



**UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA  
BARCELONATECH**

**TESIS DOCTORAL**

**Detección y corrección de ideas previas  
erróneas en la praxis docente de la física  
con apoyo de las TIC**

Autor de la Tesis:

**Joan SOLER RUIZ**

Licenciado en Ciencias Físicas por la Universidad de Barcelona

Director de la Tesis:

**Prof. Dr. FRANCESC XAVIER VILLASEVIL MARCO**



Curs acadèmic: 2015/2016

## Acta de qualificació de tesi doctoral

Nom i cognoms

JUAN SOLER RUIZ

Programa de doctorat

Enginyeria Multimèdia

Unitat estructural responsable del programa

Expressió Gràfica a l'Enginyeria

## Resolució del Tribunal

Reunit el Tribunal designat a l'efecte, el doctorand / la doctoranda exposa el tema de la seva tesi doctoral titulada

**Detección y corrección de ideas previas erróneas en la praxis docente de la física con apoyo de las TIC**

Acabada la lectura i després de donar resposta a les qüestions formulades pels membres titulars del tribunal, aquest atorga la qualificació:

NO APTE

APROVAT

NOTABLE

EXCEL·LENT

Albert Casas Ponsanti President/a	Pere Andrada Gascón Secretari/ària		
Amparo Cortés Lucas Vocal			

\_\_\_\_\_, d'/de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

El resultat de l'escrutini dels vots emesos pels membres titulars del tribunal, efectuat per l'Escola de Doctorat, a instància de la Comissió de Doctorat de la UPC, atorga la MENCIÓ CUM LAUDE:

SÍ

NO

President de la Comissió Permanent de l'Escola de Doctorat	( Secretari de la Comissió Permanent de l'Escola de Doctorat
--	---

Barcelona, \_\_\_\_\_ d'/de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

## **Agradecimientos**

*Durante años llevo aplicando unas metodologías muy innovadoras en la praxis docente que permiten solventar muchos errores conceptuales con los que llegan los alumnos a la universidad. El Dr. Francesc Xavier Villasevil creyó en mi y me me sugirió recopilar todos estos métodos animándome a confeccionar esta tesis.*

*Agradezco su predisposición para escuchar siempre nuevas iniciativas y a forzarme a continuar en este proyecto. Sin su inestimable ayuda no hubiera sido posible.*

# Índice

<b>Introducción</b>	1
<b>Justificación</b>	3
<b>Aportaciones</b>	5
<b>1 Estudio y reflexión sobre la praxis docente</b>	
1.1 La acción y la reacción cotidianas	8
1.2 La manzana de la discordia	11
1.3 Aclaración para "cubrir el expediente"	12
1.4 La segunda ley de Newton es prematura	13
1.5 La incoherencia del carro y el caballo	17
1.6 Las fuerzas "atraviesan" los cuerpos	19
1.6.1 El peso que atraviesa a los bloques	22
1.7 Las tensiones propagan las fuerzas	23
1.7.1 Dos cuerpos sujetos por una cuerda	24
1.7.2 Hay que "cortar" las cuerdas"	26
1.8 La fuerza de rozamiento	28
1.8.1 El rozamiento a favor del movimiento	29
1.9 Bloques y cuerdas	31
1.10 Los diagramas al estilo del 3 en 1	32
1.11 La normal no es la reacción del peso	34
1.12 Un buen intento	35
<b>2 Diagrama del cuerpo libre</b>	
2.1 Elección del sistema	38

2.1.1	Separación de los elementos . . . . .	42
2.1.2	Bloque y plano inclinado . . . . .	45
2.1.3	Las cuerdas se desdoblán . . . . .	46
2.1.4	Nivel más profundo de separación . . . . .	47
2.2	Matriz de interacciones . . . . .	48
2.3	Confección del diagrama . . . . .	52
2.4	Matriz y diagrama reducidos . . . . .	54
2.5	Subdivisión en sistemas más pequeños . . . . .	56
2.6	La cuerda abraza a la polea . . . . .	57
2.7	Un ejemplo típico . . . . .	59
<b>3</b>	<b>La cinemática sin fórmulas</b>	
3.1	Ejercicios cortos y largos . . . . .	65
3.2	Preparativos y selección de datos . . . . .	67
3.3	Obtención de la velocidad y posición . . . . .	69
3.4	Puntos de interés . . . . .	70
3.5	Un ejercicio complejo . . . . .	70
<b>4</b>	<b>El teorema de conservación de la energía</b>	
4.1	Clasificación de las fuerzas . . . . .	75
4.2	Fuerzas internas: las olvidadas . . . . .	78
4.3	El trabajo de la normal y del rozamiento . . . . .	79
4.4	Matriz de trabajos y energías potenciales . . . . .	82
<b>5</b>	<b>Tutor de apoyo multimedia</b>	
5.1	El diagrama del cuerpo libre . . . . .	87
	<b>Conclusiones</b> . . . . .	92
	<b>Bibliografía</b> . . . . .	94

## Lista de Figuras

<b>Figura 1.1</b>	9
<b>Figura 1.2</b>	10
<b>Figura 1.3</b>	11
<b>Figura 1.4</b>	12
<b>Figura 1.5</b>	14
<b>Figura 1.6</b>	14
<b>Figura 1.7</b>	16
<b>Figura 1.8</b>	17
<b>Figura 1.9</b>	18
<b>Figura 1.10</b>	19
<b>Figura 1.11</b>	20
<b>Figura 1.12</b>	20
<b>Figura 1.13</b>	21
<b>Figura 1.14</b>	22
<b>Figura 1.15</b>	22
<b>Figura 1.16</b>	23
<b>Figura 1.17</b>	23
<b>Figura 1.18</b>	24
<b>Figura 1.19</b>	25
<b>Figura 1.20</b>	25
<b>Figura 1.21</b>	26
<b>Figura 1.22</b>	27
<b>Figura 1.23</b>	27
<b>Figura 1.24</b>	28
<b>Figura 1.25</b>	28
<b>Figura 1.26</b>	29
<b>Figura 1.27</b>	30
<b>Figura 1.28</b>	30
<b>Figura 1.29</b>	31

<b>Figura 1.30</b>	. . . . .	<b>32</b>
<b>Figura 1.31</b>	. . . . .	<b>33</b>
<b>Figura 1.32</b>	. . . . .	<b>33</b>
<b>Figura 1.33</b>	. . . . .	<b>34</b>
<b>Figura 1.34</b>	. . . . .	<b>35</b>
<b>Figura 1.35</b>	. . . . .	<b>36</b>
<b>Figura 2.1</b>	. . . . .	<b>39</b>
<b>Figura 2.2</b>	. . . . .	<b>39</b>
<b>Figura 2.3</b>	. . . . .	<b>40</b>
<b>Figura 2.4</b>	. . . . .	<b>41</b>
<b>Figura 2.5</b>	. . . . .	<b>43</b>
<b>Figura 2.6</b>	. . . . .	<b>43</b>
<b>Figura 2.7</b>	. . . . .	<b>44</b>
<b>Figura 2.8</b>	. . . . .	<b>45</b>
<b>Figura 2.9</b>	. . . . .	<b>45</b>
<b>Figura 2.10</b>	. . . . .	<b>46</b>
<b>Figura 2.11</b>	. . . . .	<b>47</b>
<b>Figura 2.12</b>	. . . . .	<b>47</b>
<b>Figura 2.13</b>	. . . . .	<b>48</b>
<b>Figura 2.14</b>	. . . . .	<b>53</b>
<b>Figura 2.15</b>	. . . . .	<b>53</b>
<b>Figura 2.16</b>	. . . . .	<b>54</b>
<b>Figura 2.17</b>	. . . . .	<b>55</b>
<b>Figura 2.18</b>	. . . . .	<b>56</b>
<b>Figura 2.19</b>	. . . . .	<b>57</b>
<b>Figura 2.20</b>	. . . . .	<b>57</b>
<b>Figura 2.21</b>	. . . . .	<b>58</b>
<b>Figura 2.22</b>	. . . . .	<b>59</b>
<b>Figura 2.23</b>	. . . . .	<b>61</b>
<b>Figura 2.24</b>	. . . . .	<b>62</b>
<b>Figura 2.25</b>	. . . . .	<b>63</b>
<b>Figura 3.1</b>	. . . . .	<b>68</b>
<b>Figura 3.2</b>	. . . . .	<b>71</b>
<b>Figura 3.3</b>	. . . . .	<b>72</b>
<b>Figura 4.1</b>	. . . . .	<b>75</b>
<b>Figura 4.2</b>	. . . . .	<b>78</b>

<b>Figura 4.3</b>	. . . . .	79
<b>Figura 4.4</b>	. . . . .	80
<b>Figura 4.5</b>	. . . . .	81
<b>Figura 4.6</b>	. . . . .	82
<b>Figura 4.7</b>	. . . . .	83
<b>Figura 4.8</b>	. . . . .	84
<b>Figura 5.1</b>	. . . . .	87
<b>Figura 5.2</b>	. . . . .	88
<b>Figura 5.3</b>	. . . . .	89
<b>Figura 5.4</b>	. . . . .	89
<b>Figura 5.5</b>	. . . . .	90
<b>Figura 5.6</b>	. . . . .	90
<b>Figura 5.7</b>	. . . . .	91



# Introducción

En el primer curso de universidad de la gran mayoría de carreras tecnológicas y científicas se cursa, entre otras, la asignatura de Física. Los programas de dicha asignatura dependen evidentemente de cada carrera pero hay unos temas comunes a todas ellas que consisten en la cinemática, la dinámica y el trabajo y la energía. Estos temas se han cursado anteriormente en la enseñanza secundaria, bachillerato y en ciclos formativos en mayor o menor intensidad.

Hay que suponer que determinados conceptos básicos de la física deberían estar adquiridos, teniendo en cuenta además que en cierto modo los alumnos han pasado los correspondientes filtros tanto de exámenes como de selectividad. Pues nada más lejos de la realidad, hay algunos conceptos que no sólo no ha sido adquiridos con la solidez que se sería deseable sino que lo más grave es que algunos de ellos han sido adquiridos de forma totalmente errónea.

El grave problema de todo ello es que habiendo cursando la asignatura en el primer curso de universidad, dichos conceptos erróneos persisten para muchos alumnos que han aprobado la misma. Esta afirmación no es en absoluto gratuita y se ha comprobado esta deficiencia en alumnos que están cursando Física II, habiendo superado la Física I. Es decir, tienen un grave problema metacognitivo.

En consecuencia, esta tesis se orienta a trabajar y reforzar estos aspectos metacognitivos; así como las ideas previas erróneas debidas, en principio a la manera en que se les han introducido los conceptos. Para ello se empieza por analizar los posibles motivos de dichas deficiencias y se propone una solución efectiva para erradicar este conjunto de conceptos o ideas previas erróneas. El grueso del estudio se centra básicamente en la correcta aplicación de la tercera ley de Newton y en aspectos relacionados con el tratamiento de la cinemática y en la aplicación del teorema de conservación de la energía.

Se analizan distintas de ideas previas erróneas detectadas relacionadas con las leyes de Newton y que el alumno lleva lastradas durante buena parte de sus cursos anteriores. Para comprobar dichos errores conceptuales no hace falta recurrir a ejercicios complejos y difíciles, basta con presentar situaciones muy típicas y sencillas. El grave problema es que el porcentaje de alumnos que adolecen de ello es casi del 100%.

Se verá como la gran mayoría de bibliografía relativa a las leyes de Newton resulta poco

rigurosa y demasiado simplificada y las costumbres docentes instauradas desde hace años no contribuyen tampoco a esclarecer dichos conceptos.

Un ejemplo en el que todos los docentes asumen como idea previa errónea consiste en aceptar la confusión entre el peso y la normal. Para el alumno si el peso es la fuerza de acción entonces la normal es la fuerza de reacción. Hay unanimidad en que dicho concepto resulta erróneo, pero desgraciadamente el alumno llega a la universidad con este lastre. Se deben pues analizar las causas de dicho error y medir de forma correcta la "culpa" que tiene tanto el docente como el discente (el alumno). Dicho análisis permitirá trazar un plan de acción para combatir estos errores.

Se verá como la metodología que se propone resulta tan sencilla que se puede llevar a cabo en cualquier nivel educativo, incluso en los primeros cursos de primaria ya que la dificultad matemática es nula. Este protocolo de desarrollo para los ejercicios permite al alumno abordar cualquier situación por más compleja que resulte.

Cada vez que el alumno desarrolla un ejercicio con dicha metodología está ejercitando de forma implícita la tercera ley de Newton y como consecuencia, erradica todas las ideas previas erróneas que arrastraba. Muchos de los ejercicios que no se atrevía a abordar ahora le resultan tan sencillos y esto redundante de manera muy positiva en su autoestima.

Como complemento al estudio del tratamiento de la tercera ley de Newton se analizan aspectos importantes de aplicación de las técnicas de la cinemática con el fin de abandonar la simbiosis ejercicio-fórmula. También se analiza el "modus operandi" en la aplicación del teorema de conservación de la energía donde existen lagunas muy importantes.

Los procedimientos propuestos para la resolución de los ejercicios abandonan por completo la idea preconcebida de que todo ejercicio se debe a una fórmula y abogan por el hecho de que cada ejercicio se aborda siempre con un protocolo bien claro y definido. El resultado es que el alumno obtiene un modelo cognitivo y un refuerzo de su metaconocimiento, es decir aprende a aprender. Con este protocolo de resolución de los ejercicios la respuesta del alumno no se hace esperar: "ahora entiendo lo que he estado haciendo durante tantos cursos".

## Justificación

Desde que termine los estudios de licenciatura y empecé a dar clases de física me planteé de qué modo tenía que transmitir los conocimientos adquiridos para formar a los nuevos estudiantes. Durante la carrera tuve dificultades de comprensión y eso me hizo reflexionar de cómo debía transmitir dichos conocimientos.

Muchas veces tuve que comunicar estos conocimientos sin entender hasta el fondo el porqué de muchas cosas (yo mismo tenía problemas metacognitivos debido a la manera en que se me inculcaron estos conocimientos básicos). El material de consulta residía en los libros de texto y en algunos apuntes conservados de la facultad: eran las principales fuentes de información para poder preparar las clases.

Durante los cursos realizados para obtener la licenciatura de ciencias físicas y en particular en el campo de la dinámica de la partícula observé una metodología que resultaba demasiado difusa para la comprensión de los conceptos. Cuando el profesor realizaba los ejemplos en la pizarra se podía seguir todo lo que acontecía con mayor o menor dificultad pero cuando el alumno debía resolver por sí mismo otros ejercicios resultaba siempre muy costoso.

La solución propuesta por los profesores era que se debían realizar cuantos más ejercicios mejor, que a base de "práctica" se aprendía. Era una corriente de opinión que se aceptaba así y nadie se planteaba cambiar nada que afectara al proceso de aprendizaje.

Daba la impresión que no existía ningún patrón de referencia que no fuera la habilidad, la intuición y el ingenio. La solución residía en la capacidad de poder comparar cada nueva situación con otras aparecidas anteriormente. La consulta de distintos libros de ejercicios daba esta sensación e invitaba evidentemente a seguir practicando.

Hay muchas corrientes docentes que defienden este modelo porque se argumenta que cuanto más cuesta de aprender una cosa mejor se retiene y se asimila. Ante dicho panorama no me conforme y procuré buscar otro tipo de camino que se basara en un aprendizaje ordenado y siempre siguiendo un patrón establecido.

En el planteamiento de los ejercicios de dinámica, para la confección del diagrama del cuerpo libre, siempre surge la duda en el momento de indicar las fuerzas que recibe un cuerpo.

Cuando nos debíamos enfrentar a un esquema nuevo formado por diversos cuerpos, nuestro modelo cognitivo consistía en comparar el nuevo escenario con alguno de los acontecidos anteriormente.

Me llamo siempre la atención un hecho sorprendente: si la tercera ley de Newton especifica que las interacciones van siempre en parejas de fuerzas, ¿porqué no se refleja este hecho en todos los ejemplos de un modo sistemático?. Esta pregunta me tuvo siempre preocupado y me planteé buscar algún tipo de respuesta.

En la confección del diagrama de fuerzas, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento siempre aparecían en solitario la mayoría de las veces. Cuando era estudiante, dicha praxis la tenía que dar por buena porque era lo que me rodeaba y lo que se podía consultar en todos los entornos docentes. Entre compañeros de facultad siempre existía ésta sensación de inseguridad y de aventura ante ejercicios nuevos.

En cierto modo todos los ejemplos que durante la carrera aprendí de un modo difuso quise analizarlos para ver de que modo se podían explicar de una forma más sencilla. De ahí nació la idea de empezar a indicar siempre la pareja de fuerzas de acción-reacción que dicta la tercera ley de Newton.

Más adelante diseñé una estrategia innovadora para poder tener siempre un patrón de referencia que serviría de guía para la resolución de los ejercicios. Dicha estrategia se basa en potenciar los elementos gráficos y visuales para la mejor comprensión del alumno, todo ello para potenciar su metaconocimiento.

Es un hecho demostrado que cuando los alumnos llegan a la universidad confunden el peso y la normal con fuerzas de acción y reacción. Este concepto erróneo es un mal endémico que sigue perdurando en el tiempo. Los docentes argumentan que efectivamente en sus clases se explica este concepto de un modo muy insistente y en cambio los resultados reales van en otra dirección.

Basándome en la frase popular que "vale más una imagen que mil palabras" se ha diseñado una metodología que se apoya en gran medida en los aspectos gráficos. En este sentido, aunque parezca lo contrario, no es lo mismo aclarar que la fuerza normal no es la reacción del peso, que obligar al alumno a dibujar siempre la fuerza normal en el bloque y la otra fuerza normal en la mesa. Éste ejercicio gráfico de situar siempre las fuerzas por parejas es fundamental para la adquisición de un modelo cognitivo.

La mayoría de metodologías docentes empleadas para la mejora de la docencia se han presentado en diversos congresos de un modo aislado y en esta tesis se recogen de un modo integrado. Así el docente que quiera seguir las mismas pautas tiene un perfecto "manual de uso" y seguro que conseguirá mayor éxito para sus alumnos.

## Aportaciones

Todo lo que se relata en esta tesis es un conjunto de experiencias y métodos llevados a cabo durante varios años de docencia. Las metodologías empleadas y todos los procedimientos implantados son fruto de una investigación en la propia aula. No es ninguna adaptación de nada que exista en ningún escenario consultado, ya sean libros de texto, artículos diversos y en general en internet.

No se ha realizado ninguna invención de nuevas leyes de la física ni nuevos teoremas, simplemente se ha puesto orden en muchos aspectos demasiado tradicionales. Estos cauces históricos sin atisbo de cambio siguen encauzando a los alumnos a ningún modelo cognitivo.

Para el alumno las palabras física y fórmula son sinónimas y la percepción que tiene de los ejercicios consiste en un aglomerado de recetas y técnicas. La combinación de dichos elementos y añadiendo ciertas habilidades dotadas de cierta intuición permiten llegar en bastantes ocasiones a obtener resultados.

La realidad es que el alumno no ha adquirido ningún modelo cognitivo que le permita afrontar los ejercicios de un modo estructurado, pautado, siguiendo un patrón establecido y donde se refuercen los conceptos introducidos. Se puede afirmar que el alumno con dichas praxis no puede aprender a aprender y por tanto no adquiere ningún tipo de metacognocimiento.

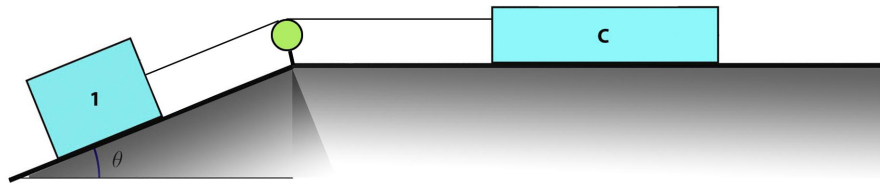
El proceso implantado se puede decir que es inédito, es decir, no se basa en ningún trabajo previo que se haya realizado jamás o al menos esto es lo que se desprende de la consulta exhaustiva tanto en ediciones de libros como de publicaciones en general y en este sentido puede servir a muchos docentes que quieran usar dicha metodología.

Uno de los puntos fuertes reside en la potenciación de los patrones de ejecución de los procesos para mejorar el modelo metacognitivo. El éxito de ello consiste en asociar los ejercicios de un mismo tipo a un único patrón de ejecución y resolver de este modo todos los ejercicios por un igual, ya sean cortos o sean largos.

La metodología de resolución de los ejercicios que se presenta en esta tesis tiene como punto fuerte el hecho de que permite abordar cualquier situación planteada por más compleja que resulte. Quizás pueda parecer que se haya encontrado la "pócima mágica" y que hubiera

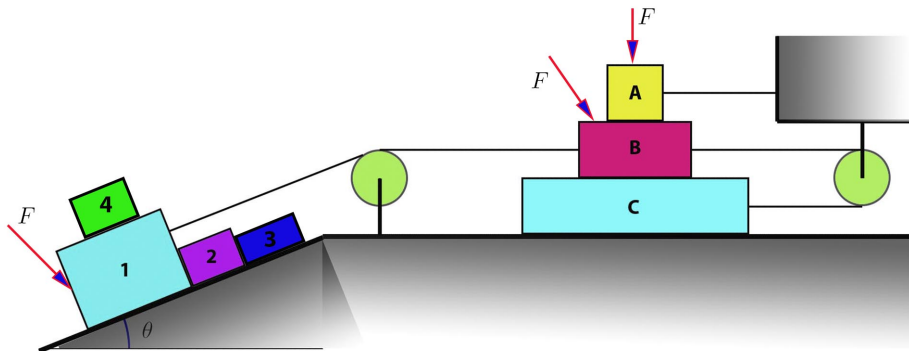
estado guardada en "secreto". Nada más lejos de la realidad, el secreto consiste simplemente en forzar al alumno a que aprenda a ordenar de forma estructurada todas las ideas y conceptos recibidos. En definitiva que aprenda a aprender y de este modo su metacognición quedará bien fijado.

Cuando el alumno se enfrenta a un ejercicio de dinámica la primera imagen que entra en su proceso mental es la del diagrama de cuerpos que tendrá que manejar para obtener las distintas magnitudes que correspondan, ya sean fuerzas y aceleraciones. Para ello consideremos el esquema de la figura que hay a continuación en donde aparecen dos bloques 1 y C sujetos por una cuerda. Lo más probable es que el bloque 1 arrastre el bloque C y el conjunto se mueva hacia la izquierda. Posiblemente el alumno sea capaz de realizar el ejercicio dado que resulta bastante similar a los que seguramente habrá visto antes ya sea en clase o en bibliografía diversa.



Un ejercicio de este tipo lo aceptarían muchos docentes como razonable para poder preguntar en pruebas o exámenes y se podría etiquetar de fácil. En general hay una tendencia a preguntar siempre cuestiones que sean parecidas a las que se han practicado previamente o con ligeras variaciones.

Si se modifica el ejercicio anterior y se presenta el diagrama de la figura siguiente, es muy probable que el alumno medio "arroje la toalla" y se vea incapaz de abordarlo. Efectivamente hay que reconocer que existe más complejidad y se puede admitir que presenta más dificultad. En realidad habría que definir el término dificultad en estos casos y establecer una frontera entre los ejercicios que se etiquetarían como fáciles y los que se considerarían difíciles.



Si se pretende que el alumno pueda resolver el ejercicio de la figura anterior es evidente que hay que fomentar el trabajo en casa y proponer muchos ejercicios. Deben existir algunos

de parecidos y en cierto modo el alumno debe establecer algunos nexos de unión entre el que se le presenta y otros que haya podido ver con anterioridad. Esta reflexión se ha realizado en base a la metodología convencional, pero existe una alternativa real de que el alumno se pueda enfrentar al ejercicio difícil. La solución es dotar al alumno de unas herramientas de análisis y desarrollo que sean independientes de la complejidad y de la cantidad de bloques y cuerdas que se puedan presentar.

Si planteamos al alumno que realice una suma de dos sumandos del tipo:

$$13 + 45 =? \tag{1}$$

no hay duda de que será capaz de llevar a cabo dicha tarea y si a continuación se le propone que realice por ejemplo:

$$99879 + 87456 + 96548 + 69578 + 65854 =?$$

no dudaremos ni por un momento que será capaz de hacerlo. Se puede decir que realmente a aprendido a sumar y tiene unos mecanismos mentales adquiridos para que se pueda enfrentar a cualquier operación por más larga que sea. Hay que decir que entonces se necesita más tiempo para terminar la tarea. Entonces si es capaz de enfrentarse al primer ejemplo donde aparecen dos bloques y en cambio no se atreve con el caso en que aparecen los siete bloques, habrá que analizar lo que está ocurriendo y revisar los procesos de aprendizaje que se han llevado a cabo.

El objetivo de la metodología consiste en que el alumno sólo pueda etiquetar a los ejercicios como largos o cortos pero no como fáciles o difíciles. Para ello se han diseñado procesos muy sencillos conectados unos con otros que permiten adquirir un modelo cognitivo universal y garantizan que cualquier ejercicio se pueda resolver siguiendo siempre una misma pauta.

# 1 Estudio y reflexión sobre la praxis docente

En este capítulo se analizarán determinados aspectos relacionados con la praxis docente que se lleva a cabo tanto en libros de texto de teoría, ejercicios resueltos y también en internet. En muchas ocasiones hay una tendencia a simplificar demasiado los procesos y dejando a un lado el rigor o el rigor extremo. Las simplificaciones u omisiones se pueden considerar más o menos importantes según el punto de vista en que se miren. Hay que tener en cuenta que cuando el docente ha aprendido los conceptos siguiendo unas pautas determinadas, tiene la tendencia a transmitirlos siguiendo las mismas pautas. En algunas ocasiones el docente se puede plantear la revisión de los mismos pero no es un hecho demasiado habitual. En ese sentido la "estancamiento" perdura en el tiempo y el docente actúa a modo de "bypass".

La posibilidad de cambio o mejora depende de varios factores y condicionantes que el docente debe valorar. Si los conocimientos recibidos han servido para aprobar las asignaturas es lógico pensar que están bien diseñados y no hay motivo para cambiarlos. Por otro lado si el entorno de consulta, sobre todo libros de texto de reconocido nombre, usa las mismas técnicas y procedimientos no hay ningún motivo para plantear su modificación.

Durante el desarrollo del capítulo se contrastará la praxis llevada a cabo en diversos escenarios con la praxis que se propone en esta tesis. Para ello es necesario revisar y analizar diversos ejemplos que aparecen en distintos libros de texto e internet para poder así, establecer una crítica constructiva e inferir las posibles soluciones. En el próximo capítulo se propone la metodología sugerida para el cambio en la praxis docente.

## 1.1 La acción y la reacción cotidianas

La tercera ley de Newton permite poder estudiar las interacciones entre los cuerpos y poder establecer así las fuerzas que reciben. La fuerza que realiza el primero sobre el segundo es igual y de sentido contrario a la fuerza que recibe el primero como "respuesta" del segundo. La cantidad de ejemplos que se proponen de dicha ley es innumerable y muchas veces a la fuerza de reacción no se le da el protagonismo que merece.

Resulta sorprendente que un concepto tan simple y sencillo de entender genere tanto error conceptual. Es un hecho probado que el alumno confunde el peso y la normal con

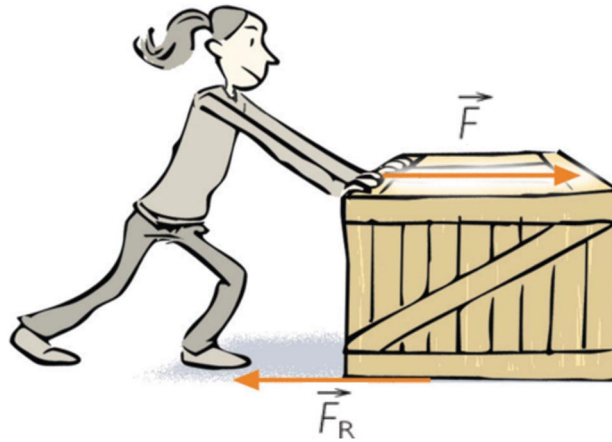


## Estudio y reflexión sobre la praxis docente

---

fuerzas de acción y reacción. No hay duda de que hay muchos escenarios donde está bien aclarado y explicado, pero también es cierto que existen muchos otros casos en donde aparece una ambigüedad manifiesta. Incluso hay diversas citas en donde se muestra dicho ejemplo como erróneo, posiblemente como consecuencia de la propagación.

Muchos de los ejemplos erróneos son consecuencia de llevar a extremos "emocionales" el concepto de reacción. Es evidente que cuando se realiza una acción sobre una partícula o sobre un sistema existirá irremediamente alguna respuesta a dicha causa. En muchas ocasiones a la respuesta de la partícula o sistema se le asigna el papel de la reacción. Tal es el caso de la figura 1.1 en la que se argumenta que cuando intentamos mover el bloque por encima del suelo, éste reacciona ante nuestra intención de moverlo y aparece por tanto una fuerza de rozamiento.



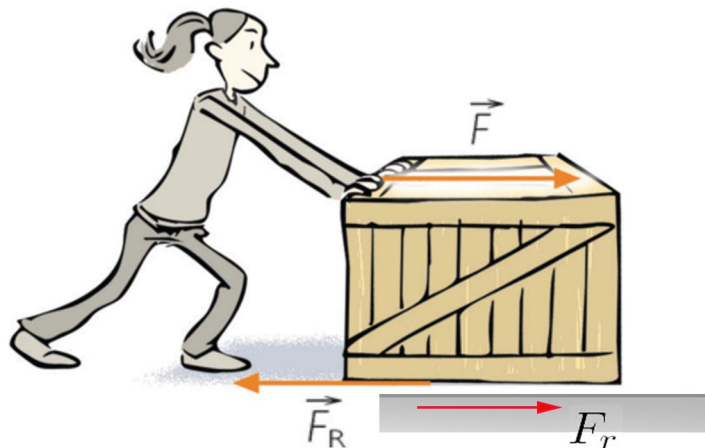
**Figura 1.1**

[<http://1.bp.blogspot.com/-866VIBqDvcs/UCcSKK6-NsI/AAAAAAAAACc/0pagk9tsEHo/s1600/ley+2.png>]

Lo que ocurre en realidad en este ejemplo es que al intentar mover el bloque con nuestras manos, el propio bloque intentará arrastrar al suelo en el mismo sentido de la fuerza  $F$  aplicada. De este modo el bloque provoca una fuerza de acción en el suelo que no está representada y que se llamaría  $F_r$ . Esta fuerza de acción del bloque sobre el suelo debería estar indicada en la figura hacia la derecha. El suelo reacciona ante esta acción "devolviendo" la misma fuerza  $F_r$  que actúa sobre el bloque. Así pues observamos una vez más que el manejo del rigor en cuanto a la clarificación de la tercera ley de Newton brilla por su ausencia y provoca esquemas visuales erróneos que distorsionan el modelo cognitivo al que se quiere llegar.

Aún en el caso de que se argumente que efectivamente la fuerza  $\vec{F}$  aplicada no tiene nada que ver con la otra fuerza  $\vec{F}_R$ , la imagen visual que llegará al alumno no resulta la más adecuada. Dicha imagen transmite un modelo cognitivo erróneo ya que si la tercera ley de Newton habla de dos fuerzas, precisamente en el diagrama hay dos fuerzas y la extrapolación

del alumno no se hace esperar.



**Figura 1.2**

El diagrama correcto para comprender realmente cual es la verdadera pareja de fuerzas de acción-reacción está representado en la figura 1.2 en donde se aprecia la presencia en el suelo de la fuerza  $F_r$  (está representada solamente con el módulo). La propuesta docente demuestra que para la comprensión de la pareja de fuerzas es necesario en primer lugar tener identificados a los dos cuerpos que interactúan y en segundo lugar indicar siempre las dos fuerzas. Este punto es importante y es el eje central de esta tesis. El hecho de indicar siempre la pareja es la única forma de adquirir un modelo cognitivo. El ser humano necesita repetir los procesos hasta que consigue aprender a aprender, momento en el cual ha adquirido metaconocimiento. Así, el hecho de repetir en todos los diagramas este proceso de dibujar la pareja acción-reacción nos permite asegurar que dicho objetivo se alcanzará.

Este punto es el que resulta más conflictivo en la discusión que aparece entre los docentes tal como indica Poon, C.H [8]. Una gran corriente entiende que la fuerza  $F_r$  indicada sobre el suelo no sirve para nada en cuanto a la aplicación de la segunda ley de Newton y por este motivo no la usan en los ejemplos de clase. Es evidente que existe una libertad de "cátedra" entre la comunidad docente y cada uno es libre de transmitir los conocimientos como mejor lo considere. En cualquier caso los hechos están ahí y las evidencias lo demuestran.

El caso de la figura 1.1 es claramente un error manifiesto y coincide con el caso también del peso y la normal. Son situaciones que son inevitables puesto que en internet la información es libre y cada uno publica lo que considera oportuno. En estos casos el damnificado es el alumno que se cree todo lo que ve y con el agravante de estar muchas veces "justificado" (es decir, mal justificado).

### 1.2 La manzana de la discordia

Un ejemplo que se usa mucho en internet para explicar el concepto relacionado con el peso y la normal es el que tenemos en la figura 1.3 en el que se ilustra una manzana encima de una mano. Se puede ver en la explicación de dicha figura como existe una cierta confusión en la interpretación del texto escrito. Tenemos pues un problema tal como indican Shelley & Marjin [11].

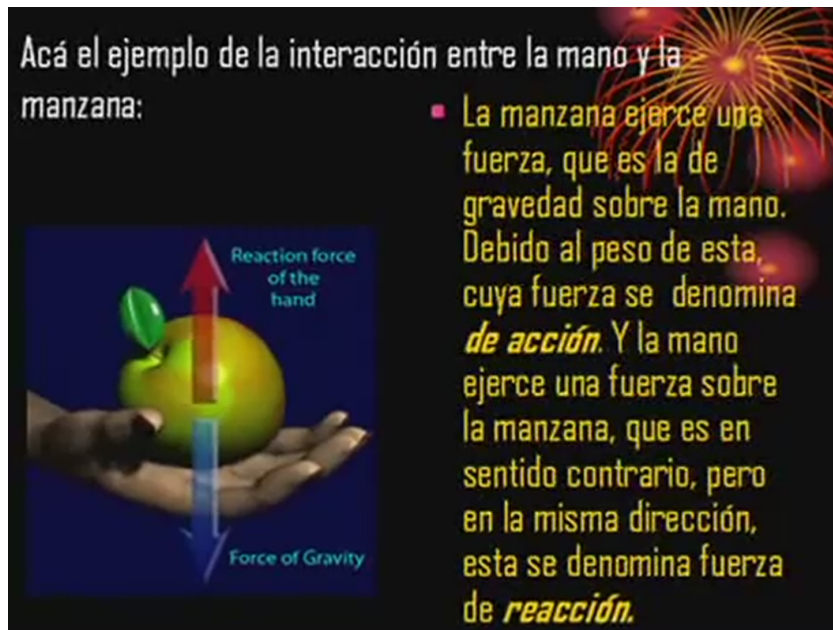


Figura 1.3

[<https://www.youtube.com/watch?v=dQ9wIeMo0MY>]

Si analizamos el texto escrito observamos que se indica lo siguiente: "*La manzana ejerce una fuerza, que es la de la gravedad sobre la mano*". Es decir, que a tenor de ello la fuerza que ejerce la manzana sobre la mano, que no es ni más ni menos que la fuerza **normal**, aquí se le atribuye como el peso de la manzana. Además en el dibujo la fuerza del peso de la manzana está indicada en la manzana lo cual ya contradice la frase anterior.

Por otro lado cuando se dice: "*debido al peso de esta ...*" se está induciendo a pensar en causa-efecto como acción-reacción. Se mire por donde se mire la lectura del texto y la imagen que acompaña no deja ninguna duda de que el peso es la acción y la normal la reacción.

Internet está plagado de errores de este tipo e incluso existen docentes que por la razón que sea han sido educados en esta tesitura y arrastran este mismo error. La transmisión de dichos errores conceptuales resulta entonces imparable, es decir, se propagan y extienden. Tampoco se puede atribuir una culpa a dichos docentes ya que ellos mismos han sido educados

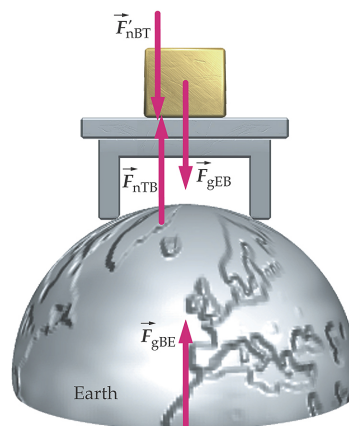
con esas ideas erróneas y por tanto transmiten los mismos errores.

### 1.3 Aclaración para "cubrir el expediente"

Un ejemplo muy analizado en multitud de plataformas consiste en el caso de la fuerza peso y la fuerza normal. La mayoría de docentes reconocen que el alumno confunde dichas fuerzas entendiendo que cuando un bloque está encima de una mesa la fuerza de reacción al peso de dicho bloque es la fuerza normal con la propia mesa. Los alumnos que llegan a la universidad adolecen de dicho error conceptual e incluso cuando dichos alumnos han cursado el primer curso siguen con esta idea errónea que posiblemente perdurara hasta que terminen la carrera.

Cabe pues preguntarse que se ha hecho mal para que durante varios cursos de enseñanza secundaria y bachillerato dicho concepto no haya sido asimilado. Resulta muy sorprendente como libros de texto de reconocido nombre [1], avisan de este hecho indicando claramente cuales son las fuerzas de acción y reacción y en cambio dicho concepto no "cuaja" en los alumnos. Podemos ver en la figura 1.4 que las fuerzas de acción y reacción entre el bloque y la Tierra están perfectamente indicadas e ilustran a modo de ejemplo la tercera Ley de Newton.

En dicha figura se puede observar como efectivamente la fuerza que el bloque recibe como peso, indicada como  $\vec{F}_{gEB}$ , es considerada como la acción que la Tierra hace sobre el bloque y, por consiguiente el bloque "devuelve" la reacción a la Tierra que se indica como  $\vec{F}_{gBE}$ . Del mismo modo entre el bloque y la mesa existe una interacción debido al contacto que está indicada por la pareja de fuerzas  $\vec{F}'_{nBT}$  y  $\vec{F}_{nTB}$ . Así, las fuerzas de acción y reacción están aplicadas a cuerpos distintos y evidentemente el peso y la normal nunca pueden ser una pareja de fuerzas que obedezcan a la tercera ley de Newton.



**Figura 1.4**

[Tipler 6Th, fig. 04-24, pág. 110]

Cuando se introduce esta cuestión en clase y se le propone un bloque encima de una mesa para que indique las fuerzas que actúan, la respuesta multitudinaria consiste en dibujar una fuerza hacia abajo en el bloque indicada con la letra  $P$  y otra fuerza en el mismo bloque dirigida hacia arriba e indicada con la letra  $N$ . Como no podría ser de otro modo, la idea que tiene el alumno de dicha situación es la siguiente: si el peso es la fuerza de acción, la normal es la fuerza de reacción.

Llegado este punto si se presenta la solución correcta como la que se indica en la figura 1.4 el alumno queda "perplejo" y no da crédito a lo que está viendo. Hay que decir que la explicación que muestra el libro de texto sobre la verdadera pareja acción y reacción parece estar presente para "cubrir el expediente", dado que no tiene continuidad en los ejemplos posteriores.

Todo apunta a que, una vez se ha aclarado este punto, en los sucesivos ejemplos que se presentan, se da por hecho que el alumno debería haber comprendido dicha idea. Es como si causara cierta "vergüenza" el hecho de indicar la reacción del peso en la propia Tierra. En lo sucesivo ya se omiten de forma sistemática la mayoría de fuerzas de reacción cuando no se necesitan.

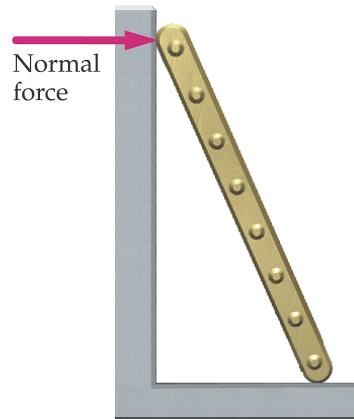
Se puede admitir que una vez se ha aclarado que las reacciones de los pesos de los cuerpos están en la Tierra, dichas reacciones se podrían omitir. Hay que medir entonces este riesgo para valorar su puesta en escena. Se vuelve a insistir que la omisión de la reacción en el peso tiene sus riesgos y prueba de ello está en la idea previa errónea del alumno.

La decisión sobre dicha praxis está en manos del docente y la medida del riesgo lo avalarán los resultados. También Poon [8] comenta este hecho. Uno de los pilares fundamentales de esta tesis consiste en indicar siempre la pareja de fuerzas y este hábito repetitivo lleva irremediablemente a adquirir el metaconocimiento necesario para la correcta aplicación de la tercera ley de Newton.

### 1.4 La segunda ley de Newton es prematura

La introducción de las leyes de Newton se realiza siguiendo un orden natural, es decir, siempre se expone la segunda ley antes que la tercera [10]. En la mayoría de material docente existente no cabe la posibilidad de encontrar un tratamiento de las leyes de Newton que no sea seguir dicho orden. Parece que este planteamiento sea inamovible y la prueba es que a lo largo de los años de docencia ha seguido así. Por alguna razón parece que se esté obligado a seguir los números ordinales para introducir dichas leyes. Hay libros que dedican un capítulo entero para analizar la segunda ley de Newton y no es hasta el siguiente donde aparece la tercera ley.

Consideremos el ejemplo de la figura 1.5 extraída de un libro de texto [1] en donde se estudia la segunda ley de Newton y en donde se muestran distintos tipos de fuerzas. Concretamente en el apartado donde se introducen las fuerzas de contacto, se usa dicho ejemplo para hablar de las fuerzas que dos superficies se ejercen debido a la presión mutua.

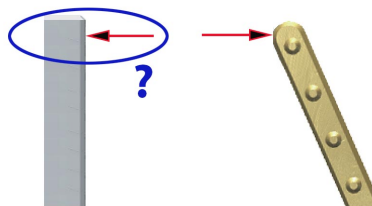


**Figura 1.5**

[Tipler 6Th, fig. 04-07, pág. 101]

La explicación que se da es correcta ya que habla de que la escalera comprime a las moléculas de la pared y entonces estas producen esta fuerza de contacto sobre la escalera. Dado que desde un punto de vista cronológico se está atrapado en la segunda ley, no parecería lógico introducir en este punto el concepto de pareja acción-reacción puesto que corresponde a la tercera ley y hemos de suponer que se tratará hasta el capítulo siguiente.

De este modo todos los ejemplos que se usan para ilustrar la segunda ley, en los que aparecen fuerzas conocidas como el peso, la normal, el rozamiento y las tensiones están omitiendo la mitad de las fuerzas presentes. No hay modo de comprender las interacciones sin antes introducir la tercera ley y en ese sentido por eso se indica en el título de este apartado que la segunda ley es demasiado prematura.



**Figura 1.6**

Con esta manera de proceder se está induciendo al alumno a omitir de forma sistemática fuerzas importantes. Al introducir la segunda ley de Newton se necesitan poner ejemplos para poder aplicarla en los casos prácticos. Dado que aún no se ha introducido la tercera ley

se está atrapado en un bucle contradictorio: cuando se indica la fuerza normal en la escalera omitiendo la otra fuerza normal en la pared (ver figura 1.6) se crea un modelo cognitivo falso y erróneo que provocará irremediablemente en el alumno una falsa percepción de los hechos.

El gran problema es que para poder explicar la presencia de la interacción entre la escalera y la pared es necesario introducir el concepto de pareja acción-reacción que por otro lado no se puede introducir hasta enunciar la tercera ley de Newton. Estamos pues ante un dilema pedagógico: o enunciamos antes la tercera ley de Newton que la segunda o por el contrario hay que hacer algún tipo de encaje para conseguir coherencia [10]. Este encaje es lo que se puede observar en la mayoría de libros de textos donde se hartan de poner ejemplos de fuerzas omitiendo sus parejas de forma sistemática. La propuesta razonable es pues invertir el orden en como se introducen las leyes de Newton.

La resolución típica de un ejercicio de dinámica consiste en que una vez se ha generado el diagrama del cuerpo libre con todas las fuerzas que actúan sobre un determinado cuerpo se procede a aplicar la segunda ley de Newton para poder relacionar dichas fuerzas con la aceleración de dicho cuerpo. Tendría sentido entonces abordar la segunda ley de Newton sin analizar la naturaleza de las fuerzas y tratar a las mismas como lo que son magnitudes vectoriales.

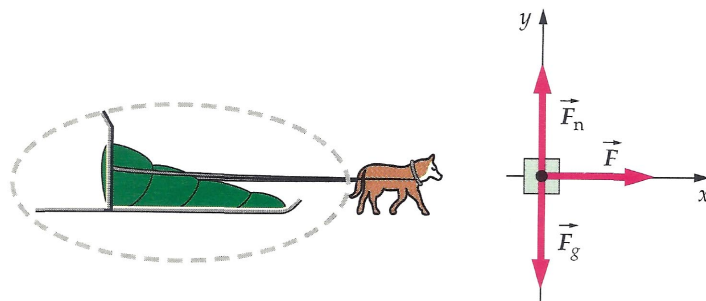
De este modo se supone que la presencia de un determinado conjunto de fuerzas que puedan aparecer como protagonistas del diagrama del cuerpo libre obedece a un conjunto de interacciones que en el momento de introducir la tercera ley ya se desvelarán. Es muy sencillo, sólo se trata de aplicar la segunda ley de Newton a cualquier diagrama del cuerpo libre sin dar protagonismo a ninguna fuerza aplicada: en lugar de trabajar con las notaciones de  $P$ ,  $N$ ,  $T$ , etc. se puede trabajar con fuerzas genéricas  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ , etc. Así, no aparece el problema de confundir acción con reacción. Un bloque en el que aparezcan dos fuerzas  $F_1$  hacia abajo y otra  $F_2$  hacia arriba no presenta ningún inconveniente para el alumno, ya que no identifica a las fuerzas.

En cierto modo este planteamiento seguiría los mismos cauces de la cinemática. Allí se supone que un cuerpo está sometido a una aceleración y a partir de esta premisa se obtienen las ecuaciones del movimiento. En realidad quien proporciona esta aceleración es el estudio de las fuerzas que actúan, pero no importa seguir este orden. No hay ningún problema en aceptar la presencia de una aceleración y con ella obtener las ecuaciones del movimiento. Ya se verá en temas posteriores la aparición de la aceleración.

Esta omisión reiterada de alguna de las fuerzas presentes en la interacción da lugar al conjunto de ideas previas erróneas que se detectan en el alumno al no reconocer la pareja de fuerzas que tienen lugar en toda interacción. El "modus operandi" instaurado desde

hace tiempo genera estos errores conceptuales ya que abandona toda lógica en los procesos y muestra los ejemplos o ejercicios como distintos unos de otros. Una fuerza nunca aparece sola, las interacciones siempre tiene lugar entre dos cuerpos y por ese motivo la mejor forma de comprender como tiene lugar una interacción consiste en indicar la pareja de fuerzas y tener identificados los dos elementos que intervienen. Sólo de este modo el proceso metacognitivo del alumno puede hacer "mella". Cualquier otro procedimiento que se aparte de este protocolo, aunque válido, no contribuye al fin deseado y la prueba de ello es que los alumnos tienen dichas ideas previas totalmente erróneas. La confusión entre acción y reacción es tan manifiesta que dicho proceso de aprendizaje requiere de un análisis profundo para encauzar de algún otro modo los protocolos utilizados.

Lo más grave de todo ello es que muchos libros ponen ejemplos típicos en donde aparece la fuerza peso y la fuerza normal sin haber mencionado la existencia de la tercera ley de Newton. Éste es el caso del propio libro que en capítulos anteriores a la tercera ley de Newton muestran esquemas como el de la figura 1.7 en donde se observa como las fuerzas que aparecen en el trineo son el peso  $\vec{F}_g$ , su fuerza de contacto con el suelo  $\vec{F}_n$  y la tensión de la cuerda  $\vec{F}$  que proporciona el animal que tira del él.



**Figura 1.7**

[Tipler 6Th, fig. 04-03, pág. 104]

Tal esquema mezcla un montón de conceptos distintos en un sólo diagrama que para un alumno parece una tarea imposible. No existe modo de ver el origen de cada fuerza que hay en el dibujo. Sólo basta con preguntar por el cuerpo que realiza la fuerza  $\vec{F}$  sobre el trineo. Nos queda la duda de si es el perro o la cuerda, pero a tenor del sentido común todo parece indicar que es el perro, lo cual es incorrecto ya que el trineo tiene a la cuerda sujeta. La única interacción que recibe el trineo en el sentido horizontal proviene de su contacto con la cuerda. Este tipo de figuras son las que propician de forma indirecta muchos de los conceptos erróneos que capitaliza el alumno.

Volviendo al ejemplo del peso y la normal el alumno, alimentado por estos esquemas incoherentes, argumenta lo siguiente: *si no existiera el peso el bloque, éste no presionaría*



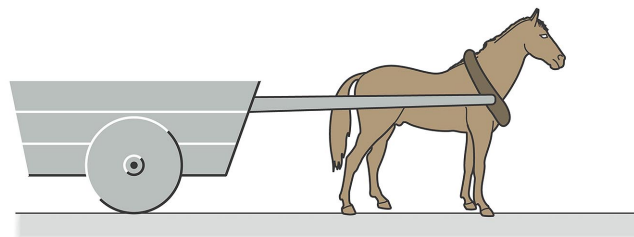
sobre la mesa y por tanto no existiría la fuerza normal, así pues la fuerza normal es la reacción al peso. En cierto modo lleva su parte de razón pero existe una confusión en el rigor: una cosa es usar la palabra reacción en el sentido cotidiano como respuesta a un estímulo y la otra la fuerza de reacción que queda especificada en la tercera ley de Newton.

El razonamiento que se debe inculcar al alumno es el siguiente: si hay posibilidad de contacto entre el bloque y la mesa se supone que puede haber una fuerza entre los dos elementos que llamaremos normal, independientemente del hecho de que cada elemento, en particular el bloque, se vea afectado por su interacción con la Tierra. Hay pues que diseñar algún tipo de estrategia que permita separar los conceptos de peso y normal y tal como se ha indicado los esquemas que aparecen en la mayoría de libros van en sentido contrario al objetivo que se persigue.

### 1.5 La incoherencia del carro y el caballo

Existe una paradoja muy utilizada para ilustrar la tercera ley de Newton que consiste en un caballo que intenta tirar de un carro y que se argumenta aproximadamente de este modo: "cuando obligamos al caballo a tirar del carro, aquel dice que debido a la tercera ley de Newton la fuerza que el caballo hace sobre el carro es igual y de sentido contrario a la que el carro hace sobre el caballo y por tanto dichas fuerzas se anulan y por consiguiente el caballo no puede tirar del carro".

Solo con analizar la frase ya se puede ver que está repleta de errores conceptuales y el argumento que se da para anular la "excusa" del caballo consiste en que efectivamente las fuerzas de acción y reacción están aplicadas a cuerpos distintos y nunca se pueden anular en un sólo cuerpo. Existe otro detalle que pasa siempre desapercibido y que se repite en multitud de ejemplos y que consiste en considerar si el caballo y el carro están conectados de forma directa o entre ellos existe algún anclaje, cuerda, etc que los conecta. Este detalle es crucial como se verá más adelante.



**Figura 1.8**

[Tipler 6Th, fig. 04-25 (a), pág. 110]

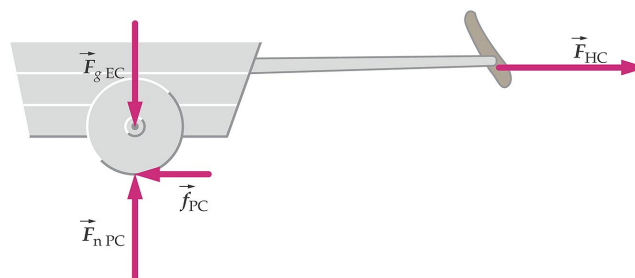
En el caso del ejemplo de la figura 1.7, [1] el perro no está conectado de forma directa con

el trineo y entonces no podemos decir que interactúa de forma directa con él. Así, podemos decir que el caballo sí que interactúa con el carro mientras que el perro no interactúa con el trineo. Para algunos docentes este rigor se considera que riza el rizo, pero se está hablando de aclarar conceptos y en este sentido el alumno lo tiene que percibir tal como es y comprender las cosas de forma exacta y precisa.

Muchos docentes ven este rigor demasiado excesivo y no le dan la justa importancia. Precisamente esta simplificación del rigor, a veces justificada porque podría ser incluso contraproducente, es la culpable del modelo cognitivo erróneo del alumno. El desmenuzamiento de los elementos es fundamental para el correcto análisis de las interacciones. Evidentemente hay que ser razonable y aprender a escoger en la justa medida a los cuerpos que se van a considerar. En el caso del perro y el trineo tendríamos a tres elementos posibles: el trineo, la cuerda y el perro.

En el momento que el alumno tiene metaconocimiento [5] de lo que está haciendo, puede usar a la cuerda como un medio de transmisión de la interacción y suprimirla a efectos prácticos. Lo que no se puede hacer cuando el alumno está aprendiendo, es simplificar el uso de la cuerda y pasar por alto que en realidad es un elemento más en el estudio de las interacciones.

Analicemos el ejemplo del carro y el caballo que realiza un libro de texto de reconocido nombre (se puede ver en el pie de la figura) para ver las incoherencias que se muestran. En este ejemplo el caballo está sujeto de forma directa al carro, es decir, no hay ninguna cuerda de nexo entre los dos. Para desarrollar el ejemplo se indican los diagramas del cuerpo libre tanto del carro como del caballo. Se puede ver como en el carro aparece la fuerza de tracción horizontal que le hace el caballo  $\vec{F}_{HC}$ , la fuerza normal con el suelo  $\vec{F}_{n_{PC}}$ , el peso del carro  $\vec{F}_{g_{EC}}$  y también la fuerza de rozamiento con el suelo  $\vec{f}_{PC}$ .



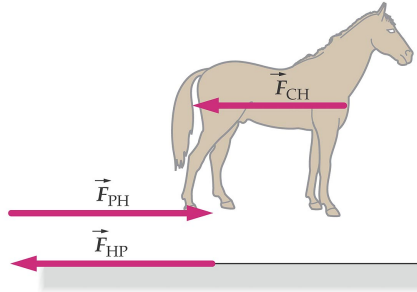
**Figura 1.9**

[Tipler 6Th, fig. 04-25 (b), pág. 110]

Dado que el diagrama del cuerpo libre consiste en indicar todas las fuerzas que recibe dicho cuerpo no hay nada que objetar y dado que el carro se apoya en el suelo la fuerza  $\vec{F}_{n_{PC}}$  que recibe de éste es debido a que el carro presiona al suelo con una fuerza que no está

indicada en el diagrama. Aunque una aplicación rigurosa de la tercera ley de Newton para que se viera reflejada en el ejemplo invitaría a indicar dicha fuerza en el suelo, respetamos la decisión del libro [1] de prescindir de ella.

Para continuar con el estudio tenemos el correspondiente diagrama del cuerpo libre para el caballo en donde se observa la fuerza que el carro "devuelve" al caballo  $\vec{F}_{CH}$  y también se observan dos fuerzas más: la acción que el caballo hace sobre el suelo  $\vec{F}_{HP}$  dirigida hacia atrás y consecuentemente la reacción del suelo en el caballo que se indica como  $\vec{F}_{PH}$ .



**Figura 1.10**

[Tipler 6Th, fig. 04-25 (d), pág. 110]

Lo que resulta chocante es ver como en el diagrama del carro la fuerza de rozamiento con el suelo  $\vec{f}_{PC}$  no va acompañada con su acción en el propio suelo, es decir, debería aparecer en dicho diagrama al menos otra fuerza  $\vec{f}_{CP}$  en el suelo que formaría pareja con la  $\vec{f}_{PC}$ . Mientras que en el esquema del caballo está perfectamente indicada la interacción del caballo con el suelo y por ese motivo aparece la pareja de fuerzas  $\vec{F}_{PH}$  y  $\vec{F}_{HP}$ .

A la vista de los esquemas se observa que en cada uno de ellos vienen reflejadas de forma parcial determinadas fuerzas sin un criterio que obedezca a ningún tipo de lógica: o se indican todas las parejas acción-reacción o no se indica ninguna. Este proceder genera en el alumno una sensación de que cuando se encuentre con una situación determinada deberá decidir lo que considere más oportuno en función de si dicha situación se parece más o menos a ejemplos vistos anteriormente. Se debe pues buscar alguna metodología que sea coherente y que evite esta aleatoriedad y asimetría en los diagramas del cuerpo libre.

### 1.6 Las fuerzas "atraviesan" los cuerpos

Cuando se trata de resolver algún ejemplo o ejercicio a menudo se usan simplificaciones que aunque desde un punto de vista cuantitativo no vulneran ningún principio, desde un punto de vista conceptual son muy peligrosos para el modelo cognitivo que adquirirá el alumno. Muchos docentes lo consideran un detalle poco relevante y prueba de ello es que en muchos libros de texto usan este tipo de simplificaciones.

## Estudio y reflexión sobre la praxis docente

Para centrar el tema consideremos el caso típico de dos bloques uno encima del otro y que a la vez descansan encima de una mesa. Es evidente que en cierto modo el bloque inferior "nota" por supuesto el peso del bloque que tiene encima y esta concepción intuitiva permite pensar que el peso del bloque de arriba se "transmite" al bloque de abajo. Este planteamiento, en cierto modo racional, invita a asignar en el bloque inferior el peso del bloque superior.

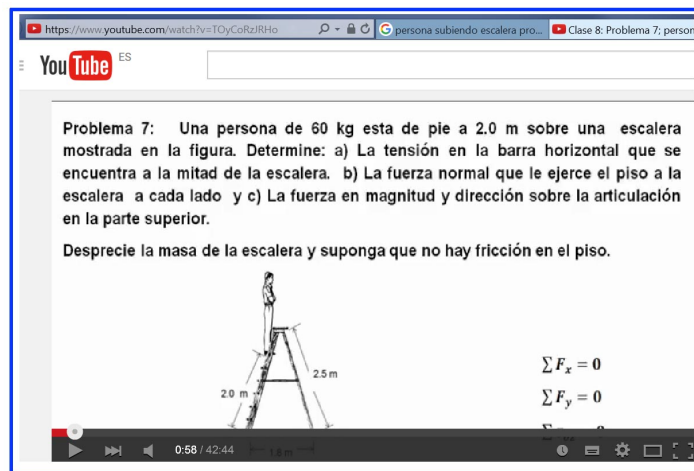


Figura 1.11

[<https://www.youtube.com/watch?v=T0yCoRzJRHo>]

En el ejemplo de la figura 1.11 extraído de un video de **youtube**, tenemos a una persona de masa  $m$  que sube por una escalera de masa despreciable apoyada en la pared y se pretende analizar el diagrama del cuerpo libre tanto para la persona como para la escalera. Aunque la escalera se tiene que estudiar como un sólido y no como una partícula podemos usar este ejemplo para mostrar el tipo de simplificaciones que se hacen a menudo y que también generan errores de interpretación que luego el alumno los extrapola de forma errónea.

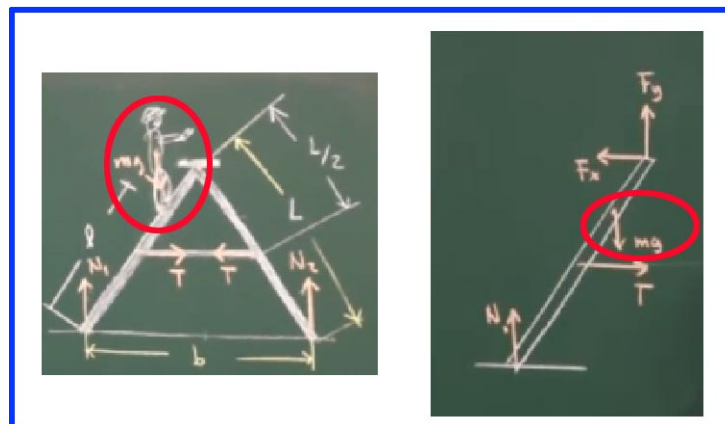


Figura 1.12

## Estudio y reflexión sobre la praxis docente

En la figura 1.12 se han escogido los fotogramas del video anterior en donde se realiza el dibujo de las fuerzas correspondientes. Se puede observar como el peso de la persona  $mg$  se indica precisamente en un punto de la escalera. La discusión que aparece cuando distintos docentes analizan este esquema consiste en que la persona que se apoya en la escalera "transmite" su peso y por este motivo podemos tomar como simplificación el hecho de que la fuerza de contacto entre la persona y la escalera a efectos prácticos es realmente su peso. Este argumento sólo es válido a nivel cuantitativo y es un ejemplo más de que una simplificación realizada sin "conocimiento de causa" provoca una gran distorsión en el proceso cognitivo del alumno. El mensaje que capta el alumno de dicha situación es que las fuerzas "atraviesan" los cuerpos.

El error pedagógico en este caso es muy grave y evidencia una vez más como no existe ningún patrón común de ejecución de los ejercicios y que en cierto modo "todo vale". Esta práctica de asignar una fuerza, que le corresponde a un cuerpo a otro cuerpo, es bastante común y es consecuencia una vez más de seguir una praxis que prima la simplificación frente al férreo rigor. Puede verse también este error en la figura 1.13 donde efectivamente el peso de la persona se ha "transmitido a la escalera". Se puede ver como hay dos vectores peso en la escalera: el debido a la persona ( $70 \cdot 10$ ) y el debido a la escalera ( $10 \cdot 10$ ).

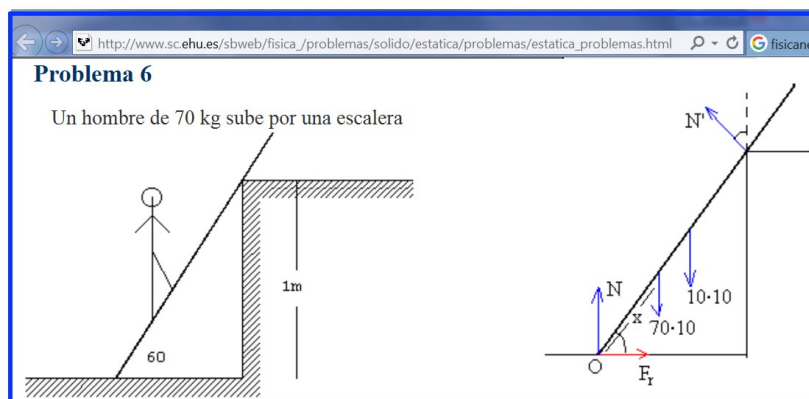


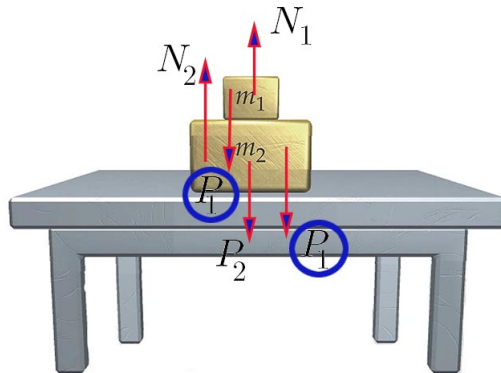
Figura 1.13

[[http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica\\_/problemas/solido/estatica/problemas/estatica\\_problemas.html](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/problemas/solido/estatica/problemas/estatica_problemas.html)]

No hay ninguna duda de que la fuerza de contacto entre el hombre y la escalera tiene como valor cuantitativo el peso, y si nos queremos ahorrar una fuerza, en ese caso se puede hacer. Se debe pues medir una vez más el riesgo que dicha simplificación y luego no nos debemos alarmar cuando el alumno indique el peso de un bloque en otro bloque. El diagrama del cuerpo libre anterior es del todo incorrecto y evidencia una vez más como las praxis docentes se replican de un escenario a otro provocando los correspondientes errores metacognitivos [6] en el alumno.

### 1.6.1 El peso que atraviesa a los bloques

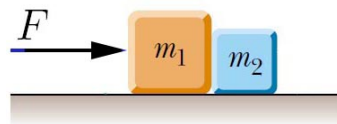
Consecuencia de la praxis anterior se observa como el alumno cae en esta "trampa" y confunde una vez más a los pesos y a las normales que es precisamente una de las ideas previas erróneas más admitidas por la comunidad docente. Así, cuando aparecen dos bloques encima de un piso horizontal de forma que uno está encima del otro, como en la figura 1.14, en el bloque inferior aparece el peso  $P_1$  del bloque superior.



**Figura 1.14**

[Tipler 6Th, fig. 04-33 (d), pág. 117]

Por "arte de magia" el peso  $P_1$  se ha "clonado" en dos: el peso del propio bloque  $m_1$  y el que dicho bloque ha "transmitido" al bloque inferior  $m_2$ . Este proceder vuelve a ser consecuencia del error peso-normal y como se puede ver las praxis docentes anteriores favorecen este "caldo de cultivo" que nos lleva a dicha "catástrofe". Así cuando hay situaciones que tengan similitud con la anterior el proceder del alumno seguirá estos cauces. El gran error conceptual consiste en pensar que las fuerzas se transmiten en el estricto sentido de la palabra. Ante esta forma de proceder el alumno se siente indefenso y cada vez que debe abordar un ejercicio se ve obligado a compararlo con otros que se le parezcan y con un poco de imaginación es posible que tenga éxito.



**Figura 1.15**

Cuando el alumno se encuentra con situaciones similares como la de la figura 1.15, su forma de resolverlo consiste en buscar en su "base de datos" si existe alguna situación similar para poder establecer algún tipo de comparación y decidir, por tanto, algún tipo de esquema que se parezca. En este sentido su "transcripción" y "adaptación" a la situación que se le

presenta es con bastante frecuencia la de la figura 1.16 y en algunos casos se añade también la misma fuerza  $F$  en los dos bloques.

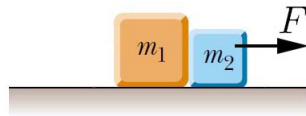


Figura 1.16

Hay pues que encontrar un equilibrio entre el pensamiento racional y el pensamiento intuitivo. No hay que anular en absoluto este pensamiento pero hay que disponer de herramientas analíticas y racionales que permitan desarrollar cualquier ejercicio y aprender a adquirir conocimiento para abordar situaciones nuevas.

### 1.7 Las tensiones propagan las fuerzas

En otras ocasiones la línea que separa lo estrictamente correcto y lo que no lo es resulta más fina, provocando de este modo consecuencias no deseables. Tal es el caso de la figura 1.17 en la que se ve a dos personas que tiran una de la otra mediante una cuerda y en donde además se hace incapié en la tercera ley de un modo muy resaltado. En este caso el dibujo invita a pensar que la fuerza que hace el hombre de la derecha y la otra fuerza que hace el hombre de la izquierda sean efectivamente una pareja de fuerzas acción-reacción.



Figura 1.17

[[http://media.uccdn.com/images/3/5/9/img\\_ley\\_de\\_newton\\_de\\_accion\\_y\\_reaccion\\_20953\\_orig.jpg](http://media.uccdn.com/images/3/5/9/img_ley_de_newton_de_accion_y_reaccion_20953_orig.jpg)]

No hay duda de que unas buenas imágenes y una buena presentación "vende" mucho. Si nos fijamos en la figura 1.17 aparecen dos flechas con la indicación de 100 N sin estar ubicadas en ningún cuerpo en concreto. Habrá que entender de algún modo la figura y poder interpretarla. La imagen visual da a entender desde el punto de vista gráfico que las dos flechas dibujadas son precisamente la pareja de fuerzas acción-reacción.

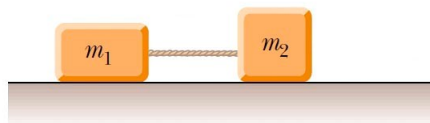
La interpretación del esquema resulta más compleja de lo que parece. La flecha indicada con el valor de  $100\text{ N}$  cerca del hombre de la izquierda permite hacer de forma gratuita cualquier interpretación. Podríamos suponer que el hombre de la izquierda realiza una acción sobre el hombre de la derecha de  $100\text{ N}$ . Si es así, dicha acción debería estar indicada en el "receptor" que es precisamente el hombre de la derecha y, además, tendría que tener el sentido hacia la izquierda.

En cualquier caso, el hecho de no tener "ubicadas" a las fuerzas genera las dudas. Se puede decir que las fuerzas están en "tierra de nadie" y que no tienen un claro "dueño". Es importante entender cual es el cuerpo que recibe la fuerza y a ser posible quien es el que la genera. Este tipo de diagramas invitan a que al alumno haga sus interpretaciones particulares y generalmente no son las adecuadas. Como consecuencia de ello se genera un "mar de dudas" y al final acaban produciendo más confusión que otra cosa.

En la metodología que se propone en esta tesis las fuerzas siempre hay que dibujarlas en los cuerpos y bajo ningún concepto se deben dejar fuera de ellos. Es una de las premisas fundamentales que forman parte del modelo cognitivo. Una flecha indicada en una zona que esté alrededor de un cuerpo genera demasiada ambigüedad, se debe asociar siempre al dicho cuerpo.

### 1.7.1 Dos cuerpos sujetos por una cuerda

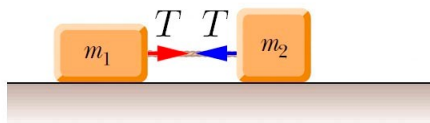
Consideremos el ejemplo de la figura 1.18 que consiste en dos cuerpos que están sujetos por una cuerda. Se considera que la cuerda aunque no tenga masa forma parte del sistema que se debe tratar y constituye un elemento más a tener en cuenta.



**Figura 1.18**

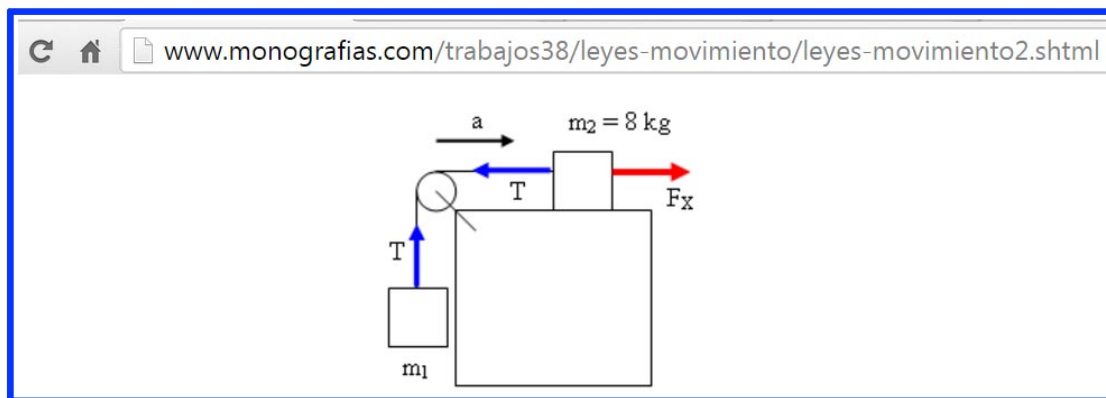
Tenemos pues dos bloques conectados por una cuerda y podemos tirar de uno de ellos, de forma que entonces la cuerda se tensa apareciendo unas fuerzas de tensión en sus extremos. En este tipo de ejercicios el diagrama más habitual que podemos encontrar es el de la figura 1.19 y es el que se usa de forma más habitual. Este esquema se realiza con tanta asiduidad sin justificar ni por un segundo la verdadera realidad de lo que acontece que parece una praxis "intocable". Se da por hecho que las tensiones son iguales y se crea la falsa sensación que las cuerdas son las transmisoras de la interacción como si se tratara de la Tierra y un cuerpo al que le transmite el peso.





**Figura 1.19**

Esta costumbre está tan arraigada que se puede encontrar en la mayoría de escenarios. Muchos enunciados de ejercicios donde aparecen cuerdas ya dan por sentado que las tensiones a cada extremo son iguales. Tal es el caso de la figura 1.20 en donde se indican ya como son las tensiones anulando por tanto el análisis correspondiente. En este caso la simplificación del diagrama ha llegado a otro extremo: dos fuerzas que deberían ser acción y reacción no tienen la misma dirección, son perpendiculares. Evidentemente desde el punto de vista cuantitativo las dos "tensiones" indicadas valen lo mismo, pero de ahí a dar por hecho que son una pareja de acción y reacción hay una "distancia cognitiva" abismal.



**Figura 1.20**

[<http://www.monografias.com/trabajos38/leyes-movimiento/leyes-movimiento2.shtml>]

Hay que indicar que este proceder es habitual en muchos ejercicios en donde en el propio dibujo que se acompaña aparecen fuerzas ya impuestas como tensiones, normales etc. Lo que parece razonable es que en el diagrama propuesto aparezca siempre alguna que otra fuerza externa que actúe sobre el conjunto y se deje para su análisis el resto de fuerzas que actuarán sobre los cuerpos y que darán lugar al diagrama del cuerpo libre.

En el ejemplo anterior la única fuerza que nos debería aparecer formando parte del enunciado es la fuerza  $F_x$  indicada en color rojo. A partir de ahí, el resto de fuerzas se deben indicar según las interacciones que tengan lugar. La costumbre de dejar indicadas las dos tensiones en azul formando parte del enunciado del ejercicio "manipula" el esquema mental del alumno y manda un "mensaje equivocado". Las dos tensiones se han impuesto por "real decreto" y anulamos así la capacidad de análisis del alumno.

### 1.7.2 Hay que "cortar" las cuerdas"

Analizemos pues el esquema habitual (ver figura 1.19) que aparece en estos casos y que consiste en la "imposición" de las dos tensiones que aparecen en los extremos de la cuerda. Hay que empezar por plantearse si tenemos ante nosotros a dos elementos que serían los dos bloques  $m_1$  y  $m_2$  o bien tenemos a tres elementos. Esta reflexión es crucial para la comprensión de los conceptos y se considera uno de los pilares del desarrollo de esta tesis: la importancia de todos los elementos visuales encaminados a la adquisición de metaconocimiento.

Los defensores de que las dos tensiones son pareja acción-reacción se basan en un razonamiento incorrecto desde el punto de vista conceptual aún cuando se les deba dar la razón desde un punto de vista cuantitativo. Se demuestra que en el caso de que la cuerda no tenga masa, las fuerzas en sus extremos serán iguales y por lo tanto se pueden considerar a efectos "contables" una pareja acción reacción.

El tratamiento correcto de esta situación consiste en saber explicar de donde proceden dichas tensiones y para ello, si no realizamos una separación visual de los elementos resulta muy difícil entenderlo. Por este motivo se ha puesto en el título de este apartado que hay que "cortar" cuerdas. Así, la cuerda que está sujeta al bloque queda separada visualmente del mismo. Vamos a considerar que nuestro estudio se centra en los dos bloques y la cuerda, y para ello se construye la figura 1.21 que consiste en presentar de forma separada a cada bloque y a la cuerda.



**Figura 1.21**

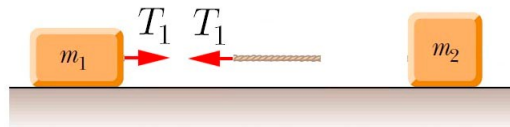
A continuación si admitimos que la cuerda está tensa hay que pensar que tipo de interacción ocurre entre dicha cuerda y el bloque  $m_1$ . Es fácil ver que si la cuerda tira del bloque hacia la derecha provocará una acción en dicho bloque hacia la derecha que llamamos  $T_1$  y por lo tanto el bloque ejercerá una reacción en la propia cuerda que también se indica con  $T_1$ . Si por el contrario es el bloque  $m_1$  que tira de la cuerda hacia la izquierda entonces la cuerda hará lo propio según está indicado en la figura 1.22 y de este modo se ven representadas las dos fuerzas correspondientes.

Si no se representa esta separación visual entre la cuerda y el bloque resulta muy complicado indicar dicha pareja de fuerzas  $T_1$  y  $T_1$ . Por este motivo en la praxis convencional,

## Estudio y reflexión sobre la praxis docente

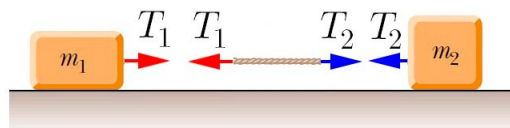
---

donde habitualmente no se separan a los elementos que interactúan, se indica solo la fuerza de tensión que recibe el bloque. Se ve una vez más como la elección de los elementos y su correspondiente separación visual resulta muy importante para llevar a cabo el proceso cognitivo del alumno.



**Figura 1.22**

Para el bloque  $m_2$  se realiza un análisis similar llegando al esquema visual de la figura 1.23 donde se aprecian las otras dos tensiones  $T_2$  y  $T_2$ . Conviene notar que el dibujo inicial de la figura 1.19, las dos tensiones que aparecen (con la misma notación  $T$ ) corresponden a las fuerzas que recibe cada bloque. Se ve claramente en este caso que dichas fuerzas no son en absoluto ninguna pareja de fuerzas acción-reacción. De este modo vemos como cada pareja de fuerzas  $T_1 - T_1$  y la pareja de fuerzas  $T_2 - T_2$  son sendas parejas acción-reacción pero en cambio  $T_1$  y  $T_2$  no lo son en absoluto.



**Figura 1.23**

Si admitimos que la cuerda no tiene masa entonces es fácil ver que  $T_1 = T_2$ . Este resultado nos permite decir que las tensiones son iguales pero esto no nos permite extrapolar este resultado matemático para concluir que dichas fuerzas son una pareja acción-reacción. Ocurre exactamente lo mismo cuando el valor de la normal  $N$  coincide con el peso  $P$ : en estos casos sólo podemos decir que son iguales pero bajo ninguna circunstancia se les puede atribuir la condición de pareja acción-reacción.

Es fundamental pues para el desarrollo cognitivo de dicho concepto dibujar siempre ambas fuerzas y sólo en el caso de haber adquirido el conocimiento necesario se podrán usar estrategias simplificadoras. Se puede vislumbrar que para poder indicar dichas fuerzas en vías de obtener el diagrama del cuerpo libre es conveniente separar a los elementos. Éste es uno de los pilares básicos de la metodología descrita en esta tesis.

### 1.8 La fuerza de rozamiento

La fuerza de rozamiento tiene un protagonismo destacado en multitud de ejercicios y es la que tiene más tópicos reconocidos. Desde que dicha fuerza es siempre contraria al desplazamiento y por consiguiente su trabajo siempre es negativo. El gran problema de todo ello siempre es el mismo: se muestran al alumno un conjunto reducido de ejercicios y se extrapolan esquemas que sólo sirven para casos concretos como resultados generales.

El esquema mental del alumno sobre la fuerza de rozamiento es el siguiente: dicha fuerza siempre va en contra del desplazamiento. Así cuando existe una fuerza que tira de un bloque hacia un lado, la fuerza de rozamiento debe ir hacia el otro lado, sin analizar realmente lo que está ocurriendo entre las superficies que están en contacto. Este análisis entre las superficies nos debe proporcionar el sentido de dicha fuerza de un modo razonado y no de un modo mimético, por simple réplica de esquemas vistos anteriormente.

Consideremos el caso típico del bloque encima del plano horizontal que está sometido a una fuerza  $F$  hacia la derecha tal como está indicado en la figura 1.24 y en la que aparece ya la fuerza de rozamiento en sentido contrario.

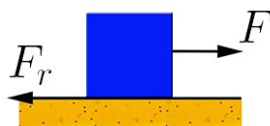


Figura 1.24

La idea que recoge el alumno es la siguiente: *cada vez que el bloque se mueva hacia la derecha se debe indicar una fuerza de rozamiento hacia su izquierda*. Así si se añade otro bloque encima del primero y también tenemos rozamiento entre los dos bloques la respuesta del alumno no se hace esperar y se obtiene el diagrama de la figura 1.25, que resulta a todas luces incorrecto.

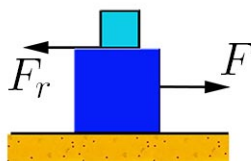
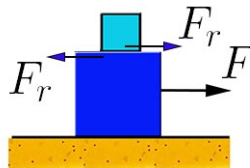


Figura 1.25

Cuando se le dice que esta representación que ha hecho del rozamiento es incorrecta su modelo cognitivo se desmorona. Para él si la tracción se realiza hacia la derecha el rozamiento debe ir hacia la izquierda. Este modelo mental es consecuencia una vez más de la praxis docente recibida. Si el alumno hubiera seguido la metodología propuesta en esta tesis

hubiera representado dos rozamientos en lugar de uno sólo. Hay que señalar este hecho como fundamental y es la razón de ser del cambio que se propone para la praxis docente.

El análisis de la interacción entre los dos bloques pone de manifiesto que dicha interacción ocurre de la siguiente forma: el bloque inferior se intenta mover debido a la fuerza  $F$  y por tanto, se intenta "llevar" al bloque superior en el mismo sentido. La acción que el bloque inferior realiza sobre el bloque superior tiene sentido hacia la derecha y está representado por la fuerza  $F_r$  (ver figura 1.26) situada en dicho bloque. La reacción del bloque superior sobre el bloque inferior tiene sentido contrario tal como está indicado.

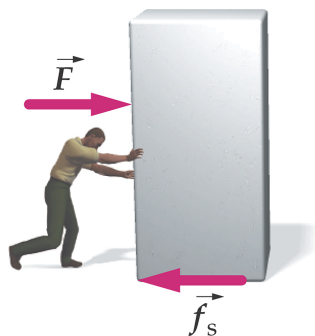


**Figura 1.26**

Esta "asimetría" en la praxis convencional va en contra de un modelo cognitivo para el alumno. Cuando aparece un bloque que se mueve por encima de un plano se indica solamente una fuerza de rozamiento, mientras que cuando son dos los que se arrastran, allí se indican los dos rozamientos. Se puede decir que la praxis convencional no comete ninguna incorrección manifiesta pero "oculta" de forma aleatoria algunas de las fuerzas protagonistas de toda interacción.

### 1.8.1 El rozamiento a favor del movimiento

El hecho de indicar la pareja de acción y reacción para el caso del rozamiento es casi excepcional, ya que en la mayoría de ejemplos sólo se dibuja el rozamiento que recibe el bloque y se omite el rozamiento que recibe el cuerpo sobre el que se arrastra. Curiosamente en el ejemplo de la figura 1.10 donde el caballo tira del carro visto anteriormente se puede observar que efectivamente es así: hay presente la pareja de fuerzas y en este sentido hay que ponerle buena nota al autor. Pero desgraciadamente este hecho es excepcional y resulta "flor de un día". El mismo autor que en el caso del caballo y el suelo indica efectivamente la pareja de fuerzas de acción-reacción en la figura 1.27 solamente aparece la fuerza de rozamiento entre el bloque y el suelo.

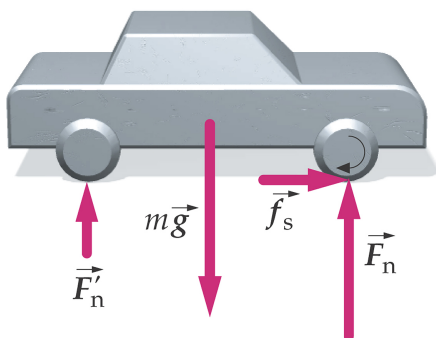


**Figura 1.27**

[Tipler 6Th, fig. 05-02, pág. 129]

Una vez más se vuelve a la praxis habitual y que ha perdurado durante tantos años: la pareja de fuerzas brilla por su ausencia. Este mismo escenario es el que aparece en la figura 1.1 vista anteriormente al principio del capítulo y donde ya se ha indicado una posible solución para mostrar a la reacción.

Esta omisión genera muchas veces incomprensión, puesto que en el caso de la figura 1.28 del mismo autor, se pueden observar como el rozamiento con el suelo va en el mismo sentido de la marcha. Si el alumno ya iba justo con lograr entender el sentido de la fuerza de rozamiento con este diagrama recibe la "estocada" definitiva.



**Figura 1.28**

[Tipler 6Th, fig. 05-17, pág. 138]

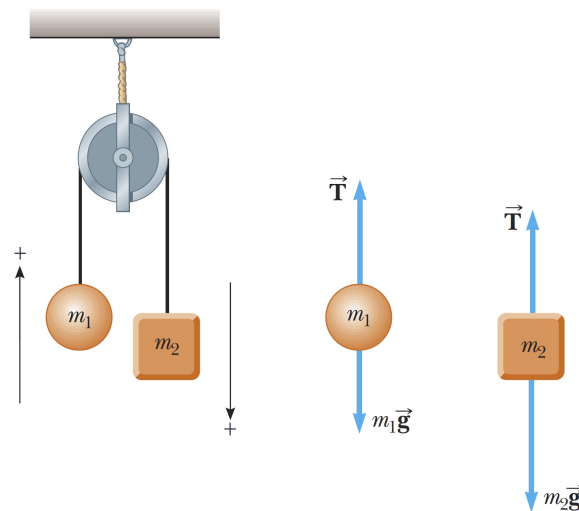
Se puede comprender efectivamente como el coche tiene tendencia a "mover" al suelo en sentido contrario a su movimiento, es decir hacia la izquierda y por ese motivo la reacción del suelo sobre el coche está dirigida hacia la derecha. En ambos casos cada vez que se indica una fuerza de rozamiento se requiere analizar su sentido correcto y para ello interviene el piso sobre el que está apoyado.

No se comprende como en ocasiones como esta, donde la ilustración de la tercera ley de Newton encaja de forma fenomenal, se desaprovechen para omitir parte de las parejas de cada fuerza. Además para el alumno se crea una especie de contradicción aparente por el hecho

de ver dos rozamientos que tienen sentidos contrarios cuando los objetos (bloque y coche) se mueven en el mismo sentido. Este problema queda resuelto si primero se muestra la fuerza de acción sobre el piso y se justifica la reacción en el elemento considerado. En este caso se ve la necesidad de mostrar la pareja acción reacción al igual que en el ejemplo del carro y el caballo mostrado anteriormente.

### 1.9 Bloques y cuerdas

Si buscamos algunas frases relativas a ejemplos de fuerzas de acción y reacción podemos encontrar algunas afirmaciones de este tipo: *cuando se cuelga un objeto de una cuerda el objeto ejerce una fuerza hacia abajo, pero la cuerda ejerce una fuerza hacia arriba de igual intensidad, que hace que el objeto no se caiga*. Si se analiza la frase con detalle se observa que efectivamente la fuerza con la que el objeto tira hacia abajo actúa sobre la cuerda y ésta devuelve la misma fuerza tirando del cuerpo hacia arriba. Así en la figura 1.29 se ha simplificado el diagrama del cuerpo libre para cada bloque asumiendo que las tensiones a ambos lados de la cuerda son iguales. La confusión que puede experimentar el alumno en este caso es doble: si observa solamente el bloque  $m_1$  puede confundir el peso y la tensión con acción y reacción, pero en el caso que no fuese así se le brinda en bandeja que interprete a las dos tensiones como pareja acción-reacción.



**Figura 1.29**

[Serway 7Th, fig 5.14, pág. 117]

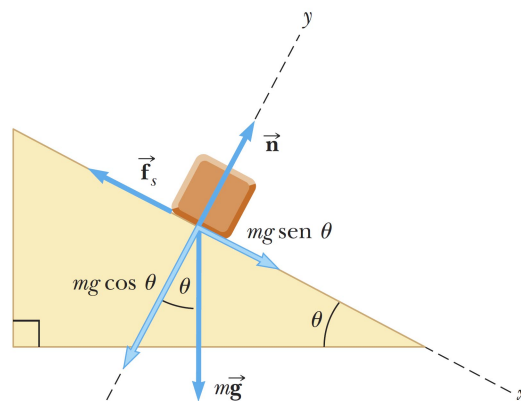
En la figura se observa el diagrama del cuerpo libre para los dos bloques  $m_1$  y  $m_2$ . La mayoría de diagramas que se muestran en los libros ayudan a crear esta concepción simplificada de la interacción: sólo aparece la mitad de lo que ocurre realmente. Además en este ejemplo el alumno interpreta y asume que las dos tensiones en cada bloque son una

pareja acción-reacción. Estamos otra vez con el abuso de simplificaciones que desembocan en errores conceptuales. Las dos tensiones de la figura son iguales en módulo siempre que se considera a la cuerda de masa despreciable, pero no son en absoluto una pareja de fuerzas acción-reacción. Se cae una y otra vez en el tópico de que una igualdad matemática entre dos fuerzas conlleva al hecho de que ya son pareja acción-reacción y esta falta de rigor propicia los errores metacognitivos.

### 1.10 Los diagramas al estilo del 3 en 1

Tal como se ha indicado el objetivo que se pretende en este trabajo es obtener el diagrama del cuerpo libre y para ello se mostrará una metodología definida y estructurada en pequeños pasos. En general los libros solventan este proceso con un diagrama realizado sobre el mismo esquema inicial que se combina con la elección de ejes y la descomposición de los vectores en sus componentes. En cierto modo da la impresión de que se quiera ahorrar espacio y se concentran en un sólo esquema varias etapas conceptuales que resultan fundamentales para la comprensión del problema.

En la figura 1.30 se puede ver al caso típico del bloque que se mueve por el plano inclinado. En el dibujo de partida para la resolución del ejercicio se han supuesto varias cosas: sólo debe realizarse el diagrama del cuerpo libre para el bloque, la elección de los ejes se escoge de la forma habitual (sin razonar el motivo) y se aprovecha la figura para descomponer a una de las fuerzas, concretamente el peso, en sus componentes rectangulares.



**Figura 1.30**

[Serway 7Th, fig. 5.18, pág 121]

Para llegar a dicho diagrama se requiere un proceso cognitivo que analice distintos factores. En primer lugar se ha decidido que el plano inclinado, aunque esté encima de un plano horizontal no se va a mover. Una vez se ha admitido que el plano está firme y sólo es el bloque el que se mueve, se procede a comprobar las interacciones del bloque con su entorno:



## Estudio y reflexión sobre la praxis docente

el plano y la Tierra. De ahí aparecen las interacciones en el bloque debido a la atracción del peso y al roce y contacto con el plano.

Cuando ya se tienen todas las fuerzas que actúan sobre el bloque habrá que suponer que se mueve de alguna forma y por tanto le corresponde alguna aceleración. Habrá que descomponer las fuerzas en componentes y para ello hay que escoger unos ejes, preferiblemente rectangulares. Por comodidad se pueden escoger en las direcciones paralela y perpendicular al plano. Una vez se han escogido los ejes se puede proceder a realizar la descomposición.

Todo este proceso mental, aunque efectivamente se puede condensar en un sólo paso, no es aconsejable cuando se está gestando el modelo cognitivo. Si nos fijamos en la figura 1.31 se han incluido dos bloques más y nos encontramos que el modelo de resolución anterior no se puede aplicar en este caso de un modo razonable. La incorporación de fuerzas en los tres bloques crearía demasiado "tráfico" y un cierto caos.

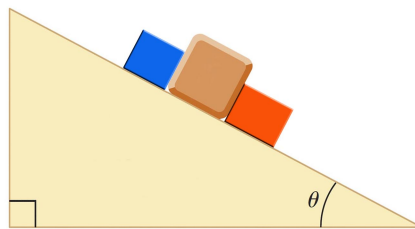


Figura 1.31

Sería interesante ver como el autor que resuelve el ejercicio de la figura 1.30 en la propia figura, hiciera lo mismo para el caso de la figura 1.31 con la consiguiente densidad de flechas en cada bloque. Por este motivo cuando la situación se presenta más compleja, se opta por otras opciones.

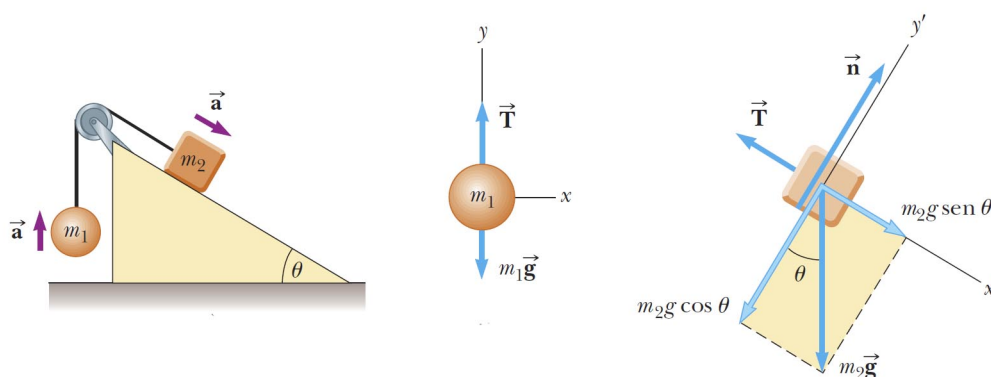


Figura 1.32

[Serway 7Th, fig. 5.15, pág 118]

El mismo autor [4] en otro ejemplo como el de la figura 1.32, opta por realizar aparte

## Estudio y reflexión sobre la praxis docente

los diagramas en lugar de insertarlos en el dibujo propuesto. Estos detalles pueden parecer de importancia menor, pero en cambio para el desarrollo cognitivo tienen una importancia capital. Los alumnos que resuelven los ejercicios sin realizar aparte los diagramas del cuerpo libre comenten muchos más errores que los que separan etapas.

El gran error que se comete es empezar con esquemas ya simplificados y pensar que el alumno tiene sus procesos mentales con la misma estructura que tiene el profesor. Estos procesos requieren un método de aprendizaje que se tiene que basar en separar al máximo las distintas etapas conceptuales. Hacer los ejercicios al ritmo del profesor no resulta beneficioso para este proceso y todo ello desemboca en un conjunto de modelos preestablecidos. Sin el desmenuzamiento de las etapas no se puede adquirir metaconocimiento: el alumno debe aprender a aprender y esto sólo se consigue con procesos más reducidos, nunca el estilo del "3 en 1".

### 1.11 La normal no es la reacción del peso

Resulta muy sorprendente ver como efectivamente los libros de texto y diversos apuntes accesibles por internet de diversas universidades insisten en señalar que la fuerza normal no es la reacción del peso pero los elementos visuales que deberían acompañar y complementar dichas afirmaciones se vean como siempre usando los mismos patrones.

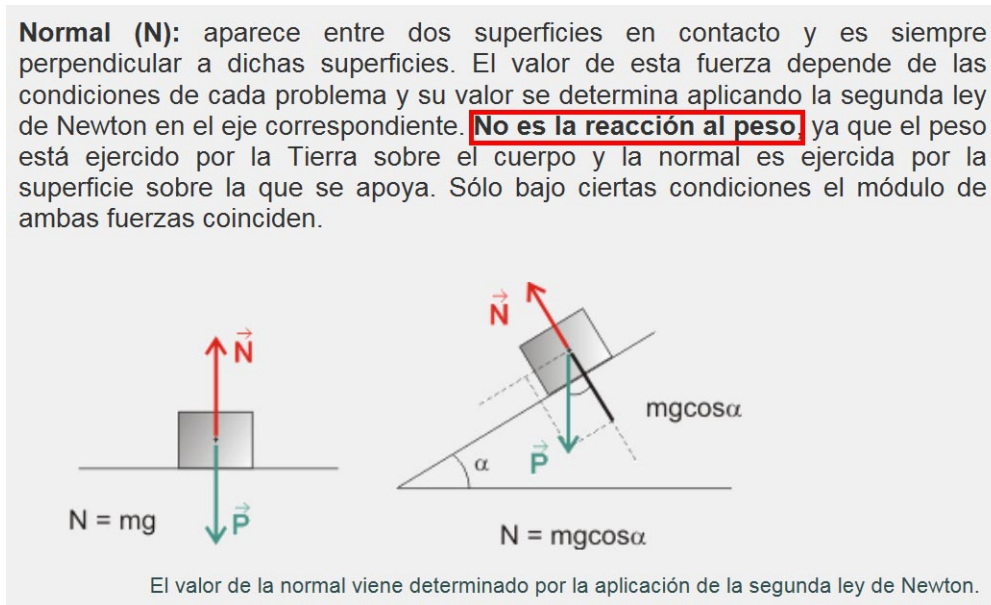
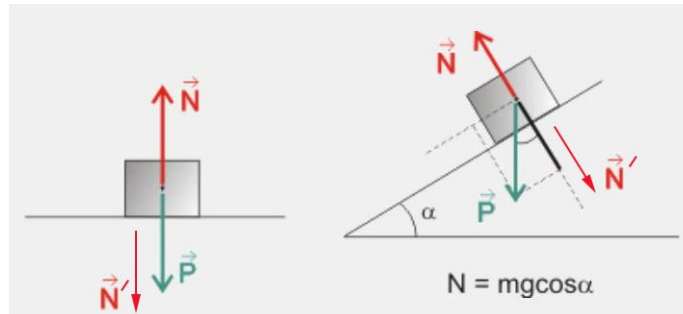


Figura 1.33

[[http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica/dinam1p/dinam1p\\_3.html](http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica/dinam1p/dinam1p_3.html)]

En todos los procesos de aprendizaje los complementos visuales sirven para reforzar los conceptos que se pretenden transmitir. En este caso si lo que se quiere comunicar es el hecho

de que la fuerza normal no es la reacción del peso no hay ninguna duda al respecto: el valor de  $N$  es distinto en cada caso. Pero la imagen mental que el alumno adquiere a partir de la observación del diagrama de fuerzas no es la más adecuada y se pierde entonces la oportunidad de aclarar este punto. ¿Porqué no se indica la reacción de la fuerza normal en el propio plano horizontal y de este modo la discriminación estaría resuelta?. Se puede entender que dado que sólo se indica el diagrama del cuerpo libre únicamente para el bloque no se está cometiendo ninguna "ilegalidad".



**Figura 1.34**

Podemos entender que para poder indicar la reacción que le corresponde a la fuerza peso se deba incluir a la Tierra. La ausencia de otra fuerza  $\vec{N}'$  (ver figura 1.34) dibujada en sentido contrario a la que hay indicada en el bloque y situada sobre el plano horizontal o sobre el plano inclinado no significa un gran esfuerzo. Esta indicación de la normal sobre los planos contribuiría a mejorar este concepto de forma "contundente" y evitaría, por tanto, dicha idea previa errónea de la que tanto se queja la comunidad docente.

### 1.12 Un buen intento

Hay que reconocer que el interés por mostrar los ejemplos con la máxima precisión y explicación posibles está presente en todos los escenarios. Como se ha visto en algunos casos con errores incluidos y muy probablemente sean fruto de réplicas: generalmente se acostumbra a publicar material ya existente con las variaciones oportunas que satisfagan los deseos de quien lo publica

Como ejemplo podemos considerar el esquema de la figura 1.35 en donde se ilustra la tercera ley de Newton con varios protagonistas: una cuña, un hombre y un bloque. Se muestra el diagrama del cuerpo libre para cada uno de los elementos que se han escogido y se pueden observar un montón de fuerzas. En la propia figura se realiza una descripción exhaustiva de cada una de ellas en donde se puede apreciar un cierto "caos" en la notación de las mismas.

Si se hace un análisis de todas las fuerzas se observa que hay ciertas fuerzas "aparejadas".

## Estudio y reflexión sobre la praxis docente

Previa consulta de la leyenda se pueden identificar algunas fuerzas como acción y otras como reacción. Se pueden analizar los siguientes detalles:

- Las fuerzas verticales tanto el peso como la normal  $N$  y  $W$  no disponen de pareja, lo cual provoca una vez más la imagen visual tentadora para el alumno de pensar que son acción y reacción.
- Existe una confusión entre el suelo y la Tierra, ya que se describe como el hombre interactúa con la Tierra para justificar el rozamiento. La confusión está entre el suelo y la Tierra: son conceptos distintos.
- La cuña no se va para atrás debido a que tiene la pared que la sustenta, con lo cual entre aquella y la pared debiera existir alguna fuerza de contacto que no se considera para nada. Hay que admitir que si la cuña no se mueve no hay que preocuparse.

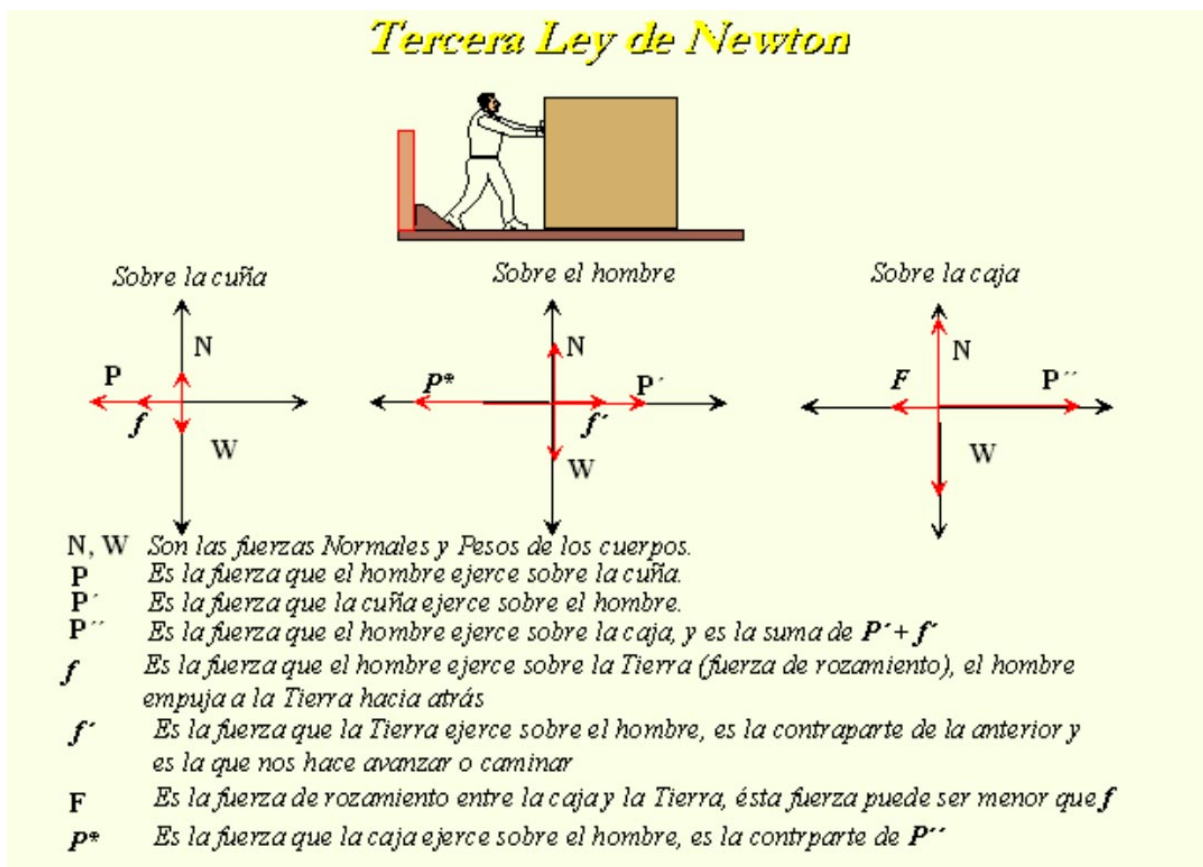


Figura 1.35

[<http://www.monografias.com/trabajos104/dinamica-y-friccion/img29.png>]

- En la descripción se dice que la fuerza que el hombre realiza sobre la caja es la suma de dos fuerzas  $P'$  y  $f'$ , es decir, una fuerza que actúa sobre el elemento caja es igual a dos fuerzas que están aplicadas sobre otro elemento, lo cual no hace honor a lo que dice

la segunda ley de Newton. Se están mezclando fuerzas de distintos cuerpos.

Ante situaciones como ésta no es de extrañar que el alumno pierda el "norte" y el resto de puntos cardinales y acabe con un modelo cognitivo totalmente caótico y de difícil recuperación. Hay que indicar que uno de los factores más costosos para implantar la metodología propuesta en esta tesis es tener que luchar contra todos los contrapuntos que han rodeado al alumno y que han hecho "mella" en su modelo cognitivo. El alumno piensa en ocasiones que dicha metodología es otra forma distinta y llega a dudar de la misma por pensar que no sea otro "capricho" del profesor. A medida que observa su avance y comprensión de los conceptos erróneos se llega a dar cuenta de lo beneficioso que resulta "convertirse" al nuevo método propuesto.

Con respecto a como se debería tratar dicho ejemplo con la metodología propuesta se vera más adelante con diversos ejemplos. Un pequeño avance de los ejes principales de la metodología que se propone consiste escoger en primer lugar cuales serán los elementos o cuerpos objeto de estudio, en segundo lugar analizar por separado las interacciones entre todos ellos y en tercer lugar dibujar dichas interacciones en los diagramas correspondientes. En el ejemplo de la figura 1.35 aparecen mezcladas las interacciones entre los elementos escogidos y otras interacciones con elementos externos al sistema.

Uno de los ejes y puntos fuertes en que se insiste es en la concreción de que toda pareja de fuerzas debe estar indicada, no se puede dejar "olvidada" a ninguna de ellas por el motivo que sea. Precisamente este protocolo rígido y estricto constituye el núcleo fundamental de esta tesis y es el responsable de la adquisición de un buen metaconocimiento por parte del alumno.

## 2 Diagrama del cuerpo libre

En este capítulo se describe con todo detalle el proceso que se deberá seguir para la correcta obtención del diagrama del cuerpo libre. El método consiste en ejecutar tres pasos conceptualmente diferenciados y orientados a reforzar el metaconocimiento del alumno. En cada uno de ellos se aprende un protocolo general que servirá para cualquier ejercicio que se tenga que resolver. Dichos pasos son los siguientes:

- 1) elección de los cuerpos que interactúan,
- 2) confección de la matriz de interacciones,
- 3) traducción de las casillas de dicha matriz a los cuerpos elegidos.

Como todo proceso de aprendizaje, en la medida en que los pasos se asimilan con solidez se pueden llegar a simplificar hasta el punto de reducir operaciones intermedias y llegar al objetivo con mayor rapidez. Esta opción está supeditada evidentemente a la elección personal y a la seguridad del aprendizaje adquirido.

### 2.1 Elección del sistema

Este paso consiste en escoger todos los elementos que van a intervenir para poder realizar el estudio de todas las interacciones. Sirve para delimitar el sistema de partículas que va a ser objeto de estudio, para poder así, analizar las interacciones que tengan lugar. Esto permite delimitar con mayor precisión a nuestro sistema de estudio en contraposición con el diagrama inicial contenido en el enunciado del ejercicio.

Cada fuerza que se indique en el diagrama del cuerpo libre se debe poder justificar y para ello hay que saber de donde procede. Cada interacción implica a dos elementos y se debe saber siempre quien es el elemento que provoca la acción y quien recibe la reacción y para ello es imprescindible disponer de una "lista" de elementos.

Para ver que esto es así se propone al alumno un ejemplo muy sencillo, que consiste en analizar las fuerzas que recibe un bloque cuando está encima de una mesa (ver figura 2.1). El alumno debe indicar todas las fuerzas que recibe el bloque, es decir, obtener el correspondiente diagrama del cuerpo libre. Hay que indicar que cuando se propone dicho

## El diagrama del cuerpo libre

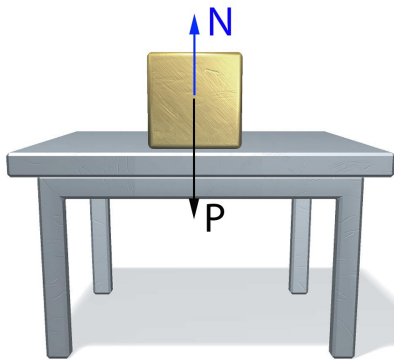
---

ejercicio a los alumnos se quedan sorprendidos dada la supuesta facilidad manifiesta de tal tarea. A la velocidad de un relámpago va tenemos dos flechas dibujadas en el bloque como si fuera una "exalación".



**Figura 2.1**

La respuesta del alumno, como era de esperar, consiste en dibujar dos fuerzas: un peso  $P$  hacia abajo y una fuerza  $N$  en el bloque hacia arriba (ver figura 2.2). Este esquema se puede ver en multitud de plataformas y para el alumno es una imagen mental muy arraigada.



**Figura 2.2**

Consideremos pues una posible conversación entre alumno y profesor sobre aspectos del diagrama de la figura anterior:

*Profesor: ¿Es cierto que para que exista una fuerza debe existir una interacción entre dos cuerpos?*

*Alumno: afirmativo*

*Profesor: La fuerza indicada como peso  $P$ , ¿a que interacción es debida?*

*Alumno: a la "gravedad"*

*Profesor: Según la tercera ley de Newton, si el peso  $P$  es la fuerza de acción, ¿cuál es la fuerza de reacción?*

*Alumno: la normal  $N$*

Como se puede ver el resultado del interrogatorio invita a una reflexión profunda para ver

## El diagrama del cuerpo libre

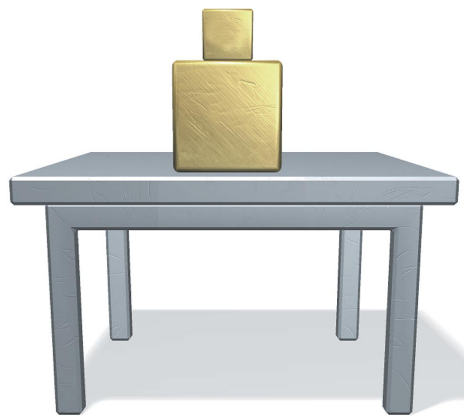
---

en que se ha actuado mal. Cuando el alumno responde que para que exista una fuerza debe existir una interacción entre dos cuerpos, hay que pensar que efectivamente dicho concepto parece bien adquirido, pero solo a nivel teórico. Así cuando debe identificar a los dos cuerpos que serían el bloque y la Tierra realiza una respuesta "evasiva" diciendo la gravedad.

En realidad dicha respuesta no es tan mala, en el sentido de que efectivamente existe un campo gravitatorio que actúa sobre el cuerpo dando lugar a una acción que es la fuerza peso. Pero este punto de vista no tiene nada que ver con los conocimientos que posee el alumno: su respuesta va en otro sentido.

Aunque se puede admitir la interacción entre el bloque y la Tierra como interacción a distancia o bien como acción del campo, éste concepto no se corresponde con la respuesta del alumno, ya que si así fuese, debería conocer el punto de vista de la acción directa. Cuando responde "la gravedad" para indicar la presencia del peso, no está pensando en el campo gravitatorio. Si preguntamos el motivo de dicha respuesta, aduce de que siempre lo ha visto así y da por hecho que la frase "el peso del bloque es debido a la gravedad" es un "dogma de fe" en el que confía plenamente.

Nos encontramos pues con una asimetría en este proceso manifiesta: por un lado el peso del bloque se atribuye a la gravedad (en realidad campo gravitatorio) y en cambio la normal  $N$  se atribuye a la interacción con la mesa, pero solo se indica una parte de dicha interacción. La confusión radica entre los conceptos de fuerza y campo que son distintos pero cuando se habla de gravedad (campo) se pone al mismo nivel que el resto de interacciones. Si para la interacción gravitatoria solo indicamos un peso, es evidente que para la otra interacción indicamos una sola fuerza normal. Precisamente esta conclusión obedece a la lógica cognitiva errónea que ha adquirido a base de "consumir" una y otra vez los esquemas anteriores.



**Figura 2.3**

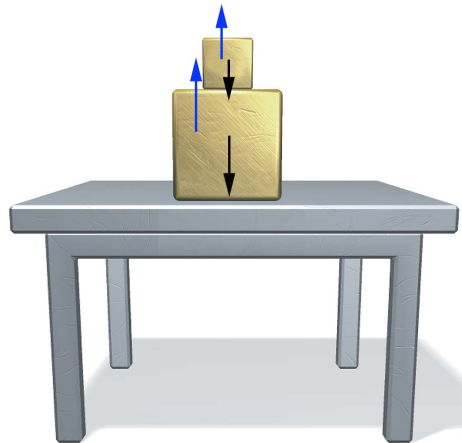
[Tipler 6Th, fig. 4.33, pág. 117]



## El diagrama del cuerpo libre

---

Si ahora modificamos el ejemplo anterior y añadimos otro bloque (ver figura 2.3) tenemos una situación nueva que debe resolverse de algún modo. Para el alumno la forma que tiene de dar respuesta a estos casos consiste en buscar una similitud con algún esquema visto anteriormente y deducir a su manera algún resultado que siga alguna lógica. La respuesta que obtenemos del alumno la tenemos en la figura 2.4 que consiste en una réplica directa del diagrama de un solo bloque "copiando" lo que acontece al primer bloque en el segundo.



**Figura 2.4**

Veamos cuál es el razonamiento del alumno ante esta nueva situación presentada en la que debe intentar "adaptar" un esquema anterior a uno de nuevo sin tener ningún meta-conocimiento adquirido. El alumno argumenta que cuando tiene un bloque encima de la mesa se indica una fuerza normal hacia arriba y, por consiguiente, cuando este bloque esté encima de otro bloque aparecerá una fuerza normal en el bloque superior también hacia arriba. Es evidente que la praxis docente llevada a cabo en el caso de un solo bloque no le ayuda a "deducir" que en este caso tendrá que indicar la reacción de la fuerza normal. Entonces surge la pregunta obligada: ¿Cómo se le puede exigir, ahora que hay un bloque por debajo, que dibuje la reacción de la normal hacia abajo?. Cuando el bloque está encima de la mesa no se dibuja la fuerza normal en la mesa y, por tanto, siguiendo esta "coherencia" tampoco va a dibujar la fuerza de contacto en dicho bloque.

Muchos docentes se escudan en el hecho de que en los ejemplos de clase, cuando un bloque está encima de otro, allí se dibuja la fuerza de contacto y por tanto el alumno lo debería a saber. En cierto modo es una "excusa" para decir que se ha cumplido y que en todo caso, es el alumno el que ha fallado. Pero entonces cabe preguntarse: ¿porqué en unos casos si y en otros no?, ¿qué criterio se usa para decidir cuando se pone la reacción? En muchos casos la respuesta consiste en que solo se pone cuando se necesita. Si es así, se puede decir entonces que estamos ante la "ley de la selva" donde nunca mejor dicho "sálvese quien

pueda".

Es evidente que en el caso de la mesa no se indica la fuerza normal hacia abajo en la propia mesa porque no se va a usar, pero aquí en este caso la fuerza normal del bloque superior sobre el inferior sí debe indicarse, amén de esquemas donde en lugar de indicar la fuerza normal indican el peso del bloque superior sobre el bloque inferior tal como se ha visto en la figura 1.14 en el capítulo anterior.

Hay pues que extremar el rigor y establecer alguna pauta que permita decidir en que casos se necesita que estén indicadas las parejas de acción y reacción y en que casos no. La metodología propuesta invita a dibujarlas siempre y si alguna fuerza presente no se necesita para la consecución del ejercicio, bienvenida sea y que ocupe el espacio para las fuerzas "invitadas a la función" que actuarán de "espectadoras".

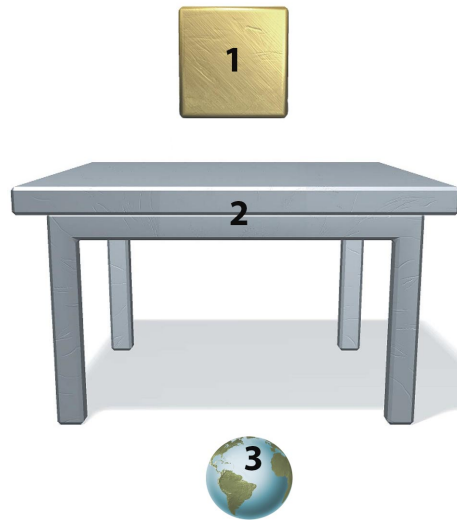
Volvamos al ejemplo de la figura 2.1 y veamos como hay que proceder para delimitar el sistema de partículas que se necesita para el estudio de las interacciones. Si se opta por escoger solamente al bloque y a la mesa, aparece el problema de poder dar justificación a la fuerza peso. Dicha fuerza es consecuencia de la interacción del bloque con la Tierra. Así pues resulta imprescindible incluir en el sistema de estudio a la Tierra para tener un conjunto "autosuficiente" y así poder justificar todas las interacciones. No hay que confundir a la Tierra como planeta, que es el que realiza la interacción a distancia entre ella y el bloque, con el suelo que hay debajo de la mesa y que le sirve de sustento para que no se "caiga" hacia el centro de la Tierra.

### 2.1.1 Separación de los elementos

Para obtener el diagrama el cuerpo libre será necesario dibujar todas las fuerzas que recibe cada elemento. Para poder realizar esta fase con claridad y nitidez se aconseja disponer de espacio para que obtener una mejor comprensión visual de dicho diagrama. Este paso es el que crea más controversia tanto para los alumnos y también para muchos docentes.

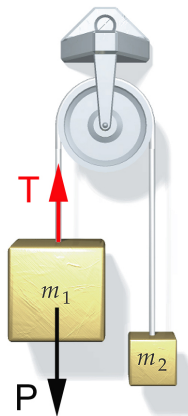
El motivo es más profundo de lo que parece y tiene como telón de fondo el desarrollo del metaconocimiento. El hecho de separar a los elementos tiene dos objetivos: por un lado se delimita de forma clara quien es el sistema de partículas y elimina cualquier "tentación" de descartar a algún elemento. Además queda preparado el conjunto para que en el paso relativo a la rotulación de las fuerzas no haya "efectos frontera" que pudieran confundir alguna interacción.

En el ejemplo anterior, el desglose de los elementos se ha representado en la figura 2.5 y se han etiquetado a los 3 elementos con los números del 1 al 3.



**Figura 2.5**

Aunque no todas las situaciones requieren este refinamiento, a todas luces quizás innecesario, hay otros casos que resulta casi imprescindible realizar dicha separación. Consideremos el caso típico del bloque sujeto verticalmente por una cuerda. En la figura 2.6 se puede ver el esquema habitual de una polea de la que cuelgan dos bloques  $m_1$  y  $m_2$ . En estos casos se presenta la interacción entre el bloque  $m_1$  y la cuerda en forma de una fuerza de tensión  $T$  situada justo por encima del bloque.



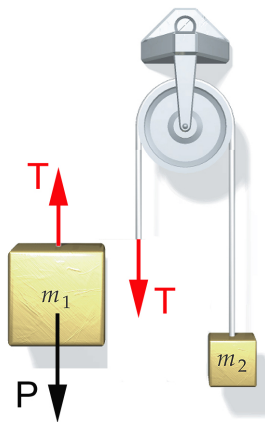
**Figura 2.6**

Cuando solicitamos al alumno que justifique la tercera ley de Newton en este esquema y proponemos que la tensión sea por ejemplo la fuerza de acción, aparece un problema de encaje. Por un lado, la tentación de sugerir el peso como reacción es alta, y en muchos casos ésta es la respuesta obtenida. Por otro lado no se tiene ningún mapa visual claro para ubicar la "otra" tensión, es decir su pareja. En el supuesto de que el alumno no considere el peso como la reacción, que ya sería una buena propuesta, se encuentra con la dificultad de

## El diagrama del cuerpo libre

---

poder ubicar a dicha reacción en algún sitio del diagrama. Lo más habitual es que conteste que la reacción de la tensión indicada sea la otra tensión en el otro bloque, como si la cuerda fuese el "medio de transmisión" de la interacción. En cambio, si se realiza una separación visual entre la cuerda y el bloque (ver figura 2.7) se tiene una perspectiva más clara de lo que ocurre entre ambos y de este modo, la ubicación de las fuerzas de acción y de reacción resulta mucho más cómoda.



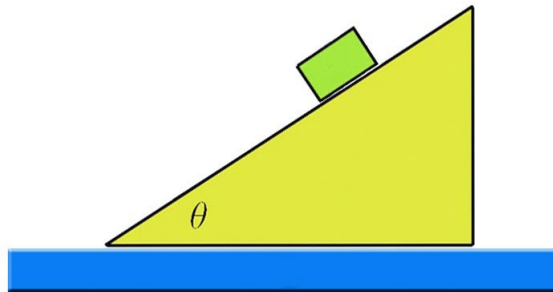
**Figura 2.7**

Es importante escoger razonadamente a los elementos necesarios para el estudio del que nos ocupa y acotar el sistema de forma finita. En el caso del bloque que tenemos encima de la mesa, parece razonable escoger como elementos de análisis al bloque, la mesa y la Tierra. Es evidente que la mesa se tiene que sustentar encima del piso que a su vez se sustenta en los pilares del edificio, etc. Hay que "delimitar" pues el sistema de estudio a los elementos que van a interactuar de una forma directa y, dado que la mesa no se va a "caer" no hace falta considerar los "objetos" que están debajo de dicha mesa. Si bien es cierto que la Luna también interactúa sobre el bloque, se puede desestimar por razones obvias. En este sentido hay que escoger siempre todos los elementos que sean "colaterales" con el bloque que se quiera analizar.

A medida que el alumno avanza en el proceso de aprendizaje se puede simplificar la elección de elementos con el fin de reducir un poco situaciones muy repetitivas y comunes en cada análisis. Así se puede prescindir del elemento Tierra cuando asumamos que la fuerza peso que se indica en cada elemento considerado tiene su correspondiente pareja en la propia Tierra y en ese caso solo apareciera dicha fuerza. De todos modos este criterio de simplificación se puede dejar a voluntad del alumno para que él mismo asuma este "riesgo" sin perjuicio de los resultados deseados.

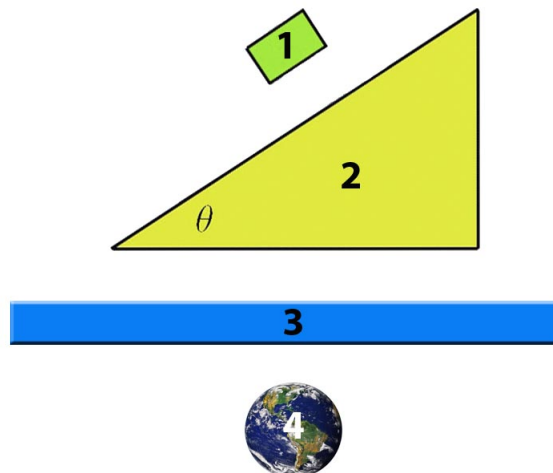
### 2.1.2 Bloque y plano inclinado

Un ejemplo muy típico en las listas de ejercicios consiste en el clásico bloque que baja por un plano inclinado. Generalmente se supone que el plano va a quedar en reposo y solamente se mueve el bloque. Para generalizar un poco el caso vamos a considerar el dibujo de la figura 2.8 donde el plano inclinado también se puede mover por encima del plano horizontal.



**Figura 2.8**

Tal como se ha indicado en la metodología se deben escoger los elementos o cuerpos que van a intervenir para estudiar las interacciones y a la vez se realiza un primer esquema con los elementos separados. Hay que tener en cuenta que las primeras veces que se usa este proceso se aconseja incluir a la Tierra, sobre todo para contribuir así para erradicar la idea previa errónea de la confusión entre peso y normal. De este modo el esquema sugerido para iniciar todo el proceso es el de la figura 2.9 en donde aparecen los 4 elementos numerados.



**Figura 2.9**

La ventaja de no tener a los elementos "pegados" unos a otros tal como se presentan en el esquema inicial que acompaña al ejercicio permite, en la fase posterior donde se van

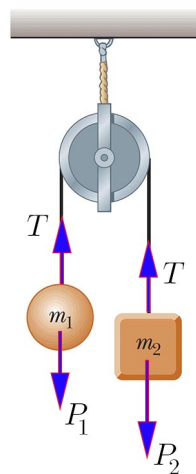
## El diagrama del cuerpo libre

---

a colocar las fuerzas que intervienen, no tener problemas de "frontera". Esto tiene especial relevancia para las interacciones que son muy proximas a los contactos como las tensiones y los rozamientos.

### 2.1.3 Las cuerdas se desdoblan

Hay un tipo de ejercicios bastante común en donde aparecen cuerdas que van guiadas por una polea ideal y que en sus extremos sujetan a sendos boques. El ejercicio siempre se resuelve considerando que la cuerda es única y las fuerzas de tensión en sus extremos se toman como iguales. Esta simplificación se adopta como norma y es la que podemos encontrar en la gran mayoría de escenarios.



**Figura 2.10**

En la figura 2.10 vemos efectivamente el diagrama de fuerzas para estos casos y para el alumno es uno de los modelos a imitar. El problema que aparece cuando se analiza la interacción de la cuerda con la polea es que desde el punto de vista de la polea hay dos cuerdas: la parte de la izquierda y la parte de la derecha. Es muy curioso que cuando se analiza la máquina de Atwood (el caso de la figura 2.10) se da por hecho que las tensiones en todos los extremos de la cuerda son las mismas mientras que si la polea tiene masa y se trata como un sólido rígido entonces las dos tensiones son distintas.

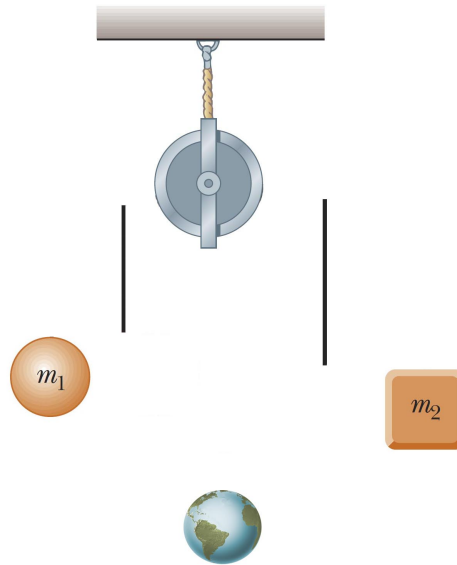
Para poder abordar este tipo de diagramas con la metodología propuesta es necesario desdoblar a las cuerdas tantas veces como sea conveniente para poder entender a las interacciones que tendrán lugar. Así siempre que una cuerda "abrace" a la polea se separa la cuerda en dos trozos correspondientes a cada uno de los lados de la misma.

En la figura 2.11 tenemos al desmenuzamiento de todos los elementos necesarios para poder proceder al estudio del ejercicio. Aunque en este caso hay un total de 6 elementos, no

## El diagrama del cuerpo libre

---

todos interactúan entre ellos. Así la cantidad de interacciones no será tan abundante como pudiera esperarse.

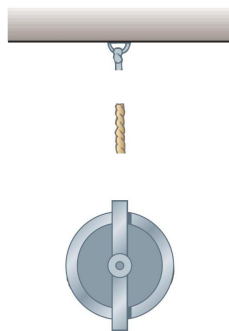


**Figura 2.11**

### 2.1.4 Nivel más profundo de separación

La elección de los elementos para analizar las interacciones depende del nivel de estudio al que se quiera llegar y profundizar. En el ejemplo de la figura 2.11 el conjunto formado por el techo, la polea y la cuerda que conecta ambos se ha considerado un solo elemento dado que la conexión física de este conjunto con la cuerda que enlaza los bloques se sitúa únicamente en la polea.

En cambio si queremos encontrar la tensión del trozo de cuerda que conecta la polea con el techo habrá que realizar una separación más minuciosa de dichos elementos para poder estudiar con detalle las interacciones presentes.

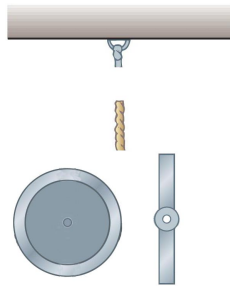


**Figura 2.12**

## El diagrama del cuerpo libre

---

Se puede ver en la figura 2.12 el diagrama de elementos separados en donde se podran estudiar con mejor detalle las interacciones que tienen lugar. El nivel de separación puede llegar a ser todo lo profundo que se desee siempre y cuando las circunstancias obliguen a ello. En este caso si se tratara de estudiar la interacción que tiene lugar en la articulación que conecta el soporte con la polea haria falta aumentar el proceso de separación tal como está reflejado en la figura 2.13



**Figura 2.13**

En general hay que observar una cierta prudencia en la elección de elementos y no escoger más de los estrictamente necesarios. La práctica y experiencia en el análisis de distintas situaciones ayudará a tomar buenas decisiones en este sentido.

## 2.2 Matriz de interacciones

Una vez se han escogido los elementos que forman parte del sistema se podría proceder a dibujar las diversas interacciones que tienen lugar. Este procedimiento se ha comprobado que tiene ciertos riesgos de "olvidar" alguna que otra interacción. El comentario del alumno en estos casos no se hace esperar: *"caramba me he olvidado de incluir la fuerza de contacto entre los dos bloques"*.

El análisis de todas las interacciones con la presencia visual de todos los elementos conlleva unos riesgos que se traducen en la falta de ciertas interacciones. El motivo es establecer un orden para ir analizando la interacción del elemento  $i$  con el resto del sistema. Si se sigue este proceso todas las interacciones quedan anotadas y ninguna queda en el olvido. En sentido figurado sería como ir a comprar al supermercado sin lista de la compra corriendo el riesgo de descuidar algún producto.

Partiendo del ejemplo de la figura 2.9 se genera una matriz en donde se disponen los elementos en forma de fila y columna. Una vez construida la matriz se procede a rellenarla de manera que en cada fila y columna se anota la interacción o interacciones que tienen lugar entre los elementos escogidos. Las propiedades importantes de dicha matriz son las siguientes:



## El diagrama del cuerpo libre

---

- 1) La matriz tiene la diagonal principal vacía, esto es, un elemento nunca interactúa consigo mismo.
- 2) La matriz es simétrica como consecuencia directa de la tercera ley.
- 3) Las interacciones anotadas en cada fila o columna nos proporcionan las fuerzas que configurarían el diagrama del cuerpo libre del elemento considerado.

Dado que la tercera ley de Newton indica que las interacciones entre el elemento  $i$  con el elemento  $j$  tienen los módulos iguales, se puede rellenar la matriz con dichos módulos y en este sentido se obtendrá una matriz simétrica. Si se optase por indicar como interacciones a los vectores fuerza en lugar de sus módulos, entonces las casilla  $ij$  y la casilla  $ji$  contendrían cantidades opuestas en signo.

Puesto que la finalidad de dicha matriz es ni más ni menos que dibujar los vectores en el diagrama de cuerpos separados, hay que decidir si se opta por indicar vectores o módulos. Se ha visto que para una mayor claridad visual es preferible indicar solo los módulos, ya que en el diagrama del cuerpo libre los vectores ya indican el sentido de las fuerzas.

Se puede ver en la tabla 2.1 la disposición en filas y columnas para el ejemplo de la figura 2.9 con los 4 elementos. La notación para indicar a cada elemento es arbitraria y se puede realizar a conveniencia. En el ejemplo se han usado unos números para etiquetar a los elementos: bloque, plano inclinado, plano horizontal y la Tierra. Mientras no exista confusión se puede usar cualquier notación.

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>1</b>				
<b>2</b>				
<b>3</b>				
<b>4</b>				

**Tabla 2.1**

Para anotar las casillas de la matriz se procede analizando la interacción de cada elemento con el resto. En la fila  $i$  se anotarán las acciones que el cuerpo  $i$  recibe del resto. Así las fuerzas que aparezcan en la casilla  $ij$  serán todas las acciones que el elemento  $i$  recibe del elemento  $j$ . En realidad esta elección también se puede invertir dada la simetría de la matriz. Veamos de forma detallada el orden de como se realiza dicho análisis empezando por la fila 1.

## El diagrama del cuerpo libre

- Elemento 1 con elemento 1: no hay interacción por la razón comentada anteriormente.
- Elemento 1 con elemento 2: aquí se anotan las acciones que el elemento 2 realiza sobre el 1. El bloque está en contacto con el plano inclinado mediante una fuerza normal que se indica con  $N_1$  y también tiene lugar un rozamiento que se indica con  $F$ .
- Elemento 1 con elemento 3: la casilla aparece vacía ya que el bloque no interactúa con el plano horizontal
- Elemento 1 con elemento 4: aquí aparece el peso  $P_1$  debido a la interacción gravitatoria.

	1	2	3	4
1		$F, N_1$	-	$P_1$
2				
3				
4				

Tabla 2.2

El resultado de todo ello se puede ver reflejado en la tabla 2.2 en donde se ha completado la primera fila y hay contenidas todas las interacciones que recibe el elemento 1. En este momento tenemos los datos necesarios para dibujar todas las fuerzas que recibe dicho bloque, es decir, tenemos en forma "latente" el diagrama del cuerpo libre de dicho elemento.

Una vez se han analizado y anotado las interacciones del primer elemento con el resto hay que seguir con el segundo elemento y así sucesivamente. Para ello solo hace falta ver las interacciones de dicho elemento con los dos siguientes, es decir, el 3 y 4, ya que la interacción con el 1 es la misma que la de éste con el 2, es decir las casillas 12 y 21 son las mismas. Se puede generalizar el proceso en el caso de tener  $n$  elementos: el análisis del elemento  $i$  con los restantes se reduce a fijarse en el  $i + 1, i + 2, \dots$  hasta llegar al último elemento  $n$ .

	1	2	3	4
1		$F, N_1$	-	$P_1$
2	$F, N_1$		$N_2$	$P_2$
3				
4				

Tabla 2.3

## El diagrama del cuerpo libre

- Elemento 2 con elemento 3: el plano inclinado interactúa con el suelo mediante la fuerza normal  $N_2$ .
- Elemento 2 con elemento 4: en ese caso la interacción es la gravitatoria y por eso aparece el peso  $P_2$ .

Una vez se ha llegado al elemento 3 (penúltimo) solo nos queda su interacción con el 4 (último). Se puede ver como se van reduciendo los elementos de análisis a medida que se avanza en el relleno de la matriz. Efectivamente, en el análisis del último elemento no es necesario "anotar" ninguna fuerza debido a la simetría de la matriz.

	1	2	3	4
1		$F, N_1$	-	$P_1$
2	$F, N_1$		$N_2$	$P_2$
3	-	$N_2$		$P_3$
4	$P_1$	$P_2$	$P_3$	

Tabla 2.4

Hay que tener en cuenta que para el relleno de la matriz solo se han analizado de forma directa la mitad de las casillas que aparecen en la misma. En realidad se estudian solamente las interacciones que corresponden a la semidiagonal superior y la otra semidiagonal inferior se rellena por las propiedades de simetría de la matriz.

	1	2	3	4
1		$F, N_1$	-	$P_1$
2	$F, N_1$		$N_2$	$P_2$
3	-	$N_2$		$P_3$
4	$P_1$	$P_2$	$P_3$	

Tabla 2.5

Si nuestro estudio posterior del diagrama se va a reducir solamente a los cuerpos 1 y 2, es decir al bloque y el plano inclinado solo hace falta considerar entonces las dos primeras filas de la matriz. Aunque se haya hecho el relleno completo de la misma y no se use no significa en un principio ningún desgaste, todo lo contrario, sirve para reforzar los pilares básicos del

## El diagrama del cuerpo libre

---

modelo cognitivo que perseguimos.

	1	2	3	4
①		$F, N_1$	-	$P_1$
②	$F, N_1$		$N_2$	$P_2$
3	-	$N_2$		$P_3$
4	$P_1$	$P_2$	$P_3$	

Tabla 2.6

En el caso concreto de que se pida solamente el diagrama del cuerpo libre para el elemento 2, es decir, para el plano inclinado entonces solo basta con traducir la fila 2 de la tabla 2.7 al diagrama del cuerpo libre. Hay que indicar que este último caso no resulta habitual pero nos sirve en nuestro proceso de aprendizaje para ver si se ha comprendido la confección y uso posterior de dicha matriz.

	1	2	3	4
1		$F, N_1$	-	$P_1$
②	$F, N_1$		$N_2$	$P_2$
3	-	$N_2$		$P_3$
4	$P_1$	$P_2$	$P_3$	

Tabla 2.7

### 2.3 Confección del diagrama

Una vez finalizada la confección de la matriz de interacciones solo queda traducir cada casilla al diagrama inicial donde se habían separado los elementos. Cuando analiza una interacción de contacto como puede ser la normal en la tabla se puede anotar la letra  $N$  y en el momento de indicarla en el diagrama se añaden los subíndices necesarios para poder distinguir las distintas normales que puedan aparecer entre los diversos cuerpos.

## El diagrama del cuerpo libre

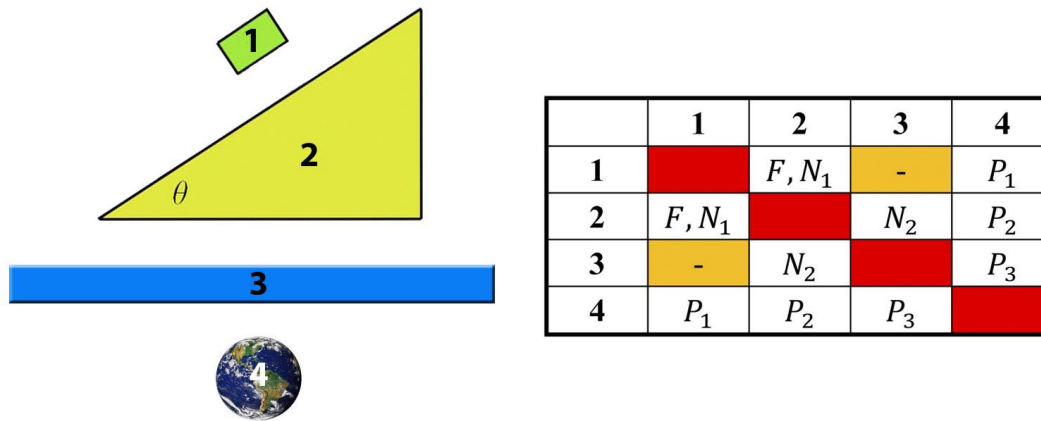


Figura 2.14

Llegado a este punto se dispone de dos diagramas visuales: por un lado el esquema de cuerpos separado y por otro lado la matriz de interacciones rellena con todas las fuerzas. En la figura 2.14 está todo dispuesto para saltar al siguiente paso que consiste en dibujar las fuerzas en cada uno de los elementos. En sentido figurado es algo parecido a cuando se usaban los colores para colorear cuadernos de dibujos: aquí, cada fuerza es un color que servirá para "rotular" el esquema de los elementos separados.

En cierto modo se podría construir directamente el diagrama sin recurrir a la matriz, pero la experiencia demuestra que los alumnos que usan la matriz no cometen ningún fallo. La opción de rotular las fuerzas de forma directa siempre acarrea el "olvido" de alguna que otra interacción. En este caso la posibilidad de dejarse la fuerza  $N_2$  (contacto entre el plano inclinado y el plano horizontal) es muy alta y así ocurre en las pruebas

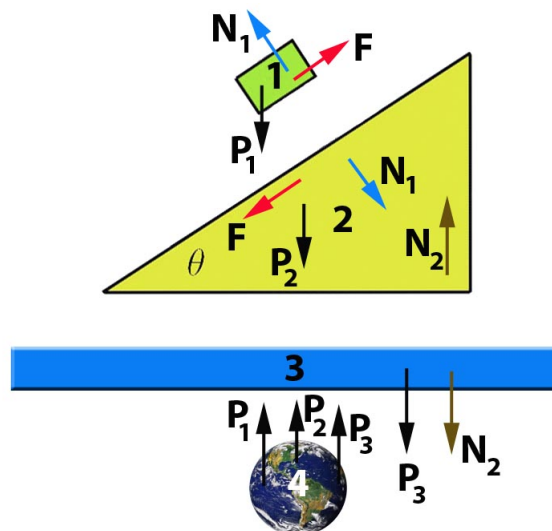


Figura 2.15

## El diagrama del cuerpo libre

En la figura 2.15 se han representado todas las interacciones contenidas en la matriz. Si solo pretendemos usar el bloque 1 y el plano inclinado 2, bastará usar solamente dos filas de la matriz para traducirlas al diagrama. Así, en la figura 2.16 podemos observar el diagrama del cuerpo libre solamente de los elementos 1 y 2.

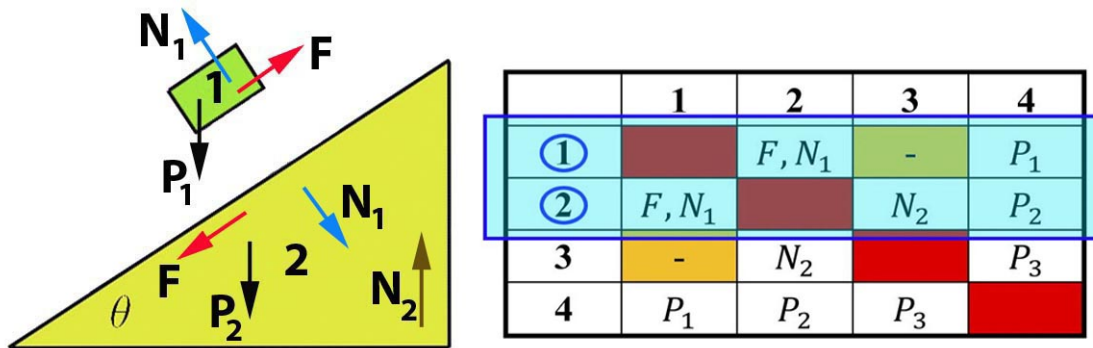


Figura 2.16

Hay que notar que en este caso alguna de las fuerzas no tendrá pareja por haber "omitido" los otros elementos. De este modo cuando en el plano inclinado sólo aparece el peso  $P_2$  y la normal  $N_2$  sabemos que sus respectivas reacciones están fuera del conjunto.

Este método está pensado para que una vez el alumno ha realizado un buen lote de ejercicios siguiendo el procedimiento propuesto pueda decir lo siguiente: "se que para este ejercicio sabré hallar el diagrama del cuerpo libre". Cuando sea capaz de afirmar esto habrá adquirido el metaconocimiento necesario para resolver los ejercicios.

## 2.4 Matriz y diagrama reducidos

Cuando se fija el sistema de elementos para el estudio de las interacciones se crean dos grupos de fuerzas: las internas y las externas. Las fuerzas externas se indican directamente en cada elemento y generalmente vienen dadas por el enunciado del ejercicio. Las fuerzas internas se obtendrán siguiendo la metodología indicada. Así una vez realizado el diagrama del cuerpo libre en cada elemento aparecerán tanto las fuerzas externas como las internas. Estas últimas deben estar aparejadas debido a las interacciones mutuas.

El ejemplo inicial de la figura 2.9 en donde se habían escogido como elementos al bloque, plano inclinado, piso horizontal y la Tierra, se puede reducir "sacrificando" a la Tierra siempre que se consideren las acciones de ella con el resto de elementos como fuerzas externas. Así se puede partir del diagrama de la figura 2.17 en donde ya aparecen los pesos de cada elemento y ha desaparecido el elemento Tierra.

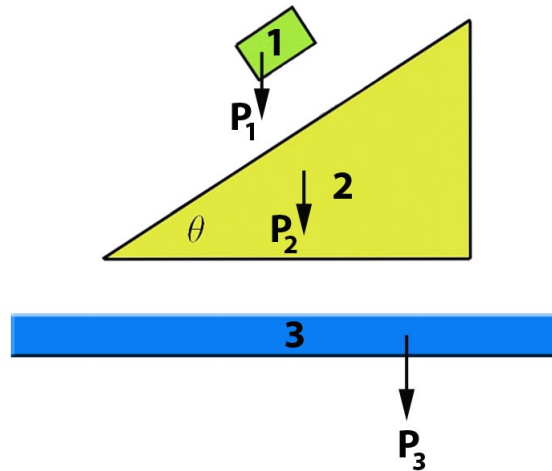


Figura 2.17

De este modo cuando se confeccione el diagrama del cuerpo libre las interacciones internas entre los elementos no se confundirán con las fuerzas externas. Así, al indicar la fuerza normal  $N_1$  sobre el bloque y sobre el plano inclinado se ve claramente que dichas fuerzas son la pareja acción-reacción y no existe confusión con el peso.

En la tabla 2.8 se observa como la elección de los elementos se ha reducido a 3 y a cambio se han introducido ya las fuerzas peso como fuerzas externas. De este modo en ningún caso las fuerzas peso serán pareja acción-reacción de ninguna otra fuerza que aparezca en el diagrama final.

	1	2	3	4
1		$F, N_1$	-	$P_1$
2	$F, N_1$		$N_2$	$P_2$
3	-	$N_2$		$P_3$
4	$P_1$	$P_2$	$P_3$	

Tabla 2.8

Para este caso la matriz de interacciones se ve reducida en una fila y una columna tal como aparece en la tabla 2.8 . Además, dado que solo hace falta analizar las interacciones que ocupan las casillas de la diagonal superior de la matriz, el proceso se reduce considerablemente.

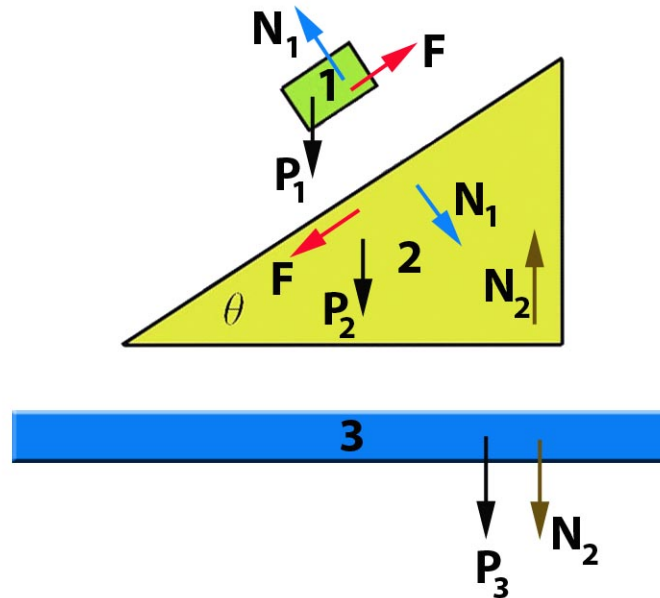


Figura 2.18

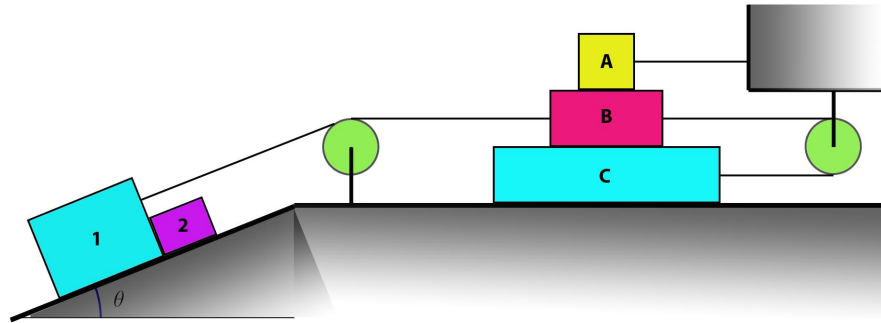
El diagrama del cuerpo libre coincide con el de la figura 2.15 con la diferencia de que no aparece el elemento Tierra ni tampoco las fuerzas peso en la propia Tierra. Llegado a este punto y observando la figura 2.18 nos podemos preguntar que papel juega el piso con las fuerzas  $P_3$  y  $N_2$  hacia abajo. La respuesta es muy simple: el elemento 3 se ha usado única y exclusivamente para poder justificar la presencia de la fuerza normal  $N_2$  con el plano inclinado.

Dado que el suelo supondremos que no se moverá, dichas fuerzas solo sirven de "adorno" y no hay ningún motivo para escandalizarse por su presencia. En el proceso de aprendizaje es fundamental seguir la metodología paso a paso y anotar todas las parejas acción-reacción. En la medida que el alumno avance en su metaconocimiento podrá prescindir de ellas si lo considera oportuno sin ningún menosprecio. Esta licencia queda reservada para que sea el propio alumno quien tome dicha decisión.

## 2.5 Subdivisión en sistemas más pequeños

En ocasiones el diagrama que se debe analizar contiene bastantes elementos con lo cual la matriz de interacciones puede llegar a ser demasiado grande. En el ejemplo de la figura 2.19 se puede observar como hay un total de 5 bloques, algunas cuerdas, poleas, el plano horizontal, el plano inclinado, etc. Esto puede suponer una matriz que llegue perfectamente o incluso supere más de 10 filas y columnas.

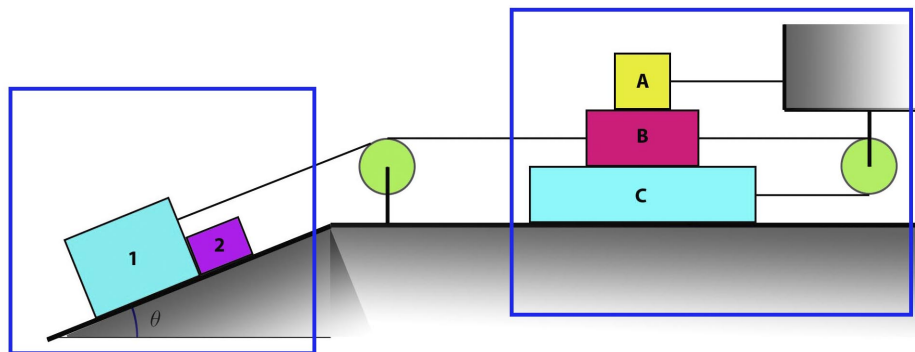




**Figura 2.19**

Se puede ver como ninguno de los bloques que está encima del plano horizontal superior interactúa de forma directa con ninguno de los bloques situados en el plano inclinado. El único nexo de unión entre ellos es la cuerda que une al bloque 1 con el bloque B.

Así la tensión de la cuerda se puede considerar como una fuerza externa para cada uno de los subsistemas de la figura 2.20, el de la izquierda que contiene a los bloques 1 y 2 y el de la derecha que contiene los bloques A, B y C.



**Figura 2.20**

La separación de dicho sistema en subsistemas más pequeños permite reducir bastante la dimensión de la matriz de interacciones: en lugar de tener una matriz grande tendremos 2 matrices mas pequeñas, permitiendo así una mejor comprensión. También cabe decir que en los casos en que las cuerdas no tengan masa, que son la mayoría, se puede realizar una simplificación más con el fin de reducir el conjunto de elementos de forma nuestro sistema. Así se puede considerar a la cuerda que une a dos cuerpos como un "vehículo conductor" de la interacción de modo similar a cuando la Tierra atrae a los cuerpos.

Hay que tener presente que estas simplificaciones deben hacerse siempre después de que el alumno entienda de donde procede la interacción y que dicha estrategia no deja de ser un "atajo" práctico en beneficio de la agilidad y rapidez.

## 2.6 La cuerda abraza a la polea

En los ejercicios donde aparecen cuerdas ya se ha visto que es conveniente desdoblar a la cuerda en tantos trozos como puntos de contacto haya en su recorrido a lo largo de la conexión entre los cuerpos. En el ejemplo de la figura 2.11 se observa como la cuerda que une a los bloques  $m_1$  y  $m_2$  se ha partido en dos: la que conecta el bloque  $m_1$  con la polea y la que conecta a este con el bloque  $m_2$ . Con este desdoblamiento se puede ver que el conjunto de elementos para realizar el estudio de las interacciones suma un total de 6.

	$m_1$	c/izq.	polea	c/der.	$m_2$	Tierra
$m_1$	–	$T_1$	–	–	–	$P_1$
c/izq.	$T_1$	–	$T_2$	–	–	–
polea	–	$T_2$	–	$T_3$	–	–
c/der.	–	–	$T_3$	–	$T_4$	–
$m_2$	–	–	–	$T_4$	–	$P_2$
Tierra	$P_1$	–	–	–	$P_2$	–

La matriz de interacciones reflejada en la tabla anterior contiene dos tipos de fuerzas: las distintas tensiones de cada contacto y los pesos de los bloques. Aunque se han indicado para cada casilla una tensión distinta, se puede demostrar que si las cuerdas no tienen masa la tensión es la misma en todos sus puntos. Por eso en el diagrama del cuerpo libre de la figura 2.21 aparece solamente la nomenclatura  $T$  en cada contacto.

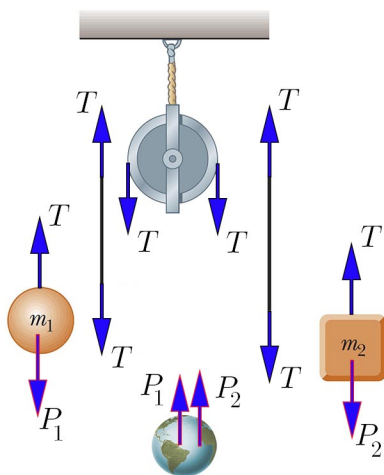


Figura 2.21

A la vista del diagrama puede darse el caso de que alguien se "horrizze" al ver tantas tensiones pero no perdamos de vista que este proceso sirve para aprender. Cuando realizamos una suma y pasamos de la decena, no apuntamos para nada el número 1 en pequeño encima de la columna correspondiente. Pero en el proceso de aprendizaje, recordemos la frase "me

## El diagrama del cuerpo libre

---

llevo 1", si que se anotaba este detalle. Por eso conviene que en este proceso donde el alumno está aprendiendo estos protocolos tan rígidos se lleven a cabo: es la manera de adquirir metaconocimiento.

El alumno puede comprender así de forma precisa que tensiones son pareja y cuáles no, aunque matemáticamente sean iguales. Su conocimiento profundo le permitirá simplificarlos y trabajar con el dibujo de la figura 2.10 (que se usa en todos los libros) sin perder de vista su metaconocimiento: tendrá conocimiento de que lo sabe y se podrá permitir el "lujo" de usar el "modo simplificado".

### 2.7 Un ejemplo típico

Determinados libros de texto plantean ejercicios en donde aparece la figura correspondiente a la descripción del mismo y en ocasiones indican además algunas fuerzas que se debarán hallar. El ejemplo de la figura 2.22 consiste en una pintora que está situada dentro de un soporte que a su vez está sujeto mediante una cuerda que pasa por una polea y que ella misma la está sujetando.

Lo que pide el ejercicio es encontrar con que fuerza la pintora debe tirar hacia abajo para que ocurra algún evento, ya sea para mantenerse sin caer, para moverse con velocidad constante o bien subir o bajar con cierta aceleración. En cualquier caso la finalidad que se persigue en esta ocasión consiste en obtener el diagrama de fuerzas y poder esclarecer el significado de dicha fuerza  $\vec{F}$  indicada en el enunciado.



**Figura 2.22**

[Tipler 6Th, fig. 4.57, pág 123]

Si realizamos una pequeña simulación de una posible conversación entre dos estudiantes

## El diagrama del cuerpo libre

---

llamados Juan y María, nos podríamos encontrar con este escenario:

María: *¿La fuerza  $\vec{F}$ , es la que realiza la pintora hacia abajo?*

Juan: *Todo parece indicar que si ...*

María: *Entonces habrá que indicarla en la pintora ¿verdad?*

Juan: *Es lo que parece, pero en el diagrama nos la ponen fuera al lado y entonces tengo dudas ...*

María: *La tensión de la cuerda la indicamos en el soporte donde está sujeta ...*

Juan: *Parece que si, pero la persona también sujeta a la cuerda, y como ya está haciendo una fuerza  $\vec{F}$  hacia abajo a lo mejor no es necesario*

María: *Pero según la tercera ley de Newton, hay que tener en cuenta que toda fuerza de acción va acompañada de otra fuerza de reacción, y entonces en el caso de que  $\vec{F}$  fuese la acción, ¿donde estaría la reacción?*

Juan: *Pues la verdad no lo veo claro, en todo caso ya que el enunciado nos proporciona dicha fuerza, la ponemos en la pintora dirigida hacia abajo y ya veremos*

María: *También debemos aclarar si hay que poner la fuerza normal a la pintora ...*

Juan: *Pues claro, hay que ponerla en ella y dirigida hacia arriba, fíjate que cuando hacíamos ejercicios de un bloque encima de una mesa, se indicaba un peso del bloque hacia abajo y la normal hacia arriba, ...*

María: *Lo veo todo muy confuso y me da la impresión de que nos dejamos fuerzas por poner, lo que tendríamos que hacer es usar la metodología que nos ha explicado el nuevo profesor, hacerle caso y veremos que ocurre,*

Juan: *Tienes razón, la verdad es que parece un poco rollo eso de tener que separar a los elementos y luego montar una especie de matriz, pero vamos a ver si funciona,*

Llegado este punto los estudiantes Juan y María proceden a realizar el protocolo que han aprendido en clase y analizan detalle por detalle de como debe ser el proceso correcto a seguir:

María: *Dado que el techo no se va a mover y la polea se considera ideal podemos considerar que la cuerda, la polea y el techo son un solo elemento y no hace falta que desmenuzemos en partes mas pequeñas,*

Juan: *Jo creo que si ya que los contactos que tiene la cuerda con el resto son, por un lado el soporte y por el otro lado las manos de la pintora*

María: *También podemos no tener en consideración a la Tierra siempre que pongamos los pesos tanto a la pintora como al soporte, ya que el resto no tienen masa (cuerda y polea-techo)*

## El diagrama del cuerpo libre

Juan: Efectivamente, así los elementos a considerar son tres: la pintora, el soporte y la cuerda, es decir,



**Figura 2.23**

María: Perfecto, así partimos de un diagrama de 3 elementos en donde los pesos de dos de ellos los consideramos fuerzas externas.

Juan: Pues vamos ahora a construir la matriz de interacciones, es decir,

	<i>pintora</i>	<i>soporte</i>	<i>cuerda</i>
<i>pintora</i>			
<i>soporte</i>			
<i>cuerda</i>			

María: Hay que empezar analizando las interacciones entre la pintora y el resto de elementos. Yo veo que la pintora está encima del soporte, por lo tanto va a existir una fuerza de contacto entre los dos que llamaremos normal  $N_{12}$ , además la pintora tira de la cuerda hacia abajo, por tanto, existirá una fuerza de tensión que llamaremos  $T$  entre ambos.

	<i>pintora</i>	<i>soporte</i>	<i>cuerda</i>
<i>pintora</i>	–	$N_{12}$	$T$
<i>soporte</i>			
<i>cuerda</i>			

Juan: Entonces, ¿que hacemos con esta fuerza  $F$  que aparecía en el enunciado?

María: Yo la dejaría y seguiría el método que nos han enseñado.

## El diagrama del cuerpo libre

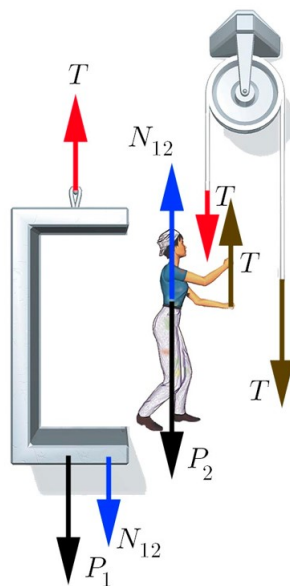
Juan: Vale, pues ahora ya sólo queda ver la interacción de la cuerda con el soporte que no es más que la tensión de la cuerda.

	pintora	soporte	cuerda
pintora	–	$N_{12}$	$T$
soporte		–	$T$
cuerda			

María: Pues ya hemos terminado, con la semidiagonal superior tenemos suficiente, ya que la otra semidiagonal inferior es simétrica.

Juan: Vamos pues a indicar las fuerzas que nos han salido del análisis en el diagrama inicial donde habíamos separado a los elementos.

A continuación proceden a dibujar las fuerzas obtenidas en la tabla de interacciones y se obtiene el esquema de la figura 2.24, en donde, a parte de los dos pesos iniciales, el resto de fuerzas están aparejadas.



**Figura 2.24**

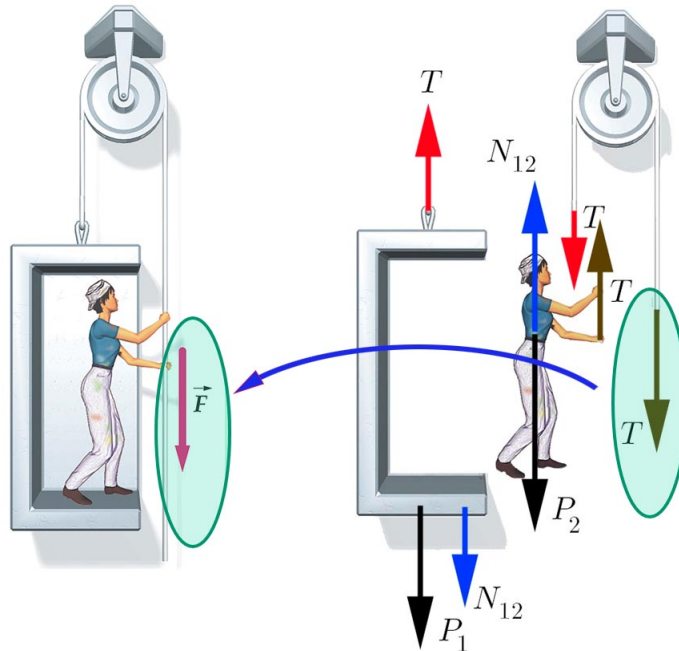
Pero en la conversación llevada a cabo por los dos estudiantes aún queda algo por aclarar con respecto a la fuerza  $\vec{F}$  que aparecía en el enunciado del ejercicio:

María: Bueno, hemos obtenido el diagrama del cuerpo libre para la pintora y ahora a continuación ya podremos aplicar la segunda ley de Newton par encontrar resultados, pero sigo sin entender para que nos han indicado en el propio enunciado una fuerza desconocida.

## El diagrama del cuerpo libre

---

Juan: *Pues ya lo entiendo, solo nos falta comparar el diagrama que hemos obtenido con el del enunciado inicial y como puedes ver en la figura 2.25, esa fuerza desconocida al principio y que tantos quebraderos de cabeza nos ha llevado, no es ni más ni menos que la tensión que la persona realiza sobre la cuerda.*



**Figura 2.25**

María: *Sabes que te digo Juan, que haré caso al profesor nuevo y seguiré su metodología ya que se ha demostrado que es infalible y elimina cualquier tipo de duda al respecto.*

Se ha hecho hincapié en esta conversación ya que aunque parezca simulada es el resultado de un debate muy ajustado a la inquietud que demuestran los alumnos y que con la "conversión" a la nueva metodología obtienen los objetivos marcados.

### 3 La cinemática sin fórmulas

En general para el alumno la resolución de un ejercicio de física conlleva irremediablemente el uso de alguna u otra fórmula que le asegure algún resultado a partir de unos datos iniciales. Esta simbiosis ejercicio-fórmula lastra el modelo cognitivo hasta tal punto que anula por completo su capacidad de razonar y convierte a la física en un simple "recetario".

Una prueba sencilla para comprobar el estado en que llega el alumno, basta con plantear la siguiente cuestión: se le da la ecuación de la velocidad de un móvil tal como  $v(t) = 2t + 3$  y se le pide que nos indique la velocidad inicial. Ante cualquier pregunta al respecto, la imagen cognitiva que dispone el alumno de la cinemática consiste en  $v(t) = v_o + at$ , con lo cual la respuesta no se hace esperar: el resultado es 3.

Es muy simple: se comparan las dos expresiones y se identifica al termino independiente 3 como el valor de  $v_o$ . Lo que no sabe el alumno es que a lo mejor el móvil ha partido en el instante  $t = 2$ , con lo cual el concepto de velocidad inicial debe revisarse y definir que significa realmente: si la velocidad en el instante inicial o en el instante  $t = 0$ . El problema es que el encauzamiento de ejercicios en una única dirección ha permitido realizar como siempre una extrapolación a conclusiones más generales que resultan demasiado arriesgadas.

Por otro lado resulta también muy sorprendente como todos los libros de física definen realmente a la aceleración como la derivada de la velocidad, es decir,

$$a(t) = \frac{dv}{dt} \quad (3.1)$$

y luego en los ejemplos que se muestran se usan de un modo reiterado unas fórmulas que más o menos encajan en la mayoría de ejemplos mostrados. El alumno adquiere como modelo cognitivo de la cinemática entre otras las fórmulas siguientes:

$$v(t) = v_o + at \quad (3.2)$$

$$x(t) = x_o + v_o t + \frac{1}{2} at^2 \quad (3.3)$$

Para adquirir un modelo cognitivo adecuado el proceso es muy simple: se parte de la definición dada por la ecuación 3.1 y se realiza siempre el protocolo correspondiente. Si



hay que realizar una integral aunque sea simple no importa: el hecho de iniciar un protocolo estructurado por pasos especificados es la única forma de conseguir un buen modelo de conocimiento. Este es otro debate como tantos de si se debe "exagerar" la resolución o se debe ir a lo "práctico". Muchos docentes argumentan que si la aceleración es constante y parte en el instante inicial correspondiente a  $t = 0$ , para que se debe realizar un protocolo de cálculo que va a ser siempre el mismo en cada caso. Podríamos también argumentar que cuando estamos aprendiendo a sumar, como la mayoría de sumas presentan un perfil parecido usamos la calculadora. Los algoritmos son precisamente estructuras que favorecen el proceso cognitivo.

Es evidente de que en todo proceso de aprendizaje, el alumno puede decidir cuando lo crea conveniente simplificar a su manera el procedimiento habitual y "saltarse" pasos para llegar al resultado. No es lo mismo usar el conocimiento de que ya sabe integrar y "saltarse" el paso concreto de realizar la integral, a usar un resultado sin saber justificar su procedencia. Así, ante la operación:

$$v(t) = \int a(t) dt \quad (3.4)$$

en la que  $a(t) = 2$  se puede escribir ya como resultado que  $v(t) = 2t + C$  sin tener que explicitar la integral. En cambio, usar esta expresión como si fuera una fórmula preconcebida sin tener conocimiento de que proviene de la integral, no aporta ningún beneficio para adquirir metaconocimiento. Es parecido al caso de las interacciones: si un bloque está encima de una mesa y solo indicamos la fuerza normal en el bloque por el hecho de tener el conocimiento que la mesa recibirá la correspondiente reacción en forma de una fuerza hacia abajo, significa que se tiene el modelo cognitivo adecuado. En cambio cuando se coloca en un bloque la fuerza normal hacia arriba por el simple hecho de usar una imagen visual con respecto a otro ejercicio parecido significa que no se tiene ningún metaconocimiento: es como si se usaran "fórmulas visuales" para para comparar unos esquemas con otros, sin conocer su origen.

### 3.1 Ejercicios cortos y largos

La sensación que tiene el alumno ante los ejercicios de cinemática es la de un complejo entramado de distintas situaciones. Según el enunciado se considerará un ejercicio corto, largo, complejo, sencillo, difícil, complicado, fácil, etc. En realidad es una sensación general para muchos campos de la física, sin ir más lejos para los ejercicios de dinámica como ya se ha visto. Así un alumno que disponga de un buen acopio de fórmulas se sentirá seguro para afrontar los ejercicios.

Para entender todo ello consideremos algunos ejemplos típicos que están tratados en multitud de plataformas: libros de texto, colección de ejercicios resueltos, internet, etc. Uno

## La cinemática sin fórmulas

---

de los más habituales es el caso de dos móviles que salen de distintos lugares y se van a encontrar en cierto punto intermedio. Un enunciado podría ser el siguiente:

*"Un móvil parte de un punto A con una velocidad de 3 m/s en dirección a otro punto B separado una distancia de 84 m. Desde el punto B y 4 segundos más tarde parte un segundo móvil en dirección hacia A con una velocidad de 6 m/s. Determinar en qué instante se encontrarán y cuál será la distancia recorrida por cada uno."*

La solución para este ejercicio resulta bastante sencilla y nos atreveríamos a aventurar que un ciudadano de La pieö lo sabría resolver usando algún tipo de lógica. Podría ir calculando cuanto avanza cada móvil y mediante un pequeño conteo se podría determinar las distancias que van recorriendo. Para el alumno resulta ser un ejercicio típico que ha aparecido a lo largo de sus estudios primarios y lo ha visto resolver probablemente con distintas "argucias" y razonamientos lógicos.

Podemos variar un poco el enunciado anterior introduciendo alguna dificultad adicional como por ejemplo el siguiente enunciado:

*"Un móvil parte de un punto A con una velocidad de 3 m/s en dirección a otro punto B separado una distancia de 84 m. En este instante observa como un segundo móvil pasa por el punto B en dirección al punto A con una velocidad de 6 m/s. Este segundo móvil despues de 8 segundos frena con una aceleración de 2 m/s<sup>2</sup>. Determinar en qué instante se encontrarán y cuál será la distancia recorrida por cada uno."*

La solución para este segundo ejercicio ya resulta un poco más compleja que la anterior y esta sensación de mayor dificultad está presente en el estado de opinión de los alumnos. La gran mayoría reconoce saber enfrentarse al primero pero duda de si será capaz de enfrentarse al segundo. Necesitamos pues dotar al alumno de una metodología que resulte independiente de la complejidad del enunciado. Quizás pueda parecer que los dos ejercicios son del mismo calibre y posiblemente un alumno con cierta destreza pueda afrontar el segundo sin demasiadas dificultades.

Si se complica el ejercicio en exceso añadiendo más circunstancias cambiantes y más efectos colaterales se puede llegar a tener una situación que resulte "inviabile" para el alumno. Un ejemplo de ello puede ser el siguiente enunciado:

*"Un móvil circula por una carretera a una velocidad de 144 km/h y en un cierto instante observa la presencia de un coche de la policía estacionado en el arcén, en el mismo sentido de la marcha y a una distancia de 182 m. El coche decide comenzar a frenar con una aceleración de 4 m/s<sup>2</sup>. Cuando alcanza la posición del coche de policía, éste arranca con una aceleración de 4 m/s<sup>2</sup> dispuesto a alcanzarlo. El conductor del coche se da cuenta de este hecho por el retrovisor y 1 s más tarde decide acelerar con una aceleración de 2 m/s<sup>2</sup>. La polica*

*observa este hecho y 1 s más tarde también acelera con una nueva aceleración de  $6 \text{ m/s}^2$ . Determinar en qué instante la policía alcanzará al coche."*

En este caso seguro que podemos afirmar que el alumno "firma" la rendición total. Resulta demasiado complejo adaptar los ejemplos que se han visto en clase para esta cantidad de circunstancias cambiantes. La praxis docente se limita a ejercicios tipo, el alumno adquiere esquemas mentales concretos que le sirven para solventar situaciones que se aproximen a las ya vistas, pero carece de modelo cognitivo y de metaconocimiento.

Lo que se pretende es instaurar una metodología que permita resolver cualquier ejercicio de cinemática sea fácil, difícil, corto, largo, etc. Podemos decir una vez más que el alumno tiene metaconocimiento sobre la operación suma pero no lo tiene sobre los ejercicios de cinemática. Carece de un protocolo bien definido que le permita abordar cualquier ejercicio y le permita resolver de la misma forma los cortos que los largos.

### 3.2 Preparativos y selección de datos

Para resolver cualquier ejercicio de cinemática se propone seguir un protocolo que consiste básicamente en 3 pasos importantes y que pueden considerarse en cierto modo independientes para su comprensión y ejecución. Cuando se dispone del diagrama del cuerpo libre de una partícula, el siguiente paso consiste en construir unas ecuaciones donde aparecen las fuerzas recién dibujadas y la aceleración.

Se puede dar el caso que un alumno tenga destreza en escribir unas ecuaciones a partir de un diagrama pero en cambio no sepa llegar al diagrama. Son conocimientos independientes que corresponden a etapas independientes y que lo deseable es que sepa afrontar ambos retos. Un alumno puede aprender a construir el diagrama del cuerpo libre sin saber resolver un sistema de ecuaciones. Son conocimientos independientes, que lo deseable es que estén conectados y así el alumno pueda empezar y terminar un ejercicio.

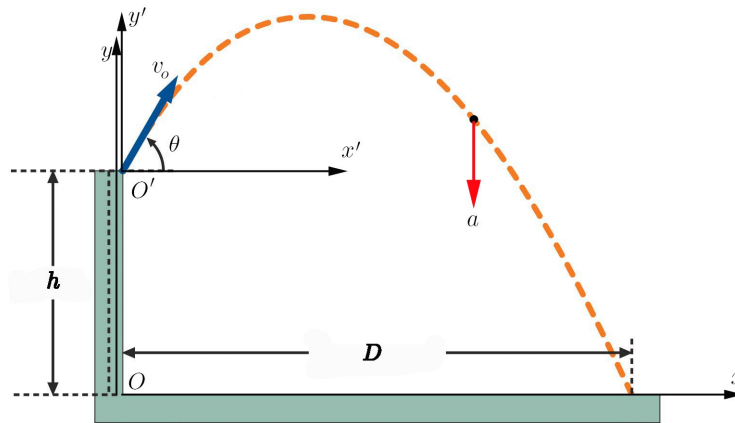
Para poder resolver un ejercicio de cinemática, es imprescindible extraer del enunciado una terna de datos: conocer la aceleración a la que estará sometido el móvil y la posición o velocidad en algún instante. Este instante puede ser perfectamente el inicial que se acostumbra a tomar como  $t = 0$ . Para poder llevar a cabo esta tarea es necesario en primer lugar escoger un sistema de ejes coordenados. Con esta elección de ejes ya se está en condiciones de poder obtener dicha terna de datos.

Consideremos el ejemplo típico de un tiro parabólico, donde se lanza desde una cierta altura  $h$  un móvil con velocidad de módulo  $v_0$  y formando un ángulo  $\theta$  con la horizontal. en la figura 3.1 se observa un esquema donde se han situado dos posibles orígenes de referencia  $Oxy$  y  $O'x'y'$ .

## La cinemática sin fórmulas

Ante un ejercicio como éste lo primero que pasará por la mente del alumno es la preocupación de si dispone de la fórmula de "turno" que encaje en ese caso. Lo que se debe hacer es totalmente distinto: el alumno debe saber extraer la terna de datos que usará en el paso posterior. Por tanto se debe cambiar el concepto de de fórmula por el concepto proceso.

Este paso es un poco parecido al primer paso que se usa en dinámica en la obtención del diagrama del cuerpo libre. Allí se separaban a los elementos y aquí se separan los datos de "entrada". Es imprescindible conocer estos datos para poder ejecutar los cálculos y deducir las "fórmulas" del movimiento que se está tratando.



**Figura 3.1**

[Tipler 6Th., fig. 3.36, pág. 89]

Para este caso el análisis previo del ejercicio que proporcionará los datos importantes consta de 3 pequeños pasos:

- *Sistema de referencia.* En la figura se han escogido dos posibles sistemas de ejes, el  $Oxy$  y el  $O'x'y'$ . Consideremos que se escoge el que corresponde al origen  $O$ .
- *Causa del movimiento.* Cuando el móvil sale "disparado" la única fuerza que actuará sobre él es el peso y, por tanto, su aceleración vendrá dada por

$$\vec{a}(t) = (0, -g) = (0, -9.81) \text{ m/s}^2$$

- *Condiciones iniciales.* Se trata de expresar tanto el vector velocidad como el vector posición para algún instante de tiempo conocido como puede ser  $t_0$ , es decir,

$$\begin{cases} \vec{v}(t_0) = (+v_o \cos \theta, +v_o \sin \theta) \text{ m/s} \\ \vec{r}(t_0) = (0, h) \text{ m} \end{cases}$$

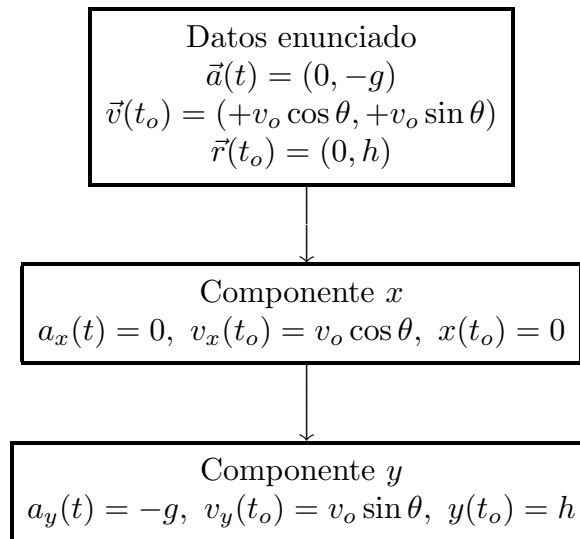
Si en lugar de escoger los ejes  $x - y$ , se escoge a los ejes  $x' - y'$  entonces se tiene:

$$\vec{r}(t_0) = (0, 0) \text{ m}$$

## La cinemática sin fórmulas

---

Finalizado éste análisis se dispone de un conjunto de datos consistentes en la aceleración y valores tanto de la velocidad como de la posición para un tiempo  $t_o$ .

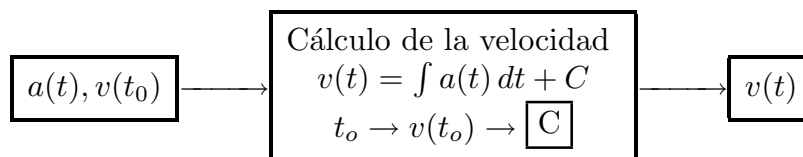


El "acopio" de estos datos a partir del enunciado responde al modelo cognitivo que se quiere implantar. Se puede decir que con dichos datos ya se puede empezar un siguiente paso que es de índole matemática y consiste en realizar unos cálculos que generalmente serán integrales.

### 3.3 Obtención de la velocidad y posición

Cualquier movimiento en 2 dimensiones (y si se da el caso en el espacio) se puede analizar estudiando cada componente por separado. En este sentido y para simplificar los contenidos se eliminarán los subíndices correspondientes a las componentes y para la posición se usará la componente  $x$ . De este modo la terna de datos consta de  $a(t), v(t_o), x(t_o)$  y a partir de ellos se procede a realizar unos cálculos con el fin de obtener tanto la velocidad en función del tiempo como la posición también en función del tiempo, que constituyen las ecuaciones o "fórmulas" del movimiento.

Como primer paso, a partir de la aceleración y la velocidad inicial se obtiene la ecuación de la velocidad en función del tiempo con el siguiente algoritmo:

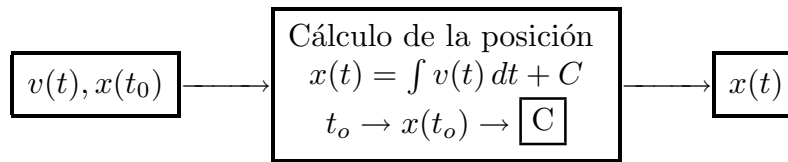


Una vez se obtiene la expresión de la velocidad y el conocimiento de la posición inicial se

## La cinemática sin fórmulas

---

procede de un modo formalmente idéntico para obtener ahora la posición, es decir,



La ejecución conjunta de las dos operaciones o mejor dicho de los dos bloques permite construir un proceso combinado que partiendo de los datos iniciales se pueden obtener las ecuaciones correspondientes a  $v(t)$  y  $x(t)$ . A esta "macro-función" la llamamos cinemática y se puede esquematizar del siguiente modo:

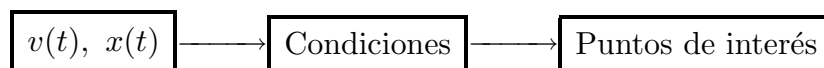


El esquema cognitivo del alumno se ha convertido en el proceso siguiente: parte de un enunciado, extrae unos datos y a continuación realiza un proceso algorítmico para obtener unas expresiones que son sus fórmulas del movimiento. En la medida que realice este proceso varias veces su metaconocimiento sobre la cinemática se puede decir que "avanza favorablemente". Las praxis convencionales no favorecen para nada ningún modelo cognitivo, solamente sirven a alumnos "excepcionales" que con el uso de la habilidad unida a la intuición pueden salir airosos de dicha tarea.

### 3.4 Puntos de interés

Generalmente un ejercicio de cinemática consiste en obtener puntos de interés como la altura máxima que alcanzará un proyectil, si los dos coches que van al encuentro uno del otro se van a encontrar, etc. Estos resultados con la praxis habitual se obtienen a partir de fórmulas preestablecidas. Dichas fórmulas son ni más ni menos que una consecuencia directa de las ecuaciones del movimiento que se han obtenido en el segundo paso.

Hay que primar pues el uso del metaconocimiento también para esta parte del ejercicio. De lo que se trata es de usar todo tipo de condiciones, ya sean físicas o geométricas, en las ecuaciones obtenidas. De este modo una vez más se abandona la "dependencia" de tal o cuál fórmula para estos casos.



### 3.5 Un ejercicio complejo

Vamos a ilustrar con la metodología de bloques como se puede resolver un ejercicio

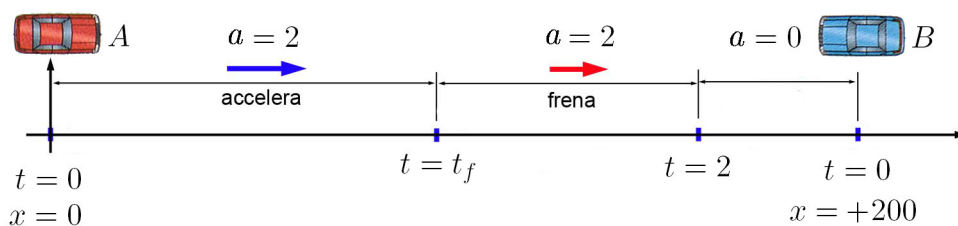
## La cinemática sin fórmulas

relativamente complejo. Se trata de dos coches que van uno al encuentro del otro pero con condiciones temporales diversas y con cambios en el tipo de movimiento en uno de ellos. La complejidad no tiene límites pero se ha usado un caso relativamente sencillo.

Consideremos el siguiente enunciado: "Un coche *A* está estacionado en un punto y en un momento dado observa como un segundo coche *B* a una distancia de 200 m se acerca con una velocidad de 20 m/s. En este preciso instante (que se definirá como instante inicial para los dos móviles) el coche *A* arranca con una aceleración de  $2 \text{ m/s}^2$  en dirección hacia el coche *B*. El coche *B* observa este hecho y 2 segundos más tarde frena con una aceleración de módulo  $2 \text{ m/s}^2$ . Hallar el tiempo transcurrido desde el instante inicial hasta que los dos móviles se encuentren."

Lo primero que se debe hacer siempre es escoger un sistema de referencia único para los dos móviles. En la praxis habitual se acostumbra a dar un tratamiento individual a cada coche y luego hay que hacer encajes para comparar los datos de uno de ellos con los del otro.

Un posible esquema correspondiente al enunciado se puede ver en la figura 3.2 y donde se aprecia que en uno de los coches que está frenando su aceleración es positiva. Hecho que también sorprende al alumno, puesto que en los ejemplos que ha visto de coches que frenan, la aceleración era negativa.



**Figura 3.2**

Se escoge un sistema de ejes con origen en el punto  $x = 0$ , de manera que en el instante inicial ( $t = 0$ ) el coche *A* tiene la posición  $x_1 = 0$  i el coche *B* tiene la posición  $x_2 = 200$ .

Usando la metodología indicada solo hay que usar los datos de cada coche y realizar el algoritmo de integración para obtener así las ecuaciones del movimiento. Para el coche *A* se tiene:

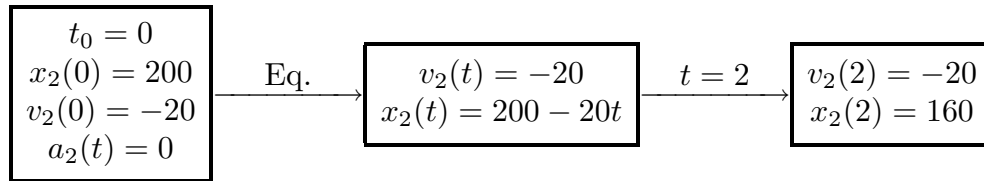
$$\begin{array}{|l} t_0 = 0 \\ x_1(0) = 0 \\ v_1(0) = 0 \\ a_1(t) = 2 \end{array} \xrightarrow{\text{Eq.}} \begin{array}{|l} v_1(t) = 2t \\ x_1(t) = t^2 \end{array}$$

Para el coche *B* hay dos etapas diferenciadas del movimiento: los dos primeros segundos lleva una velocidad constante y a partir de  $t = 2 \text{ s}$  empieza a frenar. Para estos casos hay

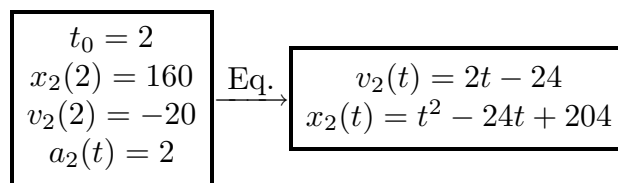
## La cinemática sin fórmulas

que realizar primero el estudio del primer intervalo y los datos de salida obtenidos al final del primer intervalo servirán como datos de entrada para el segundo intervalo.

\* Intervalo  $0 \leq t \leq 2$ .



\* Intervalo  $2 \leq t$ . Empieza una nueva etapa en la que frena y se toman los datos anteriores como condiciones iniciales para dicha etapa.



El punto del eje  $x$  donde se encontrarán (indicado en la figura como  $t_f$ ) debe verificar la condición de que las posiciones de ambos coincidan

$$x_1(t) = x_2(t) \Rightarrow t^2 = t^2 - 24t + 204 \Rightarrow t = 8.5 \text{ s}$$

Podemos ver en la figura 3.3 un esquema conceptual de los bloques que se han usado y observar que los datos de salida de uno de los bloques han servido de datos de entrada para el siguiente bloque.

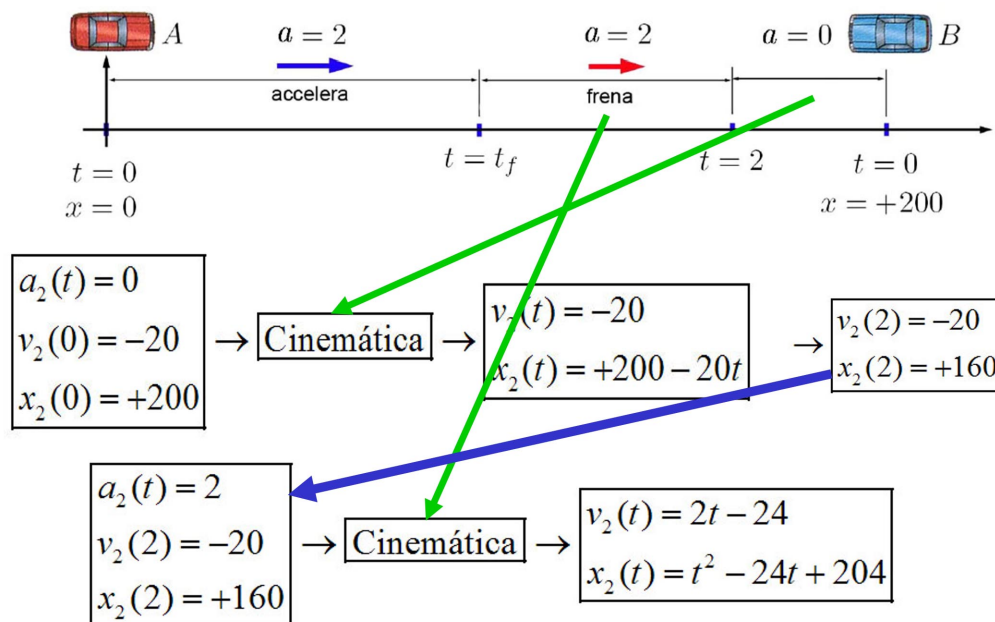


Figura 3.3



## **La cinemática sin fórmulas**

---

Esta es la metodología que se debe usar para obtener un metaconocimiento sobre la cinemática. El uso de este protocolo permite abordar cualquier ejercicio por más complejo que resulte y cada vez que el alumno realiza este proceso está alimentando su modelo cognitivo.

Tanto en dinámica como en cinemática se deben abandonar las praxis convencionales y sustituirlas por praxis orientadas a construir modelos básicos y precisos, en lugar de usar fórmulas y esquemas convencionales.

Se trata de desarrollar siempre algoritmos precisos en donde el alumno aprenda a aprender y únicamente de este modo se conseguirá una buena base conceptual orientada a un modelo cognitivo preciso.

### 4 El teorema de conservación de la energía

El modelo cognitivo que el alumno tiene de la física en general es el de que las fórmulas resuelven todos los ejercicios. Solo basta con usar la expresión adecuada y saber que datos substituir en ella. Las extrapolaciones de resultados muy comunes de casos concretos a recetas que servirán ya para siempre constituyen el "orden del día".

Muchos alumnos cuando oyen la palabra energía potencial en su mente aparece la imagen de la expresión  $mgh$  incluso en casos donde se tratan fuerzas conservativas que no tienen nada que ver con el caso gravitatorio. Todo ello es consecuencia de lo mismo: un exceso de celo en usar estereotipos y encasillar los ejercicios en casos demasiado simples.

La energía mecánica se define como la suma de la energía cinética y de la energía potencial gravitatoria y este término se usa a menudo. Bastantes alumnos se creen que la expresión que nos indica:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = \Delta E_m \tag{4.1}$$

es el teorema de conservación de la energía mecánica, cuando en realidad es una identidad trivial. Si la energía mecánica  $E_m$  se define como la suma de  $E_c$  y  $E_p$  resulta obvia la expresión de la ecuación 4.1.

Este tipo de confusiones son debidas a la mezcla indiscriminada de fórmulas fundamentales y fórmulas derivadas. Así la segunda ley de Newton en formato partícula de masa constante que se expresa como  $\vec{F} = m\vec{a}$  es una fórmula necesaria para el desarrollo de los ejercicios. Otro tipo de expresiones como  $N = mg \cos \theta$  que aparece con frecuencia en planos inclinados son consecuencia de cálculos previos.

Una expresión del tipo  $N = mg \cos \theta$  válida para saber la fuerza de contacto de un bloque cuando baja por un plano inclinado se puede usar como fórmula siempre y cuando seamos conscientes de las limitaciones en que nos encontramos. Muchos alumnos adoptan la expresión anterior para obtener la normal en un plano inclinado como si fuese una fórmula referente.

### 4.1 Clasificación de las fuerzas

Para aplicar el teorema de conservación hay que tener en cuenta las fuerzas que actúan sobre la partícula y clasificarlas de algún modo. Parece que hay un cierto consenso en considerar al peso y la fuerza elástica como fuerzas conservativas y al rozamiento como no conservativa y así es como se proceda habitualmente.

De hecho el alumno tiene este esquema mental y lo usa para desarrollar los ejemplos que se le proponen y en cierto modo el argumento del alumno siempre es el mismo: "así me lo han contado". Respuestas como ésta siempre requieren ponerlas en cuarentena y pensar que los docentes hacen bien su trabajo. Si el alumno no lo sabe es muy probable que no haya adquirido los objetivos marcados. Este argumento sería válido si el porcentaje correspondiente fuera bajo, pero el caso es que se da en la mayoría, de modo que hay que revisar las metodologías que se usan.

Para comprobar el concepto previo que tiene el alumno sobre la aplicación correcta del teorema de conservación se le propone el ejemplo de la figura 4.1. Se trata de dos bloques  $m_1$  y  $m_2$ , donde se supone que el bloque  $m_1$  desciende por el plano inclinado y el bloque  $m_2$  sube verticalmente. Después de que el bloque  $m_2$  ha ascendido una cierta altura  $h$  se pide la velocidad que ha adquirido.

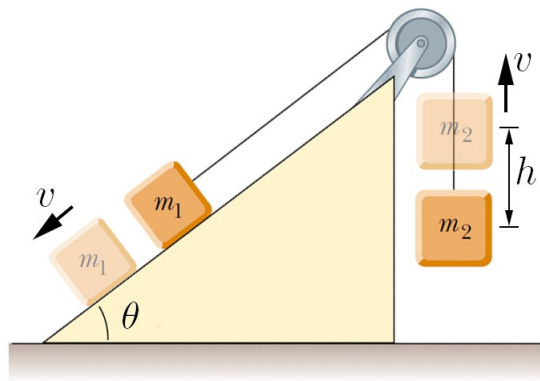


Figura 4.1

La forma de resolver este ejercicio es diversa y se pueden aplicar distintos métodos. Se puede hallar la aceleración de bloque y mediante las herramientas de la cinemática hallar la velocidad. Se puede usar el teorema del trabajo y la energía cinética o bien el teorema de conservación. Para ello se puede optar por el sistema formado por los dos bloques  $m_1$  y  $m_2$  o aplicarlo únicamente al bloque  $m_1$ . En cualquier caso conviene que el alumno sepa usar este teorema en los dos entornos: partícula sola y sistema de partículas.

## El teorema de conservación

---

Parece pues razonable aprender a aplicar dicho teorema para cualquier situación planteada. En este caso se propone al alumno que aplique el teorema solamente al bloque  $m_2$  y el resultado no se hace esperar: el trabajo de la tensión de la cuerda brilla por su ausencia y solo aparecen las variaciones de la energía cinética y potencial del bloque. El alumno plantea el teorema de conservación de este modo:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0 \quad (4.2)$$

y el segundo término es nulo puesto que tiene conocimiento que no hay fuerzas no conservativas ya que no hay rozamiento en el bloque  $m_2$ . Para el alumno la tensión es una fuerza "huérfana" y no sabe donde ubicarla, con lo que la expresión resultante:

$$\underbrace{\frac{1}{2} m_2 v^2 - 0}_{\Delta E_c} + \underbrace{mgh - 0}_{\Delta E_p} = 0$$

da lugar a una contradicción matemática ya que ambos términos son positivos y su suma no puede ser nula. Ante dicha situación podemos escenificar una discusión típica para este caso:

**Profesor:** *Veo que en el segundo término aparece un cero, ¿me puede explicar el motivo?*

**Alumno:** *Dado que no hay rozamiento no existe trabajo de las fuerzas no conservativas tal como reza el teorema.*

**Profesor:** *Pero, ¿se da cuenta de que cuando el cuerpo sube gana energía cinética y a la vez potencial?*

**Alumno:** *Efectivamente, pero quizás la energía cinética del cuerpo  $m_1$  que está bajando se compensa con la del cuerpo  $m_2$  que está subiendo.*

**Profesor:** *Recuerde que estamos intentado justificar la aplicación del teorema solamente al bloque  $m_2$*

**Alumno:** *Cuando teníamos dos bloques hacíamos el balance de los dos a la vez.*

**Profesor:** *Sí, pero no me negará que para hacer eso, basta con aplicar por separado a cada bloque y a continuación sumar los dos resultados obtenidos*

**Alumno:** *Tiene razón pero no veo de donde puede venir la ganancia de las dos energías tanto cinética como potencial*

**Profesor:** *Vamos a ver, ¿está de acuerdo que las fuerzas se pueden dividir en conservativas y no conservativas?*

**Alumno:** *Efectivamente, y en este caso tenemos al peso que es una fuerza conservativa y para ella usamos la variación de su energía potencial.*

## El teorema de conservación

---

Profesor: Cuando ha aplicado el teorema de conservación al bloque  $m_2$ , ¿ha buscado todas las fuerzas están actuando sobre él?

Alumno: Pues no he caído en ello, porque nunca lo he visto hacer y ahora que lo dice el bloque está sometido a parte del peso a una tensión.

Profesor: Vamos avanzando, y entonces ésta fuerza de tensión ¿donde la clasificamos en conservativas o no conservativas?

Alumno: Pues es verdad, no lo sabría decir, ¿quizás no conservativa?

Profesor: Haga lo que quiera pero tenga presente que se tiene que contabilizar de algún modo.

Alumno: Si la contabilizo como no conservativa entonces el segundo miembro del teorema no será un cero, se escribirá como:

$$\underbrace{\frac{1}{2} m_2 v^2 - 0}_{\Delta E_c} + \underbrace{mgh - 0}_{\Delta E_p} = W(T) > 0$$

Profesor: Yo le pregunto: ¿antes de aplicar el teorema de conservación no debería realizar el diagrama del cuerpo libre?

Alumno: Pues no, no tenía conocimiento que se debía hacer

Profesor: Entonces si pretende aplicar un teorema en donde hay que contabilizar tanto energías potenciales como el trabajo de ciertas fuerzas y no conoce que fuerzas están aplicadas, ¿como lo hará?

Alumno: Tiene razón, si lo hubiera hecho no me habría dejado de computar el trabajo de dicha fuerza.

Profesor: Pues ya ve que si se realizan los procesos siguiendo una pauta la posibilidad de error se minimiza. La conclusión de todo ello es que hay que poner orden en todas sus ideas para que no ocurran estos errores.

A raíz del diálogo se puede observar que hace falta un protocolo para poder llegar con éxito a formular el teorema de conservación. Uno de los aspectos fundamentales es que hay que contabilizar todas las fuerzas presentes en el cuerpo o bien como variación de energía potencial o bien como trabajo. El tópico de fuerzas conservativas y no conservativas debe extenderse a que toda fuerza presente o bien será conservativa o bien será no conservativa. Pensar que solamente tenemos al rozamiento como fuerza no conservativa es demasiado restrictivo. Se ha visto que la tensión ha quedado olvidada básicamente por la praxis demasiado restrictiva en ejemplos concretos donde hay dos bloques y evidentemente los trabajos internos

se compensan.

### 4.2 Fuerzas internas: las olvidadas

Volviendo al ejemplo anterior hay dos conceptos importantes que han pasado desapercibidos: por un lado la suma de fuerzas internas en un sistema es nulo debido a la tercera ley de Newton pero el trabajo de las fuerzas internas no es nulo en general. El problema reside en que se usan a menudo ejemplos donde efectivamente el trabajo de las fuerzas internas es nulo y ya se sabe que las extrapolaciones por parte del alumno están en el "orden del día". El ejemplo de la figura 4.2 es uno de ellos, dado que la cuerda no se estira y por tanto las distancias relativas de ambas tensiones son iguales y de sentido contrario.

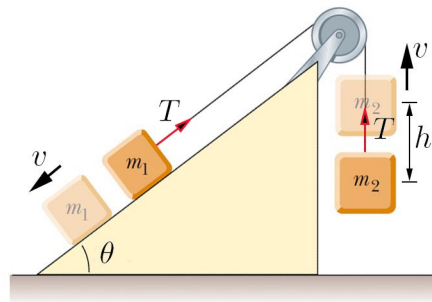


Figura 4.2

También resulta que muchas praxis docentes abogan por simplificar los procesos y no alargarlos más de lo necesario. De este modo el ejercicio resulta más corto de resolver y dado que se llega al resultado correcto se puede decir con rotundidad "aquí paz y después gloria". La desición siempre es la misma: abogamos por recetas prácticas que resuelven bastantes casos o bien optamos por procedimientos más detallados y, para que no engañarnos, más laboriosos.

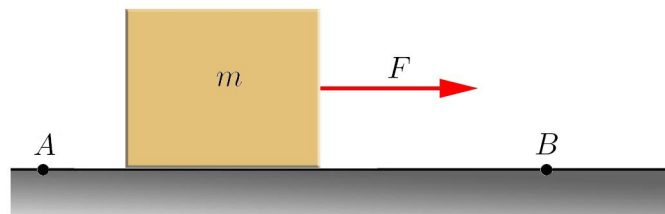
De este modo cuando aparecen fuerzas internas como las tensiones entre los bloques el trabajo de dichas tensiones pasa desapercibido puesto que ni se menciona. Este hecho se adopta como normal y el alumno no se plantea ni por un instante como debe balancear este trabajo en el computo del ejercicio.

La diferencia reside en si queremos inculcar un modelo cognitivo general o un conjunto finito de recetas "efectivas". La desición la tiene evidentemente el docente y la comunidad educativa en general. Lo que si resulta inapelable es que el alumno que procede tanto de enseñanza secundaria como de bachillerato no ha alcanzado ningún modelo cognitivo claro sino por el contrario un conjunto de "flashes" relacionados con varios casos comunes y que no puede generalizar por no disponer de esa capacidad metacognitiva.

### 4.3 El trabajo de la normal y del rozamiento

Es sabido que cuando un cuerpo se arrastra por un plano inclinado y queremos calcular el trabajo de la fuerza normal el resultado es cero. El argumento que se usa habitualmente es que toda fuerza que sea perpendicular al desplazamiento no realizará trabajo y en ese sentido es así. El uso reiterado de ejemplos en donde aparece la fuerza normal de contacto proporciona una "coartada perfecta" para que se pueda concluir que el trabajo de la normal es nulo en casos donde no lo será.

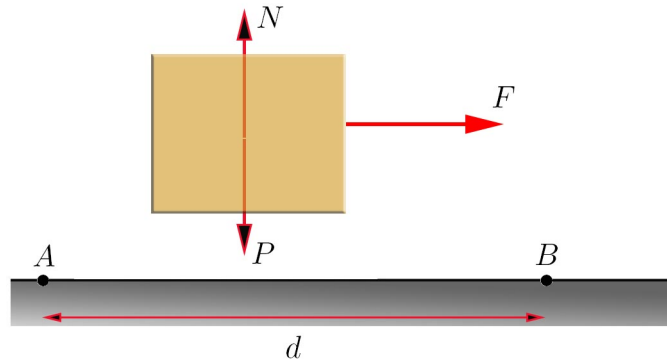
La pregunta surge de nuevo de si hay que primar los procedimientos conceptuales antes que los procedimientos "prácticos", es decir, si cuando se calcula el trabajo de una fuerza hay que usar la definición que se explica en teoría o al final se usa el resultado común conocido. Es un debate que tendrá todo tipo de detractores y alabadores, quizás más detractores que defensores. De hecho, resulta muy difícil encontrar en algún escenario algún ejemplo de la aplicación del teorema del trabajo y energía cinética indicando de forma explícita el trabajo de la normal.



**Figura 4.3**

Si consideramos el ejemplo de la figura 4.3 donde se arrastra un bloque por encima de una mesa mediante una fuerza  $F$  y se quiere aplicar el teorema del trabajo y la energía cinética nos encontramos habitualmente con un planteamiento restringido solo a las fuerzas que realizan trabajo.

Una vez se dispone del diagrama del cuerpo libre se observa como hay 3 fuerzas aplicadas al bloque: la fuerza  $F$  con la que se arrastra, el peso y la normal. En la figura 4.4 se ha representado un pequeño esquema donde aparecen dichas fuerzas y también la distancia del recorrido.



**Figura 4.4**

Para la aplicación del teorema se adopta como praxis habitual no incluir los trabajos ni del peso ni de la normal ya que son nulos. Una expresión habitual del mismo sería:

$$W(F) = \Delta E_c \quad \Rightarrow \quad F \cdot d = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 \quad (2)$$

El teorema del trabajo y la energía cinética dice explícitamente que el trabajo de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, o lo que es equivalente (por las propiedades de la integral) que la suma de los trabajos de cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo debe ser igual a la variación de su energía cinética. Si se quiere hacer honor a lo que se enseña en teoría hay que seguir un proceso estricto que permita al alumno adquirir un aprendizaje completo, Así la expresión del teorema se debería indicar de este modo:

$$W(F) + W(P) + W(N) = \Delta E_c \quad \Rightarrow \quad F \cdot d + 0 + 0 = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 \quad (3)$$

La diferencia entre usar la expresión (2) o la expresión (3) es fundamental para la comprensión de lo que se está haciendo. Quizás pueda parecer que dicho proceder sea "rizar el rizo", pero no conviene confundir los procesos con los "atajos". La praxis continuada de dar por sentado de que el trabajo de la normal es cero nos lleva a la idea previa errónea que consiste en la extrapolación gratuita del alumno para asumir que la normal no hace trabajo. En cambio la praxis de incluir siempre el trabajo de cada fuerza y luego ver que en ocasiones dicho trabajo sea nulo es una cosa muy distinta y que evita cualquier extrapolación no deseada.

No es lo mismo escribir primero el término del trabajo correspondiente a la normal y a continuación ejecutar el cálculo y ver que es nulo que dar por hecho de que ya es nulo sin escribir el término correspondiente. Los procedimientos que se basan en un rigor y una metodología dan mejores frutos que las praxis que se basan en la simplificación. Se da por hecho que en función del aprendizaje y el metacognoscimiento adquirido, se pueden usar



## El teorema de conservación

---

todas las simplificaciones que se quieran, pero siempre, después de haber adquirido este conocimiento previo.

Así, en un ejercicio aislado donde aparezca una fuerza normal que por determinadas circunstancias no sea perpendicular al desplazamiento casi seguro que para el alumno el trabajo será nulo. Cualquier prueba de control realizada sobre ello arroja resultados superiores al 90% en el sentido negativo: la mayoría de alumnos responde que el trabajo de la normal es cero sea cual sea la dirección de la fuerza.

Respecto a la fuerza de rozamiento también nos encontramos con el "dogma" de que el trabajo de dicha fuerza siempre es negativo. Así, cualquier situación donde se tenga que calcular el trabajo de dicha fuerza el signo del mismo será negativo independientemente de como sea dicha fuerza.

Hay que cambiar el protocolo que se usa para el cálculo del trabajo y forzar a que se usen los conceptos introducidos y se abandonen las simplificaciones que a lo único que llevan es a los errores conceptuales. Resulta muy curioso que en las clases de física se defina al trabajo con todo rigor como la integral de la fuerza por el desplazamiento y en cambio en la resolución de ejemplo y ejercicios se usen mecanismos de simplificación como el caso de trabajos nulos o trabajos constantes. En esos casos se prescinde del rigor de la integral y se opta por "atajos", aunque válidos que no ayudan a alimentar el metaconocimiento.

En muchos escenarios cuando una fuerza es constante, no se realiza la integral, dando por hecho de que haciendo el producto de la fuerza por el desplazamiento es suficiente. Volvemos pues a la misma discusión de si se deben enseñar "recetas prácticas" o procedimientos generales. El profesor es el que debe proporcionar los mecanismos suficientes para que el alumno puede enfrentarse a ejercicios de todo tipo y será potestad del alumno decidir si opta por realizar siempre el proceso general, es decir, integrar, o usar la simplificación que corresponda.

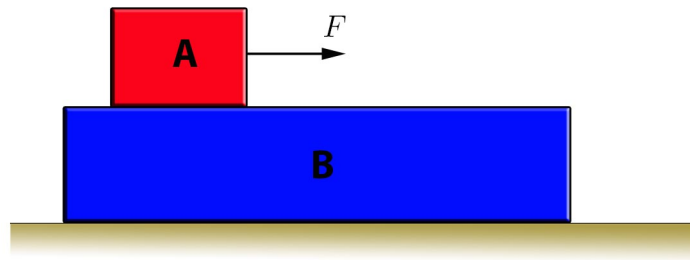


Figura 4.5

Podemos ver en el ejemplo de la figura 4.5 a dos bloques  $A$  y  $B$  con una fuerza aplicada al bloque  $A$ . Entre los bloques existe rozamiento y también hay fricción entre el bloque inferior y el suelo. El diagrama del cuerpo libre de la figura 4.6 se puede ver como el

## El teorema de conservación

---

bloque inferior está sometido a dos fuerzas de rozamiento, la que tiene lugar por el hecho de interactuar con el bloque superior y además la debida al rozamiento con el suelo.

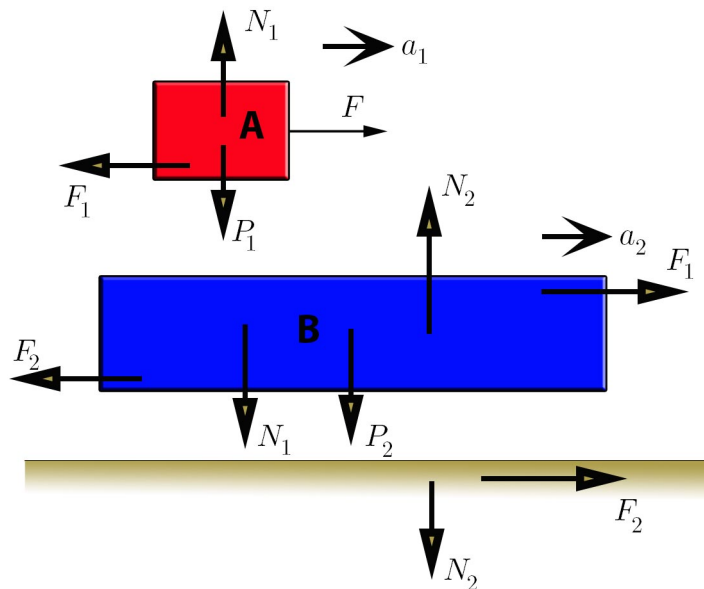


Figura 4.6

Dichas fuerzas son de sentido contrario y por tanto sus trabajos también lo serán. Así el trabajo de la fuerza  $F_1$  será positivo mientras que el trabajo de  $F_2$  será negativo. Entonces lo que se debe hacer es no presuponer resultados sin deducirlos mediante el uso del concepto. Es muy simple: para calcular el trabajo de una fuerza se parte de su definición y se deduce el resultado. A medida que el uso de la definición permite adquirir el metaconocimiento adecuado es cuando podemos usar los "atajos prácticos".

### 4.4 Matriz de trabajos y energías potenciales

Cuando hay que aplicar el teorema de conservación de la energía o el teorema del trabajo y energía cinética se distingue entre las fuerzas conservativas y las no conservativas. Resulta evidente que una fuerza o bien será conservativa o bien será no conservativa y por tanto en este balance "discriminatorio" entre ellas se da por hecho que todas las fuerzas van a resultar representadas.

El problema radica en el esquema mental del alumno: para él siempre que se habla de fuerzas no conservativas está pensando en el rozamiento y cuando se trata de conservativas en el peso o la fuerza elástica. El motivo es el de siempre: los ejemplos que se usan para ilustrar los teoremas son demasiado convencionales y la extrapolación del alumno no se hace esperar.

Se debe pues diseñar una estrategia que permita analizar en detalle todos los términos

## El teorema de conservación

---

del teorema y que no escape ninguna de las fuerzas presentes en el estudio. Un protocolo bien sencillo consiste en organizar todos los datos de que disponemos en una matriz. En dicha matriz hay 3 columnas principales en donde se sitúan las fuerzas, los trabajos y las energías potenciales.

Consideremos el diagrama de la figura 4.7 en la que tenemos a dos bloques que se pueden mover por un plano inclinado y a uno de ellos actúa una fuerza  $T$ . Esta fuerza puede provenir de una acción directa o bien porque el conjunto considerado está conectado mediante una cuerda a otro bloque que no se muestra en dicha figura. Se supone que el conjunto desciende por el plano inclinado y se pretende encontrar la velocidad que alcanzan cuando han descendido una distancia  $d$ .

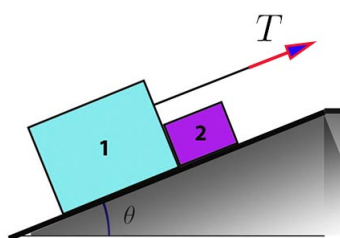


Figura 4.7

El primer paso necesario que debe llevarse a cabo es la confección del diagrama del cuerpo libre para cada uno de ellos o como mínimo para el cuerpo sobre el cual se pretende aplicar el teorema. Existe una cierta inercia en el alumno a omitir este diagrama ya que al no tratarse de un ejercicio de dinámica parece que no sea necesario. Es importante señalar una vez más que todo proceso de aprendizaje requiere repetir una y otra vez las mismas estructuras de planteamiento.

Si se sigue el método indicado en esta tesis para la obtención del diagrama del cuerpo libre hay que realizar una separación de los elementos que intervienen en el estudio de las interacciones que son los dos bloques, el plano inclinado y la Tierra. Vamos a suponer que el alumno ya conoce el protocolo y como realmente solo pretende actuar sobre los bloques se usará la matriz de interacciones en modo simplificado en donde solo se usan las dos filas correspondientes a los bloques 1 y 2, es decir:

	1	2	3	4
1	–	$N_{12}$	$N_1$	$P_1$
2	$N_{12}$	–	$N_2, F_{r2}$	$P_2$

Tabla 4.1: Matriz interacciones de los bloques 1 y 2

## El teorema de conservación

A partir de la tabla solo hace falta representar dichas fuerzas en cada bloque. Se puede representar directamente el diagrama de fuerzas siempre que el alumno pueda decir: "soy plenamente consciente de que conozco como construir la matriz de interacciones, y en este ejemplo me salto este paso y dibujaré las fuerzas directamente en los bloques". En cualquier caso y cuando el proceso de aprendizaje se está gestando conviene usar los procedimientos que se han indicado para tal efecto. El diagrama del cuerpo libre para los dos bloques es pues:

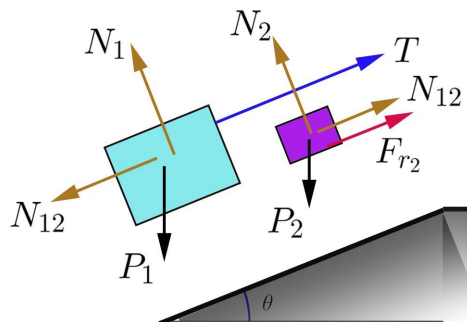


Figura 4.8

Es imprescindible partir del diagrama del cuerpo libre puesto que de este modo se conocen las fuerzas sobre las que habrá que calcular su trabajo o su variación de energía potencial.

Podemos observar que en el cuerpo 2 existen dos fuerzas normales: la que tiene lugar entre dicho cuerpo 2 y el plano inclinado  $N_2$ , la fuerza de contacto  $N_{12}$  con el cuerpo 1, y la fuerza de rozamiento  $F_{r2}$ . Para ello anotaremos en la tabla las fuerzas, los trabajos y las variaciones de energía potencial. En la figura 4.8 se han omitido los detalles geométricos correspondientes al descenso del bloque como la distancia  $d$  que recorre sobre el plano así como la altura  $h$  que ha descendido verticalmente.

$F$	$W(F)$	$\Delta E_p$
$N_2$	0	-
$N_{12}$	$-N_{12} \cdot d$	-
$F_{r2}$	$-F_{r2} \cdot d$	-
$P_2$	$+P_2 \cdot h$	$-P_2 \cdot h$

Tabla 4.2: Matriz de fuerzas y trabajos

La matriz así diseñada permite asentar el modelo cognitivo de la aplicación del teorema en 3 puntales básicos que vienen reflejados en las 3 columnas de dicha matriz:

## El teorema de conservación

- conocimiento de todas las fuerzas que actúan sobre el elemento considerado,
- expresión del trabajo de cada una de ellas, ninguna fuerza queda fuera de este cómputo,
- se refuerza el concepto de que la energía potencial es el trabajo cambiado de signo.

Se puede usar la matriz tanto para el teorema del trabajo y la energía cinética como para el teorema de conservación. De este modo se comprende mejor que los dos teoremas son "técnicamente" idénticos salvo en la forma de expresar el trabajo de las fuerzas conservativas o bien su variación de energía potencial: las dos columnas de la matriz reflejan y refuerzan este concepto.

Si se pretende aplicar el teorema del trabajo y la energía cinética solo se usará la segunda columna que corresponde al trabajo, es decir,

$F$	$W(F)$	$\Delta E_p$
$N_2$	0	-
$N_{12}$	$-N_{12} \cdot d$	-
$F_{r_2}$	$-F_{r_2} \cdot d$	-
$P_2$	$+P_2 \cdot h$	$-P_2 \cdot h$

Tabla 4.3: Matriz de trabajos

$$\underbrace{\frac{1}{2} m_2 v^2 - 0}_{\Delta E_c} = \underbrace{0}_{W(N_2)} + \underbrace{-N_{12} \cdot d}_{W(N_{12})} + \underbrace{-F_{r_2} \cdot d}_{W(F_{r_2})} + \underbrace{+P_2 \cdot h}_{W(P_2)}$$

y de este modo el trabajo de todas las fuerzas quedan representados sin que quede en el olvido alguna fuerza no habitual. Se fuerza así una vez más a usar el proceso deductivo en contra del modelo "formulístico".

La aplicación del teorema de conservación de la energía a partir de la matriz solo implica usar los términos de cada casilla en sentido excluyente: o bien se usa el término que corresponde al trabajo o el que corresponde a la variación de energía potencial.

$F$	$W(F)$	$\Delta E_p$
$N_2$	0	-
$N_{12}$	$-N_{12} \cdot d$	-
$F_{r_2}$	$-F_{r_2} \cdot d$	-
$P_2$	$+P_2 \cdot h$	$-P_2 \cdot h$

Tabla 4.3: Matriz de trabajos y energías potenciales

Esta elección sólo es posible para aquellas fuerzas que sean conservativas, para el resto sólo se puede usar el término del trabajo. El teorema de conservación quedará escrito como

## El teorema de conservación

---

sigue:

$$\underbrace{\frac{1}{2} m_2 v^2 - 0}_{\Delta E_c} + \underbrace{0 - P_2 \cdot h}_{\Delta E_p} = \underbrace{0}_{W(N_2)} + \underbrace{-N_{12} \cdot d}_{W(N_{12})} + \underbrace{-F_{r_2} \cdot d}_{W(F_{r_2})}$$

## 5 Tutor de apoyo multimedia

La metodología sugerida para la confección del diagrama del cuerpo libre viene apoyada por un tutor que sirve al alumno de refuerzo a las clases recibidas. Este tutor se ha confeccionado de forma expresa para que reproduzca de manera exacta tanto los diagramas de separación de los elementos como la matriz de las interacciones. En cierto modo es como tener al profesor en casa dado que buena parte del desarrollo viene complementado con una voz en off y con muchos elementos gráficos ilustrativos.

### 5.1 El diagrama del cuerpo libre

Se describe brevemente el funcionamiento del tutor por lo que respecta a la obtención mediante los pasos descritos del diagrama del cuerpo libre. En un primer ejemplo se nos presenta la típica situación del bloque que se mueve por un plano inclinado que a su vez reposa en un plano horizontal y se razona que para el estudio del bloque solo hace falta usar como elementos auxiliares al propio plano inclinado y a la Tierra.

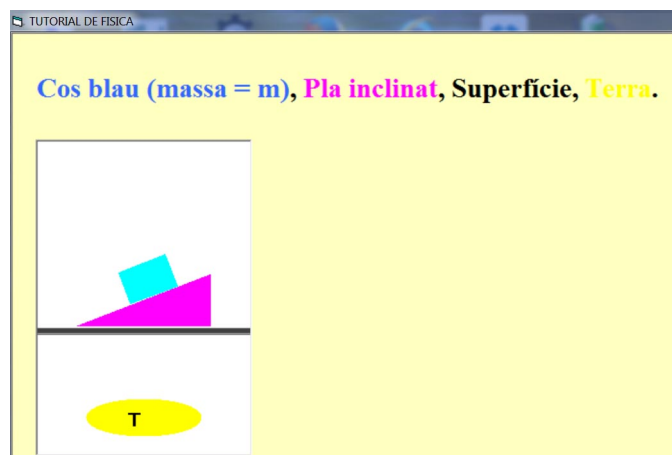


Figura 5.1

Una vez se han escogido los 3 elementos y se ha descartado el plano horizontal que sustenta al plano inclinado se procede a construir la matriz de interacciones de un modo interactivo. El tutor obliga a realizar determinados pasos al alumno para que comprenda de forma correcta el uso de la tercera ley de Newton. Se usan 3 subpantallas en donde a la

izquierda se puede ver el dibujo original, en medio la matriz de las interacciones y a la derecha el mismo dibujo con los elementos separados. La objetivo de repetir a ambos extremos los dos diagramas de los cuerpos consiste en que el alumno se de cuenta que con la separación de los mismos la claridad visual de los vectores es mucho mejor. Así se evitan errores básicamente debido a que una "saturación" puede provocar un error no forzado y es perfectamente posible que se olvide alguna de las fuerzas que puedan ser importantes para la posterior resolución del ejercicio.

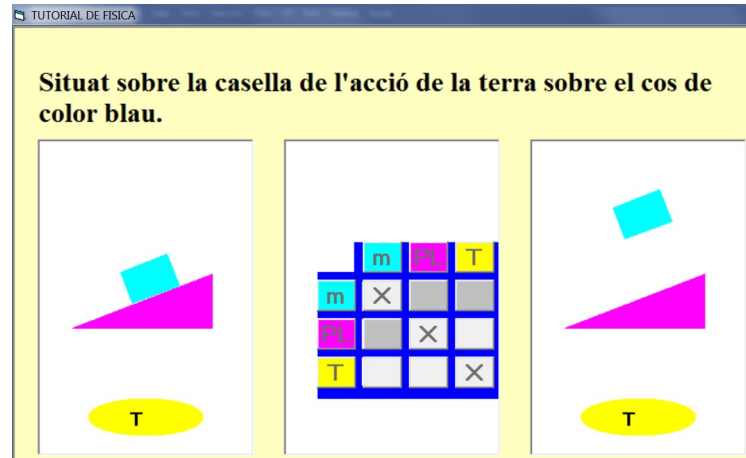


Figura 5.2

Una vez tenemos la pantalla dividida en esta estructura el tutor procede a indicar mediante el *mouse* nos situemos en alguna de las casillas de la matriz y entonces es cuando aparece en el diagrama de los cuerpos la fuerza que se ha seleccionado. Este proceso se realiza paso a paso, es decir, que cada vez se avanza de una en una para que se pueda comprender claramente la diferencia entre la fuerza de acción y la de reacción. Así en la primera acción se pide que se marque la acción de la Tierra T sobre la masa m y aparece en la matriz el peso P1 que acto seguido se indica en el bloque hacia abajo.



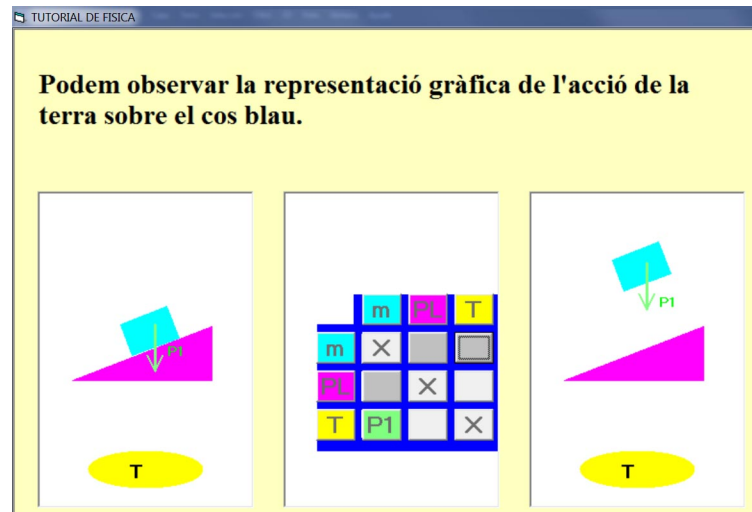


Figura 5.3

Acto seguido y para ver que se comprende el uso de la matriz de interacciones hay que indicar la correspondiente reacción del peso que como se puede ver está situado en la casilla superior y a la vez se representa en el diagrama de los elementos.

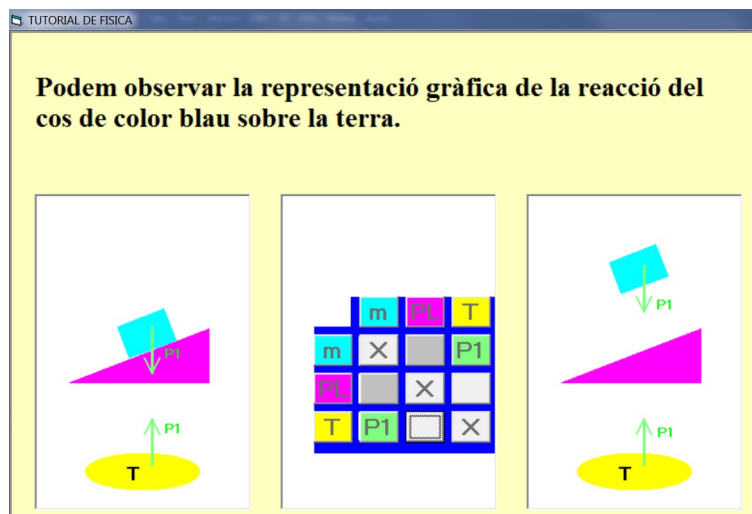


Figura 5.4

De un modo paulatino se van incorporando todas las fuerzas hasta llegar a "navegar" por todas las casillas de la matriz y tener así completo el diagrama del cuerpo libre de todos los elementos.

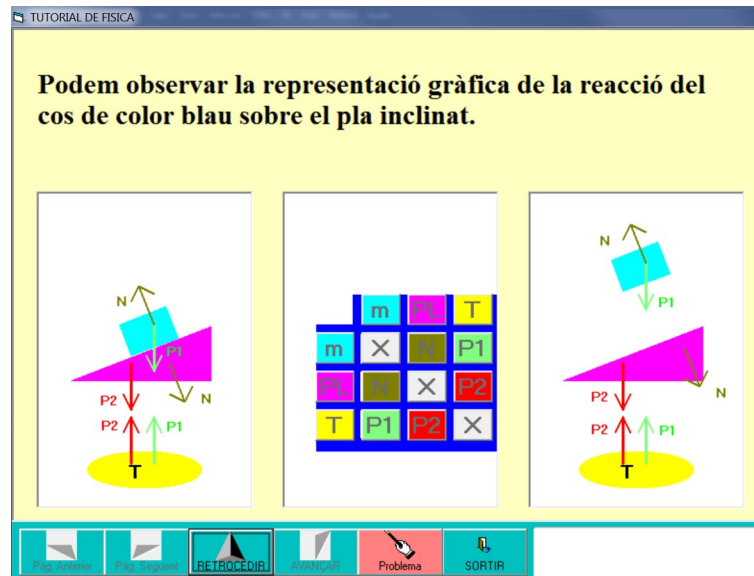


Figura 5.5

En todo el tutor hay unos elementos de control que permiten pasar de pagina, retroceder, avanzar y para comprobar la comprensión del proceso se sugiere siempre la realizaci3n de un problema directamente relacionado con lo que acaba de aprenderse. Si pasamos a la realizaci3n del problema aparece un enunciado con 4 respuestas posibles. En el caso de que se responda bien aparece un mensaje de validaci3n sin m3s.

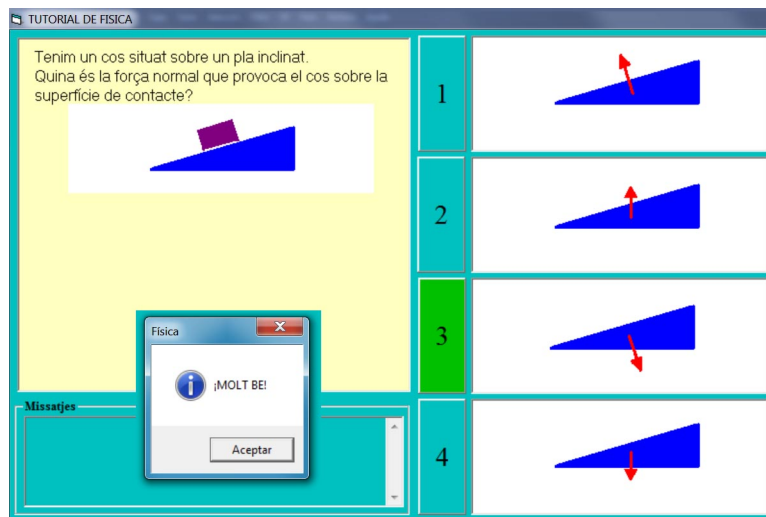
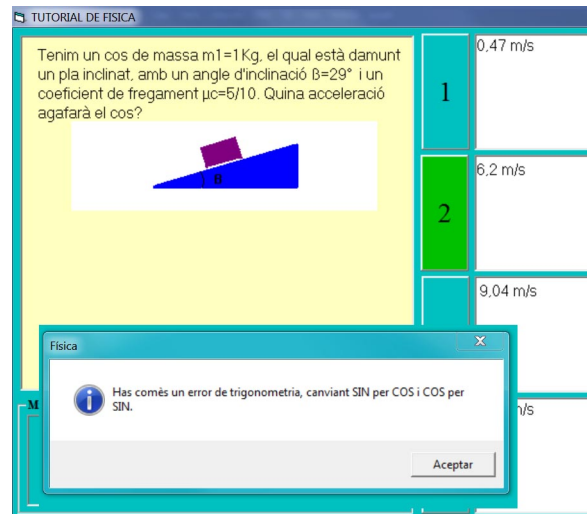


Figura 5.6

Pero en el caso de que no se dé con la respuesta correcta el tutor esta dise1ado para que exista una causa de error que se comunica mediante mensaje para que el alumno pueda darse cuenta de ello y poder rectificar.



**Figura 5.7**

En estos casos, cuando se trata de ejemplos numéricos, la realización de un nuevo intento no presupone actuar por descarte, ya que de este modo al cuarto intento seguro que se daría con la respuesta correcta. El tutor está diseñado para que cada nuevo intento implique resolver de nuevo el ejercicio ya que los datos son completamente distintos. Para los casos referentes a diagramas de fuerzas se presentan nuevas situaciones para evitar la estrategia "especulativa".

## Conclusiones

En el mundo de la docencia existen todo tipo de iniciativas, entre ellas las que se limitan a seguir de forma aproximada ciertos libros de texto por considerarlos referentes, las que prefieren generar sus propios apuntes, las clases activas con grupos corporativos, etc. Es bueno que haya iniciativas innovadoras que revisen los contenidos, las metodologías, los trabajos en grupo y cualquier tipo de acciones en pro de la mejora.

En cualquier caso lo que hay que primar es que el alumno pueda comprender los conceptos con la mayor claridad posible y para ello hace falta investigar vías nuevas, comprobar objetivos marcados y lo más importante definir de forma clara que modelo cognitivo queremos para el alumno.

Lo que se ha visto en esta tesis en las reflexiones sobre el estado del arte es que la forma de presentar los ejemplos y ejercicios sigue unas pautas muy comunes entre diferentes autores. En ningún caso se presenta una metodología general que favorezca el aprendizaje independiente y permita al alumno aprender a aprender. Un alumno que consulte ejercicios en distintos libros está "atrapado" en este "mini-universo" de ejercicios "tipo". Cualquier variación que se aparte ligeramente de los estándares supone un gran esfuerzo de análisis y comprensión.

La metodología propuesta elimina este inconveniente y permite adquirir un modelo cognitivo sólido para que el alumno pueda enfrentarse a ejercicios nuevos sin ningún tipo de dificultad añadida. No se distingue entre el "fácil" y el "díficil", sólo existe un proceso común a todos perfectamente especificado y pautado.

Para comprobar que esto es así basta con comparar los resultados de un grupo que siga los procedimientos estándares y el grupo que sigue la metodología propuesta. Ante ejercicios típicos de siempre los resultados son parecidos, mientras que cuando se proponen ejercicios "complicados" la diferencia es abrumadora e incluso algunos profesores ya preven que el resultado será desastroso. Los alumnos que han seguido la metodología propuesta consiguen resolver todo tipo de situaciones por más complejas que resulten.

Evidentemente no se trata de convertir los exámenes en concursos para que "gane" el mejor, pero hay que definir entonces que objetivos se marcan de forma muy clara. Si pre-

---

tendemos que el alumno tenga modelos "parciales" de ejercicios concretos y sepa realizar estos o que sepa resolver cualquier situación por complicada que sea. En nuestras manos esta la llave para ir en una dirección u otra.

El objetivo principal de ello es que cuando el alumno lea un ejercicio de cinemática pueda decir "mira es un ejercicio más" y que no diga "caramba este enunciado lo veo complicado, puesto que no se parece a ningún ejemplo de los vistos en clase". Es muy importante substituir el modelo cognitivo del alumno consistente en tener distintas parcelas mentales que se corresponden con diversos casos estudiados por un modelo que solo consista en un protocolo único y definido.

En definitiva lo que se pretende es que la idea preconcebida de que cada ejercicio se asocia a una o varias fórmulas sea substituida por la metodología única y que sigue procesos en lugar de "recetas". Hay que decir que este cambio solo es posible si el alumno esta dispuesto a "convertirse" al nuevo formato. No es fácil convencer a un alumno que ha llegado a la universidad habiendo aprobado los cursos anteriores y además posiblemente habiendo superado la selectividad. Su esquema mental esta arraigado al proceder convencional que muchas veces sospecha que la nueva metodología pueda ser un "capricho personal" del profesor.

Los alumnos que siguen la metodología propuesta consiguen un porcentaje de éxito muy alto, mientras que los alumnos reticentes a dicho cambio se "estrellan" totalmente ante los ejercicios "difíciles".

La comunidad docente debe plantearse si con los cauces habituales se contribuye a la adquisición de metaconocimiento o simplemente a la adquisición de pequeñas "recetas" que solventan de forma aislada determinados ejercicios. El concepto mental que tiene el alumno de la cinemática no debe ser el de unas fórmulas del tipo  $v(t) = v_o + at$  sino el de un proceso racional donde debe usar herramientas matemáticas y saber interpretar los resultados.

Para ello nos encontramos con unos lastres históricos que perduran en el tiempo y no se ve de momento ningún atisbo de cambio. Cuantas veces se ha discutido de que en los programas de bachillerato los temarios de física y de matemáticas van totalmente descoordinados y aún así no se pone remedio.

¿Como es posible que los primeros temas de física como es el caso de la cinemática en donde se necesitan las herramientas de integración no se puedan usar porque en el temario de matemáticas dicho orden es demasiado distante desde el punto de vista cronológico?. ¿Porque cuando se muestran ejemplos de la tercera ley de Newton se omite de forma aleatoria la fuerza de reacción porque no se necesita?, etc. Son preguntas que invitan a la reflexión y que en esta tesis se han intentado resolver.

---

## Bibliografía

A continuación se muestran una lista de los principales libros que se han utilizado tanto para contrastar la praxis docente como para profundizar en los procesos cognitivos y en el metaconocimiento.

- [1] PAUL TIPLER/GENE MOSCA: *Física, sexta edición*  
Editorial Reverté, 2012
  
- [2] SEARS-ZEMANSKY: *Física Universitaria, doceava edición*  
Addison Wesley, 2009
  
- [3] ROBERT RESNICK, DAVID HALLIDAY: *Física Vol.1*  
Editorial Continental, 2001
  
- [4] SERWAY-JEWETT: *Física para ciencias e ingeniería, séptima edición*  
Cengage Learning, 2008
  
- [5] VILLASEVIL, F. X.: *Metodología Docente adaptada al Marco del EEES para Ingeniería 1*  
Lap Lamber, 2011
  
- [6] VILLASEVIL, F. X.: *Metodología Docente adaptada al Marco del EEES para Ingeniería 2*  
Lap Lamber, 2011
  
- [7] VILLASEVIL, F. X., LÓPEZ, A. M. Y SOLER, J.: *Metodología para potenciar el metaconocimiento en los estudiantes de ingeniería utilizando Aprendizaje Cooperativo.*  
4a. Jornada sobre Aprendizaje Cooperativo, 2004

---

Se incluyen unas referencias relativas al tratamiento de las leyes de Newton que han servido para reflexionar en la manera de como deben introducirse.

- [8] Poon, C.H. (2006) *Teaching Newton's Third Law of Motion in the presence of student preconception*. Physics Education, 41(3): 223-227.
- [9] Lee, H.S.; Park, J. (2013) *Deductive reasoning to teach Newtons law of motion*. International Journal of Science and Mathematics Education, 11(6): 1391-1414.
- [10] Stocklmayer , S.; Rayner, J.P.; Gore, M.M. (2012) *Changing the order of Newton Laws. Why & How the Third Law should be First*. The Physics Teacher. 50(7): 406-409.
- [11] Shelley, Y.; Marjin, Z. (2000) *Newton, we have a problem*. Australian Science Teachers' Journal, 46 (1): 9-13.