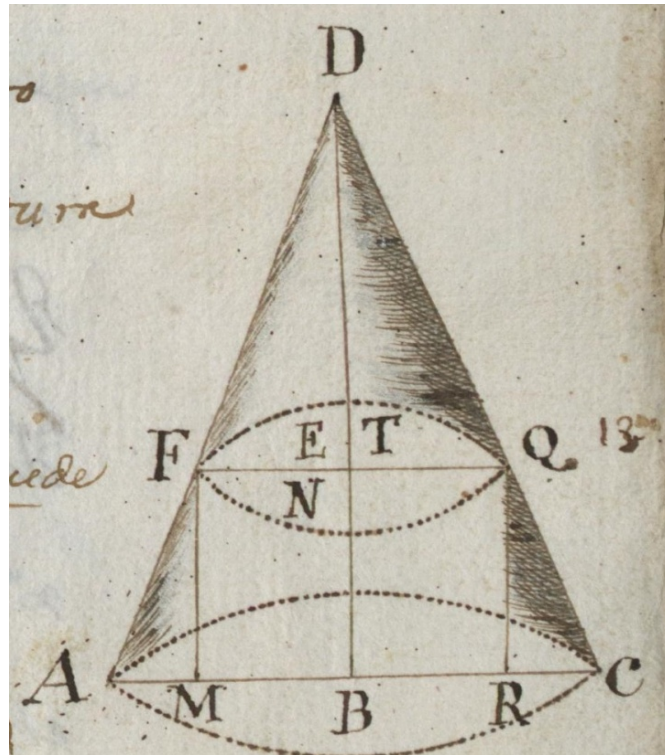


# La recepció del càlcul diferencial a l'Espanya del segle XVIII

Tomàs Cerdà: introductor de la teoria de fluxions

---



---

Tesi doctoral de Joaquim Berenguer Clarià

Directora: Dra. Maria Rosa Massa Esteve

Tutor: Dr. José Manuel Gutiérrez García

Programa de Doctorat en Història de la Ciència  
Centre d'Història de la Ciència (CEHIC) – Universitat Autònoma de Barcelona (UAB)  
Barcelona, novembre de 2015



A tots aquells i aquelles, dels qui he rebut ajut, recolzament i ànims i que, per tant, han fet possible aquesta tesi.



# ÍNDIX

<b>Pròleg</b> .....	IX
<b>Introducció</b> .....	1
<b>Capítol 1. L'ensenyament de les “noves ciències” a l'Espanya de Tomàs Cerdà</b> .....	19
Introducció.....	19
1.1 Militars i jesuïtes: transmissors de sabers a l'Espanya del segle XVIII .....	21
1.2 Cerdà: jesuïta i professor de Filosofia .....	35
1.3 Cerdà: agent actiu al servei de les “noves ciències” al Col·legi de Cordelles..	41
1.4 Cerdà a la Cort de Madrid .....	71
1.5 L'expulsió i l'exili.....	78
1.6 Els manuscrits de Cerdà que no es van publicar .....	79
1.7 Conclusions.....	85
<b>Capítol 2. El càlcul diferencial a la Il·lustració o la mesura de la “modernitat” de les matemàtiques</b> .....	91
Introducció.....	91
2.1 El desenvolupament del càlcul diferencial a l'Europa del segle XVIII.....	94
2.2 Thomas Simpson: el matemàtic i l'ensenyant.....	107
2.3 El càlcul diferencial a Espanya a l'època de Cerdà (1717-1767) .....	125
2.4 Conclusions.....	149
<b>Capítol 3. Reconstruint el <i>Tratado de Fluxiones</i></b> .....	153
Introducció.....	153
3.1 Els manuscrits de Cerdà sobre fluxions a la <i>Real Academia de la Historia</i> .....	154
3.2 Comparant les estructures de les dues versions del <i>Tratado de Fluxiones</i> amb <i>The Doctrine and Application of fluxions</i> de Simpson.....	166
3.3 La segona versió del <i>Tratado de Fluxiones</i> .....	172
3.4 Els diferents moments del <i>Tratado de Fluxiones</i> (ca. 1757-1759).....	176
3.5 Comparant el <i>Tratado de Fluxiones</i> amb els manuals de l'època.....	180
3.6 El públic de Cerdà.....	183
3.7 Conclusions.....	185

<b>Capítol 4. <i>El Tratado de Fluxiones: cap a una nova eina matemàtica</i></b> .....	189
Introducció.....	189
4.1 El moviment com generador de les magnituds.....	191
4.2 Les aplicacions geomètriques del càlcul fluxional.....	218
4.3 La fluent / integral i les seves aplicacions.....	231
4.4 Les fluxions de variables no algebraïques.....	243
4.5 Les equacions fluxionals i les diverses tècniques per calcular fluents.....	245
4.6 Les aplicacions del càlcul fluxional a diversos camps.....	254
4.7 El llenguatge en el text de Cerdà.....	264
4.8 Conclusions.....	268
<b>Conclusions</b> .....	273
Annex 1.....	281
Annex 2.....	289
Annex 3.....	293
Annex 4.....	295
Annex 5.....	299
Annex 6.....	301
Annex 7.....	303
Annex 8.....	307
Annex 9.....	313
Annex 10.....	321
Annex 11.....	333
Annex 12.....	339
<b>Índex de noms</b> .....	341
<b>Bibliografia</b> .....	347
Catàlegs, diccionaris i publicacions periòdiques consultades.....	347
Fonts primàries consultades en diversos arxius.....	349
Llibres i articles.....	355







## Pròleg

---

Després de cinc d'investigació, durant els quals el meu interès s'ha centrat en un matemàtic català del segle XVIII, Tomàs Cerdà, presento aquesta tesi. Resulta, per tant, obligat recordar com va començar aquest interès. La primera presa de contacte amb aquest matemàtic i professor va ser la lectura del treball final de màster de Lluís Gassiot Matas, dirigit per Manuel García Doncel el 1996, en el marc del CEHIC de la UAB<sup>1</sup>. Aquest treball era sobre el "Tratado de Astronomia" de Cerdà i la seva lectura em va predisposar molt favorablement a l'estudi de l'obra i la tasca docent d'aquest matemàtic.

Uns dies després, vaig tenir entre les mans *Liciones de Mathemática o Elementos Generales de Arithmética y Algebra para el uso de la clase*, de Cerdà, publicat a Barcelona el 1758. Un llibre, com indica el seu títol, per als seus alumnes, que en aquell moment eren els del Col·legi de Cordelles de Barcelona. En el seu proemi es pot llegir una promesa de continuar publicant altres manuals. Concretament, Cerdà anuncia la propera publicació de la "Geometria, y Trigonometria", la "Aplicacion de la Algebra à Geometria, y Curvas", el "Methodo Directo, è Inverso de las Fluxiones, que otros llaman Calculo Diferencial, è Integral."<sup>2</sup> Efectivament Cerdà va publicar posteriorment el manual de geometria però el tractat sobre l'aplicació de l'àlgebra a la geometria i el del càlcul diferencial i integral no van arribar a publicar-se mai.

Norberto Cuesta Dutari (1907-1989), que és un dels primers historiadors que van analitzar la figura de Cerdà, el 1976, en el seu llibre *Historia de la Invención del Análisis Infinitesimal y de su introducción en España*<sup>3</sup>, escriu que l'any 1973, Eulogio Hernández Alonso (1922-1997) va descobrir uns manuscrits de Cerdà a la *Academia de la Historia* de

---

<sup>1</sup> Gassiot (1996).

<sup>2</sup> Cerdà (1758); "A la Juventud Española".

<sup>3</sup> Cuesta Dutari (1976); pp. 250-253.

Madrid formant part del que probablement havia de ser el seu *Tratado de Fluxiones*. La conclusió d'Hernández Alonso va ser que els manuscrits de Cerdà eren una “simple” traducció del llibre de Thomas Simpson (1710-1761), *The Doctrine and Application of Fluxions* (1750) i va abandonar el seu treball<sup>4</sup> sense publicar cap resultat de la seva recerca.

Alguns anys després del descobriment dels manuscrits de Cerdà, Gassiot va reprendre la pista dels manuscrits i va descobrir el “Tratado de Astronomia” de Cerdà. En el seu treball de recerca, el 1995, Gassiot posa de relleu una carta de Cerdà a Simpson<sup>5</sup>, on el matemàtic català diu que publicarà un tractat sobre fluxions.

La història de Cerdà, amb uns manuscrits que no van arribar-se a publicar mai, tractant del càlcul diferencial i integral, un camp poc conegut a Espanya en aquell moment i, per a molts historiadors, màxim exponent de la “modernitat”, em van interessar des del primer moment. El tema em va obrir les portes a una llarga i prolífica línia historiogràfica sobre la difusió del càlcul infinitesimal a Europa durant els segles XVII i XVIII. Estudiar la figura de Cerdà i, específicament, la seva aportació amb el seu *Tratado de Fluxiones* significava estudiar la forma en què el càlcul diferencial es va introduir en l'Espanya del segle XVIII, dins el context més ampli del procés de difusió i apropiació del nou càlcul a tot Europa. Calia analitzar el paper de Cerdà en aquest procés i, particularment, què havien representat els seus manuscrits agrupats sota el nom de *Tratado de Fluxiones*. De la figura de Cerdà, particularment em va interessar conèixer per què aquest matemàtic va prendre com a model un llibre de Simpson i fins a quin punt només en va fer una “simple” traducció, com es diu en el llibre de Cuesta Dutari.

Unes paraules de Santiago Garma Pons, en el seu article “Producción matemática a fines del siglo XVIII”, el 1978, oposant-se a l'opinió de Sánchez Pérez sobre l'obra de Cerdà de que “no influye en el progreso de la ciencia en nada original [...]”, em van

---

<sup>4</sup> Hernández Alonso (1973).

<sup>5</sup> Cerdà, Tomàs, *Carta de Cerdà a Simpson*. Barcelona 1758. RAH, Cortes 9/2892.

acabar d'animar a iniciar la tesi que ara presento: "Esto supone en Sánchez Pérez un concepto muy particular del progreso de la ciencia, pues parece desprenderse de sus palabras que el progreso de la ciencia se debe exclusivamente a las aportaciones originales, cuando los trabajos de recopilación y de formalización son parte del progreso de la ciencia."<sup>6</sup>

Les primeres reflexions al voltant de Cerdà i la seva aportació al càlcul diferencial i integral es van concretar, en el meu cas, en un treball final de màster el juliol de 2011<sup>7</sup>. Ja en aquest treball es reconeixia que el meu estudi partia de tot el treball anterior que altres historiadors<sup>8</sup> havien iniciat al voltant de la figura de Cerdà, però això no m'ha impedit pensar que la meua contribució podia ser vàlida i útil per millor entendre de quina manera es produeix la introducció del càlcul diferencial en l'Espanya de mitjans de segle XVIII.

La primera tasca que es va derivar de la decisió d'estudiar l'obra de Cerdà va ser la meua presa de contacte amb les fonts primàries. L'experiència viscuda a partir de la consulta dels manuscrits autògrafs de Cerdà a la *Real Academia de la Historia* (RAH) de Madrid em van convertir, des del primer moment, en un incondicional del contacte directe de la font primària. Probablement el meu entusiasme per la consulta presencial del manuscrit original és el contrapès als potents recursos tecnològics digitals actuals que eleven a límits inimaginables les possibilitats de recerca però que despullen de tota emoció la consulta virtual de la font. En qualsevol cas, després de les visites a la biblioteca de la RAH, per si encara hi havia algun dubte, vaig quedar totalment seduït pel tema que començava a investigar. No van ser els arxius de la RAH els únics consultats, ja que igualment he anat a consultar documents a altres arxius tant a Barcelona (la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona, Arxiu de la Corona d'Aragó, Arxiu Històric de la Ciutat de Barcelona, Biblioteca de Catalunya) com a

---

<sup>6</sup> Garma Pons (1978); p 440.

<sup>7</sup> Berenguer (2011).

<sup>8</sup> A més dels ja comentats, Cuesta Dutari i Garma, cal citar també a Manuel García Doncel, Agustín Udías, Elena Ausejo i Francisco Javier Medrano, entre altres, com historiadors que han contribuït en l'estudi de l'obra de Cerdà.

Madrid (Biblioteca Nacional de España, Real Biblioteca de Madrid), on quasi sempre he tingut el plaer de tenir el contacte directe amb el material original en paper.

És gràcies als consells i les recomanacions de Gassiot, que vaig tenir més fàcil el camí per poder arribar als manuscrits de Cerdà. Voldria, per tant, fer constar el meu total reconeixement a la desinteressada ajuda que vaig rebre per part de Gassiot, facilitant-me l'accés als manuscrits de Cerdà conservats a la RAH. Efectivament, la seva experiència en la recerca de documents en arxius i biblioteques en va resultar ser essencial per iniciar la meua.

Aquest mateix entusiasme per haver entrat en contacte amb els manuscrits que havien de configurar el *Tratado de Fluxiones* de Cerdà és el que aviat vaig compartir amb García Doncel. Aquest historiador, apassionat admirador de la figura de Cerdà, em va animar a preparar una transcripció comentada del *Tratado de Fluxiones*, la qual cosa ha tingut com a resultat, després de l'inestimable empena del mateix García Doncel, la propera publicació d'aquesta transcripció promoguda per la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona i dos projectes finançats respectivament per la Generalitat de Catalunya i el Ministerio de Economía y Competitividad. A Manuel García Doncel li haig d'agrair la seva perseverança per tal que acabés la meua transcripció, les in comptables hores de treball que ha dedicat al meu treball de transcripció i les millores que en aquesta s'han produït a partir dels seus consells i suggeriments.

Aquests darrers anys, a partir de la tardor de 2009, primer seguint els cursos del màster en Història de la Ciència i després el curs de doctorat en el marc del CEHIC, han estat realment uns anys d'aprenentatge en aquesta disciplina tan maltractada en les universitats espanyoles, com és la Història de la Ciència. Gairebé tot el que pugui tenir de positiu la meua tesi és degut a la capacitat dels professors i professores, dels qui he tingut el privilegi de rebre les seves ensenyances, de comunicar no solament la seva experiència i coneixement sobre la matèria sinó particularment el seu entusiasme per a la nostra disciplina. Aquí, en primer lloc, m'haig de referir al personal docent del

CEHIC, sense excepcions, que són els primers que em van obrir els ulls a una nova manera d'entendre la ciència i la història. Haig d'agrair, particularment, la meva incorporació –hauria d'afegir, mai massa tardana– a la disciplina de la història de la ciència a Xavier Roqué que és qui em va animar a inscriure'm al màster de la Història de la Ciència a la UAB, després d'haver assistit a un curs excel·lent sobre història de les matemàtiques donat per ell. A partir d'aquí, el meu agraïment s'estén a tots els professors i totes les professores que vaig tenir durant els meus dos anys de màster i, en general, a tots els membres del CEHIC amb qui, un moment o altre, he coincidit. Particularment vull agrair les recomanacions i suggeriments de tots els professors que han participat en les comissions de seguiment de la meva tesi. A més a més de Xavier Roqué, han estat Agustí Nieto-Galán, Jesús Maria Galech, José Pardo, entre d'altres, dels que sempre he rebut les oportunes indicacions sobre la manera de millorar el meu treball, que he intentat seguir i que, efectivament, l'han millorat substancialment.

A partir dels consells de Xavier Roqué, vaig tenir la sort de trobar a la persona que, des del primer moment, es va entusiasmar amb el meu projecte de recerca i va confiar amb la meva capacitat per tirar-la endavant. Em refereixo a la meva directora de tesi, M<sup>a</sup> Rosa Massa. A ella, que ha estat sempre al meu costat, és a qui més haig d'agrair la seva insubstituïble ajuda a l'hora de tirar endavant el meu projecte. Ha estat, fins el darrer moment, incansable i pacient, revisant el meu treball, suggerint-me nous elements per a la meva recerca, descobrint-me nova bibliografia i, sobre tot, donant-me ànims per continuar aquesta. Vull expressar el meu més incontestable agraïment a M<sup>a</sup> Rosa Massa, qui, sense afluixar ni un segon en l'exigència del necessari rigor acadèmic del meu treball, m'ha donat una total llibertat intel·lectual en la confecció de la meva tesi.

I és a partir de M<sup>a</sup> Rosa Massa que també he tingut l'oportunitat d'entrar en contacte amb els companys i companyes implicats en el Grup de Recerca d'Història de la Ciència i de la Tècnica (GRHCT-UPC), dels quals sempre he rebut suport per la meva recerca i amb qui he compartit jornades de treball en diferents conferències i congressos. Vull agrair especialment les aportacions al meu treball, sobre el període de

Cerdà al Col·legi de Cordelles, d'Antoni Roca Rosell i Carles Puig , sobre Simpson, de Mònica Blanco i el suport rebut de Fàtima Romero, Iolanda Guevara i Pere Grapí.

No puc deixar de tenir molt present, a l'hora de fer recompte de tot el nou capital humà que ha representat la meua incorporació a una recerca sobre història de la ciència, als companys i companyes al voltant de les Xerrades d'estudiants de la Història de la Ciència (XEHC), amb qui he compartit tantes i intenses estones de debat. A tots ells i elles –i aquí la llista se'n fa interminable... Clara, Miquel, Laura, Gustavo, Judit, Sara, Ferran, Andrea, Marc, Agustí, Òscar, Ignasi...– haig d'agrair l'haver-me contagiats del seu entusiasme i la seva generositat.

Un dels pilars del meu aprenentatge, per tant, ha consistit en un continu contrastar, debatre, polemitzar amb consolidats professionals o historiadors novells, com la millor manera d'adquirir la formació necessària per dur a terme aquesta recerca. Aquesta activitat formadora s'ha vist complementada amb la participació en jornades, seminaris i congressos que m'han permès ampliar el contacte amb altres investigadors i, per tant, enriquir la perspectiva històrica amb què calia escometre qualsevol recerca. Cal destacar la tasca exemplar en la difusió i el foment al debat de la Societat Catalana de la Història de la Ciència i de la Tècnica amb qui he estat col·laborant. Igualment han estat especialment enriquidores les experiències participatives en altres àmbits com la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas (SEHCYT), la Real Sociedad Matemática Española (RSME) i la European Society for the History of Science (ESHS). Vull especialment agrair els comentaris sempre valuosos, en ocasió d'alguns intercanvis de punts de vista per correu, per a una banda, d'Eberhard Knobloch, i, per una altra, de Niccolò Guicciardini, a partir dels quals la meua visió dels inicis del càlcul diferencial s'ha vist substancialment enriquida.

Finalment no voldria oblidar-me de citar la professionalitat i l'amabilitat amb les que sempre he estat tractat, sense excepció, en les diferents biblioteques i arxius pel personal treballador d'aquestes institucions. I, per acabar, voldria agrair la comprensió i paciència de tots els amics i amigues, família i, en general, de tots aquells i aquelles

amb qui he compartit, un moment o altre, aquest episodi de la meva vida com a doctorand.





## Introducció

---

La nostra recerca es situa en l'Espanya del segle XVIII i està centrada en una de les branques matemàtiques que havia tingut els seus inicis a l'Europa de finals del segle XVII, és a dir, el càlcul diferencial i integral o el càlcul de fluxions, com es va denominar a la Gran Bretanya. La geometria d'Euclides, que durant molt de temps havia dominat el camp de les matemàtiques, es va veure, durant el segle XVII, progressivament superada per la nova eina que representava l'àlgebra, la qual era capaç de resoldre, de manera més general, molts problemes geomètrics que els matemàtics de l'època es plantejaven. Només es pot entendre el naixement del nou càlcul diferencial a partir del desenvolupament de l'àlgebra i el desenvolupament del primer estarà íntimament lligat al del segon. Els orígens del càlcul a Europa són múltiples i la nostra tesi posa l'atenció en la recepció d'aquest nou càlcul a Espanya, a través de Tomàs Cerdà (1715-1791). I és al voltant d'aquest jesuïta, tarragoní, dedicat a l'ensenyament de les matemàtiques a Barcelona i a Madrid, a mitjans del segle XVIII, que s'ha centrat la nostra recerca. Cerdà publica diversos textos matemàtics i en prepara molts altres –que s'han conservat en forma de manuscrits– per a una futura publicació. Un d'aquests textos és un tractat sobre càlcul diferencial, el *Tratado de Fluxiones*, que resulta ser una traducció i adaptació d'un altre llibre, *The Doctrine and Application of Fluxions* (1750) d'un matemàtic anglès, Thomas Simpson (1710-1761). El principal objectiu de la nostra tesi és analitzar el paper de Cerdà en la introducció del càlcul diferencial i integral en l'Espanya del segle XVIII, a partir d'aquest tractat.

Per tant, el tema sobre el qual la tesi es desenvolupa és el d'una apropiació de coneixement científic en un entorn docent. Iniciar una recerca d'aquest tipus significa immediatament plantejar-se moltes preguntes sobre la naturalesa de la circulació del coneixement i sobre el significat de l'apropriació del coneixement científic. Què significa traduir i adaptar un manual de càlcul diferencial? Fins a quin punt el context històric determina la forma en què Cerdà s'apropia del text de Simpson? És rellevant o no que

Cerdà sigui un ensenyant en aquest procés d'apropiació? El contingut específicament matemàtic dels textos, que s'haurà d'analitzar, és independent d'aquest context històric? Aquestes són algunes de les preguntes que hem intentat organitzar per tal de poder definir clarament uns objectius per a la nostra recerca, al mateix temps que establíem una metodologia de treball.

#### LA COMUNICACIÓ EN EL CENTRE DE LA PRODUCCIÓ DEL CONEIXEMENT CIENTÍFIC

Una de les aportacions sobre la naturalesa de la circulació del coneixement que més influència ha tingut les darreres dècades sobre la historiografia de la història de la ciència ha estat la de James Secord<sup>1</sup>. Segons aquest autor, des d'una perspectiva històrica, el coneixement científic no és una doctrina abstracta sinó una pràctica comunicativa. Per altra banda, segons Secord, la història de la ciència, moltes vegades, s'ha centrat en els orígens i en els productors de ciència, no donant la rellevància que es mereixien les audiències i els lectors. De manera que Secord escriu la seva, ja clàssica, frase en la qual s'afirma que preguntar-se sobre "el què" només es pot respondre a través d'una comprensió simultània de "el com", "l'on", "el quan" i "per a qui"<sup>2</sup>. Aquest historiador considera que situar la comunicació en el centre de la nostra anàlisi permet una millor comprensió de la producció, circulació i adquisició del coneixement científic, atenuant-se la distinció entre la creació i la comunicació científiques.

Posteriorment Josep Simon i Néstor Herran<sup>3</sup>, recollint les aportacions de Secord, Margaret Jacob i Lewis Pyenson, han desenvolupat aquesta línia historiogràfica. Segons aquests autors, encara que el tema de la comunicació no sigui nou en la història de la ciència, molts dels estudis centre-perifèria que s'havien fet havien estat centrats en els productors de la ciència, mentre que les noves aproximacions han posat l'èmfasi en les audiències.

---

<sup>1</sup> Secord, James (2004), "Knowledge in Transit", *Isis*, 95, pp. 654-672.

<sup>2</sup> Ibid; p. 663: "To recognize that questions of 'what' is being said can be answered only through a simultaneous understanding of 'how', 'where', 'when', and 'for whom'."

<sup>3</sup> Simon, Josep; Herran, Néstor (2008); i alts: *Beyond Borders: Fresh Perspectives in History of Science*.

Recordant que el terme d'apropiació va sorgir a partir de la polèmica amb els que consideraven als àrabs com simples transmissors de la tradició grega, per Simon<sup>4</sup>, el concepte d'apropiació és el procés actiu mitjançant el qual el coneixement és proporcionat amb significat. En aquest sentit, el col·lectiu STEP (Science and Technology in the European Periphery) també està al darrere d'aquest nou concepte d'apropiació. Aquest permet una millor anàlisi dels fets històrics en contextos locals i internacionals i dóna una visió més equilibrada entre la producció i l'ús del coneixement.

A partir de les línies historiogràfiques anteriors, els objectius de la nostra recerca i la metodologia adequada per a dur-la a terme s'han anat perfilant a mesura que avançava aquesta. Posar l'èmfasi en la comunicació del coneixement científic com a nucli vertebrador del procés de la producció d'aquest ha estat la nostra opció que ens ha confirmat la necessitat de rescatar la figura de Cerdà. I aquest rescat, que va en la línia d'oposar-se a la falsa jerarquizació "descobridor-divulgador" i donar a Cerdà el paper d'actor de primera fila en el desenvolupament científic del moment, de fet, ha estat el principal estímul per a una aproximació metodològica de la nostra tesi. Efectivament calia analitzar l'obra de Cerdà, i, en el nostre cas concret, allò que feia referència al càlcul diferencial, trencant amb la imatge de Cerdà com a "simple" traductor d'un autor estranger i partint de la línia historiogràfica centrada en el concepte d'apropiació del coneixement científic com element actiu en el procés de la producció d'aquest coneixement.

#### EL PAPER DELS DOCENTS EN LA CONFIGURACIÓ DEL CàLCUL DIFERENCIAL A L'ESPANYA DEL SEGLE XVIII

En els darrers anys han estat nombrosos historiadors<sup>5</sup> els que han reivindicat el paper dels docents en el procés creatiu del coneixement científic i han plantejat la

---

<sup>4</sup> Simon, Josep (2011), *Communicating physics: the production, circulation and appropriation of Ganot's textbooks in France and England, 1851-1887*.

<sup>5</sup> Bensaude-Vincent, Bernadette (2000), *L'opinion publique et la science. A chacun son ignorance*. Paris: Sanafisynthelabo; Bensaude-Vincent, B, García Belmar, A., i Bertomeu Sánchez, J.R. (2003), *L'émergence d'une*

necessitat de que els historiadors de la ciència s'impliquin en la història de l'educació i en la història del llibre.

Simon pensa que habitualment s'ha considerat que les disciplines es configuraven en el marc de determinades institucions: universitats, acadèmies, societats il·lustrades,... Segons aquesta perspectiva, en les escoles, les disciplines serien adaptades a les necessitats dels principiants. En aquest sentit la visió de pedagogia coincidiria amb la de la divulgació. En canvi, aquest concepte de la pedagogia, segons Simon, és criticat per molts experts que veuen que la pràctica escolar i pedagògica té una influència activa en la configuració d'una disciplina. De manera que caracteritza la configuració d'una disciplina, en el seu cas de la física<sup>6</sup>, a través de tres factors: producció, circulació i apropiació, amb el desenvolupament d'una visió historiogràfica que té per objectiu eliminar les fronteres epistemològiques entre forma i contingut, entre producció i comunicació. Aquesta nova visió historiogràfica, d'acord amb Simon, promou una interacció interdisciplinària a partir de la combinació de diferents visions des de la història de la ciència, la història de l'educació i la història del llibre.

En qualsevol cas, la recerca centrada en l'aportació de Cerdà al càlcul diferencial pren com element determinant la pràctica docent de Cerdà. Tota l'anàlisi de l'obra del matemàtic català parteix d'aquesta pràctica sense la qual no és possible entendre els textos de l'autor. El "per a qui" de la frase de Secord resulta fonamental per comprendre "el què" de Cerdà. L'aportació de Cerdà, per tant, serà analitzada com a una contribució a la configuració d'una nova part de les matemàtiques, superant la imatge de l'ensenyant com a simple divulgador i assumint la línia historiogràfica basada en que la pràctica docent, formant part del procés d'apropriació, és un factor determinant en la generació del coneixement científic.

---

*science des manuels: les livres de chimie en France (1789-1852)*. Éditions des Archives Contemporaines. Paris; Olesko, Kathryn M. (2006), "Science Pedagogy as a Category of Historical. Analysis: Past, Present, and Future" dins *Science & Education* 15:863-880, Springer 2006.

<sup>6</sup> Simon, Josep (2011).

## CERDÀ EN EL CONTEXT DE L'EUROPA DE LA IL·LUSTRACIÓ

El nostre objectiu inicial d'analitzar de quina manera Cerdà es converteix en un dels actors principals de la introducció del càlcul diferencial i integral a Espanya, a partir del seu *Tratado de Fluxiones*, s'ha anat diversificant i concretant, en la mesura que apareixien diferents línies d'investigació estretament lligades a aquest objectiu principal. Prenent com orientació metodològica segons la qual s'ha de veure la ciència com una activitat pràctica, per avançar en la nostra recerca, era precís situar el nostre autor en el context històric i local on va desenvolupar la seva activitat. Això, entre altres coses, significa situar la nostra recerca en el marc de la Il·lustració europea, i més concretament l'espanyola.

Existeix una abundant historiografia<sup>7</sup> al voltant del caràcter de la Il·lustració com a fenomen generalitzat a l'Europa del segle XVIII, no exempta de diferents controvèrsies. No es tracta de reproduir aquí totes les diferents visions manifestades sobre el tema ni d'explicar de nou les polèmiques aparegudes a partir d'aquestes visions, però és evident que no es podrà tenir una clara comprensió del desenvolupament del càlcul diferencial i integral al segle XVIII si no l'entendem com formant part d'un procés cultural i social molt més ampli i, per tant, a partir d'una determinada aproximació al fenomen de la Il·lustració. Intentarem recollir aquells elements d'anàlisi de la Il·lustració que més poden ajudar a entendre el paper de les matemàtiques i en particular del nou càlcul durant el segle XVIII i, per tant, més poden ajudar a la nostra recerca.

En primer lloc, ens afegim a la idea, que ja molts historiadors han assumit, que el desenvolupament de la nova ciència del segle XVIII, dins la qual el càlcul diferencial i integral juga un dels papers més rellevants, està íntimament lligada a l'establiment

---

<sup>7</sup> Clark, William; Golinsky, Jan; Schaffer, Simon (1999), *The Sciences in the Enlightened Europe*. Porter, Roy (1981), *The Enlightenment in National Context*.

– (2003), "Introduction" dins *The Cambridge History of Science, Volume 4, Eighteenth-century science*.

Grabner, J.V. (2004), "Newton, Maclaurin and the authority of mathematics", dins *American Mathematical Monthly*, 111 (10), 841-852.

Hankins, Thomas L. (1988), *Science and the Enlightenment*.

Stewart, Larry (1992) *The Rise of Public Science: Rhetoric, Technology, and Natural Philosophy in Newtonian Britain, 1660-1750*. Cambridge University.

d'unes noves relacions socials i econòmiques. Anys després que Max Weber considerés la Il·lustració com formant part de l'ètica protestant del treball, on floreix l'esperit del capitalisme<sup>8</sup>, i en contra de les visions més idealistes representades, entre d'altres, per Ernst Cassirer<sup>9</sup>, Max Horkheimer deia parlant de la Il·lustració que “La ciència ha estat adorada i aplicada fins els últims detalls en les fàbriques criminals”<sup>10</sup>. Molts altres autors, posteriorment, han afirmat, com Roy Porter, que en lloc de veure la Il·lustració com el destí de la Humanitat s'hauria de veure aquesta com la ideologia de particulars elits articulades amb interessos definits<sup>11</sup>.

En segon lloc, pensem que el fenomen de la Il·lustració està estretament vinculat al de la difusió científica, com molts autors així ho han analitzat. Margaret Jacob<sup>12</sup> ha vist el segle XVIII com l'era on “el coneixement científic esdevé una part integral de la cultura occidental” o, amb unes altres paraules, esdevé “coneixement públic”. Porter diu que l'aparició dels “coffee-houses” i la seva publicitat en revistes com el *Spectator* va obligar a sortir la “Filosofia fora dels armaris i de les biblioteques, escoles i col·legis”<sup>13</sup>. Aquesta ampliació dels mitjans de difusió presenta una novetat en relació a la ciència ja que per primera vegada aquesta té una opinió pública davant la qual d'alguna manera ha de rendir comptes. En el cas particular de les matemàtiques i més concretament del càlcul, el paper jugat pels nous mitjans de difusió com revistes i manuals de divulgació és determinant per entendre la nova dimensió que aquestes ciències prenen.

En tercer lloc i en el context d'aquesta nova societat burgesa, on la cultura, i particularment la ciència, també formen part d'un nou escenari on s'estableixen noves relacions de domini i de control, la “racionalitat” esdevé un dels conceptes

<sup>8</sup> Weber (1904), *Protestant Ethic*, 182. Citat a Clark, W; Golinsky, J; Schaffer, S. (1999), “Introduction” dins *The Cambridge History of Science, Volume 4, Eighteenth-century science*.

<sup>9</sup> Cassirer (1932), *Die Philosophie der Aufklärung*. Citat a Clark, W; Golinsky, J; Schaffer, S. (1999), “Introduction” dins *The Cambridge History of Science, Volume 4, Eighteenth-century science*.

<sup>10</sup> Horkheimer (1993), *Between Philosophy and Social Science*, 353. Citat a Clark, W; Golinsky, J; Schaffer, S. (1999), “Introduction” dins *The Cambridge History of Science, Volume 4, Eighteenth-century science*.

<sup>11</sup> Porter (1981), “The Enlightenment in England” dins *The Enlightenment in National Context*, p. 7.

<sup>12</sup> Jacob, M. (1988), *The Cultural Meaning of the Scientific Revolution* (New York: Knopf), p.3.

<sup>13</sup> Porter (2003), “Introduction” dins *The Cambridge History of Science, Volume 4, Eighteenth-century science*; p. 10.

vertebradors del període. Com diu Hankins<sup>14</sup>, la “raó” ha estat la paraula clau de la “revolució científica” i el model de la raó han estat les matemàtiques. A la Il·lustració, diu el mateix autor, la raó abandona els mètodes de la lògica formal i les lleis d’aquesta s’identifiquen amb les lleis de la natura, les quals solament es poden conèixer a partir de l’experiment. Com afirma Stewart, “el llibre de la natura havia de substituir les biblioteques de totes les autoritats” i aquesta va ser la base de fer de la natura el fonament d’una nova epistemologia<sup>15</sup>. D’altra banda, segons Clark, la gestió il·lustrada de les forces de producció tan humanes com naturals requereix el control tant en el terreny físic com social i així s’estableixen lligams entre les autoritats institucionals i la competència tècnica (meritocràcia) que promouen tècniques de domini de la natura i de la mà d’obra<sup>16</sup>. El newtonianisme, com l’expressió més genuïna de la Il·lustració a la Gran Bretanya, va representar per al públic com el que tenia les claus per resoldre tota mena de problemes relacionats amb la mecànica, la mineria, la hidràulica i diferents empreses tècniques<sup>17</sup>.

En quart lloc, pel cas particular de les matemàtiques, pensem que aquestes juguen un paper determinant a l’hora de revestir de l’autoritat necessària a una ciència, convertida en una potent eina de control en mans de les noves classes burgeses. Efectivament, segons Grabiner (2004), la ciència, i en particular les matemàtiques, oferien l’autoritat que les noves classes socials dominants necessitaven per controlar tant els recursos humans com socials. En el seu article “Newton, Maclaurin and the authority of mathematics”, Grabiner explica que Maclaurin, com principal continuador de Newton, va jugar un paper important en la Societat Filosòfica d’Edinburg, societat que intervenia en diverses qüestions de caire econòmic o social, responent a la idea que el coneixement científic i tècnic havia de ser aplicat per resoldre problemes socials i econòmics. Així doncs, el manteniment de la necessària autoritat de les matemàtiques, no solament en relació a la comunitat il·lustrada sinó respecte a amplis sectors socials,

---

<sup>14</sup> Hankins (1988), *Science and the Enlightenment*.

<sup>15</sup> Stewart (1992); XXI.

<sup>16</sup> Clark, W; Golinsky, J; Schaffer, S. (1999), “Introduction” dins *The Cambridge History of Science, Volume 4, Eighteenth-century science*; p. 22.

<sup>17</sup> Stewart (1992); XXXII-XXXIII.

resulta ser una qüestió nuclear, en aquest període on s'està configurant el càlcul com a nou camp disciplinar.

Cerdà és plenament un home de ciència de la Il·lustració i en la seva pràctica com matemàtic i com ensenyant es poden reconèixer totes les característiques d'aquesta època. La seva irrupció al Col·legi de Cordelles és per introduir la “nova ciència” com idea guia del nou esperit “il·lustrat” i es converteix en un gran defensor de la utilitat de les matemàtiques per el progrés material de la societat, és a dir per afavorir el desenvolupament econòmic del país. Cerdà, d'altra banda, entén que la difusió de la ciència és primordial per aconseguir un recolzament social a la tasca dels matemàtics i docents. En definitiva, Cerdà, com ensenyant i matemàtic, es mou en el marc d'unes institucions modelades segons els dictats de la nova “racionalitat”, en nom de la ciència i el progrés de la societat i és, per tant, a partir d'aquests eixos que s'ha intentat analitzar l'obra i la pràctica de Cerdà.

#### LA PRÀCTICA MATEMÀTICA COM UNA PRÀCTICA CULTURAL

Una de les preguntes que des del principi ens hem plantejat, en iniciar la nostra recerca, ha estat com analitzar el contingut matemàtic de l'obra de Cerdà.

L'any 2004, Tinne Hoff Kjeldesen, Stig Andur Pedersen i Lise Mariane Sonne-Hansen<sup>18</sup>, escriuen en la introducció del seu llibre *New Trends in the History and Philosophy of Mathematics*, que la publicació de *Structure of Scientific Revolutions* (1962) de Thomas Khun va marcar un tomb a nivell epistemològic, ja que, segons aquest autor, ja no es podia separar la lògica de la justificació científica de la lògica de la descoberta científica com s'estava fent. De manera que per entendre les matemàtiques calia considerar tot el procés de la producció científica i no solament el producte final. Segons aquests mateixos autors, des de fa unes dècades han aparegut veus que obren

---

<sup>18</sup> Kjeldesen, Tinne Hoff; Pedersen, Stig Andur; Sonne-Hansen, Lise Mariane (2004), “Introduction” in *New Trends in the History and Philosophy of Mathematics* / edited by T.H. Kjeldesen, S. A. Pedersen, L. M. Sonne-Hansen; Odense: University Press of Southern Denmark.



nous camins per superar la dicotomia internalisme-externalisme en la història de les matemàtiques, com les de William Rowe i Moritz Epple.

Efectivament, pocs anys després, el 2010 i 2011, Epple<sup>19</sup> escrivia que veient les pràctiques científiques com formant part de la pràctica social permet entendre el cor de la pràctica científica. Les activitats de la recerca científica adquireixen sentit si veiem que la generació dels ideals del coneixement científic forma part del procés de la producció social del coneixement en general i de la formació de les normes i valors que regulen la vida cultural i social. Aquesta és la manera de superar la vella polèmica entre internalisme i externalisme.

Així doncs, per Epple, la ciència és pràctica social i, per tant, pràctica cultural. Però què passa amb el nucli epistèmic de l'activitat científica? Quins lligams hi ha entre diferents pràctiques culturals i la generació del coneixement científic? es pregunta Epple. Un pot tractar les pràctiques culturals de la ciència sense preocupar-se massa del nucli de la producció del coneixement científic (externalisme) o també pot dedicar-se a estudiar la producció del coneixement científic sense preocupar-se d'estranyes intromissions de la política, religió o literatura (internalisme). D'acord amb Epple, cal superar l'anacronisme de considerar les matemàtiques com una ciència estable en el temps i propera al que avui entenem per "matemàtiques", com a ciència precisa i de demostració rigorosa. Només un repàs dels diferents usos històrics del terme "matemàtiques" ens permetrà veure que la concepció moderna d'aquesta disciplina no coincideix amb la que hi havia en períodes anteriors.

Com es constitueix i és empleat un determinat llenguatge matemàtic en una situació concreta? Per qui i amb quins propòsits? Quines van ser les implicacions d'utilitzar una

---

<sup>19</sup> Epple, Moritz; Zittel, Claus (2010), "Introduction" dins *Science as Cultural Practice, Volume I: Cultures and Politics of Research from the Early Modern Period to the Age of Extremes* edited by Moritz Epple and Claus Zittel. Akademie Verlag, Berlin.

- (2010), "Links and Their Traces: Cultural Strategies, Resources, and Conjunctures of Experimental and Mathematical Practices," in *Science as Cultural Practice*, ed. Epple and C. Zittel, 2 vols., Vol. 1: *Cultures and Politics of Research from the Early Modern Period to the Age of Extremes* (Berlin: Akademie), pp. 217-240.

- (2011), "Between Timelessness and Historicity: On the Dynamics of the Epistemic Objects of Mathematics"; *Isis* 102.

determinada tècnica simbòlica i no una altra? Què és el que constitueix una definició acceptable o una demostració convincent en un determinat moment i en una comunitat determinada? Com les configuracions epistèmiques de les recerques matemàtiques (els seus objectes, el llenguatge i les tècniques resolutòries) van ser utilitzades en la recerca? són preguntes que, amb Epple, ens podem formular. La conclusió d'Epple és que determinades pràctiques de la producció de coneixement científic poden recórrer a fonts culturals. Això és possible per la intrínseca fluïdesa de tots els elements de la pràctica científica, des dels materials de la recerca fins a les pautes que guien aquestes activitats. Aquesta fluïdesa és deguda, per una banda, perquè les activitats científiques formen part de les activitats culturals, les quals totes elles comparteixen la variabilitat. I, d'altra banda, els objectes epistèmics i tècnics tant de la recerca experimental com de la matemàtica, han de ser fluids per tal que la recerca ( per definició una activitat innovadora) pugui ser possible. Les fronteres entre la producció del coneixement científic i la cultura estan obertes.

A l'hora d'analitzar el contingut matemàtic de l'obra de Cerdà, hem volgut recollir l'aportació de Epple com aproximació metodològica, veient efectivament la pràctica matemàtica com una pràctica cultural, condicionada pel moment i lloc històrics on es dona. En l'anàlisi de les eines matemàtiques, que apareixen en el text de Cerdà, s'ha tingut present que en el centre mateix de la producció del coneixement científic es poden reconèixer els rastres de la font cultural i en tot moment els conceptes matemàtics analitzats –com el de fluxió– no s'han vist com objectes aïllats sinó formant part de determinades configuracions epistèmiques on intervenen una sèrie de tècniques, com és el cas de la fluxió aplicada a diversos camps de la ciència. Quan Cerdà està recollint el concepte de fluxió com la mesura del moviment d'un punt o d'una línia, probablement està pensant en algun artefacte mecànic que genera energia a partir del moviment. Per aquest motiu la concepció geomètrico-cinemàtica del càlcul de fluxions, que té el seu origen en una Gran Bretanya en plena expansió econòmica, troba perfectament el seu lloc en l'Espanya de Cerdà on l'empresa manufacturera està prenent més i més importància. D'altra banda, la mateixa voluntat didàctica de Cerdà

pot arribar a transformar la inicial difusió d'un concepte teòric en una nova readaptació d'aquest. Molt sovint es comprovarà que Cerdà construeix un cos teòric on es combinen elements conceptuals de les dues visions newtoniana i leibniziana, aparentment contradictoris, per tal de resultar més fàcilment entenedor des d'un punt de vista didàctic.

#### L'ANÀLISI COMPARATIVA: UN RECURS METODOLÒGIC

A les línies historiogràfiques i aproximacions metodològiques exposades anteriorment, caldria afegir un recurs metodològic que sovint s'ha utilitzat en la tesi que presentem. Es tracta de l'anàlisi comparativa, particularment quan ha calgut analitzar el text de Cerdà. Es tracta d'un recurs que, principalment, hem recollit de Gert Schubring<sup>20</sup>. Aquest autor considera que una investigació sobre la història d'un concepte matemàtic no pot estar limitada a l'enunciat de les definicions bàsiques, sinó que cal entendre'l en el context d'aplicació del *camp* total del concepte. D'altra banda l'anàlisi d'un matemàtic no pot ser més que considerant-lo com formant part d'una comunitat matemàtica. Des del moment que les mentalitats i les pràctiques epistemològiques estan arrelades a una cultura comú, la comprensió d'un concepte només pot ser obtinguda a partir d'una anàlisi holística de la producció matemàtica dins un determinat període d'una cultura local determinada. A un altre nivell, les pràctiques científiques dins diferents contextos culturals han de ser comparades per analitzar de quina forma difereixen en diferents comunitats i les influències que poden tenir unes sobre les altres.

Per tant, la nostra recerca s'ha guiat bàsicament per les següents línies historiogràfiques i/o enfocaments metodològics:

- La comunicació científica es veu en el centre de la producció del coneixement científic on el concepte d'apropiació del coneixement científic i la pràctica docent

---

<sup>20</sup> Schubring, G. (2005), *Conflicts between generalization, rigor and intuition*. New York: Springer.

apareixen com elements actius en el procés de la producció d'aquest coneixement.

- La comprensió del contingut d'un element –text o pràctica científics– no pot ser més que a través d'entendre la forma en que aquest ha estat generat, el moment històric, el lloc i per a qui s'ha produït. En aquest sentit pensem que el fenomen de la Il·lustració modela la pràctica científica d'un ensenyant del segle XVIII, com Cerdà.
- La pràctica matemàtica és contemplada com a pràctica cultural, assumint la contingència històrica en el cor mateix del coneixement científic.
- L'anàlisi comparativa d'una pràctica o obra científiques amb altres, tenint en compte els diferents contextos en que cada una d'aquestes es produeixen, resulta una eina vàlida per aprofundir en la comprensió de l'obra o pràctica analitzades.

A partir d'establir sobre quines bases metodològiques es desenvoluparia la nostra recerca, les primeres preguntes que ens formulàvem s'han concretat en objectius de la nostra tesi. Del nostre objectiu inicial d'analitzar de quina manera Cerdà es converteix en un dels actors principals de la introducció del càlcul diferencial i integral a Espanya, se'n deriva un altre de més concret que és l'anàlisi del què representa i del que és el seu *Tratado de Fluxiones*. Això, immediatament, converteix en punt central de la nostra recerca l'anàlisi del mateix procés d'apropiació que es produeix quan Cerdà està prenent el llibre de Simpson com a guia del tractat sobre càlcul diferencial que vol escriure. I una de les preguntes que cal respondre per millor entendre aquest procés és fins a quin punt el context històric determina la forma en què Cerdà s'apropia del text de Simpson. És així que el nostre objectiu general es desglossa en aquests objectius específics:

1. Estudiar fins a quin punt el context històric determina les decisions de Cerdà, en particular la d'escriure un tractat que fonamentalment està pensat per als seus alumnes, converteix en un dels objectius preliminars de la nostra tesi el de dibuixar la

figura de Cerdà, com a professor i com a matemàtic, dins el context ampli del panorama científic a l'Espanya del segle XVIII. És al voltant d'aquest objectiu que ha estat possible intentar respondre preguntes com: Quins són els diferents actors en l'Espanya de la Il·lustració que intervenen en la pràctica docent i matemàtica de Cerdà? Quins són els canvis, on Cerdà s'hi veu implicat, que provoquen unes noves relacions entre les diferents autoritats (política, religiosa, científica)? Quina és l'aportació concreta de Cerdà, com a ensenyant i com a matemàtic, en relació a la introducció, a l'Espanya del segle XVIII, de la "nova ciència" centrada al voltant de la física experimental i les noves eines de càlcul?

2. En segon lloc, ha calgut adoptar com a segon objectiu preliminar, l'anàlisi de la forma en què s'està introduint i consolidant el càlcul diferencial i integral a Espanya i a Europa, durant el segle XVIII, des del moment que Cerdà és un dels actors d'aquesta introducció i consolidació. Aquesta anàlisi, per una banda, posarà l'èmfasi en el paper que juguen els docents –com el mateix Cerdà– en el procés de la configuració del càlcul diferencial a Europa, i, d'altra banda, es centrarà en les interrelacions que s'estableixen entre els dos grans corrents del càlcul, el leibnizià i el newtonià, la qual cosa permetrà entendre les opcions de Cerdà que pren en aquest sentit.

3. La forma a través de la qual s'ha volgut analitzar el paper de Cerdà en la introducció del càlcul diferencial a Espanya és a través de l'anàlisi dels seus manuscrits que hem anomenat el *Tratado de Fluxiones*. En relació a aquesta anàlisi es poden considerar diferents nivells d'objectius. Per una banda s'ha tractat de respondre a les preguntes relatives a la mateixa existència física d'aquests manuscrits i al format d'aquests: com realment aquests manuscrits, de fet dispersos, es poden considerar formant part d'un tractat, quina estructura tindria aquest tractat, quin podia haver estat el procés de creació del tractat de Cerdà. Igualment s'ha procurat esbrinar de forma més precisa la relació entre el text de Cerdà i el text de Simpson. Però també ha calgut veure el *Tratado de Fluxiones* dins el marc d'altres tractats similars a l'Espanya de Cerdà per entendre millor quin podia ser el paper que pretenia jugar aquest tractat en

aquell moment històric. En aquest sentit ha calgut respondre sobre el públic a qui anava adreçat el tractat de Cerdà i sobre la rellevància de la pràctica docent de Cerdà en el procés d'apropiació del qual n'era actor principal.

4. Un altre nivell d'objectius ha estat al voltant del mateix contingut del text. Quina és l'opció conceptual adoptada per Cerdà dins el panorama del càlcul diferencial a l'Europa de mitjans del segle XVIII i quins matisos té aquesta opció han estat les principals qüestions plantejades. Què significa traduir i adaptar un manual de càlcul diferencial en el cas de Cerdà i si el contingut matemàtic del seu text es pot sostreure del context històric en què aquest es situa són altres preguntes que s'ha intentat respondre. En aquest sentit es veurà com l'actitud front el tema polèmic dels infinitèsims o el paper que juga l'àlgebra en l'obra de Cerdà són particulars característiques del text analitzat. Finalment també s'ha volgut respondre sobre la forma del text, és a dir sobre el seu llenguatge en els seus diferents vessants: algebraic, retòric i visual.

#### L'ESTRUCTURA DE LA TESI

L'estructura de la tesi que presentem s'ha adequat als objectius descrits i hem anat exposant els resultats obtinguts al final de cada capítol. El primer capítol "L'ensenyament de les "noves ciències" a l'Espanya de Tomàs Cerdà" intenta donar resposta al primer objectiu preliminar que és el d'analitzar la figura de Cerdà, com a professor i com a matemàtic, en el marc del panorama científic a l'Espanya del segle XVIII. Hem pogut disposar d'una àmplia historiografia sobre la situació de la ciència en l'Espanya d'aquesta època i consultar diversos historiadors, dels quals destaquen Antonio Lafuente, José M. López Piñero, José Luís Peset, Manuel Sellés i Nuria Valverde com autors que tracten el tema des d'un punt de vista general, Horacio Capel, Martine Galland, M. Rosa Massa, Carles Puig i Antoni Roca com autors que tracten el paper dels militars en relació a la ciència a l'Espanya del segle XVIII i, finalment, Manuel García Doncel, Víctor Navarro Brotóns, Antonella Romano, José Simón Díaz i Agustín Udías com autors especialitzats en l'anàlisi del paper dels

jesuïtes en el desenvolupament de la ciència del segle XVIII a Europa i a Espanya. Tota aquesta historiografia ha permès dibuixar el context a partir del qual s'explica l'activitat docent de Cerdà –la seva docència al Col·legi de Cordelles de Barcelona i al *Colegio Imperial* de Madrid– incloent l'estudi del perfil dels seus alumnes, així com l'anàlisi de les obres publicades per Cerdà, emmarcant aquests estudis dins el conjunt de característiques específiques que té la incorporació de la “nova ciència” a la societat espanyola del segle XVIII, particularment a l'ensenyament.

El segon objectiu preliminar, en aquesta tesi, ha estat situar el nostre autor, la seva pràctica i la seva obra en el context de l'incipient desenvolupament del càlcul diferencial i integral a l'Europa del segle XVIII. Per poder estudiar l'aportació de Cerdà al càlcul diferencial ha calgut saber de quines fonts el matemàtic català es va inspirar, amb quins diferents corrents o autors va coincidir. Per a tot això ha estat necessari analitzar el desenvolupament d'aquesta part de la matemàtica a l'època de Cerdà. Aquest segon objectiu és el que ha vertebrat el segon capítol de la nostra tesi, “El càlcul diferencial a la Il·lustració o la mesura de la ‘modernitat’ de les matemàtiques”, on s'analitza aquest desenvolupament, tant a Espanya com a Europa, amb l'aparició dels primers elements relacionats amb el càlcul diferencial i integral. Ha estat precís no solament recuperar l'àmplia historiografia sobre el desenvolupament del newtonianisme, particularment a la Gran Bretanya, en allò que fa referència al càlcul diferencial i integral, sinó també incorporar els elements més bàsics de la història de l'inici del càlcul leibnizià al continent europeu, per a la qual cosa, han estat de particular valor les aportacions dels historiadors Henk J.M. Bos, Eberhard Knoblock i Niccolò Guicciardini. En aquest capítol, l'anàlisi de l'obra i la pràctica de Simpson ha ocupat un lloc rellevant des del moment que el llibre d'aquest matemàtic anglès és la guia del text de Cerdà i difícilment es podria entendre aquest text sense conèixer qui és l'autor que l'inspira. De la mateixa manera l'anàlisi de les aportacions, des de diferents institucions i autors espanyols de l'època, al càlcul diferencial, han permès millor comprendre posteriorment quin paper juga l'obra de Cerdà. La nostra recerca ha pogut partir d'estudis previs sobre el càlcul diferencial i les matemàtiques en general a

l'Espanya del segle XVIII i hem d'esmentar, particularment, les contribucions de Norberto Cuesta Dutari i Elena Ausejo més centrades en el càlcul diferencial, les més puntuals de Juan Navarro Loidi i Mónica Blanco o les més generals de Santiago Garma. Totes aquestes aportacions han possibilitat que el punt de partida de la nostra recerca fos suficientment avançat per poder aconseguir nous resultats, concretament sobre el paper de Cerdà en la introducció del càlcul diferencial a Espanya. D'altra banda, l'estudi que hem iniciat sobre els textos manuscrits de Wendlingen, Rieger i Bramieri sobre càlcul diferencial han aportat nous elements per aprofundir en l'anàlisi de la manera que es va introduir aquest nou càlcul a Espanya.

Una primera aproximació al *Tratado de Fluxiones* ha estat establir algunes hipòtesis sobre com es genera aquest text, en quin context, en quins diferents moments i per a quin públic s'escriu. Aquest ha estat el propòsit del nostre tercer capítol, "Reconstruint el *Tratado de Fluxiones*", en el qual, s'ha estudiat la seva estructura, s'han analitzat les diferents parts d'aquest text, comparant-les entre elles, i s'ha comparat l'obra de Cerdà amb el llibre de Simpson, que l'autor català pren com a referència. Però també s'ha comparat el text de Cerdà amb altres manuals similars d'autors espanyols contemporanis, entenent que comparar l'obra de Cerdà amb el llibre de Simpson o amb altres manuals era una eina potent per millor comprendre les opcions que en cada moment i per a cada tema Cerdà estava prenent a l'hora d'escriure el seu *Tratado de Fluxiones*.

Finalment, l'objectiu ha estat analitzar, que nosaltres sapiguem, per primera vegada, el contingut matemàtic del text. Aquesta anàlisi s'ha desenvolupat en el quart i darrer capítol de la tesi, "El *Tratado de Fluxiones*: cap a una nova eina matemàtica". En aquest capítol s'ha volgut distanciar-se de l'estricta descripció dels capítols del *Tratado de Fluxiones*, combinant l'exposició del text amb la reflexió al voltant dels conceptes teòrics presents en aquest text –fluxió, integral, quadratura de corbes, infinitedsimos, ...– incorporant l'anàlisi del llenguatge utilitzat. També, en aquest capítol, un recurs metodològic ha estat la comparació del text de Cerdà amb altres textos, principalment amb el de Simpson. S'ha tractat d'analitzar, sobre tot en relació al text de Simpson,



quins conceptes són conservats i quins alterats, quins exemples es mantenen i quins són descartats, les diferències en el desenvolupament del discurs, suggerint les raons d'aquestes diferències tant pel que fa als objectius dels autors en aquestes obres com al context científic en el que ells van treballar. I aquesta anàlisi comparativa s'ha estès a altres textos de càlcul diferencial de la mateixa època de Cerdà.

La tesi es tanca amb unes conclusions generals que no solament són el resum de les diferents conclusions que ja s'han anat avançant durant la memòria sinó que representen una síntesi globalitzadora d'aquestes, emfatitzant l'aportació de Cerdà com introductor del nou camp disciplinar, que era el càlcul diferencial, a partir de la seva pràctica docent. De la mateixa manera, per acabar, s'exposen possibles noves recerques relacionades amb la nostra tesi, quedant obertes les portes a noves línies d'investigació.



# Capítol 1. L'ensenyament de les "noves ciències" a l'Espanya de Tomàs Cerdà

---

## Introducció

Tomàs Cerdà va ser, abans que res, un home del seu temps i per poder avaluar les seves aportacions en el camp de les matemàtiques i la seva pràctica com a docent, cal situar-lo en el seu context històric i local. Per aquest motiu, l'objectiu d'aquest primer capítol és dibuixar la figura de Cerdà, com a professor i com a matemàtic, dins el context ampli de la situació de la ciència a l'Espanya del segle XVIII. Caldrà analitzar l'obra teòrica i la pràctica de Cerdà a partir de les institucions educatives amb les que va estar relacionat, veient aquestes com les eines per excel·lència on es produeix l'apropiació i la transmissió del coneixement científic. I en aquesta anàlisi, es podrà comprovar les diferents sensibilitats confluint en el mateix personatge. Efectivament veurem la figura de Cerdà com a jesuïta però també com a transmissor de les innovacions científiques, com instructor de la noblesa però també dels joves artesans.

Diversos historiadors han analitzat el desenvolupament científic a l'Espanya del segle XVIII<sup>1</sup>. En l'apartat 1.1, gràcies a tots els estudis precedents, es descriurà quin és el marc general dins el qual es desenvolupa aquesta activitat científica, on els principals actors són els militars, per una banda, i els jesuïtes, per una altra. En l'apartat 1.2, on les aportacions de Gassiot i Cuesta Dutari han estat d'un ajut inestimable, es mostrarà Cerdà, en els seus inicis, com a professor de filosofia (1741-1750) –a Lleida, Manresa i Zaragoza– i finalment com director de les seves tesis filosòfiques a la Universitat de Cervera (1750-1754), on la ciència experimental comença a jugar un paper rellevant. En l'apartat 1.3 –elaborat gràcies a les obres d'autors com Manuel García Doncel, Gassiot, Antoni Roca Rosell i Agustín Udías, entre d'altres– es

---

<sup>1</sup> En aquest capítol farem referència a diversos autors, entre els quals destaquen Antonio Lafuente, José M. López Piñero, José Luís Peset, Manuel Sellés i Nuria Valverde quan es tracti d'analitzar la situació general de la ciència a l'Espanya del segle XVIII, Horacio Capel, Martine Galland, Maria Rosa Massa-Esteve, Carles Puig-Pla i Antoni Roca-Rosell, quan s'analitzi la situació de la ciència en les acadèmies militars i Manuel García Doncel, Víctor Navarro Brotóns, Antonella Romano, José Simón Díaz i Agustín Udías quan es tracti del paper jugat pels jesuïtes en relació a la ciència.

descriurà l'etapa de formació científica de Cerdà a Marsella (1754-1756), per poder ocupar, després, la primera càtedra pública de matemàtiques al Col·legi de Cordelles de Barcelona (1756-1765). S'analitzarà l'impacte renovador que va representar l'arribada de Cerdà a Cordelles, un col·legi tradicionalment conservador. També, en aquest apartat, es donarà una breu ressenya de les obres publicades per Cerdà que seran els textos utilitzats en les seves classes. Serà el moment d'establir algunes hipòtesis sobre el contingut de les classes del matemàtic al col·legi barceloní, en les quals probablement Cerdà no es va limitar explicar només àlgebra i geometria. La repercussió de la docència de Cerdà anirà més enllà dels murs del col·legi jesuític i això es reflectirà en la premsa barcelonina de l'època. També caldrà referir-se a la constitució d'una biblioteca científica a Cordelles per iniciativa de Cerdà, de la qual s'ha perdut el rastre. Finalment es parlarà, en aquest apartat, dels alumnes de Cerdà. Es veurà com aquest serà professor de nobles, d'eclesiàstics, però també mestre de fills de comerciants i artesans. La influència de Cerdà serà decisiva per a la constitució de la Conferència Físico-matemàtica que s'haurà de convertir, anys després, en la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona. L'apartat 1.4 –amb totes les rellevants aportacions d'historiadors com Juan Navarro Loidi i Udías– estarà dedicat a l'estada de Cerdà a Madrid (1765-1767), on després d'haver publicat un tractat sobre artilleria per a la recent creada Escola d'artilleria de Segovia, es convertirà en el primer professor de matemàtiques al *Colegio Imperial* de Madrid, *Cosmógrafo Mayor de las Indias* i preceptor dels Infants. Aquesta situació representarà el punt àlgid de la seva carrera professional, la qual no durarà gaire ja que el 1767, Carlos III ordenarà l'expulsió dels jesuïtes d'Espanya. En l'apartat 1.5 s'analitzarà breument l'exili i mort del matemàtic tarragoní a Itàlia. El darrer apartat 1.6, en la confecció del qual les aportacions de Eulogio Hernández Alonso i Cuesta Dutari han estat significatives, estarà dedicat a presentar quin és el nivell de coneixement que en l'actualitat es té sobre els diferents manuscrits no publicats de Cerdà. A partir d'estudis precedents i de la pròpia recerca en la biblioteca de la *Real Academia de la Historia* de Madrid s'avançaran algunes conclusions sobre el nombre de tractats que Cerdà va deixar preparats, entre els quals es troba el que hem anomenat "Tratado de Fluxiones", objecte principal d'aquesta

memòria. Per acabar el capítol avançarem algunes conclusions sobre el paper de Cerdà en la configuració d'unes noves relacions entre el món de la ciència i la societat a l'Espanya del segle XVIII.

### 1.1 Militars i jesuïtes: transmissors de sabers a l'Espanya del segle XVIII

---

La ciència entra a les casernes, 23. Les escoles dels jesuïtes: transmissores de coneixement? 26.

---

Com molts historiadors ja han analitzat<sup>2</sup>, l'Espanya del segle XVIII es caracteritza pel manteniment d'un sistema econòmic i social que ha estat denominat Antic Règim. És a dir, Espanya, al segle XVIII, continua sent una societat basada en una economia rural i senyorial, basada en la jerarquització social. Certament, a partir d'un determinat desenvolupament del comerç i de noves indústries manufactureres es produeix un increment de la burgesia i els artesans, i aquest lleuger canvi en l'estructura econòmica i social potencia que alguns intents reformistes comencin a manifestar-se en significatius sectors d'Espanya a finals del segle XVII. En qualsevol cas, és amb l'arribada dels Borbons que es produeix un moviment reformador més fort, tot i que aquest moviment s'ha d'enfrontar tant a l'immobilisme i a la tradició com a les classes polítiques i socials dominants que es resisteixen a perdre els seus privilegis.

L'Espanya política del segle XVIII cal entendre-la a partir de la Guerra de Successió que dóna el poder als Borbons, després d'una llarga dominació dels Austrias. Això significa un nou equilibri del poder polític a nivell europeu i un reforçament de la centralització d'aquest poder a Espanya. L'Estat del despotisme il·lustrat significa el triomf del racionalisme centralista, sota el qual es produeix l'aliança entre els

---

<sup>2</sup> Citem aquí alguns textos consultats i els autors respectius:

Lafuente, Antonio; Valverde Pérez, Nuria (2003), *Los mundos de la ciencia en la Ilustración española*.

López Piñero, José M.(1969), *La introducción de la ciencia moderna en España*.

Navarro Brotóns, Víctor (1977), *La revolución científica en España: Tradición y renovación en las ciencias físico-matemáticas*.

Sellés, Manuel; Peset, José Luis y Lafuente, Antonio (1988), *Carlos III y la ciencia de la Ilustración*.

Valverde Pérez, Nuria (2007), *Actos de precisión: instrumentos científicos, opinión pública y economía moral en la Ilustración española*.

reformistes i els defensors de la sobirania il·limitada del monarca amb la idea d'aconseguir governs forts per tal de “modernitzar” el país des dalt. Catalunya, un cop reforçat el centralisme castellà, cal igualment analitzar-la a partir de l'esperit del despotisme il·lustrat. Tot i així degut al major dinamisme de les noves classes burgeses i artesanals, sobre tot a partir de la segona meitat del segle, les institucions catalanes relacionades amb les noves arts i amb el comerç sorgiran amb més força.

Segons apunten Lafuente i Valverde<sup>3</sup>, en allò que fa referència a la ciència, a principis de segle XVIII no hi havia a Espanya una classe comercial disposada a finançar i estimular aquesta, com a la Gran Bretanya o a França. I en canvi, calia un cos estable per a la recepció dels nous sabers capaç de transmetre'ls entre les institucions docents i integrar-los a la producció manufacturera emergent. Bàsicament –tot i que no exclusivament– seran, per una banda, els militars els que s'encarregaran d'aquest projecte, on la utilitat, el cosmopolitisme i el benestar comú seran els pilars sobre els quals la nova dinastia borbònica iniciarà el seu projecte i, per una altra, una vella institució amb una gran experiència en l'àmbit de l'ensenyament, la Companyia de Jesús, la que constituirà un altre cos capaç de canalitzar la nova ciència. *La Real Academia de Guardias Marinas* de Cádiz (1717), *La Real Academia Militar de Matemáticas* de Barcelona (1720), *La Academia de Matemáticas* dins del *Cuartel de los Guardias de Corps* de Madrid (1750) i *La Real Academia de Artillería* de Segovia (1764) seran uns bons exemples de les iniciatives preses per l'Exèrcit. *El Real Seminario de Nobles* de Madrid (1725) juntament amb la remodelació d'antigues institucions com *El Colegio Imperial* de Madrid o *El Real Seminario de Nobles de Cordelles* de Barcelona seran mostres de la política seguida per la Companyia de Jesús.

D'altra banda, segons Lafuente i Valverde, durant el segle XVIII, en diferents ciutats com Sevilla, Valencia, Madrid, Cádiz i Barcelona, va aparèixer una nova classe social provinent de la petita noblesa que estava interessada en problemes relacionats amb la gestió de les grans ciutats, prevenció de malalties, educació popular, comunicacions, noves fonts de riquesa, incloent els nous recursos energètics. La complicitat entre els

---

<sup>3</sup> Lafuente; Valverde (2003), “Introducción”.

interessos d'aquesta classe emergent i la nova dinastia es va posar de manifest amb la creació de tota una sèrie d'institucions com *La Real Sociedad de Medicina y otras Ciencias* a Sevilla (1700), *La Real Academia de Bellas Artes de San Fernando* (1752), *El Real Jardín Botánico* (1755), els Col·legis de Cirugia a Cádiz i a Barcelona (1760), per només citar-ne algunes. En definitiva es tractava d'institucions, al marge d'unes universitats reàcies als nous corrents científics, on la ciència i les noves tècniques apareixien com la clau per a la resolució dels problemes sorgits d'una nova realitat econòmica i social. En qualsevol cas, en aquest capítol ens centrarem en la ciència impulsada, per una banda, pels militars i, per una altra, pels jesuïtes, tenint en compte que la permeabilitat entre els dos còssos serà constant. Es podrà veure com molts dels homes que impulsen la formació científica en l'Exèrcit han rebut una formació de mans dels jesuïtes, com és el cas de Jorge Juan (1713-1773), o viceversa jesuïtes ensenyant fortificació en el *Colegio Imperial* de Madrid.

### ***La ciència entra a les casernes***

Han estat diversos els historiadors que han analitzat la relació de la ciència amb les institucions militars espanyoles des de principis del segle XVIII, a Espanya<sup>4</sup> i el que es tracta, aquí, és de recollir algunes de les dades i conclusions més rellevants.

Efectivament l'any 1712 el general Jorge Próspero de Verboom (1665-1744) va presentar un projecte d'Acadèmia militar de matemàtiques per a la ciutat de Barcelona seguint el model de la Reial Acadèmia Militar de Brussel·les i es coneix l'existència d'un projecte el 1715 per crear acadèmies a Madrid, Cádiz, Sevilla, Badajoz, La Coruña,

<sup>4</sup> Capel, Horacio; Sánchez, Joan Eugeni; Moncada, Omar (1988), *De Palas a Minerva: la formación científica y la estructura institucional de los ingenieros militares en el siglo XVIII*.

Capel, Horacio (2004-2007), "L'Acadèmia de Matemàtiques de Barcelona i els enginyers militars a Catalunya" dins *La ciència en la Història dels Països catalans* coordinat per Joan Vernet i Ramón Parés.

Galland Seguela, Martine (2008), *Les ingénieurs militaires espagnols de 1710 à 1803*.

Lafuente, Antonio; Peset, José Luís (1982), "Las Academias Militares y la inversión en ciencia en la España ilustrada (1750-1760)", dins *Acta Hispanica ad Medicinae Scientiarumque Historiam Illustrandam*. Vol. 2, pp. 193-209.

Massa-Esteve, M<sup>a</sup> Rosa; Roca-Rosell, Antoni; Puig-Pla, Carles (2011), "'Mixed' Mathematics in Engineering Education in Spain. Pedro Lucece's course at the Royal Military Academy of Mathematics of Barcelona in the Eighteenth century", *Engineering Studies*, 3 (3), 233-253.

Massa-Esteve, M<sup>a</sup> Rosa, (2014), "La Reial Acadèmia de Matemàtiques de Barcelona (1720-1803). Matemàtiques per a Enginyers". Dins *Quaderns d'Història de l'Enginyeria*. UPC. Volum XIV. pp. 17-34.

Barcelona i València, encara que finalment el rei Felip V només acceptés la creació de les acadèmies a Barcelona i a Cádiz. Verboom, conegut per haver planejat el setge de Barcelona el 1714 i d'haver-se encarregat de la construcció de la Ciutadella de Barcelona, va ser l'encarregat també de la creació del Cos dels Enginyers Militars aprovada el 1711 i ell mateix, que havia estat educat en l'Acadèmia militar de Brussel·les, estava convençut de la importància de l'ensenyament de les matemàtiques per als oficials de l'Exèrcit. L'objectiu del Cos d'Enginyers era supervisar les obres militars, és a dir les fortificacions, la cartografia militar, els ponts, etc però també es va implicar en obres civils com la construcció o conservació de carreteres, canals, ports, etc. Per tant, els oficials necessitaven tant una formació en matemàtiques pures (aritmètica, geometria, àlgebra i trigonometria) com en mixtes (hidràulica, arquitectura, òptica, astronomia, geografia, etc). Per aquest motiu parlar de la ciència impulsada en les casernes bàsicament significava la introducció en aquestes d'una formació matemàtica, en el seu sentit més ampli de l'època, on la tecnologia de diferents tipus jugava un paper central.

D'altra banda, segons Galland<sup>5</sup>, la idea del marquès de la Ensenada<sup>6</sup>, a partir de que Fernando VI pugés al tro el 1746, era portar una política de "paz armada". Això va significar afavorir la reforma de l'administració local, el sanejament de la hisenda pública i impulsar les manufactures reials, però també una Armada i un Exèrcit potents, intentant elevar la professionalitat dels seus oficials. És així que es va promoure la institucionalització d'acadèmies científiques –vistes com veritables "manufactures" reials– que poguessin garantir la formació d'un personal tècnic de qualitat<sup>7</sup>. Peset i Lafuente han parlat de la militarització de la ciència a l'Espanya del segle XVIII<sup>8</sup> i Capel conclou que, des del moment que molts dels càrrecs en totes les

---

<sup>5</sup> Galland (2008), "Chapitre II. Trouver sa place au sein de l'armée (1744-1770)".

<sup>6</sup> Zenón de Somodevilla y Bengochea, marquès de la Ensenada (1707-1781) va ser conseller d'Estat durant els reinats de Felipe V, Fernando VI i Carlos III. Va ser ministre de Finances, de Marina, de la Guerra i de les Índies des de 1743 fins 1754. Durant aquest període, reinant Fernando VI, va posar les bases per la creació d'una potent armada espanyola i va potenciar la difusió de la ciència dins l'exèrcit. L'any 1754 és acusat d'alta traïció a la Corona i és desterrat a Granada i després a Cádiz.

<sup>7</sup> Lafuente; Peset (1982), p. 193.

<sup>8</sup> Lafuente, A.; Peset, J.L. (1988), "El Estado y la ciencia" dins **Sellés; Peset; Lafuente, (1988)**.



esferes de la vida política van estar, durant el segle XVIII, en mans dels militars, el rebuig de la crítica oberta, el secretisme militar units a una manca de renovació en els llocs de màxima responsabilitat van constituir un factor negatiu pel desenvolupament científic. En qualsevol cas, del projecte de 1715 de la creació de diverses acadèmies militars per a la formació matemàtica dels oficials, la primera en portar-se a terme va ser *La Real Academia de Guardias Marinas* el 1717 a Cádiz, pensada per als oficials de l'Armada, seguint-li, pocs anys després, *La Real Acadèmia Militar de Matemáticas* de Barcelona que va començar el 1720 com escola per als Enginyers Militars. L'any 1739 Pedro Lucuce (1692-1779) va ser nomenat director d'aquesta. A partir de la publicació, també el 1739, de *La Real Ordenanza*<sup>9</sup>, la qual justificava la importància de les matemàtiques per als militars, l'acadèmia de Barcelona així com les de Ceuta i Orà, que s'havien creat després de la de Barcelona, es van regir per unes normes que establien els cursos que s'havien d'impartir i els textos que s'havien d'utilitzar en les acadèmies militars.

De tota manera no és fins a mitjans de segle que es va tornar a produir un impuls del pla d'acadèmies de matemàtiques per a l'Armada i l'Exèrcit. És així que *La Real Academia de Guardias Marinas* de Cádiz va anar associada al nom de Jorge Juan, el qual va esdevenir, el 1751, Capità de la Companyia. L'estreta relació entre el marquès de la Ensenada i Jorge Juan va afavorir un enfortiment de la potència de l'Armada espanyola, al mateix temps que un impuls de la formació científica dels militars. Seguint els plans del marquès de la Ensenada, el 1751 es van obrir dues acadèmies d'artilleria, una a Cádiz i una altra a Barcelona, en les quals el programa de matemàtiques era molt similar al de les acadèmies militars i a finals de 1750 es va posar en marxa *La Academia de Matemáticas* dins del *Cuartel de Guardias de Corps* de Madrid, que ja funcionava des del 1717. Pedro Padilla y Arcos (1724-1807?), que havia ingressat en el Regiment d'Infanteria a Oran, on va estudiar a *La Academia Militar de Matemáticas*,

---

<sup>9</sup> *Ordenanza e Instrucción para la enseñanza de las Matemáticas en la real y Militar Academia que se ha establecido en Barcelona y las que adelante se formaren; en que se declara el pie sobre el que deberán substituir: lo que se ha de enseñar en ellas: las partes que han de concurrir los sujetos para ser admitidos: y los premios y ascensos con que se remunerará a los que se distinguieren por su aplicación. Aprobada por Real Orden de 22 de julio de 1739. Madrid: Antonio Marin, 1739.*

va ser nomenat director de la recent creada acadèmia de matemàtiques a *La Academia Militar del Cuartel de Guardias de Corps* el mateix any 1751. Aquesta nova acadèmia va funcionar amb les mateixes normes que la de Barcelona.

És també a partir dels anys 50 que es van accentuar les pugnes entre els enginyers i artillers i, segons Lafuente i Peset<sup>10</sup>, les pugnes entre els buròcrates i tècnics al servei dels Borbons i la vella noblesa de sang es van traslladar a les acadèmies científiques entre la nova capa social sorgida de la burgesia i els nobles. Després de la caiguda de Ensenada (1754) aquestes acadèmies van començar a decaure i se les va acusar de la seva poca utilitat i de fomentar l'ociositat entre els oficials. D'altra banda, el 1757, es va crear *La Sociedad Militar de Matemáticas*, el director de la qual va ser Lucuce i on hi van participar diferents enginyers i artillers de renom. L'any 1760 una comissió va avaluar negativament la tasca de *La Sociedad* ja que en tres anys no s'havia publicat cap manual per poder ser utilitzat en els centres d'ensenyament<sup>11</sup> i, per tant, es va decidir dissoldre-la. La dissolució de *La Sociedad Militar de Matemáticas* va anar acompanyada de la de l'escola d'artilleria de Barcelona i la de *La Academia de Matemáticas en el Cuartel de Guardias de Corps* de Madrid. L'any 1764, el conde de Gazola<sup>12</sup> va crear *La Real Academia de Artillería* de Segovia, prenent com a model l'acadèmia de Nàpols, on es tenia com a primer professor un matemàtic i no un militar, que en el cas de Segovia va ser Antonio Ximeno Pujades (1729-1808).

### ***Les escoles dels jesuïtes: transmissores de coneixement?***

Com és sabut, la influència de la Companyia de Jesús sobre l'ensenyament no es limita ni al segle XVIII, ni a Espanya. Diversos autors han tractat aquest tema, d'entre els quals destaquen els treballs d'Antonella Romano<sup>13</sup> sobre la influència dels jesuïtes al Renaixement. També diversos historiadors espanyols han analitzat aquesta influència,

<sup>10</sup> Lafuente; Peset (1982), p. 196.

<sup>11</sup> Galland (2008), "Chapitre II. Trouver sa place au sein de l'armée (1744-1770)".

<sup>12</sup> Felipe Gazola (1699-1780). Va ser *Teniente General de los Reales Ejércitos* i *Comandante General del Real Cuerpo de Artillería* sota el regnat de Carlos III.

<sup>13</sup> Romano, Antonella (1997), "Les collèges jesuïtes, lieux de la sociabilité scientifique 1540-1640" dins *Bulletin de la Société d'Histoire Moderne et Contemporaine*, 1997, n° 2-3, p. 6-21.

- (1999), *La Contre-réforme mathématique: constitution et diffusion d'une culture mathématique jésuite à la Renaissance (1540-1640)*, École française de Rome.

alguns dels quals han centrat específicament els seus estudis sobre la contribució dels jesuïtes a l'ensenyament de la ciència a Espanya dels segles XVII i XVIII i, en aquest sentit, per a la nostra tesi, han estat de particular utilitat els treballs de Víctor Navarro Brotóns<sup>14</sup>, Manuel García Doncel<sup>15</sup> i Agustín Udías<sup>16</sup>.

Des de principis del segle XVII, sobre l'ensenyament als col·legis dels jesuïtes, que sempre s'havia regit a partir de la filosofia aristotèlica, s'havien establert unes normes, concretades en la *Ratio studiorum*, on es deia que als col·legis majors on es tenia un programa complet de filosofia havia d'haver professors de matemàtiques. Segons Udías<sup>17</sup>, aquesta norma no es va aplicar sempre a Espanya, ja que dels 126 col·legis de jesuïtes al segle XVIII, els únics on hi constaven professors de matemàtiques eren *El Colegio Imperial de Madrid* des del 1627 al 1767, *El Colegio de Cádiz* des del 1689 al 1702, *El Seminario de Nobles de Madrid* des del 1734 al 1767, *El Seminario de Nobles de Cordelles de Barcelona* i *El Seminario de Nobles de Calatayud* des de 1756 al 1767.

Els orígens del *Colegio Imperial* de Madrid<sup>18</sup> es remunten al 1560 quan es va constituir la primera casa de la Companyia de Jesús. És a partir del 1609 que va prendre el nom de *Colegio Imperial* sota el patronatge de Maria Cristina de Austria, filla de Carlos V. A partir d'aquesta data, en els *Estudios Mayores* s'establien disset càtedres, de les quals dues eren de matemàtiques. L'any 1625, per un decret de Felip V, el col·legi es va convertir en *Reales Estudios del Colegio Imperial*, amb rang universitari i fent-ne fundador i patró al rei. Durant tot aquest període va estar regentat per jesuïtes,

<sup>14</sup> Navarro Brotóns, Víctor (2001), "Scientific activity in Spain and the Role of the Jesuits (1680-1767)" dins Brizzi, Gian Paolo e Greci, Roberto *Gesuiti e Università in Europa (secoli XVI-XVIII)*.

<sup>15</sup> García Doncel, Manuel (1997), "Els quatre enfocaments inicials de l'Acadèmia", *IV trobades d'Història de la Ciència i de la Tècnica*, (Alcoi-Barcelona, SCHCT, 1997), 67-75.

-, (1998), "Los orígenes de nuestra Real Academia y los jesuitas", dins *Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona* Tercera Época Núm. 947, Vol. LVII Núm. 3. Barcelona.

<sup>16</sup> Udías, S.J., Agustín (2005), Los libros y manuscritos de los profesores de matemáticas del colegio imperial de Madrid, 1627-1767", in *Archivum Historicum Societatis Iesu*, 148, a. LXXIV; p. 369.

- (2010), " Profesores de matemáticas en los colegios de la Compañía de España, 1620-1767" in *Archivum Historicum Societatis Iesu*, 157, a. LXXIX ; p. 3.

<sup>17</sup> Udías (2010); pp. 9-10.

<sup>18</sup> Per conèixer amb més detalls la història del *Colegio Imperial* es pot consultar Simón Díaz, José (1952), *Historia del Colegio Imperial de Madrid*, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid així com Udías (2005) dels quals n'hem obtingut la major informació.

situació que es va perllongar fins l'expulsió d'aquests el 1767. A finals del 1725 es va crear el *Seminario de Nobles* que depenia del *Colegio Imperial*, amb l'objectiu d'afavorir un ensenyament més "selecte" per a la noblesa. En el *Seminario de Nobles* també s'ensenyaven matemàtiques i posteriorment física experimental. Molts professors del *Seminario* també ho eren del *Colegio Imperial*.

L'origen del *Real Seminario de Nobles de Cordelles* de Barcelona cal buscar-lo a l'any 1588, quan D. Juan Cordelles va fundar el Col·legi de Cordelles per a fills de nobles<sup>19</sup>. L'any 1662 D. Galcerán de Cordelles el va cedir a la Companyia de Jesús i va rebre l'aprovació per part de Felip II dels títols de *Imperial* i *Real*. Al seu costat, ja hi havia el Col·legi de Betlem fundat per la Companyia de Jesús el 1553, de manera que els jesuïtes fins al 1767 van mantenir el Col·legi de Cordelles, en principi, per a l'aristocràcia i el Col·legi de Betlem per a tota classe d'alumnes. Com més endavant s'analitzarà amb més detall, l'arribada de Cerdà al Col·legi de Cordelles, el 1756, va suposar la creació d'una càtedra pública de matemàtiques, la incorporació de les noves ciències a l'ensenyament i una obertura a noves capes socials per a l'accés de les classes de matemàtiques. El *Colegio de Nobles de Calatayud*, que havia estat fundat el 1752, va estar sempre molt lligat al de Barcelona. El primer professor de matemàtiques que va tenir va ser Miguel Marín (1725 -?) entre 1756 i 1757, el qual havia estat company de viatge de Cerdà a Marsella a l'any 1754. Diversos professors de matemàtiques van passar del Col·legi de Calatayud al de Barcelona i viceversa fins l'any 1767<sup>20</sup>.

Finalment també es coneix la existència d'una càtedra de matemàtiques en el *Colegio de Santiago de la Compañía de Jesús de Cádiz* des del 1689 al 1702. Segons Udías (2010), l'origen d'aquesta càtedra prové de *La Escuela de Matemáticas de la Armada* creada a Cádiz el 1685. Per decret del rei Carlos II aquesta càtedra va passar al col·legi dels

---

<sup>19</sup> Sobre la història de Cordelles es pot consultar Borràs i Feliu, Antoni (1965) "El Col·legi de Santa Maria i Sant Jaume, dit vulgarment de Cordelles, i la Companyia de Jesús", dins *Analecta sacra Tarraconensis*, vol. XXXVII, 399-465. 1965; "El col·legi de Nobles de Barcelona durant el segle XVII" pp. 51-889 de *Contribució a la Història de l'Església catalana*, Homenatge a Mossèn Joan Bonet i Baltà, Publicacions de l'Abadia de Montserrat. Citat en García Doncel (1998); p. 35.

<sup>20</sup> Udías (2010); p. 16.

jesuïtes i el primer professor de matemàtiques va ser José Cañas (1646-1660) el qual va estar en contacte amb el matemàtic Antonio Hugo de Omerique (1634-1698).

#### LA PROMOCIÓ D'UN CONEIXEMENT EXPERIMENTAL

És durant aquest segle XVIII que la Companyia va assumir la necessitat d'introduir la física experimental a les classes dels seus col·legis. Segons Navarro Brotóns (1977) la nova física va entrar als col·legis a través de les càtedres de matemàtiques, en l'àmbit de les "matemàtiques mixtes". La incorporació de la física experimental no va ser un fet exclusiu d'Espanya. Segons Dainville (1986), des del 1700, a França, en els col·legis de jesuïtes ja s'ensenyava física i la creació dels "cabinets de physique" confirmen l'orientació experimental de l'ensenyament.

En la renovació en l'ensenyament al *Colegio Imperial* i al *Seminario de Nobles* de Madrid als voltants de 1750, incorporant-hi les teories newtonianes i el càlcul infinitesimal, hi ha diferents factors que intervenen. Segons Navarro Brotóns (2001), un d'ells va ser la participació de Jorge Juan i Antonio Ulloa (1716-1795) en l'expedició al Perú per determinar la forma de la Terra. Aquest fet va venir acompanyat d'una profunda reorganització de la construcció naval i de l'ensenyament matemàtic a l'Armada espanyola, amb la posada en marxa de l'Observatori astronòmic a Cádiz. Segons Navarro Brotóns, els jesuïtes no podien mantenir-se al marge d'aquesta renovació i per portar aquest programa de modernització van ser cridats alguns jesuïtes estrangers. L'any 1750 va arribar al *Colegio Imperial* el jesuïta txec Johannes Wendlingen (1715-1790) que va ser nomenat Cosmògraf de les Indies. Amb el suport d'Ensenada i els instruments adquirits per Jorge Juan a Londres, Wendlingen es va encarregar de la construcció d'un nou Observatori al *Colegio Imperial*. Segons Valverde, a la Cort de Madrid hi havia una autèntica fascinació per les màquines i, lligat a la posada en marxa del nou Observatori, hi va haver una sol·licitud dels nobles de crear un Museu Matemàtic<sup>21</sup>. Posteriorment el projecte del museu va quedar en segon pla, coincidint amb l'arribada al *Colegio Imperial* de nous professors com Christian Rieger

---

<sup>21</sup> Valverde (2007), pp. 79-80.

(1714-1780) i Cerdà i amb la demanda d'una aula més pràctica lligada a la física experimental. Efectivament, el 1757 es va publicar *Curso de Phisica Experimental, dividido en seis Tomos, para el uso del Real Seminario de Nobles de esta Corte* que és una traducció del curs del Abat Nollet (1700-1770)<sup>22</sup>, feta per Antonio Zacagnini (1723-1810). Aquesta publicació estava lligada a la creació d'una càtedra de física experimental al *Seminario de Nobles* de Madrid, el qual, segons Valverde (2007), va ser un dels centres que més van contribuir a la concepció d'espai científic com centre de manipulació de màquines i experimentació. Un cop es va anar abandonant la tradició aristotèlica i els jesuïtes es van orientar cap l'experimentalisme, aquest gir primer es va produir a nivell teòric i després a nivell pràctic. Un procés semblant es va produir al *Colegio Imperial* on, uns anys més tard, Rieger va publicar les seves *Observaciones phisicas* el 1763, fruit de les seves recerques elèctriques al col·legi.

Es pot comprovar la mateixa evolució en l'aristotèlic *Real Seminario de Nobles de Cordelles* de Barcelona en la ressenya d'un "Acto académico"<sup>23</sup> organitzat per aquest col·legi a finals de desembre del 1757, on s'exalta la física experimental. Probablement la influència de Cerdà, que ja s'havia incorporat al Col·legi de Cordelles, va ser determinant per aquest canvi.

#### CAP UN ENSENYAMENT PENSAT NO SOLAMENT PER A NOBLES

Segons Romano (1997), la Companyia de Jesús sempre es va postular al servei de la formació de les elits, de manera que la formació completa en els seus col·legis no solament era en relació als continguts sinó també al voltant del comportament social, on, per exemple, la retòrica ocupava un paper rellevant en els cursos.

A l'Espanya del segle XVIII els jesuïtes tenien quatre seminaris de Nobles: a Madrid, Barcelona, València i Calatayud. El *Seminario de Nobles* era una institució pensada per a la Noblesa i on es preparava aquesta per ocupar càrrecs a la Cort, a

<sup>22</sup> Nollet (1738).

<sup>23</sup> "Acto académico, ... en los días 27, 28, 29 de diciembre de 1757" dins *Actos académicos del Real Seminario de Nobles de Barcelona*. Biblioteca de Catalunya. Un "acto académico" era l'equivalent d'una festa de final de curs on els estudiants havien d'exhibir les habilitats apreses.

l'exèrcit o al govern. L'admissió al seminari de nobles estava condicionada a ser "legítimo descendiente de nobleza notoria heredada, y no solo de Privilegio"<sup>24</sup>. L'edat d'admissió estava entre els vuit i quinze anys i aquesta permanència estava condicionada al rendiment de l'alumne. En la convocatòria d'un "Acto Académico" del Col·legi de Cordelles de Barcelona es pot llegir:

Siendo la Nobleza la principal y más estimable porción del Estado, de cuya buena educación depende en gran parte la pública felicidad, es interés de toda la Nación culta y política tener seminarios expresos para los Hijos de los Nobles, donde se les dé la cabal instrucción, de que necesitan para ser después en mayor edad útiles a la Patria y al servicio de sus Soberanos. Uno de los más antiguos que posee la España, es este de Barcelona, llamado comúnmente de Cordelles, por ser éste el apellido de su Ilustrísimo Fundador [...].<sup>25</sup>

En un primer moment el que era més important era l'educació cristiana i com objectiu secundari "menos principal, aunque principal tambien, es, que se instruyan en aquellas Facultades y Ciencias, que más adornan a la Nobleza"<sup>26</sup>. S'ensenyava gramàtica, retòrica, poesia, llengües francesa, italiana i grega i als més avançats, lògica, filosofia, metafísica i dret canònic, però concretament en el *Seminario de Nobles* de Madrid, s'afegia: "Y por quanto se desea, que este Seminario de Nobleza Española, no falte nada de lo que pueda contribuir à formar un perfecto Cavallero, se ordena tambien este Real Seminario, à que salga de él la Juventud instruída en Mathematica y Geographia, para lo que avrà Maestros dotados"<sup>27</sup>. Segons Valverde (2007), el rei Fernando VI estava realment satisfet amb l'ensenyament del *Seminario*, de manera que concedia als alumnes que havien cursat els seus estudis en aquest la possibilitat d'accedir a càrrecs administratius o en l'Exèrcit: "los que se inclinassen al servicio de la Guerra seràn admitidos à Cadetes de qualquiera Regimienno, aunque sea de los de sus

---

<sup>24</sup> *Constituciones del Real Seminario de Nobles de Madrid, fundado en el Colegio Imperial de la Compañía de Jesus de Madrid per el Señor Don Phelipe Quinto, en Decreto de 21 de Septiembre de 1725.* (1730).

<sup>25</sup> "Acto Académico de Física Experimental,..." (1764) dins *Actos académicos del Real Seminario de Nobles de Barcelona*. Biblioteca de Catalunya. Tot i que hem respectat el contingut de la cita, hem normalitzat l'ortografia castellana a l'actual. I així ho farem en totes les cites en castellà en aquesta memòria.

<sup>26</sup> *Constituciones del Real Seminario de Nobles de Madrid*, citat a Valverde (2007), p. 85.

<sup>27</sup> Citat a Valverde (2007), p. 86.

Reales Guardias de Infanteria, ganando antigüedad de Cadete en el mismo Seminario desde los 16 años de edad, con tal, que estudien las Mathematicas...” Aquest reconeixement era un triomf pels jesuïtes i els consolidava com una comunitat capaç de formar les elits del país. Valverde veu aquí una identificació entre les matemàtiques, lleialtat a la Corona i utilitat.

D'altra banda, la noblesa havia de conèixer les ciències no per practicar-les sinó per dirigir millor als qui les practicaven. És així que en un prospecte anunciant el nou curs de matemàtiques del *Seminario de Nobles de Calatayud*, l'any 1755, es llegeix:

El servicio del Rey, y de la Patria, que debe ser el blanco de la Nobleza, no está vinculado al ejercicio manual de algunas de estas ciencias: todas ellas son debidas a un Noble, nacido para favorecer y mandar a los que las practican.<sup>28</sup>

En qualsevol cas, als voltants dels any 1750 en els diferents seminaris gestionats pels jesuïtes, es van obrir les portes a alumnes que no provenien exclusivament de la noblesa sinó de les noves capes urbanes lligades als artesans i a les professions lliberals. I és que l'interès de la Corona i del seu entorn no estava solament en la instrucció de la noblesa com a classe dirigent del país sinó també en la preparació tècnica dels nous actors en el context d'unes noves necessitats socials i econòmiques. Com analitza Valverde (2007), en el *Seminario de Nobles* de Madrid es tractava d'obtenir el reconeixement públic de les habilitats dels joves nobles mentre que al *Colegio Imperial* i a *La Academia de Bellas Artes* es tractava de la formació de tècnics, produint-se, en aquest cas, una diferenciació de públics als qui s'adreçava l'ensenyament, segons el col·legi. De totes maneres, continua opinant Valverde, la modernització no sempre responia a una estratègia col·lectiva de la Companyia sinó moltes vegades a iniciatives personals dels jesuïtes pressionats per una demanda social.

#### LA PROYECCIÓ PÚBLICA: LES “CONCLUSIONES MATHEMATICAS” O ELS “ACTOS PÚBLICOS”

Des de molt al principi d'introduir l'ensenyament de les matemàtiques i, posteriorment, de la física experimental, en els col·legis dels jesuïtes, es va buscar la

<sup>28</sup> Citat a La Fuente (1887); Tomo III, p. 365.



visibilitat de les noves habilitats adquirides pels alumnes instruïts per la Companyia. Es conserven les ressenyes de diversos actes públics dedicats a les matemàtiques, que reben el nom de “Conclusiones mathematicas” i altres amb el de “Conclusiones cosmographicas” i “Conclusiones de Física experimental”<sup>29</sup> celebrats en el *Colegio Imperial* i en el *Seminario de Nobles* de Madrid. Igualment es conserven diversos prospectes sobre “Actos académicos” celebrats en el *Seminario de Nobles de Cordelles* de Barcelona i en el de Calatayud. L’interès d’aquestes ressenyes està en que a partir d’elles es pot veure l’evolució dels ensenyaments en els col·legis. Segons Udías (2011), de l’any 1704 al 1748 els temes dominants són geometria i aritmètica, entre 1751 i 1765 el tema predominant és l’àlgebra i al final la introducció del càlcul diferencial i integral. Nosaltres hem localitzat deu ressenyes d’aquestes “Conclusions matemàtiques” entre 1733 i 1762, i efectivament s’ha pogut comprovar com en les “Conclusions” dels darrers anys s’incorporen els temes de l’àlgebra, els del càlcul diferencial i integral i els infinitèsims, la qual cosa caldrà analitzar amb més detall al següent capítol. La política de fer públic les destreses adquirides en els centres també es va produir al *Seminari de Nobles de Cordelles* de Barcelona. Concretament s’han localitzat set ressenyes de “Actes acadèmics” celebrats des de l’any 1755 fins el 1765. També en aquestes ressenyes es pot observar com es passa de tractar temes com música, teatre, astronomia, geografia, idiomes, història i dansa el 1756 a introduir un apartat dedicat a la física experimental el 1762. En qualsevol cas, cal veure tots aquests actes públics com un espectacle on es tractava de legitimar l’autoritat de la Corona, per una banda, i la de la Companyia, per una altra, utilitzant la fascinació per la nova ciència. Una prova del prestigi que donaven aquests actes és que quan els militars van obrir noves acadèmies de matemàtiques, en les seves casernes, van voler imitar-los. És així que s’ha pogut trobar quatre “Certámenes matemáticos” celebrats a *La Real Academia de Guardias Marinas* de Cádiz entre els anys 1753 i 1755 i un altre celebrat a *La Academia de Matemáticas* dins del

---

<sup>29</sup> Udías (2011); pp. 305-306.

*Cuartel de Guardias de Corps* de Madrid el 1752, on els oficials també mostraven públicament els coneixements adquirits<sup>30</sup>.

#### LA COMPANYIA DE JESÚS: UNA INSTITUCIÓ TRANSMISSORA DE CONEIXEMENT?

Victor Guijarro en el seu article “La enseñanza de la física experimental en la Europa del siglo XVIII”<sup>31</sup> cita a Antonio E. Ten<sup>32</sup>, el qual afirma que els objectius i l’extracció social dels alumnes que tenien els jesuïtes no podien coincidir amb els ideals científics de la il·lustració europea i que la política de formació de les elits aristocràtiques que des de sempre havia practicat la Companyia de Jesús, orientava els esforços dels jesuïtes a l’educació d’unes capes socials allunyades ideològicament, socialment i econòmicament de qualsevol interès real per l’aventura científica. Repassant la història del Col·legi de Cordelles de Barcelona també hem trobat opinions desqualificant l’educació dels jesuïtes, titllant el col·legi d’elitista i arcaic, on l’ensenyament bàsicament era literari i ampul·lós<sup>33</sup>. És sabut que la Companyia de Jesús va ser la institució que va instruir a les classes més poderoses per a l’exercici del seu poder, actuant ella mateixa com a grup de pressió social i polític, durant un llarg període i que, a mitjans de segle XVIII, amb l’aparició de noves capes socials aliades a grups de pressió més “lliberals”, les diferents monarquies il·lustrades europees van voler sostreure’s de la influència jesuítica. Però, d’altra banda, la tasca divulgadora del coneixement, particularment el científic, dels jesuïtes no es pot negar. Hi ha diferents elements que diversos autors han apuntat per explicar com una institució inicialment conservadora va poder actuar com transmissora real de coneixement. Segons Romano (1997), a través del col·legi, els jesuïtes apareixen com actors de la vida científica, la qual cosa comporta la seva capacitat per participar en les xarxes acadèmiques on l’organització dels canals de circulació del coneixement els col·loca en una posició privilegiada com a transmissors d’aquest coneixement. Segons Navarro Brotóns (2001), el paper jugat pels jesuïtes en la tasca de divulgació de la ciència durant el segle XVIII

<sup>30</sup> Per tal de conèixer amb més detall les referències de tots els actes públics citats veure Annex 1.

<sup>31</sup> Guijarro Mora, Víctor (2001; p. 132.

<sup>32</sup> Ten, Antonio E. (1993), “No hay reyno que no sea newtoniano...” dins *Archives Internationales des Sciences*, p. 304.

<sup>33</sup> Galí (1954). Casanovas i Batllori (1931).

premia força arreu d'Europa gràcies a la gran interconnexió dels membres de la Companyia Efectivament, durant gran part del segle XVII la càtedra de matemàtiques del *Colegio Imperial* de Madrid va estar ocupada per científics estrangers de l'ordre dels jesuïtes i, en aquest sentit, el *Colegio Imperial* va ser la corretja de transmissió de la ciència europea a Espanya. I d'altra banda, a partir del segle XVIII, es va fomentar la política d'enviar membres de la Companyia a fóra, com va ser el cas de Cerdà. Sigui com sigui, el conservadorisme i l'estret lligam amb el poder polític i econòmic dels que la Companyia de Jesús es va fer justament creditora no van ser un obstacle per a que aquesta es convertís en una institució transmissora de les noves disciplines científiques i filosòfiques a l'Espanya del segle XVIII. La institució com a tal i els seus membres van assumir el discurs de la "modernitat" on ciència equivalia a utilitat i progrés i per tant, per altra banda, a reforçament de la nova monarquia il·lustrada.

## 1.2 Cerdà: jesuïta i professor de Filosofia

---

Iesuiticae Philosophiae Theses, 37.

---

Tomàs Cerdà<sup>34</sup> neix a Tarragona, el 22 de desembre de 1715<sup>35</sup> i entra a la Companyia de Jesús el 3/04/1732<sup>36</sup>. Estudia Humanitats a Tarragona, Filosofia a Gandia i Teologia a València. La *Ratio Studiorum* de la Companyia incloïa matemàtiques al curs de filosofia, tot i que, probablement, les matemàtiques ensenyades a Gandia eren molt elementals. El curs 1741-42 s'inicia com professor d'Humanitats a Lleida, després dóna classes de Retòrica a Manresa i del 43 al 46 a Lleida. De 1747 a 1750 està a Saragossa com a professor de Filosofia.

---

<sup>34</sup> Ell mateix escrivia el seu nom com *Thomas Cerda* però, com amb altres casos, hem adaptat la grafia a la normativa actual.

<sup>35</sup> Segons Gassiot (1996), on diu que la còpia del llibre de registre de baptismes li va ser facilitada per Xavier Peralta Huguet.

<sup>36</sup> Dades facilitades per Josep M. Benitez i Riera extretes dels catàlegs anuals de la Companyia de Jesús.

L'any 1750 és enviat a la Universitat de Cervera com a professor de Filosofia fins al 1753. La Universitat de Cervera havia estat fundada per Felip V el 1717, després de clausurar totes les altres universitats catalanes. En els estatuts d'aquesta universitat consta que es creaven quatre càtedres de Gramàtica Llatina i Grega, una de Poesia i Retòrica, una de Matemàtiques i Astrologia, set d'Arts de les tres escoles tomista, jesuïta i escotista, una de Filosofia Moral, set de Medicina i Cirurgia, nou de Lleis, nou de Cànon<sup>37</sup> i set de Teologia amb l'Escriptura Sagrada i la llengua hebrea<sup>38</sup>. En allò que fa referència a la càtedra de Matemàtiques i Astrologia, s'establia que la duració d'aquests ensenyaments havia de ser de dos anys, durant el primer any dels quals es donaria geometria, perspectiva, aritmètica i agrimensura seguint a Euclides i astronomia a partir de Tolomeu; i durant el segon any, gnòmica<sup>39</sup>, cosmografia, astrolabi, radi astronòmic i astrologia judiciària<sup>40</sup>. Però l'any 1771, Rubio y Borrás cita un informe de la Universitat on es diu que "de las nueve Cátedras establecidas por los Estatutos, la de Matemáticas nunca se ha puesto en ejecución por falta de Rentas."<sup>41</sup> De manera que la Universitat de Cervera, com la majoria de les altres universitats espanyoles, sembla aparèixer, fins ben entrada la segona meitat del segle XVIII, com una universitat on la escolàstica i la filosofia aristotèlica dominen l'ensenyament i que es manté tancada als nous corrents científics. Nogensmenys, en el sí de la comunitat jesuïta de la Universitat sorgeix un cert moviment renovador impulsat per Mateu Aymerich. Segons Frederic Clascar, a la Universitat de Cervera, els jesuïtes van ser els primers en introduir les reformes, concretament Clascar fa esment, a més a més de Cerdà, de Mateu Aymerich, Josep Pons, Bartomeu Pou, Blas Larraz i Llucià Gallissà com impulsors d'aquestes reformes. Segons aquest autor, els jesuïtes, sense deixar l'aristotelisme i conservant la metafísica, van introduir la física experimental i van implantar les matemàtiques en els seus cursos. Clascar diu d'Aymerich:

---

<sup>37</sup> Dret canònic.

<sup>38</sup> Citat en Rubio y Borrás (1915); p. 452; extret de la Biblioteca de la Universitat de Barcelona, secció Cervera.

<sup>39</sup> Tipus de poesia popular de contingut moral i sentenciós.

<sup>40</sup> Rubio y Borrás (1915); p. 287

<sup>41</sup> Ibid; p. 328.

Era el seu aristotelisme depurat i expurgat, [...] acabat i complet amb els cada dia més nombrosos coneixements físico-experimentals i matemàtics, els quals coneixements, bé podem dir, que introduí ell en la Universitat de Cervera, [...] Aymerich [...] introduí una nova manera de filosofar que després continuaren els Cerdàs i els Pons [...].<sup>42</sup>

I afirma de Cerdà:

En Cerdà, sobretot, empenyé més que ningú la reforma. Famós matemàtic, remou l'afició a les ciències exactes en altre temps importades per l'escola valenciana del Tosca i Eximeno. Ell és qui feia dir a un diari de la veïna França, que es notava a Espanya una fermentació que no trigaria a donar sos fruits envers la filosofia natural i les ciències exactes. Consti, doncs, que per ell es restauraren les matemàtiques a nostra terra; i la física, companyona inseparable d'aquella, trobà en ell son més ferm defensor.<sup>43</sup>

Està clar que Clascar està parlant de matemàtiques i de física experimental no com càtedres independents sinó dins els cursos de filosofia que donaven Cerdà i altres jesuïtes. Frederic Vila Bartrolí, en una ressenya sobre la Universitat de Cervera, cita al Cancellor Dou<sup>44</sup> que el 1816 escriu: "Cuando las tinieblas del peripato<sup>45</sup> obscurecían sobremanera el horizonte de España, el P. Tomàs Cerdà, jesuita, enseñaba en esta Universidad la filosofía con la buena luz de las ciencias exactas."<sup>46</sup> Cerdà va, doncs, participar en un moviment renovador per tal d'incorporar les noves ciències experimentals a l'ensenyament universitari.

### *Iesuiticae Philosophiae Theses*

Una mostra del tipus d'ensenyament impartit per Cerdà, en aquell moment, són les seves *Iesuiticae Philosophiae Theses* publicades el 1753. D'aquestes tesis, en Vila Bartrolí escriu: "Deixem apuntat com el P. Cerdà portà molt enllà la reforma filosòfica començada pels seus antecessors. Mostra magnífica de les seves preferències

---

<sup>42</sup> Clascar (1918).

<sup>43</sup> Ibid.

<sup>44</sup> Ramon Llätzer de Dou i de Bassols (1804-1814), barceloní graduat a Cervera, era catedràtic de la universitat des de 1776. Va ser Cancellor d'aquesta universitat, càrrec equivalent a rector.

<sup>45</sup> Liceu o escola d'Aristòtil.

<sup>46</sup> Vila Bartrolí (1923).

naturalistes la tenim en les *Iesuiticae Philosophiae Theses* que ens deixà impreses l'any 1753, on donà la màxima extensió als coneixements de la Física experimental.”<sup>47</sup>

Les *Iesuiticae Philosophiae Theses* són unes tesis defensades pels deixebles de Cerdà<sup>48</sup> i se'n conserven exemplars diferents segons qui fou el defensor d'aquestes, diferenciant-se unes de les altres només pel nom que figura a la portada així com la persona a qui van dedicades. El dia i l'hora de l'acte de la defensa està afegit a mà<sup>49</sup>.

L'obra està dividida en sis llibres<sup>50</sup>. El llibre I és una introducció a la filosofia, el llibre II és sobre la física general (casualitat, lloc i temps), el llibre III és sobre la física particular (sistemes de l'univers, astronomia,...), el llibre IV és sobre els meteors, el llibre V és on s'exposen els elements de geometria, les lleis del moviment i de la caiguda dels cossos i les màquines fonamentals i la hidrostàtica, i, finalment, el llibre VI tracta sobre psicologia.

El títol complet de les tesis, *Iesuiticae Philosophiae Theses: contentiosam et experimentalem methodum complectentes*, indica que la intenció de Cerdà va més enllà de presentar la nova ciència sota una visió aristotèlica i que la filosofia experimental ocuparà un paper rellevant en aquesta obra. Com ja subratlla Gassiot, s'observa un particular interès per part de Cerdà per incorporar làmines en les tesis, reforçant, doncs, la representació visual.

Segons Gassiot, Cerdà no deixa de seguir un ordre escolàstic quan explica la “Física particular”. Després d'exposar els principis de tot ens material, matèria i forma, presenta l'Univers, els sistemes que l'expliquen i la naturalesa i moviment dels cossos celestes; a continuació tracta dels quatre elements constitutius de la matèria sublunar i acaba amb el moviment local<sup>51</sup>. Però, d'altra banda, Cerdà introdueix elements

---

<sup>47</sup> Ibid (1917).

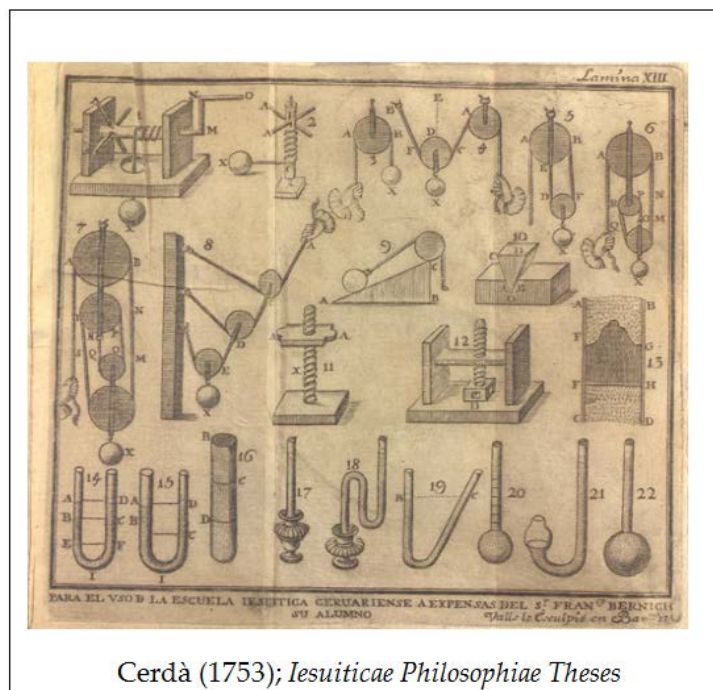
<sup>48</sup> Alguns d'aquests van adquirir rellevància social i política posteriorment: Antoni Vilalba i de Llorach, Galceran Vilalba i de Llorach, Benito Vivas i Feliu, Gabriel Pellizer.

<sup>49</sup> Gassiot (1996); p. 8.

<sup>50</sup> Per poder conèixer amb molt més detall el contingut de les *Iesuiticae Philosophiae Theses*, veure Gassiot (1996); pp. 1-47.

<sup>51</sup> Ibid; p. 13.

matemàtics i de la física experimental, la qual cosa no era usual en altres tractats filosòfics. Quan tracta el moviment local, tot i que manté un llenguatge escolàstic parlant de les “proprietats” dels còssos en moviment, reproduceix clarament definicions de Galileo<sup>52</sup>. Sobre la gravetat, descarta tant la teoria cartesiana<sup>53</sup>, com la newtoniana<sup>54</sup> així com la de Gassendi<sup>55</sup> i continua mantenint la teoria de la filosofia escolàstica de que aquesta és “una perfecció o un accident” del cos. Sobre l’astronomia, Gassiot creu que Cerdà, per una banda, coneix i cita a autors que defensen les teories copernicanes però, per una altra, continua defensant la teoria geocèntrica, potser per motius religiosos o per la seva escassa preparació matemàtica com ell mateix reconeix en la seva obra<sup>56</sup>.



Cerdà (1753); *Iesuiticae Philosophiae Theses*

Cuesta Dutari<sup>57</sup> fa un estudi de la bibliografia que hi ha en les tesis, on apareixen citats autors com Aristòtil, Arquimedes, Euclides, Pappus, figures emblemàtiques de

<sup>52</sup> Galileo Galilei (1564-1642).

<sup>53</sup> Descartes, René (1596-1650).

<sup>54</sup> Newton, Isaac (1642-1727).

<sup>55</sup> Gassendi, Pierre (1592-1655).

<sup>56</sup> Ibid; p. 39-40.

<sup>57</sup> Cuesta Dutari (1976); pp. 244-46.

l'Antiguitat grega, però també Kepler, Gassendi, Descartes, Dechales, Cassini, Huygens, Newton, Nollet, Clairaut i Jorge Juan<sup>58</sup>, homes que havien capgirat les velles concepcions sobre el sistema del món. Cerdà, molt probablement havia entrat en contacte amb aquests darrers autors, a partir de revistes estrangeres o directament de les seves obres, tot i que no es disposa, en l'actualitat, de massa informació sobre els llibres i revistes en la biblioteca de la Universitat. En aquest sentit, Cuesta Dutari pensa que a més de les revistes *Acta Eruditorum* de Leipzig i la *Histoire de l'Académie Royale* de Paris, que el mateix Cerdà cita en les tesis, probablement, o bé en la universitat o bé en la casa dels jesuïtes de Cervera, es rebien altres revistes com *Mémoires de Trévoux* que publicaven els jesuïtes francesos. A partir de l'anàlisi de les tesis, Cuesta Dutari conclou que Cerdà, el 1753, coneixia força bé la geometria cartesiana però en canvi desconeixia en gran mesura l'obra de Newton, particularment allò que fa referència al càlcul infinitesimal o càlcul fluxional. Gassiot arriba a una conclusió similar.

Es podria dir, doncs, que les *Iesuiticae Philosophiae Theses* són una mostra de la transició d'una filosofia escolàstica tradicional a una nova filosofia experimental amb totes les contradiccions que comporta aquesta transició. Cerdà forma part d'un moviment renovador en el sí de la comunitat jesuïta de Cervera i la seva formació com a matemàtic, el 1753, encara té algunes mancances, com ell mateix reconeixera posteriorment en una carta dirigida a Simpson:

En aquella època jo era professor de Filosofia en la Academia Cervariense, fundada feia poc per Felip V, i, encara que jo estava poc format en matemàtiques, es tenia una altra opinió d'això.<sup>59</sup>

---

<sup>58</sup> Kepler, Johannes (1571-1630); Dechales, Claude François Millet (1621-1678); Cassini, Giovanni (1625-1712); Huygens, Christiaan (1629-1695); Clairaut, Alexis Claude (1713-1765).

<sup>59</sup> Cerdà, *Carta a Simpson*, Barcelona 1758. RAH, Cortes 9/2792: "Aditam tunc temporis Professor Philosophia in Cervariense Academia a Philipo V nuper erecta, et quamquam parum mathematicis rebus instructus forem, altam tamen et de ipsis existimationem."



### 1.3 Cerdà: agent actiu al servei de les “noves ciències” al Col·legi de Cordelles

---

L'estada de Cerdà a L' "Observatoire Royal de la Marine" de Marsella, 41. La creació de la càtedra pública al Col·legi de Cordelles, 43. La irrupció del món físico-matemàtic en un entorn jesuític, 44. El llibre de text com a manual per a les classes, 50. *Liciones de Mathemática o Elementos Generales de Arithmética y Algebra para el uso de la clase*, 52. *Lecciones de mathematica o Elementos generales de Geometria para el uso de la clase*, 56. Sobre el contingut de les classes de Cerdà al Col·legi de Cordelles, 59. Sobre la biblioteca de matemàtiques al Col·legi de Cordelles, 62. La projecció pública de la càtedra de matemàtiques a Barcelona, 64. Quins estudiants?, 66. El naixement de la Conferència Físico-Matemàtica, 69.

---

#### *L'estada de Cerdà a L' "Observatoire Royal de la Marine" de Marsella*

Segons Benítez (1988), el mateix any 1753, Cerdà és enviat a Girona per donar classes de filosofia, i al final del curs, probablement a principis del 1754, és enviat a Marsella. Efectivament la Companyia de Jesús ha decidit enviar Cerdà –que ja ha manifestat les seves habilitats en matemàtiques– a l'estranger, per tal de “posar-se al dia” en allò que fa referència als nous corrents científics. Es decideix que Cerdà anirà a Marsella on Esprit Pézenas (1692-1776) és el director d'un observatori astronòmic. Pézenas, també jesuïta, havia estat professor d'humanitats fins el 1728 i després havia rebut la càtedra d'hidrografia a Marsella. L'any 1749, quan l'escola d'hidrografia havia estat clausurada, esdevingué director del “Observatoire Royal de la Marine”. Segons Udías<sup>60</sup>, Pézenas es va dedicar plenament a l'observatori, comprant nous instruments i publicant les seves observacions en el diari jesuïta *Mémoires de Trévoux* i en les *Mémoires de l'Académie* de l'Acadèmia de Ciències de Paris. Fins al 1763, quan va ser suprimida l'ordre dels jesuïtes, Pézenas va estar instruint molts astrònoms. Després es va retirar a Avignon, sense deixar d'ocupar-se de temes científics, mentre que l'observatori astronòmic de Marsella va continuar el seu emplaçament original fins al 1863 quan va

---

<sup>60</sup> Udías (2003); p. 24.

ser traslladat a Longchamp. Pézenas va traduir de l'anglès al francès diferents tractats científics com *The Elements of the Method of Fluxions* de Colin Maclaurin (1692-1756), *Cours de Physique expérimentale* de Jean Théophile Désaguliers (1683-1744) o *Cours complet d'optique* de Robert Smith (1689-1768). Resulta de particular interès la traducció del tractat de Maclaurin ja que la versió francesa de Pézenas d'aquest serà un text que apareixerà en biblioteques d'algunes institucions espanyoles. Cerdà no fa el viatge a Marsella sol, ja que, segons l'ARSI<sup>61</sup>, al menys, Miguel Marín (1725 - ?) –que serà posteriorment professor al *Seminario de Nobles de Calatayud*– l'acompanya. Que el viatge de Cerdà a Marsella respon a una política dels jesuïtes d'assumir un paper en la transmissió de la nova ciència dins d'Espanya es pot comprovar en una carta que el rector del Col·legi de Cordelles envia al rei Fernando VI, l'agost de 1756, demanant-li la dotació de la càtedra de matemàtiques. En aquesta sol·licitud es diu que la Companyia ja havia previst la càtedra per a Cerdà i per aquest motiu l'havia enviat a Marsella, on s'hi va estar tres anys, per a que adquirís la necessària preparació matemàtica per poder impartir aquesta disciplina al Col·legi de Cordelles.:

El Rector del Real Seminario de Nuestra Señora y Santiago, llamado de Cordellas que en la ciudad de Barna, está al cargo, [...] expone a V.M. que, deseando los superiores de la provincia de Aragón, a quien pertenece el mencionado Seminario, promover en la capital de Cataluña las ciencias y las buenas letras para lustre de la monarquía y utilidad de la juventud española, enviaron al observatorio real de Marsella al Pe. Tomàs Cerdà que acababa de leer con singulares aplausos el Curso de artes en la Universidad que V.M. tiene en Cervera, y que había dado muestra de poseer unos buenos principios de la matemática; este sujeto en el espacio de tres años que ha morado en el observatorio de Marsella con su continuo estudio y férrea aplicación ha logrado el formarse en matemático "peritísimo", y ha merecido los más encarecidos elogios de su habitud pronunciados por el Pe. Pézenas y demás matemáticos, que trabajan en el dicho observatorio. Por lo que el Provincial de Aragón determinó traerlo a este Seminario para

---

<sup>61</sup> *Archivum Romanum Societatis Iesu* (ARSI); Arag. 14, f. 158r.

la instrucción de la Nobleza, y de los Seminaristas que quisieran dedicarse al estudio de esta útil facultad.<sup>62</sup>

Probablement durant aquest temps Cerdà té accés a diferents textos matemàtics que en aquest moment circulen per Europa, tot i que no es té constància de quina és l'activitat desenvolupada per Cerdà. El fet que Pézenas, que apareix com l'instructor de Cerdà, hagués traduït el tractat de fluxions de Maclaurin, fa suposar que el jesuïta català entra plenament en contacte amb el càlcul diferencial, durant la seva estada a Marsella.

### *La creació de la càtedra pública al Col·legi de Cordelles*

No sembla, doncs, que tant l'estada de Cerdà a Marsella com la seva incorporació al Col·legi de Cordelles haguessin estat improvisades. En la carta del rector al rei es diu que, de fet, en el col·legi ja s'estan donant classes de matemàtiques però es demana a la Corona una dotació de 250 pesos anuals per pagar al professor de matemàtiques i a un altre suplent d'aquest i per l'adquisició de llibres. Es demana una dotació com la que ja tenen les classes de gramàtica i humanitats. Per tant, es pot deduir a partir de la carta que aquestes darreres matèries tenien ja una dotació pública i el que s'està demanant és la creació d'una càtedra pública de matemàtiques. La carta al rei s'adjunta a una altra carta<sup>63</sup> dirigida a l'Ajuntament de Barcelona, amb data de 18 d'agost de 1756, per tal que aquest faci d'intermediari amb el rei. L'Ajuntament, efectivament actuant d'intermediari, amb data de 4 de setembre de 1756, envia una carta<sup>64</sup> al rei, que comença dient: "El Rector del Real Seminario de Nobles de Cordelles ha acudido al Ayuntamiento, pidiendo que acompañe su rendido incluso memoria a los Reales Pies de Su Majestad" i després de manifestar la importància que té l'ensenyament de les matemàtiques per a la noblesa, diu que "se digne V.M. por un afecto de su innata propensión a todo lo que puede redundar en bien de los vasallos de V.M. establecer una Cátedra de Matemáticas en el referido Colegio." La concessió d'una càtedra

---

<sup>62</sup> Arxiu Històric de la Ciutat : 1D.I-39 (Acords 1756), ff. 245-248.

<sup>63</sup> Arxiu Històric de la Ciutat. 1D.I-39 (Acords 1756), f. 244.

<sup>64</sup> Arxiu Històric de la Ciutat. 1D.IV-24 (Polític, representacions 1756-1757), ff. 142-147.

pública de matemàtiques a Barcelona no havia de ser quelcom senzill d'aconseguir ja que a més a més de la carta de l'ajuntament al rei, alguns regidors n'envien una altra al Marquès del Campo Villar per tal que intercedeixi a favor de la sol·licitud. D'altra banda, abans d'aconseguir la definitiva concessió de la càtedra, el Consejo de Castilla demana<sup>65</sup>, amb data de 31 de gener de 1757, un dictamen a l'Audiència de Catalunya sobre la sol·licitud de la càtedra. L'Audiència emet un dictamen favorable a la concessió, amb data de 4 de març de 1757, on recull els diferents arguments a favor de la càtedra que havien exposat tant el Rector de Cordelles com l'Ajuntament de Barcelona i on condiona la concessió de la càtedra a "la obligación de que en dicho Colegio se hayan de enseñar las ciencias de las Matemáticas generalmente a toda calidad de personas; ya sean colegiales caballeros o de otras clases con la circunstancia de que la satisfacción de los expresados 250 pesos cese siempre que por cualquier motivo dejasen de enseñar en el referido Colegio la ciencia de Matemáticas."<sup>66</sup> Finalment amb data de 14 d'octubre de 1757 el secretari del Consejo de Castilla, Juan de Peñuelas, comunica<sup>67</sup> a l'Ajuntament de Barcelona que la càtedra de matemàtiques al Col·legi de Cordelles té l'aprovació reial, amb els mateixos termes expressats per l'Audiència de Catalunya. Des de la primera carta del Rector de Cordelles han passat catorze mesos i des d'aquest moment i durant força anys<sup>68</sup>, més enllà de la mateixa existència del col·legi jesuïta de Cordelles, a Barcelona perdurarà aquesta càtedra pública de matemàtiques.

### *La irrupció del món físico-matemàtic en un entorn jesuític*

El *Real Seminario de Nobles de Cordelles* de Barcelona era, com ja s'ha comentat, un col·legi pensat per a la instrucció dels nobles. Algunes vegades s'ha confós el Col·legi de Cordelles amb el de Betlem del costat. El Col·legi de Betlem (Rambles-carrer del Carme) era just al costat del de Cordelles (Rambles-carrer Bon Succés)<sup>69</sup> i la seva

<sup>65</sup> Arxiu de la Corona d'Aragó. Audiencia, Expedientes 1757 n° 513, f.59 v.

<sup>66</sup> Arxiu de la Corona d'Aragó. Audiència, Consultas 1757 n° 478, f.61v.

<sup>67</sup> Arxiu Històric de la Ciutat. 1D.III-28 (Polític, reial, decrets 1756-1757) f.225.

<sup>68</sup> L'any 1870 es tanquen les classes de matemàtiques a l'Acadèmia de Ciències i Arts que és la institució que havia hereditat la càtedra de matemàtiques creada el 1757.

<sup>69</sup> Per saber més sobre l'espai ocupat per aquests dos col·legis veure Puig-Pey i altres (2014).

capacitat era força superior: a mitjans del segle XVIII hi havia seixanta jesuïtes, dels quals quinze eren estudiants que cursaven quatre anys de Teologia, després de tres anys de Filosofia, abans de ser ordenats com a capellans. En aquest col·legi residien quatre professors de Teologia, dos de Filosofia i dos d'Humanitats. Els orígens del Col·legi de Betlem estan situats a mitjans del segle XVI; posteriorment, cap el 1569, comencen les classes de Teologia i a partir del 1573 hi haurà dues classes públiques d'aquesta disciplina<sup>70</sup>. L'any 1681 els jesuïtes, que han anat comprant cases a les Rambles en la illa entre el carrer del Carme i el Bon Succés, aixequen el temple de Betlem. Des de 1662, el petit Col·legi de Cordelles també està dirigit pels jesuïtes, quedant aquest reservat per a l'aristocràcia mentre que el de Betlem està obert a tota classe d'alumnes, com ja s'ha comentat. De fet, el nom, des de 1700, és el de *Imperial i Real Seminario de Nobles de Cordelles*, concedit pel Rei Felip V. A les escoles de nobles del tipus de Cordelles s'hi podia ingressar a partir dels vuit anys i en les classes elementals pels més petits s'aprenia a llegir, escriure i aritmètica. A Cordelles, després s'estudiava Humanitats: tres cursos de gramàtica castellana i llatina i un de retòrica i poesia. Aquests cursos de gramàtica i retòrica tenien validesa universitària<sup>71</sup>. També hi havia classes complementàries de francès, esgrima i dansa. A partir d'un gravat de l'any 1757, degut a Domingo Pauner, que representa en vuit vinyetes les diferents disciplines que s'impartien en el Col·legi de Cordelles, es pot veure que en aquest col·legi, a més a més, s'estudiava religió, heràldica, geografia i astronomia, cosmografia i música.

Els seminaristes més grans acabaven estudiant filosofia (tres anys) i teologia (amb els alumnes de Betlem). Les classes de filosofia ("suarista") eren públiques i la novetat serà la càtedra pública de matemàtiques a partir de 1757<sup>72</sup>. En el moment de l'expulsió dels jesuïtes, a l'abril de 1767, en el Col·legi de Cordelles, hi havia seixanta-dos seminaristes: "12 de leer y escribir, 7, 10 y 11 de Gramática, 12 de Retórica, 7 de

---

<sup>70</sup> García Doncel (1998); p. 6, on es fa referència a *Archivum Romanum Societatis Iesu (ARSI)*, Anales del Colegio de Belén. Barcelona, 1545-1700. També Blanco (1943), pp. 133-138.

<sup>71</sup> Cal recordar que des de 1714, Barcelona havia perdut la Universitat que havia estat traslladada a Cervera per Felip V.

<sup>72</sup> García Doncel (1998); p. 7.

Filosofía y 3 de Matemáticas.”<sup>73</sup> I per aquella època hi havia de set a deu jesuïtes ensenyants, dels quals un de filosofia, dos d’humanitats i posteriorment un o dos de matemàtiques i a més a més uns deu criats, alguns d’ells estudiants.



Diversos historiadors han descrit el Col·legi de Cordelles com elitista i totalment d'esquena a la societat civil catalana:

La literatura pròpiament dita no era altra cosa que un joc artificios de paraules, d'imatges, de períodes i de formes retòriques, en llatí sobretot, com es pot suposar,

<sup>73</sup> *Archivum Provinciae Tarraconensis* (APT), document ACOB 4, 144 i 142, citat en Garcia Doncel (1998); p. 7.

perquè la realitat, amb l'afeixugament dels seus problemes, no es pogués barrejar mai en aquell món de joc tan excel·lentment resolt i en què tot sortia tan arrodonit.”<sup>74</sup>

I, efectivament, les ressenyes dels “Actos académicos” celebrats abans del 1757 només parlen de “Blasón, Poesia, Cosmografía, Fábulas, Juego de la espada, Estudio de lenguas y Danza”<sup>75</sup>, la qual cosa fa pensar en un ensenyament molt allunyat de les preocupacions pel progrés i el coneixement científic. En qualsevol cas queda fora de tot dubte que l'ensenyament al Col·legi de Cordelles era un ensenyament totalment abocat a la formació de la noblesa en l'adquisició d'aquelles habilitats socials pròpies d'una classe privilegiada i ociosa, com ja s'ha comentat.

I és en aquest entorn que Cerdà, provinent de Marsella, s'estableix. No està del tot ben determinat el moment exacte en que el jesuïta català arriba a Barcelona tot i que hi ha algunes fonts que poden facilitar alguna hipòtesi sobre la qüestió. Per una banda en la carta, ja citada, que el rector dirigeix al rei sol·licitant la càtedra pública de matemàtiques datada l'agost de 1756 es diu que ja s'han començat a donar classes de matemàtiques a Cordelles. D'altra banda, també se'n fa referència d'aquestes classes al “Acto académico” dels dies 29 i 30 de desembre de 1756: “finalmente se perfeccionan, ya en los ‘irrefragables’ cálculos de la Aritmética, ya en las sùtiles líneas, y ajustados cálculos de las Matemáticas, (de que ya se ha abierto Escuela)”<sup>76</sup>. Una carta escrita per Cerdà i adreçada a l'Ajuntament pot acabar d'aclarir el tema. Cerdà, a finals del curs 1756-57, després d'haver lliurat a la impremta el seu llibre *Liciones de Mathemática o Elementos Generales de Arithmética y Algebra para el uso de la clase*, dedica l'obra a l'Ajuntament, probablement amb la intenció d'aconseguir un ajut financer. Aquesta carta no porta data però la resposta –favorable a la subvenció– de l'Ajuntament<sup>77</sup> està

---

<sup>74</sup> Galí, Alexandre (1954); p. 149.

<sup>75</sup> “Acto Académico del Colegio de Cordelles, en los días 29 y 30 de Diciembre de 1755” dins *Actos académicos del Real Seminario de Nobles de Barcelona*. Biblioteca de Catalunya.

<sup>76</sup> Ibid; “Acto Académico de 29 y 30 de diciembre de 1756”. En canvi en un “Acto académico” de desembre del 1757 es diu que els alumnes només han tingut dos mesos de classe: “...celebrando el Auditorio las esperanzas, que se pueden tener de estos Caballeros, vistos los progresos, que con solos dos meses han hecho en el arduo estudio de la Geometria.” (“Acto Académico de 27, 28 y 29 de diciembre de 1757”). Podria ser que es fes referència als alumnes que havien començat el curs a l'octubre de 1757.

<sup>77</sup> Arxiu Històric de la Ciutat de Barcelona; 1D.I-40 (Acords 1757), ff. 276-277.

datada el juliol de 1757. En aquesta carta Cerdà escriu: “servir en la enseñanza de las Matemáticas a los Naturales de este Principado y con especialidad a los Hijos de Barcelona, [...] teniendo al presente la fortuna de estar ocupado en este ejercicio [...]”<sup>78</sup> Tot això condueix a concloure que el més probable és que, al menys durant alguns mesos, Cerdà va començar a donar classes de matemàtiques a Cordelles durant el curs 1756-1757, és a dir a principis de l'any 1757.

L'arribada de Cerdà a Cordelles havia de significar un canvi prou rellevant en el funcionament de l'escola i un canvi de la imatge d'aquesta davant la societat barcelonina. Com ja s'ha dit, la primera mostra que en el Col·legi de Cordelles es respiraven nous aires es pot llegir en la ressenya del “Acto académico” de desembre 1757:

Nadie ignora, quan necesaria, y útil es la Geometría para el bien del Estado, y uso Político de la República; pues con ella se asientan los principios de navegar de los Mares, de repartir los Rios para facilitar el Comercio, de dirigir los Ejércitos, de fortificar las Plazas, de aumentar las fuerzas a las Máquinas, y finalmente de forzar a los mismos Elementos a que sirvan más y más a los Hombres.

Si es utilísimo el estudio de las Matemáticas no lo es menos el de la Física experimental, con cuyas Máquinas, y descubrimientos se han aclarado infinitas dificultades, que nunca supo soltar la mera especulación de los Sabios más perspicaces del Mundo.<sup>79</sup>

Les matemàtiques són essencials ja que gràcies a aquestes el país pot progressar i l'economia desenvolupar-se. I quan es parla de les noves matemàtiques, de la física, s'està parlant de l'impuls de les nombroses obres públiques, de la introducció de la maquinària en les noves fàbriques manufactureres o les obres de canalització d'aigua. La matemàtica deixa de ser aquella matèria pura allunyada dels problemes de la societat. Cinc anys després la idea que cal abandonar la vella Escolàstica per endinsar-se en la ciència experimental s'ha consolidat del tot i es pot llegir en la ressenya d'un “Acto público” del 1762:

<sup>78</sup> Ibid; 1D.I-40 (Acords 1757), f.265. Veure Annex 2.

<sup>79</sup> “Acto académico,... en los días 27, 28,29 de diciembre de 1757” dins *Actos académicos del Real Seminario de Nobles de Barcelona*. Biblioteca de Catalunya.



Aún hoy día son algunos los Escolásticos que contemplan como ejercicio poco decoroso a la nobleza filosófica el trabajar en los experimentos; como si fuese ocupación más honrosa estudiar las ideas puramente teóricas de los hombres, que las obras de un Dios, que en toda la naturaleza está mostrando los rasgos de una mano Omnipotente, y de una Sabiduría infinita. ¿Quién podrá negar que en el examen de las cosas naturales ha hecho la experiencia mayores progresos de pocos años a esta parte, que los que en espacio de muchos siglos pudo conseguir el mero raciocinio con las prolijas especulaciones de tantos excelentes Ingenios?<sup>80</sup>

La ciència experimental apareix contraposada a la vella filosofia aristotèlica i en aquest canvi d'orientació Cerdà ha de ser un dels elements decisius com l'actor que acaba d'incorporar-se al col·legi jesuïta.

Tot i que resulta difícil saber exactament quins continguts tenien les classes de Cerdà en aquest col·legi, a partir de les ressenyes dels "Actos académicos" es pot deduir el canvi que s'hi està produint. En la ressenya del "Acto público" de desembre de 1757, entre les activitats desenvolupades, n'hi ha una que és "Geometría y Globos" (geometria i cosmografia) i una altra que és "Física experimental". Els exercicis que en el prospecte són explicats són molt elementals i segurament no acaben de reflectir el que es feia en les classes de matemàtiques de Cerdà però queda clar que la imatge que es vol mostrar és molt diferent de la d'un col·legi que fins llavors no havia donat cap relleu a la ciència.

Certament, es fa difícil pensar que es pogués experimentar en el curs de física ja que no consta que en el col·legi hi haguessin màquines i probablement els exercicis relacionats amb aquesta eren fonamentalment teòrics<sup>81</sup>. Però segur que Cerdà va saber interessar als seus alumnes en la necessitat dels experiments des del moment que una de les primeres decisions de la Conferència Físico-matemàtica el 1764, constituïda per molts exalumnes de Cerdà, va ser iniciar la gestió per adquirir instruments científics. Efectivament, l'ideal de la futura Conferència Físico-matemàtica serà poder fer els

---

<sup>80</sup> "Acto académico de Buenas Letras y..." de l'any 1762.

<sup>81</sup> García Doncel (1998); p. 20.

experiments amb màquines reals, els mateixos que probablement els alumnes van aprendre durant els cursos 1757 i posteriors només a partir d'imatges. Com a mostra del que podia ser el contingut de les classes de Cerdà, citarem dues manifestacions d'exalumnes de Cerdà. La primera es pot trobar en el discurs inaugural de la Conferència Físico-matemàtica, el 1764, on el seu president, Francesc Subiràs, fa referència a Pieter van Musschenbroeck (1692-1761)<sup>82</sup>: “Seguiremos en este curso las pisadas del célebre Pedro Van-Muschembroek, conformándonos con sus Instrucciones o Ensayos Physicos, por ser las más claras, y methódicas”<sup>83</sup>. La segona es pot llegir en el document “Noticias Cronológicas sobre el Origen y progreso de la Real Academia de Ciencias Naturales y Artes de Barcelona”<sup>84</sup> de Juan Antonio Desvalls (1740-1820), secretari de la futura Reial Acadèmia de Ciències i Arts, de 1787, on es torna a fer referència a les primeres actuacions de la Conferència: “Que el Director, y en su falta el Vice-Director emprenderían la explicación del ensayo de Física de Musschenbrock, corroborándola con la ejecución de los experimentos descritos en la introducción a la Filosofía Newtoniana de Gravessande<sup>85</sup>.” D'altra banda, en la llista de llibres<sup>86</sup> que Cerdà va elaborar, probablement com a bibliografia dels seus cursos i obres escrites, uns dels primers títols que apareixen són justament “M.P. Van Muschenbroek, *Essai de Phisique*, Tom. 1 y 2º Leyden 1739” i “Jacobus Gravesande, *Phisices Elementa Mathematica experimentis confirmata* Tomi due. Editio tertia Leyden 1742”. Tot això porta a la conclusió que Cerdà havia d'utilitzar aquests autors en les seves classes.

### *El llibre de text com a manual per a les classes*

Evidentment un altre element que s'ha de tenir en compte per establir una hipòtesi sobre el contingut de les classes de Cerdà són els manuals que ell mateix va publicar

---

<sup>82</sup> Metge, matemàtic, físic neerlandès, a través de les seves lliçons i la seva escrita va influir decisivament a la difusió de la filosofia experimental i les idees de Newton a Europa.

<sup>83</sup> Subiràs (1764) dins Bofill i Poch (1915); p. 251.

<sup>84</sup> Arxiu de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona (ARACAB), caixa 23, doc 1.3.9.1, “Noticias Cronológicas sobre el Origen y progreso de la real Academia de Ciencias Naturales y Artes de Barcelona”, reproduït en García Doncel (1998).

<sup>85</sup> Willem Jacob's Gravesande (1688-1742).

<sup>86</sup> Llistes de llibres científics preparades per Cerdà i esborranys de comandes d'alguns d'ells. Real Academia de la Historia (RAH), Cortes 9/2792, transcrit en el treball de recerca (1996) de Gassiot; pp. 186-211.

durant els primers anys de docència a Cordelles. Ja s'ha parlat de la primera obra matemàtica publicada el 1758, *Liciones de Matemática o Elementos Generales de Arithmética y Algebra para el uso de la clase*. Dos anys després, el 1760, Cerdà va publicar la seva segona obra, *Lecciones de mathematica o Elementos generales de Geometria para el uso de la clase*. En la carta de Cerdà dirigida a l'Ajuntament, arran de la publicació del manual sobre aritmètica i àlgebra, queda clar que el propòsit del matemàtic català per a la publicació dels seus llibres és facilitar l'aprenentatge dels alumnes. El manual ha de servir per evitar errors quan els alumnes han de prendre apunts, però també per estalviar el temps que es perd "dictant les lliçons"; en definitiva el manual serveix per poder donar la matèria sense presses i profunditat:

[...] ha dispuesto<sup>87</sup> para la prensa dos tomitos de Elementos, y prepara otros para evitar a los que le hiciesen la honra de asistir a su clase la molestia de escribir y precaver las equivocaciones que en semejantes materias se padecen por razón de los diversos caracteres que se hacen indispensables para las demostraciones respectivas.<sup>88</sup>

En el mateix pròleg d'aquest llibre, es pot llegir:

[...] mi principal cuidado, y conato es el imprimir mis *Liciones*, ya porque habiendo de escribir en la Clase, el tiempo más apreciable a los Discípulos, que es el que están con sus Profesores, se pierde casi todo en un trabajo material, siempre inútil, y tal vez pernicioso; ya también porque la penuria del tiempo obliga a omitir muchas cosas bastante necesarias, otras darlas tan superficialmente, que no merecen nombre de Elementos.<sup>89</sup>

Que l'ús de manual imprès a les classes no era habitual es pot comprovar llegint alguns comentaris fets en una sessió celebrada a l'Ajuntament de Barcelona arran de la concessió d'una subvenció per imprimir el llibre de Cerdà:

[...] no admita el obsequio de la Dedicatoria que pretende el P. Tomás Cerdá de la Compañía de Jesús, no sólo porque considera que no es necesario que se impriman los libros de Matemáticas por dar el Curso Manuscrito en las Reales Academias de

<sup>87</sup> Cerdà està parlant d'ell mateix en tercera persona.

<sup>88</sup> Arxiu Històric de la Ciutat de Barcelona. 1D.I-40 (Acords 1757), f.265. Veure Annex 2.

<sup>89</sup> Cerdà (1758); "A la Juventud Española".

Matemáticas y Artillería de esta Ciudad.<sup>90</sup>

Efectivament a les classes de matemàtiques a l'Acadèmia Militar de Barcelona les lliçons eren dictades als alumnes pels seus professors<sup>91</sup>.

### ***Liciones de Matemática o Elementos Generales de Arithmética y Algebra para el uso de la clase***

El llibre *Liciones de Matemática o Elementos Generales de Arithmética y Algebra para el uso de la clase* consta de dos tomos. El primer conté vint capítols. Després d'una introducció on s'explica la diferència entre l'aritmètica i l'àlgebra, en els quatre primers capítols s'expliquen les quatre regles fonamentals de l'aritmètica i de l'àlgebra (suma, resta, multiplicació i divisió). En els capítols 5 i 6 s'introdueixen les fraccions tant numèriques com algebraiques. En el capítol 7 es parla de les raons i proporcions, on apareixen les regles de la proporció aritmètica i la proporció geomètrica. Els capítols 8, 9 i 10 estan dedicats a la regla del tres (regles d'interès, regles de companyia, de falsa posició...) i a la composició de raons. En els capítols 11, 12, 13 i 14 es parla de les potències i dels radicals tant numèriques com algebraiques. Els capítols 15, 16 i 17 estan dedicats a les progressions (aritmètica, geomètrica i harmònica). Els tres darrers capítols estan dedicats als logaritmes (logaritmes comuns, logaritmes de Briggs, logaritmes hiperbòlics).

El segon tomo, bàsicament dedicat a les equacions, conté divuit capítols. En els tres primers capítols es parla de les equacions de primer grau i en el quart de les de segon grau. El capítol 5 està dedicat a problemes de primer i de segon grau. A partir del capítol 6 s'introdueixen les equacions de grau superior i en els següents (7, 8, 9 i 10) s'estudien diverses propietats d'aquestes que permetran la seva resolució (signe de les arrels, diferents transformacions, el rang de les arrels,...). En el capítol 11 s'expliquen mètodes per trobar les arrels racionals d'una equació. En el capítol 12 s'explica el mètode per trobar el nombre d'arrels imaginàries. El capítol 13 està dedicat als mètodes

---

<sup>90</sup> Arxiu Històric de la Ciutat de Barcelona 1D.I-40. Acords 1757, f.276-277.

<sup>91</sup> De Mora; Massa-Esteve (2010). Massa-Esteve; Roca-Rosell; Puig-Pla (2011). Massa-Esteve; Roca-Rosell (2014).

de resolució per aproximació. En el capítol 14 s'expliquen mètodes específics de resolució per equacions de 3r i 4rt grau. El capítol 15 està dedicat als problemes indeterminats, és a dir amb infinites solucions. El capítol 16 està dedicat a les sèries, on, entre altres, apareix el mètode de Newton per a la reducció d'arrels a sèries. El capítol 17 està dedicat als nombres figurats i el capítol 18 a les combinacions.

Per poder valorar millor el llibre de Cerdà caldria comparar-lo amb els tractats d'aritmètica i àlgebra que fins llavors havien aparegut a Espanya, com el *Compendio Mathematico* (1707-1715) de Tomás Vicente Tosca (1651-1723) que era un dels manuals més utilitzats en diferents centres d'ensenyament. Una de les primeres diferències que es poden constatar és el canvi en la notació. Cerdà utilitza una notació matemàtica totalment actualitzada que ja és usada arreu d'Europa. En els apartats d'aritmètica i àlgebra, està clar que Cerdà recull el format tradicional de tractats anteriors però hi ha alguns elements nous a tenir en compte en relació als logaritmes. Navarro Loidi i Llombart (2008) consideren que el llibre de Cerdà introdueix un canvi respecte textos previs en introduir els logaritmes hiperbòlics o naturals, en el capítol 20 a partir de les series infinites<sup>92</sup> i consideren que l'explicació de Cerdà és molt similar a la que dona Euler<sup>93</sup>. En allò que es refereix a les equacions, l'exposició de Cerdà, en relació a tractats anteriors, no solament ha guanyat en claredat sinó sobre tot en contingut: mètodes per resoldre equacions de grau superior, mètodes per aproximació,... La gran novetat aquí és la introducció de les sèries.

L'any 1760 en la revista *Journal Etranger*<sup>94</sup> de Paris apareix una crítica sobre l'obra de Cerdà que mostra com la seva publicació va rebre l'aprovació de la comunitat científica, tot i subratllant-ne les novetats:

---

<sup>92</sup> Cerdà (1758); pp. 299-300.

<sup>93</sup> Euler (1748); I, pp.85-93

<sup>94</sup> Es tracta d'una revista mensual que es va publicar a Paris des 1754 fins 1762. Des de 1760 fins 1762 el seu director va ser François Arnaud. Es publicaven novetats literàries d'Anglaterra, Alemanya, Itàlia, Espanya, Portugal, Dinamarca i Polònia i els seus centres d'interès eren la història, les ciències i les belles arts.

Efectivament, encara que només porti el títol d'*Elements*, s'hi troba moltes coses tractades més profundament que en els Llibres ordinaris d'aquest gènere. Cal assenyalar, per exemple, en el primer volum, una Teoria dels Logaritmes, tractada seguint el mètode de M. Halley<sup>95</sup>, i una Taula dels Logaritmes hiperbòlics dels nombres creixents de centèsima en centèsima, des de l'1 fins 10. També es troba, en el segon volum, la Teoria general de les Equacions tractada d'una manera força àmplia, i una elecció ben feta dels mètodes millors pensats per Newton, Maclaurin, etc. amb un esbós prou considerable de la Teoria de les Sèries; de manera que aquests Elements podrien ser justament qualificats d'*Elements d'Aritmètica i d'Àlgebra Superiors*.<sup>96</sup>

Juan Sempere Guarinos<sup>97</sup> (1785-1789) en el seu llibre, *Ensayo de una biblioteca española de los mejores escritores del reynado de Carlos III*, recull aquesta mateixa cita.

Els mateixos alumnes de Cerdà van percebre que l'obra d'aquest autor representava un canvi respecte a manuals anteriors. Josep Renart i Closes (1746-1824), un mestre d'obres, exalumne de Cerdà al Col·legi de Cordelles, va escriure un diari, "Quincenario", on explica com gràcies a les matemàtiques ell mateix va esdevenir un bon professional, i en aquest diari s'hi pot llegir:

El Padre Tosca del oratorio de San Felipe Neri, compuso nueve tomos y trató de todas las partes de las Matemáticas puras y mixtas y también de la música [...] Siguió en su geometría el método de Euclides. Verdad es que de Álgebra no trata mucho, ni [...] muy profundo; pero esto no tiene culpa porque en su tiempo, cuando compuso su obra [...] no

<sup>95</sup> Edmund Halley (1656-1742), astrònom i matemàtic anglès, amic de Newton.

<sup>96</sup> *Journal Étranger*. Aout 1760. Dedié a Monseigneur Le Dauphin, par M. L'Abbé Arnaud. A Paris, chez Jacques-François Quillau; p. 232: "En effet, quoiqu'il ne porte que le titre d'*Élemens*, on y trouve beaucoup de choses traitées plus profondément que dans les Livres ordinaires de ce genre. Nous remarquons, par exemple, dans le premier volume, une Théorie des Logarithmes, traitée suivant la méthode de M. Halley & une Table des Logarithmes hyperboliques des nombres croissants de centieme en centieme, depuis 1 jusqu'à 10. On trouve aussi, dans le second volume, la Théorie générale des Equations traitée fort amplement, & un choix bien fait des meilleures méthodes imaginées par Newton, Maclaurin, &c, avec une ébauche assez considérable de la Théorie des Series; de sorte que ces Elémens pourroient être justement qualifiés d'*Élemens d'Arithmétique & d'Algebre Transcendantes*."

<sup>97</sup> Sempere Guarinos (1785-1789); pp. 172-173.

se había descubierto muchas profundidades del Álgebra como se descubrieron después por muchos Autores, a los principios de la Centuria, 1800 años.<sup>98</sup>

I més endavant, es pot veure com Renart considera que el tractat de Cerdà sobre àlgebra representava un progrés en relació al de Tosca:

A mediados del siglo 1800 compuso el Padre Thomas Serda, Jesuita, un curso de Matemáticas muy bueno, casi completo y sólo se han estampado cuatro libros que son Aritmética; Álgebra, Geometría y Artillería y los otros tratados no se estamparon (...) estos tratados de Matemática fueron excelentes y de gusto moderno ya al estilo de Sr. La Caya (La Caille<sup>99</sup>) y Geltis (sic), es verdad que por medio de Álgebra se habían adelantado mucho estas Ciencias.<sup>100</sup>

D'altra banda, en totes aquestes cites, les referències als autors estrangers resulten ser una forma de conferir una autoritat científica incontestable a l'obra de Cerdà. Efectivament, repassant la mateixa obra, es poden trobar, en aquesta, citats diferents autors francesos i anglesos. A més de Newton, que apareix citat quan s'explica la potència d'un binomi o en els mètodes de resolució d'equacions, i de Leonhard Euler (1707-1783), com iniciador dels logaritmes hiperbòlics, apareix citat, en més d'una ocasió, Benjamin Martin (1704-1782), autor a partir del qual Cerdà va elaborar el seu tractat d'astronomia<sup>101</sup>. Igualment és citat Simpson, el matemàtic anglès a partir del qual Cerdà va escriure el seu tractat sobre fluxions. Nicholas Saunderson (1682-1739) és l'altre autor citat a propòsit de les operacions aritmètiques amb les raons, en l'apartat corresponent als logaritmes de Briggs i en el capítol sobre mètodes de resolució d'equacions de grau superior, invitant al lector a consultar la tercera part del llibre 9 dels Elements d'Àlgebra d'aquest autor<sup>102</sup>. D'altra banda, les referències als treballs

<sup>98</sup> Renart i Closes, Josep (1746-1824); "Introducció als quinzenaris" dins *Fons Renart*, Biblioteca de Catalunya. Any 1809. Lligall XXVIII, 1; p. 12.

<sup>99</sup> Nicolas Louis de Lacleire (1713-1762), astrònom francès, escriu, entre altres, *Leçons élémentaires de mathématiques ou Elemens d'algebre et de géométrie* (1764) que probablement també va inspirar el llibre de Cerdà.

<sup>100</sup> Renart i Closes, Josep; "Introducció als quinzenaris" dins *Fons Renart*, Biblioteca de Catalunya. Any 1809. Lligall XXVIII, 1; p. 17.

<sup>101</sup> Gassiot (1996).

<sup>102</sup> *The Elements of Algebra in Ten Books* (1740).

sobre logaritmes i a les taules logarítmiques associades a diferents autors de l'època – Rivard, Sherwin, Gardiner, Dodson, Turner<sup>103</sup>– evidencien el sòlid coneixement de Cerdà sobre el tema. Finalment, quan es desenvolupa el tema de les sèries altres autors són citats com De Moivre, Stirling, Stewart i Riccati<sup>104</sup>.

De la mateixa manera, en l'esborrany de la carta adreçada a Simpson que Cerdà va escriure el 1758, es pot llegir:

Ara s'encarrega a la impremta, en dos volums, l'Aritmètica i l'Àlgebra, per donar unitat de les quals he consultat la teva Àlgebra [la de Simpson], MacLaurin, Sauderson, Ward<sup>105</sup> i l'Aritmètica de Martin.<sup>106</sup>

Per tant, resulta força probable que per escriure el seu tractat d'àlgebra, Cerdà es documentés amb tots aquests autors, tenint en compte que, a més, alguns d'ells havien ja publicat tractats sobre aritmètica i àlgebra, com és el cas de Sauderson amb el seu llibre *The Elements of Algebra in Ten Books* (1740) o fins i tot el cas de Lacaille amb el seu *Leçons élémentaires de mathématiques ou Elemens d'algebre et de géométrie* (1764), tot i que Cerdà no el citi en la seva obra. D'altra banda, la majoria dels autors citats es poden trobar en la llista de llibres, ja mencionada, que Cerdà havia confeccionat<sup>107</sup>.

<sup>103</sup> Dominique-François Rivard (1697-1778), va ser autor, entre altres, de *Tables des sinus, tangentes, sécantes, de leurs logarithmes...*(1743). Les taules matemàtiques d'Henry Sherwin van adquirir molta popularitat a Europa. La primera edició d'aquestes va ser publicada al voltant de l'any 1706 i la cinquena i última el 1771. La tercera edició d'aquestes taules van ser corregides i revisades per William Gardiner el 1742. James Dodson FRS (c.1705–1757) va ser un matemàtic britànic, deixeble de Moivre, que va publicar *The Anti-Logarithmic Canon* el 1742. John Turner va ser alumne de Simpson i actiu participant a la revista *Ladies's Diary* i al *The Mathematician*.

<sup>104</sup> Abraham De Moivre (1667-1754) va publicar *The Doctrine of Chances* el 1718. James Stirling (1692-1770), el 1730, publica *Methodus differentialis, sive tractatus de summatione et interpolatione serierum infinitarum*. John Stewart (1717-1785) va publicar *General Theorems* el 1746. Jacopo Francesco Riccati (1676-1754) va ser un matemàtic italià que va treballar sobre tot en el camp de l'àlgebra.

<sup>105</sup> John Ward (1648-1730) va publicar *Compendium of Algebra* (1724).

<sup>106</sup> Cerdà, *Carta a Simpson*, Barcelona 1758. RAH, Cortes 9/2792: "Nunc duobus voluminibus tipis mandatur hujus (...) Arithmetica et Algebra, quam ut disponerem unice Algebram tuam, Maclaurin, Sauderson, Ward et Martin Arithmetica consului."

<sup>107</sup> Llistes de llibres científics preparades per Cerdà i esborranys de comandes d'alguns d'ells. RAH, Cortes 9/2792 transcrit en el treball de recerca (1996) de Gassiot; pp. 186-211. D'aquesta llista, reproduïm alguns autors i les seves obres, amb algunes anotacions autògrafes de Cerdà, que podrien estar relacionats amb l'elaboració del llibre *Liciones de Matemática o Elementos Generales de Arithmética y Algebra para el uso de la clase*, a l'Annex 3.



### ***Lecciones de mathematica o Elementos generales de Geometria para el uso de la clase***

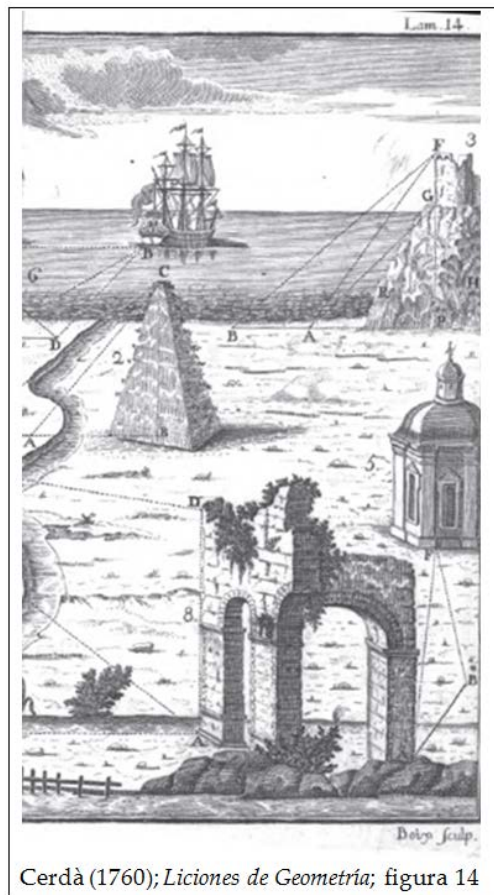
El tractat sobre geometria consta de divuit capítols. En el primer capítol es poden trobar les definicions dels elements bàsics de la geometria: les línies, els angles, els triangles, els quadrilàters, els polígons i el cercle. El segon capítol tracta sobre les línies i els angles. En el tercer capítol s'expliquen les propietats dels rectangles així com les dels triangles rectangles. El capítol 4 està dedicat al cercle i als elements que intervenen en aquest: cordes, tangents,...En el capítol 5 es tracta de la semblança de figures. El capítol 6, 7 i 8 formen part de l'anomenada "geometria pràctica" on apareixen diversos problemes de construcció de figures: quinze problemes en el capítol 6, deu problemes sobre figures inscrites i circumscrites al cercle, en el capítol 7 i setze problemes sobre la construcció de figures a partir d'altres en el capítol 8. En el capítol 9 s'introdueixen les definicions i propietats dels cossos o "sòlids" i les seves superfícies. En el capítol 10 apareixen quatre problemes per calcular la superfície de determinades figures rectilínies. El capítol 11 està dedicat al perímetre i a l'àrea del cercle, on s'introdueix el número  $\pi$ . El capítol 12 consisteix en quatre problemes on es calculen les superfícies de sòlids relacionats amb el cercle. El capítol 13 recull quatre problemes sobre el volum de sòlids i en el capítol 14 hi ha un resum de les diverses fórmules trobades per calcular superfícies i volums "més usuals". Els darrers capítols 15, 16, 17 i 18 tracten sobre trigonometria. En el capítol 15 es tracta sobre trigonometria plana amb la introducció del que avui diríem les raons trigonomètriques i a continuació hi ha diversos problemes de resolució de triangles.

El capítol 16 comença amb una justificació de la utilitat de la trigonometria:

El uso de la Trigonometria Plana está tan extendido por todas Partes de la Matemática, que casi es ocioso poner Capítulo aparte de su Aplicación: quien quiera verla en particular aplicada a los Puntos Selectos de *Navegación*, de *Cosmografía*, de *Geografía*, de

*Astronomía, de Fortificación, de Artillería, de Mecánica, de Óptica, y de Perspectiva, vea The Young Trigonometer's Compleat Guide de Benjamin Martin Inglés, [...].*<sup>108</sup>

A continuació Cerdà diu que s'accontentarà en explicar dues branques on s'aplica la trigonometria: la "Longimetria" que és "el Método general de resolver los Triángulos en Puntos de *Medir Distancias* en el Horizonte" i la "Altimetria" que és la resolució de triangles per mesurar altures d'objectes. En aquest capítol Cerdà recull un total de vuit problemes. En el capítol 17 s'introdueix la trigonometria esfèrica i el capítol 18 és un apèndix final de la trigonometria.



Cerdà (1760); *Liciones de Geometría*; figura 14

<sup>108</sup> Cerdà (1760); p. 212. Es pot observar com també és citat l'autor anglès Benjamin Martin ja esmentat en el tractat sobre àlgebra.

En el pròleg, Cerdà ja explica quin serà el mètode que seguirà en el seu llibre:

He procurado en estas mis *Liciones de Geometría* seguir en todo cuanto me ha sido posible un estilo puramente Geométrico, como en las *Liciones de Algebra* seguí un estilo Algebraico, para que los Oyentes, y los que las leyeren, procuren en cuanto les sea posible acostumbrarse insensiblemente a aquel estilo, que no apartándose de la claridad, que permite la materia, logre la concisión, que en una facultad tan vasta se requiere.

És a dir, Cerdà no recorre a l'àlgebra en el seu tractat sobre geometria, no perquè desconegui la forma de fer-ho, com ho demostra en altres tractats posteriors, sinó per donar a conèixer al seu públic el mètode exclusivament geomètric.

Aquí també seria convenient comparar el tractat de geometria de Cerdà amb els manuals de l'època. Prenent com referència el *Compendio Mathematico* de Tosca l'exalumne de Cerdà, Renart, opina que aquest matemàtic "en la Geometria no siguió el rumbo del método de Euclides"<sup>109</sup> tal com fa Tosca en el seu tractat. Efectivament el text de Cerdà segueix l'estil dels manuals de Port Royal<sup>110</sup>, que ja havien qüestionat la presentació clàssica dels *Elements*, les seves demostracions són molt més curtes, i s'accentua el caràcter "útil" de la geometria, reforçant el paper de la trigonometria. D'altra banda, en l'esborrany de la carta a Simpson<sup>111</sup>, en relació al llibre de geometria, Cerdà diu que ha pres com a principal font al mateix Simpson i a la Geometria i Trigonometria de Martin<sup>112</sup>.

<sup>109</sup> Renart i Closes, Josep; "Introducció als quinquenaris" dins *Fons Renart*, Biblioteca de Catalunya. Any 1809. Lligall XXVIII, 1; p. 12.

<sup>110</sup> Segons Massa-Esteve (2014), els textos més representatius de la geometria de Port Royal que el promotor de la Reial Acadèmia Militar de Matemàtiques de Barcelona, Jorge Próspero Verboom, menciona corresponen als *Nouveaux éléments de Géométrie* (1667- 2na ed. 1683) d'Antoine Arnauld (1612-1694), als *Eléments des Mathématiques ou Traité de la Grandeur en général qui comprend l'arithmétique, l'algèbre, l'analyse et les principes de toutes les sciences qui ont la grandeur pour object* (1680 varies edicions més fins 1765) de Bernard Lamy (1640-1715), i a *La Geometrie des lignes et des surfaces rectilignes et circulaires* (1718) de Crousaz. Un altre dels textos de referència en la Reial Acadèmia Militar de Matemàtiques de Barcelona que, de ben segur Cerdà coneixia, era el *Nouveau Cours de Mathématiques à l'usage de l'artillerie et du génie ou l'on applique les Parties les plus utiles de cette science à la Théorie & à la Pratique des différents sujets qui peuvent avoir rapport à la Guerre* (Paris, 1725) de Bernard Forest de Bèlidor (1698-1761).

<sup>111</sup> Cerdà, *Carta a Simpson*, Barcelona 1758. RAH, Cortes 9/2792.

<sup>112</sup> Martin va publicar el 1739 *Pangeometria or Elements of Geometry* i *The Young Trigonometer's Compleat Guide* el 1736.

### *Sobre el contingut de les classes de Cerdà al Col·legi de Cordelles*

Només a partir de les fonts fins ara esmentades i dels mateixos llibres de text analitzats ja es podria concloure que la intenció de Cerdà va més enllà d'escriure un tractat d'àlgebra i un altre de geometria. Recollim uns quants elements a partir dels quals es pugui arribar a aquesta conclusió:

a) Ja s'ha comentat com, a partir de diferents ressenyes de "Actos académicos" en el Col·legi de Cordelles i de l'aparició de la Conferència Físico-matemàtica el 1764, es pot deduir la presència de la física experimental en les classes de Cerdà. García Doncel (1998) considera molt probable que durant el curs 1762-63 Cerdà escrivís el curs de mecànica, la qual cosa ho dedueix a partir de les referències creuades amb la *Lección de Artillería*, també de Cerdà, publicada el 1764.

b) En el pròleg de *Liciones de Matemática o Elementos Generales de Arithmética* Cerdà diu que té en preparació tres tomos sobre la "Geometria y Trigonometria", "la Aplicacion de la Algebra à Geometria y Curvas", "el Methodo Directo è Inverso de las Fluxiones, que otros llaman Calculo Diferencial, è Integral":

Pero como no puedo prometer de mi mismo ni la fortuna de que agraden al Público mis Escritos, ni de costear todo lo necesario para semejantes impresiones, además esta Obrita para sondar el gusto de nuestra Nación Española. Si acertara a tener la dicha de ser en esto de alguna utilidad a mi Patria, concluido el segundo Tomo de las Ecuaciones, el más esencial del Álgebra, que actualmente se está imprimiendo, comenzará la Impresión de los otros tres, que tengo ya dispuestos para ello; es a saber, la *Geometria, y Trigonometria*, la *Aplicacion de la Algebra à Geometria, y Curvas*, el *Methodo Directo, è Inverso de las Fluxiones*, que otros llaman *Calculo Diferencial, è Integral*.<sup>113</sup>

Més endavant, en aquest mateix llibre, hi ha evidents indicis que Cerdà està preparant més tractats, particularment el de Fluxions:

---

<sup>113</sup> Cerdà (1758); "A la Juventud Española".

Hasta aquí hemos tratado del Álgebra como independiente de la Geometría, pues en realidad lo es. Pero sacar el inmenso fruto, que se puede, de esta sublime Ciencia, y aplicar sus Principios Generales a puntos particulares, nos reservamos este trabajo para otro lugar más oportuno, donde aplicaremos los Principios del Álgebra a los Problemas Geométricos, procurando disponer el espíritu para el sublime Método de las Fluxiones, que algunos llaman *Calculo Diferencial*, è *Integral*, de que trataremos a su tiempo, según viésemos, que fuesen recibidos del Público estos nuestros primeros trabajos, emprendidos para contribuir en algo al bien y lustre de nuestra España.<sup>114</sup>

c) En l'esborrany de la carta a Simpson del 1758, ja esmentada, Cerdà demana consell a Simpson sobre els autors adients per escriure les parts que vol desenvolupar en el futur:

[...] essent tu, pels teus llibres, el millor per seleccionar aquests autors que em serviren de guia per preparar aquests elements de Mecànica, Estàtica, Hidrostàtica, Òptica, Astronomia, Navegació, Arquitectura, [...].<sup>115</sup>

d) Sempere Guarinos<sup>116</sup> en el seu llibre *Ensayo de una biblioteca española de los mejores escritores del reynado de Carlos III*, escriu sobre Cerdà:

El Sr Cerdà prometió en aquella obra [*Liciones de Mathemática o Elementos Generales de Arithmética...*] publicar otros tratados de Matemática, como lo hizo imprimiendo las *Lecciones de Geometria y Trigonometria*; y las de *Artillería*, con motivo de la apertura de la escuela de Segovia.

Dejó tambien acabadas las siguientes: De *Secciones Cónicas*, un tomo. Del *Cálculo diferencial é integral*, dos tomos. De *Mecánica* uno: y otro de *Optica*, según he visto en una nota escrita en Italia por un discípulo suyo.

e) També Renart, el mestre d'obres, exalumne de Cerdà, parla dels tractats d'aquest que no han arribat a imprimir-se.

<sup>114</sup> Cerdà (1758); p. 237 (tomo II).

<sup>115</sup> Cerdà, *Carta a Simpson*, Barcelona 1758. RAH, Cortes 9/2792: "Quapropter cum te tua libris versatissimum ac optimum ad Authores reliquendos quibus dubicibus ista de Mecanica, Statica, Hidrostatica, Optica, Astronomia, Navigatione, Architectura &".

<sup>116</sup> Sempere Guarinos (1785-1789).

f) Segons García Doncel (1998) el tractat d'astronomia, un dels que Cerdà va escriure, havia d'haver estat elaborat durant l'any 1760, ja que aquest any apareix esmentat diverses vegades en el tractat i, d'altra banda, Antonio Desvalls, exalumne de Cerdà, molts anys després, fa un elogi de l'ensenyament al Col·legi de Cordelles, on diu que ja s'explicava el "veritable sistema del món". El mateix García Doncel opina, doncs, que molt probablement Cerdà va estar donat el curs d'astronomia durant el curs 1759-60, alternant-lo amb els tres primers cursos ja impresos.

g) Durant els anys posteriors a l'arribada de Cerdà al Col·legi de Cordelles, apareix en la llista de professors, a més de Cerdà un altre professor de matemàtiques<sup>117</sup>: Josep Pons (1730-1816)<sup>118</sup> durant el curs 1758-59, Ignacio Campcerver (1722-1798)<sup>119</sup> durant el curs 1762-63, Vicente Alcoverro (1733-1801) entre 1763 i 1765. Un cop Cerdà ha marxat a Madrid, encara consta que durant el curs 1765-66 hi ha dos professors de matemàtiques: Alcoverro i Roque Gila (1721-1796)<sup>120</sup>. Finalment durant el curs 1766-67 Campcerver torna a ser professor a Cordelles. La existència d'un parell de professors de matemàtiques permet suposar que en el col·legi hi havia una voluntat d'establir nivells d'aprenentatge, la qual cosa reforça la idea que els ensenyaments de Cerdà no es van limitar als cursos d'àlgebra i geometria.

Per tant, tot porta a la conclusió que no solament l'objectiu de Cerdà era elaborar un tractat complet de matemàtiques sinó també que durant l'estada d'aquest al Col·legi de Cordelles, a les seves classes, va combinar els cursos d'àlgebra i geometria amb els de mecànica, astronomia i fluxions.

---

<sup>117</sup> García Doncel (1998) que remet a *Archivum Provinciae Tarraconensis, Catalogus Personarum*.

<sup>118</sup> Segons Udías (2010), després de l'expulsió, al seu exili a Itàlia, Pons va deixar manuscrits sobre aritmètica, àlgebra, anàlisi i astronomia.

<sup>119</sup> Segons Udías (2010) Campcerver va ser ajudant de Cerdà des de 1761 fins 1767, amb un any d'interrupció a Calatayud. Va publicar durant l'exili a Itàlia, *Biblioteca matemática* (1789). Va deixar manuscrits sobre aritmètica, àlgebra, anàlisi i astronomia.

<sup>120</sup> Segons García Doncel (2008), el 1758 Gila va substituir a Marín en el Seminari de Nobles de Calatayud on va explicar física experimental. Va estar set anys com professor a Calatayud i durant el curs 1765-66 va arribar a Cordelles. Durant aquest curs, que va anar a Cordelles, va ser substituït per Campcerver a Calatayud. Segons Sommervogel (1890-1916), es conserven tractats manuscrits de matemàtiques d'ell.

### *Sobre la biblioteca de matemàtiques al Col·legi de Cordelles*

Francesc Subiràs, exalumne de Cerdà, primer director de la Conferència Físicomatemàtica, i director del Col·legi de Cordelles després de l'expulsió dels jesuïtes, va presentar a l'aprovació reial un ambiciós pla d'estudis per al col·legi, el 1772. En el darrer apartat "Relación de lo que actualmente necesita el Colegio de Cordelles" del memorial es pot llegir: "En el Colegio no hay otros libros que los de Matemáticas y Física que estaban en el inventario de la Clase de Matemáticas [...]"<sup>121</sup> Aquesta afirmació fa pensar que en el temps de Cerdà es va constituir una biblioteca científica a Cordelles. Gassiot en el seu treball de recerca, *Tomas Cerdà i el seu "Tratado de Astronomia* (1996), se'n fa ressò però diu que no s'ha trobat rastre de cap volum d'aquesta biblioteca ni a la Biblioteca Episcopal fundada amb els llibres de Betlem, ni a la biblioteca de l'Acadèmia Militar de Barcelona conservada al Museu Militar de Montjuïc. A partir del catàleg de la Biblioteca Episcopal elaborat per Fèlix Amat el 1785, Gassiot recull alguns títols d'obres científiques incloses en aquesta biblioteca que podrien provenir de Cordelles. Es poden reconèixer, entre aquests títols, els d'alguns autors relacionats amb l'obra de Cerdà com Béliador, La Caille, Cassini, Clairaut, Euler, Dechales, Gassendi, Godin, Jorge Juan, Maclaurin, Muschenbroek, Newton, Riccati, Sauderson, Simpson, Tosca, entre d'altres, i també d'altres que apareixeran més relacionats amb el càlcul diferencial com d'Alembert, Barrow, Emerson, Hôpital, Rieger, Stone, Taylor, Varignon i Wolff<sup>122</sup>. Encara que efectivament no es té cap prova de l'existència de la biblioteca de Cordelles no es pot descartar que algun llibre o document que avui dia es conserva en la biblioteca de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona provingui de l'antic Col·legi de Cordelles i la recerca d'aquest lligam queda oberta<sup>123</sup>.

<sup>121</sup> Arxiu de la Corona d'Aragó, Audiencia, Registros del Reinado de Carlos III, Cartas Acordadas Real Audiencia, 1772, nº 567, ff 101r-150v: El memorial de Francesc Subiràs, "Plan General de la Educación que se puede dar en el Imperial y Real Seminario de Nobles de Cordelles de la Ciudad de Barcelona", inclòs en una carta reial.

<sup>122</sup> En el proper capítol tindrem ocasió de comentar aquests autors.

<sup>123</sup> Hem localitzat a la biblioteca de la RACAB el llibre *Les Éléments de geometrie ou de la mesure du corps* (1685) de Bernard Lamy, on a la primera pàgina apareix amb lletra manuscrita que el llibre prové del col·legi de Cordelles.

Resulta inevitable, en relació a la probable biblioteca de llibres científics a Cordelles, parlar d'unes altres llistes de llibres confeccionades per Cerdà localitzades entre els manuscrits d'aquest autor que es conserven a la *Real Academia de la Historia* de Madrid<sup>124</sup>. Es tracta de llistes probablement començades abans de l'estada de Cerdà a Cordelles, des del moment que un dels encapçalaments porta per títol "Estado de los libros de Marsella" i continuades durant anys posteriors. En aquestes llistes s'hi pot trobar més de cinc-cents títols on es reconeixen els matemàtics europeus de més renom i on es troben barrejades diferents branques matemàtiques (geometria, àlgebra, càlcul diferencial,...) i d'altres matèries com astronomia, geografia, física, química, mecànica, hidrodinàmica, hidrostàtica, òptica, navegació, artilleria i fortificació, arquitectura, història natural,... Probablement no es tracta de la llista de llibres d'una biblioteca físicament localitzada en algun lloc sinó més aviat de llibres que Cerdà va anar llegint en diferents moments de la seva vida professional, donat que en alguns casos hi afegeix algun comentari sobre un llibre. L'ordre d'aquesta llista no queda clar i apareixen molts llibres repetits, la qual cosa corrobora que va ser confeccionada en diferents períodes. Hi ha freqüents errors en els noms dels autors i en els títols de les seves obres. Resulta interessant observar els errors ortogràfics sobre tot en anglès, per exemple, quasi totes les terminacions angleses "tion" es converteixen en "cion" castellanès. Moltes "y" angleses són substituïdes per "i". Hom té la impressió que Cerdà, en molts casos, va confeccionar la llista no a partir d'un text escrit sinó per via oral. En qualsevol cas, per sí sola aquesta llista té un valor incalculable per conèixer quins textos científics arribaven a l'Espanya del segle XVIII i concretament de quina bibliografia Cerdà disposava per elaborar el seu tractat complet de matemàtiques.

### ***La projecció pública de la càtedra de matemàtiques a Barcelona***

L'arribada de Cerdà al Seminari de Nobles de Cordelles de Barcelona no va tenir solament una repercussió a nivell del col·legi. Cal veure aquesta arribada relacionada amb l'impuls d'uns nous aires que fan que l'enfocament de les ciències sigui

---

<sup>124</sup> Llistes de llibres científics preparades per Cerdà i esborranys de comandes d'alguns d'ells. RAH, Cortes 9/2792. Hom pot consultar aquestes llistes transcrites en Gassiot (1996); pp. 186-211.



substancialment diferent i que les relacions que s'estableixen entre ciència i societat siguin també diferents. Fins a quin punt és viscut aquest canvi pels actors del moment, fins a quin punt es pot parlar de les “noves ciències”? Concretant més, en el nostre estudi de cas, volem recollir les opinions dels contemporanis de Cerdà que presenten la intervenció d'aquest o allò que té alguna relació amb aquesta intervenció com una ruptura amb situacions anteriors:

- En la notícia sobre la publicació de *Liciones de Mathemática o Elementos Generales de Arithmética y Algebra para el uso de la clase* de Cerdà en el *Journal Étranger de Paris* el 1760, ja comentada, s'acaba dient: “Tot anuncia (a Espanya), en els esperits, una fermentació que no tardarà en produir en les ciències exactes i en la filosofia natural una revolució avantatjosa pels seus progressos”.<sup>125</sup>
- L'any 1762, el “Caxon de Sastre cathalán”<sup>126</sup> dona testimoni de l'èxit del nou pensament científic, del que Cerdà n'és un dels introductors:

“Reinaron en Europa por muchos siglos las formas aristotèlicas; hecháronlas de casi de toda ella los Principios de Gassendo y los Elementos de Descartes, por quien se dividió en bandos el orbe literario. Gassendo se ha llevado por mucho tiempo la ventaja, pero no se la han dejado gozar Newton y sus compatriotas, que aspirando a la Monarquía universal Filosófica, han hecho gran parte del Mundo Newtoniano. Aristóteles se retiró a nuestra Península y opuso a la entrada de estas Modas y opiniones estrangeras la gran barrera de los Pirineos. Sin embargo a pesar de las calzas atacadas de nuestros Españoles, a despecho de nuestros Ancianos Profesores, que allá en sus claustros se desgañitan por sostener sus formas, sus carencias, sus quimeras, y que, como dice un Ingenio: ‘Materiam primam, vacuumque et mille chimeras Ruetantur buccis inflatis, ut videatur Docti’, Aristóteles ha perdido mucho crédito entre la gente moza; y se oye ya con más

<sup>125</sup> *Journal Étranger*. Aout 1760. Dedié a Monseigneur Le Dauphin, par M. L'Abbé Arnaud. A Paris, chez Jacques-François Quillau; p. 234: “Tout y annonce, dans les esprits, une fermentation, qui ne tardera pas d'y produire, à l'égard des Sciences exactes, & de la Philosophie Naturelle, une révolution avantageuse à leurs progrès”.

<sup>126</sup> El “Caxon de Sastre Cathalan” va ser una revista editada a finals de l'any 1761 a Barcelona. Van aparèixer divuit números i molt probablement la seva periodicitat va ser setmanal, tot i que no se sap de cert ja que els números no estaven datats. Tractava de temes morals i polítics però també de temes de la vida local, amb tocs satírics.

gusto un hecho experimental, un discurso sobre las causas de la gravedad, sobre la materia sutil, sobre el origen de los colores, que una sutilísima disputa sobre los Predicados metafísicos. Ya se va haciendo moda entre nosotros el dudar de los sistemas, y en breve creo que hemos de ver el Escepticismo Filosófico en su mayor auge, y solamente admitidas las demostraciones Matemáticas y hechos de experiencia.”

El comentari és especialment interessant perquè apareix en la premsa barcelonina que, per molt minoritària que fos, havia d'expressar l'opinió de sectors significatius barcelonins. I per altra part no és desencertat pensar que és Cerdà el que ha provocat el comentari. L'any 1762 Cerdà està donant unes classes públiques de matemàtiques a Barcelona i no sabem de ningú més que públicament defensés el pensament newtonià.

### *Quins estudiants?*

Com ja s'ha comentat, el Seminari de Cordelles era un col·legi pensat per a la noblesa, però, a l'arribada de Cerdà i amb la creació de la càtedra pública de matemàtiques, la situació canviarà substancialment. El primer element que indica aquest canvi és la mateixa condició imposada pel *Consejo de Castilla* en la constitució de la càtedra de matemàtiques. Efectivament en la carta del secretari del *Consejo de Castilla* adreçada a l'Ajuntament de Barcelona, el 14 d'octubre de 1757, on es comunica l'aprovació de la càtedra de matemàtiques al Col·legi de Cordelles, seguint la recomanació de la *Real Audiencia* de Catalunya, s'imposa aquesta condició:

“[...] ha servido mandar se establezca dicha Cátedra de Matemáticas que se solicita por la citada Ciudad de Barcelona y Seminario de Nuestra Señora y Santiago de Cordellas..., imponiéndose la obligación de que en el referido Colegio se hayan de enseñar las ciencias de Matemáticas generalmente a toda calidad de Personas ya sean colegiales Caballeros o otras clases [...]”<sup>127</sup>

L'interés de la Corona ara ja no passava solament per la instrucció de la noblesa sinó també per la preparació tècnica de capes socials emergents a partir de les noves

<sup>127</sup> Arxiu Històric de la Ciutat. 1D.III-28 (Polític, reial, decrets 1756-1757) f.225.

necessitats socials i econòmiques. A Catalunya, un dels grups socials més dinàmics eren els mestres d'obres, participant en els projectes arquitectònics tant militars com civils. Les matemàtiques esdevenen per aquest col·lectiu una eina indispensable per perfeccionar les seves tècniques de construcció i sobre tot per guanyar en autoritat i credibilitat social. Com Manuel Arranz Herrero<sup>128</sup> recull, en les biblioteques particulars de molts mestres d'obres barcelonins com Francesc Renart, Joan Soler i Faneca, Andreu Bosch i Riba... es poden trobar textos matemàtics com el *Compendio matemático* de Tosca, els *Elementos de Matemática* (1772-83) de Benito Bails (1730-1797) o les obres de Cerdà. Josep Maria Montaner i Martorell resumeix molt bé el lligam de les matemàtiques i l'arquitectura: "El fet que hom ensenyés matemàtiques al segle XVIII, significa que d'alguna manera s'ensenyaven els fonaments de l'arquitectura, de les formes geomètriques bàsiques i dels ordres arquitectònics"<sup>129</sup> i reivindica la figura de Cerdà en la tasca instructiva dels mestres d'obres: "El Pare Cerdà, que amb la seva càtedra de Matemàtiques i els seus ensenyaments homologà per als civils les classes de matemàtiques que els militars rebien a la seva Acadèmia Militar de Barcelona, fou qui introduí molts mestres de cases de mitjans i segona meitat del segle XVIII dins el món de les matemàtiques i de la mecànica."<sup>130</sup> Ja hem esmentat prèviament un testimoni de privilegi de les classes de Cerdà, Renart, el mestre d'obres que viu durant la segona meitat del segle XVIII a Barcelona i que, a la seva joventut, assisteix a les classes de Cerdà. En les seves memòries Renart ens diu com combinava les classes amb el treball:

Hasta la edad de veinte y cuatro años, esto es, de los diez años a dieciseis trabajé de peón albañil, en las obras que tenía mi padre [...]. A los 16 años aprendí las Matemáticas con el padre Cerdà, por la mañana, y a la tarde trabajaba en las casas que mi padre hizo en la calle de San Pablo [...].<sup>131</sup>

En qualsevol cas els alumnes de Cerdà van ser nobles com Juan Antonio Desvalls y de Ardena, futur Marquès de Alfarràs i de Lupià i secretari de la futura Reial

---

<sup>128</sup> Arranz Herrero (1979).

<sup>129</sup> Montaner i Martorell (1990); p. 121.

<sup>130</sup> Ibid; p. 123.

<sup>131</sup> Renart i Closes, Josep; "Introducció als quinzenaris" dins *Fons Renart*, Biblioteca de Catalunya. Any 1809. Lligall XXVIII, 1; p. 1.

Acadèmia de Ciències i Arts durant molts anys, però també artesans com Francesc Subiràs, primer director de la Conferència Físico-matemàtica o com Josep Renart, mestre d'obres, provinents de famílies de comerciants i fabricants d'indianes com Joan Pau Canals<sup>132</sup> o Felip Vila, i també eclesiàstics com Francesc Bell, posteriorment professor de matemàtiques al Col·legi de Cordelles durant trenta-sis anys. És així que es podrà parlar d'alumnes interns i externs. Esmentem algunes frases que apareixen en les "Constituciones"<sup>133</sup> del Seminari de Nobles de Cordelles del 1763, establint les normes de funcionament del col·legi:

Esta distribución de tiempo se observa todo el año constantemente en los dias de Clase, a excepción de los meses de mayor calor, en que la variación de las Aulas Públicas hace inevitable alguna mudanza en las horas del estudio, y del recreo.

[...]

En las Clases Públicas estarán [els alumnes] con tal compostura, atención, y respeto, que sirvan de ejemplo a sus Condiscípulos externos; y guardéense de descomponerse con ellos de palabra, ni de obra, en las disputas, repeticiones, y lecciones.

[...]

No admitirán en sus juegos a muchachos de fuera del Seminario, y mucho menos a los Criados, con quienes no tratarán más, que lo preciso para su servicio.

Anys més tard quan Subiràs, el 1772, presentarà el seu memorial per un nou pla d'estudis al Col·legi de Cordelles dirà:

Aunque el Colegio de Cordelles en su origen y según la intención de los Fundadores fuese solamente para educar la Juventud Noble se admitieron con título de convictores algunas Personas del estado medio y se fundaron becas para sujetos aunque de solar antiguo que no gozan de esta distinción.<sup>134</sup>

<sup>132</sup> Joan Pau Canals i Martí (1730-1786). Fabricant d'Indianes i químic.

<sup>133</sup> *Constituciones del Imperial y Real Seminario de Nobles de Barcelona, fundado baxo la invocacion de Nuestra Señora y Santiago de Cordelles*. Publicació en Barcelona: por Francisco Suriá..., 1763. Biblioteca de Catalunya.

<sup>134</sup> Arxiu de la Corona d'Aragó, Audiencia, Registros del Reinado de Carlos III, Cartas Acordadas Real Audiencia, 1772, nº 567, ff 101r-150v: El memorial de Francesc Subiràs, "Plan General de la Educación

De manera que la conversió de les classes de matemàtiques a Cordelles en públiques obligarà a fer readaptacions en el mateix espai físic del col·legi. Com ja s'ha comentat, a mitjans de segle XVIII a les Rambles de Barcelona, entre el carrer del Carme i el de Bon Succés hi havia dos col·legis gestionats pels jesuïtes, el de Betlem i el de Cordelles, separats per horts entremig. L'any 1757, coincidint amb la sol·licitud de la càtedra pública de matemàtiques, el Superior Provincial d'Aragó dels jesuïtes, Jaime Dou, fa construir un annex a Cordelles, anomenat el "cuarto de la Rambla"<sup>135</sup>, que comparteix terreny de Betlem i de Cordelles però que pertany exclusivament a aquest darrer col·legi. Es tracta d'un aulari de quatre aules, de les quals una al menys era de matemàtiques i les altres de filosofia. És en aquest aulari on es donaran les classes públiques –també les de filosofia– i s'hi podrà accedir a aquestes directament des de les Rambles. A partir de 1761 l'aulari estarà en funcionament i, després de diverses incidències, a partir de l'expulsió dels jesuïtes, acabarà convertint-se en l'espai que ocuparà la futura Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona.

### *El naixement de la Conferència Físico-Matemàtica*

El 18 de gener de 1764, a la rebotiga de Francisco Sala, es va constituir la "Conferencia Físico-Matemática Experimental". Els fundadors van ser setze homes, molt d'ells exalumnes de Cerdà. Les primeres frases d'un document, "Noticias Cronológicas sobre el Origen y progreso de la Real Academia de Ciencias Naturales y Artes de Barcelona", atribuït a Juan Antonio Desvalls i escrit el 1787 són prou clares per entendre que la Conferència neix amb la voluntat de promocionar la ciència experimental a partir de les classes de Cerdà:

Deseosos algunos Individuos de la Ciudad de Barcelona de instruirse en la Física experimental, a cuyo estudio les animaban los principios de Matemática, que habían adquirido en el Curso que leía el P. Tomàs Cerdà de la Compañía de Jesús, y considerando, que para hacer sólida aquella instrucción, era preciso acompañar la

---

que se puede dar en el Imperial y Real Seminario de Nobles de Cordelles de la Ciudad de Barcelona", inclòs en una carta reial.

<sup>135</sup> Per conèixer més detalls sobre la transformació de l'espai al col·legi de Cordelles veure García Doncel (1998) i Puig-Pey i altres (2014).

explicación teórica con la práctica de los experimentos para los cuáles se necesitaban varias Máquinas, cuyo coste sería más soportable repartido entre muchos, trataron con algunos otros Compañeros, a quienes estimulaba la misma afición, de juntarse, y formar una Conferencia privada.<sup>136</sup>

L'opinió d'Iglésies (1964) és que la formació de la Conferència va ser possible a partir de l'entesa de dos grups: els exalumnes de Cerdà i els metges, procedents del Col·legi de Cirurgia i a partir de la seva constitució, segons aquest mateix autor, començarà la recerca d'una doble protecció: els jesuïtes i els militars. Aquesta recerca de protecció es fa evident en el ja comentat discurs inaugural de Subiràs:

Nada podría amedrentarnos más en esta empresa que la falta de Mecenas que generalmente padecen en España las Ciencias, si no nos alentara el benigno influjo de nuestro General y el piadoso acogimiento que en la Real Protección ha encontrado el mérito de mi maestro P. Tomás Cerdá, cuya docta enseñanza y eruditas obras debemos respetar como fundamentos del edificio que vamos a emprender.<sup>137</sup>

Més endavant, expulsats els jesuïtes, la Conferència avançarà cap el que serà la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona i la batalla serà aconseguir el recolzament de la Corona tant a nivell d'autoritat científica com a nivell de recursos materials, la qual cosa no serà sempre reeixida<sup>138</sup>. En qualsevol cas, el que està clar és la decisiva influència de Cerdà des dels mateixos orígens de la Conferència. Efectivament un dels primers acords d'aquesta va ser obrir les portes a Cerdà, tot i no ser membre de la Conferència: "atendiendo a las recomendables circunstancias y mérito particular del P. Thomàs Cerdà de la Compañía de Jesús, profesor real de Matemáticas en el Colegio de

<sup>136</sup> Arxiu de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona (ARACAB), caixa 23, doc 1.3.9.1, "Noticias Cronológicas sobre el Origen y progreso de la real Academia de Ciencias Naturales y Artes de Barcelona", reproduït en García Doncel (1998).

<sup>137</sup> Subiràs (1764) dins Bofill i Poch (1915); p. 250.

<sup>138</sup> Hi ha una abundant bibliografia relacionada amb la RACAB. Una de les darreres obres recentment publicades és la d'Antoni Roca Rosell (2014), *Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona (1764-2014): 250 anys d'història*.

Cordelles,... no obstante lo prevenido en el estatuto 16, se le concediese a este sujeto franca entrada a las Juntas siempre y cuanto a él le pareciere.”<sup>139</sup>

#### 1.4 Cerdà a la Cort de Madrid

---

*La Academia de Artillería de Segovia i la Lección de Artillería de Cerdà*, 71. Primer professor de matemàtiques al *Colegio Imperial*, 74.

---

#### *La Academia de Artillería de Segovia i la Lección de Artillería de Cerdà*

L'any 1764, el mateix any que es creava *La Real Academia de Artillería* de Segovia, apareix la publicació de *Lección de Artillería para el uso de la clase* de Cerdà. Aquest llibre ha estat imprès en la mateixa impremta on han estat editats els dos llibres anteriors de Cerdà, és a dir és un llibre escrit i imprès mentre Cerdà encara està a Barcelona, però, pel que aquest mateix escriu en el pròleg, és un llibre expressament pensat pel seu ús en la recent creada acadèmia d'artilleria de Segovia:

EXCmo SEÑOR.

Lo mucho que V. E. favorece al Cuerpo de las Matemáticas de España con esa nueva Academia de Artillería, que a solicitud, y dirección de V. E. se ha dignado S.M, erigir en Segovia para los Jovenes Artilleros de Nuestra Nación, me ha movido a presentar a V.E., como a Jefe de uno de los Cuerpos Militares más distinguidos de la Europa, esta *Lección de Artillería*, que para el Uso de la Classe he impreso.<sup>140</sup>

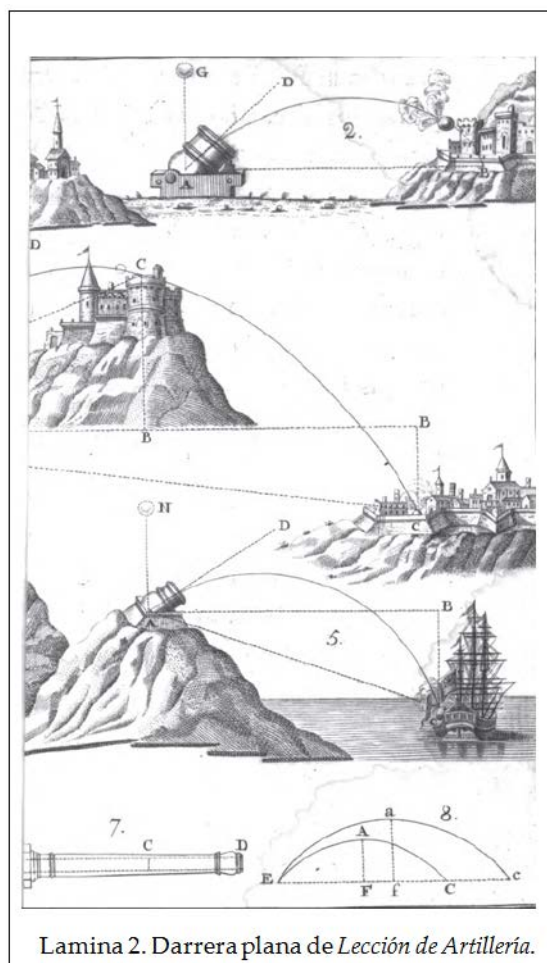
Aquest pròleg està dedicat a Félix de Gazola, tinent general del Exèrcit espanyol i impulsor de l'escola d'artilleria de Segovia i el llibre consta, a més, d'una introducció, de cinc capítols i d'un apèndix. El primer capítol tracta sobre alguns lemes en relació a la força i a les propietats dels còssos en moviment, els capítols segon i tercer sobre la trajectòria parabòlica, el quart sobre la força de la pólvora i la velocitat de les bales, el cinquè sobre les mines i l'apèndix sobre el càlcul del nombre de bales en una pila. Segons Navarro Loidi (2008) és la primera obra d'artilleria on s'apliquen a fons les

---

<sup>139</sup> Veure Iglésies (1964); p. 41.

<sup>140</sup> Cerdà (1764); Pròleg.

matemàtiques i on s'accepten obertament les teories newtonianes. La feblesa, però, d'aquest text, segons el mateix autor, és que està escrit per un Cerdà que no ha realitzat cap experiment sobre el tema. Probablement, tal com ja apunta Navarro Loidi (2008), Cerdà redacta el seu text a partir d'autors com Blondel, Robins, Hauksbee, Béliador o Vallière<sup>141</sup>, citats en el mateix llibre. Són especialment interessants els darrers capítols des del punt de vista matemàtic i particularment com aplicació del càlcul diferencial. De fet, *Lección de Artillería* és el únic text imprès de Cerdà on aquest mostra l'aplicació del càlcul de fluxions que ha desenvolupat en el seu *Tratado de Fluxiones*.



Lamina 2. Darrera plana de *Lección de Artillería*.

<sup>141</sup> Blondel, N.F. (1683), *L'art de jeter les bombes*.

Robins, B. (1742), *New Principles in Gunnery*.

Béliador, M. (1725), *Nouveaux Cours de Mathématique à l'usage de l'artillerie et de génie*.

Hauksbee, Fr., "An Experiment Made at a Meeting of R. Society, Decemb. 20. 1704 of firing Gun-Powder on a Red Hot Iron in Vacuo Boyliano", *Philosophical Transactions*.

Jean-Florent de Vallière (1667-1759) va ser tinent general d'artilleria sota Louis XV i redactor del reglament d'artilleria d'octubre de 1732.



Però el llibre també presenta un interès des del moment que reflecteix un particular punt d'inflexió dins la trajectòria professional de Cerdà. L'any 1764 Cerdà està donant classes a Cordelles i el seu propòsit és publicar un curs complet de matemàtiques, com ja s'ha dit, i *Lección de Artillería* no apareix mai en els plans de Cerdà, ni en la carta de Simpson ni en el pròleg de *Liciones de Matemática*. En el mateix tractat sobre artilleria Cerdà torna a recordar que està elaborant un curs complet de matemàtiques:

[...] en aquellas cosas, que piden exactitud, pondré aquí los Resultados, que largamente demuestro en el Tomo séptimo de mis Obras, que tengo dispuestas para la Prensa, en donde examinando el *Movimiento de los Cuerpos por Medios Resistentes*, [...].<sup>142</sup>

No solament tenia escrites diverses obres, algunes de les quals han aparegut com manuscrites, sinó que també estaven a punt de ser impreses. I en lloc d'imprimir-les, imprimeix *Lección de Artillería*. Està clar que a les autoritats, bàsicament l'Exèrcit, estan interessades en una publicació, les despeses de la qual probablement corren a càrrec del rei, i potser per a les altres obres no havia tanta pressa per pagar les despeses. D'altra banda, també hom es pot preguntar per què és Cerdà qui ha d'escriure aquest tractat, quan, en principi, no tenia massa relació amb la Institució Armada i quan els jesuïtes ja no eren tan ben considerats a la Cort. Navarro Loidi (2008) dona una interpretació a aquesta opció i considera que l'elecció prové directament de Gazola, el qual valora la "sol·lència científica" dels jesuïtes.

És més difícil saber per què precisament Cerdà, quan a la Cort hi ha altres matemàtics. Podria ser que la gestió per a que Cerdà passés a ocupar una càtedra al *Colegio Imperial*, a la vegada que la de Cosmògraf d'Índies i potser també preceptor dels prínceps ja estigués en marxa.

La multiplicitat de responsabilitats de Cerdà també explicaria que després d'escriure el llibre, finalment no serà ell qui donarà les classes a Segovia, sinó Antoni Eximeno (1729-1808). També podria ser que la successió de fets fos una altra: Gazola contacta directament amb Cerdà amb l'idea que escrigui el llibre i passi a ser professor

---

<sup>142</sup> Cerdà (1764); p. 114.

a Segovia però la Cort “descobreix” Cerdà, el qual finalment passa al *Colegio Imperial* i preceptor dels prínceps. La qüestió és que el resultat no és en absolut l’esperat, perquè, tal com ho diu Cerdà en el pròleg del llibre, el curs està escrit per a que els alumnes el tinguin en les seves classes i, en canvi, finalment no el tenen ja que Eximeno seguirà els seus propis apunts. Aquesta és una altra característica del llibre, és un llibre innovador, que recull el més avançat de l’època, i en canvi no és utilitzat i, en part, oblidat. Finalment hom podria veure amb la publicació de *Lección de artillería* i amb l’arribada de Cerdà a la Cort la persecució d’un objectiu comú a determinats sectors al voltant de la Corona, és a dir, la voluntat de crear una Acadèmia de Matemàtiques o de Ciències a Madrid. Aquesta voluntat queda ben reflectida en el pròleg del llibre:

Atendiendo pues a la Magnificencia de tan Grande Principe, que los fomenta, y a la Inclinação que S.M. muestra a las Matemáticas, nos hace esperar, que perfeccionados estos tres Establecimientos para la Educación de la Tropa<sup>143</sup>, erigirá S. M. otro digno de la Grandeza de su Real Ánimo para el Resto de la Nación, en el cual no estando precisados ni Profesores , ni Alumnos a un Ramo particular , cual es el de la Guerra, puedan emprender los Tratados Fundamentales de las Matemáticas con aquella universalidad, y extensión, que ya la Profundidad de esta Ciencia , ya el Conocimiento de la Fisica, ya el Adelantamiento de las Artes, ya finalmente el mismo mayor progreso de los tres Establecimientos Militares necesitan.<sup>144</sup>

### ***Primer professor de matemàtiques al Colegio Imperial***

Diferents fonts consultades permeten concloure que Cerdà es converteix en el primer professor de matemàtiques al *Colegio Imperial* de Madrid, el 1765, càrrec associat al de *Cosmógrafo Mayor de las Indias* i probablement també preceptor dels prínceps. Citem algunes d’aquestes fonts; Hervás y Panduro escriu el 1794: “D. Tomás Cerda [...] fue *Cosmógrafo del Supremo Real Consejo de Indias*, y del curso matemático que disponía para darlo a pública luz, publicó algunos tratados [...]”<sup>145</sup>, Vila Bartrolí escriu el 1923: “Poco, sin embargo, debió ser el tiempo que permaneció en Cervera, ya que trasladado al

<sup>143</sup> Es refereix a més de la *Academia de Artillería* de Segovia, a la de Cádiz per a la Marina i a la de Barcelona “para el Resto del Ejército”.

<sup>144</sup> Cerdà (1764); Pròleg.

<sup>145</sup> Hervás y Panduro (1794); p. 20 (Volum 3).

Colegio de Cordelles, publicaba en 1758 sus *Lecciones de Matemáticas*, y no tardó en ser llamado por el Rey para enseñar esta ciencia en el R. Palacio a los serenísimos Infantes y en ser nombrado por Carlos III Cosmógrafo mayor de Indias con la pensión de mil doblones”<sup>146</sup>, finalment en el *Diccionario histórico de la Compañía de Jesús* (DHCJ) es pot llegir en la ressenya relativa a Cerdà, signada per Miquel Batllori i Munné (1909-2003): “Trasladado al Colegio Imperial de Madrid en 1765, enseñó matemáticas y fue cosmógrafo mayor del Consejo de Indias hasta la expulsión de 1767”<sup>147</sup>.

Segons Udías<sup>148</sup>, al *Colegio Imperial de Madrid*, des de 1627, hi ha dues càtedres de matemàtiques: *Cátedra IX (De Matemática donde un maestro por la mañana leerá la esfera, astrologia, astrolabio, perspectiva y pronósticos)* i *Cátedra X (De Matemática donde otro maestro diferente leerá por la tarde la geometria, geografia, hidrografia y de relojes)*. A més, la primera càtedra anava associada amb el càrrec de *Cosmógrafo Mayor del Supremo Consejo de Indias*. Segons Navarro Brotóns (2001), Wendlingen, que procedeix de Praga, arriba a Madrid el 1750, per recomanació del confessor del rei, Francisco Rávago, i és nomenat *Cosmógrafo Mayor de Indias* i sota el patrocini de Ensenada dirigeix la construcció del nou observatori astronòmic en el *Colegio Imperial* amb instruments adquirits per Jorge Juan a Londres. Continua al *Colegio Imperial* fins al 1767 però no sempre com a primer professor de matemàtiques. Efectivament el 1761 arriba Rieger, procedent de Viena, que substitueix a Wendlingen com a primer professor i com a *Cosmógrafo Mayor de Indias*. Rieger manté aquests càrrecs fins al 1765, quan retorna al seu país d’origen. De totes maneres l’any 1765, consten també com a professors al *Colegio Imperial* Esteban Terreros y Pando (1707-1782) i Miguel Benavente (1725 - ?), tenint en compte que no sempre tots els professors esmentats donaven classes de matemàtiques. L’any 1765 arriba Cerdà al *Colegio Imperial* i substitueix a Rieger com a primer professor de matemàtiques i com a *Cosmógrafo Mayor de Indias* i mantindrà els càrrecs fins al 1767, quan es produeix l’expulsió dels jesuïtes. Segons el "Expediente formado en el Consejo extraordinario sobre el establecimiento de los Reales estudios del Colegio Imperial y

---

<sup>146</sup> Vila Bartrolí (1923); p. 185.

<sup>147</sup> DHCJ (2001); Tomàs Cerdà: I, 734-35.

<sup>148</sup> Udías (2005); p. 370.

los de San Isidro"<sup>149</sup> consta que Cerdà, en el moment de l'expulsió, era el primer professor de matemàtiques i Benavente el segon. També cal apuntar que es coneix que Wendlingen havia estat nomenat, el 1759, preceptor de matemàtiques del príncep d'Astúries –futur Carles IV– i dels infants i no es torna a parlar d'un altre preceptor fins que arriba Cerdà, el qual, com ja s'ha vist, és citat com a tal en diverses fonts.

El *Seminario de Nobles* de Madrid era una institució diferent del *Colegio Imperial*, creada el 1725 i pensada per una instrucció més selecta dirigida a la noblesa. Tot i que sembla que Cerdà no va donar classes en aquest Seminari, el que és evident és que el lligam entre els professors de les dues institucions era molt estret i molts d'aquests van ser-ho de les dues. El primer professor al *Seminario de Nobles* va ser Gaspar Álvarez (1704-1759) fins al 1748 que va passar als *Reales Estudios*. El successor d'Álvarez va ser Terreros que també va passar al *Colegio Imperial* el 1757. Aquest mateix any Esteban Bramieri (1720-1794) va succeir a Terreros. Finalment el 1761 es va incorporar el darrer professor Gaspar Sagner (1721-1781).

Poca cosa més es coneix de l'activitat professional de Cerdà durant aquests dos anys que va estar en els *Reales Estudios del Colegio Imperial* de Madrid. Cal suposar que va continuar donant les classes que ja havia iniciat al Col·legi de Cordelles de Barcelona i que va continuar escrivint els seus diferents tractats sobre diverses parts de les matemàtiques i la física. El *Colegio Imperial*, com ja s'ha comentat<sup>150</sup>, havia evolucionat i els ensenyaments de Cerdà van trobar un terreny adobat per l'obertura a les noves ciències experimentals i les noves tècniques en el camp de les matemàtiques.

Nogensmenys, els càrrecs en el *Colegio Imperial* i ésser preceptor dels Infants van probablement conferir a Cerdà d'una certa influència a la Cort. Iglésies (1964) opina que la recent Conferència Físico-matemàtica barcelonina va buscar la influència de Cerdà en la Cort de Madrid per facilitar l'autorització de la constitució de la Conferència, tot i que no es tenen proves d'això. En canvi sí que hi ha constància que el

---

<sup>149</sup> Archivo Histórico Nacional (AHN), Consejos, 5441 (II), nº 2, fol 10 r.

<sup>150</sup> Veure apartat 1.1, "Les escoles dels jesuïtes: un ensenyament per als nobles?" d'aquest capítol.

1766 Cerdà va fer alguna gestió contra la reial protecció d'aquesta Conferència. Efectivament, poc després de constituir-se, a Barcelona, la Conferència, Subiràs, el director d'aquesta, i Jaime Bonells, vicedirector, es desplacen a Madrid per aconseguir la protecció reial de la institució recentment creada. Després d'uns quants mesos aconseguen que la Conferència passi a ser "Real Conferencia Física" amb uns nous estatuts que la converteixen en una institució més oberta i amb caràcter públic. En una carta, de març de 1766, de Subiràs a Jaime Roig, censor de la Conferència, es pot veure com Subiràs i Bonells acaben d'obtenir el vist-i-plau reial per a la Conferència, amb l'ajut del fiscal del Consejo de Castilla, Pedro Campomanes, convertint-la en una eina al servei del progrés del país i la Corona. La carta transmet la sensació que Subiràs està envoltat d'enemics, entre els quals el mateix Cerdà:

[...] verá que no ha ha sido poco conseguir el Decreto de nuestra Conferencia con las cláusulas que contiene y conocerá el motivo que me aleja del P. Cerdà por no haberse portado como a Maestro sino como a Jesuita. V.ms que no estan impuestos en todo lo que ha pasado y sucede no pueden juzgar actualmente sobre las causas de muchos efectos que experimentamos y tampoco pueden sentir todo el daño que nos acarrear algunos sujetos.<sup>151</sup>

Per què Cerdà està en contra de la reial protecció que obté la Conferència o per què aquesta és l'opinió de Subiràs? El que és segur és que el protector de tota aquesta operació, Campomanes, no és pas amic dels jesuïtes. I el que també és probable és que Cerdà, fidel a la Companyia, no deixa de ser un actor compromès en una Cort on les intrigues i el joc d'influències està a l'ordre del dia.

---

<sup>151</sup> Biblioteca de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona; 1.3.1 "Cartas de los Sres. Bonells, Subiràs..."; Carta de Subiràs a Jaume Roig del 13 de març de 1766.

## 1.5 L'expulsió i l'exili

Segons consta en el Archivo General de Simancas, "Tomàs Cerdà, sacerdote del Colegio Imperial de Madrid, y Cosmógrafo Mayor del Consejo de India fue embarcado en el Chambequin "Garzota" el 27 de abril de 1767 desde Cartagena para Italia"<sup>152</sup>.

I en el Diccionario Histórico de la Compañía de Jesús, Miquel Batllori escriu sobre Cerdà:

El año anterior su nombre alegado, aunque sin sombra de complicidad, en varios procesos referentes al motín de Esquilache.

En 1767, al momento de la expulsión, pidió al Rey que se le conservasen el sueldo y los honores de cosmógrafo de Indias, gracia que no alcanzó, naturalmente. Estos contratiempos, sumados a su complexión melancólica desde 1758, pudo ser una causa de que, exiliado en Forlí con los jesuitas de la provincia de Toledo, no continuara Cerdà sus estudios en Italia o, al menos, no diera a la imprenta ninguna nueva obra en sus veinticuatro años de exilio siempre en Forlí; los dos últimos, casi por entero en el convento de los dominicos, que admiraban sus virtudes sacerdotales. Allí murió y fue sepultado en su iglesia.<sup>153</sup>

Efectivament consta la resposta negativa del *Consejo Extraordinario* presidit pel Conde de Aranda<sup>154</sup> a la sol·licitud de Cerdà per tal que se li mantingui el sou de Cosmógrafo Mayor.

Finalment, un altre testimoni, ben proper a Cerdà, del seu exili i mort a Forlí (Itàlia), el 18 de març de 1791, és el seu exalumne Hervás y Panduro:

Hacía yo éste con el mayor ardor y empeño, bajo de la instrucción de D. Tomás Cerda, ilustre y honradísimo sabio, y a la vista humana digno de la mayor fortuna, de que le privó el común y fatal destino de sus compañeros ; pero él ha sabido adquirírsela en su venerable vejez, con el retiro que ha logrado de la caridad de los Padres Dominicanos de

<sup>152</sup> A.G.S. Marina leg 724; "Relación de los religiosos de la Compañía de Jesús que se embarcan en el chambequin de S.M. nombrado el Garzota".

<sup>153</sup> DHCJ (2001); Tomàs Cerdà: I, 734-35.

<sup>154</sup> A.G.S. Gracia y Justicia leg 688; "Consejo Extraordinario de 25 de octubre de 1767".

la Ciudad de Forlí, entre los que ha determinado vivir hasta volar a las celestiales regiones, que fueron el objeto, no menos de sus lecciones matemáticas, que de su celestial meditación. Al favor y al mérito de mi maestro, que por su sabiduría y virtud reverencio, consagro este natural desahogo del más vivo agradecimiento.<sup>155</sup>

En una nota a peu d'aquesta mateixa pàgina, Hervás y Panduro afegeix:

Cerda murió en el 18 de Marzo de 1791, en el Convento de Padres Dominicanos de la Ciudad de Forlí, y fue sepultado en la Iglesia del mismo Convento. Hoy 25 de Marzo de 1791, en que habiendo ya escrito la jornada a la Luna, he sabido la muerte de Don Tomás Cerda, he puesto y consagrado esta nota, a su memoria y justo elogio.

## 1.6 Els manuscrits de Cerdà que no es van publicar

Hi ha diverses fonts que des del principi, en vida del mateix Cerdà, confirmaven l'existència de diversos manuscrits d'aquest matemàtic. Recopilem els elements que fins ara ja hem apuntat:

1.- En el pròleg de *Liciones de Matemática o Elementos Generales de Arithmética* Cerdà diu que té en preparació tres tomos sobre la "Geometria y Trigonometria", "la Aplicacion de la Algebra à Geometria y Curvas", "el Methodo Directo è Inverso de las Fluxiones, que otros llaman Calculo Diferencial, è Integral".

2.- En la carta a Simpson del 1758, Cerdà cita les parts que vol desenvolupar en el futur: Mecànica, Estàtica, Hidrostàtica, Òptica, Astronomia, Navegació, Arquitectura,... tot demanant a Simpson una llista d'autors anglesos que ell pugui consultar.

3.- A les pàgines 113-115 de *Lección de Artillería para el uso de la clase* (1764), Cerdà esmenta el seu setè tomo referint-se al de Mecànica.

4.- Sempere Guarinos en el seu llibre, *Ensayo de una biblioteca española de los mejores escritores del reynado de Carlos III* (1785-1789), diu que Cerdà va deixar acabades les

---

<sup>155</sup> Hervás y Panduro (1794); p. 20.

següents obres: “De *Secciones Cónicas*, un tomo. Del *Cálculo diferencial é integral*, dos tomos. De *Mecánica* uno; y otro de *Optica*, según he visto en una nota escrita en Italia por un discípulo suyo”. Probablement el deixeble que cita es Lorenzo Hervás y Panduro.

A aquestes fonts cal afegir-ne de noves:

5.- Segons Simón Díaz (1952), Lorenzo Hervás y Panduro va estudiar matemàtiques y astronomia amb Cerdà en el Colegio Imperial. Hervás y Panduro va ser també jesuïta, polígraf, lingüista i filòleg, amb una extensa obra escrita. Després de l'expulsió dels jesuïtes, el 1767, va anar a parar a Forlì (Itàlia), on va coincidir amb en Cerdà, amb el qual va conviure un cert temps. Segons el mateix Hervás diu<sup>156</sup>, va escriure dos tomos de geometria superior i trigonometria, de càlcul infinitesimal, de corbes i d'arquitectura civil, avui dia no localitzats. La cita de Hervás y Panduro, en el seu llibre *Viage estático al mundo planetario [...] (1794)*, després d'assabentar-se de la mort de Cerdà, confirma que efectivament Cerdà va ser mestre d'ell.

Hervás y Panduro en la seva *Biblioteca jesuítico-española (1759-1799)* escriu, referint-se a Cerdà:

Imprimió:

- 1.- *Jesuiticae philosophiae these contentiosam, et experimentalem philosophandi methodum continentes [...].* Cervariae. Typis Academiae, 1753 [...].
- 2.- *Lecciones de matemáticas o elementos generales de aritmética y álgebra.* Barcelona, 1758.
- 3.- *Lecciones de geometría y trigonometría.* Barcelona, 1758.
- 4.- *Lección de artillería para el uso de la clase.* Barcelona, 1764.

Manuscritos:

- 1) *Secciones cónicas.* Volum.1.
- 2) *Cálculo diferencial e integral.* Volum. 2.
- 3) *Tratado de las fluxiones, o compendio del cálculo diferencial integral para uso de las escuelas.* Volum. 1.

---

<sup>156</sup> Hervás y Panduro, *Biblioteca jesuítico-española (1759-1799)*; estudio introductorio, edición crítica y notas: Antonio Astorgano Abajo; Madrid: Libris, 2007.



- 4) Mecánica. Volum. 1.
- 5) Óptica. Volum. 1.
- 6) Arquitectura militar. Volum.1.
- 7) Aplicación del álgebra a la geometría.

Estos y otros manuscritos dejó el señor Cerdà en su aposento del Colegio Imperial de Madrid desde el cual salió para su destino en Italia. El tratado de fluxiones, que yo en Córcega y en Italia, enseñando las matemáticas, he escrito, es una amplificación del que el señor Cerdà escribió para uso de las escuelas. A mi discípulo de matemáticas, el ejesuita D. Ignacio Maldonado, natural de Puebla de los Ángeles y de esclarecida memoria por su virtud y talentos, di yo un ejemplar manuscrito de la Arquitectura militar del señor Cerdà.<sup>157</sup>

6.- El Diccionario histórico de la Compañía de Jesús (DHCJ)<sup>158</sup> sembla recollir el testimoni de Hervás y Panduro, en una ressenya sobre Cerdà, signada per Batllori:

[...] En el último período de Barcelona y en los dos años de Madrid, dejó manuscritas, y se perdieron o dispersaron, ocho obras preparadas ya para la imprenta. Por testimonio de Lorenzo Hervás, su discípulo en el Colegio Imperial, se sabe que versaban sobre las secciones cónicas, los cálculos diferencial e integral en dos tomos, un compendio de lo mismo como “Tratado de las fluxiones”, más el “Tratado de perspectiva de la esfera” (2 tomos), se conservan en la Real Academia de la Historia; de esta última obra hay una copia en la biblioteca Ernest Guillé de Barcelona [...].<sup>159</sup>

7.- Lluçia Gallissà i Costa va nèixer i va morir a Vic (1731-1811). Féu els seus estudis literaris en el col·legi que la Companyia de Jesús tenia en aquesta ciutat. Va ser enviat a Cervera, on el trobem l'any 1759, per tant és contemporani i col·lega de Cerdà. Escriu *Vida i escrits de Josep Finestres i de Montalvo* i cita a Cerdà com “matemàtic de gran fama a Espanya, França i Itàlia, i més famós seria encara si, per les calamitats dels temps que

<sup>157</sup> Hervás y Panduro, Biblioteca jesuítico-española (1759-1799); [46] Cerdá Tomás.

<sup>158</sup> Diccionario histórico de la Compañía de Jesús (DHCJ): biográfico-temático/ Charles E. O'Neill, Joaquín Ma. Domínguez (directores). Roma: Institutum Historicum, S.I.; Madrid: Universidad Pontificia Comillas, 2001.

<sup>159</sup> DHCJ (2001); Tomàs Cerdà: I, 734-35. Les fonts referides són: ARSI Hisp 30; Arag 34; Tolet 18,36; Lugd 27. Arch Reino Valencia, J leg 127.

correm, no romanguessin ocults en els calaixos molts altres tractats que tenia a punt de publicar.”<sup>160</sup>

8.- A partir dels comentaris del mateix Cerdà i de l'anàlisi dels manuscrits conservats en la *Real Academia de la Historia*, Eulogio Hernández Alonso (1922-1997)<sup>161</sup> i Cuesta Dutari<sup>162</sup> arriben a una sèrie de conclusions sobre l'obra de Cerdà:

- ✓ El primer i segon tomos d'un possible curs complet de matemàtiques serien els ja publicats, *Liciones de Mathematica o Elementos Generales de Arithmetica y Algebra para el uso de la clase*.
- ✓ El tercer, també publicat, *Lecciones de mathematica o Elementos generales de Geometria para el uso de la clase*.
- ✓ El quart, *Aplicación del Álgebra a la Geometría (Tratado de Conicas)*.
- ✓ Els cinquè i sisè, *Tratado de Fluxiones*.
- ✓ I el setè, *Mecánica*.

Hernández Alonso considera que hi ha altres manuscrits que corresponen a altres tractats com *Tratado de Tiro*, que seria d'on Cerdà després va publicar la *Lección de Artillería* així com *Tratado de Óptica*, *Tratado de Astronomía y Navegación*, *Principios de Hidrostática, Hidráulica y Neumática*, *Tratado de perspectiva y de la Esfera*.<sup>163</sup>

9.- Després de l'expulsió dels jesuïtes els documents i manuscrits del Colegio Imperial van passar a la *Biblioteca de las Cortes*, avui dia seu del Congrés dels Diputats. L'any 1850 la *Real Academia de la Historia* de Madrid va adquirir aquest fons que constitueix l'anomenada secció "Cortes" de la seva biblioteca, recordant el seu origen. En allò que fa referència a la classificació del manuscrits de Cerdà que es conserven, doncs, en la *Real Academia de la Historia*, s'ha de dir que el primer en intentar una

---

<sup>160</sup> Iglésies (1964) p. 46.

<sup>161</sup> Hernández Alonso (1973).

<sup>162</sup> Cuesta Dutari (1976-1983).

<sup>163</sup> Hem normalitzat l'ortografia dels títols dels tractats no publicats, quan no formen part d'una cita original.

classificació dels manuscrits de Cerdà va ser Hernández Alonso<sup>164</sup>, el 1973. Posteriorment Gassiot<sup>165</sup>, el 1996, va fer una classificació més exhaustiva de diferents obres manuscrites de Cerdà. També Agustín Udías<sup>166</sup> ha escomès la tasca de la classificació dels manuscrits dels jesuïtes al Colegio Imperial. Nosaltres mateixos, amb l'ajut de totes les classificacions precedents, hem analitzat directament els manuscrits originals de Cerdà conservats en la *Real Academia de la Historia* i hem arribat a les següents conclusions, susceptibles de revisió a partir d'una anàlisi més exhaustiva d'aquests manuscrits:

- ✓ Sobre el *Tratado de Fluxiones*, hem localitzat els manuscrits en els lligalls 9/2792 i 9/2812.
- ✓ Sobre *Astronomía* i *Tratado de Tiro* en el lligall 9/2792.
- ✓ Sobre *Mecánica* en els lligalls 9/2788, 9/2792, 9/2811 i 9/2812.
- ✓ Sobre *Secciones cónicas* en els lligalls 9/2792 i 9/2811.
- ✓ Sobre el tractat titulat *De la Aplicación del Álgebra a la Geometría* en els lligalls 9/2792, 9/2793, 9/2811 i 9/2812.
- ✓ Sobre *Óptica* en els lligalls 9/2811, 9/2812 i 9/2814.
- ✓ Sobre *Hidrostatica, Hidráulica, Neumática* en el lligall 9/2811.
- ✓ Sobre *Navegación* en el 9/2812.

Per tant podríem confirmar, a més a més del *Tratado de Fluxiones*, obres sobre: Astronomia i Mecànica (ja ben confirmades per Gassiot), Seccions còniques, Aplicació de l'àlgebra a la geometria, Òptica, Tir i Navegació. Sobre Hidrostàtica, Hidràulica i Neumàtica hem localitzat pocs fulls i no podríem confirmar l'existència de cap més obra citada per diversos autors.

---

<sup>164</sup> Hernández Alonso (1973).

<sup>165</sup> Gassiot (1996).

<sup>166</sup> Udías (2010).

10.- Hi ha altres fonts<sup>167</sup> que citen a Cerdà i la seva obra però bàsicament fan referència a les fonts que ja acabem de presentar i per tant, creiem que no és necessari repetir-ne la informació.

Avancem, doncs, les nostres pròpies conclusions sobre els manuscrits de Cerdà. Si s'ha de considerar com més fiables les referències que el mateix Cerdà fa de la seva pròpia obra o les dels seus comentaristes més propers, hom ha de coincidir bàsicament amb la hipòtesi de Hernández Alonso, matisada amb el testimoni de Hervás y Panduro. Així doncs, després de les tres primeres obres publicades hi hauria una dedicada a les còniques (la quarta), dos més al càlcul diferencial i integral (les cinquena i sisena) i una a la mecànica (la setena).

Però, d'altra banda, Hervás y Panduro introdueix alguns elements nous prou significatius. En la seva llista de manuscrits de Cerdà, es pot identificar l'obra sobre "Secciones cónicas. Volum.1" com la quarta obra, l'obra sobre "Cálculo diferencial e integral. Volum. 2" com les cinquena i sisena. Però apareix un "Tratado de las fluxiones, o compendio del cálculo diferencial integral para uso de las escuelas. Volum. 1" diferenciat de les obres 5 i 6. És molt probable que Hervás s'estigui referint als catorze primers capítols del *Tratado de Fluxiones* que ja hem identificat directament dins els manuscrits de Cerdà. Efectivament, dels dos-cents trenta-vuit folis manuscrits trobats, hi ha quaranta-cinc que corresponen als catorze primers capítols del seu "Tractat" rescrits en una segona versió, "para el uso de la clase". Les dues versions d'aquests primers capítols es distingeixen en diversos aspectes, tant en la forma com en el contingut. Així doncs, segons Hervás y Panduro, aquestes dues versions haurien estat redactades per a ser publicades com obres diferents i amb diferents objectius.

L'altre fet a constatar és que l'obra "Aplicación del álgebra a la geometría" és diferent de les "Secciones cónicas. Volum.1", les quals, de vegades, es confonen.

---

<sup>167</sup> García Doncel (1998); Gassiot Matas (1996); Iglésies i Fort (1964); López-Piñero i altres (2001); Maz Machado i altres (2009); Torres Amat (1836); Sommervogel (1890-1916).

Hervás y Panduro, així com Sempere, també es refereixen a una obra dedicada a l'òptica, la qual cosa ha estat plenament confirmada amb l'anàlisi directa dels manuscrits originals. En canvi, ni l'un ni l'altre es refereixen a unes obres dedicades a Navegació i una altra a Hidrostàtica, Hidràulica i Neumàtica, que hem pogut trobar entre els papers de Cerdà. Finalment, no podem confirmar l'existència de cap manuscrit dedicat a l'arquitectura militar, del qual parla en Hervás y Panduro, ni del "Tratado de perspectiva de la esfera" esmentats per Batllori i Hernández Alonso.

## 1.7 Conclusions

El títol del capítol 1 es refereix a les "noves ciències" i en l'apartat 1.3, en part, ja hem justificat aquesta expressió quan hem analitzat la projecció pública de la càtedra de matemàtiques que va ocupar Cerdà al Col·legi de Cordelles. Valgui, de nou, com a manifestació d'aquest "nou esperit" algunes de les expressions utilitzades per Subiràs en el seu discurs inaugural de la Conferència Físico-matemàtica el 1764, rebutant la metafísica aristotèlica:

[La Física] la liberaron de esta tirana servidumbre los Príncipes de la Filosofía Bacon de Verulamio, Descartes, Newton y otros. Volvieron a la contemplación de la naturaleza, procuraron visitar sus producciones y guardar sus leyes, inventaron Máquinas, hicieron experimentos, y en vez de sofisticos argumentos, se valieron de Demostraciones Geométricas.<sup>168</sup>

I on la Física experimental representa el progrés material de la societat:

Que la Física experimental sea útil para el Estado, sólo puede negarlo quien no la conoce. ¿Qué conducen más para el bien público las cuestiones de las carencias, o los experimentos y descubrimientos lucrativos? ¿Qué les suenan mejor al Estado las voces de los claustros, o el ruido de las máquinas de los artesanos?<sup>169</sup>

1.- La irrupció d'aquesta "nova ciència" en la societat, fa aparèixer nous actors i els vells s'adapten, prenent noves posicions. L'objectiu principal d'aquest capítol ha estat

---

<sup>168</sup> Subiràs (1764) dins Bofill i Poch (1915); p. 240.

<sup>169</sup> Ibid; p. 245.

presentar Cerdà com un element on conflueixen aquests diversos actors i on conflueixen diverses sensibilitats. Així hem vist Cerdà, inquiet i curiós, disposat a mantenir-se fidel al poder religiós, també al polític i particularment als grups socials amb els que es va identificar però també l'hem vist amb una clara voluntat de transmetre coneixement als seus alumnes. Quins són, doncs, aquests actors amb els que Cerdà es troba durant la seva pràctica professional? En primer lloc, la Companyia de Jesús que està disposada a "posar-se al dia" per tal de continuar mantenint el control, com a mínim de l'ensenyament. En segon lloc, la Monarquia, és a dir el poder polític, conscient que li interessa el poder de la "nova ciència" per posar-la al servei del progrés material del país que, de fet, és com posar-la al servei dels seus interessos, i és així com veiem aplicar aquestes noves tècniques a la navegació, a l'arquitectura, a les arts militars, a les manufactures,...En tercer lloc, Cerdà es troba amb una potent comunitat científica europea, particularment el corrent newtonià, els membres de la qual estan preocupats en consolidar la seva autoritat científica a partir de les noves eines matemàtiques utilitzades. En quart lloc, lligat a la pràctica professional de Cerdà apareix el grup social constituït pels nous tècnics al servei del desenvolupament econòmic, com són els professionals de l'arquitectura civil o militar, disposats a incorporar les eines matemàtiques en la seva activitat. En cinquè i darrer lloc, cal tenir en compte que Cerdà, evidentment, es mou en un entorn docent, format tant pels professors com pels alumnes, tant a Barcelona com a Madrid, que, com ell, està incorporant a la docència els corrents científics innovadors. La implicació de Cerdà en aquesta nova visió de la ciència no és un cas aïllat sinó un fenomen col·lectiu que es produeix a totes les institucions docents, d'una forma o una altra.

2.- Quins són els principals canvis que Cerdà viu en relació a la ciència i com aquests canvis provoquen una determinada interacció entre els diferents actors? La nova situació de la ciència està emmarcada en la necessitat de potenciar el desenvolupament econòmic i social del país a partir de les noves tècniques "científiques" i comporta una nova relació amb la resta de la societat. Efectivament les noves matemàtiques són essencials per al progrés del país perquè aquestes inclouen la física i les seves

aplicacions a la societat, al món de les obres públiques i al de les fàbriques manufactureres. Els nous "científics" es guanyen una autoritat social però a la vegada també necessiten de "l'opinió pública" per mantenir aquesta autoritat. Tot això provoca que per als actors d'aquesta "ciència il·lustrada" sigui vital un canvi en el sistema d'ensenyament, no solament en allò que fa referència als continguts sinó també un canvi en allò que es refereix al públic que cal instruir. És important que els nobles aprenguin les "noves ciències", perquè, com sempre, ells continuen sent els responsables de dirigir el país, també és important que determinats sectors militars consolidin el seu aprenentatge científic i tècnic, ja que ells són els que continuen construint les fortificacions militars, els ponts i les vies de comunicació, però és essencial que les noves capes d'artesans especialitzats, els sectors de les professions lliberals s'incorporin a la xarxa d'un nou ensenyament públic. I això no solament ho reclamen els directament implicats en l'ensenyament sinó també força sectors del mateix aparell d'Estat que veuen que es necessita de nous tècnics més qualificats.

3.- En la mesura que els canvis actuen sobre els diferents actors que conflueixen en la figura de Cerdà, aquest deixa de ser un element passiu i ell mateix intervé per participar en l'establiment d'aquestes noves relacions entre ciència i societat. Està clar que la seva intervenció no és per lliure. Són les "autoritats" de la Companyia de Jesús que l'envien a l'estranger per a que es prepari com bon instructor dels joves de Barcelona o de Madrid. És el *Consejo de Castilla* qui autoritza la càtedra pública de matemàtiques a Barcelona. Efectivament, es podria dir que Cerdà és un bon exemple de l'aplicació d'una nova política científica i educativa des les institucions amb més poder: l'enviament de professionals a l'estranger i l'obertura de les aules a noves capes socials. Però tant l'aportació teòrica de Cerdà com la seva pràctica estaran marcades per aquest nou status de la ciència en relació a la societat. La màxima preocupació en la seva obra és que aquesta sigui útil per a la societat, el projecte de curs complet de matemàtiques intenta cobrir els diferents àmbits socials on es puguin aplicar aquestes matemàtiques i la reelaboració teòrica es guiarà per aquest principi d'utilitat. D'altra banda, tant la seva pràctica docent –la seva clara defensa del llibre de text a les aules no

és més que un exemple de buscar la màxima eficàcia en la instrucció– com les seves relacions socials o la seva intervenció a la Cort de Madrid, a partir dels càrrecs que ocupa, tenen com a premissa consolidar el paper de la ciència en la societat que, per altra part, passa per la consolidació d'una comunitat científica que reclama la seva autoritat. Cerdà, efectivament, participa activament en la reconfiguració del nou marc ciència-societat. El primer resultat més evident de la seva intervenció és la constitució de la Conferència Físico-matemàtica com una mostra d'una comunitat científica oberta als corrents científics més innovadors i amb una ferma voluntat d'exercir una hegemonia en el camp de la ciència a Barcelona. En segon lloc no es pot negar el paper de Cerdà a l'hora de que el grup social format pels professionals de l'arquitectura a Barcelona es configuri com a tal, a mitjans del segle XVIII, el qual tindrà, posteriorment, una forta influència sobre la vida local de la ciutat. En tercer lloc, encara que sigui de forma incipient, la intervenció de Cerdà a Barcelona també té una certa repercussió a nivell de l'opinió pública, en relació a la visió que té la societat de la ciència. I en quart i darrer lloc, serà evident que la influència de Cerdà arribarà a la comunitat docent en la que està immers. Ja hem parlat de Hervás y Panduro i de Subiràs com alumnes de Cerdà, i ells, posteriorment, també formaran part d'una comunitat docent que d'una forma o altra recollirà l'experiència de Cerdà.

#### 4.- Quina seria, doncs, l'aportació fonamental de Cerdà?

En primer lloc, l'aportació de Cerdà com a docent és buscar l'optimització de la classe a l'aula, col·locant el text imprès com l'eina principal a l'aula. I per aquest motiu, Cerdà escriu per a que els seus alumnes el llegeixin. No es pot entendre l'obra escrita de Cerdà, tant impresa com manuscrita, si no es té molt present aquesta clara voluntat de l'autor. En segon lloc, cal subratllar l'exigència i el rigor de Cerdà a l'hora de recórrer als autors més actuals del moment quan ha d'escriure un text, com ja s'ha vist a l'analitzar les seves obres. I, en tercer lloc, està clar que el jesuïta Cerdà ha intervingut a favor d'un canvi en la forma d'interpretar i de conèixer la natura, on el terme "experimental" juga un paper fonamental en aquesta nova visió. I encara que Cerdà és bàsicament un matemàtic i ensenya "l'eterna" Matemàtica, una branca del coneixement



tradicionalment associada a l'especulació i a la metafísica –en moltes universitats espanyoles la matemàtica s'estudia com una part més de la filosofia– està afavorint la incorporació de les ciències experimentals com a font de coneixement bàsic. Si hom es basa, per analitzar l'aportació de Cerdà, només en els tres tomos publicats de Cerdà sobre aritmètica, àlgebra i geometria poca visió “revolucionària”, de la que parlava el *Journal Étranger* de Paris, es trobaria, en aquestes obres,. Cal veure la intervenció de Cerdà en el seu conjunt, preparant els altres tractats de matemàtiques “mixtes” o “aplicades”, incorporant les noves eines matemàtiques, com el càlcul diferencial, a les seves classes. Si Cerdà, en les seves classes a Cordelles o a Madrid, s'hagués limitat a explicar aritmètica i geometria, no hagués pogut afavorir el clima necessari per crear la Conferència Físico-matemàtica. Efectivament, des de l'inici de la nostra recerca, ens hem preguntat si realment Cerdà va arribar explicar fluxions al Col·legi de Cordelles. No n'hem trobat proves concretes, però el que sí està provat és que les classes de Cerdà van ser definitives per desvetllar l'interès per les “noves ciències” experimentals que havien de trencar amb “l'especulació estèril” en un important sector de la joventut il·lustrada, primer a Barcelona i, després, a Madrid, i això, creiem, és prou rellevant per definir quina és l'aportació de Cerdà.



## Capítol 2. El càlcul diferencial a la Il·lustració o la mesura de la “modernitat” de les matemàtiques

---

### Introducció

Per tal de contextualitzar l’aportació de Cerdà al càlcul diferencial a l’Espanya del segle XVIII serà precís tenir en compte el desenvolupament d’aquesta part de la matemàtica a l’època del matemàtic català. L’objectiu d’aquest capítol serà, doncs, analitzar quin és el context tant a Espanya com a Europa, en el qual apareixen els primers elements relacionats amb el càlcul diferencial i integral. Analitzar aquests elements permetrà situar i entendre en la seva justa dimensió l’obra i la pràctica de Cerdà.

L’anàlisi de la situació del càlcul diferencial i integral a l’Europa del segle XVIII ha estat un tema llargament i profundament tractat per diversos autors, dels quals – conscients que la bibliografia sobre els orígens i desenvolupament del càlcul a Europa és molt àmplia– hem pogut consultar alguns textos, entre els que destaquen els de Henk J.M. Bos, Eberhard Knoblock i Niccolò Guicciardini<sup>1</sup>. L’àmplia historiografia al voltant dels orígens del càlcul a Europa permet aconseguir un coneixement més precís del desenvolupament del càlcul diferencial a través dels seus principals autors que

---

<sup>1</sup> De Henk J.M. Bos, han resultat lectures rellevants relacionades amb el càlcul diferencial:

“Differentials, Higher-Order Differentials and the Derivative in the Leibnizian Calculus” dins *Archive for History of Exact Sciences* 26.XI. 1974, Volume 14, Issue 1, pp 1-90 i la de l’article

“Newton, Leibniz and the Leibnizian tradition” dins *From the calculus to set theory, 1630-1910, an introductory history*, I. Grattan-Guinness (1980); pp. 49-93.

D’Eberhard Knobloch, cal destacar:

“L’infini dans les mathématiques de Leibniz”, dins *L’infinito in Leibniz, Problemi e terminologia*, Simposio Internazionale Roma, 6–8 Novembre 1986; pp. 33–51.

“Beyond Cartesian limits: Leibniz’s passage from algebraic to ‘transcendental’ mathematics” dins *Historia Mathematica*, Volume 33, Issue 1, February 2006; pp. 113–131.

“Analiticidad, equipolencia y teoría de curvas en Leibniz” (versió espanyola de Mary Sol de Mora) dins *Llull*, Vol. 36 (Nº 78) 2on semestre 2013 ISSN: 0210-8615, Universidad de Zaragoza, pp. 283-306.

De Niccolò Guicciardini, han estat particularment útils per a la nostra recerca:

*The development of newtonian calculus in Britain 1700-1800* (1989).

*Isaac Newton on mathematical certainty and method* (2009).

La nostra consulta, però, ha inclòs molts altres autors entre els quals destaquen: Bruneau, O. (2011); Clark, W., Golinski, J., Schaffer, S. (1999); Giorello, G. (1992); Grabiner, J.V. (1997); Grosholz, E. (1992); Kitcher, P. (1973); Paty, M. (1994).

tradicionalment apareixen emmarcats en dos corrents: el newtonià i el leibnizià. L'anàlisi que es vol fer sobre els inicis del càlcul a Europa no pretén ser exhaustiu i té com objectiu emfatitzar –conscients de no ser els primers en fer-ho<sup>2</sup>– en aquells aspectes que, potser, de vegades, han quedat més amagats. Ens estem referint al paper que van jugar autors de segona fila, particularment el dels ensenyants i els seus textos, a l'hora de configurar el càlcul com a nou camp disciplinar. De la mateixa manera, es vol remarcar la gran interconnexió que va existir entre les dues visions del càlcul, molt sovint analitzades com contraposades.

Un altre objectiu que ens hem marcat per aquest capítol ha estat aprofundir en un dels autors europeus que té una forta influència sobre aquest càlcul a Espanya i concretament sobre l'obra de Cerdà. Es tracta de Thomas Simpson (1710-1761), el llibre del qual, *The Doctrine and Application of fluxions* (1750), resulta ser la principal font del *Tratado de Fluxiones* (1757-1759) de Cerdà. L'estudi de l'obra i la pràctica d'aquest autor permetrà donar-nos alguns elements per entendre per què aquest matemàtic anglès es convertirà en una font i referència obligades per a tots aquells que es van proposar introduir el nou càlcul a l'Espanya de mitjans del segle XVIII.

Finalment, en relació al càlcul diferencial a l'Espanya del segle XVIII, entendre quin és el marc dins del qual Cerdà va intervenir és el tercer objectiu del capítol. Hi ha hagut diversos estudis sobre l'aparició del càlcul diferencial i integral al segle XVIII espanyol de la mà d'historiadors com Norberto Cuesta Dutari i Elena Ausejo que han estudiat els inicis del càlcul diferencial a Espanya des d'una perspectiva general, o Juan Navarro Loidi i Mónica Blanco, que han tractat aspectes més concrets de la introducció del càlcul a Espanya, o Santiago Garma Pons<sup>3</sup>, que ha tractat el tema dins d'un estudi

---

<sup>2</sup> Bensaude-Vincent, B. i altres (2003); Simon i altres (2008) entre d'altres.

<sup>3</sup> Han estat particularment rellevants per a la nostra memòria:

Ausejo Martínez, E. i altres (2010), "Construyendo la Modernidad: Nuevos datos y enfoques sobre la introducción del cálculo infinitesimal en España (1717-1787)" dins *Llull*, Vol 33 (Nº 71) 1er semestre 2010.

Blanco Abellán, M. (2013), "Thomas Simpson: Weaving fluxions in 18th-century London", dins *Historia Mathematica*.

Cuesta Dutari, N. (1976-1983), *Historia de la Invención del Análisis Infinitesimal y de su introducción en España*. Salamanca.

més general de les matemàtiques a l'Espanya del segle XVIII, per citar-ne alguns, però el tema continua estant molt obert i necessitat de major atenció, des del moment que aquests estudis, en general, no han tingut com a principal tema el càlcul diferencial i integral pròpiament dit. Una manera d'entendre la forma que apareix aquest nou camp a Espanya serà reconèixer-lo a través, per una banda, de les institucions docents i, per una altra, a través dels textos on aquest nou càlcul és present. Particularment, l'estudi dels manuscrits del *Colegio Imperial* de Madrid donarà nous elements per una millor comprensió de la manera en què el nou càlcul es desenvolupa a Espanya.

En l'apartat 2.1 es tractarà de la situació del càlcul diferencial i integral a l'Europa del segle XVIII, posant especial èmfasi en el seu desenvolupament i com aquest es va difondre a partir de Newton i els seus seguidors a la Gran Bretanya i analitzant el desenvolupament i difusió d'aquest càlcul al continent, a partir de Leibniz i els seus deixebles.

En l'apartat 2.2 s'analitzarà específicament l'obra i la activitat docent de Simpson, situant aquestes en el context del desenvolupament del newtonianisme britànic. Es podrà comprovar com Simpson és un autor estretament lligat a la difusió de les matemàtiques a la Gran Bretanya del moment i com es pot entendre la seva obra escrita a partir de la seva pràctica docent.

La introducció del càlcul diferencial a Espanya serà tractada en l'apartat 2.3. En aquest apartat s'analitzarà el paper del nou càlcul en les institucions ja referenciades en el capítol 1 com la *Real Academia de Guardias Marinas* de Cádiz, la *Real Academia Militar de Matemáticas* de Barcelona i la *Real Academia Militar de Matemáticas del cuartel de Los Guardias de Corps* de Madrid. Per altra banda, dels col·legis dels jesuïtes, a més del Col·legi de Cordelles de Barcelona ja analitzat, s'aprofundirà particularment en l'aparició del càlcul diferencial en el *Colegio Imperial* de Madrid, a partir de manuscrits

---

Garma Pons, S. (2002), "La Enseñanza de las Matemáticas" dins Peset Reig, José Luis (dir.) *Historia de la Ciencia y de la Técnica en la Corona de Castilla*, Salamanca, Junta de Castilla y León, vol IV.

Navarro Loidi, J. (2013b), "La incorporación del cálculo diferencial e integral al Colegio de Artillería de Segovia" dins *Llull*, Vol. 36 (Nº 78) 2on semestre 2013.

de diversos autors com Wendlingen, Rieger i Bramieri, on Cerdà també va exercir com a docent, i en el *Seminario de Nobles* de la mateixa ciutat.

## 2.1 El desenvolupament del càlcul diferencial a l'Europa del segle XVIII

---

Els inicis amb Newton i Leibniz, 93. El desenvolupament del nou càlcul després de Newton i Leibniz, 98.

---

### *Els inicis amb Newton i Leibniz*

Analitzar el desenvolupament del càlcul diferencial i integral i particularment dels seus orígens a Europa, pot resultar un abús de llenguatge, des del moment que els primers textos apareguts a finals del segle XVII que parlen d'un "nou càlcul" no apareixen com els iniciadors de cap nova disciplina ni tampoc sota aquesta denominació de "diferencial i integral". Un dels primers textos que Newton elabora, el 1671, sobre aquest tema porta per títol *Tractatus de Methodis Serierum et Fluxionum* i el primer article que Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) publica, el 1684 a la revista *Acta Eruditorum* de Leipzig, i que actualment hom considera com l'origen del càlcul diferencial, està titulat com "Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare proi illis calculi genus"<sup>4</sup>.

Nogensmenys quan es parla del desenvolupament del càlcul diferencial i integral hom es vol referir a l'aparició de noves tècniques de càlcul que, amb el temps, requereixen nous enfocaments i nous conceptes matemàtics els quals conduiran efectivament al sorgiment i consolidació d'una nova disciplina matemàtica. Durant els darrers anys del segle XVII i els primers del segle XVIII aquestes noves tècniques es desenvoluparan a partir de múltiples protagonistes, entre els quals destaquen, com és ben sabut, Newton i Leibniz. I el que s'anirà consolidant com una nova disciplina no es

---

<sup>4</sup> El títol fa, doncs, referència al càlcul de màxims i mínims i de les tangents.

pot entendre exclusivament fruit de les aportacions individuals d'aquests dos autors ni al marge de múltiples factors culturals i socials que han vingut a caracteritzar al que s'ha conegut com la Il·lustració.

En el treball que presentem no es tracta d'aprofundir en les obres de Newton o de Leibniz, que molts altres i molt millor ja han fet, ni encara menys de reproduir la polèmica entorn de qui va tenir més mèrit en les seves aportacions al càlcul<sup>5</sup>. Del que es tracta és d'apuntar en quines coordenades es mouen els actors "principals", i sobre tot veure el paper que juguen els actors de "segona línia", els que, amb els seus tractats o manuals i la seva pràctica, realment van construir aquesta nova disciplina<sup>6</sup>.

Està clar que tant Newton com Leibniz no parteixen de zero a l'hora de desenvolupar el nou càlcul. Només per citar-ne alguns, no es pot comprendre l'aparició del càlcul diferencial a finals del segle XVII sense figures com Pierre de Fermat (1601-1665), John Wallis (1616-1703), Pietro Mengoli (1626-1686) o Isaac Barrow (1630-1677). Però si, en aquest breu resum dels inicis d'un nou càlcul, fos necessari trobar un punt de partida probablement caldria començar per Newton. A l'octubre de 1666 Newton ha desenvolupat el teorema binomial per a potències fraccionàries, interpolant resultats que es troben en l'obra de Wallis<sup>7</sup>. Pocs anys després, l'any 1669, escriu *De Analysi per aequationes*, encara que no ho publiqui fins el 1711, on tracta el desenvolupament en series infinites. La formulació del càlcul de les fluxions per part de Newton apareix, per primera vegada, amb l'estudi de les series infinites i efectivament el seu primer treball, elaborat entre 1670 i 1671, el titula *Tractatus de Methodis Serierum et Fluxionum*. El factor que impulsarà aquest càlcul serà el moviment dels cossos, és a dir la cinemàtica<sup>8</sup>. El

---

<sup>5</sup> Hall (1980).

<sup>6</sup> S'ha elaborat una relació cronològica dels autors que apareixen citats en els apartats 2.1 i 2.2 d'aquesta tesi en l'Annex 4.

<sup>7</sup> Wallis, John, *Arithmetica Infinitorum* (1656).

<sup>8</sup> Guicciardini (2009) p. 13. Paty (1994).

mestre de Newton va ser Barrow<sup>9</sup> i aquest ja va estudiar les corbes com elements generats pel moviment on el temps juga un paper de variable sempre present:

El temps té moltes analogies amb una línia, tant recta com circular, i per tant pot ser representat correctament per aquesta; ja que el temps només té longitud, és similar en totes les seves parts i pot ser vist com constituït per una simple addició d'instantis successius o com un flux continu d'un instant; igualment com una línia recta o circular té només longitud, és similar en totes les seves parts, i pot ser vista com essent produïda per un nombre infinit de punts o el traç d'un punt en moviment.<sup>10</sup>

Newton aprofundirà aquesta visió i el fonament del seu càlcul residirà en el concepte de quantitats generades per un moviment continu, però, com molts dels matemàtics contemporanis seus, havia utilitzat els infinitedsimos en els seus primers escrits sobre fluxions. De fet l'aparició dels infinitedsimos durant el segle XVII cal veure-la lligada als indivisibles introduïts, uns anys abans, per Bonaventura Cavalieri (1598-1647)<sup>11</sup>. Molt aviat els matemàtics del moment van adoptar la nova tècnica introduïda

<sup>9</sup> Tant en *Lectiones Geometricae* (1670) com en *Lectiones Mathematicae* (1683) que Barrow va explicar des de 1663 fins 1669 a Cambridge, es veuen les magnituds geomètriques com generades pel moviment. Aquest és un dels primers principis del mètode de fluxions de Newton. Aquest principi permet utilitzar els procediments al límit a partir de la continuïtat del moviment. A més la continuïtat observada en les moviments físics proporciona un llenguatge aplicable a la natura. Barrow trenca així amb la tradicional divisió entre matemàtiques pures i mixtes, des del moment que la magnitud continua forma part de les coses i no hi ha cap part de la física que no es pugui reduir a la geometria. Establint la validesa de la geometria cinemàtica, Barrow trenca amb les limitacions del cartesianisme i amb les disciplines aristotèliques. (Veure Guicciardini (2009); "8.1 Barrow").

<sup>10</sup> Barrow, Isaac (1670), *Lectiones Geometricae*. Londini. Typis Gulielmi Godbid, & prostant venales apud Johannem Dunmore. p. 7. La traducció al català de la cita és responsabilitat exclusivament nostra, així com serà per a totes altres traduccions següents. En aquest cas s'ha fet a partir de la versió anglesa, *Geometrical Lectures of Isaac Barrow*, translated by J.M. Child. Chicago and London, The Open Court publishing Company. 1916; p. 37: "Time has many analogies with a line, either straight or circular, and therefore may be conveniently represented by it ; for time has length alone, is similar in all its parts, and can be looked upon as constituted from a simple addition of successive instants or as from a continuous flow of one instant ; either a straight or a circular line has length alone, is similar in all its parts, and can be looked upon as being made up of an infinite number of points or as the trace of a moving point". La traducció al català de la cita és responsabilitat exclusivament nostra, així com serà per a totes altres traduccions següents.

<sup>11</sup> Cavalieri (1635), *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*. Per poder analitzar amb tot detall el pas dels indivisibles als infinitedsimos, veure Malet, Antoni (1996), *From Indivisibles to Infinitesimals, Studies on Seventeenth-Century Mathematizations of Infinitely Small Quantities*. Altres autors han tractat també el tema dels infinitedsimos en el segle XVII i XVIII, entre d'altres Gert Schubring en el seu article "Conflicts between generalization, rigor and intuition" dins *Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences* (2005). Springer. New York. Darrerament ha aparegut un altre text sobre



per aquest autor per resoldre diferents problemes relacionats amb les corbes com el de la quadratura d'aquestes, entre d'altres. Però, com Malet<sup>12</sup> diu, els matemàtics de mitjans del segle XVII, preocupats pels fonaments teòrics d'aquesta nova eina, van anar substituint els indivisibles pels infinitèsims<sup>13</sup>, considerant que aquests darrers gaudien d'una major consistència. És així que tant Blaise Pascal (1623-1662), Barrow com Wallis van assumir els infinitèsims en els seus treballs. Newton, però, mostra la seva preocupació per l'ús d'aquests infinitèsims com eina vàlida demostrativa. De manera que ben aviat (en un "Addendum" escrit el 1671<sup>14</sup>), Newton apunta la idea que cal desenvolupar una forma sintètica (geomètrica) del mètode de les fluxions, és a dir una versió on no apareguin els infinitèsims, basada en una idea molt propera a la de límit dins una concepció geomètrico-cinemàtica. Newton prefereix parlar de quantitats generades per un flux continu més que de figures curvilínies com a suma infinita d'infinitèsimes parts<sup>15</sup>. Finalment, el mètode sintètic de les fluxions –de les primeres i darreres raons– és el que apareix en els *Principia* (1687):

Aquest lemes s'estableixen per evitar l'avorriment de deduir complicades demostracions *ad absurdum*, segons el mètode dels antics geomètres. Ja que les demostracions pel mètode dels indivisibles són més curtes; però com que la hipòtesi dels indivisibles sembla quelcom desplaent, i, per tant, aquest mètode és vist com menys geomètric, he preferit reduir les demostracions de les següents proposicions a les primeres i darreres sumes i raons de les quantitats naixents i evanescents, és a dir, als límits d'aquestes sumes i raons, enunciant així de la forma més breu possible com premisses la demostració d'aquests

---

els indivisibles: Jullien, Vincent i altres (2015), *Seventeenth-Century Indivisibles Revisited*. Editor: Jullien, Vincent. Springer International Publishing Switzerland.

<sup>12</sup> Malet (1996); p. 19.

<sup>13</sup> Malet considera que hi ha tres diferències entre els dos conceptes: 1) Els infinitèsims són divisibles a diferència dels indivisibles, 2) Els infinitèsims són homogenis és a dir tenen la mateixa dimensió que la magnitud de la que formen part mentre que no era així per als indivisibles (una superfície estava formada per línies) i 3) Es poden aconseguir infinitèsims a partir d'un procés de divisió infinita. (Malet, 1996; p.19)

<sup>14</sup> Es tracta d'un "Addendum" al *Tractatus de Methodis Serierum et Fluxionum*.

<sup>15</sup> Malet (1996); p. 66.

límits. Doncs gràcies a això es demostra el mateix que pel mètode dels indivisibles, i un cop demostrats aquests principis podem emprar-los amb més seguretat.<sup>16</sup>

Aquest mètode, que ja havia exposat en l'obra *Geometria Curvilinea*, és certament el que Newton utilitza en els *Principia*, però sense deixar de recórrer a tècniques de quadratures encara que no les expliciti<sup>17</sup>. Més tard, el 1704 publica *Tractatus de Quadratura Curvarum* com apèndix de l'obra *Opticks*. Aquest tractat l'ha escrit al voltant del 1690 i en aquest torna a defensar el mètode dels procediments dels "antics", oposant-se als infinitèsims<sup>18</sup>.

La història, però, del càlcul de fluxions a la Gran Bretanya no es desenvolupa d'una forma lineal ni aïllada de l'evolució del càlcul diferencial al continent. Entre els primers escrits no publicats de Newton del 1669 i la publicació dels *Principia* el 1687 o del tractat *De quadratura curvarum* el 1704 han passat trenta anys, durant els quals Leibniz ja ha publicat els seus descobriments sobre el càlcul diferencial (1684) i el Marquès de l'Hôpital (1661-1704) ha publicat *L'Analyse des infiniments petits pour l'intelligence des lignes courbes* (1696). Efectivament, la inicial articulació del càlcul diferencial en mans de Leibniz es produeix a finals de la seva estada a París (1672-1676)<sup>19</sup> i es dona a partir d'una combinació de la geometria, l'àlgebra i la teoria de nombres. De fet, els seus

---

<sup>16</sup> Newton (1687): "These Lemmas are premised to avoid the tediousness of deducing perplexed demonstrations ad absurdum, according to the method of the ancient geometers. For demonstrations are more contracted by the method of indivisibles: but because the hypothesis of indivisibles seems somewhat harsh, and therefore that method is reckoned less geometrical, I chose rather to reduce the demonstrations of the following propositions to the first and last sums and ratios of nascent and evanescent quantities, that is, to the limits of those sums and ratios; and so to premise, as short as I could, the demonstrations of those limits. For hereby the same thing is performed as by the method of indivisibles; and now those principles being demonstrated, we may use them with more safety". Hem utilitzat una versió americana dels *Principia: The Mathematical Principles of Natural Philosophy*, translated into English by Andrew Motte, New York, 1846; Book I, p. 102.

<sup>17</sup> Guicciardini (2009), p.16. Efectivament, tal com Guicciardini explica en el seu llibre *Isaac Newton on mathematical certainty and method*, Newton mostra determinats resultats en els *Principia* sense explicitar de quina forma els ha obtingut, tot i que, posteriorment, explicarà que tots els resultats mostrats en els *Principia* els ha aconseguit a partir del seu mètode de fluxions.

<sup>18</sup> *Sir Isaac Newton's Two treatises: Of the quadrature of curves, and Analysis by equations of an infinite number of terms, explained: containing the treatises themselves, translated into English, with a large commentary...* by John Stewart. London: Printed by J. Bettenham, at the expense of the Society for the Encouragement of Learning [etc], 1745. "Introduction to the Quadrature of Curves", p.1: "And after this Manner the Ancients, by drawing moveable right Lines along immoveable right Lines, taught the Genesis of Rectangles".

<sup>19</sup> Hofmann (1974).

primers treballs són sobre combinatòria, però és a partir de l'àlgebra que podrà relacionar la geometria amb les series infinites<sup>20</sup>. Per tant, la naturalesa essencial de l'origen del càlcul leibnizià és algebraica<sup>21</sup>, tot i que Leibniz és molt conscient de la potència d'aquest càlcul en la geometria. El seu primer article, "Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare proi llis calculi genus", on per primera vegada apareix el càlcul diferencial, tracta sobre el mètode per trobar màxims i mínims i tangents a les corbes. Es podria dir que una de les característiques que diferencia Leibniz de Newton és que, encara que tots dos tracten de quantitats variables, Newton les considera variant amb el temps mentre que Leibniz –igual que Mengoli– les veu com una successió de valors infinitament propers<sup>22</sup>. La fluxió és la velocitat del canvi per a Newton, la diferencial és la diferència infinitament petita entre dos valors successius per a Leibniz. I en tots dos apareix la utilització de l'infinitèsim, en un cas lligat a un temps infinitesimal i en l'altre a una longitud infinitèsima.

### *El desenvolupament del nou càlcul després de Newton i Leibniz*

Als darrers anys del segle XVII, el càlcul de Newton és conegut per ben pocs: John Collins (1625-1683), Henry Oldenburg (1619-1677), John Wallis...<sup>23</sup> De forma que els primers que intenten sistematitzar i difondre el càlcul fluxional han de buscar les fonts als *Acta Eruditorum* i a l'*Analyse des infiniments petits [...]* de l'Hôpital. Es tracta, moltes vegades, de professors de matemàtiques que estan influenciats tant per Newton com per Leibniz i que intentaran escometre una tasca de divulgació publicant manuals elementals: John Harris (1666-1719), Charles Hayes (1678-1760), Humphry Ditton (1675-1715), entre altres<sup>24</sup>.

---

<sup>20</sup> Grosholz (1992).

<sup>21</sup> Paty (1994), pp. 8-10.

<sup>22</sup> Bos (1980), p. 123. Massa (1998).

<sup>23</sup> Guicciardini (1989); p. 11.

<sup>24</sup> Harris, professor de matemàtiques que al voltant del 1698 va començar a donar classes gratuïtes al Coffee-House de la Marina a Birch Lane, és un dels primers en publicar una introducció al càlcul de fluxions, *New Short Treatise of Algebra* (1702), Hayes, que es dedicava a la geografia i a la cartografia,

Durant, però, les primeres dècades del segle XVIII el nombre de tractats de fluxions és limitat i sembla que la introducció del nou càlcul a les Universitats britàniques no es produeix fàcilment. Cal citar, a la Universitat d'Oxford, a David Gregory (1659-1708) del qual la publicació pòstuma (1745) d'un tractat de fluxions pot ser la prova que, durant els seus anys d'universitat (1683-1721), va ensenyar aquest càlcul. A Cambridge, Saunderson<sup>25</sup> probablement va ser el primer en ensenyar el càlcul fluxional, tot i que el seu *Method of Fluxions* (1756) no es va publicar fins després de la seva mort. De totes maneres, no és fins al 1740 que, a la Universitat de Cambridge, el càlcul de fluxions apareixerà en el temari dels recent creats exàmens selectius de matemàtiques (mathematical tripos). També, amb tota seguretat, tant Robert Simson (1687-1768), a la Universitat de Glasgow, com James Gregory (1666-1742?), a Edimburg, van donar classes de fluxions.

En qualsevol cas, d'aquests primers anys del segle XVIII, cal subratllar alguns autors que també contribueixen, de forma rellevant, al desenvolupament del nou càlcul. Un d'ells és Brook Taylor (1685-1731) que en el seu *Methodus Incrementorum Directa et Inversa* (1715) desenvolupa el càlcul de fluxions, considerant-lo com un cas particular de la teoria més general del càlcul de les diferències finites. Un altre dels autors que desenvolupen el nou càlcul és Roger Cotes (1682-1716) que publica el 1722 *Harmonia Mensurarum*, on es poden trobar dos capítols dedicats al càlcul diferencial, "De Methodo Differentiali Newtoniana" i "De constructione Tabularum per Differentias" i particularment una taula d'integrals usada posteriorment per molts autors. Finalment, James Stirling (1692-1770)<sup>26</sup>, el 1730, publica *Methodus differentialis, sive tractatus de summatione et interpolatione serierum infinitarum* –una ampliació de l'obra de Newton *Methodus Differentialis* (1711)– que està dedicada a la convergència de les sèries i a

---

publica el 1704, *Treatise of Fluxions* i Ditton, professor de matemàtiques a Londres, publica el 1706, *Institution of Fluxions*. Veure Guicciardini (1989); pp. 13-15.

<sup>25</sup> Saunderson és un dels autors citats per Cerdà en les seves *Liciones de Matemática*. Veure p. 37 del capítol 1.

<sup>26</sup> Citat prèviament al capítol 1 d'aquesta tesi.

l'interpolació. Stirling, en aquesta obra, explica com els mètodes analítics són útils allà on Newton havia usat mètodes geomètrics.<sup>27</sup>

A diferència de Newton, que manté un cercle relativament tancat de seguidors, i que tarda en publicar les seves descobertes, els resultats obtinguts per Leibniz ràpidament tenen un ressò arreu d'Europa. Pocs anys després que Leibniz publicués els seus primers resultats, l'Hôpital publica, a partir d'unes lliçons de Johan Bernoulli (1667-1748), el seu *Analyse des infiniments petits [...]*, que és el primer tractat sobre càlcul diferencial que apareix a Europa i que ben aviat es convertirà en el manual de referència del nou càlcul diferencial. Això ha estat possible, entre altres factors, pel paper que juga Nicolas Malebranche (1638-1715), membre de la Congregació de l'Oratori, amb estretes relacions amb l'Académie des Sciences. Per encàrrec del mateix Malebranche, el 1708, Charles-René Reyneau (1656-1728) publica *Analyse démontrée, ou la Methode de résoudre les problèmes des Mathématiques [...]* que també és una recopilació de les lliçons de Bernoulli. En aquest llibre l'autor es fa ressò de la polèmica al voltant dels infinitsims sorgida a partir del nou càlcul i protagonitzada a França per Michel Rolle (1652-1719) i Pierre Varignon (1654-1722)<sup>28</sup>. Particular rellevància té Bernard le Bovier Fontenelle (1657-1757), que amb el seu llibre *Éléments de la Géométrie de l'infini* (1727), és un dels primers a sistematitzar la nova anàlisi sobre els infinits. Per altra banda, Christian Wolff (1679-1754), alumne de Leibniz, publicarà, a partir del 1713, la seva enciclopèdia *Elementa Matheseos Universae* on dedica una part al càlcul diferencial i integral.

De la influència de l'*Analyse des infiniments petits [...]* de l'Hôpital n'és una mostra la traducció que en fa Edmund Stone (1700?-1768) a la Gran Bretanya newtoniana. L'obra *The Method of Fluxions, both Direct and Inverse* que publica el 1730 és, en part, una traducció del text de l'Hôpital però també conté una part original dedicada al mètode

---

<sup>27</sup> Ibid.

<sup>28</sup> Pierre Varignon, *Eclaircissements sur l'Analyse des Infiniments Petits* (Paris: Rollin, 1725). Citat en Blanco (2008), p. 123. Schubring (2005), p. 189.

invers de fluxions, basada en *Harmonia Mensurarum* de Cotes<sup>29</sup>. Posteriorment el llibre de Stone va ser traduït al francès, el 1735, per M. Rondet.

L'any 1734 el bisbe George Berkeley (1685-1753) llança una dura crítica d'inconsistència al nou càlcul que gira entorn als infinitedsimos, publicant *The analyst; or a discourse addressed to an infidel mathematician*, i la controvèrsia amb aquest autor torna massa sensible la comunitat dels matemàtics britànics per acceptar el tractat de l'Hôpital basat estrictament en els infinitesimals. L'any 1736, quan per primera vegada es publica *The Method of Fluxions and Infinite Series* de Newton, que és una traducció a l'anglès per part de John Colson (1680-1760) del manuscrit en llatí escrit per Newton el 1671, *Tractatus de Methodis Serierum et Fluxionum*, en el seu pròleg, Colson, a més de descriure el càlcul fluxional com un mètode que es regeix pels principis de la mecànica racional, recull ja tota la llarga polèmica entre els iniciadors del càlcul diferencial intentant aportar elements contra les crítiques d'inconsistència dels infinitedsimos:

El nostre autor [Newton] resol aquí aquest problema amb l'ajut d'un altre Principi, no menys evident; el qual suposa que la Quantitat és infinitament divisible, [...] per arribar a Quantitats que poden ser anomenades Quantitats evanescents, o que són infinitament petites, i menys que qualsevol Quantitat assignable. O això suposa que podem configurar una Noció, efectivament no de la infinitat absoluta sinó de la relativa i comparativa. Es tracta de quelcom molt diferent del Mètode dels Indivisibles, com també del Mètode infinitesimal estranger, que recorren a quantitats infinitament petites, i ordres i graus infinits d'aquestes, no relativament sinó absolutament. [...] I darrerament alguns Geòmetres han desenvolupat aquestes Especulacions, al voltant de la infinitat real i absoluta, encara més lluny, i han pensat en Sistemes imaginaris de Quantitats infinitament grans i infinitament petites, i els seus diferents ordres i propietats.<sup>30</sup>

<sup>29</sup> Stone, que era un bon coneixedor del llatí i del francès, va exercir com mestre de matemàtiques i al 1725 va ser elegit Fellow de la *Royal Society of London*. Va aprendre geometria i anàlisi, estant al servei del Duc de Argyll, i a més de traduir obres de geometria, es va dedicar a la construcció i ús d'instruments matemàtics, perspectiva, navegació i astronomia. La seva contribució té un especial interès perquè converteix el llenguatge leibnizià en newtonià identificant la fluxió amb la diferencial.

<sup>30</sup> Prefaci de *The Method of Fluxions and Infinite Series*, Translated from the Author's Latin original [Newton (1671), *Tractatus de Methodis Serierum et Fluxionum*] not yet made publik... by John Colson, 1736, pp. XI-XII: "This Problem our Author [Newton] here solves by the help of another Principle, not less evident ;

La ambigüitat entorn la definició de fluxió s'ha mantingut des de que el mateix Newton, en els seus escrits, havia proposat diferents aproximacions al nou concepte. Per una banda la fluxió era la velocitat i per una altra un increment infinitesimal. Newton en *De quadratura curvarum* (1704) havia intentat basar el càlcul en les “primeres i darreres raons”, conceptes propers al concepte de límit però també al mètode d'exhaustió de la geometria grega<sup>31</sup>. Nogensmenys els seguidors de Newton interpreten els resultats de forma diversa. Així Stone, en traduir l'Hôpital, diu que la fluxió és el mateix que la diferencial, Harris pren la fluxió com un increment infinitesimal i en canvi Taylor<sup>32</sup> i Stirling assumeixen el mètode de les “primeres i darreres raons” del Newton dels *Principia* i de *De quadratura curvarum*<sup>33</sup>. L'any 1742, Maclaurin (1698-1746) publica *The Elements of the Method of Fluxions, demonstrated after the Manner of Ancient Geometricians*, un text de més de 700 pàgines en dos llibres. En el primer llibre és on estableix les bases geomètriques del mètode de les fluxions, basant-se en principis geomètrico-cinemàtics per donar una definició de fluxió on els infinitèsims no tenen cabuda, i en el segon tracta les fluxions des d'un punt de vista exclusivament algebraic. El seu tractat es convertirà en el text de referència per la comunitat newtoniana i la seva influència traspasarà les fronteres d'aquesta comunitat. Encara que el principal objectiu del seu tractat hagi estat justificar el mètode de les fluxions a partir d'una argumentació geomètrica “segons els Antics”, on el mètode d'exhaustió i la reducció a l'absurd són les principals eines utilitzades, en el seu segon llibre, Maclaurin mostra la potència i generalitat del càlcul algebraic<sup>34</sup>. És així que trobarem nombrosos matemàtics continentals que s'inspiraran en la seva obra i la desenvoluparan. Un d'aquests matemàtics és Jean le Rond d'Alembert (1717-1783) que,

---

which supposes that Quantity is infinitely divisible, [...] to arrive at Quantities that may be call'd vanishing Quantities, or which are infinitely little, and less than any assignable Quantity. Or it supposes that we may form a Notion, not indeed of absolute, but of relative and comparative infinity. 'Tis a very just exception to the Method of Indivisibles, as also to the foreign infinitesimal Method, that they have recourse at once to infinitely little Quantities, and infinite orders and gradations of these, not relatively but absolutely such. [...] And some late Geometricians have carry 'd these Speculations, about real and absolute Infinity, still much farther, and have raised imaginary Systems of infinitely great and infinitely little Quantities, and their several orders and properties [...]"

<sup>31</sup> Guicciardini (1994), p. 310.

<sup>32</sup> Schubring (2005), p. 206.

<sup>33</sup> Guicciardini (1989); p. 42.

<sup>34</sup> Bruneau (2011).

en el marc de la confecció de l'*Encyclopédie*, participa activament en la configuració del nou càlcul avançant en la idea de límit en el seu article "Différentiel" (1754).<sup>35</sup>

És a partir de mitjans de segle que el desenvolupament del càlcul a la Gran Bretanya i al continent més es distancien. Després de la publicació de *The Elements of the Method of Fluxions* per part de Maclaurin, a la Gran Bretanya es multiplica el nombre de tractats sobre fluxions. Segons Guicciardini<sup>36</sup>, entre 1736 i 1777 es van vendre unes 18000 còpies de tractats sobre fluxions. El refús de Maclaurin als infinitedsimos és assumit en la majoria dels tractats<sup>37</sup> però no en tots. Durant aquest període, els tractats que més es van publicar van ser *The Doctrine of Fluxions* (1743) de William Emerson (1701-1782), *The Doctrine and Application of Fluxions* (1750) de Simpson i *An Introduction to the Doctrine of Fluxions* (1751) de John Rowe<sup>38</sup>. Com ja s'ha dit, els autors d'aquests tractats van ser usualment professors de matemàtiques i un sector de lectors d'aquests van ser els seus mateixos estudiants però, també, cal tenir present el gran interès per a les matemàtiques en aquesta època que inclou als "amateurs" i "philomaths". En aquest sentit el paper de les publicacions periòdiques com *Ladies's Diary*<sup>39</sup>, és essencial, així com l'aparició de diverses societats de "philomaths", com *Spitafiels Mathematical Society* (1717), *Manchester Mathematical Society* (1718) i *Northampton Mathematical Society* (1721).

<sup>35</sup> D'Alembert (1754), "Différentiel" dins *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers*; Tome Quatrième, Paris; p. 985.

<sup>36</sup> Guicciardini (1989), p.55.

<sup>37</sup> Citem alguns d'aquests tractats:

- *The Method of Fluxions and Infinite Series* (1736) de James Hodgson (1672-1755) on expressament es distingeix el càlcul fluxional newtonià del diferencial continental.
- *A Mathematical Treatise* (1736) de John Muller (1699-1784), traduïda al francès el 1760.
- *An Explanation of Fluxions* (1741) de Francis Blake (1708-80) és un altre intent de divulgació del càlcul fluxional, petit text del qual Simpson reconeixrà, en el seu tractat, *The Doctrine and Application of fluxions* (1750) la influència.
- *A New Treatise of Fluxions* (1737) del mateix Simpson.

<sup>38</sup> Segons Guicciardini (1989), pp. 55-67, del manual de Emerson van haver quatre edicions: 1743, 1757, 1768 i 1773, del de Simpson quatre edicions: 1750, 1776, 1805 i 1823 i del de Rowe cinc edicions: 1751, 1757, 1762, 1767 i 1809.

<sup>39</sup> *Ladies's Diary* era una revista que va aparèixer anualment a Londres del 1704 al 1841. El seu subtítol indicava els seus objectius: "Containing New Improvements in Arts and Sciences, and many entertaining Particulars: Designed for the Use and Diversion of the Fair Sex." Aquesta incloïa, entre altres, problemes matemàtics i on es podien trobar les respostes dels lectors donades a qüestions plantejades en publicacions anteriors.



Segons diversos autors, el de Simpson és, de lluny, el millor de tots els tractats publicats i, juntament amb l'obra de Maclaurin, el que més influència va tenir durant molt temps tant a la Gran Bretanya com al continent<sup>40</sup>. Com més endavant ja s'analitzarà amb més detall, l'obra de Simpson representaria un dels exponents més avançats de la visió geomètrico-cinemàtica del càlcul fluxional newtonià però a la vegada un pont cap al càlcul diferencial continental que, per altra part, anava distanciant-se més i més dels matemàtics britànics.

També al continent ha aparegut la polèmica entorn als infinitedsimos però el nou càlcul ha provat la seva potència a l'hora de resoldre vells problemes de la geometria i obrir noves perspectives en el camp de la física. L'essència bàsicament algebraica del càlcul leibnizià és allò que permet no solament la seva generalització a diferents camps sinó també reforçar el caràcter instrumental d'aquest, obviant discussions de caire ontològic.

Al mateix temps que Maclaurin publica el seu tractat el 1742, Johan Bernoulli completa l'obra de l'Hôpital amb *Lectiones de calculo integralium*. I en pocs anys diferents autors al continent aprofundeixen en el nou càlcul. Un d'ells és Clairaut<sup>41</sup> que treballa sobre el càlcul integral, les equacions diferencials i, particularment, les derivades parcials. L'aportació de d'Alembert, ja comentada anteriorment, la qual, partint de la idea intuïtiva de Newton sobre les primeres i darreres raons, planteja el concepte de límit com una forma de superar la polèmica entorn als infinitedsimos, deixa obert un nou enfocament del càlcul diferencial. Però, en qualsevol cas, la figura de Leonhard Euler (1707-1783) resulta clau per a la consolidació del càlcul diferencial i integral a Europa. Entre tota la prolífica producció de Euler, destaquen els textos dedicats a l'anàlisi: *Introductio in analysin infinitorum* (1748), *Institutiones calculi*

---

<sup>40</sup> Guicciardini (1989), pp. 55-67. També John Playfair (1748-1819) es manifesta en el mateix sentit en el seu llibre *Collected Works, Vol IV* (1822), p. 323: "At the moment when we now write, the treatises of Maclaurin and Simpson, are the best which we have on the fluxionary calculus, though such a vast multitude of improvements have been made by foreign mathematicians, since the time of their first publication".

<sup>41</sup> Clairaut va tractar diversos temes sobre la teoria dels tres cossos i la forma de la Terra, i en particular va treballar sobre les equacions diferencials, publicant la seva obra *Sur l'intégration ou la construction des équations différentielles du premier ordre* el 1740.

*differentialis cum eius usu in analysi infinitorum ac doctrina serierum* (1755) i *Institutiones calculi integralis* (1768-1770). Antonio J. Durán Guardado, en la seva introducció a l'edició espanyola de *Introducción al análisis de los infinitos* (2000) de Euler, considera aquest text com l'obra fundacional de l'anàlisi moderna. En aquest text, on l'eina fonamental no és el càlcul diferencial sinó l'infinit, Euler dóna la definició de funció amb termes semblants als actuals, si es prescindeix de la variable complexa:

Una funció d'una quantitat variable és una expressió analítica composta de qualsevol manera per la quantitat variable i per números o quantitats constants.<sup>42</sup>

Per altra banda, en *Institutiones calculi differentialis* Euler considera el càlcul diferencial com un cas particular de les diferències finites. I, finalment, tal com Guicciardini<sup>43</sup> afirma, la figura de Joseph Louis Lagrange (1736-1813) oferiria una nova alternativa al càlcul, tancant aquest inicial període on el càlcul diferencial ha arribat a consolidar-se com una nova disciplina. Lagrange opta per abandonar diferencials i fluxions a favor del concepte de funció. En la seva *Théorie des fonctions analytiques* (1797) prova que qualsevol funció pot ser desenvolupada en una sèrie de Taylor i d'aquesta manera evita discussions sobre els fonaments, només utilitzant eines algebraïques. La derivada és una altra funció obtinguda per operacions algebraïques a partir de la funció inicial.

Mentre, doncs, en la segona meitat de segle, el càlcul diferencial i integral al continent reforçava el seu caràcter algebraic, s'independitzava de la geometria i superava la vella polèmica entorn els infinitèsims i les diferencials, incorporant nous elements teòrics com els conceptes de límit i funció, la matemàtica newtoniana, després de Simpson, s'estancava<sup>44</sup>. Les aportacions de Cotes, Taylor, Stirling i Maclaurin havien

<sup>42</sup> Euler (1748); Liber primus, Caput primum, p.4: "Functio quantitatis variabilis, est expressio analytica quomodocunque composita ex illa quantitate variabili, & numeris seu quantitibus constantibus".

<sup>43</sup> Guicciardini (1994), pp. 315-316.

<sup>44</sup> Roy Porter en la introducció del seu llibre *The Cambridge History of Science, Volume 4, Eighteenth-century science* (2003), p. 4, escriu "John Henry has recently confirmed that 'eighteenth century developments in mathematics perhaps owe more to the achievements of Leibniz and the Bernoulli brothers, than to Newton, whose dominion over British mathematicians seems to have led to a noticeable decline'", referint-se a l'obra *The Scientific Revolution* (1997), p. 94, del mateix Henry.

estat molt importants i els darrers en avançar van ser Simpson i Landen, els quals, inicien, de fet, un procés de reforma. La mateixa noció de límit que avança d'Alembert es podia entreveure més en el discurs newtonià que no pas en el leibnizià. Però el llenguatge fluxional, que havia aportat una certa consistència teòrica al nou càlcul, es convertia en un fre a l'aprofundiment algebraic d'aquest. Efectivament un dels elements que més concretament desencadenen la crisi en la comunitat newtoniana és la dificultat per part dels britànics en el tractament de les funcions multivariables i les diferenciacions parcials<sup>45</sup>.

## 2.2 Thomas Simpson: el matemàtic i l'ensenyant

---

Els primers anys, 106. Un "philomath" en acció, 107. La primera publicació: *A new treatise of fluxions*, 108. La influència de Francis Blake (1702-1780), 109. El reconeixement públic de Simpson, 112. *Doctrine and Application of Fluxions*, 115. Els darrers anys, 118. Després de Simpson, 120. Algunes reflexions sobre l'obra i la pràctica de Simpson, 121.

---

### *Els primers anys*

Thomas Simpson<sup>46</sup> va néixer a Market Bosworth, en el comtat de Leicester, el 20 d'agost de 1710, i estava destinat a treballar en el ram del tèxtil on el seu pare era teixidor. Un dels seus primers biògrafs va ser el seu amic Charles Hutton (1737-1823)

---

<sup>45</sup> Guicciardini (1989), p. 112.

<sup>46</sup> La bibliografia que s'ha utilitzat per analitzar l'obra i la pràctica docent i científica de Simpson ha estat diversa però la més relacionada amb l'autor ha estat la següent:

- *History of The Works of the Learned. For the Months of July, August, September, October, November and December, 1737*. VOL. II. London. Printed for T. Cooper, at the Globe in Paternoster-Row.
- *A New and General Biographical Dictionary*, Printed for W. Strahan, T. Payne and son, J. Rivington and sons, W. Owen, B. White. London 1784.
- Hutton, Charles, *Memoirs of the Life and Writings of the Author* (juliol 1792), prefaci de *Select Exercises for Young Proficients* (1752) de Simpson.
- *The Annual Register, or a View of the History, Politics, and Literature for the Year 1764*. The fourth Edition. London. Printed for J. Dodsley, in Pall-Mall, 1792.
- Hutton, Charles (1795), *A Mathematical and Philosophical Dictionary*. London.
- Clarke, Frances Marguerite (1929), *Thomas Simpson and his times*. Columbia University. Waverly Press.
- Gillispie, Charles Coulston (editor) (1981), *Dictionary of scientific biography (DSB)*. New York.

que va escriure *Memoirs of the Life and Writings of the Author* (1792), redactat com prefaci de *Select Exercises for Young Proficients*, un dels darrers textos de Simpson.

L'educació de Simpson no va ser diferent a la de qualsevol fill d'artesà. Les diferències entre pare i fill al voltant del futur de Thomas van fer que aquest abandonés la casa dels pares. Va anar a viure a la casa de Mrs. Swinfield, una cosidora vídua, a Nuneaton, Warwickshire, on va continuar treballant en el tèxtil tot i ampliant els seus coneixements científics. Va començar a iniciar-se en el camp de les matemàtiques a partir de l'aritmètica de Cocker<sup>47</sup> que un venedor ambulat, que es dedicava a l'astrologia, li va proporcionar i és a partir d'aquest que també es va iniciar en la pràctica de predir el futur. Des de 1725, quan Simpson tenia quinze anys, va començar a donar a classes de matemàtiques a escoles per la tarda, per la qual cosa va poder deixar la indústria tèxtil, durant un temps. L'any 1730, quan tenia vint anys, es va casar amb la vídua Swinfield, molt més gran que ell, i al cap d'un temps es va traslladar a Derby amb la seva dona i fills, on va continuar treballant en l'educació.

### ***Un "philomath" en acció***

Al voltant del 1730, Simpson va iniciar la seva relació amb la revista *Ladies's Diary*, a partir de la qual, sembla ser, va entrar en contacte amb el mètode de les fluxions<sup>48</sup>. Cal tenir en compte que Simpson no entenia el llatí i, segons Clarke<sup>49</sup>, va haver d'aprendre la teoria de les fluxions a partir del llibre de Stone (1730), tot i que, després, les definicions de fluxió de cada autor difereixen molt. Havent-se convertit en un autèntic autodidacte, el 1735 va començar a publicar en *Ladies's Diary* alguns articles matemàtics. En aquell moment, Simpson estava vivint a Londres, mentre la seva família continuava a Derby.

A Londres, Simpson es va establir a Spitalfields, una comunitat tèxtil huguenota, on continuava treballant com a teixidor i a estones lliures ensenyava matemàtiques. En les seves notes, Simpson explica que era membre de la "Mathematical Society in Spittle

<sup>47</sup> *Cocker's Arithmetick* era un manual escolar de matemàtiques escrit per Edward Cocker (1631-1676).

<sup>48</sup> Clarke (1929); p. 13.

<sup>49</sup> Hutton (1792); p. VI.

Market”, societat que es va desenvolupar entre 1717 i 1845<sup>50</sup>. Simpson va aconseguir tanta fama en aquesta societat que va poder portar la seva família a Londres, és a dir a la seva dona amb els seus dos fills i una filla que havia nascut del matrimoni. Poc temps després va tenir un altre fill.

A més de col·laborar amb la revista *Ladies’Diary*, Simpson també col·laborava amb altres revistes, com *Merlin’s Magazine*, mantenint fluïda correspondència amb els lectors d’aquestes revistes així com amb membres de diferents clubs matemàtics apareguts arreu de la Gran Bretanya i, com era habitual a l’època, participava en diferents polèmiques amb altres autors sobre articles o textos publicats. La biògrafa de Simpson, Clarke, opina que tota aquesta correspondència demostra com la pràctica de desenvolupar discussions a través de les publicacions periòdiques era molt habitual i que aquesta pràctica resultava ser un veritable sistema d’instrucció de les matemàtiques<sup>51</sup>.

### ***La primera publicació: A new treatise of fluxions***

L’any 1737, Simpson, que ja havia esdevingut popular per les seves classes particulars, després d’uns quants anys de treball, va publicar el seu primer llibre, a partir de subscripcions de lectors<sup>52</sup>, *A New Treatise of Fluxions*<sup>53</sup>. El llibre de Simpson anava explícitament adreçat a públic no particularment expert i és així que es pot llegir en una enciclopèdia de l’època, referint-se a Simpson i al seu llibre:

[...] ha estat sempre tan clar i comprensible com possiblement ha pogut, o per manca d’espai o per la dificultat del tema tant com es podia admetre; especialment en la primera

---

<sup>50</sup> Aquesta societat era coneguda per tenir una molt bona biblioteca. DeMorgan, A., en el seu llibre *Budget of Paradoxes*, I, 376,377, 2d ed, editat per David Eugene Smith, Chicago, 1915, escriu que originalment era una societat que agrupava artesans estudiosos. Els seus membres es trobaven un cop a la setmana i entre ells resolien problemes matemàtics i filosòfics. Per més detalls veure Clarke (1929); p. 15.

<sup>51</sup> Clarke (1929); p. 25.

<sup>52</sup> La publicació per subscripció va iniciar-se a la Gran Bretanya al segle XVII. Per donar a conèixer als subscriptors, els autors sovint incloïen llistes d’aquests en els seus treballs.

<sup>53</sup> El títol sencer és *A New Treatise of Fluxions: wherein the direct and inverse Method are demonstrated after a new, clear, and concise Manner, with their Application to Physics and Astronomy: also the Doctrine of Infinite Series and reverting Series universally, are amply explained, Fluxionary and Exponential Equations solved: together with a Variety of new and curious Problems.*

i segona parts, on, per sort per aquells que havien fet pocs progressos en els seus estudis, ha donat una gran quantitat de nous i poc usuals exemples en les solucions dels problemes, i ha fet que aquests fossin fàcilment entesos per persones de poca capacitat.<sup>54</sup>

El tractat de Simpson recull la teoria newtoniana sobre fluxions i, defugint els infinitèsims, adopta com definició de fluxió una magnitud finita. En la seva primera part, a més d'explicar les regles per calcular les fluxions, Simpson mostra diferents aplicacions de les fluxions als problemes de màxims i mínims, al càlcul de tangents a corbes, als punts d'inflexió i a les evolutes. La segona part està dedicada a les sèries infinites amb noves regles. La tercera part conté un mètode per trobar i comparar fluents juntament amb noves aplicacions per a calcular longituds de corbes, superfícies i sòlids. La quarta part mostra l'ús de les fluxions en la física i astronomia i en aplicacions sobre el pèndul. Finalment hi ha un suplement amb problemes de diferents tipus: àrees de triangles esfèrics, problemes d'ombres, moviment de projectils en determinats medis, problemes de forces d'atracció de diferents tipus<sup>55</sup>.

### ***La influència de Francis Blake (1702-1780)***

L'any 1740 Simpson va publicar *The Nature and Laws of Chance* en quatre volums. Cal tenir en compte que, fins llavors, l'únic llibre aparegut a la Gran Bretanya sobre probabilitats havia estat *The Doctrine of Chances* publicat el 1718 per Abraham De Moivre (1667-1754). El mateix any, Simpson va publicar *Essays on several curious and useful Subjects in Speculative and Mixed Mathematicks*, en el qual tracta, entre d'altres, alguns problemes que apareixen en els *Principia* de Newton. Simpson dedica aquest llibre a Blake:

---

<sup>54</sup> “[...] he has every where been as plain and perspicuous as he possibly could, or as the Want of Room, or the Abstruseness of the Subject would admit; especially in the first and second Parts, where he has, for the Sake of those who have made but small Progress in these Studies, given a great many new, and some very uncommon Examples in the Solutions of problems, and has endeavoured to render them so plain as to be understood by Persons of the meanest Capacity”. *History of The Works of the Learned. For the Months of July, August, September, October, November and December, 1737. VOL. II. London. Printed for T. Cooper, at the Globe in Paternoster-Row.* p. 43.

<sup>55</sup> Veure Annex 5.

Senyor,

Ja que la nostra correspondència privada va conduir a l'elaboració del següent text, des de llavors tinc un cert dret a dedicar aquest a Vostè. Però sé bé que l'estil usual d'una dedicatòria seria altament ofensiu per a Vostè; per tant la única cosa que m'atreveixo a fer en aquesta ocasió és declarar-me a mi mateix,

Senyor, el seu més obligat humil servidor,

Thomas Simpson<sup>56</sup>

Es conserva una abundant correspondència<sup>57</sup> entre Simpson i Blake en el període comprés entre 1738 i 1743, la qual és analitzada de forma exhaustiva en el llibre de Clarke dedicat a Simpson<sup>58</sup>. Particularment interessant per a la nostra recerca és la correspondència al voltant del tema de les fluxions. A partir d'una carta del maig de 1738 els dos matemàtics entren en una discussió sobre el mètode de les fluxions. Simpson ja ha publicat, el 1737, el seu tractat sobre fluxions i Blake està treballant sobre el seu assaig *An Explanation of Fluxions in a Short Essay on the Theory*, que no es publicarà fins el 1741, de forma anònima. A partir d'aquesta correspondència es pot observar com Blake influeix decisivament sobre Simpson per tal que aquest modifiqui substancialment el concepte de fluxió i també alguna demostració de les primeres regles del càlcul fluxional com la de la fluxió d'una superfície curvilínia. Es pot llegir aquest reconeixement per part de Simpson en una carta dirigida a Blake:

[...] he rellegit tot el que ha estat dit sobre allò que és bàsic en les fluxions, a partir de la seva darrera definició, amb la màxima cura i atenció, i he quedat plenament satisfet tant amb allò que es refereix al seu mètode en sí mateix com en la manera que l'exposa; i estic extremadament content de que ara vostè és capaç de realitzar els seus objectius sense

---

<sup>56</sup>“Sir, As our private Correspondence occasioned my Drawing up several of the following Papers, I thence claim a Sort of a Right to address them to You: But I well know the Common Style of a DEDICATION would to You be highly offensive; therefore all the Use I dare make of this Opportunity, is, to declare Myself to be, SIR, *Your most Obliged, Humble Servant*, THO. SIMPSON” (Simpson (1740), *Essays on several curious and useful Subjects in Speculative and Mixed Mathematicks*. London. Printed by Woodfall, jun. for J. Nourse).

<sup>57</sup> Aquesta correspondència es troba en una col·lecció, anomenada *Simpsonianana*, que recull diferent material manuscrit consistent en correspondència i notes matemàtiques de Thomas Simpson, formant part de la biblioteca privada de David Eugene Smith, actualment en la Universitat de Columbia.

<sup>58</sup> Clarke (1929); pp. 43-94.

utilitzar en absolut l'aritmètica dels Infinites, de la qual, vostè sap, mai vaig ser aficionat, [...].<sup>59</sup>

El fet és que anys més tard el nou llibre sobre fluxions de Simpson, *The Doctrine and Application of fluxions* (1750), recull la major part de les aportacions de Blake. També particularment interessant resulta descobrir la opinió compartida per tots dos autors sobre el llibre de Maclaurin, *The Elements of the Method of Fluxions* (1742), al qual consideren avorrit i gens apropiat als estudiants. En una carta de Blake dirigida a Simpson es pot llegir referint-se a l'obra de Maclaurin:

[...] a més recordo haver vist alguns fulls d'aquest [el tractat de Maclaurin], fa temps, i si [Maclaurin] no ha canviat el mètode, m'atreveixo a dir que ell s'adreça només als grans matemàtics. Comença amb una avorrida recopilació de la forma de raonament matemàtic d'Arquimedes [...].<sup>60</sup>

Més endavant és el mateix Simpson que vol tranquil·litzar a Blake que tem que el públic pensi que ha plagiat a Maclaurin:

Honorable Senyor,

No penso que vostè pugui tenir cap motiu per estar preocupat pel què el món pugui pensar del vostre assaig, ja que aquest no solament es va publicar molt abans que el llibre de Maclaurin aparegués, sinó perquè tot el que vostè ha fet en aquest és molt més clar i satisfactori que qualsevol altra cosa que es pugui trobar en aquest autor; i no és només la meva opinió sinó l'opinió de tots els que he sentit parlar sobre les dues obres.<sup>61</sup>

---

<sup>59</sup> Ibid; p. 63: “[...] I have reperused the whole of what has been said upon the Head of Fluxions according to your last definition with a great deal of care and attention, and rest abundantly well satisfied both with regard to the Method itself and the Manner in which you deliver it; and am extremely glad that you are now able to effect your Desires without borrowing aught from the Aritmetic of Infinites, which, you know, I never was fond of, [...]”

<sup>60</sup> Ibid; p. 68: “[...] besides I remember to have seen several Sheets of it, long ago, and if he has not altered his method, I dare say he adresses himself only to great Mathematicians. He begins with a tedious Account of Archimedes’s Manner of Reasoning in Mathematics; [...]”

<sup>61</sup> Ibid, p. 89: “Honoured Sir, I cannot think you have the least Cause to be under any concern at what the World may suggest with regard to your Essay, because it was not only published long enough before Mr. Maclaurin’s Book appeared, but because what you have done therein is vastly more clear and satisfactory than any Thing to be met with in that Autor; and this is not my bare Opinion but the Opinion of all that I have heard speak about the two performances.”



L'opinió tant de Simpson com de Blake sobre l'obra de Maclaurin mostra com el públic al qual els primers autors dirigeixen els seus coneixements és tot un altre que l'acadèmic per qui Maclaurin bàsicament escriu.

### ***El reconeixement públic de Simpson***

L'any 1742 Simpson va publicar *The Doctrine of Annuities and Reversions deduced from General and Evident Principles*, que va ser durament criticat per De Moivre, la qual cosa va provocar que Simpson publicqués l'any següent *An Appendix, containing some Remarks on a Late Book on the Same Subject (By Mr. Abr. De Moivre, F.R.S.) with Answers to some Personal and Malignant Misrepresentations in the Preface thereof*. Val a dir que aquesta pràctica de publicar, rebre crítiques que després són replicades, moltes vegades amb la reedició de la modificació de la primera versió, és quelcom que es repeteix sovint en el cas de Simpson. L'any 1743 Simpson va publicar *Mathematical Dissertations on a Variety of Physical and Analytical Subjects*. En aquest text, entre d'altres, Simpson tracta de la forma de la Terra i de qualsevol planeta, a partir de la seva rotació.

El mateix any 1743 aconseguí entrar com a segon titular a la *Royal Military Academy* de Woolwich, gràcies a la influència de Martin Folkes (1690-1754)<sup>62</sup>. La Royal Military Academy de Woolwich, que va ser creada al 1741 per George II, era una de les tres escoles militars que hi havia a la Gran Bretanya en aquella època. Entre d'altres matèries, en aquesta acadèmia s'impartien matemàtiques a càrrec de dos titulars que donaven classes per rotació durant quatre hores, tres dies a la setmana. En un primer moment només hi podien assistir els oficials d'Artilleria i del cos d'Enginyers però després l'acadèmia es va obrir als cadets. John Muller (1699-1784) va ser contractat pel director John Montagu<sup>63</sup> el mateix any 1741, com primer titular de matemàtiques. Posteriorment Muller va passar a ser professor de fortificació i artilleria, càrrec que va mantenir fins al 1766 i Simpson va entrar el 1743 com a segon titular de les classes de

---

<sup>62</sup> Martin Folkes va ser un antiqüari, matemàtic i astrònom. Des de molt jove va incorporar-se a la Royal Society de la qual va esdevenir president al 1741.

<sup>63</sup> John Montagu (1690-1749), II Duc de Montagu, va ser membre del *Royal College of Physicians* i de la *Royal Society*. George I el va nomenar governador de les illes de Santa Lucia i Saint Vincent. Igualment va comandar un regiment de cavalleria.

matemàtiques. Segons els arxius de la *Royal Military Academy*, Simpson tenia trenta-sis alumnes a classe, l'any 1750<sup>64</sup> i el 1782 el nombre de cadets inscrits a l'acadèmia havia ascendit a seixanta. Hutton, en la memòria dedicada a Simpson, elogia la seva forma d'ensenyar i constata també la bona relació que mantenia amb els alumnes<sup>65</sup>.

Segons Clarke, molts dels alumnes de Simpson van tenir un paper rellevant en el camp de les matemàtiques. A més de Blake, ja citat, John Turner va ser alumne de Simpson, el qual va ser un actiu participant a la revista *Ladies's Diary* i al *The Mathematician* per esdevenir, finalment, professor de la *Randall's Academy* a Heath (Wakefield)<sup>66</sup>. És precís citar altres alumnes de Simpson, com Francis Holliday (1717–1787) que va convertir-se en autor de molts llibres de text de matemàtiques així com va ser traductor del *Methodus differentialis* de Stirling i John Davis que va ensenyar en la *Royal Mathematical School* en el *Christ's-Hospital*<sup>67</sup> gràcies a la recomanació de Simpson<sup>68</sup>.

A partir d'estar donant classes a l'acadèmia de Woolwich, els interessos de Simpson van modificar-se d'alguna manera. És així que el 1745 va publicar *A Treatise of Algebra*, al qual hi va afegir un suplement titulat *The Construction of a great Number of geometrical Problems, with the Method of resolving them numerically*. Es tracta d'un text explícitament adreçat als principiants i molt més breu que altres tractats similars de l'època. Conté divuit seccions, de les quals les primeres estan dedicades a les operacions bàsiques amb expressions algebraïques, incloses les fraccionàries. A continuació té seccions dedicades a la resolució d'equacions de diversos graus, problemes d'aritmètica, sèries de potències, problemes d'interès i anualitats, trigonometria i l'aplicació de l'àlgebra a la resolució de problemes geomètrics. Com indica el títol, hi ha un darrer suplement

---

<sup>64</sup> Clarke (1929); p. 119.

<sup>65</sup> Hutton (1792); pp. XIX-XX.

<sup>66</sup> John Randall, un ben conegut expert en agricultura, va crear a Heath, a prop de Wakefield (Yorkshire), una acadèmia al 1740, on entre d'altres, s'impartien classes de matemàtiques.

<sup>67</sup> La *Royal Mathematical School* era el Departament de matemàtiques del *Christ's Hospital*, el qual era una escola-internat localitzada a Sussex que va ser creada al segle XVI.

<sup>68</sup> Clarke (1929); p. 111.

sobre la construcció de problemes geomètrics a partir de la seva resolució algebraica<sup>69</sup>. L'àlgebra de Simpson va esdevenir popular tant a Gran Bretanya com arreu.

L'any 1747 Simpson va publicar *The Elements of Plane Geometry* i el 1748 *Trigonometry, Plane and Spherical with the Construction and Application of Logarithms*, ambdós textos adreçats als seus alumnes i a principiants. La publicació del text sobre geometria de nou va tornar a provocar una certa polèmica ja que Muller, el primer titular de matemàtiques a Woolwich, va acusar a Simpson de plagi. Aquest darrer va respondre immediatament negant l'acusació i escrivint una rèplica a aquesta en la seva segona edició de *The Elements of Geometry* el 1760. En aquesta segona edició, en el títol s'afegeix "with large Alterations and Additions" degut a que Simpson modifica alguns temes<sup>70</sup> a partir d'unes altres crítiques de Robert Simson<sup>71</sup>. El tractat sobre geometria, en la seva segona edició, consta de vuit llibres i quatre suplementes d'ampliació. Els primers llibres estan dedicats a la geometria plana i els darrers a la geometria dels sòlids. Al principi de l'obra, Simpson indica quins són els apartats que els estudiants que no necessiten aprofundir en els aspectes més teòrics poden saltar-se. Segons Clarke<sup>72</sup>, el text de Simpson, probablement influenciat pel de Clairaut<sup>73</sup>, significa un distanciament de la forma tradicional de presentar la geometria a partir dels *Elements* d'Euclides. Posteriorment el tractat de Simpson va ser traduït al francès el 1755 i van aparèixer altres edicions el 1766 i 1771.

Un dels moments de màxim reconeixement públic de Simpson es produeix quan és admès com a membre de la *Royal Society* el 1745, excusat, però, d'haver de pagar per

---

<sup>69</sup> Tot i que la primera edició del *Treatise of Algebra* és del 1745, com a mínim existeix una segona edició d'aquest text al 1755, que és la que hem consultat: *A Treatise of Algebra* by Thomas Simpson. The Second edition, with large Additions. London, printed for John Nourse. 1755.

<sup>70</sup> El títol complet de la primera edició seria *Elements of Plane Geometry: To which are added, an Essay on the Maxima and Minima of geometrical Quantities, and a brief Treatise of regular Solids; also the Mensuration of both Superficies and Solids, together with a Construction of a large Variety of Geometrical Problems; designed for the use of Schools*, segons hem pogut constatar en diverses publicacions anteriors a 1760. Per tant els títols de les dues edicions difereixen una mica. Desconeixem exactament les diferències entre els continguts de les dues edicions ja que no hem aconseguit un exemplar de la primera.

<sup>71</sup> Com ja ha estat dit, Simson va ser professor de matemàtiques a la Universitat de Glasgow, on probablement va explicar el mètode de les fluxions.

<sup>72</sup> Clarke (1929); p. 142.

<sup>73</sup> Clairaut (1741).

aquesta admissió i exempt de futurs pagaments, degut a la seva condició modesta, tal com diu Hutton<sup>74</sup>. Posteriorment serà admès membre de la *Royal Swedish Academy of Sciences* el 1758.

### *Doctrine and Application of Fluxions*

L'any 1750 Simpson publica un dels llibres que el faran més popular: *Doctrine and Application of Fluxions*. Es tracta d'una segona versió del que havia escrit tretze anys abans. Ja en el prefaci clarifica quines són les diferències en relació a la primera versió, tot reconeixent la influència d'un amic proper, que és justament en Blake, com ja s'ha comentat. Simpson explica que el principal canvi d'aquesta versió respecte la de l'any 1737 ha estat passar de considerar les fluxions com simples velocitats –com fa Newton– a increments d'espai que serien generats uniformement en un temps donat. El problema per a Simpson és que la fluxió considerada com a velocitat queda reduïda a un punt i això comporta dificultats metafísiques, és a dir, tractar amb infinitèsims. I encara que en la versió de 1737 Simpson ja parlava d'increments finits<sup>75</sup>, en la definició de fluxió del 1750 la velocitat ha desaparegut del tot: la fluxió serà l'increment que es produiria en cas de ser el moviment uniforme, evitant d'utilitzar la velocitat i també de parlar d'infinitèsims<sup>76</sup>.

El llibre de Simpson té dues parts. La primera consta de dotze seccions i la primera secció, que té tretze pàgines, porta per títol *Of the Nature, and Investigation, of Fluxions*. Aquesta secció consta de dues proposicions, dos corol·laris i tres regles on es dona el concepte de fluxió i les regles per obtenir-la. Es tracta de la secció més teòrica on les proposicions, els corol·laris i les regles queden perfectament enunciades i demostrades. Les seccions que venen a continuació (II, III, IV i V) tracten de les diferents aplicacions de les fluxions a la geometria: problemes de màxims i mínims, tangents, punts d'inflexió i curvatura. En aquestes seccions es pot trobar una introducció general i després una col·lecció de problemes. La secció VI torna a ser més teòrica, on s'estudia

<sup>74</sup> "The president and council, in consideration of his very moderate circumstances, were pleased to excuse his admission fees, and likewise his giving bond for the settled future payments." (Hutton 1792).

<sup>75</sup> Per un estudi comparatiu més aprofundit entre les dues versions de Simpson veure Blanco (2013).

<sup>76</sup> Simpson (1750); "Preface".

el mètode invers, és a dir la integració i les seves regles. De la secció VII a la X es tornen a trobar col·leccions de problemes de geometria on s'aplica la teoria de les fluxions: càlcul d'àrees i longituds de corbes, volums i superfícies de sòlids. Les dues darreres seccions de la primera part estan dedicades a problemes de mecànica. La segona part del llibre consta de onze seccions i la primera està dedicada a l'aplicació de les fluxions a la trigonometria esfèrica, amb quatre proposicions. La segona està dedicada a les equacions fluxionals, amb quatre exemples i les seccions següents fins a la setena tracten de les diferents formes de trobar les fluents a partir de les fluxions, incloent la utilització de series infinites. En totes aquestes seccions apareixen nombrosos problemes i exemples. Les seccions VIII i IX estan dedicades a problemes de mecànica. La secció X és una ampliació de problemes de màxims i mínims i la darrera secció és una col·lecció de trenta-set problemes de geometria, mecànica, òptica, astronomia,...que ocupen seixanta-vuit pàgines. El llibre acaba amb una taula de logaritmes hiperbòlics. En definitiva, es tracta d'un text, on es pot comprovar com Simpson aplica els principis geomètrico-cinemàtics newtonians tant en les definicions com en els exercicis pràctics, però també es pot comprovar quina és la seva valoració del càlcul diferencial que s'està desenvolupant en la resta d'Europa. En aquest sentit serà interessant analitzar la valoració que Simpson fa en l'escoli de la secció VII, on l'autor sembla aproximar-se al càlcul diferencial leibnizià, com es veurà més endavant.

Del llibre de Simpson va haver quatre edicions: el 1750, 1776, 1805 i el 1823, en el prefaci d'aquesta darrera edició, publicada per la Universitat de Cambridge, apareixien diferents elogis a Simpson:

Un autor de la fama de Simpson no necessita cap recomanació. Els millors Geòmetres d'aquest i d'altres països sempre li han concedit el més ampli reconeixement.<sup>77</sup>

Tot fa pensar, com diu el mateix Guicciardini, que *Doctrine and Application of Fluxions* de Simpson va ser un dels llibres amb més difusió sobre el tema de fluxions.

---

<sup>77</sup> Prefaci de l'edició del 1823 de *Doctrine and Application of Fluxions* de Simpson: "An author of Simpson's celebrity needs no recommendation. The ablest Geometers of this and other countries have at all times bestowed upon him the most liberal praise."

En qualsevol cas, tot i que no es coneix la publicació d'una traducció del text a una altra llengua, el que és segur és que el llibre es va difondre per Europa; és així com Cerdà probablement va aconseguir el llibre durant la seva estada a Marsella.

Però no tot van ser elogis, quan es va publicar el llibre de Simpson, i la llarga polèmica entorn aquest llibre demostra, un cop més, l'àmplia popularitat que aquest estava aconseguint. Ja, anteriorment, el 1746, Robert Heath (- mort el 1779), editor de la revista *Ladies's Diary*, havia publicat un article on criticava el llibre de Simpson de 1737, i en canvi recomanava el d'Emerson, *Doctrine of Fluxions* (1743)<sup>78</sup>. A finals de 1750, després de l'aparició del nou llibre de Simpson, va aparèixer en la revista *Monthly Review* una duríssima crítica d'aquest llibre signada pel pseudònim *Cantabrigiensis*<sup>79</sup>. Després de dir, en aquest article, que Simpson havia afegit alguns nous problemes a la seva edició anterior, amb moltes coses copiades d'escriptors posteriors, iniciava la seva crítica amb els següents paràgrafs:

La *definició* que ell [Simpson] dóna de les fluxions és molt *estranya*. Diu que aquesta és la "magnitud per la qual qualsevol quantitat fluent hauria estat augmentada uniformement". A partir d'aquí faig les següents observacions: com a quantitats *uniformement* generades, la fluxió ha de ser fluent ella mateixa, o, si més no, una part d'aquesta. I, com altres quantitats generades per una llei variable, la fluxió, segons ell, no serà *real*, sinó solament una cosa imaginària. De la mateixa manera la seva definició (*on pretén excloure la velocitat*) no pot ser intel·ligible sense introduir la velocitat en aquesta.

Igualment, [Simpson] confon *efecte* amb *causa*; la cosa generada deu la seva existència a quelcom, i això només pot ser la velocitat del moviment; però mai pot ser la *causa d'ella mateixa*, com la definició erròniament suggeriria [...].<sup>80</sup>

<sup>78</sup> Emerson, a diferència de Simpson, defineix la fluxió com la velocitat i considera els moments com increments infinitament petits de la fluent.

<sup>79</sup> The Monthly Review, London, December 1750, v.4, p. 129, Article XXV.

<sup>80</sup> Monthly Review, vol IV, London 1750; pp. 129-130: "The *definition* he gives of fluxions is very *odd*. He says, it is the "magnitude by which any flowing quantity would be uniformly increased." From which I make these observations: that in quantities *uniformly* generated, the fluxion must be the *fluent itself*, or else a part of it. And in other quantities generated by any *variable* law, the fluxion, according to him, will not be a *real*, but only an imaginary thing. Likewise his definition (*in which he pretends to exclude velocity*) cannot be made intelligible without introducing velocity into it. Again, he mistakes the *effect* for the *cause*; for the thing generated must owe its existence to something, and this can only be the velocity of its motion; but it can never be the *cause of itself*, as his definition would erroneously suggest [...]."

Com es pot comprovar, el principal retret del crític anònim<sup>81</sup> era justament allò que més caracteritzava la visió de Simpson, és a dir el prescindir dels infinitedsimos i no introduir la noció de velocitat en la definició de fluxió. A partir d'aquí va començar una llarga i dura polèmica entorn del llibre de Simpson que va tenir com protagonistes amics de Heath i Emerson<sup>82</sup>, per una banda, i amics de Simpson, particularment John Turner, exalumne i amic de d'aquest autor, per una altra<sup>83</sup>. Van aparèixer diversos articles en diferents revistes a més de *Monthly Review* i *Ladies's Diary*, com *Daily Gazetteer*, *Lady's Philosopher* o *Palladium*, però a més a més es van editar noves publicacions exclusivament dedicades al tema com *Truth Triumphant: or Fluxions for the Ladies*, de la mà de Heath i els amics de Emerson i *Mathematical Exercises* dirigida per Turner.

Si es té en compte que a l'any 1752, Heath va ser forçat a deixar la revista *Ladies's Diary* i Simpson va passar a ser-ne el seu editor es podria concloure que aquest darrer va ser el triomfador d'una polèmica que havia durat dos anys.

### ***Els darrers anys***

L'any 1752, Simpson va publicar *Select Exercises for Young Proficients in the Mathematicks* que era una obra fonamentalment destinada als estudiants de l'acadèmia de Woolwich, però també útil, com el mateix autor diu, als ensenyants<sup>84</sup>. El llibre consta de sis parts: la primera sobre problemes algebraics, la segona sobre problemes geomètrics amb les solucions algebraiques i geomètriques, la tercera sobre artilleria, la quarta sobre un nou mètode per trobar les arrels de les equacions, la cinquena sobre la natura i els primers principis de les fluxions i la sisena sobre l'avaluació de les anualitats per a vides separades o juntes, és a dir sobre l'esperança de vida, com en

---

<sup>81</sup> Clarke assegura que sota el pseudònim Cantabrigiense hi havia el metge i secretari de la *Royal Academy*, James Jurin (1684-1750). En qualsevol cas els termes utilitzats en aquest article recorden el títol del preface del llibre de Emerson, *The Doctrine of Fluxions*.

<sup>82</sup> Robert Heath (- mort el 1779) era l'editor de la revista *Ladies's Diary* i William Emerson (1701-1782) havia publicat *The Doctrine of Fluxions* el 1743.

<sup>83</sup> Cajjori (1919); pp. 207-224.

<sup>84</sup> Preface of Simpson (1752), Preface, p. 2: "And it is upon a Presumption that It may also be of Service to Others, especially Those employed in a like Publick Way of Teaching..."

l'actualitat diríem. Respecte al tema que es tracta aquí, cal dir que en la part dedicada a les fluxions, Simpson segueix el text que havia publicat el 1750, però aclarint, en alguns casos, la seva clara opció per la noció de fluxió basada en les primeres i darreres raons introduïda per Newton.

La darrera obra, que es coneix, publicada per Simpson, és *Miscellaneous Tracts on Some Curious and Very Interesting Subjects in Mechanics, Physical Astronomy and Speculative Mathematics* del 1757. És un recull de vuit textos, la majoria dels quals escrits anteriorment. Els quatre primers textos tracten sobre astronomia com la precessió dels equinoxes, la posició d'un planeta en la seva òrbita, el moviment d'un cometa,... El cinquè text tracta de la resolució d'equacions fluxionals d'ordre superior, el sisè és sobre equacions algebraïques, el setè sobre problemes isoperimètrics i el vuitè conte diferents problemes de mecànica i astronomia física. En el prefaci d'aquest llibre, Simpson fa una defensa del mètode algebraic que s'està generalitzant entre els matemàtics continentals:

No puc ser de l'opinió d'aquells que desaproven qualsevol cosa obtinguda mitjançant símbols i a partir d'un procés algebraic; ja que, tot i que el mètode Sintètic és millor en qualsevol cas, hi ha innumerables investigacions sobre la natura, com també en la ciència abstracta, on aquest no pot ser aplicat, [...].<sup>85</sup>

Simpson a més va publicar nombrosos articles en les revistes en les que va col·laborar, particularment en *Ladies' Diary*, de vegades sota pseudònims, com també va escriure diverses memòries a *Philosophical Transactions*.

Segons Hutton els darrers anys de Simpson no van ser fàcils. Per una banda, en relació a les classes a l'Acadèmia de Woolwich, diu que "la seva amabilitat i laxitud de temperament, unides a un estat mental més inactiu van fer que els seus serveis fossin menys útils, en els darrers anys de la seva vida; i la seva mateixa disposició oberta,

---

<sup>85</sup> Simpson (1757), Preface: "I cannot be of the opinion of Those who affect to shew a dislike to every thing performed by means of symbols and an algebraic Process; since, so far is the Synthetic method from having the advantage in all case, that there are innumerable enquiries into nature, as well as in abstracted science, where it cannot be at all applied, [...]."



amb una simplicitat innocent i confiada i una mentalitat alegre, el van convertir en víctima de petites bromes dels seus alumnes”<sup>86</sup>. Per una altra, la creixent enemistat entre ell i el primer titular de Matemàtiques, Muller, i les seves freqüents disputes que es van desenvolupar fins al darrer moment no van facilitar la tasca docent de Simpson. Aquest sempre havia estat sacsejat durant la seva vida per diverses malalties, però el seu estat físic va empitjorar moltíssim als seus darrers anys. Als cinquanta anys, opina Hutton, tenia un aspecte molt envellit i ell, que ja no era d’una constitució forta, amb la seva vida sedentària i d’esforçat estudi, ràpidament va emmalaltir. Segons Hutton el mal tracte rebut per la seva família van propiciar aquesta degradació física, així com les seves escapades amb “gent de baixa condició social” per anar a beure<sup>87</sup>. En relació a aquest darrer comentari, Clarke comenta que potser Simpson mai va oblidar els seus orígens socials humils<sup>88</sup>. En qualsevol cas, el febrer de 1761, davant l’empitjorament de la seva salut, els metges van recomanar-lo que tornés a Bosworth, el seu lloc de naixement, on les condicions climàtiques eren millors, i finalment va morir el dia 14 de maig de 1761.

### *Després de Simpson*

Tot i el ressò dels llibres de Maclaurin, *The Elements of the Method of Fluxions*, i de Simpson, *Doctrine and Application of Fluxions*, dins la comunitat newtoniana no va haver unanimitat entorn al tema de les fluxions. Mentre que Simpson proposava basar la teoria al voltant de la definició de fluxió com una magnitud finita suposadament generada per un moviment uniforme, on el recurs als infinítesims no fos necessari, d’altres, com Emerson, van optar per mantenir la fluxió com velocitat i el concepte de “moment” com un increment infinitament petit. I efectivament, aquestes divergències es van mantenir, després Simpson. De fet, molt poc després de la publicació del text de Simpson, Rowe publicava el 1751 *An Introduction to the Doctrine of Fluxions*, on la fluxió és la velocitat, i on els increments infinitament petits continuen estan presents en les definicions i en les demostracions. L’any 1758, Israel Lyons (1739-1775) publicava

---

<sup>86</sup> Hutton (1792); p. XX.

<sup>87</sup> Hutton (1792); pp. XX-XXI.

<sup>88</sup> Clarke (1929); p. 200.

*Treatise on Fluxions* on es continuava parlant de “the indefinitely small spaces described in equal indefinitely small times”<sup>89</sup>.

Segons Guicciardini<sup>90</sup>, després de 1758 només es van publicar tres tractats sobre fluxions. Un d'aquests, *An Introduction to Fluxions, designed for the Use, and adapted to the Capacities of Beginners* (1777) és de Holliday, un antic alumne de Simpson, i en els altres dos, *A Treatise on Fluxions* (1795) de Samuel Vince (?-1821) i *The Principles of Fluxions: designed for the use of students in the University* (1810) de William Dealtry (1775-1847) certament es reconeix la influència de Simpson ja que s'incorpora la idea de que la fluxió és igual o és proporcional a l'increment de la fluent si el moviment es manté uniforme. De la mateixa manera, Hutton, el biògraf de Simpson, en el seu *A Course of Mathematics* publicat el 1798, incorpora alguns capítols sobre fluxions on recull fonamentalment les aportacions de Simpson. Anys més tard, en la *Encyclopaedia Perthensis or Universal Dictionary of the Arts, Sciences, Literature, &c.*<sup>91</sup> publicada el 1816, on encara hi ha una referència a la teoria fluxional, la definició de fluxió reproduïda és la de Hutton, per tant molt similar a la de Simpson. No és pas aventurat dir, com Guicciardini afirma<sup>92</sup>, que Simpson representa no solament un dels últims exponents de la teoria newtoniana de fluxions sinó un dels exponents més rellevants i amb més influència.

### ***Algunes reflexions sobre l'obra i la pràctica de Simpson***

A l'hora de fer-se una imatge del que representa la figura de Simpson en el context de la comunitat científica a mitjans del segle XVIII a la Gran Bretanya, la primera idea que pot venir al cap és la del poder creixent de “l'opinió pública”, de la difusió científica com un fenomen característic de la Il·lustració. Tal com diu Clarke, la seva biògrafa, el nou públic demanava una presentació simplificada dels resultats

<sup>89</sup> *Monthly Review* (1759), V. 20, pp. 339-341.

<sup>90</sup> Guicciardini (1989), p. 56.

<sup>91</sup> *Encyclopaedia Perthensis or Universal Dictionary of the Arts, Sciences, Literature, &c.* Second edition in twenty-three Volumes. Volume IX. Edinburg. Printed by John Brown. 1816; p. 615.

<sup>92</sup> Guicciardini (1989), “5.2 Simpson's study of the attraction of ellipsoids”.

matemàtics i científics, la qual cosa va fer créixer la producció literària del període.<sup>93</sup> Simpson es fa a ell mateix a partir de la intervenció en les publicacions periòdiques obertes als nous coneixements científics i també a partir de la intensa correspondència amb els seus col·legues. Aprèn les noves disciplines matemàtiques no en les Universitats sinó polemitzant amb altres autors a través de les revistes, donant classes particulars a altres persones tan interessades com ell en les matemàtiques. I l'autodidacte Simpson reverteix tot el seu coneixement adquirit a aquells que s'inicien en el camp de les matemàtiques. Com ja hem analitzat, tota la seva obra està escrita pensant en els seus estudiants o als principiants. Per aquest motiu, abans que res, Simpson és un ensenyant, un professor que pensa en les seves classes i en els seus alumnes. Durant tota la seva vida professional no deixarà d'oblidar que ell s'ha format a partir d'ell mateix i que, en conseqüència, es deu fonamentalment als que tenen més difícil l'accés a la ciència. Només cal recordar els seus comentaris gens entusiastes sobre l'obra de Maclaurin o la seva incorporació a la *Royal Society* amb l'exempció de pagar les taxes corresponents. Però, a més, quan escriu els seus textos no solament pensa amb els seus alumnes, sinó també amb els professionals que, com ell, es dediquen a l'ensenyament. Resulta particularment significatiu el prefaci del llibre *Select Exercises for Young Proficients in the Mathematicks* on fa una referència explícita als ensenyants.

Quan es parla de Simpson, resulta obligat parlar del seu encaix en la comunitat newtoniana de la qual va ser membre. D'entrada, com ja s'ha pogut comprovar, repassant la història de les diverses publicacions de Simpson, aquest autor es veu envoltat de freqüents polèmiques, algunes d'elles sobre la mateixa autoria dels seus textos. Més d'una vegada Simpson ha de defensar l'originalitat de la seva obra davant dels atacs d'altres autors, en un període que no era fàcil demostrar aquesta originalitat tenint en compte la profusió de textos tractant els mateixos temes. Altres vegades la polèmica es produeix al voltant del mateix contingut del text. Resulta interessant veure com Simpson, quan reconeix una deficiència o un error, no dubta en rectificar i en

---

<sup>93</sup> Clarke (1929), p. 204: "The new reading public demanded a simplified presentation of subject matter, which increased the literary productivity of the period."

publicar una reedició modificada del que anteriorment havia publicat. Un cop més cal assenyalar que Simpson es troba al bell mig del desenvolupament de les noves disciplines que s'estan configurant a partir del debat i la polèmica. És lògic que un dels arguments més utilitzats en aquestes polèmiques sigui entorn a la fidelitat al llegat newtonià. Es podria considerar que Simpson és el menys newtonià de tots els seguidors de Newton, a partir de la seva clara defensa del nou mètode analític o algebraic, tal com el practiquen els matemàtics del continent. Efectivament, una mostra d'aquesta inclinació cap al mètode algebraic es pot veure tant en algun capítol de *Doctrine and Application of Fluxions* com en el prefaci de *Miscellaneous Tracts*. Clarke reconeix en Simpson aquesta admiració pel mètode algebraic, però no deixa d'afirmar la plena convicció newtoniana de l'autor:

El domini de Newton sobre la teoria i els interessos matemàtics de la darrera escola newtoniana a la qual Thomas Simpson va pertànyer és fa visible tant en l'estudi de la vida de Simpson, com en els escrits i correspondència. La influència de Newton es va expressar en el treball dels darrers escriptors en l'opció de les seves matèries d'estudi i en l'ús del mètode geomètric com a demostració.<sup>94</sup>

Més endavant, quan analitzem amb detall l'obra de Cerdà en relació a la de Simpson, tindrem ocasió d'estudiar més de prop algunes de les seves demostracions i analitzar més a fons aquesta aparent doble faceta contradictòria –potser contradicció inherent a la mateixa teoria de fluxions– d'un Simpson, newtonià convençut de les excel·lències del mètode geomètrico-cinemàtic i d'un altre Simpson inclinat a l'ús de l'àlgebra o art analític com una eina molt més potent que la dels “Antics”.

---

<sup>94</sup> Clarke (1929); p. 205: “The dominance of Newton over the mathematical theory and interest of the later Newtonian school to which Thomas Simpson belonged is at once apparent in this study of Simpson's life, writings, and correspondence. Newton's influence was expressed in the work of later writers in their choice of subject matter and in the use of the geometric method of proof.”

### 2.3 El càlcul diferencial a Espanya a l'època de Cerdà (1717-1767)

---

La *Real Academia de Guardas Marinas* de Cádiz (1717-1767), 125. La *Real Academia Militar* de Barcelona (1720-1767), 128. La *Real Academia Militar de Matemáticas del cuartel de los Guardias de Corps* de Madrid (1717-1760), 132. El càlcul diferencial al *Colegio Imperial* i al *Seminario de Nobles* de Madrid, 136. El càlcul diferencial després de Cerdà, 147.

---

Abans d'analitzar aquelles institucions espanyoles on comencen a aparèixer elements de càlcul diferencial és precís assenyalar que no es té constància que a cap universitat espanyola s'ensenyés càlcul diferencial abans de Cerdà. Com explica Cuesta Dutari, en *El Maestro Juan Justo García* (1974), no és fins el 1774 que s'introdueix aquesta disciplina a la Universitat de Salamanca. Si, en canvi, en el seu llibre *Historia de la Invención del Análisis Infinitesimal y de su introducción en España* (1976-1983), Cuesta Dutari fa esment de Francisco de La Torre Argáiz, un estudiant pensionat que el 1717 apareix defensant unes "tesis"<sup>95</sup> a la Universitat de Toulouse que contenen força elements de càlcul diferencial i integral, tot i que el mateix Cuesta Dutari diu que l'aportació posterior d'aquest personatge resta desconeguda i també, per tant, qualsevol continuïtat. L'interès d'aquestes tesis rau en l'any que aquestes són defensades, molt abans que es conegui cap text o ressenya relacionats amb el càlcul diferencial a Espanya. Es tracta de cent cinquanta-tres tesis escrites en francès on es poden trobar diversos temes relacionats amb el càlcul diferencial, com l'aplicació del càlcul diferencial a la investigació de les tangents a tot tipus de corbes i al càlcul de màxims i mínims, el càlcul d'algunes integrals senzilles i la regla de la diferencial del logaritme natural. L'aprenentatge del jove Francisco de La Torre Argáiz molt probablement es va produir a Toulouse i des del punt de vista de la introducció del

---

<sup>95</sup> El títol original és "Thèses de divers traités de Mathématique dédiées á son altesse Royale monseigneur le serenissime Prince del Asturias, [...], et soutenues par Dom François de la Torre y Ardáiz, pensionnaire dans le Collège des RR. PP. Jesuites: sous la direction du R.P. Jean Durranc, de la Compagnie de Jesus, professeur Royale des Mathématiques, Docteur regent en la faculté des Arts de l'Université de Toulouse, le jour du mois d'Août, á trois heures après midi." Veure Cuesta Dutari (1976-1983); pp. 113-119. El terme "tesi" cal entendre'l en el seu context, és a dir com la presentació d'un determinat tema o problema.

càlcul diferencial a Espanya el que és rellevant d'aquest cas és que resulta ser un exemple de la política d'enviar estudiants o persones relacionades amb l'ensenyament a l'estranger, com ja s'ha comentat.

### *La Real Academia de Guardas Marinas de Cádiz (1717-1767)*

Encara que, segons els arxius que es conserven de *La Real Academia de Guardas Marinas*, no se sap exactament la data de la seva fundació, en aquests consta que el primer de febrer de 1717 es va comunicar, per Reial Ordre, la llista dels cavallers admesos en aquesta acadèmia.

José Patiño y Rosales<sup>96</sup>, secretari d'Estat d'Espanya, amb Felip V, va elaborar una instrucció el 1717 que era un organigrama del nou centre. En aquesta es preveia un ensenyament teòric i un altre pràctic<sup>97</sup>. L'any 1735 era nomenat Diego Bordick, Brigadier Enginyer de l'Exèrcit, com "Profesor principal y Maestro de Facultades Matemáticas a cuio cargo estará la enseñanza de la Compañía de Cadetes y Guardas Marinas de S.M."<sup>98</sup> que va fer un esforç per modernitzar el currículum en l'acadèmia, apareixent les matemàtiques com necessàries per l'art de la navegació, el càlcul diferencial entre elles.

L'any 1751 Jorge Juan és nomenat Capità de la Companyia dels Guardas Marinas, impulsant una sèrie de reformes a l'Acadèmia. A més de proposar-se augmentar el nombre de *guardas marinas*, va fer desaparèixer la condició de noblesa per entrar a l'Acadèmia i, en relació a l'ensenyament, Jorge Juan considerava que les matemàtiques constituïen un fonament imprescindible per a la navegació. En el pla d'estudis hi havia dos cicles (elemental i superior), essent director en Louis Godin. Tots els mesos hi havia exàmens de cada matèria i al final del curs hi havia els "Certámenes públicos" que eren

---

<sup>96</sup> Enciclopedia General del Mar. Garriga 1968. Compilada por el contralmirante don Carlos Martínez-Valverde y Martínez. Fernández de Navarrete, Martín. Biblioteca Marítima Española. Obra póstuma. Madrid. Imprenta de la Viuda de Calero. 1851. Diccionario de Autoridades. Real Academia Española. Editorial Gredos. Madrid. 2002. Edición Facsímil del primer diccionario de la Real Academia publicado en 1737.

<sup>97</sup> Lafuente; Sellés (1988).

<sup>98</sup> Aguilar Piñal (1981); p. 695.

uns actes on els alumnes de l'acadèmia mostraven en públic les habilitats adquirides durant el curs. Els dos primers certàmens dels que es tenen referència es van celebrar el 1753<sup>99</sup> i fins l'any 1766 encara es té constància de la celebració d'alguns d'aquests certàmens<sup>100</sup>. És interessant comprovar que, el 1753 i el 1754, en diversos "Certámenes públicos", tots ells celebrats a *La Real Academia de Guardas Marinas*, apareixen referències a exercicis sobre càlcul diferencial i integral. Exposem quins són aquests.

En primer lloc, l'any 1753, en el "Certamen Mathematico sobre la Navegacion, Theorica, y Practica que celebraran [...] Don Juan Moreno, Don Vicente Doz, Don Christobal de Henostraza, [...] "amb data de 9 de juny, es pot llegir que un dels exercicis va tractar sobre "Calculo Algebraico, Diferencial, y Geometria Sublime".

Pocs dies després apareix el "Certamen Matemático sobre el Analisis, Calculo Diferencial, y Geometria Sublime, que celebraran [...] Don Juan Moreno, Don Vicente Doz, Don Nicolàs Guerrero, [...]" amb data de dijous 19 de juliol de 1753 on es llegeix:

Explicarán el Calculo Diferencial, su Indole, sus Methodos, y su Uso; y aplicarán todas estas Reglas, y Construcciones a la Resolucion de varios Problemas, como son los de Maximos y Minimos, de la Triseccion del Angulo, de la duplicacion del Cubo, de tirar Tangentes de las Curvas, y otros.

Encara s'ha localitzat la ressenya d'un tercer "Certamen Mathematico sobre el Analisis, Calculo Diferencial, y Geometria Sublime" celebrat el dia 19 de desembre de 1754 on també es llegeix:

Explicarán los Calculos Diferencial e Integral, su indole, sus methodos, y sus usos; y aplicarán todas estas Reglas y Construcciones a la Resolución de varios Problemas, como son los de Maximos y Minimos, en hallar Tangentes, Subtangentes, Subperpendiculares

---

<sup>99</sup> Lafuente; Sellés (1988).

<sup>100</sup> Els dies 14, 16 i 17 de juny de 1763 es van celebrar sobre matemàtiques sublimes, mecànica i navegació. A.G.S., Marina, Leg. 96. També els dies 22, 23 i 24 de maig de 1766. A.G.S., Marina, Leg 96.

&c; Con las Rectificaciones de Curvas, Areas, Superficies, Solidos &c; Y daràn la Solucion de varios Problemas particulares.<sup>101</sup>

És, doncs, evident que durant aquells anys els alumnes de l'acadèmia dels *Guardas Marinas* havien de rebre algun tipus d'instrucció sobre càlcul diferencial i integral. Es pot veure, en la breu ressenya del 1754, que l'ensenyament del càlcul diferencial i integral havia d'incloure els temes més usuals que apareixien en els manuals de l'època a Europa: les regles bàsiques del càlcul diferencial i les seves aplicacions en el càlcul de màxims i mínims, tangents, rectificacions, àrees i volums. No sabem, però, a partir de quins textos aquests ensenyaments es feien. Segons Ausejo i Medrano (2010), la formació matemàtica de Godin a França i la de Jorge Juan amb continua relació amb la ciència estrangera, explicarien l'existència d'ensenyaments de càlcul diferencial a Cádiz. Cal tenir en compte que ja el 1748 Jorge Juan juntament amb Ulloa havien publicat *Observaciones Astronómicas...*<sup>102</sup>, després de l'expedició al Perú. En aquesta obra apareixen elements de càlcul diferencial la qual cosa significa que els autors havien de conèixer aquest. Certament, *Observaciones Astronómicas...* no és un llibre pensat per l'ensenyament però és rellevant que aquest text fos publicat en una data on, pel que es coneix fins ara, encara no s'havia publicat cap altre text a Espanya on aparegués el càlcul diferencial.

Per altra banda, consultant el catàleg de "las Obras antiguas de la Biblioteca del Real Instituto y Observatorio de la Armada", que han elaborat Francisco José González González i M<sup>a</sup> del Carmen Quevedo Ariza i que probablement recull molts títols de la

<sup>101</sup> Hem pogut comprovar els dos primers documents (9 de juny de 1753 i 19 de juliol de 1753) en el *Archivo General de Simancas*, Marina, Leg. 84. El tercer (19 de desembre de 1754) ha estat localitzat com un afegitó al llibre *Estado de la Astronomia en Europa* (1774) de Jorge Juan (Biblioteca Nacional, sig 3.22174), juntament amb dos certàmens més, un celebrat a la *Real Escuela del cargo del Cuerpo de Artilleria* de Barcelona (octubre de 1754) i l'altre celebrat en el *Real Seminario de Nobles* de Madrid (1766) sobre "Ejercicios literarios..." Per consultar el contingut íntegre de les ressenyes dels certàmens matemàtics, veure Annex 1.

<sup>102</sup> El títol sencer és *Observaciones Astronómicas, i físicas hechas de orden de S.M. en los reinos del Perú de las cuales se deduce la figura, y magnitud de la Tierra y se aplica a la navegación.*



biblioteca de l'Acadèmia de *Guardas Marinas* de Càdiz<sup>103</sup>, hem pogut comprovar, en aquest catàleg, col·leccions de les revistes científiques de més renom europeu juntament amb molts autors, amb obres anteriors el 1767, relacionats amb el càlcul diferencial, entre els quals cal destacar les obres d'Euler, Hôpital, Leibniz, Maclaurin, Newton, Simpson i Wolff<sup>104</sup>. De manera que podria ser que els ensenyaments de càlcul, als anys 50 del segle XVIII, a l'acadèmia dels *Guardas Marinas* de Càdiz, es basessin en aquests autors. En qualsevol cas està clar que per una història de la introducció del càlcul diferencial i integral a Espanya, *La Real Academia de Guardas Marinas* resulta ser una referència obligada.

Per altra banda, segons Valverde (2012), Jorge Juan va estar a Càdiz, probablement impartint algun curs, fins el 1760. Anys després, a partir del motí d'Esquilache i la posterior expulsió dels jesuïtes, el marquès de la Ensenada, protector de Jorge Juan, es desterrat de la Cort i Jorge Juan es desplaçarà a Madrid per fer-se càrrec del *Seminario de Nobles* d'aquesta ciutat.

### ***La Real Academia Militar de Barcelona (1720-1767)***

L'Acadèmia va començar el 1720 sota la direcció de Mateo Calabro i en aquesta s'ensenyava aritmètica, geometria teòrica, geometria pràctica, trigonometria, perspectiva, estàtica i maquinària, arquitectura civil i militar, hidrotècnica o ciència de la conducció de l'aigua, artilleria i dibuix. Però ben aviat van aparèixer força disputes entre Calabro i Verboom, ja que aquest darrer insistia en la necessitat d'una clara ordenació de l'ensenyament de les matemàtiques en les acadèmies militars. El 1739 es va nomenar a Lucuce director de l'Acadèmia, que ho va ser fins el 1774. El curs de Lucuce a l'Acadèmia es desenvolupava en quatre classes que duraven nou mesos cada una, per tant era de tres anys. En principi s'acceptaven fins a quaranta persones, entre cadets i oficials, a les classes, però els alumnes de l'Acadèmia van ser molts més. Segons una llista de l'època entre 1735 i 1796 va haver 2337 alumnes. Cada any

---

<sup>103</sup> *Catálogo de las Obras antiguas de la Biblioteca del Real Instituto y Observatorio de la Armada (siglos XV al XVIII)*. Fundación Alvargonzález. Real Instituto y Observatorio de la Armada. Francisco José González González i M<sup>a</sup> del Carmen Quevedo Ariza.

<sup>104</sup> Veure Annex 6.

s'admetia quatre cavallers particulars, de manera que els cursos van arribar a un públic més ampli, essent, per tant, considerable la influència de l'Acadèmia militar sobre la societat civil barcelonina, particularment sobre els mestres d'obres<sup>105</sup>. Un d'aquests artesans va ser Renart, el qual també havia estat alumne de Cerdà, i en el seu diari, "Quincenario", menciona el curs de Lucuce, algunes còpies del qual s'han trobat a la col·lecció privada de Renart:

Antes de mediados de la Centuria 1800, D. Pedro de la Cusa [Pedro Lucuce], ingeniero director de la Real Academia de Matemáticas de esta población en la Ciudad de Barcelona, compuso un excelente tratado de Matemáticas. No trató de tantas matemáticas como el padre Tosca, pero si trató principios suficientes para instrucción de los cadetes [...].<sup>106</sup>

El curs de Lucuce<sup>107</sup>, anomenat *Curso Mathematico para la Instrucción de los Militares*, va estar completat el 1744, tot i que mai va ser publicat. Els estudiants prenen nota de les lliçons explicades i s'ha conservat en forma de manuscrit escrit per diferents estudiants de l'Acadèmia de Barcelona i també d'Oran i Ceuta<sup>108</sup>. El *Curso Mathematico*, que divideix les matemàtiques en dues parts: pures (aritmètica i geometria) i mixtes o físico-matemàtiques, està format per vuit tractats tractant sobre aritmètica, geometria elemental i pràctica, fortificacions, artilleria, cosmografia, estàtica i arquitectura civil. L'ordenança manava que el *Compendio Mathematico* de Tosca fos el text de referència, i Verboom, el 1730, citava d'on calia treure els cursos, a més a més de Tosca, per a la geometria. Els textos de referència eren el *Nouveau Cours de Mathématique* (1725) de Bernard Forest de Bèlidor (1698-1761) per a l'artilleria, *La géométrie des lignes et des surfaces rectilignes et circulaires* (1718) de Jean-Pierre de Crousaz (1663-1750) per a la geometria i el *Traité d'Architecture avec des remarques et des observations très utiles pour les*

<sup>105</sup> Sobre la influència sobre els mestres d'obres, veure Montaner i Martorell (1990), i Arranz Herrero (1979).

<sup>106</sup> Renart i Closes, Josep; "Introducció als quincenaris" dins *Fons Renart*, Biblioteca de Catalunya. Any 1809. Lligall XXVIII, 1. P. 13.

<sup>107</sup> Per conèixer amb més detall el curs de Lucuce veure De Mora; Massa-Esteve (2010). Massa-Esteve; Roca-Rosell; Puig-Pla (2011). Massa-Esteve; Roca-Rosell (2014). Massa-Esteve (2014).

<sup>108</sup> Lucuce, Pedro de, *Curso Mathematico para la Instrucción de los Militares*. Mss, vuit volums. Barcelona, 1739-1744 [Còpia de Antonio Renom Zarco Torralba, mss 1767-M-1, Biblioteca Central Militar, Madrid], citat en Massa-Esteve; Roca-Rosell; Puig-Pla (2011).

*jeunes gens, que veulent s'appliquer à ce bel Art* (1714) de Sebastien Le Clerc (1637-1714) per a l'arquitectura.

Tal com afirmen diferents historiadors que han tractat el tema<sup>109</sup>, malgrat que l'ensenyament matemàtic a l'Acadèmia de Barcelona no era molt avançat, el rigor i el mètode exigit als enginyers era molt alt. En qualsevol cas es té evidència de l'alt nivell aconseguit en l'Acadèmia repassant la llista de llibres que formaven part de la biblioteca d'aquesta on apareixen figures rellevants de les matemàtiques de l'Europa del moment<sup>110</sup>. Aquest alt nivell també es pot comprovar amb la publicació, el 1755 per part de l'Acadèmia, d'una monografia sobre l'àrea del con oblic, on es mostra un profund coneixement de la geometria cartesiana i del càlcul integral<sup>111</sup>.

El títol complet d'aquesta monografia, anònima, és "Reflexiones sobre la superficie del Cono inclinado ordenadas por la Real Academia Militar de Matemáticas establecida en Barcelona, al cargo, y dirección del Cuerpo de Ingenieros para la enseñanza de los Oficiales y Cadetes del Ejército". L'objectiu és el càlcul de la superfície lateral d'un con oblic i en la introducció ja es diu que aquest problema ha estat tractat per molts autors sense èxit. Concretament es diu que ni els càlculs ordinaris ni el càlcul integral aplicat a les quadratures de les superfícies corbes han aconseguit resoldre el problema. En aquesta introducció apareixen citats Monsieur Saverien<sup>112</sup> amb el seu *Dictionnaire Universel de Mathématiques et de Physique* (1753),

---

<sup>109</sup> Capel i alt. (1988); Massa-Esteve; Roca-Rosell; Puig-Pla (2011).

<sup>110</sup> Es poden trobar noms com ara Agnesi, D'Alembert, Bèlidor, els germans Bernoulli, Deidier, Euler, Hôpital, Maclaurin, Muschembroeck, Newton, Ozanam, Reyneau, Rolle, Stone, Savèrien, Tosca, Varignon, Zaragoza, Wolff, entre d'altres. Veure Cuesta Dutari (1976), pp. 227-238. Veure també Riera, Joan, "L'Acadèmia de Matemàtiques a la Barcelona Il·lustrada (1715-1800)" dins *Actes del II Congrés Internacional d'Història de Medicina Catalana*, 73-128, Barcelona, 1975, citat en Massa-Esteve; Roca-Rosell; Puig-Pla (2011).

<sup>111</sup> *Monografia sobre el àrea del cono oblicuo, publicada el 1755 por la Academia Militar de Mathematicas de Barcelona*. Archivo General de Simancas (AGS), Sección Guerra Moderna, lligall 3778. És citat per Cuesta Dutari (1976), pp. 155-187.

<sup>112</sup> Alexandre Julien Savèrien (1720-1805).

Maria Gaetana Agnesi (1718-1799) amb les seves *Institutiones Analyticas* (1748), Reyneau, Stone, Wolff i l'abbé Deidier<sup>113</sup>.

El treball està dividit en trenta-una "Reflexiones" o apartats, on es van explicant les propietats del con inclinat i es van deduint les relacions algebraiques entre els seus elements. L'objectiu és arribar a l'expressió algebraica de l'àrea d'un triangle infinitament petit sobre la superfície lateral del con que té per base  $dx$  sobre el cercle bàsic i per altura una generatriu variable des de la base fins el vèrtex, la qual cosa s'arriba a la "Reflexion XXX"<sup>114</sup>. Però, un cop trobada l'expressió es reconeix la dificultat per poder-la integrar:

Hasta aquí es fácil llegar; pero se encuentra ahora el grave inconveniente de no haberse descubierto methodo, para integrar el Elemento; ni aún transformarle en otra expression que pudiera integrarse, supuesta la quadratura del Círculo, o de la Hypérbola.

En la darrera "Reflexion XXXI" es reconeix que per integrar es pot recorre a les series infinites però s'adverteix de les moltes dificultats que aquest mètode planteja i finalment dóna com a solució una aproximació de la superfície. Aquesta aproximació parteix igualment de considerar la superfície com la suma d'una progressió aritmètica d'infinits triangles infinitament petits:

Considerese el Círculo de su base ser un Polígono parilátero de una infinidad de lados; si por los extremos de estos mismos lados se conciben salir las rectas que todas se terminan al cúspide, resultarán infinitos Triangulos, cuya suma sería la superficie del Cono,; pues las bases de estos Triángulos han degenerado en la circunferencia del Círculo, ó base del Cono.

Així doncs, aquest opuscle ens mostra l'alt nivell dels professors de l'Acadèmia, el seu profund coneixement dels textos matemàtics més avançats que s'estaven difonent per Europa, així com dels seus autors i en allò que fa referència al càlcul diferencial,

<sup>113</sup> L'abbé Deidier, entre altres és autor de *Le Calcul Differentiel et la Calcul Integral expliqués et appliqués a la Geometrie* (1750).

<sup>114</sup> Aquesta expressió és  $\frac{dx}{2} \sqrt{\frac{aacc+(ax+bx-ab)^2}{2ax-xx}}$  on  $a, b, c$  són paràmetres del con.

malgrat no tenir constància de que en aquesta acadèmia se'n ensenyés, el que sí es pot assegurar és que alguns professors de l'Acadèmia el coneixien bé.

### ***La Real Academia Militar de Matemáticas del cuartel de los Guardias de Corps de Madrid (1717-1760)***

Una de les institucions que va jugar un paper més rellevant en la introducció del càlcul diferencial i integral a Espanya és *La Academia Militar de Matemáticas del Cuartel de los Guardias de Corps* de Madrid. L'any 1717 Felip V havia creat *La Academia Militar del Cuartel de los Guardias de Corps* i a finals de 1750 es va crear una Acadèmia de Matemàtiques dins l'Acadèmia Militar, nomenant a Padilla director, sota el patrocini del marquès de la Ensenada, al mateix temps que es creaven d'altres arreu d'Espanya.

Padilla havia entrat en el regiment d'Infanteria a Oran el 1740, on va estudiar a l'Acadèmia Militar de Matemàtiques d'aquesta ciutat, la qual es regia per les mateixes normes que la de Barcelona. Es va convertir en enginyer el 1744 fins arribar, el 1763, enginyer en cap i coronel<sup>115</sup>. L'any 1749 es va desplaçar a Madrid per incorporar-se a l'acadèmia de la *Guardia de Corps*, mantenint el càrrec de director d'aquesta fins el 1760, que és quan es va tancar l'Acadèmia. Segons Capel i altres (1983) en el període de 1750-1753 Padilla apareix entre els professors de la Acadèmia Militar de Matemàtiques de Barcelona. L'Acadèmia va funcionar amb les mateixes normes que la de Barcelona, on l'assistència no era obligatòria i només era contemplada per aquells que tenien interès en adquirir un coneixement més profund de les matemàtiques. Segons Lafuente i Peset (1982) el pressupost per l'Acadèmia era molt més alt que per altres acadèmies i la seva biblioteca era de les més riques. En documents conservats en el *Archivo General de Simancas* s'ha localitzat una llista que correspondria al catàleg dels llibres d'aquesta biblioteca<sup>116</sup>, on es pot comprovar com en aquesta arribaven les revistes científiques de Paris, Londres i Sant Petersburg i hi havia les obres dels matemàtics europeus més rellevants del moment. Relacionats amb el càlcul diferencial destaquen les *Instituzioni analitiche* (1748) d'Agnesi, el *Calcul Differentiel [...]* (1750) de Deidier, la *Introductio in*

---

<sup>115</sup> Capel (1988) i Garma (2002).

<sup>116</sup> *Archivo General de Simancas, Guerra moderna*, lligall 3004. Citat en Cuesta Dutari (1976-1983); pp. 127- 133.

*analysin infinitorum* (1748) d'Euler, *L'Analyse des infiniments petits [...]* (1696) de l'Hôpital, *The Elements of the Method of Fluxions* (1742) de Maclaurin, un tractat sobre fluxions de Newton que podria ser *The Method of Fluxions and Infinite Series* (1736), *Analyse démontrée [...]* (1708) de Reyneau, els *Elementa Matheseos Universae* (1713) de Wolff, *Eclaircissemens sur l'Analyse des Infiniments Petits* (1725) de Varignon.

Pels documents conservats en el *Archivo General de Simancas*, és conegut que l'any 1752 Padilla va presidir dotze exàmens públics d'estudiants de *La Academia de Guardias de Corps*. En tot cas, hem localitzat un document relatiu a unes "Conclusiones matemáticas" presidides per Padilla en el *Cuartel de Guardias de Corps* el 1752, sobre "los Tratados de Arithmetica, Geometria Elementar, Trigonometria, Geometria Práctica, Algebra, Geometria Sublime y Calculos Diferencial e Integral"<sup>117</sup>. Aquestes "Conclusiones" estan defensades per diversos cadets, entre els quals es troben en Gerardo Henay i José Aranda, que posteriorment aniran a *La Academia de Guardas Marinas* de Cádiz com a professors de matemàtiques, i està dividit en onze apartats sobre aritmètica, àlgebra, geometria, trigonometria i càlcul diferencial i integral. En l'apartat "Sobre los Calculos Diferencial, e Integral" estan recollits els enunciats de diferents problemes on s'aplica el "Calculo de las diferencias", per la determinació de tangents a les corbes, determinar els màxims i mínims –tres problemes– i s'aplica el "Calculo integral" per determinar àrees de les còniques comunes, el volum de cossos de revolució, de la esfera, esferoide, paraboloides,...així com calcular la superfície de cossos<sup>118</sup>.

El 1753, Padilla comença a escriure i publicar un curs complet de matemàtiques que porta per títol *Curso Militar de Mathematicas, sobre partes de estas ciencias, pertenecientes al Arte de la Guerra, para uso de la Real Academia establecida en el Cuartel de Guardias de Corps* (1753-1756) dedicat a Fernando VI i amb l'aprovació de Jorge Juan. Segons es diu en el

<sup>117</sup> *Real Biblioteca* de Madrid, Sig. PAS/2988, "Conclusiones mathematicas sobre los Tratados... defendidas en el Cuartel de Guardias de Corps de Madrid a [ ] de Marzo de 1752... y presididas por el Capitan D. Pedro Padilla...". Cuesta Dutari (1976-1983) cita un document que té exactament el mateix títol i respon a les mateixes característiques i que es troba al *Archivo General de Simancas, Sección de Guerra Moderna*, lligall 3003. Es tracta, per tant, de la ressenya de les mateixes "Conclusiones Mathematicas".

<sup>118</sup> Veure Annex 1.

primer volum, aquest curs havia de constar de vint tractats però finalment només se'n van publicar cinc (en quatre volums): “De la Arithmetica Vulgar”, “De la Geometria elementar ò de Euclides”, “De la Algebra elementar”, “De la Geometria Superior, ò de las Curvas” i “De los Calculos Diferencial, è Integral, ò método de las Fluxiones”. En la dedicatòria del seu primer volum Padilla explica que el principal objectiu del seu curs imprès és facilitar l’aprenentatge dels alumnes en les classes:

[...] he formado el presente Curso, o Compendio de las Materias enseñadas en la expresada Academia, para que impreso, y aliviados por este medio sus Individuos de la molestia del escrito, incompatible con su servicio diario, puedan hacer mayores progresos en el estudio.<sup>119</sup>

Aquesta voluntat de facilitar l’aprenentatge dins la classe a partir del llibre de text imprès és la mateixa que Cerdà manifestarà el 1758 quan publicarà les seves *Liciones de Matemática*, i resulta ser una excepció en un entorn on la norma era “dictar la lliçó” als alumnes. Per altra banda Padilla, en el prefaci del seu llibre, subratlla la importància de les “matemàtiques pures” per als cadets, justificant l’extensió que tindrà el seu curs:

Aunque el presente Curso, dirigido a la Instrucción de un Militar en las partes de las Matemáticas pertenecientes al Arte de la Guerra, parece no requería otra extensión, ni tratados, que los de la *Fortificación, Artillería, Ataque, Defensa, y Táctica*: el perfecto conocimiento de estos, pide una más que mediana Teórica de algunos otros.

Son estos la *Aritmética*, la *Geometría*, la *Mecánica*, y Geografía, con alguna noticia de la *Arithmetica Literal, ò Algebra*, [...].<sup>120</sup>

En qualsevol cas, el curs de Padilla es d’un dels primers textos impresos fins ara coneguts a Espanya, dedicats a l’ensenyament, amb elements de càlcul diferencial i integral i també seria un dels pocs textos impresos en castellà on es fa referència explícita al càlcul de fluxions newtoniana, tot i utilitzar la notació leibniziana de diferencial.

<sup>119</sup> Padilla (1753-1756), Dedicatòria del *Tomo Primero del Curso Militar de Mathematicas* (1753).

<sup>120</sup> Ibid, “Prefacio”, p. 1.

El primer que cal assenyalar d'aquest tractat<sup>121</sup> és que sembla que s'inspiri en fonts ben diverses. Efectivament el primer subapartat "De las cantidades infinitas" (pp. 153-163) respon a la metodologia del càlcul continental leibnizià on gairebé tots els seus textos comencen analitzant els infinitedsimos o també les quantitats infinitament grans, seguint l'exemple de Fontenelle en els seus *Eléments de la Géométrie de l'infini* (1727). En canvi en les primeres definicions del següent apartat "De las fluxiones" Padilla recorre a la visió geomètrico-cinemàtica newtoniana on les quantitats apareixen generades pel moviment i on la fluxió o diferència és un increment infinitament petit de la quantitat<sup>122</sup>. De totes maneres la definició de fluxió que dona Padilla està molt allunyada de la de Maclaurin o de Simpson i recorda més aviat la de Harris en *New Short Treatise of Algebra* (1702) o la de Stone en *The Method of Fluxions, both Direct and Inverse* (1730)<sup>123</sup>, en la qual la fluxió no depèn de la velocitat sinó que és un increment real infinitament petit, exactament com la diferència leibniziana, és a dir, Padilla, com molts altres autors del moment, identifiquen fluxió i diferència.

Més endavant quan Padilla explica com deduir les primeres regles del càlcul diferencial, particularment la regla del producte, el raonament geomètric usat recorda al mètode d'exhaustió dels grecs, i també al que utilitza Maclaurin en el seu *Treatise of Fluxions*. La demostració de la regla del producte no és literalment igual a la que dona Maclaurin però segueix el seu estil. En canvi, en el subapartat "De las tangentes de las curvas"<sup>124</sup>, després de deduir la subtangent per a qualsevol corba, presenta diferents exercicis on es calcula la subtangent, la tangent i la subnormal per al cercle i la hipèrbola, seguint molt de prop a Wolff en els seus *Elementa Matheseos Universae* (1713)<sup>125</sup>. Al final de l'apartat dedicat a màxims i mínims, Padilla reconeix explícitament la influència de Maclaurin<sup>126</sup>. Però, en aquest mateix apartat, Padilla

---

<sup>121</sup> A l'Annex 7 es pot disposar d'una anàlisi ampliada sobre el tractat de Padilla.

<sup>122</sup> Padilla (1753-1756); Tratado V, § 20.

<sup>123</sup> Veure § 2.1 d'aquesta tesi.

<sup>124</sup> Padilla (1753-1756); Tratado V, § 87- 114.

<sup>125</sup> Wolff (1713-1715); "Pars Secunda: Elementa Analyseos Infinitorum tradens", "Caput II De usu Calculi differentialis in tangentibus curvarum determinandis", § 20-56.

<sup>126</sup> Padilla (1753-1756); Tratado V, § 127.



explica diversos exercicis geomètrics, com aplicació del càlcul d'un màxim o mínim i de nou es pot observar en aquests la influència de Wolff.

En definitiva, en allò que fa referència a les fonts del text de Padilla, es pot dir que aquest no es limita a un sol autor, destacant Maclaurin i Wolff i probablement també Fontenelle com els autors que més segueix, la qual cosa mostra que Padilla s'apropia del que li sembla més convenient per a la instrucció dels seus alumnes.

No hi ha cap evidència de que Cerdà hagués pogut conèixer l'obra de Padilla, tot i que els anys d'elaboració d'un text i de l'altre són molt propers. L'estil i l'estructura del text de Cerdà són molt diferents dels que segueix Padilla, però això no descarta la possibilitat de que Cerdà conegués el llibre de Padilla, inclús no descarta que Cerdà recollís algun exercici del text de Padilla que no es troba en el llibre de Simpson, com es veurà més endavant.

### ***El càlcul diferencial al Colegio Imperial i al Seminario de Nobles de Madrid***

De totes les institucions educatives gestionades pels jesuïtes que van jugar un paper en el procés d'introducció del càlcul diferencial i integral, el *Colegio Imperial* i el *Seminario de Nobles* de Madrid en van ser capdavanters. Degut a la manca de textos impresos sobre càlcul diferencial, d'entrada les preguntes que hem volgut respondre, en el moment d'iniciar la nostra recerca, han estat en el sentit de clarificar fins a quin punt durant els anys immediatament anteriors a l'expulsió dels jesuïtes (1750-1767) es pot parlar d'ensenyament de càlcul diferencial en aquests col·legis. També s'ha volgut estudiar la forma que aquest nou càlcul va ser transmès, tant pel que fa al seu nivell com pel que fa al seu contingut, dins el context espanyol. Igualment s'ha volgut conèixer quina actitud van adoptar els docents en el *Colegio Imperial* i en el *Seminario de Nobles* de Madrid en relació als diferents corrents que es donaven a Europa al voltant del càlcul diferencial, analitzant de quines fonts es van nodrir els coneixements de càlcul que es van impartir en aquests col·legis.

El nostre estudi fonamentalment no ha pogut basar-se ni amb material imprès, ja que d'entrada no es coneix cap manual sobre càlcul imprès, ni, moltes vegades, s'ha pogut basar en material d'autor concret, ja que sovint ens hem trobat amb material d'autor desconegut o no del tot identificat. Però creiem que a partir dels manuscrits recuperats dels docents del *Colegio Imperial* també es pot construir un discurs històric que ens permeti entendre millor de quina manera és va produir la transmissió del coneixement científic en aquell moment. Probablement, en les nostres conclusions, el pes de l'autor concret cedirà davant la força del contingut transmès; autor, traductor, transcriptor seran termes amb fronteres no massa definides.

#### LES "CONCLUSIONES MATEMÁTICAS" EN EL COLEGIO IMPERIAL I EN EL SEMINARIO DE NOBLES DE MADRID

Com en altres institucions, també al *Colegio Imperial* i al *Seminario de Nobles* s'han trobat diferents ressenyes de la celebració de "Conclusiones matemáticas".

Es té constància de dues "Conclusiones matemáticas" (1733 i 1734) dirigides per Gaspar Álvarez<sup>127</sup>, una altra<sup>128</sup>, el 1748, dirigida per Esteban Terreros y Pando<sup>129</sup> quan aquests dos professors eren professors al *Seminario de Nobles*, i també una dirigida per Wendlingen durant els anys 1750, presumptament celebrada al *Colegio Imperial*, d'on ell n'era professor, però en el programa de totes aquestes no consta cap part dedicada al càlcul diferencial.

<sup>127</sup> Álvarez va ser el primer professor al *Seminario de Nobles* fins al 1748 que va passar als *Reales Estudios*. Va publicar *Elementos Geometricos de Euclides* (1739).

<sup>128</sup> Real Biblioteca de Madrid, "Conclusiones Mathematicas... Defendidas por ... Antonio de la Palma y Leon ... Juan Pesenti ... y Antonio Ximénez Mesa ...: todos ellos tres Seminaristas en dicho Seminario Real de Nobles de Madrid. Presididas por el R. P. Esteban de Terreros y Pando... Dia 3 del mes de Marzo, año 1748."

<sup>129</sup> Terreros va néixer a Val Trucios (Biscaia) al 1707 i va morir a Forlì al 1782, per tant va ser company de Cerdà durant els darrers anys de la seva vida. Va ser professor del *Seminario de Nobles* de Madrid, a partir de 1746 i al *Colegio Imperial* de 1755 a 1767. És el promotor de moltes *Conclusiones matemáticas*, de les quals es tenen registrades les dels anys 1744, 1748 i 1751. La seva obra principal és *Espectáculo de la naturaleza*, que és una traducció adaptada i anotada de l'obra enciclopèdica de Noël Antoine Pluche. Terreros és especialment conegut com a llinguista, amb el seu diccionari quadrilingüe (espanyol, llatí, italià i francès).

L'any 1751, Terreros, que continuava al *Seminario de Nobles*, torna a dirigir unes "Conclusiones matemáticas"<sup>130</sup> on el concursant és Juan Presenti. En aquest cas el programa inclou un apartat d'àlgebra i dins d'aquest hi ha quatre temes dedicats al càlcul diferencial i integral: "De la naturaleza del cálculo diferencial", "Del uso del cálculo diferencial en determinar las tangentes de las curvas", "De la naturaleza del cálculo integral", "Del uso del cálculo integral en las cuadraturas de las curvas". Aquestes "Conclusiones matemáticas" constitueixen un dels primers documents impresos (1751) que demostren l'existència d'uns ensenyaments dedicats al càlcul diferencial i integral al menys en el *Seminario de Nobles* de Madrid, a mitjans del segle XVIII, però també, molt probablement en el *Colegio Imperial*, degut a l'estreta connexió entre les dues institucions. El programa de càlcul posa de manifest l'enfocament leibnizià d'aquest i concretament la influència de Wolff<sup>131</sup>.

D'entre d'altres "Conclusiones"<sup>132</sup> localitzades estan les dirigides per Esteban Bramieri<sup>133</sup>, professor del *Seminario de Nobles*, celebrades en aquest centre, les primeres de les quals tracten sobre geometria elemental, trigonometria plana, geometria pràctica, àlgebra elemental, seccions còniques, estàtica i hidrostàtica. La segona ressenya de les "Conclusiones"<sup>134</sup> dirigides per Bramieri el 1760 torna a tractar temes semblants, afegint el de la fortificació i la mecànica. Com en el cas de las "Conclusiones" de Terreros, també en l'apartat dedicat a l'àlgebra hi ha un subapartat

---

<sup>130</sup> Real Biblioteca de Madrid, "Conclusiones Mathematicas practicas y especulativas defendidas en el Real Seminario de Nobles [...] bajo instruccion y magisterio del R.P. Estevan de Terreros y Pando [...] Dia 13 de Abril de 1751."

<sup>131</sup> Per conèixer l'índex de l'obra de Wolff, *Elementa Matheseos Universae* i la similitud entre els enunciatos de les "Conclusiones matemáticas" de Terreros i el text de Wolff veure l'Annex 8.

<sup>132</sup> Veure Annex 1.

<sup>133</sup> Bramieri va ser un jesuïta, provinent de Piacenza (Itàlia), que va adquirir renom a partir de la seva participació en les mesures dels límits geogràfics entre Paraguai i Brasil. Des de 1757 va ser professor del *Seminario de Nobles* de Madrid. Des del 1762 va ser nomenat confessor de la reina mare Isabel de Farnesio, la qual cosa probablement li va conferir una certa influència en la Cort de Madrid. Campomanes, al 1767, el va considerar com un dels més perillosos sediciosos en el motí d'Esquilache.

<sup>134</sup> Biblioteca Nacional (Madrid), "Conclusiones mathematicas, defendidas en el Real Seminario de Nobles en presencia de sus Magestades Catholicas [...] por Don Leandro Carrillo [...] y Don Edmundo Sarsfield, Conde de Kilmallock, Seminaristas en dicho Real Seminario / Presididas por el Padre Estevan Bramieri, de la Compañia de Jesus; Dedicadas al Rey [...] Carlos III por el Seminario [...]" Madrid : Por Joachin Ibarra [...], 1760.

sobre càlcul diferencial que es desglossa en vint-i-quatre enunciats<sup>135</sup>, on es tracta des de la forma de diferenciar les “quantitats” i el resultat de les diferents operacions amb aquestes fins el càlcul de tangents i el càlcul de màxims i mínims. De nou es pot observar la influència de Wolff en aquests enunciats. Efectivament, els enunciats dels exercicis sobre les tangents de les “Conclusiones” de Bramieri coincideixen amb molts dels títols que es troben en l’obra de Wolff, *Elementa Matheseos Universae*, corresponent al capítol dedicat a les tangents com aplicació del càlcul diferencial<sup>136</sup> i, de la mateixa manera, els enunciats sobre màxims i mínims d’aquestes “Conclusiones” coincideixen amb molts dels títols de la mateixa obra de Wolff que es troben en el capítol dedicat als màxims i mínims com aplicació del càlcul diferencial<sup>137</sup>. Tampoc resultarà estrany que alhora d’analitzar l’obra de Wendlingen es trobin similituds entre aquest i Bramieri ja que tots dos s’inspiren en Wolff.

Finalment hem localitzat, el 1762, unes “Conclusiones” dirigides per Miguel Benavente<sup>138</sup>, professor del *Colegio Imperial*, que estan dividides en els següents apartats: “Geometria Elemental, Geometria Practica, Logarithmica y Trigonometria Plana, De la Algebra, Theorica de las cantidades infinitas, Secciones conicas, De las leyes del movimiento de los cuerpos, aplicados al tiro de las bombas”. L’apartat de les quantitats infinites consta de cinc subapartats on tracta de les propietats d’aquestes i de les operacions que es poden efectuar amb elles.

#### ELS MANUSCRITS RELATIUS AL CàLCUL DIFERENCIAL I INTEGRAL TROBATS A LA REAL ACADEMIA DE LA HISTORIA

L’aportació en aquest apartat es fa a partir dels manuscrits trobats en la “Colección Cortes” de la RAH. És de suposar, doncs, que entre aquests manuscrits hi ha els escrits

<sup>135</sup> Veure Annex 1 per conèixer en detall aquests enunciats.

<sup>136</sup> Wolff (1713-1715), “Elementa Analyseos Mathematicae tam finitorum quam infinitorum, Pars II, Sectio I, Caput II”; § 20 - § 60.

<sup>137</sup> Ibid, Caput III”; § 61 - § 86.

<sup>138</sup> Benavente va néixer a Castella al 1726. Va ser professor de matemàtiques al Colegio Imperial del 1761 al 1767, i en el moment de l’expulsió era el segon professor de matemàtiques en aquest col·legi, mentre que Cerdà n’era el primer. Va traduir al castellà *Elementos de toda la arquitectura civil* (1763), escrits en llatí per Rieger i possiblement també l’obra *Observación del tránsito de Venus* (1761) del mateix autor. El 19 de juny de 1763 va ser nomenat acadèmic d’honor per l’acadèmia de San Fernando. Va ser un dels implicats en els judicis pel motí de Esquilache.

de diversos professors que van estar impartint docència al *Colegio Imperial* abans del 1767, quedant el dubte de si alguns dels documents poden també provenir del *Seminario de Nobles*.

Quins són els manuscrits relacionats amb el càlcul diferencial que fins ara hem identificat? Si es deixen apart els manuscrits de Cerdà que hem agrupat sota el títol de *Tratado de Fluxiones*, objecte principal de la nostra memòria i que seran analitzats amb més detall en els propers capítols, podem resumir els documents més rellevants trobats, on apareix el càlcul diferencial, en els següents:

1. “Elementos de Matemáticas. Tomo VIII. Analysis de los infinitos” i “Tomo IX. Cálculo Exponencial, Diferencio-diferencial y Arithmética de los infinitos” (1753-1761) de Wendlingen<sup>139</sup>.

En el lligall 9/2812 es troba un text amb el títol “Elementos de Matemáticas. Tomo VIII. Analysis de los infinitos” que conté quaranta-vuit folis i a continuació un altre amb el títol “Elementos de Matemáticas. Tomo IX. Cálculo Exponencial, Diferencio-diferencial y Arithmética de los infinitos” que conté disset folis. La lletra correspon a Wendlingen, la qual cosa hem comprovat a partir d’una carta signada per ell mateix. En el lligall 9/3811 tornen a aparèixer els tomos VIII i IX repetits, aquest cop, escrit per algun transcriptor. Per tant s’hauria de parlar d’uns seixanta-cinc folis sobre càlcul diferencial on l’autor és Wendlingen. Aquests tomos serien la continuació dels quatre tomos dels *Elementos de matemática* (1753) que Wendlingen ja havia publicat, i, per aquesta raó la data en que van ser escrits es pot situar entre 1753 i 1761.

Es tracta d’uns manuals<sup>140</sup> que segueixen molt fidelment el text de Christian Wolff, *Elementa Matheseos Universae* (1713-1715), tal com el mateix Wendlingen reconeix:

---

<sup>139</sup> En el capítol 1 ja s’ha parlat de Wendlingen (pp. 12 i 56) però caldria afegir que durant la seva estada a Espanya, va planificar, probablement a partir de rebre’n l’encàrrec, la publicació d’un curs de matemàtiques en diversos volums, quatre dels quals van publicar-se el 1753. Es tracta de l’obra *Elementos de la mathematica*, on el primer tomo està dedicat a l’aritmètica, el segon és de geometria, el tercer tracta dels logaritmes, trigonometria plana i trigonometria esfèrica i el quart tomo presenta les taules de sinus, tangents i logaritmes. Posteriorment va publicar *Explicación y uso de la meridiana* i *Observatio eclipsis lunaris*. També consta, com ja s’ha vist, que va dirigir alguna “Conclusion matemática”.

[...] no sigo en esto mis antojos propios sino al célebre Christiano Wolffio, el cual sin controversia, mirando lo metódico, es el Príncipe de todos los Matemáticos, por lo cual no extrañen los que leyesen mis elementos, hallando en ellos, en la mayor parte, las mismas proposiciones, denominaciones y operaciones de Wolffio, los cuales he traducido solamente.<sup>141</sup>

El tomo VIII de Wendlingen comença, a la secció I, amb una introducció situant els infinítesims a la base del càlcul diferencial. La primera definició de Wendlingen ens dóna la idea sobre quina base es desenvoluparà el nou càlcul: “Cálculo diferencial es el método de hallar cantidades infinitamente pequeñas, las cuales sumadas dan el todo.”<sup>142</sup> El guió que Wendlingen segueix ve marcat per l’obra de Wolff: “Calculus differentialis est Methodus quantitates differentiandi, hoc est, inveniendi quantitatem infinite parvam, quae infinities sumta datam adaequat.”<sup>143</sup> I, en general, el desenvolupament posterior del text va tractant els diferents temes que es poden trobar en l’obra de Wolff.

## 2. “In methodum fluxionum” (ca. 1761) atribuït a Rieger<sup>144</sup>.

Es tracta d’un text en llatí de vuit folis<sup>145</sup>, escrits en 8º, titulat “In methodum fluxionum” que es troba en el lligall 9/2806. Segons Udías<sup>146</sup> aquest text podria ser de Rieger, que escrivia en llatí, o de Wendlingen. Ens inclinem a pensar que es tracta d’un

<sup>140</sup> Veure Annex 8.

<sup>141</sup> RAH, “Colección Cortes”, lligall 9/2812, “Tomo IX. Cálculo Exponencial, Diferencio-diferencial y Aritmética de los infinitos”; f. 59.

<sup>142</sup> Ibid; Tomo VIII. “Analysis de los Infinitos”; f. 2.

<sup>143</sup> Wolff (1713-1715), *Elementa Matheseos Universae*, “Elementa Analyseos Mathematicae tam finitorum quam infinitorum”, “Pars Secunda: Elementa Analyseos Infinitorum tradens”, “Sectio Prima, De Calculo Differentiali”, “Caput Primum, De natura Calculi differentialis”; § 1.

<sup>144</sup> Rieger va néixer el 14 de maig 1714 a Viena i va morir el 26 de març de 1780 també a Viena. L’any 1761 va ser cridat al *Colegio Imperial* de Madrid com professor de matemàtiques i *Cosmógrafo Real de Indias*, substituint a Wendlingen, i va mantenir aquests càrrecs fins al 1765, quan va tornar a Austria. També va ser nomenat, l’any 1761, membre de la *Real Academia de San Fernando*. Les dues obres més extenses de Rieger són d’arquitectura i estan escrites i publicades a Viena abans de la seva arribada a Madrid. L’any 1761 va publicar *Observación del tránsito de Venus*. L’any 1763, es va publicar a Madrid el seu llibre *Elementos de toda la Arquitectura Civil* traduït del llatí al castellà per Benavente. La darrera obra publicada per Rieger va ser *Observaciones físicas* (1763) sobre experiments amb electricitat estàtica. En aquesta obra agraeix a Terreros l’ajuda que li ha proporcionat a l’hora de la redacció en castellà del text.

<sup>145</sup> Veure Annex 9, per conèixer amb més detall l’estructura d’aquest text.

<sup>146</sup> Udías (2005); p. 417.

text escrit per Rieger per la seva similitud, en alguns passatges, amb el text “Introducción fácil al algoritmo de fluxiones” també atribuït a Rieger. El text està escrit seguint la visió fluxional newtoniana. S’hi pot trobar la definició de fluxió molt concisa, però essencialment la mateixa que adopten els newtonians a mitjans del segle XVIII, com Simpson. Després s’expliquen les regles més elementals de la fluxió del producte, de la potència i de la fracció. I finalment es poden reconèixer alguns exemples de l’aplicació de les fluxions al càlcul de tangents i al de màxims i mínims tot la manca d’exemples geomètrics en aquest darrer capítol de màxims i mínims.

3. “Introducción fácil al algoritmo de fluxiones” (1761-1765) de Rieger.

En el lligall 9/2792 on es troba, aquest text forma part d’un quadern que té com encapçalament el títol “Curso completo de matemáticas que parece ser del P. Rieger”. Aquest curs estaria dividit en tres tractats, el primer “De la aritmética”, el segon seria “Tratado de álgebra” i el tercer el “Tratado de lugares geométricos”. En algunes parts d’aquests textos apareixen referències al P. Rieger, la qual cosa sembla indicar que aquests no estan escrits per ell, però, tal com diu Udías<sup>147</sup>, podrien haver estat escrits per Benavente que ja havia traduït alguna obra de Rieger i que, en aquest cas, estaria recollint, per escrit, les classes impartides per Rieger. Garma<sup>148</sup> afegeix, a més d’aquests tres tractats, el text que porta per títol “Introducción fácil al algoritmo de fluxiones”, un text de quinze folis. La lletra d’aquest tractat és la mateixa que la del tractat d’aritmètica que podria ser la de Benavente.

Es tracta, per tant, d’un text introductori d’una extensió relativament curta que a més de les definicions dels conceptes bàsics (fluxió i fluent), les principals regles per calcular les fluxions i deduir les fluents, tracta de les aplicacions en els temes de les tangents a corbes, problemes de màxims i mínims, àrees per sota de corbes i volums de sòlids. Està clar que s’està davant d’un text pensat per utilitzar-lo a les classes.

---

<sup>147</sup> Ibid; p. 409.

<sup>148</sup> Garma (1988); pp. 93-127.

D'entrada el text adopta la visió newtoniana, és a dir la visió geomètrico-cinemàtica i utilitza la notació newtoniana, tot i fent referència a la notació leibniziana. Malgrat tot és precís matisar que en el text apareixen alguns elements que semblen provenir del corrent continental, com l'expressa referència a l'infinit amb la utilització del símbol  $\infty$ , a més de l'explícita referència al Marquès de l'Hôpital, Jean Pierre Crousaz i Christoph Friedrich Vellnagel<sup>149</sup>, tots ells matemàtics i filòsofs continentals. El que resulta particularment interessant és que el text reproduïx íntegrament alguns apartats del llibre de Simpson, *The Doctrine and Application of Fluxions*. D'altra banda, hem pogut comprovar que molts dels apartats que no provenen del llibre de Simpson són la traducció d'algunes parts del text, que acabem d'analitzar, "In Methodum Fluxionum". Així doncs el tractat "Introducción fácil al algoritmo de fluxiones" s'hauria confeccionat bàsicament a partir d'aquestes dues fonts: *The Doctrine and Application of Fluxions* de Simpson i "In Methodum Fluxionum", tenint la impressió que aquesta fusió s'ha fet, moltes vegades, a base d'"enganxar" dos textos diferents, sense passar per un procés d'apropiació i adequació.

Hi ha força probabilitats que el text fos escrit per Benavente, traductor de Rieger. Probablement Rieger no s'expressava bé en castellà i Benavente, que ja havia traduït el llibre d'arquitectura de Rieger, li feia de traductor. Potser Benavente va ser traductor del text originalment escrit en llatí? O d'unes classes dictades per Rieger? La conclusió més raonable és pensar que el text en llatí "In Methodum Fluxionum" el va escriure en Rieger i Benavente posteriorment el va traduir al castellà, però, qui va afegir els apartats del llibre de Simpson? El mateix Rieger o bé Benavente, que també era professor de matemàtiques al Colegio Imperial? En qualsevol cas, el que és segur és que el text en qüestió està directament lligat al duo Rieger-Benavente. Només cal reflexionar en que el fet d'anomenar un autor centre-europeu com Vellnagel, que va publicar en llatí i en alemany, per considerar com a prova prou conculent l'autoria de Rieger. Finalment cal citar la darrera frase del text: "Veáanse los elementos de la

---

<sup>149</sup> Hem trobat que aquest autor va escriure *Numerandi methodi sive arithmeticae omnes posibles e quibus cum dyadica consequentes plurimae usque ad doudenariam evolvuntur, ad caeteras erendas regula generalis exhibetur...* publicat el 1740, *Gründliche und ausführliche erlauterungen so wohl über die gemeine algebra als differential- und integral-rechnung, wie diese wissenschaften [...]* publicat el 1743.



Arquitectura Civil” per entendre que l’autor està parlant del llibre escrit per Rieger i traduït per Benavente.

De tots els manuscrits que estem analitzant, el de Rieger és el que té més similituds amb el text de Cerdà, tal com es veurà en els capítols posteriors, des del moment que Cerdà pren com a referència el llibre de Simpson i Rieger també, en part. Però cal dir que hi ha notables diferències entre els textos dels dos jesuïtes. Cerdà, certament, moltes vegades també tradueix Simpson però la seva apropiació és ben personal, canviant la notació, afegint comentaris, eliminant fragments, modificant els desenvolupaments algebraics,... tal com més endavant es veurà. El text de Rieger-Benavente, en canvi, sembla, moltes vegades, recollir de forma acrítica tot el que l’autor o autors han llegit de Simpson sense modificar el text original. Per què Rieger o Benavente prenen com a referència el llibre de Simpson? Una hipòtesi raonable és pensar que en el *Colegio Imperial* ja es coneixia l’autor anglès, potser a partir del mateix Cerdà que havia entrat en contacte amb l’obra de Simpson uns anys abans, probablement, des de la seva estada a Marsella.<sup>150</sup>

#### 4. “Tratado del Cálculo Diferencial” (1757-1760) de Bramieri.

En el lligall 9/2816 hem localitzat un text que porta per títol “Tratado del Cálculo Diferencial” de quaranta folis en 8º. Abans d’iniciar la nostra recerca, es tractava d’un document, en principi, d’autor no identificat i calia descartar com possibles autors els jesuïtes dels que ja es coneixia la lletra i l’estil, per tant es va descartar Cerdà, Rieger, Benavente i Wendlingen. A partir d’aquí es podia pensar que l’autor d’aquest tractat podria ser Terreros, Bramieri o Álvarez. Calia, doncs, comparar el programa d’aquest tractat amb els programes d’algunes “Conclusiones matemáticas” de l’època. I efectivament es va trobar una extraordinària similitud entre aquest tractat i la part dedicada al càlcul diferencial i integral de les “Conclusiones mathematicas” (1760) presidides per Bramieri, que ja hem comentat. És a dir, es pot afirmar amb tota seguretat que el “Tratado del Cálculo Diferencial” conservat a la “colección Cortes” de

---

<sup>150</sup> Per disposar d’una anàlisi més detallada del text de Rieger, consultar l’Annex 9.

la RAH és de Bramieri i estaria escrit entre 1757 i 1760, just abans de les “Conclusiones mathematicas” presidides per ell.

A partir de la seva introducció, tot i que, com diu, no vol entrar en la polèmica sobre l'inventor del càlcul infinitesimal, és evident la influència leibniziana del text, concretament de Wolff. Tot i així, en el moment d'introduir el concepte de diferència, la concepció geomètrico-cinemàtica també apareix considerant que l'ordenada està “moviéndose”:

Así suponiendo que en la curva *CFO* las abscisas se toman desde el punto *A* de la recta *AO* y moviéndose la ordenada *CB* esta se va disminuyendo a cada instante, se pondrá la diferencia *BD* de la abscisa =  $dx$ , (...) <sup>151</sup>

Al final de la introducció del primer capítol insisteix en l'especificitat dels infinítesims, considerant aquests com a tal només en relació a les quantitats finites:

Es verdad que sería fácil el caer en paralogismos si las diferencias, que ya hemos definido, se consideraran como infinitamente pequeñas en sí mismas, [...].

Dichas diferencias se habrán de mirar siempre como infinitamente pequeñas respecto de las cantidades finitas a que pertenecen, pues tienen con ellas proporción menor que cualquiera que se pueda señalar [...]. <sup>152</sup>

És de destacar el fort contingut teòric d'aquest text, on en cada un dels capítols, abans de mostrar alguns exemples, l'autor s'estén en les definicions i en la demostració de les regles que després s'utilitzaran. No està clara quina és la font utilitzada per l'autor. Molts enfocaments i exercicis apareixen en el tractat de Wolff, *Elementa Matheseos Universae* (1713-1715), però el text està ben lluny de ser una traducció d'aquell com, per exemple, ho és el text de Wendlingen. Queda, doncs, oberta una recerca més aprofundida sobre el text de Bramieri, les fonts d'aquest i la influència que va poder tenir en el *Seminario de Nobles* i en el *Colegio Imperial* de Madrid.

<sup>151</sup> RAH, “Colección Cortes”, lligall 9/2816; “Libro Primero”, “Capítulo Primero”.

<sup>152</sup> Ibid.

Per tant, en total, es té constància de, com a mínim, cinc textos complets o parcials<sup>153</sup> (inclòs el *Tratado de Fluxiones* de Cerdà) en el *Colegio Imperial* que podrien ser de diferents autors i que tracten de càlcul diferencial i integral. Tenint en compte que es fa difícil suposar un text sobre càlcul diferencial anterior a l'any 1750, quan Wendlingen arriba a Madrid, que el més probable és que molts d'ells siguin textos posteriors a l'any 1761, quan Rieger arriba al *Colegio Imperial*, i que tots els textos han de ser anteriors a l'any 1767 de l'expulsió dels jesuïtes, es tracta de cinc textos diferents sobre càlcul diferencial en el *Colegio Imperial* en, relativament, pocs anys. En el capítol tercer, un cop analitzada l'estructura del *Tratado de Fluxiones* de Cerdà, es presentarà una taula comparativa de l'estructura d'aquests diferents textos.

Ben lluny, doncs, de pensar, que en aquest moment, es coneixia poc el càlcul diferencial i integral, al menys en els col·legis dels jesuïtes. No solament diferents actes públics convocats per diverses acadèmies militars i escoles dels jesuïtes demostren que els alumnes d'aquests centres havien de rebre algun tipus d'instrucció en relació al nou càlcul, sinó que l'existència d'aquests darrers manuscrits analitzats són una evidència de l'ensenyament del càlcul diferencial a les classes.

D'altra banda, tot i que el nivell d'aquests ensenyaments havia de ser bàsic, aquest nivell era semblant al que queda reflectit en els manuals usuals arreu d'Europa. Això no significa que el nivell de coneixement i de formació dels professorat fos elemental, com es pot deduir a partir del coneixement que es té de les biblioteques d'alguns centres d'ensenyament, on es pot constatar la presència de les obres més rellevants sobre el tema. Altres elements, com la publicació de *Observaciones Astronómicas...* de Jorge Juan o la de les reflexions sobre la superfície d'un con oblic per part de professors de l'Acadèmia Militar barcelonina, corroboren que aquest nivell no era baix.

Finalment, en el cas particular del *Colegio Imperial* de Madrid, cal dir que la identificació de l'autor de cada document localitzat relatiu a uns apunts de càlcul diferencial per a la classe no resulta senzill i això és en part perquè els documents

---

<sup>153</sup> De fet, s'han localitzat dos textos més incomplets també relacionats amb càlcul diferencial.

trobats –excepte en el cas de Cerdà i en el de Wendlingen –no tenen com objectiu la publicació impresa d'un text sinó que constitueixen la base de l'ensenyament a la classe, on autor, traductor i transcriptor són actors que es confonen.

### *El càlcul diferencial després de Cerdà*

Tot i que una anàlisi més detallada de l'evolució del càlcul diferencial a Espanya, després de Cerdà s'escapa dels nostres objectius, sí que resulta d'interès, per la nostra recerca sobre l'aportació de Cerdà al càlcul diferencial, conèixer fins a quin punt aquesta aportació va ser significativa. Valgui, doncs, citar el que considerem les diverses situacions, particularment rellevants per al desenvolupament del càlcul diferencial i integral a l'Espanya posterior a Cerdà. En primer lloc cal referir-se a la publicació del *Examen Marítimo* (1771) de Jorge Juan, especialment la seva segona edició el 1793. El segon fet important seria l'establiment de la primera càtedra universitària on s'imparteix, des de 1774, càlcul diferencial a la Universitat de Salamanca per part de Juan Justo García (1752-1830). El tercer element determinant pel desenvolupament del càlcul diferencial a Espanya és la publicació dels *Elementos de Matemáticas* (1772-1787) de Vials, lligada a la *Real Academia de Bellas Artes de San Fernando*, on aquest matemàtic va estar impartint docència. El quart fet rellevant és la publicació del *Curso Matemático para la enseñanza de los caballeros cadetes del Real Colegio Militar de Artilleria* (1779-1803), amb un tomo dedicat al càlcul diferencial, de Pedro Giannini (1740-1810), lligat a les seves classes a la *Real Academia de Artilleria* de Segovia.

En qualsevol cas, el que resulta d'interès per a la nostra recerca és conèixer els llibres de text més utilitzats en l'ensenyament de les matemàtiques, a finals del segle XVIII, en les diferents institucions educatives que s'havien iniciat en el càlcul diferencial a l'època de Cerdà i saber quina continuïtat podien tenir els ensenyaments del matemàtic català en aquestes. Especial interès té analitzar com es va desenvolupar l'ensenyament de les matemàtiques al Col·legi de Cordelles, on Cerdà havia estat impartint docència, i posteriorment a la Reial Acadèmia de Ciències i Arts, institució que, d'alguna manera, va ser l'hereva del Col·legi de Cordelles.

Després d'una primera aproximació a l'estudi del desenvolupament del càlcul diferencial i integral a l'Espanya de finals de segle XVIII, que hem optat per adjuntar-la a aquesta tesi en forma d'annex<sup>154</sup>, es pot avançar, de moment, que no hi ha evidència que l'obra de Cerdà influís sobre els ensenyaments de matemàtiques a Madrid ni sobre cap dels manuals de matemàtiques més representatius de l'època. Sí, en canvi, és significativa la influència newtoniana, probablement a partir de Simpson, sobre els *Elementos de Matemáticas* de Vials. On, d'altra banda, es pot parlar d'una influència dels ensenyaments de Cerdà és en les classes de matemàtiques de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts, on els seus llibres impresos sobre aritmètica, àlgebra i geometria van ser utilitzats durant molts anys, com a mínim fins al 1822. De totes maneres no hem trobat cap prova que en les classes de matemàtiques de l'Acadèmia s'expliqués càlcul diferencial fins a la convocatòria d'uns exàmens de l'any 1838, on apareix una referència a aquest càlcul.

## 2.4 Conclusions

L'objectiu fixat per aquest capítol era analitzar quin era el context tant a Espanya com a Europa, descrit fonamentalment a partir de les institucions docents i dels seus actors principals, en el qual apareixien els primers elements relacionats amb el càlcul diferencial i integral. Aquest objectiu bàsicament responia a la necessitat de millor comprendre el paper de la figura de Cerdà en el context del desenvolupament del càlcul diferencial i integral al segle XVIII. Ara cal presentar les conclusions a les que s'ha arribat, emfatitzant sobre aquelles que més incidència podrien tenir sobre la pràctica i obra de Cerdà.

1. La primera conclusió, després d'analitzar el desenvolupament del càlcul diferencial a Europa, és la constatació que la veritable consolidació d'aquest nou camp disciplinar es produeix a partir dels deixebles o seguidors tant de Newton com de Leibniz. De Newton són particularment Simpson amb *A New Treatise of Fluxions* el 1737 – posteriorment amb *The Doctrine and Application of fluxions* el 1750– i Maclaurin amb el

---

<sup>154</sup> Un estudi ampliat de l'evolució del càlcul diferencial i integral a l'Espanya de finals de segle XVIII es pot veure a l'Annex 10.

seu *The Elements of the Method of Fluxions*,[...] el 1742 els que consoliden el càlcul de fluxions. També es pot veure un procés similar a partir l'aportació de Leibniz. No són directament els textos de Leibniz els que popularitzen el càlcul diferencial a Europa sinó el text del l'Hôpital, *Analyse des infiniments petits* [...] publicat el 1696, o el de Wolff que a partir del 1713 publica l'enciclopèdia *Elementa Matheseos Universae* o finalment *Lectiones de calculo integralium* que Bernoulli publica el 1742.

Aquests són els autors i els seus textos els que arriben arreu d'Europa i és a partir d'aquests matemàtics que es produeix el procés de consolidació del càlcul diferencial, on el paper dels ensenyants és particularment rellevant. Això és cert en particular a Espanya on s'ha pogut veure que també és a partir d'ensenyants, com Padilla, Wendlingen, Rieger, Bramieri o Cerdà, que aquest càlcul diferencial i integral es difon i es configura com un nou camp matemàtic.

2. La segona conclusió és que, en aquest procés de configuració d'un nou camp matemàtic, amb nous conceptes, ja des dels seus inicis, el seu cos teòric no és quelcom estàtic i donat una vegada per totes. El concepte de fluxió varia sensiblement de Newton a Simpson o Maclaurin. Cada actor que intervé en aquest procés aporta, modifica o elimina aquells elements que ell considera, tot mantenint i desenvolupant les noves tècniques de càlcul. Igualment passa amb les diferencials leibnizianes. El concepte que té l'Hôpital de la diferencial és diferent del que té Leibniz, ja que per aquest darrer les diferencials són diferències infinitament petites entre valors successius d'una variable i l'Hôpital considera, en canvi, les variables no com recorrent una successió de valors infinitament propers, sinó com creixent o decreixent de manera continua, és a dir incorpora, d'alguna manera, la idea de moviment.

Els diferents actors a Espanya, des de que s'apropien d'aquests conceptes, els reinterpreten com ho hem vist amb Padilla, Wendlingen, Rieger i Bramieri i com ho veurem amb Cerdà. L'anàlisi de l'obra de Cerdà haurà de partir de la hipòtesi de la capacitat transformadora de la seva activitat.

3. La tercera conclusió es refereix a la permeabilitat que es produeix entre els dos “grans corrents” del càlcul diferencial a Europa. No resulta difícil de comprovar com molt ràpidament cadascun dels protagonistes, per molt que es situï dins d’un dels dos corrents, coneix i s’apropia dels elements que troba més interessants del corrent “contrari”. Així es pot veure autors britànics com Stone, traduïnt al llenguatge de fluxions el manual del leibnizià Hôpital o Simpson fent un reconeixement dels avantatges del “Mètode Diferencial” en el seu llibre *The Doctrine and Application of fluxions*. A Espanya, en els manuals de càlcul diferencial no sempre queden definides clarament les fronteres entre la visió newtoniana i la visió leibniziana, prioritzant, en el text, l’aspecte didàctic de la presentació per sobre les diferències entre les dues visions, com s’ha vist en els textos de Padilla, de Rieger o de Bramieri i com es podrà veure en el personatge central d’aquesta tesi, Cerdà, newtonià convençut, adoptant la notació leibniziana de diferencial. En els diferents textos d’uns i dels altres és freqüent trobar referències a l’altre corrent, presentant-lo com “una altra manera de fer el mateix”. en aquests manuals.

4. La quarta conclusió és que el càlcul diferencial que es va configurant durant el segle XVIII no resulta ser hereu únicament del corrent leibnizià i que cal considerar la influència dels matemàtics britànics sobre la matemàtica continental molt més rellevant del que sovint s’ha pensat. Les fonts utilitzades per introduir el càlcul diferencial en els centres docents espanyols no sempre van ser les mateixes en tots ells però hi ha noms que es troben pràcticament a tot arreu com Wolff i Maclaurin, amb un domini de la visió i notació leibnizianes. Nogensmenys la presència del corrent newtonià – particularment la de Simpson i de Maclaurin –és molt més forta del que es podia pensar, la qual cosa s’ha pogut comprovar en l’obra de Padilla, en la de Rieger, en la de Bramieri i, per descomptat, en la de Cerdà, que, a diferència dels altres, opta pel newtonià Simpson de forma explícita.

5. La cinquena conclusió és relativa a la difusió del càlcul diferencial a Europa i a Espanya, durant el segle XVIII. Ja s’ha vist amb quina intensitat aquesta es produeix,

particularment a la Gran Bretanya amb l'aparició no solament de nombrosos textos sinó amb la publicació de revistes on el "públic" participa en els debats i en l'aparició de moltes societats interessades en la nova ciència. En el cas d' Espanya, cal constatar la quasi total inexistència de manuals impresos de matemàtiques, al contrari del que passava a França o a la Gran Bretanya. Aquest fet, en part, s'explica per les mateixes lleis i ordenances militars que manaven que el manual havia de ser dictat a classe. Abans de 1767 només hi ha una excepció coneguda que és el *Curso Militar de Mathematicas* de Padilla. De tota manera cal dir que la difusió del nou càlcul va més enllà del text imprès ja que en alguns centres docents s'està ensenyant –"dictant"– càlcul diferencial i integral. Això es fa evident a partir dels prou nombrosos manuscrits trobats, específicament del *Colegio Imperial* de Madrid, que mostren la voluntat de preparar textos per als alumnes, alguns d'ells a punt de ser publicats, com els de Cerdà. Per altra banda, tot i que tampoc es pot parlar, a Espanya, de l'existència de revistes de divulgació científica, sí cal citar l'aparició d'algunes societats al voltant de les ciències experimentals. Val a dir que una altra especificitat de la pràctica de Cerdà és l'haver col·laborat en la creació d'una d'aquestes societats: la Conferència Físico-Matemàtica de Barcelona.

6. Com a sisena conclusió, s'ha de dir que no hi ha evidència de cap influència directa de l'aportació al càlcul que Cerdà fa amb el seu *Tratado de Fluxiones*, després d'ell, a Espanya. En canvi, sí s'ha constatat que, tal com a la resta d'Europa, l'herència newtoniana amb la seva visió geomètrico-cinemàtica continua present, d'alguna manera, en un panorama dominat per la visió leibniziana.



## Capítol 3. Reconstruint el *Tratado de Fluxiones*

### Introducció

Per tal de poder analitzar l'obra de Cerdà en allò que es refereix al càlcul diferencial i integral era precís conèixer i estudiar la natura i condició de les fonts primàries sobre les quals s'han basat la nostra anàlisi. Aquesta presa de contacte amb els manuscrits de Cerdà va significar una tasca prèvia que va consistir en reordenar-los per tal que es pogués apreciar quina era l'estructura original de l'obra de Cerdà. La reconstrucció –a partir d'uns manuscrits desordenats i dispersos en l'arxiu de la *Real Academia de la Historia de Madrid* –de l'estructura del *Tratado de Fluxiones*, que ens ha semblat més plausible, ha estat la millor forma d'entendre què era el que volia Cerdà quan va escriure el seu tractat. Un dels primers objectius, doncs, d'aquest capítol és analitzar l'estructura del text de Cerdà i a partir d'aquesta anàlisi respondre a les preguntes com ara què pretenia Cerdà amb el seu text i a qui anava adreçat. Partint de la constatació que el principal referent del *Tratado de Fluxiones* és *The Doctrine and Application of fluxions* de Simpson, s'ha volgut donar resposta, en aquest capítol, fins a quin punt el text de Cerdà és o no una rèplica del text de Simpson, bàsicament a nivell estructural. Per altra banda, a mesura que s'ha anat avançant en aquesta recerca, els objectius inicials s'han diversificat i han aparegut noves qüestions sobre el moment o moments en què va ser escrit el tractat i sobre la relació del tractat de Cerdà amb tractats similars d'altres autors contemporanis del matemàtic català. També aquestes qüestions són a les que s'ha volgut donar resposta en aquest capítol.

En l'apartat 3.1 s'analitzarà, doncs, l'estructura del *Tratado de Fluxiones*, descobrint que sota un mateix títol es troben dues obres diferenciades que les hem anomenat les dues versions del tractat. S'explicarà quins són els capítols que conformen el tractat, justificant l'ordre pel que s'ha optat. La comparació del guió de Cerdà amb l'índex del llibre de Simpson, *The Doctrine and Application of fluxions*, que es realitzarà en l'apartat 3.2, serà imprescindible per situar el *Tratado de Fluxiones* de Cerdà en el seu context

correcte. Caldrà, a partir d'aquesta primera anàlisi comparativa, avançar algunes conclusions sobre quin tipus d'apropiació fa Cerdà del text de Simpson. En l'apartat 3.3 s'estudiarà la part de l'obra de Cerdà que estava llesta per a ser publicada per als seus alumnes, com la part més creativa d'aquest autor. A partir de la hipòtesi de que s'està davant de més d'un sol text de Cerdà, serà necessari comprendre quines són les principals diferències entre aquests textos i quins són els seus diferents objectius. En l'apartat 3.4 s'analitzarà el tractat des del punt de vista dels diferents moments de la seva confecció. Es podrà constatar que en el text es distingeixen diferents estils i diferents formes d'apropiar-se del llibre de Simpson. Per situar l'obra de Cerdà en el context de la introducció del càlcul diferencial i integral a Espanya, serà necessari presentar una anàlisi comparativa d'aquesta amb els manuals, fins ara coneguts, sobre càlcul diferencial a Espanya, anàlisi que s'efectuarà en l'apartat 3.5. Finalment, en l'apartat 3.6, s'avançaran algunes reflexions sobre el públic al qual anava adreçat el tractat de Cerdà, la qual cosa poden facilitar una millor comprensió del paper que aquest text pretenia jugar.

Després d'aquest estudi, s'estarà en condicions d'analitzar amb més profunditat el contingut del *Tratado de Fluxiones* en el següent capítol 4.

### **3.1 Els manuscrits de Cerdà sobre fluxions a la *Real Academia de la Historia***

Abans d'endinsar-se en l'anàlisi dels manuscrits de Cerdà sobre fluxions que s'han trobat en la biblioteca de la RAH, cal tenir present que prèviament hom ja tenia notícia de la voluntat de Cerdà d'escriure un tractat sobre fluxions. Sembla una hipòtesi prou raonable pensar que Cerdà volgués publicar els manuscrits trobats sobre fluxions, o com a mínim una part d'ells, probablement amb el títol de *Tratado de Fluxiones*. Les raons per aquesta hipòtesi ja han estat donades en el primer capítol i bàsicament provenen de dos textos del mateix Cerdà: del pròleg de *Liciones de Matemática o Elementos Generales de Arithmética [...] (1758)* on Cerdà diu que té en preparació, entre altres, "el Methodo Directo è Inverso de las Fluxiones, que otros llaman Calculo Diferencial, è Integral" i de l'esborrany de carta a Simpson, ja citada, on Cerdà expressa

la voluntat de publicar un *Tratado de Fluxiones*, demanant consell a Simpson i reconeixent-lo com el seu guia:

[...] ara dispo del *Tratado de Fluxiones*, i en això et segueixo a tu com a guia i mestre i, com sincerament reconec, encara que llegeixi altres autors, italians i alemanys que disserten sobre càlcul diferencial i integral, tot el meu pensament està adreçat en emular-te en la claredat del teu mètode i em consideraria feliç si el meu tractat sobre Fluxions mereixés ser nomenat no meu sinó teu, [...].<sup>1</sup>

Efectivament, com Cerdà mateix diu en la seva carta, Simpson és el seu guia al moment d'escriure el *Tratado de Fluxiones* ja que pren com a referència el llibre *The Doctrine and Application of fluxions* que Simpson va publicar al 1750. Que el títol més probable fos *Tratado de Fluxiones* és una hipòtesi basada tant en aquesta carta dirigida a Simpson com en el títol d'un dels seus capítols, que és com un apèndix: "Adiciones al Tratado de Fluxiones", tot i que alguns autors, com Sempere Guarinos o Hervás y Panduro, citen aquest tractat com de *Cálculo Diferencial, e Integral*.

Els manuscrits de Cerdà relacionats amb el càlcul de fluxions es van localitzar a la *Real Academia de la Historia* de Madrid i actualment estan distribuïts, desordenats i barrejats amb els d'altres autors, en els lligalls 9/2812 i 9/2792 de la col·lecció *Cortes*. Tot i que diversos historiadors<sup>2</sup> han analitzat i han intentat classificar els manuscrits de Cerdà entre els quals, particularment, Hernández Alonso<sup>3</sup> va fer una primera recopilació i transcripció dels manuscrits de Cerdà que tracten sobre fluxions, la nostra recerca va haver de començar a partir dels folis originals de Cerdà sent necessari reconstruir tota l'obra que hem agrupat sota el nom de *Tratado de Fluxiones*. L'ajut de tots els historiadors que ens han precedit ha estat inestimable i la nostra tasca de reconstrucció i transcripció de l'obra de Cerdà ha estat possible, també gràcies a tots

---

<sup>1</sup> Cerdà, *Carta a Simpson*, Barcelona 1758. RAH, Cortes 9/2792: "Tractatum de fluxionibus nunc dispono hic te ducem et Magistrum sequor, et ut ingenue fatear, quamquam alios et Italos et Germanos de Calculo differentiali et integrali disserentes Authores legam, tamen tota mihi mens est te in perspicuitate et methodo tua emulanda et me felicem existimarem si tractatulum meum de Fluxionibus non meus sed tuus [...]"

<sup>2</sup> Cuesta Dutari (1976-1983), Gassiot (1996), Udías (2010).

<sup>3</sup> Hernández Alonso (1973).

ells. Una de les dificultats amb què s'han trobat els investigadors ha estat la dispersió dels manuscrits entre els dos lligalls, agreujada amb la manca de numeració dels folis del lligall 9/2792, situació que a partir del juny de 2014, afortunadament està parcialment resolta.

La tasca de reordenació del Tratado de Fluxiones bàsicament ha consistit en identificar cada un dels capítols dels que consta i a partir d'aquí ordenar-los segons l'ordre que Cerdà havia pensat<sup>4</sup>. Després d'una primera anàlisi dels títols d'aquests capítols, la primera conclusió que es pot treure és que ens trobem davant de dues versions d'un text. Conclusió que es veu confirmada quan s'analitzen els continguts d'aquests capítols. Efectivament, dels dos-cents trenta-vuit folis manuscrits trobats sobre fluxions, hi ha quaranta-cinc que corresponen als catorze primers capítols del seu "Tractat" rescrits en una segona versió.

A partir d'una anàlisi més detallada del contingut de cada un dels capítols, es poden avançar algunes conclusions sobre les diferències entre les dues versions d'aquests primers capítols:

- ✓ La primera versió d'aquests catorze capítols resulta molt més il·legible, amb frases barrades i anotacions al marge, com si es tractés d'un esborrany. En canvi l'altra és molt més polida.
- ✓ En la versió primera, els dibuixos estan descuidats i en canvi en la segona s'ha tingut més cura d'aquests.
- ✓ En aquesta primera de les seves versions, de vegades, Cerdà utilitza expressions més pròpies de la terminologia leibniziana, la qual cosa no passa amb la segona.
- ✓ Els tretze primers capítols de la segona versió són els únics numerats en tot el conjunt dels manuscrits. El catorzè capítol de la segona versió tampoc està numerat però sí que reuneix totes les altres característiques d'aquesta versió.

---

<sup>4</sup> Veure Annex 11, per més detalls.

Si, com ja va ser dit al primer capítol, es considera vàlida la llista dels manuscrits de Cerdà que dona Hervás y Panduro<sup>5</sup>, aquestes dues versions no serien més que dues obres que es volien publicar per separat: la primera versió seria el *Cálculo diferencial e integral* en dos volums i la segona versió seria el *Tratado de las fluxiones, o compendio del cálculo diferencial integral para uso de las escuelas*, en un sol volum, com diu Hervás y Panduro, o *Fluxiones para la clase*, com el mateix Cerdà anota en els seus quaderns. De totes maneres, nosaltres continuarem referint-nos a dues versions d'una mateixa obra, la qual cosa no contradiu la informació de Hervás y Panduro.

En relació a l'ordre dels capítols, a part dels tretze primers numerats de la segona versió, hem seguit diversos criteris per poder arribar a una conclusió sobre l'estructura del tractat:

- ✓ Les anotacions del propi Cerdà en els seus manuscrits, on de vegades fa algun comentari sobre l'ordre.
- ✓ L'ordre dels capítols del llibre de Simpson, ja que està clar que aquest llibre és la seva referència principal.
- ✓ La disposició dels manuscrits en els actuals lligalls i la identificació dels quaderns que originalment agrupaven el text de Cerdà.
- ✓ La catalogació dels historiadors precedents, particularment de Hernández Alonso i Cuesta Dutari<sup>6</sup>.

A partir d'aquests criteris, ha calgut, per tal de facilitar la transcripció i la recerca de l'obra de Cerdà, numerar els capítols que s'havien quedat sense numerar. I per tal que aquesta classificació sigui d'alguna utilitat per posteriors recerques hem numerat també els folis, amb la voluntat d'adoptar l'ordre inicial de Cerdà, al marge de tal com estan classificats a la RAH. Per altra banda, la transcripció dels manuscrits originals de Cerdà al llenguatge modern, que s'ha escomès, té en compte, doncs, que hi ha dues versions pels catorze primers capítols, com ja s'ha dit. I encara que només es pot parlar

---

<sup>5</sup> Hervás y Panduro, Biblioteca jesuítico-española (1759-1799); [46] Cerdá Tomás.

<sup>6</sup> Cuesta Dutari (1976-1983).

de dues versions per aquests catorze primers capítols i no pas de dues versions per a tota l'obra de Cerdà, per facilitar-ne la classificació, s'ha agrupat els catorze primers capítols reescrits i numerats com a segona versió i s'han considerat tots els altres capítols no numerats com a primera versió.

En relació a la notació que s'ha utilitzat per poder-se referir de forma més entenedora possible s'ha de dir que quan el número del capítol apareix entre claudàtors significa que l'hem introduït nosaltres ja que correspon a un capítol que originalment no portava numeració. El capítol 14, que no està numerat en cap de les dues versions, s'ha diferenciat amb diferents lletres (a i b). També s'ha utilitzat doble numeració –per mantenir una equivalència numèrica entre els mateixos capítols de les dues versions– quan uns determinats capítols escrits en la primera versió després quedaven agrupats en un mateix capítol en la segona numeració, o viceversa. Per exemple el “Cap. [2,3] De las Fluxiones de Cantidades Algebraicas” de la primera versió s'ha numerat d'aquesta manera perquè correspon a dos capítols “Cap. 2 Algunos Problemas para encontrar las Fluxiones de las Cantidades Algebraicas” i “Cap. 3 Reglas únicas para encontrar las Fluxiones de las Cantidades Algebraicas sacadas de los Problemas precedentes” de la segona. I viceversa el “Cap. 9 Explícate el Método Inverso de las Fluxiones y algunas de sus Reglas” de la segona versió es correspon amb tres capítols de la primera: “Parte 2. [Cap. 9.1] Del Método Inverso de las Fluxiones”, “Capítulo 2. [9.2] Otro método reduciendo la fluxión a serie indeterminada” i “Cap. [9.3] Del uso de las Series Infinitas para encontrar las Fluientes”.

Exposem, a continuació, l'estructura del “Tratado”, començant pels catorze primers capítols en les seves dues versions, pels quals hem adjuntat una taula comparativa d'aquests capítols:

ELS CATORZE PRIMERS CAPÍTOLS DEL <i>TRATADO DE FLUXIONES</i> DE CERDÀ <sup>7</sup>	
Primera versió	Segona versió
[Cap. 1] Del Cálculo Diferencial e Integral (2 p.)	Cap. 1 Explícate la Naturaleza de las Fluxiones (4 p.)
Cap. [2,3] De las Fluxiones de Cantidades Algebraicas (8 p.)	Cap. 2 Algunos Problemas para encontrar las Fluxiones de las Cantidades Algebraicas (7 p.)
	Cap. 3 Reglas únicas para encontrar las Fluxiones de las Cantidades Algebraicas sacadas de los Problemas precedentes (4 p.)
Cap. [4] De las Fluxiones Superiores (2 p.)	Cap. 4 De las Fluxiones superiores (7 p.)
Cap. [5] Aplicación de las Fluxiones para la resolución de los Problemas de Máximo o Mínimo (9 p.)	Cap. 5 Resuélvase por las Fluxiones algunos Problemas de Máximo y Mínimo (8 p.)
Capítulo. [6] De la Aplicación de las Fluxiones para tirar tangentes a las curvas (12 p.)	Cap. 6 Explícate el Método de tirar las tangentes a las Curvas por medio de las Fluxiones (7 p.)
Capítulo. [7] Aplicación de las fluxiones de segundo orden para encontrar el punto de Inflexion o vuelta de las curvas (4 p.)	Cap. 7 Cómo se encuentran los Puntos de Inflexión de las Curvas por la Fluxiones de Segundo Orden (4 p.)
Cap. [8] Aplicación de las primeras y segundas fluxiones para determinar el radio de curvatura y las Evolutas de las curvas (10 p.)	Cap. 8 Determinense por el Método Directo de las Fluxiones los Radios de Curvatura y las Evolutas de las Curvas (7 p.)
[Cap. 9.1] Parte 2. Del Método Inverso de las Fluxiones (4 p.)	Cap. 9 Explícate el Método Inverso de las Fluxiones y algunas de sus Reglas (5 p.)
Capítulo 2.[9.2] Otro método reduciendo la fluxión a serie indeterminada (6 p.)	
Cap. [9.3] Del uso de las Series Infinitas para encontrar las Fuentes (7 p.)	
Cap. [10] De la Cantidad que se ha de añadir a la fuente encontrada (4 p.)	Cap. 10 Cómo se habrá de corregir la Fuente encontrada por el Método Inverso de las Fluxiones (5 p.)
Cap. [11] Aplicación del Método inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las curvas (22 p.)	Cap. 11 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las Curvas (13 p.)

<sup>7</sup> Hem respectat el contingut exacte dels títols, adaptant, però, l'ortografia a l'actual. Tal com s'ha dit, els números i/o expressions entre claudàtors no són originals sinó que han estat introduïts a partir de l'ordre que s'ha establert. Al darrere de cada capítol, s'ha indicat, entre parèntesis, el nombre de pàgines d'aquest. És a dir, un foli correspon a dues pàgines. Hi ha quatre pàgines que no estan incloses en els diferents capítols perquè corresponen a fragments repetits amb molt poques modificacions en relació al que ja apareix en aquests capítols.

Primera versió	Segona versió
Cap. [11] Aplicación del Método inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las curvas (22 p.)	Cap. 11 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las Curvas (13 p.)
Cap. [12] Del uso de las Fluxiones para la Rectificación de las curvas (10 p.)	Cap. 12 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para la Rectificación de Curvas (8 p.)
Cap. [13] Del uso de las Fluxiones para encontrar lo sólido de los cuerpos (11 p.)	Cap. 13 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para encontrar lo sólido de los Cuerpos (5 p.)
Cap. [14a] Del uso de las fluxiones para encontrar las superficies de los sólidos (9 p.)	Cap. [14b] Aplicación del Método inverso de las Fluxiones para encontrar la Superficie de los Cuerpos (6 p.)

En relació a la resta dels capítols, l'establiment de l'ordre inicial de Cerdà té molt a veure amb la hipòtesi de que la seva obra –en allò que es refereix a la primera versió– tindria dues parts. Hi ha diverses raons per pensar que Cerdà volia dividir el seu tractat en dues parts. Apuntem-ne tres, de les quals les dues primeres ja han estat citades:

- ✓ Sempere Guarinos en el seu *Ensayo de una biblioteca española [...] (1785-1789)* cita explícitament que l'obra “Del Cálculo diferencial é integral” de Cerdà té dos tomos.
- ✓ A les pàgines 113 i 114 de *Lección de Artilleria para el uso de la clase*, Cerdà cita el seu setè tomo referint-se al de Mecànica, com ja es va dir al primer capítol. A partir d'aquí, el cinquè i el sisè serien els dos del *Tratado de Fluxiones*.
- ✓ Al final del capítol “Del uso de las fluxiones para encontrar las superficies de los sólidos” de la primera versió, que presumiblement seria el 14, es pot llegir que la intenció de Cerdà és explicar a continuació les “Cantidades exponenciales”:

Habiendo tocado lo suficiente para Elementos en la parte reciente de Fluxiones y fluentes de Cantidades variables de exponente constante (que son las que más ocurren) resta el decir algo de las Fluxiones de las Cantidades cuyos exponentes son variables, llamadas



por esto Cantidades Exponenciales, las cuales siendo de poco peso en la práctica, no nos implicarán mucho tiempo.<sup>8</sup>

Per aquest motiu hem numerat el capítol de les “Cantidades Exponenciales” com el 15. Immediatament després, en el mateix foli on acaba aquest darrer capítol, trobem el capítol “De la Transformación de Fluxiones”. Per aquesta raó hem numerat aquest capítol com el 16. Per altra banda, en el capítol 15, “De las Fluxiones de Cantidades Exponenciales”, podem llegir que Cerdà no vol allargar massa el “volum”, la qual cosa fa pensar que està arribant al final d’un determinat volum o part:

Pero como rarísima vez ocurren en la práctica semejantes Exponentes por eso le hemos reservado para este capítulo donde sólo lo apuntaremos para no alargar este volumen [y para] que no venga de nuevo si acaso se ofrece.<sup>9</sup>

En el següent capítol 16, “De la transformación de Fluxiones”, Cerdà escriu que aquest capítol és el darrer:

[...] las Reglas dadas hasta aquí sin recurrir a Series, para lo cual conducirán las advertencias siguientes que he reservado para este capítulo último dando al principiante tiempo en que se haga a manejar las Fluxiones que más frecuentemente ocurren en la práctica.<sup>10</sup>

Així doncs, el capítol 16 és el darrer. Però, també, en el “Cap. De las Fluxiones de los Lados y Ángulos de los Triángulos Esféricos”, que en el llibre de Simpson està a continuació del de les “Cantidades Exponenciales”, apareix al marge superior dret la següent anotació: “Este capítulo debe estar al último de la obra”. Al final de l’obra significaria el capítol 24.

---

<sup>8</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, “Del uso de las fluxiones para encontrar las superficies de los sólidos”. RAH, Colección “Cortes”, 9/2792/46 f.2v.

<sup>9</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, “De las Fluxiones de Cantidades Exponenciales”. RAH, Colección “Cortes”, 9/2792/46 f.4r.

<sup>10</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, “De la transformación de Fluxiones”. RAH, Colección “Cortes”, 9/2792/46 f.4r.

A partir d'aquí una conclusió prou raonable seria pensar que el "Tratado" havia de tenir dues parts. La primera s'acabaria amb el capítol "Cap. [16] De la transformación de Fluxiones" –el darrer capítol d'un "volum"– i la segona amb el "Cap. [24] De las Fluxiones de los Lados y Ángulos de los Triangulos Esféricos" –el darrer capítol de l' "obra".

D'altra banda, hi ha una sèrie de folis sota el títol de "Adiciones al Tratado de Fluxiones" que presumiblement constituïrien un apèndix a l'obra. Aquest apèndix conté problemes relacionats amb diferents capítols anteriors, el darrer dels quals és el "Cap. [16] De la transformación de Fluxiones" que, per tant, tancaria la primera part del "Tratado".

Així doncs l'apèndix "Adiciones al Tratado de Fluxiones" seria una prolongació de la primera part del que hem anomenat primera versió del *Tratado de Fluxiones*, complementant-la. D'altra banda, l'estudi de la grafia i del llenguatge utilitzat per Cerdà situa aquest apèndix en un període més proper al de la redacció de la segona versió dels primers catorze capítols<sup>11</sup>. Aquest fet s'ha d'explicar a partir de que Cerdà no continua escrivint immediatament el seu tractat, després del capítol 16, la qual cosa resulta raonable, tenint en compte que l'apèndix significa, en part, una rectificació de la forma en que Cerdà presenta la seva obra. Això ens fa concloure, doncs, que Cerdà va escriure, en una primera versió, els primers setze capítols. Al cap d'un cert temps, va escriure l'apèndix, com a cloenda de la primera part del seu tractat. Possiblement, Cerdà, de totes maneres, va continuar escrivint tots els capítols que venen a continuació, fins el capítol 24. I, finalment, va escriure la segona versió dels primers catorze capítols, amb la voluntat de fer-ne la impressió immediata.

---

<sup>11</sup> De fet, els capítols posteriors a l'apèndix tampoc presenten el mateix aspecte que el de l'esborrany dels primers setze. En aquests darrers capítols no trobem massa correccions, la presentació recorda més la segona versió dels primers capítols, el llenguatge és més fidel al text de Simpson. En qualsevol cas, no han estat numerats, ni hi ha les figures adjuntes, per tant, no es tracta d'una versió a punt de ser impresa.

Exposem, doncs, l'ordre de la resta dels capítols del *Tratado de Fluxiones*:

#### LA RESTA DELS CAPÍTOLS DE LA PRIMERA PART DEL *TRATADO DE FLUXIONES*

Cap. [15] De las Fluxiones de Cantidades Exponenciales (2 p.)

Cap. [16] De la Transformación de las Fluxiones (10 p.)

Adiciones al Tratado de Fluxiones (34 p.)

#### SEGONA PART DEL *TRATADO DE FLUXIONES*

Capítulo [17] De la Resolución de las Ecuaciones Fluxionales, o modo de encontrar la relación de las Cantidades Fuentes por la de las Fluxiones (16 p.)

[Cap. 18] De la Comparación de las Fuentes o Método para encontrar una Fuente dada otra (24 p.)

Cap. [19] De las Fuentes de Fracciones Racionales de diferentes dimensiones, segun las Fórmulas de la Harmonia Mensurarum de Cotes (35 p.)

Cap. [20] Métodos para investigar las Fuentes, cuando las Cantidades y sus Logaritmos, los Arcos y sus Senos & se encuentran entre sí multiplicados o ocurren casos de la misma especie (8 p.)

Cap. [21] De qué suerte las Fuentes encontradas por series infinitas se puedan hacer convergentes (25 p.)

Cap. [22] De la Aplicación de las Fluxiones a la Resolución de aquellas especies de Problemas de Maximis y Minimis, que dependen de una Particular Curva, cuya naturaleza se debe determinar (21 p.)

Cap. [23] Resolución de varios Problemas de diferentes Especies (74 p.)

Cap. [24] De las Fluxiones de los Lados y Ángulos de los Triángulos Esféricos (13 p.)

A més d'aquests folis agrupats en capítols s'han localitzat tres folis més (sis pàgines) que, en alguns casos es tracta d'esborranys d'algunes pàgines ja incloses en els capítols anteriors o d'exercicis que s'han d'afegir a determinats capítols.

Resulta, per altra banda, interessant refer les taules on s'exposava la disposició actual dels manuscrits de Cerdà en la RAH, després d'haver-los ordenat i numerat els capítols que no estaven:

<b>1<sup>a</sup> versió del <i>Tratado de Fluxiones</i></b>			
<b>Quaderns</b>	<b>anotacions</b>	<b>Capítols</b>	<b>folis segons la RAH</b>
quadern 1	"quaderno 1 "	[1]	9/2812 f. 96
		[2,3]	9/2812 ff. 97 - 100
		[4]	9/2812 f. 101
		[5]	9/2812 ff. 102 - 105
quadern 2	"quaderno 2"	[6]	9/2812 ff. 107 - 112
		[7]	9/2812 ff. 113 - 114
		[8]	9/2812 ff. 115 - 116
quadern 3	"quaderno 3"	[8]	9/2812 ff. 117 - 119
	en blanc		9/2812 f. 120
		[9.1]	9/2812 ff. 121 - 122
		[9.2]	9/2812 ff. 123 - 125
		[9.3]	9/2812 f. 126
quadern 4	"quaderno 4"	[9.3]	9/2792/46 ff. 9 - 11r
		[10]	9/2792/46 ff. 11v - 12
		[11]	9/2792/46 ff. 13 - 18
quadern 5	"quaderno 5"	[11]	9/2812 ff. 127 - 131
		[12]	9/2812 ff. 132 - 134
quadern 6	"quaderno 6"	[12]	9/2812 ff. 135- 136
		[13]	9/2812 ff. 137- 142r
		[14a]	9/2812 ff. 142v- 144
quadern 7	"quaderno 7"	[14a]	9/2792/46 ff. 1 - 2
		[15]	9/2792/46 f. 3
		[16]	9/2792/46 ff. 4 - 8
quadern 8	"X"	Adiciones	9/2792/36 ff. 1 - 10
quadern 9	"X"	Adiciones	9/2792/37 ff. 4 - 6
		Adiciones	9/2792/38 ff. 1 - 4
		en blanc	9/2792/37 ff. 1- 3
quadern 10	" L"	[17]	9/2792/39 ff. 1 - 8
quadern 11	"a"	[18]	9/2792/40 ff. 1 - 10
quadern 12	"b"	[18]	9/2792/41 ff. 1 - 2
		[19]	9/2792/41 ff. 3 - 6
quadern 13	"c"	[19]	9/2792/42 ff. 1 - 10

<b>1ª versió del <i>Tratado de Fluxiones</i></b>			
<b>Quaderns</b>	<b>anotacions</b>	<b>Capítols</b>	<b>folis segons la RAH</b>
quadern 14	"d"	[19]	9/2792/43 ff. 1 - 4r
		[20]	9/2792/43 ff. 4v- 8r
		[21]	9/2792/43 ff. 8v- 10
quadern 15	"e"	[21]	9/2792/44 ff. 1- 10
quadern 16	"1"	[24]	9/2792/22 ff. 1- 7r
		[22]	9/2792/22 ff. 7v- 8
quadern 17	"2"	[22]	9/2792/23 ff. 1- 9
		[23]	9/2792/23 f. 10
quadern 18	"3"	[23]	9/2792/24 ff. 1- 10
quadern 19	"4"	[23]	9/2792/25 ff. 1- 8
quadern 20	"5"	[23]	9/2792/26 ff. 1- 10
quadern 21	"6"	[23]	9/2792/27 ff. 1- 8
	en blanc		9/2792/27 ff. 9- 10

<b>2ª versió del <i>Tratado de Fluxiones</i></b>			
<b>Quaderns</b>	<b>anotacions</b>	<b>Capítols</b>	<b>folis segons la RAH</b>
quadern 1	"quaderno 1º de fluxiones para la clase"		9/2812 f. 84
		Cap 1	9/2812 ff. 85 - 86
		Cap 2	9/2812 ff. 87 - 90r
		Cap 3	9/2812 ff. 90v - 92r
		Cap 4	9/2812 ff. 92v - 94
	contraportada		9/2812 f. 95
quadern 2	"quaderno 2º de fluxiones para la clase" "Cuarto curso"		9/2792/28 f. 1
		Cap 4	9/2792/28 f. 2
		Cap 5	9/2792/28 ff. 3 - 6
		Cap 6	9/2792/28 ff. 7 - 10r
		Cap 7	9/2792/28 ff. 10v - 11
	contraportada		9/2792/28 f. 12
quadern 3	"quaderno 3 de fluxiones para la clase"		9/2792/29 f. 1
		Cap 7	9/2792/29 f. 2r
		Cap 8	9/2792/29 ff. 2v - 5
		Cap 9	9/2792/29 ff. 6 - 8r
		Cap 10	9/2792/29 ff. 8v - 10
		Cap 11	9/2792/29 f. 11
	contraportada		9/2792/29 f. 12
quadern 4	"1"	Cap 11	9/2792/73 ff. 1 - 4
		Cap 12	9/2792/73 ff. 5 - 9r
		Cap 13	9/2792/73 ff. 9v - 10
quadern 5	"1"	Cap 13	9/2792/83 f. 1
		[Cap 14b]	9/2792/83 ff. 2 - 4
		en blanc	

En aquestes taules, respecte les anteriors, s'ha afegit la primera columna on apareix la numeració que s'ha incorporat als quaderns, un cop restablert l'ordre de Cerdà i respecte als capítols només s'ha indicat el seu número.

A més a més, s'afegeix una taula amb els fulls que corresponen a fragments que s'han inclòs als diversos capítols o que eren esborranys de parts d'alguns d'aquests capítols:

<b>Fragments incomplets de text corresponent al <i>Tratado de Fluxiones</i></b>		
	<b>Capítols</b>	<b>folis segons la RAH</b>
Esborrany de part del primer capítol	Cap 1	9/2812 f. 95
Fragments de diversos capítols	Cap [5] i [9.1]	9/2792/67 f. 1
Fragments de diversos capítols	Cap [5], [10] i 4	9/2792/67 f. 2

En totes aquestes taules, es pot observar que, excepte en un cas, l'ordre dels capítols està perfectament relacionat amb l'ordre dels quaderns. Efectivament, només hi ha una discordança entre quaderns i capítols en el cas del capítol [24]. Com ja s'ha explicat, aquest capítol "De las Fluxiones de los Lados y Ángulos de los Triángulos Esféricos" originalment estava col·locat abans del capítol [22] però una anotació feta pel mateix Cerdà al marge, a l'inici d'aquest capítol, indica que hauria d'anar al final de l'obra. És per aquest motiu que no s'ha respectat l'ordre original de Cerdà. En canvi, en allò que fa referència a la concordança entre quaderns-capítols i numeració de folis en els lligalls de la RAH es pot comprovar que per aquesta numeració no s'ha tingut massa en compte l'ordre original de Cerdà. I és per aquest motiu que ha calgut introduir una nova classificació dels folis que s'ajustés a l'ordre dels quaderns i dels capítols.

### **3.2 Comparant les estructures de les dues versions del *Tratado de Fluxiones* amb *The Doctrine and Application of fluxions* de Simpson**

Per poder entendre millor quin tipus de contingut es pot trobar en el text de Cerdà serà útil comparar el guió de Cerdà amb el del llibre *The Doctrine and Application of fluxions* de Simpson. En la taula següent, es poden comparar les seccions del llibre de Simpson amb els capítols del text de Cerdà, on també s'han inclòs els catorze primers

capítols que Cerdà va reescriure posteriorment (segona versió). En alguns casos les seccions del llibre de Simpson no tenen equivalent en el text de Cerdà. Tot i així s'han inclòs per també veure quines són les parts que Cerdà no incorpora en el seu *Tratado de Fluxiones*. Quan apareix una alteració de l'ordre s'ha prioritzat el guió de Cerdà:

<b>Comparant el <i>Tratado de Fluxiones</i> amb <i>The Doctrine and Application of fluxions</i></b>		
<b>El llibre de Simpson</b>	<b>Primera versió de Cerdà</b>	<b>Segona versió de Cerdà</b>
Section I (Part I): Of the Nature, and Investigation, of Fluxions (13 p.)	[Cap. 1] Del Cálculo Diferencial e Integral (2 p.)	Cap. 1 Explícate la Naturaleza de las Fluxiones (4 p.)
	Cap. [2,3] De las Fluxiones de Cantidades Algebraicas (8 p.)	Cap. 2 Algunos Problemas para encontrar las Fluxiones de las Cantidades Algebraicas (7 p.)
		Cap. 3 Reglas únicas para encontrar las Fluxiones de las Cantidades Algebraicas sacadas de los Problemas precedentes (4 p.)
	Cap. [4] De las Fluxiones Superiores (2 p.)	Cap. 4 De las Fluxiones superiores (7 p.)
Section II (Part I): Of the Application of Fluxions to the Solution of problems de Maximis et Minimis (37 p.)	Cap. [5] Aplicación de las Fluxiones para la resolución de los Problemas de Máximo o Mínimo (9 p.)	Cap. 5 Resuélvase por las Fluxiones algunos Problemas de Máximo y Mínimo (8 p.)
Section III (Part I): The Use of Fluxions in drawing Tangents to Curves (14 p.)	Capítulo. [6] De la Aplicación de las Fluxiones para tirar tangentes a las curvas (12 p.)	Cap. 6 Explícate el Método de tirar las tangentes a las Curvas por medio de las Fluxiones (7 p.)
Section IV (Part I): Of the Use of Fluxions in determining the Points of Retrogression, or contrary Flexure in Curves (6 p.)	Capítulo. [7] Aplicación de las fluxiones de segundo orden para encontrar el punto de Inflexion o vuelta de las curvas (4 p.)	Cap. 7 Cómo se encuentran los Puntos de Inflexión de las Curvas por la Fluxiones de Segundo Orden (4 p.)

<b>Comparant el <i>Tratado de Fluxiones</i> amb <i>The Doctrine and Application of fluxions</i></b>		
<b>El llibre de Simpson</b>	<b>Primera versió de Cerdà</b>	<b>Segona versió de Cerdà</b>
Section V (Part I): The Use of Fluxions in determining the Radii of Curvature, and the Evolutes of Curves (13 p.)	Cap. [8] Aplicación de las primeras y segundas fluxiones para determinar el radio de curvatura y las Evolutas de las curvas (10 p.)	Capítulo. 8 Determinense por el Método Directo de las Fluxiones los Radios de Curvatura y las Evolutas de las Curvas (7 p.)
Section VI (Part I): Of the Inverse Method, or the Manner of determining the Fluents of given Fluxions (37 p.)	[Cap. 9.1] Parte 2. Del Método Inverso de las Fluxiones (4 p.)	Cap. 9 Explícate el Método Inverso de las Fluxiones y algunas de sus Reglas (5 p.)
	Capítulo 2.[9.2] Otro método reduciendo la fluxión a serie indeterminada (6 p.)	
	Cap. [9.3] Del uso de las Series Infinitas para encontrar las Fluents (7 p.)	
	Cap. [10] De la Cantidad que se ha de añadir a la fuente encontrada (4 p.)	Cap. 10 Cómo se habrá de corregir la Fuente encontrada por el Método Inverso de las Fluxiones (5 p.)
Section VII (Part I): Of the Use of Fluxions in finding the Areas of Curves (35 p.)	Cap. [11] Aplicación del Método inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las curvas (22 p.)	Cap. 11 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las Curvas (13 p.)
Section VIII (Part I): The Use of Fluxions in the Rectification, or finding the Lengths, of Curves (15 p.)	Cap. [12] Del uso de las Fluxiones para la Rectificación de las curvas (10 p.)	Cap. 12 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para la Rectificación de Curvas (8 p.)
Section IX (Part I): The Application of Fluxions in investigating the Contents of Solids (16 p.)	Cap. [13] Del uso de las Fluxiones para encontrar lo sólido de los cuerpos (11 fulls)	Cap. 13 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para encontrar lo sólido de los Cuerpos (5 p.)
Section X (Part I): The Use of Fluxions in finding the Superficies of Solid Bodies (15 p.)	Cap. [14a] Del uso de las fluxiones para encontrar las superficies de los sólidos (9 p.)	Cap. [14b] Aplicación del Método inverso de las Fluxiones para encontrar la Superficie de los Cuerpos (6 p.)



<b>Comparant el <i>Tratado de Fluxiones</i> amb <i>The Doctrine and Application of fluxions</i></b>	
<b>El llibre de Simpson</b>	<b>Primera versió de Cerdà</b>
Section XI (Part I): Of the Use of Fluxions in finding the Centers of Gravity, Percussion, and Oscillation of Bodies (26 p.)	
Section XII (Part I): Of the Use of Fluxions in determining the Motion of Bodies affected by centripetal Forces (47 p.)	
Section I (Part II): The Manner of investigating the Fluxions of Exponentials, with Those of the Sides and Angles of Spherical Triangles (13 p.)	Cap. [15] De las Fluxiones de Cantidades Exponenciales (2 p.)
Section IV (Part II): Of the Transformation of Fluxions (16 p.)	Cap. [16] De la Transformación de las Fluxiones (10 p.)
Correspon a parts de diverses seccions II, III, V, VI, VIII i IX (Part I) i la secció IV (Part II)	Adiciones al Tratado de Fluxiones (34 p.)
Section II (Part II): Of the resolution of fluxional Equations, or the Manner of finding the Relation of the flowing Quantities from that of the Fluxions (17 p.)	Capítulo [17] De la Resolución de las Ecuaciones Fluxionales, o modo de encontrar la relación de las Cantidades Fluentes por la de las Fluxiones (16 p.)
Section III (Part II): Of the Comparison of Fluents, or the Manner of finding one Fluent from another (26 p.)	[Cap. 18] De la Comparación de las Fluents o Método para encontrar una Fuente dada otra (24 p.)
Section V (Part II): The Investigation of Fluents of rational Fractions, of several Dimensions, according to the Forms in Cotes's Harmonia Mensurarum (41 p.)	Cap. [19] De las Fluents de Fracciones Racionales de diferentes dimensiones, segun las Fórmulas de la Harmonia Mensurarum de Cotes (35 p.)
Section VI (Part II): The Manner of investigating Fluents, when Quantities, and their Logarithms Arcs and their Sines, &c. are involved together: With other Cases of the like Nature (8 p.)	Cap. [20] Métodos para investigar las Fluents, cuando las Cantidades y sus Logaritmos, los Arcos y sus Senos & se encuentran entre sí multiplicados o ocurren casos de la misma especie (8 p.)
Section VII (Part II): Showing how Fluents, found by Means of Infinite Series, are made to converge (24 p.)	Cap. [21] De qué suerte las Fluents encontradas por series infinitas se puedan hacer convergentes (25 p.)
Section VIII (Part II): The Use of Fluxions in determining the Motion of Bodies in resisting Mediums (25 p.)	
Section IX (Part II): The Use of Fluxions in determining the Attraction of Bodies under different Forms (35 p.)	

<b>Comparant el <i>Tratado de Fluxiones</i> amb <i>The Doctrine and Application of fluxions</i></b>	
<b>El llibre de Simpson</b>	<b>Primera versió de Cerdà</b>
Section X (Part II): Of the Application of Fluxions to the Resolution of such Kinds of Problems De Maximis et Minimis, as depend upon a particular Curve, whose Nature is to be determined (19 p.)	Cap. [22] De la Aplicación de las Fluxiones a la Resolución de aquellas especies de Problemas de Maximis y Minimis, que dependen de una Particular Curva, cuya naturaleza se debe determinar (21 p.)
Section XI (Part II): The Resolution of Problems of various Kinds (69 p.)	Cap. [23] Resolución de varios Problemas de diferentes Especies (74 p.)
Section I (Part II): The Manner of investigating the Fluxions of Exponentials, with Those of the Sides and Angles of Spherical Triangles (13 p.)	Cap. [24] De las Fluxiones de los Lados y Ángulos de los Triángulos Esféricos (13 p.)
A Table of Hyperbolical Logarithms (Part II) (69 p.) <sup>12</sup>	

Després d'observar la darrera taula comparativa la primera conclusió, tot i que resulta evident que un text pren com a referència l'altre, tal com el mateix Cerdà ja reconeix en la seva carta adreçada a Simpson, és que no s'està davant d'una simple traducció. El primer que s'observa és que en els catorze primers capítols l'ordre és fidel a l'ordre de les deu primeres seccions de la primera part del llibre de Simpson. A partir del capítol 14 s'ha pogut establir algunes correspondències entre capítols i seccions però l'ordre queda alterat. L'altre aspecte que es pot observar és que el text de Simpson té diverses seccions que no tenen els seus corresponents capítols en el text de Cerdà. De totes maneres, cal tenir en compte que les seccions del llibre de Simpson que Cerdà no inclou en el *Tratado de Fluxiones*, queden incorporades en el *Tratado de Mecánica*<sup>13</sup> del mateix Cerdà.

També es pot observar que Cerdà no respecta exactament l'estructura del llibre de Simpson, desglossant, en alguna ocasió, en diversos capítols una sola secció del llibre de Simpson. Igualment apareixen capítols en el *Tratado de Fluxiones* que recullen parts

<sup>12</sup> Aquesta taula apareix en el llibre *Liciones de Matemática o Elementos Generales de Arithmética y Algebra para el uso de la clase* de Cerdà.

<sup>13</sup> Veure apartat 1.6 d'aquesta tesi.

de diverses seccions del llibre de Simpson, com per exemple l'apèndix "Adiciones al Tratado de Fluxiones".

Finalment, si es comptabilitza el nombre de pàgines que ocupen els manuscrits de Cerdà i el del llibre de Simpson, es veu que no hi ha coincidència. Si s'estableix una equivalència, que no sempre es pot mantenir, entre una pàgina impresa del llibre de Simpson i una pàgina manuscrita de Cerdà s'observarà que hi ha una reducció significativa de pàgines, particularment quan aquest darrer escriu la seva segona versió. El llibre de Simpson té unes cinc-centes seixanta-set pàgines, sense comptar el prefaci ni la taula final dels logaritmes hiperbòlics. El text de Cerdà que correspon a la primera versió són uns cent noranta-tres folis, és a dir unes tres-centes vuitanta-sis pàgines i de la segona versió són uns quaranta-cinc folis (noranta pàgines). Si es descompta del text de Simpson les cent trenta-tres pàgines de mecànica que Cerdà recollirà en el seu propi tractat de mecànica, són quatre-centes trenta-quatre pàgines de Simpson i tres-centes vuitanta-sis pàgines per a Cerdà, la qual cosa representa certament una reducció. Agrupant els capítols dels dos textos per temes es podrà veure amb més precisió quines són les diferències entre ells:

El llibre de Simpson	Pàg.	Primera versió de Cerdà	Pàg.	Segona versió de Cerdà	Pàg.
Secció I (I Part)	13	Els 3 primers capítols de definicions i regles	12	Els 4 primers capítols de definicions i regles	22
Seccions II, III, IV, V (I Part)	70	Aplicacions geomètriques del mètode directe de fluxions (cap. 5, 6, 7 i 8)	35	Aplicacions geomètriques del mètode directe de fluxions (cap. 5, 6, 7 i 8)	26
Secció VI (I Part)	37	El mètode invers de les fluxions (cap. 9 i 10)	21	El mètode invers de les fluxions (cap. 9 i 10)	10
Seccions VII, VIII, IX, X (I Part)	81	Aplicacions geomètriques del mètode invers de fluxions (cap. 11, 12, 13 i 14)	52	Aplicacions geomètriques del mètode invers de fluxions (cap. 11, 12, 13 i 14)	32
<b>Total dels primers 14 capítols</b>	<b>201</b>		<b>120</b>		<b>90</b>
Secció I (II Part)	13	Fluxions de variables no algebraïques (cap. 15 i 24)	15		
Secció II (II Part)	17	Les equacions fluxionals (cap. 17)	16		

Seccions III, IV, V, VI, VII (II Part)	115	Les diverses tècniques per calcular fluents (cap. 16, 18, 19, 20 i 21)	102		
Seccions X, XI (II Part)	88	Les aplicacions del càlcul fluxional a diversos camps (cap. 22 i 23)	95		
<b>Segona part sense la mecànica</b>	<b>233</b>		<b>228</b>		
Seccions XI, XII (I Part) sobre mecànica	73		0		
Seccions VIII, IX (II Part) sobre mecànica	60		0		
Correspon a parts de diverses seccions II, III, V, VI, VIII i IX (I Part) i la secció IV (II Part)		Adiciones al Tratado de Fluxiones i fragments diversos	38		
<b>Total</b>	<b>567</b>		<b>386</b>		<b>90</b>

La reducció de text de Simpson a Cerdà cal matisar-la ja que aquesta és pràcticament inexistent per a la segona part del llibre de Simpson i, en canvi, és molt significativa per als catorze primers capítols, especialment entre el text de Simpson i el text de la segona versió de Cerdà, tot i que Cerdà amplia el seu text en els primers quatre capítols. Efectivament, Cerdà amplia algunes explicacions quan es tracta de presentar els conceptes més generals i redueix el nombre de problemes i exemples en gairebé en tots els seus capítols.

### 3.3 La segona versió del *Tratado de Fluxiones*

Analitzant les diferències entre les dues versions dels primers catorze capítols, es pot veure que la primera ocupa 120 pàgines (60 folis), mentre que la segona versió 90 (45 folis). Aquesta reducció és deguda a la desaparició d'alguns exercicis quan passa d'una a l'altra versió, però no es pot afirmar que la primera versió sigui una reproducció més fidel del llibre de Simpson i la segona una adaptació més crítica. De fet, el llenguatge utilitzat per Cerdà en la primera versió és més proper al del càlcul diferencial continental, a diferència de l'utilitzat en la segona versió que és més proper a la terminologia newtoniana. Per exemple, en la primera versió, es troben freqüents

referències als termes “integrar” o “integració”, la qual cosa no es troben, en cap cas, en la segona versió preparada per imprimir, ni, molt menys, en el text de Simpson.

A tall d'exemple reproduïm un dels primers paràgrafs de la “Section VI (Part I): Of the Inverse Method, or the Manner of determining the Fluents of given Fluxions” del llibre de Simpson per comparar-lo amb els corresponents de Cerdà en les dues versions:

Text de Simpson	Cerdà: primera versió	Cerdà: segona versió
<p>In the <i>Inverse Method</i>, which teaches the Manner of finding the respective flowing Quantities of given Fluxions, there will be no great Difficulty in conceiving the Reasons [...] has been duly considered: Though the Difficulties that occur in this Part, upper another Account, are indeed vastly superior. It is an easy Matter, or not impossible at most, to find the Fluxion of any flowing Quantity whatever; but in the <i>Inverse Method</i> the Case is quite different: For, as there is no Method for deducing the Fluent from the Fluxion <i>a priori</i>, by a direct Investigation, so it is impossible to lay down Rules for any other Forms of Fluxions, [...].<sup>14</sup></p>	<p>Dadas las cantidades fuentes encontrar sus fluxiones, diferencias o elementos, lo enseña el Método directo de las fluxiones o el cálculo diferencial. Al contrario volviendo los pasos, dadas las fluxiones encontrar sus respectivas fuentes lo debe enseñar el [Cálculo integral, el cálculo sumatorio, y en una palabra, inverso] Método inverso de las fluxiones. Llámese inverso porque si antes procedíamos de las fuentes a las fluxiones, ahora invirtiendo procedemos de las fluxiones a las fuentes, o también se puede llamar inverso del cálculo Directo o diferencial porque absolutamente no tiene otras reglas que las inversas del primero.[Pero porque las fuentes que buscamos se componen o se integran por las sumas totales de sus respectivas fluxiones por eso este cálculo se suele llamar cálculo integral, cálculo sumatorio, cuya utilidad de inmenso uso en todas las Matemáticas, pero sus dificultades no estan aún del todo vencidas.]<sup>15</sup></p>	<p>Dadas las Cantidades Fuentes, encontrar sus Fluxiones lo enseña el <i>Método Directo de las Fluxiones</i> que hasta aquí hemos tratado. Al contrario volviendo los pasos, dadas las Fluxiones encontrar sus respectivas Fuentes lo debe enseñar el <i>Método Inverso</i> de las Fluxiones mismas. Llámese <i>Inverso</i> porque si antes procedíamos de las Fuentes a las Fluxiones, ahora retrocediendo procedemos de las Fluxiones a las Fuentes, o también se puede llamar <i>Inverso</i> del Método Directo porque absolutamente no tiene otras reglas que las Inversas de las Primeras Reglas que dimos.<sup>16</sup></p>

<sup>14</sup> Simpson (1750); p. 84.

<sup>15</sup> Cerdà, Tomàs, *Tratado de Fluxiones*, “[Cap. 9.1] Parte 2. Del Método Inverso de las Fluxiones”. Les frases entre claudàtors estan barrades.

Està clar que el llenguatge utilitzat per Cerdà en la seva primera versió mostra una formació prèvia més propera al càlcul diferencial continental. De fet, en la llista de llibres<sup>17</sup> –molts d'ells, probablement, estudiats a Marsella– que s'ha trobat entre els manuscrits de Cerdà hi ha alguns dels autors més coneguts del càlcul diferencial continental, com Bernoulli o l'Hôpital. Sembla com si Cerdà, un cop ha optat per Simpson, no acaba d'abandonar la visió i terminologia leibnizianes i només quan escriu un text per als seus alumnes, probablement preparat per a la impremta, prescindeix d'aquestes.

Finalment, també resulta interessant comparar els primers catorze capítols –en les seves dues versions– amb la resta del tractat. Apuntem alguns elements rellevants d'aquests capítols:

- ✓ En alguns folis en blanc entremig dels que corresponen als primers capítols de la segona versió, concretament en els folis que fan de portada als quaderns on Cerdà va agrupar el seu text, es pot llegir l'anotació de “Quadernos de fluxiones para la clase”.
- ✓ Els primers catorze capítols són els únics capítols repetits. I a més a més, hi ha fragments en aquests primers capítols que estan repetits un cop més –és a dir fins a tres vegades.<sup>18</sup>
- ✓ És només en aquests capítols que Cerdà incorpora figures, mentre que en els altres capítols posteriors, Cerdà, en lloc d'incloure figures, només anota la pàgina del llibre de Simpson on es pot trobar la figura.
- ✓ En relació a les figures resulta interessant observar que, encara que en alguns casos no és llegible el número, totes elles van numerades des del primer capítol fins al catorzè. Es tracta de setanta-set figures repartides entre aquests catorze

---

<sup>16</sup> Cerdà, Tomàs, *Tratado de Fluxiones*, “Capítulo 9. Explicase el Método Inverso de las Fluxiones y algunas de sus Reglas”.

<sup>17</sup> Llistes de llibres científics preparades per Cerdà i esborranys de comandes d'alguns d'ells. Real Academia de la Historia (RAH), Cortes 9/2792, transcrit en el treball de recerca (1996) de Gassiot; pp. 186-211.

<sup>18</sup> Cerdà, Tomàs, *Tratado de Fluxiones*, “Cap. [2,3] De las Fluxiones de Cantidades Algebraicas”; “Cap 2: Algunos Problemas para encontrar las Fluxiones de las Cantidades Algebraicas”.

capítols de la primera versió. Són figures extretes del llibre de Simpson però tornades a refer, amb lletres diferents gairebé sempre i, en aquesta primera versió, no molt clares. Per a la segona versió, les figures han millorat notablement la seva presentació i Cerdà ha mantingut la mateixa numeració que en la primera versió, encara que hagi eliminat moltes figures des del moment que també ha eliminat molts exercicis.

- ✓ És en aquests primers capítols on Cerdà afegeix més text originalment seu, especialment a l'hora d'introduir nous conceptes. En la resta de capítols, Cerdà segueix més fidelment el text de Simpson.

Tenint en compte els nombrosos indicis de que Cerdà volia efectivament publicar el seu *Tratado de Fluxiones*, la primera conclusió que es pot treure en llegir la segona versió dels catorze primers capítols és que es tractava de la versió a punt per a ser impresa.

Per altra banda, podria ser que el que hem anomenat la segona versió del *Tratado de Fluxiones*, especialment escrita per a la classe, inclogués també els capítols que hem numerat com 15, "De las Fluxiones de Cantidades Exponenciales" i 16, "De la Transformación de las Fluxiones" –tot i que aquests dos capítols només s'hagin trobat en una versió. Com hem dit, aquests capítols tancaven la primera part del "Tratado" i, a més a més, concretament en el capítol 9 de la segona versió es fa una referència al càlcul de fluxions de les quantitats exponencials "que trataremos después":

En el Método Directo de las Fluxiones tenemos Reglas pocas pero con solas ellas, dada cualquier Cantidad le podemos encontrar su Fluxión, de suerte que ninguna Cantidad se podrá señalar (excepto las *Exponenciales* que trataremos después) cuya Fluxión no se encuentre por alguna de las Reglas dadas...<sup>19</sup>

Aquestes serien raons suficients per incloure els capítols 15 i 16 en el text preparat per ser imprès per als alumnes o, si més no, per pensar que aquesta podria haver estat la intenció de Cerdà durant la confecció del seu text. En canvi hi ha altres raons per

---

<sup>19</sup> Cerdà, Tomàs, *Tratado de Fluxiones*, "Capitulo 9. Explícate el Método Inverso de las Fluxiones y algunas de sus Reglas".

pensar que potser finalment Cerdà va decidir no incloure els capítols 15 i 16 en la versió dirigida als seus alumnes. Efectivament ja s'ha apuntat que una de les raons per numerar el capítol de les "quantitats exponencials" com el 15 és el paràgraf final del capítol 14 de la primera versió on explícitament Cerdà diu que tractarà aquest tema a continuació. Doncs bé, aquest paràgraf desapareix del capítol 14 en la seva segona versió. Potser això seria un indicatiu que Cerdà donava per acabada la versió llesta per ser impresa definitivament amb el capítol 14 sense incloure, per tant, el capítol 15, ni per tant el 16.

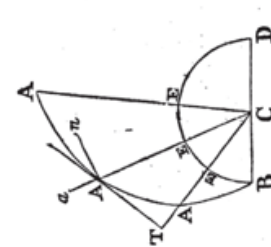
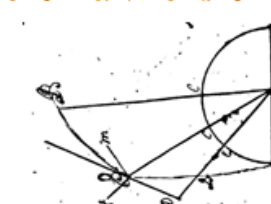
### 3.4 Els diferents moments del *Tratado de Fluxiones* (ca. 1757-1759)

Sense entrar en el detall d'una anàlisi comparativa del contingut del text de Cerdà i el de Simpson, que s'exposarà en el següent capítol, és important assenyalar els diferents nivells de llenguatge observats en el mateix text de Cerdà en relació al text de Simpson, els quals han de correspondre a diferents moments en que Cerdà està escrivint el seu tractat. Per una banda, s'ha de considerar el llenguatge dels primers catorze capítols de la primera versió, el qual, encara que segueixi el text de Simpson, manifesta una influència rellevant del corrent leibnizià; per una altra, cal tenir en compte el llenguatge dels primers catorze capítols de la segona versió on ha abandonat pràcticament la terminologia leibniziana, tot i que manté la seva notació. Tant en un cas com en l'altre, és en aquests primers capítols on Cerdà resulta més creatiu, afegint, en alguns casos, text que no hi era en el llibre de Simpson. I finalment cal considerar un tercer llenguatge que és l'utilitzat sobre tot a partir de la segona part del *Tratado de Fluxiones* i que seria el que més s'acostaria a una traducció literal del text de Simpson.

Com ja s'ha explicat, "Adiciones al Tratado de Fluxiones" és l'apèndix on Cerdà afegeix problemes que correspondrien a capítols anteriors del *Tratado de Fluxiones*, en la seva primera versió. Però Cerdà, de vegades, probablement per equivocació, repeteix, en aquest apèndix, algun exercici que ja havia inclòs en el seu capítol corresponent. L'anàlisi d'algun d'aquests exercicis repetits permet observar els canvis significatius, particularment a nivell del llenguatge utilitzat, que es produeixen entre l'exercici escrit



inicialment i el repetit en l'apèndix. L'exemple que es vol mostrar és el d'un exercici on s'ha de dibuixar la tangent a l'espiral d'Arquimedes. En la taula de la pàgina següent es podrà veure la versió original de Simpson, la de Cerdà en el "Cap. [6] De la Aplicación de las Fluxiones para tirar tangentes a las curvas" i la inclosa en l'apèndix. En aquest cas, la comparació s'ha limitat a nivell del llenguatge utilitzat, sense entrar en el detall del contingut, que correspondria fer-ho en el proper capítol. Es podrà observar que, tot i que els exercicis són molt semblants, l'escrit presumiblement després és molt més fidel al text de Simpson. El corresponent al capítol 6 inclou una figura, on les lletres han estat modificades i, en alguna ocasió, Cerdà afegeix algun comentari més, la qual cosa no es produeix en l'exercici escrit per a l'apèndix. En qualsevol cas queda evident que en el moment que Cerdà està escrivint la primera versió de la seva obra està pensant en un text per a ser imprès, on la voluntat de l'autor és la d'afegir els seus propis comentaris, el qual posteriorment esdevé la versió segona molt millorada. En canvi quan Cerdà està escrivint el seu apèndix la seva intenció és bàsicament la de traduir el text de Simpson, actitud que es mantindrà per a tota la segona part de l'obra. Aquesta constatació condueix de nou a la conclusió que la redacció del que s'ha anomenat *Tratado de Fluxiones* es produeix en diferents moments de la vida professional de Cerdà, a partir dels quals es pot veure la seva pròpia evolució. En qualsevol cas, creiem que Cerdà podia haver començat a escriure el seu tractat cap l'any 1757, quan ja havia arribat a Barcelona, tenint en compte que la carta dirigida a Simpson on li explica que està treballant en el seu "Tratado" està datada al 1758, i va continuar la seva redacció, amb certes interrupcions, durant els cursos posteriors, que no creiem s'allargués més enllà de dos anys, és a dir el 1759.

Section III. The Use of Fluxions in drawing Tangents to Curves.	Cap. [6] De la Aplicación de las Fluxiones para tirar tangentes a las curvas	Adiciones al Tratado de Fluxiones
<p>Example II a</p> <p>62. Let <math>BAA</math> be the Spiral of <i>Archimedes</i>; whose Nature is such that the Part <math>EA</math> of the generating Ordinate, intercepted by the Spiral and a Circle <math>BED</math> described about the same Center <math>C</math>, is always in a constant Ratio to the corresponding Arch <math>BE</math> of that Circle.</p>  <p>Suppose <math>An</math> perpendicular to <math>AC</math>, &amp;c.</p> <p>Put <math>BC = c</math>, <math>CA = y</math>, and let the given Ratio of <math>AE</math> to <math>BE</math>, be that of <math>b</math> to <math>c</math>: Then <math>b : c :: y - c (AE) : \frac{cy-cc}{b} = BE</math>: whose Fluxion therefore is <math>= \frac{cy}{b}</math>. Now if the Right-line <math>CEAa</math> be supposed to revolve about the Center <math>C</math>, the angular Celerity of the generating Point <math>A</math>, in the perpendicular Direction <math>Ar</math>, will be to that of <math>E</math> as <math>AC</math> to <math>EC</math>; therefore as the latter of these Celerities is expressed by <math>\frac{cy}{b}</math>, the former will be expressed by <math>\frac{y}{c} \times \frac{cy}{b}</math>, or <math>\frac{y^2}{b}</math>: Which is to <math>(y)</math> the Celerity of <math>A</math>, in the Direction <math>Aa</math>, as <math>\frac{y}{b}</math> to Unity, or as <math>y</math> to <math>b</math>. Therefore <math>CT</math> and <math>AT</math> are in the same Ratio, (by <i>Art.</i></p>	<p>Sea <math>ABB</math> la Espiral de Arquimedes<sup>3</sup> en la qual las partes de la ordenada comprendida entre la curva y el semicírculo concéntrico estan en una razón constante con los arcos correspondientes del semicírculo, esto es <math>CB : CB = AC : AC</math>.</p>  <p>Suponiendo <math>DB</math> la tangente a la Espiral y <math>Bm</math> perpendicular a la ordenada, sea <math>AO = c</math>, <math>OB = y</math> y supuesto que la razón de <math>BC</math> a <math>AC</math> es constante sea ésta la de <math>b</math> a <math>c</math>, tendremos <math>b : c = y - c (BC) : \frac{yc-c^2}{b}</math> (AC), cuya fluxión es <math>\frac{c \dot{y}}{b}</math>. Ahora pues considerando la línea <math>OCBf</math> revolviéndose alrededor del centro <math>O</math>, la celeridad angular del punto <math>B</math> a lo largo de la línea <math>Bm</math> perpendicular a <math>OB</math> será a la celeridad angular del punto <math>C</math>, como los radios, esto es como <math>BO</math> a <math>CO</math>, o lo que es lo mismo como <math>y : c</math>. Pero la celeridad al punto <math>C</math> es la fluxión de <math>AC</math>, es a saber <math>\frac{c \dot{y}}{b}</math>. Luego la del punto <math>B</math> será <math>\frac{y}{c} \times \frac{c \dot{y}}{b} = \frac{y \dot{y}}{b}</math> la cual es a <math>\dot{y}</math> o celeridad de <math>B</math> a lo largo de <math>Of</math> como <math>\frac{y \dot{y}}{b} : \dot{y}</math> o lo que da lo mismo <math>\frac{y}{b} : 1</math> o finalmente como <math>y : b</math>. Y así <math>OD : DB</math> estaran en la misma razón según el Lema, por consiguiente <math>OB : OD = \sqrt{y^2 + b^2} : y</math>, y <math>BO : BD</math></p>	<p>Al último de las tangentes.<sup>c</sup></p> <p>Sea <math>BAA</math> la Espiral de Arquimedes cuya naturaleza es tal que la Parte <math>EA</math> de la ordenada generatriz comprendida entre la Espiral y un círculo <math>BED</math> descrito alrededor del mismo Centro <math>C</math> está siempre en una razón constante con el correspondiente Arco <math>BE</math> de dicho Círculo.</p> <p>Supóngase <math>An</math> perpendicular a <math>AC</math> &amp;c, hágase <math>BC = c</math>, <math>CA = y</math> y que la razón dada de <math>AE</math> a <math>BE</math> sea la de <math>b</math> a <math>c</math>, tendremos <math>b : c :: y - c (AE) : \frac{yc-c^2}{b} = BE</math>, cuya Fluxión es <math>\frac{c \dot{y}}{b}</math>. Ahora pues si la Recta <math>CEAa</math> se supone girar alrededor al Centro <math>C</math>, la velocidad angular en la dirección perpendicular del Punto <math>A</math> que describe la Curva, será a la de <math>E</math>, como <math>AC</math> a <math>EC</math>, por consiguiente la última de estas celeridades se expresará por <math>\frac{c \dot{y}}{b}</math>, y la primera por será <math>\frac{y}{c} \times \frac{c \dot{y}}{b} = \frac{y \dot{y}}{b}</math> la cual es a <math>\dot{y}</math>, celeridad de <math>A</math> en la dirección <math>Aa</math>, como <math>\frac{y}{b}</math> a la Unidad o como <math>y</math> a <math>b</math>;</p>

<sup>a</sup> Simpson (1750); Part I, p. 64.

<sup>3</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. [6] De la Aplicación de las Fluxiones para tirar tangentes a las curvas"; RAH, 9/2812 f. 111v.

<sup>c</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Adiciones al Tratado de Fluxiones"; RAH, 9/2792/36 f. 7v.

<sup>d</sup> Hem ressaltat en negreta el mateix fragment en les tres versions per comprovar les similituds i les diferències.

<p>35) and consequently <math>AC : CT :: \sqrt{yy + bb} : y</math>; and <math>AC : AT :: \sqrt{yy + bb} : b</math>; whence <math>CT</math> and <math>AT</math> are given equal to <math>\frac{y^2}{\sqrt{yy+bb}}</math>, and <math>\frac{by}{\sqrt{yy+bb}}</math> respectively. From either of which the Tangent <math>AT</math> may be drawn by the Art. 60. And, in the same manner may the Position of the Tangent of any other Spiral be determined.</p>	<p><math>∴ \sqrt{y^2 + b^2} : b</math>, de donde <math>OD = \frac{y^2}{\sqrt{y^2 + b^2}}</math> y <math>BD = \frac{by}{\sqrt{y^2 + b^2}}</math>. De cualquiera de los dos se puede sacar la posición de la tangente <math>BD</math> como en el teorema general de las espirales.</p>	<p>por consiguiente también estará en la misma razón <math>CT</math> con <math>AT</math> () y así <math>AC : CT :: \sqrt{y^2 + b^2} : y</math>, y <math>AC : AT :: \sqrt{y^2 + b^2} : b</math>, con lo cual se tendrán <math>CT = \frac{y^2}{\sqrt{y^2 + b^2}}</math>, <math>AT = \frac{by}{\sqrt{y^2 + b^2}}</math>, de cualquiera de las cuales se podrá tirar la tangente <math>AT</math> según dijimos (), y de la misma suerte se podrá determinar la Posición de la tangente de cualquier otra Espiral.</p>
--	--	---

### 3.5 Comparant el *Tratado de Fluxiones* amb els manuals de l'època

De la mateixa manera que *The Doctrine and Application of fluxions* de Simpson és un entre els nombrosos textos dedicats al càlcul fluxional que apareixen en la Gran Bretanya al segle XVIII, com el de Maclaurin, Emerson, Stone o Rowe, el *Tratado de Fluxiones* no és tampoc l'únic text en l'Espanya del segle XVIII dedicat al càlcul fluxional o diferencial, com ja s'ha dit. La gran diferència amb la Gran Bretanya és que a Espanya els textos publicats dedicats al càlcul diferencial formen part de tractats més amplis com és el cas del *Curso Militar de Mathematicas* de Padilla o els *Elementos de Matemáticas* de Bails i que, sobre tot, fins a la publicació, al 1772, del curs de Bails, només es pot parlar d'aquests dos textos publicats. Certament hi ha treballs i projectes en forma manuscrita que tracten el tema, com el del mateix Cerdà, però la seva repercussió és molt inferior. Tot i així resulta interessant comparar alguns dels textos existents a l'època de Cerdà, tant els publicats com els que no van passar de ser uns manuscrits per usar-los a la classe, amb el *Tratado de Fluxiones* i amb el llibre de Simpson, per entendre millor quin paper pretenia jugar el text de Cerdà en aquell moment.

Els textos escollits per comparar-los amb el de Cerdà, pel que fa a l'estructura, són els que ja han estat analitzats al capítol 2 <sup>20</sup>:

- ✓ “Tratado V, De los Calculos Diferencial, è Integral, ò método de las Fluxiones” del *Curso Militar de Mathematicas* (1753-1756) de Padilla.
- ✓ “Elementos de Matemáticas. Tomo VIII. Analysis de los infinitos” i “Tomo IX. Cálculo Exponencial, Diferencio-diferencial y Arithmética de los infinitos” (1753-1761) de Wendlingen.
- ✓ “Introducción fácil al algoritmo de fluxiones” (1761-1765) de Rieger.
- ✓ “Tratado del Cálculo Diferencial” (1757-1760) de Bramieri.

En la taula de la pàgina següent es poden observar alguns elements de comparació, exclusivament a nivell de la seva estructura general, entre els textos respectius:

---

<sup>20</sup> Es poden consultar els Annexos 7 i 9 per conèixer més detalls sobre aquests textos.

**Manuais de càlcul diferencial i integral a l'època de Cerdà**

Temes	Simpson	Padilla	Wendlingen	Bramieri	Cerdà (primera versió)	Cerdà (segona versió)	Rieger
Infinit i infinitèsims	1750	1753-1756 11 p. (4)	1753-1761 2 p.	1757-1760	1757	1759	1761-1765
Definicions i regles	13 p.	27 p.	6 p.	15 p. (6)	12 p.	22 p.	3 problemes 7 p.
Problemes de màxims i mínims	22 problemes 37 p.	7 problemes 13 p.	7 problemes 17 p.	11 problemes 16 p.	23 problemes (5) 25 p.	7 problemes 8 p.	10 problemes 9 p.
Problemes de tangència	13 problemes 14 p.	6 problemes 24 p.	7 problemes 12 p.	19 problemes 43 p.	13 problemes 15 p.	4 problemes 7 p.	5 problemes 2 p.
Altres problemes utilitzant les fluxions de 2n ordre	11 problemes 19 p.		17 problemes 16 p.		11 problemes 18 p.	3 problemes 11 p.	
El mètode invers de les fluxions	37 p.	17 p.			22 p.	10 p.	1 p.
Aplicacions geomètriques del mètode invers de fluxions	48 problemes 81 p.	13 problemes 22 p.	61 problemes 101 p. (7)		48 problemes 9 p.	18 problemes 32 p.	6 problemes 4 p.
Fluxions de variables no algebraiques	13 p.		15 problemes 7 p.		15 p.		
Les equacions fluxionals	17 p.				16 p.		
Les diverses tècniques per calcular fluents	115 p.				111 p.		
Les aplicacions del càlcul fluxional a diversos camps	88 p.				95 p.		
Aritmètica de l'infinit i infinitesimal			14 problemes 22 p.				

<sup>4</sup> En 8<sup>o</sup>.

<sup>5</sup> En 8<sup>o</sup>.

<sup>6</sup> S'han comptat els problemes inclosos en l'apèndix "Adiciones al Tratado de Fluxiones".

<sup>7</sup> Wendlingen introdueix, a més dels problemes de quadratures, rectificació, volums i superfícies de sòlids, altres temes.

La primera conclusió és que l'estructura dels manuals sobre fluxions o càlcul diferencial de l'època tenen moltes similituds entre ells. En primer lloc hi ha una part introductòria on es donen les definicions i les regles del nou càlcul, que en el cas d'alguns seguidors del corrent leibnizià és complementada amb una introducció a les quantitats infinitesimals i als infinitsims. A continuació apareixen els apartats dedicats a l'aplicació del càlcul fluxional o diferencial a la geometria, amb problemes de màxims i mínims i problemes de tangència. En aquest apartat, els textos més complets tenen també problemes sobre curvatura i punt d'inflexió, on s'apliquen fluxions o diferencials de segon ordre. A continuació, en tots aquests manuals, hi ha una part dedicada al mètode invers de les fluxions o càlcul integral on s'expliquen les tècniques bàsiques d'integració. Després d'aquesta part introductòria s'inclouen exercicis d'aplicació del càlcul integral com són els problemes de quadratura de corbes i, en alguns casos, de rectificació de corbes i de càlcul de volums i de superfícies de sòlids. Els manuals més elementals acaben aquí com és el cas del mateix tractat de Cerdà, en la seva segona versió, i els textos de Padilla, Rieger i Bramieri. El text de Wendlingen, com el text de Cerdà, en la seva primera versió, a més a més inclou fluxions o diferencials de funcions no algebraïques com les exponencials. També en el tractat de Wendlingen es pot trobar una part dedicada a l'aritmètica de l'infinít i infinitesimal, seguint el model de Wolff. En relació al text atribuït a Bramieri cal dir que es fa difícil treure'n segons quines conclusions ja que molt probablement els manuscrits que fins ara s'han recuperat només corresponen a una part d'un text més complet.

Observant el nombre de pàgines i el de problemes hom pot fer-se una idea de l'amplitud de cada un d'aquests tractats i de la rellevància de cada apartat en cada text. Es pot veure que la primera versió del text de Cerdà, que segueix més fidelment el text de Simpson, és el més extens i el que tracta més àmpliament tots els apartats, afegint diversos temes que els altres textos no inclouen, com són les equacions fluxionals, l'ampliació de tècniques d'integració, l'aplicació del càlcul fluxional a altres camps. Efectivament el model del llibre de Simpson, tant per la seva temàtica com la seva extensió, segueix el que era usual en la Gran Bretanya de segle XVIII, tal com es pot

comprovar en els llibres de Maclaurin, Emerson, Stone o Rowe. I els altres manuals a Espanya, excepte el primer de Cerdà, són molt més reduïts i elementals.

### 3.6 El públic de Cerdà

Pel que s'ha anat avançant en aquest capítol sembla clar que els principals receptors del text de Cerdà, particularment la part que correspon als catorze primers capítols de la segona versió del seu tractat –*Tratado de las fluxiones, o compendio del cálculo diferencial integral para uso de las escuelas*– són els seus alumnes. La mateixa duplicitat de versions per aquests primers capítols, on apareixen les anotacions de “Quadernos de fluxiones para la clase” són algunes de les raons, ja establertes, que justifiquen la conclusió de que es tracta d'un manual per a la classe. Efectivament, creiem que s'està davant uns apunts que Cerdà ha utilitzat a les classes, n'ha escrit un primer esborrany al qual hi ha afegit correccions i anotacions, els ha reescrit per millorar-ne la explicació –i de vegades més d'un cop– ha incorporat les figures al text, millorant-les notablement en la segona versió i tot plegat amb la intenció d'imprimir-los. En definitiva, tot i que no hi hagi evidències, no resulta arriscat concloure que els primers catorze capítols constitueixen el programa d'un curs que possiblement Cerdà va impartir al Col·legi de Cordelles de Barcelona, i probablement, més tard, al Colegio Imperial de Madrid. D'aquesta manera no fem més que avalar la ressenya que Hervás y Panduro fa d'en Cerdà, ratificada posteriorment per Batllori, de que el *Tratado de Fluxiones* –els primers catorze capítols– és un compendi del tractat sobre càlcul diferencial i integral –escrit també per Cerdà– especialment redactat per al seu ús a les classes.

I quins eren aquests alumnes? Com ja s'ha analitzat en el primer capítol, és sabut que els alumnes de Cerdà al Col·legi de Cordelles de Barcelona no eren solament fills de nobles sinó també fills de persones amb professions lliberals, comerciants i artesans i molts d'ells havien de jugar un paper important en diferents àmbits de la societat. Probablement en el *Colegio Imperial* de Madrid el perfil d'alumne era similar. De fet la creació del *Seminario de Nobles* de Madrid respon a la necessitat per part de les autoritats de satisfer a la noblesa amb un ensenyament diferenciat del massa “plebeu”

del *Colegio Imperial*. El no disposar d'apunts d'alumnes de l'època dificulta molt aprofundir sobre aquest aspecte i, en qualsevol cas, significa que resta molt a estudiar sobre aquest tema. Sobre l'interès dels alumnes per a les matemàtiques explicades per Cerdà es podria suposar que aquest no devia ser excessiu. Aquesta hipòtesi es basaria en els pocs alumnes registrats en les classes de matemàtiques a Cordelles en el moment de l'expulsió dels jesuïtes. Sobre aquest tema ens consta una carta de Hervás y Panduro a Carnicer<sup>21</sup>, on parla de la poca motivació dels alumnes. D'altra banda hi ha testimonis, encara que pocs, que contradiuen aquesta hipòtesi. Es pot citar a Renart<sup>22</sup>, alumne de Cerdà, que en les seves memòries reconeix la gran utilitat dels ensenyaments de Cerdà o el mateix Hervás y Panduro que es refereix a Cerdà com el seu "maestro" amb gratitud.

El principal públic del llibre de Simpson també eren els seus alumnes i caldria analitzar amb més profunditat la recepció dels ensenyaments de Simpson per part d'aquests i així poder disposar d'un referent per als estudiants de Barcelona i Madrid. Els alumnes del matemàtic anglès eren oficials i pel que es diu en les memòries de Hutton<sup>23</sup> sobre Simpson la relació entre estudiants i professor eren bones, sense que es pugui conèixer massa el possible interès d'aquests per la matèria estudiada. El que sí es conegut és que Simpson tenia un públic potencial molt més ampli que els seus propis deixebles, a partir dels aficionats a les revistes científiques de divulgació.

Aquest públic constituït pels aficionats a les matemàtiques i, en general, a les "noves ciències" que es pot trobar a la Gran Bretanya de Simpson, al voltant de les societats de "philomaths" i de les revistes matemàtiques, no és tant visible a l'Espanya de Cerdà. Es podrien citar la *Asamblea Amistoso-Literaria* de Cádiz, les diferents *Sociedades económicas de amigos del país* arreu d'Espanya, la mateixa Conferència Físico-matemàtica de Barcelona i, en general, les tertúlies locals d'aficionats a la ciència experimental i a les matemàtiques. Però no és coneix la existència de cap revista periòdica al voltant

---

<sup>21</sup> Carta del P. Lorenzo Hervás al P. Joaquin Carnicer, Murcia, 3 marzo de 67. RAH 9/7292.

<sup>22</sup> Renart i Closes, Josep (1746-1824); "Introducció als quinzenaris" dins *Fons Renart*, Biblioteca de Catalunya. Any 1809. Lligall XXVIII, 1.

<sup>23</sup> Hutton (1792).



d'aquestes aficions. Nogensmenys quan Cerdà està escrivint el seu tractat de vint-i-quatre capítols, més enllà dels primers capítols que tenen com a destinataris directes els seus alumnes, probablement està pensant en aquest públic potencial sorgit entre les noves capes professionals, començant pels mateixos docents, que estan manifestant un interès creixent per les noves matemàtiques.

### 3.7 Conclusions

El principal objectiu d'aquest capítol era explicar l'estructura del *Tratado de Fluxiones*, descobrint els seus diferents nivells o moments, així com situar aquesta obra en relació al seu principal referent que és *The Doctrine and Application of fluxions* de Simpson i en relació a altres manuals de càlcul diferencial d'autors contemporanis de Cerdà, exercint la seva docència a Espanya.

1. Una de les primeres conclusions, recollida d'anteriors capítols, és que, a partir de diferents fonts properes a l'època de Cerdà i a partir dels escrits del mateix Cerdà, el *Tratado de Fluxiones* era un text del que es tenia constància de la seva existència, encara que mai va ser imprès.
2. L'altre fet que hem volgut apuntar, en aquest capítol, és que, malgrat que diferents historiadors ja havien iniciat l'estudi de l'obra de Cerdà, ha estat necessari una veritable tasca de reconstrucció d'aquesta.
3. Una altra conclusió que s'ha avançat és que entre els dos-cents trenta-vuit folis estudiats s'hi pot reconèixer dos textos diferents. Si s'adopta la descripció que en fa l'exalumne de Cerdà Hervás y Panduro, es tractaria d'un text llarg en dos volums, *Cálculo diferencial e integral* i un altre més curt en un sol volum, *Tratado de las fluxiones, o compendio del cálculo diferencial integral para uso de las escuelas*, específicament pensat pels alumnes de Cerdà. El primer text tindria vint-i-quatre capítols i un apèndix després de la primera part i el segon catorze o setze. Sobre aquest segon text, que també hem anomenat de la segona versió, hem avançat la hipòtesi raonada de que constituiria el

programa d'un curs que Cerdà va impartir primer al Col·legi de Cordelles de Barcelona i, més tard, al *Colegio Imperial* de Madrid.

Comparant el segon text, de només de catorze capítols, amb el text previ, que hem anomenat de la primera versió, s'han observat diferències rellevants, una de les quals és l'ús de la terminologia leibniziana en la primera versió que desapareix totalment en la segona. La possible explicació d'aquest canvi tant pot estar en la mateixa evolució intel·lectual de l'autor, convençut de que el discurs newtonià era més clar, com en la voluntat d'aquest de mostrar-se coherent amb la terminologia newtoniana quan escrivia per ser publicat, fent ús d'un llenguatge més "ortodox", no "contaminat" per influències leibnizianes

4. El *Tratado de Fluxiones* és una adaptació de *The Doctrine and Application of fluxions* de Simpson, però, creiem, no és tracta d'una simple traducció, particularment en allò que fa referència als primers catorze capítols. Cerdà elimina parts, n'afegeix d'altres, reestructura capítols amb l'objectiu d'obtenir un text el més assequible possible als seus alumnes.

5. Una de les conclusions més importants que es poden treure d'aquest capítol és que el "Tratado" no és un text uniforme i que, probablement, seria més raonable considerar, al menys, tres fases d'aquest mateix. No solament pels dos textos corresponents a la primera i segona versió (*Cálculo diferencial e integral* i *Tratado de las fluxiones, o compendio del cálculo diferencial integral para uso de las escuelas*) sinó pel text que inclouria els capítols de la segona part més l'apèndix "Adiciones al Tratado de Fluxiones". Per aquest motiu, preguntes com la de fins a quin punt Cerdà modifica el text de Simpson, quina és l'aportació de Cerdà amb aquesta obra o a quin públic va adreçat el seu text, han precisat i continuaran precisant respostes diferenciades segons de la part que s'estigui considerant.

6. En aquest capítol s'ha volgut situar el text de Cerdà en relació a textos similars de l'època de l'autor. La primera conclusió és que el text de Cerdà dedicat als seus

alumnes, és a dir els primers catorze capítols de la segona versió, manté moltes similituds amb altres manuals. Més diferent resulta ser la primera versió de Cerdà, particularment si es té en compte la segona part, la qual segueix el model del llibre de Simpson i que, en relació als altres textos de Padilla, Wendlingen, Rieger o Bramieri, és molt més complet.

7. S'ha donat fi al capítol analitzant el públic al qual podia anar adreçat el *Tratado de Fluxiones*. Com ja s'ha dit, cal distingir el text dels primers capítols que va adreçat als deixebles de Cerdà, tant a Barcelona com a Madrid, del text complet de vint-i-quatre capítols, de destinatari més imprecís, però que probablement va adreçat a l'incipient comunitat "il·lustrada" formada per aquells grups socials interessats en el "progrés" de la societat i en la nova orientació que estaven prenent les matemàtiques i la ciència en general.



## Capítol 4. *El Tratado de Fluxiones*: cap a una nova eina matemàtica

---

### Introducció

En aquest capítol s'analitza el contingut del *Tratado de Fluxiones* de Cerdà, amb una exposició que pretén combinar, per una banda, la descripció del contingut dels diferents capítols del tractat amb, per una altra banda, la reflexió al voltant dels aspectes que han semblat més rellevants en l'obra de l'autor. Durant tot aquest estudi serà precís mostrar, en diverses ocasions, el text original de Cerdà, exposant algun dels seus exercicis, fent-ne una lectura crítica.

El text de Cerdà, com el de qualsevol obra científica, no es pot analitzar de forma aïllada. Una anàlisi de l'obra d'aquest matemàtic no solament ha de tenir en compte els treballs i aportacions d'altres matemàtics i homes de ciència que van permetre que Cerdà arribés a escriure el seu tractat, sinó que contínuament s'ha de ser capaç de comparar el seu text amb les produccions científiques similars de l'època de Cerdà, per tal de millor entendre el que aquest autor està transmetent. Quan es parli dels conceptes teòrics fonamentals que apareixen en el text de Cerdà caldrà referir-se al seu origen, des de Newton fins a Simpson, però, en tots els altres apartats, també s'haurà d'anar comparant la visió adoptada per Cerdà amb la que desenvolupen altres autors, particularment els que tenen alguna incidència en l'Espanya del segle XVIII. Nogensmenys, està clar que la referència principal del text de Cerdà és el text de Simpson, *The Doctrine and Application of fluxions*, la qual cosa es farà palès en tots els apartats del capítol.

En definitiva, l'objectiu del capítol 4 és que tota aquesta anàlisi porti a situar el text de Cerdà en el context del nou camp disciplinar que representa el càlcul diferencial a l'Europa, i especialment a l'Espanya, al segle XVIII. D'aquesta manera, es tracta de veure què és el que va aportar aquest tractat de fluxions particularment en el que es refereix al seu contingut matemàtic. Així doncs, en aquest capítol, es podrà veure com,

malgrat la clara orientació newtoniana de Cerdà, en el seu discurs manté importants elements del corrent leibnizià continental. També s'analitzarà fins a quin punt Cerdà és un fidel traductor de Simpson o no, així com s'estudiarà quin paper juga l'àlgebra en el text de Cerdà.

L'apartat 4.1 tracta dels capítols dedicats a les primeres definicions i regles, emmarcades en la visió geomètrico-cinemàtica newtoniana, on el concepte de fluxió ocupa el paper central. S'analitzarà l'origen d'aquest concepte en mans de Newton, la seva evolució passant per Simpson i la seva apropiació per part de Cerdà. El tema de la notació i les primeres regles de la potència i del producte ocuparan també un espai en aquest mateix apartat. Finalment en el subapartat "Establint ponts entre la fluxió i la diferencial", s'analitzarà la visió d'un newtonià com Cerdà assumint diferents conceptes leibnizians.

En l'apartat 4.2 s'analitzarà com Cerdà aplica el mètode directe de la teoria de fluxions a diferents temes geomètrics. Els problemes de màxims i mínims i els criteris per establir la tangència a les corbes seran els punts tractats en aquest apartat. Dos exemples del text de Cerdà, un d'ells que ni es troba en el text de Simpson serviran per mostrar les modificacions introduïdes per aquest en relació al text de Simpson.

L'apartat 4.3 estarà dedicat al mètode invers de les fluxions o càlcul integral. A més d'analitzar com s'introdueixen les tècniques de càlcul de fluents s'estudiarà les seves aplicacions a les quadratures de corbes, la introducció de les sèries infinites de potències com eina del càlcul integral i la introducció dels logaritmes naturals a partir de la geometria, fent ús d'aquestes sèries de potències.

En l'apartat 4.4 s'analitzarà el desenvolupament que Cerdà fa del mètode de fluxions sobre variables no algebraïques, concretament sobre les funcions exponencials i les trigonomètriques.

En l'apartat 4.5, per una banda, es farà menció del tractament de les equacions fluxionals o diferencials i, per una altra, s'analitzaran els capítols que Cerdà dedica a

l'ampliació de diverses tècniques de càlcul de fluents o càlcul integral. En el subapartat "L'àlgebra: una nova eina per resoldre vells problemes" serà l'ocasió per analitzar el paper de l'àlgebra en l'obra de Cerdà.

En l'apartat 4.6 s'estudiarà aquella part que Cerdà dedica a l'ampliació de capítols anteriors en el seu apèndix "Adiciones al Tratado de Fluxiones" i a nous capítols on apareixen problemes no exclusivament geomètrics sinó de mecànica, dinàmica, astronomia, etc. on s'aplica el nou càlcul. En el subapartat "Cerdà modificant el text de Simpson" s'analitzarà específicament aquelles parts del text de Cerdà que amplien o modifiquen el text de Simpson.

I per acabar, a l'apartat 4.7 es farà un estudi dels aspectes més rellevants sobre el llenguatge usat en el *Tratado de Fluxiones*, tant a nivell algebraic, com retòric i visual.

#### 4.1 El moviment com generador de les magnituds

---

Els primers capítols de definicions en el *Tratado de Fluxiones*, 191. La fluxió newtoniana com a mesura del moviment, 192. La diferencial de Leibniz, 196. La fluxió en el text de Cerdà, 198. Les primeres regles del càlcul de fluxions, 200. Establint ponts entre la fluxió i la diferencial: la visió de Cerdà, 205.

---

En aquest apartat es farà una breu descripció dels primers quatre capítols del text de Cerdà, a continuació ens centrarem en els conceptes clau que hi apareixen i en els seus orígens: fluxió, diferencial, notació, les primeres regles, i al final s'analitzarà el paper de Cerdà respecte als dos corrents del càlcul diferencial a l'Europa del segle XVIII.

### *Els primers capítols de definicions en el Tratado de Fluxiones*

El llibre de Simpson	Primera versió de Cerdà	Segona versió de Cerdà
Section I (Part I): Of the Nature, and Investigation, of Fluxions (13 p.)	[Cap. 1] Del Cálculo Diferencial e Integral (2 p.)	Cap. 1 Explícate la Naturaleza de las Fluxiones (4 p.)
	Cap. [2,3] De las Fluxiones de Cantidades Algebraicas (8 p.)	Cap. 2 Algunos Problemas para encontrar las Fluxiones de las Cantidades Algebraicas (7 p.)
		Cap. 3 Reglas únicas para encontrar las Fluxiones de las Cantidades Algebraicas sacadas de los Problemas precedentes (4 p.)
	Cap. [4] De las Fluxiones Superiores (2 p.)	Cap. 4 De las Fluxiones superiores (7 p.)

Com es pot veure en l'índex del *Tratado de Fluxiones*, els primers quatre capítols (tant de la primera com de la segona versió) estan dedicats a les definicions generals i a les regles per deduir les fluxions de les quantitats algebraiques, així com a la introducció de les fluxions d'ordre superior.

En el primer capítol, Cerdà dona la definició de fluxió i explica aquest concepte a partir de la generació d'una línia i d'una superfície. En la primera versió d'aquest capítol no recull exactament la definició de fluxió que dona Simpson i, per contra, fa una disquisició sobre la diferent terminologia utilitzada per continentals i britànics. En la segona versió la definició de fluxió de Cerdà és exactament la mateixa que dona Simpson i l'autor s'estén per explicar les diferències que es produeixen en les fluxions segons si el moviment és uniforme o accelerat o retardat. En general, en aquest capítol, Cerdà intenta explicar amb molt més detall que en el text de Simpson els conceptes donats.

El segon capítol comença amb l'explicació de la notació utilitzada i és aquí on es pot veure com Cerdà substitueix la notació newtoniana, amb el puntet sobre la variable, per la *d* leibniziana. A continuació, després de citar la regla de la fluxió d'una suma, hi ha l'enunciat i la demostració de dues regles bàsiques del càlcul fluxional: la fluxió



d'una potència i la del producte de dues variables. El text de Cerdà, bàsicament, aquí segueix el de Simpson.

En el tercer capítol, Cerdà generalitza la regla de la potència per qualsevol exponent enter o fraccionari. D'alguna manera, introdueix la fluxió de la "composició de funcions" a partir d'exemples, sense generalitzar-ne el resultat, explica la fluxió del producte de més de dues variables i també la del quocient de variables. Encara que Cerdà segueix el text de Simpson, descarta alguns exemples més complexos que aquest darrer autor explica en el seu text. Per altra banda, en la primera versió, Cerdà agrupa els temes d'aquests dos darrers capítols en un de sol: "Cap. [2,3] De las Fluxiones de Cantidades Algebraicas".

En el quart capítol, Cerdà defineix què entén per fluxions d'ordre superior, i a partir d'un dibuix de les línies que representen les fluxions successives de la primera fluxió s'introdueix el concepte. En aquest capítol Cerdà torna a referir-se a la notació  $i$ , en la seva primera versió comenta els problemes de la notació fluxional, aclarint també els problemes que poden aparèixer amb la notació leibniziana, en les fluxions d'ordre superior. El capítol s'acaba amb un fragment on Cerdà estableix la diferència entre fluxió i diferencial, fragment que correspondria, en part, a l'escoli que apareix al final de la secció VII del llibre de Simpson.

### *La fluxió newtoniana com a mesura del moviment*

Resulta evident que qualsevol anàlisi del concepte de fluxió, que apareix en el text de Cerdà, o en el de Simpson, ha de partir de Newton. Com qualsevol nova eina matemàtica o científica en general, el perfil teòric del concepte de fluxió no queda del tot definit en un primer moment i en la mateixa obra de Newton es pot observar una substancial evolució d'aquest concepte o, si més no, múltiples matisos entorn d'aquest. Posteriorment, els seus seguidors continuaran aprofundint i modificant l'inicial concepte de fluxió newtonià.

És en el *Tractatus de Methodis Serierum et Fluxionum* (1671) on apareixen, per primera vegada, els elements bàsics del càlcul fluxional de forma sistematitzada i sobre tot apareix el concepte de fluxió com un concepte que intenta generalitzar els resultats anteriors. Newton, en les seves primeres línies dedicades al mètode de les fluxions, diu que tots els problemes relacionats amb les corbes es resumiran en dos:

- I. Essent la Longitud de l'Espai descrita contínuament (és a dir, per tot el Temps), trobar la Velocitat del Moviment per qualsevol Moment proposat.
- II. Essent la Velocitat del Moviment contínuament donada, trobar la Longitud de l'Espai descrit per qualsevol Moment proposat.<sup>1</sup>

Com tots els contemporanis de l'època, un dels interessos de Newton és estudiar la naturalesa de les corbes. Aquestes seran concebudes, per ell, com generades per un moviment on el temps juga el paper de variable continua. Newton pren el temps com a quantitat a la qual totes les altres quantitats estaran referides, tot i que el seu significat sigui exclusivament instrumental. Anomena quantitats fluents a aquelles quantitats que poden ser augmentades gradualment i indefinidament i les fluxions seran les velocitats amb què les fluents són augmentades pel moviment que les produeix.<sup>2</sup>

A continuació introdueix el concepte de "moment" com una part infinitament petita corresponent al creixement d'una quantitat, proporcional a la velocitat:

13. Els moments de les Quantitats fluents, (és a dir, les seves indefinidament petites Parts, a partir de les quals, en indefinidament petits intervals de Temps, són contínuament augmentades) són com les Velocitats de seu Fluir o Augment.

<sup>1</sup> Newton, *The Method of Fluxions and Infinite Series*, Translated... by John Colson, 1736, p. 19:

"I. *The Length of the Space described being continually (that is, at all Times) given; to find the Velocity of the Motion at any Time proposed.*<sup>1</sup>

II. *The Velocity of the Motion being continually given; to find the Length of the Space described at any Time proposed.*"

<sup>2</sup> Ibid, p. 20: "Now those Quantities which I consider as gradually and indefinitely increasing, I shall hereafter call Fluents, or Flowing Quantities, [...] And the Velocities by which every Fluent is increased by its generating Motion, (which I may call Fluxions, or simply Velocities or Celerities) I shall represent by the same Letters pointed thus  $\dot{v}$ ,  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$  i  $\dot{z}$ . That is, for the Celerity of the Quantity  $v$  I shall put  $\dot{v}$ , and so for the Celerities of the other Quantities  $x$ ,  $y$ , and  $z$ , I shall put  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ , and  $\dot{z}$  respectively."

14. Si el Moment de qualsevol quantitat, com  $x$ , està representat per el Producte de la seva Velocitat  $\dot{x}$  per una indefinidament petita Quantitat  $o$  (és a dir, per  $\dot{x}o$ ) els Moments de les altres  $v, y, z$ , estaran representats per  $\dot{v}o, \dot{y}o, \dot{z}o$ ; ja que  $\dot{v}o, \dot{x}o, \dot{y}o$  i  $\dot{z}o$ , estan una a altra com  $\dot{v}, \dot{x}, \dot{y}$  i  $\dot{z}$ .<sup>3</sup>

A partir d'aquí mostra uns quants exemples de com obtenir les fluxions d'algunes funcions algebraiques per, finalment, explicar com ha deduït les regles que acaba d'aplicar. Per trobar la raó entre les fluxions de dues variables que defineixen una corba, el que es tracta és de substituir  $x$  i  $y$  per aquestes mateixes quantitats incrementades pels seus moments respectius, és a dir per  $x + \dot{x}o$  i  $y + \dot{y}o$ . Així per una equació  $x^3 - ax^2 + axy - y^3 = 0$ , després de substituir  $x$  i  $y$  per  $x + \dot{x}o$  i  $y + \dot{y}o$ , respectivament, arriba a l'expressió  $3\dot{x}x^2 + 3\dot{x}^2ox + \dot{x}^3oo - 2a\dot{x}x - a\dot{x}^2o + a\dot{x}y + a\dot{y}x + a\dot{x}\dot{y}o - 3\dot{y}y^2 - 3\dot{y}^2oy - \dot{y}^3oo = 0$ . En aquesta expressió descarta els termes multiplicats per  $o$ , per ser infinitament petits en relació als altres, i finalment arriba a l'equació que relaciona les fluxions de les dues variables:  $3\dot{x}x^2 - 2a\dot{x}x + a\dot{x}y + a\dot{y}x - 3\dot{y}y^2 = 0$ .<sup>4</sup>

Newton utilitza el seu mètode analític de fluxions per tal de deduir més ràpidament alguns resultats sobre diversos problemes tant geomètrics com numèrics. Però quan li cal fer una demostració s'ha de fer segons el mètode sintètic de la més antiga i tradicional geometria. Aquesta pot ser una de les raons per la qual, en els *Principia* (1687), hi ha ben poca referència al seu mètode de fluxions. Només s'hi pot trobar algunes consideracions de tipus teòric, ben allunyades dels càlculs algebraics del seu *Tractatus de Methodis Serierum et Fluxionum*.

<sup>3</sup> Ibid, p. 24:

"13. The moments of flowing Quantities, (that is, their indefinitely small Parts, by the accession of which, in indefinitely small portions of Time, they are continually increased,) are as the Velocities of their Flowing or Increasing.

14. Wherefore if the Moment of any one, as  $x$ , be represented by the Product of its Celerity  $\dot{x}$  into an indefinitely small Quantity  $o$  (that is, by  $\dot{x}o$ ), the Moments of the others  $v, y, z$ , will be represented by  $\dot{v}o, \dot{y}o, \dot{z}o$ ; because  $\dot{v}o, \dot{x}o, \dot{y}o$  and  $\dot{z}o$ , are to each other as  $\dot{v}, \dot{x}, \dot{y}$  and  $\dot{z}$ ."

<sup>4</sup> Ibid, p. 24: "17. Now by Supposition  $x^3 - ax^2 + axy - y^3 = 0$ , which therefore being expunged, and the remaining Terms being divided by  $o$ , there will remain  $3\dot{x}x^2 + 3\dot{x}^2ox + \dot{x}^3oo - 2a\dot{x}x - a\dot{x}^2o + a\dot{x}y + a\dot{y}x + a\dot{x}\dot{y}o - 3\dot{y}y^2 - 3\dot{y}^2oy - \dot{y}^3oo = 0$ . But whereas  $o$  is supposed to be infinitely little, that it may represent the Moments of Quantities; the Terms that are multiply'd by it will be nothing in respect of the rest. Therefore I reject them, and there remains  $3\dot{x}x^2 - 2a\dot{x}x + a\dot{x}y + a\dot{y}x - 3\dot{y}y^2 = 0$ ."

En els *Principia*, Newton estableix els principis del que ell anomena el mètode de les primeres i darreres raons. Està parlant d'un procés on determinades quantitats varien en un interval de temps, en el qual la raó última d'aquestes seria "cap on convergeix" la raó d'aquestes mateixes. Es tracta d'un procés "ad infinitum" que es caracteritza com aquell on les quantitats s'apropen l'una a l'altra més que "qualsevol quantitat donada"<sup>5</sup>. El seu mètode, diu l'autor, evita el llarg procés dels geomètres grecs i també la teoria dels indivisibles. Ja que el que calcula és el "límit" de les raons o de les sumes però en cap cas considera que les quantitats elles mateixes acabin en una quantitat determinada que seria l'indivisible.

En qualsevol cas, sembla clar que el mètode de les primeres i darreres raons és un intent per part de Newton de voler buscar una justificació teòrica del nou càlcul per tal de superar la inconveniència dels infinítesims. I, certament, aquesta embrionària noció de límit és recollida per matemàtics posteriors<sup>6</sup>. D'Alembert, anys més tard, el 1754, recuperarà la idea de Newton per apostar obertament pel concepte de límit en un article dedicat a la "Différentiel" en l'*Encyclopédie*:

[Newton] No ha vist mai el càlcul *diferencial* com el càlcul de les quantitats infinitament petites, sinó com el mètode de les primeres i darreres raons, és a dir el mètode de trobar els límits de les raons. També aquest il·lustre autor mai ha diferenciat quantitats, sinó solament equacions; perquè tota equació conté una raó entre dues variables, i que la diferenciació d'equacions no consisteix més que trobar els límits de la raó entre les diferències finites de les dues variables que l'equació conté.<sup>7</sup>

<sup>5</sup> Newton (1687a); "Book1, Section I, Lemma I"; p. 95

<sup>6</sup> Un d'ells serà el newtonià Maclaurin. Veure Maclaurin (1742); vol I, introducció; p. 10.

<sup>7</sup> D'Alembert (1754), "Différentiel" dins *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers*; Tome Quatrième, Paris; p. 985: "Il n'a jamais regardé le calcul *différentiel* comme le calcul des quantités infiniment petites, mais comme la méthode des premières & dernières raison, c'est-à-dire la méthode de trouver les limites des rapports. Aussi cet illustre auteur n'a-t-il jamais différencié des quantités, mais seulement des équations; parce que toute équation renferme un rapport entre deux variables, & que la différenciation des équations ne consiste qu'à trouver les limites du rapport entre les différences finies des deux variables que l'équation renferme."

### *La diferencial de Leibniz*

Com es veurà, Cerdà adoptarà la fluxió newtoniana per construir el seu discurs sobre el nou càlcul, però és evident que coneixia perfectament el desenvolupament del càlcul diferencial leibnizià. És, per tant, important analitzar breument sobre quina base teòrica es desenvolupa el càlcul diferencial al continent europeu, és a dir el concepte de “diferència” o diferencial per entendre millor l’opció de Cerdà.

Com en el cas de Newton, és més fàcil trobar una sistematització del concepte de diferencial entre els deixebles de Leibniz que en els textos del mateix Leibniz. En qualsevol cas, per a Leibniz, la diferencial d’una variable  $y$  és la diferència infinitament petita entre dos valors successius de  $y$ .<sup>8</sup> El càlcul diferencial leibnizià girarà al voltant d’aquesta noció així com de la idea de la corba com col·lecció d’un nombre infinit de segments infinitament petits. Molt lluny, per tant, de la visió de les quantitats generades pel moviment dels newtonians.

Nogensmenys la definició de diferencial que dóna L’Hôpital el 1696 incorpora un nou matis, la noció de continuïtat, que recorda la del moviment generador newtonià: “La part infinitament petita que una quantitat variable augmenta o disminueix contínuament, és anomenada la Diferència.”<sup>9</sup> Més endavant L’Hôpital precisa la naturalesa d’aquestes “diferències” o diferencials:

Es demana que es pugui prendre indistintament, una per l’altra, dues quantitats que no difereixen entre elles més que una quantitat infinitament petita: o (el que és el mateix) que una quantitat que no és augmentada o disminuïda més que d’una altra quantitat infinitament inferior que ella, pugui ser considerada com mantenint-se la mateixa.<sup>10</sup>

---

<sup>8</sup> Bos (1980).

<sup>9</sup> L’Hôpital (1696); p. 2: “La portion infiniment petite dont une quantité variable augmente ou diminue continuellement, en est appelée la Différence.”

<sup>10</sup> Ibid; pp. 2-3: “On demande qu’on puisse prendre indifféremment l’une pour l’autre deux quantités qui ne diffèrent entr’elles que d’une quantité infiniment petite: ou (ce qui est la même chose) qu’une quantité qui n’est augmentée ou diminuée que d’une autre quantité infiniment moindre qu’elle, puisse être considérée comme demeurant la même. “

Per altra banda també estableix la natura de les corbes:

Es demana que una línia corba pugui ser considerada com la unió d'una infinitat de línies rectes, cadascuna infinitament petita: o (el que és el mateix) com un polígon d'un nombre infinits de costats, cadascun infinitament petit, els quals determinen, a partir dels angles que formen entre ells, la curvatura de la línia.<sup>11</sup>

Una de les característiques més rellevants del corrent leibnizià és el desenvolupament de tota una teoria sobre els infinitsims. Wolff serà un dels primers en tractar aquesta teoria en els seus *Elementa Matheseos Universae* (1713-1715), i la influència d'aquesta visió arribarà a l'Espanya del segle XVIII. Wendlingen, un jesuïta com Cerdà i company d'aquest en el mateix *Colegio Imperial* de Madrid, pren com a model a Wolff, com ja s'ha comentat en el capítol 2. Efectivament les primeres definicions del *Tomo VIII Análisis de los Infinitos* dels *Elementos de Mathematicas* (1753-1761) de Wendlingen són un fidel reflex de les de Wolff:

---

<sup>11</sup> Ibid; p. 3: "On demande qu'une ligne courbe puisse être considérée comme l'assemblage d'une infinité de lignes droites, chacune infiniment petite: ou (ce qui est la même chose) comme un polygone d'un nombre infini de côtés, chacun infiniment petit, lesquels déterminent par les angles qu'ils font entr'eux, la courbure de la ligne."

<b>Wolf: <i>Elementa Matheseos Universae Pars Secunda. Elementa Analyseos Infinitorum tradens</i> (1713-1715)</b>	<b>Wendlingen: <i>Elementos de Mathematicas Tomo VIII. Análisis de los Infinitos</i> (1753-1761)</b>
<b>Sectio Prima, De Calculo Differentiali. Caput Primum, De natura Calculi differentialis, §1, §2, §3.</b>	<b>Sección I, De los Algoritmos del Cálculo Diferencial</b>
Definitio I 1. Calculus differentialis est Methodus quantitates differentiandi, hoc est, inveniendi quantitatem infinite parvam, quae infinities sumta datam adaequat	Definición I 1. Cálculo diferencial es el método de hallar cantidades infinitamente pequeñas, las cuales sumadas dan el todo.
Definitio II 2. Infinitesima, seu quantitas infinite parva, est particula quantitatis adeo exigua, ut eidem incomparabilis existat, seu quae omni assignabili minor.	2. Cantidades infinitamente pequeñas son las que son menores que cualquiera cantidad por chica que se pueda imaginar.
Corollarium I 3. Infinitesima itaque respectu ejus quantitatis, cui incomparabilis existit, pro nihilo habenda. Si enim negligitur, error committitur omni assignabili minor, hoc est, nullus.	Corolario I 3. Luego una cantidad que es infinitamente pequeña aunque se desprecie no puede introducir error sensible más que respectivamente a la cantidad cuya diferencial es y se puede mirar como nada.

Per tant la introducció del càlcul diferencial està dedicada al que s'entén per quantitat infinitesimal, que més endavant es denominarà quantitat diferencial. Com el tractat de Wendlingen, gairebé tots els tractats de càlcul diferencial del continent començaran amb l'anàlisi dels Infinitos. Un cas particularment rellevant és el de Padilla que s'inspira en els *Eléments de la Géometrie de l'infini* de Fontenelle, per escriure el primer capítol "De las cantidades infinitas" del Tomo V del seu *Curso militar de Mathematicas* (1753-1756). El punt de partida del càlcul diferencial leibnizià es situa, doncs, ben lluny dels principis cinemàtics newtonians que Simpson i Cerdà adoptaran.

### *La fluxió en el text de Cerdà*

Cerdà assumeix totalment, com ell mateix diu, el "Método de las fluxiones", és a dir la visió geomètrico-cinemàtica newtoniana, adoptant la mateixa definició de fluxió de Simpson. La fluxió, ara, no serà tant la velocitat sinó un increment finit, proporcional a aquesta velocitat, exactament, l'increment de la variable si la velocitat es mantingués constant. Es pot comprovar com les dues definicions, la de Simpson i la de Cerdà són molt similars:

<b>Simpson, <i>The Doctrine and Application of Fluxions</i>; “Section I (Part I): Of the Nature, and Investigation, of Fluxions”</b>	<b>Cerdà, <i>Tratado de Fluxiones</i>, “Capítulo 1. Explícate la Naturaleza de las Fluxiones”</b>
<p>1. In Order to form a proper Idea of the Nature of Fluxions, all Kinds of Magnitudes are to be considered as generated by the <i>continual</i> Motion of some of their Bounds or Extremes; as a Line by the Motion of a Point; a Surface by Motion of a Line; and a Solid by the Motion of a Surface.</p> <p>2. Every Quantity so generated is called a variable, or flowing Quantity: <i>And the Magnitude by which any flowing Quantity WOULD BE uniformly increased in a given Portion of Time, with the generating Celerity at any proposed Position, or Instant (was it from thence to continue invariable) is the Fluxion of the said Quantity at that Position, or Instant.</i><sup>12</sup></p>	<p>Para comprender perfectamente el Método de las Fluxiones, téngase presente que toda Magnitud Geométrica se reduce a <i>Línea, Superficie o Plano y Sólido</i>. La <i>Línea</i> se concibe formada por el Movimiento continuo de un Punto que la describe, la <i>Superficie</i> por el movimiento continuo de una <i>Línea</i> y el <i>Sólido</i> o <i>Cuerpo</i> por el movimiento continuo de una <i>Superficie</i> o <i>Plano</i>; y aquella <i>parte de Línea, Superficie o Sólido que describiría el Punto, Línea o Figura generatriz en un tiempo dado, si perseverase constante e invariable en la velocidad, que en algún punto o posición determinada tiene, es la que llamamos Fluxión en aquel punto de la tal cantidad que así se forma, llamada por esto Fluente.</i><sup>13</sup></p>

Cerdà, però, s'estén i prefereix explicar, amb tot detall, amb quines diferències ens trobarem segons si el moviment és uniforme o accelerat o retardat. Això li permet insistir amb el caràcter “condicional” de la definició de fluxió:

De aquí es que si el movimiento del Punto, Línea, Figura generatriz es *uniforme* la Fluxión será precisamente la misma, o igual a la cantidad que actualmente describe el Punto o Figura generatriz; pero si el Movimiento en realidad es o *acelerado* o *retardado*, la Fluxión será *menor* o *mayor* que la cantidad con que actualmente se aumenta la Fluente porque la variación de celeridad que entretanto sobreviene ha de causar también una diferencia de espacio *actualmente descrito* respecto del que *describiera* si la velocidad perseverase constantemente la misma que en un Punto o posición tiene y así, si la velocidad es *acelerada*, la Fluxión será *menor*, si retardada, la Fluxión será *mayor* que el Espacio actualmente descrito por el *Punto, Línea* o *Figura generatriz*.<sup>14</sup>

Simpson, en el prefaci del seu llibre, *The Doctrine and Application of fluxions*, explica les modificacions que ha efectuat en aquesta edició del 1750 en relació a la del 1737. Entre altres coses escriu que la fluxió, ara, no serà tant la velocitat sinó un increment

<sup>12</sup> Simpson (1750); Part I; p. 1.

<sup>13</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, “Capítulo 1. Explícate la Naturaleza de las Fluxiones”; RAH, 9/2812 f. 85r.

<sup>14</sup> Ibid f. 85r-85v.



finit, proporcional a aquesta velocitat. Cerdà és perfectament coneixedor dels canvis introduïts per Simpson en relació a Newton i, justament en la seva primera versió del seu "Tratado", vol posar de manifest quin lligam hi ha entre les dues visions, insistint que essent les fluxions proporcionals a les velocitats, si algú pren les fluxions com velocitats finalment és el mateix:

Siendo estas fluxiones los espacios que se describirían con movimiento uniforme, seran estas fluxiones como las velocidades por las cuales las cantidades se aumentarían en magnitud. De aquí es que algunos en vez de tomar por fluxión la magnitud que se adquiriría con la velocidad, toman la misma velocidad pero como una es proporcional a la otra, todo viene a ser lo mismo.<sup>15</sup>

De manera que Cerdà segueix als continuadors del càlcul fluxional, com Simpson, Blake i Maclaurin, que han optat per adoptar el concepte de fluxió com increment finit "condicional" de la variable, entre altres raons, per tal de procurar evitar els infinitèsims, mentre que altres newtonians que no estant d'acord amb aquesta nova definició de fluxió, tals com Emerson, creuen necessari mantenir els infinitèsims així com els moments dels que Newton parlava<sup>16</sup>. En qualsevol cas, tots ells, Cerdà inclòs, han sabut recollir el nucli vertebrador de la visió newtoniana: la idea que qualsevol quantitat matemàtica es pot veure com generada per un moviment, on el temps és el paràmetre sempre present. Tota la qüestió estarà en mesurar aquest moviment o, viceversa, coneguda la fluxió descobrir la quantitat original o la fluent.

### *Les primeres regles del càlcul de fluxions*

Cerdà i Simpson, a diferència de Newton que explica un procediment general per deduir les fluxions d'una expressió algebraica, sistematitzaran en forma de regles el càlcul fluxional d'aquestes expressions. És a partir de les primeres regles del càlcul de fluxions que es pot veure com funciona el mètode fluxional. Si es deixa a part les regles més evidents, com la suma de variables o el producte d'una variable per una constant,

---

<sup>15</sup> Ibid; RAH, 9/2812 f. 96v.

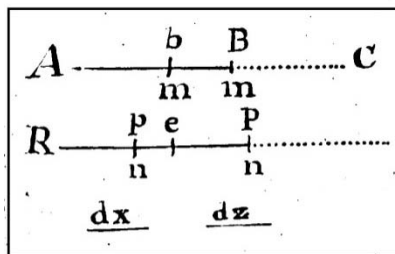
<sup>16</sup> Veure Clarke (1929).

unes de les primeres regles al voltant de les quals es poden distingir els diferents enfocaments sobre el tema és la de la potència d'una variable i la del producte de variables

#### LA FLUXIÓ DE LA POTÈNCIA

Cerdà presenta la fluxió de la potència d'una variable en el capítol 2 del seu tractat, en l'apartat "Prob 1. Dada la Fluxión de una cantidad, encontrar la Fluxión de cualquiera de sus potencias." Reprodueix la demostració que Simpson presenta en el seu text de 1750. Es tracta d'una demostració particularment característica que no hem sabut retrobar-la en altres autors, excepte en *Introducción fácil al Algoritmo de las fluxiones* de Rieger, que pren com a referència el llibre de Simpson.

La demostració es desenvolupa plenament dins la visió geomètrico-cinemàtica, on la variable  $x$  és un segment que creix uniformement sobre una recta, definit a partir d'un punt  $m$  que es desplaça des del punt  $A$ , mentre que el seu quadrat  $z = x^2$  és un



altre segment que creix, a partir del desplaçament d'un altre punt  $n$  que es desplaça des del punt  $R$  sobre una altra recta.

Considera dues posicions,  $b$  i  $B$ , per a la  $x$  i les corresponents,  $p$  i  $P$ , per a la  $z$ . I considera l'increment  $bB = v$  de la variable  $x$ . A partir de les relacions algebraïques entre  $x$  i  $z$ , per a l'increment de la variable  $z$  corresponent,

arriba a la igualtat  $pP = 2vx - v^2$ . Llavors diu que així com l'espai  $v$  es descriu amb velocitat constant, l'espai  $pP$ , en el mateix interval de temps, es descriurà amb moviment accelerat. Però es podrà trobar un punt intermedi  $e$  (entre  $p$  i  $P$ ) de forma que l'espai  $pP$  coincidiria amb el generat, en el mateix interval de temps, amb la velocitat constant al punt  $e$ . Ara ja es tenen dos moviments uniformes i es pot establir que la raó entre els dos espais  $\frac{2vx - v^2}{v} = \frac{2x - v}{1}$  serà constant. Particularment si en lloc de prendre  $v$  com increment de  $x$ , es pren la fluxió  $dx$  (que continua sent una quantitat

finita) tindrem que l'increment corresponent a  $z$  serà  $2xdx - vdx$ . En aquest punt de la demostració, Cerdà –i Simpson– recorren al procés “ad infinitum”. A mesura que el punt  $B$  s'aproximi al punt  $b$  i per tant  $P$  al punt  $p$ ,  $v$  s'acostarà a 0. Quan aquests punts coincideixin,  $v$  s'anul·larà i es tindrà  $dz = 2xdx$ , on  $dz$  és la fluxió de  $z = x^2$ .

Resulta interessant veure com Simpson i, posteriorment Cerdà, apliquen, en aquest cas, el que en el futur es denominarà el teorema del valor mitjà per a funcions contínues. Però, al marge d'aquesta constatació, hi ha alguns indicis que permeten pensar que Simpson tenia una particular preferència per l'anterior demostració. Una obra del mateix Simpson escrita amb posterioritat, *Select Exercises for Young Proficients in the Mathematicks* (1752), pot oferir una explicació del per què d'aquesta demostració de la fluxió de la potència. Aquest és un llibre on Simpson recull diversos exercicis adreçats als seus estudiants i on també s'hi pot trobar exercicis sobre fluxions. En aquest text Simpson reproduïx la mateixa demostració que en el seu tractat de 1750, però hi afegeix una llarga nota a peu de pàgina on compara el mètode seguit per trobar la fluxió del quadrat de la variable amb el mètode de les primeres i darreres raons de Newton, tot i relacionant-lo amb un procés “al límit” o “limiting-ratio”, com ell mateix anomena.<sup>17</sup> Simpson considera, doncs, que en aquesta demostració es fa palesa la natura del seu mètode, on no solament s'imposa la visió geomètrico-cinemàtica sinó també on es recorre al límit d'una raó. Nogensmenys, Cerdà en cap moment fa referència al mètode de les primeres i darreres raons de Newton.

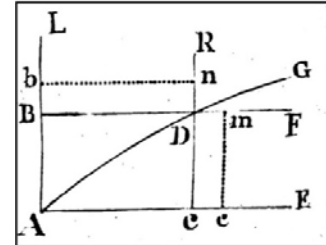
#### LA REGLA DEL PRODUCTE

La demostració de la regla del producte de Cerdà, com en el text de Simpson, és a partir de considerar el producte de dues variables com un rectangle. Es pot trobar aquesta en l'apartat “Prob. 2. Encontrar la Fluxión del Producto de dos Cantidades Variables  $xz$ ” del capítol 2:

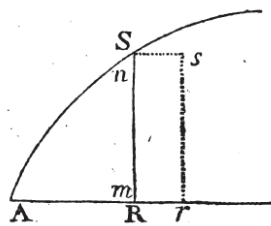
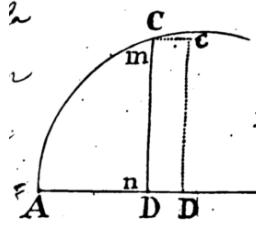
---

<sup>17</sup> Simpson (1752), “Part V. Giving some Account of the Nature of Fluxions; together with the Investigation of the fundamental Rules”; p. 239.

Concíbanse las líneas  $RC$ ,  $BF$  que cortándose entre sí a [= en] ángulos Rectos varían entrambas a un tiempo separándose paralelamente de las líneas  $AL$  y  $AE$  de manera que formando con su movimiento el Rectángulo  $BC$ , el Punto de Intersección  $D$  describa la línea  $ADG$ . Sea  $Cc$  ( $dx$ ) Fluxión de  $AC$  ( $x$ ) y  $Bb$  ( $dz$ ) Fluxión de  $AB$  ( $z$ ). Completando pues los Rectángulos  $Cm$ ,  $Bn$ , será  $Cm$  (Fluxión del Área  $ACD$ ) =  $CD$  ( $AB$ )  $\times$   $Cc = zdx$  y  $Bn$  (Fluxión del Área  $ADB$ ) =  $BD$  ( $AC$ )  $\times$   $Bb = xdz$ , por consiguiente la Fluxión de  $ACD + ABD = BC = xz$  será =  $zdx + xdz$ .<sup>18</sup>



Tota la demostració es fonamenta en un resultat previ que és que la fluxió d'una àrea curvilínia és un rectangle. Cerdà i Simpson n'han parlat d'aquest resultat en el primer capítol després de donar les primeres definicions:

Simpson, <i>The Doctrine and Application of Fluxions</i> ; "Section I (Part I): Of the Nature, and Investigation, of Fluxions"	Cerdà, <i>Tratado de Fluxiones</i> ; "Cap 1: Explicase la Naturaleza de las Fluxiones"
<p>4. If the Length of the generating Line <math>mn</math> continually varies, the Fluxion of the Area will still be expounded by a Rectangle under that Line and the Fluxion of the Abscissa, or Base:</p>  <p>For let the curvilinear Space <math>Amn</math> be generated by the continual, and parallel, Motion of the (now) variable Line <math>mn</math>, and let <math>Rr</math> be the Fluxion of the Base, or Abscissa, <math>Am</math> (as before); then the Rectangle <math>RrsS</math> will, here also, be the Fluxion of the generated Space <math>Amn</math>: Because, if the Length and Velocity of the generating Line <math>mn</math> were to continue invariable from the Position <math>RS</math>, <b>the Rectangle <math>RrsS</math> would then be uniformly generated</b>, with the very Celerity where with it begins to be generated, or with which the Space <math>Amn</math> is increased in that Position.<sup>19</sup></p>	<p>Sea la línea <math>mn</math> que con su movimiento describe la área continuamente variante en longitud como sucede en la formación de las Áreas de las curvas, aun la Fluxión de la Área <math>Amn</math> será siempre el Rectángulo de la misma Línea <math>mn</math> y de la Fluxión <math>Dd</math> de la base <math>AD</math>. Porque <b>la Fluxión de la Área <math>Amn</math> es el espacio que se describiría si la línea <math>nm</math> perseverase invariable ya en longitud ya en el movimiento que tiene en la posición <math>DC</math></b>; pero si desde la posición <math>DC</math> quedase la Línea generatriz invariable y prosiguiese con la misma velocidad que tiene en <math>DC</math>, el Rectángulo <math>Dc</math> sería la Fluxión de la Área <math>Amn</math>; <b>luego también por más que varíe la línea <math>mn</math> ya en longitud ya en movimiento, será dicho Rectángulo la Fluxión de el área.</b><sup>20</sup></p> 

<sup>18</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap 2. Algunos problemas para encontrar las Fluxiones de las cantidades algebraicas"; RAH 9/2812 f. 89v.

<sup>19</sup> Simpson (1750); pp. 2-3. Hem volgut emfatitzar alguns fragments del text en negreta.

En aquesta demostració, on es posa de manifest tota la força de la visió geomètrico - cinemàtica, Cerdà, seguint a Simpson, dedueix que la fluxió d'una àrea curvilínia – abans s'ha demostrat per una àrea rectangular– també és un rectangle. Es pot observar que el raonament de Cerdà és molt similar al de Simpson. En un primer moment tots dos autors presenten el problema: ara es tracta d'una àrea generada per una línia  $mn$  que és variable en longitud. I a continuació es diu que si es mantingués invariable la longitud de  $mn$  i la seva velocitat, la fluxió de l'àrea seria el rectangle  $Dc$ . De tota manera, com es pot comprovar, la redacció no és idèntica. En el text de Cerdà hi ha una certa voluntat de generalitzar quan s'afegeix el comentari “como sucede en la formación de las Áreas de las curvas” o “luego también por más que varíe la línea  $mn$  ya en longitud ya en movimiento, será dicho Rectángulo la Fluxión de el área” que no hi és en el text de Simpson. I, d'altra banda, Cerdà fa un esforç per mostrar que tot el raonament prové de la definició de fluxió adoptada quan diu “la Fluxión de la Área  $Amn$  es el espacio que se describiría si la línea  $nm$  perseverase invariable ya en longitud ya en el movimiento que tiene en la posición  $DC$ ” que correspondria a la idea expressada per Simpson amb la frase “the Rectangle  $RrsS$  would then be unifomrly generated”. Tot i així, es podria objectar que tant Cerdà com Simpson no deixen prou explicitada la necessitat que la longitud de la línia que determina l'àrea sigui constant justament per a que el moviment de l'àrea sigui uniforme, a partir de la seva mateixa definició de fluxió.

La regla del producte es tractada d'una manera totalment diferent pels matemàtics continentals. Prenem com exemple la que apareix en el tractat de L'Hôpital, on s'aplica, el que s'anomena, el principi de cancel·lació. La quantitat  $dx dy$  és infinitament petita respecte els altres termes, i, per tant, aquesta pot ser cancel·lada. El raonament no segueix criteris ni geomètrics ni cinemàtics, sinó els d'una nova disciplina algebraica, la dels infinitèsims:

---

<sup>20</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, “Cap 1: Explícase la Naturaleza de las Fluxiones”; RAH 9/2812 f. 86r. Hem volgut emfatitzar alguns fragments del text en negreta.

1º La diferència de  $xy$  és  $ydx + xdy$ . Ja que  $y$  esdevé  $y + dy$ , quan  $x$  esdevé  $x + dx$ , i per tant  $xy$  esdevé  $xy + ydx + xdy + dx dy$  que és el producte de  $x + dx$  per  $y + dy$ , i la diferència serà  $ydx + xdy + dx dy$ , és a dir  $ydx + xdy$ : ja que  $dx dy$  és una quantitat infinitament petita en relació als altres termes  $ydx$  i  $xdy$ .<sup>21</sup>

Justament el càlcul de la diferencial de  $x^2$  es fa a partir d'aquesta darrera regla. Així es pot llegir en el text de l'Hôpital:

La diferència de  $xx$  és  $2xdx$ , de  $x^3$  és  $3xxdx$ , de  $x^4$  és  $4x^3dx$ , & Ja que el quadrat de  $x$  no sent altra cosa que el producte de  $x$  per  $x$ , la diferència serà  $xdx + xdx$ , és a dir  $2xdx$ .<sup>22</sup>

### *Establint ponts entre la fluxió i la diferencial: la visió de Cerdà*

D'acord amb Guicciardini<sup>23</sup>, diversos historiadors han resumit en tres, les diferències entre les dues concepcions del càlcul diferencial que conviuen durant el segle XVIII:

- ✓ Per a la visió newtoniana, les quantitats variables són vistes com variant contínuament en el temps, en canvi pels matemàtics continentals aquestes són vistes com a seqüència de valors infinitament petits i tancats.
- ✓ El temps i els conceptes cinemàtics com fluent i velocitat en el càlcul fluxional no apareixen en el càlcul diferencial.
- ✓ Per a la visió leibniziana una corba és vista com un polígon amb un nombre infinit d'infinitesimals costats i per als newtonians la corba manté la seva "suavitat", a partir de ser generada per un moviment continu.

Després de la polèmica oberta per Berkeley<sup>24</sup> entorn als infinitsims, un altre element apareix com diferenciador. Els fluxionistes, distanciant-se de l'ús inicial dels

<sup>21</sup> L'Hôpital (1696), Proposition II, p.4: "1º La différence de  $xy$  est  $ydx+xdy$ . Car  $y$  devient  $y + dy$  lors  $x$  devient  $x + dx$ , & partant  $xy$  devient alors  $xy + ydx + xdy + dx dy$  qui est le produit de  $x + dx$  par  $y + dy$ , & la différence sera  $ydx + xdy + dx dy$ , c'est-à-dire  $ydx + xdy$ : puisque  $dx dy$  est une quantité infiniment petite par rapport aux autres termes  $ydx$ , &  $xdy$ ."

<sup>22</sup> L'Hôpital (1696); p. 8: "La différence de  $xx$  est  $2xdx$ , de  $x^3$  est  $3xxdx$ , de  $x^4$  est  $4x^3dx$ , &c. Car le carré de  $x$  n'étant autre chose que le produit de  $x$  par  $x$ , la différence sera  $xdx + xdx$ , c'est à dire  $2xdx$ ."

<sup>23</sup> Guicciardini (1999a); p. 157.

infinitesims per part de Newton, rebutgen tot allò que tingui a veure amb les quantitats infinitesimals, i són els mateixos autors del moment que semblen dibuixar una frontera entre els dos corrents. Així Rieger a l'inici del seu tractat sobre fluxions escriu:

Para evitar algunas dificultades metafísicas que nacen en estos cálculos acerca de los elementos infinitamente pequeños, no usaremos aquí otras ideas, ni principios sino los que se infieren claramente de la doctrina elemental de la geometría y del movimiento.<sup>25</sup>

Tot i així, creiem que els dos càlculs: el càlcul leibnizià i l'analític de Newton tenen molt en comú i es poden traduir un a l'altre. De manera que uns i altres, seguidors de les dues escoles, sovint fan referència a l'altra visió, minimitzant les diferències entre les dues. Wendlingen, apropiant-se de les paraules de Wolff, es refereix a Newton en aquests termes, fent una singular simbiosi dels conceptes de fluxió i diferencial:

Mirando la Génesis de las Diferenciales se ve luego lo primero que no puede haber diferencial sin que haya dos cantidades que se puedan comparar; lo segundo porque Newton las llama Fluxiones, pues vemos que nacen por el flujo del punto que se mueve según dos diferentes direcciones; y las diferenciales en superficies, por el flujo de líneas, y por fin las diferenciales en sólidos, por el flujo de las superficies; lo tercero que solas las cantidades variables admiten diferenciales pero no las constantes.<sup>26</sup>

Dins aquest panorama on, de vegades, en alguns tractats sobre càlcul diferencial, sembla que no tingui massa importància quina visió s'adopta, o que aquesta gairebé només és un problema notacional, des del moment que a la fi s'arriba als mateixos resultats, cal destacar la visió de Simpson. Probablement aquest matemàtic és el menys newtonià dels seguidors del càlcul fluxional i està avançant cap un mètode analític més proper als matemàtics continentals. Però la seva aproximació al càlcul diferencial continental no és perquè abandoni la visió geomètrico-cinemàtica sinó perquè arriba a clarificar quins són els punts teòrics de connexió entre les dues visions i d'aquesta

<sup>24</sup> Berkeley llança una dura crítica d'inconsistència al nou càlcul basat en els infinitiesims, publicant *The analyst; or a discourse addressed to an infidel mathematician* (1734).

<sup>25</sup> Rieger, *Introducción fácil al algoritmo de las fluxiones*.

<sup>26</sup> Wendlingen, *Elementos de Mathematicas*. Tomo VIII. Análisis de los Infinitos.

manera s'acosta molt a la "superació" de les distàncies teòriques entre leibnizians i newtonians.

Cerdà segueix a Simpson a l'hora d'establir les diferències entre la visió newtoniana i la leibniziana. Al final del "Cap 4. De las Fluxiones Superiores" del *Tratado de Fluxiones*, es pot llegir una reflexió on es diu que, tot i que els resultats són els mateixos des de les dues visions, la fluxió és un increment *condicional*, que es produiria si la velocitat del moviment generador es mantingués constant mentre que la diferencial és un increment infinitament petit que *realment* es produeix. Només en cas que el moviment sigui uniforme els resultats seran iguals:

En este Cálculo Diferencial se hacen las operaciones como en el Método Directo de las Fluxiones y salen los mismos resultados, aunque es forzoso confesar haber alguna diferencia entre estas infinitésimas y las que nosotros llamamos Fluxiones. Hemos inculcado bastante que Fluxión es el Espacio o partes que describiera la Figura generatriz si prosiguiese constante con el movimiento que en una posición dada tiene. Los que siguen el Cálculo Diferencial llaman Diferencia no lo que la Figura generatriz describiera sino lo que actualmente describe y así en las Cantidades que se forman con movimiento uniforme lo mismo es la Fluxión, que la Infinitésima, por ser el mismo Espacio que describiera la Figura generatriz, que el que actualmente describe.

Pero en las Cantidades que se forman por movimiento variable no es el mismo el espacio que se describiera, que el que actualmente se describe, por aumentarse, o disminuirse en el entretanto la velocidad, y así en estos casos no es lo mismo la Fluxión que la Infinitésima. Siguen por lo común el método de los infinitésimos los Alemanes, los Italianos y los Franceses, pero mirados los movimientos por una y otra parte me parece más del caso seguir el Método de las Fluxiones, que siguen comúnmente los Ingleses con su autor Newton.<sup>27</sup>

Aquesta reflexió de Cerdà recull, en part, la que Simpson escriu en el Scholium de la Section VII: *Of the Use of Fluxions in finding the Areas of Curves*. Simpson també explica les diferències entre el Mètode de les fluxions newtoniana i el Càlcul diferencial de

<sup>27</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap 4. De las Fluxiones Superiores"; RAH, 9/2792/28 f. 2v.



Leibniz, però aprofundeix més i diu que quan els increments infinitesimals són presos suficientment petits llavors la raó entre ells coincideix amb la raó de les fluxions. Es pot observar, per tant, que aquí parla de raó de fluxions. Reconeix que el mètode dels infinitèsims té l'avantatge que en aquest no s'han d'introduir les propietats del moviment, des del moment que es raona a partir dels increments mateixos i no sobre la manera de ser generats. I va més enllà, referint-se a la raó límit dels increments. Simpson afirma que la raó d'uns increments, que cada cop es fan més petits, convergeix, abans que (aquests increments) desapareguin, més a prop que qualsevol diferència cap a la raó de les fluxions, per tant podem identificar una amb l'altra:

Ha estat assenyalat abans, que, encara que els Increments de les Quantitats no són, estrictament, les Fluxions, a partir d'aquests es pot deduir la Raó de les Fluxions; i apareix que com més petits es prenen aquests Increments, més la seva Raó s'aproximarà a la de les Fluxions. Per tant, si podem, d'alguna manera, trobar la Raó a la qual aquests Increments, concebint-los més i més petits, convergeixen contínuament, i a la qual aquests poden aproximar-se, abans que desapareguin, més a prop que qualsevol Diferència donada, aquesta Raó (anomenada per tal de distingir-la, *la Raó límit dels Increments*) serà, estrictament, la de les Fluxions.<sup>28</sup>

Cerdà no reproduïx el raonament de Simpson sobre el límit de la raó de les fluxions i, en canvi, afegeix una referència explícita de quins són els seguidors de cada corrent, manifestant la seva preferència per Newton. Efectivament, Simpson vol mostrar com és possible utilitzar el mètode de les diferencials per deduir fluxions i, en el mateix Scholium es pot llegir el següent exemple:

1º *Es proposa determinar la Raó de les Fluxions de  $x$  i  $x^2$ .*

---

<sup>28</sup> Simpson (1750); p. 152: "It has been hinted above, that, though the Increments of Quantities are not, *strictly*, as the Fluxions, yet from them the Ratio of the Fluxions may be deduced; and it appears that the smaller those Increments are taken, the nearer their Ratio will approach to that of the Fluxions. Therefore, if we can, by any Means, find the Ratio to which the said Increments, by conceiving them less and less, do perpetually converge, and which they may approach, before they vanish, nearer than any assignable Difference, that Ratio (called here after for Distinction Sake, *the Ratio limiting that of Increments*) will be, *strictly*, that of the Fluxions."

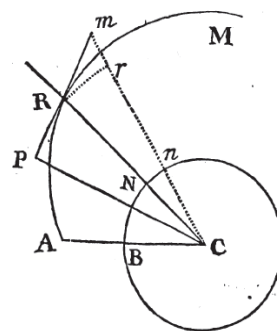
Ara, si es suposa que  $x$  és augmentada per una Quantitat qualsevol (petita)  $\acute{x}$ , esdevenint  $x + \acute{x}$ , el seu Quadrat ( $x^2$ ) quedarà augmentat en  $\overline{x + \acute{x}^2} = x^2 + 2x\acute{x} + \acute{x}\acute{x}$ , llavors l'Increment de  $x^2$  serà  $2x\acute{x} + \acute{x}\acute{x}$ , el qual, per tant, és a ( $\acute{x}$ ) l'Increment de  $x$ , com  $2x + \acute{x}$  és a 1.

Llavors, ja que la lletra  $\acute{x}$  pot ser presa [eliminada], aquesta Raó s'aproxima a la de  $2x$  és a 1, la qual és el seu *Límit*, la Raó de les Fluxions s'expressarà, per tant, per  $2x$  a 1. O, el que és el mateix, per  $2x\acute{x}$  a  $\acute{x}$ .<sup>29</sup>

Cal observar que Simpson, quan ha volgut mostrar la forma d'operar amb diferencials, ha tingut la precaució de no utilitzar la mateixa notació ( $\acute{x}$ ) que la de la fluxió ( $\dot{x}$ )<sup>30</sup>. Simpson amb aquest exemple està acceptant la validesa del càlcul diferencial, tot i que ell prefereix moure's dins la concepció geomètrico-cinemàtica.

De fet, Simpson, en algunes ocasions, en el seu llibre *The Doctrine and Application of Fluxions*, aplica el mètode de les diferencials com a forma alternativa al càlcul de fluxions, com es pot veure quan tracta de la rectificació de corbes donades en "coordenades polars" en la secció VIII<sup>31</sup>:

Es tracta de la corba  $ARM$ , generada per la línia recta  $CR$ , que gira al voltant del centre  $C$ . Tenim que  $a = \text{radi} = CN = CB$ ,  $x = \text{arc } BN$ ,  $y = CR$ ,  $z = AR$ . La velocitat de  $x$  ( $\dot{x}$ ) és constant però no la de  $y$  ( $\dot{y}$ ), per tant la de  $z$  ( $\dot{z}$ ) també és variable. L'objectiu és rectificar la corba  $z$ , és a dir, calcular-ne la longitud. Ho fa a partir de calcular la fluxió,  $\dot{z}$ , d'aquesta corba. La demostració és llarga i en aquesta



<sup>29</sup> Simpson (1750); p. 153: "1<sup>o</sup> Let it be proposed to determine the Ratio of the Fluxions of  $x$  and  $x^2$ .

Now, if  $x$  be supposed to be augmented by any (small) Quantity  $\acute{x}$ , so as to become  $x + \acute{x}$ , its Square ( $x^2$ ) will be augmented to  $\overline{x + \acute{x}^2} = x^2 + 2x\acute{x} + \acute{x}\acute{x}$ ; whence the Increment of  $x^2$  will be  $2x\acute{x} + \acute{x}\acute{x}$ ; which therefore is to ( $\acute{x}$ ) the Increment of  $x$ , as  $2x + \acute{x}$  to 1.

Hence, because the letter  $\acute{x}$  is taken, the nearer this Ratio approaches to that of  $2x$  to 1, which is its *Limit*, the Ratio of the Fluxions will therefore be expressed by that of  $2x$  to 1, or, which is the same, by that of  $2x\acute{x}$  to  $\acute{x}$ ."

<sup>30</sup> Aquesta notació per als increments infinitament petits apareix en altres tractats sobre fluxions de l'època.

<sup>31</sup> Simpson (1750); p. 157.

s'utilitza un lema que Simpson ha introduït, abans, expressament per evitar els infinitedims, on, finalment, el resultat és  $\dot{z} = \sqrt{\frac{y^2 \dot{x}^2}{a^2} + \dot{y}^2}$ .

Però, al final d'aquesta demostració es pot llegir:

Però la mateixa Conclusió pot ser més fàcilment deduïda a partir dels Increments de les Quantitats fluents, segons l'Escolí<sup>32</sup> precedent.

Ja que si s'assumeix que  $Rm$ ,  $rm$  i  $Nn$  representen ( $\dot{z}$ ,  $\dot{y}$  i  $\dot{x}$ ) uns Increments molt petits corresponents a  $AR$ ,  $CR$  i  $BN$ , serà  $CN(a) : CR(y) :: \dot{x}$  (el Arc  $Nn$ ) : l'Arc semblant  $Rr = \frac{y\dot{x}}{a}$ . I, si es considera que el Triangle  $Rrm$  (el qual, mentre el Punt  $m$  està retrocedint cap a  $R$ , s'aproxima contínuament més i més a una Semblança amb  $CRP$ ) com rectilini, obtindrem  $\dot{z}^2 (= Rm^2 = Rr^2 + rm^2) = \frac{y^2 \dot{x}^2}{a^2} + \dot{y}^2$ ; d'on, escrivint  $\dot{z}$ ,  $\dot{x}$  i  $\dot{y}$  en lloc de  $\dot{z}$ ,  $\dot{x}$  i  $\dot{y}$  (segons l'Escolí) resulta  $\frac{y^2 \dot{x}^2}{a^2} + \dot{y}^2$ , com abans.<sup>33</sup>

En definitiva Simpson sembla reconèixer que resulta molt més senzill treballar amb infinitedims, tenint en compte que "en el límit" podem substituir-los per les fluxions.

Cerdà, en el seu tractat, en cap moment utilitza directament el mètode de les diferencials com a mètode alternatiu al de les fluxions, encara que el seu discurs, en moltes ocasions, sigui proper al leibnizià. Una de les raons per no utilitzar el mètode de les diferencials podria estar relacionada amb la seva pròpia opció d'adoptar la notació de diferencial leibniziana en lloc de la notació de la fluxió amb el puntet sobre la variable. La introducció dels increments infinitament petits ( $\dot{z}$ ,  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ ) que utilitza Simpson podien representar una complicació per a Cerdà, ni que fos a nivell de notació. De fet, ni el pensament de Cerdà, ni la seva formació, són els mateixos que els

<sup>32</sup> Aquest escolí és que s'ha explicat anteriorment, en el qual relaciona les diferències leibnizianes amb les fluxions newtonianes. Veure pp. 24-25 d'aquest mateix capítol.

<sup>33</sup> Simpson (1750); p. 158: "For, if  $Rm$ ,  $rm$  and  $Nn$  be assumed to represent ( $\dot{z}$ ,  $\dot{y}$  and  $\dot{x}$ ) any very small corresponding Increments of  $AR$ ,  $CR$  and  $BN$ , it will be as  $CN(a) : CR(y) :: \dot{x}$  (the Arch  $Nn$ ) : the similar Arch  $Rr = \frac{y\dot{x}}{a}$ . And, if the Triangle  $Rrm$  (which, while the Point  $m$  is returning back to  $R$ , approaches continually nearer and nearer to a Similitude with  $CRP$ ) be considered as rectilinear, we shall also obtain  $\dot{z}^2 (= Rm^2 = Rr^2 + rm^2) = \frac{y^2 \dot{x}^2}{a^2} + \dot{y}^2$ : Whence, by writing  $\dot{z}$ ,  $\dot{x}$  and  $\dot{y}$  for  $\dot{z}$ ,  $\dot{x}$  and  $\dot{y}$  (according to the Scholium) there comes out  $\frac{y^2 \dot{x}^2}{a^2} + \dot{y}^2$ , as before."

de Simpson. Enumerem alguns elements en l'obra de Cerdà que matisen el discurs de Simpson en relació al corrent leibnizià:

1. Cerdà s'ha format com a matemàtic a partir del coneixement dels dos corrents del càlcul diferencial existents a l'Europa del segle XVIII. Així es pot constatar en les primeres línies de la primera versió del seu tractat:

“Del Cálculo diferencial e integral

[...] y aquella parte de la línea, superficie o sólido que se crea por el movimiento continuo del punto o figura generatriz es la que los Alemanes, Franceses e Italianos llaman diferencia o elemento y los Ingleses fluxión por considerarse a la cantidad así formada como fluente. A la cantidad que así se aumenta llaman los Ingleses fluente y los demás suma por ser toda la suma de todas las partes de quienes [= de las que] como elementos se forma. Al álgebra aplicada a las diferencias o fluxiones valiéndose de ella para encontrar elementos arcanos de la Geometría, se llama *Cálculo diferencial* o *Método directo de Fluxiones*. El *Álgebra* que de las fluxiones o diferencias se vale para encontrar las fluentes o las sumas o lo que es lo mismo las cantidades que de ellas como de los elementos se forman, se llama *Cálculo sumatorio*, *Cálculo integral* o, según los Ingleses, *Método inverso de fluxiones*.<sup>34</sup>

2. Un dels elements més destacables en el text de Cerdà és la utilització de la notació de diferencial.

Cerdà, com molts dels seus contemporanis matemàtics a Espanya, entra en contacte amb els dos corrents del càlcul diferencial a Europa, i, a Espanya, pot decidir la notació que cregui més convenient. A més de Simpson, ha llegit nombrosos autors francesos i alemanys, com ell mateix diu. I finalment assumeix plenament la concepció geomètrico-cinemàtica de Newton i la seva definició de fluxió és la de Simpson.

Malgrat aquesta opció, prefereix la notació leibniziana. Allà on Simpson escriu  $\dot{x}$ , Cerdà escriu  $dx$ . Aquesta característica la podem veure fins i tot en els manuscrits de la

<sup>34</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, “[Cap. 1] Del Cálculo Diferencial e Integral”; RAH, 9/2812 f. 96r.

seva primera versió. No és fàcil trobar algun matemàtic de l'època que faci una cosa semblant, és a dir que, treballant amb les fluxions newtonianes, utilitzi la notació leibniziana. L'Hôpital o Wolff, leibnizians de conceptes, utilitzen la notació diferencial. Maclaurin o Simpson, newtonians, utilitzen el puntet. I a Espanya, els que segueixen la visió leibniziana com Padilla o Wendlingen són fidels a la notació leibniziana, mentre que un newtonià com Rieger és fidel al puntet sobre la variable. I tot això resulta encara més sorprenent tenint en compte que aquests darrers són col·legues de Cerdà, al *Colegio Imperial* de Madrid. També ja s'ha puntualitzat que tots ells coneixen l'altra visió i l'altra notació  $\dot{x}$ , en alguns casos, relativitzant-ne les diferències. Per a Wendlingen el problema és la incomoditat de la utilització del puntet:

7. Los ingleses con Newton significan sus flujos con un puntito que ponen en la cabeza de la cantidad variable en esta forma  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$  pero ya se ve que este método está expuesto a infinitos errores cuando se imprimen semejantes libros por lo cual prefiero valirme de la expresión Leibniziana.<sup>35</sup>

El mateix Cerdà en parla en aquest sentit en el Capítol "Cap. [2,3] De las fluxiones de cantidades algebraicas", de la seva primera versió:

La expresión de la fluxión de una variable expresada por sola una letra es la misma letra precedida de la letra "d", así la fluxión o diferencia de  $x$  es  $dx$ , que quiere decir la diferencia o fluxión elemento de la variable  $x$  de la misma manera que  $\sqrt{x}$  significa la raíz de  $x$ . Los ingleses lo expresan de otra suerte, esto es por la misma letra con un punto arriba así  $\dot{x}$  es la diferencia de  $x$ , pero semejante modo de expresar tiene el inconveniente [de que está] **expuesto a errores de impresión** [...].<sup>36</sup>

I més endavant, en el capítol de la primera versió "Cap. [4] De las Fluxiones Superiores", Cerdà torna sobre aquest tema:

Los ingleses como las primeras fluxiones de las variables las expresan por la misma expresión de la variable con un punto encima ( $\dot{x}$ ), las segundas las expresan con dos ( $\ddot{x}$ ),

<sup>35</sup> Wendlingen, *Elementos de Mathematicas*. Tomo VIII. Análisis de los Infinitos.

<sup>36</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. [2,3] De las Fluxiones de Cantidades Algebraicas"; RAH, 9/2812 f. 97r. Tot aquest paràgraf està barrat i resulta molt difícil de llegir. L'èmfasi en negreta és nostre.

las terceras con tres ( $\dot{x}$ ) etc pero **este modo de expresar las fluxiones superiores cae en los mismos inconvenientes que su modo de expresar las primeras**<sup>37</sup>. Pero nosotros que expresamos las primeras de las variables simples por un “d” precediendo a la variable, expresaremos las segundas por dos “d”, de esta suerte  $ddx$  será la segunda fluxión de  $x$ ,  $ddd$  será la tercera, etc. Y para abreviar expresaremos plantando a la “d” su exponente  $d^2x$ ,  $d^3x$ ,  $d^4x$ , etc de manera que  $d^2x = ddx$ ,  $d^3x = dddx$ .<sup>38</sup>

No resulta, per tant, desencertat considerar com element rellevant per l'adopció progressiva de la notació leibniziana les limitacions o exigències de la impremta. Però, veure el tema de la notació només com una qüestió formal o lligada a les exigències de la impremta pot resultar esbiaixat. Efectivament la notació adoptada per un determinat home de ciència mai és solament una qüestió de forma i sempre al darrere d'aquesta hi ha una determinada concepció teòrica del problema tractat. De fet, la substitució per part de Cerdà de la  $\dot{x}$  per la  $dx$ , no s'hauria produït si no hagués hagut la comprensió d'aquests dos conceptes. La fluxió que defineix Newton s'acosta molt a la velocitat de la variable, però la que adopta Simpson és un increment finit. La definició de diferencial leibniziana també correspon a un increment. I, encara que Cerdà sap que no es tracta del mateix tipus d'increment, no té cap inconvenient en adoptar una notació “més pràctica” per designar el concepte de fluxió newtoniana, modelat per Simpson.

3. Tot i que Cerdà es declara seguidor de Newton i, de fet, segueix el guió del llibre de Simpson, la terminologia utilitzada en la primera versió del seu tractat té freqüents referències leibnizianes, com ja s'ha comentat en el capítol 3. Però no es tracta exclusivament de terminologia o notació sinó de conceptes arrelats en la visió continental del càlcul diferencial els que apareixen en determinades ocasions en l'obra de Cerdà.

A) El primer exemple que es vol mostrar correspon a la introducció del capítol 8 dedicat a la curvatura. Es tracta de trobar el radi de curvatura d'una determinada corba i, en primer lloc, tant Simpson com Cerdà, el calculen a partir del cercle osculador. A

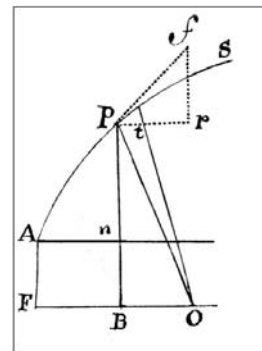
<sup>37</sup> L'èmfasi en negreta és nostre.

<sup>38</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, “Cap. [4] De las Fluxiones Superiores”; RAH, 9/2812 f. 101r.

continuació, presenten una manera alternativa de calcular aquest radi de curvatura on intervé la idea d'un increment infinitament petit:

Hasta aquí hemos buscado el Radio de Curvatura de las curvas valiéndonos de su Círculo Osculador al tal punto, pero independientemente del Círculo lo podremos encontrar de esta suerte.

Sean  $PO$  y  $tO$  dos Radios perpendiculares a la curva y concíbense infinitamente cerca el uno del otro. Del punto de intersección tírese  $OF$  paralela a  $An$  y que corta a  $Pn$  alargada y a su paralela  $AF$  en los puntos  $B$  y  $F$ .



Esto supuesto, haciendo  $PB = v$ ,  $An = x$ ,  $Pn = y$ ,  $[AP = z]$ , como en el caso antecedente, los Triángulos Rectángulos  $Prf$ ,  $PBO$  serán semejantes, luego

$$Pr : Pf :: PB : PO, \text{ y } Pr : rf :: PB : BO, \text{ esto es,}$$

$$dx : dz :: v : \frac{vdz}{dx} = PO, \text{ y, } dx : dy :: v : \frac{vdy}{dx} = BO ; \text{ por consiguiente } FO (An+BO) = x + \frac{vdy}{dx},$$

cuyo valor perseverando constantemente el mismo (como también el de  $AF$ ) en cualquier posición se contemplen los Radios  $PO$ ,  $tO$ , será constante e invariable; por consiguiente

$$\text{su Fluxión, } dx + \frac{(dvdy + vd^2y) \times dx - vdyd^2x}{dx^2} = 0.^{39}$$

A partir d'aquí s'arriba a deduir el radi de curvatura  $PO$  que serà  $\frac{dz^3}{dyd^2x - d^2ydx}$ .

En aquesta demostració, en considerar que el radi de curvatura  $PO$  no varia per a un interval infinitament petit de temps, de fet, Cerdà, i Simpson, estan dient que, per aquest interval, la corba  $APS$  es "comporta" com un cercle. El que és rellevant és la utilització del concepte "infinitament pròxim", i, en aquest cas, són els dos autors, Simpson i Cerdà, els que fan ús dels infinitèsims.

B) En el següent exemple que volem mostrar, Cerdà es desmarca de Simpson, mostrant una clara influència leibniziana. Es tracta de la introducció de la quadratura d'una àrea, del capítol [11] de la primera versió del tractat de Cerdà, on l'autor estableix

<sup>39</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Capítulo. 8 Determinínense por el Método Directo de las Fluxiones los Radios de Curvatura y las Evolutas de las Curvas"; RAH, 9/2792/29 ff. 3v-4r. Hem volgut emfatitzar alguns fragments del text en negreta.

l'equivalència entre l'operació de calcular la fluent a partir de la fluxió –com ho fa Simpson– i la de calcular una suma d'infinits termes:

Cuadrar una curva es encontrar el área de su plano y cómo este plano no es otra cosa que la suma de todas las fluxiones que son rectángulos, según vimos al principio, todo el arte de esta cuadratura se reducirá, dada su Ecuación de la curva, buscar la fluxión de su plano y encontrada ésta, integrando dicha fluxión se tendrá la fuente que es la suma de todas las fluxiones que la componen.<sup>40</sup>

Com es pot veure, Cerdà manté la terminologia leibniziana però a més a més considera que quadrar una corba és calcular la suma de les seves fluxions. Es podria pensar que aquesta influència leibniziana desapareixerà en la segona versió del seu tractat. Certament, Cerdà, en la seva segona versió, descarta la terminologia leibniziana però no és tant clar que abandoni del tot la visió del càlcul diferencial que veu la integral com una suma. Això és el que es pot llegir en el capítol 11 de la segona versió:

*Cuadrar* una Curva es encontrar el Área del Plano que comprende y como este Plano no es otra cosa que la suma de todas sus Fluxiones, todo el arte de esta Cuadratura se reducirá a que dada la Ecuación de la Curva, se busque la Fluxión de este Plano, cuya Fluente será el Área que buscamos.<sup>41</sup>

La idea de que l'àrea per sota una corba és la suma de rectangles infinitament petits és prou potent com perquè Cerdà no l'abandoni i es permeti identificar la fluxió de l'àrea amb un increment infinitament petit, tot i que, en altres parts del seu tractat, hagi refusat la identificació entre fluxió i increment infinitament petit.

C) El tercer exemple es troba en el "Caso 2. Pues las ordenadas de la curva ARM salgan todas de un Centro C" del "Cap. [12] Del uso de las Fluxiones para la rectificación de las curvas" que correspon al "Case II. Let all the Ordinates of the proposed Curve ARM

<sup>40</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. [11] Aplicación del Método inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las curvas"; RAH, 9/2792/46 f. 13r.

<sup>41</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. 11 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las Curvas"; RAH, 9/2792/29 f. 11r.



be referred to a Centre” de la secció VIII “The Use of Fluxions in the Rectification, or finding the Lengths of Curves” del llibre de Simpson.

Cerdà, tant en la primera versió com en la segona, no recull la darrera part de Simpson, on aquest autor fa ús dels infinitedsimos. Però la reflexió que Cerdà fa en aquest apartat, de la primera versió, torna a recordar una concepció totalment leibniziana quan diu que, de fet, una corba és la suma d’infinites rectes “molt petites” (espais que descriuria cada punt, per tant, fluxions) i que integrant, és a dir sumant, obtindrem la longitud de la corba:

Ya se deja ver que este Método se funda en que la línea curva se forma de infinitas rectas pequeñísimas que son los espacios que describiría el punto que la forma, esto es las fluxiones, por consiguiante integrando o sumando todas las fluxiones tendremos el valor de la tal línea, como se verá en los problemas siguientes.<sup>42</sup>

Val a dir que aquest comentari desapareix del tot en la segona versió del tractat de Cerdà.

Tots aquests elements analitzats en l’obra de Cerdà mostren que, per una banda, aquest autor, sense abandonar la visió geomètrico-cinemàtica newtoniana, està ben disposat a recorre als infinitedsimos, si és precís, com, per altra banda, també ho fa Simpson. Però en el cas de Cerdà, a més de la notació leibniziana, la influència del càlcul diferencial continental és molt rellevant, particularment en els primers capítols de la seva primera versió. No es troba en l’obra de Cerdà una reflexió teòrica sobre el lligam entre fluxió i diferencial, tal com es pot trobar en el text de Simpson. Sí, en canvi, es pot trobar, en l’obra del matemàtic català, un intent de combinar conceptes dels dos corrents –l’àrea és la suma de les fluxions– que, de fet, qüestiona la mateixa definició de fluxió que Cerdà ha adoptat. S’ha de dir que la reflexió que Cerdà fa sobre la necessitat de no confondre la fluxió, que és una quantitat finita definida en forma de condicional, amb la diferencial, que és un increment infinitament petit, està inclosa en

---

<sup>42</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, “Cap. [12] Del uso de las Fluxiones para la Rectificación de las curvas”; RAH, 9/2812 f. 133r.

la segona versió i no en la primera, després d'un cert temps indeterminat durant el qual el mateix Cerdà ha pogut evolucionar.

## 4.2 Les aplicacions geomètriques del càlcul fluxional

Quatre capítols dedicats a l'aplicació del mètode directe de les fluxions, 217. La definició de màxim i mínim en el text de Cerdà, 220. El criteri de tangència en el *Tratado de Fluxiones*, 221. La fluxió d'un arc de corba: la tangent, 224. Dos exemples de l'aplicació del mètode de fluxions a la geometria, 225.

Està clar que un dels principals objectius que té el càlcul fluxional és la seva aplicació a la geometria. En aquest apartat s'exposarà el contingut bàsic dels capítols de Cerdà dedicats a l'aplicació geomètrica del càlcul de fluxions per després aprofundir en el càlcul de màxims i mínims d'una funció, en el càlcul de la tangent a una corba, en el concepte de fluxió d'un arc de corba i, finalment, es mostraran dos exemples de l'aplicació geomètrica del càlcul fluxional.

### *Quatre capítols dedicats a l'aplicació del mètode directe de les fluxions*

El llibre de Simpson	Primera versió de Cerdà	Segona versió de Cerdà
Section II (Part I): Of the Application of Fluxions to the Solution of problems de Maximis et Minimis (37 p.)	Cap. [5] Aplicación de las Fluxiones para la resolución de los Problemas de Máximo o Mínimo (9 p.)	Cap. 5 Resuélvanse por las Fluxiones algunos Problemas de Máximo y Mínimo (8 p.)
Section III (Part I): The Use of Fluxions in drawing Tangents to Curves (14 p.)	Capítulo. [6] De la Aplicación de las Fluxiones para tirar tangentes a las curvas (12 p.)	Cap. 6 Explícate el Método de tirar las tangentes a las Curvas por medio de las Fluxiones (7 p.)
Section IV (Part I): Of the Use of Fluxions in determining the Points of Retrogression, or contrary Flexure in Curves (6 p.)	Capítulo. [7] Aplicación de las fluxiones de segundo orden para encontrar el punto de Inflexion o vuelta de las curvas (4 p.)	Cap. 7 Cómo se encuentran los Puntos de Inflexión de las Curvas por la Fluxiones de Segundo Orden (4 p.)
Section V (Part I): The Use of Fluxions in determining the Radii of Curvature, and the Evolutes of Curves (13 p.)	Cap. [8] Aplicación de las primeras y segundas fluxiones para determinar el radio de curvatura y las Evolutas de las curvas (10 p.)	Capítulo. 8 Determinense por el Método Directo de las Fluxiones los Radios de Curvatura y las Evolutas de las Curvas (7 p.)

Els següents quatre capítols estan dedicats a l'aplicació de la teoria de fluxions i és on Cerdà pot mostrar la utilitat del nou mètode. Cerdà prescindeix de molts dels exercicis que apareixien en el text de Simpson, tot i que molts d'aquests després els recupera en l'apèndix "Adiciones al Tratado de Fluxiones". El capítol cinquè, tant en la seva primera versió com en la segona, comença establint els criteris per trobar un màxim o un mínim. En aquesta part introductòria, Cerdà és molt més concís a l'hora de determinar la condició fluxional per un màxim o mínim del que ho és Simpson, en la part introductòria de la secció II, on aquest s'estén en l'aspecte més geomètric. A continuació Cerdà va presentant diferents problemes on s'aplica el criteri a partir d'anul·lar la fluxió de la "quantitat" analitzada. En la primera versió Cerdà recull dotze problemes dels vint-i-dos originals del llibre de Simpson, per tant hi ha una considerable reducció d'un text a l'altre. Tots els exercicis, excepte dos, són geomètrics. En aquests, en general, es tracta de trobar l'àrea o volum màxims o mínims d'una figura o cos, donades determinades condicions. Alguns dels exercicis descartats, que després Cerdà recupera en l'apèndix "Adiciones al Tratado de Fluxiones", són exercicis que tenen una aplicació fora de l'àmbit geomètric com els de "movimiento"<sup>43</sup>. Un dels dos exercicis no geomètrics és de tipus aritmètic<sup>44</sup> i en l'altre, que és el darrer, es tracta de calcular els màxims i mínims d'una "funció polinòmica"<sup>45</sup>. El "Prob. 9. Encontrar la ordenada máxima de un círculo" és l'únic que no prové del llibre de Simpson i, en canvi, es pot trobar en altres textos com en el *Curso militar de Mathematicas, [...] de Padilla*<sup>46</sup> o en els

<sup>43</sup> L'enunciat d'un d'aquests exercicis que Cerdà deixa per més endavant és: "Suponiendo que una Nave parte de un lugar dado A con una dirección dada AQ al mismo tiempo que un corsario parte de otro lugar dado B con el fin si es posible de dar [alcance], dada la tara del movimiento con que entrambas naves navegan, encontrar qué dirección deba tomar el corsario a fin que si no pueda alcanzarlo le pase a lo menos más cerca posible" (Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Adiciones al Tratado de Fluxiones"; RAH, 9/2792/36, f. 3r).

<sup>44</sup> "Prob. 1. Dividir una línea AC en dos partes AB, BC tales que el rectángulo de entrambas sea el máximo, que de las partes de esta línea se pueda formar" (Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. [5]. Aplicación de las Fluxiones para la resolución de los problemas de Máximo o Mínimo"; RAH, 9/2812, f. 102r). Aquest és un dels problemes clàssics de màxims i mínims que Fermat ja va resoldre al segle XVII sense càlcul diferencial.

<sup>45</sup> "Prob. 10. Encontrar los valores de  $x$  cuando el de  $3x^4 - 28x^3 + 84a^2x^2 - 96a^3x + 48b^4$  es un máximo o un mínimo" (Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. [5]. Aplicación de las Fluxiones para la resolución de los problemas de Máximo o Mínimo"; RAH, 9/2812, f. 104v).

<sup>46</sup> Padilla (1753-1756); *Tratado V*, "De las cantidades máximas y mínimas" en el "Ejemplo I: Se quiere hallar la máxima o mínima aplicada en el círculo", § 122.

*Elementa Matheseos Universae* de Wolff<sup>47</sup>. En el darrer problema algebraic, Simpson explica els criteris per distingir un màxim d'un mínim. Cerdà simplifica l'explicació donada per Simpson en aquest darrer cas. Dels dotze problemes de la primera versió, Cerdà només en considera set per a la segona, un dels quals és el darrer, on s'han donat els criteris per determinar un màxim i un mínim. Un dels exercicis no recollits en la segona versió és el problema 9 i un altre és l'exemple aritmètic.

L'altre camp d'aplicació de les fluxions, que apareix en tots els manuals de l'època, és el relatiu a les tangents a les corbes. Com en el capítol anterior, el capítol 6 comença explicant el mètode general per poder dibuixar una tangent a una corba, exactament s'explica l'algorisme per calcular la subtangent. Cerdà recull onze problemes, extrets de la secció III del llibre de Simpson (en aquest text n'hi ha tretze). Quatre exercicis són sobre còniques, un sobre una corba donada a partir de la seva equació i els sis altres exercicis són sobre corbes mecàniques. En la segona versió, Cerdà només recull els primers exercicis sobre còniques. Tant en una versió com en l'altra, s'explica un lema, que Simpson havia inclòs en el capítol anterior, en el qual es dedueix que la raó entre les fluxions dels desplaçaments de dos moviments en direccions diferents és la inversa que la que hi ha entre els mateixos desplaçaments (igual al cosinus de l'angle que formen aquestes dues direccions). Aquest lema després serà aplicat en els casos de moviments al voltant d'un punt.

En el capítol 7 s'explica el criteri per distingir la concavitat i convexitat d'una corba a partir del signe de la fluxió de segon ordre. Cerdà, en la primera versió, recull els quatre problemes que apareixen en la secció IV del text de Simpson. Es tracta, en tots aquests exercicis, de calcular els punts d'inflexió de diferents corbes, tres de les quals són algebraiques i una mecànica. Per a la segona versió Cerdà només reproduïx dos exercicis de corbes algebraiques.

---

<sup>47</sup> Wolff (1713-1715); "Pars Secunda Elementa Analyseos Infinitorum tradens, SECTIO PRIMA DE CALCULO DIFFERENTIALI, Caput III De usu Calculi differentialis in Methodo de maximis et minimis", § 64.

El capítol 8 tracta de la curvatura de les corbes. En la primera versió, Cerdà recull sis dels set exercicis que Simpson té en la secció V però el setè exercici apareixerà en l'apèndix "Adiciones al Tratado de Fluxiones" posteriorment. En el desenvolupament dels exercicis tant Simpson com Cerdà fan ús d'unes coordenades polars i fan aparèixer la fluxió associada a un desplaçament infinitèsim, la qual cosa fins ara, en el text, no s'havia fet tan evident. Per altra banda la segona versió queda molt reduïda, ja que només inclou la introducció general i un problema.

Els temes tractats en aquests dos darrers capítols no sempre apareixen en altres manuals d'autors contemporanis a Cerdà. Ni en el text de Padilla ni en el Rieger<sup>48</sup>, ja mencionats, es poden trobar exercicis on s'apliquen fluxions de segon ordre.

### *La definició de màxim i mínim en el text de Cerdà*

Tant Cerdà com Simpson no recorren a una corba per introduir el concepte de màxim o mínim, sinó a una interpretació cinemàtica:

Si una Cantidad que se forma por Movimiento va sucesivamente creciendo hasta llegar a un cierto punto o posición, después de la cual comienza a disminuir, la tal Cantidad en este punto se llama *Máximo* [...].

Como cuando una cantidad variable llega a ser máxima ya no puede aumentarse más, su fluxión en este punto será = 0 [...].

Por lo tanto *encontrando la Fluxión de la Cantidad, e igualándola a 0, en esta Ecuación encontraremos el valor de la variable cuando es un Máximo o un Mínimo.*

Certament a l'hora d'establir la condició fluxional d'un màxim o un mínim no intervé el signe de la fluxió com així es pot trobar en altres textos. Efectivament L'Hôpital<sup>49</sup>, quan introdueix el concepte de màxim o mínim, diu que la "diferència" de l'ordenada d'una corba és positiva quan aquesta està creixent respecte l'abscissa  $i$ ,

<sup>48</sup> "Tratado V, De los Calculos Diferencial, è Integral, ò método de las Fluxiones" del *Curso Militar de Mathematicas* (1753-1756) de Padilla i "Introducción fácil al algoritmo de fluxiones" (1761-1765) de Rieger.

<sup>49</sup> L'Hôpital (1696); pp. 41-12.

després d'un màxim, aquesta "diferència" serà negativa, al decreixer l'ordenada respecte l'abscissa. L'Hôpital afirma que una quantitat que varia "contínuament" no pot passar de positiva a negativa si no és que sigui 0 o infinit en algun punt. A partir d'aquí dedueix que en un màxim la "diferència" serà 0.

Quan Simpson o Cerdà expliquen els criteris per distingir un màxim i un mínim sí que apareix un complet estudi del signe de la fluxió:

Para discernir determinadamente si la Fluente es un *Máximo* o un *Mínimo* hay una Regla infalible, y es examinar, si el valor de la Fluxión un poco antes de llegar a ser = 0, es *positivo* o es *negativo*. Si la Fluxión es cantidad positiva, la Fluente que se le sigue, hecha la Fluxión igual a 0, es un *Máximo*, si la fluxión es cantidad negativa, la Fluente es un *Mínimo*, porque mientras una cantidad va creciendo, su Fluxión es positiva y mientras va disminuyendo su Fluxión es negativa.<sup>50</sup>

Aquest estudi de Cerdà, seguint a Simpson, el fa a partir de l'anàlisi de la funció donada per l'equació  $3x^4 - 28ax^3 + 84a^2x^2 - 96a^3x + 48b^4$ . La seva fluxió serà  $12dx \times (x - a) \times (x - 2a) \times (x - 4a)$ . A partir d'aquí dedueix, segons el signe abans i després de cada punt "estacionari", si el punt és un màxim o mínim:

Siendo esta Fluente variable, mientras  $x$  se mantiene  $< a$ , la Cantidad  $(x - a)(x - 2a)(x - 4a)$  es negativa, por ser un producto de tres Factores negativos, por consiguiente aún multiplicada por  $+12dx$  será negativa y así la Fluxión de toda la Cantidad es a saber  $12dx \times (x - a) \times (x - 2a) \times (x - 4a)$  es negativa y la Fluente que le sigue, cuando llega a ser  $x = a$ , o lo que es lo mismo  $x - a = 0$ , será un *Mínimo*.<sup>51</sup>

### ***El criteri de tangència en el Tratado de Fluxiones***

La forma en que, tant Simpson com Cerdà, dedueixen la relació entre la subtangent a una corba en un punt i les fluxions de l'ordenada i abscissa és particularment interessant. En molts manuals de l'època normalment s'associa la tangent a una corba

<sup>50</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. 5. Resuélvense por las Fluxiones algunos Problemas de Máximos y Mínimos"; RAH, 9/2792/28 f. 3r.

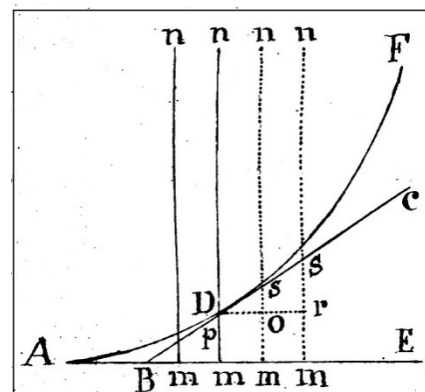
<sup>51</sup> Ibid; RAH, 9/2792/28 f. 6v.

en un punt a una secant per un increment infinitament petit de la abscissa. A partir d'aquí s'estableix una semblança entre el triangle format per increments infinitament petits sobre la tangent i sobre les direccions dels eixos, anomenat "característic", i un triangle on intervé la subtangent, obtenint com a resultat per aquesta subtangent el valor  $\frac{ydx}{dy}$ . En canvi Simpson i Cerdà, raonen de forma inversa. Consideren, en primer lloc les fluxions respectives de l'ordenada i abscissa en un punt donat i dedueixen que la recta construïda a partir d'aquestes fluxions serà justament la tangent a la corba. Ho dedueixen, observant que la corba ha de quedar "a un costat" de la recta així construïda:

Sea pues  $ADF$  una Curva cualquiera a quien se le quiera tirar una Tangente en el punto dado  $D$  y concíbese la Línea  $mn$  que pasa de  $A$  hacia a  $E$  paralelamente a sí misma, pero de suerte que el punto  $p$  moviéndose en ella vaya describiendo la Línea curva  $ADF$ .

Expresse  $mm$ , o su igual y paralela  $Dr$ , la Fluxión de  $Am$ , [...]; y que  $rs$  sea la Fluxión de  $mp$  estando en la posición  $mDn$ , [...]; tírese la Recta  $SD$ , que encuentre al Eje  $AE$  en  $B$ . Ahora pues si el movimiento del Punto  $p$  fuese uniforme por lo largo de la Línea  $mn$  cuando la línea  $mDn$  se encontrase en la posición  $mSn$ ,  $p$  se encontraría en  $S$  por ser  $Dr$  y  $rs$  las distancias que en el mismo tiempo describiera el punto  $p$  ya a lo largo de  $AE$  ya a lo largo de  $mn$ . [...] de suerte que siendo uniforme el movimiento de  $p$  a lo largo de la línea movable  $mn$  el punto describiría necesariamente una Línea Recta [...].

Si este movimiento sobredicho se concibe acelerado, el espacio realmente descrito en un tiempo dado será mayor que el que se describiría con el movimiento uniforme, luego si con el movimiento uniforme el punto  $p$  siempre se encontrará en la Recta  $BC$ , con el acelerado



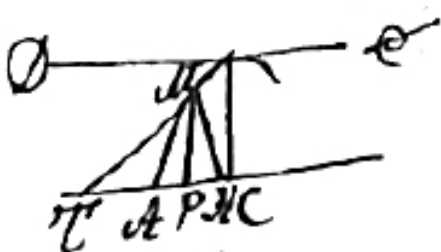
describirá una Línea que caiga en la parte superior de  $BC$  como en la figura.<sup>52</sup>

D'altra banda, cal constatar que en el text de Cerdà, així com en el de Simpson i en la majoria dels manuals britànics sobre fluxions, el tema de les tangents a una corba sempre és tractat després dels exercicis sobre màxims i mínims, a diferència de la gran part dels manuals de l'època d'orientació leibniziana, on l'ordre és justament l'invers. És així en els textos de L'Hôpital, Wolff, Wendlingen, Bramieri, Padilla i, inclús, de Rieger, el qual, en principi, s'inspira en Simpson. Aquest diferent ordre, en algunes ocasions, permet als leibnizians establir la condició de màxim o mínim com el cas en el qual la subtangent és infinita, de forma que si  $\frac{ydx}{dy} = \infty$ ,  $dy$  ha de ser 0.

Per exemple, Rieger, en *Introducción fácil al algoritmo de las fluxiones*, arriba a la conclusió que en un màxim o mínim la fluxió de  $y$  serà 0 i la fluxió de  $x$  serà  $\infty$ , a partir de la tangent:

Aplicando las Tangentes a las curvas a dónde se halla un maximum o minimum, viene a suceder que la Tangente  $TM$  se para en  $DE$  que es posición paralela al eje de la curva. En este caso la normal  $MH$  coincide con la máxima o mínima aplicada  $CG$ . En este mismo caso del maximum o minimum la subtangente  $TP$  viene a ser infinita pero la subnormal = 0 [...].

Ahora pues póngase  $PH = \frac{y\dot{y}}{\dot{x}} = 0$ , multiplicando por  $\dot{x}$ , será  $y\dot{y} = \dot{x} \times 0 = 0$ ; y siendo, por suposición, cantidad real  $y$ , será  $\dot{y} = 0$ . Como pues  $PT = \frac{y\dot{x}}{\dot{y}} = \infty$ , multiplicando por  $\dot{y}$ , será  $y\dot{x} = \infty \times \dot{y} = \infty$ . Y siendo  $y$  cantidad real, sale  $\dot{x} = \infty$ .<sup>53</sup>



<sup>52</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. 6. Explicase el Método de tirar las Tangentes a las Curvas por medio de las Fluxiones"; RAH, 9/2792/28 f. 7.

<sup>53</sup> Rieger, *Introducción fácil al algoritmo de las fluxiones*; §49.



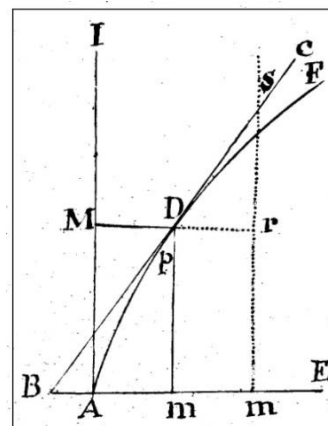
### La fluxió d'un arc de corba: la tangent

En la introducció del llibre de Simpson, després de donar la definició general de fluxió, es defineix la fluxió d'una línia recta, d'una superfície rectilínia, d'una superfície curvilínia i a continuació ja passa a la deducció de les fluxions de les expressions algebraïques, començant per la de la potència. En aquesta introducció, es podria trobar a faltar la definició de la fluxió d'una línia curvilínia ja aquest resultat no és tan evident i no es dedueix directament de la definició general de fluxió. Potser Simpson no en parla en la introducció perquè no la necessita per deduir les regles més generals de les fluxions de les expressions algebraïques, però en canvi, el seu resultat, des d'un punt de vista geomètric, és tan important com el de la fluxió d'una àrea.

Caldrà esperar al capítol dedicat a les tangents on Simpson introdueix el tema però gairebé sense donar-li rellevància. Cerdà, seguint a Simpson, ho tracta de la mateixa manera.

Ja s'ha vist com Simpson i Cerdà introdueixen la tangent a una corba, però, en el mateix capítol, tant Simpson com Cerdà repeteixen el raonament de la forma més tradicional. I és aquí on s'introdueix la fluxió d'una corba. En el text de Cerdà s'afirma explícitament que la fluxió d'una corba es mesura sobre la tangent i que aquesta fluxió d'una corba resulta de la composició de les fluxions de les dues variables:

De otra suerte, tal vez con más expedición, se puede encontrar la Expresión de la Subtangente. Sea  $ADF$  la Curva propuesta y  $BDC$  su Tangente en el Punto  $D$  (...) Tomando el punto  $p$  por el que con su movimiento describe la Curva, expresa  $DS$  (parte de la Tangente) su celeridad en el punto  $D$ , o lo que es lo mismo la Fluxión de la Curva  $Ap$  en  $p$ . Si se conciben  $AI$ ,  $mp$  y  $mS$  perpendiculares al eje  $AE$  y  $MD$  su paralela serán  $Dr$  (=  $mm$ ) y  $rS$  las respectivas velocidades del punto  $p$  ya a lo largo de  $Am$  ya a lo largo de la movable  $AI$ , de cuyas dos



velocidades (como sucede en toda Fluxión de Curva) se forma la velocidad compuesta  $DS$  en la dirección de la Tangente, por consiguiente será  $Dr$  ( $mm$ ) la Fluxión de la Abscisa  $Am$  ( $x$ ) y  $rS$  la Fluxión de la Ordenada  $mp$  ( $y$ ).

Esto supuesto los triángulos semejantes  $SrD$ ,  $DmB$  nos dan  $Sr : rD :: Dm : mB$ , esto es  $dy : dx :: y : \frac{ydx}{dy}$ , Subtangente.<sup>54</sup>

Pot resultar sorprenent que tant Simpson com Cerdà no considerin donar cap rellevància al resultat que la fluxió d'una corba es mesura sobre la tangent. De fet ja Newton, tant en el *De Methodis*, com en el *De Quadratura*, mostra que els increments sobre la corba tendeixen als increments sobre la tangent i que per tant la fluxió de la corba es mesurarà sobre la tangent. En qualsevol cas el recurs a aquest resultat serà freqüent sobre tot a partir de la introducció de les tangents a les corbes mecàniques i posteriorment al tractar la curvatura, la quadratura i la rectificació de corbes mecàniques.

### *Dos exemples de l'aplicació del mètode de fluxions a la geometria*

Per poder valorar més concretament l'aportació de Cerdà en aquesta part del seu text presentarem dos exercicis. El primer exemple que presentem es tracta del problema 5, "Encontrar el cilindro máximo  $MQ$ , que se pueda inscribir a un cono dado  $ADC$ " del "Cap. 5 Resúelvanse por las Fluxiones algunos Problemas de Máximo y Mínimo" de Cerdà que es correspon amb l'exemple VII, "To determine the greatest Cylinder,  $dg$ , that can be inscribed in a given Cone  $ADB$ ", de la secció II (I part), "Of the Application of Fluxions to the Solution of problems de Maximis et Minimis" del llibre de Simpson, amb el qual serà comparat.

Després d'una primera lectura, podria semblar que els exercicis dels dos autors són pràcticament idèntics, però amb una lectura més atenta, es poden observar algunes diferències. La primera gran diferència és que, com ja s'ha dit, Cerdà utilitza la notació

<sup>54</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. 6. Explícate el Método de tirar las Tangentes a las Curvas por medio de las Fluxiones"; RAH, 9/2792/28 f. 8r.

de diferencial mentre que Simpson utilitza el punt. En segon lloc, en el terreny algebraic, el càlcul final demostra una major agilitat en el cas de Cerdà, utilitzant factors comuns. En tercer lloc, Cerdà vol explicitar molt més els passos del càlcul algebraic. Efectivament Simpson escriu com a volum del cilindre l'expressió  $\frac{pabx^2pax^3}{b}$ , mentre que Cerdà l'escriu  $\frac{ap}{b} \times (bx^2 - x^3)$ . Això fa que Simpson hagi de resoldre l'equació:  $\frac{2pabx\dot{x}}{b} - \frac{3pax^2\dot{x}}{b} = 0$ , mentre que Cerdà, descartant el factor comú constant, arriba a l'equació:  $2bxdx - 3x^2dx = 0$ . Tot i així Simpson escriu directament les solucions  $x = \frac{2b}{3}$  i  $df = \frac{a}{3}$  mentre que Cerdà encara escriu un pas intermedi :  $2b = 3x$ , abans d'escriure la solució :  $x = \frac{2b}{3}$  i explica com trobar l'altura  $MF$ , és a dir substituint el diàmetre  $x$  trobat en l'expressió  $\frac{ab-ax}{b}$  anteriorment deduïda que finalment dona com resultat  $MF = \frac{1}{3}a$ . Igualment cal incloure la darrera frase "Cilindro Máximo que se puede inscribir a un Cono es aquel cuyo Diámetro es  $\frac{2}{3}$  del Diámetro de la Base del Cono y cuya Altura es  $\frac{1}{3}$  de la del Cono mismo" com una forma d'explicitar el resultat obtingut. Per altra banda, Cerdà té un error quan diu que  $p = 3,1416$  ja que tal com escriu Simpson és  $\frac{3,14159}{4}$ , encara que aquest error no afecti al resultat del problema. Aquestes petites diferències corroboren el propòsit eminentment didàctic de Cerdà:

A l'esquerra l'exercici segons Simpson i a la dreta segons Cerdà

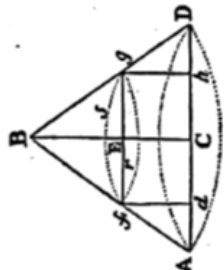
Exemple VII

30. Determinar el màxim cilindre,  $d_g$ , tal que pugui ser inscrit en un con donat  $ADB$ .

Signi  $a = BC$ , l'altura del con;  $b = AD$ , el diàmetre de la seva base;  $x = fg$  ( $d/h$ ) el diàmetre del cilindre, considerat com variable:

$$p = \left( \frac{3,14159 \cdot 8}{4} \right) \cdot l'$$
 àrea del cercle el diàmetre del qual és la unitat.

Llavors, les àrees dels cercles essent una a l'altra com els quadrats dels seus diàmetres, tenim  $1^2 : x^2 :: p : (px^2)$  l'àrea



del cercle  $fg$ ; a més, a partir de la semblança dels triangles  $ABC$  i  $Adf$ ,

tenim  $\frac{1}{2}b(AC) : a(BC) :: \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}x(Ad) : df = \frac{ab-ax}{b}$ , el qual multiplicat per

l'àrea  $px^2$  (trobadà abans) dona  $\frac{pabx^2 \cdot pax^2}{b}$  el volum del cilindre : que

essent un màxim, la seva fluxió  $\frac{2pabxx}{b} - \frac{3pax^2 \cdot x}{b}$  ha de ser 0, per tant  $x =$

$\frac{2b}{3}$  i  $df = \frac{a}{3}$ ; de la qual cosa es veu que el cilindre inscrit serà el més gran

possible, quan l'altura d'aquest sigui  $\frac{1}{3}$  de l'altura de tot el con.<sup>A</sup>

<sup>A</sup> Simpson (1750): Part I, p. 19. Per veure l'original es pot consultar l'annex 12.

Prob. 5. Encontrar el cilindre máximo MQ, que se pueda inscribir a un cono dado ADC

Sea la Altura BD del Cono dado = a, el Diámetro de su Base AC = b, el Diámetro FQ del Cilindro Variable MQ = x, y sea p (=3,1416) el Área de un Círculo, cuyo Diámetro = 1; será  $px^2$  el Área del Círculo FQ. Siendo semejantes los triángulos ABD, AMF, será, AB : BD :: AM : MF, esto es,

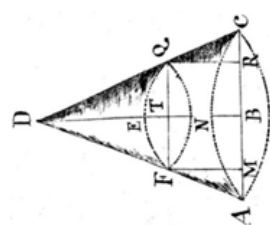
$$\frac{1}{2}b : a :: \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}x : \frac{ab-ax}{b} = MF, \text{ Altura del}$$

Cilindro Inscrito, que multiplicada por  $px^2$ , nos da el mismo Cilindro Inscrito  $\frac{ap}{b} \times (bx^2 - x^3)$

que siendo un Máximo, tendremos la Fluxión  $2bxdx - 3x^2 \cdot dx = 0$ , de donde  $2b = 3x$ ,  $x = \frac{2}{3}b$ ,

Diámetro FQ del Cilindro Máximo, que substituido en  $\frac{ab-ax}{b}$ , su Altura nos dará  $MF = \frac{1}{3}a$  y así el Cilindro Máximo

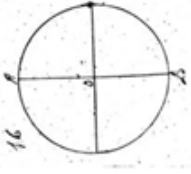
que se puede inscribir a un Cono es aquel cuyo Diámetro es  $\frac{2}{3}$  del Diámetro de la Base del Cono y cuya Altura es  $\frac{1}{3}$  de la del Cono mismo.<sup>B</sup>



<sup>B</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*; "Aplicación de las Fluxiones para la resolución de los problemas de Máximo o Mínimo"; RAH 9/2792/28 f. 5r.

El segon exemple que hem escollit és justament l'únic problema que hem localitzat, en el text de Cerdà, que aquest autor no l'obté a partir de Simpson, el "Prob. 9. Encontrar la ordenada máxima de un círculo" del capítol [5] de la primera versió. En aquest cas la comparació serà amb l'exercici tal com apareix en el text de Wolff, per una banda, i amb el mateix exercici en el text de Padilla, per una altra.

En la següent pàgina es poden observar els textos. Donada la simplicitat de l'exercici es fa difícil assegurar que Cerdà va obtindre el problema a partir d'alguns dels dos autors els textos dels quals es reproduïxen. Molt probablement es tracta d'un problema clàssic en els manuals del moment i Cerdà el podia haver obtingut d'algun d'aquests. Sí, en canvi, podem observar que tant en el text de Wolff com en el Padilla hi ha una referència als Elements d'Euclides, que no hi és en el text de Cerdà. També cal assenyalar que la terminologia de Padilla i de Cerdà són diferents; l'un parla de "aplicada" i l'altre de "ordenada". L'ús continuat del terme "ordenada" i el d' "abscissa" mostra un llenguatge algebraic molt desenvolupat en el text de Cerdà. Tampoc el desenvolupament de l'exercici és exactament igual. Padilla calcula la diferencial de segon ordre, per determinar que es tracta d'un màxim, mentre que Cerdà no ho fa i, en canvi, aquest darrer comenta que calcular el màxim de  $y$  equival a calcular-lo per  $y^2$ . Al final del seu exercici, Cerdà comenta que el mètode aplicat es pot generalitzar per a qualsevol corba, a partir de la seva equació. Aquest comentari, si es treu de context, sembla no tenir cap importància, sobre tot tenint en compte que no es tracta del primer exercici geomètric, en el capítol. Però, en canvi, sí que es tracta del primer on es vol calcular el màxim d'una corba donada per una equació, per tant, aquí, el plantejament és algebraic i la generalització és possible. El fet és que el següent exercici i darrer és el "Prob. 10. Encontrar los valores de  $x$  cuando el de  $3x^4 - 28ax^3 + 84a^2x^2 - 96a^3x + 48b^4$  es un máximo o un mínimo", on es tracta de trobar els màxims i mínims d'una equació "qualsevol". Els exemples geomètrics han deixat pas a un del tot algebraic.

<p>Wolff (1713-1715), Pars Secunda: Elementa Analyseos Infinitorum tradens, Caput III, De sus Calculi differentialis in Methodo de maximis &amp; minimis</p>	<p>Corollarium I 64. Quoniam in Circulo (§. 377 part. I.) <math>ax - xx = y^2</math> Erit <math>a dx - 2x dx = 2y dy</math> <math>(a dx - 2x dx) : 2y = dy = 0</math> <math>a - 2x = 0, a = 2x, \frac{1}{2} a = x</math></p> <p>Nempe maxima semiordinata in Circulo erigitur ex centro, uti ex Elementis constat (§. 299 Geom.).</p> <p>Quodsi porro valor ipsius <math>x</math> in aequatione <math>ax - xx = y^2</math> substituat; prodibit <math>\frac{1}{2} aa - \frac{1}{4} aa = yy</math>, hoc est, <math>\frac{1}{2} aa = yy</math> [4]. Unde <math>\frac{1}{2} a = y</math> : id quo denovo ex Elementis manifestum est.</p> <p>Quodsi ponamus <math>2y dy : (a - 2x) = dx = \infty</math> : erit <math>a - 2x</math> respectu numeratoris <math>2y dy</math> infinite parva, adeoque (§. 3) <math>a - 2x = 0</math>, ut ante.</p>
<p>Padilla (1753-1756), Tomo V. De los Cálculos diferencial e integral o método de las fluxiones, De las cantidades máximas y mínimas</p>	<p>Ejemplo 1 122. Se quiere hallar la máxima, o mínima aplicada en el Circulo. La Ecuación de este es <math>y^2 = ax - x^2</math> : diferenciada será <math>2y dy = 0 = a dx - 2x dx</math> : en que siendo constante <math>dx</math>, y tomando la segunda diferencia, se tendrá <math>-2 dx^2</math> respecto de ser negativa manifiesta, que en el Circulo solo puede haber máxima aplicada, pero no mínima. Para deducirla se tiene, que siendo <math>0 = a dx - 2x dx</math> será <math>a = 2x</math>, partiendo por <math>dx</math>, o bien <math>x = \frac{1}{2} a</math> que substituido en <math>y^2 = ax - x^2</math> da <math>y^2 = \frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{4} a^2 = \frac{1}{4} a^2</math> ; luego <math>y = \frac{1}{2} a</math>, esto es, la aplicada será máxima cuando sea igual al Radio, como consta de los Elementos, pues el Diámetro es la mayor Cuerda.</p>
<p>Cerdà (1757), Cap. [5]. Aplicación de las Fluxiones para la resolución de los problemas de Máximo o Mínimo</p>	<p>Prob. 9. Encontrar la ordenada máxima de un círculo. Sea el eje <math>AB = a</math>, la abscisa <math>AO = x</math>, será <math>OB = a - x</math>, sea la ordenada <math>OC = y</math>, por la propiedad del círculo tendremos <math>y^2 = ax - x^2</math>, siendo <math>y</math> un máximo también será su cuadrado, cuya fluxión <math>2y dy = a dx - 2x dx = 0</math>, da <math>a dx = 2x dx</math>, <math>a = 2x</math>, <math>x = \frac{1}{2} a</math>. Y así la abscisa a quien le corresponde la ordenada máxima, es la mitad del diámetro o lo que es lo mismo la mayor ordenada es la que se levanta desde el centro.</p> <p>O bien si se quiere encontrar no el punto de donde se ha de elevar la ordenada máxima, sino el valor de la misma ordenada máxima, substituyendo el valor de <math>x = \frac{1}{2} a</math> en la ecuación que expresa el valor de <math>y</math>, tendremos <math>y^2 = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4}</math> ; <math>y = \sqrt{\frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2}</math> y por tanto la ordenada máxima en el círculo es igual a la mitad del diámetro (o a la abscisa).</p> <p>De esta operación se ve el método para encontrar la ordenada máxima en cualquier curva<sup>a</sup> que la tenga que se reduce a que, tomada la Ecuación de la curva, se busca el valor de la ordenada, cuya fluxión puesta igual a 0, nos dará o bien el valor de la abscisa a quien corresponde la ordenada máxima o bien el mismo valor de la ordenada máxima.</p> 

<sup>a</sup> Aquí té un error perquè ha de ser  $\frac{1}{4} aa = yy$ .

<sup>b</sup> Hem emfatitzat aquesta expressió en negreta.

### 4.3 La fluent / integral i les seves aplicacions

Els capítols dedicats a l'aplicació del mètode invers de les fluxions, 230. La quadratura d'una corba, 233. La introducció de les sèries infinites de potències, 236. De la introducció geomètrica del logaritme a la construcció de taules algebraïques, 239.

El càlcul integral serà anomenat pels newtonians mètode invers de les fluxions i tant Simpson com Cerdà dediquen un bon nombre de capítols per explicar les tècniques de càlcul de les fluents a partir de les fluxions i, també, per tractar les aplicacions geomètriques d'aquest càlcul. En aquest apartat s'explicarà el contingut dels capítols dedicats a aquest tema i a continuació es centrarà l'atenció en els punts que s'han cregut més rellevants relacionats amb aquest: la quadratura d'una corba, l'aparició de les sèries infinites de potències en el càlcul fluxional i la introducció dels logaritmes.

#### *Els capítols dedicats a l'aplicació del mètode invers de les fluxions*

El llibre de Simpson	Primera versió de Cerdà	Segona versió de Cerdà
Section VI (Part I): Of the Inverse Method, or the Manner of determining the Fluents of given Fluxions (37 p.)	[Cap. 9.1] Parte 2. Del Método Inverso de las Fluxiones (4 p.)	Cap. 9 Explícate el Método Inverso de las Fluxiones y algunas de sus Reglas (5 p.)
	Capítulo 2.[9.2] Otro método reduciendo la fluxión a serie indeterminada (6 p.)	
	Cap. [9.3] Del uso de las Series Infinitas para encontrar las Fluents (7 p.)	
	Cap. [10] De la Cantidad que se ha de añadir a la fuente encontrada (4 p.)	Cap. 10 Cómo se habrá de corregir la Fuente encontrada por el Método Inverso de las Fluxiones (5 p.)

La secció VI del text de Simpson està dedicada a la introducció del "mètode invers de les fluxions", és a dir del que avui es diria càlcul integral. Consta de trenta-sis apartats, per explicar les diverses tècniques per calcular les fluents a partir de les fluxions, amb diferents exemples. Hem localitzat, en la primera versió del text de Cerdà, quatre capítols amb els seus respectius títols que corresponen a la secció del llibre de Simpson: "[Cap. 9.1] Parte 2. Del Método Inverso de las Fluxiones", "Capítulo

2. [9.2] Otro método reduciendo la fluxión a serie indeterminada”, “Cap. [9.3] Del uso de las Series Infinitas para encontrar las Fluente” i “Cap. [10] De la Cantidad que se ha de añadir a la fluente encontrada”. Els dos primers capítols estan dedicats a les tècniques per deduir la fluent sense utilitzar el desenvolupament en sèries infinites de potències. El tercer capítol explica com desenvolupar en sèrie infinita de potències determinades expressions algebraiques i el quart està dedicat a la correcció de la fluent a partir de les condicions inicials. En la segona versió Cerdà només té en compte dos capítols: “Cap. 9 Explicase el Método Inverso de las Fluxiones y algunas de sus Reglas” i “Cap. 10 Cómo se habrá de corregir la Fluente encontrada por el Método Inverso de las Fluxiones”. En el primer explica la tècnica bàsica per deduir la fluent d’una expressió amb potències i en el segon capítol explica com corregir la fluent a partir de les condicions inicials. Cal dir que Cerdà, en la seva primera versió, recull gairebé tots els dinou exemples de Simpson però en la segona versió només queden recollides les regles més generals que Simpson exposa al principi de la secció, sense, després, reproduir cap exemple del seu llibre.

Els quatre capítols següents del *Tratado de Fluxiones* estan dedicats a l’aplicació del mètode invers de les fluxions, que corresponen a les seccions VII, VIII, IX i X (primera part) del llibre de Simpson.

<b>El llibre de Simpson</b>	<b>Primera versió de Cerdà</b>	<b>Segona versió de Cerdà</b>
Section VII (Part I): Of the Use of Fluxions in finding the Areas of Curves (35 p.)	Cap. [11] Aplicación del Método inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las curvas (22 p.)	Cap. 11 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las Curvas (13 p.)
Section VIII (Part I): The Use of Fluxions in the Rectification, or finding the Lengths, of Curves (15 p.)	Cap. [12] Del uso de las Fluxiones para la Rectificación de las curvas (10 p.)	Cap. 12 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para la Rectificación de Curvas (8 p.)
Section IX (Part I): The Application of Fluxions in investigating the Contents of Solids (16 p.)	Cap. [13] Del uso de las Fluxiones para encontrar lo sólido de los cuerpos (11 fulls)	Cap. 13 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para encontrar lo sólido de los Cuerpos (5 p.)
Section X (Part I): The Use of	Cap. [14a] Del uso de las	Cap. [14b] Aplicación del



Fluxions in finding the Superficies of Solid Bodies (15 p.)	fluxiones para encontrar las superficies de los sólidos (9 p.)	Método inverso de las Fluxiones para encontrar la Superficie de los Cuerpos (6 p.)
---	--	--

En primer lloc hi ha el capítol 11 que és el dedicat al càlcul d'àrees per sota les corbes. En la primera versió d'aquest capítol, Cerdà reproduceix la totalitat dels vint exemples de la secció VII del llibre de Simpson. Al principi del capítol, tant en una versió com en l'altra, hi ha una reflexió de Cerdà que combina conceptes del càlcul típicament fluxional amb el leibnizià, que no hi és en el text de Simpson, com ja hem citat. Els diferents exercicis que s'anirà resolent s'agrupen seguint dos mètodes: a partir del que avui es diuen "coordenades cartesianes" i el que avui són les "coordenades polars". Els cinc primers exercicis són de corbes algebraïques i es resolen a partir dels eixos de coordenades perpendiculars. En els set següents s'utilitzen coordenades polars i en la majoria d'exercicis les corbes són mecàniques. Des de l'exercici 11 s'utilitzen els desenvolupaments en sèrie de potències i a l'exercici 13 és on s'introdueixen els logaritmes hiperbòlics (naturals) a partir de l'àrea d'una hipèrbola. La introducció dels logaritmes hiperbòlics permet a Cerdà la construcció d'una petita taula amb la correspondència de determinades expressions algebraïques amb les seves respectives fluents que són logaritmes hiperbòlics d'altres expressions. Els següents exercicis seran aplicacions d'aquesta taula dels logaritmes hiperbòlics. D'altra banda, Simpson inclou, en aquesta secció, el seu escoli on compara el càlcul infinitesimal amb el fluxional, que Cerdà reproduceix, en part, al final del capítol 4, els quals ja han estat comentats. En la segona versió, Cerdà només desenvolupa sis exercicis, evitant els desenvolupaments en sèrie i l'aplicació dels logaritmes hiperbòlics, així com les corbes mecàniques. En relació a les dues versions de Cerdà, es pot veure com al passar a la segona queda eliminada tota terminologia leibniziana, concretament tota referència al terme "integració".

El capítol 12, tant en una versió com en l'altra, és la rèplica de la secció VIII de Simpson. Cerdà recull els vuit exercicis de Simpson per a la seva primera versió i la meitat per a la seva segona. També aquí, si es comparen les dues versions, es pot veure

la desaparició dels termes leibnizians en la segona versió. Com en l'anterior capítol, els exercicis s'agrupen segons els dos mètodes: coordenades perpendiculars i coordenades polars. En el "Prob. 4. Dados el Seno Recto, el Seno Verso, la Tangente, la Secante de un Arco de Círculo, encontrar la Longitud del tal Arco en términos de cada una de estas Cantidades" es calcula la fluxió d'un arc de circumferència a partir de les seves "raons trigonomètriques", el que permet a Simpson i a Cerdà construir una taula de correspondències entre diferents expressions algebraiques i el que serien les seves fluents que, en aquest cas, són arcs de circumferència.

El capítol 13 correspon a la secció IX del llibre de Simpson. Cerdà recull els tretze exercicis de Simpson per a la seva primera versió i només quatre per a la seva segona. Finalment el capítol 14 correspon a la secció X. En la seva primera versió, Cerdà considera els set exercicis del llibre de Simpson però en la segona només en recull quatre.

### *La quadratura d'una corba*

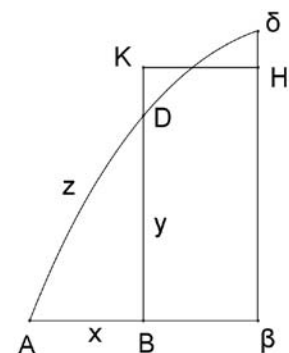
#### LA QUADRATURA D'UNA CORBA EN ELS TEXTOS DE NEWTON

La primera demostració donada per Newton que estableix la relació entre l'àrea per sota una corba i l'ordenada, es pot trobar en *De Analysi* (1669).

Newton considera l'àrea  $ABD = z$  i defineix  $B\beta = o$  i  $BK = v$ , de manera que el rectangle  $B\beta HK (= ov)$  sigui igual a l'espai  $B\beta\delta D$ . L'autor assumeix que  $B\beta$  és infinitament petit. I es tindrà  $A\beta = x + o$  i l'àrea  $A\delta\beta$  igual a  $z + ov$ .

Llavors Newton resol el problema per un cas concret.

Sigui  $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} = z$  o  $\frac{4}{9}x^3 = z^2$ . Substituint  $x$  per  $x + o$  i  $z$  per  $z + ov$ , després d'alguns càlculs i dividint per  $o$ , es tindrà:

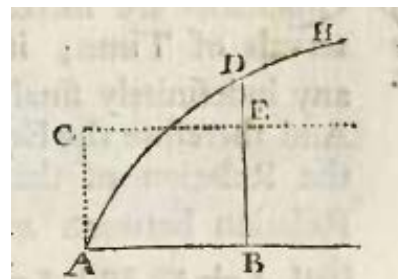


$$\frac{4}{9}(3x^2 + 3xo + o^2) = 2zv + v^2o$$

Newton continua la seva demostració : “Si ara suposem que  $B\beta$  disminueix infinitament i desapareix, o  $o$  no és res,  $v$  i  $y$ , en aquest cas seran iguals, i els termes multiplicats per  $o$  desapareixeran, per tant, quedarà  $\frac{4}{9} \times 3x^2 = 2zv$  o  $\frac{2}{3}x^2 (= zy) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}y$ , és a dir,  $x^{\frac{1}{2}} \left( = \frac{x^2}{x^{\frac{3}{2}}} \right) = y$ . Per tant, recíprocament, si  $x^{\frac{1}{2}} = y$ , serà  $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} = z$ ”.<sup>55</sup>

Newton troba que la fluxió de l'àrea serà igual a l'ordenada, ja que l'algorisme que ha aplicat per trobar la relació entre l'àrea i l'ordenada és el mateix que el que s'aplica per deduir la fluxió d'una variable, on  $ov$  juga el paper de moment de la  $z$ , o el de la  $x$  i on finalment  $v$  esdevé igual a  $y$ . Geomètricament la clau està en considerar el rectangle  $B\beta HK$  ( $=ov$ ) com l'increment infinitesimal de l'àrea  $ABD = z$ .

Més endavant Newton generalitza aquest resultat, en el *De Methodis*<sup>56</sup>, establint que  $\dot{z} = \dot{x} \times BD$ , on  $z$  és l'àrea i  $y = BD$ , a partir de considerar que la fluxió de l'àrea  $ADB$  serà proporcional a la línia generadora  $BD$ . Des d'aquest moment, en tots els exercicis de càlcul d'àrees, s'aplicarà la fórmula  $y = \dot{z}$ , on  $z =$  l'àrea i  $y =$  l'ordenada.



#### LA INTEGRAL LEIBNIZIANA

Leibniz, en els seus estudis sobre successions numèriques, va analitzar les successions de les diferències i les successions de les sumes adonant-se que es tractava d'operacions inverses. Aquesta idea va adquirir particular rellevància quan la va

<sup>55</sup> Newton (1669); p. 341: “Now if we suppose  $B\beta$  to be diminished infinitely and to vanish, or  $o$  to be nothing,  $v$  and  $y$ , in that Case will be equal, and the Terms which are multiplied by  $o$  will vanish: so that there will remain  $\frac{4}{9} \times 3x^2 = 2zv$ , or  $\frac{2}{3}x^2 (= zy) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}y$ ; or  $x^{\frac{1}{2}} \left( = \frac{x^2}{x^{\frac{3}{2}}} \right) = y$ . Wherefore conversely if it be  $x^{\frac{1}{2}} = y$ , it shall be  $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} = z$ ”.

<sup>56</sup> *The Method of Fluxions and Infinite Series*, Translated from the Author's Latin original [Newton (1671), *Tractatus de Methodis Serierum et Fluxionum*] not yet made publik [...] by John Colson, 1736; §10.

aplicar a la geometria. És així que  $dy$  és la diferència infinitament petita entre dues ordenades successives,  $dx$  és la diferència infinitament petita entre dues abscisses successives i la suma (el que més tard els Bernoulli anomenarien “integral”),  $\int y dx$ , és la suma dels rectangles infinitament petits  $y \times dx$ ; per tant la quadratura de la corba és igual a  $\int y dx$ .<sup>57</sup> És a dir, Leibniz planteja la quadratura d'una corba com una suma de rectangles infinitament petits, la qual cosa havia estat una consideració usual abans de l'aparició del càlcul diferencial, però el més rellevant és que estableix que aquesta suma és l'operació inversa de la diferencial.

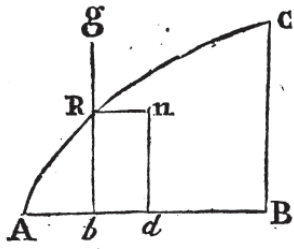
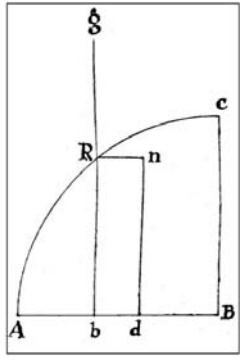
#### LA FLUXIÓ DE L'ÀREA SEGONS CERDÀ

Cerdà inclou una introducció en el capítol 11 dedicat a les quadratures de les corbes que s'aparta totalment del guió de Simpson, equiparant el càlcul d'una àrea a una suma d'infinites termes: “*Cuadrar una Curva es encontrar el Área del Plano que comprende y como este Plano no es otra cosa que la suma de todas sus Fluxiones...*”. Però després d'aquesta introducció, Cerdà dedueix la quadratura d'una corba com en el text de Simpson. El raonament dels dos autors es basa en la idea de Newton que afirmava que les velocitats de les àrees per sota d'una corba eren proporcionals a les seves ordenades. A partir d'aquesta idea defineixen la fluxió d'una superfície curvilínia explícitament com un rectangle<sup>58</sup>. Efectivament tant Simpson com Cerdà apliquen la definició de fluxió donada al principi dels seus textos com l'increment de la variable (en aquest cas una àrea) suposant constants la velocitat i la longitud de la línia generadora. La conclusió és que la fluxió de l'àrea coincideix amb l'ordenada:

---

<sup>57</sup> Bos (1980), pp. 85-95.

<sup>58</sup> Veure § 4.1 d'aquesta tesi.

Simpson (1750); "Section VII (Part I): Of the Use of Fluxions in finding the Areas of Curves"	Cerdà, <i>Tratado de Fluxiones</i> ; "Cap. 11 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las Curvas"
<p>Case I: 112. Let ARC be a Curve of any Kind whose Ordinates are perpendicular to an Axis AB.</p> <p>Imagine a Right-line <math>bRg</math> (perpendicular to <math>AB</math>) to move parallel to itself from <math>A</math> towards <math>B</math>; and let the Celerity thereof, or the Fluxion of the Abscissa <math>Ab</math>, in any proposed Position of that Line, be denoted by <math>bd</math>: Then it will appear, from Art.4, that the Rectangle (<math>bn</math>) under <math>bd</math> and the Ordinate <math>bR</math>, will express the corresponding Fluxion of the generated Area <math>abR</math>: Which Fluxion, if <math>Ab=x</math>, and <math>bR=y</math>, will therefore be <math>y\dot{x}</math>: From whence, by substituing for <math>y</math> or <math>\dot{x}</math> (according to the Equation of the Curve) and taking the Fluent, the Area itself will become know.<sup>59</sup></p> 	<p>Caso 1º. Sea ABC una curva, cuyas ordenadas sean perpendiculares al Eje AB</p> <p>Concíbase la línea <math>bRg</math> moviéndose paralelamente a sí misma a lo largo de la línea o Eje <math>AB</math>, a quien [= al cual] le es perpendicular, y que su velocidad en esta dirección o lo que es lo mismo la Fluxión de la Abscisa <math>Ab</math>, sea <math>bd</math>. Según lo que dijimos, explicando las Fluxiones, será el Rectángulo de esta Fluxión <math>bd</math> de la Abscisa por la ordenada <math>Rb</math> la Fluxión o Elemento del Área <math>ARb</math>. Por lo tanto suponiendo la Abscisa <math>Ab = x</math>, la ordenada <math>Rb = y</math>, será este Rectángulo o Fluxión del Área <math>ydx</math> y así, substituyendo según las Curvas en esta Expresión el valor particular de <math>y</math> o de <math>dx</math>, tomando su respectiva Fluente y corrigiéndola, si es menester, será esta Fluente corregida el Área de la Curva, cuyas ordenadas sean perpendiculares al Eje.<sup>60</sup></p> 

### La introducció de les sèries infinites de potències

Cerdà evita l'ús de les sèries infinites de potències en la seva segona versió però no pas en la primera. El primer problema, en aquest capítol de la primera versió, on Cerdà aplica aquesta tècnica de càlcul és en el problema 11, "Encontrar el área del semicírculo AREH" del "Cap. [11] Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las curvas"<sup>61</sup>, que correspon, en el text de Simpson, a "Section VII. Of

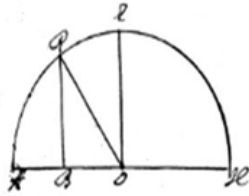
<sup>59</sup> Simpson (1750); p. 121.

<sup>60</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. 11 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las Curvas"; RAH, 9/2792/29 f. 11v.

<sup>61</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, RAH, 9/2792/46 f.17r.

the Use of Fluxions in finding the Areas of Curves, Example XI: 124. Let it be proposed to find the Area of a Semicircle  $AREH$ ".<sup>62</sup>

En aquest exercici es tracta de calcular l'àrea del semicercle. Es té que  $AH = a$ ,  $AB = x$



i  $BR = y$ . L'equació del cercle, a partir de les seves propietats,

és  $y^2 = ax - x^2 = AB \times BH$ , per tant  $y = \sqrt{ax - x^2}$ . Com ja s'ha

deduït anteriorment, la fluxió de l'àrea serà  $dv = ydx =$

$$(ax - x^2)^{\frac{1}{2}}dx = a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}dx \times \left(1 - \frac{x}{a}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

I és en aquest punt que Cerdà, seguint a Simpson, escriu "Y ahí esta última expresión que no se puede integrar por número alguno finito de términos y así este último factor  $\left(1 - \frac{x}{a}\right)^{\frac{1}{2}}$  se habrá de reducir a una serie infinita por alguno de los métodos dados para expresar las raíces de cantidades binomas y así reduciéndola por el método dado (num ) [...]" Cerdà s'està referint a uns mètodes que havia explicat en els capítols dedicats al mètode invers de les fluxions ([Cap. 9.1], [Cap. 9.2] i [Cap. 9.3]) i que només havia recollit en la seva primera versió.

A continuació, escriu  $dv = a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}dx \times \left(1 - \frac{x}{2a} - \frac{x^2}{8a^2} - \frac{x^3}{16a^3} - \frac{5x^4}{128a^4} \& \right) = a^{\frac{1}{2}} \times$

$$\left(x^{\frac{1}{2}}dx - \frac{x^{\frac{3}{2}}dx}{2a} - \frac{x^{\frac{5}{2}}dx}{8a^2} - \frac{x^{\frac{7}{2}}dx}{16a^3} - \frac{5x^{\frac{9}{2}}dx}{128a^4} \& \right)$$

i integrant obté  $v = a^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{x^{\frac{5}{2}}}{5a} - \frac{x^{\frac{7}{2}}}{28a^2} - \frac{x^{\frac{9}{2}}}{72a^3} - \frac{5x^{\frac{11}{2}}}{704a^4} - \& \right)$  que serà l'àrea  $ABR$ , on  $x = AB$ .

Abans que Simpson, Newton mateix ja havia calculat l'àrea per sota del cercle, escrivint una expressió semblant en forma de sèrie de potències: "23. I, per tant, si  $z = \sqrt{ax - xx}$  és donada, (una Equació també del Cercle), extraient l'Arrel tindriem  $z =$

<sup>62</sup> Simpson (1750); p. 133.

$x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{8}x^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{16}x^{\frac{7}{2}}$ , &c I, per tant  $z = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{5}x^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{28}x^{\frac{7}{2}} - \frac{1}{72}x^{\frac{9}{2}}$ , &c''<sup>63</sup>, on aquí  $z$  és l'àrea per sota del semicercle de diàmetre igual a 1.

Finalment, considerant el cas que  $x = AO = \frac{1}{2}a$ , s'obté  $v = \frac{1}{2}a \times \sqrt{\frac{1}{2}a^2} \times \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{10} - \frac{1}{112} - \frac{1}{576} - \frac{5}{11264}\right) = \frac{a^2 \times \sqrt{\frac{1}{2}}}{2} \times (0,6666 - 0,1 - 0,0089 - 0,0017 - 0,0004) = 0,1964a^2$  com àrea del quadrant de cercle, la qual multiplicada per 2 li dóna  $0,3928a^2$  com àrea del semicercle *AREH*.

Es pot veure, doncs, en aquest problema, no solament l'ús de les sèries de potències per obtenir una àrea sinó també el recurs a l'aproximació decimal per calcular-la. Aquest recurs a les sèries infinites i a l'aproximació per obtenir un determinat resultat apareixeran més i més, sobre tot, en la segona part del "Tratado" de Cerdà.

Tot i que el tema de les quadratures de corbes i en general el de les aplicacions geomètriques del càlcul invers de les fluxions o càlcul integral forma part de tots els manuals de l'època, no en tots es poden trobar exemples de sèries infinites de potències. Cerdà les evita en la seva segona versió i tampoc hi són en el text de Rieger. Sí, en canvi, aquestes sèries apareixen en el tractat de Padilla i en el de Wendlingen<sup>64</sup>. Concretament l'exercici que s'acaba de comentar per calcular l'àrea per sota d'un cercle està inclòs tant en el text de Padilla com en el de Wendlingen, desenvolupat d'una manera similar:

135. Se quiere hallar el área del Círculo, [...] o bien su cuadrante *ABC* en que sea  $AC = AB = a$ ;  $AD = x$ ;  $DE = y$ . Será *DE* del Elemento diferencial =  $ydx$ . Para exterminar la  $y$ ,

<sup>63</sup> Newton, *The Method of Fluxions and Infinite Series*, Translated... by John Colson, 1736, p. 88: "23. And so if there were given  $\dot{z} = \sqrt{x - xx}$ , (an Equation also to the Circle) by extracting the Root ther would arise  $\dot{z} = x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{8}x^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{16}x^{\frac{7}{2}}$ , &c. And therefore  $z = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{5}x^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{28}x^{\frac{7}{2}} - \frac{1}{72}x^{\frac{9}{2}}$ , &c".

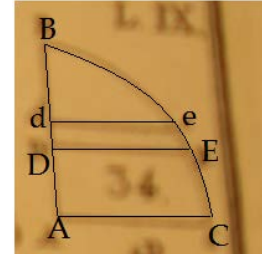
<sup>64</sup> "Tratado V, De los Calculos Diferencial, è Integral, ò método de las Fluxiones" del *Curso Militar de Mathematicas* (1753-1756) de Padilla; "Elementos de Matemáticas. Tomo VIII. Analysis de los infinitos" i "Tomo IX. Cálculo Exponencial, Diferencio-diferencial y Arithmética de los infinitos" (1753-1761) de Wendlingen.

atiéndase a la Ecuación del Círculo, que es  $y^2 = a^2 - x^2$ , de que resulta  $y = \sqrt{a^2 - x^2}$ , por consiguiente el Elemento diferencial  $ydx$  tomará esta forma  $dx\sqrt{a^2 - x^2}$ .

Para integrarlo es menester extraer efectivamente de  $a^2 - x^2$  la raíz cuadrada, que en  $\sqrt{a^2 - x^2}$  está indicada. A este fin sirve el Teorema de la extracción de la raíz cuadrada de un binomio, cuya fórmula  $P^{\frac{m}{n}} + \frac{m}{n}AQ + \frac{m-n}{2n}BQ + \frac{m-2n}{3n}CQ + \frac{m-3n}{4n}DQ + \&c$  [...].

[...] se tendrá la Integral de  $ydx$ , o área del segmento  $ADEC = ax -$

$$\frac{x^3}{6a} - \frac{x^5}{40a^3} - \frac{x^7}{112a^3} - \frac{5x^9}{1152a^7} - \frac{7x^{11}}{1408a^9} - \dots^{65}$$

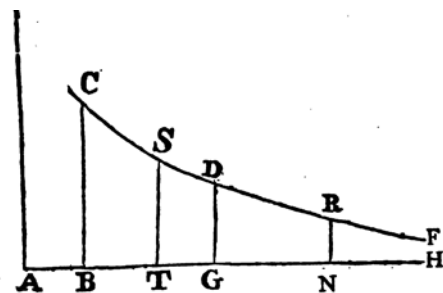


### De la introducció geomètrica del logaritme a la construcció de taules algebraiques

El problema 5 del capítol 11 (problema 13 de la primera versió) del *Tratado de Fluxiones* –que correspon al “Example XIII” de la secció VII del text de Simpson– diu així:

Encontrar el Área de una curva *CSDR* de tal naturaleza que, puesta *AB* la Unidad, la suma de las Áreas *CSTBC*, *CDGBC* correspondientes a las respectivas Abscisas *AT*, *AG*, sea igual al Área *CRNBC*, cuya Abscisa *AN* multiplicada por *AB* es igual a *AT*×*AG* producto de las dos abscisas primeras.<sup>66</sup>

En aquest problema, Simpson i Cerdà introduiran els logaritmes a partir de la corba hiperbòlica, la qual cosa no era nova en aquella època. Però, a més a més, deduiran, d'aquesta manera, que la fluxió del logaritme és justament l'expressió algebraica que correspon a la hipèrbola. Consideren una corba que



tingui com a característica que el producte d'abscisses es converteixi en suma de les

<sup>65</sup> Padilla (1753-1756); § 135.

<sup>66</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, “Cap. 11 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las Curvas”; RAH, 9/2792/73 f. 1v.



àrees respectives. A partir d'aquesta propietat, aplicant fluxions, s'arriba a que "las ordenadas de esta curva son recíprocamente como las respectivas abscisas", és a dir l'equació de la corba serà  $y = \frac{1}{x}$ , que, prenent els paràmetres adequats, és  $y = \frac{b}{1+x}$ , on  $b = BC$ :

Encontrada pués la Ecuación de esta curva, para encontrar su Área, sea  $BC = b$ ,  $BG = x$ , supuesto  $AB = 1$  será  $AG = 1 + x$  y así tendremos, por la propiedad de la curva,  $AG : AB :: BC : GD$ , esto es  $1 + x : 1 :: b : y = \frac{b}{1+x}$  que multiplicado por  $dx$  nos dará la Fluxión del Área  $dv = ydx = \frac{bdx}{1+x} = bdx \times \frac{1}{1+x} = b \times (dx - xdx + x^2dx - x^3dx + x^4dx \&)$ .<sup>67</sup>

En el darrer càlcul s'ha substituït la fracció  $\frac{1}{1+x}$  per una sèrie infinita de potències i, calculant la fluent, es tindrà que l'àrea  $BGDC = v = b \times \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} \&\right)$ .

Llavors s'observa que la propietat que caracteritzava les àrees per sota la corba és la mateixa que caracteritza als logaritmes: "estas áreas o espacios tienen las mismas propiedades respecto de sus abscisas que los logaritmos respecto de sus números. La principal propiedad de los logaritmos (de donde nacen las demás) es que *la suma de los logaritmos sea el logaritmo del producto de los números correspondientes* y aquí encontramos que la suma de las áreas correspondientes a sus abscisas es igual al área de la abscisa, la cual abscisa es el producto de las demás."<sup>68</sup> A partir d'aquí s'identifica l'àrea amb el logaritme de l'abscissa corresponent.

Si  $BC = b$  és igual a 1, s'obtenen els logaritmes hiperbòlics [naturals o neperians], i la corba, serà la hipèrbola equilàtera [ $y = \frac{1}{1+x}$ ]. En aquest cas tindrem àrea  $BGDC = v = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} \&$ , per tant en la notació moderna tindriem  $\ln(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} \&$ . Però si l'àrea  $CDGB$  (o logaritme) = 1 quan  $AG$  (la seva abscissa corresponent) = 10, [és a dir logaritme de 10 = 1, on tindrem àrea  $BGDC = v = b \times \left(10 - \frac{10^2}{2} + \frac{10^3}{3} - \frac{10^4}{4} + \frac{10^5}{5} \&\right) = 1$ ], s'obtenen els logaritmes de Briggs [o decimals]. Simpson i Cerdà

<sup>67</sup> Ibid.; RAH, 9/2792/73 f. 2r.

<sup>68</sup> Ibid.; RAH, 9/2792/73 f. 2v.

dedueixen que, en aquest cas,  $b$  ha de ser 0,43429448. Aquest valor es dedueix a partir de la darrera igualtat i amb la notació moderna tindriem  $b = \frac{1}{10 - \frac{10^2}{2} + \frac{10^3}{3} - \frac{10^4}{4} + \frac{10^5}{5} - \dots} = \frac{1}{\ln 10} = 0,43429448$ .

Amb aquest exercici, on la principal conclusió algebraica és que la fluxió del logaritme hiperbòlic de  $x$  és  $\frac{dx}{1+x}$ , Cerdà i Simpson no solament han resolt la quadratura de la hipèrbola sinó que, a partir d'aquest resultat, construeixen una petita taula on es donen les fluents a partir de determinades expressions algebraiques:

Fluxiones	Respectivas Fluents
1 <sup>a</sup> $\frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$	1 <sup>a</sup> Log Hipérbolico de $x + \sqrt{x^2 \pm a^2}$
2 <sup>a</sup> $\frac{dx}{\sqrt{2ax + x^2}}$	2 <sup>a</sup> Log Hipérbolico de $a + x + \sqrt{2ax + x^2}$
3 <sup>a</sup> $\frac{2adx}{a^2 - x^2}$	3 <sup>a</sup> Log Hipérbolico de $\frac{a+x}{a-x}$
4 <sup>a</sup> $\frac{2adx}{x\sqrt{a^2 \pm x^2}}$	4 <sup>a</sup> Log Hipérbolico de $\frac{a - \sqrt{a^2 \pm x^2}}{a + \sqrt{a^2 \pm x^2}}$ <sup>69</sup>

En el següent capítol 12, Cerdà, seguint a Simpson, construeix una altra taula, a partir de les "raons trigonomètriques" d'un angle. Efectivament es pot trobar aquesta taula en el "Prob. 4. Dados el Seno Recto, el Seno Verso, la Tangente, la Secante de un Arco de Círculo, encontrar la Longitud del tal Arco en términos de cada una de estas Cantidades":

<sup>69</sup> Ibid.; RAH, 9/2792/73 f. 4v.

La Fluente de	$\frac{dv}{\sqrt{2av - v^2}}$	es igual al Arco cuyo	Seno Verso
	$\frac{dv}{\sqrt{a^2 - v^2}}$		Seno Recto es $\frac{v}{a}$ y Radio la Unidad.
	$\frac{adv}{a^2 + v^2}$		Tangente
	$\frac{adv}{v\sqrt{v^2 - a^2}}$		Secante

En aquesta taula per cada expressió algebraica de la columna de l'esquerra s'ha deduït la seva fluent que és l'arc corresponent a una determinada "raó trigonomètrica".

Molts dels exercicis posteriors, on caldrà aplicar el "càlcul integral", es basaran en l'aplicació d'aquestes dues taules per a la seva resolució.

#### 4.4 Les fluxions de variables no algebraiques

A partir de la segona part del llibre de Simpson, totes les seccions només tindran una rèplica, que hem anomenat de la primera versió, en el text de Cerdà. De la secció I de la segona part, Cerdà en desenvolupa dos capítols. El primer, "Cap. [15] De las Fluxiones de Cantidades Exponenciales", d'un sol foli, està dedicat a les funcions exponencials i el segon, "Cap. [24] De las Fluxiones de los Lados y Ángulos de los Triángulos Esféricos", que seria el darrer de l'obra de Cerdà, està dedicat a la trigonometria esfèrica.

El llibre de Simpson	Primera versió de Cerdà
Section I (Part II): The Manner of investigating the Fluxions of Exponentials, with Those of the Sides and Angles of Spherical Triangles (13 p.)	Cap. [15] De las Fluxiones de Cantidades Exponenciales (2 p.)
	Cap. [24] De las Fluxiones de los Lados y Ángulos de los Triángulos Esféricos (13 p.)

En el capítol 15, Cerdà dedueix la fluxió de  $x^v$  a partir dels logaritmes hiperbòlics i, com a segona opció, desenvolupant sèries de potències. Aquest capítol seria per a Cerdà el penúltim de la seva primera part. En el capítol 24, Cerdà recull tots els apartats que Simpson ha incorporat en la seva secció corresponent, relatius a la trigonometria esfèrica. En la introducció d'aquest darrer capítol Cerdà explica la utilitat del càlcul diferencial aplicat a la trigonometria esfèrica especialment al camp de l'astronomia, que no es troba en el llibre de Simpson. Cerdà, quan escrivia aquesta introducció, probablement ja havia redactat el seu tractat d'astronomia. En aquest, certament, no apareix càlcul diferencial però, certament, Cerdà és conscient de la utilitat d'aquest per l'astronomia i, un cop més, el matemàtic català apareix com un fervent defensor de l'aplicació de les matemàtiques als més diversos camps:

Sólo falta para concluir esta obra el dar alguna noticia de las Fluxiones de los Lados y Ángulos de los Triángulos Esféricos y como esta doctrina es de muchísima utilidad en la Práctica y por otra parte es materia bastante difícil he reservado para este último capítulo el dar algunas proposiciones fundamentales que muestran el método como en semejantes Fluxiones se haya de proceder, que junto con lo que ya dimos de semejantes triángulos en la Trigonometría Esférica abrirán un campo inmenso al discurso principalmente por lo perteneciente a la Astronomía, como lo verán los algo versados en este Ramo de las Matemáticas, en algunos ejemplos a que la aplicaremos.<sup>70</sup>

A continuació, Cerdà dedueix una sèrie de relacions entre les fluxions dels diferents elements d'un triangle esfèric i les raons trigonomètriques d'aquest, resultant ser un dels aspectes interessants el que tant Simpson com Cerdà tornin a identificar la fluxió amb un increment infinitament petit. Per exemple el títol d'una de les proposicions és:

Prop. 2. Determinar la razón de las Fluxiones o de los Incrementos infinitamente pequeños de las diferentes partes de un triángulo esférico oblicuángulo  $ABC$  siendo invariables en longitud dos lados  $AB$  y  $AC$ .<sup>71</sup>

<sup>70</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. [24] De las Fluxiones de los Lados y Ángulos de los Triángulos Esféricos"; RAH, 9/2792/22 f. 1r.

<sup>71</sup> *Ibid.*; RAH, 9/2792/22 f. 3r.

Els temes tractats en aquests dos capítols no estan inclosos en la majoria dels manuals de l'època. Només Wendlingen inclou, en el seu text<sup>72</sup>, un apartat dedicat a les variables exponencials i caldrà esperar el llibre de Bails<sup>73</sup> per tornar a llegir en el seu tomo, dedicat al càlcul diferencial, apartats que inclouen les funcions exponencials i les trigonomètriques. Aquesta constatació dóna la clau de la voluntat de Cerdà de voler abastar al màxim de temes en el terreny del càlcul diferencial per tal d'avançar en el seu projecte d'un curs complet de matemàtiques que no va abandonar mai.

#### 4.5 Les equacions fluxionals i les diverses tècniques per calcular fluents

---

El capítol dedicat a les equacions fluxionals, 244. Els capítols dedicats a tècniques per calcular fluents, 245. L'àlgebra: una nova eina per resoldre vells problemes, 247.

---

L'objectiu d'aquest apartat és donar a conèixer, per una banda, la part dedicada a les equacions fluxionals/diferencials i, per una altra banda, el contingut dels capítols dedicats a les tècniques d'integració. Al final de l'apartat, s'analitzarà, amb més detall el paper de l'àlgebra en l'obra de Cerdà.

##### *El capítol dedicat a les equacions fluxionals*

El llibre de Simpson	Primera versió de Cerdà
Section II (Part II): Of the resolution of fluxional Equations, or the Manner of finding the Relation of the flowing Quantities from that of the Fluxions (17 p.)	Capítulo [17] De la Resolución de las Ecuaciones Fluxionales, o modo de encontrar la relación de las Cantidades Fluents por la de las Fluxiones (16 p.)

El capítol 17 que correspon a la secció II del llibre de Simpson és on tracten les equacions "diferencials". Aquí s'expliquen diversos mètodes per resoldre aquesta classe d'equacions, on en el darrer dels quals s'utilitzen sèries infinites de potències. Tot i que s'han perdut els darrers folis del capítol, es pot comprovar que Cerdà, a partir de la segona part, està recollint la totalitat del text de Simpson.

---

<sup>72</sup> "Elementos de Matemáticas. Tomo VIII. Analysis de los infinitos" i "Tomo IX. Cálculo Exponencial, Diferencio-diferencial y Aritmética de los infinitos" (1753-1761).

<sup>73</sup> *Elementos de Matemáticas* (1779-1790).

### *Els capítols dedicats a tècniques per calcular fluents*

<b>El llibre de Simpson</b>	<b>Primera versió de Cerdà</b>
Section IV (Part II): Of the Transformation of Fluxions (16 p.)	Cap. [16] De la Transformación de las Fluxiones (10 p.)
Section III (Part II): Of the Comparison of Fluents, or the Manner of finding one Fluent from another (26 p.)	[Cap. 18] De la Comparación de las Fluents o Método para encontrar una Fluente dada otra (24 p.)
Section V (Part II): The Investigation of Fluents of rational Fractions, of several Dimensions, according to the Forms in Cotes's Harmonia Mensurarum (41 p.)	Cap. [19] De las Fluents de Fracciones Racionales de diferentes dimensiones, segun las Fórmulas de la Harmonia Mensurarum de Cotes (35 p.)
Section VI (Part II): The Manner of investigating Fluents, when Quantities, and their Logarithms Arcs and their Sines, &c. are involved together: With other Cases of the like Nature. (8 p.)	Cap. [20] Métodos para investigar las Fluents, cuando las Cantidades y sus Logaritmos, los Arcos y sus Senos & se encuentran entre sí multiplicados o ocurren casos de la misma especie (8 p.)
Section VII (Part II): Showing how Fluents, found by Means of Infinite Serieses, are made to converge (24 p.)	Cap. [21] De qué suerte las Fluents encontradas por series infinitas se puedan hacer convergentes (25 p.)

Són diversos els capítols dedicats a tècniques per calcular fluents. Per una banda, el “Cap. [16] De la Transformación de las Fluxiones”, rèplica de la secció IV (part II) “Of the Transformation of Fluxions” del llibre de Simpson que Cerdà ha traslladat com darrer capítol de la primera part del “Tratado”, i, per una altra, els primers capítols de la segona part del “Tratado” segueixen les seccions incloses també en la segona part del llibre de Simpson.

En el capítol 16 Cerdà explica la forma de transformar determinades expressions, moltes d'elles amb radicals i fraccions racionals, de les que es vol trobar les seves fluents (és a dir “integrar”), en altres que puguin ser resoltes a partir de les taules (“d'integració”) de logaritmes hiperbòlics o raons trigonomètriques obtingudes en capítols anteriors. Com es diu al principi del capítol, en aquest cas el que es tracta és d'evitar sobre tot les sèries infinites de potències. El format del capítol es basa en donar sis regles de càlcul amb els seus exemples corresponents, on bàsicament s'utilitza el canvi de variable per passar d'una expressió a l'altra. Probablement l'interès de Cerdà en traslladar aquest capítol abans és perquè considera les tècniques explicades essencials pel “càlcul integral” i vol presentar-les abans d'acabar la seva primera part.

Aquest canvi d'ordre no deixa de provocar alguns problemes ja que, en alguna ocasió on el text de Simpson fa referència a seccions anteriors, Cerdà no pot referir-se a apartats que encara no han aparegut en el seu text.

El capítol 18 torna estar dedicat a diferents tècniques “d'integració” on es tracta de deduir fluents de determinades expressions a partir de conèixer les fluents d'altres expressions relacionades amb les primeres. En aquest capítol més que explicar regles generals, s'expliquen exemples concrets, on, altra vegada, es manifesta l'interès d'evitar les sèries, si això és possible:

Hemos insinuado ya las más notables Fluxiones cuyas Fluente se pueden lograr en términos finitos. También hemos mostrado el uso de las Series infinitas, cuando no se puede recurrir a las fórmulas comunes. Pero como este Método a más de molesto encuentra siempre con infinidad de laberintos, han procurado los Matemáticos, para evitarlo, el descubrir algún rumbo por medio del cual puedan inferir una Fluente de otra y, en efecto, si se puede tener la fortuna de reducirla a expresión semejante a las Circulares o Logarítmicas se tiene con esto evitado el escollo de las Series. Pero como este Método de deducir una Fluente de otra sería lleno de tedio, y tal vez, imposible si se hubiesen de encontrar reglas generales por todos los diferentes casos que pueden recurrir, por eso tengo por más acertado recurrir a algunos Problemas por los cuales de las expresiones más triviales se pueden deducir otras bastante frecuentes, a que no alcanzan las Reglas generales, como se verá en los siguientes.<sup>74</sup>

Cerdà reproduceix els dotze problemes que es troben en el text de Simpson.

El capítol 19 tracta del càlcul de fluents de fraccions racionals. Al principi d'aquest capítol s'enuncien una sèrie de lemes que fan referència a la trigonometria i a continuació es proposen set problemes on s'ha de calcular les fluents de diferents fraccions racionals. Com ja ho indica el títol del capítol o de la secció corresponent, els càlculs estan basats en el text de Cotes, *Harmonia Mensurarum*, que havia publicat al 1722. Tal com ja s'havia dit, després dels catorze primers capítols, Cerdà deixa de

---

<sup>74</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, “[Cap. 18] De la Comparación de las Fluente o Método para encontrar una Fluente dada otra”; RAH, 9/2792/40 f. 1r.

representar les figures que il·lustren els problemes i es limita a indicar al marge el número de pàgina del llibre de Simpson on es troba la figura corresponent.

En el capítol 20, rèplica de la secció VI del text de Simpson, queden recollits cinc exercicis resolts a partir de desenvolupament en sèries de potències on algunes expressions incloses en les fluxions donades són o bé logaritmes hiperbòlics o bé raons trigonomètriques.

En el capítol 21 es tracta de perfeccionar l'obtenció de fluents a partir de sèries infinites de potències, de manera que la fluent ve expressada per la suma de dues sèries infinites on la segona convergeix més ràpidament que la primera. Aquesta nova tècnica és aplicada a problemes –set exemples– que ja havien estat tractats anteriorment però, en aquest capítol, estan resolts amb molta més precisió, com trobar la fluent de  $\frac{dz}{1+z}$  que correspon al logaritme hiperbòlic, la fluent de  $\frac{dz}{1+z^2}$  que expressa l'arc de radi = 1 i tangent = z, o finalment, la fluent de  $(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}dx$  que expressa la longitud d'un quart de circumferència de radi = 1.

Excepte el text de Cerdà, en la seva primera versió, no hem trobat cap altre manual, a l'Espanya de l'època, que dediqui algun capítol a les equacions diferencials ni a tècniques de càlcul integral més enllà de les més bàsiques. Anys més tard serà el llibre de Bails que inclourà un apartat dedicat a les equacions diferencials i un altre a tècniques de càlcul integral més complexes.

### *L'àlgebra: una nova eina per resoldre vells problemes*

La part dedicada a les tècniques de càlcul de fluents ocupa en el llibre de Simpson cent quinze pàgines i en el text de Cerdà cent dues. És, per tant, important assenyalar dos aspectes a partir d'aquestes dades. Un és que, tal com s'està insistint, Cerdà està recollint íntegrament aquests darrers capítols del text de Simpson i l'altre és que un centenar de pàgines de les tres-centes vuitanta-sis que ocupen tot el text de Cerdà representen més d'una quarta part del total. Tenint en compte que la part dedicada a



les tècniques del càlcul de les fluents és essencialment algebraica, a l'hora de qualificar l'obra de Cerdà no seria encertat parlar d'un text on la visió geomètrica domina plenament. L'àlgebra ocupa certament un paper rellevant tant en el text de Simpson com en el de Cerdà, en extensió i pel seu contingut.

Que l'àlgebra pren un paper rellevant en l'obra de Simpson<sup>75</sup> es pot comprovar ja al principi del llibre de Simpson, en les seves primeres pàgines, després d'haver deduït la fluxió de  $x^2$  :

Potser pot semblar poc rigorós que es comparin les Fluxions de  $x$  i  $x^2$  i aquestes siguin expressades ambdues per Línies, quan les Fluents elles mateixes, considerades com una Recta i un Quadrat, no admeten Comparació. Aquesta Objecció, efectivament, tindria tota la força si les Expressions es restringissin a un Significat geomètric; però aquí els nostres Conceptes són més abstractes i universals, sense veure'ns obligats a tenir en compte quin tipus d'Extensió pot ser definit per aquesta o altra Expressió, sinó solament els Valors significatius de les Quantitats algebraiques [...] I, encara que les Quantitats de diferent tipus no poden ser comparades entre elles, les seves Mesures, en Nombres, sí que poden. [...].<sup>76</sup>

Tot i que, tant en el text de Simpson com en el Cerdà, la geometria continuï sent molt present en les seves demostracions, com es pot comprovar poques pàgines més

---

<sup>75</sup> Quan es va estudiar l'obra i la pràctica docent de Simpson, en el capítol 2, es va veure la vessant més algebrista d'aquest matemàtic. Ja des de principis del segle XVII, diversos matemàtics, com Fermat o Descartes, havien comprovat que els mètodes algebraics constituïen una eina útil per resoldre problemes geomètrics. L'any 1655, Mengoli, en la seva obra *Via Regia ad Mathematicas per Arithmetiam, Algebram Speciosam, & Planimetriam*, [...], dividia les matemàtiques en tres parts: aritmètica, àlgebra especiosa i planimetria, és a dir, per a ell, l'àlgebra era una part al mateix nivell que la geometria i l'aritmètica. I, efectivament, a mitjans de segle XVIII, l'àlgebra a Europa ja havia adquirit un reconeixement com a part independent de la geometria, però el procés d'algebrització de les matemàtiques no va ser lineal ni en el temps ni en l'espai. Així, a la Gran Bretanya, Simpson encara es veu obligat a defensar l'eina algebraica en front dels que consideren la geometria com la part sublima de les matemàtiques. Per un estudi de les relacions entre l'àlgebra i la geometria al segle XVII, veure Massa (2001).

<sup>76</sup> Simpson, 1750; p. 5: "It may, perhaps, seem inaccurate, that the Fluxions of  $x$  and  $x^2$  are compared together, and expressed both by Lines, when the flowing Quantities themselves, considered as a Right Line and a Square, admit of no Comparison. This Objection would, indeed, be of force, where the Expressions restrained to a geometrical Signification; but here our Notions are more abstracted and universal, not obliging us to regard what Kind of Extension, may be defined by this or that Expression, but only the Values of the algebraic [...] And, though Quantities of different Kinds cannot be compared with each other, their Measures, in Numbers, may [...]."

endavant amb la demostració de la fluxió del producte de dues quantitats on s'identifica un producte i un rectangle, Simpson, amb la nota anterior, creu convenient recordar la necessitat de que l'àlgebra s'independitzi de la geometria, tal com realment està passant. La importància de l'eina algebraica en el nou càlcul fluxional serà quelcom reivindicat per Simpson durant tota la seva vida professional. Cerdà recull aquesta visió i, d'alguna manera, l'amplia, encara que, en els seus textos, no presenti una reflexió sobre aquest tema. Exposem alguns elements rellevants en relació al paper que juga l'àlgebra en el text de Cerdà:

1. En el capítol 11, a partir de la introducció dels logaritmes hiperbòlics, Cerdà, seguint a Simpson, construeix una taula, ja comentada, que dóna les fluents d'una sèrie d'expressions algebraiques i en el capítol 12, construeix una altra, a partir de "raons trigonomètriques". La introducció dels logaritmes hiperbòlics així com l'establiment de les relacions entre la fluxió de l'arc d'una corba i les fluxions de les seves "raons trigonomètriques", mostra la peculiar combinació d'una potent influència de la geometria –com ho prova la mateixa denominació d'hiperbòlic– amb la força que va adquirint l'àlgebra, particularment amb l'ús de les sèries infinites de potències i la construcció de taules que serveixen per classificar i generalitzar, facilitant els resultats algebraics posteriors.

2. Aquesta voluntat de classificar i generalitzar es pot observar en la mateixa estructura del text de Simpson, i també en el de Cerdà. És el cas del capítol "Cap. [22] De la Aplicación de las Fluxiones a la Resolución de aquellas especies de Problemas de Maximis y Minimis, que dependen de una Particular Curva, cuya naturaleza se debe determinar", on es posa de manifest la pràctica d'intentar agrupar diferents problemes de moltes diverses matèries com un mateix camp d'aplicació de determinats resultats algebraics. De fet aquesta pràctica és una manera de validar l'eina algebraica com la que permet resoldre de formes similars vells problemes tan de geometria com de mecànica o dinàmica.

3. En general, la metodologia serà la mateixa durant tot el text, tant en el de Cerdà com en el de Simpson, és a dir la de tractar problemes clàssics, principalment geomètrics, mitjançant l'àlgebra. Un bon exemple d'aquesta metodologia es pot trobar en el problema 11 del capítol 23: "Determinar la Diferencia entre la Longitud del Arco de una Semi-hipérbola infinitamente alargada y su asíntota"<sup>77</sup> que correspon al "Prob.XI, 435. To determine the Difference between the Length of the Arch of a Semi-hyperbola infinitely produced, and its Asymptote" de la secció XI (II part). Per arribar a calcular la diferència de longitud entre l'arc d'una hipèrbola i la seva asímptota, en primer lloc, els autors estableixen unes relacions entre els paràmetres de la hipèrbola, a partir de les propietats geomètriques d'aquesta. Però, finalment, és amb el recurs de l'àlgebra de les sèries infinites de potències, que s'obté una solució aproximada.

4. Cerdà segueix a Simpson, en allò que es refereix a la inclinació cap l'àlgebra, però, d'alguna manera l'accentua. Tot i que, en general, segueix el text de Simpson quan reproduïx un exercici, de vegades, afegeix alguna expressió o modifica l'exercici original. En la majoria dels casos, la modificació va en el sentit d'accentuar l'aspecte algebraic de l'exercici. Un exemple d'això es pot comprovar en el problema, "Tirar una Tangente  $BE$  al punto  $D$  del Círculo  $ADP$ " del capítol 6 "Explicase el Método de tirar las Tangentes a las Curvas por medio de las Fluxiones" que correspon al "Example I : 50. To draw a Right-line  $CT$ , to touch a given Circle  $BCA$ , in a given Point  $C$ " de la secció III (I part), "The Use of Fluxions in drawing Tangents to Curves" del llibre de Simpson.

Com es pot comprovar –a la pàgina següent– no hi ha massa diferències entre el desenvolupament d'un i de l'altre. Cal tornar a subratllar les diferències de notació i un altre detall rellevant: tot i que les figures sempre són molt semblants, en gairebé cap cas Cerdà utilitza les mateixes lletres. Però el que aquí volem emfatitzar són les diferències en la forma de concloure l'exercici. Simpson vol insistir en que el resultat coincideix amb el que s'obtidria a partir de les propietats del triangle rectangle  $OCT$ , mentre que

---

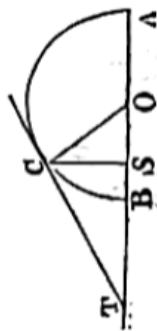
<sup>77</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. [23] Resolución de varios Problemas de diferentes Especies"; RAH, 9/2792/24 f. 5v.

Cerdà prefereix expressar la subtangent en funció només de la variable  $x$ . Sembla que en aquesta manera d'acabar, a diferència de l'anglès, que continua recolzant-se en la geometria com a garantia d'uns resultats correctes, el català vulgui arribar a un resultat algebraic més adreçat a l'aplicació pràctica i generalitzable. Aquesta petita modificació pren més rellevància quan es comprova que el mateix exercici, en la seva primera versió, acabava de forma similar a l'exercici original de Simpson:

A l'esquerra l'exercici segons Simpson i a la dreta segons Cerdà

Example I

50. Dibuixar una línia recta CT, que toqui a un cercle donat BCA, en un punt donat C



Segui CS perpendicular al diàmetre AB i sigui AB = a, BS = x i SC = y; llavors, per la propietat del cercle,

$$y^2(CS^2) = BS \times AS (= x \times a - x) = ax - x^2$$

I si calculem la fluxió, per tal de determinar la raó entre  $\dot{x}$  i  $\dot{y}$ , tenim

$$2y\dot{y} = ax - 2x\dot{x}; \text{ en conseqüència } \frac{\dot{x}}{\dot{y}} = \frac{2y}{a-2x} = \frac{y}{\frac{1}{2}a-x}; \text{ la qual multiplicada per } y,$$

dóna  $\frac{y\dot{x}}{\dot{y}} = \frac{y^2}{\frac{1}{2}a-x}$  = la subtangent ST. D'on (suposant O com centre) tenim

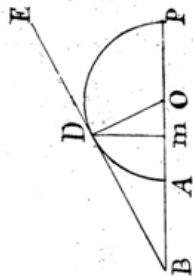
$$OS \left( \frac{1}{2}a - x \right) : CS(y) :: CS(y) : ST, \text{ la qual cosa també sabem a partir d'altres principis.}^A$$

<sup>A</sup> Simpson (1750); Part I; p. 54. Per veure l'original es pot consultar l'annex 12.

Problema] 1. Tirar una Tangente BE al punto D del Círculo ADP

Sea Dm la perpendicular tirada desde el punto dado D al Eje o Diámetro AP. Haciendo pues el Diámetro AP = a, su parte o Abscisa correspondiente Am = x, y la perpendicular o

Ordenada Dm = y, por la propiedad del Círculo tendremos  $Dm^2 = Am \times mP$ , esto es  $y^2 = ax - x^2$ , cuya Fluxión,



$$2y\dot{y} = a\dot{a}x - 2x\dot{a}x \text{ nos darà } \dot{a}x = \frac{2y}{a-2x} \times \dot{a}y, \text{ por consegüent } \frac{\dot{a}x}{\dot{a}y} = \frac{2y}{a-2x}$$

$$= \frac{y}{\frac{1}{2}a-x} \text{ que multiplicado por } y \text{ será } \frac{y\dot{a}x}{\dot{a}y} = \frac{y^2}{\frac{1}{2}a-x} = \frac{a-x}{\frac{1}{2}a-x} \times x = Bm,$$

Subtangible al Círculo.<sup>B</sup>

<sup>B</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*; "Explicase el Método de tirar las Tangentes a las Curvas por medio de las Fluxiones"; RAH 9/2792/28 f. 8v.

En la primera versió, el final del problema és una mica diferent ja que Cerdà, com Simpson, afegeix que el resultat obtingut s'adequa als resultats aconseguits geomètricament, (RAH 9/2812 f.108r): "Lo que, si se quiere demostrar por geometría, sale lo mismo, porque por ser semejantes los triángulos DmO, DmB nos dan Om : Dm = Dm : Bm, esto es  $\frac{1}{2}a - x : y :: y : \frac{y^2}{\frac{1}{2}a-x} = Bm$ ".

Aquesta mateixa inclinació de Cerdà es pot trobar al final del problema 9 del capítol 5, ja comentat. Cerdà, un cop ha trobat la màxima ordenada per un semicercle, acaba l'exercici explicant quin era l'objectiu real de l'exemple, és a dir, poder mostrar un resultat susceptible de ser generalitzat a nivell algebraic:

De esta operación se ve el método para encontrar la ordenada máxima en cualquier curva que la tenga que se reduce a que, tomada la Ecuación de la curva, se busca el valor de la ordenada, cuya fluxión puesta igual a 0, nos dará o bien el valor de la abscisa a quien corresponde la ordenada máxima o bien el mismo valor de la ordenada máxima.<sup>78</sup>

#### 4.6 Les aplicacions del càlcul fluxional a diversos camps

---

“Adiciones al Tratado de Fluxiones”, 254. Un capítol sobre màxims i mínims a partir d'un teorema, 257. Un recull de problemes de diferents tipus, 257. Cerdà modificant el text de Simpson, 259.

---

En aquest apartat es tracta, per una banda, d'explicar l'apèndix “Adiciones al Tratado de Fluxiones” que Cerdà afegeix al final de la primera part de la seva obra, i, per altra banda, presentar aquells capítols –el 22 i 23– on Cerdà, de la mà de Simpson, aplica el mètode de les fluxions a problemes més complexos i en àmbits diferents a la geometria, com la mecànica, òptica, o astronomia. L'apartat s'acaba fent un estudi general de quins són els diferents elements en el text de Cerdà que alteren el text original de Simpson.

---

<sup>78</sup> Cerdà, “Cap. [5]. Aplicación de las Fluxiones para la resolución de los problemas de Máximo o Mínimo”; RAH, 9/2812 f. 104 v.

El llibre de Simpson	Primera versió de Cerdà
Correspon a parts de diverses seccions II, III, V, VI, VIII, IX i X (Part I) i la secció IV (Part II)	Adiciones al Tratado de Fluxiones (34 p.)
Section X (Part II): Of the Application of Fluxions to the Resolution of such Kinds of Problems De Maximis et Minimis, as depend upon a particular Curve, whose Nature is to be determined (19 p.)	Cap. [22] De la Aplicación de las Fluxiones a la Resolución de aquellas especies de Problemas de Maximis y Minimis, que dependen de una Particular Curva, cuya naturaleza se debe determinar (21 p.)
Section XI (Part II): The Resolution of Problems of various Kinds. (69 p.)	Cap. [23] Resolución de varios Problemas de diferentes Especies (74 p.)

### *“Adiciones al Tratado de Fluxiones”*

Cerdà inclou tota una part que no correspon a cap secció específica del llibre de Simpson que anomena “Adiciones al Tratado de Fluxiones”. Aquest apèndix recull exercicis del llibre de Simpson que originalment estaven en diferents seccions d’aquest. De forma que agrupa els exercicis sota diferents títols que corresponen als capítols on s’haurien d’afegir: “Maximis et Minimis” que són exercicis per afegir a “Cap. [5] Aplicación de las Fluxiones para la resolución de los problemas de Máximo o Mínimo” (onze exercicis), “Después del Prob. 8º sobre el tirar tangentes” per afegir a “Cap. [6] De la Aplicación de las Fluxiones para tirar tangentes a las curvas” (dos exercicis), “Sobre los Radios de Curvatura y Evolutas” per afegir a “Cap. [8] Aplicación de las primeras y segundas fluxiones para determinar el radio de curvatura y las Evolutas de las curvas” (dos exercicis), “En el Método inverso después de las Series” per afegir a “[Cap. 9.3] Del uso de las Series Infinitas para encontrar las Fluents” (un exercici), “Sobre la Rectificación de las Curvas” per afegir a “Cap. [12] Del uso de las Fluxiones para la rectificación de las curvas” (un exercici), “Al último del Prob. 13 sobre la ‘cubatura’ de los sólidos” per afegir a “Cap. [13] Del uso de las Fluxiones para encontrar lo sólido de los cuerpos” (un exercici), “Sobre los segmentos de las figuras después del Cuaderno” per afegir a “Cap. [14a] Del uso de las fluxiones para encontrar las superficies de los sólidos” (un exercici) i “Sobre la transformación de Fluxiones” per afegir a “Capítulo [16]. De la Transformación de las Fluxiones” (quatre exercicis). Es tracta de vint-i-tres exercicis (trenta-quatre pàgines), dels quals quatre estan repetits, ja

que ja hi eren en els capítols anteriors esmentats, quatre més són exercicis que completen exercicis anteriors i la resta, és a dir quinze, no estaven encara inclosos en el tractat de Cerdà.

El llibre de Simpson	Primera versió de Cerdà
<b>Correspon a parts de diverses seccions II, III, V, VI, VIII, IX i X (Part I) i la secció IV (Part II)</b>	<b>Adiciones al Tratado de Fluxiones (34 p.)</b>
Section II (Part I): Of the Application of Fluxions to the Solution of problems de Maximis et Minimis	De Maximis et Minimis (Cap [5]); 11 exercicis
Section III (Part I): The Use of Fluxions in drawing Tangents to Curves	Después del Prob. 8º sobre el tirar tangentes (Cap. [6]); 2 exercicis
Section V (Part I): The Use of Fluxions in determining the Radii of Curvature, and the Evolutes of Curves	Sobre los Radios de Curvatura y Evolutas (Cap. [8]); 2 exercicis
Section VI (Part I): Of the Inverse Method, or the Manner of determining the Fluents of given Fluxions	En el Método inverso después de las Series ([Cap. 9.3]); 1 exercici
Section VIII (Part I): The Use of Fluxions in the Rectification, or finding the Lengths, of Curves	Sobre la Rectificación de las Curvas (Cap. [12]); 1 exercici
Section IX (Part I): The Application of Fluxions in investigating the Contents of Solids	Al último del Prob. 13 sobre la "cubatura" de los sólidos (Cap. [13]); 1 exercici
Section X (Part I): The Use of Fluxions in finding the Superficies of Solid Bodies	Sobre los segmentos de las figuras después del Cuaderno [Cap. [14a)]; 1 exercici
Section IV (Part II): Of the Transformation of Fluxions	Sobre la transformación de Fluxiones (Capítulo [16]); 4 exercicis

Tots ells són exercicis relacionats amb els de la primera versió de Cerdà. Per aquest motiu, com ja ha estat dit, "Adiciones al Tratado de Fluxiones" seria el final de la primera part de la primera versió del *Tratado de Fluxiones*.

En relació als exercicis dels capítols de màxims i mínims i tangència que Cerdà, en un primer moment, havia descartat i que ara recupera, s'ha de dir que, bàsicament, són exercicis que tenen una aplicació fora de l'àmbit geomètric. En general, però, la conclusió que se'n pot treure sobre la naturalesa d'aquest apèndix és que Cerdà vol completar el text de Simpson que no havia recollit del tot, completant exercicis i, molt sovint, repetint exercicis, suposadament, de forma involuntària.



Com a exemple de la forma en que Cerdà completa el text escrit en un primer moment, exposem el darrer exercici de la part titulada “De Maximis et Minimis”. Aquest exercici està recollit de l’escoli 47 de la secció II (I part) “Of the Application of Fluxions to the Solution of problems de Maximis et Minimis”<sup>79</sup> del llibre de Simpson i es tracta d’un dels exercicis que també Rieger inclou en la seva *Introducción fácil al Algoritmo de las fluxiones*. En l’exemple, Cerdà, Simpson i Rieger, de fet, tracten el tema de les condicions que imposa el “domini de la funció” (utilitzant una terminologia moderna) alhora de calcular el màxim i mínim relatiu. És el que avui anomenem màxim i/o mínim absolut. Reproduïm el text de Cerdà:

Otra cosa se debe reparar en esta especie de Problemas de Máximos y Mínimos y es que el Máximo o Mínimo encontrado haciendo la Fluxión = 0, se comprende entre los límites prescritos por la Naturaleza de la Cuestión o figura, lo que por lo común, se deduce de las condiciones que no entran en el Cálculo Algebraico.<sup>80</sup>

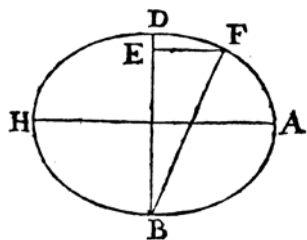
Por ejemplo, Búsqese el punt  $F$  en una Elipse dada  $ABHD$  que sea el más remoto de todos desde el extremo  $B$  del Eje conjugado  $BD$ .<sup>81</sup>

En tal caso tirando  $FE$  paralela al Eje transverso  $AH$  haciendo  $AH = a$ ,  $BD = b$  y  $BE = x$ , por la proximidad de la curva tendremos  $BF^2 (= BE^2 + EF^2) = x^2 + (bx - x^2) \times \frac{a^2}{b^2}$ , de donde  $x = \frac{\frac{1}{2}a^2b}{a^2 - b^2}$ . Pero por la naturaleza de la Figura, el mayor valor que  $x (= BE)$  puede tener, es  $b (= BD)$ , luego si la relación entre  $a$  y  $b$  es tal  $\frac{\frac{1}{2}a^2b}{a^2 - b^2}$  sea mayor que  $b$ , la solución será manifiestamente imposible. Para determinar, pues, los límites, hágase  $\frac{\frac{1}{2}a^2b}{a^2 - b^2} = b$ ,

<sup>79</sup> Simpson (1750); p. 44.

<sup>80</sup> Al marge dret apareix escrit: “Al último de Maximis et Minimis”.

<sup>81</sup> Cerdà escriu el número “47” que coincideix amb la pàgina del llibre de Simpson on es pot trobar la figura de l’exercici corresponent:



encontraremos  $2b^2 = a^2$ , de donde la solución sobredicha tendrá sólo lugar cuando  $2BD^2$  sea igual o menor que  $AH^2$ .

Otra cosa se debe considerar en este punto y es que el valor de  $x$  encontrado por el común Método da una cantidad menor por Máximo y otra mayor por Mínimo que la que resulta de los extremos mismos por los cuales  $x$  se limita.<sup>82</sup>

### *Un capítol sobre màxims i mínims a partir d'un teorema*

El capítol 22 és el que correspon a la secció X (II Part) del llibre de Simpson. En aquest capítol queden recollits deu exercicis de màxims i mínims, geomètrics o de mecànica, resolts a partir de tècniques que apliquen el mètode directe i invers de les fluxions. Al principi del capítol, com a introducció, es demostra un teorema que permet trobar la relació entre dues variables, per a un determinat valor, si es vol aconseguir el màxim o mínim d'una expressió relacionada amb aquestes<sup>83</sup>. La raó d'introduir aquest teorema és que serà aplicat en els exercicis següents.

Cerdà va escrivint, al marge, a quin àmbit pertany cada exercici –geometria, resistència, òptica, etc.– i, sense dibuixar cap figura, anota la pàgina on es pot trobar aquesta en el llibre de Simpson.

### *Un recull de problemes de diferents tipus*

Un cas ben diferent és el capítol 23 que correspon a la secció XI del llibre de Simpson el qual és un recull de problemes sense, aparentment, una mateixa línia argumental. Es tracta del capítol més llarg de tota l'obra i, en el cas de Simpson, és el darrer, recollint trenta-set problemes en seixanta-nou pàgines mentre que el capítol de Cerdà recull

<sup>82</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Adiciones al Tratado de Fluxiones"; RAH, 9/2792/36 f. 6r.

<sup>83</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. [22] De la Aplicación de las Fluxiones a la Resolución de aquellas especies de Problemas de Maximis y Minimis, que dependen de una Particular Curva, cuya naturaleza se debe determinar"; RAH, 9/2792/22 f. 7v.: "Si se busca una Relación de dos cantidades Fluentes  $y$  y  $u$  tal que cuando la Fluente de  $y^m du$  es igual a un valor dado, la de  $\frac{y^r \times (du^2 \pm dy^2)^n}{dy^{2n-1}}$  sea un Máximo o un Mínimo, dicha Relación que se busca debe ser tal que  $\frac{y^{r-m} du \times (du^2 \pm dy^2)^{n-1}}{dy^{2n-1}}$  sea siempre la misma o lo que es lo mismo igual a una cantidad constante."

trenta-sis problemes en setanta-quatre pàgines. En aquest capítol apareixen problemes de diferents tipus com ja indica el títol i Simpson, de fet, reedita una sèrie de problemes que ja havia publicat anteriorment, particularment en la seva primera versió del tractat sobre fluxions de l'any 1737. Cerdà tradueix al peu de la lletra aquests exercicis i, de tots, només se'n salta el problema XXVIII sobre pènduls. Al marge de cada exercici els classifica per temes. Així es poden comptar dotze de geometria, vuit de "movimiento", un de "aereométrica", quatre d'òptica, un de geografia, dos de resistència, tres d'aritmètica, tres de llum i calor i dos d'astronomia. En total trenta-sis problemes. Alguns d'ells van numerats com els de "movimiento" o de resistència, com si ja els hagués inclòs en altres textos. I com en els capítols anteriors, cada cop que fa referència a una figura, al marge apareix la pàgina del llibre de Simpson on aquesta figura es troba. No en tots els problemes s'aplica el càlcul fluxional i en alguns d'aquests, després de resoldre'ls usant fluxions, s'ofereix una solució sense aplicar aquestes.

Dels dotze exercicis geomètrics, cinc són de màxims i mínims, on en alguns d'ells s'incorpora problemes amb angles. Els resultats de quatre exercicis més estan relacionats amb propietats geomètriques de còniques. Dos altres exercicis són problemes de llocs geomètrics i un darrer exercici permet trobar les raons trigonomètriques d'un angle. Alguns exercicis són una extensió de capítols anteriors (de màxims i mínims, quadratures, rectificacions,...), en molts d'ells domina la demostració geomètrica i inclús en algun ni tan sols s'aplica la teoria de fluxions. Només en tres exercicis (dos relacionats amb propietats geomètriques de les còniques i l'exercici que permet trobar les raons trigonomètriques d'un angle) apareixen les sèries infinites de potències. Els vuit exercicis classificats com de "movimiento" més el de "aerométrica" són exercicis on s'aplica els principis de la mecànica i alguns d'ells estan resolts de dues maneres, una usant fluxions i l'altra sense fer-ho. En un parell de problemes es tracta de trobar la "fuerza mínima" en un determinat context i els altres són bàsicament problemes relacionats amb politges. Les demostracions són fonamentalment geomètriques i en cap d'aquestes intervenen les sèries infinites de potències. Els exercicis d'òptica i geografia són exercicis relacionats amb la reflexió i

refracció de la llum i, per tant, amb els seus angles corresponents. En aquests problemes, doncs, s'apliquen les fórmules que s'havien obtingut en capítols anteriors relacionades amb logaritmes hiperbòlics i raons trigonomètriques. Dels dos exercicis classificats com de "resistència", en un d'ells, on es tracta de trobar la forma d'un determinat cos per a que la resistència que ofereixi el medi on es mou sigui mínima, no s'utilitzen fluxions i en l'altre, on apareixen angles, s'usen les fluxions relacionades amb logaritmes hiperbòlics i raons trigonomètriques. Dels tres exercicis d'aritmètica, n'hi ha dos de màxims i mínims i l'altre, que és el primer del capítol, consisteix en trobar "l'anti-logaritme" d'un nombre. En tots tres exercicis s'utilitzen les sèries infinites de potències. Dels exercicis catalogats com de "llum i calor" i d'astronomia, n'hi ha tres de màxims i mínims<sup>84</sup> i els altres dos són exercicis on es tracta de calcular la raó de calor (raigs de llum) en punts geogràfics de diferents latituds. En el llibre de Simpson, en alguns d'aquests exercicis, s'apliquen resultats obtinguts en el capítol dedicat a la trigonometria esfèrica. Cerdà ha deixat anotat que el capítol "De las Fluxiones de los Lados y Ángulos de los Triángulos Esféricos" sigui el darrer de l'obra, la qual cosa, però, no li impedeix incloure aquests exercicis en el capítol anterior.

En tots els exercicis inclosos en aquest capítol, el pes de la geometria combinada amb les lleis de la mecànica o de la matèria corresponent és tant o més rellevant que el càlcul fluxional que s'utilitza. El mètode de les fluxions apareix encara com un complement que ajuda a resoldre diferents problemes i només s'insinua la seva potència si es pren consciència de l'amplitud del seu àmbit d'aplicació.

### *Cerdà modificant el text de Simpson*

Cerdà ha modificat el text de Simpson en moltes ocasions i ja en el capítol 3 anterior, s'havia conclòs que el text de Cerdà no n'és una simple traducció, particularment en allò que fa referència als seus primers catorze capítols. Cerdà elimina parts, n'afegeix

---

<sup>84</sup> "Dadas la Elevación de Polo y la Declinación del Sol, encontrar en qué tiempo del día el Azimut del Sol aumenta más a prisa", "Encontrar cuando la parte de la Ecuación de tiempo que proviene de la oblicuidad de la Eclíptica con el Ecuador será un máximo", "Determinar cuando la Ecuación absoluta de Tiempo que proviene de la desigualdad del Movimiento Aparente del Sol y de la oblicuidad de la Eclíptica juntas es un Máximo".

d'altres, reestructura el text. Durant aquest capítol 4, s'ha pogut comprovar que, en relació als primers catorze capítols de la seva primera versió:

- ✓ El llenguatge de Cerdà manté fortes reminiscències leibnizianes, ben diferents del text de Simpson.
- ✓ Cerdà inclou comentaris sobre els diferents corrents del càlcul diferencial i sobre la notació utilitzada i els inconvenients de la notació fluxionana.
- ✓ Igualment, és rellevant la introducció del capítol dedicat a la quadratura de corbes, on Cerdà incorpora conceptes leibnizians –l'àrea és suma de fluxions– i en el dedicat a la rectificació de les corbes –la corba és la suma de les fluxions.
- ✓ Inclou un problema, resolt de manera singular, que no es troba en el text de Simpson.

En relació als catorze capítols de la segona versió, s'ha observat que:

- ✓ Tot i que la reducció del text original de Simpson és considerable, Cerdà s'estén molt més en les primeres definicions de fluxió, posant alguns exemples més.
- ✓ Com en la primera versió, Cerdà comenta els diferents corrents del càlcul diferencial i comenta les regles que cal aplicar amb la notació de la diferencial.
- ✓ Manté, en part, algun concepte leibnizià en la introducció del capítol dedicat a la quadratura de corbes.

Tant en la primera com en la segona versió, s'ha pogut observar que Cerdà:

- ✓ Accentua el caràcter didàctic d'algunes explicacions afegides, com per exemple en la introducció del capítol dedicat a les Fluxions superiors.
- ✓ Accentua el caràcter algebraic en alguns exercicis.

Igualment s'ha pogut constatar, en els capítols posteriors als primers catorze, dels quals només es disposa d'una versió, que el text de Cerdà divergeix del de Simpson, quan el matemàtic català ha decidit canviar l'ordre del llibre de Simpson, com en els capítols 15 "De las Fluxiones de Cantidades Exponenciales", 16 "De la Transformación de las Fluxiones" i 24 "De las Fluxiones de los Lados y Ángulos de los Triángulos Esféricos". En les introduccions d'aquests capítols, Cerdà justifica el lloc que ha reservat per a cada capítol dins el seu tractat:

En el capítol 15 sobre les fluxions de les "Cantidades Exponenciales":

Pero como rarísima vez ocurren en la práctica semejantes Exponentes por eso le hemos reservado para este capítulo donde sólo lo apuntaremos para no alargar este volumen [...].<sup>85</sup>

En el capítol 16 sobre "De la Transformación de las Fluxiones":

[...] las Reglas dadas hasta aquí sin recurrir a Series, para lo cual conducirán las advertencias siguientes que he reservado para este capítulo último [...].<sup>86</sup>

En el capítol 24 sobre trigonometria esfèrica:

Sólo falta para concluir esta obra el dar alguna noticia de las Fluxiones de los Lados y Ángulos de los Triángulos Esféricos [...].<sup>87</sup>

Però, fins i tot en la segona part del seu tractat, on menys modifica el text original de Simpson, cal dir que, en determinades ocasions, es posa de manifest que Cerdà no és un simple lector i traductor passiu.

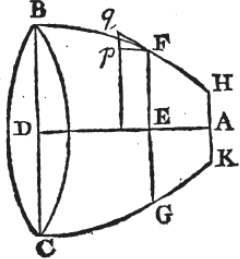
Així, per exemple, analitzem el problema 4 "Determinar la Curva *HFB* de cuya revolución se puede formar un sólido *BK* tal que moviéndose por un medio en la

<sup>85</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. [15] De las Fluxiones de Cantidades Exponenciales". RAH, Colección "Cortes", 9/2792/46 f.4r.

<sup>86</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. [16] De la transformación de Fluxiones". RAH, Colección "Cortes", 9/2792/46 f.4r.

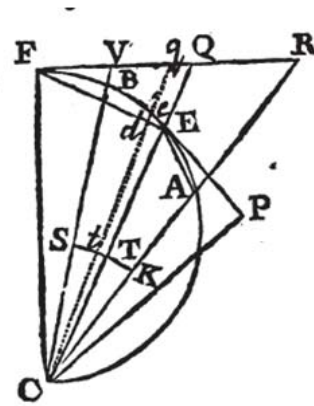
<sup>87</sup> Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, "Cap. [24] De las Fluxiones de los Lados y Ángulos de los Triángulos Esféricos"; RAH, 9/2792/22 f. 1r.

direcció de su Eje se resienta menos de la Resistencia que ningún otro sólido de la misma longitud  $DA$  y base  $BC$ ” del capítol 22 que correspon al problema IV de la secció X del llibre de Simpson. Cerdà escriu al marge d’aquest exercici “ 8<sup>o</sup> Resistencia” i més avall “488” que és la pàgina del llibre de Simpson on apareix la figura del problema. El problema recorre als principis de mecànica i es resol també a partir del teorema del principi del capítol. En aquest cas, Simpson comet un petit error –escriu “Maximum” on havia de dir “Minimum”– que Cerdà corregeix en la seva versió, la qual cosa demostra que aquest darrer no està solament traduint el text de Simpson sinó que l’està treballant<sup>88</sup>. En aquest mateix exercici, Cerdà afegeix un breu comentari (que hem ressaltat en negreta), que demostra que no solament està treballant el text de Simpson sinó que està pensant en explicar-lo:

Simpson, Section X; 413. Prob. IV.	Cerdà, Cap. [22]; problema 4.
<p>That the Curve does not meet its Axis in the extreme Point A , but has an Ordinate AH at that Point (as represented in the Figure) is evident from the foregoing Equation. (...) y (...) so, can never equal to Nothing.</p>	<p>Que la Curva no deba encontrar su Eje en el punto extremo A, sino que ahí debe tener una ordenada AH en este punto (como se representa en la Figura) se deduce de la Ecuación sobredicha, (...) y (...) por consiguiente no puede llegar a cero, <b>como se requería para que la curva cortase el eje en el punto A.</b></p>
 <p>The diagram shows a curve segment with endpoints B (top) and C (bottom). A horizontal axis is drawn through points D, E, and A. Point A is the rightmost point of the curve. A vertical line segment AH is drawn from point A to point H on the curve. Another vertical line segment EF is drawn from point E on the axis to point F on the curve. A third vertical line segment p is drawn from point p on the axis to point q on the curve. Point G is on the curve, and point K is on the axis below A.</p>	

<sup>88</sup> Simpson (1750); p. 488. Cerdà, *Tratado de Fluxiones*, “Cap. [22] De la Aplicación de las Fluxiones a la Resolución de aquellas especies de Problemas de Maximis y Minimis, que dependen de una Particular Curva, cuya naturaleza se debe determinar”; RAH, 9/2792/23 f. 3v.

Altres vegades Cerdà afegeix anotacions al marge com és el cas del problema 9 “Encontrar el camino  $AEB$  que deba describir un Cuerpo que se mueva uniformemente de un punto  $A$  a otro punto  $B$  pero de suerte que siendo siempre agitado por una fuerza o Poder que varie en la razón inversa del Cuadrado de distancia desde un centro  $C$ , la Acción entera sobre el Cuerpo sea un Mínimo” del mateix capítol 22. Aquí es tracta d'un problema de dinàmica que també es resolrà de forma similar que els altres. Com en els altres problemes, Cerdà escriu el tema del problema, “Movimiento 6<sup>o</sup>” i la pàgina del llibre de Simpson on es pot trobar la figura corresponent.



Però a més a més Cerdà afegeix, al text de Simpson, quins canvis s'han efectuar en la figura<sup>89</sup>: “En la figura en vez de  $d$  se ha de poner  $n$  y en vez de  $e$ , se ha de poner  $s$ ”.

El motiu de no utilitzar la  $d$  és clar ja que no vol que es pugui confondre amb la  $d$  de diferencial, no està tan clar el per què de no voler utilitzar la  $e$ . En qualsevol cas aquesta preocupació per fer la figura el més entenedora possible i que el seu text coincideixi amb aquesta, mostra una clara voluntat de que aquest pugui ser utilitzat posteriorment.

#### 4.7 El llenguatge en el text de Cerdà

---

El llenguatge algebraic, 263. Un discurs adreçat als alumnes, 265. El llenguatge visual, 266.

---

##### *El llenguatge algebraic*

En diverses ocasions, en aquesta tesi, ens hem centrat en l'aspecte algebraic del text de Cerdà. El que es tracta, aquí, és posar específicament l'atenció en el llenguatge algebraic com eina de comunicació escrita. Efectivament, com ja s'ha dit, en el

---

<sup>89</sup> La figura adjunta és la que correspon al text de Simpson.



desenvolupament d'algun exercici, Cerdà prefereix insistir en el resultat algebraic més que en el seu significat geomètric, que apareix en el text de Simpson, però, en qualsevol cas, és sobre tot en la notació algebraica concreta on es poden observar algunes diferències entre Simpson i Cerdà.

En primer lloc, cal recordar que l'aspecte més rellevant en allò que es refereix a l'expressió algebraica, en els escrits de Cerdà, és la notació leibniziana de diferencial, que sempre utilitzarà des del primer moment i en tots els seus textos.

Un aspecte que també es pot observar és l'ús dels parèntesis. Allà on Simpson escriu la barra superior, Cerdà la substitueix per uns parèntesis, incorporant, d'aquesta manera, la notació europea més usual. En aquest cas, però, Cerdà no és constant ja que en alguns fragments, probablement escrits durant els primers anys de la seva activitat docent com a matemàtic, utilitza la barra superior en lloc dels parèntesis.

Una cosa semblant passa amb l'ús de l'exponent per a les potències. Simpson, en general, quan es vol referir al quadrat d'una quantitat l'escriu com a potència d'exponent 2 però, en determinades ocasions, l'escriu en forma de producte, particularment quan està tractant amb equacions de corbes. Cerdà, en canvi generalment, quan transcriu Simpson, sempre utilitza la potència.

Per altra banda, un dels aspectes que diferencien la notació algebraica en els textos de Cerdà de l'actual és l'ús del símbol multiplicador. Tant en el text de Cerdà com en el de Simpson el símbol que s'utilitza és variat. De vegades és una creu, de vegades un punt i de vegades, quan hi ha uns parèntesis, res. De totes maneres la creu és el d'ús més generalitzat. L'altre aspecte que, avui dia, també gairebé ha desaparegut és la utilització dels símbols de proporcionalitat de quantitats que tant Simpson com Cerdà usen amb molta freqüència, particularment en els exercicis de geometria. Finalment en els textos tant de Cerdà com de Simpson, seguint la notació newtoniana, no s'utilitza cap símbol particular per a la fluent o la integral.

Finalment és precís referir-se al “Prob. 9. Encontrar la ordenada máxima de un círculo” del capítol [5] de la primera versió<sup>90</sup>, on l'èmfasi sobre la generalització del problema només és possible pel nivell aconseguit en el llenguatge algebraic utilitzat.

### *Un discurs adreçat als alumnes*

El primer que s'observa en un text matemàtic de fa tres segles és el pes que té el llenguatge retòric, tot i haver-se ja introduït el llenguatge algebraic. Això mateix és el que es pot observar en el text de Cerdà. Tant les definicions com les demostracions es recolzen en explicacions retòriques, les quals, segons criteris de l'època, fan més entenedors els elements matemàtics al lector o alumne. De totes maneres, Cerdà, comparat amb altres autors del moment, no s'estén massa en explicacions retòriques. Per exemple, a diferència d'altres manuals, el seu tractat no inclou una introducció. Llegint a Cerdà es té la impressió que no tingui una particular habilitat a l'hora d'expressar-se ja que sovint és sobri i poc donat a grans explicacions, però justament aquesta concisió el fa ser un bon comunicador i facilita la comprensió d'allò que vol transmetre.

Ja s'ha comentat que Cerdà està escrivint bàsicament per als seus alumnes, però, a més a més, si es llegeix el seu text, particularment quan aquest deixa de seguir el text de Simpson, hom pot adonar-se que el seu discurs és el d'un mestre dirigint-se als seus alumnes. Això és el que es pot comprovar en el “Cap 4: De las Fluxiones Superiores”, on Cerdà fa una introducció al tema, que no apareix en el llibre de Simpson, quedant clara la voluntat didàctica del matemàtic català:

Hasta ahora hemos visto la Fluxiones de las Cantidades Variables que son aquellos Incrementos por los cuales una Cantidad se *aumentaría* si el Punto, Línea o Figura generatriz prosiguiese uniformemente con aquella velocidad que en un lugar tiene [...].

Pregunto ahora, estas pequeñas Líneas, Planos o Sólidos son constantes o son variables? Si son constantes (...) no tendrán Fluxión o lo que es lo mismo su Fluxión será = 0. Si son

---

<sup>90</sup> Veure § 4.2, “Dos exemples de l'aplicació del mètode de fluxions a la geometria” d'aquesta tesi.

variables [...] han de tener también sus Fluxiones que serán Fluxión de Fluxión o *Segundas Fluxiones* respecto de la primera Cantidad, cuyas Fluxiones en los Capítulos Antecedentes hemos contemplado.<sup>91</sup>

Per altra banda, com en tots els escrits de l'època, l'ortografia del text de Cerdà no sempre segueix unes mateixes regles i en d'altres ocasions sembla que el discurs de Cerdà estigui excessivament sotmès a les servituds d'una traducció massa literal de l'anglès, sobre tot en el text corresponent a la segona part del seu tractat.

### *El llenguatge visual*

El paper de les figures en el tractat de Cerdà ha permès diferenciar diferents textos i diferents moments en que aquests van ser escrits. Probablement aquestes figures haguessin millorat en qualitat en el cas d'arribar-se a imprimir el text, com també molt probablement no hagués estat ell mateix qui les hagués acabat dibuixant. En qualsevol cas, és evident que les figures juguen un paper primordial en el seu text i per aquest motiu quan Cerdà està escrivint la versió que vol imprimir per als seus alumnes refà les figures que s'ha trobat en el llibre de Simpson, canvia les lletres per tal d'adaptar-les al seu text i les retoca.

Tant en la seva primera versió com en la segona del *Tratado de Fluxiones*, Cerdà només incorpora imatges en els primers catorze capítols. A la primera versió es tracta de setanta-set figures pràcticament totes elles numerades. En canvi a la segona versió el nombre de figures queda reduït a quaranta-sis, des del moment que també el nombre d'exercicis disminueix. Cerdà manté la mateixa numeració de la primera versió quan escriu la segona, la qual cosa no té una explicació clara si realment la intenció era la seva publicació. Per altra banda, com ja s'ha dit, la qualitat de les figures, quan passa d'una versió a l'altra, millora substancialment.

A partir del capítol 14, on només es disposa d'una única versió del tractat de fluxions, ja no apareix cap més figura però si la pàgina del text de Simpson on aquesta

---

<sup>91</sup> Cerdà, Tomàs, *Tratado de Fluxiones*, "Cap 4: De las Fluxiones Superiores"; RAH, 9/2812, f. 92v.

es pot trobar. Això pot indicar una forma senzilla d'incorporar la figura omesa en cas de publicació o simplement facilitar la consulta d'uns apunts que havien de servir per donar una classe, d'uns apunts que podien ser utilitzats no solament pel mateix Cerdà. Aquesta voluntat de que el seu text pogués ser utilitzat posteriorment queda plenament reforçat quan, en alguna ocasió, Cerdà dona orientacions sobre quins canvis de lletra s'han de fer a la figura al·ludida.

#### 4.8 Conclusions

Ens havíem marcat com objectiu d'aquest capítol el de situar el *Tratado de Fluxiones* de Cerdà en el context de la nova disciplina, com era el càlcul diferencial i integral a l'Europa i, concretament a l'Espanya del segle XVIII, per, d'aquesta manera, entendre l'aportació del text de Cerdà en allò que es refereix al seu contingut matemàtic. A partir de l'anàlisi que s'ha exposat en aquest capítol, voldríem resumir en sis les conclusions que d'aquesta anàlisi se'n deriven, les quals, creiem, responen en gran part als objectius marcats.

1. En primer lloc hem de situar el treball de Cerdà dins el corrent newtonià vigent a la Gran Bretanya del segle XVIII i a part del continent europeu. Efectivament Cerdà adopta plenament la concepció geomètrico-cinemàtica i adopta el concepte de fluxió de Simpson com a vertebrador del nou càlcul. Aquest concepte ha sofert una evolució des dels seus inicis amb Newton, on el refús teòric a la utilització dels infinitedsimos juga un paper central per distanciar-se de la visió leibniziana. Aquesta visió essencialment cinemàtica no solament estarà present en les primeres definicions i regles sinó també alhora d'establir els criteris de màxims i mínims d'una variable o alhora d'introduir la tangent a una corba com la recta que representa un moviment uniforme a partir d'un punt d'aquesta i que "queda a un costat" de la mateixa.

2. En el primer apartat d'aquest capítol s'ha avançat que tant Cerdà com Simpson, tot i ser uns convençuts newtonians, tenen una actitud oberta a les aportacions del corrent leibnizià. Simpson raona aquesta actitud i l'aplica en determinades ocasions.

Cerdà l'aplica igualment en diferents temes. Efectivament, malgrat el refús teòric dels infinitèsims més d'una vegada aquests apareixen en les demostracions dels dos autors. Tant Cerdà com Simpson estan oberts a considerar que les dues visions condueixen als mateixos resultats. I aquí és important recordar l'aproximació al concepte de límit que apareix en el text de Simpson, així com recollir la introducció de la quadratura d'una corba que Cerdà fa, on planteja l'equivalència entre l'operació de calcular la fluent a partir de la fluxió (com estableix Newton i Simpson) i la de calcular una suma d'infinits termes.

3. El tercer aspecte que és important assenyalar és sobre el paper que juga l'àlgebra, com eina innovadora estretament associada al desenvolupament del càlcul diferencial i integral, en l'obra de Cerdà. D'entrada, Simpson és un dels matemàtics britànics del segle XVIII que més valora la potència de l'eina algebraica, actitud que Cerdà no solament mantindrà sinó que accentuarà. Efectivament, no es pot entendre d'altra manera el fet que Cerdà adopti, tot i la seva fidelitat a Simpson, la notació de diferencial leibniziana. A més a més, com ja s'ha observat en alguns exercicis, en relació al text de Simpson, hi ha un cert reforçament de l'aspecte algebraic en el text de Cerdà. També ja s'han apuntat alguns aspectes en la notació algebraica de Cerdà més propers a la continental, com l'ús dels parèntesis o la notació de les potències. En qualsevol cas, Cerdà, com la majoria dels seus contemporanis, no sempre segueix les mateixes pautes en allò que fa referència a la notació.

En la segona part del Tratado, el pes de l'àlgebra està clar quan s'observa l'espai que ocupen els capítols dedicats a les tècniques de càlcul integral. Però, en particular, cal emfatitzar en alguns aspectes que volen reforçar la utilitat de la nova eina algebraica, tant en el text de Cerdà com en el de Simpson:

- ✓ Resulta particularment rellevant la creació de taules algebraiques a partir de les quals la seva aplicació, combinada amb l'ús de les sèries infinites de potències, permet resoldre molts diferents problemes posteriorment.

- ✓ És de destacar la pràctica d'agrupar una sèrie de problemes per poder aplicar un mateix resultat algebraic, particularment en el capítol 22, com a mostra de la potència generalitzadora de l'àlgebra.
- ✓ Igualment, tant en el text de Simpson com en el Cerdà, es posa de manifest com s'aplica l'àlgebra per resoldre problemes geomètrics clàssics.

4. En quart lloc cal establir clarament el lligam que hi ha entre el *Tratado de Fluxiones* de Cerdà i *The Doctrine and Application of fluxions* de Simpson. En el capítol 3 s'ha dit que el text de Cerdà és una adaptació del de Simpson, com, per altra part, el mateix Cerdà reconeix, però també s'ha arribat a la conclusió que no n'és una simple traducció, particularment en allò que fa referència als primers catorze capítols. Ara, després d'una anàlisi més detallada del contingut del text de Cerdà, és precís concretar més aquesta conclusió. I aquí cal diferenciar els diferents textos o diferents etapes d'un document que no és pot veure de manera uniforme:

- ✓ Si es tracta dels primers catorze capítols, en la seva primera versió, la conclusió és que Cerdà redueix text del llibre de Simpson, però no excessivament, de fet afegeix un problema d'aplicació geomètrica. Sí, en canvi, inclou força nous comentaris seguint un discurs leibnizià.
- ✓ Si la comparació és entre els catorze capítols de la segona versió –anomenats *Tratado de las fluxiones, o compendio del cálculo diferencial integral para uso de las escuelas* per Hervás y Panduro– i el text de Simpson, la conclusió és que la reducció de text és molt més significativa, on les corbes mecàniques i les sèries infinites de potències semblen marcar el límit que no cal sobrepasar. Però, per altra part, és en aquest text que Cerdà, que ha abandonat, en general, les referències leibnizianes, amplia les seves pròpies aportacions, accentuant un discurs més didàctic. Efectivament Cerdà s'estén en les primeres definicions de fluxió o en la introducció de les fluxions d'ordre superior. Sembla evident que en aquest cas el que preval és aconseguir un manual més clar i assequible als alumnes de Cerdà.

- ✓ Si, finalment, el que es vol analitzar és la resta de capítols, des del 15 fins al 24, la conclusió és que Cerdà segueix bàsicament el text de Simpson, sense que es pugui parlar de traducció literal, ja que Cerdà introdueix algunes introduccions a determinats capítols (15, 16, 24), continua modificant el text d'alguns exercicis i inclús corregeix algun error de Simpson. Les úniques seccions del llibre de Simpson no incorporades al *Tratado de Fluxiones* són les que el mateix Cerdà inclourà en el seu tractat sobre mecànica.

En resum, particularment en allò que es refereix als primers catorze capítols del *Tratado de Fluxiones*, tant de la primera com de la segona versió, la conclusió de que no són una simple traducció del text de Simpson es concreta en la constatació de l'evident voluntat d'adaptar el text original a un discurs, a la vegada, més didàctic i més generalitzador des d'un punt algebraic, recollint aquells aspectes de la visió leibniziana que a Cerdà li semblen útils pel seu objectiu.

5. En cinquè lloc és interessant remarcar la voluntat de mostrar la universalitat del nou mètode amb aplicacions a diversos camps, com el de la mecànica, en el capítol 23. Tot i que Cerdà, bàsicament, està reproduint el text de Simpson, probablement aquesta part és la que més sintonitza amb el seu propi projecte de publicar un curs complet de matemàtiques que cobris els diferents àmbits de la ciència i la societat.

6. Finalment en allò que fa referència al llenguatge utilitzat per Cerdà, a més a més de l'algebraic, s'hauria de concloure que el seu discurs retòric és concís però clar, amb una evident orientació didàctica i que la imatge juga un paper instrumental de recolzament del text. Per una banda hi ha un interès per a que la imatge ajudi a la comprensió del text, però, per una altra, en la llista de les prioritats el text retòric i algebraic passa per davant del visual, des del moment que Cerdà, en moltes ocasions, es limita a indicar la pàgina del llibre de Simpson on es troba aquesta imatge. També en relació a aquest tema cal diferenciar un text pensat per als alumnes com són els primers catorze capítols de la segona versió, on tant el llenguatge retòric com el visual estan particularment cuidats, del text corresponent a la segona part del tractat, que, en

general, és gairebé una traducció del llibre de Simpson i on les imatges han desaparegut.



## Conclusions

---

En la introducció d'aquesta tesi ens havíem marcat diferents objectius emmarcats en quatre grans blocs. El primer objectiu preliminar que ens havíem marcat era definir la figura de Cerdà dins el context de l'Espanya de la Il·lustració, particularment en allò que es refereix a la situació de la ciència i el seu ensenyament. El segon objectiu, també a nivell preliminar, que ens havíem marcat era l'anàlisi de la manera que el càlcul diferencial s'estava introduint i, en part també, consolidant tant a Espanya com a Europa, tenint en compte que Cerdà n'era un dels protagonistes d'aquest procés. El tercer objectiu volia englobar les respostes a qüestions sobre la naturalesa del *Tratado de Fluxiones* com l'anàlisi de la seva estructura, de la seva creació, de la seva relació amb el text de Simpson i del seu públic potencial. Finalment, el quart objectiu volia respondre sobre l'aportació al contingut estrictament matemàtic de Cerdà amb el seu "Tratado". A l'hora de sintetitzar les conclusions que hem anat obtenint durant la nostra recerca, aquestes no es poden separar exactament en els mateixos blocs inicials d'objectius ja que les conclusions s'entrellacen entre elles, particularment les que corresponen al segon i al quart objectius. Tot i així les hem agrupat en tres blocs que intenten respondre a gran part de les qüestions inicialment plantejades. El primer emfatitza sobre els aspectes relacionats amb la pràctica docent en el marc de l'Espanya de la Il·lustració del segle XVIII. El segon agrupa aquells aspectes dels resultats obtinguts a partir d'una anàlisi de l'estructura del *Tratado de Fluxiones* i de la seva relació amb el text de Simpson i altres manuals similars, així com el paper que podia haver jugat aquest text en l'entorn docent de Cerdà. I finalment el tercer vol recollir els resultats a partir de l'anàlisi del contingut del *Tratado de Fluxiones*, evidenciant les diferents opcions teòriques de Cerdà en el seu text.

CERDÀ: GUIAT PEL PRINCIPI DE LA UTILITAT EN LA SEVA OBRA I EN LA SEVA PRÀCTICA DOCENT

1. Cerdà és un dels protagonistes dels canvis, en l'Espanya de la Il·lustració, que modifiquen la relació de la ciència, en particular de les matemàtiques, amb la societat. Cerdà assumeix que les noves matemàtiques han de ser útils per al país i que el sistema d'ensenyament ha de canviar, no solament en el contingut sinó també en la forma per adequar-se a les noves necessitats, on la ciència resulta ser la clau del progrés de la societat.

2. La màxima preocupació de Cerdà és fer que la seva pràctica i la seva obra siguin útils per a la societat. En aquest sentit, com iniciatives rellevants, cal assenyalar el seu interès en publicar les seves obres per a que siguin útils als seus alumnes –una d'aquestes és sobre artilleria, adreçada als alumnes de l'escola d'artilleria de Segovia–, la seva implicació en la creació la Conferència Físico-matemàtica Experimental i la seva influència contrastada sobre diversos sectors professionals de l'arquitectura a Barcelona.

3. Cerdà no s'emmotlla a les inèrcies docents i busca optimitzar el rendiment de les classes impulsant l'ús del manual imprès. Tot i que no hi ha evidències del contingut exacte de les seves classes, els propis comentaris de Cerdà i l'anàlisi dels seus manuscrits han portat a concloure que el text dels primers catorze capítols del seu tractat constitueixen un manual per ser utilitzat a les seves classes tant al Col·legi de Cordelles de Barcelona com al *Colegio Imperial* de Madrid, a punt de ser imprès. Per altra banda, hi ha força evidència, a partir dels seus exalumnes, que Cerdà intervé a favor de les “noves ciències” on l'experiment i les noves eines de càlcul juguen un paper fonamental.

4. El paper de Cerdà com introductor del càlcul diferencial a Espanya s'ha de veure en el marc general del rol determinant dels docents en el procés de configuració d'aquest

nou camp matemàtic. La frontera entre el text científic i el manual divulgatiu per als alumnes no està definida. El cas de Cerdà n'és un exemple dels més complets. Cal tenir en compte aquells fragments del tractat de Cerdà on es polemitzar amb altres visions sobre càlcul diferencial, per entendre que el *Tratado de Fluxiones* està ben lluny del model de manual normatiu.

DE *THE DOCTRINE AND APPLICATION OF FLUXIONS* DE SIMPSON AL *TRATADO DE FLUXIONES* DE CERDÀ

1. Una de les primeres conclusions en relació específicament al *Tratado de Fluxiones* és reafirmar la seva existència, encara que mai va ser imprès. Aquesta conclusió es recolza tant en les múltiples referències de Cerdà i dels seus contemporanis al text en qüestió com en la constatació de l'existència dels manuscrits conservats a la RAH. Creiem que un resultat evident de la nostra recerca ha estat la plasmació, en una propera publicació, promoguda per la Real Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona i amb el suport de dos projectes de recerca, de la transcripció comentada d'una part del *Tratado de Fluxiones* de Cerdà.<sup>1</sup>

2. Immediatament després de confirmar l'existència d'un text sobre fluxions escrit per Cerdà, cal concloure que el text, que genèricament hem denominat *Tratado de Fluxiones*, de fet, engloba dos textos diferents. El primer constaria de vint-i-quatre capítols – *Cálculo diferencial e integral*– i el segon text, de només catorze capítols – *Tratado de las fluxiones, o compendio del cálculo diferencial integral para uso de las escuelas*– que serien la rèplica dels primers catorze capítols del primer text o de la primera versió. S'han observat diferències rellevants entre els dos textos, essent la principal la funció diferent que compleix cada un dels dos textos, des del moment que el segon text està pensat explícitament per ser usat com manual a les classes de Cerdà.

---

<sup>1</sup> Cerdà (1757-1759), *Tratado de Fluxiones*, Transcripció, notes i introducció editorial a cura de Joaquim Berenguer Clarià. Llibre editat per la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona (RACAB) amb el suport del projecte HAR2013-44643-R (Ministerio de Economía y Competividad), i del projecte SGR (grup de recerca consolidat) HIS-STM (SGR 1410) finançat per l'AGAUR (Generalitat de Catalunya, Dept. D'Economia i Coneixement).

3. El *Tratado de Fluxiones* és una adaptació de *The Doctrine and Application of fluxions* de Simpson, però no és tracta d'una simple traducció, particularment en allò que fa referència als primers catorze capítols. En la primera versió d'aquests primers capítols, Cerdà complementa el text de Simpson amb nombroses referències a la visió leibniziana. És rellevant fer notar que en aquesta primera versió, Cerdà afegeix un problema d'aplicació geomètrica, que no es troba en el text de Simpson. Per resoldre aquest exercici no utilitza els *Elements* d'Euclides, emfatitzant, en canvi, la generalització algebraica d'aquest. En la segona versió, per una banda, redueix el nombre d'exercicis presentats però, per altra, s'estén en les explicacions donades en les definicions i regles. Les principals aportacions que fa Cerdà, en relació al text de Simpson, és l'accentuació del caràcter didàctic del seu discurs, així com el reforçament de l'eina algebraica, començant per l'ús de la diferencial leibniziana.

4. La reelaboració teòrica de l'obra escrita de Cerdà té com a guia el principi d'utilitat, situant com objectiu prioritari l'ensenyament als seus alumnes. Cerdà és exigent i rigorós a l'hora de recórrer als autors que pensa que són els millors i més didàctics. No pretén ser original ja que, per a ell, la qüestió bàsica és que els alumnes prenguin contacte amb els que, ell creu, són no solament els millors matemàtics sinó també els millors docents. Per aquest motiu a l'hora d'escriure el seu *Tratado de Fluxiones* opta per Simpson, un dels més reconeguts matemàtics i un professor experimentat que ha escrit un tractat sobre fluxions especialment adreçat als seus alumnes.

5. El "Tratado" no és un text uniforme i, probablement, caldria considerar, al menys, tres fases diferenciades en el procés d'elaboració d'aquest mateix. Les diferències principals mostren a) una evolució de Cerdà des d'un ús explícit de terminologia leibniziana a la pràctica desaparició d'aquesta, b) una evolució de l'aspecte formal del text que passa de ser gairebé un esborrany a un text formalment cuidat, c) el pas d'una apropiació del text de Simpson més creativa a una més fidel al text original i d) el diferent tractament de les imatges que desapareixen d'una part del text de Cerdà.

6. El text de Cerdà dedicat als seus alumnes, és a dir, la segona versió del seu text, manté moltes similituds, tot i ser molt més complet, amb altres manuals de càlcul diferencial d'autors contemporanis de Cerdà, docents com ell –Padilla, Wendlingen, Rieger, Bramieri– que, com el de Cerdà, van ser usats a les classes. Posant en evidència, d'aquesta manera, que, malgrat l'escassetat de textos impresos, l'ensenyament del càlcul diferencial era una pràctica prou usual en determinats centres docents espanyols com en alguns col·legis jesuïtes i algunes acadèmies militars.

#### EL *TRATADO DE FLUXIONES* I LA CONFIGURACIÓ DEL CÀLCUL DIFERENCIAL AL SEGLE XVIII

1. Cal situar el treball de Cerdà dins el corrent newtonià vigent a la Gran Bretanya del segle XVIII i a part del continent europeu, és a dir dins la concepció geomètrico-cinemàtica, on el concepte de fluxió, com a mesura del moviment generador dels elements geomètrics, és central. L'opció de Cerdà probablement és conseqüència de la seva estada a Marsella, al costat del newtonià Pézenas. Nogensmenys, a l'hora d'entendre l'opció de Cerdà, cal tenir en compte tot el perfil docent de Cerdà, que, ja des dels seus inicis a la Universitat de Cervera, mostra un especial interès per la nova ciència experimental, on la mecànica i la cinemàtica juguen un paper central. Cerdà és un "filòsof natural", en el sentit més ampli del terme en el segle XVIII, que considera conforme a la seva mentalitat la base geomètrico-cinemàtica en el nou càlcul diferencial.

2. El cos teòric que està a la base del càlcul diferencial no és quelcom estàtic. El concepte de fluxió newtoniana com el de la diferencial leibniziana són conceptes que van variant des dels seus inicis amb Newton i Leibniz, on cada actor que intervé en el procés de comunicació incorpora nous elements. Cerdà, com altres autors, així ho fa quan s'apropia del concepte de fluxió newtoniana, a través de Simpson. Aquesta enorme fluïdesa a l'hora de readaptar contínuament els conceptes matemàtics està molt relacionada amb la gran permeabilitat entre els dos grans corrents del càlcul diferencial a Europa. Tant Cerdà com Simpson, tot i ser uns convençuts newtonians, tenen una actitud oberta a les aportacions del corrent leibnizià. Particularment interessant és

analitzar l'ús dels infinitedsimos tant en el text de Simpson com en el de Cerdà, anant més enllà del que era el principi metodològic d'evitar-los. Per altra banda, la influència del càlcul diferencial continental sobre Cerdà és evident, conduint a aquest autor, en ocasions, a construccions teòriques on combina conceptes dels dos corrents.

3. El paper que juga l'àlgebra en el text de Cerdà pren particular rellevància. Cal dir que Simpson ja ha reservat un paper destacat de l'àlgebra en les seves obres i en particular en el seu tractat de fluxions, però Cerdà no solament mantindrà aquest lloc sinó que l'accentuarà. La principal constatació d'aquest fet és l'adopció de la notació de diferencial que, com ell mateix diu, facilita el càlcul. D'altra banda, en general, Cerdà tendeix a modificar la notació algebraica de Simpson, adoptant la que era més usual al continent i, en determinades ocasions, justifica amb eines algebraiques algunes demostracions de Simpson.

4. Cerdà és un bon exemple de que la influència dels matemàtics britànics sobre la matemàtica continental és molt més rellevant del que de vegades s'havia considerat. Els textos de Maclaurin i de Simpson són presents en els textos espanyols, com és el cas de Cerdà que opta de forma explícita pel darrer autor anglès. El càlcul diferencial i integral que es va configurant com a nou camp matemàtic a Europa, durant el segle XVIII, no és solament hereu del corrent leibnizià sinó que la influència de la visió geomètrico-cinemàtica arriba més enllà de l'estricta entorn britànic.

5. Com a conclusió rellevant en relació al llenguatge utilitzat per Cerdà, a part de l'algebraic, s'hauria de dir que el seu discurs retòric, especialment quan abandona el guió de Simpson, té una evident orientació didàctica. En relació al paper que juguen les imatges és de destacar la decisió de deixar de reproduir les imatges del llibre de Simpson en la segona part del *Tratado de Fluxiones*, potser prioritant la finalització d'aquest. En qualsevol cas, respecte a la primera part del text, s'ha de dir que les figures representen un evident recolzament del text, les quals estan molt més elaborades quan Cerdà té la intenció d'una immediata publicació.

Un cop donada per tancada aquesta tesi, que no pas la recerca, apareixen les limitacions que ha tingut aquesta mateixa. La principal és la de no haver aconseguit més fonts primàries relatives al públic que va tenir Cerdà, especialment a Madrid. En segon lloc, continua sent un camp per investigar l'estada formativa de Cerdà a Marsella i, també, la seva estada a Forlí durant els seus darrers vint-i-quatre anys. Igualment queda pendent un estudi més a fons dels altres tractats que va elaborar Cerdà com el de mecànica o de l'àlgebra aplicada a la geometria, l'estudi dels quals probablement també ajudaria a entendre millor el *Tratado de Fluxiones*. Totes aquestes mancances es converteixen, ara, en nous reptes per continuar la recerca que hem iniciat. A aquestes línies de recerca cal afegir-ne d'altres que, encara que relacionades amb la recerca sobre Cerdà i el càlcul diferencial, la transcendeixen. Per una banda queda oberta una recerca més aprofundida de l'ensenyament del càlcul diferencial als centres docents espanyols, particularment dels textos del *Colegio Imperial* de Madrid. Per una altra, queda, igualment, pendent una recerca sobre l'aportació de Cerdà en un context més ampli de la història del llibre de text a Espanya i el paper dels editors i la seva influència sobre les publicacions científiques. Totes aquestes línies de treball apuntades i, probablement, moltes altres, resten obertes a futures recerques nostres i, per descomptat, a tots els i totes les interessades en aquest camp d'investigació.





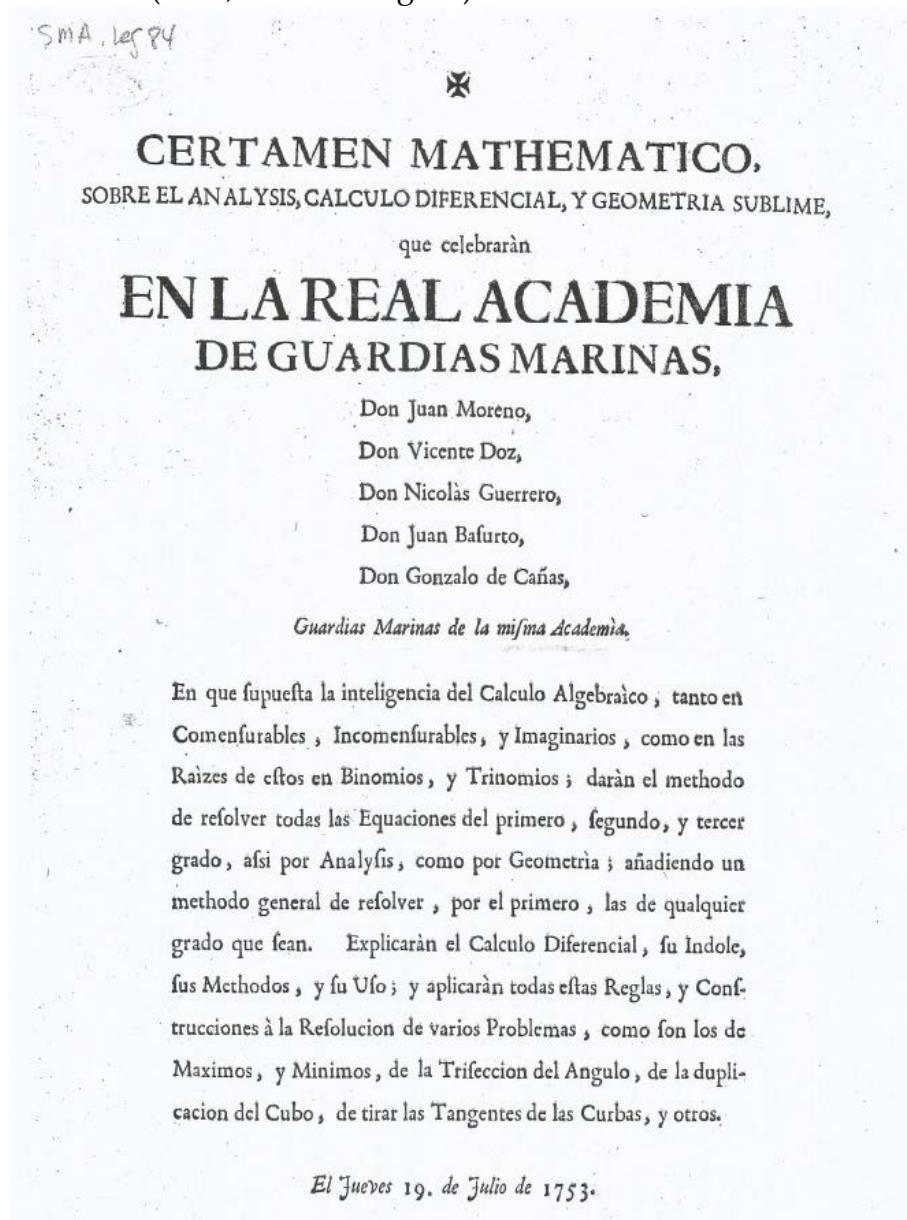
## Annex 1

### Relació dels actes públics celebrats en diferents centres d'ensenyament a Espanya entre 1733 i 1764

Acte públic	direcció	data	lloc	localització de l'arxiu
Conclusiones Mathematicas	Alvárez, Gaspar (1704-1759)	1733	Seminario de Nobles de Madrid	Biblioteca de la Universidad Complutense
Conclusiones Mathematicas	Alvárez, Gaspar (1704-1759)	1734	Seminario de Nobles de Madrid	Biblioteca Nacional (Madrid)
Conclusiones Mathematicas	Terreros, Esteban(1707-1782)	1744	Seminario de Nobles de Madrid	Biblioteca Nacional (Madrid)
Conclusiones Mathematicas	Terreros, Esteban(1707-1782)	1748	Seminario de Nobles de Madrid	Real Biblioteca (Palacio Real de Madrid)
Conclusiones Mathematicas	Terreros, Esteban(1707-1782)	1751	Seminario de Nobles de Madrid	Real Biblioteca (Palacio Real de Madrid)
Conclusiones Mathematicas		1754	Seminario de Nobles de Madrid	Biblioteca de la Universidad Complutense
Conclusiones Mathematicas	Bramieri, Esteban	1757	Seminario de Nobles de Madrid	Biblioteca de la Universidad Complutense
Conclusiones Mathematicas	Wendlingen, Johan (1715-1790)	175?	Colegio Imperial de Madrid	Real Biblioteca (Palacio Real de Madrid)
Conclusiones Mathematicas	Bramieri, Esteban	1760	Seminario de Nobles de Madrid	Biblioteca Nacional (Madrid)
Conclusiones Mathematicas	Benavente, Miguel (1726-?)	1762	Colegio Imperial de Madrid	Real Biblioteca (Palacio Real de Madrid)
Acto Académico		29/12/1755	Col·legi de Cordelles	Biblioteca Nacional de Catalunya
Acto Académico		29/12/1756	Col·legi de Cordelles	Biblioteca Nacional de Catalunya
Acto Académico		29/12/1757	Col·legi de Cordelles	Biblioteca Nacional de Catalunya
Demostración que haran sus progresos en latinidad...		12/07/1758	Col·legi de Cordelles	Biblioteca Nacional de Catalunya
Acto académico		7/01/1762	Col·legi de Cordelles	Biblioteca Nacional de Catalunya
Acto académico		26/01/1764	Col·legi de Cordelles	Biblioteca Nacional de Catalunya
Acto académico		29/12/1765	Col·legi de Cordelles	Biblioteca Nacional de Catalunya

Acte públic	direcció	data	lloc	localització de l'arxiu
Conclusiones Mathematicas	Padilla, Pedro (1724-1807?)	1752	Cuartel de Guardias de Corps	Real Biblioteca (Palacio Real de Madrid)
Certamen Matemático sobre análisis, cálculo diferencial, y Geometría sublime		09/06/1753	Academia de Guardias Marinas de Cádiz	AGS, Marina. Leg 84
Certamen Matemático sobre análisis, cálculo diferencial, y Geometría sublime		09/07/1753	Academia de Guardias Marinas de Cádiz	AGS, Marina. Leg 84
Certamen Matemático sobre Analysis: Calculo Diferencial Integral, y Geometria Sublime		1754	Academia de Guardias Marinas de Cádiz	dins Juan, Jorge, <i>Estado de la Astronomia en Europa</i> . Biblioteca Nacional, sig 3.22174.
Certamen Matemático sobre Análisis y Cálculo		1755	Academia de Guardias Marinas de Cádiz	AGS, Marina. Leg 84

“Certamen Matemático sobre el Analisis, Calculo diferencial, y Geometria Sublime, que celebraran [...] Don Juan Moreno, Don Vicente Doz, Don Nicolàs Guerrero, Don Juan Basurto, Don Gonzalo de Cañas, [...] El Jueves 19 de Julio de 1753” (AGS, Marina. Leg 84.)



“Certamen Mathematico sobre el Analysis, Calculo diferencial, y Geometria Sublime, que celebraran [...] Don Francisco Huarte, Don Francisco Gil, [...] el día 19 de diciembre de 1754”. (AGS, Marina. Leg 84.)<sup>1</sup>

Certamen Mathematico  
SOBRE EL ANALYSIS, CALCULO DIFERENCIAL INTEGRAL, Y GEOMETRIA SUBLIME.

Que celebrarán  
En la Real Academia  
De Guardias Marinas,

Don Francisco Huarte.

Don Francisco Gil.

Don Luis Muñoz.

Don Juan Murillo.

Don Antonio de la Concha.

Don Francisco de Quevedo.

*Guardias Marinas de la misma Academia.*

En que, supuesta la inteligencia del Calculo Algebraico, tanto en comensurables, incommensurables e Imaginarios, como en las Raíces de estos en Binomios y Trinomios; daràn el methodo de preparar, ordenar, y resolver todas las Equaciones del primero, segundo, tercero, y quarto grados; asi por Analysis, como por Geometria; añadiendo un methodo general de resolver por el primero las de qualquier grado que sean. Explicaràn los Calculos Diferencial e Integral, su indole, sus methodos, y sus usos; y aplicarán todas estas Reglas y Construcciones a la Resolucion de varios Problemas, como son los de Maximos y Minimos, en hallar Tangentes, Subtangentes, Subperpendiculares &c; Con las Rectificaciones de Curvas, Areas, Superficies, Solidos &c; Y daràn la Solucion de varios Problemas particulares.

*El Jueves 19 de Diciembre de 1754*

<sup>1</sup> Es tracta d'una transcripció del document original localitzat al darrere del llibre *Estado de la Astronomia en Europa* (1774) de Jorge Juan (Biblioteca Nacional, sig 3.22174). Al *Archivo General de Simancas* (AGS, Marina. Leg. 84) consta encara un certamen “sobre navegación el 3 de enero de 1755” que no hem pogut consultar.

Reproducció parcial del document **“Conclusiones mathematicas sobre los Tratados [...] defendidas en el Quartel de Guardias de Corps de Madrid a [...] de Marzo de 1752 [...] y presididas por el Capitan D. Pedro Padilla [...].”** conservat en la *Real Biblioteca* de Madrid, Sig. PAS/2988.

Les “Conclusiones” estan divides en els següents apartats:

- Conclusiones Mathematicas, sobre la Arithmetica, assi Numerica, como Literal, o Algebra. D. Alonso Ofray.
- Sobre la Geometria Especulativa. D. Joseph Aranda.
- Sobre el Calculo de las Superficies, y Solidos. D. Joaquin Casaviella.
- Sobre Trigonometria, y Geometria Practica. D. Gerardo Henay.
- Sobre la Resolucion de los Problemas Arithmeticos, y Geometricos. D. Ignacio Zinicely.
- Sobre las Equaciones superiores, y su resolucion, tanto Arithmetica, como Geometrica. D. Carlos Calatayud.
- Sobre la Geometria Sublime, o de las Curvas. D. Miguel Roncali.
- Sobre los Calculos Diferencial, e Integral. D. Silvio Panego.
- Geometria.
- Geometria Sublime.
- Calculos Diferencial, e Integral.

L’apartat “Sobre los Calculos Diferencial, e Integral” està dividit en els següents subapartats:

- I. Hará aplicación del Calculo de las diferencias, para determinar las tangentes de las Curvas, especialmente en el Circulo, Parabola, e Hyperbola.
- II. Hará assimismo aplicación de este Calculo para determinar la perpendicular, que de un punto dado en el Exe de las referidas Curvas, puede salir a su Periferia.
- III. Y explicará su uso, para determinar las cantidades maximas, y minimas, con algunos Problemas, como,
- IV. Dividir una recta en dos partes tales, que el Rectangulo hecho de las dos, sea el mayor possible.
- V. Dividir una recta en dos partes tales, que el producto hecho del quadrato de una parte, por la otra sea el mayor possible.
- VI. Hallar la minima recta, que de un punto dado en el Exe de una Curva: por exemplo, la Parabola puede salir a su Periferia.
- VII. En quanto al Calculo integral, hallará por su medio la Area de un Triangulo, la de un Circulo, una Elipse, una Parabola, y una Hyperbola.
- VIII. Por medio de mismo Calculo determinará la solidez de qualquier Cuerpo, producido por la revolucion de un Plano de Equacion conocida alrededor de su Exe: en cuya confirmidad, por via de exemplares.
- IX. Hallará la solidez de la Esphera, sus Segmentos, y Zonas: del Espheroide, Paraboloides, e Hyperboloides.

- X. Hallará igualmente la superficie exterior de la Esphera, de sus Segmentos, y Zonas.
- XI. Hará un Circulo igual a la superficie exterior del Paraboloide.
- XII. Determinará efectivamente una recta igual a la Periferia de la Parabola Cubica.

El darrer apartat "Calculos Diferencial, e Integral" consta dels següents subapartats:

- XIV. Determinar el Elemento Diferencial de las Periferias de las Curvas, con el methodo en general de hallar las mismas Periferias.
- XV. Determinar el Elemento Diferencial de las Superficies de las Curvas, con el methodo de hallar las mismas Superficies.
- XVI. Determinar el Elemento Diferencial de los Sólidos, producidos por la revolucion de las Curvas, con el methodo de hallar los mismos Sólidos.
- XVII. Determinar el Elemento Diferencial de las Superficies exteriores de los referidos Sólidos, con el methodo en general de hallar las mismas Superficies.

El contingut d'aquestes "conclusiones" indica que el nivell aconseguit en l'Acadèmia corresponia al de qualsevol text sobre càlcul diferencial i integral que s'estava difonent per Europa, i, d'altra banda, el llenguatge utilitzat fa pensar que les fonts utilitzades provenien del càlcul continental leibnizià més que del britànic newtonià.

En les “**Conclusiones mathematicas, defendidas en el Real Seminario de Nobles [...] Presididas por el Padre Estevan Bramieri**” (1760) hi ha una part dedicada a l'àlgebra i dins d'aquesta una dedicada al càlcul diferencial, el detall de la qual és la següent:

92. Dirán el modo, con que se diferencian las cantidades de la primera dimensión, los productos de varias cantidades, y las fracciones.
93. Cómo se han de diferenciar las potencias, y las cantidades radicales.
94. Con qué método se halla la expresión de la subtangente de una curva en diferenciales.
95. Determinar en cantidades finitas la subtangente de cada una de las Secciones Cónicas.
96. Determinar del mismo modo la subtangente de cualquiera de las infinitas curvas, que son Secciones Cónicas de grado superior.
97. Hallar la subtangente de la cisoide, sacando primero su ecuación  $y^2 = \frac{x^3}{a-x}$ .
98. Determinar la subtangente de la cicloide.
99. Hallar la subtangente de la Espiral de Arquímedes, cuya ecuación es  $ay = cx$ .
100. Resolver el mismo problema en las otras infinitas Espirales, que se pueden imaginar.
101. Hallar la proporción, que tienen las subtangentes en la Espiral Logarítmica.
102. Probar que en la Logarítmica, cuya ecuación es  $\frac{y}{dy} = \frac{x}{dx}$ , todas las subtangentes son iguales.
103. Determinar la subtangente en Cuadratriz de Dinostrates, cuya ecuación es  $ay = cx$ .
104. Cómo se hallan en cantidades diferentes las expresiones de las tangentes, perpendiculares, y subnormales de las curvas.
105. Cómo suponiendo dichas expresiones, y la ecuación de una curva, se determinan en cantidades finitas los valores de las mismas rectas.
106. Con qué método se halla la mayor ordenada de una curva, que vuelve en sí misma.
107. Darán ejemplos de esto en los círculos, y Elipses de cualquier grado.
108. Cómo se determina la menor ordenada a lo exterior de una curva, que vuelve en sí misma, respecto de una recta exterior paralela al diámetro.
109. Método para tirar a una curva Algebraica la recta más corta entre cuantas se le pueden tirar desde un punto señalado en el eje.
110. Darán ejemplos de la resolución de este problema en las Secciones Cónicas.
111. Cortar una recta en dos partes, de modo, que el rectángulo de dichas partes sea el mayor entre todos los rectángulos, que se pueden formar por dos partes de la misma recta.
112. resolver el mismo problema, suponiendo que el producto que se pide, es el de una potencia cualquiera de una parte multiplicada por cualquier potencia de la otra.
113. Tomando por hipotenusa una recta señalada, describir el mayor triángulo rectángulo, que se pueda formar sobre ella.
114. Dados en una dirección horizontal dos puntos fijos, en que están sujetas dos cuerdas, que tienen en sus extremidades la una una garrucha, la otra un peso, de modo, que esta segunda pase por encima de la garrucha, determinar el punto, en que el peso se quedará inmóvil.
115. Hallar la menor ordenada en una curva, cuya ecuación es  $y - a = a^{\frac{1}{3}} \times \overline{a - x^{\frac{2}{3}}}$ .





## Annex 2

---

### **Memorial de Tomàs Cerdà presentant a l'Ajuntament de Barcelona la dedicatòria del seu primer llibre**

Muy Ill. Señor

Thomas Cerda de la Compañía de Jesús se presenta a V.S. con toda veneración que habiendo emprendido el viaje a Francia y residido algunos años en uno de sus mejores Observatorios con el único fin de disponerse para servir en la enseñanza de las Matemáticas a los Naturales de este Principado y con especialidad a los Hijos de Barcelona, de cuyo mayor bien está V.S. encargado por su Magestad teniendo al presente la fortuna de estar ocupado en este ejercicio ha dispuesto para la prensa dos tomitos de Elementos, y prepara otros para evitar a los que le hiciesen la honra de asistir a su clase la molestia de escribir y precaver las equivocaciones que en semejantes materias se padecen por razón de los diversos caracteres que se hacen indispensables para las demostraciones respectivas.

Por tanto habiéndose trabajado dichos tomos con el único fin de la utilidad pública como se lleva dicho, le parece atención muy debida el dedicarlos a V.S. para que viendo el Público que estos merecen el agrado de V.S. con más ansia se aficione a un estudio de tanta utilidad y lustre para nuestra Nación Española, y tan propia de la Nobleza, y así espera el suplicante que V.S. le concederá el permiso para ofrecer a V.S. este debido obsequio que a más de ser muy propio del celo con que V.S. se esmera a favor de este Pueblo lo reconocerá por una especial demostración de la benignidad de V.S.

(Arxiu Històric de la Ciutat de Barcelona 1D.I-40. Acords 1757, f.265).

### **Carta de l'Ajuntament responnent al memorial presentat per Tomàs Cerdà**

En vista del memorial presentado al Ayuntamiento por el P. Thomás Cerdá de la Compañía de Jesús, que se ha leído al Ayuntamiento y ha de quedarse aquí original (...) por el Ayuntamiento el Informe que en voz han hecho sobre su contenido los Señores Marqués de Castellá y don Ramón de Ponsich a quienes fue por el Ayuntamiento cometido al expresado fin.

Acuerda el Muy Ilustre Ayuntamiento que se admita como admite dicho Muy Ilustre Ayuntamiento el obsequio y dedicatoria que dicho P. suplicante propone con dicho su memorial. Y que considerando el referido Muy Ilustre Ayuntamiento muy justo y de su obligación contribuir por su parte a cuanto reconoce del mayor bien de este Público, Félix Campllonch su Mayordomo de propios de los efectos de Dotación que tenga en su poder, entregue y ponga en mano del susodicho P. Thomás Cerdá la cantidad de Dos cientos pesos antiguos que en moneda corriente importan la de doscientas ochenta libras a fin de que les aplique y convierta dicho Padre en ayuda de costas de los gastos que le tuviese la Impresión y Encuadernación de los libros que menciona en dicho su Memorial;...

Y el Sr. Don Manuel de Antich es de parecer que habiendo de costear el Muy Ilustre Ayuntamiento el todo o parte de la Impresión no admita el obsequio de la Dedicatoria que pretende el P. Thomás Cerdá de la Compañía de Jesús, no sólo porque considera que no es necesario que se impriman los libros de Matemáticas por dar el Curso Manuscrito en las Reales Academias de Matemáticas y Artillería de esta Ciudad; si también porque contempla que la referida Impresión no es obra pública. Y aún en el caso negado de que lo fuese, debe el susodicho Muy Ilustre Ayuntamiento muchos caudales de Empedrados, no tiene Campana propia de horas en el (...) público sino prestado por el Muy Ilustre Cabildo Eclesiástico, su originales de Medidas; cuyas obras son consideradas por su Magestad en el ramo de Obras públicas y son preferentes a la mencionada Impresión.

Barcelona y Julio 18 de 1757.

(Arxiu Històric de la Ciutat de Barcelona 1D.I-40. Acords 1757, f.276-277)

Malgrat que algunes frases no acaben de ser enteses, el sentit general de la correspondència queda ben clar. Tomàs Cerdà, a finals del curs 1756-57, després d'haver portat a la Impremta *Liciones de Mathemática o Elementos Generales de Arithmética y Algebra para el uso de la clase*, dedica l'obra a l'Ajuntament, probablement amb la intenció d'aconseguir un ajut financer.

L'Ajuntament accepta la dedicatòria i li fa lliurament de 280 llibras per cobrir les despeses d'impressió. Hi ha, però, una veu discordant. Els seus arguments podrien ser perfectament actuals. En primer lloc no veu la necessitat d'imprimir el curs que està donant Cerdà, ja que en les Acadèmies militars no utilitzaven manuals impresos. Com a segon argument, diu que la impressió no es tracta d'una obra pública. No sabem si ho diu pel tipus d'alumnes que té Cerdà (en gran part nobles, tot i que les seves classes estaven obertes als artesans) o per la tipologia que no li correspon a l'Ajuntament. En qualsevol cas, com a tercer argument, diu que hi ha moltes altres obres públiques que són prioritàries.

En aquesta senzilla correspondència podem veure reflectida la permanent tensió entre les veus favorables a la millora de l'ensenyament i aquelles que sempre veuen prioritàries altres necessitats abans que l'ensenyament. Per què utilitzar llibres si altres no els utilitzen i també els hi va bé? Per què dedicar diners a l'ensenyament quan hi ha tantes altres necessitats més urgents?



### Annex 3

---

**Alguns autors i les seves obres, amb algunes anotacions autògrafes de Cerdà, que podrien estar relacionats amb l'elaboració del llibre *Liciones de Matemática o Elementos Generales de Arithmética y Algebra para el uso de la clase* que apareixen en la llista de llibres confeccionada per Cerdà (RAH, Cortes 9/2792, 46-21)<sup>1</sup>:**

D<sup>r</sup> Saunderson, *The Elemens of Algebra in Ten Books*. Cambridge 1740.

M<sup>r</sup> Stewart, S. Isaac Newton, *Two treatises of the Quadrature of Curves and Analysis by Equations of an infinite number of Terms*. Londres 1745.

Martin Benjamin, *Synopsis Scientia Caelistis y su Logaritmologia* printed for James Hodges.

*Tablas pequeñas de Logarithmos* celebradas por la Lande, impresas en Paris año 1760 en 12<sup>o</sup> por Guerin y Delatour.

Newton, *Arithmetica Universalis*, latina.

*Scherwin's Mathematical Tables*, the third Edition.

James Dodson, Inglés, *Canon Antilogaritmo*. Bueno. 1 tomo.

Dodson, *Mathematical Repository containing analitical solutions of 400 questions*.

Walis, *Opera Mathematica*. 4 tomos.

Gardiner, *Tablas de Logarithmos*. Buenas.

Alexander Malcom, *New sistem of Arithmetick*.

*Universal Arithmetich or Treatise of Arithmetical composition and Resolution to wich added D<sup>r</sup> Hadleys mehod of finding the roots of Equations Arthmeticaly*, translated the Latin by M<sup>r</sup> Rapson. 8<sup>o</sup>.

*Elementa arithmetica in usum Iuventutis Academica* authore Edu. Wells. 1726.

Jones. *Elemens of Algebra*.

Stirling. Inglés. *De Summatione et Interpolatione seriorum*. 1 tomo.

---

<sup>1</sup> S'ha de tenir en compte que la llista que s'ha trobat en la RAH es tracta d'un esberrany, on apareixen repeticions i força errors tipogràfics.

Maclaurin. Algebra. *Discoveries Philosophy*. Cálculo. 4 tomos.

Sharp. Inglés. Tablas logarítmicas. 1 tomo.

Coker, *Decimal Arithmetic*.

Fenning, *Young Algebriste Companion*.

Harris, *Treatise of Algebra*.

Hill, *Arithmetich*.

Hammon, *Algebra*.

Romayne, *Treatise of Algebra*.

Ward, *Compendium of Algebra*.

Wingate, *Aritmetik*.

John Kersey, *Elemens of Algebra expounded in 2 books*.

## Annex 4

Relació dels autors i les seves obres que apareixen en els apartats 2.1 i 2.2

Autor	Publicació	Any
Newton, Isaac (1642-1727)	"October 1666 Tract of Fluxions"	1666
Newton, Isaac (1642-1727)	<i>De Analysisi per aequationes</i>	1669
Newton, Isaac (1642-1727)	<i>Tractatus de Methodis Serierum et Fluxionum</i>	1671
Newton, Isaac (1642-1727)	<i>Geometria Curvilinea</i>	1680
Leibniz, Gottfried Wilhelm (1646-1716)	"Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare proi illis calculi genus" dins <i>Acta Eruditorum</i>	1684
Newton, Isaac (1642-1727)	<i>Philosophiae naturalis Principia Mathematica</i>	1687
L'Hôpital, Marquès de (1661-1704)	<i>L'Analyse des infiniments petits pour l'intelligence des lignes courbes</i>	1696
Harris, John (1666-1719)	<i>New Short Treatise of Algebra</i>	1702
Hayes, Charles (1678-1760)	<i>Treatise of Fluxions</i>	1704
Newton, Isaac (1642-1727)	<i>Tractatus de Quadratura Curvarum</i> com apèndix de <i>Opticks</i>	1704
Ditton, Humphry (1675-1715)	<i>Institution of Fluxions</i>	1706
Reyneau, Charles-René (1656-1728)	<i>Analyse démontrée, ou la Methode de résoudre les problèmes des Mathématiques...</i>	1708
Wolff, Christian (1679-1754)	<i>Elementa Matheseos Universae</i>	1713
Taylor, Brook (1685-1731)	<i>Methodus Incrementorum Directa et Inversa</i>	1715
Cotes, Roger (1682-1716)	<i>Harmonia Mensurarum</i>	1722

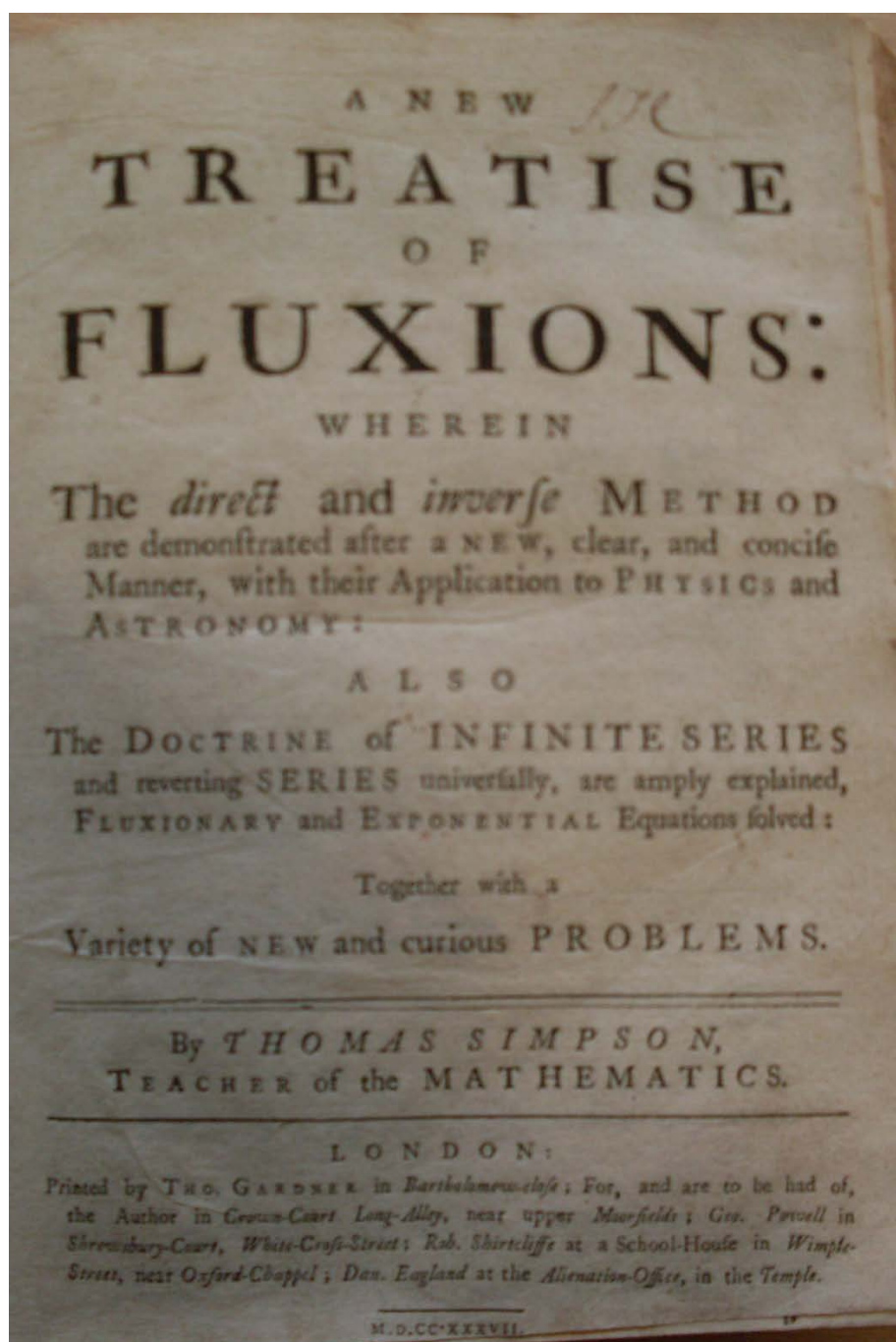
Variignon, Pierre (1654-1722)	<i>Eclaircissements sur l'Analyse des Infiniments Petits</i>	1725
Fontenelle, Bernard le Bovier (1657-1757)	<i>Éléments de la Géométrie de l'infini</i>	1727
Stirling, James (1692-1770)	<i>Methodus differentialis, sive tractatus de summatione et interpolatione serierum infinitarum</i>	1730
Stone, Edmund (1700?-1768)	<i>The Method of Fluxions, both Direct and Inverse</i>	1730
Hodgson, James (1672-1755)	<i>The Method of Fluxions and Infinite Series</i>	1736
Muller, John (1699-1784)	<i>A Mathematical Treatise</i>	1736
Simpson, Thomas (1710-1761)	<i>A New Treatise of Fluxions</i>	1737
Clairaut, Alexis Claude (1713-1765)	<i>Sur l'intégration ou la construction des équations différentielles du premier ordre</i>	1740
Blake, Francis (1708-80)	<i>An Explanation of Fluxions</i>	1741
Clairaut, Alexis Claude (1713-1765)	<i>Éléments de Géométrie</i>	1741
Maclaurin, Colin (1698-1746)	<i>The Elements of the Method of Fluxions</i>	1742
Bernoulli, Johan (1667-1748)	<i>Lectiones de calculo integralium</i>	1742
Emerson, William (1701-1782)	<i>The Doctrine of Fluxions</i>	1743
Euler, Leonhard (1707-1783)	<i>Introductio in analysin infinitorum</i>	1748
Simpson, Thomas (1710-1761)	<i>The Doctrine and Application of fluxions</i>	1750
Rowe, John	<i>An Introduction to the Doctrine of Fluxions</i>	1751
D'Alembert, Jean le Rond (1717-1783)	"Différentiel" dins l' <i>Encyclopédie</i>	1754
Euler, Leonhard (1707-1783)	<i>Institutiones calculi differentialis cum eius usu in analysi infinitorum ac doctrina serierum</i>	1755



Saunderson, Nicholas (1682-1739)	<i>Method of Fluxions</i>	1756
Lyons, Israel (1739-1775)	<i>Treatise on Fluxions</i>	1758
Euler, Leonhard (1707-1783)	<i>Institutiones calculi integralis</i>	1768
Holliday, Francis (1717-1787)	<i>An Introduction to Fluxions</i>	1777
Vince, Samuel (?-1821)	<i>A Treatise on Fluxions</i>	1795
Lagrange, Joseph Louis (1736-1813)	<i>Théorie des fonctions analytiques</i>	1797
Dealtry, William (1775-1847)	<i>The Principles of Fluxions: designed for the use of students in the University</i>	1810



Annex 5



Simpson, Thomas (1737), *A new treatise of fluxions*. London, printed by Tho. Gardner.

The preface

Part the First

Section I : Of the Nature and Manner of Determining the Fluxions of variable Quantities.

Section II : Of the Solution of Problems de Maximis & Minimis.

Section III: Of drawing Tangents to Curves.

Section IV: Of Curves of Retrogression

Section V: Of finding the Evolutes of Curves

Part II

Section I: Of Infinites Series in general; with the various Methods of investigating the Series of Surd and Compound fractional Quantities.

Section II: Of the Use of Infinite Series in the Reduction of Equations.

Part III

Section I : Of Fluents in General

Section II: Of the Rectification and Quadrature of Curves

Section III: Of the Contents of Solids and their convex Superficies

Part IV

Section I: Of the Descent of heavy Bodies, and the Doctrine of Pendulums.

The Supplement

## Annex 6

---

Alguns textos provinents de la biblioteca de la *Academia de Guardamarinas* de Cádiz, extrets del *Catálogo de las Obras antiguas de la Biblioteca del Real Instituto y Observatorio de la Armada* (siglos XV al XVIII). Fundación Alvargonzález. Real Instituto y Observatorio de la Armada. Francisco José González González i M<sup>a</sup> del Carmen Quevedo Ariza.

### Revistes científiques:

*ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, ACTA eruditorum, JOURNAL DES SÇAVANS, MÉMOIRES DE TRÉVOUX, PHILOSOPHICAL TRANSACTIONS, SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES* (Montpellier)

### Autors amb les seves obres, relacionats amb el càlcul diferencial, anteriors a 1767:

- AGNESI, Maria Gaetana, *Instituzioni analitiche ad uso della gioventú italiana* 1748
- EULER, Leonhard, *Institutionum calculi differentialis* [...] 1755  
*Institutionum calculi integralis* [...] 1767  
*Introductio in analysin infinitorum* 1748
- FONTENELLE, Bernard de, *Éléments de la géométrie de l'infini* 1727
- JUAN, Jorge, *Observaciones astronómicas y físicas...* 1748
- LEIBNIZ, *Commercium philosophicum et mathematicum* 1745
- L'HOSPITAL, *Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes* 1715
- MACLAURIN, Colin, *A treatise of fluxions in two books* 1742
- NEWTON, *Analysis per quantitatum series, fluxiones, ac differentias...* 1711  
*Philosophiae naturalis principia mathematica* 1726
- REYNEAU, Charles, *Analyse démontrée, ou la méthode de résoudre les problèmes...* 1708
- SIMPSON, Thomas, *Essays on several curious and useful subjects...* 1740
- STONE, *Analise des infiniment petits comprenant le calcul integral...* 1735
- VARIGNON, Pierre, *Éclaircissemens sur l'analyse des infiniment petits* 1725
- WOLFFIUS, Christianus, *Elementa matheseos universae* 1748-1752



## Annex 7

---

### **“Tratado V, De los Calculos Diferencial, è Integral, ò método de las Fluxiones” del *Curso Militar de Mathematicas* (1753-1756) de Padilla**

El cinquè tractat “De los Calculos Diferencial, è Integral, ò método de las Fluxiones” està dividit en diferents subapartats: “De las cantidades infinitas”, “De las fluxiones”, “Del Cálculo integral o método inverso de las fluxiones”, “De las tangentes de las curvas”, “De las cantidades máximas y mínimas”, “De la cuadratura de las curvas”, “De la rectificación de las curvas”, “De los sólidos y superficies” i “De las superficies de estos sólidos”.

En les primeres definicions de l'apartat “De las fluxiones” Padilla recorre a la visió geomètrico-cinemàtica newtoniana on les quantitats apareixen generades pel moviment i on la fluxió o diferència és un increment infinitament petit de la quantitat:

Si, como consideramos en la Geometria, para la formación de una línea  $AB$ , suponemos fluir, o moverse el punto  $A$  hasta  $B$  (fig 1); para la formación de la superficie  $AD$  suponemos fluir, o moverse la linea  $AC$  sobre  $AB$  (fig. 2); y para la formación del sólido  $AH$  (fig. 3) suponemos moverse la superficie  $AD$  a lo largo de la línea  $AE$ ; y contemplamos así mismo el tiempo que se emplea en la generación de estas extensiones, dividido en un número indefinido, o sin término de instantes, o partes: la Fluxión, o movimiento  $Mm$  (fig. 1.1.3.) producida en uno de estos instantes, o partes mínimas del tiempo, llamaremos diferencia, o Fluxión instantánea, pudiendo ser, como se ve, linear, superficial, o sólida.<sup>1</sup>

Sens dubte la part més interessant és la que dedica als màxims i mínims, ja que, com ja ho ha fet notar Blanco (2012), Padilla reproduceix el criteri per determinar un màxim i un mínim que Maclaurin ha presentat en el seu *Treatise of Fluxions*. Es tracta del criteri a partir del desenvolupament en sèrie de Taylor, segons els signes de les diferencials

---

<sup>1</sup> Padilla (1753-1756); Tratado V, § 20.

d'ordre superior. És de destacar que aquest criteri no apareix en els textos matemàtics de l'Europa del moment i, segons Blanco (2012), cal esperar a la publicació de *Théorie des fonctions analytiques* de Lagrange a finals del segle XVIII, per a que aquest criteri es generalitzi. Al final de l'apartat dedicat a màxims i mínims, Padilla reconeix obertament la influència de Maclaurin:

129. Entre los muchos usos del Cálculo diferencial apenas habrá otro más útil que el de maximis, & minimis: pudiéramos traer aquí otros muchos ejemplares; pero como ellos se fundan sobre principios de mecánica, y otros que no se han dado, se hará la aplicación a su tiempo, bastando los referidos para comprender las reglas, que se deben tener bien presentes, a fin de no caer en los mismos errores que los más Autores han dado, y que descubrió en la forma que llevamos dicho el célebre Maclaurin en su Tratado de Fluxiones.<sup>2</sup>

Però, en el mateix subapartat “De las cantidades máximas y mínimas”, Padilla explica diversos exercicis geomètrics, com aplicació del càlcul d'un màxim o mínim i de nou es pot observar en aquests la influència de Wolff. Reproduïm, a tall d'exemple un d'aquests exercicis, comparant-lo amb el seu corresponent que es troba en l'obra de Wolff:

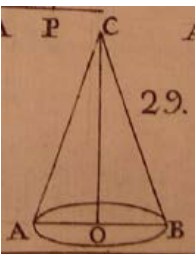
---

<sup>2</sup> Padilla (1753-1756); Tratado V, § 127.



**Padilla (1753-1756), Tomo V. De los Cálculos diferencial e integral o método de las fluxiones, De las cantidades máximas y mínimas (p. 224)**

127. Se quiere saber entre todos los Conos iguales cual tiene menor superficie.  
 Sea la solidez de los Conos =  $a^3$ ; la razón del Radio a la periferia =  $r : p$ , el radio del Cono  $OB = x$ ; será  $r : p = x : \frac{px}{r}$ . Esta periferia de la Base multiplicada por  $\frac{1}{2}x$  da el círculo de la Base  $\frac{px^2}{2r}$ , por la cual si se divide la solidez del Cono  $a^3$  se tendrá la tercera parte de la altura cuya  $OC = \frac{2a^3r}{px^2}$  y toda ella  $\frac{6a^3r}{px^2}$ . En el Triángulo Rectángulo  $COB$ , es  $\overline{CO}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{CB}^2$  cuadrado del lado del Cono, esto es  $\overline{CB}^2 = x^2 + \frac{36a^6r^2}{p^2x^4}$  luego  $CB = \frac{1}{px^2}\sqrt{p^2x^6 + 36a^6r^2}$  multiplicado este lado por la mitad de la periferia del círculo de la Base =  $\frac{px}{2r}$  se tendrá  $\frac{1}{2rx}\sqrt{p^2x^6 + 36a^6r^2}$ , por la superficie del Cono, que en el supuesto de ser mínima, también lo es su cuadrado  $\frac{1}{4r^2x^2}(p^2x^6 + 36a^6r^2) = \frac{p^2x^4}{4r^2} + 9a^6x^{-2}$  que diferenciado es  $\frac{p^2x^3dx}{r^2} - \frac{18a^6xdx}{x^4} = \frac{p^2x^3}{r^2} - \frac{18a^6}{x^3} = 0$  de que se sigue, que  $p^2x^6 = 18a^6r^2$  y de aquí  $px^3 = a^3r\sqrt{18}$  y de aquí  $x^3 = \frac{3a^3r}{p}\sqrt{2}$  es pues el Radio =  $\sqrt[3]{\frac{3a^3r}{p}\sqrt{2}}$  de donde se puede sacar el valor de la altura del Cono. En lo que se conoce que la cuestión trata de superficie mínima, es en que la segunda diferencia que se toma es positiva.



**Wolff (1713-1715), Pars Secunda: Elementa Analyseos Infinitorum tradens, Caput III, De sus Calculi differentialis in Methodo de maximis & minimis (p. 432)**

87. Inter omnes conos aequales determinare cum, qui minimum habet superficiem.  
 Sit soliditas conorum aequalium  $a^3$ , ratio radii ad peripheriam  $r : p$ , radius conii  $AC = x$ ; erit  $r : p = x : \frac{px}{r}$ . Haec peripheria basis  $px : r$  ducta in  $\frac{1}{2}x$  dat basin conii  $px^2 : 2r$  per quam si dividatur  $a^3$ , habetur  $\frac{1}{3}DC = 2a^3r : px^2$ .  
 Unde  $DC = 6a^3r : px^2$ , &  
 $DC^2 = 36a^6r^2 : p^2x^4$ ,  $AC^2 = x^2$ ,  
 $AD^2 = x^2 + 36a^6r^2 : p^2x^4$   
 $AD = \sqrt{p^2x^6 + 36a^6r^2} : px^2$   
 $\frac{1}{2}$  peripheria bas.  $px : 2r$   
 Superf. Coni  $\sqrt{p^2x^6 + 36a^6r^2} : 2rx$   
 Habemus itaque, vi methodi de maximis & minimis,  
 $(p^2x^6 + 36a^6r^2) : 4r^2x^2 = y^2$   
 h. e.  $p^2x^4 : 4r^2 + 9a^6 : x^2 = y^2$   
 $4p^2x^3dx : 4r^2 - 18a^6xdx : x^4 = 2ydy = 0$   
 $p^2x^3dx : r^2 - 18a^6dx : x^3 = 0$   
 $p^2x^3 : r^2 - 18a^6 : x^3 = 0$   
 $p^2x^6 = 18a^6r^2$   
 $px^3 = 3a^3r\sqrt{2}$   
 $x = a^3\sqrt[3]{3r\sqrt{2}} : p$   
 Quoniam  $px^3 = 3a^3r\sqrt{2}$ , erit  $x^3 : a^3 = 3r\sqrt{2} : p$ , consequenter evidens est.





## Annex 8

---

### A) Índex dels *Elementa Matheseos Universae* (1713-1715) de Christian Wolff (edició de 1743).

Prefatio IX

Monitum Autoris de Editione Nova XIX

De Methodo Mathematica. Brevis Commentatio. Prefatio 1

Conspectus commentationis de Methodo Mathematica 3

#### **Elementa Arithmeticae.** Praefatio 15

Caput Primum. De Principiis Arithmeticae 17

Caput II De speciebus Arithmeticae in numeris integris 28

Caput III De Ratione ac proportione quantitatum 43

Caput IV De speciebus Arithmeticae in numeris fractis 58

Caput V De Potentiis numerorum, Genesi praesertim ac Analysis numerorum  
Quadratorum et Cubicorum 64

Caput VI De Regulis Proportionum 74

Caput VII De Quantitatibus Aequidifferentibus 80

Caput VIII De Logarithmis

Caput IX De Fractionibus Deimalibus 89

Caput X De Fractionibus Sexagsimalibus 93

#### **Elementa Geometriae.** Praefatio 95

Pars Prior: Elementa Geometriae Planae exhibet 97

Caput Primum De Principis Geometriae 97

Caput II De Propositionibus quibusdam Fundamentalibus 105

Caput III De Linearum Rectarum et Triangulorum Symptomatis 115

Caput IV De Circuli Symptomatis 138

Caput V De Figurarum descriptione 146

Caput VI De Figurarum Dimensione ac Divisione 161

Pars Posterior: Elementa Geometriae Solidae Proponit 177

Caput Primum De Principiis Geometriae Solidae 177

Caput II De Sectione et Situ Planorum 180

Caput III De Solidorum Constructione 186

Caput IV De Dimensione Solidorum 191

Caput V De Similitudine ac Ratione Solidorum 200

Caput VI De Stereometria Doliorum 204

**Elementa Trigonometriae Planae.** Praefatio 211

Caput Primum De Constructione Canonis Sinuum, Tangentium, atque  
Secantium, tan naturalium, quan artificialium 213

Caput II De Analyysi Triangulorum 219

Caput III De Usu Trigonometria planae in Geometria Practica 224

**Elementa Analyseos Mathematicae tam finitorum quam infinitorum.** Praefatio 233

*Pars Prima Elementa Analyseos Finitorum tradit* 235

SECTIO PRIMA DE ARITHMETICA SPECIOSA 235

Caput Primum De Arithmetica Rationalium 235

Caput II De Arithmetica Irrationalium 246

Caput III De usu Calculi litteralis in inveniendis Theorematis 249

SECTIO SECUNDA DE ALGEBRA 269

Caput Primum De Algebra ad Problemata arithmetica, eaque determinata,  
applicata 269

Caput II De Algebra ad Problemata Arithmetica indeterminata applicata 294

Caput III De Algebra ad geometriam elementarem applicata 302

Caput IV De Algebra ad Trigonometriam planam applicata 319

Caput V De Extractione Radicum ex Aequationibus altioribus 324

Caput VI De Algebra ad Geometriam Sublimiorem applicat 342

Caput VII De Locis Geometricis 377

Caput VIII De Constructione Aequationum Superiorum 389

*Pars Secunda Elementa Analyseos Infinitorum tradens* 417

SECTIO PRIMA DE CALCULO DIFFERENTIALI 417

Caput Primum De natura Calculi differentialis 417

Caput II De usu Calculi differentialis in tangentibus curvarum determinandis  
421

Caput III De usu Calculi differentialis in Methodo de maximis et minimis 432

SECTIO SECUNDA DE CALCULO INTEGRALI, SEU SUMMATORIO 440

Caput I De natura Calculi integralis 440

Caput II De usu Calculi integralis in Quadraturis curvarum 441  
 Caput III De usu Calculi integralis in rectificatione Curvarum 454  
 Caput IV De usu Calculi integralis in cubandis Solidis et dimetiendis  
 Superficiebus eorundem 483  
 Caput V De usu Calculi integralis in Methodo tangentium inversa 488  
 Caput VI De usu Calculi integralis in logarithmorum doctrina 493

SECTIO TERTIA DE CALCULO EXPONENTIALI 495

Caput I De natura Calculi exponentialis 495  
 Caput II De usus Calculi exponentialis in Curvarum exponentialium  
 symptomatis investigandis 497

SECTIO QUARTA DE CALCULO DIFFERENTIO-DIFFERENTIALI 500

Caput I De natura Calculi differentio-differentialis 500  
 Caput II De usus Calculi differenti-differentialis in inveniendo puncto flexus  
 contrarii curvarum 502  
 Caput III De usus Calculi differentio-differentialis in investigandis Evolutis  
 curvarum et Radio osculi 507

SECTIO QUINTA DE ARITHMETICA INFINITORUM 513

Caput I De natura Arithmeticae infinitorum 513  
 Caput II De usu Arithmeticae infinitorum in Geometria 516

**B) Comparació entre els enunciats de les “Conclusiones mathematicas” de 1751, presidides per Terreros i alguns títols de la part d'àlgebra i càlcul diferencial i integral en els *Elementa Matheseos Universae* (1713-1715) de Wolff.**

<p>“Conclusiones Mathematicas practicas y especulativas defendidas en el Real Seminario de Nobles [...] bajo instruccion y magisterio del R.P. Estevan de Terreros y Pando [...] .Dia 13 de Abril de 1751.”</p>	<p>Wolff (1713-1715), <i>Elementa Matheseos Universae</i>, <i>Elementa Analyseos Mathematicae tam finitorum quam infinitorum</i>  <i>Pars Prima Elementa Analyseos Finitorum tradit</i></p>
<p>IV. Algebra</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Del càlculo literal</li> <li>✓ Del uso del càlculo literal para hallar los teoremas</li> </ul>	<p><i>Sectio Prima De Arithmetica Speciosa</i></p> <p>Caput Primum De Arithmetica Rationalium          Caput II De Arithmetica Irrationalium          Caput III De usu Calculi litteralis in inveniendis Theorematis</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Del Álgebra aplicada a los problemas de Aritmética determinados</li> <li>✓ Del Álgebra aplicada a los problemas de Aritmética indeterminados</li> <li>✓ Del Álgebra aplicada a la Geometría elemental</li> <li>✓ Del Álgebra aplicada a la Trigonometría plana</li> <li>✓ Del Álgebra aplicada a la Geometría sublime</li> </ul>	<p><i>Sectio Secunda De Algebra (§ 132)</i></p> <p>Caput Primum De Algebra ad Problemata arithmetica, eaque determinata, applicata</p> <p>Caput II De Algebra ad Problemata Arithmetica indeterminata applicata</p> <p>Caput III De Algebra ad geometriam elementarem applicata</p> <p>Caput IV De Algebra ad Trigonometriam planam applicata</p> <p>[...]</p> <p>Caput VI De Algebra ad Geometriam Sublimiorem applicat</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ De la naturaleza del cálculo diferencial <ul style="list-style-type: none"> <li>• Qué sea el cálculo diferencial</li> <li>• Qué sea cantidad infinitésima o infinitamente pequeña</li> <li>• Diferenciar cantidades que entre sí se multipliquen mutuamente</li> <li>• Diferenciar dos cantidades que mutuamente se partan</li> </ul> </li> <li>✓ Del uso del cálculo diferencial en determinar las tangentes de las curvas <ul style="list-style-type: none"> <li>• Hallar la subtangente en cualquiera curva algebraica</li> <li>• Determinar la subnormal en cualquier línea algebraica</li> </ul> </li> <li>✓ De la naturaleza del cálculo integral <ul style="list-style-type: none"> <li>• Qué cosa sea el cálculo integral o sumatorio</li> <li>• De qué modo se deba integrar una cantidad diferencial</li> </ul> </li> <li>✓ Del uso del cálculo integral en las cuadraturas de las curvas</li> </ul>	<p><b>Pars Secunda Elementa Analyseos Infinitorum tradens</b></p> <p><i>Sectio Prima De Calculo Differentiali</i></p> <p>Caput Primum De natura Calculi differentialis</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definitio I: Calculus differentialis est [...] (§ 1)</li> <li>• Definitio II: Infinitesim, su quantitas infinite parva [...] (§ 2)</li> <li>• Problema I: Differentiare quantitates se mutuo multiplicantes (§ 12)</li> <li>• Problema III: Differentiare quantitates se mutuo dividentes <math>x:y</math> (§ 19)</li> </ul> <p>Caput II De usu Calculi differentialis in tangentibus curvarum determinandis</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problema IV: Invenire subtangentem in curva algebraica quacunque (§ 20)</li> <li>• Problema V: Determinare subnormalem <math>PH</math> in linea algebraica quacunque (§ 35)</li> </ul> <p><i>Sectio Secunda De Calculo Integrali, seu Summatorio</i></p> <p>Caput I De natura Calculi integralis</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definitio V. Calculus Integralis seu Summatorius est [...] (§ 91)</li> <li>• Problema XXIV. Quantitatem differentialem integrare seu summare (§ 95)</li> </ul> <p>[...]</p> <p>Caput II De usu Calculi integralis in Quadraturis curvarum</p>

<ul style="list-style-type: none"><li>• Qué sea la diferencial o elemento del área</li><li>• Cuadrar la parábola Apoloniana</li><li>• Cuadrar la curva de cartesio, en la cual <math>b^2: x^2 = b - x: y</math>.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Definitio VI. Differentiale seu Elementum area [...] (§ 97)</li><li>• Problema XXVI. Parabolam quadrare. Pro Parabola Apolliana [...] (§ 103)</li><li>• Problema XXX. Quadrare curvam Cartesii ad quam <math>b^2: x^2 = b - x: y</math> (§ 111)</li></ul>
--	---





## Annex 9

---

El càlcul diferencial al Colegio Imperial i al Seminario de Nobles de Madrid

### 1. “Elementos de Matemáticas. Tomo VIII. Analysis de los infinitos” i “Tomo IX. Cálculo Exponencial, Diferencio-diferencial y Aritmética de los infinitos” (1753-1761) de Wendlingen

L'estructura dels dos tomos de Wendlingen és la següent:

Tomo VIII . Analysis de los Infinitos consta de vuit seccions i 264 apartats:

Sección I. De los Algoritmos del Cálculo Diferencial

Sección II. Cálculo diferencial aplicado al modo de buscar las tangentes, subtangentes, subnormales y resolver otros problemas que dependen de éstas

Sección III. Del uso del cálculo diferencial cuando se buscan así las cantidades máximas como las mínimas

Sección IV. [Del uso del Cálculo Integral para hallar las Quadraturas de las curvas]

Sección V. De la aplicación del Cálculo integral a la rectificación de las curvas

Sección VI. Del uso del Cálculo integral para hallar la solidez de los sólidos y sus superficies

Sección VII. Del uso del Cálculo integral para hallar las curvas que corresponden a la tangente dada

Sección VIII. Del uso del Cálculo integral en la Logarítmica

Tomo IX. Cálculo Exponencial, Diferencio-diferencial y Aritmética de los infinitos consta de quatre seccions i 111 apartats:

Sección I. Del Cálculo Exponencial

Sección II. Del Cálculo Diferencio-diferencial

Sección III. De la Aritmética de los Infinitos

Sección IV. Aritmética infinitesimal aplicada a la Geometría

---

## 2. “In methodum fluxionum” (ca. 1761) atribuït a Rieger

“In methodum fluxionum” formaria part d’un tractat més extens amb altres parts: “De Compositione et Resolutione Virium”, “De Descensu Corporum Gravium”, “De Potentiis easumque Indicibus, [...]”. La part “In methodum fluxionum”, de fet, porta en el títol la paraula “Introductio”, probablement per indicar que es tractava d’un text per iniciar-se en el tema, en aquell moment no massa conegut i està dividit en els següents capítols: “De Algorithmo Fluxionum” (3 folis), “De Methodo ducendi Tangentes” (1 foli i mig) i “De Doctrina Maximorum et Minimorum” (3 folis i mig). No tenim complet el darrer capítol i no sabem, per tant, si el text original tenia més capítols.

El primer capítol “De Algorithmo Fluxionum” està dividit en diversos apartats:

### “Definitio” i “Scholium”

En aquests apartats es defineix la fluxió com un augment d’una variable en un interval de temps si la velocitat es mantingués constant. Certament, però, l’explicació és breu (mig foli) i la terminologia confusa.

### Corol·lari I i II

Aquí queda definida la fluxió d’una quantitat constant i la de la suma.

### Lema

En aquest lema es demostra que els augments del producte de variables en intervals de temps iguals no són iguals sinó que estan en progressió aritmètica.

### Problema I i II

En aquests problemes es tracta de la fluxió del producte de variables i de la fluxió de la potència, sigui l’exponent natural, fraccionari o negatiu. Com a corol·lari s’introdueix la fluxió de la fracció.

El segon capítol és el “De Methodo ducendi Tangentes” i està dividit en els següents apartats:

### Problema III

És on s’introdueix la fórmula general que relaciona les fluxions de les variables d’una corba amb la subtangent en un punt donat. La manera de fer-ho és considerar que els punts de la recta secant s’apropen més i més fins que considera que la secant coincideix amb la tangent.

### Exemples I, II i III

Són exemples on s’aplica la fórmula obtinguda a corbes còniques.

El tercer capítol és el “De Doctrina Maximorum et Minimorum” dividit en els següents apartats:

**Problema IV**

Aquí l'autor defineix el que s'entén per problema de màxims i mínims i enuncia la relació amb la fluxió de la variable.

**Exemples I i II**

Dos exemples aritmètics d'aplicació de la fórmula enunciada.

**Exemple III**

Un exemple algebraic que permet aplicar un criteri general per distingir un màxim d'un mínim, que recorda el que es troba en el llibre de Simpson.

**Exemples IV, V i VI**

Són exemples aplicats a la dinàmica.

---

### 3. “Introducción fácil al algoritmo de fluxiones” (1761-1765) de Rieger

El text consta de set capítols, distribuïts en vint-i-nou pàgines (quinze folis): 1. “De la naturaleza e investigación de las fluxiones”, 2. “Del modo de sacar las fluxiones de las cantidades que se propongan”, 3. “Uso de las fluxiones para tirar las tangentes”, 4. “Aplicación de las fluxiones a la solución de Problemas de maximis et minimis”, 5. “Del método inverso de las fluxiones o de la manera de determinar las fuentes de las fluxiones dadas”, 6. “Uso de las fluxiones para hallar las Áreas de las Curvas”, 7. “De la aplicación de las fluxiones para hallar el contenido de los sólidos”.

Per una anàlisi amb més detall del text en qüestió és precís partir de que el seu principal valor radica justament en ser un tractat on conflueixen com a mínim dos textos: *The Doctrine and Application of Fluxions* de Simpson i “*In Methodum Fluxionum*”. De la comparació d’aquest amb els altres dos textos –l’anglès i el llatí– es podria entendre millor de quina manera el coneixement científic es transmetia en els centres d’ensenyament en aquell moment. Però també seria útil la comparació amb el *Tratado de fluxiones* de Cerdà, des del moment que aquest també es basa en el mateix llibre de Simpson. Comparar les dues diferents maneres d’apropiar-se del text de Simpson també ajudaria a aclarir quin tipus de docència sobre el càlcul diferencial es donava concretament al *Colegio Imperial* de Madrid als anys 60 del segle XVIII. Efectivament, després de l’estudi del text “Introducción fácil al algoritmo de fluxiones” es poden ja avançar algunes conclusions provisionals.

a) En primer lloc, cal concloure que s’està davant d’un text pensat per utilitzar-lo a les classes. S’ha fet un esforç per resumir en pocs folis una introducció al càlcul fluxional, amb exemples senzills i amb la voluntat de ser concís i clar. Només amb aquest text ja es podria aventurar la molt probable hipòtesi de la existència de classes sobre càlcul diferencial al *Colegio Imperial* als anys anteriors al 1767.

b) En segon lloc l’enfocament del nou càlcul es fa sota la visió newtoniana, amb la notació corresponent i, com es diu al principi, evitant els infinitedims.

c) La constatació feta després de llegir el primer capítol de que en el tractat es reconeixen dos llenguatges diferents tot i que els dos parteixen de la mateixa visió newtoniana es posa ben de manifest en el quart capítol on queda clar que gran part del capítol està confeccionat a base d'“enganxar” dos textos diferents, sense, moltes vegades, passar per un procés d'apropiació i adequació. Aproximadament el 65% del capítol prové de Simpson, un 15% del text en llatí i d'un 20% en desconeixem l'origen.

d) Si es compara el text de Rieger-Benavente amb el text en llatí hi ha un aspecte que es pot observar en tots els capítols i és la diferent qualitat de les figures. En el text en llatí aquestes estan molt cuidades i dibuixades per mans expertes, mentre que en el text en castellà, tot i ser còpies de les anteriors, estan molt poc elaborades. Aquest és un aspecte que corrobora que el segon text prové del text en llatí i que potser el primer text va ser escrit directament per Rieger, mentre que el segon per Benavente.

e) Per altra banda, en allò que fa referència a la part que és traducció de Simpson, el text és ben diferent del *Tratado de fluxiones* de Cerdà. Aquest darrer autor, certament moltes vegades també tradueix Simpson però la seva apropiació és ben personal, canviant la notació, afegint comentaris, eliminant fragments, modificant els desenvolupaments algebraics, ... tal com més endavant es veurà. El text de Rieger-Benavente, en canvi, sembla, moltes vegades, recollir tot el que l'autor o autors han llegit de Simpson d'una forma gens crítica, de forma que també recull els petits errors comesos per Simpson.

f) De totes maneres, més enllà de les deficiències que es pugui trobar en aquest tractat, la pregunta que pren més força és el per què d'aquesta modificació del text originalment escrit en llatí. Sembla evident que, per una banda, hi ha una voluntat de reforçar la visió geomètrico-cinemàtica i, per una altra, d'incorporar els exemples geomètrics que no tenia el text en llatí.

g) I el millor autor d'on es podia aconseguir aquesta visió i es podien extraure aquests exemples era Simpson. Per què Simpson? Probablement perquè en el *Colegio*

*Imperial* ja es coneixia l'autor anglès. Potser el mateix Cerdà havia aconseguit que l'obra de Simpson arribés al *Colegio Imperial*. Curiosament en el text, on són citats altres autors continentals, entre ells, l'Hôpital, no apareix en cap moment el nom de Simpson, però, en qualsevol cas, el que és evident és que Simpson arriba a les classes del *Colegio Imperial*, i ho fa també a través d'un petit tractat refet que inicialment tenia per autor a Rieger, aparentment ben lluny de les influències newtonianes.

h) Finalment la mateixa aparent feblesa del text, on sembla no haver una excessiva cura per remodelar els continguts provinents de fonts originals, resulta ser una prova més que l'objectiu d'aquest tractat no és treure'n una publicació sinó és exclusivament pedagògic, per ser utilitzat a les classes. No importa l'autor del text, el que importa és que sigui útil per iniciar en el nou càlcul als alumnes.





## Annex 10

---

### El càlcul diferencial a Espanya després de Cerdà

En aquest annex es tracta de fer un breu apunt sobre alguns dels elements més rellevants, immediatament posteriors a l'expulsió dels jesuïtes d'Espanya, relacionats amb el càlcul diferencial i la seva difusió a Espanya.

1.- En primer lloc cal referir-se a la publicació del *Examen Marítimo*<sup>1</sup> (1771) de Jorge Juan. Aquest és bàsicament un tractat de mecànica, on el càlcul diferencial i integral està totalment integrat en el desenvolupament dels diferents temes que s'estudia. La notació utilitzada és la leibniziana i l'ús de la diferenciació i de la integració és tal com es feia en els tractats de l'època, demostrant que Jorge Juan coneixia perfectament la teoria i la pràctica del càlcul diferencial i integral<sup>2</sup>. Tot i que Jorge Juan no cita directament les fonts que li han permès aplicar a fons el càlcul, a més de Newton i Hôpital, de ben segur que coneixia l'obra de Maclaurin, la dels germans Bernoulli, la de d'Alembert i la d'Euler, tenint en compte les estretes relacions que mantenia amb la *Royal Society* de Londres i la *Académie Royale des Sciences* de Paris. L'any 1793, Gabriel Ciscar y Ciscar (1769-1829), director i professor de matemàtiques de la *Academia de Guardias Marinas* de Cartagena, publica una segona edició del *Examen Marítimo* amb unes "Adiciones"<sup>3</sup> d'ell mateix on exposa tota la teoria del Càlcul Infinitesimal que apareixia en la primera edició. És un text, que per si sol mereix una anàlisi en profunditat, on Ciscar incorpora les seves pròpies opinions sobre el càlcul diferencial a finals del segle XVIII.

---

<sup>1</sup> El seu títol complet és *Examen Marítimo, Teórico Práctico, ó Tratado de Mechanica aplicado á la construccion, conocimiento y manejo de los Navios y demas Embarcaciones*.

<sup>2</sup> Per conèixer un estudi més complet veure Garma (2002); pp. 335-336.

<sup>3</sup> *Examen Marítimo, Teórico Práctico, ó Tratado de Mecánica aplicado á la construccion, conocimiento y manejo de los Navios y demas Embarcaciones* por Don Jorge Juan,... Edición Segunda aumentada con una exposición de los Principios del Cálculo, notas al texto y Adiciones por Don Gabriel Ciscar. Madrid en la Imprenta Real. 1793.

2.- En segon lloc s'ha de fer esment de la primera càtedra universitària on s'imparteix, des de 1774, càlcul diferencial a la Universitat de Salamanca per part de Juan Justo García (1752-1830), el qual va publicar, el 1782, *Elementos de Aritmética, Geometría y Álgebra*. Cuesta Dutari va publicar, el 1974, un llibre sobre el cas: *El Maestro Juan Justo García*, on analitza els nombrosos obstacles que van aparèixer per a que el nou càlcul fos matèria d'estudi a la Universitat

3.- En tercer lloc, en un repàs dels inicis del càlcul diferencial i integral a Espanya, cal considerar com element determinant els *Elementos de Matemáticas* (1772-1787) de Bails. L'obra i la pràctica de Bails està íntimament lligada a la institució on va estar impartint docència, és a dir la *Real Academia de Bellas Artes de San Fernando*. Aquesta acadèmia va ser oficialment fundada per *Real Decreto* el 1752, durant el regnat de Fernando VI, tot i que els seus orígens es troben en el regnat de Felip III. El conde de Aranda va proposar la reforma de l'ensenyament de l'arquitectura en aquesta acadèmia i, el 1759, es van crear dues càtedres de matemàtiques sota la inspiració de Jorge Juan. Aquestes càtedres es van donar, el 1768, a Subiràs, que finalment no la va ocupar perquè va ser nomenat director del Col·legi de Cordelles, i a Bails<sup>4</sup>. A Bails se li va fer l'encàrrec de l'elaboració d'un text de matemàtiques, sota la supervisió de Jorge Juan, per als alumnes de l'Acadèmia i aquest matemàtic finalment va escriure dos textos, un molt extens de deu tomos en onze volums, *Elementos de Matemáticas*, que el va començar a escriure el 1772 i que el darrer volum va ser publicat el 1787. L'altre text és *Principios de Matemáticas*, publicat el 1776, de tres tomos, molt més concís, adreçat especialment als alumnes de l'Acadèmia. El primer tomo dels *Principios de Matemáticas*, també anomenat *Curso Pequeño*, està dedicat a l'aritmètica, àlgebra, geometria, trigonometria plana, aplicacions de la geometria i trigonometria, seccions còniques, càlcul infinitesimal i trigonometria esfèrica. El contingut del segon és sobre dinàmica, hidrodinàmica, òptica, astronomia i calendari. El tercer tomo conté geografia, gnomònica, arquitectura, perspectiva i taula de logaritmes. En relació als *Elementos de Matemáticas*, també anomenat el *Curso Grande*, el primer tomo tracta de l'aritmètica,

---

<sup>4</sup> Veure Garma (2002); p. 319 i Ausejo (2010); p. 43.

geometria, trigonometria plana i geometria pràctica aplicada a la mesura. En el segon tomo es pot trobar l'àlgebra, equacions de graus diferents, progressions aritmètiques i geomètriques, aplicacions de l'àlgebra a la geometria i sèries aplicades al càlcul de logaritmes i a la trigonometria. El tomo III conté les seccions còniques, càlcul diferencial i càlcul integral amb aplicacions a la geometria, equacions diferencials i trigonometria esfèrica. El quart està dedicat a la dinàmica i l'estàtica, el cinquè tracta de la hidrodinàmica, el sisè de l'òptica, el setè de l'astronomia, el vuitè de l'astronomia física, el novè, dividit en dos volums, és un tractat d'arquitectura i el desè és una taula de logaritmes.

En el pròleg general del primer tomo dels *Elementos de Matemáticas*, es pot trobar la justificació per publicar un curs complet de matemàtiques tant pures com mixtes. Cita els seus predecessors com Tosca, Dechales, Wolff,... i les referències a matemàtics europeus contemporanis són contínues, tot comentant que en molts aspectes el seu curs que surt publicat resulta desfasat ja que, durant els anys que ell ha anat escrivint els diversos tomos, molts matemàtics com Bernoulli, d'Alembert, Euler, Clairaut, La Caille,... han avançat en els temes que són tractats en aquest curs. De totes maneres, diu que no s'ha preocupat per ser original, sabent que en el seu país no es coneixen les matèries de què ha de parlar i que ha agafat el millor de cada autor prescindint de la seva nacionalitat. En relació a les matemàtiques pures, confessa que volia dedicar tot el tomo quart al càlcul integral però que sabia que quatre tomos de "Matemàtica Pura" serien criticats i per aquest motiu finalment ha inclòs el càlcul integral en el tercer tomo.

En allò que fa referència al tercer tomo dedicat al càlcul diferencial i integral, publicat el 1779, en el pròleg d'aquest, Bails cita les fonts que ha utilitzat per escriure'l. Una de les primeres obres citades és *Analyse des infiniments petits [...]* de l'Hôpital. Fa esment també dels *Principia* de Newton, *A treatise of Fluxions* de Maclaurin, *Institutiones calculi integralis* d'Euler, *Elements du calcul integral* (1768) de Thomas Leseur (1703-1770) i François Jacquier (1711-1788), les "Lecciones de cálculo diferencial é integral" de M.

Cousin<sup>5</sup>. Molts altres autors són citats en aquest pròleg com Riccati, Bougainville, Bézout, del que diu “pero a ninguno tenemos tanto de agradecer com a M. Bézout, de cuyo curso hemos copiado lo mejor y más dificultoso que sobre este asunto publicamos”<sup>6</sup>, d’Alembert, Taylor, Emerson i Simpson, entre d’altres. Bails que reconeix la seva influència leibniziana, cita a d’Alembert que, com ja hem comentat, introdueix el concepte de límit a partir de les primeres i darreres raons newtonianes:

Por haber seguido M. d'Alembert las huellas de Newton, que considera el cálculo diferencial como el cálculo de los límites de las razones, y por la brevedad y magisterio con que le ilustra, copiamos en una introducción lo que trae sobre este asunto en la citada Obra ( )<sup>7</sup>

És així que, en la introducció del càlcul diferencial del seu tractat, Bails està fonamentant el càlcul diferencial sobre el concepte de límit de raons de quantitats que tendeixen a zero:

El cálculo que averigua el límite de la razón entre la diferencia finita de dos cantidades dadas, y la diferencia finita de otras dos cantidades que tienen con las dos primeras una analogía conocida, es el que llamamos propiamente *Cálculo diferencial*.<sup>8</sup>

Como la razón de las diferencias se acerca tanto más a su límite, cuanto menores son dichas diferencias; por este motivo se supone el límite de la razón representado por la razón entre las diferencias infinitamente pequeñas. Pero esta razón entre diferencias infinitamente pequeñas, no es más que un modo abreviado de expresar una noción más exacta y rigurosa, esto es, el límite de la razón de las diferencias finitas.<sup>9</sup>

En aquest sentit Bails, per una banda, està reconeixent, a través de d’Alembert, el pes newtonià en el desenvolupament del càlcul diferencial i, per una altra, representa, a Espanya, l’exponent més actualitzat del que significa aquest càlcul a finals del segle

<sup>5</sup> Bails es refereix a *Leçons de calcul différentiel et de calcul intégral* (1777) de Jacques Antoine Joseph Cousin (1739-1800).

<sup>6</sup> Bails (1779), “Tomo III, prólogo”; p. XXV.

<sup>7</sup> Ibid; p. XV.

<sup>8</sup> Bails (1779), “Tomo III, § 315.

<sup>9</sup> Ibid; § 317.

XVIII. El fet és que els *Elementos de Matemáticas* es van convertir en el manual de referència en totes les institucions educatives espanyoles durant dècades i, en particular, van marcar un punt d'inflexió en el desenvolupament del càlcul diferencial i integral a Espanya.

4.- En quart lloc és precís tenir en compte l'evolució dels ensenyaments de les matemàtiques a la *Real Academia de Artilleria* de Segovia. Navarro Loidi darrerament ha publicat un llibre<sup>10</sup> dedicat a l'ensenyament de les matemàtiques en aquesta escola, durant el segle XVIII, on es pot conèixer l'evolució d'aquests ensenyaments, en particular del càlcul diferencial i integral. Navarro Loidi conclou que Eximeno, el jesuïta que va ser el primer professor de matemàtiques a l'escola d'Artilleria de Segovia, no va arribar a ensenyar càlcul diferencial, en canvi, el 1772, Cipriano Vimercati, el nou professor de matemàtiques, sí que sembla que va explicar-lo, però sobre tot és Pedro Giannini (1740-1810) qui va incorporar definitivament el càlcul diferencial a les classes, a partir de 1777. Giannini va publicar un curs matemàtic justament dedicat als cadets de l'Acadèmia<sup>11</sup>. El curs consta de quatre tomos que es van anar publicant des del 1779 fins el 1803. El tomo III, que es va publicar el 1795, està dedicat al càlcul diferencial. Aquest tomo està dividit en quatre parts i en la primera es comença amb els lemes de les primeres i darreres raons de Newton. No deixa de sorprendre que Giannini, malgrat conèixer molts autors posteriors que havien desenvolupat el càlcul diferencial, volgués recórrer a la justificació geomètrica newtoniana. En les primeres definicions de les diferencials i integrals encara parla de fluxions i de les "quantitats evanescents" newtonianes:

Las diferencias que cualquier cantidad dada, o las diferencias evanescentes de las cantidades variables, se llaman Diferenciales, Elementos Infinitésimos, y también Fluxiones de las mismas cantidades variables; y dichas cantidades variables se llaman Sumas, Integrales, y también Fluientes respecto a las cantidades evanescentes.<sup>12</sup>

<sup>10</sup> Navarro Loidi (2013), *Don Pedro Giannini o las Matemáticas de los artilleros del siglo XVIII*.

<sup>11</sup> *Curso Matemático para la enseñanza de los caballeros cadetes del Real Colegio Militar de Artilleria* (1779-1803).

<sup>12</sup> Giannini, 1795, p. 35.

En la resta del llibre ja no es parla ni de fluxions ni de fluents. En aquesta primera part s'estudia la diferenciació i integració d'expressions algebraïques, logarítmiques, exponencials i trigonomètriques. I aquestes fórmules s'utilitzen pel càlcul de longituds de corbes, àrees, volums. S'utilitzen coordenades ortogonals, polars, obliqües. A partir de les àrees limitades per hipèrboles es defineix el sinus i el cosinus hiperbòlic. També s'estudien les tangents a les corbes, màxims i mínims, inflexió, radis de curvatura i evolutes. En la segona part s'estudien les integrals d'una variable. En la tercera s'estudien les equacions diferencials de primer ordre. I en la quarta es veuen les equacions diferencials d'ordre superior.

5.- Finalment de les diferents institucions educatives que s'havien iniciat en el càlcul diferencial a l'època de Cerdà, el més rellevant, per a la nostra recerca, és saber que, a finals de segle, els llibres de text més utilitzats en l'ensenyament de les matemàtiques van ser els *Elementos de Matemáticas* de Bails, els *Ejercicios de Matemáticas que han de tener en los Estudios Reales de esta Corte* (1778) de Antonio Gregorio Rosell (1748-1829), el *Curso de Matemáticas para la enseñanza de los caballeros seminaristas del Real Seminario de Nobles de Madrid* (1794-1798) de Tadeo Lope y Aguilar (ca. 1753-1802) i el *Compendio de matemáticas puras y mixtas* (1794) de Francisco Verdejo González (1757-1817).

Una particular atenció mereix conèixer com es va desenvolupar el Col·legi de Cordelles on Cerdà havia estat impartint docència durant nou anys. Després que Cerdà es traslladés a Madrid, al Col·legi de Cordelles va continuar havent-hi dos professors de matemàtiques, tot i que amb la dotació d'una sola càtedra, però si s'ha de fer cas a una ressenya de un "Acto Académico"<sup>13</sup> de finals del 1765, quan Cerdà ja era a Madrid, no sembla que a les classes s'impartís càlcul diferencial.

Per altra banda, el 1766, la Conferència Físico-matemàtica canviava els seus estatuts, a partir dels quals aquesta obtenia la "Reial protecció", atorgant la presidència de la Conferència al Capità general. Malgrat aquesta protecció ni es donava cap privilegi als

---

<sup>13</sup> "Acto academico de fisica, geografia, arithmetica,... en los dias 29 y 30 de diciembre de 1765 dins *Actos académicos del Real Seminario de Nobles de Barcelona*. Biblioteca de Catalunya.

seus membres ni havia dotació reial, de manera que la Conferència va haver de continuar pagant-se les seves despeses. En relació als seus objectius, estenia el seu camp d'acció a les ciències naturals i "arts útils", insistint en els aspectes pràctics de la ciència: el càlcul, la meteorologia, les riqueses naturals de Catalunya, les drogues medicinals, els tints, la metal·lúrgia,...Mentrestant la Conferència havia començat a donar, pel seu compte, alguns cursos, entre els quals, un de matemàtiques a càrrec de Francisco Bell (? -1804).

Després de l'expulsió dels jesuïtes, el desembre de 1767, el capità general de Catalunya va nomenar director del Col·legi de Cordelles a Subiràs, que també ho era de la Conferència. A partir d'aquell moment s'unifiquen les classes de matemàtiques de la Conferència amb les de Cordelles, de les quals en Bell se'n farà càrrec fins l'any 1803, fent ús de la mateixa aula on Cerdà havia donat les seves classes<sup>14</sup>.

L'any 1770, sis anys després de la constitució de la Conferència Físico-matemàtica, Subiràs va presentar un memorial<sup>15</sup> al rei per tal de donar un impuls a l'ensenyament al Col·legi de Cordelles. Segons Garcia Doncel (1998), es tractava de l'intent de convertir la Reial Conferència en una mena d'Universitat Politècnica associada al Col·legi de Cordelles. Es volien crear dues càtedres de matemàtiques, arquitectura i física, i una d'astronomia, geografia, navegació història natural, química, metal·lúrgia, agricultura, dibuix, disseny i Arts. En relació a les matemàtiques havia d'haver les superiors i les inferiors i el col·legi no solament havia d'estar obert a tothom sinó que a més es s'hauria de tenir en compte un horari nocturn per als jornalers. Concretament, respecte al programa de matemàtiques, es deia que el mètode de les fluxions havia d'estar inclòs en el nivell superior:

Las Matemáticas superiores contendrán la Aritmética numérica y literal teórica y práctica en todas sus extensiones con aplicaciones a las Artes, al Comercio, a la economía y con

---

<sup>14</sup> Veure Garcia Doncel (1998); pp. 22-24.

<sup>15</sup> L'Arxiu de la Corona d'Aragó, Audiencia, Registros del reinado de Carlos III, Cartas Acordadas Real Audiencia, 1772, n<sup>o</sup> 567, ff 102r-150v: El memorial de Francisco Subiràs, "Plan General de la Educación que se puede dar en el Imperial y Real Seminario de Nobles de Cordelles de la Ciudad de Barcelona" està inclosa en una carta reial.

ejemplos instructivos. La geometría teórica y práctica con el uso de los Instrumentos para las operaciones sobre el Papel y sobre el terreno. La Trigonometría Plana y Esférica, la aplicación del álgebra a la Geometría y trigonometría, las Secciones Cónicas, descripción de curvas y el método directo e inverso de las fluxiones, o el cálculo diferencial e integral con sus aplicaciones a la Geometría.

És perfectament legítim establir una certa relació entre el programa presentat per Subiràs i el que probablement va ensenyar Cerdà uns anys abans a Cordelles. Particularment el programa per al curs superior de matemàtiques correspon als primers tractats de Cerdà: els dos primers volums d' Aritmètica i Àlgebra, el de Geometria i els que tenia previst publicar: aplicació de l'àlgebra a la geometria, i Fluxions. Tot això fa pensar que, si més no entre els membres de la Conferència, era molt present la voluntat de l'ensenyament d'unes matemàtiques que incloguessin el càlcul diferencial i integral.

I el que, en qualsevol cas, és segur és que Subiràs estava disposat a aprofitar l'obra impresa de Cerdà pel seu nou pla per Cordelles, tot i menyspreant a qui havia estat el seu mestre. Això és el que es pot llegir en una carta de Subiràs dirigida a Campomanes, el novembre de 1768, reclamant suport al seu pla:

[...] He pensado cómo poder hacer corrientes los libros de matemáticas de Tomàs Cerdà, regular expulso, y es echando en cada obra una portada que diga "Lecciones de ... entresacadas de tal y tal autor", sin hacer memoria del tal Cerdà, ni del corrector; pues como yo cuidé de la corrección e inspección de esta obra, estoy plenamente enterado de qué autores se entresacaron o copiaron, y si algo tienen aumentado en el original, que para en poder del impresor, se hallará qué es de letra mía. El público desea esta obra y tengo entendido que de la Geometría hay muchos ejemplares. De lo que produjese se pudiera surtir la clase de matemáticas que ni a un compás tiene. (...)<sup>16</sup>

De totes maneres, el pla de Subiràs va fracassar i el mateix any la Conferència passava a dir-se "Real Academia de Ciencias y Artes". Durant els anys següents, el Col·legi de Cordelles va anar-se progressivament desmantellant, tot i que les classes de

---

<sup>16</sup> Astorgano, A. (2003).



matemàtiques es van mantenir. Finalment quan els antics propietaris de Cordelles van recuperar el terreny del col·legi, el “cuarto de la Rambla”, la parcel·la entre el Col·legi de Betlem i el de Cordelles, que l'Acadèmia de Ciències i Arts havia pogut mantenir per a les classes de matemàtiques, passa a ser, el 1786, local propi de l'Acadèmia<sup>17</sup>. El 1804 els edificis de Cordelles van desaparèixer i en el solar es van aixecar algunes casetes, quedant sempre l'espai reservat a la Acadèmia. A partir de principis del segle XIX, quan Bell és mort, en els nous locals de l'Acadèmia, hi haurà dues classes de matemàtiques i es donaran classes de cosmografia i/o mecànica.

Efectivament, després de la mort de Bell, l'Acadèmia va decidir desdoblar la càtedra de matemàtiques en dos, tot i que la dotació era només per a una. L'any 1805 els dos professors que ocuparan aquestes places seran Isidre Gallarda (? -1844) i Juan Gerardo Fochs fins el 1821. A partir d'uns anuncis al Diari de Barcelona (16 d'octubre de 1807), dins “Avisos”, es pot deduir que Gallarda va seguir el curs de Bails:

El lunes 19 de octubre se abrirán las clases de Matemática para la enseñanza pública, que se dignó S.M. establecer en el Real Colegio de Cordelles, en el dia encargada a la Real Academia de Ciencias Naturales y Artes de esta ciudad. A las nueve y media de la mañana empezará el curso el catedrático D. Isidro Gallarda, explicando las lecciones de los principios de Matemática de D. Benito Bails, de cuya obra deberán estar prevenidos los discípulos.

L'any 1822, quan Fochs havia mort, uns exalumnes seus van protestar<sup>18</sup> perquè, amb el nou professor, han de canviar el llibre de text que utilitzaven, que era el de Cerdà, pel de Vallejo. Aquest fet demostra que Fochs, durant la seva docència, havia seguit l'obra de Cerdà. A partir dels documents conservats en la Reial Acadèmia de Ciències i Arts, sembla que tant Gallarda com Fochs van desenvolupar unes matemàtiques força

---

<sup>17</sup> Per conèixer més detalls sobre la transformació de l'espai al col·legi de Cordelles veure García Doncel (1998) i Puig-Pey i altres (2014).

<sup>18</sup> RACAB. 2.4.2 “Matemáticas. Instància de los alumnos del fallecido catedrático D. Juan Gerardo Fochs, pidiendo se nombre otro que continúe el curso hasta la conclusión sin alteración de horas ni autor ni autores”, (gener 1822).

elementals, tot i que a la classe de Cosmografia es necessitava un nivell més alt i en algun document apareix citat un curs de Matemàtiques pures<sup>19</sup>.

De totes maneres no hem trobat cap prova que en les classes de matemàtiques de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts s'expliqués càlcul diferencial fins a la convocatòria d'exàmens de l'any 1838 per part del professor Joan Rogués (1806-1852), on apareix una referència a aquest càlcul.

La primera conclusió que es pot treure és que gran part de l'aportació que Cerdà va fer durant els seus anys al Col·legi de Cordelles es va malbaratar en allò que es refereix més directament als continguts de les classes de matemàtiques. Està clar que el factor determinant a l'hora de que els ensenyaments de Cerdà tinguessin o no una continuïtat va ser no haver publicat gran part de la seva obra. En efecte, els seus llibres impresos sobre aritmètica, àlgebra i geometria sí que van ser utilitzats durant molts anys –com a mínim fins el 1822<sup>20</sup>, més de cinquanta anys després d'haver deixat el Col·legi de Cordelles– però es pot tenir fonamentats dubtes sobre la continuïtat d'altres matèries matemàtiques de nivell més alt impartides per Cerdà. Nogensmenys, com ja ha estat dit, la continuïtat de l'aportació de Cerdà no es pot mesurar exclusivament analitzant el contingut concret de les classes que posteriorment va haver al Col·legi de Cordelles i a la Reial Acadèmia de Ciències i Arts sinó valorant el desenvolupament posterior de la comunitat científica a Barcelona i la dels sectors professionals que necessitaven de les matemàtiques.

En relació, doncs, a l'evolució del càlcul diferencial i integral a l'Espanya del segle XVIII, a partir de 1767, cal dir que, després d'un cert retrocés en els antics centres dels jesuïtes, hi ha una voluntat per part de les autoritats borbòniques d'impulsar un curs complet de matemàtiques, la qual cosa s'aconsegueix amb els *Elementos de Matemáticas* de Bails. Es tracta d'un manual que pretén recollir els coneixements més actualitzats que s'estan desenvolupant a Europa, incorporant a nous autors com Euler i

---

<sup>19</sup> RACAB. 2.4.2, 2.4.3, 2.4.4.

<sup>20</sup> Hem localitzat una reedició, el 1816, de las *Liciones de matemática*, a càrrec de la Junta de Comerç de Barcelona en l'Arxiu Històric de la Ciutat de Barcelona.

d'Alembert. En relació al càlcul diferencial, tal com arreu d'Europa, la visió i notació leibnizianes s'han imposat, però no es trenca del tot amb l'herència newtoniana, la visió geomètrico-cinemàtica i la idea de límit sota el concepte de les primeres i darreres raons.



## Annex 11

---

### Reconstruint el *Tratado de Fluxiones*

Quan al mes de juny de 2010 vam iniciar la nostra recerca a la biblioteca de la RAH un dels lligalls analitzats va ser el 9/2812. Aquest és un lligall on els folis està cosits i numerats. I és a partir del foli 84 que vam trobar els primers manuscrits relatius a fluxions amb la lletra de Cerdà<sup>1</sup>, i fins el foli 95 vam poder comprovar que es succeïen diferents capítols numerats amb els seus respectius títols. A continuació fins el foli 144, amb una presentació molt menys cuidada i sense numerar, es van poder identificar més capítols. Després d'una anàlisi més profunda es va poder observar una notació al marge, generalment, cada deu folis. Aquesta notació, que en el cas d'aquest lligall consisteix amb la paraula "quaderno" seguida d'un nombre (1, 2, 3,...), corresponia a l'original ordenació en quaderns. Un quadern, utilitzat a l'època de Cerdà, és un grup de plec (usualment uns cinc plec de 43 cm x 31 cm, aproximadament), doblegats per la meitat i cosits. De forma que un quadern usualment consta de deu folis i, per tant, de vint pàgines. Tot i així, en el cas del *Tratado de Fluxiones*, potser perquè alguns folis s'han perdut, s'han trobat quaderns de menys folis. Concretament, per als folis corresponents al *Tratado de fluxiones* s'han identificat vint-un quaderns, la majoria dels quals tenen deu folis.

L'altre lligall que vam analitzar era el 9/2792 i en aquest els folis no estan cosits ni estaven numerats en el primer moment que vam consultar-los. En canvi, d'alguna manera, els folis, en aquest lligall, s'han mantingut organitzats en forma de quaderns. L'anotació que avisa al lector que es comença un nou quadern no sempre porta la paraula "quaderno" però sí algun signe que l'identifica, lletres (a, b, c,...) o números (1, 2, 3,...). Algunes d'aquestes anotacions són originals del mateix Cerdà i en altres casos

---

<sup>1</sup> La lletra de Cerdà s'ha pogut identificar a partir de l'esborrany de la carta que Cerdà envia a Simpson (Cerdà, *Carta a Simpson*. RAH, Cortes 9/2792) i de la que envia a l'Ajuntament arran de la publicació de les seves *Liciones de Matemática...* (Arxiu Històric de la Ciutat de Barcelona. 1D.I-40 (Acords 1757), f.265.), ja que totes dues estan signades.

han estat anotacions afegides a l'hora de conservar els manuscrits, no se sap des de quan. La manera que aquests quaderns es troben a la RAH no és pas seguint l'ordre original de Cerdà, no solament perquè, seguint l'ordre de Cerdà, es salta d'un lligall a l'altre, sinó també perquè els quaderns tenen intercalats manuscrits d'altres obres de Cerdà o d'altres autors i finalment perquè, en el lligall 9/2792, molts dels quaderns, on els folis ja no estan cosits, s'han desmuntat. Tot i així, quan, el juny de 2014, la biblioteca de la RAH va decidir numerar d'alguna forma el lligall 9/2792, el criteri adoptat va ser els dels quaderns tal com estaven en aquell moment.

Descriurem, a partir de dues taules, la forma en que ara qualsevol investigador pot trobar aquests manuscrits, tant en el lligall 9/2812 com en el lligall 9/2792:

Disposició actual dels manuscrits de Cerdà sobre fluxions en el lligall 9/2812 de la RAH		
Anotacions	Capítols	folis segons la RAH
"quaderno 1º de fluxiones para la clase"	Cap 1 Explícate la Naturaleza de las Fluxiones	ff. 84 - 86
	Cap 2 Algunos Problemas para encontrar las Fluxiones de las Cantidades Algebraicas	ff. 87 - 90r
	Cap 3 Reglas únicas para encontrar las Fluxiones de las Cantidades Algebraicas sacadas de los Problemas precedentes	ff. 90v - 92r
	Cap 4 De las Fluxiones superiores	ff. 92v - 95
"quaderno 1 "	Del Cálculo Diferencial e Integral	f. 96
	De las Fluxiones de Cantidades Algebraicas	ff. 97 - 100
	De las Fluxiones Superiores	f. 101
	Aplicación de las Fluxiones para la resolución de los Problemas de Máximo o Mínimo	ff. 102 - 105
"quaderno 2"	De la Aplicación de las Fluxiones para tirar tangentes a las curvas	ff. 107 - 112
	Aplicación de las fluxiones de segundo orden para encontrar el punto de Inflexion o vuelta de las curvas	ff. 113 - 114
	Aplicación de las primeras y segundas fluxiones para determinar el radio de curvatura y las Evolutas de las curvas	ff. 115 - 116
"quaderno 3"	<i>[folis que són continuació d'un capítol, presumiblement de l'anterior]</i>	ff. 117 - 119
	Parte 2. Del Método Inverso de las Fluxiones	ff. 121 - 122
	Otro método reduciendo la fluxión a serie indeterminada	ff. 123 - 125
	Del uso de las Series Infinitas para encontrar las Fluents	f. 126
"quaderno 5"	<i>[folis que són continuació d'un capítol no identificat]</i>	ff. 127 - 131
	Cap. Del uso de las Fluxiones para la Rectificación de las curvas	ff. 132 - 134
"quaderno 6"	<i>[folis que són continuació d'un capítol, presumiblement de l'anterior]</i>	ff. 135 - 136
	Cap. Del uso de las Fluxiones para encontrar lo sólido de los cuerpos	ff. 137 - 142r
	Cap. Del uso de las fluxiones para encontrar las superficies de los sólidos	ff. 142v - 144

A la columna de l'esquerra apareixen les anotacions que senyalen el principi d'un quadern. En la columna del mig apareixen els títols dels suposats capítols, observant que alguns d'ells estan numerats i altres no. S'han agrupats les files de la taula a partir dels quaderns, observant que algun quadern comença amb folis que són la continuació d'algun capítol anterior, la qual cosa, en aquest lligall, no planteja cap problema ja que es tracta del capítol començat en el quadern anterior. En la columna de la dreta es pot comprovar la numeració introduïda per la biblioteca de la Acadèmia.

Disposició actual dels manuscrits de Cerdà sobre fluxions en el lligall 9/2792 de la RAH		
Anotacions	Capítols	folis segons la RAH
"1"	De las Fluxiones de los Lados y Ángulos de los Triángulos Esféricos	22 ff. 1- 7r
	De la Aplicación de las Fluxiones a la Resolución de aquellas especies de Problemas de Maximis y Minimis, que dependen de una Particular Curva, cuya naturaleza se debe determinar	22 ff. 7v- 8
"2"	<i>[folis que són continuació d'un capítol, presumiblement de l'anterior]</i>	23 ff. 1- 9
	Resolución de varios Problemas de diferentes Especies	23 f. 10
"3"		24 ff. 1- 10
"4"	<i>[folis que són continuació d'un capítol, presumiblement de l'anterior]</i>	25 ff. 1- 8
"5"		26 ff. 1- 10
"6"		27 ff. 1- 8
"quaderno 2º de fluxiones para la clase" "Cuarto curso"		<i>[folis que són continuació d'un capítol no identificat]</i>
	Cap 5 Resuélvase por las Fluxiones algunos Problemas de Máximo y Mínimo	28 ff. 3 - 6
	Cap. 6 Explícate el Método de tirar las tangentes a las Curvas por medio de las Fluxiones	28 ff. 7- 10r
	Cap. 7 Cómo se encuentran los Puntos de Inflexión de las Curvas por la Fluxiones de Segundo Orden	28 ff. 10v -12
"quaderno 3 de fluxiones para la clase"	<i>[folis que són continuació d'un capítol, presumiblement de l'anterior]</i>	29 f. 1 - 2r
	Cap. 8 Determinense por el Método Directo de las Fluxiones los Radios de Curvatura y las Evolutas de las Curvas	29 ff. 2v - 5
	Cap. 9 Explícate el Método Inverso de las Fluxiones y algunas de sus Reglas	29 ff. 6 - 8r
	Cap. 10 Cómo se habrá de corregir la Fluente encontrada por el Método Inverso de las Fluxiones	29 ff. 8v - 10
	Cap. 11 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las Curvas	29 f. 11-12
"X"	Adiciones al Tratado de Fluxiones	36 ff. 1 - 10
"X"	<i>[folis que són continuació d'un capítol, presumiblement de l'anterior]</i>	37 ff. 4 - 6
		38 ff. 1 - 4
"L"	De la Resolución de las Ecuaciones Fluxionales, o modo de encontrar la relación de las Cantidades Fluente por la de las Fluxiones	39 ff. 1 - 8
"a"	De la Comparación de las Fluente o Método para encontrar una Fluente dada otra	40 ff. 1 - 10

Disposició actual dels manuscrits de Cerdà sobre fluxions en el lligall 9/2792 de la RAH		
"b"	<i>[folis que són continuació d'un capítol, pressumiblement de l'anterior]</i>	41 ff. 1 - 2
	De las Fluents de Fracciones Racionales de diferentes dimensiones, segun las Fórmulas de la Harmonia Mensurarum de Cotes	41 ff. 3 - 6
"c"	<i>[folis que són continuació d'un capítol, pressumiblement de l'anterior]</i>	42 ff. 1 - 10
"d"	<i>[folis que són continuació d'un capítol, pressumiblement de l'anterior]</i>	43 ff. 1 - 4r
	Métodos para investigar las Fluents, quando las Cantidades y sus Logaritmos, los Arcos y sus Senos & se encuentran entre sí multiplicados o ocurren casos de la misma especie	43 ff. 4v- 8r
	De qué suerte las Fluxiones encontradas por series infinitas se puedan hacer convergentes	43 ff. 8v- 10
"e"	<i>[folis que són continuació d'un capítol, pressumiblement de l'anterior]</i>	44 ff. 1- 10
"quaderno 7"	<i>[folis que són continuació d'un capítol no identificat]</i>	46 ff. 1 - 2
	Cap. De las Fluxiones de Cantidades Exponenciales	46 f. 3
	Cap. De la Transformación de las Fluxiones	46 ff. 4 - 8
"quaderno 4"	<i>[folis que són continuació d'un capítol no identificat]</i>	46 ff. 9 - 11r
	Cap. De la Cantidad que se ha de añadir a la fuente encontrada	46 ff. 11v - 12
	Cap. Aplicación del Método inverso de las Fluxiones para la Cuadratura de las curvas	46 ff. 13 - 18
"1"	<i>[folis que són continuació d'un capítol no identificat]</i>	73 ff. 1 - 4
	Cap. 12 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para la Rectificación de Curvas	73 ff. 5 - 9r
	Cap. 13 Aplicación del Método Inverso de las Fluxiones para encontrar lo sólido de los Cuerpos	73 ff. 9v - 10
"1"	<i>[folis que són continuació d'un capítol, pressumiblement de l'anterior]</i>	83 f. 1
	Cap. Aplicación del Método inverso de las Fluxiones para encontrar la Superficie de los Cuerpos	83 ff. 2 - 4

La informació en el cas d'aquest lligall es distribueix de la mateixa manera que per l'anterior, però hi ha algunes diferències significatives respecte el lligall 2812. Igual que abans les files de la taula s'han agrupat a partir dels quaderns, que, ara, porten anotacions de diferent tipus. En la columna de la dreta la numeració de la RAH, adoptada des de 2014, consta d'un número que correspondria al quadern original. En general la nova numeració adoptada per la RAH correspon a un quadern original però no sempre. A partir d'una lectura atenta es pot observar que, tant pels capítols numerats, com per les anotacions originals, o més antigues, l'ordre en el lligall no respon a l'ordre del text de Cerdà. A més a més, cal tenir en compte que, com es pot veure, la numeració de la RAH no és consecutiva, ja que entremig es troben altres folis



---

d'altres textos de Cerdà o d'altres autors, que no hem inclòs a la taula. Finalment, una dificultat afegida és que, degut a aquesta dispersió de documents, alguns quaderns comencen amb folis de capítols no identificats que només van poder ser-ho a partir de la lectura detallada del text de Cerdà.



## Annex 12

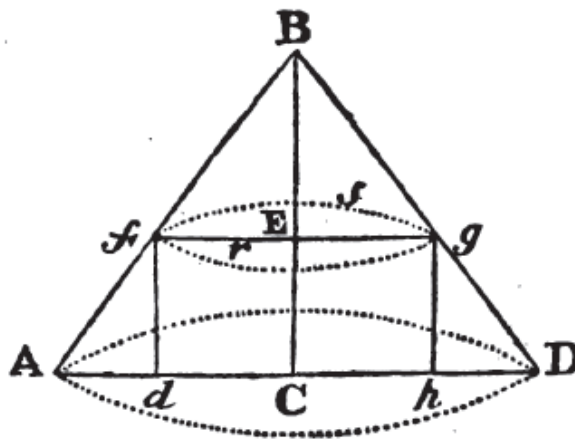
---

Simpson (1750), *The Doctrine and Application of Fluxions*; Section II (part I), "Of the Application of Fluxions to the Solution of problems DE MAXIMIS ET MINIMIS".

Example VII: 30. To determine the greatest Cylinder,  $dg$ , that can be inscribed in a given Cone  $ADB$ .

Let  $a=BC$ , the Altitude of the Cone;  
 $b=AD$ , the Diameter of its Base;  
 $x=fg$  ( $dh$ ) the Diameter of the Cylinder, considered as variable;  
 $p=\left(\frac{3,14159, \text{ \& } c.}{4}\right)$  the Area of the Circle whose Diameter is Unity.

Then, the Areas of Circles being to one another as the Squares of their Diameters, we have,  $1^2 : x^2 :: p : (px^2)$  the Area of the Circle  $figr$ : Moreover, from the Similarity of the Triangles  $ABC$  and  $Adf$ , we have  $\frac{1}{2}b$  ( $AC$ ) :  $a$  ( $BC$ ) ::  $\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}x$  ( $Ad$ ) :  $df = \frac{ab-ax}{b}$ ; which multiplied by the Area  $px^2$  (found above) gives



$$\frac{pabx^2 - pax^3}{b}$$

for the solid  
Content of  
the Cylin-  
der: Which  
being a  
Maximum,

its Fluxion

$$\frac{2pabx}{b}$$

$$\frac{3pax^2}{b} \text{ must}$$

■ Art. 22.  $be = 0$  \*, consequently  $x = \frac{2b}{3}$  and  $df = \frac{a}{3}$ : From  
whence it appears, that the inscribed Cylinder will be  
the greatest possible, when the Altitude thereof is just  
 $\frac{2}{3}$  of the Altitude of the whole Cone.

## Índex de noms

Autor/docent	Publicació	apartat
Agnesi, Maria Gaetana (1718-1799)	<i>Institutiones Analyticae</i> (1748)	2.3, Annex 8
Aymerich, Mateu (1715-1799)		1.2
Alcoverro, Vicente (1733-1801)		1.3
Álvarez, Gaspar (1704-1759)	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ "Conclusiones Mathematicas" (1733)</li> <li>➤ "Conclusiones Mathematicas" (1734)</li> <li>➤ <i>Elementos Geometricos de Euclides</i> (1739)</li> </ul>	1.4, 2.3, Annex 1
Aranda, Joseph (?- 1756)		1.1, 2.3
Bacon, Francis (1561-1626)		1.7
Bails, Benito (1730-1797)	<i>Elementos de Matemática</i> (1772-83)	1.3, 2.3, 2.4, 3.5, Annex 14
Barrow, Isaac (1630-1677)	<i>Lectiones Geometricae</i> (1670)	1.3
	<i>Lectiones Mathematicae</i> (1683)	2.1
Belidor, Bernard Forest de (1698-1761)	<i>Nouveaux Cours de Mathématiques à l'usage de l'artillerie et de génie</i> (1725)	1.3, 1.4, 2.3
Bell, Francesc (? -1804)		1.3, Annex 14
Benavente, Miguel (1725 - ?)	"Conclusiones Mathematicas" (1762)	1.4, 2.3, Annex 1, Annex 13
Benjamin, Martin (1704-1782)		Annex 3
Bernoulli, Johan (1667-1748)	<i>Lectiones de calculo integralium</i> (1742)	2.1, 3.3, 4.3. Annex 14
Bézout, Étienne (1730-1783)		Annex 14
Blake, Francis (1708-80)	<i>An Explanation of Fluxions</i> (1741)	2.1, 2.2
Blondel, Nicolas-François (1618-1686)	<i>L'art de jeter les bombes</i> (1683)	1.3
Bonells, Jaime (ca. 1731-?)		1.4
Bougainville, Louis Antoine (1729-1811)		Annex 14
Bramieri, Esteban (1720-1794)	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ "Conclusiones Mathematicas" (1757)</li> <li>➤ "Tratado del Cálculo Diferencial" (1757-1760)</li> <li>➤ "Conclusiones Mathematicas" (1760)</li> </ul>	Introducció, 1.4, Introducció-2, 2.3, 2.4, 3.5, 3.7, 4.2, Annex 1, Annex 12, Annex 13, Conclusions.
Campserver, Ignacio (1722-1798)	<i>Biblioteca matemática</i> (1789)	1.3
Cañas, José (1646-1660)		1.1
Carnicer, Joaquin		1.2
Cassini, Giovanni (1625-1712)		1.3
Cavalieri, Bonaventura (1598-1647)	<i>Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota</i> (1635)	2.1
Ciscar y Ciscar, Gabriel (1769-1829)	"Adiciones" <i>al Examen Marítimo</i> , [...] (1793)	Annex 14

Clairaut, Alexis Claude (1713-1765)	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <i>Sur l'intégration ou la construction des equations différentielles du premier ordre</i> (1740)</li> <li>➤ <i>Elemens de Geometrie</i> (1741)</li> </ul>	1.3, 2.1, 2.2, Annex 14
Cocker, Edward (1631-1676)	<i>Arithmetick</i> (1677)	Annex 3
Collins, John (1625-1683)		2.1
Cotes, Roger (1682-1716)	<i>Harmonia Mensurarum</i> (1722)	2.1
Cousin, J. A. J. (1739-1800)	<i>Leçons de calcul différentiel et de calcul intégral</i> (1777)	Annex 14
Crousaz, Jean-Pierre de (1663-1750)	<i>La géometrie des lignes et des surfaces rectilignes et circulaires</i> (1718)	1.3, 2.3
D'Alembert, Jean le Rond (1717-1783)	"Différentiel" dins l' <i>Encyclopédie</i> (1754)	1.3, 2.1, 2.3, 4.1, Annex 14
Dealtry, William (1775-1847)	<i>The Principles of Fluxions: designed for the use of students in the University</i> (1810)	1.3
Dechales, Claude François Millet (1621-1678)		1.2, 1.3, Annex 14
Deidier, l'abbé (1698-1746)	<i>Le Calcul Differentiel et la Calcul Integral expliqués et appliqués a la Geometrie</i> (1750)	2.3
Désaguliers, Jean Théophile (1683-1744)	<i>Cours de Physique expérimentale</i>	1.3
Descartes, René (1596-1650)		1.2
Desvalls, Juan Antonio (1740-1820)	"Noticias Cronológicas sobre el Origen y progreso de la Real Academia de Ciencias Naturales y Artes de Barcelona" (1787)	1.3
Ditton, Humphry (1675-1715)	<i>Institution of Fluxions</i> (1706)	2.1
Dodson, James FRS (c.1705-1757)	<i>The Anti-Logarithmic Canon</i> (1742)	1.3, Annex 3
Emerson, William (1701-1782)	<i>The Doctrine of Fluxions</i> (1743)	1.3, 2.1, 2.2, 3.5, 4.1, Annex 14
Euler, Leonhard (1707-1783)	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <i>Introductio in analysin infinitorum</i> (1748)</li> <li>➤ <i>Institutiones calculi differentialis cumeius usu in analysi infinitorum ac doctrina serierum</i> (1755)</li> <li>➤ <i>Institutiones calculi integralis</i> (1768)</li> </ul>	1.3, 2.1, 2.3, Annex 8, Annex 14
Eximeno, Antoni (1729-1808)		1.2, 1.4, Annex 14
Fenning, Daniel (?-1767)	<i>The Young Algebraist's Companion</i> (1750)	Annex 3
Fermat, Pierre de (1601-1665)		2.1
Fochs, Juan Gerardo (?-1822)		Annex 14
Fontenelle, Bernard le Bovier (1657-1757)	<i>Éléments de la Géométrie de l'infini</i> (1727)	2.1, 2.3, 4.1, Annex 8
Galileo Galilei (1564-1642).		1.2
Gallarda, Isidre (? -1844)		Annex 14
Gallissà i Costa, Llucà (1731-1811)		1.2, 1.6
García, Juan Justo (1752-1830)	<i>Elementos de Aritmética, Geometría y Álgebra</i> (1782)	Annex 14
Gardiner, William	<i>Tablas de logarithmos</i> (1742)	1.3, Annex 3
Gassendi, Pierre (1592-1655)		1.2, 1.3
Giannini, Pedro (1740-1810)	<i>Curso Matemático para la enseñanza de los caballeros cadetes del Real Colegio Militar de Artilleria</i> (1779-1803)	Annex 14
Gila, Roque (1721-1796)		1.3

Godin, Louis (1704-1760)	<i>Compendio de Matemáticas</i> (1758)	1.1, 1.3, 2.3
Gravesande, Willem Jacob's (1688-1742)	<i>Physices elementa mathematica, experimentis confirmata</i> (1742)	1.3
Gregory, David (1659-1708)		2.1
Halley, Edmund (1656-1742)		1.3
Harris, John (1666-1719)	<i>New Short Treatise of Algebra</i> (1702)	2.1, 2.3, Annex 3
Hauksbee, Fr. (1660-1713)	<i>An Experiment Made at a Meetong of R. Society, Decemb. 20. 1704 of firing Gun-Powder on a Red Hot Iron in Vacuo Boyliano</i>	1.4
Hayes, Charles (1678-1760)	<i>Treatise of Fluxions</i> (1704)	2.1
Hervás y Panduro, Lorenzo (1735-1809)	<i>Viage estático al mundo planetario...</i> (1794)	1.1, 1.6, 3.1, 3.6, 3.7, 4.8
Hodgson, James (1672-1755)	<i>The Method of Fluxions and Infinite Series</i> (1736)	2.1
Holliday, Francis (1717-1787)	<i>An Introduction to Fluxions</i> (1777)	2.2
Hutton, Charles (1737-1823)	<i>Memoirs of the Life and Writings of the Author</i> (1792), introducció de <i>Select Exercises for Young Proficients</i> de Simpson	2.2
Huygens, Christiaan (1629-1695)		1.2
Jacquier, François (1711-1788)	<i>Elements du calcul integral</i> (1768)	
Juan, Jorge (1713-1773)	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <i>Observaciones Astronómicas...</i> (1748)</li> <li>➤ <i>Compendio de Navegación</i> (1757)</li> <li>➤ <i>Examen Marítimo</i> (1771)</li> </ul>	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 2.1, 2.3, Annex 7, Annex 8, Annex 14
Kepler, Johannes (1571-1630)		1.2
Kersey, John (1616-1690?)	<i>The Elements of that Mathematical Art Commonly Called Algebra: Expounded in two books</i> (1741)	Annex 3
La Caille, Nicolas Louis de (1713-1762)	<i>Leçons élémentaires de mathématiques ou Elemens d'algebre et de géométrie</i> (1764)	1.3, Annex 14
La Torre Argáiz, Francisco de	"Thèses de divers traités de Mathématique [...]" (1717)	2.3
Lagrange, Joseph Louis (1736-1813)	<i>Théorie des fonctions analytiques</i> (1797)	2.1
Le Clerc, Sebastien (1637-1714)	<i>Traité d'Architecture avec des remarques et des observations très utiles pour les jeunes gens, que veulent s'appliquer à ce bel Art</i> (1714)	2.3
Leibniz, Gottfried Wilhelm (1646-1716)	"Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare proi llis calculi genus" dins <i>Acta Eruditorum</i> (1684)	Introducció, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, Introducció-4, 4.1, 4.2, 4.3, 4.6, 4.8, Annex 8, Conclusions.
L'Hôpital, Marquès de (1661-1704)	<i>L'Analyse des infiniments petits pour l'intelligence des lignes courbes</i> (1696)	1.3, 2.1, 2.3, 2.4, 3.3, 4.1, 4.2, Annex 13, Annex 14
Lope y Aguilar, Tadeo (ca. 1753-1802)	<i>Curso de Matemáticas para la enseñanza de los caballeros seminaristas del Real Seminario de Nobles de Madrid</i> (1794-1798)	Annex 14
Lucece, Pedro (1692-1779)		1.1, 2.3
Lyons, Israel (1739-1775)	<i>Treatise on Fluxions</i> (1758)	

Maclaurin, Colin (1698-1746)	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <i>The Elements of the Method of Fluxions</i> (1742)</li> <li>➤ <i>Discoveries Philosophy</i></li> </ul>	1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 3.5, 4.1, Annex 3, Annex 8, Annex 10, Annex 14, Conclusions.
Malcom, Alexander (1685-1763)	<i>New system of Arithmetick</i> (1730)	Annex 3
Marín, Miguel (1725 -?)		1.1
Martin, Benjamin (1704-1782)	<i>Pangeometria or Elements of Geometry i The Young Trigonometer's Compleat Guide</i> (1736)	1.3
Mengoli, Pietro (1626-1686)		2.1
Moivre de, Abraham (1667-1754)	<i>The Doctrine of Chances</i> (1718)	1.3
Muller, John (1699-1784)	<i>A Mathematical Treatise</i> (1736)	2.1, 2.2
Musschenbroeck, Pieter van (1692-1761)		1.3
Newton, Isaac (1642-1727)	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ "October 1666 Tract of Fluxions" (1666)</li> <li>➤ <i>De Analysi per aequationes</i> (1669)</li> <li>➤ <i>Tractatus de Methodis Serierum et Fluxionum</i> (1671)</li> <li>➤ <i>Geometria Curvilinea</i> (1680)</li> <li>➤ <i>Philosophiae naturalis Principia Mathematica</i> (1687)</li> <li>➤ <i>Tractatus de Quadratura Curvarum</i> com apèndix de Opticks (1704)</li> </ul>	Introducció, 1.2, 1.3, 1.7, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, Introducció-4, 4.1, 4.2, 4.3, 4.8, Annex 3, Annex 8, Annex 14, Conclusions.
Nollet, Jean Antoine (1700-1770)	<i>Programme ou Idée Générale d'un Cours de Physique Expérimentale avec un catalogue raisonné des instruments qui servent aux expériences</i> (1738)	1.1, 1.2
Oldenburg, Henry (1619-1677)		2.1
Omerique, Antonio Hugo de (1634-1698)		1.1
Padilla y Arcos ,Pedro (1724-1807?),	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ "Conclusiones matemáticas" (1752)</li> <li>➤ <i>Curso Militar de Mathematicas</i> (1753-1756)</li> </ul>	1.1, 2.3, 2.4, 3.5, 3.7, 4.1, 4.2, 4.3, Annex 9, Annex 10, Conclusions.
Pascal, Blaise (1623-1662)		2.1
Pézenas, Esprit (1692-1776)		1.3, Conclusions.
Pons, Josep (1730-1816)		1,2, 1.3
Raphson, Joseph	<i>Universal Arithmetick or Treatise of Arithmetical composition and Resolution to wich added D' Hadleys mehod of finding the roots of Equations Arthmeticaly</i> (1720) traducció del text original de Newton en llatí	Annex 3
Renart i Closes, Josep (1746-1824)	<i>Quinzenaris</i> (1809)	
Reyneau, Charles-René (1656-1728)	<i>Analyse démontrée, ou la Methode de résoudre les problèmes des Mathématiques [...]</i> (1708)	2.1, 2.3, Annex 8
Riccati, Jacopo Francesco (1676-1754)		1.3, Annex 14
Rieger, Christian (1714-1780)	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ "In methodum fluxionum" (ca. 1761)</li> <li>➤ <i>Observación del tránsito de Venus</i> (1761)</li> <li>➤ <i>Elementos de toda la arquitectura civil</i> (1763)</li> <li>➤ "Introducción fácil al algoritmo de fluxiones" (1761-1765)</li> </ul>	Introducció, 1.1, 1.3, 1.4, Introducció-2, 2.3, 2.4, 3.5, 3.7, 4.1, 4.2, 4.3, 4.6, Annex 13, Conclusions.
Rivard, Dominique-François (1697-1778)	<i>Tables des sinus, tangentes, sécantes, de leurs logarithmes [...]</i> (1743)	1.3



Robins, Benjamin (1707-1751)	<i>New Principles in Gunnery</i> (1742)	1.3
Rogués, Joan (1806-1852)		Annex 14
Ronayne, Philip	<i>Treatise of Algebra</i> (1717)	Annex 3
Rosell, Antonio Gregorio (1748-1829)	<i>Ejercicios de Matemáticas que han de tener en los Estudios Reales de esta Corte</i> (1778)	Annex 14
Rowe, John	<i>An Introduction to the Doctrine of Fluxions</i> (1751)	2.1, 2.2, 3.5
Sagner, Gaspar (1721-1781)		1.4
Saunderson, Nicholas (1682-1739)	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <i>The Elements of Algebra in Ten Books</i> (1740)</li> <li>➤ <i>Method of Fluxions</i> (1756)</li> </ul>	1.3
Savérien, Alexandre Julien (1720-1805)	<i>Dictionnaire Universel de Mathématiques et de Physique</i> (1753)	2.3
Sempere Guarinos, Juan (1754-1830)	<i>Ensayo de una biblioteca española de los mejores escritores del reynado de Carlos III</i> (1785-1789)	1.3
Sherwin, Henry	<i>Sherwin's mathematical tables</i> (1742)	1.3
Simpson, Thomas (1710-1761)	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <i>A New Treatise of Fluxions</i> (1737)</li> <li>➤ <i>The Nature and Laws of Chance</i> (1740)</li> <li>➤ <i>Essays on several curious and useful Subjects in Speculative and Mixed Mathematicks</i> (1740)</li> <li>➤ <i>The Doctrine of Annuities and Reversions deduced from General and Evident Principles</i> (1742)</li> <li>➤ <i>Mathematical Dissertations on a Variety of Physical and Analytical Subjects</i> (1743)</li> <li>➤ <i>A Treatise of Algebra</i> (1745)</li> <li>➤ <i>The Elements of Plane Geometry</i> (1747)</li> <li>➤ <i>Trigonometry, Plane and Spherical with the Construction and Application of Logarithms</i> (1748)</li> <li>➤ <i>The Doctrine and Application of fluxions</i> (1750)</li> <li>➤ <i>Select Exercises for Young Proficients in the Mathematicks</i> (1752)</li> <li>➤ <i>Miscellaneous Tracts on Some Curious and Very Interesting Subjects in Mechanics, Physical Astronomy and Speculative Mathematics</i> (1757)</li> </ul>	Introducció, 1.2, 1.3, Introducció-2, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, Introducció-3, 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, Introducció-4, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, Annex 6, Annex 8, Annex 13, Annex 14, Conclusions.
Simson, Robert (1687-1768)		2.1, 2.2
Smith, Robert (1689-1768).	<i>Cours complet d'optique</i>	1.3
Stewart, John (1717-1785)	<i>General Theorems</i> (1746)	1.3, Annex 3
Stirling, James (1692-1770)	<i>Methodus differentialis, sive tractatus de summatione et interpolatione serierum infinitarum</i> (1730)	1.3, 2.1, 2.2, Annex 3
Stone, Edmund (1700?-1768)	<i>The Method of Fluxions, both Direct and Inverse</i> (1730)	1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 3.5
Subiràs, Francesc		1.3, 1.4, 1.7, Annex 14
Taylor, Brook (1685-1731)	<i>Methodus Incrementorum Directa et Inversa</i> (1715)	1.3, 2.1, Annex 14
Terreros y Pando, Esteban (1707-1782)	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ "Conclusiones matemáticas" (1748)</li> <li>➤ "Conclusiones matemáticas" (1751)</li> </ul>	1.4, 2.3
Tosca, Tomás Vicente (1651-1723)	<i>Compendio Mathematico</i> (1707-1715)	1.2, 1.3, 2.3, Annex 14
Ulloa, Antonio (1716-1795)	<i>Observaciones Astronómicas,...</i> (1748)	1.1, 2.3

Vallière, Jean-Florent de (1667-1759)		1.3
Varignon, Pierre (1654-1722)	<i>Eclaircissemens sur l'Analyse des Infinimens Petits</i> (1725)	1.3, 2.1, 2.3, Annex 8
Vellnagel, Christoph Friedrich (1714-1798)	<i>Gründliche und ausführliche erlauterungen so wohl über die gemeine algebra als differential- und integral-rechnung, wie diese wissenschafften [...]</i> (1743)	2.3
Verdejo González, Francisco (1757-1817)	<i>Compendio de matemáticas puras y mixtas</i> (1794)	Annex 14
Vince, Samuel (?-1821)	<i>A Treatise on Fluxions</i> (1795)	2.2
Wallis, John (1616-1703)	<i>Arithmetica Infinitorum</i> (1656)	2.1
Ward, John (1648-1730)	<i>Compendium of Algebra</i> (1724)	1.3, Annex 3
Wendlingen, Johannes (1715-1790)	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ "Conclusiones matemáticas" (175?)</li> <li>➤ <i>Elementos de la mathematica</i> (1753)</li> <li>➤ "Elementos de Matemáticas. Tomo VIII. Analysis de los infinitos" ; "Tomo IX. Cálculo Exponencial, Diferencio-diferencial y Aritmética de los infinitos" (1753-1761)</li> </ul>	Introducció, 1.1, 1.4, Introducció-2, 2.3, 2.4, 3.5, 3.7, 4.2, 4.3, Conclusions.
Wingate, Edmund (1596–1656)	<i>Of Natural and Artificiall Arithmetique</i> (1630)	Annex 3
Wolff, Christian (1679-1754)	<i>Elementa Matheseos Universae</i> (1713)	1.3, 2.1, 2.3, 2.4, 3.5, 4.1, 4.2, Annex 8, Annex 10, Annex 11, Annex 14
Zacagnini, Antonio (1723-1810)	<i>Curso de Phisica Experimental, dividido en seis Tomos, para el uso del Real Seminario de Nobles de esta Corte</i> (1757) , una traducció de l'obra original de Nollet	1.1

## Bibliografia

---

### Catàlegs, diccionaris i publicacions periòdiques consultades

- **A Mathematical and Philosophical Dictionary**

Hutton, Charles, LL.D. F.R.S. of London and Edimburg, and of the Philosophical Societies of Haarlem and America; and Professor of mathematics in the Royal Military Academy, Woolwich. *A Mathematical and Philosophical Dictionary containing an explanation of the terms, and an account of the several subjects, comprized under the heads Mathematics, Astronomy, and Philosophy both Natural and Experimental [...] in two Volumes.* London. 1795.

- **A New and General Biographical Dictionary; containing an Historical and Critical Account of the Lives and Writings of the Eminent Persons in Every Nation; particularly the British and Irish.** A New Edition, in twelve Volumes. London. Printed for W. Strahan, T. Payne and son, J. Rivington and sons, W. Owen, B. White,..London 1784.

- **A New General Dictionary, projected and partly arranged by the late Rev. Hugh James Rose, B.D.** London. 1853.

- **Bibliothèque de la Compagnie de Jésus**

Sommervogel, Carlos (1890-1916), *Bibliothèque de la Compagnie de Jésus/ première partie: bibliographie par les Pères Augustin et Aloys de Backer et seconde partie: histoire par le Père Auguste Carayon.* [Recurs electrònic]. Saint-Cloud:LACF Éditions, cop. 2008. (Publicat originalment a Bruxelles: O. Schepens; Paris: A. Picard, 1890-1916).

- **Bibliothèque des écrivains de la Compagnie de Jésus**

De Backer, Augustin; De Backer, Alois; Sommervogel, Charles (1869-76), *Bibliothèque des écrivains de la Compagnie de Jésus;* Liège, chez l'auteur A. De Backer; Paris, chez l'auteur C. Sommervogel.

- **Catálogo de las Obras antiguas de la Biblioteca del Real Instituto y Observatorio de la Armada (siglos XV al XVIII)**

Fundación Alvargonzález. Real Instituto y Observatorio de la Armada. Francisco José González González i M<sup>a</sup> del Carmen Quevedo Ariza

- **Diccionario histórico de la ciencia moderna de España (DHCME)**

López-Piñero, José M.; F. Glick, Thomas; Navarro Brotóns, Victor; Portela Marco, Eugenio (2001), *Diccionario histórico de la ciencia moderna en España (DHCME)*, 2 vols. Barcelona : Península.

- **Diccionario histórico de la Compañía de Jesús (DHCJ):** biográfico-temático/ Charles E. O'Neill, Joaquín Ma. Domínguez (directores). Roma: Institutum Historicum, S.I.; Madrid: Universidad Pontificia Comillas, 2001.
  
- **Dictionary of scientific biography (DSB)**  
Gillispie, Charles Coulston (editor) (1981), *Dictionary of scientific biography(DSB)*. New York.
  
- **Encyclopaedia Perthensis or Universal Dictionary of the Arts, Sciences, Literature, &c.** Second Edition. Edinburgh: printed by John Brown. 1816.
  
- **History of The Works of the Learned.** For the Months of July, August, September, October, November and December, 1737.VOL. II. London. Printed for T. Cooper, at the Globe in Paternoster-Row
  
- **Journal Étranger.** Aout 1760. Dedié a Monseigneur Le Dauphin, par M. L'Abbé Arnaud. A Paris, chez Jacques-François Quillau.
  
- **Ladies' Diary.** "The Mathematical Questions proposed [...] and their original Answers [...] from its commencement in the year 1704 to 1816", by Thomas Leybourn. London: printed by W. Glendinning, Hatton Garden. 1817
  
- **Memorias para ayudar a formar un diccionario crítico de los escritores catalanes.** Torres Amat, Félix (1836).
  
- **The Annual Register, or a View of the History, Politics, and Literature for the Year 1764.** The fourth Edition. London. Printed for J. Dodsley, in Pall-Mall, 1792.

## Fonts primàries consultades en diversos arxius

### ARXIU DE LA CORONA D'ARAGÓ (ACA):

- *Audiencia, Registros del reinado de Fernando VI, Expedientes remitidos a la Real Audiencia y vistos en el Acuerdo, 1757*, n. 513, f. 59 v.: Un Escrit enviat pel Consejo de Castilla el 31 de gener de 1757 a la Audiència de Catalunya demanant-li un dictamen sobre la sol·licitud de la càtedra.
- *Audiència, Registros del reinado de Fernando VI, Consultas de la Real Audiencia, 1757*, n. 478, f. 61v: Informe de l'Audiència de Catalunya sobre la creació de la càtedra de matemàtiques amb data del 4 de març del 1757.
- *Audiencia, Registros del reinado de Carlos III, Cartas Acordadas Real Audiencia, 1771*, n. 566, ff. 38r-69r: Memorial de la comisió de la Academia.
- *Audiencia, Registros del reinado de Carlos III, Cartas Acordadas Real Audiencia, 1772*, n. 567, ff 102r-150v: El memorial de Francisco Subiràs, "Plan General de la Educaci3n que se puede dar en el Imperial y Real Seminario de Nobles de Cordelles de la Ciudad de Barcelona" està inclosa en una carta real.
- *Audiencia, Registros del reinado de Carlos III, Cartas Acordadas Real Audiencia, 1772*, n. 567, ff. 481v-484v: El comte d'Aranda dirigeix a l'Audiència de Barcelona una sèrie de qüestions.

### ARXIU DE REVISTES CATALANES ANTIGUES (ARCA)

- *El Caxon de sastre cathalan* (1764), Imprenta de la Gaceta.

### ARXIU HISTORIC DE LA CIUTAT (AHC)

- 1D.I-39 (Acords 1756), f. 244: Escrit adreçat a l'Ajuntament de Barcelona (18 d'agost de 1756) sol·licitant un informe favorable per a la petició del rector de Cordelles al rei.
- 1D.I-39 (Acords 1756), ff. 245-248 : Carta del rector de Cordelles al rei Ferran VI sol·licitant la dotació de la càtedra de Matemàtiques.
- 1D.IV-24 (Polític. Representacions 1756-1757), ff. 142-147: Informe de l'Ajuntament al rei, que acompanya la sol·licitud de la càtedra al rei (4 de setembre de 1756).

- 1D.III-28 (Polític, reial, decrets 1756-1757) f. 225: Una Carta de Juan de Peñuelas, secretari del Consejo de Castilla, adreçada el 14 d'octubre de 1757, a l'Ajuntament de Barcelona on es comunica l'aprovació de la càtedra de matemàtiques al Col·legi de Cordelles.
- 1D.I-40 (Acords 1757), f. 265: Memorial de Tomàs Cerdà presentant a l'Ajuntament de Barcelona la dedicatòria del seu primer llibre.
- 1D.I-40 (Acords 1757), ff. 276-277: Fent referència al memorial de Tomàs Cerdà presentat a l'Ajuntament de Barcelona.

#### ARCHIVO GENERAL DE SIMANCAS (AGS)

- Marina Leg. 724, *Relación de los religiosos de la Compañía de Jesús que se embarcan en el chambequin de S.M. nombrado el Garzota.*
- AGS, Marina. Leg. 84 (9 de Junio de 1753): *Certamen Mathematico sobre la Navegación Theorica y practica que celebraran los Guardias Marinas.*
- AGS, Marina. Leg 84 (El Jueves 19 de julio de 1753): *Certamen Matemático sobre análisis, cálculo diferencial, y Geometría sublime, que celebraran [...] Don Juan Moreno, Don Vicente Doz, Don Nicolás Guerrero, Don Juan Basurto, Don Gonzalo de Cañas, [...].*
- AGS, Marina. Leg. 84 (el día 19 de diciembre de 1754): *Certamen Matemático sobre Análisis y Cálculo y sobre navegación (el 3 de enero de 1755).*
- AGS GM 563. *Carta de El conde Gazola a D. Lorenzo Lasso de la Vega; Segovia 18 de septiembre de 1767.*
- Gracia y Justicia Leg. 688, *Consejo Extraordinario de 25 de octubre de 1767: document relatiu al manteniment de la pensió de Cerdà.*

#### ARCHIVO HISTÓRICO NACIONAL

- Consejos, 5441, Exp.2-10-r: Documents relatius a l'expulsió de Cerdà d'Espanya l'any 1767.

## BIBLIOTECA DE CATALUNYA

- Renart i Arús, Francesc, *Fons Francesc Renart i Arús, 1740-1858*.
- Diversos *Actos académicos del Real Seminario de Nobles de Barcelona* de l'any 1755 al 1765.
- *Constituciones del Imperial y Real Seminario de Nobles de Barcelona*. 1763.
- *Reglas de los criados estudiantes del Seminario de Nobles de Nuestra Señora y Santiago de Cordelles*. 1763.
- *Reglas de los criados estudiantes del Seminario de Nobles de Nuestra Señora y Santiago de Cordelles*. Publicació Barcelona : por Juan Nadal [...], [176-?]

## BIBLIOTECA NACIONAL (MADRID)

- *Conclusiones mathematicas [...]* [Texto impreso] defendidas por D. Antonio Campuzano, Conde de Mansilla, Don Joseph Manuel Acedo, Conde de Echauz, [...] y Don Pedro Rodriguez del Manzano [...]; presididas por el [...] padre Estevan de Terreros [...] dia [...] de noviembre del año MDCCXLIV. 1744.
- *Certamen Mathematico sobre Analysis: Calculo Diferencial Integral, y Geometria Sublime* (Academia de Guardias Marinas de Cádiz 1754) dins Juan, Jorge, *Estado de la Astronomia en Europa*. sig 3.22174.
- *Conclusiones mathematicas, defendidas en el Real Seminario de Nobles en presencia de sus Magestades Catholicas [...]* por Don Leandro Carrillo [...] y Don Edmundo Sarsfield, Conde de Kilmallock, Seminaristas en dicho Real Seminario / Presididas por el Padre Estevan **Bramieri**, de la Compañia de Jesus; Dedicadas al Rey [...] Carlos III por el Seminario [...]. Madrid: Por Joachin Ibarra [...]. 1760.

## REAL ACADEMIA DE BELLAS ARTES DE SAN FERNANDO

- *Actas de sesiones particulares de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando Junta ordinaria de 4 de Mayo de 1766* (f. 344r-345v)

## REAL ACADÈMIA DE CIÈNCIES I ARTS DE BARCELONA (RACAB)

- 1.1.1 Reials Cèdules de creació (1765/1770)
- 1.1.2 Estatuts de la Conferència Físico-matemàtica Experimental (18/01/1764).  
Estatuts de la Reial Conferència Física. (17/12/1765). Acords de la Reial Conferència Física i de les seves direccions sobre el funcionament intern i aplicació i reforma dels Estatuts de 1765.

- 1.3.1 *Cartas de los Sres. Bonells, Subiràs, Canals, Rodríguez-Campomanes, Duque de Alba, Conde Floridablanca (D. José Moñino), Masdevall y Manuel, Salvà, Llupià, Cibat, residentes en Madrid y Sitios Reales.*
- 2.4.1 Documents referents a diferents càtedres de l'Acadèmia 1768-1814.
- 2.4.2 *Noticias de la Cátedra de Matemáticas de Cordelles. Cátedras de Matemáticas.*
- 2.4.3 *Lista de alumnos matriculados en las cátedras de los Sres. Fochs (1815 á 1819).*
- 2.4.4 *Exámenes y calificaciones. (1806/1870).*
- 2.4.5 *Enseñanza.*

Expedients i Memòries de diversos acadèmics. Nòmines de diferents anys acadèmics.

#### REAL ACADEMIA DE LA HISTORIA DE MADRID (RAH)

- Bramieri, Esteban, *Tratado del Cálculo Diferencial*. RAH, Cortes 9/2816.
- Cerdà, Tomàs, *Article sobre Barcelona*. RAH, Cortes 9/2792.
- , *Carta a Simpson*, Barcelona 1758. RAH, Cortes 9/2792.
  - , *Llistes de llibres científics preparades per Cerdà i esborranys de comandes d'alguns d'ells*. RAH, Cortes 9/2792.
  - , *Tratado de Fluxiones*. RAH, Cortes 9/2792, 9/2812.
  - , *Tratado de Astronomia*. RAH, Cortes 9/2792.
  - , *Elementos Generales de Mecánica*. RAH, Cortes 9/2788, 9/2792, 9/2811, 9/2812.
  - , *Secciones cónicas*. RAH, Cortes 9/2792, 9/2811.
  - , *De la Aplicación del Algebra a la Geometria*. RAH, Cortes 9/2792, 9/2793, 9/2811, 9/2812.
  - , *Óptica*. RAH, Cortes 9/2811, 9/2812, 9/2814.
  - , *Hidrostática, Hidráulica, Neumática*. RAH, Cortes 9/2811.
  - , *Navegación*. RAH, Cortes 9/2812.
- Rieger, Christian, *Introducción fácil al algoritmo de las fluxiones*. RAH, Cortes 9/2792.
- , *In methodum fluxionum*. RAH, Cortes 9/2806.
- Wendlingen, Johannes, *Elementos de Mathematicas, Tomo VIII: Análisis de los infinitos; Tomo IX: Cálculo Exponencial, Diferencio-diferencial y Aritmética de los infinitos*. RAH, Cortes 9/2812, 9/3811.
- Fragments de manuals sobre fluxions i càlcul diferencial d'autors no identificats. RAH Cortes 9/2806, 9/2819.



## REAL BIBLIOTECA (PALACIO REAL DE MADRID)

- *Conclusiones Mathematicas dedicadas al muy alto y poderoso señor Don Fernando el Sexto [...] Defendidas por [...] Antonio de la Palma y Leon [...] Juan Pesenti [...] y Antonio Ximénez Mesa [...] todos ellos tres Seminaristas en dicho Seminario Real de Nobles de Madrid. Presididas por el R. P. Esteban de Terreros y Pando [...] Dia 3 del mes de Marzo, año 1748.*
- *Conclusiones Matemáticas prácticas y especulativas defendidas en el Real Seminario de Nobles [...] bajo instrucción y magisterio del R.P. Estevan de **Terreros** y Pando [...] Dia 13 de Abril de 1751.*
- *Conclusiones mathematicas sobre los tratados de arithmetica, geometria elementar, trigonometria, geometria práctica, algebra, geometria sublime y calculos diferencial è integral: defendidas en el quartel de guardias de corps de Madrid à [] de marzo de 1752 [...] y presididas por el capitan D. Pedro **Padilla** y Arcos [...].*
- *Conclusiones mathematicas, sobre los tratados de la arithmetica, geometria, logarithmica, trigonometria y algebra defendidas por los señores militares [...] no militares [...] presididas por el P. Juan **Wendlingen**, de la Compañía de Jesus [...] dia [] del mes de [] de 175[].*
- *Conclusiones de Mathematicas que D. Manuel Iraola, Cadete del Real Cuerpo de Artilleros, y D. Antonio Hernando defienden; y a nombre de los Reales Estudios de Mathematicas del Colegio Imperial de la Compañía de Jesús dedican al rey, nuestro Señor, D. Carlos Tercero, [...] Las preside el P. Miguel de **Benavente**, Maestro de Mathematicas en dicho Colegio. Serán en el Aula de Mathematicas dia 23 [mss.] del mes de Dizre [mss.] de 1762. Madrid: Joachim Ibarra, calle de las Urosas, 1762.*



## Llibres i articles

AGUILAR PIÑAL, Francisco (1981), *Bibliografía de Autores Españoles del siglo XVIII*. Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Madrid: Instituto "Miguel de Cervantes".

AGUSTÍ I CULLELL, Jaume (1983), *Ciència i tècnica a Catalunya en el segle XVIII: la introducció a la màquina de vapor*, Barcelona: Institut d'estudis Catalans

ARRANZ HERRERO, Manuel (1979), *Los Profesionales de la construcción en la Barcelona del siglo XVIII*. Tesi doctoral. Edicions Universitat de Barcelona, 1981.

ASTORGANO, A. (2003), "El mecenazgo literario de Campomanes y los jesuitas expulsos" dins D. Mateos (Ed.), *Campomanes doscientos años despues. Congreso internacional Campomanes (1723-184)*. Instituto Feijoo de estudios del **siglo XVIII, Oviedo**. pp. 269-311.

AUSEJO, Elena; Medrano Sánchez, Francisco Javier (2010), "Construyendo la Modernidad: Nuevos datos y enfoques sobre la introducción del cálculo infinitesimal en España (1717-1787)" dins *Llull*, v 33, n. 71, 1er semestre 2010, ISSN:0210-8615. Universidad de Zaragoza; pp 25-56.

BAILS, Benet (1779-1790), *Elementos de matemática*. Madrid: por D. Joachin Ibarra [...].

BALARI I JOVANY, José (1895), *Historia de la Real Academia y Artes: memoria inaugural del año académico de 1893 a 1894*. Barcelona.

BARCA I SALOM, Francesc X. (1992), "La Càtedra de Matemàtiques de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona" dins les *II trobades d'Història de la Ciència i de la Tècnica*, Peñíscola.

BARROW, Isaac (1670), *Lectiones Geometricae*. Londini. Typis Gulielmi Godbid, & prostant venales apud Johannem Dunmore.

– *Geometrical Lectures*, translated by J.M. Child. Chicago and London, The Open Court publishing Company. 1916.

BENÍTEZ I RIERA, Josep M<sup>a</sup> (1988), *La contribució intel·lectual dels jesuïtes a la Universitat de Cervera*. Tesi doctoral a la Universitat de Barcelona.

BENSAUDE-VINCENT, Bernadette (2000), *L'opinion publique et la science. A chacun son ignorance*. Paris: Sanafi-Synthélabo.

BENSAUDE-VINCENT; B, GARCIA BELMAR, A.; BERTOMEU SANCHEZ, J.R. (2003), *L'émergence d'une science des manuels: les livres de chimie en France (1789-1852)*. Éditions des Archives Contemporaines. Paris.

BERENGUER, Joaquim (2011), *L'aportació de Tomàs Cerdà en la introducció del càlcul diferencial i integral a l'Espanya del segle XVIII*. Treball final del Màster Interuniversitari (UAB-UB) en Història de la Ciència: Ciència, Història i Societat. Centre d'Història de la Ciència (UAB). Barcelona.

– (2012), “The Mathematical Courses of Tomàs Cerdà in eighteenth-century Spain” dins *Proceedings of the 5th International Conference of the European Society for the History of Science (ICESHS)*, Athens, 1-3 November 2012. pp.343-352.

– (2014), “Una iniciativa renovadora en la ensenyanza de la Barcelona del siglo XVIII: el Colegio de Cordelles después de Tomàs Cerdà” dins *VII Simposio de Enseñanza e Historia de las Ciencias y de las Técnicas de la SEHCYT* (amb col·laboració de la SCHCT). Barcelona, Institut d'Estudis Catalans, 15-16 març 2013. pp. 37-43.

BLAKE, Francis (1741), *An Explanation of Fluxions in a short Essay on the Theory*. London: Printed for W. Innys.

BLANCO, Mónica (2008), “On How Johann Bernoulli'S Lessons on Differential Calculus were Communicated in Eighteenth-Century France and Italy”, dins Simon, Josep; Herran, Néstor; & altres, *Beyond Borders: Fresh Perspectives in History of Science*.

–, (2012), “The Mathematical Courses of Pedro Padilla and Étienne Bézout: Teaching Calculus in Eighteenth-Century Spain and France” dins *Science & Education*, Springer.

–, (2013), “Thomas Simpson: Weaving fluxions in 18th-century London”, dins *Historia Mathematica*.

BLANCO, Mónica; PUIG-PLA, Carles (2012), “Pedro Padilla and his Mathematical Course (1753-1756): Views on Mixed Mathematics in eighteenth-century Spain” Dins KATSIOMPURA, Gianna (ed.) *Scientific Cosmopolitanism and Local Cultures: Religions,*

- Ideologies, Societies. Proceedings of 5th International Conference of the European Society for the History of Science*, Athens, National Hellenic Research Foundation/Institute of Historical Research; p. 336-342.
- BOFILL I POCH, Antoni (1915), *Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona (1764-1914). Fiestas científicas celebradas con motivo del CL aniversario de su fundación*. Barcelona: Sobrinos de López Robert y Cia.
- BOISTEL, Guy (2005), "L'Observatoire des jésuites de Marseille sous la direction du père Esprit Pezenas (1728-1763)" dins "Observatoires et patrimoine astronomique français" (*Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences*, n. 54, desembre de 2005).
- BORRÀS I FELIU, Antoni (1965), "El Col·legi de Santa Maria i Sant Jaume, dit vulgarment de Cordelles, i la Companyia de Jesús", dins *Analecta sacra Tarraconensis*, v. XXXVII; p. 399-465.
- (1993), *El Col·legi de nobles de Barcelona durant el segle XVIII*. Barcelona: Abadia de Montserrat.
- BOS, Henk.J.M. (1974), "Differentials, Higher-Order Differentials and the Derivative in the Leibnizian Calculus" dins *Archive for History of Exact Sciences* 26.XI. 1974, V. 14, Issue 1; pp 1-90.
- , (1980), "Newton, Leibniz y la tradición leibniziana" dins Grattan-Guinness, I. (1984), *Del cálculo a la teoría de conjuntos, 1630-1910. Una introducción histórica*, pp. 69-124, (Títol original: "Newton, Leibniz and the Leibnizian tradition" dins *From the Calculus to Set Theory, 1630-1910. An Introductory History*, 1980. I. Grattan-Guinness, pp. 49-93).
- BOUGAINVILLE, Louis Antoine (1754), *Traité du Calcul Intégral pour servir de suite a l'Analyse des Infiniments Petits de M. Le Marquis de l'Hôpital*. Paris: Chez Desaint & Saillant, Libraires, rue de Saint Jean de Beauvais.
- BRUNEAU, Olivier (2006), "D'Alembert et les mathématiques britanniques", dins *Colloque international "D'Alembert, i lumi e l'Europa"*, Trente, Italie. Conférencier invité.
- , (2011), *Colin Maclaurin ou l'obstination mathématicienne d'un newtonien*. Presses Universitaires de Nancy.

- CAJIORI, Florian (1919), *A History of the Conceptions of Limits and Fluxions in Great Britain*. Chicago and London, The Open Court Publishing Company.
- CAMPOMANES, Pedro (1775), *Discurso sobre la educación popular de los artesanos y su fomento*. Madrid: En la Imprenta de D. Antonio de Sancha.
- CAMPCERVER, Ignacio (1789), *Biblioteca Mathematica cum Dictionario Theoricis, ac Practicis tam antiquorum, quam recentiorum nobilioribus inventis, ac figuris convenientibus ornata et in sex Tomos distributa*. Ferrara.
- CAPEL, Horacio & alt. (1983), *Los Ingenieros militares en España siglo XVIII. Repertorio e inventario de su labor científica y espacial*. Publicacions i edicions de la Universitat de Barcelona.
- CAPEL, Horacio (2004-2007), "L'Acadèmia de Matemàtiques de Barcelona i els enginyers militars a Catalunya" dins *La ciència en la Història dels Països catalans* coordinat per Joan Vernet i Ramón Parés. València: Institut d'Estudis Catalans.
- CAPEL, Horacio; SÁNCHEZ, Joan Eugeni ; MONCADA, Omar (1988), *De Palas a Minerva : la formación científica y la estructura institucional de los ingenieros militares en el siglo XVIII*. Barcelona: Serbal; Madrid: CSIC.
- CASANOVAS I BATLLORI, Ignasi(1931), *Josep Finestres: estudis biogràfics*. Biblioteca Balmes. Barcelona.
- CERDÀ, Tomàs (1758), *Liciones de Matemática o Elementos Generales de Arithmética y Algebra para el uso de la clase*, (2 tomos).Barcelona, por Francisco Surià.
- , (1760), *Lecciones de mathematica o Elementos generales de Geometria para el uso de la clase*, Barcelona, por Francisco Surià.
- , (1764), *Lección de Artilleria para el uso de la clase*, Barcelona, por Francisco Surià.
- CHAIX, José (1801), *Instituciones de Cálculo Diferencial és Integral con sus aplicaciones principales á las Matemáticas puras y mixtas*. Madrid: en la Imprenta Real.
- CHILD, James Mark (1916), *The Geometrical Lectures of Isaac Barrow*, translated, with notes and proofs, and a discussion on the advance made therein on the work of his predecessors in the infinitesimal calculus. Chicago and London. The open Court publishing company. (Inclou la traducció a l'anglès de l'obra original: Barrow, Isaac (1670), *Lectiones Geometricae*).

- CLAIRAUT, M. (1741), *Elemens de Geometrie*. Paris: Chez Lambert & Durand.
- CLARK, William; GOLINSKY, Jan; SCHAFFER, Simon (1999), *The Sciences in the Enlightened Europe*. Chicago, U.P.
- CLARKE, Frances Marguerite (1929), *Thomas Simpson and his times* submitted for the degree of Doctor of Philosophy in the Faculty of Philosophy. Columbia University. Waverly Press.
- CLASCAR, Frederic (1918), *Estudi sobre la filosofia a Catalunya en el segle XVIII*. La Revista. Barcelona.
- COBOS, J.M.; FERNÁNDEZ-DAZA, C. (1997), *El cálculo infinitesimal en los ilustrados españoles: Francisco de Villalpando y Juan Justo García*. Servicio de publicaciones de la Universidad de Extremadura. Cáceres.
- COHEN, Deborah; O'CONNOR, Maura (2004), *Comparison and History. Europe in cross-National perspective*, Routledge. New York-London.
- COTES, Roger (1722), *Harmonia Mensurarum*. Edidit et Auxit Robertus Smith. Cambridge.
- CUESTA DUTARI, Norberto (1974), *El Maestro Juan Justo García*, Universidad de Salamanca.
- , (1976-1983), *Historia de la Invención del Análisis Infinitesimal y de su introducción en España*. Salamanca.
- CROUSAZ, Jean Pierre (1721), *Commentaire sur l'Analyse des Infiniment petits*. Paris: Chez Montalant.
- D'ALEMBERT, Jean le Rond (1754), "Différentiel" dins *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers*; Tome Quatrième, Paris; p. 985.
- DAINVILLE, François de (1986), "L'enseignement scientifique dans les collèges des jésuites" dins Taton, René (dir.) *Enseignement et diffusion des sciences en France au dix-huitième siècle*. Paris: Hermann, p. 27-65.
- DE MORA, Marisol; MASSA ESTEVE, Maria-Rosa (2010), "On Pedro de Lucuce's Mathematical Course: Sources and Influences" dins *Proceedings of the Third ICESHS*, Austrian Academy of Sciences, Vienna, p. 835-844.

- DEALTRY, William (1810), *The Principles of Fluxions: designed for the use of students in the University*. Cambridge: Printed by J. Smith.
- DEAR, Peter (2007), "Towards a genealogy of modern science" dins *The Mindful Hand: Inquiry and Invention from the Late Renaissance to Early Industrialisation*, ed. Lissa L. Roberts, Simon Schaffer, Peter Dear. The University of Chicago Press.
- DEIDIER, Antoine (1740), *Le Calcul différentiel et le calcul integral expliqués et appliqués a la geometrie [...]*. Paris : chez Charles-Antoine Jombert [...].
- EDWARDS, Charles Henry (1979), "The calculus according to Leibniz" dins *The historical development of the calculus*. New York, Springer.
- EMERSON, William (1743), *The Doctrine of fluxions : not only explaining the elements thereof, but also its application and use in the several parts of mathematics and natural philosophy*. London : printed for J. Richarson. Second Edition, 1757.
- EPPLE, Moritz (2010), "Links and Their Traces: Cultural Strategies, Resources, and Conjectures of Experimental and Mathematical Practices," dins *Science as Cultural Practice, Volume I: Cultures and Politics of Research from the Early Modern Period to the Age of Extremes* edited by Moritz Epple and Claus Zittel. Akademie Verlag. Berlin; pp. 217–240.
- , (2011), "Between Timelessness and Historiality: On the Dynamics of the Epistemic Objects of Mathematics"; *Isis* 102.
- EPPLE, Moritz; ZITTEL, Claus (2010), "Introduction" dins *Science as Cultural Practice, Volume I: Cultures and Politics of Research from the Early Modern Period to the Age of Extremes* edited by Moritz Epple and Claus Zittel. Akademie Verlag. Berlin.
- EULER, Leonhard (1748), *Introductio in Analysin Infinitorum*. Editio Nova. Lugduni, Apud Bernuset, DellaMolliere, Falque & Soc, 1797.
- FERNÁNDEZ PÉREZ, J; GONZÁLEZ TASCÓN, I. (1990) (eds.), *Ciencia, técnica y Estado en la España ilustrada*, Zaragoza.
- FINESTRES I DE MONSALVO, Josep (1688-1777), *Epistolari*. Recull realitzat per P. Ignasi Casanovas. Biblioteca Balmes. Barcelona. 1933-1969.
- FONTENELLE, Bernard le Bovier (1727), *Éléments de la Géométrie de l'infini*. A Paris: de l'Imprimerie Royale.



- GALÍ, Alexandre (1954), *Rafael Amat i de Cortada, Baró de Maldà*. Imprenta Moderna - París, 134 - Barcelona.
- GALLAND SEQUELA, Martine (2008), *Les ingénieurs militaires espagnols de 1710 à 1803*. Casa de Velázquez, Madrid.
- GARCÍA DONCEL, Manuel (1997), "Els quatre enfocaments inicials de l'Acadèmia", *IV trobades d'Història de la Ciència i de la Tècnica*, (Alcoi-Barcelona, SCHCT, 1997); p. 67-75.
- , (1998), "Los orígenes de nuestra Real Academia y los jesuitas", dins *Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona Tercera Época*, n. 947, v. LVII, n. 3. Barcelona.
- GARCÍA DONCEL, Manuel; MARTÍNEZ VIDAL, Àlvar ; NIETO-GALAN, Agustí i PARDO TOMÀS, Josep (2004-2007), "Les noves institucions il·lustrades" dins *La ciència en la Història dels Països catalans* coordinat per Joan Vernet i Ramón Parés; València : Institut d'Estudis catalans.
- GARCÍA-DONCEL, Manuel; GASSIOT MATAS, Xavier (2000), "Els orígens fundacionals" dins Nieto-Galán, Agustí i Roca Rosell, Antoni, *La Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona als segles XVIII i XIX: història, ciència i societat*. Barcelona, Institut d'Estudis Catalans.
- GARCÍA PANADÈS, Josefa (1975), *La Pedagogia catalana del antiguo régimen : la enseñanza primaria y secundaria en Barcelona durante el siglo XVIII: libros escolares*; Tesi doctoral dirigida per Emilio Redondo García. Universitat de Barcelona.
- GARMA PONS, Santiago (1978), "Producción matemática y cambios en el sistema productivo en la España de finales del siglo XVIII" dins *Homenaje a Julio Caro Baroja* / coord. per Manuel Gutiérrez Esteve; Jesús Antonio Cid Martínez; Antonio Carreira, Madrid.
- , (1980), "Los matemáticos españoles y la historia de las Matemáticas del siglo XVII al siglo XIX" dins Garma Pons, Santiago (Ed.) *El científico ante su Historia. La ciencia en España entre 1750-1850*. Madrid, Diputación Provincial de Madrid. pp. 59-72.
- , (1988), "Cultura matemática en la España de los siglos XVIII y XIX" dins Sánchez Ron; José Manuel (Ed.) *Ciencia y sociedad en España*. Madrid, ediciones El Arquero/CSIC. pp. 93-127.

- , (1994), *Josep Chaix i el Progrés matemàtic a principis del segle XIX*. València, Conselleria d'Educació i Ciència, Consell Valencià de Cultura.
- , (2002), “La Enseñanza de las Matemáticas” dins Peset Reig, José Luis (dir.), dins *Historia de la Ciencia y de la Técnica en la Corona de Castilla*, Salamanca, Junta de Castilla y León, v. IV.
- GASSIOT MATAS, Lluís (1995), “El P. Tomàs Cerdà S.J. i la introducció del pensament newtonià a Barcelona” dins *Trobades d'Història de la Ciència i de la Tècnica (III)*. Tarragona, 1994. (Actes III. Barcelona, SHCT, 1995. pp. 247-51).
- , (1996), *Tomas Cerdà i el seu “Tratado de Astronomia”* Treball de recerca del Centre d'estudis d'Història de les Ciències de la Universitat Autònoma de Barcelona dirigit per Manuel García Doncel, Bellaterra.
- , (1997), “El P. Tomàs Cerdà S.J. i els inicis de l'Acadèmia de Ciències de Barcelona” dins *Trobades d'Història de la Ciència i de la Tècnica (IV)*. Alcoi desembre 1996. (Actes IV. Alcoi-Barcelona, SHCT, 1997. pp. 77-82)
- GIANNINI, Pedro (1795), *Curso Matemático para la enseñanza de los caballeros cadetes del Real Colegio Militar de Artilleria*. Tomo III. Segovia.
- GILLIES, Donald (1992), *Revolutions in mathematics*. Oxford.
- GILLISPIE, Charles Coulston (editor) (1981), *Dictionary of scientific biography (DSB)*. New York.
- GIMENEZ, E.; MARTÍNEZ, M. (1995), “Los diarios del exilio de los jesuitas de la provincia de Andalucía (1767)”, dins *Revista de Historia Moderna* (13/14), 211-252. Universidad de Alicante.
- GIORIELLO, Giulio (1992), “The ‘fine structure’ of mathematical revolutions: metaphysics, legitimacy, and rigour. The case of the calculus from Newton to Berkeley and Maclaurin” dins Gillies, Donald, *Revolutions in mathematics*. Oxford.
- GRABINER, J.V. (1997), “Was Newton’s calculus a dead end? The continental influence of Maclaurin’s treatise of fluxions” dins *American Mathematical Monthly*, 104(5); p. 393-410.
- , (2004), “Newton, Maclaurin and the authority of mathematics”, dins *American Mathematical Monthly*, 111 (10); p. 841-852.

- GRATTAN-GUINNESS, I. (1984), *Del cálculo a la teoría de conjuntos, 1630-1910. Una introducción histórica*. (Títol original: *From the Calculus to Set Theory, 1630-1910. An Introductory History*, 1980). Versió espanyola de Mariano Martínez Pérez. Alianza Editorial. Madrid.
- GROSHOLZ, Emily (1992). "Was Leibniz a mathematical revolutionary?" dins Gillies, Donald. *Revolutions in mathematics*. Oxford.
- GUICCIARDINI, Niccolò (1989), *The development of newtonian calculus in Britain 1700-1800*. Cambridge University Press.
- , (1994), "Three traditions in the calculus: Newton, Leibniz and Lagrange", dins Grattan-Guinness, I., *Companion encyclopedia of the history and philosophy of the mathematical sciences*, Johns Hopkins, University Press. Baltimore and London.
- , (1999a), *Reading the Principia: the debate on Newton's mathematical methods for natural philosophy from 1687 to 1736*, Cambridge University Press.
- , (1999b), "Newton's Method and Leibniz's Calculus" dins Jahnke, Hans Niels (editor), *History of Analysis*. London. 2003.
- , (2006), *Method versus calculus in Newton's criticisms of Descartes and Leibniz*, International Congress of Mathematicians, Madrid, Spain, 2006. European Mathematical Society.
- , (2009), *Isaac Newton on mathematical certainty and method*, The MIT Press. Cambridge, Massachusetts, London.
- GUIJARRO MORA, Víctor (2001), "La enseñanza de la física experimental en la Europa del siglo XVIII" dins *Endoxa: Series Filosóficas*, n. 14, pp. 111-136.
- HAHN, Roger (1964), "L'enseignement scientifique aux écoles militaires et d'artillerie" dins *Enseignement et diffusion des sciences en France aux XVIIIe siècle*, ed, René Taton (Paris: Hermann, 1964), p. 533.
- HALL, A. Rupert (1980). *Philosophers at war: the quarrel between Newton and Leibniz*. Cambridge University Press.
- HANKINS, Thomas L. (1988), *Ciencia e Ilustración*. Madrid: Siglo XXI.

HARRIS, John (1702), *A New short Treatise of Algebra [...] with a Specimen of the Nature and Algorithm of Fluxions*. London.

HENRY, John (1997), *The Scientific Revolution and the Origins of Modern Science*. Studies in European History. Published by St. Martin'Press. New York.

HERNÁNDEZ ALONSO, Eulogio (1973)<sup>1</sup>, *El jesuita Tomás Cerdá y la introducción del cálculo infinitesimal en España*. Treball inèdit, còpia al Seminari d'Història de les Ciències del Centre Borja de Sant Cugat.

HERVÁS Y PANDURO, Lorenzo (1794): *Viage estático al mundo planetario en el que se observan el mecanismo y los principales fenómenos del cielo; se indagan sus causas físicas, y se demuestran la existencia de Dios y sus admirables atributos* (Vol. Parte segunda). En la imprenta de Aznar, Madrid.

–, *Biblioteca jesuítico-española (1759-1799)*. Estudio introductorio, edición crítica y notas: Antonio Astorgano Abajo; Madrid: Libris, 2007.

HOFMANN, Joseph E, (1974), *Leibniz in Paris. 1672-1676*. Cambridge University Press. (Traducció a l'anglès de la versió original, *Die Entwicklungsgeschichte der Leibnizschen Mathematik während des Aufenthalts in Paris. 1672-1676*. Munich.1949).

HORMIGÓN, Mariano (1990), "Las matemáticas en la Ilustración española. Su desarrollo en el reinado de Carlos III" dins Fernández Pérez, J; González Tascón, I. (eds.), *Ciencia, técnica y Estado en la España ilustrada*, Zaragoza.

HUTTON, Charles, *Memoirs of the Life and Writings of the Author* (juliol 1792), prefaci de *Select Exercises for Young Proficients* (1752) de Simpson. London.

IGLÉSIES I FORT, Josep (1964), *La Real Academia de Ciencias Naturales y Artes en el siglo XVIII*. Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona.

JUAN, Jorge (1793), *Examen Maritimo, Theórico Práctico [...] Edición segunda aumentada con una exposición de los principios del cálculo, notas al texto y Adiciones por Don Gabriel Ciscár*. Madrid: en la Imprenta Real.

JUAN, Jorge; ULLOA, Antonio (1748), *Observaciones Astronómicas y Phisicas [...]*. Madrid: por Juan Zuñiga.

---

<sup>1</sup> Hem associat l'any 1973 al treball inèdit de Hernández Alonso degut a que aquest és l'any citat per Cuesta Dutari en *Historia de la Invención del Análisis Infinitesimal y de su introducción en España* com l'any on Hernández inicia el seu treball sobre Cerdà.

- JULLIEN, Vincent i altres (2015), *Seventeenth-Century Indivisibles Revisited*. Editor: Jullien, Vincent. Springer International Publishing Switzerland.
- KITCHER, Philip (1973), "Fluxions, Limits, and Infinite Littleness," *ISIS*, 1973, 64: 33–49.
- KNOBLOCH, Eberhard (1990), "L'infini dans les mathématiques de Leibniz", dins *L'infinito in Leibniz, Problemi e terminologia*, Simposio Internazionale Roma, 6–8 Novembre 1986, Roma, pp. 33–51.
- , (1993), "Les courbes analytiques simples chez Leibniz", dins *Sciences et techniques en perspective*, V. 26, pp. 74–96.
- , (1999), "Galileo and Leibniz: Different Approaches to Infinity", dins *Archive for the History of Exact Sciences* 54, p. 87–99.
- , (2002), "Leibniz's Rigorous Foundation Of Infinitesimal Geometry By Means Of Riemannian Sums" dins *Synthese*, October 2002, v. 133, Issue 1, pp. 59–73.
- , (2004), "Beyond Cartesian limits: Leibniz's passage from algebraic to 'transcendental' mathematics" dins *Historia Mathematica*, v. 33, Issue 1, February 2006; p. 113–131.
- , (2013), "Analiticidad, equipolencia y teoría de curvas en Leibniz" (versió espanyola de Mary Sol de Mora) dins *Llull*, v. 36, n. 78, 2on semestre. ISSN: 0210-8615; pp. 283–306; Universidad de Zaragoza.
- LA FUENTE, Vicente de la (1887), *Historia de las Universidades, colegios y demás establecimientos de enseñanza en España*. Madrid: Imprenta de la viuda é hija de Fuentenebro.
- LACAILLE, Nicolas Louis de (1764), *Leçons élémentaires de mathématiques ou Elemens d'algebre et de géométrie*. Paris: chez H. L. Guerin & L. F. Delatour.
- LAFUENTE, Antonio; PESET, José Luís (1982), "Las Academias Militares y la inversión en ciencia en la España ilustrada (1750-1760)", dins *Acta Hispanica ad Medicinae Scientiarumque Historiam Illustrandam*. V. 2, pp. 193–209.
- LAFUENTE, Antonio; SELLÉS, Manuel (1988), *El Observatorio de Cádiz (1753-1831)*. Ministerio de Defensa. Madrid.

- LAFUENTE, A.; PESET, J.L. (1988), "El Estado y la ciencia" dins Sellés, Manuel ; Peset, José Luis y Lafuente, Antonio, *Carlos III y la ciencia de la Ilustración*, Madrid, Alianza Editorial.
- LAFUENTE, Antonio; VALVERDE Pérez, Nuria (2003), *Los mundos de la ciencia en la Ilustración española*. Madrid. Fundación Española para la Ciencia y la Tecnología.
- LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm (1676), *Quadrature arithmétique du cercle, de l'ellipse et de l'hyperbole et la trigonométrie sans tables qui en est le corollaire* (títol original: *De quadratura arithmetica circuli ellipseos et hyperbolae cujus corollarium est trigonometria sine tabulis*). Introduction, traduction et notes de Marc Parmentier. Texte latin édité par Eberhard Knobloch. Librairie Philosophique J. Vrin/ Editions Vrin. 2004. Paris.
- , (1684-1686), *Análisis Infinitesimal*. Estudio preliminar de Javier de Lorenzo. Traducción de Teresa Martín Santos. Madrid, Tecnos, 1987. Títols originals : *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus* (1684). *De geometria recondita et Analysi indivisibilium atque infinitorum* (1686).
- LEYBOURN, Thomas, (1817), *The Mathematical Questions proposed in the Ladies' Diary, from its commencement in the year 1704 to 1816*, v. II, London, printed by W. Glendinning, Hatton Graden.
- L'HÔPITAL, Guillaume de (1696), *L'Analyse des infiniments petits pour l'intelligence des lignes courbes*. Paris, de l'Imprimerie Royale.
- LÓPEZ PIÑERO, José M.(1969), *La introducción de la ciencia moderna en España*, Barcelona.
- LÓPEZ-PIÑERO, José M.; GLICK, Thomas; NAVARRO BROTÓNS, Victor; PORTELA MARCO, Eugenio (2001), *Diccionario histórico de la ciencia moderna en España (DHCME)*, 2 vols. Barcelona : Península.
- LLARÓ Y VIDAL, Joaquín (1821), *Elogio del I.S.D. Juan Antonio Desvalls y de Ardena*. Barcelona: Por D. Antonio Brusi, impresor de Cámara de S.M.
- MACLAURIN, Colin (1742), *The Elements of the Method of Fluxions, demonstrated after the Manner of Ancient Geometricians*, Edimburg.
- MALET, Antoni (1996), *From Indivisibles to Infinitesimals, Studies on Seventeenth-Century Mathematizations of Infinitely Small Quantities*. Universitat Autònoma de Barcelona. Servei de Publicacions. Bellaterra.

- , (2007), *La recepció de la ciència moderna a Catalunya: Isaac Newton a la Barcelona del set-cents*. Saló de Cent, 12 de setembre de 2007. Ajuntament de Barcelona. Institut de Cultura.
- MASSA-ESTEVE, Maria Rosa (1997), “Mengoli on ‘Quasi Proportions’”, *Historia Mathematica* 24, p. 257–280, Article n. HM962147.
- , (1998), *Estudis matemàtics de Pietro Mengoli (1625-1686): taules triangulars i quasi proporcions com a desenvolupament de l'àlgebra de Viète*. Tesi doctoral dirigida per Antoni Malet Tomas. Universitat Autònoma de Barcelona.
- , (2001), “Las relaciones entre el Álgebra y la Geometria en el siglo XVII” dins *Llull*, v. 24, p. 705-725.
- , (2006), “L'Acadèmia de Matemàtiques de Barcelona (1720-1803) i els enginyers militars espanyols”, *Quaderns d'Història de l'Enginyeria*. UPC. v. VII, p. 299-307.
- , (2014), “La Reial Acadèmia de Matemàtiques de Barcelona (1720-1803). Matemàtiques per a Enginyers”, dins *Quaderns d'Història de l'Enginyeria*. UPC. v. XIV. p. 17-34.
- MASSA-ESTEVE, M<sup>a</sup> Rosa; ROCA-ROSELL, Antoni; PUIG-PLA, Carles (2011), “Mixed' Mathematics in Engineering Education in Spain. Pedro Lucuce's course at the Royal Military Academy of Mathematics of Barcelona in the Eighteenth century”, dins *Engineering Studies*, 3 (3), p. 233-253.
- MASSA-ESTEVE, M<sup>a</sup> Rosa; ROCA-ROSELL, Antoni (2014), “Contents and Sources of Practical Geometry in Pedro Lucuce's Course at the Barcelona Royal Military Academy of Mathematics”, dins KATSIOMPURA, Gianna (ed.) *Scientific Cosmopolitanism and Local Cultures: Religions, Ideologies, Societies. Proceedings of 5th International Conference of the European Society for the History of Science*, Athens, National Hellenic Research Foundation/Institute of Historical Research; p. 329-335.
- MAZ MACHADO, Alexander; RICO ROMERO, Luís (2009), “Las «Liciones de matemáticas» de Thomas Cerda: doscientos cincuenta años (1758-2008)”, dins *Suma*; p. 35-41.
- MAZZOTTI, Massimo (1998), “The geometers of God: Mathematics and reaction in the Kingdom of Naples”, *Isis: International Review devoted to the History of Science and its Cultural Influences*, v. 89, n. 4; p. 674-701.

- , (2007), “Newtonianism in Eighteenth-Century Britain. 2004 [book review]”, *British Journal for the History of Science* 40; p. 105-111.
- MONTANER I MARTORELL (1990), Josep Maria, *La modernització de l'utilitatge mental de l'arquitectura a Catalunya (1714-1859)*. Institut d'Estudis Catalans. Barcelona.
- MULLER, John (1736), *A Mathematical Treatise [...] with the Doctrine of Fluxions and Fluents [...]*. London: printed by T. Gardner.
- NAVARRO BROTONS, Víctor (1977), *La revolución científica en España : Tradición y renovación en las ciencias físico-matemáticas*, Tesi doctoral. Universitat de València.
- , (2000), “Momentos y lugares de la ciencia española Siglos XVI-XX El colegio Imperial de Madrid”, *Historia* 16, ISSN 0210-6353, n. 287; p. 39-54.
- , (2001), “Scientific activity in Spain and the Role of the Jesuits (1680-1767)” dins Brizzi, Gian Paolo e Greci, Roberto *Gesuiti e Università in Europa (secoli XVI-XVIII)*, Arti del Convegno di studi, Parma.
- , (2003), “Tradition and Scientific Change in Early Modern Spain: The Role of the Jesuits” dins Feingold, Mordechai, ed., *Jesuit Science and the Republic of Letters*, Londres, The MIT Press.
- , (2006), “Science and enlightenment in eighteenth-century Spain: The contribution of the jesuits before and after the expulsion” dins *The Jesuits II : cultures, sciences, and the arts, 1540-1773* / edited by John W. O'Malley. University of Toronto Press; pp. 390-404.
- NAVARRO BROTONS, Víctor; PUIG PLA, Carles (2004-2007), “Contribucions al procés de modernització científica: físics, astrònoms i matemàtics” dins *La ciència en la Història dels Països catalans* coordinat per Joan Vernet i Ramón Parés; València: Institut d'Estudis catalans.
- NAVARRO LOIDI, Juan (2008), “Lección de Artillería by Tomás Cerdá and the Revolution of the spanish Artillery during the 18th Century” en *Third ICESHS, Austrian Academy of Sciences*. Vienna.
- , (2013a), *Don Pedro Giannini o las Matemáticas de los artilleros del siglo XVIII*. Asociación Cultural “Biblioteca de Ciencia y Artillería”. Segovia.



- , (2013b), “La incorporación del cálculo diferencial e integral al Colegio de Artillería de Segovia” dins *Llull*, Vol. 36 (Nº 78) 2on semestre 2013 ISSN: 0210-8615, Universidad de Zaragoza; pp. 333-358.
- NAVARRO LOIDI, Juan; LLOMBART, José (2008), “The introduction of logarithms into Spain” dins *Historia Mathematica*, v. 35, n. 2; pp. 83-168.
- NEWTON, Isaac (1669), “Analysis by equations of an infinite number of terms” dins *Sir Isaac Newton’s Two treatises: Of the quadrature of curves, and Analysis by equations of an infinite number of terms, explained: containing the treatises themselves, translated into English, with a large commentary [...] by John Stewart*. London: Printed by J. Bettenham, at the expense of the Society for the Encouragement of Learning [etc.], 1745.
- , (1671), *The Method of Fluxions and Infinite Series*, Translated from the Author’s Latin original [*Tractatus de Methodis Serierum et Fluxionum*] not yet made publik [...] by John Colson, M.A. and F.R.S. London, printed by Henry Woodfall. 1736.
- , (1687a), *The Mathematical Principles of Natural Philosophy*, translated into English by Andrew Motte, New York, 1846. (Títol original : *Philosophiae naturalis Principia Mathematica*. Imprimatur S. Pepys, Reg. Soc. Praeses. Londini).
- , (1687b), *Principios matemáticos de la filosofía Natural y su sistema del mundo*. Edició preparada per Antonio Escohotado. Editora Nacional. Madrid, 1982. (Títol original : *Philosophiae naturalis Principia Mathematica*. Imprimatur S. Pepys, Reg. Soc. Praeses. Londini).
- , (1704), “Of the quadrature of curves” dins *Sir Isaac Newton’s Two treatises: Of the quadrature of curves, and Analysis by equations of an infinite number of terms, explained: containing the treatises themselves, translated into English, with a large commentary [...] by John Stewart*. London: Printed by J. Bettenham, at the expense of the Society for the Encouragement of Learning [etc], 1745.
- [NEWTON, Isaac] (1715) ‘An Account of the book entituled *Commercium Epistolicum Collinii & aliorum. De Analysi promota*: published by order of the Royal Society, in relation to the dispute between Mr. Leibniz and Dr. Keill, about the right of invention of the method of fluxions, by some call’d the differential method’. *Philosophical Transactions*, XXIX (1715); pp. 173-224.

- NIETO-GALÁN, Agustí; ROCA ROSELL, Antoni (2000), *La Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona als segles XVIII i XIX: història, ciència i societat*, Barcelona, Institut d'Estudis Catalans.
- NOLLET, Jean Antoine (1738), *Programme ou Idée générale d'un cours de Physique expérimentale avec catalogue raisonné des instruments que servent aux expériences*. Chez P. G. Le Mercier, Imprimeur-Librairie, rue S. Jacques, au Livre d'Or. Paris.
- OTAÑO, Nemesio (1943), *El P. Antonio Eximeno: estudio de su personalidad a la luz de nuevos documentos/ discurso leído por Nemesio Otaño y contestación del Ecmo. Sr. Conrado del Campo el día 21 de junio de 1943*. Madrid: Real Academia de Bellas Artes de San Fernando.
- OWEN, William; JOHNSTON, William (1784), *A New and General Biographical Dictionary. (A New Edition, in Twelve Volumes)*. (Former Edition in 1761). London.
- PADILLA Y ARCOS, Pedro (1756), *Curso militar de Mathematicas, sobre las partes de esas Ciencias, pertenecientes al Arte de la Guerra*, Madrid, Antonio Marín.
- PANZA, Marco (2000), *Newton et les origines de l'analyse: 1664-1666*. Humanities and Social Sciences. Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales (EHESS). <https://tel.archives-ouvertes.fr/>
- PARDO Tomás, José (2002), "La difusión de la información científica y técnica" dins José M<sup>a</sup> López Piñero (dir.), *Historia de la Ciencia y de la Técnica en la Corona de Castilla*, Salamanca, Junta de Castilla y León, v. III.
- PATY, Michel (1994), "Le caractère historique de l'adéquation des mathématiques à la physique" dins Garma, Santiago; Flament, Dominique; Navarro, Victor (eds.), *Contra los titanes de la rutina.- Contre les titans de la routine*, Comunidad de Madrid/C.S.I.C., Madrid; p. 401-428.
- PATINIOTIS, Manolis (2007), "Periphery reassessed: Eugenios Voulgaris converses with Isaac Newton", *British Journal for the History of Science* 40(4); p 471-490.
- PORTER, Roy (1981), *The Enlightenment in National Context*; Cambridge University Press.
- , (2003), *The Cambridge History of Science, Volume 4, Eighteenth-century science/* edited by Roy Porter; Cambridge University Press.

- PUIG-PLA, Carles (2006), *Física, Tècnica i Il·lustració a Catalunya. La cultura de la utilitat: assimilar, divulgar, aprofitar*, Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona.
- PUIG-PEY SAURÍ, Joan; PUIG-PLA, Carles; RAMÍREZ I CASAS, Judith; SIMON MIRANDA, Xavier (2014), *L'Edifici de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona*; RACAB i CSIC. Barcelona.
- REYNEAU, Charles-René (1708), *Analyse démontrée, ou la Methode de résoudre les problèmes des Mathématiques [...]*. Paris: chez Quillau.
- RIDER, Robin E. (1993), "Early Modern Mathematics in print" dins *Non verbal communication in science prior to 1900* edited by Mazzolini, Renato G. Firenze.
- ROCA-ROSELL, Antoni i altres (2007), "The Military Academy for Mathematics of Barcelona (1720) and its role in the history of engineering in Spain", dins *Proceeding of the 2nd International Conference of the European Society for the History of Science (ICESHS)*, Cracow; p. 701-704.
- ROCA ROSELL, Antoni (2014), *Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona (1764-2014): 250 anys d'història*, RACAB i Diputació de Barcelona.
- ROMANO, Antonella (1999), *La Contre-réforme mathématique : constitution et diffusion d'une culture mathématique jésuite à la Renaissance (1540-1640)*, École française de Rome.
- RONDET, M. (1735), *Analise des Infiniments petits, comprenant Le Calcul Integral dans toute son étendue*. Paris.
- ROWE, John (1751), *An Introduction to the Doctrine of Fluxions*. London: printed by E. Owen.
- RUBIO Y BORRÁS, Manuel (1915), *Historia de la real y Pontificia Universidad de Cervera*. Barcelona. Librería Verdaguer.
- SÁNCHEZ-BLANCO, Francisco (1991), *Europa y el pensamiento español del siglo XVIII*. Madrid. Alianza.
- SAUNDERSON, Nicholas (1740), *The Elements of Algebra*. Cambridge. Printed at the University Press.

SCHUBRING, G. (2005), "Conflicts between generalization, rigor and intuition" dins *Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences*. Editorial Board, J.Z. Buchwald, J. Lützen, G.J. Toomer. New York: Springer.

SECORD, James (2004), "Knowledge in Transit" dins *Isis* 95; pp. 654-672.

SELLÉS, Manuel ; PESET, José Luis y LAFUENTE, Antonio (1988), *Carlos III y la ciencia de la Ilustración*, Madrid, Alianza Editorial.

SEMPERE GUARINOS, Juan (1785-1789), *Ensayo de una biblioteca española de los mejores escritores del reinado de Carlos III*, Madrid : en la Imprenta Real.

SHAFFER, Simon (1990), "Newtonianism" in Olby R.C., *Companion to the History of Modern Science*, London; pp. 610-26.

-, (2009), *The Brokered World: Go-Betweens and Global Intelligence, 1770-1820*, v. 35, Uppsala studies in history of science.

SHAPIN, Steven (1996), *The Scientific Revolution*. The University of Chicago Press. Chicago and London.

SIMÓN DÍAZ, José (1952), *Historia del Colegio Imperial de Madrid*, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid.

SIMON, Josep; HERRAN, Néstor; amb LANUZA-NAVARRO, Tayra, RUIZ-CASTELL, Pedro i GUILLEM-LLOBAT, Ximo (2008), *Beyond Borders: Fresh Perspectives in History of Science*. Cambridge Scholars Publishing.

SIMON, Josep (2011), *Communicating physics: the production, circulation and appropriation of Ganot's textbooks in France and England, 1851-1887*. London: Pickering & Chatto (Publishers).

SIMPSON, Thomas (1737), *A new treatise of fluxions*. London. Printed by Tho. Gardner.

-, (1750), *The Doctrine and Application of Fluxions*. London, printed by J. Nourse.

-, (1752), *Select Exercises for Young Proficients in the Mathematicks*. London, printed by J. Nourse.

-, (1755), *A Treatise of Algebra*. The Second edition, with large Additions. London, printed for J. Nourse.

- , (1757), *Miscellaneous Tracts on Some Curious and Very Interesting Subjects*. London.
- , (1760), *The Elements of Plane Geometry*. The Second edition, with large Alterations and Additions. London, printed for J. Nourse.
- SOMMERVOGEL, Carlos (1890-1916), *Bibliothèque de la Compagnie de Jésus/ première partie: bibliographie par les Pères Augustin et Aloys de Backer et seconde partie: histoire par le Père Auguste Carayon*. [Rekurs electrònic]. Saint-Cloud:LACF Éditions, cop. 2008. (Publicat originalment a Bruxelles: O. Schepens; Paris: A. Picard, 1890-1916).
- STEWART, Larry (1992), *The Rise of Public Science: Rhetoric, Technology, and Natural Philosophy in Newtonian Britain, 1660-1750*. Cambridge University.
- STIRLING, James (1749), *Differential Method or, A Treatise concerning Summation and Interpolation of Infinites Series*. Translated into English, with the Author's Approbation, by Francis Holliday. London: printed for E. Cave.
- STONE, Edmund (1730), *The Method of Fluxions both Direct and Inverse. The Former being A Translation from the Celebrated Marquis De L'Hospital's Analyse des Infiniments Petits : And the Latter Supply'd by the Translator, E. Stone,F.R.S*. London.
- SUBIRÀS, Francesc (1764), "Conferencia Physica. Discurso leído por el Dr. D. Francisco Subirás en la primera sesión particular el día 18 de enero de 1764" dins Bofill i Poch, Antoni (1915), *Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona (1764-1914). Fiestas científicas celebradas con motivo del CL aniversario de su fundación*. Barcelona; Sobrinos de López Robert y Cia.
- TORRES AMAT, Félix (1836), *Memorias para ayudar a formar un diccionario crítico de los escritores catalanes*. Imprenta de J. Verdaguer, Barcelona.
- UDIAS, Agustín (2003), *Searching the heavens and the earth: the history of Jesuit observatories*, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht.
- (2005), "Los libros y manuscritos de los profesores de matemáticas del colegio imperial de Madrid, 1627-1767", dins *Archivum Historicum Societatis Iesu*, 148, a. LXXIV; p. 369.
- (2010), "Profesores de matemáticas en los colegios de la Compañía de España, 1620-1767" dins *Archivum Historicum Societatis Iesu*, 157, a. LXXIX ; p. 3.

– (2011), “Matemáticas en los colegios jesuitas en España en los siglos XVII y XVIII” dins *XI Congreso SEHCYT*, Azkoitia, Gipuzkoa.

VALVERDE PÉREZ, Nuria (2007), *Actos de precisión: instrumentos científicos, opinión pública y economía moral en la Ilustración española*. Madrid: Consejo Superior de Investigaciones Científicas.

VARIGNON, Pierre (1725), *Eclaircissemens sur l'Analyse des Infinimens Petits*. Paris: chez Rollin.

VINCE, Samuel (1795), *A Treatise on Fluxions*. Cambridge: printed by J. Smith.

VENTURA, Montserrat (1999), “El Col·legi de Cordelles sense els jesuïtes, un projecte fracassat” dins Martínez Shaw, Carlos: *Historia moderna, historia en construcció. Economia, Mentalidades y Cultura. Congreso del Centre d'estudis d'Història Moderna “Pierre Vilar” (Barcelona, 1996)*, Lleida.

VERNET, Joan i PARÉS, Ramón (2004-2007), *La ciència en la Història dels Països catalans*, València: Institut d'Estudis catalans.

VERNET, Joan (1975), *Historia de la ciencia española*, Madrid.

VILA BARTROLÍ, Frederic (1917), “Les ciències naturals a la Universitat de Cervera” dins *Estudis universitaris catalans*, v. 10. Barcelona (1917-1918); p. 161-175.

–, (1923), *Reseña Histórica Científica y Literaria de la Universidad de Cervera*. Llibreria y Tipografia catòlica Pontificia, Pi, 5. Barcelona.

WENDLINGEN, Johannes (1753-1755), *Elementos de la Mathematica* (4 volums). Madrid: Joachin Ibarra.

WISE, M. Norton (2001), “What’s in a Line” dins *Science as Cultural Practice, Volume I: Cultures and Politics of Research from the Early Modern Period to the Age of Extremes* edited by Moritz Epple and Claus Zittel. Akademie Verlag. Berlin 2010.

WHITESIDE, D.T. (1967-1981), *The Mathematical papers of Isaac Newton*. Edited by D.T. Whiteside. Cambridge.

WOLFF, Christian (1713-1715), *Elementa Matheseos Universae*. Genevae : apud Henricum-Albertum Gosse & socios.