

Capítulo 5

Modelo del transformador trifásico

5. Modelo del transformador trifásico

En este capítulo se presenta el modelo matemático utilizado para el transformador trifásico, tanto en el caso del transformador trifásico de tres columnas, como en el caso del banco trifásico. Este modelo matemático permite determinar el comportamiento del transformador trifásico cuando se ve sometido a huecos de tensión.

Este modelo presenta la ventaja, respecto a otros que también incluyen la saturación del transformador, de su sencillez, puesto que está descrito mediante dos circuitos equivalentes, eléctrico y magnético, y una reluctancia saturada que caracteriza el comportamiento no lineal del circuito magnético.

5.1. Modelo del transformador trifásico de tres columnas

El modelo matemático corresponde a un transformador trifásico con un devanado primario, un devanado secundario y tres columnas, tal como se muestra en la Fig. 5.1.

5.1.1. Modelo del circuito eléctrico

Las tensiones en los devanados primario y secundario de un transformador trifásico son:

$$\left. \begin{aligned} u_{pk} &= R_p \cdot i_{pk} + \frac{d\lambda_{pk}}{dt} = R_p \cdot i_{pk} + N_p \cdot \frac{d\phi_{pk}}{dt} \\ u_{sk} &= R_s \cdot i_{sk} + \frac{d\lambda_{sk}}{dt} = R_s \cdot i_{sk} + N_s \cdot \frac{d\phi_{sk}}{dt} \end{aligned} \right\} k = (a, b, c) \quad (5.1)$$

siendo:

- u_{pk} , u_{sk} las tensiones de los devanados primario y secundario.
- R_p , R_s las resistencias de los devanados primario y secundario.
- i_{pk} , i_{sk} las intensidades de los devanados primario y secundario.
- λ_{pk} , λ_{sk} los flujos magnéticos concatenados por los devanados primario y secundario.
- N_p , N_s número de espiras de los devanados primario y secundario.
- ϕ_{pk} , ϕ_{sk} los flujos magnéticos, por espira, concatenados por los devanados primario y secundario.

El flujo total concatenado por cada bobina es:

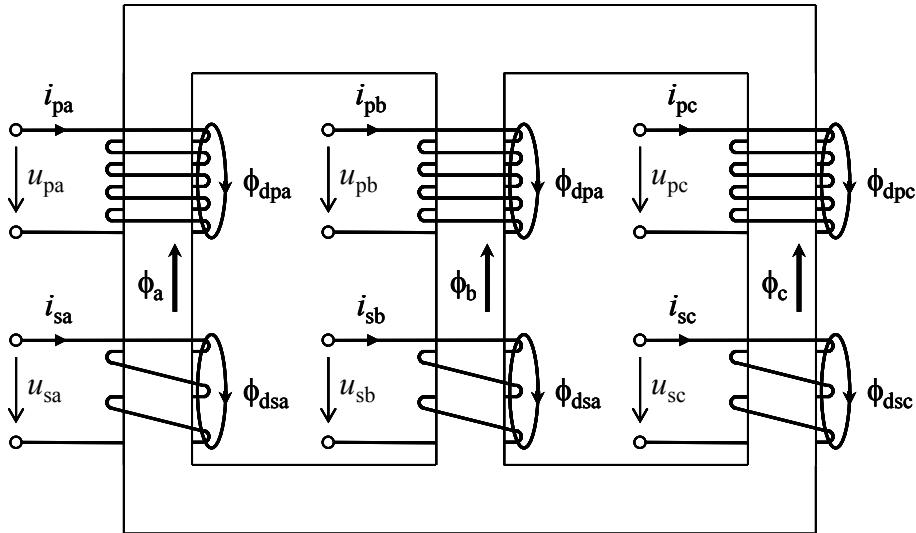


Fig. 5.1. Transformador trifásico de tres columnas.

$$\begin{aligned}\lambda_{pk} &= N_p \cdot \phi_{pk} = N_p \cdot (\phi_{dpk} + \phi_k) = \lambda_{dpk} + N_p \cdot \phi_k \\ \lambda_{sk} &= N_s \cdot \phi_{sk} = N_s \cdot (\phi_{dsk} + \phi_k) = \lambda_{dsk} + N_s \cdot \phi_k\end{aligned}\quad (5.2)$$

siendo:

- ϕ_k el flujo magnético por espira a través de las columnas.
- ϕ_{dpk} , ϕ_{dsk} los flujos magnéticos de dispersión por espira, en primario y secundario.
- λ_{dpk} , λ_{dsk} los flujos magnéticos de dispersión totales en primario y secundario.

Los circuitos de dispersión se cierran, fundamentalmente, a través del aire. Considerando un comportamiento lineal del aire respecto al flujo magnético (con una permeabilidad μ_0), los flujos totales de dispersión, λ_{dpk} y λ_{dsk} , se pueden representar como el producto de los coeficientes de dispersión (constantes) por unas intensidades:

$$\begin{aligned}\lambda_{dpk} &= L_{dp} \cdot i_{pk} \\ \lambda_{dsk} &= L_{ds} \cdot i_{sk}\end{aligned}\quad (5.3)$$

siendo:

- L_{dp} , L_{ds} los coeficientes de autoinducción (constantes) de primario y secundario.

En consecuencia, las expresiones (5.2) se puede escribir como:

$$\begin{aligned}\lambda_{pk} &= L_{dp} \cdot i_{pk} + N_p \cdot \phi_k \\ \lambda_{sk} &= L_{ds} \cdot i_{sk} + N_s \cdot \phi_k\end{aligned}\quad (5.4)$$

Los coeficientes de autoinducción, L_{dp} y L_{ds} se pueden calcular mediante:

$$L_{dp} = \frac{N_p^2}{\mathfrak{R}_{dp}} \quad ; \quad L_{ds} = \frac{N_s^2}{\mathfrak{R}_{ds}}\quad (5.5)$$

siendo:

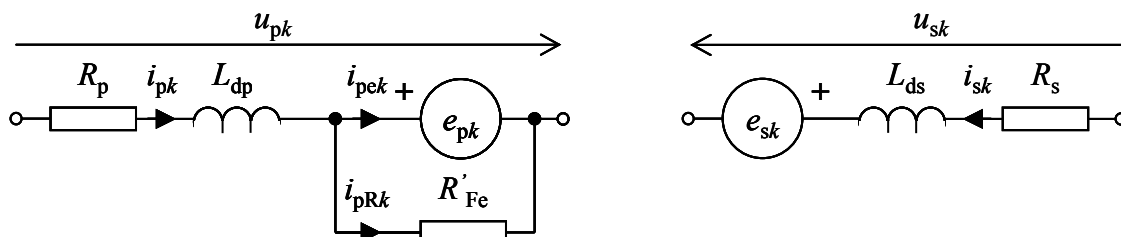


Fig. 5.2. Circuito eléctrico equivalente para la fase k de un transformador trifásico, $k = (a, b, c)$.

- \mathfrak{R}_{dp} , \mathfrak{R}_{ds} las reluctancias magnéticas de los circuitos por los que se cierran los flujos de dispersión en primario y secundario.

Finalmente, las ecuaciones eléctricas del transformador son:

$$\begin{aligned} u_{pk} &= R_p \cdot i_{pk} + \frac{d}{dt} (L_{dp} \cdot i_{pk} + N_p \cdot \phi_k) = R_p \cdot i_{pk} + L_{dp} \cdot \frac{di_{pk}}{dt} + N_p \cdot \frac{d\phi_k}{dt} \\ u_{sk} &= R_s \cdot i_{sk} + \frac{d}{dt} (L_{ds} \cdot i_{sk} + N_s \cdot \phi_k) = R_s \cdot i_{sk} + L_{ds} \cdot \frac{di_{sk}}{dt} + N_s \cdot \frac{d\phi_k}{dt} \end{aligned} \quad (5.6)$$

que también se puede expresar como:

$$\begin{aligned} u_{pk} &= R_p \cdot i_{pk} + L_{dp} \cdot \frac{di_{pk}}{dt} + e_{pk} \\ u_{sk} &= R_s \cdot i_{sk} + L_{ds} \cdot \frac{di_{sk}}{dt} + e_{sk} \end{aligned} \quad (5.7)$$

siendo:

- e_{pk} , e_{sk} las tensiones inducidas en los devanados primario y secundario como consecuencia de la variación del flujo a través de la columna k .

Este sistema de ecuaciones (5.7) permite obtener un circuito equivalente eléctrico (que a su vez se puede implementar fácilmente en PSpice [13]) para las conexiones más típicas, como se muestra por ejemplo en la Fig. 5.2 para el caso de una conexión estrella – estrella. El circuito equivalente eléctrico mostrado en la Fig. 5.2 incorpora las pérdidas en el hierro mediante tres resistencias R_{Fe}' en paralelo con las tensiones inducidas en el primario.

5.1.2. Modelo del circuito magnético

La Fig. 5.3 muestra el circuito equivalente magnético para el transformador trifásico de tres columnas mostrado en la Fig. 5.1.

Se ha añadido una reluctancia de yugo a la reluctancia de columna, y la reluctancia del camino a través del aire, \mathfrak{R}_d , se ha considerado constante. Este circuito equivalente responde a las siguientes relaciones:

$$\left. \begin{aligned} N_p \cdot i_{pek} + N_s \cdot i_{sk} &= f_k - f_d \\ \phi_a + \phi_b + \phi_c + \phi_d &= 0 \end{aligned} \right\} k = (a, b, c) \quad (5.8)$$

donde:

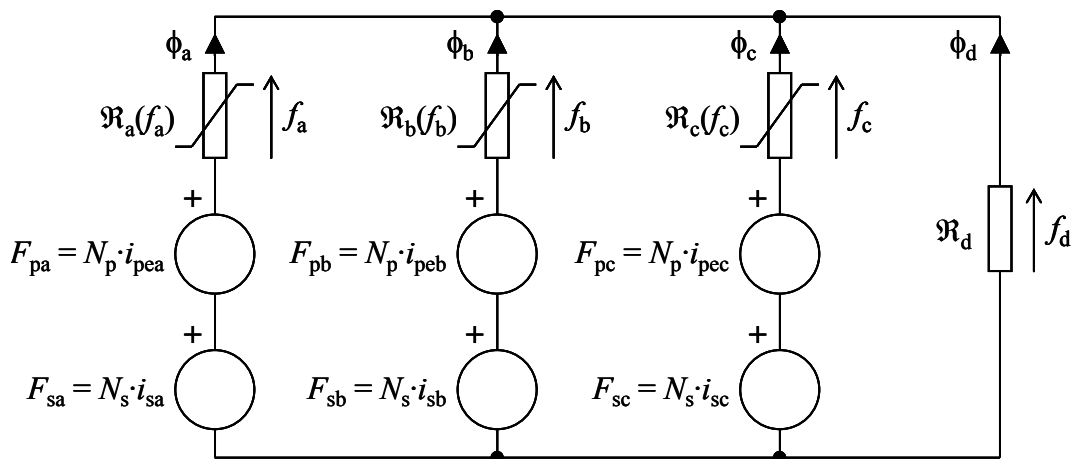


Fig. 5.3. Circuito equivalente magnético para un transformador trifásico de tres columnas.

- $N_p \cdot i_{pek} = F_{pk}$, $N_s \cdot i_{sk} = F_{sk}$ son las fuerzas magnetomotrices del primario y el secundario (la fuerza magnetomotriz del primario depende de la intensidad: $i_{pek} = i_{pk} - i_{pRk}$, donde i_{pRk} es la corriente que circula por la resistencia de las pérdidas en el hierro del circuito equivalente eléctrico de la Fig. 5.2).
- $f_k = \mathfrak{R}_k(f_k) \cdot \phi_k$ es el potencial magnético a través de la columna k ($\mathfrak{R}_k(f_k)$ es la reluctancia no lineal de la columna k , la cual depende de su propio potencial magnético, f_k).
- $f_d = \mathfrak{R}_d \cdot \phi_d$ es el potencial magnético a través de la columna correspondiente al aire.

En la Fig. 5.3 se observa que la reluctancia \mathfrak{R}_d se ha considerado constante, puesto que representa la trayectoria a través del aire en un transformador trifásico de tres columnas.

5.1.3. Curva de saturación

Existen diferentes métodos para aproximar el comportamiento magnético no lineal del transformador mediante modelos de curvas de magnetización definidas por: series de potencias [25], tramos lineales [26], [27], [28], [29] o funciones arcotangentes [30].

En el modelo presentado cada columna se representa por una rama del circuito magnético equivalente. La función propuesta para reflejar el comportamiento no lineal del hierro es una relación entre el potencial magnético en la columna y el flujo que la atraviesa ($f_k = \mathfrak{R}_k(f_k) \cdot \phi_k$).

donde K_{1k} , K_{2k} , p_k y f_{0k} son parámetros experimentales que determinan la forma de la curva de saturación del transformador ($\phi - f$), tal como se muestra en la Fig. 5.4.

Los cuatro parámetros mostrados en la ecuación (5.9) tienen una clara interpretación física:

- K_{1k} y K_{2k} están definidas por la pendiente en la zona lineal y no lineal de la característica ($\phi - f$).
- p_k influye en la forma de la curva.
- f_{0k} es el potencial magnético donde empieza la saturación.

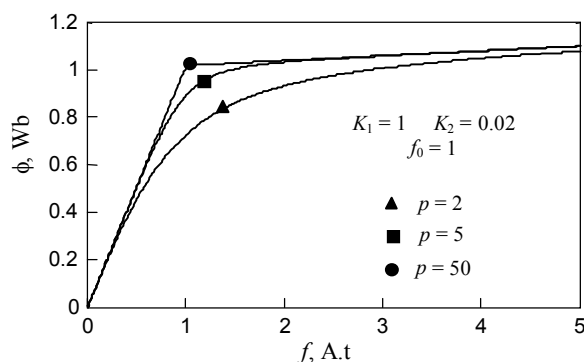


Fig. 5.4. Característica ($\phi - f$) para la curva de saturación propuesta.

$$\mathfrak{R}_k (f_k)^{-1} = \frac{K_{1k}}{\left(1 + \left(\frac{|f_k|}{f_{0k}}\right)^{p_k}\right)^{1/p_k}} + K_{2k} \quad (5.9)$$

5.1.4. Eliminación del número de espiras

La determinación experimental de $\mathfrak{R}_k(f_k)$ tiene el inconveniente de que, generalmente, no es posible medir, o estimar, los verdaderos valores de f_k y ϕ_k (o $N_p \cdot i_{pek}$ y ϕ_k en la medida de una sola fase) puesto que no se suele conocer el número de espiras del transformador (N_p y N_s). Por tanto, es aconsejable que en las ecuaciones del transformador no aparezca el número de espiras del primario o del secundario. Las ecuaciones eléctricas en función del flujo en el núcleo concatenado por el devanado primario $N_p \cdot \phi_k = \lambda_{pk}$ son:

$$\left. \begin{aligned} u_{pk} &= \left(R_p + L_{dp} \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{pk} + \frac{d\lambda_{pk}}{dt} \\ u_{sk} &= \left(R_s + L_{ds} \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sk} + \frac{1}{r_{t,w}} \cdot \frac{d\lambda_{pk}}{dt} \end{aligned} \right\} k = (a, b, c) \quad (5.10)$$

Donde $r_{t,w}$ es la relación de espiras ($r_{t,w} = N_p/N_s$) y se puede determinar de forma experimental. Dividiendo las ecuaciones correspondientes a las fuerzas magnetomotrices en (5.8) por N_p , y multiplicando las ecuaciones correspondientes a los flujos en (5.8) por N_p se obtiene:

$$\begin{aligned} i_{pek} + \frac{1}{r_{t,w}} \cdot i_{sk} &= f'_k - f'_d \\ \lambda_{pa} + \lambda_{pb} + \lambda_{pc} + \lambda_{pd} &= 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

donde $f'_k = \mathfrak{R}'_k (f'_k) \cdot \lambda_{pk}$, $f'_d = \mathfrak{R}'_d \cdot \lambda_{pd}$ y las nuevas variables vienen definidas por:

$$\begin{aligned} \lambda_{pd} &= N_p \cdot \phi_d & ; & \quad f'_k = \frac{f_k}{N_p} & ; & \quad f'_d = \frac{f_d}{N_p} \\ \mathfrak{R}'_k &= \frac{\mathfrak{R}_k}{N_p^2} & ; & \quad \mathfrak{R}'_d = \frac{\mathfrak{R}_d}{N_p^2} \end{aligned} \quad (5.12)$$

La curva de saturación con estas nuevas variables es:

$$\mathfrak{R}'_k (f'_k)^{-1} = \frac{K'_{1k}}{\left(1 + \left(\frac{|f'_k|}{f'_{0k}}\right)^{p_k}\right)^{1/p_k}} + K'_{2k} \quad (5.13)$$

donde:

$$K'_{1k} = N_p^2 \cdot K_{1k} \quad ; \quad K'_{2k} = N_p^2 \cdot K_{2k} \quad ; \quad f'_0 = \frac{f_0}{N_p} \quad (5.14)$$

Como estas ecuaciones modificadas utilizan únicamente la relación de transformación (que se puede determinar en el laboratorio) será posible utilizarlas para medir o estimar los valores verdaderos de f'_k y λ_{pk} (o i_{pek} y λ_{pk} en un ensayo de fase simple). Por tanto, todas las variables modificadas se pueden medir y todos los parámetros se pueden estimar.

5.1.5. Estimación de los parámetros del transformador

Los cálculos realizados en el capítulo 6 han sido realizados para el transformador de tres columnas descrito en la Tabla 5.1, cuyos parámetros (lineales y no lineales) han sido obtenidos a partir de medidas experimentales en [13].

Como se ha comentado anteriormente algunos parámetros (como las reluctancias y las fuerzas magnetomotrices) han sido reducidas al primario puesto que se desconocen los números de espiras de los devanados.

Para determinar el valor de las resistencias de los devanados y las inductancias de dispersión se realiza el ensayo de cortocircuito y se considera que ambos devanados presentan los mismos valores por unidad. [13].

El ensayo, en circuito abierto, de la componente homopolar permite determinar la reluctancia lineal \mathfrak{R}'_d .

Tabla 5.1. Datos del transformador trifásico de tres columnas

60 kVA, 380/220V, Estrella N-Estrella N				
Resistencias de devanado e inductancias de dispersión:				
$R_p = 0.0036 \Omega$ (0.0015 pu)		$R_s = 0.0012 \Omega$ (0.0015 pu)		
$L_{dp} = 0.1524 \text{ mH}$ (6.332e-5 pu)		$L_{ds} = 0.0511 \text{ mH}$ (6.332e-5 pu)		
Reluctancias no lineales de las columnas (reducidas al primario):				
	$K_1', \text{ Wb/A}\cdot\text{t}$	$K_2', \text{ Wb/A}\cdot\text{t}$	p	$f_0', \text{ A}\cdot\text{t}$
$\mathfrak{R}'_a(f'_a)$:	0.3333	0.0001	0.902	3.9735
$\mathfrak{R}'_b(f'_b)$:	1.4444	0.0002	0.93	0.9
$\mathfrak{R}'_c(f'_c)$:	0.3333	0.0001	0.902	3.9735
Reluctancia lineal del aire (reducida al primario) y pérdidas en el hierro:				
$\mathfrak{R}'_d = 1300 \text{ A}\cdot\text{t/Wb}$ (3128.7 pu)		$R_{Fe}' = 277 \Omega$ (115.10 pu)		

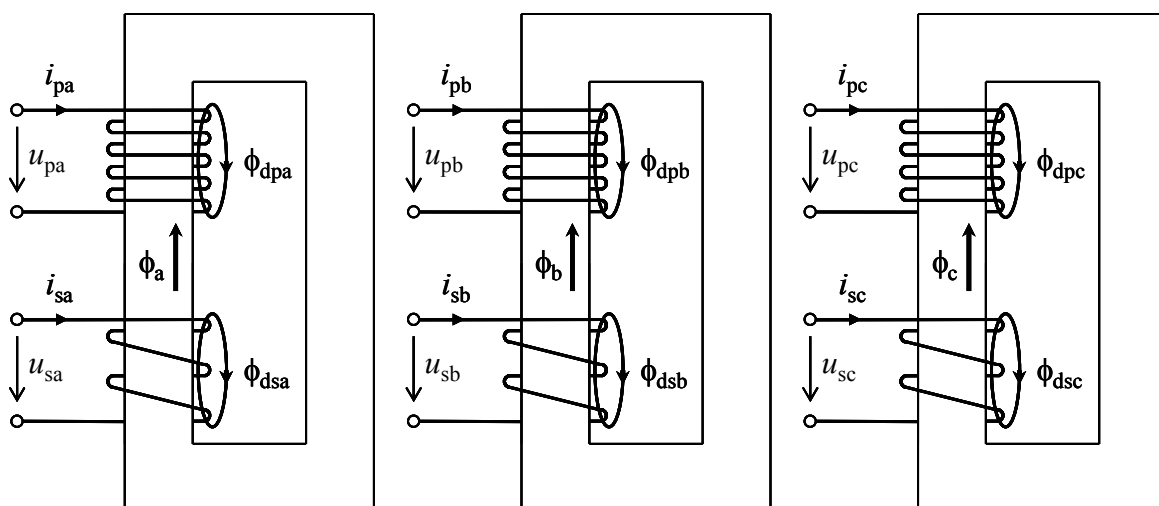


Fig. 5.5. Banco trifásico.

Para determinar la resistencia lineal R'_{Fe} , que determina las pérdidas en el hierro, se realiza un ensayo en vacío trifásico. Hay que tener en cuenta que algunos autores proponen modelos no lineales para esta resistencia: [31], [32] y [33] por ejemplo.

Los ciclos de histéresis (λ_p-i_p) medidos en un ensayo de fase para una sola columna [31] permiten:

- Determinar los parámetros de la curva de saturación correspondientes a la columna ensayada (K'_1, K'_2, p y f'_0 que determinan la reluctancia no lineal).
- Comprobar que el valor R'_{Fe} calculado anteriormente es adecuado, puesto que el área del ciclo de histéresis (λ_p-i_p) está relacionada con las pérdidas en el hierro.

5.2. Modelo del banco trifásico

En la Fig. 5.5 se muestra un banco trifásico. El circuito eléctrico equivalente por fase del banco trifásico, y sus ecuaciones, coinciden con las ya desarrolladas en el caso del transformador trifásico de tres columnas.

5.2.1. Modelo del circuito magnético

La Fig. 5.6 muestra el circuito equivalente magnético para una fase $k, k = (a, b, c)$, del banco trifásico.

En el circuito magnético equivalente para la fase $k, k = (a, b, c)$, de la Fig. 5.6 se cumple:

$$N_p \cdot i_{pek} + N_s \cdot i_{sk} - f_k = f_d = 0 \tag{5.15}$$

El circuito equivalente para el banco trifásico es el que se muestra en la Fig. 5.7.

Lógicamente, para describir el comportamiento magnético no lineal se adopta el modelo ya presentado en el caso del transformador de tres columnas.

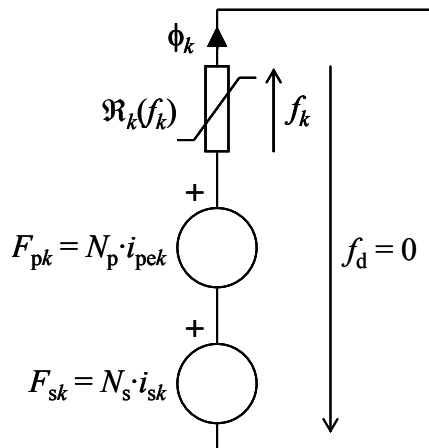


Fig. 5.6. Circuito magnético equivalente para la fase k de un banco trifásico, k = (a, b, c).

Los cálculos realizados en el capítulo 6 han sido realizados para el banco trifásico descrito en la Tabla 5.2, cuyos parámetros han sido obtenidos a partir de medidas experimentales en [13].

5.3. Modelo del transformador de cinco columnas

En la Fig. 5.8 se muestra un transformador de cinco columnas, o acorazado.

El circuito eléctrico equivalente por fase del banco trifásico, y sus ecuaciones, coinciden con las ya desarrolladas en el caso del transformador trifásico de tres columnas.

5.3.1. Modelo del circuito magnético

El circuito magnético del transformador de cinco columnas coincide con el presentado en la Fig. 5.7 para el banco trifásico. Las diferencias son:

Tabla 5.2. Datos del banco trifásico

60 kVA, 380/220V, Wye G-Wye G				
Resistencias de devanado e inductancias de dispersión:				
$R_p = 0.0036 \Omega$ (0.0015 pu)			$R_s = 0.0012 \Omega$ (0.0015 pu)	
$L_{dp} = 0.1524 \text{ mH}$ (6.332e-5 pu)			$L_{ds} = 0.0511 \text{ mH}$ (6.332e-5 pu)	
Reluctancias no lineales de las columnas (reducidas al primario):				
	$K_1', \text{ Wb/A}\cdot\text{t}$	$K_2', \text{ Wb/A}\cdot\text{t}$	p	$f_0', \text{ A}\cdot\text{t}$
$\mathfrak{R}_a'(f_a')$:	0.3333	0.0001	0.902	3.9735
$\mathfrak{R}_b'(f_b')$:	0.3333	0.0001	0.902	3.9735
$\mathfrak{R}_c'(f_c')$:	0.3333	0.0001	0.902	3.9735
Reluctancia lineal del aire (reducida al primario) y pérdidas en el hierro:				
$\mathfrak{R}_d' = 0 \text{ A}\cdot\text{t/Wb}$ (0 pu)			$R_{Fe}' = 277 \Omega$ (115.10 pu)	

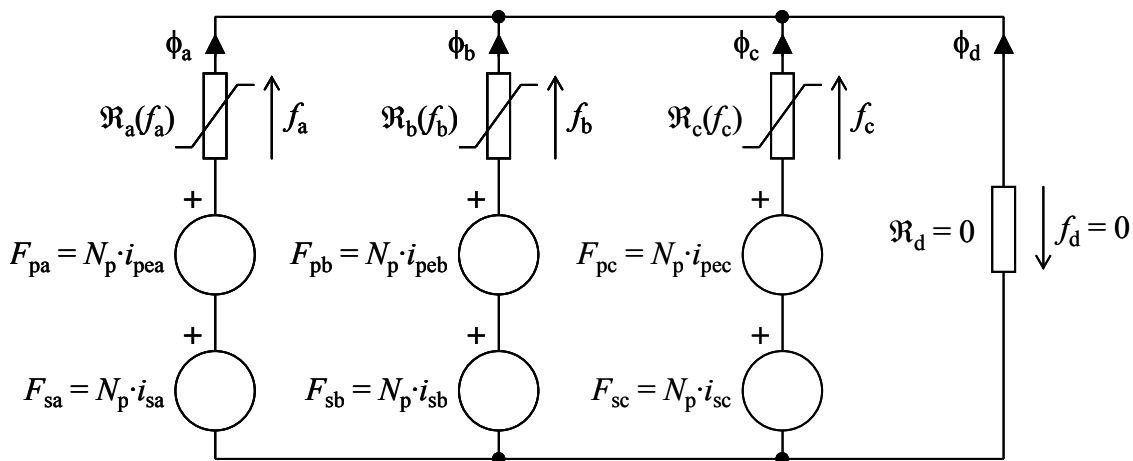


Fig. 5.7. Circuito magnético equivalente del banco trifásico.

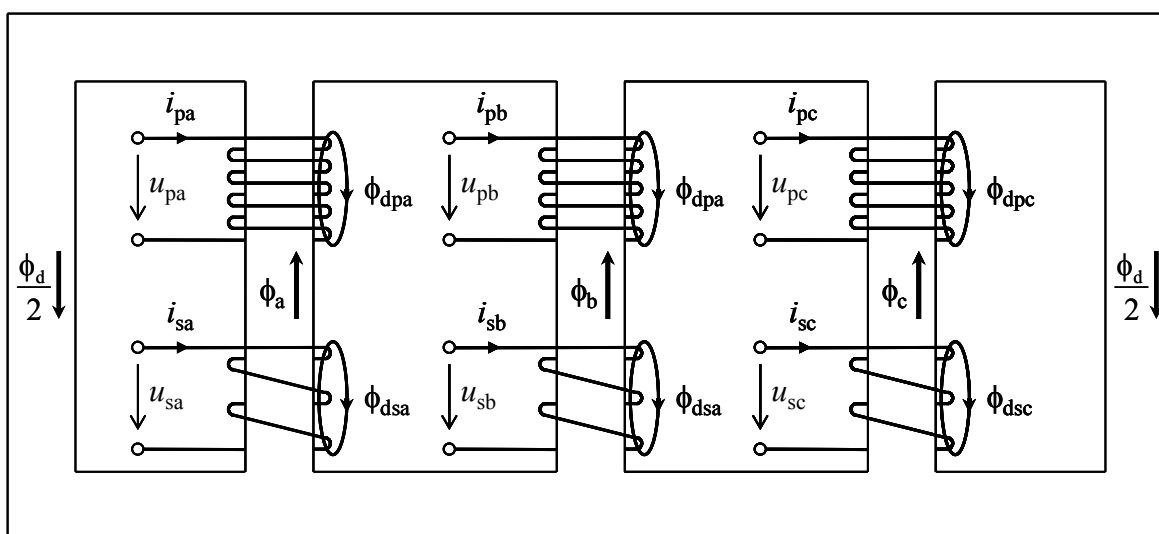


Fig. 5.8. Transformador trifásico de cinco columnas.

- Las longitudes de los circuitos magnéticos de las tres fases son iguales en el caso del banco trifásico. En el caso del transformador acorazado la columna central presenta una longitud menor.

Capítulo 6

Efectos de los huecos de tensión en los transformadores trifásicos

6. Efectos de los huecos de tensión en los transformadores trifásicos

En este capítulo se analizan los efectos de los huecos de tensión en los transformadores trifásicos (transformadores de tres columnas y bancos trifásicos). Para ello los huecos se caracterizan como se ha descrito en el capítulo 2 y se utiliza el modelo matemático del capítulo 5 para el transformador. Posteriormente se realizan cálculos masivos de huecos de tensión para cuantificar y valorar con más exactitud la sensibilidad de este tipo de cargas. Finalmente, se muestran las conclusiones.

6.1. Introducción

Tal como ya se realizó en el capítulo 4 para las máquinas de inducción, todos los huecos de tensión simulados en este capítulo presentan una forma de onda rectangular, es decir, que se ha considerado instantánea la caída y posterior recuperación de la tensión.

Los transformadores escogidos para los cálculos de todos los casos presentados en este capítulo presentan los siguientes datos nominales: $S_N = 60$ kVA y $U_N = 380/220$ V, tomando dos tipologías diferentes, transformador trifásico de tres columnas (Tabla 5.1) y banco trifásico (Tabla 5.2), conexión YNyn0.

Se ha supuesto, también en todos los casos, que el transformador está trabajando en condiciones nominales, con una carga puramente resistiva, cuando se ve sometido un hueco de tensión.

Como ya se ha comentado en el capítulo 5, el modelo matemático adoptado para el transformador tiene en cuenta la saturación del mismo.

6.2. Efectos producidos por los huecos de tensión

El efecto observado en un transformador trifásico, que se ve sometido a un hueco de tensión es ([34], [35] y [36]) el consumo de una intensidad elevada tras la recuperación de la tensión, originada porque el transformador se satura. Esto implica que la variable estudiada ha sido la intensidad instantánea $i(t)$. Para poder comparar posteriormente los resultados, esta variable se ha referido a su valor nominal:

$$i_{\text{pu}} = \frac{i}{\sqrt{2} \cdot I_N} \quad (6.1)$$

Los picos de intensidad tras la recuperación de la tensión dependen de la profundidad, la duración, la tipología y el punto de onda inicial del hueco de tensión, los parámetros del transformador, las características de la carga, etc. Tal como se indicó en el capítulo 2, cualquiera de los efectos producidos por los huecos de tensión se puede expresar en función de las características del hueco. En el caso de la intensidad:

$$i(h, \Delta t, \psi_i, q) \quad (6.2)$$

La Fig. 6.1 muestra la evolución temporal de la intensidad en el primario del transformador trifásico de tres columnas cuando se ve sometido a huecos de tensión de los tipos: A, B, C, D, E, F y G, con una profundidad $h = 0.4$, una duración $\Delta t = 2.5 \cdot T$ y el punto de onda inicial más desfavorable para cada tipología, que denominaremos *punto de onda inicial crítico*.

Teniendo en cuenta la notación propuesta en (6.2), la intensidad mostrada en la Fig. 6.1 se puede expresar como:

$$\begin{aligned} \text{Huecos tipo A: } & i(h = 0.4, \Delta t = 2.5 \cdot T, \psi_i = 0^\circ, q = A) \\ \text{Huecos tipo B: } & i(h = 0.4, \Delta t = 2.5 \cdot T, \psi_i = 0^\circ, q = B) \\ \text{Huecos tipo C: } & i(h = 0.4, \Delta t = 2.5 \cdot T, \psi_i = 90^\circ, q = C) \\ \text{Huecos tipo D: } & i(h = 0.4, \Delta t = 2.5 \cdot T, \psi_i = 0^\circ, q = D) \\ \text{Huecos tipo E: } & i(h = 0.4, \Delta t = 2.5 \cdot T, \psi_i = 60^\circ, q = E) \\ \text{Huecos tipo F: } & i(h = 0.4, \Delta t = 2.5 \cdot T, \psi_i = 0^\circ, q = F) \\ \text{Huecos tipo G: } & i(h = 0.4, \Delta t = 2.5 \cdot T, \psi_i = 79.11^\circ, q = G) \end{aligned} \quad (6.3)$$

En las gráficas de la Fig. 6.1 se observa que el *pico de intensidad* se obtiene en el primer semiperíodo tras la recuperación de la tensión. Este comportamiento es diferente al observado en los motores de inducción, donde el *pico de intensidad* se podía localizar durante el hueco o tras la recuperación de la tensión, sin ninguna pauta aparente.

Otro aspecto destacable es el elevado valor de los picos de intensidad, 23.5 pu para huecos tipo E y una profundidad del 40% (hay que recordar que el pico de intensidad más desfavorable en el ejemplo mostrado para el motor de inducción de la Fig. 4.1 fue de 9.97 pu para huecos tipo A con una profundidad del 10%). Estos valores revelan la gran importancia que tiene el estudio de los efectos de los huecos de tensión en los transformadores trifásicos.

Todos los picos de intensidad obtenidos en la Fig. 6.1 (para los diferentes tipos de huecos) y el *máximo pico de intensidad* es de 23.5 pu (tipo E). El valor mínimo es 19.6 pu (tipo C). En los motores de inducción se observaban diferencias más importantes entre los picos de intensidad de cada tipo de hueco de tensión.

Aunque no se muestran los resultados, también se ha procedido al cálculo de la intensidad consumida por el banco trifásico definido en la Tabla 5.2, que presenta la misma potencia y relación de transformación que el transformador trifásico utilizado para los cálculos de la Fig. 6.1. Los resultados son cuantitativamente muy similares a los presentados, y cualitativamente no se observa ninguna diferencia.

También se debe comentar el curioso fenómeno que se produce en los huecos tipos B y E durante el hueco de tensión. En la Fig. 6.1 se puede observar que la intensidad de las tres fases durante el hueco es casi idéntica, prácticamente sólo existe componente homopolar (se debe recordar que son los únicos huecos que tienen componente homopolar, Tabla 2.9).

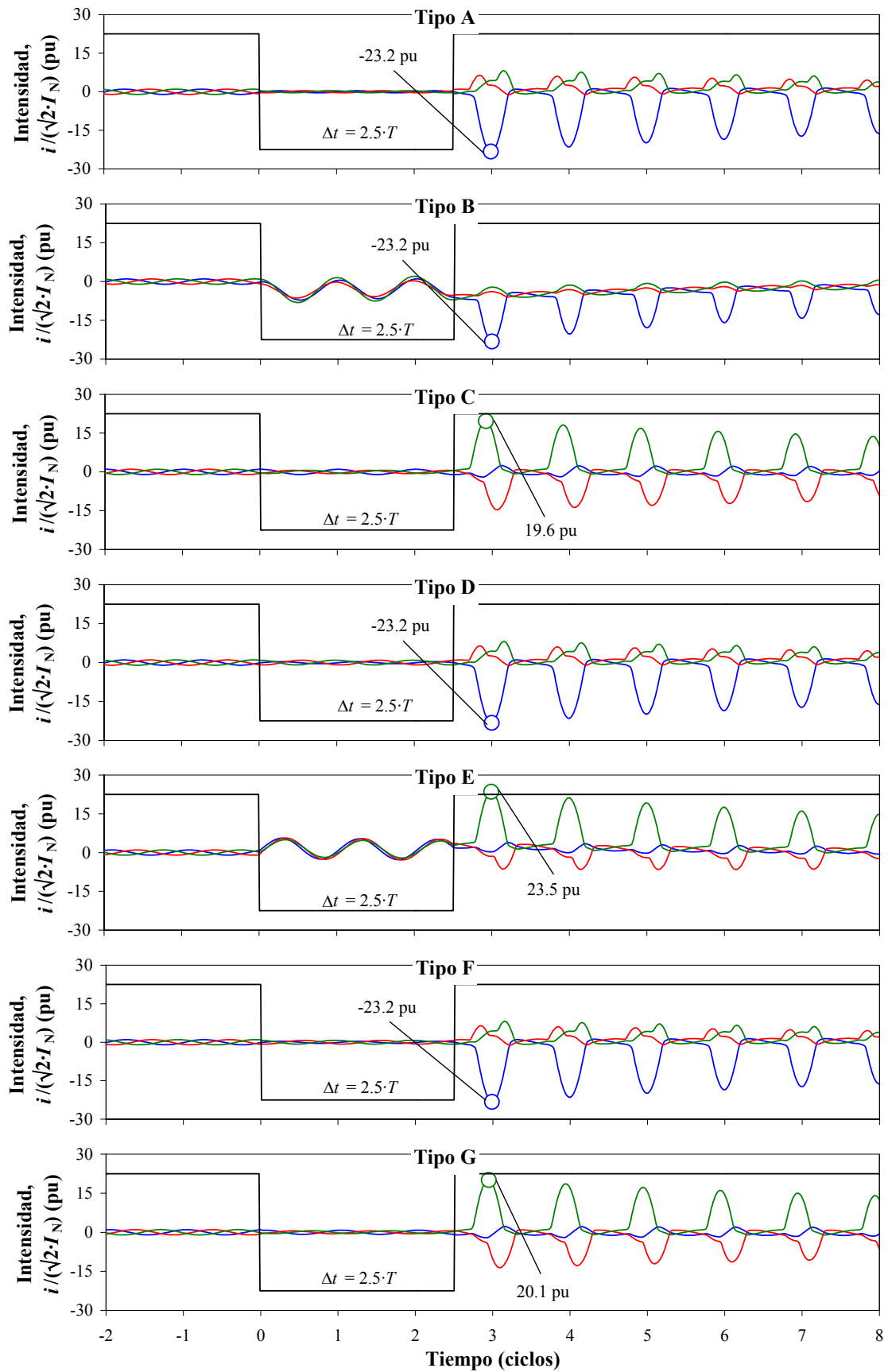


Fig. 6.1. Intensidad en el primario del transformador trifásico de tres columnas para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, cuando $h = 0.4$, $\Delta t = 2.5 \cdot T$ y $\psi_{i,critico}$.

La Fig. 6.2 muestra la evolución temporal de la intensidad y el flujo cuando un transformador trifásico se ve sometido a un hueco de tensión tipo C, $h = 0.4$, $\psi_{i,\text{crítico}} = 90^\circ$, y tres valores de duración comprendidos entre 5 y 6 ciclos ($n = 5$): $\delta t = 0 \cdot T$ (Fig. 6.2a), $\delta t = 0.25 \cdot T$ (Fig. 6.2b), $\delta t = 0.5 \cdot T$ (Fig. 6.2c).

$$\begin{aligned} i(h = 0.4, \Delta t = 5.00 \cdot T, \psi_i = 90^\circ, q = C) \\ i(h = 0.4, \Delta t = 5.25 \cdot T, \psi_i = 90^\circ, q = C) \\ i(h = 0.4, \Delta t = 5.50 \cdot T, \psi_i = 90^\circ, q = C) \end{aligned} \quad (6.4)$$

Los resultados muestran una dependencia muy marcada de los picos de intensidad respecto a δt . Se han obtenido resultados cualitativos muy similares en los casos siguientes:

- Para diferentes valores de profundidad.
- Para diferentes valores de n .
- Para diferentes tipologías de huecos de tensión (con el punto de onda inicial más desfavorable en cada caso).
- Para otros estados de carga del transformador.
- Para la transformación mediante un banco trifásico de la Tabla 5.2.
- Para otros transformadores de tres columnas, o de cinco columnas, con potencias y relaciones de transformación diferentes.

Respecto a la evolución temporal del flujo magnético durante el hueco de tensión (Fig. 6.2 y Fig. 6.3), se observa un desequilibrio entre los flujos que atraviesan las columnas durante el hueco, pero con valores máximos similares al de régimen nominal. Sin embargo, la evolución temporal del flujo tras la recuperación de la tensión muestra una clara dependencia de δt :

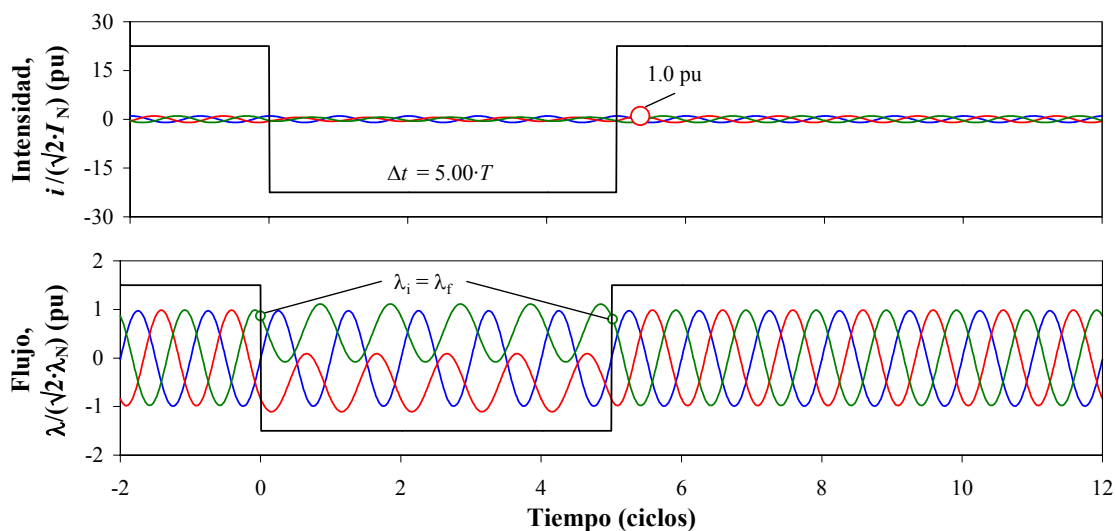
- Para $\Delta t = 5.00 \cdot T$ ($\delta t = 0 \cdot T$, Fig. 6.2a) no se observan diferencias entre el flujo previo y el flujo posterior al hueco de tensión.
- Para $\Delta t = 5.25 \cdot T$ ($\delta t = 0.25 \cdot T$, Fig. 6.2b) y $\Delta t = 5.50 \cdot T$ ($\delta t = 0.5 \cdot T$, Fig. 6.2c), tras la recuperación de la tensión se produce un transitorio en el circuito magnético, donde los flujos en cada una de las columnas presentan un valor máximo superior al de condiciones nominales, debido a que en el flujo de cada una de las tres columnas existe una componente de continua (diferente para cada fase) cuyo valor es elevado.

En la Fig. 6.3 se muestra la evolución temporal de la intensidad y el flujo magnético de un transformador trifásico de tres columnas sometido a un hueco de tensión tipo B con una profundidad del 40%, una duración de $5.5 \cdot T$ y el punto de onda inicial crítico (0° para este tipo):

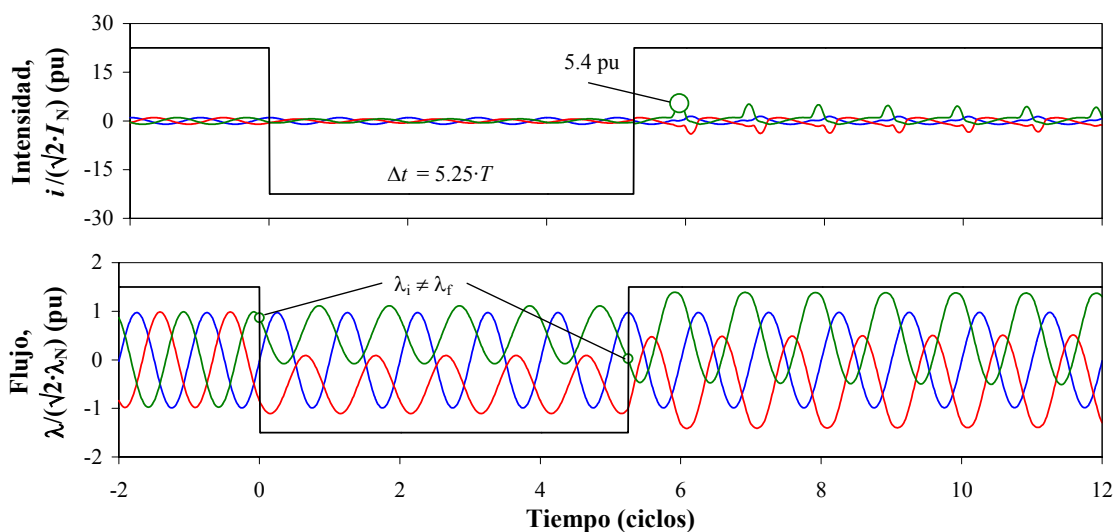
$$i(h = 0.4, \Delta t = 5.50 \cdot T, \psi_i = 0^\circ, q = B) \quad (6.5)$$

Los resultados mostrados en la Fig. 6.3 sirven para destacar que como ocurre en la Fig. 6.2 si $\lambda_i \neq \lambda_f$ se producen picos de intensidad, y que dichos picos son cuantitativamente similares al resto de tipologías, este comportamiento es diferente al observado en los motores de inducción.

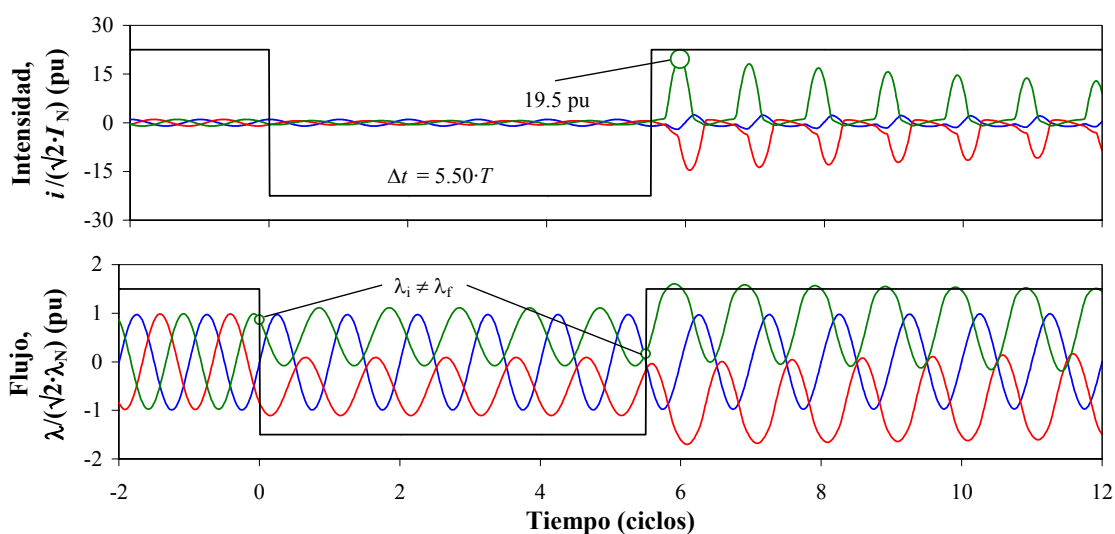
Analizando otros casos con diferente profundidad, duración, tipología y punto de onda inicial del hueco de tensión, y con diferente potencia y relación de transformación del transformador, así como en el caso del banco trifásico, se observa siempre el mismo comportamiento descrito en los ejemplos anteriores.



a)



b)



c)

Fig. 6.2. Intensidad en el primario, y flujo de un transformador trifásico de tres columnas sometido a huecos tipo C, $h = 0.4$ y $\psi_i = 90^\circ$ y cuya duración es: a) $\Delta t = 5.00 \cdot T$; b) $\Delta t = 5.25 \cdot T$ y c) $\Delta t = 5.50 \cdot T$.

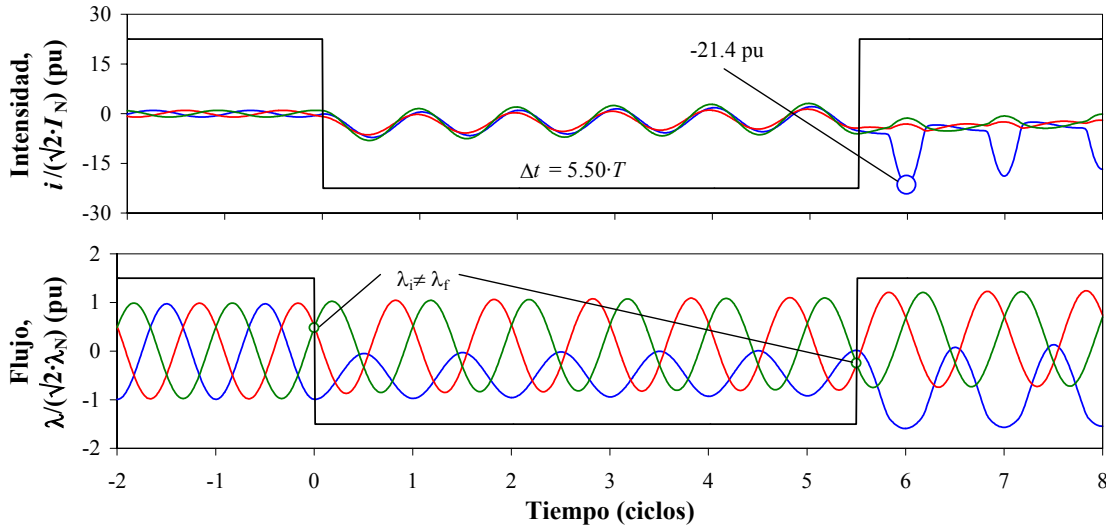


Fig. 6.3. Intensidad en el primario, y flujo de un transformador trifásico de tres columnas sometido a huecos tipo B, $h = 0.4$, $\psi_i = 0^\circ$ y $\Delta t = 5.50 \cdot T$.

Por tanto, cuando $\delta t = 0 \cdot T$ no existe transitorio magnético al recuperarse la tensión. Dicho de otro modo, cuando coinciden el punto de onda inicial y final entre la caída y la recuperación de la tensión en un hueco, no cabe esperar picos de intensidad.

6.3. Influencia del punto de onda inicial

En el apartado anterior se ha comentado que los picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico sometido a huecos de tensión dependen del punto de onda inicial del hueco. Para analizar este hecho se ha procedido a estudiar un extenso rango de huecos de tensión, agrupados en cuatro series (Fig. 6.4):

$$\left. \begin{array}{l} v_1(h = 0.4, \Delta t = 5.00 \cdot T, \psi_i, q) \\ v_2(h = 0.4, \Delta t = 5.25 \cdot T, \psi_i, q) \\ v_3(h = 0.4, \Delta t = 5.50 \cdot T, \psi_i, q) \\ v_4(h = 0.4, \Delta t = 5.75 \cdot T, \psi_i, q) \end{array} \right\} \psi_i = \omega \cdot t_i + \alpha_i \quad \begin{cases} t_i = 0 \text{ s} \\ 0^\circ \leq \alpha_i < 360^\circ \end{cases} \quad (6.6)$$

Cada serie está formada por 40 huecos de tensión, cada uno de los cuales presenta un punto de onda inicial diferente pero en el que el instante inicial es nulo siempre y, por tanto, el punto de onda inicial coincide con el ángulo de la tensión en la fase a ($\psi_i = \alpha_i$). Las series se representan en la Fig. 6.4 por tres líneas rectangulares: el primer hueco ($\psi_i = 0^\circ$ o $\psi_i = 0 \cdot T$), el hueco intermedio ($\psi_i = 180^\circ$ o $\psi_i = 0.5 \cdot T$) y el último hueco ($\psi_i = 360^\circ$ o $\psi_i = T$). Todos los huecos de tensión de una misma serie tienen la misma profundidad, duración e instante inicial. Las series se diferencian entre sí por la duración de los huecos que los forman: $5.00 \cdot T$ (serie azul), $5.25 \cdot T$ (serie roja), $5.50 \cdot T$ (serie verde) y $5.75 \cdot T$ (serie negra).

En la Fig. 6.5 se muestran los picos de intensidad del primario del transformador de tres columnas sometido a los huecos de tensión que se definen en (6.6). Aplicando estos mismos huecos al banco trifásico se obtienen los resultados de la Fig. 6.6.

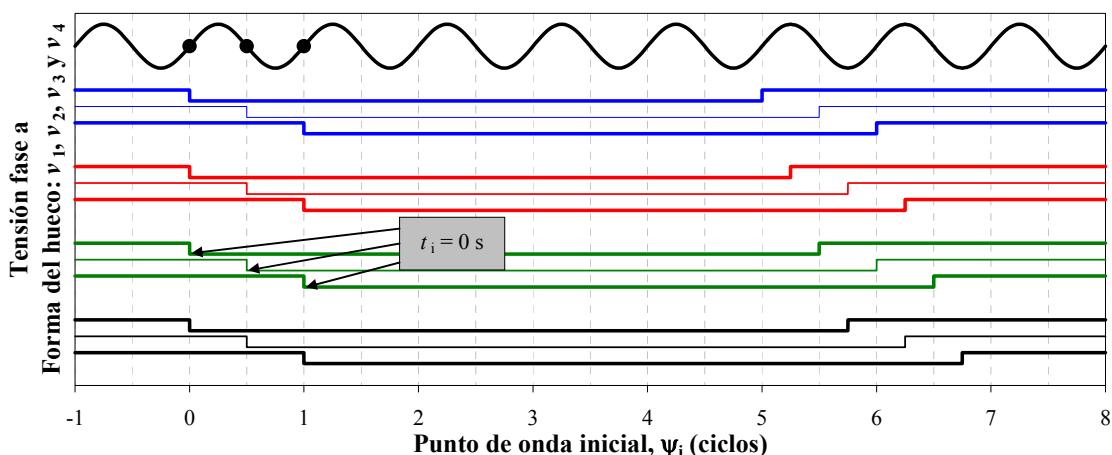


Fig. 6.4. Tensión en la fase a, y forma de onda de los huecos en función del ángulo de la tensión en la fase a para $h = 0.4$, $t_i = 0$ s y duraciones, Δt : $5.00 \cdot T$ (serie azul), $5.25 \cdot T$ (serie roja), $5.50 \cdot T$ (serie verde) y $5.75 \cdot T$ (serie negra).

Los resultados obtenidos en el transformador de tres columnas (Fig. 6.5) y en el banco de transformador (Fig. 6.6) presentan las siguientes similitudes:

- Se aprecia una clara dependencia de los picos de intensidad respecto al punto de onda inicial del hueco de tensión [37]. En la Tabla 6.1 se muestra el punto de onda inicial más desfavorable en función de la tipología del hueco.
- Todas las tipologías presentan un *máximo pico de intensidad* similar, aunque para puntos de onda inicial diferentes.
- Los picos de intensidad presentan un comportamiento periódico respecto al punto de onda inicial.
- En todos los tipos, la serie verde ($\Delta t = 5.50 \cdot T$) es la más severa. Las series roja ($\Delta t = 5.25 \cdot T$) y negra ($\Delta t = 5.75 \cdot T$) presentan una severidad similar. Por último, la serie azul ($\Delta t = 5.00 \cdot T$) se muestra como la menos severa.
- Los dos puntos anteriores reflejan que los picos de intensidad también dependen de δt .
- Los huecos de tensión simétricos (tipo A) son menos sensibles a la variación del punto de onda inicial que los huecos de tensión asimétricos (tipos B, C, D, E, F y G), puesto que la diferencia entre los valores máximo y mínimo de una misma serie son inferiores a los que se obtienen en los otros casos.

Tabla 6.1. Punto de onda inicial más desfavorable en transformadores trifásicos.

Tipo hueco	$\psi_{i,critico}$	
	Transformador 3 columnas	Banco trifásico
A	$0^\circ, 60^\circ, 180^\circ, 240^\circ$	$0^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ$
B	$0^\circ, 180^\circ$	$0^\circ, 180^\circ$
C	$90^\circ, 270^\circ$	$90^\circ, 270^\circ$
D	$0^\circ, 180^\circ$	$0^\circ, 180^\circ$
E	$60^\circ, 240^\circ$	$60^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 300^\circ$
F	$0^\circ, 180^\circ$	$0^\circ, 180^\circ$
G	$79.11^\circ, 259.11^\circ$	$79.11^\circ, 100.89^\circ, 259.11^\circ, 280.89^\circ$

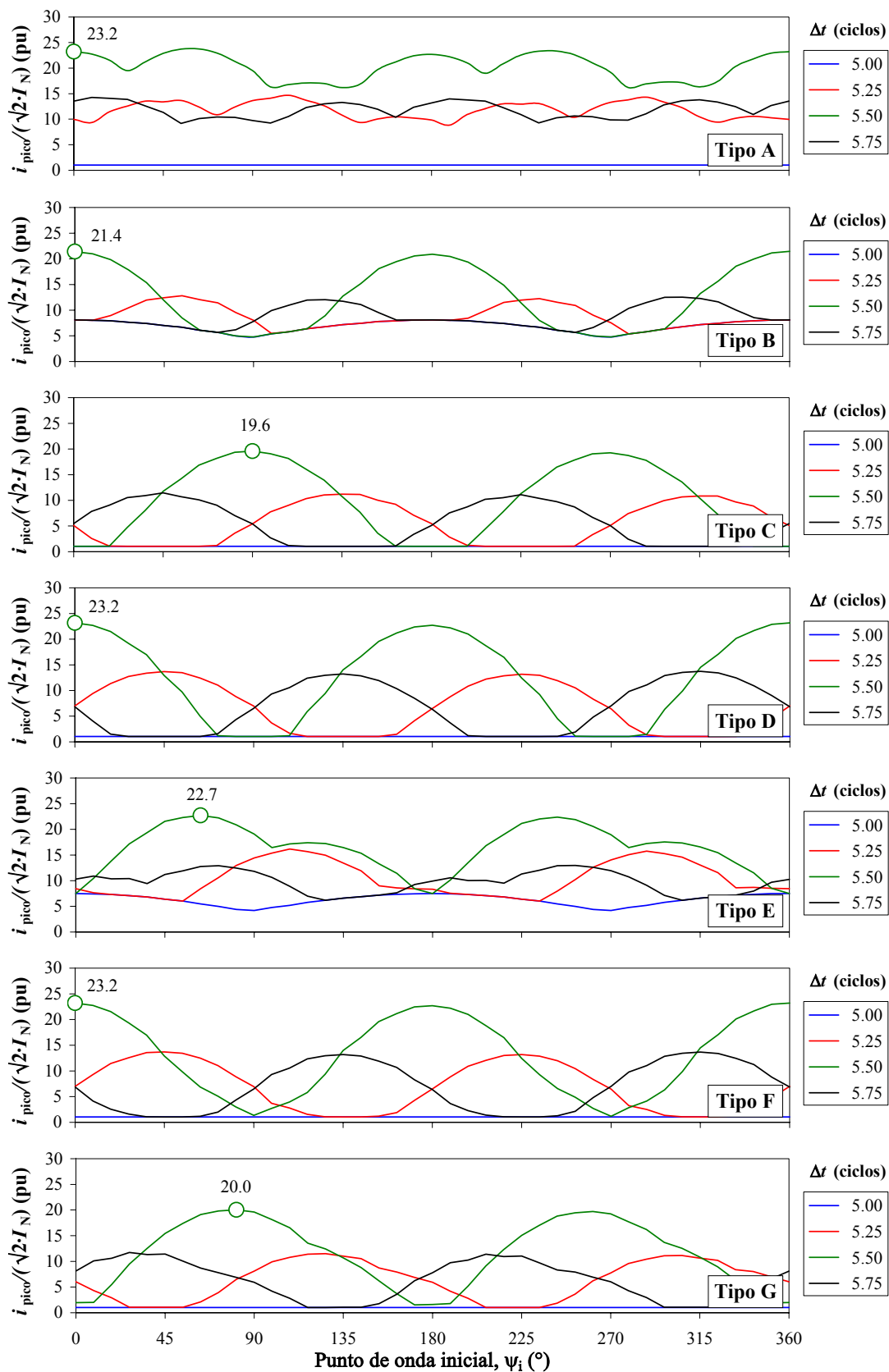


Fig. 6.5. Picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas en función del punto de onda inicial, ψ_i ($t_i = 0$ s), para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G y $h = 40\%$.

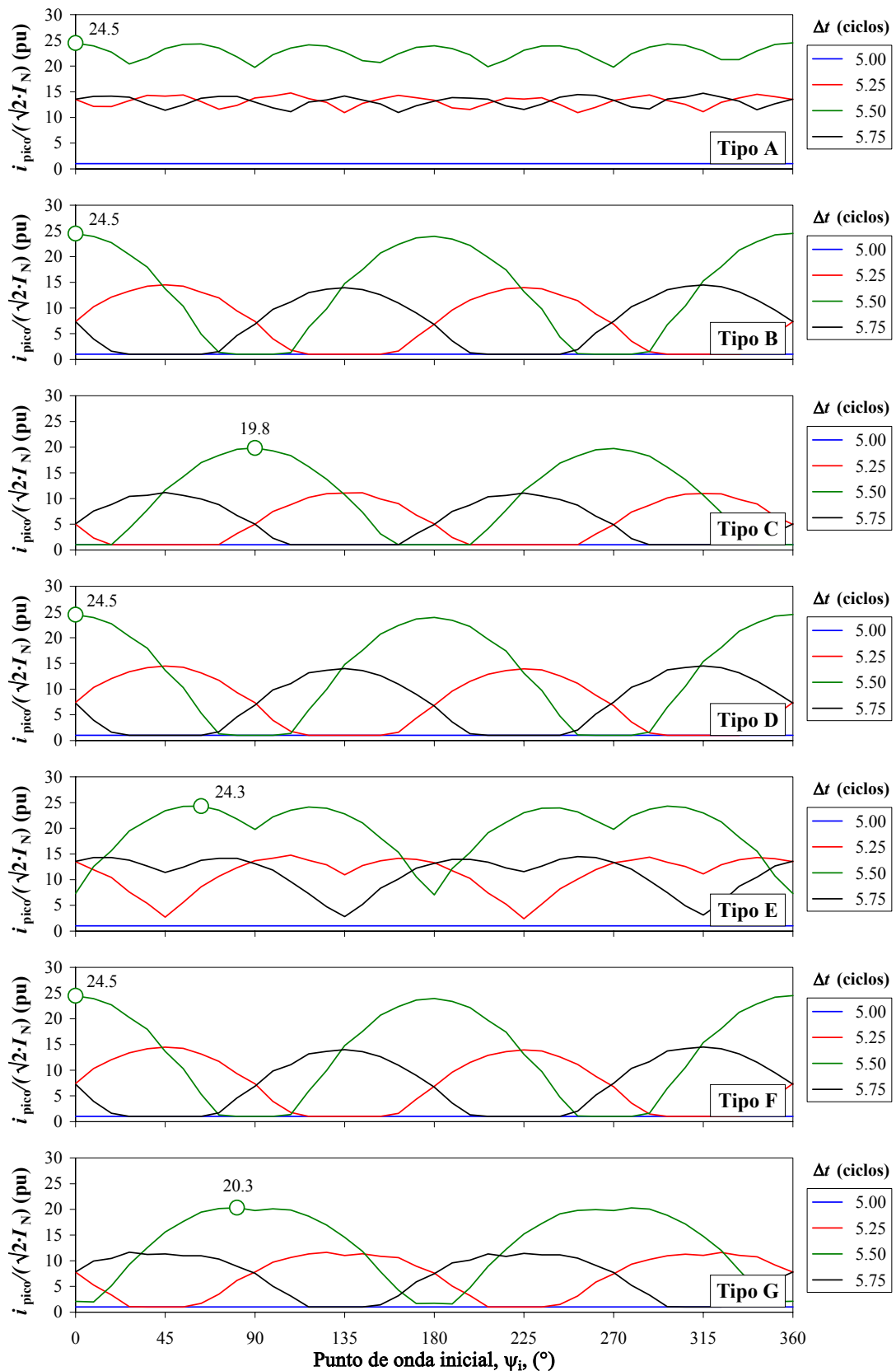


Fig. 6.6. Picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico en función del punto de onda inicial, ψ_i ($t_i = 0$ s), para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G y $h = 40\%$.

Por otro lado, presentan las siguientes diferencias:

- En el transformador de tres columnas sometido a un hueco de tipo B o E, la serie azul ($\Delta t = 5.50 \cdot T$) presenta picos de intensidad, mientras que en el banco trifásico no se observa ninguna sobreintensidad.
- Los *máximos picos de intensidad* en el banco trifásico son ligeramente superiores a los del transformador de tres columnas.

6.4. Influencia de la parte fraccionaria de la duración, δt

En los dos apartados anteriores se ha comprobado que la influencia de δt en los picos de intensidad es muy importante. Para poner de manifiesto este comportamiento se han realizado dos tipos de representaciones:

- Picos de intensidad en función de δt . Se analizan dos series, la azul comprendida entre 5 y 6 ciclos ($n = 5$) y la roja entre 20 y 21 ciclos ($n = 20$). Todos los huecos se han simulado para el punto de onda inicial más desfavorable mostrado en la Tabla 6.1, $\psi_{i,critico}$ y una profundidad del 40%. Los huecos de ambas series quedan definidos en (6.7) y se representan gráficamente en la Fig. 6.7.

$$\left. \begin{array}{l} v_5(h = 0.4, \Delta t = (5 \cdot T + \delta t), \psi_{i,critico}, q) \\ v_6(h = 0.4, \Delta t = (20 \cdot T + \delta t), \psi_{i,critico}, q) \end{array} \right\} 0 \leq \delta t < T \quad (6.7)$$

- Picos de intensidad en función de δt , cuando la duración oscila entre 5 y 6 ciclos ($n = 5$). Se analizan cuatro series con diferentes puntos de onda inicial: azul ($\psi_i = 0^\circ$), roja ($\psi_i = 90^\circ$), verde ($\psi_i = 180^\circ$) y negra ($\psi_i = 270^\circ$). La profundidad en todos los casos es del 40%. La notación de las series queda reflejada en (6.8), y su representación gráfica se muestra en la Fig. 6.8.

$$\left. \begin{array}{l} v_7(h = 0.4, \Delta t = (5 + \delta t), \psi_i = 0^\circ, q) \\ v_8(h = 0.4, \Delta t = (5 + \delta t), \psi_i = 90^\circ, q) \\ v_9(h = 0.4, \Delta t = (5 + \delta t), \psi_i = 180^\circ, q) \\ v_{10}(h = 0.4, \Delta t = (5 + \delta t), \psi_i = 270^\circ, q) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 \leq \delta t < T \\ 5 \cdot T \leq \Delta t < 6 \cdot T \end{array} \quad (6.8)$$

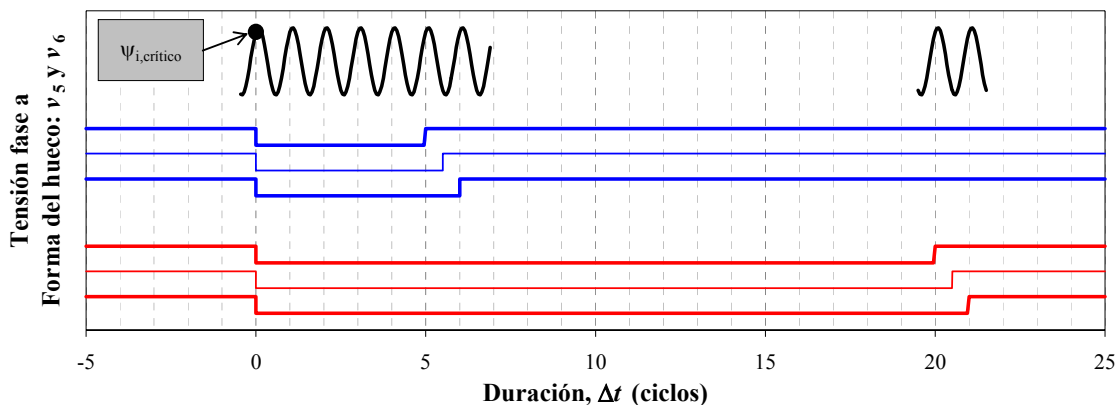


Fig. 6.7. Tensión en la fase a y forma de onda de los huecos de tensión v_5 y v_6 (6.7).

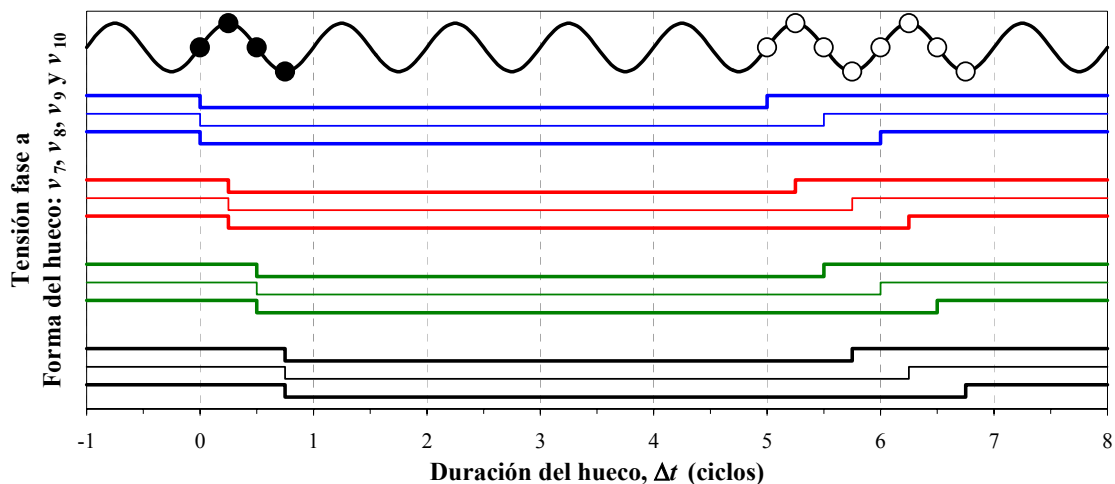


Fig. 6.8. Tensión en la fase a y forma de onda de las series v_7 , v_8 , v_9 , y v_{10} definidas en (6.8).

A continuación se analizan los resultados obtenidos para ambos casos.

6.4.1. Influencia de δt en los picos de intensidad para el punto de onda inicial crítico

En este apartado se analizan las series v_5 y v_6 para establecer la influencia de δt en los picos de intensidad. Cada una de las series tiene 40 huecos diferentes del 40% de profundidad y el punto de onda inicial crítico.

Las dos series tienen duraciones con un número de ciclos bastante diferente: $n = 5$ y $n = 20$.

Los resultados obtenidos en el transformador de tres columnas (Fig. 6.9) y los correspondientes al banco de transformador (Fig. 6.10) presentan las siguientes similitudes:

- El *máximo pico de intensidad* en todas las gráficas se obtiene cuando $\delta t = 0.5$ ciclos.
- Los picos de intensidad menos severos se producen cuando $\delta t = 0.0$ ciclos.
- El grado de severidad de todos los huecos es muy similar, si bien los tipos C y G son algo menos severos.
- Se observa una gran similitud de resultados entre ambas series ($n = 5$ y $n = 20$ ciclos). Esto implica que los picos de intensidad son mucho más sensibles a la parte fraccionaria de la duración, δt , que a la parte entera de la misma, n .

Por otro lado los dos transformadores estudiados presentan las siguientes diferencias:

- Los picos de intensidad cuando $\delta t = 0.0 \cdot T$ son de $\sqrt{2} \cdot I_N$ (recordemos que el transformador trabaja en condiciones nominales cuando se produce el hueco de tensión), excepto para los huecos de tensión B y E en el transformador de tres columnas, que son de 8.09 y 5.65 pu respectivamente..
- Los *máximos picos de intensidad* del banco trifásico son ligeramente superiores a los del transformador de tres columnas.

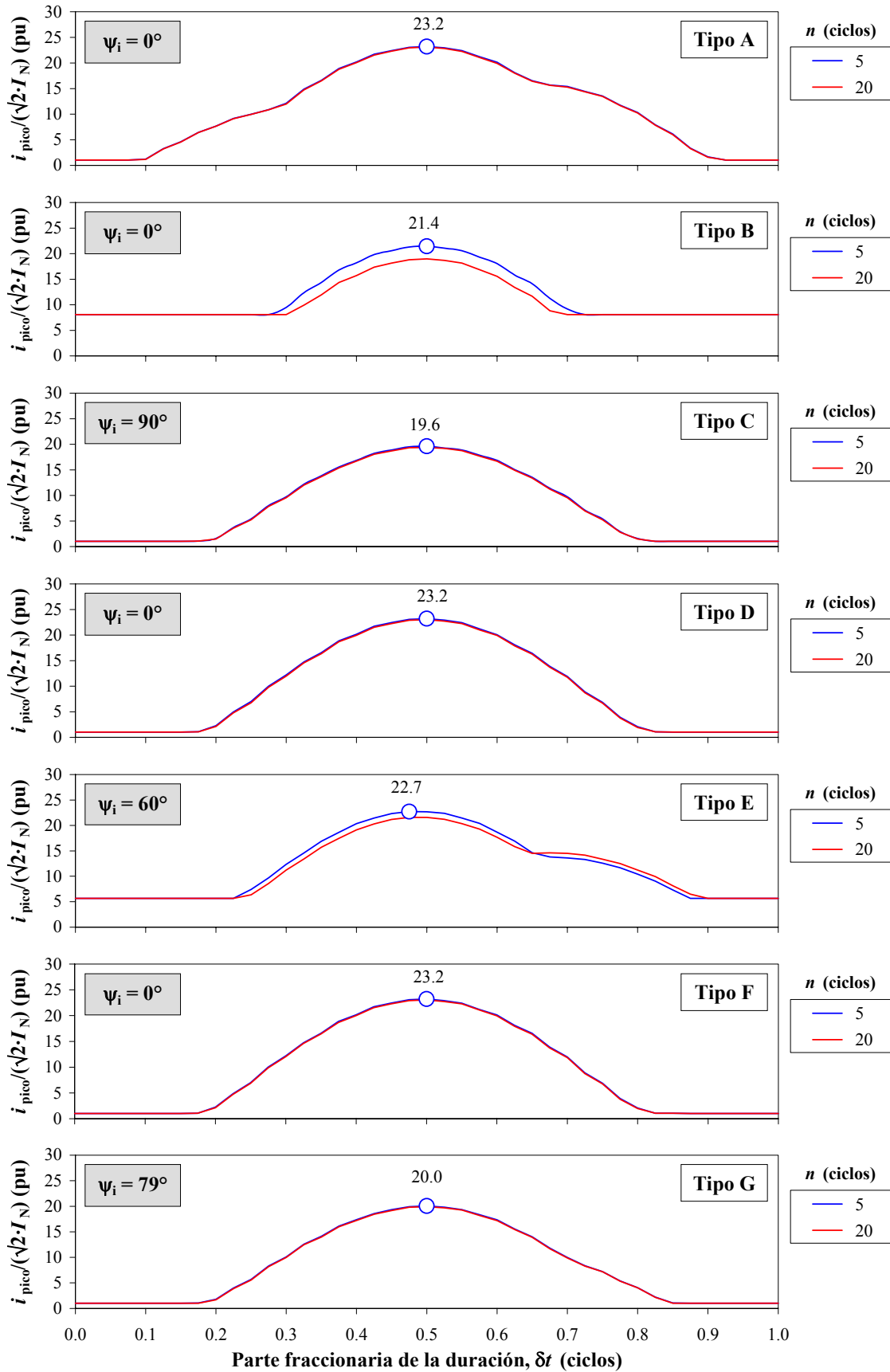


Fig. 6.9. Picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas en función de δt , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, $h = 40\%$ y $\psi_{i,\text{critico}}$.

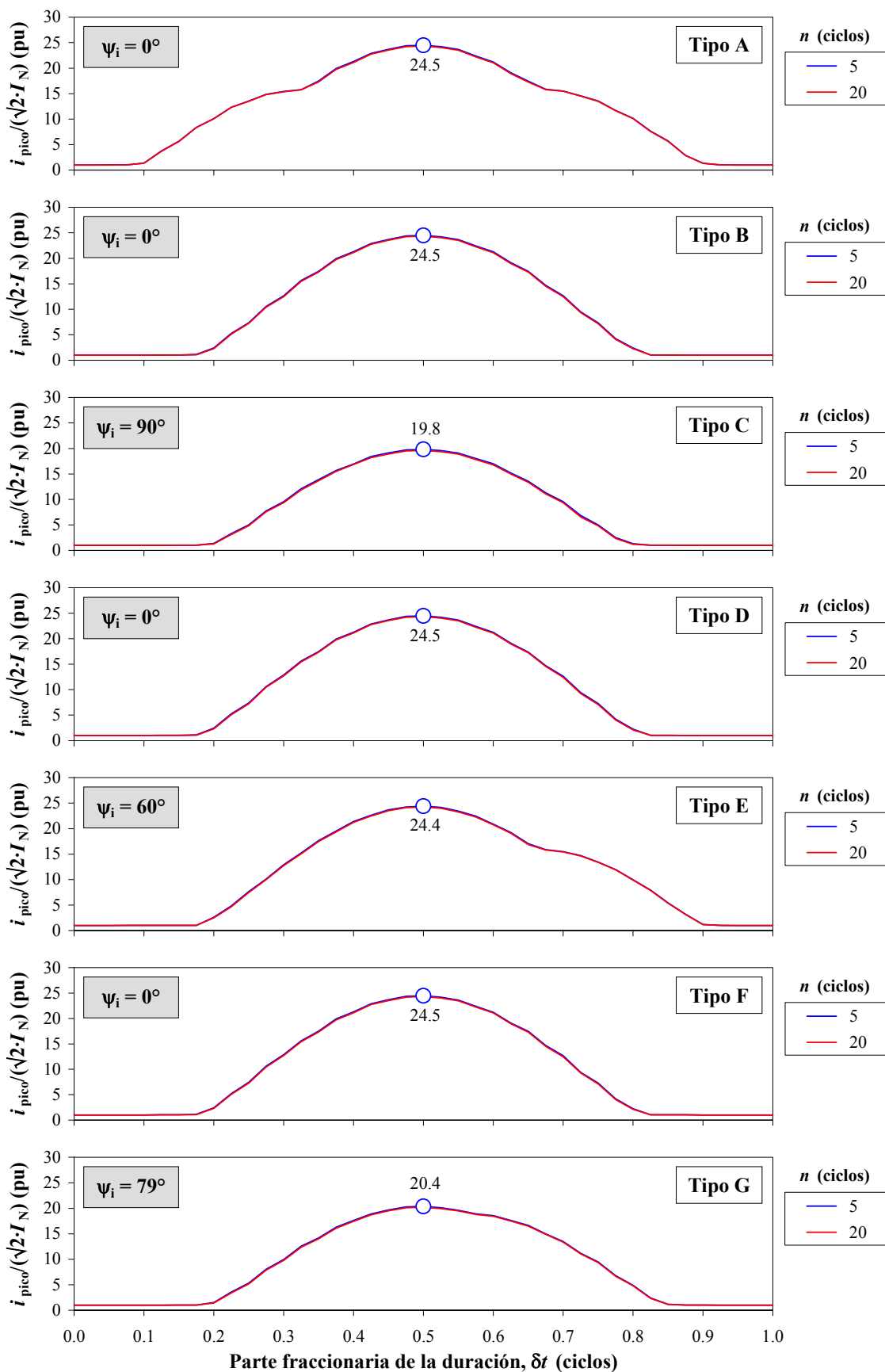


Fig. 6.10. Picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico en función de δt , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, $h = 40\%$ y $\psi_{i,\text{crítico}}$.

6.4.2. Influencia de δt en los picos de intensidad para diferentes puntos de onda inicial

En este apartado se analizan las series v_7 a v_{10} para establecer la influencia de δt en los picos de intensidad cuando se toman diferentes puntos de onda inicial. Cada una de las cuatro series contiene 40 huecos diferentes del 40% de profundidad y duraciones comprendidas entre 5 y 6 ciclos ($5 \cdot T \leq \Delta t < 6 \cdot T$). Los huecos de una misma serie presentan el mismo punto de onda inicial: azul ($\psi_i = 0^\circ$), roja ($\psi_i = 90^\circ$), verde ($\psi_i = 180^\circ$), y negra ($\psi_i = 270^\circ$).

Las series escogidas coinciden con los puntos de onda inicial más desfavorables mostrados en la Tabla 6.1, excepto para los tipos E ($\psi_{i,\text{crítico}} = 60^\circ$) y G ($\psi_{i,\text{crítico}} = 79.11^\circ$). Por tanto, hay que tener en cuenta que para estas dos tipologías ninguna de las series representa el punto de onda inicial más desfavorable y, en consecuencia, el *máximo pico de intensidad* calculado en ambos casos es algo menor de lo que cabría esperar con el punto de onda inicial más desfavorable.

Los resultados obtenidos para el transformador de tres columnas (Fig. 6.11) y para el banco trifásico (Fig. 6.12) presentan las siguientes similitudes:

- Las series azul ($\psi_{i,\text{crítico}} = 0^\circ$) y verde ($\psi_{i,\text{crítico}} = 180^\circ$) presentan resultados prácticamente idénticos, al igual que ocurre con las series roja ($\psi_{i,\text{crítico}} = 90^\circ$) y negra ($\psi_{i,\text{crítico}} = 270^\circ$). Por tanto, únicamente se hará referencia a las series de 0° y 90° .
- Las series correspondientes a 0° y 90° (azul y roja respectivamente) presentan un grado de severidad muy diferente, excepto para huecos simétricos, tipo A.
- El grado de severidad de todos los huecos es similar, si bien los huecos tipo C ($\psi_{i,\text{crítico}} = [90^\circ, 270^\circ]$, series roja y negra) son los menos severos.

Por otro lado ambos transformadores presentan las siguientes diferencias:

- Se aprecia una simetría de resultados respecto a $\delta t = 0.5 \cdot T$ ($\Delta t = 5.5 \cdot T$) en el caso del banco trifásico.
- Los picos de intensidad cuando $\delta t = 0 \cdot T$ son iguales a $\sqrt{2} \cdot I_N$ (el transformador trabaja en condiciones nominales cuando se produce el hueco de tensión), excepto para los huecos de tensión B y E en el transformador de tres columnas.
- Las formas de onda del banco trifásico, Fig. 6.12, son simétricas porque el circuito magnético es simétrico. Sin embargo, las formas de onda del transformador de tres columnas son apreciablemente asimétricas para los huecos de tensión A, E y G porque la columna central del transformador es más corta que los extremos.

6.4.3. Conclusión

Los resultados presentados en este apartado (como otros realizados con otros transformadores, tipos de carga, índices de carga, ...), indican que el *máximo pico de intensidad* que se produce al someter un transformador a una serie de huecos con duraciones comprendidas entre $n \cdot T$ y $(n+1) \cdot T$ se produce en $n + T/2$:

$$\left. \begin{array}{l} [\text{ciclos}], \quad \Delta t_{\text{crítico}} = n + 0.5 \\ [s], \quad \Delta t_{\text{crítico}} = n \cdot T + \frac{T}{2} \end{array} \right\} n \in \mathbb{N} \quad (6.9)$$

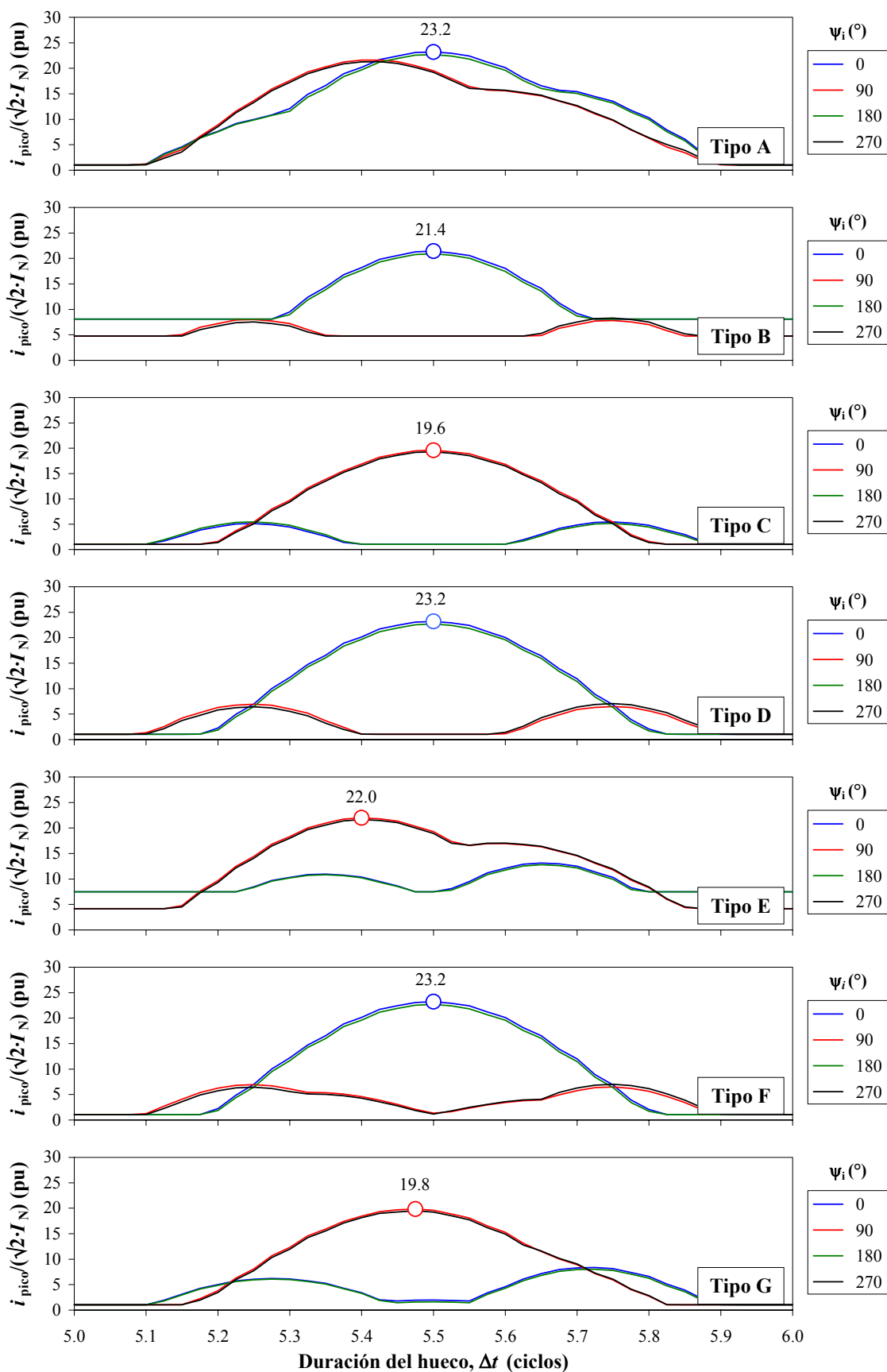


Fig. 6.11. Picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas en función de δt , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$.

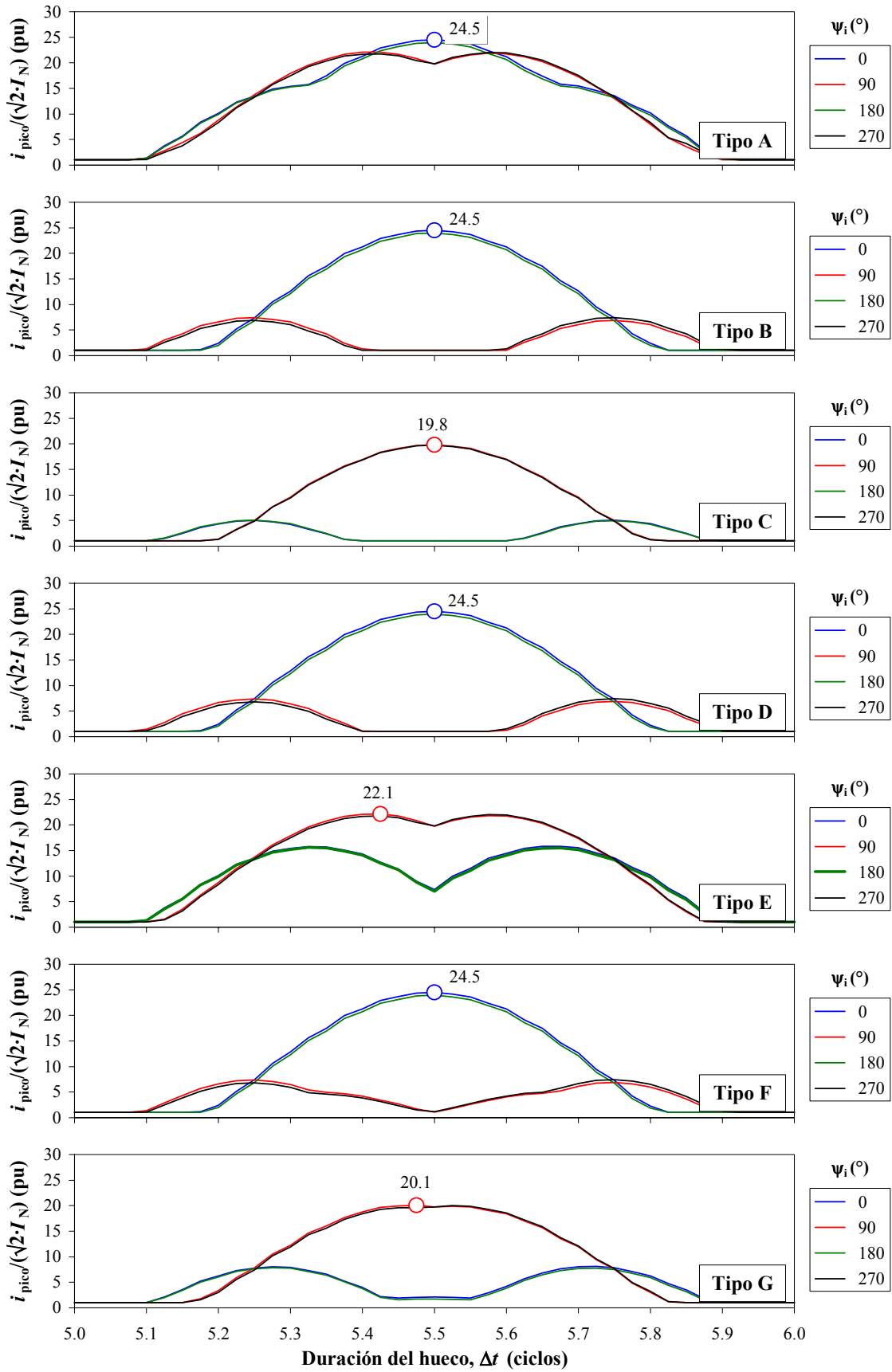


Fig. 6.12. Picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico en función de δt , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$.

6.5. Influencia de la profundidad

También se analiza la influencia de la profundidad mediante cuatro series de huecos de tensión (representadas en la Fig. 6.13), cada una de ellas con una duración diferente: azul ($\Delta t = 5 \cdot T$), roja ($\Delta t = 5.25 \cdot T$), verde ($\Delta t = 5.5 \cdot T$) y negra ($\Delta t = 5.75 \cdot T$) y calculadas para el punto de onda inicial crítico:

$$\left. \begin{array}{l} v_{11}(h, \Delta t = 5.00 \cdot T, \psi_{i,\text{critico}}, q) \\ v_{12}(h, \Delta t = 5.25 \cdot T, \psi_{i,\text{critico}}, q) \\ v_{13}(h, \Delta t = 5.50 \cdot T, \psi_{i,\text{critico}}, q) \\ v_{14}(h, \Delta t = 5.75 \cdot T, \psi_{i,\text{critico}}, q) \end{array} \right\} 0 \leq h \leq 0.9 \quad (6.10)$$

Cada serie está formada por 18 huecos que presentan la misma duración, el punto de onda inicial más desfavorable y valores de profundidad comprendidos entre 0 y 0.9.

En este caso, como también se comprobó para los motores de inducción trifásicos mayores profundidades de hueco (valores de h menores) determinan picos de intensidad más elevados.

La Fig. 6.14 muestra los picos de intensidad del transformador de tres columnas cuando se ve sometido a los huecos de tensión definidos en (6.10). Se ha seguido el mismo criterio para presentar los resultados correspondientes al banco trifásico de la Tabla 5.2, en la Fig. 6.15.

Para comparar los resultados, en la Fig. 6.16 se muestra la evolución de los picos de intensidad respecto a la profundidad en una única gráfica, cuando $\Delta t = 5.5$ ciclos y el punto de onda crítico.

Entre los resultados presentados en la Fig. 6.14 y en la Fig. 6.15 existen las siguientes similitudes:

- A mayor profundidad (menor valor de h), se obtienen mayores picos de intensidad.
- Cuando $h = 0$, se observan picos de intensidad superiores a 38 pu.
- La serie verde ($\Delta t = 5.5$ ciclos), siempre es la más severa (datos que verifican las conclusiones de apartados anteriores).

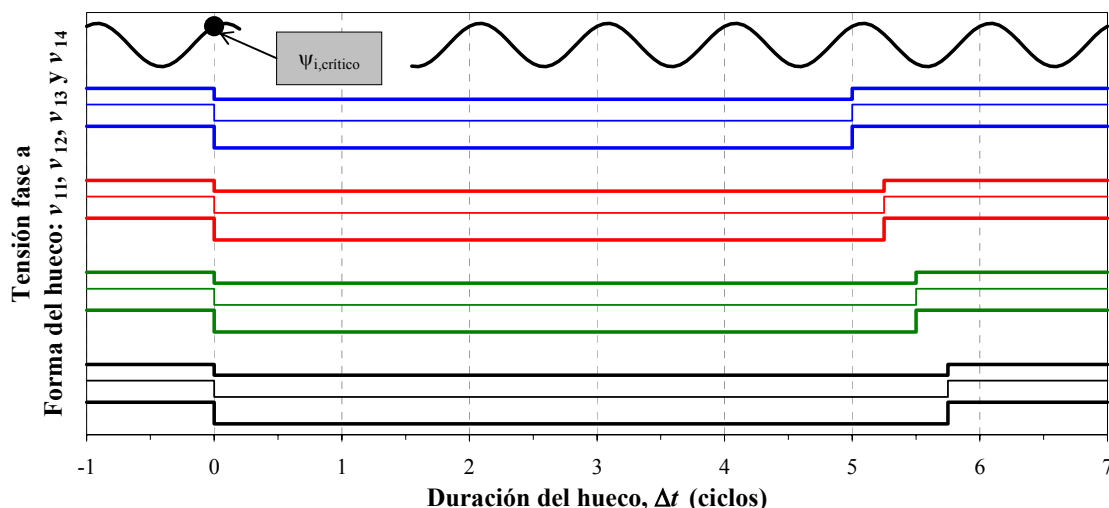


Fig. 6.13. Tensión en la fase a y forma de onda de series v_{11} , v_{12} , v_{13} , y v_{14} (6.10).

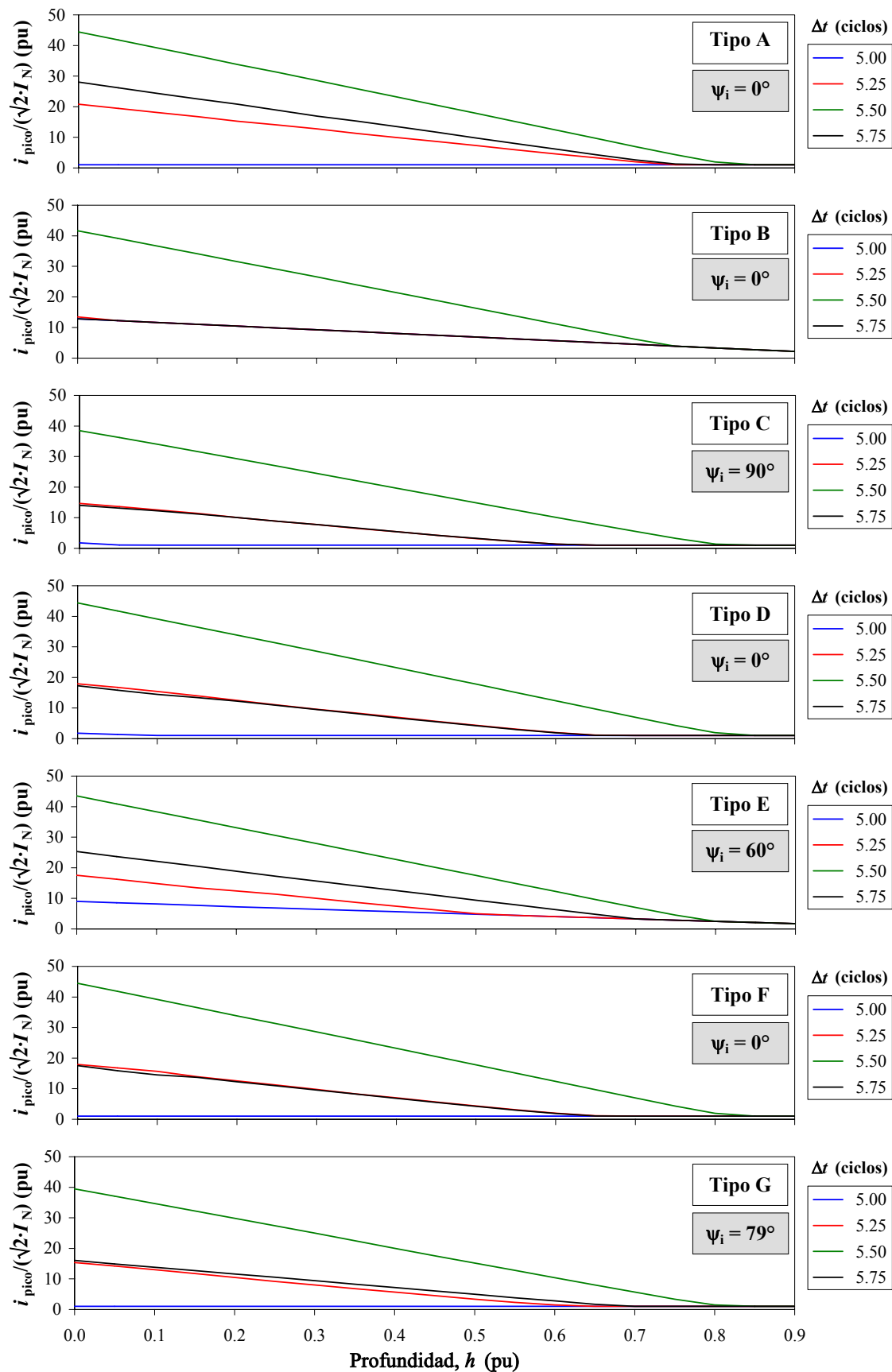


Fig. 6.14. Picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas en función de la profundidad, h , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y el punto de onda inicial más desfavorable.

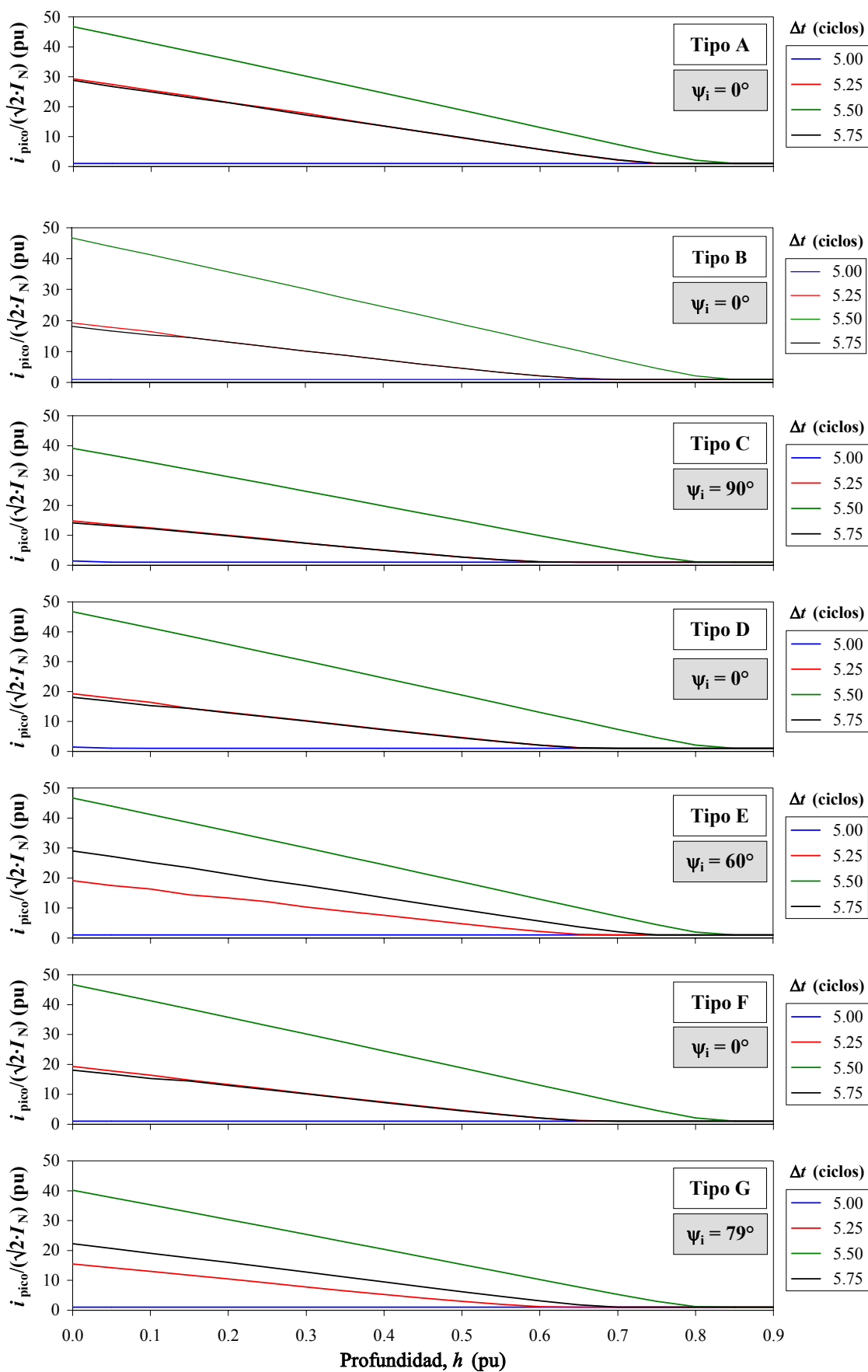


Fig. 6.15. Picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico en función de la profundidad, h , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y el punto de onda inicial más desfavorable.

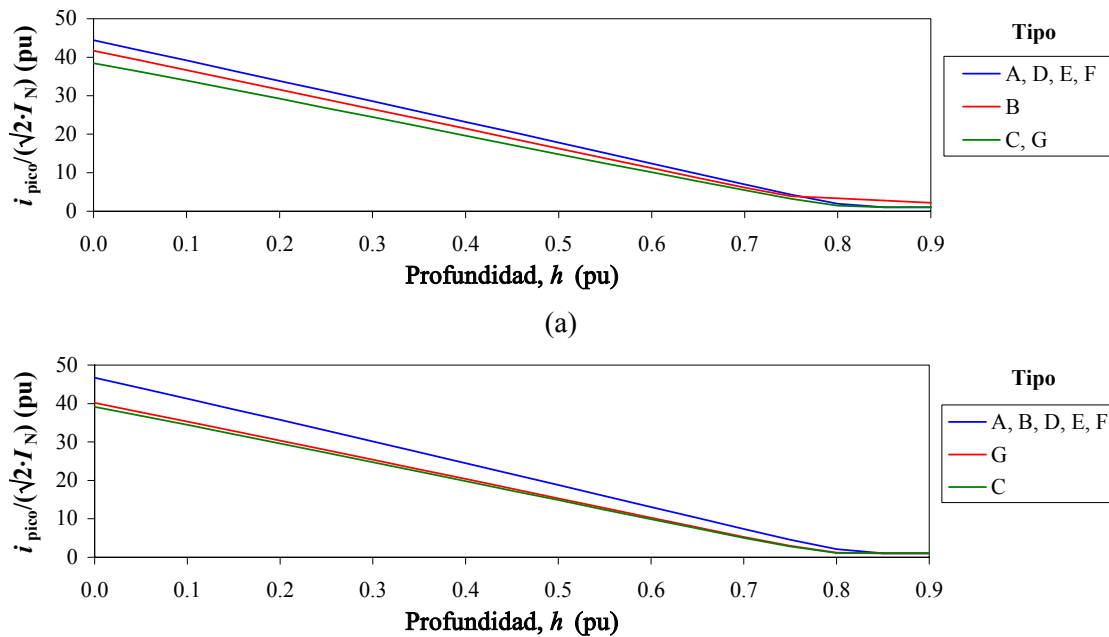


Fig. 6.16. Picos de intensidad en función de la profundidad para una duración $\Delta t = 0.5$ ciclos, y el punto de onda inicial más desfavorable, $\psi_{i,\text{crítico}}$. a) transformador de tres columnas; b) banco trifásico.

- Huecos de tensión con tensión residual elevada ($h > 0.8$) no provocan consumos de corriente claramente superiores al valor nominal.
- Las características presentan formas de onda similares en todos los casos.

Otras aspectos a remarcar son:

- Dada la gran similitud de resultados entre huecos de diferente tipo, en la Fig. 6.16 se presentan los picos de intensidad agrupando las tipologías de huecos de tensión.
- Sólo en el caso del transformador trifásico de tres columnas, y para los huecos de tensión tipos B y E, se observan picos de intensidad significativos cuando la duración es $\Delta t = 5$ ciclos (serie negra).
- Los picos de intensidad en el caso del transformador de tres columnas, tienen valores prácticamente coincidentes para los huecos: A, D, E y F, mostrándose este grupo como el más severo; un segundo grupo, en orden de severidad, está formado por los huecos tipo B; y, por último, los tipos C y G muestran valores prácticamente coincidentes y de menor magnitud que el resto.
- Cuando se trata de un banco trifásico, también se pueden agrupar los resultados en tres grupos por orden de severidad: el más severo formado por los tipos A, B, D, E y F; el segundo por el tipo G; y el menos severo por el tipo C.

A modo de resumen, la Tabla 6.2 indica los huecos de tensión más desfavorables en función de cada característica del mismo analizada.

Tabla 6.2: Huecos de tensión más desfavorables.

Respecto a:	Casos más desfavorables			
Punto de onda inicial		3 columnas	Banco trifásico	$k_1 \in \mathbb{N}$
	tipo A	$\psi_{i,\text{crítico}} = 0 + k_1 \cdot \frac{\pi}{2}$	$\psi_{i,\text{crítico}} = 0 + k_1 \cdot \frac{\pi}{3}$	
	tipos B, D, F	$\psi_{i,\text{crítico}} = 0 + k_1 \cdot \pi$	$\psi_{i,\text{crítico}} = 0 + k_1 \cdot \pi$	
	tipo C	$\psi_{i,\text{crítico}} = \frac{\pi}{2} + k_1 \cdot \pi$	$\psi_{i,\text{crítico}} = \frac{\pi}{2} + k_1 \cdot \pi$	
	tipo E	$\psi_{i,\text{crítico}} = \frac{\pi}{3} + k_1 \cdot \pi$	$\psi_{i,\text{crítico}} = \frac{\pi}{3} + k_1 \cdot \frac{\pi}{2}$	
	tipo G	$\psi_{i,\text{crítico}} = 0.939 \cdot \pi + k_1 \cdot \pi$	$\psi_{i,\text{crítico}} = 0.939 \cdot \pi + k_1 \cdot \frac{\pi}{2}$	
Duración	$\left. \begin{array}{l} \Delta t = n + 0.5 \quad [\text{ciclos}] \\ \Delta t = n \cdot T + \frac{T}{2} \quad [\text{s}] \end{array} \right\} n \in \mathbb{N}$			
Profundidad	$h = 0$			

6.6. Dedución analítica de los huecos de tensión más desfavorables

De los resultados mostrados en el apartado 6.2 se deduce que la principal razón por la que el transformador consume picos de intensidad elevados cuando se ve sometido a un hueco de tensión, es el valor de la componente continua del flujo magnético tras la recuperación de la tensión, $\lambda^{(3)}_{k,\text{DC}}$, donde $k = a, b, c$ en la Fig. 6.17.

La saturación del transformador se produce cuando la componente continua del flujo no es nula, originando una intensidad elevada. En este apartado se estudia analíticamente el flujo magnético total y la intensidad tras la recuperación de la tensión, $\lambda^{(3)}_k$ e $i^{(3)}_k$ en un banco trifásico YNyn.

6.6.1. Determinación del pico de flujo

Adoptando el modelo de transformador definido en el capítulo 5, el flujo total concatenado por los devanados del primario puede calcularse mediante la expresión:

$$u_k(t) = R_p \cdot i_k(t) + \frac{d\lambda_k(t)}{dt} \approx \frac{d\lambda_k(t)}{dt} \quad (6.11)$$

donde el flujo magnético total es $\lambda_k = L_{\text{dp}} \cdot i_k + \lambda_{\text{pk}}$, y se desprecia la caída de tensión en las resistencias de los devanados del primario ($R_p \cdot i_k$).

El flujo magnético total se puede obtener integrando la tensión:

$$\int_0^t d\lambda_k(t) = \int_0^t u_k(t) \cdot dt \quad (6.12)$$

de donde:

Tabla 6.3: Magnitud y ángulo de los fasores de la tensión durante el hueco.

Ti-po	Fase a		Fase b		Fase c	
	Módulo	Ángulo	Módulo	Ángulo	Módulo	Ángulo
A	$h \cdot V$	0	$h \cdot V$	$-\frac{2\pi}{3}$	$h \cdot V$	$\frac{2\pi}{3}$
B	$h \cdot V$	0	V	$-\frac{2\pi}{3}$	V	$\frac{2\pi}{3}$
C	V	0	$\frac{\sqrt{1+3 \cdot h^2}}{2} \cdot V$	$\pi + \text{atan}(\sqrt{3} \cdot h)$	$\frac{\sqrt{1+3 \cdot h^2}}{2} \cdot V$	$\pi - \text{atan}(\sqrt{3} \cdot h)$
D	$h \cdot V$	0	$\frac{\sqrt{1+3 \cdot h^2}}{2} \cdot V$	$\pi + \text{atan}\left(\frac{\sqrt{3}}{h}\right)$	$\frac{\sqrt{1+3 \cdot h^2}}{2} \cdot V$	$\pi - \text{atan}\left(\frac{\sqrt{3}}{h}\right)$
E	V	0	$h \cdot V$	$-\frac{2\pi}{3}$	$h \cdot V$	$\frac{2 \cdot \pi}{3}$
F	$h \cdot V$	0	$\sqrt{\frac{h^2+h+1}{3}} \cdot V$	$\pi + \text{atan}\left(\frac{2+h}{\sqrt{3} \cdot h}\right)$	$\sqrt{\frac{h^2+h+1}{3}} \cdot V$	$\pi - \text{atan}\left(\frac{2+h}{\sqrt{3} \cdot h}\right)$
G	$\frac{2+h}{3} V$	0	$\sqrt{\frac{7 \cdot h^2+h+1}{3}} \cdot V$	$\pi + \text{atan}\left(\frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot h}{2+h}\right)$	$\sqrt{\frac{7 \cdot h^2+h+1}{3}} \cdot V$	$\pi + \text{atan}\left(\frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot h}{2+h}\right)$

$$\lambda_k(t) = \lambda_k(0) + \int_0^t u_k(t) \cdot dt \quad (6.13)$$

Cuando la tensión de alimentación es $u_k(t) = v_k(t) = \sqrt{2} \cdot V_k \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha_k)$ y el transformador está en régimen permanente, el flujo magnético puede representarse, en general, mediante la siguiente expresión matemática:

$$\lambda_k(t) = \lambda_k(0) + \frac{\sqrt{2} \cdot V_k}{\omega} \cdot \left[\sin\left(\omega \cdot t + \alpha_k - \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\alpha_k - \frac{\pi}{2}\right) \right] \quad (6.14)$$

Como el valor medio del flujo en régimen permanente es nulo, el flujo inicial se puede calcular como:

$$\frac{1}{T} \cdot \int_0^T \lambda_k(t) \cdot dt = 0 \Rightarrow \lambda_k(0) - \frac{\sqrt{2} \cdot V_k}{\omega} \cdot \sin\left(\alpha_k - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad (6.15)$$

y en consecuencia, la expresión final del flujo (en ausencia del hueco de tensión) es:

$$\lambda_k(t) = \frac{\sqrt{2} \cdot V_k}{\omega} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \alpha_k - \frac{\pi}{2}\right) \quad (6.16)$$

Las tensión de alimentación antes, durante y tras el hueco de tensión se puede expresar como:

$$u_k(t) = \begin{cases} v_k(t) = \sqrt{2} \cdot V_k \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha_k) & , \quad 0 \leq t < t_i \\ v_{kh}(t) = \sqrt{2} \cdot V_{kh} \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha_{kh}) & , \quad t_i \leq t < t_f \\ v_k(t) = \sqrt{2} \cdot V_k \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha_k) & , \quad t_f \leq t \end{cases} \quad (6.17)$$

donde el hueco de tensión se produce entre los instantes t_i y t_f .

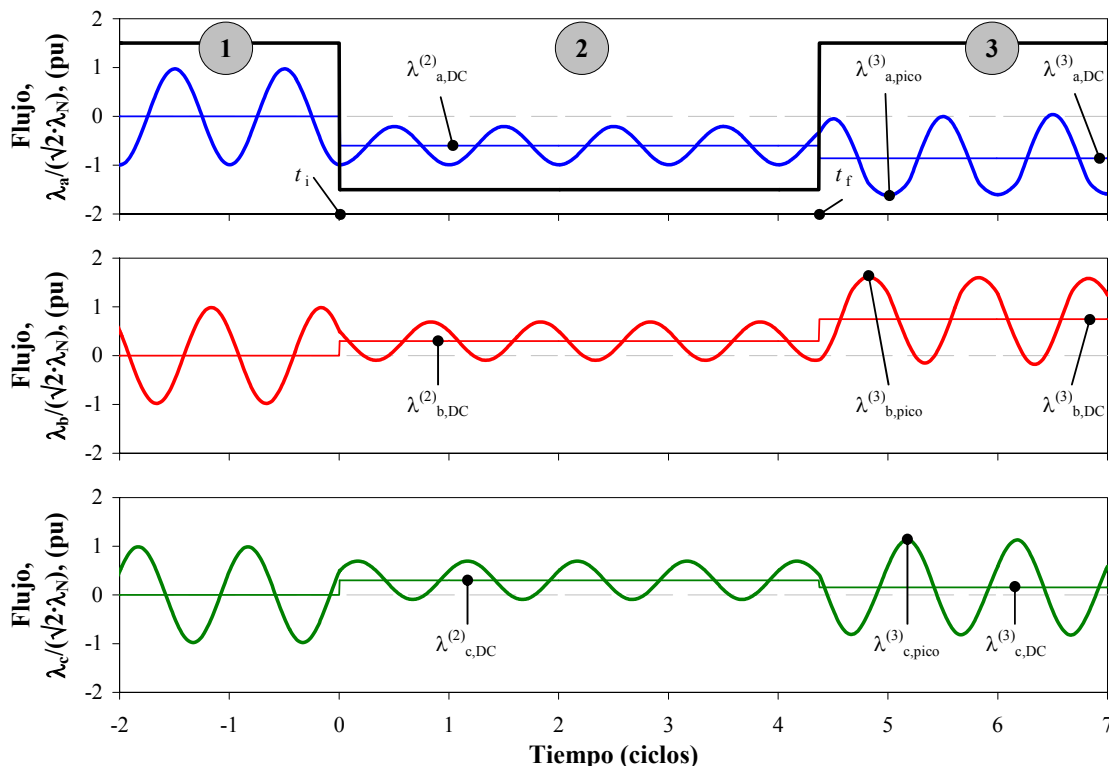


Fig. 6.17. Flujos magnéticos, en un transformador de tres columnas, cuando se ve sometido a un hueco de tensión simétrico con $h = 40\%$, $\Delta t = 4.375 \cdot T$ y $\psi_i = 0^\circ$.

La tensión anterior y posterior al hueco de tensión viene definida por $V_a = V_b = V_c = V$, $\alpha_a = 0$, $\alpha_b = -2\pi/3$ y $\alpha_c = 2\pi/3$. La magnitud y el ángulo de los fasores de la tensión durante el hueco se muestran en la Tabla 6.3, estos valores se deducen de los ya mostrados en la Tabla 2.10.

La continuidad del flujo implica que éste puede ser calculado, en un instante cualquiera mediante , teniendo en cuenta los cambios que se producen en la tensión. El flujo tras la recuperación de la tensión, Fig. 6.17, se puede calcular mediante la expresión:

$$\lambda_k^{(3)}(t) = \lambda_k(0) + \int_0^{t_i} v_k(t) \cdot dt + \int_{t_i}^{t_f} v_{kh}(t) \cdot dt + \int_{t_f}^t v_k(t) \cdot dt \tag{6.18}$$

Si se tiene en cuenta que:

$$\begin{aligned} \int_0^t v_k(t) \cdot dt &= \int_0^{t_i} v_k(t) \cdot dt + \int_{t_i}^{t_f} v_k(t) \cdot dt + \int_{t_f}^t v_k(t) \cdot dt \\ \Rightarrow \int_0^{t_i} v_k(t) \cdot dt + \int_{t_f}^t v_k(t) \cdot dt &= \int_0^t v_k(t) \cdot dt - \int_{t_i}^{t_f} v_k(t) \cdot dt \end{aligned} \tag{6.19}$$

el flujo tras la recuperación de la tensión, , puede ser expresado por:

$$\lambda_k^{(3)}(t) = \lambda_k(0) + \int_0^t v_k(t) \cdot dt + \int_{t_i}^{t_f} (v_{kh}(t) - v_k(t)) \cdot dt \tag{6.20}$$

donde los dos primeros términos son idénticos a los períodos sin hueco de tensión, . Por tanto, la expresión final del flujo tras la recuperación de la tensión es:

$$\lambda_k^{(3)}(t) = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{\omega} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \alpha_k - \frac{\pi}{2}\right) + \lambda_{k,DC}^{(3)} \quad (6.21)$$

donde:

$$\lambda_{k,DC}^{(3)} = \int_{t_i}^{t_f} (v_{kh}(t) - v_k(t)) \cdot dt \quad (6.22)$$

Este término es constante y su valor corresponde a la componente continua del flujo. Las expresiones de $\lambda_{k,DC}^{(3)}$ para los diferentes tipos de huecos de tensión son:

- Tipo A:

$$\lambda_{k,DC}^{(3,A)} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-h) \cdot V}{\omega} \cdot \sin\left(-\frac{\omega \cdot \Delta t}{2}\right) \cdot \sin\left(\psi_i + \frac{\omega \cdot \Delta t}{2} + \alpha_k\right) ; \quad k = a, b, c \quad (6.23)$$

- Tipo B:

$$\lambda_{a,DC}^{(3,B)} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-h) \cdot V}{\omega} \cdot \sin\left(-\frac{\omega \cdot \Delta t}{2}\right) \cdot \sin\left(\psi_i + \frac{\omega \cdot \Delta t}{2}\right) \quad (6.24)$$

$$\lambda_{b,DC}^{(3,B)} = \lambda_{c,DC}^{(3,B)} = 0$$

- Tipo C:

$$\lambda_{a,DC}^{(3,C)} = 0$$

$$\lambda_{b,DC}^{(3,C)} = -\lambda_{c,DC}^{(3,C)} = \frac{\sqrt{6} \cdot (1-h) \cdot V}{\omega} \cdot \sin\left(-\frac{\omega \cdot \Delta t}{2}\right) \cdot \sin\left(\psi_i + \frac{\omega \cdot \Delta t}{2} - \frac{\pi}{2}\right) ; \quad k = b, c \quad (6.25)$$

- Tipo D:

$$\lambda_{a,DC}^{(3,D)} = -2 \cdot \lambda_{b,DC}^{(3,D)} = -2 \cdot \lambda_{c,DC}^{(3,D)} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-h) \cdot V}{\omega} \cdot \sin\left(-\frac{\omega \cdot \Delta t}{2}\right) \cdot \sin\left(\psi_i + \frac{\omega \cdot \Delta t}{2}\right) \quad (6.26)$$

- Tipo E:

$$\lambda_{a,DC}^{(3,E)} = 0$$

$$\lambda_{k,DC}^{(3,E)} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-h) \cdot V}{\omega} \cdot \sin\left(-\frac{\omega \cdot \Delta t}{2}\right) \cdot \sin\left(\psi_i + \frac{\omega \cdot \Delta t}{2} + \alpha_k\right) ; \quad k = b, c \quad (6.27)$$

- Tipo F:

$$\lambda_{a,DC}^{(3,F)} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-h) \cdot V}{\omega} \cdot \sin\left(-\frac{\omega \cdot \Delta t}{2}\right) \cdot \sin\left(\psi_i + \frac{\omega \cdot \Delta t}{2}\right)$$

$$\lambda_{b,DC}^{(3,F)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-h) \cdot V}{\omega} \cdot \sin\left(-\frac{\omega \cdot \Delta t}{2}\right) \cdot \sin\left(\psi_i + \frac{\omega \cdot \Delta t}{2} - \frac{5 \cdot \pi}{6}\right) \quad (6.28)$$

$$\lambda_{c,DC}^{(3,F)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-h) \cdot V}{\omega} \cdot \sin\left(-\frac{\omega \cdot \Delta t}{2}\right) \cdot \sin\left(\psi_i + \frac{\omega \cdot \Delta t}{2} + \frac{5 \cdot \pi}{6}\right)$$

- Tipo G:

$$\begin{aligned}
\lambda_{a,DC}^{(3,G)} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-h) \cdot V}{\omega} \cdot \sin\left(-\frac{\omega \cdot \Delta t}{2}\right) \cdot \sin\left(\psi_i + \frac{\omega \cdot \Delta t}{2}\right) \\
\lambda_{k,DC}^{(3,G)} &= \frac{\sqrt{7}}{3} \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-h) \cdot V}{\omega} \cdot \sin\left(-\frac{\omega \cdot \Delta t}{2}\right) \cdot \sin\left(\psi_i + \frac{\omega \cdot \Delta t}{2} - 0.56 \cdot \pi\right) \\
\lambda_{k,DC}^{(3,G)} &= \frac{\sqrt{7}}{3} \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot (1-h) \cdot V}{\omega} \cdot \sin\left(-\frac{\omega \cdot \Delta t}{2}\right) \cdot \sin\left(\psi_i + \frac{\omega \cdot \Delta t}{2} + 0.56 \cdot \pi\right)
\end{aligned} \quad (6.29)$$

El pico de intensidad en una determinada fase se produce cuando existe un pico de flujo en alguna fase, puesto que ambos están relacionados con la curva de magnetización (λ - i) de dicha columna. Por lo tanto, se pueden calcular los picos de intensidad a partir de los picos del flujo magnético total. El pico de flujo producido por el hueco depende de las características del mismo: profundidad, h , duración, Δt , tipología, q , y punto de onda inicial, ψ_i . En consecuencia se debe estudiar la siguiente función:

$$\begin{aligned}
\lambda_{k,pico}(h, \Delta t, \psi_i, q) &= \max\left\{\left|\lambda_k^{(3)}(t)\right|\right\} = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{\omega} + \max\left\{\frac{\sqrt{2} \cdot V}{\omega} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \alpha_k - \frac{\pi}{2}\right) + \lambda_{k,DC}^{(3)}\right\} \\
&= \frac{\sqrt{2} \cdot V}{\omega} + \lambda_{k,DC}(h, \Delta t, \psi_i, q)
\end{aligned} \quad (6.30)$$

Para el caso mostrado en la Fig. 6.17, el pico del flujo se produce en la fase a, y su valor es:

$$\lambda_{a,pico} = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{\omega} + \left|\lambda_{a,DC}^{(3)}\right| \quad (6.31)$$

En consecuencia, se debe analizar $\lambda_{k,DC}(h, \Delta t, \psi_i, q)$ para estudiar la influencia de la profundidad, la duración, el punto de onda inicial y la tipología del hueco de tensión, para determinar los valores máximos y mínimos del flujo magnético tras la recuperación de la tensión.

La Fig. 6.18b muestra la curva ($\lambda_{pico} - \psi_i$) para un hueco de tensión tipo B de las siguientes características: $h = 0.73$, $\Delta t = 5.5 \cdot T$, obtenido a partir de la expresión (6.30).

6.6.2. Determinación del pico de intensidad

El flujo total en el transformador y las corrientes en el primario se pueden relacionar si se realizan algunas simplificaciones en el modelo del transformador descrito en el capítulo 5:

- El transformador está en vacío (o bien las corrientes en el secundario tienen menor importancia que las del primario cuando el transformador está saturado), $i_{sk} = 0$ (o $i_{sk} \ll i_{pk}$).
- La reluctancia \mathfrak{R}_d es nula, ya que se considera un banco trifásico.
- Las pérdidas en hierro se desprecian y, en consecuencia: $i_k = i_{pek}$.

En este caso, la ecuación (5.11), correspondiente al circuito magnético, es:

$$i_{pek} + \frac{i_{sk}}{r_{i,w}} = f'_k - f'_d \rightarrow i_k = f'_k = \lambda_{pk} \cdot \mathfrak{R}'_k(i_k) \quad (6.32)$$

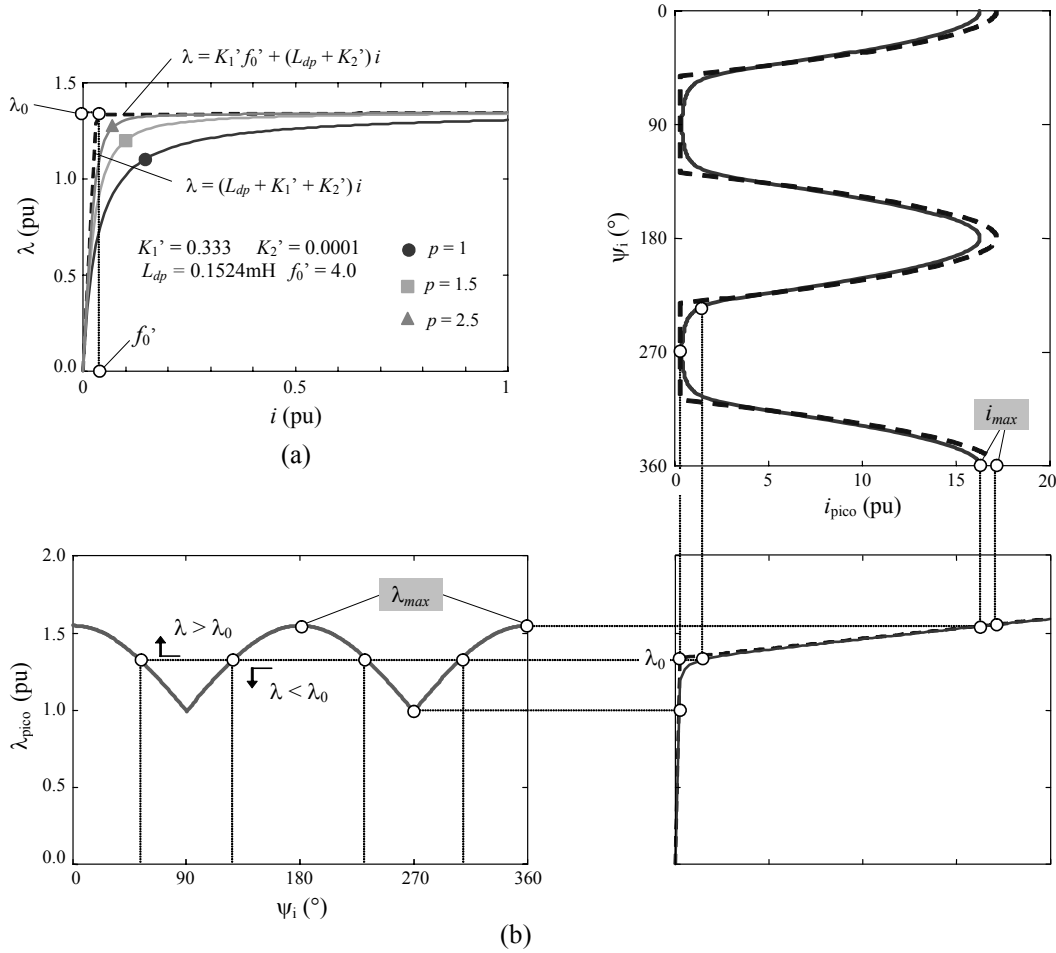


Fig. 6.18. a) Influencia de los parámetros en la forma de la curva de saturación. b) Determinación de la corriente de pico a partir de la curva de saturación.

Esta expresión permite calcular la relación $\lambda_k - i_k$:

$$\lambda_k = L_{dp} \cdot i_k + \lambda_{pk} = \left(L_{dp} + \frac{1}{\mathfrak{R}'_k(i_k)} \right) \cdot i_k \quad (6.33)$$

y sustituyendo el comportamiento no lineal de la reluctancia definido en (5.13) se obtiene:

$$\lambda_k = \left(L_{dp} + K'_{1k} \cdot \left(1 + \left(\frac{i_k}{f'_{0k}} \right)^{p_k} \right)^{-1/p_k} + K'_{2k} \right) \cdot i_k \quad (6.34)$$

La Fig. 6.18a muestra la influencia de los parámetros no lineales (K'_1, K'_2, p, f'_0) en la forma de la curva de saturación, que puede ser aproximada mediante tramos de rectas. Si sólo se utilizan dos tramos, éstos quedan definidos por:

$$\begin{aligned} \text{si } \lambda_k < \lambda_{0k} &\Rightarrow \lambda_k = (L_{dp} + K'_{1k} + K'_{2k}) \cdot i_k \\ \text{si } \lambda_k > \lambda_{0k} &\Rightarrow \lambda_k = K'_{1k} \cdot f'_{0k} + (L_{dp} + K'_{2k}) \cdot i_k \end{aligned} \quad (6.35)$$

donde $\lambda_{0k} = (L_{dp} + K'_{1k} + K'_{2k}) \cdot f'_{0k}$ es el flujo del codo saturación. El pico de intensidad se puede deducir a partir de (6.35).

La Fig. 6.18b muestra la determinación de la corriente de pico a partir de la curva de saturación para un hueco de las siguientes características: $q = B$, $h = 0.65$, $\Delta t = 5.5 T$ y $\psi_i \in [0 \div 2\pi]$. También se muestra la diferencia entre la utilización de la curva de saturación (línea continua) y su aproximación mediante dos tramos lineales (línea discontinua).

La expresión para calcular la corriente de pico se deduce a partir de (6.35):

$$\begin{aligned} \text{si } \lambda_k < \lambda_{0k} &\Rightarrow i_{k,\text{pico}}(h, \Delta t, \psi_i, q) = \frac{\lambda_{k,\text{pico}}(h, \Delta t, \psi_i, q)}{L_{\text{dp}} + K'_{1k} + K'_{2k}} \\ \text{si } \lambda_k > \lambda_{0k} &\Rightarrow i_{k,\text{pico}}(h, \Delta t, \psi_i, q) = \frac{\lambda_{k,\text{pico}}(h, \Delta t, \psi_i, q) - K'_{1k} \cdot f'_{0k}}{L_{\text{dp}} + K'_{2k}} \end{aligned} \quad (6.36)$$

A partir de las intensidades de pico para cada una de las fases, se puede obtener la intensidad de pico conjunta para las tres fases:

$$i_{\text{pico}}(h, \Delta t, \psi_i) = \max \{i_{k,\text{pico}}(h, \Delta t, \psi_i)\} \quad ; \quad k = a, b, c \quad (6.37)$$

6.6.3. Determinación del valor de duración crítica, $\Delta t_{\text{crítica}}$, y del punto de onda inicial crítico, $\psi_{i,\text{crítico}}$

Los valores de duración, Δt , y del punto de onda inicial, ψ_i , que no determinan picos de intensidad son aquellos que se corresponden con los mínimos valores del flujo, y éstos a su vez se determinan imponiendo la condición $\lambda_{\text{DC}} = 0$ en las expresiones (6.23)–(6.29). Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 6.4.

La condición más desfavorable, cuando se producen los máximos picos de flujo e intensidad, también se puede calcular analíticamente. Sin embargo hay que distinguir entre el máximo pico de flujo obtenido para todos los valores de Δt y ψ_i (λ_{max}), y el máximo pico de flujo para un valor de Δt prefijado ($\lambda_{\text{max},\Delta t}$), tal como se muestra en (6.38).

Tabla 6.4: Valores de Δt y ψ_i que no producen ni picos de flujo ni picos de intensidad.

Tipo hueco	$\omega \cdot \Delta t$	$\psi_i + \frac{\omega \cdot \Delta t}{2}$
A	$k_1 \cdot 2\pi$	
B	$k_1 \cdot 2\pi$	$k_1 \cdot \pi$
C	$k_1 \cdot 2\pi$	$k_1 \cdot \pi - \frac{\pi}{2}$
D	$k_1 \cdot 2\pi$	$k_1 \cdot \pi$
E	$k_1 \cdot 2\pi$	
F	$k_1 \cdot 2\pi$	
G	$k_1 \cdot 2\pi$	

$k_1 \in \mathbb{N}$

Tabla 6.5: Valores de $\psi_{i,\text{critico}}$ que producen los máximos picos de flujo y los máximos picos de intensidad, para un valor de Δt determinado y en el caso particular que $\delta t = 0.5 \cdot T$.

Hueco	$\psi_i + \frac{\omega \cdot \Delta t}{2}$	ψ_i ; $\delta t = 0.5 \cdot T$
A	$k_1 \cdot \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$	$k_1 \cdot \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$
B	$k_1 \cdot \pi + \frac{\pi}{2}$	$k_1 \cdot \pi + \pi$
C	$k_1 \cdot \pi$	$k_1 \cdot \pi + \frac{\pi}{2}$
D	$k_1 \cdot \pi + \frac{\pi}{2}$	$k_1 \cdot \pi + \pi$
E	$k_1 \cdot \pi + \frac{\pi}{6}$; $k_1 \cdot \pi + \frac{5 \cdot \pi}{6}$	$k_1 \cdot \pi + \frac{\pi}{3}$; $k_1 \cdot \pi + \frac{2 \cdot \pi}{3}$
F	$k_1 \cdot \pi + \frac{\pi}{3}$; $k_1 \cdot \pi + \frac{\pi}{2}$; $k_1 \cdot \pi + \frac{2 \cdot \pi}{3}$	$k_1 \cdot \pi + \frac{\pi}{6}$; $k_1 \cdot \pi$; $k_1 \cdot \pi + \frac{5 \cdot \pi}{6}$
G	$k_1 \cdot \pi + \frac{\pi}{2}$; $k_1 \cdot \pi + 1.06 \cdot \pi$; $k_1 \cdot \pi + 1.94 \cdot \pi$	$k_1 \cdot \pi$; $k_1 \cdot \pi + 0.56 \cdot \pi$; $k_1 \cdot \pi + 1.44 \cdot \pi$

$k_1 \in \mathbb{N}$

$$\lambda_{\max}(h, q) = \max \left\{ \lambda_{k,\text{pico}}(h, \Delta t, \psi_i, q)_{\text{para todos los valores de } \Delta t \text{ y } \psi_i} \right\} \quad (6.38)$$

$$\lambda_{\max, \Delta t}(h, \Delta t, q) = \max \left\{ \lambda_{k,\text{pico}}(h, \Delta t, \psi_i, q)_{\text{para todos los valores de } \psi_i} \right\}$$

El valor de $\psi_{i,\text{critico}}$ requerido para obtener $\lambda_{\max, \Delta t}$ (por ejemplo en las series v_1 , v_2 , v_3 y v_4 , definidas en (6.6) se obtiene imponiendo la condición:

$$\frac{d\lambda_{k,\text{pico}}(h, \Delta t, \psi_i, q)}{d\psi_i} = \frac{d\lambda_{k,\text{DC}}(h, \Delta t, \psi_i, q)}{d\psi_i} = 0 \quad (6.39)$$

a las expresiones (6.23)–(6.29). Los valores se muestran en la Tabla 6.5. En el caso del transformador de tres columnas la asimetría del circuito magnético da lugar a que en alguno de los ángulos indicados en la Tabla 6.5 la derivada sea nula, pero el valor máximo alcanzado no es igual al del resto de ángulos. La Tabla 6.1 muestra el punto de onda inicial crítico en función del tipo de transformador.

El máximo pico de flujo puede ser calculado mediante la expresión (6.40).

$$\lambda_{\text{pico}}(h, q) = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{\omega} \cdot [1 + k_{\text{pico}} \cdot (1 - h)] \quad (6.40)$$

donde:

$$k_{\text{pico}} = \begin{cases} 2 & \text{para huecos tipos A, B, D, E y F} \\ 2 \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} & \text{para huecos tipo G} \\ \sqrt{3} & \text{para huecos tipo C} \end{cases} \quad (6.41)$$

El pico máximo de intensidad, $i_{\text{pico}}(h, q)$, se puede obtener sustituyendo la expresión (6.40) en (6.36). Hay que resaltar que los huecos de tensión tipos A, B, D, E y F son los que determinan los máximos picos de intensidad más elevados.

6.7. Simulación de rangos extensivos de huecos de tensión

Las expresiones del apartado anterior permiten calcular analíticamente el pico de intensidad, de un transformador trifásico sometido a un hueco de tensión.

Gracias al cálculo analítico, se puede simular rangos extensivos de huecos de tensión para corroborar la influencia de las diferentes características del hueco (tipología, profundidad, duración, punto de onda inicial) en los máximos picos de intensidad.

Todos los cálculos se han realizando aplicando las expresiones indicadas en el apartado anterior. Se han tomado los dos tipos de transformadores anteriores:

- Transformador de tres columnas, Tabla 5.1.
- Banco trifásico, Tabla 5.2.

Para analizar la influencia del punto de onda inicial, la duración y la profundidad del hueco de tensión, se han estudiado series de huecos de tensión para las siete tipologías de huecos. En primer lugar el análisis se realiza mediante curvas en tres dimensiones y posteriormente con curvas en dos dimensiones.

La Fig. 6.19 muestra los picos de intensidad para huecos de tensión tipos A y B con duraciones comprendidas entre $5 \cdot T \leq \Delta t \leq 6 \cdot T$ y puntos de onda inicial comprendidos entre $0^\circ \leq \psi_i \leq 360^\circ$. Cada superficie está formada por un total de 6161 picos de intensidad obtenidos como el valor máximo de los picos de cada una de las tres fases, correspondientes a la combinación de 101 duraciones y 61 puntos de onda inicial.

En esta figura se proyectan las curvas de nivel sobre la superficie formada por los ejes de duración y punto de onda inicial.

En la Fig. 6.20 se muestran los picos de intensidad para huecos tipos C, D, E, F y G, con duraciones comprendidas entre $5 \cdot T \leq \Delta t \leq 6 \cdot T$, y puntos de onda inicial comprendidos entre $0^\circ \leq \psi_i \leq 360^\circ$.

Cada superficie de la Fig. 6.20 está formada por un total de 861 picos de intensidad obtenidos como el valor máximo de los picos de intensidad de cada una de las tres fases, correspondientes a la combinación de 21 duraciones y 41 puntos de onda inicial.

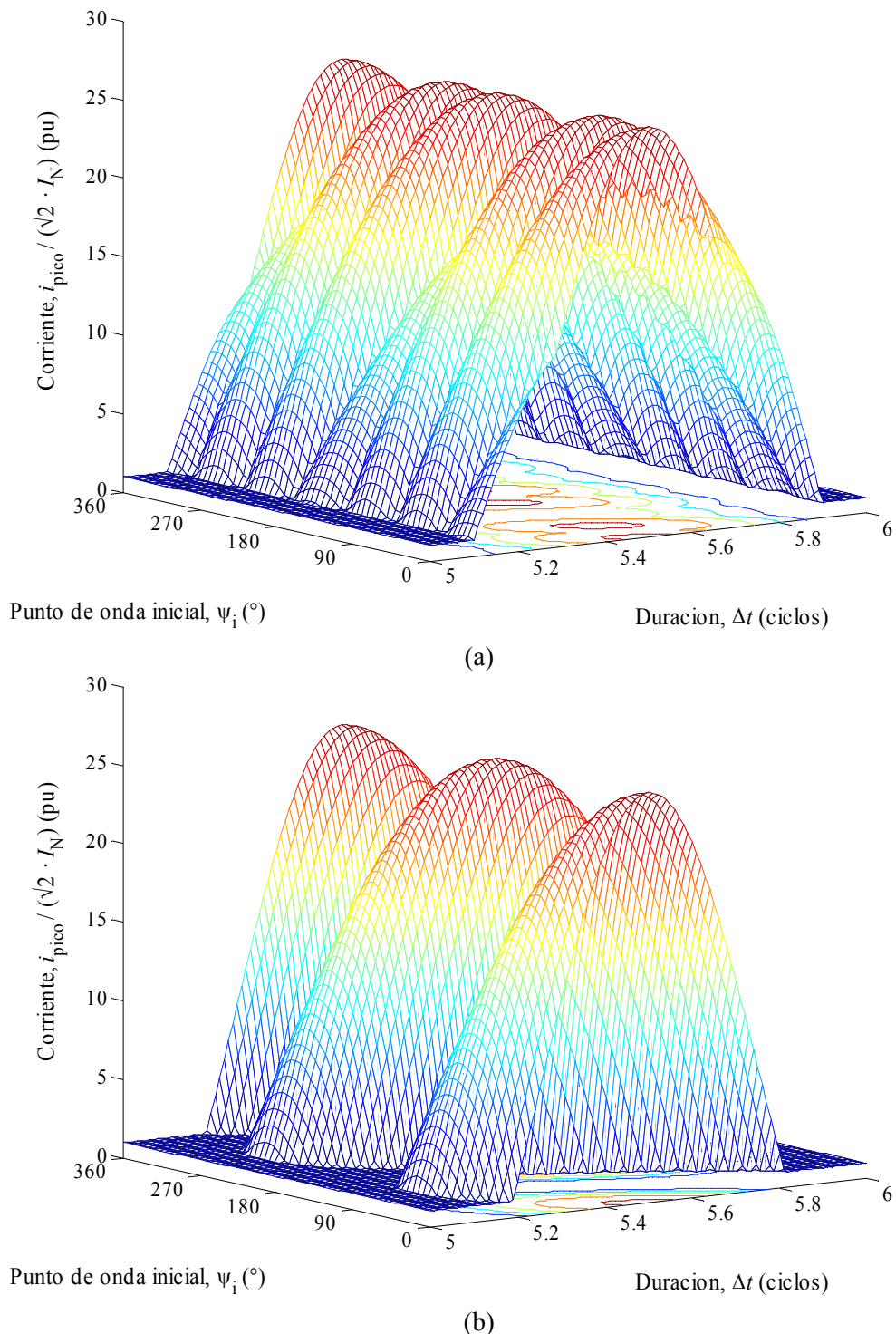


Fig. 6.19. Determinación analítica de los picos de intensidad, en el primario de un transformador trifásico de tres columnas, en función de Δt y ψ_i : a) tipo A; b) tipo B.

La Fig. 6.21 muestra los picos de intensidad para huecos de tensión tipos A y B, con duraciones comprendidas entre $5 \cdot T \leq \Delta t \leq 6 \cdot T$ y profundidades comprendidas entre $0 \leq h \leq 1$. Cada superficie está formada por un total de 4141 picos de intensidad obtenidos como el valor máximo de los picos de intensidad de cada una de las tres fases, correspondientes a la combinación de 101 duraciones y 41 profundidades.

En esta figura se proyectan las curvas de nivel sobre la superficie formada por los ejes de duración y punto de onda inicial.

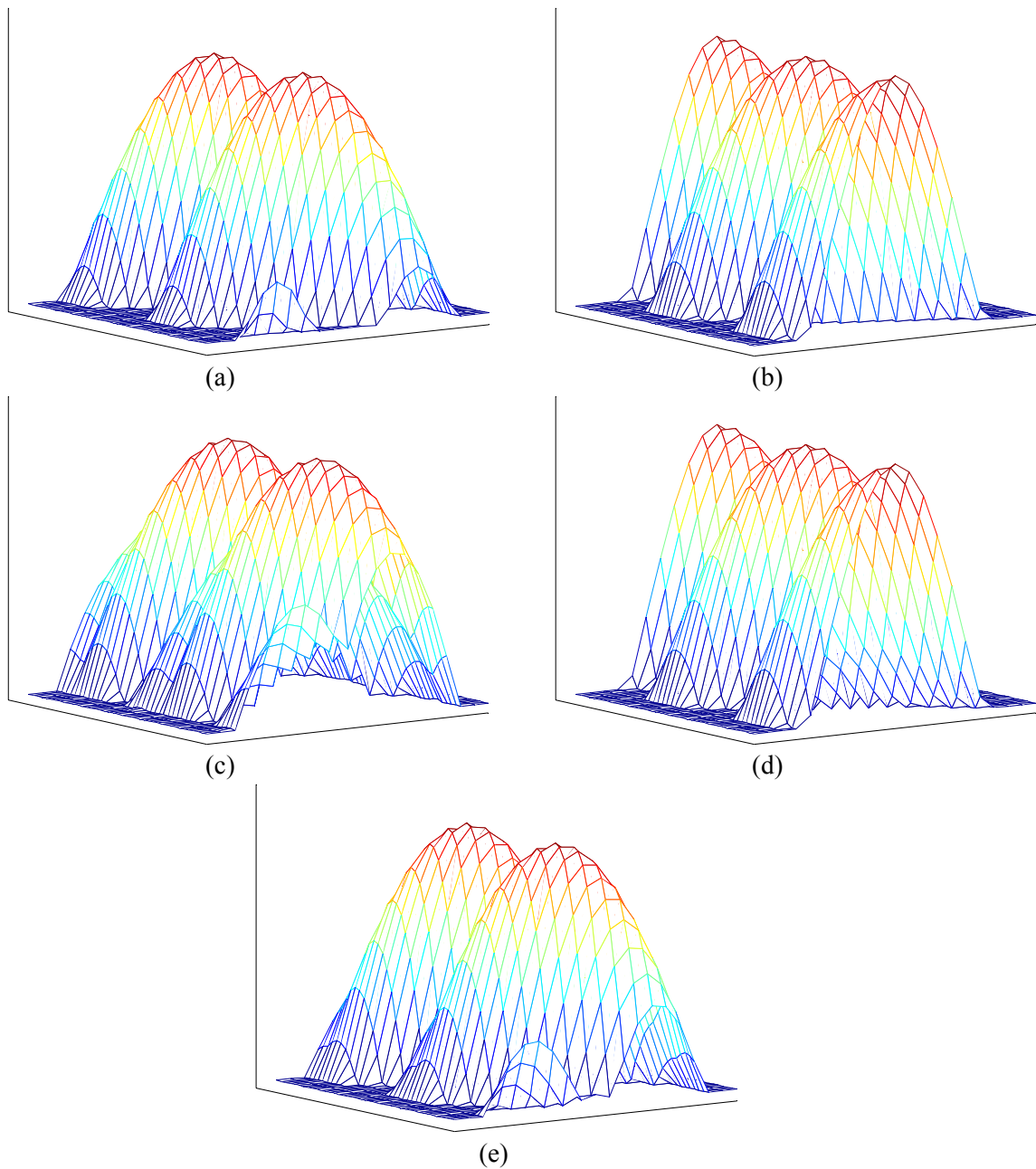
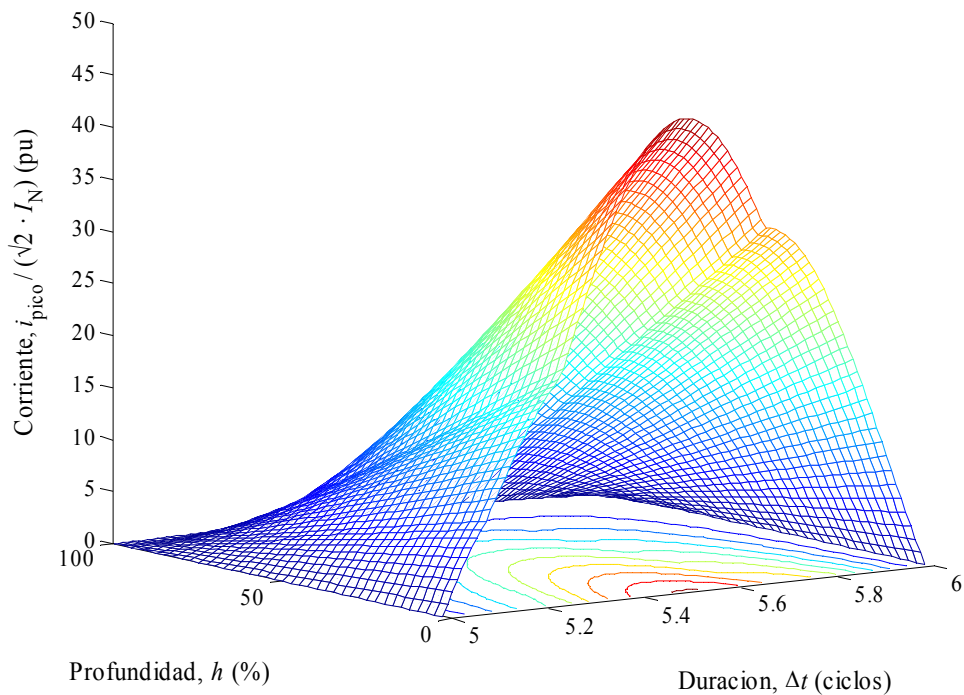
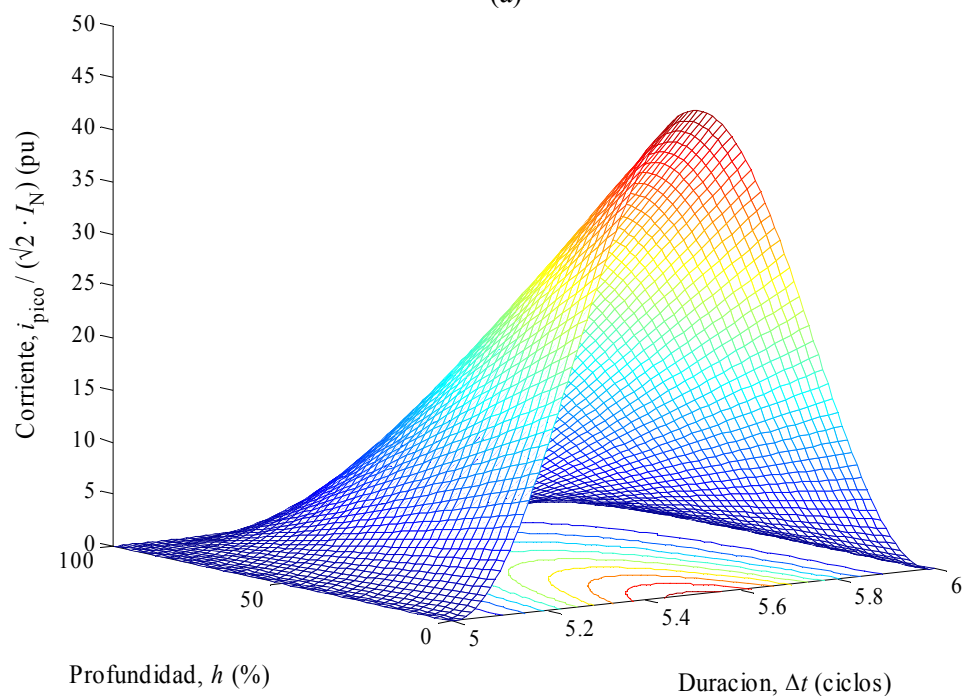


Fig. 6.20. Determinación analítica de los picos de intensidad, en el primario de un transformador trifásico de tres columnas, en función de Δt y ψ_i : a) tipo C; b) tipo D; c) tipo E; d) tipo F; e) tipo G.

La Fig. 6.22 muestra, los picos de intensidad para huecos tipos C, D, E, F y G, con duraciones comprendidas entre $5 \cdot T \leq \Delta t \leq 6 \cdot T$ y puntos de onda inicial comprendidos entre $0^\circ \leq \psi_i \leq 360^\circ$. Cada superficie está formada por 441 picos de intensidad obtenidos como el valor máximo de los picos de intensidad de cada una de las tres fases, correspondientes a la combinación de 21 duraciones y 21 puntos de onda inicial.



(a)



(b)

Fig. 6.21. Determinación analítica de los picos de intensidad, en el primario de un transformador trifásico de tres columnas, en función de la duración y profundidad de los huecos que los provocan, $\psi_{i,\text{critico}}$: a) tipo A; b) tipo B.

6.7.1. Picos de intensidad en función del punto de onda inicial

La Fig. 6.23 muestra los picos de intensidad en el transformador de tres columnas en función del punto de onda inicial para las cuatro series (v_1 a v_4) definidas en (6.6). Cada serie presenta una duración diferente ($5 \cdot T$, $5.25 \cdot T$, $5.5 \cdot T$ y $5.75 \cdot T$) y está formada por un total de 360 huecos, todos ellos con una profundidad, $h = 0.4$.

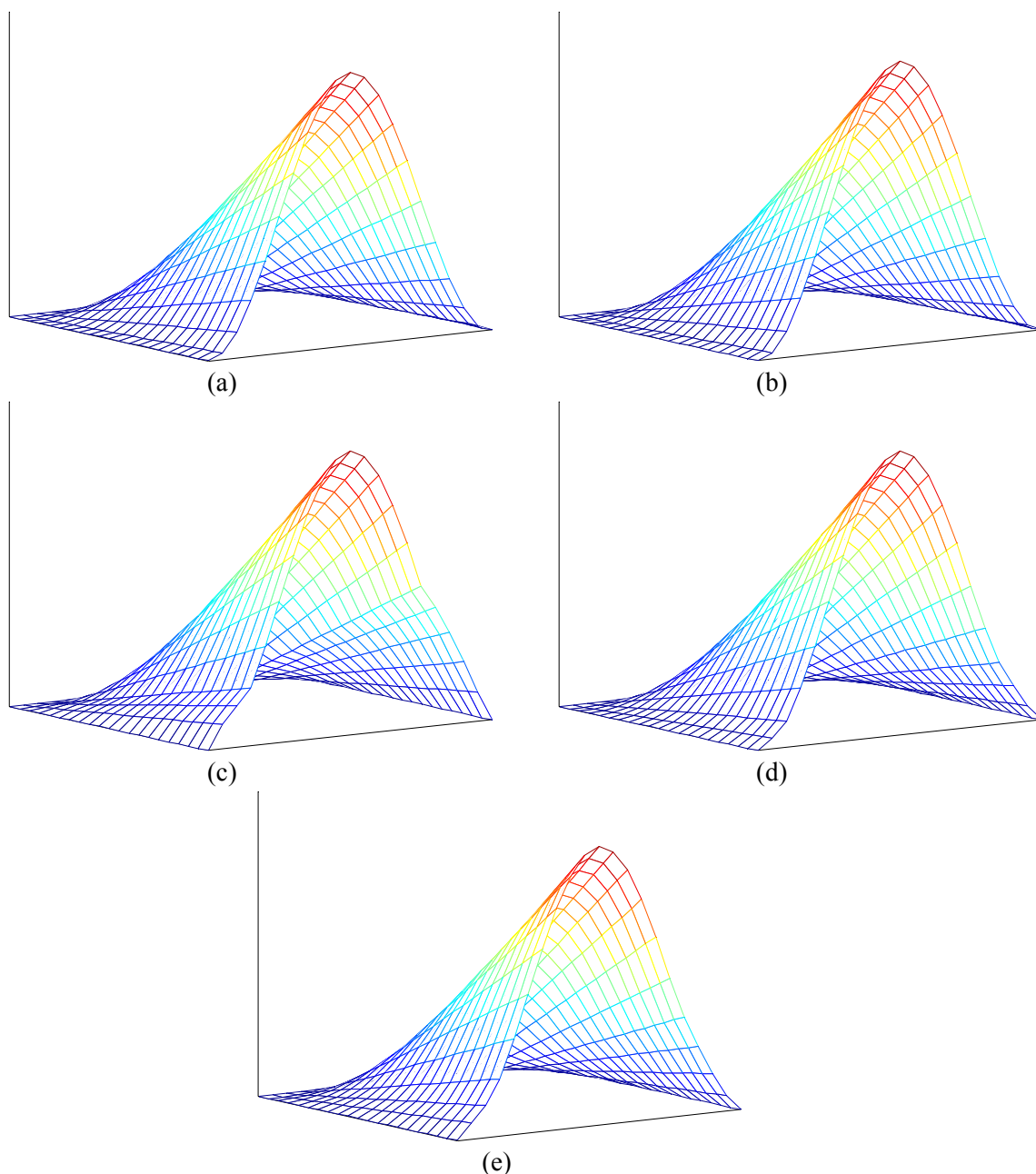


Fig. 6.22. Determinación analítica de los picos de intensidad, en el primario de un transformador trifásico de tres columnas, en función de la duración y profundidad de los huecos que los provocan, $\psi_{i,critico}$: a) tipo A; b) tipo B.

Las 7 gráficas mostradas en la Fig. 6.23 corresponden a los huecos tipos A, B, C, D, E, F y G respectivamente. Cualitativamente las series presentan unas formas de onda muy similares a las presentadas en el apartado 6.3.1, donde a partir del modelo matemático del hueco de tensión y del transformador trifásico, se simulaba el comportamiento dinámico del transformador durante el hueco y tras la recuperación de la tensión. Obtenida la evolución temporal de la corriente se obtenía el pico de intensidad.

Los picos de intensidad obtenidos analíticamente son algo mayores que los mostrados en el apartado 6.3.1. Por tanto el cálculo analítico siempre determina una situación algo más desfavorable que el cálculo de todo el transitorio producido por el hueco de tensión. Esta pequeña diferencia se debe a las aproximaciones realizadas en el modelo analítico del transformador.

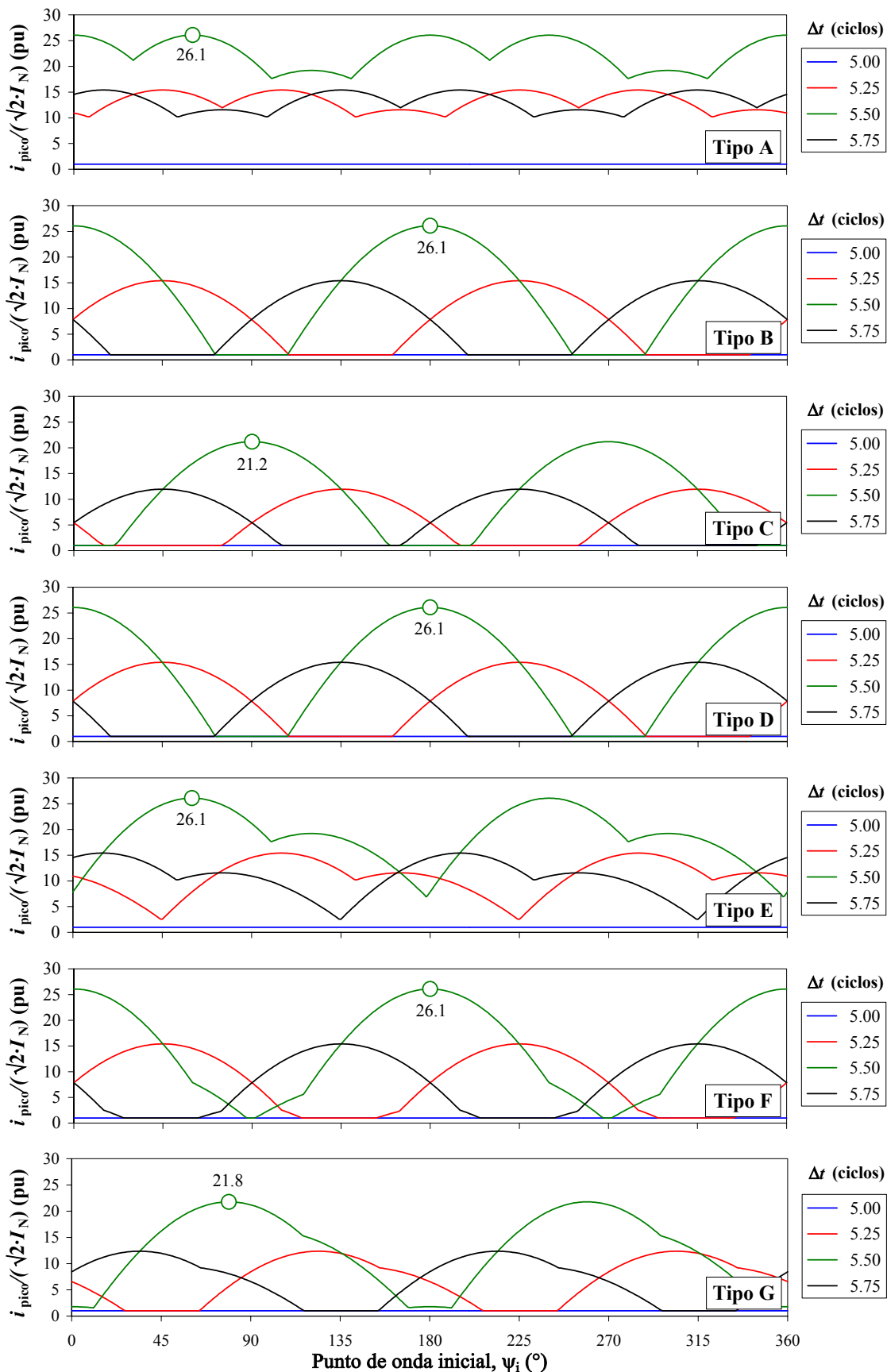


Fig. 6.23. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas (conexión Yy0) en función del punto de onda inicial, ψ_i ($t_i = 0$ s), para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$.

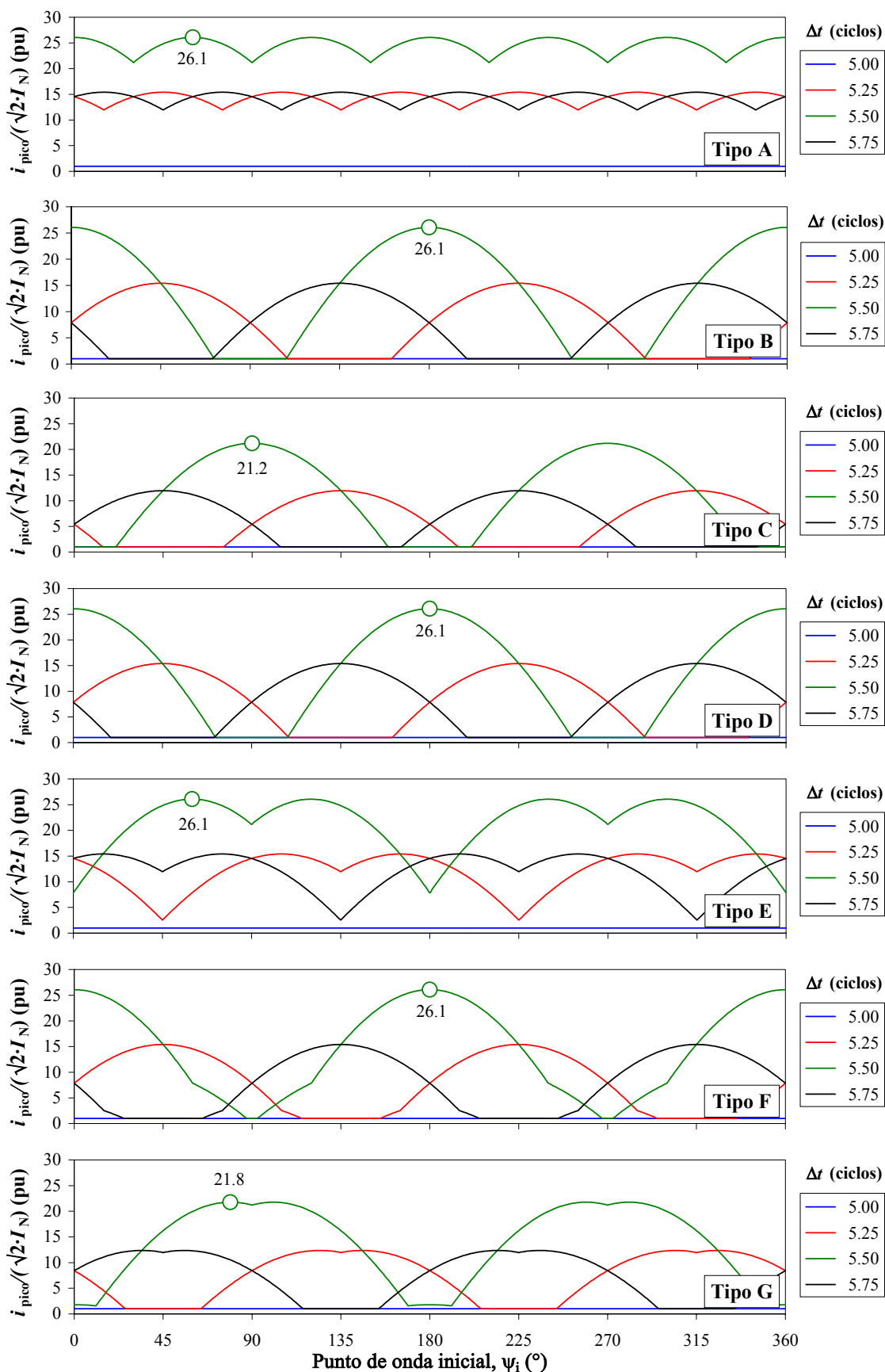


Fig. 6.24. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico (conexión Yy0) en función del punto de onda inicial, ψ_i ($t_i = 0$ s) para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$.

La Fig. 6.24 muestra los picos de intensidad en el primario del banco trifásico en función del punto de onda inicial para las cuatro series (v_1 a v_4) definidas en (6.6). Cada serie está formada por un total de 360 huecos, todos ellos con una profundidad, $h = 0.4$.

Las 7 gráficas de la Fig. 6.24 corresponden a los picos de intensidad para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G respectivamente.

Los datos obtenidos para ambos tipos de transformadores corroboran las conclusiones citadas en el apartado 6.3:

- Existencia de un punto de onda inicial crítico, $\psi_{i,\text{crítico}}$ para cada tipo de hueco, determinados analíticamente a partir de la expresión y mostrados en la Tabla 6.5.
- Comportamiento cíclico de los picos de intensidad respecto al punto de onda inicial.
- La serie con una duración $5.5 \cdot T$ (verde) se muestra siempre como la más severa. Las series $5.25 \cdot T$ (roja) y $5.75 \cdot T$ (negra) presentan el mismo grado de severidad y la serie $5 \cdot T$ (azul) es la menos severa, de hecho la intensidad no se ve incrementada respecto al valor nominal.
- Los grados de severidad diferentes que presentan las series implican que los picos de intensidad dependen de δt .
- Los picos de intensidad cuando se producen huecos simétricos, tipo A, son menos sensibles al punto de onda inicial que los producidos con huecos asimétricos, puesto que la diferencia entre los valores máximo y mínimo de una misma serie son inferiores.
- El grado de severidad de todos los tipos de hueco de tensión es similar. Los tipos A, B, D, E y F son los más severos, y los tipos G y C algo menos severos.

En vista de los resultados obtenidos, es recomendable utilizar el cálculo analítico para el cálculo de los picos de intensidad, en lugar de resolver el transitorio. La rapidez de cálculo permite el estudio masivo de huecos de tensión, como es el caso de todas las gráficas presentadas en este apartado.

6.7.2. Picos de intensidad en función de δt para $\psi_{i,\text{crítico}}$

La Fig. 6.25 muestra los picos de intensidad, calculados analíticamente, en el primario del transformador de tres columnas, en función de δt . Cada una de las gráficas corresponde a un tipo de hueco. Todos los huecos han sido calculados para una profundidad $h = 0.4$ y el punto de onda inicial crítico, $\psi_{i,\text{crítico}}$. En cada gráfica se muestran dos series, cada una de ellas formada por 200 huecos de tensión, que tienen duraciones, Δt , con un número entero de ciclos diferentes: $n = 5$ y $n = 20$.

En la Fig. 6.26 se muestran los picos de intensidad calculados analíticamente en el banco trifásico.

Los datos obtenidos para ambos tipos de transformadores corroboran las conclusiones citadas en el apartado 6.4.1:

- El *máximo pico de intensidad* siempre se produce, en todos los casos analizados, cuando $\delta t = 0.5 \cdot T$.
- Los picos de intensidad menos severos se producen cuando $\delta t = 0.5 \cdot T$.

- El grado de severidad de todos los tipos de hueco de tensión es similar. Los tipos A, B, D, E y F son los más severos, y los tipos G y C algo menos severos.
- Los resultados obtenidos en ambas series son prácticamente idénticos. Por lo tanto, los picos de intensidad son muy sensibles a la parte fraccionaria de la duración, δt , pero no a la parte entera de la misma, n .

Como cabía esperar, los máximos picos de intensidad de este apartado son iguales a los obtenidos en el apartado anterior, puesto que en ambos casos la profundidad de todos los huecos ha sido la misma, $h = 0.4$.

6.7.3. Picos de intensidad en función de δt para diferentes valores de ψ_i

La Fig. 6.27 muestra los picos de intensidad en el primario del transformador de tres columnas en función de la duración, Δt , para cuatro series. Cada serie presenta un punto de onda inicial diferente (0° , 90° , 180° y 270°) y está formada por un total de 200 huecos, todos ellos con una profundidad, $h = 0.4$.

Cualitativamente las series presentan unas formas de onda muy similares a las presentadas en el apartado 6.4.2.

La Fig. 6.28 muestra los picos de intensidad en el primario del banco trifásico en función de δt .

En este apartado hay que tener en cuenta que los huecos de tensión E y G tienen un valor de $\psi_{i,\text{crítico}}$ (60° y 79.11°) diferente al escogido para las cuatro series. En consecuencia los máximos picos de intensidad para estos tipos de huecos son algo menores que los obtenidos en los apartados anteriores, tal como se puede observar en la Fig. 6.27 y en la Fig. 6.28.

Los datos obtenidos para ambos tipos de transformadores corroboran las conclusiones citadas en el apartado 6.4.2:

- Las series azul ($\psi_{i,\text{crítico}} = 0^\circ$) y verde ($\psi_{i,\text{crítico}} = 180^\circ$) presentan resultados idénticos, al igual que ocurre con las series roja ($\psi_{i,\text{crítico}} = 90^\circ$) y negra ($\psi_{i,\text{crítico}} = 270^\circ$).
- Para el banco trifásico (Fig. 6.28) se observa una simetría de las series respecto a $\delta t = 0.5 \cdot T$, puesto que el circuito magnético es simétrico. Para el transformador de tres columnas (columna central más corta que las laterales) las formas de onda de los picos de intensidad son asimétricas para los huecos de tensión tipos A, E y G.

6.7.4. Picos de intensidad en función de la profundidad

La Fig. 6.29 muestra los picos de intensidad en el primario del transformador de tres columnas en función de la profundidad, h , para cuatro series: v_{11} , v_{12} , v_{13} , y v_{14} definidas en (6.10). Cada serie presenta una duración diferente ($5.00 \cdot T$, $5.25 \cdot T$, $5.50 \cdot T$ y $5.75 \cdot T$) y está formada por un total de 180 huecos, todos ellos con una profundidad, $h = 0.4$ y el punto de onda inicial más desfavorable, $\psi_{i,\text{crítico}}$.

Cualitativamente las series presentan unas formas de onda muy similares a las presentadas en el apartado 6.5.

La Fig. 6.30 muestra los picos de intensidad en el banco trifásico en función de la profundidad, h .

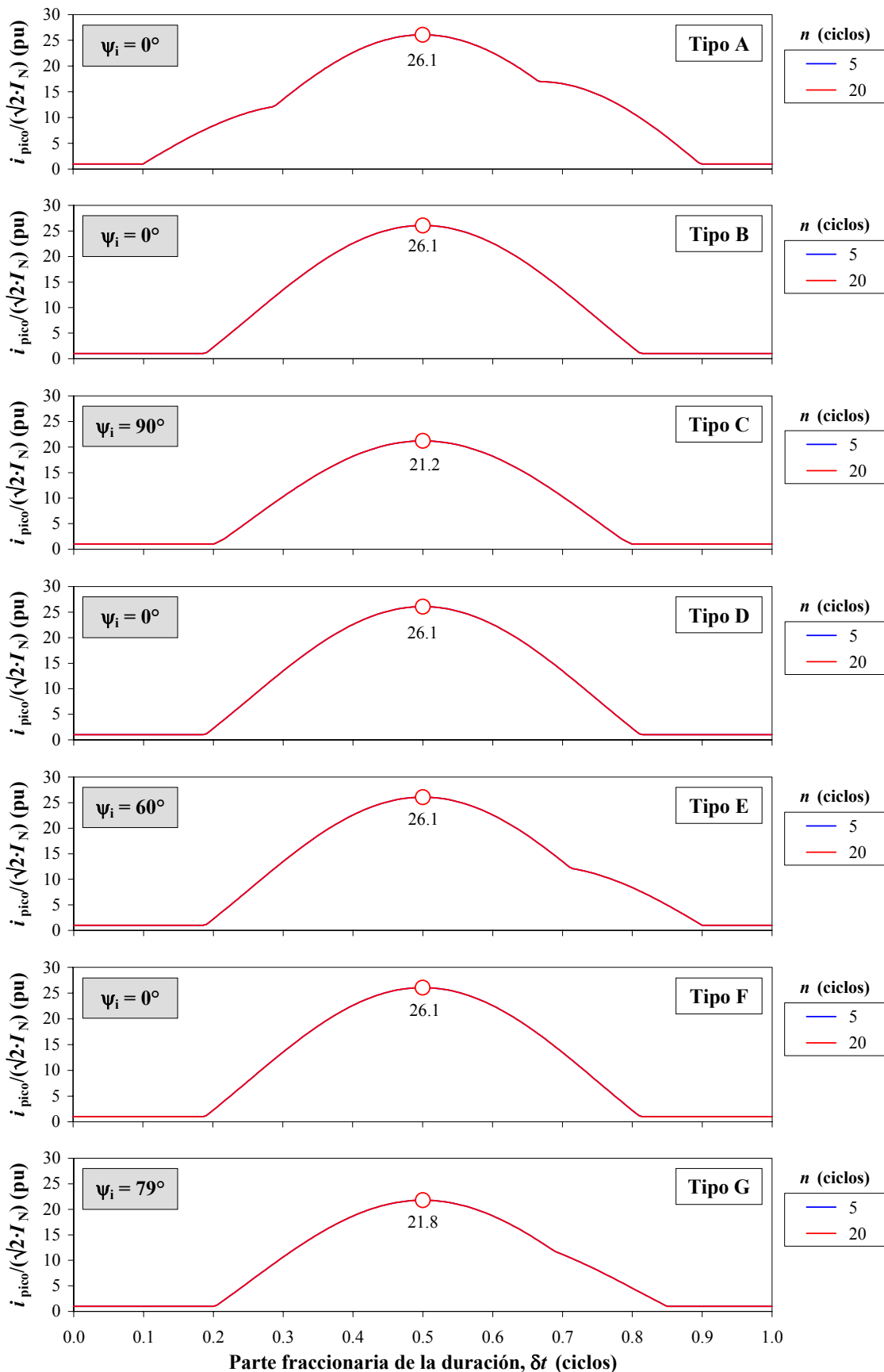


Fig. 6.25. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas (conexión Yy0) en función de δt ($t_i = 0$ s), para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$.

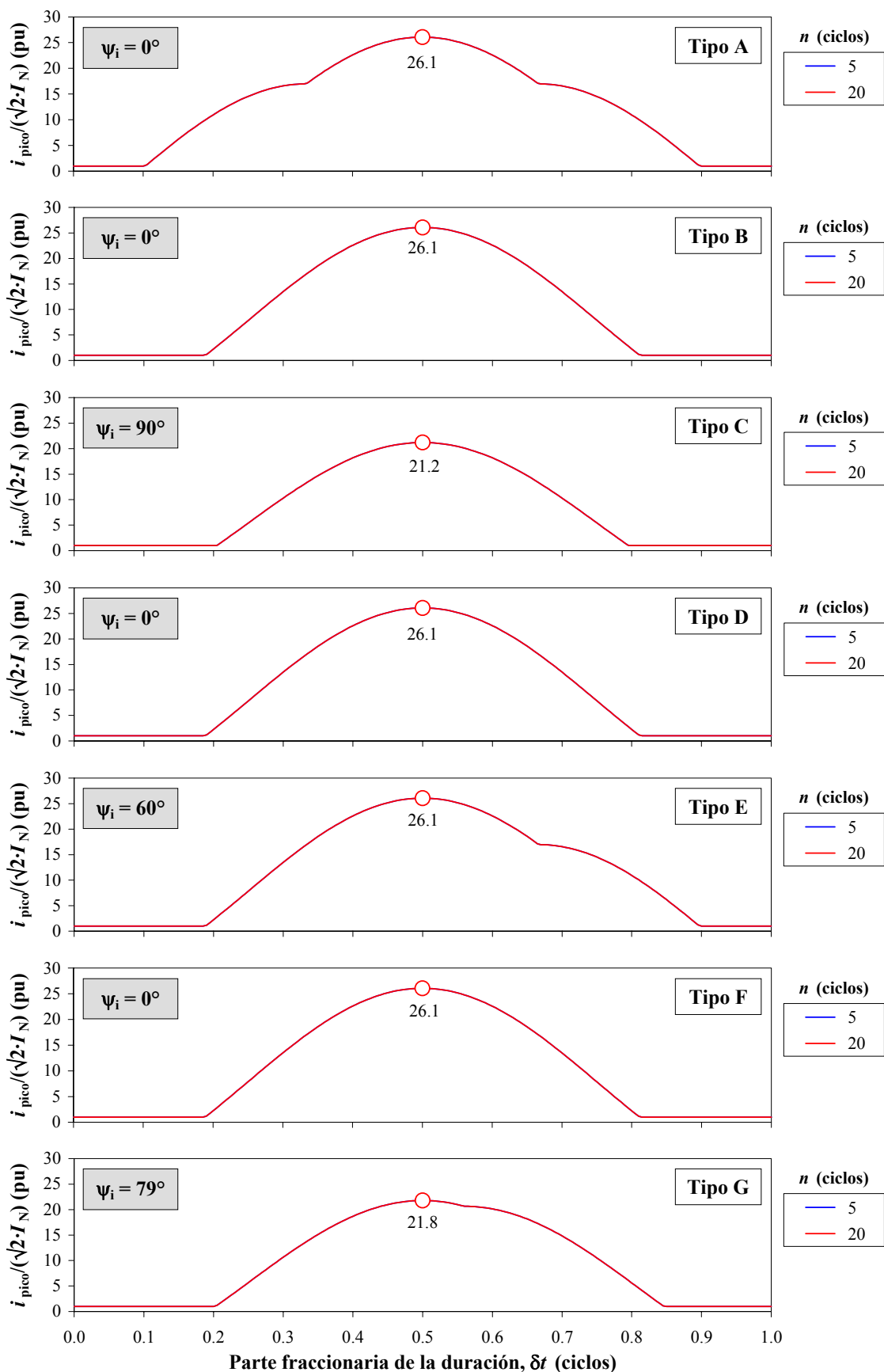


Fig. 6.26. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico (conexión Yy0) en función de δt ($t_i = 0$ s), para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$.

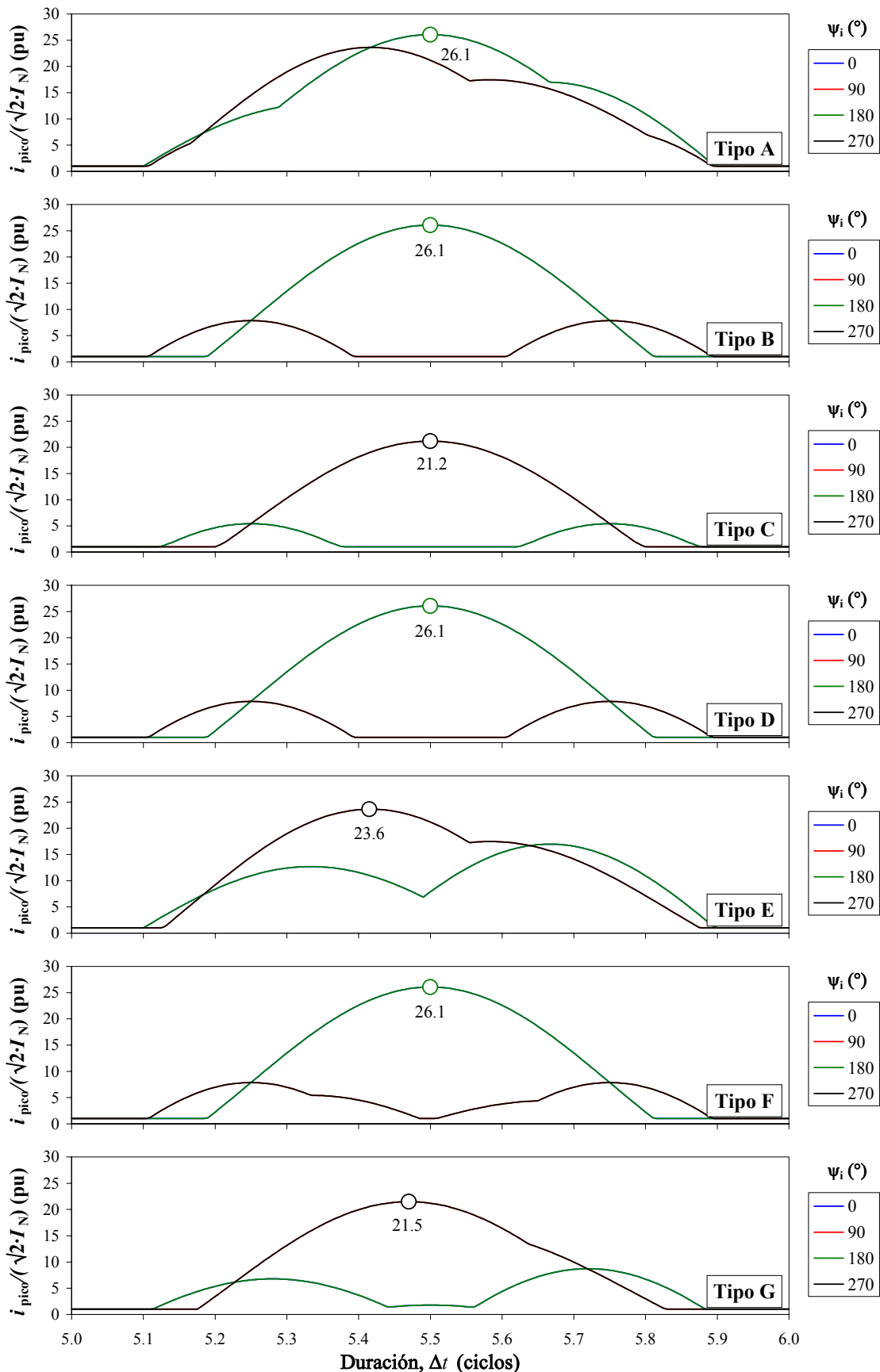


Fig. 6.27. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas (conexión Yy0) en función de Δt , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$.

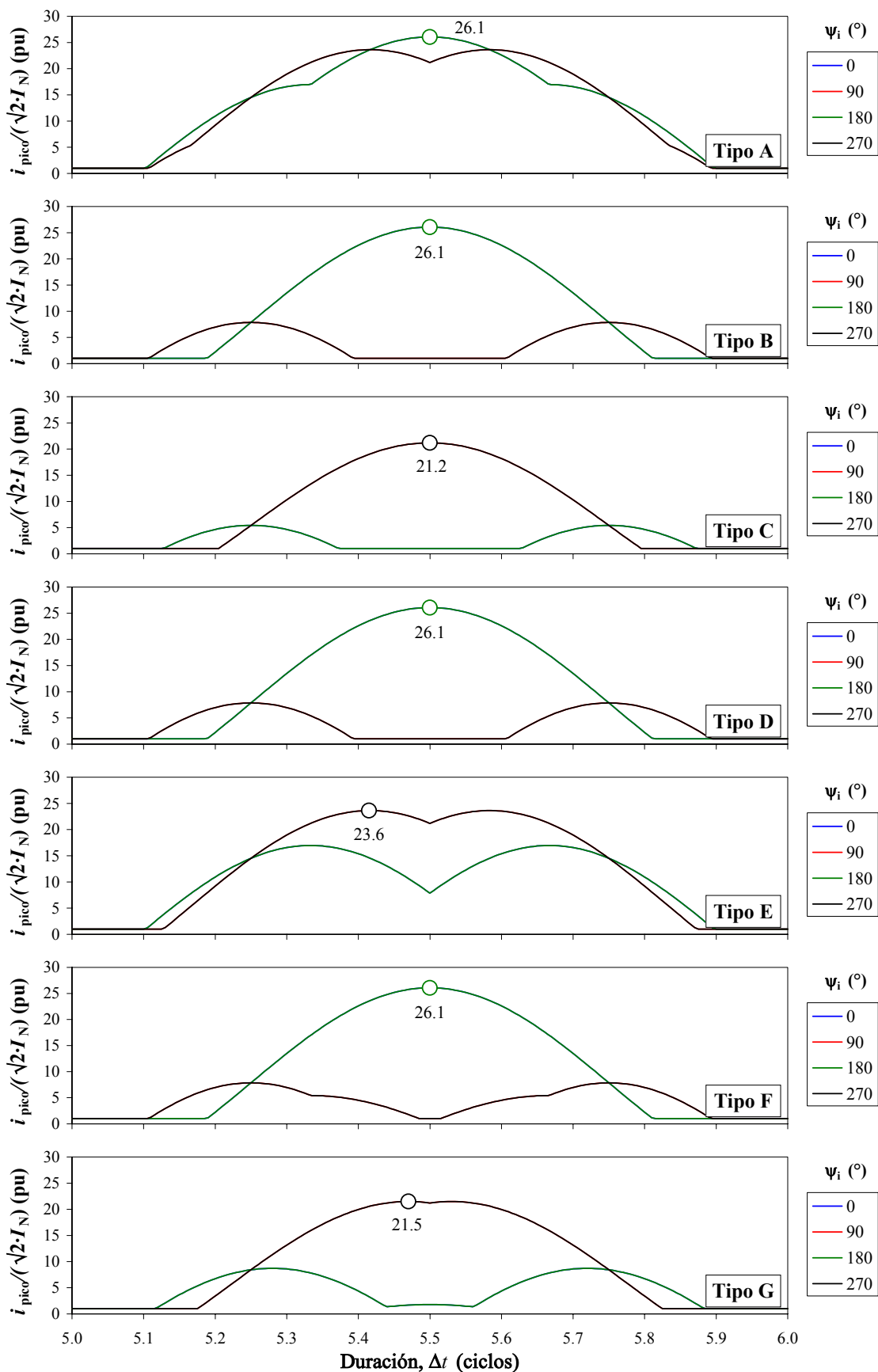


Fig. 6.28. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico (conexión Yy0) en función de Δt , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$.

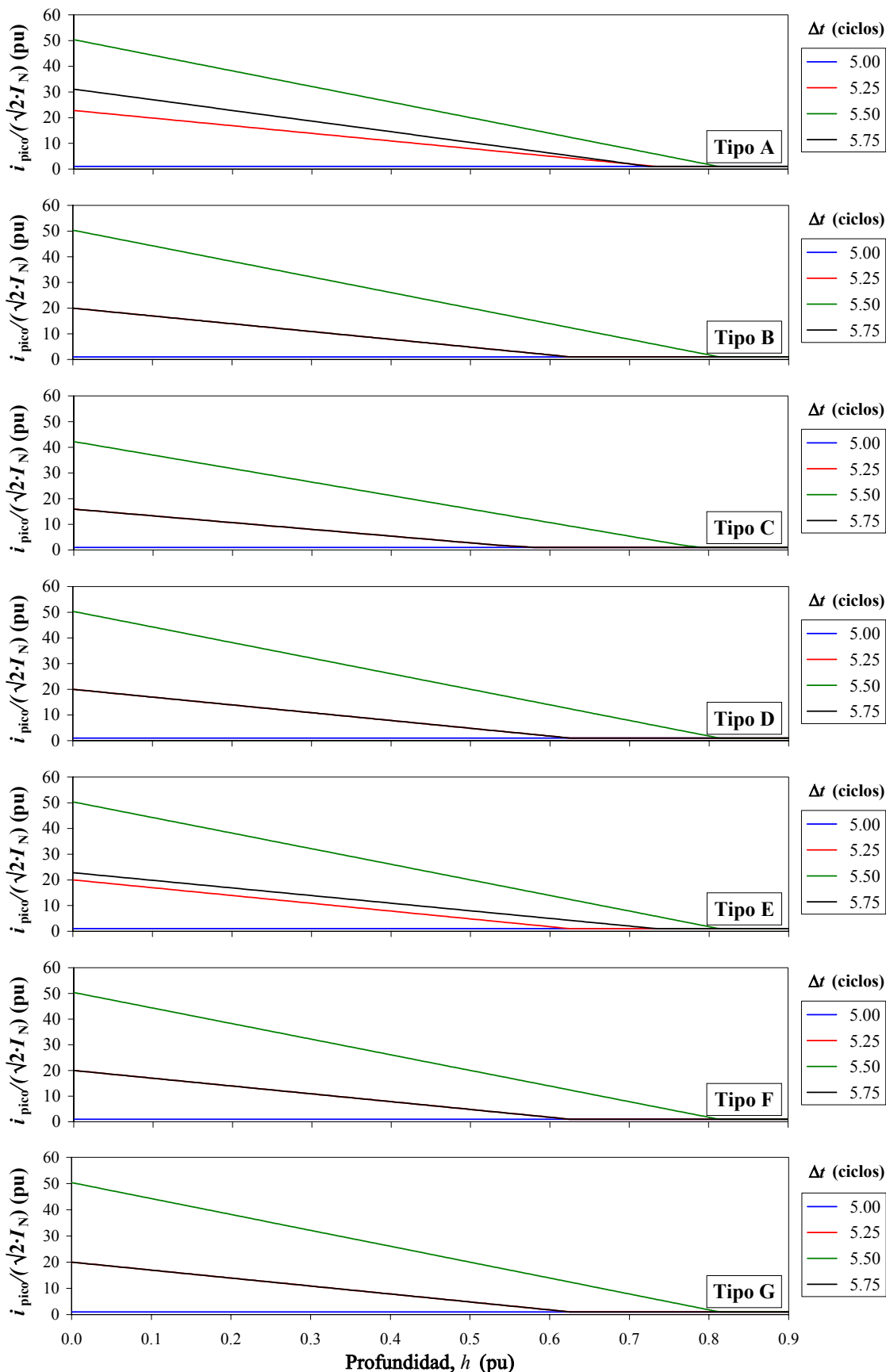


Fig. 6.29. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas (conexión Yy0) en función de h , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$.

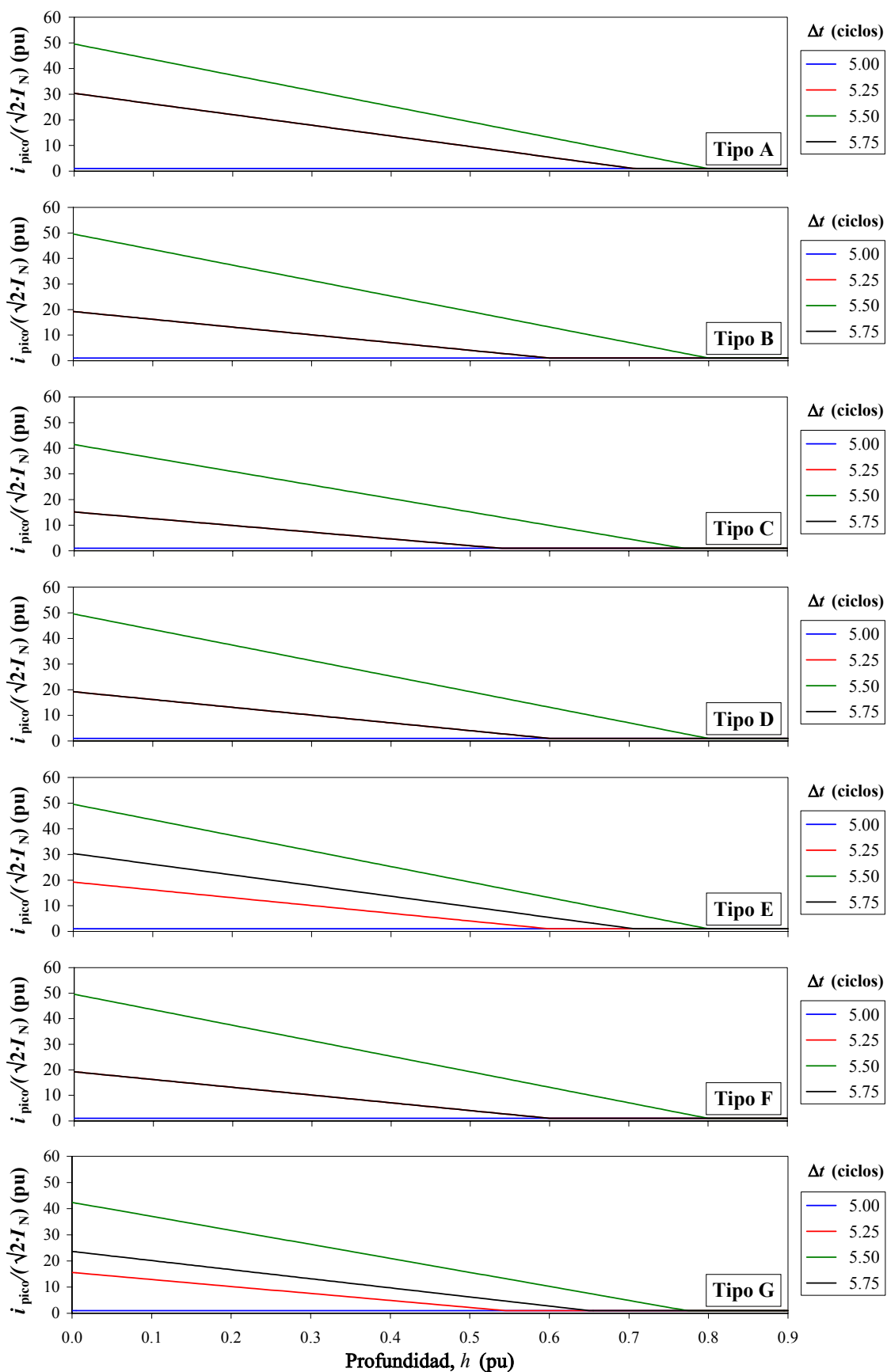


Fig. 6.30. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico (conexión Yy0) en función de h , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$.

Los datos obtenidos para ambos tipos de transformadores trifásicos corroboran las conclusiones citadas en el apartado 6.5:

- A mayor profundidad (menor valor de h) se obtienen mayores picos de intensidad.
- Tal como ya se había deducido en los apartados anteriores, la serie verde ($\delta t = 0.5 \cdot T$) es la más severa.
- Huecos de tensión con una tensión residual elevada ($h > 0.8$) no provocan consumos de corriente claramente superiores al valor nominal.

Otro aspecto a destacar es que la gran similitud de resultados para el transformador de tres columnas (Fig. 6.29), permite clasificar los huecos en dos grupos, tal como se aprecia en la Fig. 6.31a, donde todos los huecos presentan una duración $\Delta t = 5.5 \cdot T$ y el punto de onda inicial crítico, $\psi_{i,\text{crítico}}$:

- Tipos A, B, D, E, F y G
- Tipo C

Procediendo del mismo modo en el banco trifásico (Fig. 6.30) también se obtiene la gráfica mostrada en la Fig. 6.31b, donde todos los huecos presentan una duración $\Delta t = 5.5 \cdot T$ y el punto de onda inicial crítico, $\psi_{i,\text{crítico}}$. En este caso la clasificación por grado de severidad sería:

- Tipos A, B, D, E y F
- Tipo G
- Tipo C

6.8. Conclusiones

En este capítulo se han mostrado los picos de intensidad que provocan los huecos de tensión en los transformadores trifásicos, mediante el cálculo del transitorio producido por el hueco en primer lugar, y por cálculo analítico en segundo lugar. En ambos casos se ha tomado un modelo del transformador que incluye la saturación del circuito magnético.

Se ha comprobado que:

- Respecto al punto de onda inicial, se obtienen los máximos picos de intensidad para el punto de onda inicial crítico, $\psi_{i,\text{crítico}}$ que depende del tipo de hueco y del tipo de transformador, tal como se muestra en la Tabla 6.1.
- Respecto a la duración, los máximos picos de intensidad se obtienen cuando $\Delta t = (n + 0.5) \cdot T$, donde $n \in \mathbb{N}$.
- Respecto a la profundidad, los máximos picos de intensidad se obtienen cuando la tensión residual es nula, $h = 0$.
- Se ha presentado un método para el cálculo analítico de los picos de intensidad de un transformador trifásico sometido a huecos de tensión. Esto supone que no es necesario calcular el transitorio para determinar el pico de corriente que produce un determinado hueco de tensión.

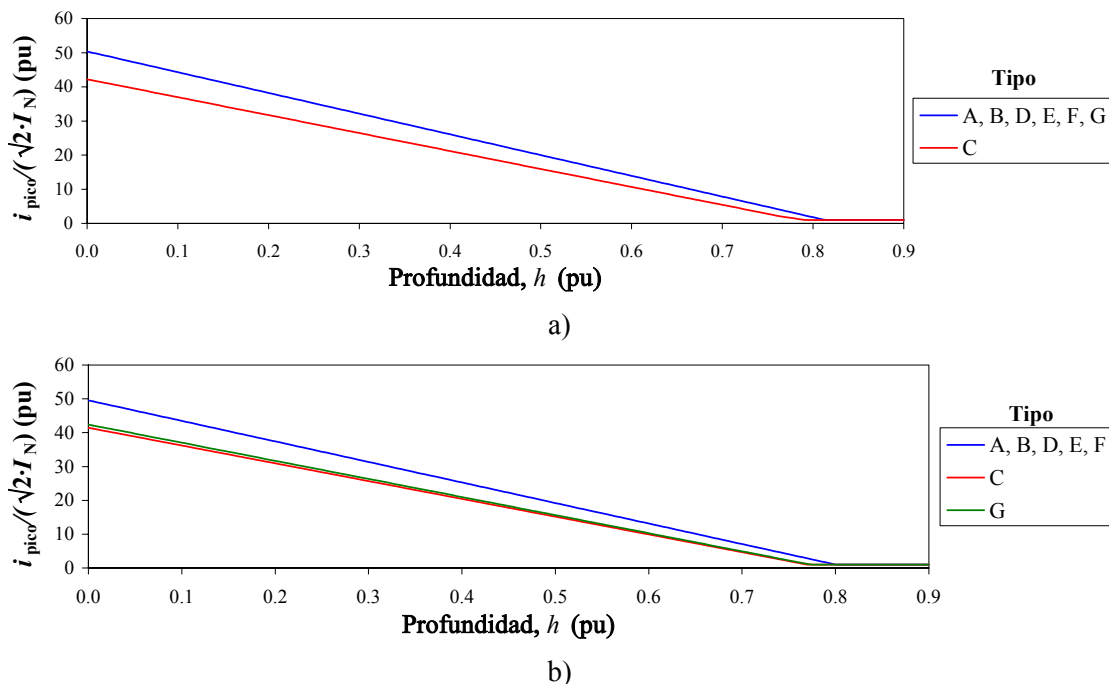


Fig. 6.31. Determinación analítica de los picos de intensidad en función de h , $\Delta t = 5.5 \cdot T$ y $\psi_{i,\text{crítico}}$. a) transformador de tres columnas; b) banco trifásico.

- Se han presentado curvas tridimensionales que representan los valores de los picos de intensidad calculados cuando el transformador trifásico se ve sometido a un rango extensivo de huecos de tensión.
- Se ha comprobado que un transformador trifásico sometido a huecos de tensión tipos A, B, D, E y F con la misma duración, profundidad y el punto de onda inicial crítico, presenta idénticos picos de intensidad. En segundo lugar, por orden de severidad se encuentran los huecos tipo G y finalmente los huecos tipo C. Esto implica que el análisis de los picos de intensidad que se producen en el primario del transformador trifásico se puede reducir a tres grupos.

Capítulo 7

Conclusiones

7. Conclusiones

7.1. Aportaciones

Las aportaciones de esta tesis son:

Huecos de Tensión

1. Se ha realizado una breve introducción al estudio de los sistemas trifásicos mediante el método de las componentes simétricas. Dicho estudio permite desarrollar las ecuaciones de los diferentes tipos de huecos de tensión que originan las diferentes faltas (trifásica, fase–tierra, fase–fase, fase–fase–tierra), así como su transmisión a otros niveles de tensión y la influencia de la conexión de la carga.
2. Se han caracterizado las siete tipologías de huecos de tensión (A, B, C, D, E, F y G) mediante su duración, su profundidad y el punto de onda inicial.

Efectos de los huecos en el motor de inducción trifásico

Teniendo en cuenta que un hueco de tensión en un motor de inducción trifásico produce picos de intensidad, picos de par y pérdida de velocidad mecánica.

3. Se han determinado los puntos de onda inicial más desfavorables: 0° para los huecos tipos B, D y F y 90° para los tipos C y E (los efectos producidos por los huecos simétricos, tipo A, son prácticamente independientes del punto de onda inicial). También se ha determinado que las duraciones más desfavorables son las que tienen un valor de $\delta t = 0.5 \cdot T$
4. Se han obtenido las superficies tridimensionales de los picos de intensidad, de los picos de par y de la pérdida de velocidad mecánica en función de la profundidad y de la duración para todos los tipos de huecos de tensión. Las curvas de nivel de dichas superficies representan la sensibilidad de la máquina a los huecos de tensión.
5. Se han obtenido las curvas de sensibilidad de los picos de intensidad, de los picos de par y de la pérdida de velocidad mecánica para todos los tipos de huecos de tensión.
6. También se han obtenido las curvas de sensibilidad para las mismas variables, pero utilizando la componente directa de la tensión en lugar de la profundidad del hueco.
7. Se han agrupado diferentes tipos de huecos de severidad similar cuando la distancia Euclídea entre las superficies tridimensionales correspondientes es pequeña. De esta

manera es posible reducir el número de tipos de huecos a estudiar de las siete originales (A, B, C, D, E, F y G) a tres grupos:

- Picos de intensidad. Grupo 1, tipo A. Grupo 2, tipos C, D, E y F. Grupo 3, tipo B.
- Picos de par. Grupo 1, tipos C, D, E y F. Grupo 2, tipo A. Grupo 3, tipo B.
- Pérdida de velocidad mecánica. Grupo 1, tipo A. Grupo 2, tipos E y F. Grupo 3, tipos B, C y D.

Efectos de los huecos en el transformador trifásico

Teniendo en cuenta que un hueco de tensión puede llegar a saturar el transformador y como consecuencia éste consumirá una intensidad elevada (puede llegar a ser del orden de la corriente de conexión):

8. Se han determinado los puntos de onda inicial más desfavorables: 0° para los huecos tipos A, B, D y F, 60° para el tipo C, 79.11° para el tipo G y 90° para el tipo G. También se ha determinado que las duraciones más desfavorables son las que tienen un valor de $\delta t = 0.5 \cdot T$
9. Se ha determinado la relación de los picos de intensidad con la profundidad del hueco.
10. Se ha presentado un método analítico para la determinación de la componente de continua del flujo del transformador y de los picos de intensidad.
11. Se han obtenido las superficies tridimensionales de los picos de intensidad en función del punto de onda inicial y de la duración para todos los tipos de huecos de tensión. Las curvas de nivel de dichas superficies representan la sensibilidad de la máquina a los huecos de tensión.
12. También se han obtenido las superficies tridimensionales de los picos de intensidad en función de la profundidad y de la duración para todos los tipos de huecos de tensión.
13. Se han obtenido las curvas que reflejan el comportamiento de los picos de intensidad en función del punto de onda inicial, de la duración y de la profundidad para todos los tipos de huecos de tensión.
14. Se han agrupado diferentes tipos de huecos de severidad similar. De esta manera es posible reducir el número de tipos de huecos a estudiar de las siete originales (A, B, C, D, E, F y G) a dos o tres grupos:
 - Transformador de tres columnas. Grupo 1, tipos A, B, D, E, F y G. Grupo 2, tipo C.
 - Banco trifásico. Grupo 1, tipos A, B, D, E, y F. Grupo 2, tipo G. Grupo 3, tipo C.

7.2. Futuras líneas de investigación

Las posibles líneas de investigación que pueden derivarse de esta tesis son:

- Incorporar al modelo de los huecos de tensión el despeje de la falta por parte de las protecciones (una vez dada la orden de apertura al interruptor, las intensidades de cortocircuito de cada fase se anulan en los sucesivos pasos por cero). Estudiar su efecto en los motores de inducción y en los transformadores.
- Diseño de protecciones para motores de inducción que permitan ajustar la sensibilidad de éstos frente a los huecos de tensión.
- Análisis de los efectos de los huecos de tensión en otro tipo de cargas, como en las máquinas síncronas o en los convertidores electrónicos.
- Estudio de la influencia de las conexiones del primario y el secundario del transformador en su sensibilidad frente a los huecos de tensión.
- Estudio de la influencia de los parámetros del motor en su sensibilidad frente a los huecos de tensión y el estado de la carga.
- Estudio del efecto de los huecos en centrales eólicas con generadores de inducción.
- Estudio del comportamiento de un conjunto de motores de inducción sometido a un hueco de tensión.

Índice de figuras

8. Índice de figuras

<i>Fig. 1.1. Representación temporal de algunas de las perturbaciones que puede sufrir la tensión de suministro.</i>	4
<i>Fig. 2.1. Evolución de las tensiones de fase, y h (en la parte inferior), durante un hueco de tensión simétrico.</i>	12
<i>Fig. 2.2. Elemento trifásico activo de tres terminales con conexión a tierra sin impedancia de neutro.</i>	14
<i>Fig. 2.3. Circuito equivalente de un elemento trifásico activo de tres terminales con conexión a tierra sin impedancia de neutro.</i>	14
<i>Fig. 2.4. Circuitos de secuencia de un elemento trifásico activo de tres terminales.</i>	16
<i>Fig. 2.5. Máquina de inducción trifásica: a) de jaula sencilla o de rotor bobinado en cortocircuito; b) de doble jaula.</i>	16
<i>Fig. 2.6. Máquina síncrona trifásica de polos lisos: a) con imán permanente; b) con rotor bobinado.</i>	17
<i>Fig. 2.7. Máquina síncrona trifásica de polos salientes: a) con imán permanente; b) con rotor bobinado.</i>	18
<i>Fig. 2.8. Circuito equivalente de un elemento trifásico activo de tres terminales con conexión a tierra a través de una impedancia.</i>	20
<i>Fig. 2.9. Elemento trifásico activo de seis terminales con conexión a tierra.</i>	21
<i>Fig. 2.10. Circuitos de secuencia de un elemento trifásico pasivo de seis terminales no recíproco utilizando transformadores ideales de relación de transformación compleja.</i>	22
<i>Fig. 2.11. Circuitos de secuencia de un elemento trifásico pasivo de seis terminales recíproco.</i>	23
<i>Fig. 2.12. Circuitos de secuencia de una línea de transporte (secuencia inversa igual a secuencia directa).</i>	24
<i>Fig. 2.13. Transformador trifásico de tres columnas.</i>	25
<i>Fig. 2.14. Circuitos equivalentes del transformador trifásico de tres columnas: a) circuito eléctrico equivalente de la fase k; b) circuito magnético equivalente.</i>	25
<i>Fig. 2.15. Circuitos de secuencia homopolar del transformador en función de la conexión de los devanados: a) YNyn; b) YNd; c) YNy; d) Yy; e) Dd.</i>	26
<i>Fig. 2.16. Circuito de secuencia homopolar del transformador con los devanados sin conectar.</i>	26
<i>Fig. 2.18. Conexión de un elemento trifásico activo de tres terminales con un elemento trifásico pasivo de seis terminales.</i>	28
<i>Fig. 2.19. Circuitos de secuencia para la conexión de un elemento trifásico activo de tres terminales con un transformador: a) exacto; b) aproximado.</i>	28

Fig. 2.20. Circuitos de secuencia para la conexión de un elemento trifásico activo de tres terminales con una línea de transporte: a) exacto; b) aproximado.....	29
Fig. 2.21. Circuitos de secuencia aproximados para la conexión de un elemento trifásico activo de tres terminales con un elemento trifásico pasivo de seis terminales.....	30
Fig. 2.22. Modelo del hueco de tensión a partir de un divisor de tensión.....	31
Fig. 2.23. Esquema de un sistema trifásico cuando se produce una falta trifásica en el punto f.....	32
Fig. 2.24. Circuitos equivalentes de secuencia para un falta trifásica.....	33
Fig. 2.25. Esquema de un sistema trifásico cuando se produce una falta trifásica a tierra en el punto f.....	34
Fig. 2.26. Circuitos equivalentes de secuencia para un falta trifásica a tierra.....	35
Fig. 2.27. Esquema de un sistema trifásico cuando se produce una falta fase a – tierra en el punto f.....	35
Fig. 2.28. Circuitos equivalentes de secuencia para un falta fase a – tierra.....	37
Fig. 2.29. Esquema de un sistema trifásico cuando se produce una falta fase b – fase c en el punto f.....	38
Fig. 2.30. Circuitos equivalentes de secuencia para un falta fase b – fase c.....	39
Fig. 2.31. Esquema de un sistema trifásico cuando se produce una falta fase b – fase c – tierra en el punto f.....	40
Fig. 2.32. Circuitos equivalentes de secuencia para un falta fase b – fase c – tierra.....	41
Fig. 2.33. Esquema de una carga conectada en triángulo.....	44
Fig. 2.34. Relación entre los fasores de tensión de una carga conectada en triángulo y sus correspondientes tensiones de alimentación fase-neutro.....	44
Fig. 2.35. Modelo del hueco de tensión a partir de un divisor de tensión cuando la carga, o el punto de medida, se encuentra en el secundario de un transformador.....	47
Fig. 2.36. Esquema de un transformador tipo I, conexión YNyn0 y $r_t = 1$	48
Fig. 2.37. Esquema de un transformador tipo II, conexión YNy0 y $r_t = 1$	48
Fig. 2.38. Esquema de un transformador tipo II, conexión Dd0 y $r_t = 1$	49
Fig. 2.39. Esquema de un transformador tipo III, conexión Dyn3 y $r_t = \sqrt{3}$	51
Fig. 2.40. Esquema de la transmisión de una falta con tres posibles puntos de conexión común: pcc_1 , pcc_2 y pcc_3 y dos transformadores tipo III en cascada.....	56
Fig. 2.41. Punto de onda inicial, ψ_i , cuando el instante inicial del hueco de tensión es cero ($t_i = 0$ ciclos). Huecos de tensión: $h = 0.5$, $\Delta t = 5$ ciclos, $q = A$. Ángulo de la tensión de la fase a: a) $\alpha = 0^\circ$; b) $\alpha = 45^\circ$ y c) $\alpha = 90^\circ$	60
Fig. 2.42. Punto de onda inicial, ψ_i , cuando el ángulo de la tensión de la fase a es cero ($\alpha = 0^\circ$). Huecos de tensión: $h = 0.5$, $\Delta t = 5$ ciclos, $q = A$. Instante inicial del hueco: a) $\omega t = 0^\circ$; b) $\omega t = 45^\circ$ y c) $\omega t = 90^\circ$	61
Fig. 3.1. Máquina de inducción trifásica de jaula sencilla o de rotor bobinado en cortocircuito.....	66
Fig. 3.2. Representación de las ecuaciones eléctricas (componente forward de la transformación de Ku) de la máquina de inducción trifásica.....	73
Fig. 3.3. Representación de las ecuaciones eléctricas (componente directa de la transformación de Park) de la máquina de inducción trifásica.....	76

<i>Fig. 3.4. Representación de las ecuaciones eléctricas (componente en cuadratura de la transformación de Park) de la máquina de inducción trifásica.....</i>	<i>76</i>
<i>Fig. 3.5. Esquema equivalente por devanado de la máquina de inducción trifásica válido para régimen permanente senoidal.....</i>	<i>78</i>
<i>Fig. 4.1. Picos de intensidad para huecos tipos A, B, C, D, E y F, de profundidad del 10%, duración de 5.5 ciclos y el punto de onda inicial más desfavorable.</i>	<i>85</i>
<i>Fig. 4.2. Picos de par para huecos tipos A, B, C, D, E y F, de profundidad del 10%, duración de 5.5 ciclos y el punto de onda inicial más desfavorable.</i>	<i>86</i>
<i>Fig. 4.3. Pérdida de velocidad para huecos tipos A, B, C, D, E y F, de profundidad del 10%, duración de 5.5 ciclos y el punto de onda inicial más desfavorable.</i>	<i>87</i>
<i>Fig. 4.4. Tensión en la fase a y forma de onda de huecos de tensión con misma profundidad y duración, pero distinto punto de onda inicial.</i>	<i>89</i>
<i>Fig. 4.5. Picos de intensidad para huecos tipos A, B, C, D, E y F, en función del punto de onda inicial. La línea roja muestra los picos de intensidad durante el hueco, y la línea azul los producidos tras la recuperación de la tensión. Todos los huecos presentan una profundidad del 10% y una duración de 5.5 ciclos.....</i>	<i>90</i>
<i>Fig. 4.6. Picos de par para huecos tipos A, B, C, D, E y F, en función del punto de onda inicial. La línea roja muestra los picos de par durante el hueco, y la línea azul los producidos tras la recuperación de la tensión. Todos los huecos presentan una profundidad del 10% y una duración de 5.5 ciclos.</i>	<i>91</i>
<i>Fig. 4.7. Tensión de la fase a, y forma de onda de los huecos de tensión, a) huecos B, D y F: $\psi_i = 90^\circ$; b) huecos C y E: $\psi_i = 0^\circ$.</i>	<i>93</i>
<i>Fig. 4.8. Picos de intensidad respecto a δt. $q = A$ y $h = 10\%$. Tres series: azul ($n = 1 \cdot T$), roja ($n = 10 \cdot T$) y verde ($n = 100 \cdot T$). a) durante el hueco; b) tras la recuperación de la tensión, y c) total.....</i>	<i>94</i>
<i>Fig. 4.9. Picos de intensidad respecto a δt. $q = B$ y $h = 10\%$. Tres series: azul ($n = 1 \cdot T$), roja ($n = 10 \cdot T$) y verde ($n = 100 \cdot T$). a) durante el hueco; b) tras la recuperación de la tensión, y c) total.....</i>	<i>95</i>
<i>Fig. 4.10. Picos de intensidad respecto a δt. $q = C$ y $h = 10\%$. Tres series: azul ($n = 1 \cdot T$), roja ($n = 10 \cdot T$) y verde ($n = 100 \cdot T$). a) durante el hueco; b) tras la recuperación de la tensión, y c) total.....</i>	<i>95</i>
<i>Fig. 4.11. Picos de intensidad respecto a δt. $q = D$ y $h = 10\%$. Tres series: azul ($n = 1 \cdot T$), roja ($n = 10 \cdot T$) y verde ($n = 100 \cdot T$). a) durante el hueco; b) tras la recuperación de la tensión, y c) total.....</i>	<i>96</i>
<i>Fig. 4.12. Picos de intensidad respecto a δt. $q = E$ y $h = 10\%$. Tres series: azul ($n = 1 \cdot T$), roja ($n = 10 \cdot T$) y verde ($n = 100 \cdot T$). a) durante el hueco; b) tras la recuperación de la tensión, y c) total.....</i>	<i>97</i>
<i>Fig. 4.13. Picos de intensidad respecto a δt. $q = F$ y $h = 10\%$. Tres series: azul ($n = 1 \cdot T$), roja ($n = 10 \cdot T$) y verde ($n = 100 \cdot T$). a) durante el hueco; b) tras la recuperación de la tensión, y c) total.....</i>	<i>97</i>
<i>Fig. 4.14. Picos de par respecto a δt. $q = A$ y $h = 10\%$. Tres series: azul ($n = 1 \cdot T$), roja ($n = 10 \cdot T$) y verde ($n = 100 \cdot T$). a) durante el hueco; b) tras la recuperación de la tensión, y c) total.....</i>	<i>98</i>
<i>Fig. 4.15. Picos de par en función de δt. $q = B$ y $h = 10\%$. Tres series: azul ($n = 1 \cdot T$), roja ($n = 10 \cdot T$) y verde ($n = 100 \cdot T$). a) durante el hueco; b) tras la recuperación de la tensión, y c) total.....</i>	<i>99</i>

Fig. 4.16. Picos de par en función de δt . $q = C$ y $h = 10\%$. Tres series: azul ($n = 1 \cdot T$), roja ($n = 10 \cdot T$) y verde ($n = 100 \cdot T$). a) durante el hueco; b) tras la recuperación de la tensión, y c) total.	99
Fig. 4.17. Picos de par en función de δt . $q = D$ y $h = 10\%$. Tres series: azul ($n = 1 \cdot T$), roja ($n = 10 \cdot T$) y verde ($n = 100 \cdot T$). a) durante el hueco; b) tras la recuperación de la tensión, y c) total.	100
Fig. 4.18. Picos de par en función de δt . $q = E$ y $h = 10\%$. Tres series: azul ($n = 1 \cdot T$), roja ($n = 10 \cdot T$) y verde ($n = 100 \cdot T$). a) durante el hueco; b) tras la recuperación de la tensión, y c) total.	100
Fig. 4.19. Picos de par en función de δt . $q = F$ y $h = 10\%$. Tres series: azul ($n = 1 \cdot T$), roja ($n = 10 \cdot T$) y verde ($n = 100 \cdot T$). a) durante el hueco; b) tras la recuperación de la tensión, y c) total.	101
Fig. 4.20. Superficies que representan los picos de intensidad en función de la profundidad y duración de los huecos que los provocan (tipo A): a) duraciones equidistantes en escala logarítmica, $\mathbf{I}_{A,1}$; b) duraciones con $\delta t = 0.5$ ciclos, $\mathbf{I}_{A,2}$	103
Fig. 4.21. Superficies que representan los picos de par en función de la profundidad y duración de los huecos que los provocan (tipo A): a) duraciones equidistantes en escala logarítmica, $\mathbf{T}_{A,1}$; b) duraciones con $\delta t = 0.5$ ciclos, $\mathbf{T}_{A,2}$	104
Fig. 4.22. Superficies que representan los picos de deslizamiento en función de la profundidad y duración de los huecos que los provocan (tipo A): a) duraciones equidistantes en escala logarítmica, $\mathbf{S}_{A,1}$; b) duraciones con $\delta t = 0.5$ ciclos, $\mathbf{S}_{A,2}$	105
Fig. 4.23. Curvas de sensibilidad para los picos de intensidad, $i_{\text{pico}}/(\sqrt{2} \cdot I_N)$ (pu), en huecos de tensión tipos A, B, C, D, E y F para el punto de onda inicial más desfavorable y duraciones equidistantes en escala logarítmica.	106
Fig. 4.24. Curvas de sensibilidad para los picos de intensidad, $i_{\text{pico}}/(\sqrt{2} \cdot I_N)$ (pu), en huecos de tensión tipos A, B, C, D, E y F para el punto de onda inicial más desfavorable y el valor de δt más desfavorable.	107
Fig. 4.25. Curvas de sensibilidad para los picos de par, $\Gamma_{\text{pico}}/\Gamma_N$ (pu), en huecos de tensión tipos A, B, C, D, E y F para el punto de onda inicial más desfavorable y duraciones equidistantes en escala logarítmica.	108
Fig. 4.26. Curvas de sensibilidad para los picos de par, $\Gamma_{\text{pico}}/\Gamma_N$ (pu), en huecos de tensión tipos: A, B, C, D, E y F para el punto de onda inicial más desfavorable y con el valor de δt más desfavorable.	109
Fig. 4.27. Curvas de sensibilidad para los picos de deslizamiento, s_{pico}/s_N (pu), en huecos de tensión tipos A, B, C, D, E y F para el punto de onda inicial más desfavorable y duraciones equidistantes en escala logarítmica.	110
Fig. 4.28. Curvas de sensibilidad para los picos de deslizamiento, s_{pico}/s_N (pu), en huecos de tensión tipos A, B, C, D, E y F para el punto de onda inicial más desfavorable y el valor de δt más desfavorable.	111
Fig. 4.29 Superficies 3D de los picos de intensidad. Distancias entre las matrices de: a) valores máximos y la matriz nula; b) huecos tipo B y la matriz nula; c) de valores máximos y la matriz de huecos tipo B.	114
Fig. 4.30 Superficies 3D de los picos de par. Distancias entre las matrices de: a) valores máximos y la matriz nula; b) huecos tipo B y la matriz nula; c) de valores máximos y la matriz de huecos tipo B.	115
Fig. 4.31 Superficies 3D de los picos de deslizamiento. Distancias entre las matrices de: a) valores máximos y la matriz nula; b) huecos tipo B y la matriz nula; c) de valores máximos y la matriz de huecos tipo B.	116

Fig. 4.32. Isolíneas para los picos de intensidad en huecos con el punto de onda inicial más desfavorable. Duraciones equidistantes en escala logarítmica. Componente directa de la tensión en el eje de ordenadas.	122
Fig. 4.33. Isolíneas para los picos de intensidad en huecos con el punto de onda inicial más desfavorable. Duraciones con $\delta t = 0.5$ ciclos. Componente directa de la tensión en el eje de ordenadas.	123
Fig. 4.34. Isolíneas para los picos de par en huecos con el punto de onda inicial más desfavorable. Duraciones equidistantes en escala logarítmica. Componente directa de la tensión en el eje de ordenadas.	124
Fig. 4.35. Isolíneas para los picos de par en huecos con el punto de onda inicial más desfavorable. Duraciones con $\delta t = 0.5$ ciclos. Componente directa de la tensión en el eje de ordenadas.	125
Fig. 4.36. Isolíneas para los picos de deslizamiento en huecos con el punto de onda inicial más desfavorable. Duraciones equidistantes en escala logarítmica. Componente directa de la tensión en el eje de ordenadas.	126
Fig. 4.37. Isolíneas para los picos de deslizamiento en huecos con el punto de onda inicial más desfavorable. Duraciones con $\delta t = 0.5$ ciclos. Componente directa de la tensión en el eje de ordenadas.	127
Fig. 5.1. Transformador trifásico de tres columnas.	132
Fig. 5.2. Circuito eléctrico equivalente para la fase k de un transformador trifásico, $k = (a, b, c)$	133
Fig. 5.3. Circuito equivalente magnético para un transformador trifásico de tres columnas.	134
Fig. 5.4. Característica ($\phi - f$) para la curva de saturación propuesta.	135
Fig. 5.5. Banco trifásico.	137
Fig. 5.6. Circuito magnético equivalente para la fase k de un banco trifásico, $k = (a, b, c)$	138
Fig. 5.7. Circuito magnético equivalente del banco trifásico.	139
Fig. 5.8. Transformador trifásico de cinco columnas.	139
Fig. 6.1. Intensidad en el primario del transformador trifásico de tres columnas para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, cuando $h = 0.4$, $\Delta t = 2.5 \cdot T$ y $\psi_{i,\text{crítico}}$	145
Fig. 6.2. Intensidad en el primario, y flujo de un transformador trifásico de tres columnas sometido a huecos tipo C, $h = 0.4$ y $\psi_i = 90^\circ$ y cuya duración es: a) $\Delta t = 5.00 \cdot T$; b) $\Delta t = 5.25 \cdot T$ y c) $\Delta t = 5.50 \cdot T$	147
Fig. 6.3. Intensidad en el primario, y flujo de un transformador trifásico de tres columnas sometido a huecos tipo B, $h = 0.4$, $\psi_i = 0^\circ$ y $\Delta t = 5.50 \cdot T$	148
Fig. 6.4. Tensión en la fase a , y forma de onda de los huecos en función del ángulo de la tensión en la fase a para $h = 0.4$, $t_i = 0$ s y duraciones, Δt : $5.00 \cdot T$ (serie azul), $5.25 \cdot T$ (serie roja), $5.50 \cdot T$ (serie verde) y $5.75 \cdot T$ (serie negra).	149
Fig. 6.5. Picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas en función del punto de onda inicial, ψ_i ($t_i = 0$ s), para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G y $h = 40\%$	150
Fig. 6.6. Picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico en función del punto de onda inicial, ψ_i ($t_i = 0$ s), para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G y $h = 40\%$	151
Fig. 6.7. Tensión en la fase a y forma de onda de los huecos de tensión v_5 y v_6 (6.7).	152

Fig. 6.8. Tensión en la fase a y forma de onda de las series v_7 , v_8 , v_9 , y v_{10} definidas en (6.8).....	153
Fig. 6.9. Picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas en función de δt , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, $h = 40\%$ y $\psi_{i,critico}$	154
Fig. 6.10. Picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico en función de δt , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, $h = 40\%$ y $\psi_{i,critico}$	155
Fig. 6.11. Picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas en función de δt , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$	157
Fig. 6.12. Picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico en función de δt , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$	158
Fig. 6.13. Tensión en la fase a y forma de onda de series v_{11} , v_{12} , v_{13} , y v_{14} (6.10).....	159
Fig. 6.14. Picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas en función de la profundidad, h , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y el punto de onda inicial más desfavorable.....	160
Fig. 6.15. Picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico en función de la profundidad, h , para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y el punto de onda inicial más desfavorable.....	161
Fig. 6.16. Picos de intensidad en función de la profundidad para una duración $\Delta t = 0.5$ ciclos, y el punto de onda inicial más desfavorable, $\psi_{i,critico}$: a) transformador de tres columnas; b) banco trifásico.....	162
Fig. 6.17. Flujos magnéticos, en un transformador de tres columnas, cuando se ve sometido a un hueco de tensión simétrico con $h = 40\%$, $\Delta t = 4.375 \cdot T$ y $\psi_i = 0^\circ$	165
Fig. 6.18. a) Influencia de los parámetros en la forma de la curva de saturación. b) Determinación de la corriente de pico a partir de la curva de saturación.....	168
Fig. 6.19. Determinación analítica de los picos de intensidad, en el primario de un transformador trifásico de tres columnas, en función de Δt y ψ_i : a) tipo A; b) tipo B.....	172
Fig. 6.20. Determinación analítica de los picos de intensidad, en el primario de un transformador trifásico de tres columnas, en función de Δt y ψ_i : a) tipo C; b) tipo D; c) tipo E; d) tipo F; e) tipo G.....	173
Fig. 6.21. Determinación analítica de los picos de intensidad, en el primario de un transformador trifásico de tres columnas, en función de la duración y profundidad de los huecos que los provocan, $\psi_{i,critico}$: a) tipo A; b) tipo B.....	174
Fig. 6.22. Determinación analítica de los picos de intensidad, en el primario de un transformador trifásico de tres columnas, en función de la duración y profundidad de los huecos que los provocan, $\psi_{i,critico}$: a) tipo A; b) tipo B.....	175
Fig. 6.23. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas (conexión Yy0) en función del punto de onda inicial, ψ_i ($t_i = 0$ s), para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$	176
Fig. 6.24. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico (conexión Yy0) en función del punto de onda inicial, ψ_i ($t_i = 0$ s) para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$	177
Fig. 6.25. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas (conexión Yy0) en función de δt ($t_i = 0$ s), para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$	180
Fig. 6.26. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico (conexión Yy0) en función de δt ($t_i = 0$ s), para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$	181

<i>Fig. 6.27. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas (conexión Yy0) en función de Δt, para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$.</i>	182
<i>Fig. 6.28. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico (conexión Yy0) en función de Δt, para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$.</i>	183
<i>Fig. 6.29. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un transformador trifásico de tres columnas (conexión Yy0) en función de h, para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$.</i>	184
<i>Fig. 6.30. Determinación analítica de los picos de intensidad en el primario de un banco de transformación trifásico (conexión Yy0) en función de h, para huecos tipos A, B, C, D, E, F y G, y $h = 40\%$.</i>	185
<i>Fig. 6.31. Determinación analítica de los picos de intensidad en función de h, $\Delta t = 5.5 \cdot T$ y $\Psi_{i,critico}$. a) transformador de tres columnas; b) banco trifásico.</i>	187

Índice de tablas

9. Índice de tablas

Tabla 2.1. Valores típicos de las impedancias de secuencia.....	30
Tabla 2.2. Relación r/x en líneas de transporte aéreas y subterráneas.....	34
Tabla 2.3. Huecos de tensión en función del tipo de falta para cargas conectadas en estrella con neutro e hipótesis adoptada.....	42
Tabla 2.4. Componentes simétricas en función del tipo de hueco de tensión. Tabla 2.4. Componentes simétricas en función del tipo de hueco de tensión.....	43
Tabla 2.5. Huecos de tensión en función del tipo de falta y de la conexión de la carga.....	46
Tabla 2.6. Clasificación de los transformadores en función de su influencia en la transmisión de los huecos de tensión.....	47
Tabla 2.7. Transferencia de huecos a otros niveles de tensión.....	55
Tabla 2.8. Hueco en función de la falta y el punto de conexión común para dos transformadores tipo III en cascada.....	56
Tabla 2.9. Tensión durante el hueco, en componentes simétricas, en función de su tipología.....	57
Tabla 2.10. Tensión durante el hueco en variables de fase y ecuaciones temporales en función de su tipología.....	58
Tabla 2.11. Diagrama fasorial y representación temporal de los huecos de tensión.....	59
Tabla 3.1: Relación entre las ecuaciones de la máquina de un par de polos y de la de p pares de polos.....	79
Tabla 4.1: Punto de onda inicial más desfavorable.....	92
Tabla 4.2. Distancia normalizada (%) entre las superficies de los picos de intensidad (duraciones equidistantes en escala logarítmica).....	117
Tabla 4.3. Distancia normalizada (%) entre las superficies de los picos de intensidad (duraciones con el valor de δt más desfavorable).....	117
Tabla 4.4. Distancia normalizada (%) entre las superficies de los picos de par (duraciones equidistantes en escala logarítmica).....	118
Tabla 4.5. Distancia normalizada (%) entre las superficies de los picos de par (duraciones con el valor de δt más desfavorable).....	118
Tabla 4.6. Distancia normalizada (%) entre las superficies de los picos de deslizamiento (duraciones equidistantes en escala logarítmica).....	119
Tabla 4.7. Distancia normalizada (%) entre las superficies de los picos de deslizamiento (duraciones con δt más desfavorable).....	119
Tabla 4.8. Agrupación de tipologías en función del efecto estudiado y la distancia normalizada.....	120

<i>Tabla 4.9. Valores máximos y mínimos de la componente directa de la tensión en función del tipo de hueco.</i>	121
<i>Tabla 5.1. Datos del transformador trifásico de tres columnas.</i>	136
<i>Tabla 5.2. Datos del banco trifásico</i>	138
<i>Tabla 6.1. Punto de onda inicial más desfavorable en transformadores trifásicos.</i>	149
<i>Tabla 6.2: Huecos de tensión más desfavorables.</i>	163
<i>Tabla 6.3: Magnitud y ángulo de los fasores de la tensión durante el hueco.</i>	164
<i>Tabla 6.4: Valores de Δt y ψ_1 que no producen ni picos de flujo ni picos de intensidad.</i>	169
<i>Tabla 6.5: Valores de $\psi_{i,critico}$ que producen los máximos picos de flujo y los máximos picos de intensidad, para un valor de Δt determinado y en el caso particular que $\delta t=0.5 \cdot T$.</i>	170

Referencias

10. Referencias

- [1] Wagner, V.E.; Andreshak, A.A.; Staniak, J.P. Power Quality and Factory Automation. *IEEE Transactions on Industry Applications*, jul.–ago. 1990, vol. 26, núm. 4, p. 620–626.
- [2] IEEE. IEEE Standard 1250-1995: *IEEE Guide for Service to Equipment Sensitive to Momentary Voltage Disturbances*. New York: IEEE, 1995.
- [3] Dorr, D.S. AC power quality studies: IBM, AT&T and NPL. *13th International Telecommunications Energy Conference, 1991*. INTELEC '91, nov. 1991, p. 552–559.
- [4] Khera, P.P.; Dickey, K.C. Analysis and mitigation of voltage disturbances at an industrial customer's corporate campus. *IEEE Transactions on Industry Applications*, sep.–oct. 1998, vol. 34, núm. 5, p. 893–896.
- [5] España. Ley 54/1997, de 27 de noviembre, del Sector Eléctrico. *Boletín Oficial del Estado*, 28 de noviembre de 1997, núm. 285, p. 35097.
- [6] España. Real Decreto 1955/2000, de 1 de diciembre, por el que se regulan las actividades de transporte, distribución, comercialización, suministro y procedimientos de autorización de instalaciones de energía eléctrica. *Boletín Oficial del Estado*, 27 de diciembre de 2000, núm. 310, p. 45988.
- [7] UNE. UNE-EN 50160: Características de la tensión suministrada por las redes generales de distribución. Madrid: UNE, 2001.
- [8] Gómez, T.; Rivier, J. Distribution and power quality regulation under electricity competition. A comparative study. *Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power*, oct. 2000, vol. 2, p. 462–468.
- [9] Amantegui, J.; Zabala, L.; Pazos, F. Assesment of Power Quality issues at both sides of the meter. *Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power*, oct. 2000, vol. 2, p. 410–415.
- [10] Javerzac, J.L. Contracting the quality of electricity: the French experience. *Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power*, oct. 2000, vol. 2, p. 431–437.
- [11] IEEE. IEEE Standard 1159-1995, *IEEE Recommended Practice for Monitoring Electric Power Quality*. New York, 1995.
- [12] Córcoles, F. Estudio y caracterización de la máquina de inducción. Aplicación de métodos analíticos y aproximados para el análisis transitorio. Tesis doctoral, UPC, Departament d'Enginyeria Elèctrica, 1998.
- [13] Pedra, J.; Sáinz, L.; Córcoles, F.; López, R.; Salichs, M. PSPICE computer model of a nonlinear three-phase three-legged transformer. *IEEE Transactions Power Delivery*, vol. 19, núm. 1, January 2004, p. 200–207.

- [14] Furfari, F.A.; Brittain, J. Charles LeGeyt Fortescue and the method of symmetrical components. *IEEE Industry Applications Magazine*, may–jun 2002, vol. 8, núm. 3, p. 7–9.
- [15] Anderson, P.M. *Analysis of Faulted Power Systems*. New York: IEEE Press, 1995. ISBN: 0–7803–1145–0.
- [16] Gómez Expósito, A. *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*. Madrid: McGraw-Hill, 2002. ISBN: 94–481–3592–X.
- [17] Bollen, M.H.J. *Understanding Power Quality Problems: Voltage Sags and Interruptions*. New Jersey: IEEE Press, 2000. ISBN: 0–7803–4713–7.
- [18] Lessene, J.; Notelet, F.; Seguiet, G. *Introduction a l'Electrotechnique Approfondie*. Paris: Technique & Documentation, 1981.
- [19] Guasch, L.; Córcoles, F.; Pedra, J. Effects of unsymmetrical voltage sags on induction motors. *IEEE International Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives*, oct. 1999, Gijón, p. 565–572.
- [20] Córcoles, F.; Pedra, J. Algorithm for the study of voltage sags on induction machines. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, dic. 1999, vol. 14, núm. 4, p. 959–968.
- [21] Guasch, L.; Córcoles, F.; Pedra, J. Effects of unsymmetrical voltage sag types E, F and G on induction motors. *Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power*, oct. 2000, vol. 3, p. 796–803.
- [22] Córcoles, F.; Pedra, J.; Guasch, L. Analysis of the induction machines sensitivity to voltage sags. *International Conference on Electrical Machines*, Estambul, sep. 1998, vol. 3, p. 1538–1543.
- [23] Guasch, L.; Córcoles, F.; Pedra, J. Effects of Symmetrical and Unsymmetrical Voltage Sags on Induction Machines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, abr. 2004, vol. 19, núm. 2, p. 774–782.
- [24] Gómez, J.C.; Morcos, M.M. Voltage sag and recovery time in repetitive events. *IEEE Transactions on Power Delivery*, oct. 2002, vol. 17, núm. 4, p. 1037–1043.
- [25] de Leon, F.; Semlyen, A. Complete transformer model for electromagnetic transients. *IEEE Transactions on Power Delivery*, ene. 1994, vol. 9, núm. 1, p. 231–239.
- [26] Chen, X.; Venkata, S.S. A three-phase three-winding core-type transformer model for low-frequency transient studies. *IEEE Transactions on Power Delivery*, abr. 1997, vol. 12, núm. 2, p. 775–782.
- [27] Chen, X. A three-phase multi-legged transformer model in ATP using the directly-formed inverse inductance matrix. *IEEE Transactions on Power Delivery*, jul. 1996, vol. 11, núm. 3, p. 1554–1562.
- [28] Arturi, C.M. Transient simulation and analysis of a three-phase five-limb step-up transformer following an out-of-phase synchronization. *IEEE Transactions on Power Delivery*, ene. 1991, vol. 6, núm. 1, p. 196–207.
- [29] Narang, A.; Brierley, R.H. Topology based magnetic model for steady-state and transient studies for three-phase core type transformers. *IEEE Transactions on Power Systems*, ago. 1994, vol. 9, núm. 3, p. 1337–1349.
- [30] Perez-Rojas, C. Fitting saturation and hysteresis via arctangent functions. *IEEE Power Engineering Review*, nov. 2000, vol. 20, núm. 11, p. 55–57.

-
- [31] Fuchs, E.F.; You, Y.; Roesler, D.J. Modeling and simulation, and their validation of three-phase transformers with three legs under DC bias. *IEEE Transactions on Power Delivery*, abr. 1999, vol. 14, núm. 2, p. 443–449.
- [32] Fuchs, E.F.; You, Y. Measurement of λ/i characteristics of asymmetric three-phase transformers and their applications. *IEEE Transactions on Power Delivery*, oct. 2002, vol. 17, núm. 4, p. 983–990.
- [33] Neves, W.L.A.; Dommel, H.W. On modelling iron core nonlinearities. *IEEE Transactions on Power Systems*, may. 1993, vol. 8, núm. 2, p. 417–425.
- [34] Pedra, J.; Sainz, L.; Córcoles, F.; Guasch, L. Symmetrical and Unsymmetrical Voltage Sag Effects on Three-Phase Transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, abr. 2005, vol. 20, núm. 2, p. 1683–1691.
- [35] Guasch, L.; Córcoles, F.; Pedra, J.; Sáinz, L. Effects of Symmetrical Voltage Sags on Three-Phase Three-Legged Transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, abr. 2004, vol. 19, núm. 2, p. 875–883.
- [36] Guasch, L.; Córcoles, F.; Pedra, J. Effects of voltage sags on three-phase three legged transformers. *10th International Conference on Harmonics and Quality of Power*, oct. 2002, vol. 2, p. 571–576.
- [37] Sáinz, L.; Córcoles, F.; Pedra, J.; Guasch, L.; Herraiz, S. Study of voltage sags effects on three-phase transformers. *11th International Conference on Harmonics and Quality of Power*, sep. 2004, vol. 2, p. 142–147.

Publicaciones más significativas

11. Publicaciones más significativas

- Guasch, L.; Córcoles, F.; Pedra, J. Effects of Symmetrical and Unsymmetrical Voltage Sags on Induction Machines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, abr. 2004, vol. 19, núm. 2, p. 774–782.
- Guasch, L.; Córcoles, F.; Pedra, J.; Sáinz, L. Effects of Symmetrical Voltage Sags on Three-Phase Three-Legged Transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, abr. 2004, vol. 19, núm. 2, p. 875–883.140
- Pedra, J.; Sainz, L.; Córcoles, F.; Guasch, L. Symmetrical and Unsymmetrical Voltage Sag Effects on Three-Phase Transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, abr. 2005, vol. 20, núm. 2, p. 1683–1691.

Effects of Symmetrical and Unsymmetrical Voltage Sags on Induction Machines

Luis Guasch, Felipe Córcoles, and Joaquín Pedra, *Member, IEEE*

Abstract—This paper analyzes the symmetrical and unsymmetrical voltage sags consequences on the induction machines behavior: current and torque peaks and speed loss. These effects depend on several variables like sag magnitude and duration, type of sag, and initial point-on-wave. A wide variety of sags has been analyzed for different magnitudes, durations, and the most severe initial point-on-wave, showing the machine sensitivity in magnitude-duration plots (sensitivity curves). The severity of the different sags types has been compared by means of the Euclidean distance between the surfaces that represent the sensitivity curves. This comparison allows sags types to be divided into several groups: in general, the most severe sags are the symmetrical ones, and the least severe are the single-phase ones. The sensitivity curves can also be represented by using the positive-sequence voltage for ordinates, giving a different sags classification.

Index Terms—Induction machine, sensitivity curve, symmetrical and unsymmetrical voltage sags.

I. INTRODUCTION

VOLTAGE sags are currently a matter of great interest because they can pose a number of problems in the supplied equipment depending on their particular sensitivity [1]. Voltage sags can be either symmetrical or unsymmetrical, depending on the causes. If the individual phase voltages are equal and the phase relationship is 120° , the sag is symmetrical. Otherwise, the sag is unsymmetrical. A three-phase short circuit or a large motor starting can produce symmetrical sags. Single line-to-ground, phase-to-phase, or two phase-to-ground faults due to lightning, animals, accidents, and other causes, as well as energizing of large transformers can cause unsymmetrical sags. Load and transformer connections can modify the type of sag experienced by a load. A sags classification is included in [2].

The consequences of a voltage sag on the induction machine behavior are speed loss and current and torque peaks that appear in the fault and recovery voltage instants [3], [4]. These transient effects can trigger the motor or system protection.

Section II shows the voltage sags classification, and Section III presents the induction machine model. The sags consequences are analyzed in Section IV and the influence of the initial point-on-wave and sag duration is discussed in Section V. Section VII includes magnitude-duration plots

Manuscript received April 29, 2003. This work was supported under Grant DPI2000-0994.

L. Guasch is with the Department of Electronic, Electrical, and Automatic Engineering, ETSE, Universitat Rovira i Virgili, Tarragona 43007, Spain (e-mail: lguasch@etse.urv.es).

F. Córcoles and J. Pedra are with the Department of Electrical Engineering, ETSEIB-Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Barcelona 08028, Spain (e-mail: corcoles@ee.upc.es; pedra@ee.upc.es).

Digital Object Identifier 10.1109/TPWRD.2004.825258

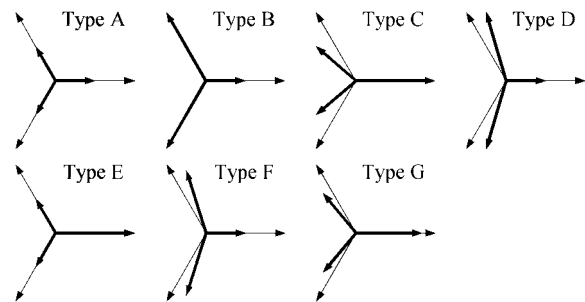


Fig. 1. Voltage sags types. All sags have a magnitude of 50% ($h = 0.5$). (Obtained from [2].)

(sensitivity curves) to graphically show the machine sensitivity to the different sags types. The severity of the different sags types has been compared in Section VIII by means of the Euclidean distance between the surfaces that represent the sensitivity curves. The use of the positive-sequence voltage to represent the unsymmetrical sags effects is also suggested in Section VIII.

II. SAGS TYPES AND CHARACTERIZATION

Voltage at the customer bus is transient during a fault and after clearing it (which means the voltage is nonsinusoidal). A voltage sag may also involve a phase angle shift (phase jump) during the fault [2], and the type of sag may change when the fault is successfully cleared [5]. For simplicity purposes, in this paper it has been considered that the sag shape is rectangular, no phase jump occurs and the sag type does not change when the fault is cleared.

Reference [2] shows that voltage sags experienced by three-phase loads can be classified into seven types, denoted as A, B, C, D, E, F, and G. Fig. 1 shows their phasor diagrams and Table I includes their expressions, where h is the sag magnitude ($0 \leq h \leq 1$) [in this paper, sag magnitude is the net root mean square (rms) voltage in percentage or per unit of system rated voltage]. Sag type A is symmetrical, whereas types B to G are unsymmetrical.

In this paper, the *initial* instant t_i —or fault instant—is the instant when the sag begins and the *final* instant t_f —or recovery voltage instant—is the instant when the sag ends. As analyzed in Section V, the phase a voltage point-on-wave at the instant when the sag begins (called initial point-on-wave ψ_i) is a parameter that also influences the current and torque peaks. If phase a voltage is

$$v_a(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t + \alpha) \quad (1)$$

TABLE I
 SAGS TYPES IN EQUATION FORM (OBTAINED FROM [2])

Type A	Type B
$\underline{V}_a = hV$	$\underline{V}_a = hV$
$\underline{V}_b = -\frac{1}{2}hV - j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	$\underline{V}_b = -\frac{1}{2}V - j\frac{\sqrt{3}}{2}V$
$\underline{V}_c = -\frac{1}{2}hV + j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	$\underline{V}_c = -\frac{1}{2}V + j\frac{\sqrt{3}}{2}V$
Type C	Type D
$\underline{V}_a = V$	$\underline{V}_a = hV$
$\underline{V}_b = -\frac{1}{2}V - j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	$\underline{V}_b = -\frac{1}{2}hV - j\frac{\sqrt{3}}{2}V$
$\underline{V}_c = -\frac{1}{2}V + j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	$\underline{V}_c = -\frac{1}{2}hV + j\frac{\sqrt{3}}{2}V$
Type E	Type F
$\underline{V}_a = V$	$\underline{V}_a = hV$
$\underline{V}_b = -\frac{1}{2}hV - j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	$\underline{V}_b = -\frac{1}{2}hV - j\frac{1}{\sqrt{12}}(2+h)V$
$\underline{V}_c = -\frac{1}{2}hV + j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	$\underline{V}_c = -\frac{1}{2}hV + j\frac{1}{\sqrt{12}}(2+h)V$
Type G	
$\underline{V}_a = \frac{1}{3}(2+h)V$	
$\underline{V}_b = -\frac{1}{6}(2+h)V - j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	
$\underline{V}_c = -\frac{1}{6}(2+h)V + j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	

the initial point-on-wave ψ_i at the initial instant t_i is

$$\psi_i = \omega t_i + \alpha. \quad (2)$$

If the sag begins at the initial instant $t_i = 0$ s, the angle of the phase a voltage α matches up with the initial point-on-wave: $\psi_i = \alpha$. In all of the examples of this paper, sags begin at the initial instant $t_i = 0$, which gives $\psi_i = \alpha$.

As the implemented sags in this paper are rectangular, they are univocally defined by their magnitude h , their duration Δt , and their initial point-on-wave ψ_i .

III. INDUCTION MACHINE MODEL

The chosen motor for the simulation is an actual motor that drives a ventilator in a chemistry plant: 4 MW, 6300 V (isolated Wye), 50 Hz, 25.8 kNm, 1483 r/min, and 420 A. Its operating point is close to the nominal (or rated) conditions.

The model for the induction machine is a linear single-cage dynamic model. When the Ku transformation [6] in the synchronously reference frame is applied, the transformed equations are

$$\begin{bmatrix} v_{sf} \\ v_{rf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + L_s(p + j\omega_s) & M(p + j\omega_s) \\ M(p + j\omega_s) & r_r + L_r(p + j\omega_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sf} \\ i_{rf} \end{bmatrix} \\ s = (\omega_s - P\omega_m)/\omega_s, T(t) = 2PM \operatorname{Im}(i_{sf}i_{rf}^*). \quad (3)$$

IV. VOLTAGE SAG EFFECTS

Transient effects depend on many elements such as sag magnitude and duration, initial point-on-wave, electrical parameters

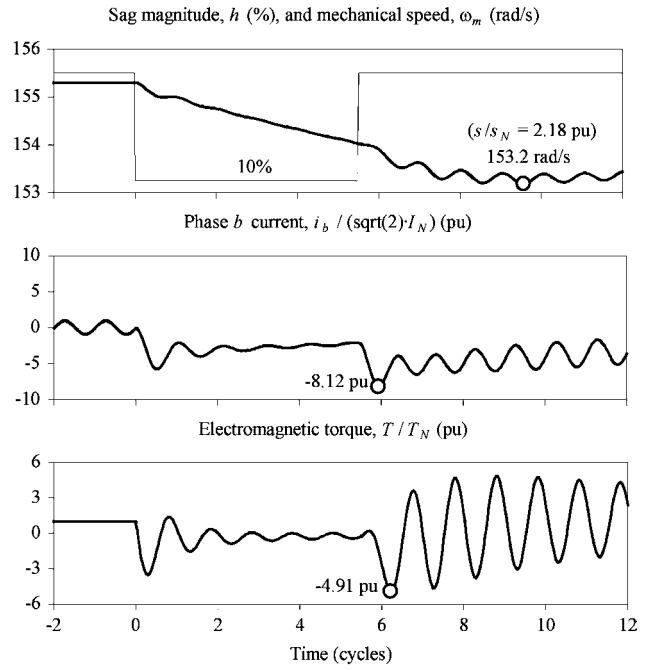


Fig. 2. Machine behavior for voltage sag type A: magnitude 10%, duration 5.5 cycles (110 ms), and initial point-on-wave 45° .

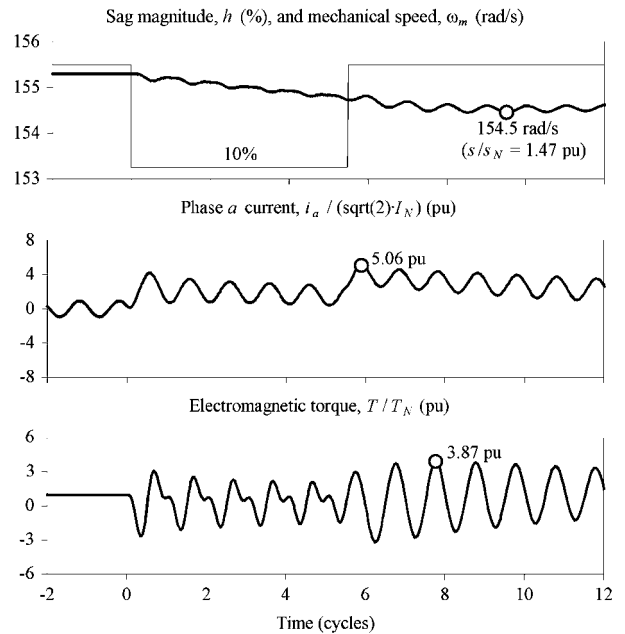


Fig. 3. Machine behavior for voltage sag type B: magnitude 10%, duration 5.5 cycles (110 ms), and initial point-on-wave 90° .

of the machine, and load and mechanical inertia. Irrespective of the type of sag, the observed voltage sag effects on the induction machine behavior are speed loss and current and torque peaks.

As an example, Figs. 2 and 3 show the machine behavior for sags types A and B of magnitude $h = 0.1$, duration 5.5 cycles ($\Delta t = 110$ ms) and initial points-on-wave $\psi_{i,A} = 45^\circ$ and $\psi_{i,B} = 90^\circ$. The maximum current and torque peaks can be obtained after the fault instant or after the recovery voltage instant. Transients shape depends on the type of sag:

- transients due to symmetrical sags only depend on sag magnitude and duration (in a periodic way) [3];
- transients due to unsymmetrical sags depend on sag magnitude and duration (in a periodic way), but also on the initial point-on-wave (this influence is studied in Section V); moreover, the negative-sequence voltage produces non-damped oscillations on the torque and speed (Fig. 3).

When the machine is nongrounded, sags types E and G of the same magnitude and duration have identical consequences since they have the same positive- and negative-sequence voltages (Table VI)—they only differ in the zero-sequence voltage. Therefore, we will only deal with sags type E in this paper.

V. VARIABLES OF INTEREST FOR MACHINE SENSITIVITY

In this paper, the chosen variables to study the machine sensitivity to voltage sags are the current and torque peaks and the speed loss (which is measured by the mechanical slip $s = 1 - P\omega_m/\omega_s$). These values are calculated in per unit as referred to the nominal or rated current, torque, and slip

$$\begin{aligned} i_{\text{peak,p.u.}} &= \frac{i_{\text{peak}}}{\sqrt{2}I_N} = \frac{\max\{|i_a(t)|, |i_b(t)|, |i_c(t)|\}}{\sqrt{2}I_N} \\ T_{\text{peak,p.u.}} &= \frac{T_{\text{peak}}}{T_N} = \frac{\max\{|T(t)|\}}{T_N} \\ s_{\text{max,p.u.}} &= \frac{s_{\text{max}}}{s_N} = \frac{\max\{|s(t)|\}}{s_N}. \end{aligned} \quad (4)$$

VI. INFLUENCE OF THE INITIAL POINT-ON-WAVE AND THE SAG DURATION

If the sag is symmetrical, type A, the initial point-on-wave has little influence on the current peak and no influence on the torque peak or the speed loss [3]. However, this point-on-wave has a great influence on the current and torque peaks when the fault is unsymmetrical, and little influence on the speed loss.

Figs. 4 and 5 display the current and torque peaks versus the initial point-on-wave for sags types A, B, C, D, E, and F, with magnitude $h = 0.1$ and durations of five cycles and 5.5 cycles ($\Delta t = 100$ ms and 110 ms).

In Fig. 4, it can be observed that the maximum current peaks for sags types B, D, and F are obtained when the initial point-on-wave is approximately 90° [$v_a(t)$ is null and decreasing]. However, the maximum peaks are obtained in sags types C and E when the initial point-on-wave is approximately 0° [$v_a(t)$ is maximum]. The same behavior is seen in the torque peaks (Fig. 5).

The comparison of sags of different durations (Figs. 4 and 5) shows that higher current and torque peaks are obtained when sag duration is half a period plus any number of full periods ($\Delta t = T/2 + kT$, where k is an integer $k = 0, 1, 2, \dots$). Thus, the most severe current and torque peaks are produced for the specific initial points-on-wave and sag durations of Table II.

VII. EXTENSIVE RANGES OF SAGS SIMULATION

An algorithm has been developed to analyze the extensive ranges of sags. The transient for each different sag type (A to

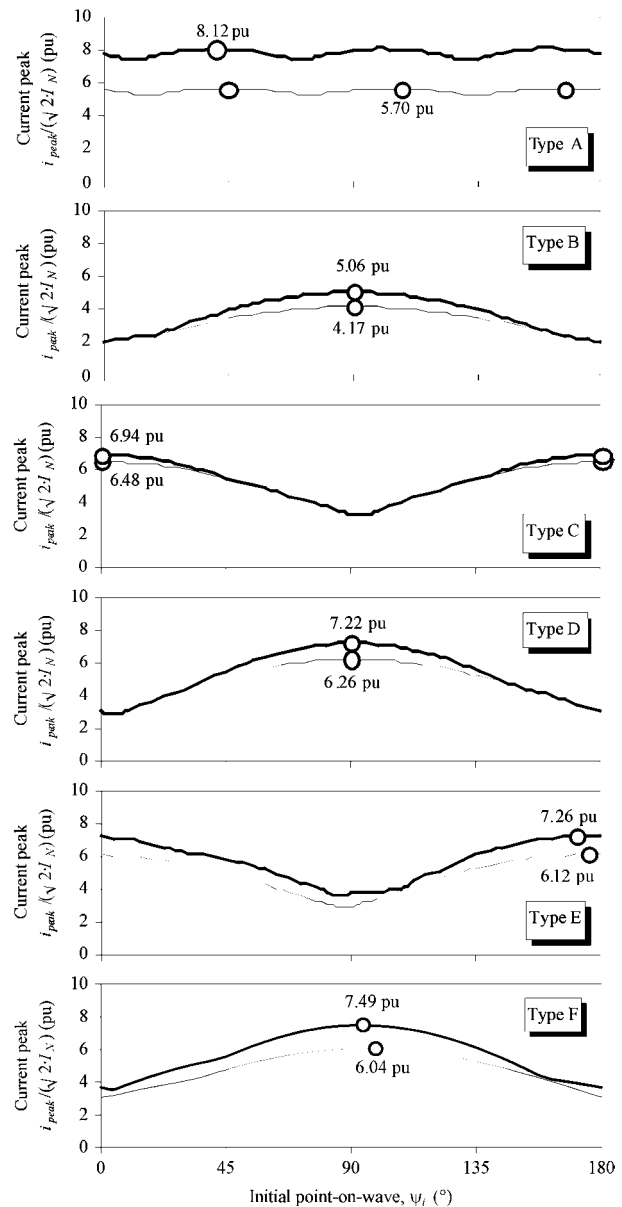


Fig. 4. Current peaks for sags types A, B, C, D, E, and F of different initial points-on-wave, and durations five cycles (thin line) and 5.5 cycles (thick line). Sags magnitude is 10%.

F) has been simulated for different magnitudes and durations and the most unfavorable initial point-on-wave mentioned in Section V. The algorithm has a high calculation speed because it makes use of previous calculations whenever possible.

The necessary variables at each transient simulation are current, torque, and speed loss. The maximum value for each variable (which is usually produced near the initial or the final instants, Figs. 2 and 3) is searched as in (4) and recorded in the corresponding matrix. These calculations produce a set of matrices \mathbf{S}_X which are

- \mathbf{I}_X —the current peak matrix for sags type X ;
- \mathbf{T}_X —the torque peak matrix for sags type X ;
- \mathbf{W}_X —the maximum speed loss matrix for sags type X .

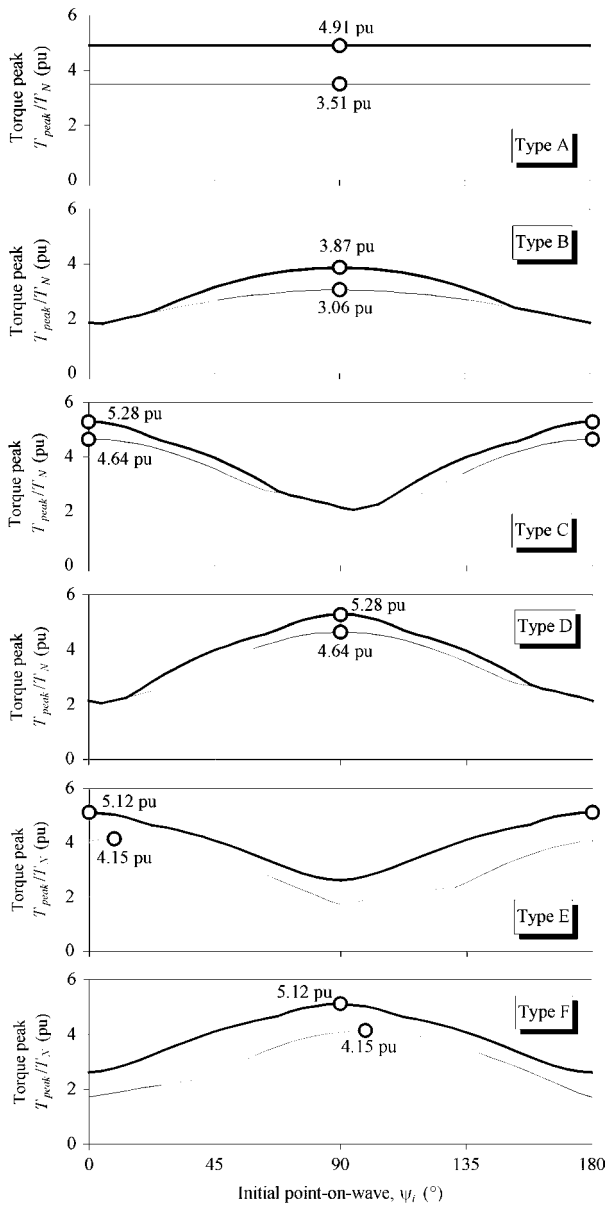


Fig. 5. Torque peaks for sags types A, B, C, D, E, and F of different initial points-on-wave, and durations five cycles (thin line) and 5.5 cycles (thick line). Sags magnitude is 10%.

TABLE II
MOST UNFAVORABLE INITIAL POINT-ON-WAVE AND SAG DURATION

		ψ_i	Δt
Sag type:	A	—	$T/2 + kT$
	B, D, F	90°	$T/2 + kT$
	C, E	0°	$T/2 + kT$

where X represents the type of voltage sags: A, B, C, D, E, or F. Each element of the matrix $\mathbf{S}_X(i, j) = x_{i,j}$ is the maximum value of the studied variable for a sag type X with a magnitude h_i and duration Δt_j .

For each sag type, 5000 different sags have been simulated: 125 durations (from 0.1 to 500 cycles) and 40 magnitudes

(from 0% to 97.5%). Thus, the dimension of each matrix \mathbf{S}_X is 125×40 . The calculation time to obtain the matrices of each type of sag is about 95 min in a Pentium II MMX 300-MHz computer with 64 Mb of random-access memory (RAM).

VIII. SENSITIVITY CURVES

The different matrices \mathbf{S}_X can be interpreted as surfaces, and their data can be represented as three-dimensional (3-D) surfaces, Fig. 6, [3], although the most usual representation is as level curves in magnitude-duration plots (Figs. 7, 8, and 9). These curves represent the induction machine sensitivity to voltage sags, and are therefore called sensitivity curves as well. Fig. 7 shows the current peaks, Fig. 8 shows the torque peaks and Fig. 9 shows the speed loss. The axes of these plots represent the sag magnitude h and the duration Δt —in logarithmic scale—of the events. The curves drawn in the magnitude-duration plots are horizontal cutouts to different levels from the corresponding 3-D surface. For example, the level curve of 2 p.u. is a horizontal cutout made at a height of 2 p.u.

It is clear that the current and torque peaks and the maximum speed loss of the examples in Figs. 2 and 3 are specific points of Figs. 7, 8, and 9 [e.g., $(i_{\text{peak,p.u.}})_{\text{type A}} = 8.12$ p.u. when $h = 0.1, \Delta t = 5.5$ cycles].

In general, the sensitivity curves have several features as follows.

- Exactly the same information as the 3-D surfaces.
- Comparison of sags severity can be made by comparison of corresponding level curves. For example, sags type A seems to be more severe than sags type B as regards current peaks (Fig. 7) because type A level curves of 2 p.u. and 4 p.u. involve sags of higher values of h (these level curves involve sags type A that are less severe.) In other words, the value of h needed to obtain a specific current peak in a sag type A is higher than in a sag type B.
- These magnitude-duration plots are particularly interesting when they are merged with protective relay coordination curves to analyze the ride-through capability of the equipment [2]. The sensitivity curves can also be combined with sag density data to estimate the expected faults in the equipment [2]. In a first assessment of the sensitivity curves, some differences between the sags types can be visually established.
- Clearly, the symmetrical sags, type A, and the single-phase voltage sags, type B, are different from the rest (e.g., level curves of 4 p.u. in all sags types can be compared).
- Fig. 7 shows that the maximum current peaks are usually obtained in sags type A (e.g., level curves of 4 p.u. are produced for higher values of h), whereas sags types C, D, E, and F have similar level curves.
- Fig. 8 suggests that the maximum torque peaks are usually obtained in sags types C and D (torque peaks of 4 p.u. in sags of $\Delta t = 10^2$ cycles are obtained for depth $h = 0.2$ in sags types C and D, whereas depth must be $h \approx 0.01$ in sags type A.)

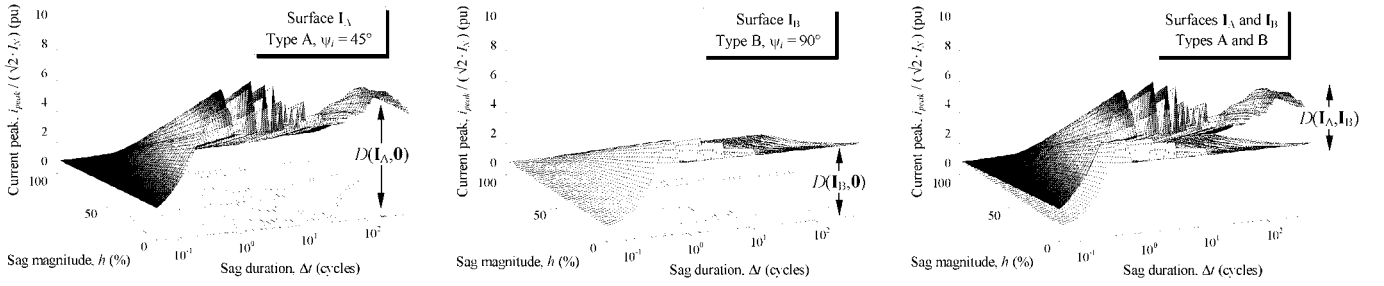


Fig. 6. 3-D surfaces of instantaneous current peaks for sags types A and B. Distances to the null matrix and distance between both surfaces.

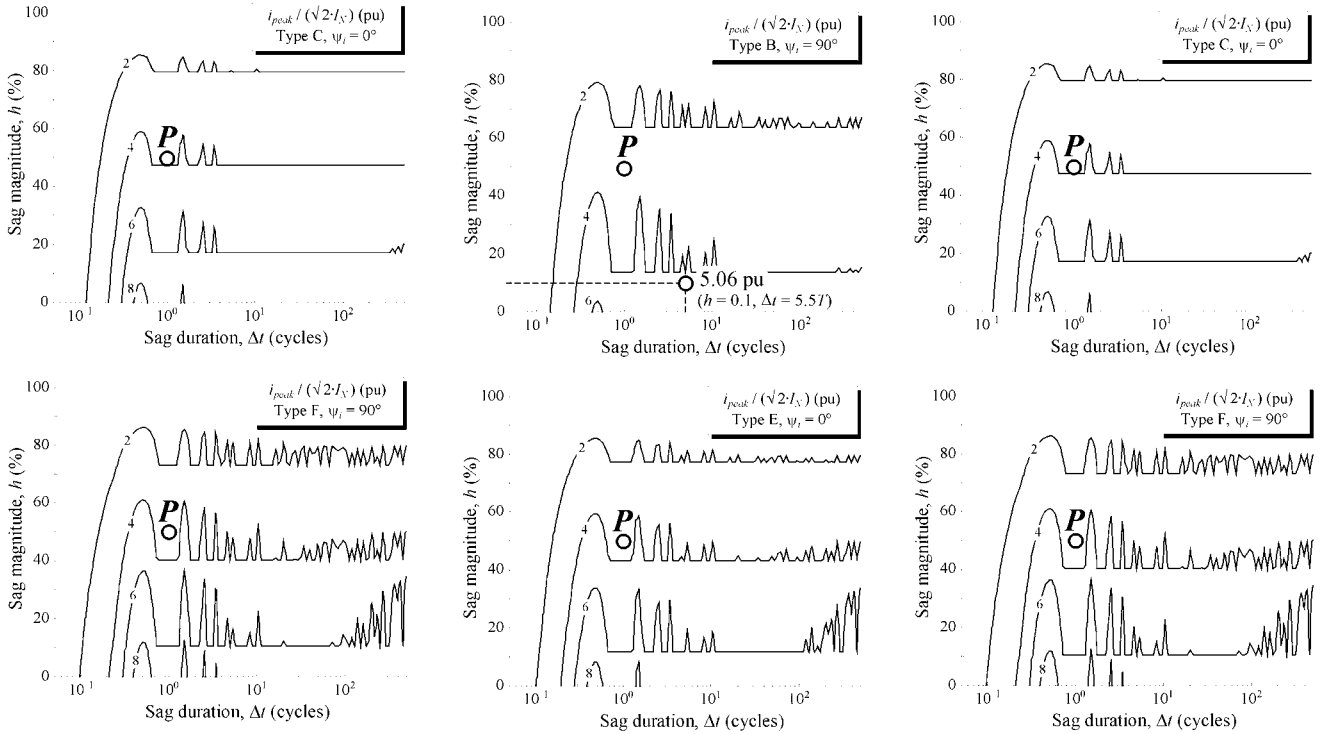


Fig. 7. Sensitivity curves of instantaneous current peaks for sags types A, B, C, D, E, and F.

However, the normalized distance proposed in the next section allows a more rigorous comparison of the severity of the different sags types on the machine behavior to be made.

IX. COMPARISON OF SAGS

To compare the severity of the different sags types, it is necessary to measure the distance between two matrices or surfaces \mathbf{S}_X and \mathbf{S}_Y . The chosen distance is the Euclidean distance [7], whose definition and properties are described in the Appendix. This distance is normalized to make easier the numerical values interpretation. The normalization needs a new reference matrix or surface. In this case, the maximum matrix \mathbf{S}_{MAX} is chosen. Each element of this maximum matrix $\mathbf{S}_{MAX}(i, j) = \text{MAX}_{i,j}$ is the maximum value between the corresponding elements of matrices $\mathbf{S}_A, \mathbf{S}_B, \mathbf{S}_C, \mathbf{S}_D, \mathbf{S}_E$, and \mathbf{S}_F

$$\mathbf{S}_{MAX}(i, j) = \max(a_{i,j}, b_{i,j}, c_{i,j}, d_{i,j}, e_{i,j}, f_{i,j}). \quad (5)$$

Then, the expression of the normalized distance between two surfaces \mathbf{S}_X and \mathbf{S}_Y is defined in percentage as

$$\begin{aligned} d(\mathbf{S}_X, \mathbf{S}_Y) &= \frac{D(\mathbf{S}_X, \mathbf{S}_Y)}{D_{MAX}} 100 \\ &= \frac{100}{D_{MAX}} \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{i,j} - y_{i,j})^2} \quad (6) \end{aligned}$$

where $D_{MAX} = D(\mathbf{S}_{MAX}, \mathbf{0})$ is the distance between the maximum matrix and the null matrix.

Fig. 6 shows 3-D surfaces of instantaneous current peaks for sags types A and B, where the distance from these surfaces to the null matrix and the distance between both surfaces have been symbolically marked.

Table III shows the comparison between the current peaks matrices \mathbf{I}_X for sags types A to F and the reference matrix MAX. Each cell of the table represents the normalized distance $d(\mathbf{I}_X, \mathbf{I}_Y)$ between matrices \mathbf{I}_X and \mathbf{I}_Y . For example, element

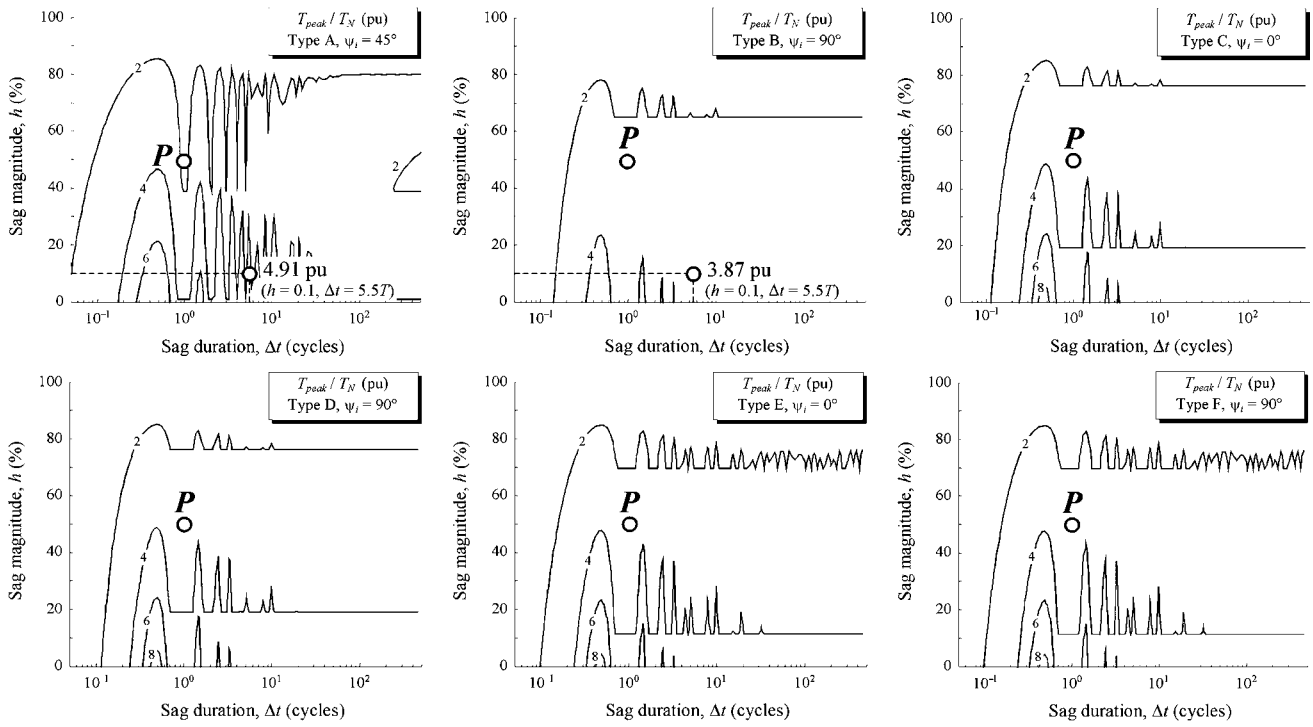


Fig. 8. Sensitivity curves of instantaneous torque peaks for sags types A, B, C, D, E, and F.

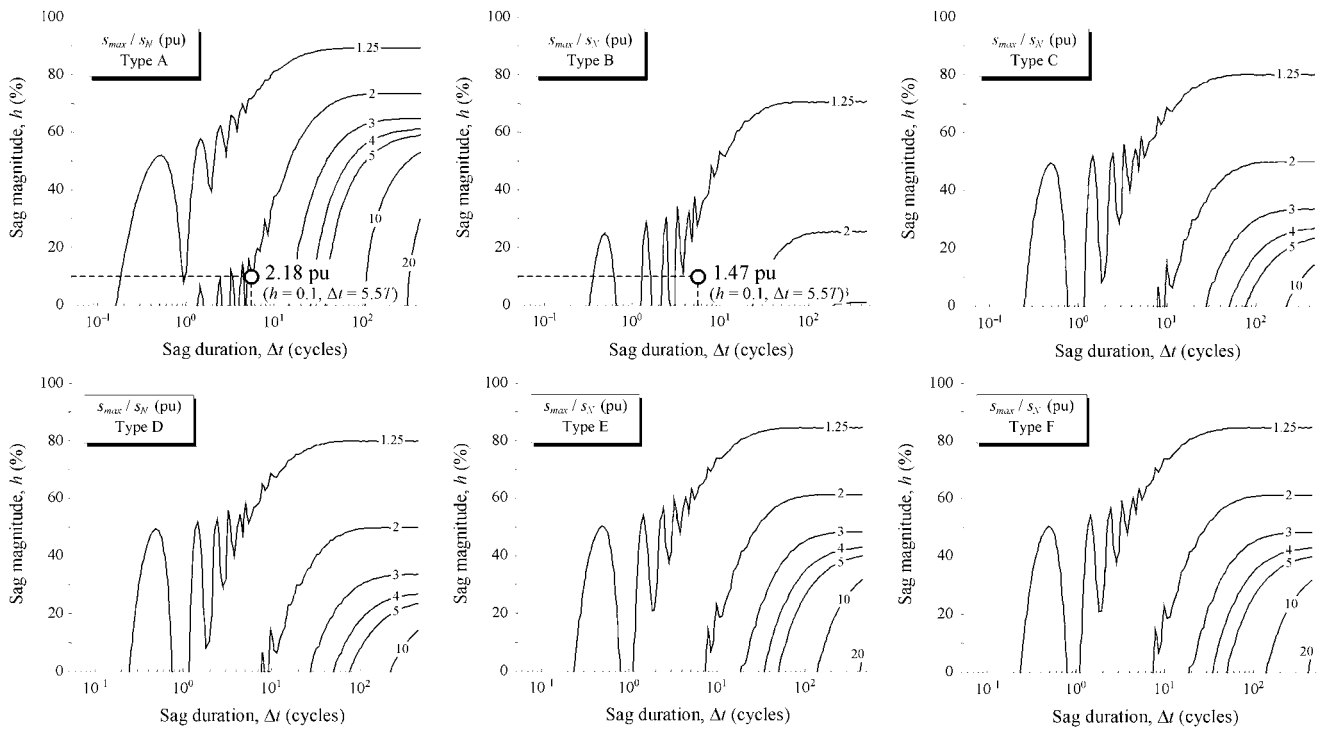


Fig. 9. Sensitivity curves of speed loss for sags types A, B, C, D, E, and F.

$d(\mathbf{I}_A, \mathbf{I}_B) = 37.31\%$ is the distance between the symmetrical sag, type A, and the single-phase sag, type B. The row MAX shows the distance of each matrix to the maximum matrix.

The normalized distance allows an interesting interpretation of the numerical results. The row MAX shows when a sag type has the highest current peaks. Sag type A has the minimum dis-

tance to the maximum matrix $d(\mathbf{I}_A, \mathbf{I}_{MAX}) = 5.39\%$. This is why this sag produces the most severe effects.

Nevertheless, there are some points $(h_i, \Delta t_j)$ where other sags types can produce higher current peaks than type A, as is the case of point P in types C and D of Fig. 7 ($h = 0.5, \Delta t = 1$ cycle).

TABLE III
NORMALIZED DISTANCE (%) BETWEEN SURFACES OF CURRENT PEAKS

	\mathbf{I}_A	\mathbf{I}_B	\mathbf{I}_C	\mathbf{I}_D	\mathbf{I}_E	\mathbf{I}_F	\mathbf{I}_{MAX}
\mathbf{I}_A		37.31	15.30	16.31	14.32	14.96	5.39
\mathbf{I}_B	37.31		29.74	26.80	27.53	26.72	39.38
\mathbf{I}_C	15.30	29.74		4.88	5.48	7.13	14.41
\mathbf{I}_D	16.31	26.80	4.88		4.10	4.43	16.27
\mathbf{I}_E	14.32	27.53	5.48	4.10		3.69	14.35
\mathbf{I}_F	14.96	26.72	7.13	4.43	3.69		15.43
\mathbf{I}_{MAX}	5.39	39.38	14.41	16.27	14.35	15.43	

The single-phase sags, type B, have the longest distance to the maximum matrix $d(\mathbf{I}_B, \mathbf{I}_{MAX}) = 39.38\%$. Then, these are the least severe sags. The normalized distance also allows studying if two or more sags types are similar or not. For example, the single-phase sags, type B, have a normalized distance to the other sags types $d(\mathbf{I}_B, \mathbf{I}_X)$ where \mathbf{I}_X can be the surface of sags type A, C, D, E, or F, which is always superior to 26%; then, sags type B are clearly separated from the others. The distances between sags types C, D, E, and F are always less than 10%; thus, these unsymmetrical sags types can be considered similar. Consequently, three groups of sags can be considered in order of severity

- type A: $d(\mathbf{I}_A, \mathbf{I}_X) > 14\%$, where \mathbf{I}_X is any of the surfaces of sags B, C, D, E, or F;
- types C, D, E, and F: $d(\mathbf{I}_X, \mathbf{I}_Y) < 14\%$, where \mathbf{I}_X and \mathbf{I}_Y are any of the surfaces of sags C, D, E, or F;
- type B: $d(\mathbf{I}_B, \mathbf{I}_X) > 26\%$, where \mathbf{I}_X is any of the surfaces of sags A, C, D, E, or F.

This methodology has been followed with the torque peaks matrices \mathbf{T}_X and the speed loss matrices \mathbf{W}_X . The numerical results are shown in Tables IV and V, respectively.

A careful analysis of the normalized distances between the torque peaks matrices in Table IV suggests that sags types can be classified in order of severity into four groups

- types C and D: $d(\mathbf{T}_C, \mathbf{T}_D) < 0.01\%$;
- types E and F: $d(\mathbf{T}_E, \mathbf{T}_F) < 0.01\%$;
- type A: $d(\mathbf{T}_A, \mathbf{T}_X) > 13\%$, where \mathbf{T}_X is any of the surfaces of sags B, C, D, E, or F;
- type B: $d(\mathbf{T}_B, \mathbf{T}_X) > 20\%$, where \mathbf{T}_X is any of the surfaces of sags A, C, D, E, or F.

The most severe sags types are C and D, with a distance $d(\mathbf{T}_C, \mathbf{T}_{MAX}) = d(\mathbf{T}_D, \mathbf{T}_{MAX}) = 10.44\%$ to the maximum matrix. The symmetrical sag has a distance $d(\mathbf{T}_A, \mathbf{T}_{MAX}) = 13.98\%$ to the maximum matrix. This effect can be due to the negative-sequence voltage influence on the torque. Point P in Fig. 8 ($h = 0.5, \Delta t = 1$ cycle) is an example where the unsymmetrical sags can produce higher torque peaks than the symmetrical ones.

Finally, the numerical results in Table V for the distances between the speed-loss matrices lead to a classification into four groups in order of severity

- type A: $d(\mathbf{W}_A, \mathbf{W}_X) > 38\%$, where \mathbf{W}_X is any of the surfaces of sags B, C, D, E, or F;

TABLE IV
NORMALIZED DISTANCE (%) BETWEEN SURFACES OF TORQUE PEAKS

	\mathbf{T}_A	\mathbf{T}_B	\mathbf{T}_C	\mathbf{T}_D	\mathbf{T}_E	\mathbf{T}_F	\mathbf{T}_{MAX}
\mathbf{T}_A		24.19	17.35	17.35	13.07	13.07	13.98
\mathbf{T}_B	24.19		25.42	25.42	20.23	20.23	30.02
\mathbf{T}_C	17.35	25.42		0.00	8.64	8.64	10.44
\mathbf{T}_D	17.35	25.42	0.00		8.64	8.64	10.44
\mathbf{T}_E	13.07	20.23	8.64	8.64		0.00	12.81
\mathbf{T}_F	13.07	20.23	8.64	8.64	0.00		12.81
\mathbf{T}_{MAX}	13.98	30.02	10.44	10.44	12.81	12.81	

TABLE V
NORMALIZED DISTANCE (%) BETWEEN SURFACES OF SPEED LOSS

	\mathbf{W}_A	\mathbf{W}_B	\mathbf{W}_C	\mathbf{W}_D	\mathbf{W}_E	\mathbf{W}_F	\mathbf{W}_{MAX}
\mathbf{W}_A		80.22	60.19	60.19	38.00	38.00	0.00
\mathbf{W}_B	80.22		25.73	25.73	48.93	48.93	80.22
\mathbf{W}_C	60.19	25.73		0.00	25.48	25.48	60.19
\mathbf{W}_D	60.19	25.73	0.00		25.48	25.48	60.19
\mathbf{W}_E	38.00	48.93	25.48	25.48		0.00	38.00
\mathbf{W}_F	38.00	48.93	25.48	25.48	0.00		38.00
\mathbf{W}_{MAX}	0.00	80.22	60.19	60.19	38.00	38.00	

TABLE VI
SYMMETRICAL COMPONENTS FOR EACH SAG TYPE

$\underline{V}_{1,A} = hV$	$\underline{V}_{2,A} = 0$	$\underline{V}_{0,A} = 0$
$\underline{V}_{1,B} = \frac{2+h}{3}V$	$\underline{V}_{2,B} = -\frac{1-h}{3}V$	$\underline{V}_{0,B} = -\frac{1-h}{3}V$
$\underline{V}_{1,C} = \frac{1+h}{2}V$	$\underline{V}_{2,C} = \frac{1-h}{2}V$	$\underline{V}_{0,C} = 0$
$\underline{V}_{1,D} = \frac{1+h}{2}V$	$\underline{V}_{2,D} = -\frac{1-h}{2}V$	$\underline{V}_{0,D} = 0$
$\underline{V}_{1,E} = \frac{1+2h}{3}V$	$\underline{V}_{2,E} = \frac{1-h}{3}V$	$\underline{V}_{0,E} = \frac{1-h}{3}V$
$\underline{V}_{1,F} = \frac{1+2h}{3}V$	$\underline{V}_{2,F} = -\frac{1-h}{3}V$	$\underline{V}_{0,F} = 0$
$\underline{V}_{1,G} = \frac{1+2h}{3}V$	$\underline{V}_{2,G} = \frac{1-h}{3}V$	$\underline{V}_{0,G} = 0$

- types E and F: $d(\mathbf{W}_E, \mathbf{W}_F) < 0.01\%$;
- types C and D: $d(\mathbf{W}_C, \mathbf{W}_D) < 0.01\%$;
- type B: $d(\mathbf{W}_B, \mathbf{W}_X) > 25\%$, where \mathbf{W}_X is any of the surfaces of sags A, C, D, E, or F.

Although the order is different, this classification is identical to that obtained for the torque peaks. The highest speed loss is produced with the symmetrical sag, type A, $d(\mathbf{W}_A, \mathbf{W}_{MAX}) < 0.01\%$. The lowest case is the single-phase voltage sag, type B, $d(\mathbf{W}_B, \mathbf{W}_{MAX}) > 80\%$.

A. Sensitivity Curves Using Positive-Sequence Voltage for Ordinates

Another possible way to classify the different types of voltage sags is by using positive-sequence voltage.

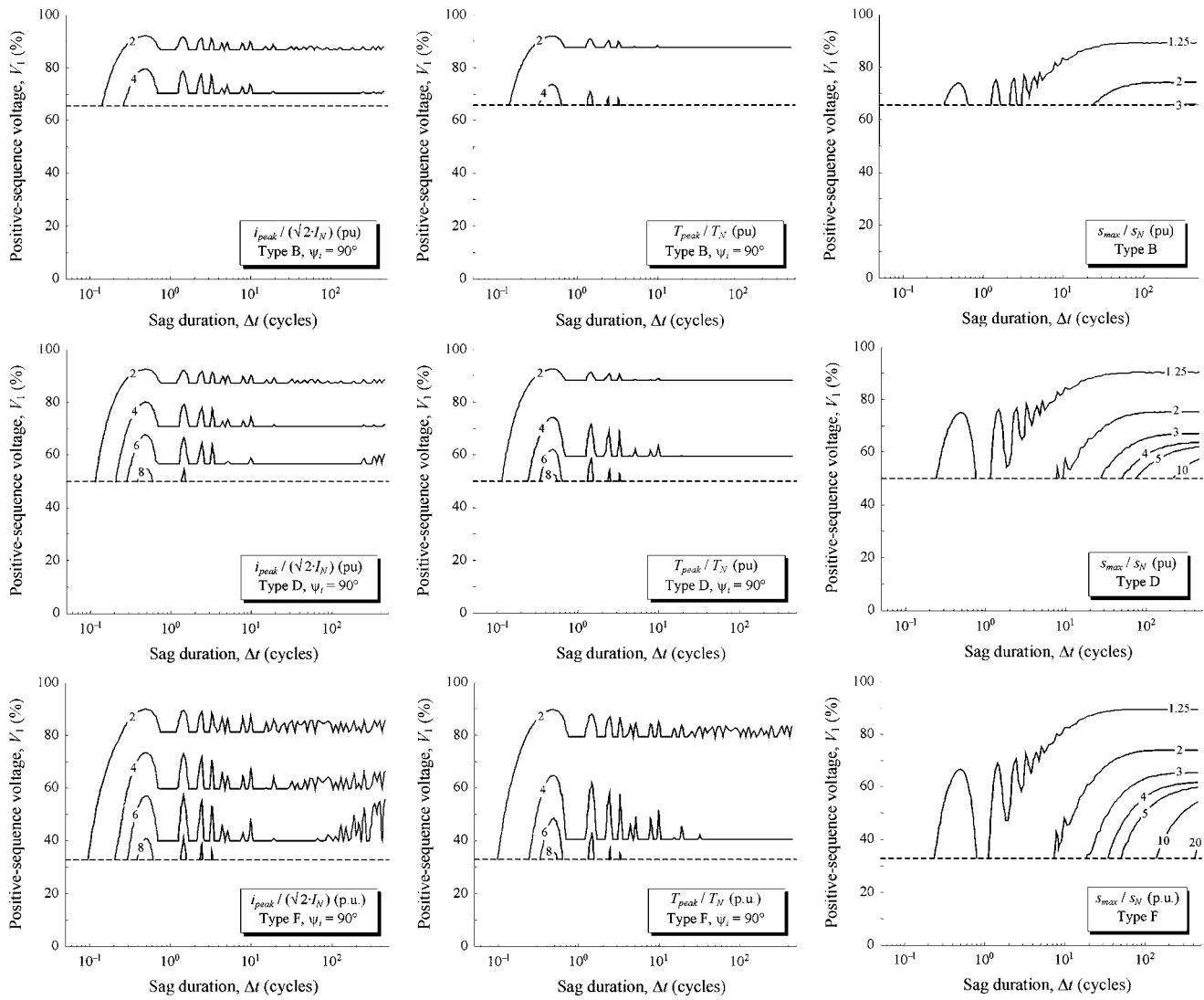


Fig. 10. Sensitivity curves of instantaneous current and torque peaks, and speed loss for sags types B, D, and F, using the positive-sequence voltage.

The Fortescue transformation (symmetrical components transformation) allows positive-, negative-, and zero-sequence voltages to be calculated from real phase voltages

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}, \quad a = e^{j\frac{2\pi}{3}}. \quad (7)$$

By applying the Fortescue transformation to the expressions of the seven sags types (see Table I), the sequence voltages in Table VI are obtained. This table shows that the minimum positive-sequence voltage is $2/3V$ in sags type B, $1/2V$ in sags types C and D, and $1/3V$ in sags types E and F. As has been previously commented, it can also be observed that sags types E and G only differ in the zero-sequence voltage, which implies that Delta or ungrounded Wye connected loads have the same behavior, as is the case of the induction motor in this paper.

Fig. 10 shows the sensitivity curves of current and torque peaks, and speed loss for sags types B, D, and F, using positive-sequence voltage for ordinates. The curves for sags type A

are identical to those represented in Figs. 7, 8, and 9 since this sag is symmetrical ($V_a = V_{1,A}$).

Except for some small differences, the curves for sags types E and F are very similar. Something similar is true of curves for sags types B, C, and D. Nevertheless, it must be taken into account that the minimum positive-sequence voltage for sags type B is only $2/3V$.

Thus, if sensitivity curves are plotted using positive-sequence voltage for ordinates, the study of voltage sags can be grouped into three typologies in order of severity: unsymmetrical types B, C, and D; unsymmetrical types E, F, and G; and symmetrical.

X. CONCLUSION

The effects of the different sags types on the induction machine behavior have been studied. In a first stage, the influence of the initial voltage phase (initial point-on-wave) and the sag duration have been analyzed. The most severe peaks are obtained for specific initial points-on-wave and for sag durations of half a period plus any full periods. Each sag type has been

studied for 5000 different cases, of different magnitudes and durations and the most severe initial point-on-wave. The results have been displayed in sensitivity curves. The effects of the different sags types have been compared by means of the Euclidean distance between the surfaces that represent the sensitivity curves. The current peaks comparison shows that sags can be classified into three groups. With regard to the torque peaks and speed loss effects, these can be classed into four groups. Furthermore, the use of the positive-sequence voltage to classify the effects of the different sags types has also been studied.

APPENDIX EUCLIDEAN DISTANCE

The Euclidean distance between two $m \times n$ matrices \mathbf{X} and \mathbf{Y} is [7]

$$D(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{i,j} - y_{i,j})^2} \quad (8)$$

which satisfies the following three properties: $D(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \geq 0$, and $D(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = 0$ if and only if $\mathbf{X} = \mathbf{Y}$; $D(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = D(\mathbf{Y}, \mathbf{X})$; and $D(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) \leq D(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) + D(\mathbf{Y}, \mathbf{Z})$.

REFERENCES

- [1] R. C. Dugan, M. F. McGranaghan, and H. W. Beaty, *Electrical Power Systems Quality*. New York: McGraw-Hill, 1996.
- [2] M. H. J. Bollen, *Understanding Power Quality Problems: Voltage Sags and Interruptions*. New York: IEEE Press, 2000.
- [3] F. Córcoles and J. Pedra, "Algorithm for the study of voltage sags on induction machines," *IEEE Trans. Energy Conversion*, vol. 14, pp. 959–968, Dec. 1999.
- [4] L. Guasch, F. Córcoles, and J. Pedra, "Effects of unsymmetrical voltage sag types E, F, and G on induction motors," in *Proc. 9th Int. Conf. Harmonics Quality Power*, vol. III, Orlando, FL, Oct. 2000, pp. 796–803.
- [5] M. H. J. Bollen, "Voltage recovery after unbalanced and balanced voltage dips in three-phase systems," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 18, pp. 1376–1381, Oct. 2003.
- [6] J. Lesenne, F. Notelet, and G. Seguiet, *Introduction a l'Electrotechnique Approfondie, Technique et Documentation*, Paris, France, 1981.
- [7] F. Szidarovszky and S. Yakowitz, *Principles and Procedures of Numerical Analysis*. New York: Plenum, 1978, pp. 112–117.



Luis Guasch was born in Tarragona, Spain, in 1964. He received the B.S. degree in industrial engineering from the Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Barcelona, Spain. He is currently pursuing the Ph.D. degree at the UPC.

Currently, he is a Professor in the Electrical Engineering Department of the Universitat Rovira i Virgili, Tarragona, Spain, where he has been since 1990. His research interest lies in the areas of electric machines and power system quality.



Felipe Córcoles was born in Almansa, Spain, in 1964. He received the B.S. degree in industrial engineering and the Ph.D. degree in engineering from the Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Barcelona, Spain, in 1990 and 1998, respectively.

Currently, he is a Professor in the Electrical Engineering Department of the UPC, where he has been since 1992. His research interests include electric machines and power system quality.



Joaquín Pedra (S'85–M'88) was born in Barcelona, Spain, in 1957. He received the B.S. degree in industrial engineering and the Ph.D. degree in engineering from the Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Barcelona, Spain, in 1979 and 1986, respectively.

Currently, he is a Professor in the Electrical Engineering Department of the UPC, where he has been since 1985. His research interests include the areas of power system quality and electrical machines.

Effects of Symmetrical Voltage Sags on Three-Phase Three-Legged Transformers

Luis Guasch, Felipe Córcoles, Joaquín Pedra, *Member, IEEE*, and Luis Sáinz

Abstract—This paper describes the effects of symmetrical voltage sags on three-phase three-legged transformers. The transformer model includes saturation and is based on experimental parameters. It has been implemented in PSpice. Voltage recovery after a voltage sag can produce transformer saturation. This saturation produces an inrush current similar to that of the transformer energizing. The variables that influence the peak value of the inrush current, namely depth, duration, and initial point-on-wave are studied. A result that must be emphasized is the periodical influence of the sag duration.

Index Terms—Inrush current, transformer model, voltage sags.

I. INTRODUCTION

NOWADAYS power quality is a subject of interest, especially the distortion of sinusoidal voltage. A voltage sag is a short-duration reduction in root mean square (rms) voltage. The main consequence of a voltage sag is maloperation of the equipment [1]. Reference [2] describes a new phenomenon produced by a voltage sag: according to measurements at different voltage levels, transformer saturation can occur when the voltage is recovered after the voltage sag. This transformer saturation is caused precisely by the sudden variation in voltage after the sag, and it involves high inrush currents.

In this paper, these inrush currents are studied in detail. A 60-kVA, 380/220-V Wye G-Wye G three-phase three-legged transformer is simulated. All of the simulations are made with rated resistive load. The nonlinear model of the transformer has been implemented in PSpice [3], [4].

Section II describes the three-phase three-legged transformer model, which includes saturation. Section III analyzes several cases where different inrush current magnitudes are obtained owing to different sag durations. Section IV shows that the most severe inrush current is produced when sag duration is close to half a period plus any integer number of complete periods, and no inrush current is observed when sag duration is any integer number of complete periods. Sections V and VI study the influence of other parameters, like depth and initial point-on-wave, on the inrush current peak.

Manuscript received May 13, 2003. This work was supported by the Spanish Ministry of Science and Technology under Grant DPI2000-0994.

L. Guasch is with the Department of Electronic, Electrical and Automatic Engineering, ETSE, Universitat Rovira i Virgili, Tarragona 43007, Spain (e-mail: lguasch@etse.urv.es).

F. Córcoles, J. Pedra, and L. Sáinz are with the Department of Electrical Engineering, ETSEIB-UPC, Barcelona 08028, Spain (e-mail: corcoles@ee.upc.es; pedra@ee.upc.es; sainz@ee.upc.es).

Digital Object Identifier 10.1109/TPWRD.2004.825306

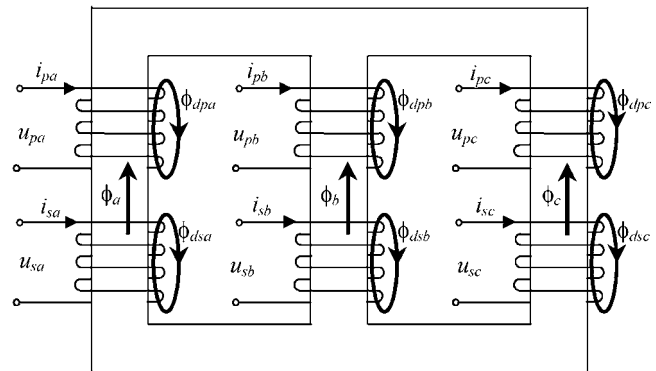


Fig. 1. Three-phase three-legged transformer.

II. TRANSFORMER MODEL

This paper uses the model proposed in [3] for the three-phase, two-winding, three-legged transformer of Fig. 1. The studied transformer is Wye G-Wye G connected.

A. Electric Circuit Model

The electric relations of the transformer windings are

$$\begin{aligned} u_{pk} &= \left(R_p + L_{dp} \frac{d}{dt} \right) i_{pk} + e_{pk} \\ e_{pk} &= \frac{d\lambda_{pk}}{dt} = N_p \frac{d\phi_k}{dt} \\ u_{sk} &= \left(R_s + L_{ds} \frac{d}{dt} \right) i_{sk} + e_{sk} \\ e_{sk} &= \frac{d\lambda_{sk}}{dt} = N_s \frac{d\phi_k}{dt} \quad (k = a, b, c) \end{aligned} \quad (1)$$

where

- $i_{pk}, i_{sk}, u_{pk}, u_{sk}$ are the currents and voltages of the primary/secondary windings;
- ϕ_k is the core magnetic flux across the winding legs;
- $\lambda_{pk} = N_p \phi_k, \lambda_{sk} = N_s \phi_k$ are the core magnetic fluxes linked by the primary/secondary windings;
- e_{pk}, e_{sk} are the induced primary/secondary voltages due to the core magnetic fluxes across the winding legs;
- R_p, R_s, L_{dp}, L_{ds} are the winding resistances and constant leakage inductances;
- N_p, N_s are the winding turns.

Fig. 2 shows the circuit of the Wye G-Wye G transformer. As can usually be seen in the literature, core losses are incorporated into the model by three constant resistances R_{Fe} in parallel with the induced primary voltages.

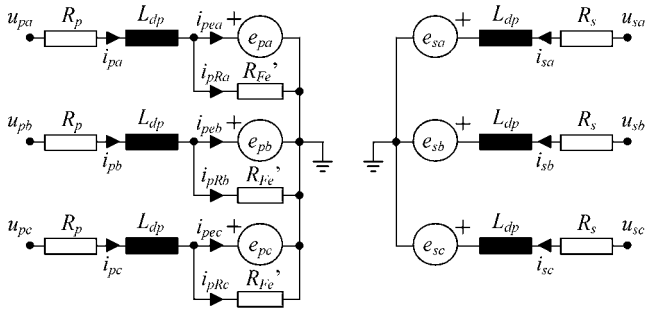


Fig. 2. Electric equivalent circuit of a Wye G-Wye G transformer.

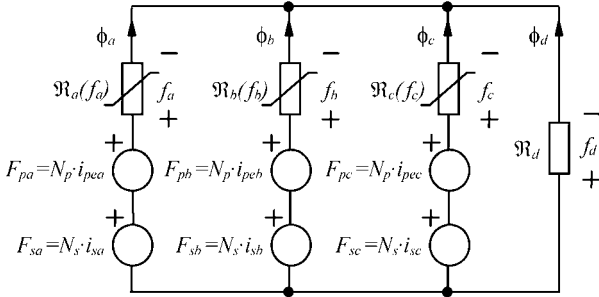


Fig. 3. Magnetic equivalent circuit.

B. Magnetic Circuit Model

Fig. 3 shows the proposed magnetic equivalent circuit of the three-legged iron-core of Fig. 1. This circuit provides the magnetic flux and current relations

$$\begin{aligned} N_p i_{pek} + N_s i_{sk} &= f_k - f_d \quad (k = a, b, c) \\ \phi_a + \phi_b + \phi_c + \phi_d &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

where

- $N_p i_{pek} = F_{pk}$, $N_s i_{sk} = F_{sk}$ are the primary/secondary magnetomotive forces (the primary magnetomotive force depends on the current $i_{pek} = i_{pk} - i_{pRk}$, where i_{pRk} is the current of the core-losses resistance in the electric equivalent circuit of Fig. 2);
- $f_k = \mathfrak{R}_k(f_k) \cdot \phi_k$ is the magnetic potential across the k -legged branch ($\mathfrak{R}_k(f_k)$ is the nonlinear reluctance of branch k , which depends on its own magnetic potential f_k);
- $f_d = \mathfrak{R}_d \phi_d$ is the magnetic potential across the air branch.

In Fig. 3, it can be observed that the yoke reluctance has been added to the outer leg reluctance, and the reluctance of the air path \mathfrak{R}_d has been considered constant.

C. Saturation Curve

In Fig. 3, each leg is viewed as a separate magnetic circuit. Although there are many different methods for representing core nonlinear behavior (power series, piecewise linear curves, or arc tangent function [5]), a functional relationship between the magnetic potential in the leg and the flux through it ($f_k = \mathfrak{R}_k(f_k) \cdot \phi_k$) has been used in this paper

$$\mathfrak{R}(f)^{-1} = K_1 \left(1 + \left(\frac{|f|}{f_0} \right)^p \right)^{-1/p} + K_2 \quad (3)$$

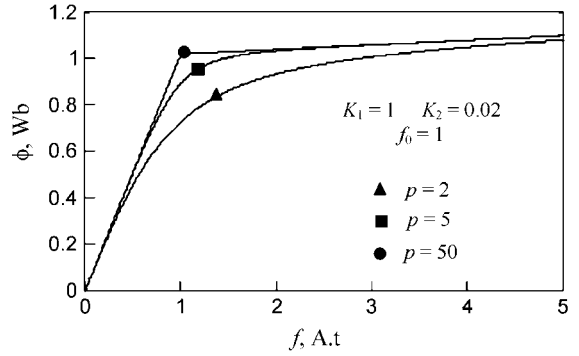
Fig. 4. $(\phi - f)$ characteristic of the proposed saturation curve.

TABLE I
DATA OF 60-kVA, 380/220-V WYE G-WYE G TRANSFORMER (PER PHASE
BASE VALUES: $S_B = S_N/3$, $U_{BP} = U_N/\sqrt{3}$, $\omega_B = 1$)

Winding resistances and leakage inductances:				
$R_p = 0.0036 \Omega$ (0.0015 pu)	$R_s = 0.0012 \Omega$ (0.0015 pu)			
$L_{dp} = 0.1524 \text{ mH}$ (6.332e-5 pu)	$L_{ds} = 0.0511 \text{ mH}$ (6.332e-5 pu)			
Non-linear leg reluctances:				
	K_1	K_2	p	f_0
$\mathfrak{R}_a(f_a)$:	0.1385 pu	$4.155 \cdot 10^{-5}$ pu	0.909	0.0444 pu
$\mathfrak{R}_b(f_b)$:	0.6002 pu	$8.310 \cdot 10^{-5}$ pu	0.93	0.0099 pu
$\mathfrak{R}_c(f_c)$:	0.1385 pu	$4.155 \cdot 10^{-5}$ pu	0.902	0.0436 pu
Air path linear reluctance and core-losses resistance:				
$\mathfrak{R}_d = 521.4$ pu	$R_{Fe}' = 277 \Omega$ (115.10 pu)			

where K_1, K_2, p , and f_0 are experimental parameters which allow this single-valued function to be fitted to the $(\phi - f)$ transformer saturation curves (Fig. 4). These four parameters have a clear physical interpretation:

- K_1 and K_2 are defined by the slope in the linear and the nonlinear zones of the $(\phi - f)$ curve;
- p influences the shape of the curve;
- f_0 is the magnetic potential where saturation begins.

D. Transformer Data

All of the simulations in this paper have been made with a 60-kVA, 380/220-V Wye G-Wye G transformer. The linear and nonlinear transformer parameters have been obtained from experimental measures [3] and are shown in Table I. The parameters of the leg B reluctance (K_1, K_2 and f_0) are different from the parameters of the other legs because they belong to the central leg of the transformer (i.e., the shorter leg). The secondary supplies a rated resistive load, 0.8Ω per phase.

III. VOLTAGE SAG MODELIZATION

Measured voltage at the customer bus is transient during a fault and after clearing it (which means voltage is non-sinusoidal). A voltage sag may also involve a phase angle shift (phase jump) during the fault [1], and the type of sag may change when the fault is successfully cleared (as each phase of the circuit breaker will normally interrupt at a natural current zero) [6]. For simplicity purposes, only three-phase balanced sags are studied in this paper; its shape is considered to be rectangular (nonrectangular sag influence is studied in

Section VIII–A), no phase jump occurs, and the sag type does not change when the fault is cleared. This straightforward sag modelization is only the first approach to analyze the interesting phenomenon of transformer behavior during voltage sags. Future studies must take into account that faults are cleared in natural zeros of the short-circuit currents.

In this paper, the *initial* instant t_i or fault instant—is the instant when the sag begins (drop voltage point), and the *final* instant t_f —or fault clearing instant—is the instant when the sag ends (recovery voltage point) [Fig. 5(a)]. In the literature, it is usual to characterize voltage sags by only depth h and duration Δt . In the analyzed cases, it has been observed that the voltage point-on-wave when the sag begins (called initial point-on-wave ψ_i) is a parameter that also influences the inrush current peak. Thus, the sags in this paper are characterized by depth, duration, and initial point-on-wave of phase a voltage. If phase a voltage is

$$v_a(t) = \sqrt{2}V \sin(\omega t + \alpha) \quad (4)$$

the initial point-on-wave ψ_i at the initial instant t_i is

$$\psi_i = \omega t_i + \alpha. \quad (5)$$

Among other possibilities, the initial point-on-wave can be uniquely defined in two different ways.

- 1) If the angle of the phase a voltage is forced to be null $\alpha = 0^\circ$, the initial instant defines the initial point-on-wave: $\psi_i \equiv \omega t_i$.
- 2) If the sag begins at the initial instant $t_i = 0$ s, the angle of the phase a voltage α matches up with the initial point-on-wave: $\psi_i \equiv \alpha$.

In all of the examples of this paper, the angle of phase a has been forced to be null $\alpha = 0^\circ$, which gives that the initial point-on-wave is $\psi_i = \omega t_i$. Thus, the three-phase voltages applied to the transformer are of the form

$$\begin{aligned} v_a(t) &= \sqrt{2}V \sin(\omega t) \\ v_b(t) &= v_a(t - T/3), \quad v_c(t) = v_a(t + T/3) \end{aligned} \quad (6)$$

where T is the period of the supply voltage, and the three-phase voltages during the balanced sags are

$$\begin{aligned} v_a(t) &= \sqrt{2}hV \sin(\omega t) \quad (h = 0, \dots, 1) \\ v_b(t) &= v_a(t - T/3), \quad v_c(t) = v_a(t + T/3). \end{aligned} \quad (7)$$

To clearly show voltage sag dependence on depth, duration, and initial point-on-wave, the voltage sag will be represented by notation $v(h, \Delta t, \psi_i)$, the inrush current will be represented by $i(h, \Delta t, \psi_i)$, and the inrush current peak by $i_{\text{peak}}(h, \Delta t, \psi_i)$.

In a first sight, it seems that the number of possible initial-points-on-wave is finite (each phase of the circuit breaker will normally interrupt at a natural current zero). However, as the voltage sag is propagated through the different voltage levels of the network, different points-on-wave are possible in the propagated voltage sags (the point-on-wave depends on the short-circuit current of another voltage level.) Therefore, all possible points-on-wave have been considered to analyze the transformer in a general situation.

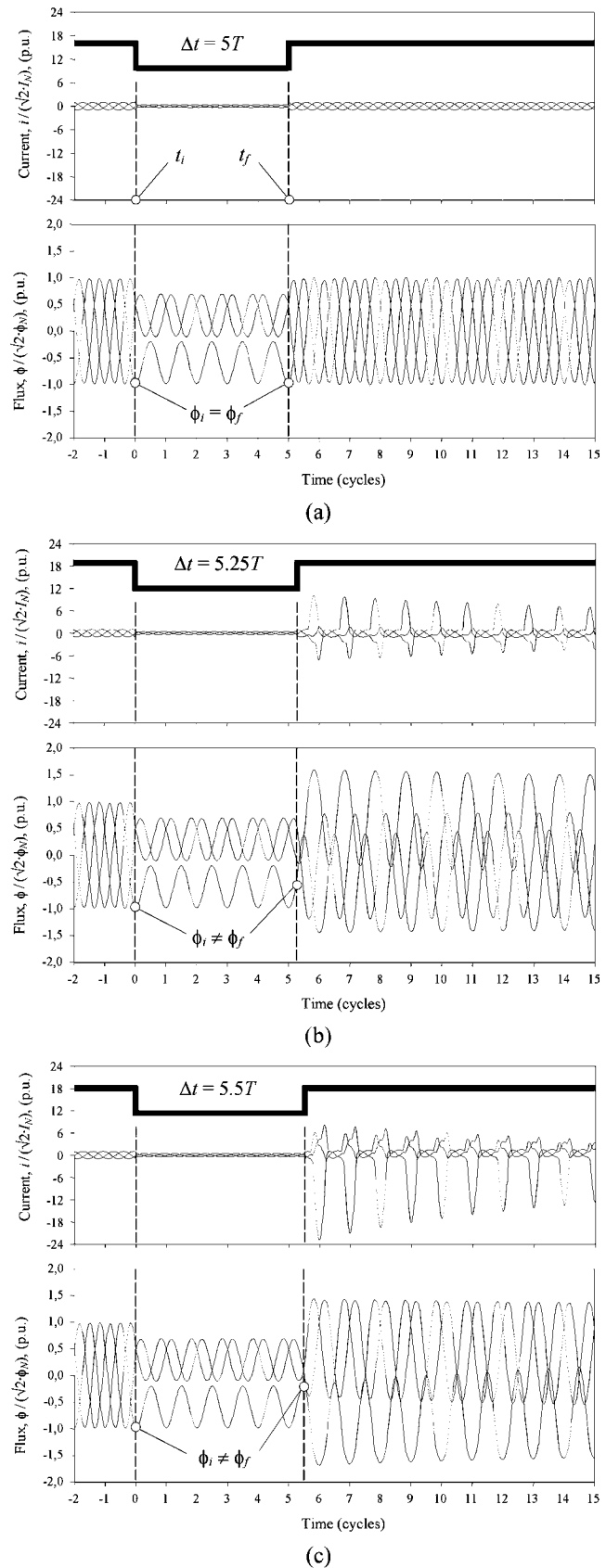


Fig. 5. Primary currents and magnetic fluxes in voltage sags: (a) $h = 0.4$, $\Delta t = 5T$, $\psi_i = 0^\circ$; (b) $h = 0.4$, $\Delta t = 5.25T$, $\psi_i = 0^\circ$; (c) $h = 0.4$, $\Delta t = 5.5T$, $\psi_i = 0^\circ$.

IV. VOLTAGE SAG EFFECTS

A. Short-Time Voltage Sags

Fig. 5(a) shows the primary currents and fluxes in a voltage sag of the following characteristics: depth $h = 0.4$, duration $\Delta t = 5T$, and initial instant $t_i = 0$ s (which gives $\psi_i = \omega t_i = 0^\circ$). Then, this voltage sag is noted as $v(h = 0.4, \Delta t = 5T, \psi_i = 0^\circ)$. This example corresponds to the case where no inrush current peaks are obtained. Fig. 5(b) and (c) show the effects of other sags of different durations. The first sag is $h = 0.4, \Delta t = 5.25T$, and $\psi_i = \omega t_i = 0^\circ, v(h = 0.4, \Delta t = 5.25T, \psi_i = 0^\circ)$, and it presents an intermediate inrush current peak. The second one is $h = 0.4, \Delta t = 5.5T$ and $\psi_i = \omega t_i = 0^\circ, v(h = 0.4, \Delta t = 5.5T, \psi_i = 0^\circ)$, and the inrush current peak has the highest value.

The reason why such current peaks are obtained is found in the dc component of the magnetic flux after the sag. Transformer saturation occurs when this dc component is not null. Appendix B contains a detailed analytical explanation of this phenomenon, which can also be observed by comparing the flux when voltage drops (ϕ_i) with the flux when voltage recovers (ϕ_f). If both fluxes are identical, no saturation occurs [$\phi_i = \phi_f$ in Fig. 5(a)] whereas when both fluxes are different, saturation occurs ($\phi_i \neq \phi_f$ in Fig. 5(b) and (c)).

The transformer behavior is very different to that of the three-phase induction machine [7]. In the induction machine, there are current peaks after the initial and the final instants, and the initial point-on-wave has a minimal influence.

B. Long-Time Voltage Sags

Fig. 6(a) shows the inrush current produced by the previous short duration voltage sag $v(h = 0.4, \Delta t = 5.5T, \psi_i = 0^\circ)$. The shape of the inrush current is very similar to that of the inrush current when the transformer is energized.

Fig. 6(b) shows a voltage sag of long duration. The sag is $v(h = 0.4, \Delta t = 250.5T, \psi_i = 0^\circ)$. This sag has the same initial and final points-on-wave as the sag in Fig. 6(a). This example, together with example in Fig. 5, suggests that sag duration influence on the inrush current peak is periodical,

$$i_{\text{peak}}(h, \Delta t, \psi_i) \approx i_{\text{peak}}(h, \Delta t + nT, \psi_i), \quad n \text{ integer.} \quad (8)$$

This influence of sag duration periodicity is confirmed in the next section.

V. DURATION INFLUENCE

To compare an extensive range of sags, four series of voltage sags have been studied

$$\begin{aligned} v_1(h = 0.4, \Delta t, \psi_i = \omega t_i = 0^\circ), \quad \Delta t \in [5T \dots 6T] \\ v_2(h = 0.4, \Delta t, \psi_i = \omega t_i = \omega T/4 = 90^\circ), \\ \quad \Delta t \in [5T \dots 6T] \\ v_3(h = 0.4, \Delta t, \psi_i = \omega t_i = \omega T/2 = 180^\circ), \\ \quad \Delta t \in [5T \dots 6T] \\ v_4(h = 0.4, \Delta t, \psi_i = \omega t_i = \omega 3T/4 = 270^\circ), \\ \quad \Delta t \in [5T \dots 6T]. \quad (9) \end{aligned}$$

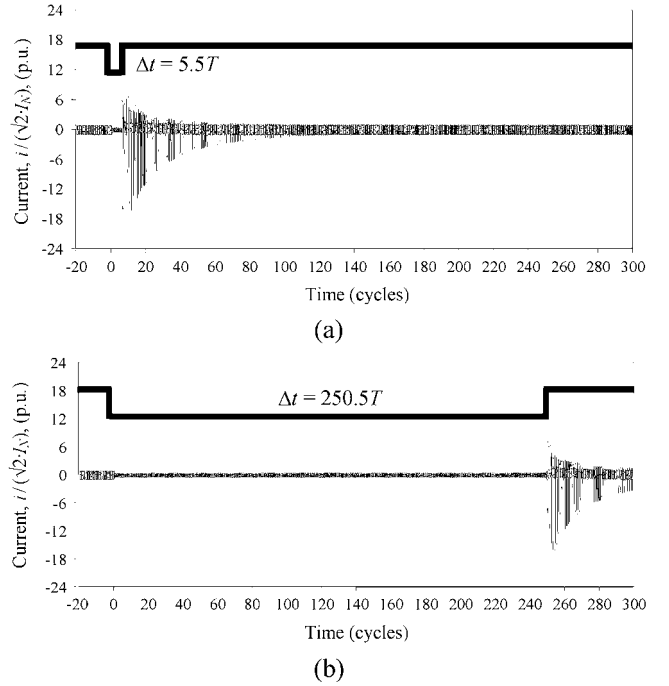


Fig. 6. Primary currents in voltage sags: (a) $h = 0.4, \Delta t = 5.5T, \psi_i = 0^\circ$; (b) $h = 0.4, \Delta t = 250.5T, \psi_i = 0^\circ$.

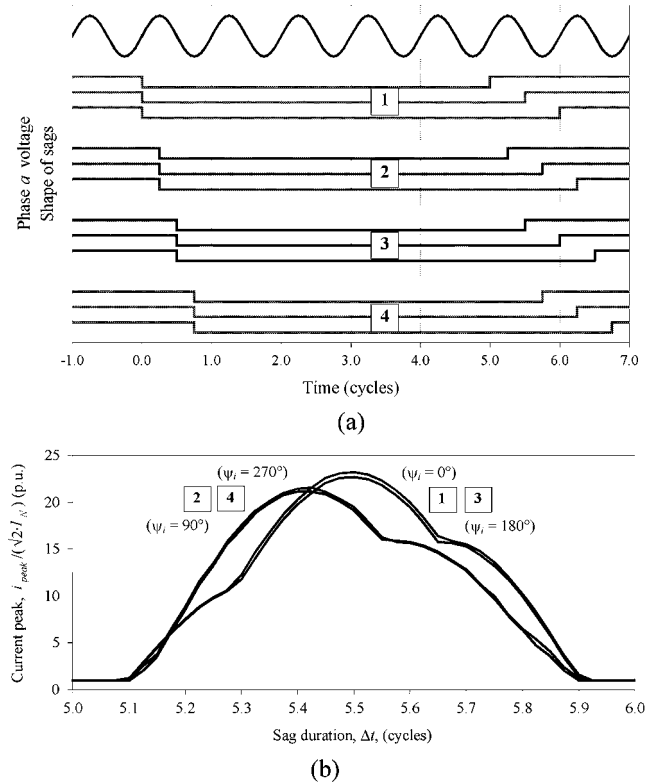


Fig. 7. Four series of 40 voltage sags each: sags in each series have the same initial point-on-wave and different durations. (a) Phase α voltage and shape of sags; (b) inrush current peak versus sag duration.

Each series is composed of 40 voltage sags, which are represented in Fig. 7(a) by three rectangular lines: the first sag of the

series, an intermediate sag, and the last sag. The sags of the different series have different initial points-on-wave, from $\psi_i = 0^\circ$ to $\psi_i = 270^\circ$. The sags in each series have different durations (within a full period T), and the same initial point-on-wave (the same initial instant) and depth.

Sag duration influence on the inrush current peak for each series is represented by the four curves of Fig. 7(b): every curve is composed of 40 points, each of which represents the inrush current peak corresponding to each one of the 40 different voltage sags. The shape of each curve clearly shows the periodicity of the inrush current peak with the sag duration.

Fig. 7(b) allows two conclusions to be obtained:

- 1) no inrush current peak is produced when sag duration is a multiple of a period $\Delta t = nT, n = 1, 2, 3, \dots$;
- 2) maximum inrush current peaks are produced when the initial points-on-wave are $\psi_i = 0^\circ$ or $\psi_i = 180^\circ$, and sag duration is half a period plus any full periods $\Delta t = T/2 + nT, n = 0, 1, 2, \dots$

Fig. 7 shows results for sag durations ranging from $5T$ to $6T$. However, it must be studied if this figure is also valid for other sag durations or, on the contrary, if current peaks decrease when sag durations increase. To answer this question, five series of voltage sags with different depths from $h = 0$ to 0.8 , and different durations are analyzed. In this study, the most unfavorable situation is chosen: $\psi_i = 0^\circ$ and $\Delta t = T/2 + nT, n = 0, 1, 2, \dots$

The voltage sags are

$$\begin{aligned} v_5(h = 0, \Delta t, \psi_i = 0^\circ), & \quad \Delta t \in [0.5T \dots 500.5T] \\ v_6(h = 0.2, \Delta t, \psi_i = 0^\circ), & \quad \Delta t \in [0.5T \dots 500.5T] \\ v_7(h = 0.4, \Delta t, \psi_i = 0^\circ), & \quad \Delta t \in [0.5T \dots 500.5T] \\ v_8(h = 0.6, \Delta t, \psi_i = 0^\circ), & \quad \Delta t \in [0.5T \dots 500.5T] \\ v_9(h = 0.8, \Delta t, \psi_i = 0^\circ), & \quad \Delta t \in [0.5T \dots 500.5T]. \end{aligned} \quad (10)$$

Fig. 8 shows that there is only a slight decrease in the most unfavorable current peak when sag duration increases. This phenomenon has been suggested in Fig. 6.

Curves of Fig. 7 for other sag durations (e.g., durations ranging from $6T$ to $7T$, from $7T$ to $8T$, ...) are quasi-identical to the curves drawn in Fig. 7. Then, Fig. 7 is also valid for sags of any duration.

VI. INITIAL POINT-ON-WAVE INFLUENCE

To study initial point-on-wave influence, four series of voltage sags have been studied

$$\begin{aligned} v_{10}(h = 0.4, \Delta t = 5T, \psi_i = \omega t_i), & \quad t_i \in [0 \dots T] \\ v_{11}(h = 0.4, \Delta t = 5.25T, \psi_i = \omega t_i), & \quad t_i \in [0 \dots T] \\ v_{12}(h = 0.4, \Delta t = 5.5T, \psi_i = \omega t_i), & \quad t_i \in [0 \dots T] \\ v_{13}(h = 0.4, \Delta t = 5.75T, \psi_i = \omega t_i), & \quad t_i \in [0 \dots T]. \end{aligned} \quad (11)$$

Each series is composed of 40 voltage sags, which are represented in Fig. 9(a), by three rectangular lines—the first sag of the series, an intermediate sag, and the last sag. The sags of different series have different durations from $\Delta t = 5T$ to $\Delta t = 5.75T$. The sags of each series have different initial points-on-wave (different initial instants, within a full period, T) and the same duration and depth.

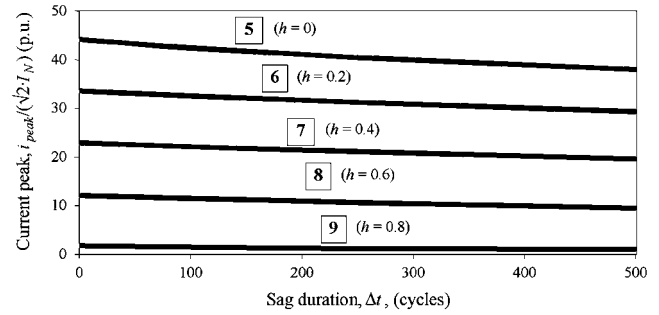


Fig. 8. Inrush current peak versus sag depth with different durations.

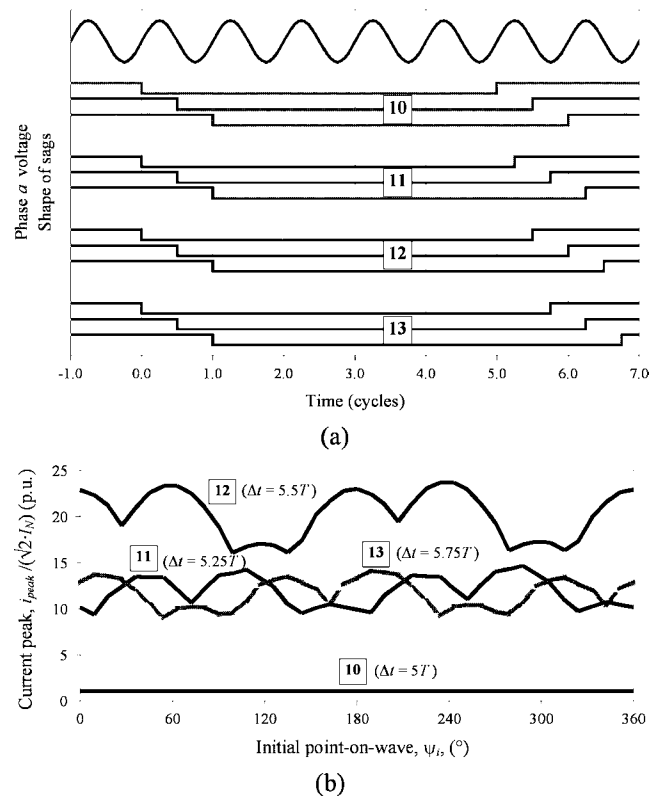


Fig. 9. Four series of 40 voltage sags each: sags in each series have the same duration and different initial points-on-wave. (a) Phase α voltage and shape of sags, (b) inrush current peak versus initial point-on-wave.

Fig. 9(b) shows the initial point-on-wave influence (or the initial instant influence) on the inrush current peaks. This figure allows previous conclusions to be stated again and new conclusions to be obtained.

- Series 10 shows that no inrush current peak is produced when the sag duration is a multiple of a period $\Delta t = nT, n = 1, 2, 3, \dots$
- Series 12 shows that higher inrush currents are produced when the sag duration is half a period plus any full periods $\Delta t = T/2 + nT, n = 0, 1, 2, \dots$
- Series 12 shows that the most unfavorable situations are $\Delta t = T/2 + nT$ and $\psi_i = \omega t_i = 0^\circ, 60^\circ, 180^\circ$, and 240° (Table II). However, a three-phase transformer bank has two more unfavorable initial points-on-wave: ψ_i can also be 120° and 300° (see Appendixes A and B), the reason being that the central leg of a three-legged transformer is shorter than the outer legs.

TABLE II
MOST UNFAVORABLE SITUATIONS

	ψ_i	Δt
Three-legged transformer:	$0^\circ, 60^\circ, 180^\circ, 240^\circ$	$T/2 + nT$
Transformer bank:	$0^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ$	$T/2 + nT$

Finally, it can be concluded that the initial point-on-wave has less influence on the inrush current peaks than duration periodicity.

VII. DEPTH INFLUENCE

Finally, depth influence is analyzed by means of six series of voltage sags with different durations: from the case with the maximum inrush current peak to the case with the minimum inrush current peak. In each case, voltage sag depth is varied from $h = 0$ to $h = 0.9$. The studied sags are

$$\begin{aligned}
 v_{14}(h, \Delta t = 5.5T, \psi_i = 0^\circ), \quad h \in [0 \dots 0.9] \\
 v_{15}(h, \Delta t = 5.4T, \psi_i = 0^\circ), \quad h \in [0 \dots 0.9] \\
 v_{16}(h, \Delta t = 5.3T, \psi_i = 0^\circ), \quad h \in [0 \dots 0.9] \\
 v_{17}(h, \Delta t = 5.2T, \psi_i = 0^\circ), \quad h \in [0 \dots 0.9] \\
 v_{18}(h, \Delta t = 5.1T, \psi_i = 0^\circ), \quad h \in [0 \dots 0.9] \\
 v_{19}(h, \Delta t = 5T, \psi_i = 0^\circ), \quad h \in [0 \dots 0.9]. \quad (12)
 \end{aligned}$$

Fig. 10 shows the results of this study. It can be observed that depth influence on the inrush current peak is very linear.

VIII. NONIDEALITIES INFLUENCE ON CURRENT PEAKS

The numerical values of the obtained inrush current peaks are surprisingly high. Fig. 10 displays cases with an inrush current peak of about 44 p.u., whereas the manufacturer data show that the inrush current peaks of the transformer energizing are usually about 10 p.u.

Fig. 11 shows this big difference between the energizing inrush current and a later inrush current due to a voltage sag. The initial points-on-wave of both transients and the sag characteristics have been chosen to give the maximum inrush current peak in both transients ($\psi_{i, \text{energizing}} = 0^\circ$, $\psi_{i, \text{sag}} = 0^\circ$). Although the phenomenon is analytically explained in Appendix B, unfortunately the authors do not have experimental values of the maximum inrush current due to voltage sags (and [2] is the first known description of this phenomenon). It is possible that the simulated values are slightly higher than the true values experimented in an actual transformer. Several reasons can justify these differences.

Although the transformer parameters have been obtained experimentally (and the transformer has been validated in the laboratory at different saturation levels, and so has the energizing inrush current), the saturation curve used has been only measured in the normal-level saturation zone. Thus, calculations made in the high-level saturation zone of the curve may not be sufficiently accurate.

The modeled voltage sags are rectangular, and the source has no internal impedance. The influence of these nonidealities is studied in the next secondary sections.

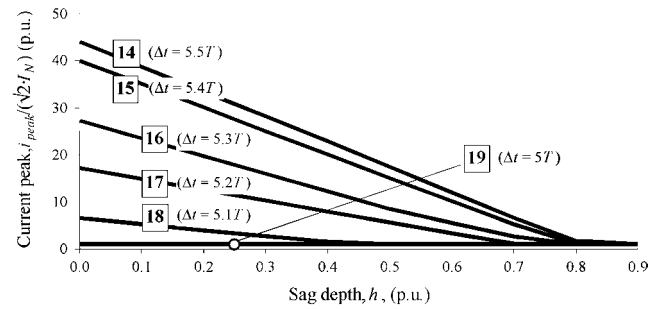


Fig. 10. Inrush current peak versus sag depth with different durations.

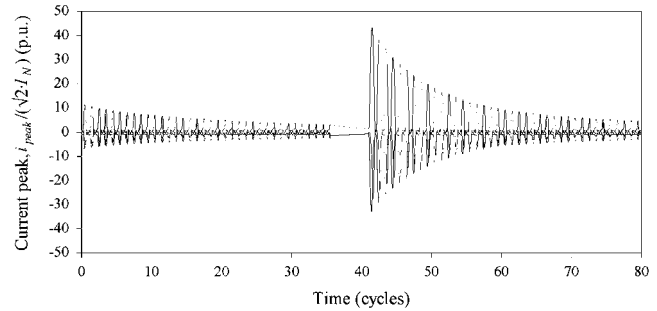


Fig. 11. Comparison of inrush current due to the transformer energizing ($\psi_{i, \text{energizing}} = 0^\circ$) with inrush current due to a voltage sag ($h = 0, \Delta t = 5.5T, \psi_i = 0^\circ$).

A. Nonrectangular Sag Influence

The measured sags have a nonrectangular shape. Fig. 12 shows the influence of the fall and rise time of the voltage sag when the sag is modeled with a trapezoidal shape. The reduction in the current peak is of about 50% when the fall and rise time is half a cycle.

B. Network Reactance Influence

The current peak is also limited when the network reactance is taken into account. Fig. 13 shows the influence of the network reactance on the current peak. A reduction of about 20% is produced when the network reactance is 0.2 times the transformer reactance.

IX. LOAD AND TRANSFORMER PARAMETERS INFLUENCE

It has been shown by testing that load magnitude (loaded or unloaded transformer) and load character (resistive or inductive) have no influence on the observed transformer behavior. The reason for this feature is that when the transformer is saturated, the current peak mainly depends on the slope in the nonlinear zone of the saturation curve (parameter K_2).

As the variables of this paper (magnetic flux and current peaks) are given in reduced values, these reduced values are also valid for other transformers of different rated power and/or voltages and the same reduced parameters (Table I). Transformers of similar reduced parameters will produce transients that are qualitatively very similar, although the obtained transient values can be slightly different, since transients can be slightly different from a quantitative point of view.

Other transformer models (three-phase transformer bank and five-legged three-phase transformer), as well as different

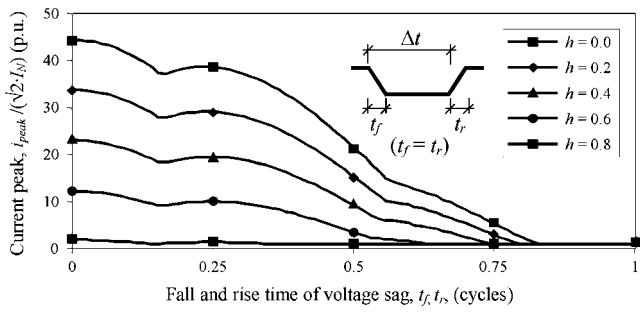


Fig. 12. Reduction of current peak versus the fall and rise time of the voltage sag ($\Delta t = 5.5T$, $\psi_i = 0^\circ$).

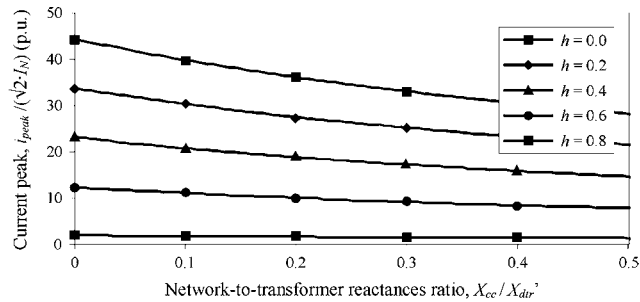


Fig. 13. Reduction of current peak versus the network-to-transformer reactances ratio ($\Delta t = 5.5T$, $\psi_i = 0^\circ$).

winding connections must be studied in detail because different results can be expected. The three-phase transformer bank with a Wye G-Wye G connection is analyzed in Appendix A.

X. CONCLUSION

The influence of symmetrical voltage sags on three-phase three-legged transformers has been widely studied. The main effect is produced when the voltage sag is recovered and moves the transformer to saturation. Then, an inrush current similar to that obtained in the transformer energizing is produced. The inrush current peak has a periodical dependence on sag duration. The voltage point-on-wave when the sag begins has less influence than sag duration. Finally, sag depth influences the inrush current peak linearly.

APPENDIX A TRANSFORMER BANK BEHAVIOR

The magnetic circuit asymmetry of the three-legged transformer (the central leg is shorter than the outer legs) produces the asymmetrical shape of the curves in Figs. 7(b) and Fig. 9(b). This can be deduced by simulation of a transformer bank (or a five-legged transformer), since it has three identical magnetic circuits. Figs. 14 and 15 represent the previous curves when a transformer bank is considered. Similar curves are obtained if a five-legged transformer is simulated. Fig. 15 shows that the most unfavorable initial points-on-wave when $\Delta t = T/2 + nT$ are multiples of 60° (Table II).

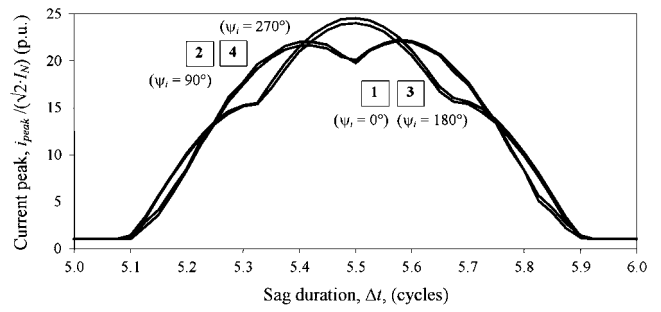


Fig. 14. Three-phase transformer bank: inrush current peak versus sag duration for the four series of Fig. 7(a) [sags in each series have the same initial point-on-wave and different durations].

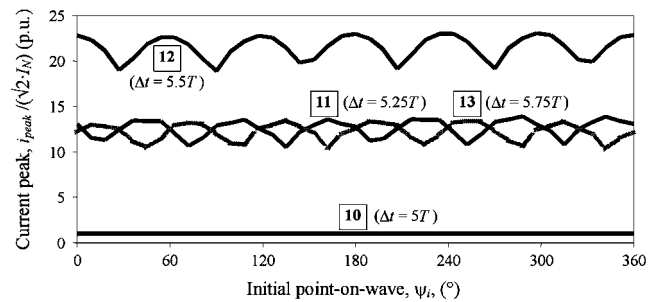


Fig. 15. Three-phase transformer bank: inrush current peak versus initial point-on-wave for the four series of Fig. 9(a) [sags in each series have the same duration and different initial points-on-wave].

APPENDIX B ANALYTICAL STUDY OF THE PERTURBATION

This Appendix shows an analytical study of the perturbation. This study is made in a Wye G-Wye G three-phase transformer bank (or a five-legged three-phase transformer) where the voltage drops in the primary winding resistances, and the leakage reactances ($R_p i_{pk} + L_{dp} di_{pk}/dt$) are neglected. Under this assumption, the induced voltages equal the supply voltages ($u_{pk} \approx e_{pk}$) and the core magnetic fluxes are forced by the supply voltages. Apart from a possible constant component $\phi_{k,DC}$, the core magnetic fluxes are sinusoidal when the supply voltages are sinusoidal. For example, the magnetic flux for phase a is

$$\begin{aligned} N_p \frac{d\phi_a(t)}{dt} &= e_{pa}(t) \approx u_{pa}(t) = v_a(t) = \sqrt{2}V \sin(\omega t + \alpha) \\ \Rightarrow \phi_a(t) &\approx \frac{1}{N_p} \int v_a(t) dt = \phi_a(0) + \frac{1}{N_p} \int_0^t v_a(t) dt \\ &= \frac{\sqrt{2}V}{N_p \omega} \sin\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \phi_{a,DC} \end{aligned} \quad (13)$$

where $\phi_{a,DC} = \phi_a(0) - \sqrt{2}V/(N_p \omega) \sin(\alpha - \pi/2)$. This constant component is null in steady state.

Here, we will suppose that the transformer is in steady state when a voltage sag is produced in the supply: the rms voltage

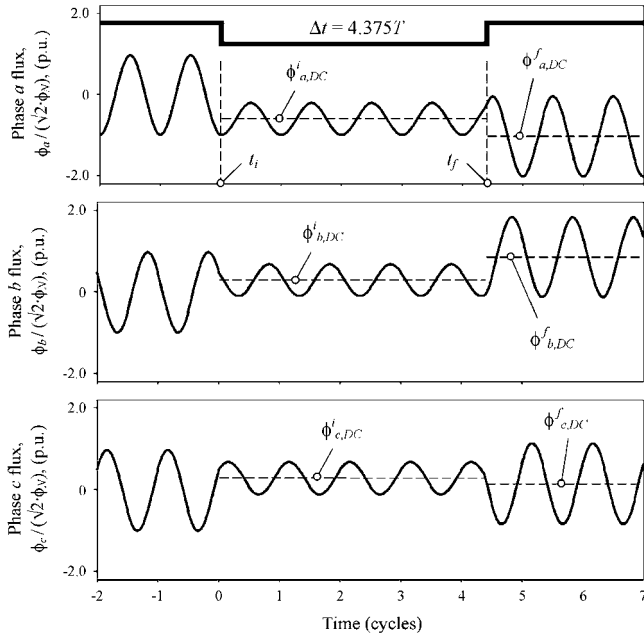


Fig. 16. Magnetic fluxes in a voltage sag of $h = 0.4$, $\Delta t = 4.375T$, $\psi_i = 0^\circ$.

changes from V to hV (and the same angle-phase) at instant t_i and is recovered at instant t_f (Fig. 16). Under the previous assumption, the magnetic flux during steady-state behavior is purely sinusoidal

$$\phi_a(t) \approx \frac{\sqrt{2}V}{N_p\omega} \sin\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right) \quad (t \leq t_i). \quad (14)$$

The magnetic flux during the sag is obtained by integration of the sag voltage

$$\begin{aligned} \phi_a(t) &\approx \phi_a(t_i) + \frac{1}{N_p} \int_{t_i}^t h v_a(t) dt \\ &= \phi_{a,DC}^i + \frac{\sqrt{2}hV}{N_p\omega} \sin\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right) \quad (t_i \leq t \leq t_f) \end{aligned} \quad (15)$$

where $\phi_{a,DC}^i = \phi_a(t_i) - \sqrt{2}hV/(N_p\omega) \sin(\omega t_i + \alpha - \pi/2)$. This constant component is, in general, not null $\phi_{a,DC}^i \neq 0$ as can be seen in Fig. 16.

The magnetic flux when the voltage is recovered is

$$\begin{aligned} \phi_a(t) &\approx \phi_a(t_f) + \frac{1}{N_p} \int_{t_f}^t v_a(t) dt \\ &= \phi_{a,DC}^f + \frac{\sqrt{2}V}{N_p\omega} \sin\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right) \quad (t_f \leq t) \end{aligned} \quad (16)$$

where $\phi_{a,DC}^f = \phi_a(t_f) - \sqrt{2}V/(N_p\omega) \sin(\omega t_f + \alpha - \pi/2)$. This constant component also is, in general, not null $\phi_{a,DC}^f \neq 0$. The total flux of the transformer when the voltage is recovered is obtained by adding this constant flux to the steady-state sinusoidal flux. If the total flux of any phase is high (because the constant flux of that phase is high), the magnetic circuit of that phase will be saturated, and so its current will be high.

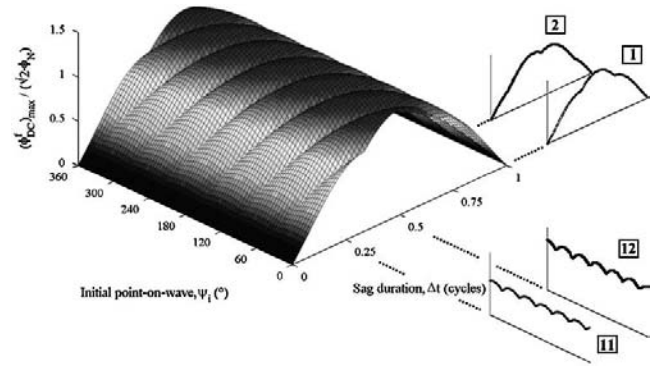


Fig. 17. Analytical surface to represent duration and initial point-on-wave influence on three-phase transformer bank behavior.

The value of the constant flux of phase a when voltage is recovered can be obtained by combination of the previous expressions

$$\begin{aligned} \phi_{a,DC}^f &= \frac{\sqrt{2}(1-h)V}{N_p\omega} \left\{ \sin\left(\omega t_i + \alpha - \frac{\pi}{2}\right) \right. \\ &\quad \left. - \sin\left(\omega t_f + \alpha - \frac{\pi}{2}\right) \right\} \\ &= \frac{2\sqrt{2}(1-h)V}{N_p\omega} \left\{ \cos\left[\frac{\omega(t_i + t_f)}{2} + \alpha - \frac{\pi}{2}\right] \right. \\ &\quad \left. \times \sin\left[\frac{\omega(t_i - t_f)}{2}\right] \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

This expression can be rewritten by using duration and initial point-on-wave as variables ($\Delta t = t_f - t_i$, $\psi_i = \omega t_i + \alpha$)

$$\phi_{a,DC}^f = \frac{2\sqrt{2}(1-h)V}{N_p\omega} \left\{ \cos\left(\psi_i + \frac{\omega\Delta t}{2} - \frac{\pi}{2}\right) \right. \\ \left. \times \sin\left(-\frac{\omega\Delta t}{2}\right) \right\}. \quad (18)$$

Similar expressions are obtained for fluxes of phases b and c by substitution of α for $\alpha - 2\pi/3$ for phase b , and $\alpha + 2\pi/3$ for phase c .

The influence of the duration and initial point-on-wave on the constant component of the fluxes when voltage is recovered (i.e., influence on the current peaks) has been graphically shown in Fig. 17, where

$$\left(\phi_{DC}^f\right)_{\max} = \max\left\{\left|\phi_{a,DC}^f\right|, \left|\phi_{b,DC}^f\right|, \left|\phi_{c,DC}^f\right|\right\}. \quad (19)$$

It can be observed that the surface in Fig. 17 is a generalization of the curves in Fig. 14 and 15. The value of Δt and ψ_i required to obtain a null constant component for the fluxes of the three phases when the voltage is recovered (which results in no current peaks) can be calculated by imposing $(\phi_{DC}^f)_{\max} = 0$ in (19)

$$\left(\phi_{DC}^f\right)_{\max} = 0 \rightarrow \Delta t = nT \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (20)$$

For a given Δt , the value of ψ_i required to obtain a maximum constant component flux $(\phi_{DC}^f)_{\max}$ when voltage is recovered

(which results in a maximum current peak) is obtained by imposing $d(\phi_{DC}^f)_{\max}/d\psi_i = 0$ in (19):

$$\frac{d}{d\psi_i} (\phi_{DC}^f)_{\max} = 0 \rightarrow \psi_i + \frac{\omega\Delta t}{2} = \frac{\pi}{6} + n\frac{\pi}{3}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots \Delta t \neq nT. \quad (21)$$

REFERENCES

- [1] M. H. J. Bollen, *Understanding Power Quality Problems: Voltage Sags and Interruptions*. New York: IEEE Press, 2000.
- [2] E. Styvaktakis, M. H. J. Bollen, and I. Y. H. Gu, "Transformer saturation after a voltage dip," *IEEE Power Eng. Rev.*, vol. 20, pp. 62–64, Apr. 2000.
- [3] J. Pedra, L. Sáinz, F. Córcoles, R. López, and M. Salichs, "PSpice computer model of a nonlinear three-phase three-legged transformer," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 19, pp. 200–207, Jan. 2004.
- [4] *PSpice A/D User's Guide*, June 1997.
- [5] C. Pérez-Rojas, "Fitting saturation and hysteresis via arctangent functions," *IEEE Power Eng. Rev.*, vol. 20, pp. 55–57, Nov. 2000.
- [6] M. H. J. Bollen, "Voltage recovery after unbalanced and balanced voltage dips in three-phase systems," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 18, pp. 1376–1381, Oct. 2003.
- [7] F. Córcoles and J. Pedra, "Algorithm for the study of voltage sags on induction machines," *IEEE Trans. Energy Conversion*, vol. 14, pp. 959–968, Dec. 1999.



Felipe Córcoles was born in Almansa, Spain, in 1964. He received the B.S. degree in industrial engineering and the Ph.D. degree in engineering from the Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain, in 1990 and 1998, respectively.

Currently, he is a Professor in the Electrical Engineering Department of the Universitat Politècnica de Catalunya, where he has been since 1992. His research interests are electric machines and power system quality.



Joaquín Pedra (S'85–M'88) was born in Barcelona, Spain, in 1957. He received the B.S. degree in industrial engineering and the Ph.D. degree in engineering from the Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain, in 1979 and 1986, respectively.

Currently, he is a Professor in the Electrical Engineering Department of the Universitat Politècnica de Catalunya, where he has been since 1985. His research interest includes the areas of power system quality and electrical machines.



Luis Guasch was born in Tarragona, Spain, in 1964. He received the B.S. degree in industrial engineering from the Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain. He is currently pursuing the Ph.D. degree at the Universitat Politècnica de Catalunya.

Currently, he is a Professor in the Electrical Engineering Department of the Universitat Rovira i Virgili, Tarragona, Spain, where he has been since 1990. His research interest lies in the areas of electric machines and power system quality.



Luis Sáinz was born in Barcelona, Spain, in 1965. He received the B.S. degree in industrial engineering and the Ph.D. degree in engineering from the Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain, in 1990 and 1995, respectively.

Currently, he is a Professor in the Electrical Engineering Department of the Universitat Politècnica de Catalunya, where he has been since 1991. His main field of research is power system harmonics.

Symmetrical and Unsymmetrical Voltage Sag Effects on Three-Phase Transformers

Joaquín Pedra, *Member, IEEE*, Luis Sáinz, Felipe Córcoles, and Luis Guasch

Abstract—This paper studies the effects of symmetrical and unsymmetrical voltage sags on three-phase three-legged transformers. The transformer model includes saturation and the parameters have been obtained from experimental measurements. The study shows that sags can produce transformer saturation when voltage recovers. This saturation produces an inrush current that is similar to the inrush current produced during the transformer energizing. The study takes into account that the voltage recovery instant can take only discrete values, since the fault-clearing is produced in the natural current zeroes. The paper also studies the influence of the sag type, duration, depth and fault current angle on the inrush current peak value. The current peak has a periodical dependence on sag duration, and a linear dependence on depth. Unsymmetrical sags can result in current peaks as high as those of symmetrical sags.

Index Terms—Inrush current, transformer model, voltage sag.

I. INTRODUCTION

A VOLTAGE SAG is a short-duration reduction in rms voltage which can result in a mal-operation of the equipment [1]. Transformer saturation is caused precisely by the sudden voltage variation when voltage recovers, and it involves high inrush currents [2]. These currents are similar to the inrush current produced during the transformer energizing. Reference [3] describes three-phase transformer inrush currents resulting from symmetrical voltage sags.

In this paper, inrush currents caused by symmetrical and unsymmetrical voltage sags are studied and compared in detail. A nonlinear 60 kVA, 380/220 V, 50 Hz Wye G-Wye G three-phase transformer is implemented and simulated in PSpice [4], [5]. Section II describes the nonlinear model of the three-phase transformer, and Section III is devoted to the voltage sag classification and characterization. Section IV analyzes several cases where different inrush current magnitudes are obtained as a result of type A, C, and E sags of different durations. Section V studies the duration influence on the inrush current peak value. This influence is periodical, whereas sag depth influence is linear, as is shown in Section VI. Lastly, Section VII analyzes the fault current angle influence, and Section VIII the final instant influence, and the fact that this final instant can only take discrete values.

Manuscript received February 16, 2004. This work was supported under grant DPI2000-0994. Paper no. TPWRD-00492-2003.

J. Pedra, L. Sáinz, and F. Córcoles are with the Department of Electrical Engineering, ETSEIB-UPC, 08028 Barcelona, Spain (e-mail: pedra@ee.upc.es; sainz@ee.upc.es; corcoles@ee.upc.es).

L. Guasch is with the Department of Electronic, Electrical and Automatic Engineering, ETSE, Universitat Rovira i Virgili, 43007 Tarragona, Spain (e-mail: lguasch@etse.urv.es).

Digital Object Identifier 10.1109/TPWRD.2004.833910

II. TRANSFORMER MODEL

The model proposed in [4] is used to study the three-legged transformer. The model has been validated with experimental measurements.

A. Electric and Magnetic Circuit Models

The electric and magnetic relations of a Wye G-Wye G three-legged three-phase transformer are shown in Fig. 1 and Fig. 2

$$\begin{aligned} u_{pk} &= \left(R_p + L_{dp} \frac{d}{dt} \right) i_{pk} + N_p \frac{d\phi_k}{dt} \\ u_{sk} &= \left(R_s + L_{ds} \frac{d}{dt} \right) i_{sk} + N_s \frac{d\phi_k}{dt} \\ N_p i_{pek} + N_s i_{sk} &= i_{mk} = f_k - f_d \quad (k = a, b, c) \\ \phi_a + \phi_b + \phi_c + \phi_d &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

In this model, each leg is viewed as a separate magnetic element, and the expression used to represent the core nonlinear behavior is a function, $\mathfrak{R}_k(f_k)$, that relates the magnetic potential in the leg and the flux through it ($f_k = \mathfrak{R}_k(f_k) \cdot \phi_k$)

$$\mathfrak{R}_k(f_k)^{-1} = K_{1k} \left(1 + \left(\frac{|f_k|}{f_{0k}} \right)^{p_k} \right)^{-\frac{1}{p_k}} + K_{2k} \quad (2)$$

where K_{1k} , K_{2k} , p_k and f_{0k} are experimental parameters which allow this single-valued function to be fitted to the $(\phi_k - f_k)$ transformer saturation curve [4].

In Fig. 2, it can be observed that the reluctance \mathfrak{R}_d has been considered constant because it represents the air path in a three-legged transformer.

In order to eliminate the winding turns, the above relations are rewritten according to [4] as follows:

$$\begin{aligned} u_{pk} &= \left(R_p + L_{dp} \frac{d}{dt} \right) i_{pk} + \frac{d\lambda_{pk}}{dt} \\ u_{sk} &= \left(R_s + L_{ds} \frac{d}{dt} \right) i_{sk} + \frac{1}{r_{t,w}} \frac{d\lambda_{pk}}{dt} \\ i_{pek} + \frac{i_{sk}}{r_{t,w}} &= f'_k - f'_d \quad (k = a, b, c) \\ \lambda_a + \lambda_b + \lambda_c + \lambda_d &= 0 \\ \mathfrak{R}'_k(f'_k)^{-1} &= K'_{1k} \left(1 + \left(\frac{|f'_k|}{f'_{0k}} \right)^{p_k} \right)^{-\frac{1}{p_k}} + K'_{2k} \end{aligned} \quad (3)$$

where $r_{t,w} = N_p/N_s$ is the winding turn ratio and $\lambda_{pk} = N_p \phi_k$ is the core magnetic flux linked by the primary windings. The relation between the magnetic potential in the leg and the flux through it is rewritten as $f'_k = \mathfrak{R}'_k(f'_k) \cdot \lambda'_k$.

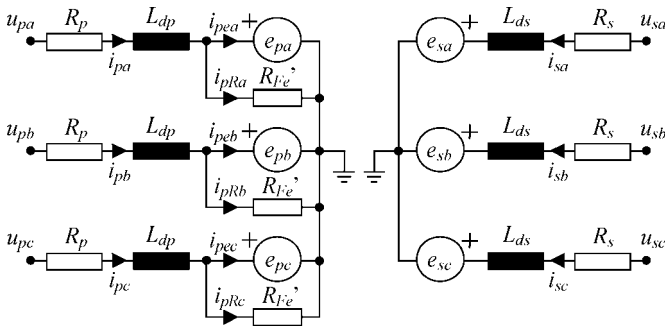


Fig. 1. Electric equivalent circuit of a Wye G-Wye G three-phase transformer.

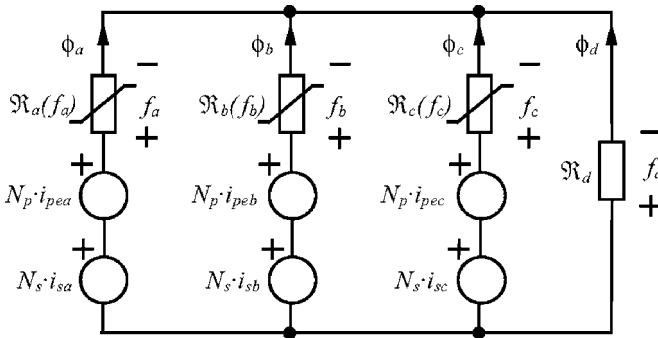


Fig. 2. Magnetic equivalent circuit of a three-legged three-phase transformer.

B. Transformer Data

The simulations of the three-legged model have been performed with a 60 kVA, 380/220 V, 50 Hz Wye G-Wye G three-phase transformer whose linear and nonlinear parameters have been obtained from experimental measurements, Table I. A complete validation of the transformer model predictions with experimental measurements is described in [4].

In all the cases studied in this paper, the secondary supplies a rated resistive load, 0.8 Ω per phase (1 pu).

III. SAGS CLASSIFICATION AND CHARACTERIZATION

A. Transformer Supply Voltages

In this paper, it is assumed that transformer supply voltages before, during and after the sag are purely sinusoidal.

The phase-to-ground voltages applied to the transformer before and after the sag are expressed as

$$\begin{aligned} v_a(t) &= \sqrt{2}V \sin(\omega t + \alpha_a) \\ v_b(t) &= v_a\left(t - \frac{T}{3}\right), \quad v_c(t) = v_a\left(t + \frac{T}{3}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

where T is the period of the supply voltage and $\omega = 2\pi/T$.

The phase-to-ground voltages during the sag are

$$\begin{aligned} v_{ah}(t) &= \sqrt{2}V_{ah} \sin(\omega t + \alpha_{ah}) \\ v_{bh}(t) &= \sqrt{2}V_{bh} \sin(\omega t + \alpha_{bh}) \\ v_{ch}(t) &= \sqrt{2}V_{ch} \sin(\omega t + \alpha_{ch}) \end{aligned} \quad (5)$$

where V_{ah} , V_{bh} , V_{ch} , α_{ah} , α_{bh} and α_{ch} are the magnitude and angle of the corresponding phases.

TABLE I
TRANSFORMER DATA

60 kVA, 380/220 V, 50 Hz Wye G-Wye G TRANSFORMER				
Winding resistances and leakage inductances:				
$R_p = 0.0036 \Omega$ (0.0015 pu)	$R_s = 0.0012 \Omega$ (0.0015 pu)			
$L_{dp} = 0.1524$ mH ($x_{dp} = 0.02$ pu)	$L_{ds} = 0.0511$ mH ($x_{ds} = 0.02$ pu)			
Non-linear leg reluctances (primary reduced):				
	K_1' , Wb/A·t	K_2' , Wb/A·t	p	f_0' , A·t
$\mathfrak{R}_a'(f_a')$:	0.3333	0.0001	0.909	4.05
$\mathfrak{R}_b'(f_b')$:	1.4444	0.0002	0.93	0.9
$\mathfrak{R}_c'(f_c')$:	0.3333	0.0001	0.902	3.973
Air path linear reluctance and core-loss resistance (primary reduced):				
$\mathfrak{R}_d' = 1300$ A·t/Wb (3128.7 pu)	$R_{fe}' = 277 \Omega$ (115.10 pu)			

B. Sags Classification

In this paper, it is considered that sags are produced by faults, and that the faults are cleared in the natural current zeroes. Thus, the faults that involve more than two phases (namely, two-phase-to-ground, three-phase and three-phase-to-ground faults) are cleared in more than one step.

The sag shape has been considered rectangular, t_i -initial instant- being the instant when the sag begins (the instant when the fault begins) and t_{f1} -final instant- the instant when the first phase of the circuit breaker clears the fault. If the fault is cleared in two or three steps, t_{f2} and t_{f3} are the instants when the second and the third phases of the circuit breaker clear the fault.

References [1], [6] consider a simplified system (positive-, negative- and zero-sequence impedances are equal, and load and dynamic effects are neglected) to classify the sags experienced by three-phase loads between t_i and t_{f1} into seven types, denoted as A, B, C, D, E, F, and G. Table II includes their expressions and Fig. 3 shows their phasor diagrams. In this table, h is the sag depth.

As the faults that involve more than two phases are cleared in more than one step, they develop to other types of faults when the successive phases of the circuit breaker clear the fault. For example, a two-phase-to-ground fault develops to a single-phase-to-ground fault, and then to full recovery. A three-phase-to-ground fault develops to a two-phase-to-ground fault, to a single-to-ground fault, and then to full recovery.

Furthermore, there are different possibilities to fully clear the same type of fault. Reference [6] has classified these different possibilities into fourteen cases, denoted as A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 , B , C , D , E_1 , E_2 , F_1 , F_2 , G_1 and G_2 . This classification means that the faults that originate a type A sag can be cleared in five different ways (which involve two or three steps), the faults that originate type E, F and G sags can be cleared in two different ways (which involve two steps), and the faults that originate type B, C and D sags are cleared in a single way (which involves only one step).

Table III shows the fault-clearing sequence of the previous fourteen sag types [6], and the recovery instants: t_{f1} , t_{f2} and t_{f3} . The first recovery instant, t_{f1} , depends on angle ψ , and the other two recovery instants, t_{f2} and t_{f3} , are delayed 60°, 90°, or 120° with respect to t_{f1} . Angle ψ is the fault current

TABLE II
SAG TYPES IN EQUATION FORM FOR EQUAL POSITIVE-, NEGATIVE- AND ZERO-SEQUENCE IMPEDANCES (OBTAINED FROM [1])

Type A	Type B
$\underline{V}_{ah} = hV$	$\underline{V}_{ah} = hV$
$\underline{V}_{bh} = -\frac{1}{2}hV - j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	$\underline{V}_{bh} = -\frac{1}{2}V - j\frac{\sqrt{3}}{2}V$
$\underline{V}_{ch} = -\frac{1}{2}hV + j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	$\underline{V}_{ch} = -\frac{1}{2}V + j\frac{\sqrt{3}}{2}V$
Type C	Type D
$\underline{V}_{ah} = V$	$\underline{V}_{ah} = hV$
$\underline{V}_{bh} = -\frac{1}{2}V - j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	$\underline{V}_{bh} = -\frac{1}{2}hV - j\frac{\sqrt{3}}{2}V$
$\underline{V}_{ch} = -\frac{1}{2}V + j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	$\underline{V}_{ch} = -\frac{1}{2}hV + j\frac{\sqrt{3}}{2}V$
Type E	Type F
$\underline{V}_{ah} = V$	$\underline{V}_{ah} = hV$
$\underline{V}_{bh} = -\frac{1}{2}hV - j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	$\underline{V}_{bh} = -\frac{1}{2}hV - j\frac{1}{\sqrt{12}}(2+h)V$
$\underline{V}_{ch} = -\frac{1}{2}hV + j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	$\underline{V}_{ch} = -\frac{1}{2}hV + j\frac{1}{\sqrt{12}}(2+h)V$
Type G	
$\underline{V}_{ah} = \frac{1}{3}(2+h)V$	Where:
$\underline{V}_{bh} = -\frac{1}{6}(2+h)V - j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	$h = 0...1$ sag depth
$\underline{V}_{ch} = -\frac{1}{6}(2+h)V + j\frac{\sqrt{3}}{2}hV$	$V = U_{ll}/\sqrt{3}$ phase-to-ground voltage

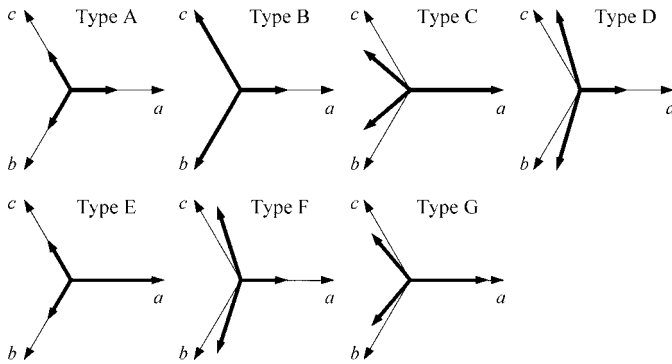


Fig. 3. Voltage sag types. All sags have a magnitude of 50%, i.e. $h = 0.5$. Obtained from [1].

angle for all fault types. This angle depends on the type of network: typical ranges of values are between 75° and 85° for faults in transmission systems, and between 45° and 60° for faults in distribution systems [6]. When a specific network is considered ($\psi = \text{constant}$), recovery instant t_{f1} is discrete. When all types of networks are considered, the range of values for recovery instant t_{f1} is very narrow. As a conclusion, it can be considered that the recovery instants (t_{f1} , t_{f2} and t_{f3}) are discrete and constant, or nearly constant, for all types of networks. This is the most important consequence of the current zeroes fault-clearing consideration.

The first plot of Fig. 4 shows a type A_3 sag. The plot shows that the voltage has three recoveries (the fault is cleared in three steps) that are separated 60° , according to Table III. The first

plot of Fig. 5 shows a type E_1 sag. In this case, the voltage has two recoveries (the fault is cleared in two steps) with a separation of 120° between them; see Table III.

C. Sags Characterization

Here, the parameters that univocally characterize sags are described.

The first two parameters are the sag type and the sag depth h . The final instant, t_{f1} , can be the third parameter, as it is discrete and constant or nearly constant (t_{f1} depends on ψ , Table III). The last parameter must be chosen between the initial instant, t_i , and the sag duration, $\Delta t = t_{f1} - t_i$.

As t_{f1} depends on ψ , this angle has been chosen as the third parameter instead of t_{f1} . In this case, the fourth parameter must be the sag duration, Δt (otherwise, the sag duration would be undefined with only ψ and t_i).

Thus, sag type, h , Δt and ψ have been chosen to univocally characterize the sags.

To show dependence on depth, duration and fault clearing angle, the sag is labeled as $v(h, \Delta t, \psi)$ and the inrush current as $i(h, \Delta t, \psi)$. The *current peak* is also labeled as $i_{peak}(h, \Delta t, \psi)$ and it is defined as

$$i_{peak}(h, \Delta t, \psi) = \max \{ |i_a(h, \Delta t, \psi)|, |i_b(h, \Delta t, \psi)|, |i_c(h, \Delta t, \psi)| \}. \quad (6)$$

If ψ is considered to be fixed, the sags can be characterized by only sag type, h and Δt .

It must also be considered that no phase jump during the fault has been assumed [6]. Otherwise, the phase jump would be another parameter to characterize the sags.

IV. VOLTAGE SAGS EFFECTS

A typical value for the fault current angle in transmission systems has been chosen for the examples of this paper, namely $\psi = 80^\circ$.

Fig. 4 shows the voltages, currents and fluxes of a three-phase transformer when a voltage sag is applied to the primary windings. The sag type is A_3 , and it has a depth $h = 0.4$ and a duration $\Delta t = 5.5 T$, and the fault current angle is $\psi = 80^\circ$. The observed effects are

- the fluxes are displaced from the null mean value when voltage recovers, which causes transformer saturation;
- inrush currents are produced when voltage recovers as a consequence of transformer saturation.

Fig. 5 shows the transformer behavior when the sag type is E_1 with the following characteristics: $h = 0.4$, $\Delta t = 5.4 T$ and $\psi = 80^\circ$. This example shows a case where a current peak is produced when voltage drops and another current peak is produced when voltage recovers.

However, not all voltage sags produce transformer saturation. An example is shown in Fig. 6, where three different type C sags with depth $h = 0.4$ and durations $\Delta t = 5 T, 5.6 T$, and $5.7 T$ are applied. The fault current angle is $\psi = 80^\circ$.

Fig. 6(a) shows the primary currents and fluxes when sag duration is $\Delta t = 5 T$. This example corresponds to the case where no current peaks are obtained. An intermediate current peak

TABLE III
DISCRETE FAULT-CLEARING INSTANTS FOR EQUAL POSITIVE-, NEGATIVE- AND ZERO-SEQUENCE IMPEDANCES (FAULT CURRENT ANGLE, ψ , IS EQUAL FOR DIFFERENT TYPES OF FAULTS). (OBTAINED FROM [6])

Type	First recovery ωt_{f1}	Second recovery ωt_{f2}	Third recovery ωt_{f3}	Sequence of sags	Fault-clearing delay
B_a	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a + \psi$	—	—	—	—
C_a	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a + \psi + 90^\circ$	—	—	—	—
D_a	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a + \psi$	—	—	—	—
E_{1a}	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a + \psi + 120^\circ$	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a - \psi + 240^\circ$	—	$E_{1a} \rightarrow B_c$	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 120^\circ$
E_{2a}	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a + \psi - 120^\circ$	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a - \psi - 60^\circ$	—	$E_{2a} \rightarrow B_b$	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 60^\circ$
F_{1a}	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a + \psi - 150^\circ$	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a - \psi - 30^\circ$	—	$F_{1a} \rightarrow C_c^*$	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 120^\circ$
F_{2a}	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a + \psi + 150^\circ$	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a - \psi + 210^\circ$	—	$F_{2a} \rightarrow C_b^*$	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 60^\circ$
G_{1a}	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a + \psi + 120^\circ$	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a - \psi + 240^\circ$	—	$G_{1a} \rightarrow D_c^*$	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 120^\circ$
G_{2a}	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a + \psi - 120^\circ$	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a - \psi - 60^\circ$	—	$G_{2a} \rightarrow D_b^*$	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 60^\circ$
A_1	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a + \psi$	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a - \psi + 90^\circ$	—	$A_1 \rightarrow C_a$	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 90^\circ$
A_2	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a + \psi + 90^\circ$	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a - \psi + 180^\circ$	—	$A_2 \rightarrow D_a$	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 90^\circ$
A_3	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a + \psi$	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a - \psi + 60^\circ$	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a - \psi + 120^\circ$	$A_3 \rightarrow E_{2a} \rightarrow B_b$	$\omega t_{f3} - \omega t_{f1} = 120^\circ$
A_4	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a + \psi + 90^\circ$	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a - \psi + 150^\circ$	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a - \psi + 210^\circ$	$A_4 \rightarrow F_{2a} \rightarrow C_b^*$	$\omega t_{f3} - \omega t_{f1} = 120^\circ$
A_5	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a + \psi$	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a - \psi + 60^\circ$	$n \cdot 360^\circ - \alpha_a - \psi + 120^\circ$	$A_5 \rightarrow G_{2a} \rightarrow D_b^*$	$\omega t_{f3} - \omega t_{f1} = 120^\circ$

NOTES:

- Unsymmetrical sag types notation: Sag types B_a, C_a, D_a, \dots denote that phasors \underline{V}_{bh} and \underline{V}_{ch} are symmetrical with respect to phase a , as in Table II and Fig. 3. Sag types B_b, C_b, D_b, \dots denote that phasors \underline{V}_{ah} and \underline{V}_{ch} are symmetrical with respect to phase b . Sag types B_c, C_c, D_c, \dots denote that phasors \underline{V}_{ah} and \underline{V}_{bh} are symmetrical with respect to phase c . Sag types C^* and D^* are identical to sag types C and D , but restricted to $h = 1/3 \dots 1$ (instead of $h = 0 \dots 1$).

– $n = 0, 1, 2, \dots$

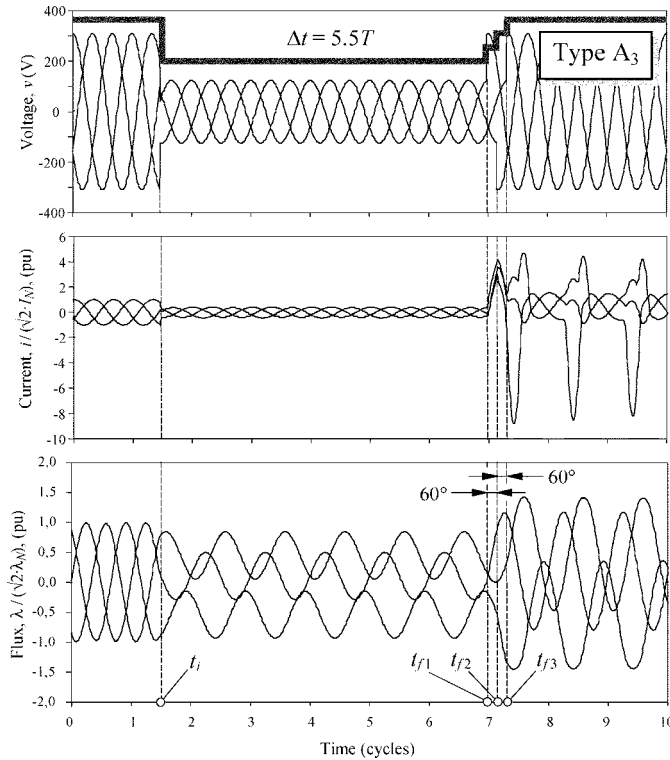


Fig. 4. Primary phase-to-ground voltages, currents and fluxes of a three-legged transformer for sag type A_3 : $h = 0.4$, $\Delta t = 5.5 T$, $\psi = 80^\circ$.

is obtained when duration is $\Delta t = 5.6 T$, Fig. 6(b), whereas the highest values are obtained when duration is $\Delta t = 5.7 T$, Fig. 6(c).

The reason why the current peaks are produced lies in the dc component of the magnetic flux after the sag. Transformer saturation occurs when this dc component is not null. If the flux when voltage drops (λ_i) is different from the flux when voltage recovers (λ_{f1}), the dc component of the magnetic flux after the

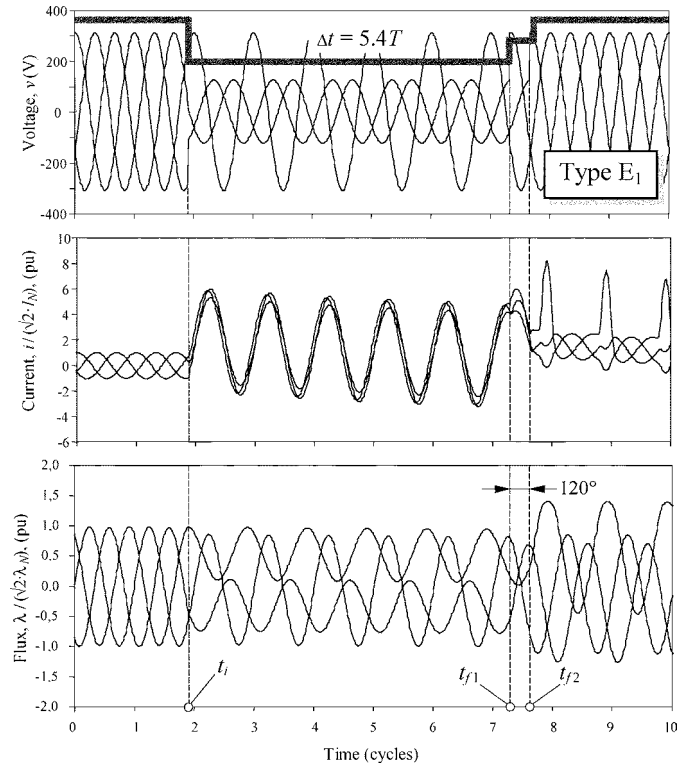


Fig. 5. Primary phase-to-ground voltages, currents and fluxes of a three-legged transformer for a sag type E_1 : $h = 0.4$, $\Delta t = 5.4 T$, $\psi = 80^\circ$.

sag is not null, and transformer saturation occurs [$\lambda_i \neq \lambda_{f1}$ in Fig. 6(b) and Fig. 6(c)]. If both fluxes are identical, the dc component of the magnetic flux after the sag is null, and no saturation occurs [$\lambda_i = \lambda_{f1}$ in Fig. 6(a)].

The value of the dc magnetic flux is analytically calculated from the supply voltages in Appendix A. This dc magnetic flux allows the transformer current peaks to be analytically predicted when voltage recovers.

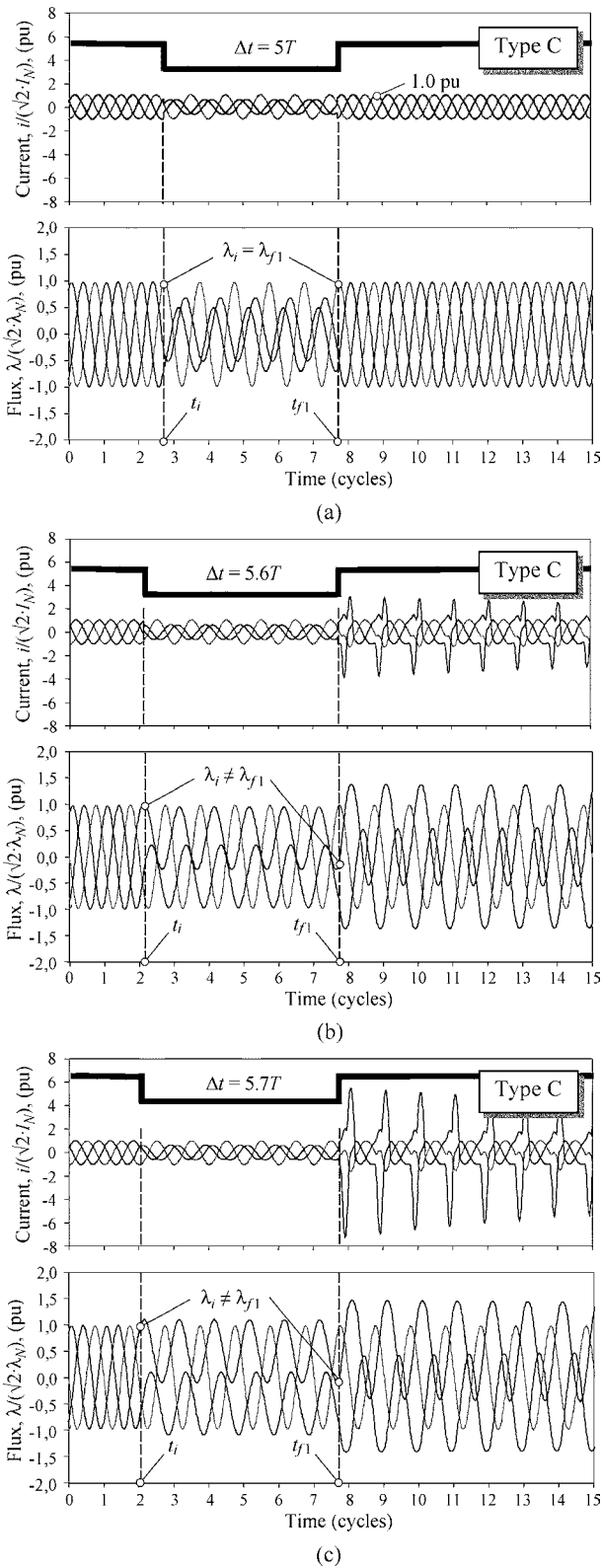


Fig. 6. Primary currents and magnetic fluxes of a three-legged transformer for type C sags of characteristics: (a) $h = 0.4$, $\Delta t = 5 T$, $\psi = 80^\circ$, (b) $h = 0.4$, $\Delta t = 5.6 T$, $\psi = 80^\circ$, and (c) $h = 0.4$, $\Delta t = 5.7 T$, $\psi = 80^\circ$.

As can be deduced from the previous figures, the current peaks produced by a voltage sag depend on the sag type, sag duration, Δt , sag depth, h , and fault current angle, ψ . Thus, the

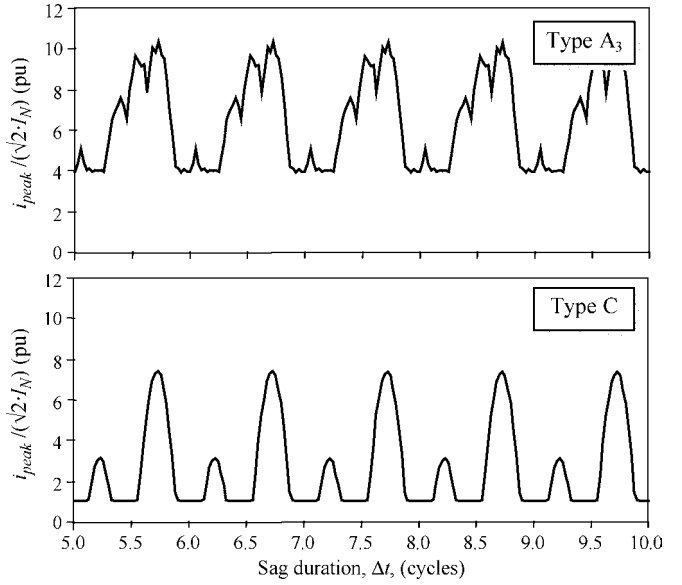


Fig. 7. Current peak periodicity with the sag duration for the sag types A_3 and C with $h = 0.4$, $\psi = 80^\circ$.

influence of these parameters on the current peaks is analyzed in the next Sections for the fourteen sag types.

V. DURATION INFLUENCE

The transformer current peaks for sags of different durations have a periodical behavior. This can be confirmed in Fig. 7, where two different sag types, A_3 and C, with depth $h = 0.4$ and $\psi = 80^\circ$ have been studied.

The duration has been varied continuously between $\Delta t = 5 T$ and $\Delta t = 10 T$. The current peak values shown in Fig. 7 are clearly periodic. Therefore, only a period has been chosen in Fig. 8 to study the duration influence for the 14 sag types.

Fig. 8 shows that the different type A sags (A_1 to A_5) cause similar behaviors, since the shape of the curves is similar (there are only a few small differences).

Type B sags cause a different behavior because the current peaks of Fig. 8 are produced when voltage drops.

Current peaks for type C and D sags, Fig. 8, are produced when voltage recovers and their values are lower than those of type A sags.

The transformer behavior caused by type E sags (E_1 and E_2) is different since some of the current peak values in Fig. 8 are produced when voltage drops, and the remaining current peak values are produced when voltage recovers. The current peaks produced when voltage recovers for these sag types are drawn with broken lines in Fig. 8.

Fig. 8 also shows the current peaks of type F and G sags (F_1 , F_2 , G_1 and G_2). These current peaks are always produced when voltage recovers.

VI. DEPTH INFLUENCE

Depth influence on the current peaks has also been analyzed. To conduct this study, the sag durations that produce the most severe current peaks have been considered. These sag

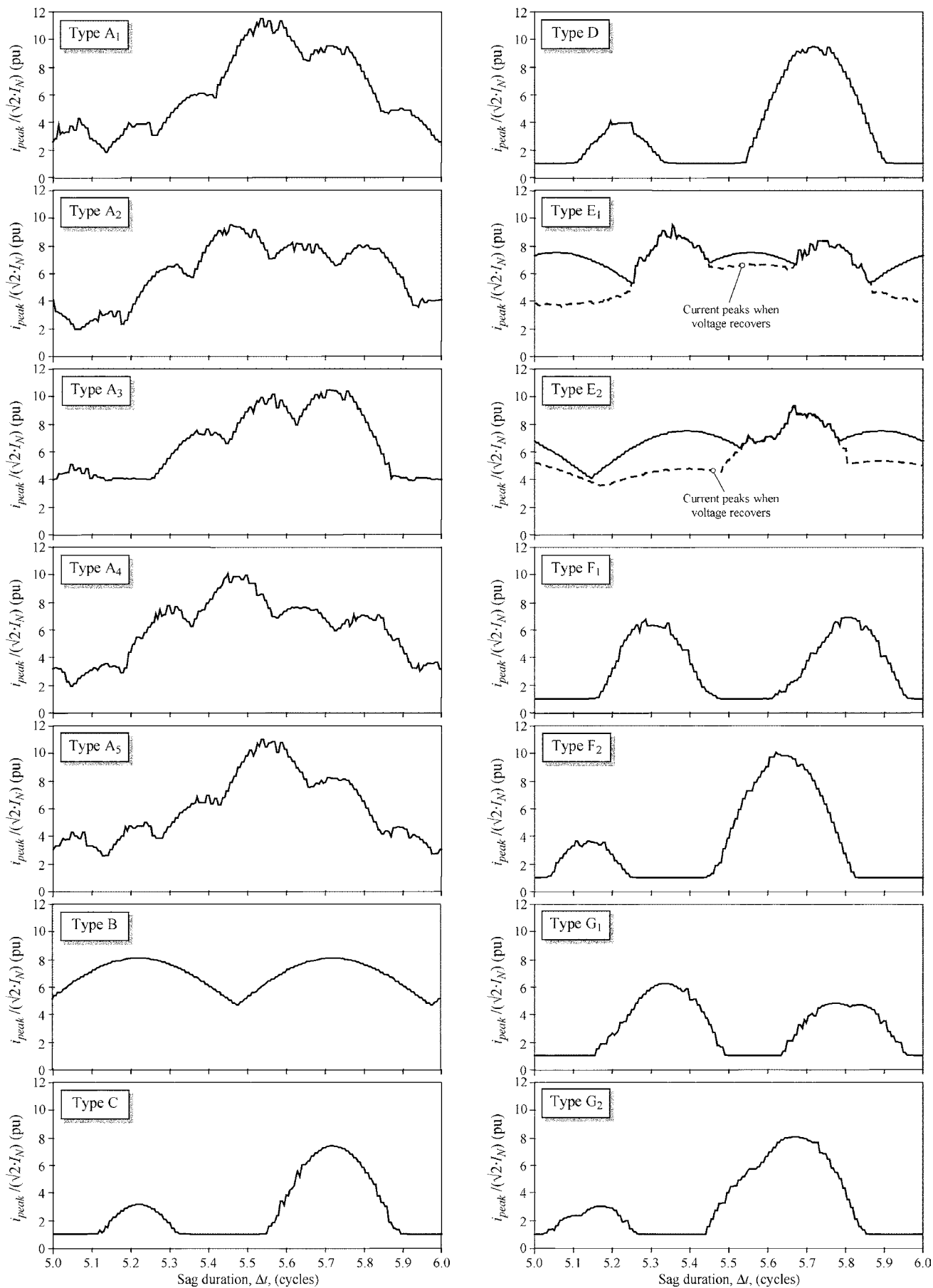


Fig. 8. Sag duration influence on the current peak for the fourteen different sag types with $h = 0.4$, $\psi = 80^\circ$.

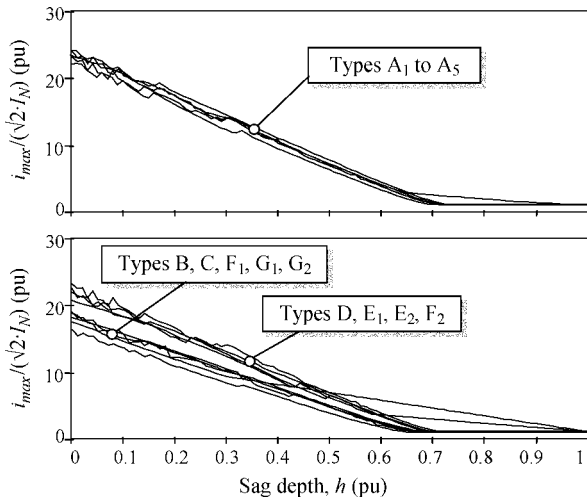


Fig. 9. Sag depth influence on the most severe current peaks for the symmetrical and the unsymmetrical sag types. Fault current angle $\psi = 80^\circ$.

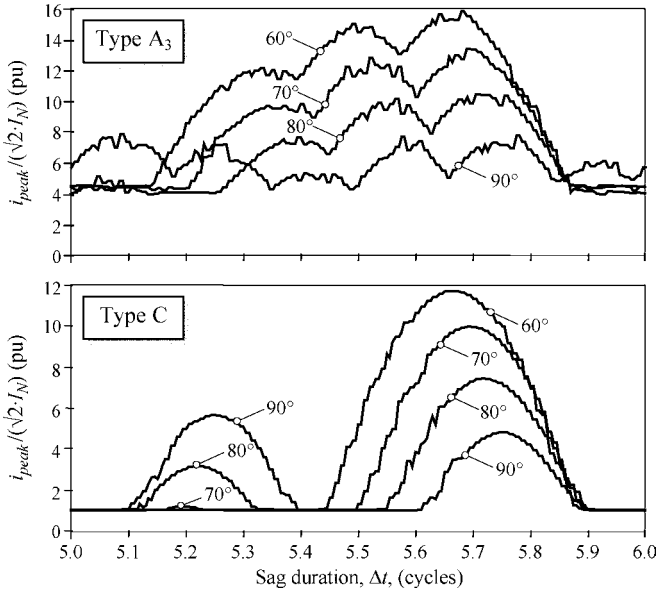


Fig. 10. Sag duration influence on the current peak for sag types A₃ and C, and different values of ψ . Sag depth $h = 0.4$.

durations are called *the most unfavorable sag durations*, and they are different for any sag type, as can be observed in Fig. 8. For example, the most unfavorable sag duration for type A₁ sags is close to $5.55 T$, whereas it is close to $5.7 T$ for type C sags.

Fig. 9 shows the depth influence on the current peaks. A linear influence can be observed for all sag types.

VII. FAULT CURRENT ANGLE INFLUENCE

Fig. 10 shows the influence of the fault current angle, ψ , on the current peak of sag types A₃ and C with depth $h = 0.4$. The duration is varied within a period, between $\Delta t = 5 T$ and $\Delta t = 6 T$, and four different fault current angles are studied, $\psi = 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$ and 90° . These cases show that the fault current angles close to 90° produce the least severe current peaks.

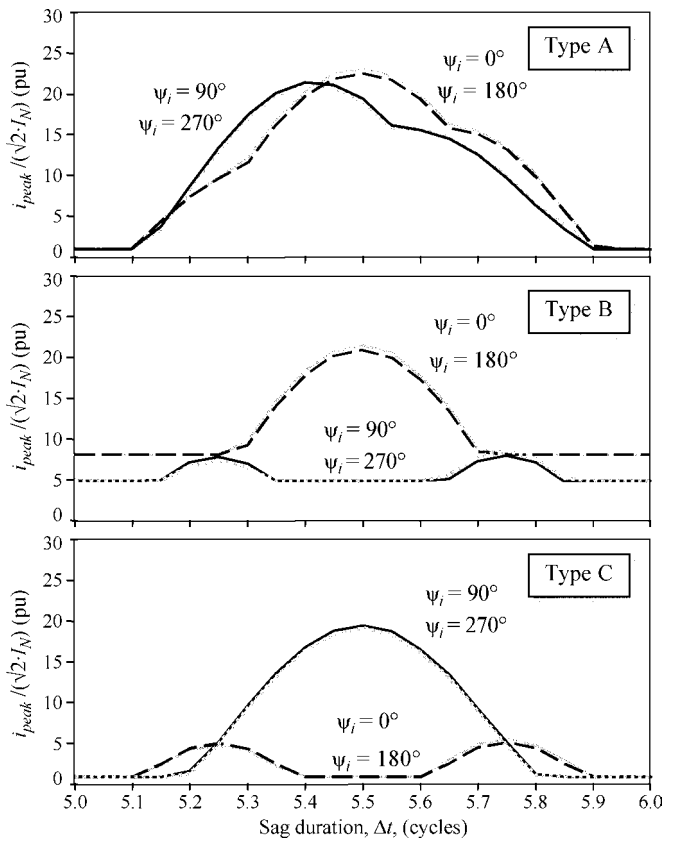


Fig. 11. Sag duration influence on the current peak for sag types A, B and C, with instantaneous voltage recovery. Sag depth $h = 0.4$.

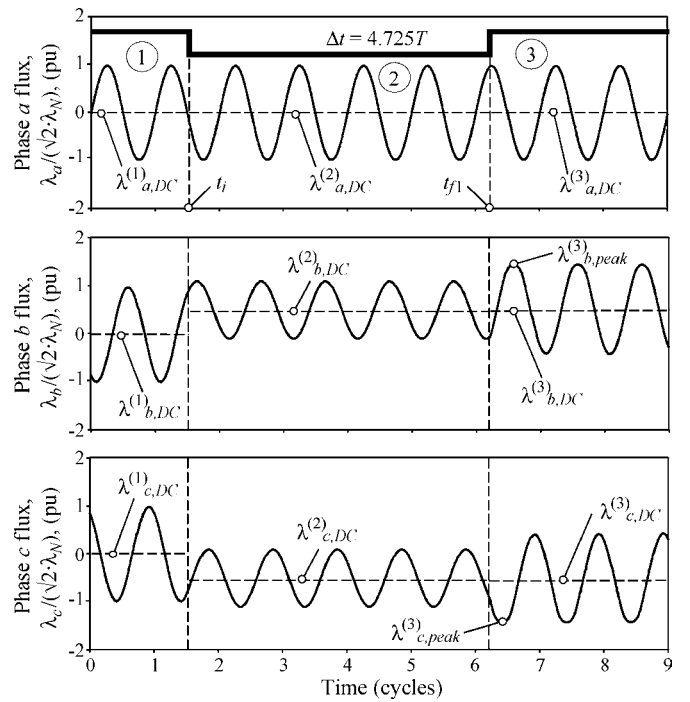


Fig. 12. Magnetic fluxes in a type C sag of characteristics: $h = 0.4, \Delta t = 4.725 T, \psi = 80^\circ$.

VIII. DISCRETE FINAL INSTANT INFLUENCE

The final instant, t_{f1} , is discrete (if the natural current zeroes fault-clearing is considered) and nearly constant for all types of

networks (if the typical range of values for ψ is considered). In this Section, the influence of the discrete final instant is analyzed.

If the natural current zeroes fault-clearing is not considered, voltage recovery is simultaneous in all phases (fault-clearing only involves one step, $t_{f1} = t_{f2} = t_{f3}$) and it is produced at arbitrary instants. This means that the final instant is considered continuous, not discrete. In this case, the use of the initial instant, t_i , to define the sag is more intuitive, since the initial instant is chosen arbitrarily and the final instant is calculated as $t_{f1} = t_i + \Delta t$. Thus, in this section sags are characterized by depth h , initial point-on-wave of phase a voltage, $\psi_i = \omega t_i + \alpha_a$ (which depends on the initial instant), and duration Δt .

The current peaks of sag types A, B and C with depth $h = 0.4$ are shown in Fig. 11. Four cases with different initial points-on-wave have been studied in each plot, $\psi_i = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ and 270° .

Fig. 11 shows that the current peaks are higher than the current peaks in Fig. 8 (where the final instant is considered discrete and constant). Specifically, when the final instant is considered discrete, the current peaks for the faults in the typical transmission systems, $\psi = 80^\circ$, are 50% lower than the predicted values when the final instant is considered continuous.

IX. CONCLUSIONS

The effects of symmetrical and unsymmetrical voltage sags on three-phase transformers have been widely studied and compared. The main effect is produced when voltage recovers after the sag, which can cause transformer saturation. Then, an in-rush current, similar to that obtained during the transformer energizing, is produced. Unsymmetrical sags can produce current peaks as high as those of symmetrical sags.

The current peak has a periodical dependence on sag duration. The consideration that voltage recovery can only be produced at discrete instants (because fault-clearing is produced in the current zeroes) has an important effect because the current peaks are lower than those obtained when this consideration is not made. Finally, the depth influence on the current peak is linear for all sag types.

The dc magnetic flux when voltage recovers is also calculated analytically in Appendix A. This value allows the current peak to be analytically predicted when voltage recovers, since they are related by the $(\lambda - i)$ magnetic curve.

APPENDIX A

DC COMPONENT OF THE TRANSFORMER TOTAL MAGNETIC FLUXES

This Appendix describes the analytical calculation of the dc magnetic flux when voltage recovers after the sag. The total magnetic flux when voltage recovers is obtained by addition of this dc magnetic flux to the steady-state magnetic flux. Lastly, the total magnetic flux allows the current peaks to be analytically predicted when voltage recovers since they are related by the $(\lambda - i)$ magnetic curve.

A. Faults Cleared in One Step (Type B, C and D Sags)

Considering the transformer model (3), the total magnetic flux linked by the primary windings can be calculated as

$$u_k(t) = R_p i_k(t) + \frac{d\lambda_k(t)}{dt} \approx \frac{d\lambda_k(t)}{dt} \quad (7)$$

where the primary total magnetic flux is $\lambda_k = L_{dp} i_k + \lambda_{pk}$, and the voltage drop in the primary winding resistances ($R_p \cdot i_{pk}$ with $k = a, b, c$) has been neglected.

The total magnetic flux is derived from (7) and gives

$$\int_0^t d\lambda_k(t) = \int_0^t u_k(t) dt \Rightarrow \lambda_k(t) = \lambda_k(0) + \int_0^t u_k(t) dt. \quad (8)$$

When the supply voltage is $u_k(t) = v_k(t) = \sqrt{2}V_k \sin(\omega t + \alpha_k)$ with $k = a, b, c$, and the transformer is in steady-state, the magnetic flux is expressed as

$$\lambda_k(t) = \lambda_k(0) + \frac{\sqrt{2}V_k}{\omega} \left[\sin\left(\omega t + \alpha_k - \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\alpha_k - \frac{\pi}{2}\right) \right]. \quad (9)$$

As the mean value of the flux is zero in steady-state, the next condition must be true for the initial flux:

$$\lambda_k(0) - \frac{\sqrt{2}V_k}{\omega} \sin\left(\alpha_k - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad (10)$$

and the final expression of the flux is

$$\lambda_k(t) = \frac{\sqrt{2}V_k}{\omega} \sin\left(\omega t + \alpha_k - \frac{\pi}{2}\right). \quad (11)$$

Considering a case with only a single recovery, the assumed supply voltages during the sag, Fig. 12, are

$$u_k(t) = \begin{cases} v_k(t) = \sqrt{2}V_k \sin(\omega t + \alpha_k), & 0 \leq t \leq t_i \\ v_{kh}(t) = \sqrt{2}V_{kh} \sin(\omega t + \alpha_{kh}), & t_i \leq t \leq t_{f1} \\ v_k(t) = \sqrt{2}V_k \sin(\omega t + \alpha_k), & t_{f1} \leq t. \end{cases} \quad (12)$$

The pre- and post-sag voltages are defined as $V_a = V_b = V_c = V$, $\alpha_a = 0$, $\alpha_b = -2\pi/3$ and $\alpha_c = 2\pi/3$.

Flux continuity implies that flux can be calculated at any instant by means of (8), even when the voltage changes during the sag. The flux after the sag, Fig. 12, can be calculated as

$$\lambda_k^{(3)}(t) = \lambda_k(0) + \int_0^{t_i} v_k(t) dt + \int_{t_i}^{t_{f1}} v_{kh}(t) dt + \int_{t_{f1}}^t v_k(t) dt \quad (13)$$

where the sag is produced between times t_i and t_{f1} .

Taking into account that

$$\begin{aligned} \int_0^t v_k(t) dt &= \int_0^{t_i} v_k(t) dt + \int_{t_i}^{t_{f1}} v_k(t) dt + \int_{t_{f1}}^t v_k(t) dt \\ &\Rightarrow \int_0^{t_i} v_k(t) dt + \int_{t_{f1}}^t v_k(t) dt = \int_0^t v_k(t) dt - \int_{t_i}^{t_{f1}} v_k(t) dt \end{aligned} \quad (14)$$

the post-sag flux, (13), can be rewritten as

$$\lambda_k^{(3)}(t) = \lambda_k(0) + \int_0^t v_k(t) dt + \int_{t_i}^{t_{f1}} (v_{kh}(t) - v_k(t)) dt \quad (15)$$

where the two first terms are identical to the terms of the case without a sag, (11).

Then, the final expression of the flux when voltage recovers is

$$\lambda_k^{(3)}(t) = \frac{\sqrt{2}V_k}{\omega} \sin\left(\omega t + \alpha_k - \frac{\pi}{2}\right) + \lambda_{k,dc}^{(3)} \quad (16)$$

where

$$\lambda_{k,dc}^{(3)} = \int_{t_i}^{t_{f1}} (v_{kh}(t) - v_k(t)) dt. \quad (17)$$

This term is constant, and its physical meaning is a dc magnetic flux. The current peak is produced when there is a flux peak because they are related by the $(\lambda - i)$ magnetic curve. Therefore, the peak values of the total magnetic fluxes allow the current peaks to be analytically predicted.

B. Faults Cleared in Two or Three Steps (Type A, E, F and G Sags)

Similar results are obtained when sags produced by faults cleared in two or three steps are considered. In the case of two step faults, the dc component of the magnetic flux after fully clearing the fault is given by

$$\lambda_{k,dc}^{(3)} = \int_{t_i}^{t_{f1}} (v_{kh}(t) - v_k(t)) dt + \int_{t_{f1}}^{t_{f2}} (v_{kh2}(t) - v_k(t)) dt \quad (18)$$

and for three step faults, it is given by

$$\lambda_{k,dc}^{(3)} = \int_{t_i}^{t_{f1}} (v_{kh}(t) - v_k(t)) dt + \int_{t_{f1}}^{t_{f2}} (v_{kh2}(t) - v_k(t)) dt + \int_{t_{f2}}^{t_{f3}} (v_{kh3}(t) - v_k(t)) dt \quad (19)$$

where v_{kh2} is the voltage between t_{f1} and t_{f2} , and v_{kh3} is the voltage between t_{f2} and t_{f3} .

REFERENCES

[1] M. H. J. Bollen, *Understanding Power Quality Problems: Voltage Sags and Interruptions*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2000.

[2] E. Styvaktakis, M. H. J. Bollen, and I. Y. H. Gu, "Transformer saturation after a voltage dip," *IEEE Power Eng. Rev.*, vol. 20, pp. 62–64, Apr. 2000.
 [3] L. Guasch, F. Córcoles, J. Pedra, and L. Sáinz, "Effects of symmetrical voltage sags on three-phase three-legged transformers," *IEEE Trans. Power Del.*, to be published.
 [4] J. Pedra, L. Linz, F. Córcoles, R. López, and M. Salichs, "PSpice computer model of a nonlinear three-phase three-legged transformer," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 19, pp. 200–207, Jan. 2004.
 [5] *PSpice A/D User's Guide, Ver. 8*, Microsim Corp., Irvine, CA, Jun. 1997.
 [6] M. H. J. Bollen, "Voltage recovery after unbalanced and balanced voltage dips in three-phase systems," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 18, pp. 1376–1381, Oct. 2003.



Joaquín Pedra (S'85–M'88) was born in Barcelona, Spain, in 1957. He received the B.S. degree in industrial engineering and the Ph.D. degree in engineering from the Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, in 1979 and 1986, respectively.

Since 1985, he has been a Professor in the Electrical Engineering Department of the Universitat Politècnica de Catalunya. His research interests lies in the areas of power system quality and electric machines.



Luis Sáinz was born in Barcelona, Spain, in 1965. He received the B.S. degree in industrial engineering and the Ph.D. degree in engineering from the Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, in 1990 and 1995, respectively.

Since 1991 he has been a Professor in the Electrical Engineering Department of the Universitat Politècnica de Catalunya. His main field of research is power system quality.



Felipe Córcoles was born in Almansa, Spain, in 1964. He received the B.S. degree in industrial engineering and the Ph.D. degree in engineering from the Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain, in 1990 and 1998, respectively.

Since 1992, he has been a Professor in the Electrical Engineering Department of the Universitat Politècnica de Catalunya. His research interests lie in the areas of electric machines and power system quality.



Luis Guasch was born in Tarragona, Spain, in 1964. He received the B.S. degree in industrial engineering from the Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain. He is currently an engineering Ph.D. candidate at the Universitat Politècnica de Catalunya.

Since 1990, he has been a Professor in the Electrical Engineering Department of the Universitat Rovira i Virgili, Tarragona, Spain. His research interest lies in the areas of electric machines and power system quality.