

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BARCELONA
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA
Y DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES**

TESIS DOCTORAL

**“CONCEPCIONES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA RESTA:
UN ESTUDIO EN EL ÁMBITO DE LA FORMACIÓN PERMANENTE DEL PROFESORADO”**

Mario Martínez Silva

Bellaterra, Julio del 2003

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BARCELONA
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA
Y DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

TESIS DOCTORAL

“CONCEPCIONES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA RESTA:
UN ESTUDIO EN EL ÁMBITO DE LA FORMACIÓN PERMANENTE DEL
PROFESORADO”

Esta investigación ha sido realizada en el marco del Programa de Doctorado de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales de la Universidad Autónoma de Barcelona por Mario Martínez Silva, bajo la dirección de la Dra. Núria Gorgorió i Solá.

Núria Gorgorió i Solá

Mario Martínez Silva

Bellaterra, Julio del 2003

DEDICATORIA

Esta investigación, culminación del Programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática y las Ciencias Experimentales, y las implicaciones que ha tenido en mi desarrollo personal y profesional, no hubiese sido posible sin el apoyo moral y afectivo de quienes han creído en mí y me han apoyado y acompañado siempre, aún en la distancia.

A Doris, mi esposa y compañera de toda la vida; por su incondicional apoyo compartiendo conmigo sueños, ilusiones, pequeños y grandes logros. Por el cuidado y cariño prodigado a nuestros hijos; y sobre todo, por hacerme sentir cada día un hombre afortunado.

A mis queridos hijos Karina, Mildred y Mayín; por ser mi alegría, felicidad y razón de ser; por enseñarme a ser padre; por mantener mi capacidad de asombro; por ser la fuerza que me impulsa a superarme en todos los ámbitos de la vida; por ser la esperanza de un mundo mejor.

A mis padres Merced y Micaela; a mis suegros Ramón y Esperanza; que me han dado todo a cambio de poco; porque de ellos he aprendido los valores fundamentales de la vida.

A toda mi familia; por su apoyo incondicional, poniendo el hombro siempre que lo hemos necesitado; por privarnos mutuamente durante todo este tiempo de la alegría de compartir la cotidianeidad.

A mi entrañable amiga Patricia Aristi (+), que partió dejando el vacío en el alma de quienes disfrutamos de su compañía; una mujer íntegra, ejemplo de dignidad, coraje, voluntad y alegría de vivir, aún en los momentos más difíciles.

Por lo mucho que aprendí de ella como persona, como mujer, como madre, como educadora.

A mi amiga y maestra Dora Antinori de quien he recibido solamente apoyo desde el día en que nos encontramos. Por la confianza y la fe que siempre ha depositado en mí. Por alentar el deseo de superación profesional de quienes hemos tenido el privilegio de conocerla y de trabajar con ella; por enseñarnos a ser profesionales reflexivos y fomentar nuestro compromiso con la educación pública.

A Desiderio Mata, "Lelo". Un hombre que ha vivido para los demás y a quien muchos debemos, gracias a su apoyo y enseñanzas durante nuestros años de infancia y adolescencia, parte de lo que ahora somos.

Al grupo de colegas y amigos con los que he tenido la oportunidad de trabajar y que han influido, en diferentes momentos, en mi desarrollo profesional: Blanca Trujillo, María de los Ángeles Jiménez, Norma Zamora, Luis Huerta, Alejandra Correa, Gloria Guajardo, Germán de Luna, Silvia Garza, Carlos Cortés, Abel Rivera, Marivel Adame, Alejandra Sosa; Manuel Antonio García; Griselda Ramos, Humberto Olvera.

A todos mis amigos y amigas de aquí y de allá; por mantenernos en su mente y corazón a pesar del tiempo y la distancia.

AGRADECIMIENTOS

A las autoridades educativas de la Secretaría de Educación del Estado de Nuevo León y al Comité Ejecutivo de las Secciones 21 y 50 del SNTE; por impulsar la formación profesional de los maestros a través del Programa de Becas-Comisión y, gracias al cual, he podido participar en el Doctorado en Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales de la Universidad Autónoma de Barcelona.

A Núria Gorgorió; por su profesionalismo y paciencia en la dirección de este estudio y de quien he aprendido a mirar los fenómenos educativos desde diferentes perspectivas y a desarrollar mis habilidades de redacción; por la oportunidad que me ha dado de compartir ideas; por creer en mí, alentándome en los momentos de crisis.

A Salvador Llinares, cuyos trabajos previos en el campo de estudio que nos ocupa inspiraron el tema de la investigación; por sus atenciones para responder a mis eventuales consultas.

A los profesores que participaron, desinteresadamente, en esta investigación; así como a las autoridades educativas que facilitaron la gestión y desarrollo del Curso de Formación Profesional y sin cuya colaboración el estudio no habría llegado a feliz término.

A los profesores y personal administrativo del Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales de la Universidad Autónoma de Barcelona; por todas sus atenciones, y por la formación que me han dado en el campo de la investigación en Educación Matemática.

A mis compañeros y amigos del Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales; a quienes he de agradecer muchos buenos momentos y las múltiples oportunidades de compartir nuestras ideas y preocupaciones tanto académicas como existenciales.

A nuestros amigos de Cerdañola del Vallés, Barcelona, que nos brindaron su amistad y apoyo durante este tiempo, haciendo de nuestra estancia en este país una inolvidable experiencia.

Mi infinito y especial agradecimiento a mi amiga Marivel Adame; por realizar pacientemente, aún en condiciones adversas, todas las gestiones relacionadas con la Beca y a quien debo la tranquilidad personal y familiar durante mi estancia en Barcelona. No olvido que fue precisamente ella una de las personas que más me animaron a emprender esta aventura.

ÍNDICE

PRESENTACIÓN: EL ESTUDIO Y SUS APORTACIONES.....	1
PARTE I. EL PROBLEMA OBJETO DE ESTUDIO	11
1. Antecedentes	13
2. Planteamiento del problema y justificación	18
3. Objetivos y preguntas	26
PARTE II. MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL	27
4. Concepciones, creencias y conocimiento profesional de los profesores	29
- La investigación didáctica y el profesorado	29
- La naturaleza de la cognición	37
- Importancia y evolución de los estudios sobre las concepciones y creencias de los profesores	42
- Distinción entre creencias, concepciones y conocimiento	47
- Las concepciones de los profesores sobre las matemáticas	59
- Concepciones de los profesores sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas	62
- Cambio de concepciones y creencias	67
- Conocimiento profesional de los profesores	69
5. La formación del profesorado	81
- Perspectivas generales sobre la enseñanza y la formación del profesorado.....	81
- Estrategias generales para el desarrollo profesional de los docentes	93
- El papel de la reflexión en el desarrollo del conocimiento profesional del profesor	100
- La formación permanente del profesorado desde la perspectiva del estudio de casos e incidentes críticos	105
6. Contextualización y enseñanza de las matemáticas	113
- Importancia de la contextualización en la enseñanza de las matemáticas	113
- Contexto y contextualización	123
- Contextualización y construcción del conocimiento matemático	126
- La variación del desempeño matemático a través de contextos	130
7. Aprendizaje y enseñanza de la resta en la escuela primaria	135
- Aspectos fundamentales del enfoque actual en la enseñanza de las matemáticas	136
- Aspectos fundamentales en el aprendizaje y enseñanza de la resta	151
- Los problemas de tipo aditivo	157
8. Sumario y posicionamiento conceptual	183

PARTE III. METODOLOGÍA, ESTRATEGIAS E INSTRUMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN	207
9. Fundamentación de la metodología	209
10. Estrategias e instrumentos de recogida de datos	213
11. Descripción del contexto y sujetos participantes	237
12. Proceso de análisis de la información	245
PARTE IV. APROXIMACIÓN A LAS CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA RESTA	255
13. Aproximación a partir del análisis de los cuestionarios	257
- El cuestionario Abierto	257
- El cuestionario de Ponderación	271
- El cuestionario de Ordenación	293
14. Aproximación a partir del análisis del Curso de Formación Profesional	311
- Primera y segunda actividad	311
- Tercera actividad	332
- Cuarta actividad	346
- Quinta actividad	372
- Sexta actividad	378
- Séptima actividad	386
PARTE V. CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA RESTA: CONCLUSIONES Y PROSPECTIVA	399
15. Conclusiones relacionadas con las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta	401
16. Conclusiones relacionadas con la metodología de investigación	437
17. Prospectiva de investigación	447
BIBLIOGRAFÍA	451
ANEXOS.....	471
Cuestionario Abierto	473
Cuestionario de Ponderación	481
Cuestionario de Ordenación (A)	487
Cuestionario de Ordenación (B)	493
Curso de Formación Profesional	495
Transcripciones. Curso de Formación Profesional	501
Primera y segunda actividad (A)	649
Primera y segunda actividad (B)	655

Tercera actividad (A)	663
Tercera actividad (B)	667
Cuarta actividad (A)	673
Cuarta actividad (B)	681
Quinta actividad	691
Sexta actividad (A)	695
Sexta actividad (B)	699
Séptima actividad (A)	703
Séptima actividad (B)	709
Documento de apoyo al CFP	713

PRESENTACIÓN:
EL ESTUDIO Y SUS APORTACIONES

En este documento se presenta el informe de la investigación “Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado”, desarrollada en el marco del Programa de Doctorado del Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales de la Universidad Autónoma de Barcelona para la obtención del grado de Doctor. La investigación realizada sobre un grupo de profesores¹ de la ciudad de Monterrey, México, ha tenido como propósito fundamental estudiar las concepciones de los profesores de educación primaria sobre el aprendizaje y enseñanza de la resta, en particular sobre el papel de la contextualización en este proceso.

El informe de la investigación está organizado en cinco apartados, cada uno de los cuales está subdividido en capítulos de más o menos extensión: Parte I “El problema objeto de estudio”, Parte II “Marco de referencia conceptual”, Parte III “Metodología, estrategias e instrumentos de la investigación”, Parte IV “Aproximación a las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta”, Parte V “Concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta: conclusiones y prospectiva”.

En la Parte I se presenta el problema objeto de estudio a través de la descripción de los antecedentes, el planteamiento y justificación del problema, así como de los objetivos y preguntas de la investigación.

La investigación tiene como antecedente más cercano un estudio previo (Martínez, 2001), que permitió construir el marco de referencia conceptual sobre el tema, así como diseñar y validar los instrumentos de recogida de información.

Como justificación de la investigación hay una preocupación fundamental: el creciente deterioro del aprovechamiento escolar de los aprendices en el área de matemáticas en la educación primaria mexicana, con sus perversas consecuencias (la deserción y el fracaso escolar); y la relación de esta situación con el conocimiento profesional de los profesores en esta área.

¹ En el estudio han participado siete profesoras y dos profesores. Por razones de fluidez en la lectura del documento utilizamos el término “profesores” cuando nos referimos al posicionamiento general del grupo y hacemos la distinción genérica “profesor” y “profesora” cuando nos referimos a los sujetos en lo particular.

Con la intención de coadyuvar al mejoramiento de la educación matemática de los aprendices en este nivel educativo, se han implementado en México reformas al currículum de matemáticas para la educación primaria; reformas al currículum de formación inicial del profesorado; cambios en los modos y contenidos de la formación permanente del profesorado; y se han elaborado nuevos libros de texto gratuito. Con todo esto, se han evidenciado resultados poco alentadores una vez que se han implantado dichas reformas. Sabemos, que no basta con transformar el currículum de educación primaria o de la formación del profesorado para mejorar sustancialmente el aprendizaje escolar de las matemáticas.

Si bien reconocemos que el mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria depende de diferentes factores; en este trabajo partimos de la premisa de que el profesorado tiene un papel fundamental en este proceso. En este sentido, coincidimos ampliamente con Llinares (1992), cuando señala que los cambios en la educación matemática no los origina sólo el currículum normativo, porque el profesorado filtra éste a través de sus esquemas mentales que incluyen conocimientos matemáticos, concepciones y creencias sobre la matemática como disciplina y sobre su enseñanza/aprendizaje, así como de otros aspectos relativos a su papel en el aula.

El estudio ha partido de las siguientes preguntas: ¿Qué concepciones tienen los profesores sobre la enseñanza de la resta?, ¿Qué concepciones tienen sobre el papel de la contextualización en el aprendizaje y enseñanza de la resta?, ¿Qué contenidos o aspectos sobre la resta enseñan los profesores?, ¿A qué aspectos le dan más importancia?, ¿Por qué?, ¿Qué situaciones/contextos utilizan los profesores para dar sentido/significado a la enseñanza de la resta?, ¿Cómo se relacionan las concepciones de los profesores con los aspectos de la resta que enfatizan y con las situaciones didácticas que proponen?. Las preguntas anteriores han constituido las líneas de orientación de la investigación, desde la construcción de los instrumentos de recogida de datos, hasta el procesamiento de la información.

En la Parte II se hace una amplia presentación del marco de referencia conceptual de la investigación en el que se abordan cuatro temas fundamentales: concepciones, creencias y conocimiento profesional de los profesores; la formación del profesorado; la contextualización y enseñanza de las matemáticas; y, finalmente, el aprendizaje y enseñanza de la resta en la educación primaria. Así mismo, al final de esta parte y a manera de posicionamiento conceptual, se presenta una síntesis de las ideas más relevantes del marco de referencia conceptual y se define el sentido dado a aquellos conceptos que se consideran fundamentales para la investigación realizada. Este posicionamiento conceptual ha servido de base para formular las preguntas de investigación, elaborar los instrumentos y estrategias de recogida de datos y finalmente interpretar la información.

Nuestro estudio se enmarca dentro de un modelo mediacional centrado en el profesor (Pérez, 1989); aunque reconocemos que el conocimiento profesional, concepciones y creencias de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas no son las únicas determinantes del comportamiento del profesor en el aula, ni del rendimiento escolar de los alumnos.

Entendemos la naturaleza de la cognición del profesor, en cuatro vertientes que se integran: la naturaleza construida del conocimiento, la naturaleza social de la cognición, la naturaleza contextualizada de la cognición y, la naturaleza distribuida de la cognición.

Nos planteamos la necesidad de hacer una distinción entre tres conceptos básicos estrechamente vinculados y que forman parte de la mayoría de los estudios sobre el tema que nos ocupa: creencias, concepciones y conocimiento profesional del profesor.

En relación al uso del término creencias en la investigación educativa, hemos tomado como base las definiciones utilizadas por Vicente (1995), Ponte (1992,1994b) y Thompson (1992). Sobre el uso del término concepciones hemos tomado como base el significado atribuido por Ruiz (1994), Ponte (1992,1994b) y Sfard (1991). En nuestro estudio, recuperamos las definiciones sobre el conocimiento profesional dadas por Llinares (1992) y Thompson (1992); y retomamos los modelos del conocimiento profesional

del profesor de matemáticas propuestos por Llinares (1998), Porlán y Rivero (1998), Shulman (1986), Leinhardt y Greeno (1986), Brown y otros (1989).

En este apartado también se revisan las diferentes perspectivas que hay sobre la enseñanza y, en consecuencia, los diversos modelos de formación del profesorado; poniendo un especial énfasis en las perspectivas reflexivas de formación del profesorado (Gimeno y Pérez, 1997). Desde estas perspectivas, se resalta la importancia de la reflexión sobre la propia práctica en el desarrollo del conocimiento profesional del profesor planteada por Schön, 1983, 1998; Kemmis, 1999; Elliot, 1999; Zeichner y Liston, 1999; entre otros.

En relación al tercer tópico del marco de referencia conceptual, se parte de la idea de que la contextualización juega un papel fundamental en la construcción de los conceptos y procedimientos matemáticos por los niños. Su importancia radica según diferentes investigadores (Brousseau, 1983, 1987, 1994; Vergnaud, 1983; Charnay, 1994; Carraher y otros, 1995); en dotarlos de un significado, de un sentido. En este apartado también se revisan y definen algunos términos relevantes para el estudio: contexto, contextualización, contexto real, contexto simulado y contexto evocado.

Finalmente, en relación al aprendizaje y enseñanza de la resta, se da una visión general sobre el enfoque actual en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria; particularmente sobre la naturaleza de la matemática escolar, los fines y objetivos de la educación matemática, los contenidos de aprendizaje y las características de un proceso instruccional acorde con las concepciones anteriores.

En la Parte III del informe abordamos la fundamentación metodológica, los instrumentos y las estrategias utilizadas en la investigación. Enmarcamos nuestro estudio dentro de un enfoque de investigación interpretativa.

Para aproximarnos al estudio de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta se diseñaron una estrategia general, que fue la principal fuente de información, y tres instrumentos que fueron utilizados con carácter complementario.

La estrategia consistió en el diseño y desarrollo de un Curso de Formación Profesional (CFP) de profesores, basado en la metodología de estudio de casos e incidentes críticos sobre el tema “La enseñanza de la resta en la escuela primaria”. El CFP tuvo como eje de desarrollo el análisis del “Caso Abel”, diseñado y validado durante la primera parte de la investigación (Martínez, 2001), así como dos incidentes críticos propuestos por los propios profesores participantes.

Además de la información obtenida a través de la participación de los profesores en el CFP, se utilizaron tres instrumentos complementarios de recogida de datos que fueron validados con anterioridad (Martínez, 2001):

- Cuestionario Abierto.
- Cuestionario de Ponderación.
- Cuestionario de Ordenación.

Así mismo, en este apartado se describe la manera en que fue procesada la información proveniente tanto de los cuestionarios como del Curso de Formación Profesional.

En la Parte IV del informe se hace una aproximación a las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta a partir del análisis de los resultados obtenidos a través de los cuestionarios y del Curso de Formación Profesional.

Los resultados de los cuestionarios son analizados de manera cuantitativa y cualitativa, y relacionados con los datos obtenidos en el estudio preliminar realizado sobre un grupo mucho más amplio de profesores (Martínez, 2001). El discurso de los profesores durante el desarrollo del CFP ha sido analizado de manera cualitativa, lo que ha originado una gran variedad de categorías y proporcionado una gran riqueza de información sobre las concepciones de los profesores en relación a aspectos muy puntuales de la enseñanza de la resta y, en general, sobre la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria.

Finalmente, en la parte V, se presentan las conclusiones de la investigación relacionadas, por un lado, con las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta; y por el otro, con la metodología utilizada. Así mismo, se plantean nuevas interrogantes surgidas del proceso

y resultados del estudio y, en consecuencia, se identifican algunas perspectivas de investigación.

La investigación realizada tiene aportaciones teóricas, metodológicas y prácticas relevantes. Las conclusiones mismas de la investigación son una aportación del estudio.

Como producto del análisis teórico realizado, hemos hecho algunos avances conceptuales para el propósito de nuestra investigación. Tal es el caso de la distinción que se hace entre los términos concepciones, creencias y conocimiento profesional por un lado, y la distinción entre diferentes tipos de contextos, por el otro. La revisión sobre el uso de los términos “creencias”, “concepciones” y “conocimiento profesional” en diferentes fuentes, principalmente en la investigación educativa, ha permitido constatar la polivalencia de significados atribuidos a estos términos y la dificultad para distinguir, sobre todo en la práctica, las “creencias” y “concepciones” del profesorado. Así mismo, nos parece una contribución de la investigación la distinción que se hace de los conceptos “contexto” y “contextualización”, así como la incorporación de los conceptos “contexto real”, “contexto simulado”, “contexto evocado”, y el uso que se hace de estos conceptos en la interpretación de las concepciones del profesorado sobre la enseñanza de la resta.

A través de esta investigación se ha incursionado en el estudio de las concepciones de los profesores de educación primaria; mientras que, en la investigación educativa, se ha privilegiado el estudio de las concepciones de los estudiantes para profesores de matemáticas, o de profesores de matemáticas de educación secundaria y educación superior, colectivos que cuentan con una formación especializada en esta área. También se amplía el campo de estudio sobre las concepciones del profesorado de educación primaria sobre aspectos concretos del currículum de matemáticas para la educación primaria que hasta ahora no han sido trabajados con amplitud. El amplio inventario de categorías construidas constituyen una contribución importante al campo del estudio de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta.

A través de la investigación se hacen algunas aportaciones interesantes de carácter metodológico. En nuestro estudio, hemos combinado técnicas de recogida de información de corte cuantitativo y cualitativo. El uso de ambas técnicas ha tenido una finalidad complementaria y ha permitido triangular la información.

Los Cuestionarios de Ponderación y Ordenación nos han permitido tener una visión general del posicionamiento de los profesores sobre aspectos muy puntuales de la enseñanza de la resta en la escuela primaria; mientras que el análisis del discurso de los profesores durante el desarrollo del CFP; así como el Cuestionario Abierto, han permitido una mayor aproximación al “pensamiento real” del profesor en tanto que lo ponen en una situación particular que le exige realizar un razonamiento pedagógico y una propuesta de intervención didáctica.

La metodología de investigación tiene un carácter innovador. Una contribución relevante de ésta es la utilización de un Curso de Formación Profesional como estrategia para acceder a las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas y como metodología alternativa para la formación del profesorado. El Curso de Formación Profesional diseñado en esta investigación sobre “La enseñanza de la resta en la escuela primaria” basado en el análisis de casos e incidentes críticos, apunta al estudio sobre el cambio en las concepciones de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la educación primaria como consecuencia de entornos de aprendizaje alternativos como los que aquí se han trabajado. Hemos confirmado el potencial de las perspectivas reflexivas en la formación del profesorado (Gimeno y Pérez 1997; Schön, 1983, 1998; Kemmis, 1999; Elliot, 1999; Zeichner y Liston, 1999); perspectivas desde las que hemos diseñado y desarrollado el CFP.

A través de esta investigación se han promovido valores educativos en tanto que se ha intentado desarrollar el conocimiento profesional de los participantes a través de la reflexión sobre la propia práctica. Los profesores participantes se han beneficiado de algunos subproductos del proceso de investigación: el Curso de Formación Profesional, así como la elaboración del “Documento de apoyo” conformado por algunos artículos elaborados por

el propio investigador como soporte conceptual para el análisis de los casos e incidentes críticos.

La investigación que se ha realizado, y de la cual se da cuenta a través de este informe, constituye un esfuerzo importante por comprender las concepciones de los profesores de educación primaria sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas a más de una década de una reforma sin precedentes del Sistema Educativo Mexicano y, en consecuencia, del currículum de matemáticas para la educación primaria.

El estudio de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta descritas en este informe, dicen mucho de sus concepciones sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas; nos dan una visión de hasta dónde han mantenido o modificado sus concepciones tradicionales. Identificar y comprender la génesis de estas concepciones constituye, desde nuestro particular punto de vista, un buen paso para comprender el problema del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria mexicana.

En síntesis, a través de este estudio se hacen algunas contribuciones relevantes en el campo de la investigación acerca de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria: a más de una década de la reforma del currículum de educación primaria en México, proporciona un acercamiento a las concepciones que tienen los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas en general y de la resta en particular; ejemplifica una metodología de investigación innovadora y “contextualizadora” para el estudio de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas, así como el uso combinado de instrumentos de recogida de datos de tipo cuantitativo y cualitativo; y, finalmente, la investigación ha tenido un sentido educativo.

PARTE I
EL PROBLEMA OBJETO DE ESTUDIO

1. ANTECEDENTES

El interés por la investigación en el campo de la formación del profesorado de educación primaria en el área de la educación matemática, tiene su origen en nuestra actividad profesional en México en la formación inicial y permanente del profesorado, así como en la atención educativa de niños con “dificultades de aprendizaje” en el área de matemáticas.

Estos espacios nos permitieron en primera instancia comprender la complejidad de la función docente en la educación primaria (principalmente en nuestros países donde el profesor es responsable del desarrollo de todas las áreas del currículum escolar, por lo que ha de desarrollar una formación sólida en las didácticas específicas); y en segunda instancia, dimensionar el papel del profesorado en el éxito o fracaso escolar de los niños en el aprendizaje de las matemáticas. En este sentido, hemos corroborado la importancia que tiene en la mejora de los procesos y resultados educativos, una adecuada formación profesional de los profesores.

Otro de los problemas que nos han motivado a estudiar al profesor de educación primaria está relacionado con el estado actual de la educación matemática elemental en México y que a nuestro juicio está estrechamente relacionada con la formación del profesorado en esta área.

Hace algunos años realizamos en México un estudio (Martínez, 1992) titulado “Aprendizaje de las matemáticas y formación docente” con el objetivo de analizar el conocimiento de los profesores y estudiantes para profesores sobre el contenido disciplinar y didáctico de los programas de matemáticas para la educación primaria.

El estudio nos reveló un bajo nivel de comprensión de los contenidos del programa de matemáticas para la educación primaria por parte de los profesores y estudiantes para profesores, y nos mostró que tanto unos como otros no cuentan con la formación disciplinar adecuada para enseñar matemáticas. Los resultados de este estudio pusieron en evidencia que uno de los aspectos que han de considerarse en cualquier intento por mejorar la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria tiene que ver con la

comprensión del contenido disciplinar por parte de los estudiantes para profesores y los profesores en servicio.

El análisis de los programas de matemáticas y de didáctica de las matemáticas de las escuelas de formación de profesores, nos reveló que en éstos no se consideraban los contenidos matemáticos que se han de enseñar posteriormente en la escuela primaria. Por otra parte, en las escuelas de formación de profesores el estudio del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas había sido reducido considerablemente e integrado con otras didácticas especiales.

En relación a la investigación sobre las creencias, concepciones y conocimiento profesional de los profesores en el área de matemáticas hemos tenido algunas referencias importantes que nos han dado una visión general del estado del arte en este campo. Entre estas referencias encontramos el documento de Thompson (1992), titulado "Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of research" en el que se presenta una síntesis de las investigaciones realizadas en la década de los ochenta en el campo de las creencias y concepciones de los profesores sobre la naturaleza de las matemáticas su aprendizaje y enseñanza. Así mismo, tuvimos como referencia teórica inicial el texto de Fennema y Loef (1992), "Teacher's knowledge and its impact", en el que se describe el estado del arte en la investigación en el campo del conocimiento profesional de los profesores de matemáticas y su relación con los procesos de aprendizaje y enseñanza escolar de las matemáticas. Por otra parte, también encontramos algunos trabajos de investigación relacionados con el estudio de las concepciones de los profesores sobre las matemáticas su aprendizaje y enseñanza. Sobre este particular, tenemos como referencia más importante las investigaciones realizadas por el equipo coordinado por el Profesor Salvador Llinares en la Universidad de Sevilla. Dos son las referencias principales que tenemos en relación a los trabajos de Llinares en este campo: la tesis doctoral titulada "Las creencias sobre la naturaleza de las matemáticas y su enseñanza en los estudiantes para profesores de primaria: dos estudios de casos" (Llinares, 1989); y el texto publicado a mediados de la década de los

noventa (Llinares,1996) “El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática”.

Otras referencias importantes de estudios antecedentes los hemos encontrado en los trabajos producidos en la Universidad de Huelva. En particular, el estudio “Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza. Metodología de la investigación y relaciones” (Carrillo,1998); y posteriormente, la tesis doctoral “Resolución de problemas. Un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula” (Contreras,1999). De igual manera, un trabajo que nos sirvió como referencia es la investigación realizada en la Universidad de Granada bajo el título “Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje” (Flores,1998). Aunque en estos trabajos se abordan las creencias y concepciones de los profesores en relación al aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en general, han sido un referente conceptual y metodológico importante en nuestro trabajo, centrado en el estudio de las concepciones de los profesores en relación a la enseñanza de un contenido de aprendizaje muy específico de la matemática escolar en la educación primaria: el tema de la resta.

En el ámbito de formación del profesorado hemos retomado los trabajos de Schön, (1998), Carr y Kemmis (1988,1999), Zeichner (1993), sobre el papel de la reflexión en la formación del profesorado; así como los trabajos de Elliot (1993, 1999) y Kemmis (1999), sobre el papel de la investigación-acción en el cambio educativo. De igual manera encontramos una referencia teórica importante en Pérez (1985), quien hace un análisis de la génesis del pensamiento práctico del profesor y sus implicaciones en la formación del profesorado. Finalmente tenemos los trabajos de Llinares (1994, 1994b,1998); y Rosales (2000), sobre el papel del estudio de caso e incidentes críticos, respectivamente, en el desarrollo profesional de los profesores. Las referencias anteriores nos permitieron diseñar y fundamentar el Curso de Formación Profesional desarrollado con los profesores sobre el tema de la enseñanza de la resta y que se convirtió en el medio principal para recoger información sobre las concepciones de los profesores.

En el campo de la contextualización en la educación matemática hemos retomado principalmente los trabajos de investigación que desde un enfoque sociocultural de la educación matemática han realizado autores como Abreu (1995, 2000); Abreu y otros (1997); Nunes (1996); Nunes y Bryant (1996); Carraher y otros (1995, 1995b, 1995c); Hans (1999); Billet (1998); Keitel (1997); Planas y Gorgorió (1999); Bishop (1998). Aunque en estos trabajos no se realiza un estudio específico del tema de la resta, nos han servido como referencia para interpretar las concepciones de los profesores sobre el papel de la contextualización en la enseñanza de la resta.

En cuanto al aprendizaje y enseñanza de la resta en la educación primaria tuvimos como fuente importante de consulta el NCTM (1991, 2000) en el que se plantean los principios y estándares para la educación matemática en la educación primaria, y el trabajo de Romberg (1991), en el que se discute y analiza la problemática de los fines y contenidos del currículum de matemáticas. Así mismo, se revisaron los actuales programas de matemáticas para la educación primaria de México y España.

Como antecedentes teóricos que abordan específicamente el aprendizaje y enseñanza de la resta en la escuela primaria revisamos el libro de Carpenter, Moser y Romberg (1982), titulado "Addition and subtraction: a cognitive perspective"; así como los textos de Puig y Cerdán (1998), Castro y otros (1992), Maza (1991, 2001). Otro referente importante fueron las aportaciones de Vergnaud (1991), sobre los problemas de tipo aditivo y que hemos utilizado en la segunda etapa de la investigación para analizar el tipo de problemas o situaciones propuestas por los propios profesores. De la misma manera el estudio de Verschafel y Decorte (1997), sobre el papel de los problemas verbales en el aprendizaje de las matemáticas, nos proporcionaron elementos para el análisis de las concepciones de los profesores sobre este aspecto de la enseñanza de la resta.

Finalmente, debemos señalar como antecedente más cercano de esta investigación, un estudio preliminar que realizamos (Martínez, 2001) titulado "Concepciones de los profesores de educación primaria sobre la enseñanza

de la resta. Construcción y validación de instrumentos”. Este estudio, de carácter exploratorio, nos permitió avanzar principalmente en dos aspectos:

- La elaboración de un marco de referencia conceptual sobre las creencias, concepciones y conocimiento profesional de los profesores; el papel de la contextualización en la enseñanza de las matemáticas; y el aprendizaje y enseñanza de la resta en la escuela primaria.
- El diseño y validación de unos instrumentos de investigación que nos permitieran, identificar y analizar las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta en la escuela primaria.

La experiencia que tuvimos en esta etapa exploratoria de la investigación nos permitió delimitar nuestros objetivos iniciales y precisar las preguntas de la investigación. Los instrumentos que se diseñaron y validaron en esta primera fase de la investigación (Martínez, 2001), para el estudio de las concepciones de los profesores de educación primaria fueron:

- Entrevista semiestructurada
- Cuestionario Abierto
- Cuestionario de Ponderación
- Cuestionario de Ordenación

La entrevista semiestructurada estaba centrada en el análisis de un problema pedagógico hipotético presentado a nivel escrito: “Caso Abel”. De este instrumento retomamos el problema pedagógico hipotético utilizado, y lo hemos transformado en el eje de un curso-taller de formación de profesores titulado: “La enseñanza de la resta en la escuela primaria”. El curso, centrado en el análisis del “Caso Abel” así como de incidentes críticos en relación al tema de la resta propuestos por los propios profesores, ha resultado ser la estrategia más potente para estudiar las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta

Los cuestionarios, que fueron validados en el estudio preliminar con una muestra amplia de profesores de educación primaria, han sido recuperados y utilizados para la segunda fase de la investigación como instrumentos complementarios en el estudio de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN

En los últimos años se han venido realizando diversos estudios nacionales e internacionales que tratan de dar cuenta de los aspectos cualitativos de la educación primaria en México. Los resultados de algunos de estos estudios, como los realizados por Guevara (1993), y posteriormente por la Asociación Internacional para la Evaluación del Logro Educativo (1995), son altamente alarmantes. Los resultados documentan la tesis de que hay un preocupante deterioro de la calidad de la educación mexicana. De acuerdo con estos estudios los alumnos que cursan la educación primaria, en promedio, distan mucho de cumplir con los objetivos académicos mínimos que este nivel de educación persigue. Los estudios, refuerzan la observación de que, en promedio, los estudiantes mexicanos no alcanzan el aprovechamiento mínimo de los objetivos académicos de la educación primaria. En el caso de matemáticas los resultados son todavía menos satisfactorios. En resumen, lo que estos estudios documentan es que la mayoría de los niños mexicanos no alcanzan los conocimientos matemáticos escolarmente exigidos y no parecen contar con una alfabetización matemática funcional mínima para desenvolverse en la matematizada vida cotidiana del futuro.

La situación anterior tiene consecuencias catastróficas en el futuro escolar y laboral de los estudiantes. Sin un bagaje sólido de conocimientos matemáticos elementales resulta difícil acceder a una cultura matemática necesaria para poder aspirar a un nivel más avanzado de escolarización, y enfrentar los complejos problemas que la vida en sociedad actualmente plantea. Para los especialistas en la educación matemática, hoy en día para poder comprender los hechos que se dan en la vida diaria de los individuos y de la sociedad se requiere de ciertas competencias en el uso de los sistemas simbólicos que se enseñan en las clases de matemáticas. En este contexto, podemos hablar de un fenómeno de fracaso escolar en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, pues ni nuestros niños están aprendiendo lo que suponen deben aprender, ni la

escuela está cumpliendo con su función mediadora para la adquisición de una cultura matemática básica.

Sobre las concepciones que tratan de explicar el fenómeno del fracaso escolar en el aprendizaje de las matemáticas, nos identificamos particularmente con la explicación que coloca a la propia institución educativa como la causa principal del éxito o fracaso en el aprendizaje de las matemáticas de los niños (Carraher, 1995b); lo que no significa dejar de lado las diferencias individuales, económicas y culturales que inciden en el aprendizaje escolar.

Como una reacción a las evidencias de deterioro progresivo de los logros educativos, en el año de 1992 se firmó el Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica a través del cual el Sistema Educativo Mexicano entra en un complejo proceso de transformación. Los objetivos de este acuerdo no tiene comparación con las anteriores esfuerzos por reformar el Sistema Educativo Mexicano. Como señala Zorrilla (2002:6), la nueva reforma es inédita y de amplias dimensiones, tanto para la educación básica como para la formación inicial de los maestros. Se reformulan los contenidos y de nuevo se organizan por asignaturas; se amplía y diversifica la producción de materiales educativos para alumnos y maestros; se propone el trabajo pedagógico constructivista, además se incorpora una visión institucional de la escuela que exige nuevas formas y contenidos de trabajo a la supervisión y dirección escolar. En este gran acuerdo de reforma educativa el docente tiene un papel protagónico y ha sido considerado en diferentes estudios (Smelkes, 2001; Zorrilla, 2002); como uno de los factores que hacen la diferencia en los procesos y resultados de la educación escolar.

Respecto a la educación matemática, la reformulación de los planes y programas de matemáticas para la educación primaria, el diseño de nuevos libros de texto gratuitos, la producción de materiales de apoyo a la tarea de la docencia; así como la implantación de nuevos modelos para la formación inicial y permanente del profesorado pretendieron dotar de unos elementos teóricos y metodológicos, que permitan al profesorado desarrollar un práctica en la enseñanza de las matemáticas de corte constructivista.

A más de una década de esta reforma educativa, por medio de la cual se pretendió impactar principalmente en los procesos y resultados de la educación básica; se tienen pocas evidencias del cambio que se ha dado en el profesorado en relación a sus concepciones sobre el aprendizaje y enseñanza en general y de las matemáticas en particular. Tenemos la intuición, apoyada en nuestra experiencia como docentes de educación primaria y en la formación permanente del profesorado que, en términos generales, los profesores se han identificado con esta visión constructivista del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas y que han incorporado de manera muy fragmentada este discurso pedagógico. Sin embargo, este discurso poco ha impactado en un cambio en la práctica de la enseñanza de las matemáticas.

Por otra parte, los nuevos modelos de formación permanente del profesorado que se han implementado, han tardado poco en burocratizarse y estar al servicio de un sistema de promoción en donde lo menos que interesa, es el desarrollo profesional del docente. Por tanto, los profesores se han beneficiado de este nuevo modelo de formación permanente del profesorado de manera muy desigual. Mientras que hay profesores que han tenido la oportunidad de participar en algunos de los cursos de formación sobre la enseñanza de las matemáticas que se han ofrecido a través de los Cursos Nacionales de Actualización del Magisterio o a través de los Cursos Estatales; otros, ante las perspectivas menores de promoción magisterial, han ido perdiendo su entusiasmo en estos cursos de tal manera, que algunos aseguran no haber participado en alguno de ellos durante los tres últimos años. Además, una crítica común entre los profesores es que estos cursos pocas veces están directamente relacionados con los problemas que se les presentan en la práctica.

De igual manera, es importante mencionar algunas condiciones en las que se desarrolla la práctica docente en el nivel de educación primaria en México. En primera instancia los profesores de educación primaria de la mayor parte de las escuelas públicas del país y principalmente de las escuelas ubicadas en el medio conurbano y rural, son responsables del desarrollo de todas las áreas del currículum escolar. En esta circunstancia

los profesores no disponen de un tiempo formal, dentro de la jornada escolar para planear sus tareas, ponerse de acuerdo con sus colegas, socializar prácticas, interactuar con los padres de familia, tratar asuntos relacionados con la gestión institucional, etc. En todo caso lo que es muy común es que muchas de estas tareas sean realizadas durante la misma jornada escolar con las implicaciones que esto tiene en el desarrollo del currículum. Incluso en el medio rural podemos encontrar escuelas unitarias en donde un solo profesor en una misma aula debe de enseñar a un grupo heterogéneo de aprendices de diferentes edades y de todos los grados escolares de la educación primaria.

Otra característica es que un alto porcentaje de profesores del sistema educativo público del medio urbano y conurbado trabajan doble jornada laboral. En algunos casos la triple jornada laboral también se da entre un grupo “privilegiado” de profesores que han podido colocarse hasta en tres instituciones educativas desempeñando en ellas labores de docencia. La jornada escolar es, en términos generales, de cuatro horas y media (cinco en época de verano), y es común que un mismo edificio sea compartido por dos o más centros educativos en horarios diferentes (matutino, vespertino y nocturno). Estos centros educativos funcionan de manera independiente. Suele haber muy poca o nula comunicación entre el personal directivo y docente. Las dificultades operativas que conlleva el compartir un mismo centro escolar son muy complejas lo cual ha llevado a un deterioro gradual de la infraestructura de los edificios escolares. Aunado a esto, hay una rivalidad tradicional entre los centros educativos que comparten un mismo edificio. Existe la creencia muy generalizada entre la comunidad educativa de que los centros educativos del turno matutino funcionan mejor que los vespertinos y que la calidad en la enseñanza y aprendizaje también es mejor en los primeros.

Los datos anteriores son importantes de considerar en tanto que no solamente median entre el pensamiento del profesor (sus concepciones sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas) y la práctica real que desarrollan; sino que también están presentes en la propia génesis de las concepciones, creencias y actitudes de los profesores sobre la enseñanza

de las matemáticas. En este sentido, somos conscientes que la transformación en la práctica de la enseñanza de las matemáticas por parte de los profesores no depende exclusivamente del cambio en sus concepciones sino que está estrechamente vinculada a un cambio en las condiciones del desarrollo del currículum.

Aún así, la investigación en la identificación y cambio en las concepciones de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la educación primaria es uno de los aspectos que deben de ser fortalecidos en cualquier proyecto de reforma e innovación curricular; ya que como lo expresaremos de manera más amplia en los párrafos subsecuentes, éstas concepciones actúan como mediadoras entre el currículum formal y la gestión de la clase de matemáticas. Como señalamos anteriormente, a más de una década de la reforma de los programas de matemáticas para la educación primaria en México, hay pocas investigaciones que den cuenta del cambio o transformación operado en el conocimiento profesional del profesor en relación a la enseñanza de las matemáticas y, sobre todo, en la práctica en la enseñanza de esta asignatura. En principio, tenemos pocas evidencias sobre las concepciones que los profesores tienen actualmente en relación al aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria como producto de este movimiento de innovación de la educación matemática con un enfoque de corte constructivista. Sabemos, que los cambios en la educación matemática no los origina sólo el currículum normativo, porque el profesorado filtra éste a través de sus esquemas mentales que incluyen conocimientos matemáticos, concepciones y creencias sobre la matemática como disciplina y sobre su enseñanza/aprendizaje así como de otros aspectos relativos a su papel en el aula (Llinares,1992). Las concepciones, creencias y actitudes que los profesores tienen sobre la naturaleza de las matemáticas y su enseñanza de acuerdo a un amplio campo de investigaciones realizadas influyen de manera determinante en la manera en que estos gestionan la clase de matemáticas y constituyen una de las variables sobre las que se ha de trabajar en cualquier proceso de formación de los profesores. De acuerdo a Ernest (2000), los estudios empíricos han

confirmado que las ideas, creencias y preferencias del profesorado sobre las matemáticas influyen en su manera de impartir clase. En función de lo anterior parece necesario e importante aproximarnos a identificar las concepciones que los profesores tienen en relación a la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.

En consecuencia, consideramos que la identificación y cambio de las concepciones, creencias y actitudes de los profesores en relación al aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria tienen un rol fundamental para mejorar la gestión en la clase de matemáticas. En primera instancia, la identificación de tales concepciones nos permiten mirar si se ha dado algún cambio en los profesores en relación a una visión tradicional de la enseñanza de las matemáticas en la escuela, y si no es así preguntarse qué está ocurriendo; y en segunda instancia, estas concepciones pueden ser caracterizadas como los conocimientos previos que tienen los profesores y retomarlos como objeto de reflexión en los programas de formación permanente.

Por otra parte, uno de los objetivos esenciales (y al mismo tiempo una de las dificultades principales) de la enseñanza de las matemáticas es que lo que se ha enseñado este cargado de significado, tenga sentido para el alumno (Charnay,1994). Lograr que los aprendices se interesen y encuentren funcionalidad al conocimiento matemático; que valoren y hagan de este un instrumento que les permita reconocer, plantear y resolver problemas; es uno de los objetivos fundamentales de la enseñanza de las matemáticas en la escuela. Para Brousseau (1994), el docente debe realizar primero el trabajo inverso al del científico, una recontextualización y repersonalización del saber: buscar situaciones que den sentido al conocimiento por enseñar. Muchas de las dificultades al enseñar matemáticas están causadas por el uso de contextos irrelevantes, poco significativos para el aprendiz. La escuela transmite a los niños una serie de creencias y valores sobre las matemáticas que son contrarias al actual espíritu de su enseñanza (Nunes y Bryant, 1996).

Por lo anterior, vemos la necesidad de estudiar los contextos que usan los profesores para dar sentido a los conocimientos matemáticos

enseñados en la escuela primaria; pero sobre todo identificar qué concepciones tienen en relación al papel que tiene la contextualización en la enseñanza de las matemáticas.

Hemos escogido un contenido elemental del currículum de matemáticas para la educación primaria -el tema de la resta- como un medio para acercarnos a identificar las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas. Consideramos que la identificación de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta, nos dirá mucho sobre las concepciones que tienen los profesores en relación al aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. La enseñanza de la resta se nos presenta como un contenido matemático de gran interés para los propósitos de nuestra investigación, ya que constituye un tema donde se aprecia la resistencia de la escuela a los cambios promovidos desde las diferentes reformas del currículum de matemáticas para la educación primaria. Además, la enseñanza de la resta es uno de los temas de la educación matemática elemental que más se ha abordado en los programas de formación permanente del profesorado, y que sin embargo en la práctica sigue siendo fuente de conflictos didácticos. Por un lado, en la comunidad de profesores confluyen concepciones muy diversas en relación a lo que significa aprender y enseñar el tema de la resta; y por el otro, los niños suelen tener algunas dificultades para aprender de manera comprensiva este contenido del currículum de matemáticas. A esto agregamos el punto de vista de Vergnaud (1991), en el sentido que la escuela continúa manteniendo una preocupación por la enseñanza de determinadas técnicas o algoritmos convencionales, descuidando la comprensión de los significados de la operación y confundiendo los conceptos con sus representaciones.

Finalmente, hemos de considerar la necesidad de estudiar las concepciones de los profesores a través de estrategias e instrumentos que vayan más allá de la mera aplicación de Cuestionarios y Entrevistas. Aunque valoramos las bondades del uso de este tipo de técnicas de recogida de información en el estudio de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas, que nosotros mismos hemos

corroborado en el estudio preliminar (Martínez 2001), consideramos que estudiar dichas concepciones en el contexto del desarrollo de un curso de formación permanente, nos acerca más al pensamiento “real” del profesorado. Por esta razón hemos considerado la necesidad de utilizar en esta segunda fase de la investigación un curso de formación permanente del profesorado como principal medio para acceder a las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta en la escuela primaria.

El curso “La enseñanza de la resta en la escuela primaria”, desarrollado con el grupo de profesores participantes en el estudio y centrado en el análisis de casos e incidentes críticos; ha tenido un doble propósito: como medio para el estudio de las concepciones de los profesores; y como una alternativa para la formación permanente del profesorado que promueva el cambio y transformación de las concepciones y actitudes de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza escolar de las matemáticas

3. OBJETIVOS Y PREGUNTAS

Una vez que hemos hecho una presentación y justificación del problema objeto de estudio, en este apartado plantearemos los objetivos y preguntas que hemos querido alcanzar y contestar, respectivamente, a través del presente estudio. Hemos partido del planteamiento de un objetivo y algunas preguntas de investigación que a continuación formulamos:

Objetivo:

Estudiar las concepciones de los profesores de educación primaria sobre el aprendizaje y enseñanza de la resta, en particular sobre el papel de la contextualización en este proceso.

Preguntas:

- ¿Qué concepciones tienen los profesores sobre la enseñanza de la resta?
- ¿Qué concepciones tienen sobre el papel de la contextualización en el aprendizaje y enseñanza de la resta?
- ¿Qué contenidos o aspectos sobre la resta enseñan los profesores?, ¿A qué aspectos le dan más importancia, ¿Por qué?
- ¿Qué situaciones/contextos utilizan los profesores para dar sentido/significado a la enseñanza de la resta?
- ¿Cómo se relacionan las concepciones de los profesores con los aspectos de la resta que enfatizan y con las situaciones didácticas que proponen?

Las preguntas formuladas anteriormente han sido los hilos conductores del presente estudio. A partir de ellas se ha diseñado el proyecto general de investigación, se han elaborado los instrumentos de recogida de datos y, finalmente, se ha organizado el procesamiento e interpretación de la información.

PARTE II
MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL

4. CONCEPCIONES, CREENCIAS Y CONOCIMIENTO PROFESIONAL DE LOS PROFESORES

La investigación didáctica y el profesorado

La investigación educativa en general, y la investigación sobre el profesorado en particular, comenzó en las primeras décadas del siglo pasado y tuvo un intenso y peculiar desarrollo en los últimos cincuenta años, creciendo amparada a los vaivenes y las características de la investigación psicológica y sociológica (Pérez, 1989). En todo este período, la investigación didáctica evolucionó desde el estudio de las relaciones entre el rendimiento escolar de los alumnos y lo que es y hace el profesor (características personales, comportamiento en el aula, métodos instruccionales que utiliza, etc.); a la consideración de variables mediacionales (pensamiento del profesor) y contextuales (institucional, social, cultural, etc.).

En este apartado revisaremos de manera general los paradigmas o modelos de investigación didáctica que surgieron en esta época y ubicaremos nuestro estudio particularmente dentro del paradigma mediacional centrado en el profesor; en el que se enmarcan los estudios sobre el pensamiento, concepciones y conocimiento profesional de los profesores.

Eficacia docente y características personales del profesor. El modelo presagio-producto

La investigación sobre el profesorado ha estado particularmente relacionada con las concepciones que se tienen en cada época sobre la enseñanza y el aprendizaje; especialmente con las concepciones sobre el papel del profesor en el proceso didáctico. Un primer modelo de investigación sobre el profesorado, desarrollado en los años treinta del siglo pasado, se centró en la personalidad del profesor y su relación causal con el rendimiento escolar de los alumnos. Según Pérez (1989), estos estudios se centraban en la búsqueda del profesor eficaz, pero definido en función no de

su comportamiento en el aula, sino de las características y capacidades físicas y psicológicas que definían su personalidad. De acuerdo con Llinares (1990), en un primer momento el profesor efectivo venía caracterizado por poseer determinados rasgos personales (inteligencia, años de experiencia en la enseñanza, conocimientos de la materia, etc).

Este paradigma de investigación denominado presagio-producto (Marcelo,1987:11), concebía la eficacia docente (variable producto) en función de las características de personalidad (variable presagio) de los profesores. Pérez (1989), hace una crítica al modelo de investigación presagio-producto, con la cual coincidimos ampliamente, señalando que :

[...] Desconsidera lo que realmente ocurre en el aula, desconsidera los efectos contextuales que condicionan el rendimiento académico, desconsidera los efectos mediadores de las actividades de aprendizaje de los alumnos; no clarifica el modelo conceptual en que se apoya.

(Pérez ,1989, p. 99)

Eficacia docente y comportamiento del profesor. El modelo proceso-producto

De acuerdo con Llinares (1990:70), la falta de correlaciones entre las variables presagio y producto, y la presencia de contradicciones en los resultados de los estudios realizados llevó a pensar en la necesidad de buscar otro tipo de correlaciones. De esta manera, la atención en este momento se trasladó desde el profesor como poseedor de determinadas características personales al profesor como individuo que utiliza determinados métodos instruccionales, “probados” como idóneos por determinadas investigaciones. La preocupación de este paradigma de investigación denominado proceso-producto está en el estudio de los métodos eficaces de enseñanza utilizados por el profesor. Pérez (1989:100), señala que en este paradigma se plantea la necesidad de considerar variables internas que ejerzan una influencia mediadora entre las capacidades del profesor y el rendimiento del alumnos y que sean capaces de explicar el resultado diferencial de profesores con capacidades y características personales similares. Los objetivos de estos estudios son:

- Identificar patrones estables de comportamiento que puedan estimarse como estilos reales de enseñanza a través de la observación sistemática del comportamiento del profesor.
- Establecer correlaciones entre patrones estables de conducta, estilos docentes, y el rendimiento académico de los alumnos.

El comportamiento del profesor es medido a través de escala de categorías de información, y las pruebas y test específicos para el rendimiento de los alumnos. El profesor es concebido desde esta perspectiva de investigación como un técnico y como un agente pasivo, transmisor y receptor de información. A pesar de sus limitaciones, según Pérez (1989), este paradigma ha tenido una gran influencia en la investigación educativa debido a:

[...] La simplicidad de instrumentación, su utilidad para la investigación y el entrenamiento del profesorado, su facilidad para generar datos que puedan tratarse estadísticamente, su exigencia de análisis de comportamiento en el clima natural del aula y su hincapié en la elaboración de patrones de comportamiento en estilos docentes son características relevantes que han impulsado el desarrollo de la investigación.

(Pérez, 1989, p. 103)

En relación a las limitaciones de este paradigma de investigación el mismo autor señala que:

[...] La simplicidad y esquematismo de sus presupuestos no produjo más que resultados inconsistentes, cuando no contradictorios. Los patrones de comportamiento del profesor, en sí mismos considerados, no constituían una variable independiente con capacidades de predicción.

(Pérez, 1989, p. 102)

En este mismo sentido Marcelo (1987:12), citando a Pérez (1983) señala las siguientes limitaciones del paradigma de investigación proceso-producto: definición unidireccional del flujo de la influencia; reducción del análisis a los comportamientos observables; descontextualización del comportamiento docente; definición restrictiva de la variable “producto de la enseñanza”; rigidez en los instrumentos de observación y pobreza conceptual; marginación de las exigencias del currículum; y, escasa o nula consideración de la variable alumno como activo mediador de los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Llinares (1990:71), señala que estos estudios eran demasiados generales y no contemplaban de manera especial el contenido que se enseñaba, por lo que las presumibles conductas efectivas de los profesores (predictores de eficacia docente) identificadas en estos trabajos tenían características poco específicas. La crítica fundamental que se hace a este paradigma de investigación (Pérez 1989), es la visión reduccionista del proceso de enseñanza-aprendizaje; al considerar que el factor comportamiento del profesor puede explicar por sí solo los efectos de la enseñanza.

Eficacia docente y pensamiento del profesor. El modelo mediacional centrado en el profesor

La insuficiencia de los paradigmas de investigación presagio-producto y proceso-producto para explicar la complejidad de las relaciones entre aprendizaje y enseñanza es señalada por Pérez (1989):

[...] En consecuencia, ni los estudios presagio producto, ni los desarrollados dentro del paradigma proceso-producto, pueden llegar a conclusiones empíricas válidas que soporten una explicación teórica de la enseñanza, porque su conceptualización, expresa o latente, de los procesos de enseñanza es pobre, simplista y reduccionista. No contempla variables mediacionales, contextuales y curriculares de máxima importancia y no advierten la necesidad de conceptuar la enseñanza como un producto situacional flexible y cambiante.

(Pérez,1989, p. 114)

Esta insuficiencia llevó el interés de la investigación educativa (Llinares 1990), por la necesidad de comprender mejor lo que hacían los profesores.

[...] Como consecuencia, el interés de las investigaciones se empezó a centrar en la necesidad de comprender mejor lo que hacían los profesores en las aulas, en qué se basaban para tomar determinadas decisiones instruccionales, cuáles eran los fundamentos cognitivos que les guiaban en la selección y secuenciación de dichas acciones, cómo los profesores contemplaban las diversas situaciones de enseñanza y a través de qué variables se las representaban, incluyendo en este caso las concepciones que sobre la materia, el aprendizaje y la enseñanza poseían los profesores.

(Llinares,1990, p. 71)

Se abre el camino para el desarrollo de modelos mediacionales preocupados principalmente por el papel mediador del pensamiento del profesor (implícito o explícito) en el proceso de toma de decisiones antes, durante y después de la acción.

[...] Dentro de este esquema, el comportamiento es, en gran medida, el resultado del pensamiento del profesor: de sus conocimientos, de sus estrategias para procesar la información y utilizarla en la resolución de problemas y de sus actitudes y disposiciones personales.

El objeto fundamental de la investigación sobre enseñanza es identificar las variables que configuran este proceso de elaboración y ejecución de decisiones. Es decir, los factores que determinan la construcción de significados por parte del profesor respecto a este ámbito concreto del conocimiento: los procesos de enseñanza-aprendizaje.

[...] Se concibe la enseñanza como un proceso tecnológico de resolución de problemas. Un proceso complejo de planificación racional, de actuaciones en un medio multidimensional, flexible y cambiante que no admite comportamiento estándar ni estilos docentes prefijados.

(Pérez, 1989, p. 115)

El paradigma mediacional (Pérez 1989:120), hace hincapié en los procesos humanos implícitos que median entre los estímulos instructivos (comportamiento del profesor) y los resultados de aprendizaje (productos observables del alumno). Las decisiones docentes son el resultado de cuatro tipos de influjos que llegan al profesor como informaciones a procesar:

- Las expectativas que el profesor pone en cada uno de sus alumnos y en el aula como grupo.
- Las creencias, teorías y actitudes sobre la educación.
- Naturaleza de las tareas de instrucción.
- Disponibilidad de materiales y estrategias alternativas.

Pérez (1989), y Llinares (1990), resaltan el papel del profesor dentro de esta nueva perspectiva:

[...] Todo este conjunto de informaciones son la base que utiliza el profesor para decidir sobre las diferentes tareas que debe realizar. Dentro de este modelo cognitivo, los condicionantes externos no lo son tanto en virtud de su objetivo peso situacional, como en virtud del significado subjetivo que le confiere el profesor.

(Pérez, 1989, p. 117)

[...] Desde esta nueva perspectiva el profesor no es visto sólo como un diestro poseedor de estrategias de manejo del aula (conductas efectivas) o poseedor de sólo conocimiento de la materia, sino que es caracterizado como un “ formador intelectual” trabajando con los niños para ayudarlos a desarrollar su comprensión.

(Llinares,1990, p. 72)

Los estudios mediacionales centrados en el profesor son también llamados estudios del pensamiento del profesor. Según este modelo (Marcelo 1987), el procesamiento de información del profesor tiene unos antecedentes internos (creencias, conocimientos..) y externos (expectativas de rol, indicios...) que lo determinan. Estos antecedentes influyen en los procesos cognitivos de los profesores que se centran en las expectativas, percepciones, juicios, etc.). En el paradigma del pensamiento del profesor se concibe a este como:

[...] Profesional activo, inteligente, cuya actividad incluye: establecimiento de objetivos; búsqueda de información acerca de los alumnos y el currículo en el contexto de los objetivos; formulación de hipótesis sobre la base de esta información; su propia disposición a la enseñanza y el ambiente; seleccionar entre diversos métodos de enseñanza.

(Marcelo, 1987, p.16)

Marcelo (1987), citando a Clark (1978), subraya cómo el estudio de los procesos de pensamiento de los profesores ha seguido principalmente dos enfoques: el modelo de toma de decisiones y el modelo de procesamiento de información.

[...] En el modelo de toma de decisiones “se concibe al profesor como alguien que está constantemente valorando situaciones, procesando información sobre estas situaciones, tomando decisiones sobre qué hacer a continuación, guiando acciones sobre la base de estas decisiones, y observando los efectos de las acciones de sus alumnos...

El modelo de procesamiento de información se centra menos en las decisiones de los profesores, concibiendo al profesor como una persona que se enfrenta con un ambiente de tareas muy complejo, que aborda ese ambiente simplificándolo, es decir, atendiendo a un número reducido de aspectos del ambiente e ignorando otros.

(Clark, 1978, p.3; citado por Marcelo, 1987, p. 17)

Los procesos de toma de decisiones, y la conducta de los profesores están directamente influidos por la forma como el profesor concibe su propio mundo profesional.

Los estudios que comparan las competencias expertos-novatos, y los estudios sobre las creencias y concepciones de los profesores, serían ejemplos de este modelo de investigación.

Pérez (1989), señala las siguientes críticas a los enfoques mediacionales:

- El énfasis en el enfoque cognitivo y no comportamental, asume, de hecho, la relación directa y causal del pensamiento hacia la conducta.
- La escasa consideración que manifiestan respecto a las variables contextuales.

Eficacia docente y contexto de enseñanza. El modelo ecológico

A finales de la década de los setenta se desarrolló con una fuerza creciente una perspectiva conceptual que caracteriza la vida del aula en términos de intercambios socioculturales y plantea su investigación desde enfoques metodológicos etnográficos, situacionales y cualitativos:

[...] Las actividades cognitivas y afectivas que desarrollan profesores y alumnos en el intercambio académico no pueden ser correctamente entendidas a menos que se interpreten inmersos en los conflictos del grupo de clase como sistema social.

(Pérez, 1989, p. 125)

De acuerdo con Pérez (1989), las características que definen a este modelo de enseñanza denominado ecológico son:

- Perspectiva naturalista. El objeto de la investigación es captar las redes significativas de influjo que configuran la vida real del aula.
- Enfoque directo a las relaciones entre medio ambiente y comportamiento. Se asume que el aula es un espacio social de intercambios y que los comportamientos del alumno y del profesor son una respuesta no mecánica, a las demandas del medio.
- Perspectiva interdisciplinar.
- La vida del aula manifiesta las siguientes características genéricas: multidimensionalidad, simultaneidad, inmediatez, impredecibilidad e historia.
- Perspectiva diagnóstica.

Si bien coincidimos ampliamente con este último modelo de investigación educativa en la medida que incorpora las variables contextuales en la explicación de los fenómenos educativos; los límites de nuestro estudio nos impiden integrar variables contextuales que reconocemos determinan en gran medida los comportamientos del profesor.

Reconocemos que si bien el conocimiento profesional, concepciones y creencias de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas median entre la actividad de enseñanza y el aprendizaje del alumno, no son las únicas determinantes del comportamiento del profesor en el aula, ni del rendimiento escolar de los alumnos.

La naturaleza de la cognición

Desde que la cognición del profesor y del alumno comenzó a ser considerada como un aspecto fundamental de mediación entre el currículum normativo y las acciones del profesor en el aula, el estudio sobre la naturaleza de la cognición se ha ido ampliando con el desarrollo de la propia psicología cognitiva, de manera que ha ido incorporando progresivamente elementos sociales, culturales y contextuales. De acuerdo con Putnam y Borko (2000), hay cuatro tópicos relacionados con la naturaleza de la cognición que han formado parte de las discusiones sobre la educación y la formación del profesorado: la naturaleza construida del conocimiento y las creencias; la naturaleza social de la cognición; la naturaleza contextualizada de la cognición; la naturaleza distribuida de la cognición. En cada uno de estos tópicos se generan importantes implicaciones para la investigación educativa y la formación del profesorado.

La naturaleza construida del conocimiento

La construcción del conocimiento matemático ha sido explicado desde diferentes perspectivas, especialmente desde la perspectiva psicológica.

La Psicología ofrece dos enfoques explicativos sobre la construcción del conocimiento que son referencia importantes para nuestro trabajo: el enfoque cognitivo y el enfoque sociocultural.

Desde un enfoque cognitivo de la construcción del conocimiento, se ve este como un proceso predominantemente individual, como un proceso de asimilación y procesamiento de información. Así es señalado por Billet (1998), en la siguiente cita:

[...] Un informe de la construcción de la representación individual del conocimiento en la memoria es proporcionado por la psicología; para la cual las representaciones son como estructuras cognitivas en la forma de conocimiento conceptual y procedural. Estas formas de conocimiento son construidas, organizadas en la memoria y utilizadas en dirección tanto a las actividades cognitivas rutinarias como no rutinarias, tales como la resolución de problemas y la transferencia. La literatura cognitiva por lo tanto, ve el pensamiento como una destreza (Stenberg, 1989), la

efectividad del cual está determinado internamente por la extensión y la organización de las estructuras cognitivas del individuo.

(Billett, 1998, p.3)

Desde una concepción constructivista del conocimiento, el aprendiz es visto como un sujeto activo, en interacción continua con su medio, poseedor de experiencias y conocimientos previos sobre el mundo, que evalúa, procesa e interpreta la información proveniente del entorno.

[...] El supuesto empirista que durante décadas dominó muchas ramas de la psicología, el supuesto de que lo que sabemos es un reflejo directo de lo que podemos percibir del mundo físico, en gran medida ha desaparecido. En su lugar ha aparecido la idea de que la mayor parte del conocimiento es una interpretación de la experiencia, una interpretación basada en esquemas, con frecuencia ideosincrática, por lo menos en el detalle, que promueve y al mismo tiempo limita los procesos de construcción del significado de los individuos.

(Putnam y Borko, 2000, p. 225)

Como vemos, el enfoque cognitivo anterior no ofrece una explicación sobre la influencia de fuentes sociales en la construcción del conocimiento. Su explicación se centra en la actividad cognitiva individual del aprendiz.

La naturaleza social de la cognición

Otro enfoque explicativo de la construcción del conocimiento, nos es dado por la teoría sociocultural, en donde el conocimiento es considerado como una construcción social y cultural más que individual.

Billett (1998), citando a Scribner (1985), hace una diferenciación entre los enfoques cognitivo y sociocultural:

[...] Mientras la perspectiva constructivista está primariamente preocupada por los procesos internos de la mente, la perspectiva constructivista sociocultural, suministra un informe de la génesis y construcción social del conocimiento. (Wertsch 1993; Scribner, 1985). Este segundo punto de vista del desarrollo cognitivo, enfatiza la apropiación del conocimiento a través de las interacciones sociales interpersonales (Vygotsky, 1985) como a través de la guía de fuentes sociales y culturales más distantes .

(Billett, 1998, p.4)

De la misma manera Putnam y Borko (2000), señalan que cada vez más los psicólogos y los educadores reconocen que el papel de los demás en el proceso de aprendizaje va más allá de estimular y animar la

construcción individual del conocimiento. Empiezan a ver que lo social y cultural son centrales en el proceso de aprendizaje y, es más, también son centrales en lo que constituye el conocimiento.

[...] En la anterior concepción filosófica de la mente, el aprendizaje y el conocimiento era “egocéntrica, centrándose en el individuo y en cómo se adquiriría el verdadero conocimiento del mundo exterior a la persona. La nueva concepción es “sociocéntrica”, todavía se tiene en cuenta al individuo y al mundo, pero también se interesa por la naturaleza cultural del conocimiento en su condición de construcción humana común que está formada por obra de los hombres y al mismo tiempo forma a los hombres.

(Putnam y Borko, 2000, p. 241)

Un aspecto importante desde una perspectiva sociocéntrica de acuerdo con Putnam y Borko (2000), es que aquello que consideramos conocimiento y la forma en que pensamos son los productos de las interacciones de grupos a lo largo del tiempo: son las formas en que los grupos de personas han llegado a ordenar sus experiencias y le han dado sentido a sus mundos.

Las comunidades que comparten formas de pensamiento y comunicación en ocasiones son llamadas comunidades de discurso.

[...] En las perspectivas constructivistas sociales del aprendizaje, las demás personas tienen la función de servir de modelo y apoyo del aprendizaje. Los individuos aprenden a través de la observación y la interacción con los miembros más entendidos de la cultura, apropiándose de nuevas formas de pensamiento.

(Putnam y Borko, 2000, p. 244)

Una elaboración especialmente influyente para pensar en el papel que otros más entendidos tienen en el aprendizaje (Putnam y Borko, 2000), es la noción de Vygotsky de la zona de desarrollo próximo, concebida inicialmente como aquella zona de actividad que se encuentra entre aquello que la persona que aprende puede alcanzar sin ayuda y aquello que puede conseguir con la ayuda de otra persona más entendida, habitualmente un adulto.

[...] La consideración de que el conocimiento está socialmente construido es clave para comprender estas cuestiones porque el medio con el que interactúan los individuos es en gran medida un medio social; son las otras personas las que proporcionan a los que aprenden el medio conceptual o simbólico con el que interactúan. En otras palabras, son las demás personas las que aportan a los que

aprenden las herramientas cognitivas que construyen o adoptan para ellos mismos (Cobb, 1994b; Driver y otros, 1994; Resnick, 1991).

(Putnam y Borko, 2000, p. 244)

Desde la perspectiva sociocultural de la construcción del conocimiento matemático, se ofrece también una explicación sobre la transferencia del conocimiento.

Para Billet (1998), la transferencia tiene sus raíces en las prácticas sociales y culturales, por lo que es fundamental que los aprendices tengan contacto con situaciones o experiencias cercanas a las prácticas de grupos sociales específicos como una forma de asegurar el mayor grado de aplicación de un conocimiento.

[...] ... Así, desde una perspectiva socio-cultural. Más que ser una respuesta puramente individual la transferencia tiene sus bases en prácticas sociales y culturales.

...Transferir, por lo tanto, no puede ser conceptualizada como simplemente la transferencia de un conocimiento de una situación a otra. Mejor dicho, desde una perspectiva sociocultural, la posibilidad de transferir es probable que este basada en las manera en que este conocimiento es interpretado por los individuos como siendo similar a otras formas de actividad. Esta interpretación parece estar mediatizada por factores sociales y culturales.

(Billett, 1998, p.7)

La posibilidad de integrar el enfoque meramente cognitivo con el enfoque sociocultural para tener una explicación más completa sobre la construcción del conocimiento por el individuo, es señalada por Putnam y Borko (2000), a través de la siguiente cita de Cobb (1994b):

[...] Cobb (1994b) afirma que las visiones del aprendizaje individual y social deberían verse como perspectivas complementarias, centrándose la primera en los individuos que dan sentido a las cosas dentro del contexto social, y la segunda en el contexto social y su participación en la configuración del pensamiento y el aprendizaje individuales.

(Putnam y Borko, 2000, p. 244)

La naturaleza contextualizada de la cognición

Muchos teóricos cognitivos actuales, se interesan por la relación que hay entre el conocimiento en tanto que existe dentro de la mente del individuo y las situaciones en que ese conocimiento es adquirido. Las teorías

de la cognición contextualizada, que se centran explícitamente en esta relación, asumen que el conocimiento es inseparable de los contextos y las actividades donde se desarrolla. Desde esta perspectiva el aprendizaje es un producto de la participación continua en las actividades diarias en la “vida en” el mundo (Lave, 1993) y el conocimiento está inicialmente incluido en las circunstancias de su construcción.

Para Lave (2001), la práctica de la enseñanza de las matemáticas debe estudiarse en el contexto real ya que las personas que actúan y el mundo social de la actividad no pueden ser separadas. Desde la perspectiva de la cognición contextualizada, la transferencia es posible en la medida que el conocimiento está cimentado sobre múltiples contextos.

La naturaleza distribuida de la cognición

La esencia del concepto de cognición distribuida (Putnam y Borko, 2000:274), es que la cognición no es únicamente propiedad de la mente de los individuos. La cognición está distribuida o “se extiende sobre” (Lave, 1988) el individuo, las otras personas y los contextos simbólicos y físicos. Un soporte teórico y empírico al concepto de cognición distribuida de la cognición, son los estudios realizados por Lave (1991), sobre el uso social del conocimiento aritmético. El estudio de la aritmética como práctica cognitiva en contextos cotidianos ha llevado a Lave (1991), a probar cómo las mismas personas difieren en sus actividades aritméticas en diferentes entornos.

[...] ...La “cognición” observada en la práctica cotidiana se distribuye - desplegándose-no dividiéndose- entre la mente, el cuerpo, la actividad y los entornos organizados culturalmente (que incluyen a otros actores).

(Lave, 1991, p.17)

La organización social de la cognición distribuida permite que los grupos lleven a cabo tareas cognitivas más allá de las capacidades de cualquier miembro individual.

Importancia y evolución de los estudios sobre las concepciones y creencias de los profesores

¿Por qué es importante el estudio de las concepciones de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria? Si bien esta pregunta nos la hemos planteado anteriormente, en la justificación de nuestro estudio, aquí la recuperamos con la intención de resaltar el interés y la preocupación que ha existido por este asunto entre los expertos de diferentes ámbitos educativos y en particular de aquellos que están interesados en la mejora de la educación matemática.

El papel que juegan el conocimiento profesional, las concepciones y las creencias de los profesores en el proceso de enseñanza, ha sido señalado por diferentes investigadores (Brown y Cooney, 1982; Marcelo, 1987; Greeno, 1989; Ernest, 1989; Llinares, 1992; Carrillo, 1998; Contreras, 1999).

Contreras (1999), citando a algunos de los autores anteriores, señala que la actividad que los profesores desarrollan en sus aulas parece estar orientada por sus concepciones. Estas son como un filtro que regula el estilo personal de enseñar y las decisiones que se toman durante la instrucción.

Las concepciones de los profesores influyen directamente en la visión que los alumnos adquieren en relación a la naturaleza de las matemáticas, y el sentido de su aprendizaje, y los valores inherentes a ella.

Contreras (1999), citando la postura de autores como Núñez y Font (1995), Brown (1992), y Pehkonen (1994), señala:

[...] La visión que los alumnos tienen de la matemática como disciplina, su finalidad en la enseñanza, la toma de conciencia de sus capacidades para aprenderla, los valores socioculturales que pueden llegar a atribuirle....dependen en gran medida de los mensajes que reciben del profesor, mensajes que son elaborados desde sus concepciones.

(Contreras, 1999, p. 23)

Las concepciones de los profesores están relacionadas tanto con las decisiones que toman como con las acciones que realizan antes, durante y después de su intervención didáctica.

Así mismo, Contreras (1999), citando a Carpenter (1989), relaciona las concepciones de los profesores con la poca eficacia de los programas de formación profesional:

[...] La existencia de concepciones inapropiadas podría explicar la escasa eficacia de determinadas estrategias de formación permanente del profesorado y la discrepancia de resultados en el aula en el uso de determinadas estrategias metodológicas.

(Contreras, 1999, p.24)

El profesor es un agente mediador entre el currículo formal y el aprendizaje del alumno; lo que piensa, decide y hace el profesor juega un rol fundamental en el proceso de enseñanza de las matemáticas.

Las creencias y el conocimiento de los profesores está íntimamente relacionados con el proceso de instrucción. Lo que ocurre en el aula no sólo está relacionado con lo que el profesor cree sobre las matemáticas, su aprendizaje y enseñanza, sino también con lo que el profesor conoce sobre estos aspectos.

De esta manera es expresado por Carrillo (1998):

[...] Lo que un profesor cree sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y lo que un profesor conoce del contenido, métodos y materiales disponibles para enseñar matemáticas influye en las decisiones del profesor relativas a la instrucción.

(Carrillo, 1998, p. 476)

Carrillo (1998), y Contreras (1999); señalan que estas concepciones (creencias o sistemas de creencias), actúan de filtro o elemento decodificador de informaciones procedentes de otros ámbitos de investigación.

En el mismo sentido Ernest (1989:99), apunta que entre los muchos elementos fundamentales que influyen la práctica de la enseñanza de las matemáticas, tres son los más notables:

- Los contenidos o esquemas mentales de los profesores particularmente el sistema de creencias, concernientes a la matemática y su enseñanza y aprendizaje.

- El contexto social de la situación de enseñanza, particularmente las limitaciones y oportunidades que provee.
- El nivel de reflexión y los procesos de pensamiento de los profesores.

De la misma manera Marcelo (1987), subraya la importancia de las creencias en la actuación de los profesores al señalar que:

[...] Las creencias influyen en las decisiones y acciones de los profesores de forma que estructuran y organizan su mundo profesional.

... Las creencias y las teorías implícitas de los profesores sirven al igual que las rutinas a las que ya nos hemos referido, para reducir la necesidad de procesamiento de información del profesor.

(Marcelo, 1987, p. 10)

Como se ha señalado en los párrafos anteriores, los estudios sobre las concepciones y creencias de los profesores han tenido diferentes preocupaciones que, indistintamente, se han centrado en relacionar dichos aspectos con el rendimiento escolar de los alumnos.

En general y de acuerdo con Thompson (1992), tanto el ámbito de las investigaciones realizadas en este campo, como los diseños de investigación utilizados, han cambiado a lo largo del tiempo.

[...] Los estudios de las creencias y concepciones de los profesores de matemáticas se han centrado en las creencias sobre las matemáticas, creencias sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas o ambos. Algunos estudios han examinado la relación entre creencias de los profesores y su práctica instruccional.

[...] Los diseños de investigación han también variado considerablemente, dependiendo de las características del estudio, desde la etnografía de estudio de casos de uno o dos profesores, a la estandarización de un inventario de creencias.

(Thompson, 1992, p. 131)

Muchos han sido los estudios que se han realizado desde los comienzos del siglo pasado tratando de investigar el papel que juega el profesor en la enseñanza en general y en la enseñanza de las matemáticas en particular.

De acuerdo con Thompson (1992:129), alrededor del comienzo del siglo pasado y en la década de los veinte, hubo un considerable interés entre los psicólogos sociales en la naturaleza de las creencias y su influencia en las acciones de la gente.

En las décadas que siguieron, el interés se desvanece y casi desapareció como un tema en la literatura psicológica, debido en parte a la dificultad para acceder a estas creencias para estudiarlas y, en parte, a la emergencia en la década de los treinta del asociacionismo y el conductismo.

En la década de los sesenta, el interés en el estudio de las creencias fue renovado, pero variado entre los psicólogos. El surgimiento de la ciencia cognitiva en la década de los setentas creó un lugar para el estudio de los sistemas de creencias en relación a otros aspectos de la cognición humana y los afectos humanos. La década de los ochenta fue testimonio del resurgimiento del interés en las creencias y los sistemas de creencias entre escolares desde disciplinas tan diversas como la psicología, la ciencia política, la antropología y la educación.

Entre los educadores (Thompson 1992:129), el interés en el estudio de las concepciones y creencias de los profesores estuvo alimentado por un cambio en los paradigmas de investigación sobre la enseñanza. Promovida, en parte por la información procedente de la teoría y de otros aspectos desarrollados en la ciencia cognitiva, las investigaciones sobre la enseñanza comienzan a cambiar en los setentas desde un paradigma proceso – producto, en el cual el objeto de estudio eran las conductas de los profesores, a uno centrado en el pensamiento del profesor, y en los procesos de toma de decisiones.

El cambio de foco en la cognición del profesor, condujo a un creciente interés en identificar y entender la composición y estructura de “los sistemas de creencias y concepciones”, “los esquemas mentales de acción”, subrayando los pensamientos y decisiones de los profesores.

Thompson (1992:12) citando a Nespor (1987), señala que bajo la influencia de la herencia del conductismo, en las décadas de los sesenta y setentas, los estudios se orientaron principalmente a la investigación de actitudes, directa o indirectamente orientados a las creencias y concepciones de los profesores.

Sin embargo, muy pocos estudios estuvieron relacionados específicamente a la educación matemática. Desde 1980, muchos estudios en educación matemática se han centrado en las creencias sobre las

matemática y su enseñanza y aprendizaje. Estas investigaciones han trabajado desde la premisa que para entender la enseñanza desde la perspectiva de los maestros, tenemos que entender las creencias con las cuales ellos definen su trabajo.

Sobre este mismo asunto Marcelo (1987), señala que la investigación educativa sobre la importancia del conocimiento profesional del profesor, sus concepciones y creencias como mediadoras en la enseñanza, tiene sus orígenes en el paradigma de investigación sobre el pensamiento del profesor.

Como ya ha sido señalado anteriormente el paradigma de investigación del pensamiento del profesor a diferencia de los dos que le antecedieron, (presagio-producto y proceso-producto), asume un enfoque constructivo de la práctica educativa en el que se concibe al profesor como agente activo cuyos pensamientos, planes, percepciones, influyen y determinan su conducta. El contexto social, ya sea dentro de la clase o escolar en general se considera como variable importante que influye en la enseñanza.

[...] El factor que diferencia a la investigación sobre los pensamientos del profesor de otros enfoques es precisamente la preocupación que tiene por conocer cuáles son los procesos de razonamiento que ocurren en la mente del profesor durante su actividad profesional. Se asume como premisas fundamentales que, en primer lugar, el profesor es un sujeto reflexivo, racional, que toma decisiones, emite juicios, tiene creencias y genera rutinas propias de su desarrollo profesional. En segundo lugar se acepta que los pensamientos del profesor guían y orientan su conducta.

(Marcelo 1987, p. 16)

[...] El objeto de estudio del paradigma del pensamiento del profesor son los procesos de razonamiento, decisiones y creencias de los profesores. El acceso a estos procesos internos requiere del empleo de los métodos de investigación basados en la verbalización de los pensamientos.

(Marcelo,1987, p. 123)

Distinción entre creencias, concepciones y conocimiento

¿A que nos referimos cuando usamos el término concepciones?, ¿Qué diferencia hay entre concepciones y creencias?, ¿Forman las concepciones y creencias parte del conocimiento?. En la mayor parte de la literatura revisada sobre el tema, los términos concepciones, creencias y conocimientos, son utilizados de manera ambigua.

Mientras que algunos autores manejan los términos creencias y concepciones como sinónimos; otros señalan que son diferentes tipos o niveles de conocimiento, y que por lo tanto forman parte del conocimiento profesional del profesor. Para Contreras (1999), por ejemplo, el término concepciones ha tenido y tiene diferentes usos y significados: creencias, sistema de creencias, reflexiones a priori, ideologías y teorías implícitas. Por ello, y en un intento de acercarnos a definir de manera más clara y operativa a los fines de nuestra investigación estos conceptos, realizaremos una revisión general del significado atribuido a estos tres términos tanto en diccionarios como en algunas de las investigaciones realizadas sobre el tema.

Las creencias

En relación al término creencias, en el cuadro 1 se presentan algunas de definiciones encontradas.

De la información de este cuadro se puede inferir que las creencias refieren a :

- La acción de creer.
- Ideas que tienen las personas sobre el mundo.
- Verdades, no sujetas a comprobación o demostración.
- Ideas que son producto de la fe y de la subjetividad de las personas.

Creer/creencias	Fuente
<p>Creer. Del latín <i>credere</i>. Tener por cierto una cosa que el entendimiento no alcanza o que no está comprobada o demostrada. Pensar, juzgar, sospechar una cosa o estar persuadido de ella. Tener una cosa por verosímil o probada.</p>	<p>Diccionario de la Lengua Española. Real Academia Española.</p>
<p>Creer. Tomar (alguien) como cierta (una cosa) que se comunica y que no tiene conocimiento directo. Opinar una cosa. Tener la impresión de un hecho. Tomar (alguien) ingenuamente como cierto (una cosa que se dice). Creer que (alguien o algo) tiene verdadera existencia. Estar convencido de la bondad o validez de algo o alguien. Estar convencido de la veracidad de algo o alguien.</p>	<p>Diccionario del Español Actual. Manuel Seco y otros</p>
<p>Creer. Admitir una cosa sin necesidad de comprobación. Aceptar por la fé las verdades de revelación divina según la fórmula de la iglesia. Pensar que una cosa es posible o evidente.</p>	<p>Diccionario del Español Actual. Grijalbo</p>
<p>To believe. Tener fe, confianza, dar por cierto. Belief: Creencia, opinión, confianza en algo, fe.</p>	<p>Diccionario Oxford. Oxford University Press. Diccionario Oxford. Oxford University Press.</p>
<p>Creencia (De creer) Firme asentimiento y conformidad con alguna cosa. Completo crédito que se presta a un hecho o noticia como seguros o ciertos.</p>	<p>Diccionario de la Lengua Española. Real Academia Española.</p>
<p>Creencia. Acción de creer. Cosa que se cree o en que se cree. Conjunto de cosas en las que se cree, especialmente en materia religiosa.</p>	<p>Diccionario del Español Actual. Manuel Seco y otros.</p>
<p>Creencia. Acción de creer. Cosa creída. Confianza ciega en algún dicho o hecho. Doctrina o credo. Ideas políticas o religiosas de una persona o grupo.</p>	<p>Diccionario del Español Actual. Grijalbo.</p>

Cuadro 1. Definición de los términos creer y creencias.

En relación al uso de el término creencias en la investigación educativa, vamos a tomar como base las definiciones utilizadas por Vicente (1995), Ponte (1992,1994b) y Thompson (1992).

Vicente (1995), hace una diferenciación del conocimiento por sus fuentes, clasificando éstas últimas en: fuentes propias del sujeto y fuentes externas.

[...] Las primeras son la propia experiencia de la vida y también la capacidad intelectual de cada uno; por lo que llegamos a obtener determinados conocimientos: esto es lo que propiamente sabemos. A esto se añade lo que conocemos por medio del testimonio o de la información procedente de otras personas; pero que nosotros no hemos podido comprobar o de hecho no hemos comprobado personalmente: esto es lo que, propiamente hablando, creemos.

(Vicente,1995, p. 13; citado en Flores, 1998, p. 28)

El uso lingüístico del término creencias puede reducirse a tres significados principales (Vicente 1995), cada uno de los cuales precisa más el campo de uso:

[...] a) Está en primer lugar el uso en sentido amplio, impreciso, que incluye a cualquier tipo de conocimiento o noticia. En lugar de “yo pienso” decimos frecuentemente “yo creo”. b) Luego vendría un sentido un poco más preciso. Se trataría de un conocimiento del que no tenemos plena evidencia ni certeza; pero que es compatible con un saber probable, basado en algunos indicios o pruebas razonables. En este caso, “creer” equivale a “tener opinión” sobre algo; es decir, poseer un conocimiento basado en algunas pruebas, datos o comprobaciones. (..) Aquí se distingue ya mejor entre “saber” y “creer”, como entre conocimiento cierto y conocimiento solamente probable. c) Finalmente, cabría un significado de “creer” todavía más estricto, como confiar en alguien; prestar nuestro crédito a otras personas “a las que creemos”. En este sentido “creer significa asentir, aceptar como verdadero aquello que se nos comunica.(..) De esta forma el “creer” se diferencia netamente del “saber”, si por esto entendemos el conocimiento de algo bajo una verificación y comprobación personal.

(Vicente, 1995, pp. 37-38; citado en Flores, 1998, pp. 28-29)

Esta caracterización gradual, de acuerdo con Flores (1998), lleva a Vicente a delimitar el sentido de “creencias” al asentimiento o aceptación de una comunicación de otras personas.

En este sentido, para Vicente (1995), las creencias son :

[...] Ideas u opiniones que la gente tiene en la cabeza pero sin haber comprobado ni haberse detenido a examinar si se trata de algo fundado o sin fundamento; simplemente se limita a “creerlo” por haberlo recibido de los mayores, del ambiente cultural o social, porque “siempre se ha entendido así” o “todo el mundo lo dice”.
...no son propiamente ideas, sino “algo en lo que se está” y de lo que ni siquiera nos permitimos dudar.

(Vicente, 1995, p.39; citado en Flores, 1998, p.29)

Por su parte Ponte (1994b), toma las creencias en el sentido de proposiciones no demostradas, y aunque hace una diferenciación entre creencias y conocimiento, considera a las primeras como una parte del conocimiento del sujeto.

[...] Podemos ver las creencias como una parte del conocimiento relativamente “poco elaborado” en vez de verlos (conocimientos y creencias) como dos dominios distintos. En las creencias predominaría la elaboración, más o menos fantástica, y no confrontada con la realidad empírica. En el conocimiento más elaborado de

naturaleza práctica, predominarían los aspectos experienciales. En el conocimiento de naturaleza teórica predominaría la argumentación racional.

(Ponte, 1994b, p.125; citado en Flores, 1998, p.30)

Para Ponte (1994b), el sistema de creencias no requiere un consenso social relativo a su validez o adecuación.

[...] Las creencias personales no requieren, incluso, consistencia interna. Esto implica que las creencias son a menudo discutibles, más inflexibles, y menos dinámicas que otros aspectos del conocimiento. Las creencias juegan un papel más importante en aquellos dominios del conocimiento en los que la verificación es difícil o imposible.

(Ponte, 1994b; citado en Flores, 1998, p.30)

Las creencias son para Ponte (1994), “verdades” personales incontrovertibles sostenidas por todos, derivadas desde la experiencia o desde la fantasía, teniendo una componente evaluativa y afectiva fuerte.

Thompson (1992:29), citando a Abelson (1979), Scheffler (1965), y Nesport (1985), señala las siguientes características de las creencias:

- Pueden ser consideradas con variación del grado de convicción. El creyente puede estar pasionalmente entregado a su punto de vista o en el otro extremo podría considerar una afirmación de un asunto como más probable o no.
- No están consensuadas.
- Son independientes de su validez.
- Están caracterizadas por una falta de acuerdo sobre cómo son evaluadas y juzgadas.
- A menudo incluyen sentimientos afectivos y evaluaciones, memorias de experiencias personales vividas, supuestos sobre la existencia de entidades y mundos alternativos los cuales no son abiertos a la evaluación externa o examinación crítica.

En el cuadro 2 se presentan algunas de las definiciones utilizadas del término creencias por otros investigadores educativos.

A partir de estas definiciones vemos que para estos autores las creencias: son un tipo de conocimiento; son conocimientos subjetivos, poco elaborados; están fundamentadas en los sentimientos y las experiencias; hay una falta de un sustrato de conocimientos específicos del tema con el

que se relacionan; son verdades personales, incontrovertibles, tienen una componente evaluativa y afectiva fuerte; y, son proposiciones no demostradas. Como se puede apreciar hay un acuerdo más o menos unánime entre estos investigadores educativos sobre el significado del término creencias.

Creencias	Autor
<p>Las creencias están conformadas de tres componentes: el cognitivo (conocimiento), el afectivo (emoción), y el conductual (acción); además, considera que las creencias son un tipo de conocimiento basado en evaluaciones y juicios ligados a la componente afectiva, mientras que el conocimiento se basa en hechos objetivos. Así mismo, la forma de inferir las creencias es a través de la palabra de las personas sobre lo que dicen que pretenden y hacen .</p>	<p>Pajares, 1992.</p>
<p>Las creencias son más discutibles que el conocimiento, que están más abiertas al debate. Estos autores señalan dos tipos de creencias del profesor dependiendo de si están referidas a las matemáticas como disciplina científica o a las matemáticas como objeto de enseñanza-aprendizaje. Las primeras, influyen en el contenido que se enseña y la forma de enseñarlo. Las segundas, incluirán la orientación que el profesor da a la materia que enseña, esto es, las concepciones del profesor sobre lo que es importante conocer y cómo llegar a ello.</p>	<p>Grossman, Wilson y Shulman1989;citados por Moreno,2000.</p>
<p>Las creencias son conocimientos subjetivos, poco elaborados, generados a nivel particular por cada individuo para explicarse y justificar muchas de las decisiones y actuaciones personales y profesionales vividas. Las creencias no se fundamentan sobre la racionalidad, sino más bien sobre los sentimientos, las experiencias, y la ausencia de conocimientos específicos del tema con el que se relacionan, lo que las hacen ser muy consistentes y duraderas para cada individuo.</p>	<p>Moreno, 2000.</p>
<p>Una creencia puede definirse como la información que tiene una persona enlazando un objeto con algún atributo esperado, la creencia está normalmente en interrelación con una dimensión de probabilidad subjetiva o conocimiento.</p>	<p>Fischbaun y Ajzen (1984);citado en Marcelo,1997 y Carrillo, 1998.</p>

Cuadro 2. Concepto de creencias en la investigación educativa.

Las concepciones

En relación al término concepciones, si bien no lo encontramos definido en algunas de las fuentes revisadas (en lugar de ello aparecen términos como conceptuar y conceptualización), está íntimamente

relacionado con los términos concepto y concebir. Sobre este aspecto en particular encontramos las definiciones que se presentan en el cuadro 3.

Concepto-concebir-concepción	Fuente
Concepto. Representación intelectual y abstracta de algo o de alguien. Opinión o juicio sobre alguien o algo.	Diccionario del Español Actual. Manuel Seco y otros.
Concepto. Idea. Representación mental de un objeto. Idea. Juicio. Pensamiento. Relación establecida por la mente entre varias ideas. Idea. Conocimiento descriptivo de lo que es o cómo es una cosa. Opinión. Evaluación hecha mentalmente de alguien o de algo.	Diccionario de Uso del Español María. Moliner.
Concepto. (Del lat. Conceptu). Idea que se concibe o forma parte del entendimiento. Pensamiento expresado con palabras. Sentencia, agudeza, dicho ingenioso. Opinión, juicio. Determinar una cosa en la mente, después de examinadas las circunstancias.	Diccionario de la Lengua Española. Real Academia Española.
Concept: Un concepto es una idea o principio abstracto el cual relaciona a un particula tema o a un punto de vista particular de ese tema.	English Language Dictionary.
Concebir. Formar ideas, hacer concepto de una cosa, comprenderla.	Diccionario de la Lengua Española. Real Academia Española.
Concebir. Del latín concipere, derivado de capere. Formar o empezar a tener ciertas cosas en la mente o en el ánimo. Idear. Formar una idea, proyecto, et. Concebir un plan. Formar una idea, proyecto como posible. Comprender. Encontrar en la propia mente razones o explicación para ciertas cosas.	Diccionario de Uso del Español. María Moliner.
Conception. Una concepción es una idea general que tienes en tu mente cuando piensas en algo. La formación de una idea de algo en tu mente. La habilidad para imaginar que algo puede suceder o puede ser posible.	English Language Dictionary.
Conception. Idea. Noción	Diccionario Oxford. Oxford University Press.
Concepción. Acción y efecto de concebir. Inicio de un embarazo, que se produce cuando tiene lugar la fecundación de un óvulo.	Diccionario del Español Actual. Aguilar.
Concepción. Acción y efecto de concebir.	Diccionario de la Lengua Española. Real Academia Española.

Cuadro 3 . Definición de los términos concepto, concebir, concepciones.

La palabra concepciones de acuerdo a las anteriores definiciones significa fundamentalmente:

- La acción de concebir, de formar ideas.
- La acción o efecto de construir o elaborar conceptos.
- Comprender y explicar las cosas.

- Interpretar los hechos o fenómenos del mundo.

Revisemos ahora lo que sucede con el uso del término concepciones en la investigación educativa. Partiremos de las definiciones utilizadas por Ruiz (1994), Ponte (1992,1994b), y Sfard (1991).

Ruiz (1994), citado en Flores (1998), establece dos dimensiones para situar las concepciones. Por una parte se diferencian las concepciones subjetivas o cognitivas de las epistemológicas; y por otra, las concepciones locales de las globales.

Las concepciones subjetivas son mantenidas por cada sujeto, de manera individual y se refieren al conocimiento y creencias de los sujetos.

Las concepciones epistemológicas se refieren a tipologías de conocimiento existente en un cierto periodo histórico, o circunscrito a los textos o programas de cierto nivel de enseñanza.

Las concepciones globales describen holísticamente las concepciones ligadas a un concepto u otro objeto, y las locales tienen en cuenta aspectos parciales de los sistemas anteriores.

Para Ruiz (1994), la concepción se caracteriza por:

[...]

- Las invariantes que el sujeto reconoce como notas esenciales que determinan el objeto;
- El conjunto de representaciones simbólicas que le asocia y utiliza para resolver las situaciones y problemas ligados al concepto;
- El conjunto de situaciones, problemas, etc. que el sujeto asocia al objeto, es decir, para las cuales encuentra apropiado su uso como herramienta.

(Ruiz,1994,pp. 71-72; citado en Flores, 1998, pp.31-32)

Ponte (1992), establece una diferenciación entre concepciones y creencias señalando que las concepciones son organizadores implícitos de los conceptos, de naturaleza esencialmente cognitiva y que incluyen creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias, etc; que influyen en lo que se percibe y en los procesos de razonamiento que se realizan. El carácter subjetivo es menor en cuanto se apoyan sobre un sustrato filosófico que describe la naturaleza de los objetos matemáticos. Las creencias (Ponte 1992), de carácter no racional, constituyen una base en que se apoya el conocimiento. Por el

contrario, las concepciones son organizadoras de nuestro conocimiento, forman una “sustrato” conceptual anterior a los conceptos. Funcionan como filtros, es decir, son simultáneamente condición y límite de nuestro conocimiento de la realidad. Pero además permiten interpretar esta realidad a la vez que son elementos bloqueadores de esta interpretación, luego distorsionan lo que se nos presenta.

Posteriormente Ponte (1994b), caracteriza las concepciones de manera más precisa señalando que:

[...] Las concepciones pueden ser vistas en este contexto como el plano de fondo organizador de los conceptos. Ellas constituyen como “miniteorías”, o sea cuadros conceptuales que desempeñan un papel semejante a los presupuestos teóricos de los científicos. Las concepciones condicionan la forma de abordar las tareas,... Estrechamente ligadas a las concepciones están las actitudes, las expectativas y el entendimiento que cada uno tiene de lo que constituye su papel en una situación dada.

(Ponte, 1994b, pp. 195 y 196)

Sfard (1991) delimita la idea de concepción indicando que:

[...] Cada vez que una idea matemática es considerada en su forma “oficial”, hablamos de concepto -como un constructo teórico dentro del “universo formal del conocimiento ideal”-. La concepción es el racimo completo de representaciones internas y asociaciones evocadas por el concepto -el compañero del concepto en el “universo del conocimiento humano” subjetivo e interno.

(Sfard, 1991; citado en Flores, 1998, pp.34)

[...] El grupo total de representaciones y asociaciones internas evocadas por el concepto. El homólogo en el interno, subjetivo “universo del conocimiento humano”- será referido como “concepción”.

(Sfard,1991; citado en Furinghetti y Pehkonen 1999 p. 25)

Las concepciones, según Sfard (1991), pueden ser consideradas el lado personal/privado del término “concepto”.

De acuerdo con Artigue (1990), citado en Flores (1998), la noción de concepción tiene que ver con dos necesidades distintas: para enfatizar la multiplicidad de posibles puntos de vista sobre los mismos objetos matemáticos, para hacer diferentes las representaciones y maneras de tratar esa relación, para enfatizar su (más o menos buena) adaptación para la solución de una determinada clase de problemas; para ayudar a los investigadores en educación matemática a luchar por la ilusión de hacer

transparente la comunicación didáctica provocada por los modelos empíricos de aprendizaje, permitiendo distinguir el conocimiento que los profesores desean transmitir y el conocimiento real construido por los estudiantes.

Otras definiciones encontradas del término concepciones en la investigación educativa, son presentadas en el cuadro 4.

Concepciones	Autor
Estructura mental general, que abarca creencias, significados, conceptos, preposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias y similares.	Thompson, 1992.
Las concepciones y creencias forman parte del conocimiento profesional del profesor.	Porlán,1998;Carrillo, 1998;Contreras, 2000.
Las concepciones son los esquemas subyacentes de organización de los conceptos que tienen esencialmente naturaleza cognitiva. Creencias y concepciones son parte del conocimiento.	Carrillo, 1998.
El conjunto de posicionamientos que supone el investigador que posee el profesor ; tras el análisis de las observaciones, análisis de los documentos, de las opiniones y respuestas a preguntas sobre su práctica respecto a temas relativos a la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática.	Carrillo,1998; Contreras, 1999.
Un conjunto de creencias relativas a la forma de enseñar las matemáticas basadas en consideraciones de la naturaleza de los aprendices, la naturaleza de las matemáticas, las expectativas de la sociedad y en la forma adecuada de la pedagogía.	Fischabun y Ajzen, 1984;ciitado en Marcelo, 1987.
Ideas, creencias y posicionamientos del profesor con relación a la enseñanza, el aprendizaje y la propia materia que enseña; o bien en el sentido de Artigue (1990), Tall y Vinner (1981) que se referían a “ concept image” y “ concept definition”, o Sford (1991) para describir la naturaleza de los objetos matemáticos y las diferentes imágenes de éstos en la mente, ya sean simbólicos, gráficos, etc. La primera acepción es de carácter más cognitivo mientras que la segunda se mueve más en el plano conceptual.	Moreno, 2000.
Conjunto de creencias relativas a la forma de enseñar las matemáticas, basadas en consideraciones de la naturaleza de los aprendices, la naturaleza de las matemáticas, las expectativas de la sociedad y la forma adecuada de la pedagogía. Son, pues, creencias conscientes y se convierten en creencias formalizadas con la ayuda de la reflexión sobre filosofía de las matemáticas.	Furinghetti, 1994, citado en Flores, 1998.

Cuadro 4. Definición del término concepciones en la investigación educativa.

Un análisis general de estas definiciones anteriores nos permite señalar algunas características de las concepciones:

- Forman parte del conocimiento profesional del profesor.

- Subyacentes de organización de los conceptos.
- Naturaleza cognitiva.
- Creencias conscientes.
- Conjunto de creencias y posicionamientos.
- Describen la naturaleza de los objetos matemáticos y las diferentes imágenes de éstos en la mente, ya sean simbólicos, gráficos, etc.
- Un conjunto de creencias.
- Estructura mental general, que abarca creencias, significados, conceptos, preposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias y similares.

En el cuadro se puede apreciar cómo el término concepción es utilizado de manera ambigua por algunos de los autores; dificultando diferenciarlo semánticamente del término creencia; de tal manera que para algunos de los autores el uso de uno u otro término es indistinto.

Conocimientos

En relación al término conocimiento, este hace referencia a la acción y efecto de conocer. Algunas definiciones encontradas son presentadas en el cuadro 5. En relación a este término, vemos que este concepto tiene que ver con:

- La acción y efecto de conocer.
- Una actividad cognitiva, intelectual.
- Investigar las relaciones entre las cosas o fenómenos.
- Saber. Entender.
- Tener una representación mental de las cosas.
- Relacionada con el aprendizaje.
- Distinguir y diferenciar objetos.
- Saberes que se tienen sobre cierta ciencia o arte.
- Entendimiento, comprensión.

MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL

Conocer- conocimiento	Fuente
Conocer. (Del latín cognōscere). Tener a alguien en la mente o tener en la mente misma, la representación de las cosas o de cierta cosa.	Diccionario de Usos del Español. Ma. Moliner.
Conocer. Tener en la mente la representación de alguien o algo .	Diccionario del Español Actual. Manuel Seco y otros.
Conocer (del latín Cognoscére). Averiguar por el ejercicio de las facultades intelectuales la naturaleza, cualidades y relaciones de las cosas. Entender, advertir, saber, acabar de ver.	Diccionario de la Lengua Española Real Academia Española.
Knowledge : conocimiento, saberes.	Diccionario Oxford. Oxford University Press.
Conocimiento. Acción de conocer. Efecto de conocer o presencia en la mente de ideas acerca de una cosa. Ideas. Nociones. Cosas que se saben de cierta ciencia, arte, etc. Facultad de saber lo que es o no es conveniente y de obrar de acuerdo a ese conocimiento.	Diccionario de Usos del Español Ma. Moliner.
Conocimiento. Aprehensión intelectual de un objeto. Conjunto de saberes que se tienen sobre una ciencia o arte , con conocimiento de causa. . Sabiendo en profundidad de lo que se trata.	Diccionario del Español Actual. Grijalbo

Cuadro 5. Definición de los términos conocer, conocimiento.

En la investigación educativa revisada encontramos las siguientes definiciones de este mismo término (cuadro 6).

Conocimiento	Autor
Stock personal de información, destrezas, experiencias, creencias y memoria de una persona.	Alexander, Shallert & Hares, 1991; citado por Contreras, 2000.
Red amplia de conceptos, imágenes y habilidades inteligentes poseídas por los seres humanos. Concepciones y creencias son parte del conocimiento.	Ponte, 1994.
Elbaz (1983) caracteriza el conocimiento como conocimiento “ práctico”, y lo divide en tres categorías: conocimiento sobre uno mismo, conocimiento del entorno en el que se desarrolla su trabajo, y el conocimiento del currículum	Elbaz 1983; citado en Moreno, 2000.
Amplia red de conceptos, imágenes y habilidades inteligentes que poseen los seres humano.	Pajares,1992.

Cuadro 6. Definición del término “conocimiento” en la investigación educativa.

Vemos que el término conocimiento es usado por estos autores para dar cuenta de:

- La información, destrezas, experiencias, creencias y memoria de una persona.
- Red amplia de conceptos, imágenes y habilidades inteligentes poseídas por los seres humanos
- Las representaciones internas en forma de redes, proposiciones, que contienen los conceptos y sus relaciones.
- Las operaciones que pueden realizarse sobre el conocimiento declarativo mediante las destrezas cognitivas.

Como hemos podido observar la distinción entre concepciones y creencias por un lado y concepciones y conocimiento por el otro es compleja. Esta distinción se complica aún más cuando a nivel práctico, se trata de diferenciar cuándo una idea de un profesor es una creencia o es una concepción.

Las concepciones de los profesores sobre las matemáticas

La importancia que tienen para la enseñanza las concepciones de los profesores sobre las matemáticas, ha sido reconocido por diferentes investigadores. Al respecto Thompson (1992), señala:

[...] Una concepción de los profesores de la naturaleza de las matemáticas puede ser vista como las creencias, conscientes o subconscientes de los profesores, conceptos, significados, reglas, imágenes mentales y preferencias concernientes a la disciplina de las matemáticas. Estas creencias, conceptos, opiniones y preferencias constituyen rudimentos de una filosofía de las matemáticas, aunque para algunos profesores ellas pueden no estar desarrolladas y articuladas dentro de una filosofía coherente (Ernest 1988; Jones, Henderson y Cooney,1986). La importancia para la enseñanza de las concepciones de los profesores del tema del contenido de la materia ha sido ampliamente reconocido, tanto a través de un recorrido de las áreas del currículum (Clarck y Peterson, 1986; Feinman-Nemser y Floden,1986; Grossman, Wilson, y Shulman,1989) y como se señaló antes en matemáticas (e.g; Ernest,1985; Hersh,1986; Lerman,1983; Tom ,1973; Thompson,1982,1984).

(Thompson,1992, p. 132)

Ernest (1988), citado por Thompson(1992), distingue tres concepciones de las matemáticas:

- El punto de vista de las matemáticas como resolución de problemas.
- La concepción platónica de las matemáticas.
- La concepción instrumentalista de las matemáticas.

De acuerdo con Carrillo (1998), en el punto de vista de las matemáticas como resolución de problemas, la matemática se concibe como un conocimiento sometido a una revisión constante que depende del contexto social, cultural y científico, o que hace que la veracidad de sus resultados y procedimientos sea relativa. El fin que persigue es el desarrollo de las capacidades intelectuales del ser humano. La matemática se concibe como un campo de creación continua, teniendo como principal impulsor la resolución de problemas. El conocimiento matemático se construye, bajo un punto de vista antropológico, por interacción social, para dar respuesta a los problemas sociales, culturales, económicos.

Ernest (1988), lo expresa en los siguientes términos:

[...] Primero que todo está uno dinámico, resolución de problemas; punto de vista de las matemáticas como un campo en continua expansión de la creación e invención humana... Las matemáticas no son un producto terminado, sus resultados quedan abiertos para revisión.

(Ernest, 1988; citado por Thompson,1992, p.132)

En segunda instancia está el punto de vista platónico de las matemáticas en el que se considera a éstas como:

[...] Un cuerpo estático pero unificado de conocimientos, una esfera cristalina de interconexiones de estructuras y verdades, rodeado por filamentos de lógica y significados. Así las matemáticas son monolíticas, un producto estático, inmutable. Las matemáticas son descubiertas, no creadas.

(Thompson,1992, p. 132)

Carrillo (1998), señala que desde este punto de vista las matemáticas se conciben como un cuerpo de conocimiento preexistente dotado de una estructura lógica. El fin que persigue es el desarrollo de la propia matemática. El conocimiento matemático se concibe como preexistente al individuo, estando por tanto, tan sólo sujeto a su posible descubrimiento, pero no a su creación.

Finalmente, está la concepción instrumentalista de las matemáticas:

[...] En tercer lugar, está el punto de vista de las matemáticas como un saco de herramientas, que están formadas de una acumulación de hechos, reglas y destrezas para ser usadas por expertos en la consecución de un fin externo. Así, las matemáticas son un juego de efectivas y útiles reglas y hechos.

(Thompson,1992, p. 132)

Las matemáticas son desde esta perspectiva y de acuerdo con Carrillo (1998), un conjunto de resultados de marcado carácter utilitario, cuyas veracidad y existencia no están sujetas a discusión o revisión. Los elementos que conforman su núcleo son los resultados, entendidos como un conjunto de reglas y herramientas, sin una vinculación teórica (conceptual) ni práctica determinada; el fin que persigue es el desarrollo de otras ciencias y técnicas.

Es concebible y probable, que las concepciones individuales de las matemáticas de los profesores incluyan aspectos de más de uno de los señalados, aunque aparentemente conflictivos.

Según Thompson (1992), los investigadores han reportado variados desacuerdos o inconsistencias entre las creencias profesadas por los profesores sobre la naturaleza de las matemáticas y la práctica instruccional. Por ello recomienda que las investigaciones sobre las creencias de los profesores deberían de examinar los datos verbales de los profesores con los datos observacionales de su práctica instruccional o de su conducta matemática.

En el caso de observar discrepancias entre las creencias y prácticas matemáticas profesadas Thompson (1992), señala que uno debería de cuestionarse si los profesores son conscientes de semejantes discrepancias y si es así, cómo ellos las explican. En algunos casos, semejantes inconsistencias pueden ser explicadas por la presencia de grupos desconocidos de conflictos de creencias. En otros casos, las explicaciones ofrecidas por los profesores pueden revelar varias fuentes de influencia de su práctica instruccional, causando una subordinación de sus creencias.

Concepciones de los profesores sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

Las concepciones de los profesores sobre la enseñanza están conformadas por aspectos muy diversos como los siguientes (Thompson, 1992): lo que considera un profesor como objetivos deseables del programa de matemáticas, su propio rol en la enseñanza, el rol de los estudiantes, las actividades apropiadas del salón de clases, la aproximación a la práctica instruccional deseable, la legitimación de los procedimientos matemáticos y los resultados aceptables de la instrucción.

Diferencias en las concepciones de los profesores sobre las matemáticas parecen estar relacionadas a diferencias en sus puntos de vista sobre la enseñanza de las matemáticas.

Diversos estudios han encontrado que las diferencias en los puntos de vista predeterminados de los profesores sobre las matemáticas estaban relacionadas con las diferencias en sus opiniones acerca de qué constituyen evidencias de la comprensión de las matemáticas de sus estudiantes, y a diferencias en sus percepciones del propósito de la planificación de las lecciones.

Así, Thompson (1992), apoyándose en los resultados de diversas investigaciones señala que:

[...] Las concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas, son también probablemente reflejo de los puntos de vista, aunque tácitos, del conocimiento matemático de los estudiantes, de cómo ellos aprenden matemáticas, y de los roles y objetivos de la escuela en general. Una fuerte relación ha sido observada entre las concepciones de los maestros sobre la enseñanza y sus concepciones sobre el conocimiento matemático de los estudiantes.

(Thompson, 1992, p. 135)

Es difícil concebir los modelos de enseñanza, sin subrayar alguna teoría de cómo los estudiantes aprenden matemáticas; incluso si la teoría es incompleta e implícita.

Según Clark (1988), las concepciones sobre el aprendizaje y enseñanza tienden a estar eclécticamente agrupadas en creencias y

opiniones que parecen ser más el resultado de sus años de experiencia en el salón de clase que de algún tipo de estudio formal o informal.

Thompson (1992), señala que la tarea de modificar las raíces de las largas y profundas concepciones sostenidas de las matemáticas y su enseñanza en un periodo corto de un curso en metodología de la enseñanza, permanece como principal problema en la educación matemática de los profesores.

Kuhs y Ball (1986), citados por Thompson (1992), identifican cuatro modelos de enseñanza de las matemáticas:

- Centrado en el aprendiz: la enseñanza de las matemáticas que se centra en la construcción personal del conocimiento matemático por el aprendiz.
- Centrado en el contenido con énfasis en la comprensión conceptual: la enseñanza de las matemáticas que es conducida por el contenido en sí, pero enfatizando la comprensión conceptual.
- Centrado en el contenido con énfasis en el desempeño: la enseñanza de las matemáticas que enfatiza el desempeño de los estudiantes y el dominio de las reglas y procedimientos matemáticos; y
- Centrado en el aula: la enseñanza de las matemáticas basada en el conocimiento del aula efectiva.

De acuerdo con Kuhs y Ball (1986), un punto de vista constructivista de la enseñanza de las matemáticas subraya una enseñanza centrada en el aprendiz.

Desde una perspectiva de enseñanza centrada en al aprendiz, el profesor es visto como un facilitador del aprendizaje del estudiante, planteando interesantes preguntas y situaciones de investigación, desafiando al estudiante a pensar y ayudándolo a descubrir inadecuaciones en sus propios pensamientos.

El segundo punto de vista discutido por Kuhs y Ball (1986), el centrado en el contenido con énfasis en la comprensión, es el punto de vista de la enseñanza derivado directamente desde la concepción de la naturaleza de las matemáticas que Ernest (1988), llamó platónica.

Khus y Ball (1986), caracterizaron este punto de vista como aquel en el cual la instrucción hace del contenido matemático el centro de la actividad en el aula, mientras se enfatiza en el entendimiento de las ideas y procesos de los estudiantes.

El tercer punto de vista, el punto de vista centrado en el contenido con énfasis en la actuación, también hace del contenido matemático su punto central.

Este modelo de enseñanza está estrechamente relacionado con el punto de vista instrumentalista de la naturaleza de las matemáticas.

Khus y Ball (1986), señalan algunas de las premisas centrales de este punto de vista.

- Las reglas son los bloques básicos de construcción de todo el conocimiento matemático y toda la conducta matemática está reglada y gobernada.
- El conocimiento de las matemáticas es ser capaz de contestar y resolver problemas usando las reglas que han sido aprendidas.
- Los procedimientos computacionales deben ser automatizados.
- No es necesario entender la fuente o razón de los errores de los estudiantes.
- En la escuela, conocer matemáticas significa ser capaz de demostrar dominio de las destrezas descritas por los objetivos instruccionales.
- En el punto de vista instrumentalista de la enseñanza, el contenido está organizado de acuerdo a una jerarquía de destrezas y conceptos y es presentado secuencialmente.

El cuarto punto de vista de cómo las matemáticas deberían ser enseñadas identificadas por Khus y Ball (1986), es el punto de vista de la enseñanza centrada en el aula. Lo fundamental de este punto de vista es la noción de que la actividad del aula debería estar bien estructurada y eficientemente organizada de acuerdo a conductas efectivas del profesor identificadas en los estudios proceso-producto.

[...] En el modelo de enseñanza centrado en el aula, el profesor está mirando cómo jugar un activo rol dirigiendo todas las actividades del aula, presentando claramente el material de la lección a toda la clase o a pequeños grupos, y proporcionando

oportunidades a los estudiantes de prácticas individualmente. Desde esta perspectiva, los profesores efectivos son aquellos quienes diestros en la explicación, asignan tareas, monitorean a los estudiantes, proporcionan retroalimentación a los estudiantes, y controlan el medioambiente del aula, previniendo, o eliminando disrupciones que pueden interferir en el curso de la actividad planificada.

Por consiguiente, el rol de los estudiantes es escuchar atentamente al profesor y cooperar siguiendo las direcciones, contestando preguntas y completando las tareas asignadas por el profesor.

(Kuhls y Ball, 1986, p. 26; citados por Thompson, 1992, p.137)

Según Thompson (1992), los estudios de las relaciones entre las creencias de los profesores sobre la enseñanza y la práctica instruccional han examinado la congruencia entre las creencias profesadas por los profesores y su práctica observada.

[...] Las inconsistencias reportadas en estos estudios indican que las concepciones de los profesores sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas no están relacionadas en una simple forma causa-efecto a su práctica instruccional. En cambio ellas sugieren una compleja relación, con muchas fuentes de influencia en el trabajo; una de estas fuentes es el contexto social en el cual la enseñanza de las matemáticas toma lugar, con todas las restricciones impuestas y las oportunidades que ofrece. Enclavadas en este contexto están los valores, creencias, y expectativas de los estudiantes, padres, compañeros maestros, y administradores, el currículum adoptado, la valoración práctica, y los fines y filosofía del aprendizaje del sistema educativo en general.

(Thompson, 1992, p. 138)

Señalando los efectos del contexto social en las decisiones y acciones instruccionales, Thompson (1992), citando a Ernest (1988), señala que estas fuentes conducen a los profesores a internalizar un poderoso juego de restricciones afectando la representación de los modelos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Los efectos de la socialización del contexto es así tan potente que a pesar de tener diferentes creencias sobre las matemáticas y su enseñanza, profesores en la misma escuela son a menudo observados adoptando prácticas similares en el aula.

Siguiendo a Thompson (1992), las inconsistencias reportadas entre las creencias profesadas y las prácticas observadas pueden también ser explicadas en parte por la manera en que las creencias de los profesores

han sido medidas. En ningún caso, sería apropiado, desde un punto de vista metodológico, tomar solo las expresiones verbales como evidencia de creencias.

El clima político, puede también explicar algunas de las discrepancias observadas entre las creencias profesadas de los profesores y su práctica instruccional.

Por otra parte, algunas de las inconsistencias entre las creencias profesadas por los profesores y las prácticas, pueden también ser manifestación de ideales de enseñanza adheridos que no pueden ser realizados porque los profesores no poseen las destrezas y el conocimiento necesario para implementarlos. Thompson (1992), señala que las creencias y prácticas están dialécticamente relacionadas.

[...] Hay un soporte en la literatura que reivindica que las creencias influyen en la práctica en el aula; las creencias de los profesores parecen actuar como un filtro a través del cual los profesores interpretan y atribuyen significados a sus experiencias, como ellos interactúan con los niños o el contenido de la materia. Pero al mismo tiempo, dichas de las creencia y puntos de vista de los profesores parecen originarse y ser formados durante la experiencia en el aula. Mediante la interacción con su medio ambiente, con todas sus demandas y problemas los profesores parecen evaluar y reorganizar sus experiencias mediante actos reflexivos, algunos más que otros.

(Thompson,1992, pp. 138-139)

Cambio de concepciones y creencias

Según Thompson (1992), una creciente toma de conciencia del rol que juegan las creencias de los profesores en la enseñanza ha conducido a los investigadores a dirigir un número de preguntas relacionadas: ¿Cómo se forman estas concepciones?, ¿Cómo evolucionan?, ¿Cómo pueden ser afectadas?

Las cuestiones anteriores han guiado un número de investigaciones acerca de cómo las concepciones de los profesores sobre las matemáticas, y la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, pueden ser influenciadas y enriquecidas.

Existen algunos informes que reportan éxitos en el cambio de concepciones y creencias de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

[...] Un grupo de estudios que reportaron un alto acuerdo de éxito en el cambio de las creencias y prácticas de los profesores, fueron conducidos por Carpenter, Fennema, y Peterson en la Universidad de Wisconsin (Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang, y Loef, 1989). Los estudios fueron diseñados para investigar los efectos que la información sobre el pensamiento de los niños en la resolución de problemas verbales de adición y sustracción simple tendría en la práctica instruccional de maestros de educación primaria. Carpenter y otros observaron importantes cambios en las decisiones instruccionales de los profesores; según dicen, los profesores pasan más tiempo durante la clase escuchando las explicaciones de sus estudiantes de las estrategias de resolución de problemas y menos tiempo abordando actividades de memoria.

(Thompson, 1992, p. 140)

Otros estudios, como el realizado por Pompeu (1997), reportan cambios en las actitudes y creencias de los profesores sobre varios aspectos de la enseñanza de las matemáticas.

Pompeu (1997), investigó cómo los profesores cambiaron sus actitudes, creencias y conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas como resultado de su creciente involucramiento con la aproximación etnomatemática del currículum. En general, al final de toda la experiencia de investigación (Pompeu, 1997), los puntos de vista preferidos por los profesores fueron:

- Las matemáticas deben de ser un tema exploratorio y explicativo, investigando en situaciones medioambientales.
- El currículum de matemáticas debe de ser formativo, enfatizando el análisis, síntesis, razonamiento, postura crítica, comprensión y utilidad.
- Los profesores deben de enseñar matemáticas como un tema discutible donde el conocimiento matemático es discutido entre los profesores y los alumnos.
- Los alumnos deben de ser capaces de analizar problemas y entender la estructura de los problemas.

Conocimiento profesional de los profesores

Aunque la preocupación por el estudio del conocimiento profesional de los profesores, y en particular por el de los profesores de matemáticas, es reciente, más lo es el estudio del conocimiento profesional que deben de tener los profesores de educación primaria para enseñar matemáticas en la escuela. No debemos olvidar que en la mayoría de los países, especialmente latinoamericanos, el profesor de educación primaria es responsable del desarrollo de todas las áreas del currículum escolar.

El concepto “conocimiento profesional” es muy amplio y ha permitido tener una representación más transparente acerca de los diversos aspectos del profesor que están relacionados con su actuación en el aula.

Según Llinares (1998), para llegar a entender mejor la naturaleza de los procesos de aprendizaje/cambio del profesorado en los programas de formación, es necesario conocer más sobre la naturaleza del conocimiento profesional, las características del uso de dicho conocimiento y cómo se genera.

Este autor caracteriza de la siguiente manera el conocimiento profesional:

[...] Entiendo el conocimiento profesional desde la caracterización dada por Bromme y Tillema (1995), como conocimiento orientado a la actividad de los profesionales ... Este conocimiento incluye no sólo información específica sobre los datos y métodos de comprobación de resolución de problemas, sino también la información necesaria para definir y comprender problemas con los que debe enfrentarse el profesional.

(Llinares, 1998, p. 55)

Por otra parte Thompson (1992), se refiere al conocimiento profesional de los profesores de matemáticas en los siguientes términos:

[...] El conocimiento profesional es consciente o inconscientemente (conjunto de) conceptos, significados, reglas e imágenes concernientes a las matemáticas.

(Thompson, 1992, p. 132)

Los expertos en el tema señalan que el conocimiento profesional de los profesores está conformado por diferentes componentes. Entre los autores que han propuesto modelos cognitivos del conocimiento del profesor

y que hasta el momento tenemos como referencia se encuentran Shulman (1986), Leinhardt (1991), Fennema y Loef (1992), Brown y Anderson (1989b), (1999), Llinares (1998), Porlán y Rivero (1998).

Formación del profesorado y conocimiento profesional

En el ámbito de la formación inicial y permanente del profesorado Llinares (1998:57), propone un modelo del conocimiento del profesor de matemáticas que incluye los siguientes componentes:

- Conocimiento de la matemática (conceptos, procesos...) y sobre las matemáticas (concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas escolares).
- Conocimiento del currículum matemático.
- Conocimiento sobre las cogniciones de los aprendices: características del aprendizaje de nociones matemáticas específicas, dificultades, etc.
- Conocimiento pedagógico específico de las matemáticas: de representaciones instruccionales, análisis de tareas.
- Conocimiento sobre la enseñanza: planificación rutina, interacción, organización de la enseñanza.

La cuestión clave que se genera en este momento es de acuerdo a Llinares (1998): ¿Cómo articular el programa de formación para que la metodología utilizada y el tipo de tareas planteadas sean coherentes con los procesos de generación del conocimiento en la actividad profesional?

Conocimiento profesional dominante - deseable

Porlán y Rivero (1998), hacen una distinción entre dos tipos de conocimiento profesional: conocimiento profesional dominante y conocimiento profesional deseable.

De acuerdo a estos autores, los componentes del conocimiento profesional dominante (el conocimiento realmente existente) son:

- Los saberes académicos, que se refieren a las concepciones disciplinares que tienen los profesores sobre los contenidos del currículum o de las ciencias de la educación.

- Los saberes basados en la experiencia, que se refieren al conjunto de ideas conscientes que los profesores desarrollan durante el ejercicio de la profesión acerca de diferentes aspectos de los procesos de enseñanza-aprendizaje y que se manifiestan como creencias, principios de actuación, metáforas, imágenes de conocimiento personal, etc.
- Rutinas y guiones de acción. Se refieren al conjunto de esquemas tácitos que predicen el curso de los acontecimientos en el aula y que contienen pautas de actuación concretas y estandarizadas para abordarlos, constituyen el saber más próximo a la conducta y son muy resistentes al cambio.
- Las teorías implícitas. Son teorías que pueden dar razón de las creencias y acciones de los profesores en función de categorías externas. Son en definitiva, interpretaciones “a posteriori” acerca de qué teorías dan razón de lo que creemos y de lo que hacemos, aunque lo creamos y lo hagamos sin saberlo.

Tanto las rutinas como las teorías y concepciones implícitas tienen una génesis muy apegada a las necesidades prácticas de los profesores, y suelen estar fuertemente influidas por el proceso de socialización del conocimiento en las escuelas.

[...] Al igual que en el caso de las rutinas, las teorías y concepciones implícitas más frecuentes suelen guardar relación con estereotipos sociales dominantes que, precisamente por este carácter dominante, sobreviven sin necesidad de tener que apoyarse en justificaciones y argumentaciones conscientes y rigurosas arropados en el peso de la tradición y de las evidencias aparentes de sentido común.

(Porlán y Rivero, 1998,p. 63)

Porlán y Rivero (1998), señalan que el conocimiento profesional dominante suele ser el resultado de yuxtaponer estos cuatro tipos de saberes, que son de naturaleza diferente, se generan en momentos y contextos distintos, se manifiestan relativamente aislados unos de otros en la memoria de los profesores y se manifiestan en distintos tipos de situaciones profesionales o pre-profesionales. Un esquema del conocimiento profesional se presenta en la siguiente figura:

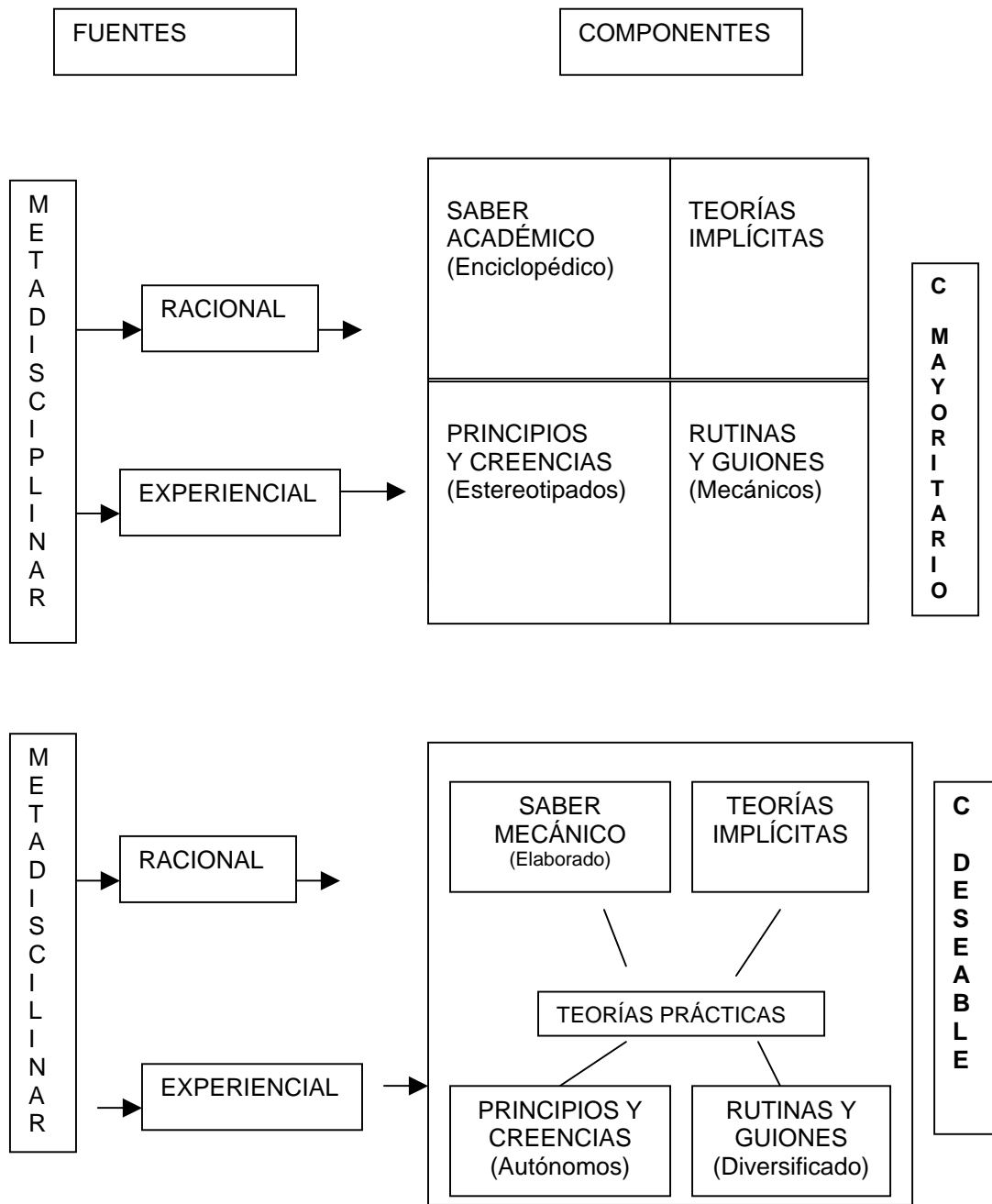


Figura 1. Fuentes y componentes del conocimiento profesional. Porlán y Rivero (1998: 64)

En el modelo descrito por Porlán y Rivero (1998), el conocimiento profesional deseable está conformado por el conocimiento disciplinar, el conocimiento metadisciplinar y la experiencia profesional.

Los saberes disciplinares básicos se refieren a las disciplinas que estudian variables implicadas en los proceso de enseñanza-aprendizaje. Un

elemento fundamental de este componente es el conocimiento de la materia a enseñar.

El conocimiento metadisciplinar está constituido por aquellos campos del saber que estudian el conocimiento y la realidad en general o algunos ámbitos particulares muy relevantes, así como las cosmovisiones ideológicas que presentan un alto grado de organización interna.

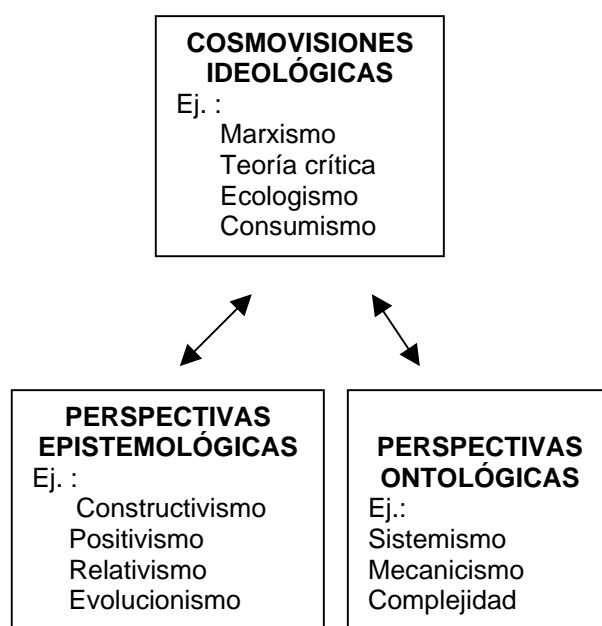


Figura 2. El conocimiento metadisciplinar.
Porlán y Rivero (1998: 67)

Estos autores, retoman la definición de Bromme (1988), sobre el conocimiento metadisciplinar:

[...] Es conocimiento sobre la naturaleza de los conocimientos, respecto a la escuela y a la asignatura, respecto a los fines y objetivos que han de conseguirse. Los metaconocimientos definen por tanto el marco de orientación en el que se valoran los conocimientos y su relación con la propia profesión.

(Bromme, 1988; citado en Porlán y Rivero, 1998, p. 68)

Según este modelo, la experiencia profesional está conformada por tres componentes:

- Los saberes rutinarios, que se refieren a los guiones y esquemas de acción que son imprescindibles para organizar y dirigir el curso de los acontecimientos en la clase.

- Los principios y creencias personales, que, como hemos dicho, se refieren a las concepciones, metáforas e imágenes que tienen los profesores acerca de las diferentes variables de su experiencia profesional, y que implican mayores dosis de generalización.
- Los saberes curriculares sistematizados que se refieren al conjunto de ideas, hipótesis de trabajo y técnicas concretas que se ponen conscientemente en juego en el diseño, aplicación y seguimiento del currículum. Este saber puede incorporar algunos de los aspectos siguientes:
 - Conocer la existencia de concepciones en los alumnos, así como su utilización didáctica.
 - Conocer cómo se formula, organiza y secuencia el conocimiento escolar.
 - Saber plantear situaciones problemáticas en clase.
 - Saber diseñar un programa de actividades válido para el tratamiento de problemas interesantes y con potencialidad para el aprendizaje.
 - Saber dirigir el proceso de aprendizaje del alumno.
 - Saber qué y cómo evaluar.

El conocimiento de contenido pedagógico

Uno de los modelos más ampliamente utilizados en la investigación sobre el conocimiento profesional del profesorado, lo constituye el propuesto por Shulman (1986). Este autor propuso un marco para analizar el conocimiento del profesor constituido por tres diferentes categorías de conocimiento:

- Conocimiento del contenido de la materia.
- Conocimiento de contenido pedagógico, y
- Conocimiento curricular.

El conocimiento de contenido de la materia es para este autor (Shulman 1986:9), la suma y organización del conocimiento en la mente del profesor.

En el modelo de Shulman (1986), el componente conocimiento de contenido pedagógico es fundamental, y de acuerdo con el permitirá distinguir el conocimiento base de la enseñanza.

Este tipo de conocimiento según Llinares (1990:87), se encuentra en la intersección entre el contenido y la pedagogía y refiere fundamentalmente a la capacidad del profesor de transformar su conocimiento del contenido en representaciones que son pedagógicamente fuertes y adaptables a las diferencias en habilidad y conocimiento previo de los estudiantes.

[...] El conocimiento de contenido pedagógico incluye la mayoría de formas útiles de representación de aquellos (contenidos), las analogías más poderosas, -ilustraciones, ejemplos, explicaciones, y demostraciones- en una palabra, la manera de representar y formular el tema que lo hace comprensible a los demás. También incluye una comprensión de qué hace al aprendiz fácil o difícil un tópico específico, las concepciones y preconcepciones de los estudiantes en diferentes edades y qué antecedentes traen con ellos al aprendizaje de la mayoría de los tópicos y lecciones que son frecuentemente enseñados.

(Shulman, 1986, p. 9; citado en Fennema y Loef 1992, p. 157)

Finalmente, el tercer componente del modelo, el conocimiento curricular, es definido en los siguientes términos:

[...] El conocimiento curricular es el conocimiento de materiales instruccionales disponibles para enseñar varios tópicos y el “conjunto de características que sirven como las indicaciones y contraindicaciones para el uso de un currículum particular o materiales programados en circunstancias particulares” .

(Shulman, 1986, p. 10; citado en Fennema y Loef, 1992 p. 157)

Por otra parte, Shulman (1986), citado en Llinares (1990), señala la existencia de tres formas diferentes en que el conocimiento del profesor puede estar organizado:

- Conocimiento proposicional,
- Conocimiento de casos, y
- Conocimiento estratégico.

Las fuentes del conocimiento proposicional del profesor son: las proposiciones derivadas de las investigaciones empíricas (principios), de la experiencia práctica (máximas) y desde los planteamientos éticos (normas).

El conocimiento del profesor de ejemplos específicos de prácticas concretas, es decir, descripciones de cómo un suceso instruccional se ha

desarrollado, constituye parte del conocimiento de casos. Estos casos específicos pueden ejemplificar tanto principios teóricos (casos prototípicos), como máximas prácticas (caso precedente) o normas éticas (parábolas).

Con el término conocimiento estratégico (Llinares 1990:90), se intenta recoger el proceso que desarrolla un profesor cuando se encuentra ante una situación concreta en donde los principios, máximas y normas que conoce no son directamente aplicables y es posible que no exista una solución simple (las condiciones de la solución particular chocan con su conocimiento profesional).

El modelo de destrezas de enseñanza

Leinhardt y Greeno (1986), citados en Llinares (1990), proponen un modelo sobre las destrezas de enseñanza. Las destrezas de enseñanza de acuerdo con estos investigadores están determinadas al menos por dos sistemas de conocimiento relacionados:

- Contenido de la materia (conocimiento del contenido), y
- Estructura de la lección (conocimiento práctico).

La estructuración de la lección toma prioridad y está apoyada y restringida por el conocimiento del profesor del contenido a ser enseñado.

[...] Desde esta posición se asume que en las aulas escolares en general y en particular en las aulas de matemáticas, existe una doble dimensión que caracteriza la interacción entre el profesor, los estudiantes y el contenido. Una relativa a la “arquitectura relacional” del aula, es decir, a la organización compartida de una serie de acciones con un objetivo predeterminado que permiten, por otra parte, que se de la comunicación del contenido particular (segunda dimensión).

(Llinares, 1990, p. 82)

Llinares (1990), resalta la necesidad de entender los aspectos sociales que regulan la actividad en el aula:

[...] Estudiar el fenómeno de la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, no se puede limitar única y exclusivamente a caracterizar el flujo de la información en relación a las nociones matemáticas que se están trabajando, sino que se debe tener en cuenta lo que permite que se desarrolle la lección de la forma en que lo hace, es decir, las características de las relaciones sociales en el aula (estructura de la lección.)

(Llinares, 1990, p. 82)

[..] El conocimiento de la estructura de la lección es lo que permítela profesor controlar el flujo de la instrucción.

(Llinares, 1990, p. 83)

El conocimiento de la estructura de la lección de acuerdo a Fennema y Loef (1992), está organizado en guiones de agendas y rutinas.

La distinción entre agendas y guiones no es absoluta y ha cambiado conforme la línea de investigación ha progresado, la agenda puede estar caracterizada como un plan maestro dinámico que incluye los objetivos globales y actividades de una lección que pueden ser modificados, como los procedimientos de una lección.

Un guión consiste en un conjunto de objetivos y acciones libremente ordenado, que un profesor ha elaborado sobre el tiempo para enseñar un tópico particular.

El conocimiento del contenido de la materia está definido como el conocimiento que un profesor necesita tener o usar en la enseñanza de un curso en un particular nivel escolar del currículum.

Este conocimiento apoya las agendas y scripts de los profesores. Así, el conocimiento de la materia incluye no sólo el conocimiento de las matemáticas, sino también incluye el conocimiento de las actividades curriculares, métodos efectivos de presentación, y valoración de procedimiento.

En relación al conocimiento de los profesores sobre la materia que enseñan Leinhardt y Greeno (1986), incluyen el conocimiento declarativo de la materia que enseña formado por:

[...] El significado de los conceptos, y los hechos básicos específicos de un dominio particular de la disciplina; y el conocimiento de procedimiento que incluye los algoritmos y heurísticas que se apoyan en los hechos básicos anteriores.

(Leinhardt y Greeno, 1986; citados en Llinares, 1990, p. 85)

Para examinar la validez de su modelo cognitivo de enseñanza hipotetizado, Leinhard y sus colegas han comparado y contrastado expertos (profesores quienes han ganado altas pruebas estandarizadas y/ o nominación de supervisor) y novatos (estudiantes para profesor).

Desde la perspectiva de estos autores, de acuerdo con Llinares (1990:84) se asume que los profesores expertos poseen una compleja estructura de conocimiento que está formada por:

- Conocimiento de conjunto de acciones organizadas conectadas entre sí (esquemas de acción), y
- Esquemas de información que les permiten conseguir y tomar nota de determinadas informaciones generadas por la actividad y que podrán ser usadas en la organización y realización de las actividades siguientes, permitiendo una flexibilidad apropiada en el transcurso de la lección.

Según Leinhardt y Greeno (1983), citado en Llinares (1990:86), las características del proceso de enseñar una lección vienen determinadas, junto a los dos sistemas fundamentales de conocimiento del profesor conjeturados anteriormente, por unas condiciones globales que influyen en su desarrollo.

Algunas de estas condiciones son el tiempo de que dispone el profesor para tratar determinado contenido, los propios resultados de las actividades de diagnóstico, las creencias epistemológicas de los profesores sobre las matemáticas y su enseñanza, etc.

El conocimiento situado

Otro marco para ser aplicado a la comprensión del conocimiento del profesor es el conocimiento situado.

Esta postura defiende la idea de que el conocimiento cualquiera, adquirido en o fuera de la escuela, no es independiente de la situación en la cual es aprendido o usado, sino que es dependiente de la situación en la cual es adquirido

Todo el conocimiento es situado y es en parte un resultado de la actividad, contexto y cultura en la cual es desarrollado (Brown et al.1989; citado en Fennema y Loef,1992 :160).

[...] El conocimiento adquirido en la escuela no está situado en la amplia vida de un individuo porque las actividades, contextos, y cultura de la escuela no están relacionados con el aprendiz o su cultura fuera de la escuela. El conocimiento

escolar no es particularmente útil porque está fragmentado, aislado de la realidad, demasiado explícito para ser transferido y rápidamente olvidado.

(Fennema y Loef, 1992, p.160)

El conocimiento del profesor desarrollado en un contexto

Fennema y Loef (1992), presentan un modelo para investigar el conocimiento del profesor desarrollado en un contexto. El modelo se centra en el conocimiento del profesor como ocurre en el contexto del aula (figura 3). El modelo contempla los siguientes componentes, cada uno en el contexto:

- El conocimiento del profesor sobre el contenido de la materia.
- Conocimientos de pedagogía.
- Conocimientos de la cognición de los estudiantes, y
- Creencias del profesor.

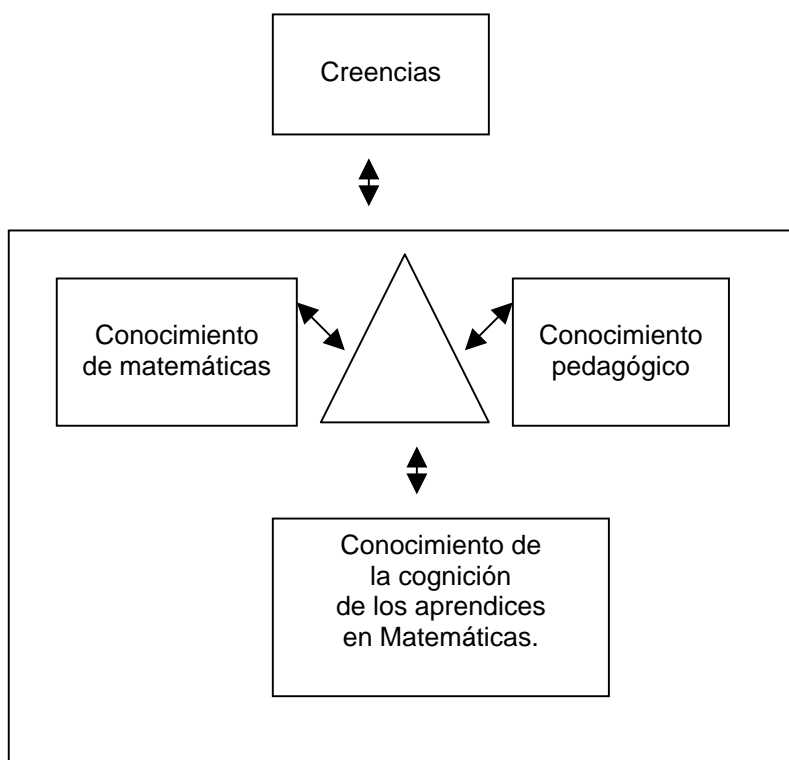


Figura 3. Conocimiento del profesor desarrollado en el contexto.
Fennema y Loef (1992:162)

En relación al primer componente Fennema y Loef (1992), señalan que :

[...]...este incluye el conocimiento del profesor de los conceptos, procedimientos y procesos de resolución de problemas dentro de dominio en el cual ellos enseñan, y también en relación al dominio del contenido. Incluye el conocimiento de los conceptos, procedimientos, y usos en varios tipos de resolución de problemas.

(Fennema y Loef,1992, p. 162)

Sobre el segundo componente conocimiento pedagógico señalan que:

[...] Incluye el conocimiento del profesor de procedimientos de enseñanza tales como estrategias efectivas para planear, rutinas del salón de clase, conductas de entrenamiento técnico, procedimientos organizacionales del aula, y técnicas motivacionales.

(Fennema y Loef 1992, p. 162)

El tercer componente, el relacionado con el conocimiento de la cognición del aprendiz incluye conocimientos de cómo los estudiantes piensan y aprenden y en particular, cómo ocurre esto dentro de un contenido matemático específico.

Como último componente, están las creencias de los profesores sobre cada uno de estos componentes que están presentes en un contexto específico.

5. LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO

Este apartado lo dedicaremos a revisar las diferentes perspectivas que hay sobre la enseñanza y en consecuencia los diversos modelos de formación del profesorado.

Hacer una revisión general sobre las tendencias en la enseñanza y la formación del profesorado nos permitirá fundamentar el “Curso-taller sobre la enseñanza de la resta” desarrollado con los profesores; y que tuvo como eje central el estudio de casos e incidentes críticos.

Perspectivas generales sobre la enseñanza y la formación del profesorado

A través de tiempo han existido diferentes concepciones sobre la enseñanza y, en consecuencia, diferentes modelos para la formación de los docentes.

En relación al primer tema Gimeno y Pérez (1997), retomando los puntos de vista de Scardamalia y Bereiter, caracterizan los siguientes enfoques dominantes sobre la enseñanza:

- La enseñanza como transmisión cultural.
- La enseñanza como entrenamiento de habilidades.
- La enseñanza como fomento del desarrollo cultural.
- La enseñanza como producción de cambios conceptuales.

De alguna manera estos distintos enfoques pueden ser trasladados a la enseñanza elemental y en particular a la enseñanza de las matemáticas. Por otra parte es innegable la alternancia o simultaneidad en la práctica educativa de matices de cada una de estas concepciones.

Desde el enfoque de la enseñanza como transmisión cultural, ésta consiste en la transmisión a las nuevas generaciones del conocimiento socialmente acumulado.

Gimeno y Pérez (1997), resumen de esta manera la principal preocupación de este enfoque:

[...] Constituye el enfoque denominado tradicional que se centra más en los contenidos disciplinares que en las habilidades o en los intereses de los alumnos/as.

(Gimeno y Pérez, 1997, p. 79)

En el enfoque de la enseñanza como entrenamiento de habilidades se pone el énfasis en el desarrollo y entrenamiento de habilidades y capacidades simples y complejas del aprendiz. De alguna manera, la preocupación desde este enfoque sobre la enseñanza estaría centrada más en el “saber hacer” que en “el saber”.

El enfoque de la enseñanza como fomento del desarrollo cultural tiene sus orígenes en la Teoría de Rousseau. Desde este enfoque la enseñanza debe de facilitar los medios para el crecimiento físico y mental, que se rige por sus propias reglas; por lo cual ha de respetar el desarrollo espontáneo de los niños.

Finalmente, la perspectiva de la enseñanza como producción de cambios conceptuales, basada en los planteamientos de Sócrates y Piaget, propone que la enseñanza debe poner el interés central en el desarrollo de pensamiento, capacidades e intereses del alumno/a.

Los diferentes modelos de concebir la enseñanza descritos anteriormente, están íntimamente relacionados con la manera en que se concibe la función y la formación del profesorado.

Por ello, Gimeno y Pérez (1997), considerando las propuestas de Zeichner (1990a) y Feiman-Nemser (1990) presentan las siguientes perspectivas ideológicas sobre la función y la formación del profesorado:

- Perspectiva académica.
- Perspectiva técnica.
- Perspectiva práctica.
- Perspectiva de reflexión en la práctica para la reconstrucción social.

Desde la perspectiva académica (Gimeno y Pérez 1997), se considera que la enseñanza involucra un proceso de transmisión de conocimientos así como la adquisición de todo lo relacionado con la cultura.

Al maestro se le ve como un experto en las distintas disciplinas que involucran la cultura y su formación será producto del dominio de esas disciplinas. El dominio de las disciplinas le servirá al docente para transmitir de manera objetiva y coherente esos conocimientos.

En esta perspectiva, el docente es considerado como un especialista en las diferentes disciplinas de la vida escolar, por lo que su formación deberá centrarse en el dominio del conocimiento disciplinar y de la transmisión de este contenido al alumno.

De acuerdo con Gimeno y Pérez (1997), en esta perspectiva se distinguen dos enfoques extremos: el enfoque enciclopédico y el enfoque comprensivo.

En el enfoque enciclopédico se concibe al profesor como un especialista en uno o varias campos del conocimiento académico; se pone el mayor énfasis en el saber y el saber enseñar no es considerado, ya que es suficiente el saber para enseñar.

Para Gimeno y Pérez (1997), el enfoque comprensivo, al igual que el enciclopédico, si bien se caracteriza por tener una concepción sobre la enseñanza basada en la transmisión del saber, éste incorpora la necesidad de parte del profesor de un conocimiento epistemológico sobre la disciplina que se enseña:

[...] El conocimiento de las disciplinas, así como su transformación en conocimiento académico...debe integrar no solo los contenidos -resultados del conocimiento histórico ...sino principalmente los procesos de investigación y descubrimiento que el ser humano ha utilizado a lo largo de la historia...

[...] Para ello, el docente se formará en la estructura epistemológica de su disciplina o disciplinas, así como en la historia y filosofía de la ciencia.

(Gimeno y Pérez, 1997, p. 401)

En ambos enfoques, la formación del docente se asienta en las adquisiciones de la investigación científica, ya sea disciplinar o de la didáctica de las disciplinas.

Desde la perspectiva técnica (Gimeno y Pérez 1997), se pretende otorgar a la enseñanza el nivel científico del cual carecía la práctica tradicionalista. El ejemplo más típico de este enfoque está en el desarrollo de la tecnología educativa de inspiración conductista.

En esta perspectiva se considera el conocimiento profesional como una aplicación de la teoría y la técnica científica a los problemas instrumentales de la práctica. Es la perspectiva que ha dominado en la formación de los docentes.

Así, el currículum profesional presentará primero las ciencias relevantes, después las ciencias aplicadas relevantes, y finalmente la práctica en la que se supone que el alumno aprende a aplicar el conocimiento basado en la investigación a los problemas de la vida práctica.

Desde esta perspectiva el docente es considerado como un técnico que domina las aplicaciones del conocimiento científico producido por otros y convertido en reglas de actuación.

Como señala Contreras (1997), la idea básica del modelo es que la práctica profesional consiste en la solución instrumental de problemas mediante la aplicación de un conocimiento teórico y técnico, previamente disponible y que procede de la investigación científica. Desde la orientación racional técnica se produce una clara diferencia entre el conocimiento teórico y el conocimiento práctico, imponiéndose una obvia subordinación de este a aquel.

Schön (1998:34), señala tres componentes del conocimiento profesional presentes desde esta perspectiva:

- Una disciplina subyacente o ciencia básica, componente sobre la cual descansa la práctica, o a partir de la cual se desarrolla.
- Una ciencia aplicada, o componente de “ingeniería” de la cual se derivan muchos de los procedimientos de diagnóstico y las soluciones a los problemas.
- Una componente de habilidad y actitud que concierne a la real ejecución de los servicios al cliente, utilizando el conocimiento básico y aplicado subyacente.

Según Gimeno y Pérez Gómez (1997), la formación de los docentes que hemos conocido en las últimas décadas está por lo general impregnada de esta concepción simplista y lineal de los procesos de enseñanza. La racionalidad técnica e instrumental preside la intervención práctica del

docente y los programas de su formación. A grandes rasgos, la formación del profesorado ha abarcado dos componentes:

- Un componente científico-cultural mediante el cual se pretende asegurar el conocimiento del contenido a enseñar.
- Un componente pedagógico que ofrece la oportunidad de aprender cómo actuar en el aula de manera eficaz.

Hay dos razones fundamentales por las cuales la racionalidad técnica o instrumental no puede aplicarse en sí misma a la solución general de los problemas educativos (Gimeno y Pérez 1997). En primer lugar toda situación de enseñanza, es incierta, única, cambiante, compleja y presenta conflicto de valores en la definición de las metas y en la selección de los medios. En segundo lugar, no existe una única y reconocida teoría científica sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje, que permita la derivación unívoca de medios, reglas y técnicas a utilizar en la práctica cuando se ha identificado el problemas y se han clarificado las metas. Lo que nos muestra el modelo de Racionalidad Técnica según Contreras (1997), es su incapacidad para resolver y tratar todo lo que es imprevisible, todo lo que no se puede interpretar como un proceso de decisión y actuación regulado. Deja de lado los aspectos de la práctica que tienen que ver con lo imprevisto, la incertidumbre, los dilemas y las situaciones conflictivas. Gimeno y Pérez (1997), distinguen dos corrientes o modelos dentro de la perspectiva técnica sobre la formación del profesorado: el modelo de entrenamiento y el modelo de adopción de decisiones. El modelo de entrenamiento propone de acuerdo con estos autores:

[...] Diseñar programas de formación cuyo propósito fundamental es el entrenamiento del profesor/a en las técnicas, procedimientos y habilidades que se han demostrado eficaces en la investigación previa. El objetivo prioritario es la formación en el docente de competencias específicas y observables concebidas como habilidades de intervención las cuales se consideran suficientes para producir en la práctica los resultados eficaces que se esperan.

(Gimeno y Pérez , 1997, p. 404)

El modelo de adopción de decisiones siguiendo a Gimeno y Pérez (1997):

[...] Considera que los descubrimientos de la investigación sobre la eficacia del profesor/a no deben de trasladarse mecánicamente en formas de intervención, sino convertirse en principios y procedimientos que los docentes utilizarán al tomar decisiones y resolver problemas en su vida cotidiana en las aulas.

(Gimeno y Pérez , 1997, p. 405)

De acuerdo con Schön (1998), desde la perspectiva de la racionalidad técnica, la práctica profesional es un proceso de resolución de problemas:

[...] Desde la perspectiva de la racionalidad técnica, la práctica profesional es un proceso de resolución de un problema. Los problemas de elección o decisión son resueltos a través de la selección, con los medios disponibles, del más adecuado para los fines establecidos. Pero, con este énfasis en la resolución de problemas, ignoramos el encuadre del problema, el proceso mediante el cual definimos la decisión que se ha de adoptar, los fines que se han de lograr, los medios que pueden ser elegidos. En la práctica del mundo real, los problemas no se presentan como dados para el profesional. Deben ser contruidos a partir de los materiales de las situaciones problemáticas que son comprensibles, preocupantes e inciertas.

(Schön,1998, p. 47-48)

De acuerdo con Jiménez (1999), en las dos perspectivas anteriores la formación de los docentes se basa, bien en el dominio del contenido académico destacándose el papel del maestro como especialista en distintas materias disciplinares (modelo formativo de orientación académica), bien centrando su atención en el conocimiento y las destrezas y habilidades técnicas necesarias que han de garantizar una intervención eficaz (modelo formativo de carácter técnico), bien en situaciones formativas que amalgaman ambas orientaciones.

Como crítica generalizada a la racionalidad técnica aparecen metáforas alternativas para representar el nuevo papel que debe jugar el profesor como profesional enfrentado a situaciones complejas, cambiantes, inciertas y conflictivas. El profesor como investigador en el aula (Stenhouse,1975,1984), la enseñanza como arte (Eisner,1980); la enseñanza como un arte moral (Tom,1986), el profesor como práctico reflexivo; (Schön, 1983).

A toda estas metáforas subyace el deseo de superar la relación lineal y mecánica entre el conocimiento científico técnico y la práctica docente.

[...] La racionalidad técnica depende del acuerdo acerca de los fines. Cuando los fines son fijos y claros, la decisión de actuar puede presentarse como un problema

instrumental. Pero cuando los fines son confusos y conflictivos, no hay todavía un “problema” que resolver. Un conflicto de fines no puede ser resuelto mediante el uso de técnicas derivadas de la investigación aplicada.

(Schön, 1998, p. 49)

La perspectiva práctica se fundamenta en el supuesto de que la enseñanza es una actividad artesanal. El conocimiento acerca de la misma se ha ido acumulando a través de los años por un proceso de ensayo y error, dando lugar a una sabiduría profesional que se transmite de generación en generación, mediante el contacto directo y prolongado con la práctica experta del maestro experimentado.

Schön (1998), refiriéndose a cómo piensan los profesionales cuando actúan en su práctica señala la distancia que suele haber entre el conocimiento profesional y las necesidades de la práctica profesional.

[...] El conocimiento profesional se aviene mal con el carácter cambiante de las situaciones prácticas -la complejidad, incertidumbre, inestabilidad, carácter único y conflictos de valores, que son crecientemente percibidos como centrales para el mundo de la práctica profesional.

(Schön, 1998, p. 25)

[...] Las situaciones de las prácticas no constituyen problemas que han de ser resueltos, sino situaciones problemáticas caracterizadas por la incertidumbre, el desorden y la indeterminación.

(Schön, 1998, p. 26)

[...] Los profesionales se encuentran frecuentemente enredados en conflictos de valores, metas, propósitos e intereses.

(Schön, 1998, p. 28)

El docente solo necesita, además del dominio de la disciplina, desarrollar la capacidad para encontrar de manera clara y ordenada la identificación de los problemas y sobre eso desarrollar su investigación siguiendo los procedimientos metodológicos más adecuados de acuerdo a su propia experiencia en la práctica docente.

Según Gimeno y Pérez (1997) la perspectiva práctica:

[...] se fundamenta en el supuesto de que la enseñanza es una actividad compleja, que se desarrolla en escenarios singulares, claramente determinada por el contexto, con resultados siempre en gran parte imprevisibles y cargada de conflictos de valor que requieren opciones éticas y políticas.

(Gimeno y Pérez, 1997, p. 410)

Dentro de esta perspectiva se diferencian dos enfoques (Gimeno y Pérez, 1997): el enfoque tradicional apoyado en la experiencia práctica y el enfoque que enfatiza la práctica reflexiva.

Desde el enfoque tradicional la práctica es considerada una actividad artesanal:

[...] En esta perspectiva se concibe la enseñanza como una actividad artesanal. El conocimiento acerca de la misma se ha ido acumulando lentamente a lo largo de los siglos por un proceso de ensayo y error, dando lugar a una sabiduría profesional que se transmite de generación en generación mediante el contacto directo y prolongado con la práctica experta del maestro experimentado.

(Gimeno y Pérez, 1997, p. 41)

El enfoque reflexivo sobre la práctica, considera que el profesor es un profesional reflexivo, que piensa sobre sus acciones:

[...] El problema central que se plantea en este enfoque... es cómo generar un conocimiento que lejos de imponer restricciones mecanicistas... al desarrollo de la práctica educativa, emerja de ella útil y comprensivo para facilitar su transformación. Al mismo tiempo, y al pretender el desarrollo de un conocimiento reflexivo, se propone evitar el carácter reproductor, acrítico y conservador del enfoque tradicional sobre la práctica.

(Gimeno y Pérez, 1997, p. 413)

La idea de profesional reflexivo de acuerdo con Contreras (1997), da cuenta de la forma en que los profesionales se enfrentan a aquellas situaciones que no quedan resueltas disponiendo de repertorios técnicos; aquel tipo de actividades que como la enseñanza, se caracterizan por actuar sobre situaciones inciertas, inestables, singulares y en las que hay conflictos de valor.

Desde la perspectiva del profesional reflexivo (Pérez, 1997), la enseñanza es una actividad compleja, que se desarrolla en escenarios particulares, mayoritariamente determinados por el contexto, con resultados claramente imprevisibles y cargada de conflictos de valor que requieren opciones éticas y políticas.

El profesorado por lo tanto interviene en un medio complejo y cambiante y se enfrenta a problemas de naturaleza esencialmente práctica, problemas de definición y de evolución incierta, que no pueden resolverse mediante la aplicación de una regla técnica o recetas preestablecidas.

Así pues, el conocimiento útil y relevante para el profesorado emerge en y desde el propio escenario práctico,-singular y dependiente del contexto espacial, temporal y psico-social, y se legitima a través de propuestas de experimentación reflexiva y democrática de construcción y reconstrucción de la propia práctica.

La consideración del profesor como profesional reflexivo nos lleva a un cambio profundo tanto en la conceptualización teórica de su formación como en el proceso de su desarrollo práctico.

Desde esta perspectiva se asume que en las situaciones divergentes de la práctica el profesional competente actúa reflexionando en la acción, experimentando, corrigiendo e inventando en el proceso de interacción con la realidad educativa.

La formación del profesorado ha de responder a los principios y supuestos de la perspectiva reflexiva que concibe la formación del docente como el desarrollo de complejas competencias profesionales de reflexión y acción, capacitándole en conocimientos, destrezas y actitudes que permitan su desarrollo como profesionales reflexivos e investigadores.

Desde la perspectiva de la reflexión en la práctica para la reconstrucción social (Gimeno y Pérez,1997), el profesor es considerado como un profesional autónomo que reflexiona críticamente sobre la práctica cotidiana para comprender tanto las características específicas de los procesos de enseñanza-aprendizaje, como del contexto en que la enseñanza tiene lugar, de modo que su actuación reflexiva facilite el desarrollo autónomo y emancipador de quienes participan en el proceso educativo.

A diferencia de la reflexión en la práctica, la reflexión crítica no se refiere sólo a aquel tipo de análisis que los docentes pueden hacer sobre sus prácticas, sino que supone una forma de reflexión que les permitiría analizar y cuestionar las estructuras institucionales en que trabajan.

Para Kemmis (1987), reflexionar críticamente significa colocarse en el contexto de una acción, en la historia de la situación, participar en una actividad social y tomar postura ante los problemas.

La crítica que se ha dirigido a la racionalidad práctica es que esta perspectiva no reconoce los contextos y los supuestos que actúan implícitamente y, en muchas ocasiones inconscientemente, en cualquier proceso reflexivo.

Desde el enfoque del profesional como intelectual crítico de acuerdo con Carr y Kemmis (1988), los procesos reflexivos del profesorado amplían su alcance. Ya no se trata solamente de meditar sobre las prácticas y las incertidumbres que éstas ocasionan, sino que además esta reflexión incluye los efectos que las estructuras institucionales ejercen sobre la forma en que los enseñantes analizan y piensan la propia práctica así como al sentido social y político al que obedecen. Esa reflexión crítica tiene un carácter esencialmente emancipatorio, es decir, que debe permitir la transformación y las visiones críticas de los presupuestos y hábitos, tradiciones y costumbres incuestionadas y de las formas de dominación y coerción que tales prácticas suponen y que en la mayoría de las ocasiones se sostienen por inercia o por autoengaño.

Este proceso de reflexión emancipatoria, además del análisis crítico de los modelos de pensamiento y acción para identificar las formas en que han sido ideológicamente distorsionados, es importante que implique la búsqueda de nuevas posibilidades que pueden superar estas deformaciones y permitir realizar formas de vida más racionales justas y satisfactorias (Carr y Kemmis, 1988).

Un proceso de reflexión crítica permitiría a los enseñantes según Contreras (1997):

[...] Avanzar hacia un proceso de transformación como intelectuales críticos y ello requiere, primero, la toma de conciencia de los valores y significados ideológicos, implícitos en las actuaciones docentes y en las instituciones que sostienen, y segundo, una acción transformadora dirigida a eliminar la irracionalidad y la injusticia existente en dichas instituciones.

(Contreras, 1997, p. 123)

En definitiva y de acuerdo con Contreras (1997), la formación para el desarrollo del profesorado en educación reclama un modelo teórico-práctico que le capacite para saber planificar, actuar y reflexionar sobre su propia práctica y, a la vez, para desarrollar procesos de análisis críticos acerca de

las tensiones y contradicciones entre la ideología social y la política de la educación en la diversidad y la práctica escolar y social de discriminación de las personas diferentes.

De acuerdo con Contreras (1997), nadie puede asumir por el docente, el juicio y la decisión ante las situaciones que requieren una actuación en el aula. El docente se ve abocado a asumir, por sí solo, su propio compromiso con los casos concretos, actuar en función a sus propias interpretaciones, convicciones y capacidades. Este hecho señala tanto la necesidad e inevitabilidad del juicio moral autónomo, como la imposibilidad, en muchas ocasiones, de un tiempo para meditar o para consultar y compartir responsabilidades.

Coincidiendo con algunas de las perspectivas generales sobre la formación docente descritas anteriormente Marcelo (1994), sintetiza una serie de orientaciones conceptuales que han existido en la formación de los docentes :

- Orientación práctica. Es un enfoque desde el que se destaca sobre todo la dimensión artística de la enseñanza. El aprendizaje se produce fundamentalmente como resultado de la experiencia y la observación del profesional.
- Orientación académica. Concibe la formación de profesionales como un proceso de transmisión de conocimientos científicos y culturales cuya meta es dotar a los mismos de una formación orientada al dominio de los conceptos y la estructura disciplinar de la materia que enseña.
- Orientación tecnológica. Entiende al profesor como un técnico que domina las aplicaciones del conocimiento científico producido por otros y convertido en reglas de actuación, centra su atención en el conocimiento de destrezas para la enseñanza.
- Orientación personalista. Concibe la educación como dependiente de procesos biográficos particulares destacando el carácter personal de la enseñanza en el sentido de que cada sujeto desarrolla sus estrategias peculiares de aproximación y percepción del fenómeno

educativo. Aprender no es sólo adquirir destrezas sino un proceso de transformación y desarrollo profesional.

- Orientación social reconstruccionista. Plantea la necesidad de superar la racionalidad técnica que tanto ha influido en la formación profesional de los docentes proponiendo una orientación crítica en la formación y concibiendo la reflexión como instrumento básico de aprendizaje.

Estrategias generales para el desarrollo profesional de los docentes

Cuando hablamos de desarrollo profesional lo entendemos como el conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes adquiridos en la etapa inicial y desarrollados en las etapas de ejercicio y práctica de la profesión y que se caracteriza por una actitud constante de aprendizaje.

Según Marcelo (1995), el concepto de desarrollo profesional presupone un enfoque en la formación de los docentes que valora su carácter contextual, organizativo y orientado al cambio.

En relación a esta noción Imbernón (1994) plantea tres grandes etapas que posibilitan un análisis diferenciado del desarrollo profesional de los docentes y la asunción de una determinada cultura profesional:

- Una etapa inicial de formación básica y socialización profesional, que se caracteriza por la formación inicial en instituciones específicas.
- Una etapa de inducción profesional y socialización en la práctica, concretada en los primeros años de ejercicio, en la que las condiciones de novel le confieren características particulares.
- Una etapa de perfeccionamiento en la que predominan las actividades de formación permanente.

Según Imbernón (1994), la formación del profesorado puede estudiarse o analizarse a partir de cuatro componentes cada uno de los cuales tiene una orientación de finalidad: el científico, el psicopedagógico, el cultural y el práctico.

- Mediante el componente científico, el profesor se prepara para ser un agente educativo que posee conocimientos de la disciplina o área que ha de transmitir.
- Por medio del componente psicopedagógico, el profesor se prepara para ser un profesional que asume conocimientos teóricos prácticos y tecnológicos de las ciencias de la educación para su aplicación en el ejercicio de docente.

- A través del componente cultural, el profesor se convierte en un agente poseedor de una cultura de ámbito general y de una cultura específica de conocimiento del medio en donde ejercerá.
- Con el estudio y reflexión sobre la práctica docente en los centros, el profesor profundiza la realidad educativa y experimenta y adecua las bases curriculares recibidas al contexto en donde ejerce la profesión.

De acuerdo a Imbernón (1994), no podemos hablar de formación permanente sin hacer referencia a que ésta debe realizarse partiendo y volviendo a la práctica. Este proceso que debe de realizarse conjuntamente con el colectivo de los profesores permite que mediante el componente de la práctica docente se profundicen y experimenten los tres primeros componentes.

Por otra parte, Imbernón (1994), analiza los siguientes modelos de formación del profesorado como desarrollo profesional:

- El modelo de formación orientada individualmente: este modelo se caracteriza por ser un proceso en el cual el mismo profesorado es el que planifica y sigue las actividades de formación que creen pueden satisfacer sus necesidades.
- El modelo de observación/evaluación: en el cual el profesor es observado y recibe devoluciones sobre su actuación en el aula para aprender de este proceso. La referencia fundamental en la que se apoya este modelo es que la reflexión y el análisis son medios fundamentales para el desarrollo profesional mediante la intervención de compañeros, como de asesores o bien, formadores externos.
- El modelo de desarrollo y mejora: a través de este modelo se trata de que los profesores resuelvan situaciones problemáticas generales o específicas de su contexto en relación con el desarrollo curricular.
- El modelo de entrenamiento institucional: a través de este modelo el formador es quien selecciona las estrategias metodológicas formativas que se supone han de ayudar al profesorado a lograr los resultados esperados. La concepción básica de este modelo es que hay una serie de comportamientos y técnicas que merecen que los profesores las reproduzcan en clase.

- El modelo de investigación o indagativo: mediante este modelo el profesor identifica un área de interés, recoge información y, basándose en la interpretación de estos datos, realiza los cambios necesarios en la enseñanza.

Según este autor, en la formación permanente de los docentes deberíamos propiciar los modelos de desarrollo y/o mejora y el modelo indagativo en un contexto de autonomía, entendida como autonomía que favorezca una confrontación de ideas y de procesos entre los maestros.

Fullan (1991), señala los principales errores cometidos en los cursos de formación permanente del profesorado:

- Los talleres no repetidos son frecuentes, pero ineficaces.
- Los temas son seleccionados frecuentemente por personas que no son los que van a recibir la formación.
- Sólo en muy pocos casos, las ideas y prácticas expuestas en los cursos tienen un seguimiento.
- Los cursos de perfeccionamiento tratan raramente de las necesidades y preocupaciones individuales de los participantes.
- En la mayoría de los cursos participan docentes de escuelas o zonas muy distintas y no se reconoce el impacto diferencial de las dimensiones positivas y negativas en el sistema al que han de regresar.
- No hay en absoluto una base conceptual en la planificación y ejecución de los cursos de perfeccionamiento que asegure su efectividad.

En los diseños actuales de planes de formación permanente se identifican las siguientes características:

- La unión entre la teoría y práctica.
- La unión entre la formación inicial y permanente.
- El análisis del pensamiento del profesor en la intervención educativa.
- La participación de los profesores en la reforma y aplicación del currículum.

- La participación de los profesores en la planificación ejecución y evaluación de las actividades a realizar en los planes de formación permanente.

Dentro de estas orientaciones la idea del profesor como investigador de su práctica; la formación centrada en la escuela; y el trabajo colaborativo; constituyen tres estrategias generales de formación de los docentes.

El profesor como investigador

Dentro de esta estrategia de formación permanente del profesorado se recupera e integra por otra parte, las aportaciones de la perspectiva del profesor como práctico reflexivo y como intelectual crítico.

Así, Contreras (1997), señala que el profesional reflexivo, sin desprestigiar los conocimientos que la teoría y la técnica le pueden aportar, es aquel que parte de su práctica para confirmar o modificar sus teorías. La reflexión en la acción y sobre la acción requiere de una actitud investigadora que permita al profesorado aprender de su propia experiencia.

En esta línea de pensamiento y actuación se configura la estrategia de la investigación acción (Lewis,1978); (Carr y Kemmis,1988); (Elliot, 1990); como herramientas del desarrollo profesional de los docentes. También está representada en los trabajos de Stenhouse (1975), sobre investigación y desarrollo curricular.

Dentro de este enfoque, el profesorado se hace investigador de su propia acción educativa. A través de la investigación y la reflexión racional de la propia praxis el profesorado puede conocer los elementos y dimensiones ocultas que acompañan el flujo de los acontecimientos que se producen en el aula. Como herramienta del desarrollo profesional del profesorado, junto con el convencimiento de que las interpretaciones son subjetivas y los resultados no generalizables ya que dependen de cada situación en particular.

Esta línea de actuación basada en la investigación, ofrece notables posibilidades para comprender, describir y prescribir normas de acción por

parte de los profesionales, en todas las situaciones problemáticas que surjan en cada caso concreto en su propia práctica docente.

La formación centrada en la escuela

Según Zeichner (1985), para mejorar la escuela se requiere fortalecer la habilidad del profesor y una disponibilidad para enfrentarse a las instituciones cuando se interponen en el camino hacia los objetivos. En este sentido cada día son más las personas que de una manera u otra consideran que la reforma en la formación de los docentes debe reconocer:

- El fortalecimiento de la posición del profesor como clave de la reforma educativa.
- La necesidad de vincular la reforma de la formación del profesorado con la reforma de la escuela.

Para Balbás (1999), en la formación centrada en la escuela la unidad de aprendizaje es la escuela tratando de responder a las necesidades que ésta va planteando a lo largo del proceso de atención al alumnado. En este modelo, la formación colaborativa y la reflexión compartida son las dimensiones básicas para el desarrollo profesional e institucional. Las características determinantes de este modelo de formación permanente del profesorado son: la realización en un contexto específico en el lugar de trabajo o cerca de él; el profesorado asiste como miembro de un colectivo; parte de los problemas profesionales de ese colectivo; una vez estudiadas las necesidades específicas planteadas en ese contexto determinado y el profesorado participa en el diseño, la realización y la evaluación; su actividad se analiza en un principio con formadores externos durante un largo periodo de tiempo. La formación se realiza en horas de jornada laboral, separando el tiempo de dedicación docente del de la dedicación escolar.

En otros términos el perfeccionamiento del personal puede facilitar la mejora escolar para todos los alumnos, pero sólo cuando empieza a introducirse en la cultura más profunda de una escuela determinada. Es difícil cambiar las actitudes de los docentes si no se producen ciertos cambios a nivel de la organización y gestión escolar.

Fullan (1990), revisó el papel del perfeccionamiento del personal en relación con la innovación y el desarrollo institucional. Para este autor, el perfeccionamiento del personal puede verse bajo tres aspectos distintos: como estrategia para la aplicación de innovaciones, como innovación propiamente dicha, o como desarrollo institucional. Esta tercera perspectiva es la que permite alcanzar culturas auténticas de colaboración, que ayuden a los maestros a responder positivamente a la diversidad del alumnado.

Si suponemos que los problemas y su solución son un elemento central del proceso educativo las escuelas han de ser sin duda lugares en lo que los maestros y los alumnos se dediquen a actividades que les ayuden a entender mejor los problemas con los que tropiezan y a tratar de resolverlos. En este sentido, los problemas que se plantean en las escuelas pueden considerarse oportunidades de aprendizaje.

Los docentes y el trabajo colaborativo

Balbás (1999), habla del modelo formación entre compañeros y programas colaborativos. En esta modalidad es clave la figura del profesor de apoyo como agente intermedio en la formación y sensibilización de los compañeros, produciendo lo que denomina formación en cascada. Igualmente se engloban aquí procesos de intercambio y de búsqueda en equipo de solución de problemas.

De acuerdo con Jiménez (1999), los mismos planteamientos sobre el profesorado reflexivo y crítico presuponen la necesidad que los profesionales de la educación se comuniquen, colaboren y deliberen constituyéndose en grupos o colectivos que reflexionen conjuntamente los problemas que les afectan.

En la medida que una escuela basada en una estructura cooperativa aprovecha los conocimientos, inquietudes interpretaciones etc; provenientes de todo el profesorado, estimula su desarrollo profesional, alentándolo a reflexionar críticamente sobre sus prácticas ya mejorarlas, y estableciendo el clima cultural y educativo necesarios para ayudar al profesorado a asumir la responsabilidad del aprendizaje de todo su alumnado.

Es evidente que el sistema de organización que tenemos que promover es el que recalca la cooperación. Lo que se quiere es crear un sistema más coherente. En una escuela de este tipo el personal persigue el beneficio común.

Cada persona sabe que su actitud puede ser influida positivamente por la actividad de los otros. Cuando es así, el profesional se siente orgulloso del éxito de un colega, y del reconocimiento de su competencia.

Para Ainscow (1995), una de las ventajas principales de las escuelas que estimulan y apoyan a los maestros para que colaboren en la solución de los problemas, es que se anima a los maestros a reflexionar sobre su propia práctica.

El papel de la reflexión en el desarrollo del conocimiento profesional del profesor

El papel de la reflexión en el desarrollo del conocimiento profesional es planteada por Schön, Kemmis, Elliot, Zeichner, entre otros.

Schön (1998), señala la importancia de la reflexión desde la acción:

[...] Nuestro conocimiento es de ordinario tácito, está implícito en nuestros patrones de acción y en nuestra sensación respecto a las cosas con las que estamos tratando. Parece correcto decir que nuestro conocimiento se da desde nuestra acción.

(Schön, 1998, p. 55)

De acuerdo con Schön (1998) la reflexión sobre la propia actividad no es privativa de los profesionales sino que, tanto la gente común como los profesionales a menudo reflexionan sobre lo que hacen, algunas veces incluso mientras lo están haciendo.

[...] Los profesionales reflexionan sobre su saber en la práctica. Algunas veces, en la relativa tranquilidad de un análisis de resultados, recuerdan de un proyecto del que se han encargado, una situación que han vivido, y exploran las comprensiones que han aportado con su manejo del caso. Pueden hacer esto con un sentimiento de ociosa especulación, o como un esfuerzo deliberado de prepararse para casos futuros.

(Schön, 1998, p. 66)

Para Kemmis (1999), la reflexión es mucho más que una actividad metacognitiva; tiene un fuerte componente ideológico. La reflexión es para este autor un acto político, que acelera o bien aplaza la realización de una sociedad más racional, más justa y más satisfactoria.

Kemmis (1999:97) señala siete observaciones sobre la reflexión, su estudio y desarrollo:

- La reflexión no es un proceso psicológico puramente “interior”: está orientado a la acción y forma parte de la historia.
- La reflexión no es un proceso puramente individual: como el lenguaje, es un proceso social.
- La reflexión está al servicio de los intereses humanos, es un proceso político.

- La ideología da forma a la reflexión y, a su vez, ésta da forma a la ideología.
- La reflexión es una práctica que expresa nuestro poder para reconstituir la vida social por la forma en la que participamos en la comunicación, la toma de decisiones y la acción social.
- Los métodos de reflexión que no tienen en cuenta estos aspectos son, en el mejor de los casos limitados, y en el peor de los casos, erróneos; para mejorar la reflexión, el estudio de la misma debe explorar la doble dialéctica del pensamiento y de la acción, del individuo y la sociedad.
- Un programa de investigación para la mejora de la reflexión tendría que llevarse a cabo a través de la autorreflexión: hacer que los individuos concretos y los grupos se impliquen en una crítica ideológica y en la investigación-acción participativa, en colaboración y emancipadora.

Para Kemmis (1997), la reflexión está dialécticamente unida a la acción:

[...] Tendemos a pensar que la reflexión es algo reposado y personal. Mi argumento es que la reflexión está orientada a la acción, es social y política. Su “producto” es la praxis (acción informada y comprometida), la forma de acción humana más elocuente y con más importancia social.

(Kemmis, 1999, p. 97)

[...] La reflexión es “meta-pensamiento” (pensamiento sobre el pensamiento) ya que consideramos la relación entre nuestros pensamientos y acciones en un contexto determinado.

(Kemmis, 1999, p. 97)

Kemmis (1999), utiliza la clasificación de Aristóteles y distingue tres formas de reflexión paralelas: para solucionar problemas, para la deliberación práctica y para el pensamiento especulativo.

La reflexión orientada a la resolución de problemas es técnica, se identifica un problema como un problema de un carácter determinado y se concibe una solución que “elimine” el problema.

La deliberación práctica es una forma diferente de reflexión que se extiende más allá de cuestiones sobre los medios hasta la evaluación de situaciones completas.

[...] En la deliberación práctica consideramos lo correcto y apropiado; consideramos cómo actuar en las situaciones como si fuera una cuestión moral.

(Kemmis, 1999, p. 98)

El pensamiento especulativo también es diferente. En ella nuestra reflexión trata sobre el propio pensamiento.

A partir de un análisis general de estos tres tipos de reflexión Kemmis (1999) subraya el vínculo estrecho entre reflexión y acción:

[...] Podemos ver que la reflexión está orientada a la acción, y que tiene un significado y una importancia en relación con un contexto o situación (un terreno histórico de acción), aunque en cada caso adopte una visión diferente del grado en el que el contexto se trata como algo problemático. En ninguna de sus posibilidades (técnica, práctica o reflexión crítica) se puede entender la reflexión sin referirse a la acción y al contexto.

(Kemmis, 1999, p. 99)

Así mismo, el autor subraya el carácter participativo de la reflexión:

[...] Cualquier estudio sobre la reflexión (y en especial cualquier estudio de la reflexión que tenga como objetivo la mejora de la misma) debe ser participativo: debe implicar la participación de la persona que reflexiona.

(Kemmis, 1999, p. 108)

Para Elliot (1999), la idea de la “práctica reflexiva” estimulada por el trabajo de Schön es utilizada ahora por los académicos como una nueva base para la formación del profesorado. Elliot (1999), apoyándose en la teoría de Habermas de los intereses constitutivos del conocimiento diferencia dos formas de reflexión: la técnica y la práctica.

Para Elliot (1999), la reflexión técnica se puede describir como no problemática, impersonal y no-crítica, en tanto que la práctica está orientada a la acción:

[...] De este análisis me quedo con dos formas de reflexión orientada a la acción: aquella forma de reflexión que sirve a un interés técnico para controlar y predecir el material y el contorno social. Y aquella que sirve a un interés práctico para actuar de forma consistente con los valores humanos. Cada forma tendrá características bastante diferentes, que se pueden contrastar de este modo.

(Elliot, 1999, p. 369)

Elliot (1999:374-377), señala una serie de decisiones bastante diferentes que pueden enmarcar la investigación del pensamiento de los profesores:

- Es importante entender el contenido-significado de los actos interpretativos de los profesores. La clasificación de este contenido proporcionará una descripción de la cultura profesional de los docentes.
- Los actos interpretativos de los docentes tienen base racional. Por lo tanto, es importante recoger datos sobre las razones y justificaciones de las interpretaciones que hacen de su mundo profesional.
- Los actos interpretativos de los docentes son construcciones personales. Esta suposición implica que las pautas que emplean los docentes como base para sus interpretaciones no existen independientemente de su conciencia.
- Los investigadores que explican el pensamiento de los profesores simplemente en términos de contenido, presuponen que su pensamiento funciona en un nivel pre-reflexivo.
- Los investigadores que explican el pensamiento de los profesores meramente en términos de las razones justificativas que ellos proporcionan para sus actos interpretativos presuponen que tal pensamiento es fundamentalmente ideosincrático o contextual (por ejemplo, unido a las pautas de razonamiento dentro de la cultura profesional) y subjetivo, por ejemplo, ellos no pueden tener un conocimiento directo de la realidad que trasciende el contexto social de sus investigaciones.
- Los investigadores que consideran que las interpretaciones de los docentes de su mundo profesional han sido construidas de manera personal, presuponen que los docentes no sólo pueden proporcionar justificaciones para ellas, sino también pueden comprender cómo se construyen de modo personal como objetos de conciencia.

Otros autores que hemos considerado para la fundamentación acerca del papel de la reflexión en el desarrollo del conocimiento profesional de los docentes son Zeichner y Liston (1999).

Estos autores retoman el trabajo de Dewey y distingue entre acción reflexiva y acción rutinaria. En relación a la primera señalan:

[...] La acción reflexiva supone la consideración activa, persistente y cuidadosa de cualquier creencia o forma supuesta de conocimiento a la luz de sus fundamentos y de las consecuencias a las que lleva la acción rutinaria; se guía principalmente por la tradición, la autoridad externa y la circunstancia.

(Zeichner y Liston, 1999, p. 506)

Zeichner y Liston (1999), retoman los tres niveles de reflexión identificados por Van Manen cada uno de los cuales abarca criterios diferentes para elegir entre líneas de acción alternativas.

En el primer nivel de racionalidad técnica (Zeichner y Liston, 1999:507), la preocupación dominante tiene que ver con la aplicación eficiente y eficaz del conocimiento educativo con el propósito de alcanzar unos fines dados. En este nivel, ni los fines ni los contextos institucionales del aula, escuela comunidad y sociedad se tratan como problemáticos.

El segundo nivel de reflexión se basa en una concepción de la acción práctica por la cual el problema reside en explicar y clarificar las suposiciones y predisposiciones que subyacen en los asuntos prácticos y juzgar las consecuencias educativas que conlleva una acción. En este nivel se considera que toda acción, va unida a unos compromisos de valor particular, y que el que realiza la acción considera el valor de fines educativos rivales.

El tercer nivel, la reflexión crítica, incorpora criterios morales y éticos dentro del discurso sobre la acción práctica. En este nivel, las preguntas centrales cuestionan qué objetivos educativos, experiencias y actividades conducen a formas de vida influidas por el interés hacia la justicia, la equidad, y si las disposiciones actuales satisfacen unas necesidades y unos propósitos humanos importantes.

La formación permanente del profesorado desde la perspectiva del estudio de casos e incidentes críticos

El uso del estudio de casos e incidentes críticos como metodologías alternativas en la formación permanente del profesorado de educación primaria es coherente con las perspectivas reflexivas de formación del profesorado (Gimeno y Pérez 1997), presentadas anteriormente.

Desde estas perspectivas, rescatamos la importancia de la reflexión sobre la propia práctica en el desarrollo del conocimiento profesional del profesor.

Como habíamos revisado el papel de la reflexión en el desarrollo del conocimiento profesional es planteada por Schön, 1983, 1998; Kemmis, 1999; Elliot, 1999; Zeichner y Liston, 1999; entre otros.

Schön (1998), señala la importancia de la reflexión desde la acción:

[...] Nuestro conocimiento es de ordinario tácito, está implícito en nuestros patrones de acción y en nuestra sensación respecto a las cosas con las que estamos tratando. Parece correcto decir que nuestro conocimiento se da desde nuestra acción.

(Schön, 1998, p. 55)

A partir de un análisis general de estos tres tipos de reflexión Kemmis (1999) subraya el vínculo estrecho entre reflexión y acción:

[...] Podemos ver que la reflexión está orientada a la acción, y que tiene un significado y una importancia en relación con un contexto o situación (un terreno histórico de acción), aunque en cada caso adopte una visión diferente del grado en el que el contexto se tratar como algo problemático. En ninguna de sus posibilidades (técnica, práctica o reflexión crítica) se puede entender la reflexión sin referirse a la acción a al contexto.

(Kemmis, 1999, p. 99)

A la vez, a partir de la idea de que la reflexión no es un acto personal, individual, Kemmis (1999), subraya el carácter participativo de la reflexión:

[...] Cualquier estudio sobre la reflexión (y en especial cualquier estudio de la reflexión que tenga como objetivo la mejora de la misma) debe ser participativo: debe implicar la participación de la persona que reflexiona.

(Kemmis, 1999, p. 108)

Para Elliot (1999), la reflexión técnica se puede describir como no problemática, impersonal y no-crítica, en tanto que la práctica está orientada a la acción:

[...] De este análisis me quedo con dos formas de reflexión orientada a la acción: aquella forma de reflexión que sirve a un interés técnico para controlar y predecir el material y el contorno social. Y aquella que sirve a un interés práctico para actuar de forma consistente con los valores humanos. Cada forma tendrá características bastante diferentes, que se pueden contrastar de este modo.

(Elliot, 1999, p. 369)

Zeichner y Liston (1999), distinguen entre acción reflexiva y acción rutinaria:

[...] La acción reflexiva supone la consideración activa, persistente y cuidadosa de cualquier creencia o forma supuesta de conocimiento a la luz de sus fundamentos y de las consecuencias a las que lleva la acción rutinaria se guía principalmente por la tradición, la autoridad externa y la circunstancia.

(Zeichner y Liston, 1999, p. 506)

La idea fundamental de la que nosotros queremos partir es que el conocimiento profesional que requieren los profesores de educación primaria para enseñar matemáticas deben de ser aprendido a partir de la reflexión sobre su propia práctica, en contextos que les sean significativos.

En este sentido coincidimos con García (2000), quien subraya el papel del contexto en que las tareas y actividades tienen lugar, en la formación del profesorado.

[...] Desde la cognición situada se indica que se deben de tener en cuenta las situaciones en las que el profesor/estudiante para profesor adquiere y usa su conocimiento asumiendo que el conocimiento es inseparable de los contextos y las actividades en los que se desarrolla.

Por lo que podemos afirmar que el contexto donde una actividad se realiza es una parte integral de la actividad y esta es una parte integral del aprendizaje que tiene lugar en el contexto.

(García, 2000, p. 67)

Además del concepto de reflexión sobre la práctica subrayado en los párrafos anteriores, retomaremos tres conceptos claves señalados por García (2000), para fundamentar nuestra propuesta metodológica de formación permanente del profesorado: “cognitive apprenticeship”,

“participación periférica legítima”, “actividad auténtica” y “ entornos de aprendizaje”.

García (2000:57-58), utiliza el concepto “Cognitive apprenticeship” utilizado por Collins (1989) para señalar los aspectos clave para la formación del estudiante para profesor de matemáticas:

- El aprendizaje tiene lugar a través de la participación activa en un contexto y no asimilando pasivamente principios generales y teorías.
- El aprendizaje tiene lugar en un contexto definido por actividades significativas.
- El profesor aprende participando en las actividades auténticas.
- El profesor da significado a la actividad que está desarrollando, teniendo como referencia su conocimiento y creencias previas.
- El estudiante puede modificar o ampliar sus concepciones como consecuencia de utilizarlas en la resolución de situaciones problemáticas.

En este sentido los programas de formación de profesores deben crear experiencias que capaciten a los profesores para enfrentarse con problemas profesionales, usando investigaciones y destrezas de resolución de problemas.

Otro concepto utilizado por García (2000) retomado de Hanks (1999), es el de participación periférica legítima. Aunque está referido principalmente a la formación inicial de los futuros profesores de matemáticas; consideramos que es un constructo bastante útil que fundamenta el uso de estudio de casos e incidentes críticos como medios para la formación permanente del profesorado en la medida que éstos no son exigidos a resolver de manera inmediata la situación o problema que es objeto de análisis grupal.

[...] Este concepto central (participación periférica legítima) denota un modo particular de comprometerse un aprendiz que participa en la práctica real de un experto pero sólo en un grado limitado y con una responsabilidad limitada, en el resultado último como un todo.

(García, 2000, p. 58)

El constructo actividad auténtica está referido a un tipo de actividad de enseñanza que permite “participar” de las prácticas ordinarias de la cultura:

[...] El constructo actividad auténtica definido por Brown et al. (1989) como las actividades que fomentan la clase de pensamiento y destrezas de resolución de problemas que mejore el pensamiento, la resolución de problemas y el aprender a enseñar de los estudiantes para profesor...).

(García, 2000, p. 58)

La idea de entorno de aprendizaje es retomado por García (2000), de Greeno (1991):

[...] Los entornos de aprendizaje considerados como “pequeños” entornos conceptuales contruidos deliberadamente y desarrollados para resolver tipos de problemas específicos diseñados por el formador de profesores...

(García, 2000, p. 58)

A partir de los constructos definidos anteriormente, nuestra preocupación en relación a los programas de formación permanente del profesorado está en construir una propuesta metodológica alternativa que partiendo de una visión del aprendizaje del profesor como constructivo, social, y situado; y del planteamiento de actividades “auténticas” y el diseño de entornos de aprendizaje adecuados, estimulen la reflexión sobre la propia práctica.

Desde esta perspectiva, el estudio de casos e incidentes críticos constituyen dos metodologías interesantes de explorar en la formación permanente del profesorado.

[...] Los casos presentan ejemplos, escenarios, viñetas, etc. De situaciones reales de enseñanza aprendizaje que pueden ser analizadas desde diferentes perspectivas y niveles cognitivos por sujetos tanto en el período de formación inicial como en permanente.

(García, 2000, p. 67)

Los casos (Linares, 1994b), son “escenas” específicas que presentan cuestiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje a resolver. Suelen ser desde esta perspectiva grabaciones en video o narraciones escritas que describen alguna cuestión relativa a los procesos de aprendizaje, o situaciones de enseñanza contextualizadas en un tiempo y lugar en particular.

El estudio de casos como una aproximación metodológica al proceso de enseñar a aprender está ampliamente documentada (Llinares, 1994) y permite cubrir, entre otros, los siguientes propósitos según este autor:

- Como un medio para el desarrollo de procesos de reflexión y generar aproximaciones críticas a las situaciones de enseñanza.
- Como situaciones que presentan cuestiones enraizadas en las nuevas aproximaciones a la enseñanza de las matemáticas que se pretenden generar.

El método de casos intenta generar las condiciones necesarias para que los profesores lleguen a cuestionarse aspectos de la enseñanza-aprendizaje de tópicos concretos dados por ciertos de manera incuestionable como consecuencia de su propio aprendizaje.

Retomando algunos aspectos señalados por Llinares (1999:175) en relación a los programas de formación inicial de profesores, consideramos que el estudio de casos en los programas de formación permanente del profesorado proporcionar oportunidades para:

- Cuestionar sus creencias epistemológicas previas.
- Ampliar su comprensión de las nociones matemáticas escolares.
- Desarrollar su comprensión del conocimiento de contenido pedagógico vinculándolo con las nociones matemáticas escolares.
- Comenzar a generar las destrezas cognitivas y los procesos de razonamiento pedagógico.
- Incrementar los procesos de reflexión (destrezas metacognitivas).

Lo que hemos dicho antes en relación al estudio de casos, tanto a nivel de la fundamentación teórica de la metodología como a nivel de los propósitos de su uso en la formación permanente del profesorado, es totalmente aplicable al uso de incidentes críticos en estos programas.

Rosales (2000), define los incidentes críticos en los siguientes términos:

[...] Casos o situaciones especialmente problemáticos o significativos, con los que un profesor se encuentra sólo esporádicamente y que, sin embargo, pueden ser fuente de importantes aprendizajes, así como poner de relieve las características de su formación, de sus capacidades y debilidades profesionales. Estas situaciones,

origen de preocupación importante para los profesores pueden constituir una inmejorable ocasión para el ejercicio de la reflexión sobre la enseñanza...

(Rosales, 2000, p. 200)

Los incidentes críticos de acuerdo con Rosales (2000:201):

- Permiten conocer cuáles son a juicio del profesor, las situaciones especialmente significativas con que se encuentra en su primer período de contacto con la realidad de enseñanza.
- Ponen de relieve aspectos de la realidad profesional que raramente aparecen en secuencias normales de enseñanza, ya sea en directo o a través de grabaciones en vídeo.
- Sirven de punto de partida para el debate intelectual y la reflexión, con utilización de principios teóricos de interés pedagógico y didáctico.
- Constituyen un instrumento para la estimulación de la capacidad de decisión del profesor, especialmente cuando se presentan a modo de problemas didácticos para los que es preciso encontrar soluciones óptimas.

Los incidentes críticos se pueden recoger solicitando a los profesores un relato por escrito que deberá contar al menos con tres componentes:

- Descripción del incidente centrada en los aspectos considerados más significativos.
- Contextualización del incidente, dando a conocer las circunstancias en que se produce y que pudieran contribuir de forma importante a su aparición y desarrollo.
- Un primer análisis y valoración por el profesor que lo relata, de las repercusiones que dicho incidente tuvo a corto y largo plazo sobre su propia formación y actitudes, sobre el aprendizaje, motivación e integración socioafectiva del alumno y sobre la actividad instruccional y social, en el caso de darse.

A partir de los relatos recogidos en la fase anterior, se procede a realizar un trabajo grupal (preferentemente en seminario) en el que se procede a un análisis plural de cada incidente, tomándose en consideración para ello orientaciones como las siguientes(Rosales, 2000:201-202):

- Identificación de posibles causas

- Estudio de las soluciones que se adoptaron y de otras que se pudieron tomar.

Finalmente hay que señalar que el uso de estudios de casos e incidentes críticos son consideradas desde nuestra perspectiva como dos metodologías alternativas en los programas de formación permanente del profesorado, que no se reducen meramente al análisis o reflexión de las situaciones pedagógicas presentadas, sino que deben ser “completadas” con el uso de otras tareas-actividades como el estudio de bibliografía sobre el tema, de reportes de investigación, entre otras. Consideramos que es necesario, en los programas de formación del profesorado, experimentar diversas metodologías que nos permitan cubrir el objetivo fundamental de desarrollar el conocimiento profesional necesario para enseñar matemáticas en la escuela primaria.

6. CONTEXTUALIZACIÓN Y ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

En este apartado nos abocaremos a fundamentar el papel de la contextualización en la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria. Además, intentaremos delimitar los términos “contexto” y “contextualización”, a partir del análisis de las definiciones que se hacen en los diccionarios de la lengua española e inglesa y en la investigación educativa.

Así mismo, revisaremos algunas relaciones entre cognición matemática y el desempeño matemático en diferentes contextos; así como la pertinencia del uso de situaciones cotidianas en la enseñanza de las matemáticas.

Importancia de la contextualización en la enseñanza de las matemáticas

En concordancia con las ideas señaladas en algunos estudios como los de Abreu (1995) y Nunes (1996), la enseñanza de las matemáticas en muchas de nuestras escuelas primarias tiene en términos generales las siguientes características:

- Está basada primordialmente en las actividades de los libros de texto.
- Hay una escasa o nula utilización de materiales didácticos de apoyo al proceso didáctico.
- El patrón de interacción en la escuela es unidireccional con un maestro que transmite un saber a los alumnos.
- Los errores de los alumnos son atribuidos a dificultades inherentes al alumno ya sea de sus capacidades cognitivas o de su competencia matemática.
- Tienen poca relación con las necesidades reales de las personas. Se ignoran los conocimientos previos que tienen los niños

adquiridos antes de su ingreso a la escuela, así como los aprendizajes informales aprendidos por los niños fuera de la escuela en su vida cotidiana.

La escuela no procura establecer puentes entre lo que los niños aprenden en la vida diaria y lo que les enseñan en la escuela, favoreciendo el uso de la matemática en forma situada; o ignoran la matemática de la vida diaria reforzando la creencia en la superioridad de la matemática de la escuela

Nunes y Bryant (1996), señalan que a través de este tipo de enseñanza la escuela transmite a los niños una serie de creencias y valores sobre las matemáticas que son contrarias al actual espíritu de su enseñanza:

- Las matemáticas se aprenden en la escuela, consecuentemente, la gente que no va a la escuela no conoce ninguna matemática.
- Las matemáticas son abstractas.
- Las matemáticas son difíciles.
- Las matemáticas son aburridas.

Partiendo de esta visión de la realidad de la educación matemática escolar consideramos importante plantearnos las siguientes cuestiones: ¿Por qué es importante la contextualización en la enseñanza de las matemáticas?, ¿Hasta qué grado contextualizar la enseñanza favorece la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos en la educación primaria?

La necesidad de contextualizar la enseñanza de las matemáticas para favorecer la comprensión de los conceptos matemáticos es señalada en diferentes fuentes y autores (NCTM 1989,2000; DCB, 1993; Servei de Ordenació Curricular, 1993; SEP, 1993; Brousseau, 1983,1985; Charnay, 1994; Núñez y Font, 1995; Carraher y otros, 1995).

Así, para el NCTM (2000), comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras deberá de ser un objetivo fundamental de la educación matemática elemental. Los contextos en los que las operaciones son presentadas, juegan un rol fundamental para alcanzar este objetivo.

[...] Cuando los estudiantes en los grados más bajos trabajan tareas complejas en una variedad de contextos, ellos también construyen y comprenden las operaciones con números.

Contextos apropiados pueden surgir a través de actividades iniciadas por los estudiantes, historias creadas por los profesores, y de muchas otras maneras. Mientras los estudiantes explican su trabajo escrito, soluciones y procesos mentales, los profesores obtienen comprensión del pensamiento de los estudiantes.

(NCTM, 2000, p. 82)

[...] En el desarrollo del significado de las operaciones, los profesores deben asegurar que los estudiantes encuentren repetidas veces situaciones en las cuales los mismos números aparecen en diferentes contextos.

(NCTM, 2000, p. 83)

De la misma manera en el DCB (1993), se subraya la importancia de la resolución de situaciones problema como eje fundamental para el desarrollo del conocimiento matemático escolar:

[...] La resolución de problemas dentro del currículo de Matemáticas es un contenido prioritario, porque es un medio de aprendizaje y refuerzo de contenidos, da sentido aplicativo al área y permite la interrelación entre los distintos bloques y las restantes áreas.

La resolución activa de problemas es considerada como el método más conveniente de aprender matemáticas; es la aplicación de las matemáticas a diversas situaciones. Las situaciones-problema presentadas pueden ser más o menos complejas, pueden aparecer con datos completos o incompletos, pueden tener una solución o varias, estar presentados de forma gráfica o no, con datos numéricos o sin ellos...

[...] Los problemas elegidos en la escuela deberán sacarse de situaciones que partan de la realidad de los alumnos, excluyendo enunciados que reproduzcan estereotipos sexistas (situaciones de la vida cotidiana del colegio, de la economía familiar, con juegos y juguetes, con deportes...), que provoquen su interés y que mantengan su intención, y de situaciones imaginadas que sean sugerentes y atractivas para el niño. Es interesante proponer problemas abiertos con dificultades crecientes, de manera que sea posible hacer conjeturas, buscar analogías y referirlos a situaciones más generales para que pueda encontrar respuesta a las nuevas situaciones-problema que se plantean.

(DCB, 1993, pp. 421-422)

En este mismo sentido se expresa en el SOC (1993), al indicar que:

[...] Para conseguir que los aprendizajes en matemáticas tengan ese carácter de funcionalidad, es conveniente que los alumnos y alumnas trabajen los contenido a

partir de actividades de aprendizaje que presenten situaciones problemáticas cuanto más diversificadas mejor.

(SOC, 1993, p. 47)

La mayoría de los expertos en educación matemática señalan la importancia de la contextualización en la construcción del significado o sentido de los conceptos matemáticos.

Para Charnay (1994), uno de los objetivos esenciales (y al mismo tiempo una de las dificultades principales) de la enseñanza de la matemática es que lo que se ha enseñado este cargado de significado, tenga un sentido para el alumno.

La resolución de problemas significativos para el alumno tendrían para este autor el papel fundamental de hacer aparecer ante los alumnos el significado y sentido del conocimiento matemático.

El elevado grado de abstracción y generalización es una de las características específicas de los conceptos matemáticos y una de las posibles causas de las dificultades para aprenderlas. Sobre este asunto Hahn (1999), citando a Lave (1988), Nunes (1993), y Boaler (1994), señala:

[...] Las investigaciones han probado que los estudiantes experimentan dificultades para transferir sus conocimientos matemáticos fuera del marco escolar (Lave, 1988; Nunes y otros, 1993). Para ayudarles se recomienda a menudo acudir a problemas matemáticos que hagan referencia a contextos relevantes de la vida cotidiana (Nunes y otros, 1993; Boaler, 1994) familiares al alumnado. Gracias a la introducción de esas actividades, las matemáticas serían más atrayentes, más vivas, los alumnos podrían ser capaces de relacionarlas con su experiencia extraescolar y por tanto se facilitaría la comprensión de los conceptos matemáticos.

(Hahn, 1999, p. 107)

La importancia del contexto en la construcción de los significados de los conceptos matemáticos, es señalada por Hahn (1999):

[...] Sin embargo, presentar situaciones “auténticamente reales” no es nada fácil... Hans Freudenthal (1991) escribió que enfocar el contexto como un ruido, susceptible de perturbar la claridad del mensaje matemático, es un error: el contexto mismo es el mensaje, y las matemáticas son un medio de descodificarlo.

(Hahn, 1999, p. 108)

Desde la perspectiva sociocultural de la cognición, Billett (1998), señala cómo los factores situacionales son determinantes claves en la

construcción del conocimiento y en la transferencia. Un objetivo clave de la escuela es, según este autor, el desarrollo de altos niveles de conocimiento conceptual y procedimental de un dominio en una situación particular.

[...] ... transferir desde una comunidad (escuela vocacional) a otra (trabajo) depende de normas y tipos de problemas y objetivos que ocurran en estas comunidades. Esto sugiere que las comunidades de práctica representan versiones derivadas del conocimiento socio-culturales y socio-histórico, transformadas por las exigencias de circunstancias particulares.

(Billett, 1998, p.13)

Partiendo de esta premisa fundamental Billett (1998), señala algunas ideas relevantes para la instrucción, destacando principalmente el uso del conocimiento en situaciones variadas, en las que éste sea aplicado.

[...] Un importante rol para la instrucción y el aprendizaje guiado es enfatizar las posibilidades y variar las situaciones en las cuales el conocimiento es probable que sea aplicado. Proponer diferentes usos del conocimiento. Ensanchando el campo de potenciales aplicaciones.

(Billett, 1998, p.19-20)

Reeuwijk (1997), señala algunos motivos para utilizar contextos en la enseñanza de las matemáticas:

- Los propios alumnos aprenden a usar las matemáticas en la sociedad.
- Mediante la utilización de múltiples contextos los alumnos desarrollarán una actitud crítica y flexible ante el uso de las matemáticas en problemas que deberán afrontar en la vida real.
- Brindan a los alumnos la oportunidad de adquirir conocimientos acerca de la historia.
- Pueden incrementar el interés de los alumnos por las matemáticas y la ciencia en general.

Los contextos según Keitel (1997), pueden despertar la creatividad de los alumnos, impulsarlos a emplear estrategias informales y de sentido común; y finalmente un buen contexto puede también actuar como mediador entre el problema concreto y las matemáticas abstractas.

[...]los contextos destinados a tratar las matemáticas aplicadas deben de escogerse con mucho más cuidado de lo que con frecuencia estamos habituados a ver. El criterio de elección ha de ser una justificación explícita de base social y no

el potencial de una aplicación determinada para ilustrar el poder de un modelo matemático o fomentar ciertos conceptos matemáticos.

(Keitel, 1997, p. 56)

Sobre este mismo asunto Núñez y Font (1995), señalan que para favorecer un aprendizaje significativo de las matemáticas, en la escuela deberíamos de:

[...] Trabajar los conceptos en diferentes contextos concretos a fin de conseguir, por una parte, su significatividad y su funcionalidad y, por otra, facilitar los procesos de abstracción y generalización.

(Núñez y Font, 1995, p. 293)

Núñez y Font (1995), presentan algunas consideraciones en relación a la importancia de la contextualización de la enseñanza de las matemáticas. Para estos autores la mayoría (de las personas) consideran que los conceptos se han de presentar en contextos concretos que permitan a los alumnos darles sentido. Dentro de esta línea hay opiniones que ponen el acento sobre la semántica pura mientras que otras lo ponen sobre la pragmática.

[...] Los primeros focalizan su atención sobre la relación entre el significado y el significante, suponiendo implícitamente, que el concepto tiene un solo significado, y creen que una enseñanza contextualizada de las matemáticas implica trabajar el mismo concepto en diferentes contextos concretos, ayudando a los alumnos a distinguir el concepto matemático (siempre con el mismo significado en los diferentes contextos) de los otros aspectos de la situación.

... Los que ponen el acento en la pragmática además de considerar la relación entre el significado y el significante, de los conceptos, tienen en cuenta el uso que le dan los usuarios en los diferentes contextos que le dan sentido. Desde esta perspectiva más que hablar del significado de un concepto hemos de hablar de una red de significados que se relacionan entre sí y; a su vez, con una red de representaciones (significantes)... Desde esta perspectiva la propuesta didáctica consistirá en presentar la mayor cantidad posible de contextos diferentes que puedan dar sentido al concepto que se tiene que enseñar.

(Núñez y Font, 1995, p. 299)

La enseñanza de las matemáticas en un ambiente de resolución de problemas permite que los estudiantes den sentido y significado a los conceptos y procedimientos matemáticos aprendidos.

Los problemas que se propongan en el aula deben ser problemas ricos (Planas y Gorgorió, 1999): ricos para el alumno, para el profesor y para

la detección de información sobre valores creencias y naturaleza de las matemáticas. Problemas de contexto que fomenten el uso de estrategias diversas y que no generen el uso mecánico de algoritmos.

Para Planas y Gorgorió (1999), un problema rico es aquel que:

- Genera buenas preguntas.
- Fomenta la toma de decisiones.
- Integra el contexto escolar, familiar y social.
- Se adecua a lo que el alumno sabe.
- Conecta diferentes tipos de conocimientos matemáticos.
- Incluye puntos concretos del currículum.
- Puede relacionarse con otras áreas de conocimiento.
- Activa la curiosidad y creatividad del alumno.
- Es accesible a todos los alumnos.
- Posibilita gradación según diferentes ritmos de aprendizaje.
- Permite incorporar los conocimientos matemáticos de fuera de la escuela
- Deja aflorar los valores culturales del alumno.
- Amplia la imagen de las ideas matemáticas y desarrolla significados.

En este mismo sentido el NCTM (1991), utiliza el concepto de problema genuino:

[...] Los estudiantes han de enfrentarse regularmente a problemas genuinos. Un problema genuino es una situación en que por parte del alumno o del grupo implicado, hay que desarrollar todavía una solución apropiada o más de una. La situación ha de ser lo suficientemente compleja como para significar un reto, pero no tan compleja que sea insoluble. El aprendizaje debe de venir guiado por la búsqueda de respuesta a problemas-primero a un nivel intuitivo y empírico, más tarde generalizando, y finalmente justificando.

(NCTM, 1991)

El aprendizaje de los signos, símbolos y terminología matemática (NCTM, 1991), se consigue mejor en situaciones de problema en donde los niños tienen oportunidades de leer, escribir y discutir ideas para las que el uso del lenguaje es algo natural.

De acuerdo con Bishop (1998), las actividades y sus contextos deberían ser elegidas de manera que sean significativas y relevantes para los alumnos y esto significará, a menudo, el uso de contextos de fuera del aula. Todas las actividades deberían:

- Ser relevantes para la mayoría de los alumnos.
- Ser significativas y razonables para ellos.
- Estar situadas en un contexto familiar o desarrolladas a partir de uno de ellos.
- Tener posibilidades de ser extendida matemáticamente para desafiar a los alumnos más rápidos.
- Estar conectadas con otros conceptos matemáticos.

Muchas de las dificultades al enseñar matemáticas de acuerdo con Bishop (1998), están causadas por contextos irrelevantes, poco significativos y por profesores que no usan contextos de fuera del aula.

El papel del profesor consiste en hacer de puente entre las estructuras conceptuales esenciales de las matemáticas y el conocimiento de los alumnos sobre el mundo.

[...] La profesora debe actuar como “antropólogo social”, aprendiendo más sobre las vidas de sus alumnos fuera de la escuela. Esto es importante para seleccionar o crear actividades relevantes significativas que permitan a los alumnos mostrar y usar el conocimiento que ya tienen.

(Bishop, 1998, p. 29)

Para Goffree (2000), sólo los contenidos matemáticos que puedan conectarse con el mundo real serán útiles como punto de partida para la educación matemática. Este enfoque es denominado de manera genérica “educación matemática realista”.

[...] El desarrollo de todos los temas básicos de matemáticas del nivel de primaria tiene una misma estructura, que puede describirse como arquitectura realista (Treffers y otros, 1994, p. 153). El desarrollo de cualquier tema empieza siempre tomando un elemento del mundo real en el que puedan aplicarse los contenidos matemáticos que se están trabajando. Esta primera fase se llama fase de la operación informal ligada al contexto. Los niños exploran el contexto, aparecen las primeras dificultades y los primeros problemas, a los que los niños deben enfrentarse en grupo, y se aclaran los aspectos necesarios.

(Goffree, 2000, pp. 161-162)

Gooffree (2000), utiliza los conceptos matematización horizontal y matematización vertical para señalar el doble nivel de estudio que debe de hacerse de los temas de matemáticas en la escuela:

[..] El maestro debe basar la enseñanza de las matemáticas en situaciones del mundo real, como fuente de ideas y como situaciones para poder aplicarlas. El primer paso sería un ejemplo de matematización horizontal; el contexto concreto que se ofrece debe ser trabajado matemáticamente por los niños. La conexión con el mundo real proporciona desde el principio significado a la actividad.

Por otro lado, las ideas matemáticas que se usan pueden constituir, por ellas mismas, el tema de estudio; esto se denomina matematización vertical y permite establecer conexiones con otras ideas matemáticas, en parte, como resultado del bagaje concreto (por ejemplo, las proporciones en forma de fracciones en la introducción de los porcentajes).

(Goffree, 2000, p. 157)

La necesidad de contextualizar la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria está también fundamentada en los estudios realizados por Carraher y otros (1995), desde el enfoque sociocultural de la educación matemática.

Carraher y otros (1995b) señalan, en base a los resultados obtenidos en los estudios realizados sobre el desempeño matemático de los niños en diferentes contextos (vida cotidiana y escuela), la importancia de proponer a los niños situaciones cotidianas en la escuela como contexto para la enseñanza de las matemáticas.

[...] Podemos suponer, en vista de los resultados, que el análisis lógico implícito en la solución de un problema facilita la realización de la operación, por inscribirla en un sistema de significados bien comprendidos, en lugar de constituir una actividad aislada que se ejecuta en una secuencia de pasos, los cuales llevarían a la solución.

(Carraher, y otros 1995b, p. 38)

La necesidad e importancia de plantear a los niños situaciones problemáticas en los que estos funcionen como situaciones que den significado al conocimiento matemático aprendido por los niños y que al mismo tiempo les permitan construir sus propios modelos matemáticos es señalado por Carraher y otros (1995):

[...] La educación matemática a través de situaciones cuidadosamente estudiadas, puede apuntar a la construcción de modelos matemáticos por los niños, quienes

estarían empeñados en resolver problemas cuyo significado les orientase sobre los propios modelos. Los modelos matemáticos podrían ser, inicialmente, recreados por los niños como teoremas en acción, necesarios para solucionar problemas, y sólo posteriormente podrían pasar a la condición de objeto de análisis, cuando la condición de teoremas en acción fuese sólida...

Lo que distingue a esas situaciones cotidianas de las situaciones escolares es el significado que tienen para el sujeto, el cual, resolviendo problemas, construye modelos lógico matemáticos adecuados a la situación.

(Carragher y otros, 1995, p. 189)

Contexto y contextualización

Los términos contexto y contextualización, tienen diferentes significados y su uso se ha popularizado o trivializado de tal manera que es frecuente verlo utilizado para referirse a situaciones muy diferentes. Partiremos de las definiciones proporcionadas en algunos diccionarios. El Diccionario de la Lengua Española (1984), da la siguiente definición de contexto:

[...] Contexto. (Del lat. Contextus). M. Orden de composición o tejido de ciertas obras. Por extensión, enredo, maraña o unión de cosas que se enlazan o entretajan. Fig. Serie del discurso, tejido de la narración, hilo de la historia.

(Diccionario de la Lengua Española, 1984, p. 368)

En el Diccionario del Español Actual (1999), contexto y contextualizar son:

[...] Contexto. Texto del que forma parte una frase, una palabra o una unidad fonológica. Conjunto de las circunstancias en que está situado algo, específico, un hecho frecuentemente con un objetivo especificador: cultural, histórico, social, etc. Contextualizar. Situar (algo) en un contexto.

(Diccionario del Español Actual, 1999, p. 1222)

En el Diccionario de Usos y Dudas del Español Actual (1996) :

[...] Contexto. Entorno físico o de situación en que se considera un hecho. No debe abusarse de este sustantivo, porque además de contextos hay circunstancias, supuestos, entornos, ambientes, ámbitos, etc.

Contextualizar. No tiene registro en el DRAE 92., sustitúyase por contextuar (acreditar con textos).

(Diccionario de Usos y Dudas del Español Actual, 1996, p.161)

Finalmente en el Diccionario del Español Actual (1988) :

[...] Contexto. Textura, Disposición de ciertas cosas. Entorno, conjunto de unidades que rodean a una unidad lingüística determinada ya sea fónica, morfosintáctica o semántica.

(Diccionario del Español Actual, 1988, p.247)

En lengua inglesa nos encontramos con dos términos que refieren a significados similares: context y setting. En el English Language Dictionary (1987), encontramos las siguientes definiciones:

[...] Context: El contexto de algo consiste de las ideas, situaciones, eventos o información que lo relaciona y lo hace posible de comprenderlo completamente.

El contexto de una palabra, oración, o texto consiste de la palabra, oración o texto que viene antes o después, y que ayuda a clarificar su significado.

Si algo es visto en contexto o si es puesto en contexto, es considerado con todos los factores que está relacionado en lugar de considerarlos por sí mismos, de modo que pueda ser entendido exactamente.

Setting: (Escenario): Marco.

Las circunstancias en las cuales un evento o series de eventos toman lugar, especialmente en una historia.

Un grupo particular de circunstancias o condiciones.

(English Language Dictionary, 1987)

En relación al uso del término “contexto” y “contextualización” en la investigación educativa encontramos la reticencia de la mayor parte de los autores por definir estos conceptos.

Así, D’Amore y Martini (1991), relacionan el contexto con las condiciones ambientales en las que actúa el resolutor de problemas:

[...] Con frecuencia cuando se habla de “contexto”, se hace en el sentido que le da Lester (1980), en el ámbito de resolución de problemas y ello se refiere a las condiciones ambientales en las que se encuentra actuando el potencial resolutor. Ambiente físico, psicológico y social. Se trata pues de factores externos como factores inherentes a la tarea.

(D`Amore y Martini, 1991, p.77)

Para Abreu (2000), desde la Psicología se ha analizado a distintos niveles, los contextos del desarrollo humano. Entre ellos cabría citar la formación biológica y cognitiva del niño, el entorno inmediato, el contexto social y económico y el contexto cultural.

[...] Algunos estudios interpretan el término contexto en un sentido bastante restringido, por ejemplo, para referirse al modo de presentar una tarea y a la influencia de distintos formatos pictóricos (por ejemplo, Nickinson, 1997). Otros estudios toman el contexto en un sentido más amplio, por ejemplo, para referirse a la influencia de los valores y de las estructuras de poder en las sociedades modernas (por ejemplo, Fashen, 1988).

(Abreu, 2000, p. 138)

En los estudios sobre las relaciones entre contexto y pensamiento Abreu (2000), hace referencia a dos componentes fundamentales del contexto; la componente cultural y la componente social.

[...] En mi opinión desde un punto de vista del análisis, las explicaciones psicológicas con relación a cómo el contexto estructura el pensamiento y el aprendizaje han seguido dos líneas. Una enfatiza el componente cultural del contexto y explora de qué forma determinadas herramientas culturales específicas, tales como la organización lógica de sistemas de cálculo concretos y las normas sobre cuando y cómo usarlos, median la cognición. La otra enfatiza el componente social del contexto y analiza de qué manera las relaciones específicas y las acciones de actores sociales concretos, tales como la interacción entre iguales o entre experto y no experto, median la cognición.

(Abreu, 2000, p. 138)

Para Abreu (2000), la resolución de problemas está mediada por las herramientas culturales:

[...] Una primera aproximación por parte de los psicólogos que estudiaban la forma en que el contexto de una determinada práctica modela la manera en que un individuo resuelve un problema, se centraba en las herramientas culturales que median la actividad de resolución de problemas... las herramientas pueden ser sistemas simbólicos de signos para representar ideas matemáticas (sistemas de contaje o de medida) o pueden ser instrumentos materiales (calendarios, calculadoras, ordenadores, etc.)

(Abreu, 2000, p. 138-139)

Las aportaciones anteriores nos proporcionan pocos elementos para construir una definición operativa de los conceptos “contexto” y “contextualización”.

La definición de estos términos es compleja y el significado es diferente según la fuente u origen del estudio a que haga referencia, además de estar en continua reelaboración.

Contextualización y construcción del conocimiento matemático

La contextualización, juega un papel fundamental en la construcción de los conceptos y procedimientos matemáticos por los niños. Su importancia radica según investigadores como Brousseau (1983,1987,1994); Vergnaud (1983), Charnay (1994), Carraher y otros (1995), en dotarlos de un significado, de un sentido.

Así para Brousseau (1983), citado por Charnay (1994):

[...] El sentido de un conocimiento matemático se define:

- no sólo por la colección de situaciones donde este conocimiento es realizado como teoría matemática, no sólo por la colección de situaciones en donde el sujeto lo ha encontrado como medio de solución,
- sino también por el conjunto de concepciones que rechaza, de errores que evita, de economías que procura, de formulaciones que retoma, etc.

(Brousseau, 1983, citado por Charnay, 1994, p. 52-53)

La construcción del significado se da de acuerdo a Charnay (1994), a dos niveles: uno externo y otro interno:

[...] Agreguemos que la construcción de la significación de un conocimiento debe ser considerada en dos niveles:

- un nivel "externo" ¿cuál es el campo de utilización de este conocimiento y cuáles son los límites de ese campo?
- Un nivel "interno" : ¿cómo y por qué funciona tal herramienta? (por ejemplo, ¿cómo funciona un organismo y por qué conduce al resultado buscado?).

(Charnay, 1994, p. 53)

Para Charnay (1994), la cuestión esencial de la enseñanza de la matemática es cómo hacer para que los conocimientos enseñados tengan sentido para el alumno.

[...] El alumno debe de ser capaz no sólo de repetir o rehacer, sino también de resignificar en situaciones nuevas, de adaptar, de transferir sus conocimientos para resolver nuevos problemas.

Y es, en principio, haciendo aparecer las nociones matemáticas como herramientas para resolver problemas como se permitirá a los alumnos construir el sentido. Solo después estas herramientas podrán ser estudiadas por sí mismas.

(Charnay, 1994, p.53)

Brousseau (1994), establece una diferenciación entre el trabajo del matemático y el trabajo del profesor que enseña matemáticas señalando que:

[...] El matemático no comunica sus resultado tal como los ha hallado; los organiza, les da la forma más general posible; realiza una “didáctica práctica” que consiste en dar al saber una forma comunicable, descontextualizada, despersonalizada, atemporal.

El docente realiza primero el trabajo inverso al del científico, una recontextualización y repersonalización del saber: busca situaciones que den sentido a los conocimientos por enseñar. Pero, si la fase de personalización ha funcionado bien, cuando el alumno ha respondido a las situaciones propuestas no sabe que “ha producido” un conocimiento que podrá utilizar en otras ocasiones: Para transformar sus respuestas y conocimientos en saber deberá, con la ayuda del docente, redespensalizar y redescontextualizar el saber que ha producido, para poder reconocer en lo que ha hecho algo que tenga carácter universal, un conocimiento cultural reutilizable.

...Se ven bien las dos partes, bastante contradictorias, del rol del maestro: hacer vivir el conocimiento, hacerlo producir por los alumnos como respuesta razonable a una situación familiar y, además transformar “esa respuesta razonable” en un “hecho cognitivo” extraordinario, identificado, reconocido desde el exterior.

(Brousseau,1994, p.66)

El trabajo del docente consiste, pues, en proponer al alumno una situación de aprendizaje para que produzca sus conocimientos como respuesta personal a una pregunta, y los haga funcionar o los modifique como respuestas a las exigencias del medio y no a un deseo del maestro.

[...] El sentido también debe ser un poco institucionalizado... Es lo más difícil del rol del docente: dar sentido a los conocimientos y, sobre todo, reconocerlo.

(Brousseau,1994 p. 75)

Brousseau (1987), citado por Saiz (1994:190), habla de dos componentes de la comprensión:

- Una se expresa más bien en términos de semántica. “Comprender” es ser capaz de reconocer las ocasiones de utilizar el conocimiento y de invertirlo en nuevos dominios.
- La otra se expresa en términos de necesidades lógicas o matemáticas o, de forma más general, sintácticas. El alumno que

puede comprender puede razonar sobre su saber, analizarlo o combinarlo con otros.

Por ello, señala Brousseau (1987), en la práctica escolar en general los docentes realizan una distinción entre: aquellas actitudes que apuntan a la adquisición de los saberes institucionalizados, tales como los algoritmos de cálculo, las definiciones canónicas o las propiedades fundamentales; y, aquellas que apuntan a la comprensión y al uso de estos saberes.

En este mismo sentido Vergnaud (1985), propone un nuevo enfoque en el estudio de los conceptos.

[...] Los conceptos, según Vergnaud implican un conjunto de situaciones que les dan significado, un conjunto de invariantes que pueden ser vistas como las propiedades distintivas del concepto y un conjunto de símbolos, utilizados en la representación del concepto.

(Vergnaud, 1985; citado en Carraher y otros, 1995 p. 152)

En palabras del propio Vergnaud (1997:6), para estudiar y comprender cómo los conceptos matemáticos son desarrollados en la mente de los niños a través de sus experiencias en la escuela y fuera de la escuela, uno necesita considerar un concepto "C" como una tripleta de tres conjuntos: $C = (S, I, R)$

- S= El conjunto de situaciones que hacen al concepto útil y significativo.
- I= El conjunto de invariantes operacionales que pueden ser usados por los individuos para tratar con estas situaciones.
- R= El conjunto de representaciones simbólicas, lingüísticas, gráficas o gestuales que pueden ser usadas para representar invariantes, situaciones y procedimientos.

Vergnaud (1997:6), señala que si uno acepta que la aproximación psicológica debe ser desarrollada social, cognitiva y epistemológicamente; es posible perfilar una agenda de investigación con los siguientes temas centrales:

- ¿Qué categorías de situaciones ofrecen oportunidades a los niños y estudiantes para formar los conceptos matemáticos en la escuela y fuera de la escuela?.

- ¿Qué procedimientos son usados por los estudiantes para enfrentar estas situaciones?, ¿Cuáles son útiles o inútiles?, ¿Bajo qué condiciones?, ¿En qué conceptos implícitos y teoremas se basan?
- ¿Qué procedimientos son pensados?, ¿Cuáles desarrollados espontáneamente?, ¿Qué hacen los profesores, padres y pares para ayudar a los estudiantes?.
- ¿Qué palabras, afirmaciones y expresiones simbólicas son usadas por los sujetos?
- ¿Qué tipos de situaciones, encontradas fuera de la escuela, debemos introducir en el aula para hacer significativos ciertos conceptos matemáticos?

De acuerdo con Carraher y otros (1995), al usar una definición de conceptos que considera a los invariantes como las propiedades que definen a los conceptos y a las situaciones como los eventos que dan significado a los conceptos, Vergnaud demuestra que el aislamiento total entre una estructura cognoscitiva y su utilización es teóricamente impropio.

[...] Aunque los invariantes pueden ser universales, los conceptos definidos por los mismos invariantes no son idénticos, porque las diferencias culturales que operan en la creación de situaciones que dan significado a los conceptos y en la colección de formas de representación resultan de diferentes organizaciones.

(Carraher y otros, 1995, p. 153)

Finalmente, Saiz (1994), señala que el contexto es fundamental en la construcción del significado de las operaciones aritméticas y de los algoritmos de las operaciones. Según esta autora el aprendizaje de los algoritmos aritméticos debe de estar estrechamente vinculado con el contexto:

[...] Pero aislado de su "contexto" los algoritmos se convierten en respuestas adquiridas para preguntas "a venir" sobre las cuales no se sabe mucho. Los algoritmos se aprenden sabiendo que servirán para resolver problemas, pero se ignora de qué problemas se trata.

(Saiz, 1994, p.192)

La variación del desempeño matemático a través de contextos

La variación del desempeño matemático de los niños en diferentes contextos ha sido ampliamente estudiado. Una de las principales conclusiones a las que han llegado la mayoría de los estudios es a evidenciar una marcada discrepancia en el desempeño de los niños entre su práctica matemática escolar y su práctica matemática de fuera de la escuela.

Carraher y otros (1995b), señalan que en algunos de los estudios realizados se observa que el desempeño de los niños, además de haber sido claramente superior en el examen informal, donde las operaciones están inscritas en situaciones reales, en el examen formal fue también mejor en los problemas con situaciones imaginarias que en las operaciones simples.

En otro de los estudios, se observa una clara diferencia entre las habilidades matemáticas usadas en la vida cotidiana y las matemáticas escolares; lo cual nos lleva a plantearnos la necesidad de establecer ciertos vínculos entre esta dos prácticas matemáticas, para mejorar el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la educación primaria.

Esta situación aparece con mayor claridad en los estudios realizados por Carraher, Carraher y Schliemann (1982,1985):

[...] Carraher, Carraher y Schliemann (1982; 1985), preocupados por el problema del fracaso escolar de estas criaturas que demostraban un conocimiento matemático en la calle resolvieron investigar, en un estudio controlado, las diferencias en el desempeño en problemas semejantes a los que ocurren en el trabajo, sólo que sin presentarla en forma igual a la utilizada en la escuela.... pudieron así comprobar que, aunque los problemas aritméticos en su estudio incluyesen los mismos números y las mismas operaciones, el índice de éxito de los niños en la calle, al resolver problemas mientras trabajaban, era del 98%, en tanto que en los ejercicios de cálculo de tipo escolar, este índice caía hasta el 37%.

(Carraher, Carraher y Schliemann 1982, 1985;
citados por Carraher, y otros, 1995c, p. 49)

Dentro de este contexto general, los problemas aritméticos eran presentados en tres situaciones: a) una situación simulada de venta, en el

cual el niño desempeñaba el papel de dueño de una tienda y el examinador era el cliente; b) en forma de problemas verbales, como pequeñas historias, o c) como ejercicios de cálculo, es decir, como cuentas para resolver.

Algunas conclusiones básicas de este estudio y que apoyan nuestra hipótesis sobre la necesidad de una contextualización de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria son:

- El desempeño de los niños en los problemas verbales, aunque los objetos no estaban presentes, fue equivalente al que tuvieron en la situación de venta.
- El procedimiento oral era el preferido en las situaciones de venta y de problemas orales y el procedimiento escrito era el más frecuente en los ejercicios de cálculo.
- A pesar de que se demostró que el procedimiento oral es un camino más eficiente para la ejecución de las operaciones aritméticas cuando lo usa este grupo de niños, ni los más hábiles, ni los menos hábiles procuraron limitarse a utilizar ese tipo de resolución.
- Los procedimientos escolares para la resolución de los ejercicios de cálculo hacían uso de dos tipos de recursos: la memorización de resultados de sumas, restas y multiplicaciones, y los algoritmos que utilizan la representación numérica escrita.

Pareciera ser, de acuerdo a los resultados de estos estudios, que ciertas características de las situaciones cotidianas y escolares en donde los alumnos realizan prácticas matemáticas influyen considerablemente en el desempeño de los alumnos para resolver problemas y en el tipo de procedimientos que aparecen en el proceso de resolución.

Así es señalado por Carraher y otros (1995c):

[...] Situaciones que presentan las cantidades dentro de una interacción significativa, tal como calcular el valor del cambio en una compra o el número de alumnos en una escuela, parecen llevar al niño a adoptar un procedimiento de resolución de problemas del tipo manipulación de cantidades. La preservación del significado del problema dentro de este enfoque incluye dos aspectos de significación: a) las cantidades físicas que están siendo cuantificadas (carritos, dinero, etc.); b) el significado del propio cuantificador dentro del sistema numérico (centenas,

decenas, unidades). Aunque los pasos para la resolución de los problemas por medio de esas heurísticas de descomposición y agrupamiento repetido hubiesen podido ser escritos, la forma escogida fue, casi siempre, oral. Por el contrario, las operaciones del tipo ejercicio de cálculo, que por lo común se hacen en el salón de clases, en que sólo se presentan números, parecen favorecer soluciones mediante el uso de algoritmos escritos. Este tipo de procedimiento lleva al niño a enfocar la atención en los símbolos escritos, perdiendo, así, tanto el significado de las transacciones que están siendo cuantificadas como el significado de los algoritmos dentro del sistema de cuantificación. .

(Carraher, y otros, 1995c, p. 69)

Los estudios realizados por Abreu, Bishop y Pompeu (1997), también dan cuenta de la diferencia en el desempeño de los niños entre sus prácticas matemáticas escolares y de fuera de la escuela.

[...] La principal pregunta que nosotros teníamos en mente cuando hicimos las observaciones de aula, era si las prácticas de enseñanza permitían a los niños traer sus matemáticas de fuera de la escuela a la escuela. Para las cuatro aulas, las observaciones demostraron que la matemática escolar es enseñada como “la única manera de resolver problemas”. Los profesores basaban sus programas en los libros de texto, no los relacionaban con la cultura matemática local de los niños.

(Abreu, Bishop y Pompeu, 1997, p. 240)

[...] En resumen nosotros observamos que (a) los niños que tienen dificultades matemáticas en la escuela pueden tener éxito en muchos problemas matemáticos usando sus prácticas de fuera de la escuela; (b) que los éxitos están particularmente vinculados al el uso de matemáticas orales; (c) que los niños tenían más dificultades en la resolución de problemas matemáticos cuando usaban las matemáticas escolares, pero solo raramente intentaban relacionar las matemáticas de fuera de la escuela con la escolar.

(Abreu, Bishop y Pompeu, 1997, p. 240)

Para Abreu, Bishop y Pompeu (1997):

[...] Cuando los individuos están enfrentados con situaciones fuera de la escuela que potencialmente involucran problemas matemáticos, ellos ya no siguen una rígida secuencia de estrategias cognitivas para resolver estos problemas. Ya que los individuos están más en control, ellos se enfrentarán matemáticamente con el problema o seguirán otras rutas.

(Abreu, Bishop y Pompeu, 1997, p. 236)

De la misma manera, parece ser que esta forma tradicional de proponer la enseñanza de la operatoria, aislada de situaciones

problemáticas, interfiere en el aprendizaje comprensivo de los procedimientos o algoritmos aritméticos.

[...] Ese análisis cualitativo de los resultados sugiere que los algoritmos que se enseñan en la escuela para realizar las operaciones aritméticas pueden constituir un obstáculo para el razonamiento del niño, tal vez por interferir con el significado de los propios números con los cuales el niño debe de operar.

(Carraher, y otros 1995b, p. 39)

Masinglia y Davidenko (1996), señalan que la práctica matemática escolar y de fuera de la escuela son diferentes, que obedecen a diferentes objetivos y que eso de alguna manera es lo que explica la diferencia en el desempeño del alumno en uno u otro contexto.

Nunes (1993), y Lester (1989), citados por Masinglia y Davidenko (1996) explican esa diferencia en la práctica matemática en ambos contextos en función de los objetivos perseguidos por las personas en uno u otro contexto.

[...] Esta diferencia en la práctica matemática parece ser explicada por el hecho que: a) los problemas en las situaciones de la vida diaria están incluidos en contextos que son significativos y estos motivan y apoyan la actividad de resolución de problemas (Lester 1989) y b) las matemáticas usadas fuera de la escuela son un herramienta al servicio de algunos amplios objetivos y no un objetivo en sí mismo como es en la escuela

(Nunes, 1993; citado en Masinglia y Davidenko, 1996, p. 176)

[...] El conocimiento construido en situaciones fuera de la escuela a menudo es desarrollado en actividades que: a) ocurren en situaciones familiares, b) están presentando dilemas, c) tienen objetivos dirigidos, d) usan el propio lenguaje del aprendiz y, e) a menudo ocurren en una situación de aprendizaje seguido por observación de destrezas y pensamientos involucrados en el desempeño experto

(Lester, 1989; citado en Masinglia y Davidenko, 1996, p. 176)

Para Masinglia y Davidenko (1996), la realización de conexiones es fundamental en la construcción del conocimiento matemático y ésta pudiera ser precisamente la función de las situaciones problemáticas propuestas en la escuela para aprender matemáticas.

La generalización señalan Masinglia y Davidenko (1996), no es usualmente un objetivo de la práctica matemática de fuera de la escuela. Sin embargo, conocer y usar la práctica de las matemáticas de fuera de la escuela de los estudiantes es importante en las situaciones escolares

porque proporcionan los contextos en los cuales los estudiantes pueden hacer conexiones. Hacer conexiones es esencial en la construcción del conocimiento matemático pero en la actualidad está ausente en el salón de clases.

Los usos de las matemáticas fuera de la escuela nos debiera permitir comprender la importancia de usar situaciones significativas en la enseñanza de las matemáticas escolares. Situaciones que en primera instancia permitirían a nuestros alumnos la construcción del sentido del conocimiento matemático.

Así, y de acuerdo con Carraher y otros (1995), a pesar de que todos reconocemos que los alumnos pueden aprender sin que lo hagan en el salón de clases, tratamos a nuestros alumnos como si nada supiesen sobre tópicos todavía no enseñados.

[...] Estos estudios demuestran que un problema no pierde el significado para el niño porque se use uvas en lugar de peras, o peras en lugar de uvas como la fruta del ejemplo. Lo pierde porque la resolución de problemas en la escuela tiene objetivos que difieren de aquellos que nos mueven para resolver problemas de matemáticas fuera de la clase. Pierde el significado también porque en la clase no estamos preocupados por situaciones particulares, sino por reglas generales, que tienden a vaciar el significado de las situaciones. Pierde el significado también porque lo que le interesa a la profesora no es el esfuerzo de un alumno por resolver el problema, sino la aplicación de una fórmula, de un algoritmo, de una operación predeterminada por el capítulo en que se inserta el problema o por el año escolar en que está el niño.

(Carraher y otros, 1995, p. 23)

7. APRENDIZAJE Y ENSEÑANZA DE LA RESTA EN LA ESCUELA PRIMARIA

La preocupación por el aprendizaje y enseñanza de las operaciones aritméticas elementales, y en particular por la operación de resta o sustracción, se ha reflejado siempre tanto en el currículum formal de la educación primaria como en el proceso instruccional.

La enseñanza de la resta en la escuela primaria, fundamentalmente en los primeros grados de escolaridad, continúa generando debates entre los profesores, principalmente en torno a los procedimientos de cálculo más o menos adecuados para enseñar a los niños; dejando de lado la discusión sobre el sentido o significado de la operación misma.

Por otra parte, no son pocos los aprendices que tienen serias dificultades en el aprendizaje de este tema y que terminan, en el mejor de los casos, mecanizando un procedimiento de cálculo que no comprenden y que difícilmente sabrán aplicar a situaciones o problemas de su entorno.

Esta situación, que no es privativa del tema de la resta, nos obliga a reflexionar más ampliamente sobre una serie de aspectos relacionados con el currículum de matemáticas para la educación primaria.

Por ello, en el presente capítulo intentaremos dar una visión general sobre el enfoque actual en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria; particularmente sobre la naturaleza de la matemática escolar, los fines y objetivos de la educación matemática, los contenidos de aprendizaje, y las características de un proceso instruccional acorde con las concepciones anteriores.

De igual forma abordaremos de manera más específica algunos temas fundamentales sobre el aprendizaje y enseñanza de la resta en la escuela primaria: los objetivos y estándares curriculares para la resta, el significado de la operación de resta, los problemas de tipo aditivo, así como los procedimientos convencionales y no convencionales para restar.

Aspectos fundamentales del enfoque actual en la enseñanza de las matemáticas

Desde hace más de dos décadas se ha venido planteando una profunda crítica a la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria. Esta crítica proviene tanto de representantes de enfoques psicopedagógicos y didácticos muy variados, como de diversas organizaciones de profesionales de la educación y de organismos educativos internacionales.

La falta de vinculación de la enseñanza de las matemáticas con las necesidades de la sociedad y con las de los propios estudiantes, el fracaso escolar en el aprendizaje de las matemáticas y las emociones negativas que despierta en un amplio sector de la población, son sólo algunos de los problemas señalados por los expertos.

Lo anterior nos lleva a plantearnos la necesidad de discutir el problema de los fines de la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria, la naturaleza de las matemáticas, y la pertinencia de los contenidos de aprendizaje y del proceso instruccional.

Los fines de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria

La importancia que la enseñanza de las matemáticas en la escuela tiene para el desarrollo personal y social de los aprendices está fuera de toda discusión.

Según el NCTM (2000), la necesidad de entender y ser capaz de usar las matemáticas en la vida diaria y en el trabajo nunca ha sido más grande y continuará aumentando en distintos ámbitos:

- Matemáticas para la vida.
- Matemáticas como un parte de la herencia cultural.
- Matemáticas para el trabajo.
- Matemáticas para la comunidad científica y técnica.

La complejidad de la educación matemática en la sociedad actual, conlleva un alto nivel de compromiso y corresponsabilidad de los distintos

agentes sociales involucrados en el diseño y desarrollo del currículum de matemáticas para la educación primaria.

[...] Las decisiones tomadas por los profesores, administradores escolares, y otros profesionales sobre el contenido y carácter de las matemáticas escolares, tiene importantes consecuencias tanto para los estudiantes como para la sociedad.

(NCTM, 2000, p. 16)

La demanda de cambio para las matemáticas escolares hace pensar que se necesitan nuevos objetivos que satisfagan las necesidades actuales de la sociedad y de los estudiantes.

Según Romberg (1991), dada su importancia para la sociedad no es sorprendente que las matemáticas sean universalmente aceptadas como parte del currículum escolar. De hecho es bastante frecuente dedicar poca o ninguna atención a su justificación.

De acuerdo con este autor, las finalidades de la enseñanza de las matemáticas escolares son principalmente tres :

- Una finalidad utilitaria o pragmática.
- Mejorar la capacidad de pensamiento de las personas.
- Contribuir a la cultura democrática.

Las matemáticas escolares tienen una clara finalidad utilitaria o pragmática. El conocimiento matemático es una herramienta auxiliar indispensable para el estudio de otros contenidos curriculares.

Pero la finalidad utilitaria de las matemáticas escolares tiene además un referente claro: las necesidades matemáticas de la vida adulta. En la sociedad actual, es imprescindible comprender los mensajes matemáticos que se lanzan continuamente a través de los medios de comunicación; es necesario un conocimiento matemático mínimo para analizar y tomar decisiones en el ámbito del consumo y economías personales, y con frecuencia es preciso realizar medidas y estimaciones de diferente naturaleza.

Esta perspectiva es congruente con la perspectiva funcionalista de la escolarización. Las escuelas deben producir ciudadanos productivos. Todos los alumnos deben de tener la oportunidad de estudiar más matemáticas y, algo distintas, de las que estudian en el currículum actual. Este argumento es crucial para reclamar unas matemáticas para todos.

Otra justificación para la enseñanza de las matemáticas en las escuelas es porque mejora la capacidad de pensamiento de las personas. Los alumnos expuestos a diversas experiencias matemáticas adquirirán un potencial matemático. Esta expresión comporta las aptitudes individuales para explorar, conjeturar, y razonar lógicamente; así como la aptitud para utilizar eficazmente métodos matemáticos para resolver problemas no rutinarios.

Esta idea según Romberg (1991), se basa en el reconocimiento de que las matemáticas más que un conjunto de destrezas que deban ser dominadas; incluyen métodos de investigación y razonamiento, medios de comunicación y nociones contextuales.

El aprendizaje de las matemáticas es un medio excepcional para desarrollar las capacidades cognitivas que pueden transferirse con mayor facilidad a otros dominios de aprendizaje, por lo que su inclusión en el currículum es esencial para la formación intelectual de los alumnos.

La actividad matemática no sólo contribuye a la formación de los alumnos en el ámbito del pensamiento lógico-matemático sino en otros aspectos muy diversos de la actividad intelectual como la creatividad, la intuición, la capacidad de análisis y de crítica.

Una última justificación implica lograr que los alumnos comprendan y aprecien las matemáticas por su contribución a nuestra cultura democrática.

Nuestra participación activa en la vida y en el desarrollo de la sociedad exige, cada vez más, de ciudadanos bien informados en diversos campos, entre ellos el de las ciencias.

Para Ernest (2000), las matemáticas sirven como filtro crítico para controlar el acceso a muchas áreas de estudios avanzados y a los trabajos con más éxito y mejor pagados. En este sentido señala que muchos ciudadanos que no han completado sus estudios, no han sido considerados como ciudadanos matemáticamente preparados para poder emitir juicios críticos de manera independiente en lo que se refiere al sostenimiento matemático de decisiones políticas y sociales importantes.

En este sentido, es esencial adquirir una cierta base de conocimiento que nos permitan tomar decisiones conscientes.

En síntesis, según Romberg (1991), la enseñanza de las matemáticas deberá responder a varias perspectivas: formar la base de las matemáticas del mañana y preparar a los que van a usarlas para que lo hagan de forma consciente, tanto en el plano del desarrollo científico y tecnológico, como en el de la vida cotidiana y la participación ciudadana.

Por otra parte, de acuerdo a los estándares para el currículum y evaluación de matemáticas elaborados por el NCTM (1989), como respuesta de la comunidad matemática educativa a la actual crisis en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, la mayoría de los estudiantes necesitan aprender más y muchas veces mejores matemáticas. No sólo los enfoques didácticos y contenidos matemáticos deben de cambiar, sino también la metodología de enseñanza.

El NCTM (1989), propone las siguientes metas para la enseñanza de las matemáticas; cuatro sociales y cinco para los alumnos:

Las cuatro metas sociales generales para la enseñanza de las matemáticas son:

- Ser capaz de resolver problemas.
- Aprender a comunicarse matemáticamente.
- Aprender a razonar matemáticamente.
- Saber valorar las matemáticas.
- Tener confianza en su capacidad de hacer matemáticas.

Las metas anteriores implican que los estudiantes deben tener numerosas y variadas experiencias relacionadas con las matemáticas que les permitan:

- Resolver problemas complejos.
- Leer, escribir y discutir matemáticas.
- Formular conjeturas, probar y formular argumentos acerca de la validez de una conjetura.
- Valorar la empresa intelectual llamada matemática, los hábitos del pensamiento matemático y el papel de la matemática en el quehacer humano.
- Explorar, adivinar y cometer errores para ganar confianza en sus recursos intuitivos personales.

En la versión revisada de los Principios y Estándares para la Educación Matemática, el NCTM (2000:16), presenta seis principios que orientan el desarrollo y evaluación del currículum de matemáticas para los próximos años.

Los seis principios para las matemáticas escolares son:

- **Equidad.** La excelencia en la educación matemática requiere equidad, altas expectativas y fuertes apoyos para todos los estudiantes.
- **Currículum.** Un currículum es más que una colección de actividades. Debe ser coherente y centrado en las matemáticas importantes, y estar bien articulado a través de los grados.
- **Enseñanza.** La enseñanza efectiva de las matemáticas requiere entender qué es lo que los estudiantes conocen y necesitan aprender y entonces desafiarlos y apoyarlos para aprenderlo bien.
- **Aprendizaje.** Los estudiantes deben de aprender matemáticas con comprensión, construyendo activamente nuevos conocimientos desde sus experiencias y conocimientos previos.
- **Valoración.** La valoración debe de apoyar el aprendizaje de matemáticas importantes y suministrar información útil para profesores y estudiantes.
- **Tecnología.** La tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; influye en las matemáticas que se enseña y mejora el aprendizaje de los estudiantes.

De acuerdo al NCTM (2000), alcanzar los estándares y principios señalados por este organismo es una tarea ambiciosa, compleja, que requiere del concurso e integración de todos los componentes involucrados en el proceso educativo.

[...] La visión de la educación matemática descrita en los principios y estándares es altamente ambiciosa. Alcanzarlos requiere una sólido currículum de matemáticas, maestros competentes y conocedores que puedan integrar instrucción con valores, políticas educativas que aumenten y apoyen el aprendizaje, aulas preparadas para acceder a la tecnología y un compromiso tanto con la equidad como con la excelencia.

(NCTM, 2000, p. 4)

La naturaleza de las matemáticas

Romberg (1991), señala que la mayoría de la población percibe las matemáticas como un conjunto de conocimientos fijos, tradicionalmente establecidos en su forma definitiva. Su materia es el manejo de los números y la demostración de deducciones geométricas. Es una disciplina fría y austera que no permite la valoración ni la creatividad. Contrariamente a esta percepción común, las matemáticas constituyen un producto social.

Apoyándose en la investigación en la sociología del conocimiento Romberg (1991), señala diversos aspectos de la relación entre las matemáticas y la cultura.

En primer lugar (Romberg 1991:328), las matemáticas han sido creadas por los seres humanos. En el curso de su evolución, los objetos matemáticos fueron creados como respuesta a problemas sociales y han contribuido al desarrollo de la sociedad contemporánea. El principal objetivo de cualquier trabajo matemático es el de ayudar a los seres humanos a dar sentido al mundo que los rodea.

La perspectiva histórica muestra claramente que las matemáticas son un conjunto de conocimientos en evolución continua y que en dicha evolución desempeña a menudo un papel de primer orden su interacción con otros conocimientos y la necesidad de resolver determinados problemas prácticos. En segundo lugar todas las culturas desarrollan históricamente algún tipo de matemáticas para comunicarse.

Las matemáticas han sido un acontecimiento importante en todas las sociedades. Las matemáticas son creadas por los seres humanos para responder a visiones sociales del mundo y no son un conjunto platónico de objetos.

En tercer lugar, en la cultura contemporánea hay varias culturas matemáticas. Las escuelas insisten en las matemáticas formales académicas, pero no en las matemáticas desarrolladas y utilizadas por los agricultores, los carpinteros, los sastres y otros. Cada uno de estos grupos sociales han tenido la necesidad de desarrollar sus conocimientos matemáticos propios.

En cuarto lugar, se encuentra la aportación que cada una de las personas, en lo individual, aporta al grupo escolar.

[...] Los alumnos aportan su propia cultura a la clase de matemáticas. Somos una sociedad multicultural y cada uno es un producto de un grupo cultural determinado.

(Romberg, 1991, p. 330)

En resumen y de acuerdo a Romberg (1991):

[...] Las matemáticas son algo más que una vasta colección de conceptos y destrezas. Son algo que ha sido creado en todas las culturas. Además los matemáticos las practican como miembros de un grupo que responde a nuestra cultura evolutiva y contribuyen a ella. Y por último la cultura matemática y las matemáticas escolares no son idénticas.

(Romberg, 1991, p. 331)

Todos los alumnos necesitan experimentar la búsqueda de modelos en todos los niveles. Las matemáticas no son un conjunto fijo de conceptos y destrezas que deben ser dominados, sino una ciencia empírica. Las matemáticas como el resto de las disciplinas científicas, aglutinan un conjunto de conocimientos con unas características propias y una determinada estructura y organización internas. Lo que confiere un carácter distintivo al conocimiento matemático es su enorme poder como instrumento de comunicación conciso y sin ambigüedades gracias a la amplia utilización de diferentes sistemas de notación de naturaleza muy diversa, poniendo de relieve algunos aspectos y relaciones no directamente observables y permitiendo anticipar y predecir hechos, situaciones o resultados que todavía no se han producido (Romberg 1991).

Siguiendo a Romberg (1991), hay cuatro actividades relacionadas que son comunes a todas las matemáticas: la abstracción, la invención, la prueba y la aplicación.

[...] El proceso de abstracción es fácil de reconocer. Operamos con números abstractos sin ocuparnos de relacionarlos con situaciones específicas o concretas. El proceso de abstracción es característico de todas las ramas de las matemáticas.

(Romberg, 1991, p. 334)

Las abstracciones matemáticas se distinguen, por tres características. En primer lugar se ocupan sobre todo de modelos. En segundo lugar se producen en una secuencia cada vez mayor de grados de abstracción que el de otras ciencias. Por último las matemáticas como tales se mueven casi

completamente en el terreno de los conceptos abstractos y de sus interrelaciones (Romberg 1991).

Sin embargo, en el proceso histórico de construcción de las matemáticas el razonamiento empírico-inductivo ha desempeñado un papel a veces mucho más activo que el razonamiento deductivo en la elaboración de nuevos conceptos.

La invención comporta la creación de una ley o de una relación. Existen dos aspectos en todas las invenciones matemáticas: la conjetura (o suposición) sobre una relación, seguida por la demostración de la validez lógica del enunciado. Todas las ideas matemáticas (incluidas las nuevas abstracciones) son invenciones.

Es importante diferenciar el proceso de construcción lógica del conocimiento matemático de las características de dicho conocimiento en su estado avanzado de elaboración.

La formalización, la precisión y la ausencia de ambigüedades del conocimiento matemático no es el punto de partida, sino el punto de llegada de un largo proceso de aproximación a la realidad, de construcción de instrumentos intelectuales eficaces para conocerla, analizarla y transformarla (DCB, 1991).

Como ciencia constituida las matemáticas se caracterizan por su precisión, por su carácter formal y abstracto, por su naturaleza deductiva y por su organización a veces axiomática. Sin embargo, tanto en la génesis histórica como en su apropiación individual por los alumnos la construcción del pensamiento matemático es inseparable de la actividad concreta sobre los objetos, de la intuición y las aproximaciones inductivas impuestas por la realización de tareas y la resolución de problemas particulares (DCB, 1991).

La prueba es una más de las actividades que es común a todas las matemáticas:

[...] Ninguna proposición se considera un producto matemático hasta no haber sido probada por un argumento lógico. La exigencia de la prueba para un teorema abarca a todas las matemáticas.... probar un teorema significa que el matemático lo deduce mediante un argumento lógico a partir de las propiedades fundamentales de los conceptos relacionados con dicho teorema.

(Romberg, 1991, p. 335)

Otra característica de las matemáticas, es la amplitud excepcional de sus aplicaciones.

[...] En primer lugar utilizamos constantemente en la esfera económica y en la social y privada, los más variados conceptos y resultados de las matemáticas sin pensar en lo absoluto en ellos... En segundo lugar la tecnología moderna sería imposible sin las matemáticas. Prácticamente ningún proceso técnico podría llevarse a cabo sin construir un modelo matemático abstracto como base para realizar una secuencia de cálculos más o menos complejos... Por último todas las ciencias, en menor o mayor medida utilizan básicamente las matemáticas: el progreso de las ciencias habría sido completamente imposible sin las matemáticas.

(Romberg,1991, p. 335)

En resumen y de acuerdo con Romberg (1991), las matemáticas son:

[...] Una invención de la razón humana, son una vasta colección derivadas de la búsqueda de soluciones a los problemas sociales. Las abstracciones e invenciones nos ayudan a dar sentido a nuestro mundo y a nosotros mismos. Esto es cierto independientemente de que haga hincapié en la resolución de problemas, la búsqueda de modelos, la matematización, la abstracción, la invención, la prueba o la aplicación. La adquisición de conceptos y las destrezas es inútil a menos que se utilicen en la “práctica de las matemáticas”.

(Romberg,1991, p. 335)

Enfoque epistemológico de los programas de matemáticas para la educación primaria

Los actuales programas oficiales de matemáticas para la educación primaria de España y México parten de una crítica al enfoque formalista de las matemáticas, resaltando los orígenes empíricos del conocimiento matemático y la importancia de los métodos inductivo y deductivo en la construcción del conocimiento matemático.

Señalan la relación entre la realidad y la actividad matemática, presentan una visión dinámica de las matemáticas, resaltan su relación con otras áreas del conocimiento y la necesidad de resolver problemas prácticos.

Desde el punto de vista del lenguaje se señala el poder comunicativo del lenguaje matemático y en particular del simbólico, que permite explicitar relaciones no observables y predecir hechos.

Respecto al aprendizaje de las matemáticas se señala la importancia de partir de lo que el alumno ya sabe así como de presentar los contenidos en un contexto de resolución de problemas. Se considera que los errores y la intuición espontánea forman parte del proceso de aprendizaje.

En el caso del currículum actual para la educación primaria en España; Callejo y Cañón (1996), señalan que:

[...] ... se ha producido una ruptura epistemológica significativa pues el currículum presenta una visión de las matemáticas cercana a las corrientes falibilistas y empiristas y se considera que los alumnos construyen sus conocimientos en interacción con otros sujetos y con el contexto social, cultural y escolar, en que tiene acceso al mismo.

(Callejo y Cañón, 1996, p.90)

En síntesis, según el análisis realizado por Callejo y Cañón (1996), se han dado una serie de cambios epistemológicos en el currículum de matemáticas para la educación primaria en España desde 1970 hasta la fecha:

[...] ... si entonces se presentaba la Matemática en forma deductiva, ahora se destaca el papel del método inductivo, si entonces se consideraba la matemática como lenguaje, ahora se consideran, junto a éste, otros aspectos de la matemática; si entonces no se decía casi nada de cómo se aprende, ahora se apuesta por una construcción psicológica y social del conocimiento. Por tanto encontramos una visión de la matemática centrada fundamentalmente en la construcción social del conocimiento y una concepción de su enseñanza/aprendizaje centrada esencialmente en el sujeto.

(Callejo y Cañón, 1996, p.38)

EL currículum vigente de matemáticas para la educación primaria en México (SEP 1993), es coherente con la visión de la educación matemática enmarcada en este capítulo y con los fines y objetivos de la enseñanza de las matemáticas enunciados anteriormente. En este documento se replantea fundamentalmente el enfoque didáctico dado a las matemáticas en los programas anteriores, proponiendo como fin más importante de la enseñanza de las matemáticas el planteamiento y la resolución de problemas.

[...] Las matemáticas se conciben en el currículum oficial como un conjunto de conocimientos en evolución continua y en cuyo desarrollo ha jugado un papel importante su vinculación a problemas prácticos del hombre. El aprendizaje de los

contenidos matemáticos (conceptos, habilidades, procedimientos, etc.) tendrá sentido en la medida que los alumnos pueden hacer uso de ese conocimiento como una herramienta en la solución de problemas de su entorno.

(SEP, 1993)

Los contenidos de aprendizaje

La evolución contrastante de nuestra sociedad actual y la influencia cada vez mayor del desarrollo tecnológico sobre las formas de vida y de producción hacen que muchos conocimientos que se consideran necesarios en un momento determinado puedan devenir obsoletos en un lapso de tiempo relativamente corto.

La rapidez con que se producen los cambios tecnológicos y científicos, la relativa previsibilidad de los mismos y la incidencia que pueden llegar a tener en la vida cotidiana, hace que sea difícil predecir cuáles van a ser las necesidades de conocimientos concretos de los ciudadanos.

Según Howson (1991), lo que puede predecirse con seguridad es que serán unas necesidades cambiantes a lo largo de una generación. Las necesidades de formación matemática en la perspectiva laboral serán igualmente cambiantes, pues al impacto probable de los cambios tecnológicos y científicos hay que añadir la previsión de que, en el futuro, la mayoría de los trabajadores se verán obligados a cambiar de empleo varias veces en el transcurso de su vida. Estas previsiones sugieren la necesidad de proceder a una revisión de los contenidos matemáticos propios de la educación básica.

De acuerdo al DCB (1991), es necesario en primera instancia la inclusión de contenidos que garanticen un aprendizaje más funcional y adaptado a las circunstancias cambiantes descritas con anterioridad.

En la escuela se le debe de dar un tratamiento equilibrado al aprendizaje de contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales.

Los contenidos de tipo conceptual se refieren al aprendizaje de hechos, conceptos y principios.

Los contenidos procedimentales, incluirían tres grandes categorías de procedimientos :

- Habilidades en la comprensión y en el uso de diferentes lenguajes matemáticos y del vocabulario y simbología específicos de cada uno.
- Las rutinas y algoritmos particulares (resolver una ecuación, usar la calculadora...), las destrezas de tipo práctico (medir un ángulo, dibujar polígonos...) que se caracterizan por tener un propósito muy concreto y unas reglas de uso claras y bien secuenciadas.
- Estrategias generales (heurísticas) que requieren la puesta en juego de una gran cantidad de conocimientos y relaciones entre ellos. Estimar, comprobar y refutar hipótesis, demostrarlas, generalizar relaciones y propiedades, buscar regularidades y pautas, simplificar tareas (probar un caso más sencillo, dividiendo en subtareas) son ejemplos típicos de estrategias generales.

Los contenidos de tipo actitudinal hacen referencia a la apreciación y valoración positiva de las matemáticas en cualquiera de sus múltiples aspectos, como ciencia útil para resolver problemas de la vida cotidiana o por sus aplicaciones a otras ramas del conocimiento.

En este mismo orden de cosas, la percepción de las matemáticas como ciencia abierta y no dogmática donde los resultados no pueden leerse en términos absolutos sino que se deben interpretar en función del contexto, contribuye a que los alumnos adquieran una actitud crítica consigo mismos y con su entorno.

Otro aspecto fundamental de la valoración que el alumno hace de las matemáticas es la confianza en su capacidad para aprenderlas y utilizarlas pertinentemente.

Así mismo, hay que considerar actitudes más directamente relacionadas con el ámbito de la organización y hábitos frente al trabajo. La actividad matemática no sólo se caracteriza por ser sistemática y precisa, sino que fomenta la curiosidad y el interés por investigar y resolver problemas que necesitarán las más de las veces una dedicación tenaz y concentrada.

La creatividad en la formación de conjeturas y soluciones, la flexibilidad necesaria para cambiar el punto de vista desde donde se va a

enfocar un problema, la autonomía intelectual para enfrentarse con situaciones desconocidas, son otras de las actitudes que pueden desarrollarse a través de las matemáticas.

La consideración de contenidos procedimentales y actitudinales en los programas de matemáticas es fundamental dada la prioridad que hasta ahora han tenido los contenidos de tipo informativo (hechos y conceptos).

Se requiere redefinir el énfasis que se le ha venido dando al aprendizaje de ciertos contenidos en detrimento de otros no sólo a nivel de currículum formal, sino fundamentalmente, en la práctica de la enseñanza de las matemáticas.

Sobre lo anterior nos parece importante recuperar las recomendaciones dadas por la NCTM (1991). Lo que estos expertos recomiendan es desarrollar un currículum con las siguientes características:

- Riqueza en situaciones problema.
- Comunicación con y acerca de las matemáticas.
- Amplitud en los tópicos.
- Uso de la tecnología como la calculadora, computadora y video.

La enseñanza debe ser tal que los alumnos participen activamente en el proceso de aprendizaje, poniendo énfasis en el uso de recursos didácticos como material de manipulación de toda clase, todo esto considerando las características cognitivas de los alumnos de este nivel educativo.

Orientaciones didácticas generales para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria

De las ideas expuestas en los apartados anteriores podemos derivar algunas recomendaciones generales para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. La mayoría de éstas están retomadas del Diseño Curricular Base del área de matemáticas (DCB,1991). Estas orientaciones didácticas sintetizan la postura que asumimos sobre la visión de las matemáticas, los fines de su enseñanza, el enfoque didáctico y los contenidos que deben de orientar de manera particular la enseñanza de la resta en la escuela primaria.

- Priorizar el aspecto funcional de las matemáticas, favoreciendo la aplicación de los conocimientos fuera del ámbito escolar.
- Favorecer la construcción progresiva del conocimiento matemático a través de una vía inductiva tomando en consideración la propia actividad del alumno y utilizando sus intuiciones, tanteos y aproximaciones heurísticas como punto de partida para una reflexión que conduzca, de forma progresiva, a planteamientos más formales y deductivos.
- Considerar la resolución de problemas como la finalidad más importante en el aprendizaje de las matemáticas. Debe ser el eje sobre el que se aprendan, apliquen, o desarrollen conceptos y habilidades matemáticas.
- Desarrollar en el niño una actitud positiva hacia las matemáticas.
- Favorecer la utilización de estrategias personales en la resolución de problemas.
- Relacionar las matemáticas con situaciones significativas que den sentido al aprendizaje y utilizar las actividades descontextualizadas y a nivel de la escritura formal cuando los alumnos hayan avanzado en la comprensión de los conceptos.
- Estimular el uso del cálculo mental con el fin de desarrollar los conocimientos matemáticos intuitivos antes de pasar a su formalización.
- Favorecer el aprendizaje grupal a través del intercambio de ideas, la discusión y la reflexión sobre las experiencias matemáticas de los niños.
- Utilizar los distintos ámbitos de experiencia de los alumnos como fuente de experiencia matemática. Estos ámbitos pueden ser escolares y extraescolares.
- Establecer un puente entre los conocimientos formales que se desean enseñar y el conocimiento práctico del que el niño dispone.
- Considerar los errores de los niños como parte del proceso de aprendizaje animándolos a hacer estimaciones y tanteos.

- Utilizar materiales manipulables como un recurso importante para el aprendizaje de las matemáticas. Su uso favorece la observación, la experimentación y la reflexión necesarias para construir sus propias ideas matemáticas.
- Enseñar la representación matemática desde el primer momento ligada a su significado.
- Trabajar simultáneamente en los planos de la acción, la verbalización, la representación simbólica para favorecer el aprendizaje de los conceptos.
- Utilizar el juego como contexto para desarrollar, aplicar y ejercitar conceptos y habilidades matemáticas, así como actitudes de colaboración entre los niños.
- Aprovechar las múltiples situaciones que se dan en el aula para cuantificar, utilizar los números y operar matemáticamente.
- Dar menor importancia a la automatización de cálculos largos y tediosos, permitiendo realizar actividades que pongan el acento en dar sentido a los datos, elegir estrategias de actuación e interpretación de resultados.
- Utilizar recursos tecnológicos como la calculadora, el video y el ordenador.

Aspectos fundamentales en el aprendizaje y enseñanza de la resta

En este apartado revisaremos algunos aspectos conceptuales sobre el aprendizaje y enseñanza de la resta en la escuela primaria. Esto nos permitirá identificar qué es lo que los niños han de aprender sobre este tema y a qué contenidos específicos sobre la resta la escuela elemental debe dar prioridad en el proceso didáctico.

Los aspectos fundamentales que revisaremos están relacionados con: los objetivos y estándares curriculares que se proponen para este tema, y la distinción conceptual entre los diferentes aspectos involucrados en el aprendizaje de esta operación aritmética (significado de la operación, la representación de la operación, los procedimientos convencionales y no convencionales para restar).

Objetivos y estándares curriculares

La enseñanza de las operaciones aritméticas elementales en la escuela primaria (suma, resta, multiplicación y división) constituye un contenido fundamental en el currículum de matemáticas para este nivel educativo.

Sin embargo como dice Vergnaud (1991), en la escuela primaria suele suceder que confundamos el concepto con su representación, de tal manera que hay una tendencia a enfatizar la enseñanza de la operatoria numérica, (procedimientos de cálculo), en detrimento de la construcción del significado de las operaciones aritméticas a partir de las situaciones en que estas operaciones funcionan como herramientas para resolver problemas.

Por ello, es conveniente revisar cuáles son los objetivos que se pretenden lograr en la educación primaria en relación al tema de la resta.

En el currículum de matemáticas vigente para la educación primaria DCB (1991), se señalan algunos objetivos generales, relacionados con las operaciones aritméticas, entre los que nos interesa rescatar aquellos que refieren especialmente a la enseñanza de la resta en este nivel educativo.

En el DCB (1991), se indica que al finalizar la Educación Primaria, como resultado de los aprendizajes realizados en el área de Matemáticas los alumnos habrán desarrollado las siguientes capacidades:

- Identificar en su vida cotidiana situaciones y problemas susceptibles de ser analizados con la ayuda de códigos y sistemas de numeración, utilizando las propiedades y características de éstos para lograr una mejor comprensión de los mismos y encontrar soluciones pertinentes.
- Identificar en su vida cotidiana situaciones y problemas para cuyo tratamiento se requieren operaciones elementales de cálculo (suma, resta, multiplicación y división), discriminando la pertinencia de las mismas y utilizando los algoritmos correspondientes.
- Utilizar instrumentos de cálculo (calculadora, ábaco...) y medida (regla, compás, etc.), decidiendo, en cada caso, sobre la posible pertinencia y ventajas que implica su uso y sometiendo los resultados a una revisión sistemática.
- Elaborar y utilizar estrategias personales de cálculo mental para la resolución de problemas sencillos a partir de su conocimiento de las propiedades de los sistemas de numeración y de los algoritmos de las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división).

Una visión más reciente sobre este tema es proporcionada por el NCTM (2000), señalando los siguientes estándares para números y operaciones: para los grados Pre-K-2:

- Comprender el significado de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras.
- Calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables.

En preescolar y hasta segundo grado de primaria todos los estudiantes deberán:

- Comprender diversos significados de la adición y sustracción de números enteros y las relaciones entre estas dos operaciones.
- Comprender los efectos de adicionar y substraer números enteros.

- Desarrollar y usar estrategias para calcular números enteros, con énfasis en la adición y sustracción.
- Desarrollar fluidez con combinaciones numéricas básicas para adicionar y sustraer.
- Usar una variedad de métodos y herramientas para calcular, incluyendo objetos, cálculo mental, estimación, papel y lápiz y calculadoras. (NCTM, 2000, p. 77)

Los estándares anteriores subrayan en principio la necesidad de que los niños aprendan diversos significados de las operaciones aditivas y desarrollen estrategias personales o no canónicas de cálculo numérico.

En el currículum de matemáticas vigente para la educación primaria en México (SEP, 1993), se propone la enseñanza de la operación de resta con números naturales en los dos primeros ciclos.

En el cuadro 7 se presentan los contenidos que los niños han de aprender en relación al tema de la resta.

Grado escolar	Contenidos de aprendizaje
Primer grado	<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento y resolución de problemas sencillos de resta, mediante diversos procedimientos, sin hacer transformaciones. • Algoritmo convencional de la resta sin transformaciones.
Segundo grado	<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento y resolución de diversos problemas de resta con números hasta de tres cifras, utilizando diversos procedimientos. • Algoritmo convencional de la resta, con transformaciones.
Tercer grado	<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento y resolución de problemas más complejos de resta con números hasta de tres cifras, utilizando diversos procedimientos (por ejemplo, problemas de búsqueda de faltantes o problemas que requieran dos operaciones para su solución).
Cuarto grado	<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento y resolución de problemas, más complejos, de resta con números hasta de cinco cifras.

Cuadro 7. Contenidos de aprendizaje del tema de la resta. SEP (1993)

A partir del cuarto grado y en el ciclo superior, se proponen como contenidos de aprendizaje la resolución de problemas y el algoritmo de la resta con números fraccionarios y decimales.

Como podemos observar en el cuadro presentado anteriormente, la enseñanza de la resta con números naturales en los primeros grados de la educación primaria se centra en los siguientes tres aspectos: el planteamiento y resolución de problemas, el desarrollo de diversos procedimientos para restar y en el aprendizaje del algoritmo convencional para restar.

El significado de la resta

Cuando hablamos de la resta como una operación aritmética debemos diferenciar fundamentalmente dos aspectos: el significado de la operación, por un lado, y los procedimientos utilizados para resolver una situación que requiere el uso de la operación para resolverla por el otro.

Un planteamiento similar es señalado por Puig y Cerdán (1988), cuando mencionan que:

[...] En el estudio de las operaciones que se hace en la escuela conviene distinguir al menos tres aspectos: conceptual, algorítmico y algebraico.

(Puig y Cerdán, 1988, p. 58)

Así mismo Dickson y colaboradores (1991), señalan las siguientes tres fases o estadios en el proceso de comprensión de la resta:

- El significado de la operación en casos concretos, del cual emerge.
- El cómputo y las primeras propiedades estructurales de las operaciones.
- La comprensión de las propiedades estructurales de las operaciones.

En la escuela primaria suele suceder que confundamos los aspectos anteriores, confundiendo el concepto de la resta con su representación; de tal manera que hay una tendencia a enfatizar la enseñanza de la operatoria numérica, (procedimientos de cálculo), en detrimento de la construcción del significado de la operación.

En relación a la enseñanza de los procedimientos para restar, se privilegian los procedimientos convencionales y poco se estimula el desarrollo de procedimientos informales o no convencionales.

Por lo anterior, nos parece importante reflexionar sobre las siguientes dos cuestiones:

- ¿Qué es la resta?
- ¿Cuándo decimos que un aprendiz ha adquirido el concepto de la resta?

En principio, habría que diferenciar entre el significado de la resta a nivel estrictamente matemático y el significado o significados que puede asumir dicha operación ante diferentes situaciones.

La definición de la sustracción como objeto matemático de dos números naturales se basa, de acuerdo con Maza (2001), en la operación conjuntista de diferencia entre conjuntos.

La operación de restar se denomina sustracción, del latín “substraere” que significa apartar, separar, extraer. Así mismo, el término resta tiene su origen en el latín “restare”, que significa sobrar, quedar (Maza, 2001 : 179).

Esta última idea también es utilizada por Freudenthal (1983), quien señala que en el dominio de los objetos la sustracción significa separar y que formalmente resulta como la inversa de la adición.

Desde otra óptica, según autores como Vergnaud (1991) y Maza (2001), no hay un único significado de la resta (o de cualquier otra operación), sino que ésta dependería del tipo de situaciones o problemas en las que este concepto funciona o se aplica.

De esta manera, el aprendiz debe enfrentarse a diferentes tipos de problemas e identificar, a partir del análisis de las relaciones entre los datos de la situación, que tales situaciones, aunque diferentes, pueden ser resueltas con una misma operación.

El significado de la operación se va construyendo a medida que los aprendices se enfrentan a una variedad de situaciones, al mismo tiempo los alumnos van desarrollando diversos procedimientos de cálculo para resolverlas y descubriendo las propiedades fundamentales de la operación.

El significado de las operaciones viene dado entonces, según Puig y Cerdán (1988), por la interpretación que cada una de estas acciones tiene en cada uno de los contextos que proporcionan significado a los números.

En este mismo sentido Dickson y otros (1991), señalan:

[...] Tenemos un ejemplo de comprensión del significado de una operación en el niño que ha captado tanto lo que se pretende decir con -pongamos por caso- 3×2 -, como la clase de situaciones a las que la expresión es aplicable. La apreciación de la estructura de las operaciones numéricas presupone la comprensión de las relaciones matemáticas inherentes a cada operación y de las existentes entre ellas.

(Dickson, y otros, 1991, p. 238)

Los problemas de tipo aditivo

Los problemas de enunciado verbal en la enseñanza de las matemáticas

De acuerdo con Verschaffel y De Corte (1997: 69), los problemas verbales constituyen una parte importante de los programas de matemáticas en la escuela elemental y han tenido diferentes funciones:

- Una función de aplicación, para entrenar a los niños a aplicar el conocimiento matemático formal y las habilidades aprendidas en la escuela a situaciones del mundo real.
- Como un vehículo para el desarrollo de la capacidad general de resolución de problemas de los estudiantes.
- Para hacer las lecciones matemáticas más placenteras o motivadoras.
- Para desarrollar un concepto particular o destreza; por ejemplo para promover una profunda comprensión de las operaciones aritméticas.

En relación a los resultados de derivados de estas funciones asignadas a los problemas verbales, Verschaffel y de Corte (1997:69), citando a Nesher (1980), Van Essen (1991) y McLeod (1992), señalan que a pesar de esta larga tradición en la práctica educativa, la literatura internacional está llena de evidencias de que los problemas verbales no cumplen bien estas funciones. Al final de la escuela elemental muchos estudiantes:

- No parecen aplicar su conocimiento matemático formal a situaciones del mundo real.
- No tienen un acceso flexible a las estrategias heurísticas y metacognitivas para atacar problemas no estándar.
- Tienen solo una débil comprensión de las operaciones aritméticas como modelos de situaciones.
- Parecen tener aversión a las matemáticas en general y a los problemas verbales en particular.

Sobre este mismo asunto Nesher (2000), señala que se tiende a creer que el motivo por el que enseñamos a resolver problemas de enunciado verbal es la aplicabilidad de las matemáticas, como primer paso hacia la modelización.

Según Nesher (2000), el fracaso en la resolución de problemas de enunciado verbal tiene dos raíces:

- La mayoría de los niños no consiguen entender la esencia misma de la tarea.
- En segundo lugar, para enseñar a los niños qué deben de hacer con los problemas de enunciado verbal y cómo pueden decidir qué modelo matemático adoptar, deberíamos comprender lo que supone esta tarea.

La percepción que los niños suelen tener de los problemas de enunciado verbal que se les presentan en la escuela, suele estar muy distante de la que tenemos los profesores.

[...] En la escuela, los problemas de enunciado verbal, aunque se supone que sirven para enseñar la aplicación de las matemáticas al mundo real, no se parecen a situaciones reales y los niños no los consideran relacionados con nada real. Son parte del ritual escolar...Mientras que para nosotros los problemas matemáticos de enunciado verbal presentan al niño situaciones de la vida real, para el niño son sólo otra de las tareas escolares, caprichosas e irrelevantes, en las que deben realizarse operaciones a partir de datos dados verbalmente.

(Nesher, 2000, p. 113)

De la misma manera Nesher (2000), señala que los enunciados que los libros de texto presentan al alumnado no describen la realidad, sino que son meros recursos pedagógicos que crean textos artificiales con el objetivo de enseñar a los alumnos a tomar modelos usando las matemáticas.

Por otra parte, la manera en que es utilizado el lenguaje natural en el planteamiento de los problemas de enunciado verbal entorpece el desarrollo en el niño del cálculo relacional.

[...] Los recursos lingüísticos del lenguaje natural se utilizan de tal forma que aseguran la interpretación de los problemas de enunciado verbal como reflejo del conjunto de condiciones lógicas que conducen a una operación matemática específica... Siempre existe un modo de saber qué operación corresponderá a un

texto dado. Cómo saberlo no debería ser nuestro secreto, sino que deberíamos transmitir explícitamente este conocimiento a los niños.

(Nesher, 2000, p. 115)

Los profesores, tratando de ayudar a los niños a pasar de un enunciado verbal dado en el lenguaje natural al lenguaje matemático, les sugieren que se apoyen en el significado de determinadas palabras para encontrar la operación matemática precisa. Estas palabras especiales se llaman indicios verbales.

[...] La concepción errónea de que ciertas palabras pueden servir como indicios verbales inequívocos es el resultado de presentar problemas de enunciado verbal de forma artificial, utilizando un vocabulario especializado y limitado cuyos términos, finalmente, se convierten en indicios verbales para las operaciones matemáticas.

(Nesher, 2000, p. 117)

En el estudio realizado por Nesher (2000), sobre la relación entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático se demostró que enseñar a solucionar problemas con la ayuda de palabras clave nos aleja, a menudo, del objetivo.

[...] El mero hecho de que una misma palabra aparezca a veces como indicio y otras como distractor demuestra que no existe una traducción unívoca basada en indicios verbales que pueda garantizar la solución correcta. Si se hubiera encontrado un vocabulario restringido con el cual pudieran establecerse correspondencias biunívocas entre el lenguaje natural y las expresiones aritméticas, la resolución de problemas de enunciado verbal se convertiría, por completo, en algo trivial, o meramente en un algoritmo... En lugar de tener en cuenta palabras aisladas deberíamos de considerar el texto y encontrar las dependencias semánticas que se dan en él.

(Nesher, 2000, p. 118)

La resolución de problemas

Verschaffel y De Corte (1997), en relación al proceso de resolución de problemas verbales, resaltan la importancia de una adecuada representación de las relaciones entre los datos del problema; así como los conocimientos necesarios involucrados.

[...] Es generalmente aceptado que el proceso experto de solución de problemas comienza con la construcción de una red de representación de las relaciones semánticas entre las principales cantidades de un problema. Esta representación,

que emerge al final de esta primera etapa, es el resultado de un complejo proceso de interacción de atrás-adelante y arriba-abajo.

(Verschaffel y De Corte 1997, p. 76)

Verschaffel y Decorte (1997:76), señalan que durante todo el proceso constructivo de representación del problema, tres tipos de conocimiento parecen jugar un rol importante:

- Esquematización de situaciones problema.
- Conocimiento lingüístico.
- Conocimiento sobre el juego de problemas verbales escolares.

En relación a la esquematización de situaciones problema Verschaffel y De Corte (1997) subrayan que:

[...] Un primer tipo de conocimiento implicado en la comprensión y resolución de problemas verbales de adición y sustracción es la esquematización de la situación problema... organizando las estructuras del conocimiento de las clases básicas o situaciones que pueden ser modelizadas por una adición o sustracción.

(Verschaffel y De Corte, 1997, p. 76)

Verschaffel y De Corte (1997), señalan que una primera etapa del proceso de resolución competente de problemas consiste en la construcción de una adecuada representación de la situación problema en términos de conjuntos y relaciones entre conjuntos.

Para llegar a tal representación de un problema uno debe poseer y aplicar el conocimiento necesario de situaciones problema prototipos y de términos lingüísticos específicos.

De acuerdo con Vergnaud (1991), las principales representaciones utilizadas en la enseñanza de las matemáticas son:

- Expresiones lingüísticas o enunciados del lenguaje natural.
- Esquemas espaciales en el plano (líneas, flechas, regiones del espacio, localización).
- Expresiones algebraicas.

La práctica pedagógica muestra (Vergnaud, 1991), que un ejercicio intelectual esencial consiste en:

- Elaborar una representación de una situación real.

- Reconstruir una situación real a partir de la representación que se da de ella: elaborar una representación en un sistema S2 a partir de una representación en un sistema S1.

La representación, dice Vergnaud (1991), sólo puede ser funcional si refleja ciertos aspectos de la realidad y si permite al pensamiento operar sobre significados y significantes.

[...] En otras palabras, toda representación funcional debe responder a dos criterios:

- Un criterio de orden semántico. Debe reflejar ciertos aspectos de la realidad.
- Un criterio de orden sintáctico: debe prestarse a operaciones, es decir, a lo que llamamos al principio de este libro un cálculo relacional.

(Vergnaud, 1991, p. 253)

Sin embargo, según Verschaffel y De Corte (1997), la construcción de una representación del problema no puede ser entendida exclusivamente en términos de interconexión entre el texto particular y el conocimiento de la persona sobre las situaciones problema y los términos lingüísticos.

La representación de un problema verbal en términos de relaciones semánticas entre los elementos constituyentes es también seriamente afectada por el conocimiento del resolutor del peculiar tipo de texto en que está el problema redactado y en el contexto escolar en el cual se encuentra. Esto involucra conocimientos sobre:

- El propósito y el rol de los problemas verbales en la clase de matemáticas.
- La estructura típica y la redacción de los problemas verbales escolares.
- Las reglas implícitas, asunciones y acuerdos que necesitan ser conocidos cuando se juega el juego de los problemas verbales escolares.

Parece que los estudiantes desarrollan este conocimiento cuando ellos participan en la cultura de la resolución tradicional de problemas verbales escolares.

La selección y ejecución de una acción aritmética apropiada constituye de acuerdo a Verschaffel y De Corte (1997), la siguiente etapa en la solución de un problema verbal. Sin embargo estas etapas pueden ser

tomadas de muy diferentes maneras que difieren considerablemente en términos de precisión, sofisticación, y finalidades instructivas:

- Selección de una operación aritmética formal basada en una apropiada representación de la situación problema.
- Selección de una operación aritmética formal basada en una estrategia de manejo superficial.
- Resolver el problema a través de la aplicación de una estrategia informal de solución en lugar de un procedimiento aritmético formal.

Desde otra perspectiva, los resultados obtenidos en los estudios realizados por Carraher y otros (1995b), parecen confrontar la noción implícita pero tácitamente aceptada en la escuela de que, en primer lugar, debemos enseñar a los niños las operaciones aritméticas aisladas de cualquier contexto; para presentar después esas mismas operaciones en el contexto de problemas.

Las habilidades necesarias para resolver problemas, según el modelo escolar implícito, serían secuenciales e independientes, abarcando por lo menos los siguientes pasos: interpretación del problema; determinación de la operación a realizar; realización de la operación. Según este modelo tradicional, efectuar la operación sería, por lo tanto, más simple que resolver un problema con una misma operación ya que la operación implica sólo uno de los pasos necesarios para la solución del problema. Por el contrario, los estudios realizados por Carraher y otros (1995b), subrayan la relación entre la realización de una operación numérica y la actividad o problema en la cual se inserta; y por lo tanto la necesidad de enseñar la operatoria numérica en el marco de la resolución de problemas.

[...] Podemos suponer, en vista de los resultados, que el análisis lógico implícito en la solución de un problema facilita la realización de la operación, por inscribirla en un sistema de significados bien comprendidos, en lugar de constituir una actividad aislada que se ejecuta en una secuencia de pasos, los cuales llevarían a la solución...Estos resultados encuentran paralelo en los experimentos de Wason y Shapiro (1971), Lunzer, Harrison y Davey (1972), Johnson-Laird, Legrenzy y Sonino Legrenzi (1972).

(Carraher y otros 1995b, p. 38)

Clasificación de los problemas aditivos

Entenderemos por problemas de tipo aditivo (Vergnaud,1991), aquellos problemas cuya solución exige adiciones o sustracciones.

Los problemas de tipo aditivo han sido clasificados de diferente manera siguiendo criterios semánticos, sintácticos o contextuales. El análisis de estas tipologías nos interesa para mostrar que restar, en este caso, puede ser una actividad mental de mayor o menor complejidad en función de la situación problemática que se plantea, de su estructura relacional.

Según Neshier (1992), hay variables estructurales inherentes en el texto de los problemas redactados (verbales) que hacen que sean fácil o difícil de entender y presenta un modelo teórico de los problemas caracterizado por tres componentes:

- La estructura lógica
- El componente semántico
- El componente sintáctico

Los problemas redactados tienen una estructura lógica fundamental que incluye el tipo de operación aritmética e información superflua.

El componente semántico consiste en dos componentes: el componente contextual, que incluye textos dinámicos, estáticos y de comparación, y el componente lexical.

[...] Todos los problemas de adición y sustracción consisten mínimamente de tres datos fundamentales, con una dependencia semántica especial entre ellos. Dos datos comprenden el componente de información, y el tercero es el componente pregunta. En los problemas de adición el predicado en el componente de información debe indicar el hecho que las dos colecciones de objetos (o eventos) mencionados pertenecen a colecciones disjuntas, y el predicado del componente pregunta refiere a la unión de estas dos subcolecciones. Los problemas verbales de sustracción deben de cumplir las mismas relaciones entre las colecciones; sin embargo el componente de información debe de referirse a la unión de las dos colecciones y una de las subcolecciones, mientras el componente pregunta refiere al sobrante de la colección disjunta.

(Neshier,1992, p. 28)

Dos diferentes componentes son implicados en un análisis semántico: el componente contextual y el componente léxico.

[...] Por componente contextual nosotros entendemos la naturaleza del texto como un todo y la dependencia semántica entre los datos subrayados...

(Carpenter, Moser y Romberg, 1982, p. 30)

[...] Por el componente lexical nosotros entendemos el efecto de aislar los temas que aparecen en el texto. Ha sido señalado (Dahmus, 1970; Jerman y Mirman, 1974; Livinville, 1976; Neshher y Teubal, 1974; Searle, Lorton, y Suppes, 1974; Whetay Kulm, 1976) que ciertas palabras cuando aparecen en un problema verbal facilitan o impiden el desempeño de el niño en la resolución de problemas. ..

(Carpenter, Moser y Romberg, 1982, p. 30-31)

Neshher (1992), señala que el componente sintáctico incluye algunas variables de estructura superficial tales como, longitud, número de oraciones, posición de la pregunta y orden de los datos.

Entre las clasificaciones que han existido en relación a los problemas de tipo aditivo se encuentran las realizadas por Greeno y sus colaboradores (1978), Carpenter y Moser, (1982), Fuson (1992), Neshher (1982), y Vergnaud (1991).

Greeno y colaboradores (1978), citados por Verschaffel y De Corte (1997:70-71) introdujeron un esquema de clasificación para los problemas de adición y sustracción distinguiendo tres categorías básicas de situaciones problema: problemas de cambio, combinación y comparación.

Los problemas de cambio se refieren a una situación activa o dinámica en la cual algunos acontecimientos cambian el valor de una cantidad inicial.

Los problemas de combinación relacionan situaciones estáticas implicando dos cantidades que son consideradas cada una separadamente o en combinación.

Los problemas de comparación implican dos cantidades que son comparadas y la diferencia entre ellas.

Cada una de estas tres categorías básicas de situaciones problema pueden además ser subdivididas en diferentes tipos de problemas dependiendo de la identidad de la cantidad desconocida, y para los problemas de cambio y comparación además las distinciones pueden ser hechas dependiendo de la dirección del cambio (aumento versus decremento) o de la relación comparativa (más versus menos). Combinando

estas tres tareas características, Riley y colegas presentan 14 tipos de problemas verbales de adición y sustracción.

Tipo	Ejemplo	Esquema	Dirección	Desconocimiento
Cambio 1	Joe Tiene 3 canicas. Entonces Tom le da 5 canicas mas. ¿Cuántas canicas tiene Joe ahora?	Cambio	Incremento	Conjunto resultado
Cambio 2	Joe tiene 8 canicas. Luego le da cinco canicas a Tom. ¿ Cuántas canicas tiene Joe ahora?	Cambio	Decremento	Conjunto resultado
Cambio 3	Joe tiene 3 canicas. Luego Tom le da algunas canicas más. Ahora Joe tiene 8 canicas. ¿Cuántas canicas le dio Tom?	Cambio	Incremento	Conjunto cambio
Cambio 4	Joe tiene 8 canicas. Luego le da algunas canicas a Tom. Ahora Joe tiene 3 canicas. ¿Cuántas canicas le dio a Tom?	Cambio	Decremento	Conjunto cambio
Cambio 5	Joe tiene algunas canicas. Luego Tom le da 5 canicas más. Ahora Joe tiene 8 canicas. ¿Cuántas canicas tenía Joe al comienzo?	Cambio	Incremento	Conjunto inicial
Cambio 6	Joe tiene algunas canicas. Luego le da 5 canicas a Tom. Ahora Joe tiene 3 canicas. ¿Cuántas canicas tenía Joe al inicio?	Cambio	Decremento	Conjunto inicial
Combinación 1	Joe tiene 3 canicas. Tom tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tienen entre los dos?	Combinación		Conjunto total
Combinación 2	Joe y Tom tienen 8 canicas entre los dos. Joe tiene 3 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Tom?	Combinación		subconjunto
Comparación 1	Joe tiene 8 canicas. Tom tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Joe más que Tom?	Comparación	Más	Conjunto diferencia
Comparación 2	Joe tiene 8 canicas. Tom tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Tom menos que Joe?	Comparación	Menos	Conjunto diferencia
Comparación 3	Joe tiene 3 canicas. Tom tiene 5 canicas más que Joe. ¿Cuántas canicas tiene Tom?	Comparación	Más	Conjunto comparado
Comparación 4	Joe tiene 8 canicas. Tom tiene 5 canicas menos que Joe. ¿Cuántas canicas tiene Tom?	Comparación	Menos	Conjunto comparado
Comparación 5	Joe tiene 8 canicas. El tiene 5 canicas más que Tom. ¿Cuántas canicas tiene Tom?	Comparación	Más	Conjunto referencia
Comparación 6	Joe tiene 3 canicas. . El tiene 5 canicas menos que Tom. ¿Cuántas canicas tiene Tom?	Comparación	Menos	Conjunto referencia

Cuadro 8. Clasificación de Problemas de adición y sustracción de Riley y otros, 1983; citado en Verschaffel y De Corte, 1997, p. 72)

Según Verschaffel y De Corte (1997), un análisis más o menos similar diferenciando clases de problemas verbales de adición y sustracción ha sido propuesta por Carpenter y Moser (1982), y Fuson (1992):

[...] Aunque hay un gran traslape entre estas clasificaciones, hay también algunas diferencias, tanto Carpenter y Moser (1982) y Fuson (1992), propusieron una categoría adicional que puede ser considerada como una mezcla de las categorías de cambio y comparación de la clasificación de Riley y otros (1983), a saber, problemas de igualación, en el cual las relaciones de comparación entre dos cantidades no es expresada de una forma estática (como en un problema de comparación tradicional), sino más dinámicamente como en "Susan tiene ocho canicas. Fred tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas más ha de obtener Fred para tener tantas canicas como Susan tiene?".

(Verschaffel y De Corte, 1997, p. 71)

Carpenter, Moser y Romberg (1982:10) identifican algunas dimensiones básicas que caracterizan las acciones o relaciones involucradas en los problemas redactados de adición y sustracción.

La primera dimensión consiste en ver si una relación activa o estática entre las colecciones u objetos está implicada en el problema. Algunos problemas contienen una explícita referencia a una acción completada o contemplada, causando un cambio en el tamaño de una cantidad dada en el problema. En otros problemas la acción no está implicada; esto es, hay una relación estática entre las cantidades dadas en el problema.

La segunda dimensión involucra una colección inclusión o una relación colección-subcolección. En ciertos problemas, dos de las cantidades son necesariamente una subcolección de la tercera. En otras palabras, cualquiera de las dos cantidades desconocidas está formada de las dos cantidades dadas, o una de las cantidades dadas está formada por la otra cantidad dada y la desconocida. En otras situaciones una de las cantidades involucradas es un subconjunto de las otras dos. En este caso una comparación de las dos cantidades disjuntas está implicada.

Para los problemas que involucran acción hay una tercera dimensión. La acción descrita en el problema puede resultar en un incremento o decremento de la cantidad inicial dada. Porque los problemas estáticos no involucran cambiar las cantidades dadas, esta dimensión no se aplica a ellos.

En conjunto, en la clasificación hecha por Carpenter, Moser y Romberg (1982), hay un total de seis diferentes clases de problemas basados en estas distinciones: juntar, separar, parte-parte-todo, comparación, igualar-agregar e igualar-quitar.

Ejemplos de los problemas verbales categorizados por Carpenter, Moser y Romberg (1982:12-13), son:

- Juntar. Connie tiene 5 canicas. Jim le da 8 canicas más. ¿Cuántas canicas tenía en total?
- Separar
Fred tiene 11 piezas de caramelo . El da 7 piezas a Linda. ¿Cuántas piezas de caramelo tiene ahora?
- Parte-Parte-Todo
Hay 6 chicos y 8 chicas en un equipo de fútbol. ¿Cuántos niños son en total?
- Comparar
Hay 6 chicos y 8 chicas en el equipo de fútbol. ¿Cuántas chicas más que chicos hay en el equipo?
Hay 6 chicos y 8 chicas en el equipo de fútbol. ¿Cuántos chicos deberían unirse al equipo para que hubiera el mismo número de chicos y chicas en el equipo?.
- Igualar y Quitar
Hay 7 tazas y 11 platos en la mesa. ¿Cuántos platos deberé quitar para que haya el mismo número de platos y de tazas?

Una clasificación de problemas, particularmente interesante, desde el punto de vista de la complejidad psicogenética es la proporcionada por Vergnaud (1991), consistente en seis categorías básicas.

Según Verschaffel y De Corte (1997), Vergnaud integra en esta clasificación operaciones con números negativos. Las tres primeras categorías; composición de dos medidas, transformación vinculando dos medidas y relaciones estáticas vinculando dos medidas; corresponde a los problemas de combinación, cambio, y comparación, respectivamente de la clasificación de Riley y colaboradores (1983) . Las otras tres son:

- Composición de dos transformaciones diferentes.
- Transformación vinculando dos relaciones estáticas.
- Composición de dos relaciones estáticas.

De acuerdo con Vergnaud (1991), existen varios tipos de relaciones aditivas, y en consecuencia, varios tipos de adiciones y sustracciones. Estas distinciones no se hacen habitualmente en la enseñanza primaria; sin embargo, son importantes, ya que la dificultad de los distintos casos es muy diferente. Las seis grandes categorías de problemas aditivos propuestas por Vergnaud (1991), son:

- Primera categoría: se componen dos medidas para dar lugar a una medida:
Pablo tiene 6 canicas de vidrio y 8 de acero. En total tiene 14 canicas.
- Segunda categoría: una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida.
 - Primer ejemplo:
Pablo tenía 7 canicas antes de empezar a jugar. Ganó 4 canicas. Ahora tiene 11.
 - Segundo ejemplo:
Pablo tenía 7 canicas antes de empezar a jugar. Perdió 4 canicas. Ahora tiene 3.
- Tercera categoría: una relación une dos medidas.
Ejemplo:
Pablo tiene 8 canicas. Jaime tiene 5 menos; entonces tiene 3.
- Cuarta categoría: dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación
Ejemplo:
Pablo ganó 6 canicas ayer y hoy perdió 9. En total perdió 3.
- Quinta categoría: una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.
Ejemplo:
Pablo le debía 6 canicas a Enrique. Le devuelve 4. Sólo le debe 2.

- Sexta categoría: dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo.

Primer ejemplo:

Pablo le debe 6 canicas a Enrique, pero Enrique le debe 4. Pablo le debe entonces sólo 2 canicas a Enrique.

Segundo ejemplo:

Pablo le debe 6 canicas a Enrique y 4 canicas a Antonio. Debe 10 canicas en total.

De acuerdo con Vergnaud (1991), la complejidad de los problemas de tipo aditivo varía en función no sólo de las diferentes categorías de relaciones numéricas que acabamos de ver, sino también en función de las diferentes clases de problemas que se pueden plantear para cada categoría.

Para Vergnaud (1991), las operaciones aritméticas de suma y resta responden a problemas que tienen un mismo tipo de estructura relacional, pero aunque están estrechamente vinculadas, deben ser trabajadas y mostradas a los alumnos con su carácter opuesto o recíproco.

[...] Hay que subrayar, por otro lado, que la sustracción aparece en este esquema como una operación sui generis, que no supone de ninguna manera, la introducción previa de la adición. Dar, perder, bajar, disminuir, etc, son transformaciones que tienen significado por sí mismas. Evidentemente, corren a la par de las transformaciones opuestas recibir, ganar, subir, aumentar, etc; pero de ninguna manera están subordinadas a ellas. La sustracción no exige ser definida como la inversa de la adición, tiene significación propia; y el problema que se plantea al maestro es el de mostrar el carácter opuesto o recíproco de la adición y la sustracción, no de la segunda en relación con la primera.

(Vergnaud, 1991, p. 172)

Para Vergnaud (1991), los problemas de tipo aditivo tienen diferente nivel de complejidad psicogenética y obligan a los niños a desarrollar diferentes esquemas de representación de las relaciones entre los datos del problema:

[...] Las seis clases de problemas distinguidos líneas arriba no forman, pues, un conjunto tan homogéneo como podría creerse, ya que los cálculos relacionales necesarios no son de igual complejidad. No es raro entonces, que en esas condiciones los niños recurran a procedimientos no canónicos. Tales procedimientos revelan, a veces, como en el caso del procedimiento del estado

hipotético, un manejo inteligente de la situación, y preparan así el descubrimiento de las soluciones canónicas....

El maestro debe estar atento para interpretar las conductas del niño y no rechazar, por malos, los caminos no clásicos que pueda utilizar. Incluso en los fracasos del niño, sobre los cuales casi no tenemos posibilidad de extendernos, con frecuencia existen elementos que permiten ver lo que el niño comprendió y lo que no comprendió; podemos así apoyarnos en los errores mismos para aportar las explicaciones necesarias.

(Vergnaud,1991, p.174)

Vergaud (1991), señala que la diversidad y la desigual dificultad de los problemas no se debe sólo a su pertenencia a una u otra de las seis clases de problema que acabamos de definir; otros factores intervienen igualmente:

- La facilidad más o menos grande del cálculo numérico necesario.
- El orden y la presentación de las informaciones.
- El tipo de contenido y de las relaciones consideradas.

La complejidad de los problemas de tipo aditivo varía en función no sólo de las diferentes categorías de relaciones numéricas, sino también en función de las diferentes clases de problemas que se pueden plantear para cada categoría.

En el mismo sentido Puig y Cerdán (1988), señalan que los estudios que se han realizado sobre dificultades de orden sintáctico por parte de los niños pueden clasificarse en dos categorías: en función de la finalidad perseguida y la metodología utilizada.

Algunos resultados cualitativos y globales de estos estudios son (Puig y Cerdán,1988:109-110):

- Cuando los problemas verbales se presentan por medio de grabados, dibujos o materiales concretos, resultan más sencillos, al menos en los primeros niveles. El asunto no está tan claro, sin embargo, para niveles superiores.
- La longitud del enunciado, el número de oraciones que lo forman, la posición de la pregunta, son variables que, en los estudios del primer tipo, son útiles para explicar la dificultad del problema.

- El tamaño de los números y la presencia de símbolos en vez de números concretos incrementan la dificultad del problema.
- La relación entre el orden de aparición de los datos en el enunciado y el orden en que deben ser colocados a la hora de realizar con ellos la operación necesaria para resolver el problema.

Por otra parte, Carpenter y Moser (1983), aportan los siguientes datos sobre los niveles de dificultad correspondientes a las proposiciones convencionales (canónicas) de suma y resta resumiendo los resultados obtenidos en diversos estudios realizados con niños de 1º a 3º de EGB:

- Las proposiciones canónicas de adición y sustracción ($a+b=?$, $a-b=?$) son menos difíciles que las no canónicas ($a+?=c$, $a-?=c$).
- Las proposiciones canónicas de sustracción son generalmente más difíciles que las proposiciones canónicas de adición.
- No hay diferencias claras de dificultad entre las tres proposiciones siguientes : $a+?=c$, $?+b=c$, $a-?=c$
- La proposición de minuendo desconocido ($?-b=c$) es significativamente más difícil que las otras cinco proposiciones de sustracción.
- Las proposiciones con la operación en el lado derecho del signo igual (por ejemplo, $c=a+?$) son significativamente más difíciles que las paralelas con la operación a la izquierda. (Carpenter y Moser, 1983, p 10; citados por Puig y Cerdán, 1988, p.108)

Algoritmos convencionales para restar

De acuerdo con Castro y otros (1992), hay dos formas principales de pensamiento que se desarrollan mediante la matemática:

- El pensamiento relacional, que enfatiza la descripción, construcción y clasificación de relaciones.
- El pensamiento instrumental, que abarca los cálculos, trabajo algorítmico y resolución de problemas.

El término algoritmo, equivocadamente, suele asociarse con las operaciones aritméticas de forma inmediata.

Castro (1992:128) citando a Krimitski (1978), nos dice que un algoritmo es una prescripción -una orden o un sistema de órdenes- que determina el encadenamiento de operaciones elementales que permiten obtener, a partir de los datos iniciales, el resultado que se busca. Un algoritmo posee las siguientes propiedades:

- Nitidez; gracias a esta propiedad la realización de un algoritmo es un proceso mecánico.
- Eficacia; conduce a los resultados deseados mediante un número finito de pasos, suficientemente simples.
- Universalidad: se requiere que un algoritmo sea aplicable a todos los problemas de una cierta clase.

Otra definición de algoritmo es la de Knuth presentada por Carraher y otros (1995c), para quien el algoritmo es:

[...] Un conjunto de reglas para obtener un resultado a partir de datos específicos y mediante pasos descritos con tal precisión que podrían ser ejecutados por máquinas.

(Carraher y otros, 1995c, P. 61)

Maza (1991), nos hace una descripción genérica de los dos algoritmos más utilizados en la resta, el de “tomar prestado” y el de “llevadas” más tradicional.

En consonancia con el aprendizaje del sistema decimal de numeración el algoritmo más coherente es el primero (tomar prestado). En el se cambia una unidad del orden superior por diez unidades del orden inmediatamente inferior cuando hace falta. Es decir, dentro de lo que hay en cada cantidad, se cambian las cantidades parciales de un lado a otro. Para ello se utiliza el hecho de que un número admite una partición múltiple, paso esencial en el aprendizaje del sistema de numeración.

El método clásico consiste, como es sabido, en añadir diez unidades a la columna correspondiente del minuendo si no se puede realizar la resta. Ello tiene que venir compensando con un aumento equivalente del sustraendo y para ello se añade una unidad del orden superior en las de orden inmediatamente superior del sustraendo.

Así por ejemplo, la operación numérica:

$$\begin{array}{r} 342 \\ - 226 \\ \hline \end{array}$$

Se resuelve añadiendo diez unidades al minuendo y una decena al sustraendo:

$$\begin{array}{r} 12 \\ 34\cancel{2} \\ - 2\cancel{2}6 \\ 3 \\ \hline 116 \end{array}$$

Este método utiliza una propiedad que debe ser dominada antes por el niño: el hecho de que, sumada la misma cantidad al minuendo y sustraendo, la diferencia no varía. Muchas veces se excluye un aprendizaje detallado y previo de esta propiedad resultando que el algoritmo se aprende sin la capacidad conceptual necesaria y generándose multitud de errores.

[...] Aún aprendiéndolo adecuadamente, este algoritmo resulta artificioso: En el primero se cambiaba de lugar cantidades que existían previamente. Aquí, sin embargo, se añaden cantidades que no existían antes, dando lugar a un procedimiento auxiliar que, por rápido que se pueda mecanizar, supone en sus comienzos una dificultad conceptual añadida. Por ello nos inclinaremos decididamente por el método de “tomar prestado” por considerarlo tan eficaz como el otro y de una mayor facilidad de aprendizaje y comprensión por parte del niño.

(Maza, 1991, p.118)

La crítica anterior es subrayada por Vergnaud (1991), al señalar que:

[...] La regla que consiste en añadir lo que se lleva a la cifra de las decenas del número que debemos sustraer, es incomprensible para la gran mayoría de los niños. Proceder de esta manera equivale a renunciar a hacer “entender” la regla de la sustracción.

(Vergnaud, 1991, p. 148)

Sobre la construcción de los algoritmos Maza (1991), señala la polémica que existe a este respecto:

[...] Una parte del profesorado, al menos, sigue desarrollando en sus clases los algoritmos de suma y resta como meras rutinas que, a través de ejercicios repetidos y adiestramiento convenientes, deben ser mecanizadas por el alumno.

(Maza, 1991, p.121)

El algoritmo, de acuerdo con Maza (1991), tiene una doble naturaleza: es un procedimiento de cálculo y, al mismo tiempo, es un objeto de comprensión y construcción racional. En la vida cotidiana nos movemos sobre distintos algoritmos que debemos aplicar sin llegar a comprender realmente su fundamento.

[...] La naturaleza de estos algoritmos no es sólo instrumental sino que también es un proceso de construcción racional que se apoya en aprendizajes anteriores (el sistema de numeración decimal, los propios conceptos de suma y resta) y los favorece a su vez.

(Maza, 1991, P.122)

Comprender los principios de funcionamiento dota de una mayor flexibilidad al usuario para utilizar procedimientos semejantes pero diferentes. La comprensión conceptual implica una flexibilidad en el uso de distintas formas de un algoritmo.

Esta relación entre comprensión instrumental y conceptual ha sido intensamente discutida, las conclusiones que se han alcanzado son varias:

- Que un algoritmo (como el de la adición o sustracción) puede aprenderse perfectamente como una simple rutina lineal de acciones sin que sea necesario ningún avance conceptual previo.
- Que la comprensión conceptual de los principios del procedimiento seguido en un algoritmo tiene varias ventajas para su aprendizaje.

Los distintos pasos del algoritmo se recuerdan mejor al haber claves para su recuperación en la memoria. En efecto, comprender el algoritmo permite, entre otras cosas, su reconstrucción si se ha olvidado alguno de sus pasos. Como se ha dicho antes, se aumenta la posibilidad de transferencia hacia otros aprendizajes o una mejora del que se está utilizando.

Dickson y colaboradores (1991: 279-280), citando a Resnick (1982), resumen los errores más comunes que los niños cometen en la aplicación del algoritmo convencional.

Restar el menor del mayor. El alumno resta la menor de las cifras de una columna de la mayor, sin tener en cuenta cuál se encuentra en el minuendo y cuál en el sustraendo.	326 - 117 —— 211
Tomar del cero. Cuando se toman de una columna que tiene un cero en el minuendo, el alumno escribe 9, pero no sigue “robando” de la columna situada a la izquierda del cero.	9 602 - 437 —— 265
Robar saltando el cero. Cuando el alumno tiene necesidad de robar de una columna cuyo dígito superior es un cero, se salta esa columna y toma de la siguiente. (Este error exige una “regla” especial para restar del cero, a saber: o bien $0-N = N$ o $0 -N = 0$)	5 602 - 527 —— 225
Dejar de robar en cero. El alumno deja de decrementar el cero, aunque añade correctamente 10 al dígito superior de la columna activa. (Este error ha de ser combinado con alguno de los $0 -N = N$ o $0-N = 0$)	604 - 387 —— 307
No decrementar en cero. Cuando toma una columna en la que la cifra de arriba es 0, el alumno vuelve a escribir el cero como diez, pero no cambia el 10 a 9 cuando incrementa la columna activa.	1 105 - 9 —— 1106
Cero en lugar de robar. El alumno da como respuesta 0 en aquellas columnas en las que la cifra inferior es más grande que la superior.	326 - 117 —— 210

Tomar de la cifra inferior, en lugar de cero.	12
Cuando la cifra de lo alto de la columna de la que se está robando es 0, el alumno opta por tomar, en cambio , de la cifra inferior. (Este error ha de ser combinado con 0-N =N o 0 -N =N)	70 2 - 7 30 8 ----- 454

Estrategias informales para restar

La necesidad de estimular a los niños para que construyan y socialicen estrategias personales de resolución de problemas ha sido señalado anteriormente. Su importancia no sólo radica en la oportunidad que esto representa para que los niños desarrollen una confianza en sus propios recursos para hacer matemáticas y valoren las matemáticas como una construcción social; sino que también les permite comprender y establecer relaciones conceptuales. Por ello es fundamental que la escuela estimule a los niños en este sentido, recuperando el conocimiento informal construido fuera del contexto escolar.

De acuerdo con el NCTM (2000), la base del desarrollo matemático de los niños es establecido en los años más tempranos.

[...] Muchos conceptos matemático, al menos en sus inicios intuitivos, se desarrollan antes de la escuela. Por ejemplo, los niños espontáneamente reconocen y discriminan pequeños números de objetos (Starkey y Cooper 1980). Antes de que entren a la escuela, muchos niños poseen un conocimiento informal de las matemáticas. Ellos usan ideas matemáticas en la vida diaria y desarrollan un conocimiento matemático que puede ser bastante complejo y sofisticado...

(NCTM, 2000, p. 73)

Los niños (NCTM, 2000), necesitan introducirse en el lenguaje y convenciones de las matemáticas, al mismo tiempo manteniendo una conexión con su conocimiento y lenguaje informal. Ellos deben escuchar el lenguaje matemático siendo usado en contextos significativos.

[...] Los niños vienen a la escuela con un rico y variado conocimiento informal de los números (Baroody 1992; Fuson 1988; Gelman 1994). Durante los primeros años los profesores deben de ayudar a los estudiantes a afianzar su sentido de los números, moviéndolos desde el desarrollo inicial de técnicas básicas de conteo a

comprensiones más sofisticadas del tamaño de los números, relaciones numéricas, modelos, operaciones y valor posicional.

(Baroody 1992, Fuson 1988, Gelman 1994; citados por el NCTM, 2000, p.74)

En este mismo sentido Maza (1991), señala que:

[...] Antes del período escolar, los niños construyen ya distintas estrategias para resolver problemas elementales aritméticos. Disponen ya de un amplio bagaje de experiencias problemáticas a las que han dado respuestas por medios a veces inesperados para los adultos. Disponen de formas de representación (fundamentalmente a través de la manipulación de los elementos y el uso de dedos) y, conforme a ellas, distintas maneras de resolver problemas de rango limitado.

(Maza, 1991, p. 21)

Puig y Cerdán (1988:113), citando a Carpenter, Hiebert y Moser (1981); Hiebert, Carpenter y Moser (1982); y Carpenter y Moser (1982), enuncian tres modos diferentes en que los niños resuelven los problemas: mediante la elaboración de modelos con dedos o con objetos físicos, mediante el uso de secuencias de recuento, o recurriendo al recuerdo de hechos numéricos básicos.

Los niños encuentran el resultado de estos problemas recurriendo a estrategias:

- Contar todos.
- Contar hacia arriba desde el primero.
- Contar hacia arriba desde el mayor.
- Quitar de.
- Contar hacia abajo desde.
- Quitar hasta.
- Contar hacia abajo hasta
- Añadir hasta.
- Contar hacia arriba desde.
- Emparejar.

Las tres primeras suelen utilizarse en los problemas aditivos y las restantes en los problemas de substracción.

Un elemento presente en los procedimientos no convencionales para restar es el cálculo mental. Entenderemos por cálculo mental la definición dada por Maza (1991):

[..] Se entiende por cálculo mental la realización de un procedimiento exacto de cálculo sin apoyo alguno para la memoria (a través de ayudas externas a la misma).

(Maza, 1991, p.124)

[...] Esta característica que también la presenta el cálculo estimativo, favorece el hecho de que los errores posibles quedan disminuidos cuantitativamente. Si en el algoritmo clásico uno se olvida de las llevadas a las centenas, por ejemplo, el error es grueso. Con el cálculo mental, esencialmente acumulativo, la cantidad de ese error se reduce.

(Maza, 1991, p.125)

Sobre las estrategias para resolver problemas que los niños desarrollan fuera del contexto escolar nos parece particularmente importante recuperar algunos de los resultados a los que han llegado los estudios realizados por Carraher y otros (1995c), relacionados con la resolución de problemas en la escuela y fuera de la escuela.

[...] En los resultados de dichos estudios los niños utilizaban diferentes procedimientos para resolver los problemas, con predominio de procedimientos orales (mentales) para resolver situaciones de venta y de procedimientos escritos en los ejercicios de cálculo.

(Carraher y otros, 1995c, p. 57)

Carraher y otros (1995c), refiriéndose a los procedimientos de cálculo oral utilizados por los niños para resolver problemas cotidianos hacen una distinción entre procedimientos de manipulación simbólica y procedimientos de manipulación de cantidades.

[...] Los procedimientos escolares para la resolución de los ejercicios de cálculo hacían uso de dos tipos de recursos: la memorización de resultados de sumas, restas y multiplicaciones, y los algoritmos que utilizan la representación numérica escrita. Estos procedimientos han sido llamados de manipulación simbólica, en contraste con la manipulación de cantidades (Reed y Lave, 1981).

(Carraher, y otros, 1995c, p. 60)

Los procedimientos heurísticos identificados en este estudio (Carraher y otros, 1995c), y caracterizados fundamentalmente por su flexibilidad, fueron de dos tipos: descomposición y agrupamiento.

- Descomposición: las cantidades incluidas en el problema son descompuestas en cantidades menores.

Ejemplos de estos procedimientos son:

[...] Lucía. Situación: problema verbal. Operación: 200-35.

“Si fuese treinta, el resultado sería setenta. Pero es treinta y cinco. Entonces es sesenta y cinco; ciento sesenta y cinco”.

El 35 fue descompuesto en 30 y 5, un procedimiento que permite al niño trabajar solo con centenas y decenas; las unidades fueron consideradas posteriormente. De la misma manera el 200 fue descompuesto en 100 y 100; una de las centenas fue reservada en tanto que la otra fue utilizada en el procedimiento de cálculo.

(Carraher y otros, 1995, p. 62)

[...] Eva. Situación: ejercicio de cálculo. Operación: 252-57.

“Menos cincuenta y dos, da doscientos, y menos cinco, da ciento noventa y cinco”.

La niña descompuso 252 en 200 y 52; los 57 los descompuso en 52 y 5. Eliminó los 52 de ambos y restó 5 de 200.

(Carraher y otros, 1995c, p. 63)

- **Agrupamiento repetido:** se obtiene la solución mediante pasos, trabajando con cantidades iguales o mayores que aquellas mencionadas en el problema.

[...] José Gerardo. Situación: venta. Cálculo: 15×50 .

“Cincuenta, cien, ciento cincuenta, doscientos, doscientos cincuenta.....”.

El niño comenzó sumando 50 cinco veces, hasta obtener 250. En seguida duplicó ese resultado obteniendo diez veces cincuenta y después siguió sumando los cincuenta uno a uno.

(Carraher, y otros, 1995c p. 61, 62)

Las conclusiones generales a las que llega el estudio realizado en Carraher y otros (1995c:67) son:

- En primer lugar, los procedimientos orales parecen formar parte de un enfoque de tipo manipulación de cantidades. Al resolver los problemas “de cabeza”, el niño hace modificaciones en los valores presentados y trabaja con cantidades que pueden ser fácilmente manipuladas.
- En segundo lugar, al contrario de lo que se observa en la manipulación de símbolos, no hay una estrategia uniforme para resolver problemas.
- En tercer lugar, los niños en general, preferían tratar con centenas, decenas y por último con las unidades, trabajando, por lo tanto, en dirección opuesta a la utilizada para los algoritmos escritos, con excepción de la división.

- En cuarto lugar, los resultados obtenidos por los niños, aun cuando estaban equivocados tenían sentido, por el hecho de existir un acompañamiento continuo de las cantidades durante el proceso de cálculo.
- En quinto lugar, los niños tienden a trabajar con frecuencia, en el cálculo oral con cantidades que, de ser escritas, terminarán en uno o más ceros.

Carraher y otros (1995), utilizan el enfoque de estudio de conceptos de Vergnaud (1985), para comparar los conceptos cotidianos y los escolares.

[...] Los conceptos, según Vergnaud implican un conjunto de situaciones que les dan significado, un conjunto de invariantes que pueden ser vistas como las propiedades distintivas del concepto y un conjunto de símbolos, utilizados en la representación del concepto.

(Carraher y otros, 1995 ,p. 152)

El conjunto de situaciones usado en la escuela para el aprendizaje de los conceptos según Carraher (1995), puede ser restringido o amplio, dependiendo de la práctica pedagógica efectiva de cada profesor. Sin embargo, esas situaciones están siempre distanciadas de las prácticas diarias. En contraste, los modelos matemáticos en la vida diaria son instrumentos para encontrar soluciones de problemas donde el significado desempeña un papel fundamental.

De acuerdo a Carraher (1995), los significados atribuidos a los conceptos aprendidos en la escuela no serán exactamente idénticos a aquellos desarrollados en la vida diaria. Sin embargo, todavía es posible que los invariantes, las propiedades que definen el concepto, sean las mismas.

[...] Aunque los invariantes pueden ser universales, los conceptos definidos por los mismos invariantes no son idénticos, porque las diferencias culturales que operan en la creación de situaciones que dan significado a los conceptos y en la colección de formas de representación resultan de diferentes organizaciones.

(Carraher y otros, 1995, p. 153)

[...] A pesar de estar basados en las mismas propiedades formales -y tener por tanto los mismos invariantes implícitos- los procedimientos usados en la calle y en la escuela presentan particularidades interesantes. Primero, el algoritmo escolar se realiza en la dirección unidad, decena, centena. Por el contrario, la descomposición tiende a hacerse en la dirección centena, decena y unidad. Segundo, en el algoritmo

escolar los dígitos son vaciados de su significado relativo en el momento de la operación: las decenas y las centenas son “leídas” como si fuesen unidades al hacerse el cálculo. Por el contrario la descomposición preserva el valor relativo: las centenas continúan siendo centenas, las decenas siguen siendo decenas. Esta diferencia constituye, de hecho, una diferencia en la forma de representación, es decir, en los símbolos usados para la representación durante la ejecución del cálculo... Ambos procedimientos, algoritmo escolar y descomposición, están apoyados en las mismas propiedades formales de la suma y la resta.

(Carraher y otros, 1995, p. 159)

8. SUMARIO Y POSICIONAMIENTO CONCEPTUAL

En este apartado se presenta una síntesis de las ideas más relevantes del marco de referencia conceptual. Además, se define el sentido dado a aquellos conceptos que se consideran fundamentales para la investigación realizada, tomando posición en relación al marco existente.

Como producto del análisis teórico realizado hemos hecho algunos avances conceptuales para el propósito de nuestra investigación. Tal es el caso de la distinción que se hace entre los términos concepciones y creencias, por un lado, y la distinción entre diferentes tipos de contextos, por el otro.

Este posicionamiento conceptual ha servido de base para formular las preguntas de investigación, elaborar los instrumentos y estrategias de recogida de datos y finalmente interpretar la información.

Creencias, concepciones y conocimiento profesional de los profesores

Nuestro estudio se ubica dentro del paradigma de investigación didáctica al que Pérez (1989), llama **paradigma mediacional centrado en el profesor**.

El profesor dentro de esta perspectiva es caracterizado por Llinares (1992), como un “formador intelectual” trabajando con los niños para ayudarlos a desarrollar su comprensión.

Partimos de la idea de que el proceso de construcción del conocimiento profesional del profesor es un proceso en donde interactúan variables cognitivas, psicoafectivas y socioculturales.

Nos identificamos con la descripción que hacen Putnam y Borko (2000), en relación a la naturaleza de la cognición, señalando cuatro características fundamentales:

- La naturaleza construida del conocimiento.
- La naturaleza social de la cognición.
- La naturaleza contextualizada de la cognición.
- La naturaleza distribuida de la cognición.

Nos planteamos la necesidad de hacer una distinción entre tres conceptos básicamente estrechamente vinculados y que forman parte de la mayoría de los estudios sobre el tema que nos ocupa: creencias, concepciones y conocimiento profesional del profesor.

En la mayor parte de la literatura revisada sobre el tema, los términos concepciones, creencias y conocimientos, son utilizados de manera ambigua. Mientras que algunos autores manejan los términos creencias y concepciones como sinónimos otros señalan que son diferentes tipos o niveles de conocimiento, y que por lo tanto forman parte del conocimiento profesional del profesor.

El análisis bibliográfico que realizamos nos han llevado a construir la siguiente representación de la relación entre estos tres conceptos:

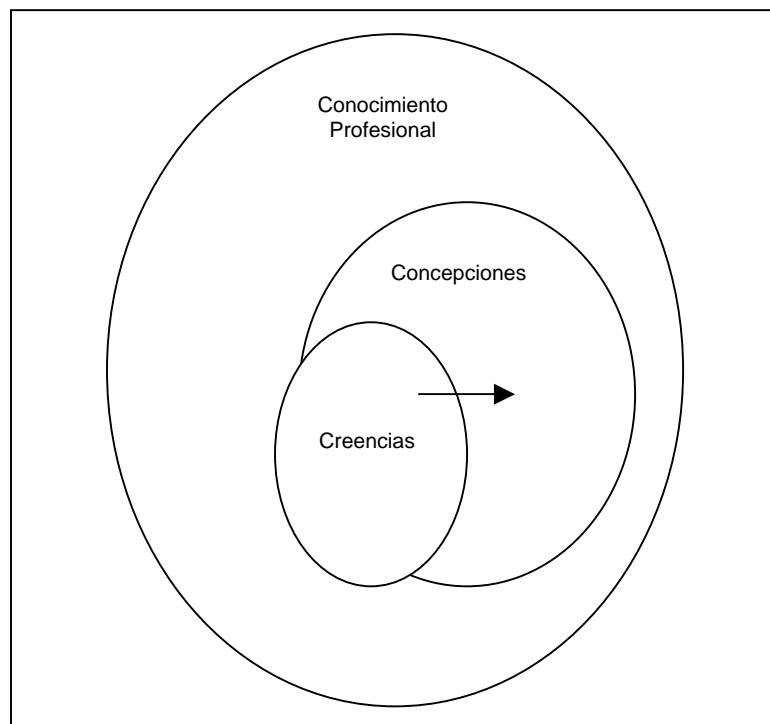


Figura 4. Relación entre creencias, concepciones y conocimiento profesional.

Entendemos que las creencias y las concepciones de los profesores sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas son diferentes; que tanto unas como otras forman parte del conocimiento profesional del profesor, y que son susceptibles de cambio.

En relación al uso del término creencias en la investigación educativa, hemos tomado como base las definiciones utilizadas por Vicente (1995), Ponte (1992,1994b) y Thompson (1992). Sobre el uso del término concepciones hemos tomado como base el significado atribuido por Ruiz (1994), Ponte (1992,1994b), y Sfard (1991).

Tomando como base la postura de estos investigadores y para los propósitos del estudio que nos ocupa, entenderemos por **creencias**: las ideas u opiniones de las personas asumidas como “verdades” personales incontrovertibles, que tienen una fuerte componente evaluativa y afectiva, no sujetas a comprobación o demostración, derivadas desde la experiencia, desde la fantasía o de la influencia sociocultural. Las creencias son proposiciones no demostradas que forman parte del conocimiento de las personas y que no requieren del consenso social en el sentido de su validez, lo que implica que sean discutibles, más inflexibles, y menos dinámicas que las concepciones.

Entenderemos por **concepciones** el conjunto de representaciones internas y asociaciones internas evocadas por un concepto. Son los organizadores implícitos de los conceptos, de naturaleza esencialmente cognitiva. Describen en este sentido la naturaleza de los objetos matemáticos y las diferentes imágenes de éstos en la mente, ya sean simbólicos, gráficos, etc. Las concepciones son producto de la construcción cognitiva del sujeto en su interacción continua con la información proveniente del entorno.

Sin embargo, las concepciones no sólo hacen referencia a la naturaleza de los objetos matemáticos, sino también al aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Por lo tanto, describen también las representaciones internas que los profesores tienen sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en general y en particular, para el estudio que nos ocupa, sobre la resta.

Por todo esto y para los objetivos de nuestro trabajo entenderemos por **concepciones sobre la enseñanza de la resta** los posicionamientos asumidos por los profesores en relación a: los fines, objetivos y contenidos de aprendizaje de la resta en la educación primaria, el rol del enseñante y el

aprendiz, el tipo de actividad didáctica o proceso instruccional más apropiado, el papel asignado a la contextualización en el aprendizaje y enseñanza de la resta, etc.

En relación al término **conocimiento profesional**, en nuestro estudio recuperamos las definiciones dadas por Llinares (1992) y Thompson (1992):

[...] Entiendo el conocimiento profesional ... como conocimiento orientado a la actividad de los profesionales...

Este conocimiento incluye no sólo información específica sobre los datos y métodos de comprobación de resolución de problemas, sino también la información necesaria para definir y comprender problemas con los que debe enfrentarse el profesional.

(Llinares,1998, p. 55)

[...] El conocimiento profesional es consciente o inconscientemente (conjunto de) conceptos, significados, reglas e imágenes concernientes a las matemáticas.

(Thompson, 1992, p. 132)

El conocimiento profesional del profesor de matemáticas está conformado por diferentes componentes. En este sentido hemos revisado y retomado los modelos del conocimiento profesional del profesor de matemáticas propuestos por Llinares (1998), Porlán y Rivero (1998), Brown et al. (1989), Shulman (1986), Leinhardt y Greeno (1986),

La formación permanente del profesorado desde la perspectiva del estudio de casos e incidentes críticos

En este apartado esbozaremos de manera general las ideas que fundamentan nuestra propuesta de formación del profesorado centrado en el estudio de casos e incidentes críticos.

El uso del estudio de casos e incidentes críticos como metodologías alternativas en la formación permanente del profesorado de educación primaria es coherente con las perspectivas reflexivas de formación del profesorado (Gimeno y Pérez, 1997). Desde estas perspectivas, resaltamos la importancia de la reflexión sobre la propia práctica en el desarrollo del conocimiento profesional del profesor.

El papel de la reflexión en el desarrollo del conocimiento profesional es planteada por Schön,1983, 1998; Kemmis, 1999; Elliot, 1999; Zeichner y Liston, 1999; entre otros.

Schön (1998), señala la importancia de la reflexión desde la acción; Kemmis (1999) subraya el vínculo estrecho entre reflexión y acción; Kemmis (1999), subraya el carácter participativo de la reflexión; Elliot (1999), hace una diferenciación entre la reflexión técnica y la práctica; Zeichner y Liston (1999), distinguen entre acción reflexiva y acción rutinaria.

La idea fundamental de la que hemos partido es que el conocimiento profesional que requieren los profesores de educación primaria para enseñar matemáticas se puede desarrollar a partir de la reflexión sobre su propia práctica, en contextos que les sean significativos. En este sentido coincidimos con García (2000), quien subraya el papel del contexto en que las tareas y actividades tienen lugar, en la formación del profesorado, aunque la autora hace referencia a la formación inicial.

Nuestra preocupación en relación a los programas de formación permanente del profesorado está en construir una propuesta metodológica alternativa que partiendo de una visión del aprendizaje del profesor como constructivo, social, y situado, y del planteamiento de actividades “auténticas” y el diseño de entornos de aprendizaje adecuados (García, 2000); estimulen la reflexión sobre la propia práctica.

Desde esta perspectiva, el estudio de casos e incidentes críticos constituye una metodología alternativa en la formación permanente del profesorado.

Los casos (Llinares, 1994b), son “escenas” específicas que presentan cuestiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje a resolver. Suelen ser desde esta perspectiva grabaciones en video o narraciones escritas que describen alguna cuestión relativa a los procesos de aprendizaje, o situaciones de enseñanza contextualizadas en un tiempo y lugar en particular.

El estudio de casos como una aproximación metodológica al proceso de enseñar a aprender está ampliamente documentada (Llinares, 1994), y permite cubrir, entre otros, los siguientes propósitos:

- Como un medio para el desarrollo de procesos de reflexión y generar aproximaciones críticas a las situaciones de enseñanza.

- Como situaciones que presentan cuestiones enraizadas en las nuevas aproximaciones a la enseñanza de las matemáticas que se pretenden generar

El estudio de casos intenta generar las condiciones necesarias para que los profesores lleguen a cuestionarse aspectos de la enseñanza-aprendizaje de tópicos concretos dados por ciertos de manera incuestionable como consecuencia de su propio aprendizaje.

Retomando algunos aspectos señalados por Llinares (1999:175) en relación a los programas de formación inicial de profesores, consideramos que el estudio de casos en los programas de formación permanente del profesorado proporciona oportunidades para:

- Cuestionar sus creencias epistemológicas previas.
- Ampliar su comprensión de las nociones matemáticas escolares.
- Desarrollar su comprensión del conocimiento de contenido pedagógico vinculándolo con las nociones matemáticas escolares.
- Comenzar a generar las destrezas cognitivas y los procesos de razonamiento pedagógico.
- Incrementar los procesos de reflexión (destrezas metacognitivas).

Lo que hemos dicho en relación al estudio de casos, tanto a nivel de la fundamentación teórica de la metodología como a nivel de los propósitos de su uso en la formación permanente del profesorado, es totalmente aplicable al uso de incidentes críticos.

Rosales (2000), define los incidentes críticos en los siguientes términos:

[...] Casos o situaciones especialmente problemáticos o significativos, con los que un profesor se encuentra sólo esporádicamente y que, sin embargo, pueden ser fuente de importantes aprendizajes, así como poner de relieve las características de su formación, de sus capacidades y debilidades profesionales. Estas situaciones, origen de preocupación importante para los profesores... pueden constituir una inmejorable ocasión para el ejercicio de la reflexión sobre la enseñanza...

(Rosales, 2000, p. 200)

Los incidentes críticos de acuerdo con Rosales (2000: 201):

- Permiten conocer cuáles son a juicio del profesor, las situaciones especialmente significativas con que se encuentra en su primer período de contacto con la realidad de enseñanza.
- Ponen de relieve aspectos de la realidad profesional que raramente aparecen en secuencias normales de enseñanza, ya sea en directo o a través de grabaciones en vídeo.
- Sirven de punto de partida para el debate intelectual y la reflexión, con utilización de principios teóricos de interés pedagógico y didáctico.
- Constituyen un instrumento para la estimulación de la capacidad de decisión del profesor, especialmente cuando se presentan a modo de problemas didácticos para los que es preciso encontrar soluciones óptimas.

El uso de estudios de casos e incidentes críticos es considerado desde nuestra perspectiva como una metodología alternativa en los programas de formación permanente del profesorado, que no se reduce meramente al análisis o reflexión de las situaciones pedagógicas presentadas, sino que éstas deben ser “completadas” con el uso de otras tareas-actividades como el estudio de bibliografía sobre el tema, de reportes de investigación, de actividades didácticas específicas, etc. En los programas de formación del profesorado es necesario experimentar diversas metodologías que permitan cubrir el objetivo fundamental de desarrollar el conocimiento profesional requerido para enseñar matemáticas en la escuela primaria.

Contexto y contextualización en la enseñanza de las matemáticas

La importancia del contexto y la contextualización en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas es, a nuestro entender, indiscutible. Ambos aspectos juegan un papel fundamental en la construcción de los conceptos y procedimientos matemáticos de los niños. De la misma manera que con otros términos, hemos visto la necesidad de delimitar el significado de los términos contexto y contextualización, utilizados de manera muy diferente en la bibliografía revisada sobre el tema. Desde enfoques de investigación muy

diversos, hemos retomado las aportaciones sobre este tema de Vergnaud, 1983; Brousseau, 1983,1987,1994; Charnay, 1994; Carraher, 1995; Masingila y Davidenko, 1996; Keitel, 1997; Reewiik, 1997; Billet, 1998; Bishop, 1998; Abreu, 2000.

Teniendo como base las aportaciones de los autores señalados anteriormente, entenderemos por **contexto** el marco o circunstancias en las cuales un concepto o procedimiento matemático tiene lugar y cuyo conocimiento permite comprenderlo. En otras palabras, el contexto es el conjunto de situaciones o problemas que dan significado a los conceptos matemáticos.

Por otra parte, y como resultado de la discusión que hemos realizado sobre los diferentes significados asignados a los términos contexto y contextualización en la bibliografía revisada, hemos introducido los términos **contexto real, contexto simulado y contexto evocado**, en relación a una práctica matemática determinada². Esta distinción nos parece fundamental para los fines de nuestro estudio centrado en un contexto muy particular de aprendizaje de las matemáticas, el contexto escolar. En el siguiente cuadro hacemos una representación gráfica de las relaciones entre estos conceptos.

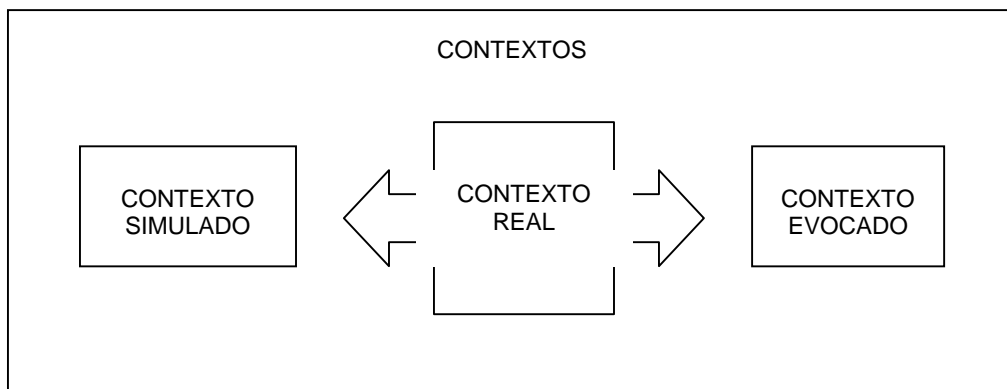


Figura 5. Relación entre contexto real, contexto evocado y contexto simulado.

² Los términos contexto real, contexto simulado y contexto evocado son producto del proceso de discusión conceptual con Nuria Gorgorió.

El **contexto real** refiere a la situación de práctica “real” de las matemáticas, al entorno sociocultural donde esta práctica tiene lugar. En este ámbito, el conocimiento matemático es usado para resolver una situación de carácter práctico. Ejemplos de estas situaciones son las actividades de compra-venta, el uso de un plano para orientarse en una ciudad o parque recreativo, la interpretación de los gráficos del tiempo en la prensa escrita para planear nuestras actividades cotidianas, etc; o el uso de los conceptos y procedimientos matemáticos en las distintas prácticas profesionales.

El **contexto simulado** tiene su origen o fuente en el contexto real, es una representación del contexto real y reproduce una parte de sus características. Hace referencia a aquellas situaciones o problemas de distinta naturaleza que son retomados de la realidad y transformados en entornos didácticos para que los niños aprendan, desarrollen o apliquen un concepto o procedimiento matemático.

Son ejemplos de contextos simulados la realización de un taller de carpintería con la intención de que los niños desarrollen o aplique algunos conceptos y procedimientos de medición, la realización de juegos de mesa en la clase de matemáticas con el objetivo de desarrollar en los niños estrategias de conteo, la escenificación de un juego de compra-venta (juego de la tiendita), para trabajar la resolución de problemas aritméticos a nivel oral y concreto; etc.

Tanto el contexto real como el contexto evocado tienen características similares en cuanto que el segundo se apoya en el primero; pero también tienen características diferentes. El primero se da en una situación sociocultural real, en la vida cotidiana de los aprendices, y el segundo aparece en el ámbito escolar como medio para la enseñanza significativa de las matemáticas.

Finalmente, el **contexto evocado** refiere a las situaciones o problemas matemáticos propuestos por el profesor en el aula, y que permiten imaginar un marco o circunstancias en la cual ese hecho tiene lugar.

Son ejemplos de contextos evocados el planteamiento de problemas con enunciado, con tablas de datos, gráficos o dibujos en el que se representa una situación de compra-venta, los resultados de una competencia deportiva, etc.

Tanto el contexto simulado, como el contexto evocado, son productos didácticos en tanto que han sido transformados en situaciones didácticas por parte del profesor. Ambos son utilizados por el profesor en el aula con el propósito de contextualizar el aprendizaje-enseñanza de los contenidos matemáticos escolares.

Basándonos en la distinción entre contexto real, contexto simulado y contexto evocado, y para los fines de la investigación que nos ocupa, más que hablar de contexto en educación matemática, nosotros nos referiremos al proceso de contextualización de la enseñanza de las matemáticas.

Entenderemos por **contextualización** de la enseñanza de las matemáticas el proceso mediante el cual el profesor intenta establecer relaciones entre el conocimiento a enseñar y las situaciones de uso social de este conocimiento. Al proceso mediante el cual una serie de situaciones o problemas “reales”, en cuanto se presentan en la vida cotidiana de los niños, son transformados en situaciones o problemas escolares para significar los conceptos o procedimientos matemáticos a enseñar.

Algunos estudios como los de Abreu (1995), y Nunes y Bryant (1996); llegan a la conclusión de que la enseñanza de las matemáticas tiene una serie de características a través de las cuales la escuela transmite a los niños ciertas creencias y valores sobre las matemáticas que son contrarias al actual espíritu de su enseñanza.

Desde esta perspectiva parece ser que la escuela no procura establecer puentes entre lo que los niños aprenden en la vida diaria y lo que les enseñan en la escuela, para favorecer el uso de la matemática en forma situada; o ignoran la matemática de la vida diaria reforzando la creencia en la superioridad de la matemática de la escuela.

Partiendo de esta visión de la realidad de la educación matemática consideramos necesario plantearnos las siguientes interrogantes: ¿Cómo podemos lograr que las matemáticas que enseñamos en la escuela primaria

tengan sentido para los niños?, ¿Por qué es importante la contextualización en la enseñanza de las matemáticas?, ¿Hasta qué grado contextualizar la enseñanza favorece la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos en la educación primaria?

La necesidad de contextualizar la enseñanza de las matemáticas para favorecer la comprensión de los conceptos matemáticos es señalado en diferentes fuentes y autores (NCTM 1989,2000; DCB, 1993, Servei de Ordenació Curricular, 1993; SEP, 1992; Brousseau, 1983,1985; Charnay, 1994; Núñez y Font, 1995; Carraher y otros, 1995).

Así, para el NCTM (2000), comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras deberá de ser un objetivo fundamental de la educación matemática elemental. Los contextos en los que las operaciones son presentadas, juegan un rol fundamental para alcanzar este objetivo.

La mayoría de los expertos en educación matemática señalan la importancia de la contextualización en la construcción del significado o sentido de los conceptos matemáticos.

Para Charnay (1994), uno de los objetivos esenciales (y al mismo tiempo una de las dificultades principales) de la enseñanza de la matemática es que lo que se ha enseñado este cargado de significado, tenga un sentido para el alumno. La resolución de problemas significativos para el alumno tendrían para este autor el papel fundamental de hacer aparecer ante los alumnos el significado y sentido del conocimiento matemático.

Según Hahn (1999), el elevado grado de abstracción y generalización es una de las características específicas de los conceptos matemáticos y una de las posibles causas de las dificultades para aprenderlas.

Reeuwijk (1997), señala algunos motivos para utilizar contextos en la enseñanza de las matemáticas:

- Los propios alumnos aprenden a usar las matemáticas en la sociedad.
- Mediante la utilización de múltiples contextos los alumnos desarrollarán una actitud crítica y flexible ante el uso de las matemáticas en problemas que deberán afrontar en la vida real.

- Brindan a los alumnos la oportunidad de adquirir conocimientos acerca de la historia.
- Pueden incrementar el interés de los alumnos por las matemáticas y la ciencia en general.

Los contextos según Keitel (1997), pueden despertar la creatividad de los alumnos, impulsarlos a emplear estrategias informales y de sentido común; y finalmente un buen contexto puede también actuar como mediador entre el problema concreto y las matemáticas abstractas.

Muchas de las dificultades al enseñar matemáticas de acuerdo con Bishop (1998), están causadas por contextos irrelevantes, poco significativos y por profesores que no usan contextos de fuera del aula. El papel del profesor consiste en hacer de puente entre las estructuras conceptuales esenciales de las matemáticas y el conocimiento de los alumnos sobre el mundo.

De acuerdo con Bishop (1998), las actividades y sus contextos deberían ser elegidas de manera que sean significativas y relevantes para los alumnos si se desea ser capaz de enseñar las ideas a todos ellos y esto significará a menudo, el uso de contextos de fuera del aula.

Por otra parte la resolución de problemas es, para muchos expertos, el eje fundamental de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. La enseñanza de las matemáticas en un ambiente de resolución de problemas permite que los estudiantes den sentido y significado a los conceptos y procedimientos matemáticos aprendidos.

Para Planas y Gorgorió (1999), los problemas que se propongan en el aula deben ser problemas ricos: ricos para el alumno, para el profesor y para la detección de información sobre valores, creencias y naturaleza de las matemáticas. Problemas de contexto que fomenten el uso de estrategias diversas y que no generen el uso mecánico de algoritmos.

Como hemos visto, la contextualización de la enseñanza de las matemáticas es una de las principales orientaciones didácticas señaladas por los expertos para favorecer la construcción del significado de los conceptos matemáticos por los aprendices.

Aprendizaje y enseñanza de la resta en la escuela primaria

Nuestro trabajo de investigación se centra en el estudio de las concepciones de los profesores en relación a un aspecto muy concreto del currículum de matemáticas para la educación primaria: la enseñanza de la resta. Sin embargo, consideramos que el posicionamiento de los profesores en torno a la enseñanza de este tema en la escuela, nos dice mucho sobre las concepciones de los profesores en relación a la enseñanza de las matemáticas en general.

En este apartado abordaremos algunos aspectos conceptuales y curriculares fundamentales relacionados con el aprendizaje y enseñanza de la resta que nos han permitido, en primera instancia, plantear preguntas pertinentes sobre las concepciones de los profesores en relación a la enseñanza de este tema; y en segunda instancia, organizar e interpretar las respuestas de los profesores.

Los fines y objetivos de la enseñanza de las matemáticas

Según el NCTM (2000), la necesidad de entender y ser capaz de usar las matemáticas en la vida diaria y en el trabajo nunca ha sido más grande y continuará aumentando en distintos ámbitos: matemáticas para la vida, el trabajo y la comunidad científica; y las matemáticas como una parte de la herencia cultural.

Romberg (1991), señala que las finalidades de la enseñanza de las matemáticas escolares son principalmente tres :

- Una finalidad utilitaria o pragmática.
- Mejorar la capacidad de pensamiento de las personas.
- Contribuir a la cultura democrática.

Así, la enseñanza de las matemáticas deberá responder a varias perspectivas: formar base de las matemáticas del mañana y preparar a los que van a usarlas para que lo hagan de forma consciente, tanto en el plano del desarrollo científico y tecnológico, como en el de la vida cotidiana y la participación ciudadana.

El NCTM (1989), propone las siguientes metas para la enseñanza de las matemáticas:

- Ser capaz de resolver problemas.
- Aprender a comunicarse matemáticamente.
- Aprender a razonar matemáticamente.
- Saber valorar las matemáticas.
- Tener confianza en su capacidad de hacer matemáticas.

Las metas anteriores implican que los estudiantes deben tener numerosas y variadas experiencias relacionadas con las matemáticas que les permitan:

- Resolver problemas complejos.
- Leer, escribir y discutir matemáticas.
- Formular conjeturas, probar y formular argumentos acerca de la validez de una conjetura.
- Valorar la empresa intelectual llamada matemática, los hábitos del pensamiento matemático y el papel de la matemática en el quehacer humano.
- Explorar, adivinar y cometer errores para ganar confianza en sus recursos intuitivos personales.

En la versión revisada de los Principios y Estándares para la Educación Matemática, el NCTM (2000:16), presenta seis principios que orientan el desarrollo y evaluación del currículum de matemáticas para los próximos años.

Los seis principios para la educación matemática son:

- Equidad. La excelencia en la educación matemática requiere equidad -altas expectativas y fuertes apoyos para todos los estudiantes.
- Currículum. Un currículum es más que una colección de actividades. Debe ser coherente y centrado en matemáticas importantes, y estar bien articulado a través de los grados.
- Enseñanza. La enseñanza efectiva de las matemáticas requiere entender qué es lo que los estudiantes conocen y necesitan aprender y entonces desafiarlos y apoyarlos para aprenderlo bien.

- Aprendizaje. Los estudiantes deben de aprender matemáticas con comprensión, construyendo activamente nuevos conocimientos desde sus experiencias y conocimientos previos.
- Valoración. La valoración debe de apoyar el aprendizaje de matemáticas importantes y suministrar información útil para profesores y estudiantes.
- Tecnología. La tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; influye en las matemáticas que se enseña y mejora el aprendizaje de los estudiantes.

Contenidos de aprendizaje

En el momento actual, caracterizado por grandes cambios en todos los ámbitos de la vida, es necesario revisar las orientaciones generales en torno a los contenidos de aprendizaje y las actividades de enseñanza más adecuadas para la educación matemática en la escuela primaria.

De acuerdo al DCB (1991), es necesario en primera instancia la inclusión de contenidos que garanticen un aprendizaje más funcional y adaptado a las circunstancias cambiantes de nuestras sociedades.

En la escuela se le debe de dar un tratamiento equilibrado al aprendizaje de contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales.

La enseñanza de las operaciones aritméticas elementales en la escuela primaria (suma, resta, multiplicación y división) constituyen un contenido fundamental en el currículum de matemáticas para este nivel educativo.

El NCTM (2000), señala los siguientes estándares para números y operaciones para preescolar y primer ciclo de educación primaria:

- Comprender el significado de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras.
- Calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables.

En relación a las operaciones aditivas en preescolar y hasta el segundo grado de educación primaria, todos los estudiantes deberán:

- Comprender diversos significados de la adición y sustracción de números enteros y las relaciones entre estas dos operaciones.
- Comprender los efectos de adicionar y sustraer números enteros.
- Desarrollar y usar estrategias para calcular números enteros, con énfasis en la adición y sustracción.
- Desarrollar fluidez con combinaciones numéricas básicas para adicionar y sustraer.
- Usar una variedad de métodos y herramientas para calcular, incluyendo objetos, cálculo mental, estimación, papel y lápiz y calculadoras. (NCTM, 2000, p. 77)

Los estándares anteriores subrayan en principio la necesidad de que los niños aprendan diversos significados de las operaciones aditivas y desarrollen estrategias personales o no canónicas de cálculo numérico.

En el currículum de matemáticas vigente para la educación primaria en México (SEP, 1993), se propone la enseñanza de la operación de resta con números naturales en los dos primeros ciclos.

La enseñanza de la resta con números naturales en los primeros grados de la educación primaria se centra en los siguientes tres aspectos: el planteamiento y resolución de problemas, el desarrollo de diversos procedimientos para restar y en el aprendizaje del algoritmo convencional para restar.

Cuando hablamos de la resta como una operación aritmética debemos diferenciar fundamentalmente dos aspectos: el significado de la operación por un lado, y por otro la representación y los procedimientos utilizados para resolver una situación que requiere el uso de la operación.

En la escuela primaria suele suceder que confundamos el concepto de la resta con su representación; de tal manera que hay una tendencia a enfatizar la enseñanza de la operatoria numérica, (procedimientos de cálculo), en detrimento de la construcción del significado de la operación.

En relación a la enseñanza de los procedimientos para restar, se privilegian los procedimientos convencionales y poco se estimula el desarrollo de procedimientos informales o no convencionales.

La construcción del significado de la operación de resta

Habría que diferenciar entre el significado de la resta a nivel estrictamente matemático y el significado o significados que puede asumir dicha operación ante diferentes situaciones.

La definición de la sustracción como objeto matemático de dos números naturales se basa, en la operación conjuntista de diferencia entre conjuntos (Maza 2000:182).

La operación de restar se denomina sustracción, del latín “substraere” que significa apartar, separar, extraer. Así mismo, el término resta tiene su origen en el latín “restare”, que significa sobrar, quedar (Maza, 2002 : 179).

Esta última idea es utilizada por Freudenthal (1983), quien señala que en el dominio de los objetos la sustracción significa separar y que formalmente resulta como la inversa de la adición.

Según autores como Vergnaud (1991) y Maza (2000), no hay un único significado de la resta (o de cualquier otra operación), sino que ésta dependería del tipo de situaciones o problemas en las que este concepto funciona o se aplica.

De esta manera, el aprendiz debe enfrentarse a diferentes tipos de problemas e identificar, a partir del análisis de las relaciones entre los datos de la situación, que tales situaciones, aunque diferentes, pueden ser resueltas con una misma operación.

Para Dickson y otros (1991), tenemos un ejemplo de comprensión del significado de una operación en el niño que ha captado tanto lo que se pretende decir con -pongamos por caso $200 - 125$ -, como la clase de situaciones a las que la expresión es aplicable.

El significado de la operación se va construyendo a medida que los aprendices se enfrentan a una variedad de situaciones y al mismo tiempo van desarrollando diversos procedimientos de cálculo para resolverlas y descubriendo las propiedades fundamentales de la operación.

La resolución de problemas de resta

En nuestro estudio, revisar el papel de los problemas verbales en la enseñanza de las matemáticas en la escuela es fundamental, en la medida en que permiten dimensionar su importancia tanto como medio para desarrollar los contenidos del currículum de matemáticas o como un fin en sí mismo.

De acuerdo con Verschaffel y De Corte (1997:69), los problemas verbales constituyen una parte importante de los programas de matemáticas en la escuela elemental y han tenido diferentes funciones:

- Una función de aplicación, para entrenar a los niños a aplicar el conocimiento matemático formal y las habilidades aprendidas en la escuela a situaciones del mundo real.
- Como un vehículo para el desarrollo de la capacidad general de resolución de problemas de los estudiantes.
- Para hacer las lecciones matemáticas más placenteras o motivadoras.
- Para desarrollar un concepto particular o destreza; por ejemplo para promover una profunda comprensión de las operaciones aritméticas.

En relación a los resultados derivados de estas funciones asignadas a los problemas verbales, Verschaffel y de Corte (1997:69), señalan que a pesar de esta larga tradición en la práctica educativa, la literatura internacional está llena de evidencias de que los problemas verbales no cumplen bien estas funciones. Al final de la escuela elemental muchos estudiantes:

- No parecen aplicar su conocimiento matemático formal a situaciones del mundo real.
- No tienen un acceso flexible a las estrategias heurísticas y metacognitivas para atacar problemas no estándar.
- Tienen solo una débil comprensión de las operaciones aritméticas como modelos de situaciones.
- Parecen tener aversión a las matemáticas en general y a los problemas verbales en particular.

Sobre este mismo asunto Nesher (2000), señala que se tiende a creer que el motivo por el que enseñamos a resolver problemas de enunciado verbal es la aplicabilidad de las matemáticas, como primer paso hacia la modelización.

Según Nesher (2000), el fracaso en la resolución de problemas de enunciado verbal tiene dos raíces:

- La mayoría de los niños no consiguen entender la esencia misma de la tarea.
- En segundo lugar, para enseñar a los niños qué deben de hacer con los problemas de enunciado verbal y cómo pueden decidir qué modelo matemático adoptar, deberíamos comprender lo que supone esta tarea.

En relación al proceso de resolución de problemas verbales Verschaffel y De Corte (1997: 76), resaltan la importancia de una adecuada representación de las relaciones entre los datos del problema, así como los conocimientos involucrados.

Para estos investigadores el proceso experto de solución de problemas comienza con la construcción de una red de representación de las relaciones semánticas entre las principales cantidades de un problema. Esta representación, que emerge al final de esta primera etapa, es el resultado de un complejo proceso de interacción de atrás-adelante y arriba-abajo.

Los mismos autores señalan que durante todo el proceso constructivo de representación del problema, hay tres tipos de conocimiento que parecen jugar un rol importante: la esquematización de situaciones problema, el conocimiento lingüístico, y el conocimiento sobre el juego de los problemas verbales escolares.

Los problemas de tipo aditivo

Entenderemos por problemas de tipo aditivo (Vergnaud,1991); aquellos problemas cuya solución exige adiciones o sustracciones.

Los problemas de tipo aditivo han sido clasificados de diferente manera siguiendo diferentes criterios. El análisis de estas tipologías nos

interesa para mostrar que resolver un problema de resta, en este caso, puede exigir del resolutor un cálculo relacional de mayor o menor complejidad en función de la situación problemática que se plantea y de su estructura relacional.

Entre las clasificaciones que hemos encontrado en relación a los problemas de tipo aditivo se encuentran las realizadas por Greeno y sus colaboradores (1978); Carpenter y Moser, (1982); Fuson (1992), Nesher (1982), y Vergnaud (1991).

En este estudio hemos retomado la clasificación de problemas aditivos propuesta por Vergnaud (1991), particularmente interesante desde el punto de vista de la complejidad psicogenética, y que consiste en seis grandes categorías básicas:

- Primera categoría: se componen dos medidas para dar lugar a una medida.

Ejemplo:

Pablo tiene 6 canicas de vidrio y 8 de acero. En total tiene 14 canicas.

- Segunda categoría: una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida.

- Primer ejemplo:

Pablo tenía 7 canicas antes de empezar a jugar. Ganó 4 canicas. Ahora tiene 11.

- Segundo ejemplo:

Pablo tenía 7 canicas antes de empezar a jugar . Perdió 4 canicas. Ahora tiene 3.

- Tercera categoría: una relación une dos medidas.

Ejemplo:

Pablo tiene 8 canicas. Jaime tiene 5 menos; entonces tiene 3.

- Cuarta categoría: dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.

Ejemplo:

Pablo ganó 6 canicas ayer y hoy perdió 9. En total perdió 3.

- Quinta categoría: una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.

Ejemplo:

Pablo le debía 6 canicas a Enrique. Le devuelve 4. Sólo le debe 2.

- Sexta categoría: dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo.

Primer ejemplo:

Pablo le debe 6 canicas a Enrique, pero Enrique le debe 4. Pablo le debe entonces sólo 2 canicas a Enrique.

Segundo ejemplo:

Pablo le debe 6 canicas a Enrique y 4 canicas a Antonio. Debe 10 canicas en total.

De acuerdo con Vergnaud (1991), la complejidad de los problemas de tipo aditivo varía en función no sólo de las diferentes categorías de relaciones numéricas que acabamos de ver, sino también en función de las diferentes clases de problemas que se pueden plantear para cada categoría.

Para este autor, las operaciones aritméticas de suma y resta responden a problemas que tienen un mismo tipo de estructura relacional, que a pesar de estar estrechamente vinculadas, deben ser trabajadas y mostradas a los alumnos con su carácter opuesto o recíproco.

Así mismo, los problemas de tipo aditivo tienen diferente nivel de complejidad psicogenética y obligan a los niños a desarrollar diferentes esquemas de representación de las relaciones entre los datos del problema.

La diversidad y la desigual dificultad de los problemas no se debe sólo a su pertenencia a una u otra de las seis clases de problema que acabamos de definir; otros factores intervienen igualmente (Vergnaud, 1991):

- La facilidad más o menos grande del cálculo numérico necesario.
- El orden y la presentación de las informaciones.
- El tipo de contenido y de las relaciones consideradas.

Los algoritmos convencionales para restar

Según Castro y otros (1992), hay dos formas principales de pensamiento que se desarrollan mediante la matemática: el pensamiento relacional, que enfatiza la descripción, construcción y clasificación de relaciones; y el pensamiento instrumental, que abarca los cálculos, trabajo algorítmico y la resolución de problemas.

Para Krimitski (1978), un algoritmo es una prescripción -una orden o un sistema de órdenes- que determina el encadenamiento de operaciones elementales que permiten obtener, a partir de los datos iniciales, el resultado que se busca.

Tradicionalmente ha coexistido en la escuela la enseñanza de dos tipos de algoritmos convencionales para restar a los que suele denominarse comúnmente como “pedir prestado” y el de “llevadas”, descritos genéricamente por Maza (1991). Según este autor, en consonancia con el aprendizaje del sistema decimal de numeración el algoritmo más coherente es el primero (tomar prestado).

Para Maza (1991), el algoritmo, tiene una doble naturaleza: es un procedimiento de cálculo y, al mismo tiempo, es un objeto de comprensión y construcción racional. En la vida cotidiana nos movemos sobre distintos algoritmos que debemos aplicar sin llegar a comprender realmente su fundamento.

Comprender los principios de funcionamiento de los algoritmos de cálculo numérico dota de una mayor flexibilidad al usuario para utilizar procedimientos semejantes pero diferentes. La comprensión conceptual implica una flexibilidad en el uso de distintas formas de un algoritmo.

Los procedimientos informales de cálculo numérico

La necesidad de estimular a los niños para que construyan y socialicen sus estrategias personales de resolución de problemas ha sido señalado anteriormente. Su importancia no sólo radica en la oportunidad que esto representa para que los niños desarrollen la confianza en sus propios recursos para hacer matemáticas y valoren las matemáticas como una construcción social; sino que también les permite comprender y establecer

relaciones conceptuales y recuperar los conocimientos adquiridos previamente

Por ello, es fundamental que la escuela estimule a los niños a recuperar el conocimiento informal construido fuera del contexto escolar para formalizarlo.

De acuerdo con el NCTM (2000), la base del desarrollo matemático de los niños es establecido en los años más tempranos.

Los niños (NCTM, 2000), necesitan introducirse en el lenguaje y convenciones de las matemáticas, manteniendo al mismo tiempo una conexión con su conocimiento y lenguaje informal. Ellos deben escuchar el lenguaje matemático siendo usado en contextos significativos.

Los niños desarrollan diferentes procedimientos informales o no convencionales del cálculo numérico como resultado de múltiples variables: del conocimiento que van adquiriendo sobre los números, de las exigencias que diversas situaciones contextualizadas les van planteando, etc.

Sobre las estrategias para resolver problemas que los niños desarrollan fuera del contexto escolar nos parece particularmente interesante recuperar algunos de los resultados a los que han llegado los estudios realizados por Carraher y otros (1995c), relacionados con la resolución de problemas en la escuela y fuera de la escuela. En estos estudios los autores subrayan el papel que juegan los procedimientos orales en la resolución de problemas no escolares.

En concordancia con los autores que hemos citado, consideramos fundamental en el proceso instruccional recuperar, socializar y reflexionar en el aula sobre los procedimientos informales que los aprendices utilizan en la resolución de problemas tanto de la vida cotidiana como del propio contexto escolar.

PARTE III
METODOLOGÍA, ESTRATEGIAS E
INSTRUMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN

9. FUNDAMENTACIÓN DE LA METODOLOGÍA

Una de las cuestiones fundamentales cuando se hace investigación educativa es explicitar el marco metodológico con el cual se pretende abordar el problema objeto de estudio.

En ocasiones, desde el diseño del proyecto hay una identificación con un enfoque de investigación y, en consecuencia, los demás enfoques parecen insuficientes o limitados para abordar el problema que interesa estudiar. En nuestro caso, ha sido en la medida que se ha ido afinando el problema, objetivos y preguntas de la investigación, y que paralelamente se han revisado diversos enfoques metodológicos de investigación educativa; como se ha avanzado en la configuración del marco metodológico.

Así, el presente estudio se enmarca dentro de un enfoque de investigación interpretativa, de tipo exploratorio y descriptivo.

Partimos de la revisión de los diferentes modelos de investigación educativa presentados por Cohen y otros (2000), Merriam (1998), Arnal (1997), y Stake (1997).

Cohen y otros (2000:181), ubican tres paradigmas o aproximaciones de la investigación educativa:

- El paradigma “científico” descansa sobre la creación de marcos teóricos que pueden ser evaluados por experimentación, réplica.
- La segunda aproximación, busca entender e interpretar el mundo en términos de sus actores y, en consecuencia, puede ser descrita como interpretativa y subjetiva.
- Una tercera aproximación toma en cuenta los contextos políticos e ideológicos de la investigación educativa, es la de la investigación educativa crítica.

Esta clasificación concuerda con la tipología propuesta por Carr y Kemmis (1986), citados en Merriam (1998:4), quienes clasifican la investigación educativa en tres formas básicas: positivista, interpretativa y crítica.

- En la forma positivista de investigación, la educación o escuela es considerada el objeto o fenómeno o sistema para ser estudiado. El conocimiento obtenido a través de la investigación científica y experimental es objetiva, observable y medible.
- En la investigación interpretativa la educación es considerada como un proceso y la escuela como una experiencia de vida. La comprensión del significado de los procesos o experiencias constituye el conocimiento obtenido desde una inducción -hipótesis o teoría-producto (más que de una deducción o test), de un modo de investigar.
- En la tercera orientación -la investigación crítica- la educación es considerada como una institución social diseñada para la reproducción y transformación social y cultural.

Otra clasificación genérica que revisamos es la que hace Stake (1999), quien agrupa la investigación educativa en dos enfoques: cualitativa y cuantitativa, según el tipo de datos en los que se centra el análisis de la información.

De acuerdo con Stake (1999:42), hay tres aspectos fundamentales que diferencian la investigación con orientación cualitativa de la cuantitativa:

- La distinción entre explicación y comprensión como objeto de la investigación.
- La distinción entre una función personal y una función impersonal del investigador.
- Una distinción entre conocimiento descubierto y conocimiento constructivo.

La investigación cualitativa está centrada en la comprensión de las complejas relaciones del objeto de estudio, no intenta establecer relaciones de causa-efecto, sino comprender la particularidad del caso, se interpretan los acontecimientos -la investigación cualitativa pone el énfasis en la interpretación.

Para Stake (1999:45), lo característico de los estudios cualitativos es que dirigen las preguntas de la investigación a casos o fenómenos y buscan modelos de relaciones inesperadas o imprevistas. La función de la investigación (Stake,1999:46), no es necesariamente la de trazar el mapa y conquistar el mundo, sino la de ilustrar su contemplación.

Así, nuestro trabajo de investigación se enmarca dentro de un enfoque de investigación interpretativa definidas por Cohen y otros (2000), Merriam (1998); y que, de acuerdo con Arnal (1997), se destaca por los siguientes puntos:

- La primacía que otorga a la experiencia subjetiva inmediata como base del conocimiento.
- El estudio de los fenómenos desde la perspectiva de los sujetos, teniendo en cuenta su marco referencial.
- El interés por conocer la manera como las personas experimentan e interpretan el mundo social que construyen en interacción.

La investigación realizada también comparte, algunas de las características más importantes señaladas por Arnal (1997), en relación a la investigación cualitativa:

- El estudio es de carácter exploratorio y descriptivo; en el sentido de que pretendemos recoger y analizar información que nos pueda servir como base previa para orientar futuros estudios.
- Nuestro diseño ha ido evolucionado progresivamente, en la medida que se ha ido conformando un marco de referencia conceptual y se ha considerado la información proveniente de la aplicación de los instrumentos de la investigación.
- El grupo de personas que han participado en el estudio, si bien comparten concepciones sobre la enseñanza de la resta, también tienen diferentes concepciones sobre el tema. Entendemos que los resultados son privativos del grupo con el que se ha trabajado y que,

por lo tanto, no se pueden generalizar los resultados a cualquier otra muestra de profesores.

Así, el estudio que se ha realizado es de tipo exploratorio y descriptivo. De acuerdo con Cohen y otros (2000), es exploratorio ya que ha permitido generar otras preguntas de investigación, y descriptivo puesto que ha generado informes narrativos.

El presente estudio acerca de las concepciones de los profesores de educación primaria sobre la enseñanza de la resta desde una perspectiva de investigación interpretativa es coherente con el objetivo y preguntas de investigación de las cuales hemos partido.

10. ESTRATEGIAS E INSTRUMENTOS DE RECOGIDA DE DATOS

Para el proceso de recolección de datos se diseñaron una estrategia general, que fue la principal fuente de información, y tres instrumentos que fueron utilizados con carácter complementario.

La estrategia consistió en el diseño y desarrollo de un Curso de Formación Profesional (CFP) de profesores, basado en la metodología de estudio de casos e incidentes críticos sobre el tema “La enseñanza de la resta en la escuela primaria”.

El CFP tuvo como eje de desarrollo el análisis del “Caso Abel”, diseñado y validado durante la primera parte de la investigación (Martínez, 2001); así como dos incidentes críticos propuestos por los propios profesores participantes.

Además de la información obtenida a través de la participación de los profesores en el CFP, se utilizaron tres instrumentos complementarios de recogida de datos que fueron diseñados y validados con anterioridad (Martínez, 2001):

- Cuestionario Abierto.
- Cuestionario de Ponderación.
- Cuestionario de Ordenación.

Si bien el estudio que se ha realizado está fundamentado en una metodología de tipo interpretativa, de forma complementaria, hemos hecho uso de herramientas de recogida de datos que han sido, por excelencia, privativos de enfoques de investigación empírico-analíticos; como es el caso de los Cuestionarios de Ponderación y Ordenación.

La utilización complementaria de estrategias e instrumentos de investigación de carácter más cualitativo (como el caso del Curso de Formación Profesional y el Cuestionario Abierto), y de instrumentos que provienen de la investigación cuantitativa (Cuestionarios de Ponderación y Ordenación), han

permitido observar y contrastar la continuidad y cambio en las ideas de los profesores. La diferencia fundamental entre estos instrumentos ha sido el mayor “grado de libertad” que los primeros ofrecen a los profesores, para expresar sus concepciones sobre la enseñanza de la resta.

Por otra parte, el uso complementario de instrumentos y estrategias de investigación de distinta naturaleza nos ha permitido hacer una triangulación metodológica, estudiando un mismo aspecto de diferentes maneras.

El Curso de Formación Profesional

La estrategia fundamental de recogida de datos fue la grabación en audio y video de las sesiones de un curso de formación permanente del profesorado sobre el tema “La enseñanza de la resta en la escuela primaria” desarrollado por el propio investigador.

El curso de formación del profesorado tuvo como ejes de desarrollo el análisis del “Caso Abel”, un problema pedagógico hipotético utilizado en nuestro estudio preliminar (Martínez, 2001); así como el análisis de incidentes críticos en relación al tema de la resta, propuestos por los propios profesores.

En el siguiente recuadro se presenta el “Caso Abel”, un instrumento diseñado, utilizado y validado durante la primera etapa del estudio.

A continuación te presentamos una situación que corresponde a un seminario de formación permanente del profesorado. El seminario está relacionado con el aprendizaje y enseñanza de la resta. Uno de los profesores, Abel, que participa en el seminario, narra una situación que actualmente está viviendo con un grupo de alumnos con los que trabaja.

Analiza la situación y expresa posteriormente tu opinión en relación al caso presentado.

CASO ABEL, PROFESOR DE TERCER GRADO DE PRIMARIA

Trabajo actualmente con un grupo de alumnos de tercero.

Este año mis alumnos están teniendo muchas dificultades con el aprendizaje de la resta.

En años anteriores yo no había tenido estos problemas ya que generalmente trabajaba con los mismos niños desde segundo y continuaba con el mismo grupo en tercero.

Tengo algunos casos como los siguientes:

A) Cuando les he propuesto el siguiente problema, Ana lo resuelve de la siguiente manera:

*Luis tiene ahorrados \$ 200 y compra un balón de fútbol que cuesta \$125
¿Cuánto dinero le ha quedado?*

$$\begin{array}{r}
 200 \\
 + \\
 125 \\
 \hline
 325
 \end{array}$$

B) Enfrentado al problema anterior, Carlos lo resuelve oralmente siguiendo los siguientes pasos:

*Luis tiene ahorrados \$ 200 y compra un balón de fútbol que cuesta \$125
¿Cuánto dinero le ha quedado?*

$$200-125=$$

“ 200-100 son 100”

“ 100 -25 son 75”

“ Ahora tiene 75 pesos”

C) Finalmente está Beatriz, quien resuelve el problema, de la siguiente manera:

*Luis tiene ahorrados \$ 200 y compra un balón de fútbol que cuesta \$125
¿Cuánto dinero le ha quedado?*

$$\begin{array}{r} 200 \\ - \\ 125 \\ \hline 185 \end{array}$$

“ Cinco para diez 5”

“ Dos para diez 8 “

“dos menos 1 uno “

“ Ahora tiene 185 pesos”

GUIÓN DE DISCUSIÓN DEL CASO

En relación a la situación A.

- ¿Te has encontrado alguna vez con alguna situación semejante?
- ¿Consideras que lo que está ocurriendo en esta situación podría corresponder a un problema de enseñanza ?, ¿Por qué?
- ¿A qué crees se deba la dificultad de Ana?
- ¿Qué recomendaciones le darías a Abel para ayudar a Ana ante esta situación ?

En relación a la situación B.

- ¿Consideras problemática esta situación?,¿Por qué?
- ¿En qué crees que estará pensando Carlos par resolver el problema de la manera en que lo ha hecho?
- ¿Consideras adecuado que los niños utilicen estrategias informales o no convencionales para resolver los problemas de resta?.¿Por qué?
- ¿Qué harías ante esta situación?

En relación a la situación C

- a) ¿Cuál es el problema de Beatriz?
- b) ¿Qué le propondrías tu a Abel para resolver esta situación?
- c) Describe el procedimiento para restar te parece más adecuado que los niños aprendan en este nivel escolar.
- d) ¿Qué te parece el problema propuesto por el profesor?

Los compañeros de Abel le han sugerido las siguientes opciones de intervención pedagógica:

Opción 1

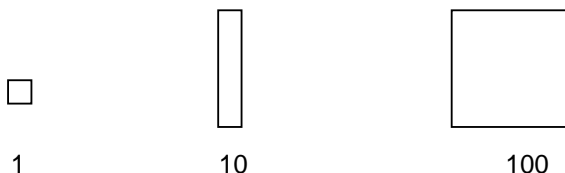
Utilizar monedas de diferente denominación como apoyo para que los niños resuelvan la operación $(200 - 125)$.

Opción 2

Enseñar a los niños el procedimiento convencional para restar, mediante una secuencia de ejercicios numéricos, aumentando gradualmente la dificultad de la operación y el tamaño de los números involucrados:.

Opción 3

Utilizar material multibase como apoyo para la comprensión de cada uno de los pasos del procedimiento convencional para restar.



Opción 4

Partir del planteamiento de problemas relacionados con la vida cotidiana de los niños y dejar a los niños en libertad de resolverlo utilizando un procedimiento informal o el procedimiento convencional.

Opción 5

Reforzar el aprendizaje del procedimiento convencional para restar, explicando a los niños de manera más clara cada uno de los pasos y poniéndoles muchos ejercicios numéricos para que lo dominen.

- a) ¿De las opciones didáctica anteriores ¿Cuál te parece más adecuada para enseñar el tema de la resta ?, ¿Por qué?
- b) ¿Qué opción didáctica te parece menos adecuada?, ¿Por qué?
- c) ¿Qué sugerencia harías para enseñar el tema de la resta pero que por algún motivo en la escuela no se hace o no se puede hacer?

Cuadro 9. Caso Abel

El “Caso Abel” fue validado durante la fase preliminar de esta investigación (Martínez, 2001), utilizándolo como contenido central de una entrevista semiestructurada aplicada a profesores de educación primaria con la intención de acceder a sus concepciones sobre la enseñanza de la resta.

En ese estudio preliminar también se exploró y validó la entrevista a partir de “Casos” como una metodología para el estudio de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta. En esa etapa se utilizó la entrevista semiestructurada a dos niveles: a nivel individual y en parejas.

En el desarrollo de esa primera fase de la investigación previa descubrimos la riqueza de realizar entrevistas en parejas, permitiendo el intercambio de puntos de vista de dos profesores en relación a un mismo problema pedagógico.

De esta manera constatamos cómo la entrevista en parejas, parecía ofrecer mayores oportunidades para que los profesores se expresaran: algunas veces adhiriéndose al punto de vista de sus compañero, otras entrando en confrontación de opiniones. También parecía que el apoyo entre iguales les permitía tener mayor confianza en sí mismos y expresar sus ideas con más libertad. A veces, en la entrevista individual, el profesor se bloqueaba en su discurso y era la intervención del entrevistador finalmente la que daba rumbo e incluso contenido a su discurso. Nos preguntamos en este momento si una discusión colectiva en pequeños grupos (cuatro o cinco personas) no enriquecería aún más el contenido del discurso del profesor.

Esta situación nos llevó a pensar en la posibilidad de diseñar y desarrollar un curso de formación permanente del profesorado de educación primaria que tuviera como eje el análisis de “Casos”, “Problemas pedagógicos”, o “Incidentes críticos” ocurridos en el aula de los profesores, en relación a la enseñanza de la resta.

Otra razón que nos llevó a diseñar y utilizar un curso de formación de profesores como contexto para identificar las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas fue que en el fondo estuvimos siempre preocupados por ir más allá de la mera identificación de tales concepciones y

plantearnos el problema del cambio de las concepciones a través de un curso de formación del profesorado con ciertas características.

El curso de formación del profesorado, nos llevaba más allá de las limitaciones de una entrevista individual o en pequeños grupos, acercándonos más al pensamiento real, concreto, de los profesores; y en este sentido acercándonos al razonamiento pedagógico del profesor. El curso de formación del profesorado agregaba un elemento contextualizador en el estudio de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta. Nos ofrecía pues un ambiente o una situación mucho más amplia, rica y flexible, para estudiar las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas.

Aunque en un primer momento identificamos la necesidad de estudiar las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta a través del discurso y las tareas concretas que desarrollaban en la clase de matemáticas, también pensamos que la práctica pone limitaciones al pensamiento del profesor de tipo operativo-restrictivo que lo lleva a hacer no lo que cree que se debe hacer, sino a lo que puede hacer.

Por ello, optamos por una estrategia de aproximación al pensamiento del profesor sobre la enseñanza de las matemáticas, que lo ponga en situaciones hipotéticas cercanas a la realidad de su práctica y lo lleven a reflexionar y a expresar sus concepciones.

Así, la utilización del “estudio de casos” e “incidentes críticos” ha tenido una doble finalidad:

- Para los objetivos de nuestra investigación, acercarnos a identificar las concepciones del profesorado en relación a la enseñanza de la resta; analizando su posicionamiento en relación a los problemas pedagógicos propuestos para su análisis.
- Como una metodología alternativa en la formación permanente del profesorado que estimula la reflexión individual y colectiva sobre problemas de la práctica del profesorado.

La primera finalidad, la aplicación del análisis de casos e incidentes críticos en el estudio de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas, es un posicionamiento nuevo y constituye una aportación de la investigación.

El uso del “estudio de casos” e “incidentes críticos” en el marco de un curso de formación permanente del profesorado, nos da un contexto más “natural” para el estudio de las concepciones de los profesores; al mismo tiempo que nos coloca en una relación ética con el profesorado quienes se benefician de su participación en la investigación.

Los casos, como señala Llinares (1994b), son “escenas” específicas que presentan cuestiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje a resolver. Suelen ser desde esta perspectiva grabaciones en video o narraciones escritas que describen alguna cuestión relativa a los procesos de aprendizaje, o situaciones de enseñanza contextualizadas en un tiempo y lugar en particular.

El estudio de casos como una aproximación metodológica al proceso de enseñar a aprender está ampliamente documentada (Llinares, 1994) y permite cubrir entre otros, los siguientes propósitos:

- Como un medio para el desarrollo de procesos de reflexión y generar aproximaciones críticas a las situaciones de enseñanza.
- Como situaciones que presentan cuestiones enraizadas en las nuevas aproximaciones a la enseñanza de las matemáticas que se pretenden generar.

Lo que hemos dicho antes en relación al estudio de casos, es aplicable al uso incidentes críticos como medio para acceder a las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas y como metodología para la formación del profesorado.

Los incidentes críticos son, como señala Rosales (2000:200), casos o situaciones especialmente problemáticos o significativos, con los que un profesor se encuentra sólo esporádicamente y que, sin embargo, pueden ser fuente de importantes aprendizajes, así como poner de relieve las

características de su formación, de sus capacidades y debilidades profesionales.

El análisis de casos e incidentes críticos constituye una inmejorable ocasión para el ejercicio de la reflexión sobre la enseñanza. Aunque muy similares, en el presente trabajo hacemos una ligera distinción entre “casos” e “incidentes críticos”.

“El Caso Abel” ha sido diseñado y propuesto por el investigador para estimular la reflexión del grupo sobre aspectos específicos de interés didáctico o de investigación, mientras que los incidentes críticos fueron redactados y propuestos para su análisis por los propios profesores participantes.

En nuestra investigación, el estudio de “casos” e “incidentes críticos” es utilizada con esa doble finalidad señalada anteriormente: como metodología alternativa para la formación permanente del profesorado, y como instrumentos para acceder a las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta.

En este sentido, a través del análisis de casos e incidentes críticos los profesores proyectan de manera indirecta, sus concepciones sobre la enseñanza de la resta.

Por otra parte consideramos que ante una situación pedagógica que les resulta muy familiar, los profesores expresan sus ideas con más espontaneidad y amplitud por lo que obtendremos a través de esta metodología una descripción más cercana a sus concepciones.

Tomando como base el “Caso Abel” presentado anteriormente, nos dimos a la tarea de diseñar y desarrollar el siguiente curso sobre la enseñanza de la resta en la escuela primaria”.

Una descripción más amplia del diseño del Curso se presenta en el Anexo: Diseño del CFP.

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BARCELONA
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS Y CIENCIAS
EXPERIMENTALES
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL ESTADO DE NUEVO LEÓN**

Curso

“ La enseñanza de la resta en la escuela primaria”

Dirigido a : maestras y maestros de 1º a 4º grados de educación primaria

Profesor: Mario Martínez Silva

Objetivos:

- Promover una visión constructivista de la enseñanza de las matemáticas que tome en cuenta la conextualización de los contenidos de aprendizaje.
- Analizar las dificultades inherentes al aprendizaje y enseñanza de la resta en la educación primaria a partir del análisis de casos e incidentes críticos.
- Revisar y proponer diversas orientaciones de intervención educativa para la enseñanza de la resta en la escuela primaria.

Contenidos:

- Aspectos fundamentales en el aprendizaje y enseñanza de la resta:
 - Objetivos y estándares curriculares.
 - Sentido/significado de la operación.
 - Representación de la operación.
 - Procedimientos de cálculo: procedimientos no convencionales-procedimientos convencionales.
 - Los problemas de estructura aditiva.
- Contextualización y enseñanza de la resta
 - Importancia de la contextualización en el aprendizaje y enseñanza de la resta.
 - La variación del desempeño matemático a través de contextos.
 - Situaciones cotidianas como contexto en la enseñanza de las matemáticas.

Actividades:

- Dinámica de presentación de los integrantes del grupo. (15´)
- Encuadre del curso y contrato didáctico. (15´)
- Describir “incidentes críticos” ocurridos en las aulas de los profesores participantes en relación al tema de la enseñanza de la resta. (15´)
 - Explicación por parte del profesor de lo que es un “ incidente crítico”
 - Solicitar a los profesores un relato por escrito de un “incidente crítico” que haya ocurrido en clase en relación al tema de la enseñanza de la resta. (Actividad a realizar en casa).
 - El relato deberá contar al menos con tres componentes:

- a) Descripción del incidente centrada en los aspectos considerados más significativos.
 - b) Contextualización del incidente, dando a conocer las circunstancias en que se produce y que pudieran contribuir de forma importante a su aparición y desarrollo.
 - c) Un primer análisis y valoración por el profesor que lo relata.
- Discusión grupal sobre las siguientes cuestiones (30):
 - ¿Qué es la resta?
 - ¿A qué nos referimos cuando hablamos de enseñar a los niños a restar?
 - ¿Qué han de aprender los niños en relación al tema de la resta en la escuela primaria?
 - Síntesis y exposición de aspectos por el profesor.
 - Análisis grupal y en pequeños grupos del “Caso Abel” (Tiempo aproximado: 1 hora)
 - Lectura global del “Caso Abel”.
 - Análisis por equipo de la Situación “A” del “Caso Abel” en base al siguiente guión de preguntas:
 - a) ¿Te has encontrado alguna vez con alguna situación semejante?
 - b) ¿Consideras que lo que está ocurriendo en esta situación podría corresponder a un problema de enseñanza?, ¿Por qué?
 - c) ¿A qué crees se deba la dificultad de Ana?
 - d) ¿Qué recomendaciones le darías al profesor Abel para ayudar a Ana ante esta situación?
 - e) ¿Qué te parece el problema propuesto por el profesor del Caso Abel?
 - Elaboración por escrito de las conclusiones.
 - Presentación y discusión grupal de conclusiones.
 - Lectura individual del artículo: *La construcción del significado de la operación de resta.* (Actividad a realizar en casa)
 - Discusión en equipos del artículo: *La construcción del significado de la operación de resta.* (Tiempo aproximado: 1 hora)
 - Responder por escrito a las siguientes cuestiones:
 - ¿Qué recomendaciones didácticas podemos hacer al profesor Abel en relación al tratamiento de la situación A del caso Abel a partir de la lectura del artículo?
 - ¿Cómo podemos favorecer la construcción del significado de la resta por los niños?
 - Presentación y discusión grupal de las conclusiones.
 - Análisis en equipos de trabajo de la Situación B del “Caso Abel” en base al siguiente guión de preguntas. (Tiempo aproximado: 1 hora)
 - a) ¿Consideras problemática esta situación?, ¿Por qué?
 - b) ¿En qué crees que estará pensando Carlos (el niño del caso), para resolver el problema de la manera en que lo ha hecho?
 - c) ¿Consideras adecuado que los niños utilicen estrategias informales o no convencionales para resolver los problemas de resta?, ¿Por qué?

- d) ¿Qué harías ante esta situación?
 - Elaboración por escrito de las conclusiones.
 - Presentación y análisis grupal de las conclusiones.
- Lectura individual del artículo: *Los procedimientos informales para restar.* (Actividad en casa).
- En equipos de trabajo comentar el texto: *Los procedimientos informales para restar.* (Tiempo aproximado: 1 hora)
 - Responder de manera escrita a la siguiente cuestión:
 - ¿Qué recomendaciones podemos derivar de la lectura del artículo en relación a los procedimientos informales para restar?
 - Presentación y análisis grupal de las recomendaciones de cada uno de los equipos.
- Análisis en equipos de trabajo de la Situación C del “Caso Abel” en base al siguiente guión de preguntas: (Tiempo aproximado: 1 hora)
 - a) ¿Cuál es el problema de Beatriz?
 - b) ¿Qué le propondrías tu al profesor Abel para resolver esta situación?
 - c) Describe el procedimiento para restar que te parece más adecuado que los niños aprendan en este nivel escolar.
 - Elaboración por escrito de las conclusiones.
 - Presentación y discusión grupal de las conclusiones de cada equipo.
- Lectura individual del artículo: *Los procedimientos convencionales para restar.* (Actividad en casa).
- En equipos de trabajo discutir el contenido del texto: *Los procedimientos convencionales para restar.* (Tiempo aproximado: 1 hora)
 - Elaborar por escrito algunas recomendaciones didácticas en relación a la enseñanza del algoritmo convencional de la resta derivadas de la lectura del artículo.
 - Presentación y discusión grupal de las conclusiones anteriores.
- En equipos de trabajo analizar cada una de las alternativas de intervención propuestas en el caso Abel. En base al siguiente guión: (Tiempo aproximado: 1 hora)
 - a) ¿De las opciones didáctica que se presentan cuál te parece más adecuada para enseñar el tema de la resta ?, ¿Por qué?
 - b) ¿Qué opción didáctica te parece menos adecuada?, ¿Por qué?
 - c) ¿Qué sugerencia harías para enseñar el tema de la resta pero que por algún motivo en la escuela no se hace o no se puede hacer?
 - Elaboración por escrito de las conclusiones. Presentación y discusión grupal de las conclusiones de cada equipo.
- Lectura individual del artículo: *Los problemas de tipo aditivo.* (Actividad a realizar en casa).
- En equipos de trabajo, discutir el contenido del artículo: *Los problemas de tipo aditivo.*

(Tiempo aproximado: 1 hora)

- ¿Qué recomendaciones didácticas para la enseñanza de la resta podemos derivar de la lectura del texto?
- Analizar algunos de los problemas propuestos en el Cuestionario Abierto en base a los siguientes criterios:
 - ¿En qué categoría de problemas aditivos los podemos ubicar?
 - ¿Son problemas adecuados para trabajar la enseñanza de la resta?
¿ Por qué?
 - ¿Qué modificaciones les harías para utilizarlos en la enseñanza de la resta?
- Presentación y análisis grupal de las conclusiones de cada equipo.
- Lectura individual del artículo: *Contextualización y enseñanza de la resta.* (Actividad en casa).
- Revisar y discutir en equipos de trabajo el artículo: Contextualización y enseñanza de la resta. (Tiempo aproximado: 1 hora)
 - Responder por escrito a la siguientes cuestiones: ¿Qué recomendaciones didácticas podemos derivar de la lectura de este artículo en relación a la enseñanza de la resta?.
 - A la luz de estas ideas ¿Qué te parece el problema propuesto por el profesor del Caso Abel (el problema de los dulces)?
 - ¿Qué adecuaciones se pueden hacer a este problema para que fuera más relevante o significativo para trabajar el tema de la resta?
 - Presentación y análisis grupal de las conclusiones de cada equipo.
- Analizar “incidentes críticos” ocurridos en las aulas de los profesores participantes en relación al tema de la enseñanza de la resta. (Tiempo aproximado: 3 horas)
 - Análisis y discusión a nivel de equipo de alguno de los incidentes críticos descritos por los participantes, considerando aspectos como los siguientes:
 - a) ¿Por qué se considera un incidente crítico?
 - b) ¿A qué aspecto de la enseñanza de la resta está referido?
 - c) Identificación de posibles causas.
 - d) Estudio de las soluciones que se adoptaron y de otras que se pudieron tomar.
 - Presentación y análisis grupal de uno de los incidentes críticos revisados a nivel de equipo (el más relevante para el grupo) considerando las orientaciones señaladas anteriormente.

Cuadro 10. Guión del Curso de Formación Profesional.

Como material de apoyo para el desarrollo del CFP se elaboró un documento titulado “La enseñanza de la resta en la escuela primaria” compuesto por los siguientes cinco textos, redactados para tal propósito por el propio investigador: (Anexo: Documento de apoyo al CFP)

- La construcción del significado de la resta.
- Los procedimientos informales de cálculo numérico.
- Los algoritmos convencionales para restar.
- Los problemas de tipo aditivo.
- La importancia de la contextualización en la enseñanza de las matemáticas.

El contenido de estos artículos está basado en el Marco de Referencia Conceptual elaborado durante la primera fase del estudio (Martínez, 2001). La adaptación de los textos para el curso de formación de profesores, nos parece ya en sí misma una valiosa aportación del trabajo de investigación realizado.

Debido a las condiciones reales que se nos presentaron para trabajar con los profesores, el curso se desarrolló durante tres jornadas de cuatro horas cada una.

El Cuestionario Abierto

El Cuestionario Abierto fue otro de los instrumentos que se construyeron para recoger información sobre las concepciones de los profesores en relación a la enseñanza de la resta en la escuela primaria. Este instrumento nos permitió explorar las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta, más allá de la mera verbalización de sus ideas, al ponerlo ante una tarea propositiva muy concreta.

El Cuestionario Abierto se nos ha revelado como una fuerte herramienta de recogida de datos a partir de los cuales inferir concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas en general y de la resta en particular. Este instrumento consiste en un cuestionario escrito en donde se solicita a los profesores que escriban seis ejercicios, problemas o situaciones que utilizarían o utilizan en la escuela primaria para trabajar el tema de la resta.

A través de este instrumento se ha pretendido obtener información relacionada con los siguientes aspectos de la enseñanza de la resta: ¿Qué situaciones, problemas o ejercicios son pensados de manera espontánea por los profesores para enseñar el tema de la resta?; ¿En qué piensan los profesores cuando se les pregunta sobre la enseñanza de la resta?; ¿Qué tipo de problemas son propuestos por los profesores para enseñar la resta?

Este instrumento fue elaborado y validado durante la primera etapa de la investigación (Martínez, 2001). El Cuestionario nos proporcionó una riqueza y variedad de respuestas de los profesores que superó, por mucho, las expectativas que teníamos sobre la utilidad de éste. En el proceso de elaboración y validación se puso de manifiesto que este instrumento permite recoger datos relacionados con los siguientes aspectos:

- Tipo de situación planteada: problema, operación numérica.
- Presentación de la información del problema: enunciado escrito, dibujo, gráfica, cuadro, etc.

- Contenido o contexto del problema.
- Tipo de problema aditivo.
- Lugar de la incógnita.
- Palabras “clave” utilizadas.
- Clase de números involucrados en el problema.

Estas categorías no las teníamos elaboradas apriori, sino que fueron construidas en el proceso de análisis de la información. A continuación se presenta el Cuestionario Abierto utilizado:

<p>UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BARCELONA DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS Y DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES</p>
<p>La siguiente actividad forma parte de una investigación que estamos realizando en el Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales de la UAB a través de la cual pretendemos identificar y analizar las ideas que tiene el profesorado sobre la enseñanza de la resta en la escuela primaria y proponer alternativas para su desarrollo profesional . La información que nos proporciones será manejada con absoluta confidencialidad. Agradecemos tu valiosa colaboración.</p>
<p>DATOS GENERALES</p>
<p>SEXO: M ____ F ____ EDAD ____</p>
<p>CENTRO EDUCATIVO _____</p>
<p>NUMERO DE AÑOS DE EXPERIENCIA DOCENTE: _____</p>
<p>GRADO ESCOLAR EN EL QUE ACTUALMENTE IMPARTES LA DOCENCIA _____</p>
<p>ESTUDIOS PROFESIONALES _____</p>
<p>ACTIVIDAD</p>
<p>Escribe seis ejercicios, problemas o situaciones que utilizarías o utilizas en la escuela primaria para trabajar el tema de la resta. Si lo consideras necesario puedes escribir hasta diez o más .</p>
<p>Los problemas o ejercicios pueden ser inventados o retomados de cualquier fuente. En todo caso lo que interesa es que éstos sean ejemplos del tipo de situaciones que utilizas o utilizarías para que los niños aprendan los aspectos fundamentales de la resta en la escuela primaria.</p>

Cuadro 11. Cuestionario Abierto.

Cuestionario de Ponderación

El Cuestionario de Ponderación fue otro de los instrumentos de recogida de datos que se elaboraron y validaron durante la primera etapa de la investigación (Martínez, 2001).

El Cuestionario de Ponderación está conformado por 40 proposiciones que enuncian algunas concepciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la resta en la escuela primaria. Los profesores han de tomar postura en relación a cada una de las proposiciones (si están totalmente de acuerdo, moderadamente de acuerdo, moderadamente en desacuerdo, totalmente en desacuerdo o indeciso), y escribir el número correspondiente después de cada afirmación según un parámetro del 1 al 5 que muestran un acuerdo total o desacuerdo total, respectivamente.

Las proposiciones que se plantean en el Cuestionario de Ponderación están redactadas de tal manera que los profesores se vean obligados a asumir un posicionamiento en relación a cada afirmación que se hace en relación a la enseñanza de la resta. Así mismo, a lo largo del instrumento se repite la idea central de algunas proposiciones redactándolas de diferente manera.

En el proceso de elaboración y validación se puso de manifiesto que este instrumento permite recoger datos relacionados con las siguientes categorías:

- Los objetivos o fines de la enseñanza de la resta.
- La construcción del significado de la operación en el proceso instruccional.
- El papel que tiene la contextualización en el proceso de enseñanza.
- Las explicaciones a las dificultades de aprendizaje del alumnado.
- La importancia de los conocimientos previos de los niños en el aprendizaje.
- Las características de un proceso instruccional relevante.
- Los procedimientos para restar.

Estas categorías fueron construidas y afinadas teniendo como base el marco de referencia conceptual y el proceso de validación realizado durante la primera etapa de la investigación (Martínez, 2001). Contrario a lo que pareciera la construcción del Cuestionario de Ponderación no fue una tarea sencilla, sino que fue una tarea compleja y altamente formativa que nos permitió profundizar en los aspectos que sobre la enseñanza de la resta nos interesaba estudiar en los profesores y clarificar conceptos en relación al tema. En el siguiente cuadro se presenta el Instrumento de Ponderación aplicado a los profesores.

<p style="text-align: center;">UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BARCELONA DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS Y DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES</p> <p>La siguiente actividad forma parte de una investigación que estamos realizando en el Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales de la Universidad Autónoma de Barcelona. A través de ésta pretendemos identificar y analizar las ideas que tiene el profesorado sobre la enseñanza de la resta en la escuela primaria y proponer alternativas para su desarrollo profesional.</p> <p>La información que nos proporciones será manejada con absoluta confidencialidad. Agradecemos tu valiosa colaboración.</p> <p>DATOS GENERALES</p> <p>Sexo: _____ M _____ F _____ Edad: _____</p> <p>Centro educativo: _____</p> <p>Numero de años de experiencia docente: _____</p> <p>Grado escolar en el que actualmente impartes la docencia: _____</p> <p>Estudios profesionales _____</p> <p>INSTRUCCIONES</p> <p>Las siguientes afirmaciones sintetizan algunas de las opiniones que tienen los profesores sobre el aprendizaje y la enseñanza de la resta en la escuela primaria.</p> <p>Léelas cuidadosamente y decide si estás totalmente de acuerdo, moderadamente de acuerdo, moderadamente en desacuerdo, totalmente en desacuerdo o si estás indeciso. Escribe el número correspondiente después de cada afirmación.</p>
--

Totalmente de acuerdo	Moderadamente de acuerdo	Indeciso	Moderadamente en desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
1	2	3	4	5
<p>1. La mayoría de las dificultades que tienen los niños en el aprendizaje de la resta se deben a problemas cognitivos, de atención; o a que definitivamente a algunos niños no se les da el aprendizaje de las matemáticas. _____</p> <p>2. La enseñanza de la resta debe partir del planteamiento de problemas o situaciones de la vida cotidiana. _____</p> <p>3. En el aprendizaje de la resta los niños deben aprender primero a hacer restas y después a aplicar este conocimiento para resolver problemas. _____</p> <p>4. Debemos enseñar a los niños una sola técnica para restar porque si no se confunden y cometen muchos errores. _____</p> <p>5. Para que los niños comprendan el significado de la resta debemos proponerles una variedad de problemas que se resuelvan con esta operación. _____</p> <p>6. Los niños aprenderán mejor el tema de la resta si les damos la oportunidad de que intercambien ideas y opiniones sobre cómo resuelven los problemas que se les proponen. _____</p> <p>7. Los conocimientos previos que los niños tienen sobre la resta son un obstáculo para aprender esta operación en la escuela. _____</p> <p>8. Una forma de lograr que los niños comprendan el significado de la resta es pedirles que ellos mismos propongan situaciones o problemas que se puedan resolver con esta operación. _____</p> <p>9. Debemos exigir a los niños que resuelvan los problemas de resta utilizando un algoritmo convencional. _____</p> <p>10. La enseñanza de la resta a partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana sirve principalmente para motivar a los niños a aprender. _____</p> <p>11. El profesor debe estimular a los niños para que utilicen diferentes formas de representación de los problemas de resta (concreta, gráfica, simbólica); ya que esto les ayuda a comprenderlos y resolverlos. _____</p> <p>12. No debemos variar el tipo de situaciones o problemas de resta que les proponemos a los niños porque se confunden, se equivocan; y eso no es bueno para el aprendizaje. _____</p> <p>13. Es importante que los niños aprendan una técnica para restar, aunque no la comprendan inicialmente. _____</p> <p>14. Deberíamos usar más los juegos como recurso para que los niños aprendan y ejerciten el tema de la resta. _____</p> <p>15. La enseñanza de la resta a partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana sirve principalmente para desarrollar en los niños el concepto de la operación. _____</p> <p>16. El objetivo principal de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan una técnica eficaz para restar y la apliquen en la resolución de problemas aritméticos escolares. _____</p> <p>17. La mayoría de las dificultades que tienen los niños en el aprendizaje de la resta se deben a formas de enseñanza inadecuadas. _____</p> <p>18. Debemos enseñar a los niños una la técnica para restar que comprendan. _____</p> <p>19. La suma y la resta debe de enseñarse de manera simultánea, esto facilita que los niños distingan en qué situaciones utilizar una u otra operación. _____</p> <p>20. Proponer problemas de resta en el aula sirve principalmente para que los niños apliquen el procedimiento o técnica para restar que han aprendido. _____</p> <p>21. Los niños aprenden algunos aspectos sobre la resta fuera de la escuela, pero la resta real se aprende en la escuela. _____</p>				

22. Deberíamos dejar que los niños resuelvan los problemas de resta como ellos puedan, estimulándolos para que desarrollen sus propios procedimientos de resolución. _____
23. Lo más importante de la enseñanza de la resta es que los niños reconozcan qué situaciones o problemas se resuelven con esta operación. _____
24. Si los niños aprenden a resolver restas, podrán resolver problemas de resta. _____
25. Es importante relacionar la enseñanza de la resta con los contenidos de otras asignaturas. _____
26. Utilizar los juegos en la enseñanza de la resta puede ser divertido, pero se pierde mucho tiempo y son poco útiles para el aprendizaje. _____
27. Es bueno que los niños anticipen el resultado de una operación antes de realizarla. _____
28. El significado de la suma y la resta debe de enseñarse de manera independiente. Es necesario que los niños dominen primero la suma antes de iniciar el aprendizaje de la resta. _____
29. El objetivo fundamental de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan a resolver situaciones o problemas de su vida cotidiana. _____
30. Debemos evitar plantear a los niños las operaciones numéricas de manera aislada, tratando de relacionarlas con alguna situación o problema. _____
31. Cuando enseñamos a los niños la resta, deberíamos mostrar sus aplicaciones en las actividades de la vida diaria. _____
32. El profesor debe privilegiar en el aula el uso de la representación simbólica o matemática en la resolución de problemas de resta y evitar que los niños usen representaciones concretas o gráficas. _____
33. Lo más importante de la enseñanza de la resta es que los niños desarrollen la habilidad para el cálculo numérico. _____
34. Los niños aprenderán mejor el tema de la resta si trabajan de manera individual, ya que si se comunican entre ellos, se distraen o copian los resultados de sus compañeros. _____
35. Para que los niños comprendan la resta, deben resolver de manera sistemática una amplia colección de operaciones numéricas escritas. _____
36. La enseñanza de la resta debe partir de los conocimientos previos de los niños sobre esta operación. _____
37. El cálculo mental y oral es más para situaciones de la vida cotidiana. En la escuela hay que poner énfasis en el cálculo escrito. _____
38. Los problemas de resta más apropiados para estimular el razonamiento matemático de los niños son los problemas con enunciado escrito. _____
39. Los problemas con enunciado que proponamos a los niños deben de contener siempre palabras "clave" que les sirvan de pista a los niños para saber qué operación han de utilizar. _____
40. Debemos variar la forma de presentar la información de los problemas de resta que les ponemos a los niños (enunciado escrito, oral, gráfica, concreta), para estimular su razonamiento matemático. _____

Cuadro 12. Cuestionario de Ponderación.

El Cuestionario de Ordenación

El Cuestionario de Ordenación fue pensado desde un inicio como un instrumento que permitiera recoger información más específica sobre las concepciones de los profesores en relación a la enseñanza de la resta en la escuela primaria.

El instrumento tiene como propósito recoger las ideas de los profesores sobre los aspectos más relevantes que se deben de enseñar en relación al tema de la resta y sobre el papel de la contextualización en este proceso.

El cuestionario de ordenación está conformado por siete proposiciones incompletas, cada una de las cuales puede completarse con cinco frases que se ofrecen como opciones. El profesor ha de enumerar del 1 al 5 cada grupo de proposiciones formadas, asignando el 1 a la de mayor preferencia.

A través del Cuestionario de Ordenación se pretende recabar información sobre las concepciones de los profesores en relación a los siguientes aspectos de la enseñanza de la resta en la escuela primaria:

- Contenidos fundamentales de la enseñanza de la resta.
- Importancia de la contextualización en la enseñanza de la resta.
- Objetivo fundamental de la contextualización en la enseñanza de la resta.
- Fuentes de la contextualización en la enseñanza de la resta.
- Situaciones propuestas para la contextualización de la enseñanza de la resta.
- Factores que determinan el éxito o fracaso en el aprendizaje de la resta.
- Momentos en que aparece la contextualización.

De la misma manera que los demás instrumentos, el Cuestionario de Ordenación fue ampliamente validado durante la primera etapa de la investigación (Martínez, 2001). Durante el proceso de validación del instrumento, se pone de manifiesto la pertinencia del instrumento para recoger

información relevante relacionada especialmente con las concepciones que tienen los profesores en relación al papel que asignan a la contextualización en el proceso de enseñanza de la resta.

En el siguiente cuadro se presenta el Cuestionario de Ordenación validado durante la primera fase del estudio.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BARCELONA
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS
Y DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

La siguiente actividad forma parte de una investigación que estamos realizando en el Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales de la Universidad Autónoma de Barcelona. A través de ésta pretendemos identificar y analizar las ideas que tiene el profesorado sobre la enseñanza de la resta en la escuela primaria y proponer alternativas para su desarrollo profesional.

La información que nos proporciones será manejada con absoluta confidencialidad. Agradecemos tu valiosa colaboración.

Sexo: M ____ F ____ Edad ____

Centro educativo _____

Número de años de experiencia docente: _____

Grado escolar en el que actualmente impartes la docencia _____

Estudios profesionales _____

INSTRUCCIONES: Enumera del 1 al 5 cada grupo de frases que se te presentan. Asigna el 1 a la frase de mayor preferencia.

1. El aspecto más importante que los niños deben de aprender sobre la resta es :

La representación simbólica de la resta.

El algoritmo convencional para restar.

El significado de la operación.

La resolución de problemas de resta.

Resolver restas con rapidez y exactitud.

2. Utilizar problemas o situaciones para la enseñanza de la resta sirve principalmente para:

- Enseñar a los niños a aplicar la resta a situaciones de la vida cotidiana.
- Motivar a los alumnos para el aprendizaje de la resta.
- Desarrollar el razonamiento matemático de los niños.
- Entrenar a los niños en la práctica del cálculo numérico.
- Promover una comprensión más profunda de la operación de resta.

3. Regularmente las situaciones o problemas que propones para enseñar la resta a los niños las escoges de:

- Temas de interés propuestas por los propios niños.
- Problemas planteados en cuadernos de ejercicios.
- Situaciones propuestas en los libros de texto.
- Situaciones vinculadas a otras áreas del currículum.
- Información proveniente de revistas, periódicos, propaganda comercial impresa, etc.

4. El momento más apropiado para plantear a los niños problemas o situaciones de resta es:

- Cuando ya saben hacer restas, para aplicar la operación.
- Al empezar a trabajar el tema, para desarrollar el significado de la operación.
- En la parte inicial del proceso, como motivación para los niños.
- Durante todo el proceso de enseñanza de la resta.
- Cuando ya saben hacer restas, para consolidar el significado de la operación.

5. Cuando planteas un problema o situación de resta lo que más te preocupa es que los niños:

- Encuentren la respuesta correcta al problema.
- Apliquen correctamente el procedimiento convencional para restar.
- Analicen el problema y utilicen un procedimiento apropiado para resolverlo.
- Resuelvan el problema aplicando el modelo: datos-operación-resultado
- Se familiaricen con una variedad de situaciones que se pueden resolver con una resta.

6. El éxito o fracaso de los niños en la resolución de problemas de resta depende principalmente de:

- El conocimiento del vocabulario utilizado en el problema.
- El nivel de dominio del cálculo numérico.
- Relacionar adecuadamente los datos del problema.
- La experiencia en la resolución de problemas de resta similares.
- La confianza en los propios procedimientos para resolver problemas.

7. Las situaciones de resta que propongamos a los niños deben de ser principalmente:

- Ejercicios de cálculo numérico escrito.
- Problemas de enunciado escrito.
- Problemas presentados a través de dibujos.
- Problemas con la información presentada en tablas, gráficos, etc.
- Problemas o situaciones reales representados con material concreto.

Cuadro 13. Cuestionario de Ordenación

11. DESCRIPCIÓN DEL CONTEXTO Y SUJETOS PARTICIPANTES

Desde el inicio del estudio se nos había advertido sobre lo problemático de hacer investigación en el ámbito de la formación del profesorado. Sin embargo, nos mantuvimos en esta línea de estudio con la convicción de la importancia que tiene la investigación en esta área para mejorar el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la educación primaria.

Aunque en un primer momento se nos planteó la disyuntiva de realizar el estudio con el profesorado de España o de México, finalmente se consideró que la investigación tendría un mayor impacto si se trabajaba con el profesorado mexicano dada la vinculación del investigador con la formación inicial y permanente del profesorado de educación primaria en este país. Además, había mayores posibilidades de encontrar espacios para el desarrollo de la investigación, dadas las “bondades” de la realidad mexicana en donde el sistema educativo público es más flexible y brinda oportunidades para que se implementen actividades sobre la marcha en función de las necesidades de cada escuela.

Así, en Junio del 2002 establecimos un primer contacto con una colega inspectora de una zona escolar de educación primaria de la ciudad de Monterrey, Nuevo León, México, quien desde un inicio nos ofreció la posibilidad de abrir un espacio para realizar el estudio en dicha zona escolar.

Se trataba de hacer el estudio con los profesores de 1º a 4º grado de educación primaria ya que es precisamente en estos grados escolares en donde el tema de la enseñanza de la resta tiene mayor presencia dentro del currículum de matemáticas.

Un primer problema que se nos presentó, fue el encontrar un espacio temporal para desarrollar el curso de formación de profesores. El conocimiento previo que teníamos de los profesores nos llevó a descartar la posibilidad de desarrollar el curso fuera de la jornada escolar; no sólo nos arriesgábamos a un

eventual rechazo, sino que era también poco probable mantener la asistencia permanente del grupo.

Por este motivo se pensó en ofrecer el curso a los profesores de 1º a 3º, desarrollándolo durante la jornada laboral de los profesores participantes. Esto implicó darse a la tarea de conseguir estudiantes para profesores que pudieran, de manera voluntaria y gratuita, hacerse cargo de los grupos de niños mientras los profesores tomaban el curso.

Tentativamente este era el plan inicial: trabajar con los profesores de 1º a 3º de primaria de esta zona escolar, dentro del horario de la jornada escolar y conseguir profesores sustitutos para cubrir los grupos de aprendices. En total serían 16 profesores.

El espacio para trabajar sería la sala de juntas, de la Escuela Primaria MRA en el turno vespertino.

Finalmente, ante las dificultades que se nos fueron presentando, solo pudimos contar con nueve profesores .

En el curso participaron 7 profesoras y 2 profesores que trabajan en los grupos de segundo y tercer grado en las Escuelas Primarias MRA y VG, que pertenecen a una Zona Escolar ubicada en el área conurbana de la ciudad de Monterrey, Nuevo León, México.

La Zona Escolar está conformada por 4 centros educativos públicos en los que trabajan un total de 79 docentes.

Las escuelas están ubicadas en la parte noroeste de la ciudad de Monterrey, México, en dos colonias populares de nivel socioeconómico bajo. Estas colonias presentan altos índices de delincuencia y desintegración familiar; la participación de la comunidad educativa en las actividades escolares suele ser muy limitada.

La condición de escuelas públicas ubicadas en una zona conurbana de nivel socioeconómico bajo es importante en tanto que en México, hay una gran diferencia en las condiciones físicas y funcionales entre las escuelas públicas ubicadas en los barrios marginados de la ciudad y las escuelas públicas

ubicadas en zonas residenciales de nivel socioeconómico medio. Esta diferencia se acentúa aún más entre las primeras y las escuelas privadas.

En general, las escuelas públicas no reciben un apoyo económico por parte de las autoridades educativas para que éstas mantengan o mejoren físicamente los edificios escolares por lo cual ésta es una tarea fundamental de la gestión del centro educativo. Cada año escolar la preocupación fundamental de los directivos y el colectivo de profesores está en contar con un mobiliario e instalaciones físicas del plantel en buen estado para iniciar un nuevo ciclo escolar.

La Escuela Primaria MRA está ubicada en la Colonia Valle de Santa Lucía, y tiene una planta de 15 docentes y una población escolar de 455 alumnos. La Escuela Primaria VG está ubicada en la Colonia Fomerrey VI y tiene una población escolar de 566 estudiantes.

Ambas escuelas cuentan con sala de juntas y de cómputo. Las condiciones físicas del plantel son adecuadas, aunque falta espacio para actividades lúdicas y deportivas.

Aunque ninguna de las escuelas cuenta con personal administrativo, una de ellas cuenta con Asistente Técnico (Subdirector) y de dos intendentes quienes realizan las actividades de limpieza y mantenimiento del plantel.

Además del profesor titular de cada grupo, las escuelas cuentan con un Profesor de Educación Física y otro Profesor de Educación Especial. Estos profesionales dependen administrativamente de instancias ajenas a la supervisión de la Zona Escolar, así como de los propios centros educativos en los que prestan sus servicios profesionales.

A continuación se presenta una breve caracterización de los profesores participantes en esta investigación.

Profesora N

Profesora de 44 años de edad y con una experiencia de 27 años como docente de educación primaria. Actualmente cubre doble jornada laboral como docente en la Escuela Primaria "MRA" turno matutino y vespertino.

En el presente año escolar trabaja con alumnos de 5º y 2º grados de educación primaria, con un promedio de 36 alumnos por grupo. Tiene experiencia docente con alumnos de 1º a 6º grados de educación primaria.

Los estudios profesionales que ha realizado son los de Profesora de Educación Primaria y Profesora de Educación Media que la acredita a trabajar en el nivel de secundaria. Sin embargo, no ha trabajado en este nivel educativo.

En los últimos dos años ha participado en uno de los Cursos Estatales de Actualización sobre enseñanza de las matemáticas, aunque no recuerda el tema o contenido del mismo.

Profesora Ca

Profesora de 46 años de edad, con una experiencia de 27 años en la docencia. Trabaja actualmente doble jornada laboral en las escuelas VG y MRA. Ha trabajado hasta la fecha en cuatro centros educativos diferentes. Actualmente trabaja con grupos de 3º y 5º grados de educación primaria.

Tiene experiencia como docente de alumnos de 1º a 6º grados de educación primaria. Trabajó durante algunos años en una escuela unitaria (escuelas rurales constituidas por un solo grupo escolar integrado por alumnos de todos los grados de educación primaria). Tiene estudios de Profesora de Educación Primaria.

En los últimos dos años ha asistido a un curso sobre la enseñanza de la geometría y a los Cursos sobre la enseñanza de las matemáticas I y II (Cursos Nacionales de Actualización).

Profesora C

Profesora de 44 años de edad, con una experiencia de 26 años como docente. Actualmente trabaja doble jornada laboral en las Escuela Primarias VG y MRA. Ha trabajado en cuatro centros educativos diferentes.

En este año escolar trabaja con alumnos de 1º y 2º grado de educación primaria con un promedio de 36 estudiantes por grupo. Tiene experiencia como docente de estudiantes de 1º a 6º grado de educación primaria.

Hizo estudios profesionales como profesora de educación primaria. Recuerda haber participado en un curso sobre Geometría y Enseñanza de las Matemáticas I, dentro de los Cursos Nacionales de Actualización del Magisterio.

Profesora D

Profesora de 44 años de edad, con 24 años de experiencia docente. Trabaja doble jornada en la Escuela Primaria MRA, turno matutino y vespertino; aunque en el primero está cubriendo un interinato. Ha trabajado hasta la fecha en cinco centros educativos.

Actualmente atiende los grupos de 2º y 3º de primaria, con una población escolar de 34 y 35 alumnos, respectivamente. Tiene experiencia docente con estudiantes de 1º a 6º grados de primaria.

Hizo estudios de Profesora de Educación Primaria, así como de Licenciatura en Educación Primaria. No ha participado en algún curso de actualización sobre la enseñanza de las matemáticas en los últimos dos años.

Profesora Ma

Profesora de 42 años de edad con 22 años de experiencia docente. Trabaja doble jornada laboral en las escuelas primarias VG y RR. Ha trabajado en ocho centros educativos a lo largo de su carrera profesional.

Actualmente trabaja con estudiantes de 2º y 5º grados, con una población escolar de 35 y 28 alumnos, respectivamente.

Tiene experiencia docente con estudiantes de 1º a 6º grados de educación primaria. Realizó estudios de Profesora de Educación Primaria y de Licenciatura en Pedagogía.

No recuerda haber asistido a algún curso de actualización docente en el área de la enseñanza de las matemáticas en los últimos dos años.

Profesor Ri

Profesor de 48 años de edad, con 27 años de experiencia docente. Trabaja doble jornada laboral en las Escuelas Primarias VG y JM. Ha trabajado hasta la fecha en siete centros educativos diferentes.

Actualmente trabaja con estudiantes de 3º de primaria en ambas escuelas con una población escolar promedio de 36 alumnos. Tiene experiencia trabajando con alumnos de 2º a 6º grado de primaria. Solo le ha faltado trabajar con alumnos de 1º de primaria.

Combina sus actividades como docente con las de Técnico en radio y televisión, que realiza en sus tiempos libres, sobre todo en los fines de semana. Realizó estudios técnicos de radio y televisión y de Profesor de Educación Primaria.

No ha participado en algún curso de actualización docente sobre la enseñanza de las matemáticas en los últimos dos años.

Profesora R

Profesora de 40 años de edad, con 13 años de experiencia en la docencia. Trabaja en la Escuela Primaria MRA, turno vespertino. Combina sus actividades de docencia con actividades como comerciante informal.

Ha trabajado solamente en dos centros educativos diferentes. Actualmente atiende a un grupo de 37 estudiantes de 2º grado de educación primaria. Tiene experiencia trabajando con alumnos de 1º a 6º grado de primaria.

Realizó estudios de Licenciatura en Educación Física y de Lic. En Educación Básica. Actualmente está cursando la Licenciatura en Educación Media en la especialidad de Lengua y Literatura.

Durante el último año escolar participó en un curso sobre la enseñanza de las matemáticas que forma parte los Cursos Nacionales de Actualización del Magisterio.

Profesor J

Profesor de 54 años de edad, con una experiencia de 38 años como docente tanto en educación primaria como en educación secundaria.

Actualmente trabaja como profesor de tercer grado en la Escuela Primaria MRA. Se acaba de jubilar como profesor de educación secundaria. Actualmente combina sus actividades docentes con actividades de litigio.

Tiene estudios de Profesor de Educación Primaria, Profesor de Educación Media en la Especialidad de Ciencias Sociales, además de la Licenciatura en Derecho.

No ha participado en ningún curso de actualización docente relacionado con la enseñanza de las matemáticas en los últimos tres años.

Profesora I

Profesora de 45 años de edad con 27 años de experiencia en la docencia. Ha trabajado con alumnos de 1º a 6º grados de educación primaria, en tres centros educativos diferentes. Actualmente es la directora de la Escuela Primaria VG, turno vespertino.

Tiene estudios de Profesora de Educación Primaria, de Licenciatura en Educación Primaria, así como de Licenciatura en Educación Media en la especialidad de Física y Química.

Ha participado en el curso sobre la enseñanza de las matemáticas que forma parte de los Cursos Nacionales de Actualización del Magisterio.

Como podemos observar, todos los profesores participantes en la investigación son mayores de 40 años, la mayoría con una experiencia docente de más de 20 años. Por otra parte, casi todos trabajan doble jornada laboral, lo que significa que imparten clases en un centro educativo por la mañana y en otro centro educativo por la tarde.

Algunos de los profesores no han participado en ningún curso de actualización relacionado con la enseñanza de las matemáticas durante los últimos dos o tres años.

12. PROCESO DE ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

La información recabada a través de las diferentes estrategias e instrumentos de recogida de datos fue procesada en un primer momento de manera independiente. En un segundo momento se hizo la integración de la información proveniente de las diferentes fuentes. En la siguiente figura se representa de manera general estos dos momentos del análisis de la información.

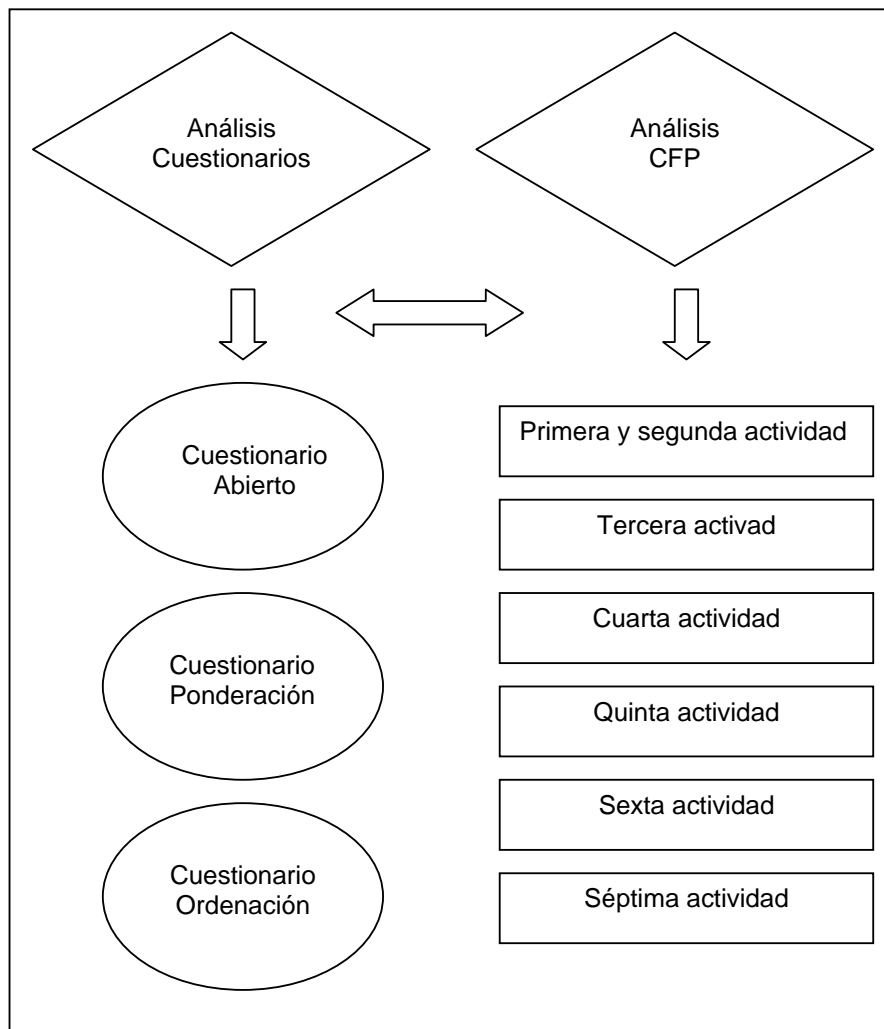


Figura 6. Análisis general de la información.

Análisis de Cuestionarios

En primera instancia se analizó la información recogida a través de los cuestionarios: Cuestionario Abierto, Cuestionario de Ponderación y Cuestionario de Ordenación. Los resultados de este análisis se presentan en la Parte IV de este informe.

Para el caso del Cuestionario Abierto las respuestas de los profesores se transcribieron en un cuadro bajo distintos criterios: (Anexo. Cuestionario Abierto)

- Situaciones, problemas, ejercicios.
- Presentación de la información.
- Contenido-Contexto.
- Tipo de problema.
- Lugar de la incógnita.
- Palabra clave utilizada.
- Tipo de números utilizados.

A partir de la información organizada en el cuadro anterior se hizo un análisis cualitativo y cuantitativo³ de las respuestas de los profesores en las siguientes categorías de análisis:

- Situación planteada:
 - Problema.
 - Ejercicio numérico.
- Presentación de la información del problema:
 - Enunciado escrito.
 - Enunciado oral.
 - Dibujo.
 - Tabla o Gráfica.
 - Material concreto.
- Contenido o contexto del problema.

³ Se ha realizado un análisis cuantitativo de los resultados obtenidos a través de los tres cuestionarios para contrastarlos con los resultados del estudio previo (Martínez, 2001) en el que participó una población mucho más grande de profesores.

- Tipo de problema aditivo (Verghnaud, 1991).
- Lugar de la incógnita.
- Palabras “clave” utilizadas.
- Clase de números involucrados en el problema.

Las respuestas de los profesores al Cuestionario de Ponderación fueron procesados en tres fases.

En un primer momento, las respuestas fueron registradas en un cuadro en donde se agruparon los ítems relacionados con un mismo aspecto y se registró la ponderación otorgada por los profesores a cada uno de los ítems del cuestionario. (Anexo: Cuestionario de Ponderación A)

Como un ejemplo, en la siguiente tabla se muestra la ponderación otorgada por los profesores a las proposiciones relacionadas con los objetivos de la enseñanza de la resta:

ASPECTO	ITEMS	PONDERACIÓN							
		1A	2A	3A	4A	5A	6A	7A	8A
Objetivos de la enseñanza de la resta	16. El objetivo principal de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan una técnica eficaz para restar y la apliquen en la resolución de problemas aritméticos escolares.	4	4	5	2	2	4	5	5
	23. Lo más importante de la enseñanza de la resta es que los niños reconozcan qué situaciones o problemas se resuelven con esta operación.	2	2	2	1	1	1	1	2
	33. Lo más importante de la enseñanza de la resta es que los niños desarrollen la habilidad para el cálculo numérico.	4	4	1	2	2	2	5	2
	29. El objetivo fundamental de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan a resolver situaciones o problemas de su vida cotidiana.	1	1	1	1	1	1	1	5

Posteriormente, se hizo un análisis cuantitativo de los ítems relacionados con cada una de las siguientes categorías de análisis:

- Objetivos de la enseñanza de la resta.

- b) El significado de la resta.
- c) El papel de la contextualización en la enseñanza de la resta.
- d) Dificultades de aprendizaje.
- e) Conocimientos previos.
- f) Proceso instruccional.
- g) Procedimientos para restar.

Así, para el caso de los ítems relacionados con los objetivos de la enseñanza de la resta, las respuestas de los profesores se concentraron en un cuadro donde se cuantificó el número de veces que un ítem fue ponderado con un mismo valor y el porcentaje que corresponde del total de respuestas a ese ítem. En el siguiente ejemplo se muestra cómo para el ítem 16 "El objetivo principal de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan una técnica eficaz para restar y la apliquen en la resolución de problemas aritméticos escolares"; dos profesores le asignan una ponderación de 2 (moderadamente de acuerdo), lo que equivale a un 25% de las respuestas; tres profesores le asignan una ponderación de 4 (moderadamente en desacuerdo) y otros tres una ponderación de 5 (totalmente en desacuerdo).

ASPECTO	ITEMS	PONDERACIÓN				
		1	2	3	4	5
Objetivos de la enseñanza de la resta	16. El objetivo principal de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan una técnica eficaz para restar y la apliquen en la resolución de problemas aritméticos escolares.		2		3	3
		25%			75%	
	23 .Lo más importante de la enseñanza de la resta es que los niños reconozcan qué situaciones o problemas se resuelven con esta operación.	4	4			
		100%				
	33. Lo más importante de la enseñanza de la resta es que los niños desarrollen la habilidad para el cálculo numérico.	1	4		2	1
	62.5%			37.5%		
29. El objetivo fundamental de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan a resolver situaciones o problemas de su vida cotidiana.	7				1	
	87.5			12.5		

En cuanto al Cuestionario de Ordenación, las respuestas fueron representadas en un cuadro en donde se registró la ponderación dada por los profesores a las frases que cumplimentan cada proposición. (Anexo. Cuestionario de Ordenación A).

El siguiente cuadro ejemplifica la actividad anterior realizada con el primer ítem del cuestionario:

ITEMS	PONDERACIÓN							
	1B	2B	3B	4B	5B	6B	7B	8B
1. El aspecto más importante que los niños deben de aprender sobre la resta es :								
1ª. La representación simbólica de la resta.	3	3	1	3	2	3	1	2
1b. El algoritmo convencional para restar.	4	4		4	3	2	4	3
1c. El significado de la operación.	2	2		5	1	1	2	1
1d. La resolución de problemas de resta.	1	1		2	4	4	3	4
1e. Resolver restas con rapidez y exactitud.	5	5		1	5	5	5	5

Posteriormente, nos dimos a la tarea de cuantificar la frecuencia con la que cada una de las proposiciones fue ponderada con un mismo número por el grupo de profesores y a determinar el porcentaje en función del número de respuestas.

ITEM	PONDERACIÓN				
	1	2	3	4	5
1. El aspecto más importante que los niños deben de aprender sobre la resta es :					
1a. La representación simbólica de la resta.					
	2	2	2		
	25%	25%	25%		
1b. El algoritmo convencional para restar.					
		1	2	4	
		12.5%	25%	50%	
1c. El significado de la operación.					
	3	3			1
	37.5%	37.5%			12.5%
1d. La resolución de problemas de resta.					
	2	1	1	3	
	25%	12.5%	12.5%	37.5%	
1e. Resolver restas con rapidez y exactitud.					
	1				6
	12.5%				75%

En otro momento, la información fue analizada en función de cada una de las categorías de análisis utilizadas para este cuestionario.

Un segundo tipo de análisis que se hizo de la información recabada a través del Cuestionario de Ordenación fue estudiar el orden de preferencia dado por los profesores a cada grupo de proposiciones.

En primera instancia, se codificaron las frases de cada ítem asignándoles una letra (a,b,c,d,e), correspondiente a las ponderaciones 1,2,3,4 y 5, respectivamente. Posteriormente se elaboró un cuadro en el que se representó, a través de la secuencia de las letras, el ordenamiento que hicieron los profesores de cada grupo de proposiciones. Como ejemplo, en el siguiente cuadro se muestra el orden por grado de preferencia que el primer sujeto asigna al grupo de proposiciones presentadas en cada ítem. (El cuadro completo puede consultarse en el Anexo: Cuestionario de Ordenación B que se presenta al final del informe de la investigación).

SUJETO	NÚMERO DE ÍTEM						
	1	2	3	4	5	6	7
1	dcabe	abcde	cbead	dcbea	caebd	eacbd	ecdba

En otro momento nos dimos a la tarea de analizar estas series de letras centrándonos en las secuencias que más se repiten y tratando de encontrar regularidades entre ellas.

Análisis del Curso de Formación Profesional

Como se ha señalado anteriormente, la información recabada a través de la intervención de los profesores en el Curso de Formación Profesional constituyó la fuente principal de este estudio para acceder a las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta.

En primera instancia se hizo la transcripción de la intervención de los participantes del curso a dos niveles: discusión a nivel de equipo y a nivel grupal. También se recogieron y transcribieron las conclusiones escritas

elaboradas por cada equipo de trabajo. Además, se codificaron cada una de las intervenciones de los participantes asignándoles letras y números. Con el objetivo de poder organizar la información para su análisis.

El código representa en primera instancia la inicial o iniciales del nombre de la persona que interviene en la discusión, en segundo orden si la intervención se dio a nivel de equipo (DE), grupal (DG) o refieren a las conclusiones por escrito (CE) elaboradas a nivel de equipo. En tercera instancia aparecen dos números que representan la actividad del curso en el que se da la discusión y el orden de intervención respectivamente. Así por ejemplo, en el siguiente fragmento de la participación de uno de los profesores el código RiDG1.2 representa: una intervención del profesor Ri a nivel de la discusión grupal (DG), en la actividad 1, en el segundo turno de intervención.

[...] Ri-DG1.2: El niño debe saber primero lo que es la suma para luego enseñarle lo que es quitar, quitarle a una cantidad.

Esta forma de codificar la intervención, nos permite seguir de manera longitudinal la intervención de cada uno de los participantes (por si esto fuera necesario), y en un análisis posterior agrupar la intervención de los participantes por contenido de discusión, en diferentes momentos del curso, al mismo tiempo que se sabe en qué parte de la discusión se dio tal o cual intervención. (El lector podrá acceder a esta información consultado el Anexo: Transcripción CFP), que se presenta al final del informe de investigación.

Posteriormente nos dimos a la tarea de analizar la intervención de los profesores en cada una de las actividades o tareas propuestas durante el desarrollo del curso. En este caso fueron siete las actividades propuestas. Para cada una de estas actividades realizamos las siguientes tareas:

- Identificar bloques temáticos de la discusión, identificar ideas relevantes, recurrentes, contradictorias, palabras clave, etc.
- Construir categorías y subcategorías de análisis del discurso de los profesores, las cuales fueron completadas a partir de las categorías utilizadas en los cuestionarios; tarea que surge de forma progresiva de la anterior.

- Resumir el discurso de los profesores: la intervención de los profesores se representó en forma de proposiciones que resumieran, de alguna manera, las ideas expresadas.

Para resumir las ideas expresadas por los profesores en algunos casos se retomó de la transcripción inicial la proposición o proposiciones que representaran la idea fundamental. En otros casos se redactó en una proposición más corta una idea expresada originalmente de manera más amplia. En aquellos casos en donde los profesores explicaban un proceso, se mantuvo la expresión original, aunque esta fuera muy extensa. Esta tarea nos permitió, en primera instancia, dejar de lado una gran cantidad de información que no interesaba para los objetivos de la investigación, y tener una versión global y a la vez más abreviada de la información pertinente a los objetivos de la misma; así como profundizar en el análisis de la información y afinar las categorías y subcategorías de análisis. El lector podrá ver ejemplos del procesamiento de la información de cada una de las actividades del CFP en los Anexos que se presentan junto con este informe de investigación.

En otro momento, se analizó la intervención de los profesores durante el desarrollo del Curso de Formación Profesional. El análisis del discurso de los profesores se organizó en función de cada una de las actividades didácticas propuestas en el Curso. El lector podrá ver los resultados obtenidos de ese análisis en la Parte IV de este informe de investigación.

Finalmente, se hizo una caracterización de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de la resta, integrando la información recogida a través de los diferentes instrumentos y estrategias utilizadas. Esta fue una actividad compleja que requirió de un proceso de análisis cuidadoso en tanto que los posicionamientos de los profesores sobre un aspecto particular de la resta no siempre se mantenían de un instrumento a otro, o entre los instrumentos y el discurso de los profesores en el contexto del Curso de Formación Profesional. En la siguiente figura se trata de mostrar esta última parte del análisis de los datos; etapa en la que se integran las categorías y

resultados de los Cuestionarios, con las categorías y resultados de cada una de las actividades del Curso de Formación Profesional.

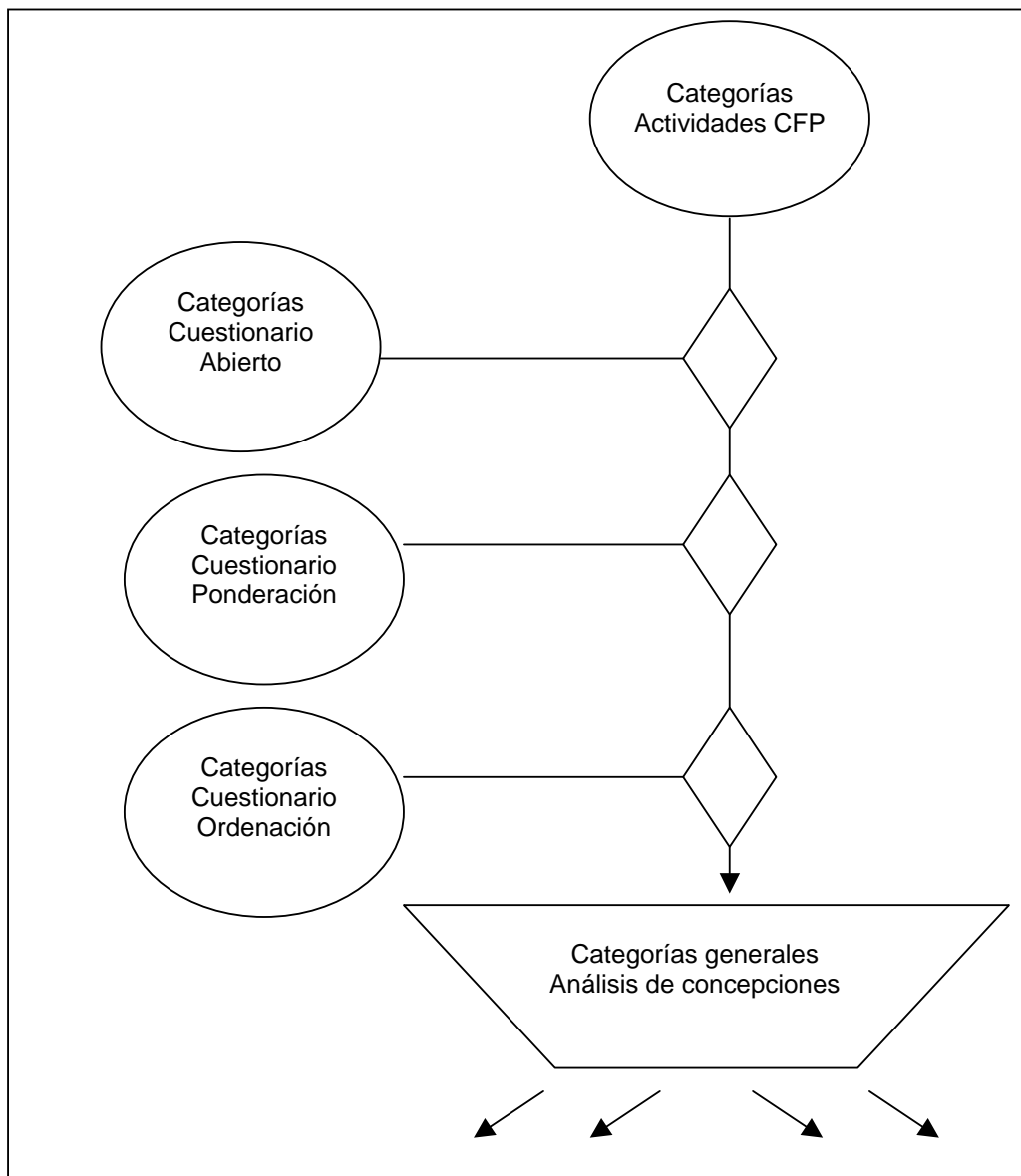


Figura 7. Integración de categorías y resultados.