de estas primeras aportaciones del grupo de Allal surgen en el Reino Unido una serie de propuestas con ideas estrechamente emparentadas. Se trata del *Assessment for Learning Group* liderado por Black en el *King's College* de Londres. El trabajo de Black y Wiliam (1998) supone un hito en el contexto anglosajón al subrayar la influencia del carácter de la retroalimentación que se ofrece al alumno (cualitativa o cuantitativa) sobre el proceso de aprendizaje.

Wiliam describe cuatro posibles funciones de la evaluación: evaluativa, sumativa, diagnóstica y formativa (Wiliam, 2000). La función *evaluativa* de la evaluación –valga la redundancia<sup>6</sup>– se refiere a la evaluación externa de sistemas y programas educativos, de currículos e instituciones, y se lleva a cabo con la expectativa de *rendición de cuentas del sistema ante instancias superiores del propio sistema*. La función *sumativa*, por su parte, se refiere a la evaluación que lleva a tomar decisiones acerca de la *acreditación y certificación del nivel de conocimiento* alcanzado por los alumnos. En cuanto a la evaluación *diagnóstica*, ésta pretende proveer al profesor con información acerca de las *posibles dificultades que un alumno está experimentando* en su proceso de aprendizaje; por último, la evaluación adquiere una dimensión *formativa* cuando se ofrece al alumno una *retroalimentación susceptible de hacerle protagonista responsable de la mejora de su proceso de aprendizaje* en el futuro inmediato. El autor llama también la atención sobre la necesaria distinción entre tipos de evaluación y funciones de la misma y el uso efectivo que se hace de ella:

“the terms ‘formative’, ‘diagnostic’, ‘sumative’ and ‘evaluative’ are generally used as if they describe kinds of assessments, but of course the outcomes of the same assessment might be used to serve more than one function. These terms are therefore not descriptions of kinds of assessment but rather of the use to which information arising from the assessment is put” (Wiliam, 2000, p. 3).

No obstante, en pocos años se observa una importante evolución en los trabajos del grupo. Así, en sus primeras publicaciones la función formativa de la evaluación parece recaer prácticamente de manera exclusiva sobre el alumno y su nivel de rendimiento (Wiliam, 1998), en el sentido de que los autores

<sup>6</sup> En el inglés original el autor habla de la ‘*evaluative function of assessment*’ remitiéndose así a la ‘*evaluation*’ como evaluación externa al aula.

hablan de evaluación formativa si, y sólo si, el alumno por su propia cuenta consigue hacer un uso efectivo de la retroalimentación recibida del profesor y reducir o eliminar la 'brecha' identificada entre su nivel de rendimiento actual y el nivel de rendimiento que idealmente se esperaba que hubiese alcanzado. Hasta cierto punto podríamos decir que la visión que inicialmente proponen estos autores de la evaluación *formativa* se corresponde más bien con la evaluación *formadora* de las propuestas referidas en el apartado anterior, dado el foco sobre el alumno, mientras que la función de regulación de la enseñanza queda aquí etiquetada bajo el término de evaluación *diagnóstica*.

Según la comprensión inicial que estos autores tienen de la evaluación formativa, prácticamente sólo se puede hablar de ella en retrospectiva, una vez se ha comprobado que el alumno ha sido capaz de beneficiarse de la ayuda que el profesor le ofreció. Sin embargo, pocos años más tarde vemos una modificación en la noción de evaluación formativa que proponen los autores, concediendo igual importancia (o incluso más) al papel del profesor:

"Assessment for learning is any assessment for which the first priority in its design and practice is to serve the purpose of promoting pupils' learning. It thus differs from assessment designed primarily to serve the purposes of accountability, or of ranking or of certifying competence. An assessment activity can help learn if it provides information to be used as feedback by teachers and by their pupils in assessing themselves and each other, to modify the teaching and learning activities in which they are engaged. Such an assessment becomes 'formative assessment' when the evidence is actually used to adapt the teaching work to meet the learning needs' (Black et al., 2004, p. 2).

En cualquier caso, en nuestra opinión, si bien en los escritos del grupo no siempre queda claro el apoyo en una comprensión constructivista de los procesos de enseñanza y aprendizaje, tal como ellos pretenden, el principal mérito de estos autores radica en haberse hecho hueco en un contexto sociocultural donde la evaluación externa y estandarizada basada en la psicometría<sup>7</sup> tiene un fuerte arraigo. Sólo en este contexto se puede entender plenamente las implicaciones revolucionarias de la siguiente cita del autor, que aboga, en definitiva, por una mayor atención a la evaluación de aula como proceso con entidad y sentido propio, necesariamente distinta de la evaluación externa, sobre todo si se persigue la mejora de las prácticas educativas y en concreto las prácticas de evaluación:

"(...) this analysis suggests that the evaluative function of assessment is best undertaken by a separate system from that designed to contribute to summative, diagnostic and formative functions. Where the same system has to serve both evaluative and summative functions there is always the danger of the narrowing of the curriculum caused by 'teaching to the test'" (William, 2000, p. 12).

---

<sup>7</sup> En realidad, el uso mismo del término *diagnóstico* aporta una connotación vinculada a la psicometría.

### II.4.3. La evaluación como modelo del conocimiento valorado

Clarke (1996), desde la Universidad de Melbourne, hace una propuesta de definición de funciones de la evaluación que difiere ligeramente de las anteriores, como veremos a continuación. Si bien este autor también se refiere a la ya ampliamente compartida distinción entre evaluación formativa y evaluación sumativa, su propuesta es centrar la atención sobre tres *sub*-funciones: *informar*, *monitorizar* y *modelar*. En realidad cada una de ellas está estrechamente ligada a la evaluación formativa, pero no de manera exclusiva.

Así pues, la *evaluación es instrumento de información*, ya que a través de la evaluación se informa a diferentes audiencias ubicadas a diferentes niveles: el profesor informa a los alumnos acerca de su proceso y/o resultado de aprendizaje; informa también a las familias acerca del proceso y/o resultado de aprendizaje de sus hijos; e informa igualmente a la Administración educativa acerca de los resultados de su labor profesional. Pero para que el profesor pueda llevar a cabo este múltiple proceso de información primeramente deberán informarle los alumnos acerca de lo que han aprendido. La evaluación será tanto mejor en la medida en que estas vías informativas sean lo más transparentes y ricas posibles.

La *evaluación es instrumento monitorizador*, ya que constituye un instrumento a través del cual tanto el profesor como el alumno reciben una retroalimentación acerca del proceso y resultado de enseñanza-aprendizaje. Este proceso es, por tanto, 'monitorizado' por medio de la evaluación, la cual permite tomar decisiones acerca de cambios necesarios para la regulación de la enseñanza y del aprendizaje. En este aspecto concuerda con la propuesta de Allal et al. (op.cit.).

La *evaluación es instrumento modelador* ya que, primeramente, en el caso de evaluación externa se proporciona al profesor una imagen acerca de cuál es el conocimiento socialmente valorado y esperado en cada momento. Éste, a su vez, transmite este mismo modelo a sus alumnos a través de las prácticas evaluativas que propone en el aula. Los alumnos perciben así los aspectos realmente importantes del programa del profesor, aprenden a valorar lo que él valora, y aprenden –o no- a ajustarse a sus expectativas. Aprenden a su vez lo que significa y lo que implica resolver una tarea matemática de forma correcta (por ejemplo, resolverla rápido y hallar una respuesta exacta, en oposición a proponer una respuesta aproximativa convenientemente razonada y justificada). Esta función modeladora es, por tanto, de especial interés en este estudio, dado que explica una posible fuente de la influencia de las prácticas evaluativas sobre las concepciones de los alumnos acerca de las matemáticas, los problemas y la propia evaluación. Así, para Clarke, el éxito de cualquier sistema de evaluación del aprendizaje matemático se puede juzgar (¡evaluar!) por:

“-the extent to which the methods it employs constitute an effective model of valued performance in mathematics and an effective model of educational practice;

- the adequacy of its methods in monitoring these valued performances, through the provision of adequate opportunities for all students to display their capabilities in forms that can be documented; and
- the effectiveness with which assessment informs the actions of all interested parties.”(Clarke, op.cit., p. 328)

#### II.4.4. La RME y la *evaluación didáctica*

Desde mediada la década de 1980 hasta la actualidad se formulan desde la *Realistic Mathematics Education* (RME), en el Freudenthal Institute en Holanda, una serie de propuestas acerca de cómo debe ser la evaluación del aprendizaje matemático. Gran parte de sus propuestas concretas referidas a las características de las tareas las comentaremos más adelante en otro apartado. De momento nos fijaremos en las propuestas de tipo más global. Así pues, desde esta escuela, en concordancia con todas las anteriores mencionadas, se entiende la evaluación como un componente esencial del proceso de enseñanza y aprendizaje...

“(...) in which the teacher attempts to acquire as complete a picture of the student as possible through all sorts of informal assessment strategies, such as class observation, questioning, practical assignments, constructing work-folios and having the students keep journals. These activities guide the educational process and provide both the students and the teacher with information on the learning process at hand” (V.d.Heuvel-Panhuizen, 1996, p. 101).

La autora pone el énfasis en la evaluación de aula, por tanto. A esta evaluación, dado el potencial que le otorga de reconducción específica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la denomina '*evaluación didáctica*' (V.d.Heuvel-Panhuizen y Becker, 2003). Este modo de entender la evaluación queda supeditado a las premisas de la RME respecto a la naturaleza del contenido matemático y su enseñanza y aprendizaje. La autora justifica el carácter didáctico de la evaluación desde:

- la estrecha relación que debe haber entre los procesos de evaluación y los procesos de enseñanza y aprendizaje;
- la toma de *decisiones didácticas* a distintos niveles basadas en la información recogida a través de la evaluación (desde decisiones 'locales' respecto a la reorientación de la enseñanza del día siguiente, hasta decisiones con un alcance más amplio respecto a quién aprueba y quién suspende o quién recibirá atención compensatoria, etc);
- el *carácter didáctico del contenido* de aprendizaje y evaluación: el foco se sitúa en el proceso de aprendizaje del alumno que a fin de cuentas es un proceso de matematización del mundo que le rodea;
- el *procedimiento de evaluación es didáctico* y debe posibilitar lo mismo una mirada retrospectiva que prospectiva sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje;

- las *herramientas son didácticas*. En concreto, se requiere una variedad rica de instrumentos de recogida de información del alumno, y al mismo tiempo se difuminan los límites entre ‘actividad o instrumento de enseñanza’ y ‘actividad o instrumento de evaluación’.

Según esta autora, paralelamente a lo que otros autores han llamado ‘contrato didáctico’<sup>8</sup>, existe el ‘contrato de la evaluación’, en el cual se vuelve primordial la explicitación y negociación de las normas que rigen la participación en las actividades de evaluación y las expectativas de cada uno de los participantes, pero sobre todo de los profesores respecto de los alumnos, porque sólo así podrán los alumnos demostrar lo que saben. En nuestra opinión, la propuesta de esta autora a este nivel global concuerda ampliamente con lo presentado desde otras propuestas constructivistas. Serán más específicas, y por ello también más importantes, sus aportaciones sobre los problemas como tareas de evaluación, las cuales veremos más adelante en este mismo capítulo.

#### II.4.5. La evaluación como instrumento de atención a la diversidad

Desde la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje escolares (en adelante CCEAE), que nos servirá de base teórica en este trabajo, la evaluación se entiende, fundamentalmente, como un instrumento de atención a la diversidad de los alumnos, indisoluble del resto de componentes de los procesos de enseñanza y aprendizaje:

“las prácticas evaluativas se configuran como vehículos e instrumentos esenciales para concretar la atención educativa a la diversidad: determinadas formas de evaluación conllevan y promueven decisiones de selección y segregación frente a la diversidad del alumnado, mientras que otras vehiculan y apoyan una enseñanza adaptativa, actuando como prácticas ‘inclusivas’ frente a la misma diversidad” (Coll, Barberà y Onrubia, 2000, p. 14).

En la CCEAE se definen dos funciones principales de la evaluación. La primera, de regulación de los procesos de enseñanza y aprendizaje en el sentido más amplio posible: desde la redefinición del programa de la unidad didáctica planificada por el docente hasta, por ejemplo, la decisión espontánea de prolongar la sesión de búsqueda de ejemplos externos al aula como actividad colectiva y compartida entre profesor y alumnos. La segunda, de control social a diferentes niveles: control del sistema educativo, pero también control del individuo y la sociedad a través de la acreditación y certificación de conocimientos considerados necesarios para un funcionamiento independiente y responsable en la sociedad actual. A la primera se la etiqueta como ‘*función pedagógica*’, a la segunda como ‘*función social*’. La finalidad última de la evaluación desde su función pedagógica es la aportación de información útil que permita optimizar la eficacia de la acción educativa, con el objeto de que los aprendizajes que se espera que los alumnos lleven

---

<sup>8</sup> Brousseau, G. (1984). The crucial role of the didactical contract in the analysis and construction of situations of teaching and learning mathematics. En. H.G. Steiner, et al. *Theory of mathematics education*, pp. 110-119. Bielefeld: University of Bielefeld, Institut für Didaktik der Mathematik.

a término en la escuela sean lo más significativos posible (Coll, Barberà y Onrubia, 2000). La función social de la evaluación viene justificada, desde la CCEAE, por la propia naturaleza socializadora de la educación escolar. Tal como ya comentábamos anteriormente, los límites entre la función pedagógica y la función social son borrosos y poco tienen que ver con el momento instruccional en que la evaluación tiene lugar, algo sobre lo que también alertan estos autores. Así pues,

“(…) la evaluación con fines pedagógicos o didácticos puede tener lugar en diferentes momentos del proceso educativo y estar al servicio de diferentes tipos de decisiones pedagógicas, lo que está en el origen de la clásica distinción entre evaluación inicial, formativa y sumativa” (p. 6)

Según estos autores, se da a menudo una discrepancia de consecuencias importantes entre la definición teórica de estas dos funciones de la evaluación y su concreción en la práctica escolar diaria, ya que en la práctica quedan fácilmente confundidas ambas funciones, tal como se reflejaba también previamente en la cita recogida de Bodin (op.cit.), y sobre todo, con gran frecuencia queda la función pedagógica reducida a la mínima expresión, mientras la función de control social se privilegia abusivamente.

Al igual que en la propuesta de Clarke, previamente comentada, también desde la CCEAE se reconoce la acción modeladora de la evaluación, aunque en este caso sin otorgarle el orden de función con derecho propio:

“Las prácticas de evaluación ejercen una acción modeladora sobre los procesos de enseñanza: lo que se evalúa acaba determinando, en buena medida, lo que se enseña (...) Los esfuerzos por alcanzar unos buenos resultados en la evaluación acaban condicionando tanto los contenidos que se enseñan como la forma de enseñar” (Coll y Onrubia, 1999, p. 142)

En cuanto a la relación que se establece entre el alumno y la evaluación, en la CCEAE se concede gran importancia al poder de influencia de ésta sobre el autoconcepto del alumno, sus expectativas de éxito, la capacidad de autorregulación de su propio aprendizaje y la oportunidad de atribuirle un sentido al mismo.

## II.4.6. Funciones de la evaluación: síntesis

La referencia que hemos hecho a diferentes propuestas acerca de las funciones de la evaluación es incompleta e injusta por necesidad porque no se puede dar cuenta en estas breves páginas del extenso trabajo que cada uno de los autores citados, y otros no citados, ha aportado al ámbito. Aun así, pensamos que es suficiente para lo que perseguíamos, es decir, para poner de manifiesto que...

- existe una pluralidad de propuestas teóricas bajo el epígrafe de ‘evaluación *formativa*’, pero no todas hablan exactamente de lo mismo a pesar de usar a menudo los mismos términos. Es necesario, por tanto, una aclaración de estos términos y una toma de postura explícita;



- existe una relación entre la manera de entender la evaluación y la manera de entender el propio proceso de enseñanza y aprendizaje, de tal modo que aceptar la importancia de la evaluación formativa implica al mismo tiempo aceptar premisas constructivistas sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, en el sentido de que se reconoce y subraya la responsabilidad última del alumno y su papel activo en estos procesos;
- la estructura del sistema educativo ejerce cierta influencia sobre la forma de entender la evaluación y las prácticas evaluativas escolares.

Por nuestra parte, en este trabajo, adoptamos el marco referencial que aporta la CCEAE en cuanto a la forma de entender la evaluación y sus funciones. En lo que resta de este informe nos referiremos, por consiguiente, a la *función pedagógica de la evaluación* como dimensión reguladora de los procesos de enseñanza y aprendizaje en un sentido amplio, tanto formal como informal, y hablaremos de *función social de la evaluación* para referirnos a la determinación de un nivel de conocimientos concreto como paso previo a la acreditación y certificación del resultado de aprendizaje y a la rendición de cuentas de la labor del docente. El siguiente Cuadro II.4.6. ofrece un resumen comparativo de las aportaciones referidas:

Cuadro II.4.6. Resumen de las perspectivas teóricas presentadas

Allal, (1979, 1981)	Regulación pro-activa, evaluación diagnóstica
Allal y cols., (1979)	Regulación interactiva: evaluación formativa
Nunziati, (1990)	Regulación retrospectiva
Black y cols.	'Evaluación evaluativa' y estandarizada.
Black y Wiliam, (1998)	Evaluación diagnóstica, sumativa y formativa
Clarke, (1996, 1997)	Evaluación formativa y sumativa. Funciones de la evaluación: informar, monitorizar, modelar.
Van den Heuvel, (1996, 1997)	Evaluación didáctica para la toma de decisiones didácticas a distintos niveles.
Coll y cols. (1998, 1999d, 2000)	Evaluación como instrumento de atención a la diversidad de alumnado. Funciones inseparables de la evaluación: social- acreditativa, y reguladora-pedagógica "

## II.5. ALGUNOS CONCEPTOS DE IMPORTANCIA EN ESTE ESTUDIO REFERENTES A LA EVALUACIÓN

De la opción teórica tomada respecto a la comprensión de las funciones evaluativas, que surge a su vez de la participación de la doctoranda en un proyecto de investigación grupal<sup>9</sup>, de las elaboraciones realizadas en el marco de este proyecto (Coll et al. 1997, 1998) y de un trabajo previo de Barberà (1995), se derivan cinco conceptos que tienen relevancia en la práctica evaluativa escolar, y que definimos a continuación. Estos cinco conceptos son: *situación*, o *actividad*, y *tarea* de evaluación, y *programa* y *enfoque* evaluativo. En

<sup>9</sup> 'Actividad conjunta y estrategias discursivas en la comprobación y control de significados compartidos: la evaluación del aprendizaje en las prácticas educativas escolares.' (DGYCIT. PB95-1032); investigador principal: Dr. C. Coll.

el Cuadro II.5. se presentan las definiciones sucintas de los mismos. Webb (1992), se refiere a la *situación de evaluación* de la siguiente manera:

“An assessment situation can be designed as broadly as a test composed of a series of items or a project extending over a period of days, as narrowly as a stem to a question, or as unobtrusively as students working on a daily assignment” (p. 668).

Diremos, por lo tanto, que un examen y su desarrollo en el aula sería un ejemplo clásico de situación o actividad de evaluación, pero, tal como vemos en la cita de Webb, puede haber otros muchos tipos de actividad de evaluación: un proyecto de aula para resolver grupal o individualmente en un período medio de tiempo, una breve sesión de preguntas y respuestas, la corrección de los deberes de la tarde anterior, etc. De esta definición se desprende básicamente que la situación de evaluación es algo generosamente amplio. Nosotros lo entenderemos como un evento del aula, contextualizado y regido por las propias normas de participación de la clase; hablaremos de ella como fenómeno muy ligado a las actividades de evaluación. Diremos, pues, que siempre que un profesor pretende evaluar el aprendizaje de sus alumnos tiene lugar una situación o actividad de evaluación que puede tomar infinidad de formas en el desarrollo de la actividad conjunta del aula (Coll et al. 1992). De hecho, la situación de evaluación se compone asimismo de lo que podríamos considerar ‘sub-situaciones’, denominadas por Coll et al. (1999c) como ‘segmentos de evaluación’. Así, una situación, o actividad, de evaluación empieza mucho antes de su desarrollo actual en el aula, cuando el profesor prepara las tareas a realizar, y podemos considerarla cerrada cuando el profesor ha corregido los resultados y toma decisiones consecuentemente. Entre uno y otro episodio los alumnos pueden participar de distintas maneras: por ejemplo, puede tener lugar una *actividad preparatoria* a la de evaluación propiamente dicha, en la cual se facilite la mejor ejecución posible de los alumnos (por ejemplo, el repaso previo al examen, o la explicación de normas de participación especiales, etc). También se pueden desarrollar distintas actividades *de corrección* posteriores a la actividad de evaluación propiamente dicha, en las que los alumnos participen activamente (individualmente o de forma colaborativa) y, sin duda, es común que hayan espacios de aula en los que los resultados son comunicados a los alumnos, deseablemente con orientaciones para los siguientes pasos del proceso de aprendizaje. Sin embargo, tanto las actividades preparatorias como las posteriores *de aprovechamiento pedagógico* tienen una ocurrencia potencial, y su desarrollo depende en gran medida del *enfoque y programa evaluativo* del profesor, conceptos que veremos más adelante en esta misma sección.

En un segundo nivel de análisis de las prácticas evaluativas tenemos la *tarea de evaluación*, bajo la cual entendemos la consigna mínima de acción, explícita o implícita, que recibe el alumno y a la cual se espera que dé respuesta a fin de poder valorar su proceso de aprendizaje o su estado de conocimiento actual. Así, bajo un mismo enunciado (lo que Webb llama ‘stem to a question’) se pueden agrupar, y de

hecho a menudo se agrupan, diversas tareas de evaluación en el sentido en que nosotros las definimos. Por ejemplo<sup>10</sup>:

Calcula el mínimo común múltiplo (m.c.m.) y el máximo común divisor (m.c.d.) de los siguientes conjuntos de números:  
a) {12, 56, 48, 112}  
b) {105, 27, 78, 51}

En relación con nuestro trabajo, es importante entender que, de hecho, podemos encontrar los problemas en el aula de matemáticas en cualquiera de los dos niveles precedentes. Es decir, un problema se puede presentar como una tarea compleja dentro de un conjunto de enunciados que componen una actividad de evaluación; pero podemos igualmente encontrar actividades de evaluación que estén constituidas por una única tarea de evaluación que tenga el carácter de *problema*.

Con el término *programa de evaluación* nos referimos, desde la perspectiva adoptada, al conjunto de situaciones de evaluación que un profesor desarrolla con sus alumnos a lo largo de un curso. En un caso ideal el programa evaluativo será planificado con la antelación suficiente como para hacer los ajustes necesarios en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje. Pero a menudo también podemos encontrar programas evaluativos no planificados, que en realidad sólo se pueden reconstruir en retrospectiva una vez pasado el período instruccional. Es en este sentido que podemos hablar del programa evaluativo *planificado* y el realmente *desarrollado*. El programa evaluativo se puede describir en términos del tipo y las características de las situaciones, actividades y tareas de evaluación que prevé, su frecuencia, de la responsabilidad y los roles que asumen los distintos participantes, profesor y alumnos, pero también a veces padres, etc. en el proceso de evaluación.

Por último, Coll et al. (2000) se refieren al *enfoque evaluativo* como a las *ideas, creencias y pensamientos relacionados con la evaluación*, que dirigen y dan sentido a las decisiones que los profesores toman en cuanto a la evaluación del aprendizaje y eventualmente de la enseñanza. Son ideas, creencias y pensamientos acerca de: qué es la evaluación, por qué y para qué se lleva a cabo, quién es el agente evaluador, cuál es el objeto o sujeto evaluado, cuáles son los efectos o consecuencias de la evaluación, etc. Será a lo largo del siguiente capítulo donde nos extenderemos sobre cómo entender las 'ideas, creencias y pensamientos', tomando una postura teórica concreta, al amparo de un modelo propuesto en la década de 1970. Baste subrayar, por el momento, la importancia que otorgamos al hecho de que los profesores elaboren en el transcurso de su vida profesional estas ideas, creencias y pensamientos acerca de la evaluación, como elemento constituyente de su pensamiento pedagógico más global.

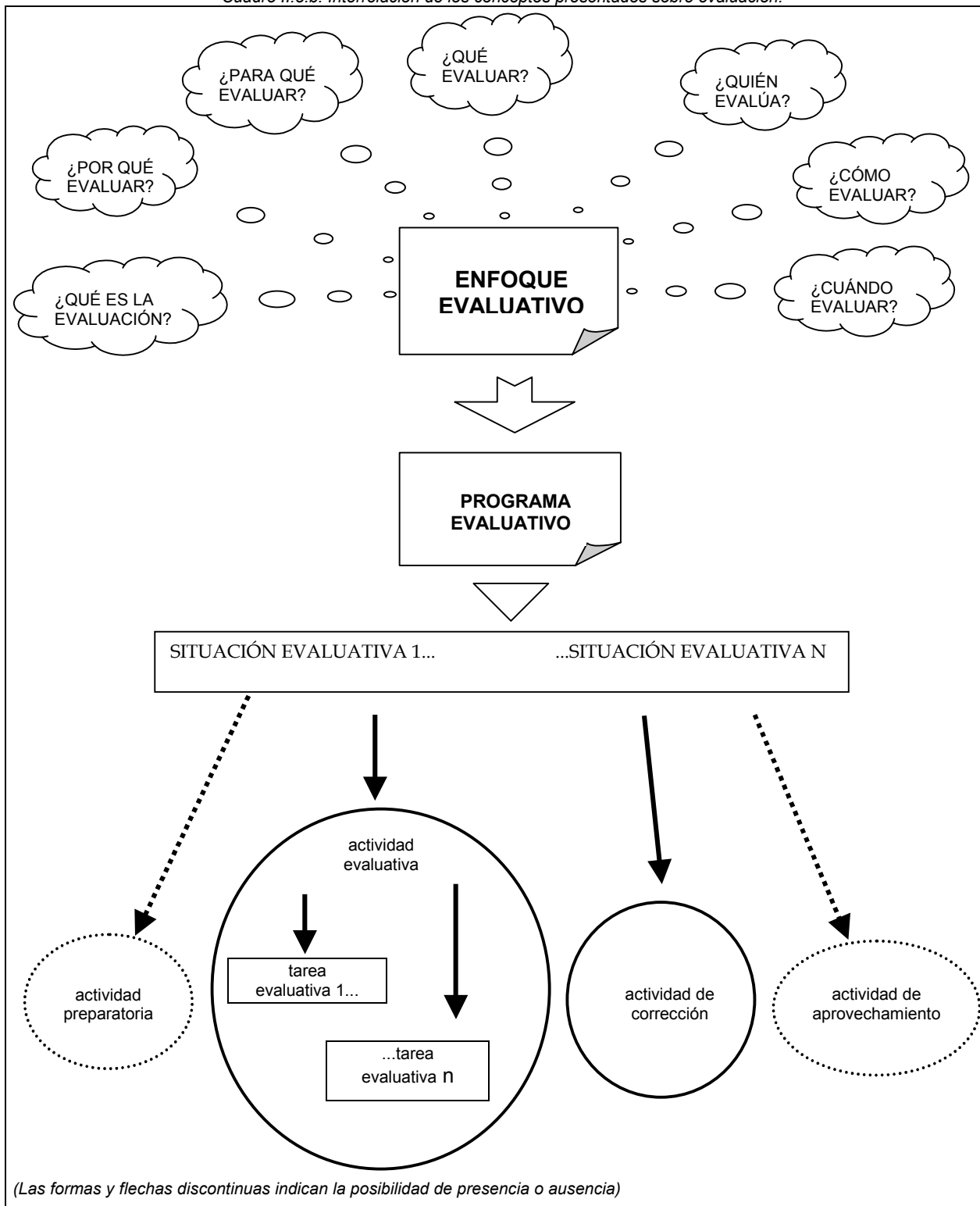
---

<sup>10</sup> El enunciado contiene cuatro tareas de evaluación: (1) hallar el m.c.m. de [12, 56, 48, 112]; (2) hallar el m.c.m. de [105, 27, 78, 51]; (3)

Cuadro II.5.a Conceptos relativos a la evaluación (Coll et al. 2000)

	Definición
Enfoque de evaluación	“Conjunto de ideas, creencias y pensamientos más o menos precisos, articulados y coherentes que tiene un profesor sobre la naturaleza y funciones de la evaluación del aprendizaje de los alumnos, es decir, sobre qué es, qué ingredientes o elementos debe contemplar, qué puede, debe o merece ser evaluado, para qué sirve, qué consecuencias tiene y cómo debe llevarse a cabo” (p.127)
Programa de evaluación	“Conjunto de situaciones o actividades de evaluación que despliegan el profesor y sus alumnos en el transcurso de un proceso –o de un conjunto de procesos– de enseñanza y aprendizaje que puede tener una duración más o menos amplia y corresponder a secuencias o unidades didácticas de diferente nivel de complejidad” (p.127)
Situación o actividad de evaluación	“Fragmentos o partes de las secuencias didácticas en los que la actividad conjunta – planificada o efectivamente desarrollada– del profesor y los alumnos está presidida por el motivo común y –al menos, parcialmente– compartido de mostrar los conocimientos que estos últimos tienen o han adquirido sobre unos determinados contenidos” (p.128)
Tarea de evaluación	“Diferentes preguntas, ítems o problemas que responden, abordan o resuelven los alumnos en el transcurso de una determinada situación de evaluación. En una situación de evaluación hay tantas tareas como productos distintos identificables se requieren de los alumnos” (p.129)

Cuadro II.5.b. Interrelación de los conceptos presentados sobre evaluación.



## II.6. LA EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE MATEMÁTICO: TENDENCIAS Y PROPUESTAS ACTUALES

Acorde con las propuestas de reforma de la evaluación en otras áreas curriculares, también se da en el área de matemáticas un movimiento de reforma que ubicamos en dos niveles diferentes. El primero de ellos se sitúa en un nivel que podríamos considerar *macro*. En los términos adoptados en el presente trabajo este nivel *macro* se ubica en el aula a la altura de *actividad* de evaluación, o incluso *situación* de evaluación en el caso de que la actividad de evaluación propiamente dicha vaya rodeada de actividades preparatorias o de aprovechamiento. En cuanto a este nivel macro de actividad de aula, hallamos las propuestas en el mundo anglosajón del *performance assessment*, *authentic assessment* y *portfolio assessment*, traducido este último en nuestras escuelas como 'evaluación por carpetas'. Las tres propuestas tienen la misma filosofía constructivista general de fondo. Todas ellas se desarrollan en el tiempo de manera más o menos superpuesta, como resultado de diversos intentos de llamar la atención sobre premisas básicas de este paradigma, que cuestionan la evaluación estandarizada por medio de preguntas cerradas de múltiple opción tan ampliamente extendida en el contexto sociocultural anglosajón. Estas premisas básicas se refieren a que:

- no se debe evaluar el producto final, acotado y aislado, sino antes bien el proceso de aprendizaje;
- se debe buscar la comprobación de dominios y habilidades contextualizados en situaciones reales, o lo más realistas posible;
- se debe dar al alumno el mayor protagonismo y responsabilidad posible en su proceso de aprendizaje y, por tanto, también en la evaluación del mismo.

En realidad, hasta este punto las propuestas no tienen ninguna particularidad respecto al contenido matemático, sino que son aplicables a cualquier ámbito de conocimiento. No obstante, Webb (1992) aboga por la necesidad de una teoría específica de la evaluación del conocimiento matemático, argumentando la iniciativa con la propia naturaleza específica del conocimiento matemático:

"The nature of mathematics itself and pedagogical approaches for teaching mathematics warrant consideration for specific assessment techniques in the area of mathematics. Deductive proof is prominent in mathematics in establishing truth, whereas the sciences depend heavily on observation and experimentation (...). A theory of mathematical assessment would have to take into consideration calculators, manipulatives, and the use of a variety of forms of representation (...). Even though mathematics is important in many other areas, the nature of mathematics is distinctive enough to suggest that mathematical assessment should be distinguishable from other content area assessment" (Webb, 1992, p.662).

Este reclamo de Webb nos dirige al segundo nivel de las propuestas específicas formuladas en las últimas décadas para la evaluación del aprendizaje matemático: el nivel micro, que en nuestros términos se podría considerar de *tarea de evaluación*, o incluso *actividad* de evaluación en el caso de que sea una

única tarea la que constituye la actividad de evaluación, tal como ambas quedaron definidas anteriormente. Es en este nivel donde se ubican las propuestas acerca de los problemas, que desgranaremos a continuación.

Tras considerar en el capítulo anterior la resolución de problemas como objetivo y contenido de la educación matemática, primeramente, y como instrumento didáctico, después, nos resta aún ocuparnos de la propuesta del uso de los *problemas como herramienta para la evaluación del conocimiento matemático*. La primera aportación que hemos encontrado sobre esta temática viene firmada por Marshall (1987), en el congreso nacional estadounidense que se celebra en 1987 bajo el tema "Enseñanza y Evaluación de la Resolución de Problemas"<sup>11</sup>. Desde el paradigma cognitivo, esta autora propone un cambio en las características de las tareas utilizadas para evaluar el aprendizaje matemático hasta aquel momento en dicho país, mayoritariamente tareas de opción múltiple acordes con el predominio de la tendencia psicométrica en la evaluación educativa. Tan sólo como último recurso habla del diseño de tareas diferentes de este formato. En concreto, propone mejorar la evaluación mediante:

- a) Una modificación de la naturaleza de los distractores en las tareas de opción múltiple, anticipando en éstos los posibles errores conceptuales de los alumnos de modo que se facilitara el diagnóstico diferenciado de errores de cálculo y las concepciones erróneas.
- b) Una modificación del tipo de pregunta y del tipo de respuesta propuesta. Por ejemplo, tras un problema dado se proponen otros cuatro problemas, solicitando del alumno la identificación del problema con estructura bien similar, bien diferente, al inicial. Otro ejemplo sería la utilización de respuestas gráficas.
- c) Como último recurso, defiende un abandono del formato de opción múltiple para pasar a utilizar problemas donde el alumno tenga que producir una respuesta libre.

Tras la formulación de esta primera propuesta se han ido sumando muchas más ya desde el paradigma constructivista. Apenas dos años más tarde se defiende el uso de problemas abiertos dejando atrás la tarea de elección múltiple (Silver y Kilpatrick, 1989). En cualquier caso, la revolución en la evaluación del conocimiento matemático a nivel de tareas se debe apreciar particularmente, en nuestra opinión, desde la larga tradición anglosajona de evaluación de corte psicométrico y el movimiento reactivo que surge contra ésta a finales de la década de 1980 y, principalmente, durante la década de 1990. Se produce, de hecho, todo un movimiento contestatario en el ámbito de la evaluación que pretende dejar aparcados los exámenes de "lápiz y papel" con propuestas de ejercicios cerrados y respuestas de opción

---

<sup>11</sup> National Research Agenda: The teaching and assessing of mathematical problem solving. Working group on teaching and assessing problem solving. San Diego, California, 9-12 enero 1987

múltiple (Clarke, 1996); se quiere dejar de lado toda evaluación centrada únicamente en el producto, impropia de unos paradigmas que ponen el énfasis en los procesos de resolución, como son el cognitivismo y el constructivismo. A continuación nos centraremos en diferentes propuestas concretas que se ubican en el nivel micro de tareas y actividades a partir de la década de 1990.

### II.6.1. La RME y los problemas imaginables

En este contexto adquieren gran importancia las propuestas<sup>12</sup> de la *Realistic Mathematics Education (RME)*, desde el *Freudenthal Institute*. Al considerar las propuestas de la RME es imprescindible tener en cuenta que el término *realistic* en el original holandés no significa necesariamente *realista* o real, como podríamos intuir, sino que antes bien se refiere a algo *imaginable*. Es decir, estos autores proponen el recurso a problemas ubicados en contextos que los alumnos pueden imaginar y a los que encuentran un sentido por ser cercanos a su mundo experiencial (V.d.Heuvel-Panhuizen, 1997). V.d.Heuvel-Panhuizen (1996) concreta sus propuestas para el diseño de buenos problemas que contemplen las siguientes características:

- (1) *Equilibrio*. Los problemas que compongan una actividad de evaluación deben referirse a un conjunto equilibrado de habilidades matemáticas de diferentes niveles de complejidad; se deben utilizar tanto problemas cortos como extensos, aplicados como puramente matemáticos.
- (2) *Significatividad y sentido*. Los problemas deben tratar acerca de temáticas significativas para los alumnos, de forma que puedan encontrar sentido y valor al hecho de resolverlos. Deben suponer un reto interesante y abordable por el alumno.
- (3) *Multiplicidad de respuesta y la exigencia de razonamiento de alto nivel*. Los problemas deben ser ricos, y admitir varias soluciones posibles a distintos niveles de complejidad.
- (4) *Claridad respecto a lo que se pretende evaluar*. El buen problema no debe dejar lugar a dudas respecto a qué se pretende evaluar del alumno.
- (5) *Revelar el proceso*. El buen problema debe ayudar a poner de manifiesto los procesos de pensamiento del alumno.
- (6) *Diversidad de formatos*. La calidad de un problema no viene definida por su formato, si éste por ejemplo es de múltiple opción o no, sino que es necesario valorar la adecuación de cada formato a los objetivos de evaluación planteados.

---

<sup>12</sup> Así como las propuestas que hacen los autores de esta escuela en el nivel de situaciones de evaluación o de funciones de la evaluación no nos parece tan distantes de otras propuestas, como decíamos en un apartado anterior, sus trabajos sobre los *problemas* como tareas de evaluación son de sumo interés para esta investigación.



El último punto contrasta con el auge de críticas contra las tareas de opción múltiple en los últimos años a favor de las tareas abiertas. Esta autora, no obstante, se muestra ligeramente crítica hacia estas últimas, dado que considera que a veces la apertura de la tarea se convierte en un elemento de confusión más que de ayuda, perdiendo así el problema parte del potencial de recogida de información sobre el proceso de aprendizaje del alumno. V. d. Heuvel-Panhuizen señala también algunos estudios previos, entre los que se sitúan los de Clarke (1993) y Clarke y Sullivan (1991), que comentaremos brevemente en el siguiente apartado, que ponen de manifiesto este mismo riesgo de los problemas abiertos<sup>13</sup>.

Por lo demás, para V. d. Heuvel-Panhuizen (op.cit.) el contexto recreado en la propia tarea es de importancia vital, dado que considera que:

- el contexto es un elemento motivador que aumenta la accesibilidad del problema por parte de los alumnos y una situación problemática de una vivencia propia o al menos cercana a los alumnos será, potencialmente, mejor entendida y, por lo tanto, también mejor resuelta;
- el contexto contribuye a aumentar la *latitud* y *elasticidad* de los problemas y, en relación con ellas, también su *transparencia*. La autora utiliza estos términos metafóricos para referirse a problemas que pueden ser abordados por vías y desde niveles muy diferentes (latitud y elasticidad), aportando así una información rica sobre los procesos de resolución y aprendizaje de los alumnos (transparencia) y aumentando en consecuencia la cualidad diagnóstica del problema; y
- el propio contexto puede proveer de estrategias de resolución al alumno.

Otra propuesta que hace la autora para el diseño de problemas de evaluación es que contengan una *pregunta de seguridad* dirigida a recuperar la posible respuesta errónea del alumno y darle una “segunda oportunidad” de reflexión y resolución. La “pregunta de seguridad” se propone como una técnica intermedia entre la evaluación escrita de papel y lápiz y la entrevista individual (Van den Heuvel-Panhuizen, 1995). La clave de estas preguntas está en que llevan al alumno a la reflexión y a la valoración crítica de la solución que propone mediante la consideración de posibles alternativas<sup>14</sup>. Esta autora añade, por lo demás, la conveniencia de dar al alumno un espacio de borrador junto a la tarea, donde aquél pueda anotar y explicar todos los pasos de su resolución, no necesariamente como algoritmo estándar.

---

<sup>13</sup> A éstos se añaden en los últimos años algunos estudios que denuncian en las tareas de solución abierta posibles sesgos por clase social, procedencia cultural, lengua, género, etc. Se trata en este caso de críticas al sistema británico de evaluación externa nacional (Cooper y Dunne, 2000).

<sup>14</sup> A modo de ejemplo: en una tarea donde se pide al alumno una comparación estimativa de los precios de un par de zapatos deportivos en tiendas distintas, se añade una ‘pregunta de seguridad’ como: “¿Es posible también que los otros zapatos en la otra tienda fuesen más baratos? Explica tu respuesta”.

En cuanto a la responsabilidad de corrección/valoración que recae sobre el profesor, la autora subraya, además, la necesidad de desestimar el criterio de evaluación *corrección/exactitud* de la respuesta final, a favor del nuevo criterio de *plausibilidad de la respuesta*. Este cambio viene justificado por una mayor valoración del proceso frente al producto final de la solución. Es decir, el camino resolutorio y la solución que propone el alumno ¿son razonables y adecuados al problema en su propio contexto? Esto ciertamente, tal como reconoce ella misma, no facilita la evaluación, pero en cualquier caso, la enriquece<sup>15</sup>.

## II.6.2. Otras propuestas de tareas de evaluación del aprendizaje matemático

Sullivan y Clarke (1991), por su parte, proponen el uso de “buenas preguntas”: preguntas directas de carácter problemático sin respuesta unívoca que, a su modo de ver, permiten evaluar el conocimiento del alumno, el tipo de errores que comete y los significados que ha elaborado sobre la temática objeto de evaluación, y ayudan, consecuentemente, a adaptar la enseñanza y atender a los alumnos según su nivel individual. Ejemplos de estas “buenas preguntas” serían<sup>16</sup>:

“La media de una serie de 5 números es 17. ¿Cuáles pueden ser estos números?”

“Si tu calculadora tiene las teclas 5 y 7 estropeadas, ¿cómo harías para sumar  $732 + 577$ ?”

Estos autores proponen tres criterios básicos para la formulación de ‘buenas preguntas’:

- La pregunta exige del alumno un nivel de reflexión superior –por lo tanto, va más allá el simple recuerdo de información factual o aplicación directa de algoritmo.
- La pregunta tiene un componente educativo, de tal modo que tanto profesor como alumno puedan aprender algo del proceso de resolución seguido por el propio alumno.
- La pregunta deben tener un cierto margen de apertura y admitir diferentes respuestas.

Otra propuesta de criterios para el diseño de buenas tareas para la evaluación es la de Cooney, Badger y Wilson (1993). Estos autores señalan la necesidad de diseñar tareas problemáticas que, en primer lugar, se refieran a aspectos significativos y sustanciales de las matemáticas, atendiendo a la función

---

<sup>15</sup> En nuestra opinión, algunas de las propuestas de esta autora, por ejemplo la sugerencia de un espacio de borrador, sólo se pueden entender dentro de un contexto cultural específico, la tradición en la escuela holandesa, y desde una voluntad de crítica a la perspectiva psicométrica reinante aún hoy en día en el mundo anglosajón. Pierden, en cambio, parte de su valor consideradas desde otras tradiciones didácticas, como la española o la alemana, donde las tareas de opción múltiple son la excepción dentro de una tradición donde el alumno suele tener espacio para anotar su propia respuesta a la tarea.

<sup>16</sup> Mediante la primera de estas preguntas se pretende evaluar el grado de comprensión de la noción de media aritmética y su relación con la desviación típica. En la segunda pregunta el foco está sobre las leyes conmutativa, asociativa y distributiva de la suma, así como con un uso estratégico de la calculadora.

modeladora que atribuyen a la evaluación, al igual que Clarke (op.cit.), y, por lo tanto, el efecto que tiene la selección de las tareas en la imagen que de las matemáticas se hacen las diferentes audiencias de la evaluación (alumnos, padres, administración escolar, sociedad). En segundo lugar, una buena tarea de evaluación debería poder ser resuelta de diferentes modos y aceptar diversos niveles de respuesta; en este aspecto coinciden Cooney y sus colaboradores con las propuestas de la RME. En tercer lugar, una buena tarea de evaluación debe ser capaz de estimular la mejor respuesta posible de cada uno de los alumnos. Y, por último, añaden un criterio importante, en nuestra opinión, no mencionado en los otros trabajos: la necesidad de que las tareas de evaluación exijan la comunicación entre los alumnos.

En resumen, nos encontramos ante una pluralidad de propuestas, coincidentes en algunos aspectos pero no en todos, que no hace sino demostrar la gran complejidad de la temática. En general, un criterio ampliamente compartido es el de formular tareas insertadas en un *contexto cercano a la vida cotidiana extraescolar* del alumno. Sin embargo, ¿cómo podemos saber lo que está verdaderamente cerca de la vida de los 25 alumnos de un aula? Qué duda cabe de que las propuestas de problemas “basados en la vida cotidiana” pueden tener, y de hecho suelen tener, fuertes sesgos culturales, sociales o de género (Cooper y Dunne, 2000); además, la mayoría de los autores otorgan al contexto del problema casi una cualidad mágica de motivación, pero... ¿cómo podemos asegurar que un mismo contexto de problema, elegido desde la perspectiva del adulto, motivará a todos los alumnos, o a todos por igual?, ¿por qué tiene que ser intrínsecamente más motivador un problema que trata de barras de chocolate que uno que trata de números abstractos? No existe aún una respuesta clara a estas preguntas y, por lo tanto, todavía resta mucho por investigar<sup>17</sup>.

Otro criterio generalmente aceptado es la necesidad de utilizar *tareas problemáticas abiertas*, si bien es necesario subrayar que, primero, no existe acuerdo absoluto respecto a dónde reside la apertura de una tarea. Para algunos, la apertura radica en la multiplicidad de procesos de resolución; para otros, en la variedad de posibles soluciones aceptables; para unos terceros, la apertura parece consistir simplemente en la posibilidad que se le da al alumno de escribir su propia respuesta, en contraposición a las tareas donde lo único que se espera de él es la señal de una cruz sobre una de varias respuestas dadas. Aún una cuarta comprensión de apertura de la tarea sería la de aquella que demanda del alumno una justificación razonada de la respuesta (De Lange, 1995; Gronlund, 1968). No hay más que observar ejemplos aportados por diferentes investigadores para cerciorarse de que hablan todos de tareas abiertas sin hablar necesariamente de lo mismo<sup>18</sup>. Y segundo, también contra las tareas *totalmente* abiertas se levantan críticos que las consideran mal definidas y dadas a generar confusión nada provechosa (V.d.Heuvel-Panhuizen,

---

<sup>17</sup> Comunicación personal con Prof. Dr.Em. Heinrich Bauersfeld, agosto 1998, Universidad de Bielefeld.

<sup>18</sup> Comunicación personal con Prof. Dr. Em. Tom J. Cooney, agosto 2001, Universidad de Georgia.

1996) y ser fuente de discriminación de algunos alumnos en atención a su origen social o cultural (Cooper y Dunne, op.cit.).

Podríamos ubicar los estudios recogidos hasta el momento en el apartado como propuestas, *desiderata* que surgen a raíz de estudios de carácter experimental o cuasiexperimental, de proyectos de diseño instruccional. En cambio, también se llevan a cabo a lo largo de la década de 1990, numerosos estudios acerca de las prácticas evaluativas reales de los profesores. Estos estudios, en contraste con los anteriores, ponen de manifiesto el verdadero valor de los problemas en las prácticas escolares. De entre todos estos estudios destacamos tres: el de Cooney (1992), el de Senk, Beckmann y Thompson (1997), y el de Coll y colaboradores (1997; 1998; 1999b y 1999c). Todos ellos sin excepción y sin distinción geográfica, llegan a la decepcionante conclusión de que los profesores hacen, en primer lugar, un uso escaso de los problemas, y en segundo lugar, los problemas que utilizan en sus actividades de evaluación son de dudosa calidad, en contraste con las propuestas hechas desde la investigación educativa, en tanto que son mayormente tareas que no requieren más que la aplicación directa y memorística de algoritmos trabajados en el aula.

## II.7. LA EVALUACIÓN (DE LAS MATEMÁTICAS) EN LA LEGISLACIÓN ESCOLAR DEL ESTADO ESPAÑOL

Tal como hicimos en el capítulo anterior en relación con la presencia de los problemas y la resolución de problemas en nuestro contexto escolar en el momento de inicio de este estudio, también hemos llevado a cabo un breve análisis sobre la normativa vigente acerca de la evaluación en la escuela primaria y secundaria, en general y en el área de matemáticas; tanto de la normativa estatal (*Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo -LOGSE*) como de la autonómica (*Decret 75/1992*). El análisis más detallado se puede consultar en el anexo correspondiente (Anexo B. Anexo a los capítulos I-II).

En resumen, en cuanto a la normativa general de la evaluación, podemos indicar que en el sistema educativo español, sin obviar la función acreditativa, se subraya la función pedagógica de la evaluación tanto en la educación primaria como en la educación secundaria obligatoria, otorgándole un carácter global y continuo, enfatizando también la labor de equipo del profesorado a la hora de tomar decisiones evaluativas, tanto acreditativas como pedagógicas. Asimismo, se hace hincapié en la evaluación centrada en el proceso de aprendizaje antes que en el producto, y referida a criterios pedagógicos preestablecidos y no normativo-estadísticos. No obstante, también es justo señalar que esta apuesta definida por la función pedagógica reguladora de la evaluación es más fuerte en los documentos autonómicos catalanes, mientras que en la normativa estatal al llegar a la educación secundaria, la función acreditativa toma un peso importante.

En el caso específico del área de matemáticas, la capacidad de resolución de problemas aparece en la normativa general del Estado como *criterio de evaluación* del aprendizaje de los alumnos —tal como ya se indicó en el capítulo anterior—. En la Comunidad Autónoma Catalana no se concretan criterios de evaluación. En su lugar tenemos objetivos terminales, de los cuales ni tan sólo el 10% se refiere a la resolución de problemas, y siempre como contexto de aplicación de algoritmos; en cambio, se vuelve a incidir en la naturaleza continua y primordialmente formativa de la evaluación en la educación primaria, y se sugiere, además, el planteamiento de situaciones problemáticas como posible actividad de evaluación inicial en el documento regulador de la educación secundaria obligatoria.

## II.8. SÍNTESIS DEL CAPÍTULO II

A modo de síntesis de lo expuesto en este capítulo sobre la evaluación del aprendizaje, recogemos los siguientes puntos:

- Sin ánimo alguno de ser exhaustivos, observamos diferentes influencias histórico-culturales y lingüísticas en las prácticas evaluativas y en las formas de entender la evaluación y hablar de ella en distintos países, hallando tanto similitudes como diferencias importantes.
- Presentamos también diversas propuestas teóricas sobre la evaluación, similares en la medida en que comparten las premisas constructivistas básicas, pero no idénticas. Todas ellas coinciden en señalar, de un modo u otro, la importancia de la evaluación como instrumento de regulación de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, cada autor pone el énfasis en detalles diferentes del fenómeno evaluativo: el paso progresivo de procesos de hetero-regulación a procesos de autorregulación; la tensión entre las formas del sistema externo de evaluación y la evaluación de aula; el potencial de las prácticas evaluativas como modelo de conocimiento socialmente valorado; la visión didáctica de la evaluación específica del aprendizaje matemático; y la doble naturaleza manifestada en la tensión entre una función social-acreditativa y una función reguladora.
- La concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje escolares será la base teórica de partida de este estudio. En ella se definen dos funciones de la evaluación: la función reguladora pedagógica y la función social de acreditación del aprendizaje y rendición de cuentas. Ambas funciones se consideran indisolubles. Los conceptos a tener en cuenta desde esta opción teórica para la conceptualización y análisis de las prácticas evaluativas son: situación, actividad y tarea de evaluación, programa evaluativo -planificado y realizado- y enfoque evaluativo.
- Las propuestas de los últimos años para la evaluación del aprendizaje matemático se sitúan a dos niveles: actividad de evaluación (meso) y tarea de evaluación (micro). En concreto, en este segundo nivel se propone el uso de tareas complejas, abiertas —con múltiples vías de resolución posibles y diversas soluciones aceptables—, contextualizadas en situaciones lo más cercanas posible a la vida del alumno; tareas ricas que permitan recoger información acerca del proceso de aprendizaje y no sólo del resultado. No obstante, también se empieza a cuestionar el alcance del potencial evaluador de las tareas absolutamente abiertas, dados posibles inconvenientes, tales como la excesiva ambigüedad que imposibilita una recogida de información fiable o la posible discriminación por origen sociocultural, por ejemplo.

- En el momento de inicio de este estudio, en los documentos curriculares normativos españoles y catalanes correspondientes a la educación primaria y secundaria obligatoria, la evaluación desempeña un papel principalmente regulador-pedagógico, sin dejar de lado la función acreditativa. Se prevé en los centros escolares una evaluación centrada en el proceso de aprendizaje del alumno y referida a criterios pedagógicos preestablecidos, continua y global, que será responsabilidad del equipo docente antes que del docente individual. No hay evaluación externa de los alumnos salvo el examen de entrada a la educación superior al final de la educación secundaria post-obligatoria (Bachillerato).

---

<b>CAPÍTULO III: LAS CONCEPCIONES DE PROFESORES Y ALUMNOS .....</b>	<b>58</b>
III.1. <i>Definiciones del concepto: ¿Qué entendemos por concepciones?.....</i>	58
III.1.1. <i>Maremagno de definiciones propuestas: algunos problemas lógicos.....</i>	62
III.1.2. <i>Origen y consecuencias de las concepciones .....</i>	64
III.1.3. <i>El contexto español y europeo .....</i>	66
III.1.4. <i>Opción del presente trabajo: las concepciones como sistemas de creencias.....</i>	67
III.2. <i>El estudio de las concepciones de los profesores .....</i>	71
III.2.1. <i>Las concepciones de los profesores acerca de las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje .....</i>	72
III.2.2. <i>Las concepciones de los profesores acerca de la evaluación, en general, y de la evaluación del aprendizaje matemático .....</i>	76
III.2.3. <i>Las concepciones de los profesores acerca de los problemas y su uso para evaluar el aprendizaje matemático.....</i>	77
III.3. <i>El estudio de las concepciones de los alumnos .....</i>	80
III.3.1. <i>Las concepciones de los alumnos sobre las matemáticas y su aprendizaje .....</i>	81
III.3.2. <i>Las concepciones de los alumnos acerca de los problemas y la resolución de problemas.....</i>	83
III.4. <i>El estudio de la relación entre las concepciones de profesores y alumnos .....</i>	86
III.5. <i>Síntesis del capítulo III.....</i>	90



*A mí me gusta siempre iniciar por ejercicios, bueno/ perdón, PROBLEMAS, que tienen un ENUNCIADO, es que yo, lo de ejercicio/ a ver si nos entendemos, o sea, para mí un problema es un ENUNCIADO, que han de saber qué es lo IMPORTANTE y tal, y el ejercicio es <CALCULA>, ¿eh? o sea, que sería por ejemplo, ¿esto sería un ejercicio y esto sería un problema? (...) lo digo porque hay veces que no/ no hablemos de cosas distintas (AS11, 103)*

## Capítulo III: Las concepciones de profesores y alumnos

En la historia de la investigación educativa se consideró durante mucho tiempo el aula como el mero espacio físico donde el aprendizaje, en el mejor de los casos, sucede. La investigación se centraba en los aspectos psicológicos exclusivamente cognitivos de los alumnos, desconsiderando otras características del individuo así como del 'microcosmos aula' y la vida que en él tiene lugar. En época de reforma educativa, y en nuestra opinión siempre que tengamos voluntad de mejora, es importante el estudio de las concepciones de los participantes del fenómeno educativo, dada su gran influencia sobre el éxito o fracaso de la implementación de los cambios planificados. Esta repercusión de las concepciones sobre la práctica viene justificada por la influencia de las mismas sobre la conducta de las personas. En este tercer capítulo dedicado a completar la presentación del marco teórico de nuestro estudio nos vamos a centrar en este aspecto de los procesos educativos. Dedicamos una primera sección a las definiciones del concepto propuestas desde distintas perspectivas para llegar a establecer la que nos servirá de base en nuestro trabajo. Seguidamente nos centraremos en el estudio de las concepciones de cada uno de los dos colectivos, profesores y alumnos, por separado. La última sección del capítulo se centra en los trabajos que se han llevado a cabo sobre los dos colectivos conjuntamente.

### III.1. DEFINICIONES DEL CONCEPTO: ¿QUÉ ENTENDEMOS POR CONCEPCIONES?

En el presente estudio centramos la atención sobre las *concepciones* de los profesores y los alumnos acerca de algunos aspectos determinados de los procesos educativos, concretamente en el área de matemáticas. Ahora bien, si hay algo que llama la atención al adentrarse en el ámbito de estudio que nos ocupa, es, sin

duda, la gran diversidad de términos utilizados, de entre los cuales es difícil a veces discernir claramente si la diferencia es simplemente de etiqueta o si va más allá y llega a la propia comprensión del concepto. En los sucesivos apartados de esta sección intentaremos explicar la elección del término *concepciones* en nuestro caso y el concepto que entendemos detrás de este término. No obstante, es importante tener en cuenta que a lo largo del texto citaremos múltiples trabajos de otros tantos autores y, a fin de respetar las opciones particulares, en cada caso nos referiremos al término utilizado por el autor respectivo<sup>1</sup>.

Una primera aproximación teórica al ámbito de las concepciones es la de las *teorías legas*, desde la psicología social. En este caso los trabajos de Furnham (1988) son de referencia básica. Su propuesta de diferenciación entre teorías legas y teorías científicas se basa en considerar ocho dimensiones en las que unas y otras se ubican de modo distinto: *carácter explícito y formalidad; coherencia y consistencia; verificación versus falsificación; tratamiento de la causa y la consecuencia; contenido versus proceso; interna-individualista versus externa-situacional; general versus específica; y fuerte versus débil*. En una línea similar, algunos autores prefieren hablar de *teorías implícitas* (ver, por ejemplo, Pozo et al., 1992). En nuestro trabajo, no obstante, y puesto que partimos del presupuesto de que *docentes y alumnos no son legos ni novatos en los procesos de aula, sino que más bien se hacen rápidamente grandes 'expertos'*, cada cual desde el rol que le toca asumir, esta línea no nos resulta la más interesante a seguir.

Según el análisis presentado por Thompson (1992), desde el ámbito de la educación matemática, el estudio de las *creencias y concepciones* de las personas, y en concreto de los profesores, se inició en los albores del siglo XX, pero fue interrumpido por el auge del conductismo hasta su potente resurgimiento mediada la década de 1970, aproximadamente. A pesar de los múltiples esfuerzos que numerosos investigadores han puesto en avanzar en esta materia, todavía no existe consenso ni tan sólo con respecto a la definición y denominación del objeto de estudio. Mientras algunos hablan de *creencias* (Cooney, 1985; Delanshere y Jones, 1999), otros prefieren hablar de *concepciones* (Buendía et al., 1999; Contreras y Carrillo, 1998; Gellert, 1998), *concepciones erróneas (misconceptions)* (Woods, 1987), *concepciones alternativas* (Pozo et al., 1992); *constructos* (Owens, 1987), *cogniciones* (Tietze, 1990), *representaciones* (Bailleul, 1995; Peltier, 1999), *percepciones* (Edwards y Ruthven, 2003; Kyriakides y Campbell, 1999), *ideas* (Vila, 1998), *formas de ver (views/Vorstellungen)* (Chuene, 1999; Pehkonen, 1995), *teorías subjetivas* (Bruder, Lengnink, y Prediger, 2003), *creencias subjetivas* (Cañizares, 1997), *teorías implícitas* (Correa y Marrero, 1992; Marrero, 1992; Rodrigo, Rodríguez y Marrero, 1993), *imágenes* (Lerman, 1992), *teorías personales* (Medrano, 1995),

---

<sup>1</sup> En nuestra revisión hemos consultado principalmente obras del ámbito de la educación matemática, y en menor grado de la psicología social y la psicología educativa.

posicionamientos o actitudes (*Einstellungen*) (Grigutsch, Raatz y Törner, 1998), *epistemología personal* (Hofer, 2001), y un largo etc.<sup>2</sup>

Hay quienes se refieren a dos de estos términos —normalmente *concepciones* y *creencias*— de forma simultánea y sinónima (Flores, 1995, 1996; Gil, Rico y Fernández Cano, 2002). Los más veteranos en la investigación sobre la materia, por su parte, oscilan entre diversos términos en diferentes momentos de su carrera sin contribuir con ello a aclarar del debate. Así, por ejemplo, Cooney desde Georgia (EE.UU.), quien en diferentes publicaciones se refiere a las *formas de ver* (*views*) (Cooney, 1985) y *creencias* (Cooney, Shealy y Arvold, 1998). También Pehkonen, desde Finlandia, habla en distintos momentos de *creencias* (Pehkonen, 1994), *formas de ver* (traducido en esta obra al alemán como '*Vorstellungen*') (Pehkonen, 1995), *concepciones* e *imágenes* (Pehkonen, 1999), *percepciones* (traducido en esta obra al alemán como '*Auffassungen*') (Pehkonen y Lepmann, 1995) y de nuevo *visiones* (en su versión inglesa '*views*') (Pehkonen y Törner, 1998).

Esta diversidad de etiquetas se puede entender desde la multiplicidad de aproximaciones teóricas y metodológicas distintas al fenómeno. De tal modo que autores que se aproximan a la temática desde la psicología social tienden a usar los términos *representación*, *teoría legada* o *implícita*, mientras que desde la didáctica de las matemáticas se prefieren otros términos, como las *creencias*, *concepciones*, *imágenes*, *formas de ver*, etc.

Tampoco existe consenso respecto a si en estas creencias, concepciones, ideas, etc., predominan componentes afectivos o cognitivos, lo cual ha generado dos líneas de investigación muy fecundas en las últimas décadas, cada cual por su parte: la relativa al componente afectivo, liderada inicialmente por McLeod (McLeod, 1988, 1994; McLeod y McLeod, 2002), y la que se decanta por un componente predominante cognitivo con diversas escuelas repartidas por el globo (véase la escuela de la Universidad de Georgia (EE.UU.), la de la Universidades de Turku (FIN) y Duisburg (RFA) y en España las escuelas andaluzas de Sevilla, Huelva y Granada, entre otras muchas). Sin embargo, a pesar de este intento de distinción de los componentes afectivos y cognitivos, Schoenfeld, a quien nos sumamos en este trabajo, indicó ya en 1985 y nuevamente en 1992 que es prácticamente imposible trazar una línea clara entre ambos tipos de factores, dado que con gran frecuencia —por no decir siempre— entran en juego tanto aspectos cognitivos como afectivos en el momento de resolver un problema matemático (Schoenfeld, 1985, 1992):

---

<sup>2</sup> Esta disparidad terminológica se ve aún multiplicada cuando los estudios son realizados en una lengua distinta de la inglesa (Philippou y Christou, 1999); así por ejemplo, en alemán resulta difícil hallar una traducción plenamente satisfactoria del término inglés '*beliefs*', razón por la cual, probablemente, algunos investigadores alemanes prefieran centrarse en el concepto de '*Haltung*' o '*Einstellung*', traducible como '*actitud*' como concepto englobador de componentes cognitivos, afectivos/ evaluativos y enactivos —es decir, de conocimiento, creencias y tendencias de acción respectivamente (véase, por ejemplo, (Grigutsch et al., 1998).

"Issues of belief occupy a precarious middle ground between primarily cognitive and primarily affective determinants of mathematical behaviour" (Schoenfeld, 1985, p.154).

"Once upon a time there was a sharply delineated distinction between the cognitive and affective domains (...). As our vision gets clearer, however, the boundaries between those two domains become increasingly blurred" (Schoenfeld, 1992, 358).

En un intento de aclarar términos desde el ámbito de la psicología de la educación, Pajares publica en 1992 un trabajo emblemático que recoge un meta-análisis de la investigación realizada sobre esta temática hasta aquel momento (Pajares, 1992). En aquella fecha este autor se lamenta de la investigación insuficiente sobre las creencias del profesor. También Schoenfeld (1992) coincide en considerar la insuficiencia de los trabajos hasta aquel momento. Una de las razones la encuentra Pajares (op.cit.) en la dificultad de definición del objeto de estudio y en la disparidad de definiciones propuestas. En resumen, afirma, las diferentes definiciones se concentran alrededor de la distinción entre *creencia* y *conocimiento* (*belief versus knowledge*). Aun una década más tarde sigue sin haber consenso, tal y como constatan Southerland et al. (2001). Así, si para unos investigadores las *creencias* de un individuo son un subconjunto de su *conocimiento* (Kagan, 1992; Papanastasiou, 2000), que toma la forma de *estructuras de pensamiento* (Day, 1996), para los otros *creencias* y *conocimiento* son conceptos disjuntos (Peltier, 1999). Para unos, las *creencias* tienen un componente valorativo y afectivo del cual carece el conocimiento (Pajares, 1992; Raymond, 1997), mientras para otros el componente afectivo se mantiene totalmente al margen (Flores y Godino 1994; Flores, 1995, 1996). Según algunos, las *creencias* son parte de las *actitudes* (Grigutsch et al. 1998), otros las consideran componente de las *concepciones* (Ernest, 1989)... cuando no son vistas las *concepciones* como subconjunto de las *creencias* (Pehkonen y Pietilä, 2003). Para unos las *concepciones* son *creencias* conscientes, otros las elevan al nivel de un cierto tipo de *conocimiento metacognitivo* (Ayala y Martín, 1993). Para unos el *conocimiento* tiene un valor de veracidad absoluto mientras que las *creencias* son subjetivas y no necesariamente ajustadas a la realidad sino dependientes de la experiencia subjetiva (Ford, 1994); para otros, el *conocimiento* es socialmente construido y las *creencias* son posicionamientos personales ante este acuerdo social e histórico que llamamos *conocimiento* (Dewey 1933). En nuestro caso nos decantamos hacia esta última posición. Es decir, ¿cómo podemos determinar qué es absolutamente cierto e invariable? La ciencia misma está en proceso de desarrollo desde su comienzo y lo *conocido* de otrora son *creencias* actuales al haber perdido el carácter de veracidad con el avance del conocimiento científico<sup>3</sup> (Abelson, 1979; Dewey, 1933; Pehkonen, 1994). Y aun así, el mero hecho de que a menudo se hable del *conocimiento* en singular y de las *creencias* en plural, como de hecho hacemos nosotros mismos en este texto, implica la asunción básica de que el *conocimiento* es uno, igual para todos, mientras que las *creencias* son múltiples, subjetivas y ligadas a sus experiencias personales e intransferibles.

---

<sup>3</sup> ¡Prueba de ello es que, sin embargo, la Tierra se mueve!

En aquella misma publicación advierte Pajares (op.cit) que el tema dista de estar zanjado y que es necesario aún un gran esfuerzo de investigación en el ámbito, sobre todo para llegar a una definición clara y consensuada del objeto de estudio. Es notable que la gran mayoría de publicaciones sobre creencias, concepciones, etc., incluso después de esta llamada de atención de Pajares, no proveen al lector de una definición básica del constructo al que se refieren, quedando éste como elemento opaco a la libre interpretación del lector. En concreto, analizamos en nuestra revisión 200 publicaciones en el espectro amplio de 'estudio de las *creencias*', de entre las que poco menos de 30, apenas el 15%, ofrecen al lector una definición explícita del constructo estudiado. En la Tabla III.1, ubicada por cuestión de espacio al final del capítulo, presentamos las definiciones halladas, de las cuales comentaremos seguidamente una selección para llegar finalmente a presentar la adoptada en este estudio.

### III.1.1. Maremagno de definiciones propuestas: algunos problemas lógicos

En este apartado nos detendremos brevemente a comentar algunas de las definiciones halladas en nuestra revisión del ámbito de la educación matemática en las que identificamos problemas lógicos básicos, que nos llevan a cuestionar el valor de las mismas pero al mismo tiempo nos ayudan a tomar partido por una forma de definir nuestro objeto de estudio.

En primer lugar, uno de los fenómenos que llaman la atención en la revisión hecha es que un número considerable de trabajos se basan en la definición propuesta por Thompson (1992) en su meta-análisis sobre la investigación en el ámbito:

"A teacher's conceptions of the nature of mathematics may be viewed as that teacher's conscious or subconscious beliefs, concepts, meanings, rules, mental images, and preferences concerning the discipline of mathematics" (p.132).

Si nos detenemos a examinar esta definición no queda más remedio que aceptar que las concepciones de un profesor son poco menos que cualquier cosa que circule por su mente de un modo más o menos consciente acerca de un tópico determinado, en este caso las matemáticas. Y desde luego, poca diferenciación se hace entre *concepción* y *conocimiento*, si entendemos éste como los conceptos y significados (*meanings*) que alberga una persona en su estructura cognitiva. Algunos años antes la misma autora proponía una definición notablemente distinta, apoyándose en el modelo metafórico de Green (1971), que comentaremos más adelante:

"Structurally, conceptions or conceptual systems, may be described as complex organisations of beliefs, disbeliefs, and concepts in a given domain" (Thompson, 1985, p. 282).

A decir verdad, poco tiene que ver una definición con otra. Si en la cronológicamente primera las concepciones son complejos sistemas estructurales de creencias, *descreencias*<sup>4</sup> y conceptos, en la definición posterior las concepciones de un docente pasan a ser un conglomerado amorfo de creencias de diferente nivel de consciencia, conceptos, significados, normas, imágenes mentales y gustos personales... En nuestra opinión, no podemos adherirnos a una definición tan difusa del objeto de estudio.

Otro autor frecuentemente citado en este ámbito es Pehkonen, líder del grupo de investigación germano-finlandés MAVI. En 1994 Pehkonen define las concepciones como un subconjunto de las creencias:

“In accordance to Saari (1983), we explain conceptions as conscious beliefs, i.e. we understand conceptions as a subset of beliefs. Conceptions are higher order beliefs which are based on such reasoning processes for which the premises are conscious” (Pehkonen, 1994, p. 180).

Tampoco nos podemos sumar a esta definición propuesta por Pehkonen, dado que hallamos una paradoja lógica en ella: si la relación entre *concepciones* y *creencias* es de inclusión y las creencias incluyen a las concepciones como caso especial de creencias, resulta en contradicción lógica afirmar seguidamente que las *concepciones* son ‘creencias de orden superior’ (*‘higher order beliefs’*), ya que algo no puede estar incluido en una categoría y, al mismo tiempo, constituir una clase de orden superior. En la definición posterior de Pehkonen y Pietilä (2003), encontramos otra dificultad:

“Beliefs are understood as (the individual’s) subjective, experience-based, often implicit knowledge and emotions on some matters or state of art (...) the term *conception* is often used parallel to beliefs (...) we define conceptions as conscious beliefs, i.e. they form a subgroup of beliefs. In the case of conceptions, the cognitive component of beliefs is stressed, whereas in subconscious beliefs the affective component is emphasised” (p.2).

Efectivamente, once años más tarde de que Pajares (op.cit.) hiciera una llamada a *clarificar* las diferencias entre *creencias* y *conocimiento*, Pehkonen y Pietilä consiguen exactamente lo contrario: definen las *creencias* como *conocimiento implícito*, del que se enfatiza el componente afectivo, mientras que el componente cognitivo queda recogido en las *concepciones*, como tipo especial de creencias conscientes. Otra definición propuesta por Lindgren, también desde el grupo MAVI, no resulta mucho más aclaradora:

“mathematical *beliefs* are understood to be composed of [the individual’s] subjective (experience-based) implicit knowledge of mathematics and its teaching/learning. *Conceptions* are understood to be conscious beliefs. The beliefs –conscious and unconscious– can be seen as a *belief system*. When the object of the belief system is mathematics or mathematics teaching/learning we use the term *view* of mathematics”. (Lindgren, 1996, p. 113).

En primer lugar, y de acuerdo con los autores anteriores, las creencias son presentadas como conocimiento implícito, de las cuales las concepciones forman un subconjunto consciente —cabe preguntarse si lo *consciente* continúa siendo implícito o pasa a ser explícito—. Las creencias,

---

<sup>4</sup> El término inglés *disbelief* podría interpretarse como una ‘no creencia en la posibilidad de un suceso’ o ‘no creencia en la existencia de algo’.

independientemente de su nivel de consciencia, se reúnen en un sistema de creencias que en el caso de tratarse de creencias acerca de las matemáticas se puede llamar 'visión de las matemáticas', nueva etiqueta que se añade al maremagno ya existente.

Tampoco las definiciones que proponen Papanastasiou (2000) y Kagan (1992) son de gran ayuda a la hora de distinguir entre *creencias* y *conocimiento* puesto que ambos autores equiparan en cierto modo un aspecto con el otro (*cursiva añadida*):

"Beliefs represent information about an object that is *known* or perceived by the individual". (Papanastasiou, 2000, p.28).

"teacher belief is a particularly provocative form of *personal knowledge* that is generally defined as pre- or inservice teachers' *implicit assumptions* about students, learning, classrooms, and the subject matter to be taught". (Kagan, p.66).

En cuanto a las propuestas hispanas halladas, nos vemos en la necesidad de rechazar plenamente la definición propuesta por Flores (1996):

"vamos a llamar creencias y concepciones a los significados que atribuyen los estudiantes a las matemáticas y a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas" (p.107).

La razón de este rechazo es que esta definición es identificable con la comprensión del aprendizaje desde la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje escolar como un proceso de construcción de significado y atribución de sentido (Coll, 1988), con lo cual no existiría diferencia alguna entre creencias-concepciones y conocimiento (en tanto que resultado de aprendizaje), sino que se trataría de conceptos y términos intercambiables.

### III.1.2. Origen y consecuencias de las concepciones

Una vez vista la dificultad de delimitar exactamente el concepto escondido tras las *concepciones*, *creencias* y cualquier término relacionado con ellas, quisiéramos dejar temporalmente de lado la urgencia de definir el objeto de estudio para centrar la atención sobre otros dos aspectos igualmente cruciales: ¿cómo se originan las concepciones (etc.) en el sujeto?, y ¿qué consecuencias o efectos tienen sobre la participación del individuo en el mundo? En otras palabras: ¿por qué estudiarlas?

Del listado de definiciones presentado en la Tabla III.1. destacan, a este respecto, algunas definiciones propuestas. En concreto, tres aportaciones se distinguen de las demás por referirse a posibles causas u orígenes de las concepciones del sujeto. Así, Ford (1994) habla de la influencia de la experiencia personal en la formación de las creencias, junto con los pensamientos e ideas que surgen a lo largo del proceso de aprendizaje. Raymond (1997) se refiere igualmente a la experiencia personal como fuente de creencias, y concreta la importancia de la experiencia *como estudiante* de matemáticas en la formación de las mismas. Por su parte, Philippou y Christou (2002) ven la fuente de las concepciones de una manera

más amplia en la implicación del sujeto en *actividades matemáticas*, sin llegar a limitar éstas explícitamente a su participación en procesos de enseñanza y aprendizaje formales, como hacía la autora anterior. Añaden, además, un aspecto a tener en cuenta: las concepciones no son estáticas, sino tentativas, en evolución y sujetas a cambios, siempre relacionados con las experiencias matemáticas del individuo.

Otras tres definiciones recogidas en la [Tabla III.1](#). destacan desde el extremo opuesto: más que decir por qué son causadas, los autores advierten de qué pueden causar, o qué consecuencias pueden tener. En este segundo grupo hallamos primeramente la definición de Schoenfeld (1992), quien afirma que el comportamiento matemático del individuo viene influido por sus creencias —definidas éstas por el autor como la forma de entender las matemáticas y los sentimientos hacia ellas que alberga un individuo— y al mismo tiempo este comportamiento da forma a la conceptualización que el individuo tiene sobre la propia matemática. Es decir, el autor considera inseparables el componente cognitivo y el afectivo, como ya comentamos con anterioridad. En segundo lugar, se encuentra la definición propuesta más recientemente por Op't Eynde et al. (2002), quienes al definir las creencias de los alumnos señalan la interacción que se produce entre las diversas creencias de una misma persona y su conocimiento previo sobre un determinado aspecto matemático, que a su vez influirá en su aprendizaje matemático posterior y en su actividad de resolución de problemas.

En realidad fue ya Erlwanger mucho antes, en 1975, quien ya también habló tanto de origen como de posibles consecuencias de las concepciones, en su caso de los alumnos, acerca de las matemáticas (cursiva añadida):

*“in the course of learning mathematics, a child develops his own ideas, view and beliefs about mathematics which can be represented as his conception of mathematics. This conception of mathematics may be regarded as a developing conceptual system of interrelated ideas, beliefs, emotions, and views concerning mathematics and learning that directs and controls his mathematical behaviour, and how he learns and what he understands ”* (Erlwanger, 1975, p.172).

Para este autor las creencias son un subconjunto de todo un sistema conceptual, en el que, al igual que para Schoenfeld (op.cit.), intervienen tanto aspectos cognitivos como afectivos. Como *causa u origen* de dicho sistema conceptual el autor identifica el propio proceso de aprendizaje de las matemáticas, entendido en un sentido amplio, no necesariamente formal —dado que no lo especifica—. Como *consecuencia o efecto* de dichos sistemas conceptuales menciona el control o dirección del comportamiento matemático y el aprendizaje subsiguiente y la comprensión de las matemáticas<sup>5</sup>. Al mismo tiempo, es destacable el carácter dinámico que otorga a las concepciones, en tanto que sistema en desarrollo.

---

<sup>5</sup> No podemos dejar de enfatizar el carácter, primero, marcadamente individualista que refleja la cita de Erlwanger, y segundo, en gran medida determinista; en nuestra opinión ambos aspectos están muy relacionados con las fechas que corrían en el momento de publicar su trabajo en el que presenta distintos estudios de casos sobre las estrategias de cálculo y resolución de problemas de niños de los primeros cursos de educación primaria.



En cualquier caso, si hay algo que comparten todos estos autores, y muchos otros que no llegamos a citar, es la comprensión del *ser humano como participante activo e interpretante del mundo* que le rodea, acorde con los postulados del interaccionismo simbólico (Blumer, 1969) que defiende que (1) nuestra actuación sobre el mundo está influida por nuestro modo de entender tanto los fenómenos naturales como las actuaciones de los restantes seres humanos con quienes interactuamos, al tiempo que (2) nuestro modo de entenderlo se ve influido por los efectos que tienen nuestras actuaciones en el mundo físico y social.

### III.1.3. El contexto español y europeo

En nuestro contexto hallamos en los últimos años las aportaciones de diversos grupos de investigadores. Los unos, principalmente y sin detrimento de otros grupos, ubicados en diversos puntos de Andalucía, los otros en las Islas Canarias. Entre los primeros destacamos los trabajos de Llinares (Llinares, 1989, 1990; Llinares y Sánchez, 1990), y Carrillo y Contreras (Carrillo, 1996; Carrillo y Contreras, 1995; Contreras, 1999; Contreras y Carrillo, 1998), entre otros, cuyas aportaciones comentaremos en la próxima sección con más detenimiento. Entre los segundos se halla toda una línea específica de investigación acerca de las llamadas '*teorías implícitas*' (Estebaranz y Sánchez, 1992; Marrero, 1992; Rodrigo et al., 1993), no específicamente limitada a los participantes directos de la educación *escolar*, sino también con interesantes aportaciones sobre las teorías implícitas acerca de la educación en el contexto familiar. Dentro del ámbito de las creencias de los alumnos encontramos destacable la aportación reciente de Vila (2001).

En el espacio europeo despuntan, sin lugar a dudas, las investigaciones del grupo internacional germano-finlandés MAVI, liderado por Pehkonen y Törner (ver, por ejemplo, Grigutsch et al., 1998; Pehkonen, 1995; Pehkonen y Lepmann, 1995; Pehkonen y Pietilä, 2003; Pehkonen y Törner, 1996; Pehkonen y Törner, 1998; Törner y Grigutsch, 1994; Törner y Pehkonen, 1996). Este amplio grupo realiza principalmente estudios basados en el uso de cuestionario y escalas de valoración graduada tipo Likert, a diferencia de lo que ocurre en España, donde gran parte de las aportaciones al ámbito —si bien no todas— se hacen desde una metodología de estudios de caso. Sin embargo, desde la misma República Federal Alemana se hacen también propuestas metodológicas alternativas, aunque todavía minoritarias, tales como el uso de '*repertory grids*' en el trabajo de Bruder et al. (2003) o análisis de contenido de diversos documentos de aprendizaje en la investigación de Gellert (1998) o la entrevista en profundidad como complemento cualitativo de una primera aproximación cuantitativa (Tietze, 1990). Finalmente, también hallamos otro grupo pujante en la cuenca mediterránea (Kyriakides y Campbell, 1999; Philippou y Christou, 1997; 1999).

### III.1.4. Opción del presente trabajo: las concepciones como sistemas de creencias

Tras el análisis de las propuestas previas presentado en los apartados anteriores, en este apartado finalmente haremos una propuesta de definición del constructo que nos ocupa que nos pueda servir de hilo conductor y base del trabajo. Cuatro son los autores que nos servirán de inspiración a este fin, cuyas definiciones aparecen ya recogidas en la Tabla III.1., y tres de las cuales ya hemos comentado: Erlwanger (op.cit.), Op't Eynde y cols. (op.cit.), Raymond (op.cit.) y Ernest (1989). Los dos primeros definen el concepto centrandolo en el alumno, los dos últimos en el profesor; primero y último enfatizan la naturaleza de las concepciones como un sistema organizado de creencias; y todos salvo el último ubican el origen de las concepciones explícitamente en las experiencias de aprendizaje del individuo. En síntesis, proponemos la siguiente definición del concepto:

*La concepción de un individuo acerca de una porción de la realidad, tanto física como social, es el sistema organizado de creencias acerca de esa misma porción de realidad, entendidas éstas como las aseveraciones y relaciones que el individuo toma como ciertas en cada momento determinado de su vida, que se originan y desarrollan a través de las experiencias e interacciones de las que el individuo participa y que repercuten en las interacciones subsiguientes con el mundo que le rodea.*

Seguidamente expondremos algunas aportaciones relativas a la comprensión de las *concepciones como sistemas de creencias*. Desde aquel meta-análisis de Pajares, no cabe duda, se han llevado a cabo centenares de estudios acerca de las concepciones de profesores y alumnos. La aportación de los estudios sobre el pensamiento del profesor (ver, por ejemplo, Schön, 1983, 1987) tuvo gran influencia en el ámbito y, en especial, la revisión de Clark y Peterson (1986) como paradigma de reacción al modelo de investigación del aprendizaje basado en estudios experimentales de proceso-producto (Perez y Gimeno, 1989). No obstante, en el ámbito de la educación matemática, la mayoría de trabajos continúa nutriéndose de las aportaciones primigenias de Abelson (1979) y Nespor (1987) y del meta-análisis de la prematuramente fallecida Thompson (1992) en relación con la conceptualización de las creencias.

En concreto, Abelson (1979), desde el ámbito de la inteligencia artificial, observa grandes similitudes entre los sistemas de creencias y los sistemas de conocimiento, pero señala también algunas características que los hacen suficientemente distintos. En concreto, según Abelson, *los sistemas de creencias...*

- 1) *están constituidos por elementos no necesariamente consensuados*: acerca de un mismo objeto pueden existir múltiples sistemas de creencias distintos, cada uno de los cuales se caracteriza por la disputabilidad;
- 2) *se ocupan, en parte, de la existencia o inexistencia de ciertas entidades conceptuales*: a menudo esta entidad conceptual es el núcleo central del sistema de creencias y creer en ella implica la aceptación

de que hay quienes creen en la no-existencia<sup>6</sup> —como, por ejemplo, la creencia en la existencia de Dios—;

3) *a menudo incluyen representaciones de 'mundos alternativos'*: describen cómo son y cómo se cree que deberían ser las cosas. Así, por ejemplo, las creencias políticas utópicas revolucionarias;

4) *tienen fuertes componentes evaluativos y afectivos*: las polaridades afectiva y cognitiva ejercen gran influencia sobre los diferentes elementos del sistema y sobre el comportamiento del individuo;

5) *suelen incluir grandes cantidades de material episódico*: de las tradiciones populares, de las doctrinas religiosas o políticas, etc.;

6) *tienen un contenido relativamente 'abierto'*: es difícil trazar las fronteras de un sistema de creencias, a menudo se desdibujan con las creencias acerca de otros objetos, a los que van ligados necesariamente (por ejemplo, las creencias acerca de cómo deben ser criados los niños pequeños implican creencias acerca de la nutrición, acerca de cómo deben ser las instalaciones públicas para la infancia, etc.);

7) *pueden incluir creencias con diverso grado de certitud o convicción*: una misma persona puede estar más convencida de sus creencias acerca de la destrucción del medio ambiente que de sus creencias acerca de las posibles soluciones al problema.

Abelson insiste en que ninguna de estas siete características de los sistemas de creencias en sí misma y por sí sola es capaz de diferenciar un sistema de creencias de un sistema de conocimientos, sino que antes bien es la combinación de éstas lo que distingue a una *creencia en algo* del *saber algo*.

Nespor (1987), en cambio, destaca sólo cuatro características básicas de las creencias, plenamente identificables con algunas de las propuestas por Abelson (op.cit.): su presunción existencial (creemos en algo de lo cual presumimos existencia); su alternatividad (existe una gran diversidad de creencias sobre una misma parcela de realidad, las cuales son alternas unas de otras); su carga valorativa-emocional (a diferencia de otros autores, véase McLeod (op.cit.), que intentan diseccionar los componentes emocionales de los cognitivos, para Nespor ambos van ligados); y su estructura episódica (es decir, no necesariamente coherente, sino con frecuencia fragmentada).

Para el interés de nuestro estudio, es necesario constatar que ni Abelson ni Nespor ofrecen un verdadero modelo de *organización* de los sistemas de creencias —salvo quizá la séptima característica mencionada por Abelson—, sino que sus propuestas son más bien descripciones de las características y del tipo de contenido de las creencias que las hacen distintas del conocimiento. En cambio, Green (1971) hace una propuesta de organización de los sistemas de creencias refiriéndose a características estructurales de éstos. En concreto, según este autor, un sistema de creencias se caracteriza por tres dimensiones ortogonales: estructura cuasi-lógica, centralidad y aglomeración (o *clusterización*). Seguidamente presentamos de manera breve cada una de estas tres dimensiones.

---

<sup>6</sup> En nuestro caso consideramos esta segunda característica que menciona el autor no pertinente para nuestro estudio, ya que asumimos de manera apriorística que tanto los profesores como los alumnos dan por supuesta la existencia de las matemáticas.

En primer lugar, según Green, afirmar que un sistema de creencias tiene una estructura cuasi-lógica significa entender que en un sistema de creencias nunca hay una creencia total y absolutamente aislada de las demás. Las creencias se relacionan unas con otras en una conexión causal o 'pseudocausal', en el sentido de que creer algo conlleva creer en una segunda cuestión que de un modo u otro deriva de la primera. Por la idiosincrasia individual que pueden presentar estas relaciones entre creencias, Green prefiere hablar de estructura cuasi-lógica antes que lógica. En cada sistema de creencias habrá, en consecuencia, creencias *primarias* y creencias *derivadas*. Así, por ejemplo, un profesor puede creer que las matemáticas son un compendio de reglas finitas y esta creencia a su vez le lleva a creer que para enseñar matemáticas lo mejor es fomentar la práctica repetida de aplicación de estas reglas.

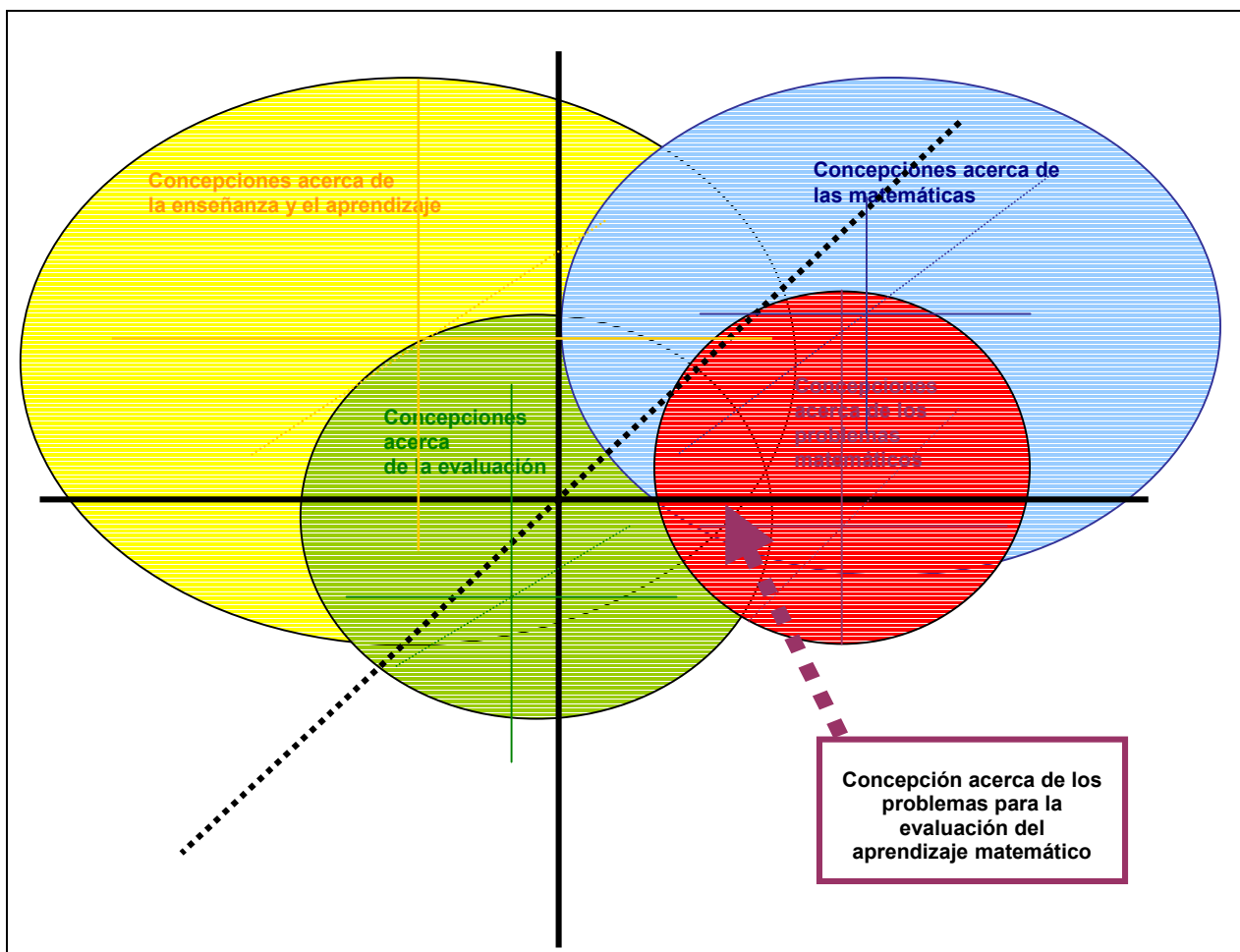
En segundo lugar, en estos sistemas no se mantienen todas las creencias con la misma fuerza psicológica, de modo que ante situaciones adversas a la puesta en práctica de algunas creencias, las creencias *centrales*, o psicológicamente fuertes, prevalecen sobre las *periféricas*, o psicológicamente más débiles. Así, por ejemplo, un profesor puede creer que las matemáticas son una actividad de resolución de problemas, y puede creer al mismo tiempo que en la institución escolar es imprescindible ajustarse a un programa docente compartido, subrayando así la importancia de la labor educativa del equipo docente. Si este programa docente compartido no está acorde con las matemáticas como resolución de problemas y para el profesor esta segunda creencia es central mientras que la primera es periférica, puede ocurrir que en su enseñanza acabe adaptándose al programa docente del centro y descartando una enseñanza basada en la resolución de problemas.

En tercer lugar, un sistema de creencias se organiza por aglomeraciones o *clusters* de creencias que son independientes unos de otros. En otras palabras, es posible creer cosas relativamente contradictorias si estas creencias están ubicadas en clusters distintos. Así, por ejemplo, es posible que un profesor crea que las matemáticas son una creación histórica humana pero que al mismo tiempo crea que, en general, se aprende por repetición, de modo que también considere que las matemáticas, una vez creadas, se aprenden por repetición y que la tarea creadora está reservada para los expertos en la materia.

Estas características de los sistemas de creencias que propone Green (op.cit.) pueden explicar las aparentes inconsistencias o incluso contradicciones que se encuentran a veces entre las creencias explicitadas por un profesor y su comportamiento en aula: puesto que las creencias, organizadas en sistemas de creencias (a los que a partir de ahora nos referiremos en este trabajo únicamente como *concepciones*), son constructos subjetivos no directamente observables, sólo podemos estudiarlas de forma indirecta, bien promoviendo la explicitación verbal por parte del sujeto, bien induciéndolas a partir de la observación y análisis de su conducta; sin embargo, a menudo no sabremos si las creencias de las que hablan los sujetos o que interpretamos de su conducta son primarias o derivadas, centrales o periféricas y si están recogidas o no en el mismo cluster. En el [Cuadro III.1.4](#), intentamos representar un ejemplo

hipotético de este modelo: los óvalos coloreados pretenden recoger la tridimensionalidad propuesta por Green, marcada igualmente por el triple eje de coordenadas. Cada uno de los óvalos representa uno de los ‘espacios de realidad’ de interés en este estudio (las matemáticas, los problemas y la resolución de problemas, enseñar y aprender, y evaluar) sobre los que nuestros sujetos, alumnos y profesores, construyen sistemas de creencias, es decir, concepciones. El espacio de intersección de todos los óvalos (marcado con flecha violeta), en tanto que estará potencialmente relacionado con todos los bloques adyacentes, representa las creencias acerca de los problemas como instrumento de evaluación del aprendizaje matemático.

Cuadro III.1.4. Representación hipotética de la concepción o sistema de creencias de una persona sobre nuestro objeto de estudio, según el modelo de Green (1971).



Es particularmente por la cualidad de organización cuasi-lógica y la práctica imposibilidad que se deduce de ésta característica de aislar una creencia concreta del resto con las que está relacionada en un sistema particular de concepciones por lo que nosotros en este trabajo preferimos hablar siempre de concepciones y no tanto de creencias singulares. Porque consideramos que incluso en lo que nosotros podríamos llamar ‘creencias acerca de las matemáticas’ (ver Cuadro III.1.4.) puede darse el caso de que

dos individuos incluyan una cantidad distinta de 'sub-creencias' o creencias estrechamente relacionadas de carácter diferente.

## III.2. EL ESTUDIO DE LAS CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES

Como apuntábamos brevemente al iniciar la Sección III.1., fue el movimiento de reacción ante el paradigma positivista de proceso-producto lo que finalmente hizo resurgir en la década de 1970 un nuevo interés por el pensamiento y creencias del profesor, dejado de lado desde comienzos del siglo XX (Thompson, 1992). Concretamente, las múltiples aportaciones del equipo de Clark y Peterson, desde el paradigma cognitivo, son de gran importancia en el ámbito. En su revisión de la materia Clark y Peterson (1986) proponen un modelo de comprensión de la relación entre el pensamiento del profesor y los fenómenos de aula donde se reconocen el proceso de pensamiento, de toma de decisiones y las creencias del profesor como variables importantes influyentes en los acontecimientos de aula e incluso en el rendimiento final de los alumnos.

Por su parte, Pajares, en su obra de referencia de 1992, anteriormente citada, señala dos cuestiones importantes respecto al concepto 'creencias del profesor'<sup>7</sup>. En primer lugar, que las creencias no se tienen en el vacío, sino que siempre tenemos *concepciones acerca de o sobre* algo. En segundo lugar, que la complejidad misma del proceso de enseñanza y aprendizaje es tal que prácticamente se hace imposible indagar una creencia global, sino que es necesario concretar en aspectos específicos del proceso; así, por ejemplo, las creencias acerca de la enseñanza, las creencias sobre el aprendizaje, las creencias acerca de la evaluación, las creencias acerca de los factores de éxito escolar, acerca de un contenido específico y las creencias acerca de la enseñanza y el aprendizaje del mismo contenido, etc. Es decir, tenemos la necesidad de acotar el objeto de estudio. Por último, este autor señala que a menudo desde la propia investigación se comete el error de hablar de 'creencias del profesorado' para referirse a las 'creencias pedagógicas del profesorado' —con toda la amplitud que abarca el adjetivo pedagógico—, dada la variedad de factores que influyen en el proceso educativo, como veníamos diciendo. Además, el hablar de las 'concepciones del profesorado' parece albergar la aceptación implícita de que, primero, *sólo los profesores pueden tener estas creencias*, y segundo, *los profesores sólo pueden tener estas creencias* y ninguna otra más allá de su ejercicio profesional. A estas consideraciones añadiríamos nosotros una tercera, referida a la imposibilidad de contemplar al *profesorado* como un ente uniforme. Y todas estas conclusiones son, evidentemente, erróneas.

---

<sup>7</sup> Respetamos el término 'creencias' que utiliza el propio Pajares en aquella publicación.

Ernest (1989), por su parte, identifica tres aspectos importantes sobre los que el profesor, en este caso de matemáticas, tiene creencias<sup>8</sup> que afectan a su ejercicio profesional:

“The key belief components of the mathematics teacher are the teacher’s view or conception of the nature of mathematics, model or view of the nature of mathematics teaching, model or view of the process of learning mathematics”. (Ernest, 1989, p.250).

Es decir, las creencias que tenga un profesor acerca de las matemáticas se componen de su concepción acerca del propio contenido, concepción de su enseñanza y de su aprendizaje. A estos tres aspectos añadiremos nosotros las creencias acerca de la evaluación, en general, y concepción acerca de la evaluación del aprendizaje matemático, específicamente. Por consiguiente, en los siguientes subapartados vamos a concentrar la atención en los estudios que se han llevado a cabo sobre las concepciones del profesorado acerca de diferentes aspectos del proceso educativo que son de interés para la investigación que llevamos a cabo.

### III.2.1. Las concepciones de los profesores acerca de las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje

Ante todo es necesario distinguir una serie de trabajos, de entre los que citamos el de Castro y Castro (1992) a modo puramente ilustrativo, que se ocupan del estudio de las concepciones acerca de objetos matemáticos concretos, tales como los números fraccionarios, el perímetro y su relación con el área, la probabilidad, etc. Estos estudios se refieren a parcelas conceptuales matemáticas específicas y, por lo tanto, se alejan del enfoque que adoptamos en este trabajo, donde más bien nos interesan las concepciones acerca de las matemáticas como globalidad y acerca de su enseñanza y aprendizaje. Otro conjunto de estudios dejados de lado en esta revisión son los dedicados a análisis de las concepciones de los profesores en situaciones particulares de aula, por ejemplo, en situaciones de innovación docente, como por ejemplo, los trabajos de Da Ponte et al (1994).

En segundo lugar, es conveniente constatar que los estudios acerca de las concepciones del profesor se dividen, en realidad, en dos bloques que, en nuestra opinión, se deben diferenciar claramente: por un lado, situamos los estudios que se centran en las *concepciones de los profesores en ejercicio activo de la profesión docente*; por otro lado, los estudios que se dedican a indagar las *concepciones de los profesores en fase de formación inicial*, tanto para educación de nivel primario como secundario. Efectivamente, es imprescindible distinguir estos dos tipos de estudios, ya que mientras los primeros tienen por sujetos a profesionales que ejercen el rol docente, los segundos tienen por sujetos a individuos que, todavía en pleno proceso de formación inicial (nos atrevemos a afirmar que) continúan funcionando más desde el rol de alumno que desde el rol de profesor, el cual están aprendiendo, con todas las consecuencias que este

---

<sup>8</sup> También Ernest utiliza el término ‘creencias’.

hecho tiene en cuanto a interpretación y aplicabilidad de los resultados a la práctica escolar —no así a la formación del profesorado—. En concreto, Brown y cols. (1999) establecen tres fases por las que pasa el estudiante de profesor de matemáticas antes de llegar al conocimiento profesional práctico y que es necesario tener en cuenta para la comprensión de sus concepciones y para la intervención sobre ellas: una primera fase como alumno de matemáticas, una segunda fase como aprendiz de la enseñanza de las matemáticas desde un punto de vista teórico, y la última fase como aprendiz de enseñante de matemáticas en el período de prácticas docentes. En nuestra revisión nos concentramos en los trabajos realizados sobre profesores en ejercicio.

Ernest (1989) propone tres formas de entender las matemáticas y su relación con el mundo:

- Desde la visión *instrumentalista* las matemáticas se entienden como acumulación de hechos, normas y habilidades básicas que se deben aplicar en la persecución de algún fin externo. En resumen, un conjunto de conocimiento factual y de normas utilitarias.
- La visión *platónica* entiende las matemáticas como un cuerpo unitario y estático de conocimiento veraz. En consecuencia, las matemáticas se descubren, no se crean ni construyen.
- Las matemáticas como *resolución de problemas* presentan una imagen dinámica, como un campo de conocimiento en continua expansión, producto de la invención humana y cultural. No se pone el acento sobre el producto final sino sobre el mismo proceso de razonamiento matemático, siempre abierto a revisión y optimización.

Una década más tarde, Andrews y Hatch (1999) llevan a cabo un estudio donde analizan las concepciones acerca de las matemáticas y sobre su enseñanza y aprendizaje de una muestra de más de 500 profesores. En este estudio llegan a la identificación de las siguientes concepciones, en parte equiparables a las propuestas por Ernest (op.cit):

- *Las matemáticas como servicio*: son una herramienta con foco en la aplicación antes que en la comprensión —relacionada, por lo tanto, con la creencia instrumentalista definida por Ernest—; las matemáticas pueden ser útiles en otras áreas, en las cuales se pueden aplicar de forma fragmentada —cálculo para la contabilidad, geometría para el dibujo técnico,...—. Los profesores en este grupo suelen concebir las matemáticas de manera absoluta, como cuerpo de conocimiento finito e indiscutible.
- *Las matemáticas como herramienta de vida*: se diferencia de la concepción anterior en que aquí las matemáticas se entienden como herramienta que ayuda a comprender y controlar el mundo complejo que nos rodea. Por lo tanto, las matemáticas no sólo proveen utensilios aplicables a las situaciones concretas, sino que, antes bien, promueven un mayor nivel de comprensión y reflexión sobre la



realidad. Los profesores que conciben las matemáticas de esta forma las entienden tanto como un cuerpo de conocimiento acabado y cerrado, como una herramienta falible y con potencial de crecimiento.

- *Las matemáticas como actividad placentera:* desde esta concepción acerca de las matemáticas se entiende que los sujetos se deben implicar activamente en la actividad matemática. Según los autores, esta concepción está relacionada con la tercera que proponía Ernest —las matemáticas como resolución de problemas—. Consecuentemente las matemáticas se conciben en este caso como cuerpo de conocimiento falible en proceso de desarrollo, y no ya como cuerpo acabado y cerrado.
- *Las matemáticas como herramienta económica:* los autores añaden esta cuarta concepción como versión extrema de la primera pero lo suficientemente distinta de ella como para darle entidad propia. En esta concepción de las matemáticas como instrumento se ponen al servicio del placer del individuo que gana control sobre su propia economía personal y sus ganancias.

Por su parte, Grigutsch et al. (1998), en la República Federal Alemana, identifican cuatro concepciones básicas acerca de las matemáticas que categorizan como *formalismo*, *aplicación*, *proceso* y *esquema*. Seguidamente presentamos sucintamente cada una de ellas:

- En el *formalismo* se entienden las matemáticas como marcadas por una exactitud, rigor y precisión en el nivel conceptual y lingüístico, en el pensamiento —que será lógico, objetivo y sin errores—, en las argumentaciones, justificaciones y demostraciones así como en la sistematicidad de la teoría —en la axiomática y el método deductivo—.
- Desde la concepción de las matemáticas como *aplicación* se conciben éstas como un elemento importante para la vida futura del alumno, tanto en la resolución de problemas cotidianos como en el ejercicio de la profesión; las matemáticas se consideran también de utilidad general para la sociedad.
- Los profesores que enfatizan el carácter de *proceso* de las matemáticas las conciben como la actividad misma de reflexión sobre los problemas y de formación de conceptos; se refieren a la propia construcción, invención y re-inventión de las matemáticas, así como a la comprensión de las relaciones entre distintos aspectos de la realidad. A esta forma de entender las matemáticas como proceso corresponde también la reflexión y argumentación conceptual dentro de las propias matemáticas, al igual que las nuevas ideas, intuiciones y ensayos. Bajo esta concepción se refleja el aspecto dinámico de las matemáticas.
- Por último, los defensores del aspecto *esquemático* de las matemáticas las entienden como una colección de procedimientos algorítmicos, de normas que definen con exactitud cómo se deben resolver las actividades. La consecuencia de esta concepción es que el hacer (enseñar y aprender)

matemáticas consiste en la retención y aplicación de estas definiciones, reglas, fórmulas, hechos y procedimientos.

En general, los estudios que informan sobre concepciones acerca de las matemáticas hacen también como mínimo incursos en las concepciones acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Así, una concepción instrumentalista de las matemáticas estaría, en teoría, más fácil y frecuentemente asociada a una práctica escolar de ejercitación de rutinas con tareas cerradas, donde el alumno es poco autónomo más allá de llegar a la aplicación independiente de las reglas aprendidas y donde el docente es el centro del desarrollo de la clase, con poca interacción entre los alumnos. Por el contrario, entender las matemáticas como resolución de problemas, como decíamos más arriba, estaría más comúnmente asociada a unas prácticas cercanas a un enfoque socio-constructivista de la enseñanza.

En cuanto a las concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Andrews y Hatch (op.cit.) señalan como concepciones principales, por una parte, la *orientación hacia el proceso*, centrada en la discusión, la investigación y el trabajo en grupo, cercana a una idea socio-constructivista, relacionable con la visión falible de las matemáticas (Ernest, op.cit.); y por otra parte, la *orientación hacia las habilidades básicas*, centrada en la adquisición de algoritmos rutinarios a través de la práctica, la organización individual del trabajo de aula, relacionable con la visión absolutista de las matemáticas (Ernest, op.cit.).

Decimos, no obstante, '*estaría*' y '*frecuentemente*', porque disponemos, por un lado, de resultados que avalan esta relación entre las concepciones mencionadas, y entre éstas y las prácticas de aula, así como se encuentran igualmente estudios que concluyen lo contrario. Los trabajos de Thompson (1985) y, más recientemente, Stipek y cols. (2001), entre muchos otros, pertenecen al primer grupo. En el primer trabajo se presenta el estudio de caso de tres profesores; en el segundo, se presenta el análisis cuantitativo de las respuestas de los sujetos a un cuestionario Likert sobre las creencias acerca de las matemáticas en dos momentos distintos del curso escolar. Tanto una como otros llegan a la conclusión de que existe una alta relación entre la concepción acerca de la naturaleza de las matemáticas y las concepciones acerca de su enseñanza y aprendizaje, por un lado, y las prácticas de aula, por el otro.

En cambio, entre los trabajos que aportan evidencias de una incoherencia, o falta de relación, entre las concepciones verbalizadas por los profesores o bien inferidas a través de diversos instrumentos y las prácticas de aula observadas, destacamos, por ejemplo, el de Raymond (1997). Esta autora, como conclusión de diversos estudios de caso, propone un modelo de factores que influyen en dichas concepciones del profesorado y en su puesta en práctica efectiva en el aula. Según este modelo, la relación entre concepciones y práctica no es directa ni unívoca, sino que existe un conjunto de factores moduladores. Volveremos a retomar esta idea en el apartado correspondiente a la relación entre las concepciones acerca de las matemáticas y su aprendizaje de profesores y alumnos ([Apartado III.4](#)).

### III.2.2. Las concepciones de los profesores acerca de la evaluación, en general, y de la evaluación del aprendizaje matemático

Respecto a las concepciones del profesorado acerca de la evaluación, acerca de qué, cuándo, cómo y quién debe o puede evaluar a quién o qué, hablamos brevemente ya en el capítulo anterior. Cuando estas concepciones se concretan, además, en relación con el aprendizaje matemático, nos referimos a la *concepción o enfoque evaluativo matemático* del profesor (Barberà, 1995), tal como ya indicamos en el Capítulo II.

Desde la Comunidad Autónoma de Andalucía se han presentado diversos trabajos empíricos sobre las concepciones de los profesores acerca de la evaluación del aprendizaje matemático (Gil, 2000; Gil et al., 2002; Rico et al., 1995a, 1995b; Rico y Gil, 1997). En la última de estas publicaciones se presenta una concepción general ampliamente compartida por los profesores encuestados en el estudio, según criterios estadísticos, la cual se puede caracterizar brevemente como sigue:

- El alumno en primer lugar es el *objeto evaluable* más importante; la evaluación del profesor y otros elementos del proceso educativo tales como el currículo, los materiales didácticos o el propio centro escolar son consideradas menos importantes.
- Se entiende la toma de decisiones acerca de la promoción y el control del proceso educativo como función principal de la evaluación.
- En general, los profesores rechazan la evaluación externa y las pruebas estandarizadas.

Delanshere y Jones (1999), a través del estudio de caso de tres profesores de educación primaria en el Estado de Indiana (EE.UU.), llegan a definir tres dimensiones que ayudarían a identificar y describir las creencias<sup>9</sup> acerca de la evaluación. En concreto:

- Las creencias del profesorado acerca de la evaluación toman forma según las funciones y propósitos que se le otorguen a la misma. Respecto a estas funciones, los autores mencionan la distribución de los alumnos según niveles de conocimiento, y la calificación y la evaluación externa a través de tests (muy frecuentes en los países de cultura anglosajona).
- Las creencias del profesorado acerca de la evaluación toman forma en función de lo que los profesores perciben como el currículo oficial y según su auto-percepción de dominio respecto al contenido a enseñar-evaluar.

---

<sup>9</sup> Los autores utilizan en este trabajo el término 'creencias'.

- Las creencias del profesorado acerca de la evaluación toman forma en función de cómo entienden el proceso de aprendizaje de los alumnos y a los alumnos mismos en tanto que participantes en los eventos de aula.

Estos autores hablan de casos de ‘parálisis evaluativa’, que se da en situaciones de contradicción entre la voluntad político-educativa reformadora y la puesta en escena de un sistema de evaluación externa que todavía insiste en formas tradicionales y cerradas de evaluación, tales como el uso exclusivo de tests estandarizados de múltiple opción.

La revisión de estos trabajos, junto con el marco teórico de referencia utilizado para el estudio de la evaluación —la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje escolares (ver Capítulo II) —, nos lleva a estimar que las concepciones del profesorado acerca de la evaluación se pueden ubicar a lo largo de un continuo que se mueve entre un polo pedagógico, que relaciona la evaluación con la regulación de los procesos de enseñanza y aprendizaje, y otro social-acreditativo, que relaciona la evaluación básicamente con las obligaciones de rendición de cuentas y acreditación que le son asignadas por el sistema educativo y la sociedad.

Es necesario subrayar que de todos los trabajos que hemos revisado sobre la temática, la incidencia sobre el contenido específico matemático es mínima. Es decir, incluso aquellos trabajos donde se discuten las concepciones acerca de la evaluación del aprendizaje matemático, el hilo argumentativo se mantiene, en la inmensa mayoría de los casos, al nivel de la *situación* y *actividad* de evaluación (ver Capítulo II) y sin entrar en aspectos específicamente matemáticos. Las escasas aportaciones encontradas al respecto las comentaremos en el siguiente apartado.

### III.2.3. Las concepciones de los profesores acerca de los problemas y su uso para evaluar el aprendizaje matemático

En la investigación sobre la resolución de problemas la atención dedicada al profesorado es notablemente menor a la prestada al colectivo de los alumnos. Funkhouser (1993), por ejemplo, lleva a cabo un estudio en el que solicita a 180 profesores que definan ‘*problem solving*’. Como resultado de su análisis, establece dos categorías principales: definiciones vagas y definiciones precisas. Como ‘definiciones vagas’ identifica, a su vez, dos tipos diferentes de definiciones: por un lado, de vaguedad conceptual, en las que los profesores caracterizan los problemas de forma circular, tautológica (por ejemplo, ‘resolver problemas es encontrar la solución a un problema’); por otro, de vaguedad terminológica, en las que los profesores hacen uso de términos técnicos pero sin evidencia de comprensión (por ejemplo, ‘resolver problemas es usar habilidades de razonamiento’). Por su parte, las definiciones que califica como precisas tienen mayor fundamento psico-educativo y didáctico-matemático, aportan ejemplos y dan muestra de comprensión del concepto, pudiendo estar basadas bien en las *estrategias* (por ejemplo, ‘resolver problemas es

identificar un conflicto, determinar los pasos a seguir y resolverlos'), bien en las *habilidades* (por ejemplo, 'resolver problemas es utilizar operaciones matemáticas o cálculo'), bien en otros aspectos, tales como la referencia a conocimientos previos (por ejemplo, 'resolver problemas es usar los conocimientos previos para alcanzar una solución'). La conclusión de Funkhouser en este estudio es que los profesores, quienes en 2/3 de los casos aportan definiciones calificadas como 'vagas', tienen un conocimiento escaso y unas concepciones simples, lineales o rudimentarias sobre qué es y qué supone resolver problemas. A diferencia de otros estudios, este autor no habla de 'concepciones' sino de 'conocimientos previos' del profesorado que se deben tomar como punto de partida para los cursos de actualización y desarrollo profesional.

En cuanto a los estudios realizados acerca de las concepciones de los profesores sobre los problemas y la resolución de problemas como tarea de evaluación, queremos destacar principalmente dos trabajos. Por un lado, el de Sánchez (2001). Esta autora, a través del estudio de caso de tres profesores de matemáticas de educación secundaria en el Estado de Georgia (EE.UU.), embarcados en un proyecto de formación continua, llega a la conclusión, en nuestra opinión sumamente importante, de que, efectivamente, las concepciones que un docente tiene acerca de los problemas influyen en sus decisiones sobre el tipo de tareas a usar para la evaluación de los alumnos. Pero más allá de ésta conclusión, que podemos considerar modesta dado el gran volumen de investigación ya existente sobre la materia, la autora advierte que incluso el uso de problemas abiertos puede resultar engañoso, ya que no siempre va acompañado de unas concepciones necesariamente acordes con la reforma constructivista que se está intentando implementar en gran número de países. Antes bien, Sánchez identifica un conjunto de factores influyentes en las decisiones de los docentes de usar estas tareas abiertas, tales como el respeto a una *autoridad externa* absoluta —cuando las tareas abiertas son incluidas en el examen final externo—; la *presión social tácita* ejercida por los compañeros del claustro que optan por este tipo de tareas, o, expresado en términos más positivos, las decisiones colectivas que se hayan podido tomar a nivel de departamento o claustro; o simplemente el deseo de seguir algo que se percibe como *moda pedagógica* pero sobre lo que, sin embargo, no necesariamente se reflexiona más allá.

Por su parte, Carrillo y Contreras (Carrillo, 1996; Carrillo y Contreras, 1995; Contreras, 1999; Contreras y Carrillo, 1998), en nuestro país, identifican una tipología de concepciones en relación con los problemas y el uso que se hace de ellos en el aula, tanto en situación de enseñanza-aprendizaje como de evaluación. Estos autores señalan cuatro posibles 'profesores tipo' según otras tantas 'tendencias de uso de problemas' en el aula. Para cada una de estas tendencias se definen unos indicadores referentes a los criterios de elección e implementación de los problemas en el aula, al sentido que cobran los problemas dentro de la asignatura escolar, y al papel de los problemas en el proceso de aprendizaje del alumno; asimismo, se proponen unos indicadores que permiten establecer, en las concepciones del profesor, el

papel atribuido al alumno en su propio aprendizaje, el papel atribuido al propio profesor y el papel atribuido a los problemas en la evaluación del aprendizaje matemático:

- *Tendencia tradicional:*

“(…) problemas como ejercicios que suelen ser propuestos por el profesor al finalizar un período de instrucción de corte teórico con la intención de que se apliquen los conocimientos impartidos. Los problemas suelen provenir de listados externos, (…) extensos y sin una organización específica por el profesor. (Contreras y Carrillo, op.cit., p.32).

En la evaluación de tipo tradicional los problemas aparecen como elemento sancionador, haciéndose énfasis en el resultado y con una valoración cuantitativa ponderada de las partes según el esquema de resolución previsto por el profesor. Se persigue la aplicación de fórmulas y algoritmos memorizados y se intenta erradicar el error.

- *Tendencia tecnológica:*

“(…) los ejercicios en que son convertidos los problemas se suelen plantear como cuestiones teóricas, al final de los temas y como aplicación de la teoría impartida. Proviene de un listado organizado según orden creciente de complejidad, en una estructura de espiral conceptual, en función de los conceptos que abarca. Los problemas se utilizan para dotar de un significado práctico a la teoría. (Contreras y Carrillo, op.cit, 31).

En la evaluación del tipo tecnológico los problemas se contemplan como elemento sancionador, se consideran los pasos seguidos dentro del esquema previsto por el profesor, que da la pauta de adecuación-no adecuación. Se tienen que identificar y aplicar algoritmos aprendidos. Se aplica una pedagogía del error consistente en la corrección inmediata de los errores. El profesor no valora estilos o estrategias personales y los problemas pretenden resaltar la utilidad de la teoría trabajada en clase.

- *Tendencia espontaneísta:*

“(…) los problemas se conciben como una actividad potenciadora del descubrimiento, como vehículo para potenciar el descubrimiento espontáneo de nociones. Se seleccionan de forma aleatoria aquellos problemas más acordes con el contexto (que marca la secuencia) y el ambiente de la clase (…) sirven para adquirir procedimientos, fomentar actitudes positivas y para implicar a los alumnos en su aprendizaje” (Contreras y Carrillo, op.cit. 30).

En la evaluación del tipo espontaneísta los problemas se tratan como instrumento que ayuda a reorientar el proceso de enseñanza-aprendizaje; se valora el esfuerzo y la implicación del alumno. Se discute la calidad de los distintos procesos de resolución seguidos, se valora el significado de las nociones aprendidas y las estrategias personales. En caso de error el alumno es advertido de éste. No preocupan los eventuales avances conceptuales dado que la resolución de problemas se aborda desde su dimensión procedimental heurística.

- *Tendencia investigativa:*

“los problemas tienen en esta tendencia un carácter de instrumento institucionalizador de los aprendizajes en un marco de socialización (...) Se resuelven problemas durante todo el proceso de aprendizaje dentro de un marco flexible de adquisición de conocimiento conceptual y procedimental” (Contreras y Carrillo, 1998, p.28).

En la evaluación del tipo investigativo los problemas se utilizan como instrumento de reorientación y valoración del proceso de aprendizaje, se valoran las estrategias personales y se analizan las diferentes alternativas; se discute la calidad del aprendizaje y su posible mejora. Adquieren relevancia las nociones construidas gracias a la resolución de problemas dado que ésta se considera una oportunidad más de aprendizaje. Se hace un uso constructivo del error.

### III.3. EL ESTUDIO DE LAS CONCEPCIONES DE LOS ALUMNOS

La investigación sobre las creencias del alumnado se inicia históricamente, según Op't Eynde y cols. (2002), desde un punto de vista valorativo, hablando a menudo de creencias y concepciones *erróneas, naïfs*, o *incorrectas*, siempre en comparación con las del experto o adulto. Paralelamente, en numerosos trabajos se menciona la fenomenografía como línea fecunda de investigación original acerca de las creencias de los alumnos, iniciada en Escandinavia y liderada por Ference Marton con alumnos de educación secundaria superior (Ayala y Martín, 1997). Desde esta perspectiva se propone el modelo de los *enfoques de aprendizaje* como concepciones generales de los aprendices sobre la naturaleza del proceso de aprendizaje y de las acciones que es necesario poner en marcha para aprender, ideas que afectan al propio posicionamiento del alumno hacia el aprendizaje y, por descontado, al propio aprendizaje.

En el ámbito de la educación matemática, Yackel y Rasmussen (2002) citan el trabajo Erlwanger (1973) como pionero de todos los estudios posteriores acerca de las concepciones del alumnado y, en especial, de las concepciones del alumnado acerca de las matemáticas. A través de las entrevistas que hace a alumnos de educación primaria, Erlwanger constata que los alumnos desarrollan un sistema cohesivo de ideas, creencias<sup>10</sup> y visiones acerca de las matemáticas y su aprendizaje, el cual afecta a su comportamiento matemático y a su aprendizaje subsiguiente. Así, la comprensión del comportamiento matemático observable de los alumnos sólo se alcanza, según este autor, si se indagan sus concepciones:

“(…) in the course of learning mathematics, a children develops his own ideas, view and beliefs about mathematics which can be represented as his conception of mathematics. This conception of mathematics may be regarded as a developing conceptual system of interrelated ideas, beliefs, emotions, and views concerning mathematics and learning that directs and controls his mathematical behaviour, and how he learns and what he understands. From this point of view, a child's observable mathematical behaviour may be only interpreted and explained to the extent that his underlying conception is understood” (Erlwanger, 1975, p. 172).

---

<sup>10</sup> 'Creencias' es el término que utiliza el autor, como elemento del sistema de creencias al que llama concepción.

De forma paralela a como hicimos para el colectivo de profesores, en esta sección dedicamos los diferentes apartados a las concepciones de los alumnos sobre los diferentes aspectos que nos interesan en este trabajo y sobre los que ya se ha llevado a cabo una extensa investigación.

### III.3.1. Las concepciones de los alumnos sobre las matemáticas y su aprendizaje

El trabajo de Erlwanger (1973) es considerado pionero en el ámbito de concepciones del alumnado acerca de las matemáticas, tal como adelantábamos en la introducción a esta sección. Algunos años después se publica el trabajo de Baruk (1989), en el que se pone de manifiesto que ya desde los inicios de su historia escolar los alumnos aprenden que la lógica de las tareas matemáticas poco tiene que ver con la lógica de la vida cotidiana extraescolar. Según Lampert, en su frecuentemente citado trabajo:

“Commonly, mathematics is associated with certainty; knowing it, with being able to get the right answer, quickly (...). These cultural assumptions are shaped by school experience, in which doing mathematics means following the rules laid down by the teacher: knowing mathematics means remembering and applying the correct rule when the teacher asks a question; and mathematical truth is determined when the answer is ratified by the teacher. Beliefs about how to do mathematics and what it means to know it in school are acquired through years of watching, listening, and practising” (Lampert, 1990, p.31).

Estudios como el de McNeal (1995), no obstante, ponen de manifiesto cuán rápidamente se ven influidas las creencias<sup>11</sup> de los alumnos por la experiencia del aula. Esta autora recoge respuestas de alumnos de tercer curso de primaria que renuncian a sus propias estrategias de cálculo informales tras apenas dos meses de instrucción algorítmica. También Schoenfeld (1985) identifica las experiencias del alumno con los objetos matemáticos, tanto en el aula como en la vida extraescolar, como fuentes de las que los alumnos abstraen sus creencias<sup>12</sup> acerca de las matemáticas.

Es importante destacar, no obstante, que este autor estudia principalmente a alumnos mayores, de enseñanza secundaria superior. En una primera propuesta Schoenfeld describe tres creencias de los alumnos bachilleres acerca de las matemáticas y su aprendizaje. Estas creencias influyen negativamente en el comportamiento matemático de los alumnos en la medida en que éstos dejan de perseverar ante las dificultades que presenta un problema, pudiendo llegar a sentirse incapaces de resolverlo:

**Belief 1:** Formal mathematics has little or nothing to do with real thinking or problem solving. As a consequence: In a problem that calls for discovery, formal mathematics will not be invoked.

**Belief 2:** Mathematics problems are always solved in less than 10 minutes, if they are solved at all. As a consequence: If students cannot solve a problem in 10 minutes, they give up.

**Belief 3:** Only geniuses are capable of discovering or creating mathematics. As a first consequence: If you (typical student) forget something, too bad. After all, you are not a genius and you will not be able to derive it on your own. As a second consequence: Students accept procedures at face value, and do not try to understand

---

<sup>11</sup> Término utilizado en el citado trabajo.

<sup>12</sup> También Schoenfeld utiliza el término ‘beliefs’.



why they work. After all, such procedures are derived knowledge passed on 'from above'" (Schoenfeld, 1985, p.43-44).

Apenas una década más tarde el mismo autor presenta una relación ampliada de creencias acerca de las matemáticas, con especial hincapié en la resolución de problemas:

"Mathematics problems have one and only right answer.

There is only one correct way to solve any mathematics problem -usually the rule the teacher has more recently demonstrated to the class.

Ordinary students cannot expect to understand mathematics ; they expect simply to memorise it and apply what they have learned mechanically and without understanding.

Mathematics is a solitary activity, done by individuals in isolation.

Students who have understood the mathematics they have studied will be able to solve any problem in five minutes or less.

The mathematics learned in school has little or nothing to do with the real world.

Formal proof is irrelevant to processes of discovery or invention" (Schoenfeld, 1992, p. 359).

Frank, por su parte, estudia las creencias de los estudiantes de enseñanza media<sup>13</sup> y llega a conclusiones similares a las de Schoenfeld:

"Mathematics is computation. (...)

Mathematics problems should be quickly solvable in just a few steps. (...)

The goal of doing mathematics is to obtain 'right answers'. (...)

The role of mathematics students is to receive mathematical knowledge and to demonstrate that it has been received. (...)

The role of the mathematics teacher is to transmit mathematical knowledge and to verify that students have received this knowledge" (Frank, 1989, p. 33).

Otro de los autores que aportaron primeros datos respecto a las creencias de los alumnos es Garofalo. En una publicación de 1989 propone las siguientes cuatro creencias, muy similares a las propuestas por Schoenfeld (Garofalo, 1989, p. 502-3):

**Belief 1:** almost all mathematics problems can be solved by direct application of the facts, rules, formulas and procedures shown by the teacher or given in the textbook (...) Corollary: mathematical thinking consists of being able to learn, remember, and apply facts, rules, formulas, and procedures.

**Belief 2:** Mathematics textbook exercises can be solved only by methods presented in the textbook; moreover, such exercises must be solved by methods presented in the section of the textbook in which they appear.

**Belief 3:** *Only the mathematics to be tested is important and worth knowing. (...) Corollary: Formulas are very important, but derivations are not.* (cursiva añadida)

**Belief 4:** Mathematics is created only by very prodigious and creative people; other people just try to learn what is handed down".

---

<sup>13</sup> La enseñanza media en EE.UU. corresponde a los cursos 6º de EP a 2º de ESO en el sistema español actual.

Del listado de creencias que identifica Garofalo a nosotros nos llama especialmente la atención la tercera, que marcamos en cursiva, en relación con los objetivos de nuestro trabajo, en tanto que hace referencia a la evaluación y su función modeladora sobre el tipo de conocimiento o aprendizaje valorado (ver Capítulo II).

En cuanto a las diferencias identificables entre las propuestas de estos autores, cabe formular la hipótesis sobre la importancia de la historia escolar como factor influyente en la formación de concepciones. Es decir, ¿qué influencia tuvo la edad —y por tanto la experiencia escolar y curricular de los alumnos— en las concepciones que unos y otros autores identificaron?, ¿cuál fue el peso de sus respectivas experiencias de aula, en tanto que rutinas de acción? Resulta igualmente interesante ver cómo los tres autores incluyen siempre en su listado de creencias<sup>14</sup> acerca de las matemáticas al menos una referente a los problemas y la resolución de problemas. Gran número de estudios posteriores no hacen sino corroborar estas primeras propuestas añadiendo meros matices (Kloosterman, 2002; Lam et al., 1999; Vanayan et al., 1997). Algunos grupos, como el de la Universidad de Indiana, dedican esfuerzos a la elaboración de instrumentos estandarizados para el análisis de las creencias de los alumnos (Kloosterman, 2002; Kloosterman y Stage, 1992).

### III.3.2. Las concepciones de los alumnos acerca de los problemas y la resolución de problemas

Las múltiples investigaciones que se han hecho en las últimas décadas acerca de las concepciones de los alumnos sobre los problemas se centran mayormente en los llamados '*wordproblems*' y en cómo los alumnos reaccionan ante ellos. Así, por ejemplo, el trabajo ya clásico de Baruk (1989) sobre 'la edad del capitán'. También el grupo de investigación flamenco liderado por De Corte y Verschaffel ha realizado una amplia indagación sobre esta materia (De Corte y Verschaffel, 1985; Greer, Verschaffel, y De Corte, 2002; Verschaffel, Greer, y De Corte, 2000). En términos generales, se puede afirmar que los resultados de estos estudios suelen coincidir en identificar una aceptación acrítica de estas tareas por parte de los alumnos, incluso cuando —habiendo sido diseñados específicamente para los propósitos de la investigación— presentan incoherencias con la lógica cotidiana o requieren una resolución aproximativa antes que exacta. De Corte y Verschaffel (1985) se refieren a las concepciones acerca de este tipo de tareas como '*wordproblem schema*'. Según estos autores, los alumnos desarrollan estos esquemas no como concepciones de los problemas en abstracto, sino como reacción a una *cultura de aula* y a una serie de normas '*sociomatemáticas*' que dan las pautas sobre cómo se debe resolver un problema de forma aceptable, qué información se debe utilizar, qué nivel de exactitud debe tener la respuesta, qué relación debe o puede tener con la realidad extraescolar, etc. Sería, por consiguiente, la experiencia de aula el factor

---

<sup>14</sup>Una vez más recordamos que todos estos tres autores escogen el término *beliefs*, traducido por *creencias*.

más importante en la formación y desarrollo de las concepciones de los alumnos. En esta línea se hallan también otros trabajos (Voigt, 1996; Yackel y Rasmussen, 2002). Las concepciones básicas acerca de los problemas descritas por éstos y otros autores están estrechamente ligadas a las concepciones acerca de las matemáticas presentadas en el apartado anterior:

- *Todos los problemas en el libro de texto o presentados por el profesor tienen un sentido lógico.*
- *Existe una solución única, numérica y exacta para cada problema.*
- *Esta solución se alcanza combinando los números que aparecen en el enunciado del problema.*
- *El problema se puede solucionar aplicando algoritmos conocidos.*
- *El enunciado del problema contiene toda la información necesaria y sólo ésa.*
- *Se deben ignorar las violaciones al sentido común o al funcionamiento conocido del mundo extraescolar.*

Frente a este listado de concepciones acerca de cómo se espera que un problema sea resuelto —en el cual coinciden prácticamente todos los estudios realizados— Winograd (1992 -cit. en V.d.Heuvel, 1997) presenta resultados muy distintos: alumnos de quinto curso preguntados acerca de cuál sería la característica de un buen problema respondieron en su mayoría refiriéndose a la existencia de algún reto, la referencia a aspectos interesantes de la vida diaria y a la inclusión de elementos no rutinarios, tales como la presencia de datos superfluos<sup>15</sup>.

En nuestro país destacaremos las recientes investigaciones de Vila. Este autor indagó en un primer estudio las creencias<sup>16</sup> acerca de la resolución de problemas de alumnos de 1º de BUP (Vila, 1998). Como opción metodológica pidió a los alumnos que definieran el concepto 'problema matemático'; éstos identificaron espontáneamente la noción de problema matemático con:

- *La existencia de un enunciado verbal.*
- *La presencia de referentes matemáticos, ya verbales ya numéricos.*
- *Una tarea que pide respuesta a una pregunta específica, en forma de 'ejecución de cálculos'.*

En el segundo estudio Vila (2001) amplía estos resultados, concluyendo que los alumnos, en este caso de primer ciclo de educación secundaria obligatoria, identifican los problemas como una actividad de estructura formal específica, donde el alumno debe aplicar conocimientos algorítmicos ya disponibles:

*"Una categoría de pregunta escolar, de naturaleza aritmética, que ve caracterizada de forma biunívoca per aspectes formals de presentació, la resposta a la qual ÉS el resultat dels càlculs que preceptivament proposa l'enunciat" (p.614).*

*"La diferència entre problema i exercici que perceben els alumnes no està en els coneixements del resolutor sinó en característiques formals de la presentació d'aquesta categoria de tasca" (p.615).*

---

<sup>15</sup> Al tratarse de una fuente secundaria a la que no hemos tenido acceso directo no podemos dar más información al respecto, lamentablemente, por ejemplo, en cuanto a la metodología seguida o los sujetos estudiados, lo cual nos parece crucial.

<sup>16</sup> Término usado por el autor.

“Resolució de problemes com una activitat de reconeixement/aplicació de les tècniques treballades a la classe, i a la vegada d’acreditació de les tècniques apreses” (p.615).

Este autor llega en su estudio igualmente a la conclusión de que no existe una relación clara y estable entre las creencias de los alumnos sobre los problemas y el nivel de rendimiento académico. En otras palabras, el rendimiento académico, según los resultados de su estudio no es un elemento diferenciador de las creencias de los alumnos.

En otro trabajo, presentado por Alsina y otros (1998), se analizan las concepciones sobre los problemas en alumnos de diferentes edades, llegando a la conclusión de que el alumnado de edad menor relaciona la noción de problema con las operaciones aritméticas y que, a medida que se avanza en la escolaridad, llegan los alumnos a asociar el término con el proceso de resolución propiamente dicho y con la idea de descubrimiento; en cuanto al foco de dificultad de los problemas, los alumnos de los primeros cursos escolares se fijarían en la dificultad del cálculo requerido, mientras que los alumnos de educación secundaria señalan la necesidad de ‘comprender’ el problema.

Así pues, todas las investigaciones consultadas coinciden en señalar la importancia crucial de la experiencia de aula como fuente de concepciones de los alumnos. En cuanto a las concepciones de los alumnos sobre las matemáticas, nos parece importante subrayar que la mayoría de investigadores incluyen en éstas las concepciones acerca de los problemas o, más bien, la resolución de problemas como proceso. Es necesario señalar igualmente que la mayoría de los estudios concentran los esfuerzos en indagar las concepciones de cohortes de alumnos de la misma edad, con lo cual son escasos los datos de que disponemos acerca de la evolución que pudieran experimentar las concepciones de los alumnos a lo largo de la escolaridad. A modo de síntesis, podemos concluir que la mayoría de estudios sobre las concepciones del alumnado sobre matemáticas y la resolución de problemas coinciden en señalar la comprensión puramente algorítmica de estos últimos, la concepción de que el éxito en la resolución de problemas sólo está reservado para unas cuantas personas de genialidad selecta, y que la rapidez y la exactitud son requisitos indispensables en una resolución de problemas adecuada.

En el momento de redactar este informe carecemos de información respecto a estudios sobre las concepciones de los alumnos acerca de la evaluación ni acerca de sus concepciones sobre los problemas como tarea específicamente evaluativa del conocimiento matemático. Asimismo, tampoco hemos hallado información sobre estudios dirigidos a indagar las concepciones del alumnado sobre la evaluación, ya sin centrar la atención en el contenido matemático concreto.

### III.4. EL ESTUDIO DE LA RELACIÓN ENTRE LAS CONCEPCIONES DE PROFESORES Y ALUMNOS

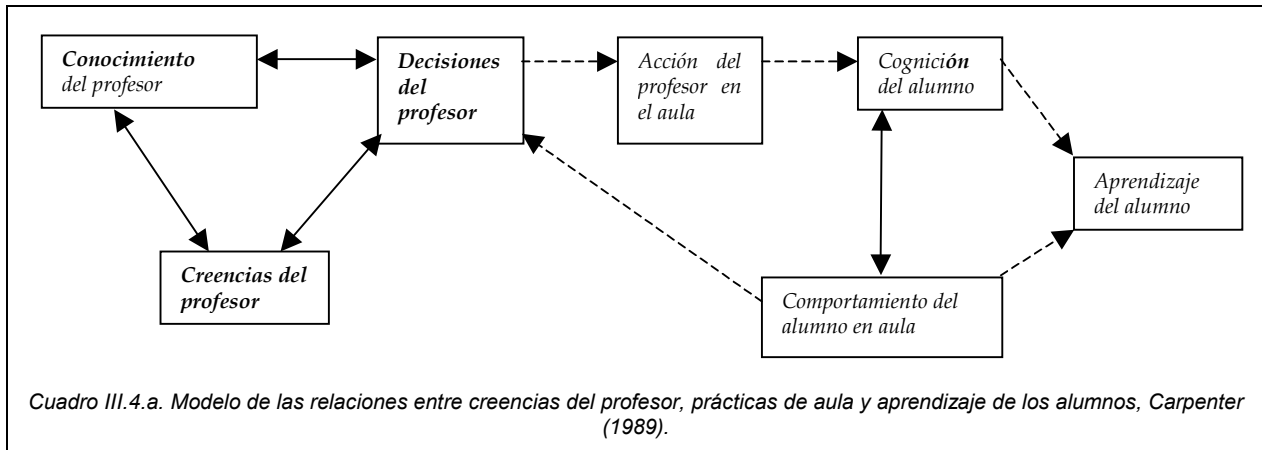
Los trabajos que se proponen contrastar las concepciones de los dos colectivos, profesores y alumnos, son absolutamente minoritarios, de acuerdo con la revisión que hemos podido hacer de la literatura. Por norma general, los investigadores se suelen concentrar exclusivamente en uno de los dos colectivos participantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, por la propia comprensión interactiva e interpretativa de las concepciones, se hace necesario, en nuestra opinión, contrastar empíricamente las concepciones de los dos colectivos, ya que las de unos influyen en las de los otros, en la medida en que mediatizan la conducta de los sujetos y a su vez el sujeto, a través de su conducta, influye sobre los demás participantes. En nuestra revisión hemos hallado dos propuestas de modelos para representar y teorizar las relaciones entre las concepciones de ambos colectivos.

Por un lado, tenemos el modelo propuesto por Carpenter (1987), recogido en el Cuadro III.4.a., para entender las relaciones entre las concepciones del profesor y el aprendizaje del alumno. Este autor afirma lo siguiente:

“Just as behaviourist analyses of problem solving proved to be inadequate to capture the complexity of problem solving processes, viewing teachers simply as actors who exhibit certain behaviours is severely limiting. They do not blindly follow lesson plans in teachers’ manuals or prescriptions for effective teaching. They interpret them in terms of their own constructs and adapt them to fit the situation as they perceive it. Teachers’ belief and knowledge have a profound effect on the way that they teach and as a consequence on the learning of the students in their classroom” (Carpenter, 1987, p. 190).

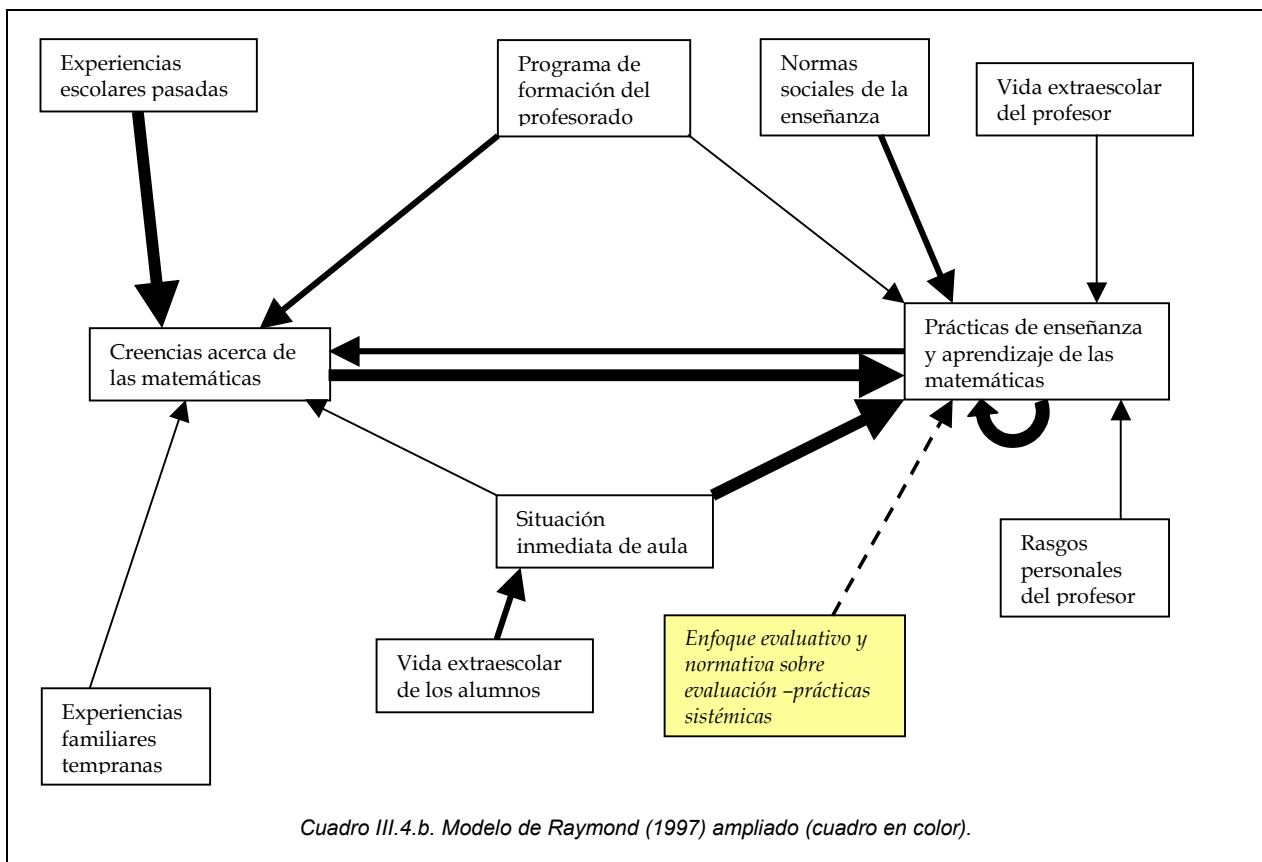
Con ello subraya su convicción de que las concepciones del profesorado mediatizan su práctica de enseñanza y ésta a su vez influirá en las oportunidades de aprendizaje que los alumnos experimentan en el aula. En el modelo se representan dos tipos de relaciones: unidireccionales, con flechas discontinuas, y bidireccionales, con flecha continua. En este sentido nos parece un modelo posiblemente demasiado simple de la complejidad de los fenómenos de aula referidos.

Es por este último motivo por lo que vemos más interesante el modelo propuesto más recientemente por Raymond (1997). Esta autora considera la existencia de factores moduladores, tanto internos como externos al propio profesor, tales como la propia personalidad del sujeto, su propia experiencia escolar, pero también el desarrollo mismo de los acontecimientos de aula, las características de los alumnos y sus aportaciones desde otros contextos no escolares. La presencia de estos factores moduladores explicará la inconsistencia identificada en bastantes estudios entre concepción relatada por el profesor —o inferida a partir de su relato— y lo observado en las prácticas reales de aula.



Cuadro III.4.a. Modelo de las relaciones entre creencias del profesor, prácticas de aula y aprendizaje de los alumnos, Carpenter (1989).

Nosotros añadiríamos aún a esta propuesta la hipótesis de que las concepciones acerca de la evaluación y el marco legal y sistémico de la evaluación constituyen otro factor modulador importante a tener en cuenta. El modelo que proponemos con la adición de este factor se puede ver en el Cuadro III.4.b. El distinto grosor de las flechas representa el peso relativo atribuido a cada factor, según la propia Raymond. El nuevo factor añadido lo incorporamos mediante una flecha discontinua y cuadro coloreado.



Cuadro III.4.b. Modelo de Raymond (1997) ampliado (cuadro en color).

Estos dos modelos son teóricos e intentan representar la realidad del aula; en ellos se enfatiza la relación entre las concepciones de ambos colectivos de participantes en el aula de una manera que pareciera apuntar hacia la relación positiva, o la cercanía entre ambos colectivos. Sin embargo, también se han llevado a cabo estudios que aportan igualmente evidencias para la hipótesis contraria, a saber: que las concepciones de profesores y alumnos son más distintas que parecidas. Así tenemos, por un lado, el trabajo de Alexander et al. (1998), donde se comparan las concepciones epistemológicas<sup>17</sup> de una amplia muestra de estudiantes y profesores de educación secundaria provenientes de dos contextos culturales tan dispares como Singapur y los EE.UU. En este estudio se ponen de manifiesto divergencias notables entre ambos colectivos, profesores y alumnos, con bastante independencia del trasfondo cultural: mientras los profesores presentaban una visión más relativista del conocimiento y el aprendizaje —se puede tener un conocimiento más o menos rico acerca de una temática, el aprendizaje es un proceso paulatino—, los alumnos adolescentes (14 y 15 años) tenían una concepción dualista —las cosas se saben o no se saben, el aprendizaje ocurre de manera absoluta o no ocurre—.

Por otro lado, y en cuanto a las concepciones específicas acerca de las matemáticas y del aprendizaje de las mismas, el estudio de Carter y Norwood (1997) aporta datos interesantes respecto a las conexiones entre concepciones y prácticas del profesorado y las concepciones del alumnado. Estas autoras concluyen en su estudio que las concepciones del profesorado tienen influencia en las prácticas de aula que finalmente acaban desarrollando y éstas, a su vez, tienen una cierta influencia sobre las concepciones del alumnado. Así, los alumnos de profesores con concepciones y prácticas más cercanas a una visión reformadora socioconstructivista también presentan concepciones acerca de las matemáticas y de su propio papel protagonista en el aprendizaje de las matemáticas más acordes con este marco conceptual. Aún así, las autoras advierten del riesgo de adoptar una posición lineal y determinista según la cual las concepciones de los alumnos dependerían exclusivamente de cómo las concepciones del profesor se plasman en unas prácticas de aula, ya que ésta sería sin duda una visión excesivamente simplista de un aspecto tan complejo del psiquismo humano como las concepciones y el propio aprendizaje. Se cometería en tal caso un doble reduccionismo peligroso: por un lado, la negación de la influencia que pueden tener otros contextos de desarrollo, tales como la familia y el grupo de iguales, y por otro lado, el establecimiento de una correspondencia unívoca entre concepción y conducta, olvidando las circunstancias contextuales que entran en juego.

Otro de los escasos trabajos comparativos que hemos encontrado referido a las concepciones sobre la resolución de problemas es el de Ford (1994). Esta autora entrevistó a profesores y alumnos de 5º curso de educación primaria en EE.UU. Entre sus conclusiones está la constatación de que los profesores

---

<sup>17</sup> A pesar de tratarse de un tipo de concepciones específicas y distintas de las estudiadas por nosotros, nos parece importante atender a este estudio.

conciben la resolución de problemas principalmente como la aplicación de habilidades básicas de cálculo previamente aprendidas. En consecuencia, los profesores atribuyen el éxito en la resolución de problemas al dominio de este tipo de habilidades, junto con la habilidad de leer comprensivamente y la capacidad innata de razonar. Esta atribución a la *capacidad* de razonamiento del alumno es, según la autora, debilitante de la enseñanza, puesto que la capacidad se entiende como algo intrínseco, personal e inmutable, y, por lo tanto, poco sensible a las experiencias de enseñanza y aprendizaje. En la segunda parte del estudio de Ford cada uno de los maestros seleccionó dos alumnos, uno a quien atribuía éxito en la resolución de problemas y otro a quien atribuía gran probabilidad de fracaso. Así, la autora también constata en su estudio que los profesores a menudo subestiman la habilidad de resolución de problemas de sus alumnos, sobre todo de aquellos alumnos a los que atribuyen menos éxito en el aprendizaje. Los alumnos, por su parte, suelen atribuir su éxito al esfuerzo personal en el caso de ser considerados alumnos 'exitosos', mientras que los alumnos 'sin éxito' coinciden con los profesores en atribuir su fracaso a su poca capacidad, lo cual los sitúa en una posición de 'indefensión aprendida'. La principal conclusión de este trabajo es, a nuestro modo de ver, la constatación de ciertas *diferencias y similitudes* entre las concepciones de uno y otro colectivo, junto con un primer apunte hacia la ubicación de las diferencias, en función del éxito escolar atribuido por los profesores, y las posibles consecuencias que éstas pueden tener para el aprendizaje de los alumnos.

En cuanto a la evaluación, encontramos un único estudio dedicado a comparar las concepciones de profesores y alumnos, llevado a cabo en el nivel post-obligatorio: MacLellan (2001) presenta un cuestionario a profesores y alumnos del primer año de universidad para estudiar cuáles son las percepciones de unos y otros de las prácticas de evaluación de los profesores. Como resultado más destacable está la presunta voluntad de los profesores de desarrollar prácticas de evaluación formativa, en contraste con dos aspectos distintos contradictorios: por un lado, sus propias respuestas, que revelan, por ejemplo, una mínima frecuencia de prácticas cercanas a la evaluación formativa, tales como la evaluación inicial de los alumnos, o el promover la auto-evaluación; por otro, están las respuestas de los alumnos, que afirman no percibir una información clara acerca de los objetivos de aprendizaje y de los criterios de evaluación. Evidentemente, al hablar de percepciones no nos referimos exactamente a concepciones. Sin embargo, en nuestra opinión, estas percepciones son el primer paso y el caldo de cultivo de las concepciones de los alumnos acerca de la evaluación.



### III.5. SÍNTESIS DEL CAPÍTULO III

Como síntesis de las ideas recogidas en el capítulo, presentamos los siguientes puntos:

- No existe una definición consensuada y definitiva de las *concepciones* ni tampoco de otros constructos asociados, que unos autores utilizan como sinónimos y otros como elementos distintos. La discusión básica se sitúa en la distinción entre concepciones y conocimiento.
- En este trabajo hablaremos de **concepciones** y las entenderemos desde la filosofía básica del interaccionismo simbólico como *los sistemas organizados de creencias acerca de distintas porciones de la realidad física y social, entendidas éstas como las aseveraciones y relaciones que el individuo toma como ciertas en cada momento determinado de su vida, que se originan y desarrollan a través de las experiencias e interacciones de las que el individuo participa y que repercuten en las interacciones subsiguientes con el mundo que le rodea.*
- Green (1971) propone una caracterización de las concepciones como sistemas de creencias basada en tres dimensiones ortogonales: la organización cuasi-lógica, la centralidad y la clusterización. Este modelo ayuda a entender contradicciones, aparentes o reales, entre las distintas concepciones que puede presentar una misma persona o entre las concepciones que verbaliza y su conducta observable.
- En el caso de los procesos educativos escolares, el modelo de Raymond (1997) nos ayuda a identificar diversos factores moduladores de la relación entre concepciones y práctica del profesor en el aula, entre los cuales la autora considera la experiencia extraescolar de los alumnos y al que nosotros añadimos las concepciones acerca de la evaluación, o enfoque evaluativo, y la normativa y prácticas sistémicas de evaluación.
- En todos los estudios acerca de las **concepciones de los profesores** sobre las matemáticas suelen aparecer como factor común al menos tres formas de entender las matemáticas: una concepción *instrumentalista*, que se refiere a unas matemáticas básicamente aplicadas a contextos ajenos a ella misma, constituidas por reglas básicas e incuestionables; una concepción *formalista* donde las matemáticas se quedan más distantes de la realidad cotidiana y se caracterizan por ser un sistema cerrado y finito, al cual se accede mediante un razonamiento lógico-deductivo; y, por último, las matemáticas entendidas como actividad *de resolución de problemas*, caracterizadas por ser vistas como un sistema abierto a revisión y desarrolladas a través de un pensamiento lógico-inductivo
- En cuanto a las concepciones del profesorado sobre la evaluación, dada la escasez de trabajos al respecto, la noción del continuo entre el enfoque evaluativo social-acreditativo y el enfoque evaluativo pedagógico-regulador (Coll, Barberà y Onrubia 2000) aparece como la más útil para fundamentar nuestro trabajo. A este respecto, el trabajo de Contreras y Carrillo (1998) y de Contreras

(1999) nos proporciona igualmente un marco más específico de partida en cuanto a la posible relación entre las concepciones de los profesores sobre los problemas y las prácticas de aula en que éstos últimos son insertados, tanto para la enseñanza como para la evaluación, sobre las que estos autores definen cuatro profesores tipo: tradicional, tecnológico, espontaneista e investigativo.

- En cuanto a las **concepciones del alumnado**, en la mayoría de los estudios se funden las concepciones acerca de las matemáticas con las concepciones acerca de la resolución de problemas, lo cual no aporta, en nuestra opinión, resultados claros. Los estudios suelen coincidir en identificar las concepciones de los alumnos sobre la resolución de problemas como un proceso con una única solución, a la que se debe llegar en un tiempo mínimo, aplicando directamente el algoritmo previamente trabajado en la clase. No obstante, nos consta la realización de un estudio (Winograd, 1992) que concluye que los propios alumnos de educación primaria señalan como buenos problemas aquellos que les suponen un reto moderado, que tienen relación con aspectos vitales interesantes y que aportan datos superfluos.
- La mayoría de los estudios coinciden en ubicar gran parte del origen de las concepciones del alumnado en las prácticas educativas en las que participan, influidas a su vez por las propias concepciones del profesorado.
- En el momento de cierre del informe no disponemos de información de trabajos sobre las concepciones de los alumnos acerca de la evaluación ni de sus concepciones del papel de los problemas en ella.
- Finalmente, los trabajos que se centran en la **comparación de concepciones de ambos colectivos**, de profesores y alumnos, son también muy escasos y suelen aportar apoyos empíricos a la presuposición de que entre las concepciones de unos y otros existen relaciones, y, sobre todo, se hallan influencias desde las concepciones del profesorado sobre las del alumnado. Ford (1994) aporta resultados empíricos que apuntan hacia la influencia del nivel de rendimiento de los alumnos en el efecto final que las concepciones y las prácticas del profesor tiene sobre las concepciones y esfuerzos cognitivos de aprendizaje del alumno. En estos estudios, sin embargo, nunca se aseveran estas relaciones como influencia unívoca, absoluta y unidireccional; más bien al contrario, se previene del error que supondría esta visión, dada la complejidad de los fenómenos de aula.

Tabla III.1. Selección de definiciones de concepciones y otros conceptos emparentados.

Adams y Hsu, 1998	<i>Beliefs</i> : Se basan en Thompson (1992).
Aguirre y Speer, 2000	<i>Beliefs</i> : Se basan en Thompson (1992).
Andrews y Hatch, 1999	<i>Beliefs</i> : Se basan en Thompson (1992).
Ayala y Martín, 1993	<i>Concepciones</i> : "Las diferentes formas de pensar sobre algo podrían considerarse parte del conocimiento metacognitivo (...) no se trata de un conocimiento individual (...) sino de un modo de describir la relación entre el mundo y la forma de conceptualizarlo. Las personas no almacenarían conocimiento metacognitivo ni estructuras para comprender la realidad, sino la realidad misma concebida de distintas maneras (...) cuando consideramos este tipo de conocimiento metacognitivo desde el punto de vista del alumno, hablamos de <i>concepción sobre el aprendizaje</i> ". (p. 36)
Buendía, 1999	<i>Concepciones</i> : "es un constructo de naturaleza psicosocial que nos permite entender y explicar el fenómeno de 'ver', 'pensar' y 'sentir' el mundo que nos rodea de forma simultánea". (p. 74)
Day, 1996	<i>Beliefs</i> : "beliefs are structural entities held within organised systems. Although beliefs may play an active role in the thought processes of teachers (Clark & Peterson, 1986) the beliefs themselves are thought structures stored in the mind". (p.6)
Dewey, 1933	<i>Beliefs</i> : "All matters of which we have no sure knowledge and yet which we are sufficiently confident off to act upon and also the matters that we now accept as certainly true, as knowledge but which nevertheless may be questioned in the future". (p.6)
Erlwanger, 1975	<i>Conceptions</i> : in the course of learning mathematics, a children develops his own ideas, view and beliefs about mathematics which can be represented as his conception of mathematics. This conception of mathematics may be regarded as a developing conceptual system of interrelated ideas, beliefs, emotions, and views concerning mathematics and learning that directs and controls his mathematical behaviour, and how he learns and what he understands. (p.172)
Ernest, 1989	<i>Conception</i> : "the teacher's conception of the nature of mathematics is his or her belief system concerning the nature of mathematics as a whole. Such view form the basis of the philosophy of mathematics, although some teachers' views may not have been elaborated into fully articulated philosophies. Teachers' conceptions of the nature of mathematics by no means have to be consciously held views; rather they may be implicitly held philosophies. (p. 250)
Ford, 1994	<i>Beliefs</i> : "beliefs are convictions or opinions that are formed either by experience or by the intervention of thoughts and ideas through the learning process". (p.315)
Flores, 1996	<i>Concepciones y creencias</i> : "De acuerdo con la teoría del significado de Godino y Batanero (1994), vamos a llamar creencias y concepciones a los significados que atribuyen los estudiantes a las matemáticas y a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas". (p.107)
Gellert, 1998	<i>Beliefs</i> : Se basa en Thompson (1992).
Gil et al, 2002	<i>Creencias</i> : "las verdades personales indiscutibles llevadas por cada uno, derivadas de la experiencia o de la fantasía, teniendo un fuerte componente evaluativa y afectiva (Pajares, 1992)". <i>Concepciones</i> : "los marcos organizadores implícitos de conceptos, con naturaleza esencialmente cognitiva y que condicionan la forma en que afrontamos las tareas (Ponte, 1994)". (p.49)
Kupari, 2003	<i>Beliefs</i> : Se basa en Thompson (1992).
Kagan, 1992	<i>Belief</i> : "teacher belief is a particularly provocative form of personal knowledge that is generally defined as pre- or inservice teachers' implicit assumptions about students, learning, classrooms, and the subject matter to be taught". (p.66)
Marrero, 1992	<i>Teorías implícitas</i> : "El conocimiento del profesor es, más bien, una representación individual en experiencias culturales y sociales. A estas 'representaciones' es a lo que nosotros llamamos teorías implícitas. Es decir, estamos hablando de elaboraciones que las personas construyen a partir de una serie de experiencias de muy diversa naturaleza y que tienen una base cultural y social". (p.12)
Lindgren, 1996	<i>Beliefs, conceptions, belief systems, views</i> : "mathematical <i>beliefs</i> are understood to be composed of his subjective (experience-based) implicit knowledge of mathematics and its teaching/learning. <i>Conceptions</i> are understood to be conscious beliefs. The beliefs –conscious and unconscious- can be seen as a <i>belief system</i> . When the object of the belief system is mathematics or mathematics teaching/learning we use the term <i>view of mathematics</i> ". (p. 113)
Op 't Eynde et al., 2002	<i>Beliefs</i> : "Students' mathematics-related beliefs are implicitly or explicitly held subjective conceptions students hold to be true, about mathematics education, about themselves as mathematicians, and about the mathematics class context. These beliefs determine in close interaction with each other and with students' prior knowledge their mathematical learning and problem solving in class". (p.27)

Tabla III.1. Continuación

Papanastasiou, 2000	<i>Beliefs</i> : "beliefs represent information about an object that is known or perceived by the individual". (p.28)
Pehkonen, 1994	<i>Conceptions</i> : "In accordance to Saari (1983), we explain conceptions as conscious beliefs, i.e. we understand conceptions as a subset of beliefs. Conceptions are higher order beliefs which are based on such reasoning processes for which the premises are conscious". (p.180)
Pehkonen y Pietilä, 2003	<i>Beliefs, conceptions</i> : " <i>beliefs</i> are understood as (the individual's) subjective, experience-based, often implicit knowledge and emotions on some matters or state of art (...) the term <i>conception</i> is often used parallel to beliefs (...) we define conceptions as conscious beliefs, i.e. they form a subgroup of beliefs. In the case of conceptions, the cognitive component of beliefs is stressed, whereas in subconscious beliefs the affective component is emphasised". (p.2)
Peltier, 1999	<i>Representación</i> : "la representación es un sistema coherente y jerarquizado, organizado alrededor de núcleo de imágenes, la representación es una visión del mundo. Pero es una visión funcional y normativa que permite al individuo dar sentido a sus conductas (...) toda representación está constituida por tres elementos fundamentales: un núcleo central de un conjunto de informaciones, de actitudes y de creencias organizado alrededor de este núcleo central y un sistema de categorización". (p.6, citando a Abric, 1987)
Phillipou y Christou, 1999	<i>Conceptions</i> : "conceptions are individually constructed on the basis of related experiences, are developed over time and are rather tentative in the sense that they are subject to change according to new information. The genesis and development of conceptions about mathematics depends primarily on the conditions of one's involvement with mathematical activities". (p. 380)
Raymond, 1997	<i>Beliefs</i> : "I define mathematical beliefs as personal judgements about mathematics formulated from experiences in mathematics. The model suggests that mathematics beliefs stem from prior experiences, including experiences as a mathematics student, the influence of prior teachers and of teacher preparation programs, and prior teaching episodes". (p. 552)
Richardson, 1996	<i>Beliefs</i> : "psychologically held understandings, premises or propositions about the world that are felt to be true". (p.103; en Op 't Eynde et al 2002, p. 22).
Schoenfeld, 1992	<i>Beliefs</i> : "An individual's understanding and feelings that shape the way that the individual conceptualises and engages in mathematical behaviour". (p. 358)
Thompson, 1985	<i>Beliefs, conceptions</i> : "structurally, conceptions or conceptual systems, may be described as complex organisations of beliefs, disbeliefs, and concepts in a given domain". (p. 282)
Thompson, 1992	<i>Conception</i> : "A teacher's conceptions of the nature of mathematics may be viewed as that teacher's conscious or subconscious beliefs, concepts, meanings, rules, mental images, and preferences concerning the discipline of mathematics". (p.132)