

**ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR
D'ENGINYERS DE TELECOMUNICACIÓ (UPC)**

**PROPAGACION DE ONDAS
MONOCROMATICAS EN GUIAONDAS
DIELECTRICAS PLANAS FORMADAS POR
MEDIOS NO LINEALES TIPO KERR:
APLICACION AL DISEÑO DE
DISPOSITIVOS LOGICOS**

Autor: V. Federico Dios Otín
Director: Fernando Canal Bienzobas

Barcelona, enero 1992

Capítulo 4: Interacción modal en guías dieléctricas no lineales. Estudio del acoplador direccional no lineal.

4.1 Introducción

Desde principio de los años ochenta, la teoría de modos acoplados, ampliamente utilizada en el análisis de dispositivos ópticos integrados lineales, ha venido empleándose en el estudio de la interacción modal en el seno de dispositivos no lineales tipo Kerr [1-5]. La teoría de modos acoplados es una técnica perturbativa: el análisis de una estructura dieléctrica, que suponemos caracterizada por una distribución peculiar de permitividad $\epsilon'(x, z) = \epsilon(x) + \Delta\epsilon(x, z)$, se realiza a partir de los modos propios asociados a la distribución más sencilla $\epsilon(x)$. Se asume entonces que la influencia de la perturbación $\Delta\epsilon(x, z)$ se manifiesta en el fenómeno de la conversión de potencia entre los modos a lo largo de la propagación. Una buena revisión de la teoría puede encontrarse en [6].

Como se ha apuntado repetidamente no es posible reproducir de forma estricta la onda que se propaga en una guía no lineal como combinación de modos, pero sí puede intentarse en un estudio aproximado. Con ello se obtiene un modelo simple del fenómeno y expresiones analíticas (o semianalíticas) que proporcionan una muy interesante información sobre el comportamiento de la luz en esos medios.

En este capítulo se analizará la guía de cinco capas simétrica representada en la figura 4.1, en la que algunos de los medios que la componen son medios no lineales, con no linealidad tipo Kerr, y en particular el material que forma la capa intermedia entre las dos guías individuales, que responde a la estructura de un acoplador direccional no lineal (NLDC), tal como fue propuesta inicialmente por S. Jensen [1]. En el caso límite de separación nula entre las ramas del acoplador tendremos la guía tricapa simétrica.

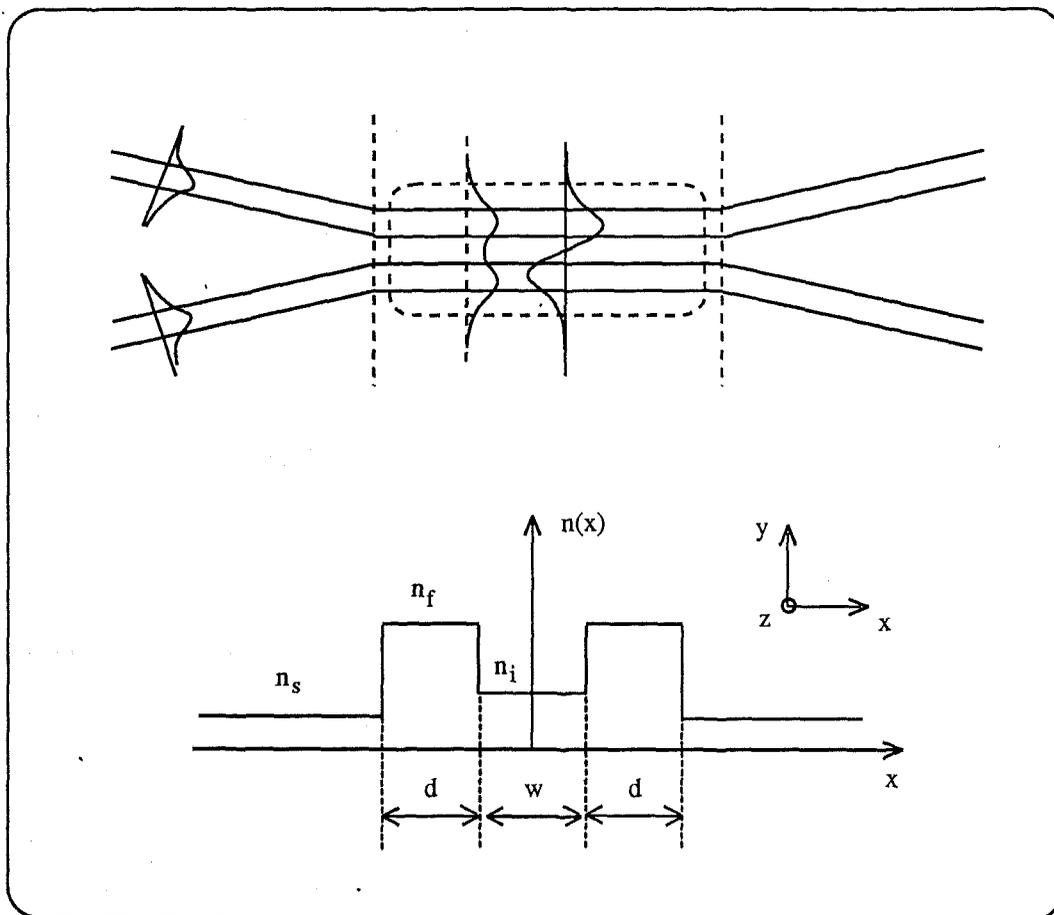


Figura 4.1 : Acoplador direccional no lineal. Se muestra la notación y los ejes que se utilizarán en adelante. Los medios que forman la estructura, y, particularmente el substrato entre las dos guías individuales, presentan no linealidad tipo Kerr.

4.2 Acoplo de dos modos.

4.2.1 Planteamiento del método

Seguiremos el desarrollo propuesto por Y.Silberberg para el estudio del dispositivo [7]. Esta técnica trabaja con los super-modos lineales de la guía de cinco capas, y difiere formalmente de la teoría clásica de modos acoplados, que utiliza los

modos lineales de las guías individuales como base de la propagación. El campo eléctrico asociado a la onda que se propaga a través de la guía lo escribiremos en la forma (para una excitación tipo TE: $[E_y, H_x, H_z]$):

$$E(x, z) = A_0(z) E_0(x) e^{-j\beta_0 z} + A_1(z) E_1(x) e^{-j\beta_1 z} \quad (4.1)$$

donde $E_0(x) e^{-j\beta_0 z}$ es el modo TE₀ (simétrico) y $E_1(x) e^{-j\beta_1 z}$ el modo TE₁ (antisimétrico), correspondientes a la guía lineal, y ambos normalizados de forma que transportan la potencia unidad. Las amplitudes complejas de los campos se han tomado como funciones de z , a lo largo de la dirección de propagación. Así, en esta aproximación, estamos asumiendo que el efecto principal de la no linealidad de la guía consiste en el intercambio de potencia entre los dos modos de menor orden, reflejado en la variación de sus amplitudes, y que no se excitarán, al menos de forma apreciable, modos de orden superior, o modos de radiación. Esto conlleva la suposición implícita de que nos movemos en situaciones de pequeña no linealidad, en las que el perfil transversal de los modos lineales es suficientemente ajustado a los campos reales. Consideramos además que las variaciones de la amplitud en z son mucho más lentas que las correspondientes a la fase de los modos. Si $P_0(z)$ y $P_1(z)$ son la potencia que transporta cada uno de los modos, podremos escribir dichas amplitudes complejas como: $A_0 = \sqrt{P_0} e^{j\phi_0}$ y $A_1 = \sqrt{P_1} e^{j\phi_1}$. Por otro lado el término no lineal del vector polarización resultará:

$$\begin{aligned} P_y^{NL} = \epsilon_0 \chi^{(3)} \{ & (A_0 A_0 A_0^* E_0^3 + 2 A_0 A_1 A_1^* E_0^2 E_1) e^{-j\beta_0 z} + \\ & + A_1 A_1 A_0^* E_1^2 E_0 e^{-j(2\beta_1 - \beta_0)z} + \\ & + (A_1 A_1 A_1^* E_1^3 + 2 A_0 A_1 A_0^* E_1 E_0^2) e^{-j\beta_1 z} + \\ & + A_0 A_0 A_1^* E_0^2 E_1 e^{-j(2\beta_0 - \beta_1)z} \} = \epsilon_0 \chi^{(3)} f(A_0, A_1, \beta_0, \beta_1) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Sustituyendo las expresiones (4.1) y (4.2) en la ecuación de onda se obtiene:

$$\begin{aligned}
 & -2j\beta_0 \frac{dA_0}{dz} E_0(x) e^{-j\beta_0 z} - 2j\beta_1 \frac{dA_1}{dz} E_1(x) e^{-j\beta_1 z} + \\
 & + k_0^2 \chi^{(3)} f(A_0, A_1, \beta_0, \beta_1) = 0
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

donde k_0 es el número de onda en el vacío, y la función $f(A_0, A_1, \beta_0, \beta_1)$ es proporcional a la polarización, como se indica en la ecuación (4.2). Aplicando relaciones de ortogonalidad de los modos se llega a:

$$\begin{aligned}
 & -4j\omega\mu_0 \frac{dA_0}{dz} e^{-j\beta_0 z} + k_0^2 \chi^{(3)} \left(A_0 e^{-j\beta_0 z} [P_0 C_0 + 2P_1 C_2] + \right. \\
 & \left. + A_0^* P_1 e^{2j\phi_1} C_2 e^{-j(2\beta_1 - \beta_0)z} \right) = 0
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
 & -4j\omega\mu_0 \frac{dA_1}{dz} e^{-j\beta_1 z} + k_0^2 \chi^{(3)} \left(A_1 e^{-j\beta_1 z} [P_1 C_1 + 2P_0 C_2] + \right. \\
 & \left. + A_1^* P_0 e^{2j\phi_0} C_2 e^{-j(2\beta_0 - \beta_1)z} \right) = 0
 \end{aligned}$$

que son las dos ecuaciones diferenciales que rigen la evolución de las amplitudes de los modos. C_0 , C_1 y C_2 son constantes dependientes de las características lineales de la estructura de cinco capas, y se definen en la forma:

$$\left\{ \begin{aligned}
 C_0 &= \int_{-\infty}^{+\infty} E_0^A(x) dx \\
 C_1 &= \int_{-\infty}^{+\infty} E_1^A(x) dx \\
 C_2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} E_0^2(x) E_1^2(x) dx
 \end{aligned} \right. \tag{4.5}$$

ω y μ_0 son la pulsación de la onda y la permeabilidad magnética del medio. Se ha utilizado el hecho de que $P_i = A_i A_i^*$. Si definimos: $U(z) = P_0(z) - P_1(z)$, como la diferencia entre la potencia que transporta cada uno de los modos, y: $\theta(z) = (\beta_0 - \beta_1)z - (\phi_0(z) - \phi_1(z))$ como el desfase relativo entre los modos, se llega, tras algunas elaboraciones, a:

$$\begin{cases} \frac{dU}{dz} = KC_2(P^2 - U^2) \sin(2\theta) \\ \frac{d\theta}{dz} = \Delta\beta + \frac{C_0 - C_1}{2}KP + \frac{C_0 + C_1}{2}KU - C_2KU(2 + \cos(2\theta)) \end{cases} \quad (4.6)$$

donde $P = P_0(z) + P_1(z)$ es la potencia total presente en el dispositivo, que se supone constante, y K es un parámetro proporcional al coeficiente de no linealidad del medio.

Del sistema dado en la ec.(4.6) puede obtenerse la ecuación diferencial:

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dz} = & \left\{ \left(C_2 K (P^2 - U^2) \right)^2 - \left(G - \left(\frac{C_0 + C_1}{2} - 2C_2 \right) KU^2 - \right. \right. \\ & \left. \left. - 2 \left(\Delta\beta + \frac{(C_0 - C_1)}{2} KP \right) U \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (4.7)$$

donde

$$\begin{aligned} G = & C_2 K (P^2 - U^2) \cos(2\theta) + \left(\frac{C_0 + C_1}{2} - 2C_2 \right) KU^2 + \\ & + (2\Delta\beta + (C_0 - C_1)KP)U \end{aligned} \quad (4.8)$$

es una constante de integración.

El desfase relativo entre los modos puede escribirse entonces como:

$$\theta(z) = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left[\frac{\frac{dU}{dz}}{KC_2(P^2 - U^2)} \right] \quad (4.9)$$

4.2.2 Comportamiento del acoplador

La ecuación (4.7) es, finalmente, la que gobernará el comportamiento del acoplador: describe la evolución de la diferencia de potencia transportada por cada modo a lo largo de la dirección de propagación. Puede ser resuelta, sin excesiva dificultad, en términos de funciones elípticas de Jacobi (vid. anexo A).

Las curvas de la figura 4.2 muestran la evolución de las funciones U y θ a lo largo de la dirección de propagación, para una guía dada, y para tres valores diferentes de potencia de entrada. En todos los casos se han tomado idénticas condiciones iniciales de excitación relativa entre los super-modos ($U(0) = 0$ y $\theta(0) = 0$). Estas condiciones indican que se han sumado a la entrada ambos super-modos en fase, y ambos con igual amplitud, lo que equivale a excitar inicialmente una única rama del dispositivo.

Las curvas que hemos denominado P_{sub} corresponden al caso de baja potencia de entrada: el dispositivo se comporta de forma similar a como lo haría un acoplador direccional lineal, donde apenas existe acoplo entre los super-modos de la guía, y la potencia es balanceada periódicamente entre las dos ramas del acoplador. Las curvas etiquetadas con P_{super} corresponden al otro caso extremo: el dispositivo se excita con una elevada potencia de entrada. Ahora el intercambio de potencia entre los modos es importante, tal como muestra la evolución de $U(z)$, y el desfase relativo entre los modos oscila en un pequeño margen alrededor de 0° . Por fin las curvas representadas como P_c corresponden a un caso intermedio, y muy especial: ahora toda la potencia incidente acaba siendo absorbida por el modo de orden cero ($U(z) \rightarrow P$), y el desfase queda estabilizado en un valor constante. Al valor de potencia de entrada tal que se obtiene este tipo de comportamiento se le denomina *potencia crítica*, y señala la frontera entre los dos modos de funcionamiento del acoplador direccional no lineal.

En realidad no resulta fácil interpretar por sí mismas las gráficas anteriores. Se comprueba que la distribución del módulo de campo eléctrico presente en el dispositivo puede escribirse en función de $U(z)$ y $\theta(z)$, en la forma:

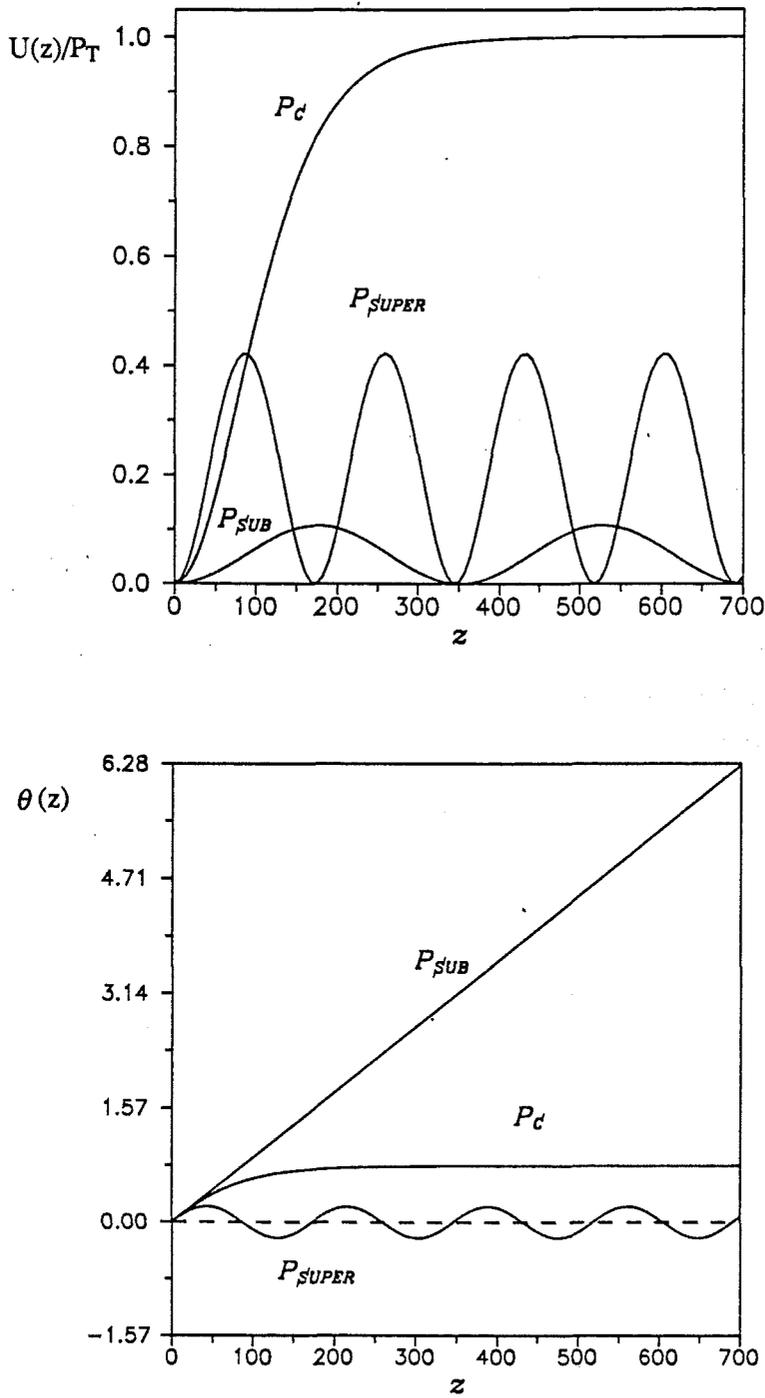


Figura 4.2 : Evolución de las funciones $U(z)$ y $\theta(z)$ para los tres tipos de comportamiento del NLDC. En este caso la excitación se realiza por una única rama del dispositivo. La potencia crítica (P_c) es aquel valor de potencia para el que ésta acaba concentrándose en un sólo modo.

$$|E(x, z)|^2 = \frac{1}{2} P (E_0^2(x) + E_1^2(x)) + \frac{1}{2} U(z) (E_0^2(x) + E_1^2(x)) + \\ + (P^2 - U^2)^{\frac{1}{2}} E_0(x) E_1(x) \cos \theta(z) \quad (4.10)$$

Las curvas de la figura 4.3 muestra dicha distribución para las tres situaciones descritas anteriormente.

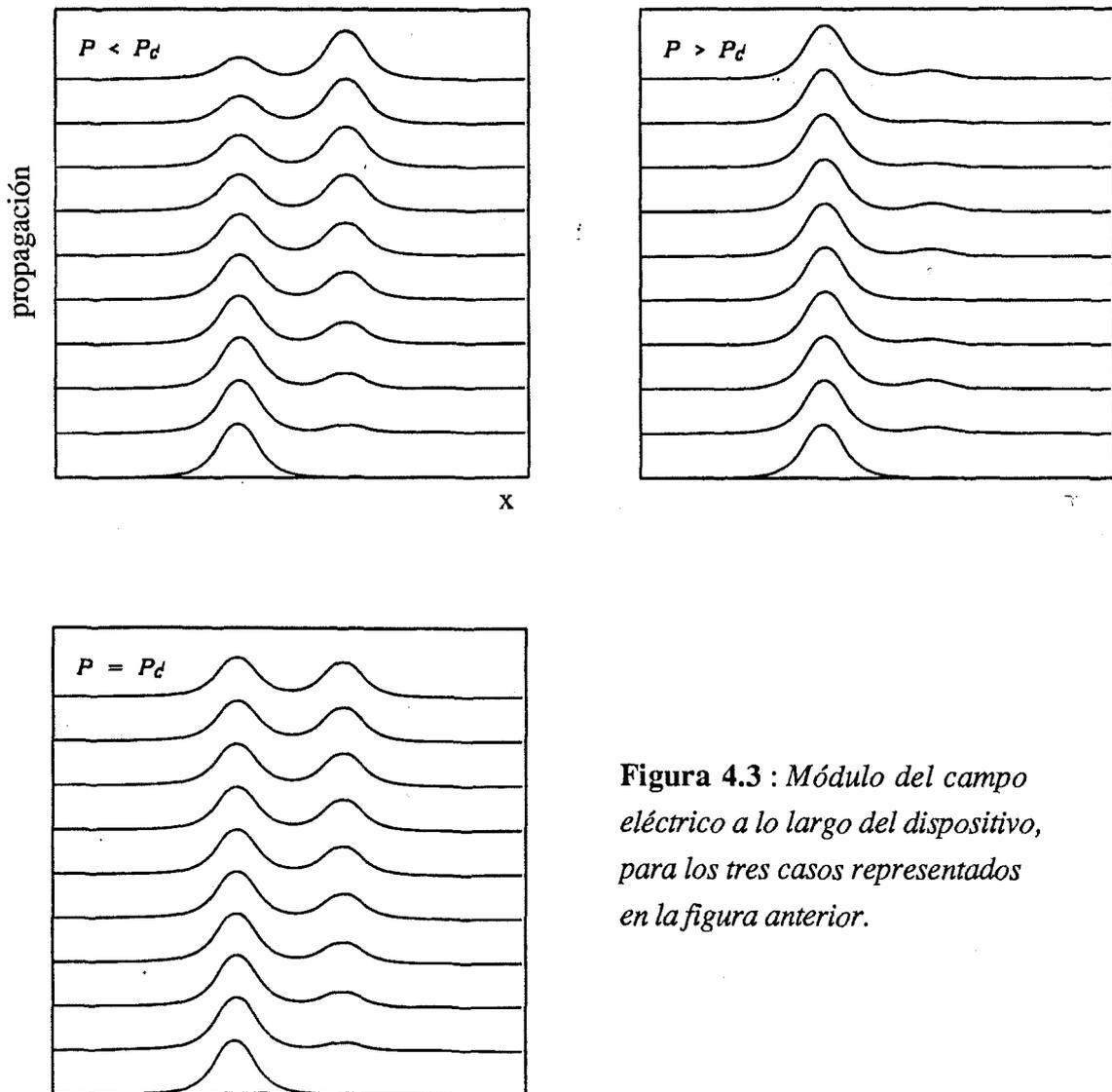


Figura 4.3 : *Módulo del campo eléctrico a lo largo del dispositivo, para los tres casos representados en la figura anterior.*

4.2.3 Potencia crítica

El modelo empleado predice la existencia de una *potencia crítica* (P_c) para la cual *se produce la completa conversión de potencia a uno de los super-modos de la guía, tras una distancia suficiente de propagación*. Entonces la función $U(z)$ tiende a $\pm P$, según si el medio tiene no linealidad positiva o negativa. El caso analizado anteriormente corresponde a un dispositivo no lineal autofocalizante ($\chi^{(3)} > 0$) y el modo final alcanzado fue el simétrico.

Puede probarse que la función $U(z)$ permanece en el valor $\pm P$ una vez que dicho valor ha sido alcanzado. Esto ocurre porque *todas las derivadas de esa función respecto a z se anulan en ese punto*, como puede comprobarse fácilmente a partir de la ec. (4.7). Esta consideración permite obtener la expresión general de la potencia crítica de una forma sencilla, a partir de la constante de integración G , y sin necesidad de resolver la ecuación diferencial. Igualando el valor que toma para $z=0$ ($U(0), \theta(0)$) con el que toma para una distancia de propagación suficientemente larga ($U = P = P_c$) y tras algunas manipulaciones resulta:

$$P_c = \frac{2\Delta\beta}{K} \frac{1}{(1 + \gamma) \left[C_2(2 + \cos(2\theta_0)) - \frac{C_0 + C_1}{2} \right] - (C_0 - C_1)} \quad (4.11)$$

donde $\theta_0 = \theta(z=0)$ y $\gamma = \frac{P_0 - P_1}{P_0 + P_1} \Big|_{z=0}$ son el desfase relativo inicial y la diferencia de potencia inicial entre modos normalizada, respectivamente.

Debe observarse que la potencia crítica no es un parámetro únicamente dependiente de las características propias de fabricación del acoplador, sino que es función también de las condiciones de excitación ($U(0), \theta(0)$), por la propia naturaleza no lineal del dispositivo. De hecho obtendremos comportamientos muy diferentes dependiendo de la forma en que lo excitemos inicialmente.

En la figura 4.4 se representan las curvas de potencia crítica para una guía de cinco capas simétrica, en donde todos los medios presentan no linealidad tipo Kerr.

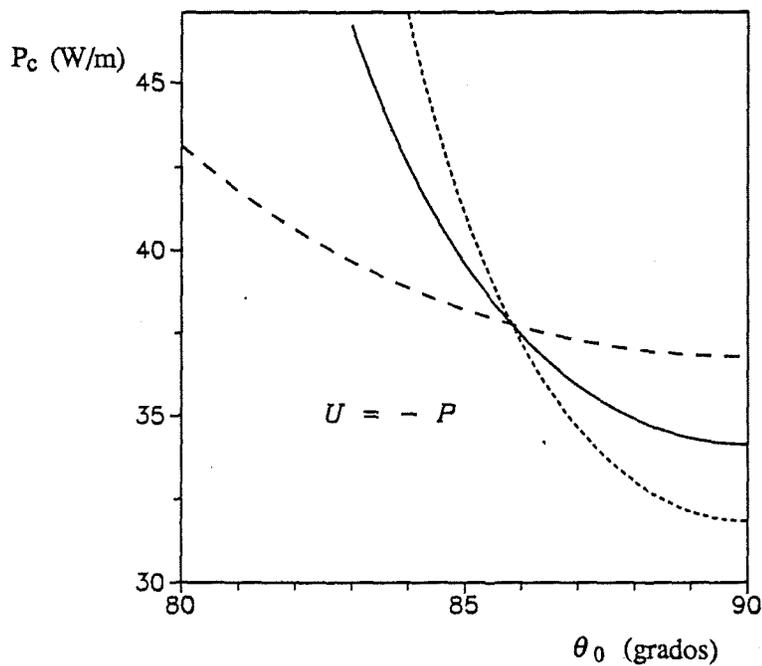
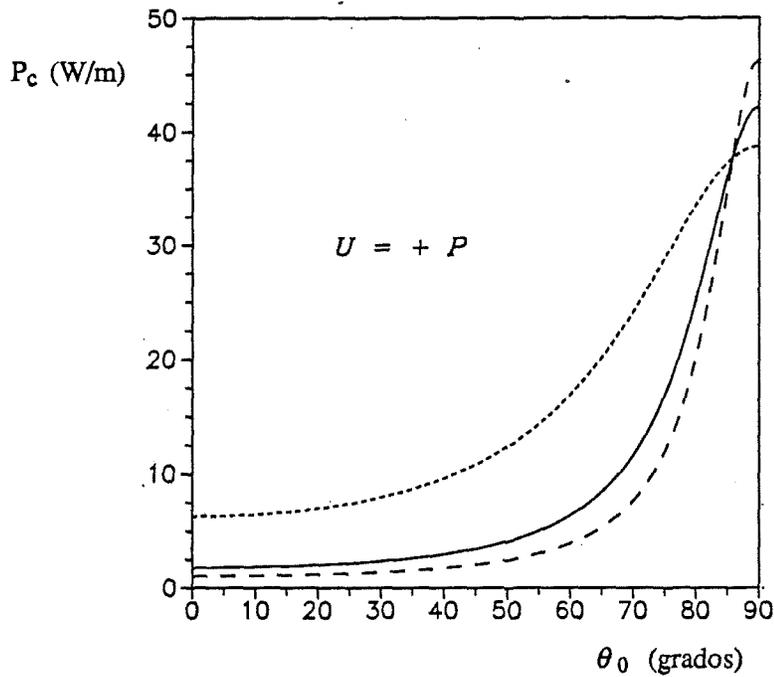


Figura 4.4 : Potencia crítica en función del desfase inicial entre los super-modos. Asumimos que el campo excitador inicial es combinación de éstos. Se han separado las curvas de potencia crítica para $U = +P$ y $U = -P$ para mayor claridad. La proporción inicial de potencia entre los modos viene dada por $\gamma = -0.75$ (línea punteada); $\gamma = 0$, (línea continua), y $\gamma = 0.75$ (línea a trazos).

Los valores elegidos fueron: $n_s = 1.55$, $n_f = 1.57$, $n_i = 1.55$, $d = 1.00 \mu\text{m.}$, $w = 1.00 \mu\text{m.}$, $\lambda = 0.5145 \mu\text{m.}$, $n_{2f} = n_{2i} = n_{2s} = 10^{-9} \text{ m}^2/\text{W}$, [FNLC -1]. Las curvas se han representado en función del desfase inicial entre los super-modos (θ_0), y donde se ha utilizado γ como parámetro: $\gamma = -0.75$, mayor potencia asociada inicialmente al modo antisimétrico (línea punteada); $\gamma = 0$, potencia inicial repartida por igual entre ambos modos (línea continua), y $\gamma = 0.75$, mayor potencia inicial asociada al modo simétrico (línea a trazos).

Las curvas de potencia crítica definen dos zonas diferenciadas en el comportamiento del acoplador direccional. En realidad, como se verá posteriormente, el significado de las curvas obtenidas para $U = +P$ y para $U = -P$ no es equivalente. Por el momento nos centraremos en las que corresponden al establecimiento del modo simétrico ($U = +P$). Si se excita inicialmente el acoplador en un punto (θ_0, P) por debajo de la curva correspondiente de potencia crítica éste se mantiene en *régimen subcrítico*, lo que se interpreta como que ambas guías intercambian, a lo largo de la dirección de propagación, la mayor parte de la potencia presente en el dispositivo. Contrariamente, si se excita el acoplador en un punto por encima de esas curvas (*régimen supercrítico*), una de las dos ramas se apropia de la mayor parte de la potencia total, y las fluctuaciones de potencia son menos importantes (vid. anexo B). El mínimo valor de potencia crítica se obtiene cuando ambos super-modos se excitan en fase, y aumenta de forma continua cuando se introduce un desfase inicial entre ellos. Las variaciones de la potencia crítica con γ son razonables: la potencia crítica (estamos en el caso $U = +P$) se alcanza más rápidamente cuando inicialmente excitamos en mayor proporción el modo simétrico, y viceversa.

En la figura 4.5 se muestra la evolución de la potencia crítica y de las constantes de solapamiento (ec.4.5) para el caso de excitación por una sola rama ($U(0) = 0$, $\theta(0) = 0$) en función de la separación entre las guías individuales en el dispositivo. A medida que la distancia entre las guías aumenta, el acoplo (no lineal) entre los super-modos es mayor, y consecuentemente se precisa menos potencia interrumpir su comportamiento interferencial típico.

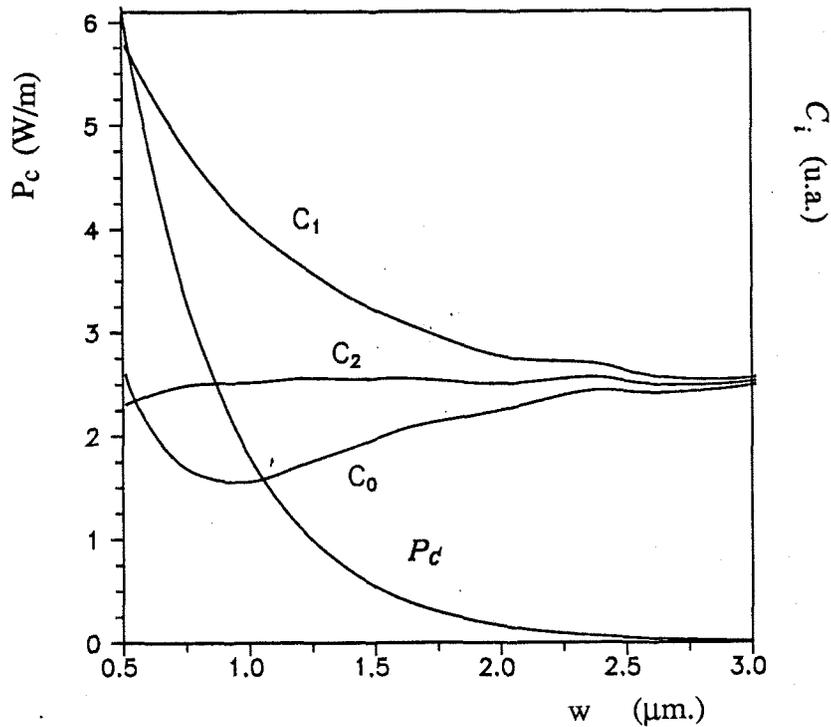


Figura 4.5 : Evolución de la potencia crítica en ($U_0 = 0, \theta_0 = 0$) y de las integrales de solapamiento en función de la separación entre las ramas del acoplador.

4.3 Validez del modelo de dos modos

El modelo empleado tiene gran interés por cuanto que predice el comportamiento del acoplador en función de parámetros propios de la estructura y de las condiciones iniciales de excitación. Su margen de aplicación, sin embargo, está limitado por algunos factores. Por una parte no contempla la posible influencia de los modos de orden superior, o de los modos de radiación, los cuales pueden excitarse como consecuencia de las inhomogeneidades inducidas en el índice de refracción. El incluir un mayor número de modos complicaría excesivamente la resolución analítica de las ecuaciones.

Existe además otra limitación inherente al modelo propuesto, y consiste en que se están utilizando en el análisis los modos propios de la guía lineal, lo que constituye de por sí una aproximación válida sólo para casos de pequeña no linealidad. Para valores altos de potencia la distribución transversal de los modos propios, y su constante de propagación, sufrirán cambios importantes, tal como se vió en el capítulo anterior. Este hecho ya se pone de manifiesto en las curvas que se han obtenido de potencia crítica en la sección anterior: obsérvese que se produce un cruce entre las curvas de la figura 4.4 (todas ellas pasan por mismo punto para $\theta_0 = 86^\circ$), y en sí mismo constituye una contradicción.

4.3.1 Modos propios no lineales. Re-elaboración del modelo

En consideración al comentario anterior se plantea la posibilidad de intentar mejorar la aplicabilidad de la técnica de modos acoplados, para el caso de mayores potencias de entrada.

Debe observarse que cuando se excita el acoplador con el valor preciso de potencia crítica - por ejemplo para $U(0) = 0$ y $\theta(0) = 0$ - el modelo anterior predice la progresiva desaparición del super-modo antisimétrico (en el caso de medios autofocalizantes) después de una suficientemente larga propagación en la guía. El campo eléctrico asociado a la onda será entonces de la forma:

$$E(x, z)|_{z \gg} = E_0(x) e^{-j \beta_0 z} \quad (4.12)$$

Matemáticamente esta expresión es sólo aproximada cuando se consideran modos lineales, pero podría ser exacta si utilizásemos los modos no lineales propios de la estructura, con

$$\frac{\beta_0}{2 k_0 \eta_0} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0^2(x) dx = P_c \quad (4.13)$$

Efectivamente, el campo que aparece en la expresión (4.12) se corresponderá entonces con el modo propio no lineal si satisface además la ecuación de onda no lineal.

Se comprueba que es posible replantear las ecuaciones características del dispositivo utilizando los modos propios no lineales, dependientes del valor de potencia total excitada.

El campo eléctrico lo escribiremos entonces como:

$$E(x, z) = a_0(z) E_0(x) e^{-j\beta_0 z} + a_1(z) E_1(x) e^{-j\beta_1 z} \quad (4.14)$$

donde $a_0(z)$ y $a_1(z)$ serán ahora las amplitudes complejas, satisfaciendo la condición $|a_0|^2 + |a_1|^2 = 1$. Los modos verifican la ecuación de onda no lineal, para el valor de potencia total bajo estudio. Sustituyendo en la ecuación de onda se alcanza, tras algunas elaboraciones:

$$\begin{aligned} -2j\beta_0 \frac{da_0}{dz} E_0 e^{-j\beta_0 z} - 2j\beta_1 \frac{da_1}{dz} E_1 e^{-j\beta_1 z} + k_0^2 \chi^{(3)} f(a_0, a_1, \beta_0, \beta_1) - \\ - a_0 k_0^2 \chi^{(3)} E_0^3 e^{-j\beta_0 z} - a_1 k_0^2 \chi^{(3)} E_1^3 e^{-j\beta_1 z} = 0 \end{aligned} \quad (4.15)$$

donde la función $f(a_0, a_1, \beta_0, \beta_1)$ mantiene la forma dada en (4.2).

Las relaciones de ortogonalidad, debido a la simetría de la guía, se pueden escribir ahora:

$$\left\{ \begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(x) E_1(x) dx &= 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} E_i^2(x) dx &= \frac{2k_0 \eta_0}{\beta_i} P \end{aligned} \right. \quad (4.16)$$

Multiplicando (4.15) por $E_0(x)$ y $E_1(x)$ e integrando se llega entonces a:

$$-4j\omega\mu_0 P \frac{da_0}{dz} + k_0^2 \chi^{(3)} \left(a_0 |a_1|^2 [2C_2 - C_0] + a_1 a_1^* a_0^* C_2 e^{-2j(\beta_1 - \beta_0)z} \right) = 0 \quad (4.17)$$

$$-4j\omega\mu_0 P \frac{da_1}{dz} + k_0^2 \chi^{(3)} \left(a_1 |a_0|^2 [2C_2 - C_1] + a_0 a_0^* a_1^* C_2 e^{+2j(\beta_1 - \beta_0)z} \right) = 0$$

Nuevamente las amplitudes complejas las descomponemos en módulo y fase:

$$a_0 = |a_0| e^{j\phi_0} \quad ; \quad a_1 = |a_1| e^{j\phi_1} \quad (4.18)$$

y definimos las funciones $U(z)$ y $\theta(z)$ en la forma:

$$U(z) = |a_0|^2 - |a_1|^2 \quad (4.19)$$

$$\theta(z) = (\beta_0 - \beta_1)z - (\phi_0 - \phi_1)$$

Tras algunas elaboraciones las ecuaciones que resultan son:

$$\begin{cases} \frac{dU}{dz} = \frac{KC_2}{P} (1 - U^2) \sin(2\theta) \\ \frac{d\theta}{dz} = \Delta\beta + \frac{K}{P} \left[\frac{C_0 + C_1}{2} U - \frac{C_0 - C_1}{2} - C_2 U (2 + \cos(2\theta)) \right] \end{cases} \quad (4.20)$$

Las constantes C_0 , C_1 y C_2 se definen formalmente como en (4.5). Es importante observar sin embargo que serán, en cada caso, función del valor de potencia que se considere, al igual que el parámetro $\Delta\beta = \beta_0 - \beta_1$. La ecuación diferencial final que se obtiene es:

$$\frac{dU}{dz} = \left\{ \left(\frac{K}{P} C_2 (1 - U^2) \right)^2 - \left(G - \frac{K}{P} \left(\frac{C_0 + C_1}{2} - 2C_2 \right) U^2 - 2 \left(\Delta \beta - \frac{K}{P} \frac{(C_0 - C_1)}{2} \right) U \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.21)$$

siendo G la constante de integración:

$$G = \frac{K}{P} C_2 (1 - U^2) \cos(2\theta) + \frac{K}{P} \left(\frac{C_0 + C_1}{2} - 2C_2 \right) U^2 + \left(2\Delta \beta - \frac{K}{P} (C_0 - C_1) \right) U \quad (4.22)$$

El parámetro que contiene la no linealidad del medio es $K = \frac{k_0 \chi^{(3)}}{4 \eta_0}$.

A partir de la constante G podemos dar una expresión alternativa para la potencia crítica, procediendo en forma análoga a como se dedujo en el formalismo anterior. Debe observarse que ahora la situación es matemáticamente más complicada, por la dependencia con el valor de potencia total P . Las expresiones que definen la potencia crítica en función de las condiciones de excitación son ecuaciones trascendentes, de la forma:

$$P - \frac{K}{2\Delta \beta} \left((1 + \gamma) \left[C_2 (2 + \cos(2\theta_0)) - \frac{C_0 + C_1}{2} \right] + (C_0 - C_1) \right) \Big|_{P=P_c} = 0 \quad (4.23)$$

cuando toda la potencia es transferida al super-modo simétrico ($U(z) \rightarrow 1$), y

$$P - \frac{K}{2\Delta\beta} \left((1 - \gamma) \left[\frac{C_0 + C_1}{2} - C_2(2 + \cos(2\theta_0)) \right] + (C_0 - C_1) \right) \Big|_{P=P_c} = 0 \quad (4.24)$$

cuando toda la potencia es transferida al super-modo anti-simétrico ($U(z) \rightarrow -1$). Ahora tenemos $\gamma = U(z=0)$.

El cálculo de los modos propios no lineales de la guía de cinco capas puede realizarse mediante el método descrito en la sección 3.3.2.

4.3.2 Valoración del modelo de modos no lineales.

La teoría de modos acoplados clásica, tanto la versión más conocida que trabaja sobre los modos de las guías individuales, como la que aquí se presentó, que utiliza los super-modos de la estructura, se ha venido aplicando con buenos resultados al acoplador direccional no lineal siempre que se consideran situaciones de débil acoplo. Esto implica normalmente que las ramas del acoplador estén suficientemente separadas. A medida que esta separación disminuye los resultados empeoran rápidamente, cuando se comparan con los que proporcionan los métodos de simulación numérica.

La aplicabilidad de las diferentes técnicas de análisis a los problemas de guiado en dispositivos no lineales se han venido expresando en función de la variación no lineal del índice de refracción en su relación con el incremento de índice propio de la estructura guiante que constituye el dispositivo [8]. Se considera que las técnicas de acoplo de modos (lineales) son útiles en nuestro caso mientras se trabaja en el margen $\Delta n_{NL}/\Delta n_0 \leq 0.1$. Los métodos de simulación numérica, como el Beam Propagation Method, trabajan correctamente incluso para $\Delta n_{NL}/\Delta n_0 \leq 1$. El empleo de la técnica de modos acoplados haciendo uso de modos no lineales es muy reciente en la literatura [9-10], y no se ha definido todavía cuál sea su margen de utilización. En cualquier caso parece claro que es un camino prometedor para ampliar las posibilidades de las técnicas analíticas.

Como ejemplo de la mejora que se ha introducido sobre el método clásico aplicaremos los tres modelos (de modos lineales, de modos no lineales, y BPM) al cálculo de la potencia crítica en dos casos representativos de acoplador direccional no lineal.

En el primero los parámetros utilizados son $n_s = 1.55$, $n_f = 1.57$, $n_i = 1.55$, $d = 2.00 \mu\text{m.}$, $w = 3.4 \mu\text{m.}$, $\lambda = 1.064 \mu\text{m.}$, con el medio no lineal entre ambas guías, tipo Kerr, y con $n_{2i} = 10^{-9} \text{ m}^2/\text{W}$ [JNLC-1].

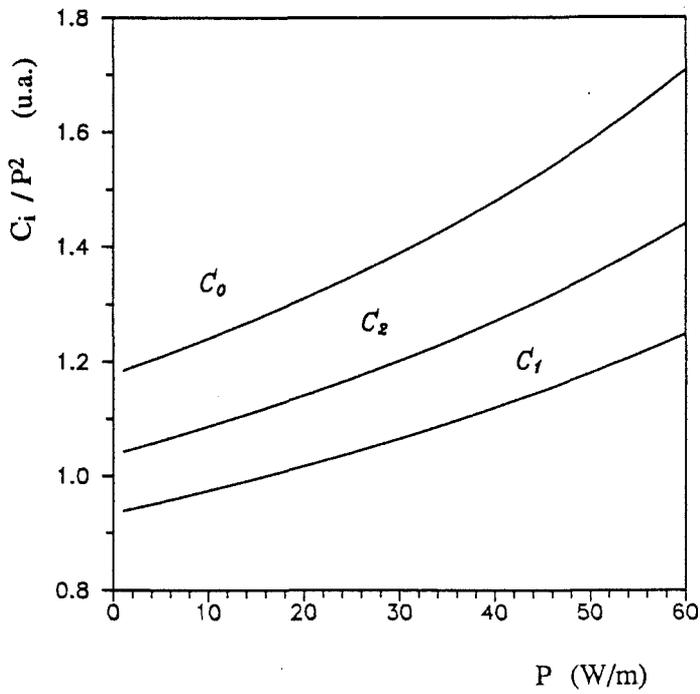
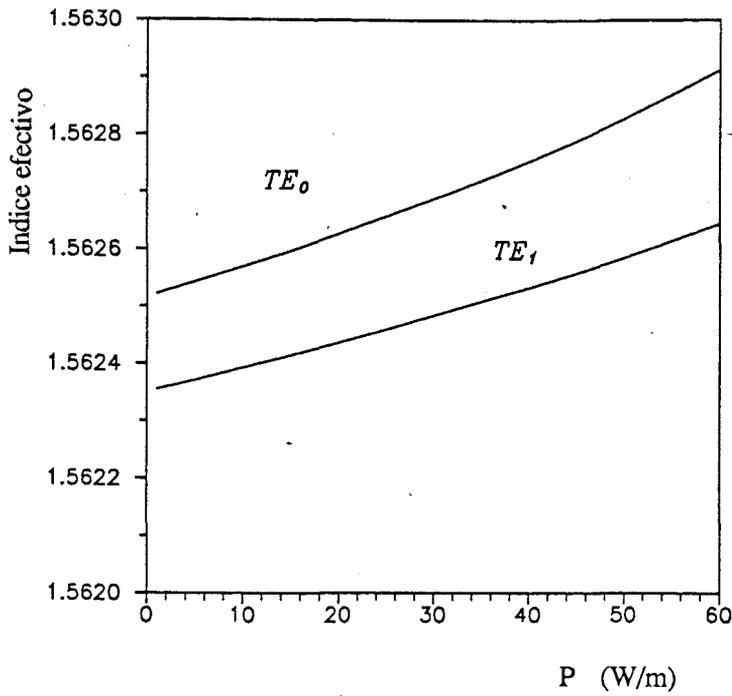
En las figuras 4.6 y 4.7 se muestra la evolución del índice efectivo de los super-modos no lineales y de las constantes de solapamiento respectivamente para este caso, en función de la potencia. Permiten observar en parte la corrección aplicada por la técnica de acoplo entre modos no lineales sobre la de modos lineales.

En la figura 4.8 se muestran las curvas de potencia crítica obtenidas mediante ambos métodos analíticos. La línea continua es la obtenida con nuestro método (SMNL), la línea discontinua corresponde a la técnica de super-modos lineales (SML). Sobre la misma figura se han representado resultados obtenidos mediante el BPM para algunos casos.

En la tabla siguiente se proporcionan algunos resultados comparativos en función de la separación entre las ramas del acoplador. Se ha medido la potencia crítica para el caso de excitación inicial por una sola rama del dispositivo ($U_0 = 0$, $\theta_0 = 0$).

w ($\mu\text{m.}$)	SML	SMNL	BPM
3	77.7	57.2	40.0
3.4	43.5	36.1	28.5
4	20,1	18.45	16.7

Tabla 4.1: Potencia crítica con $U_0 = 0$ y $\theta_0 = 0$ calculada mediante la técnica de modos acoplados (SML y SMNL) y la obtenida mediante el BPM para diferentes valores de separación entre las ramas del dispositivo.



Figuras 4.6 y 4.7 : Evolución del índice efectivo de los supermodos y de las integrales de solapamiento en función de la potencia total. El ejemplo corresponde a un acoplador típico, donde únicamente el medio entre ambas guías presenta no linealidad tipo Kerr.

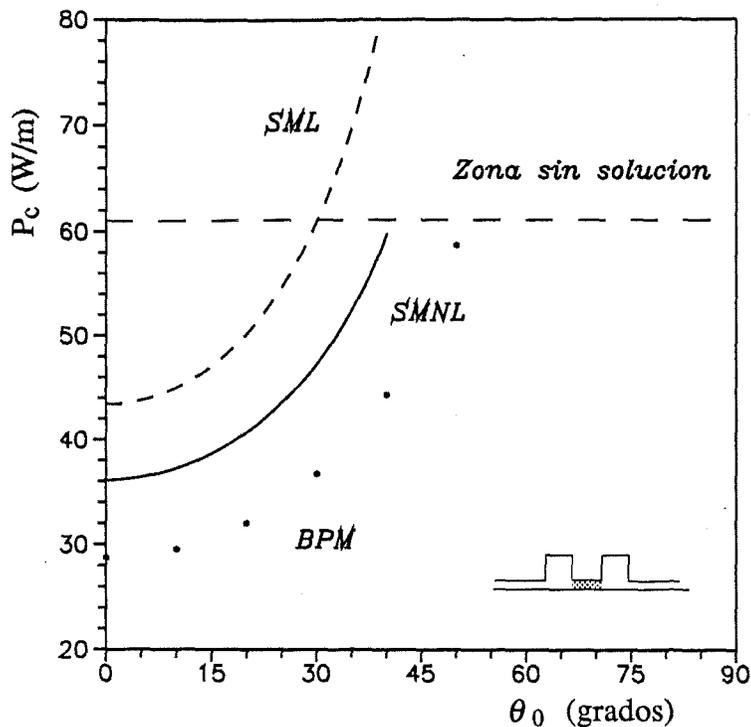


Figura 4.8 : Potencia crítica en función del desfase inicial, obtenida mediante la técnica de super-modos lineales (SML), de super-modos no lineales (SMNL), y el método de propagación del haz (BPM).

El siguiente ejemplo consiste en otro tipo de acoplador, donde todos los medios que lo forman tienen no linealidad tipo Kerr [FNLC-2]. Se han tomado los mismos valores que para el caso anterior, de modo que pueden observarse también las diferencias que existen entre ambos casos por el hecho de extender la no linealidad al conjunto del dispositivo. La potencia crítica, tomando $\gamma = 0$, en función del desfase inicial entre los super-modos, se muestra en la figura 4.9.

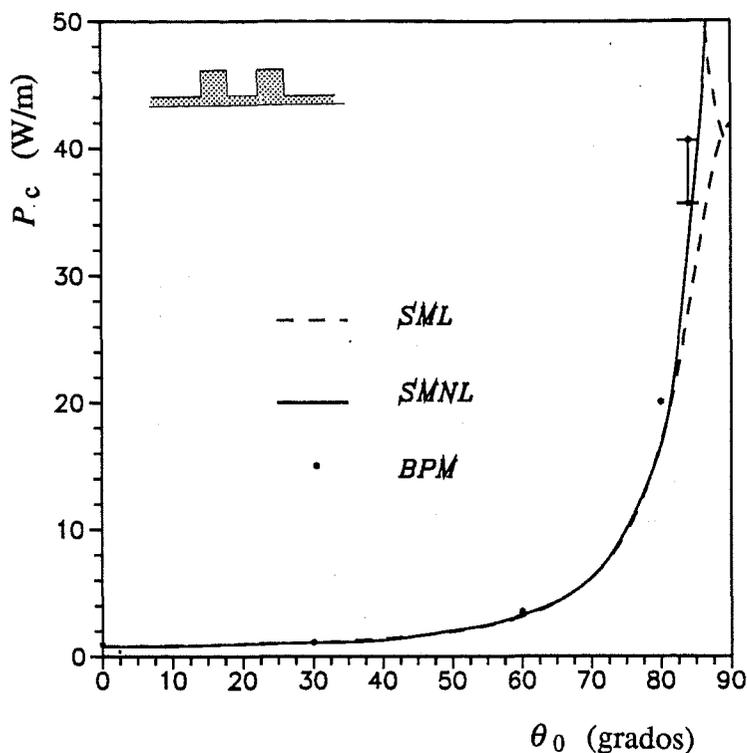


Figura 4.9 : Lo mismo que en la figura 4.8, pero donde todos los medios que componen el acoplador son no lineales.

En el último ejemplo la concordancia entre los tres métodos utilizados es mucho mayor que en el anterior. Ello se debe básicamente al hecho de que la potencia crítica, para la mayor parte de las condiciones de excitación, se alcanza en valores sensiblemente menores. Esto nos dice que la 'eficiencia' de la no linealidad es más alta que en el acoplador direccional no lineal clásico, tal como fue propuesto por S.Jensen. No obstante a medida que aumenta la potencia el método SML da de nuevo resultados erróneos.

4.3.3 Límites de aplicabilidad. Comportamiento anómalo del acoplador.

La utilización de los modos no lineales en el estudio del acoplador direccional no lineal permite conocer de antemano el margen de potencias en el cual la técnica de

modos acoplados proporciona resultados aceptables. A lo largo de este trabajo, y ciñéndonos a medios no lineales autofocalizantes, se ha constatado que existen dos fronteras, en cuanto al valor de potencia máximo de entrada al acoplador, por encima de las cuales el comportamiento del dispositivo deja de ser fácilmente predecible.

Un mecanismo por el que el acoplador entra en un comportamiento aparentemente caótico, para valores elevados de potencia, e independientemente de las condiciones iniciales de excitación, se debe a la degeneración del super-modo simétrico. En la figura 4.6 se mostró la evolución de los índices efectivos de los super-modos en un determinado rango de potencias, para el acoplador que denominamos JNLC-1. En realidad para ese ejemplo no puede continuarse el análisis más allá, debido a que a partir de ese valor máximo de potencia el modo simétrico admite dos representaciones de campo, con dos valores diferentes de índice efectivo, tal como se muestra en la figura 4.10.

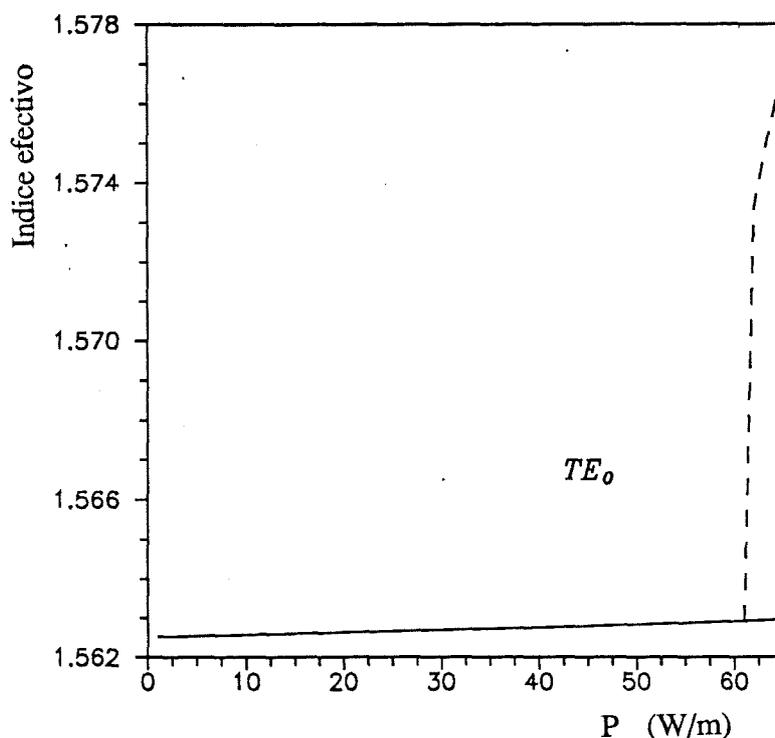


Figura 4.10 : Evolución del índice efectivo del super-modo simétrico en función de la potencia. Existe un valor de potencia a partir del cual el modo admite una doble representación. Ese punto señala el límite de aplicabilidad del método presentado para este caso (JNLC-1).

Este fenómeno plantea un problema a la hora de determinar cuál de las dos posibilidades de modo simétrico debe incluirse en el formalismo analítico: la estrategia más coherente con el espíritu de la teoría de modos acoplados sería la de tener en cuenta ambas posibilidades en el desarrollo de las ecuaciones, pero esto complicaría mucho más el problema.

Las simulaciones numéricas de la propagación más allá de ese límite de potencia muestran que el dispositivo entra en un régimen irregular: se producen importantes pérdidas por radiación (fig. 4.11), y el dispositivo acaba en un régimen estable pero aparentemente impredecible.

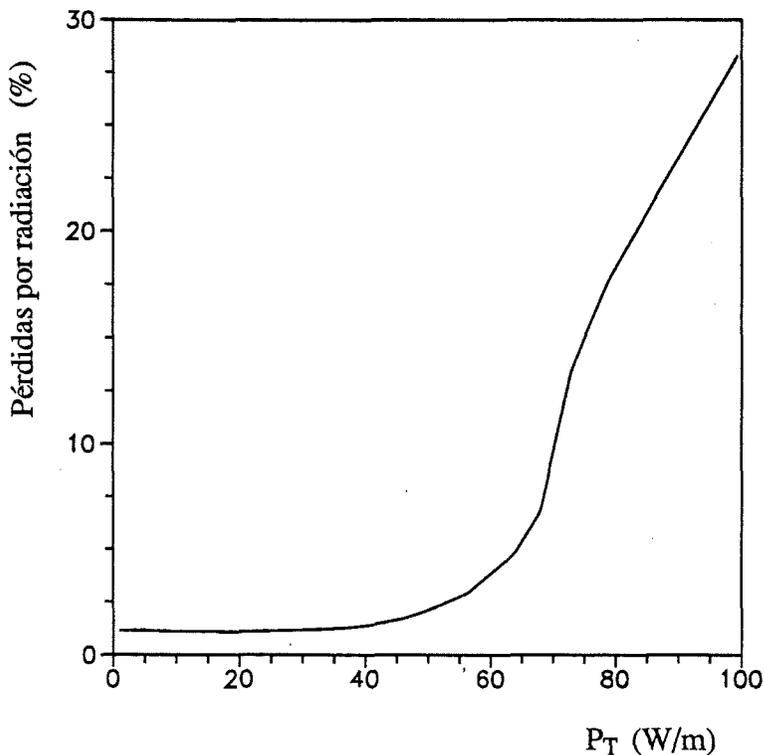


Figura 4.11 : *Pérdidas por radiación, obtenidas mediante simulación numérica, en función de la potencia total incidente, para el mismo caso que en la figura 4.10.*

El otro mecanismo que lleva al dispositivo a un comportamiento anómalo se observa para aquellos puntos del plano de excitación $P - \theta_0$ en los que el modo antisimétrico llega a ser el único existente. Esta situación se presenta para valores de θ_0 próximos a $\pi/2$, en donde se obtiene la curva $U(z) = -P$ (SML) o $U(z) = -1$ (SMNL). En la figura 4.12 se representan las diferentes zonas identificadas en el plano de excitación (tomando $\gamma = 0$) en un caso de acoplador con todos los medios no lineales, tal como resultan del análisis mediante SMNL: $n_s = 1.55$, $n_f = 1.57$, $n_i = 1.55$, $d = 1.00 \mu\text{m.}$, $w = 0.50 \mu\text{m.}$, $\lambda = 0.5145 \mu\text{m.}$, $n_{2f} = n_{2i} = n_{2s} = 10^{-9} \text{ m}^2/\text{W}$, [FNLC -3].

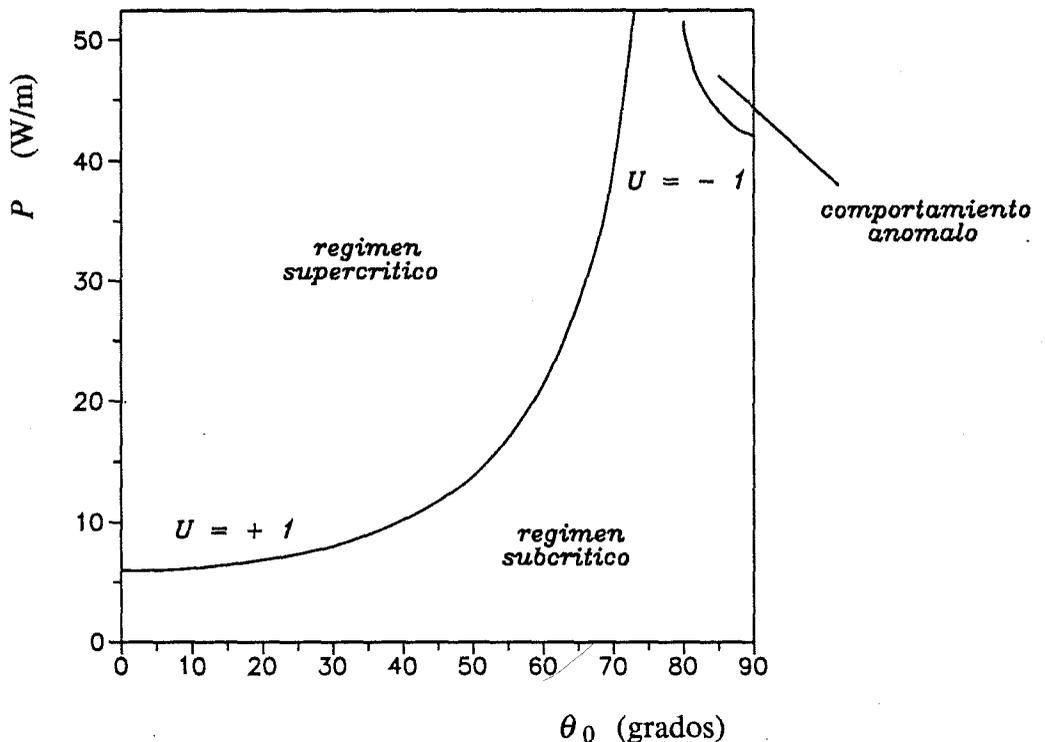


Figura 4.12 : División del plano de excitación $P - \theta_0$ en un acoplador direccional no lineal, tal como se deduce de la aplicación de la teoría de acoplo de super-modos no lineales.

Hay que señalar que la teoría de modos acoplados no puede explicar por sí misma la aparición de zonas de comportamiento caótico, puesto que desde el principio se está asumiendo que la potencia total en el dispositivo se conserva a lo largo de la

propagación. El hecho de que se produzcan pérdidas por radiación importantes sólo puede constatarse mediante una simulación numérica. Un análisis más detallado de este problema implica el estudio de la estabilidad de los modos en el acoplador [11]. En cualquier caso, y a partir de los resultados que se obtienen con la técnica de SMNL, parece concluirse que el modo antisimétrico es inestable (con el medio no lineal autofocalizante), y, por ello, cuando se hace dominante, lleva al dispositivo a un régimen de comportamiento irregular.

4.4 Parámetros característicos del acoplador

Hasta ahora nos hemos centrado en el parámetro más representativo del acoplador direccional no lineal, como es la potencia crítica, que, como se ha comentado, señala la frontera entre los modos posibles de funcionamiento del dispositivo. Sin embargo, para obtener una caracterización completa, es necesario definir otros parámetros que cuantifiquen el intercambio de potencia entre las ramas del dispositivo a lo largo de la propagación, para los diferentes tipos de excitación inicial.

4.4.1 Periodo de acoplo

Se define el periodo de acoplo como la distancia de propagación en la que se produce el máximo intercambio de potencia entre las guías individuales que forman el acoplador. Para el acoplador direccional lineal ésta es una longitud constante, dependiente de la geometría del dispositivo:

$$L_c = \frac{\pi}{\Delta\beta} \quad (4.25)$$

donde $\Delta\beta$ es la diferencia entre las constantes de propagación de los super-modos lineales.

En el dispositivo no lineal el periodo de acoplo se hace dependiente de la potencia y de las condiciones de excitación. Para el caso particular en el que incide la potencia crítica el intercambio de potencia queda incompleto, y el periodo de acoplo se hace infinito.

4.4.2 Tasa de intercambio

La cantidad de potencia que intercambian las guías individuales a lo largo de la propagación es igualmente un parámetro representativo en el acoplador direccional no lineal. La tasa de intercambio se define como:

$$Ex = \frac{\max(P_b(z)) - \min(P_b(z))}{P_T} \quad (4.26)$$

donde $P_b(z)$ es la potencia confinada en una de las ramas.

La tasa máxima ($Ex = 1$) de intercambio de potencia se produce para potencias de entrada por debajo de la potencia crítica, y muy por encima de este valor el intercambio de potencia no se produce ($Ex = 0$).

4.4.3 Potencia media en cada rama

El último parámetro de interés es la potencia media que transporta cada rama. Se define como:

$$P_m = \frac{1}{2L_c} \int_0^{2L_c} P_b(z) dz \quad (4.27)$$

y, será también dependiente de la potencia total presente en el dispositivo y de las condiciones de excitación.

Las curvas de las figuras 4.13 y 4.14 muestran la evolución de estos parámetros para el caso que denominamos FNLC-3 (fig.4.12).

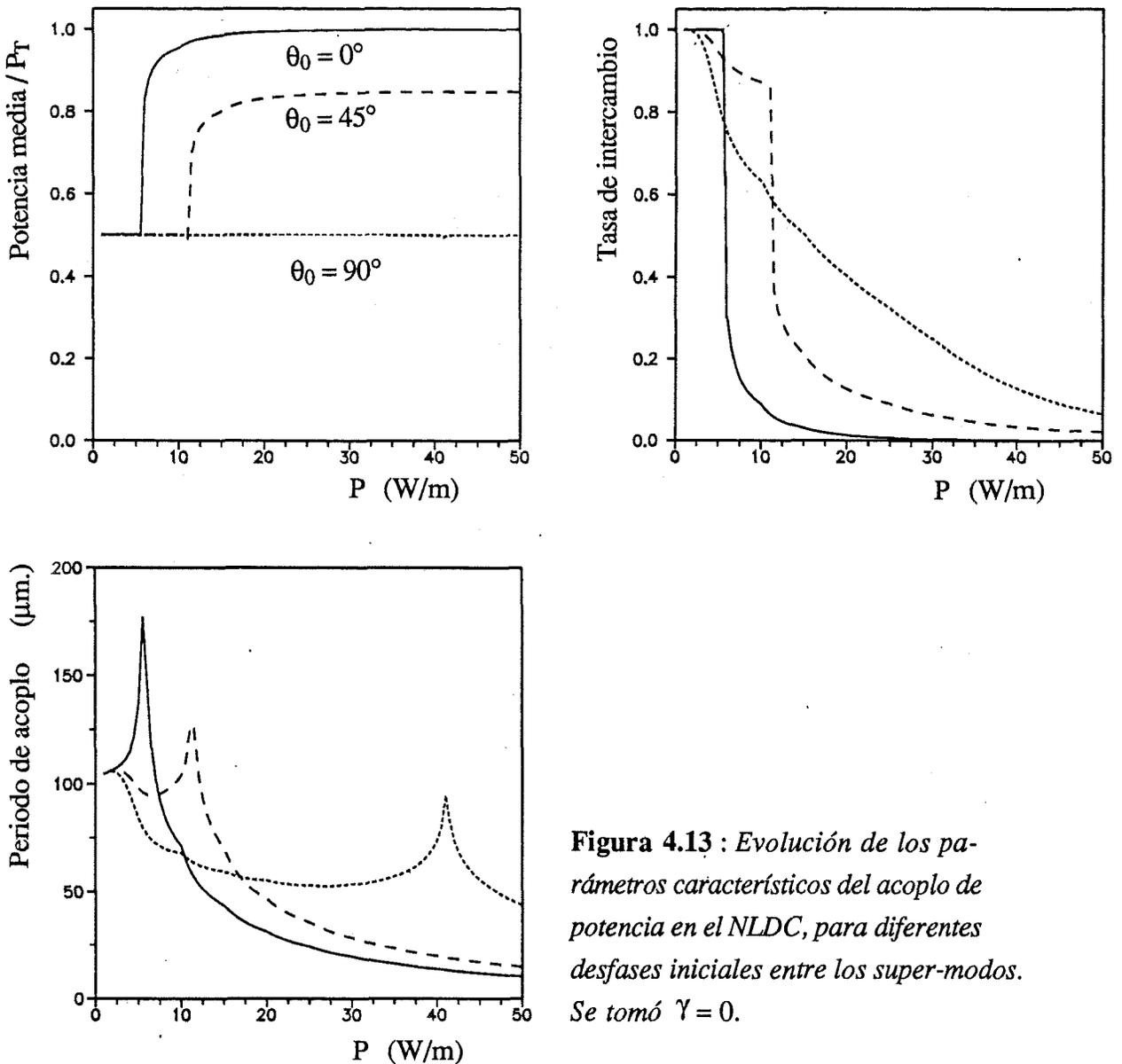


Figura 4.13 : Evolución de los parámetros característicos del acoplo de potencia en el NLDC, para diferentes desfases iniciales entre los super-modos. Se tomó $\gamma = 0$.

La interpretación de las curvas de la figura 4.13 es inmediata, y nos permiten obtener una visión global del comportamiento del dispositivo: para cada uno de los casos representados la potencia crítica se identifica por el pico del periodo de acoplo. En ese mismo valor la potencia deja de estar repartida por igual (en media) entre las ramas del acoplador. Asimismo el intercambio de potencia se hace progresivamente menor. En el ejemplo presentado la excitación con $\theta_0 = 90^\circ$ tiene un comportamiento peculiar, porque no existe una transición brusca del régimen subcrítico al supercrítico, sino que ésta se realiza de forma continua. Las curvas de la figura 4.12 nos indican que

en este caso se cruza la frontera de $U = -1$ para $P \approx 41$ W/m, por lo que entramos en la zona de comportamiento anómalo, como puede comprobarse mediante simulación numérica.

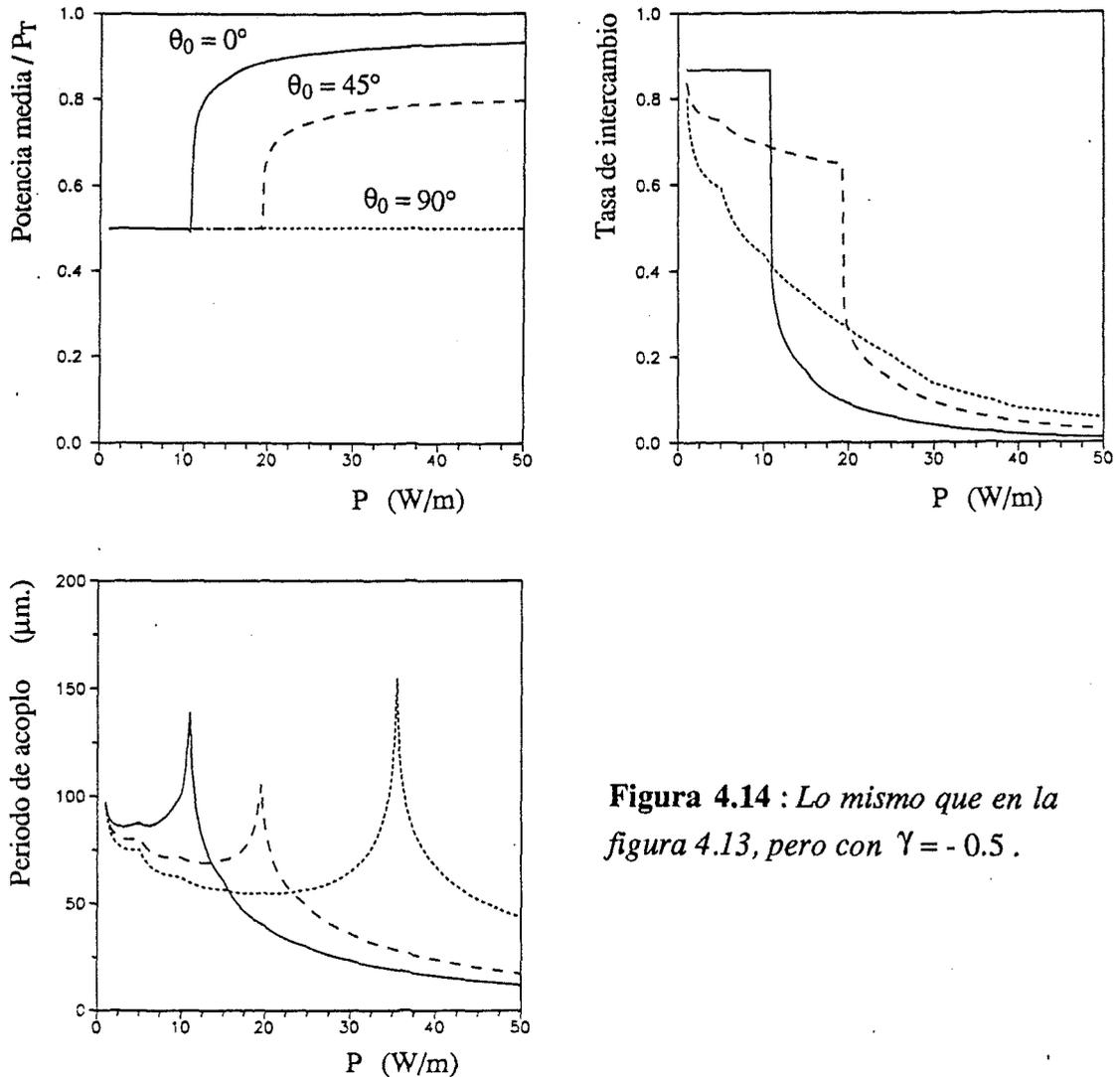


Figura 4.14 : Lo mismo que en la figura 4.13, pero con $\gamma = -0.5$.

En la figura 4.14 se observa un comportamiento similar. Ahora se está excitando inicialmente en mayor proporción el modo antisimétrico. Puede observarse que en esas condiciones no se consigue nunca el intercambio completo de potencia ($Ex=1$). La potencia crítica para $\theta_0 = 0^\circ$ y $\theta_0 = 45^\circ$ ha aumentado respecto al caso anterior. Contrariamente se alcanza el régimen inestable en $\theta_0 = 90^\circ$ para valores menores de potencia.

4.5 Conclusiones

Se ha estudiado el fenómeno de la conversión modal en el acoplador direccional no lineal mediante la técnica de modos acoplados, tomando los super-modos de la estructura como base de la propagación en el dispositivo. Hemos considerado dos tipos de acopladores: aquel en el que únicamente la capa intermedia entre ambas ramas presenta propiedades no lineales, tal como fue propuesto originalmente por Jensen (JNLC) y otro en el que todas las capas del dispositivo son no lineales (FNLC). Se consideró en todos los casos no linealidad tipo Kerr.

Como se ha comentado, la técnica de modos acoplados da resultados aceptables siempre que el acoplo entre las guías individuales que forman el acoplador sea débil. El parámetro que determinará la aplicabilidad de este método analítico es la separación entre las ramas del acoplador, medida en longitudes de onda.

La técnica de SML da resultados muy buenos para el FNLC (*full non-linear coupler*), incluso cuando la separación entre las guías es relativamente pequeña. No ocurre lo mismo en el JNLC (*Jensen non-linear coupler*), en donde los errores son muy importantes a medida que disminuye w . El utilizar SMNL mejora apreciablemente los resultados para este último caso, pero sin embargo las desviaciones respecto a los valores obtenidos numéricamente siguen siendo importantes. El estudio de los SMNL permite, no obstante, extender el estudio a valores de potencia mayores para el FNLC. En la figura 4.9 se mostró la concordancia entre el análisis de modos acoplados con SMNL y la simulación numérica para valores elevados de potencia.

Para el análisis de acopladores no lineales tipo Jensen (JNLC) la técnica de modos acoplados clásica, en la que se consideran los modos de las guías individuales como base de la propagación, parece ser más aproximados que la técnica de super-modos. También entonces es posible re-escribir las ecuaciones de acoplo en términos de los modos no lineales [9].

Por último debe señalarse que el extender la no linealidad al conjunto de los medios que forman el dispositivo permite, por un lado, disminuir notablemente la potencia crítica necesaria para producir la conmutación de potencia, y, por otro, disminuir la separación entre las ramas del acoplador, lo que redundaría en una disminución muy importante de la longitud de acoplo y , consecuentemente, de las dimensiones de los dispositivos que se implementen a partir de este tipo de estructuras.

Se ha introducido lo que hemos denominado plano de excitación, y un conjunto de tres parámetros dependientes de la potencia, que dan una visión completa del comportamiento del acoplador en función del tipo de excitación. Frente a otras representaciones [12,13] ésta no está ligada a ningún método concreto de análisis, y constituye una herramienta de gran utilidad a la hora de diseñar dispositivos ópticos sobre la base del acoplador direccional no lineal.

REFERENCIAS

- [1] S.Jensen. "The nonlinear coherent coupler". *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-18** (1982) 1583.
- [2] S.Trillo, S.Wabnitz. "Nonlinear nonreciprocity in a coherent mismatched directional coupler". *Appl. Phys. Lett.* **49**, 13 (1986) 752.
- [3] S.Trillo, S.Wabnitz. "Coupling instability and power-induced switching with two-core dual-polarization fiber nonlinear couplers". *J. Opt. Soc. Am. B* **5**, 2 (1988) 483.
- [4] S.Trillo, S.Wabnitz, G.I.Stegeman. "Nonlinear codirectional guided wave mode conversion in grating structures". *J. Lightwave Technol.* **6**, 6 (1988) 971.
- [5] Y.Chen. "Solution to full coupled wave equations of nonlinear coupled systems". *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-25**, 10 (1989) 2149.
- [6] R.G. Hungsperger. "Integrated Optics: Theory and Technology" (2^a ed.) Springer-Verlag, Berlin 1985. A.Yariv. "Quantum Electronics". John Wiley & sons. (Third ed.) New York 1989.
- [7] Y.Silberberg. "Nonlinear coupling of waveguide modes". *Appl. Phys. Lett.* **50**, 13 (1987) 801.
- [8] G.I.Stegeman, E.M.Wright. "All-optical waveguide switching". *Opt. Quantum Electron.* **22** (1990) 95.
- [9] X.J.Meng, N.Okamoto. "Improved coupled-mode theory for nonlinear directional couplers". *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-27**, 5 (1991) 1175.
- [10] F.Dios, X.Nogués, F.Canal. "Critical power in a symmetric directional coupler". Enviado a *Opt. Quantum Electron* (1991).

[11] B.Daino, G.Gregori, S.Wabnitz. "Stability analysis of nonlinear coherent coupling". *J. Appl. Phys.* **58**, 12 (1985) 4512.

[12] A.T.Pham, L.N.Binh. "All-optical modulation and switching using a nonlinear-optical directional coupler". *J. Opt. Soc. Am. B* **8**, 9 (1991) 1914.

[13] A.W.Snyder, D.J.Mitchell, L.Poladian, D.R.Rowland, Y.Chen. "Physics of nonlinear fiber couplers". *J. Opt. Soc. Am. B* **8**, 10 (1991) 2102.