
La matemática de los quanta en España

El andamiaje de la física teórica en el intervalo (1925,1955) [borroso]

Gonzalo Gimeno Valentín-Gamazo

Director: Marià Baig i Aleu

Tesis doctoral

Doctorado en Historia de la Ciencia

Mayo 2015

Centro de Historia de la Ciencia

Universidad Autónoma de Barcelona

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Justificación del título	2
1.2. Interés del tema para la historia de la ciencia	5
1.3. Situación actual de la investigación	8
1.4. En cuanto a la metodología empleada	14
1.5. Fuentes utilizadas	20
1.6. Cómo hemos estructurado este texto	22
2. La comunicación entre académicos.	25
2.1. Los discursos	25
2.1.1. Retórica al inicio del siglo. Esteban Terradas y la mecánica estadística	26
2.1.2. Blas Cabrera en el momento actual de la física	32
2.1.3. La cuántica en el seminario. Materia y energía del presbítero Francisco Vallado Ordovás.	34
2.1.4. El aterrizaje de la nueva mecánica cuántica en la Academia de Ciencias. Julio Palacios en la ACEFN	37
2.1.5. Programa de un curso sobre ecuaciones diferenciales. Esteban Terradas en la Academia	53
2.1.6. La palabra y la ciencia. Blas Cabrera en la Academia Española de la Lengua	59
2.1.7. Los quanta en la periferia española	61
2.2. Los artículos	69
2.2.1. Precediendo a la nueva mecánica cuántica. Teoría de la emisión en el modelo de Bohr según Julio Palacios	70
2.2.2. La radiación ultrapenetrante de Ferran Ramon Ferrando. Utilización teórica de los quanta de Planck	73
2.2.3. La conferencia de Como vista desde la ciencia española. La reseña de Blas Cabrera	73

2.2.4.	Mecánica ondulatoria en las revistas de ingeniería de la mano de Jaime Viñallonga	75
2.2.5.	Fuera del guión. Cuantos y ondas de Juan Bautista Puig Villena	77
2.2.6.	La teoría de operadores en mecánica cuántica. Conferencias de Schrödinger en La Magdalena y el Instituto de Física	83
2.2.7.	Los ingenieros y Schrödinger. El oscilador armónico de Fernando Peña Serrano	98
3.	Didáctica de la mecánica cuántica	105
3.1.	Los programas de estudio a través de las oposiciones a cátedra . .	106
3.2.	Consolidación de la antigua teoría de los quanta. La traducción de Julio Palacios del texto de Fritz Reiche	113
3.3.	La Termodinámica de José M. ^a Plans y Esteban Terradas. Los quanta en la química	116
3.3.1.	Las lecciones de José M. ^a Plans y Freyre	117
3.3.2.	La lección de Esteban Terradas	120
3.4.	Ausencias.	122
3.5.	Los cuantos de acción de Ferran Ramon Ferrando. La cuántica en las aulas	129
3.6.	Física Teórica de Julio Palacios	135
3.7.	Tras el paréntesis de la Guerra Civil Española. Las modernas estadísticas vistas por Joaquín Catalá de Alemany	144
3.8.	Conceptos modernos sobre ondas y corpúsculos de José García Santesmases	149
3.8.1.	El átomo de hidrógeno	150
3.8.2.	La función de onda	155
3.9.	Lecciones sobre la física de materiales sólidos de Esteban Terradas	163
3.9.1.	Estructura y contenido de las lecciones	163
3.9.2.	Las lecciones en su contexto científico	173
3.10.	Anticipando una necesidad. Los operadores lineales de José M. ^a Íñiguez	181
3.11.	Introducción al estudio de la mecánica cuántica de Ramón Ortiz .	188
3.11.1.	El autor	188
3.11.2.	Las lecciones	191
3.11.3.	El texto	195
3.12.	Introducción a la teoría corpuscular de la luz de Ramón Ortiz . . .	201

3.13. Ramón Ortiz y el <i>Fundamentos matemáticos de la mecánica cuántica</i>	202
3.13.1. <i>Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik.</i>	203
3.13.2. Sobre las notas de Ramón Ortiz	211
3.14. Consolidando una disciplina. <i>Mecánica Cuántica</i> de José M. ^a Íñiguez	212
3.15. Abriéndose paso. La <i>Física Teórica</i> de Juan Cabrera	218
3.16. Mecánica cuántica y ondulatoria de Antonio López y Carlos López, ¿un texto para ingenieros?	223
3.17. Julio Rey Pastor y el principio de indeterminación en la Física Matemática.	225
4. Otras manifestaciones de la cuántica	229
5. Conclusiones	251
5.1. Los textos	252
5.2. Aislamiento	257
5.3. El desarrollo de los acontecimientos	259
5.4. Quanta y sociedad	265
5.4.1. Sobre el rechazo a la cuántica	266
5.4.2. Acerca de la espiritualización de la física.	270
5.5. Posibles líneas de investigación	272
6. Anexos	275
6.1. Los protagonistas	275
6.2. La ecuación de Schrödinger según Ferran Ramon Ferrando	288
6.3. Las nuevas estadísticas de Bose-Einstein	292
6.4. Ramón Ortiz y la errata de la página 229	296
6.5. El principio de indeterminación según Julio Rey Pastor	311
Fuentes primarias	319
Fuentes secundarias	331
Archivos	343

Agradecimientos

El despacho de Marià Baig tiene una mesa de reuniones. En esa mesa, durante largos meses, nos ha enseñado; escuchado; orientado; y animado con admirable paciencia en este camino que ahora parece llegar a su destino. Bajo su guía, lo que podría parecer un monótono paseo urbano por los textos de los físicos del siglo pasado, se ha convertido en una aventura fascinante en la cual la física y los físicos de hace casi cien años han cobrado vida ante nosotros.

Agradecer la ayuda que nos ha prestado en este trabajo es materialmente imposible salvo que renunciemos a hacer otra cosa más que eso durante semanas.

A Albert Bramon, nuestro director del trabajo de investigación para el máster de historia de la ciencia, tenemos que agradecerle que nos propusiera como tema de investigación justamente aquel que nos parecía demasiado complicado.

A Xavier Roqué por sus continuas orientaciones y su constante confianza en nosotros. A Agustí Nieto, Jorge Molero, Annette Mülberger, Alfons Zarzoso y Jesús Galech por sus constructivas críticas en las revisiones de la comisión de doctorado.

A Teresa Ortiz y Ramón Ortiz por acercarnos a la realidad de la física del s. XX a través de los recuerdos y el archivo de su padre. A Blanca Gerona y Antonio Lozano por facilitarnos información tan valiosa sobre José María Íñiguez. A Maria Josefa Yzuel por su inapreciable testimonio.

A Pepe Pardo, Nestor Herran, Maximiliano Badino, Silvia de Bianchi y José Miguel González Aguilera por sus consejos sobre como orientar ciertos aspectos de este trabajo.

A Fernanda Rey-Stolle, José Ferreirós, F. Xavier Barca, Agustí Ceba, Antoni Roca Rosell, José Manuel Pacheco y Eduardo Ruiz por los materiales que nos han proporcionado, sus referencias y sus consejos.

A Joaquín Ortega por su ayuda con algunas cuestiones matemáticas algo delicadas. A Melchor Mur por su disponibilidad. A José Ramón Soler Fuensanta por su confianza en nosotros y su discreción. A Miguel Cortada por animarnos en esta complicada tarea.

A Pablo Soler por estar siempre junto a nosotros cuando le necesitamos, y especialmente por todo lo que nos ha enseñado con sus correcciones.

A Nuria y Joan por sus desinteresadas colaboraciones. A Rafael, Maria, Victoria, Blanca, Javier, Miguel, Pablo por sus traducciones, transcripciones, correcciones, diseños y fotocopias. Pero sobre todo por soportar nuestras inacabables conversaciones sobre mecánica cuántica.

A Mercedes por atreverse a emprender esta aventura conmigo.

Capítulo 1

Introducción

En noviembre del año 1987, el internacionalmente reconocido arquitecto catalán Enric Miralles (1955-2000) veía desestimada su tesis doctoral «Cosas vistas a izquierda y a derecha (sin gafas)».

El proceso ha sido recogido por Rafael Moneo, presidente del tribunal que juzgó que el trabajo no debía ser aceptado para la graduación pretendida. En su artículo, con el mismo título de dicha tesis (Moneo, 2009), explica las circunstancias que motivaron la decisión adoptada. Debe aclararse que la tesis de Miralles fue aceptada, tras las oportunas modificaciones, un par de meses después.

Lo interesante del caso, a nuestro modo de ver, y el motivo por el que traemos a colación la anécdota, radica en que Moneo expone de una forma muy sugerente las posibles interpretaciones que pueden hacerse de un trabajo de tesis doctoral. Entre otras apunta que «hubiera cabido entender la tesis de Enric Miralles como un polémico alegato a lo que eran la mayor parte de las tesis en aquellos momentos». (Moneo, 2009, p. 117)

No es nuestra intención, ni mucho menos, equiparar nuestra tesis a la de Miralles ni nuestra ciencia a la suya, sino poner de manifiesto que una tesis se enmarca en un proceso de comunicación complejo y amplio, en el cual cabe plantearse muy diferentes objetivos, tanto cualitativos como cuantitativos.

Nuestro trabajo tampoco va a resultar polémico en el sentido que podía haber pretendido Miralles. Pero sí es cierto que el rigor académico del que debe dotarse al discurso, aunque facilita la discusión entre pares y ayuda a objetivar tanto las hipótesis como los argumentos utilizados en la demostración, limita en ocasiones la utilización de otros recursos que harían más comprensible o amena su lectura por terceros.

Hemos considerado convenientes estas observaciones quizá porque el tema que centra nuestra investigación se resiste, por diversos motivos, a una presenta-

ción literaria y amena. En cualquier caso, aunque esta pudiese hacerse, la anécdota a que hemos recurrido parece sentenciar que el ámbito más adecuado para ello no es el documento de defensa de la tesis. Lo anterior no excusa recordar algo que, por otro lado, resulta obvio: alguien, al menos los miembros del tribunal, y quién sabe si quizá alguien más, va a leer la disertación. El debido respeto a los lectores nos obliga a encontrar un equilibrio entre varios componentes de la retórica –el matemático uno de ellos– que no siempre son fáciles de conjugar.

Dado que no quisiéramos que la búsqueda de ese equilibrio fuera en merma de la aceptación de las conclusiones, hemos preferido la claridad y sencillez de la exposición sobre la riqueza y abundancia de figuras lingüísticas, las frases cortas de significado claro en lugar las frases complicadas con razonamientos complejos y, siendo un trabajo sobre historia de la ciencia, la síntesis de razonamientos matemáticos sobre las demostraciones rigurosas. El ejercicio se nos ha hecho tanto más difícil cuanto más nos hemos ido introduciendo en el núcleo de nuestra investigación y más hemos trabajado con las fuentes primarias debido a cierto mimetismo con las mismas: ¡hemos tenido que esforzarnos para mantener el registro lingüístico del siglo XXI tras leer varios discursos de Otero, Cabrera y Palacios! Esperamos, pese a ello, que esa sencillez no resulte ofensiva a nuestros lectores, a los que pedimos disculpas de antemano si en algún momento hemos fracasado en nuestro ejercicio.

1.1. Justificación del título

Este trabajo queda acotado por tres ámbitos que hemos procurado recoger en el título: El ámbito temporal, el geográfico y el científico.

Comenzaremos por el más complicado: el ámbito geográfico.

La simple inclusión del término «España» en el título de esta tesis conlleva connotaciones geopolíticas que, tanto si lo reconocemos explícitamente como si nos limitamos a pasar de puntillas sobre ello, presentan una gran complejidad. Ciertamente ¿qué es el concepto España sino una definición geopolítica? ¿No está acaso sujeta su historia a los vaivenes y tensiones de las sociedades que hacen su vida con relación a ese concepto? La multiplicidad de las posibles definiciones que podrían hacerse del término no viene sino a mostrar el carácter variable, indefinido y subjetivo del concepto pero, por otro lado, lo confirma como una referencia útil y hasta cierto punto necesaria. Creemos que tiene sentido inscribir nuestro trabajo en ese ámbito geográfico por tratarse de una unidad cultural, con años de historia común, que durante el período estudiado comparte una misma lengua, se remite a un ámbito geográfico concreto y estable, se integra bajo un mismo

sistema académico y de investigación y se somete a un mismo poder político (no tan estable).¹

El segundo ámbito en el que nos movemos es el intervalo temporal.² Nuestro trabajo trata de la «nueva mecánica cuántica». La historiografía otorga convencionalmente este término a la que surge a partir de 1925 con los trabajos de Heisenberg, Born, Jordan, Dirac y Schrödinger, por contraposición a la «antigua mecánica cuántica» de Bohr y Sommerfeld.³ Dicha nueva mecánica se dotó de una instrumentación matemática altamente novedosa, y nuestro estudio se ha centrado en el papel que las matemáticas tuvieron en esa construcción.

En conjunto, la reestructuración que sufrió la física en esos años le ha valido el calificativo de revolución científica.⁴ El aparato matemático sobre el cual se considera construida dicha mecánica se atribuye a John von Neumann, y la síntesis que recoge de forma organizada sus resultados es el libro *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* (von Neumann, 1932d), central en nuestra investigación, que se tradujo al castellano en 1947, fecha que, por motivos que se verán, consideramos significativamente anterior a lo que hubiera correspondido por la situación de la física teórica española.

Vemos, por tanto, que el período que comprende desde el nacimiento de la nueva teoría cuántica a las manifestaciones más evidentes de la misma en España – como son los textos publicados –, abarca un período de aproximadamente 30 años. Si algún hito tuviéramos que buscar para justificar la fecha elegida de 1955 este sería la publicación del libro de Julio Rey Pastor *Los problemas lineales de la física* (Rey Pastor, 1955).

El que hayamos calificado el intervalo de «borroso» tiene también su explicación.⁵ Se observará que nuestro trabajo comienza por analizar brevemente la

¹Esta reflexión quizá habría sido innecesaria de no correr la década actual, pero pensamos que no está de más en el momento presente.

²Utilizaremos figuradamente el término «ventana» para referirnos a ese intervalo. Aunque no está recogida la acepción del término en la 22ª edición del diccionario de la Real Academia Española de la Lengua, nos gustaría pensar que transmite la idea de asomarse a una realidad objetiva, si bien desde una distancia y perspectiva concretas.

³Nuestra omisión de otros importantísimos autores no es inconsciente y la hacemos únicamente por motivos prácticos.

⁴La literatura que atribuye un carácter revolucionario a la nueva mecánica cuántica es extensísima, por citar algún título, cfr. (Greenspan, 2005); (Beller, 1999).

⁵Un conjunto borroso (*fuzzy set*) es, en matemáticas, aquel en el que la relación de pertenencia de un elemento al conjunto, en lugar de ser bi-categoría ($1 \Rightarrow$ pertenece, $0 \Rightarrow$ no pertenece), admite categorías intermedias en las que los números reales diferentes de 0 y 1 permitirían establecer gradaciones. A partir de tal relación se puede desarrollar toda una serie de nuevos conceptos matemáticos, incluidos los «intervalos borrosos». El concepto se atribuye a Zadeh en Zadeh, Lotfi A. 1965. Fuzzy sets. *Information and control*, **8**(3), 338-353.

situación anterior a 1925. Ello obedece a la necesidad de una toma de contacto, siquiera breve, con la realidad de la física teórica española en los años inmediatamente anteriores a aquellos en que la nueva mecánica cuántica daba sus primeros pasos en Europa. Por otro lado hemos considerado oportuno destacar la significación de algunos aspectos posteriores al año que cierra el intervalo del título.

Por último nos parece que difícilmente este trabajo podrá considerarse como un catálogo de fuentes, un inventario de obras, o una prosopografía sistemática de autores. Nuestro estudio respondería mejor al adjetivo de «intensivo» que de «exhaustivo», dado que el lector encontrará un énfasis desigual en los diferentes aspectos analizados. Esta desigualdad en los énfasis ha motivado también, por analogía a los «grados de pertenencia», que recurriéramos al término «borroso». En la sección dedicada a la metodología volveremos sobre algunos de estos aspectos.

El tercer ámbito de acotación a que se refiere el título es la temática científica que nos ha parecido oportuno estudiar.

Nuestro trabajo se relaciona con la Física cuántica, pero se ha centrado en los aspectos matemáticos de esta. Hemos introducido el término «Matemática cuántica» que utilizamos, en ocasiones, como un sustituto del concepto «Matemática de los quanta». Es parejo a la «Física de los quanta» que aparece en algunas de las fuentes primarias analizadas. No es una categoría de uso común, por lo que recomendamos al autor interesado en su reutilización que haga uso de la oportuna advertencia.

La expresión «andamiaje», para describir las matemáticas de la cuántica, es utilizada también por diversos físicos de la época. Nos ha parecido interesante recurrir a ella porque, como se verá, el sentido y uso de la matemática en el estudio y docencia de la física teórica estuvo envuelto, en España, de una cierta polémica. La consideración de las matemáticas como un «andamiaje» necesario para el desarrollo de la teoría, pero que afea la estructura de la Física, queda expresamente recogido en la respuesta de Blas Cabrera al discurso de Palacios en la recepción de este último en la Academia de Ciencias de Madrid en 1932:

Una de las características más señaladas de nuestra ciencia [la Física], de la cual se hace depender con justicia su perfección lógica y su largo alcance, es la aplicación del *cálculo matemático* en el razonamiento. Como contrapartida en la cuenta de relaciones entre ambas disciplinas, figura la sugestión de ampliaciones sucesivas del concepto de número, indispensable para responder a la complejidad creciente de los fenómenos estudiados [...] Cada una de éstas [las componentes de una magnitud vectorial] es sólo un aspecto del fenómeno, y por tanto la noción de la realidad física no se adquiere sino por la reintegración de aquellos aspectos parciales en una unidad esencial. Así

entendida la cuestión, es clara la ventaja que reporta prescindir el *andamiaje* que pudo facilitar la elaboración de la teoría, pero que siempre la afea, ocultando la simplicidad de su arquitectura. (Palacios y Cabrera, 1932, pp. 73-74. Contestación de Blas Cabrera)⁶

Esteban Terradas, en su discurso de ingreso en la Academia de Ciencias de Madrid, utiliza el mismo término cuando habla de la base matemática de la teoría de la relatividad y su comprensión por los universitarios españoles: «Afortunadamente, el extraordinario interés que tales estudios han despertado ha originado tal cantidad de "instrucciones" para el uso y disposición del *andamiaje*, que, a poca atención que al tema dedique, el menos avisado resulta perfectamente impuesto». (Terradas y Rey Pastor, 1933, p. 145)⁷

Por último, suponemos que no habrá pasado desapercibido al historiador académico, aunque solo sea subconscientemente, que el título no entraña acción verbal alguna (introducción, recepción, etc.). Aunque es fácil adivinar el motivo, este quedará explícito cuando hablemos de la metodología utilizada en nuestro estudio.

1.2. Interés del tema para la historia de la ciencia

En agosto del año 1952, tras más de una década de funcionamiento del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, José María Otero Navascués pronunció un discurso en la Universidad de Verano de Santander sobre el tema «Universidad e Investigación». El discurso, recogido al año siguiente en la *Revista de Educación*, refleja el escepticismo, cuando no desengaño, de Otero respecto de la situación de la ciencia española en investigación en general, y en la investigación básica en particular.

Lo que encontramos llamativo es que entonces Otero era Consejero Nacional de Educación, académico de Ciencias, Teniente Coronel de Ingenieros de Armas Navales, director del Instituto de Óptica «Daza de Valdés» del CSIC, director del Laboratorio y Taller de Investigación del Estado Mayor de la Armada y con responsabilidades en la Junta de Energía Nuclear. Aunque Otero no se considerase especialmente vinculado a la investigación universitaria, su posición en el entramado institucional de la ciencia contrasta con algunas afirmaciones de su discurso, en el que tras citar algunos hechos favorables de la investigación en España, afirma: «Frente a este aspecto positivo cabría oponer otros negativos [...] Es el primero la incompreensión y el escepticismo que todavía conserva buena parte de

⁶La cursiva es nuestra.

⁷El entrecomillado es del original, la cursiva nuestra.

la industria, y aun de la Administración, hacia la investigación, y singularmente hacia la pura o básica» (Otero Navascués, 1953, p. 21).⁸

Este sentimiento de Otero ha sido avalado por una buena parte de la historiografía sobre la ciencia española, en la que se destaca el distanciamiento que presentaba la física de España con respecto a la de otros países europeos (Francia, Italia, Reino Unido o Alemania) o respecto de los Estados Unidos de América.

Paralelamente, no es extraño encontrar estudios en los que se ponen de relieve los logros de los científicos españoles en los diferentes ámbitos de las ciencias físico-matemáticas. Esta aparente contradicción entre lo que los propios españoles pensaban de la ciencia y el debido reconocimiento que la historia tiene a bien hacer de las aportaciones individuales de sus protagonistas, aunque es comprensible, puede resultar desconcertante. Ese desconcierto no sería nuevo. En 1956 el eminente matemático Julio Rey Pastor, hablando de Ventura Reyes Prósper, hizo un fino análisis de la costumbre española de enaltecer a sus compatriotas:

La generosa exuberancia hispánica, disculpable por la patriótica sed que todos sufrimos de compatriotas famosos, se apresuraron a calificar de genio a este matemático precursor; calificativo que haría sonreír a cualquier profesor ultrapirenaico al medir fríamente el valor absoluto de las ingeniosas notas elementales firmadas por nuestro colega toledano; pero mal juez será siempre el que interprete en abstracto los hechos del frío sumario escrito, sin interesarse por el caso concreto del encausado, con todo su entorno de circunstancias vitales; y así resulta en este caso: que quien sería fríamente calificado como profesor corriente y normal, juzgado fuera de aquí, es en verdad genial, precisamente por ser normal afuera y por tanto excepcional aquí dentro; por ser distinto de todos sus colegas; y por parecerse a los hombres de otro mundo más que a los del propio. (Llosa y Pastor, 1956) citado en (Cobos Bueno, 2008, p. 785))

Un razonamiento similar se podría aplicar a los físicos y matemáticos que entre 1925 y 1955 trabajaron en los desarrollos teóricos de la mecánica cuántica. El estado de la ciencia española, las dificultades del entorno social, económico, político y académico obligan a calificar de extraordinarios los esfuerzos que realizaron para mantenerse al día en esa disciplina. Que los resultados, comparados con los de la física internacional, no resulten originales, no resta méritos a sus logros. El análisis de esos méritos obliga a poner en contexto el trabajo de esos

⁸Algunos aspectos de las complejas relaciones de Otero con la ciencia se tratan en (Presas i Puig, 2000). En dicho artículo se matiza el carácter autárquico que frecuentemente se atribuye a la estrategia científico-tecnológica de Otero, poniendo de relieve su apertura hacia la ciencia centroeuropea. No faltan en él referencias a sus críticas al sistema.

físicos y matemáticos españoles considerados menores por la historia de la ciencia internacional, valorando adecuadamente los escollos que tuvieron que salvar. En este estudio intentaremos poner de relieve en qué medida el elevado nivel de abstracción matemático de la cuántica fue uno de esos obstáculos, y cómo se superó.

Daremos por sentado que uno de los avances cualitativos más significativos de la física internacional del segundo cuarto del siglo XX fueron los desarrollos relacionados con el nacimiento de la mecánica cuántica, en los que la intensa actividad científica centro-europea y americana provocó un cierto eclipse de la correspondiente actividad periférica, que implicó, en particular, la pérdida de relieve del trabajo realizado por los científicos españoles. Trabajo este cuya vinculación a la docencia no siempre fue inmediata ni eficaz, lo cual dificultó la incorporación a esta de las nuevas tendencias de la física internacional.

Investigar lo que se hizo con relación a la matemática de los cuanta en España durante ese período implica necesariamente quebrantar simultáneamente varias tradiciones historiográficas.

Por un lado, debido a que el estudio debe comprender años anteriores a la Guerra Civil Española y años posteriores a la misma, obliga a integrar un complejo cambio sociopolítico cuyas consecuencias para la ciencia se han señalado repetidamente. Resultado de cambio tan radical es que lo tradicional, en la historiografía de la ciencia, sea estudiar de forma independiente el período anterior a la guerra y el período posterior. Nosotros, sin embargo, nos hemos visto en la necesidad de comprenderlos ambos en un mismo trabajo. Hemos tenido que considerar los debates respecto de la continuidad o discontinuidad de la ciencia debido al cambio de un régimen político democrático a un sistema totalitario. También hemos asumido la merma de conocimiento ocasionada por los exilios forzados por el régimen franquista.

Por otro lado, la también tradicional división entre ciencias físicas y ciencias matemáticas hace que la complejidad matemática de la nueva mecánica cuántica quede en un territorio en el que raramente se encuentran exploradores.

Otra de las tradiciones a la que hemos tenido que renunciar es la del estudio biográfico. Tampoco hubiera sido aconsejable en nuestro caso pues, como se verá, el escaso desarrollo de la física teórica española va parejo a la ausencia de figuras relevantes, salvo excepciones, cuya biografía pudiera servir como hilo conductor para adentrarse en el tema.

Finalmente, la tradición historiográfica basada en el estudio de las instituciones adolecería, a nuestros efectos, de los mismos males ya mencionados.

Los motivos expuestos, a los que se suma, sin duda, nuestro interés personal, nos llevaron al estudio de la producción textual. Ello nos ha permitido adentrarnos por una vía razonablemente firme en el terreno matemático-teórico de la física

cuántica española.

Por ello, esperamos que nuestro enfoque resulte útil a los posibles interesados que, en el futuro, quieran abordar cuestiones relacionadas con este período y con este aspecto de la física, aunque sea desde las tradiciones historiográficas antedichas –o cualquier otra–, para las cuales pensamos que nuestro trabajo puede ser un complemento eficaz.

No nos es ajena la discusión de la validez de un estudio sobre la ciencia que se base exclusivamente en el análisis de los textos académicos. La corriente historiográfica, más actual, que relaciona los desarrollos científicos con la evolución de la sociedad, y la relación de la ciencia y los científicos con su contexto social, político, institucional, económico, etc., es particularmente sensible a esta controversia.

Aunque volveremos más extensamente sobre ese aspecto en los siguientes apartados de esta introducción, anticipamos dos observaciones. La primera es que, en lo concerniente al tema que presentamos en esta memoria, la historiografía española muestra hasta ahora una importante laguna que esperamos que nuestro trabajo ayude a subsanar. En segundo lugar cabe mencionar que en nuestra investigación no hemos ignorado los puntos de vista de las corrientes a que nos hemos referido, ni nos hemos limitado a estudiar los textos académicos, aunque haya sido nuestra principal preocupación y el peso final de los mismos en el redactado sea considerable.

1.3. Situación actual de la investigación

En la noche del 20 de agosto de 2012, el profesor de Física Teórica de la Universidad de Valencia, José Adolfo de Azcárraga, a diez días de su jubilación y pase a emérito, escribió un opúsculo en el que recogía, tras una «larga e insomne noche estival», unas breves memorias de sus años de vida académica.⁹ Las antedichas memorias arrancan con un relato del autor acerca de cierto documento recibido unos meses antes en el que se hacía un comentario «comprensiblemente breve, sobre la introducción de la enseñanza de la mecánica cuántica en España en "los años sesenta [cuando] por fin, la enseñanza reglada de la Mecánica Cuántica llegó a las aulas españolas de la mano de Alberto Galindo y [...] Pedro Pascual"». Tras la cita inserta una nota a pie de página en la que añade: «En el texto de la

⁹El ensayo, con el título «Mi memoria histórica de la Mecánica Cuántica», si bien no nos consta que se halle publicado, está disponible en el enlace (no estable) <http://www.uv.es/~azcarrag>; las circunstancias, que presumimos simpáticas, de su génesis, nos han animado a incluir esta breve mención, aunque solamente pueda considerarse una anécdota.

lección inaugural del curso 2012/13 en la U. de Valencia, se afirma que "en los años 60 del s. XX, 40 años después del nacimiento de la mecánica cuántica, [...] esta disciplina ni siquiera se enseñaba en la Universidad española"».

Aun conscientes de que el comentario denunciado se refiere probablemente a la enseñanza reglada, y sin que nuestra pretensión sea confirmar la veracidad histórica de las afirmaciones del Profesor Azcárraga, estas nos dan pie para constatar la existencia de una sensación generalizada de que la docencia de la Mecánica Cuántica comienza en España alrededor de los años 60. Si esta anécdota hubiera venido de un entorno ajeno a la disciplina quizá no se justificaría que nos detuviéramos en ella, pero viniendo de un entorno académico próximo a la Física, tiene para nosotros un significado especial.¹⁰

Es un hecho contrastable que la historiografía sobre la mecánica cuántica española es escasa. Podría no ser extraño por considerarse que estamos hablando de una disciplina relativamente reciente, pero resulta paradójico si se contrasta con los numerosísimos estudios sobre su historia en otros países.

Claro está, se dirá, que es lógico dedicar un mayor esfuerzo investigador a la historia de los científicos que hicieron mayores aportaciones a esa ciencia. No tenemos nada que objetar a esa apreciación, que, en cualquier caso, ya estaría reconociendo el papel menor de los físicos españoles. El problema es, por un lado, que algunos físicos españoles sí realizaron aportaciones notables a la física cuántica –hablamos, por ejemplo, de Miguel Catalán y Blas Cabrera– y, por otro, que la ausencia de una bibliografía histórica sobre el asunto puede resultar engañosa en muchos aspectos. La anécdota que hemos incluido pretende ser un ejemplo.

Pero fuera de lo meramente anecdótico, veremos que la mecánica cuántica tuvo una presencia relativamente temprana en la sociedad española. Esa presencia tuvo implicaciones en otros elementos de la vida científica, cultural y política. Ahora bien, ¿en qué consistió esa presencia y qué puede motivar la consideración de que hasta los años 60 no tuviera reflejo en las aulas?

Aunque sea superfluo, quizá lo primero que tendríamos que aclarar, puesto que nosotros mismos hemos citado a los personajes, es que Cabrera y Catalán son considerados físicos experimentales y que sus méritos han merecido que la pluma de ilustres historiadores refiriera sus logros. Por ambos motivos este trabajo, dedicado más específicamente a las matemáticas de la nueva mecánica, no les considerará centrales en su exposición, aunque no puede dejar de señalarse que Cabrera, tal como explica J.I. Díaz en (Díaz Díaz, 2002, p. 133), ostentó el cargo de Profesor Auxiliar interino de la asignatura de Física Matemática en la Universidad Central de Madrid.

¹⁰Veremos que en 1934 en la Universidad de Barcelona se impartía una asignatura de Física Matemática cuyo programa incluía ya temas de mecánica cuántica.

Más extensos, a la par que más explícitos, son los comentarios de Sánchez Ron en su artículo «La Física Matemática en España: de Echeagaray a Rey Pastor» (Sánchez Ron, 1990). En dicho artículo, el autor comenta las vicisitudes a que se vio sujeta esta disciplina que, pese a encontrarse entre dos sólidos pilares académicos –la Física y las Matemáticas–, o quizá precisamente por ello, tuvo un accidentado recorrido que propició que durante el primer tercio del siglo XX el avance de la Física fuera en el terreno experimental, y no en Física Matemática o Física Teórica (Sánchez Ron, 1990, p. 10).

En cuanto a la presencia de la Matemática, el artículo de Pilar del Pino sobre la incidencia del Laboratorio y Seminario Matemático en la investigación matemática española entre 1919 y 1936 (del Pino Arabolaza, 1988, p. 341), atribuye solamente un 6 % a la temática de Física en los artículos matemáticos publicados en la Revista Matemática Hispano Americana.

En cuanto a la Física, el libro de Valera Candel y López Fernández sobre la Física en España a través de los Anales de la Real Sociedad Española de Física y Química, ofrece los siguientes datos: en el período 1903-1910 identifica únicamente cinco trabajos de Física Matemática (Valera Candel y López Fernández, 2001, p. 98), y en el período 1911-1937 considera ocho artículos de Cabrera de contenido teórico (Ib., p. 118-121). Su conclusión se centra, en consecuencia, en el impulso que se dio en esa época a la física experimental (Ib., p. 183). Durante el período de posguerra, el análisis cuantitativo de estos autores identifica los siguientes porcentajes de artículos dedicados a la Física Teórica, por tramos de tiempo: en el intervalo 1940-1949: 0,8 %, entre 1950 y 1959: 4,3 % y entre 1960 y 1965: 9,5 % (Ib., p. 266). Los anteriores porcentajes, junto con el análisis cualitativo posterior, les permiten concluir que para el período 1940-1953 las investigaciones en Física Teórica «brillaron por su ausencia» (Ib., p. 305), y para el período 1953-1965 «estuvieron prácticamente ausentes» de los *Anales* de la RSEFQ (Ib., p. 352). Es oportuno señalar que la Física Teórica, como disciplina, también tardó en imponerse en el centro científico.¹¹

¹¹En nuestro trabajo entenderemos por «centro científico» al conjunto de países cuyos físicos lideraron la evolución hacia la nueva mecánica cuántica. Aunque también puede hablarse de un «centro» y una «periferia» específicamente españoles, salvo mención expresa nos referiremos al centro científico europeo-americano. En cuanto a la orientación de la Física del centro científico hacia la práctica, se tiene una muestra en la discusión que mantuvieron Wilhelm Wien y Arnold Sommerfeld, ambos en el tribunal que tuvo que decidir sobre la nota de los exámenes orales de final de grado de Werner Heisenberg. Wien, que había estado a cargo de la formación de Heisenberg en las prácticas de laboratorio, fue especialmente crítico con su exposición sobre las cuestiones experimentales, mientras que Sommerfeld como director de la tesis de Heisenberg era consciente de sus posibilidades como teórico. Tras una discusión entre ambos físicos acerca de la importancia relativa de la Física Teórica y la Física Experimental, el resultado final fue una nota intermedia de

Pese a esa situación de desventaja aparente de la Física Matemática, ambas disciplinas, la Física y las Matemáticas, tomadas de forma individual, gozaron de representantes cuyas aportaciones son hoy día reconocidas. Debe decirse que ese reconocimiento que se otorga hoy a los protagonistas muchos de ellos no lo encontraron durante su trayectoria vital, que estuvo marcada por las contradicciones y las dificultades. Contradicciones y dificultades provocadas, en demasiados casos, por el contexto institucional y político.

Entre los representantes de la Matemática, en la época de la que trataremos, emerge como figura emblemática la de Julio Rey Pastor, cuya personalidad, vida y obras ha sido ampliamente descrita. Su biografía no está, sin embargo, exenta de cierta polémica¹².

La trascendencia de la obra de Rey Pastor está generalmente reconocida por todo aquel que se ha dedicado a la investigación de la matemática en España, aunque sus actividades en su país de origen no estuvieron exentas de conflictos (García Camarero, 1985). Veremos también la importancia de su papel en relación con la matemática cuántica, aunque nos permitiremos cierto distanciamiento del panegírico habitual.¹³

Para nuestro trabajo asumiremos sin discusión –por quedar fuera de nuestra ventana temporal–, aunque con reticencia, la tradición que identifica un retraso histórico¹⁴ de la ciencia española hasta finales del siglo XIX, así como el resurgir general de la ciencia en el primer tercio del siglo XX, si bien en este caso nos veremos en la necesidad de introducir matices en lo referente a la matemática cuántica.¹⁵

Una primera aproximación a la incorporación de la teoría de los quanta en los textos ha sido estudiada por Antonio Moreno en «La teoría de los *quanta* en

compromiso que no satisfizo a Heisenberg. Cfr. (Cassidy, 1992).

¹²En el origen de la polémica parece situarse la supuesta parcialidad de la biografía de Ríos, Santaló y Balanzat (Ríos *et al.*, 1979), discutida parcialmente por Mariano Hormigón en (Hormigón, 1985), mencionada, asimismo en (Español González, 2000, p. 194), y matizada, en algunos aspectos en (Ausejo y Millán, 1989, p. 270).

¹³No mencionamos de momento a representantes del ámbito de la Física, pues nos dedicaremos exhaustivamente a ellos en capítulos sucesivos. El motivo de que mencionemos ahora a Rey Pastor es que, al ser tardía su aparición en el cuerpo central de nuestro trabajo, nos vemos obligados a subrayar la importancia de este hecho.

¹⁴La reticencia a que aludimos no viene motivada por el convencimiento de que el nivel científico español fuese el mismo que en los países centroeuropeos, sino porque desde el punto de vista historiográfico la utilización del término «retraso» en este contexto requeriría una justificación que quedaría fuera de nuestro trabajo presente.

¹⁵En cuanto a este resurgir no creemos fuera de lugar considerar los puntos de vista de Elena Ausejo en (Ausejo, 2004) donde la autora sugiere una cierta mitificación historiográfica del término «Edad de Plata de la ciencia española».

España» (Moreno González, 2000) que, entre otras cosas, hace una interesante valoración de las «Notas alemanas» de Mecklenburg aparecidas en los *Anales de la Sociedad Española de Física y Química*. Este autor, sin embargo, únicamente da un atisbo de posibles razones que pudieran justificar la tardanza en dar por buena la novedad de los quanta. También analiza la introducción en España de la antigua teoría cuántica Sánchez Ron en (Sánchez Ron, 1987). Un breve resumen de las primeras lecciones y los primeros textos de la nueva mecánica cuántica se puede encontrar también en (Baig *et al.*, 2012a), donde se puede apreciar el papel de los ingenieros en las primeras publicaciones.

En cuanto al aspecto institucional de la matemática española resulta útil tomar como punto de partida la creación del Laboratorio y Seminario Matemático de Madrid por la Junta para Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas en 1915, y vinculado en su origen y desarrollo a Rey Pastor, siendo reconvertido tras la Guerra Civil Española en el Instituto Jorge Juan de Matemáticas, integrado en el CSIC (Ausejo y Millán, 1989, p. 284). Según parece, la significación del Laboratorio y Seminario Matemático actuó como polo de atracción de los jóvenes matemáticos que tuvo como contrapunto un decaimiento de la disciplina en algún otro núcleo de investigación. Este decaimiento ha sido estudiado por Elena Ausejo en el caso de la Academia de Ciencias de Zaragoza, en (Ausejo, 1986)¹⁶.

Aplicables a la ciencia en general del período autárquico, cabría considerar los artículos de Luis Sanz (Sanz Menéndez, 1996) y de Sanz y López (Sanz Menéndez y López García, 1997) en los que se contempla la relación entre investigación y política tecnológica e industrial. En ellos se reconoce la escasa fortaleza de la investigación española de esa época. También se apuntan las implicaciones del intervencionismo económico del régimen que supuso la creación del Instituto Nacional de Industria, prácticamente bajo control militar (Sanz Menéndez, 1996, p. 84). Como factores que restaron posibilidades a los intentos de incrementar la eficiencia del esfuerzo investigador, se tienen en cuenta el aislamiento político en el que quedó la dictadura franquista tras la Segunda Guerra Mundial (Ib., p. 79), la ausencia de un sistema fiscal eficiente (Ib., pp. 107, 109) y la cruzada ideológica contra toda forma de liberalismo (Ib., p. 79).¹⁷ Los autores observan que las comunidades científicas de otros países, en los años cincuenta y sesenta obtuvieron

¹⁶No nos constan estudios que permitan hacer una generalización de este decaimiento a otros centros de investigación, aunque cabría observar que, siendo Madrid, Barcelona y Zaragoza las tres plazas más relevantes de esa época en la investigación matemática, sería probable que tal estudio permitiría constatar comportamientos parecidos al de la Academia de Ciencias de Zaragoza en las plazas menos activas.

¹⁷Los autores señalan que la expansión de la base fiscal del estado es condición necesaria pero no suficiente para el desarrollo de intervenciones coherentes en ciencia y tecnología.

financiación abundante para sus actividades de ciencia básica. El retraso español hizo que, al llegar algo de financiación, esta fuera en mayor medida destinada al desarrollo tecnológico que a la investigación básica (Sanz Menéndez y López García, 1997, p. 94).

También en el aspecto institucional, pero ahora en relación con la Guerra Civil Española y la posterior dictadura de Franco, se han señalado los graves problemas causados por el exilio forzado de numerosos profesores universitarios de gran relevancia. Este aspecto ha sido tratado detalladamente por Otero Carvajal para el caso de las depuraciones de la Universidad de Madrid (Otero Carvajal, 2006) y por Claret Miranda como estudio sistemático del conjunto de las universidades españolas en (Claret Miranda, 2004). Este segundo autor denuncia, además, la pérdida científica e intelectual de la universidad española consecuencia del proceso de ocupación de cátedras por parte de personas adictas al régimen franquista. Dado que las publicaciones de los ingenieros españoles en temas relacionados con la mecánica cuántica son significativas, no conviene olvidar que el proceso de depuración también alcanzó al colectivo de las escuelas de ingeniería. El caso de la Escuela Ingenieros Industriales de Bilbao queda recogido en (Garaizar y Larrinaga, 2003) y el de la Escuela de Ingenieros de Barcelona en (Lusa Monforte, 2008). Hay que añadir a ambas cuestiones las frecuentes referencias al «exilio interior» que padecieron muchas personalidades del mundo universitario por el apartamiento de sus cargos, el desplazamiento geográfico de sus cátedras y el retraso en su reincorporación a las mismas en los casos en que esta fue posible. Superado un período de silencio historiográfico de los primeros decenios democráticos, las biografías de los afectados suelen recoger esa circunstancia.

Las relaciones entre física y poder han merecido la atención de los autores Herran y Roqué ((Herran y Roqué, 2012) y (Herran y Roqué, 2013)) para el período autárquico de la posguerra. Dichos autores estudian el papel que jugaron los físicos en el engranaje de influencias que dominó los primeros decenios de la dictadura, aportando una visión que desmitifica al físico como personaje centrado en el estudio de la verdad y ajeno a las realidades sociales. En su lugar presentan una realidad muy diferente, en la que la física sirvió por igual a los intereses del régimen político, por su papel legitimador de ciertas relaciones internacionales (Herran y Roqué, 2013, p. 207), y a los físicos, que pudieron utilizarla en beneficio propio para prosperar en un sistema en el que la recompensa no siempre estaba vinculada al mérito científico.

Pero las dificultades de la ciencia española de la posguerra no se limitaron a los obstáculos de índole política. La influencia, en amplias esferas de la vida pública, de sectores próximos a la Iglesia Católica se dejó sentir también en el ámbito universitario: además de emplear su privilegiada situación para la adjudicación de

cátedras, actuaron como freno al desarrollo de algunas teorías científicas supuestamente contrarias a los dogmas de la Iglesia o a la filosofía escolástica. Entre los ejemplos que suelen citarse se encuentran la teoría de Darwin sobre la evolución de las especies y la de Freud sobre el papel del subconsciente en el comportamiento humano.

En un terreno más próximo a nuestra investigación, el de la Física, estudios relativamente recientes hablan también de la relación entre física y espiritualidad, aspecto este no trivial si se tiene en cuenta lo comentado en el párrafo anterior y la posibilidad de que los motivos ideológicos hubieran podido potenciar un retraso aún mayor en el desarrollo tecnológico español. Néstor Herran y Xavier Roqué, en los textos ya citados,¹⁸ utilizan el término «espiritualización de la física» del período autárquico para referirse al complejo entramado ideológico y cultural en que la física se desarrolló durante los primeros decenios tras la Guerra Civil Española. El interés de los filósofos próximos a la Iglesia Católica por mantener la vigencia de la filosofía escolástica se entremezcló con otros factores, como el interés de los físicos en el mantenimiento de su estatus o el de los cargos políticos por mostrar una afinidad ideológica con los núcleos de poder, haciendo inviable una imagen plana de la física española como «ciencia al servicio de la sociedad».

Otero Carvajal, por su parte, insinúa la existencia de un rechazo hacia la relatividad y la mecánica cuántica (Otero Carvajal, 2014, pp. 157 y ss.). Esta opinión respecto de la cuántica, parece compartida también por Gámez Pérez que concreta además que el rechazo fue consecuencia de razones ideológicas y filosóficas (Gámez Pérez, 2004b, p. 195). El caso de la teoría de la relatividad ha sido abordado por Soler Ferrán en (Soler Ferrán, 2010), donde el autor establece el alcance que tuvo dicho rechazo; sin embargo, creemos que la existencia de una supuesta oposición a la teoría cuántica en España está aún por investigar. En el capítulo 4 «Otras manifestaciones de la cuántica» haremos una breve aportación que esperamos sea útil en otras investigaciones orientadas específicamente a ese fin.

1.4. En cuanto a la metodología empleada

Nuestro estudio pretende ilustrar la forma en que se produjo la circulación del conocimiento sobre teoría cuántica en la sociedad española. Hemos centrado especialmente nuestro interés en el análisis de la forma matemática que adquirió esta teoría. Es por ello que, en todo cuanto hemos estudiado, hemos intentado analizar, siquiera parcialmente, el papel que los diferentes actores otorgaron a las herramientas matemáticas de las que disponían. Nuestro examen no ambiciona

¹⁸(Herran y Roqué, 2012) y (Herran y Roqué, 2013).

enaltecer pioneros ni establecer genealogías, sino simplemente comprender un poco mejor cómo se construyó la imagen de la cuántica en la sociedad española, qué dificultades se encontraron en el proceso y, en alguna medida, cómo se resolvieron.

El análisis de los textos publicados es una metodología ampliamente empleada en el estudio de la física centroeuropea que aún no se ha utilizado en profundidad aplicada a la mecánica cuántica en España. Esperamos que nuestro trabajo, sin ser exhaustivo, ayude a completar esa ausencia. El caso de los textos dedicados a la docencia tiene especial relevancia debido al impacto que pudieron haber tenido en la formación de los estudiantes a los que iban dirigidos y que constituían la siguiente generación de físicos, químicos e ingenieros; sin embargo, cualquier posible conclusión deberá tener en cuenta que el texto escrito podía distanciarse notablemente del contenido de las lecciones presenciales dictadas por el profesor.

Somos conscientes de que algunos de los textos analizados merecen una monografía independiente pero en el presente estado de la investigación nos ha parecido más oportuno ofrecer una primera aproximación a la producción en su globalidad, centrándonos, eso sí, en un conjunto de aspectos matemáticos limitado, sin pretensión de abarcar toda la teoría matemática que se vincula con la física cuántica.

En particular nos hemos centrado en los siguientes elementos. Desde el punto de vista matemático nuestro interés ha sido la utilización de la teoría de operadores y matrices, el espacio de Hilbert y, de una forma más general, las ecuaciones diferenciales. Desde el punto de vista físico hemos escogido la vía de la termodinámica, poniendo particular atención en temas como la mecánica estadística, las estadísticas cuánticas o el planteamiento y solución de la ecuación de Schrödinger para el oscilador armónico y para el átomo de hidrógeno. Dejamos sin tratar, conscientes de nuestras posibilidades actuales, aspectos como la teoría de grupos aplicada a la mecánica cuántica, la electrodinámica cuántica o la teoría cuántica de campos. Esa decisión ha determinado que ciertos textos relacionados con la cuántica, pese a su valor, deban esperar a mejor ocasión.

Hemos considerado algunos de los textos de autores no españoles traducidos al castellano. Estos nos han servido para hacernos una idea del tipo de publicaciones que interesaban desde el punto de vista editorial, lo cual, a su vez, es una manifestación de los intereses en el campo académico, pero no hemos extendido a ellos nuestro análisis textual. En cualquier caso la metodología empleada nos permitirá observar, por un lado, la dependencia o independencia de los autores españoles con respecto a los físicos del centro científico, por otro, las relaciones internas de la física española y, por último, la manera en que los diferentes actores se acomodaron al escenario planteado por la mecánica cuántica en el panorama

intelectual español.

Queremos hacer un apunte adicional sobre nuestro término «matemática cuántica». Hemos de reiterar que el único valor que pretendemos otorgarle es el de simplificar algunas expresiones; sin embargo, dado que los términos que se refieren a las disciplinas de Física Matemática y Física Teórica están ampliamente asentados, el asunto merece un comentario. Nos resulta complejo establecer definiciones diferenciadas entre estas dos disciplinas. Se trata de una limitación que nos resulta difícil de superar, y que no nos duele reconocer, habida cuenta que dos de los protagonistas de nuestro estudio, Ramón Ortiz Fornaguera, y John von Neumann,¹⁹ mucho más preparados que nosotros, parecieron tener, salvando la distancia, dificultades similares. Una acertada discusión de esa cuestión se puede encontrar en (Sánchez Ron, 1990, p. 15 y ss.) donde se aborda esa diferencia entre Física Matemática y Física Teórica desde una posición de tipo filosófico, si bien es conveniente considerar la perspectiva de J. Ferreirós (Ferreirós, 1995) que destaca la relevancia de los factores externos en el nacimiento de una disciplina. El enfoque de este autor es claramente aplicable a las disciplinas de las que hablamos y, según dicho punto de vista, se deben considerar fundamentalmente el componente social y cultural, además de la relación entre las distintas disciplinas existentes en un momento determinado. En cualquier caso, nuestro estudio no se ajustaría a ninguna de las dos disciplinas mencionadas, principalmente porque a ambas se les atribuye tradicionalmente un ámbito de actuación mucho mayor del que podemos permitirnos en esta tesis, que se reducirá a algunos aspectos de ellas relacionados con nuestro objeto principal.

Un capítulo en el que ya se ha avanzado de forma notable en la historiografía española sobre la ciencia es el análisis epistolar. No es mucho lo que en este trabajo aportaremos a ese aspecto, pero consideramos de interés el contenido del archivo personal de Ramón Ortiz recientemente incorporado al Servei d'Arxius de Ciència de la Universitat Autònoma de Barcelona.²⁰ A nuestro juicio queda todavía recorrido para un estudio sistemático de las relaciones epistolares entre los físicos españoles de mediados del s. XX, en perspectiva comparada, que sería de indudable utilidad: ¿por qué los físicos españoles raramente hablaban de física por carta mientras que era práctica habitual entre sus coetáneos europeos? Esta pregunta quedará sin contestar aquí.

Como ya hemos sugerido, la teoría cuántica tuvo un impacto considerable en el pensamiento de la época, comparable al que tuvo la teoría de la relatividad. Este impacto pudo haber tenido como resultado la adhesión ferviente de unos y el rechazo apasionado de otros, ocasionando un debate público que debería ser

¹⁹Véase la sec. 3.13.1, p. 207.

²⁰Véase (Gimeno *et al.*, 2014).

tomado en cuenta para interpretar cabalmente el proceso de adopción de la teoría cuántica en España. Para hacernos una idea de en qué consistió ese debate público hemos seleccionado algunas revistas que en su momento comentaremos. Nuestro interés es averiguar en qué medida esa controversia pudo haber condicionado la circulación de la teoría cuántica y qué papel jugaron las matemáticas en ello; sin embargo no profundizaremos excesivamente en esta cuestión.

Otro aspecto metodológico hace referencia a la terminología empleada en nuestro análisis textual. Es frecuente, en este tipo de estudios, recurrir a la cita del autor en términos que explican lo que el autor *dice* que hace. Frases como «... lo cual, según el autor, completa la demostración», suelen ser habituales. No es inusual, tampoco, que el historiador parezca suscribir el desarrollo científico del texto analizado y confirme las conclusiones del científico sin dejar clara cuál es su posición respecto de las mismas, realizando las afirmaciones como si fueran propias, sin delimitar claramente las aserciones de uno y otro. En esa práctica, la expresión anterior podría quedar transformada en «...el autor demuestra...». Ambas formas de proceder resultan, en nuestra opinión, algo ambiguas y privan al lector de un criterio alternativo sobre el contenido científico del que se trata. Este segundo tipo de relato es de uso corriente en el discurso apologético sobre autores reconocidos, cuyos logros científicos suelen estar fuera de discusión.

Hemos huido tanto como nos ha sido posible de ambos tipos de relato pues la naturaleza y esencia de nuestro estudio ha requerido tomar conciencia, entre otras cosas, del contenido científico de los materiales analizados, siempre puesto en relación, claro está, con su momento histórico. De esta forma hemos podido mantener una mirada objetiva sobre los textos, procurando no dejarnos influir ni por la profundidad y complejidad del tema analizado ni por la importancia que la historiografía anterior pudiera haber atribuido a los diferentes autores. Este método de trabajo ha demandado un mayor nivel de compromiso por nuestra parte (y una considerable cantidad de trabajo), que esperamos redunde en una clarificación de este interesante período científico. Pese a todo hemos utilizado sin reservas la fórmula referida en los siguientes supuestos: cuando el texto ha quedado fuera de nuestro alcance, cuando ha quedado fuera del ámbito de nuestro estudio y cuando hemos visto la posibilidad de que contuviera un error cuya discusión hubiera podido apartarnos del nuestro objetivo central. En esas circunstancias apelamos a la cláusula «según el autor...» en sus diferentes formas, aunque hemos procurado que ello sucediera en las menos ocasiones posibles. Advertimos desde ahora al lector de que cuando prescindimos de dicha fórmula lo que plasmamos es nuestra interpretación. En tales casos, salvo que expresamente mencionemos que se trata de una cita textual, el autor del documento analizado podría no recoger nuestra afirmación o hacerlo de forma muy diferente (normalmente de manera menos

sintética). Confiamos que nuestro redactado haya recogido en cada momento los matices oportunos.

Dado el carácter periférico de la ciencia española de la primera mitad del siglo XX, conviene no ignorar los distintos modelos de aproximación al estudio histórico de la transferencia científica entre centro y periferia. En tal sentido, en la línea de lo sugerido por algunos autores, nos distanciaremos de un modelo en que la circulación del conocimiento del centro a la periferia es presentado como la simple transmisión de una cultura científica dominante hacia un receptor pasivo (Cfr. (Gavroglu *et al.*, 2008, p. 154 y 167)).

A este respecto nuestro estudio ayudará a mostrar que, de hecho, la recepción de la matemática cuántica en España no fue simple, ni sus actores se limitaron a una mera transmisión; y como se verá, fueron los propios físicos y matemáticos españoles los que otorgaron ese carácter dominante a la mecánica cuántica por circunstancias que se harán patentes a lo largo de este trabajo.

La historiografía reciente ha identificado uno de los factores que caracterizaron la circulación de la mecánica cuántica en el centro europeo. Se trata de la idea de ciencia «en flujo»²¹. Esta idea, aplicable también a la periferia científica, nos permite interpretar por qué la integración de la matemática de los quanta en el sistema científico español no fue simple. El enfoque de Beller viene a mostrar que la atribución demasiado rígida de un concepto, descubrimiento, definición o innovación científica a un autor o grupo de autores en un momento determinado del tiempo, suele ser una simplificación equívoca que enmascara varios elementos importantes. Cabría citar, entre ellos, además de la lógica evolución de las ideas del propio autor (el concepto ha variado desde su génesis), la transformación de las mismas mediante el diálogo científico. Dicho diálogo tiene como resultado un mayor o menor grado de refinamiento de la idea o concepto inicial, que acaba modificando su forma de manera colegiada. Bajo el mismo enfoque de Beller, la cristalización final, si se produce, es consecuencia de las simplificaciones historiográficas.

Otra cuestión que cabe tomar en cuenta es que el proceso general de circulación de la mecánica cuántica comprende también los aspectos pedagógicos. Esta pedagogía se puede entender en sentido amplio, de forma que un discurso científico en una reunión académica sería, bajo cierto punto de vista, una acción pedagógica. Utilizando ese criterio, son aplicables a nuestro estudio las consideraciones modernas que sugieren una revisión del papel otorgado por la historiografía tradicional a algunos elementos de ese proceso pedagógico. En particular, estas apun-

²¹El término está tomado de Mara Beller, historiadora que ha hecho amplio uso de este concepto aplicado a la historia de la física cuántica (Beller, 1999). Beller, por su parte, da crédito acerca de esta idea a Y. Elkana en (Elkana, 1970).

tan a una relación más estrecha de la tradicionalmente admitida entre la faceta pedagógica y la práctica científica. Exponentes significables de esta línea de investigación, son los trabajos incorporados en *Pedagogy and the practice of science* de David Kaiser (Kaiser, 2005). En este sentido nuestra metodología ayudará a descubrir la particular forma que revistió esa relación entre pedagogía y práctica en la mecánica de los quanta española, y el papel que la matemática cuántica tuvo en ello, mostrando que una parte importante de la práctica científica en ese campo se desarrolló en torno a la didáctica.

Por lo apuntado en el párrafo anterior, y para facilitar una mayor riqueza en la interpretación de algunos textos, nos hemos alejado de una delimitación demasiado estrecha de lo que debe considerarse como actividad científica, así como de entrar en definiciones *a priori* respecto de lo que es correcto o incorrecto en el ámbito de la teoría cuántica.

Ello no nos ha impedido, sin embargo, hacer una valoración crítica del material a nuestra disposición, valoración que está muy lejos de la búsqueda de héroes que ensalzar o villanos que reprobar. Nuestro estudio se ha centrado en entender el desarrollo de los acontecimientos y comprender las motivaciones de sus participantes. En nuestra opinión la historiografía moderna sobre la mecánica cuántica en España quedaría incompleta si se ignorasen los textos científicos de sus actores.

En el caso de la teoría cuántica, esta necesidad se acentúa más aún cuando el interés por el estudio de los autores centro-científicos como Born, Heisenberg, Schrödinger o Dirac absorbe una gran parte de la atención de los historiadores, incluso de los españoles, dejando un vacío que ensombrece el proceso de recepción al que nos referimos.

Es comprensible la actitud del historiador que, puesto a enfrentarse a la historia del planteamiento de la ecuación de Schrödinger, quiera hacerlo desde el punto de vista del propio Schrödinger, en lugar de hacerlo desde la perspectiva de un físico «menor» de una provincia científica.²²

El razonamiento de tal autor podría dejar en la sombra aspectos importantes de la historia de la mecánica cuántica española. En este trabajo no explicaremos los grandes desarrollos de la teoría cuántica española por la razón de que los que hubo, aunque importantes en perspectiva local, no fueron en general significativos vistos desde un enfoque global. Tampoco presentaremos grandes modelos de científicos a emular, aunque sí que los hubo en la física y matemática españolas, pues la literatura existente cubre ya una buena parte de sus biografías. Quizá esta tesis será incluso un poco provocadora hacia el valor que la tradición historiográfica española ha conferido a los científicos más renombrados, y otorgará sin embargo

²²Utilizamos la expresión *menor* no porque nosotros creamos en la existencia de tales científicos menores, sino porque estamos razonando desde el punto de vista de nuestro hipotético historiador.

un papel significativo a autores semiolvidados. El convencimiento de que la grandeza de unos y otros se decide al margen de nuestro examen, nos permite razonar con cierta independencia en la interpretación de las fuentes.

La historiografía más reciente manifiesta un limitado interés por el estudio de las genealogías, de las influencias de unos científicos en otros. Seguramente hay aspectos de la ciencia mucho más interesantes que averiguar en quién se inspiró o a quién estudió tal o cual físico y en qué medida la causa científica que defendió era propia o respondía a su adhesión a una corriente científica y cultural ya iniciada. Los estudios sociales sobre la ciencia abordan el análisis de esta desde una perspectiva, con seguridad más humana, bajo la cual las personas, sus relaciones, sus intereses como individuos y como colectivo configuran el espacio en el que la ciencia se construye y desenvuelve. Probablemente dicho enfoque no es solamente más interesante, sino imprescindible para comprender medianamente la compleja relación de las personas y los colectivos con la ciencia; de la ciencia con la sociedad, e incluso de los científicos con el objeto mismo de su ciencia.

Sin embargo el trabajo de seguimiento de influencias y valoración de los textos, si bien árido en su elaboración y su lectura, no es, por ello, menos valioso. Podrían darse, en su desconocimiento, una inadecuada interpretación a ciertos acontecimientos históricos, la atribución desmerecida de errores o aciertos, la crítica fácil de los resultados ajenos, el demérito injustificado de algunos personajes, por motivos acientíficos, o el enaltecimiento de otros por motivos similares.

En nuestro papel de simples testigos, estudiaremos qué acogida tuvo el aparato matemático de la mecánica cuántica por parte de los diferentes estamentos científicos, cómo se utilizó, lo que se escribió sobre ella y la forma en que se integró en la corriente investigadora y académica de las diferentes disciplinas. Veremos de qué modo los físicos y matemáticos se interesaron por este aspecto de la investigación básica en un entorno dominado inicialmente por la ciencia experimental, en la preguerra, y cautivo de la subordinación de la ciencia a los intereses tecnológicos del nuevo régimen, durante los años inmediatos de la posguerra española.

1.5. Fuentes utilizadas

El conjunto de fuentes de más entidad utilizadas en nuestro trabajo está formado por los artículos académicos y los libros de texto. Tanto los artículos, como los libros representan estados muy particulares del desarrollo científico que en su momento intentaremos esbozar. La relativa homogeneidad de los textos nos ha facilitado estimar la evolución de los mismos a lo largo del tiempo.

Hemos dado prioridad en nuestro análisis a aquellos textos originales de au-

tores españoles, aunque no hemos ignorado el valor de algunas traducciones de obras en otros idiomas; sin embargo nuestro uso de las fuentes se extiende más allá. Nuestro deseo de buscar los nexos de unión entre la física internacional y la física española nos ha obligado a tener presentes cierto número de artículos de revista y libros publicados en otros países.

Las revistas en que los físicos españoles publicaban sus artículos eran mayoritariamente de índole local, dada la poca costumbre de dichos físicos de publicar fuera. Salvo un artículo en *Annalen der Physik* de Palacios, el resto los hemos encontrado en los Anales de las diversas universidades, los Anales de la RSEFQ, y de las diferentes Academias de Ciencias, en la Revista Matemática Hispano-Americana, o en revistas técnicas y de divulgación científica.

Los libros de texto sobre los que hemos trabajado abarcan distintos niveles académicos, desde textos de ámbito universitario hasta otros de nivel académico menos exigente. En ese sentido, como en su momento recordaremos, hemos intentado seleccionar aquellos textos que nos han parecido más representativos sin un criterio predefinido de exclusión o inclusión.

Otro grupo de fuentes lo forman los discursos académicos. Nuestro interés por ellos ha estado motivado por un hecho que vale la pena mencionar: la nueva mecánica cuántica comenzó en España en forma de discurso. Durante los primeros años, esa fue la forma más habitual de comunicar lo que, con algunas aportaciones locales, estaba tomando cuerpo en el centro científico. Los discursos fueron en diferentes ámbitos, principalmente Academias de Ciencias y universidades.

Hemos tenido que recurrir a algunas fuentes de archivo. En general han sido archivos de universidades para la consulta de expedientes académicos o fondos específicos. El archivo digital de la Residencia de Estudiantes nos ha sido también muy útil. La *Library of Congress* de Washington y la *Österreichische Zentralbibliothek für Physik* de Viena nos han proporcionado materiales claves para ciertos aspectos de la investigación.

Hemos podido disponer de algunos programas de estudio de las Facultades de Ciencias existentes en España en aquel momento. Hemos complementado esa información con la existente en los expedientes de oposiciones a cátedras disponibles en el Archivo General de la Administración. También hemos obtenido algunos datos concretos de los diarios oficiales (Gaceta de Madrid, Boletín Oficial del Estado) que nos han permitido datar la cobertura de esas mismas cátedras. El cruce de ambas fuentes parciales no permite un análisis metódico, pero sí ofrece una idea de las tendencias de la física académica de esos años. Esa revisión no forma parte de nuestro trabajo, pero ha sido necesaria para situar el marco de nuestra investigación.

Hemos estudiado cierto número de revistas que nos han ayudado a compren-

der el desarrollo conceptual de la mecánica cuántica en España y la visión que, desde el punto de vista filosófico, se tenía de esa teoría y su grado de matematización. Nos ha parecido oportuno comentar aquí, por su representatividad, algunas aportaciones en la revista *Razón y Fe*.

Por último hemos tenido la fortuna de poder acceder a los archivos familiares de Ramón Ortiz Fornaguera y de José María Íñiguez Almech, que nos han aportado una interesantísima visión de muchos aspectos de la vida de los científicos españoles del período estudiado.

1.6. Cómo hemos estructurado este texto

En este trabajo estudiamos textos relacionados con la mecánica cuántica española, pero no exclusivamente libros de texto. Al hablar de la metodología hemos comentado que nuestra perspectiva se ha situado en el análisis de la componente matemática de los documentos revisados. La necesidad de agrupar los textos de una forma ordenada para poder presentar el resultado de nuestro estudio se ha visto envuelta en dificultades no siempre triviales sobre cuestiones que alcanzan desde el ámbito que conviene tener en cuenta cuando hablamos de mecánica cuántica, hasta cómo clasificar los documentos analizados para presentar su estudio.

Los ámbitos de la cuántica en que nos hemos fijado ya se han citado en la sección dedicada a la metodología.²³

En cuanto a la ordenación de los textos, el marco general de este análisis nos lo ofrecen, indirectamente, García Belmar, Bartomeu Sánchez y Bensaude-Vincent en su trabajo «The Power of Didactic Writings: French Chemistry Textbooks of the Nineteenth Century» (García Belmar *et al.*, 2005, p. 219). La producción científica entraña la comunicación del conocimiento; y la literatura necesaria para esa comunicación se basaría en una larga cadena de escritos para la cual los autores mencionados sugieren la siguiente secuencia: en primer lugar se tendrían las notas de laboratorio, irían seguidas de presentaciones orales en círculos cada vez más amplios, a continuación vendrían los artículos en revistas especializadas, posteriormente se trataría en revistas de divulgación y finalmente el conocimiento pasaría a formar parte de los libros de texto.

Siendo laxos en las categorías y teniendo en cuenta que pretendemos tratar un tema de física teórica –que obligaría a redefinir el concepto de «notas de laboratorio»–, hemos agrupado los documentos analizados en tres capítulos. El primero agrupará las presentaciones orales y los artículos en revista especializada que sugieren los autores mencionados. Este capítulo lo hemos titulado «La

²³Secc. 1.4 «En cuanto a la metodología empleada», p. 15.

comunicación entre académicos» y lo hemos estructurado en dos secciones, una primera dedicada a los discursos (2.1 «Los discursos») y otra a los artículos (2.2 «Los artículos», p. 69).

En el capítulo 3 «Didáctica de la mecánica cuántica» hemos reunido las publicaciones orientadas a la didáctica, como serían los libros de texto. En el mismo apartado hemos incluido las traducciones al castellano de algunos textos y también algunas memorias publicadas en los Anales de las universidades en los que se recogieron trabajos docentes llevados a cabo durante el curso académico del año en cuestión. Donde ha convenido hemos introducido subsecciones para estructurar el contenido y facilitar una lectura selectiva de aquellos apartados que pudieran tener más interés.

Por último, en el capítulo 4 «Otras manifestaciones de la cuántica» se ha dado cabida a unos pocos artículos publicados en revistas no especializadas. Estos se refieren a las derivaciones filosóficas y religiosas de la nueva mecánica.

En general la asignación de un documento a una u otra sección conlleva cierto nivel de arbitrariedad y es siempre discutible. Esperamos haber conseguido una ordenación coherente. En cada capítulo se hace una breve reflexión sobre algunas cuestiones que conviene tener en cuenta para la interpretación de los resultados del análisis. Si algún texto, por su especificidad, ha merecido una consideración especial relativa a su clasificación lo hemos hecho constar así en el apartado correspondiente.

En estos tres capítulos hemos procurado preservar el orden cronológico de los textos tratados en cada uno de ellos.

Los anexos, insertados al final, comprenden un resumen biográfico de algunos autores relacionados con nuestro tema de estudio. No hemos incorporado a los más conocidos por existir múltiples artículos, o incluso monografías, sobre sus vidas. En algunos casos, aun tratándose de autores conocidos, nos ha parecido oportuno mencionar su relación con la matemática de los quanta. En los anexos se desarrollan también algunas cuestiones que por su mayor nivel de detalle matemático no resultaba oportuno mantener en la línea del discurso.

Se observará que la profundidad del tratamiento que hemos hecho de los diferentes textos no es homogénea. Ello obedece a tres factores.

En primer lugar hemos tenido en cuenta la importancia del texto en cuestión para el desarrollo de nuestras tesis. En la medida que hemos apreciado una mayor vinculación del texto con ellas hemos procurado hacer el análisis con mayor detalle procurando así un apoyo más sólido de nuestras conclusiones.

Otro componente que ha tenido un papel no despreciable ha sido la disponibilidad, o no, de fuentes complementarias, tanto primarias como secundarias, que nos hayan permitido un mayor o menor grado de comprensión del texto. Así, por

ejemplo, hemos tenido más elementos interpretativos en el caso de Ortiz, al disponer del archivo familiar, e incluso testimonios de personas allegadas a él, que en el caso de Palacios. En aquellos casos en los que hemos dispuesto de más elementos de juicio probablemente hemos podido aportar mayor riqueza al discurso. Por ello advertimos que no sería correcto interpretar que damos a las diferentes aportaciones más o menos valor científico, o les atribuimos mayor o menor valor histórico, según la mayor o menor atención que les dedicamos en nuestro estudio.

Por último y no menos importante, debemos aceptar que nuestro conocimiento sobre las diferentes cuestiones que se relacionan con esta investigación no es homogéneo, como no lo son tampoco nuestros intereses intelectuales. Ello puede haber aportado cierto desequilibrio entre lo que de unos u otros textos hayamos sido capaces de concluir. Sería un error ver parcialidad en ese desequilibrio.

Esperamos que quienes trabajen en el futuro en este tema de investigación contrapesen con sus aportaciones estas desigualdades.

Capítulo 2

La comunicación entre académicos.

En este capítulo vamos a tratar tanto de discursos como de artículos académicos. La justificación para agrupar discursos y artículos ha sido que los discursos incluidos corresponden a actos académicos, la mayoría en entornos científico-técnicos.¹ Ello los equipararía a los artículos en el sentido de suponer una comunicación entre pares. El estudio conjunto de ambas tipologías nos permitirá hacernos una idea de las redes sobre las que se estructuraba la circulación del conocimiento acerca de la nueva mecánica cuántica.

2.1. Los discursos

En España los discursos tenían una connotación de prestigio social. También cuando estos eran sobre mecánica cuántica. Sin un análisis comparativo nos es difícil saber si la costumbre del discurso científico estaba más o menos extendida que en otros países. En nuestro estudio dicho tipo de comunicación adquiere una relevancia considerable, al constituir, como veremos, una parte importante del intercambio científico, no únicamente con la sociedad civil, sino también entre los integrantes del mundo académico. Que ello fuera porque España estaba en la periferia científica o por la idiosincrasia de la ciencia española es algo que resulta difícil de determinar; pero se hace necesario prestar atención a dicha producción científica pues integró una buena parte de la vida académica de los físicos de la época.

Antes de continuar conviene destacar la ambigüedad de los términos divulgación, vulgarización y sus sinónimos para designar el proceso de transmisión de

¹La regla tiene sus excepciones, como el discurso de Blas Cabrera en la Academia de la Lengua (Cabrera, 1936).

la ciencia. Tradicionalmente se ha utilizado la expresión «divulgación científica» para referirse a la comunicación que la figura del experto hace de la ciencia al no entendido. En ese sentido tal comunicación no pretendería presentar novedades o descubrimientos, ni servir como base para una discusión, ni tampoco confirmar o rebatir otras investigaciones, o aportar información adicional a las mismas, sino simplemente ilustrar al destinatario, generalmente menos informado, en un proceso unidireccional.

La historiografía moderna, sin embargo, más rica en matices, tiende a estudiar la transmisión de la ciencia poniendo el énfasis en el intercambio, muchas veces multidireccional, entre el comunicador y la audiencia. Ese proceso tiende, en ocasiones, a la consolidación de las figuras del experto y del lego.²

Al incorporar los discursos bajo el epígrafe de «comunicación entre académicos» parecemos insinuar que se deben considerar los discursos como piezas didácticas al estilo de las que se podrían dar en una conferencia científica. Veremos que hay en nuestra selección documentos que se podrían incluir en esa categoría, pero aparecerán también otros que la historiografía convencional probablemente rechazaría como comunicación científica.

Veremos en breve que los discursos de los físicos españoles en materia de mecánica cuántica en España no fueron de ningún modo ajenos a la retórica. A continuación revisaremos algunos de Blas Cabrera, Julio Palacios, Esteban Terradas, Ferran Ramon Ferrando, Francisco Vallado y otros autores. El contenido de los mismos, su formato de presentación, el nivel de detalle, las posibilidades de servir como base o no, a posteriores lecciones para pre- o posgraduados y si deben, consecuentemente, ser tratados como comunicación académica o como divulgación científica podría dar lugar a una interesante discusión que dejamos abierta.

2.1.1. Retórica al inicio del siglo. Esteban Terradas y la mecánica estadística

En la introducción se ha puesto de relieve la personalidad de Esteban Terradas y su papel en el devenir de la ciencia española. Vamos a proceder ahora al análisis de algunos de sus textos centrándonos en sus aspectos matemáticos.

Debido a que estos primeros documentos que vamos a estudiar son anteriores a nuestra ventana de observación, nos detendremos únicamente en aquellos detalles

²Al lector con deseos de profundizar en el sentido y devenir histórico de la relación entre ciencia y público, entre expertos y profanos, en un contexto más amplio que el abarcado por nuestro estudio, le resultará interesante el libro *Los públicos de la ciencia: Expertos y profanos a través de la historia* (Nieto-Galan, 2011).

que puedan ser útiles para dar una idea del desarrollo que la mecánica cuántica de Planck había tenido en los años previos al advenimiento de la nueva mecánica.

En esta sección analizaremos dos documentos: en ambos trata Terradas sobre la mecánica estadística, disciplina en la que se reflejaron inicialmente los conceptos cuánticos. Ambos provienen de conferencias dictadas por él. El primero, *Sobre la mecánica estadística*, es una Memoria leída el 27 de octubre de 1908 en el congreso inaugural de la Asociación Española para el Progreso de las Ciencias (AEPPC) (Terradas, 1908).³ El segundo, *Els elements discrets de la materia i la radiació*, recoge una serie de cuatro conferencias publicadas por el *Institut d'Estudis Catalans* (IEC) (Terradas, s.f.), que son casi diez años posteriores a la conferencia de 1908.⁴ Figura como compilador de las conferencias en el I.E.C. el profesor de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona Isidre Pòlit.

En el texto de 1908, *Sobre la mecánica estadística*, Terradas hace una síntesis del texto del físico estadounidense J. Gibbs⁵ *Elementare Grundlagen der statistischen Mechanik* (Gibbs, 1905), si bien resulta curioso que las referencias del autor sean a la edición alemana de 1905 en lugar de referirse a la americana de 1902 (Gibbs, 1902).⁶

Ya desde la introducción utiliza Terradas las ecuaciones de Lagrange y las de Hamilton como medio para deducir las ecuaciones del movimiento a partir de la energía del sistema. Destacamos este hecho, por lo singular que nos parece que cincuenta años más tarde, en 1958, uno de los libros de Física representativos de la época, el de Juan Cabrera (Cabrera, 1943), vio modificada su estructura para dar cabida a la mecánica de Hamilton. Comentaremos más adelante esta significativa desaparición de la mecánica de Hamilton del lenguaje universitario de la Física, que quedará corroborada por los comentarios de Echegaray que en su momento se verán.⁷ Ello motiva nuestro interés en destacar que Terradas utilizaba dicha

³Las vicisitudes del discurso de Terradas y su relación con la nueva física se hallan recogidas con bastante detalle en (Roca Rosell y Sánchez Ron, 1990, p. 33 y ss.).

⁴Roca y Sánchez Ron sugieren como fecha probable del documento el año 1916 (Roca Rosell y Sánchez Ron, 1990). Por la bibliografía que se cita en el libro no pudieron ser anteriores a 1915 y conociendo lo actualizado que solía estar Terradas respecto a lo publicado en el resto de Europa, damos crédito a la datación efectuada por estos autores. Roca le atribuye fecha de 1915 en (Roca Rosell, 1980, p. 386).

⁵Josiah Willard Gibbs (1839-1903). Fue un científico estadounidense conocido por sus trabajos sobre termodinámica, su libro *Elementary principles in statistical mechanics* fue ampliamente difundido.

⁶Es conocida la facilidad de Terradas para los idiomas, en particular su dominio del alemán (Roca Rosell y Sánchez Ron, 2000, pp. 6-7), si nos llama la atención que utilizase la versión en alemán no es por el idioma del texto, sino porque usara una versión traducida, pudiendo acceder a la versión original. Nuestras referencias serán a la edición americana.

⁷Véase la sección 3.15, p. 218.

formulación en 1908 y que lo hacía sin introducción previa, lo cual presupone la aceptación de su uso por el auditorio, en este caso los científicos asistentes al congreso de la AEPPC.

Anticipamos, sin embargo, que Terradas era especialmente proclive a matematizar sus discursos, tal como recordaremos al comentar su lección en el libro de termodinámica de Plans y Freyre,⁸ dando por conocido el contenido matemático del mismo, en ocasiones sin ninguna intención especialmente aclaratoria, demostrativa o didáctica. Esta tendencia contrasta con la actitud de otros docentes, que consideraban la matematización de los discursos como una pretensión de erudición.⁹ El hecho de que la producción textual de Terradas se mueva habitualmente en el terreno del discurso y la lección magistral, si bien puede dar una idea panorámica de la comunicación científica de la época, hace difícil estimar hasta qué punto sus conocimientos fueron representativos de la España científica de su tiempo. La singularidad del personaje abunda más en ese posible distanciamiento.¹⁰

Salvando las distancias y sin que ello suponga restar importancia a los textos de Terradas, quizá es oportuno recordar de nuevo algunos aspectos de la comunicación científica que han sido puestos de manifiesto por Agustí Nieto-Galan cuando afirma:

Aunque resulte paradójico, al ofrecer al público una información exhaustiva y aparentemente interesante y asequible sobre temas científicos muy diversos, se consolida sutilmente el estatus profesional de la ciencia académica, se refuerzan las fronteras entre lo ortodoxo y lo heterodoxo. (Nieto-Galan, 2011, p. 168)

En cualquier caso, independientemente del motivo por el que el autor incluyese más o menos elementos matemáticos en sus discursos, es importante constatar el conocimiento de Terradas de las herramientas que le permitieron situarse con soltura en el panorama de la Física Matemática de su tiempo. Así, en el caso que nos ocupa, el autor utiliza el Teorema de Liouville para establecer la invariabilidad de la densidad de la distribución en el espacio de fases de un sistema de $2n$ grados de libertad. Para esta cuestión en particular cita de forma explícita el libro de Gibbs (Gibbs, 1905).

⁸Véase la sección 3.3.2, p. 120.

⁹Veremos esa cuestión cuando tratemos el caso de Ferran Ramon Ferrando. Véase la sección 3.5, p. 129.

¹⁰Los biógrafos de Terradas, Roca Rosell y Sánchez Ron, hablando de la diferencia entre los conocimientos matemáticos de Terradas y los de sus coetáneos, apuntan que esa diferencia «...no debe sorprender: era consecuencia de la escasa formación matemática de los físicos españoles de la época, así como del no menos escaso interés por la Física de los matemáticos». (Roca Rosell y Sánchez Ron, 1990, p. 50) .

Pero Terradas no se limita a trasladar a su discurso los diferentes elementos que encuentra en Gibbs, sino que aporta elementos que considera que pueden ayudar a la comprensión del concepto. Así, por ejemplo, recurre directamente a Boltzmann cuando se trata de introducir la densidad de probabilidad de las velocidades de las partículas de un sistema dinámico, partiendo de ϵ , la energía del sistema bajo consideración, y de dos constantes, Ψ y Θ , para concluir en su artículo que la densidad de probabilidad f viene determinada por¹¹

$$f = e^{\frac{\Psi - \epsilon}{\Theta}}. \quad (2.1)$$

Para llegar a esta conclusión utiliza un razonamiento en base a la relación de probabilidades de dos «extensiones»¹² que no se encuentra en el texto de Gibbs, el cual se limita a enunciar que dicha distribución

...parece representar el caso más simple concebible, puesto que tiene la propiedad de que cuando el sistema consiste de componentes con diferentes energías, las leyes de la distribución en fase de las diferentes componentes, son de la misma naturaleza; propiedad esta que simplifica enormemente la discusión y es el fundamento de relaciones extremadamente importantes para la termodinámica.¹³

Según L. Navarro (Navarro Veguillas, 1998, p. 155), Gibbs asigna esta distribución canónica porque, siendo una exponencial, cada una de las partes de un conjunto de sistemas independientes satisfará la misma ley que el conjunto.¹⁴ Observamos, pues, que es simplemente el carácter isomórfico de la exponencial el que da sentido a la expresión, tal como intenta probar Terradas recurriendo a argumentos probabilísticos. Terradas volverá a utilizar ese mismo argumento en 1943, en sus *Lecciones sobre física de materiales sólidos* (Terradas, 1943).

Reinterpretando, pues, lo que indica Navarro sobre el papel de la exponencial, podríamos decir que Terradas va un paso más allá que Gibbs, afirmando que la

¹¹(Terradas, 1908, p. 8).

¹²Nos referimos a «extensiones» en el sentido del libro de Gibbs, esto es, los sistemas termodinámicos bajo consideración.

¹³En el original:

...seems to represent the most simple case conceivable, since it has the property that when the system consists of parts with separate energies, the laws of the distribution in phase of the separate parts are of the same nature, a property which enormously simplifies the discussion, and is the foundation of extremely important relations to thermodynamics. (Gibbs, 1902, p. 33)

Las traducciones en las que no hagamos mención explícita de lo contrario son nuestras.

¹⁴El texto de Navarro proporciona una interesante comparación entre la mecánica estadística de Gibbs y la de Einstein.

virtud de la exponencial es su carácter de isomorfismo. Bien es cierto que son pocas las licencias que Terradas se permite, y el texto parece seguir la exposición de Gibbs excepto quizá en las dos últimas secciones.¹⁵

La fidelidad con que Terradas sigue el texto del *Elementare Grundlagen der statistischen Mechanik* refleja, a nuestro entender, el importante interés que tenía por la incorporación a la cultura científica española de la mecánica estadística de Gibbs y del fenómeno de la cuantización de la energía. Esa fidelidad, sin embargo, pone límites a la originalidad de las aportaciones de uno de los personajes más relevantes de la física teórica española del momento. No obstante, teniendo en cuenta que se trata del año 1908 y que Terradas parte de la traducción al alemán del texto de Gibbs, que es de 1905, se ha de reconocer que se trata de un esfuerzo notable. No es de extrañar que fuera Terradas el que en 1933 se encargase de desarrollar el tema asociado a la voz «Mecánica estadística» para la Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana de Espasa. (Roca Rosell y Sánchez Ron, 1990, p. 342).

El segundo trabajo de Terradas, *Els elements discrets de la materia i la radiació* recoge una serie de cuatro conferencias del autor también sobre mecánica estadística. Este texto ha sido analizado por Roca Rosell en (Roca Rosell, 1980), donde estudia, además, las diferencias que presenta con respecto al manuscrito original. En consecuencia trataremos de dar una visión complementaria.

En esta ocasión las conferencias se celebraron en el *Institut d'Estudis Catalans*¹⁶ enmarcadas en las actividades de los *Cursos Monogràfics d'Alts Estudis i d'Intercanvi* organizados por el *Consell de Pedagogia de la Mancomunitat de Catalunya*.¹⁷

Las conferencias versaron sobre los temas siguientes:

¹⁵Otro nexo que evidencia la relación del texto de Terradas con el de Gibbs viene en la página 10 del primero en que explica el origen de la fórmula:

$$(2\pi\Theta)^{\frac{1}{2}} \int e^{\frac{\Psi-\varepsilon q}{\Theta}} \frac{\partial(p\dots)}{\partial(u\dots)} dq \quad (2.2)$$

si bien con algunas diferencias respecto de la fórmula (136) del texto de Gibbs (Gibbs, 1902, p. 52).

¹⁶El hecho de que las conferencias se celebraran en el I.E.C. y se publicaran en catalán no es insignificante y muestra el interés de la sociedad catalana por dotarse de la mayor relevancia científica. Una buena aproximación a los aspectos social e institucional de la física en Cataluña puede verse en el artículo de Roca, Navarro y Roqué «La física com a nova frontera i com a servei» (Roca Rosell *et al.*, 2009)

¹⁷Las relaciones de Terradas con el *Institut d'Estudis Catalans*, y con la *Mancomunitat de Catalunya* se pueden seguir en (Roca Rosell, 1988) y (Roca Rosell y Sánchez Ron, 1990, p. 61 y ss.), donde asimismo se encuentran referencias a los «Cursos Monogràfics d'Alts Estudis i d'Intercanvi».

- Generalidades sobre la hipótesis de los elementos discretos
- Teoría de los gases monoatómicos
- Teoría de la radiación de Planck
- Teoría del cuerpo sólido monoatómico de Debye

Para la parte de la mecánica estadística, Terradas referencia el libro de Planck *Acht Vorlesungen über theoretischen Physik* (Planck, 1910)¹⁸. En esta ocasión Terradas es más explícito que en sus discursos anteriores a la hora de trasladar el texto original. Prueba de ello son, además de las referencias a los trabajos utilizados como fuente, la precisión con que resuelve algunos pasajes de su explicación. Concretamente, en su segunda conferencia, Terradas desciende al detalle en el tratamiento del cálculo de la ecuación de estado para un gas monoatómico. Al igual que hace Planck, considera la distribución espacial de un gas en elementos de volumen y hace un recuento de las diferentes posibles distribuciones de un determinado número de moléculas de gas en los diferentes elementos de volumen.¹⁹ Sin embargo, a diferencia de Planck que ejemplifica con un caso sencillo su argumentación, Terradas no desciende a utilizar el ejemplo. En lugar de ello incorporó aclaraciones a algunos aspectos matemáticos sencillos que, por la inconveniencia de entrar en los detalles ante según qué público, supuso más oportuno relegar al final del texto impreso de la correspondiente conferencia. Teniendo en cuenta que los textos de Terradas no son, en general, fáciles de seguir, consideramos este como uno de los más didácticos de este autor referidos a la teoría cuántica –en este caso la de Planck–, y el que muestra mayor madurez y rigor científicos.

¹⁸El libro en cuestión recoge las conferencias que entre abril y mayo de 1909 ofreció Planck en la Universidad de Columbia (Nueva York) (Hoffmann, 2013). Dichas conferencias fueron resultado de un programa germano-americano de intercambio iniciado en 1905 y ampliado posteriormente para incluir un intercambio especial entre la Universidad Friedrich-Wilhelms de Berlín y la Universidad de Columbia. Su publicación no se hizo demorar, siendo editadas en 1910 y traducidas posteriormente al inglés y publicadas en ese idioma en 1915 bajo el título *Eight lectures on theoretical physics* (Planck, 1915). El contenido, según declaración del propio Planck, se centró en aquellos temas en los que él se sentía mejor preparado y cuya posible falta de conexión no representaba un problema. Los temas recogidos comprenden: reversibilidad e irreversibilidad, equilibrio termodinámico en soluciones diluidas, teoría atómica de la materia, ecuación de estado de un gas monoatómico, radiación del calor en las teorías electrodinámica y estadística, principio de acción mínima y relatividad. En particular Terradas utiliza el texto de la cuarta lectura de Planck en su II conferencia.

¹⁹Técnicamente Terradas se estaría refiriendo a lo que en lenguaje actual se conoce como permutaciones con repetición, si bien no cita de forma explícita la teoría combinatoria (como tampoco hace Planck).

2.1.2. Blas Cabrera en el momento actual de la física

Vamos a hablar ahora brevemente de un discurso de Blas Cabrera del año 1921 con el título *El momento actual de la física* (Cabrera, 1921). Este documento es aún anterior a nuestra ventana de investigación, pero la relevancia del personaje aconseja señalar algunos detalles del mismo.

Se trata de un discurso leído en la solemne sesión inaugural del curso académico de 1921-22 en la Real Academia de Ciencias Exactas Físicas y Naturales. Uno de los aspectos que nos resultan destacables es el interés que tenía en la promoción de la ciencia ante la sociedad. Este queda patente desde los primeros párrafos, en los cuales Cabrera introduce el asunto diciendo que el objetivo de su discurso, más que hablar de su ámbito de investigación, es «hacer la propaganda de la Ciencia, contribuyendo a despertar el deseo de su estudio, tanto para la recluta de sus futuros elaboradores, como para la creación de un ambiente que haga posible su vida» (Cabrera, 1921, p. 8).

Advertimos en las palabras de Cabrera la necesidad que él veía de mantener la atención de la sociedad por la actividad científica. Veremos que esta inquietud es una constante en los autores de la época que vamos a estudiar.

Poco después, Cabrera ve la conveniencia de concretar en qué consiste esa ciencia de la que hace propaganda. Para ello, hablando de la estructura del conocimiento científico, afirma que el contenido de la ciencia puede reducirse a un esquema de postulados independientes basados en la experiencia y que son «la primera materia a que ha de aplicarse nuestra actividad mental levantando el edificio de la Ciencia, sin más preocupación que el rigor lógico de los razonamientos, asegurado por la técnica matemática» (Cabrera, 1921 p. 10).

Es interesante la confianza depositada por Cabrera en la técnica matemática, que se verá confirmada por otros discursos suyos, aunque nos es difícil decidir la importancia que otorga a esa técnica. Más adelante, tras hablar de la imposibilidad de extrapolar los postulados de la ciencia clásica a la actual teoría atómica (del microcosmos), alaba el atomismo del físico francés Perrin²⁰ y la mecánica estadística de Gibbs sin entrar en detalles sobre ellas.

Tras tratar el tema del éter y entrando en materia más próxima a nuestro trabajo, pasa a alabar el modelo atómico de Bohr, mencionando la importancia que para su estudio tienen los análisis espectrográficos y la adopción, como postulado fundamental, del quantum de acción de Planck:

Ya en este camino, muy pronto hubo de reconocerse que la ciencia clásica

²⁰Jean Baptiste Perrin ((1870-1942). Físico francés que se significó por sus trabajos sobre la discontinuidad de la materia. El valor de estos trabajos fue reconocido con el Premio Nobel de Física de 1926.

era impotente para resolver el problema trascendental a que vengo refiriéndome [el de la organización electrónica del átomo], y ha sido el mérito de Bohr dar el primer paso en una nueva senda, adoptando como postulado fundamental la discontinuidad de la acción dinámica, cuya unidad natural es el *quantum* de Planck, lo mismo para determinar los elementos de las órbitas estacionarias de los electrones que para regir los procesos de emisión y absorción de energía que acompañan a los cambios de organización del sistema. (Cabrera, 1921 p. 22)

A continuación comenta la existencia de isótopos sin profundizar en ella.²¹ Es significativo el énfasis que Cabrera pone en los aspectos cuánticos de la materia, manifestados en los últimos párrafos:

El modelo del átomo que acabo de bosquejar se ha elaborado utilizando como elementos constructivos el electrón y el protón, y la ciencia que sirve para estructurarlo, en la parte que hoy es dable hacerlo, admite como postulado esencial la existencia del *quantum* de acción. (Cabrera, 1921 p. 27)

Respecto al *quantum* basta repetir que significa la atribución de una divisibilidad limitada para la acción dinámica, magnitud que ha venido a nuestro conocimiento, no por intuición directa, sino creada por una Ciencia en la cual la continuidad es el postulado necesario de sus razonamientos. (Cabrera, 1921 p. 28)

Y en el último párrafo de su discurso concluye:

Con esto resulta bien claramente confirmado que electrón, protón y *quantum*, las últimas realidades en que la naturaleza se descompone, permanecen sumidas en el misterio, no obstante la innegable existencia de estas entidades. (Cabrera, 1921 p. 30)

Un resumen de lo que Cabrera aporta a nuestra visión del estado de la teoría de los quanta en España con anterioridad a 1925 es que las realidades cuánticas estaban firmemente asentadas sobre la existencia de partículas elementales, la discontinuidad de la materia y el *quantum* de acción. Aun así, el apego que todavía se tenía a los principios de continuidad de la Física Clásica queda de manifiesto cuando apela a ella como «postulado necesario de sus razonamientos». Veremos que ese apego era común a otros Físicos.²²

²¹Recordemos que el neutrón no había sido plenamente identificado a la fecha del discurso de Cabrera, y que en el momento en que se produce su discurso se consideraba la posibilidad de coexistencia de un electrón y un protón para justificar la masa de los isótopos. Rutherford, que fue quien sugirió la concentración de masa del núcleo, nos permite hacernos una idea de la situación en esa fecha en (Rutherford, 1920).

²²Pedro Carrasco, catedrático de Física Matemática de la Universidad de Madrid era uno de

2.1.3. La cuántica en el seminario. Materia y energía del presbítero Francisco Vallado Ordovás.

Presentaremos ahora en esta sección de discursos un ejemplo que ilustra la permeabilidad de la cultura española a la mecánica cuántica. El documento del que trataremos se publicó en forma de libro bajo el título *Materia y energía: discurso leído en la Solemne inauguración del Curso Académico de 1930 a 1931 en el Seminario-Universidad Pontificia de Zaragoza* (Vallado Ordovás, 1930).

El discurso fue pronunciado por el presbítero Dr. Francisco Vallado Ordovás.²³ Está descrito por el editor como un «Ensayo de vulgarización de la Teoría Electrónica de J.J. Thomson sobre la estructura íntima de la materia y sus relaciones con la energía según la Teoría de la Relatividad de Einstein» (Ib., p. 1).

Por su interés para esclarecer las relaciones entre el pensamiento filosófico-religioso de la Iglesia española en esa fecha y la nueva mecánica cuántica reproducimos algunos párrafos que se analizan a continuación.

En el capítulo «I-Enunciado general del asunto objeto de este estudio», explica algunas de las novedades de la teoría atómica:

El tema en cuestión, puede sintéticamente enunciarse en esta forma: «*La materia, tal como la hemos concebido hasta ahora, no existe. La materia es la energía misma; pues estando los cuerpos constituidos por partículas, éstas por moléculas, éstas por átomos; y siendo el átomo un sistema de cargas eléctricas positiva y negativas (protones y electrones), llegamos en definitiva a la conclusión de que la materia no es más que electricidad(1); y la masa de un cuerpo no es otra cosa que efecto de la energía contenida en él(2)*». (Ib., p. 7)²⁴

Continúa planteando lo que es central a su discurso ¿cómo enfrentarse intelectualmente a esas novedades?:

Ahora bien, como profesor de Química y expositor imparcial de doctrinas y teorías, consideraría incompleto mi trabajo de vulgarización de la Teoría electrónica si dejara insatisfecha esta duda, esta ansiedad, que seguramente

ellos. Aunque Carrasco no fue nombrado académico de la RACEFN hasta 1929, no descartamos que la expresión de Cabrera sea una concesión a los que, como Carrasco, sentían cierto apego al continuismo. Véase la sección 3.8.1 «El átomo de hidrógeno», p. 153.

²³Francisco Vallado Ordovás (1888-1955). Fue profesor de Química en el Seminario Conciliar de Zaragoza. Fue autor, pasado el tiempo, del libro *Fácil acceso al estudio de la química*, del cual nos consta una tercera edición en 1949 (Vallado Ordovás, 1949) y de otra memoria: *El petróleo en España*, de 1953.

²⁴La cursiva es del original. Las citas se refieren (1) a Gibson: *La ciencia al día* y (2) a Lämmel: *Fácil acceso a la Teoría de la Relatividad*.

brotará en la mente de los que tengan la paciencia de escucharme con atención e interés al oír, quizá por vez primera, hipótesis y teorías tan peregrinas como atrevidas: *¿Qué grado de asentimiento podemos y debemos prestar a estas conclusiones de la llamada Ciencia «de vanguardia»?* O en otras palabras: *¿podemos esperar sin temor alguno el éxito definitivo de tales hipótesis, tan nuevas como hermosas?* ¿Se deben considerar como definitivas las conclusiones que se deducen de las enseñanzas de Thomson y Einstein? O al menos, *¿es posible estudiarlas sin faltar al precepto del Apóstol: «Non plus sapere quam oportet sapere, sed sapere ad sobrietatem»?*²⁵ (Ib., p. 7)

Pero el autor, tras dejar constancia la reticencia a la que se enfrentaban las nuevas teorías, sale en defensa de los profesionales de la física:

He dicho antes, que iba a hablar de hipótesis y teorías, avaladas -es cierto- por multitud de experiencias de Laboratorio, cuyos resultados, ciertos unos, dudosos otros, pero todos ellos admirables, maravillosos y, aún diría mejor, sensacionales, no tienen todavía la fuerza suficiente para elevar a la categoría de sistemas inmovibles a aquellas teorías e hipótesis.

Pero es el caso, Señores, que muchos, aun entre los estudiosos, fruncen el ceño y en sus labios se dibuja una mueca que quiere ser sonrisa, mezcla de escepticismo y desprecio, cuando oyen hablar de hipótesis, de teorías que no aportan conclusiones ciertas e incontrovertibles, que dejan su ánimo en suspenso: en una palabra, que no les permiten descansar cómodamente en el apacible y deleitoso alcázar de la certeza. Estos tales niegan beligerancia a las teorías, no les conceden ninguna importancia práctica, y menos mal si no tildan a sus autores de locos, aventureros o piratas de la Ciencia, cuando en realidad y casi siempre son sus más esforzados adalides.

Nada más falso y más injusto: pues ocurre precisamente lo contrario. En las ciencias experimentales *«una teoría es - dijo Boltzmann- una exposición de hechos lo más práctica posible»*. (Ib., p. 7-8)

Tras un breve repaso de las teorías de Ohm, Lavoisier y Dalton, hace una llamada en pro de la aceptación de las novedades científicas:

Después de cuanto llevo dicho, no creo, Señores, que entre vosotros haya uno solo que ponga en tela de juicio la utilidad e importancia de las hipótesis y teorías. En consecuencia, cuando dentro de breves instantes me oigáis hablar de teorías e hipótesis atrevidas (cuyos autores han sido fichados como revolucionarios de la Ciencia por algunos inconsiderados [...]), espero

²⁵«No hay que saber más de lo que conviene saber, sino que hay que saber con sobriedad». El énfasis es del original.

no las rechazaréis, considerándolas siquiera como instrumentos del adelanto científico [...] utilísimos mientras no se disponga de otros mejores. (Ib., p. 11)

Estas palabras ponen de manifiesto que las nuevas teorías físicas que se estaban recibiendo entonces en España sí que se vieron afectadas, si no por el rechazo abierto, al menos, por el escepticismo de ciertos sectores de la sociedad. Como veremos un poco más adelante, el autor no alude únicamente a la teoría de los quanta, sino que sus palabras se refieren también a la teoría de la relatividad.

Tras diversas citas con las que respalda su tesis de que los descubrimientos de la ciencia no contradicen el plan de la creación, el autor menciona también la teoría de los quanta preguntándose acerca de la discontinuidad de la energía:

¿Sucede algo semejante [a la discontinuidad] con la energía? Podemos afirmar rotundamente que sí. La Teoría llamada de los «quanta» ideada y desarrollada por el físico Plank así lo demuestra. Esta famosa Teoría que tan importante papel desempeña en la físico-química, razón por la cual ha sido rápidamente adoptada por los físicos, partiendo de ciertos experimentos de radiación térmica y luminosa [...] ha demostrado que la energía no es cedida de modo continuo sino escalonadamente, en porciones llamadas «quantas» de energía, lo cual prueba que también la energía tiene un modo de estructura atómica. (Ib., p. 80)

En la línea de lo manifestado en su introducción, diríase que al autor le gustaría, en beneficio del auditorio, presentar una teoría más cerrada, que no se presentase a discusión. Así, hablando de las diferentes dificultades de la investigación expuesta habla de las esperanzas y temores de sus oyentes afirmando:

Estos y otros episodios a cual más interesante de esta gloriosa Epopeya científica, a la vez que hablan muy alto del entusiasmo y laboriosidad de sus protagonistas y colaboradores, envuelven nuestro ánimo en una niebla formada de esperanzas y temores que nos hacen dudar si estamos en la alborada o en el ocaso del Sol de la Verdad. (Ib., p. 85)

Esperanzas y temores que no sabemos si con su comentario final se verían disipados en el auditorio:

En esto como en todo, vuestra conducta ha de huir de los dos extremos. No habéis de abrir de par en par e incondicionalmente vuestras inteligencias al primero que llame a ellas, dejándoos llevar por ese prurito de novedad que se llama «neofilia» o afición a todo lo nuevo. Los nombres tristemente célebres de los Sacerdotes Loisy (francés) y Murri (italiano), condenados como modernistas por el bondadosísimo Pontífice Pío X (de santa memoria), debe

serviros de saludable aviso [...] pero tampoco habéis de caer en el extremo opuesto: no os domine la inercia mental que «encuentra desagradable o difícil reconocer la verdad de lo que nunca pensó que existiera»(1); ni el espíritu de Escuela, ni ese odio a lo nuevo que César Lombroso bautizó con el nombre de Misionéismo.

Sean vuestra norma en materia tan delicada estas sabias palabras del insigne dominico aragonés Fray Luis Urbano [...] «No rechacemos jamás doctrina ninguna sólo porque nos parezca nueva al ser desconocida por nosotros; ni creamos por ello que es falsa». (Ib., pp. 86-87)

En conjunto, el discurso de Vallado permite intuir, por un lado, la existencia de ciertas resistencias, entre el escepticismo y quizás el rechazo abierto, en la aceptación de las nuevas teorías y, por otro, que dichas tensiones no venían inducidas por la jerarquía eclesiástica española. De alguna manera, esta trataba de dar carta de normalidad a las novedades en aquellos aspectos de la física relacionados con nuestro estudio. La prudencia del autor, y las menciones de Loisy y Murri, son manifestaciones de la cautela con la que la Iglesia española acogía este tipo de primicias.²⁶

Profundizar en el origen de dichas tensiones sería una interesante línea de investigación. Por nuestra parte asumiremos que esas tensiones se manifestaron también en el debate público, pero nos limitaremos a una revisión de lo que ese debate recogió en alguna revista de carácter humanístico.²⁷

2.1.4. El aterrizaje de la nueva mecánica cuántica en la Academia de Ciencias. Julio Palacios en la ACEFN

El discurso de Palacios del que ahora nos ocuparemos (Palacios y Cabrera, 1932) fue pronunciado el 8 de abril de 1932 con motivo de su recepción como académico de la Academia de Ciencias Exactas Físicas y Naturales. El tema que centró el discurso fue el principio de indeterminación de Heisenberg. La contestación a Palacios estuvo a cargo de Blas Cabrera, lo que nos dará ocasión para pulsar la reacción pública de Cabrera frente a dicho principio.

²⁶ Alfred Loisy (1857-1940), sacerdote y teólogo francés excomulgado de la Iglesia Católica en 1908 por modernista. Romolo Murri (1870-1944), sacerdote y político italiano al que se atribuye la fundación de la Democracia Cristiana, fue suspendido *a divinis* en 1907 y excomulgado por Pio X en 1909. Fue revocada su excomunión por Pío XII en 1943. Si bien los ámbitos de disensión con la jerarquía eclesiástica de Loisy y Murri quedan fuera del entorno científico, no deja de ser significativo que Vallado los cite a modo de advertencia.

²⁷Secc. 4 «Otras manifestaciones de la cuántica», p. 229.

Las ideas de Palacios están tomadas, fundamentalmente, del libro de Heisenberg que resume las conferencias que este dio en Chicago en la primavera de 1929.²⁸ Para dar una idea de la importancia del tema que aborda, Palacios comienza haciendo un paralelismo entre la teoría cuántica y la teoría de la relatividad:

Dos grandes teorías ocupan actualmente la mente de los mayores ingenios que al cultivo de la física se dedican. Una, la teoría de la relatividad, ha tenido en España eximios comentaristas, algunos de los cuales, como los Sres. Cabrera y Plans pertenecen dignamente a esta Academia. Yo me propongo, señores académicos, decir algo acerca de la novísima teoría de los cuantos, fijándome, en especial, en una de sus consecuencias que, por su trascendencia, ha merecido el nombre de *principio de indeterminación*. (Palacios y Cabrera, 1932, p. 7)²⁹

Inmediatamente justifica la importancia del principio sobre la base de su utilidad experimental:

Evidentemente, ningún hombre de ciencia hubiera pensado en sentar un nuevo postulado que se hallara en pugna con nuestras ideas preconcebidas, si no se hubiese visto inducido por razones poderosísimas [...] de modo que su justificación ha de buscarse, principalmente, en la importancia de los conflictos lógicos que ha permitido resolver. (Ib., p. 7)

A continuación, el autor se remonta históricamente para explicar la hipótesis de Planck. En este terreno se desenvuelve con soltura en la historia de la cuántica, lo cual se explica sin dificultad, considerando que ya había traducido el libro *Termodinámica* de Planck (Planck, 1922) y el de *Teoría de los quanta* de Reiche (Reiche, 1922).

En el análisis histórico aprovecha para mencionar la mecánica de matrices de Heisenberg en la que podría ser la primera referencia en España a esa formulación de la mecánica cuántica.

Mientras la mecánica de matrices de Heisenberg daba los primeros y afortunados pasos, Dirac trataba de elaborar una mecánica cuantista racional utilizando un instrumento matemático distinto. Descubrió que las condiciones

²⁸El libro original en alemán es (Heisenberg, 1930a). Existe también una edición en inglés de la University of Chicago Press de 1930. Dado que Palacios conocía ambos idiomas pudo utilizar cualquiera de las dos. Nosotros hemos contrastado el texto de Palacios con la reimpresión de 1949 (Heisenberg, 1930b) de la traducción al inglés.

²⁹La cursiva es del original.

cuantistas para un sistema múltiplemente periódico, podían expresarse por medio de los llamados «paréntesis de Poisson», usados ya en la mecánica clásica, que tienen la propiedad de ser invariantes con respecto a cualquier transformación canónica de las coordenadas y de los momentos y con cuya ayuda pueden expresarse todos los coeficientes diferenciales que intervienen en las ecuaciones de movimiento. Con ellos se logra conservar en la nueva mecánica cuantista la forma canónica o hamiltoniana de las ecuaciones. (Ib., p. 18)

Como se puede deducir del párrafo anterior, Palacios era muy consciente de la importancia que el aparato matemático tenía en la nueva mecánica. Las siguientes afirmaciones lo confirman:

Tanto Heisenberg como Dirac preocupáronse, en primer término, en buscar un instrumento matemático adecuado al problema que se trataba de resolver, procurando no modificar las ideas básicas sino lo estrictamente indispensable. En particular, el misterio de la doble naturaleza del fotón de Einstein, partícula y onda al mismo tiempo, no entraba en su teoría. (Ib., pp. 18-19)

Palacios también menciona a De Broglie para dejar patente la importancia de la onda de materia:

Todos saben que la idea genial de De Broglie, que valió a su autor el ser recompensado con el Premio Nobel, consiste en considerar toda partícula material como algo pulsátil que hace vibrar sincrónicamente todo el espacio. Basta luego suponer que la partícula se mueve con respecto a un observador para deducir que lleva consigo una onda asociada de longitud perfectamente determinada. (Ib., p. 19)

Pero siguiendo el curso histórico de los acontecimientos, Palacios considera la onda de materia como un paso provisional hacia la formulación más elaborada de Schrödinger:

Schrödinger recogió las ideas de De Broglie y se propuso construir una mecánica en la que, en vez de considerar el electrón como un punto que se mueve en el espacio sometido a fuerzas determinadas, fuese tratado como una onda, estableciendo a este fin una ecuación diferencial que debía ser satisfecha por la «función de ondas ψ » y en la que figura la energía W como parámetro. Quizá la novedad más sorprendente de esta teoría consiste en que, de momento, no atribuyó su autor significación ninguna a dicha función ψ , a pesar de ser la que pudiéramos llamar protagonista en dicha ecuación diferencial; ni siquiera se trata de averiguar su valor, sino más bien se buscaban los llamados valores propios (Eigenwerte) del parámetro W , es decir,

los valores que era preciso atribuirle para que la ecuación tuviese una solución continua, única y limitada en todo el espacio. Los valores propios de W resultan ser los niveles energéticos del átomo. Más adelante dio Born una interpretación física de la función de ondas ψ , y según la cual, su cuadrado $|\psi|^2$ no era otra cosa que la densidad de carga que la presencia del electrón producía en cada punto del espacio.³⁰ (Ib., pp. 19-20)

En general resulta notable el grado de asimilación de los conceptos de la nueva mecánica cuántica por parte de Palacios, teniendo en cuenta lo reciente de los desarrollos de los cuáles está hablando.

Asimismo vemos en este discurso la primera manifestación de la toma de conciencia de las dificultades para compaginar la mecánica de matrices de Heisenberg con la mecánica de ondas de Schrödinger:

Poco después de haber expuesto su teoría mostró Schrödinger el punto de enlace con la mecánica de matrices de Heisenberg, e hizo ver cómo usando las funciones propias ψ_1, ψ_2, \dots correspondientes a los valores propios W_1, W_2, \dots de W , podían hallarse las matrices de Heisenberg por una serie de cuadraturas. (Ib., p. 20)

Y acaba enunciando con claridad la preferencia que sentían los físicos de la época por la mecánica ondulatoria:

Estos éxitos hicieron que pronto lograrse gran crédito «la mecánica ondulatoria de Schrödinger». Lo que más fuerza le da es el utilizar las ecuaciones diferenciales, que constituyen un auxiliar mucho más perfeccionado que las matrices. (Ib., p. 20)³¹

Palacios continua su discurso abordando el principio de indeterminación. Para el autor está claro que hay una diferencia entre la teoría cuantista anterior a Heisenberg, y la implicada por los desarrollos realizados desde 1925, si bien su percepción de esa diferencia no resulta evidente en el discurso:

La idea directriz que condujo a Heisenberg a la elaboración de su mecánica de matrices, se desprende claramente de la lectura de su teoría de la dispersión publicada poco antes^[32]. Sigue en ella los procedimientos un poco arbitrarios que caracterizaban la que pudiéramos llamar época cuantista

³⁰ Años después los físicos españoles considerarán que la función de ondas no tenía un sentido físico, sino matemático. En la sección dedicada a García Santesmases leeremos que en opinión de este: «Realmente, pues, la función de onda es una especie de artificio de cálculo, pero un artificio de carácter estadístico». Véase la sección 3.8, «Conceptos modernos sobre ondas y corpúsculos de José García Santesmases», p. 149.

³¹ El entrecomillado es del original.

³² Palacios se está refiriendo aquí a (Kramers y Heisenberg, 1925).

preheisenbergiana, en los que se utilizaban conjuntamente los principios de la mecánica clásica y los postulados cuantistas, estableciendo con el principio de correspondencia de Bohr un puente o punto de enlace entre los mismos. (Ib., p. 22)

Las aclaraciones que siguen a lo anterior no aportan gran información adicional respecto de la interpretación que Palacios podría estar haciendo de la teoría de Heisenberg, pero demuestran su conocimiento sobre el problema de los no observables que Heisenberg enfatizó en su artículo de 1925:³³

Así, en el trabajo que nos ocupa, planteó y resolvió Heisenberg el problema por los métodos clásicos, considerando el átomo como un sistema múltiplemente periódico, perturbado por una radiación incidente y calculó el resultado en función de las frecuencias y amplitudes de las rayas espectrales, que constituyen el verdadero dato experimental. Heisenberg se propuso entonces aplicar el principio de correspondencia desde el momento en que se planteaba el problema, con objeto de no introducir a sabiendas magnitudes que, como las características de las órbitas, no pueden ser observables y carecen, en consecuencia, de realidad física. (Ib., pp. 22-23)

A continuación traslada con precisión al lenguaje matemático lo que entiende por un sistema múltiplemente periódico, si bien se ciñe al ámbito de la mecánica clásica, siguiendo el artículo de Kramers y Heisenberg ya mencionado (Kramers y Heisenberg, 1925):

Decir que el átomo se comporta como un sistema múltiplemente periódico, significa, en el lenguaje de la mecánica clásica, que los valores que una cualquiera de las coordenadas generalizadas q_k o del momento correspondiente p_k toma al transcurrir el tiempo, pueden expresarse por un desarrollo de Fourier

$$q_k = \sum q_{\tau_1, \tau_2, \dots}^{(k)} e^{2\pi i(\tau_1 v_1 + \tau_2 v_2 + \dots)t} \quad (2.3)$$

donde v_1, v_2, \dots , son las frecuencias fundamentales del sistema y τ_1, τ_2, \dots , números enteros cualesquiera. (Ib., p. 23)

Esta representación muestra la dificultad, según explica Palacios, de incorporar en el modelo unas supuestas frecuencias y amplitudes de movimientos de los

³³Según Heisenberg, la teoría no debía buscar modelos geométricos basándose en datos no observables, sino únicamente debía permitir trabajar con los datos observables para obtener resultados a partir de ellos. En esos momentos los principales datos para el conocimiento de la estructura atómica se obtenían de los experimentos espectrográficos, de ahí que las intensidades y las frecuencias fueran tan importantes para la teoría.

electrones que son inaccesibles a las observaciones, siendo, además libres las frecuencias que permitirían el cálculo preciso de la posición q_k . Ello estaría pasando por alto la relación entre las frecuencias observadas y recogidas en el modelo de Bohr como:

$$h\nu(m, n) = W_m - W_n. \quad (2.4)$$

A consecuencia de lo anterior Palacios argumenta la necesidad de la nueva mecánica cuántica diciendo:

Notemos ahora que, según toda la información recogida en la que pudiéramos llamar primera etapa cuantista, cada estado estacionario resulta de combinar adecuadamente los números cuantistas correspondientes a los distintos electrones, de donde resulta su analogía inmediata con los armónicos del sistema múltiplemente periódico de la mecánica clásica. Sin embargo existe una diferencia fundamental, pues mientras en esta última podíamos establecer una correspondencia unívoca entre los armónicos y las respectivas frecuencias, el principio de combinación obliga a relacionar cada frecuencia espectral $\nu(mn)$ con dos estados estacionarios m y n . Dicho de otro modo; en mecánica clásica podemos escribir en una sola línea la serie completa de armónicos, determinado cada uno por una combinación de números enteros τ_1, τ_2, \dots y atribuir a cada armónico la frecuencia $\tau_1\nu_1 + \tau_2\nu_2 + \dots$. Tal representación es imposible en mecánica cuantista y lo más parecido consistirá en construir una especie de tabla de doble entrada en la que, tanto las filas como las columnas, estén encabezadas con los símbolos m y n que sirvan para designar los distintos estados estacionarios y cuyos elementos sean de la forma

$$q(mn)e^{2\pi i\nu(mn)t}$$

con lo cual resulta que toda coordenada o momento queda representada, en función del tiempo, por una ordenación de términos dispuestos como los elementos de una matriz. (Ib., pp. 24-25)

Resulta interesante analizar el párrafo anterior de Palacios para tomar conciencia de la finura de su percepción, que veremos confirmada en los párrafos siguientes.

Vemos que lo primero que hace es utilizar la mecánica clásica como referente de la cuántica, apoyándose en la serie de Fourier en que se puede desarrollar una función de onda. Usa para ello un lenguaje lo suficientemente ambiguo que, sin aclarar en qué consiste realmente la relación, consigue, sin embargo, dejar claro que la representación matricial no puede interpretarse en el mismo sentido que la serie de Fourier en mecánica clásica.

Por otro lado, es relevante señalar que Palacios no se refiere en ningún momento a electrones vibrantes ni a resonadores, y que habla de «estado estacionario», pero no se refiere al estado estacionario *del electrón* sino de que tal estado resulta de combinar adecuadamente «los números cuantistas». Vemos que está huyendo de hablar de órbitas estacionarias. Tal elusión no es casual y denota que Palacios era consciente de la complejidad del entorno en que se movían las nuevas teorías.

Observaremos en los párrafos siguientes que no únicamente conocía sus debilidades, es decir, aquellos aspectos que la teoría no sustentaba (como el de las órbitas o los resonadores), sino que conocía ya también algunas de sus fortalezas.

Sin embargo, la presentación matricial de la teoría le causaba alguna dificultad en la presentación, pues poco después se ve en la necesidad de aclarar que las series de Fourier de matrices no tienen el sentido que pudiera atribuírseles en la mecánica clásica:

En mecánica clásica, en efecto, cada término del desarrollo representaba un movimiento posible y bastaba aplicar el principio de la composición de los pequeños movimientos para deducir que el valor de una coordenada en un instante dado debía ser la suma de la serie correspondiente. En las matrices, por el contrario, las matrices no representan movimientos posibles en el átomo, sino que se refieren a datos de observación (frecuencias e intensidades) recogidos durante la transición entre dos estados estacionarios, y, en consecuencia, carece de sentido el tratar de sumarlos. (Ib., p. 25)

Observamos que la claridad con la que el autor expone lo que no son las matrices, contrasta con el conflicto que le supone la explicación de cuál era su significado. Esta dificultad podría tener alguna relación con la simplicidad que Palacios otorgaba al álgebra de matrices, de la que dice «encontrar[se] en estado verdaderamente rudimentario, pues se reduce a dos algoritmos: la suma y la multiplicación» (Ib., p. 28). Sabemos por los artículos originales de Born-Jordan (Born y Jordan, 1925) y Born-Heisenberg-Jordan (Born *et al.*, 1926) que ya se habían definido otros conceptos analíticos como las derivadas de matrices o las integrales de matrices utilizadas por Born y Wiener en su artículo sobre la utilización de la mecánica de estas estructuras en fenómenos no periódicos (Born y Wiener, 1926). De hecho, el mismo Palacios utiliza la idea de derivada de una matriz poco después de hacer esta afirmación.

No interpretamos esta dificultad en términos de las capacidades del autor que, para nosotros, están fuera de toda duda, sino más bien de acuerdo con las circunstancias de la conferencia –recordemos que de hecho era un discurso– y de la diversidad del auditorio, en el que se hallaban científicos de muy diferentes especialidades.

A continuación introduce ya Palacios uno de los elementos esenciales de su discurso:

Esto significa que debemos renunciar a saber cuánto valen en un instante dado las coordenadas generalizadas o los momentos de un electrón que forma parte de un átomo lo cual es lógico si, como elemento informativo, sólo disponemos de los datos espectrales.

Al representar una magnitud por una matriz, renunciamos a saber cuánto vale en un instante dado. (Ib., p. 25)³⁴

Vemos que el autor conoce la limitación que supone recurrir a los datos espectrales que, en definitiva, solamente le proporcionan frecuencias de transición, y la dificultad que representa deducir de ellos conclusiones de índole cinemática o dinámica.

Pese a ello Palacios continúa, recurriendo al principio de correspondencia, con la afirmación de dos postulados:

- I. *El término diagonal (n,n) de una matriz es la media temporal de la magnitud por ella representada, cuando el átomo se halla en estado estacionario n.*

Para que el desarrollo de Fourier tenga un valor real, es preciso que cada término vaya acompañado de su conjugado. Trasladando esta propiedad a la nueva representación, admitiremos que

- II. *Las matrices que representan una magnitud en la mecánica cuantista son del tipo de Hermite, es decir, cada dos elementos que ocupan posición simétrica con respecto a la diagonal principal son imaginarios conjugados. (Ib., p. 26)³⁵*

Ambas afirmaciones se encuentran, como ya hemos anticipado, en el mencionado libro de Heisenberg. Cuando Palacios se refiere a la media temporal, y aunque ni él ni Heisenberg lo citan explícitamente, se están refiriendo a

$$\lim_{t_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} \sum_{nm} q(nm) e^{2\pi i v(n,m)t} dt, \quad (2.5)$$

donde el sumatorio bajo la integral quedaría sustituido a su vez, en el caso de matrices continuas, por otra integral, resultando:

$$\lim_{t_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} \left(\int \int q(nm) e^{2\pi i v(n,m)t} dndm \right) dt. \quad (2.6)$$

³⁴La cursiva es del original.

³⁵Las cursivas son del original.

Cabe decir que, en cuanto al tratamiento de las matrices continuas, tanto Heisenberg como Palacios coinciden a su vez a Dirac.

Está claro, por ambas afirmaciones (*I* y *II*), que Palacios está considerando la matriz como si toda ella se tratara del desarrollo en serie de Fourier de una magnitud. Haciéndolo así, la suma de un elemento $re^{i\alpha}$ y su conjugado $re^{-i\alpha}$ resultan en r veces el doble del coseno del ángulo α . Extendido el sumatorio a todos los elementos de la matriz y siendo esta una matriz de Hermite el resultado será por tanto un número real.

Este sentido es ligeramente diferente del que Heisenberg utiliza tanto en sus artículos de 1925 como en sus lecciones de Chicago. En efecto, Heisenberg necesita que las diagonales de sus matrices sean reales, porque el resultado de las operaciones que realiza con ellas le han de llevar al conjunto de los valores singulares de la energía (por tanto magnitudes reales), que vendrán determinados por los valores propios del sistema. Palacios, sin embargo, al afirmar: «para que el desarrollo de Fourier tenga un valor real...» induce a pensar en un único valor real asociado a las matrices posición o momento y representando una magnitud relacionada con esos conceptos. Sin embargo, cuando Heisenberg alude a medias temporales no se refiere a las medias de las magnitudes dinámicas posición (matriz *Q*) o momento (matriz *P*), sino electromagnéticas: las amplitudes de los armónicos.

Antes hemos apuntado que el autor conocía las limitaciones de la utilización de los datos espectrales y puede sorprender, por ello, la forma en que Palacios se resiste a despojar a las matrices de cierto carácter de magnitud cinematográfica. Esta reluctancia entra en fricción con aspectos básicos para la interpretación física de la teoría que, sin embargo habían sido expuestos por el propio Heisenberg en su versión física, y habían sido también tratados en su variante matemática por Weyl en *Gruppentheorie und Quantenmechanik* (Weyl, 1928), traducido poco después al inglés como *The theory of groups and quantum mechanics* (Weyl, 1932). En el texto de Weyl la interpretación en términos de probabilidad queda asentada de forma expresa:

Lo fructífero de la teoría ha sido ampliamente establecido por las anteriores aplicaciones, y los ejemplos propuestos han servido para ilustrar su interpretación física; ahora parece el momento de exponer su formulación abstracta general.

Considérese un sistema físico de constitución conocida. *Cada estado particular, cada caso individual de tal sistema, se representa por un vector ξ de módulo 1 en un espacio unitario. Cada magnitud física asociada con el sistema se representa por una forma Hermitiana en ese espacio.* La pregunta fundamental que proponemos a la teoría no es, como en la física clásica, «¿qué valor tiene esta magnitud física en este caso particular?» sino, más

bien «¿cuáles son los posibles valores de la magnitud A y cuál es la probabilidad de que asuma uno concreto de esos valores en un caso dado?» La respuesta a esta cuestión es: *La probabilidad de que A tome el valor α es el valor $E_\alpha(\xi)$ de la forma característica E_α de A asociada al valor α , donde el vector ξ representa el caso en cuestión y la magnitud A está representada por la forma Hermitiana A en el espacio unitario. La magnitud representada por A podrá tomar únicamente aquellos valores α que son valores característicos [propios] de la forma A .*³⁶

La ambigüedad en la exposición de Palacios no debería extrañar, pues estamos hablando de una fecha muy cercana aún a los primeros artículos de lo que, ya entonces, se conocía como nueva mecánica cuántica. Piénsese que Heisenberg utiliza expresiones similares en el texto original de sus conferencias en Chicago, de las que tampoco resulta sencillo desentrañar el sentido de la mecánica de matrices. Lo abstruso de esta mecánica ha sido ampliamente comentado por muchos autores, tanto físicos como historiadores, desde la publicación del «artículo de los tres hombres» «Zur Quantenmechanik II» por Max Born, Werner Heisenberg y Pascual Jordan (Born *et al.*, 1926). Además se han de tener en cuenta las circunstancias del discurso, que difícilmente le hubieran permitido entrar en excesivos detalles de la teoría.

Por el contenido y las citas del discurso podemos afirmar que Palacios conocía los artículos de Dirac, pero ignoramos hasta qué punto estaba familiarizado, en abril de 1932, fecha de su discurso, con el libro de este autor *The principles of quantum mechanics* (Dirac, 1930b). El recurso a este texto podría haber ayudado a

³⁶En el original:

The fruitfulness of the theory has been amply established by the above applications and the examples given have served to illustrate its physical interpretation; it now seems time to set forth its general abstract formulation.

Consider a physical system of known constitution. *Each particular state, each individual case of such a system is represented by a vector ξ of modulus 1 in a unitary system space. Each physical quantity associated with the system is represented by an Hermitian form in this space.* The fundamental question which we put to the theory is not, as in classical physics, "What value has *this* physical quantity in *this* particular case?" but rather "*What are the possible values of the physical quantity A , and what is the probability that it assumes a definite one of these values in a given case?*" The answer to this question is: *The probability that A assumes the value α is the value $E_\alpha(\xi)$ of the characteristic form E_α of A associated with the value α , where the vector ξ represents the case in question and the quantity A is represented by the Hermitian form A in the system space. The quantity represented by A is capable of assuming only those values α which are characteristic values of the form A* (Weyl, 1932, pp. 74-75). La cursiva es del original.

dar una imagen más precisa de lo que las matrices venían a significar; sin embargo, de lo que se refleja en el discurso, deducimos que o estaba poco familiarizado con él o no quiso utilizar sus resultados.

Otro texto que hubiera sido de interés para Palacios en su interpretación de la mecánica de matrices, el libro de von Neumann, en que se sientan los fundamentos matemáticos de dicha mecánica, fue publicado ese mismo año (von Neumann, 1932d) por lo que, de haberse editado ya, difícilmente podía conocerlo para integrarlo en su discurso. Respecto del libro de Weyl tenemos alguna duda, como comentaremos más adelante.

Palacios esboza a continuación un breve razonamiento de tipo filosófico respecto de la legitimidad de los métodos matemáticos en física, en el que recuerda la eficacia de la utilización de las ecuaciones diferenciales, para acabar afirmando:

Nuestra situación es mucho más precaria cuando las magnitudes con que hemos de operar no son ya números, sino ordenaciones de los mismos formando una matriz. Para poder desarrollar la teoría, necesitamos dos cosas: un instrumento matemático adecuado y unos principios fundamentales que nos permitan plantear en forma algorítmica los problemas que tratemos de resolver. Afortunadamente, los matemáticos se habían adelantado, de modo admirable, a remediar la primera necesidad, y en el libro de R. Courant y D. Hilbert «Methoden de mathematischen Physik», cuya primera edición se publicó en 1924, se encuentra un álgebra de matrices y una teoría de valores propios (Eigenwerte) que han proporcionado a las nuevas doctrinas cuantistas el aparato matemático que necesitaban. Para los matemáticos, acostumbrados a sus hermosas abstracciones, no constituirá el cambio de algoritmos dificultad ninguna, antes al contrario, serán quienes mejor puedan apreciar este gran triunfo de sus métodos especulativos, pero quienes se dedican al cultivo de las ciencias experimentales, acostumbrados a las reglas aplicables a los números ordinarios, tropezarán seguramente con serias dificultades al tener que aceptar otras que se hallan en pugna con las que nos son familiares. *No está de más advertir, sin embargo, que gran parte de tal dificultad procede del hecho de que, quizá por un efecto de inercia mental, manifestamos respecto de las innovaciones un espíritu crítico que contrasta con la facilidad con que damos por evidentes las cosas que fuimos aprendiendo desde niños, aunque al analizarlas cuidadosamente no sean, ni con mucho, inmediatamente intuitivas.* Así, por ejemplo, cuando en el álgebra de matrices nos veamos obligados a aceptar la no conmutabilidad de la multiplicación, sentiremos el vehemente deseo de darnos cuenta de lo que tal cosa significa y quedaremos altamente defraudados al no lograr tal propósito, olvidando que nos veríamos probablemente en un grave aprieto si tratásemos de darnos cuenta del sentido físico de algunas de las más sencillas operaciones que,

con toda naturalidad, realizamos en mecánica clásica, quitar denominadores, por ejemplo. (Ib., pp. 27-28)³⁷

En cuanto a la advertencia de Palacios sobre la dificultad que la «inercia mental» supone para la aceptación de las nuevas teorías, resulta curioso observar cómo el autor habla a científicos de la Real Academia en términos similares a los utilizados por Vallado Ordovás hablando a seminaristas.

Con respecto a su referencia al libro de Richard Courant y David Hilbert (Courant y Hilbert, 1924), volveremos sobre él posteriormente por no iniciar aquí una digresión que nos apartaría del texto de Palacios.

A continuación introduce el álgebra de matrices de Heisenberg, insistiendo en la no conmutatividad del producto, si bien para Palacios el álgebra de matrices viene «fundado en el principio de correspondencia» (Ib., p. 29) y sus reglas «impuestas por el principio de combinación de Rydberg-Ritz». Hace asimismo una breve definición de la derivada de una matriz que, reutilizando su paralelismo, pone en referencia a la derivación de la serie de Fourier y otros elementos imprescindibles para la explicación de la mecánica de Heisenberg.

A partir de la representación matricial construye dos funciones $F_1(x)$ y $F_2(y)$ que le servirá para establecer el principio de indeterminación:

En consecuencia si designamos por $F_1(x)$ la probabilidad de que sea $X = x$ y por $F_2(y)$ la probabilidad de que sea $Y = y$, tendremos:

$$F_1(x_1) = \sum_k S_{(X)}^{(Y)}(x_1, y) F_2(y),$$

o bien, si consideramos matrices continuas a fin de reemplazar las sumas por integrales:

$$F_1(x_1) = \int S_{(X)}^{(Y)}(x_1, y) F_2(y) dy.$$

(Ib., p. 44)³⁸

³⁷La cursiva es nuestra

³⁸Las matrices que utiliza Palacios son también matrices de probabilidad. En la notación de Palacios:

$S_{(X)}^{(Y)}$ es la matriz transformadora que sirve para pasar del sistema X al sistema Y , la expresión $|S(mn)|^2$ representa la probabilidad de que X valga $X(m)$ cuando se sabe que Y vale $Y(n)$. (Ib., pp. 41 y ss.)

Heisenberg denota estas matrices como $S(\alpha' \beta')$, y concreta más, diciendo que es la matriz de cambio de un sistema en el que α es diagonal a un sistema en el que β es diagonal.

A estas definiciones Palacios añade la condición cuántica de Born, y las aplica a los operadores momento y posición para concluir que³⁹

$$F_1(q_1) = \frac{1}{\sqrt{h}} \int e^{\frac{pq_1}{\varepsilon}} F_2(p) dp \quad (\text{DP}(10))$$

y

$$F_2(p_1) = \frac{1}{\sqrt{h}} \int e^{-\frac{p_1q}{\varepsilon}} F_1(q) dq, \quad (\text{DP}(11))$$

siendo $\varepsilon = \frac{h}{2\pi i}$.

Estas fórmulas, que recogen la esencia de la transformada de Fourier y su inversa, constituyen la base matemática del principio de indeterminación.⁴⁰ Al parecer, entre los físicos no se solía hacer mención explícita de la transformada de Fourier como tal. A partir de ellas Palacios elabora la siguiente explicación:

En estas expresiones se halla encerrado el principio de indeterminación. Si, por ejemplo, queremos saber con gran precisión el valor de la coordenada Q , tendremos que hacer de modo que la función $F_1(q)$ presente un máximo muy abrupto, pero la ecuación [DP(10)] nos dice que ello no puede lograrse sin atribuir una forma conveniente a la función $F_2(p)$, y ocurre que, cuanto más abrupta sea la curva representativa de la primera, tanto más achatada será la correspondiente a la segunda, y recíprocamente. Cuanto más gane la precisión en la medida de la coordenada, tanto más aumenta la indeterminación del momento conjugado. (Palacios y Cabrera, 1932, p. 46)

Aquí está utilizando Palacios el hecho de que una función y su transformada de Fourier no pueden estar simultáneamente bien localizadas, pues si una lo está (en la posición, por ejemplo) la otra estará deslocalizada (en el momento).⁴¹ Atri-

³⁹Cuando hemos necesitado hacer referencias desde nuestro texto a una ecuación original de alguno de los autores citados, la hemos identificado con un distintivo que permita el contraste con el original. De esta forma DP(10) será la fórmula (10) del discurso de Palacios. En los casos en que no ha sido necesaria la referencia desde otro punto de nuestro texto hemos optado por no numerar las fórmulas que incluimos.

⁴⁰El proceso completo para pasar de las matrices de cambio de base como elementos de probabilidad a la transformada y antitransformada de Fourier no es sencillo, pero resulta fascinante e ilustra la forma en que se entendía la equivalencia entre mecánica de ondas y mecánica de matrices cuando ambas son representadas según la interpretación estadística de Born.

⁴¹El mismo argumento aparece más claramente en el artículo de Rey Pastor que comentaremos en la sección 3.17 Julio Rey Pastor y el principio de indeterminación en la Física Matemática, p. 225. Una comparación del artículo de Rey con el de Palacios y con la versión del de Heisenberg en (Heisenberg, 1930b), creemos que permitiría apreciar la evolución del principio de indeterminación en España desde el punto de vista físico-matemático. Una visión general de lo que es el principio de indeterminación desde el punto de vista matemático en lenguaje actual se puede encontrar en el artículo de Folland y Sitaram (Folland y Sitaram, 1997), donde, además de la visión clásica, se encuentran descritas variantes más modernas de gran interés.

buiamos un valor significativo a esta forma del autor de presentar el principio, en la medida que muestra una clara visión del comportamiento de las distribuciones que acaba de definir. Ello no viene tan claramente expresado en las lecciones de Heisenberg de Chicago por lo que nos inclinamos a pensar que Palacios conocía también otras formulaciones matemáticas más precisas.

Lo anterior le permite concluir, en concordancia con Heisenberg:

Todavía puede concretar más el enunciado del principio de indeterminación. Si representamos por $(\Delta p)^2$ y $(\Delta q)^2$ los duplos de los errores medios cuadráticos, se demuestra que

$$\Delta p \Delta q \geq \frac{h}{2\pi} \quad (2.7)$$

y resulta así claramente que cuanto más se restrinja el intervalo p más se amplía el q y recíprocamente. (Ib., p. 46)

Finalmente incorpora un enunciado textual del principio, afirmando:

Podemos pues, decir que *es imposible idear un experimento que permita simultáneamente la medida de una coordenada y de su momento conjugado sin que resulten sendas indeterminaciones que, multiplicadas entre sí, den un producto superior al cuanto de acción de Planck dividido por 2π .*⁴² (Ib., p. 46)

El discurso de Palacios podría considerarse como la puesta de largo del principio de indeterminación de Heisenberg en España. Destacaríamos como significativa la amplitud de los temas abarcados y el hecho de que intente el complejo ejercicio de dar interpretación física a algunos hechos de la moderna mecánica cuántica. Esto adquiere aún mayor significado si se piensa que Palacios no era un físico teórico. Otra interesante cuestión es la reticencia implícita a abandonar la imagen cinemática de las matrices cuando el autor, por otro lado, conoce sobradamente su carácter estadístico.

La respuesta de Blas Cabrera

Cabe preguntarse ¿qué acogida tuvo el tema del discurso en los asistentes? Una respuesta parcial, pero con información de primera mano, la tenemos en la contestación de Blas Cabrera. Este, tras declararse físico experimental, reconoce que se siente inclinado a ver en el principio una simple generalización de la indeterminación que los errores de observación producen en los resultados empíricos, que pensaba que podía perfeccionarse hasta una precisión absoluta. Pero reconoce

⁴²La cursiva es del original.

que la nueva ciencia impide esa extrapolación de perfeccionamiento al «afirmar una indeterminación esencial en el conocimiento, indeterminación que las más de las veces se disimula por la más amplia incertidumbre empírica» (Palacios y Cabrera, 1932, p. 72)

El impacto que lo anterior tiene, para Cabrera, en la relación causal de la física queda claramente expresado en las frases siguientes:

Desde el punto de vista epistemológico el postulado en cuestión significa que hemos de renunciar al principio de causalidad en las leyes de la física; es decir, que el curso de la evolución de un sistema desde un estado que consideramos bien definido, no es único. Si lo imaginamos representado por una línea, la realidad estará dada por un haz de curvas bien apretadas en el momento presente, pero que se abren a medida que avanzamos en el tiempo, dejando cada vez más borrosa la definición del porvenir. (Ib., p. 72)

Nos parece que, en el momento de este discurso, Cabrera, pese a la aceptación del principio, no recurre a la indeterminabilidad de las condiciones iniciales sino a las limitaciones de medida basadas, eso sí, en la naturaleza estadística que se atribuye al proceso de observación y que, interpreta, está en la esencia de las cosas. Este enfoque del desdoblamiento en una singularidad sería común, por tanto, a la mecánica clásica y no necesitaría de la nueva mecánica cuántica.

En cualquier caso esto está en consonancia con la visión de Palacios, que respecto de la misma cuestión afirmaba:

Cuando la ciencia clásica daba por plenamente conocido un fenómeno, aseguraba que siempre que se reuniesen tales o cuales circunstancias se producirían necesariamente estos o los otros acontecimientos. El éxito indiscutible logrado en infinidad de casos concretos y, sobre todo, el progreso alcanzado por la técnica al utilizar los resultados teóricos, han sido causa de que, por un proceso de generalización, nos hayamos familiarizado con la idea de que el universo se halla regido por el principio de causalidad: *en el orden físico y en las mismas circunstancias, las mismas causas producen los mismos efectos*[...] El principio de indeterminación destruye de raíz tan ambiciosas ilusiones. *La ciencia es incapaz de predecir con exactitud el futuro* y esto no por razón de dificultades prácticas, sino por la esencia misma de las cosas. (Ib., p. 60 y ss)

Cabrera, comienza la contestación del discurso de Palacios por sus aspectos filosóficos pero no se detiene ahí, pasando a analizar los aspectos de la teoría que tienen relación con la fuerte formulación matemática de la nueva mecánica cuántica.

Una de las características más señaladas de nuestra ciencia, de la cual se hace depender con justicia su perfección lógica y su largo alcance, es la aplicación del cálculo matemático en el razonamiento. (Ib., pp. 73-74)

Para Cabrera, la dificultad en el encaje de la nueva Física Matemática es comparable al que supuso décadas atrás la introducción de las magnitudes vectoriales para quienes estaban acostumbrados únicamente a magnitudes escalares. Por analogía ve en la nueva mecánica una nueva forma de representación, ahora con vectores infinitos. Estos vectores infinitos acepta que pueden tener una cantidad no numerable de componentes en los dominios de variación continua. Además, viendo en el fenómeno físico una relación entre dos estados de un sistema, concluye que es natural que su expresión matemática sea una ecuación que ligue los vectores de ambos estados. Esta relación podría ser lineal en el caso más sencillo, justificando, por tanto, la mecánica de matrices.

El fracaso del determinismo lo justifica Cabrera recurriendo a la ecuación de onda de Schrödinger, pero tiene muy claro que dicha ecuación de onda es un mero artificio para sustentar el vector de estado como conjunto de probabilidades, expresando además su dependencia del tiempo en términos de 'evolución', que no puede sino referirse a la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo:

Las ecuaciones que permitían a la Física clásica deducir todo el porvenir de un sistema cerrado, una vez determinados los parámetros que definen el estado inicial, están reemplazadas en la nueva ciencia por otras relativas a la evolución del vector de estado, o sea de las probabilidades de cada configuración. En definitiva, se les puede dar la forma de la ecuación de propagación de ondas, con la consiguiente ventaja del empleo del análisis clásico. (Ib., pp. 75)

En resumen, Palacios y Cabrera estaban perfectamente al corriente del salto cualitativo que representaba la nueva mecánica, y de la dependencia que tenían tanto su utilización, como, sobre todo, su interpretación, de un conjunto de recursos matemático-físicos que se hacían imprescindibles para ello.

Ello no impidió que algunas interpretaciones conceptuales hubieran de ser perfeccionadas con posterioridad. La idea del principio de indeterminación que tenía Cabrera en esa fecha no se ajustaba al estándar utilizado entonces en el centro científico. De igual forma Palacios atribuía magnitudes físicas a las matrices de Heisenberg. Veremos que otros físicos españoles irán refinando el concepto de Cabrera en lo tocante al principio de indeterminación y simplemente prescindirán de las matrices de Heisenberg.

2.1.5. Programa de un curso sobre ecuaciones diferenciales. Esteban Terradas en la Academia

El texto del que ahora hablaremos, (Terradas y Rey Pastor, 1933), es, en realidad, el discurso de Terradas en el acto de su recepción en la Academia de Ciencias Exactas Físicas y Naturales y se relaciona con uno de esos espinosos lances del mundo académico que jalonan la vida universitaria.

Nuestro interés en este discurso radica en que representa la visión de Terradas de lo que debería ser un programa de ecuaciones diferenciales para estudiantes universitarios. Permítanos el lector unos comentarios sobre su génesis.

La relación de Terradas con la disciplina parecía predestinada a ser tortuosa, y se remontaba a bastantes años atrás. Prueba de ello es su artículo «Sobre algunos trabajos recientes acerca de integrales singulares» (Terradas, 1911). De este último texto nos hablan Roca y Sánchez-Ron en (Roca Rosell y Sánchez Ron, 1990, p. 184 y ss.) donde se relatan las diferencias que tuvo con uno de los matemáticos veteranos de la academia, Lauro Clariana.⁴³ Los mencionados autores interpretan el episodio como una muestra del enfrentamiento soterrado entre las generaciones de matemáticos más jóvenes y los «viejos maestros». Tras un intercambio de reproches en el diario catalán *La Vanguardia* el tema se saldó con sendos artículos de ambos rivales siendo el de Terradas el que aquí hemos citado.

Los mismos autores nos relatan que en 1928 Terradas fue nombrado titular de la cátedra de Cálculo Diferencial e Integral (de tercer curso) en la Facultad de Ciencias de Madrid. En 1931, tras un proceso que presenta múltiples facetas, incluida la política, fue revocado el nombramiento de 1928 y sacada la plaza a concurso, cosa que sucedió en 1932. Terradas se presentó al citado concurso pero fue rechazado por el tribunal en una oposición a la que compareció únicamente él. El asunto levantó, según parece, no poca polvareda, motivada tanto por las circunstancias del proceso como por la magnitud del personaje.⁴⁴

No nos toca a nosotros determinar si Terradas hizo justicia en su valoración del trabajo de Lauro Clariana o si era o no el más apto para ostentar la cátedra de Madrid. Pero dada la importancia que podía tener el dominio de la teoría de ecuaciones diferenciales en la comprensión y docencia de la nueva mecánica cuántica es conveniente hacer una incursión en el programa que Terradas, tan oportunamente, dejó recogido en el discurso de la Real Academia de 1933.

Se hace necesaria una breve digresión para justificar la importancia que damos a este asunto. Cuando analicemos el texto de García Santesmases «Conceptos

⁴³Lauro Clariana Ricart (1842-1916).

⁴⁴Para dos visiones diferentes de los hechos véanse (Cuesta Dutari, 1966, p. 73 y ss.) y (Roca Rosell y Sánchez Ron, 1990, p. 199 y ss.).

modernos sobre ondas y corpúsculos» (García Santesmases, 1942) veremos que este autor omite un aspecto notable de la resolución del átomo de hidrógeno: la justificación de la cuantificación del ángulo polar.⁴⁵ El hecho es justificable desde muchos puntos de vista, como señalaremos allí.

Sin embargo cabe preguntarse en qué medida ese aspecto que los autores acostumbraban a dar por aprendido entre los lectores podía ser conocido realmente por los universitarios españoles. Esta curiosidad, aparentemente frívola, se explica por razón de la visión pesimista que los matemáticos de la época tenían acerca del estado de su propia disciplina. Un poco más adelante, cuando hablemos de la respuesta de Rey Pastor, catedrático entonces en Madrid, al discurso de Terradas, veremos hasta qué punto están justificados nuestros temores de que el nivel de matemáticas de los estudiantes españoles pudiera ser insuficiente para entender un tema ciertamente complejo como es el que nos ocupa.⁴⁶

Entrando, pues, en el texto, Terradas inicia su discurso con una elegante referencia a las recientes circunstancias que han supuesto su apartamiento de la cátedra, justificando la elección del programa de ecuaciones diferenciales ordinarias como materia de discurso, afirmando:

Por agravio de la suerte adversa [el programa] se va a perder en el vacío; las nuevas generaciones exigen, según parece, otro piloto y diverso rumbo. Me holgara verlas conducidas a parajes donde hallare mayor gloria el genio de la raza, y a ello he de contribuir esforzadamente, si no fuere en el timón de gobierno, en la dura maniobra, o siquiera en la fábrica del nuevo navío, varado en dique de carena, pronto a botarse a la mar. (Terradas y Rey Pastor, 1933, p. 4)

En el discurso se pueden distinguir, básicamente, tres apartados. El primero dedicado a la fundamentación del programa, un segundo apartado con los títulos de las secciones propuestas para estudio y por último una explicación de Terradas de cada uno de los temas señalados. Se ha de tener en cuenta que el programa

⁴⁵Véase 3.8.1 «El átomo de hidrógeno», p. 150.

⁴⁶El mismo Rey Pastor, pocos meses antes de este acto, se expresaba en los siguientes términos en un foro análogo:

En Matemáticas, como en todas las ciencias teóricas, vamos a la zaga de muchos países europeos, americanos y asiáticos; pero este reconocimiento sincero deja margen a la inmodestia de creer que es en Matemáticas donde los hispanoparlantes andamos menos distanciados de aquellos países. (Rey Pastor, 1932, p. 34)

Sin que ello invalide la reivindicación de Rey Pastor para la matemática española, de la que él era el más destacado representante, en opinión de algunos autores, hacia 1936, la matemática Española estaba aún lejos de la matemática europea. (González Redondo, 2002a, p. 808).

presentado en la Academia no corresponde exactamente al presentado en la oposición; de ello se da cuenta en (Cuesta Dutari, 1966).⁴⁷

El primer apartado constituye principalmente un repaso de historia de la teoría de ecuaciones diferenciales, en que el autor fue pródigo en recordar los avances proporcionados por las grandes figuras de la matemática de los doscientos años anteriores. En este capítulo ya se percibe la importancia que daba Terradas a los aspectos básicos de la teoría. En los temas que nos ocupan, vemos que menciona la trascendencia de la ecuación de Laplace, con especial referencia a los problemas de potencial. En ese mismo párrafo explica:

Las funciones $Y_n = r^{-n}V$ que sobre la esfera son regulares y para los polos correspondientes a latitudes $\theta = 0$ y $\theta = \pi$ son finitas e independientes de la longitud ϕ son las llamadas funciones esféricas de Laplace, que comprenden como caso particular las zonales o de Legendre independientes de ϕ . (Terradas y Rey Pastor, 1933, p. 20)

Otro tema que se hace necesario para la resolución del átomo de hidrógeno es la solubilidad de los problemas de contorno en situaciones en que la ecuación depende de un parámetro arbitrario λ . Sobre este tipo de ecuaciones, parte de cuyo interés radica en determinar los λ (valores propios) para los que la familia tiene solución, Terradas cita explícitamente las ecuaciones de Sturm-Liouville de la forma $(Ky')' = Gy$ (Ib. p. 39) con $K(x, \lambda)$ y $G(x, \lambda)$ funciones dependientes de un parámetro λ . Mostraba así la convergencia de sus conocimientos con las necesidades de la moderna mecánica.

En cuanto al programa, presenta el autor un ambicioso índice con 125 lecciones que divide en tres secciones: a) Ecuaciones diferenciales ordinarias b) Ecuaciones en derivadas parciales y c) Complementos. Obviamente se trata en ellas de los aspectos básicos de la teoría y se tocan muchos temas avanzados e incluso novedosos. Para nuestros fines cabe destacar una Lección 37 con el siguiente programa:

- Valores propios y funciones características en las ecuaciones de segundo orden y para funciones reales
- Propiedades de su espectro, valores asintóticos y realidad
- Aplicación a la ecuación de Sturm-Liouville
- Ceros de las funciones características
- Ortogonalidad de funciones características

(Ib., p. 111)

⁴⁷El lector interesado en los pormenores de la oposición de Terradas encontrará elementos de juicio en este texto de Cuesta Dutari.

Posteriormente dentro de la sección tercera Complementos introduce un apartado de Física Matemática en que incluye dos lecciones, 104 y 105, con los siguientes temas:

Lección 104

- Problemas de vibración con espectro continuo o discontinuo
- Ecuación de Schrödinger
- Valores propios simples y múltiples
- Aplicaciones a la teoría de perturbaciones
- Tensores de Green para sistemas de ecuaciones diferenciales
- Problema general de los desarrollos en serie de funciones propias

Lección 105

- Problemas de valores propios para recintos inconexos
- Espectro de valores propios
- Problemas de continuidad
- Propiedades asintóticas
- Nodos
- Problemas de valores propios en caso de superficies cerradas
- Aplicación a la membrana y a la placa vibrante

(Terradas y Rey Pastor, 1933, pp. 121-122)

Al acabar el programa Terradas indica la bibliografía recomendada que se limita inicialmente al texto de Goursat.⁴⁸ En este caso, contra la metodología habitual de Terradas, este sugiere «que es de gran utilidad y conveniencia señalar un texto y seguirlo en lo posible» (Ib., p. 125).

Hemos comentado que el programa era ambicioso, cosa que el propio Terradas reconoce: «La extensión del programa sobre la base de esos cinco volúmenes [del texto de Goursat⁴⁹], a los que naturalmente, hay que agregar otras cuestiones, daría al mismo proporciones imposibles de aplicar en la práctica» (Ib.). Por ello sugiere que de ciertas lecciones solamente se desarrollaría una parte en cada curso, que sería diferente cada año, hasta cubrir todo el programa. Toda la sección de Física Matemática anteriormente aludida está dentro de las que únicamente se tratarían de forma parcial.

⁴⁸Édouard Goursat (1858-1936) publicó un curso de Análisis Matemático en tres volúmenes que tuvo varias ediciones y reimpressiones y fue traducido a diversos idiomas.

⁴⁹Los volúmenes II y III de Goursat se desglosan en dos tomos cada uno.

De la parte de Complementos en la que Terradas trata las dos últimas lecciones citadas más arriba, este afirma que «...podrá ser estudiada en el excelente tratado de Courant-Hilbert sobre métodos de la Física Matemática» (Ib., p. 141).

No podemos dejar de señalar que la última lección propuesta por Terradas, la número 125, aborda los siguientes temas:

- Características del espacio de Hilbert
- Operadores lineales

(Terradas y Rey Pastor, 1933, p. 124)

Como nota de interés con relación a esta propuesta destacamos que de ella concreta, más adelante: «La última lección se refiere a la teoría de los espacios de Hilbert, v. gr., según Neumann, "Grundlagen der Quantenmechanik", 1932, Berlin» (Ib., p. 147).

Este programa de Terradas no es concluyente en sí, pero nos puede ser útil para hacer algunas reflexiones. En la sección 3 completaremos nuestra valoración, considerando otros programas que vendrán a confirmar lo que aquí esbozamos.⁵⁰

Es patente, en primer lugar, como acertadamente señalan Roca y Sánchez-Ron (Roca Rosell y Sánchez Ron, 1990, p. 202), que la intención del discurso fue claramente reivindicativa. Cualquier duda en ese sentido quedaría disipada por la respuesta de Rey Pastor de la que en breve hablaremos.

En segundo lugar, aunque sea únicamente a título enunciativo, el programa de Terradas parece que habría de contener los elementos necesarios para que el curso ofreciese a sus alumnos los conocimientos que les aproximasen a los problemas más sencillos de la mecánica cuántica, como el de la solución del átomo de hidrógeno mediante la ecuación de Schrödinger. Este problema, por otro lado, utiliza técnicas semejantes, en esencia, a las de otros problemas de la física como el del cálculo de la temperatura estacionaria de una esfera.

En tercer lugar, el programa deja claro que su autor era persona ampliamente documentada y que gozaba de una bibliografía extraordinaria. Asimismo se mantenía muy al día de las corrientes científicas y las novedades de los distintos ámbitos. Prueba de esto último es su referencia al *Mathematische* de von Neumann, que constituye su lección 125, en un programa presentado en 1933, o 1932 si consideramos la fecha de oposición, siendo la de publicación del von Neumann el mismo año 1932. Esta costumbre de Terradas, de referirse siempre a las últimas novedades, ha sido mencionada tradicionalmente por los historiadores.

En definitiva, todo induce a pensar que alguien en la España de 1933 estaba en condiciones de abordar tanto el estudio como la didáctica del «andamiaje»

⁵⁰Secc. 3 «Didáctica de la mecánica cuántica», p. 105.

matemático de la nueva mecánica cuántica. Ese «alguien» incluía, como mínimo, a Terradas.

Otra cosa es que eso se consiguiera, ya que, como es sabido, las innumerables actividades de Terradas le dificultaron siempre una dedicación real a la teoría cuántica. Si a eso se añade que el programa del que estamos hablando tuvo, como mucho, una aplicación de tres años –entre 1928, fecha del nombramiento de Terradas, y 1931, fecha de su destitución–, no queda mucho margen para atribuirle algún efecto en la Física Matemática española del momento.

Además, en lo relativo a la didáctica, la inclusión de la teoría de espacios de Hilbert en un programa de ecuaciones diferenciales, más aún si se pretende seguir ese tema con el texto de von Neumann, es discutible.⁵¹

Rey Pastor, en su respuesta (necesariamente un elogio por imposición del acto), afirma ver en el programa de Terradas, precisamente, la ventaja de su extensión. Elogia la inclusión de temas que van más allá de lo necesario para la formación de los futuros profesores de Instituto, de la que afirma «...que suele llamarse formación del profesorado, cuando en verdad debiera llamarse deformación». Supone que esa extensión podría ser útil para los futuros profesores universitarios al señalar diversas direcciones de especialización.

Pero más allá de los cumplidos a la persona de Terradas, el discurso de contestación de Rey destila otras intenciones; una, anecdótica para nosotros, de crítica a un sistema que permitió que el encomiado destinatario de sus palabras fuera privado de su cátedra y otra, de mayor interés, de crítica a los métodos de enseñanza de la matemática impuestos por una normativa que el conferenciante muestra aceptar con dificultad, o no aceptar en absoluto, y a la cual se considera ajeno. Ello pone de manifiesto también sus diferencias con Terradas, solo en apariencia triviales. Probablemente en referencia a ello y a su actividad docente en Argentina iniciada el año 1921 se pregunta, no sin cierto deje de ironía:

Refiriéndonos muy particularmente a los estudios físico-matemáticos, ¿qué orientación convendría seguir, compatible con la modestia de nuestra economía? Dos rumbos cardinales se ofrecen a nuestra perspectiva y en este punto de encrucijada asoma nuestra amistosa discrepancia con el querido compañero [en alusión a Terradas].

¿Debemos consagrar todos nuestros esfuerzos a la previa tarea de asimilar la Matemática y la Física enteras y a difundirlas mediante cursos y conferencias, dilatando así nuestro escaso patrimonio hasta dominar todo el actual imperio físico-matemático antes de pensar en extenderlo?

⁵¹En el capítulo 3 «Didáctica de la mecánica cuántica», p. 105 veremos algunos aspectos de las características docentes de Terradas que nos obligarán a ser cautos en la atribución de elogios respecto de su eficacia.

¿Será preciso, por el contrario, renunciar a esta grandiosa aspiración y conformarnos modestamente con preparar reducidos equipos de estudiosos que a marchas forzadas por estrechas sendas y despreocupados del resto del paisaje alcancen siquiera algunos puntos fronterizos con la *terra incognita*, y hasta logren hacer en ella incursiones y pequeñas conquistas?

Es el primer rumbo el elegido por mi admirado compañero de viaje [Terradas de nuevo], como cuadra a sus extraordinarias aptitudes y a su insaciable sed de sabiduría. La segunda orientación, la única que consienten mis escasas fuerzas, ha sido la ensayada en tierras lejanas,^[52] por no consentirlo aquí, según dicen, nuestra rígida y arcaica legislación. (Terradas y Rey Pastor, 1933, p. 161)

Vemos, pues, que el mismo Rey Pastor, con intención o sin ella, atribuye a Terradas una actitud grandilocuente similar a la que le reprochaban los miembros del tribunal al enjuiciar su programa. Casi más explícitos son los siguientes párrafos, en los que parabólicamente da el título de «gran señor» a Terradas y se atribuye a sí mismo el de «modesto artesano»: «De un lado está el gran señor, que se complace en mostrar a los visitantes las estancias de sus castillos y los inmensos feudos [...] Al otro lado, el modesto artesano que a costa de sacrificios heroicos construye con sus propias manos humildísima casita en el menguado solar a que alcanzaron sus recursos» (Ib., p. 161).

Proporcionaremos una justificación a esta actitud de Terradas en la sección 3 «Didáctica de la mecánica cuántica».

2.1.6. La palabra y la ciencia. Blas Cabrera en la Academia Española de la Lengua

El nombramiento de Blas Cabrera como académico de la Academia Española de la Lengua, dio lugar en el acto de su recepción, al documento que ahora nos ocupa.

En este discurso de Cabrera pronunciado el 26 de enero de 1936 (Cabrera, 1936), se entremezclan, sin ningún tipo de tecnicismos, diversos elementos de la física de su tiempo. Uno de los ejes principales de su disertación es la teoría de la relatividad, cosa bastante natural dada la popularidad tanto del tema como de su autor.

En relación con los peligros que, según Palacios y Vallado Ordovás, podía suponer la inercia mental para la comprensión de las nuevas ideas científicas, es curiosa la afirmación de Cabrera de que «no podemos quejarnos [de la inercia

⁵²Rey Pastor se refiere a sus clases en Argentina.

mental] porque es la defensa natural del conocimiento contra todo impresionismo un poco novelero» (Cabrera, 1936, pp. 27 y ss.).

A propósito de este concepto de «inercia mental» Cabrera elabora parcialmente su argumentación en cuanto a las diferencias entre la teoría de la relatividad y la mecánica cuántica, cuyo proceso de asimilación considera en desventaja debido a la inexistencia de un lenguaje (matemático) apropiado para su expresión:

He hablado antes de la inercia mental como origen de las dificultades con que tropieza una idea nueva si lleva aparejada la renuncia de otras que han jugado un papel principal en las concepciones anteriores [...] Las nuevas ideas que brotan en un cerebro no quedan incorporadas a la ciencia hasta que han encontrado una descripción adecuada para ser comunicadas y reconocidas si vuelven a surgir. La importancia de esta labor adjetiva pero esencial aparece con claridad meridiana si se compara la rápida evolución de la teoría relativista con la lentitud del progreso de la cuantista. Aquella halló ya construido un lenguaje adecuado en el cálculo diferencial absoluto, mientras la última necesitó elaborar poco a poco su algoritmo propio que parece haber encontrado en el cálculo simbólico de la Mecánica ondulatoria. (Ib., p. 34)

Vemos la importancia que tiene para Cabrera el lenguaje matemático con el que se expresa la teoría cuántica. Recordemos que Cabrera no era un teórico, sino un físico experimental.

Trata asimismo de termodinámica y de las técnicas de la mecánica estadística para acabar hablando de la estructura de la materia introduciendo el átomo de Bohr, del que afirma:

El mayor pecado de los constructores de la teoría del átomo fue apoyarse en la experiencia imaginaria del observador ideal que seguía el curso del movimiento de los electrones. Nuestro conocimiento no puede tener otras fuentes que la observación del mundo exterior mediante los órganos a ello destinados. Todas las magnitudes inobservables deben ser rechazadas; los únicos elementos con que podemos y debemos operar en nuestros cálculos son números que miden cualidades directamente observables. (Ib., p. 54)

Dado lo comedido que era Cabrera, vemos en este contundente comentario del párrafo precedente una evolución notable de este autor entre el discurso ante la Academia de Ciencias en 1932 y este discurso en la RAE en 1936. Mientras que en aquel se limitaba a manifestar entre sorpresa y admiración por la nueva mecánica, en este discurso entra en un aspecto metodológico de gran contenido y lo hace con afirmaciones que marcan una determinación inusual en sus discursos.

El principio fundamental que da consistencia lógica a todo el razonamiento precedente se llamó por su mismo autor *principio de indeterminación*, y ha

provocado críticas no menos apasionadas que el espacio-tiempo de Einstein y también como entonces sostenidas por la incompatibilidad de sus corolarios con las consecuencias a que nos condujo la antigua doctrina. (Ib., p. 56)

Como apunte semántico señalaremos que Cabrera, tras referirse al *principio de indeterminación*, continúa su discurso hablando en términos de certidumbre e incertidumbre, y aborda otros temas de tipo filosófico, que en esa fecha no se habían visto en otros ámbitos de discusión. Destacamos el interés de Cabrera por la filosofía y observamos que es pauta común, en la divulgación de la cuántica, utilizar el principio de indeterminación como referencia para reflexiones de tipo filosófico. En efecto, lo hemos visto en Palacios y, aunque de forma menos significativa, en Vallado Ordovás, y lo veremos también en otros autores. En esto difieren poco los físicos españoles de los de otros países europeos. Tendría sentido preguntarse por la importancia del pensamiento filosófico en la vida pública española y en qué medida la nueva mecánica pudo ser un instrumento utilizado por los físicos para conseguir cierta cuota de participación en el terreno de la filosofía. En España, en esa fecha, la mecánica cuántica era aparentemente conciliable con la filosofía escolástica. Aunque rica en paradojas, les proporcionaba una oportunidad que el mecanicismo del siglo XIX no les ofrecía. Por el momento dejaremos aquí esta interesante cuestión.⁵³

2.1.7. Los quanta en la periferia española

En esta sección vamos a dedicar una páginas a otros discursos que tienen también relación con la mecánica cuántica, aunque fueron producidos en otras plazas con menor actividad científica que las de Madrid, Barcelona y Zaragoza. Nos referimos a los trabajos siguientes:

- *Materia y Radiación* de Ferran Ramon Ferrando (Ramon Ferrando, 1925). Discurso de apertura del curso académico de 1924-1925 de la Universidad de Murcia
- *El núcleo atómico* de Luis Bru (Bru Villaseca, 1940). Discurso de apertura del curso académico de 1940-1941 de la Universidad de la Laguna
- Discurso de Demetrio Espurz como apertura del curso académico de la Universidad de Oviedo de 1933-1934 (Espurz Campodarbe, 1934)

⁵³En la sección 4 «Otras manifestaciones de la cuántica», p. 229 trataremos de algunos aspectos del pensamiento filosófico entorno a las novedades de la cuántica desde el punto de vista de los escolásticos.

- Discurso de Antonio Espurz leído en la apertura del curso de la Universidad de Oviedo de 1946-47 (Espurz Sánchez, 1946)

Materia y Radiación de Ferran Ramon Ferrando

El trabajo, bajo el título *Materia y Radiación* de Ferran Ramon Ferrando⁵⁴ (Ramon Ferrando, 1925) constituye el discurso inaugural pronunciado por este en la apertura del curso 1924-1925 de la Universidad de Murcia. Nos gustaría resaltar ahora el hecho de que fuera en la Universidad de Murcia, por el valor que otorgamos a que el interés por la cuántica se presentase en otras universidades españolas fuera de las de Madrid, Barcelona y Zaragoza.

El discurso no está dirigido al gran público, y de forma expresa se restringe el autor «...a una exposición de materias cuyo interés solo puede ser asequible a los profesionales del estudio» (Ramon Ferrando, 1925, p. 6).

Afirma también:

Nosotros trataremos de exponer el estado actual de la ciencia, en cuanto se refiere a la radiación, a la materia y a sus relaciones, procurando ponerlo al alcance de lectores que seguramente aportarán distinta preparación. La dificultad estriba principalmente en prescindir de muchas cuestiones que a los físicos pueden interesar, así como de un criterio personal. Sin embargo, la mayor y más difícilmente eludible consiste en despojar todo este discurso de las expresiones algébricas inherentes a gran parte de las cuestiones que en él se tratan; un detalle insignificante da a veces margen a escribir un catafalco de matemáticas. Nosotros, dada nuestra poca competencia para manejarlas, y teniendo en cuenta que este trabajo se dirige en general a lectores cultos, pero no especializados, prescindiremos casi en absoluto de ellas. Nos abona y justifica nuestro proceder el abuso de cálculo, a la moda, hasta para los asuntos más triviales, lo que tiene por origen, más que el afán de claridad, el prurito de encubrir unas muletas con un marchamo de erudición. (Ib., p. 11)

El párrafo anterior es muy interesante porque muestra la diferente visión que de las matemáticas se tenía en España en el período estudiado. Está claro que lo que para algunos, como Terradas, era un elemento inseparable de la exposición científica, para otros como Ramon Ferrando podía constituir un obstáculo en el proceso de comunicación. Faltaría conocer a qué discursos o lecciones pudiera estar refiriéndose Ramon Ferrando para emitir un juicio fundado respecto de la oportunidad de la inclusión de un lenguaje más sofisticado en sus escritos. Esta

⁵⁴Ferran Ramon Ferrando, Nacido en 1891 en Montroig (Tarragona). Fue catedrático de Física General en la Universidad de Murcia entre 1918 y 1930.

tensión entre utilizar la matemática o prescindir de ella es una constante en todos los documentos analizados.

Es difícil que el comentario de Ramon Ferrando («...que tiene por origen, más que el afán de claridad, el prurito de encubrir unas muletas con un marchamo de erudición») ayudase a la reconciliación entre público y matemáticas, aun tratándose de una dicotomía perfectamente comprensible. Si tuvo algún efecto nos atreveríamos a afirmar que fue añadir un factor de polarización, en el terreno de las emociones, a las posibles tendencias de los lectores, llevándoles a reconsiderar la conveniencia de utilizar los recursos matemáticos en sus futuras exposiciones.

Observamos aquí otra de las características que anunciábamos: el concepto de *quanta* no era homogéneo ni asumía una forma idéntica en todas las universidades españolas. Así, vemos que en Ramon Ferrando el quantum se refiere, no a la energía, como era en el caso de Terradas poco tiempo atrás,⁵⁵ sino a la corpuscularidad de la materia:

Hoy es un hecho indiscutible que, en el último grado de división, la materia se reduce siempre a dos elementos constitutivos, llamados *electrón* y *protón*, los que representan, respectivamente, los gránulos indivisibles de electricidad negativa y positiva. Todo el edificio atómico y molecular es únicamente combinación de estos *quantas*.⁵⁶ (Ib., p. 12)

Es oportuno mencionar que a la fecha de este discurso Einstein ya había realizado su viaje por España⁵⁷ y había recibido el Premio Nobel por el efecto fotoeléctrico. Dado que eso era percibido como la corpuscularización de la luz, y dada su inevitable relación con la interacción entre materia y radiación, es comprensible que Ramon Ferrando estableciera un vínculo con la materia que va más allá de la utilización del *quanta* de energía y lo relacionase directamente con la justificación del atomismo. Asimismo, la percepción clara que tenía Ramon Ferrando de la equivalencia masa-energía, que ahora veremos, pudo haber jugado un papel en la ampliación del concepto más allá de lo asumido por Terradas en la década precedente.

Ramon Ferrando interpreta la teoría de los *quanta* de Planck y el quantum de acción como un mecanismo que limita el proceso emisor, ya que :

Al aplicarlo al proceso emisor y absorbente, nos indica un verdadero aislamiento entre la materia y la radiación; sólo de cuando en cuando se abre el

⁵⁵En *Els elements discrets de la materia i la radiació*, Véase la sección 2.1.1 «Retórica al inicio del siglo. Esteban Terradas y la mecánica estadística», p. 30.

⁵⁶La cursiva es del original.

⁵⁷De este viaje de Einstein por España dan cuenta múltiples autores bajo diferentes enfoques: (Glick, 2005), (Sánchez Ron, 2005), (Boya, 2005a), (García Barreno, 2005), (Soler Ferrán, 2010).

conglomerado atómico y deja escapar un quanta de energía radiante, cerrándose nuevamente al ambiente que lo rodea. (Ib., p 14)

En la sección «I - Materia» de su discurso, Ramon Ferrando analiza las nuevas teorías de constitución del átomo refiriéndose con frecuencia a la carga del electrón como «quanta eléctrico». Recurre a Blas Cabrera (Cabrera, 1923) para hacer responsable a este quanta eléctrico, de las propiedades paramagnéticas que le permiten hablar del magnetón como quanta de magnetismo.

A pesar de la claridad con que percibe Ramon Ferrando la necesidad de seguir profundizando en el conocimiento de la materia, se observa un claro sentimiento de que la ciencia ha llegado a la culminación de sus estudios sobre su estructura, como manifiesta el siguiente párrafo:

Quedan casi ignoradas la arquitectura íntima de las moléculas líquidas, de los coloides, del estado mesomórfico, etc. A pesar de ser tan vasto el terreno a explorar, los medios de que se dispone son mucho más fecundos que los de fin de siglo pasado, y es de esperar la construcción rápida de un plano definitivo de la arquitectura de la materia en todas sus manifestaciones [...] *La labor para el porvenir consiste únicamente en acoplar estos materiales.* (Ib., p. 31)⁵⁸

En la sección «II - Radiación» el autor mantiene su distanciamiento de la complejidad de las matemáticas:

Nos proponemos indicar primero los postulados de una radiación estudiados desde Kirchoff a Planck, exponiendo sólo aquello que permite la carencia de rigor científico y la ausencia de lenguaje matemático. (Ib., p. 31)

Tras comentar la doble naturaleza de la radiación, y su naturaleza ambigua «de continuidad y discontinuidad» (Ib., p. 32), recogida en la «teoría electromagnética» y la «teoría de los quanta» el autor expone el origen de las tendencias actuales a propósito de la radiación, afirmando:

Pero de aplicarse a la radiación la teoría cuantística, que Planck ideó primero para los recintos materiales y energéticos, y que Bohr aplicó luego al proceso de emisión, no se podría hablar de la continuidad de las fuerzas eléctrica y magnética en el seno de una radiación si las medidas se llevaran a distintos puntos cuyas distancias fueran inferiores a ciertos límites [...] En resumen, que de la misma manera que la materia se presenta en gránulos llamados moléculas, la radiación se acumularía en otros gránulos llamados *quantas de energía*.⁵⁹ (Ib., p. 33)

⁵⁸El enfatizado es nuestro.

⁵⁹La cursiva es del original.

A los efectos que nos ocupan resulta también importante el siguiente comentario, en el que habla de las radiaciones que no se reducen a simples sinusoides:

Estas radiaciones compuestas son siempre equivalentes a la superposición de otras varias simples, elegidas según indica un teorema de Fourier. (Ib., p. 34)

Lo anterior muestra, siquiera superficialmente, el conocimiento del autor sobre el aparato matemático que sería imprescindible para asimilar la nueva teoría cuántica. En la página 42 introduce con claridad la constante de Planck, si bien lo hace a través del fenómeno fotoeléctrico, en lugar de recurrir al fenómeno termodinámico, que, sin embargo muestra conocer, pues cita en la página 37:

El valor de la densidad de la energía radiante es interesante para nosotros cuando la radiación es negra [la del cuerpo negro], precisamente porque se nos presenta la primera relación entre la radiación y su temperatura, que luego hemos de aprovechar como concordante con una teoría granular. (Ib., p. 37)

En el capítulo «V -Teoría restrictiva de la emisión» trata ampliamente, aunque sin entrar en detalles, el átomo de Bohr, citando entre otros el «*Atombau...*» de Sommerfeld. En el último capítulo «VI - El Éter» leemos:

Las consecuencias de la teoría de la Relatividad restringida y generalizada (gravitación) de Einstein llevan a gran complicación matemática, poco frecuente cuando se trata de leyes de la Naturaleza de carácter general; pues si bien la experiencia da a veces resultados muy enredados, el análisis descubre luego en ellos relaciones sencillas, como ocurre con la formación simplista de los átomos a base de protones y electrones, a pesar de la fraccionalidad de los pesos atómicos. No es este el caso de la Relatividad. Monumentos de cálculo se han edificado para su exposición, y aun ellos necesitan de conocimientos previos de matemáticas poco frecuentes en los físicos formados antes de la aparición de dicha teoría. (Ib., p. 109)

Es digno de mención que el autor se sirva de esta dificultad para justificar el mantenimiento de la hipótesis del éter por parte de los físicos no relativistas. Esta es una manifestación de la facilidad explicativa que tenían algunos conceptos asociados a la física clásica por su carácter intuitivo. El propio Ramon Ferrando recurría en sus explicaciones sobre mecánica cuántica a símiles que apelaban a la intuición, como ha quedado recogido en otros textos suyos.

Este discurso de Ramon Ferrando pone de relieve diversos aspectos de la cuántica española de esa época. En primer lugar permite apreciar diferencias entre los perfiles científicos del centro –Madrid, Barcelona y Zaragoza– y la periferia, tanto

por el uso de las matemáticas (presentaciones más matematizadas en el entorno de Terradas y menos en el de Ramon Ferrando), como por la interpretación de los términos (quanta de energía vs. vinculación de los quanta de energía con los de materia). Por otro lado muestra también la adaptación de los términos a las necesidades expositivas.

Los diferentes niveles de matematización de la cuántica irán tomando forma a lo largo de nuestro trabajo como uno de los elementos característicos de su difusión en los entornos académicos.

El núcleo atómico de Luis Bru

Nuestro interés por este catedrático de la Universidad de la Laguna⁶⁰ radica en el hecho de que parece ser uno de los personajes, junto con Julio Palacios, José María Íñiguez o Juan Cabrera, que marcan alguna continuidad entre el período anterior y posterior a la Guerra Civil Española. Su situación académica anterior a la contienda les dejó en una situación aparentemente privilegiada para continuar la labor investigadora interrumpida en 1936.

El inicio de curso 1940-1941 de la Universidad de la Laguna se abrió con el discurso de inauguración *El núcleo atómico* (Bru Villaseca, 1940), testimonio de ese débil puente entre los períodos pre- y posguerra. Sin constituir un hecho aislado, deja constancia del interés académico por una cuestión que acabaría centrando la atención de todos los niveles de la sociedad pocos años después, al acabar la II Guerra Mundial.

El discurso en sí está centrado en los aspectos prácticos de la investigación en estructura atómica, comprendiendo los temas siguientes:

- Propiedades del núcleo
- Resultados experimentales de la radiactividad
- Desintegración α
- Desintegración β
- Los rayos γ - El electrón de Dirac. El positrón
- El neutrón y el deuterio
- Desintegración artificial
- Constitución del núcleo
- Teoría de Heisenberg-Majorana

⁶⁰Luis Bru Villaseca (1909-1997) accedió a la cátedra de Física Teórica y Experimental de la Universidad de La Laguna en 1931.

El discurso está íntegramente orientado a la exposición de los entonces recientes avances sobre estructura atómica y testimonia, como decíamos, que el interés académico por este aspecto de la física subsistía en las cátedras tras la Guerra Civil Española. En el caso de Luis Bru la atención dedicada a esta rama de la física venía motivada por sus trabajos en óptica electrónica.⁶¹

Más discursos en la periferia. Demetrio Espurz y Antonio Espurz en la Universidad de Oviedo

El estudio de la introducción de la mecánica cuántica en la periferia española nos lleva ahora a la Universidad de Oviedo. En esta ocasión, de la mano del discurso que pronunció el entonces catedrático de Física Teórica y Experimental de la Facultad de Ciencias Demetrio Espurz⁶² como apertura del curso académico de 1933-1934 (Espurz Campodarbe, 1934).

El autor comienza por reflejar algo que, no por sabido, está de más mencionar ahora: la tradicional sensación de los españoles de no estar a la altura internacional en el terreno físico-matemático y de las Ciencias exactas.

Las ciencias de mi preferencia no son propicias a los regalos, que sólo otorgan a los privilegiados, tan escasos entre nosotros.

Esta confesión, que sería pueril ocultar, debe significar una línea de conducta firme, hacia un estado de cosas, mejor, de personas, cuya formación tenaz -consejo del eminente Cajal- y desde luego bien orientada, nos acerque a la primera línea en las Ciencias exactas, posición tan necesaria a nuestro prestigio en el terreno de los altos valores internacionales. No lo creo, ni remotamente, que tengamos tacha orgánica que nos impida ser originales en el terreno físico-matemático. Si se logra, -y éste sí que es tema pedagógico y a la vez económico de alto interés- atraer a una juventud selecta y sin prisas [...] lograríamos borrar ese lunar que padecemos, y no nos es dable ocultar, y se abrirían las puertas de oro que hoy sólo tenemos entreabiertas. (Espurz Campodarbe, 1934, p. IV)

El discurso continúa con un primer capítulo en que desarrolla una breve apología de la tecnocracia, que el autor refiere a unos artículos aparecidos en la revista

⁶¹Comentaremos más adelante el caso de Luis Bru como físico relacionado con la mecánica cuántica y mencionaremos de pasada su tesis doctoral en la que las teorías cuánticas se integran de forma natural en el contexto de una investigación experimental. Véase la sección 3.5 «Los cuantos de acción de Ferran Ramon Ferrando. La cuántica en las aulas», nota (45), p. 133.

⁶²Demetrio Espurz Campodarbe (1866-1958) accedió a la cátedra de Física Teórica y Experimental de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Oviedo en 1905.

*Nature*⁶³ y que acaba relacionando con los principios de Maupertuis y de Fermat (Espurz Campodarbe, 1934, p. 20).

En cuanto a las consecuencias físico-matemáticas de la física atómica, esta se aborda en el capítulo II. No seremos exhaustivos en el análisis de un discurso que se extiende a lo largo de noventa páginas sin aportar muchas novedades a las características de otros autores que ya hemos visto de ese lustro, por lo que nos limitaremos a destacar lo más relevante.

Con referencias a los físicos más notables del momento, el autor va resumiendo los grandes rasgos de la evolución de la teoría atómica. Espurz demuestra conocer los elementos clave de la teoría y de los experimentos.⁶⁴ En los puntos donde hemos podido identificar las fuentes, podemos confirmar que estas fueron, principalmente el «*Atombau*» de Sommerfeld, en su edición francesa de 1923 (Sommerfeld, 1923) y el libro de de Broglie *Ondes et mouvements* (de Broglie, 1926). Haciendo mención expresa de la necesidad de los métodos de Lagrange-Hamilton para el tratamiento de los problemas conservativos, con el fin de poner de relieve el papel de las matemáticas en la nueva mecánica, el autor afirma:

Si la Matemática es el orgullo del hombre científico y el recreo supremo de los genios, a los humildes que tenemos vedadas las alturas nos queda por lo menos la dicha de admirarlos. (Espurz Campodarbe, 1934, p. 34)

Siguiendo la línea discursiva de sus otros autores analizados, hace una revisión histórica que desemboca, hacia el final de su discurso, en una breve mención a las nuevas mecánicas, de las que podríamos quizá destacar, por un lado, la mención expresa de la mecánica de matrices, de la mecánica de ondas, y de la demostración de la equivalencia de ambas mecánicas por el propio Schrödinger, y por otro, cierta confusión del discurso cuando busca conceptos similares al de «acción».

Los trece años que separan el discurso anterior de Demetrio Espurz, del ofrecido por su hijo Antonio Espurz Sánchez en la apertura del curso de 1946-1947, marcan diferencias tanto de contenido como de estilo. Este nuevo discurso, sin

⁶³El autor cita algunos artículos de *Nature* aparecidos en los meses de febrero a julio de 1932: «Science and Social economics»; «Scientific leadership in Industry»; «Towards Unity»; «Towards a new World order»; «Science and Society»; «International cooperation»; «Science and Imperial affairs»; «Science and Politics» (Espurz Campodarbe, 1934, p. 92). Sin que podamos detenernos en esta interesante cuestión, sí que nos parece conveniente poner de relieve tanto la inquietud tecnocrática en sí, reclamando más protagonismo de los científicos en la vida pública, como la relativa rapidez con que dicha inquietud encontró eco en personajes relevantes de la universidad española como es el caso del profesor Espurz.

⁶⁴El interés de Espurz por mantenerse al día queda de manifiesto en la importancia que daba a la actualidad de la biblioteca de la Facultad de Ciencias en la que era catedrático. Cfr. (Rodríguez Álvarez, 1993, p. 180).

título, que el propio autor sugiere denominar como «Novedades que ha traído la Física» (Espurz Sánchez, 1946), resume el camino recorrido desde, aproximadamente, los artículos de Bohr en 1913⁶⁵, hasta el desarrollo de la bomba atómica y su irrupción en el panorama mundial en 1945. La importancia de este hecho y el interés que despertó a todos los niveles es el motivo último de su discurso, nada extraño, por otro lado, dado que se trata de la apertura de curso de 1946. El discurso no entra en cuestiones de base matemática y atiende principalmente a las relacionadas con la obtención de energía por fisión en los procesos radiactivos. En cuanto al estilo, se aprecia un cierto distanciamiento de la solemnidad del discurso de su padre, bien sea por el tiempo transcurrido, bien por predisposición personal. Ese cambio de estilo no oculta las nuevas relaciones entre Física y espiritualidad, que se manifiestan en la reflexión del autor sobre las realidades divinas:

La misión de la Física, no es como muchos creen, la de una descripción de multitud de hechos experimentales de carácter energético. Es algo más, ya claramente expuesto por sus fundadores Galileo y Newton. Es la «Filosofía natural», que parte de la existencia de una realidad exterior de origen divino, independiente de nosotros, regida por leyes eternas e incognoscibles de una manera inmediata a cuyo conocimiento nos aproximamos sucesivamente, al discurrir, empleando como medio la lógica matemática basada en hechos experimentalmente comprobados. (Espurz Sánchez, 1946, p. 8)

Si algo podemos señalar de estos discursos de Demetrio Espurz y su hijo Antonio Espurz es que tienen un carácter menos técnico que otros que ya hemos visto. Es por ello que, como en el caso de Ramon Ferrando en la Universidad de Murcia, sugerimos que podrían existir diferencias entre las facultades de ciencias de Madrid, Barcelona o Zaragoza y las de otros distritos universitarios como el de Oviedo. De ahí que apuntemos la posibilidad de hablar de centro y periferia en el conjunto de la universidad española de la época.

El discurso de Antonio Espurz muestra además el nuevo estado de la Física en el contexto cultural e ideológico del nuevo régimen, que le movió a incluir referencias al origen divino de las leyes de la naturaleza.

2.2. Los artículos

Es ampliamente conocida la idiosincrasia española de la época de publicar casi exclusivamente en revistas de ámbito local. Las aportaciones a la cuántica en revistas internacionales fueron escasas, aunque las hubo. En las que aquí trataremos

⁶⁵ (Bohr, 1913a), (Bohr, 1913b), (Bohr, 1913c).

hemos incluido artículos de revistas de diversa índole, incluidas las de ingeniería. Asimismo hemos considerado como artículo algún otro documento que por su contenido nos ha parecido oportuno destacar, aunque aplicando un criterio restrictivo no entraría en la categoría de artículo académico.

Algunos de los escritos que analizaremos en esta sección son de autores destacados como Julio Palacios, Blas Cabrera o Ramon Ferrando; otros son de personajes menos conocidos, como Jaime Viñallonga, Juan Bautista Puig Villena o Fernando Peña Serrano.

2.2.1. Precediendo a la nueva mecánica cuántica. Teoría de la emisión en el modelo de Bohr según Julio Palacios

A mediados de 1925, casi al mismo tiempo que Heisenberg, Born y Jordan publicaron sus primeros artículos sobre la nueva mecánica cuántica, la actividad de Julio Palacios en el Laboratorio de Investigaciones Físicas había encontrado un nuevo foco de atención. Conectado a la física internacional, y conocedor de los problemas inherentes a las debilidades del átomo de Bohr, era consciente de que quedaban muchas lagunas por explicar. Una de ellas era la relativa al problema del tiempo utilizado por los electrones de un átomo excitado para cambiar de orbital cediendo energía en forma de fotón.

Palacios, que había traducido ya al castellano el libro de Reiche *Die Quantentheorie: ihr Ursprung und ihre Entwicklung* (Reiche, 1921), creía encontrarse en situación de aportar cierta objetividad al análisis del problema del salto entre orbitales.

El trabajo en el que desarrolló su propuesta vio la luz en tres versiones diferentes. La primera fue en el congreso de Coimbra de la AEPPC de 1925. El discurso de Palacios en dicho congreso, fue recogido bajo el título de «La teoría de los quanta y la emisión de energía» (Palacios, 1925a). La segunda versión fue el artículo enviado a la revista *Anales de la Sociedad Española de Física y Química*. En esta ocasión el artículo, mucho más técnico que el discurso ofrecido en el congreso de la AEPPC, se publicó como «Teoría de la emisión en el modelo atómico de Rutherford-Bohr» (Palacios, 1925b). Por último, el mismo contenido, convenientemente traducido al alemán y ligeramente ampliado, se publicó en *Annalen der Physik*, prestigiosa revista de física de ámbito internacional, al año siguiente, 1926, con el mismo título (Palacios, 1926).

El artículo de Palacios se basa en el análisis de la luminosidad de los rayos canales según las medidas previamente efectuadas de esa intensidad por Wilhelm

Wien.⁶⁶ La idea de Palacios se basa en el estudio de la pérdida de intensidad a lo largo de los 13 milímetros en que se forma esa luminosidad. El mismo Palacios menciona que esa pérdida había sido explicada también por Gustav Mie⁶⁷ suponiendo que la radiación emitida por el átomo de hidrógeno es amortiguada, pero Palacios introduce un cambio en las hipótesis presumiendo que no existe tal amortiguación. Bajo ese nuevo enfoque, la pérdida de intensidad detectada a lo largo del rayo en lugar de estar ocasionada por la amortiguación estaría originada por el proceso paulatino de la llegada de los electrones a orbitales más estables. Una vez todos los electrones en ese orbital desaparecería la radiación.

Para desarrollar su artículo, Palacios necesitaba distanciarse del problema de la duración del salto. Ello le llevó a recurrir, ingeniosamente, al tiempo de la observación en lugar de a dicha duración. Con eso y la hipótesis estadística del salto orbital, comienza por analizar la pérdida de intensidad de la raya H_γ ⁶⁸. Esta raya le ofrece la ventaja de que, al estar generada por los electrones que saltan del orbital 5 al orbital 2, no tiene que calcular cuántos caen en el nivel de inicio, siendo un proceso de mera extinción. El razonamiento que sigue, y esto es probablemente lo más destacable, se hace sobre la base de que el proceso emisor comienza dentro del capilar que excita los átomos. Eso le permite distinguir en la fórmula de emisión dos componentes, la primera no se ajustará a la ley general, pero a partir del momento en que solamente se generan emisiones sin excitación adicional la ley debería cumplirse. Ese punto determina el tiempo del proceso de emisión, que podrá calcularse si se conoce la velocidad del rayo canal, dependiente del voltaje del aparato.

Una vez estudiada la raya H_γ hace lo mismo con la raya H_β . En esta ocasión el recuento de cambios de orbital deberá tener en cuenta los saltos entre el orbital 5 y el 4. Ello complica un poco los cálculos, pero aparentemente le permiten concluir que la distancia a la cual termina la emisión es en ambos casos la misma. Tras este razonamiento, y la coincidencia con los resultados de Wien, Palacios puede afirmar, en sus conclusiones, que el proceso de emisión no es amortiguado.

Pero Palacios no se limita a eso, sino que añade un aspecto sorprendente por su posible trascendencia: al coincidir el tiempo de emisión de los saltos entre ambos orbitales enuncia la conjetura de que eso podría ser un hecho general, es decir:

⁶⁶Palacios contrastó con los datos de Wien en (Wien, 1919) y (Wien, 1921).

⁶⁷(Mie, 1921). Sería interesante profundizar en la concordancia, que él afirma, de la formulación de Palacios con los resultados experimentales de Wien así como verificar el contenido del artículo de Mie. En este caso no hemos revisado en detalle las fórmulas sobre las que Palacios justifica sus afirmaciones.

⁶⁸Las rayas H_γ y H_β se refieren a las obtenidas en la espectrografía del hidrógeno. Se obtenían por emisión entre los niveles de energía 5 y 2 para la H_γ y los niveles 4 y 2 para la H_β .

«...que todos los procesos emisivos en el átomo de Bohr duran el mismo tiempo k » (Palacios, 1925b, p. 273)⁶⁹. Ello le permite concluir, utilizando el hecho de que $k\varepsilon = h$,⁷⁰ que «...la constante de acción h de Planck es, por lo menos en lo que al átomo de Bohr se refiere, el producto de dos constantes universales: un cuanto de tiempo k y un cuanto de energía ε » (Ib.).⁷¹

Pese a lo arriesgado de su conjetura, su convicción de estar construyendo sobre una base firme, aunque se tratara de algo novedoso, bien podría haberla consolidado tras la traducción del libro de Reiche, ya mencionado, en el que ya se comentaba que el el producto de la energía transformada, por el tiempo que dura el proceso era aproximadamente constante:

Este modo de formular la hipótesis de los quanta constituye, al mismo tiempo, una expresión del hecho conocido de que las moléculas tardan tanto más tiempo en absorber o desprender energía, cuanto menos sea la cantidad de esta, y que, por lo tanto, el producto de la energía transformada por el tiempo que dura el proceso, es próximamente constante. (Reiche, 1922, p. 39)

Pero el artículo de Palacios muestra que no construía en el aire y trató de dotar de sentido físico a sus afirmaciones. Parte de la trascendencia de la conjetura de Palacios, radica en que si se determinara la existencia de un máximo para la energía ello implicaría la existencia de un mínimo para la constante de tiempo k . No fue Palacios el único físico que se preocupó por la posibilidad de una constante relacionada con el tiempo. Posteriormente otros físicos trabajaron desde perspectivas similares acuñando la hipótesis de la existencia de dicho mínimo «quanta» de tiempo o, según algunos autores, «cronón». H. Kragh y B. Carazza han trabajado la historia de este «quanta de tiempo» durante el período 1920-1940 (Kragh y Carazza, 1994). La conclusión de los autores, que citan específicamente el artículo de Palacios, es que desde el punto de vista físico podía tener cierto sentido investigar ese tipo de hipótesis, pero que solamente la utilidad práctica hubiera podido introducirlas en la corriente de pensamiento de la física dominante, pese a que esta, en los años en que Palacios proponía su conjetura, estaba dispuesta a aceptar especulaciones incluso más arriesgadas.

Independientemente del relativo desinterés de la física del momento por el tema, es digna de ser destacada la participación de Palacios en esa discusión, tanto por la actualidad del debate en sí, como por el hecho de que se tratara de una apor-

⁶⁹La cursiva es del original.

⁷⁰En el artículo de Palacios ε es la energía de una oscilación, de forma que si n es el número de oscilaciones del tren de ondas $n\varepsilon = hv$. Por otro lado, siendo k el tiempo de emisión se tiene $n/k = v$, de donde $k\varepsilon = h$.

⁷¹Cfr. (Oliva, 2013).

tación puramente teórica. Este hecho marca un punto de contraste con la evolución posterior de la física española.

2.2.2. La radiación ultrapenetrante de Ferran Ramon Ferrando. Utilización teórica de los quanta de Planck

En el artículo «El origen de la radiación ultrapenetrante» (Ramon Ferrando, 1926), publicado en los Anales de la RSEFQ, el autor trata de la radiación cósmica estudiada por Millikan, volviendo así sobre un tema que ya había tratado en su discurso de 1924 (Ramon Ferrando, 1925, p. 38 y ss.)⁷².

El autor justifica el origen astral de la radiación cósmica considerando que, pese al gradiente térmico progresivo hacia el centro gravitatorio de los astros, la «dureza» (frecuencia) de la radiación emitida no se vería alterada en su emisión hacia el exterior desde la zona más densa del mismo. Para ello toma como punto de partida la presión de la radiación calculada a partir de la Ley de Stefan-Boltzmann, pero se apoya en la equivalencia entre energía y frecuencia de Planck, $\varepsilon = h\nu$, para razonar, a partir de ella, que la variación de frecuencia en el proceso de emisión es despreciable.

Este trabajo tiene interés porque supone la utilización teórica de los quanta en un razonamiento deductivo aunque se trate de la concepción de Planck, no de la nueva mecánica cuántica.

2.2.3. La conferencia de Como vista desde la ciencia española. La reseña de Blas Cabrera

Bajo el título de «Congreso internacional de física de Como» (Cabrera, 1927) publicado en los Anales de la RSEFQ, el autor hace una reseña de los diferentes trabajos presentados en el congreso de esta ciudad italiana en 1927, entre ellos la famosa conferencia de clausura de Bohr en la que éste intentó conciliar las diferentes tensiones que en aquel momento pivotaban sobre las teorías acerca de la estructura atómica.

Algunos españoles contribuyeron con aportaciones científicas en el congreso. En el resumen se mencionan las presentaciones del propio Cabrera sobre los «resultados obtenidos con Duperier para la susceptibilidad magnética de las familias del paladio y el platino». Asimismo señala una intervención del catalán Eduard Alcobé.

⁷²Secc. 2.1 p.61.

Si algo destaca de la crónica de Cabrera en lo tocante a nuestra investigación es, precisamente, la naturalidad en la aceptación de las diferentes teorías sobre estructura de la materia. Solamente al resumir la comunicación de Lorentz se hace eco de contradicciones, diciendo que este, al hablar del *spin* del electrón, señaló «...las dificultades que ofrece el problema del electrón-peonza de Goudsmith y Uhlenbeck desde el punto de vista de la mecánica clásica. Para este fin Lorentz considera el electrón como una distribución de cargas entre dos esferas concéntricas, dotadas de rigidez y elasticidad» (Cabrera, 1927, p. 389).

Aparte del caso del *spin* cabe citar nuevamente el de la conferencia de clausura, que Cabrera relata en los siguientes términos:

Cada una de las comunicaciones precedentemente enumeradas, fue objeto de observaciones, que algunas veces condujeron a discusiones de alto interés; y por último, la sesión final de Como se destinó íntegra a una magistral conferencia del Profesor Bohr, relativa al estado actual de la teoría de los cuantos, a la que siguió una discusión general en que tomaron parte Born, Kramers, Heisenberg, Fermi y Pauli. (Ib., p. 391)

Debe tenerse en cuenta que uno de los elementos de controversia de la época era la dificultad de conciliar el modelo ondulatorio de Schrödinger con la mecánica de matrices de Heisenberg.⁷³ Las tensiones entre las que Bohr se tuvo que mover han sido recogidas desde un interesante punto de vista por Mara Beller en (Beller, 1996). Estas dificultades, sin embargo, no afloran en la síntesis de Cabrera, y la ausencia de debate observada en dicho resumen es coherente con el análisis de la producción textual española, tanto académica como divulgativa, de esos años. Como explicación de este hecho sugerimos la combinación de dos factores.

Por un lado parece que la física española no tenía excesivo interés en importar una versión inacabada de la mecánica cuántica. Por otro lado el lapso de tiempo existente entre los nuevos desarrollos de la teoría y su llegada a España permitió una mayor evolución de los mismos hasta un punto de cierta convergencia entre el modelo matricial y el ondulatorio. La combinación de ambos componentes hizo que la mecánica de matrices y la mecánica de ondas se introdujeran al mismo tiempo y que la de matrices no despertara gran atención. Algunos autores, sin embargo, la utilizaron en sus comunicaciones. Este es el caso de Palacios en su discurso de ingreso en la Academia de Ciencias.⁷⁴

⁷³El mismo Schrödinger hablaría de esa dificultad en España en 1934, en las lecciones que dio en la Universidad de Verano de Santander (Schrödinger, 1935a).

⁷⁴Véase sección 2.1.4 El aterrizaje de la nueva mecánica cuántica en la Academia de Ciencias. Julio Palacios en la ACEFN, p. 37.

2.2.4. Mecánica ondulatoria en las revistas de ingeniería de la mano de Jaime Viñallonga

En 1934 se publicó en la revista catalana *Tècnica*, de la Associació d'Enginyers Industrials de Barcelona un artículo del ingeniero Jaime Viñallonga⁷⁵ bajo el título «Nuevas equivalencias» (Viñallonga, 1934b).

El artículo se prolongó en tres números de la citada revista, publicándose entre los meses de mayo y septiembre de ese año. En él se parte de la equivalencia masa-energía implícita en la ecuación $E = mc^2$ para justificar la obtención de unos elementos químicos a partir de otros, bien sea por fusión bien sea por fisión. No entraremos en el detalle de su contenido pues al limitarse a la explicación de la formación de elementos a partir de sus posibles constituyentes, no queda directamente vinculado a nuestro estudio de las matemáticas de la mecánica cuántica.⁷⁶ Nos parece oportuno señalar el valor de su trabajo en los siguientes aspectos.

El primero es su especificidad, pues el artículo dista de recrearse en elementos retóricos, describiendo la cuantificación de la pérdida de masa de las transformaciones y la energía obtenida en dicho proceso.

El segundo es la amplia referencia a hechos experimentales y la seguridad con que maneja los conceptos, que le permite sugerir configuraciones aparentemente originales para la estructura del neutrón.⁷⁷

El tercero es la considerable actualidad de las partículas presentadas, advirtiéndose que entre ellas se encuentran el neutrón reconocido por Chadwick en 1932 y el positrón identificado por Dirac en 1931.⁷⁸

El autor, en la última entrega de su trabajo, publicada en septiembre de 1934,

⁷⁵Jaime Viñallonga Garriga (1909-), obtuvo el título de ingeniero en la *Escola d'Enginyers* de Barcelona en 1932.

⁷⁶Carecemos de información sobre las posibles fuentes en que pudo inspirarse Viñallonga para estos artículos.

⁷⁷A semejanza de otros autores de la época no suele citar las fuentes en que se basa, y cuando lo hace no incluye los documentos que utiliza. Cuando trata de una posible estructura para el neutrón se limita a decir:

Proponemos aquí una notación convencional, por más que hemos hojeado las Memorias de los físicos que dedican sus actividades a la física nuclear, nada hemos encontrado del asunto que proponemos. (Viñallonga, 1934b, p. 130)

Viñallonga reivindica para su presentación cierta originalidad que no estamos en condiciones de evaluar.

⁷⁸Hemos eludido intencionadamente el término «descubrir» aplicado a estas partículas elementales conscientes de que la sencillez del mismo oculta la complejidad del proceso que desembocó en su aceptación por los físicos, recogida por ejemplo, para el caso del positrón, en «The manufacture of the positron» (Roqué, 1997).

y dedicada a analizar posibles estructuras para el neutrón, termina anticipando la necesidad de su artículo sobre mecánica ondulatoria diciendo:

No hemos pretendido en nuestra Memoria resolver el problema planteado, por el contrario solamente hemos aspirado a poner de manifiesto sus distintos aspectos, y aun en primera aproximación; una solución más aproximada debe buscarse, a nuestro juicio en los procedimientos de la Mecánica Ondulatoria. De la unión de la dinámica ondulatoria del electrón, con la mecánica de los fotones, han de surgir, sin duda, las leyes de estas nuevas equivalencias. Sabemos que grandes dificultades de orden matemático y experimental han de presentarse, pero seríamos pesimistas si después de haber resuelto la difusión de partículas por un centro electrizado, y después del descubrimiento de la prevista difracción de electrones, entre nosotros, a semejanza de la pasada crisis de la Física, volviese a cundir el desaliento. (Viñallonga, 1934b, p. 133)

Creemos que la crisis y el desaliento a que se refiere Viñallonga podría ser la que llevó al nacimiento de la nueva mecánica cuántica. El período comprendería, por tanto, el primer cuarto del s. XX. Esa crisis y ese desaliento solo podía conocerlos, pues, por referencias, dado que en 1934, la fecha de estos artículos, él no era físico en activo. García Doncel recoge en «L'escola de Göttingen i la revolució quàntica» la confusión que reinó esos años en la física centroeuropea, y la trascendencia interna que supuso el advenimiento de la nueva mecánica, que queda patente en la expresión de Pauli: «La mecánica de Heisenberg me ha devuelto el placer de vivir y la esperanza. Es cierto que no da la solución del enigma, pero creo que ahora es posible avanzar de nuevo»⁷⁹.

Viñallonga sustentaría sobre este trabajo el contenido del libro *La generación de la energía por destrucción de la materia*⁸⁰, que publicaría en 1946 cuando la física nuclear vino a ser tema de interés para públicos más amplios.

Siguiendo a estos tres números de *Tècnica* publicó en noviembre una nueva memoria bajo el título *Las ideas fundamentales de la Mecánica Ondulatoria, y la analogía entre los principios de Maupertuis y de Fermat* (Viñallonga, 1934a).

En esta ocasión, Viñallonga entra en el terreno teórico de la mecánica cuántica y lo hace para tratar la dualidad onda-partícula del electrón. El artículo es un resumen del contenido de la tesis doctoral de de Broglie «Recherches sur la Théorie des Quanta» (de Broglie, 1925). Comienza enunciando los principios de Fermat

⁷⁹«La mecànica de Heisenberg m'ha tornat el plaer de viure i l'esperança. És cert que no dóna la solució de l'enigma, però crec que ara és possible avançar de nou» (García Doncel, 1985, p. 218).

⁸⁰(Viñallonga, 1946).

y Maupertuis que evita mencionar desde la perspectiva variacional, limitándose a enunciar, en el caso del principio de Maupertuis:

Si se expresa el principio de la mínima acción en forma de integral curvilínea, y se considera el caso restringido de un campo exterior constante, la forma anterior [de la función de Lagrange] degenera en el llamado principio de Maupertuis, que en coordenadas rectangulares puede expresarse por la siguiente integral curvilínea, que es un mínimo,

$$\int m \vec{v} ds = \int \vec{p} ds.$$

(Viñallonga, 1934a, p. 170)

Análogamente enuncia el Principio de Fermat:

Un rayo que partiendo de un punto 1, va a parar a un punto 2, ha de satisfacer a la integral de Fermat, que también es un mínimo, y que puede expresarse así:

$$\int_1^2 \frac{v}{V} dl = \frac{v}{c} \int_1^2 n dl$$

estando extendida la integral curvilínea a lo largo de la trayectoria del rayo, siendo v y V respectivamente la frecuencia y la velocidad del rayo en un medio dispersivo de índice n . (Viñallonga, 1934a, p. 170)

El resto del artículo, siguiendo a de Broglie, parte de la velocidad de grupo de Rayleigh de un tren de ondas de fase, para acabar viendo que dicha velocidad coincide con la velocidad del corpúsculo y estableciendo así la relación entre ambos.

Como hemos visto al hablar de Ramon Ferrando y veremos cuando tratemos a Puig Villena, de Broglie comenzaba entonces a ser un referente de la literatura española sobre el tema, ubicándose en un terreno ocupado hasta entonces principalmente por Bohr, Sommerfeld, Heisenberg, Schrödinger y Dirac.

2.2.5. Fuera del guión. Cuantos y ondas de Juan Bautista Puig Villena

Atendiendo a las reflexiones hechas a lo largo de este capítulo sobre la discrecionalidad en la clasificación de estos textos, vamos a comentar dos artículos del químico Juan B. Puig Villena⁸¹ publicados en el año 1935 con los títulos «Teoría corpuscular de la luz» (Puig Villena, 1935b) y «Breve idea de la mecánica

⁸¹Juan Bautista Puig Villena (1891-1943). Licenciado en ciencias Químicas por la Universidad de Zaragoza. Ejerció como profesor en diversos institutos hasta su exilio en 1939.

ondulatoria» (Puig Villena, 1935a). Dichos artículos, que a primera vista pueden parecer sencillos resúmenes divulgativos, ayudan a descubrir retazos del interés de los científicos españoles por este campo de la física, interés que tardaría en verse acogido institucionalmente.

El primero de ellos, «Teoría corpuscular de la luz», fue publicado en la revista del Centro de Estudios Científicos de San Sebastián en julio de 1935. Sabemos, por Llombart (Llombart, 1999), que la intención de la revista fue que sirviera como complemento de los trabajos llevados a cabo en los Laboratorios del Centro. Su difusión rondó los mil ejemplares y la intención era «remitirla a todos los ingenieros y catedráticos de España y América» (Llombart, 1999, p. 83). Su aspiración, según se daba cuenta en la presentación de la revista, era «divulgar la Física y la Química modernas, sin descender a la vulgaridad, ni remontarnos a investigaciones que nos están vedadas por nuestra capacidad y nuestros medios» (Ib., p. 83). Los destinatarios principales eran los estudiantes de universidades, escuelas especiales y demás centros de enseñanza, y en ella «el Director ofrecía las páginas de la publicación, solicitando su colaboración, a cuantos sienten entusiasmo por las ciencias físicas y químicas» (Ib., p. 83).

Uno de los entusiastas a que se refería el director de la revista fue el autor del artículo del que ahora nos ocupamos, el profesor Juan Bautista Puig Villena.

Ambos artículos son bastante homogéneos en cuanto a estructura, e internamente cada uno de ellos presenta homogeneidad de contenido.

El primero, «Teoría corpuscular de la luz», trata principalmente del desarrollo experimental de la teoría corpuscular de la luz, que el autor presenta bajo los encabezados:

- Fenómenos fotoeléctricos
- Fenómeno inverso del fotoeléctrico⁸²
- Fotelectrones en los gases⁸³
- Análisis magnético de los fotelectrones
- Efecto Compton
- Representación de fotones
- Difusión de electrones⁸⁴

⁸²Se refiere al proceso de emisión de rayos X por incidencia de electrones. Ver (Duane y Hunt, 1915).

⁸³Se refiere a las experiencias en la cámara de Wilson.

⁸⁴Se refiere al experimento de Davisson y Germer.

Este primer artículo lo termina el autor anunciando el segundo: «Breve idea de la mecánica ondulatoria», que justifica en la siguiente forma:

Se entrevé una relación íntima entre electrones y ondas y la necesidad de una nueva teoría mucho más compleja, por más general, que la primitiva de Einstein y la clásica de los electrones para englobar todos los fenómenos en una concepción general. Esto es lo que ha hecho la *mecánica ondulatoria* partiendo del *electrón-onda* y de cuya teoría nos ocuparemos en trabajos sucesivos. (Puig Villena, 1935b, p. 27)

En el segundo artículo, publicado en forma de libro bajo el título *Breve idea de la Mecánica ondulatoria* Puig Villena presenta un ambicioso contenido que incluye diversos temas organizados en las siguientes secciones:

- El principio de incertidumbre
- Las ideas de de Broglie
- Realidad de la onda de fase
- Ecuación de Schrödinger
- Aplicación al átomo de hidrógeno
- La molécula de hidrógeno
- Teoría de la valencia química
- El átomo de helio
- Espectros moleculares
- Ortohidrógeno y parahidrógeno
- Mecánica ondulatoria y radiactividad

A estas secciones acompañan dos notas matemáticas cuyo contenido ampliaremos en breve.

Pese la conexión íntima que vemos entre ambos textos, llama la atención este segundo tratado sobre la mecánica ondulatoria por el hecho de que se publicase en forma de libro, sin más aval editorial que el de la imprenta E. Vañó, de la que poco sabemos.

El autor no elude la inclusión en ambos textos de algunas fórmulas básicas de la mecánica. En general habrían sido elementos disuasores de la lectura del artículo, pero se comprenden mejor si atendemos al espíritu que animó la institución del Centro de Estudios Científicos de San Sebastián, en cuya génesis se hallaba el deseo de que pudiese servir como germen del que surgiera con el tiempo una

Facultad de Ciencias en una futura Universidad Vasca. Este espíritu, cuyo objeto era «impulsar los estudios de ciencia pura y aplicada a la industria»⁸⁵, no es de extrañar que se tradujera en la licencia editorial –cuando no la exigencia– de profundizar en los aspectos teóricos de los temas presentados.

Así, por ejemplo, para explicar la ecuación de ondas de Schrödinger, Puig Villena utiliza un razonamiento que podría estar inspirado en la *Théorie de la Quantification dans la nouvelle Mécanique* de de Broglie (de Broglie, 1932) y que recuerda, asimismo, a la de Ramon Ferrando que ya hemos comentado.⁸⁶ Parte Puig Villena de la ecuación de ondas clásica en tres dimensiones:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{1}{u} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t^2}, \quad (\text{PV-(5)})$$

donde u representa la velocidad de propagación para considerar directamente como solución la función que describe la onda armónica elástica unidimensional:

$$\phi = A \operatorname{sen} 2\pi v \left(t - \frac{x}{u} \right), \quad (\text{PV-(6)})$$

y obtener derivando doblemente con respecto a t ⁸⁷

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -4\pi^2 v^2 \phi, \quad (\text{PV-(7)})$$

que juntamente con la expresión de la longitud de onda de de Broglie $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ le permite escribir, por sustitución en (PV-(5)):

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \left(\frac{8\pi^2 m}{h^2} \cdot \frac{1}{2} m v^2 \right) \phi = 0. \quad (\text{PV-(9)})$$

Por último siendo la energía total la suma de la energía cinética y de la potencial: $\frac{mv^2}{2} = E - V$ concluye:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - V) \phi = 0, \quad (\text{PV-(10)})$$

⁸⁵Boletín de la Sociedad de Estudios Vascos (BSEV), n.º 54, 24 citado en (Llombart, 1999, p. 37). En este artículo de Llombart se pueden encontrar interesantes referencias y documentación sobre el papel de las actividades del Centro de Estudios de San Sebastián.

⁸⁶Véase sección 3.5, p. 129.

⁸⁷Obsérvese que el artificio de expresar el factor distancia en la forma $\frac{x}{u}$ le ha permitido, partiendo de la fórmula clásica $\phi(x, t) = A \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$, y utilizando $\frac{v}{u} = 1/\lambda$, sacar la frecuencia v al derivar, lo que propicia el factor v^2 entre las constantes que luego necesitará para utilizar la longitud de onda de de Broglie e introducir la constante de Planck.

que es la ecuación fundamental de Schrödinger.

De forma similar, las dos notas matemáticas a que recurre el autor recogen un conjunto heterogéneo de fórmulas. En la Nota I, el profesor Puig Villena plantea la construcción de un tren de ondas a partir de la ecuación de onda clásica ya vista (PV-(6)), si bien apunta como símil el fenómeno de los batimientos.⁸⁸ Esta nota vendría a ser, hasta donde sabemos, el primer intento de explicación en España del artículo de Schrödinger «Der stetige Übergang von der Mikro- zur Makromechanik»⁸⁹ en la que Schrödinger introduce el concepto de «tren de ondas», y representa un loable esfuerzo del autor por llegar, con métodos básicos de la trigonometría, a la ecuación de Schrödinger:

$$\psi = e^{\frac{A^2}{4} - \frac{1}{2}(x - A \cos 2\pi v_0 t)^2} \cos \left[\pi v_0 t + (A \sin 2\pi v_0 t) \cdot \left(x - \frac{A}{2} \cos 2\pi v_0 t \right) \right], \quad (2.8)$$

en la que A es un modificador de la amplitud ($A \gg 1$) utilizado para construir el tren de ondas en la forma

$$\psi = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{A}{2} \right)^n \frac{\psi_n}{n!},$$

donde a su vez las ψ_n vienen determinadas por los polinomios de Hermite vinculados a la soluciones del oscilador de Planck.⁹⁰

Resulta difícil para Puig Villena introducir todos los conceptos necesarios para abordar con dignidad esas explicaciones en un artículo como el pretendido, en el que no podía suponer conocimientos matemáticos profundos en el lector.⁹¹ Por ello se limita a ofrecer la solución:

$$s = 2A \cos \pi \left(t \frac{\Delta T}{T^2} - x \frac{V \Delta T + T \Delta V}{T^2 V^2} \right) \sin \frac{2\pi}{T_0} \left(t - \frac{x}{V_0} \right),$$

para cuya obtención utiliza métodos escasamente justificados, en los que introduce una versión dependiente de x de forma análoga a como hace en (PV-(6)). Dicha solución, si bien recoge las necesidades de variación de amplitud que requeriría el fenómeno del batimiento, carece del primer término de la fórmula (2.8) que

⁸⁸El fenómeno del batimiento, al que se refiere el autor en relación con la acústica, se basa en la variación de amplitud en la superposición de ondas; dicha variación de amplitud se produce con una frecuencia que depende de las ondas constituyentes.

⁸⁹«La transición continua de la micro- a la macromecánica» (Schrödinger, 1926b).

⁹⁰(Schrödinger, 1926b, p. 42-43).

⁹¹Incluso en el caso de que la publicación definitiva del artículo se hubiera hecho en la Revista del Centro de Estudios Científicos de San Sebastián, hemos visto que la amplitud del público objetivo hubiera obligado a considerar receptores del texto con habilidades matemáticas medias.

posibilita la convergencia asintótica a cero para grandes valores de x , fundamental para el concepto de tren de ondas.

El autor justifica la inclusión de la segunda nota matemática para dar un ejemplo de los autovalores de la ecuación de Schrödinger, cuya necesidad ha explicado previamente así:

El valor E [de la energía] impone a la ecuación diferencial [...] ciertas condiciones para que pueda verificarse, no pudiendo ser éstas cualesquiera. Estos valores particulares de la ecuación [...] llámanse autovalores (Nota II). Son una propiedad general de las ecuaciones diferenciales. El estudio de la ecuación conduce a los autovalores dados por la relación $E = (2n - 1) \frac{h\nu}{2}$ siendo n un número entero. (Puig Villena, 1935a, p. 36)

La Nota II ejemplifica dichos autovalores, así como las autofunciones del operador $-\nabla^2 + x^2$, cuya resolución se mueve en el mismo nivel de imprecisión que la nota matemática anterior.

Nuestra propuesta de interpretación es que el texto en cuestión fue escrito por el autor con intención de publicarlo en la Revista del Centro de Estudios Científicos de San Sebastián al igual que el primero, pero su traslado a Alcoy antes de la publicación debió de complicar esa posibilidad, forzando al autor, que posiblemente ya tenía el trabajo iniciado, a buscar otras vías de comunicación.

Este caso pone de relieve un aspecto de la ciencia española que no dejará de aparecer a lo largo del período estudiado: el interés personal de algunos académicos en la transmisión de las matemáticas de la cuántica en España. Se verá una situación similar cuando se estudie la traducción del libro *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* de von Neumann por Ramón Ortiz Fornaguera. Cabe otorgar a los trabajos de Puig Villena el valor de ser de los primeros en publicarse en ambientes no estrictamente académicos.

El breve resumen que hemos hecho en esta sección de los dos artículos de Juan Bautista Puig Villena ilustra lo singular del caso de este autor. Las dificultades que hubo de salvar para situarse en el mundo de la docencia, así como su exilio en 1939 debido a sus conexiones políticas, son una muestra más de la complejidad que envolvía el desarrollo científico en España en el período estudiado. Nos permitimos añadir, como apunte de la personalidad del profesor Puig Villena, este párrafo del prólogo del segundo de los artículos analizados:

Esta obra no es otra cosa, que el esfuerzo hecho por un modesto profesor de Instituto, que no resignándose a vegetar en el casino local y buscando distraerse con un poco de espiritualidad en el vivir mezquino y monótono de las ciudades pequeñas, ha hecho unos apuntes y notas que ahora ordena y publica por si alguien quiere aprovechar. Es posible, lector, que este folleto,

ni te aproveche ni te importe. No te preocupes, pues ya seremos dos los que estamos en el mismo caso. (Puig Villena, 1935a, p. 8)

2.2.6. La teoría de operadores en mecánica cuántica. Conferencias de Schrödinger en La Magdalena y el Instituto de Física

Nos ocuparemos ahora de las conferencias de Schrödinger en sus visitas a España de 1934 y 1935. De estas visitas nos constan las siguientes conferencias:

- En el Congreso de la AEPPC en Santiago de Compostela en agosto de 1934
- En la Universidad Internacional Menéndez y Pelayo (UIMP) en agosto de 1934
- En el Instituto Nacional de Física y Química (INFQ) en marzo de 1935
- En la Academia de Ciencias, en abril de 1935

Nuestro trabajo se centrará en las conferencias de la UIMP (1934) y del INFQ (1935). La documentación que hemos manejado es la siguiente:

- Conferencias en la Universidad Internacional Menéndez y Pelayo (UIMP) en agosto de 1934:

Nuestras referencias serán a la *Nueva Mecánica Ondulatoria*, en traducción de Xavier Zubiri de la que fue reimpressa una versión facsímil en 2001 (Schrödinger, 1935b). Nos limitaremos a hacer unas breves alusiones, pues el texto ha sido analizado ya por otros historiadores.

- Conferencias en el Instituto Nacional de Física y Química (INFQ) en marzo de 1935:

Estas conferencias fueron integradas por el ingeniero Eduardo Gil Santiago bajo el título «Nociones de la nueva mecánica cuántica» en un artículo de la revista *Metalurgia y Electricidad*, publicado en tres números.⁹²

Además hemos dispuesto del original de Schrödinger (ÖZP/SN, Österreichische Zentralbibliothek für Physik, *Vorlesungen für Madrid*).

Dado que la intención de Gil Santiago fue la transcripción de las conferencias de Schrödinger aludiremos a su contenido como aportaciones del físico austríaco, pese a que las referencias serán, necesariamente, a los artículos de Gil Santiago.

⁹²(Gil Santiago, 1941a), (Gil Santiago, 1941b) y (Gil Santiago, 1941c).

Adicionalmente puede encontrarse alguna cita del manuscrito original. En su caso la referencia será a este.

De la intervención de Schrödinger en la Academia de Ciencias sabemos únicamente lo que el cronista de ABC insertaba en la siguiente reseña del día 11 de abril:

El profesor Schrödinger comenzó explicando el principio de indeterminación, en virtud del cual no se pueden simultáneamente determinar la posición y la velocidad de un electrón, sino que el producto de las indeterminaciones de ambas es del orden de la constante de Planck. En opinión del conferenciante, esto no sólo quiere decir que no existen puntos de masa en el sentido de la mecánica clásica, sino que también pone en duda la aplicación de la geometría euclidiana a los fenómenos físicos. Aún mayores dificultades se encuentran para combinar la relatividad restringida con la teoría mecánico-cuantista. Una de las dificultades que resultan de todo ello es la especial prerrogativa que la mecánica cuantista asigna al tiempo, en tanto que en la relatividad restringida el tiempo y las coordenadas espaciales juegan el mismo papel. Esta prerrogativa, que ha de atribuirse al tiempo, es indudablemente una imperfección de la teoría cuantista. (ABC, 11 de abril de 1935)

Tanto las lecciones en la Universidad de Verano de Santander como las conferencias en Madrid han sido relatadas ya, con diferente nivel de detalle, en (Sánchez Ron, 1992). No obstante Sánchez-Ron sugiere en ese artículo que unas y otras poco pudieron ayudar a los físicos o estudiantes que asistieron a ellas para identificar líneas de investigación específicas en la nueva mecánica cuántica, por haber evitado hablar Schrödinger de los problemas en que los físicos cuánticos estaban trabajando en aquel momento (Ib., p. 14).

El estudio textual de la producción de los físicos españoles de la época nos revela, sin embargo, un panorama algo diferente. Antes de justificar nuestra afirmación, y con objeto de situar el contexto, revisaremos brevemente el contenido de las conferencias de las que sí disponemos de información. Nos centraremos primeramente en la serie de lecciones de 1935 en el Instituto de Física, por permitir estas una más amplia interpretación al entrar en los detalles técnicos de la matemática subyacente a la teoría cuántica, aunque debemos recordar que las de la Universidad Menéndez y Pelayo son de 1934, anteriores, por tanto, a estas que ahora analizaremos.

Nociones de la nueva mecánica cuántica

En este texto, Eduardo Gil Santiago recoge las lecciones de Schrödinger en el Instituto Nacional de Física y Química.⁹³

Comienza por plantear el problema del oscilador armónico a partir de la ecuación del hamiltoniano clásico para una masa m y constante de recuperación f :

$$H(x, p) = \frac{m}{2}x'^2 + \frac{f}{2}x^2.$$

A continuación identifica la solución general para trasladar la situación al oscilador de la mecánica cuántica recurriendo al operador

$$\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (2.9)$$

y así plantear la ecuación dependiente del tiempo:

$$\left(-\frac{1}{2m} \frac{h^2}{4\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2\pi^2 m v^2 x^2 \right) \psi = \frac{h}{2\pi i} \frac{d\psi}{dt}. \quad (2.10)$$

Nada había nuevo hasta ahora. Al menos para Julio Palacios y para Ramon Ferrando, puesto que ambos autores habían abordado ya el planteamiento de la ecuación de onda de Schrödinger, aunque por procedimientos diferentes. Palacios, en su discurso de ingreso en la Real Academia (Palacios y Cabrera, 1932), ya había introducido el hamiltoniano cuántico

$$H \left(\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial q}, q \right),$$

si bien no había hecho más que enunciar su existencia, dado que el objetivo de su discurso se centraba en dar una visión general del principio de indeterminación.⁹⁴

De Ramon Ferrando nos constan a su vez unas lecciones en la Universidad de Valencia en las que no solamente planteaba la ecuación del oscilador armónico, sino que esbozaba su solución a partir de los polinomios de Hermite.⁹⁵ En este

⁹³Eduardo Gil Santiago (1903-1979). Licenciado en Ciencias Físicas por la Universidad de Madrid. Trabajó con Palacios en el Laboratorio de Investigaciones Físicas.

El manuscrito original de las lecciones (*ÖZP/SN, Vorlesungen für Madrid*) tiene un esquema para el desarrollo de siete conferencias, aunque solamente nos constan tres de las fechas: el 27, 29 y 30 de marzo. Bien pudiera ser que se celebrasen las restantes en otras fechas o que se concentrasen las siete lecciones en esos tres días.

⁹⁴(Palacios y Cabrera, 1932), véase 2.1.4 «El aterrizaje de la nueva mecánica cuántica en la Academia de Ciencias. Julio Palacios en la ACEFN», p. 37.

⁹⁵Véase la sección 3.5 «Los cuantos de acción de Ferran Ramon Ferrando. La cuántica en las aulas», p. 129.

segundo caso, además, como apuntamos en la sección «La ecuación de Schrödinger según Ferran Ramon Ferrando»⁹⁶, la explicación de Ramon Ferrando es muy similar a la de Schrödinger en las lecciones que este último impartió en la Royal Institution de Londres. Cabe, por tanto que el primero conociera de antemano las lecciones de éste, recogidas en (Schrödinger, 1928).

Schrödinger, tras extenderse en el detalle de la obtención de las soluciones por la vía de los polinomios de Hermite, llega a la conclusión de que la solución general será la que expresa ψ como combinaciones lineales de las funciones propias obtenidas en el proceso de resolución de la ecuación dependiente del tiempo:

$$\psi(x, t) = \sum_0^{\infty} c_s \varphi_s(x) e^{2\pi i v_s t}. \quad (2.11)$$

Con todo ello concluye, finalmente:

La sucesión de funciones $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s \dots$ forman lo que se llama un sistema completo de funciones ortogonales que permite, como es sabido (**), desarrollar una función muy general en serie de funciones ortogonales de un modo análogo a las series de Fourier. (Gil Santiago, 1941a, p. 33)⁹⁷

Nos interesa resaltar la nota de Gil Santiago (**) como referencia a la edición del libro *Methoden der Mathematischen Physik* de Courant y Hilbert, a cuya edición de 1931 apela Gil Santiago en lo tocante a la matemática de las series de Fourier.

La intencionalidad de Schrödinger de destacar la nueva teoría cuántica sobre la teoría cuántica clásica queda patente en el siguiente párrafo de la reseña de Gil Santiago:

La primera ventaja que se percibe en la mecánica ondulatoria con respecto a la cuántica clásica radica precisamente en la posibilidad de explicarse intuitivamente y de acuerdo con los hechos clásicos (al menos en el caso de 1, 2 y 3 dimensiones) los preceptos para determinar los niveles estables del átomo. (Gil Santiago, 1941a, p. 35)

Esta intencionalidad de marcar la fractura entre la antigua y la nueva mecánica cuántica resulta aún más explícita si se recurre al manuscrito original de Schrödinger, que la expresa, en un castellano notable, en la siguiente forma:

Voy a empezar recordándoles las más fastidiosas dificultades con que tropezaba la vieja teoría de los cuantos y vamos a ver cómo en la mec. cuantista estas dificultades se remueven o al menos se disminuyen. (ÖZP/SN, *Vorlesungen für Madrid*, p. W33-235/10)

⁹⁶Sección 6.2, p. 288.

⁹⁷La cursiva es del original.

Una de las dificultades a que se refería Schrödinger era la necesidad de un tiempo mínimo en el cambio de nivel de energía del electrón en órbita elíptica, cosa en apariencia incoherente en la teoría de Bohr, que implicaba aceptar que la transición se hacía en un tiempo cero:

Otro punto no dilucidado en la teoría clásica de Bohr es el relativo al tiempo empleado por el átomo o sistema oscilante para pasar de uno a otro estado estacionario; esta teoría, en efecto, considera el átomo antes y después de la emisión, pero nada dice del tiempo necesario para el tránsito ni tampoco sobre el número o trenes de ondas emitidas. No se puede admitir que ese tiempo sea nulo, a menos de dar una explicación que lo haga compatible con el hecho de producción de coherencias o interferencias de trenes de ondas, en distancias del orden del metro (tal es el caso de la raya H_{α}), lo que, según la teoría de Lorentz, exigiría un tiempo de propagación. (Gil Santiago, 1941a, p. 35)

Esta dificultad quedaba superada por el carácter no mecánico de la ecuación de ondas, cuya versión dependiente del tiempo determina la evolución continua de la función de estado:

En la nueva mecánica ondulatoria se concibe la transición como algo que sucede poco a poco; recuérdese la expresión de

$$\psi(x, t) = \sum c_s \varphi_s(x) e^{2\pi i v_s t}.$$

Un sistema que se encuentre en el estado s queda descrito, según la teoría de Bohr, por el término s de esa expresión: de igual modo un término r describe el estado r del sistema; pues bien, dentro de la mecánica ondulatoria se puede concebir una variación continua de los coeficientes c , de tal modo que c_s pase de 1 a 0 y c_r de 0 a 1, para pasar del estado s al estado r , con tal de que se admita (lo que supone esta hipótesis sobre los coeficientes) que el sistema puede admitir más de un solo estado propio. (Ib., p. 54)

Schrödinger parece presuponer la interpretación estadística de la función de onda, ya consolidada entonces en el centro, de forma que el mecanismo que propone vendría a intercambiar la probabilidad de obtención de dos valores propios de índices s y r . La forma de hacerlo sería variar las amplitudes forzando que estas actuaran como un selector de frecuencias, pero no aclara cómo se llevaría a término ese cambio si las constantes c_s no dependen del tiempo. No sabemos si ese fue el motivo por el que declaró que la cuestión no estaba cerrada:

Esta transición paulatina se produce sin perder la discontinuidad de estados que corresponden a las frecuencias propias, pues éstas son características

determinadas por las constantes del sistema y no se produciría en un sistema aislado, sino por alguna interacción entre el sistema y el éter, como, por ejemplo, un cambio de energía; sin embargo, la cuestión queda abierta. (Ib., p. 54)

Entendemos, pues, que Schrödinger podría estar refiriéndose al caso de emisión espontánea. Otro aspecto en el que ve una superioridad de la mecánica ondulatoria sobre la mecánica clásica es el tratamiento de las intensidades, inabordable desde la teoría de Bohr únicamente bajo la perspectiva del principio de correspondencia, y que sin embargo es interpretable desde su mecánica ondulatoria:

Dentro de la mecánica ondulatoria se pueden dar indicaciones precisas a partir de una hipótesis atrevida, que si bien no puede conservarse en su forma actual da una explicación bastante sencilla de los resultados experimentales. (Ib., p. 54)

La hipótesis a que se refiere consiste en considerar $\psi\psi^* = |\psi|^2$ como densidad de carga eléctrica. Las relaciones de ortogonalidad consideradas sobre el resultado de ese producto

$$\begin{aligned}\psi\psi^* &= \sum_s c_s \varphi_s(x) e^{2\pi i v_s t} \cdot \sum_r c_r \varphi_r(x) e^{-2\pi i v_r t} \\ &= \sum_s \sum_r c_s c_r \varphi_s(x) \varphi_r(x) e^{2\pi i (v_s - v_r) t}\end{aligned}$$

permiten, normalizando las funciones φ , representar la carga total por

$$\sum_0^{\infty} (c_r)^2,$$

cantidad que al ser constante e independiente del tiempo le permite interpretar el producto $\psi\psi^*$ como probabilidad, además de como densidad de carga.

Pese a lo concluyente que pueda parecer la teoría, Schrödinger aclara:

Esto da el medio de calcular las intensidades y se aplica también al átomo H y a los efectos Zeeman y Stark, y *aunque los resultados son concordantes con la experiencia, sin embargo, aun se requieren algunos retoques.* (Ib., p. 54)⁹⁸

⁹⁸El énfasis es nuestro. En este momento ignoramos a qué retoques se estaba refiriendo Schrödinger, pero resaltamos el detalle por entender que ese tipo de comentarios dejaban abierto el campo a la investigación, pese a su interés por presentar su mecánica como una teoría definitiva.

Otra de las preocupaciones de Schrödinger era el problema de la degeneración, relacionado también con el efecto Zeeman. El problema era conciliar la cuantización de la orientación de las órbitas electrónicas con el modelo de Bohr. Según la teoría de Bohr los orbitales solamente podían ajustarse a ciertos ángulos. Pero bajo la aplicación de un campo magnético Esta situación era, para Schrödinger, inaceptable, pues en la antigua mecánica cuántica el movimiento del campo magnético equivalía a un cambio de ejes coordenados y eso carecía de sentido físico.

Sin embargo para la mecánica ondulatoria

La degeneración es producida por la existencia de más de una función propia, dos o tres, y ello corresponde al caso de falta de orientación de las órbitas; no hay solamente una función propia φ_s que satisfaga a la

$$H(\varphi_s) = h\nu_i\varphi_s$$

sino que puede haber dos o tres funciones φ_s , con igual valor para ν_i . (Ib., p. 55)

Como vemos, Schrödinger se refiere a la existencia de valores propios de multiplicidad superior. En tales casos, todos ellos son soluciones de la transformación lineal que representa el hamiltoniano cuántico y no solo eso, sino que la combinación lineal de las funciones propias es a su vez una función propia.

Desde el punto de vista de la teoría de Schrödinger el problema era notable, pues impedía asignar un valor privilegiado a la función propia, limitando sus posibles interpretaciones. En efecto, ¿qué podía significar un vector de estado que era a su vez combinación lineal de otros vectores de estado?

Schrödinger apela al concepto de simetría mostrando que el oscilador en dos dimensiones es comparable al caso de dos sistemas que no se influyen: el correspondiente a la coordenada x y el correspondiente a la coordenada y . En esta situación, existirán dos funciones propias asociadas a un mismo valor propio, que se obtendrán como producto cruzado de las correspondientes soluciones de las coordenadas x e y :

$$\varphi_a = \varphi_0(x)\varphi_1(y), \quad \varphi_b = \varphi_1(x)\varphi_0(y). \quad (2.12)$$

Observando la simetría de la función propia resultante apela a ella como motivo de la degeneración. Esa apelación, que Schrödinger no justifica inmediatamente, la aclarará cuando trate de la cuantización del momento angular.⁹⁹

⁹⁹En este caso la simetría se refiere a la permutabilidad de las componentes sin que ello produzca alteración de los resultados, esto es, a la isotropía del espacio de referencia.

Esto le resulta útil para introducir el caso en que un sistema degenerado por simetría es perturbado por un pequeño campo magnético en la dirección del eje x . El caso es comparable a un oscilador anisótropo, y genera soluciones en las que el valor propio resulta diferente, no pudiéndose hablar de una solución adicional formada por las combinaciones lineales de ambas.

El caso de superposición le permite establecer una nueva diferencia entre la antigua mecánica cuántica, en la que las órbitas solamente podían tener un sentido físico y la nueva mecánica ondulatoria, en la que las vibraciones propias se pueden considerar como vectores, que por combinación lineal, pueden dar lugar a nuevas soluciones. Así, en el átomo de Bohr: «...no tiene sentido decir que la nueva órbita es una combinación lineal de otras dos», mientras que en la mecánica de ondas

...es evidente que el sistema vibra con una superposición de dos vibraciones propias de frecuencias poco diferentes, porque la [frecuencia] ν propia que deja de serlo después de la perturbación es, según hemos visto, una combinación lineal de dos frecuencias propias. (Ib., p. 57)

Todo ello le da pie a tratar de la cuantización del momento angular, que le permite introducir los operadores con los que en 1926 había conseguido demostrar la equivalencia de la mecánica de matrices de Heisenberg y la mecánica de ondas¹⁰⁰:

$$x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}, \quad y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y}, \quad z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z},$$

y con ellos las componentes del momento angular

$$M_x = \frac{h}{2\pi i} \left(y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y} \right),$$

$$M_y = \frac{h}{2\pi i} \left(z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z} \right),$$

$$M_z = \frac{h}{2\pi i} \left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x} \right),$$

de donde obtiene, además, la condición cuántica de Born:¹⁰¹

$$p_x x - x p_x = -i\hbar. \quad (2.13)$$

¹⁰⁰(Schrödinger, 1926a).

¹⁰¹(Gil Santiago, 1941c, p. 22). Hay que recordar que Schrödinger está hablando de operadores, por lo que la expresión

$$\frac{\partial}{\partial x} x - x \frac{\partial}{\partial x}$$

se ha de entender en estos términos, donde x representa en realidad el operador producto (x, \cdot) , de

Con estos elementos y la relación de conmutación entre los momentos angulares,

$$M_x M_y - M_y M_x = -\frac{h}{2\pi i} M_z, \quad (2.14)$$

consigue mostrar la simetría del operador momento angular para afirmar:

Si una función se anula por la aplicación de los tres momentos angulares se reproduce por una rotación alrededor de los tres ejes y, por tanto, por una rotación cualquiera, es decir, esta función tiene simetría esférica. (Gil Santiago, 1941c, p. 22)

Establecer esta simetría no es el objetivo último de Schrödinger, y a continuación define los operadores «de subida» y «de bajada»¹⁰² con los que consigue determinar que los valores propios para el número cuántico del momento angular se han de encontrar entre los valores de la serie:

$$-\gamma, -\gamma + 1, -\gamma + 2, \dots, 0, \dots, \gamma - 2, \gamma - 1, \gamma$$

donde γ debe cumplir $\gamma^2 \leq \theta$ siendo θ el valor propio del momento angular: $M\varphi = \theta\varphi$.

Esta utilización intensiva que hace de los operadores, muestra la importancia que quiso dar Schrödinger a este aspecto de la teoría, consciente, sin embargo, de las limitaciones de una exposición tan resumida:

Como no se ha tenido en cuenta el *spin* del electrón, la teoría no es válida en todos los casos. Si se tiene en cuenta éste aparece, además, el momento angular del *spin*, cuyos valores propios son $-\frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}$ y $+\frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}$. (Gil Santiago, 1941c, p. 26)

Pero el alcance de la teoría de operadores no se limitaba a la forma de obtener los resultados que podían deducirse también por otros medios, sino que aportaba también un valor interpretativo, del cual Schrödinger habla en su conferencia:

tal forma que $(x, \cdot)\alpha = x \cdot \alpha$ y así:

$$\frac{\partial}{\partial x} x\varphi = \varphi + x \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Rightarrow \left(\frac{\partial}{\partial x} x - x \frac{\partial}{\partial x} \right) \varphi = \varphi$$

de donde multiplicando por $\frac{h}{2\pi i}$ se deduce la condición cuántica de Born.

¹⁰²La estandarización de la denominación «raising» y «lowering» o «ladder operators», en inglés, y «operadores escalera» en castellano para estos operadores, es posterior a la fecha de las conferencias en el Instituto de Física.

Se desprende de lo dicho hasta aquí que los valores propios se tratan como valores de una magnitud física, este es, por ejemplo, el punto de vista general desarrollado desde el principio y de un modo completo por Dirac en su famoso libro sobre la mecánica cuántica antes citado.¹⁰³ (Gil Santiago, 1941c, p. 26)

No podía ignorarse este valor interpretativo, entre otras cosas por la relación que tiene con uno de los aspectos que más llamaba la atención, en España, de la nueva teoría cuántica: el principio de indeterminación de Heisenberg. El mismo Schrödinger hace mención de esta relación:

Hasta ahora hemos encontrado dos ejemplos de tal punto de vista: los valores propios de la energía a los que llamamos energía del átomo, y los valores propios del momento angular, que son los del momento. Se puede pensar en la misma concepción para el momento lineal

$$p_x = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x}$$

(Gil Santiago, 1941c, p. 27)

Este operador admitiría como funciones propias las exponenciales

$$e^{\frac{2\pi i}{h} ax}$$

donde a sería real y representaría el momento lineal, que aparecería, por tanto como valor propio. La afectación para la determinación simultánea del momento lineal y la posición, la resume Schrödinger así:

El hecho induce a admitir como cosa general que los valores propios de los operadores representan los valores o cantidades de magnitudes medibles. Pero lo interesante y esencial de este convenio es la consecuencia relativa a la posibilidad de fijar simultáneamente valores de una o varias magnitudes. Una magnitud puede medirse, es decir, determinarse sus diversos estados cuantitativos mediante la elección de una función propia que admita esos estados como valores propios de un operador; pero el hecho de haber operadores que no conmutan conduce a magnitudes físicas no determinables a la vez, o que, en general, no pueden determinarse simultáneamente, por ejemplo: M_x , M_y y M_z , aun cuando en casos particulares puedan determinarse los valores de los tres. Hay otros casos en que ni siquiera hay una función propia común; tal es el caso de x y p_x , de suerte que ambas magnitudes no pueden

¹⁰³(Dirac, 1930a).

tener un valor fijo en el sentido de que exista una fuerza propia descriptiva del sistema que fije los valores propios a ambos.

Tal es el sentido del principio de indeterminación de Heisenberg, que no se puede soslayar si se atribuye a los valores propios aquel significado de valores de magnitudes físicas medibles. (Gil Santiago, 1941c, p. 27)

No hemos encontrado textos anteriores a la conferencia de Schrödinger que expongan de forma tan contundente la necesidad de vincular el formalismo de los operadores a la mecánica de los quanta. Si bien en una primera lectura podría aceptarse la teoría de operadores como un desarrollo de la teoría de matrices de Heisenberg¹⁰⁴, existen diferencias formales en su aplicación que justificarían el interés que despertó en algunos de los asistentes. En breve tendremos ocasión de comentar el caso concreto de Fernando Peña Serrano, que en 1937 escribió un artículo en la *Revista Matemática Hispano-Americana* inspirado en esta conferencia.

Como hemos expuesto, Schrödinger no eludió en sus conferencias algunos de los temas espinosos que rodeaban la formulación matemática de la física de los quanta. Esos aspectos, acompañados de las dificultades de interpretación propias de la teoría, quedaron esbozados en sus lecciones, si bien no parece que fueran recogidos con excesivo entusiasmo por los físicos españoles. La conferencia no se centró en la explicación conceptual de la función de onda. Quizá eso facilitó la convivencia de diferentes acepciones. Este efecto se manifestará cuando revisemos el trabajo de García Santesmases sobre la resolución de la ecuación de Schrödinger para el átomo de hidrógeno, donde veremos que García Santesmases aceptaba como posible más de una interpretación de la función de onda. Este autor en lugar de cuestionarse la incompatibilidad entre ellas las utilizó en función de su valor explicativo.¹⁰⁵

En una apreciación global se observa una diferencia cualitativa importante entre la producción española sobre mecánica ondulatoria en esa fecha, y el nivel de las lecciones de Schrödinger. Claro está que, sin los debidos ajustes, no son comparables sus lecciones a los profesionales de la Física que pudo conocer en el INFQ, con las que se podía permitir Ramon Ferrando a sus alumnos de la Universidad de Valencia. Igualmente difícil es comparar estas conferencias con las que ofreció el mismo autor en la Magdalena y que veremos a continuación.

Por el conocimiento que tenemos del manuscrito original, la valoración general que podemos hacer del resumen realizado por Gil Santiago, no puede ser menos que elogiosa, pero ¿quién era Eduardo Gil Santiago?

¹⁰⁴No olvidemos que las matrices son una forma concreta de operadores.

¹⁰⁵Secc. 3.8.2 «La función de onda», p. 155.

Este físico, nacido en 1903 cursó sus estudios entre 1922 y 1928 en la Facultad de Ciencias de la Universidad Central de Madrid, licenciándose en Ciencias Físicas. Le vemos vinculado al Ateneo de Madrid como secretario de la Sección de Exactas en el año 1933¹⁰⁶. En 1933 solicitó una beca a la Junta para Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas, con el fin de estudiar en Berlín con Schrödinger, que le fue concedida en junio del mismo año (AJAE, Archivo de la Junta para Ampliación de Estudios, expediente de Eduardo Gil Santiago).

En la exposición de motivos para la solicitud de la beca, expresa el propio Gil Santiago

...que desea realizar estudios teóricos de Física, en todo aquello que se refiere a la moderna teoría de quanta, y especialmente Mecánica ondulatoria, a cuyo fin desea seguir los cursos normales y clases de seminario que en el primer semestre de 1934 desarrolle el profesor Schrödinger de la Universidad de Berlín. (AJAE, expediente de Eduardo Gil Santiago)

En el mismo documento declara ser profesor auxiliar de la Cátedra de Acústica y Óptica de la Facultad de Ciencias de Madrid y haber trabajado con Julio Palacios en el Laboratorio de Investigaciones Físicas sobre la determinación de estructuras cristalinas mediante rayos X.

En el estudio que presentó Gil Santiago bajo el título «Analogías de la mecánica clásica y ondulatoria», para acceder a la beca solicitada a la JAE, el autor, tras una introducción a la mecánica ondulatoria desde una perspectiva clásica, la completa con un análisis del caso de la vibración armónica de una esfera de un fluido pulsante «...la cual presenta estrecha analogía con el modelo atómico del hidrógeno en mecánica ondulatoria» (AJAE, expediente de Eduardo Gil Santiago). Para ello esboza la resolución de la ecuación diferencial que le forzaría a la consideración de los «armónicos esféricos de superficie» para cuya resolución se apoya en el libro de Rey Pastor *Teoría de las Funciones Reales*¹⁰⁷. En la base de la analogía está la necesidad de obtener una función univaluada sobre un dominio esférico.¹⁰⁸

Nótese que al estar aún en Berlín en Agosto de 1934 no pudo asistir a las conferencias de Schrödinger en la Universidad Internacional de Santander, pese a que durante el primer semestre estuvo asistiendo a sus clases en Alemania. Al finalizar su beca solicitó una prórroga en 1934 que le fue denegada el 30 de noviembre.

¹⁰⁶ ABC, 5 de febrero de 1933.

¹⁰⁷ El libro de Rey al que se refiere Gil Santiago es (Rey Pastor, 1925).

¹⁰⁸ Volveremos sobre esta cuestión cuando tratemos de las lecciones de Ramon Ferrando en la sección 3.5 «Los cuantos de acción de Ferran Ramon Ferrando. La cuántica en las aulas», p. 129.

Desconocemos la memoria que pudo haber presentado Gil Santiago al concluir su estancia en Alemania, pero el informe emitido por la Junta no es muy halagüeño, acaso fuera por la necesidad administrativa de justificar la denegación de la prórroga, por una valoración objetiva del trabajo realizado o por incompreensión del valor que tal trabajo pudiera tener:

El trabajo se ha reducido a pura documentación sobre la mecánica ondulatoria, especialmente a la forma desarrollada por Dirac. He aquí el resumen:

Definición de estados de un sistema y magnitudes observables, como generalización de la idea de magnitud medible, y álgebra y cálculo de estos símbolos, en especial de los observables conjugados complejos (idea del contenido físico y, por tanto, distinta de las complejas del análisis ordinario).

Definición de estados y valores propios de un sistema y de las magnitudes correlativas al mismo; representación del mismo sistema y de sus magnitudes mediante la elección de un sistema *completo* de estados tomado como *fundamental* y aplicación a las ecuaciones del movimiento en la forma de Hamilton; representación mediante matrices y representación ortogonal.

Aplicación de estas representaciones al punto material libre, al oscilador armónico y determinación de los valores propios de la energía y de la función de ondas de un «spiri-electrón».

Movimiento en un campo de fuerzas central y aplicación al cálculo de los niveles de energía del hidrógeno, regla de selección y efecto Zeeman para el Hidrógeno. Teoría de las perturbaciones y aplicación de la misma al efecto Zeeman anormal; choque corpuscular y aplicación al estudio de la radiación, absorción y emisión.

Por último, teoría relativista de los electrones como aplicación fundamental del método de Dirac. (JAE, 1935, p. 72)¹⁰⁹

Durante la guerra española de 1936 Gil Santiago ejerció como instructor en el Aeródromo de Los Alcázares (Murcia) donde parece colaboró en las actividades de formación de pilotos.¹¹⁰ En el expediente de depuración posterior a la guerra fue sancionado con la inhabilitación para cargos directivos y de confianza¹¹¹ sin

¹⁰⁹Los enfatizados son del original.

¹¹⁰«Recuperado un manual de Física utilizado por los pilotos de la aviación republicana» <http://biblog.etsit.upm.es/?p=349>, accedido marzo 2014.

¹¹¹«A distintas sanciones fueron condenados otros destacados físicos varios de los cuales no regresaron a la universidad [...] Eduardo Gil Santiago, auxiliar de Acústica y Óptica, [y otros] fueron sancionados con la inhabilitación para cargos directivos y de confianza, la incapacitación para opositar y desempeñar cargos docentes en un plazo de seis años y la incapacitación para obtener becas, pensiones de estudio por espacio de cuatro años». (Otero Carvajal, 2006, p. 114)

que tengamos conocimiento de su trayectoria desde esa fecha hasta la década de los 50 en que fue profesor en la Escuela Oficial de Telecomunicaciones de Madrid¹¹², aunque el rastro digital que hemos podido encontrar en la red apunta a la existencia de estancias de duración indeterminada en la Universidad Católica Andres Bello de Caracas. Falleció en 1979.

Consideramos la reseña del Gil Santiago en *Metalurgia y Electricidad* como una pequeña joya dentro de la producción textual de esa época en lo relacionado con los aspectos matemáticos de la teoría cuántica en España. Por un lado sorprende la precisión con la que recogió la esencia de las conferencias de Schrödinger. Por otro, tiene el valor de haber estimulado, junto con los textos de Peña Serrano, García Santesmases y Catalá de Alemany,¹¹³ el resurgimiento del interés de Terradas por la nueva mecánica cuántica. Dada la buena situación de Terradas en el estamento científico y académico de la posguerra española, su renovada disposición hacia la nueva mecánica cuántica fue determinante para su normalización en España.

La nueva mecánica ondulatoria recogida por Zubiri

En cuanto a las conferencias en la Universidad Menéndez y Pelayo de 1934 traducidas por Xavier Zubiri y publicadas con el título *La nueva mecánica ondulatoria* (Schrödinger, 1935a), que conscientemente hemos dejado para el segundo lugar, remitimos al ya citado artículo de Sánchez Ron «A man of many worlds» (Sánchez Ron, 1992) en que se hace un acertado análisis de su contenido. A ese análisis solo añadiremos un par de reflexiones, fruto de la perspectiva comparada con los textos que estamos viendo.

En primer lugar hemos de prestar algo de atención a la casi total ausencia de fórmulas en la traducción de Zubiri del texto de Schrödinger. Es notable el tratamiento de delicados aspectos matemáticos recurriendo exclusivamente al lenguaje natural, huyendo del formalismo riguroso que hubiera sido aplicable tanto en una conferencia como en una lección. Esto es más relevante aún si atendemos al tipo de conferencias y discursos que Schrödinger solía prodigar, que se hallan más alineadas con los tecnicismos de las conferencias en el Instituto de Física publicadas por Gil Santiago. En general se puede ver que Schrödinger era proclive al lenguaje formal de las matemáticas, las cuales integraba exhaustivamente en sus explicaciones. La ausencia de esta característica en las lecciones de Santander solo podría justificarse, en nuestra opinión, porque se le sugirió que se ajustase a ese nivel expositivo. Pero solamente un contraste con el original permitiría sacar

¹¹²(Rodrigo, 1955).

¹¹³Véanse respectivamente las secciones: 2.2.7, p. 98; 3.8, p. 149 y 3.7, p. 144.

algún tipo de conclusión sobre la estructura de sus lecciones.

En segundo lugar, visto desde la perspectiva de Schrödinger, algunas de las discusiones iniciales de la teoría cuántica estaban ya superadas. Ello justificaría que Schrödinger presentara algunas cuestiones como hechos conocidos, sin extenderse en la posible polémica que pudo haber surgido en su advenimiento en el centro científico. En particular, esto queda bastante manifiesto en el cuarto capítulo, en el que habla de la relación entre la mecánica de matrices de Heisenberg y su mecánica de ondas; más aún si se tiene presente que la inclusión de esa equivalencia en el libro de von Neumann *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* publicado dos años antes, en 1932, lo convertía en un asunto aparentemente concluido.¹¹⁴

Presentamos a continuación la evaluación global de las dos conferencias que acabamos de comentar, en la Universidad Internacional Menéndez y Pelayo en 1934 y en el Instituto Nacional de Física y Química en 1935.

El poso de la visita de Schrödinger

Aparte de los casos de Palacios y Ramon Ferrando, existen pocas evidencias de que en esa fecha muchos más físicos se hubieran dedicado seriamente al estudio de la nueva mecánica cuántica. Esto invita a trabajar sobre la hipótesis de que la posible falta de interés que, como hemos mencionado, denuncia Sánchez Ron (Sánchez Ron, 1992), estuviese motivada por un relativo distanciamiento de los físicos españoles de la teoría tal como se estaba estructurando alrededor de los físicos y matemáticos del eje Gotinga-Berlin-Copenhague.

Es cierto que el esfuerzo de Schrödinger por resaltar los éxitos de la nueva mecánica frente a las limitaciones de la mecánica cuántica clásica hizo que presentara los resultados de la primera como conclusiones establecidas, sin dejar resquicios a posibles interpretaciones. De esta forma Schrödinger, más que omitir aquellos temas que le preocupaban, lo que hizo fue presentarlos como asuntos ya resueltos, estados definitivos de la teoría. El problema de la degeneración de las soluciones y la consiguiente superposición de estados es un ejemplo. No nos es difícil imaginar que las dudas de los asistentes se resolvieran por la vía de aceptar la teoría tan concluida como la enunció su autor, sin aparente escepticismo e independientemente de grado de comprensión que se pudieron permitir en aquel momento.

La importancia que tenían para Schrödinger todos los temas expuestos queda manifiesta, a nuestro entender, por el énfasis con que ilustra la distancia entre la nueva mecánica ondulatoria y la antigua mecánica de Bohr. Testimonio de esa

¹¹⁴Debido a las frecuentes referencias que haremos a este libro de von Neumann, nos referiremos a él simplemente como el *Mathematische*.

importancia es también el hecho de que incluyó esos mismos contenidos en otras conferencias que dio durante esa época entre las que se contarían, sin ir más lejos, las recogidas en la compilación ya citada *Four lectures on Wave Mechanics* (Schrödinger, 1928). En ellas afloran los mismos temas que pudieron escuchar los físicos españoles en el Instituto de Física.

Algunos conceptos asociados a la teoría cuántica, como la estadística cuántica o los relacionados con la teoría de operadores, no habían madurado aún ni en la base científica de los estudiantes ni, probablemente, en la de algunos de los profesores españoles que pudieron haber acudido a las lecciones de Schrödinger en Santander. Por ello nos inclinamos a pensar que dichas conferencias pudieron servir, como mínimo, para sembrar la duda en los asistentes respecto de la suficiencia de los conocimientos adquiridos hasta el momento entre los físicos y matemáticos españoles de la época.

Que no se produjeran de forma inmediata ni masiva nuevas publicaciones sobre el tema parece ser una característica propia de la física española del momento; sin embargo, tanto el resumen y publicación de las conferencias de la Magdalena, efectuado por Zubiri, como la reseña de Gil Santiago, demuestran la atracción que despertaron entre los asistentes más jóvenes.

Mención específica merece que Gil Santiago anotase a pie de página que el problema de la imposibilidad de encajar en la teoría de Bohr la emisión de una onda de frecuencia ν en un tiempo $t = 0$ era algo que ya había planteado Palacios en Coimbra.¹¹⁵ El hecho de que Gil Santiago conociera y citase el discurso de Palacios, de diez años antes, es, por tanto, una singularidad que denota su interés en esta cuestión.

Las manifestaciones anteriores no son las únicas. Otra muestra del efecto desencadenado por las lecciones de Schrödinger lo encontramos en el artículo que comentaremos a continuación, de Fernando Peña Serrano, «Un método para determinar los niveles de energía del oscilador armónico», publicado en la *Revista Matemática Hispano-Americana* (Peña Serrano, 1937).

2.2.7. Los ingenieros y Schrödinger. El oscilador armónico de Fernando Peña Serrano

Fernando Peña Serrano (1894-1960) fue un ingeniero de montes cuyo interés por la física le llevó, entre otras cosas, a traducir la *Mecánica General*¹¹⁶ de Max

¹¹⁵Gil Santiago menciona el hecho en nota al pie en (Gil Santiago, 1941a, p. 35). Señalamos esta referencia pues, como hemos indicado, las menciones entre físicos españoles en esa época eran escasas.

¹¹⁶*Introducción a la Mecánica General* (Planck, 1930).

Planck de 1930.

Asistió a las lecciones de Schrödinger en el Instituto de Física en 1935, tras lo cual, en 1937 publicó en la *Revista Matemática Hispano-Americana*, el artículo «Un método para determinar los niveles de energía del oscilador armónico» que ahora nos ocupa (Peña Serrano, 1937).

El autor introduce el artículo tributando a Schrödinger la idea de su contenido:

Inspirándonos en una idea expuesta por Schrödinger en las conferencias dictadas hace dos años en el Instituto Nacional de Física de Madrid, al tratar de hallar los valores propios comunes al operador representativo del cuadrado del momento angular y al valor relativo a uno de sus componentes, exponemos a continuación un método de cálculo para obtener las funciones propias y valores propios del hamiltoniano correspondiente al oscilador armónico. También nos servimos de los primeros resultados obtenidos por Dirac al tratar el problema que nos ocupa.

La propuesta de Fernando Peña consiste en la utilización de los operadores «de subida» y «de bajada» para el cálculo de los vectores propios del hamiltoniano cuántico, esto es, de los estados estacionarios de la energía. Hasta donde sabemos en este momento sería, por tanto, el primer texto de un español en que se aborda matemáticamente la resolución de la ecuación de Schrödinger y no solo su planteamiento; en este caso para el oscilador armónico.

Vamos a arriesgar una explicación de qué pudo motivar el artículo de Fernando Peña, teniendo en cuenta dos hechos singulares. En primer lugar hay que notar que el artículo de Gil Santiago es, en realidad, posterior al de Fernando Peña, escrito en 1937¹¹⁷, mientras que el de Gil Santiago es de 1941. Por tanto, Peña seguramente asistió a la conferencia de Schrödinger, pero no pudo inspirarse en el artículo de Gil Santiago sino en sus propias notas. En segundo lugar vemos que el desarrollo seguido por Fernando Peña, como indica en la presentación, está inspirado en el libro de Dirac *The principles of quantum mechanics* (Dirac, 1930b). Lo que ha estimulado nuestra curiosidad ha sido entender por qué Peña cita las conferencias de Schrödinger para acabar siguiendo el razonamiento de Dirac, así como entender si había pretensión de originalidad en la solución aportada. Para dilucidar estos aspectos hemos comparado los pasos que utiliza Schrödinger para determinar los niveles de energía con los que sigue Fernando Peña.

En particular Schrödinger utiliza una solución tentativa ψ tal que

$$\psi = \varphi(x)e^{2\pi i v t}$$

¹¹⁷Este hecho lo configura, además como uno de los pocos testimonios textuales de continuidad en el estudio de la mecánica cuántica durante la guerra.

a su ecuación de ondas dependiente del tiempo (2.10). La aparición de un factor

$$e^{2\pi i \nu t}$$

en todos los términos permite eliminar la dependencia del tiempo y obtener

$$-\frac{h^2}{8\pi^2 m} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + 2\pi^2 m \nu_c^2 x^2 \varphi = h\nu \varphi, \quad (2.15)$$

o equivalentemente,

$$H(\varphi) = h\nu \cdot \varphi, \quad (2.16)$$

de donde φ será una función propia de valor propio $h\nu$ para el operador lineal representado por el hamiltoniano cuántico. Las sustituciones:

$$\lambda = \frac{8\pi^2 m \nu}{h} \quad \text{y} \quad \alpha = \frac{4\pi^2 m \nu_c}{h}, \quad (2.17)$$

permiten expresar (2.15) en la forma:

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} + (\lambda - \alpha^2 x^2) \varphi = 0, \quad (2.18)$$

tras lo cual Schrödinger añade, según la reseña de Gil Santiago,

Se sabe que esta ecuación admite, independientemente de los valores de λ y α dos soluciones independientes y que las singularidades de estas soluciones están solamente en los puntos del plano imaginario, donde uno por lo menos de los coeficientes tiene una singularidad. Puede suceder que aun en el punto singular del coeficiente la solución sea regular.

En esta ecuación sólo en el infinito es el coeficiente singular, y el comportamiento de la solución en ese punto es el mismo que el de $e^{-\frac{\alpha x^2}{2}}$. (Gil Santiago, 1941a, p. 32)

El razonamiento de Schrödinger, algo complejo en su enunciado, no deja de ser el argumento, ya clásico, para la resolución de la ecuación lineal homogénea de segundo orden $y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0$, cuya solución en el caso de analiticidad de las funciones P y Q en un punto ordinario x_0 será asimismo analítica y por tanto desarrollable en serie de potencias.¹¹⁹

¹¹⁸Schrödinger llama ν_c a la frecuencia «clásica» es decir a la propia del oscilador.

¹¹⁹Según la transcripción de Gil Santiago, el autor se apoya en una referencia al texto *Theorie der Differentialgleichungen* de Bieberbach (Bieberbach, 1930) que, en efecto, aborda esta clase de ecuaciones diferenciales por el método propuesto.

El hecho de que el factor λ sea despreciable frente a x^2 para grandes valores de x , le permite considerar, en lugar de (2.18), la siguiente ecuación :

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \alpha^2 x^2 \varphi, \quad (2.19)$$

que induce a ensayar como solución $e^{\pm \frac{\alpha x^2}{2}}$ teniendo en cuenta que la solución debe cumplir $\varphi \rightarrow 0$ cuando $|x| \rightarrow \infty$. La doble derivada de esta función con la imposición adicional de convergencia a cero para grandes valores de x implica descartar la exponencial con signo positivo, pero posibilitaría aceptar la siguiente igualdad $\varphi'' = \alpha^2 x^2 e^{-\alpha \frac{x^2}{2}}$ y por tanto la solución ensayada. Esta solución, que será únicamente aproximada, invita sin embargo a considerar $\varphi = \chi(x)e^{-\alpha \frac{x^2}{2}}$ como solución definitiva, teniendo en cuenta las mismas restricciones de convergencia a cero para valores grandes de x . Eso es lo que hace Schrödinger¹²⁰, que queda escuetamente recogido en la versión de Gil Santiago:

Hagamos $\varphi = \chi e^{-\alpha \frac{x^2}{2}}$ y para simplificar pongamos

$$z = \sqrt{\alpha} x \quad \text{y} \quad \mu = \frac{\lambda}{\alpha},$$

con ello la ecuación que estudiamos se convierte en la

$$\frac{d^2\chi}{dz^2} - 2z \frac{d\chi}{dz} + (\mu - 1)\chi = 0.$$

(Gil Santiago, 1941a, p. 32)

A partir de ahí el razonamiento de Schrödinger discurre aceptando la solución analítica de esta última ecuación y, utilizando el desarrollo en serie de potencias, llegar a la recurrencia que permite introducir los polinomios de Hermite con los que puede reconstruir las soluciones:¹²¹

$$\psi = e^{-\frac{\alpha}{2}x^2} H(z) e^{2\pi i v_s t}. \quad (2.20)$$

¹²⁰Aunque no lo formula de forma explícita, la condición de contorno que está utilizando Schrödinger es

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 = 1.$$

¹²¹Obsérvese que las v_s representan ahora las frecuencias de emisión, no las del oscilador. De estas y su relación con la v_c ,

$$v_s = (s + 1/2)v_c,$$

se pueden deducir importantes consecuencias que, de nuevo, ponen distancia entre su teoría y la de Planck.

El razonamiento de Schrödinger no es, como puede verse, fácil de seguir, pues incorpora varios elementos de teoría de operadores que pudieron desconcertar a los asistentes debido a su novedad, implica resolver las ecuaciones diferenciales que le permiten obtener la familia de funciones propias de la ecuación de ondas, para lo cual se tiene que pasar por la recurrencia de obtención de los polinomios de Hermite.

Por otro lado las posibles referencias a Dirac por parte de Schrödinger pudieron haber estimulado a Fernando Peña para buscar en ingeniero inglés la claridad que no percibió en las explicaciones del físico austríaco.

Vemos que parte de la complejidad de la solución de Schrödinger radica en la necesidad de resolver las ecuaciones diferenciales que le permiten obtener la familia de funciones propias de la ecuación de ondas, para lo cual se tiene que pasar por la recurrencia para obtener los polinomios de Hermite.

Por su parte Peña Serrano utilizó una técnica inspirada en Dirac que se basa en la utilización de los operadores de subida y de bajada:

$$\xi = p + im\omega q$$

y

$$\eta = p - im\omega q,$$

donde ω es la frecuencia del oscilador, que le permiten establecer

$$H\varphi = \gamma\varphi \Rightarrow H[\xi\varphi] = (\gamma + \hbar\omega)[\xi\varphi], \quad (2.21)$$

y de forma similar para el operador η . El carácter decreciente del operador η le permite afirmar:

De aquí resulta que, operando reiteradamente con η a partir de un vector propio habremos de llegar necesariamente a un vector nulo, pues de lo contrario se llegaría a obtener un valor propio de H inferior a $\frac{1}{2}\hbar\omega$ ya que los valores propios sucesivos van disminuyendo en la cantidad constante $\hbar\omega$. (Peña Serrano, 1937, p. 13)

Tomando ese vector propio φ_0 , utiliza la ecuación diferencial obtenida del mismo operador de bajada

$$(p - im\omega q)\varphi_0 = 0$$

y la resuelve, obteniendo

$$\varphi_0(q) = e^{-\frac{q^2}{2} \frac{m\omega}{\hbar}}.$$

Con esta última puede escribir

$$H[e^{-\frac{\alpha}{2}} q^2] = \frac{\omega \hbar}{2} [e^{-\frac{\alpha}{2}} q^2],$$

y utilizando reiteradamente el operador de subida obtener el resto de soluciones del sistema, sin recurrir a los polinomios de Hermite.

No había, por tanto, originalidad en el artículo de Peña, si bien es cierto que la determinación de los niveles de energía siguiendo los pasos del texto de Dirac pudieron ser clarificadores para los asistentes a la conferencia de Schrödinger. Es patente la ventaja que supone la utilización del operador incremento $\xi = p + im\omega q$ para calcular las funciones propias a partir de los valores propios mediante el recurso al hecho de que:

Si φ es vector propio de H correspondiente al valor propio γ , $\xi \varphi$ será también vector propio de H correspondiente al valor propio $\gamma + h_1 \omega$.¹²² (Peña Serrano, 1937, p. 12)

Cabe preguntarse: si no fue la pretensión de originalidad lo que movió a Fernando Peña a desarrollar una solución para el oscilador armónico, ¿qué fue lo que le indujo a escribir el artículo y publicarlo? Nuestra hipótesis es que, como en otros textos de la época, la autoimposición del autor de concretar su estudio en forma de artículo, venía motivada por dos ingredientes. El primero, la necesidad de poner en orden sus ideas una vez trabajado el tema investigado; el segundo sería la intención de someter ese trabajo al juicio de sus contemporáneos.

Obviamente además de los elementos sugeridos aquí pudo haber otros posibles estímulos para la publicación, como podría ser el interés por mantener activa la Revista Matemática Hispano-Americana durante la Guerra Civil.

¹²²En el artículo de Peña h_1 es $\frac{h}{2\pi}$ y ω frecuencia angular.

Capítulo 3

Didáctica de la mecánica cuántica

El trabajo de esta sección comprende el análisis de textos que, de una u otra forma, contienen elementos de la nueva mecánica relacionados con la didáctica. Aunque no serán muchos los trabajos que veremos que se puedan asimilar al concepto de «libro de texto», resulta oportuna una breve digresión sobre estos.

Algunos autores sugieren dos posibles definiciones de lo que podría ser un libro de texto para el estudioso de la historia de ese género (García Belmar *et al.*, 2005, p. 223). Por un lado podría atenderse al criterio de uso, según el cual sería libro de texto todo aquel texto utilizado con fines didácticos en las instituciones académicas. Por otro lado podría contemplarse el propósito del texto. Observando este segundo criterio sería libro de texto cualquier texto especial y explícitamente diseñado como instrumento para la didáctica en instituciones académicas.

Más recientemente se ha apuntado que durante las crisis científicas –y el advenimiento de la mecánica cuántica lo fue– los libros de texto, lejos de representar un repositorio neutro de verdades comúnmente asumidas, entran en diálogo con la investigación activa (Badino y Navarro, 2013, p. 14). Este diálogo sugiere la interpretación de los libros de texto no solamente como productos del cambio científico utilizables únicamente en régimen de aprendizaje, sino también como agentes activos en el proceso creativo del desarrollo científico (Ib.).

Por nuestra parte no hemos sido restrictivos en la selección de los textos, procurando evitar ideas preconcebidas de lo que se debe considerar, o no, como «texto académico». Ello nos ha permitido dar cabida a documentos que de otra forma habría sido difícil clasificar para el análisis. Entrarían en ese grupo algunas memorias en que se recogen las notas del profesor de clases ya impartidas. Esta forma de publicación, en algunos casos, puede evolucionar hasta algún tipo de libro. Pero cuando se queda en el formato de la memoria primigenia, solamente se aceptaría su clasificación como libro de texto bajo el primero de los dos supuestos cita-

dos anteriormente, y aun así ese atributo sería discutible. Como veremos, cuando quedan en la forma original son más fácilmente comprensibles como artículo de revista especializada.¹

Por otro lado, prescindir de una pauta rígida de lo que constituye un libro de texto o, de forma general, un escrito didáctico, nos ha permitido ser más inclusivos. Esta apertura de criterio se ha hecho útil para comprender las relaciones de sus autores con la disciplina y descubrir aspectos interesantes de la forma en que circuló el conocimiento de la mecánica cuántica entre los físicos y matemáticos españoles.

Nuestra metodología de estudio ha buscado penetrar en algunos detalles matemáticos de la exposición de los autores más relevantes. Por ese motivo nos hemos ceñido a textos accesibles sin pretender una identificación exhaustiva de los mismos, dado que no era nuestro objetivo ofrecer una relación completa de publicaciones.

3.1. Los programas de estudio a través de las oposiciones a cátedra

Como hemos anticipado en la introducción, para situar el marco de nuestra investigación se nos ha hecho necesario un cierto conocimiento del entorno académico en que las publicaciones aparecieron, aspecto que hemos procurado obtener a partir de los programas de las asignaturas impartidas que mantienen alguna relación con la mecánica cuántica. La importancia de este marco radica, entre otras cosas, en que complementa una producción textual que, como se verá, es escasa. Esa escasez podría llevar a la conclusión de que en España no se enseñaba mecánica cuántica y de ahí podría deducirse a su vez, erróneamente, que en España no se aceptaba, no se entendía, o bien, simplemente, que no interesaba.

Para dar una idea de lo que estamos hablando relacionamos a continuación la información de las cátedras convocadas durante esos años de cuatro asignaturas que guardan relación con nuestro tema de estudio: Mecánica Racional, Física Teórica y Experimental, Física Matemática, y Electricidad y Magnetismo.²

- Mecánica Racional

- 1925 (Escuela de Ingenieros industriales de Bilbao)

¹Algunos libros de gran difusión tuvieron su origen en esas notas de clase. Michael Eckert es oportuno al señalar esa circunstancia del *Atombau und Spektrallinien* de Sommerfeld (Eckert, 2013, p. 121).

²Las fechas que ofrecemos corresponden a las de convocatoria, no a las de resolución.

- 1927 (Escuela Superior de Arquitectura de Madrid)
 - 1929 (Facultad de Ciencias de la Universidad Central de Madrid)
 - 1934 (Escuela especial de Ingenieros Agrónomos)
 - 1941 (Escuela Naval Militar)
 - 1942 (Escuela Superior de Arquitectura de Madrid)
 - 1944 (Universidad de Barcelona)
 - 1944 (Escuela de Arquitectura de Madrid)
 - 1949 (Escuela de Arquitectura de Madrid)
- Física Matemática
- 1934 (Escuela Superior de Aerotecnia)
 - 1948 (Universidad de Barcelona)
 - 1950 (Universidad Central de Madrid)
- Física Teórica y Experimental³
- 1931 (Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza)
 - 1933 (Sección de Ciencias de la Universidad de Cádiz)
 - 1933 (Facultad de Ciencias de la Universidad de Salamanca)
 - 1933 (Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada)
 - 1934 (Facultad de Medicina de la Universidad de Cádiz)
 - 1935 (Facultad de Ciencias de la Universidad de La Laguna)
 - 1940 (Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid)
 - 1940 (Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona)
 - 1940 (Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada)
 - 1941 (Facultad de Ciencias de la Universidad de Sevilla)
 - 1943 (Facultad de Ciencias de la Universidad de Valencia) (Traslado)
 - 1943 (Facultad de Ciencias de la Universidad de Oviedo)
 - 1943 (Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada)
 - 1944 (Facultad de Ciencias de la Universidad de Sevilla) (Traslado)
 - 1944 (Universidad de La Laguna) (Traslado)
 - 1945 (Universidad de Santiago) (Traslado)
 - 1954 (Universidad de Madrid)

³Equivalente a la anterior asignatura de Física General.

- Electricidad y Magnetismo
 - 1951 (Universidad de Granada)
 - 1953 (Universidad de Granada)
 - 1954 (Universidad de La Laguna)

Aunque no todas las plazas se cubrieron y algunas fueron convocatorias de traslado, la relación puede ser útil para tener una idea del peso de las diferentes disciplinas en los entornos académicos. Se observan dos hechos significativos; el primero es que la asignatura de Mecánica Racional era casi exclusiva de las escuelas técnicas; el segundo, que solo se convocaran tres plazas de Física Matemática, siendo la primera en la Escuela Superior de Aerotecnia y solamente quince años después en la Universidad de Barcelona.

En relación a estas dos últimas, hay que añadir que la cátedra de Madrid ya existía y estaba ocupada por Terradas desde su regreso a España; la convocatoria de 1950 era para cubrir la plaza existente, vacante por el fallecimiento de su titular.⁴ Se cubrió en 1952, mientras que la convocada para Barcelona en 1948, de nueva dotación, no se cubrió hasta 1956, es decir, ocho años después de ser convocada.

Damos especial significación a estos hechos porque el análisis de los programas de estudio presentados para las oposiciones muestran que en las de Física Teórica y Experimental el modelo atómico que se estudiaba era el de Bohr-Sommerfeld, y aparecía únicamente en la última lección del programa. Sucede así en los programas de las oposiciones que ahora mencionaremos, pese a que en los cuestionarios de los que se examinaba a los candidatos sí se incluían temas de la nueva teoría del átomo:

- (a) En la oposición a las Cátedras de Física Teórica y Experimental de 1940 para Barcelona y Granada, aprobaron la oposición Isidre Pòlit, con el número uno, y José Baltá Elías, con el número dos. La mejor posición de Pòlit le permitió escoger plaza el primero, cosa que hizo eligiendo la de Barcelona. De esa manera solamente quedaba disponible la plaza de Granada. Baltá Elías, pese a haber aprobado la oposición, solo estaba interesado en la plaza de Barcelona, por lo que renunció a la plaza de Granada, que fue declarada desierta. En el acta de los temas propuestos para el sexto ejercicio (desarrollo de un tema a elección del criterio del tribunal) constan los siguientes.⁵

⁴La cátedra de Madrid había sido ocupada por José Echegaray desde 1905 y por Pedro Carrasco desde 1918 hasta la Guerra Civil. La accidentada historia de la cátedra de Madrid está documentada en (Sánchez Ron, 1990, p. 20 y ss.).

⁵(AGA, Archivo General de la Administración, Educación, 32/13584).

- Fenómeno Zeeman
 - Teoría de la emisión de rayas espectrales
 - Teoría de la radiación negra
 - Absorción de los Rayos X por la materia
 - Estudio de la estructura cristalina
 - Ideas actuales sobre la constitución de la materia
 - Efecto Compton
 - Paso de la Mecánica Clásica a la Ondulatoria
 - Los principales tipos de soluciones de la ecuación de Schrödinger
- (b) Otro documento que nos aporta algo de información es el programa de la asignatura propuesto por Isidre Pòlit, que incluía los siguientes temas en la lección 83.
- Emisión de radiaciones
 - Cuerpo negro
 - Leyes de la radiación del cuerpo negro
 - Hipótesis de los quanta
 - Luminiscencia, fosforescencia y fluorescencia
 - Emisión de rayas espectrales
 - Átomo de Rutherford-Bohr
- (c) La oposición de 1943 fue convocada para la Cátedras de Física Teórica y Experimental de las Secciones de Químicas de las Universidades de Oviedo, Valencia y Granada, que fueron cubiertas respectivamente por Antonio Espurz, Catalá de Alemany y García Santesmases. El expediente incorpora el programa propuesto por este último, que contiene en la última lección:⁶
- Estructura del átomo
 - Modelo atómico de Rutherford-Bohr: espectro del hidrógeno
 - Números cuánticos
 - Transmutaciones artificiales
 - Proton y deutón
 - Neutrón y electrón positivo
 - Radioactividad artificial

⁶(AGA, Educación, 31/01481).

(d) A diferencia de lo que vemos en los anteriores programas de Física Teórica y Experimental, parece que la pretensión de los programas de Física Matemática era más ambiciosa en lo tocante a la mecánica cuántica. La justificación de esta afirmación la basamos en el programa de Física Matemática que se encuentra en el expediente de la oposición a las Cátedras de Física Teórica y Experimental de Barcelona y Granada de 1940 de la que hemos hablado. En dicho expediente, además de los documentos ya citados, hay un programa de Física Matemática que en 1935-1936 explicó Isidre Pòlit en la Universidad de Barcelona. Entendemos que el mismo fue presentado como mérito, y comprende algunos temas relacionados con la cuántica que incluyen:⁷

- Radiación negra. Aplicaciones del Teorema de la equipartición de la energía; fórmula de Rayleigh-Jeans
- Teoría cuántica de la radiación negra; fórmula de Planck. Leyes de Stefan y de Wien
- Integral de acción de Maupertuis. Cuantificación de movimientos según Bohr y Sommerfeld
- Teoría cuántica del calor específico de los gases. Teoría de Debye del calor específico de los sólidos
- Teoría de la emisión de las series espectrales de los átomos hidrogenoides según Bohr (órbitas circulares)
- Teoría de la emisión de las series espectrales de los hidrogenoides según Sommerfeld (órbitas elípticas)
- Números cuánticos que determinan la energía del átomo. Número cuántico de Spin y número cuántico interno. Reglas de selección
- Cuantificación en el espacio; número cuántico magnético
- Principio de exclusión de Pauli; distribución de los electrones en los distintos niveles energéticos
- Teorema de Larmor. Efecto Zeeman
- Conceptos fundamentales de mecánica ondulatoria. Velocidad de fase y velocidad de grupo.
- Ondas materiales. Comportamiento ondulatorio del electrón
- Ecuación de Schrödinger. Valores y funciones propias. Átomo de hidrógeno

⁷(AGA, Educación, 32/13584). Hemos podido corroborar que algunos de esos temas están contenidos en el programa del curso anterior 1934-1935 de la asignatura de Física Matemática de la Sección de Físicas de la Universidad de Barcelona, pero este último dista de ser tan completo como el que presentó Pòlit como méritos en la oposición.

- Significación física de la función Ψ

En los expedientes anteriores observamos que a los nuevos catedráticos se les pedían conocimientos de la nueva mecánica cuántica que ellos no incluían en los programas de Física Teórica y Experimental (Física General), aunque parece ser que sí los suponían adecuados a un curso de Física Matemática. En los programas de Física Teórica y Experimental se limitaban a la cuantificación de Planck y a la antigua mecánica cuántica (Bohr-Sommerfeld).

Los programas presentados para las cátedras de Mecánica Racional comprendían algunos temas valiosos para el manejo de la nueva mecánica cuántica:

- La oposición convocada en 1929 para la Universidad Central de Madrid, fue ganada por Navarro Borrás, pero a ella se presentó también Ramon Ferrando. En el expediente encontramos el cuestionario propuesto para el sexto ejercicio, que incluye los temas siguientes.⁸
 - Principio de Hamilton y de la menor acción
 - Paréntesis de Lagrange y de Poisson
 - Integración por series trigonométricas
- En la oposición de 1944 para la cátedra de la Universidad de Barcelona, el programa propuesto por Francisco Sanvisens, que finalmente sacó la plaza, incluye, en las lecciones 64 y 65, diversos temas relacionados con la resolución de ecuaciones diferenciales que dan lugar a las funciones esféricas:⁹
 - Funciones esféricas o de Laplace
 - Ecuación diferencial que satisfacen las funciones esféricas
 - Polinomios de Legendre
 - Expresión de las funciones esféricas mediante los polinomios de Legendre
 - Funciones zonales, sectoriales y teserales
 - Soluciones de la ecuación diferencial de las funciones esféricas
 - Propiedades integrales de las funciones esféricas
 - Desarrollo de una función de dos variables en series de funciones de Laplace
 - Aplicaciones de las funciones esféricas a la resolución del problema de Dirichlet para la esfera y el potencial de una simple capa esférica

⁸(AGA, Educación, 31/13380).

⁹(AGA, Educación, 31/01482).

Por último, en los programas de estudio para las Cátedras de Física Matemática sí se planificaba la docencia de algunos temas de más actualidad relacionados con la nueva mecánica cuántica. En el expediente de la oposición de 1950 a la cátedra de Madrid encontramos la propuesta de programa de Rafael Domínguez Ruiz-Aguirre, que fue quien finalmente fue seleccionado para la plaza.¹⁰ El propio autor nos da cuenta de la existencia de una asignatura específica de Mecánica Cuántica en ese momento, aduciendo ese motivo para no incorporar excesivos temas relacionados con esa disciplina. Su propuesta, junto a los temas básicos de la Mecánica Racional, de cálculo vectorial, dinámica de fluidos, termología y electromagnetismo, incluía los siguientes temas, que destacamos por novedosos:

- Mecánica cuántica moderna. Autofunciones y autovalores
- Ortogonalidad de las autofunciones
- Probabilidad de la medida
- Interpretación de la función de estado
- Principio de incertidumbre
- Mecánica matricial
- Equivalencia entre los planteamientos de la mecánica cuántica

Cuando hemos hablado del discurso de recepción de Terradas en la RACEFN, hemos visto que el programa de este, si bien fue rechazado en las oposiciones, incluía temas estrechamente relacionados con la mecánica cuántica.¹¹ La distribución de cátedras y los programas y cuestionarios que hemos visto, sugieren que la mecánica cuántica tardó en introducirse en los programas universitarios. Pudiera pensarse que la convicción de Terradas sobre la importancia de la mecánica cuántica fue quizá el motivo de que forzase el programa de ecuaciones diferenciales que presentó en su discurso de 1933, para comprender temas que, relacionados con la cuántica, pudieron parecer al tribunal (y a Rey Pastor) pretenciosos y fuera de lugar. Esta idea, sin embargo, se sostiene con dificultad. En efecto, Terradas pasaría al año siguiente, durante el curso 1934-1935, a dar clases en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona, encargado de tres asignaturas: Mecánica Racional, de la que fue catedrático,¹² Ecuaciones Diferenciales, y Cálculo de Probabilidades. Pero en su programa solamente incluyó breves referencias al

¹⁰(AGA, Educación, 31/05715).

¹¹Secc. 2.1.5 «Programa de un curso sobre ecuaciones diferenciales. Esteban Terradas en la Academia», p. 53.

¹²Gaceta de Madrid, num. 302, de 28 de octubre de 1932.

«examen de las ecuaciones que se presentan en Mecánica ondulatoria», en el programa de Mecánica Racional, y «Formación estadística de la mecánica cuántica. Operadores Hermíticos. Rotaciones en el espacio de Hilbert», en el programa de Cálculo de Probabilidades. Por tanto, sin que se pueda afirmar que Terradas hubiera abandonado su primera idea de orientar a los estudiantes hacia la nueva mecánica cuántica, parece que hay que aceptar que el contenido real distó mucho del contenido de su propuesta para las lecciones 37, 104, 105 y 125 de las que hemos hablado en la sección 2.1.5.

Por lo que llevamos visto en la introducción de este capítulo, cabe advertir que, aunque la situación fue cambiante a lo largo de nuestra ventana de observación, los textos que analizaremos en las secciones siguientes han de entenderse enmarcados en un ambiente académico cuya adopción de la nueva mecánica cuántica no se había asumido aún institucionalmente. Pese a ello resulta superfluo recordar que no todo lo que se hizo quedó recogido documentalmente. Entre las disertaciones no recogidas se encuentran muchas conferencias de las que tenemos constancia por la prensa de la época. Estas, y otras orientadas a públicos más específicos, pasaron sin ser recogidas en un documento que permita evaluar su contenido.¹³

3.2. Consolidación de la antigua teoría de los quanta. La traducción de Julio Palacios del texto de Fritz Reiche

La traducción de Palacios de 1922, del libro de Fritz Reiche *Die Quantentheorie: ihr Ursprung und ihre Entwicklung*¹⁴ publicada en castellano con el título *Teoría de los quanta. Su origen y desarrollo*¹⁵ es significativa por varios aspectos.

El primero es que la traducción es de Julio Palacios, traductor también del libro *Termodinámica* de Planck. Cuando tradujo este libro de Reiche era Catedrático de Termodinámica de la Universidad de Madrid.

El segundo aspecto a destacar es que resulta un reflejo bastante coherente de los papeles que jugaron en la década de los 20 algunos de los científicos que en esta época manifestaron interés por la física de los quanta. El hecho de que la

¹³Un caso podría ser el curso de Mecánica atómica organizado por el Instituto «Jorge Juan» e impartido por el Profesor Badarau en enero de 1943, del que tenemos noticia por la petición formulada desde Barcelona por Isidre Pòlit rogando la permanencia de García Santesmases en Madrid para facilitarle así la asistencia a dicho curso. (Fondo Albareda, 006/004/0541. Carta de Isidre Pòlit a J.M^a. Albareda de 22 de enero de 1943).

¹⁴(Reiche, 1921).

¹⁵(Reiche, 1922).

colección en la que se publicó, la Biblioteca Contemporánea de Ciencias, fuera una colección dirigida por Esteban Terradas no es sorprendente, y viene a ser una constatación del papel de Terradas como impulsor de la física durante la década de los 20.

En tercer lugar observamos que la colección Biblioteca Contemporánea de Ciencias de la editorial Calpe, constituye un ejemplo de la forma en que se canalizaba la cultura en la España de los años 20. La editorial y sus actividades, promovidas por Nicolás María Ugoiti, realizó numerosas publicaciones durante su corta existencia entre 1918 y 1925. En la colección se publicaron artículos, al parecer, hasta 1925 en que los problemas económicos de Calpe forzaron su fusión con Espasa, de cuya Enciclopedia era Calpe distribuidor en exclusiva (Sánchez Vigil, 2006).¹⁶ En el catálogo de 1923 figuraban ya los cinco títulos que conocemos.

No deja de ser significativo que tanto las iniciativas personales (de Ugoiti, en este caso) como las relaciones personales (de Ugoiti con Terradas) fueran el motor que trajo a la luz en castellano publicaciones como la de Reiche o la de Planck.

En cuanto a la estructura de la obra destacan, por un lado, el elevado número de referencias a los artículos originales, que permiten al lector situar con detalle el origen de los diferentes conceptos y, por otro lado, la significativa profundidad a que se llega en las numerosas notas que se insertan al final del libro que tratan de los desarrollos matemáticos de la teoría.

Clayton Gearhart aclara el origen de esta estructura del libro, que se remonta al interés de Reiche en posibilitar, precisamente, una doble lectura de los textos, en la que, sin renunciar a una presentación sencilla de la teoría, esta pueda ser seguida en sus aspectos matemáticos por los lectores más interesados. Nos explica Gearhart que en una revisión bibliográfica hecha por Reiche del libro de Seigfried Valentiner *Die Grundlagen der Quantentheorie in elementarer Darstellung*, Reiche manifestaba al respecto:

As happy as we are to welcome such an introduction, it nevertheless appears to me difficult to find the correct boundary between a strong mathematical line of argument on the one hand, and arguments that are, as much as possible, mathematics-free and still persuasive on the other. It is a well known difficulty with which all popular accounts must struggle. ((Reiche, 1915) citado en (Gearhart, 2013, p. 107))

El libro de Reiche contenía muchos elementos de interés para una traduc-

¹⁶Para más datos sobre el papel de Calpe y Espasa Calpe con relación a la ciencia y cultura españolas véanse (Sánchez Vigil, 2005) y (Fernández Moya, 2009).

ción al castellano coherentemente con la revisión bibliográfica de H.B. Phillips (Phillips, 1922), en la que implícitamente se sobrentiende que el texto es recomendable para los que quieran adentrarse en la nueva teoría partiendo de la teoría clásica. Pese a ello, Phillips menciona explícitamente que el libro no es sustituto del *Atombau und Spektrallinien* de Sommerfeld.

Los dos primeros capítulos destacan por la claridad de la exposición y el detalle con el que se plantean los experimentos, que permite al lector tomar contacto con el origen experimental del problema. Las referencias para cada experimento y cada fórmula permiten la confrontación con los textos originales, lo que evita los actos de fe gratuitos. Por último se detalla, también en notas al final del texto, los razonamientos matemáticos que permiten deducir las fórmulas clave.

Todo ello lo convierte, ciertamente, en un libro fundamental para el momento en que se tradujo al castellano. Momento que, recordemos, es 1922, solamente un año después de su edición en alemán y el mismo año en que se publicó la edición en inglés. Como veremos más en detalle cuando tratemos el caso del texto de von Neumann *Mathematische*, estas características de la traducción no dejan de tener su significado. Si bien no analizaremos ahora el detalle de esta traducción la proximidad de la fecha de edición del original y de la edición en inglés son una muestra del interés que tenía esta materia para los implicados en la misma.¹⁷

Visto lo anterior y dada la naturaleza del texto de Reiche, no es arriesgado afirmar que la pretensión de Terradas era el perfeccionamiento académico de aquellos que desarrollaban actividades docentes y de investigación, más que la popularización de la teoría de los quanta.

Permítasenos una digresión metodológica.

Inicialmente habíamos pensado introducir en esta sección algunos de los conceptos y teorías presentados por Reiche en su libro. La intención era suponer ese conjunto de conocimientos como una posible base teórica accesible al colectivo de los físicos españoles, pero como no considerábamos oportuno dar nada por supuesto, hemos contrastado los conceptos básicos, tal como los presentó Reiche en su libro, con un texto, no de su tiempo, sino posterior, como es el libro de Juan Cabrera, que analizaremos posteriormente.¹⁸ Realizado ese trabajo podemos afirmar que los elementos básicos de la antigua teoría cuántica, tal como aparecen en

¹⁷Por una cuestión de simple estética tenemos que renunciar necesariamente a hablar de un interés general para los académicos españoles o para los editores. Lo cierto es que a lo largo de este estudio se pondrá de manifiesto que no se puede hablar de una acción coordinada o una política institucional de publicaciones. Ello obliga a otorgar al papel de Urgoiti o las iniciativas personales de Terradas y Palacios una relevancia significativa, similar a la que atribuimos a Ortiz y al mismo Terradas en el caso de la traducción del texto de von Neumann.

¹⁸Véanse la sección 3.15 «Abriéndose paso. La *Física Teórica* de Juan Cabrera», p. 218 para el texto de Cabrera.

el texto de Reiche, se recogieron en la didáctica de la física española. Tras sopesar la posibilidad de incluir en esta sección algunos detalles de ese estudio comparativo, hemos desechado esa opción. La decisión se apoya en tres puntos. En primer lugar, la antigua teoría cuántica fue integrada con características propias, pero sin alteraciones que nos induzcan a pensar que tuviera un impacto importante en la recepción de la nueva mecánica cuántica. En segundo lugar, los pocos momentos en que hemos observado ese posible impacto lo hemos señalado así al tratar del texto correspondiente. En tercer lugar, esa comparativa nos apartaría de nuestro objetivo principal que es la nueva mecánica cuántica.¹⁹

Acabamos la digresión esperando haber justificado nuestra decisión de no entrar en detalles sobre el contenido del libro de Reiche. Sin embargo, no podemos dejar de señalar una característica del mismo que puede ser importante para entender los primeros años de la nueva mecánica en España.

Uno de los inconvenientes que encontró la mecánica cuántica española en el decenio 1925-1935 fue la dificultad de renunciar a las explicaciones que recurrían a la representación imaginaria del hecho físico (órbitas electrónicas, etc.) para dejar paso exclusivamente al razonamiento matemático. En efecto, se puede apreciar que los planteamientos de los autores españoles acuden frecuentemente a ese tipo de explicaciones. Por ello es conveniente destacar que esa forma de explicación no difiere mucho de las aportaciones de sus coetáneos, al menos en el sentido de que en todos los casos se trata de modelizaciones geométricas del átomo a partir de funciones del tiempo $f(t)$ sobre R^3 .

Una lectura precipitada de algunos aspectos de esas argumentaciones podría calificarlos, precipitadamente, de ingenuos. No obstante, muchos de esos razonamientos estaban en consonancia con los que autores acreditados de países como Alemania utilizaban en sus deducciones, cosa que se puede comprobar de forma rápida en la síntesis de Reiche. Por ello no deberían sorprender ciertas licencias explicativas en entornos menos preparados como España.

3.3. La Termodinámica de José M.^a Plans y Esteban Terradas. Los quanta en la química

Justificaremos brevemente la elección de este texto de Termodinámica de Plans. Obviamente Plans no es el único autor que trata de los quanta en la química. Nos da testimonio de ello la tesis de Felicísimo González *Contenidos de estructura*

¹⁹Otros muchos elementos aconsejarían revisar en profundidad la relación en España entre la antigua mecánica cuántica y la nueva mecánica cuántica. La misma utilización del texto de Juan Cabrera como referente sería cuestionable por diversos motivos.

atómica en libros de textos españoles de química general (1928-1975) (González Canle, 2012). El hecho de que hayamos seleccionado el texto de Plans obedece a dos motivos. El primero, que incorpora una lección de Terradas. El segundo, que Plans es considerado como físico-matemático español de referencia en relación con la teoría de la relatividad.²⁰

3.3.1. Las lecciones de José M.^a Plans y Freyre

Este libro de Plans sobre Termodinámica «con aplicación a los fenómenos químicos» (Plans y Freyre y Terradas, 1922) está editado también por Calpe, en 1922, dentro de la colección Biblioteca de Química de la que constituye el Tomo V. Esta colección estaba también dirigida por Esteban Terradas.

Desde el punto de vista de genealogía conceptual cabe mencionar que las citas de Plans son mayoritariamente de textos en francés (en ocasiones, traducciones de textos alemanes (Nernst, Planck)), si bien en la lección segunda cita (Plans y Freyre y Terradas, 1922, p. 20), a propósito del equivalente entre trabajo mecánico y calor, la Termodinámica de Planck, traducida por Palacios en 1922 (Planck, 1922). Dos aspectos llaman la atención, desde nuestra perspectiva, de las lecciones de Plans, el primero es su tratamiento de la entropía, el segundo la ausencia de referencias a la teoría cuántica de Planck.

En la lección tercera define matemáticamente la entropía, pero no hace ninguna descripción conceptual de ella. La indefinición se mantiene cuando trabaja sobre el mismo concepto en la sección cuarta desde un punto de vista estrictamente gráfico. Ello invita a pensar que para Plans la entropía no tiene sentido físico. La confirmación a nuestra sospecha la encontramos en la lección quinta, en la que afirma:

Hasta ahora habíamos hablado de dos funciones: *energía interna* y *entropía*; esta segunda se definió matemáticamente, pero no es susceptible de interpretación. En las aplicaciones de la Termodinámica a los fenómenos químicos es preferible introducir otras funciones que tengan significación física. (Plans y Freyre y Terradas, 1922, p 67)

La búsqueda de esta significación la hace el autor mediante los conceptos de *energía libre*²¹ y *energía ligada* o *combinada*, siendo esta segunda la energía que «no puede utilizarse». Vemos que el concepto de energía no utilizable queda desvinculado, para Plans, de la entropía, pese a que previamente había relacionado

²⁰El lector interesado en profundizar en la teoría cuántica aplicada a la química encontrará sin duda, en el trabajo de F. González (González Canle, 2012), un excelente punto de partida.

²¹El concepto *energía libre* es atribuido a Helmholtz (1821-1894).

ambas magnitudes mediante la fórmula:

$$U = F + TS,$$

donde U representa la energía total, F la energía libre, T la temperatura y S la entropía. En cuanto a la consideración de Rudolf Clausius respecto de la entropía del universo, afirma Plans:

Clausius, considerando el Universo como un sistema en las condiciones expresadas, enunció su famosa proposición «La entropía del Universo tiende a un máximo»; la tal aseveración de Clausius es muy atrevida pero no nos detendremos para no salirnos de nuestro objeto. (Plans y Freyre y Terradas, 1922, p. 66)

Esta desvinculación del concepto matemático y el concepto físico de entropía condiciona sus explicaciones del principio de Nernst en la sección «Tercer principio de la termodinámica o teorema de Nernst» de la misma lección quinta, que el autor enfoca principalmente desde la perspectiva de la limitación para realizar trabajo total, que designa por A (Plans y Freyre y Terradas, 1922, p. 77)), a temperaturas de $0^\circ K$. Para la reintroducción del concepto de entropía en relación con tercer principio de la termodinámica recurre a Planck, al que cita así:

Planck enuncia el principio de Nernst en otra forma, en función de la entropía. Recordando que $\frac{\partial F}{\partial t} = -S$, se obtiene:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = S_2 - S_1 \quad (3.1)$$

Luego la ecuación (43)^[22] se reduce a:

$S_2 - S_1 = 0$, o sea $S_2 = S_1 = \text{constante}$ (para $T = 0$).

«Al cero absoluto de temperatura, la entropía de todo sistema sólido o líquido puro tiene un valor determinado independiente de las transformaciones que dicho sistema experimente» (Plans y Freyre y Terradas, 1922, p. 78)²³

Ignoramos los motivos que pudiera tener Plans para omitir en su programa una visión físico-matemática de la entropía. La respuesta evidente es que tendría su justificación en el público a quien el libro estuviera dirigido. En este caso podrían ser estudiantes de los primeros cursos de ingeniería en las escuelas técnicas y,

²² $[\frac{\partial A}{\partial t} = 0 \text{ en } T = 0]$

²³El entrecomillado es del original.

probablemente, de químicas en las facultades de ciencias, dado que en el año de publicación, Plans era catedrático de Mecánica Celeste en Madrid. Resulta interesante observar que Plans no recurre a la mecánica estadística, aún cuando esta había sido reiteradamente considerada en otros trabajos de Terradas.

En efecto, Terradas, editor de la colección, coautor del texto de Plans con su última lección, y un importante difusor de las teorías cuánticas en España, no parecía tener tanto reparo como Plans. Muestra de ello es que en *Els elements discrets de la materia i la radiació*²⁴ utiliza el concepto de entropía como estado más probable definiéndola, de acuerdo con el principio de Boltzmann, mediante el logaritmo de la probabilidad de realización de un sistema concreto multiplicado por la constante de Boltzmann. Más precisamente, si W es la probabilidad de un estado concreto y K la constante de Boltzmann, la entropía S , se ajustará a la fórmula:²⁵

$$S = K \cdot \log W. \quad (3.2)$$

En cualquier caso, Jose M^a Plans no fue el único en dudar sobre la forma más conveniente de introducir la entropía en la didáctica. Otro ejemplo lo tenemos en el *Curso de Física* de Ramon Ferrando. Dicho texto no incluyó el tratamiento de la entropía hasta la cuarta edición, de 1941 (Ramon Ferrando, 1941).

Por último, cabe mencionar la ausencia de referencias en el texto de Plans a la teoría de la cuantización de la energía de Max Planck. Como en el caso de la entropía, este tema era sobradamente conocido por Terradas. Su omisión, sin embargo, puede resultar comprensible si se considera que el propio Planck fue bastante reacio a utilizar ese aspecto de la teoría en sus textos, de los que raramente la teoría cuántica fue un elemento central (Hoffmann, 2013).

Aunque no parecen justificar este caso concreto y se refieren a un período sensiblemente anterior, las dificultades que se encuentran en el texto de Termodinámica de Plans, tomadas conjuntamente, podrían estar conectadas con la resistencia que esta disciplina encontró en el conservadurismo religioso durante los últimos decenios del s. XIX. Nos habla de ese episodio Stefan Pohl en (Pohl-Valero, 2009, p. 126-127), afirmando que esa situación propició que los autores españoles de esa época, Echegaray, Vicuña y Francisco de Rojas, se esforzaran en realizar una adaptación de la didáctica de la disciplina a las relaciones de poder y a las limitaciones culturales españolas de finales de ese siglo.

Las dificultades asociadas al concepto de entropía eran conocidas por los físicos. Julio Palacios, hablando de Clausius, escribía en 1947: «En su enunciado [de Clausius] se introduce ya la noción de entropía, y no es inteligible sino para

²⁴(Terradas, s.f.).

²⁵Véase la sección 2.1.1, p. 26.

quien posea cierta preparación matemática» (Palacios, 1947a, p. 58). El mismo Palacios, en relación con el tratamiento pedagógico del concepto afirmaba: «En reciente polémica hubo quien la consideró [la entropía] como algo tan irreal y abstruso, que le sirvió de ejemplo de lo que, a su juicio, debía marcar la separación entre la enseñanza técnica y la universitaria» (Ib., p. 60). Sin embargo, debe decirse –ya desde ahora–, que los textos de Palacios manifiestan claramente que él había superado esas dificultades.

3.3.2. La lección de Esteban Terradas

En este libro de Plans se incluye como Lección Novena una lección de Esteban Terradas leída en el Instituto de Química aplicada de Barcelona, el 1 de octubre de 1921, como lección inaugural del curso 1921-1922.

Centraremos ahora nuestra atención en esta lección, recordando que Terradas conocía ya el texto de Gibbs (Gibbs, 1905)²⁶ y había trabajado sobre él y conocía, lógicamente, el libro de Reiche en que se trataban importantes aspectos de la termodinámica, publicado en el marco de la colección Biblioteca Contemporánea de Ciencias de la que Terradas era director.

Terradas comienza explicando la noción de equilibrio y afinidad química, relacionando esta última con el primer y segundo principios de la termodinámica,²⁷ los cuales trabaja a partir de ejemplos concretos. El autor muestra conocer, en efecto, el libro de Reiche recientemente traducido por Palacios (Reiche, 1921), incluyendo en su lección un apartado titulado «Evaluación teórica de la constante química de un vapor». En dicha sección, sin demasiadas aclaraciones previas, introduce la constante i que relaciona la presión de vapor saturado con la temperatura. La aparición de la constante en el texto de Terradas es el resultado de una cadena de citas, pues la misma constante se determina en el libro de Fritz Reiche (Reiche, 1922), el cual cita, para justificar sus desarrollos, un artículo previo de Otto Stern (Stern, 1913). Veamos la forma de proceder de Reiche.

En la explicación de Reiche la constante se obtiene a partir de la expresión (Op., cit. p. 102)

$$\log p = -\frac{\lambda_0}{RT} + \frac{5}{2} \log T - \frac{1}{R} \int_0^T \frac{E_T^{(f)}}{T^2} dT + i,$$

haciendo notar que la constante i queda indeterminada en la expresión clásica. A continuación, el mismo Reiche presenta la forma en que Stern, aplicando la teoría

²⁶Véase la sección 2.1.1, p. 26 en que comentamos los discursos de Terradas en el Congreso de la AEPPC.

²⁷Curiosamente, se repite en Terradas la omisión de referencias al concepto de entropía.

de Born-Karman junto con la expresión cuantista de la energía, obtiene la nueva relación entre la presión de vapor saturado y la temperatura, que es el punto de partida de los cálculos de Reiche:

$$\log p = -\frac{\lambda_0 + \sum_1^{3N} \frac{h\nu_i}{2}}{RT} - \frac{1}{2} \log T + 3 \log \left(\frac{h\bar{v}}{k} \right) + i. \quad (3.3)$$

Utilizando de nuevo la teoría cinética de los gases obtiene

$$\log p = -\frac{\lambda'_0}{RT} - \frac{1}{2} \log T + \log \left[\frac{(2\pi m)^{3/2} \bar{v}^3}{k^{1/2}} \right]. \quad (3.4)$$

La comparación de (3.4) y (3.3) le permite concluir:

$$i = \log \left[\frac{(2\pi m)^{3/2} k^{5/2}}{h^3} \right],$$

donde la constante i incluye ya la constante de Planck h .

Este es también el valor de la constante utilizada por Terradas. Aunque tanto Reiche como Terradas se apoyan en Stern, existe una diferencia esencial entre sus presentaciones de la misma teoría: en el libro de Reiche, antes de llegar a la descripción de la fórmula de Stern, se han relatado con suficiente detalle los aspectos esenciales de la teoría cuántica como para facilitar la comprensión de las fórmulas expuestas, o al menos para permitir al lector identificar los aspectos que las hacen importantes para la teoría. Por el contrario, la versión de Terradas no permite seguir su razonamiento. En particular este no justifica la aparición de la constante de Planck siendo el resultado de su exposición algo inconexo. A ello contribuyeron, probablemente, el hecho de que se tratara de una lección de inicio de curso, más en la línea de una conferencia magistral que de una sesión didáctica, y también la falta de espacio en el texto en el que dicha lección fue finalmente publicada.

Sea como fuere esta falta de coherencia es algo que acusa también el resto del discurso de Terradas. Es obvio que el autor no pretendió con esa lección describir lo que por entidad y extensión merecía otro ámbito de exposición y un libro de mayor tamaño, pero también es cierto que, aparte de despertar el interés de los lectores por el mundo de los quanta, entonces poco conocido, resulta difícil otorgarle un papel representativo en la transmisión de la teoría.

La lección de Terradas, en la misma línea de divulgación ya comentada, sigue con algunas explicaciones acerca de las teorías sobre la constitución interna de los cuerpos, revisando el modelo atómico planetario, con referencias al *Atombau*

und Specktrallinien de Sommerfeld de 1921 para, a continuación, hablar de la noción de los quanta con relación a la teoría de calores atómicos. Conviene recordar que Terradas, en su discurso «Sobre la mecánica estadística» (Terradas, 1908), ya había considerado la cuestión de los quanta en relación con la termodinámica, si bien allí, al tratarse también de un discurso, el autor tampoco entraba en detalles que permitiesen entender los elementos clave de la teoría.

En un análisis simplista de la forma en que Terradas trata los diferentes aspectos, diríase que la cantidad y la magnitud de los acontecimientos que la física puso en esos años sobre la mesa contribuyeron a dificultar la definición del contenido de sus numerosas conferencias y discursos.

3.4. Ausencias.

Los textos didácticos comentados hasta ahora son previos a nuestra ventana de análisis. Nuestra intención ha sido ofrecer una pincelada sobre algunos aspectos de la física en la el período inmediatamente anterior a 1925. Antes de comenzar el estudio de trabajos posteriores a esa fecha vamos a dedicar unas líneas a cuatro obras cuya falta de traducción al castellano nos parece digna de mención.

Como marco general parece oportuno mencionar aquí la diferencia que se aprecia entre España y otros países de su entorno, como Francia, en donde existía un organismo, la «Union française. Comité pour l'expansion du livre scientifique», dedicado a la identificación y publicación de libros de interés científico. Este organismo publicó libros notables –que luego fueron utilizados por autores españoles– entre los que se encuentran *Mémoires sur la mécanique ondulatoire*²⁸ de Erwin Schrödinger. Quizá sea significativo que dicho comité, auspiciado por el Ministerio de Educación Nacional francés, se integraba además en la «Union Française», de más amplio contenido que el editorial (Marpeau, 2010, p. 200-201).

La institución española que tiene mayor similitud con el antedicho comité, es la «Junta Bibliotecaria y de Intercambio Científico» del Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Su creación fue prevista por el artículo vigésimosegundo del decreto de regulación del CSIC de 10 de febrero de 1940, y el nombramiento de sus cargos, determinado por Orden ministerial del Ministerio de Educación Nacional de 14 de marzo de 1940. El artículo vigésimosegundo del decreto de regulación estableció lo siguiente:

La Junta Bibliográfica y de Intercambio Científico, de acuerdo con los Institutos, se ocupará particularmente de organizar y sistematizar las publicacio-

²⁸Versión en francés de *Abhandlungen zur wellenmechanik*, traducida por Alexander Proca, bajo los auspicios del mencionado Comité.

nes científicas de éstos, de ordenar las publicaciones extranjeras obtenidas por cambio o adquisición y de organizar las Bibliotecas de los Institutos, de acuerdo con los Asesores que designe cada Centro. Asimismo le corresponderá coordinar los Cursos para Extranjeros, en relación con las Universidades o Instituciones que los organicen.

Desconocemos la actividad real que desplegó la Junta Bibliográfica y en qué medida los Institutos del CSIC se apoyaron en esa institución para planificar sus publicaciones y bibliotecas.

Es obvio que la falta de traducción al castellano de textos tan significativos como los que veremos a continuación no constituye en sí misma un determinante del nivel de la Física o la Física Matemática española. Pero por más que se pudo dar la disponibilidad de los mismos en otros idiomas, o la existencia de traducciones de otros textos de contenido semejante, el hecho histórico de su inexistencia requeriría una explicación. Téngase en cuenta que hablamos de libros que son quasi-símbolos de la física del momento, como «el Dirac», «el Atombau» o «el Courant-Hilbert».

El convencimiento de que la ausencia de estos libros de la biblioteca científica castellana podría ser síntoma de un abandono más profundo del que puede parecer nos viene del estudio detallado de las circunstancias de la traducción del *Mathematische* de von Neumann llevada a cabo por Ortiz Fornaguera.²⁹ En su momento veremos que el desequilibrio entre el interés personal del traductor, y la frialdad de la acogida institucional de ese tipo de iniciativas, cabría interpretarlo como indicio de desestructuración del tejido científico.

Dos interrogantes vienen a apoyar nuestra idea de que algo funcionaba con dificultad en el ámbito de la edición de libros científicos. Se trata de que dos de las ausencias que presentamos tuvieron preparadas sendas traducciones que, por algún motivo, no se llegaron a publicar.

La primera es la traducción del *Atombau* de Sommerfeld. Sánchez-Ron nos da cuenta de que se estaba preparando una traducción del mismo al español (Sánchez Ron, 1983, p. 101). La información procede de un comentario en ese sentido publicado en la Revista Matemática Hispano-Americana. En el mismo artículo, el profesor Sánchez-Ron hace una valoración crítica de la trascendencia de esa carencia (Ib., p. 102).

La segunda traducción aparentemente frustrada es la del libro de B.L. van der Waerden *Die Gruppentheoretische Methode in der Quantentheorie*. De nuevo nos encontramos con que este libro también tuvo una traducción al castellano en curso

²⁹Véase secc. 3.13 «Ramón Ortiz y el *Fundamentos matemáticos de la mecánica cuántica*», p. 202.

de publicación. Nos da cuenta de ese proyecto de traducción Esteban Terradas en sus *Lecciones sobre física de materiales sólidos* (Terradas, 1943, p. 10).

Comenzaremos ahora con una revisión del texto de Courant y Hilbert y haremos breves menciones a los demás. Al final se hacen una serie de consideraciones que son aplicables al conjunto de estas ausencias que estamos citando. Las reservamos para ese momento, pues probablemente se entenderán mejor tras comentar los casos concretos.

***Methoden der Mathematischen Physik* de R. Courant y D. Hilbert**

Hemos visto ya que Palacios se refiere al libro de Courant y Hilbert (Courant y Hilbert, 1924) en su discurso sobre la nueva mecánica cuántica pronunciado con motivo de su ingreso en la Real Academia de ciencias en 1932 (Palacios y Cabrera, 1932).³⁰ Nos parece oportuna esta referencia debido a que la cita de Palacios es una muestra que corrobora la importancia que tuvo el libro entre sus contemporáneos.

A los efectos de nuestro estudio quizá lo primero que se debe advertir es que este libro no solamente estaba sin traducir durante el período de nuestro estudio, sino que tampoco se tradujo con posterioridad. El libro en cuestión fue utilizado por los principales físicos de la cuántica, y se cita como referencia en los trabajos más relevantes. En 1932, la fecha en que Palacios escribe su discurso, ya se había reeditado en alemán. El libro fue prohibido en Alemania durante el régimen Nacional-socialista. Del interés de esta obra hablan no solo las citas de los autores más conocidos sino también el elevado número de traducciones³¹ y las sucesivas reimpressiones. La importancia de las opiniones del autor en lo tocante a la relación entre Física y Matemáticas nos ha animado a reproducir algunos párrafos del prólogo a la primera edición en inglés de 1953 (Courant y Hilbert, 1953) que nos permiten hacernos una idea de su perspectiva.

La primera edición alemana de este volumen fue publicada por Julius Springer, Berlin, 1924. Una segunda edición, revisada y mejorada con la ayuda de K.O. Friedrichs, R. Lunenburg, F. Rellich y otros desinteresados amigos, le siguió en 1930. El segundo volumen apareció en 1938. Mientras tanto yo tuve que dejar Alemania y la fortuna permitió que pudiera agradecer las oportunidades que se me abrieron en los Estados Unidos. Durante la Segunda Guerra Mundial el libro en alemán quedó indisponible y posteriormente

³⁰Véase la sección 2.1.4 «El aterrizaje de la nueva mecánica cuántica en la Academia de Ciencias. Julio Palacios en la ACEFN», p. 48.

³¹El libro de Courant, se tradujo al ruso en 1951 y al japonés en 1966.

fue incluso suprimido por los gobernantes Nacional Socialistas de Alemania. Así la supervivencia del libro quedó asegurada cuando el Gobierno de los Estados Unidos haciéndose con los derechos de autor, permitió una reimpresión realizada por Interscience Publisher, New York. Este permiso se ha tenido que obtener también de la Alien Property Custodians para la presente edición en inglés.

La reimpresión a que se refiere es la de 1943. Sigue Courant:

Esta edición es bastante fiel al original alemán, pero contiene un gran número de adiciones y modificaciones. He tenido que posponer un plan de revisión y modificación completas del libro en colaboración con K.O. Friedrichs porque la presión para la publicación de un «Courant-Hilbert» en inglés se ha hecho irresistible. Aún así, espero que el trabajo en su forma presente será útil tanto a matemáticos como a físicos, como las numerosas peticiones de todos sitios parecen indicar.

Ignoramos en qué medida la edición en 1951 de la traducción al ruso (el prólogo del que hablamos es de 1953) y el contexto de la guerra fría pudo contribuir a la presión irresistible de que habla Courant. De la intención del libro nos dice el autor:

El objetivo del libro se puede expresar, aún hoy, casi como en el prefacio de la primera edición en alemán. «Desde el siglo diecisiete, la intuición física ha servido como fuente vital para los problemas matemáticos. Las tendencias y modas recientes, sin embargo, han debilitado la conexión entre matemáticas y física; los matemáticos, dando la espalda a las raíces de las matemáticas en la intuición, se han concentrado en el refinamiento y han enfatizado el aspecto postulacional de las matemáticas pasando por alto, en ocasiones, la unidad de su ciencia con la física y otros campos. En muchos casos, los físicos han dejado de apreciar las actitudes de los matemáticos. Este distanciamiento es indudablemente una seria amenaza para la ciencia como conjunto; la amplia corriente del desarrollo científico puede dividirse en riachuelos cada vez menores y secarse. Parece, pues, importante orientar nuestros esfuerzos a reunir las diferentes tendencias clarificando los rasgos e interconexiones comunes de muchos y diversos hechos científicos. Solo así puede el estudiante conseguir cierto dominio del material y preparar así las bases para un futuro desarrollo orgánico de la investigación».³²

32

The first German edition of this volume was published by Julius Springer, Berlin, 1924. A second edition, revised and improved with the help of K.O. Friedrichs, R. Lunenburg, F. Rellich, and other unselfish friends, followed in 1930. The second

En la edición de 1924 de este libro se encuentra enunciado, entre otras muchas cosas de interés, el teorema de Riesz que von Neumann utiliza para demostrar la equivalencia entre la mecánica de matrices y la mecánica de ondas.

Atombau und Spektrallinien de A. Sommerfeld

Hemos comentado que, aparentemente, este libro de Sommerfeld tenía preparada un traducción hacia 1922. Por lo que sabemos hubo cuatro ediciones muy seguidas que comenzaron en 1919 y tuvieron continuidad en 1921, 1922 y 1924 (Eckert, 2013, p. 118). La rapidez con la que se sucedieron esas primeras ediciones pudo resultar un inconveniente a la hora de estimar el momento más oportuno para la publicación de una traducción al castellano. En perspectiva comparada vale la pena notar que la primera traducción al inglés es de la tercera edición (1922)

volumen appeared in 1938. In the meantime I had been forced to leave Germany and was fortunate and grateful to be given the opportunities open in the United States. During the Second World War the German book became unavailable and later was even suppressed by the National Socialist rulers of Germany. Thus the survival of the book was secured when the United States Government seized the copyright and licensed a reprint issued by Interscience Publishers, New York. Such a license also had to be obtained from the Alien Property Custodians for the present English edition. (Courant y Hilbert, 1953, p. v)

This edition follows the German original fairly closely but contains a large number of additions and modifications. I have had to postpone a plan to completely rewrite and modernize the book in collaboration with K.O.Friedrichs, because the pressure for publication of an English "Courant-Hilbert" has become irresistible. Even so, it is hoped that the work in its present form will be useful to mathematicians and physicists alike, as numerous demands from all sides seem to indicate. (Ib.)

The objective of the book can still today be expressed almost as in the preface to the first German edition. "Since the seventeenth century, physical intuition has served as vital source for mathematical problems and methods. Recent trends and fashions have, however, weakened the connection between mathematics and physics; mathematicians, turning away from the roots of mathematics in intuition, have concentrated on refinement and emphasized the postulational side of mathematics, and at times have overlooked the unity of their science with physics and other fields. In many cases, physicist have ceased to appreciate the attitudes of mathematicians. This rift is unquestionably a serious threat to science as a whole; the broad stream of scientific development may split into smaller and smaller rivulets and dry out. It seems therefore important to direct our efforts toward reuniting divergent trends by clarifying the common features and interconnections of many distinct and diverse scientific facts. Only thus can the student attain some mastery of the material and the basis be prepared for further organic development of research. (Ib.)

y se publicó en 1923.³³

Die Gruppentheoretische Methode in der Quantentheorie de Van der Waerden

Otra ausencia parece haber sido este libro (van der Waerden, 1932), del que leemos en las lecciones de Terradas (Terradas, 1943, p. 10):

...y se está llevando a cabo la traducción del *V. der Waerden: Die Gruppentheoretische Methode in der Quantentheorie* editada en 1932 (Berlin, Springer). La traducción será publicada por el Laboratorio Matemático de Madrid.

Ignoramos, como en los casos anteriores, quién pudiera haber sido el que estaba trabajando en la traducción del texto de Van de Waerden. Un posible traductor podría ser Pedro Abellanas, el cual estuvo en 1942 en Leipzig, al parecer becado por la Fundación Conde de Cartagena, trabajando, precisamente, con el autor del libro B.L. Van der Waerden (Recio, 2001).

Aunque nuestro estudio no se ha centrado en la relación de la cuántica con la teoría de grupos, nos resulta extraña la ausencia de esta traducción, así como la del libro de Hermann Weyl de 1928 sobre el mismo tema (Weyl, 1928), el cual contiene además otros interesantes elementos de la nueva teoría cuántica.

The principles of quantum mechanics de Dirac

En cuanto al libro de Dirac hemos de señalar que la primera traducción al castellano fue realizada sobre la sexta edición, en el año 1968. Hemos visto, sin embargo, que la formulación de Dirac y en concreto su libro fue citado por numerosas fuentes. Eso marca una diferencia con los dos textos mencionados en la sección anterior sobre la teoría de grupos en la mecánica cuántica.

La ausencia de una edición en castellano de estos libros lleva a una serie de reflexiones que, sin ser únicamente aplicables al caso español, merecen cierta atención.

Si se concede importancia a la existencia de textos en lengua autóctona para el desarrollo de la física cuántica, cabría destacar positivamente el papel de las decisiones individuales respecto de los libros que se consideran relevantes para

³³Las circunstancias de las primeras cuatro ediciones del *Atombau* se describen en el trabajo de Michael Eckert: «Sommerfeld's *Atombau und Spektrallinien*. La tercera edición, de 1922, tiene alrededor de 180 páginas más que la segunda de 1921, y sin duda hubiera requerido un trabajo de actualización no despreciable que probablemente hubiera costado abordar sin los medios oportunos.

la docencia e investigación de la misma.³⁴ Tal como hemos visto en el caso de la traducción del libro *Termodinámica* de Planck o de *La teoría de los quanta* de Reiche, y como volveremos a ver cuando analicemos la traducción del *Mathematische*, en el caso español, y en lo tocante a la mecánica cuántica, dichas decisiones vinieron tomadas en gran medida por una persona: Esteban Terradas.³⁵

Ignoramos hasta qué punto Terradas podía haber impulsado la traducción de muchos más textos al castellano, pues desconocemos las limitaciones presupuestarias y administrativas a las que se tuvo que enfrentar. Quizá otro contratiempo que tuviera que sortear fuera el de la posible escasez en el número de físicos que podían llevar a cabo ese tipo de traducciones en España entre 1920 y 1955, sobre todo teniendo en cuenta lo voluminoso de la producción alemana. Debe recordarse que el sistema educativo español se centraba en la enseñanza del francés en sus planes de estudio, por lo que, presumiblemente, no abundaban los licenciados que pudieran añadir el conocimiento del alemán a su capacidad de entender el contenido físico y matemático de libros como el *Atombau* o el Courant-Hilbert.³⁶ Esta escasez, de confirmarse, vendría a abundar en el problema de la «masa crítica» de personas necesarias para la recepción y sostenimiento de la física.³⁷

Otro elemento a considerar sería la relación con el sistema editorial. Aunque lo veremos con más detalle cuando estudiemos el caso del von Neumann, ya hemos visto que la dependencia de Calpe (Sección 3.2, p.113) y las vicisitudes de esta editorial pudieron haber supuesto un condicionante a la producción escrita en castellano. Esta dependencia no debe interpretarse, en el caso de Calpe, en términos negativos sino que, más bien al contrario, en el caso de la física española la relación fue positiva, dado el interés de las publicaciones de la colección Biblioteca Contemporánea de Ciencias.

³⁴Cabrera daba gran importancia al conocimiento de idiomas por parte de los universitarios españoles, consciente de que dicho conocimiento habría facilitado la transferencia científica haciendo irrelevante la existencia o no de traducciones al castellano de textos como el Courant-Hilbert. Esta visión de Cabrera queda recogida de forma manifiesta en el discurso de este en su ingreso en la Real Academia Española de la Lengua (Cabrera, 1936).

³⁵Cuando estudiemos el caso de Ortiz y el *Mathematische* matizaremos esta afirmación.

³⁶Un resumen de la situación de los idiomas en España en la primera mitad del siglo XX se puede encontrar en (Morales *et al.*, 2000).

³⁷Salvando la distancia de la disciplina y el enfoque claramente internalista del autor, Luis Vega hace una reflexión paralela en (Vega Reñón, 2001) cuando, al analizar la introducción de las nuevas lógicas matemáticas en España, concluye que los esquemas habituales como «las inercias administrativas y escolares o la ausencia de "masa crítica" [...] el autodidactismo, o la falta de profesionalización» (Vega Reñón, 2001, p. 25) no son suficientes para explicar el fracaso de la introducción de la nueva lógica matemática en España. En el caso de la Física Matemática tendríamos que concluir algo semejante pero, sin ser suficientes los motivos que indica Vega, pensamos que no deben ser ignorados, al menos en el caso de las matemáticas de la cuántica que nos ocupa.

3.5. Los cuantos de acción de Ferran Ramon Ferrando. La cuántica en las aulas

Nos encontramos en este caso ante un interesante texto «Los cuantos de acción» (Ramon Ferrando, 1933), del profesor de física de la Universidad de Valencia Ferran Ramon Ferrando. Como algún otro de los textos analizados, resulta difícil la catalogación de este documento como artículo académico, debido a la estructura del mismo, al estilo del autor y al nivel de detalle en el que se mueven sus explicaciones. Pero también resulta inconsistente considerarlo un discurso por varios motivos. El primero es la génesis histórica de la publicación que, recogida en los Anales de la Universidad de Valencia, obedece según propia declaración del autor a la intención de «...poner en orden unas lecciones que el curso pasado expliqué en nuestra Facultad», frase tras las que Ramon Ferrando afirma:

«Mi contribución personal consiste en un esfuerzo para exponer en forma didáctica un asunto que llena una extensa bibliografía (por lo que toda cita me parece superflua), pero que, sin embargo, no es fácil encontrarlo en forma de iniciación para lectores que no han profundizado en el estudio de la Física Teórica. A éstos, y también a aquéllos que, sin conocimientos matemáticos pero con amplia cultura y espíritu inquieto, quieran asomarse al análisis de la, como dice Eddington, *primera ley natural*, va dedicado mi esfuerzo, en forma que éstos últimos podrán prescindir, en parte, de las fórmulas matemáticas en la seguridad de que el contenido de ideas no sufrirá por ello merma mas que en su precisión, pero no en su rigor lógico». (Ramon Ferrando, 1933, p. 85)³⁸

Esta orientación del trabajo hacia la enseñanza de la disciplina y el hecho de que su contenido hubiera servido de base a unas lecciones en la Facultad de Ciencias imposibilita catalogarlo como discurso. A lo anterior se ha de añadir que la sencillez en los detalles de que se sirve el autor en algunos ejemplos corrobora su intención didáctica. Por último, la inusual abundancia de fórmulas con las que Ramon Ferrando apoya su argumentación lo aleja de los discursos de este físico del que sabemos, por propia declaración, que no gustaba de utilizar las matemáticas ante auditorios no preparados, recurso al que él atribuía «pretensión de erudición»³⁹.

Hemos de pensar que cuando el autor alude a la utilización del material por personas «sin conocimientos matemáticos, pero con amplia cultura y espíritu in-

³⁸La cursiva es del original.

³⁹Hemos visto que esta actitud de Ramon Ferrando es persistente en sus discursos. Cfr. Sec. 2.1.7, p. 62.

quieto» no se está refiriendo a los asistentes a las lecciones originales, sino a los posibles lectores del artículo, y está en consonancia con la aversión que el autor tenía a la utilización de las matemáticas. Los efectos de esta aversión no se limitaban a los discursos o a trabajos como este del que hablamos, ya que en sus libros de texto rehuía también la matematización de sus explicaciones.⁴⁰

Por otra parte, resulta difícil catalogar el documento como texto didáctico de apoyo a la docencia debido a que profundiza poco en alguno de los temas presentados y deja bastantes cuestiones por resolver; sin embargo lo mantenemos en esta categoría atendiendo al público universitario al que iban dirigidas las lecciones originales.

El artículo, con cuatro capítulos que comprenden un total de veintiséis secciones y dos notas matemáticas, hace un repaso general de la situación de la nueva mecánica cuántica y, por la cronología, vendría a dar continuidad al discurso de Palacios en la Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales del año anterior.⁴¹ La distancia entre ambos documentos es, sin embargo, muy considerable.

Al discurso de Palacios podemos atribuirle la pretensión de poner de relieve la importancia de la nueva mecánica cuántica ante los científicos españoles de la academia, poniendo bajo el foco de su atención la naturaleza y consecuencias de las investigaciones más recientes. Pero lo anterior no nos parece suficiente como para sugerir que la iniciativa de Ramon Ferrando de dar unas lecciones en la Universidad de Valencia sobre ese tema pudiera haber tenido su origen en ese discurso. La ausencia de citas del texto de Ramon Ferrando, el hecho de que el autor no fuera miembro de la Academia y la mayor amplitud del artículo de este, que no se limita al principio de indeterminación, nos induce a pensar que entre ambos textos no existe conexión alguna.

Por otro lado, creemos que la fuente del discurso de Palacios está bastante clara: el libro de Heisenberg que recoge las conferencias de Chicago (1930); mientras que el texto de Ramon Ferrando ni se limita al contenido del texto de Heisenberg ni lo sigue en los detalles en aquellos puntos de sus exposiciones en los que hemos encontrado alguna analogía.⁴² Parece razonable concluir, por tanto, que Ramon

⁴⁰En el prólogo de su libro *Curso de Física*, de 1932, se lee «Salvo en algunos asuntos de imprescindible necesidad he huido un poco de los razonamientos cargados de matemáticas, sin que por ello deje de dar una explicación cuantitativa de los fenómenos» (Ramon Ferrando, 1932, p. VI). Esta actitud del autor se matiza un poco en la cuarta edición, en la que el prólogo presenta el siguiente añadido: «En esta cuarta edición he utilizado algunas veces el cálculo infinitesimal, procurando siempre que el hecho físico a que se aplica no desaparezca de la mente del lector» (Ramon Ferrando, 1941, p. VI).

⁴¹Sección 2.1.4, p. 37.

⁴²Encontramos que el tratamiento del principio de incertidumbre de Heisenberg que Ramon Ferrando hace en la sección 24 de su artículo (p. 142-144) tiene un paralelo en la argumentación

Ferrando se inspiró en fuentes diferentes o adicionales a las utilizadas por Palacios.

Podríamos afirmar, pues, que estas lecciones pensadas para estudiantes universitarios suponen un hito en la transmisión de la mecánica cuántica en España.

Respecto del texto en sí, este comienza con un primer capítulo dedicado al principio de indeterminación. En lo que afecta al objeto de nuestra investigación cabe señalar que la aproximación al problema no se realiza desde la perspectiva matemática, ni tan solo desde la perspectiva de la física teórica, sino desde el punto de vista de las sensaciones humanas. Esto es atribuible claramente a la intención didáctica del autor. Por ello, tras definir el concepto de «acción» (*acción = energía \times tiempo*) e introducir la constante de Planck, afirma:

No es solamente nuestra retina la que comercia con el mundo exterior por cantidades discontinuas de la magnitud acción, sino que también a cualquier sentido a que nos refiramos podemos atribuirle la misma particularidad, pues las sensaciones de contacto (tacto, oído) se rigen por la teoría de Planck que fue la primera forma con que apareció la teoría de los cuantos; y las sensaciones olfativas y de gusto consisten en reacciones químicas en que hoy la mecánica ondulatoria y la de matrices no dejan lugar a duda que no existe la menor posibilidad de que se verifiquen cambios inferiores a un cuanto. (Ramon Ferrando, 1933, pp. 89-90)

Esta referencia a ambas mecánicas, de matrices y de ondas, resulta singular pues, como hemos ido viendo, la mecánica de matrices jugó un moderadísimo papel en la Física española del primer tercio del siglo. Tenemos que considerar, entonces, atípico que el autor la cite aquí como teoría consolidada. Este recurso a las dos formulaciones de la mecánica cuántica podría interpretarse como una técnica retórica para despejar posibles recelos respecto de su argumentación, dado que el autor pretende asentar fuera de toda duda la imposibilidad de medida por debajo de los límites que establece el principio de indeterminación. Sugerimos que el mantenimiento de la mecánica de matrices en el discurso se debió a que estas parecían garantizar el carácter corpuscular de materia y energía mejor que la mecánica de ondas.

El ámbito no se limita a los aspectos físicos de la teoría, sino que abarca también los filosóficos:

Es verdad que este límite no ha sido hasta ahora alcanzado por las sensaciones más delicadas (posiblemente lo alcanzan algunas olfativas). Pero aquí

de Heisenberg en (Heisenberg, 1930b, p. 23 y ss.), e igualmente ocurre en el razonamiento acerca del poder de separación del microscopio ((Ramon Ferrando, 1933, pp. 144-145) y (Heisenberg, 1930b, pp. 21-22)). Sin embargo existen ciertas diferencias que invitan a pensar que el autor pudo haber completado su inspiración con otros textos diferentes del mencionado.

no se trata ya de una imposibilidad práctica, sino de una imposibilidad física que impone a nuestros conocimientos una limitación en que hasta ahora no habían pensado ni los físicos ni los filósofos, limitación que en sus consecuencias hay que trasladar al universo mismo, pues sin llegar a afirmar que el mundo es nuestra propia representación de él, sí podemos asegurar que lo que sea *para nosotros* depende de nuestros medios físicos de conocimiento. (Ramon Ferrando, 1933, p. 90)⁴³

El interés por las derivaciones filosóficas de la nueva mecánica no fue una característica exclusiva de los físicos españoles, pues había presentado manifestaciones similares en otros países a medida que se iban conociendo las implicaciones a que podía dar lugar la reciente teoría cuántica. Antes de acabar esta sección volveremos sobre este aspecto.

Trata el autor asimismo de otros aspectos revolucionarios de la nueva mecánica, como la consideración de ondas de materia propuestas por L. de Broglie y puestas de manifiesto en los experimentos de Davisson y Germer, que interpreta de nuevo en clave probabilística, afirmando que un electrón «...no ocupa un volumen reducido en el espacio, sino que se extiende por todo él en distinta concentración y forma [...] *Entiéndase bien que los puntos interiores de este volumen son indiscernibles para el físico, lo cual no constituye más que una forma del principio de incertidumbre*» (Ramon Ferrando, 1933, p. 97).

A consecuencia de todo ello el autor se plantea la necesidad de corregir ciertos criterios matemáticos de evaluación del mundo sensible:

¿Qué queda de la geometría, especialmente la cartesiana al aplicarla con criterio de continuidad o como descripción cuyo fondo está en el concepto de punto? [...] Para un físico no puede existir un punto como intersección de dos líneas, ni una línea como intersección de dos superficies [...] Lo único que existe para el físico, en su cualidad de elemento constitutivo del universo sensible, es la celdilla de Planck, cuya magnitud no es ni una superficie ni un volumen, sino una acción, y cuyo valor es h ». (Ramon Ferrando, 1933, p. 99)

El autor, a continuación, repasa algunos elementos clásicos de la física orientados a dar una explicación del átomo de Bohr, y hace un repaso de las ecuaciones de onda clásicas como introducción del material que necesitará para llegar a la ecuación de Schrödinger. Trata de las series espectrales de Lyman, Balmer, Paschen y Brackett, los números cuánticos, la estructura fina del espectro, las reglas de selección y la distribución de los electrones corticales, para entrar tras todo ello en la mecánica ondulatoria, que constituye su Capítulo III.

⁴³El énfasis es del original.

Aunque no es definitivo para nosotros el posible origen de la introducción que hace Ramon Ferrando de la ecuación de Schrödinger a partir de la ecuación de onda clásica y la longitud de onda de de Broglie, debido a la ausencia total de citas que, con honestidad, el autor anuncia en el preámbulo de su texto, nos inclinamos a pensar que está inspirada en algún autor de la escuela francesa. Estimamos que pudo inspirarse en alguna de las publicaciones del propio de Broglie que, desde su tesis doctoral de 1925, incluían total o parcialmente el razonamiento utilizado en el texto que ahora estudiamos y que muestra un conocimiento holgado de la teoría de este último.

Asentada la validez del principio de indeterminación, el autor lo pone en referencia a la interpretación probabilística: «No hay seguridad en cuanto a la posición del electrón en el espacio, únicamente existe la seguridad de que esté dentro de un cierto volumen, con distinta probabilidad para cada uno de sus puntos» (Ramon Ferrando, 1933, p. 95).

No resulta superfluo resaltar que el autor tiene una percepción clara de que la interpretación estadística a que se presta la nueva mecánica cuántica tiene escasa relación con aquella a que se refiere la mecánica estadística de Gibbs, conocida y utilizada desde principio de siglo, como se ha visto cuando hemos tratado del discurso de Terradas *Sobre la mecánica estadística* (Terradas, 1908).⁴⁴

Otros físicos trabajaban ya en España con las mismas herramientas que Ramon Ferrando. Un ejemplo lo tenemos en la tesis doctoral de Luis Bru Villaseca⁴⁵, de 1932, en la que se encuentra la misma deducción de la ecuación de onda de Schrödinger que vemos en Ramon Ferrando.⁴⁶

⁴⁴Ver sección 2.1.1, p. 26

⁴⁵La tesis de Luis Bru Villaseca se publicó con el título *Determinación de la estructura molecular de la acetona, éter metílico, ácido fórmico y aldehído fórmico, mediante la difracción de electrones* (Bru Villaseca, 1933). Su autor la defendió ante un tribunal en el que actuó como Presidente Pedro Carrasco Garrarena, como vocales Blas Cabrera, Julio Palacios y Manuel Martínez Risco y como secretario Enrique Moles. Fue calificada de Sobresaliente. Su incursión en la teoría es breve y no es extensa en sus fundamentaciones, limitando estas principalmente a la obtención de la longitud de onda de de Broglie y el planteamiento de la ecuación de Schrödinger. Centra el núcleo de la tesis, como indica su título, en los aspectos experimentales. Valoramos su aportación tanto por lo que representa de normalización de la utilización de la nueva teoría cuántica, como por la relevancia del tribunal.

⁴⁶En los anexos hacemos un breve análisis de la forma en que este autor introduce la ecuación de Schrödinger, por el interés que puede tener considerando, además, que el libro de Puig Villena *Breve idea de la mecánica ondulatoria* (Puig Villena, 1935a) hace la introducción de forma muy similar, lo que podría inducir a pensar que se pudo haber inspirado en el artículo de Ramon Ferrando. Véase la sección 6.2 «La ecuación de Schrödinger según Ferran Ramon Ferrando», p. 288. Es muy probable, no obstante, que ambos conocieran algunos de los textos de de Broglie *Théorie de la quantification dans la nouvelle Mécanique* (de Broglie, 1932) o *Introduction à l'Etude de*

En principio no podemos ignorar la posible relación que podría haber tenido el reducido interés de Ferrando por incorporar el aparato matemático a sus explicaciones con la escasa aportación española a la física teórica; sin embargo conviene hacer unos breves apuntes respecto de esta cuestión.

Por un lado hemos visto que esta particularidad se dio también en Terradas con ocasión de orientar a Ortiz en el contenido del libro *Relatividad*. Por otro lado sabemos que no fue exclusiva de autores españoles ni parece adecuado interpretarla como síntoma de debilidad de la Física española en sí misma. Un ejemplo significativo es que el *Atombau und Spektrallinien* de Sommerfeld nació de una idea similar a la de Ramon Ferrando, tanto por proceder de unas clases ya impartidas, como por su renuncia a una exposición demasiado tecnicada en el aspecto matemático. El caso del *Atombau* nos lo explica Eckert en su trabajo (Eckert, 2013). En él, Eckert puntualiza que el anuncio de la primera de las populares clases de Sommerfeld, en el semestre de invierno de 1916-1917, se hizo en los siguientes términos: «Los más recientes avances experimentales y teóricos en atomística y electrónica (popular, sin desarrollos matemáticos)» (Ib, p. 119). Si alguna diferencia cabe destacar entre Sommerfeld y Ramon Ferrando es que esa actitud de Sommerfeld era anterior al advenimiento de la nueva mecánica cuántica, y que su intención era precisamente la de ofrecer una lectura «popular» de los principales elementos de la teoría atómica.

Probablemente el depósito colectivo de la Física Matemática hubiera requerido tanto de profesores que transmitieran las técnicas adecuadas, como de alumnos en condiciones de asumirlas. Estos últimos conformarían, por decirlo de alguna forma, una nueva generación con capacidad de conservar y ampliar las habilidades recibidas. Si se acepta esta hipótesis, cabría preguntarse entonces, más que por la técnica didáctica de Ramon Ferrando en particular, hasta qué punto esa tendencia fue compartida por el colectivo de académicos españoles.

En cuanto al principio de indeterminación y sus derivaciones filosóficas, si algo debiéramos señalar de la forma que revistió en España esta faceta de la ciencia destacaríamos que una de las dificultades a las que se tuvo que enfrentar la cultura española estuvo motivada, precisamente, por el alto grado de matematización de la nueva mecánica, que superaba con creces la complejidad matemática que los físicos españoles tenían por costumbre manejar. En 1933, fecha de las lecciones de Ramon Ferrando, apreciamos una tendencia a la prudencia en las especulaciones conceptuales que relacionamos, entre otras cosas, con ese factor.

Las esferas intelectuales españolas habían experimentado ya los desafíos planteados por el advenimiento de diversas teorías científicas, entre las que podemos

la Mécanique Ondulatoire (de Broglie, 1930), sin que ello reste méritos al notable ejercicio de síntesis que hacen ambos autores.

citar la teoría de la evolución de las especies de Darwin, el psicoanálisis de Freud o, más próxima al tema que nos ocupa, la teoría de la relatividad. Hemos visto el rastro de escepticismo hacia las nuevas ideas en los discursos de físicos como Cabrera y Palacios y presbíteros como Vallado Ordovás.

Pero en el caso de la mecánica cuántica, y en el año 1933, la inseguridad frente al aparato matemático implicaba ciertas dificultades para aquellos que hubiesen pretendido tomar partido en pro o en contra de la nueva teoría o sus consecuencias basándose únicamente en su alcance especulativo. En efecto, sin un convencimiento suficientemente apoyado por la matemática en que aquella se sustentaba, ese posicionamiento *a priori* hubiera sido imprudente. Se ha de señalar también que gran parte de la polémica suscitada entre los físicos en esa época por la teoría atendía, precisamente, a dicha formulación matemática, y no directamente a sus consecuencias filosóficas.⁴⁷

Los factores ahora brevemente analizados habrían contribuido a evitar, en buena medida, que se produjera un rechazo expreso tanto de los hechos físicos que propugnaba la teoría como de ciertas consecuencias en otros ámbitos del pensamiento. Pero estos ingredientes no fueron los únicos que intervinieron en el proceso español de inculturación cuántica. Volveremos sobre este aspecto cuando tratemos la relación entre matemática cuántica y sociedad.⁴⁸

3.6. Física Teórica de Julio Palacios

El libro que ahora comentaremos, *Física Teórica I. Calor y constitución de la materia* (Palacios, 1935), es en realidad la primera parte de un texto que estaba previsto que se confeccionase entre Blas Cabrera, Juan Cabrera y Julio Palacios. El primer tomo, este que nos ocupa, es obra de Julio Palacios. Parece que hubo la intención de que Blas Cabrera y Juan Cabrera se encargasen del segundo volumen. De ello deja constancia el prólogo del libro. Debemos suponer que el proyecto quedó truncado por los hechos de 1936, pues no tenemos noticia de la ulterior publicación del texto de los hermanos Cabrera; sin embargo Juan Cabrera sí publicó un texto de física que dedicó a su hermano Blas.

Centraremos nuestro análisis en el tratamiento de la estadística de Bose-Einstein según Palacios, por permitirnos cierta trazabilidad al ser también un tema en el que

⁴⁷Observemos que algunas de las discusiones relevantes quedaron apaciguadas por el texto de von Neumann *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* en 1932. Ello permitirá tomar conciencia del considerable contenido matemático-teórico sobre el que se asentaba la polémica en Europa durante esos años.

⁴⁸En la sección 4 Otras manifestaciones de la cuántica, p. 229.

trabajaron posteriormente Catalá de Alemany y Terradas. Pero se hace necesario revisar nuestra situación.

Cuando hemos tratado del texto de Termodinámica de José María Plans y Freyre⁴⁹ hemos visto ya algunas de las dificultades con las que los físicos españoles de la década de los 20 se encontraban para explicar algunos conceptos clave relacionados con la teoría cuántica como el de la entropía. Estas dificultades se relacionan tal vez con el distanciamiento español de la cuántica centroeuropea y americana. Los esfuerzos de Terradas por potenciar ese aspecto de la Física no tuvieron, en apariencia, grandes repercusiones en el ambiente académico, quedando la termodinámica vinculada, básicamente, a la Química y a la Ingeniería.

La traducción del texto de *Teoría de los Quanta* de Reiche y la *Termodinámica* de Planck en la colección Biblioteca Contemporánea de Ciencias, publicada bajo la dirección de Terradas por la editorial Calpe, fueron dos oportunos intentos para reconducir una situación que indudablemente lastraba el avance de la física teórica en España.

Sin embargo a las fechas de publicación de los originales (Reiche, 1921) y (Planck, 1921) se estaba a las puertas de ignorados pero importantes cambios, que iban a desplazar el centro de interés de la física hacia otros resultados. El primero de estos cambios, y el único a que nos referiremos en esta sección, es la publicación del artículo de Satyendra Nath Bose sobre la deducción de la fórmula de Planck sin recurrir a argumentos clásicos, utilizando únicamente para ello la cuantificación del espacio de fases (Bose, 1924a).

Este cambio está relacionado con un hecho que, pese a quedar fuera de nuestro ámbito de investigación, pues nos obliga a retroceder a principios del s. XX, no tenemos más remedio que mencionar para hacer comprensible este período. Iniciamos, pues, una digresión que nos lleva al año 1901.

En ese año, poco tiempo después de enunciar su hipótesis cuántica, Planck publicó el artículo «Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum» (Planck, 1901). En él planteó un nuevo enfoque mediante el que calculó la entropía de un resonador en función de la energía.⁵⁰ El procedimiento seguido por Planck se basaba en la consideración de la entropía no como un concepto diferencial

⁴⁹Véase la sección 3.3 «La Termodinámica de José M.^a Plans y Esteban Terradas. Los quanta en la química», p. 116.

⁵⁰Recordemos que los «resonadores» de Planck son teóricos y les atribuyó la capacidad de emitir radiación en una cierta frecuencia ν si se les excitaba en esa misma frecuencia. La hipótesis de que la absorción de energía de estos resonadores se realizaba en múltiplos enteros de $h\nu$ constituyó el punto de partida de la antigua mecánica cuántica.

sino como un valor intrínseco de la radiación.⁵¹ Para ello Planck recurre a dos artificios: la cuantificación de la radiación sobre un número finito de resonadores y la traslación de las medias temporales de energía de un resonador a medias instantáneas sobre el conjunto de resonadores.⁵²

La entropía depende del desorden, y este desorden, basado en la teoría de la radiación electromagnética de las vibraciones monocromáticas de los resonadores cuando se encuentran en un campo de radiación permanente estacionario, depende de la irregularidad con que continuamente varían su amplitud y su fase, en tanto que se consideren intervalos de tiempo amplios frente al tiempo de una vibración pero pequeños frente al tiempo de la medida. Si la amplitud y la fase fueran absolutamente constantes entonces las vibraciones serían completamente homogéneas de manera que no podría existir entropía y la energía de vibración debería estar completamente libre para ser convertida en trabajo. La energía constante U de los resonadores vibrantes individuales es entonces únicamente una media temporal o, lo que viene a ser lo mismo, la media simultánea de un gran número N de resonadores que se encontrasen en el mismo campo de radiación estacionario alejados los suficientes unos de otros como para no influirse entre ellos directamente. En este sentido hablaremos en lo sucesivo de energía media U de un resonador individual.⁵³

⁵¹Tradicionalmente se ha definido la entropía mediante la fórmula:

$$\frac{dS}{dU} = \frac{1}{\vartheta}$$

siendo S la entropía, U la energía y ϑ la temperatura. Conceptualmente la definición de entropía como energía que no se puede utilizar para realizar trabajo útil lleva implícita la disipación de energía con el transcurso del tiempo.

⁵²Hemos seguido la traducción más literal de la terminología de Planck «resonador» para el oscilador armónico que actúa como acumulador y emisor de energía radiante, si bien en España la expresión no fue única. Así, por ejemplo, Palacios, en la traducción del libro de Reiche *Teoría de los quanta* (Reiche, 1922), utilizó el término «oscilador» siguiendo la raíz del término «oszillatoren» utilizado en esa ocasión por Reiche mientras que utiliza indistintamente los términos «oscilador» y «radiador» en el mismo contexto en su libro *Física Teórica I* (Palacios, 1935, p. 278 y ss:).

⁵³ «Entropie bedingt Unordnung, und diese Unordnung beruht nach der elektromagnetischen Strahlungstheorie bei den monochromatischen Schwingungen eines Resonators, auch wenn er sich in einem dauernd stationären Strahlungsfelde befindet, in der Unregelmässigkeit, mit der er beständig seine Amplitude und seine Phase wechselt, sofern man Zeitepochen betrachtet, welche gross sind gegen die Zeit einer Schwingung, aber klein gegen die Zeit einer Messung. Wäre Amplitude und Phase absolut constant, also die Schwingungen vollkommen homogen, so könnte keine Entropie existiren und die Schwingungsenergie müsste vollkommen frei in Arbeit verwandelbar sein. Die constante Energie U eines einzelnen stationär schwingenden Resonators ist danach nur als ein

El cálculo de Planck parte de la consideración de N resonadores a cada uno de los cuales atribuye una energía media U , lo que determina que la energía total del sistema sea $U_N = N \cdot U$ y la entropía total $S_N = N \cdot S$, donde S representa a su vez la entropía media de cada resonador independiente. Incluye también la utilización del principio de Boltzmann sobre la entropía,

$$S_N = k \log W + const, \quad (3.5)$$

en torno a la cual elabora un argumento cuantitativo basado en el número de resonadores que le permitirá calcular la entropía de un resonador individual, y a partir de ella y de la ley de desplazamiento de Wien, calcular la densidad de energía de radiación por unidad de volumen.

Para el primer paso, el cálculo de la entropía media individual de un resonador, Planck utiliza su argumento de interpretar la energía como algo que se puede atribuir de forma discreta a los N supuestos resonadores sobre los que se distribuye la misma, de forma que a partir de cierto valor elemental ε de energía, la energía total del sistema, U_N , vendrá determinado por $U_N = P \cdot \varepsilon$ donde P es el número de «cuantos de energía», un número que será, a estos efectos, muy alto.

Llegado aquí se pregunta por el número de formas en que se pueden distribuir dichos elementos de energía entre los N resonadores, y llama a cada una de esas forma una «compleción» y considera que la probabilidad (termodinámica) W de la ecuación (3.5) debe ser proporcional al número R de todas las posibles «compleciones» que se pueden realizar distribuyendo la energía U_N entre los N resonadores.

El número de estas compleciones lo determina calculando las diferentes formas de distribuir los P elementos de energía entre los N resonadores, que, utilizando la fórmula de las combinaciones con repetición, resulta:

$$R = \frac{(P + N - 1)!}{P!(N - 1)!}. \quad (3.6)$$

Es relevante que esta fórmula implica la consideración de que la compleción obtenida por el intercambio de cualesquiera elementos de energía entre sí, no se computa como diferente de la anterior a efectos del cálculo de la probabilidad correspondiente.

zeitlicher Mittelwert aufzufassen, oder, was ganz auf dasselbe hinauskommt, als der gleichzeitige Mittelwert der Energien einer grossen Anzahl N von gleichbeschaffenen Resonatoren, die sich in dem nämlichen stationären Strahlungsfelde, befinden, weit genug voneinander entfernt, um sich nicht gegenseitig direct zu beeinflussen. In diesem Sinne wollen wir künftig von der mittleren Energie U eines einzelnen Resonators sprechen». (Planck, 1901, p. 555)

Resumiremos el resto del razonamiento de Planck comentando que a partir de la ley de desplazamiento de Wien y la definición de la entropía de un resonador como

$$\frac{dS}{dU} = \frac{1}{\vartheta}, \quad (3.7)$$

llega a la expresión de la energía media U de un resonador

$$U = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k\vartheta}} - 1}, \quad (3.8)$$

que proporciona a su vez la siguiente expresión para la distribución de la energía:⁵⁴

$$u = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k\vartheta}} - 1}. \quad (3.9)$$

Volvamos ahora a 1924 cerrando nuestra digresión. En esa fecha se publica en *Zeitschrift für Physik* un artículo de Satyendra Nath Bose en el que se sientan las bases de una nueva forma de deducir la ley de radiación de Planck, distanciándose de la teoría clásica. El artículo a que nos referimos, traducido por Einstein al alemán como «Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese» (Bose, 1924a), utiliza la cuantización del espacio de fases junto con una hipótesis adicional de desdoblamiento por la polarización.⁵⁵ A este siguió otro trabajo traducido también por Einstein con el título «Wärmegleichgewicht im Strahlungsfeld bei Anwesenheit von Materie» (Bose, 1924b).⁵⁶ Einstein, aplicando el método de Bose a la teoría de gases monoatómicos, publicó dos artículos adicionales en las memorias de la Academia Prusiana de las Ciencias (Einstein, 1924) (Einstein, 1925).

Tradicionalmente se considera un factor diferencial en la deducción de Bose de la fórmula de Planck el hecho de que el recuento utilizado para esta deducción se hace bajo la hipótesis de identidad (o «indistinguibilidad») de los quanta de luz

⁵⁴De hecho la fórmula solo considera la densidad de la acción, si bien Planck ha mencionado previamente la necesidad de considerar $u dv$. Como apreciaremos un poco más adelante, este es el punto de partida del trabajo de Catalá de Alemany, que, como ya hemos indicado, también trabajó en la estadística de Bose-Einstein. En esa época esta formulación de Planck para la distribución de la energía era ampliamente conocida y difundida en España.

⁵⁵Para una visión rápida de las circunstancias de publicación de este artículo y los subsiguientes de Bose véase el artículo de Navarro Veguillas (Navarro Veguillas, 1996) o (Debnath, 1993).

⁵⁶El artículo «Bose's second paper: A conflict with Einstein. A translation of "Thermal equilibrium in the radiation field in the presence of matter"» (Bose *et al.*, 1977) es una traducción al inglés del artículo de Bose, especialmente interesante por los comentarios de los traductores acerca de la controvertida desautorización por parte de Einstein de este segundo trabajo de Bose.

que se desean distribuir entre las correspondientes celdas del espacio de fases.⁵⁷ Esta consideración, cuyo origen histórico desconocemos, no es concluyente si uno se limita a los artículos publicados por Bose. En efecto, el recuento de Planck de 1901 ya utilizaba esa identidad en el cálculo de las diferentes formas de repartir los quanta de energía entre los resonadores y, de hecho, tanto el segundo artículo de Bose como los de Einstein utilizan de nuevo la forma de recuento de Planck en que los quanta de energía eran indistinguibles.

Hacemos mención de esta circunstancia por el efecto que tuvo en la forma en que las estadísticas de Bose-Einstein vieron la luz en España.

Palacios habla de esta estadística en el capítulo «XVI - Nociones de mecánica estadística», en el párrafo 187, que comienza con una comparación entre el recuento de complejiones según la mecánica estadística clásica y el nuevo propuesto por Bose:

En la estadística empleada hasta aquí, que llamaremos clásica, se cuenta el número de complejiones por las maneras de distribuir los objetos entre los recintos, considerándolas distintas si algún objeto cambia de recinto. Recientemente ha aplicado Bose un método completamente distinto, que ha dado resultados satisfactorios en algunos casos según veremos más adelante. (Palacios, 1935, p. 244-245)

A continuación describe el conocido método del primer artículo de Bose en el que este autor determina la probabilidad termodinámica de una complejión mediante el recuento del número de celdas ocupadas por un número determinado de quanta de energía en cada nivel energético:

Si tenemos N objetos y q recintos, en uno cualquiera de estos podrá haber un número de objetos que varía entre 0 y N , de modo que podrá haber $N + 1$ formas de ocupación. Bose considera que dos complejiones son diferentes cuando alguno de los recintos ha cambiado de forma de ocupación, de modo que la probabilidad de un estado macroscópico se definirá por *el número de maneras de distribuir las q cajas entre las $N+1$ formas de ocupación.*

Si representamos por $k_0, k_1, k_2, \dots, k_N$ los números de recintos que contienen,

⁵⁷En artículos relativamente recientes como el de Navarro Veguillas sobre Bose, ya mencionado, «Satyendranath Bose: un cometa fugaz» (Navarro Veguillas, 1996, p. 47) se enfatiza la importancia de la novedad en la forma de recuento de Bose para las conclusiones del autor. Tal punto de vista, en el que insiste, con algunos matices en (Navarro Veguillas, 2005, p. 70) no concuerda con los resultados de nuestra investigación. Aunque en este trabajo aportamos algo de información no abordamos una discusión detallada de la situación historiográfica de los artículos de Bose, que deberá esperar a mejor ocasión.

respectivamente, 0, 1, 2, ..., N objetos, la probabilidad de Bose valdrá:

$$P_B = \frac{q!}{k_0!k_1!\cdots k_N!}. \text{ (Palacios, 1935, p. 245)}^{58}$$

A continuación hace un recuento, a modo de ejemplo, de las formas de distribución de seis objetos en seis cajas con el que ilustra las diferencias entre la fórmula clásica y la fórmula de Bose. Dicho ejemplo, útil para comprender la mecánica del recuento de Bose, resulta incompleto al dejar su autor sin enunciar la fórmula final que convendría a la estadística de Bose y que se obtendría sumando las probabilidades de cada una de las complejiones, lo cual haría que este número fuera el mismo que se obtiene utilizando directamente la fórmula de Planck.⁵⁹

Acaba Palacios afirmando:

No es posible saber a priori la estadística que ha de aplicarse en cada caso particular, si la clásica o la de Bose. Lo único que puede afirmarse es que si el estado microscópico cambia cuando una molécula muda de recinto, deberá utilizarse la estadística clásica, mientras que si los estados microscópicos son indiscernibles, a menos que cambie el número de moléculas que hay en un recinto, habrá de recurrirse a la estadística de Bose. Falta, sin embargo, por averiguar el sentido físico de estas proposiciones. (Palacios, 1935, p. 245.)⁶⁰

Aquí vemos que Palacios da por supuesta la aplicabilidad de la estadística de Bose a partículas materiales, aunque no es sino hasta el capítulo «XVII - Radiación» donde entrará a utilizar la técnica de Bose para la deducción de la fórmula de Planck.

En efecto, el párrafo 203, del capítulo XVII afirma:

Diferentes son los caminos que siguen los distintos autores, y aun el propio Planck, para deducir la fórmula de la radiación a partir de la hipótesis de los cuantos. Vamos a exponer el método de Bose, que es el más sencillo de todos. (Palacios, 1935, p. 279.)

En su deducción sigue los pasos de Bose y por tanto pese a su referencia anterior a «moléculas» acaba deduciendo la fórmula de Planck para la radiación:⁶¹

$$u_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

⁵⁸La cursiva es del original.

⁵⁹Veremos, al hablar de las versiones de Catalá de Alemany y de Terradas, que esta es la misma versión utilizada también por estos autores.

⁶⁰Volveremos en breve sobre la última frase de esta cita.

⁶¹En el apéndice 6.3 «Las nuevas estadísticas de Bose-Einstein», p. 292 se tratan en detalle algunos aspectos del tratamiento de la estadística de Bose por este y otros autores.

Pese a esa ambigüedad de lenguaje, Palacios es consciente de que uno de los valores de la técnica de Bose es la deducción de la fórmula basándose exclusivamente en la teoría cuántica:

Merece notarse la circunstancia de que el método de Bose es el único que conduce al resultado apetecido sin necesidad de recurrir a hipótesis suplementarias. (Palacios, 1935, p. 282.)

No debe extrañar, en el párrafo de Palacios citado más arriba, el comentario referente a la necesidad de dotar de sentido físico a las proposiciones enunciadas. La afirmación muestra que Palacios intentó no limitar su trabajo a la incorporación, a la teoría cuántica española, de conceptos ya conocidos y cristalizados en otras capitales científicas, sino que se planteó la necesidad de abordar las implicaciones conceptuales a que daba lugar.

La idea misma de la estadística de que hablamos estuvo sujeta a un proceso de formación por parte de Bose, Einstein y otros actores del centro científico cuyo sentido se fue perfilando con el tiempo. Ese proceso fue fruto de la interacción y el diálogo de los diferentes participantes en el mismo. En consecuencia no nos gusta, por insuficiente, la posible explicación de que la teoría «que llegó» a España lo hizo en un estado en que el sentido físico no había adquirido la suficiente claridad. Esta forma de presentarlo, propia del análisis historiográfico del modelo de recepción pasiva, ocultaría una realidad considerablemente más compleja.

En primer lugar, la inclusión de la estadística de Bose-Einstein en el libro de Palacios muestra una actitud decidida de este autor por incorporar la nueva teoría a la formación académica de nivel universitario. Por otro lado encontramos un indudable paralelismo con el proceso de elaboración de la teoría en el centro científico, pues es sabido que fueron muchos los autores centroeuropeos que se encontraron ante la realidad de una formulación matemática cuyo sentido físico no era explicable en el momento de su introducción, y frecuentemente lo dejaron reconocido tanto en la correspondencia científica como en los artículos publicados. Ello es exponente también de cómo la necesidad de dotar de sentido físico a la herramienta matemática fue en ocasiones la fuerza directriz que provocó el desarrollo del conocimiento. Palacios muestra en estos párrafos que España y sus físicos no fueron ajenos a este proceso.

En segundo lugar, señalamos que nuestros comentarios no pretenden simplemente desmitificar la tradicional separación entre centro y periferia, tan útil en otros sentidos, sino penetrar en su significado: por ejemplo ¿de qué recursos disponía Palacios para averiguar el sentido físico de sus aserciones?

Sabemos que los físicos centroeuropeos, merced a la intensidad de la correspondencia científica y los contactos que mantenían entre ellos, podían encontrar

fuentes de inspiración alternativas al artículo publicado. En el caso de los físicos españoles eran pocos los que tenían los contactos suficientes como para permitirse esa correspondencia con el centro científico, por lo que su alternativa hubiera sido servirse de la relación académica interna con otros físicos allegados de su círculo. Quizá era eso en lo que pensaba Palacios, o quizá, también, en recurrir a otras fuentes que ya hubieran trabajado sobre esa interpretación. Sabemos que eso fue lo que hizo posteriormente Catalá de Alemany a propósito del mismo tema, recurriendo a Bloch para la explicación de la interpretación física de la estadística de Bose-Einstein. En cuanto al contacto académico entre físicos españoles, es poco lo que sabemos en este momento, pero ese poco parece indicar que no hubo una correspondencia científica equiparable a lo que se puede apreciar entre los físicos centroeuropeos, siendo la correspondencia entre los primeros de naturaleza primordialmente práctica y administrativa.⁶²

Podríamos resumir las anteriores reflexiones en dos hechos relevantes. Por un lado se diría que el aislamiento interno, es decir, la falta de comunicación científica entre los escasos físicos españoles con inquietudes teóricas, dificultaba una discusión profesional de las teorías. Por otro lado, consecuencia, en parte, de lo anterior, se dejaba el protagonismo de su interpretación a los físicos centroeuropeos. El resultado fue la ausencia de aportaciones de los físicos españoles no solamente en las cuestiones estrictamente matemático-teóricas sino también en los aspectos relacionados con su significación física.⁶³

⁶²Subyace asimismo un interrogante, ya apuntado en este trabajo, sobre el aislamiento científico interno del colectivo de físicos españoles. Carlos Gámez ha estudiado lo que parece ser el primer grupo organizado de Física Teórica en España: El Grupo Interuniversitario de Física Teórica, en (Gámez Pérez, 2004a, p. 11-12).

⁶³Hemos hablado poco del aislamiento externo de los físicos españoles por ser un tema ampliamente reconocido por la historiografía, pero si tuviéramos que recurrir a alguno de los personajes mencionados en esta tesis, podríamos remitirnos a Juan Cabrera, que en 1941 se dirigía por carta a Julio Palacios y declaraba:

Ahora paso a otro asunto, ya sabes que Blanchard quiere hacer conmigo la tesis doctoral y dado nuestro aislamiento científico, pues no consigo que nos traigan ninguna revista, no se me puede ocurrir mucho tema de trabajo y he pensado me digas si tú crees sería suficiente para una tesis doctoral el que haga medidas de precisión por el método que utilicé en mi trabajo durante la guerra. (González de Posada y Pérez Andreu, 2004, pp. 79-80. Carta de Juan Cabrera a Julio Palacios, 20 de enero de 1941)

3.7. Tras el paréntesis de la Guerra Civil Española. Las modernas estadísticas vistas por Joaquín Catalá de Alemany

Acabada la Guerra Civil Española, José María Albareda, secretario general del CSIC recientemente creado sobre la estructura de la antigua J.A.E., se planteaba el problema de «...si la investigación científica puede seguir interrumpida, sus publicaciones suspensas, su intercambio sin reanudar», reconociendo también la débil posición del CSIC, resultado del exilio de importantes figuras de la ciencia española, al manifestar que «...los que aquí han quedado piensan que sin los que se han ido no somos capaces de organizar nada»⁶⁴.

Esa inquietud de Albareda nos proporciona el marco en que se reinició la actividad académica e investigadora en la inmediata posguerra, en medio del deterioro del tejido científico español causado, entre otras cosas, por la prevalencia de los intereses políticos sobre la eficiencia académica. Ese era el contexto en el que la Universidad de Barcelona publicó la memoria de Joaquín Catalá de Alemany en 1942: «Idea acerca de las modernas estadísticas en el campo de la física» (Catalá de Alemany, 1942).

Recomendamos al lector que haya llegado a este capítulo sin pasar por la sección 3.6 «Física Teórica de Julio Palacios» (p. 135) que visite la misma para situar el marco histórico de los párrafos que siguen.

Tratamos ahora el trabajo monográfico de Catalá de Alemany «Idea acerca de las modernas estadísticas en el campo de la física» (Catalá de Alemany, 1942), al que otorgamos la condición de haber influido en el posterior interés de Terradas por esta cuestión. Los comentarios que haremos sobre el texto de Catalá, especialmente aquellos que hacen referencia a su contexto histórico, son aplicables también al trabajo de García Santesmases «Conceptos modernos sobre ondas y corpúsculos» que en su momento consideraremos.

Joaquín Catalá de Alemany (1911-2009), de cuya biografía nos da cuenta Agustín Ceba en (Ceba, 2012), publicó este trabajo en los *Anales de la Universidad de Barcelona 1941-1942*, al parecer como miembro del Seminario de Física Matemática del curso 1940-1941 (Ceba, 2012, p. 108). En el estado actual de nuestra investigación ignoramos quién pudo sugerirle ese tema de estudio pero debido a la ausencia de Terradas nos inclinamos a pensar en alguno de los otros miembros del Seminario Matemático, del que era director en ese momento José

⁶⁴(AGUN/JMA, Archivo General de la Universidad de Navarra, 006/001/011-1, carta, probablemente de José M^a Albareda a José Lorente de 29 de abril de 1940).

María Orts.⁶⁵

Pudiera sorprender, en una primera aproximación, la aparición de una disertación tan exhaustiva como la de Catalá. En efecto, a la fecha de 1941 se daban las siguientes circunstancias. En primer lugar, la física española parecía haber pasado de puntillas sobre esta derivación de la teoría cuántica, ya que, salvo el curso de física de Palacios (Palacios, 1935) no hemos encontrado otra referencia al tratamiento estadístico de Bose-Einstein hasta esta de Catalá. En segundo lugar la deducción de la ley de Planck no dejaba de ser una especie de retorno a la antigua teoría cuántica. Dicha teoría parecía haber sido sofocada por el atractivo de los aspectos dinámicos y cinemáticos de la nueva mecánica nacida en 1925. Muestra de ello es el espacio dedicado a esta última por los físicos españoles, siquiera en el ámbito de los discursos.

Teniendo en cuenta lo anterior trataremos ahora de dar sentido a la recuperación de este tema de estudio en la inmediata posguerra española.

Como sucede con otros textos publicados en las memorias de las universidades, y como reconoce explícitamente Ramon Ferrando en su memoria sobre los cuantos de acción⁶⁶, el hecho de su publicación obedeció, probablemente, a la necesidad de poner en orden las notas de estudio, no pudiéndose hablar de un libro de texto en el sentido más estricto de la expresión. Es por ello que no cabe buscar en esta memoria una exposición didáctica o una aproximación organizada al tema que se trataba de exponer.

La estructura del documento es, ciertamente, confusa. A juzgar por la introducción, el autor fundamenta su razonamiento sobre la dificultad de conciliar la estructura corpuscular de la materia y de la radiación con la ondulatoria:

Con los procedimientos estadísticos clásicos se obtiene, como es sabido, la ley de distribución de la energía dentro de un recinto lleno de radiación, previa la cuantificación de las ondas electromagnéticas que en él pueden existir (Planck). Ahora bien, en muchos fenómenos, la radiación se considera también como un conjunto discreto de elementos corpusculares de energía $h\nu$, llamados fotones o cuantos de luz (efecto fotoeléctrico, efecto Compton), pero como un gran número de fenómenos de interferencia demuestran su carácter ondulatorio, hay que admitir que los cuantos de luz están acompañados y guiados por un conjunto o paquete de ondas, de modo que no es

⁶⁵No descartamos como posible inductor a Isidre Pòlit, el cual parecía haber tratado ya el tema en el curso 1934-1935 (Véase Secc. 3 «Didáctica de la mecánica cuántica», p. 105). Por el documento *Seminario Matemático de Barcelona. Balance de diez años (1941-1951)* (Orts Aracil, 1952) sabemos que Francisco Sanvisens impartió un curso sobre mecánica cuántica.

⁶⁶Sec. 3.5, «Los cuantos de acción de Ferran Ramon Ferrando. La cuántica en las aulas», p. 129.

posible especificar la posición del fotón dentro de él. (Catalá de Alemany, 1942, p. 133)

Tras unas breves referencias a experimentos notables, añade:

Así pues, la estadística intuitiva, como se ha dado en llamar a la de Boltzmann, no es aplicable más que en primera aproximación; por este motivo fue preciso edificar otras, bien en términos corpusculares, bien refiriéndose a ondas. Del primer tipo es la deducida por Bose, mediante un feliz artificio, para los cuantos de luz. Para los gases corrientes, la diferencia entre ésta y la de Boltzmann es tan insignificante que no se ha podido distinguir entre ambas experimentalmente. Para un gas compuesto de electrones, la de Bose debe suplementarse para conformarla con el principio de Pauli que rige la estructura atómica, obteniéndose una nueva estadística debida a Fermi. (Catalá de Alemany, 1942, p. 134)

A continuación ofrece su explicación de alguno de los motivos por los que la estadística clásica cae en defecto:

Previa la cuantificación de la radiación contenida en un recinto se llega a la fórmula de Planck:

$$\rho_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (3.10)$$

y aunque el método de deducción es al parecer sencillo, contiene una grave dificultad de principio, ya que la fórmula ha sido hallada suponiendo que un oscilador de frecuencia ν puede poseer no sólo la energía $h\nu$ sino uno cualquiera de sus múltiplos enteros (siendo la frecuencia de la ocurrencia para una energía $nh\nu$ proporcional a $e^{-\frac{nh\nu}{kT}}$). Pues bien, al extender estas ideas a las vibraciones reales que tengan lugar en el recinto, tratándolas cual si fuesen osciladores, tendríamos que admitir que una vibración electromagnética de frecuencia ν puede tener la cantidad de energía $nh\nu$, en contra de la hipótesis de Einstein, según la cual un fotón tiene siempre la energía $h\nu$. Por lo tanto, el intento de explicar la ley de radiación contenida en una cavidad por medio de la estadística clásica con la adición de la hipótesis cuántica, falla cuando tratamos de trasladar la fórmula deducida por consideraciones ondulatorias, al lenguaje de la teoría corpuscular. La estadística de Bose emprende la deducción de la fórmula de la radiación partiendo, no de la cuantificación de la radiación cerrada en una cavidad, sino desde el punto de vista de los cuantos de luz, esto es, de una teoría corpuscular. (Catalá de Alemany, 1942, p. 134)⁶⁷

⁶⁷En el artículo de Planck de 1901 (Planck, 1901) no se impone directamente la hipótesis que le atribuye Catalá, sino que se basa en la idea de que la entropía depende de los cambios en la

Llegado este punto Catalá se inspira en dos fuentes principales: Eugene Bloch y Julio Palacios. Por un lado, siguiendo a Bloch (Bloch, 1930), distingue entre la forma clásica (Boltzmann) de calcular las probabilidades de cada distribución, y la forma propuesta por Bose. Esto lo lleva a cabo a través de un ejemplo sencillo que ilustra claramente la concepción de la indistinguibilidad de los quanta de radiación subyacente en el artículo de Bose. A continuación, sin embargo, procede a deducir la fórmula de Planck de dos maneras distintas. La primera, siguiendo a Palacios (Palacios, 1935), utiliza el recuento sugerido por Bose en su primer artículo (Bose, 1924a). La segunda deducción la hace siguiendo a Bloch (Bloch, 1930, p. 391 y ss.) el cual utiliza, sin embargo, el recuento utilizado por Bose en su segundo artículo (Bose, 1924b). Esta forma de contabilizar del segundo artículo es diferente, en efecto, de la utilizada por Boltzmann, pero igual a la utilizada por Planck en el artículo de 1901 al que nos hemos referido (Planck, 1901).

Dos anotaciones que estimamos dignas de mención: en primer lugar el hecho de que Catalá insertase las dos demostraciones, que por otro lado son idénticas en cuanto a resultados, muestra su interés por despejar de algún modo la posible confusión ante la duplicidad de versiones. En segundo lugar es conveniente subrayar que la indistinguibilidad de los quanta de radiación, aunque si bien es un hecho inherente a la teoría, entendemos que no es la novedad más relevante del artículo de Bose. En efecto, como acabamos de comentar, se encontraba presente ya en la estadística de Planck de 1901.

Como hemos comentado, el énfasis que Catalá pone en ese aspecto viene inducido por Bloch que se expresa en los términos siguientes:

Bose indica cómo hay que modificar las hipótesis estadísticas para encontrar la fórmula de Planck. Su estadística está construida sobre una nueva definición de lo que se entiende por el concepto de probabilidad igual. Esta definición supone que renunciamos a atribuir a las partículas una individualidad: si se distribuyen las partículas en grupos de igual energía no se considerarán como distintas dos complejiones más que cuando los números de partículas colocadas en cada celda no sean los mismos, y además, todas las complejiones se considerarán como igualmente probables. En otros términos, todas las complejiones que se deduzcan de otra por cambio de partículas, sin que varíe el número que afecta a cada celda, se considerarán como una sola complejión.⁶⁸

amplitud y en la fase de los resonadores monocromáticos. Tampoco en el artículo de 1900 (Planck, 1900) hace ese supuesto, sino que se consideran grupos de resonadores de diferentes frecuencias ν sobre los que distribuye las diferentes energías. El argumento no lo encontramos tampoco en Palacios ni en Bloch, por lo que no descartamos que sea original del propio Catalá.

⁶⁸ «Bose a montré comment il fallait modifier les hypothèses statistiques classiques pour retro-

Un interrogante adicional que se nos presenta es el relativo a Palacios. Hemos indicado ya que este utiliza el formulario de Bose en su primer artículo; la cuestión es ¿por qué no utilizó las fórmulas empleadas por este en el segundo? Dichas fórmulas, que son las utilizadas por Bloch, hubieran sido coherentes también con las de la segunda parte del artículo de Einstein.⁶⁹ Pensamos que la explicación de esta preferencia de Palacios pudo venir motivada por el comentario negativo insertado por Einstein en la traducción del segundo artículo de Bose.⁷⁰ Insertamos en el anexo correspondiente algunos aspectos más técnicos en que se concreta lo que aquí decimos.⁷¹

Como ya hemos anticipado al introducir este tema, una buena parte de nuestro interés por esta cuestión estriba en el hecho de que tanto Terradas como Palacios utilizan la forma del primer artículo de Bose, mientras que Catalá, siguiendo a Bloch, utiliza también la segunda fórmula. Nuestra interpretación de lo anterior sería que la reticencia de Palacios y Terradas habría sido consecuencia del comentario negativo de Einstein, y pondría de relieve la dependencia de la teoría cuántica en España de la reinterpretación realizada por los autores franceses, en este caso Bloch. Todo ello nos lleva a reflexionar sobre esta dependencia de la Física Matemática en España, que ignoramos si se produjo en otros países de la periferia. Profundizar en ello sería una interesante línea de investigación que lamentablemente no podemos seguir.

uver la loi de Planck. La statistique qu'il utilise repose sur une nouvelle définition des probabilités égales. Cette définition suppose que l'on a renoncé à attribuer aux particules une individualité; si on distribue les particules en groupes de même énergie, ou, suivant un langage équivalent, si on les place dans des cellules dont chacune correspond à un même énergie, on ne considérera comme distinctes que des complexions pour lesquelles les nombres de particules placées dans chaque cellule ne sont pas les mêmes. Toutes ces complexions seront d'ailleurs regardées comme également probables. En d'autres termes, toutes les complexions que se déduisent de l'une d'entre elles par permutation des particules sans changement du nombre affecté à chaque cellule seront regardées comme n'en formatn qu'une seule». (Bloch, 1930, p. 389)

⁶⁹«Quantentheorie des einatomigen idealen Gases» (Einstein, 1924) y «Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung» (Einstein, 1925).

⁷⁰En la versión en inglés del artículo de Bose, que hemos comentado en la nota 56 (p. 139) los traductores, Theimer y Ram, apuntan el hecho de que el comentario negativo de Einstein desacreditó todo el artículo de Bose.

⁷¹Véase la sección 6.3 «Las nuevas estadísticas de Bose-Einstein», p. 292, en la que explicamos más en detalle las diferencias entre los artículos mencionados.

3.8. Conceptos modernos sobre ondas y corpúsculos de José García Santesmases

Durante el mismo curso 1940-1941 en que Catalá de Alemany enseñaba la estadística de Bose-Einstein, José García Santesmases disertó sobre otros aspectos de física cuántica. Al igual que las clases de Catalá, también las de García Santesmases fueron recogidas en la publicación de los Anales de dicha Universidad.

El título con el que fueron recogidas las lecciones, «Conceptos modernos sobre ondas y corpúsculos» (García Santesmases, 1942), no deja de ser una excusa para pasar revista a toda una serie de aspectos relacionados con la mecánica de los quanta. Por otro lado, manifiesta la importancia de la dualidad onda-corpúsculo, dualidad que es consecuencia de las diferentes interpretaciones a las que llevaban las distintas formulaciones matemáticas de la nueva mecánica.

El autor, que comienza haciendo un repaso de los hechos que han contribuido a la consolidación de la teoría ondulatoria aplicada a la luz, se expresa así en la introducción:

Estudiando al detalle los intercambios de energía entre la materia y la radiación por absorción o por emisión, la teoría MAXWELL-LORENTZ se ha encontrado con dificultades imprevistas. Estos intercambios no pueden tener lugar más que por cantidades finitas (cuantos) iguales a $h\nu$, siendo ν la frecuencia de la radiación y h la constante universal. La existencia de estos intercambios por «cuantos» ha provocado un retorno a las teorías discontinuas, defendidas en otro tiempo por NEWTON en su teoría corpuscular.

El desarrollo de nuestros conocimientos sobre el cuerpo negro, sobre la emisión espectral, sobre el efecto fotoeléctrico y el descubrimiento del efecto Compton han aportado pruebas decisivas sobre una estructura discontinua de la energía radiante.

Nos encontramos, pues, nuevamente con dos hipótesis fundamentalmente contradictorias: la teoría electromagnética que lleva consigo, esencialmente, la idea de continuidad, y la de los cuantos de luz, que es esencialmente discontinua.

La Mecánica ondulatoria, creada por DE BROGLIE, y desarrollada rápidamente merced a los trabajos de SCHRÖDINGER trata de conciliar y explicar estos dos aspectos corpuscular y ondulatorio de la radiación, al mismo tiempo que admite también para la materia una doble naturaleza ondulatoria y corpuscular.

El objeto del presente trabajo es hacer una breve exposición de estas nuevas teorías, así como de las pruebas experimentales que las han confirmado,

dedicando especial atención a la Mecánica ondulatoria de los fotones. Se expone también el principio de incertidumbre de HEISENBERG, según el cual las medidas de las magnitudes atómicas están siempre sujetas a cierto error, lo cual está de acuerdo con el punto de vista estadístico de BORN referente a la función de onda. (García Santesmases, 1942, p. 161)

Las lecciones de García Santesmases incorporan numerosos elementos de la teoría cuántica. Un vistazo al detalle del índice muestra la amplitud de conceptos que el autor consideró oportuno destacar; sin embargo el índice no permite apreciar su elevado grado de matematización, característica también presente en el caso de las «Modernas estadísticas» de Catalá.

A diferencia de Palacios en su discurso de 1932, García Santesmases bajó al detalle de la formulación matemática. Con esa tarea no pretendía llegar a la fundamentación teórica de todos los conceptos. Su interés, acorde a lo expuesto por él mismo en la cita extraída de su introducción, se centró en dar consistencia a la solución de ciertos problemas como es el del átomo de hidrógeno al que dedica, de hecho, la sección más larga.

Leyendo este artículo se puede apreciar un alto grado de madurez en la utilización de las herramientas de la nueva mecánica cuántica. La onda de materia de de Broglie no es ya una extrañeza o excentricidad de los «sabios» franceses y alemanes, y el principio de indeterminación es más un resultado de la aplicación de la interpretación estadística de Born que un problema de imposibilidad física de los sistemas de medida. A continuación incidiremos someramente en algunos aspectos del artículo.

3.8.1. El átomo de hidrógeno

Ciertos problemas físicos se prestan mejor que otros a un contraste entre sus diferentes formas de resolución. Entre los factores que determinan dicha utilidad podemos considerar, siendo breves, la existencia de distintos estándares de explicación, la amplitud del tema a tratar, la posibilidad de profundizar más o menos en la física inherente al problema o a la matemática subyacente a la solución. El análisis de los diferentes tratamientos del problema de Kepler para el átomo en la nueva mecánica es uno de los que posibilita cotejar diferentes explicaciones, permitiéndonos de ese modo hacernos una idea del grado de desarrollo de la teoría cuántica en las diferentes fases de nuestra ventana cronológica de investigación.

Con anterioridad hemos visto que Ramon Ferrando había intentado, en 1933, un esbozo de explicación de la cuantización de la energía a partir de la ecuación de Schrödinger⁷², sin que tengamos constancia de que el tema hubiera sido tratado

⁷²(Ramon Ferrando, 1933).

en profundidad, con las nuevas técnicas, antes o después de ese artículo, hasta este de García Santesmases que ahora nos ocupa.

El estudio del átomo de hidrógeno, cuya resolución desde la perspectiva de la mecánica de matrices había supuesto un desafío para Pauli, adquiriría una relativa sencillez si se abordaba con la ecuación de Schrödinger. La primera propuesta para su estudio con esa nueva herramienta fue realizada por el propio Schrödinger en 1926 en su artículo «Quantisierung als Eigenwertproblem» (Schrödinger, 1926c), considerado por los historiadores como el germen de la nueva mecánica de ondas. Aunque la resolución de este problema concreto pudiera parecer poco relevante para la física del momento⁷³, se había erigido, sin embargo, como piedra de toque para la constatación de la validez de una teoría. De ahí que Heisenberg, Born y Jordan recibieran complacidos los trabajos de Pauli en que se confirmaba la utilidad de la mecánica de matrices en su aplicación al átomo de hidrógeno.⁷⁴

Por ello no es extraño encontrar un trabajo como el de García Santesmases en que se presentan en detalle las técnicas matemáticas para el análisis del problema de Kepler a través de la ecuación de onda. Sin que podamos evaluar en este momento el significado del tiempo transcurrido, nos limitamos a anotar el dato de que en el momento de publicarse el texto de García Santesmases habían pasado quince años desde el artículo de Schrödinger.⁷⁵

Recordemos primero que el interés inicial en la resolución del átomo de hidrógeno utilizando la ecuación de onda de Schrödinger estribaba en la obtención de los valores discretos de la energía a que se había llegado tanto mediante el modelo de Bohr como mediante la mecánica de matrices de Heisenberg, así como la cuantificación del momento angular y del momento magnético, cuantizaciones todas ellas con base en resultados experimentales.

En el planteamiento del problema, García Santesmases utiliza el esquema clásico⁷⁶ con una energía potencial $U = -e^2/r$:

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2m_0}{h^2} \left[E + \frac{e^2}{r} \right] \psi = 0. \quad (3.11)$$

⁷³Al menos no tan relevante como lo fue la teoría orbital de Bohr en la justificación de las series de Balmer.

⁷⁴«Über das Wasserstoffspektrum von Standpunkt der neuen Quantenmechanik» (Pauli, 1926).

⁷⁵En la introducción de los cuatro números cuánticos que Palacios inserta en su Física Teórica (Palacios, 1935, p. 373), no aprovecha la oportunidad de tratarlos a partir del átomo de hidrógeno de Schrödinger, limitándose a relatar la existencia de los mismos sin entrar en detalle matemático de su obtención. En la sección 3.6 «Física Teórica de Julio Palacios», p. 135 hemos analizado brevemente los factores que pudieron condicionar esa decisión de Palacios.

⁷⁶García Santesmases se inspira, creemos, en el capítulo VI del texto de de Broglie «Théorie de la quantification dans la nouvelle mécanique» (de Broglie, 1932, p. 67 y ss.).

A continuación utiliza el teorema de Ostrogradsky para llegar a la forma en coordenadas esféricas (r, θ, ϕ) ⁷⁷ de la ecuación que le permitirá, separando variables, plantear las tres ecuaciones clave del análisis del problema:⁷⁸

$$\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + m^2\phi = 0, \quad (3.12)$$

$$\frac{d^2\Theta}{d\theta^2} + \cot\theta \frac{d\Theta}{d\theta} + \left(a - \frac{m^2}{\sin^2\theta}\right)\Theta = 0, \quad (3.13)$$

y

$$\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} + \left[\frac{8\pi^2 m_0}{h^2} \left(E + \frac{e^2}{r}\right) - \frac{a}{r^2}\right]R = 0. \quad (3.14)$$

En ellas m y a representan las constantes de separación, y m_0 la masa del electrón, y R, Θ y Φ las funciones, respectivamente, de las tres coordenadas esféricas (r, θ, ϕ) . Creemos encontrarnos ante el primer esfuerzo formal en España por detallar la utilización de los armónicos esféricos aplicados a la ecuación de Schrödinger.⁷⁹

Esta técnica, aunque poco utilizada en los textos que hemos manejado, no era desconocida por los físicos españoles. Un interesante testimonio lo encontramos en los apuntes personales del físico Pedro Carrasco, que ejerció de catedrático de Física Matemática en la Universidad Central de Madrid entre 1918 y 1936. El índice de dichos apuntes nos lo facilita J.M. Vaquero en (Vaquero Martínez, 2002, p. 247 y ss.). Los apuntes son, al parecer, las notas manuscritas para la preparación de sus clases de Física Matemática. Vaquero data su elaboración en torno a 1920 y en ellas encontramos referencias a varios de los recursos matemáticos que le hubieran resultado útiles para la aproximación a la mecánica cuántica, como son todos los de la mecánica racional, de las ecuaciones diferenciales de campo electromagnético o de las funciones armónicas. En el manuscrito también aparecen menciones sobre la teoría de los quanta que, sin ser abundantes, muestran un relativo interés del autor. Si este conocimiento se puso o no a disposición de la docencia es algo que no podemos saber.

⁷⁷ θ ángulo polar, ϕ ángulo azimutal.

⁷⁸ Reconocemos no tener claro el motivo por el que recurre al mencionado teorema de Ostrogradsky, pues no parece necesario para el planteamiento de la ecuación en coordenadas esféricas, que le permitirá recurrir a la separación de variables. Esta aparente singularidad bien podría utilizarse para determinar su fuente de inspiración para estos párrafos.

⁷⁹ El término «armónicos esféricos» fue variando con el tiempo y la definición no era única. Terradas los llama «funciones esféricas». La definición más extendida se refiere a las funciones solución de la ecuación 3.13, que es la que usa García Santesmases, si bien no es el único que aplica el término indistintamente a la ecuación y a las soluciones.

La ausencia, en 1920, de referencias de Carrasco al átomo de Bohr es significativa. Pero, quizá, la pista para comprender que su interés fuera solo relativo nos la da el propio Vaquero al resaltar lo que parece una de las pocas resistencias⁸⁰ que hemos encontrado a la teoría de los quanta en España, afirmando: «Carrasco se pregunta en el §13 (p. 52-56) cómo armonizar el atomismo con el éter. Para ello presenta el "quanta" de energía que es descrito como la fatal consecuencia del atomismo de la materia y la electricidad. De hecho, indica que el concepto "actual" de quanta de energía no "satisface nuestro cerebro". El §14 (p. 56-60) sirve como resumen del discurso. Carrasco comienza indicando que en el terreno experimental triunfa plenamente el atomismo. Sin embargo, en el terreno teórico el criterio continuista señala el camino de máxima síntesis científica» (Vaquero Martínez, 2002, p. 136).

Debido a esa reticencia pensamos que Carrasco no intentó transmitir la teoría cuántica y si lo hizo fue con escasa decisión. El asunto no es trivial y volveremos sobre ello en las conclusiones.

Después de esta digresión, volvamos al átomo de hidrógeno de García Santesmases.

Establecida la forma $\Phi = e^{\pm im\phi} = \pm[\cos m\phi + i \operatorname{sen} m\phi]$ para la solución de (3.12), la clave de la cuantización obtenida a partir de las ecuaciones anteriores la apunta García Santesmases, para la m :

Hay que hacer observar que m debe ser un número entero, pues si no fuera así, la función [las soluciones de (3.12)] no sería uniforme. En efecto, si variamos ϕ de 2π , solamente obtendremos el mismo valor para Φ en el caso de ser m entero. (García Santesmases, 1942, p. 181)

Aunque el concepto de uniformidad tiene varias acepciones en matemáticas, la aclaración fundamental de que la función Φ ha de ser univaluada es el aspecto clave, recogido aquí con acierto por el autor. Para la constante a , ligada a la ecuación (3.13), la exposición resulta algo más ambigua:

Como se demuestra en la teoría de esta clase de ecuaciones (armónicas esféricas), las soluciones que satisfacen a las condiciones de uniformidad, continuidad y anulación en el infinito corresponden a los valores a de la forma $a = (p+m)(p+m-1)$, donde p y m son enteros cualesquiera. Si hacemos $p+m=l$, entonces: $a = l(l+1)$, donde l puede tener los valores $0, 1, 2, 3, \dots$, y llamaremos armónicas esféricas de orden l -ésimo, a las soluciones correspondientes a $a = l(l+1)$. (García Santesmases, 1942, p. 182)

⁸⁰Nos referimos a la resistencia de físicos en tanto que tales, al margen de sus ideas filosóficas o religiosas.

Aquí el autor parece consciente de que justificar los valores enteros de a en la resolución de la ecuación mencionada le hubiera requerido un curso medianamente desarrollado de ecuaciones diferenciales, que no parecía ser el objetivo de su estudio ni tenía cabida en el documento resumen de sus lecciones. Debe señalarse que este proceder con la ecuación (3.13) era habitual entonces y García Santesmases no es el único autor que renuncia a tocar ese aspecto que, probablemente, debió dar por sabido.

Born, cuando explica en su libro *Atomic physics* la resolución del átomo de hidrógeno, al llegar a esa ecuación no es más explícito que García Santesmases:

La segunda ecuación es la ecuación que define los armónicos esféricos $P_l^m(\cos \theta)$, cuando λ [la constante a de Santesmases] tiene el valor $l(l+1)$ y $|m| \leq l$; para otros valores la ecuación no tiene soluciones finitas univaluadas.⁸¹

Otros autores, sin embargo, sí incorporan esa justificación, como es el caso del texto del profesor de Harvard, Edwin Kemble, *The fundamental principles of quantum mechanics* (Kemble, 1937). Claro está que dicho texto consta de seiscientas páginas dedicadas a la nueva mecánica cuántica, lo que le permite detallar aspectos que no hubieran tenido cabida en las lecciones de García Santesmases.⁸²

Aún así, podríamos cuestionarnos si la referencia a una supuestamente conocida solución del problema de Sturm-Liouville del que se deduce la discretización de los valores propios, tenía cabida en el panorama universitario español, esto es, si existía tradición académica en el tratamiento de las ecuaciones diferenciales que García Santesmases está dando por sabidas.⁸³

⁸¹The second equation is the equation defining the spherical harmonic $P_l^m(\cos \theta)$, when λ has the value $l(l+1)$ and $|m| \leq l$; for other values the equation has no finite one-valued solution. (Born, 1959, p. 354)

⁸²En la referencia ya mencionada de De Broglie (de Broglie, 1932, p. 67 y ss.), este autor pasa por alto ese aspecto de la solución en el tratamiento del átomo de hidrógeno porque remite al lector al capítulo anterior en que ha desarrollado el problema del rotor rígido donde aparece ya esa ecuación.

⁸³La costumbre de asumir en el lector habilidades suficientes en el manejo de este tipo de ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden se mantiene aún en nuestros días en relación con este mismo problema. Como simple ejemplo, en la actualidad puede leerse en un texto reciente «Un condicionante de regularidad en los polos de la esfera deviene en un problema de Sturm-Liouville que a su vez obliga a la forma $\xi = l(l+1)$ [para el valor propio ξ]. [«A regularity constraint at the poles of the sphere yield a Sturm-Liouville problem which in turn mandates the form $\xi = l(l+1)$ »] (Odaibo, Stephen G. 2012. A Quantum Mechanical Review of Magnetic Resonance Imaging. *arXiv preprint arXiv:1210.0946*). Vemos que tampoco se detiene a dar explicaciones sobre la forma de obtención de los valores de la constante de separación ξ .

Más curioso aún es el caso del texto que puede encontrarse en Internet en un servidor de la University of Washington que, pese a detallar todos los tecnicismos del problema, llegado

Hemos analizado este punto en relación con el discurso de recepción de Terradas como miembro de la Academia de Ciencias, que dictó bajo el título «Programa de un curso sobre ecuaciones diferenciales» (Terradas y Rey Pastor, 1933).

Finalmente García Santesmases ataca la cuantificación de los niveles de energía, que implica resolver la ecuación diferencial para la función R . El método que utiliza para esta resolución sigue el procedimiento clásico de descomponer dicha función en dos factores para adquirir la forma $e^{-\rho\sqrt{\varepsilon}V(\rho)}$, en la que ε comprende parte de las constantes físicas y $V(\rho)$ es una función que, para garantizar la convergencia, no puede crecer arbitrariamente. La necesidad de evitar una singularidad en el cero de la ecuación resultante le obliga a ensayar una solución en forma de serie de Frobenius $V = \rho^l(a_0 + a_1\rho + a_2\rho^2 + a_3\rho^3 + \dots)$. Por último, para asegurar que en el infinito la solución tiene un crecimiento menor que el de la exponencial, asume que el grado del polinomio es un número entero p finito. Ello implica que, en la recurrencia obtenida para la generación de los coeficientes de la serie de Frobenius, la expresión algebraica $(p + l + 1 - 1/\sqrt{\varepsilon})$ que determina el coeficiente del término p -ésimo debe ser igual a cero, lo que a su vez conlleva la cuantificación de ε que, debido a las constantes que comprende, implica directamente la cuantización de la energía.⁸⁴

3.8.2. La función de onda

Hemos insinuado con anterioridad que la nueva matemática de los quanta supuso un alejamiento de la realidad física. Esta afirmación requiere, no obstante, una justificación. La física del primer cuarto del siglo XX no se veía comprometida por un problema matemático, sino por el hecho de que los experimentos ofrecían datos con precisiones cada vez mayores. Tomados los resultados con di-

el momento de justificar la elección de la constante de separación discretizada dice: «La constante escogida se conoce como constante de separación. Normalmente se selecciona una constante arbitraria como K y se resuelve su valor después. En este ejemplo, sin embargo, vamos a subirnos a hombros de algunos de los físicos y matemáticos de los últimos 300 años y vamos a hacer la selección inspirada de $l(l + 1)$ como constante de separación» [«The constant chosen is known as the separation constant. Normally, an arbitrary separation constant, like K , is selected and then you solve for K later. In this example, we are instead going to stand on the shoulders of some of the physicists and mathematicians of the previous 300 years, and make the enlightened choice of $l(l + 1)$ as the separation constant»] *The hydrogen atom*. <https://faculty.washington.edu/seattle/physics227/reading/reading-26-27.pdf>, accedido febrero 2014.

⁸⁴El lector interesado en verificar el razonamiento de García Santesmases en su trabajo original, observará una diferencia entre las constantes utilizadas por este y las que aquí hemos recogido. En nuestra exposición hemos utilizado la nomenclatura del *Atomic physics* de Born, pues, aun siendo igualmente correcta la resolución con las constantes de García Santesmases, es difícilmente sintetizable en un párrafo, resultando más simple la de Born.

cha precisión, las fórmulas de cálculo tradicionales no predecían los mismos con la suficiente exactitud. En otras palabras, las fórmulas no se podían considerar correctas, sino únicamente aproximaciones válidas para entornos de medición imprecisos.

El desafío era, por tanto, encontrar las fórmulas que ajustasen adecuadamente las mediciones obtenidas experimentalmente. En ese contexto, el advenimiento de la mecánica cuántica implicó una mejor aproximación del formulismo teórico a la práctica de la medición, mejora que era necesaria para poder aplicar la teoría a la previsión de los resultados empíricos. Siendo estrictos no se podría hablar, por tanto, de un alejamiento de la realidad física.

Pero el paralelismo entre la terminología clásica y la nueva terminología, que emparejaba conceptos de sentidos bien diferentes como vector-posición y matriz-posición, vector-momento y matriz-momento, ecuación-de-onda-clásica y ecuación-de-onda-de-Schrödinger parecía sugerir que los nuevos términos describían de manera similar dicha realidad. Los académicos españoles fueron conscientes de esa dificultad desde el primer momento pero, por motivos que no estamos en situación de precisar, mantuvieron cierto apego a los conceptos clásicos que permitían la formación de imágenes mentales de las realidades físicas. Eso se tradujo de forma más o menos velada en las manifestaciones textuales hasta después de la guerra, si bien el estilo de los diferentes autores marcó también formas distintas de abordar esa situación.

El proceso por el que se llegó a un cierto consenso respecto del alcance conceptual de las expresiones matemáticas que encerraban la reglas de la nueva mecánica fue complejo y permitió la convivencia simultánea de diferentes explicaciones a los mismos hechos.

En el caso de la física española tenemos un interesante ejemplo de ese proceso en este trabajo de García Santesmases que ahora analizamos bajo la perspectiva, ya mencionada, de «concepto en flujo»⁸⁵.

No parece que García Santesmases tuviera ninguna predisposición por una imagen del electrón en forma de ondas ni que, contrariamente, se inclinara por una concepción en forma de corpúsculo. La literatura a su disposición –la bibliografía de García Santesmases para este trabajo es extensa– le ofrecía las dos posibilidades y no tuvo problema en asumirlas ambas y si, como veremos a continuación, se decantó por la interpretación estadística de Born fue porque despejaba algunos inconvenientes que subyacían en la visión ondulatoria.

El primer paso era poner de relieve la fragilidad de la función de onda utilizada en Óptica ondulatoria cuando se pretende justificar la Óptica geométrica:

⁸⁵Sec. 1.4 «En cuanto a la metodología empleada», p. 18. En sintonía con el subtítulo de este trabajo podríamos hablar igualmente de «concepto borroso».

En Óptica ondulatoria puede establecerse la ecuación de propagación de ondas esféricas sin precisar la naturaleza física del vector luminoso; de igual manera en la nueva Mecánica podremos suponer que existe una función de onda Ψ , una función *escalar* de las coordenadas y del tiempo, cuya naturaleza física dejaremos por ahora indeterminada y que se propaga por ondas esféricas según la ecuación clásica. (García Santesmases, 1942, p 177)⁸⁶

Esta disociación previa le permite incorporar el concepto de onda de materia de de Broglie asociado al electrón y enunciar las características matemáticas que tiene que verificar eludiendo, inicialmente, otorgarle un significado físico:

La función Ψ , aunque no hemos dado su significado físico, sabemos que está ligada íntimamente al movimiento de los electrones, de forma que en una región en que no existan éstos aquella se anulará. Esto quiere decir que si consideramos el movimiento de un electrón dentro del átomo, como aquél deberá permanecer siempre en una región finita, para que Ψ represente una solución, deberá forzosamente anularse en el infinito. Por otro lado debe ser uniforme y continua. (García Santesmases, 1942, p 178)

Llegado el momento de abordar el sentido físico, comienza con la visión de Schrödinger relacionando la indeterminación con la naturaleza del movimiento ondulatorio del electrón, que impediría la precisión en la medida:

Veamos la interpretación física que da SCHRÖDINGER a esta función Ψ . Consideremos un electrón en movimiento. Tal electrón no debemos considerarlo como un punto materia, sino como una región del espacio en que la función Ψ vibra con una determinada amplitud. SCHRÖDINGER precisa más: indica que la densidad eléctrica en cada punto es proporcional al cuadrado de la amplitud de vibración de Ψ . La carga del electrón, por consiguiente, en lugar de ser puntual, está diseminada en todo el espacio. Partiendo de esta hipótesis y teniendo en cuenta que el cuadrado de la amplitud de Ψ es igual a $\Psi\Psi^*$ o sea $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$, en que Ψ^* es la magnitud compleja conjugada, diremos que $\rho = k\Psi\Psi^*$, siendo ρ la densidad eléctrica en un punto. (García Santesmases, 1942, p 186)

A continuación sugiere algunas incompatibilidades de la visión de Schrödinger y propone el tratamiento de Born como alternativa:

⁸⁶El énfasis es del original. La disociación entre la función de onda y la magnitud vectorial que necesitaría el tratamiento corpuscular en Óptica, era un punto de partida ideal para la introducción de la función de onda en términos de probabilidad. De ahí la importancia que le da García Santesmases al carácter escalar de la Ψ .

Veamos primero algunas de las objeciones que se pueden proponer a la interpretación de SCHRÖDINGER. En el estudio del átomo de hidrógeno, por ejemplo, se parte según sabemos, de aplicar la ley de COULOMB al electrón que gira alrededor del núcleo, es decir, suponemos que la energía potencial del electrón es $U = -e^2/r$, pero esta hipótesis solamente puede hacerse partiendo de cargas puntuales. Si consideramos la carga diseminada en el espacio, indicamos con ello que no es puntual. Por lo tanto existe una contradicción interna evidente.

Por otro lado, al identificar los corpúsculos a grupos de ondas, evidentemente éstas con el tiempo se disiparán. Además el estudio en un espacio de tres dimensiones de la interacción de dos electrones por colisión de dos paquetes de ondas, ofrece grandes dificultades.

Para escapar a estos inconvenientes, como ya hemos dicho, BORN ha dado una nueva interpretación de la función Ψ . Primero admite que el electrón es puntiforme (al menos respecto a las dimensiones atómicas) con su carga eléctrica, igualmente que en la teoría clásica. Es decir, que la carga eléctrica no está diseminada en el espacio.

En lugar de partir de la hipótesis de que la densidad eléctrica es proporcional al cuadrado de la amplitud de vibración de Ψ y llegar por el razonamiento ya indicado a la fórmula $\rho = e\Psi\Psi^*$, BORN parte de la hipótesis de que el cuadrado de la citada amplitud es precisamente la densidad de probabilidad. En estas condiciones, el producto $e\Psi\Psi^*$ será precisamente la carga probable, de la misma forma que $m\Psi\Psi^*$ será la masa probable, en un elemento $d\tau$, en que se calcula el valor de Ψ . La probabilidad de presencia de la carga e en el elemento $d\tau$ será, por consiguiente, $\Psi\Psi^*d\tau$. (García Santesmases, 1942, p 188)

De donde concluye que la visión estadística es la más adecuada, pero sin renunciar a la facilidad que ofrece la utilización de la función de onda de Schrödinger para el cálculo de esa probabilidad:

El electrón, al moverse, no podemos precisar exactamente su situación en el espacio en un momento determinado, sino solamente la probabilidad de que se encuentre en un elemento de volumen determinado, probabilidad que, según hemos dicho, es $\Psi\Psi^*d\tau = |\Psi|^2d\tau$. Hay que hacer observar, y esto es muy importante, que la carga probable, según esta hipótesis en el elemento $d\tau$, es, como ya hemos indicado, $\rho = e\Psi\Psi^*$, que corresponde precisamente a la carga real prevista por SCHRÖDINGER. (García Santesmases, 1942, p. 188)⁸⁷

⁸⁷Quizá no esté de más observar que aquí $|\Psi|^2$, tal como explicita García Santesmases, no

Termina el párrafo con una afirmación que podría parecer sorprendente por su ambigüedad, pero que ilustra la solidez que la matemática ofrecía en la formación conceptual de la nueva mecánica: «Lo cual quiere decir que las fórmulas y cálculos obtenidos hasta ahora subsisten en esta nueva interpretación; en una palabra: que solamente hay variación en las ideas y en el lenguaje» (García Santesmases, 1942, p. 188).

Las «fórmulas y cálculos» eran realmente el eje sobre el que pivotaba la nueva interpretación, lo cual ponía cierta distancia entre esta y las concepciones filosóficas preconcebidas respecto de la continuidad o discontinuidad de la naturaleza. Obsérvese que el autor elude insinuar que la nueva mecánica sugiera la preponderancia de una opción sobre la otra, con una frase que resta importancia a la nueva formulación, diciendo que con ella «solamente» cambian las ideas y el lenguaje, aunque la interpretación estadística⁸⁸ lleve implícitamente asociada la idea de discontinuidad.

Este apoyo en la solidez que sugería el soporte matemático a su disposición, le permitió sintetizar su didáctica personal sobre la nueva función de onda:

Realmente, pues, la función de onda es una especie de artificio de cálculo, pero un artificio de carácter estadístico, que nos permite prever el movimiento de los electrones en su conjunto, pero que no tiene sentido tratándose de un solo electrón. En efecto, si en la experiencia de la difracción de electrones por un cristal [...] consideramos un solo electrón, después de difractarse sabemos que irá a parar sobre un círculo de difracción, pero no sabemos sobre cuál; podremos, por consiguiente hablar de probabilidades, pero no podremos precisar más. (García Santesmases, 1942, p. 189)

Vemos que con la expresión «irá a parar sobre un círculo [...] pero no sabemos sobre cuál» aún no se concreta la indeterminación esencial de la nueva mecánica, que presupondría que un solo electrón, al difractarse, podría ir a parar a cualquier sitio, si bien la probabilidad de encontrarlo en uno u otro lugar viene gobernada por la función de onda del problema y se concreta en el momento de la medición. Pero ese es un asunto diferente, que tiene que ver con la existencia, o inexistencia, de variables ocultas. Las referencias a esta cuestión en la literatura española sobre el tema eran escasas.

Diríamos, además, que el autor no quedó satisfecho con el grado de entendimiento u ofuscación que podía causar la idea de difracción de un único electrón a que se refiere en la cita anterior, por lo que le debió parecer oportuno añadir

se refiere a la norma \mathbb{L}^2 en el espacio de Hilbert correspondiente, sino a la expresión escalar $\Psi(x)\Psi^*(x)$. La notación puede resultar confusa pero es la habitualmente utilizada por los físicos.

⁸⁸La que hoy se conoce como Interpretación de Copenhague, por excelencia.

información para tranquilizar a los oyentes, aproximando el experimento a otros más conocidos por su público con la siguiente afirmación:

Pero si consideramos un conjunto de electrones, entonces observamos círculos de difracción perfectamente definidos que corresponden a la hipótesis ondulatoria del electrón. (García Santesmases, 1942, p. 189)

El papel de la función de onda como elemento explicativo había ido evolucionando con el tiempo. Los historiadores se dividen a la hora de valorar si Born, de quien partió la idea de la interpretación probabilística de la función de onda, mantuvo siempre una misma posición favorable a la consideración de una probabilidad asociada a partículas en un entorno de indeterminación o, por el contrario, inicialmente consideraba la probabilidad de las intensidades de un fenómeno ondulatorio.

Los siguientes párrafos de García Santesmases incorporan esa dicotomía en el paisaje científico español:

Recordemos lo indicado al tratar de la interpretación estadística de BORN. Según vimos, la probabilidad de que el corpúsculo se encuentre en el volumen $d\tau$ es $a^2 d\tau = \Psi\Psi^* d\tau$; (García Santesmases, 1942, p. 208)

Como, por otro lado, según veremos más adelante, la posición del corpúsculo en el espacio no queda bien definida, llegamos a la conclusión de que la intensidad de la onda lo que realmente mide es la probabilidad de que un fotón produzca un fenómeno susceptible de ser observado. (García Santesmases, 1942, p. 188)

La idea de la función de onda como «representación del estado del sistema» no estaba asentada entonces, tampoco en los autores que manejaba García Santesmases; sin embargo la imagen que de ella tenía este autor recogía uno de los atributos más avanzados de su época: la función de onda como factor de probabilidad, aunque sin abordar aún la supresión de las variables ocultas en el tratamiento de la estadística cuántica.

El artículo de García Santesmases, no debe olvidarse, pudo haber tenido una importancia no despreciable en el panorama intelectual de su época debido, precisamente, al desafío filosófico que se derivaba del principio de indeterminación. En la discusión filosófica que el asunto había generado en Europa era fácilmente comprensible, por su propia naturaleza, la indeterminación de una onda, pero la realidad de las partículas obligaba a la aceptación del principio de indeterminación en los términos planteados por Heisenberg y a la reformulación del principio de causalidad. Veremos que el impacto que no le estamos atribuyendo al trabajo

García Santesmases se lo tendremos que atribuir a un libro de Palacios de 1948. Pero estamos adelantando acontecimientos.

El tratamiento de la función de onda por García Santesmases, que acabamos de revisar, pide algunas aclaraciones. Un análisis superficial podría concluir que el autor tenía ideas confusas respecto de su interpretación; sin embargo, creemos que este caso remite claramente a alguno de los enfoques metodológicos mencionados en la introducción. Veamos en qué sentidos.

En primer lugar, la existencia de diferentes interpretaciones de la función de onda aconsejan situarse en la perspectiva de inestabilidad que hemos atribuido a Beller. En coincidencia con ese punto de vista, lejos de provocar que nos cuestionemos el grado de comprensión que García Santesmases pudiese tener en ese momento de la función de onda, lo que muestra el texto es el esfuerzo del autor por adaptarse al dinamismo del concepto en sí. Dinamismo que implica aceptar como engañosa la existencia de una definición «correcta» de la función de onda.

En segundo lugar, asumida esa indefinición, los esfuerzos de interpretación de la función de onda de García Santesmases podrían entenderse como parte del proceso de adaptación conceptual de la teoría cuántica a la cultura española. Visto así, este artículo podría enmarcarse en la reivindicación de Patiniotis-Gravroglu en el sentido de que el discurso no debe interpretarse como un pobre reflejo de un marco conceptual y metodológicamente inequívoco, sino «como una síntesis original, informada por las afinidades culturales y las prioridades del contexto intelectual» (Patiniotis y Gavroglu, 2012, p. 335) de García Santesmases.

No está de más observar aquí que el mismo Max Born también pasó por un proceso de adaptación hasta llegar a una imagen estable de la función de onda. Recordemos que las diferentes opciones que se manejaban para ψ incluían:

- Probabilidad de los estados estacionarios.
- Probabilidad de posición, y dentro de ella:
 - La del electrón ligado
 - La del electrón libre
- Probabilidad de que se produzca un salto cuántico entre dos estados estacionarios –i.e. probabilidad de transición– (Beller, 1999, p. 46 y ss.)

En particular Mara Beller nos relata que en el complejo proceso por el que Born llegó al convencimiento de la interpretación de $|\psi|^2$ como probabilidad de la posición para el electrón ligado, este «no conectó inicialmente la función de onda con la probabilidad de posición» (Beller, 1999, p. 45), sino que sugería que a la función ψ había que atribuirle el control de «las transiciones energéticas de un

átomo, y la energía y dirección del movimiento de los electrones que colisionan» (Ib.), aunque posteriormente afirmase que « ψ denota la probabilidad de que el electrón sea hallado en el elemento de volumen dV » (Ib.). Además, otros autores alimentaron el proceso, ya que, según la misma Beller, no fue Born sino Pauli el primero en concretar el aspecto cinemático de la probabilidad de la función de onda para el electrón ligado.⁸⁹

Pero los anteriores comentarios inducen a pensar siempre en la conexión de la función de onda con una realidad física, cuando en muchos autores españoles el conjunto de la nueva mecánica cuántica era un artificio matemático, tal como hemos visto que pasaba con la función de onda para García Santesmases; sin embargo vemos también reflejo en Born de una idea similar. En efecto, en una carta a Einstein afirmaba que «los logros de Schrödinger se reducen a algo puramente matemático» (Born a Einstein 1926, citado en (Beller, 1999, p. 45).

Por tanto, vemos replicados en la Física española procesos similares que se habían dado ya en el centro científico. Es claro que eso no elimina las discrepancias. El tiempo transcurrido, el grado de aprehensión o, incluso, la intensidad con que se llevaron a cabo esos procesos, determinan diferencias importantes entre centro y periferia, pero no deja de ser interesante observar el paralelismo existente a pesar de ellas.

Este trabajo, junto con las lecciones de Catalá comentadas en la sección anterior, creemos que influyó en la decisión de Terradas de escribir sus *Lecciones sobre física de materiales sólidos*, pero independientemente de ello, su publicación le supuso a García Santesmases cierto reconocimiento, como muestra la carta en que José María Orts solicita a José M^a Albareda apoyo económico para la permanencia de García Santesmases en Madrid, durante el curso impartido en 1943 por el profesor rumano Badarau sobre Mecánica Atómica:⁹⁰

En este mes de enero debe empezar en Madrid, por el profesor Badarau, un curso de Mecánica atómica organizado por el Instituto «Jorge Juan». El Dr. Navarro Borrás ha demostrado mucho interés en que uno de los asistentes sea el Sr. García Santesmases, cuya opinión también comparto, pues los asuntos que va a tratar el Sr. Badarau interesan tanto a los matemáticos como a los físicos y el Sr. G. Santesmases es persona especialmente preparada para sacar provecho de las lecciones, como lo prueba el trabajo de síntesis «Ondas y corpúsculos» publicado en los anales de esta Universidad el pasado curso.⁹¹

⁸⁹(Beller, 1999, p. 48).

⁹⁰Hemos supuesto que se trata del profesor Eugen Badarau.

⁹¹(AGUN/JMA, 006/004/054-1), carta de José M^a Orts a José M^a Albareda de 22 de enero de 1943).

Se ha de mencionar que pese a su entonces incipiente formación en Mecánica Atómica, García Santesmases no acabó dedicándose académicamente a la Física del átomo, sino a la Física Industrial. Pero no sin antes haber dejado un estímulo para alguien mejor situado que él en el estamento académico español: Esteban Terradas.

3.9. Lecciones sobre la física de materiales sólidos de Esteban Terradas

Terradas había sido, al inicio de la segunda década del s. XX, el más destacado valedor de la teoría cuántica. Durante la guerra había marchado a Argentina, regresando en 1941 para hacerse cargo de la Cátedra de Física Matemática de la Universidad de Madrid.

Su interés por la teoría cuántica se había mantenido, pero no nos constan publicaciones suyas que traten de la nueva mecánica cuántica hasta estas *Lecciones sobre física de materiales sólidos* (Terradas, 1943) y (Terradas, 1945). En ellas veremos acentuados algunos rasgos de la didáctica de Terradas que ya hemos comentado al hilo de los análisis de otros textos suyos.

3.9.1. Estructura y contenido de las lecciones

El texto de Terradas está compuesto por una serie de trece lecciones. El conjunto ha sido analizado en diversos aspectos por Gámez en (Gámez Pérez, 2004c) y con algo más de detalle en (Gámez Pérez, 2004b). En dichos artículos Gámez hace un resumen tanto del contenido como de las numerosas referencias bibliográficas que inserta Terradas. Comentaremos por tanto de forma breve que la publicación se hizo en dos fechas diferentes: en 1943 la «Exposición preliminar» y las doce primeras lecciones, y en 1945 la lección decimotercera.

La relación de títulos de las lecciones es la siguiente y servirá para dar una idea del espectro de temas abarcados por el autor:

- Exposición Preliminar
- 1. Generalidades
- 2. Estadística de Maxwell-Boltzmann
- 3. Estadística de Bose-Einstein
- 4. Estadística de Fermi-Dirac

5. Igual reparto de energía según los grados de libertad. Leyes experimentales de calores específicos cerca del cero absoluto
6. Hipótesis de Einstein y Debye para el cálculo de calores específicos
7. Teoría de las vibraciones en la red cristalina
8. Métodos clásicos en la teoría del sólido
9. De las conductividades eléctrica y calorífica en los metales
10. Principios y propiedades fundamentales de la mecánica cuántica (I)
11. Principios y propiedades fundamentales de la mecánica cuántica (II)
12. Aplicaciones clásicas al átomo y a la molécula de hidrógeno
13. Diversas fases en el planteo de un problema de mecánica cuántica

Se puede encontrar un esbozo del contenido de cada lección en el segundo de los mencionados artículos de Gámez. Este autor no profundiza, sin embargo, en el análisis textual, al que dedicaremos ahora cierta atención, aunque, dada la amplitud de contenido de las lecciones de Terradas, nos es imposible realizar este análisis de forma exhaustiva. Nos centraremos por tanto en algunos aspectos que ilustran las dificultades de diversa índole que acompañaron a la nueva mecánica cuántica en su adaptación al contexto científico español.

Una de las cuestiones sobre las que ya hemos llamado la atención al hablar de Catalá⁹² es el tratamiento de las estadísticas de Maxwell-Boltzmann, Bose-Einstein que se desarrollan en los capítulos 2 y 3 de Terradas.

Nos consta, por las citas, que el texto de Catalá era conocido por Terradas. El desarrollo del mismo tema en las lecciones del segundo autor es, sin embargo, mucho más concreto que el del primero.

Si bien el motivo de esta concreción no es evidente, como señalaremos más abajo, sí se traduce en ocasiones en un texto de mayor eficacia didáctica que el texto de Catalá. Por ejemplo, en la introducción de la estadística de Maxwell-Boltzmann en su lección segunda, Terradas parte de la fórmula clásica de la teoría cinética de gases para la determinación del número de partículas en los diferentes niveles de energía

$$P = \frac{N!}{N_1!N_2!\cdots N_n!}. \quad (3.15)$$

Posteriormente, para determinar la fórmula de Maxwell-Boltzmann, usa un argumento que ya había utilizado con anterioridad. Se trata de la hipótesis de

⁹²Véase la sección (3.7 «Tras el paréntesis de la Guerra Civil Española. Las modernas estadísticas vistas por Joaquín Catalá de Alemany», p. 144).

Boltzmann relativa a que la probabilidad de una configuración de la energía de un complejo –suma de otros dos–, es el producto de probabilidades de las configuraciones de ambos⁹³. Con ello acaba por determinar la fórmula de Maxwell-Boltzmann como

$$N_r = ae^{-\frac{1}{\kappa T}E_r}, \quad (3.16)$$

donde κ es la constante de Boltzmann y a una constante a determinar.

Es en la determinación de dicha constante donde Terradas afirma

Se admite de tal modo estratificada la energía, que a cada estrato dado por E_r y ΔE_r le corresponde el volumen del espacio elemental $\frac{h^3}{V}$ cuyo número de partículas es N_r . En esto consiste la hipótesis cuántica. (Terradas, 1943, p. 19)⁹⁴

Pero esta afirmación lleva pareja la introducción de la constante de Planck en el tratamiento de un gas perfecto y por tanto la relación entre materia y radiación, más susceptible de ser tratada desde la estadística de Bose-Einstein que el autor muestra conocer en la lección 3.⁹⁵

En la tercera lección de Terradas encontramos, en efecto, la introducción del tratamiento de Bose para la deducción de la fórmula de Planck sin recurrir a argumentos clásicos. Hemos visto que Catalá de Alemany había tratado ya esa cuestión⁹⁶ en un documento que, como sabemos, era conocido por Terradas.

⁹³Véase p. 2.1.

⁹⁴La cursiva es del original.

⁹⁵La imposibilidad de seguir todas las citas ofrecidas por Terradas nos impide, de momento, averiguar cuál pudo ser la fuente de inspiración que le indujera a escoger este tratamiento, por lo que nos limitamos a proponerlo como posible tema de investigación. Nos consta su conocimiento del problema de la relación entre materia y radiación, que ya había tratado en la lección añadida al libro de Termodinámica de Plans y Freyre donde, contrastando la teoría clásica con la versión cuántica, se expresaba en la siguiente forma:

Por otra parte, la física de los quanta aplica a los procesos moleculares, no ya la distribución maxwelliana, sino las más generales distribuciones propias de la mecánica nueva. Haciendo el cálculo con esta [de la constante química de un vapor], puede llegarse a la fórmula:

$$i = \log \left[\frac{(2\pi m)^{3/2} k^{5/2}}{h^3} \right],$$

siendo h la constante universal de Planck que vale $6,55 \times 10^{-27} \text{erg}\cdot\text{seg}$. (Plans y Freyre y Terradas, 1922, p. 147)

⁹⁶Véase la sección 3.7 «Tras el paréntesis de la Guerra Civil Española. Las modernas estadísticas vistas por Joaquín Catalá de Alemany», p. 144.

El desarrollo de Terradas es indudablemente más directo que el de Catalá, y comienza sin preámbulos por el enunciado de la fórmula para el recuento de posibles configuraciones en cada estrato de energía

$$P = \prod_r \frac{Z_r!}{Z_{0r}!Z_{1r}!\dots}, \quad (3.17)$$

en la que Z_r es el número total de celdas en el estrato energético de índice r y Z_{ir} es el número de celdas «con i fotones» en el nivel r . Vemos que la referencia simplificada a los fotones pone su artículo directamente en conexión con el primer artículo de Bose al referirse a elementos de radiación en lugar de a partículas materiales; sin embargo a continuación aclara:

Z_{ir} designará el número de células elementales que en el estrato r de energía tienen i partículas en su interior.

Con esta identificación, de pasada, entre fotones y partículas vemos cómo Terradas, a diferencia de Catalá, elude entrar en cuestiones relativas a la naturaleza continua o discontinua de la radiación. De esa forma asume implícitamente la equivalencia entre fotones-partículas-quanta de energía suponiendo también la aplicabilidad de la estadística de Bose a sistemas materiales, aunque omitiendo referencias explícitas a las posibles complicaciones relacionadas con dicha cuestión.

Es obvio que Terradas no está confundiendo los conceptos de materia y radiación, pues la formulación que presenta omite la masa m , y por tanto es evidente que cuando habla de partículas se está refiriendo a elementos sin masa, esto es, a quanta de energía. Pero resulta curiosa esta licencia lingüística en un aspecto tan significado de la estadística de Bose-Einstein y adquiere mayor relieve si se piensa que la aplicación a los gases monoatómicos, tratada en los dos artículos de Einstein de 1924 y 1925 (Einstein, 1924 y Einstein, 1925), no es mencionada en ningún momento por Terradas.

En cuanto a la posible fuente de inspiración de Terradas nuestro primer candidato fue el libro de Brillouin *Quantenstatistik* (Brillouin, 1931). Este texto es citado específicamente por el autor en relación con la estadística de Bose-Einstein:

La estadística de Bose-Einstein está desarrollada en la mayor parte de los textos modernos de Mecánica estadística y Cuanta, así como de Física química. Véase especialmente la edición alemana "Quantenstatistik", de Brillouin, Berlín, 1931, págs. 128 a 132 y 158-193. (Terradas, 1943, p. 29)

Sin embargo nos extrañaba la posibilidad de que, como Terradas, el autor francés utilizase también la fórmula incompleta (ecuación (3.17)) del primer artículo

de Bose, por lo que nos decidimos a contrastar esa posible fuente. Nuestra sorpresa fue encontrarnos con que el supuesto precursor utiliza la fórmula corregida del segundo artículo de Bose:⁹⁷

$$W = \prod_v \frac{(A_v + N_v dv)!}{A_v! (N_v dv)!},$$

siendo además la estructura de la deducción de la fórmula de Planck sensiblemente diferente de la de Terradas. La fuente no era, por tanto, Brillouin, pese a la cita del autor.

Las posibles referencias españolas para Terradas serían entonces la memoria de Catalá y el tratamiento de la fórmula de Planck realizado por Palacios en su obra *Física Teórica I. Calor y constitución de la materia*. (Palacios, 1935) en cuyo capítulo XVII desarrolla la obtención de dicha fórmula según la metodología propuesta por Bose. Si bien la notación utilizada por Terradas para las celdas Z_i del espacio de momentos coincide con la notación de las celdas del espacio de fases de Catalá, la mayor claridad en la exposición de Palacios hace difícil que nos decantemos hacia Catalá como fuente principal, aunque reconocemos la influencia de Catalá de Alemany en lo tocante a la estructura de estas tres lecciones, y la oportunidad del momento en que Terradas decidió incluir las nuevas estadísticas cuánticas en su docencia.

Una tercera opción sería que Terradas hubiera seguido directamente la versión original de Bose en su primer artículo.

Ninguna de las propuestas que hiciéramos se podría considerar definitiva, pues Terradas trabaja en el espacio tri-dimensional de momentos $p_x \times p_y \times p_z$ a diferencia de Bose, Palacios y Catalá que trabajan en el espacio de fases (posición \times momento) de seis dimensiones. Esta forma de proceder le obliga al artificio de considerar como unidad de volumen en su espacio una cantidad h^3/V , de dimensiones $[p]^3$ que resulta menos intuitiva que la celda de volumen h^3 utilizada por el

⁹⁷Una pregunta que el lector podría estar formulándose es cómo se explica que partiendo del recuento incompleto de estados de Bose sea posible llegar a la fórmula de Planck correcta. En relación con ello ya hemos comentado, al hablar de Catalá de Alemany, que tanto el recuento correcto como el incorrecto conducen a la deducción de la fórmula de Planck para el cálculo de la densidad de energía debido a que la utilización de la fórmula de Stirling para el cálculo del factorial y la fórmula de Boltzmann de la entropía ($S = \kappa \ln W$) llevan a una ecuación que, utilizando la técnica de los multiplicadores de Lagrange, se resuelve, en ambos casos, en una fórmula del tipo:

$$n = \frac{\alpha}{e^{\frac{h\nu}{\kappa T}} - 1}. \quad (3.18)$$

El lector interesado encontrará mayor detalle en el anexo matemático 6.3 «Las nuevas estadísticas de Bose-Einstein», p. 292.

resto de autores.⁹⁸

Salvo que la aparición de otra fuente diferente de las aquí consideradas sugiriese otra cosa, podría afirmarse que Terradas elaboraba su propio desarrollo de los temas buscando formas de exposición alternativas.

No podemos entretenernos en el interesante conjunto de lecciones que conforman los capítulos 5 a 9, pero vamos a revisar algunos aspectos del contenido de las lecciones 10 a 12.

La lección 10 está prácticamente dedicada al enunciado de postulados, definiciones, propiedades y principios, que son un compendio de las herramientas matemáticas necesarias para manejar las ecuaciones de la mecánica, con un breve apartado dedicado al tratamiento del spin y las matrices de Pauli.

Comienza el primer postulado definiendo el término «función fundamental», que ya Santesmases había utilizado para referirse a las funciones propias, con la que trabajará hasta llegar a la ahora conocida como «función de onda» que en su terminología será «función ondulatoria»⁹⁹. Observamos que ya desde el primer postulado, Terradas advierte de la falta de interpretación física de la función de onda.

Existe una función fundamental $f(x_1, y_1, z_1, \dots, x_n, y_n, z_n, t)$ de las coordenadas y del tiempo mediante la que es posible construir la teoría de un fenómeno físico en que intervienen masas y cargas eléctricas «puntuales», así como fotones. Para su confrontación con la realidad es preciso acudir a funciones o cantidades deducidas de la fundamental por operaciones de cálculo. La función fundamental es resultado de juicios «a priori» e imágenes y viene definida por ecuaciones de diversa naturaleza y condiciones límites también «a priori». La fundamental puede no tener interpretación física. (Terradas, 1943, p. 79)

Revisaremos brevemente su síntesis de postulados de la mecánica cuántica, de los que nos detenemos a mencionar algunos para dar una idea de la exigencia que pudieron representar para los alumnos.

En el primer postulado enuncia la existencia de la ya mencionada «función fundamental»

En el postulado número 2 hace un resumen extraordinario de los elementos básicos de la mecánica racional en el que incluye la definición de la función de Hamilton, las ecuaciones del movimiento y la ecuación de Jacobi. Es importante

⁹⁸Tanto Catalá como Palacios hacen una breve mención al espacio de la cantidad de movimiento, pero sus deducciones utilizan la celda basada en el cuanto de acción de Planck h .

⁹⁹Ya hemos comentado con anterioridad esta ambigüedad inicial en la terminología.

notar que la mecánica racional es connatural a Terradas y no se detiene en explicaciones sobre el tema. La diferencia en lo sucinto del tratamiento de Terradas en estas lecciones y la extensión que vemos que le dedican otros autores posteriores¹⁰⁰, suponemos que puede ser más una muestra de la exigencia de este autor que del nivel que pudieran tener sus alumnos.

En el número 3 introduce un concepto que llama *dualidad*.¹⁰¹ La *primera dualidad* consiste en las conjugaciones de las variables posición-momento y de las variables energía-tiempo.

La *segunda dualidad* se refiere a la correspondencia entre las variables clásicas, de posición y momento, y los operadores cuánticos de posición y momento.

Permita el lector que nos detengamos brevemente en este postulado. En lo que llevamos presentado hasta ahora se habrá observado que la mayoría de autores han intentado asociar una u otra forma de intuición a la formulación de la nueva mecánica cuántica. La importancia que damos a esta segunda dualidad de Terradas es que, con ella, el autor asume de antemano la pérdida de la intuición en el planteamiento del formalismo de la nueva mecánica cuántica. En efecto, es sabido que los operadores carecen del sentido físico que tienen las correspondientes variables de la formulación clásica en los problemas de la mecánica newtoniana o incluso en los de mecánica racional. Cuando analizamos los discursos, pudimos apreciar el notable recorrido entre la determinación con que este autor asocia los operadores posición y momento a conceptos meramente abstractos, y la desconfianza de Palacios en su discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias en 1932 (diez años antes del texto de Terradas), en el que vemos que aún le cuesta disociar las matrices posición y momento de la realidad física.¹⁰² De hecho, forzando un poco nuestro razonamiento, podríamos decir que el autor no simplemente asume la pérdida de la intuición en el formalismo de la nueva mecánica, sino que fuerza su abandono. Esta actitud, manifiesta en este postulado, está latente de un modo general en todo el contenido de las lecciones.

¹⁰⁰Ortiz, tres años después, en la lecciones de mecánica cuántica en la S.A. Cros, incorpora todo un primer capítulo para enunciar ese aspecto.

¹⁰¹Terradas acabará definiendo hasta tres «dualidades».

¹⁰²Véase la sección 2.1.4 «El aterrizaje de la nueva mecánica cuántica en la Academia de Ciencias. Julio Palacios en la ACEFN», p. 37. Probablemente el marco más adecuado para evaluar esta transformación es el que proponen Renn y Hyman (Renn y Hyman, 2012, p. 24) al sugerir que en lugar de enfocarse en una cuestión de precedencias sobre quién fue el primero en distanciarse del sentido físico de la formulación, conviene considerar el hecho en sí del cambio de significado en el proceso de transferencia. Posibles elementos a valorar en este distanciamiento serían la inmersión de la cuántica en el contexto cultural español y el tiempo transcurrido entre el artículo de Palacios y las *Lecciones* de Terradas. Anticipamos como hecho destacable bajo este punto de vista la mayor matematización requerida para abordar el distanciamiento del que hablamos, pero a lo largo de este trabajo se verán otras derivaciones.

En este mismo postulado introduce el operador hamiltoniano o «de la energía», que utiliza para enunciar la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo, y que completa con la ecuación independiente del tiempo en el postulado número 4 incluyendo la definición de la función de onda.

Los dos siguientes postulados se centran en la definición de los operadores «momento angular»:¹⁰³

$$M_z = \frac{h}{2\pi i} \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right),$$

que ya había introducido Schrödinger en sus conferencias de 1935, y en la no conmutatividad de estos. Como ya hemos subrayado al hablar de este mismo tema en relación con dichas conferencias, Schrödinger dio mucha importancia al empleo de los operadores en su mecánica.¹⁰⁴ El papel que les reconoce Terradas en el enunciado de estos postulados es acorde a dicha importancia. Si algo llama la atención, no obstante, en esta introducción de la teoría de operadores, es la omisión de la condición cuántica fuerte de Heisenberg, Born y Jordan (ecuación (2.13)):

$$\mathbf{pq} - \mathbf{qp} = -i\hbar. \quad (3.19)$$

La condición cuántica es central en la formulación matricial de Heisenberg y fue profusamente tratada en los artículos fundacionales de la nueva mecánica.¹⁰⁵ Esta omisión muestra el escaso interés que despertó en España la mecánica de matrices de Heisenberg, desinterés equiparable, sin embargo, al manifestado en otros países.¹⁰⁶

A continuación trata Terradas del problema de la medida que identifica como «tercera dualidad de la mecánica cuántica», en la que explica, siguiendo a Schrödinger en las conferencias recogidas por Gil Santiago, el sentido de los subespacios invariantes asociados a un mismo valor propio como degeneraciones de la

¹⁰³El plural en «operadores» obedece al desdoblamiento en componentes x, y, z .

¹⁰⁴Véase sec. 2.2.6 «Nociones de la nueva mecánica cuántica», p. 85.

¹⁰⁵La fórmula es un recurso esencial en: (Born y Jordan, 1925), (Born *et al.*, 1926), (Born y Wiener, 1926), (Eckart, 1926b), (Eckart, 1926a), (Heisenberg, 1930a), (Dirac, 1935).

¹⁰⁶Las tensiones entre ambas mecánicas, de matrices y de ondas, se mencionan en 2.2.3 «La conferencia de Como vista desde la ciencia española. La reseña de Blas Cabrera», p. 73.

Este desencuentro fue generalizado y ha sido fuente de numerosas anécdotas que han hecho las delicias de los historiadores. En España no hubo discusión respecto de la mecánica que sustentaba la nueva física de los quanta asumiéndose desde el inicio que esta era la mecánica de ondas. Sí que se produjo, sin embargo, cierta confusión respecto de los términos. La inexistencia de discusión no se debió a desinterés por la polémica sino, más bien, a que la resolución de la misma fue lo suficientemente rápida como para que a la llegada a España de la teoría, esta se produjera ya bajo la forma de la mecánica de ondas que, era la presentación más generalizada en los autores de referencia.

medida de la energía, solamente alcanzables en su forma «desplegada» bajo la acción de campos de fuerza eléctricos o magnéticos.

Sobre esa base define el valor medio de una medida como

$$\bar{\alpha} = \frac{\int f^*(\alpha f) d\tau}{\int f^* f d\tau}, \quad (3.20)$$

siendo α el operador que representa la magnitud.

Esta definición le da pie a tratar de algunos aspectos de la teoría de espacios de Hilbert, en los que profundiza en definiciones posteriores, como son el producto escalar o el operador hermítico.

Un detalle a considerar en relación con los operadores hermíticos, que muestra la finura con que Terradas trataba ciertos aspectos matemáticos de sus trabajos, es el enunciado de la siguiente hipótesis:

HIPÓTESIS: Todos los operadores de la Mecánica cuántica son hermíticos. Lo que equivale a decir que los valores medios α o los autovalores, si existen, son reales. (Terradas, 1943, p. 81)

Vemos que el autor considera hermíticos todos los operadores de la cuántica. En la literatura en Física actual, tradicionalmente se asocia la hermiticidad con el carácter simétrico de un operador. Este carácter, sin embargo, implica la condición $\langle Ax, y \rangle = \langle x, Ay \rangle$ **sobre el dominio** del operador.¹⁰⁷ Solamente si el dominio es todo el espacio, se dice que el operador es autoadjunto.

Esto es importante porque solamente de los operadores autoadjuntos se puede afirmar que tienen siempre valores propios (que serán reales). El concepto «hermítico», en su forma más restrictiva, sería aplicable únicamente a matrices en dimensión finita.

En la época de Terradas esta terminología y estos conceptos no tenían el grado de implantación actual¹⁰⁸ y era frecuente, entre los físicos, aplicarlo también a operadores en espacios de dimensión infinita (veremos en breve que el mismo von Neumann lo hace), pero mientras que en dimensión finita la matriz era siempre diagonalizable y el problema de valores propios siempre tenía solución, en dimensión infinita, como es el caso de algunos operadores de la mecánica cuántica, la hermiticidad era insuficiente y se necesitaba que el operador fuera autoadjunto para garantizar la existencia de autovalores.

¹⁰⁷La definición alberga cierta imprecisión, pues hemos omitido detalles que, en su formulación matemática actual, aconsejarían la utilización del espacio dual.

¹⁰⁸En la nota biográfica sobre von Neumann de S. Bochner para la National Academy of Sciences, se explica que el mismo von Neumann discutió este problema con Erhard Schmidt. (Bochner, 1958, p. 444).

Vemos, pues, que Terradas, pese a utilizar la terminología clásica de los físicos, aplicando el término hermítico a los operadores, tenía muy clara la posibilidad de que dichos operadores hermíticos tuvieran el espectro vacío (no tuvieran autovalores). La importancia de este matiz no pasó desapercibida al autor que, sin embargo, acabó dando a entender que los operadores de la mecánica cuántica podrían no tener autovalores, en contradicción con la teoría general.

Esta necesidad de precisión en el momento de definir los operadores es coherente con el análisis que hace von Neumann, en el *Mathematische*, del espacio de Hilbert abstracto. Allí definía como operadores *hipermaximales* aquellos en que el problema de valores propios siempre tenía solución. De hecho, von Neumann se distancia de la terminología tradicional matizando que la hermiticidad es insuficiente, haciéndose necesario complementarla:

Sea como fuere, tal como están hoy las cosas, esos operadores [los operadores maximales] hay que excluirlos de las cuestiones de Mecánica Cuántica, pues la descomposición de la unidad correspondiente a un operador hermítico representa en ellas un papel tan esencial, que no podemos renunciar a la existencia de dicha descomposición, esto es, a la resolubilidad del problema de valores propios. Por este motivo, solo tomaremos en consideración por regla general aquellos operadores hermíticos cuyo problema de valores propios tiene solución. Dado que esta propiedad traduce algo que es una sublimación del carácter de máximo, los llamaremos hipermaximos. (von Neumann, 1932a, p. 120)¹⁰⁹

En el último postulado de la sección introduce el autor otro concepto importante: la interpretación estadística de la función de onda.

Si se interpretara $f^*f(x' \dots t')d\tau$ como la probabilidad de que la partícula tenga en el problema que se considera las coordenadas $x' \dots t'$ la integral referida al espacio completo debiera ser igual a 1. Sin necesidad de aceptar a la letra tal interpretación, se impone a f , para precisar su definición, la condición límite de que la integral de $ff^*dx_1 \dots dx_n$ extendida a todo el espacio de coordenadas permanezca acotada al extender los límites de integración indefinidamente y que ello ocurra para cualquier valor del tiempo. (Terradas, 1943, p. 82)

La interpretación de los coeficientes obtenidos por integración del producto de las funciones de onda por sus conjugadas, es decir, el cuadrado de su norma en sentido L^2 , corresponde, en algunos problemas, a la probabilidad de la posición

¹⁰⁹Los términos «operador máximo», «no máximo» e «hiper máximo» son de Ortiz y corresponden a los operadores «maximal», «nicht maximal» y «hypermaximal» de von Neumann.

del electrón. Sin embargo puede confundir al lector actual, el hecho de que sea utilizada aquí en el contexto del hamiltoniano recién introducido por Terradas donde representarían las probabilidades de obtener los niveles de energía; probablemente el autor estaba pensando en el problema del átomo de hidrógeno del cual tratará en su lección duodécima.

Estos postulados son ampliados y generalizados en la sección «Propiedades y teoremas» antes de pasar a tratar el spin en la sección «Electropolaridad». En dicha sección explica su tratamiento a partir de las matrices de Pauli, y acaba la lección 10 con una serie de enunciados adicionales relacionados también con la teoría de operadores, como es la relación entre el observable y los resultados de la observación, el carácter hermítico de los operadores y el carácter real de sus autovalores, la existencia de un espectro continuo además del espectro discreto y otras varias que son, en algunos casos, nuevas formas de presentar los postulados de introducción de la lección.

En la lección duodécima plantea y resuelve Terradas la cuantización del átomo de hidrógeno a partir de la ecuación de Schrödinger. El estudio que hemos hecho del mismo problema en el trabajo de García Santesmases nos permite afirmar la influencia clara de este sobre Terradas. La utilización que ambos hacen de las constantes, y alguna característica de la argumentación de García Santesmases, que vemos reproducida por Terradas, dejan poco margen de conjetura.

En general se aprecia en estas lecciones de Terradas un interesante aspecto creativo, acorde con las manifestaciones de Palacios,¹¹⁰ que pone de relieve, nuevamente, tanto el interés del autor por buscar la forma más pedagógica de explicación, como su capacidad para innovar en el terreno docente.

3.9.2. Las lecciones en su contexto científico

El contenido de las lecciones de Terradas que acabamos de analizar no puede dejar de sorprendernos si lo contrastamos con la producción textual del período anterior a la Guerra Civil de 1936-1939. En efecto, la cantidad de temas que aborda el autor y su detallado desarrollo matemático singularizan estas lecciones, que son, para nosotros, junto con los artículos ya mencionados de Gil Santiago en *Metalurgia y Electricidad*¹¹¹ una manifestación del efecto que tuvieron en España las conferencias de Schrödinger en 1935.

Las lecciones de la Academia Militar han sido comentadas por Carlos Gámez en (Gámez Pérez, 2004b) y (Gámez Pérez, 2004c), pero la ausencia de referencias

¹¹⁰Véase p. 180.

¹¹¹(Gil Santiago, 1941a), (Gil Santiago, 1941b) y (Gil Santiago, 1941c).

en dichos artículos al contexto científico en que se produjeron las clases de Terradas deja sin explicar la considerable diferencia entre el detalle y profundidad del texto de este último y la producción anterior de, sin ir más lejos, el propio autor.

Al tratarse de la publicación de unas lecciones impartidas a nivel universitario, si bien dirigidas a estudiantes de una escuela técnica, es tentador establecer un paralelismo entre este texto y el que hemos visto recientemente de Ramon Ferrando.¹¹² Una visión conjunta de ambos descubre no solamente una diferencia de estilos sino también un mayor afianzamiento de las técnicas matemáticas del tratamiento de los fenómenos cuánticos en el texto de Terradas.

No nos es posible determinar si esta mayor soltura que queda manifiesta en las *Lecciones sobre física de materiales sólidos* obedeció a demanda de los alumnos u otros motivos, pero por las circunstancias que ahora concretaremos nos inclinamos a pensar que la decisión de abordar la exposición desde ese nivel de matematización fue unilateral por parte de Terradas.

En efecto, Terradas, desde la lección añadida al libro de termodinámica de Plans en 1922,¹¹³ no tiene otras publicaciones profundas sobre temas de mecánica cuántica hasta su vuelta a España en 1943, cuando publicó el texto que ahora comentamos. Algunos autores, entre ellos Gámez, justifican esta ausencia de profundidad de Terradas por su intensa dedicación a otros intereses (Gámez Pérez, 2004c, p. 50).

El primer aspecto que centra nuestra atención es la decisión de Terradas de publicar estas lecciones en la Academia Militar de Ingenieros Aeronáuticos. El motivo de nuestro interés radica en el hecho de que Terradas, en esa misma época, estaba dando clases en el Seminario de Física Matemática de la Universidad de Madrid. Sorprende un poco que publicara en la Academia en lugar de en la Universidad, cuando el desarrollo del mismo tema orientado a su utilización por parte los alumnos del Seminario le hubiera permitido tratar algunos aspectos de la teoría con mayor profundidad. Revisemos algunos elementos de esta cuestión.

Por lo que sabemos por Roca y Sánchez Ron, los asistentes a la Academia no eran, en muchos casos, militares, sino que la antigua Escuela Superior de Aerotécnica fue sustituida tras la guerra por la Escuela Militar de Ingenieros Aeronáuticos y aquellos de sus alumnos que no habían acabado sus estudios antes de la guerra se vieron obligados a entrar en la carrera militar para cumplir su pretensión de ser ingenieros civiles (Roca Rosell y Sánchez Ron, 1990, p. 286).¹¹⁴

¹¹²Véase sec. 3.5 «Los cuantos de acción de Ferran Ramon Ferrando. La cuántica en las aulas», p. 129.

¹¹³(Plans y Freyre y Terradas, 1922).

¹¹⁴La militarización de la escuela duró hasta 1948 en que recuperó su carácter civil como Escuela Superior de Aerotécnica bajo la dependencia del Ministerio de Educación (Roca Rosell y Sánchez

Del talante didáctico de Terradas ya hemos comentado, por ser manifiesto en alguna de sus clases y discursos anteriores, que gustaba de presentar novedades que estimularan la curiosidad del oyente. Leonardo Villena, alumno de Terradas durante esos años, nos lo explica en la siguiente forma:

Terradas gran conocedor de idiomas, con una curiosidad sin límites y con una enorme capacidad de asimilación, era universalista, interesado por todo y llegando a dominar cualquier campo, profundo cultivador de las matemáticas modernas pero aplicándolas a la Ciencia y a la Técnica hasta en sus menores detalles, avaro de saber, *empujando a sus oyentes a leer y profundizar en los últimos logros teóricos* y experimentales pero sin el talante tranquilo y pausado requerido en la investigación experimental. (Villena, 1987, p. 59)¹¹⁵

No obstante, hasta donde nos es dado interpretar, tenemos que concluir que en muchos casos el oyente podía carecer de la preparación conveniente para una asimilación en profundidad de los contenidos presentados y estos, por sí mismos, difícilmente cubrían el ámbito necesario para dicha aproximación.

Ello no quita mérito a sus intentos de conseguir un mayor nivel matemático en sus alumnos:

Pero también nos impulsaba a dominar los métodos matemáticos. «Sin dominar las matemáticas no se puede entender la física moderna», decía. Y se quejaba de que los profesores que explicaban las distintas ramas de la física no tenían, en general, vocación matemática, que él consideraba indispensable para entender y explicar esta disciplina (Terradas resultaba incómodo para sus colegas). (Villena, 1987, p. 61)

Ignoramos si uno de esos profesores a que se refiere Villena podría ser Ramon Ferrando, del que en algún sitio hemos comentado su opinión, radicalmente opuesta a la de Terradas, respecto de la matematización de la didáctica de la Física.¹¹⁶

Villena también nos habla de su trabajo en el Seminario de Física Matemática, así como de la doble relación de Terradas con este Seminario y con la Academia Militar de Ingenieros Aeronáuticos:

De esa época son sus cursos sobre física de partículas, estabilidad elástica y pandeo, física de materiales sólidos, etc. a la vez que daba cursos sobre

Ron, 1990, p. 335, nota 14).

¹¹⁵La cursiva es nuestra.

¹¹⁶Véase 3.5 «Los cuantos de acción de Ferran Ramon Ferrando. La cuántica en las aulas», p. 129.

mecánica e hidrodinámica en la Academia Militar de Ingenieros Aeronáuticos. Siempre ofreciendo algo fresco y nuevo, en parte por hacer, invitando y animando al auditorio a incorporarse, con fe e ilusión, en la tarea, nunca acabada, de proponer nuevos métodos matemáticos y nuevos modelos físicos para abordar la descripción de la maravillosa naturaleza que nos rodeaba. Terradas había tenido la suerte de «vivir» los grandes cambios que la física había experimentado, de entenderlos plenamente y de seguir, día a día, su continua evolución. (Villena, 1987, p. 62)

Pero sin embargo, el mismo Villena, nos informa de la menor exigencia académica de las lecciones en la Escuela, cuando nos da cuenta de algunos aspectos de la relación de Terradas con el Instituto Nacional de Técnica Aeronáutica en la que apunta la orientación práctica que daba a la formación de los ingenieros aeronáuticos:

Al crearse en 1942 el INTA, tras haber elegido la ubicación y haber dispuesto su repoblación forestal, fue nombrado presidente del Patronato. Recuerdo sus conversaciones con Julio Palacios y Antonio Mora a quienes encargó estructurar los Departamentos de Física y Química respectivamente. *Terradas aclaraba que no se trataba de una investigación académica*, ya que era preciso montar toda una serie de técnicas auxiliares, usadas como ensayo de materiales o investigación aplicada y desarrollo. Mora encajó el encargo y su departamento acogió numerosos químicos en compañía de otros titulados, pero Palacios, de talante y vocación «purista», requirió la ayuda de Garrido (formado como él en el Instituto «Rockefeller»), dejó pasar el tiempo y, finalmente, renunció al encargo, perdiéndose la oportunidad, que Terradas había considerado, de que el grupo de físicos se ocuparan de la Física Aplicada.¹¹⁷

La simultaneidad de sus lecciones en ambientes docentes similares hace que nos preguntemos el motivo por el que Terradas optó por publicar las lecciones de la Academia Militar que, razonablemente, le limitaba las posibilidades de extenderse en los desarrollos teóricos, en lugar de las lecciones del Seminario de Física Matemática que le hubieran permitido una más amplia discusión de los mismos.

Nuestra hipótesis es que las lecciones que impartió Terradas fueron muy similares, si no las mismas, en ambas instituciones. Esta conjetura se apoya en el programa que todavía años después (1947) se impartía en el Seminario. En dicho programa puede apreciarse que Terradas hace referencia a las lecciones de 1943.¹¹⁸

¹¹⁷(Villena, 1987, p. 64). La cursiva es nuestra, los otros énfasis del original.

¹¹⁸No nos consta otra publicación de Terradas en esas fechas a la cual pudiera estar refiriéndose. Para ello nos remitimos a su biografía (Roca Rosell y Sánchez Ron, 1990, p. 339 y ss.).

D. E. TERRADAS E YLLA: Curso sobre Teoría cuántica de metales puros cristalinos. Estudio de las conductibilidades y su variación con la temperatura, del cambio de estado, emisión y absorción de fotones, cristalización, magnetismo, etc. El curso es la aplicación al caso concreto de metales puros de los principios y ecuaciones expuestas en los tres cursos anteriores.

La teoría preliminar y las estadísticas correspondientes a fotones y electrones fueron objeto de una publicación que se irá completando sucesivamente.

Las conferencias tendrán lugar todos los lunes hábiles de 10 a 12 de la mañana en el aula de Física Matemática de la Facultad de Ciencias de la Ciudad Universitaria. La bibliografía fue señalada en lo publicado, y cualquiera de los tratados y memorias indicados allí puede ser útil para iniciar al estudiante en la teoría cuántica de los metales. Se espera poder completarlo con lo conocido y publicado después de 1943. (AFO, D47-8, Programa del curso 1947-1948 del Seminario de Física Matemática)

El desconocimiento de otras publicaciones fuera de las lecciones en la Academia Militar, nos obliga a suponer que Terradas se está refiriendo a ellas en el programa del Seminario de Física Matemática. Es razonable pensar en esa doble utilización de los textos, pero cabe entonces preguntarse si las síntesis que se permitió en las clases de la Academia pudo quedar subsanada con un mayor desarrollo de los problemas fundamentales en el Seminario de la Universidad.

A pesar de que el análisis de los textos difícilmente puede agotar la cuestión, una reconstrucción de los hechos podría ser la siguiente.

Terradas probablemente asistió a las conferencias de Schrödinger en el INFQ de Madrid en 1935. En dichas conferencias, en las que Schrödinger marcó claramente la distancia entre la teoría cuántica antigua (Planck) y la nueva teoría cuántica (Schrödinger, Born, Heisenberg...) Terradas se dio cuenta de que la teoría cuántica que él conocía quedaba lejos de las novedades expuestas por Schrödinger, hecho en el que este último insistió con frecuencia a lo largo de su exposición.

Durante su estancia en Argentina entre 1937 y 1941 tuvo tiempo para interiorizar el contenido de las lecciones de Schrödinger de 1935, pero a su vuelta a España se encontró con que otros (Catalá de Alemany, García Santesmases, Gil Santiago, Peña Serrano) estaban avanzando en un terreno en el que él aún se movía con cierta inseguridad.¹¹⁹

Terradas se dio cuenta de la importancia del tema y, sobre todo, de la importancia de mantenerse en la vanguardia del mismo. Eso motivó que se diera prisa

¹¹⁹El juego de influencias que propició el regreso de Terradas está descrito en (Roca Rosell y Sánchez Ron, 1983) y ampliado con el papel que jugó Julio Palacios, en (González Redondo, 2002b), donde se cita además la bibliografía previa.

en completar su formación y dejar constancia escrita de ello en las lecciones de la Academia.

El motivo de que no publicara las *Lecciones* como producidas desde el Seminario de Física Matemática¹²⁰ podría estar relacionada con las tensiones en que Terradas se movía debido a sus múltiples obligaciones. Sus ocupaciones de esa época, de las que nos dan amplia noticia Roca y Sánchez Ron en el libro citado, habrían dificultado que este pudiera llegar a un punto en que se sintiese confortable con su dominio de algunos aspectos centrales de la teoría. Se ha de tener en cuenta que Terradas era exigente con el nivel científico de los físicos y probablemente se aplicaba a sí mismo esa exigencia.

La complejidad del tema la reconoce el propio Terradas en carta a Rey Pastor de mayo de 1943:

En la Universidad doy el curso de Física Matemática dividido en tres. A. Problemas clásicos de la Física Matemática (ecuaciones diferenciales con diversas condiciones límites, prácticamente el tomo III del Goursat); B. Teoría cuántica del cuerpo sólido (*es lo más difícil, puesto que he de explicar a la vez mecánica ondulatoria, la teoría de transformaciones en el espacio de Hilbert y lo que es característico del cuerpo sólido, es decir, la cohesión, las propiedades electromagnéticas, la plasticidad, etc*). Y C. un curso clásico de movimientos ondulatorios en Hidrodinámica. Como V. ve es demasiada tarea a mi edad. La teoría del cuerpo sólido sería interesante que pudiera profesarla en América precisamente por no ser corriente allí y no haberse introducido aún la teoría de los quanta como base ineludible. (Carta de Terradas a Rey Pastor, mayo 1943).¹²¹

Pero esta complejidad se podía soslayar si se simplificaban ciertos argumentos teóricos amparándose en la necesidad de reducción del contenido, impuesta por la brevedad (los seminarios estaba previsto que durasen tres meses), que requería pasar por alto los aspectos espinosos de algunos temas dando definiciones que se debían aceptar como punto de partida de la teoría.

El resultado es un texto que, si bien trata de los puntos clave de las estadísticas relacionada con la física de los quanta y la nueva mecánica cuántica de Schrödinger, lo hace al margen de las discusiones que parecen razonables para situar la complejidad de la teoría.

En el texto de Gil Santiago en que se recogen las conferencias de Schrödinger, ya hemos observado que este último tiende a presentar algunos aspectos de su

¹²⁰La posible aparición, en el futuro, de tal publicación, obligaría a reconsiderar nuestra reconstrucción de los hechos.

¹²¹Citada en (Ortiz *et al.*, 1989, p. 111). El énfasis es nuestro.

teoría ondulatoria como algo cerrado, cosa comprensible tratándose de su propia aportación, pero hace excepciones en cuanto a ciertas interpretaciones.

En el caso de Terradas, sin embargo, la práctica ausencia de discusión oscurece los argumentos dejando algunos puntos sin la suficiente clarificación por la vía de introducir definiciones y postulados que contrastan con el rigor de otras partes del texto, y pasando sobre ciertas formulaciones matemáticas sin una razonable fundamentación. Diríamos que Terradas expone, pero no explica.

El conjunto es un texto ambiguo que, si bien pone de manifiesto la capacidad de su autor, no oculta cierta intención retórica que vendría a explicarse diciendo que las pretensiones de su autor eran:¹²²

- Por un lado, proporcionar información a sus alumnos, aunque incompleta, para que tomasen cuenta del tipo de retos que planteaba la física del momento, estimulándoles a adaptarse y profundizar en el estudio de la disciplina.
- Por otro lado, evitar que sus interpretaciones personales, quizá no suficientemente justificadas, pudiesen confundir a los asistentes a sus cursos.
- Por último, dejar constancia de sus conocimientos del tema.

Nuestra afirmación de que, en general, la intención de Terradas era despertar el interés de los alumnos tiene su corroboración en el mismo Terradas:

En Matemática es necesario presentir lo que se ignora, casi descubrir, con el resultado, el modo de obtenerlo. Poseer, innato, el método, para recorrer casi instantáneamente, intuitivamente, el proceso. Cuando no se posee esta intuición, se puede pretender poco más que la esperanza de que el fomento de la curiosidad, la admiración y el entusiasmo hagan fructificar en lo futuro flora tan extraordinaria en nuestro campo. Por ello es preciso interesar los mejores cerebros, fomentar el estímulo y hasta los honores, valorizar el esfuerzo y el mérito, trabajar de consuno, todos con nuestro esfuerzo y potencia; del círculo de artesanos que formemos surgirá el artista; surgirá espontáneo, como el escultor en los lugares donde se elaboran estatuas, como el pintor donde hay artífices decoradores, como el poeta donde se ensalza el culto a la palabra, expresión humana del afecto y de la idea. (Terradas y Rey Pastor, 1933, p. 102)

Lo anterior se concreta, en el caso de la mecánica cuántica, en unas lecciones que, a nuestro entender, difícilmente pueden considerarse representativas del conocimiento de que se gozaba en España en esta disciplina. Vistas las lecciones

¹²²Hemos hablado de algo similar en relación con los discursos de Terradas. En este sentido, las lecciones, si bien con un carácter bastante más técnico, muestran una retórica similar.

en perspectiva histórica, el encadenamiento de fórmulas en que consiste el texto podría impresionar al lector de nuestros días. Bajo esa impresión se podría concluir que el nivel teórico de la mecánica cuántica de Terradas y sus alumnos era, en realidad, muy elevado. Sin que podamos afirmar lo contrario, reiteramos que dicho texto, por todos los motivos expuestos, no es suficientemente representativo como para permitir esa conclusión.

Hemos de preguntarnos también si la técnica de Terradas de extender un discreto velo de misterio sobre la teoría para hacerla más estimulante a los oyentes no supuso una espesa cortina que tardase años en descorrerse. Recordemos que, hasta donde tenemos constancia, el primer texto universitario escrito por un español es el de J. M^a Íñiguez de 1949.

Estas dudas no deben interpretarse como crítica a la capacidad de Terradas, de cuya valía dejó constancia Julio Palacios en 1950, al fallecimiento del primero, en los siguientes términos:

Hacia la mitad de mi carrera[1909-1911], quiso mi buena fortuna que tuviese por profesor a Terradas, y el contraste no pudo ser más brusco. No tenía ni método, ni libro, ni siquiera programa, y el primer día nos dejó atónitos al preguntarnos si queríamos aprender la Óptica ondulatoria clásica o preferíamos (¡en 1910!) la teoría de los cuantos de Planck. Para colmo nos fue entregando, en días sucesivos, libros y revistas en inglés y alemán, asegurándonos que, con no mucho esfuerzo, lograríamos entenderlos. En las clases nos forzaba al diálogo, y como se daba por sabido todo lo sencillo para concentrar la atención en lo difícil, devorábamos teorías y más teorías. Gustábase a veces que fuésemos nosotros los expositores, y elegía para ello materias que eran nuevas para él. Esto dio lugar a algún incidente que hubiera sido motivo de escándalo con cualquier otro profesor. Sucedió que, en nuestras manos inexpertas las fórmulas se enrevesaban y conducían a verdaderos disparates. Ordinariamente Terradas deshacía rápidamente el embrollo, pero a veces la cosa no era mollar, y quedaba así hasta el día siguiente en que venía la explicación clara y perfecta, y aun hubo casos en que se descubrió un error en el texto comentado. Estos incidentes, que cualquier otro profesor hubiera terminado con una reprimenda al causante del galimatías, contribuyeron de modo eficazísimo a nuestra formación, pues nos dimos cuenta de que la Física estaba aún en periodo de crecimiento y que, tanto como aprender lo que ya estaba claro, importaba poner de manifiesto lo que aún estaba oscuro. Además aprendimos a salvar el abismo que separa la ciencia contenida en los libros didácticos de la que va apareciendo poco a poco y en forma vacilante en las revistas. Finalmente, todos los que estudiamos con Terradas le debemos el haber aprendido el inglés y el alemán lo suficiente para leer libros científicos. («Terradas, físico» en *Discursos pronunciados en la sesión*

necrológica en honor del Excmo. Sr. D. Esteban Terradas e Illa, pp 13-21. Real Academia de Ciencias: Madrid) citado en (Roca Rosell y Sánchez Ron, 1990)

Habiendo sentado, por tanto, que Terradas no pretendía explicar la mecánica cuántica, sino estimular a sus oyentes para que por ellos mismos intentaran descubrir los misterios que subyacían a sus lecciones, adquiere cierto significado este texto, cuyo sentido histórico resultaría, de otra forma, difícilmente comprensible.

Lo que llevamos dicho nos lleva a otra reflexión importante: que las conferencias de Schrödinger representaron un punto de inflexión de la mecánica cuántica en España, aunque solo fuera por el nuevo interés que Terradas mostró como consecuencia indirecta de ellas, teniendo en cuenta, además, su posición en el panorama cultural y científico español. Volveremos sobre este punto en las conclusiones.

3.10. Anticipando una necesidad. Los operadores lineales de José M.^a Íñiguez

Durante el curso 1943-1944 tuvieron lugar en la Universidad de Zaragoza una serie de conferencias que, organizadas como acto académico bajo el nombre de Cursos Postescolares, ofrecieron a los alumnos matriculados la posibilidad de participar en tres ámbitos académicos diferentes. El primero de ellos, que ahora nos ocupa, fue sobre Física Atómica, y a él acudieron siete alumnos. Los otros dos, dedicados a las matemáticas y a la química, tuvieron respectivamente dos y veintisiete alumnos. Las conferencias tuvieron una duración de dieciocho semanas, comenzando en noviembre de 1943 y terminando en marzo de 1944.¹²³

El decano de la Facultad de Ciencias, José María Íñiguez Almech, fue quien dio los cursos de Física Atómica mencionados, el resumen de cuyo contenido se recogió en una memoria publicada en 1944 bajo el título «Fundamentos matemáticos de la atomística» (Íñiguez Almech, 1944).

En dicho resumen se puede ver que los temas desarrollados durante el curso de Física Atómica comprendieron una amplitud de conceptos no despreciable, que abarcaban, en el aspecto matemático, desde los conceptos básicos del álgebra matricial, a la construcción del espacio de Hilbert, pasando por el cálculo de variaciones y el estudio del problema de valores propios. En el aspecto físico comenzaba con unos complementos de Mecánica Racional, un ligero estudio de la

¹²³Estos cursos de Zaragoza, promovidos a iniciativa de Íñiguez, parecen haber sido el detonante de la descentralización de la concesión del título de doctor, hasta entonces competencia exclusiva de la Universidad de Madrid. Remitimos al lector a la sección biográfica para los detalles de este suceso: 6.1 «José María Íñiguez Almech (1897-1983)», p. 279.

Mecánica relativista y se entraba en la Mecánica cuántica partiendo de la teoría de Bohr-Sommerfeld para pasar a la Mecánica ondulatoria de Schrödinger, estudiar los casos concretos del oscilador armónico y del átomo de hidrógeno, la relación entre la mecánica de ondas y la de matrices y terminar con una introducción a la teoría de Dirac.¹²⁴

Aunque el resumen del que hablamos no da muchas pistas de la profundidad con la que se vio el programa, las manifestaciones impresas de que disponemos apuntan a que su contenido distó de ser trivial. En efecto, en 1946 se publicó el libro de José María Íñiguez Almech *Operadores Lineales en los Espacios Métricos* (Íñiguez Almech, 1946) en la serie «Memorias de la Academia de Ciencias de la Universidad de Zaragoza». El texto, de orientación profundamente matemática, desarrolla una serie de temas en los que el espacio de Hilbert tiene una relevancia central. Íñiguez remite directamente, en cuanto a la materia expuesta, a los cursos mencionados:

Las materias que aquí exponemos son las que se desarrollaron el año académico 1944-1945, en uno de los cursos post-escolares, organizados por la Facultad de Ciencias de Zaragoza, con el apoyo de esta Academia de Ciencias. (Íñiguez Almech, 1946, p. 8)¹²⁵

Debido al hecho de que las clases se impartieron durante el curso académico 1944-1945 no podemos vincular dicho curso directamente a los efectos del Proyecto Manhattan pero, aun descartando la existencia de conexión entre dichas clases y el violento acontecimiento del seis de agosto de 1945, sí vemos una cierta vinculación entre ese acontecimiento y la publicación del contenido de las clases en forma de libro.

El texto, bastante alejado de las aplicaciones prácticas, no adquirió pleno sentido hasta que vino a ser completado con el *Mecánica Cuántica* del propio Íñiguez en 1949. La intención del autor fue la de dotar al lector de «...la visión de conjunto necesaria para la ulterior especialización» (Ib., p. 7) en relación con estudios que hasta el momento se encontraban «Dispersos [...] en numerosas revistas matemáticas, y dedicado cada uno al estudio de un problema concreto» (Ib., p. 8).

La introducción, el contenido del texto, y la bibliografía del libro no dejan lugar a dudas de su intencionalidad: poner en circulación las teorías matemáticas de base sobre las que se asienta la física atómica:

¹²⁴En el mismo ámbito de Física Atómica, dieron conferencias, Juan Cabrera sobre física corpuscular (Cabrera, 1944) y Mariano Velasco sobre ondas y corpúsculos (Velasco Duránte, 1944).

¹²⁵Hemos comentado que los cursos se dieron en el año académico 1943-1944, publicándose los resúmenes en 1944 en (Íñiguez Almech, 1944). Ello no elimina la posibilidad de que Íñiguez diera el mismo curso en 1945.

El análisis de los fenómenos periódicos, y más particularmente de las vibraciones, hizo ver la necesidad de efectuar un estudio detenido del problema de los valores propios de los operadores lineales, y al tratar de sistematizar esta teoría, definió Hilbert su espacio, concepto matemático que ha resultado sumamente fecundo para la investigación del mencionado problema. (Ib., p. 7)

y añade Íñiguez:

Más tarde, la Mecánica atómica, que adquiere desarrollo insospechado a causa de la multitud de resultados conseguidos por los medios modernos de observación, ha obligado a los matemáticos a estudiar con ritmo acelerado las propiedades de los operadores lineales. (Ib., p. 7)

La bibliografía, por otro lado, confirma la perspectiva hilbertiana de todo el libro, incorporando cuatro títulos de von Neumann, entre los que se encuentra el *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* en el que ese autor desarrolló la teoría del espacio de Hilbert, al que Íñiguez se refiere explícitamente en la introducción: «Más tarde se estudió el espacio de Hilbert de un modo abstracto». De hecho Íñiguez no referencia ninguno de los artículos fundacionales de la mecánica cuántica. Heisenberg, Schrödinger, Born, Dirac, Jordan o Pauli están ausentes de su bibliografía. No se ven en ella artículos de fundamentos de la física, sino que se limita, coherentemente con su texto, a libros y artículos de naturaleza matemática, que giran, mayoritariamente sobre el problema de valores propios, la teoría de operadores y la teoría espectral.

Probablemente Íñiguez eligió este tema para fundamentar adecuadamente la teoría de operadores como paso previo a su texto *Mecánica Cuántica* de 1949. El sentido completo de este trabajo, como indicábamos, no se comprendería al margen de esa segunda publicación.

Aunque visto en perspectiva histórica podría sorprender esta derivación hacia el terreno matemático de la mecánica cuántica, la expectativa con que se recibió la teoría de operadores lineales en esa época quedaría confirmada por las conferencias de Gaston Julia¹²⁶ en Barcelona en 1949 recogidas en (Julia, 1949). Pensamos que las conferencias de Julia pudieron haber sido promovidas por Terradas:¹²⁷ «Ahora vendrá Julia que hablará de espacios de Hilbert y representación

¹²⁶Gaston Julia (1893-1978) fue un matemático francés conocido de Terradas, que había publicado en 1936 *Introduction Mathématique aux Théories Quantiques*. Dio unas conferencias en la Universidad de Barcelona sobre operadores lineales en espacios de Hilbert que fueron recogidas en una edición coordinada por Josep Teixidó y publicadas ese mismo año.

¹²⁷«Ara vindrà en Julia que parlarà dels espais de Hilbert i representació conforme» (AFO, C47-26, Carta de Terradas a Ortiz de 3 de febrero de 1949).

conforme». En cualquier caso vemos confirmado en esa misma carta de Terradas que el *Mathematische* de von Neumann era libro de referencia para esa temática:¹²⁸ «Como le dije a la Srta. Vigón he recibido solo lo que Vd. me entregó de la traducción del Neumann [...] Como no puedo disponer del original alemán del Neumann (que le dejé) ni de la traducción castellana completa, le ruego que transmita las órdenes oportunas para que la persona a quien Vd. le dejó el Neumann tenga la bondad de devolvérmelo».

Antes de hablar brevemente del contenido de este libro de Íñiguez, fieles al compromiso manifestado en la introducción de este trabajo, consignamos aquí que en la revisión del mismo no nos hemos detenido a analizar en profundidad la coherencia de la exposición del autor; sin embargo una primera aproximación a su contenido nos permite apreciar un importante trabajo, no únicamente de análisis, sino también de reestructuración y síntesis.

Por la importancia que tuvo, hemos centrado nuestro examen en una de las cuestiones controvertidas de la época: las condiciones necesarias para que el problema de valores propios tuviera solución.

Es sabido que encontrar la solución de las ecuaciones del movimiento de la antigua mecánica quedaba sustituido, en la nueva mecánica cuántica, por la solución de un problema de valores propios. Esta característica fue identificada desde los artículos iniciales de Born, Heisenberg, Jordan y Schrödinger pero generalmente se considera que el marco teórico se consolidó a partir de la publicación del *Mathematische* de von Neumann.

Uno de los aspectos destacados del texto de von Neumann es el esfuerzo que realiza el autor para dar una definición del espectro continuo que fuera coherente con los postulados de la mecánica cuántica sin utilizar la función delta de Dirac cuya validez matemática von Neumann nunca aceptó.

En el algebra de matrices de dimensión finita el problema de los valores propios se resuelve en un número finito de ellos, lo cual implica necesariamente que el espectro sea discreto. Pero los operadores de la mecánica cuántica requerían de desarrollos de Fourier infinitos. Estos desarrollos podían dar lugar a un espectro finito o infinito y, en el caso de ser infinito podía resultar en un conjunto de valores propios no aislados, como por ejemplo todo un intervalo.¹²⁹ El interés de von Neumann era, por un lado, justificar matemáticamente la aparición del espectro continuo y, por otro, establecer las condiciones bajo las cuales existe solución del

¹²⁸«Com vaig dir a la Srta. Vigón he rebut sols lo que V. va entregarme de la traducció del Neumann [...] Com que no puc disposar de l'original alemany del Neumann (que li vaig deixar) ni de la traducció castellana completa, li prego vulgi transmetre les debudes ordres per a que la persona a que V. va deixar el Neumann tingui la bondat de tornarmel» (Ib.).

¹²⁹Un conjunto con medida de Lebesgue no nula.

problema de valores propios para los operadores de la mecánica cuántica, como son los operadores posición y momento.

Supuestos Hermíticos todos los operadores de la mecánica cuántica, von Neumann determinó que la primera característica, necesaria pero no suficiente, que condicionaba la existencia de soluciones era su maximalidad: un operador era maximal si carecía de prolongación propia en el espacio de Hilbert.¹³⁰ Los operadores no maximales carecían de solución al problema de valores propios, mientras que los operadores continuos tenían solución y esta era única. Pero no todos los operadores maximales tenía solución al problema de valores propios. Los operadores (maximales) cuyo problema de valores propios era resoluble von Neumann los llamó hiper-maximales.¹³¹

Íñiguez comienza su texto por la definición y justificación de las integrales de Lebesgue y de Stieltjes y el estudio del espacio euclídeo complejo. A continuación trata el tema general de los operadores lineales en el espacio euclídeo y el problema de los valores y vectores propios. Este preámbulo le permite abordar la teoría general del espacio de Hilbert, el problema de los operadores lineales acotados y sus valores propios para acabar con los operadores no acotados y semiacotados.

Esta estructura no se corresponde con el desarrollo histórico de la teoría ni con la exposición de von Neumann del problema, por lo que tenemos que asumir que responde a la adaptación docente que Íñiguez consideró necesaria para facilitar el salto entre el tratamiento del problema de valores propios en un número finito de dimensiones en el espacio euclídeo al mismo problema en el espacio de Hilbert, de dimensión infinita. De esa forma, tras presentar la relación entre operadores y matrices, menciona acerca de las matrices infinitas:

Vemos que con esto puede establecerse una íntima relación entre los operadores lineales y las matrices de orden infinito, cuyos elementos cumplen la condición de convergencia de las series $[\sum_i |x_{ik}|^2]$; esta relación permite estudiar paralelamente las propiedades de unos y otras, haciendo posible extender a los operadores en el espacio de Hilbert las propiedades de las matrices de orden finito. Este método de trabajo fue iniciado por Hilbert y seguido por los investigadores de su escuela, alcanzando excelentes resultados: Sin embargo, la facilidad con que puede llegarse a consecuencias inexactas, y la excesiva complicación de los razonamientos, aconseja apartarse de este camino, y utilizarlo únicamente como medio intuitivo de orientación. (Íñiguez

¹³⁰El operador maximal estaba definido en todo el espacio de Hilbert sin perder la condición de Hermítico. Algunos operadores pueden entenderse a todo el espacio de Hilbert mediante argumentos de continuidad, el resultado de tal extensión será, pues, maximal.

¹³¹Las expresiones operador maximal e hiper-maximal, en el sentido utilizado por von Neumann, han caído en desuso.

Almech, 1946, p. 124)

Pese a que la primera frase parece ser una expresión del isomorfismo entre L^2 y l^2 , el autor no lo cita explícitamente.¹³² Por otro lado, aunque por las últimas frases de la cita pudiera parecer que Íñiguez pretende esquivar el problema, la realidad es muy diferente. El autor, por el contrario, era consciente de la necesidad que tenía la mecánica cuántica de dotar de soluciones para el problema de los valores propios, a los operadores que representaban los observables del sistema. Ello le llevó a una sofisticada construcción que elabora esencialmente inspirado en el *Mathematische* de von Neumann. (von Neumann, 1932c, p. 102 y ss.)

Para su objetivo introduce en primer lugar, y en relación con la matrices hermiticas de dimensión finita, lo que llama *sistema espectral* E_λ del problema de valores propios (Ib., p. 82). El *sistema espectral* es un conjunto de proyectores que le permiten extender el concepto de espectro a operadores no necesariamente matriciales.¹³³ La finalidad de estos proyectores es permitir una definición del problema de valores propios $Hf = \lambda f$ en términos de los puntos de discontinuidad de una forma lineal $E : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ que posteriormente podrá extender a \mathbb{R}^∞ para plantear el problema de valores propios en los términos siguientes: saber si dado H existen λ y f tales que $Hf = \lambda f$, equivale a saber si, dado H existen λ y un conjunto de proyectores E_λ tales que $H = \int_\infty \lambda dE(\lambda)$.¹³⁴

Una vez establecido el ámbito del problema para las matrices finitas, Íñiguez extrapola el concepto a operadores acotados (Ib., p. 157 y ss.). Para ello constata primero la dificultad de extender a \mathbb{R}^∞ el planteamiento clásico del problema en \mathbb{R}^n

La resolución de estos sistemas puede hacerse por medio de los determinantes de orden infinito, cuyo cálculo resulta complicadísimo y de muy difícil aplicación.

En el caso de los operadores autoadjuntos puede enfocarse el problema tratando de encontrar una transformación unitaria que reduzca la correspondiente matriz hermitica a su forma diagonal. Este método, aunque bastante laborioso, conduce a resultados definitivos en los operadores acotados; pero en cambio tiene gravísimos inconvenientes para los no acotados, según se

¹³²De hecho la forma de Íñiguez de obtener la relación entre operadores y matrices es muy similar a la de Schrödinger en (Schrödinger, 1926a).

¹³³No debe confundirse el sistema espectral con el espectro (conjunto de valores propios del operador). Von Neumann utiliza el término «resoluciones de la identidad» para este conjunto de proyectores.

¹³⁴Advertimos de que es imposible seguir el razonamiento con estas breves indicaciones, pues el desarrollo explícito requiere de un delicado recurso a la integral de Stieltjes. El libro de von Neumann no es fácil de seguir.

desprende de los estudios realizados por Neumann, por lo cual parece que debe abandonarse. (Íñiguez Almech, 1946, p. 158)

Constatada la imposibilidad de los argumentos clásicos recurre, como en el caso de las matrices de dimensión finita, a su *sistema espectral*.

Creemos que el texto de Íñiguez abarca los puntos clave de la teoría de operadores lineales. La necesidad de un texto así para el estudio de la mecánica cuántica había sido ya denunciada años antes, en 1937, por Edwin Kemble, autor de un conocido texto de mecánica cuántica (Kemble, 1937). En la sección 36 de su libro tiene una interesante discusión sobre el papel de los operadores en la construcción de la teoría cuántica en el que reivindica la posibilidad (y la necesidad) de reducir la teoría de operadores a una unidad ordenada, y en el cual, textualmente, afirma:

De hecho, tal examen no es solo deseable desde un punto de vista filosófico, sino que es una necesidad práctica para el estudiante al cuál mucha de la literatura sobre el asunto le resultaría un libro cerrado.¹³⁵

El trabajo de Íñiguez, a la espera de ver publicado el texto de mecánica cuántica del mismo autor, permite intuir un ordenamiento en la producción de textos de cuántica de nivel universitario. Ramón Ortiz, autor del libro del que trataremos a continuación, abundará en la necesidad de ese ordenamiento, al cual parece adelantarse Íñiguez con este texto sobre el cálculo de operadores.¹³⁶

¹³⁵«In fact such examination is not only desirable from a philosophical standpoint but is a practical necessity for the student to whom much of the literature of the subject would otherwise remain a closed book» (Kemble, 1937, p. 241). Kemble dedica, de hecho, todo el capítulo VII a los diferentes operadores (concretos) que aparecen en la teoría.

¹³⁶Respecto al cálculo de operadores mencionaremos un hecho relacionado con la participación de Ortiz en las oposiciones a la cátedra de Física Matemática de Madrid en 1952 que, sin pasar de anécdota, despertó nuestra curiosidad. A los opositores se les requería presentar una memoria «sobre el concepto y los métodos» de la asignatura en cuestión. En el caso de Ortiz este aprovechó para introducir algunas ideas sobre la Mecánica cuántica como base de su programa. En su memoria, Ortiz cita las cuatro formulaciones de la Mecánica cuántica: la Mecánica de matrices de Heisenberg, la Mecánica de ondas de Schrödinger, los números-q de Dirac, y el cálculo de operadores de Born y Wiener. Curiosamente en el desarrollo posterior, el autor solamente trata las tres primeras, omitiendo el cálculo de operadores. Esto nos resultó extraño y desvió temporalmente nuestra atención llevándonos a investigar sobre esa singularidad. Hemos recogido nuestros resultados en un trabajo que, bajo el título «Operator calculus: the lost formulation of quantum mechanics», esperamos poder dar a conocer en algún momento.

3.11. Introducción al estudio de la mecánica cuántica de Ramón Ortiz

La historiografía de los últimos años está prodigando un interés creciente al estudio sobre la relación entre ciencia y sociedad, así como sobre la relación entre la ciencia y sus públicos. El texto que ahora estudiaremos pone sobre la mesa otra de las facetas de la ciencia de notable importancia: su relación con la industria.

En este caso se trata de una relación especialmente singular: las clases de mecánica cuántica impartidas por Ramón Ortiz Fornaguera en la factoría de Badalona de la Sociedad Anónima Cros durante los años 1945 y 1946.¹³⁷

3.11.1. El autor

Ramón Ortiz Fornaguera es un personaje poco conocido de la historia sobre teoría cuántica española.

Las escasas referencias existentes a él en la historiografía le sitúan en el entorno de Terradas y en los inicios de la Junta de Energía Nuclear. Mencionado casi siempre en la terna de los españoles que, junto con Carlos Sánchez del Río y María Aránzazu Vigón, participaron de las estancias promovidas por la JEN en países de mayor tradición en física nuclear, no fue, en apariencia, de los grandes nombres de la física española. El estudio de sus escritos muestra, sin embargo, un personaje de una capacidad poco común en la España de su tiempo.

Hijo de familia humilde, su expediente académico le permitió obtener becas de estudio, primero para cursar el bachillerato y posteriormente para los estudios universitarios. Inició estos últimos en el curso 1935-1936 en la Universidad de Barcelona¹³⁸ quedando afectados por la guerra. Durante el período bélico además de continuar sus estudios trabajó en el Observatorio Fabra como ayudante técnico (Febrer Carbó, 1965, p. 31) dedicándose, que sepamos, a tareas relacionadas con la determinación de órbitas.¹³⁹ Tras la guerra tuvo que revalidar los resultados de las asignaturas cursadas,¹⁴⁰ solicitando exámenes de Geometría Métrica y Trigonometría, Física General y Análisis Matemático (agosto 1939). En el curso

¹³⁷La fábrica de Badalona de la S.A. Cros data de 1878. En (Font, 2010) se hace un resumen del impacto que esta compañía tuvo en el desarrollo industrial catalán.

¹³⁸Entonces Universidad Autónoma de Barcelona en virtud del decreto de primero de junio de 1933 (Gaceta de Madrid núm. 153, de 2 de junio de 1933) en el que se establecía su carácter autónomo.

¹³⁹Trabajo que pudo documentar en el artículo: «Sobre la determinación de una órbita sin hipótesis alguna relativa a la excentricidad» (Ortiz Fornaguera, 1940)

¹⁴⁰(AHUB, Archivo Histórico de la Universidad de Barcelona).

1939-1940 se matriculó y examinó de Análisis Matemático II, Geometría Analítica, Astronomía y Química General, y el curso 1940-1941 lo hizo de Mecánica Racional y Análisis Matemático III. Para nosotros son de interés sus estudios de Mecánica Racional, por entender que son fundamentales para una adecuada aprehensión del formalismo de la matemáticas de los quanta. Ortiz Fornaguera se licenció en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona por la Sección de Exactas en el año 1942, y por la sección de Físicas en 1944.

Los primeros años tras la guerra, al terminar sus estudios, tuvo ocasión de ejercer de ayudante de clases prácticas de la asignatura de Mecánica Racional (1944-1945) y al año siguiente como profesor auxiliar temporal de Electricidad y Magnetismo en la misma Universidad de Barcelona,¹⁴¹ lo que debió forzarle a profundizar en aspectos íntimamente ligados a la teoría cuántica.

A finales de 1942 comenzó a impartir unas lecciones en la fábrica de Badalona de la Sociedad Anónima Cros. Ignoramos en qué momento nació su relación con Juan Palá Mediano, que parece haber sido el promotor de los cursos de Badalona. No podemos descartar la hipótesis de la mediación de Terradas, pues nos consta que este conocía al entonces presidente de la S.A. Cros, Francisco Ripoll, aunque el registro en el que Ripoll menciona el nombre de aquel, en cartas dirigidas a Ortiz, induce más bien a pensar que el conocimiento de Esteban Terradas, por parte de ambos, pudo ser una mera coincidencia descubierta posteriormente.¹⁴²

Su trabajo en el Observatorio Fabra y su labor docente le aproximaron a científicos de la época como Joaquín Febrer e Isidro Pòlit –que pudo ser quien le pusiera en contacto con Esteban Terradas–, con los que siguió manteniendo vínculos en años posteriores.

El autor adquirió en años posteriores considerable prestigio como matemático y físico teórico. Muestra de este prestigio es la siguiente referencia a él que encontramos en la correspondencia entre Esteban Terradas y Julio Rey Pastor, que lleva al primero a expresarse en estos términos: «En cuanto a profundidad de juicio y talento natural [...] Ortiz está a altura de los Santaló y Pi, y en Física Matemática es el mejor alumno que he tenido»¹⁴³.

El Profesor Ortiz se trasladó a Madrid en el curso 1946-1947. Incorporado al Instituto de Óptica Daza de Valdés entró en contacto a través de este Instituto con las primeras actividades en España relacionadas con la Energía Atómica. Durante ese mismo curso 1946-1947 comenzó también su formación de doctorado obteniendo el grado de doctor en 1947. Sabemos que en el inicio de su tesis estuvo

¹⁴¹(AHUB, según consta en certificado firmado por Ramón Bonet, Secretario General de la UB, del 29 de noviembre de 1949).

¹⁴²(AFO, C47-2, Carta de Francisco Ripoll a Ramón Ortiz. 18 de enero de 1947).

¹⁴³(Ortiz *et al.*, 1989, p. 140. Carta de Terradas a Rey Pastor. 17 de enero de 1948).

implicado Isidre Pòlit,¹⁴⁴ que esta fue dirigida por Terradas¹⁴⁵ y que participó en los seminarios que este último impartía en la Universidad Complutense de Madrid.¹⁴⁶

En septiembre de 1948, se constituyó con carácter reservado la Junta de Investigaciones Atómicas (JIA). Se creó también paralelamente otra empresa, Estudios y Patentes de Aleaciones Especiales (EPALE), para darle cobertura financiera (Barca Salom, 2002, p. 105) y facilitar la confidencialidad de las actividades de la JIA (Romero de Pablos, 2000, p. 509), cuyo primer director fue Esteban Terradas. Fueron colaboradores de Terradas en esa época, junto al Profesor Ortiz, Carlos Sánchez del Río y María Aránzazu Vigón; los tres realizaron cursos de formación en el extranjero, dando así cumplimiento a los intereses institucionales de fomentar el intercambio científico con otros países.

Sabemos concretamente, que Ortiz estuvo en Italia entre septiembre de 1948 y junio de 1949, en un curso dirigido por Bruno Ferretti en la Universidad de Roma, que le llevó sucesivamente a Roma y a Milán, sede del laboratorio del CISE (Centro Informazioni Studi Esperienze) constituido en Italia con objeto similar al de la EPALE. De septiembre de 1949 a noviembre de 1950, estuvo en la Universidad de Chicago trabajando bajo la dirección de Enrico Fermi (Barca Salom, 2002, p. 106). Más tarde, entre enero 1953 y junio 1954, estuvo en el Max Plank Institut für Physik en Gotinga junto al Profesor Heisenberg. Estas estancias fuera de España de científicos españoles, durante la inmediata posguerra, tenían por objetivo oficial completar la formación de los investigadores que se incorporarían, a

¹⁴⁴«Ayer escribí al Dr. Terradas pidiéndole le orientara en la cuestión de su tesis, haciéndole ver la conveniencia de que estuviera en condiciones de opositar a Cátedras, considerando que ya tiene más de 30 años. Le digo que supongo que V. le hablará del asunto si es que ya no lo ha hecho. Veremos si mi misiva tiene éxito » (AFO, C47-3, Carta de Isidre Pòlit a Ortiz de 20 de enero de 1947).

¹⁴⁵(AFO, T47-1, «Los espacios métricos en óptica electrónica». Tesis doctoral).

¹⁴⁶Leemos en el programa del curso 1947-1948 del Seminario de Física Matemática de la Universidad de Madrid el anuncio de las clases de Ortiz en los siguientes términos:

Traducidos durante el curso pasado, y próxima la publicación de los «*Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*», de J. von Neumann, con lo que se puede disponer de una obra fundamental para el estudio de la mecánica cuántica, los «*Esquemas geométricos del mundo físico*» constituirán un modo de introducción a uno de los problemas más difíciles con que se enfrenta en la actualidad la física teórica: el de conciliar con la imagen cuántica de los procesos elementales la concepción geométrica de la Naturaleza, que, con las teorías relativistas, sigue en el orden histórico a la concepción electrodinámica, la cual, a su vez, había sustituido al modelo mecánico. (AFO, D47-8, Programa del curso 1947-1948 del Seminario de Física Matemática)

su regreso, a los diversos institutos de investigación del CSIC, y sirvieron, en el caso de Ortiz, para dotar de nuevos referentes a sus trabajos. Fruto de esa colaboración con Heisenberg fue el artículo que publicó en la revista *Nuovo Cimento* sobre ciertas propiedades de las soluciones de las ecuaciones de Shiff (Ortiz Fornaguera, 1955).¹⁴⁷

Las dificultades que encontró su aspiración a la docencia universitaria creemos que frustraron la oportunidad de dotar al claustro español con un matemático y físico que podría haber tendido entre estas dos disciplinas un puente de gran utilidad para la investigación y la docencia.¹⁴⁸ La trayectoria científica de Ortiz en su madurez, vinculada al cálculo de reactores en el seno de la Junta de Energía Nuclear induce a establecer un paralelismo entre la forma que revistió el utilitarismo de la ciencia en España durante la posguerra y lo que sucedió en otros países, como Francia o Estados Unidos, en los que también se observa esa característica.¹⁴⁹

3.11.2. Las lecciones

Las clases impartidas en la S.A. Cros fueron recogidas por los ingenieros Joaquín Barea y Juan Vizcaíno y publicadas el año 1947 bajo el título *Introducción al estudio de la mecánica cuántica* (Ortiz Fornaguera, 1947).

Diversos motivos parecieron concurrir en que se pidiera a Ortiz esta actividad docente en una planta de fabricación industrial de fertilizantes. Al primero de ellos, y más evidente, nos remite el preámbulo del libro:

Iniciamos hoy estas «Publicaciones» con el propósito de contribuir en la medida de nuestras fuerzas, al desarrollo de la investigación relacionada con los problemas que plantea la industria química, dando facilidades a nuestros técnicos para la publicación de sus trabajos y estímulo para el estudio.

Nos es grato ofrecer también estas páginas, a la colaboración de nuestras sociedades filiales y participadas.

¹⁴⁷Vale la pena considerar estas estancias de Ortiz en otros países del centro científico bajo la perspectiva del interés que pudo tener para el régimen de Franco romper con ellas, siquiera parcial o simbólicamente, el aislamiento internacional. Tal sentido es sugerido en (Herran y Roqué, 2013, p. 230).

¹⁴⁸La laguna historiográfica en torno a él esperamos se verá próximamente subsanada por la publicación del artículo de Pablo Soler: «La obra científica de Ramón Ortiz Fornaguera (1916-1974): Un capítulo de la Física Matemática, teórica y nuclear en la dictadura franquista» (Soler Ferrán, 2015)

¹⁴⁹Esa orientación de la física teórica a la obtención de resultados parece que fue generalizada en los países industrializados. Se menciona, por ejemplo, para el caso francés en (Pestre, 1996, p. 25) y para el caso americano en (Kaiser, 2014).

En este primer número se reproducen las conferencias explicadas en nuestra fábrica matriz por el profesor Ortiz Fornaguera, especializado en Física Matemática, sobre Mecánica cuántica, base necesaria para el conocimiento de la constitución íntima de la materia, según las actuales teorías, de consecuencias incalculables para el progreso de la ciencia, de la técnica y de la vida de la humanidad. (Ortiz Fornaguera, 1947, p. 10)

El que así se expresaba era, muy probablemente, Juan Palá Mediano, director técnico de la Sociedad Anónima Cros, a quien Ortiz dedicó el libro en cuestión.

El segundo motivo aparece en el prólogo del propio autor publicado en el libro:

Hace ya algunos años, en diciembre de 1942, la S.A. Cros decidió organizar un curso de ampliación de Matemáticas para los ingenieros de la factoría de Badalona, a instancias de don Juan Palá, a quien, desde su elevado nivel cultural, no escapó que la industria, aunque posee una amplia autonomía, no es sino aplicación de la ciencia y que su progreso está íntimamente vinculado a la formación científica de los que en ella intervienen en determinados cargos. Una cultura puramente técnica, sin una base teórica que le sirva de apoyo, no puede conducir nunca a la comprensión de lo que, tal vez, se lleva a cabo en el trabajo diario por mera práctica. (Ortiz Fornaguera, 1947, p. 11)

De momento nos quedaremos en estos dos motivos que, sin duda, fueron los que propiciaron el inicio de las lecciones de Ortiz que, recordemos, comenzaron con unos cursos de ampliación de matemáticas. Ortiz continúa su prólogo explicando que a esos cursos siguió uno de termodinámica teórica que parecía culminar lo que la teoría clásica daba de sí:

Encargado de profesar aquella disciplina, encontré en dicho señor [Juan Palá] todo el apoyo que fue menester y, en algunos de los que asistieron al curso, el impulso necesario para que, acabado éste, le siguiera otro de termodinámica teórica. Llegamos así al mes de noviembre de 1945, sin que en ningún momento se abandonaran los estudios durante aquellos dos años. Habíamos alcanzado en este tiempo [...] los límites de la teoría clásica en este orden de ideas. (Ortiz Fornaguera, 1947, p. 11)

Pero debía superarse la teoría clásica, y Ortiz aduce como principal argumento en favor de esa necesidad, el cambio provocado por la cuantificación:

La idea de la cuantificación sufrió en lo conceptual un cambio tan íntimo tras la aparición de la mecánica ondulatoria y de la mecánica cuántica, que *bien poco es hoy ya el conocer las primitivas teorías* «clásicas» de Plank, Rutherford-Bohr y Sommerfeld. (Ortiz Fornaguera, 1947, p. 12)¹⁵⁰

¹⁵⁰La cursiva es nuestra, el entrecorillado es del original.

Cuando hemos hablado de las conferencias de Schrödinger de 1935, recogidas por Gil Santiago y publicadas en 1941¹⁵¹ hemos referido ya el interés que puso Schrödinger en distanciarse de la antigua mecánica cuántica. En el párrafo del prólogo que acabamos de ver apreciamos, cuatro años después de la publicación de Gil Santiago, cómo los nuevos métodos no significaban únicamente un paso adelante en la teoría cuántica, sino que empezaba a suponer el símbolo de una nueva generación de físicos. Por el entusiasmo que destila el siguiente párrafo uno podría dudar de si su autor estaba hablando de física o de política:

La mecánica nueva, su modo de plantear y resolver los problemas, su modo de ver las cosas, es algo tan radicalmente distinto de cuanto le precedió como en su día lo fue la mecánica relativista frente a la mecánica de Newton. (Ib.)

Esta necesidad de renovación quizá no está, de hecho, desligada de la política, como tampoco vivió al margen de los cambios que se estaban produciendo en todo el mundo. En efecto, en breve veremos que este prólogo de Ortiz, si bien es el que se publicó, no es el único que se escribió, existiendo un segundo prólogo (¿o primero?) no publicado, que obligará a reconsiderar la asepsia de la investigación científica en España o al menos de la asepsia de este hecho docente en particular. En cualquier caso, en cuanto a la motivación de Ortiz, lo que quedó publicado fue:

Por todas estas razones se decidió continuar la tarea que habíase iniciado con el curso de Matemáticas desarrollando una introducción a la Mecánica cuántica que es la que hoy ve la luz en letra impresa. (Ib.)

Es fácil suponer que el autor de las lecciones no imaginó, al dictarlas, ver las mismas publicadas. El siguiente párrafo con el que cierra el prólogo muestra, además de su falta de pretensión, las carencias que encontraba en la bibliografía hispánica sobre el tema:

Ignoro qué destino aguarda a nuestro trabajo, pero nos daríamos por muy satisfechos si su lectura abriera nuevos horizontes al que la empresa, y aún más si alguien mejor calificado que nosotros, se decidiera a enriquecer la bibliografía científica hispánica con un curso completo dedicado a la nueva mecánica. (Ib., p. 13)¹⁵²

Quedan enunciados los motivos que aparentemente influyeron en el interés de la Sociedad Anónima Cros por la mecánica cuántica. Pero el estudio de la

¹⁵¹ Véase Sec. 2.2.6 «Nociones de la nueva mecánica cuántica», p. 85.

¹⁵² El prólogo termina con el agradecimiento al ya mencionado Juan Palá, del que poco sabemos fuera de que era licenciado en ciencias químicas y que tenía alguna conexión con la aristocracia catalana.

documentación personal de Ortiz nos revela un trasfondo que, sin menoscabo de los anteriores, proporciona una nueva clave de interpretación para esta inclinación hacia la mecánica cuántica: la detonación de las bombas atómicas sobre Japón en agosto de 1945 y el cambio que ello supuso en el panorama geopolítico mundial.

La afectación que esta circunstancia tuvo en la determinación de la S.A. Cros de impartir esta materia en su fábrica queda recogida en este prólogo alternativo, no publicado.

Los progresos realizados en física nuclear en los últimos años son considerables, tanto en el aspecto teórico como en el práctico, progresos que han culminado en la liberación provocada de ingentes cantidades de energía mediante la escisión del núcleo atómico. Todo ello no hubiera sido posible, o por lo menos se hubiera retrasado considerablemente, de no existir ya un instrumento teórico adecuado y la orientación de todo un sistema de nuevas ideas: la mecánica cuántica. Salvo a la luz de sus conceptos, no cabe ni tan solo entender el lenguaje utilizado en la moderna descripción de la estructura íntima de la materia. Pero hay más: los métodos de la mecánica cuántica se aplican hoy desde el estudio del núcleo al de las propiedades macroscópicas de los metales, cubriendo en el camino buen número de capítulos de la física-química: teoría de la valencia, estabilidad molecular, resonancia, etc. Es casi innecesario, por consiguiente, insistir acerca de la importancia en la actualidad de poseer las nociones fundamentales de la nueva mecánica para poder abordar con fruto los tratados especiales. Este fue el objeto de las conferencias explicadas por el prof. Ortiz Fornaguera en la fábrica matriz de la Sociedad Anónima Cros durante el curso 1945-1946 y que hoy aparecen reunidas bajo el título «Introducción al estudio de la mecánica cuántica». Esta «Introducción» puede ser de gran utilidad a aquellos que, alcanzado el nivel de conocimientos correspondiente a los últimos cursos de las secciones de químicas o físicas de nuestras facultades universitarias o el equivalente en las escuelas especiales, desean iniciarse en las modernas teorías físicas y físico-químicas. (AFO, D48-9, borrador de prólogo para el libro: *Introducción al estudio de la Mecánica Cuántica*)

Por una parte no es de extrañar, dado el impacto que tuvieron en la opinión pública mundial la bombas de Hiroshima y Nagasaki, que la S.A. Cros decidiera dar continuidad a un proceso de formación ya iniciado años antes con un programa sobre matemáticas. Por otra parte hemos visto, ciertamente, una relación de textos precedentes en los que se manifiesta que la inquietud personal de los físicos e ingenieros fue previa al interés de la industria.¹⁵³ El libro de Ortiz parece revelar

¹⁵³La producción textual analizada deja pocas dudas en cuanto al interés de los científicos por la teoría cuántica, pero ignoramos hasta qué punto hubo interés por la investigación básica por parte

el momento en que las inquietudes de unos y los intereses de otros encuentran eco recíproco.

3.11.3. El texto

El texto de *Introducción al estudio de la mecánica cuántica* comprende los siguientes capítulos:

I Resumen de algunas cuestiones de mecánica analítica clásica

II Óptica geométrica y mecánica clásica. El paso a la mecánica ondulatoria

III Interpretación estadística de la mecánica cuántica

IV Valores medios de una magnitud

V Teoría de las perturbaciones

VI Sistemas de partículas indiscernibles

Apéndice El problema del espectro del helio. La molécula de hidrógeno. Enlaces homopolares

En el primer capítulo se hace una introducción a los aspectos básicos de la mecánica racional.¹⁵⁴ En él se trata de las mecánicas de Hamilton, de Lagrange y

del tejido industrial de la época. El caso de la S.A. Cros que aquí vemos, muestra que ese interés existió y proporciona una manifestación concreta; pero el estudio de esta cuestión es complejo. Dominique Pestre describe la situación para el caso francés en (Pestre, 1996), donde analiza las discontinuidades que la Segunda Guerra Mundial supuso para la Física francesa. Pestre razona sobre la «americanización» de la física y su impacto en la industria, de la que dice que en la inmediata posguerra no se centró en la integración del conocimiento científico más novedoso, sino que en general optó por un proceso de adaptación continuo de la ingeniería doméstica (Pestre, 1996, p. 28). En el caso español se tiene una aproximación al problema de la investigación industrial de esos años en los artículos de (Sanz Menéndez, 1996) y (Sanz Menéndez y López García, 1997), donde se cita a su vez bibliografía anterior. En ellos se afirma que, durante la autarquía, la industria privada española careció de una actividad investigadora comparable a la que se había desarrollado en otros países (Sanz Menéndez y López García, 1997, p. 75), al tiempo que, según un informe de la OCDE de 1964, la investigación en la universidad española «era casi inexistente» en esa fecha. El mismo estudio afirmaba que «el 85 % del gasto nacional en I+D se canalizaba a través de los siete grandes centros de investigación dependientes de los diferentes ministerios, de los cuales el más importante era el CSIC» (Sanz Menéndez y López García, 1997, p. 75). No cabe pues otorgar excesiva relevancia a la investigación industrial española de esa época.

¹⁵⁴Ya hemos visto en la sección 3.11.1 que Ortiz conocía la mecánica racional por sus estudios universitarios. Cabe que la estudiara durante la Guerra Civil Española, pues nos consta, por su expediente académico, que se tuvo que matricular al acabar la guerra para revalidar los estudios realizados durante esos años.

de la relación entre ambas; se define matemáticamente el concepto de «variación de la acción»,

$$W = \int_{t_0}^{t_1} L(q, \dot{q}, t) dt^{155},$$

y se introduce el principio de acción mínima de Maupertuis para sistemas conservativos partiendo de la ecuación de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0^{156}.$$

A continuación define la función principal de Hamilton (que denota también como W)

$$W(q_0, t_0, q, t) = \int_{t_0}^t L(q, \dot{q}, s) ds^{157},$$

y halla su relación con el Hamiltoniano deduciendo la ecuación de Hamilton-Jacobi

$$\frac{\partial W}{\partial t} + H \left(q, \frac{\partial W}{\partial q_k}, t \right) = 0.^{158}$$

Seguidamente Ortiz aplica lo anterior a sistemas conservativos en los que tanto la energía como las condiciones de contorno son independientes del tiempo, para obtener la expresión clásica:

$$H \left(q, \frac{\partial F}{\partial q} \right) = E.^{159}$$

¹⁵⁵(Ortiz Fornaguera, 1947, p. 19)

¹⁵⁶(Ib., p. 20)

¹⁵⁷(Ib., p. 23)

¹⁵⁸(Ib., p. 24) Vale la pena destacar que Ortiz detalla la obtención de la ecuación de Hamilton-Jacobi, en derivadas parciales, a partir de la diferencial total δW de la función principal de Hamilton e igualando a cero por el principio de mínima acción de Maupertuis. Nuestro interés por este detalle se debe a que este proceder contrasta con lo que hemos visto que acostumbraban hacer otros autores, menos dados a justificar sus enunciados. Ortiz integra por tanto, en un único texto, las conclusiones básicas de la mecánica racional y los primeros postulados de la nueva mecánica cuántica, sin eludir los desarrollos matemáticos básicos de la teoría y procurando hacer de los mismos una referencia para el alumno. Esta forma de proceder está en la línea de lo que hemos visto anteriormente en Catalá de Alemany y García Santesmases, a cuyas lecciones en el seminario, muy probablemente, asistió Ortiz.

¹⁵⁹(Ib., p. 27). F , integral de acción en el sentido de Maupertuis. Siendo K la energía cinética, cumple

$$F = \int_{t_0}^{t_1} 2K dt$$

Finalmente ejemplifica los conceptos anteriores con el problema del movimiento de un punto material sometido a un campo potencial independiente del tiempo. Concreta entonces el hamiltoniano que posteriormente utilizará para establecer el paralelismo entre la óptica geométrica y la mecánica clásica:

$$\frac{1}{2m} \sum_{k=1}^3 \left(\frac{\partial F}{\partial x_k} \right)^2 + V = E.$$

Asimismo calcula la velocidad de la onda de Hamilton¹⁶⁰ a partir su definición como la curva de nivel de la función principal de Hamilton (W), mediante argumentos puramente cinemáticos:¹⁶¹

$$u = \frac{E}{\sqrt{2m(E - V)}}. \quad (3.21)$$

Con lo anterior, Ortiz deja preparada su trayectoria hacia el planteamiento de la ecuación de Schrödinger a partir del paralelismo formal entre la óptica geométrica y la mecánica clásica. Este paralelismo lo traza en el capítulo II en los términos siguientes: partiendo de las consideraciones de la óptica geométrica, apoyadas en el principio de Fermat, según las cuales la luz se propaga a lo largo de rayos luminosos recorriendo un camino óptico estacionario, considera el lugar geométrico de todos los puntos alrededor del foco luminoso que, sobre cada rayo, han recorrido ese mismo camino óptico y llama «superficie de onda» a ese lugar.¹⁶² Entonces, considerando luz monocromática de una frecuencia $\nu = c/\lambda$ determinada, calcula

y se relaciona, por tanto, con el principio de mínima acción mediante la expresión

$$W = F - \int_{t_0}^{t_1} E dt,$$

que resulta ser $W = F - Et$ para sistemas conservativos. De ahí se siguen $\frac{\partial F}{\partial q} = p$ y esta expresión de la ecuación de Hamilton. El desarrollo y notación de este apartado provienen, notablemente simplificados, de (Brillouin, 1938).

¹⁶⁰Recordemos que era la onda de fase de Ramon Ferrando.

¹⁶¹La relación con la energía E de la partícula resulta de

$$\frac{\partial F}{\partial x_k} = p_k = m\dot{x}_k.$$

¹⁶²El camino óptico es pues una longitud; no se refiere, por tanto, a una trayectoria concreta. Así pues en función de la homogeneidad (el medio es homogéneo si la velocidad de la luz es constante a lo largo de la trayectoria) y la isotropía del medio (el medio es isótropo si la velocidad es la misma en cualquier dirección) puede resultar una superficie de onda no esférica.

la ecuación en derivadas parciales que tendría que cumplir la función de «fase» φ_1 que determinará dicha superficie de onda, resultando la que denomina «ecuación diferencial fundamental de la óptica geométrica»:¹⁶³

$$\sum_{k=1}^3 \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial x_k} \right)^2 = \frac{1}{\lambda^2}.$$

A continuación recurre a la aproximación ondulatoria en la que, para medio no dispersivo, la ecuación de onda que determina la elongación de cada punto en cada momento del tiempo viene dada por la «ecuación fundamental de la óptica ondulatoria»:¹⁶⁴

$$\Delta \Psi - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0. \quad (3.22)$$

Ortiz amplía la consideración anterior, bajo ciertas hipótesis, a medios no dispersivos, y calcula la ecuación en derivadas parciales que deben cumplir los puntos que están en igual fase obteniendo, para ambos casos, una ecuación diferencial para φ_1 , que coincide con la ecuación fundamental de la óptica geométrica. Es decir, que la ecuación en derivadas parciales que satisface la función a que se ajustan los puntos que recorren un cierto camino óptico es la misma que cumple la función que determina los puntos de igual fase en la óptica ondulatoria.

Llegado este punto el autor exhibe la semejanza formal de las ecuaciones fundamentales de la óptica geométrica y la mecánica clásica:

$$\sum_{k=1}^3 \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial x_k} \right)^2 = \frac{1}{\lambda^2} \quad (3.23)$$

y

$$\sum_{k=1}^3 \left(\frac{\partial F}{\partial x_k} \right)^2 = 2m(E - V). \quad (3.24)$$

Esto le permite establecer un doble paralelismo, mediante la relación

$$\frac{\text{óptica geométrica}}{\text{mecánica clásica}} = \frac{\text{óptica ondulatoria}}{\text{mecánica cuántica}}$$

a la que atribuye las siguientes interpretaciones. Por un lado significa que la misma relación formal existente entre las ecuaciones de la óptica geométrica y las de la mecánica clásica puede obtenerse entre las ecuaciones de la óptica ondulatoria y la mecánica cuántica. Por otro lado (cruzando los términos medios) ayuda a

¹⁶³(Ib., p. 37, fórmula (30)).

¹⁶⁴(Ib., p. 38, fórmula (31)).

entender que la mecánica clásica es un caso particular de la mecánica cuántica como la óptica geométrica es un caso particular de la óptica ondulatoria.

Pese a lo sofisticado del argumento (en su formulación matemática) debe decirse que tal forma de explicarlo era habitual en la época. En este sentido Ortiz no es innovador, aunque quizá sí más pulcro en la exposición y la justificación de sus métodos, que otros autores españoles de su tiempo.

Finalmente obtiene la ecuación de Schrödinger para el movimiento kepleriano utilizando la longitud de onda de De Broglie, que sustituye en la ecuación fundamental de la óptica ondulatoria (3.22) para obtener¹⁶⁵

$$\Delta\Psi + \frac{8\pi^2m}{h^2}(E - V)\Psi = 0.$$

Las últimas secciones de su segundo capítulo las dedica al proceso formal de obtención de la ecuación de onda mediante el uso de operadores, utilizando la sustitución del momento lineal p de la función de Hamilton, por el operador diferencial $-\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x}$ para obtener un nuevo operador diferencial de Hamilton:

$$\mathcal{H} = -\frac{h^2}{8\pi^2m}\Delta + V$$

con el cual la ecuación de Schrödinger aludida se puede escribir:

$$\mathcal{H}\Psi = E\Psi$$

Entendemos que la sencillez con la que presenta los diferentes conceptos vino aconsejada por la conveniencia de adaptarse a un auditorio que podía llevar largo tiempo apartado de los aspectos teóricos de la física. Esa sencillez, junto con la secuencia en que se introducen las definiciones y su justificación, marca una diferencia notable con otros autores españoles que habían tratado ese mismo tema en las aulas. Por un lado, se aleja de Ramon Ferrando por su alto grado de matematización –máxime teniendo en cuenta que se dirige, no ya a universitarios, ni a investigadores experimentales, sino a ingenieros en ejercicio de tareas industriales– y por otro lado se distingue de Terradas porque utiliza de una forma coherente los diferentes recursos matemáticos a su disposición, procurando que

¹⁶⁵(Ib., p. 46, fórmula (44)). El proceso requiere reconocer la equivalencia entre la ecuación de la óptica geométrica y la siguiente:

$$\Delta\Psi + \frac{4\pi^2}{\lambda^2}\Psi = 0,$$

y tener en cuenta también $E = hv$.

el lector encuentre en las lecciones los elementos necesarios para poder seguir su argumentación. Quizá es el momento de recordar que Ortiz había sido ayudante de clases prácticas de Mecánica Racional en la Universidad de Barcelona durante el curso 1944-1945.

La exposición de Ortiz de la mecánica racional deja patente que el autor presupone conocimiento de la misma por parte de los oyentes. Si alguna duda subsistiera sobre ello queda despejada por la nota al pie en que refiere a los posibles lectores a «cualquier curso de mecánica racional» y en particular al libro de Íñiguez «Curso de matemáticas para estudiantes de física, química e ingeniería» (Íñiguez Almech, 1943). La presunción de este conocimiento no le impide, sin embargo, tratar el detalle de los aspectos más significativos. Para nosotros la rapidez con que Ortiz va incluyendo las distintas nociones representa una normalización del uso de la mecánica racional en la didáctica de la teoría cuántica que no se manifiesta de forma tan evidente en autores anteriores a él, salvo, quizá, en el propio Íñiguez¹⁶⁶.

El instrumental matemático de esta nueva generación de físicos, deja de ser un estorbo para la comprensión del sentido físico de la teoría. Al mismo tiempo pierde su carácter de envoltorio enigmático al alcance únicamente de mentes privilegiadas y determinante de dos castas de físicos: los que utilizan las matemáticas y los que no las usan. Las matemáticas de Ortiz, Catalá y García Santesmases son el elemento que ayudará a convencer de la solidez de las nuevas teorías. La exposición de Ortiz a los ingenieros de la S.A. Cros transmite, para nosotros, un mensaje claro: se entienda o no se entienda, se acepte o no se acepte, tenga sentido físico o no la ecuación de Schrödinger, la forma matemática de su obtención se deriva de principios matemáticos sólidamente establecidos.

Pese a la calificación de Luis Boya de estas lecciones como de «pequeño ensayo» (Boya, 2005b, p. 73), si algo diferencia el libro de Ortiz de otros textos anteriores es la naturalidad con la que la matemática se pone al servicio de la definición conceptual y soporta su desarrollo, abandonando la retórica que encerraban los anteriores textos de Terradas, por un lado, y superando, por otro, el temor que su uso parecía producir en algunos profesores como Ramon Ferrando.

¹⁶⁶Comentaremos brevemente el texto de Íñiguez mencionado cuando hablemos del libro de este autor sobre mecánica cuántica, en la sección 3.14, p. 212.

3.12. Introducción a la teoría corpuscular de la luz de Ramón Ortiz

En los años inmediatamente posteriores a la segunda guerra mundial, Ortiz desarrolló una intensa actividad, que se vio materializada en la publicación del libro recién mencionado en la sección anterior *Introducción al estudio de la mecánica cuántica*, el libro *Introducción a la teoría corpuscular de la luz*, del que trataremos brevemente ahora, y la traducción del libro de von Neumann *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* que centrará nuestra atención en la sección siguiente, todos ellos publicados entre 1947 y 1949.

El libro *Introducción a la teoría corpuscular de la luz* (Ortiz Fornaguera, 1948b), escrito por Ortiz y publicado en 1948 dentro de la colección Monografías de Ciencia Moderna del CSIC, trata de la justificación de la teoría corpuscular desde la perspectiva de la teoría cuántica de campos. Contrastado este texto con la producción inmediatamente anterior e inmediatamente posterior a la guerra española, la perspectiva adoptada por este autor se nos antoja una novedad considerable pero, pese a que confirma nuestras hipótesis de la tendencia de posguerra hacia una nueva matematización de la cuántica española, no podemos, por ahora, introducirnos en el detalle que supone su contenido.

En efecto, penetrar en su significación histórica nos implicaría, por un lado, revisar el tratamiento que la Física Matemática y la Física Teórica españolas habían brindado a la electrodinámica de Maxwell y sus derivaciones posteriores. Por otro deberíamos también considerar el significado histórico de las teorías especial y general de la relatividad en España y su conexión con la matemática de su tiempo. Cualquiera de estos dos aspectos podría, por sí solo, constituir motivo de un estudio independiente.¹⁶⁷

Dicho estudio requeriría de unos conocimientos sobre ambos temas que en este momento no podemos ofrecer y nos impediría un análisis crítico en profundidad, que arrojarase como resultado algo más que unos comentarios generales de escaso valor. La honestidad que merecen los lectores de estas líneas nos obliga a dejarlo para más adelante, manteniendo un prudente interrogante sobre este libro de Ortiz.

¹⁶⁷La cuestión de la relatividad en España ha sido tratada por Pablo Soler en (Soler Ferrán, 2010). A través de este autor vemos precisamente algunas de las dificultades con que fueron acogidas las teorías relativistas por parte de alguno de los físicos más relevantes del país. Esa resistencia, que no fue, pese a todo, generalizada, hace que resulte doblemente paradójico este libro de Ortiz, pues la teoría cuántica de campos habría quedado cuestionada en la medida en que lo hubiera estado la teoría de la relatividad y desde esa perspectiva cabría otorgar a Ortiz un papel de normalizador de la teoría cuántica de campos similar al que le hemos atribuido anteriormente de normalizador de la matemática de los quanta.

3.13. Ramón Ortiz y el *Fundamentos matemáticos de la mecánica cuántica*

En la sección «Ausencias»¹⁶⁸ hemos comentado la inexistencia de traducciones al castellano de algunos libros notables en el ámbito que nos ocupa. Si se observa que dentro de cada capítulo de este trabajo hemos organizado las secciones con cierto criterio cronológico, se verá que dicho apartado sobre las ausencias lo hemos situado poco antes del artículo «Los cuantos de acción» de Ramon Ferrando. El motivo de este proceder se debe a que nos parece una laguna importante que, consolidados ya en 1933 muchos de los aspectos de la teoría cuántica, faltaran ciertos libros de la biblioteca de física teórica en castellano.

De habernos limitado a lo que se había traducido en 1933, tendríamos que haber incluido también el libro *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* de John von Neumann (von Neumann, 1932d), considerado, aún hoy, como el principal tratado sobre la fundamentación matemática de la nueva mecánica cuántica.

Resulta obvio que la ausencia en 1933 de este texto no hubiera sido significativa habiendo visto la luz el texto original en 1932. De haber faltado la traducción en la actualidad, su título habría pasado a formar parte de las ausencias mencionadas y permitiría diversas lecturas. En este caso la ausencia vino subsanada por la publicación, en 1949, de una traducción al castellano realizada por Ramón Ortiz Fornaguera. Dicha subsanación, sin embargo, no tranquiliza el espíritu del historiador y demanda también interpretación.¹⁶⁹

En efecto, como se ha señalado en la introducción y se ha podido deducir de la producción textual analizada hasta el momento, las aportaciones de la Física Matemática española a la ciencia internacional eran prácticamente inexistentes, arrojando España un balance de consumidor neto en el mercado del intercambio científico.

En el contexto esbozado, no deja de sorprender la aparición en castellano de ciertos títulos cuyo contenido resulta difícil de encajar en los intereses editoriales de la época o en los planes de estudio y formación académica del momento.

Una de estas publicaciones es la versión en castellano del texto que motiva esta sección. En este libro de John von Neumann, publicado en Berlín en 1932 por J. Springer, su autor propuso una expresión formal del edificio matemático en que se dieron cita los desarrollos más significativos que habían conducido a lo que, en la historiografía actual, se conoce como la interpretación de Copenhague de la

¹⁶⁸3.4, p. 122.

¹⁶⁹En (Baig *et al.*, 2012b) se incluye parte del contenido de esta sección.

mecánica cuántica. El texto tiene un carácter marcadamente teórico y profundamente matemático. En él se ahonda en la naturaleza de los elementos utilizados en las diferentes justificaciones teóricas de los resultados experimentales sobre la estructura atómica. Se pone especial énfasis en la observación espectrográfica y es considerado por algunos como la culminación de la demostración de la equivalencia entre la mecánica matricial de Heisenberg y la mecánica ondulatoria de Schrödinger (Muller, 1997a) y (Muller, 1997b).

Pero la existencia de una traducción al castellano del libro mencionado, realizada por Ortiz en 1947, parece divergir, como puede apreciarse por todo lo que llevamos visto, tanto de las inquietudes académicas, como de los intereses editoriales de la época. La aparición de esta traducción contrasta –por su profundidad teórica, que lo pone fuera del alcance del físico experimental y lo acerca más bien al matemático– con el tipo de publicaciones en materia similar durante ese período. El contraste adquiere aún mayor relevancia si se piensa que la traducción al francés es solo ligeramente anterior –data del año 1946– siendo Francia un país con una tradición en la investigación y docencia en física cuántica significativamente más establecida. Por último, la publicación de la versión en inglés se realizó en el año 1955, es decir seis años después de la traducción al castellano, pese a que el prólogo de su traductor, Robert Beyer, está datado en 1949.

El estudio de este hecho editorial, en apariencia sorprendente, confirma algunas de las características, ya apuntadas, de la ciencia en la España de la posguerra, y podría tomarse como paradigma de la forma en que la iniciativa personal de los académicos se adelantaba a la planificación administrativa del progreso científico.

3.13.1. *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik.*

No nos extenderemos acerca del autor ni del contenido de la versión alemana del *Mathematische*¹⁷⁰, pero vale la pena mencionar que pocos meses después de la publicación del libro de von Neumann, la American Mathematical Society recogía una crítica del mismo, efectuada por H. Margenau, la cual incorpora elogiosamente en su conclusión: «En conjunto, el libro es probablemente la discusión

¹⁷⁰Una primera referencia en castellano a seguir, para un conocimiento general de ambos, el autor, y el texto original, podría ser el prólogo de Sánchez Ron a la edición de 1991 (von Neumann, 1932b). Otras aproximaciones generales al autor, en castellano, son el artículo de López Pellicer (López Pellicer, 2006) y el de Díaz Díaz (Díaz Díaz, 2003) que ofrece además una completa bibliografía. El libro de Norman Macrae proporciona una interesante y amena visión del personaje (Macrae, 1999), si bien no profundiza en sus desarrollos científicos. Para una discusión actualizada de las aportaciones de von Neumann a la física cuántica puede recurrirse al libro de Miklos Rédei y Michael Stöltzner (Rédei y Stöltzner, 2001).

más completa y rigurosa del tema indicado por su título»¹⁷¹. El tiempo transcurrido no ha hecho sino mejorar la consideración de las críticas, aunque en ocasiones pueda parecer que este libro de von Neumann es un libro más citado que leído.

El texto, que sintetiza trabajos previos del autor, adquiere pleno sentido si se considera la turbulencia creada en los años anteriores con las diferentes aportaciones teóricas a la mecánica cuántica.¹⁷² En esa situación no es de extrañar la aparición de un compendio general de clarificación teórica, y tampoco que éste proviniera de un colaborador de Hilbert, el cual había planteado en 1900 como uno de los desafíos de las matemáticas del siglo XX la axiomatización de la física.

Incorpora Margenau, en su revisión, una descripción del contenido del libro:

Los contenidos de este libro se describen bien por su título si se acepta que este implica, no una exposición de la técnica matemática para la resolución de problemas mecánico-cuánticos, sino un desarrollo y discusión completos y lógicos de los axiomas matemáticos en que se funda la mecánica cuántica [...] La prueba de la equivalencia de las teorías de Heisenberg y Schrödinger se lleva a cabo en forma más profunda de lo acostumbrado en los libros de texto de física [...] Se omiten habitualmente las aplicaciones físicas [...].¹⁷³

Esta descripción, pese a ser muy resumida, permite hacerse una idea de algunas de las contradicciones aparentes que encierra la traducción al castellano del libro de von Neumann en 1947. España, como se ha ido revelando a lo largo de este trabajo, si bien no estuvo totalmente al margen del nacimiento de la nueva mecánica cuántica, tampoco se caracterizó por sus aportaciones a los fundamentos teóricos de la misma ni por su desarrollo posterior.

Una parte importante del texto de von Neumann está centrada en la equivalencia de las dos formulaciones, matricial y ondulatoria, de la mecánica cuántica. Si evaluamos la importancia que esta cuestión tenía para la física local por el rastro dejado en los artículos que se publicaban en los Anales de la Real Sociedad de

¹⁷¹«On the whole, the book is probably the most complete and rigorous discussion of the subject indicated by his title». (Margenau, 1933, p. 494)

¹⁷²Pascual Jordan habla ya en 1927 de cuatro formulaciones diferentes de la mecánica cuántica: la mecánica de matrices, la mecánica de ondas, la teoría de operadores, y la teoría de transformaciones. Cfr. (Jordan, 1927)

¹⁷³«The contents of this book are well described by its title if this is taken to imply, not an exposition of the mathematical technique of working quantum mechanical problems, but a thorough and logical development and discussion of the mathematical axioms on which quantum mechanics is founded [...] The proof of the equivalence of the theories of Heisenberg and Schrödinger is conducted in a manner more fundamental than is customary in physical textbooks [...] Physical applications are usually omitted». (Margenau, 1933, p. 493)

Física y Química entre 1926 y 1932¹⁷⁴, la conclusión sería que la doble formulación y sus implicaciones estaban fuera del foco de atención de los físicos que realizaban trabajo activo en investigación (Cfr. (Sánchez Ron, 1987) y (Sánchez del Río, 2000, p. 4)).

Asimismo, el análisis de los textos revisados en este trabajo revela que el sustento matemático de la mecánica cuántica tuvo poca trascendencia para los físicos y matemáticos españoles. Hemos visto también que el desarrollo de la actividad científica en esta materia se circunscribía mayoritariamente al proceso de transmisión de las novedades internacionales hacia los físicos españoles, sin que las aportaciones de éstos en el ámbito de la física teórica tuvieran incidencia en sentido inverso.

Como se ha destacado al tratar de las lecciones de mecánica cuántica en la S.A. Cros, el texto de Ortiz deja constancia de su curiosidad por las múltiples facetas de la física del átomo. Esta curiosidad, compartida por la industria y por la sociedad en general, estaba orientada principalmente hacia sus aspectos más prácticos, y no parecía demandar la traducción, como texto introductorio, de un libro como el *Mathematische*, cuya distante relación con la práctica de la experimentación y, más aún, con la utilización industrial, ya ha quedado de manifiesto en la revisión que del libro hace Margenau.

La justificación de la edición de esta traducción, recogida en el prólogo de la misma, parece ser su utilización en los cursos del Seminario de Física Matemática de la Universidad, seminarios en los que Terradas propiciaba las exposiciones de sus colaboradores, como atestigua el prólogo, firmado por el propio Terradas: «La edición ha sido costeada por el Consejo de Investigaciones Científicas; no hubiera sido posible confiarla a un editor ávido de ganancia. El texto va a ser comentado durante cursos sucesivos en el Seminario de Física Matemática de la Universidad de Madrid...» (von Neumann, 1932a, prólogo de la traducción española). No obstante cabría preguntarse si dicha fundamentación, necesaria por razones obvias dada la dificultad de justificar de otra forma la tirada de 2.000 ejemplares,¹⁷⁵ se ajusta a los intereses reales de la edición. Testimonios menos comprometidos, como podría ser la correspondencia particular del propio Ortiz, hace pensar que fue el interés personal de Terradas, o quizás del mismo Ortiz, el motor que propició la traducción, en una decisión facilitada, sin duda, por una combinación de factores, como eran por un lado la situación de Terradas en el CSIC y por otro la disponibilidad providencial de un alumno brillante como Ortiz, especializado en Física Matemática, y conocedor del idioma alemán.

¹⁷⁴El período comprende los años que van desde la aparición de la mecánica ondulatoria hasta la publicación de la formulación de von Neumann en *Mathematische* en 1932.

¹⁷⁵(AFO, C48-13, Carta de Ortiz a Julio Rey Pastor de 12 de mayo de 1948).

En efecto, como podemos apreciar en la parte final del mismo prólogo de Terradas, el interés no gravitaba únicamente alrededor de la importancia que para las aplicaciones prácticas de la mecánica cuántica pudieran seguirse (ya hemos hablado de la dificultad de encajar el texto dentro del marco docente de esa época de la Física Teórica) sino que consideraba también su estudio «...como necesaria educación del pensamiento para aplicar concienzudamente los principios generales en que se apoya [la mecánica cuántica]» (von Neumann, 1932a, prólogo de la traducción española). Aquí, de nuevo, se conjugaban espontáneamente las inquietudes de Terradas y las de Ortiz.

En cuanto a las de Terradas, sabemos que para su actividad académica le podía ser útil la traducción del von Neumann. En efecto, aparte del interés demostrado con la inclusión de algunos elementos de la teoría cuántica en sus *Lecciones sobre física de materiales sólidos* de 1943, es conocida su continua preocupación por que se incrementase el nivel científico en España, preocupación que hacía extensiva a su propia formación, y que le llevaba a no despreciar las diferentes facetas que presentaban las actividades que emprendía. Entre esas facetas parece estar, aunque no lo reflejen sus textos, la interpretación conceptual de las teorías físico-matemáticas. No es de extrañar, pues, que tiempo después pidiese la inclusión en el libro *Relatividad*, de «...una ligera revista de las interpretaciones que han pretendido hallarla los comentaristas a quien pueda suponerse conocimiento del principio [de la relatividad]» (Ortiz *et al.*, 1989, p. 140).

Por lo que respecta a Ortiz, podemos suponer la utilidad que pudiera tener para él la lectura, asimilación, y traducción del libro de von Neumann, interesado como estaba, en la cátedra de Física Matemática de la Universidad de Barcelona.¹⁷⁶ Pero cabe pensar que en esa época no se limitaban sus inquietudes a ese aspecto práctico.

Junto al interés que pudiera haber tenido por la Filosofía al inicio de su vida académica, atestiguado por su matrícula en un primer curso en la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad de Barcelona, llama la atención la pregunta que les dirige, primero a von Neumann y luego a Einstein, relacionada con aspectos metodológicos de la ciencia en general:¹⁷⁷

¹⁷⁶Recordemos de nuevo su escasez de medios familiares. De su interés por esta cátedra de Barcelona quedó constancia en su correspondencia. (AFO, C47-25, Carta de Ortiz a Joan Augé de 17 de noviembre de 1947), (AFO, C47-26, Carta de Ortiz a Isidre Pòlit de 17 de noviembre de 1947), (AFO, C47-27, Carta de Isidre Pòlit a Ortiz de 27 de noviembre de 1947).

¹⁷⁷

Finally, if it is not too much of an imposition on your time, I should like to request a favor. I am accumulating materials for an essay on the concept of mathematical physics, and would very much appreciate having your views on the following

Finalmente, si no es abusar demasiado de su tiempo, me gustaría pedirle un favor. Estoy reuniendo materiales para un ensayo sobre el concepto de la Física Matemática, y apreciaría muchísimo disponer de sus puntos de vista sobre las siguientes cuestiones:

- a) ¿Hay alguna diferencia entre la física matemática y la física teórica?
- b) ¿Es la física matemática únicamente una metodología, el simple estudio de los métodos matemáticos empleados en la física teórica?
- c) ¿Cuál es el propósito de la física matemática?

El ensayo a que se refiere Ortiz en su carta a von Neumann se trata sin duda del trabajo de 197 páginas con el título «Sobre el concepto y los métodos de la Física Matemática» (Ortiz Fornaguera, 1952), correspondiente a la memoria presentada en las oposiciones a las cátedras de Física Matemática de Madrid (1952) y Barcelona (1955). Dicho trabajo es, en realidad, un tratado acerca de cuestiones diversas relacionadas con las novedades de la física del medio siglo precedente.

Entre dichas cuestiones incluye Ortiz una revisión muy general del conjunto de artículos que supusieron el advenimiento de la nueva mecánica cuántica. Pero junto a esta exposición histórica, desarrolla el autor una serie de reflexiones relacionadas con conceptos que ahora categorizaríamos en el marco de la Filosofía de la Ciencia, cuyo conocimiento considera el autor como indispensable.¹⁷⁸

Incluso para quienes se orienten hacia la física experimental –probablemente los más– es hoy indispensable un conocimiento por lo menos general de aquellos conceptos y métodos físicos y matemáticos que han de permitirlos seguir, aunque sea de lejos, las tendencias del pensamiento físico-teorético, tendencias de otro modo ininteligibles aun en su exposición (Ortiz Fornaguera, 1952, p. 46).

Se alinearía así Ortiz con la línea de pensamiento de Terradas, según la cual el científico no debía desatender ninguna de aquellas facetas que se relacionan con

questions:

- a) Is there any difference between mathematical physics and theoretical physics?
- b) Is mathematical physics merely a methodology, a simple study of mathematical methods employed in theoretical physics?
- c) What is the purpose of mathematical physics? (LoC. *Ortiz Fornaguera a von Neumann, 1 diciembre 1947*. Carta. From Library of Congress, *The John von Neumann and Klara Dan von Neumann papers 1912-2000*. Box 3, F Miscellaneous. <http://hdl.loc.gov/loc.mss/eadmss.ms996003>).

¹⁷⁸En (Soler Ferrán, 2015) se consideran los aspectos de esta memoria de Ortiz que tienen relación con la Filosofía de la Ciencia.

su ámbito de conocimiento. Sin que lo anteriormente mencionado pretenda ser una justificación de tal afirmación, vale la pena recordar ahora que Ortiz ha sido considerado por algunos como el único discípulo de Terradas.

Por lo visto anteriormente y atendiendo al paralelismo de intereses señalado, resulta difícil la atribución de la iniciativa de la traducción únicamente a Terradas, entendiendo que en la decisión de abordar el trabajo de la misma podría haber tenido Ortiz un papel más activo del que tradicionalmente se le atribuye.

Si bien la traducción del *Mathematische* en sí misma no parece que representase un problema para Ortiz –en marzo de 1947 dice haberla ya completado–, algo muy diferente fue su publicación. En efecto, una vez traducida, se encontró Ortiz con que, pese a tener la aceptación del Instituto Jorge Juan, «...en el mes de febrero, cuando todo estaba listo para ser entregado a la imprenta, la Secretaría del Consejo Superior de Investigaciones Científicas se negó a dar su autorización en tanto no se tuviese el permiso de traducción de la U.S. Alien Property Custodian, de Washington»¹⁷⁹. Recordemos que se trataba del año 1947 y que el propietario de los derechos era el alemán Julius Springer.

Esta dificultad fue la que llevo a Ortiz a dirigirse directamente a von Neumann con el objeto de ponerle al corriente tanto de la traducción ya realizada como de los problemas surgidos por la cuestión de los derechos de publicación, cosa que hizo mediante carta enviada en marzo de ese mismo año a Princeton, donde se encontraba entonces el autor. El propio von Neumann se ofreció inicialmente a realizar gestiones ante la U.S. Alien Property Custodian en Washington y enviar a Ortiz los formularios de la solicitud a realizar.

Tras dos meses, en el mes de mayo, y ante la ausencia de noticias de von Neumann, Ortiz envió una carta a Rodríguez Bachiller,¹⁸⁰ que se encontraba en esa época también en Princeton, por ver si podía recabar algún tipo de información sobre los posibles avances de la gestión ofrecida por aquel.

Dada la nula efectividad de la carta dirigida a Rodríguez Bachiller, en el mes de julio intentó, a sugerencia de Terradas, una gestión con Julio Rey Pastor, entonces en Argentina, en la que le expuso las dificultades encontradas para la publicación y señalando que recurría a él «...para que viese si acaso a alguna editorial u organismo argentinos le interesaría publicar dicha traducción y en qué condiciones económicas para mí se haría»¹⁸¹.

¹⁷⁹(AFO, C47-21, Carta de Ortiz a Julio Rey Pastor de 28 de julio de 1947). El organismo «U.S. Alien Property Custodian» ya había sido utilizado durante la Primera Guerra Mundial con los mismos fines para los que se utilizó también en la segunda: la administración de los bienes de los enemigos y sus aliados, posibilitando de esa forma algún tipo de relación comercial.

¹⁸⁰(AFO, C47-12, Carta de Ortiz a Tomás Rodríguez Bachiller de 7 de mayo de 1947).

¹⁸¹(AFO, C47-21, Carta de Ortiz a Julio Rey Pastor de 28 de julio de 1947).

Esta nueva gestión quedó también sin respuesta por lo que, aprovechando la estancia en Madrid de Manuel Olarra, gerente de Espasa-Calpe en Argentina, durante el mes de septiembre del mismo año, se entrevistó con él para exponerle el particular.¹⁸² No obstante Olarra le indicó que aplazaría la decisión hasta haber hablado con Rey Pastor, motivo por el que Ortiz se volvió a dirigir a éste para que hiciese valer su influencia.

Dos meses después, en noviembre, sin noticias de ninguno de los implicados, escribió nuevamente a Olarra.¹⁸³ Esta misiva quedó también sin respuesta, ante lo cual se dirigió una vez más a von Neumann preguntándole por su gestión en Washington, en una carta que aprovechó, además, para pasarle una relación de erratas de la edición alemana por si fuera del interés de éste en futuras ediciones del libro.¹⁸⁴ Es en respuesta a esta cuando el autor le comunicó que, en realidad, la autoridad del U.S. Alien Property Custodian para gestionar los derechos de publicación y autorizar la copia solamente tenía efecto sobre las actividades en los Estados Unidos, careciendo esa institución de competencia sobre otros países.¹⁸⁵

Por fin, en diciembre de 1947, Ortiz recurrió al Allied Control Council for Germany, creado en 1945 como gobierno provisional para Alemania, escribiendo a las oficinas del mismo en Madrid.¹⁸⁶ Tras varias gestiones, acordaron con este organismo los derechos de Julius Springer para la tirada de dos mil copias, poniendo así fin al largo proceso que tenía paralizada la versión en castellano.¹⁸⁷ Sucedió esto en febrero de 1948.

Nos parece oportuno realizar aquí dos observaciones. La primera es que cinco años antes, en 1943, en una acción que cabría enmarcar en el Proyecto Manhattan, Estados Unidos había realizado una reimpresión de la versión en alemán del libro de von Neumann. Esta versión se realizó «...in the public interest by authority of the U.S. Alien Property Custodian» (von Neumann, 1932e), siendo editada por Dover. Es fácil comprender la confusión de von Neumann en su recomendación

¹⁸²La crisis del sector editorial español había forzado a Espasa a potenciar el negocio en Argentina. (Fernández Moya, 2009)

¹⁸³(AFO, C47-28, Carta de Ortiz a Olarra 28 de noviembre de 1947).

¹⁸⁴(LoC. *Ortiz Fornaguera a von Neumann, 1 diciembre 1947*. Carta. From Library of Congress, *The John von Neumann and Klara Dan von Neumann papers 1912-2000*. Box 3, F Miscellaneous. <http://hdl.loc.gov/loc.mss/eadmss.ms996003>).

¹⁸⁵(AFO, C47-35, Carta de von Neumann a Ortiz de 10 de diciembre de 1947).

¹⁸⁶(AFO, C47-39, Carta de Ortiz al representante en España del Allied Control Council for Germany de 24 de diciembre de 1947).

¹⁸⁷(AFO, C48-1, Carta del Allied Control Council for Germany a Ortiz de 15 de enero de 1948).

(AFO, C48-4, Carta de Ortiz al Allied Control Council for Germany de 4 de febrero de 1948).

(AFO, C48-5, Carta del Allied Control Council for Germany a Ortiz de 5 de febrero de 1948).

(AFO, C48-9, Carta de Ortiz al Allied Control Council for Germany de 18 de febrero de 1948).

inicial a Ortiz de recurrir a este organismo.

La segunda es una reflexión sobre las peticiones a Rey Pastor y a Olarra acerca de la publicación en Argentina de la versión en castellano. Aunque desconocemos los detalles del proceso en el seno del Consejo Superior de Investigaciones Científicas para la publicación del libro de von Neumann, según la documentación a nuestra disposición resulta bastante evidente que tanto Ortiz como Terradas consideraron durante algún tiempo que el problema de gestionar los derechos de publicación con un organismo en Estados Unidos podía hacer inviable la edición de la misma. Ello les hizo recurrir a sus contactos con editoriales argentinas con la confianza de que, como grupo editorial, mostrarán mejores disposiciones para gestionar los derechos que, en España, el Instituto Jorge Juan y el CSIC no parecían proclives a tramitar. Esta disposición personal, que les llevó a considerar salirse del cauce institucional, ilustra la iniciativa de los físicos a fin de compensar el escaso apoyo que les ofrecía la organización de la ciencia española.

En cuanto a los aspectos estilísticos de la traducción castellana, algunos ya han sido señalados por Sánchez Ron en el prólogo de la edición de 1991 (von Neumann, 1932b), como es el arcaísmo de algunas expresiones, o el elevado número de notas con aclaraciones que inserta para hacer más comprensible el texto.¹⁸⁸

En lo que se refiere al estilo, es de significar la literalidad de la traducción en algunas de las expresiones, literalidad que atribuimos a una posible dificultad con el idioma (recordemos que su estancia en Alemania es posterior),¹⁸⁹ sin que podamos descartar que vinieran también motivadas por el método de trabajo empleado en la elaboración.¹⁹⁰

Las notas, más de cincuenta, con distribución desigual a lo largo del texto, son representativas de la preocupación de Ortiz por que fuese asequible a los posibles lectores, consciente de que, en el caso de la traducción al castellano, el público destinatario del libro no partía del nivel de conocimientos que von Neumann podía haber presupuesto en los lectores de habla alemana en 1932.

¹⁸⁸En la edición original y en la traducción, las notas del autor están situadas al final del libro, cosa que aprovecha Ortiz para insertar las suyas a pie de página, no interfiriendo de esa forma con las de von Neumann.

¹⁸⁹En entrevista con Teresa Ortiz Ramis, hija de D. Ramón Ortiz, supimos que durante su estancia en Alemania con Heisenberg prefería las discusiones científicas en inglés «para no estar en desventaja» por cuestiones relacionadas con el idioma. Avanzando el curso de la traducción se observa que esta va adquiriendo una mayor fluidez.

¹⁹⁰Según nos refiere Teresa Ortiz en la entrevista anteriormente mencionada, hacía las traducciones leyendo directamente en voz alta, en castellano, desde el texto en el idioma original, y eran cogidas al dictado, mecanografiadas por su mujer Teresa Ramis. Dada la particular estructura del idioma alemán, eso justificaría en parte algunas de las expresiones, especialmente en las frases subordinadas.

3.13.2. Sobre las notas de Ramón Ortiz

Ortiz introdujo con estas notas algunas aclaraciones matemáticas que consideró convenientes, así como referencias a otras publicaciones que estimó útiles. Dichas notas permiten suponer un notable grado de implicación del traductor en el proceso de traducción dado que, tratándose de un libro científico, la relevancia de los aspectos lingüísticos y literarios se debilita frente a los matemáticos. Asimismo delata el afán didáctico de la traducción, dirigida a un sustrato científico que, como hemos expuesto, no necesitaba tanto de resolver sus dudas, como de adentrarse en ellas.

El estudio de la correspondencia entre Ortiz y von Neumann revela que no todas las correcciones que Ortiz propuso se limitaron a las erratas evidentes, y que, para asegurar el nivel de la traducción, el profesor Ortiz reconstruyó en muchos casos la lógica de los razonamientos y demostraciones a veces omitidos por von Neumann.

Prueba de ello es la singular revisión que hace Ortiz de uno de los desarrollos del autor. Nos referimos a la que le expone en la aludida carta de 1 de diciembre de 1947. En ella, Ortiz le plantea un posible error en la definición de ciertos operadores funcionales que utiliza el autor en la página 229 del libro, y le sugiere la posibilidad de una alternativa. La respuesta de von Neumann no se hizo esperar, contestando el día 10 del mismo mes, y sugiriendo una solución más sencilla que la propuesta por Ortiz a la cuestión presentada.

Ortiz no debió de quedar conforme con la indicación de von Neumann, pues mantuvo su versión en la impresión final.¹⁹¹ El motivo de esta decisión es para nosotros un misterio. Quizá lo hiciera así porque ya tenía escrita su solución, quizá por pensar que tenía alguna ventaja didáctica. No podemos descartar que fuera simplemente porque se trataba de la solución que se le había ocurrido a él. Fuera como fuese, debió de considerar conveniente someter su decisión al juicio de otros físicos, y para ello publicó un artículo en la revista de la Sociedad Española de Física y Química bajo el título «Acerca de una propiedad de los operadores estadísticos. Proyecciones del operador estadístico de un sistema compuesto sobre los sistemas componentes» (Ortiz Fornaguera, 1948a), en el que plasma el resultado de la traducción realizada utilizando su método de corrección del original. En efecto, leemos en el sumario:

En el «Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik» J. von Neumann (páginas 229-231) establece un teorema el cual afirma que en un sistema I,II

¹⁹¹Resulta interesante comprobar que las observaciones hechas por Ortiz no cayeron en saco roto, pues en la edición de la versión en inglés –publicada en 1955–, que fue revisada por von Neumann, se incluyeron las correcciones por él identificadas.

compuesto de otros dos sistemas I y II existe una magnitud física Φ tal que si la magnitud Φ de I se mide en él, la magnitud que Φ induce en II está unívocamente determinada. Aunque el teorema es cierto hay un error en la prueba. En lo que sigue se da una prueba que consideramos correcta.¹⁹²

Por más que no nos consta respuesta alguna por parte de la comunidad científica de la época al artículo de Ortiz, la existencia de una «corrección autorizada» recomendada por von Neumann, que es, además, la utilizada por Beyer en la versión en inglés del libro, podría sugerir la posibilidad de que la edición en español hubiera acabado conteniendo un error introducido por el traductor de la misma, que se habría transmitido así hasta nuestros días. Por lo anterior, y por el hecho adicional de que, tanto el prólogo de Terradas a la edición de 1949, como el de Sánchez-Ron a la de 1991 mencionan la existencia de esta modificación¹⁹³ en que pareció oportuno incluir un estudio en el apéndice correspondiente¹⁹³ en que probamos que tal error no existe, demostrando que los resultados de ambas correcciones (Ortiz y Beyer) son equivalentes.

3.14. Consolidando una disciplina. *Mecánica Cuántica* de José M.^a Íñiguez

Hemos comentado a propósito del texto de Íñiguez sobre operadores lineales (Íñiguez Almech, 1946)¹⁹⁴ que aquel fue concebido por su autor, probablemente, como primer paso hacia un texto general que con el título de *Mecánica Cuántica* fue publicado en 1949 (Íñiguez Almech, 1949). En la génesis de este libro se halla el interés del autor por esa disciplina de la física, cuya vertiente matemática no le pasó desapercibida.¹⁹⁵

¹⁹²

In the «Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik» J. von Neumann (pages. 229-231) establish a theorem which asserts, that in a system I,II composed of two other systems I and II there exists a physical magnitude Φ such that if the magnitude Φ in I is measured in it, the magnitude which Φ induces in II is univocally determined. Though the theorem is true, error is found in its proof. A proof which we consider correct is given in what follows. (Ortiz Fornaguera, 1948a, p. 467)

¹⁹³Secc. 6.4 «Ramón Ortiz y la errata de la página 229», p. 296.

¹⁹⁴Secc. 3.10 «Anticipando una necesidad. Los operadores lineales de José M.^a Íñiguez», p. 181.

¹⁹⁵Por el archivo familiar del autor, sabemos que una conversación casual con uno de los catedráticos de la Universidad de Zaragoza a propósito de cierto libro que él tenía, le animó a promover

Afirma Íñiguez en la introducción:

Es este un caso en que la Ciencia Matemática ha ido por delante de la experiencia, y varias veces ha logrado anunciar nuevos fenómenos y propiedades que posteriormente fueron confirmados. (Íñiguez Almech, 1949, p. VII)

En la misma introducción hace después un brevísimo comentario histórico de la forma en que se fue concretando la teoría matemática de la mecánica cuántica. Respecto de este comentario histórico simplemente mencionar que cita a de Broglie, Schrödinger y Heisenberg pero no a Born. Dirac es tenido en cuenta en la introducción un poco más adelante, en relación con el spin y el positrón, si bien le dedica, no obstante, un capítulo completo del libro.

El libro, según declara, reúne «las lecciones dadas en Zaragoza en los cursos de Estudios de Doctorado explicados en los tres años anteriores» (Ib., p. VIII). Esto supone que los cursos sobre esta temática se impartieron entre el año 1946 y 1948 inclusive aunque, como hemos visto en la sección 3.10 los cursos se habían iniciado, de hecho, en 1943, ya con la mecánica cuántica como trasfondo. Asimismo manifiesta que el libro «...tiene por objeto iniciar a quien desee conocer la teoría matemática del átomo, habiéndonos limitado al problema del movimiento de sistemas formados por núcleos y electrones» (Ib.).

Vemos pues la intención de Íñiguez era la de dotar a sus alumnos de los recursos necesarios para la comprensión y manejo de las herramientas de la mecánica cuántica, al tiempo que pensaba que el libro podía interesar «a quienes, aun poseyendo buena base matemática, no han llegado a conocer con suficiente detalle hechos físicos que sirven de fundamento a la teoría» (Ib.).

En cuanto a los hechos físicos a que Íñiguez se refiere, hay que hacer mención de que el propio autor, en el tercer tomo de su *Curso de matemáticas: para estudiantes de Física, Química e Ingeniería* (Íñiguez Almech, 1943) incluyó ya algunos elementos de mecánica cuántica. Más concretamente los capítulos 25 a 30 del libro mencionado cubrían los temas: Mecánica cuántica, Fundamentos de la Mecánica ondulatoria, Teoría de Schrödinger, Métodos aproximados para la integración de la ecuación de Schrödinger, Mecánica de Heisenberg y Aplicación del espacio de Hilbert. Asimismo incluyó dos capítulos sobre mecánica racional que, como hemos visto al hablar del libro *Introducción al estudio de la mecánica cuántica* de Ramón Ortiz, tuvieron cierta trascendencia entre los físicos de la época.¹⁹⁶

un cursillo sobre los aspectos matemático y físico de la mecánica cuántica. Visto el desarrollo de su texto sobre operadores lineales, sospechamos que el libro en cuestión pudo ser, precisamente, el *Mathematische* de von Neumann, comentado en la sección anterior.

¹⁹⁶No se puede desatender el hecho de que el *Curso de matemáticas...* de Íñiguez, anterior a

Vista la intencionalidad del libro, antes de entrar en el detalle de su contenido, quizá conviene transcribir lo que la reseña bibliográfica de L.A. MacColl para el *Mathematical Reviews*, de la American Mathematical Society, constató poco después de su publicación:

Este libro da una exposición muy completa de las partes bien establecidas de la Mecánica cuántica, en un estilo, y en un nivel, que parece bien adaptado a las necesidades de los estudiantes graduados en Física. La lista siguiente de los títulos (traducidos libremente) de los diecinueve capítulos bastará para dar una idea general del contenido: Ecuaciones de Hamilton y Jacobi; ecuaciones de Mecánica relativista; Mecánica cuántica; espacios métricos; operadores lineales; valores propios de un operador lineal; ondas y materia; teoría de Schrödinger; ecuaciones generales de la mecánica (cuántica); problemas diversos concernientes al movimiento de una partícula; movimiento de una partícula en un campo central de fuerzas; átomo de hidrógeno; métodos aproximados para la determinación de funciones propias; átomos con muchos electrones; ecuación de Dirac; moléculas; grupos; teoría de grupos en la mecánica cuántica; teoría cuántica de la valencia.

Por lo anterior se ve bien claro que el contenido del libro no presenta novedades esenciales. Excepto ocasionales lapsos sin importancia, la exposición de la teoría matemática es clara, y tan completa y rigurosa como puede ser esperado, dada la clase de lectores a que la obra está dedicada. En lo que el que hace esta reseña puede juzgar, las discusiones de los fenómenos físicos son también satisfactorias.

Sin embargo, debe hacerse una objeción. En consonancia con lo que hacen muchos autores de libros dedicados a la exposición de esta materia, el autor de este libro toma las expresiones «mecánica de ondas», «función de ondas», etc. demasiado seriamente; y conforme a ello basa una considerable parte de la discusión del capítulo VII y de algún otro lugar en la ecuación ordinaria hiperbólica de ondas (con la derivada $\partial^2 \psi / \partial t^2$), sin tener presente de hecho que la verdadera «ecuación de ondas» de Schrödinger es, formalmente hablando, parabólica (con la derivada $\partial \psi / \partial t$). Este procedimiento le lleva a algunas maniobras que más bien confunden, cuando llega a establecer la ecuación definitiva en el capítulo VIII. Tales defectos en estos libros

las clases de Ortiz en la S.A. Cros, era conocido por este y, probablemente, tuvo un papel en su acercamiento a la Mecánica cuántica. Ello nos inclina a otorgar a dicho texto una relevancia considerable en el proceso de difusión de la cuántica en España. Relevancia que queda acentuada si se consideran las numerosas ediciones que tuvo este *Curso de matemáticas*, del que nos constan las de 1936, 1940, 1941, 1943, 1944, 1947, 1949, 1952, 1954, 1960 y 1966. En cuanto a las clases de Ortiz véase la sección 3.11 «Introducción al estudio de la mecánica cuántica de Ramón Ortiz», p. 188.

se evitarían, si los autores de Mecánica cuántica colocasen valientemente al comienzo su total aparato axiomático en los primeros capítulos. (MacColl, 1951)¹⁹⁷

La reseña bibliográfica da cuenta tanto del contenido del libro como del principal reparo que el revisor consideró que puede hacerse. Cabe decir que las reseñas de L. A. MacColl no escatimaban, en ocasiones, críticas severas. Por ello, tomado en conjunto, estimamos como muy elogiosa la que aquí hemos recogido.

Por su parte Bernard Kwal, en *Le journal de physique* se expresaba en los siguientes términos:

Exposición muy clara de los principios y de las diferentes aplicaciones de la Mecánica ondulatoria, partiendo desde las ecuaciones de la teoría clásica de Hamilton-Jacobi y de la antigua teoría de los quanta, hasta la teoría del electrón de Dirac y la de las moléculas complejas, basada sobre la teoría de grupos.¹⁹⁸

A excepción de estas reseñas tenemos poca información de la aceptación del libro, y, aunque desde el punto de vista editorial no parece haber tenido una gran difusión¹⁹⁹, sí que pudo haber tenido cierta influencia. Justificamos esta afirmación por la carta que el recién nombrado catedrático de Física Matemática Jesús María Tharrats²⁰⁰ escribió al autor del libro, a propósito de este, en la que le manifestaba «haber desmenuzado párrafo por párrafo su libro que tan útil me ha sido para mi formación»²⁰¹. En la misma carta le sugiere suprimir algunos pasos intermedios de las demostraciones «...y conseguir así reducir algo el número de sus páginas las cuales podrían servir para hacer una introducción a la cuantificación

¹⁹⁷La traducción es del propio autor (AFI, Archivo Familiar José María Íñiguez).
¹⁹⁸

Exposé très clair des principes et des différentes applications de la Mécanique ondulatoire, en partant des équations de la théorie classique de Hamilton-Jacobi, et l'ancienne théorie des quanta, jusqu'à la théorie de l'électron de Dirac et celle des molécules complexes, basée sur la théorie des groupes. (AFI, *Le journal de Physique*, 1950)

¹⁹⁹No nos consta más que una edición. Otras publicaciones de la colección Memorias de la Academia de Ciencias de Zaragoza, consolidada su aceptación, pasaban a ser publicadas por la Librería General de Zaragoza.

²⁰⁰La cátedra de Física Matemática que ocupaba Tharrats, ganada en concurso con Ortiz, se había convocado en 1948 pero no se cubrió hasta ese año de 1956. Véase la sección 3.1 «Los programas de estudio a través de las oposiciones a cátedra», p. 106.

²⁰¹(AFI, carta de Jesús M^a Tharrats a José M^a Íñiguez de 23 de noviembre de 1956).

de campos [...] la mancha negra de la Mecánica cuántica»²⁰².

Por todo lo dicho creemos que el texto de Íñiguez representa un salto de importancia en el planteamiento docente de la cuántica. Como en el caso de las lecciones de Ortiz en la S.A. Cros, el hecho en sí de reunir en un texto monográfico los principales resultados de la nueva mecánica marca una diferencia significativa con otros libros de física de la época, pero a diferencia de aquel, el libro de Íñiguez abarca un conjunto de temas considerablemente mayor.

Debido a esa amplitud –y, reconozcámoslo, a nuestras propias limitaciones– nos resulta complejo hacer una evaluación completa del texto, por lo que nos centraremos en aquellos aspectos que han ido conduciendo el hilo de nuestra investigación.

Como ya se ha visto cuando se ha tratado del artículo de Ramon Ferrando «Los cuantos de acción»²⁰³ la didáctica de la ecuación de Schrödinger no solía incluir el detalle de una de las cuestiones delicadas de la misma: la justificación de los valores discretos que dan lugar a los niveles de energía del átomo de Bohr. En el caso de Ramon Ferrando veíamos que se sirvió de un símil geométrico para explicar la naturaleza del problema. Pero esa situación parece dar un cambio tras la visita de Schrödinger, y así, Peña Serrano entra en el detalle de los niveles de energía del oscilador armónico y García Santesmases en los del átomo de hidrógeno. Íñiguez, por su parte, no duda en dar varias versiones diferentes de algunos problemas.

Concretamente, para el oscilador armónico lineal comienza dando una versión basada en la teoría cuántica antigua (Bohr-Sommerfeld) (Íñiguez Almech, 1949, p. 22). Lógicamente esta cuantificación obtenida a partir de la discretización de la energía W en forma de múltiplos enteros de $h\nu$ le ofrece un valor satisfactorio para las energías de transición. Posteriormente lo vuelve a resolver mediante la ecuación de Schrödinger (Ib., p. 230), lo que le da pie para señalar la aparición de los medios enteros como factores determinantes de los niveles de energía: $W_n = (n + \frac{1}{2})h\nu$. Por último, y esto resulta novedoso, plantea también el oscilador armónico tridimensional (Ib., p. 237).

En cuanto al átomo de hidrógeno Íñiguez estructura mucho mejor la resolución que sus predecesores. Debido a la disponibilidad de espacio y la libertad que le ofrece un texto universitario para extenderse en el aparato matemático, pue-

²⁰²(Ib.). Pensamos que cuando Tharrats habla de «mancha negra» se refiere al escaso eco que la teoría cuántica de campos había tenido hasta la fecha en España, aunque conviene recordar que Ortiz había publicado sobre el asunto años antes (véase 3.12 «Introducción a la teoría corpuscular de la luz de Ramón Ortiz», p. 201).

²⁰³Más concretamente su justificación matemática de la ecuación de Schrödinger, véase 6.2, p. 288.

de desarrollar en diversas fases, las herramientas que le permiten simplificar la solución final del problema. Uno de esos desarrollos se concreta en un capítulo independiente dedicado al movimiento de un punto en un campo de fuerzas central (Ib., p. 241), que resuelve por un método similar al utilizado por otros autores, si bien justificando la obtención del número cuántico azimutal l trabajando directamente con la serie de potencias que desarrolla la solución de la ecuación diferencial para la Θ (Ib., p. 245)²⁰⁴ y calculando también las funciones propias del sistema para obtener las funciones de Legendre a partir de los correspondientes polinomios.

Otros elementos diferenciadores de este texto son la inclusión de la forma operacional de la ecuación de Schrödinger (Ib., p. 166) y, aunque suponga simplemente una curiosidad histórica, la presentación de la forma variacional para la obtención de la misma (Ib., p. 178), que resulta difícil encontrar en textos introductorios.

Como indicábamos son muchos los elementos novedosos de la mecánica cuántica presentados por el autor en este texto, que destaca por el importante bagaje matemático que incorpora en la exposición de los temas.

Ni las circunstancias de Íñiguez –tras la guerra civil el autor era ya un catedrático reconocido– ni su edad permiten incorporar a Íñiguez al grupo de los físicos más jóvenes que pudieron haber visto en la mecánica cuántica la ocasión de una renovación científica y una suerte de símbolo de identidad; sin embargo su papel no fue menor en ningún caso. Por un lado están sus aportaciones a la docencia, como vemos en este libro de *Mecánica Cuántica* y los otros textos ya comentados, y por otro, no menos relevante, se ha de tener en cuenta que Íñiguez fue miembro de tribunales de oposiciones a cátedras durante bastantes años. Pero mientras que sus textos de matemáticas para las disciplinas técnicas parecen haber sido de ayuda a varias generaciones de estudiantes universitarios, el sistema de promoción del profesorado universitario no acertó a suscitar un despegue de la teoría cuántica, o al menos no lo hizo a satisfacción de los políticos de la época.²⁰⁵

²⁰⁴Hemos visto ya la opinión de Tharrats a propósito del detalle con que el autor entra en las cuestiones más tediosas del aparato matemático.

²⁰⁵Recordemos la opinión que Otero tenía de la investigación básica incluso en fechas posteriores a la del libro de Íñiguez. Secc. 1.2 «Interés del tema para la historia de la ciencia», p. 5.

3.15. Abriéndose paso. La *Física Teórica* de Juan Cabrera

Este libro fue editado por Publicaciones de la Universidad de Zaragoza. La edición de 1943 (Cabrera, 1943) está prologada en Zaragoza en el mes de abril de ese mismo año, pero mantiene el prólogo de septiembre de 1941 de la primera edición, en el cual se lee:

Este libro no pretendo sea considerado como un tratado completo de Física. Al publicarlo, solo he pensado que podría facilitar la labor formativa de nuestros alumnos de la Facultad de Ciencias y por ello, me he limitado a hacer una exposición de lo que creo puede ser un primer curso de Física, con la práctica que he adquirido en veintiún años de cátedra. (Cabrera, 1943 p. vii)

El libro muestra, por tanto, en lo que concierne a la intención del autor un deseo de adaptarse a las circunstancias del momento.²⁰⁶

En efecto el índice y la exposición de la materia no se caracterizan por la excesiva complejidad de sus desarrollos. Parece que, efectivamente, Cabrera intentó adaptarse a las posibilidades de los alumnos reduciendo el temario y las explicaciones a lo que estos eran capaces de asimilar.²⁰⁷ De hecho la comparación de los temarios de la segunda y de la quinta edición muestran diferencias de contenido importantes.

En lo que a nuestra investigación se refiere detallamos algunos aspectos de los diversos prólogos que nos parecen significativos:

En el desarrollo de sus diversos capítulos, se observa una falta de uniformidad en cuanto a su amplitud, pero el lector ha de tener presente que otros cursos completarán este, precisamente en aquellas partes que están tratadas más someramente. Me he decidido por esta forma de exposición, para que

²⁰⁶La obra fue «declarada de mérito» por el Ministerio de Educación Nacional. Este punto era importante para Cabrera, que había pasado por un expediente de depuración que le había inhabilitado para cargos directivos y de confianza y que veía en esa declaración de mérito una rehabilitación moral. En este sentido nos explican Pérez Andreu y Gonzalez de Posada que, en 1942, Cabrera escribía a Julio Palacios solicitando su intervención para activar dicha declaración, de la que dice: «Ya comprenderás la importancia que tiene esto para mí, pues me sirve, caso de ser favorables los informes, de rehabilitación moral, ya que la oficial no la he podido conseguir». (Cabrera a Palacios 31 de enero de 1942 en (González de Posada y Pérez Andreu, 2004, p. 81)).

²⁰⁷Diversos autores han señalado como características del período de la inmediata posguerra el considerable incremento de alumnos en las aulas universitarias, la falta de preparación y el peso de la filiación política en la obtención del título de licenciado.

en este primer curso se pueda adquirir una visión de conjunto de la Física y quede facilitada una futura ampliación, especialmente de la Termodinámica, la Electricidad y el estudio de las radiaciones, cuyo conocimiento es fundamental para quien quiera profundizar en el estudio de la constitución de la materia. (Cabrera, 1943, prólogo a la primera edición, Zaragoza, septiembre 1941, p. vii)

El prólogo de la tercera edición, de 1947, es bastante significativo, y en él se refleja la adaptación a los planes de estudio y a la nueva situación creada para la física del átomo tras la finalización de la segunda guerra mundial.

En esta nueva edición he creído interesante tener en cuenta la modificación introducida en los planes de estudio de nuestras Facultades de Ciencias. No pretendo que la obra pueda servir para las especialidades propias de la Sección de Físicas, pero sí he creído conveniente hacer una exposición que pueda ayudar a los estudiantes de las Secciones de Químicas y Matemáticas en sus estudios posteriores de Físico-Química y Física Matemática y, en general, a todos los que, por utilizar como auxiliar esta ciencia, desean adquirir de ella una visión rápida de conjunto.

Con este fin he ampliado la parte correspondiente a la Terminología con las nociones de Termodinámica que considero indispensables para facilitar un estudio más profundo de esta rama de la Física. Completando esta parte con un estudio un poco más extenso de la teoría cinética y la radiación térmica, para terminar con un capítulo sobre la teoría de los cuantos.

En la Electricidad he realizado un cambio profundo en la exposición. Conservando las nociones fundamentales de las ediciones anteriores, he ampliado el desarrollo con el fin de llegar a las ecuaciones del campo electromagnético, de gran trascendencia en toda la Física moderna.

Todo esto hace posible, en la última parte, un estudio más detallado de los fenómenos que han servido de base para nuestros conocimientos actuales sobre el átomo, llegando a dar las líneas generales de su constitución. Así creo haber completado la obra, haciendo desaparecer la falta de uniformidad sobre la cual llamaba la atención en el prólogo de la primera edición.

Estas mejoras considero son beneficiosas para todo aquel que desee iniciarse en el conocimiento de esta rama de la Ciencia, cuyos resultados han sido tan sorprendentes en estos últimos años. (Cabrera, 1958, prólogo a la tercera edición, Zaragoza, junio 1947 p. x)

Por último, en el prólogo de la quinta edición, de 1958, expone:

Todo ello ha hecho que completara el primer tomo con un capítulo de los fundamentos de la Mecánica Analítica, y en su final añadiera unas nociones

de Estadística cuántica. En el segundo tomo he realizado una reorganización completa, con modificaciones para tratar de dar cuenta de algunos avances recientes. (Cabrera, 1958, prólogo a la quinta edición, Zaragoza, noviembre 1958 p. xi)

Si atendemos al contenido del capítulo de mecánica analítica reconocemos los temas generales que se proponían en algunos cursos de Mecánica Racional. Vemos, por tanto, que el libro de Cabrera recoge parte de los temarios que hemos citado al inicio de este capítulo.²⁰⁸

- Equilibrio de un sistema de puntos materiales: ligaduras y grados de libertad de un sistema
- Ecuaciones generales de equilibrio: Principio de los trabajos virtuales
- Método de los multiplicadores de Lagrange: Cálculo de las fuerzas de ligadura
- Ecuaciones de la dinámica: Principio de D'Alembert
- Coordenadas generalizadas de Lagrange
- Ecuaciones de Lagrange
- Ecuaciones canónicas de Hamilton. Significado físico de la función de Hamilton
- Principios de Hamilton y de Maupertuis

Múltiples cambios entre las diferentes ediciones fueron recogiendo, tanto los avances de la Física como los nuevos enfoques didácticos del autor, aunque no siempre se sitúan en las versiones más modernas de las teorías. La inclusión de los Principios de Hamilton y Maupertuis la justifica Cabrera con el párrafo siguiente:

Para terminar este rápido esquema de la Mecánica Analítica vamos a dar una forma más concentrada y especialmente elegante de las ecuaciones de la Dinámica, que ha adquirido una gran importancia en la Física Moderna.

No es sorprendente la aparición de este capítulo en la edición de 1958, ni que el autor remita a la importancia que «ha adquirido» en la Física Moderna, pues, como se ha visto, comprender la función de Hamilton como forma de representar la energía es necesario para seguir los desarrollos de la física de los quanta y, en particular, de la nueva mecánica cuántica.

Cabe preguntarse: ¿qué ha pasado con la física de Hamilton entre sus manifestaciones de 1908 y su reaparición en 1958? ¿A qué obedece su pérdida de utilidad

²⁰⁸Véase la sección 3.1 «Los programas de estudio a través de las oposiciones a cátedra», p. 106.

para la docencia Física en las facultades de Ciencias? ¿Quedó reducido su uso a las cátedras de Mecánica Racional o las escuelas de ingeniería? Recordemos que Terradas las utiliza en 1908 en «Sobre la mecánica estadística» (Terradas, 1908), y que Echeagaray cita las ecuaciones de Hamilton entre las «vejeces que piden su puesto entre los grandes problemas del modernismo» (Echeagaray, 1913), citado en (Sánchez Ron, 1990, p. 29). Pero por otro lado, de los programas de estudio que presentaban los opositores a cátedras, se deducía que la Mecánica Racional se impartía casi exclusivamente en las escuelas técnicas –de ingeniería, arquitectura, etc.– o desde las cátedras de Física Matemática.²⁰⁹ Se podría decir que el texto de Cabrera de 1958 vino a subsanar una larga carencia de la docencia de la Física española.

Uno de los temas que crecen de forma importante es el de Termología. En ese apartado el autor incorpora nuevos capítulos y desarrolla más ampliamente algunos de los existentes en la edición anterior.

Para dar una idea del cambio baste decir que ese apartado pasa de tener cinco capítulos bajo el concepto temático de Calor:

- Temperatura. Dilatación de sólidos y líquidos
- Dilatación de los gases
- Calorimetría. Principio de la equivalencia
- Cambios de estado. Higrometría
- Teoría cinética de los gases

a un total de dieciocho capítulos, agrupados en el concepto temático Termología:

- Temperatura. Dilatación de sólidos y líquidos
- Dilatación de los gases
- Calorimetría
- Primer principio de termodinámica
- Segundo principio de termodinámica
- Condiciones de equilibrio. Funciones termodinámicas
- Sistemas heterogéneos. Regla de las fases
- Cambios de estados. Higrometría
- Gases reales

²⁰⁹Véase la sección 3.1 «Los programas de estudio a través de las oposiciones a cátedra», p. 106, al inicio de este capítulo.

- Termodinámica de los cambios de estado
- Equilibrio de sistemas gaseosos
- Disoluciones diluidas
- Tercer principio de termodinámica
- Teoría cinética de los gases. Estadística clásica
- Recorrido libre medio. Fenómenos de transporte
- Radiación térmica
- Ley de distribución de la energía
- Teoría de los cuantos

En lo que se refiere a la matematización de la física, se observa que Cabrera no se limita a la incorporación de nuevos temas sino que, además, varía el tratamiento que hace de alguno de ellos dotándoles de mayor rigor expositivo, que apoya en la utilización de recursos matemáticos más avanzados. Podemos citar como ejemplo la sección en la que trata la interpretación de la presión desde la perspectiva de la teoría dinámica de gases. Mientras que, en la edición de 1943, el autor introduce la hipótesis del caos molecular para justificar que solamente se ha de tomar en cuenta un tercio de las partículas contenidas en una unidad de volumen en el cálculo de la presión (Cabrera, 1943, p. 208), en la edición de 1958 recurre a un artificio que le permite, teóricamente, prescindir del recurso a la hipótesis del caos molecular. El cambio dificulta, sin embargo, la didáctica, pues el precio a pagar es la inclusión de una integración con cambio previo a polares (Cabrera, 1958, p. 402) de difícil comprensión. Por ello, cabe preguntarse si el interés en la mayor matematización podría estar más orientado a familiarizar al estudiante con las herramientas de cálculo que consideraba necesarias para el estudio de la física de su tiempo, que a facilitar la comprensión del tema en cuestión.

Las sucesivas modificaciones del libro de Cabrera son bastante coherentes con lo que las otras fuentes analizadas nos muestran acerca de la evolución de la matemática de los quanta en España, aunque destacaríamos lo tardío de la fecha de 1958 para la inclusión de los temas de termología.

3.16. Mecánica cuántica y ondulatoria de Antonio López y Carlos López, ¿un texto para ingenieros?

Antonio López Franco es autor de tres artículos sobre estructura atómica. El primero, «Consideraciones sobre el estado metálico», publicado en la revista *Revista de Obras Públicas* en 1940 (López Franco, 1940), hace una revisión de las propiedades de los metales en relación con su estructura atómica. El segundo, de 1949, «Fisicoquímica atómica», aparecido en la *Revista de Obras Públicas* (López Franco, 1949), está dedicado a una explicación de tipo general sobre la estructura atómica a raíz del interés suscitado por la energía nuclear.

El tercero, «Las matemáticas de las nuevas mecánicas» (López Franco, 1952), publicado en la misma *Revista de Obras Públicas*, merece una breve mención.

La motivación de este artículo la encontramos en la introducción del mismo:

Las primeras noticias que me llegaron de la celebración, en la ciudad de Málaga, del XXI Congreso de la Sociedad Hispano-Portuguesa para el Progreso de las Ciencias, coincidieron con la preparación de unos trabajos sobre Física Matemática que actualmente estoy realizando, en colaboración con mi hijo el doctor en Ciencias Químicas Carlos López Bustos muy aficionado a este género de estudios.

Los trabajos a que se refiere vieron la luz en forma de libro de texto en el año 1956 bajo el título «Nociones generales sobre las mecánicas cuántica y ondulatoria» (López Franco y López Bustos, 1956). El trabajo de 1952 constituye un resumen del primer capítulo del libro de 1956. En el artículo el autor trata de los aspectos matemáticos de los valores y vectores propios desde la perspectiva geométrica, en que los coeficientes de las matrices se interpretan como los parámetros de una cónica. Asimismo, esboza una solución del oscilador armónico clásico con condiciones de contorno fijas ($= 0$) para ilustrar la aparición de los valores discretos a que da lugar la resolución de la misma, relacionados con las correspondientes ondas estacionarias, y acaba mencionando de pasada los espacios de Hilbert:

Salta a la vista lo artificioso de estos últimos cálculos precisamente para obtener un resultado preconcebido; pero hay que tener en cuenta, como ya hemos dicho, que esta artificiosidad constituye una de las características del procedimiento, y que además en nuestra exposición parece aún más exagerada, porque, con objeto de no alargar esta memoria, no hemos hecho mención de otros espacios métricos, como el llamado espacio de Hilbert, también enedimensional, cuyos elementos son las funciones de una o más

variables, y a los cuales se aplica la teoría y procedimientos vectoriales que hemos bosquejado, y cuyo conocimiento previo hubiera aclarado la parte final de nuestros cálculos. (López Franco, 1952, p. 232).

Nos detendremos también un momento en el libro de 1956, *Mecánica cuántica y ondulatoria*, aunque la fecha de publicación queda en el límite de nuestra ventana de observación. El libro está escrito por el autor mencionado junto con su hijo Carlos López Bustos. Este fue doctor en Ciencias y en Farmacia y Catedrático de Física y Química del Instituto de Ciudad Real. Quizá resulte de interés la motivación de los autores para la publicación del libro, que leemos en el prólogo del mismo:

Las investigaciones y estudios que se vienen realizando en estos últimos tiempos, sobre la estructura del átomo, han puesto de manifiesto la imposibilidad de aplicar las teorías clásicas de mecánica y física, que todos conocemos, pero que no dan explicación adecuada a determinados hechos observados, incompatibles con conceptos que creíamos inmutables. Ello ha dado origen a una abundante literatura dedicada a la exposición de las modernas teorías y descubrimientos, relacionados con las ciencias físico-químicas, cuyo estudio requiere, a nuestro parecer, no sólo una ordenación adecuada, por los alcances insospechados que por el motivo antes citado han experimentado dichas ciencias en muy poco tiempo, sino también por la particularidad de que algunos conceptos, ya admitidos y que figuran en obras recientes, han tenido que ser rectificadas posteriormente y sustituidos por otros, muchos de los cuales aún continúan siendo discutidos. (López Franco y López Bustos, 1956, p. 5)

La relación de la física de los quanta con la estructura atómica era una cuestión que preocupaba a López Franco desde hacía años. El autor abordaba ya ese tema en su libro *Compendio de Química* de 1928 (López Franco, 1928), cuya significación histórica ha sido ya analizada por González Canle en su tesis doctoral *Contenidos de estructura atómica en libros de textos españoles de química general (1928-1975)* (González Canle, 2012).

La preocupación didáctica, manifestada también en los diferentes artículos que había ido publicando, queda expresa también en el prólogo:

...la heterogeneidad de las procedencias y objetividades de las publicaciones, folletos, artículos y comentarios en revistas, conferencias, etcétera, etc., gran parte de ellos expuestos a través de traducciones, son causas constantes de desorientación, principalmente para los que considerándose bien preparados, pero sin pretender hacer estudios profundos, dan lectura a algunos de

dichos trabajos. [...] Como quiera que uno de los principios fundamentales de que parten las actuales investigaciones [...] consiste en la no admisión de imágenes intuitivas que pretendan sustituir los procesos racionales de cálculo, solo pueden tomarse en consideración los hechos y fenómenos observados y las consecuencias de los resultados matemáticos. Ello obliga a seguir dos caminos simultáneos, el físico y el matemático, pero sin que pierdan el contacto el uno con el otro, buscando siempre interpretaciones matemáticas a las observaciones y procurando encontrar hechos reales que se ajusten a previos resultados matemáticos. (López Franco y López Bustos, 1956, p. 5)

Se puede entrever, del contenido de este prólogo, que los autores observaban una cierta confusión en la forma de exponer una disciplina que, por su novedad y complejidad, resultaba extraña a los estudiantes de la época. El libro, que no cita el público objetivo, es una exposición sistemática de los principales aspectos de la teoría. Su estructura interioriza una buena parte de la literatura en mecánica cuántica de su tiempo. Aunque, a diferencia del libro de Íñiguez, no pretende profundizar en la base matemática de la mecánica cuántica, da orientaciones que permiten al lector comprender ciertas interpretaciones físicas que se originan en dicho aparato matemático. En el primer capítulo se detienen los autores en consideraciones básicas sobre la naturaleza geométrica de los valores propios y los vectores propios, así como de los espacios de dimensiones superiores, cambios de sistemas de referencia, producto interior en espacios vectoriales, conceptos de espacios de Hilbert, teoría de operadores y matrices y cambios de base.

El libro comprende doce capítulos con un temario que, aparte de los antecedentes matemáticos de los que hemos hablado, incorporan cuestiones teóricas como la teoría clásica sobre la constitución de átomo, la ecuación de Schrödinger o el principio de indeterminación de Heisenberg; y algunos ejemplos prácticos como el movimiento de la partícula libre, el oscilador armónico, el *spin*, la aplicación al átomo de Hidrógeno, las ideas acerca de las nuevas estadísticas o las más modernas acerca de la constitución del núcleo atómico. La estructura del libro y los temas que trata sugieren la aparición de un programa modelo para la didáctica de la mecánica cuántica en España, que comprendía las materias que más habían interesado en los dos decenios anteriores.

3.17. Julio Rey Pastor y el principio de indeterminación en la Física Matemática.

Hemos hablado ya de la poca relación interdisciplinar entre la matemática y la física española durante nuestra ventana de observación. Diversos factores

contribuyeron a ese distanciamiento. La actitud de unos y otros académicos no fue ajena al proceso. La supuesta implicación del matemático Rey Pastor en la Física Matemática, si existió, no fue, desde luego, constante. Las dudas de esa implicación se pueden intuir en el comentario de Castro Brzezicki en el mismo artículo en que habla de ese interés de Rey Pastor por la matemática aplicada (de Castro Brzezicki, 1985, p. 62 y ss.) y, en cualquier caso esas dudas se pueden objetivar atendiendo a las escasas incursiones que evidencian los textos.

Su trabajo en Argentina complicó además su dedicación a la Universidad española. Los inconvenientes que tuvo para esa dedicación, ocasionados por sus ausencias de Madrid, los reconoce el propio Rey, en el prólogo de su libro *Los problemas lineales de la Física*, que precisamente por esas dificultades acabó publicando en 1955 el contenido del curso en el INTA de 1951.

Pero, aunque escasa, alguna atención dedicó a la Física Matemática y, en particular a la mecánica cuántica. Nos referimos concretamente al último capítulo (VI) de su libro, recién mencionado (Rey Pastor, 1955). Reproducimos el índice de dicho Capítulo VI pues describe ese punto en que los intereses personales del autor se encuentran con las necesidades que percibe en sus alumnos.

Enmarcado en el título general de «La nueva mecánica» desarrolla las secciones siguientes:

- Fundamentos de la Mecánica cuántica
 - Función de probabilidad y ecuación de Schrödinger
 - La invariación de la probabilidad total, consecuencia de la ecuación diferencial
 - Tránsito a la Mecánica newtoniana
 - Relación de incertidumbre de Heisenberg
- La ecuación espacial
 - Separación de variables cuando V no depende del tiempo
 - Integración de la ecuación espacial en el caso unidimensional
 - Integración aproximada
 - Movimiento de un corpúsculo en un campo periódico
- Generalización de la mecánica ondulatoria
 - La función de Hamilton
 - Ecuación general de Schrödinger
 - El método de Dirac

Pese a la amplitud del contenido, debe advertirse que Rey resuelve su exposición en apenas veinte páginas, lo cual resulta singularmente sintético.

Si algo tuviéramos que destacar de este interesante ejercicio de Rey es la concreción con la que algunos elementos fundamentales de la concepción mecánico-cuántica han sido plasmados por el autor. Como muestra, podemos referirnos en particular a la interpretación estadística de Born. Para Rey el asunto no se presta a las dudas que encontrábamos en los textos de Catalá de Alemany o García Santesmases, sino que desde el primer momento enuncia y utiliza la naturaleza probabilística de la nueva mecánica. Transcribimos a continuación los primeros párrafos de la lección mencionada, que ilustran lo que pretendemos decir.

La moderna Mecánica de los procesos atómicos se diferencia radicalmente de la mecánica clásica de Newton-Euler, que estudiaba sucesivamente el movimiento de un punto material, los cuerpos sólidos y los fluidos como suma de puntos. En esta Mecánica cuántica se renuncia a seguir a cada corpúsculo en su movimiento y no se estudian trayectorias individuales, sino cambios de distribución estadística de enjambres de corpúsculos en el curso del tiempo [...] El reparto de corpúsculos en diversas regiones, está definido por una función de probabilidad $p(x, y, z, t)\Delta\tau$ y la probabilidad de haber corpúsculos en una región D , es la integral triple de $p d\tau$ sobre D . (Rey Pastor, 1955, p. 243)

Son muchos y muy interesantes los conceptos que Rey incluye en su texto, aunque la brevedad del mismo no le permite entrar en el detalle de obtención de muchos de ellos. Recordemos sin embargo, las diferentes tendencias existentes, y cómo Tharrats recomendaba a Íñiguez omitir los pasos intermedios de las demostraciones aduciendo que «...tal es actualmente el espíritu de los textos americanos»²¹⁰.

Como cierre de este capítulo dedicado a la didáctica hemos escogido el análisis de la sección de Rey sobre el principio de indeterminación. Para nosotros tiene un carácter simbólico pues representa la visión de uno de los grandes personajes de la vida científica de la época. Pero además resulta sumamente interesante por tratarse del trabajo de un matemático que, además, ejerce como tal. El tratamiento que Rey le da al principio, como se verá, elude consideraciones físicas, fuera de la ya apuntada relativa a la naturaleza estadística de la mecánica cuántica, para centrarse exclusivamente en los aspectos matemáticos.

Si atendemos a las alusiones de Rey al libro de Courant-Hilbert, con las que sugiere, en el prólogo de *Los problemas lineales de la física*, la posibilidad de

²¹⁰(AFI, carta de Jesus M^a Tharrats a José M^a Íñiguez de 23 de noviembre de 1956).

que su texto sea considerado como el Courant-Hilbert en castellano, este vendría a llenar un vacío y marcaría el fin de una etapa de la cuántica española.

La interiorización que percibimos en Rey es representativa, para nosotros, de un nuevo cambio de actitud con respecto a la mecánica cuántica. El texto muestra al tiempo una madurez considerable de la teoría con relación a períodos precedentes y una normalización en el proceso de comunicación. Si ese cambio se llegó a consolidar, o no, es algo que en este momento no podemos evaluar. Tampoco estamos en situación de conocer el posible impacto del libro de Rey.

La importancia que otorgamos a la presentación de Rey del principio de indeterminación nos ha impulsado a revisarla con cierto detalle y dar una visión actualizada de la misma. Hemos basado nuestro estudio en dos ejes. Por un lado justificar la desigualdad básica del principio de indeterminación de Rey y por otro poner de manifiesto la transformada de Fourier, que el autor deja implícita.

En el ejercicio afloran un conjunto de elementos que pueden resultar útiles para valorar el documento y situar el estado de la mecánica cuántica española de la época en su versión matemática. Debido al uso intensivo de fórmulas nos ha parecido oportuno situar la discusión, pese a ser breve, en el anexo correspondiente.²¹¹

Con este trabajo de Rey cerramos el capítulo dedicado a la didáctica, y con él la revisión de los textos académicos a que hemos podido dar cabida en nuestro estudio. Como ya hemos indicado con anterioridad, hemos renunciado a una recuperación sistemática de documentos, motivo por el que algunos artículos, discursos y libros de texto de indudable interés deberán quedar para futuras investigaciones. Confiamos, no obstante, en que su examen vendrá a confirmar nuestras conclusiones.

A continuación pasaremos brevemente, en el capítulo siguiente, sobre algunas cuestiones relacionadas con la forma en que esta disciplina llegó a otros ambientes de la cultura española.

²¹¹Véase 6.5 «El principio de indeterminación según Julio Rey Pastor», p. 311.

Capítulo 4

Otras manifestaciones de la cuántica

Este capítulo que ahora iniciamos nos llevará a la consideración de otras manifestaciones menos académicas de la circulación de la mecánica cuántica en España.

Tenemos que advertir que el material que aquí presentamos es muy limitado. Aunque hemos procurado que sea representativo, no se debe considerar este trabajo como referencia definitiva, desde el punto de vista del filósofo, respecto de la historia o contenidos de las revistas o la prensa ni de cómo se trató la cuántica en ellas. Tal estudio requeriría un tratamiento que resulta ajeno a la metodología que hemos aplicado, basada en el análisis del contenido matemático de las fuentes. La nuestra será, por tanto, una aproximación sencilla a un aspecto de la mecánica cuántica que merecería un estudio de mayor profundidad. Nos limitaremos a una visión general dando una descripción que esperamos sea de utilidad en futuras investigaciones. En algunos casos trataremos de aportar elementos que ayuden a la interpretación.

Si bien es cierto que la relatividad absorbió gran parte de la actividad intelectual dedicada a la filosofía científica, la mecánica cuántica no quedó al margen de la discusión. Desde la perspectiva de nuestro estudio, el objetivo de esta sección es analizar las reacciones provocadas en la sociedad por la nueva ciencia ¿Qué se pensaba de la nueva mecánica cuántica? ¿Cómo se reaccionó ante una ciencia tan matematizada? ¿Las actitudes suscitadas por la teoría cuántica son comparables a las promovidas por la teoría de la relatividad? ¿Qué posición intelectual se adoptó frente al principio de indeterminación de Heisenberg? ¿Era un problema la discontinuidad de la energía? ¿Se puede evaluar la aceptación o rechazo intelectual de la teoría?

Las posibles respuestas a las preguntas anteriores no viven al margen del papel que las matemáticas jugaron en el proceso de culturización de la sociedad español-

la. Las matemáticas presentaron una dualidad que conviene señalar. Por un lado otorgaban credibilidad a la nueva física forzando una aceptación casi obligada de las teorías y sus consecuencias. Por otro lado, la complejidad de sus razonamientos podía suponer un distanciamiento intelectual no siempre deseado por los físicos a los que interesaba mantener la atención social por sus actividades científicas.¹

La implicación de los físicos en la realidad cultural e intelectual española adquirió carácter multiforme. Encontramos, por ejemplo, incursiones de físicos profesionales en el terreno filosófico. Pero ha de tenerse en cuenta que una buena parte de esos físicos profesionales compatibilizaban el ejercicio científico con la pertenencia a órdenes religiosas, entre las que cabe singularizar la Compañía de Jesús. Este hecho nos ha impulsado a poner especial atención en el contenido de la revista *Razón y Fe*, medio de expresión de dicha orden religiosa, de amplia influencia en los sectores católicos de la sociedad española de mediados del siglo XX.

Pero no conviene siquiera comenzar con dicha revista sin citar lo que creemos que constituyó una de las aportaciones más relevantes de la época en el ámbito de la filosofía relacionada con la nueva física. Nos referimos al artículo, aparecido en *Cruz y Raya* en 1934 y firmado por Xavier Zubiri, «La nueva Física-(Un problema de filosofía)»².

La revista *Cruz y raya* de orientación declaradamente cristiana, pero que rechazaba de forma explícita, por voluntad de sus editores «...una aparente actitud mal llamada confesional de catolicismo»³ dio cobertura, entre los años 1933 y 1936 a un buen número de pensadores de variadas tendencias políticas, que compartían –a decir de Pérez Embid en 1956– cierta tendencia progresista.⁴

En el mencionado artículo, con una precisión conceptual encomiable, Zubiri pasa revista a los diferentes elementos de la teoría cuántica desde el punto de vista filosófico.

Aunque no es nuestro propósito evaluar las aportaciones filosóficas de Zubiri, y menos aún para hacerlo en un contexto que requeriría de interpretación histórica, sí quisiéramos señalar algunos aspectos que conectan con lo que hemos visto en nuestro trabajo.

En primer lugar destacaríamos el hecho de que el texto de Zubiri, de 1934, es

¹Nótese que Blas Cabrera reconoce explícitamente esta necesidad de conectar con la sociedad en su discurso de inauguración del curso académico de 1921-1922 de la RACEFN *Momento actual de la Física* (Cfr. 2.1.2).

²«La Nueva Física-(Un problema de filosofía)» (Zubiri, 1934).

³*Cruz y Raya*, 1 (1933) p. 7.

⁴Pérez Embid, F., «Revistas culturales de postguerra», reproducción del número original del número 215 de la revista *Temas españoles* en <http://www.filosofia.org/mon/tem/es0215.htm> accedido mayo 2014.

posterior al discurso de ingreso de Palacios en la RACEFN,⁵ y en segundo lugar que se publicó en el número de enero, meses antes, por tanto, de la primera visita de Schrödinger a España.⁶

Debe mencionarse la minuciosidad con que Zubiri trata de aproximar al lector los problemas de la antigua mecánica y la necesidad de la nueva teoría cuántica. Esa minuciosidad abarca por igual al desarrollo histórico de la nueva teoría y a su significación conceptual. Son muchas sus referencias a los artífices de la nueva mecánica, y en particular otorga a Dirac un cierto papel unificador de su trasfondo matemático:

La nueva física no plantea, ni considera como físicos, más problemas que los que se refieran a magnitudes experimentalmente mensurables. Esto le ha permitido presentarse como una ampliación natural de la física clásica. Si queremos hacer, en efecto, todas las operaciones necesarias para llegar del estado inicial al estado final del sistema, no bastan las operaciones que Newton hacía, sino que hay que hacer además otras, las de la teoría de los quanta. *Solamente cuando están dadas las ecuaciones del movimiento, junto con las condiciones cuantistas, dice Dirac, solamente entonces conoceremos de las variables tanto como la teoría clásica, y tan sólo entonces podemos considerar que el sistema se halla suficientemente caracterizado desde el punto de vista matemático.* (Zubiri, 1934, p. 58).⁷

Esta argumentación le da pie a hablar del sentido simbólico de los operadores, los cuales, tras sustituir a las funciones y perdiendo –en la nueva mecánica– el papel de representar las cantidades asociadas a una magnitud, pasan a carecer de sentido «...como no sea el de ser símbolo de operaciones a realizar sobre otros símbolos» (Ib., p. 58).

La radicalidad de Zubiri en la consideración del papel que la nueva física otorga a las matemáticas, no admite medias tintas, afirmando que estas constituyen la Naturaleza propiamente dicha. En la sección de su artículo referida al principio de indeterminación de Heisenberg, lo expresa en la siguiente forma:

Ahora bien; el paso al límite y todas las demás operaciones matemáticas, independientemente de su utilización física, tienen un sentido propio interno a la matemática. Con lo cual resulta que la física ha propendido a definir

⁵Sec. 2.1.4 «El aterrizaje de la nueva mecánica cuántica en la Academia de Ciencias. Julio Palacios en la ACEFN», p. 37. En este discurso Palacios aborda ya, aunque si profundizar, las implicaciones filosóficas del principio de indeterminación.

⁶Sec. 2.2.6 «La teoría de operadores en mecánica cuántica. Conferencias de Schrödinger en La Magdalena y el Instituto de Física», p. 83.

⁷La cursiva es del original.

la existencia física como simple caso particular de la existencia matemática. Una realidad física es existente cuando está determinada como función matemática. De donde se sigue que la *medida* es una relación entre magnitudes matemáticas. ¿Qué ha pasado entonces con el fenómeno? **La realidad verdadera son las relaciones matemáticas**; el fenómeno es algo que queda fuera de ellas y que sólo adquiere sentido físico, es decir, sólo es propiamente fenómeno cuando está *sometido* a las leyes matemáticas. La Naturaleza, en el sentido de la física, y la experiencia se han distanciado cada vez más hasta separarse, de tal suerte que ésta adquiere sentido físico, vigencia física, tan sólo en cuanto se somete a **ese otro mundo que es la Naturaleza propiamente dicha: las leyes matemáticas**. Por esto, todo el sentido físico de la experiencia es ser *aproximación*; esto es, entender la experiencia no es más que averiguar con qué sistema de relaciones matemáticas habremos de *sustituirla*. (Ib., pp. 81-82).⁸

Las expresiones de Zubiri, aunque aceptables para un físico o un matemático, se nos antoja que pudieron resultar algo atrevidas a los filósofos de su época. Pese a que la propuesta de este autor es general, y se podría aplicar como referente genérico en cuestiones de fondo de la filosofía de la ciencia, durante los años siguientes a la publicación de este artículo la discusión no muestra un espectro demasiado amplio de inquietudes, centrándose mayoritariamente en el principio de indeterminación, como veremos a continuación.

En cuanto al principio de indeterminación, con la reserva que requiere nuestra aproximación como matemáticos, diríamos que el enfoque filosófico de Zubiri para soslayar sus dificultades se basa, precisamente, en desligar la experiencia del aparato matemático al que dicha experiencia se asocia.

En cualquier caso nos parece interesante la contundencia con la que confiere a «las leyes matemáticas» el papel de medio para «entender la experiencia». En perspectiva histórica y tomando en cuenta la relevancia que los académicos de posguerra dieron a las matemáticas en el proceso de comunicación de la cuántica, debe evaluarse la posible influencia de Zubiri en ese aparente cambio.

Pasamos ahora a revisar el eco que la cuántica tuvo en la revista *Razón y Fe*.

En el libro de Valera y López *La física en España a través de los Anales de la Sociedad Española de Física y Química: 1903-1965* (Valera Candel y López Fernández, 2001, p. 217 y ss.) se aporta información de la influencia de los sectores religiosos sobre la RSEFQ en la inmediata posguerra. En el acta de una de las reuniones de esta sociedad consta la siguiente petición:

El presidente [de la RSEFQ] propone que se establezca un intercambio con la revista *Razón y Fe*, que si bien no está especialmente dedicada a las cien-

⁸Las cursivas son del original, las negritas nuestras.

cias físicas, no por ello deja de tener interés grandísimo para quienes laboran en los campos de la Física y de la Química, pues debemos considerar como fin primordial de nuestras investigaciones la hermandad entre Ciencia y Fe.⁹

Lo que acabamos de relatar apoya nuestra decisión de revisar especialmente el contenido de la revista *Razón y Fe* como punto de partida para esta aproximación a la influencia de la cuántica en la cultura española. Nuestra hipótesis es que la polémica que acompañó a la introducción de la nueva mecánica cuántica dejó necesariamente un rastro en esta revista de considerable impacto religioso-cultural en España.

Para facilitar al lector un marco general que le ayude a interpretar los artículos que revisaremos en este capítulo, y como muestra de la implicación de la revista en temas científicos, citaremos dos artículos al margen de la teoría cuántica. Son los firmados en 1922 y 1925 respectivamente por M. Gutiérrez, sobre «La actual propaganda evolucionista»¹⁰ y Ugarte de Ercilla sobre «La escuela freudiana y la metapsíquica»¹¹.

En el primer caso el artículo trasluce claramente la pugna entre los defensores y los detractores del evolucionismo. El autor cede la voz tanto a los defensores del evolucionismo, para señalar los aspectos cuestionables de la teoría, como a detractores de la misma, sobre los que apoya su opinión, que se manifiesta claramente contraria y que concreta en términos entre los que se incluyen frases como «El que quiera saber la censura científica, y aún católica o dogmática, que a nuestro juicio merecen los diversos grados del evolucionismo, excluyendo lo concerniente al hombre, puede ver nuestro artículo de *Sal Terrae*».

En el segundo artículo, Ugarte de Ercilla trata de la teoría del psicoanálisis de Freud. El autor, situado en una prudente oposición en la que los aspectos científicos se solapan con las convicciones religiosas, afirma: «Además, puesto que hemos de ser sinceros y severos en el juicio que luego hemos de dar contra el conjunto de su obra y los aspectos principales de su teoría, queremos adelantarnos a reconocer en su favor que el procedimiento psicoanalítico no carece de valor práctico (aun para los mismos directores de almas)»¹². En la segunda parte del artículo, sin embargo, expone los inconvenientes a la teoría de Freud relacionados con la importancia que este da a la sexualidad en la formación psicológica, parti-

⁹Acta de la sesión científica de 20/05/1940, ver *Anales de la RSEFQ*, 36(II), 1940, 99-102. Citado en (Valera Candel y López Fernández, 2001, p. 219)

¹⁰Gutiérrez, M. 1922. La actual propaganda evolucionista en España y los recientes impugnadores del evolucionismo. *Razón y Fe*, 63, 482.

¹¹Ugarte de Ercilla, E. 1925. La escuela freudiana y la metapsíquica. *Razón y Fe*, 73, 204.

¹²Ugarte de Ercilla, E. 1925. La escuela freudiana y la metapsíquica. *Razón y Fe*, 73, 204, p. 212.

cularmente la etapa infantil del desarrollo. Posteriormente califica la teoría de «no ser suficientemente científica» (Ib., p. 216), para acabar examinándola tanto desde la perspectiva de la psicología como de la moral y de la religión.

Con el mismo objetivo de ofrecer un marco general, conviene advertir que la relación entre religión y ciencia parece haber tenido en esa época un carácter heterogéneo, en el que se puede identificar una triple vertiente. Por un lado encontramos artículos como los citados que, pretendiendo una adecuada formación en la ortodoxia católica, destilaban críticas a determinados aspectos de la ciencia. Por otro, pueden hallarse artículos en los que se defiende esa misma ortodoxia de supuestas ingerencias científicas mostrando la compatibilidad entre ciencia y religión, pero señalando los límites de cada una de ellas. Este tipo de argumentos tienen una muestra en el artículo: «Religione e Scienza»¹³. Por último, se pueden encontrar artículos en los que se considera la posibilidad de apoyar la ortodoxia sobre una base científica. Testimonio de esta vertiente es la reseña bibliográfica del libro de Jesús Simón efectuada por Fermín Lator¹⁴.

Como puede verse, una buena parte de los testimonios tienen su base en los comentarios bibliográficos sobre libros de otros autores. Esta misma circunstancia se observa también en lo relacionado con la mecánica cuántica. Así, una de las primeras manifestaciones, previa a nuestro período de observación, es el elogioso comentario de la segunda edición de *La Física de los corpúsculos* de Gianfranceschi¹⁵ en el que se entrevén las dificultades de los pensadores españoles para mantenerse al día en los, cada vez más complejos, desarrollos de la física del átomo, al tiempo que revela la inquietud que para los filósofos planteaba la teoría de los quanta:

Grata ha sido nuestra impresión al leer en nuestro idioma lo que apenas con prolijos trabajos y grandes dispendios hubiéramos podido recoger de entre la Prensa científica extranjera [...] las nuevas concepciones del átomo de Bohr,

¹³Religione e Scienza, de A. Gemelli (Reseña bibliográfica). *Razón y Fe*, **64**, 519. Revisión bibliográfica del texto con el mismo título en el que se desarrollan, al parecer, seis ensayos en los que se manifiesta la contradicción (aparente, según el autor) entre religión y ciencia: El conflicto de la religión y la ciencia; Bestias que piensan y sacan cuentas... y hombres que no razonan; Los milagros de la biología; Espiritismo y espiritistas; Una epidemia (la peste de Milan en tiempos de San Carlos Borromeo) difundida por las prácticas religiosas y El proceso y condenación de Galileo.

¹⁴Lator, Fermín. 1942. A Dios por la ciencia, de Jesús Simón (Reseña bibliográfica). *Razón y Fe*, **126**, 449. A propósito de este libro y de la utilización de la ciencia como prueba de la existencia, poder y sabiduría divinos confróntese el artículo de Blázquez (Blázquez, 2011, p. 460).

¹⁵de V., R. 1923. La Física de los corpúsculos, de Giuseppe Gianfranceschi (Reseña bibliográfica). *Razón y Fe*, **65**, 112. En cuanto al autor Giuseppe Gianfranceschi (1875-1934), fue un jesuita, físico y matemático italiano.

la teoría de los «quanta» y la electrónica de los metales [...] Lástima que entre tantas aportaciones no figuren los resultados de investigadores españoles; lástima que, si no como físicos, que poco lo fuimos, al menos como filósofos no hayamos dirigido esos estudios hacia el terreno firme de la Filosofía escolástica. Si alguno se siente con vocación de emprender esa obra magna, de armonizar lo que hay de cierto en esas teorías con la sana filosofía de nuestros mayores, en la obra del P. Gianfranceschi tiene todo el material deseable a su disposición.¹⁶

Pero al filo del nacimiento de la nueva mecánica de Heisenberg, había aún otras discusiones en curso, como la discontinuidad de la materia, que constituye el eje del artículo de I. Puig sobre ese tema «La discontinuidad física de la materia»¹⁷. El autor, tras un análisis sobre las diferentes dificultades para encajar la misma en la filosofía escolástica, parece encontrar resolubles los inconvenientes, concluyendo que «...en el estado actual de las ciencias experimentales y de la metafísica *tuto* puede defenderse la discontinuidad de la materia»¹⁸.

En consonancia con lo argumentado por I. Puig respecto de la nueva teoría atómica en el artículo que acabamos de citar, el mismo autor reseña elogiosamente en 1925 el libro del P. Eduardo Vitoria, también jesuita, haciendo mención expresa del acierto que supone la inclusión de «las principales ideas modernas relativas a la constitución del átomo»¹⁹.

En esa época, y hasta el ya mencionado artículo de Zubiri en *Cruz y raya*, parece abrirse un paréntesis de cierto silencio sobre la teoría atómica. Conjeturamos como posible factor de influencia en ese paréntesis la aparición de la nueva mecánica cuántica.

Con el retorno a la actividad tras la guerra española, la actitud de los comentaristas comienza a mostrar elementos de desconfianza hacia la nueva teoría. Observamos esa desconfianza en la reseña del libro «Les atomes et les étoiles»²⁰ cuando se afirma: «Encontramos en el presente libro una exposición vulgarizada [...] de los progresos científicos más modernos [...] vindicándose con admirable lógica el concepto de causalidad, así como el determinismo de los fenómenos físicos, que

¹⁶(Ib., p. 112).

¹⁷Puig, Ignacio. 1925. La discontinuidad física de la materia. *Razón y Fe*, **72**, 324.

Ignacio Puig Simón (1887-1961). Físico y jesuita español. Fue director del Observatorio del Ebro. Fue autor de numerosas publicaciones de divulgación científica, entre ellas el libro *La bomba atómica* en 1945. Fue también director de la revista *Ibérica*.

¹⁸(Ib., p. 346)

¹⁹Puig, Ignacio. 1925. Manual de Química moderna, de Eduardo Vitoria (Reseña bibliográfica). *Razón y Fe*, **72**, 240.

²⁰(n.d). 1940. Les atomes et les étoiles, de R. Rusk (Reseña bibliográfica). *Razón y Fe*, **119**, 327.

en manera alguna puede considerarse debilitado por el célebre principio de incertidumbre de Heisenberg, ni al establecer con criterio estadístico un tipo nuevo de leyes físicas»²¹.

El comentario delata un conflicto subyacente entre la causalidad filosófica y el principio de indeterminación de Heisenberg. Ya hemos mencionado que el tema había sido tratado por Zubiri con relación a concepciones filosóficas de índole general. Pero mientras Zubiri mantenía cierta cautela sobre la necesidad de la causalidad filosófica, el desconocido autor de esta reseña del libro de Rusk muestra el recelo que despertaba la supresión de este mismo principio. En cualquier caso si Zubiri estaba proponiendo un punto de partida para compatibilizar la nueva matemática de los quanta con dicha filosofía, este punto de partida no fue entendido, o al menos no fue compartido, por otros autores.

Eduardo Vitoria²² era uno de los que, en apariencia, no veía clara la posibilidad de una conciliación entre «realidad matemática» y «realidad física».

En un artículo publicado en cuatro entregas, Vitoria establece ciertos momentos de cambio en el tratamiento de la atomística, a los que denomina «vaivenes». Considera un primer vaivén la teoría de Dalton y un segundo vaivén la teoría de Thompson. El descubrimiento de los rayos Röntgen y la radioactividad constituyen otros tantos vaivenes, a la luz de los cuales analiza el estado de las teorías sobre la constitución atómica de la materia.

El artículo muestra una mezcla de prudencia y recelo en la aceptación de las nuevas teorías cuánticas, a las cuáles no beneficia el hecho de existir dos modelos de representación de la misma realidad: «Puesto que ni la teoría corpuscular, como pretende la Mecánica cuántica, ni la de las ondas, como procura la Mecánica ondulatoria, se ha mostrado suficiente por sí sola para explicar todos los fenómenos electrónicos que se han presentado, parece prudente, y aun necesario, utilizar las dos, incluyendo también la teoría de De Broglie, como parece que lo ha logrado Einstein con su insinuación del campo espectral»²³

La propuesta de Zubiri para compatibilizar la experiencia sensible y la nueva mecánica es vista por Vitoria como un desafío difícilmente aceptable:²⁴

De todo lo dicho parece desprenderse que en el asunto de que hemos tratado reina una confusión más que ordinaria: ni los experimentos son seguros

²¹(Ib., p. 327).

²²Eduardo Vitoria (1864-1961), licenciado en ciencias Físico-Químicas, religioso de la orden de los Jesuitas, doctor en ciencias Químicas por la Universidad de la Lovaina. Vinculado posteriormente a la creación del Laboratorio Químico del Ebro, inaugurado en 1905, que posteriormente se trasladaría a Sarrià, cerca de Barcelona, y pasaría a llamarse Instituto Químico de Sarrià.

²³Vitoria, E. 1940. Los vaivenes de la atomística. *Razón y Fe*, **120**, 323, p. 345.

²⁴La alusión a Zubiri es nuestra, Vitoria no lo menciona.

ni fáciles de comprobar ni, mucho menos, decisivos. Y de las teorías hay que decir que, además de la diversidad, variabilidad y aun mutua oposición entre ellas, suponen con frecuencia o conducen a desarrollos matemáticos a veces muy complicados, para cuya inteligencia se necesita un completo dominio de las matemáticas superiores, como confiesan paladinamente los autores y partidarios de las mismas. Y así afirman que todas las representaciones de la Naturaleza que construye hoy la Ciencia, al menos las que proceden de acuerdo con los hechos observados, son matemáticas [...y...] añaden para consuelo de los mortales que se dedican a estos estudios, que nadie, a excepción de un matemático, puede llegar jamás a comprender por completo aquellas ramas de la Ciencia que tratan de desentrañar la naturaleza fundamental del Universo, la teoría de la relatividad, la de los cuantos y la mecánica ondulatoria. (Jeans: *El Mis. Univ.* p. 177)

Esto, como se ve, además de hacerlo poco asequible a muchos amantes de la Química, le sustrae muchas probabilidades en el terreno de la realidad, en el que vemos que la Naturaleza hace gala y aun alarde de extraordinaria sencillez en sus fenómenos. En nuestro caso, al contrario, hemos partido de un concepto sencillísimo del átomo: le hemos visto perder su indivisibilidad, irse complicando más y más en su estructura, desvanecerse su materialidad hasta convertirse en ondulaciones y llegar al extremo de trocarse poco menos que en un ente de razón, de pura razón; todo su ser queda reducido a un formulismo matemático, fruto de la humana inteligencia, que es la que, para algunos científicos, regula, explica y da el carácter intrínseco a toda la Naturaleza.

Semejantes aseveraciones, aunque se funden en profundos desarrollos matemáticos, nos han parecido siempre exageraciones y utopías de difícil comprobación y no exentas de peligros en las consecuencias a las que muchas veces, inevitablemente, conducen. Y así, mientras los mecanicistas de los siglos XVII y XVIII consideraban al Universo como una inmensa realidad, como una enorme máquina, hasta el punto de que lord Kelvin confesase que no podía comprender nada que no fuese susceptible de ser representado según un modelo mecánico, la Filosofía idealista, que le ha sucedido, yéndose al extremo contrario, tiene al mundo como un producto del pensamiento y constituido a su vez por pensamientos.²⁵

La conclusión de Vitoria es contundente en el establecimiento de los límites de lo que la filosofía podía aceptar:

Y sobre tales bases sostienen hoy que los matemáticos puros terrestres no se interesan por la substancia material sino por el pensamiento puro: sus

²⁵Vitoria, E. 1940. Los vaivenes de la Atomística: III. - Los bombardeos nucleares y sus efectos. *Razón y Fe*, **121**, 119, pp. 126-127.

creaciones no sólo son producto del pensamiento, sino que están formadas por pensamientos [...] Estamos acordes con los especialistas científicos en que las leyes de la Naturaleza y sus aplicaciones pueden ser traducidas en lenguaje matemático; pero pretender que sea el matemático quien, en su gabinete de estudio, mediante intrincados y profundos desarrollos ideados por su agudo ingenio, elabore dichas leyes y las imponga a la Naturaleza, lo tenemos sencillamente por ilusorio y por una deplorable aberración.²⁶

Vemos, pues, que el desencuentro no fue trivial y abarcó un ámbito profundo de la filosofía de la ciencia, no quedando reducido al problema de la causalidad, aunque ese sea, de nuevo, el que motiva los comentarios de Puigrefagut en los artículos que veremos a continuación «A propósito de las leyes estadísticas de la Naturaleza»²⁷.

En estos dos artículos el también jesuita Ramon Puigrefagut ofrece un ensayo sobre la conexión entre estadística y causalidad. Dado que la filosofía de la ciencia no es nuestra especialidad no trataremos de diseccionarlo en detalle, pero no creemos aventurada la aproximación que ofrecemos a continuación.

El eje del razonamiento del autor se centra en los siguientes aspectos. La causalidad es un «principio metafísico necesario» para la filosofía escolástica. Los nuevos enfoques científicos, que para el autor incluyen los desarrollos de la mecánica cuántica pero no se limitan a ella ni hacen de ella su principal objetivo, se estructuran sobre el comportamiento de los sistemas físicos en los que no se pueden concluir leyes acerca de sus componentes sino únicamente del agregado de los mismos por la vía de cuantificaciones estadísticas. Ello parece implicar cierto conflicto en la medida en que podría suponer una violación del principio de causalidad de la evolución de los componentes individuales.

Su discurso se estructura sobre la reflexión de si son necesarias o no las *leyes de la naturaleza*. Sus reflexiones parecen llevarle a la cuestión de la causalidad. El autor comienza citando a H. Poincaré para establecer el concepto de lo que puede ser considerado como ley física: «Para los físicos, por su parte, mayormente

²⁶(Ib., p. 127 y ss.)

²⁷Puigrefagut, R. 1941. A propósito de las leyes estadísticas de la Naturaleza. Su existencia. Sus caracteres. *Razón y Fe*, **124**, 297, p. 303, y Puigrefagut, R. 1942. A propósito de las leyes estadísticas de la Naturaleza. Problema interno. Extensión. Valor objetivo. *Razón y Fe*, **125**, 25, pp. 28-29.

Ramon Puigrefagut Paré (1895-1964). Sacerdote Jesuita. Matemático y por la Universidad de Barcelona. Debe aclararse que los artículos de Puigrefagut de que vamos a hablar son los primeros de una serie no despreciable de este autor sobre la causalidad y su relación con la teoría cuántica. Dado que nuestro trabajo no pretende desarrollar este aspecto de la cuestión, sino simplemente constatar alguna de sus características, advertimos al lector interesado de la necesidad de profundizar en otros estudios.

después que Newton hubo dado en su ley de la gravitación universal la forma ideal de la ley física, "la ley pasó a ser una relación constante entre el fenómeno de hoy y el del mañana, en una palabra, una ecuación diferencial." (Poincaré, H. *El valor de la ciencia*, p. 168)»²⁸.

A continuación pone de relieve uno de los problemas de los que la escolástica trataba de huir, el mecanicismo del siglo XIX: «Esta y otras semejantes fórmulas de la causalidad física encierran implícitamente, o por lo menos dan lugar al determinismo absoluto y exagerado [...según el cual...] la ley es una semidivinidad que debe ser adorada y así, cualquiera que, aunque solo fuese de lejos, osase pensar en una rara y momentánea suspensión de ella debería ser tenido por ajeno a la corriente científica moderna»²⁹.

Puigrefagut al final de la primera entrega, pasa a reconocer como necesario el tratamiento estadístico del fenómeno, tratamiento del que afirma que «ha venido a ser [...] del todo necesario e imprescindible: renunciar a él equivaldría a romper con las más importantes conquistas de la ciencia física de nuestros días, mayormente en los campos inmensos de las nuevas mecánicas»³⁰. Este tratamiento da lugar a ciertas reglas que «matemáticamente expresadas constituyen las *leyes estadísticas* del fenómeno en cuestión»³¹. Esas mismas leyes parecen haber tenido definiciones precedentes, de las cuáles se hace eco el propio Puigrefagut insertando, al final de la página 313, una cita de Pérez del Pulgar que hace referencia a una clasificación diferente del concepto de *ley estadística*. Pérez del Pulgar contrapone esta última a la que llama *ley dinámica* o causal pero, a nuestro criterio, ambos, Pérez del Pulgar y Puigrefagut están utilizando el concepto clásico de estadística, que presupone la existencia de un indeterminismo subjetivo:

Llamamos *ley estadística* a la ley que ha sido determinada por procedimientos estadísticos, esto es, por una serie de puntos [...] Para nosotros el adjetivo *estadístico* no indica un carácter ontológico de la ley, sino que califica simplemente el proceso experimental mediante el cual hemos llegado a formularla....En realidad, en la ley determinada por puntos no hay ley, sino una serie de hechos que hace pensar en la existencia de una ley, y nos dan una cierta probabilidad de que luego vuelva a ocurrir el fenómeno, tal como lo hemos observado, pero no se excluye la posibilidad de lo contrario. (Pérez del Pulgar, A; Obland, J, *Introducción a la Filosofía de las Ciencias Físico-Químicas*. I.C.A.I. Lieja, 1934-1935), p. 17-18).³²

²⁸Puigrefagut, R. 1941. A propósito de las leyes estadísticas de la Naturaleza. Su existencia. Sus caracteres. *Razón y Fe*, **124**, 297, p. 303.

²⁹(Ib., pp. 304-305).

³⁰(Ib., pp. 312-313).

³¹(Ib.). La cursiva es del original

³²El texto citado y la referencia al documento de Pérez del Pulgar son realmente de Puigrefagut,

En esta cita, Pérez del Pulgar, al hablar del conocimiento de unos hechos que nos hacen pensar en la existencia de una ley, está reconociendo que existe esa ley pero que no podemos conocerla debido a las limitaciones del experimento. Cuando afirma que en la ley determinada por puntos «no hay ley», se refiere a que la ley que gobierna el experimento, pero que no podemos conocer, es una ley del todo diferente a las *leyes dinámicas*, como serían las de Newton. En definitiva estaría hablando de lo que se conocía también como indeterminismo subjetivo.³³

Puigrefagut, conocedor del principio de indeterminación de Heisenberg, apoyándose intermitentemente en Poincaré, vuelve a afirmar que las leyes estadísticas requieren «la admisión de las leyes dinámicas [causales] en los elementos» (Ib., p. 29), para a continuación afirmar:

Y esto, que vale para todas y cada una de las leyes estadísticas de la Física clásica, cúmplase también, si bien se considera, en la misma Mecánica ondulatoria y cuántica, que ha introducido nuevos y difíciles métodos estadísticos –la Estadística de Fermi-Dirac para la materia (protones, electrones...) y la de Bose-Einstein para los fotones–; también en ella, a pesar de sus apariencias de indeterminación y falta de constancia, los procesos individuales están totalmente determinados en la mente de sus grandes maestros y cultivadores. Enjuiciando la obra de uno de ellos ha escrito el malogrado P. Pérez del Pulgar: «Podemos decir que la teoría de Schrödinger se basa, como toda la Física Matemática clásica de los fenómenos macroscópicos, en un determinismo regido por el principio de causalidad, que determina unívocamente todos los sucesos por las condiciones iniciales a que está sometido el sistema».³⁴

Permítasenos en este punto una breve digresión. Resulta interesante observar que Puigrefagut atribuye esta última cita a Pérez del Pulgar en los *Anales del I.C.A.I*, **IX**, 1930, p. 347, y declara a pie de página haberla recogido de J.M. Ibero en su artículo «Abuso de la ley estadística en las teorías modernas» (*Estudios Eclesiásticos*, 1931, p. 537).

Por la cadena de citas que mencionamos, se aprecia que la discusión se remonta a 1930, año en que el asunto presentaba toda su actualidad en el centro científico europeo, y dos años antes del discurso de Palacios en la Real Academia de Cien-

nosotros nos hemos limitado a transcribirlos aquí. El texto citado es de Puigrefagut, R. 1941. A propósito de las leyes estadísticas de la Naturaleza. Su existencia. Sus caracteres. *Razón y Fe*, **124**, 297, p. 313. La cursiva es del original.

³³En la actualidad, el indeterminismo subjetivo se asocia a la existencia de una causa cuyos efectos son imposibles de predecir por estar gobernados por una ley dependiente de variables desconocidas por el experimentador (variables ocultas).

³⁴(Ib., p. 30).

cias, lo cual permitiría afirmar que las manifestaciones sobre el debate asociado a dicho principio son anteriores a las manifestaciones sobre el principio en sí.

Por tanto, quizá se podría decir que los físicos y pensadores españoles no se limitaron a «importar» la teoría, analizando consecuentemente sus problemas conceptuales, sino que importaron ambas cosas, la teoría cuántica y sus dificultades filosóficas (y quizá en orden inverso). En base a nuestra hipótesis, postulamos que los desarrollos conceptuales internos que pudieran haberse hecho habrían quedado condicionados por la forma en que la teoría llegó a España. Presumimos que dichos desarrollos conceptuales, si los hubo, se hicieron sobre la base de dos características:

- España, aunque tuvo excelentes físicos y matemáticos, no sobresalió por la abundancia de aquellos que estuvieron en condiciones de desgranar los fundamentos de la teoría cuántica hasta el punto de dar soporte a posibles interpretaciones conceptuales.
- Los que estuvieron en condiciones de hacerlo vieron reducida su eficacia tras la Guerra Civil Española, debido al exilio de los que tuvieron que marchar y a que el nivel de aislamiento de los que se quedaron en España les entorpeció el acceso a las corrientes de pensamiento internacionales.

Pero después de esta digresión sigamos con el análisis del artículo de Puigrefagut, pues aun está por llegar otro aspecto que nos interesa ilustrar.

Llegado este punto [de la discusión de los aspectos fundamentales de las *leyes estadísticas*], era natural que el científico-filósofo se preguntase si había razones suficientemente perentorias para seguir considerando como infranqueable bajo el aspecto que ahora consideramos, el abismo entre el Macrocosmos y el Microcosmos, o si, por el contrario, los elementos últimos de la materia y de la energía obedecían en sus procesos y fenómenos a una ley de promedio [...] Sin embargo, el paso decisivo lo dieron los defensores del indeterminismo físico –Heisenberg, Bohr, Schrödinger, Eddington, Weyl, Jeans...– al sostener que el descubrimiento de las *las relaciones de incertidumbre* exigía que la necesidad práctica, ya antes afirmada, de contentarse para la descripción de los fenómenos del Microcosmos con leyes estadísticas, fuese convertida en teórica e inevitable.³⁵

Como se ve, Puigrefagut se mueve entre la aceptación y el rechazo del principio de incertidumbre. Una manifestación más de esta dualidad de pensamiento se encuentra un poco más adelante en una nota al pie, en la que afirma:

³⁵Puigrefagut, R. 1942. A propósito de las leyes estadísticas de la Naturaleza. Problema interno. Extensión. Valor objetivo. *Razón y Fe*, 125, 25, p. 37. La cursiva es del original.

No creemos necesario, dado el carácter y finalidad del presente artículo, extendernos en la refutación del indeterminismo físico, con tanto aparato matemático propugnado por la física teórica moderna. Puede leerse una impugnación clara y sobria en el artículo ya citado del P.J.M. Ibero (Estudios Eclesiásticos, t. X, p. 524 sg., y t. XI, p. 229 y sg.). Solo indicaremos que a nuestro juicio no es necesario recurrir al planteamiento del problema de la individualidad de los elementos de la materia [...] Basta interpretar las relaciones de Heisenberg no como expresiones de indeterminación *objetiva*, sino como relaciones de incertidumbre *subjetiva*, nacida de la limitación inherente a nuestros medios de observación.³⁶

Como mencionábamos con anterioridad, se observa que el Puigrefagut decide pasar por alto lo que en aquel momento era esencial a la indeterminación cuántica: la inexistencia de variables ocultas, consciente, sin embargo, de que para los físicos esa indeterminación es «teórica e inevitable».

Con todo ello Puigrefagut concluye que el cosmólogo escolástico «...puede seguir manteniendo sus tesis tradicionales acerca de la existencia y de la necesidad –no absoluta, sino solamente hipotética– de reglas y normas de obrar en el cosmos, a las cuales puede aplicarse con todo rigor el concepto de *ley de la naturaleza*»³⁷.

Termina el artículo con otras cuestiones filosóficas y teológicas que muestran que Puigrefagut intentó conciliar, con los recursos a su alcance, la filosofía escolástica con el indeterminismo esencial de la física del momento.

El esfuerzo conciliador de Puigrefagut (en la medida en que se pueda considerar que lo sea) recibía ayuda procedente de cuarteles bien pertrechados: en el mismo número de la revista en que aparece el artículo del mencionado autor, puede leerse una relativamente larga nota bibliográfica de Luis Prieto acerca del libro de Planck *¿A dónde va la ciencia?*³⁸. En este conocido libro, Planck presenta una actitud conciliadora entre el pensamiento científico y el pensamiento filosófico y religioso. Por ese motivo, el artículo se resume en una loa del comentarista (L. Prieto) a Planck por dicha actitud. Se ve, pues, que la escolástica encontraba apoyos, no únicamente entre los filósofos, sino entre los propios científicos. Ese apoyo, como vemos, les ayudaba a sentirse confortables en la confianza de que las nuevas teorías físicas no alteraban su esquema filosófico.

Desconocemos en qué medida ese esquema filosófico podía estar sostenido por el artículo ya mencionado de Xavier Zubiri, que apareció publicado junto con

³⁶Puigrefagut, R. 1942. A propósito de las leyes estadísticas de la Naturaleza. Problema interno. Extensión. Valor objetivo. *Razón y Fe*, **125**, 25, p. 38. La cursiva es del original.

³⁷(Ib., p. 43). La cursiva es del original.

³⁸Prieto, Luis. 1942. *¿Adónde va la Ciencia?* de Max Planck (Reseña bibliográfica). *Razón y Fe*, **125**, 296. El libro de Planck al que se refiere la reseña es (Planck, 1941).

otros pensamientos del autor en el libro *Naturaleza, Historia, Dios* en 1944 (Zubiri, 1944). A propósito de este libro apareció en 1945 una reseña bibliográfica, en la revista *Razón y Fe*, en la que el comentarista interpreta las ideas de Zubiri sobre el determinismo llevándolas a terreno seguro para los defensores de la causalidad: «Muchos dicen que si no hay determinismo, no hay causalidad. A este error pone [Zubiri] su correctivo: hay muchas causas que no obedecen al determinismo, sin dejar de ser verdaderas causas, como son las causas libres». No podemos afirmar que los razonamientos de Zubiri se correspondan tan sencillamente con los que plantea el comentarista, pero sí que nos parece que Zubiri se decanta por mantener la causalidad pese al principio de indeterminación, evitando así el segundo problema a que alude este, y que fácilmente podía haber inquietado a los escolásticos: la posibilidad de un universo no causal «...si se quiere decir que algunos efectos naturales no obedecen a un determinismo fijo, dice más de lo que puede probar». Dejamos al lector que evalúe por sí mismo el contenido completo de la cita a que nos referimos:

[Zubiri] conoce el estado actual de las ciencias, como cuando nos habla de la teoría de los *quanta*, y de la ley de indeterminación de Heisenberg. A este propósito hace observaciones muy atinadas. Dice que si la indeterminación se entiende como la imposibilidad para la Física de determinar los antecedentes de que dependen algunos efectos naturales, entonces se dice verdad; mas si se quiere decir que algunos efectos naturales no obedecen a un determinismo fijo, dice más de lo que puede probar. Muchos dicen que si no hay determinismo, no hay causalidad. A este error pone su correctivo: hay muchas causas que no obedecen al determinismo, sin dejar de ser verdaderas causas, como son las causas libres. Otros dicen que el determinismo pertenece a las ciencias. Mas aquí también se desea mayor exactitud. Si se entiende por determinismo el modo uniforme de verificarse los acontecimientos, se dice verdad. Mas si por determinismo se entiende una causalidad verdadera y estricta, que obedece a leyes, entonces no pertenece a las ciencias; porque a las ciencias pertenecen las leyes del acontecer, y a la filosofía toca el considerar el ser en sí, en sus causas y en sus virtualidades.³⁹

En nuestra opinión, el comentario explicita dos polos de la discusión, concretando lo que Zubiri, preocupado por contextualizar filosóficamente el problema, pudiera haber dado por supuesto. En el mismo número de la revista, Enrique de Rafael vuelve sobre el tema a propósito de un libro de James Jeans, *Physics and Philosophy*, con un comentario en que, en lugar de defender el determinismo,

³⁹H, J. 1945. *Naturaleza, Historia, Dios*, de Xavier Zubiri (Reseña bibliográfica). *Razón y Fe*, 132, 84, p. 84. El libro de Zubiri a que se refiere la reseña es (Zubiri, 1944).

justifica el indeterminismo aceptándolo como una realidad subjetiva, al igual que Puigrefagut⁴⁰:

Así como en capítulo anterior explicó bien el principio de determinismo y certeza en la Mecánica clásica, en el presente da cuenta del llamado principio de incertidumbre y probabilidad de la Mecánica cuántica y radiactiva. Esa aparente *indeterminación* en el mundo de los átomos y de la radioactividad no es *en sí misma* sino *respecto de nosotros* [...] la perfección de los instrumentos de observación y de los cálculos matemáticos, en vez de agotar la investigación, la ensancha hasta insospechados límites, si es que en realidad se dan tales límites *respecto de nosotros*.⁴¹

Pese a que De Rafael conserva recursos para aceptar el estado de la ciencia, se muestra receloso de la utilidad del libro por la confusión que pueda generar en el lector inexperto. Otros autores parecían más decididos a la hora de trasladar las dificultades conceptuales a los lectores. Por la reseña del libro de Jaime del Barrio *Las fronteras de la Filosofía y de la Física* Tomo I *El Átomo* sabemos que este afirma en el prólogo del mismo: «Para concluir, queremos hacer constar que pondremos especial empeño en presentar las cosas a los lectores con toda lealtad, tales como las aprendemos, las ciertas, como ciertas; las probables, como probables [...] A nuestro entender, a la ciencia no se debe acudir con ánimo de municionarse para defender una tesis preconcebida, sino a conocer la verdad, sin preocuparse de los resultados, sean los que fueren»⁴².

El comentarista, Eugenio Saz, opina respecto del libro: «El R.P. Jaime Maria del Barrio [...] ha visto palpablemente las dificultades que se encuentran en el estudio de la Filosofía moderna si no se tienen nociones claras de los progresos de la Física y de la Química en lo concerniente a la estructura del átomo y de otras cuestiones relacionadas con ella»⁴³. El comentario de Saz delata un interés creciente en el ambiente eclesiástico por formarse y comprender la naturaleza del desafío que la nueva física supone para la filosofía escolástica.

Todos estos artículos y reseñas bibliográficas ponen de manifiesto que los filósofos miraban con cierto recelo las consecuencias de la mecánica cuántica, aunque no podemos concluir, por el momento, que fueran reacios a aceptarla. Por lo que llevamos visto, un factor que podría haber contribuido a la ausencia de rechazo explícito hasta ese año de 1945, es el hecho de que la rotundidad de la particular

⁴⁰Véase p. 242.

⁴¹de Rafael, Enrique. 1945. *Physics and Philosophy*, de James Jeans (Reseña bibliográfica). *Razón y Fe*, **132**, 575, p. 577. Los enfatizados son del original.

⁴²Saz, E. 1945. *El Átomo*, de Jaime del Barrio (Reseña bibliográfica). *Razón y Fe*, **132**, 602, p. 602.

⁴³(Ib.).

naturaleza del comportamiento estadístico de la mecánica cuántica (la ausencia de variables ocultas) no se había hecho patente aún a los filósofos españoles.

Observamos cambios en esa situación a partir del año 1948. Se inician con un nuevo comentario de Puigrefagut,⁴⁴ esta vez sobre el libro de Julio Palacios *De la Física a la Biología* (Palacios, 1947a). El libro de Palacios trata a su vez del de Schrödinger *What is life?*⁴⁵

Lo primero que vemos es que la actitud conciliadora que Puigrefagut tenía en el año 1941 hacia la mecánica cuántica, manifestada en sus comentarios de «A propósito de las leyes estadísticas de la Naturaleza»⁴⁶, cambia sensiblemente de registro en la reseña del libro de Palacios, pasando de una actitud indulgente hacia la nueva mecánica a una postura reacia a sus consecuencias filosóficas:

En los dos últimos decenios asistimos a un ataque de la Física cuantista por un frente totalmente nuevo, más aún, diametralmente opuesto: el dualismo corpúsculo-onda, la discontinuidad de la materia y de la energía, el principio de indeterminación de Heisenberg, han hecho creer a no pocos en la necesidad de admitir la indeterminación *objetiva* en el mundo subatómico, con lo que se han esfumado no poco, y aun se han borrado del todo, las fronteras entre la Física y la Biología.⁴⁷

A Puigrefagut se le impone ahora, a diferencia de lo que pensaba en el año 1941, que la indeterminación que subyace en el principio de incertidumbre de Heisenberg es *objetiva*, lo que podría justificar su cambio de actitud. Por la naturaleza del libro comentado, el modernizado escepticismo de Puigrefagut se ve forzado a centrarse en la persona como ámbito de aplicación de la filosofía:

Al autor de esta obra parecele inadmisibile el que nuestros procesos mentales estén abandonados al azar, tal como resultaría si les fuera aplicable la mecánica ondulatoria [...] El único medio de evitarlo es aceptar la tesis de Schrödinger: «Lo que piensa es el cerebro y no cada uno de sus elementos

⁴⁴Puigrefagut, R. 1948. De la Física a la Biología, de Julio Palacios (Reseña bibliográfica). *Razón y Fe*, **137**, 156.

⁴⁵(Schrödinger, 1945). Las conferencias recogidas en el libro se dieron en el Trinity College de Dublin en 1933. Puede leerse una aproximación comparativa en perspectiva histórica entre el texto de Schrödinger y el de Palacios en (González de Posada, 2003).

⁴⁶Ver nuestro comentario de esos artículos en la p. 238. Los artículos son Puigrefagut, R. 1941. A propósito de las leyes estadísticas de la Naturaleza. Su existencia. Sus caracteres. *Razón y Fe*, **124**, 297 y Puigrefagut, R. 1942. A propósito de las leyes estadísticas de la Naturaleza. Problema interno. Extensión. Valor objetivo. *Razón y Fe*, **125**, 25.

⁴⁷Puigrefagut, R. 1948. De la Física a la Biología, de Julio Palacios (Reseña bibliográfica). *Razón y Fe*, **137**, 156, p. 156. La cursiva es nuestra.

histológicos»: así todo el proceso de la percepción pertenece al mundo macroscópico regido por las leyes deterministas, y no al microscópico, donde reina la indeterminación.⁴⁸

Vemos que los temores se orientan hacia la posibilidad de que un «indeterminismo objetivo», al igual que el «determinismo fatalista», atentase contra los conceptos filosóficos tradicionales sobre la libertad humana. En este tipo de razonamiento, el desafío no es a la causalidad como recurso filosófico, sino a la libertad como recurso antropológico:

El lector aficionado a la Filosofía de la naturaleza halla de vez en cuando pasajes, no siempre suficientemente claros, que le inducen a la reflexión. Citemos alguno: «Quien pretenda estudiar la Física moderna ha de librarse de prejuicios racionalistas y convencerse de que nuestro conocimiento de la realidad ha de basarse en postulados que tienen más de dogma que de entes de razón». «Se sabe que los corpúsculos son juguetes del azar...; en los corpúsculos la indeterminación es completa...; el comportamiento de un corpúsculo en particular o de pequeñas agrupaciones corpusculares queda enteramente indeterminado»: ¿no parece insinuarse –si ya no afirmarse– en semejantes frases, una indeterminación *objetiva*, muy del gusto de no pocos físicos modernos, pero inaceptable para la sana filosofía?... También son susceptibles, a nuestro parecer, de impugnación, no poco vigorosa, algunas de las afirmaciones consignadas en el párrafo *libre albedrío*; pues nos parece difícil salvar la doctrina clásica, ni aun acudiendo a un sentido modificado de las palabras.⁴⁹

De la lectura de este artículo podemos extraer varias hipótesis.

La primera es la ya enunciada de una acentuación de los temores de Puigrefagut respecto de lo que el principio de indeterminación de la nueva mecánica podía suponer para la «sana filosofía», es decir, para la filosofía escolástica. Este cambio de actitud lo atribuimos a que Puigrefagut tomó conciencia de que era difícilmente sostenible el carácter subjetivo (existencia de variables ocultas) que él proponía para la indeterminación cuántica, cuando en el centro científico, y ahora también en España, se le estaba confiriendo lo que él llamaba carácter objetivo.

En segundo lugar, nos parece que estos temores se hacen patentes a raíz de la aparición del libro de Schrödinger *What is life?* (1944); pero este texto refleja

⁴⁸(Ib., pp. 158-159).

⁴⁹(Ib., pp. 155-156). Los enfatizados son del original. Las citas son a: «Quien pretenda...» (Palacios, 1947a, p. 15); «los corpúsculos son juguetes del azar...» (Palacios, 1947a, p. 53); «en los corpúsculos la indeterminación es completa...» (Palacios, 1947a, p. 54); «el comportamiento de un corpúsculo en particular o de pequeñas agrupaciones corpusculares queda enteramente indeterminado.» (Palacios, 1947a, p. 19).

a su vez una discusión ya abierta en el centro científico, lo cual sugiere que, de nuevo, Puigrefagut se hizo eco de una polémica foránea y anterior, aunque también es cierto que esta se manifestó tras la publicación del libro de Palacios, el cual propició la aparición del comentario.

Permítasenos en este punto un comentario sobre el libro de Palacios *De la física a la biología* al que alude el comentario de Puigrefagut. En síntesis, la elaboración de Palacios es un desarrollo del capítulo 6 del texto de Schrödinger sobre las particularidades termodinámicas de los seres vivos. Pese a ello Palacios no eludió hacer comentarios sobre algunos temas de especial relevancia incluidos también por Schrödinger en su libro. Uno de ellos es el del libre albedrío. Palacios menciona, a propósito de esta cuestión, que aunque los científicos mecanicistas negaban el libre albedrío invocando la estricta causalidad y su determinismo riguroso, «la nueva mecánica conduce al indeterminismo en el mundo atómico, y ya no hay fundamento científico para negar el libre albedrío» (Palacios, 1947a, p. 44). Sin embargo Palacios tampoco se decanta por que los procesos mentales estén abandonados al azar, ya que poco después afirma que el determinismo es igualmente aplicable a los macroprocesos cerebrales, los cuáles escapan al indeterminismo cuántico (Ib., p. 47). Con todo ello, acaba afirmando que «el libre albedrío no puede explicarse ciertamente con la mecánica cuantista, pero basta con que ya no haya argumentos pseudocientíficos en contra de la responsabilidad de los actos humanos» (Ib., p. 48).

De lo que vemos en el libro de Palacios nos resulta difícil otorgar que sus argumentos defiendan la idea de indeterminación objetiva aplicable al comportamiento humano. Por ello aventuramos que la predisposición de Puigrefagut contra el indeterminismo objetivo era previa al texto de Palacios. Ello afianzaría nuestra hipótesis de que no fue el libro de Palacios el que le hizo tomar en consideración la inexistencia de variables ocultas en el indeterminismo cuántico, y que la polémica era anterior.⁵⁰

Al problema antropológico que acabamos de ver planteado se sumaba el problema teológico del milagro, como muestra el comentario bibliográfico del jesuita Jaime Echarri a raíz de otro libro de Palacios⁵¹: «Hace muy bien el A. [el autor] en subrayar que el principio de causalidad posee en la física clásica un sentido muy restringido [...] Igualmente nos parece oportuna y segura la advertencia de que aun sin la estricta causalidad, tal cual habría sido superada por la física moderna, queda todavía mucho lugar para el milagro apologético, aunque el desarrollo que daríamos a esta observación no sería en todo exactamente como el insinuado por

⁵⁰Confirmar nuestra especulación requeriría estudiar las influencias sobre Puigrefagut.

⁵¹Echarri, J. 1949. Esquema físico del mundo, de Julio Palacios (Reseña bibliográfica). *Razón y Fe*, 139, 606. El libro que comenta Echarri es (Palacios, 1947b).

el A»⁵².

Pero se fueron extendiendo los riesgos que suponía la nueva mecánica de la mano de las opiniones de los físicos, no ya por la mecánica misma, sino por lo que algunos filósofos españoles consideraban como falta de ortodoxia en la interpretación de otros autores. La reseña es de nuevo de Puigrefagut⁵³, en esta ocasión a raíz del libro de S. Van Mierlo *La science, la raison et la foi*. Nos parece que dentro de los peligros que acusa Puigrefagut está el de la superación mediante la fe, del debilitamiento de las leyes causales para la aplicación de los principios escolásticos en la demostración de la existencia de Dios:

Pero cuando se atribuye a la ciencia un carácter subjetivista de índole más o menos kantiana, a la manera de Max Planck; cuando se afirma que la ciencia es probabilista, que la inducción no da más que certeza práctica, que las leyes son meras hipótesis; cuando se establece sin las debidas limitaciones y reservas el carácter relativo de nuestros conocimientos, no podemos menos de lamentar tamaños errores básicos en un libro que tanto bueno ofrece. Ciertamente que no se cansa de enaltecer el papel de la creencia en todos los campos del conocimiento –es preciso creer en lo real, en lo absoluto, en un mundo espiritual, en Dios–; pero esta fe que tanto se pregonaba en estas líneas, ni aparece justificada en su existencia, ni explicada en su naturaleza [...] Es lo que aparece más de relieve en su negación de la posibilidad de demostrar con certeza la existencia de Dios por la razón, y en su afirmación de que la fe –al ponernos en comunión con Él– nos da certeza absoluta de que existe.⁵⁴

Con lo ya apuntado cerramos estas pinceladas, que esperamos den una idea de los temas que preocupaban en el ambiente religioso español de la época, relacionados con la mecánica cuántica y el papel de las matemáticas en su formulación. El debate ciencia-religión se mantuvo en la revista a partir de esa fecha, pero nos parece que adquirió cierta generalidad, sin que se prestase ya atención al principio de indeterminación en sí mismo –al menos hasta 1955–. Diríase que, obligados a asumir la posibilidad de un «universo físico» sometido a leyes que la ciencia consideraba no causales, los escolásticos trataron de encontrar otras soluciones a los problemas internos de la filosofía.

Si se aceptase que la revista *Razón y Fe*, que hemos estado analizando, refleja de forma equilibrada el pensamiento filosófico-científico de su tiempo, tendríamos que concluir que las objeciones a la mecánica cuántica durante nuestra ventana de observación, que existieron, tuvieron, sin embargo, un carácter moderado,

⁵²(Ib., p. 608).

⁵³Puigrefagut, R. 1949. *La science, la raison et la foi*, de S. van Mierlo (Reseña bibliográfica). *Razón y Fe*, **140**, 233.

⁵⁴(Ib., p. 234).

a distancia de las presentadas a la teoría de la relatividad de Einstein. Estas, que también tuvieron eco en la revista, se manifestaron de forma más explícita.⁵⁵ La moderación de las objeciones se concretó en una cautelosa aceptación inicial de los postulados de la mecánica cuántica, en general, y del principio de indeterminación de Heisenberg en particular. Pero esa aceptación se basó en la idea de que era sostenible que dicho principio suponía la existencia de variables ocultas; ello lo equiparaba, desde el punto de vista filosófico, a la mecánica estadística de Gibbs. El indeterminismo era calificado entonces como «indeterminismo subjetivo» y fue aplicado al principio de incertidumbre de Heisenberg hasta 1947. Ello nos permite postular que, hasta esa fecha, las posibles dificultades en la introducción de la nueva mecánica cuántica en España se debieron más a su complejidad matemática que a una resistencia ideológica.

La publicación del libro de Palacios *De la física a la biología*, en 1947, pareció evidenciar a los filósofos españoles lo que era ya un hecho para la física internacional desde hacía años: la indeterminación cuántica no obedecía al desconocimiento de las variables del problema sino que era inherente al problema en sí. Esta nueva situación, denominada entonces como «indeterminismo objetivo» parecía inaceptable para la filosofía escolástica española, tanto por motivos filosóficos como antropológicos. Pero hacía ya dos años que las bombas de Hiroshima y Nagasaki habían supuesto la materialización, en forma de energía nuclear, de los estudios sobre el átomo. Conjeturamos que esa exhibición del dominio que se tenía sobre dicha fuente de energía restó argumentos a aquellos filósofos españoles que pudieron haber pensado que la teoría que soportaba esa concepción del átomo era errónea.

⁵⁵Cfr. el artículo de Ugarte de Ercilla sobre la relatividad de Einstein: Ugarte de Ercilla, E. 1925. La teoría de la relatividad de Einstein (Reseña bibliográfica). *Razón y Fe*, **73**, 426.

Capítulo 5

Conclusiones

Cuenta el matemático Paul R. Halmos, colaborador de John von Neumann en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton, que a este le gustaba ser prolijo en los detalles en sus exposiciones, que resultaban claras, pero no limpias. En ocasiones su notación era tan explícita que confundía. Para ilustrar ese hecho relata Halmos que, en cierto artículo, von Neumann se vio obligado a extender la habitual notación funcional del estándar $\phi(x)$ a algo que denotó por $\phi((x))$. Cuando el hilo del argumento que se había dividido para llegar ahí volvió a dividirse, recurrió a $\phi(((x)))$ y finalmente a $\phi((((x))))$, con la aparición de ecuaciones del tipo

$$(\psi((((a))))^2 = \phi((((a))))$$

«que debían ser peladas antes de ser digeridas». Al parecer, algunos estudiantes poco respetuosos se refirieron al artículo como «la cebolla de von Neumann» (Halmos, 1973, p. 388).¹

¹Esta anécdota nos resulta particularmente entrañable pues nosotros mismos tuvimos un profesor de la Universidad de Barcelona con la misma afición a la «pulcritud» matemática que von Neumann. Joaquín Cascante Dávila fue profesor de Análisis Matemático en dicha Universidad. El interés que tenía por dejar escrito en la pizarra todo el aparato necesario para sus demostraciones y la escasez de medios (casi no existían las pizarras dobles en la Facultad de Matemáticas de aquella época), le obligaba en ocasiones a escribir en el marco de madera para completar su razonamiento. Su celo le llevaba a no prescindir, como von Neumann en el ejemplo anterior, de ningún paréntesis, lo que le obligaba, antes de terminar sus argumentación, a un cuidadoso recuento de los que tenía abiertos y los que le quedaban por cerrar. José M. Méndez publicó una glosa en el año 2003 sobre el Dr. Cascante, en el cual se pueden apreciar estas «cebollas de Cascante» (Méndez Pérez, 2003). Acéptese esta digresión como breve homenaje a un profesor que, a pesar de su aire distraído, siempre atendía las consultas de sus alumnos, por elementales que fueran, como si se trataran –cada una de ellas– del problema más importante de la matemática, contagiándoles así su entusiasmo, sin que el tiempo dedicado a ello pareciera importarles en absoluto.

En los capítulos anteriores de este trabajo hemos ido presentando diferentes hechos y esbozado algunos comentarios parciales que, solapados unos con otros a modo de «cebolla de von Neumann», aportan información sobre nuestro tema de estudio. Ahora vamos a intentar extraer algunas conclusiones, para lo que tendremos que «limpiar» lo ya expuesto quedándonos con lo esencial.

Huelga advertir que en esta tarea se hace un esfuerzo adicional de interpretación en que, junto a hechos probados, hemos propuesto reconstrucciones de lo no evidente, que podrían requerir una revisión si el estudio de nuevas fuentes así lo aconsejara.

5.1. Los textos

Pese a que, comparada con la de otros países, la producción española de artículos académicos y libros de texto sobre mecánica cuántica no fue muy elevada, la que hubo ilustra razonablemente lo que significó dicha disciplina en el escenario cultural español. Otros tipos de textos, como son los discursos y conferencias pronunciados en foros diversos, la mayoría en ambientes científicos, proporcionan un contraste que ayuda también a esa visión de conjunto.

Por otra parte, el elevado grado de abstracción matemática de que se dotó la nueva mecánica constituyó una característica singular que nos ha permitido un análisis con interpretaciones diferenciadas de las que podrían obtenerse en otras áreas científicas carentes de esa dependencia interdisciplinar.

El primer rasgo que convendría destacar es que los discursos sobre la nueva mecánica cuántica precedieron en España a los textos universitarios y a los artículos científicos. Bien es cierto que los autores de dichos discursos eran científicos con sólida formación y perfectamente cualificados como autoridades de la física, pero tampoco sería razonable ignorar que ninguno de ellos se había singularizado por sus aportaciones en el campo teórico. Algunos discursos son comparables a los de físicos de otros países en cuanto a estructura textual o el nivel de detalle en los aspectos matemáticos y conceptuales. La diferencia es que en el caso de los físicos centroeuropeos esas disertaciones se sustentaban sobre importantes aportaciones teóricas previas en revistas especializadas, así como un reconocimiento internacional de la utilidad de esas aportaciones.

Hemos podido observar cierta evolución en los textos de aquellos autores de los que hemos analizado varias obras. Esta evolución se aprecia en los temas expuestos, en la confianza con la que tratan de ellos y, más importante si cabe, en los conceptos físico-matemáticos que utilizan. Si tuviéramos que significar alguno, escogeríamos la evolución de Palacios en su aceptación de la nueva mecánica

cuántica como abstracción matemática independiente del movimiento de los electrones.²

No nos ha sido posible en el ámbito de este estudio determinar cómo se produjo la evolución conceptual de cada autor, dado que eso nos hubiera obligado a un estudio exhaustivo por concepto y autor que quedaba fuera de nuestro objetivo, pero pensamos que es interesante la constatación del hecho en sí. Esta constatación vendría a confirmar que la evolución de las ideas a lo largo del tiempo, motivada por el intercambio científico e intelectual, es uno de los elementos clave de la creación científica. Arquetipos como el de «novedad científica» son conceptos meramente aproximados que tienen validez si se consideran inmersos en un proceso creativo, en el cual el diálogo entre los actores es un elemento fundamental, pero que se pueden prestar a dificultades de interpretación si se pretende atribuirles un significado absoluto.

De igual modo, la terminología tiene sentido únicamente si se interpreta bajo ese aspecto dinámico y así, por ejemplo, el concepto de «función de onda» no solamente tuvo significados distintos para los diferentes científicos, sino que para muchos de ellos fue variando a lo largo del tiempo. Este punto de vista ofrece una interesante perspectiva que nos permite comprender mejor las dificultades que García Santesmases encontró en la explicación de ese concepto en particular.³

No debería sorprender esta capacidad de adaptación, que es muestra de la naturaleza mutable de la actitud de los científicos ante los problemas conceptuales de la teoría. Esta mutabilidad habría tenido como resultado la formación de ideas, conceptos y actitudes frente a las diversas disyuntivas que, más que provenir de compromisos ideológicos previos, se fueron consolidando en el tiempo como resultado de las distintas interacciones. Podemos señalar como diferencia notable con el centro científico que, mientras que en Europa y Estados Unidos el diálogo fue multidireccional y en gran medida epistolar, en el caso español tuvo una relevancia considerable el estudio de los textos de autores extranjeros, sin que podamos atribuir demasiado peso a la correspondencia científica.⁴

²Véase 2.1.4 El aterrizaje de la nueva mecánica cuántica en la Academia de Ciencias. Julio Palacios en la ACEFN, p. 37.

³Véase 3.8 Conceptos modernos sobre ondas y corpúsculos de José García Santesmases, p. 149.

⁴Como ya hemos hecho notar al hablar de García Santesmases, los trabajos de Beller basados en la idea de «flujo» han quedado recogidos en sus numerosos artículos, si bien un compendio estructurado de sus ideas se puede seguir en su libro *Quantum dialogue: The making of a revolution* (Beller, 1999). La recepción de las matemáticas de la cuántica en España puede ser también objeto de este tipo de análisis, pero requiere de un conocimiento de los mecanismos de comunicación que, por diversas circunstancias, hemos tenido que dejar fuera del ámbito de investigación. Una de esas circunstancias es que las fuentes epistolares, que tanta riqueza aportan al estudio de la física y de

Si algo llama la atención en los textos analizados es su muy diferente grado de matematización. Se observa que dicho grado de uso de la matemática no vino impuesto, en el caso español, por la disciplina en sí misma, sino por los principios didácticos del autor. Ese posicionamiento *a priori* no fue de aplicación exclusiva a la mecánica cuántica, sino que lo vemos extendido a la física en general. Hemos identificado una polarización en cuyos focos podríamos situar, respectivamente, a Ramon Ferrando⁵, como defensor de un menor nivel de matematización, y a Esteban Terradas⁶, como valedor de una utilización intensiva de las matemáticas en la didáctica (de la física en general y de la mecánica cuántica en particular).

La elaboración de textos no siguió un único patrón durante el período estudiado; la finalidad de los mismos fue diversa y su intención no siempre clara. Hubo publicaciones cuya inspiración fue simplemente «demostrativa». En ellos, lejos de pretender la comprensión por parte del público, subyace la intención de consolidar el propio estatus del autor. La mayoría de los discursos presentan esa característica, lo cual no resulta sorprendente; pero, curiosamente, esa misma circunstancia se observa en textos universitarios a los que tradicionalmente se otorga una prioridad didáctica.⁷

Si consideramos los textos universitarios no incluidos la categoría descrita en el párrafo anterior, estos cumplían aún una función múltiple. Por un lado, se intentó dotarlos de utilidad didáctica. Por otro lado, podían ser una fuente de ingresos

los físicos centroeuropeos, no son fáciles de obtener en el caso de la física española. Por otro lado, hasta donde las limitaciones físicas de tiempo y espacio nos han permitido averiguar, el contenido de dichas fuentes difiere sensiblemente del que se descubre en el análisis de la correspondencia centroeuropea; mientras que el intercambio de ideas científicas aparece como un elemento habitual en las cartas de Heisenberg, Bohr, Pauli, Einstein, Born, etc., no es frecuente encontrar ese tipo de contenido en la correspondencia entre científicos españoles. Hemos visto que Ortiz utiliza el intercambio científico con von Neumann cuando tiene que plantearle a este las correcciones al original en alemán e incluso se permite algunas preguntas con cierto tinte filosófico. Dado que Ortiz no era investigador activo en las mismas materias en las que lo fue von Neumann, no se puede considerar un intercambio entre pares, motivo por el cual tampoco es de extrañar que la correspondencia no se prolongase en el tiempo. Pese a que también hay cartas de Ortiz de carácter técnico, la correspondencia de Ortiz con los científicos de su entorno se centra en la dinámica personal o en temas organizativos, más que en los avances científicos.

⁵Podemos tomar como ejemplo, *Los cuantos de acción* de Ramon Ferrando de 1933. Véase comentario en la sección 3.5 «Los cuantos de acción de Ferran Ramon Ferrando. La cuántica en las aulas», p. 129.

⁶Una muestra serían las *Lecciones sobre física de materiales sólidos* de Terradas. Véase comentario en la sección 3.9 «Lecciones sobre la física de materiales sólidos de Esteban Terradas», p. 163.

⁷Esta observación remite al marco de la historiografía de la ciencia en que se analizan las categorías de «expertos» y «profanos», marco en el que habitualmente se tratan las publicaciones de carácter divulgativo, como revistas no especializadas y prensa.

complementaria para su autor. Por último, y este es el factor que entendemos más relevante, servían al propio autor para poner en orden sus ideas. Sería precipitado dar un significado estrictamente negativo a esta finalidad. En efecto, el hecho mismo de publicar dichas reflexiones representaba para los autores una forma de someterse a la opinión de otros físicos, que a su vez podían aprobar o censurar el nivel de comprensión del autor en cuestión. Así pues, esa actitud no es ajena al método científico, si bien los canales escogidos quizá no eran los más convenientes a esa finalidad.⁸ La difusión a través de medios muy específicos y de reducido alcance académico dificultó el proceso de crítica y refinamiento adecuados.

En el período anterior a 1936 abunda la presencia de la mecánica cuántica en los discursos, siendo muy discreta su utilización en textos universitarios; sin embargo, no todo fueron discursos entre 1926 y 1936. La tesis de Luis Bru podría ser una buena muestra del sentido práctico que se dio a la nueva teoría cuántica durante esa época.⁹ Asimismo atribuimos ese espíritu a los textos de algunos de los ingenieros aquí estudiados. El hecho mismo de que los ingenieros tuvieran un papel tan activo en la difusión de la cuántica merecería un estudio independiente; y permite entrever la existencia de actitudes diferentes entre estos y los académicos de la física, mostrando los ingenieros mayor pragmatismo y menor intención retórica.¹⁰ Sus publicaciones en revistas menos especializadas y sus conferencias –que existieron– son manifestaciones del espíritu innovador que latía en la España de la preguerra. Su estudio podría ser una interesante línea de investigación.

La importancia de los discursos durante ese período es significativa, especialmente si consideramos la buena situación académica de los ponentes de esa época. Esta tendencia se invierte en el primer decenio del período autárquico. El motivo de este cambio tiene sus raíces en tres factores.

En primer lugar, la consistencia de la nueva mecánica cuántica como disciplina académica había madurado desde el bienio 1925-1926, años en los que se publicaron los primeros artículos de Heisenberg, Born, Jordan, Schrödinger y Dirac. Esa madurez implicaba la inclusión de la misma en los textos; al menos, inicialmente, en los orientados al consumo universitario. A la madurez de la que hablamos contribuyó de manera determinante la visita de Schrödinger en 1935 al Instituto Nacional de Física y Química, el resumen de cuyas conferencias no se publicó

⁸Por ejemplo, tanto Catalá de Alemany como Ramon Ferrando y García Santesmases publicaron sus trabajos en las Memorias de sus universidades respectivas y Terradas publicó sus *Lecciones sobre la física de los materiales sólidos* al amparo de la Academia Militar de Ingenieros Aeronáuticos.

⁹Véase la sección 3.5 «Los cuantos de acción de Ferran Ramon Ferrando. La cuántica en las aulas», nota (45), p. 133.

¹⁰Terradas sería, en este sentido, como él mismo afirmaba: «más físico que ingeniero».

hasta 1941.¹¹

Un segundo factor en ese cambio de tendencia de los discursos a la didáctica sería el forzado recambio generacional, provocado por los exilios de la posguerra. Personajes de gran relevancia para la física, como Blas Cabrera, tuvieron que abandonar su país, mientras que otros fueron desplazados de sus cátedras, como Ramon Ferrando y Miguel Catalán. Físicos más jóvenes como Catalá de Alemany, García Santesmases, y posteriormente Ortiz, encontraron tras la guerra una situación en la disciplina que les facilitó distanciarse de la admiración por las nuevas teorías para centrarse en su comprensión.¹²

Por último, la extensa literatura secundaria que se había ido generando en otros países ayudó a los físicos españoles a dotar de una estructura didáctica a los textos. Muestra de esa influencia es la abundancia de tratados generales sobre teoría cuántica que manejaron los autores mencionados. Por una parte, la existencia de dichos tratados propiciaba la desconexión entre los lectores y los textos originales de los «padres» de la teoría. Por otro lado, la participación de físicos más jóvenes hizo que los nuevos autores, lejos de considerarse los «expertos autorizados» en la reinterpretación de las teorías del exterior, se centraran en el proceso de aprehensión de la literatura existente, adecuadamente sintetizada por otros.¹³

La aceptación de la cuántica, tal como manifiestan los discursos de la preguerra española, fue muy rápida, mientras que su transmisión se demoró. Esa diferencia, que queda reflejada en el estudio comparado de textos y discursos, bien pudo deberse a esa dificultad añadida en la progresión matemática de la física sin que eso descartase otros factores.

Los referentes internacionales de los físicos españoles fueron diversos. En contra de lo que se podría esperar en un país donde el sistema educativo impulsaba el francés como segundo idioma, muchos físicos españoles no dudaron en recurrir a textos en inglés y alemán. Ello les permitió entrar en contacto con los artículos germinales de la mecánica cuántica, si bien prefirieron estructurar su docencia sobre fuentes más elaboradas. Cuando se utilizaron los artículos originales no siempre fue de forma muy acertada desde el punto de vista didáctico, como pensamos que sucedió en proceso de introducción de la estadística de Bose-Einstein en la universidad.¹⁴

¹¹Véase 2.2.6 Nociones de la nueva mecánica cuántica, p. 85.

¹²Véanse las secciones correspondientes en el capítulo 3 Didáctica de la mecánica cuántica, p. 105.

¹³Véanse nuestros comentarios a las lecciones de Ortiz en 3.11 Introducción al estudio de la mecánica cuántica de Ramón Ortiz, p. 188.

¹⁴Véase 3.7 Tras el paréntesis de la Guerra Civil Española. Las modernas estadísticas vistas por Joaquín Catalá de Alemany, p. 144.

El tema estrella de la mecánica cuántica en los discursos fue, sin duda alguna, el principio de indeterminación de Heisenberg, por el desafío que representaba para el sistema cultural europeo. Este asunto fue aceptado sin reparo por los físicos, aunque fue escasamente tratado en profundidad en los primeros años y solamente comenzó a ser tratado por los matemáticos en 1955.^{15,16} No obstante fue intensamente analizado por los filósofos y los religiosos.¹⁷

Las preferencias por inspirarse en textos de unos u otros autores vinieron dominadas por el idioma de la fuente original. Como ejemplo, de los diecisiete libros en otros idiomas citados en la memoria de Isidre Pòlit presentada para la oposición a cátedras del año 1940, solo dos son en inglés, catorce son de autores franceses y uno es traducción al francés de un autor inglés.

Pese a que encontramos pocas referencias explícitas a de Broglie pensamos que este autor tuvo más influencia que la que se manifiesta en las citas. Conjeturamos que influyó en Puig Villena y Ramon Ferrando. En general las ondas de materia, aunque sorprendieron, se aceptaron bien. Uno de los factores de esa aceptación fue, probablemente, que una vez admitido el hecho físico de la onda material, el aparato matemático no difería fundamentalmente de lo ya utilizado en la mecánica ondulatoria clásica sin requerir de niveles de abstracción adicionales.¹⁸

5.2. Aislamiento

Pese a los referentes internacionales de los físicos españoles, estos últimos se encontraron, durante nuestra ventana de observación, en una situación de relativo aislamiento. La naturaleza de este aislamiento fue diferente antes y después de la guerra.

Postulamos que en la preguerra hubo un aislamiento científico interno motivado por el insuficiente número de físicos en condiciones de acometer la transmisión de la nueva teoría cuántica. Una de sus manifestaciones sería la escasez de contenido científico en las comunicaciones personales de los físicos españoles. A este respecto, podríamos considerar una excepción las cartas de Catalán a Sommerfeld,

¹⁵Téngase en cuenta que en España había grandes figuras de la física que eran, además, religiosos. En la sección 4 «Otras manifestaciones de la cuántica» se mencionan varios artículos de físicos con ambas atribuciones.

¹⁶En breve mencionaremos cómo Tharrats se preocupaba por el tema en 1956. Ortiz también dio conferencias sobre causalidad en 1947, aunque ignoramos si fue desde la perspectiva del principio de indeterminación. (AFO, D47-3, anuncio de las conferencias de Ortiz en el Instituto de Óptica)

¹⁷Véase 4 Otras manifestaciones de la cuántica, p. 229

¹⁸Véase 2.2.5 Fuera del guión. Cuantos y ondas de Juan Bautista Puig Villena, p. 77

en las que detalla los resultados de su investigación.¹⁹

Sostenemos que a esa forma de separación cabría añadir el aislamiento disciplinar entre la matemática y la física. La distancia entre las matemáticas y la física durante el primer tercio del siglo XX no fue un hecho singular de la ciencia española. Hemos visto ya una muestra en el hecho mismo de la publicación del libro de Courant, cuyo prólogo menciona específicamente los riesgos de ese alejamiento, mostrando además que su afectación fue global.²⁰ La inexistencia de una traducción del texto de Courant al castellano, que hubiera podido ayudar a la ciencia española a superar esa dificultad, bien pudo ser un factor que agravase la persistencia de la misma.

Ambas formas de separación se agravaron en la posguerra por el llamado «exilio interior» de los físicos que sufrieron las destituciones y desplazamientos del proceso de depuración franquista.

Las causas de la brecha en España entre ambas disciplinas podrían encontrarse en una tradición consolidada en la que físicos y matemáticos entendían sus áreas como algo inconexo. No debe dejarse de lado la posibilidad de que diversos factores exógenos pudieran haber hecho más profunda esa separación.

Por otro lado, el aislamiento científico externo de la posguerra era manifiesto para los propios físicos españoles, como puede verse en la correspondencia entre Juan Cabrera y Julio Palacios, a la que ya hemos aludido,²¹ en la que Cabrera lamentaba en 1941 las dificultades para encontrar temas de investigación por ese motivo.

Por último podría hablarse de un aislamiento cronológico que sería, simplemente, la fractura que se produjo como resultado de la Guerra Civil y el exilio y depuración posteriores. Ello provocó la pérdida de referentes importantes para la física española.

El resultado solapado de estos cuatro factores fue una de las causas, en nuestra opinión, de que la física teórica en España estuviese constituida por un conjunto de singularidades, dificultando que se pueda hablar de escuelas o de equipos de investigación a los que se pueda atribuir pervivencia en el tiempo. No podemos evitar intuir una correlación entre la escasez de libros textos y la inexistencia de escuelas disciplinares en áreas como la Mecánica Cuántica.

¹⁹Las cartas entre Catalán y Sommerfeld han sido estudiadas por Sánchez Ron en (Sánchez Ron, 1983). En cuanto a la posibilidad de la insuficiencia de científicos como factor de aislamiento véase 3.4 Ausencias, p. 122

²⁰Véase la sección 3.4 *Methoden der Mathematischen Physik* de R. Courant y D. Hilbert p. 124.

²¹Véase la nota 63 (p. 143)

5.3. El desarrollo de los acontecimientos

La física y matemática españolas de 1925 habían experimentado un cambio notable respecto a su situación a finales del s. XIX. Los trabajos de físicos y matemáticos de proyección internacional como Blas Cabrera, Miguel Catalán, Julio Palacios o Julio Rey Pastor eran reconocidos fuera y dentro de España. El Laboratorio de Investigaciones Físicas permitió la formación de investigadores y la obtención de resultados experimentales con suficiente entidad como para llamar la atención de la Fundación Rockefeller, con el resultado de que esta costeara la dotación de unas nuevas instalaciones en Madrid que fueron sede del Instituto Nacional de Física y Química de nueva creación.²²

Mientras la investigación en física experimental española parecía evolucionar a satisfacción de sus protagonistas, se estaba fraguando una revolución en la física teórica: la nueva mecánica cuántica.

Pero la física española de la preguerra, satisfecha por el excelente posicionamiento internacional de personajes tan significativos como Cabrera y Catalán, no fue consciente de sus propias limitaciones en el campo teórico.

La nueva teoría tardó algunos años en manifestarse en España, donde comenzó a aparecer en público, en forma de discursos y conferencias, hacia 1930. Las posibles dudas de los responsables de la política científica española, sobre el buen nivel de la física local en esa disciplina, probablemente quedaron despejadas por las elaboradas disertaciones que los hombres fuertes de la física de entonces utilizaron para consagrarse como intérpretes de las complejas técnicas de la cuántica internacional.

Se diría que los físicos españoles creyeron en la cuántica desde que tuvieron conocimiento de ella. Ciertamente venía de la mano de las primeras figuras de la física del momento, Niels Bohr y Max Born entre ellos, y avalada por una extraordinaria confirmación experimental. Paralelamente al advenimiento en España de la Segunda República, la nueva mecánica cuántica alcanzaba su madurez en Europa. Se concedieron premios Nobel a los representantes destacados de las nuevas teorías y se despertó en España un interés que coincidió con el espíritu renovador que alimentaba la vida pública de esos años. Este vigor encontró el apoyo a la iniciativa personal en la investigación gracias a una Junta de Ampliación de Estudios que pensionaba con razonable autonomía. Pero una cosa fue creer o interesarse por la teoría cuántica y otra diferente integrarla en el sistema intelectual, cultural y académico.

Se conocían los principios físico-matemáticos desde principios del siglo XX. La mecánica racional, la mecánica de Hamilton y Lagrange, las matrices, los prin-

²²Cfr. (CSIC, 1982, p. XIII).

cipios de Maupertuis y de Fermat, la teoría cinética de gases, los quanta de Planck y otros conceptos necesarios para la nueva mecánica no eran ajenos a los docentes universitarios. Pero se aprecian diferencias geográficas que podemos interpretar como muestra de dispersión y aislamiento. La escasez de citas cruzadas quizá estuviera motivada por una mayor confianza en los autores extranjeros, que les llevara a buscar referencias, inevitablemente, en autores europeos y americanos.

La falta de tradición físico-matemática se unió a la polarización de los académicos entre el uso intensivo de la matemática en la docencia, o prescindir de ella. La mezcla tuvo como resultado una diferencia notable entre la facilidad con que la cuántica se utilizaba en algunos discursos y la reticencia con que era recogida en los textos. No sería prudente aventurar lo que pudo motivar esta dificultad en el traslado de la cuántica a los textos, pues estos no son únicamente reflejo de los conocimientos del profesor sino, incluso en mayor medida, del nivel de los alumnos, de los planes de estudio, de los intereses editoriales y de otros factores sobrepuestos. Por todo ello sería precipitado sacar conclusiones negativas para unos u otros y deberemos conformarnos con subrayar la diferencia. El análisis de las causas podría ser motivo de otros estudios.

Esta era, a grandes rasgos, la situación cuando Schrödinger visitó España en 1934 y en 1935. En sus dos conferencias, primero en la Universidad de Verano de Santander (1934) y posteriormente en el Instituto Nacional de Física y Química de Madrid (1935), explicó su nueva mecánica ondulatoria. Su presencia y explicaciones –y quizá el reciente Premio Nobel a él otorgado– despertaron en algunos de los asistentes un vivo interés por penetrar en la esencia de esa nueva mecánica. Sus postulados rompían con el planteamiento de Bohr y Sommerfeld y consolidaban la teoría de los quanta de Planck y la discontinuidad de la física, al tiempo que suponían un salto considerable desde la mecánica estadística clásica.

En esos años, la nueva mecánica ondulatoria estaba entrando en las aulas de la Universidad. Los pocos autores españoles que se animaron a publicar sus notas y trabajos realizaron un notable esfuerzo por invertir una tendencia que venía lastrando la física teórica española desde decenios atrás. Una muestra de esa antigua tendencia la vemos en la ausencia de traducciones de ciertos libros que podían haber ayudado a potenciar una nueva orientación.

Sin embargo, pese al esfuerzo renovador de esos años, la distancia con los desarrollos teóricos de la física europea era demasiado significativa, y cinco años fueron poco tiempo para cambiar una larga tradición alejada de la Física Matemática internacional. El interés y el espíritu renovador de los científicos españoles se vio truncado por el golpe de estado de 1936 y los años de Guerra Civil que le siguieron. España entraba en una nueva fase de su historia.

Tras un período bélico en que se observa poca actividad investigadora, todo

el espectro de la vida social y económica se vio invadido por el nuevo régimen político de Franco. La ciencia no fue ajena a ese proceso.

Las consecuencias inmediatas fueron el exilio de Blas Cabrera y la marginación de Miguel Catalán y de Ramon Ferrando. Abusando de la hipérbole podríamos decir que en ese momento se acabó la Física en España. La teórica no había existido nunca (no se puede considerar físico teórico a Terradas, pese a su interés por la Física y por elevar el nivel científico de los españoles), y la experimental fue ahogada por motivos políticos.

En ausencia de referentes científicos internos, y aislados del contexto internacional, los físicos que quedaron se enfrentaron al juicio de sus contemporáneos seriamente limitados, con escaso o nulo apoyo institucional, sin más medios que su ingenio y su capacidad de discernimiento y de asimilación, alimentándose de los textos a los que tuvieron acceso material e intelectualmente, y absorbiendo cada letra que destilaban aquellos pocos maestros que ocasionalmente visitaron España o con los que tuvieron la oportunidad de encontrarse en sus siempre escasas salidas al exterior.

La discontinuidad provocada por la guerra supuso la recuperación de Esteban Terradas para la Universidad de Madrid en los inicios de 1941, en que le fue ofrecida la cátedra de Física Matemática de la Facultad de Ciencias. Con ese nombramiento y otros cargos que se le otorgaron, Terradas vio reforzado su estatus administrativo en un momento en que el curso natural de los acontecimientos le hubiera puesto en situación de ceder el paso a científicos más jóvenes.

Entre esos científicos de nueva generación se encontraban físicos como Catalá de Alemany y García Santesmases, e ingenieros como Peña Serrano y Gil Santiago, que mostraron inquietudes por la mecánica cuántica. Esas inquietudes, y las publicaciones con que vinieron a corroborarlas, fueron el detonante de un nuevo interés por parte de Esteban Terradas.

Los más jóvenes estaban ya lejos del relevo que treinta años antes protagonizaron Terradas y Rey Pastor, y vieron la oportunidad de hacer de la mecánica cuántica un símbolo de cambio generacional. Terradas intentó reaccionar, como lo prueba la publicación de las lecciones que dio en la Academia Militar de Ingenieros Aeronáuticos. El nuevo interés de Terradas tuvo reflejo también en sus clases de la Universidad. Dado el prestigio de Terradas, su presencia en la cátedra de Madrid podría haber animado a estudiantes de otras ciudades a desplazarse a esa Universidad, como es el caso de Ortiz. Pero aunque Terradas fue consciente de la magnitud de la empresa no encontró la forma de crear escuela.

La nueva mecánica cuántica nació lastrada, en el decenio anterior a la Guerra Civil Española, por años de distanciamiento de los desarrollos matemáticos adecuados para su tratamiento. Durante la posguerra, estuvo embebida en un sistema

sin más puntos de referencia que los que establecía el juego de fidelidades y la capacidad de adaptación a los deseos de la clase dominante. Los intentos de las nuevas generaciones para demostrar su valía en ese terreno tuvieron escaso resultado y chocaron con un entorno institucional que valoraba poco la investigación básica, dando prioridad a aquella investigación aplicada que servía a los intereses de la economía autárquica del régimen de Franco.

Asimilar la magnitud del cambio que representaba la nueva mecánica requería, a un tiempo, interés por esa disciplina de la Física en particular y dominio de las herramientas matemáticas que soportaban la teoría. Esta combinación de factores se dio en Ramón Ortiz e Íñiguez Almech.

Sin embargo, Ortiz carecía de los contactos adecuados y dependía de Terradas. No hizo su tesis hasta 1947, y por aquellos años la orientación de la ciencia se enfocaba, en el caso de la física del átomo, hacia la utilización de la energía del núcleo. Sus circunstancias le llevaron a vincularse a la Junta de Energía Nuclear sin que pudiera cumplir su deseo de dedicarse a la universidad.

Íñiguez comenzó sus lecciones sobre mecánica cuántica en 1944 y publicó su libro sobre operadores lineales a continuación, seguido de su texto *Mecánica Cuántica*. Este último cubrió una carencia evidente de la literatura científica española. El papel de Íñiguez en la ampliación de los doctorados a otras universidades diferentes de la de Madrid, sitúa la mecánica cuántica en el origen de una decisión administrativa de largo alcance. Aunque sus textos fueron muy bien recibidos, su repercusión global fue limitada. Quizá es momento de recordar que Íñiguez estaba en Zaragoza, no en Madrid, donde se centralizaban las decisiones administrativas.

Catalá, tras una estancia en Bristol, tuvo la oportunidad de iniciar en Valencia el Instituto de Física Corpuscular hacia 1951, mientras que García Santesmases, aunque le sabemos en un curso de mecánica atómica en Madrid en 1943, se alejaría de la mecánica cuántica tras ser nombrado catedrático de Física Industrial de la Universidad de Madrid en 1946.

Nada llama especialmente la atención en el orden con el que fueron apareciendo los conceptos de la teoría cuántica en España. Si algo tuviéramos que destacar sería la importancia que se le dio al principio de indeterminación, que es además el tema que Julio Palacios escogió como discurso de recepción en la Academia de Ciencias, una de las primeras manifestaciones públicas de la nueva mecánica cuántica. El principio de indeterminación aparece reiteradamente en otros autores, y es también elemento de debate entre los filósofos. Un poco más adelante analizaremos con algo de detalle esta cuestión.²³

La mecánica de matrices de Heisenberg tuvo cierto eco. Tras su mención en

²³Secc. 5.4 «Quanta y sociedad», p. 265.

el discurso de Palacios²⁴ se deduce cierto desinterés general hacia la formulación matricial de la cuántica; desinterés que se extiende a la equivalencia del enfoque matricial y ondulatorio, pese a la importancia teórica de esa cuestión. Sin embargo, a pesar de que fue un tema en el que ningún autor entró explícitamente, se mantuvieron breves referencias a la mecánica matricial en muchos de los textos. Pensamos que el hecho fue debido a que las matrices apoyaban mejor que la mecánica ondulatoria la imagen corpuscular y la discontinuidad de la materia y la energía. Quizá por ello no sorprende encontrar ese tema enunciado algunas de las propuestas de programa de las oposiciones a cátedras, como es el caso del programa de oposiciones de Rafael Domínguez Ruiz Aguirre, aunque conviene notar que el programa de Domínguez es de 1952; entonces la cuántica española había adquirido cierta madurez y se habían publicado el texto de Íñiguez y la traducción del libro de von Neumann.²⁵

El siguiente elemento estrella de las presentaciones de la mecánica cuántica fue la deducción (o construcción) de la ecuación de onda de Schrödinger. El proceso de construcción se basó siempre en el aparato matemático, con el único apoyo conceptual de la onda de materia de de Broglie. Escasamente se recurrió al problema variacional del primer artículo de Schrödinger sobre mecánica ondulatoria, siendo Íñiguez una de las pocas excepciones. Anotamos esta curiosidad porque no es extraño encontrar en la historiografía sobre el tema comentarios que sugieren que el éxito de la mecánica de ondas sobre la mecánica de matrices se debió en parte a que los físicos pudieron «recuperar» las herramientas clásicas de su análisis para la justificación de la mecánica cuántica, mencionando explícitamente el cálculo de variaciones como una de esas herramientas. Sea como fuere, en España no se dio esa necesidad.

Las soluciones del oscilador armónico y del átomo de hidrógeno nunca se ejemplificaron a partir de la mecánica de matrices. Las resoluciones de esos mismos problemas a partir de la ecuación de onda de Schrödinger fueron los ejemplos más ampliamente utilizados para evidenciar la naturaleza de la nueva mecánica.

La naturaleza de la función de onda causó alguna dificultad, aunque debe aclararse que esos inconvenientes se hallan también presentes en la historia del centro científico, por lo que no es de extrañar el desconcierto que pudo haber producido el concepto en España.

La condición discreta de la materia y la radiación, así como el carácter estadístico de la mecánica cuántica, también entraron con fuerza en el imaginario científico de la época. Sin embargo, la naturaleza esencialmente no causal de la

²⁴Las citas de Palacios fueron obligadas, pues este se apoyó en las lecciones dadas por Heisenberg en Chicago en 1929.

²⁵Secc. 3 «Didáctica de la mecánica cuántica», p. 105.

nueva mecánica, relacionada con la inexistencia de variables ocultas, se confundió en ocasiones con el carácter estadístico de la antigua teoría cinética de gases y de la teoría de radiación de Planck. También generó cierta confusión la condición determinista de la función de onda dependiente del tiempo de Schrödinger. No encontramos, en general, polémica alrededor de los conceptos físico-matemáticos, sino más bien una prudente aceptación.

La introducción de los operadores en el formalismo de la mecánica cuántica fue lento. El libro *Operadores lineales en los espacios métricos* de Íñiguez, de 1946, supuso, en este aspecto, un hito destacable, seguido de las conferencias del matemático francés Gaston Julia en Barcelona en 1949. Ambos hechos ponen de manifiesto la conciencia que tenían los físicos y matemáticos españoles de la necesidad de dotar a sus alumnos de herramientas modernas para el tratamiento de los problemas de la mecánica cuántica. Pero ninguno de los dos acontecimientos tuvo trascendencia inmediata y, por otro lado, tampoco cabía esperarla.

Otra faceta de la física teórica en España sería la relacionada con el reconocimiento social de sus protagonistas. Conviene considerar dos períodos diferentes, el anterior a 1936 y el que se inicia con la etapa franquista. Durante la preguerra, el reconocimiento social de los físicos observa una estrecha dependencia del prestigio internacional, mientras que durante el período autárquico, el reconocimiento social interno deja de depender de la acreditación internacional. Nótese que no hablamos aquí del reconocimiento administrativo que pudiera suponer la obtención de una cátedra universitaria u otro cargo oficial. Sin duda ese reconocimiento influía en la consideración social de los físicos a título personal, pero no afectaba ni en más ni en menos al reconocimiento social del grupo como colectivo.²⁶

En síntesis, diríamos que durante el período franquista, perdida la necesidad de los físicos de enfrentarse al desafío internacional —o abandonada la práctica de ese enfrentamiento—, la Física Matemática tuvo cierta tendencia a languidecer.

La industria, que podía haberse interesado por los resultados de esa investigación básica, pese a que se fijó en la teoría cuántica, no potenció su desarrollo. Los ingenieros fueron activos en la aprehensión y difusión de la teoría cuántica, contando en su haber con bastantes publicaciones que acreditan su papel en la propagación de la misma.

En el año 1945, la destructiva exhibición pública del potencial bélico que su-

²⁶El discurso de Demetrio Espurz de 1933, en que reclama atención para el proceso tecnocrático de los países anglosajones, atestigua el prestigio que Espurz consideraba que tenían los científicos en esos países anglosajones. Su demanda de un estatus similar para los físicos españoles podría interpretarse como una percepción subjetiva de desinterés hacia este colectivo en España en la época del discurso. Véase secc. 2.1.7 «Más discursos en la periferia. Demetrio Espurz y Antonio Espurz en la Universidad de Oviedo», p. 67.

ponía la energía nuclear creó un nuevo estado para la física atómica. Esa nueva situación obligó a tomar en consideración todo aquello que hubiera podido ser pasado por alto relativo al conjunto de conocimientos teóricos y prácticos que habían hecho posible el distanciamiento militar de los Estados Unidos frente a otras potencias.

Pero el soporte teórico de todos estos esfuerzos no pareció mantener el ritmo de los desarrollos de la física internacional, sin que se pueda apreciar el dinamismo que habría sido oportuno para mantenerse al día en una disciplina que se movió muy rápidamente en el resto del mundo.

5.4. Quanta y sociedad

Que la física, y en particular la física cuántica, en tanto que investigación básica, recibiera escasa atención institucional durante la posguerra pudo deberse a muchos motivos, sin que pueda excluirse una cierta suspicacia hacia la misma por parte de personajes importantes de la política científica, influidos por sectores de peso del nacional-catolicismo español. No obstante, los testimonios textuales apuntan mayoritariamente hacia una aceptación general de sus postulados, sin que hayamos apreciado resistencias ideológicas significativas hasta 1947. Herran y Roqué dan cuenta de una utilización de la física orientada a justificar el pensamiento católico dominante, al tiempo que la mecánica cuántica, «al revelar los límites del pensamiento humano facilitaba la integración de la física en el "esquema de la creación"»²⁷. Ese interés, que podía haber supuesto una palanca para la implantación de la teoría cuántica no ayudó, sin embargo, a su desarrollo. En lugar de ello se aprecia, más bien, que la normalización de ese desarrollo tuvo un obstáculo importante en una tradición científica que menospreciaba el soporte matemático de la teoría.

Pero otras cuestiones menos internas al aparato científico dejaron también su sello. Mientras los físicos e ingenieros trataban de hacerse con las claves para la comprensión de la teoría cuántica, los matemáticos, entretanto, representados por un Rey Pastor ausente físicamente (pasaba largas temporadas en Argentina) e intelectualmente (escribía poco en física matemática), utilizaron los subproductos de la cuántica, como la teoría de operadores, para sus desarrollos teóricos.

Hubo quienes se ocuparon en temas de física teórica (Ortiz) pero estuvieron fuera del sistema; los docentes incorporaron a los textos los aspectos más novedosos (Juan Cabrera, Palacios, Ramon Ferrando); algunos trataron de llevar la matemática cuántica al nivel de los textos universitarios (Íñiguez); y todos hicie-

²⁷(Herran y Roqué, 2013, p. 220).

ron lo posible para comprender el verdadero sentido de la nueva mecánica. Las motivaciones: muy diversas; el grado de utilidad para cada uno: diferente; el éxito: relativo. Ortiz hizo una tarea importante, y podía haber sido un punto fuerte de la Física Matemática española, pero fue ahogado por el sistema de promociones del régimen de Franco.

Además de estos agentes externos que acompañaron la propagación de la mecánica de los quanta en España, existieron factores internos que condicionaron también su desarrollo. Un conjunto no despreciable de factores se relaciona con el elevado grado de matematización de la nueva teoría.

La necesidad de utilizar técnicas que iban más allá de las que tenían un estricto sentido físico, como la teoría de operadores, y el significado estrictamente abstracto que se debía otorgar a ciertos conceptos, como la función de onda de Schrödinger o las matrices de Heisenberg, dificultaron no solamente la comprensión de la nueva mecánica, sino también su explicación y transmisión a la generación de estudiantes que se formaron bajo los nuevos conceptos. Las tensiones a la hora de decidir hasta qué punto había que recurrir a imágenes físicas para exponer las nuevas teorías, o si se tenía que renunciar desde el principio a la intuición, limitándose el estudio a la formulación matemática de los problemas, se resolvieron de forma dispar acumulándose tensiones en los dos sentidos.

Se percibe una tendencia importante, en el período anterior a la visita de Schrödinger a Madrid, a mantener la intuición como elemento explicativo y, tras la guerra, un abandono de esa pretensión. Los diferentes autores lo solventaron incorporando dichos elementos de forma heterogénea, pero en general se advierte un aumento de la matematización incluso en autores poco dados a aceptar ese proceso (Ramon Ferrando). Ese cambio no estuvo siempre motivado por la mera necesidad de esclarecimiento de la teoría, sino que en algunos casos formaba parte de una retórica sobre la que establecer la diferencia entre el experto y el profano (Terradas).

El proceso no comenzó a normalizarse hasta la entrada en escena de físicos más jóvenes, la aparición de los primeros textos universitarios dedicados exclusivamente a la mecánica cuántica (Íñiguez) y la inclusión de las novedades de la nueva teoría en textos ya consagrados (Íñiguez, Juan Cabrera).

5.4.1. Sobre el rechazo a la cuántica

En la introducción hemos comentado la opinión de algunos historiadores sobre la existencia de una oposición a la mecánica cuántica en España.²⁸ Dado que esas

²⁸Secc. 1.3 «Situación actual de la investigación», p. 14.

afirmaciones otorgan un papel dominante a la resistencia ideológica en el proceso de integración de la cuántica en el sistema cultural español, vemos conveniente revisar en qué consistió ese rechazo, sobre qué base actuó, cómo se trasladó al debate público y quiénes fueron sus principales valedores.

El examen de las posibles resistencias a la nueva teoría muestra algunos rasgos curiosos, casi se diría anecdóticos. En el período que va de 1925 a 1936 revela una comunidad científica escasa²⁹ pero con una inclinación claramente favorable hacia los nuevos métodos de la mecánica del átomo. Palacios y su discurso de la Academia de 1932 son el paradigma de esta disposición de que hablamos. Esta actitud muestra como trazo característico la adaptabilidad al curso de los acontecimientos. Algunas controversias de la teoría pasaron inadvertidas o deliberadamente ignoradas por los científicos, como son la relativa a la interpretación estadística de la función de onda, el Dios jugador de dados de Einstein o la discusión acerca de la dualidad onda-corpúsculo del electrón. Las posibles dudas que podrían haber suscitado cierto debate fueron resueltas mediante el recurso más accesible en cada momento, como solían ser, durante esta época, los artículos y libros de los padres de las teorías.³⁰ Dichas controversias tenían un reflejo muy discreto en los artículos científicos. Asimismo, dada la escasez y el relativo aislamiento de los científicos españoles, pasaron, en muchos casos, desapercibidas, llegando al panorama intelectual español desde corrientes no académicas.

Tras la guerra de 1936-1939, la situación no parece cambiar en cuanto a la tendencia favorable a la nueva mecánica, pero sí lo hace en cuanto a las fuentes a las que se daba credibilidad. En aras a un mayor entendimiento de los problemas y una función más didáctica, se recurre a textos reelaborados por otros autores para comprender y transmitir mejor los fundamentos teóricos de la mecánica. Las visitas de Schrödinger marcan un hito y se aceptan las visiones complementarias de Schrödinger y de la interpretación de Copenhague. La dualidad onda-corpúsculo es asumida por sus ventajas explicativas, a pesar de sus dificultades conceptuales. En este proceso tuvo un papel relevante la matemática cuántica como soporte a la nueva mecánica. La misma complejidad que sorprendió a los físicos y matemáticos españoles les disuadió de cuestionarse las conclusiones filosóficas a las que podía dar lugar.³¹

²⁹Cuando en este trabajo hablamos de comunidad científica nos referimos, en general, a aquellos académicos que tuvieron alguna relación con nuestro tema de estudio, independientemente de su origen académico o su dedicación a una u otra disciplina. No incluimos, sin embargo, otros círculos más amplios que tendrían sentido en otro tipo de estudio u otros enfoques historiográficos.

³⁰Vemos por ejemplo que Palacios recurre a Heisenberg para su discurso de 1932.

³¹Ignoramos en este momento hasta qué punto pudo haber afectado al proceso de aceptación de la cuántica la relación previa de los mismos académicos con la teoría de la relatividad (Soler Ferrán, 2010) y si se puede establecer algún tipo de paralelismo entre ambas. La singularidad de

Onda o corpúsculo, continuidad o discontinuidad, determinación o indeterminación podían haber sido cuestiones importantes sobre las que comprometerse en los textos científicos, fueran discursos, prensa, libros de texto o artículos académicos, pero no se aprecian actitudes comprometidas con una u otra opción sino más bien cierta predisposición a aceptar las diferentes dualidades sin actitudes críticas más allá de las académicamente justificables.³²

Por lo ya expuesto, haríamos notar que las reticencias a la cuántica, que existieron, aunque fueron escasas, formaron parte de las autolimitaciones personales de cada físico. Ignoramos en qué medida el contexto cultural y religioso pudo haber perfilado esos condicionantes. La resistencia hacia la nueva mecánica durante los dos primeros decenios de su expansión en España, la hemos podido constatar también en el debate público. Pero diríamos que no fue hacia las novedades de la física en sí mismas, que los filósofos españoles no llegaron a comprender hasta cierto tiempo después, sino hacia ciertas interpretaciones conceptuales y filosóficas desarrolladas también en el centro científico.

El caso del catedrático de Física Matemática Pedro Carrasco, uno de los pocos que hemos encontrado reservas a la teoría cuántica, ilustra cómo el académico, pese a poseer todo el conocimiento que le hubiera permitido comprender y enseñar las primicias de la teoría cuántica, debido a restricciones autoimpuestas, no siempre llegó a adoptarlo como estructura conceptual para el estudio de la física del átomo.³³

En otros casos, como el de Ramon Ferrando, esta adopción no se tradujo en una transmisión eficaz por falta, a nuestro entender, de la adecuada fundamentación matemática.

Algunos, como Terradas, pese a aceptarlo y esforzarse por la transmisión del mismo, llegaron tarde a la nueva mecánica, y la urgencia por mostrar su hegemonía en esa disciplina les llevó a una retórica poco adecuada para su progreso. En esa retórica, las matemáticas tuvieron un papel más deslumbrante que esclarecedor.

Estas tendencias poco favorables a la circulación de la teoría cuántica parecen tomar un nuevo rumbo tras la conferencia de Schrödinger en 1935, pero las manifestaciones deberán esperar a 1941, tras la guerra que siguió al golpe de estado

Einstein como icono científico (Roca Rosell *et al.*, 2009) augura muchas dificultades para esclarecer ese aspecto. Dejamos esta faceta como posible ámbito de investigación.

³²La aceptación del carácter ambiguo de la función de onda por parte de García Santesmases es un ejemplo de aceptación de esta dualidad. Y una muestra de espíritu crítico académicamente justificable podría ser la omisión de referencias al segundo artículo de Bose, explicable por el comentario negativo de Einstein.

³³Secc. 3.8.1, p. 153.

de 1936. Estas manifestaciones son las de un grupo de físicos de nueva generación que tomaron la nueva disciplina como símbolo reformista. Estos adoptaron un nuevo estilo de exposición de la mecánica cuántica sustentándola sobre una base matemática que era, hasta cierto punto, estándar en diversos países. Pero la física teórica española se estaba sumergiendo en un sistema autárquico, en el que las necesidades prácticas y otros vicios de la economía, la cultura y la política relegaron a un papel secundario el interés en la nueva mecánica durante años.

Los filósofos y religiosos que manifestaron ciertas dudas lo hicieron con poco entusiasmo. Apuntamos que esa falta de apasionamiento fue debida principalmente a los siguientes motivos:

Primero, a la dificultad para comprender el alcance conceptual de la nueva mecánica.

Segundo, al alto grado de abstracción matemática de la nueva disciplina, que les impedía llevar la discusión a un terreno en el cual sentirse seguros.

Tercero, a que, en cierto modo, el indeterminismo asociado a la nueva mecánica diluía el problema causado por el mecanicismo de la Ilustración.

Cuarto, a que los escolásticos del centro de Europa buscaron argumentos que permitieron soslayar un enfrentamiento intelectual que, probablemente, y por estos tres motivos ya expuestos, tampoco deseaban.

Merece destacar, además del estado final de convivencia de la cuántica con la filosofía, el proceso por el que se llegó a él. Habitualmente se habla de la hostilidad a la importación de una teoría en un entorno cultural determinado como si la llegada de la misma supusiera una cierta revolución intelectual o religiosa inaceptable para el grupo en cuestión. No descartamos que eso pudiera haber sucedido con otras disciplinas científicas. Pero lo que muestra la historia de la teoría cuántica en España es algo diferente, ya que los españoles no mostraron resistencia a la teoría cuántica cuando esta llegó a España, sino que, cautamente, esperaron para importar también, de los países centroeuropeos, la polémica.

Otero Carvajal cita un párrafo de la memoria presentada por Catalá de Alemania en la oposición a una cátedra de Física Teórica y Experimental en la Universidad de Valencia en el que se evidencia la preocupación de este por la sustitución del conocimiento metafísico por el racionalismo científico. Otero sugiere que el párrafo representa un rechazo de Catalá a la física del siglo XX «...a pesar de que en su trabajo *Idea acerca de las modernas estadísticas en el campo de la física* publicado en 1942, demostraba un buen conocimiento de la estadística de Bose-Einstein»³⁴. Nuestra percepción es diferente.

³⁴(Otero Carvajal, 2014, p. 142). Respecto del buen conocimiento de la estadística de Bose-Einstein que atribuye a Catalá, no dudamos que pueda ser cierto, pero no se puede concluir esa afirmación del texto que indica Otero, cosa que hemos mostrado ya en la sección dedicada a

En nuestra opinión, en el párrafo a que se refiere Otero, Catalá de Alemany está hablando del mecanicismo del siglo XIX, no de la física del siglo XX. Del conjunto de la memoria de las oposiciones de Catalá, lo que se infiere es que, pese a los problemas planteados por la nueva física—que el mismo Catalá menciona—, las restricciones impuestas al conocimiento humano por la nueva mecánica supusieron una limitación a la ciencia que posibilitó la convivencia de las teorías cuánticas con la filosofía escolástica.

Aunque la actitud de los físicos en el período estudiado permaneció favorable hacia la nueva mecánica, identificamos un cambio en la actitud de los filósofos hacia el año 1948. Algunos historiadores³⁵ han señalado un incremento del debate en esa década motivado por la crítica a la mecánica cuántica proveniente del entorno soviético-marxista. En el caso español el acontecimiento que parece determinar el cambio es la publicación del libro *De la física a la biología* de Julio Palacios, inspirado en el *What is life?* de Schrödinger. La irrupción de la física en la naturaleza del hombre, la toma de conciencia de los filósofos de la posibilidad de un *indeterminismo objetivo* y su impacto antropológico, provocaron el inicio de una nueva reflexión.

5.4.2. Acerca de la espiritualización de la física.

Herran y Roqué, con una visión más prudente de la presión ideológica sobre la disciplina, hablan simplemente de «espiritualización de la física»³⁶, término que, si bien es de índole más general por abarcar otros ámbitos diferentes a la cuántica, conviene también considerar.

Partiendo de lo expuesto en la sección anterior sobre la situación entre 1925 y 1955, veamos qué sentido tendría esta espiritualización que los autores mencionados sitúan mayoritariamente en el período autárquico.

Como se ha visto, la física cuántica ya estaba alineada, desde la preguerra, con la corriente científico-espiritual de la posguerra, pues estaba en su propia esencia el establecimiento de límites al razonamiento humano que habían de permitir a la filosofía liberarse del mecanicismo de Laplace. Pero resulta arriesgado afirmar que ese alineamiento facilitara o dificultara la investigación en física cuántica.

Lo anterior no excluye cierta apropiación de la física, que se concretaría en el uso de la misma por parte de religiosos y pensadores españoles para justificar la vigencia de la filosofía escolástica. Se ha mostrado este efecto en el estudio

ese artículo. En el momento de escribir ese ensayo, Catalá se inspiró en textos inadecuados que contribuyeron más a su confusión sobre la estadística de Bose-Einstein que a su dominio.

³⁵(Camilleri, 2009).

³⁶(Herran y Roqué, 2012)

que hemos realizado en la sección dedicada a las revistas, donde se han podido constatar los esfuerzos que buscaban la coherencia entre la filosofía y la nueva física.³⁷ Pero esos esfuerzos raramente pretendieron cuestionar la validez de la teoría cuántica, por lo que difícilmente puede afirmarse que la disciplina sufriese adaptaciones de tipo ideológico.³⁸

Bien es cierto que la inexistencia de variables ocultas de la nueva mecánica cuántica no fue comprendida en sus últimas consecuencias hasta un momento en el que la autoridad científica de los físicos que la proponían era ya incuestionable.³⁹

El debate que acompañó a la nueva mecánica, aunque amortiguado, existió, como hemos visto. Lo que quizá llama la atención es el proceso por el que el debate llegó a España. Cabría imaginar que la llegada de la teoría cuántica de la mano de los físicos españoles despertase recelos en los filósofos locales. Es un esquema sencillo mediante el que se fraguaría la idea de oposición ideológica frente a la física por parte del colectivo intelectual del país periférico –en este caso España–, pero esta imagen no se sostiene.

Las fuentes estudiadas apuntan a un fenómeno algo más complejo, en el cual, quizá por la dificultad de la teoría, los filósofos españoles –muchos de ellos físicos a su vez– esperaron a los correspondientes análisis de sus homólogos del centro científico. De esta forma la controversia no fue local, sino que fue importada, al igual que lo fue la teoría física.⁴⁰

Manifestaciones tardías de ese debate serían las que reflejan las cartas de Ortiz a Teixidó en que el primero relata sus oposiciones a la cátedra de Física Matemática de Barcelona. En ellas pueden verse referencias a la «Física episcopal» en alusión al interés de Tharrats –opponente de Ortiz– por el «problema del determinismo y el indeterminismo» frente a una Física a la que solo interesaba «lo que pasa en el mundo físico»⁴¹. Los trabajos de Tharrats sobre ese tema, si se llegaron a elaborar, no tienen reflejo textual en esa época y limitan ya con el ámbito temporal de nuestra investigación, pero serían una muestra más del atractivo que tenía el principio de indeterminación.

Otros significados atribuibles al término «espiritualización de la física», como podrían ser la intervención de sectores vinculados a la Iglesia Católica en la administración científica española, o la parcialidad en la cobertura de cátedras

³⁷Secc. 4 «Otras manifestaciones de la cuántica», p. 232.

³⁸Eso pondría la cuántica en un plano diferente al de la termodinámica del siglo XIX, cuyo caso se ha comentado en la secc. 3.3.1 «Las lecciones de José M.^a Plans y Freyre», p. 117.

³⁹Véase 4 «Otras manifestaciones de la cuántica», p. 249.

⁴⁰Obviamente, tanto ese proceso como su desarrollo posterior debieron tener sus características propias. Dado que ese desarrollo no es el tema de nuestra investigación, poco más podemos aportar.

⁴¹(AFO, C56-8, Carta de Ortiz a Josep Teixidó de 29 de enero de 1956).

influenciada por esos mismos sectores, son igualmente aplicables a la mecánica cuántica, sin que veamos ahí diferencias con la Física en general.

Lo que hemos expuesto en estas conclusiones nos da pie a pensar que la matemática cuántica, como hemos dado en llamar al conjunto de conocimientos asociados a las diferentes formulaciones de la nueva mecánica cuántica, tuvo un papel relevante en la vida científica española entre 1925 y 1955. Idealizada por unos y sorteada inicialmente por otros, acabó imponiéndose como recurso explicativo y docente a nivel universitario, pero ello no fue sino mediante un largo proceso en el que todo tipo de factores, desde los estrictamente científicos a los sociopolíticos y religiosos, tuvieron papeles de diversa índole.

Los físicos y matemáticos españoles realizaron notables esfuerzos para mantenerse al día en lo relacionado con la nueva mecánica. Aunque el resultado no les permitió seguir el ritmo de los avances del centro científico, se han de valorar las enormes dificultades con que se encontraron, consecuencia en gran medida de la organización política, social, científica y económica de su país.

5.5. Posibles líneas de investigación

Con este trabajo esperamos haber aportado mayor detalle sobre las características que presentó el inicio de la circulación de la cuántica en el mundo académico español; sin embargo el estudio histórico de este fenómeno, dista mucho de estar agotado con nuestro examen. Nos atrevemos a sugerir algunas líneas de investigación que podrían traducirse en interesantes resultados para la historia reciente de la física española.

Se ha señalado que la física cuántica española dependió para su consolidación, de la reelaboración de los conceptos efectuada por físicos del centro científico. Un posible ámbito de estudio sería una perspectiva comparada con otros países de la periferia: ¿Tenían los otros países elaboraciones propias de la mecánica cuántica? ¿En qué medida esas elaboraciones eran originales? ¿O por el contrario se dio un patrón parecido al español?

También hemos apuntado al significativo papel que tuvieron los ingenieros en la divulgación de la cuántica. Pensamos que este aspecto es susceptible de estudios más amplios.

Nuestra experiencia nos sugiere que la disponibilidad de fuentes alternativas al artículo académico y el texto publicado puede añadir matices valiosos a lo que aquí hemos expuesto. En tal sentido una explotación sistemática del material de archivo, u otras fuentes, como la correspondencia científica pueden resultar de gran interés.

El impacto cultural del principio de indeterminación, aquí solamente esbozado, merecería mucha atención y sería revelador de la relación de la física con el pensamiento filosófico español.

La proximidad en el tiempo y el paralelismo en la complejidad de las teorías de la relatividad y la nueva mecánica cuántica induce a pensar que estas dos disciplinas aceptarían un estudio comparativo.

Un catálogo de los planes de estudio de las facultades de ciencias de las universidades españolas podría ayudar en futuros trabajos.

Pensamos que el estudio de la evolución físico-matemática del principio de indeterminación en España podría encontrar útil la comparación del discurso de Palacios de 1932 con la versión del libro de Rey Pastor de 1956 y el de Heisenberg de 1930.

Capítulo 6

Anexos

6.1. Los protagonistas

Bru Villaseca, Luis (1909-1997)

Luis Bru Villaseca, nacido en Almería el 19 de febrero de 1909, obtuvo el título de Licenciado en Ciencias Físicas por la Universidad de Madrid en 1929, un año después tomó posesión como Auxiliar en la Cátedra de Termología en la misma Universidad Central. Se graduó como doctor en 1932. Trabajó como becario en el Instituto Nacional de Física y Química (INFQ) donde realizó estudios sobre la determinación de estructuras moleculares mediante la difracción de electrones. Trabajó en la difracción de electrones con el profesor Scherrer en el Instituto Politécnico de Zurich becado por la Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.¹ Obtuvo la cátedra de Física Teórica y Experimental en las Universidades de La Laguna (1931), Sevilla (1942) y Madrid (1955).

Publicó varios trabajos sobre la difracción de electrones antes de la fecha del discurso que nos ocupa, entre los que cabe citar su memoria para optar al grado de doctor.² Si bien sus desarrollos fueron eminentemente prácticos, sus publicaciones ponen en evidencia el dominio que tenía de las nuevas teorías cuánticas. Se le considera el introductor del microscopio electrónico en España.

¹(AJAE, expediente de Luis Bru Villaseca).

²*Determinación de la estructura molecular de la acetona, éter metílico, ácido fórmico y aldehído fórmico, mediante la difracción de electrones* (Bru Villaseca, 1933). Las publicaciones de Luis Bru de esa época en los Anales de la Sociedad Española de Física y Química, también centradas en los aspectos experimentales, pueden encontrarse en (Valera Candel y López Fernández, 2001, p. 369). Cabría citar, en la misma línea de investigación aplicada, artículos de otras revistas, como los publicados en *Las Ciencias*: «Sobre la desintegración artificial de los elementos» (Bru Villaseca, 1934) o «El microscopio de electrones» (Bru Villaseca, 1936).

Falleció el día 8 de junio de 1997.³

Cabrera Felipe, Juan (1898-1975)

Originario de La Laguna (Tenerife). Fue catedrático en Zaragoza de las asignaturas de Acústica y Óptica primero y de Electricidad y Magnetismo posteriormente. Licenciado en ciencias en 1917 por la Universidad de Madrid, obtuvo el título de doctor en 1919 siendo ya Profesor Auxiliar en la Facultad de Ciencias de dicha Universidad.⁴

El año 1923 se desplazó a París para trabajar con Maurice de Broglie en técnicas de absorción de rayos X, aplicación del efecto fotoeléctrico y radiaciones beta y gamma, que le dieron pie para la publicación de algunos trabajos. Ocupó diversos cargos académicos en la Universidad de Zaragoza, a la que estuvo vinculado hasta 1968 y de la que fue Rector, y otros de representación internacional. Fue académico correspondiente de la RACAB⁵ y académico numerario de la RACZ⁶.

Por lo que atañe a este trabajo fue el autor de un libro de notable difusión, del cual se hicieron seis ediciones. A partir de la tercera, en 1947, se divide en dos tomos y comienza a incorporar muchos de los elementos necesarios para la enseñanza de la física atómica, que amplía en la edición de 1958 con temas de termología.

Falleció en Zaragoza el 14 de junio de 1975.⁷

Carrasco Garrorena, Pedro (1883-1966)

Nació en Badajoz el 17 de noviembre de 1883. Estudió en la Facultad de Ciencias de la Universidad Central de Madrid, licenciándose en la Sección de Físicas en junio de 1904. Se doctoró en Físicas en 1905, habiendo cursado una asignatura de Física Matemática entre otras asignaturas de doctorado. En ese mismo año ingresó en el Observatorio Astronómico de Madrid. Fue becado por la JAE en 1910 (Meudon, París y Postdam), y 1911 (Inglaterra). Primero ocupó la plaza de Auxiliar numerario, en 1910, en la Facultad de Ciencias. A la muerte de Echeagaray, se presentó a la oposición y ganó la de la cátedra de Física Matemática, y

³Real Academia Nacional de Medicina: <http://www.ranm.es/academicos/academicos-de-numero-antiguos/854-1971-bru-villaseca-luis.html>, accedido marzo 2014.

⁴(Cabrera Ramírez, 2003).

⁵<http://www.racab.es/academicos/historicos/correspondents-h/c/cabrera-felipe-juan> accedido febrero 2014.

⁶<http://ac.z.unizar.es/seccion2.subitem3.do?enlaceMenu=seccion2.subitem3>, accedido febrero 2014.

⁷http://www.encyclopedia-aragonesa.com/m/voz.asp?voz_id=2748, accedido febrero 2014.

en 1931, por acumulación, la de Física Teórica y Experimental (Farmacia) y la de Astronomía Física (ciencias, sección Físicas).⁸

Fue nombrado decano de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid en 1932, y director del Observatorio de Madrid en 1938. Fue miembro de la Academia de Ciencias de Madrid. Fue depurado por el régimen franquista y se exilió a México.

Fue uno de los pocos físicos que manifestó cierta incomodidad intelectual con los cuanta de energía.

Falleció el 22 de octubre de 1966.

Catalá de Alemany, Joaquín (1911-2009)

Nació en Manresa el 14 de septiembre de 1911. Inició estudios de arquitectura en Barcelona, pero los dejó para estudiar Física en la Facultad de Ciencias donde posteriormente trabajó como profesor auxiliar. Durante la guerra, y bajo la dirección de Mariano Doporto, sirvió como meteorólogo a las Fuerzas aéreas Republicanas. Sin embargo, fue rehabilitado tras la guerra y no sufrió depuración. Formó parte de la primera lista de Auxiliares y Ayudantes propuestos tras la guerra. En 1942 ganó una plaza de meteorólogo titular en Madrid. Impartió clases primero como profesor auxiliar y después como encargado de cátedra en la Universidad de Madrid mientras preparaba su tesis doctoral en la sección de Óptica del Instituto de Física y Química. Marchó a Berlín en el verano de 1942 para continuar sus estudios en el Optisches Institut junto al profesor Weider, pensionado por el Ministerio del Aire. También estuvo en Florencia en 1943 con una beca del CSIC. Se doctoró en 1946 bajo la dirección de Otero Navascués.⁹

En 1944 se trasladó a Valencia al ganar la plaza de catedrático de Física Teórica y Experimental (sección Químicas).

En 1949 disfrutó de una nueva beca e la Universidad de Bristol, donde realizó estudios sobre estructura atómica y partículas mediante la técnica de emulsión fotográfica. En 1950 regresó a Valencia e inició sus investigaciones utilizando esta técnica, dando pie a la creación en 1951, del IFIC (Instituto de Física Corpuscular) en esa ciudad.

Es autor de un interesante trabajo sobre las Estadísticas de Bose-Einstein y Fermi-Dirac publicado en los Anales de la Universidad de Barcelona en 1942.

⁸(Vaquero Martínez, 2002).

⁹(Ceba, 2012).

Espurz Campodarbe, Demetrio (1866-1958)

Fue doctor en Ciencias Físico-Matemáticas y en Ciencias Químicas, tomando posesión en el año 1905 de la cátedra de Física Teórica y Experimental de la Facultad de Ciencias de Oviedo, Sección de Químicas, y con anterioridad profesor en las Universidades de Zaragoza, de la Habana y de la Escuela Naval de Guayaquil (Ecuador). En 1923 asistió en la Universidad de Cambridge a los cursos de especialidad del profesor Joseph John Thomson. Ocupó los cargos de Decano de la Facultad y de Vice-Rector de la Universidad.¹⁰

Espurz Sánchez, Antonio

Doctor en Ciencias Físicas y Licenciado en Ciencias Químicas, fue auxiliar de Julio Palacios en Madrid y trabajó entre 1934 y 1936 con Blas Cabrera en el Instituto Nacional de Física y Química. Hizo un curso en la Universidad de Munich con el profesor Weiss. En 1944 ganó la oposición a cátedra de Física Teórica y Experimental en la Universidad de Oviedo, sucediendo a su padre. Pertenecía al Cuerpo Facultativo de Meteorólogos y tuvo participación en la instalación del Observatorio de Gijón.¹¹

García Santesmases, José (1907-1989)

Nació el 2 de mayo de 1907 en Barcelona. Se tituló en Ingeniería por la Ecole Supérieure d'Electricité de París en 1930, y obtuvo la licenciatura en Ciencias sección de Físicas en la Universidad de Barcelona en 1935, con premio extraordinario.

Los primeros cursos tras la guerra civil española pareció prestar atención a la mecánica cuántica. Testimonio de ello son su trabajo «Ondas y corpúsculos» publicado en los Anales de la Universidad de Barcelona y su asistencia a los cursos de Mecánica Atómica de Eugene Badarau en 1943; sin embargo sus intereses se decantarían finalmente por otros aspectos de la ingeniería.

Accedió al grado de doctor 1943. En 1944 obtuvo la cátedra de Física Teórica y Experimental de la Universidad de Granada, y en 1946, la de Física Industrial de Madrid, que ocupó hasta 1977. En 1949 colaboró en el Cavendish Laboratory de Cambridge y en el Computation Laboratory de la Universidad de Harvard, bajo

¹⁰ (AHUO, Archivo Histórico de la Universidad de Oviedo, Reseña Biográfica de Demetrio Espurz. Consultada 5 de febrero de 2015).

¹¹(Arribas Jimeno, 1984).

la dirección de Howard H. Aiken.¹²

Es considerado uno de los pioneros de la informática y la automática en España, con importantes contribuciones en ese terreno.

Falleció el 24 de octubre de 1989 en Madrid.

Gil Santiago, Eduardo (1903-1979)

Nacido en 1903. Se licenció en Ciencias Físicas por la Universidad Central de Madrid cursando sus estudios entre 1922 y 1928.

Estuvo vinculado al Ateneo de Madrid como secretario de la Sección de Exactas en el año 1933. Estudió en Berlín con Schrödinger mediante una beca que le fue concedida por la JAE en junio de ese mismo año. Fue Profesor auxiliar de la Cátedra de Acústica y Óptica de la Facultad de Ciencias de Madrid y trabajó con Julio Palacios en el Laboratorio de Investigaciones Físicas sobre la determinación de estructuras cristalinas mediante rayos X.

Durante la guerra española de 1936 ejerció como instructor en el Aeródromo de Los Alcázares (Murcia). A raíz del proceso de depuración posterior fue sancionado con la inhabilitación para cargos directivos y de confianza. En la década de los 50 ejerció como profesor en la Escuela Oficial de Telecomunicaciones de Madrid.

Su interés por la Mecánica cuántica se plasmó en diferentes trabajos, como son el que presentó para acceder a la beca de la JAE, «Analogías de la mecánica clásica y ondulatoria» o los artículos que publicó tras la guerra civil en *Metalurgia* y *Electricidad*. En ellos recogió muy atinadamente las conferencias que Schrödinger dictó en el Instituto Nacional de Física y Química en 1935.

Falleció en 1979.

José María Íñiguez Almech (1897-1983)

Hijo de Francisco Íñiguez Íñiguez y Pilar Almech. Su padre fue Director del Observatorio Astronómico de Madrid. Dotado de gran inteligencia natural aprendió a leer de forma autodidacta a los tres años utilizando un puzzle de letras de su hermana mayor. Tenía una afición natural a los jeroglíficos, que su padre cuidó fomentar. Quedó huérfano de madre desde edad muy temprana. Su padre puso gran esmero en la formación de sus hijos, educándoles personalmente en lugar de llevarlos al colegio.

¹²<http://www.scie.es/historia-progreso-informatica-cientifica-universitaria-espana/legado-jose-garcia-santesmases-1952-a-1977/>, accedido 4 de abril 2014.

En 1912 hizo los exámenes de reválida de ciencias y letras con resultado de sobresaliente en ambas disciplinas. Ese mismo año inició sus estudios en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid donde cursó asignaturas de las especialidades de Matemáticas y Química. Terminó el primer curso con 16 años, cosa que no estaba administrativamente permitido, pero fue tolerado por la Universidad. Obtuvo su licenciatura en Matemáticas en 1916, con matrícula en todas las asignaturas excepto Física General, siendo reconocido con el premio extraordinario de licenciatura.

Alcanzó el grado de doctor en Ciencias Matemáticas en 1917 con una tesis de Geometría, con premio extraordinario de doctorado. En 1919 accedió por concurso a una plaza de Profesor Auxiliar Temporal en la Facultad de Ciencias de Madrid.

Al acabar la licenciatura de Matemáticas, le faltaban seis asignaturas para completar los estudios de la licenciatura de Químicas. Aprobó dos en el curso 1917-18 y otras dos al año siguiente; pero una normativa que impedía a los profesores examinarse en la misma Universidad en la que daban clase le obligó a examinarse de las dos últimas en Zaragoza. Obtuvo esta segunda licenciatura en Químicas en 1920, accediendo al grado de doctor en 1939.

En aquella época cierta picaresca en los exámenes de la asignatura de Mecánica Racional había permitido a muchos estudiantes aprobarla sin la debida preparación. Aunque esa misma asignatura supuso inicialmente gran dificultad para él, una vez superado el obstáculo tuvo en ella resultados sobresalientes.

Su positiva relación con esa asignatura le llevó a la obtención de la cátedra de Mecánica Racional de Zaragoza en 1922.

En su *Curso de matemáticas: para estudiantes de Física, Química e Ingeniería* incluyó en 1943 algunos elementos de Mecánica cuántica y de Mecánica Racional que tuvieron cierta ascendencia entre los físicos de su época. Posteriormente escribió *Operadores lineales en los espacios métricos*, texto en el que desarrolla las bases de la teoría de operadores. Es también autor del libro *Mecánica cuántica*, que consideramos como el primer compendio monográfico de nivel universitario sobre la nueva mecánica.

Durante la guerra civil colaboró con el Servicio de Recuperación de Documentos, que es el nombre con que se conocía al servicio de descifrado del ejército de Franco, destacando por su efectividad.

En los años de la inmediata posguerra, tras restablecerse la vida académica de la Facultad, en una conversación casual con uno de los catedráticos a propósito de un libro que él tenía, Íñiguez sugirió dar un cursillo sobre el aspecto matemático y físico de la Mecánica cuántica. Ante la buena acogida de los otros catedráticos, que propusieron a su vez otros temas interesantes, Íñiguez buscó con éxito la

forma de obtener una gratificación para los profesores y becas para los alumnos. El resultado de esa iniciativa se concretó en unos Cursos Postescolares que, según parece, fueron muy ponderados por su nivel. Ello provocó que al año siguiente otras universidades solicitaran al Ministerio autorización para dar cursos análogos, pero dándoles el carácter de cursos de doctorado. Se concedió la autorización, que posteriormente facilitó que se facultara a todas las Universidades españolas a otorgar el título de doctor.

Ocupó diversos cargos en la Universidad de Zaragoza y otras instituciones académicas. Entre ellos cabe citar que fue Secretario de la Facultad de Ciencias de Zaragoza, académico de la Academia de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales de Zaragoza, Decano de la Facultad de Ciencias, Vicerrector de la Universidad de Zaragoza, Presidente del Seminario Matemático «García de Galdeano» y socio de diversas sociedades científicas, entre ellas la American Mathematical Society.

Falleció el 16 de noviembre de 1983 en Zaragoza.¹³

López Bustos, Carlos

Doctor en Farmacia y profesor de instituto en Ciudad Real. Fue hijo de Antonio López Franco, de quien en breve hablaremos, con quien escribió un libro de introducción a la mecánica cuántica.

Tuvo una gran amplitud de intereses culturales, que queda manifiesta en su bibliografía,¹⁴ y fue miembro la Real Sociedad Española de Química.

López Franco, Antonio (-1968)

Fue Ingeniero de Caminos, trabajó en el trazado del ferrocarril de La Roda a Tarazona. Fue profesor de Química y Materiales en la Escuela de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos de Madrid. Trabajó para el Ministerio de Obras Públicas y reingresó en servicio al estado como ingeniero en 1919¹⁵. Solicitó convalidación de asignaturas de ingeniería para obtener la licenciatura de la Facultad de Ciencias, aunque no nos consta finalización de esos estudios.¹⁶

¹³La biografía sobre J.M. Íñiguez la hemos reconstruido a partir de sus expedientes de (AGA, Educación, 21/20423), de (AHN, Archivo Histórico Nacional, Universidades, 5730, exp. 07), de (Soler y López-Brea, 2008) y de (AFI).

¹⁴<http://datos.bne.es/autor/XX830450.html>.

¹⁵(*La construcción Moderna*, nº 9, 15 de mayo de 1919, p. 51).

¹⁶(http://pares.mcu.es/ParesBusquedas/servlets/Control_servlet?accion=3&txt_id_desc_ud=4375631&fromagenda=N.), accedido 12 febrero 2014)
<http://cesbor.blogspot.com.es/2013/01/antonio-lopez-franco-el-ingeniero-que.html>.

Escribió, junto con su hijo Carlos López Bustos, un interesante libro de introducción a la mecánica cuántica en 1956.

Falleció en Madrid en 1968.

Ortiz Fornaguera, Ramón (1916-1974)

Hijo de familia humilde, pudo realizar sus estudios merced a las becas que su expediente académico le permitió obtener. Estudió en la Facultad de Ciencias de Barcelona, iniciando sus estudios en 1935. Durante la guerra trabajó, además, en el Observatorio Fabra. Obtuvo la licenciatura de Matemáticas en 1942 y la de Físicas en 1944.

Tras la guerra ejerció de ayudante de clases prácticas de la asignatura de Mecánica Racional (1944-1945) y al año siguiente como profesor auxiliar temporal de Electricidad y Magnetismo en la misma Universidad de Barcelona.

Se trasladó a Madrid en el curso 1946-1947. Incorporado al Instituto de Óptica Daza de Valdés entró en contacto a través de este Instituto con las primeras actividades en España relacionadas con la Energía Atómica. Durante ese mismo curso 1946-1947 comenzó también su formación de doctorado dirigido por Esteban Terradas, obteniendo el título de doctor en 1947. Impartió clases en los seminarios que este último organizó en la Universidad Complutense de Madrid.

Asistió en Roma y Milán a un curso dirigido por Bruno Ferreti hacia 1948. Posteriormente trabajó en la Universidad de Chicago bajo la dirección de Enrico Fermi y en 1953 en Gotinga junto al profesor Heisenberg.

Desestimada su candidatura a la cátedra de Física Matemática de Barcelona convocada en 1954, el autor adquirió en años posteriores considerable prestigio como matemático y físico teórico, llegando a ocupar el puesto de Jefe de la División de Física Teórica y Teoría de Reactores de la Junta de Energía Nuclear.

Fue académico correspondiente de la RACEFN.

Su relación con la mecánica cuántica fue larga. Impartió a finales de 1942 unas lecciones en la fábrica de Badalona de la Sociedad Anónima Cros que quedaron recogidas en el libro *Introducción al estudio de la mecánica cuántica*. Creemos que se trata de la primera monografía original de un autor español sobre el tema, aunque no puede considerarse un texto de nivel universitario. Posteriormente realizó traducciones al castellano de parte de las obras de Landau y Lifshitz publicadas en su momento por la editorial Reverté. Asimismo fue el traductor del libro *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* de John von Neumann. Escribió también numerosos artículos, algunos de los cuales se publicaron en revistas extranjeras.

Falleció en Madrid en 1974.¹⁷

Peña Serrano, Fernando (1894-1960)

Ingresó en la Escuela Especial de Ingenieros de Montes el año 1909, donde obtuvo en título de Ingeniero en 1915¹⁸. Su interés por las novedades de la física queda de manifiesto por su participación en las discusiones mantenidas con Einstein en la Sociedad Matemática Española en 1923 (Ib., p. 120), la traducción de la mecánica general de Max Planck de 1930¹⁹ y su asistencia a las lecciones de Schrödinger en el Instituto de Física en 1935.

Durante la Guerra Civil Española permaneció en Madrid, donde fue nombrado Vicepresidente de la Junta Provisional de la Sociedad Matemática Española. En 1937 publicó en la *Revista Matemática Hispano-Americana* el artículo «Un método para determinar los niveles de energía del oscilador armónico». Fue discípulo de José María Plans²⁰ y ejerció como profesor numerario en la Escuela de Ingenieros de Montes tras acabar la Guerra Civil Española.

Falleció en 1960.

Puig Villena, Juan Bautista (1891-1943)

Natural de Xàtiva (Valencia), Puig Villena estudió Ciencias Químicas en la Universidad de Zaragoza. En 1918 opositó a la cátedra de física y química del Instituto de Santiago sin llegar a obtener la plaza. En este mismo año entró como profesor en Almodóvar del Campo y posteriormente en Daimiel (ambas en Ciudad Real).

En 1924, Puig Villena viajó a Argentina y Cuba, trabajando en laboratorios de distintas plantas de procesado de caña de azúcar.

De vuelta a Europa, volvió a manifestar su interés por la física fundamental viajando en esta ocasión a Francia durante el curso 1926-1927. Allí, en el *Institut Catholique de Paris* y bajo la dirección de Monsieur Branly, cursó algunas asignaturas de las disciplinas de ciencias físicas y químicas. Recordemos que en aquellos años, Edouard Branly (1844-1940), uno de los pioneros de la invención de la radio, disponía de un importante laboratorio para sus investigaciones físicas, hoy convertido en museo.

¹⁷Para un mayor detalle biográfico sobre Ortiz Fornaguera véase «La obra científica de Ramón Ortiz Fornaguera (1916-1974): Un capítulo de la Física Matemática, teórica y nuclear en la dictadura franquista» (Soler Ferrán, 2015).

¹⁸(ETSIM, 1997, p. 119).

¹⁹*Introducción a la Mecánica General* (Planck, 1930).

²⁰(Soler Ferrán, 2010, p. 118).

En 1928, Puig Villena fue nombrado profesor de matemáticas del instituto local de Villacarrillo (Jaén), pero su interés científico y académico le movió a realizar una petición a la JAE para asistir al curso en Madrid del profesor P. Sherrer de la Escuela Politécnica de Zurich sobre la física de los rayos Röntgen y la estructura de los cristales y las moléculas. Tras ejercer en Zafra (Badajoz) un tiempo, fue director de un colegio de Irún, donde entró en contacto con el Centro de Estudios Científicos de San Sebastián, del que fue socio. De esa época es su trabajo «La teoría corpuscular de la luz» en el que aborda cuestiones de la nueva mecánica cuántica.

Posteriormente fue destinado a Antequera (Málaga) y Alcoy, donde publicó «Breve idea de la mecánica ondulatoria».

Sus conexiones políticas previas a la guerra civil le obligaron a exiliarse al acabar esta. Durante los tres años que precedieron a su defunción ejerció como profesor universitario en Costa Rica.

Falleció en 1943.²¹

Plans y Freyre, José M^a (1878-1934)

José María Plans y Freyre realizó sus estudios de Ciencias en la Universidad de Barcelona, realizando el doctorado en Madrid. Fue Catedrático de Mecánica Racional de la Universidad de Zaragoza (1909-1917) y de Mecánica Celeste en la Facultad de Ciencias de la Universidad Central de Madrid (1917-1934). Fue también profesor de la Escuela Superior de Aerotecnia y colaboró como director de investigación en el Laboratorio y Seminario Matemático de Madrid. Fue miembro de numerosas sociedades científicas.

Aunque nuestro interés ha sido en el libro de Termodinámica de este autor, sus aportaciones más reconocidas fueron sobre la teoría de la relatividad. Sus exposiciones en ese ámbito fueron elogiadas por el propio Einstein. Algunos autores le consideran como el introductor del cálculo diferencial absoluto (cálculo tensorial) en España.²²

²¹Para un mayor detalle sobre la biografía de Puig Villena, véase «Enseñanza y divulgación de la física moderna durante la república y la guerra: El caso del profesor Juan B. Puig Villena» de Marià Baig (Baig, 2014).

²² (Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Relación de Académicos. http://www.rac.es/2/2_ficha.php?id=316&idN3=39&idN4=53. Enlace no estable. Accedido mayo 2014). <http://www.biografiasyvidas.com/biografia/p/plans.htm>, accedido febrero 2015.

Ramon Ferrando, Ferran (1891-)

Natural de Montroig (Tarragona). Estudió Ciencias, accediendo posteriormente al grado de doctor en la sección de Físicas.²³

Fue catedrático de Física General en la Universidad de Murcia entre 1918 y 1930. Se casó con María Moliner en 1925. Entre 1930 y 1939 ejerce como catedrático en Valencia. Nombrado Decano de la Facultad de Ciencias meses antes del comienzo de la guerra, fue confirmado en el cargo hasta el fin de la misma. Durante la guerra enseñó matemáticas en algunos institutos de Valencia.

Encarcelado al terminar la guerra, se le abrió expediente de depuración, que tuvo como resultado su traslado disciplinario a la Universidad de Murcia y la inhabilitación para cargos directivos y de confianza. Rehabilitado en 1949 para cargos directivos, aún siguió con sanción de postergación de seis puestos en el escalafón, que se mantuvo hasta 1954.

Accedió por concurso de traslado a la Universidad de Salamanca en 1946, ciudad en la que falleció.

Fue también autor de un texto universitario, *Curso de Física*, de indudable aceptación (nos constan ediciones de 1922, 1926, 1936, 1941 y 1953).

Su interés por la teoría cuántica queda patente, tanto por su artículo «El origen de la radiación ultrapenetrante», en el que utiliza la teoría cuántica de Planck, como por sus lecciones en la Universidad de Valencia, publicadas en 1933. En estas últimas trata ya de la nueva mecánica cuántica.

Tharrats Vidal, Jesús (1923-2002)

Nacido en 1923 en Girona. Trabajó en la JEN durante los primeros años de la Junta, coincidiendo allí con Ortiz. Ganó por oposición la cátedra de Mecánica Teórica de la Universidad de Salamanca en 1954. Posteriormente sacó la cátedra de Física Matemática de la Universidad de Barcelona. En dicha oposición optaba también a la cátedra Ramón Ortiz. Tharrats sacó la cátedra, pero al poco tiempo (1960) pidió una excedencia tras la cual no se reincorporó.

Fue profesor de la Facultad de Ciencias de la Universidad Central de Caracas.

Se interesó por los aspectos conceptuales de la mecánica cuántica. Al parecer el principio de indeterminación y el problema de la medida fueron dos cuestiones que le preocuparon especialmente.

Falleció en Puerto Rico en 2002.²⁴

²³Los datos biográficos los hemos extraído de su expediente de (AGA, Educación, 12/15052) y de (Mancebo, 1994).

²⁴El breve resumen que hemos hecho se ha basado en (AFO), la *Gaceta de Madrid* y <http://www.uv.es/~azcarrag>.

Vallado Ordovás, Francisco (1888-1955)

Realizó los estudios eclesiásticos en la Universidad Pontificia de Zaragoza, interrumpidos por una estancia en la Habana. Recibió el orden sacerdotal y fue profesor de Química en el Seminario Conciliar.²⁵

Fue autor de un libro con el título *Fácil acceso al estudio de la química*, que se llegó a reeditar por tercera vez en 1949. Ofreció un discurso de inauguración del curso 1930-1931 en el Seminario de Zaragoza sobre «la estructura íntima de la materia y sus relaciones con la energía según la Teoría de la Relatividad de Einstein».

Viñallonga Garriga, Jaime (1909-)

Completó sus estudios de ingeniería en la Escola d'Enginyers de Barcelona en 1932, y fue designado por el Claustro de la escuela como becario para el curso de 1933 de la Universidad de Verano de Santander. Allí tuvo ocasión de conocer los trabajos de Catalán, Cabrera, Palacios y de asistir asimismo a conferencias de Terradas.²⁶ Ese mismo año dio unas conferencias en la misma Escola d'Enginyers resumiendo sus trabajos en la Universidad de Verano y obtuvo el título de Ingeniero Industrial en junio de 1935 tras completar los correspondientes ejercicios.²⁷

Pronunció bastantes conferencias sobre la nueva mecánica cuántica. Dos de ellas en la Escola de Enginyers acerca de «Influencia de las concepciones de Heisenberg, de Broglie y de Dirac en el pensamiento Científico» y «Modelo atómico según las ideas de Rutherford y Bohr –Hipótesis de Sommerfeld y mecánica de Schrödinger– Relación entre el brillo y la masa de las estrellas».

²⁵<http://belchitelaureado.blogspot.com.es/2010/04/belchitanos-ejemplares-mosen-francisco.html>.

²⁶Sabemos por Madariaga y Valbuena (Madariaga de la Campa y Valbuena Morán, 1999), que en la Universidad de Verano de Santander se impartieron en 1933 unas lecciones sobre el tema *La materia y sus radiaciones*, en las que participaron los cuatro físicos mencionados: Cabrera (3), Catalán (4), Palacios (4) y Terradas. Otras conferencias de los mismos autores entre 1932 y 1936 comprenden los temas siguientes:

Cabrera: tres conferencias bajo el título «Las categorías físico-matemáticas» dentro del curso *Estado actual del problema de la categorías filosóficas*; dentro del curso *La ciencia química* impartió el ciclo de «Estructura nuclear»; cuatro conferencias dentro del curso *Cosmogonía*; el ciclo «Isotopía en química» y las lecciones «La física de Newton» y «La ciencia eléctrica».

Catalán: impartió sesiones también en el ciclo «Isotopía en química» al igual que Blas Cabrera.

Palacios: «Introducción a la mecánica ondulatoria»; «Cosmogonía».

Las conferencias de Schrödinger, recogidas posteriormente por Zubiri, fueron en 1934 por lo que Viñallonga no tuvo la oportunidad de escucharle en 1933.

²⁷(AETSEIB, Archivo de l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona, expediente académico de Jaime Viñallonga).

En 1934 publicó en la revista *Tècnica* el artículo «Nuevas equivalencias», que se prolongó en tres números de la revista y que posteriormente sustentaría el contenido de su libro *La generación de la energía por destrucción de la materia* que publicó en 1946.

Siguiendo a estos tres números de *Tècnica* publicó una nueva memoria bajo el título *Las ideas fundamentales de la Mecánica Ondulatoria, y la analogía entre los principios de Maupertuis y de Fermat*.

Zubiri Apalategui, Xavier (1898-1983)

Nació en San Sebastián en 1898. Inició estudios de Filosofía y Teología en el Seminario de Madrid, y entre los años 1920 y 1921 estudió filosofía en el Instituto Superior de Filosofía de la Universidad Católica de Lovaina, Se doctoró en Teología en Roma en 1920 y en Filosofía en la Universidad Central de Madrid en 1921 bajo la dirección de Ortega y Gasset. También en 1921 fue ordenado sacerdote en Pamplona. En el año 1926 ganó por oposición la cátedra de Historia de la Filosofía de la Facultad de Filosofía y Letras en la Universidad Central de Madrid. En 1929 amplió sus estudios en Freiburg im Breisgau junto a Huserl y Heidegger.

En 1920 durante su estancia en Lovaina asistió a los cursos de física y matemáticas con La Vallée-Poussin, de Biología con Noyons y Van Geluchten.

En 1930 estuvo en Berlín, interesándose por las nuevas teorías de la física, donde conoció a Einstein y Schrödinger. Durante este curso estudió Física Teórica, matemáticas, ciencias naturales y filología clásica. Estableció contactos con científicos de la talla de Einstein, Planck, Schrödinger, etc.

En 1931 se reincorporó a su cátedra de Madrid. En 1935 se trasladó a Roma para obtener la secularización. Al iniciarse la guerra civil estaba en Roma pero se trasladó poco después a París. Estando allí dictó dos cursos breves sobre Historia de las Religiones en el Instituto Católico de Paris. Durante esa estancia estudió, a su vez, lingüística clásica y oriental, matemáticas, física y biología.

Al terminar la guerra, recuperó su cátedra de Madrid pero fue trasladado a Barcelona. En 1942, solicitó una excedencia de la Universidad motivada por la falta de libertad de cátedra.

Realizó una de las aportaciones españolas más significativas sobre el impacto filosófico de la nueva mecánica cuántica en el artículo «La nueva Física-(Un problema de filosofía)», aparecido en *Cruz y Raya* en 1934. Asimismo fue el traductor al castellano de las conferencias de Schrödinger de 1934 en la Universidad de Verano de Santander.

Falleció en Madrid en 1983.²⁸

²⁸http://www.zubiri.net/?page_id=361, accedido octubre 2014.

6.2. La ecuación de Schrödinger según Ferran Ramon Ferrando

En este apartado veremos la forma en que Ferran Ramon Ferrando llega a la ecuación de Schrödinger a partir de la ecuación de onda clásica una vez presupuesta la cuantización de la energía.²⁹ El texto de Ramon Ferrando del que estamos hablando es «Los cuantos de acción» (Ramon Ferrando, 1933).

El autor parte de la ecuación diferencial para la onda clásica, que en su texto identifica como fórmula (5)³⁰:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (\text{FR-5})$$

donde v representa la velocidad de desplazamiento de la onda, sujeta, por tanto a la relación $\lambda = vT$ (T el período del movimiento armónico). A partir de esta ecuación, utilizando la fórmula de la onda clásica:

$$\psi = \psi_0 \text{sen}(\omega t - \omega' x), \quad (\text{FR-9})$$

introduce la onda de fase asociada al movimiento de electrones libres,³¹ para lo cual, al efecto de conseguir una expresión con las dimensiones de acción, define la variable S que se ajusta a la fórmula: $\frac{x}{\lambda} = \frac{S}{\lambda mu}$ (u es la velocidad de propagación del electrón), y de ahí, utilizando la relación de de Broglie $mc^2 = hv$ concluye:

$$\psi = \psi_0 \text{sen} \left(ut - 2\pi \frac{S}{h} \right). \quad (\text{FR-9'})$$

Tras este planteamiento inicial el autor plantea la ecuación de Schrödinger en la sección §16:

<http://www.zubiri.net/vidaobra.html>, accedido octubre 2014.

²⁹Véase 3.5, p. 129.

³⁰Estas fórmulas preparatorias se encuentran en (Ramon Ferrando, 1933, pp. 120-124).

³¹La onda de fase u onda de Hamilton y en ocasiones onda de de Broglie se puede introducir más formalmente a partir de las definiciones de la mecánica racional, pero no debemos olvidar que Ramon Ferrando no intenta, en este texto, dotar a sus alumnos de las herramientas formales de la mecánica cuántica sino simplemente explicar los aspectos más significativos de la teoría.

El año anterior a las clases de Ramon Ferrando, 1932, se había publicado el libro de De Broglie «Théorie de la quantification dans la nouvelle mécanique». Debe señalarse que este último tampoco la introduce mediante una definición formal: «Au mouvement rectiligne et uniforme du corpuscule d'énergie E et de quantité du mouvement mv , nous faisons correspondre la propagation dans la direction du mouvement d'une onde plane monochromatique ayant la fréquence E/h et la longueur d'onde h/mv » (de Broglie, 1932, p. 14).

Esta onda, asociada al movimiento de la partícula, debe satisfacer la ecuación 5 [FR-5] entre derivadas parciales que, como vimos, es requisito de toda onda que se propaga. El primer miembro de 5, cambiando la y por ψ se expresa de siguiente modo: $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \Delta \psi$ y el segundo, efectuando la doble derivación en 9 [FR-9], resulta valer:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\frac{\omega^2}{v^2} \psi = -\frac{2^2 \pi^2}{T^2 v^2} \psi = -\frac{4\pi^2 v^2}{v^2} \psi$$

Por tanto, la ecuación 5 supone la condición:

$$\Delta \psi = -\frac{4\pi^2 v^2}{v^2} \psi \quad (\text{FR-10})$$

que debe cumplir la onda supuesta.

Ahora téngase en cuenta que, por ser

$$vu = c^2 \text{ y } E = mc^2, \text{ resulta } v = \frac{E}{mu}$$

y, por otra parte,

$$E_{cin} = E - V = \frac{mu^2}{2}; \text{ de donde: } u = \sqrt{\frac{2}{m}(E - V)}.$$

El autor justifica que la introducción del potencial, aún tratándose de una partícula libre, ofrece generalidad a la fórmula sin alterar la esencia del resultado. A continuación utiliza la longitud de onda de De Broglie para establecer la velocidad v de la onda de fase y poder sustituirla en la ecuación de Laplace:³²

Sustituyendo el valor de u en el de v , sale para este:

$$v = \frac{E}{\sqrt{2m(E - V)}}.$$

Finalmente, sustituyendo en 10 [FR-10] el valor de v y el de v resulta:

$$\Delta \psi + \frac{8\pi^2 m(E - V)}{h^2} \psi = 0 \quad (\text{FR-11})$$

que es la ecuación fundamental de Schrödinger. (Ramon Ferrando, 1933, pp. 125-126)

³²Esta técnica era habitual y tiene en cuenta, simultáneamente:

$$E = hv, \quad v/\lambda = \nu \text{ y la longitud de onda de De Broglie: } \lambda = h/p.$$

La parte que requiere más imaginación al autor es la que se refiere a la cuantización. Habida cuenta su autoimposición de no depender en exceso de las matemáticas, el autor no recurre de momento a solucionar la ecuación de Schrödinger, que le hubiera forzado a introducir los armónicos esféricos (para el caso del átomo de hidrógeno), pero que le hubiera permitido detallar la cuantificación, y en su lugar utiliza un ejemplo con argumento estrictamente geométrico para justificar la discretización de la longitud de onda de De Broglie. Para ello, partiendo de la ecuación de onda clásica y trabajando sobre el ejemplo de un volante giratorio afirma:

La onda [FR-9] será ahora, poniendo en vez de x el ángulo α

$$\psi = \psi_0 \text{sen}(\omega t - \omega' \alpha)$$

o mejor, para un instante dado, $t = 0$:

$$\psi = \psi_0 \text{sen}(\omega' \alpha)$$

y acompañará al volante en su movimiento. Resalta inmediatamente, que si nos fijamos en un punto cualquiera del volante corresponde a la vez a un ángulo α y a la serie de ángulos que se obtienen sumándole $n2\pi$ (n número entero). Por tanto si ω no es entero, esta serie de ángulos no dará el mismo valor para la fase correspondiente a un mismo punto del espacio, lo que es absurdo. (Ramon Ferrando, 1933, p. 127)

El razonamiento que hace Ramon Ferrando recuerda a la cuantificación del radio del átomo de hidrógeno –mediante la técnica de De Broglie–, en múltiplos enteros del radio de Bohr, más que a la cuantificación de la energía mediante la ecuación de onda de Schrödinger que es donde inserta el ejemplo el autor.

La complejidad de introducir los armónicos esféricos en la didáctica se puede apreciar también, como veremos, en el libro *Mecánica Cuántica* de Íñiguez (Íñiguez Almech, 1949).³³ Se puede ver que la preferencia didáctica de los físicos se orientaba a otra forma de explicación. Así, por ejemplo en las conferencias de Schrödinger en el Instituto de Física y Química (1935) hemos visto que omite la argumentación original de su artículo de 1926 (Schrödinger, 1926c) para razonar a partir del oscilador armónico, más sencillo, lo mismo que Fernando Peña Serrano. En cualquier caso el ejemplo seleccionado por el autor parece una buena forma de introducir el concepto de función univaluada que está en la base de la solución del átomo de hidrógeno, pues este tipo de explicación permanece vigente en nuestros días.

³³Véase sección 3.14, p. 212.

La cuantización de la energía la aborda Ramon Ferrando para el caso del oscilador armónico en la sección §17 del texto; para ello recurre sin exceso de detalles a los polinomios de Hermite:

Por tanto la ecuación de Schrödinger, en este caso particular, tendrá la forma

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2}(E - 2\pi^2v^2mx^2)\psi = 0$$

ecuación que es del tipo

$$y'' + (c - x^2)y = 0$$

cuya integración se verifica por medio de unas funciones llamadas de Hermite, que se designan por $H_n(x)$, formadas por ciertos polinomios de grado n . Las *funciones fundamentales* [propias] obtenidas, en este caso con mayor dificultad que para el volante, tienen la forma:

$$\psi_n(x) = Ae^{-\frac{x^2}{2}} H_n(x)$$

donde A es una constante y H_n el polinomio de Hermite de grado n ; a estas funciones les corresponden los *valores propios* siguientes de la energía

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu \quad (6.1)$$

donde n representa la serie de los números naturales.³⁴

Vemos aquí, pues, una de las primeras manifestaciones textuales en España del cálculo de la cuantización de la energía para el oscilador armónico, a partir de la ecuación de onda de Schrödinger y, ciertamente, con un procedimiento expositivo muy similar al que puede encontrarse en las lecciones de Schrödinger en la Royal Institution de Londres (Schrödinger, 1928, pp. 38-39).³⁵

Ramón Ferrando no se detiene a desarrollar la interpretación estadística de Born para la función de onda. En España no se había consolidado aún ese concepto. En la sección dedicada a García Santesmases se aprecia que inmediatamente después de la guerra todavía se estaba formando el término. Nuestra duda, como en todos los textos que hemos estudiado, es si se debe atribuir esa carencia a un menor interés didáctico, o a la dificultad intrínseca del concepto para los académicos españoles. La aclaración más probable apuntaría a una combinación de ambos factores.

³⁴Las cursivas son del original.

³⁵El oscilador armónico fue el ejemplo utilizado por Born y Jordan en el artículo seminal sobre la mecánica de matrices (Born y Jordan, 1925), hito fundamental de la nueva mecánica cuántica.

Aunque en perspectiva comparada se aprecia un ritmo más lento que en el centro científico, los criterios didácticos eran dispares y justificarían las decisiones de Ramon Ferrando. Un ejemplo se tiene en el ya mencionado libro de Heisenberg *The physical principles of the quantum theory* (Heisenberg, 1930b) en el que la ecuación de onda, aunque utilizada durante todo el texto, no se introduce sino en el apéndice matemático (§8), y ello sin referencia alguna a la utilidad que pudiera tener para la determinación de los niveles de energía. De forma similar Kemble en *The fundamental principles of quantum mechanics* (Kemble, 1937) introduce la ecuación de Schrödinger en el capítulo I (§5), pero no se refiere al problema del espectro discreto y la solución del problema del movimiento kepleriano hasta el capítulo V (§28).

6.3. Las nuevas estadísticas de Bose-Einstein

La formulación de la estadística de Bose-Einstein se asienta sobre cuatro artículos: (Bose, 1924a) [Bose(1)], (Bose, 1924b) [Bose(2)], (Einstein, 1924) [Einstein(1)], (Einstein, 1925) [Einstein(2)].³⁶

La adaptación de esa formulación en España ilustra un caso de cooperación interna en el desarrollo de este aspecto de la antigua mecánica cuántica. En nuestro estudio hemos trabajado con textos de Palacios, Catalá de Alemany y Terradas. Nuestra hipótesis es que tanto Catalá como Terradas se inspiraron en el texto de Palacios, mientras que este probablemente recurrió al primer artículo de Bose y al primero de Einstein, y, aunque conocía los segundos artículos de ambos autores, no los utilizó debido a un comentario negativo de Einstein al segundo artículo de Bose. Esto provocó que los textos de Catalá y Terradas adolecieran de un corrección que Bose y Einstein introdujeron en su segundo artículo.

En la sección 3.7 «Tras el paréntesis de la Guerra Civil Española. Las modernas estadísticas vistas por Joaquín Catalá de Alemany» hemos introducido un resumen del discurrir de la mecánica estadística en su adaptación a la teoría cuántica en los tres textos de los que hablamos. Las publicaciones se produjeron entre los años 1935, año de aparición del libro *Física Teórica I* de Palacios (Palacios, 1935) y 1943, en el que se editaron las *Lecciones sobre física de materiales sólidos* de Terradas (Terradas, 1943). En dicha sección hemos tomado como referencia un texto publicado entre ambos: *Idea acerca de las modernas estadísticas en el campo de la física* de Catalá de Alemany (Catalá de Alemany, 1942).

El tratado de Catalá es sin duda el menos consagrado de los tres al tratarse de

³⁶En esta sección simplificaremos las referencias a los artículos originales utilizando la notación entre corchetes.

un escrito realizado por un joven físico en el inicio de su carrera y no haber sido publicado en formato de libro sino insertado en los Anales de la Universidad de Barcelona. Le atribuimos por tanto poca o ninguna intención de llegar a públicos amplios y, a nuestro juicio, su finalidad fue más bien la de forzar la puesta en orden de unas ideas fruto del estudio personal del autor; sin embargo tiene para nosotros como historiadores un valor especial pues destila un aroma de cierta despreocupación que lo hace más transparente al investigador.

Como hemos avanzado en la mencionada sección, son varios los textos que manejó su autor. Los más relevantes son, en el apartado correspondiente a la estadística de Bose-Einstein, el recién mencionado de Julio Palacios y el de Eugène Bloch (Bloch, 1930).

Para apoyar nuestra hipótesis se hace conveniente entrar en algunos detalles de la matemática utilizada por los autores, Palacios, Catalá, Terradas, así como la de sus fuentes.

En los diversos autores se utilizan diferentes nomenclaturas para los mismos conceptos. En los casos en que nos ha sido posible hemos unificado la notación, pero detallamos aquí las utilizadas en los artículos originales de cada autor para facilitar la comparación al lector interesado en profundizar en este punto.³⁷

Número de quanta de radiación:

Planck	P
Bose (1)	N^s
Bose (2)	$N_v dv$
Einstein (1) ³⁸	n
Bloch	n
Palacios	N
Catalá ³⁹	N y n
Terradas	Z

Número total de celdas (o resonadores en el caso de Planck)

³⁷En cuanto a los otros autores, Planck, Bloch, Palacios, Catalá y Terradas las referencias son, respectivamente, a los mencionados (Planck, 1901), (Bloch, 1930), (Palacios, 1935), (Catalá de Alemany, 1942), (Terradas, 1943).

³⁸En el caso de Einstein, dado que su trabajo pretende extender el razonamiento de Bose a sistemas gaseosos, lo que cuenta la estadística no son quanta de radiación sino moléculas.

³⁹Recordemos que Catalá utiliza dos notaciones porque, sin mencionarlo explícitamente, recoge en su memoria las versiones de Palacios y de Bloch, que presentan a su vez notaciones distintas. Cuando nos referimos al número de partículas en las fórmulas utilizaremos la notación N .

Planck	N
Bose (1)	A^s celdas de frecuencia ν_s
Bose (2)	A_ν celdas de frecuencia ν
Einstein (1)	Δ_s celdas en el nivel s
Bloch	g
Palacios	q
Catalá	Z_s celdas en el nivel s

Número de celdas que albergan una determinada cantidad de quanta.

Bose (1)	p_r^s celdas con r quanta en la frecuencia ν_s
Einstein (1) ⁴⁰	$p_i \Delta_s$ celdas con i moléculas en el nivel s
Palacios	k_i celdas con i quanta
Catalá	Z_{n_s} celdas con n_s quanta en el nivel s
Terradas	Z_{ir} celdas con i fotones en el «estrato» r

Hemos indicado ya que la estadística de Planck para el cálculo de la energía media de un resonador se basa en el recuento de las formas en que los quanta de energía se distribuyen entre los diferentes resonadores que el autor considera en su teoría.

Dicho número quedaba fijado, por el autor, en:

$$R = \frac{(P + N - 1)!}{P!(N - 1)!}. \quad (6.2)$$

Este es el número de las diferentes formas (complejiones) en que P quanta de energía se pueden distribuir entre N celdas teniendo en cuenta dos condicionantes:

- Cualquier reordenación de los quanta da lugar a la misma complejión.
- Las celdas están perfectamente identificadas, de forma que, por ejemplo una complejión con todos los quanta (P) en la celda número 1 es diferente de la complejión que tiene todos los quanta (P) en la celda número 2.

Este caso corresponde a lo que se conoce como «combinaciones con repetición» y presupone, aunque Planck no lo explicita, la indistinguibilidad de los quanta en el recuento.

En los primeros artículos de Bose y de Einstein (Bose(1) y Einstein(1)), en el libro de Palacios, en una de las secciones de Catalá y en las *Lecciones* de Terradas, el recuento utilizado por estos autores es (en notación de Catalá):

$$\frac{Z_s!}{\prod_{n_s} Z_{n_s}!}, \quad (6.3)$$

⁴⁰En el caso de Einstein se cumple $\sum_i p_i = 1$, es decir los p_i son porcentajes.

donde Z_s representa el número total de celdas en el nivel s y Z_{n_s} representa el número de celdas con n_s quanta (o moléculas en el nivel en el caso de Einstein) en cada celda. Los que calculan la probabilidad W lo hacen como el producto de dicho recuento para todos los niveles de energía:

$$W = \prod_s \frac{Z_s!}{\prod_{n_s} Z_{n_s}!}, \quad (6.4)$$

Los artículos anteriores omiten pues, la necesaria suma de las complejiones resultado de una diferente manera de distribuir n_s quanta en las celdas, esto es, las distintas combinaciones de valores de las Z_{n_s} .⁴¹

Esta omisión de Bose, queda corregida, no obstante, en su segundo artículo, en el que, como Planck, utiliza:⁴²

$$R = \frac{(P+N-1)!}{P!(N-1)!}. \quad (6.6)$$

Einstein, en su segundo artículo usa ya el cálculo corregido de Bose adaptándolo al caso de un gas. Tanto Bloch como Catalá tratan también de la deducción de la ecuación de Planck para gases que, acorde con los cálculos hasta ahora presentados, implica la no distinguibilidad de las partículas del gas.

Catalá hace una primera deducción siguiendo a Bloch en la que traslada el caso de las partículas con masa del gas directamente a la ecuación que determina la condición del máximo de la entropía:

$$\delta \log W = \sum [\log(n+g) - \log n] \delta n = 0. \quad (6.7)$$

De aquí deduce la forma general para la expresión de n ,

$$n = g \frac{a}{e^{\frac{E}{kT}} - a}, \quad (6.8)$$

⁴¹Es particularmente curioso el caso de Palacios porque elabora un detallado ejemplo de distribución de seis quanta entre seis celdas que, sin embargo, deja incompleto. Asimismo Palacios omite el cálculo de la probabilidad W .

⁴²Lo hemos escrito en la notación de Planck. Bose simplifica eliminando los términos 1 restados a N en el numerador y denominador, válido para un elevado número de quanta de radiación y de celdas (Bose(2), p. 243):

$$R = \frac{(P+N)!}{P!(N)!}. \quad (6.5)$$

en la que E es la energía, T la temperatura, g el número de celdas, k la constante de Boltzmann y a es una constante introducida por el método de los coeficientes indeterminados utilizado en la resolución.⁴³

Pero, como hemos avanzado, Catalá hace una segunda deducción (Catalá de Alemany, 1942, p. 142) recurriendo directamente a la fórmula de Bose. En este caso Catalá se inspira en Palacios aunque no lo cita, porque en esta deducción vuelve a utilizar la fórmula incompleta de este (6.4), pese a haber estado trabajando ya con la fórmula del segundo artículo sugerida por Bloch (6.6).⁴⁴

Es curioso que, a diferencia de Catalá, ni Palacios ni Terradas tratan el caso del sistema gaseoso, ignorando los artículos de Einstein, y se limitan al caso de un sistema formado exclusivamente por radiación. Utilizan así en sus argumentos únicamente las fórmulas de Bose en su primer artículo (6.3) (6.4), que resultan incompletas.

Nuestra explicación de la omisión de estos autores se basa en la hipótesis de que el comentario negativo de Einstein inserto en el segundo artículo de Bose, que aquel tradujo, sembró la desconfianza en ellos disuadiéndoles de arriesgarse a dar por válido el contenido del artículo en esas condiciones.

6.4. Ramón Ortiz y la errata de la página 229

En la sección correspondiente⁴⁵ se ha hecho mención del particular contexto en que Ortiz Fornaguera consiguió ver publicada su traducción del *Mathematische* de von Neumann.

En este anexo nos permitiremos entrar en algunos detalles de la traducción en sí, pues esta fue ocasión para Ortiz de trabar conocimiento epistolar con von Neumann en un intercambio de cartas en las que le consultó algunos pormenores de la misma.

⁴³ Aunque no es directamente el objeto de este trabajo vale la pena recordar que el primer artículo de Bose trata exclusivamente de la deducción de la fórmula de radiación de Planck sin recurrir a hipótesis clásicas, el segundo artículo (Bose(2)) trata de la interacción de la materia y radiación. En el caso de Einstein su primer artículo es ya una aplicación de la idea de Bose al caso de un gas. Del segundo artículo de Einstein (Einstein(2)) la sección que nos interesa es aquella en que compara la teoría de Bose con la modificación de la teoría clásica introduciendo la independencia estadística de las partículas. Einstein concluye que, incluso recurriendo a la indistinguibilidad de las partículas del gas, para no entrar en contradicción con el teorema de Nernst se hace necesario servirse de la estadística de Bose.

⁴⁴ Hemos valorado la posibilidad de que se inspirase directamente en Bose(1), pero atendiendo a las frases utilizadas en el texto nos parece más razonable la hipótesis de que su fuente de inspiración fue Palacios aunque pueda sorprender que no recurriera a los artículos originales.

⁴⁵ 3.13 «Ramón Ortiz y el *Fundamentos matemáticos de la mecánica cuántica*», p. 202.

Entre esos pormenores se encuentran los relativos a los derechos de publicación de que ya hemos hablado, que motivaron las cartas de Ortiz de fechas 18 y 31 de marzo de 1947, pero una serie posterior de ellas tratan de algunas erratas encontradas por Ortiz en la versión alemana del texto de von Neumann, a las que ahora dedicaremos nuestra atención.

En la primera que le envió relacionada con estos errores de impresión, Ortiz le ofreció a von Neumann hacerle llegar la relación completa de los mismos, pero parece que uno de ellos lo consideró más relevante que el resto, por lo que introdujo la cuestión en la misma carta:⁴⁶

Se me ha ocurrido que en el caso de que estuviera usted planificando una nueva edición del trabajo [el *Mathematische*], podría interesarle tener una lista de las erratas de diferentes grados de importancia que han llamado mi atención cuando trabajaba con el libro, y que he observado que se preservan intactas en la traducción francesa de M. Proca. Hay también algunos casos en que los cambios de notación, a veces en el curso de una misma demostración, ofrecen alguna posibilidad de confusión al lector. Por supuesto, estaría encantado de enviarle la lista si fuera de su interés. Entretanto me gustaría someter a su aprobación una enmienda algo más importante que aquí le envío.

El error a que se refiere, descrito por Ortiz a renglón seguido, corresponde al capítulo «VI - El Proceso de medida». En ese capítulo von Neumann trata del problema de la relación entre el observable y el observador. Para abordarlo analiza el proceso por el que el ser humano toma conciencia del valor de las magnitudes físicas concluyendo que en ese proceso interviene siempre un elemento, «el ego» del observador, que está fuera del sistema físico en cuestión y por tanto no es alcanzables por el análisis. Este elemento lo identifica von Neumann como el sistema III. Los sistemas I y II son aquellos formados por el conjunto de sistemas físicos que

46

It has occurred to me that in the event you may yourself be planning a new edition of the work, you might care to have a list of the errata of varying degrees of importance which came to my attention while working with the book, and which I note are all preserved intact in the French translation by M. Proca. There are also a few cases in which changes of notation, on occasion in the course of a single demonstration, offer some possibility of confusion to the reader. I would of course be very glad to send you such a list if it would be of interest. Meanwhile, one rather important emendation I should like to submit herewith for your approval. (LoC. *Ortiz Fornaguera a von Neumann, 1 diciembre 1947*. Carta. From Library of Congress, *The John von Neumann and Klara Dan von Neumann papers 1912-2000*. Box 3, F Miscellaneous. <http://hdl.loc.gov/loc.mss/eadmss.ms996003>)

intervienen en el proceso de medida, siendo un requisito que el sistema I contenga como mínimo, el sistema físico que determina la magnitud a medir. En esas circunstancias, tanto el sistema I como el sistema II pueden variar arbitrariamente y así, en el esquema de von Neumann, el proceso de medir una temperatura podría consistir en que el sistema I quedara constituido por el objeto cuya temperatura se desea medir más el termómetro utilizado, y el sistema II (el correspondiente al observador) estuviera constituido por los elementos intermedios que se deben agregar hasta llegar al ego del observador (la luz que transporta la información de la raya del termómetro alcanzada por el mercurio hasta el ojo, la impresión de la retina etc.), pero nada impediría, en principio, considerar el termómetro como parte del observador e incluirlo en el sistema II.

La importancia de esta distinción estriba en el hecho de que el sistema I, en ausencia de observación, se rige por la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo y esta determina, por tanto, una evolución causal del estado del sistema, sintetizado en la función de onda Φ , pero en cuanto interviene el observador, es decir, cuando se produce una medida, el sistema viene regido por el operador que determina la proyección de la función de estado en una de sus funciones propias, siendo este operador meramente estadístico y por tanto no causal según la teoría de von Neumann.

La errata a la que nos referimos se encuentra en la página 229 de la edición original, en el capítulo mencionado dentro de la sección «Sistemas compuestos» y fue identificada por Ortiz en el proceso de traducción del texto.

En ese punto el autor introduce dos operadores, que se plasman en la página 306 del texto en castellano, definidos como:

$$F : \left\{ \mathcal{E}^I, \{\varphi\} \right\} \longrightarrow \left\{ \mathcal{E}^{II}, \{\xi\} \right\}$$

$$\varphi(q) \longrightarrow \int \Phi(q, r) \varphi(q) dq,$$

y

$$F^* : \left\{ \mathcal{E}^{II}, \{\xi\} \right\} \longrightarrow \left\{ \mathcal{E}^I, \{\varphi\} \right\}$$

$$\xi(r) \longrightarrow \int \Phi(q, r) \xi(r) dr,$$

y el traductor inserta una escueta nota al pie con el comentario siguiente: «Hemos modificado ligeramente el razonamiento que desarrolla Neumann (página 229 de la edición alemana) ante el hecho de que se basa en la igualdad $F \varphi_m(q) = \sum_{n=1}^{\infty} \overline{f_{mn}} \xi_n(r)$ que no es cierta si el sistema ortonormal completo ξ_n es cualquiera como supone».

Ortiz describe con algo más de detalle su objeción en la mencionada carta a von Neumann en los siguientes términos:⁴⁷

⁴⁷ Adjuntamos el texto original de los párrafos de esta carta, aquí citados, en la sección 6.4, p.

Los dos operadores F, F^* se introducen en la p. 229 y están definidos por las relaciones (1):

$$F\varphi(q) := \int \overline{\Phi(q,r)}\varphi(q)dq,$$

$$F^*\xi(q) := \int \Phi(q,r)\xi(r)dr$$

donde (2):

$$\Phi(q,r) = \sum_{m,n} f_{mn}\varphi_m(q)\xi_n(r)$$

y $\varphi_m(q), \xi_n(r)$ son sistemas completos de funciones ortonormales en $\mathcal{E}^I \equiv \varphi(q), \mathcal{E}^{II} \equiv \xi(r)$, resp.

$F\varphi(q)$ es un punto de \mathcal{E}^{II} , $F^*\xi(r)$ es un punto de \mathcal{E}^I . Entonces F^*F, FF^* actúa sobre los elementos de $\mathcal{E}^I, \mathcal{E}^{II}$ resp. y ofrecen como resultado elementos de $\mathcal{E}^{II}, \mathcal{E}^I$.

Al final de la citada página se puede leer: "Dado que $F\varphi_m(q)$ resulta ser igual a $\sum_{n=1}^{\infty} \overline{f_{mn}}\xi_n(r)$ (A), la matriz de F será $\{\overline{f_{mn}}\}$ [mediante la utilización del sistema ortonormal completo $\varphi_m(q)$ respectivamente $\xi_n(r)$], y de igual forma F^* tiene por matriz $\{f_{mn}\}$ (B). Entonces F^*F, FF^* tienen por matrices

$$\left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \overline{f_{mn}}f_{m'n} \right\} \text{ resp. } \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \overline{f_{mn}}f_{mn'} \right\}."$$

Pero debido a (1) y (2) obtenemos realmente (3):

$$F\varphi_m(q) = \sum_{m'n} \overline{f_{m'n}} \xi_n(r) \int \overline{\varphi_{m'}(q)}\varphi_m(q)dq = \sum_n \overline{f_{mn}}\xi_n(r)$$

que nos da la matriz de F con respecto a $\{\varphi_m(q), \overline{\xi_n(r)}\}$.

Análogamente

$$F^*\xi_n(r) = \sum_{mn'} f_{mn'}\varphi_m(q) \int \xi_n(r)\xi_{n'}(r)dr.$$

Entonces tenemos $\{f_{mn}\} \neq \{\sum_{n'} f_{mn'} \int \xi_n(r)\xi_{n'}(r)dr\}$ si $\xi_n(r)$ no son reales.

Todo el razonamiento [posterior, del texto de Neumann] asume la validez de (A) y (B) que contradice los resultados obtenidos anteriormente.

Obsérvese que, en resumen, Ortiz afirma que con las definiciones de von Neumann el operador F^* no tiene la matriz $\{f_{mn}\}$ esperada.

La sección VI del libro de von Neumann, no es excesivamente compleja de seguir, pero es tediosa debido a la notación, que provoca frecuentes errores. El mismo Ortiz incurre en error en la fórmula (3) más arriba, omitiendo la conjugación en $\xi_n(r)$ en la igualdad de la derecha. Ese error está subsanado en la versión del mismo argumento publicada en la impresión definitiva.

La propuesta de Ortiz para resolver la incoherencia del razonamiento de von Neumann es la creación de dos operadores adicionales

$$\bar{F}\varphi(q) = \int \Phi(q,r)\varphi(q)dq$$

y

$$F'\xi(r) = \int \overline{\Phi(q,r)}\xi(r)dr,$$

que tienen por matrices, respectivamente:

$$\bar{F}\overline{\varphi_m(q)} = \sum_n f_{mn}\xi_n(r), \quad F'\xi_n(r) = \sum_m \overline{f_{mn}}\overline{\varphi_m(q)}.$$

Con las anteriores definiciones la composición F^*F y $\bar{F}F'$ de los operadores definidos cumplirán:

...

$$(F^*F)\varphi_m(q) = \sum_n \overline{f_{mn}} F^* \xi_n(r) = \sum_{m'} \left(\sum_n \overline{f_{mn}} f_{m'n} \right) \varphi_{m'}(q),$$

$$(\bar{F}F')\xi_n(r) = \sum_m \overline{f_{mn}} \bar{F} \overline{\varphi_m(q)} = \sum_{n'} \left(\sum_m \overline{f_{mn}} f_{mn'} \right) \xi_{n'}(r)$$

Entonces (8) $U = F^*F$, (9) $U = \bar{F}F'$ son las proyecciones del operador estadístico $U = P_\Phi$ sobre R^I , R^{II} respectivamente. (8) coincide con la fórmula correspondiente de su libro, pero (9) pienso que es bastante diferente de la del texto. De acuerdo con la primera

$$U\xi(r) = \int \int \Phi(q,r) \overline{\Phi(q,s)}\xi(s)dsdq$$

mientras que de la última [la del texto]

$$U\xi(r) = \int \int \overline{\Phi(q,r)} \Phi(q,s)\xi(s)dsdq.$$

No obstante el resultado final (p. 231)

$$\Phi(q,r) = \sum_{k=1}^M \sqrt{w_k} \varphi_{\mu_k}(q) \xi_{v_k}(r)$$

se mantiene pese a las modificaciones que propongo.

Ante esta propuesta de corrección, la respuesta de von Neumann puede resultar ciertamente sorprendente:⁴⁸

En relación con la dificultad de la página 229 que menciona, me parece que puede ser solventada corrigiendo lo que creo que es simplemente una errata de escritura. La fórmula (2) de la página 229 debería haber contenido $\bar{\xi}_n$ en lugar de ξ_n . Creo que si relee el texto con esta corrección presente (puede requerir ajustes paralelos en el texto subsiguiente), encontrará que todo es consistente y correcto.

Pese a la sencillez de la solución propuesta por von Neumann, Ortiz mantuvo su versión en el texto definitivo de su traducción. Como ya hemos comentado anteriormente,⁴⁹ esta decisión, junto con el hecho de que Robert Beyer en su traducción al inglés de 1955 utilizara, en cambio, una versión adaptada de la propuesta de von Neumann, sugiere de forma evidente la posibilidad de que la traducción al castellano de Ortiz incurriera en un error al persistir este en su propuesta.

Ortiz debía ser consciente de lo anómalo que podía resultar la alteración de la traducción contraviniendo las indicaciones del autor. Ello motivó que publicase el ya citado artículo (Ortiz Fornaguera, 1948a) en el que justificaba la validez de los resultados de su propuesta. El artículo comienza con una breve introducción del contexto en el que se inserta el párrafo con la errata para, a continuación, desarrollar el razonamiento sobre la base de sus definiciones y llegar a la conclusión deseada.

Nuestro análisis, que justificamos a continuación, indica que ambas soluciones son equivalentes. Dicho análisis se dificulta especialmente debido a los siguientes factores.

Por un lado, la compleja tipografía utilizada en la versión original en alemán utiliza las mismas letras con diferentes grafías para referirse a los diferentes objetos en los espacios *I*, *II* y *III* (*I + II*). Así, en el momento de definir tres operadores hermíticos correspondientes a magnitudes físicas en los diferentes sistemas, utiliza como notación, respectivamente, *A*, *A* y **A**; de igual forma, para definir operadores estadísticos en cada uno de ellos utiliza los tipos: *U*, *U* y **U**. Aunque esta notación se encuentra también en Beyer está sujeta a erratas tipográficas en todas las versiones de las que hablamos.

⁴⁸Regarding the difficulty on page 229 which you mention, it seems to me it can be removed by correcting what I think was merely a misprint. Formula (2) [la señalada con ese número en la carta de Ortiz] on page 229 should have contained not ξ_n but $\bar{\xi}_n$. I think if you re-read the text with this correction in view (it may involve a few parallel adjustments in the subsequent text), you will find that everything is self-consistent and correct. (AFO, C47-35, Carta de von Neumann a Ortiz. 10 de diciembre de 1947).

⁴⁹3.13.2 «Sobre las notas de Ramón Ortiz», p. 211.

Por otro lado hemos tenido que hacer una revisión crítica de la traducción de Robert Beyer pues este no utilizó la solución de von Neumann tal como este último se la propuso a Ortiz, sino que buscó una solución de compromiso en la cual, en lugar de cambiar la definición de la función Φ , usó la misma definición pero referida a la base conjugada $\{\overline{\xi_n}\}$.⁵⁰

Por último, la diferente notación matricial (intercambio de filas y columnas de las matrices) en las distintas ediciones y la existencia del artículo de Ortiz, que nos ha obligado a considerar también este texto, completan el escenario de esta revisión.

Aunque la notación que otorga diferentes tipografías a las operadores de los distintos espacios puede resultar confusa en sí, la hemos respetado para permitir el contraste de lo que aquí exponemos con los textos originales. En nuestro caso seguimos la simbología que utiliza el traductor salvo que se indique otra cosa.⁵¹

Ortiz, en su artículo de los Anales de la Sociedad Española de Física y Química, lleva las consecuencias de su razonamiento hasta la fase final de la argumentación de von Neumann en que este concluye la existencia inevitable de una interrelación entre el sistema observado (*I*) y el observador (*II*) que viene determinado por el estado del sistema conjunto (*III = I + II*). Nosotros no llevaremos el análisis tan lejos por varios motivos.

El primero es que la corrección propuesta por Ortiz converge en el método de von Neumann mucho antes de llegar a esa conclusión. Es decir, no hay diferencias en los textos a partir de cierto punto considerablemente anterior al fin de la sección.

El segundo es que el capítulo donde se produjo la corrección de Ortiz, es en el que von Neumann demuestra la inexistencia de variables ocultas en la estadística cuántica.⁵² Dado que esa demostración está cuestionada, no creemos conveniente entrar en ese terreno sin mejor avituallamiento.

En este sentido mencionaremos que la aportación de Ortiz no añade ni quita nada a la demostración de von Neumann pues su corrección es un tecnicismo, aunque el entorno de trabajo que crea el autor del *Mathematische* hace que sea significativamente complejo seguir los detalles de su argumentación.

⁵⁰En dicha base la fórmula que define la Φ queda igual, considerando que $\xi_n = \overline{\overline{\xi_n}}$. Beyer debió optar por este enfoque, bien para evitar modificaciones en el texto subsiguiente, bien por fidelidad al original, pero quizá debido a esta determinación persiste en alguna de las erratas del autor, como por ejemplo en el desarrollo de la función $F\varphi_m(q)$.

⁵¹En nuestro trabajo interno hemos utilizado, sin embargo, subíndices que identifican el espacio en que está definido cada operador. Recomendamos esa notación al que pretenda trabajar eficazmente este capítulo de von Neumann.

⁵²Esa demostración queda en la tercera sección «Discusión del proceso de medición».

El concepto clave al que se llega mediante sus razonamientos se resume en los operadores composición F^*F y FF^* y sus expresiones matriciales:

$$\left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \bar{f}_{mn} f_{m'n} \right\} \quad \text{resp.} \quad \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \bar{f}_{mn} f_{mn'} \right\}.$$

Nuestro análisis seguirá la siguiente secuencia:

Paso 1 Comprobaremos que los cálculos de $F\varphi_m(q)$ y $F^*\varphi_m(q)$ se ajustan a las expresiones esperadas por Ortiz, justificando así su criterio de que debían ser modificadas.

Paso 2 Comprobaremos que las formas matriciales de $F^*F\varphi_m(q)$ y $FF^*\xi_n(r)$ son las que propone Ortiz. Asimismo justificaremos el cambio que Ortiz realiza entre las filas y las columnas de las expresiones resultantes.

Paso 3 La mecánica introducida en el paso anterior permitirá justificar que la definición de Ortiz para $\bar{F}F'$ es equivalente a la versión de Beyer para FF^*

Paso 4 Discutiremos brevemente la utilización que hace von Neumann de los hechos anteriores para llegar al resultado de que $U = F^*F$ y $U = FF^*$ y veremos que es aplicable, con las mismas limitaciones, a las expresiones del traductor $U = F^*F$ y $U = \bar{F}F'$.

Paso 1 A partir de la definición de las funciones de onda,

$$\Phi(q, r) = \sum_{m,n=1}^{\infty} f_{mn} \varphi_m(q) \xi_n(r),$$

calculamos

$$\begin{aligned} F\varphi_m(q) &= \int \sum_{m',n} \overline{f_{m'n}} \varphi_{m'}(q) \xi_n(r) \varphi_m(q) dq \\ &= \sum_{m',n} \overline{f_{m'n}} \xi_n(r) \int \overline{\varphi_{m'}(q)} \varphi_m(q) dq \\ &= \sum_n \overline{f_{mn}} \overline{\xi_n(r)}. \end{aligned} \tag{6.9}$$

Esta expresión está recogida así en la versión traducida por Ortiz (von Neumann, 1932a, p. 307), aunque en la carta que escribe a von Neumann, Ortiz omite la conjugación de la $\bar{\xi}$.

Análogamente para la F^* ,

$$\begin{aligned}
 F^* \overline{\xi_n(r)} &= \int \sum_{m,n'} f_{mn'} \varphi_m(q) \xi_{n'}(r) \overline{\xi_n(r)} dr \\
 &= \sum_{m,n'} f_{mn'} \varphi_m(q) \int \xi_{n'}(r) \overline{\xi_n(r)} dr \\
 &= \sum_m f_{mn} \varphi_m(q).
 \end{aligned}$$

Paso 2 El mismo tipo de razonamiento permite establecerla conclusión respecto de la matriz de $F^*F \varphi_m$ (utilizando 6.9):

$$\begin{aligned}
 F^*F \varphi_m(q) &= \int \Phi(q,r) \sum_{m,n} \overline{f_{mn}} \overline{\xi_n(r)} dr \\
 &= \int \sum_{m',n'} f_{m'n'} \varphi_{m'}(q) \xi_{n'}(r) \sum_{m,n} \overline{f_{mn}} \overline{\xi_n(r)} dr \\
 &= \sum_{m',n'} f_{m'n'} \varphi_{m'}(q) \int \xi_{n'}(r) \sum_{m,n} \overline{f_{mn}} \overline{\xi_n(r)} dr \\
 &= \sum_{m',n'} f_{m'n'} \varphi_{m'}(q) \int \sum_{m,n} \overline{f_{mn}} \xi_{n'}(r) \overline{\xi_n(r)} dr \\
 &= \sum_{m',n'} f_{m'n'} \varphi_{m'}(q) \overline{f_{mn'}} \\
 &= \sum_{m'} \left(\sum_{n'} f_{m'n'} \overline{f_{mn'}} \right) \varphi_{m'}. \tag{6.10}
 \end{aligned}$$

Paso 3 Ahora bien, la igualdad (6.10) implica que el escalar

$$\sum_{n'} f_{m'n'} \overline{f_{mn'}}$$

es el coeficiente de la componente m' de del vector $F^*F \varphi_m$ y por tanto el resultado de aplicar la matriz de F^*F al vector $\varphi_m = (0, \dots, 1, 0, \dots)$:

$$\left(\begin{array}{ccc} & & \\ & \ddots & \\ & & F^*F \\ & & & \ddots & \end{array} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \text{pos}(\mathbf{m}) = \begin{pmatrix} \sum_{n'} f_{1n'} \overline{f_{mn'}} \\ \sum_{n'} f_{2n'} \overline{f_{mn'}} \\ \vdots \\ \sum_{n'} f_{m'n'} \overline{f_{mn'}} \\ \vdots \end{pmatrix},$$

lo que implica que el vector de la derecha es, de hecho, la columna m de la matriz de dicha transformación, es decir del operador composición. Así la matriz será, pues,

$$\left\{ \sum_{n'} f_{m'n'} \overline{f_{mn'}} \right\}_{m'm},$$

donde m' , como hemos visto, indica la fila y m la columna.

Pero para llegar a la tipografía de la expresión de Ortiz hemos de hacer aún dos cambios: primero substituir el índice del sumatorio n' por n

$$\left\{ \sum_n f_{m'n} \overline{f_{mn}} \right\}_{m'm}$$

y luego llamar m a las filas y m' a las columnas:⁵³

$$\left\{ \sum_n f_{mn} \overline{f_{m'n}} \right\}_{mm'}$$

que es la expresión de Ortiz en la página 307 de la edición en castellano. Con el adecuado cambio de subíndices esta es la expresión para la misma matriz en la traducción al inglés de Robert Beyer. De forma análoga se probarían la expresiones matriciales $\overline{FF'}$ en base ξ de Ortiz y FF^* (en base ξ) de Beyer (salvando la errata en el subíndice del sumatorio -utiliza n en lugar de m - de la edición en inglés).

Escribimos, como ejemplo adicional (los otros seguirían el mismo proceso), el desarrollo de esta segunda, que se caracteriza por utilizar la base conjugada.

⁵³ Atención, esto no es una permutación de los elementos de la matriz, sino simplemente un cambio en los nombres de los subíndices.

$$\begin{aligned}
FF^* \overline{\xi_n(r)} &= F \left(\sum_m f_{mn} \overline{\varphi_m(q)} \right) \\
&= \int \sum_{m',n'} f_{m'n'} \overline{\varphi_{m'}(q)} \overline{\xi_{n'}(r)} \cdot \sum_m f_{mn} \overline{\varphi_m(q)} \\
&= \sum_{m',n'} \overline{f_{m'n'} \xi_{n'}(r)} \cdot \int \sum_m f_{mn} \overline{\varphi_m(q)} \overline{\varphi_{m'}(q)} dq \\
&= \sum_{m',n'} \overline{f_{m'n'} \xi_{n'}(r)} \cdot f_{m'n} \\
&= \sum_{n'} \left(\sum_{m'} \overline{f_{m'n'} f_{m'n}} \right) \overline{\xi_{n'}(r)}.
\end{aligned}$$

El mismo razonamiento de más arriba respecto de cómo el vector canónico $\overline{\xi_n(r)} = (0, \dots, 1, 0, \dots)$ selecciona la columna n de la matriz, justifica la expresión para esta en el texto en inglés, en efecto:

$$\begin{pmatrix} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & FF^* & & \\ & & & \ddots & \\ \dots & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \text{pos}(\mathbf{n}) = \begin{pmatrix} \sum_{m'} \overline{f_{m'1} f_{m'n}} \\ \sum_{m'} \overline{f_{m'2} f_{m'n}} \\ \vdots \\ \sum_{m'} \overline{f_{m'n'} f_{m'n}} \\ \vdots \end{pmatrix},$$

por tanto la matriz viene expresada como:

$$\left\{ \sum_{m'=1}^{\infty} \overline{f_{m'n'} f_{m'n}} \right\}_{n',n}$$

donde n' designa la fila y n la columna.

Si ahora cambiamos la nomenclatura de los índices: $m' \leftrightarrow m; n' \leftrightarrow n$ se obtiene la expresión de Beyer⁵⁴:

$$\left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \overline{f_{mn} f_{m'}} \right\}_{n,n'}$$

⁵⁴La primera edición en inglés de Beyer tiene una errata en el subíndice de la matriz, figurando n para dicho subíndice en lugar de m .

donde n designa la fila y n' la columna.

Paso 4 Con lo anterior queda demostrado lo principal de la equivalencia entre la corrección no autorizada de Ortiz y la de Beyer. Faltaría añadir justificación de unos ligeros ajustes en unos párrafos posteriores del texto que por su sencillez omitimos.

Cabría preguntarse, sin embargo, si las conclusiones respecto de la forma en que von Neumann iguala estas matrices a las de las proyecciones U (en I) y U en (en II) son compatibles con estas transformaciones. El resultado básico que nos proponemos revisar es si la conclusión de Ortiz:

$$U = F^*F, \quad U = \bar{F}F',$$

y la conclusión de von Neumann y Beyer:

$$U = F^*F, \quad U = FF^*, \quad (6.11)$$

son equivalentes. Para ello es clave la interpretación del párrafo:⁵⁵

Por otro lado, $U = P_{[\Phi]}$ tiene en el sistema $\Phi_{m,n}(q,r) = \varphi_m(q)\xi_n(r)$ la matriz $\{\bar{f}_{mn}f_{m'n'}\}$, de forma que sus proyecciones sobre I y II, U y U , tienen las matrices $\{\sum_{n=1}^{\infty} \bar{f}_{mn}f_{m'n}\}$ y $\{\sum_{m=1}^{\infty} \bar{f}_{mn}f_{mm'}\}$ respectivamente.

Afirma von Neumann que al ser tales las matrices de las proyecciones U sobre I y U sobre II se siguen las igualdades (6.11). El lector que intentase calcular las matrices de esas proyecciones con lo aquí expuesto se encontraría ante una tarea interesante, pues estamos considerando operadores de cuatro índices que no se ajustan al álgebra de matrices tradicional. Es fácil ver que la dificultad se origina en que la base del espacio \mathcal{E}^{III} está constituida por productos de «vectores» $\varphi_m\xi_n$ que hacen difícil reconstruir las bases de \mathcal{E}^I y \mathcal{E}^{II} de una forma coherente. Técnicamente lo que sucede es que von Neumann ha definido \mathcal{E}^{III} como lo que hoy se conoce como producto tensorial de los espacios \mathcal{E}^I y \mathcal{E}^{II} .

El lector poco acostumbrado a esa estructura podría encontrar también obstáculos en el cálculo de la propia matriz U . Ortiz, consciente de ello añadió otra nota al pie de la página 307 para justificar la sencilla afirmación con que von Neumann enuncia cuál es la matriz de U :

55

Andererseits hat $U = P_{[\Phi]}$ im System $\Phi_{m,n}(q,r) = \varphi_m(q)\xi_n(r)$ die Matrix $\{\bar{f}_{mn}f_{m'n'}\}$, so daß seine Projektionen in I und II, U und U , die Matrizen $\{\sum_{n=1}^{\infty} \bar{f}_{mn}f_{m'n}\}$ bzw. $\{\sum_{m=1}^{\infty} \bar{f}_{mn}f_{mm'}\}$ haben. (von Neumann, 1932d, p. 230)

$$\begin{aligned}
P_{[\Phi]} &= (\dots, \Phi)\Phi, v_{mn/m'n'} = \\
&= ((\varphi_{m'}, \xi_{n'}, \Phi)\Phi, \varphi_m \xi_n) = \\
&= (\Phi, \varphi_m \xi_n)(\varphi_{m'}, \xi_{n'}, \Phi) = \overline{f_{mn} f_{m'n'}} \quad (\text{von Neumann, 1932a, p. 307})
\end{aligned}$$

Obsérvese que Ortiz utiliza el hecho de que la proyección sobre un vector Φ unitario tiene por matriz $\{p_{ij}\}$ con $p_{ij} = P_{[e_i]}(P_{[\Phi]}(e_j))$

En dimensión finita es frecuente recurrir al producto $\Phi^T \cdot \overline{\Phi}$ para calcular los elementos de la matriz de la proyección $P_{[\Phi]}$. Esa técnica resulta algo más confusa en este caso debido a que las matrices que maneja von Neumann son de cuatro índices, como corresponde al producto tensorial mencionado, y los vectores son de dos índices.⁵⁶ Se justifica, por tanto, el cuidado de Ortiz al destacar la base matemática subyacente a dicho cálculo con la expresión de las proyecciones mediante el producto escalar, utilizando la forma general

$$P_{[V]}W = (W, V) \frac{V}{\|V\|^2}.$$

La dificultad en la concreción de la matriz U que acabamos de señalar persiste en las expresiones que von Neumann atribuye a las matrices U y U . Los inconvenientes que hemos encontrado al intentar reconstruir el cálculo del autor han devuelto nuestra atención al hecho de que este no utiliza ese sistema para este caso, sino que remite a los párrafos anteriores del texto en que determina los elementos de las mismas a partir de otro procedimiento en el que la matemática cede paso a especulaciones físicas.⁵⁷

Considerando entonces que las proyecciones están ya calculadas, la afirmación de la cita anterior «...de forma que sus proyecciones sobre I y II, U y U , tienen las matrices $\{\sum_{n=1}^{\infty} \overline{f_{mn} f_{m'n}}\}$ y $\{\sum_{m=1}^{\infty} \overline{f_{mn} f_{m'n}}\}$ respectivamente», no aporta ninguna novedad pues dichas matrices se obtienen por aplicación directa de lo que el autor hace al inicio de la sección «Sistemas compuestos»⁵⁸ ya citada.

⁵⁶En realidad cada «vector» es una matriz con un número infinito de filas y de columnas. El lector interesado en realizar el ejercicio deberá olvidar el producto de matrices tradicional y tomarlo como un producto componente a componente entre dos vectores, conjugando el segundo de ellos. Ello permite pasar de dos a cuatro índices congruentemente con el texto de von Neumann.

⁵⁷Las especulaciones físicas a las que nos referimos parecen estar en la base de las objeciones que se le hacen a su demostración de inexistencia de variables ocultas. No hemos recogido aquí el contenido del texto en el que se hacen esos supuestos pues es un apartado bastante largo al inicio de la sección «Sistemas Compuestos».

⁵⁸(von Neumann, 1932a, p. 302).

Es sabido que años después se suscitaron dudas sobre la validez del razonamiento de von Neumann para la demostración de la inexistencia de variables ocultas realizada en este último capítulo del *Mathematische*. Esas dudas dejan el capítulo en una situación delicada. Por ese motivo, y porque profundizar más en esta cuestión nos apartaría irremediabilmente del objetivo de nuestro trabajo actual, dejaremos la discusión aquí constatando una vez más que, en todo el proceso, la modificación de Ortiz no distorsiona los resultados de von Neumann, sean estos aceptables o no para la demostración de la inexistencia de variables ocultas en el proceso de medición.

Carta de Ortiz a von Neumann del 1 de diciembre de 1947 Adjuntamos la versión en original de los dos párrafos de la carta de Ortiz citados más arriba.

El relativo a la descripción del error:

The two operators F, F^* are introduced on p. 229 and defined by the relations (1):

$$F\varphi(q) := \int \overline{\Phi(q,r)}\varphi(q)dq,$$

$$F^*\xi(q) := \int \Phi(q,r)\xi(r)dr$$

where (2):

$$\Phi(q,r) = \sum_{m,n} f_{mn}\varphi_m(q)\xi_n(r)$$

and $\varphi_m(q), \xi_n(r)$ are complete systems of orthonormal functions in $R^I \equiv \varphi(q), R^{II} \equiv \xi(r)$, resp.

$F\varphi(q)$ is a point of R^{II} , $F^*\xi(r)$ is a point of R^I . then F^*F, FF^* act on the elements of R^I, R^{II} resp. and give as results elements of R^{II}, R^I .

At the bottom of the p. cited one reads as follows: "Da $F\varphi_m(q)$ gleich $\sum_{n=1}^{\infty} \overline{f_{mn}}\xi_n(r)$ (A) ausfällt, hat F die Matrix $\{\overline{f_{mn}}\}$ [unter Verwendung der vollständigen nomierten Orthogonalsysteme $\varphi_m(q)$ bzw. $\xi_n(r)$], ebenso hat F^* die Matrix $\{f_{mn}\}$ (B). Also haben F^*F, FF^* die Matrizen

$$\left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \overline{f_{mn}}f_{m'n} \right\} \text{ bzw. } \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \overline{f_{mn}}f_{mm'} \right\}."$$

But because of (1) and (2) we obtain actually (3):

$$F\varphi_m(q) = \sum_{m'n} \overline{f_{m'n}} \overline{\xi_n(r)} \int \overline{\varphi_{m'}(q)}\varphi_m(q)dq = \sum_n \overline{f_{mn}} \xi_n(r)$$

and this gives us the matrix of F with respect to $\{\varphi_m(q), \overline{\xi_n(r)}\}$.

Similarly

$$F^* \xi_n(r) = \sum_{mn'} f_{mn'} \varphi_m(q) \int \xi_n(r) \xi_{n'}(r) dr.$$

Thus we have $\{f_{mn}\} \neq \{\sum_{n'} f_{mn'} \int \xi_n(r) \xi_{n'}(r) dr\}$ if $\xi_n(r)$ are not real.

The whole reasoning assumes the validity of (A) and (B) which contradict the results obtained above.



El relativo a la solución propuesta:

$$(F^*F)\varphi_m(q) = \sum_n \overline{f_{mn}} F^* \overline{\xi_n(r)} = \sum_{m'} \left(\sum_n \overline{f_{mn}} f_{m'n} \right) \varphi_{m'}(q),$$

$$(\overline{F}F')\xi_n(r) = \sum_m \overline{f_{mn}} \overline{F} \overline{\varphi_m(q)} = \sum_{n'} \left(\sum_m \overline{f_{mn}} f_{mn'} \right) \xi_{n'}(r)$$

Therefore (8) $U = F^*F$, (9) $U = \overline{F}F'$ are the projections of the statistical operator $U = P_\Phi$ on R^I , R^{II} resp. (8) agrees with the corresponding formula as stated in your book, while (9) I think is quite different from that of the text. According to the former

$$U\xi(r) = \int \int \Phi(q,r) \overline{\Phi(q,s)} \xi(s) ds dq$$

and from the later we get

$$U\xi(r) = \int \int \overline{\Phi(q,r)} \Phi(q,s) \xi(s) ds dq.$$

Notwithstanding, the ultimate result (p. 231)

$$\Phi(q,r) = \sum_{k=1}^M \sqrt{w_k} \varphi_{\mu_k}(q) \xi_{\nu_k}(r)$$

holds, in spite of the modifications I propose.

6.5. El principio de indeterminación según Julio Rey Pastor

En esta sección vamos a tratar un poco más en detalle la justificación del principio de incertidumbre de Heisenberg tal como la presenta Rey pastor en su libro *Los problemas lineales de la física* (Rey Pastor, 1955).

Nuestro ejercicio ha consistido en poner su trabajo en un lenguaje más actualizado, haciendo las oportunas referencias a autores de su época, pero no hemos seguido nuestra línea habitual de localizar las posibles fuentes de inspiración del autor.

Esperamos que el lector interesado podrá deducir, de nuestra revisión, qué elementos se consideraban dignos de mención y qué otros se silenciaban, y podrá llegar a sus propias conclusiones respecto de la motivación del texto.

Comenzaremos por una transcripción del texto de Rey a la que seguirá posteriormente nuestro análisis.

Transcripción

Insertamos aquí la sección «Relación de incertidumbre de Heisenberg» de Rey (Rey Pastor, 1955, p. 247).

Consideremos de nuevo el baricentro de un enjambre de corpúsculos, es decir, el punto de coordenadas medias, y calculemos, además, el impulso medio de componentes medias entre las ξ , las η y las ζ del impulso de cada punto. Bastará calcular x^* y ξ^* :

$$x^* = \int x \psi \bar{\psi} d\tau, \quad \xi^* = \int \xi \psi \bar{\psi} d\tau = \frac{h}{2\pi i} \int \psi_x \bar{\psi} d\tau. \quad (6.12)$$

Análogamente, calculemos los promedios cuadráticos que indicaremos poniendo abajo el asterisco, es decir, x_* y ξ_* son las raíces cuadradas positivas de las integrales:

$$x_*^2 = \int x^2 \psi \bar{\psi} d\tau, \quad \xi_*^2 = \int \xi^2 \psi \bar{\psi} d\tau = -\frac{h^2}{4\pi^2} \int \psi_{xx} \bar{\psi} d\tau. \quad (6.13)$$

Como otras veces, este integrando producto de una función por la derivada de otra se transforma para formar la derivada $(\bar{\psi} \psi_x)_x$ cuya integral es nula, por anularse $\bar{\psi} \psi_x$ en el contorno, luego:

$$\xi_*^2 = -\frac{h^2}{4\pi^2} \int [(\bar{\psi} \psi_x)_x - \bar{\psi}_x \psi_x] d\tau = \frac{h^2}{4\pi^2} \int \bar{\psi}_x \psi_x d\tau = \frac{h^2}{4\pi^2} \int |\psi_x|^2 d\tau. \quad (\text{RP}[13])$$

Multiplicando y aplicando la desigualdad de Schwarz:

$$x_*^2 \xi_*^2 = \frac{h^2}{4\pi^2} \int x^2 |\psi|^2 d\tau \int |\psi_x|^2 d\tau \geq \frac{h^2}{4\pi^2} \left[\int |x\psi\psi_x| d\tau \right]^2, \quad (\text{RP}[14])$$

Es decir:

$$x_* \xi_* \geq \frac{h}{2\pi} \int |x\psi\psi_x| dx, \quad (\text{RP}[15])$$

integral que se acota inmediatamente usando complejos conjugados, pues:

$$2|x\psi\psi_x| = |x\psi\bar{\psi}_x| + |x\bar{\psi}\psi_x| \geq |x\psi\bar{\psi}_x + x\bar{\psi}\psi_x|,$$

y como:

$$(x\psi\bar{\psi})_x = \psi\bar{\psi} + (x\psi_x\bar{\psi} + x\psi\bar{\psi}_x),$$

y la integral de la derivada es nula por serlo ψ en el contorno, y $\int \psi\bar{\psi} d\tau = 1$, la integral del binomio vale exactamente -1 ; luego, la integral en RP[15] es $\geq \frac{1}{2}$ y, por tanto, $x_* \xi_* \geq \frac{h}{4\pi}$.

Tal es la famosa fórmula de Heisenberg, cuyo significado conviene aclarar. El estado de movimiento del enjambre está caracterizado por el vector impulso (ξ^*, η^*, ζ^*) del baricentro G; eligiendo el origen en G y el eje x perpendicular, es claro que será $x^* = 0$, $\xi^* = 0$; y para otro momento próximo las fórmulas [1]⁵⁹ y siguientes pueden escribirse poniendo Δx , Δx^* , $\Delta \xi$, $\Delta \xi^*$ en lugar de x , x^* , ξ , ξ^* , resultando finalmente $\Delta x_* \Delta \xi_* \geq h/4\pi$.

Comentarios

Nuestro proceder será tratar de entender lo que hacía el autor y, en lo posible, ponerlo en relación con las demostraciones actuales del principio de indeterminación (P.I.). Concretamente trataremos de justificar la desigualdad fundamental del P.I. y veremos en que forma se presenta la transformada de Fourier.

En primer lugar identificaremos las frecuencias relativas. En este caso estamos trabajando con las variables físicas posición x y momento $p = mv$ (en la notación de Rey la variable momento sería $\xi = mv$), pero, lógicamente, ni la posición ni el momento en sí mismas son funciones que permitan la aplicación del principio de

⁵⁹La fórmula [1] a la que se refiere el autor es $\int \psi\bar{\psi} dt = 1$.

indeterminación, porque no cumplen las condiciones necesarias para ser consideradas una distribución. Solamente consideradas como distribuciones estadísticas tiene sentido la aplicación del P.I.

El carácter estadístico se manifiesta mediante la función de onda de Schrödinger ψ . Así pues la relación $\int \psi \bar{\psi} d\tau = 1$ que el autor presenta en su relación [1] de la página 243 determina las frecuencias relativas de cada valor de las variables. El autor menciona desde el primer momento la naturaleza estadística del tratamiento, aunque no es sino al final cuando comenta que está centrando las medias en el cero ($x^* = 0, \xi^* = 0$). Esto último justifica que considere como varianzas la expresión (6.13): $x_*^2 = \int x^2 \psi \bar{\psi} d\tau$.

Para la expresión de las medias de los momentos se ha de tener en cuenta que el momento de la mecánica cuántica no se refiere a la cantidad real $p = mv$, sino a al operador $-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x}$ (h la constante de Planck). Sin embargo las expresiones de Rey, tal como quedan formuladas, generan un punto de confusión, dado que entonces la expresión del autor en (6.12):

$$\xi^* = \int \xi \psi \bar{\psi} d\tau = \frac{h}{2\pi i} \int \psi_x \bar{\psi} d\tau,$$

parece que debería haber sido

$$\xi^* = \int \xi \psi \bar{\psi} d\tau = \frac{h}{2\pi i} \int (\psi_x \bar{\psi} + \psi \bar{\psi}_x) d\tau. \quad (6.14)$$

De forma análoga, en el cálculo de la varianzas («los promedios cuadráticos») la expresión (6.13) hubiera quedado:

$$x_*^2 = \int x^2 \psi \bar{\psi} d\tau, \quad \xi_*^2 = \int \xi^2 \psi \bar{\psi} d\tau = -\frac{h^2}{4\pi^2} \int (\psi_{xx} \bar{\psi} + \psi_x \bar{\psi}_x + \psi_x \bar{\psi}_x + \psi \bar{\psi}_{xx}) d\tau. \quad (6.15)$$

Es sabido que posición y momento son variables conjugadas y que la transformada de Fourier de la posición (cuántica) es el momento (cuántico). Este hecho, si bien no fue precisado en el primer artículo de Heisenberg en 1927, sí aparece en su libro de 1930 (Heisenberg, 1930a)⁶⁰. Parte en ese desarrollo parecen haber tenido Kennard (Kennard, 1927) y Weil⁶¹. La concreción histórica de esa precisión no fue, por tanto, inmediata, pero tampoco se hizo esperar mucho tiempo (Folland y Sitaram, 1997).

⁶⁰ (Heisenberg, 1930b, p. 17).

⁶¹ (Weyl, 1927), (Weyl, 1928), (Weyl, 1932).

La representación utilizada por los autores mencionados, es, en general, más intuitiva. Según ella el operador ξ , se ha de aplicar en la forma:

$$\xi^* = \int \bar{\psi} \xi \psi d\tau = \frac{h}{2\pi i} \int \bar{\psi} \psi_x d\tau, \quad (6.16)$$

para obtener la expresión de Rey. Esta expresión es también coherente con la forma de obtención de la varianza (6.13).

Cabe recordar que los operadores están así definidos precisamente para que la expresión anterior represente la media de los valores de la magnitud representada por cada uno de ellos (en este caso la componente ξ del momento). Así es en el libro de Heisenberg de 1930 ya citado y en el de Landau, muy posterior (Landau y Lifshitz, 1965). Esta definición relaciona el P.I. con el hecho, ya conocido, de que las medidas de magnitudes físicas se corresponden, en la mecánica cuántica, con proyecciones sobre una base de vectores ortonormales.

Tras estas aclaraciones previas, nuestro objetivo será transcribir la justificación de Rey al lenguaje actual. Para ello hemos trabajado en dos puntos diferentes. En primer lugar hemos intentado confirmar la acotación obtenida por Rey para el producto de las varianzas de la posición y el momento. En segundo lugar hemos tratado de poner de manifiesto la transformada de Fourier.

Punto 1. Acotación del producto de varianzas En principio solamente se requiere la aplicación de la desigualdad de Schwarz, de la que intentaremos utilizar la siguiente expresión:

$$|(x,y)|^2 \leq (x,x)(y,y), \quad (6.17)$$

donde (x,y) representa el producto escalar de dos vectores. La adaptación a L^2 sería:

$$|(f,g)|^2 \leq (f,f) \cdot (g,g) \quad (6.18)$$

quedando el producto escalar expresado como

$$(f,f) = \|f\|_2^2 = \int |f|^2 = \int f\bar{f}. \quad (6.19)$$

Ahora, extrayendo los productos escalares de la expresión (RP[14]) de Rey, obtenemos

$$\begin{aligned}
 x_*^2 \xi_*^2 &= \frac{h^2}{4\pi^2} \int x^2 |\psi|^2 d\tau \int |\psi_x|^2 d\tau = \\
 &= \frac{h^2}{4\pi^2} \int x \bar{x} \psi \bar{\psi} d\tau \int \psi_x \bar{\psi}_x d\tau = \\
 &= \frac{h^2}{4\pi^2} \int x \psi \bar{x} \bar{\psi} d\tau \int \psi_x \bar{\psi}_x d\tau = \\
 &= \frac{h^2}{4\pi^2} (x\psi, x\psi) (\psi_x, \psi_x). \tag{6.20}
 \end{aligned}$$

El intento de utilizar la desigualdad de Schwarz en la última expresión escribiendo

$$\frac{h^2}{4\pi^2} (x\psi, x\psi) (\psi_x, \psi_x) \geq \frac{h^2}{4\pi^2} |(x\psi, \psi_x)|^2 \tag{6.21}$$

$$= \frac{h^2}{4\pi^2} \left| \int x \psi \bar{\psi}_x d\tau \right|^2, \tag{6.22}$$

lleva a una expresión algo diferente de la que obtiene Rey:

$$x_*^2 \xi_*^2 = \frac{h^2}{4\pi^2} \int x^2 |\psi|^2 d\tau \int |\psi_x|^2 d\tau \geq \frac{h^2}{4\pi^2} \left[\int |x\psi\psi_x| d\tau \right]^2. \tag{RP[14]}$$

Un razonamiento actualizado, a partir de (6.22), para llegar a la acotación deseada $\frac{h}{4\pi}$, podría seguir los pasos siguientes.

Partiendo de (6.22) observamos lo siguiente (el factor 4, aunque artificial, demostrará su utilidad en breve): dado que $|z|^2 \geq (\operatorname{Re}(z))^2$, entonces

$$\begin{aligned}
 4 \frac{h^2}{4\pi^2} \left| \int x \psi \bar{\psi}_x d\tau \right|^2 &\geq 4 \frac{h^2}{4\pi^2} \left(\operatorname{Re} \left(\int x \psi \bar{\psi}_x d\tau \right) \right)^2 = \\
 &= \frac{h^2}{4\pi^2} \left(2 \operatorname{Re} \left(\int x \psi \bar{\psi}_x d\tau \right) \right)^2. \tag{6.23}
 \end{aligned}$$

Integrando

$$\left. 2 \operatorname{Re} \int_c^d x \psi \bar{\psi}_x d\tau = x |\psi|^2 \right]_c^d - \int_c^d |\psi|^2 d\tau, \tag{6.24}$$

y teniendo en cuenta que $\int \psi \bar{\psi} = 1$ entonces el término central se va a cero al tender los límites a $\pm\infty$, de forma que sería cierto lo siguiente

$$2 \operatorname{Re} \left(\int_{-\infty}^{\infty} x \psi \bar{\psi}_x d\tau \right) = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 d\tau = -\|\psi\|_2^2. \tag{6.25}$$

Si ahora sustituyéramos el miembro de la derecha de (6.25) en la expresión de la derecha de (6.23) y dividiéramos la desigualdad entre 4 tendríamos:

$$\frac{h^2}{4\pi^2} \left| \int x\psi\overline{\psi_x}d\tau \right|^2 \geq \frac{1}{4} \frac{h^2}{4\pi^2} (-\|\psi\|_2^2)^2. \quad (6.26)$$

Considerando conjuntamente (6.20), (6.22), y (6.26), y utilizando que $\|\psi\|_2 = 1$, se podría escribir:

$$x_*^2 \xi_*^2 = \frac{h^2}{4\pi^2} \int x^2 |\psi|^2 d\tau \int |\psi_x|^2 d\tau \geq \frac{1}{4} \frac{h^2}{4\pi^2}, \quad (6.27)$$

de donde

$$x_* \xi_* \geq \frac{h}{4\pi}, \quad (6.28)$$

como requiere el enunciado de Heisenberg.⁶²

Punto 2. Explicitar la transformada de Fourier (TF) Pasamos ahora a hacer explícita la transformada de Fourier⁶³ presente en la expresión (RP[13])

$$\frac{h^2}{4\pi^2} \int |\psi_x|^2 d\tau,$$

pues esta debería encerrar la varianza de dicha transformada.

Se ha de tener presente que las constantes utilizadas en el operador $\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x}$ implican la siguiente definición de la TF

$$\hat{f}(\zeta) = \int_{\mathbb{R}} f(x) e^{-2\pi i x \zeta} dx, \quad (6.29)$$

siendo su antitransformada

$$(\hat{f})^\vee(x) = \int_{\mathbb{R}} \hat{f}(\zeta) e^{2\pi i x \zeta} d\zeta. \quad (6.30)$$

Por tanto se trataría de traducir adecuadamente la expresión del miembro central de la desigualdad (6.27):

$$\frac{h^2}{4\pi^2} \int x^2 |\psi|^2 d\tau \int |\psi_x|^2 d\tau. \quad (6.31)$$

⁶²Es frecuente encontrar otras constantes, pero todo pivota sobre la forma en que se defina la transformada de Fourier, como ahora se verá.

⁶³En general los físicos y matemáticos españoles no mostraron demasiado interés por hacer explícita esa transformada.

Para ello partimos de la identidad de Parseval, que en el caso de que la transformada se defina como lo hemos hecho en (6.29) se ajusta a la expresión

$$\int_{\mathbb{R}} |f(x)|^2 dx = \int_{\mathbb{R}} |\hat{f}(\zeta)|^2 d\zeta. \quad (6.32)$$

Si aplicamos la identidad de Parseval a la segunda integral de (6.31) obtenemos

$$\frac{h^2}{4\pi^2} \int x^2 |\psi|^2 d\tau \int |\widehat{\psi}_x|^2 d\tau. \quad (6.33)$$

Si ahora usamos que

$$\widehat{\psi}_x = 2\pi i \zeta \hat{\psi} \Rightarrow |\widehat{\psi}_x|^2 = |2\pi i \zeta \hat{\psi}|^2 = 4\pi^2 \zeta^2 |\hat{\psi}|^2, \quad (6.34)$$

entonces (6.33) puede escribirse como⁶⁴

$$\frac{h^2}{4\pi^2} \int x^2 |\psi|^2 d\tau \int 4\pi^2 \zeta^2 |\hat{\psi}|^2 d\tau. \quad (6.35)$$

Esta expresión, insertada de nuevo en (6.27) resulta

$$x_*^2 \xi_*^2 = \frac{h^2}{4\pi^2} \int x^2 |\psi|^2 d\tau \int 4\pi^2 \zeta^2 |\hat{\psi}|^2 d\tau \geq \frac{1}{4} \frac{h^2}{4\pi^2}, \quad (6.36)$$

expresión que permite notar, por un lado, que el factor $4\pi^2$ introducido al calcular la transformada de Fourier de la derivada, y con sentido estrictamente matemático, no afecta a la cota que ya se tenía, lo que implica que, excepto el factor $1/4$ toda la cota proviene del operador momento cuántico.

Por otro lado si de (6.36) extraemos

$$\frac{h^2}{4\pi^2} \int x^2 |\psi|^2 d\tau \int 4\pi^2 \zeta^2 |\hat{\psi}|^2 d\tau \geq \frac{1}{4} \frac{h^2}{4\pi^2}, \quad (6.37)$$

podemos reescribirla como

$$\frac{h^2}{4\pi^2} V(|\psi|^2) V(4\pi^2 |\hat{\psi}|^2) \geq \frac{1}{4} \frac{h^2}{4\pi^2} \quad (6.38)$$

y por tanto tendremos la desigualdad

$$V(|\psi|^2) V(|\hat{\psi}|^2) \geq \frac{1}{16\pi^2}, \quad (6.39)$$

que es como se puede encontrar en textos más modernos, como (Folland y Sitaram, 1997), y donde se ve que se puede prescindir de consideraciones cuánticas, sin más que aislarse de las variables originales x_* y ξ_* .

⁶⁴La expresión pierde cierta simetría porque hemos preservado la $d\tau$ de Rey, que para los físicos de entonces era un «elemento de volumen». La notación adecuada en perspectiva actual implicaría adaptar la expresión de la medida $d\tau$ a las variables de integración.

Fuentes primarias

- Bieberbach, Ludwig. 1930. *Theorie der Differentialgleichungen: Vorlesungen aus dem Gesamtbegiet der gewöhnlichen und der partiellen Differentialgleichungen*. Berlin: Julius Springer.
- Bloch, Eugène. 1930. *L'Ancienne et la nouvelle théorie des quanta*. París: Hermann.
- Bohr, Niels. 1913a. On the constitution of atoms and molecules. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, **26**(151), 1–25.
- Bohr, Niels. 1913b. On the constitution of atoms and molecules. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, **26**(153), 476–502.
- Bohr, Niels. 1913c. On the constitution of atoms and molecules. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, **26**(155), 857–875.
- Born, Max. 1959. *Atomic Physics*. Glasgow: Blackie & Son.
- Born, Max, y Jordan, Pascual. 1925. Zur Quantenmechanik. *Zeitschrift für Physik*, **34**, 858–888.
- Born, Max, y Wiener, Norbert. 1926. A new formulation of the laws of quantization of periodic and aperiodic phenomena. *Journal of Mathematics and Physics M.I.T.*, **5**, 84–98.
- Born, Max; Heisenberg, Werner, y Jordan, Pascual. 1926. Zur Quantenmechanik II. *Zeitschrift für Physik*, **35**, 557–615.
- Bose, Satyendra Nath. 1924a. Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese. *Zeitschrift für Physik*, **26**, 178–181.

- Bose, Satyendra Nath. 1924b. Wärmegleichgewicht im Strahlungsfeld bei Anwesenheit von Materie. *Zeitschrift für Physik*, **27**(1), 384–393.
- Brillouin, Léon. 1931. *Die Quantenstatistik und ihre Anwendung auf die Elektrentheorie der Metalle*. Berlín: Julius Springer.
- Brillouin, Léon. 1938. *Les Tenseurs en mécanique et en élasticité*. 6ª edn. París: Masson. Las referencias de página son a la edición de 1946.
- Bru Villaseca, Luis. 1933. *Determinación de la estructura molecular de la acetona, éter metílico, ácido fórmico y aldehído fórmico, mediante la difracción de electrones (Tesis Doctoral)*. Madrid: C. Bermejo, impresor.
- Bru Villaseca, Luis. 1934. Sobre la desintegración artificial de los elementos. *Las ciencias*, **I**(3), 521–528.
- Bru Villaseca, Luis. 1936. El microscopio de electrones. *Las ciencias*, **III**(1), 46–56.
- Bru Villaseca, Luis. 1940. *El núcleo atómico: discurso inaugural del año académico 1940-1941*. La Laguna: Universidad de la Laguna.
- Cabrera, Blas. 1921. *Momento actual de la física: discurso leído en la solemne sesión inaugural del curso académico de 1921-1922*. Madrid: Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.
- Cabrera, Blas. 1923. *El Paramagnetismo y la estructura del átomo*. Madrid: Imprenta Clásica Española. Separata de: Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid, **XX**(5), 348.
- Cabrera, Blas. 1927. Congreso internacional de física de Como. *Anales de la Sociedad Española de Física y Química*, **25**, 385–391.
- Cabrera, Blas. 1936. *Evolución de los conceptos físicos y lenguaje: discurso leído por el autor en el Acto de su Recepción Académica, el día 26 de enero de 1936*. Madrid: Academia Española.
- Cabrera, Juan. 1943. *Introducción a la Física Teórica*. 2ª edn. Zaragoza: Publicaciones de la Universidad de Zaragoza.
- Cabrera, Juan. 1944. Física Corpuscular. *Memorias de los cursos de estudios post-escolares correspondientes al año académico 1943-1944*, 37–40. Zaragoza: Publicaciones de la Universidad de Zaragoza.

- Cabrera, Juan. 1958. *Introducción a la Física Teórica*. 5a edn. Zaragoza: Librería General.
- Catalá de Alemany, Joaquín. 1942. Idea acerca de las modernas estadísticas en el campo de la física. *Anales de la Universidad de Barcelona*. 1941-1942, 133–158.
- Courant, Richard, y Hilbert, David. 1924. *Methoden der Mathematischen Physik*. Berlin: Julius Springer.
- Courant, Richard, y Hilbert, David. 1953. *Methods of mathematical physics*. Vol. 1. New York: Interscience Publishers Inc.
- de Broglie, Louis. 1925. Recherches sur la Théorie des Quanta. *Annales de Physique*, **3**, 22–128.
- de Broglie, Louis. 1926. *Ondes et mouvements*. París: Gauthier-Villars.
- de Broglie, Louis. 1930. *Introduction à l'Etude de la Mécanique Ondulatoire*. París: Hermann.
- de Broglie, Louis. 1932. *Théorie de la quantification dans la nouvelle mécanique*. París: Hermann.
- Dirac, P. A. M. 1930a. *Die Prinzipien der Quantenmechanik*. Leipzig: Hirzel.
- Dirac, P. A. M. 1930b. *The principles of quantum mechanics*. Oxford: The Clarendon Press.
- Dirac, P. A. M. 1935. *The principles of quantum mechanics*. 2^a edn. Oxford: The Clarendon press.
- Duane, William, y Hunt, Franklin L. 1915. On x-ray wave-lengths. *Physical Review*, **6**, 166–171.
- Echegaray, José. 1913. *Conferencias sobre Física Matemática: curso de 1912 a 1913*. Madrid: Establecimiento Tip. Editorial.
- Eckart, Carl. 1926a. Operator calculus and the solution of the equations of quantum dynamics. *Physical Review*, **28**(4), 711–726.
- Eckart, Carl. 1926b. The Solution of the Problem of the Simple Oscillator by a Combination of the Schroedinger and the Lanczos Theories. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, **12**, 473–476.

- Einstein, Albert. 1924. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften*, 261–267.
- Einstein, Albert. 1925. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung. *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften*, 3–14.
- Espurz Campodarbe, Demetrio. 1934. *Discurso leído en la solemne apertura del curso académico de 1933-34*. Oviedo: Universidad de Oviedo.
- Espurz Sánchez, Antonio. 1946. *Discurso leído en la solemne apertura del curso de 1946-47*. Oviedo: Universidad de Oviedo.
- García Santesmases, José. 1942. Conceptos modernos sobre ondas y corpúsculos. *Anales de la Universidad de Barcelona. 1941-1942*, 159–212.
- Gibbs, Josiah Willard. 1902. *Elementary principles in statistical mechanics: developed with especial reference to the rational foundation of thermodynamics*. Cambridge (U.S.A.): Charles Scribner's sons.
- Gibbs, Josiah Willard. 1905. *Elementare Grundlagen der statistischen Mechanik*. Leipzig: Johann Ambrosius Barth.
- Gil Santiago, Eduardo. 1941a. Nociones de la nueva mecánica cuántica. *Metalurgia y Electricidad*, **47**, 31–35.
- Gil Santiago, Eduardo. 1941b. Nociones de la nueva mecánica cuántica. *Metalurgia y Electricidad*, **48**, 54–58.
- Gil Santiago, Eduardo. 1941c. Nociones de la nueva mecánica cuántica. *Metalurgia y Electricidad*, **51**, 22–27.
- Heisenberg, Werner. 1930a. *Die physikalischen prinzipien der quantentheorie*. Leipzig: S. Hirzel.
- Heisenberg, Werner. 1930b. *The physical principles of the quantum theory*. New York: Dover Publications. 1949. Reimpresión de la traducción de Carl Eckart y Frank C. Hoyt.
- Íñiguez Almech, José M^a. 1943. *Curso de matemáticas: para estudiantes de física, química e ingeniería*. Vol. III. Zaragoza: Publicaciones de la Universidad de Zaragoza.

- Íñiguez Almech, José M^a. 1944. Fundamentos matemáticos de la atomística. *Memorias de los cursos de estudios post-escolares correspondientes al año académico 1943-1944*, 31–35. Zaragoza: Publicaciones de la Universidad de Zaragoza.
- Íñiguez Almech, José M^a. 1946. *Operadores Lineales en los Espacios Métricos*. Zaragoza: Academia de Ciencias de Zaragoza.
- Íñiguez Almech, José M^a. 1949. *Mecánica Cuántica*. Zaragoza: Academia de Ciencias de Zaragoza.
- JAE. 1935. *Junta para Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas. Memoria correspondiente a los cursos 1933 y 1934*. Madrid: JAE.
- Jordan, Pascual. 1927. Über eine neue Begründung der Quantenmechanik. *Zeitschrift für Physik*, **40**, 809–838.
- Julia, Gaston. 1949. *Conferencias sobre los operadores lineales en el espacio de Hilbert: lecciones desarrolladas en el Seminario Matemático de Barcelona*. Barcelona: Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Universidad de Barcelona.
- Kemble, Edwin C. 1937. *The fundamental principles of quantum mechanics*. New York: McGraw-Hill.
- Kennard, E. H. 1927. Zur quantenmechanik einfacher bewegungstypen. *Zeitschrift für Physik*, **44**(4-5), 326–352.
- Kramers, Hendrik A., y Heisenberg, Werner. 1925. Über die Streuung von Strahlung durch Atome. *Zeitschrift für Physik*, **31**(1), 681–708.
- Landau, Lev, y Lifshitz, Evgeny. 1965. *Quantum Mechanics. Non-relativistic theory*. Oxford: Pergamon Press.
- Llosa, Ricardo San Juan, y Pastor, Julio Rey. 1956. *Discurso leído en el acto de su recepción en la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, el día 22 de febrero de 1956: la abstracción matemática*. Madrid: Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Contestación del Excmo. Sr. D. Julio Rey Pastor.
- López Franco, Antonio. 1928. *Compendio de Química*. Madrid: Talleres Voluntad.

- López Franco, Antonio. 1940. Consideraciones sobre el estado metálico. *Revista de Obras Públicas*, **88**(2701), 77–80.
- López Franco, Antonio. 1949. Fisicoquímica atómica. *Revista de Obras Públicas*, **97**(2813), 423–428.
- López Franco, Antonio. 1952. Las matemáticas de las nuevas mecánicas. *Revista de Obras Públicas*, **100**(2846), 226–232.
- López Franco, Antonio, y López Bustos, Carlos. 1956. *Nociones generales sobre las mecánicas cuántica y ondulatoria*. Madrid: Dossat.
- MacColl, L. A. 1951. Mecánica cuántica, de José María Íñiguez Almech (Reseña bibliográfica). *Mathematical Reviews*, **12**, 66.
- Margenau, Henry. 1933. Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik, by Johann von Neumann (Reseña bibliográfica). *Bulletin of the American Mathematical Society*, **39**, 493–494.
- Mie, Gustav. 1921. Über die Abklingung der Lichtemission eines Atoms. *Annalen der Physik*, **371**(20), 237–260.
- Ortiz Fornaguera, Ramón. 1940. Sobre la determinación de una órbita sin hipótesis alguna relativa a la excentricidad. *Boletín del Observatorio Fabra. Sección Astronómica*, **3**, 5–7.
- Ortiz Fornaguera, Ramón. 1947. *Introducción al estudio de la Mecánica Cuántica*. Barcelona: Sociedad Anónima Cros.
- Ortiz Fornaguera, Ramón. 1948a. Acerca de una propiedad de los operadores estadísticos. Proyecciones del operador estadístico de un sistema compuesto sobre los sistemas componentes. *Anales de la Sociedad Española de Física y Química*, **44**(A), 467–472.
- Ortiz Fornaguera, Ramón. 1948b. *Introducción a la teoría corpuscular de la luz*. Madrid: Instituto de Óptica "Daza de Valdés".
- Ortiz Fornaguera, Ramón. 1952. *Sobre el concepto y los métodos de la Física Matemática*. Sin publicar. Memoria presentada para su participación en las oposiciones a cátedras en Madrid y Barcelona.
- Ortiz Fornaguera, Ramón. 1955. On some general properties of static solutions of Schiff's equation. *Il Nuovo Cimento*, **1**(1), 132–158.

- Orts Aracil, José M^a. 1952. *Seminario Matemático de Barcelona: balance de diez años (1941-1951)*. Barcelona: Seminario Matemático de Barcelona.
- Otero Navascués, José María. 1953. Universidad e investigación. *Revista de educación*, **1953**(6), 19–25.
- Palacios, Julio. 1925a. *La teoría de los 'quanta' y la emisión de energía*. Madrid: Asociación Española para el Progreso de las Ciencias. Congreso de Coimbra.
- Palacios, Julio. 1925b. Teoría de la emisión en el modelo atómico de Rutherford y Bohr. *Anales de la Sociedad Española de Física y Química*, **23**, 259–276.
- Palacios, Julio. 1926. Theorie der Lichtemission nach dem Modell von Rutherford-Bohr. *Annalen der Physik*, **384**(1), 55–80.
- Palacios, Julio. 1935. *Física Teórica I. Calor y constitución de la materia*. 2a edn. Toledo: Estab. Tip. de A. Medina.
- Palacios, Julio. 1947a. *De la física a la biología*. Madrid: Publicaciones Ínsula.
- Palacios, Julio. 1947b. *Esquema físico del mundo*. Madrid: Alcor.
- Palacios, Julio, y Cabrera, Blas. 1932. *Discurso leído en el acto de su recepción en la Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, y contestación de Blas Cabrera*. Toledo: Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.
- Pauli, Wolfgang. 1926. Über das Wasserstoffspektrum von Standpunkt der neuen Quantenmechanik. *Zeitschrift für Physik*, **36**, 336–363.
- Peña Serrano, Fernando. 1937. Un método para determinar los niveles de energía del oscilador armónico. *Revista matemática hispano-americana*, **12**, 10–16.
- Phillips, H. B. 1922. Review: Fritz Reiche, Die Quantentheorie, ihr Ursprung und ihre Entwicklung. *Bulletin (New Series) of the American Mathematical Society*, **28**(1-2), 69–69.
- Planck, Max. 1900. Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, **2**(17), 237–245.
- Planck, Max. 1901. Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum. *Annalen der Physik*, **309**(3), 553–563.

- Planck, Max. 1910. *Acht Vorlesungen über theoretischen Physik*. Leipzig: S. Hirzel.
- Planck, Max. 1915. *Eight lectures on theoretical physics*. New York: Columbia University Press.
- Planck, Max. 1921. *Vorlesungen über thermodynamik*. 6^a edn. Leipzig: Walter de Gruyter.
- Planck, Max. 1922. *Termodinámica*. Madrid: Calpe. traducción de la 6^a edición alemana de J. Palacios.
- Planck, Max. 1930. *Introducción a la mecánica general*. Madrid: Talleres Tipográficos Ruiz de Lar. Traducción de Fernando Peña.
- Planck, Max. 1941. *¿A dónde va la ciencia?* Buenos Aires: Losada.
- Plans y Freyre, José María, y Terradas, Esteban. 1922. *Lecciones de termodinámica con aplicación a los fenómenos químicos*. Madrid: Calpe.
- Puig Villena, Juan B. 1935a. *Breve idea de la mecánica ondulatoria*. Alcoy: Imprenta E. Vañó.
- Puig Villena, Juan B. 1935b. *Teoría corpuscular de la luz*. San Sebastián: Publicado en la Revista del Centro de Estudios Científicos de San Sebastián.
- Ramon Ferrando, Ferran. 1925. *Materia y radiación. Discurso inaugural leído en la solemne apertura de curso académico de 1924 a 1925*. Madrid: Clásica Española.
- Ramon Ferrando, Ferran. 1926. El origen de la radiación ultrapenetrante. *Anales de la Sociedad Española de Física y Química*, **24**, 234–243.
- Ramon Ferrando, Ferran. 1932. *Curso de física*. 2^a edn. Valencia: Gran Librería Médica F. García Muñoz.
- Ramon Ferrando, Ferran. 1933. Los cuantos de acción. *Anales de la Universidad de Valencia*, **XIV**(106), 85–155.
- Ramon Ferrando, Ferran. 1941. *Curso de física*. 4^a edn. Madrid: Gráfica Administrativa.

- Reiche, Fritz. 1915. Valentiner, Siegfried, Die Grundlagen der Quantentheorie in elementarer Darstellung [...]. Anwendung der Quantenhypothese in der kinetischen Theorie der festen Körper und der Gase. *Die Naturwissenschaften*, **3**(19), 248.
- Reiche, Fritz. 1921. *Die Quantentheorie: ihr Ursprung und ihre Entwicklung*. Berlin: Julius Springer.
- Reiche, Fritz. 1922. *Teoría de los quanta. Su origen y desarrollo*. Madrid: Calpe. Traducido por Julio Palacios.
- Rey Pastor, Julio. 1925. *Teoría de las funciones reales*. Madrid: Voluntad.
- Rey Pastor, Julio. 1932. *Los progresos de España e Hispanoamérica en las ciencias teóricas: discurso leído en la solemne sesión inaugural del curso académico de 1932-1933*. Madrid: Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.
- Rey Pastor, Julio. 1955. *Los problemas lineales de la física*. CSIC-Dpto. de Publicaciones. 1988.
- Rodrigo, Fidel. 1955. La Escuela Oficial de Telecomunicación. *Revista de Telecomunicación*, 33–39.
- Rutherford, Ernest. 1920. Bakerian Lecture. Nuclear Constitution of Atoms. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, **97**(686), 374–400.
- Schrödinger, Erwin. 1926a. Über das Verhältnis der Heisenberg-Born-Jordanschen Quantenmechanik zu der meinen. *Annalen der Physik*, **79**, 734–759.
- Schrödinger, Erwin. 1926b. Der stetige Übergang von der Mikro-zur Makromechanik. *Naturwissenschaften*, **28**, 664–666.
- Schrödinger, Erwin. 1926c. Quantisierung als Eigenwertproblem. *Annalen der Physik*, **79**, 361–376.
- Schrödinger, Erwin. 1928. *Four lectures on wave mechanics. Delivered at the Royal Institution, London, on 5th, 7th, 12th, and 14th March, 1928*. London: Blackie & Son.

- Schrödinger, Erwin. 1935a. *La nueva mecánica ondulatoria*. Madrid: Signo. Traducido por Xavier Zubiri.
- Schrödinger, Erwin. 1935b. *La nueva mecánica ondulatoria*. Madrid: Universidad Internacional Menéndez y Pelayo. 2001. Traducción de Xavier Zubiri.
- Schrödinger, Erwin. 1945. *What is life?: The physical aspect of the living cell*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Sommerfeld, Arnold. 1923. *La Constitution de l'atome et les raies spectrales*. París: Blanchard.
- Stern, Otto. 1913. Zur kinetischen Theorie des Dampfdrucks einatomiger fester Stoffe und über die Entropiekonstante einatomiger Gase. *Physikalische Zeitschrift*, **14**, 629–632.
- Terradas, Esteban. 1908. Sobre la mecánica estadística. Lección inaugural del Congreso de Zaragoza. *Asociación Española para el Progreso de las Ciencias*.
- Terradas, Esteban. 1911. Sobre algunos trabajos recientes acerca de integrales singulares. *Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona 3ª época.*, **8**(29).
- Terradas, Esteban. 1943. *Lecciones sobre física de materiales sólidos*. Madrid: Academia Militar de Ingenieros Aeronáuticos.
- Terradas, Esteban. 1945. *Lecciones sobre física de los materiales sólidos*. Madrid: Academia Militar de Ingenieros Aeronáuticos. Lección decimotercera.
- Terradas, Esteban. s.f.. *Els elements discrets de la matèria i la radiació*. Barcelona: Institut d'Etudis Catalans.
- Terradas, Esteban, y Rey Pastor, Julio. 1933. *Discurso leído en el acto de su recepción*. Madrid: Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.
- Vallado Ordovás, Francisco. 1930. *Materia y energía: discurso leído en la Solemne inauguración del Curso Académico de 1930 a 1931 en el Seminario-Universidad Pontificia de Zaragoza*. Zaragoza: Seminario-Universidad Pontificia de Zaragoza.
- Vallado Ordovás, Francisco. 1949. *Fácil acceso al estudio de la química*. Zaragoza: Librería General.

- van der Waerden, B. L. 1932. *Die Gruppentheoretische Methode in der Quantenmechanik*. Berlin: Julius Springer.
- Velasco Durántez, Mariano. 1944. Ondas y corpúsculos. *Memorias de los cursos de estudios post-escolares correspondientes al año académico 1943-1944*, 41–44. Zaragoza: Publicaciones de la Universidad de Zaragoza.
- Viñallonga, Jaime. 1934a. Memories de Física Teórica. Las ideas fundamentales de la Mecánica Ondulatoria y la analogía entre los principios de Maupertuis y Fermat. *Técnica: revista tecnológico industrial*, **LVII**(190), 170–173.
- Viñallonga, Jaime. 1934b. Nuevas equivalencias. *Técnica: revista tecnológico industrial*, **LVII**(184,186 y 188).
- Viñallonga, Jaime. 1946. *La generación de la energía por destrucción de la materia*. Barcelona: EMS.
- von Neumann, John. 1932a. *Fundamentos Matemáticos de la Mecánica Cuántica*. Madrid: Instituto de Matemáticas Jorge Juan. 1949. Traducido por Ramón Ortiz Fornaguera.
- von Neumann, John. 1932b. *Fundamentos matemáticos de la mecánica cuántica*. 2 edn. Madrid: CSIC. 1991. Traducido por Ramón Ortiz Fornaguera.
- von Neumann, John. 1932c. *Mathematical foundations of quantum mechanics*. Princeton: Princeton University Press. 1955. traducido por Robert Beyer.
- von Neumann, John. 1932d. *Mathematische grundlagen der quantenmechanik*. Berlin: Julius Springer.
- von Neumann, John. 1932e. *Mathematische grundlagen der quantenmechanik*. New York: Dover publications. 1943. Reimpresión.
- Weyl, Hermann. 1927. Quantenmechanik und Gruppentheorie. *Zeitschrift für Physik*, **46**(1), 1–46.
- Weyl, Hermann. 1928. *Gruppentheorie und Quantenmechanik*. Leipzig: S. Hirzel.
- Weyl, Hermann. 1932. *The theory of groups and quantum mechanics*. New York: E.P.Dutton.
- Wien, Wilhelm. 1919. Über Messungen der Leuchtdauer der Atome und der Dämpfung der Spektrallinien. I. *Annalen der Physik*, **365**(23), 597–637.

Wien, Wilhelm. 1921. Über Messungen der Leuchtdauer der Atome und die Dämpfung der Spektrallinien. II. *Annalen der Physik*, **371**(20), 229–236.

Zubiri, Xavier. 1934. La nueva Física (Un problema de filosofía). *Cruz y Raya*, **10**, 8–94.

Zubiri, Xavier. 1944. *Naturaleza, Historia, Dios*. Madrid: Editora Nacional.

Fuentes secundarias

- Arribas Jimeno, Siro. 1984. *La Facultad de Ciencias de la Universidad de Oviedo: estudio historico*. Oviedo: Universidad de Oviedo.
- Ausejo, Elena. 1986. Las matemáticas en la Academia de Ciencias de Zaragoza (1916-1936). *Llull*, **9**(16), 5–34.
- Ausejo, Elena. 2004. Sobre la Edad de Plata de la ciencia española: a vueltas con los metales. *Ábaco: revista de cultura y ciencias sociales*, **42**, 75–82.
- Ausejo, Elena, y Millán, Ana. 1989. La organización de la investigación matemática en España en el primer tercio del siglo XX: el Laboratorio y Seminario Matemático de la Junta para Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas (1915-1938). *Llull*, **12**(23), 261–308.
- Badino, Massimiliano, y Navarro, Jaume. 2013. Pedagogy and Research. Notes for a Historical Epistemology of Science Education. *Páginas 7–25 de: Badino, Massimiliano, y Navarro, Jaume (eds), Research and Pedagogy: A History of Quantum Physics through Its Textbooks*. Berlín: epubli GmbH.
- Baig, Marià. 2014. Enseñanza y divulgación de la física moderna durante la República y la guerra: el caso del profesor Juan B. Puig Villena. *Páginas 29–35 de: Blanco Abellán, M. (ed), Enseñanza e Historia de las Ciencias y de las Técnicas: orientación, metodología y perspectivas*. Barcelona: Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas, SEHCYT.
- Baig, Marià; Gimeno, Gonzalo, y Xipell, Mercè. 2012a. La introducción de la mecánica cuántica en España: las primeras lecciones y los primeros textos. *Páginas 161–176 de: Herran, Néstor, y Roqué, Xavier (eds), La física en la dictadura. Físicos, cultura y poder en España 1939-1975*. Congressos. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona. Servei de Publicacions.

- Baig, Marià; Gimeno, Gonzalo, y Xipell, Mercè. 2012b. Von Neumann traducido por Ortiz: una obra pionera en la enseñanza de la cuántica. *Páginas 177–192 de: Herran, Néstor, y Roqué, Xavier (eds), La física en la dictadura. Físicos, cultura y poder en España 1939-1975*. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona. Servei de Publicacions.
- Barca Salom, Francesc X. 2002. *Els inicis de l'energia nuclear a Barcelona. La Càtedra Ferran Tallada (1955-1962)*. Tesis doctoral. Universitat Politècnica de Catalunya.
- Beller, Mara. 1996. The conceptual and the anecdotal history of quantum mechanics. *Foundations of Physics*, **26**(4), 545–557.
- Beller, Mara. 1999. *Quantum dialogue: The making of a revolution*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Blázquez, Francisco. 2011. A Dios por la ciencia. Teología natural en el franquismo. *Asclepio*, **63**(2), 453–476.
- Bochner, Salomon. 1958. John von Neumann. *Biographical Memoirs*, **32**, 456–451.
- Bose, Satyendra Nath; Theimer, O., y Ram, Budh. 1977. Bose's second paper: A conflict with Einstein. A translation of "Thermal equilibrium in the radiation field in the presence of matter". *American Journal of Physics*, **45**(3), 242–246.
- Boya, Joaquín. 2005a. Einstein y Zaragoza. *Páginas 115–126 de: Sánchez Ron, José Manuel, y Romero de Pablos, Ana (eds), Einstein en España*. Madrid: Publicaciones de la Residencia de Estudiantes.
- Boya, Joaquín. 2005b. La Sección de Físicas de la Universidad de Zaragoza, 1940-1975. *Páginas 69–74 de: Doctori Bernal amicorum liber*. Zaragoza: Universidad de Zaragoza.
- Cabrera Ramírez, José. 2003. *D. Blas Cabrera Topham y sus hijos*. Arrecife: Academia de Ciencias e Ingenierías de Lanzarote. Discurso de ingreso.
- Camilleri, Kristian. 2009. Constructing the Myth of the Copenhagen Interpretation. *Perspectives on Science*, **17**(1), 26–57.
- Cassidy, David C. 1992. *Uncertainty: the life and science of Werner Heisenberg*. New York: Feemann.

- Ceba, Agustín. 2012. Joaquín Catalá y la investigación nuclear y de partículas en Valencia. *Páginas 105–122 de: Herran, Néstor, y Roqué, Xavier (eds), La física en la dictadura. Físicos, cultura y poder en España 1939-1975.* Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona. Servei de Publicacions.
- Claret Miranda, Jaume. 2004. *La Repressió franquista a la universitat espanyola.* Universitat Pompeu Fabra. Tesis Doctoral.
- Cobos Bueno, José M. 2008. Ventura Reyes Prósper, matemático extremeño. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, **11**(4), 767–786.
- CSIC. 1982. *50 años de investigación en física y química en el edificio Rockefeller de Madrid (1932-1982).* Madrid: CSIC.
- Cuesta Dutari, Norberto. 1966. Don José Barinaga Mata. In memoriam. *Gaceta de la RSME*, **3-4**, 63–86.
- Díaz Díaz, J. Ildefonso. 2002. Retos y progresos de la Física Matemática contemporánea a Blas Cabrera (1878-1945). *Páginas 129–139 de: Actas del II Simposio "Ciencia y técnica en España de 1898 a 1945: Cabrera, Cajal, Torres Quevedo".* Centro científico-cultural Blas Cabrera. Arrecife (Lanzarote).
- Díaz Díaz, J. Ildefonso. 2003. John von Neumann: precursor del Cálculo Científico y de la Meteorología. *Arbor*, **175**(692), 1455–1484.
- de Castro Brzezicki, Antonio. 1985. La obra de Rey Pastor en la Matemática Aplicada. *Páginas 61–70 de: Actas del I simposio sobre Julio Rey Pastor: Logroño 28 de octubre-1 de noviembre 1983.* Instituto de Estudios Riojanos.
- Debnath, Lokenath. 1993. S.N. Bose (1894-1974) and the Bose quantum statistics. A centennial tribute. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, **16**(4), 625–644.
- del Pino Arabolaza, Pilar. 1988. Incidencia del Seminario Laboratorio Matemático en la investigación española en matemáticas (1919-1936). *Página 329 de: 1907-1987, la Junta para Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas, 80 años después: Simposio Internacional, Madrid, 15-17 de diciembre de 1987.* Consejo Superior de Investigaciones Científicas.
- Eckert, Michael. 2013. Sommerfeld's Atombau und Spektrallinien. *Cap. 6, páginas 117–135 de: Badino, Massimiliano, y Navarro, Jaume (eds), Research and Pedagogy: A History of Quantum Physics through Its Textbooks.* Berlín: epubli GmbH.

- Elkana, Yehuda. 1970. Helmholtz "Kraft": An Illustration of Concepts in Flux. *Historical Studies in the Physical Sciences*, **2**, 263–298.
- Español González, Luis. 2000. Julio Rey Pastor. *Números*, **43**, 191–194.
- ETSIM. 1997. *La Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Montes, 150 aniversario*. Madrid: Fundación Conde del Valle de Salazar.
- Febrer Carbó, Joaquín. 1965. *El observatorio Fabra*. Barcelona: Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona.
- Fernández Moya, María. 2009. Multinationales del castellano. La internacionalización del sector editorial español (1898-2008). *Revista de Historia Industrial*, **2**(40), 23–50.
- Ferreirós, José. 1995. De la "Naturlehre" a la física: factores epistemológicos y factores socioculturales en el nacimiento de una disciplina científica. *Arbor*, **151**(596), 9–61.
- Folland, Gerald B., y Sitaram, Alladi. 1997. The uncertainty principle: a mathematical survey. *Journal of Fourier Analysis and Applications*, **3**(3), 207–238.
- Font, Josep. 2010. The impact of chemistry in Catalonia's industrial development during the 20th century. *Contributions to science*, **6**(2), 243–248.
- Gamow, George. 1988. *The great physicists from Galileo to Einstein*. New York: Dover publications.
- Garaizar, Isabel, y Larrinaga, Carlos. 2003. Cultura científico-tecnológica y depuración política. La escuela de Ingenieros Industriales de Bilbao ante la Guerra Civil. *Cuadernos del Instituto Antonio de Nebrija*, **6**, 109–113.
- García Barreno, Pablo. 2005. Albert Einstein en la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. *Páginas 87–112 de: Sánchez Ron, José Manuel, y Romero de Pablos, Ana (eds), Einstein en España*. Madrid: Publicaciones de la Residencia de Estudiantes.
- García Belmar, Antonio; Bertomeu Sánchez, José Ramón, y Bensaude-Vincent, Bernardette. 2005. The Power of Didactic Writings: French Chemistry Textbooks of the Nineteenth Century. *Cap. 7, páginas 219–251 de: Kaiser, David (ed), Pedagogy and the practice of science: historical and contemporary perspectives*. Cambridge, Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology.

- García Camarero, Ernesto. 1985. Los últimos años de Rey Pastor. *Páginas 19–39 de: Actas del I simposio sobre Julio Rey Pastor: Logroño 28 de octubre-1 de noviembre 1983*. Instituto de Estudios Riojanos.
- García Doncel, Manuel. 1985. L'escola de Göttingen i la revolució quàntica. *Butlletí de la Societat Catalana de Ciències Físiques, Químiques i Matemàtiques*, **4**, 195–225.
- Gavroglu, Kostas; Patiniotis, Manolis; Papanelopoulou, Faidra; Simões, Ana; Carneiro, Ana; Diogo, Maria Paula; Bertomeu Sánchez, José Ramón; García Belmar, Antonio, y Nieto-Galan, Agustí. 2008. Science and technology in the European periphery: Some historiographical reflections. *History of Science*, **46**(2), 153–176.
- Gearhart, Clayton A. 2013. Fritz Reiche's 1921 Quantum Theory Textbook. *Cap. 5, páginas 101–116 de: Badino, Massimiliano, y Navarro, Jaume (eds), Research and Pedagogy: A History of Quantum Physics through Its Textbooks*. Berlín: epubli GmbH.
- Gimeno, Gonzalo; Soler Ferrán, Pablo, y Xipell, Mercedes. 2014. Descripción del archivo Ramón Ortiz Fornaguera. *Actes d'Història de la Ciència i de la Tècnica*, **6**, 117–128.
- Glick, Thomas F. 2005. *Einstein y los españoles: ciencia y sociedad en la España de entreguerras*. Madrid: Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Traducción de Víctor Navarro Brotons.
- Gámez Pérez, Carlos. 2004a. *El Grupo Interuniversitario de Física Teórica (GIFT): Génesis y desarrollo histórico(1968-1976)*. Treball de recerca del Doctorat Interuniversitari d'Història de les Ciències (UAB-UB).
- Gámez Pérez, Carlos. 2004b. Esteve Terradas i els inicis de la docència de la Mecànica Quàntica a Espanya: les "Lecciones sobre física de materiales sólidos" de l'Acadèmia Militar d'Enginyers Aeronàutics. *Páginas 175–196 de: Roca Rosell, Antoni (ed), Esteve Terradas Illa (1882-1950). Enginyeria, arquitectura i ciència al segle XX*. Barcelona: La Salle. Universitat Ramon Llull.
- Gámez Pérez, Carlos. 2004c. Terradas y la teoría cuántica en España. *Quark*, **31**, 48–56.
- González Canle, Felicísimo. 2012. *Contenidos de estructura atómica en libros de textos españoles de química general (1928-1975)*. Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid.

- González de Posada, Francisco. 2003. La Farmacia: de la Física a la Biología. La existencia de "fantasmas". *Anales de la Real Academia Nacional de Farmacia*, **69**(3), 112–145.
- González de Posada, Francisco, y Pérez Andreu, M^a José. 2004. El exilio de Blas Cabrera en la correspondencia de Julio Palacios y Juan Cabrera. *Páginas 75–86 de: Trujillo, Dominga; González de Posada, Francisco, y González Redondo, Francisco A. (eds), Actas del III Simposio "Ciencia y Técnica en España de 1898 a 1945: Cabrera, Cajal, Torres Quevedo"*. Pozuelo de Alarcón: Amigos de la Cultura Científica.
- González Redondo, Francisco A. 2002a. La Matemática en el panorama de la Ciencia española, 1852-1945. (En el 150 Aniversario del nacimiento de Santiago Ramón y Cajal y Leonardo Torres Quevedo). *Gaceta de la RSME*, **5**(3), 779–809.
- González Redondo, Francisco A. 2002b. La reorganización de la Matemática en España tras la Guerra Civil. La posibilitación del retorno de Esteban Terradas y Julio Rey Pastor. *Gaceta de la RSME*, **5**(2), 463–490.
- Greenspan, Nancy T. 2005. *The end of the certain world: the life and science of Max Born, the nobel physicist who ignited the quantum revolution*. Chichester, England: Wiley.
- Halmos, P. R. 1973. The Legend of John Von Neumann. *The American Mathematical Monthly*, **80**(4), 382–394.
- Herran, Néstor, y Roqué, Xavier. 2012. Los físicos en el primer franquismo: conocimiento poder y memoria. *Páginas 85–104 de: Herran, Néstor, y Roqué, Xavier (eds), La física en la dictadura. Físicos, cultura y poder en España 1939-1975*. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona. Servei de publicacions.
- Herran, Néstor, y Roqué, Xavier. 2013. An Autarkic Science: Physics, Culture, and Power in Franco's Spain. *Historical Studies in the Natural Sciences*, **43**(2), 202–235.
- Hoffmann, Dieter. 2013. Max Planck as textbook author. *Cap. 6, páginas 69–79 de: Badino, Massimiliano, y Navarro, Jaume (eds), Research and Pedagogy: A History of Quantum Physics through Its Textbooks*. Berlín: epubli GmbH.

- Hormigón, Mariano. 1985. Rey Pastor y las matemáticas en España. *Páginas 41–60 de: Actas del I simposio sobre Julio Rey Pastor: Logroño 28 de octubre-1 de noviembre 1983*. Instituto de Estudios Riojanos.
- Kaiser, David. 2005. *Pedagogy and the practice of science: historical and contemporary perspectives*. Cambridge, Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology.
- Kaiser, David. 2014. Shut up and calculate! *Nature*, **505**(7482), 153–155.
- Kragh, Helge. 1990. *Dirac: a scientific biography*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kragh, Helge, y Carazza, Bruno. 1994. From time atoms to space-time quantization: the idea of discrete time, ca 1925-1936. *Studies in History and Philosophy of Science Part A*, **25**(3), 437–462.
- Llombart, José. 1999. *El «Centro de Estudios Científicos» de San Sebastián*. Donostia: Eusko Ikaskuntza.
- López Pellicer, Manuel. 2006. Computación física y matemática en John Von Neumann (28-XII-1903, 8-II-1975). *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, **100**(1), 1–12.
- Lusa Monforte, Guillermo. 2008. Depuración y autarquía (1939-1940). *Documentos de la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona*, **18**, 3–61.
- Macrae, Norman. 1999. *John von Neumann: the scientific genius who pioneered the modern computer, game theory, nuclear deterrence, and much more*. Providence: American Mathematical Society.
- Madariaga de la Campa, Benito, y Valbuena Morán, Celia. 1999. *La Universidad Internacional de Verano de Santander (1932-1936)*. Santander: Universidad Internacional Menéndez y Pelayo.
- Mancebo, María Fernanda. 1994. *La Universidad de Valencia, de la monarquía a la república: 1919-1939*. Valencia: Instituto de Cultura Juan Gil-Albert. Universitat de València.
- Marpeau, Benoit. 2010. La "Bibliothèque de philosophie scientifique" de Flammation. *Revue d'histoire moderne et contemporaine*, **57**(4), 185–210.

- Méndez Pérez, José Manuel. 2003. In memoriam del Prof. Dr. D. Joaquim Cascante Dávila. *Números*, **56**, 41–48.
- Moneo, Rafael. 2009. Cosas vistas de izquierda a derecha (sin gafas): un comentario a la tesis doctoral de Enric Miralles Moya, 1987. *DC papers, revista de crítica y teoría de la arquitectura*, **17-18**, 115–128.
- Morales, Carmen; Arrimadas, Irene; Ramírez, Eulalia; López, Alicia, y Ocaña, Laura. 2000. *La enseñanza de lenguas extranjeras en España*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Moreno González, Antonio. 2000. La teoría de los quanta en España. *Arbor*, **167**(659-660), 603–620.
- Muller, F. A. 1997a. The equivalence myth of quantum mechanics - Part I. *Studies In History and Philosophy of Science Part B: Studies In History and Philosophy of Modern Physics*, **28**(1), 35–61.
- Muller, F. A. 1997b. The equivalence myth of quantum mechanics - Part II. *Studies In History and Philosophy of Science Part B: Studies In History and Philosophy of Modern Physics*, **28**(2), 219–247.
- Navarro Veguillas, Luis. 1996. Satyendranath Bose: un cometa fugaz. *Arbor*, **103**(601), 45–66.
- Navarro Veguillas, Luis. 1998. Gibbs, Einstein and the foundations of statistical mechanics. *Archive for history of exact sciences*, **53**(2), 147–180.
- Navarro Veguillas, Luis. 2005. Cuantos, fotones y moléculas: un cuarto de siglo de controversias. *Monografías de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas, Químicas y Naturales de Zaragoza*, **27**, 69–92.
- Nieto-Galan, Agustí. 2011. *Los Públicos de la ciencia: expertos y profanos a través de la historia*. Madrid: Marcial Pons.
- Oliva, Josep María. 2013. Julio Palacios Martínez (1891-1970): Un científico entre la física y la química. *Anales de la Real Sociedad Española de Química*, **109**(2), 106–109.
- Ortiz, Eduardo L.; Roca Rosell, Antoni, y Sánchez Ron, José Manuel. 1989. Ciencia y técnica en Argentina y España (1941-1949), a través de la correspondencia de Julio Rey Pastor y Esteban Terradas. *Llull*, **12**(22), 33–150.

- Otero Carvajal, Luis Enrique. 2006. *La destrucción de la ciencia en España: depuración universitaria en el franquismo*. Madrid: Editorial Complutense.
- Otero Carvajal, Luis Enrique. 2014. *La universidad nacionalcatólica. La reacción antimoderna*. Madrid: Universidad Carlos III de Madrid.
- Patiniotis, Manolis, y Gavroglu, Kostas. 2012. The Sciences in Europe: Transmitting Centers and the Appropriating Peripheries. *Cap. 14, páginas 321–343 de: Renn, Jürgen (ed), The globalization of knowledge in history*. Berlin: epubli. Accedido agosto 2013.
- Pestre, Dominique. 1996. La reconstruction des sciences physiques en France après la Seconde Guerre mondiale. Des réponses multiples à une crise d'identité. *Réseaux*, **14**(1), 21–42.
- Pohl-Valero, Stefan. 2009. The circulation of energy: thermodynamics, national culture and social progress in Spain, 1868-1890. *Cap. 6, páginas 115–134 de: Papanelopoulou, Faidra; Nieto-Galan, Agustí, y Perdiguero, Enrique (eds), Popularizing science and technology in the european periphery, 1800-2000*. Ashgate Publishing, Ltd.
- Presas i Puig, Albert. 2000. La correspondencia entre José M. Otero Navascués y Karl Wirtz, un episodio de las relaciones internacionales de la Junta de Energía Nuclear. *Arbor*, **167**(659-660), 527–601.
- Rédei, Miklós, y Stöltzner, Michael. 2001. *John von Neumann and the foundations of quantum physics*. Dordrecht: Kluwer Academic.
- Recio, Tomás. 2001. D. Pedro Abellanas Cebollero: cuarenta años de matemática española. *Gaceta de la RSME*, **4**(1), 119–133.
- Renn, Jürgen, y Hyman, Malcom D. 2012. The globalization of knowledge in history: an introduction. *Cap. 1, páginas 15–44 de: Renn, Jürgen (ed), The globalization of knowledge in history*. Berlin: epubli. Accedido agosto 2013.
- Roca Rosell, Antoni. 1980. L'impacte de la hipòtesi quàntica a Catalunya. *Páginas 383–390 de: El científico español ante su historia: la ciencia en España entre 1750-1850: I Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias*. Diputación Provincial de Madrid.
- Roca Rosell, Antoni. 1988. La ciència internacional a la Catalunya contemporània. *Páginas 319–332 de: Navarro, Luis (ed), Història de la Física*. Barcelona: CIRIT.

- Roca Rosell, Antoni, y Sánchez Ron, José Manuel. 1983. La vuelta de Esteban Terradas a España (1940-1950). *Llull*, **6**(10-11), 105–142.
- Roca Rosell, Antoni, y Sánchez Ron, José Manuel. 1990. *Esteban Terradas 1883-1950: ciencia y técnica en la España contemporánea*. Madrid: Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial.
- Roca Rosell, Antoni, y Sánchez Ron, José Manuel. 2000. *Esteve Terradas i Illa. Semblança biogràfica*. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans.
- Roca Rosell, Antoni; Navarro Brotons, Víctor, y Roqué, Xavier. 2009. La física com a nova frontera i com a servei. *Pàgines 599–625 de: Vernet, Joan, y Parés, Ramon (eds), La ciència en la història dels Països Catalans.*, vol. III. Valencia: Institut d'Estudis Catalans; Universitat de València.
- Rodríguez Álvarez, Ramón. 1993. *La Biblioteca de la Universidad de Oviedo, 1765-1934*. Oviedo: Universidad de Oviedo.
- Romero de Pablos, Ana. 2000. Un viaje de José María Otero Navascués. Los inicios de la investigación de la energía nuclear en España. *Arbor*, **167**(650-660), 509–525.
- Roqué, Xavier. 1997. The manufacture of the positron. *Studies in history and philosophy of modern physics*, **28**(1), 73–129.
- Ríos, Sixto; Santaló, Luis A.; Balanzat, Manuel, y Laín Entralgo, Pedro. 1979. *Julio Rey Pastor matemático*. Madrid: Instituto de España.
- Sanz Menéndez, Luis. 1996. La construcción institucional de la política científica y tecnológica en el franquismo. *Redes*, **3**(6), 77–123.
- Sanz Menéndez, Luis, y López García, Santiago. 1997. Continuidad y cambio en las políticas de ciencia y tecnología durante la autarquía y los inicios del desarrollismo. *Quaderns d'història de l'enginyeria*, **2**, 70–98.
- Sánchez del Río, Carlos. 2000. La enseñanza de la Mecánica Cuántica en España. *Revista Española de Física*, **14**(1), 4–5.
- Sánchez Ron, José Manuel. 1983. Documentos para una historia de la Física moderna en España: Arnold Sommerfeld, Miguel Ángel Catalán, Ángel del Campo y Blas Cabrera. *Llull*, **5**(8-9), 97–109.

- Sánchez Ron, José Manuel. 1987. La ciencia española se internacionaliza: la introducción de la teoría cuántica en España (1908-1919). *Páginas 71–88 de: Cinquanta anys de ciència i tècnica a Catalunya. En torn de l'activitat científica d'E.Terradas Illa (1883-1950)*. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans.
- Sánchez Ron, José Manuel. 1990. La Física Matemática en España: de Echegaray a Rey Pastor. *Arbor*, **532**, 9–60.
- Sánchez Ron, José Manuel. 1992. A man of many worlds: Schrodinger and Spain. *Páginas 9–22 de: Bitbol, M., y Darrigol, O. (eds), Erwin Schrödinger. Philosophy and the birth of quantum mechanics*. París: Editions Frontières.
- Sánchez Ron, José Manuel. 2005. *Einstein en España*. Madrid: Publicaciones de la Residencia de Estudiantes.
- Sánchez Vigil, Juan Miguel. 2005. *Calpe. Paradigma editorial (1918-1925)*. Gijón: Trea.
- Sánchez Vigil, Juan Miguel. 2006. La editorial CALPE y el Catálogo general de 1923. *Documentación de las Ciencias de la Información*, **29**, 259–277.
- Soler, Josep Ramon, y López-Brea, Francisco Javier. 2008. *Soldados sin rostro: los servicios de información, espionaje y criptografía en la Guerra Civil Española, 1936 -1939*. Barcelona: Inédita.
- Soler Ferrán, Pablo. 2010. *La Teoría de la Relatividad en la Física y Matemática Españolas. Un capítulo de la Historia de la Ciencia en España*. Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid.
- Soler Ferrán, Pablo. 2015. La obra científica de Ramón Ortiz Fornaguera (1916-1974): un capítulo de la Física Matemática, Teórica y Nuclear en la dictadura franquista. *Actes d'Història de la Ciència i de la Tècnica*, **8**. (aprobado el 27/10/2014, en proceso de edición).
- Valera Candell, Manuel, y López Fernández, Carlos. 2001. *La física en España a través de los Anales de la Sociedad Española de Física y Química: 1903-1965*. Murcia: Servicio de Publicaciones. Universidad de Murcia.
- Vaquero Martínez, José María. 2002. *El éter en la física española del primer tercio del siglo XX: El caso de Pedro Carrasco Garrorena*. Tesis doctoral en línea. <http://hdl.handle.net/10662/385>; Recuperado 18/08/2013.

Vega Reñón, L. 2001. La lógica en España (1890-1930): desencuentros. *Teorema*, **20**(1-2), 21–38.

Villena, Leonardo. 1987. Los últimos años de Esteban Terradas. *Páginas 59–70 de: Cinquanta anys de ciència i tècnica a Catalunya. En torn de l'activitat científica d'E.Terradas Illa (1883-1950)*. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans.

Archivos

AETSEIB. *Archivo de l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona*. Barcelona.

AFI. *Archivo Familiar José María Íñiguez Almech*.

AFO. *Archivo Familiar Ramón Ortiz Fornaguera*. Disponible desde septiembre 2015 en http://www.sac.cat/ficha_fondo2.php?id=673&sitelang=en&pagina=&llista=1.

AGA. *Archivo General de la Administración*. Alcalá de Henares.

AGUN/JMA. *Archivo General de la Universidad de Navarra*. Fondo José María Albareda. Pamplona.

AHN. *Archivo Histórico Nacional*. Madrid.

AHUB. *Archivo Histórico de la Universidad de Barcelona*. Barcelona.

AHUO. *Archivo Histórico de la Universidad de Oviedo*. <http://censoarchivos.mcu.es/CensoGuia/fondoDetail.htm?id=96477>.

AJAE. *Archivo de la Junta de Ampliación de Estudios*. Residencia de Estudiantes. <http://edaddeplata.org/>.

LoC. *Library of Congress*. Washington D.C.

ÖZP/SN. *Österreichische Zentralbibliothek für Physik*. Schrödinger Nachlass. Wien.