

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUÑA

Programa de Doctorado:
AUTOMATIZACIÓN AVANZADA Y ROBÓTICA

Tesis Doctoral

**PLANIFICACIÓN AUTOMÁTICA Y SUPERVISIÓN
DE OPERACIONES DE MONTAJE
MEDIANTE ROBOTS**

Raúl Suárez Feijóo

Instituto de Cibernética

Junio de 1993

Director: Prof. Luis Basañez Villaluenga

Capítulo 6

Planificación y ejecución

Con los fundamentos y herramientas desarrolladas en los capítulos precedentes se expondrá en este capítulo el proceso de planificación que se propone y la forma en que se ejecuta la tarea de acuerdo con el plan elaborado. El capítulo está dividido en tres secciones. En la primera se describe el modelo de la tarea, elaborado a partir de los estados descritos en el capítulo 5, que será utilizado para la elaboración del plan. En la segunda sección se detalla el procedimiento de planificación, describiéndose cada una de sus fases y la información final contenida en el plan. Finalmente la tercera sección trata de la ejecución de la tarea, se describe como ésta se lleva a cabo y la supervisión necesaria para controlar su evolución.

6.1 Modelado de la tarea

Para la elaboración del plan la tarea se modela mediante un número finito de estados posibles, no ambiguos, tal como se describió en el capítulo precedente. De esta manera, las condiciones iniciales de la tarea permiten establecer el estado inicial y las condiciones finales deseadas permiten, a su vez, establecer el estado final deseado. Con la tarea modelada de esta forma, el objetivo del planificador consiste en determinar un conjunto de acciones que permitan evolucionar desde el estado inicial hasta el final.

Un modelo de este tipo es válido cuando la definición de los estados es tal que el hecho de alcanzar el estado final supone una posición relativa de los objetos suficientemente próxima, si no exacta, a la deseada como objetivo, de forma que la tarea pueda darse por resuelta satisfactoriamente.

Para la elaboración y ejecución del plan el modelo de la tarea deberá contener la siguiente información:

1. *Los distintos estados por los que puede evolucionar la tarea y la contigüidad entre los mismos* (Grafo de Estados Nominales), para elegir secuencias de estados que correspondan a diferentes formas de resolución de la tarea.
2. *Los operadores de paso de un estado a otro* (Operadores de cambio de estado), para seleccionar los movimientos del robot que ejecuten la tarea evolucionando a través de la secuencia de estados elegida.
3. *La información sensorial asociada a cada estado* (dominios de observación de configuración y de fuerza de los estados), para su identificación cuando éste se alcance durante la ejecución de la tarea.
4. *El estado inicial previsto*, que indica en qué condiciones se comienza la tarea, y por tanto desde dónde debe iniciarse el plan.
5. *El estado final deseado*, que indica las condiciones en qué debe finalizar la tarea para que se considere resuelta. Su ocurrencia durante la ejecución de la tarea indica la finalización con éxito de la misma.

Los tres primeros items dependen de las propiedades de los objetos (características geométricas y coeficientes de fricción), de los sensores disponibles (incluido el robot como sensor de la configuración del objeto manipulado) y de las incertidumbres que les afectan. Así, dados dos objetos y los sensores de que se dispone, estos items pueden conocerse con independencia de las condiciones iniciales y del objetivo de la tarea, por lo que pueden ser obtenidos a priori; esta información se denominará *información general de la tarea*. Por el contrario, los dos últimos items son dependientes del objetivo de la tarea y de cómo se dispongan los objetos para comenzarla, por lo que esta información será considerada *información particular de la tarea*.

Otra clasificación posible de la información disponible en el modelo de la tarea es la siguiente. Los items primero, segundo, cuarto y quinto son necesarios para la elaboración del plan y por lo tanto se utilizarán fuera-de-línea; por el contrario, el tercer item no se utiliza en la elaboración del plan sino en su ejecución, es decir, será utilizado durante el trabajo en-línea para llevar a cabo el plan.

Consiguientemente, el modelo de la tarea está formado por dos bloques de información. Un primer bloque, utilizado fuera-de-línea en la elaboración del

plan, consta de información general (Grafo de Estados Nominales y operadores de cambio de estado) e información particular (estados inicial y final), en tanto que el segundo bloque está formado sólo por información general (dominios de observación de los estado) y será utilizado en-línea durante la ejecución del plan.

La figura 6.1 ilustra, acorde con la representación de los estados desarrollada en el capítulo 5, la manera en que se obtiene el modelo de la tarea para la elaboración y ejecución del plan. En los apartados siguientes se tratan algunas particularidades de los items usados para la elaboración del plan.

6.1.1 Grafo de estados de la tarea

Para la generación del plan solamente se tienen en cuenta los estados primarios de la tarea, lo que permite simplificar notablemente su elaboración sin que por ello pierda su validez, como se mostrará en las secciones siguientes.

Los estados primarios están representados por los nodos de $G-Nom$, cuyas ramas indican la relación de contigüidad entre ellos. De cara a la planificación de la tarea se deriva del anterior un grafo dirigido, $DG-Nom$, cuyos arcos dirigidos resultan de establecer la siguiente relación binaria entre dos estados Ep_i y Ep_j :

“ Ep_j es alcanzable desde Ep_i mediante una cierta acción”

así, cada nodo de $DG-Nom$ representa a un estado primario y cada arco dirigido desde un nodo Ep_i hasta otro nodo Ep_j indica que es posible la transición de Ep_i a Ep_j mediante algún operador.

$DG-Nom$ tiene las siguientes características inmediatas:

- Sus nodos son los de $G-Nom$.
- Es un grafo dirigido *simétrico*, es decir, si existe el arco dirigido desde el nodo E_i al nodo E_j también existe el arco dirigido desde E_j al E_i .
- Es un grafo dirigido *reflexivo*, ya que cada nodo de $DG-Nom$ tiene un auto-bucle indicando que existe una acción que permite la permanencia en cualquier estado de la tarea (en algunos casos el equilibrio entre los objetos reales puede ser inestable, pero es teóricamente posible).

La figura 6.2 muestra los grafos $G-Nom$ y $DG-Nom$ asociados a la misma tarea.

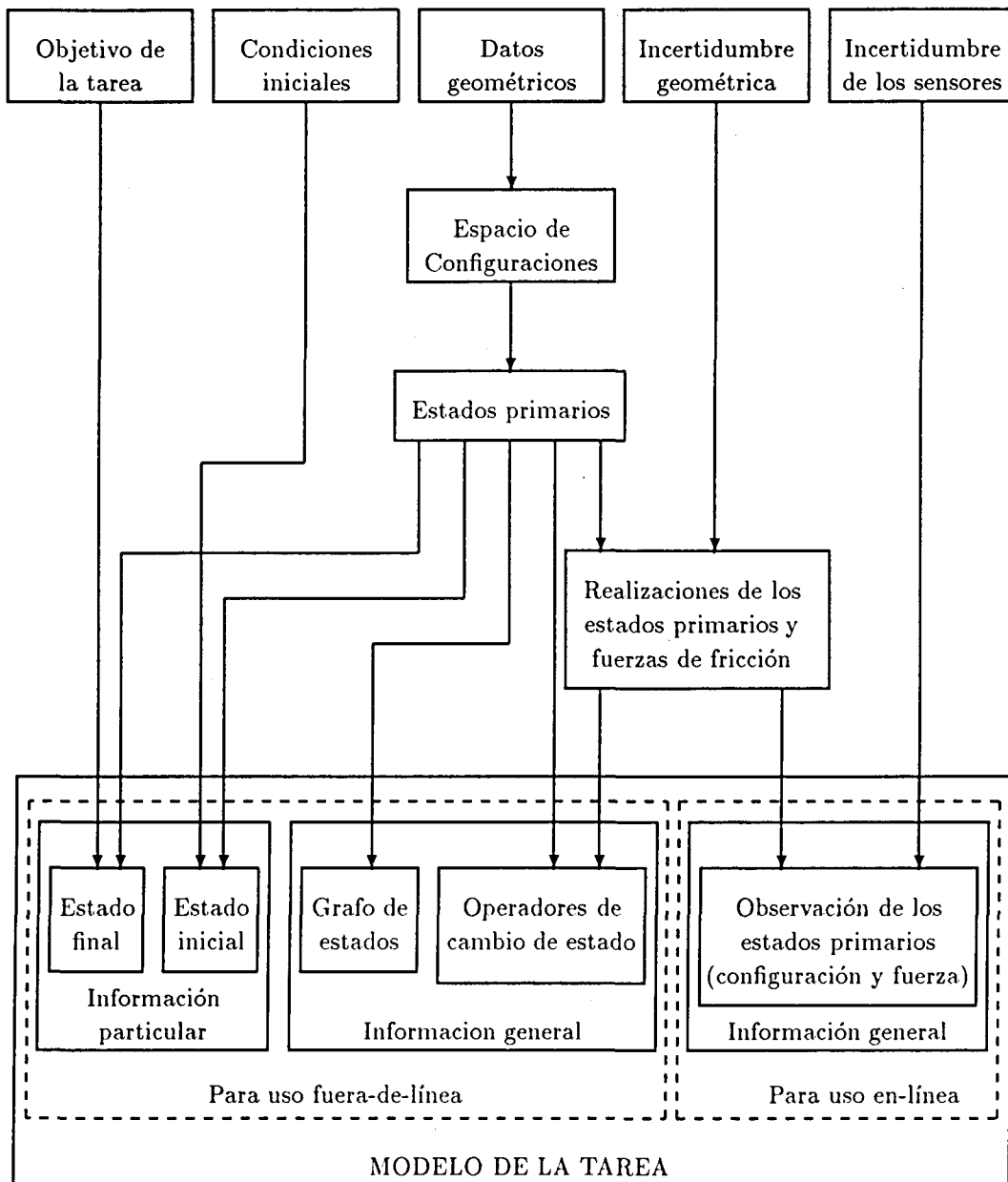


Figura 6.1: Elementos del modelo de la tarea utilizado para la elaboración y ejecución del plan.

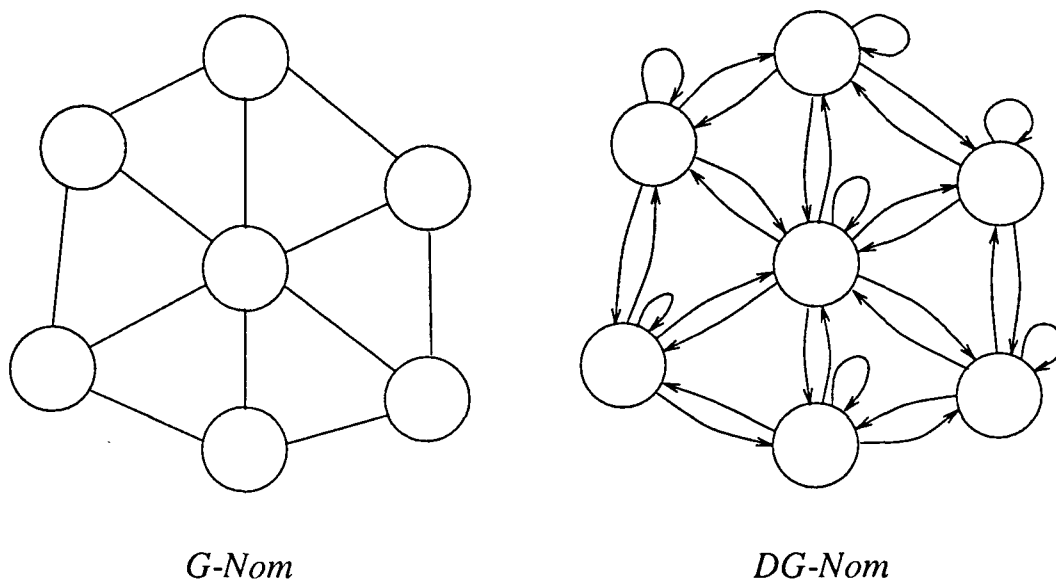


Figura 6.2: Grafos *G-Nom* y *DG-Nom* para la misma tarea.

6.1.2 Estado inicial

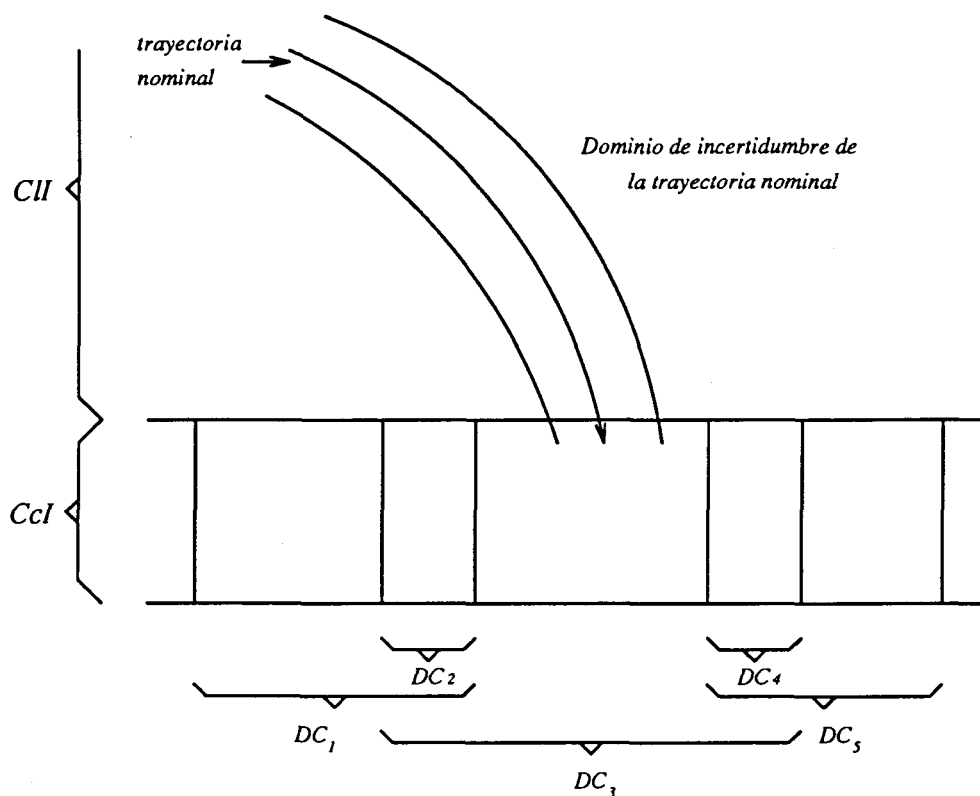
El estado inicial es aquel desde el que se inicia el montaje mediante la realización de movimientos de corto desarrollo de acuerdo con el plan elaborado. Es por lo tanto el primer estado que se alcanza cuando el robot finaliza sus movimientos de largo desarrollo a través de *CII*, y realiza la transición a *CcI*.

Debido a la incertidumbre, no siempre es posible asegurar que en distintas ejecuciones de la tarea se tenga siempre el mismo estado inicial (o que en una única ejecución se conozca con total certeza el estado inicial). Para que esto ocurra la trayectoria geométrica seguida para pasar de *CII* a *CcI* debe atravesar un único dominio de observación *DC*. En la figura 6.3 se ilustra conceptualmente este efecto.

Proposición 6.1 *Para que la trayectoria de transición de CII al interior de CcI se realice necesariamente a través de un dominio de observación DC dado, es condición necesaria que el estado Ep correspondiente a dicho dominio contenga sólo un contacto básico.*

Demostración:

Sea Ep_i con dominio de observación de configuraciones DC_i y contactos



DC_i , $i=1, \dots, 5$ dominios de observación de diferentes estados

Figura 6.3: Transición de CII a CcI en la que se alcanza siempre el mismo estado inicial.

básicos no redundantes $CBnr_i$. Si $Ord(Ep_i) > 1$, entonces existe Ep_j con dominio de observación de configuraciones DC_j tal que $CBnr_j \subset CBnr_i$ y $Ord(Ep_j) < Ord(Ep_i)$ (proposición 5.3 y corolario 5.5).

De la proposición 5.6 $\overset{\circ}{DC}_i \subset DC_j$, entonces cualquier configuración perteneciente al interior de DC_i pertenece también a DC_j . Por lo tanto, cualquier trayectoria que desde CII alcance estas configuraciones puede llevar tanto a Ep_i como Ep_j . \diamond

Corolario 6.1 En C_3 , para garantizar que en la transición de movimientos de largo desarrollo a movimientos de corto desarrollo se alcance siempre el mismo estado inicial éste debe corresponder a un único contacto vértice-arista, ya sea de tipo 1 ó 2.

En el caso de que no se pueda asegurar un único estado inicial debe elaborarse el plan considerando como estados iniciales todos aquellos factibles de ser alcanzados al pasar de CII a CcI . En adelante, para la descripción del planificador propuesto se considerará, salvo expresa mención y sin pérdida de generalidad, que existe un único estado inicial.

6.1.3 Estado final

La posición relativa final de los objetos ensamblados se describe a partir de sus modelos nominales mediante un conjunto de contactos básicos, que de forma directa definen el estado primario final deseado. Es decir, la posición relativa final de los objetos no se indica por una configuración precisa específica, sino por los contactos básicos que relacionan a ambos objetos, sin que se conozca a priori la configuración real en que se alcanzará tal condición.

Esto implica que el modelo de estados escogido sólo sea adecuado cuando la posición relativa final en que se desea colocar a los objetos quede suficientemente determinada por un conjunto de contactos básicos. El siguiente ejemplo muestra un caso en que la caracterización de estados adoptada no es la apropiada. Sean los dos objetos de la figura 6.4a con movimiento en el plano. Se desea colocar el objeto \mathcal{A} contra el objeto \mathcal{B} de forma que el lado l_b limitado por los vértices b_1 y b_2 quede perfectamente centrado respecto al lado l_a , como se muestra en la figura 6.4b. Con la descripción de los estados en base a contactos básicos el estado final está caracterizado por los contactos (b_1, l_a) y (b_2, l_a) , pero de esta forma la tarea sería dada por concluida con éxito siempre que l_b se apoye totalmente sobre l_a sin restricción alguna en cuanto al centrado.

Este tipo de problemas puede abordarse con el modelo propuesto definiendo pseudo-vértices sobre los lados de los objetos, es decir, especificando la posición de puntos no extremos de un lado como si se tratase de vértices reales, lo que equivale a dar más información sobre el objeto correspondiente y reducir en parte la incertidumbre que le afecta.

En el desarrollo real, la tarea se dará por finalizada correctamente cuando el estado estimado en-línea coincida con el estado final, no obstante, debe tenerse en cuenta que debido a la incertidumbre esto no implica que se hayan alcanzado exactamente los contactos básicos que lo caracterizan. Por ejemplo, si la tarea consiste en posicionar un bloque en un rincón, el estado primario final es aquel definido por los siguientes contactos básicos (figura 6.5a): (b_4, l_{a1}) , (b_3, l_{a1}) , (b_2, l_{a2}) y (b_3, l_{a2}) . Sin embargo, la posición final real que dé por correctamente

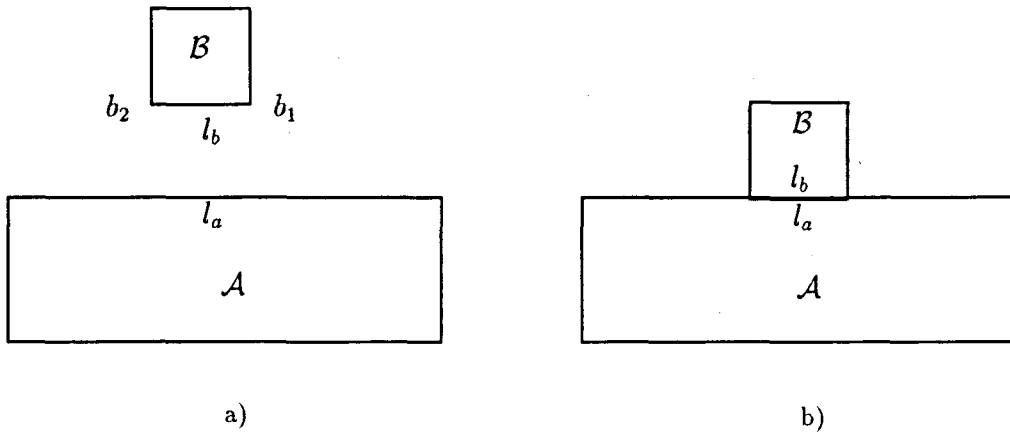


Figura 6.4: *Ejemplo de objetivo final insuficientemente especificado por el estado final.*

finalizada la tarea podría ser, entre otras, la ilustrada en la figura 6.5b, en la que no se alcanza el contacto (b_2, l_{a2}) simultáneamente con los otros tres, sino que debido a la incertidumbre se ha alcanzado un estado no primario de la tarea.

6.1.4 Operadores

En el capítulo 5 se definieron los operadores T de cambio de estado y se dieron las pautas para su construcción de acuerdo con el modelo de estados propuesto. Como se verá en la sección 6.2, para elaborar el plan es útil conocer no sólo los operadores para pasar de un estado Ep_i a otro Ep_j , sino también conocer a que estados se puede pasar desde Ep_i dado un cierto operador.

Esto lleva a establecer, para cada estado Ep_i , diferentes conjuntos de operadores agrupados con el criterio de que todos los operadores de un mismo conjunto pueden permitir la transición a los mismos estados contiguos.

Los conjuntos de operadores resultantes se representan como $TS(Ep_i; \mathcal{E}_T)$, donde \mathcal{E}_T es el subconjunto de estados contiguos a los que puede llevar cualquiera de estos operadores desde Ep_i .

Para cada subconjunto \mathcal{E}_T de estados contiguos a Ep_i los operadores

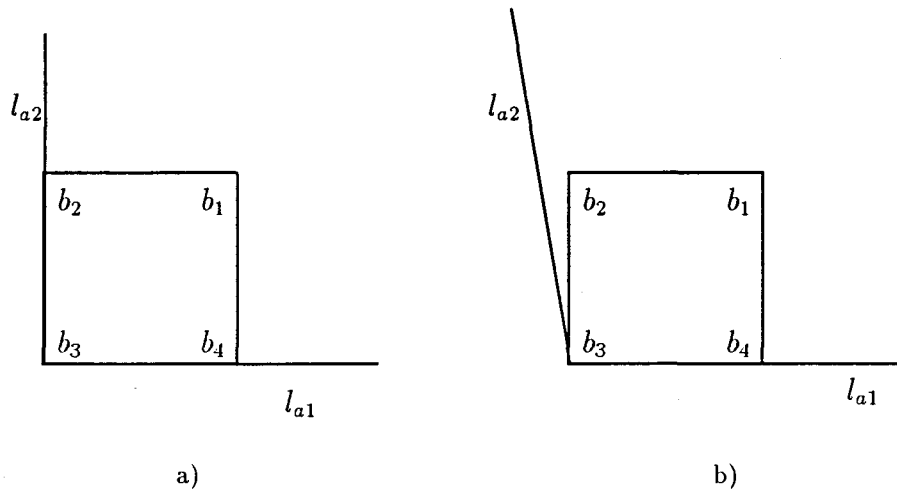


Figura 6.5: Estado primario final y posibles contactos básicos que den por acabada correctamente la tarea.

$TS(Ep_i; \mathcal{E}_T)$ se determinan haciendo

$$TS(Ep_i; \mathcal{E}_T) = \bigcap_{Ep_j \in \mathcal{E}_T} TS(Ep_i; Ep_j) \quad (6.1)$$

Un conjunto $TS(Ep_i; \mathcal{E}_T)$ puede dar lugar al atascamiento en Ep_i sí y sólo sí $Ep_i \in \mathcal{E}_T$. En el caso de que $TS(Ep_i; \mathcal{E}_T)$ pueda producir la pérdida de contacto asumiremos como nomenclatura que $\emptyset \in \mathcal{E}_T$.

La redistribución de operadores T en conjuntos de la forma $TS(Ep_i; \mathcal{E}_T)$ servirá para establecer algunos criterios de guía en la elaboración del plan. La figura 6.6 ilustra cualitativamente dicha redistribución.

Los operadores y conjuntos de operadores seleccionados para el plan se representarán respectivamente mediante Tp y TSp .

6.2 Planificación de la tarea

La elaboración del plan consiste en determinar fuera-de-línea los movimientos que ha de realizar el robot para lograr progresar desde una situación inicial prevista hasta la situación final deseada que dé por resuelta la tarea. Tales movimientos estarán, en el caso general, guiados por el tratamiento de la

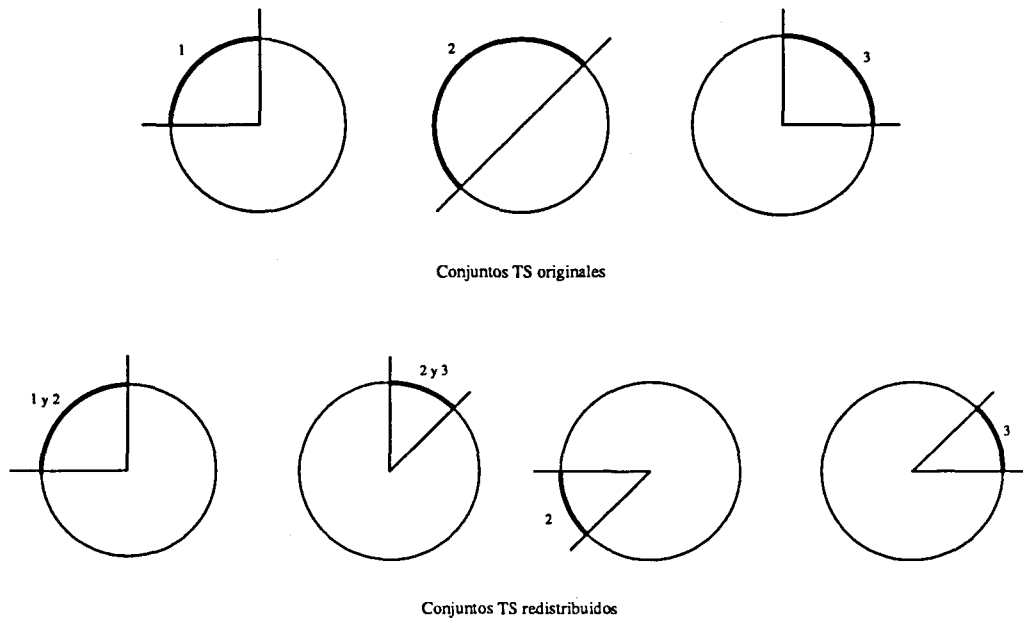


Figura 6.6: Redistribución de los conjuntos de operadores TS.

información sensorial captada durante la evolución de la tarea; por lo tanto, el plan debe prever de algún modo las posibles situaciones que se pueden presentar e indicar el movimiento adecuado a realizar en cada caso. En los apartados siguientes se describe la metodología de planificación propuesta.

6.2.1 Criterios generales para la elaboración del plan

En la elaboración del plan de acción es lógico seguir criterios que optimicen tanto la propia elaboración del plan como los resultados de su ejecución. En general, en la automatización de una tarea de montaje industrial el principal criterio de optimización consiste en reducir el tiempo invertido en ella. Cuando la tarea de montaje se lleva a cabo mediante un robot, el tiempo de realización de la misma está fijado por el que tarda el robot en realizar todos los movimientos necesarios para ensamblar las piezas. Este tiempo depende, para una velocidad máxima nominal, de la longitud del camino a recorrer y de los cambios abruptos de dirección debido al proceso de aceleración y desaceleración que éstos implican.

Sin embargo, en presencia de incertidumbre no puede establecerse a priori con total precisión la trayectoria geométrica real que seguirá el robot, siendo por lo tanto muy complicado precisar el tiempo exacto que se invertirá en

resolver la tarea. No obstante, en el problema que nos ocupa, optimizar el tiempo de ejecución puede traducirse en minimizar el número de cambios de operador necesarios para resolver la tarea.

La existencia de restricciones específicas en el desarrollo de la tarea también debe reflejarse en la elaboración del plan. Por ejemplo, habrá que evitar ciertos estados si cabe la posibilidad de que puedan producirse daños en las caras o vértices involucrados en los contactos básicos que los definen. Por el contrario, si la experiencia en la realización manual de la tarea indica que ciertas posiciones relativas intermedias de los objetos facilitan su evolución (o incluso que el diseño de los objetos haya sido realizado pensando en esa fase intermedia), puede forzarse su inclusión en el plan introduciendo la restricción de que la solución prevista pase por determinado estado intermedio entre el inicial y el final.

Otros criterios se basan en la utilización de las formas geométricas de los objetos como guía del movimiento, reduciendo de esta forma la incertidumbre de posición. Así, el movimiento a lo largo de las C -aristas de C_3 en las que el conjunto de configuraciones imposibles C_i es cóncavo es en alguna medida autoguiado, en tanto que cuando la forma de C_i es convexa tal movimiento es difícil de realizar. Un efecto análogo se produce con los C -vértices. Dado que en este trabajo no se realiza ningún análisis previo sobre la forma en que se intersectan las C -superficies en las C -aristas o C -vértices, este criterio no ha sido desarrollado. No obstante, como indicación para trabajos futuros sobre la elaboración de planes óptimos a través de la reducción de incertidumbre en los movimientos, un posible criterio para determinar si las C -aristas de C_3 son cóncavas o convexas consiste en analizar si su dominio DC limita con C_iI o CII respectivamente. El mismo criterio es válido para los C -vértices.

Un criterio adicional en la misma línea consiste en elegir secuencias de estados en las que el orden de dos estados consecutivos no aumente en más de una unidad. Esto permite ir estableciendo restricciones de forma gradual, facilitando la transición al estado siguiente en la secuencia. Para dar una idea intuitiva supondremos que, en C_3 , el estado en curso tiene como realización nominal una C -cara, entonces el estado siguiente en la secuencia debe tener como realización nominal una C -arista que resulta más fácil de alcanzar que un C -vértice.

El movimiento de los objetos en contacto podría dañarlos debido a las fuerzas de fricción, aunque dicho contacto sea inevitable durante el montaje. Por lo tanto, otro criterio a tener en cuenta en la elaboración del plan es intentar que los estados involucrados en la posible solución tengan un número mínimo de contactos básicos.

Durante el desarrollo de la tarea deben evitarse movimientos que debido a la incertidumbre lleven a los objetos a pasar siempre por las mismas configuraciones sin alcanzar el objetivo deseado. Para evitar estos movimientos cíclicos, en la generación del plan deben descartarse las acciones que pueden permitir la repetición de cualquier estado durante el desarrollo de la tarea.

Como resumen, los criterios generales a seguir en la elaboración del plan de montaje son:

- minimización del número de cambio de operadores
- minimización del número de estados en la secuencia
- evitación de ciertos contactos básicos, y por lo tanto de los estados en que se producen
- inclusión de estados considerados convenientes a partir del conocimiento de la tarea
- selección de estados con menor número de contactos básicos
- selección de secuencias de forma que no aumente en más de uno el orden de dos estados consecutivos
- evitación de secuencias periódicas de estados

6.2.2 El plan

El plan está formado por dos módulos con funciones diferenciadas. Un módulo, que denominaremos *estados/operadores*, contiene la información sobre el operador a aplicar cuando la tarea se encuentra en un determinado estado y sobre los estados que se pueden alcanzar como fruto de su aplicación. El segundo módulo, que denominaremos *observaciones/estados*, contiene la información necesaria para estimar en-línea el estado actual de la tarea a partir de la información sensorial de configuración y fuerza generalizada.

La elaboración del primer módulo utiliza la información para uso fuera-de-línea del modelo de la tarea, y supone la realización de dos fases. La primera consiste en establecer una secuencia de estados que ligue el estado inicial con el estado final; la segunda consiste en determinar los operadores de cambio de estado necesarios para seguir la secuencia elegida. Dado que en presencia de incertidumbre un operador T puede permitir la transición a más de un estado, es posible que no pueda establecerse una secuencia de estados -con

los operadores correspondientes– cuyo seguimiento esté garantizado durante la ejecución de la tarea. Por este motivo, las dos fases mencionadas tendrán, en general, que llevarse a cabo de forma reiterativa.

Esto lleva a plantear el siguiente procedimiento general para elaborar el módulo estados/operadores en el que cada estado factible de ser alcanzado tenga asignado un operador adecuado para resolver la tarea:

- 1. Búsqueda de una solución base.** Consiste en elegir una secuencia de estados contiguos que comience en el estado inicial y termine en el estado final y seleccionar, para cada uno de los estados, un conjunto de operadores de cambio de estado que permitan la transición al estado siguiente de la secuencia, incluyendo una relación de los estados ajenos a la secuencia alcanzables con estos operadores.
- 2. Búsqueda de una solución completa.** Consiste en repetir el paso anterior, tantas veces como sea necesario, tomando como estado inicial cada uno de los estados que sea alcanzable mediante la aplicación de los operadores seleccionados y no haya sido incluido ya en alguna secuencia.
- 3. Ajuste final del plan.** Consiste en determinar, para cada estado de las secuencias elegidas en los pasos previos, un único operador de cambio de estado de entre el conjunto de operadores previamente seleccionado para ese estado.

La forma en que se desarrollan estos pasos se describe en los apartados siguientes.

La elaboración del segundo módulo del plan, observaciones/estados, es inmediata a partir de la información para uso en-línea del modelo de la tarea, es decir, de los dominios de observación de los estados tal como se definieron en la sección 5.5.

Las fases seguidas en la elaboración del plan se ilustran en la figura 6.7, donde se muestra como depende cada una de ellas de la información contenida en el modelo de la tarea.

6.2.3 Búsqueda de una solución base

La solución base sirve como guía para el desarrollo del plan, pero debe destacarse que no es más que una solución tentativa ya que, en general, no

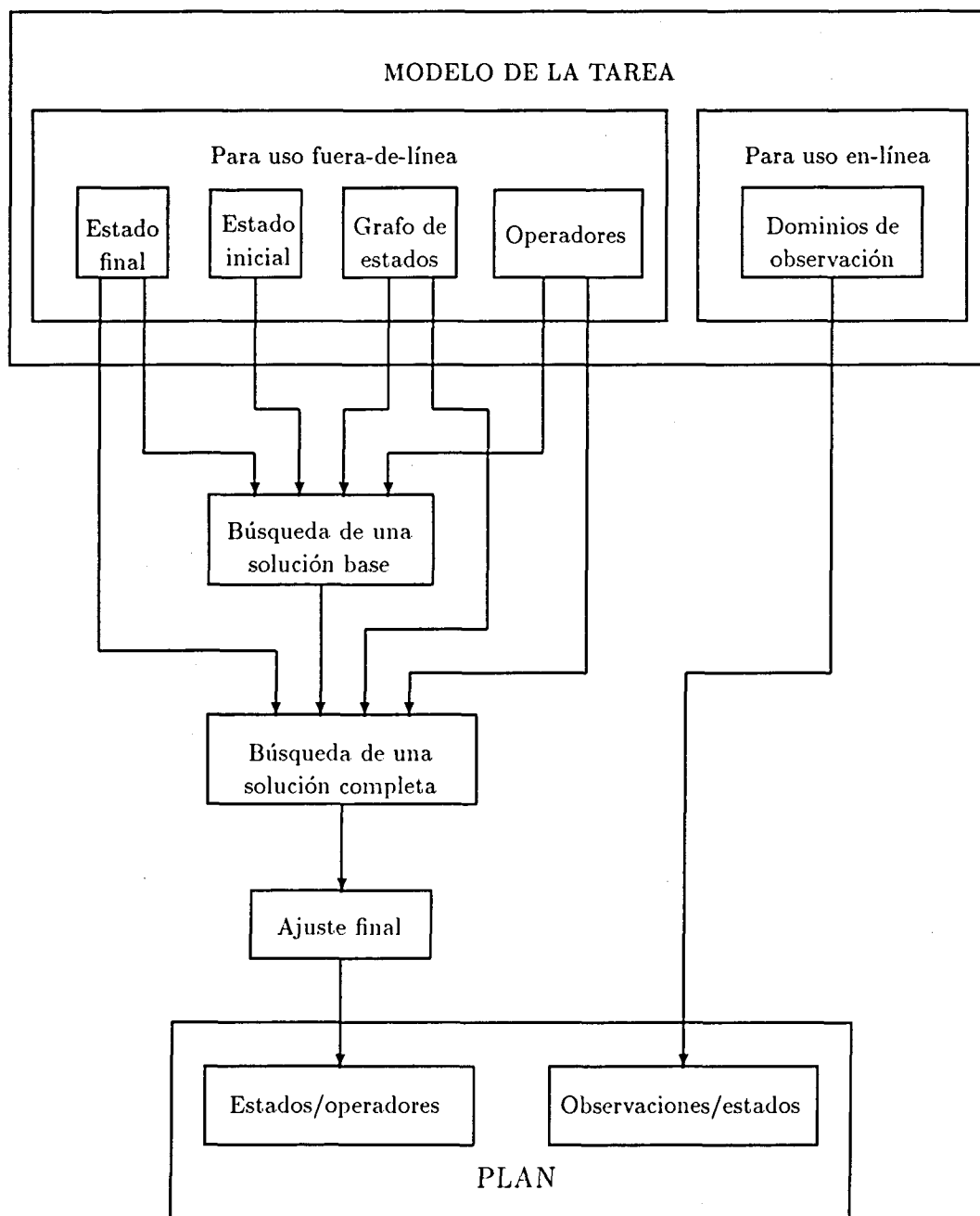


Figura 6.7: Elaboración del plan a partir del modelo de la tarea.

es posible garantizar su seguimiento real durante la ejecución de la tarea en presencia de incertidumbre.

En adelante se denominará *secuencia solución* a cualquier secuencia de estados que acabe en el estado final de la tarea sin repetir ningún estado. Los estados pertenecientes a una secuencia solución se indicarán como Ep_i^* , utilizándose un subíndice para indicar su posición en la secuencia, es decir: Ep_i^* con $i = 1, \dots, n$ siendo n el número de estados en la secuencia.

El primer paso en la construcción de una solución base consiste en buscar una secuencia solución que comience en el estado inicial de la tarea. La búsqueda de esta secuencia solución equivale a la búsqueda en *DG-Nom* de un *camino dirigido* desde el estado inicial hasta el estado final. Este procedimiento de búsqueda puede realizarse mediante un algoritmo de búsqueda en grafos (Pearl, 1984; Brassard and Bratley, 1988; Apéndice C de Latombe, 1991).

El paso siguiente en la elaboración de la solución base consiste en la selección de un conjunto de operadores de cambio de estado $TSp(Ep_i^*; Ep_{i+1}^*)$ para cada par de estados consecutivos de la secuencia. Finalmente, se determinan los estados no incluidos en la secuencia solución elegida que pueden ser alcanzados al aplicar los operadores seleccionados.

Los subapartados siguientes tratan sobre la selección de los operadores de acuerdo a los criterios generales para la elaboración del plan antes descritos y de la representación de la solución base de cara a su utilización para generar la solución completa.

6.2.3.1 Criterios para la selección de los operadores

La selección de los operadores juega un papel preponderante en la elaboración del plan. A continuación se describen los principales criterios considerados para su selección.

Minimización del número de estados factibles de ser alcanzados desde cada estado Ep_i^*

Un criterio que permite minimizar el número de estados factibles de ser alcanzados desde cada estado Ep_i^* consiste en seleccionar

$$TSp(Ep_i^*; Ep_{i+1}^*) = TS(Ep_i^*; \mathcal{E}_T) \quad (6.2)$$

para el conjunto $\mathcal{E}_T \ni Ep_{i+1}^*$ de rango mínimo.

Consideración de operadores iguales para estados consecutivos en una secuencia solución

El filtro que se describe a continuación se aplica sobre conjuntos TS previamente seleccionados de acuerdo con cualquier criterio y, eventualmente, puede reducir también el número de estados factibles de ser alcanzados desde cada estado Ep_i^* .

El filtro consiste en intersectar, a partir del estado inicial, los conjuntos previamente seleccionados $TS(Ep_i^*; Ep_{i+1}^*)$ para valores de i consecutivos, y reemplazarlos por el subconjunto intersección de todos ellos mientras éste no sea vacío, en cuyo caso se reinicializa el proceso a partir del último conjunto TS . El algoritmo de filtrado que devuelve los conjuntos TSp es:

Sean:

\mathcal{U} : el conjunto de todos los operadores posibles
 n : el número de estados en la secuencia solución

```

AUX ←  $\mathcal{U}$ 
cont ← 1
PARA  $i = 1$  a  $n - 1$ 
    SI  $AUX \cap TS(Ep_i^*; Ep_{i+1}^*) \neq \emptyset$ 
    ENTONCES  $AUX \leftarrow AUX \cap TS(Ep_i^*; Ep_{i+1}^*)$ 
    SINO PARA  $h = cont$  a  $i - 1$ 
         $TSp(Ep_h^*; Ep_{h+1}^*) \leftarrow AUX$ 
     $AUX \leftarrow TS(Ep_i^*; Ep_{i+1}^*)$ 
    cont ←  $i$ 
PARA  $i = cont$  a  $n - 1$ 
     $TSp(Ep_i^*; Ep_{i+1}^*) \leftarrow AUX$ 

```

Si la intersección de todos los conjuntos de operadores seleccionados para una secuencia solución que comienza en el estado inicial no es el conjunto vacío, es decir $TSp(Ep_{i-1}^*; Ep_i^*) = TSp(Ep_i^*; Ep_{i+1}^*) \quad \forall i \mid 2 \leq i \leq n - 1$, significa que existe la posibilidad de resolver la tarea mediante una única consigna para el sistema de control.

Minimización de circuitos en $DG-Nom$

El criterio seguido para evitar la ocurrencia de circuitos en $DG-Nom$ consiste en descartar los operadores que lleven a estados anteriores en la secuencia, es

decir,

$$TSp(Ep_i^*; Ep_{i+1}^*) = TS(Ep_i^*; Ep_{i+1}^*) \ominus TS(Ep_i^*; Ep_j^*) \quad \forall j < i \quad (6.3)$$

No siempre puede garantizarse que el conjunto TSp resultante de la aplicación de este criterio no sea el vacío, en cuyo caso, a menos que se cambie la secuencia solución, es inevitable la aparición de circuitos en $DG-Nom$ (lo que no significa que necesariamente tengan que ocurrir durante la ejecución de la tarea). Los distintos tipos de circuitos que pueden generarse en el plan de montaje y los efectos que producen se describen con detalle en el subapartado 6.3.3.1.

6.2.3.2 Representación de la solución base

La solución base se representa mediante un grafo dirigido, $DG-Plan$, y una tabla de asignación de operadores a estados, $T-Oper$, tal como se describen a continuación.

$T-Oper$: a cada estado Ep_i^* , $i = 1, \dots, n-1$, de la secuencia solución le asigna el conjunto de operadores $TSp(Ep_i^*; Ep_{i+1}^*)$ seleccionado de acuerdo con los criterios expuestos.

$DG-Plan$: es el subgrafo de $DG-Nom$ formado por:

- los nodos que representan a los estados de la secuencia solución (nodos del camino dirigido correspondiente) y todos los que se pueden alcanzar aplicando en cada uno de ellos un operador del conjunto TSp que le corresponde en $T-Oper$.
- los arcos dirigidos que nacen en cada estado de la secuencia y finalizan en cada estado que desde él se puede alcanzar aplicando un operador del conjunto TSp que le corresponde en $T-Oper$.

$T-Oper$ tiene la información referente a los operadores a aplicar cuando se alcanza uno de los estados de la tabla.

$DG-Plan$ tiene la información referente a los estados que se pueden alcanzar durante una realización de la tarea si se aplican adecuadamente los operadores de $T-Oper$, y en qué orden pueden sucederse.

Es posible que los operadores seleccionados para la secuencia solución de la solución base no permitan la transición a estados ajenos a la misma, en cuyo

caso el único estado terminal de *DG-Plan* es precisamente el estado final, es decir, cada estado de *DG-Plan* diferente del estado final tendrá un conjunto de operadores asignado en *T-Oper*. Cuando se da esta situación, la solución base ya es una solución completa y está lista para realizar el ajuste final del plan. Sin embargo, en general, no tiene por qué cumplirse esta condición, lo que significa que en una ejecución de la tarea solamente con la información contenida en la solución base podrían alcanzarse estados en los que no se tiene prevista acción alguna para seguir adelante con la tarea. Para evitar esta posible situación, no deseada, se realiza una expansión de la solución base de cara a establecer una solución completa.

6.2.4 Búsqueda de una solución completa

Una solución completa debe tener asignado a cada estado factible de ser alcanzado durante el desarrollo de la tarea un conjunto de operadores cuya aplicación permita la evolución de la tarea hacia el estado final.

La elaboración de una solución completa se realiza a partir de la solución base escogida, buscando la forma de continuar la tarea desde los estados terminales de *DG-Plan* distintos del estado final. Para ello se utiliza un procedimiento análogo al seguido para la elaboración de la solución base, comenzando ahora con otros estados iniciales, es decir,

1. Considerar cada estado terminal de *DG-Plan* distinto del estado final como un nuevo estado inicial.
2. Para cada nuevo estado inicial:
 - (a) Buscar una secuencia solución a partir de él (búsqueda de un camino dirigido en *DG-Nom*).
 - (b) Seleccionar los correspondientes conjuntos de operadores *TSp* (aplicando los filtros pertinentes).
3. Agregar a *DG-Plan* y *T-Oper* los estados y operadores resultantes del paso 2 como si de una solución base se tratase.
4. Si *DG-Plan* tiene algún estado terminal distinto del estado final comenzar nuevamente desde el paso 1.

Tanto la búsqueda de las secuencias de estados como la determinación de los correspondientes conjuntos de operadores *TSp* se realizan del mismo modo y

aplicando los mismos criterios que para la solución base. Sin embargo, de cara a optimizar tanto el proceso de planificación como el plan, se agrega un nuevo criterio que consiste en intentar que las nuevas secuencias de estados elegidas difieran lo menos posible de las ya existentes. Esto significa que cuando se realiza la búsqueda de un camino dirigido en *DG-Nom* debe intentarse que éste, a partir de algún nodo, coincida totalmente con alguno de los caminos dirigidos previamente seleccionados. La conveniencia de este criterio es evidente desde el punto de vista de la planificación ya que basta encontrar una secuencia de estados desde el nuevo estado inicial a un estado cualquiera de *DG-Plan*, a partir del cual ya se tiene una secuencia solución y los conjuntos de operadores asociados. Desde el punto de vista de optimización del plan, cuanto menor es el número de estados incluidos en *DG-Plan* menores serán las posibilidades de que aparezcan circuitos, y menores serán también las posibles variaciones que puedan aparecer durante el desarrollo real de la tarea, facilitando así su seguimiento y ejecución.

La solución completa queda descrita de igual modo que la solución base de la que se parte, es decir, por el grafo *DG-Plan* que ahora tiene como único estado terminal el estado final, y por la tabla *T-Oper* que ahora asigna un conjunto de operadores *TSp* a cada uno de los estados de *DG-Plan*, a excepción lógicamente del estado final.

Análisis explícito de estados confundibles

De cara a una mayor robustez en la ejecución del plan, en la solución completa puede incluirse un análisis explícito de los estados que pueden ser confundidos cuando se realiza su estimación en-línea. Sin embargo, para llevar a cabo este análisis hay que realizar intersecciones entre los dominios de observación, lo que conlleva un gran volumen de cómputo. Por esta causa está prevista la planificación y ejecución de la tarea sin que sea estrictamente necesario realizar un análisis explícito de estados confundibles (subapartado 6.3.1.2).

La búsqueda de una solución completa incluyendo este análisis se realiza alterando el paso 3 del procedimiento antes expuesto tal como se describe a continuación:

3. (a) Analizar qué estados de las nuevas secuencias resultantes del paso 2 son confundibles entre sí o con los ya existentes en *DG-Plan* y formar los conjuntos \mathcal{E}_c de estados confundibles entre sí.
- (b) Para cada estado Ep_i de cada conjunto de estados confundibles entre sí \mathcal{E}_c , considerar como posibles estados alcanzables desde él los resultantes

de aplicar un operador de $TSp(Ep_j^*; Ep_{j+1}^*) \quad \forall Ep_j^* \in \mathcal{E}_c$.

- (c) Agregar a *T-Oper* los operadores resultantes del paso 2 y a *DG-Plan* los estados resultantes del paso 2 y los resultantes del subpaso (b) anterior, como si de una solución base se tratase.

6.2.5 Ajuste final del plan

La solución completa ya puede considerarse como una primera expresión del plan buscado, sin embargo, resta por determinar cuál de entre todos los operadores asociados en *T-Oper* a cada estado será el que realmente se aplique en la ejecución de la tarea.

La selección de un operador Tp del conjunto TSp asociado a cada estado no implica cambio alguno en *DG-Plan* que sigue representando todas las posibles secuencias de estados que resuelven la tarea, pero si tiene influencia sobre las acciones que efectivamente se llevarán a cabo al resolver la tarea. El operador Tp asociado a cada estado de *DG-Plan* se almacena en una tabla, análoga a *T-Oper*, que denominaremos *T-Plan*. Esta tabla equivale al módulo estados/operadores del plan.

Una heurística para guiar la elección de un operador Tp de cada conjunto TSp consiste en elegir aquel operador cuya dirección coincida con el eje del cono de mayor ángulo sólido contenido dentro del conjunto TSp .

6.3 Ejecución de la tarea

El procedimiento general a seguir durante la ejecución de la tarea se describe en la figura 6.8. Consta de dos operaciones básicas:

1. Estimación del estado primario en que se encuentra la tarea.
2. Determinación y aplicación del operador de cambio de estado correspondiente.

Paralelamente a estas operaciones, durante la ejecución de la tarea se lleva a cabo una supervisión de la misma que tiene en cuenta aspectos más globales de su evolución.

En los apartados siguientes se describe la realización de estas operaciones con la información disponible en el plan.

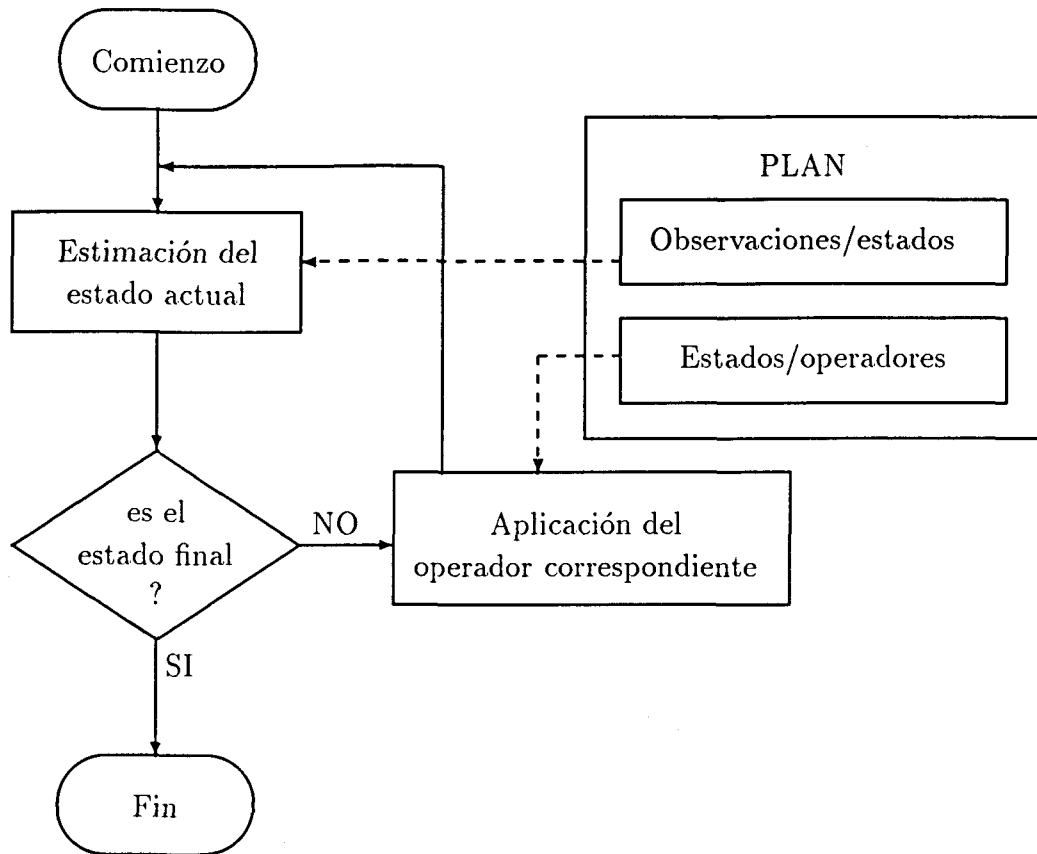


Figura 6.8: Pasos de la ejecución de la tarea en relación con el plan.

6.3.1 Estimación del estado

La determinación del estado en que se encuentra la tarea permite, en función del resultado, seleccionar el siguiente movimiento que debe realizar el robot y hacer un seguimiento de la evolución de la tarea en *DG-Plan*.

En los subapartados siguientes se explica el procedimiento seguido para estimar el estado primario en que se encuentra la tarea y se analizan los casos en que esta estimación da como posibles más de un estado primario (situaciones de posible ambigüedad) o no da estado primario alguno (ocurrencia de estados complementarios).

6.3.1.1 Metodología de la estimación

La estimación en línea del estado en que se encuentra la tarea en cada momento se realiza comparando la información de configuración que suministra el robot y la de fuerza generalizada que da el sensor de fuerza/par con los dominios de observación de configuración DC y fuerza DG respectivamente, ambos disponibles en el módulo observaciones/estados del plan. El procedimiento para determinar el conjunto \mathcal{E} de los estados primarios en que puede encontrarse la tarea en un momento dado es el siguiente:

```

 $\mathcal{E} = \emptyset$ 
LEER  $\vec{c}_o = [x_o, y_o, \phi_o]^T$ 
PARA CADA  $Ep_i$  en  $DG\text{-}Plan$ 
    SI  $\vec{c}_o \in DC_i$  ENTONCES LEER  $\vec{g}_o = [f_{x_o}, f_{y_o}, \tau_o]^T$ 
    SI  $\vec{g}_o \in DG_i$  ENTONCES  $\mathcal{E} \leftarrow \mathcal{E} \cup \{Ep_i\}$ 
DEVUELVE  $\mathcal{E}$ 

```

6.3.1.2 Ambigüedad en la estimación de un estado

Es posible que el algoritmo de estimación del estado primario actual dé por resultado un conjunto \mathcal{E} con $\text{rango}(\mathcal{E}) > 1$, lo que quiere decir que la información de configuración y de fuerza generalizada obtenida por los sensores es compatible con los dominios de observación de más de un estado primario, o dicho de otro modo, esta información es insuficiente para identificar unívocamente cuál de entre todos los estados de \mathcal{E} es el estado actual de la tarea.

La elección del estado que se considera como actual para determinar el operador a aplicar se lleva a cabo según los criterios que se describen a continuación. Éstos son de aplicación independientemente de si en la elaboración de la solución completa se ha realizado o no un análisis explícito de estados confundibles (apartado 6.2.4); no obstante, en el caso de haberse realizado tal análisis el plan resulta más robusto y puede aceptarse como estado actual cualquiera del conjunto \mathcal{E} .

Caso 1: el último estado estimado forma parte de \mathcal{E}

Este caso se produce cuando en el conjunto \mathcal{E} de estados estimados como posibles se encuentra el estado en que se suponía la tarea en la estimación anterior. El criterio a aplicar consiste en asumir que no ha habido cambio de estado, y por lo tanto se continúa aplicando el mismo operador hasta que se

tenga la certeza de que se ha abandonado el estado anterior.

Este criterio es aplicable mientras el operador en curso genere cambios en la configuración del manipulador, es decir mientras exista movimiento. En el caso de que la ambigüedad persista y el manipulador se encuentre en una posición de equilibrio se asume el cambio de estado.

La ambigüedad analizada en este caso puede aparecer con frecuencia cuando el objeto manipulado por el robot esté próximo a establecer un nuevo contacto básico manteniendo los que ya tiene, o acabe de perder alguno de ellos. El criterio descrito garantiza la evolución de la tarea en cualquiera de los casos. Debe preverse, como es lógico, una posible pérdida de contacto cuando el nuevo estado que genera la ambigüedad es inestable.

Caso 2: el último estado estimado no forma parte de \mathcal{E}

Esta ambigüedad se presenta cuando el conjunto \mathcal{E} tiene más de un estado y ninguno de ellos coincide con el estado tomado como actual en la estimación anterior. También, como caso particular, se considera que se produce esta ambigüedad cuando en la primera estimación, al comenzar la ejecución de la tarea, \mathcal{E} tiene más de un elemento, aunque no exista estimación anterior. Una forma de evitar la ambigüedad en el estado inicial ha sido descrita en el apartado 6.1.2, pero no puede garantizarse que siempre sea aplicable.

El primer criterio de selección consiste en elegir como nuevo estado actual aquel que sea contiguo del anterior (lógicamente no es aplicable en la primera estimación de la tarea). En el caso de que varios estados cumplieren esta condición se toma como estado actual aquel cuyos contactos básicos asociados figuren mayor número de veces entre los correspondientes a los estados que generan la ambigüedad, criterio éste que puede describirse de la siguiente manera:

Sean:

\mathcal{E} : el conjunto de estados posibles

Ep_a : el estado primario considerado actual en la estimación anterior

$\Omega = \{Ep_i \mid Ep_i \in \mathcal{E} \text{ y } Ep_i \text{ contiguo de } Ep_a\}$

$CB_i = \{c_k \mid c_k \text{ contacto básico asociado a } Ep_i\}$

$H_n = \{c_k \mid c_k \text{ aparece en } n \text{ conjuntos } CB_i\}, \quad 1 \leq n \leq \text{rango}(\Omega)$

$r = \binom{\text{rango}(H_n)}{l}$ (número combinatorio indicando la cantidad de subconjuntos posibles de H_n de l elementos)

$H_n^{l,m}$: el m -simo subconjunto de los r subconjuntos de H_n de l elementos, $1 \leq m \leq \text{rango}(H_n)$

CB_1 y CB_2 : conjuntos auxiliares de contactos básicos


```

 $CB_1 = \emptyset$ 
PARA  $n$  DESDE  $\text{rango}(\Omega)$  A 1 CON PASO  $-1$ 
   $CB_2 = CB_1 \cup H_n$ 
  PARA  $i$  DESDE 1 A  $\text{rango}(\Omega)$ 
    SI  $CB_2 = CB_i$  ENTONCES DEVUELVE  $Ep_i$ 
  PARA  $l$  DESDE  $\text{rango}(H_n)$  A 1 CON PASO  $-1$ 
    PARA  $m$  DESDE 1 A  $r$ 
       $CB_2 = CB_1 \cup H_n^{l,m}$ 
      PARA  $i$  DESDE 1 A  $\text{rango}(\Omega)$ 
        SI  $CB_2 = CB_i$  ENTONCES DEVUELVE  $Ep_i$ 
     $CB_1 = CB_1 \cup H_n$ 

```

Para ilustrar este criterio analizaremos varios ejemplos. Supongamos que el estado estimado como actual es el correspondiente a una \mathcal{C} -cara, con un único contacto básico c_1 , y que en una nueva estimación se detectan como posibles dos estados contiguos asociados uno a un \mathcal{C} -vértice, con contactos c_1 , c_2 y c_3 y el otro a una \mathcal{C} -arista, con contactos c_1 y c_2 . Los contactos c_1 y c_2 son los que más veces aparecen entre los estados estimados como posibles (dos veces contra una sola el contacto c_3), por lo tanto se toma como estado actual el correspondiente a la \mathcal{C} -arista con contactos asociados c_1 y c_2 .

Supongamos ahora que partiendo del mismo estado anterior la nueva estimación detecta tres estados posibles: el asociado a un \mathcal{C} -vértice, con contactos c_1 , c_2 y c_3 , y los asociados a dos \mathcal{C} -aristas, uno con contactos c_1 y c_2 y el otro, c_1 y c_3 . El contacto c_1 aparece mayor número de veces (tres) pero el estado correspondiente (estado actual de la estimación anterior) no figura entre los estados posibles en esta estimación. Los contactos c_2 y c_3 están en segundo lugar (aparecen dos veces cada uno) y el estado que ellos y c_1 generan si está entre los posibles en la estimación, por lo que se tomará como estado actual el asociado al \mathcal{C} -vértice generado por los contactos básicos c_1 , c_2 y c_3 .

6.3.1.3 Detección de estados complementarios

Cuando el algoritmo de estimación del estado primario actual da por resultado $\mathcal{E} = \emptyset$ significa que la tarea ha alcanzado un estado complementario o que existen perturbaciones en su desarrollo más allá de las debidas a la incertidumbre (por ejemplo, variaciones en el entorno de trabajo no previstas en el modelo). Si esta situación es debida al efecto de la incertidumbre para ciertas relaciones geométricas de los objetos, la tarea aún podría ser resuelta

en base al modelo nominal de que se dispone. A continuación se ilustra este caso mediante un ejemplo sencillo basado en un problema con dos grados de libertad de traslación.

Considérense los objetos \mathcal{A} y \mathcal{B} cuya forma y dimensiones nominales en el espacio real se muestran en la figura 6.9a. Dado que nominalmente el lado l_a de \mathcal{A} tiene mayor longitud que la abertura d_b en \mathcal{B} , el Espacio de Configuraciones nominal para dos grados de libertad de traslación es el mostrado en la figura 6.9b, donde se indican las realizaciones nominales R_n de cada uno de los tres estados primarios posibles definidos respectivamente por los siguientes conjuntos de contactos básicos (los contactos básicos se representan como pares ordenados (*vértice, arista*)):

$$\begin{aligned} \text{para } Ep_1: & \quad CB_1 = \{(a_1, l_{b1}), (b_1, l_a)\} \\ \text{para } Ep_2: & \quad CB_2 = \{(a_1, l_{b1}), (b_1, l_a), (a_2, l_{b2}), (b_2, l_a)\} \\ \text{para } Ep_3: & \quad CB_3 = \{(a_2, l_{b2}), (b_2, l_a)\} \end{aligned}$$

En las figuras 6.9c y 6.9d se muestran los dominios de realización y de observación de configuraciones para cada uno de los tres estados primarios.

Debido a las desviaciones permitidas la abertura en \mathcal{B} puede ser mayor que el lado l_a de \mathcal{A} , por lo que las realizaciones reales de los estados podrían ser, por ejemplo, las mostradas en la figura 6.10a, que representa el Espacio de Configuraciones real para unas determinadas desviaciones.

Aparece entonces un conjunto de configuraciones posibles no contempladas en el dominio de realización DR de ningún estado primario ni en CII . Esto a su vez implica un conjunto de configuraciones de contacto observables incluido en CiI , y que por lo tanto no forma parte de ningún dominio de observación DC . Estos dos conjuntos son mostrados en las figuras 6.10b y 6.10c, respectivamente.

De este modo, la observación de una configuración prevista como imposible puede deberse a la "apertura" de un camino ante el objeto aprehendido que no estaba previsto en el modelo nominal. En esta situación se puede intentar completar la tarea sin tener que reiniciarla o llevar a cabo una nueva inspección de los objetos y del entorno de trabajo; el movimiento a realizar debe tender a desplazar el objeto aprehendido hacia el dominio DR de un estado primario, es decir hacia una configuración de CcI , desde donde se podría continuar con el plan original.

Seguidamente se describen las condiciones que pueden dar lugar a $\mathcal{E} = \emptyset$ en el algoritmo propuesto y las consecuencias que implican.

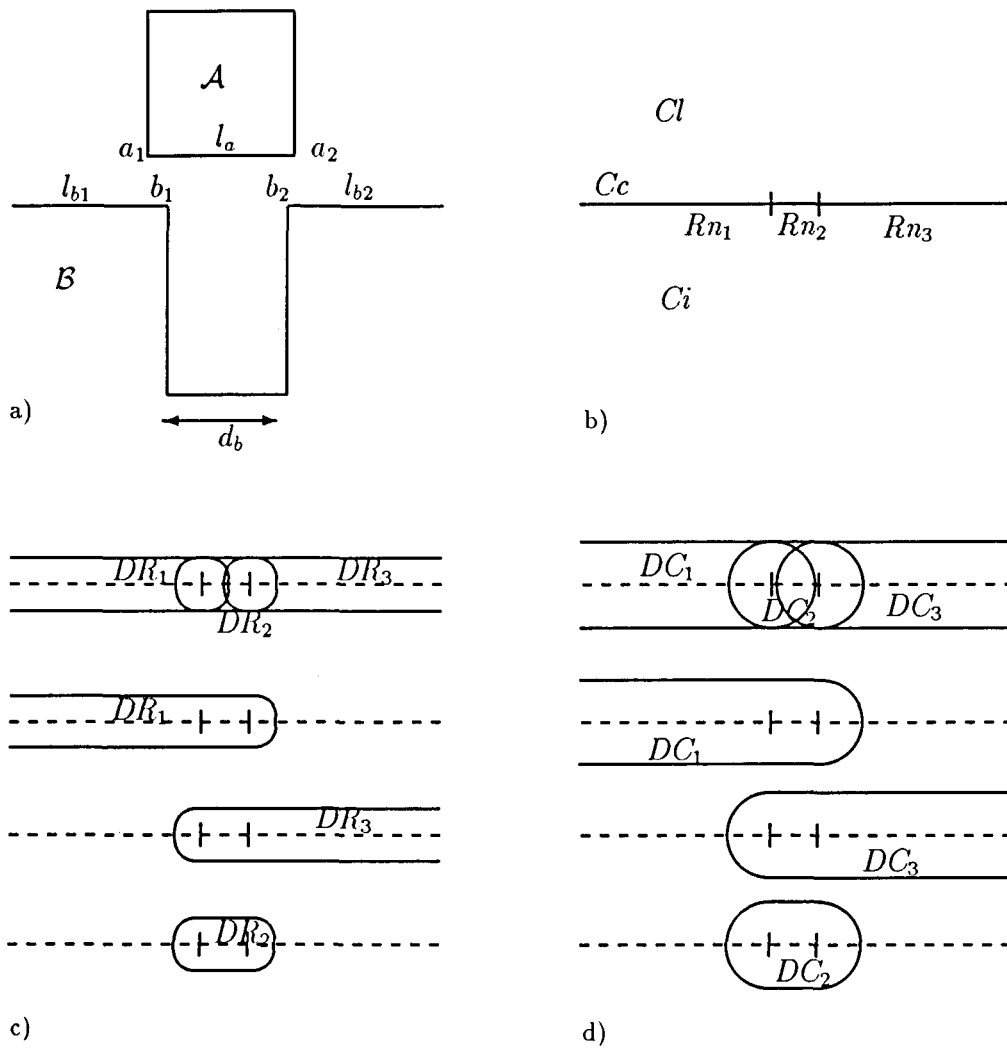


Figura 6.9: a) Objetos nominales; b) realizaciones nominales de los estados; c) dominios de realización DR; d) dominios de observación de configuraciones DC.

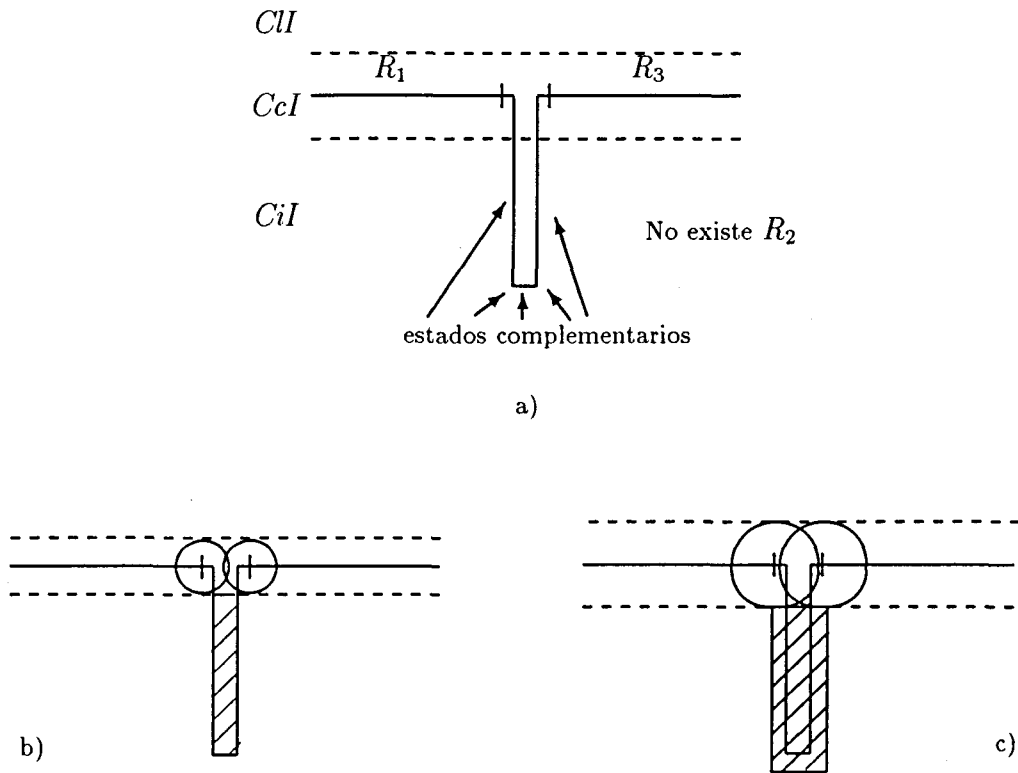


Figura 6.10: a) Realizaciones para unas desviaciones dadas; b) configuraciones posibles no incluidas en ningún dominio DR ni en CII; c) configuraciones observables incluidas en CiI.

1. La configuración observada no pertenece al dominio DC de ningún estado primario: $\vec{c}_o \notin DC_i, \forall i$

La detección de un estado complementario se realiza a partir de la configuración observada que, al no pertenecer al dominio de observación de ningún estado primario, cumple necesariamente una de las siguientes condiciones:

a) $\vec{c}_o \in CII$. Existe una perturbación en el entorno de trabajo mayor que las toleradas por los límites de incertidumbre; por ejemplo, la existencia de un obstáculo no previsto en el modelo nominal. La tarea pierde toda garantía de resolución, por lo que debe reiniciarse tras una inspección del entorno de trabajo a fin de reajustar el modelo del mismo.

b) $\vec{c}_o \in CiI$. Esta situación puede deberse a dos causas: por un lado, la ocurrencia de perturbaciones como las que generan el caso a),

que implicarían la reinicialización indicada; y por otro lado, el efecto producido por desviaciones toleradas por la incertidumbre para ciertas relaciones geométricas de los objetos, en cuyo caso la tarea aún podía ser resuelta en base al modelo nominal de que se dispone. Ambas causas no son distinguibles por lo que, en principio, la tarea se puede continuar hasta adquirir mayor información.

2. *La fuerza generalizada observada no pertenece al dominio DG de ninguno de los estados primarios cuyo dominio DC contiene a \vec{c}_o : $\vec{g}_o \notin DG_i, \forall i \mid \vec{c}_o \in DC_i$*

La detección de un estado complementario se realiza a partir de la fuerza de reacción observada \vec{g}_o , que no pertenece al dominio DG de ningún estado primario considerado como posible a partir de la configuración observada \vec{c}_o .

Esta condición puede significar que debido a la incertidumbre se ha alcanzado un estado complementario, o bien que existe una perturbación en el entorno de trabajo mayor que las permitidas por los límites de incertidumbre. La información de que se dispone no es suficiente para distinguir entre ambas situaciones; de cualquier forma, aunque se tratase de un efecto de la incertidumbre no puede garantizarse que el plan elaborado sirva para llevar a término la tarea.

6.3.2 Determinación y aplicación del operador

Una vez estimado el estado actual en que encuentra la tarea, el operador Tp a aplicar se determina directamente a partir de la tabla *T-Plan*, buscando en ella el operador Tp asignado a dicho estado. Este procedimiento sólo se altera cuando la supervisión de la tarea indica la existencia de situaciones anómalas o de secuencias repetitivas de estado que impiden la evolución de la tarea (subapartado 6.3.3.1), casos en los que es necesario seleccionar un nuevo operador Tp del conjunto TSp que corresponda.

6.3.3 Supervisión

Durante la ejecución de la tarea es necesario realizar una supervisión de la misma que permita verificar su correcta evolución de acuerdo con el plan elaborado.

La estimación en-línea del estado en que se encuentra la tarea permite

realizar un seguimiento del plan mediante la simple verificación de que la secuencia real de estados primarios estimados se corresponde con alguna de las descritas en *DG-Plan*. Un seguimiento de este tipo permite detectar eventuales irregularidades en el desarrollo del plan, que pueden agruparse en los dos tipos siguientes:

Ocurrencia de secuencias periódicas de estados que pueden hacer caer la tarea en un círculo vicioso y no avanzar hacia el estado final.

Anomalías en la secuencia de estados que indiquen perturbaciones más allá de las previstas en los dominios de incertidumbre o cambios en el modelo nominal de la tarea.

En los subapartados siguientes se tratan específicamente estos tipos de irregularidades.

6.3.3.1 Secuencias repetitivas de estados

Si bien el estado final es el único nodo terminal de *DG-Plan*, el procedimiento de expansión descrito para generar la solución final puede dar lugar a *circuitos* en *DG-Plan*. Esto significa que, durante la ejecución de la tarea, las transiciones producidas por los operadores seleccionados pueden generar secuencias cíclicas de estados que impiden evolucionar hacia el estado final.

Según sea el efecto que estos circuitos producen en la ejecución de la tarea, pueden ser clasificados en dos categorías diferentes que denominaremos *circuitos blandos* y *circuitos duros*.

Circuitos blandos

En este grupo se incluyen aquellos circuitos de *DG-Plan* que a pesar de producir una secuencia cíclica de estados no impiden la evolución de la tarea hacia el estado final, es decir, la secuencia repetitiva se acabará en determinado momento por sí misma sin necesidad de variar los operadores que se estaban aplicando.

Ejemplo. Sea la tarea de posicionar un bloque en un rincón con el punto de referencia del bloque P_r coincidiendo con el rincón mismo tal como se muestra en la figura 6.11a. Dos estados de esta tarea son los asociados a

los contactos mostrados en la figura 6.11b, donde E_i tiene dos contactos asociados y E_j sólo uno.

Supongamos que tanto E_i como E_j están incluidos en *DG-Plan*, y tienen asignados en *T-Oper* los operadores $Tp_i = [0 \ 0 \ -1]^T$ y $Tp_j = [-1 \ 0 \ 0]^T$, respectivamente, tal como se ilustra en la figura 6.11c, en la que se destaca el circuito que involucra a los estados E_i y E_j . La interpretación de estos operadores es la siguiente: cuando se alcanza el estado E_i debe rotarse el bloque alrededor del punto de referencia en sentido horario, cuando se alcanza el estado E_j debe trasladarse el bloque hacia la izquierda.

Si el estado E_i se alcanza en la configuración mostrada en la figura 6.11b los operadores Tp_i y Tp_j hacen que se pase de E_i a E_j de forma alternativa, pero sin embargo la tarea evoluciona hasta llegar a su objetivo, como se muestra en la figura 6.11d.

Circuitos duros

En este grupo se incluyen aquellos circuitos del *DG-Plan* que producen una secuencia cíclica de estados de forma que la tarea no evoluciona hacia el estado final, es decir, la tarea cae en un círculo vicioso que no se romperá sin un adecuado cambio de los operadores que se están aplicando.

Ejemplo. Considérese la misma tarea del ejemplo de circuitos blandos.

Asumamos nuevamente que los dos estados E_i como E_j están incluidos en *DG-Plan*, pero esta vez el operador asignado a E_j es $Tp_j = [0 \ 0 \ 1]^T$ (figura 6.12), por lo tanto, cuando se alcanza el estado E_j debe rotarse el bloque alrededor del punto de referencia en sentido antihorario.

Si durante la ejecución de la tarea se alcanza cualquiera de los dos estados, E_i ó E_j , a partir de ese momento los operadores Tp_i y Tp_j hacen que se pase de E_i a E_j de forma alternativa, pero el punto de referencia del bloque P_r no se moverá de la posición absoluta que haya alcanzado y por lo tanto la tarea no evolucionará hacia el estado final deseado.

Identificación del tipo de circuito

Como se ha visto en los ejemplos anteriores, un circuito blando no produce problemas críticos en la evolución de la tarea, sin embargo, los circuitos duros pueden impedir su resolución. Por lo tanto, estos últimos deben poder identificarse para tomar las medidas pertinentes.

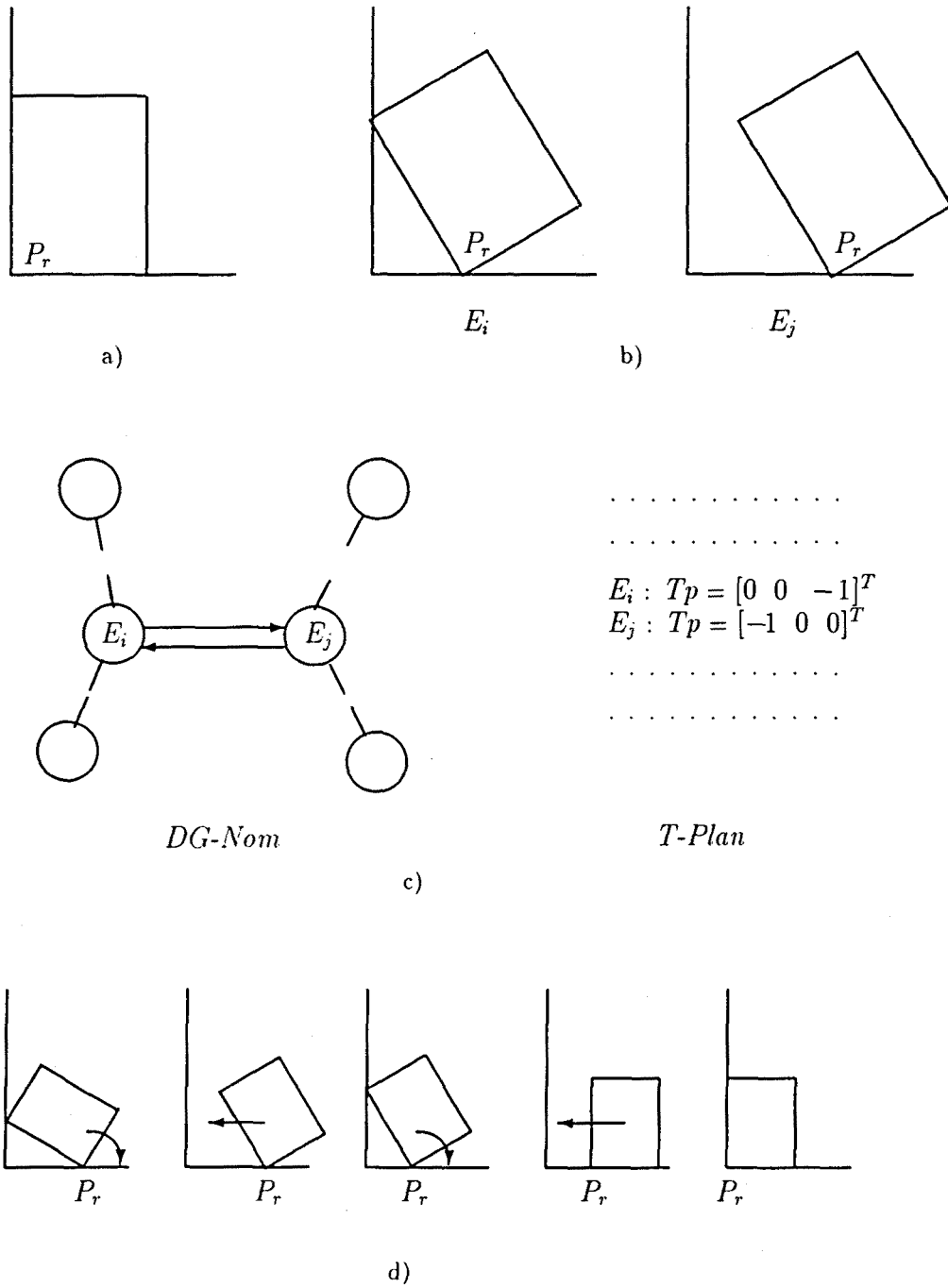


Figura 6.11: Ejemplo de circuito blando.

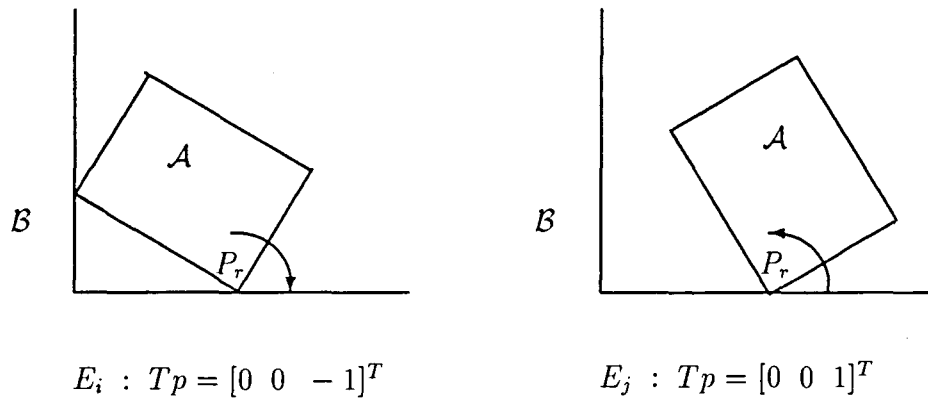


Figura 6.12: Ejemplo de circuito duro.

En el espacio libre, *CI*, es sencillo establecer restricciones a los movimientos para que no se produzcan circuitos duros, basta con evitar la condición necesaria

$$\sum_i \alpha_i \hat{t}_i = 0 \quad (6.4)$$

donde \hat{t}_i es el versor que indica la dirección del movimiento producido por el operador Tp_i asociado al estado Ep_i del circuito y los α_i son números reales tal que $\forall i \alpha_i \geq 0$ y $\sum_i \alpha_i \neq 0$.

Esta condición deja de ser necesaria cuando existe contacto, ya que en general los movimientos reales no se producen en las direcciones indicadas por \hat{t}_i sino en la dirección de las componentes de \hat{t}_i tangenciales a la(s) *C*-superficie(s) que correspondan en la configuración de contacto. El siguiente ejemplo muestra como puede producirse un circuito duro aunque no se cumpla la condición 6.4. Sean dos objetos capaces de alcanzar los estados contiguos Ep_1 y Ep_2 mostrados en la figura 6.13a y b respectivamente, en los que el contacto se establece sobre un vértice coincidente con el punto de referencia P_r ; supongamos que ambos estados forman parte de un plan y que tienen operadores asociados Tp_1 y Tp_2 cuyas direcciones se ilustran gráficamente mediante \hat{t}_1 y \hat{t}_2 respectivamente. Dado que las direcciones de Tp_1 y Tp_2 están fuera del cono de fricción ambas producen un desplazamiento lateral del objeto *B*, pero cada una de ellas en distinta dirección lo que produce un circuito duro. No existen, sin embargo, ninguna combinación de valores para α_1 y α_2 que satisfagan la condición 6.4.

El establecimiento de una condición necesaria y/o suficiente para la existencia de circuitos duros cuando puede existir contacto entre los objetos

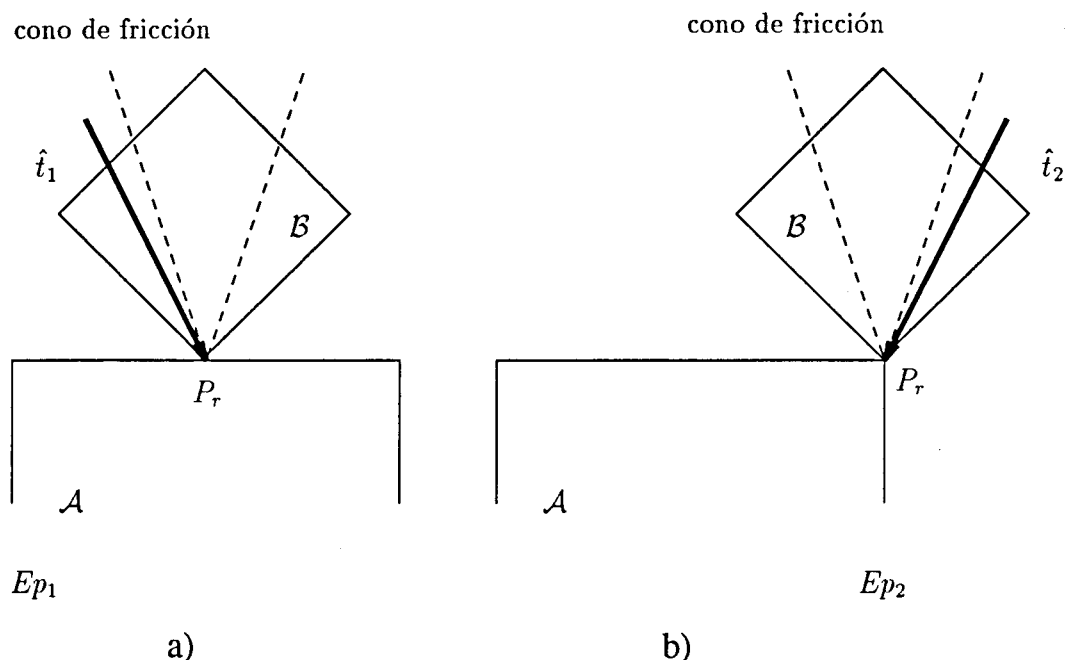


Figura 6.13: Ejemplo de deslizamiento que produce un circuito duro.

requiere entonces de información sobre las normales a las \mathcal{C} -superficies. Cuando se trabaja con grados de libertad de rotación estas normales varían, en general, de un punto a otro, y si a ello se le agrega el efecto que pueden producir las desviaciones toleradas por la incertidumbre la conclusión es que un análisis que permita predecir con seguridad que un circuito es duro es extremadamente difícil. Paralelamente, una condición que indique que un circuito puede llegar a ser duro será lo suficientemente general como para que carezca de sentido en la práctica.

Dada la dificultad existente en la determinación de este tipo de condiciones, el problema de identificar el tipo de circuito se resuelve en-línea y sólo cuando éste se produce, utilizando la información almacenada durante la supervisión de la tarea que se describe a continuación.

La detección de un circuito es evidente a partir del análisis de la secuencia real de estados primarios por los que evoluciona la tarea. En un circuito blando la tarea evoluciona, y por lo tanto cada vez que se entra o sale de un estado se hace por configuraciones diferentes. En un circuito duro la tarea termina llegando a una misma configuración luego de uno o más movimientos,

y por lo tanto en algún momento se alcanza y se deja un estado por la misma configuración. Esta condición es utilizada en la supervisión del plan para detectar circuitos duros.

Así, para detectar circuitos duros en-línea es necesario almacenar juntamente con el historial de estados por los que evoluciona la tarea, las configuraciones de entrada y salida de cada estado, que en la práctica consiste en almacenar la primera y última configuración en las cada estado fue estimado como actual.

Para romper un circuito duro es necesario cambiar el operador T_p asociado a algún estado contenido en el circuito por otro del conjunto TS_p correspondiente para no alterar el plan. No se han desarrollado heurísticas que guíen esta operación, en la selección, por ejemplo, del estado más conveniente para romper el circuito o en algún criterio que optimice la selección del nuevo operador.

En el diagrama de bloques de la figura f-supevision se ilustra como se lleva a cabo el procedimiento de supervisión de la tarea, diferenciando entre el tipo de circuitos según el análisis de las configuraciones de entrada y salida de los estados por los que se pasa.

6.3.3.2 Anomalías en la secuencia de estados

La evolución del plan depende del tratamiento en-línea de la información sensorial, ya que la estimación del estado actual y la decisión del operador a aplicar se realiza en base al tratamiento de valores medidos de configuración y fuerza generalizada. En este trabajo se asumen velocidades de movimiento del manipulador suficientemente bajas como para permitir el adecuado tratamiento de la nformación.

Durante la supervisión de la secuencia de estados real pueden detectarse dos tipos de anomalías:

- *El estado estimado como actual no es alcanzable desde el estado resultante de la estimación anterior.* Esta situación no produce problemas de aplicación del plan ya que se tiene previsto un operador para el estado estimado, aunque no estuviera previsto en la secuencia en curso. Sin embargo, es un indicio de alguna alteración en la evolución de la tarea.

Debe destacarse como caso especial la posibilidad de que algún estado inestable sea superado sin haber sido detectado (por ejemplo un vértice en contacto con otro vértice), aunque lo que cabe esperar para

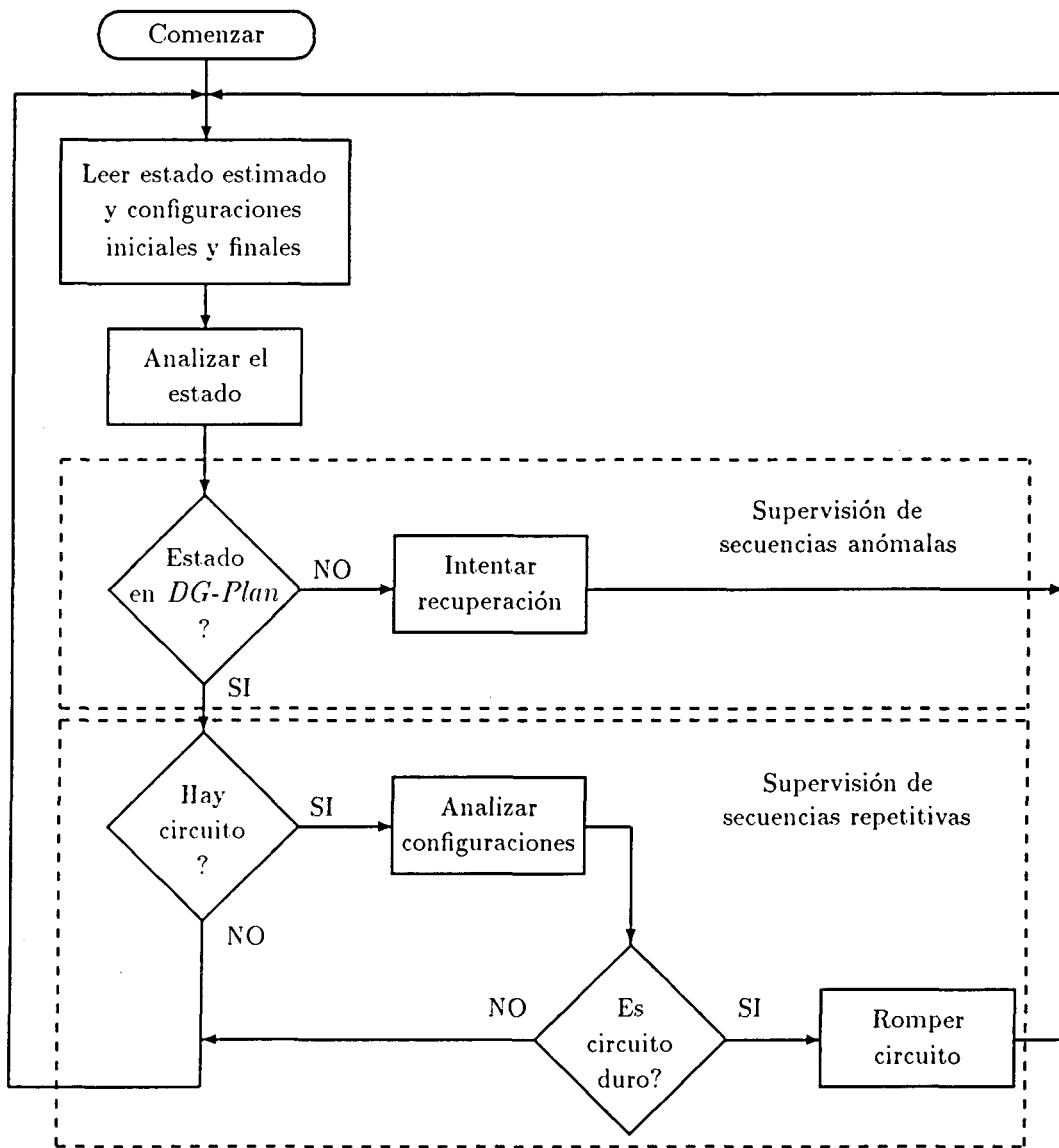


Figura 6.14: Procedimiento de supervisión.

velocidades de movimiento bajas es que tales estados sean detectados por contraste de configuraciones, aunque las fuerzas no superen el umbral necesario para ser consideradas válidas (es decir, en estos estados se puede perder el contacto, pero sin salir de la secuencia prevista de estados).

- *La tarea alcanza un estado no incluido en DG-Plan.* Esta situación puede deberse a que se ha alcanzado un estado complementario o un estado primario no incluido en el plan, tal como ya ha sido descrito en el subapartado 6.3.1.3. Las posibilidades de continuar con el plan hasta su conclusión son escasas.

Capítulo 7

Ejemplo

En este capítulo se describe en detalle como se realiza la planificación de una tarea de montaje en concreto. La tarea se ha elegido con el requisito de que sea suficientemente sencilla como para que en cada fase de la planificación pueda tenerse una idea intuitiva de las situaciones relativas de los objetos en el entorno de trabajo y de cómo deben manipularse para resolver la tarea. Esto permite mostrar simultáneamente los conceptos generales de la elaboración del plan y los detalles particulares, como por ejemplo la aplicación directa de ciertas expresiones algebraicas. El propósito de este ejemplo es únicamente ilustrar sobre un caso concreto los conceptos desarrollados en los capítulos precedentes.

7.1 Descripción de la tarea

La tarea escogida para mostrar el funcionamiento del sistema propuesto consiste en posicionar un bloque en un rincón, tal como se ilustra en la figura 7.1.

Se asume que mediante movimientos de largo desarrollo realizados a través del espacio libre, con garantía de no-colisión (según el modelo), el robot puede acercar el bloque al rincón donde debe ser colocado lo necesario para que al comenzar los movimientos de corto desarrollo pueda asegurarse el contacto sobre los lados que definen el rincón, y que la orientación del bloque en ningún momento diferirá en un ángulo mayor que $\pi/2$ respecto a su orientación final. Estas suposiciones son realistas y permiten un rango de posiciones y orientaciones del manipulador más que suficiente para poder resolver la tarea con diferentes estrategias.

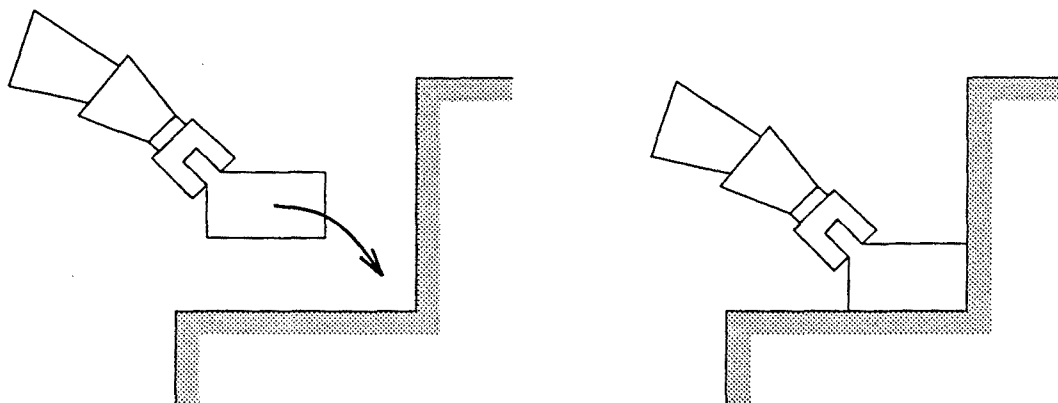


Figura 7.1: *Posicionamiento de un bloque en un rincón.*

En esta tarea se genera un número de estados suficientemente pequeño como para poder describir explícitamente cada uno de ellos, al mismo tiempo que el grafo $G\text{-Nom}$ resultante puede interpretarse sin mayores dificultades. Por otra parte, esta tarea presenta la particularidad de que sólo se producen contactos básicos de tipo 1, cuyas \mathcal{C} -superficies asociadas son más sencillas de representar e interpretar de forma gráfica, facilitando también así una mejor descripción del problema en algunas de sus fases.

En lo sucesivo en este capítulo, cuando no se especifiquen las unidades de medida del valor de una variable o parámetro se asume que está expresado en milímetros si se trata de una distancia y en radianes si se trata de un ángulo.

7.1.1 Objeto estático

Del objeto estático, denominado en adelante objeto \mathcal{A} , sólo se describirá aquella parte con la que el objeto manipulado por el robot puede entrar en contacto. Por lo tanto, debido a las asunciones realizadas previamente, sólo es necesario especificar las coordenadas absolutas de los tres vértices de \mathcal{A} que definen el rincón donde será colocado el bloque (figura 7.2),

$$\vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 200 \end{bmatrix} \quad \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -200 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

Quedan entonces definidos los lados, l_1 y l_2 que están respectivamente sobre los ejes y y x del sistema de referencia absoluto. Sus longitudes nominales son

$$L_1 = \|\vec{a}_2 - \vec{a}_1\| = 200 \quad L_2 = \|\vec{a}_3 - \vec{a}_2\| = 200 \quad (7.2)$$

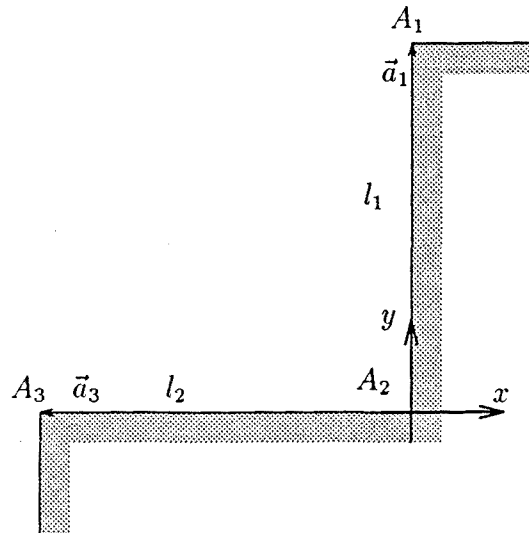


Figura 7.2: Descripción del objeto estático.

Las normales, de módulo unitario, exteriores a cada uno de estos lados son respectivamente

$$\vec{n}_{a1} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{n}_{a2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

y los ángulos que describen sus direcciones

$$\psi_{n_{a1}} = \pi \quad \psi_{n_{a2}} = \pi/2 \quad (7.4)$$

7.1.2 Objeto manipulado por el robot

El objeto manipulado por el robot (objeto aprehendido), denominado en adelante objeto \mathcal{B} , es básicamente un bloque rectangular con un asa, por donde lo sujetará la pinza del robot.

La descripción geométrica de \mathcal{B} se realiza describiendo la posición de sus vértices B_1, \dots, B_7 mediante vectores descritos tomando como referencia el origen P_g y el semieje j (apartado 2.1.2), tal como muestra la figura 7.3. Se tiene así:

i	1	2	3	4	5	6	7
v_i	50.00	39.67	74.92	77.91	45.06	50.00	50.00
α_i	30°	141°	138°	151°	164°	210°	330°

(7.5)

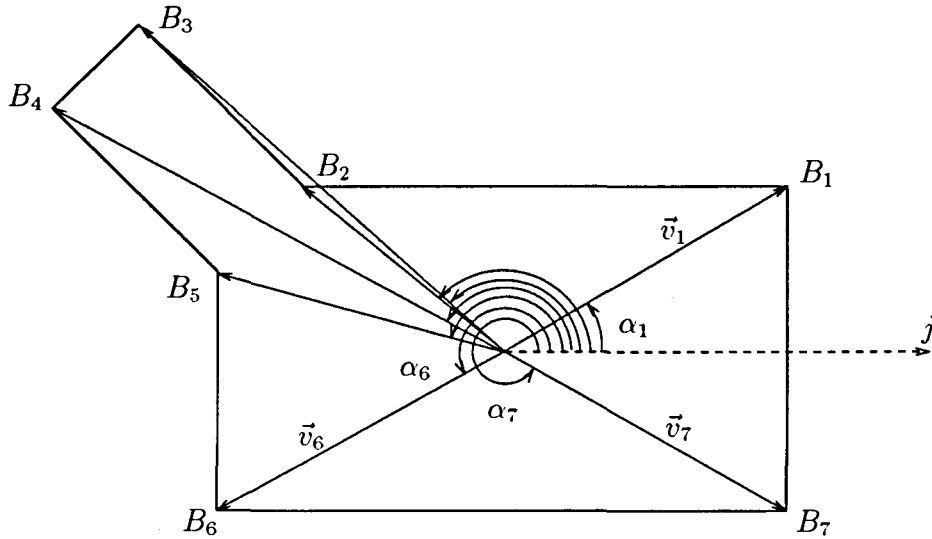


Figura 7.3: Descripción del objeto aprehendido.

7.1.3 Posición del bloque en la pinza del robot

El sistema de referencia asignado a la pinza del robot se muestra en la figura 7.4; el origen P_r está situado entre los extremos de los dedos sobre el eje de simetría de la pinza. Este eje es a su vez utilizado como referencia de la orientación absoluta de la pinza, ϕ_r , respecto del sistema de referencia fijo en el entorno de trabajo.

La posición de \mathcal{B} en la pinza del robot se muestra en la figura 7.5. El vector \vec{p}_g relaciona el punto de referencia de \mathcal{B} , P_g , con el punto de referencia de la pinza del robot, P_r , y está definido por

$$p_g = 50 \qquad \phi_g = \pi/12 = 15^\circ \qquad (7.6)$$

El ángulo entre \vec{p}_g y el eje de referencia de \mathcal{B} , j , es

$$\phi_m = \pi/6 = 30^\circ \qquad (7.7)$$

Con el objeto \mathcal{B} aprehendido de este modo en la pinza del robot, la descripción de las posiciones de los vértices de \mathcal{B} en relación a P_r está dada por los vectores \vec{h}_i , $i = 1, \dots, 7$, descritos por sus módulos h_i -ecuación (2.22)- y por

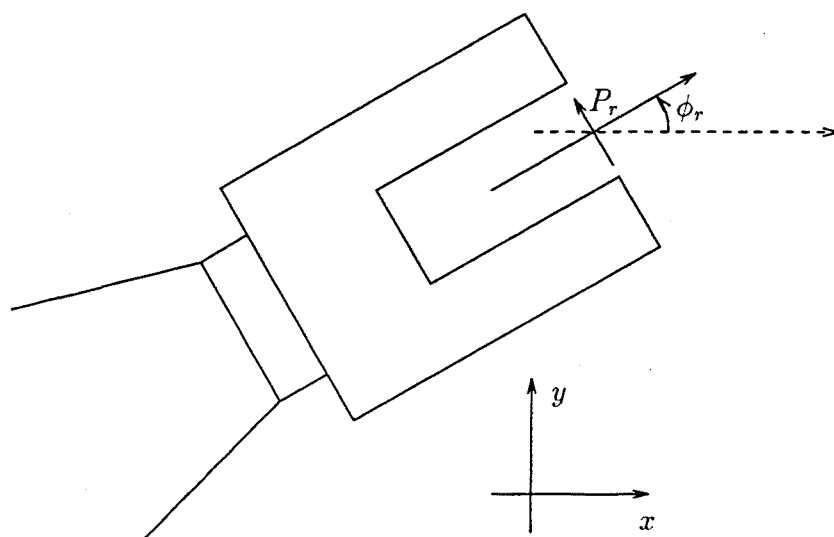


Figura 7.4: Sistema de referencia de la pinza del robot.

los ángulos γ_i que forman con el eje de referencia de la pinza –ecuación (2.23)–,

i	1	2	3	4	5	6	7
h_i	86.6	12.5	27.95	27.95	12.5	50	100
γ_i	30°	30°	146.56°	-176.56°	-60°	-60°	0°

La figura 7.6 muestra los tres vectores \vec{h}_i relevantes en la tarea propuesta.

7.2 Espacio de configuraciones \mathcal{C}_3

Dado que todos los contactos básicos que pueden producirse en esta tarea son de tipo 1, las \mathcal{C} -superficies asociadas están descritas mediante ecuaciones como la (2.28) ó la (2.29) obtenidas en el subapartado 2.3.3.1.

En las condiciones descritas en la sección 7.1 los contactos básicos que pueden producirse entre \mathcal{A} y \mathcal{B} , descritos como pares ordenados de la forma (vértice, lado), son los siguientes: (B_1, l_1) , (B_7, l_2) , (B_7, l_1) y (B_6, l_2) .

Las \mathcal{C} -superficies correspondientes quedan definidas por los coeficientes c_1, \dots, c_6 que particularizan sus ecuaciones algebraicas –ecuaciones (2.30) a (2.35)–,

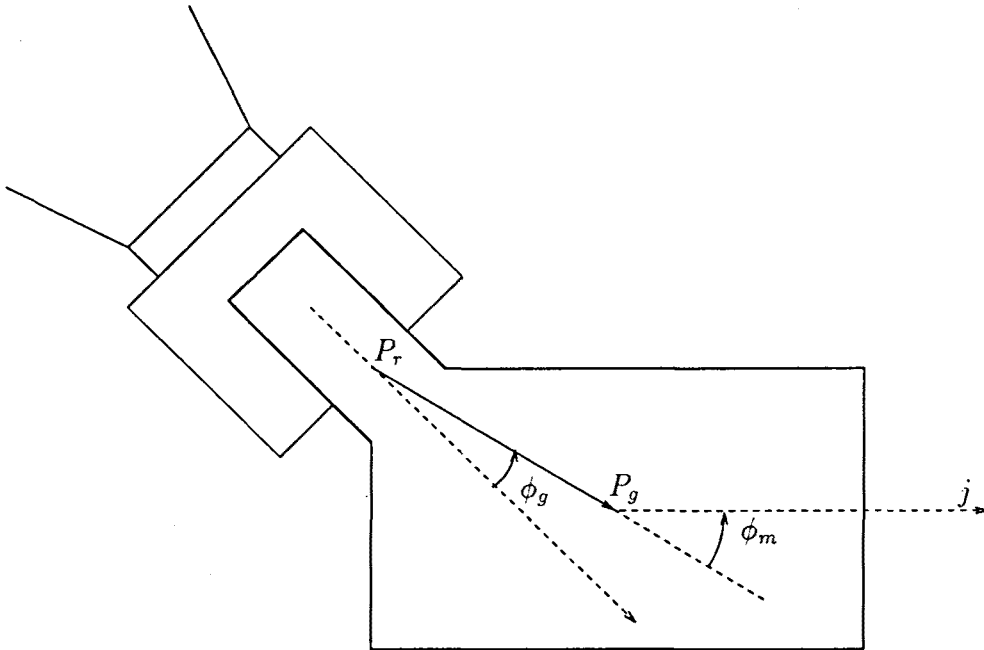


Figura 7.5: Posición del bloque en la pinza del robot.

	contactos			
	(B_6, l_2)	(B_7, l_2)	(B_7, l_1)	(B_1, l_1)
c_1	0	0	-1	-1
c_2	1	1	0	0
c_3	35.355	95.592	25.881	61.237
c_4	-35.355	25.881	-96.592	-61.237
c_5	0	0	0	0
c_6	50	100	100	86.602

Como ejemplo, la figura 7.7 muestra la \mathcal{C} -superficie asociada al contacto básico (B_1, l_1) para $0 \leq \phi < 2\pi$.

La figura 7.8 muestra el espacio de configuraciones, \mathcal{C}_3 , para el caso bloque-rincón; en la figura se representan sólo las porciones de \mathcal{C} -superficies que pertenecen a Cc , e incluye 4 \mathcal{C} -caras, 4 \mathcal{C} -aristas y 1 \mathcal{C} -vértice.

Las intersecciones de las \mathcal{C} -superficies indicadas pertenecen al caso de *intersecciones de tipo 1* descritas en el apartado 2.3.5. La forma de la curva intersección depende del valor del determinante Δ -ecuación (2.61)-. Cuando

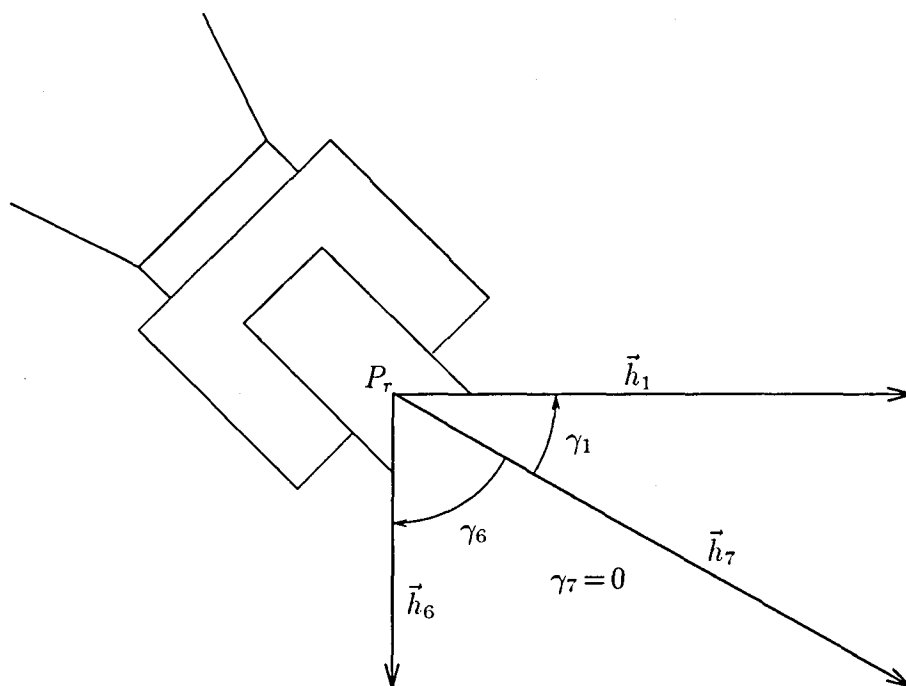


Figura 7.6: Vectores que relacionan los vértices de \mathcal{B} con el punto de referencia de la pinza del robot.

$\Delta \neq 0$ la curva intersección queda descrita por las ecuaciones (2.65), (2.66) y (2.67) particularizadas en cada caso por los coeficientes A_x , B_x , C_x , A_y , B_y y C_y . Cuando $\Delta = 0$ la intersección de las \mathcal{C} -superficies consiste en dos de sus generatrices, determinadas por los dos valores de ϕ que satisfacen las ecuaciones (2.72) y (2.73). Para el ejemplo que nos ocupa, se tienen las siguientes intersecciones de \mathcal{C} -superficies:

con $\Delta \neq 0$	Δ	A_x	B_x	C_x	A_y	B_y	C_y
(B_1, l_1) y (B_7, l_2)	-1	61.237	-61.237	0	-96.592	-25.881	0
(B_7, l_1) y (B_6, l_2)	1	25.881	-96.592	0	-35.355	35.355	0

con $\Delta = 0$	ϕ_1	ϕ_2
(B_1, l_1) y (B_7, l_1)	$3\pi/4$	$7\pi/4$
(B_7, l_2) y (B_6, l_2)	$3\pi/4$	$7\pi/4$

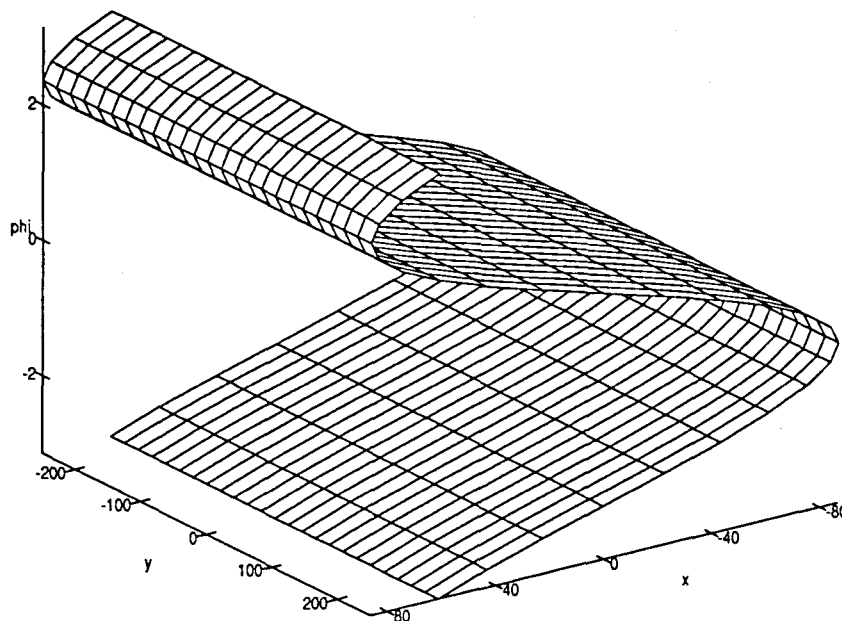


Figura 7.7: *C*-superficie asociada al contacto básico (B_1, l_1) .

7.3 Descripción de la incertidumbre en el espacio físico

Se definen en esta sección los límites de las diferentes incertidumbres que afectan a la tarea, y el efecto que producen en la posición absoluta de los objetos.

7.3.1 Incertidumbre en la posición

7.3.1.1 Fuentes de incertidumbre

Las desviaciones máximas adoptadas para cada fuente de incertidumbre se describen en la siguiente tabla:

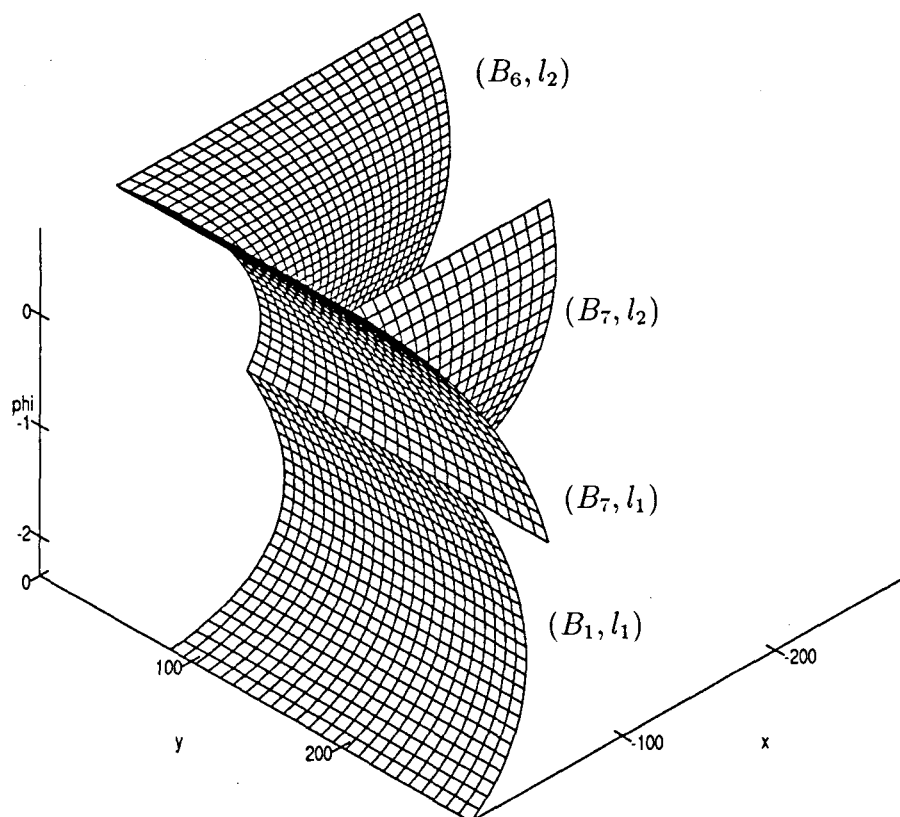


Figura 7.8: Espacio de configuraciones para el problema bloque-rincón descrito.

Fuente de incertidumbre	Desviación máxima	Apartado	Ecuación
forma de los objetos	$\epsilon_v = 3$	3.2.1	(3.8)
posicionamiento del robot	$\epsilon_{p_r} = 1$	3.2.2	(3.10)
	$\epsilon_{\phi_r} = 2^\circ$		(3.11)
posición absoluta de un punto del objeto estático	$\epsilon_m = 5$	3.2.3	(3.12)
configuración de un objeto estático	$\epsilon_{p_p} = 5$	3.2.4 (primer caso)	(3.14)
deslizamientos en la pinza del robot	$\epsilon_{p_d} = 0$	3.2.5	—
	$\epsilon_{\phi_d} = 0$		—

El tipo de aprehensión considerada resulta muy estable, y por ello se asume que no existen deslizamientos indeseados del objeto en la pinza del robot. Por otra parte, dado el valor de ϵ_{pp} y conociendo la forma de los objetos la desviación máxima que puede tener la orientación del bloque cuando está en reposo antes de ser aprehendido por el robot resulta –ecuación (3.15)–

$$\epsilon_{\phi_p} = \arcsen\left(\frac{2 \cdot 5}{127}\right) = 4.48^\circ \quad (7.8)$$

7.3.1.2 Posición absoluta de los puntos de un objeto

Acorde con el apartado 3.2.6, se describe aquí la incertidumbre que afecta a la posición absoluta de los puntos del contorno de \mathcal{A} y de \mathcal{B} .

Objeto estático

Assumiendo que la posición absoluta de los puntos del objeto estático se determina por medición directa con un sensor ajeno al robot, la incertidumbre resultante está limitada por –ecuación (3.25)–:

$$\epsilon_a = 5 \quad (7.9)$$

La figura 7.9 ilustra la incertidumbre en la posición de los vértices y lados de \mathcal{A} .

Objeto aprehendido

La incertidumbre que afecta la posición del objeto en la pinza del robot está limitada por –ecuaciones (3.29) y (3.30)–:

$$\epsilon_{p_g} = 1 + 5 + 0 = 6 \quad (7.10)$$

$$\epsilon_{\phi_g} = \pi/90 + 0 = \pi/90 = 2^\circ \quad (7.11)$$

Al desarrollar las expresiones algebraicas de la posición genérica de un punto cualquiera del contorno del objeto aprehendido –ecuaciones (3.39), (3.40) y (3.45)–, algunas desviaciones se agrupan, y por lo tanto también sus respectivos límites que pasan a ser –ecuaciones (3.41) y (3.42)–,

$$\epsilon_{p_{rp_gv}} = 1 + 6 + 3 = 9 \quad (7.12)$$

$$\epsilon_{\phi_r\phi_g} = \pi/90 + \pi/90 = \pi/45 = 4^\circ \quad (7.13)$$

La figura 7.10 ilustra la incertidumbre de los vértices de \mathcal{B} para la configuración del robot $[-143.3 \ 125 \ -\pi/4]^T$.

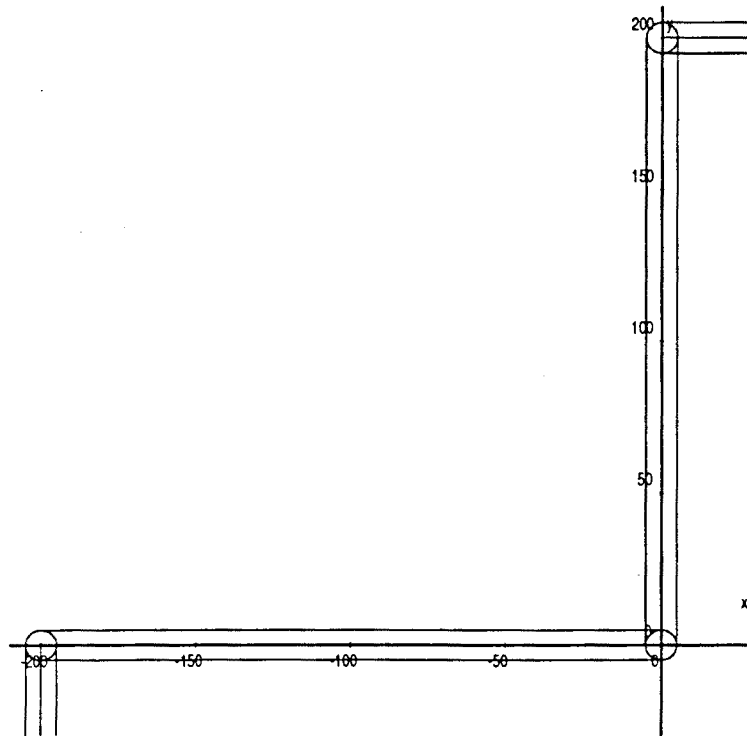


Figura 7.9: Incertidumbre en la posición de los vértices y lados de \mathcal{A} .

7.3.2 Incertidumbre en la fuerza

La incertidumbre en la medición de las fuerzas de reacción depende del sensor utilizado. Como se indicó en la sección 3.3, en este trabajo se asume el uso de un sensor colocado en la muñeca del robot, y según las especificaciones de productos comerciales existentes en el mercado puede asumirse una resolución en la medición de las componentes de fuerza de $\Delta f_x = \Delta f_y = 0.1$ N, y en la medición del par, $\Delta \tau = 0.001$ Nm. Así, la incertidumbre queda limitada por –ecuaciones (3.48), (3.49) y (3.50)–:

$$\epsilon_{f_x} = 0.1 \text{ N} \quad \epsilon_{f_y} = 0.1 \text{ N} \quad \epsilon_{\tau} = 0.001 \text{ Nm} \quad (7.14)$$

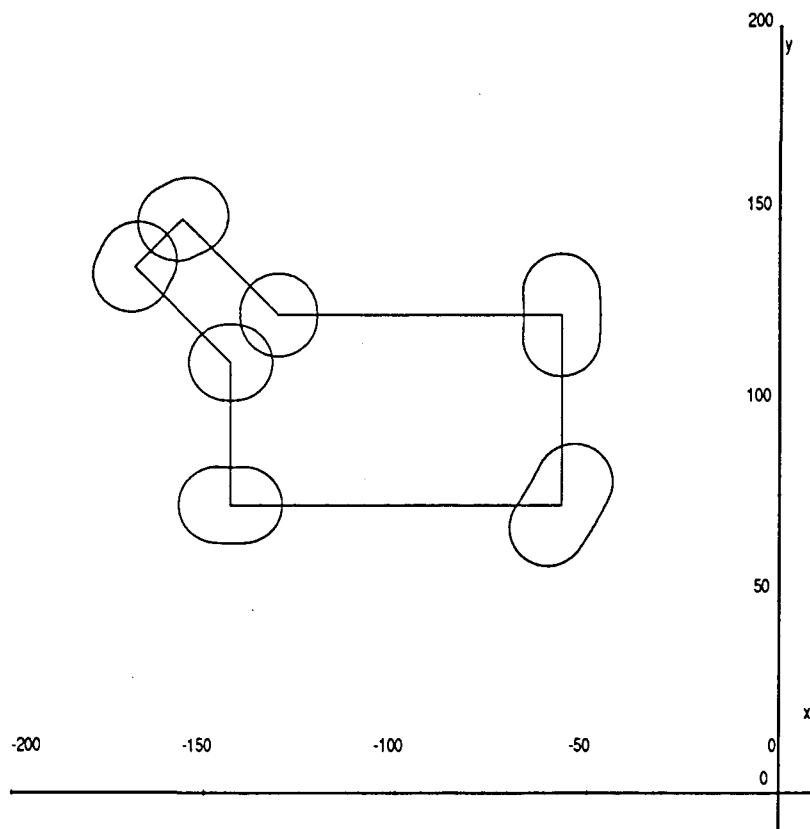


Figura 7.10: Incertidumbre en la posición de los vértices de B .

7.4 Espacio de configuraciones con incertidumbre

7.4.1 Incertidumbre en la posición

La incertidumbre de posición debida a las diversas fuentes enumeradas se transfiere al espacio de configuraciones para dar origen a la incertidumbre CU asociada a cada C -superficie (apartado 4.1.3).

A continuación se determina la incertidumbre CU para el contacto (B_1, l_1) siguiendo los cuatro pasos del procedimiento descrito en el apartado 4.1.4 para C -superficies de tipo 1. Las incertidumbres CU para los demás contactos se determinan de forma análoga.

1) Incertidumbre Uv de B_1

Uv está limitada por cuatro arcos de circunferencia; las circunferencias que los contienen son -ecuaciones (4.7), (4.8) y (4.10)-:

- circunferencias Cr_M y Cr_m para $\eta = \pm 1$ respectivamente,

$$\begin{cases} x = p_{r_{x0}} + (86.6 + \eta 9) \cos \theta_{R_r} \\ y = p_{r_{y0}} + (86.6 + \eta 9) \text{sen} \theta_{R_r} \end{cases} \quad (7.15)$$

- circunferencias Cg_M y Cg_m para $\eta = \pm 1$ respectivamente,

$$\begin{cases} x = p_{r_{x0}} + 200 \cos(\phi_{r0} + \pi/4 + \eta \pi/45) + 9 \cos \theta_{p_r p_g v} \\ y = p_{r_{y0}} + 200 \text{sen}(\phi_{r0} + \pi/4 + \eta \pi/45) + 9 \text{sen} \theta_{p_r p_g v} \end{cases} \quad (7.16)$$

Las condiciones que limitan los correspondientes arcos de estas circunferencias son -ecuaciones (4.11), (4.12) y (4.13)-:

$$|\phi_{r0} + \pi/4 - \theta_{R_r}| < \pi/45 \quad \text{para } Cr_M \text{ y } Cr_m \quad (7.17)$$

$$-\pi < \phi_{r0} + 49\pi/180 - \theta_{p_r p_g v} < 0 \quad \text{para } Cg_M \quad (7.18)$$

$$0 < \phi_{r0} + 41\pi/180 - \theta_{p_r p_g v} < \pi \quad \text{para } Cg_m \quad (7.19)$$

La figura 7.11 muestra las circunferencias Cr_M , Cr_m , Cg_M y Cg_m , y la figura 7.12 la incertidumbre Uv resultante, para el vértice B_1 , con B en la configuración dada por $p_{r_{x0}} = -143.3$, $p_{r_{y0}} = 125$ y $\phi_{r0} = -\pi/4$.

2) Incertidumbre CUv de B_1 y $\vec{a} \in l_1$.

Dado que \vec{a} representa un punto cualquiera de l_1 fijado por el valor de $k \in [0, 1]$, tomaremos como ejemplo el punto correspondiente a $k = 0.5$.

CUv tiene la misma forma que Uv aunque su tamaño es mayor, por tanto su frontera también está formada por cuatro arcos de circunferencia. Las circunferencias que los contienen son -ecuaciones (4.15) y (4.17)-:

- circunferencias CCr_M y CCr_m para $\eta = \pm 1$ respectivamente,

$$\begin{cases} p_{r_{x0}} = (86.6 + \eta 14) \cos \theta_{R_{r_a}} \\ p_{r_{y0}} = 125 + (86.6 + \eta 14) \text{sen} \theta_{R_{r_a}} \end{cases} \quad (7.20)$$

- circunferencias CCg_M y CCg_m para $\eta = \pm 1$ respectivamente,

$$\begin{cases} p_{r_{x0}} = -86.6 \cos(\phi_{r0} + \pi/4 + \eta \pi/45) + 14 \cos \theta_{p_r p_g v_a} \\ p_{r_{y0}} = 125 - 86.6 \text{sen}(\phi_{r0} + \pi/4 + \eta \pi/45) + 14 \text{sen} \theta_{p_r p_g v_a} \end{cases} \quad (7.21)$$

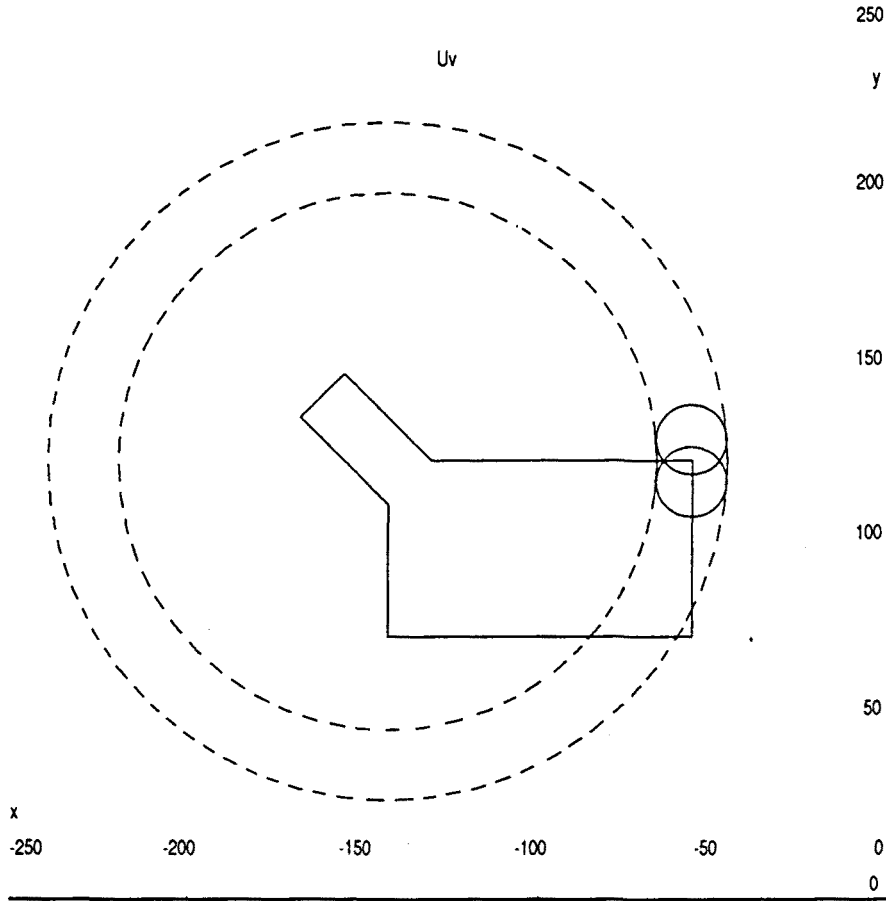


Figura 7.11: Circunferencias que limitan Uv para el vértice B_1 , para $p_{r_xo} = -143.3$, $p_{r_yo} = 125$ y $\phi_{ro} = -\pi/4$.

Las condiciones que limitan los correspondientes arcos de estas circunferencias son –ecuaciones (4.18), (4.19) y (4.20)–:

$$|\phi_{ro} + \pi/4 + \pi - \theta_{Rra}| < \pi/45 \quad \text{para} \quad CCr_M \text{ y } CCr_m \quad (7.22)$$

$$0 < \phi_{ro} + 49\pi/180 - \theta_{prp_gva} < \pi \quad \text{para} \quad CCg_M \quad (7.23)$$

$$-\pi < \phi_{ro} + 41\pi/180 - \theta_{prp_gva} < 0 \quad \text{para} \quad CCg_m \quad (7.24)$$

La figura 7.13 muestra la incertidumbre CUv para el vértice B_1 en contacto con el punto de l_1 correspondiente a $k = 0.5$ para las orientaciones de \mathcal{B} dadas por $\phi_{ro} = -\pi/4$ y $\phi_{ro} = -\pi/2$.

3) Incertidumbre CUI de (B_1, l_1) .

CUI se obtiene, para una determinada orientación de \mathcal{B} , mediante la unión

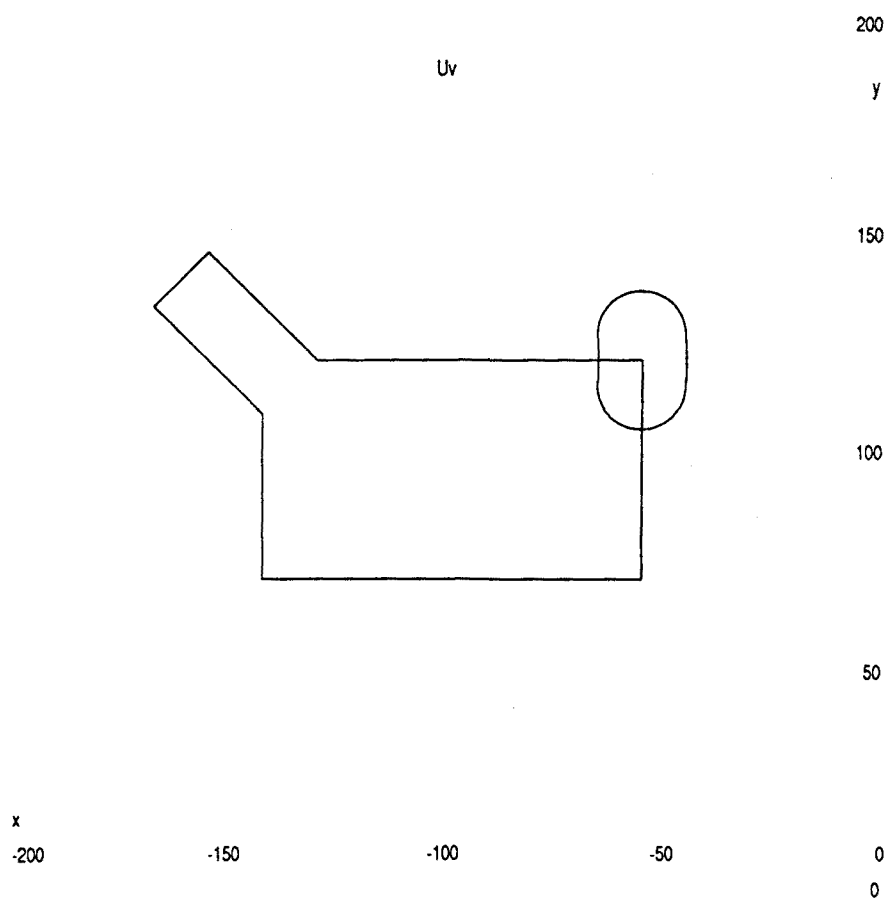


Figura 7.12: Incertidumbre Uv para el vértice B_1 , para $p_{r_{x_0}} = -143.3$, $p_{r_{y_0}} = 125$ y $\phi_{r_0} = -\pi/4$.

de las incertidumbres CUv de cada posible punto de contacto $\bar{a} \in l_1$. El resultado se visualiza fácilmente a partir de las incertidumbres CUv de los puntos extremos de l_1 , es decir $k = 0$ y $k = 1$, y de las rectas tangentes a ellas y paralelas a l_1 dadas por las condiciones (4.21) a (4.26).

La figura 7.14 ilustra CUI para (B_1, l_1) en las orientaciones de \mathcal{B} dadas por $\phi_{r_0} = -\pi/4$ y $\phi_{r_0} = -\pi/2$.

4) Incertidumbre CU de (B_1, l_1) .

Finalmente, CU se obtiene a partir de CUI al variar ϕ_{r_0} dentro de su rango permitido. Este rango se obtiene a partir del rango de orientaciones posible en ausencia de incertidumbre ($-3\pi/4$ a $-\pi/4$) y de las desviaciones máximas que afectan a las normales a los lados de los objetos –ecuación 4.30–, dando

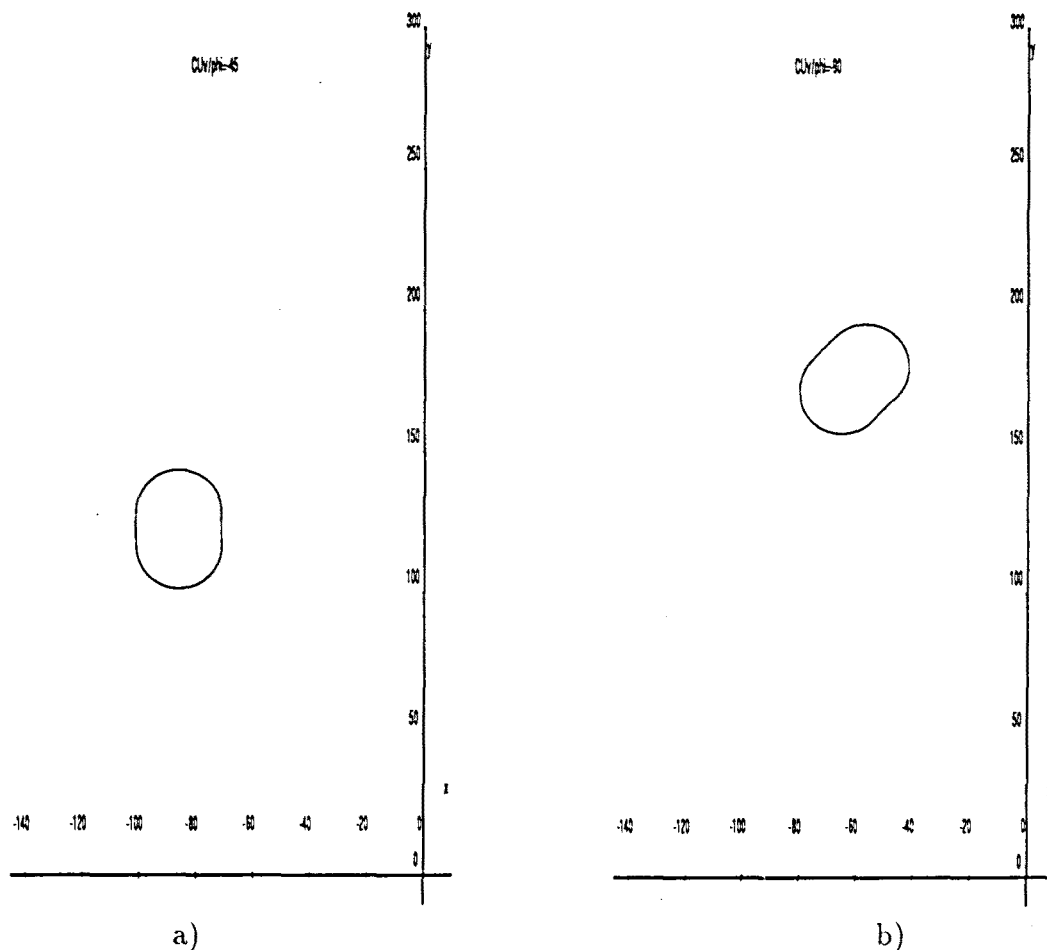


Figura 7.13: Incertidumbre CUv para el vértice B_1 en contacto con el punto de l_1 correspondiente a $k = 0.5$ para: a) $\phi_{ro} = -\pi/4$ y b) $\phi_{ro} = -\pi/2$.

para el contacto (B_1, l_1)

$$-2.557086136 < \phi_{ro} < -0.5452742543 \quad (7.25)$$

La figura 7.15 muestra la incertidumbre CU resultante para el contacto (B_1, l_1) .

7.4.2 Partición de \mathcal{C} en presencia de incertidumbre

La partición de \mathcal{C} en presencia de incertidumbre descrita en la sección 4.4 se muestra, para el ejemplo tratado, en la figura 7.16. La unión de las CU de las cuatro \mathcal{C} -superficies forma el conjunto CcI . Las configuraciones desde CcI

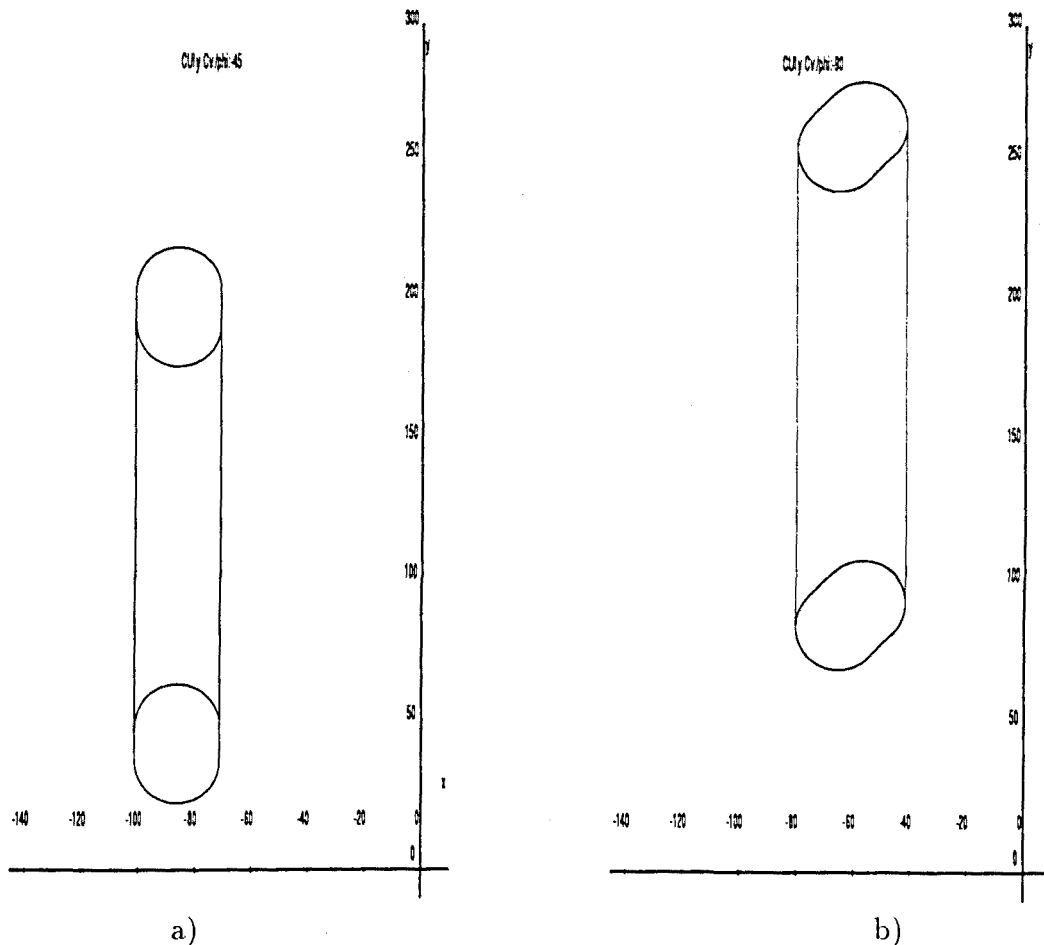


Figura 7.14: Incertidumbre CUI de (B_1, l_1) para: a) $\phi_{r_0} = -\pi/4$ y b) $\phi_{r_0} = -\pi/2$.

hacia las direcciones de los ejes x negativo e y positivo forman el conjunto CUI , y las configuraciones desde CcI en las direcciones opuestas forma el conjunto CiI .

7.4.3 Incertidumbre en la fuerza generalizada

Tal como se describe en la sección 4.2, la incertidumbre que afecta a la medición de una fuerza generalizada, U_g , está representada por un cubo que, considerando $\rho = 1$, tiene lados de dimensiones –ecuaciones (7.14) y (4.48)–:

$$\epsilon_{f_x} = 0.1 \text{ N} \quad \epsilon_{f_y} = 0.1 \text{ N} \quad \epsilon_{f_\tau} = 0.001 \text{ Nm} \quad (7.26)$$

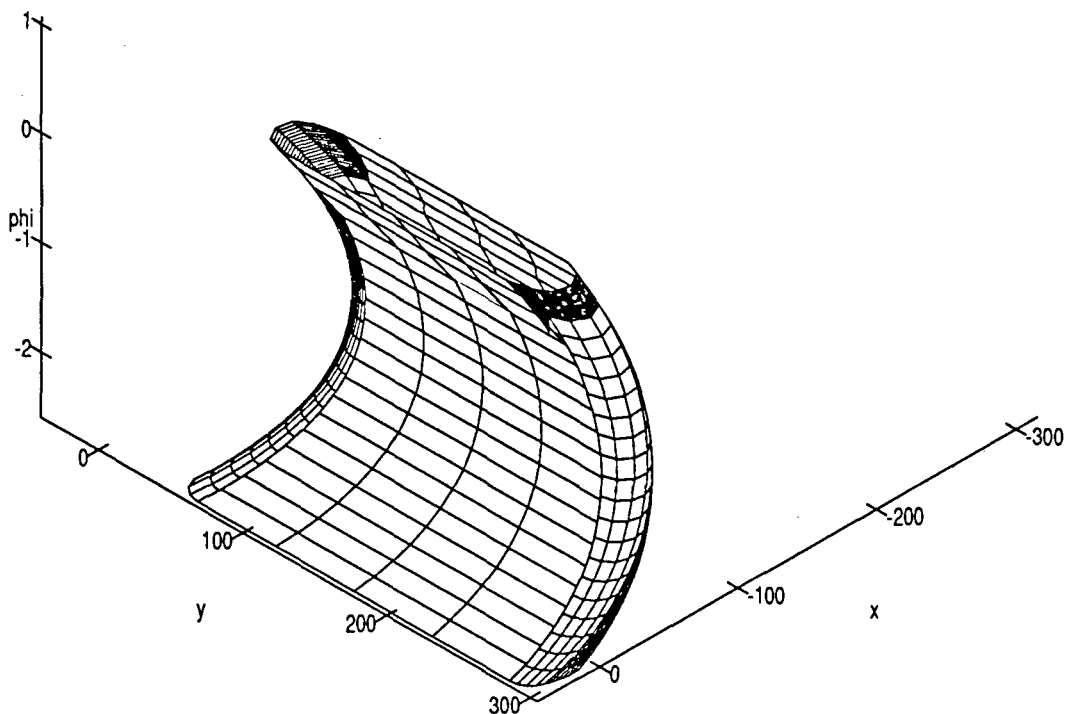


Figura 7.15: Incertidumbre CU de (B_1, l_1) .

7.4.4 Incertidumbre en la velocidad generalizada

La incertidumbre en la velocidad generalizada queda descrita por un elipsoide (sección 4.3). Para el ejemplo, los valores seleccionados de los parámetros que definen el elipsoide son

$$p_x = 0.1 \quad (7.27)$$

$$p_y = 0.1 \quad (7.28)$$

$$p_q = 0.01 \quad (7.29)$$

es decir, se admite como error en las componentes de la velocidad lineal un 10% del módulo de la velocidad generalizada, y en la velocidad angular un 1%.

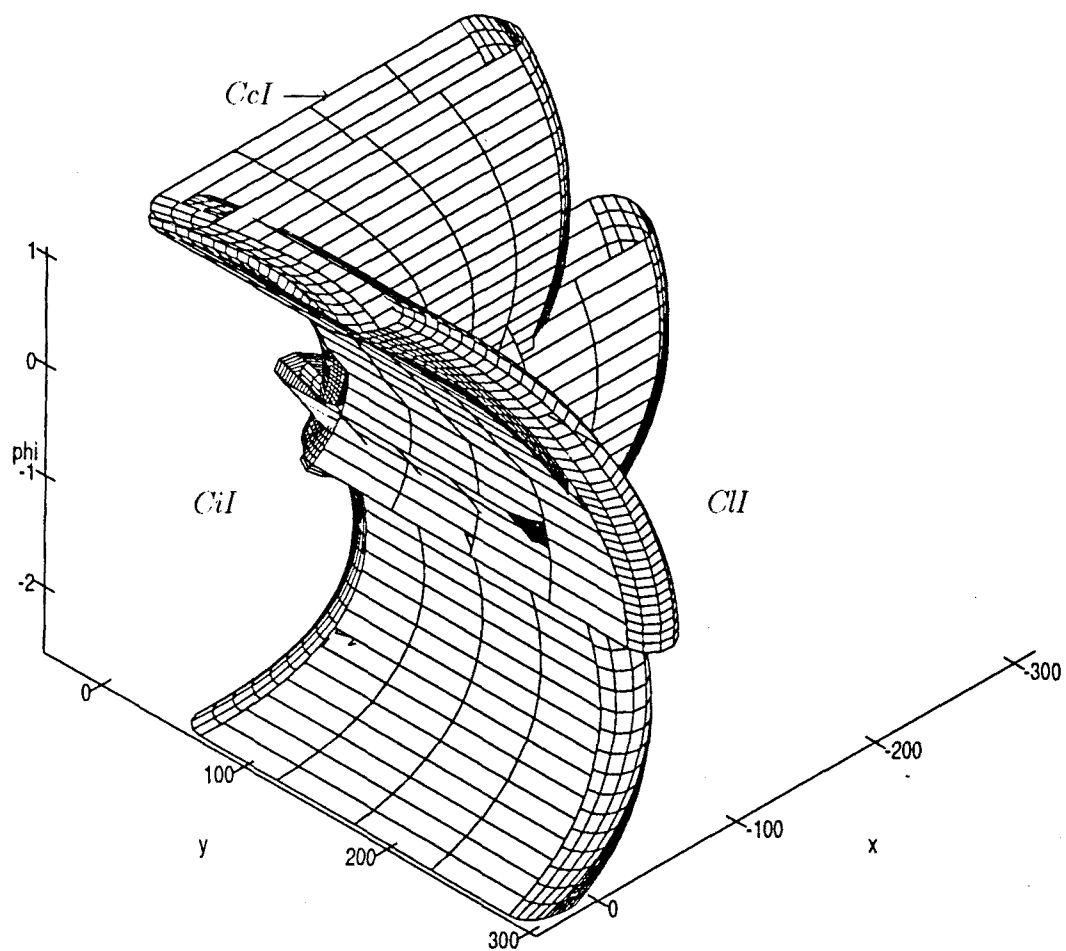


Figura 7.16: *Partición de C en presencia de incertidumbre.*

7.5 Estados de la tarea

El posicionamiento del bloque en el rincón con las restricciones impuestas da lugar a nueve estados primarios. Estos estados quedan determinados por combinaciones de los contactos básicos descritos en la sección 7.2 y, para este ejemplo, se representarán mediante Ep y un subíndice formado por pares de dígitos separados por comas que indican los contactos básicos asociados; los dos dígitos de cada par indican por ese orden el vértice y el lado involucrados en el contacto correspondiente. Por ejemplo, en el estado $Ep_{11,72}$ tienen lugar los contactos básicos (B_1, l_1) y (B_7, l_2) .

La figura 7.17 ilustra los contactos básicos de los objetos en los nueve estados primarios posibles.

Estos nueve estados primarios dan origen al grafo $G\text{-Nom}$ mostrado en la figura 7.18.

7.6 Realizaciones de los estados

7.6.1 Realizaciones nominales

Las realizaciones nominales de los estados primarios coinciden con las C -caras, C -aristas y el C -vértice del Espacio de Configuraciones sin incertidumbre mostrado en la figura 7.8 (sección 5.2.4).

7.6.2 Dominios de realización

Los dominios de realización DR de los estados con un único contacto básico se calculan de forma análoga a las incertidumbres CUr (CU considerando inexistente la incertidumbre debida a las mediciones en-línea –sección 5.4.1–). Por ejemplo, en la figura 7.19 se muestra el dominio DR del estado Ep_{11} . Puede apreciarse que aunque tiene la misma forma que la incertidumbre CU asociada al contacto (B_1, l_1) (figura 7.15), el dominio DR es ligeramente más pequeño.

Para estados con más de un contacto básico los dominios de realización se obtienen intersectando las correspondientes incertidumbres CUr . Como ejemplo, las figuras 7.20 y 7.21 muestran los dominios DR de los estados

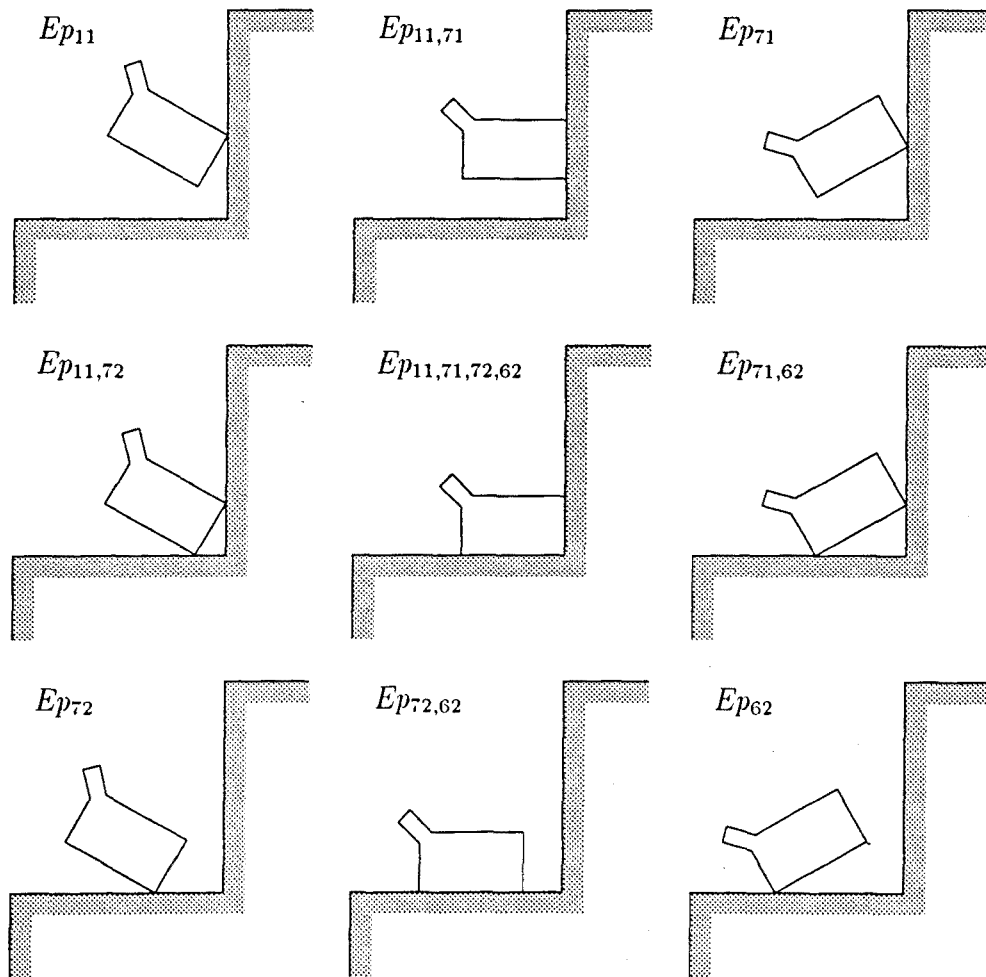


Figura 7.17: Contactos básicos entre los objetos en los diferentes estados primarios.

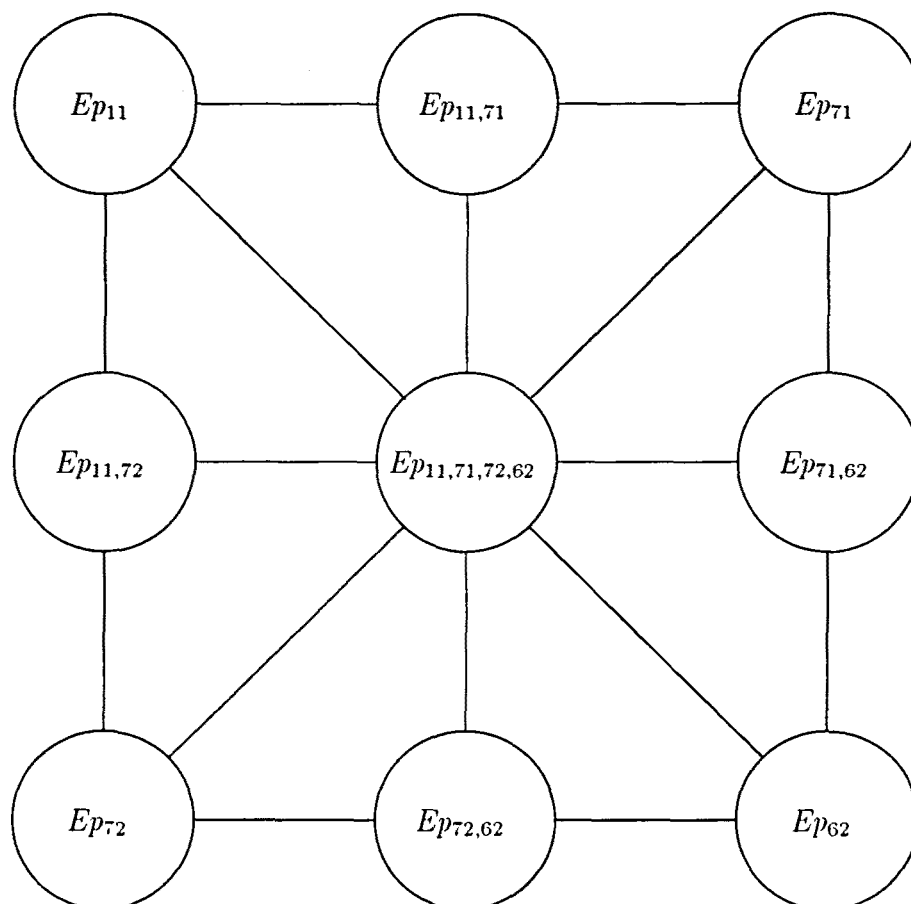


Figura 7.18: Grafo de estados primarios contiguos.

$Ep_{11,72}$ y $Ep_{11,71,72,62}$, respectivamente, obtenidos como intersección de las incertidumbres de los contactos básicos correspondientes.

7.6.3 Fuerzas en los dominios de realización

Las fuerzas generalizadas de reacción en los dominios de realización (apartado 5.4.2) están referidas a un punto de referencia fijo en el robot, y representan las fuerzas que en realidad podrían ocurrir y ser detectadas por un sensor con precisión infinita.

Para su determinación se ha utilizado la representación dual descrita en la

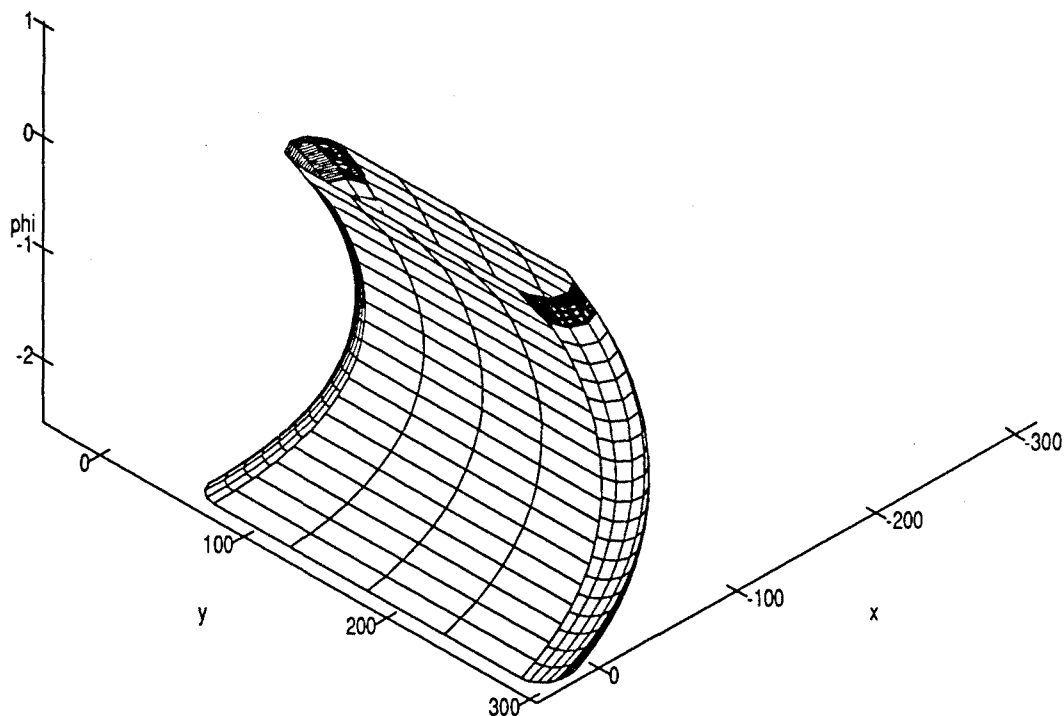


Figura 7.19: Dominio DR del estado Ep_{11} .

sección 2.6 y las directrices del apartado 5.4.2. Como ejemplo, la figura 7.22 ilustra las fuerzas generalizadas de reacción posibles en Ep_{11} .

7.7 Observación de los estados

La observación de los estados debe tener en cuenta la incertidumbre de las mediciones realizadas en-línea, es decir, la que afecta a la medición de la configuración del manipulador y a la de las fuerzas generalizadas de reacción.

7.7.1 Dominios de observación de configuración

Los dominios de observación de configuración DC se determinan a partir de las incertidumbres CU considerando todas las fuentes de incertidumbre

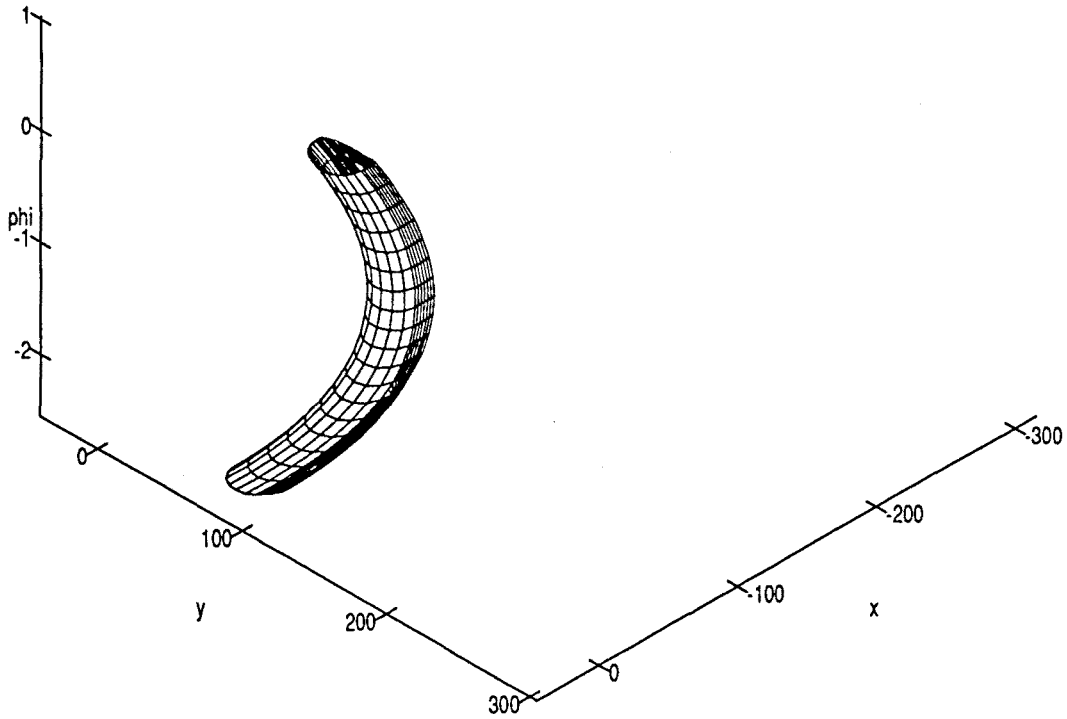


Figura 7.20: Dominio DR del estado $Ep_{11,72}$.

(apartado 5.5.1). En el caso de un estado con un único contacto básico el dominio DC está delimitado por la incertidumbre CU correspondiente; así, por ejemplo, la figura 7.15 representa el dominio DC del estado Ep_{11} . Para estados con más de un contacto básico se intersectan las incertidumbres CU de cada uno de ellos. Como ejemplo, la figura 7.23 muestra el dominio DC para el estado $Ep_{11,72}$. Este dominio puede considerarse también una expansión del dominio DR de la figura 7.20 al incluir la incertidumbre que afecta a la observación de la configuración del manipulador.

7.7.2 Dominios de observación de fuerzas generalizadas

Para que la dirección de la fuerza generalizada medida sea de utilidad en la estimación de los estados, su módulo debe superar un umbral mínimo definido por un cilindro centrado en el origen de \mathcal{F}_3 (apartado 5.5.2) —ecuaciones 5.1 y 5.2—. Para el ejemplo que se está desarrollando, el tamaño del cilindro puede

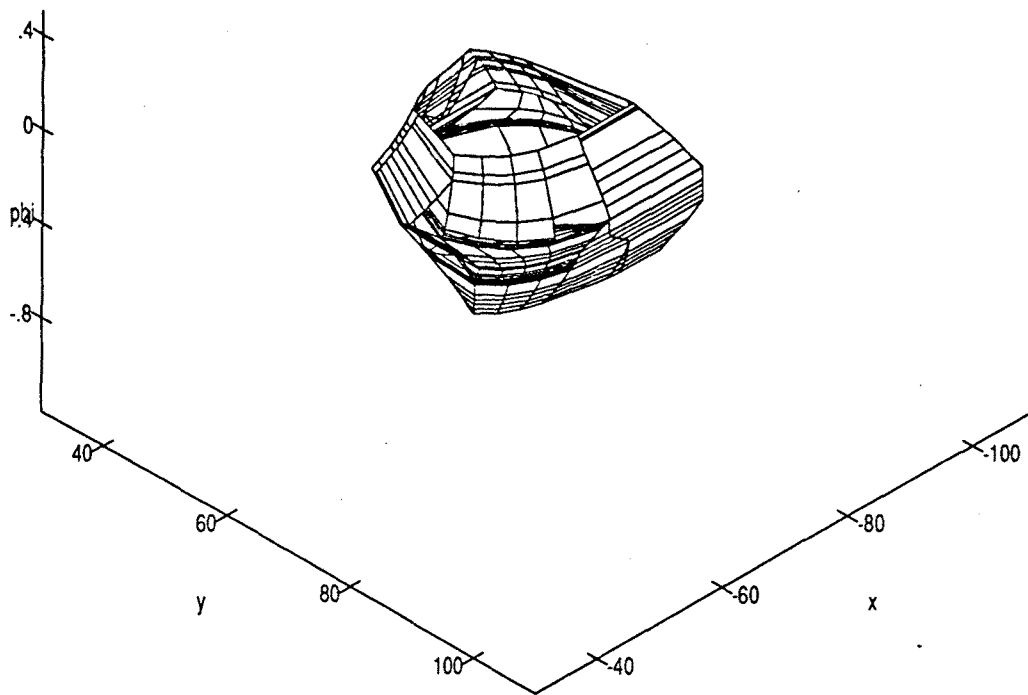


Figura 7.21: Dominio DR del estado $Ep_{11,71,72,62}$.

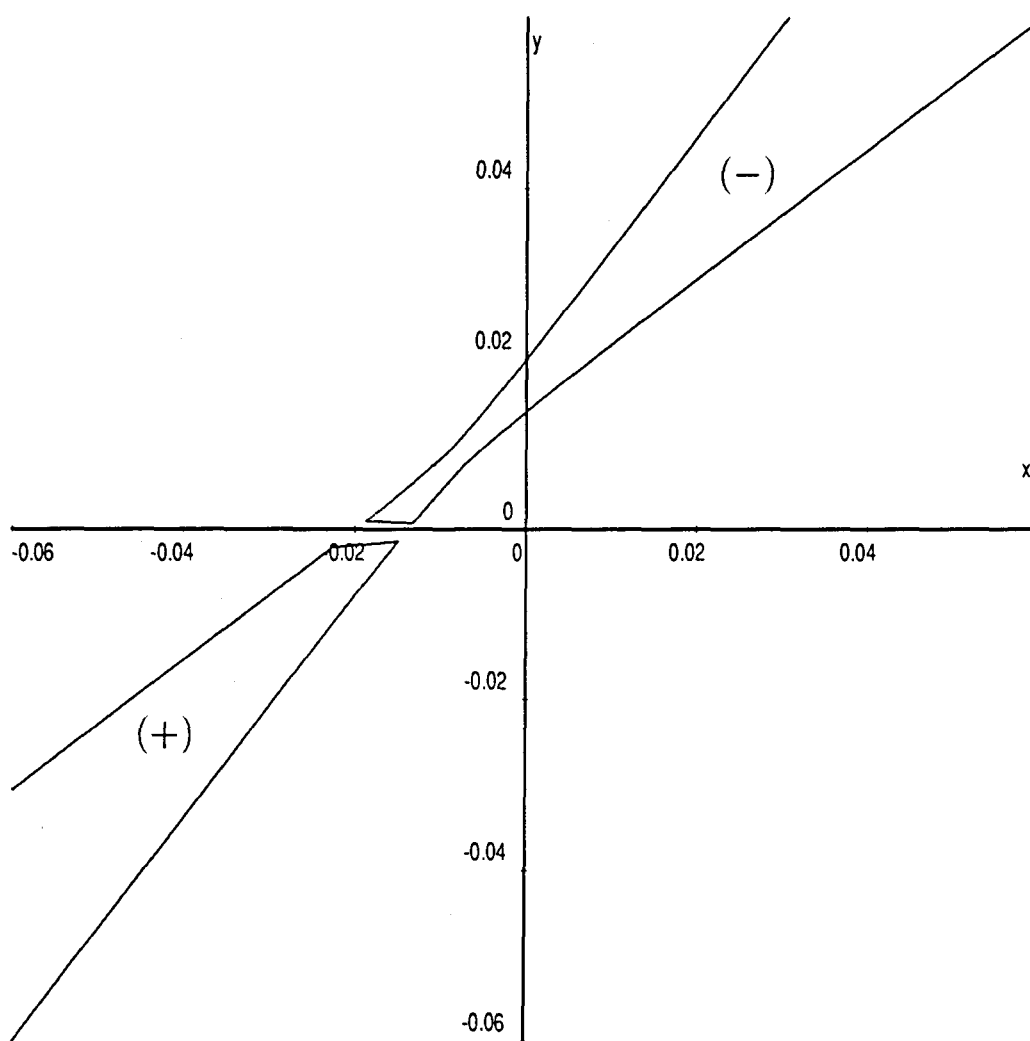


Figura 7.22: Fuerzas generalizadas de reacción DGr posibles en Ep_{11} .

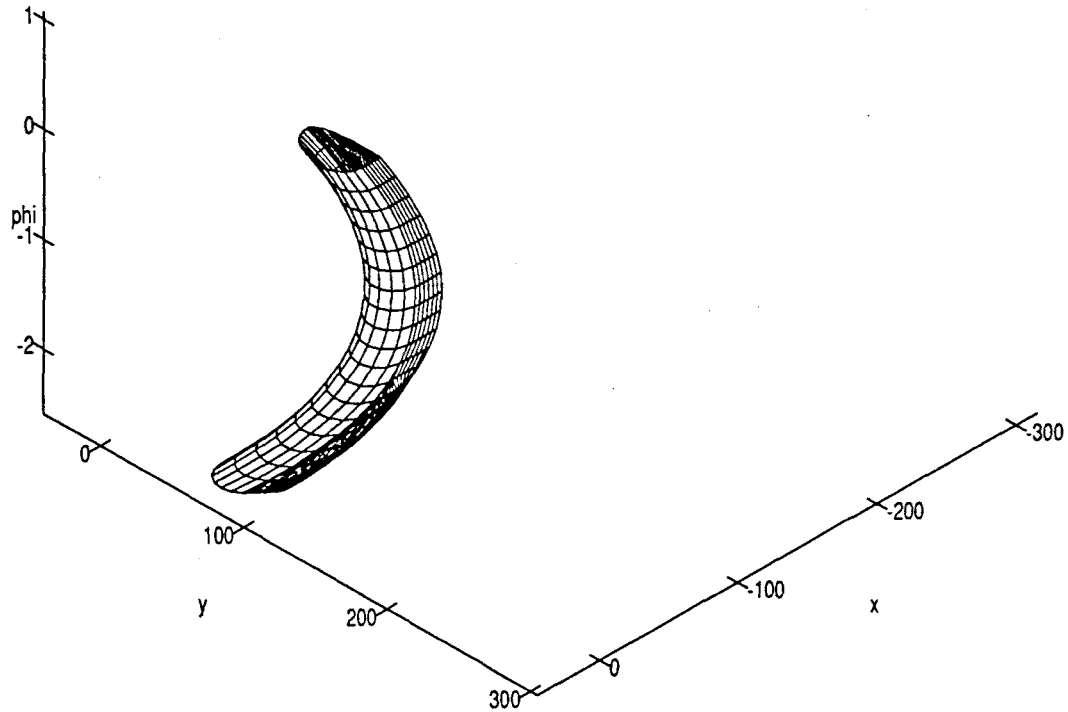


Figura 7.23: Dominio DC del estado $Ep_{11,72}$.

fijarse de forma que tanto el módulo de la fuerza en el plano de trabajo como el par de reacción sean de 5 a 10 veces mayores que sus respectivas desviaciones máximas, es decir

$$H_f = k \sqrt{\epsilon_{f_x}^2 + \epsilon_{f_z}^2} = k \sqrt{0.02} \quad (7.30)$$

$$H_\tau = k \epsilon_\tau = k 0.001 \quad (7.31)$$

con $5 < k < 10$.

Con independencia del umbral escogido, las fuerzas generalizadas de reacción posibles para cada estado son las pertenecientes al dominio DG correspondiente, obtenido a partir del dominio DGr y de la incertidumbre en la medición de las fuerzas U_g .

Siguiendo el procedimiento descrito en el apartado 5.5.2, se ilustra a continuación el dominio DG de Ep_{11} . El primer paso consiste en obtener las fuerzas generalizadas limitadas por la superficie reglada M_R resultante de unir mediante rectas el origen de \mathcal{F}_3 con los contornos de DGr en el plano $f_\tau = 1$

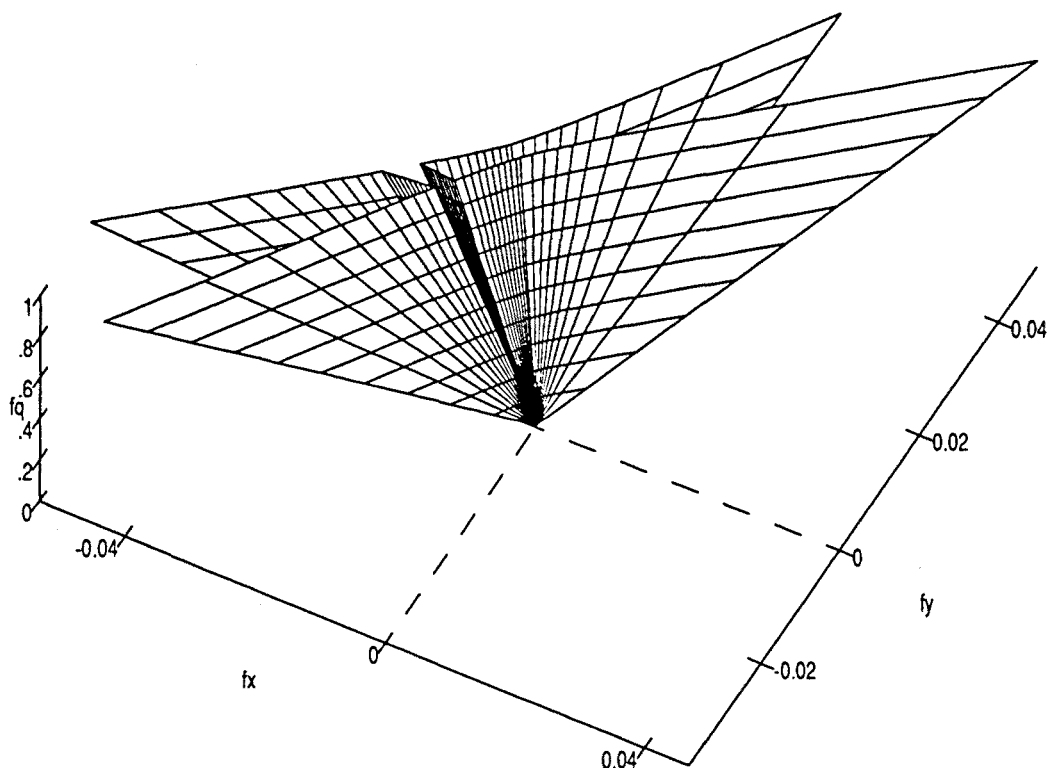


Figura 7.24: Unión del origen de \mathcal{F}_3 con los puntos que representan la frontera de DGr en $f_\tau = 1$ (sin signo) para Ep_{11} .

mostrados en la figura 7.22. Para facilitar su visualización, esta operación se ha realizado en primera instancia sin considerar el signo de los puntos duales sobre el plano $f_\tau = 1$; el resultado se muestra en la figura 7.24, en la que puede apreciarse que el corte para $f_\tau = 1$ de la superficie obtenida coincide con la representación de DGr en la figura 7.22. Al considerar el signo de los puntos duales, y por tanto el signo del par de reacción, los puntos con signo negativo se proyectan en la dirección negativa de f_τ , tal como se muestra en la figura 7.25 (el punto de vista ha cambiado respecto de la figura 7.24 para facilitar la visualización en tres dimensiones).

El segundo paso consiste en añadir a cada punto dentro del ángulo sólido definido por M_R la incertidumbre en la medición de las fuerzas U_g . El dominio DG resultante está limitado por una superficie M ; la figura 7.26 ilustra esta superficie para Ep_{11} (con el mismo punto de vista de la figura 7.24 aunque con diferente escala).

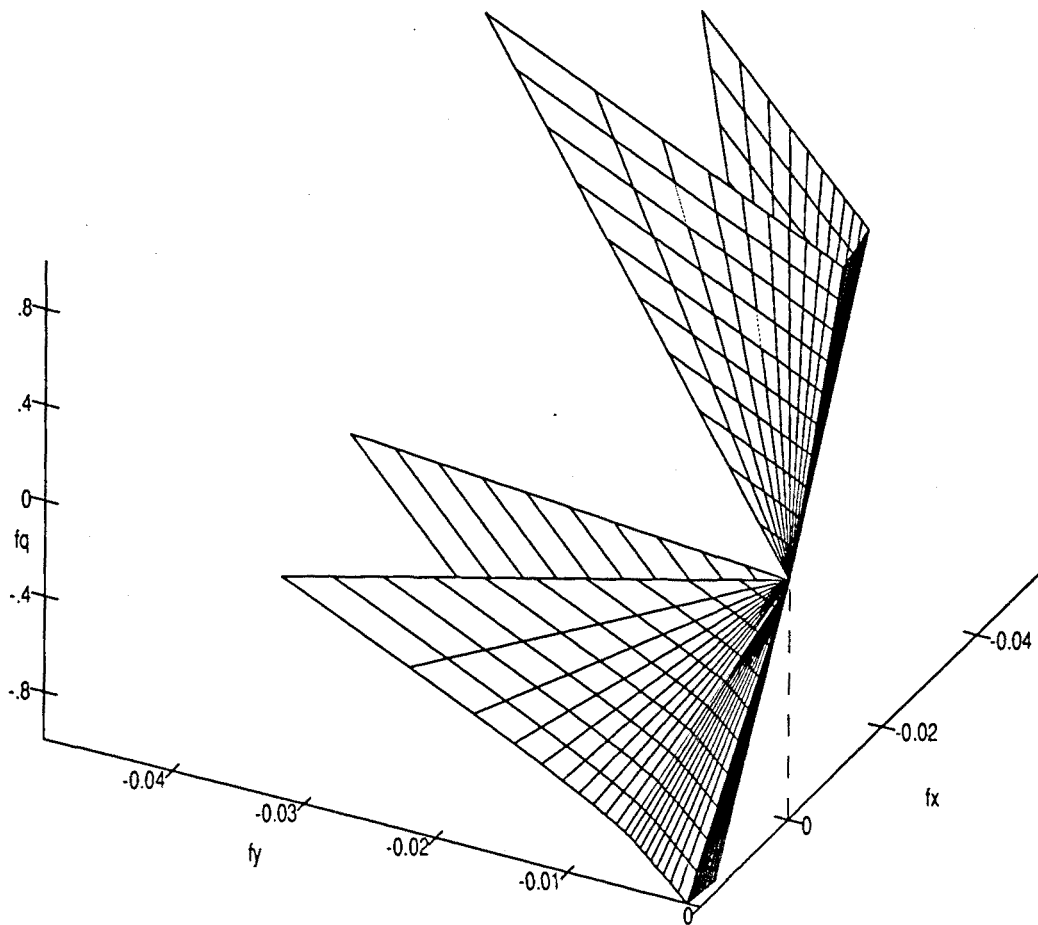


Figura 7.25: Superficie M_R que limita a DGr para Ep_{11} .

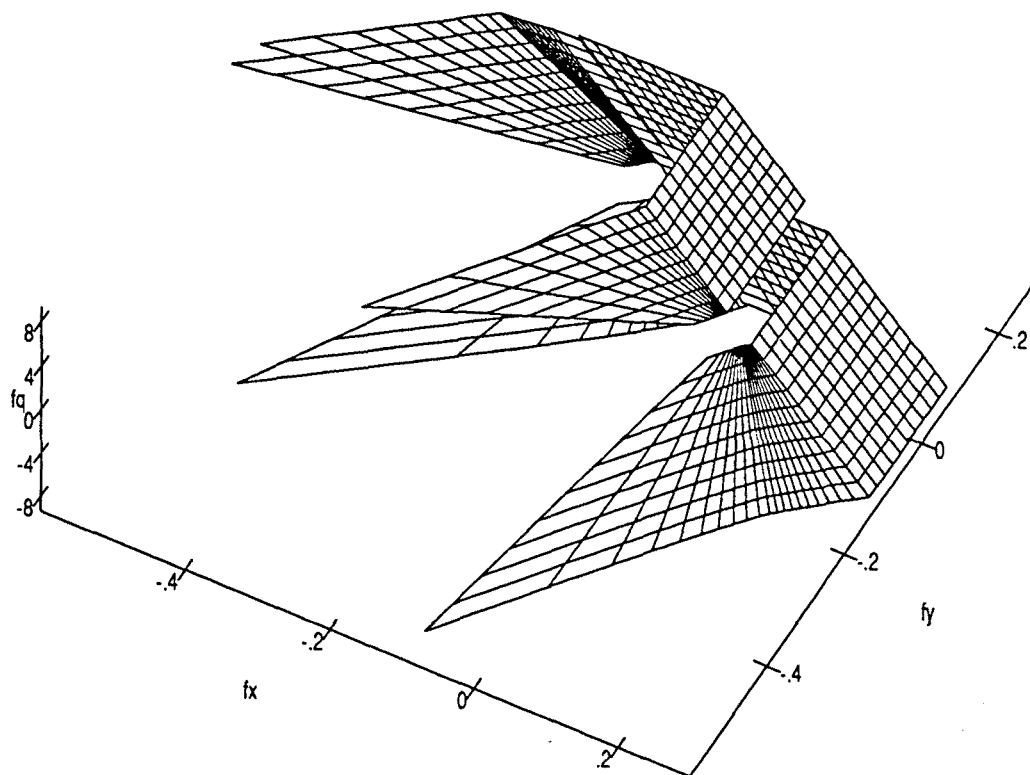


Figura 7.26: Superficie M que limita el dominio DG para Ep_{11} .

7.8 Operadores de cambio de estado

Como ejemplo de los operadores de cambio de estado se mostrará como obtener los operadores $T(Ep_{11}; Ep_{11,72})$, $T(Ep_{11}; Ep_{11})$ y $T(Ep_{11}; \emptyset)$.

Tal como se describió en el apartado 5.6.2 los operadores se determinan en dos fases. La primera fase consiste en determinar un conjunto de direcciones de movimiento que pueden permitir la transición del dominio de realización de un estado al del otro. Los dominios DR de Ep_{11} y $Ep_{11,72}$ son los mostrados en las figuras 7.19 y 7.20 respectivamente; en adelante nos referiremos a ellos como DR_{11} y $DR_{11,72}$.

$Ord(Ep_{11}) < Ord(Ep_{11,72})$ por lo que de la proposición 5.4 resulta que $\overset{\circ}{DR}_{11,72} \subset DR_{11}$. Por lo tanto, las direcciones de movimiento buscadas se corresponden con las normales interiores a la frontera de $DR_{11,72}$ contenida en DR_{11} que, por construcción, coincide con la frontera de $DR_{11,72}$ originada

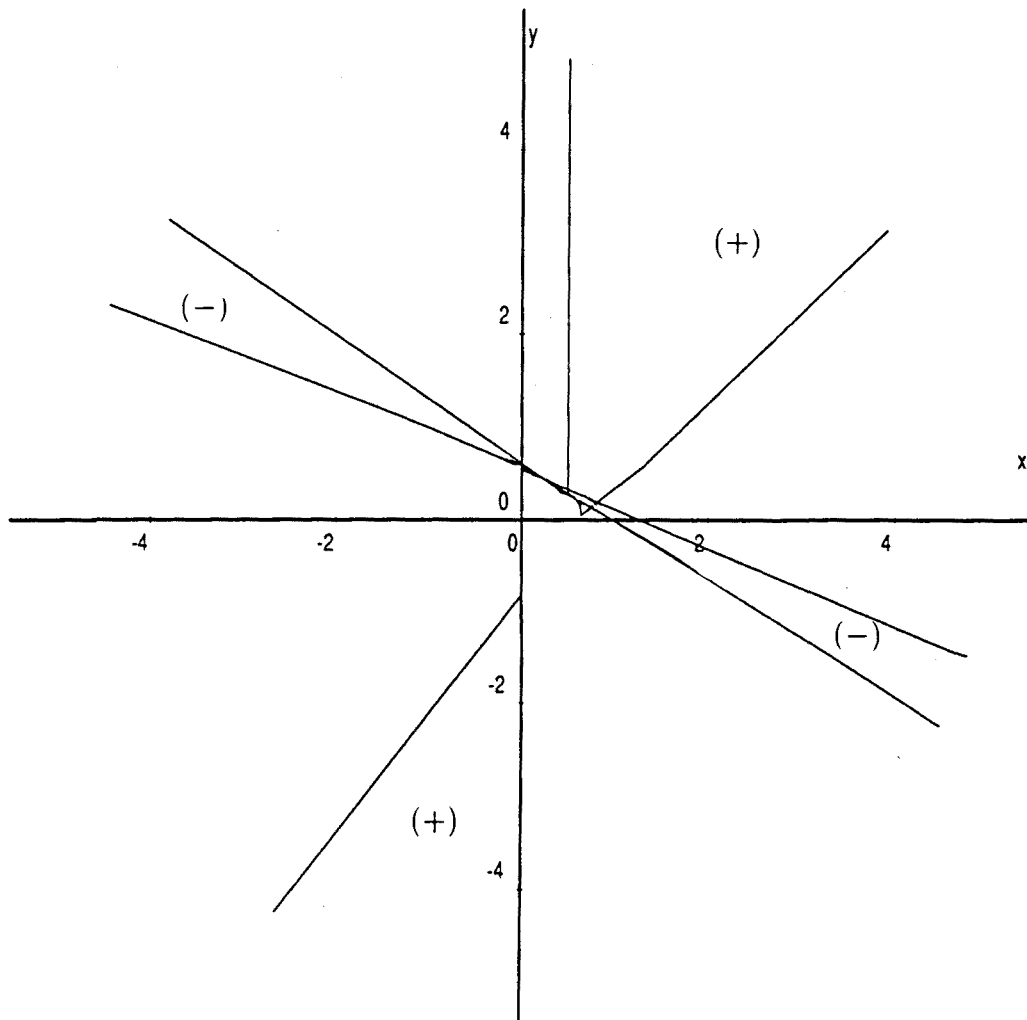


Figura 7.27: Direcciones normales a la frontera de $DR_{11,72}$ contenida en DR_{11} .

por la frontera de DR_{72} . Esta situación se corresponde con el caso descrito en la figura 5.16a.

Este conjunto de direcciones en C_3 se muestra en la figura 7.27, representadas mediante las componentes x e y del vector con componente $q = 1$ que las define¹.

El conjunto $TS(Ep_{11}; Ep_{11,72})$ se obtiene calculando todas las direcciones con componente positiva según las direcciones mostradas en la figura 7.27. Esta operación puede llevar, como es el caso para el ejemplo tratado, a que

¹Debe recordarse que para $\rho = 1$ resulta $q = \phi$.

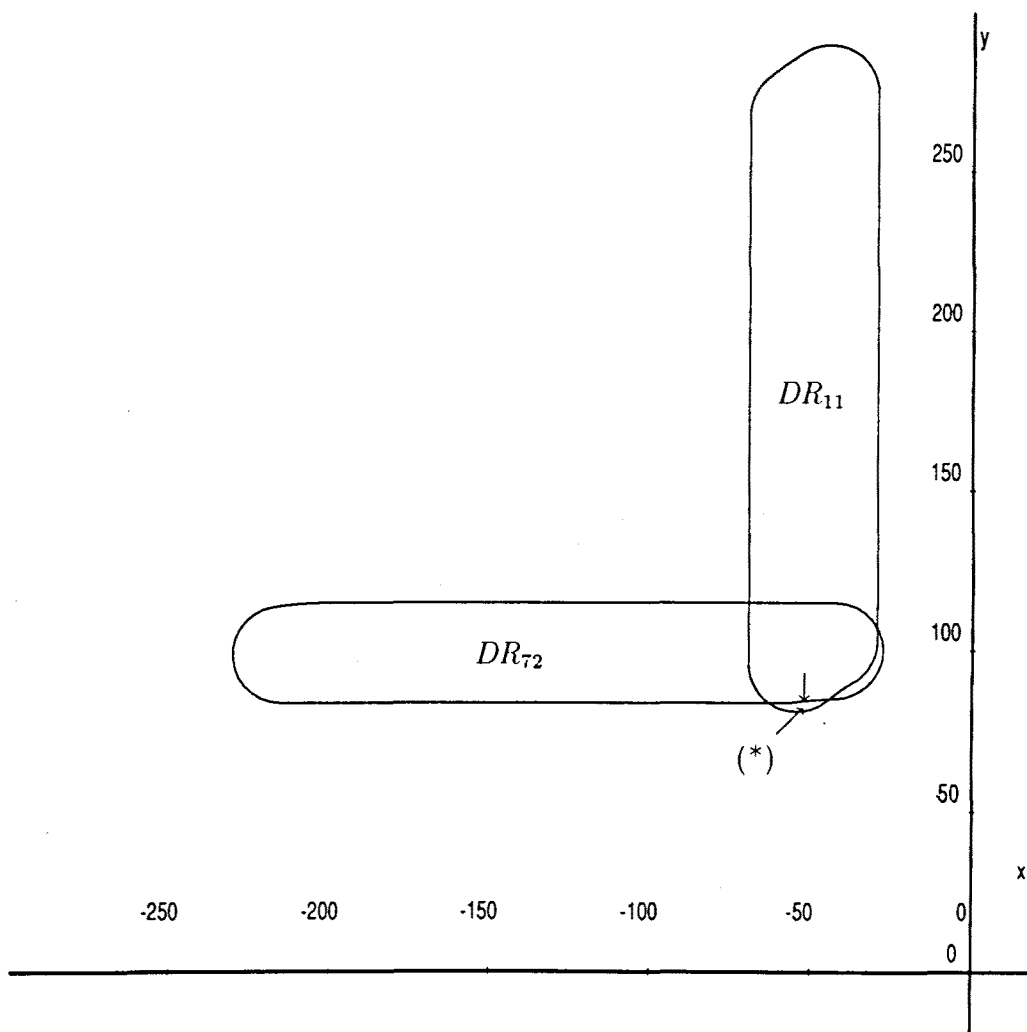
$TS(Ep_{11};Ep_{11,72})$ contenga una gran mayoría de las direcciones posibles en C_3 (en algún caso podría incluso contener todas las direcciones posibles en C_3) y por lo tanto aporte muy poca información de utilidad. Este efecto puede minimizarse si se eliminan algunas direcciones del conjunto mostrado en la figura 7.27 que no se corresponden con situaciones reales. Para ilustrar en qué consiste esta operación analizaremos un corte de C_3 para $\phi = -100^\circ$. Los cortes resultantes de DR_{72} y DR_{11} son los mostrados en la figura 7.28, y la intersección de ambos corresponde al corte de $DR_{11,72}$. Puede apreciarse que existe una porción de la frontera de $DR_{11,72}$ originada por DR_{72} (marcada con una flecha en la figura 7.28) que si bien está dentro del dominio DR_{11} no debe ser considerada en el cómputo de las normales para determinar los operadores, ya que si se produce el contacto (B_7, l_2) las configuraciones del dominio DR_{11} en la zona marcada con (*) pasan a ser inaccesibles.

El conjunto $TS(Ep_{11};Ep_{11})$ de los operadores que podrían llevar a una situación de equilibrio estático en Ep_{11} , se obtiene a partir de las direcciones de las posibles fuerzas generalizadas de reacción (figura 7.22). Las direcciones que forman $TS(Ep_{11};Ep_{11})$ son las opuestas a las posibles fuerzas generalizadas de reacción, por lo tanto se obtienen sencillamente cambiando el signo de los puntos que las representan, tal como se muestra en la figura 7.29.

El conjunto $TS(Ep_{11};\emptyset)$ de las direcciones de movimiento que podrían hacer perder el contacto, se obtiene considerando todas las direcciones con componente positiva según las normales a la realización R de Ep_{11} (apuntando hacia el espacio libre de C_3), que llamaremos R_{11} . Como debido a la incertidumbre R_{11} no se conoce de forma precisa, deben considerarse todas las posibles normales para cualquier conjunto de desviaciones. Estas normales pueden obtenerse mediante procedimientos análogos a los utilizados para determinar las posibles fuerzas generalizadas de reacción, pero considerando $\mu = 0$, es decir, considerando inexistente la fricción. El conjunto de todas las normales posibles a la realización R_{11} para todas las desviaciones posibles se muestra en la figura 7.30.

La segunda fase en la determinación de los operadores consiste, para todos los casos, en agregar la incertidumbre en la velocidad generalizada a los conjuntos resultantes de la primera fase, utilizando el modelo de incertidumbre descrito en el apartado 7.4.4.

Por ejemplo, el conjunto de direcciones $TS(Ep_{11};Ep_{11})$ mostrado en la figura 7.29 se amplía, al incorpora la incertidumbre, de la forma mostrada en la figura 7.31. La figura 7.32 ilustra tridimensionalmente el conjunto $TS(Ep_{11};Ep_{11})$ incluyendo la incertidumbre en la velocidad generalizada.

Figura 7.28: Cortes de DR_{72} y DR_{11} para $\phi = -100^\circ$.

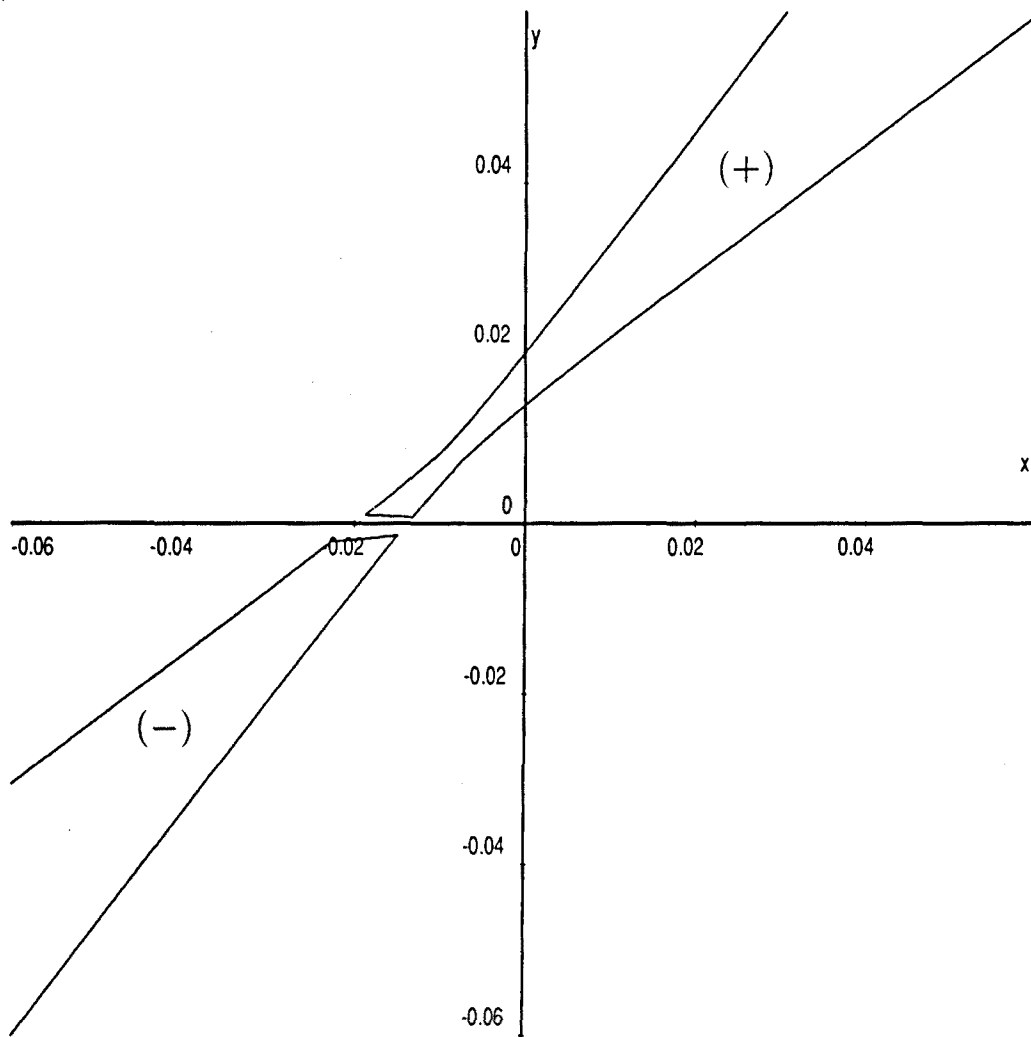


Figura 7.29: Operadores $TS(E_{p_{11}}; E_{p_{11}})$ sin incertidumbre en la velocidad.

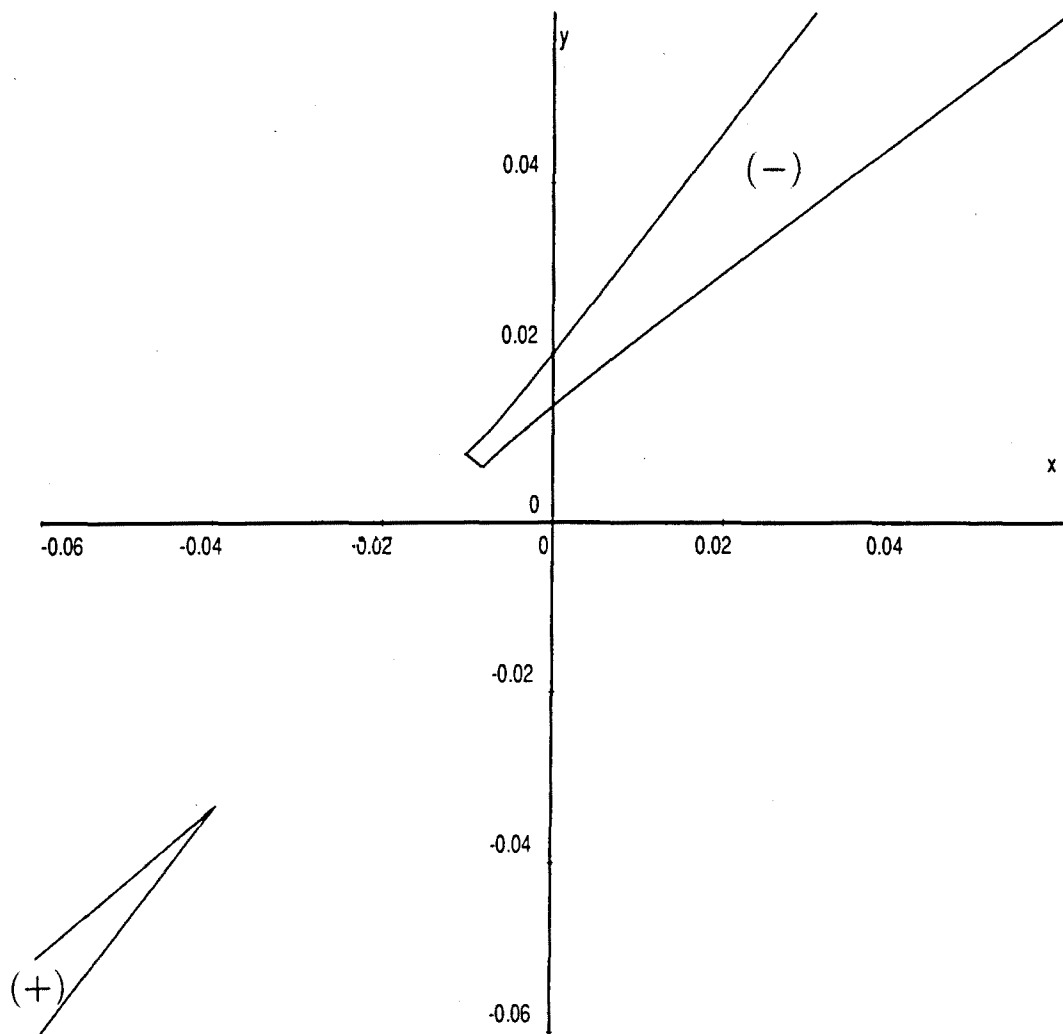


Figura 7.30: Normales a R_{11} para todas las desviaciones posibles.

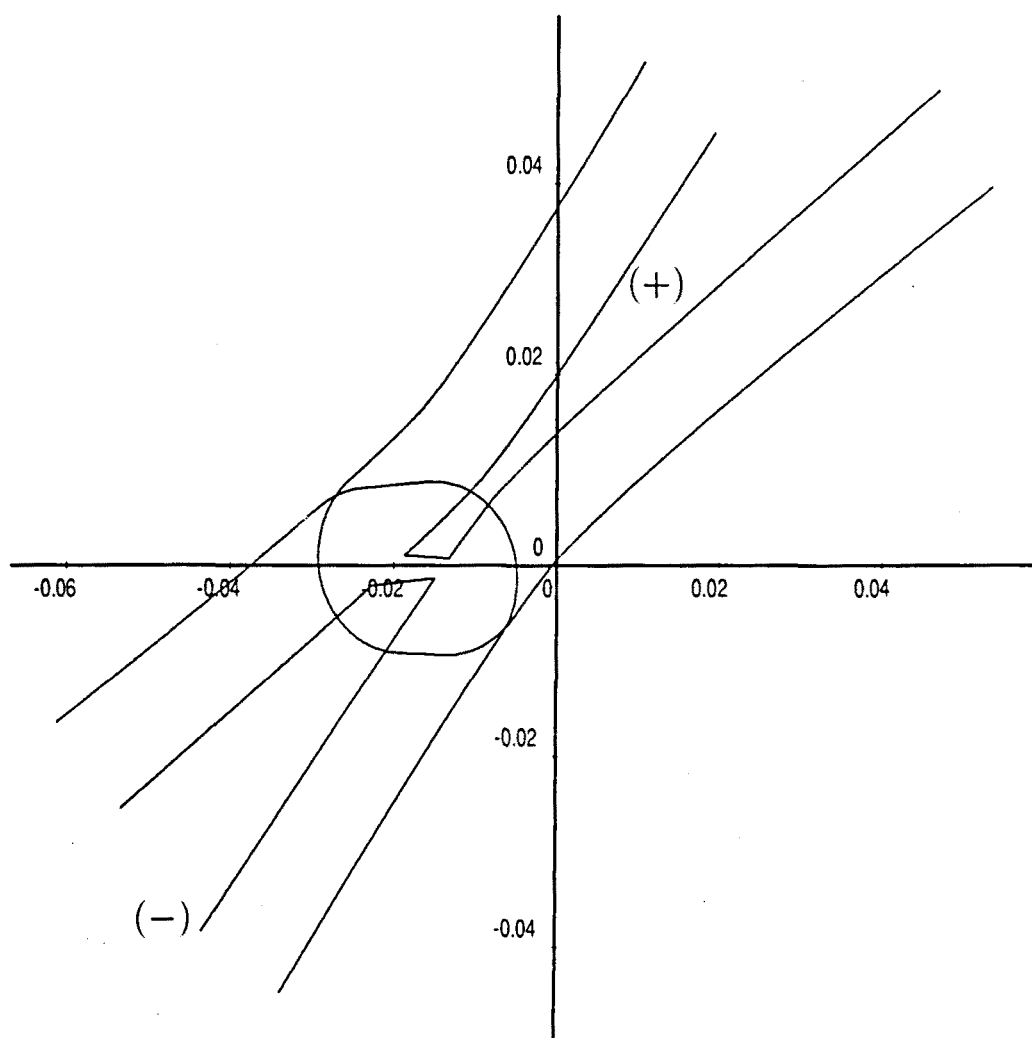


Figura 7.31: Operadores $TS(E_{p_{11}}; E_{p_{11}})$ con incertidumbre en la velocidad.

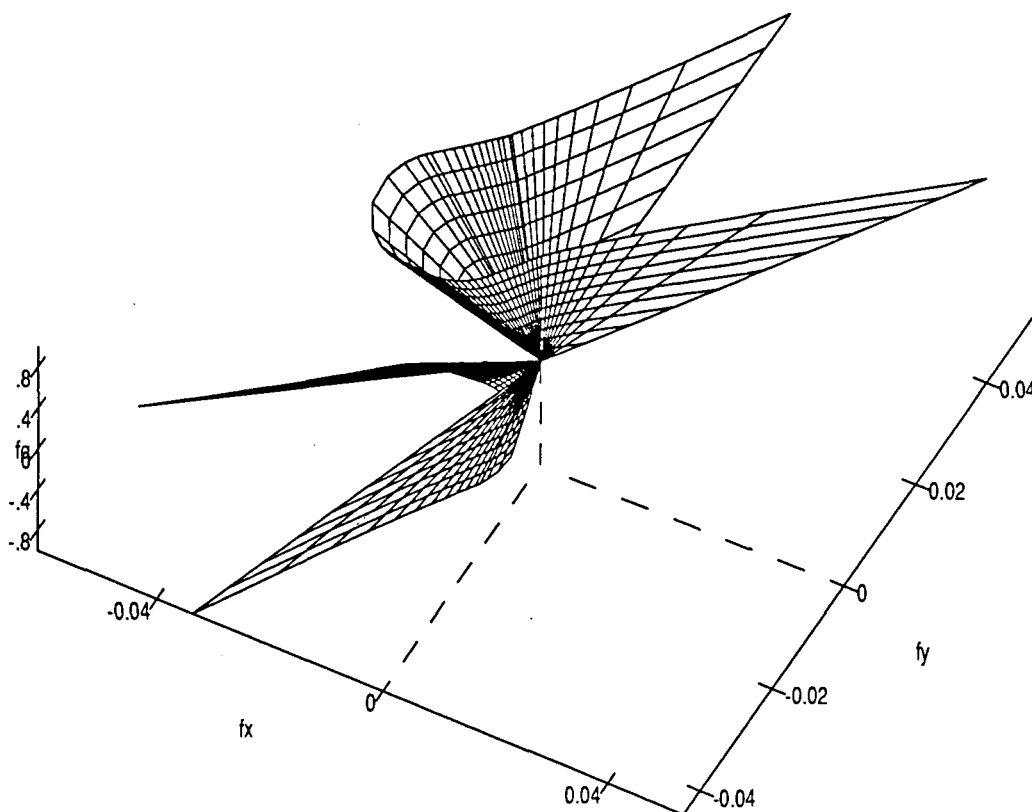


Figura 7.32: Representación tridimensional de los operadores $TS(E_{p11}; E_{p11})$ con incertidumbre en la velocidad.

7.9 Modelado de la tarea

A continuación se aplican los conceptos descritos en la sección 6.1 a la tarea de colocar el bloque en el rincón.

Grafo dirigido de estados

La figura 7.33 muestra el grafo dirigido $DG-Nom$ correspondiente a $G-Nom$ para el ejemplo que nos ocupa.

Estado final

El estado primario deseado como estado final es $Ep_{11,71,72,62}$. Su realización nominal Rn es un punto en C_3 ya que $Ord(Ep_{11,71,72,62}) = 3$, por lo que en ausencia de incertidumbre la ocurrencia de este estado determina

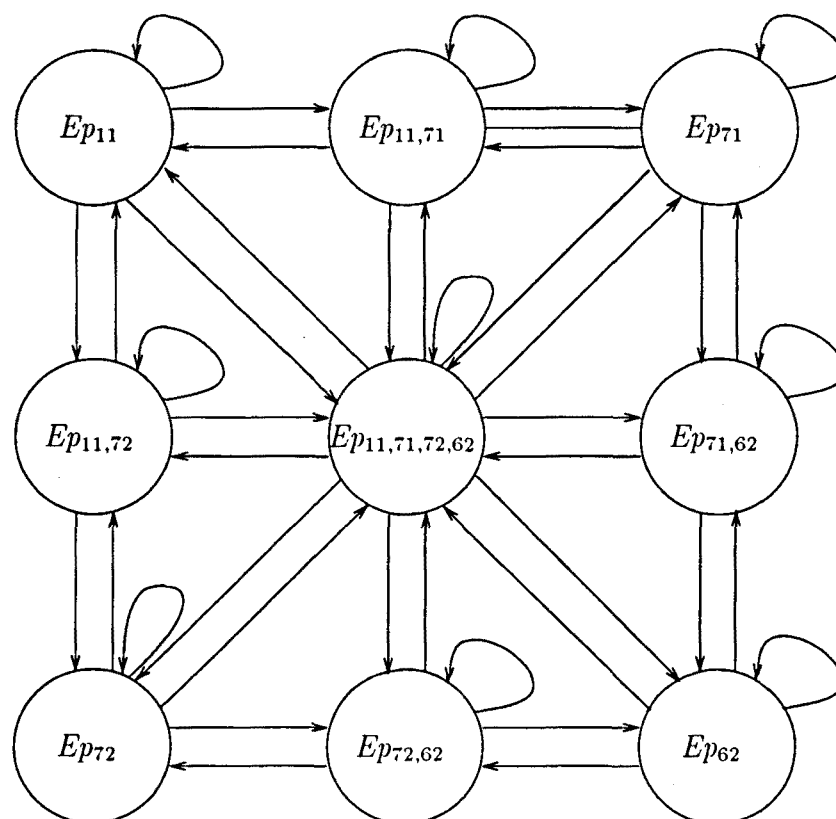


Figura 7.33: Grafo DG-Nom.

perfectamente las posiciones relativas finales deseadas en el montaje.

Estado inicial

El estado inicial para elaborar el plan depende de como se realice la transición de *CII* a *CcI*. Una posibilidad consiste en intentar alcanzar directamente el estado $Ep_{11,71,72,62}$ desde *CII*. Aunque esto es teóricamente posible, en la práctica implica alcanzar simultáneamente los cuatro contactos básicos y, con incertidumbre, la probabilidad de lograrlo es muy pequeña. Un movimiento que intente llevar a $Ep_{11,71,72,62}$ directamente desde *CII* puede llevar también a cualquiera de los otros ocho estados primarios de la tarea, lo que significa que debería hacerse un plan de montaje partiendo de cada uno de ellos.

Otra posibilidad consiste en buscar una transición de *CII* a *CcI* que garantice siempre el mismo estado inicial, es decir, establezca un único contacto básico

previamente seleccionado. Para el ejemplo que se discute esto es posible para cualquiera de los estados determinados por un único contacto básico; supondremos que se desea alcanzar siempre el estado Ep_{11} , por lo que la transición de CII a CcI se realizara por una configuración con² $y \gg 0$ y $-\pi/4 \gg \phi \gg -3\pi/4$.

Operadores

No se han construido los operadores para todas las transiciones posibles del ejemplo, y por ello no se ilustra su reagrupamiento en función de los estados a qué pueden permitir la transición. No obstante, cuando se seleccionen los operadores, al describir la elaboración del plan, se considerará cualitativamente este efecto.

7.10 Elaboración del Plan

En esta sección se describe la elaboración del plan de montaje de acuerdo con los conceptos expuestos en la sección 6.2. La selección de los operadores de cambio de estado y el análisis de las transiciones que pueden producir en la práctica se realiza a partir de un razonamiento intuitivo sobre los mismos.

7.11 Búsqueda de una solución base

El primer paso para obtener una solución base consiste en buscar una secuencia solución que comience en Ep_{11} . Esta búsqueda se lleva a cabo en $DG-Nom$ y dos criterios son de aplicación inmediata. Si se intenta minimizar el número de estados en la secuencia, el resultado es una secuencia con sólo dos estados: $Ep_{11}-Ep_{11,71,72,62}$, es decir, el inicial y el final. Pero esta secuencia requiere realizar la transición de un estado de orden 1 a uno de orden 3, transición poco probable en la práctica. Si se desea que la diferencia entre el orden de un estado y el del siguiente en la secuencia solución no sea mayor que 1, la secuencia solución resultante podría ser: $Ep_{11}-Ep_{11,72}-Ep_{11,71,72,62}$.

Para la primera secuencia solución, con sólo dos estados, los operadores del conjunto $TSp(Ep_{11}; Ep_{11,71,72,62})$ deben hacer que el bloque se desplace en la dirección del eje y negativo al mismo tiempo que lo hacen rotar en sentido

²El símbolo \gg se utilizará para indicar *suficientemente mayor*.

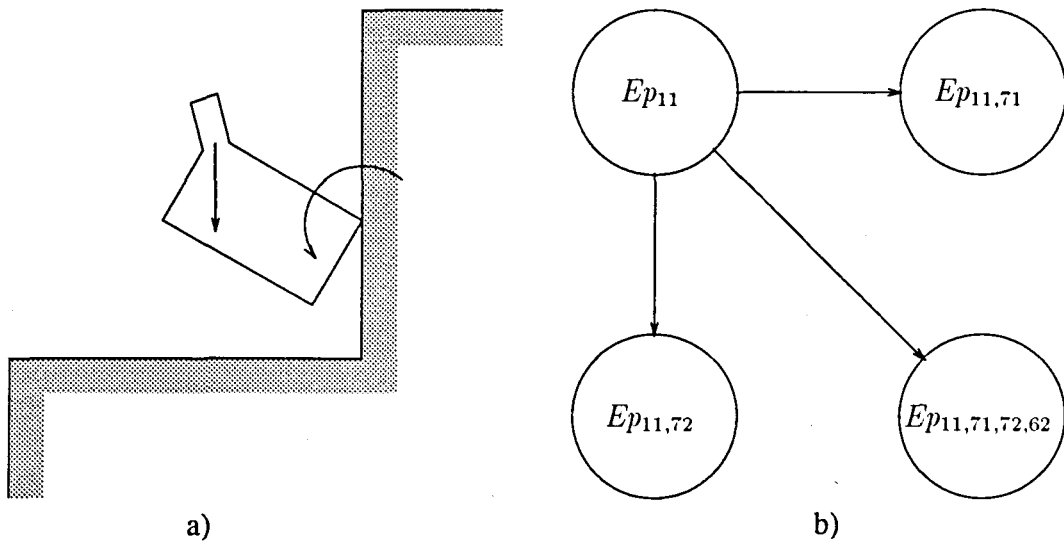


Figura 7.34: a) Movimientos para pasar de Ep_{11} a $Ep_{11,71,72,62}$ y b) grafo *DG-Plan* resultante.

positivo sobre el punto de contacto (figura 7.34a). Los operadores de este conjunto pueden llevar también a los estados $Ep_{11,27}$ o $Ep_{11,71}$ (con mayor probabilidad que a $Ep_{11,71,72,62}$), por lo que el grafo *DG-Plan* resultante es el mostrado en la figura 7.34b.

Para la segunda secuencia solución, con tres estados, hay que determinar dos conjuntos de operadores *TSp*. Los operadores del primero, $TSp(Ep_{11}; Ep_{11,72})$, deben hacer que el bloque se desplace en la dirección negativa del eje *y* (con una pequeña componente según la dirección del eje *x* positivo para asegurar el contacto) manteniendo su orientación; esta transición puede garantizarse aún en presencia de incertidumbre. Los operadores del segundo, $TSp(Ep_{11,72}; Ep_{11,71,72,62})$, deben producir un par positivo respecto a los dos vértices de contacto y hacer que estos deslicen sobre los lados de contacto. Esta transición sólo es posible para unas condiciones específicas (orientación del bloque próxima a la orientación final deseada) y gracias al deslizamiento sobre los lados del objeto estático. En general, un operador que realice este movimiento podría llevar también a Ep_{11} , Ep_{72} o a producir un atascamiento en $Ep_{11,72}$. En la figura 7.35a y b se ilustran, respectivamente, los movimientos necesarios para cambiar el bloque de un estado al siguiente en esta secuencia solución y el grafo *DG-Plan* resultante.

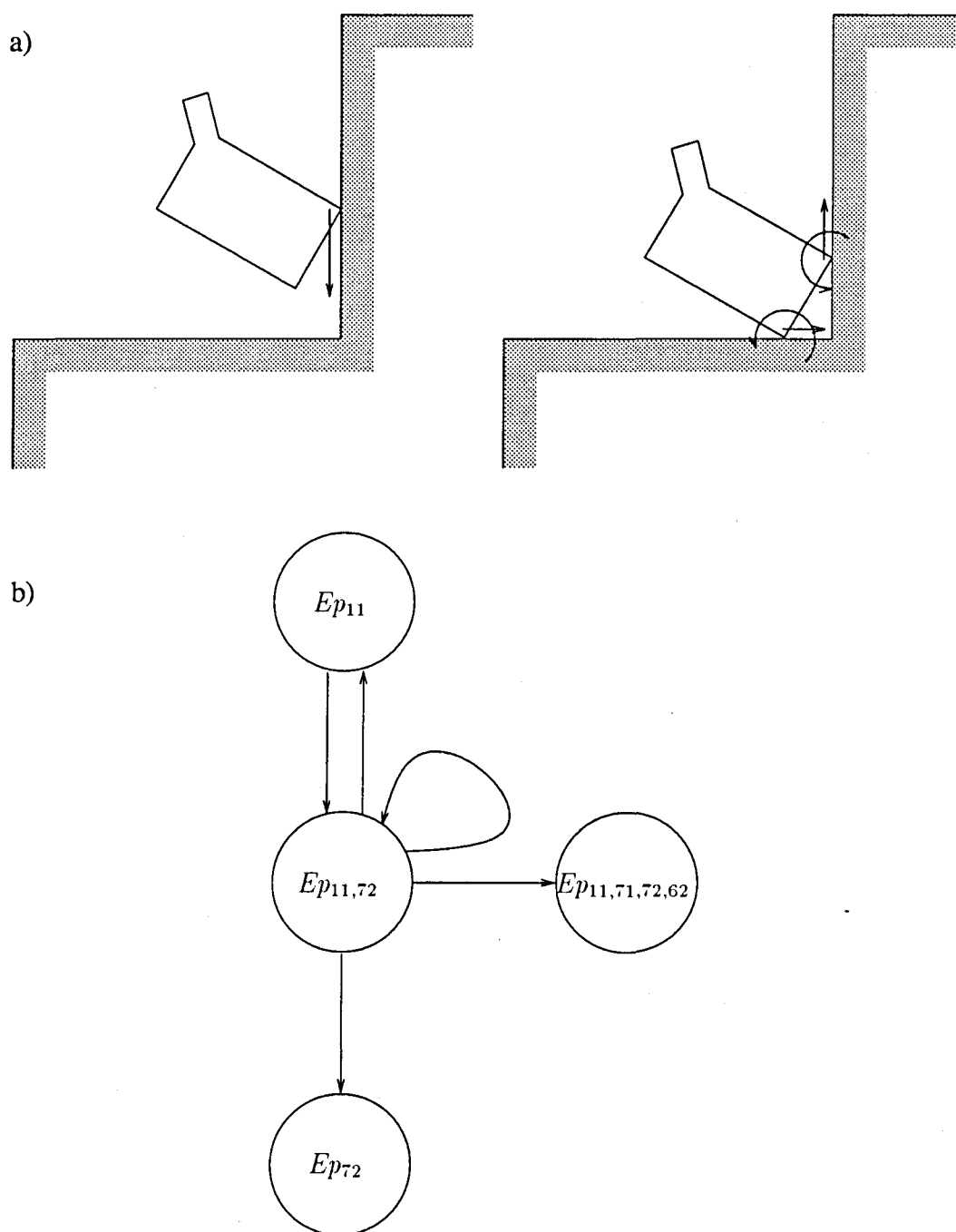


Figura 7.35: a) Movimientos para intentar seguir la secuencia solución $Ep_{11}-Ep_{11,72}-Ep_{11,71,72,62}$ y b) grafo DG-Plan resultante.

7.12 Búsqueda de una solución completa

En las dos soluciones base que se acaban de describir existen estados terminales de *DG-Plan* diferentes del estado final, y por lo tanto no tienen asignados conjuntos de operadores de cambio de estado. En ambos casos es necesario realizar una expansión de la solución base de cara a elaborar una solución completa. Como ejemplo, se planteará la búsqueda de una solución completa para la segunda solución base descrita (figura 7.35).

Se comienza por determinar los estados terminales del grafo *DG-Plan* diferentes de $Ep_{11,71,72,62}$; el resultado es un solo estado, el Ep_{72} , que debe ser considerado como nuevo estado inicial de la tarea.

Siguiendo procedimientos análogos a los utilizados para buscar la solución base, se busca una secuencia solución que comience en Ep_{72} , como por ejemplo, la más evidente, $Ep_{72}-Ep_{11,71,72,62}$. Sin embargo, los operadores $TS(Ep_{72};Ep_{11,71,72,62})$ pueden permitir la transición a otros estados además del final, por ello se ha preferido la secuencia $Ep_{72}-Ep_{72,62}-Ep_{11,71,72,62}$, ya que es posible determinar operadores que garanticen su seguimiento.

Así, los operadores del conjunto $TS(Ep_{72};Ep_{72,62})$ deben producir una rotación en sentido positivo respecto al punto de contacto, sin producir desplazamientos en la dirección del eje x positivo, y los del conjunto $TS(Ep_{72,62};Ep_{11,71,72,62})$ deben producir la traslación en la dirección del eje x positivo (con una pequeña componente según el eje y negativo para asegurar el contacto). En la figura 7.36a y b se ilustran, respectivamente, los movimientos a realizar desde los estados Ep_{72} y $Ep_{72,62}$ y el grafo resultante para esta solución.

Siguiendo el procedimiento para generar la solución completa, esta solución con estado inicial Ep_{72} se agrega a la solución base. El grafo *DG-Plan* resultante se muestra en la figura 7.37. Como puede apreciarse, *DG-Plan* ya no presenta ningún estado terminal diferente del estado final, por lo que ya cumple las condiciones para ser una solución completa.

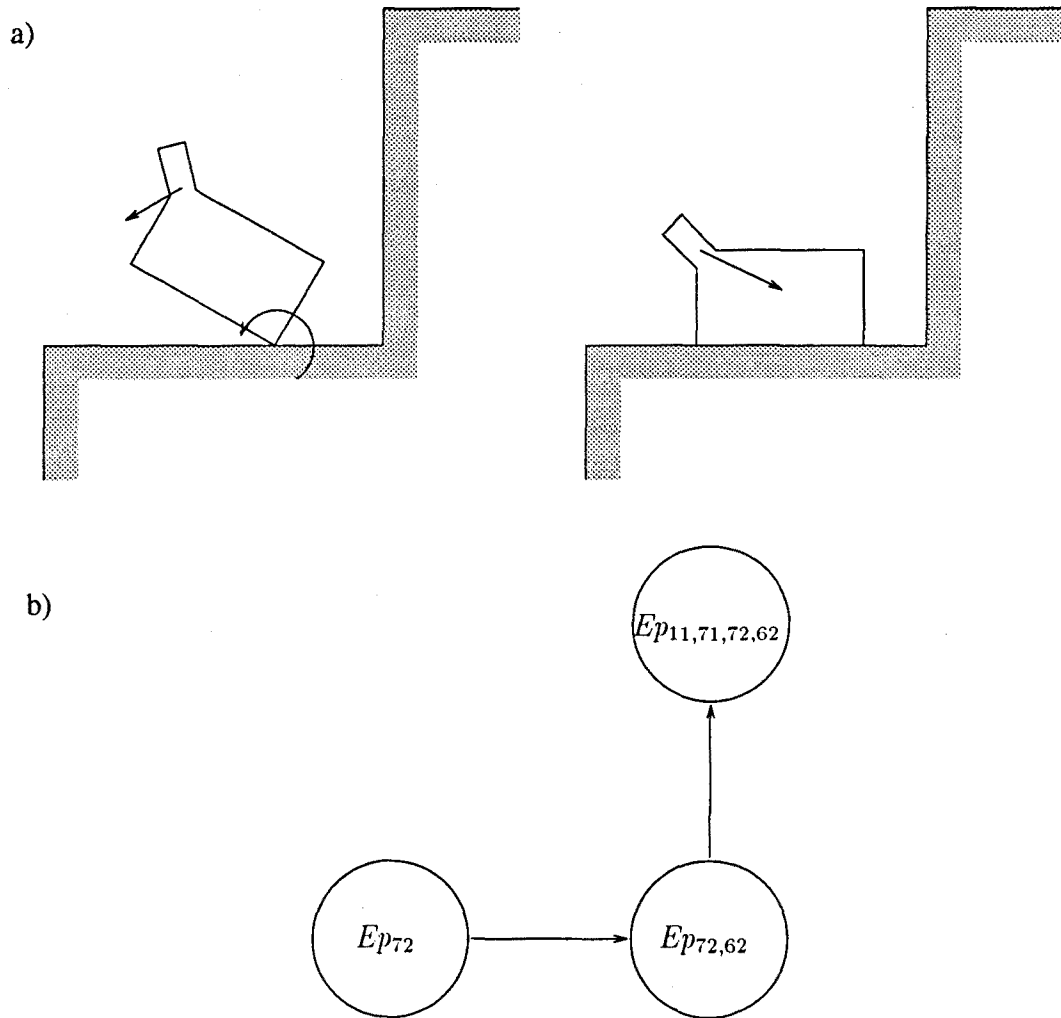


Figura 7.36: a) Movimientos para intentar seguir la secuencia solución $Ep_{72}-Ep_{72,62}-Ep_{11,71,72,62}$ y b) grafo resultante.

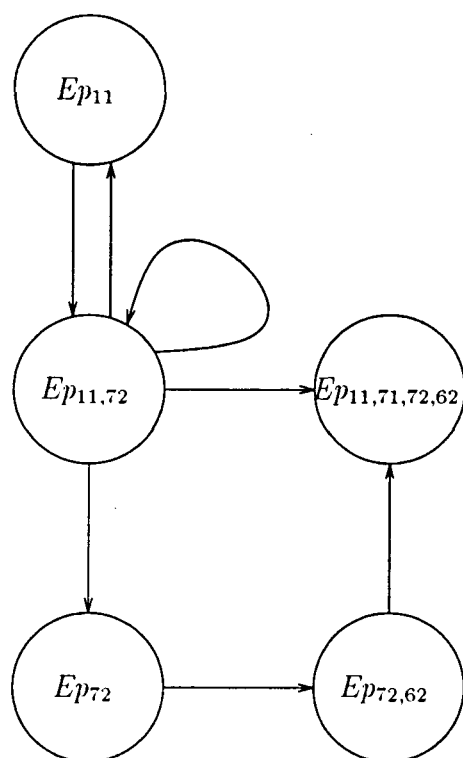


Figura 7.37: *DG-Plan para la solución completa.*

7.13 Ajuste final del plan

El ajuste final del plan consiste en escoger un operador Tp de cada conjunto TSp . Dado que los conjuntos TSp no han sido explícitamente construidos para todos los casos, nos limitaremos aquí a la selección de un operador para cada estado de forma tal que intuitivamente se vea que puede producir las transiciones de la solución completa que se corresponde con el grafo *DG-Plan* de la figura 7.37.

De esta forma, el plan final de montaje queda descrito por:

• Dominios de observación de configuración

Dominio DC_{11}	
Ecuación de la frontera	Rango de los parámetros
$p_{rx} = 100.6025 \cos(s)$ $p_{ry} = 200. + 100.6025 \text{sen}(s)$ $\phi_r = t$	$-2.5609 < t < -0.8552$ $t + 3.8571 < s < t + 3,9968$ y $-0.8552 < t < -0.7885$ $t + 3.8571 < s < \pi$
$p_{rx} = -86.6025 \cos(t+0.8203) + 14 \cos(s)$ $p_{ry} = 200 - 86.6025 \text{sen}(t+0.8203) + 14 \text{sen}(s)$ $\phi_r = t$	$-2.5609 < t < -0.8552$ $t + 3.9968 < s < \pi$
.....
.....

• Dominios de observación de fuerza generalizada

Dominio DGr_{11}	
Ecuación de la frontera	Rango de los parámetros
$f_x = t(0.01323 + 0.00546s) + 0.1$ $f_y = -t(0.00071 + 0.00029s) + 0.1$ $f_z = -t + 1$	$0 < s < 1$ $0.99 < t < \infty$
$f_x = -t(0.205 \cdot 10^{-9} \cos(Q)/R - \text{sen}(Q)/R) + 0.1$ $f_y = -t(\cos(Q)/R + .205 \cdot 10^{-9} \text{sen}(Q)/R) - 0.1$ $f_z = -t + 1$ con $Q = 3.93641 + 0.72173s$ $R = 59.06279 \text{sen}(Q) + 63.33708 \cos(Q) + 9$	$0 < s < 1$ $0.99 < t < \infty$
.....
.....

- Grafo dirigido *DG-Plan*

Es el grafo de la figura 7.37 descrito por la matriz de adyacencia:

$$\begin{array}{l} Ep_{11} \\ Ep_{11,72} \\ Ep_{72} \\ Ep_{72,62} \\ Ep_{11,71,72,62} \end{array} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Tabla *T-Oper*

<i>T-Oper</i>	
Estado	Operador Asignado T_p
Ep_{11}	$[0 \ -1 \ 0]^T$
$Ep_{11,72}$	$[0 \ 0 \ 1]^T$
Ep_{72}	$[0.45 \ 0.89 \ 0.011]^T$
$Ep_{72,62}$	$[0.97 \ 0.24 \ 0]^T$

Capítulo 8

Conclusiones

Este capítulo está dividido en dos secciones. En la primera, se exponen las principales aportaciones de este trabajo y, en la segunda, se describen una serie de aspectos como sugerencia para trabajos futuros en la línea del trabajo aquí presentado.

8.1 Principales aportaciones

Las aportaciones realizadas en este trabajo pueden clasificarse en dos niveles. Por un lado, en un nivel general, hay que destacar la propuesta de un procedimiento global de modelado, planificación y ejecución automáticas de una tarea de montaje robotizada. De acuerdo con los objetivos de la tesis, este procedimiento global constituye una solución alternativa a las propuestas existentes hasta la fecha. La principal ventaja sobre ellas radica en que este procedimiento incluye *simultáneamente y de forma general*:

- *Incertidumbre de diferentes orígenes.* Se han analizado las distintas fuentes de incertidumbre que pueden afectar a una tarea de ensamblado, y todas ellas se han fusionado para ser consideradas de forma conjunta en el proceso de planificación. Más allá de alguna modificación en el modelo de incertidumbre de alguna fuente en particular, la principal mejora con respecto a trabajos previos radica en la consideración conjunta de todas las fuentes de incertidumbre, incluida la que afecta a la forma y tamaño de los objetos, muy poco frecuente en las propuestas previas.

- *Grados de libertad de rotación.* El procedimiento propuesto trata estos grados de libertad conjuntamente con los de traslación, y de forma homogénea, sin más dificultades que las propias del modelado de incertidumbre en lo referido a rotaciones. Este es un gran avance respecto a trabajos anteriores. Por otra parte, en la ejecución del plan el robot puede realizar movimientos que modifiquen simultáneamente la posición y orientación del objeto manipulado que corresponden a movimientos rectilíneos en el Espacio de Configuraciones.
- *Fuerzas de fricción.* Si bien el modelo adoptado es similar a los utilizados en trabajos previos, la aportación consiste en su inclusión conjuntamente con los dos puntos anteriores.

Para desarrollar el procedimiento global de modelado, planificación y ejecución de una tarea de montaje ha sido necesario resolver algunos problemas de base, cuya solución ha permitido realizar otras aportaciones más específicas. En este nivel hay que destacar:

- *El modelado y fusión de las diferentes fuentes de incertidumbre* capaces de alterar el conjunto de configuraciones de contacto para movimientos en el plano. Se ha establecido un modelo de incertidumbre más preciso que los considerados en trabajos previos (frecuentemente, una esfera o un cilindro que delimita la incertidumbre total de una configuración). Los resultados obtenidos en este tema también pueden ser utilizados en la determinación de trayectorias libres de colisión para movimientos de largo desarrollo y en la determinación de trayectorias para robots móviles.
- *La determinación de las fuerzas de reacción* que pueden tener lugar en una situación de contacto, teniendo en cuenta la incertidumbre de posición y la fricción, mediante el uso de la representación dual de las rectas de acción de las fuerzas en el plano de trabajo. Las diversas fuentes de incertidumbre consideradas hacen que los conjuntos de fuerzas y pares de reacción que pueden tener lugar en las situaciones de contacto sean de difícil determinación. Mediante la representación dual de fuerzas se han podido obtener estos conjuntos.
- *La introducción del concepto de “estado de la tarea”* como ocurrencia de un determinado conjunto de contactos básicos, al que se puede asociar un dominio de realización y un dominio de observación. Con esta definición el número de estados primarios de la tarea es reducido, y la búsqueda

de secuencias en el grafo de estados primarios, perfectamente viable. No debe confundirse el concepto propuesto de estado con el de “conjuntos de configuraciones en las que puede producirse el mismo conjunto de fuerzas de reacción”, utilizado en varios trabajos previos; únicamente cuando se trabaja sólo con grados de libertad de traslación y objetos poliédricos, estos conjuntos de configuraciones pueden corresponderse, en ausencia de incertidumbre, con las realizaciones nominales de los estados primarios tal como han sido definidos en este trabajo.

Por otra parte, el uso de los dominios de observación como herramienta para estimar el estado en curso elimina los problemas existentes en algunos trabajos previos para determinar ante qué información sensorial debe darse por terminado un movimiento del robot.

- *La validación de los elementos básicos desarrollados.* Si bien no se ha construido un sistema completo de planificación, se han implementado las partes necesarias para validar los conceptos propuestos mediante su aplicación a un ejemplo concreto, y facilitar el desarrollo de heurísticas para llevar a cabo la elección de las secuencias solución de estados, la elección de los operadores de cambio de estado, y la estimación del estado en curso.

8.2 Líneas abiertas de trabajo

La propuesta realizada en esta tesis abre considerables posibilidades de desarrollo futuro y profundización en la misma línea. En particular, se enumeran a continuación los principales aspectos que, en esta fase del trabajo, parecen más atractivos de cara a la continuación del mismo. En cada caso se plantea cuál es el estado de desarrollo actual y cuál podría ser el camino a seguir en el futuro.

8.2.1 Incertidumbre

Reducción de la incertidumbre de posición cuando se producen varios contactos básicos.

En este trabajo la incertidumbre de posición se modela para cada contacto básico por separado, y el dominio de realización DR de un estado se obtiene como intersección de las incertidumbres asociadas a cada uno de los contactos básicos del estado. Los dominios DR así obtenidos podrían reducirse si se

consideran simultáneamente las incertidumbres de todos los contactos básicos de cada estado. En el apartado 5.4.3 se ha descrito el enfoque a seguir para el caso de \mathcal{C}_3 , pero la idea es generalizable a cualquier número de grados de libertad. Los efectos de esta reducción de incertidumbre podrían mejorar la robustez del plan.

Reducción de la incertidumbre de posición a partir de mediciones realizadas en-línea.

Los dominios de realización DR y de observación de configuraciones DC de los estados primarios se obtienen, fuera-de-línea, a partir de los modelos nominales de los objetos y de las especificaciones de incertidumbre. Aunque pueden existir serias restricciones temporales para su tratamiento en-línea, las observaciones de configuración realizadas cuando se establece contacto entre los objetos durante el desarrollo de la tarea, pueden servir para reducir los dominios DR y DC del estado en curso y realizar una propagación de certidumbre a los de otros estados. De esta manera se eliminarían algunas situaciones de ambigüedad en la estimación de los estados que se van alcanzando y se lograría una ejecución más eficiente de la tarea.

Conversión de los dominios de incertidumbre en conjuntos abiertos.

Es frecuente, y así se ha asumido en este trabajo, que las incertidumbres generadas por las diversas fuentes se modelen mediante conjuntos cerrados, es decir, imponiendo restricciones del tipo " \leq ". Esto lleva a que los dominios de realización y de observación de configuraciones, para el modelo de estados propuesto, puedan ser semi-abiertos, tal como se ha puesto de manifiesto en los desarrollos del capítulo 5.

Una alternativa a analizar es la consideración de tolerancias abiertas en las especificaciones de partida, lo que llevaría a que todos los dominios de incertidumbre fuesen abiertos, y permitiría un tratamiento uniforme de los mismos garantizando, desde un punto de vista formal, que siempre se pueda detectar la pérdida total de contacto entre los objetos sin abandonar CI .

8.2.2 Estados

Subdivisión de los estados.

Un número elevado de estados primarios complica el procedimiento de

planificación pero, como contrapartida, puede mejorar la “calidad” del plan. En el planteamiento actual el número de estados primarios queda fijado básicamente por la geometría de los objetos (por ejemplo, en \mathcal{C}_3 , por el número de \mathcal{C} -vértices, \mathcal{C} -aristas, y \mathcal{C} -caras). En general, este número de estados es bajo, por lo que podría aumentarse sin sacrificar excesivamente la eficiencia en la elaboración del plan y en cambio ganarla en la ejecución del mismo. El número de estados primarios podría aumentarse eficientemente agregando a su definición restricciones en los grados de libertad de rotación del objeto manipulado por el robot, de forma que las realizaciones correspondientes Rn estén necesariamente entre pares de valores constantes y prefijados para cada grado de libertad de rotación. Esto facilitaría la elección de operadores de cambio de estado.

Clasificación de los estados.

Los estados de la tarea han sido divididos en dos grupos básicos: estados primarios y estados complementarios. En la elaboración del plan sólo se usan los estados primarios sin hacer ninguna distinción entre ellos. Una alternativa que puede generar planes cuya ejecución real sea más precisa consiste en clasificar los estados primarios en *estables* e *inestables*, según que el conjunto de contactos básicos correspondiente pueda o no mantenerse en una situación de equilibrio estable (por ejemplo, en \mathcal{C}_3 , el caso de contacto entre dos vértices de dos objetos convexos). Analizando el tipo de los estados cuando se elabora el plan puede seleccionarse una secuencia solución de estados estables, más fiable en la ejecución, o prever la pérdida de contacto casi segura cuando un movimiento puede producir la transición a un estado inestable. Como ya se adelantó en el apartado 6.2.1, un posible criterio para determinar si un estado es estable o inestable consiste en analizar si la frontera de su dominio DC con CiI es, respectivamente, de mayor o menor dimensión que la frontera con CII .

8.2.3 Operadores

Como complemento a los criterios generales descritos en este trabajo para seleccionar los operadores T aplicables en la ejecución de la tarea, puede ser apropiado establecer criterios adicionales con el fin evitar con mayor probabilidad la aparición de circuitos en DG -Plan.

Fuera-de-línea, una alternativa a explorar es la determinación de conjuntos de operadores en base a las realizaciones nominales Rn de los estados, y la utilización posterior de estos conjuntos como guía en la elección de los

operadores para la resolución de la tarea en presencia de incertidumbre. Una vez en-línea, cabe pensar en un mecanismo de aprendizaje que modifique la selección de los operadores según sean los resultados de las ejecuciones realizadas. Esto implica establecer alguna función de evaluación de la calidad o eficiencia de los movimientos realizados.

8.2.4 Complejidad

En los últimos años se han publicado diversos estudios de la complejidad de la determinación de movimientos de corto desarrollo (Natarajan B.K., 1988; Canny, 1989), tomando todos ellos como base el enfoque de Lozano Perez, Mason y Taylor (1984) y haciendo uso del concepto de *preimages*. La extensión de estos trabajos, o la realización de trabajos análogos, en el marco del planteamiento aquí presentado es otro tema abierto a trabajos futuros.

Referencias

- Asada H. y Izumi H. (1989).** Automatic Program Generation from Teaching Data for the Hybrid Control of Robots. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 5 (2), pp. 166-173.
- Avnaim F. y Boissonnat J. (1988).** Polygon placement under translation and rotation. *STACS'88*, pp. 322-333.
- Basañez L. y Suárez R. (1986).** Control de Robots con Acomodacion Activa. *Revista de Robotica*, Num. 17, enero-febrero, pp. 59-69.
- Basañez L. y Suárez R. (1991).** Uncertainty Modelling in Configuration Space for Robotic Motion Planning. *Proceedings of the SYROCO'91*.
- Basañez L. y Suárez R. (1992).** Illustrating an Automatic Planner for Robotic Assembly Task. *Proceedings of The 23rd International Symposium on Industrial Robots, 23rd ISIR*, Barcelona, Spain.
- Benhabib B., Fenton R. y Goldenberg A. (August 1987).** Computer-Aided Joint Error Analysis of Robots. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. RA-3 (4), pp. 317-322.
- Boyer M. y Stewart N. (1991).** Modeling Spaces for Toleranced Objects. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 10 (5), pp. 570-582.
- Boyer M. y Stewart N. (1992).** Imperfect Form Tolerancing on Manifold Objects: A Metric Approach. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 11 (5), pp. 482-490.
- Brassard G. y Bratley P. (1988).** *Algorithmics - Theory and Practice*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.

- Brooks R.A. (1982).** Symbolic Error Analysis and Robot Planning. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 1 (4), pp. 29-68.
- Brost R. (1989).** Computing Metric and Topological Properties of Configuration Space Obstacles. *Proceedings of the 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, California, USA, pp. 170-176.
- Buckley S.J. (1987).** Planning and Teaching Compliant Motion Strategies. *MIT Artificial Intelligence Laboratory report AI-TR-936 (Ph.D Thesis)*.
- Buckley S.J. (1989).** Teaching Compliant Motion Strategies. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 5 (1), pp. 112-118.
- Buckley S.J. (1989).** Planning Compliant Motion Strategies. *International Journal of Robotics Research*, Vol. 8 (5), pp. 28-44.
- Caine M., Lozano Perez T. y Seering W. (1989).** Assembly strategies for Chamferless Parts. *Proceeding of the 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, California, USA, pp. 472-477.
- Canny J. (1988).** *The Complexity of Robot Motion Planning*, MIT Press.
- Canny J. (1989).** On Computability of Fine-Motion Plans. *Proceeding of the 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, California, USA, pp. 177-182.
- Craig J. (1986).** *Introduction to Robotics (Mechanics and Control)*, Addison-Wesley.
- Dakin G. y Popplestone R. (1989).** Calculation of Object Pose Constraints from Sparse, Erroneous Sensory Data *COINS Technical Report 89-64*, University of Massachusetts, USA.
- Day C. (1988).** Robot Accuracy Issues and Methods of Improvement. *Robotics Today*, Vol. 1 (1), pp. 1-9.
- De Fazio T., Seltzer D. y Whitney D. (1984).** The Instrumented Remote Centre Compliance. *The Industrial Robot*, December, pp. 238-242.
- De Fazio T. y Whitney D. (1987).** Simplified Generation of All Mechanical Assembly Sequences. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. RA-3 (6), pp. 640-658.

- Desai R.S. y Volz R.A. (1989).** Identification and verification of termination conditions in fine-motion in presence of sensor errors and geometric uncertainties. *Proceedings of the 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Arizona, USA, pp. 800-807.
- Donald B. R. (1988).** A Geometric Approach to Error Detection and Recovery for Robot Motion Planning with Uncertainty. *Artificial Intelligence*, Vol. 37, pp. 223-271.
- Dufay B. y Latombe J. (1984).** An Approach to Automatic Robot Programming Based on Inductive Learning. *Robotics Research: The first International Symposium*, Ed. Brady M. and Paul P., pp. 97-115.
- Duffy J. (1990).** The Fallacy of Modern Hybrid Control Theory that is Based on Orthogonal Complements of Twist and Wrench Spaces. *Journal of Robotics Systems*, Vol. 7 (2), pp. 139-144.
- Durrant Whyte H.F. (1988).** Uncertain Geometry in Robotics. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. 4 (1), pp. 23-31.
- Erdmann M. (1984).** On Motion Planning with Uncertainty. *MIT Artificial Intelligence Laboratory report AI-TR-810 (Master Thesis)*.
- Erdmann M. (1985).** Using Back Projections for Fine Motion Planning with Uncertainty. *Proceedings of the 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, S. Louis, USA, pp. 549-554.
- Erdmann M. (1986).** Using Back Projections for Fine Motion Planning with Uncertainty. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 5 (1), pp. 19-45.
- Fisher W. y Mujtaba M. (1992).** Hybrid Position/Force Control: A Correct Formulation. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 11 (4), pp. 299-311.
- Fleming A.D. (1989).** Chapter 9: A Representation for Geometric Toleranced Parts. Ed. John Woodwark, *Geometric Reasoning*, Clarendon Press, Oxford (Oxford University Press), pp. 141-168.
- Gottschlich S. y Kak A. (1989).** A Dynamic Approach to High-Precision Parts Mating. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 19 (4), pp. 797-810.
- Gottschlich S. y Kak A. (1991).** Motion Planning for Assembly Mating Operations. *Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, California, USA, pp. 1956-1963.

- Hogan N. (1980).** Mechanical Impedance Control in Assistive Devices and Manipulators. *Proceedings of the 1980 Joint Automatic Control Conference*, San Francisco, USA, pp. TA10-B.
- Inoue H. (1974).** Force Feedback in Precise Assembly Task. *MIT Artificial Intelligence Laboratory, Memo 308*.
- ISO (1982).** International Organization for Standardization, *Standards Handbook 12, Technical Drawings*, Geneva, Switzerland.
- Jayaraman R. y Srinivasan V. (1989).** Geometric tolerancing: I. Virtual boundary requirements. *IBM Journal Research Development*, Vol. 33 (2), pp. 90-104.
- Kazerooni H. (1988).** Direct-Drive Active Compliant End Effector (Active RCC). *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. 4 (3), pp. 324-333.
- Koçekali H., Nowrouzi A., Kavina Y., y Whitaker R. (1991).** Factors affecting robot performance. *Industrial Robot*, Vol. 18 (1), pp. 9-13.
- Latombe J. (1991).** *Robot Motion Planning*. Kluwer Academic Publishers.
- Laugier C. (1989).** Planning fine motion strategies by reasoning in the contact space. *Proceedings of the 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Arizona, USA, pp. 653-659.
- Lozano Perez T. (1976).** The Design of a Mechanical Assembly System. *Technical Report N. AI TR 397, Artificial Intelligence Laboratory, MIT*.
- Lozano Perez T. (1981).** Automatic Planning of Manipulator Transfer movements. *IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics*, Vol. SMC-11 (10), pp. 681-689.
- Lozano Perez T. (1983).** Spatial Planning: A Configuration Space Approach. *IEEE Trans. on Computers*, Vol. C-32 (2), pp. 108-120.
- Lozano Perez T., Mason M. y Taylor R. (1984).** Automatic Synthesis of Fine-Motion Strategies for Robots. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 3 (1), pp. 3-24.
- Mason M.T. (1981).** Compliance and Force Control for Computer Controlled Manipulators. in *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-11 (6), pp. 418-432.

- Mason M.T. (1984). Automatic Planning of Fine Motions: Correctness and Completeness. *IEEE International Conference on Robotics*, Atlanta, Georgia, USA, pp. 492-503.
- Mazon I. y Alami R. (1989). Representation and propagation of positioning uncertainties through manipulation robot programs. Integration into a Task-level Programming System. *Proceedings of the 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, California, USA, pp. 646-652.
- Mills J.K. (1990). Stability of Robotic Manipulators During Transition to and from Compliant Motion. *Automatica* Vol. 26 (5), pp. 861-874.
- Natarajan B.K. (1988). The Complexity of Fine-Motion Planning. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 7 (2), pp. 36-42.
- Nevins J.L. y Whitney D.E. (1977). Research on Advanced Assembly Automation. *Computer IEEE*, Vol. 10 (12), pp. 24-38.
- Pai D. y Leu M. (1991). Uncertainty and Compliance of Robot Manipulators with Applications to Task Feasibility. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 10 (3), pp. 200-213.
- Paul R.P. y Shimano B. (1976). Compliance and Control. *Proceedings of the 1976 Joint Automatic Control Conference*, pp. 694-699.
- Pearl J. (1984). *Heuristics: Intelligent Search Strategies for Computer Problem Solving*, Addison-Wesley.
- Pertin Troccaz J. (1989). Grasping: A State of the Art. En *The Robotics Review*, Ed. Khatib, Craig y Lozano-Perez. The MIT Press.
- Peshkin M. A. (1990). Programmed Compliance for Error Corrective Assembly. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 6 (4), pp. 473-482.
- Raibert M.H. y Craig J.J. (1981). Hybrid Position/Force Control of Manipulators. *Trans. of ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 102, June, pp. 126-133.
- Rajan V.T., Burrige R. y Schwartz T. (1987). Dynamics of a Rigid Body in Frictional Contact with Rigid Walls. *Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, North Carolina, USA, pp. 671-677.

- Requicha A.A. (1983).** Toward a Theory of Geometric Tolerancing. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 4 (2), pp. 45-60.
- Requicha A.A. y Chan S.C. (1986).** Representation of Geometric Features, Tolerances, and Attributes in Solid Modelers Based on Constructive Geometry. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. RA-2 (3), pp. 156-166.
- Salisbury J.K. (1980).** Active Stiffness Control of a Manipulator in Cartesian Coordinates. *Proceedings of the 19th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 95-100.
- Schwartz J.T. y Sharir M. (1983).** On the Piano Movers' Problem: I. The case of a Two-Dimensional Rigid Polygonal Body Moving Amidst Polygonal Barriers. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Vol. 36, pp. 345-398.
- Shekhar S. y Latombe J. (1991).** On goal Recognizability in Motion Planning with Uncertainty. *Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Sacramento, California, USA, pp. 1728-1733.
- Shimano B. y Roth B. (1978).** On Force Sensing Information and its Use in Controlling Manipulators. *Proceeding of the 8th Industrial Symposium on Industrial Robots*, Washington D.C., USA, pp. 119-126.
- Strip D.R. (1987).** Insertions Using Geometric Analysis and Hybrid Force-Position Control on a PUMA 560 with VAL II. *Proceedings of the Sixth National Conference on Artificial Intelligence*, Seattle, USA, pp. 695-698.
- Su S.F. y Lee C.S.G. (1991).** Uncertainty Manipulation and Propagation and Verification of Applicability of actions in Assembly Tasks. *Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Sacramento, California, USA, pp. 2471-2476.
- Suárez R. (1988).** Control de Fuerza en Robótica. *Automática e Instrumentación*, Num. 185, noviembre, pp. 221-235.
- Suárez R. y Basañez L. (1989).** Automatic Fine-Motion Planning based on Position/Force States. *Preprints of IFAC Symposium INCOM'89* Madrid, pp. 369-375.

- Suárez R. y Basañez L. (1991).** Assembly With Robots in Presence of Uncertainty. *Proceedings of The 22nd International Symposium of Industrial Robots, 22nd ISIR*, Detroit, USA, pp. 19/1-19/15.
- Szidarovszky F. y Yakowitz S. (1978).** *Principles and Procedures of Numerical Analysis*, Plenum Press.
- Taylor R. (1976).** Synthesis of Manipulator Control Programs from Task-level Specifications. *Technical Report AIM 228, Department of Computer Science, Stanford University* (Ph.d Dissertation), USA.
- Thomas F. (1988).** Planificacion de tareas robotizadas basada en analisis de restricciones. *Tesis Doctoral, Facultad de Informatica UPC*, Barcelona.
- Turk M.A. (1985).** A Fine-Motion Planning Algorithm. *SPIE Conference on Intelligent Robots and Computer Vision*, Vol. 579, Cambridge, Massachusetts.
- Van der Drift J.M. y Heemskerck C.J. (1989).** Propagation of Spatial Uncertainties between Assembly Primitives. *Preprints of INCOM'89*, Madrid, pp. 859-863.
- Waibel B. y Kazerooni H. (1991).** Theory and Experiments on the Stability of Robot Compliance Control. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*. Vol. 7 (1), pp. 95-104.
- Whitney D. (1977).** Force Feedback Control of Manipulator Fine Motions *Trans. of ASME, Journal of Dynamic, Systems, Measurement and Control*, June, pp. 91-97.
- Whitney D. y Nevins J. (1979).** What is the Remote Center Compliance (RCC) and what can it do? *Proceedings of the 9th International Symposium on Industrial Robots*, Washington DC, USA, pp. 135-152.
- Whitney D.E. (1982).** Quasi-Static Assembly of Compliantly Supported Rigid Parts. *ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 104, March, pp. 65-77.
- Whitney D.E. y col. (1983).** Part Mating Theory for Compliant Parts. *10th Conference on Production, Research and Technology*, Detroit, Michigan, USA.
- Whitney D.E. (1987).** Historical Perspective and State of the Art in Robot Force Control. *International Journal of Robotics Research*, Vol. 6 (1), pp. 3-14.

- Will P. y Grossman D. (1975).** An Experimental System for Computer Controlled Mechanical Assembly. *IEEE Trans. on Computers*, Vol. C-24 (9), pp. 879-888.
- Xiao J. y Volz R. (1988).** Design and Motion Constraints of Part-Mating Planning in the Presence of Uncertainties. *Proceedings of the 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Philadelphia, USA, pp. 1260-1268.
- Xiao J. y Volz R. (1989).** On replanning for Assembly Tasks Using Robots in the Presence of Uncertainties. *Proceedings of the 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Arizona, USA, pp. 638-645.

