

**UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA**

*Departament d'Enginyeria Electrònica*

**CONTRIBUCIÓN A LA MEJORA DE  
RESOLUCIÓN DE LOS SISTEMAS DE  
OBTENCIÓN DE IMÁGENES POR  
ULTRASONIDOS**

Autor: Jordi Salazar Soler  
Director: Miguel J. García Hernández

Diciembre de 1997

## CAPÍTULO 2

# Propuestas y alternativas

### 2.1 Introducción.

En este capítulo se exponen los conceptos teóricos correspondientes a un conjunto de métodos o técnicas existentes que son utilizados para mejorar la resolución de las medidas realizadas con pulsos de ultrasonidos. No se ha pretendido realizar una descripción detallada de todos y cada uno de ellos, sino de ver cuales han sido las distintas técnicas que se han adoptado, quizás las más conocidas, para tratar de mejorar la resolución de las medidas realizadas.

Se desea hacer una distinción clara entre lo que son métodos mecánicos (*backing*, capas de adaptación a  $\lambda/4$ ), métodos eléctricos (modificación de la señal eléctrica aplicada al transductor) y técnicas de procesado para la mejora de la resolución (filtrado en recepción). Estos métodos no son excluyentes entre sí, sino que se puede combinar más de un método con el fin de obtener un mejor resultado.

## 2.2 Antecedentes.

La resolución en profundidad,  $\delta$ , en una imagen de ultrasonidos viene determinada por la ecuación

$$\delta = \frac{1}{2} c T_p \quad (2.1)$$

donde  $T_p$  es la duración del pulso emitido y  $c$  la velocidad de propagación del pulso de ultrasonidos en el medio que se transmite. La duración del pulso debería ser acortada para mejorar la resolución en profundidad. La emisión de pulsos de muy corta duración está prácticamente garantizada si el transductor es de banda ancha y además presenta una buena adaptación al medio de emisión en un gran margen de frecuencias. En este caso, se tendría buena resolución axial y al mismo tiempo una gran eficiencia de emisión. Sin embargo, por la propia naturaleza de las cerámicas piezoeléctricas que se emplean en la fabricación de los transductores y por las características acústicas del medio en el que se transmite, lo que ocurre es todo lo contrario.

Hasta la fecha, se ha estudiado el problema de formas distintas, y en consecuencia han aparecido distintas propuestas para solucionar el problema. En todas ellas, es posible acortar los pulsos en emisión dentro de un margen temporal aceptable, pero a costa de reducir la eficiencia del transductor y por consiguiente su sensibilidad en recepción.

Las técnicas clásicas de adaptación consistentes en la inclusión de capas de adaptación de impedancias a  $\lambda/4$  entre la superficie de radiación del transductor y el medio consiguen una buena adaptación alrededor de la frecuencia central de emisión [KOSS66, GOLL75, DESI78, SOUQ79]. Sin embargo, debido a la enorme diferencia en los valores de la impedancia acústica entre el medio y el transductor, se hace necesaria la introducción de más de una capa de adaptación. Esto último comporta dificultades técnicas de fabricación y además las pérdidas por inserción son difíciles de mantener bajas, especialmente a altas frecuencias [LOCK94]. Por tanto, se consigue una eficiencia baja y un

grado de adaptación insuficiente como para aumentar el ancho de banda de un modo considerable.

La aplicación de una optimización mediante ordenador del diseño de transductores ofrece la oportunidad de tratar la complejidad del diseño de las capas de adaptación. [SELF81, LOCK94] optimizaron una función *badness* de la respuesta impulsional. De forma alternativa [CROM85] optimizó la función de transferencia. [RHYN96] describe una metodología de diseño mediante ordenador de funciones de transferencia utilizando como factores a optimizar el ancho de banda, rizado en la banda de paso y las pérdidas.

Otra forma existente de mejorar la adaptación de impedancias entre la cerámica piezoeléctrica y el medio de transmisión consiste en incrementar la superficie de radiación mediante el uso de una placa vibrante adherida a la cara frontal de radiación de la cerámica piezoeléctrica [GALL93]. De esta forma también la potencia transmitida al medio de transmisión se ve aumentada.

Una de las alternativas que surge es la obtención de nuevos materiales piezoeléctricos que presenten una impedancia acústica más parecida a la del medio en que se va a transmitir. En este sentido aparecieron los transductores compuestos cuyo elemento piezoeléctrico es obtenido mediante la mezcla de un material piezoeléctrico eficiente, normalmente PZT (*Lead Zirconate Titanate*), con otro de menor densidad, un polímero [SILK84]. La dificultad de síntesis de estos nuevos compuestos está en conseguir que posean unas propiedades uniformes en toda su estructura. Este problema ha dado lugar a toda una línea de investigación dedicada a estudiar las propiedades piezoeléctricas que presentan los distintos compuestos en función de la conectividad realizada entre las fases de los materiales que forman parte de ellos [SMIT85, HASH86]. Asimismo, la necesidad de estudiar las propiedades que presentan las nuevas estructuras *composite* propuestas, ha generado diversos modelos matemáticos [AULD83, CHAL90, HOSS91].

Conseguir una buena adaptación del transductor al medio de radiación puede resultar difícil en algunos casos. Por este motivo, algunos autores proponen resolver el

problema desde el puerto eléctrico del transductor. En este sentido, los métodos que aparecen en la bibliografía son diversos, entre otros se puede citar [SOME74, PERS81, HOLL84, THOM88, MAND88, HAYW89, PIQU92a, PIQU92b, PIQU93, SALA96]. En ellos, se pretende obtener la excitación eléctrica que aplicada al transductor produzca la duración y forma del pulso en emisión deseado. La utilización de técnicas de filtrado inverso para determinar la señal de excitación más apropiada para el transductor resultan generalmente en señales de excitación complejas [HOLL84, MAND88, HAYW89, PIQU92a, PIQU92b, PIQU93]. Algunos autores han constatado con éxito que señales eléctricas simples de sintetizar también pueden llegar a producir un pulso acústico de duración temporal corta [SOME74, PERS81, THOM88, SALA96]. Otro enfoque, equivalente a la modificación de la señal de excitación, contempla un filtrado inverso o filtrado adaptado en recepción de la señal de ultrasonidos recibida. A la salida del filtro se desea obtener una señal de muy corta duración [CARP84, MAND88, HAYW89].

Si bien el filtro inverso se presenta como la solución óptima, su implementación puede resultar no trivial. El filtro es obtenido a partir de medidas realizadas sobre la respuesta del transductor. Sin embargo estas medidas no son invariables en el espacio y son necesarias medidas en distintos puntos del espacio, ya que la atenuación que introduce el medio de propagación es selectivo en frecuencia. Además, dichas medidas pueden estar afectadas por errores en la posición y ruido. A todo esto hay que añadir, que la señal eléctrica aplicada al transductor no puede ser cualquiera, sino que deberá estar limitada temporalmente, haciendo de este modo que la señal acústica emitida sea una aproximación de la deseada.

Con respecto a la utilización de señales eléctricas sencillas, se ha comprobado que es posible obtener pulsos de corta duración temporal en emisión mediante una electrónica asociada relativamente simple que reduzca el coste de los equipos. Además, se ha comprobado que una combinación de pulsos eléctricos pueden dar lugar a buenos resultados, y en algunos casos, mejores que los obtenidos con otros métodos. No obstante no existe una metodología que permita cuantificar las mejoras introducidas por estas formas

de onda ni un procedimiento para calcular los valores de los parámetros que caracterizan estas señales eléctricas sencillas.

Dentro también de los métodos que actúan desde el puerto eléctrico del transductor habría que citar la utilización de la técnica de compresión de pulsos [KINO87]. Se trata de una técnica utilizada ampliamente en radar que permite obtener gran sensibilidad en recepción al mismo tiempo que una buena resolución en la medida.

En los últimos años, han aparecido en la bibliografía nuevos modelos para transductores que facilitaran la aplicación de los métodos que pretenden mejorar la resolución desde el puerto eléctrico del transductor [LEAC94, LOCK94, PÜTT97, TURO97].

## 2.3 Métodos mecánicos.

Por métodos mecánicos entenderemos todos aquellos métodos que actúan sobre la estructura física del transductor para mejorar su respuesta. Serán, por tanto, métodos que están intrínsecamente ligados al proceso de fabricación de los transductores. El éxito de dichos métodos estará muchas veces condicionado tecnológicamente a la síntesis de nuevos compuestos y a la viabilidad de nuevas estructuras y procesos de fabricación de los transductores.

### 2.3.1 Utilización del *backing* y capas de adaptación a $\lambda/4$ .

En aplicaciones donde se requiere un pulso de corta duración, las colas de emisión de larga duración limitan la resolución en profundidad de la medida. Los transductores diseñados para aplicaciones pulsadas presentan en su cara posterior normalmente un material, *backing*, de alta impedancia para amortiguar las oscilaciones. El material utilizado en el *backing* absorbe energía y está formado típicamente por una mezcla

comprimida de metal en polvo, como el tungsteno, y resina epoxi. La principal desventaja de esta construcción es que absorbe una cantidad considerable de energía que provoca una pérdida de sensibilidad en el transductor.

El pulso más corto es obtenido cuando el material utilizado en el *backing* presenta la misma impedancia acústica que la cerámica piezoeléctrica utilizada en el transductor y a su vez se ha realizado la adaptación de impedancias entre la cerámica y el medio de transmisión mediante el uso de capas transformadoras de impedancias a  $\lambda/4$ . Sin embargo, con esta construcción gran parte de la potencia disponible es radiada hacia el *backing* y no hacia el medio de transmisión, dando lugar a una baja eficiencia de radiación.

Si lo que se desea es un pulso corto con una mayor eficiencia de radiación, se debe realizar la adaptación de impedancias entre la cerámica piezoeléctrica y el medio de transmisión, pero dejando la parte trasera del transductor al aire (*air-backed transducer*), o con un *backing* que presente una baja impedancia. Si el *backing* es aire, entonces, excepto pérdidas, toda la energía acústica generada se transmite al medio, dando lugar a un transductor de alta eficiencia.

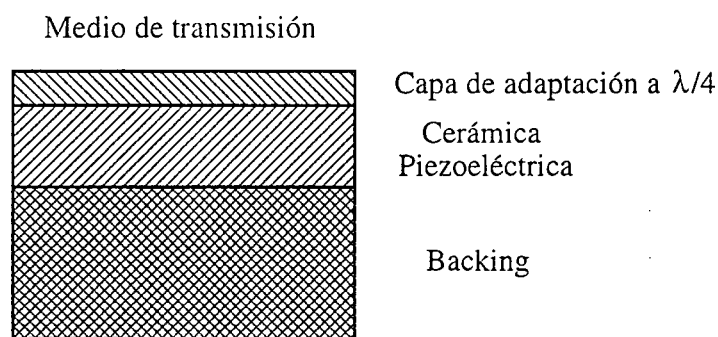


Fig. 2.1 Estructura básica de un transductor de ultrasonidos.

Una buena adaptación de la cerámica piezoeléctrica al medio de transmisión en un gran margen de frecuencias se puede conseguir utilizando más de una capa de adaptación a  $\lambda/4$ . Sin embargo, este tipo de construcción puede resultar complicada tecnológicamente

a frecuencias de trabajo elevadas ya que el espesor de las capas de adaptación a  $\lambda/4$  debería ser muy pequeño, lo que comportaría serias dificultades de fabricación.

G. Kossoff analizó con detalle la estructura de la figura 2.1 utilizando para ello el circuito equivalente de Mason de un transductor trabajando en modo espesor (*thickness*) [KOSS66, MASO48]. De sus estudios se deriva que la adaptación óptima entre el medio de transmisión y la cerámica piezoeléctrica se producía cuando la impedancia del material utilizado en la capa de adaptación a  $\lambda/4$ ,  $Z_{\lambda/4}$ , era la media geométrica de la de la cerámica,  $Z_C$ , y la del medio de transmisión,  $Z_L$ , esto es:

$$Z_{\lambda/4} = \sqrt{Z_C \cdot Z_L} \quad (2.2)$$

Esta expresión no es óptima puesto que el resultado fue derivado sin considerar la naturaleza de línea de transmisión de la cerámica piezoeléctrica que forma parte del transductor. El hecho que la cerámica piezoeléctrica en sí misma deba ser vista como una línea de transmisión de longitud finita afecta al valor de las impedancias acústicas que deberán tener los materiales utilizados en las secciones a  $\lambda/4$ . El valor de las nuevas  $Z_{\lambda/4}$  según [DESI78] se calcularía mediante la expresión:

$$Z_{\lambda/4} = \sqrt[3]{Z_L^2 \cdot Z_C} \quad (2.3)$$

C. S. Desilets consciente de la naturaleza de línea de transmisión de la cerámica piezoeléctrica utilizó en sus estudios el modelo KLM para el transductor [KRIM70]. En el caso en que dos capas de adaptación a  $\lambda/4$  fueran necesarias, propone la utilización de materiales con impedancias  $Z_a$  y  $Z_b$  calculadas según las expresiones [DESI78]:

$$Z_a = \sqrt[3]{Z_L^3 \cdot Z_C^4} \quad (2.4)$$

y

$$Z_b = \sqrt[3]{Z_L^6 \cdot Z_C} \quad (2.5)$$



donde  $Z_b$  es la impedancia acústica de la capa más próxima al medio de transmisión y  $Z_a$  la impedancia acústica de la capa más próxima a la cerámica. El problema también fue estudiado por J. Souquet quien aportó unas expresiones muy similares [SOUQ79]. No debería ser visto como sorprendente el hecho que se hayan encontrado distintas expresiones con la particularidad de que todas ellas “optimizan” la impedancia acústica de las capas de adaptación a  $\lambda/4$ . Las diferentes expresiones tienen su origen en el parámetro (eficiencia, ancho de banda, etc.) o combinación de ellos que se utiliza en la optimización. Así, mientras antes se solía optimizar la ganancia o el producto ganancia-ancho de banda, en estudios más recientes se ha tendido a optimizar la duración del pulso.

### **2.3.2 Transductores compuestos (*composite transducers*).**

La mayoría de los materiales piezoeléctricos presentan impedancias acústicas elevadas siendo ésta la causa de la mala adaptación existente entre ellos y el medio de transmisión, normalmente agua o aire, con impedancias acústicas bajas. Además su bajo coeficiente de absorción a la onda de ultrasonidos hace que su comportamiento sea de banda estrecha, es decir, que tengan un factor Q elevado. La solución adoptada ha consistido en combinar el material piezoeléctrico de alguna forma con otros materiales que presenten propiedades más adecuadas para una buena adaptación y absorción. Los materiales escogidos fueron los PZT (*Lead Zirconate Titanate*). Estos materiales disminuyen la densidad y la permitividad de la composición mientras aumentan su compliancia elástica [SILK84]. Los compuestos formados por piezocerámicas-polímeros han resultado ser materiales eficientes para fabricar transductores piezoeléctricos debido a su alto acoplo electromecánico y a su baja impedancia acústica.

Las primeras pruebas para producir una composición de este tipo fueron hechas por [HARR76] mediante la introducción de partículas de PZT dentro de una matriz polímera (*polimer matrix*). El compuesto resultante exhibía una pobre sensibilidad al campo eléctrico aplicado. La raíz del problema estaba en que la mezcla obtenida de los dos materiales no presentaba unas propiedades uniformes.

El problema de producir materiales piezoeléctricos con propiedades útiles es considerablemente más complejo que una simple mezcla de materiales. [NEWN78] estudió este problema y demostró que la conectividad entre los puntos de unión de estos compuestos era la clave en la determinación de todas sus propiedades.

En las figuras 2.2 y 2.3 se muestra dos de las estructuras utilizadas para transductores compuestos con conectividades 2-2 y 1-3, respectivamente. En la estructura con conectividad 2-2, múltiples capas de polímero y cerámica son intercaladas para formar el transductor compuesto. Esta estructura ha sido estudiada y su respuesta dinámica modelada por varios autores, entre ellos se podría citar [ZHAN94, SHUI95, ZAHN95]. Por lo que respecta al transductor compuesto con conectividad 1-3, su estructura está formada por barras de material piezoeléctrico rodeadas de un material polímero. El comportamiento de esta estructura compuesta también ha sido ampliamente estudiada y su respuesta modelada por más de un autor [CHAL90, HOSS91, SMIT93, MONT96].

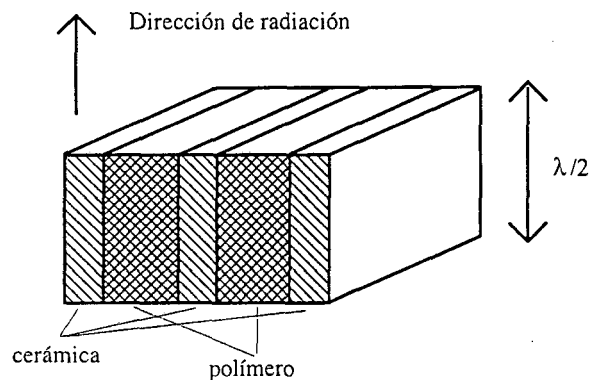


Fig. 2.2 Diagrama esquemático de un composite 2-2.

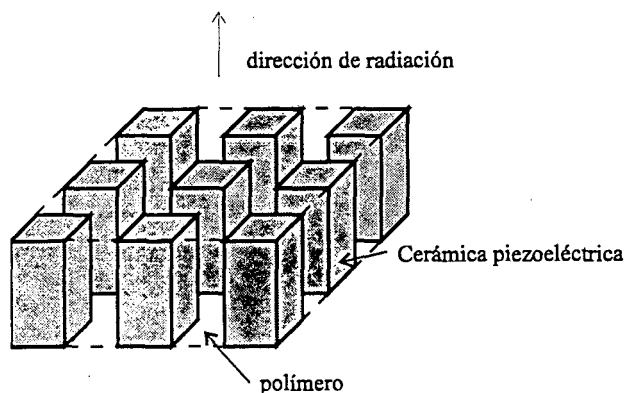


Fig. 2.3 Estructura típica de un transductor compuesto 1-3.

## **2.4 Métodos eléctricos.**

Se engloba dentro de métodos eléctricos a todos aquellos métodos cuyo principio de funcionamiento está fundamentado en la modificación de la excitación del transductor para obtener a su salida un pulso de corta duración. Las técnicas empleadas son diversas y van desde la utilización de señales de excitación simples, combinación de pulsos, hasta complejas, respuesta impulsional inversa del transductor.

### **2.4.1 Técnica de cancelación por pulso.**

En el pasado, aunque de forma cualitativa, los experimentos llevados a cabo por H. W. Persson mostraban que la excitación del transductor basada en un doble pulso eléctrico era una técnica útil y fácil de implementar y que permitía generar pulsos de corta duración [PERS81]. Los parámetros principales del doble pulso eran encontrados mediante su ajuste experimental hasta que la señal de ultrasonidos recibida presentara la duración temporal más corta posible. Este procedimiento de búsqueda de los valores óptimos de los parámetros presenta un serio inconveniente ya que no permite predecir el comportamiento de todo el sistema, transmisión-recepción, si no es mediante la realización de las medidas pertinentes en el laboratorio. Sería por tanto deseable, con el consiguiente ahorro de tiempo, disponer de una metodología para la obtención de dichos valores de los parámetros que permitiera a priori determinar las prestaciones de todo el sistema.

#### **2.4.1.1 Principio de funcionamiento de la técnica de cancelación por pulso.**

Con independencia del modelo que se utilice para caracterizar el comportamiento de un transductor de ultrasonidos, éste podría también ser visto como una caja negra, donde existe una señal eléctrica a la entrada  $p(t)$  y una respuesta  $s(t)$  que es el pulso de

ultrasonidos emitido. El diagrama de bloques quedaría representado por la figura 2.4, siendo  $h(t)$  la respuesta impulsional del transductor. Si se supone un comportamiento lineal del mismo, entonces, la respuesta impulsional  $h(t)$  deberá cumplir todas las propiedades de un sistema lineal, y en particular, con el principio de superposición. Es decir, si dos o más señales eléctricas son aplicadas a la entrada del transductor, su salida puede ser calculada sumando cada una de las respuestas a las señales de entrada por separado.

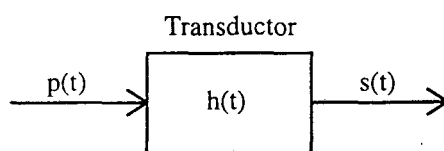


Fig. 2.4 Descripción del modelo de transductor mediante su respuesta impulsional.

Una consecuencia interesante del principio de superposición, es que si se aplica dos señales a la entrada desplazadas en el tiempo una respecto la otra, las señales respuesta del transductor también lo estarán y sería posible, si se dan ciertas condiciones, que la respuesta a la segunda señal de entrada cancelara parte de la respuesta a la primera señal de entrada. En la figura 2.5 se ha querido mostrar gráficamente este efecto. En ella aparecen dos señales,  $p_1(t)$  y  $p_2(t)$ , que por separado dan lugar a las dos señales de salida  $s_1(t)$  y  $s_2(t)$ , respectivamente. Al aplicar el conjunto de  $p_1(t) + p_2(t)$ , figura 2.5e, la salida resultante de la superposición, figura 2.5f, presenta una duración temporal inferior como consecuencia de la cancelación de parte de la salida  $s_1(t)$  mediante  $s_2(t)$ .

La resolución de la ecuación de onda para la propagación de la onda de sonido en el material piezoeléctrico da lugar a las siguientes expresiones para la tensión y la velocidad de las partículas en el material [KINO87]:

$$v = v_F e^{-Kz} + v_B e^{Kz} \quad (2.6)$$

$$T = T_F e^{-Kz} + T_B e^{Kz} \quad (2.7)$$

donde los subíndices  $F$  y  $B$  se refieren a las ondas progresivas y regresivas, respectivamente, y  $z$  es la dirección de propagación. El parámetro  $K$  es la denominada constante de propagación de la onda. Si se consideran las pérdidas del material piezoeléctrico,  $K$  tiene parte real y compleja, y suele expresarse como:

$$K = \alpha + j\beta \quad (2.8)$$

donde  $\alpha$  es el coeficiente de atenuación debido a las pérdidas en el material piezoeléctrico y  $\beta$  la constante de fase de la onda.

Al substituir (2.8) en (2.6) y (2.7), los términos en  $e^{-\alpha z}$  y  $e^{\alpha z}$  en las ondas progresivas y regresivas, respectivamente, indican que la amplitud de las ondas que se

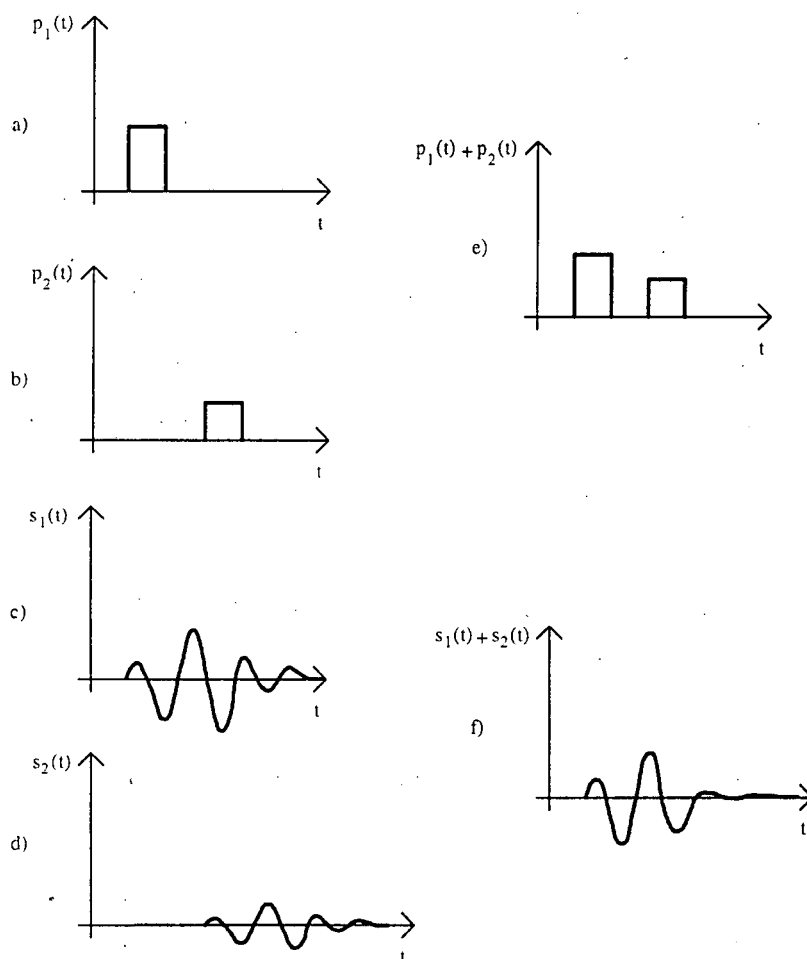


Fig. 2.5 Principio de superposición. a) y b) Pulsos a la entrada por separado. c) y d) Salidas a cada uno de los pulsos de entrada. e) y f) Superposición de las señales a la entrada y señal de salida resultante.

propagan por el interior del material piezoeléctrico disminuye exponencialmente a medida que avanzan. Esto da lugar a una forma de onda en el pulso de ultrasonidos emitido bastante parecida a la que se muestra en la figura 2.6, donde se observa un comportamiento exponencial decreciente en la envolvente de la cola del pulso.

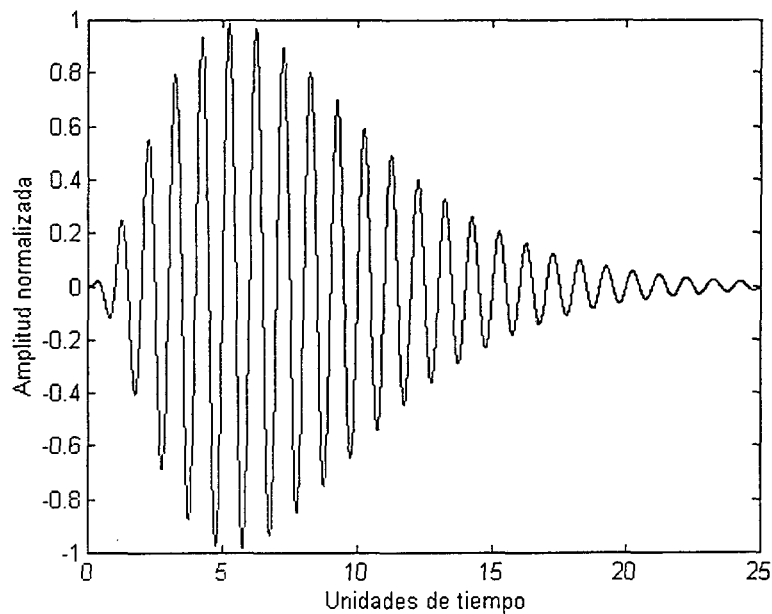


Fig. 2.6 Típica forma de un pulso emitido por un transductor de ultrasonidos.

Cabe reflexionar llegado a este punto sobre la viabilidad de aplicar un segundo pulso de excitación de igual forma que el primero pero de distinta amplitud y retardado con respecto al primero para cancelar con la cola del segundo pulso la cola del primero. Para ello vamos a estudiar a continuación mediante dos señales exponenciales decrecientes qué condiciones se deben dar para que esto ocurra. Sólo se considerará la envolvente exponencial decreciente que presenta la cola del pulso de ultrasonidos.

Sean las dos señales exponenciales decrecientes que aparecen en las figuras 2.7a y 2.7b, de amplitudes  $A$  y  $B$ , respectivamente, siendo  $B < A$ .  $T_d$  es el retraso de la segunda señal con respecto a la primera. Ambas señales poseen constantes de tiempo iguales,  $\tau$ , por haber sido generadas con el mismo transductor en las mismas condiciones de carga al medio y al *backing*. En estas condiciones, si se cumple que

$$B = -Ae^{-T_d/\tau} \tag{2.9}$$

el resultado sería la señal de la figura 2.7c.

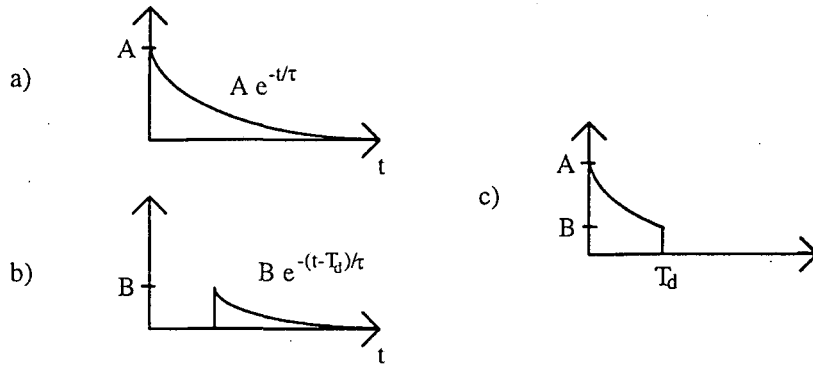


Fig. 2.7 Cancelación de las colas de emisión. a) Envolvente del primer pulso emitido. b) Envolvente del segundo pulso emitido, de amplitud menor que la del primero y retardado un tiempo  $T_d$ . c) Resultado de la cancelación de las colas de emisión si se cumple (2.9).

Lógicamente, atendiendo a la forma de onda de la figura 2.6, los valores de  $T_d$  en (2.9) no van a poder tomar cualquier valor. Con valores de  $B$  positivos, estos deberán ser múltiplos impares de semiperíodos a la frecuencia natural de resonancia del transductor, mientras que si  $B$  es negativa (pulsos bipolares),  $T_d$  deberá ser un múltiplo par de semiperíodos a la frecuencia natural de resonancia del transductor. Este mismo resultado es alcanzado en el siguiente apartado, donde se hace el estudio en el dominio frecuencial.

Si se define el parámetro  $\alpha$  como la relación de amplitudes entre el segundo pulso y el primero, entonces según (2.9), el parámetro  $\alpha$  se obtiene como

$$\alpha = e^{-T_d/\tau} \tag{2.10}$$

donde la constante de tiempo  $\tau$  viene determinada por la siguiente expresión:

$$\tau = \frac{1}{f_0} \ln \frac{A_1}{A_2} \quad (2.11)$$

donde  $f_0$  es la frecuencia natural de resonancia del transductor y  $A_1$  y  $A_2$  son las amplitudes de pico ( $A_1 > A_2$ ) de dos ciclos consecutivos pertenecientes a la envolvente exponencial decreciente de un pulso emitido por el transductor.

Se han definido ya los dos parámetros  $\alpha$  y  $T_d$  característicos del segundo pulso que se emite así como los valores que deberán tomar para poder de esta forma eliminar la cola de emisión del primer pulso. A continuación se estudiará como este segundo pulso “ensancha” la respuesta frecuencial del transductor.

#### 2.4.1.2 Mejora del ancho de banda del transductor.

Se verá en este subapartado el efecto que tiene el segundo pulso sobre la respuesta frecuencial del transductor y la mejora en ancho de banda conseguida. Se presenta desde el punto de vista del régimen permanente, que no es del todo cierto porque no es lo que ocurre cuando se excita de modo pulsado un transductor, pero que si el transductor está muy poco amortiguado las diferencias de comportamiento son pocas. Debe resaltarse que los valores que se obtendrán para  $T_d$  y  $\alpha$  no serán directamente aplicables a la forma requerida del doble pulso, razón que será justificada en el capítulo 3. A pesar de esto, las conclusiones derivadas de este estudio son perfectamente válidas [SALA96].

Considérese la salida de un transductor, como el que aparece en la figura 2.4, la cual puede ser expresada como

$$s(t) = p(t) * h(t) \quad (2.12)$$

donde  $*$  es el operador de convolución,  $p(t)$  es el pulso de entrada y  $h(t)$  la respuesta impulsional del transductor. Si se asume que el transductor es excitado por un segundo



pulso cuya amplitud sea  $\alpha$  veces la amplitud del primer pulso y que esté retardado con respecto al primero  $T_d$  segundos, la expresión de la salida sería ahora

$$s(t) = [p(t) + \alpha \cdot p(t - T_d)] * h(t) \quad (2.13)$$

Si se quiere determinar la mejora introducida en el ancho de banda del transductor gracias a la utilización de la técnica de cancelación por pulso, será preciso pues trabajar en el dominio de la frecuencia. Por ello, si se aplica la transformada de Fourier a ambos lados de la igualdad de la expresión (2.13), ésta se puede escribir como

$$S(\omega) = [P(\omega) + \alpha \cdot P(\omega) \cdot \exp(-j\omega T_d)] \cdot H(\omega). \quad (2.14)$$

Reordenando (2.14), puede ser reescrita según

$$S(\omega) = P(\omega) \cdot [1 + \alpha \cdot \exp(-j\omega T_d)] \cdot H(\omega) \quad (2.15)$$

o bien

$$S(\omega) = P(\omega) \cdot H_m(\omega) \quad (2.16)$$

donde

$$H_m(\omega) = [1 + \alpha \cdot \exp(-j\omega T_d)] \cdot H(\omega). \quad (2.17)$$

La ecuación (2.16) puede ser reescrita en el dominio del tiempo como

$$s(t) = p(t) * h_m(t). \quad (2.18)$$

Nótese aquí que si las expresiones (2.12) y (2.18) son comparadas, la última puede ser interpretada como si el pulso inicial  $p(t)$  fuera aplicado a un transductor diferente cuya respuesta impulsional fuera  $h_m(t)$ . Por lo tanto, se puede concluir que el segundo pulso aplicado al transductor se utiliza para “modificar” la respuesta impulsional del mismo.

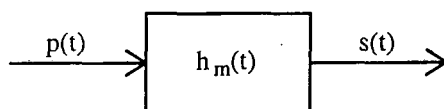


Fig. 2.8 Sistema lineal con respuesta impulsional “modificada”.

En este momento se hace necesario evaluar la nueva  $h_m(t)$  con respecto a la antigua  $h(t)$ . Se deduce de la expresión (2.18) que la única diferencia existente entre las dos respuestas impulsionales reside en el término  $1 + \alpha \cdot \exp(-j\omega T_d)$ . A partir de este momento se hará referencia a él como  $M(\omega)$ . Así,

$$M(\omega) = 1 + \alpha \cdot \exp(-j\omega T_d) \quad (2.19)$$

Llegado a este punto se hace necesario examinar de que forma el factor  $M(\omega)$  puede compensar la respuesta frecuencial del transductor. Así, la respuesta impulsional de  $h_m(t)$  podría tener un ancho de banda mayor si los valores para los parámetros  $T_d$  y  $\alpha$  son adecuadamente elegidos.

Si se hace  $f = \omega/2\pi$ , el módulo de  $M(f)$  puede expresarse como

$$|M(f)| = \sqrt{1 + \alpha^2 + 2\alpha \cdot \cos(2\pi f \cdot T_d)} \quad (2.20)$$

el cual presenta un comportamiento periódico con la frecuencia. Asumiendo que  $0 < \alpha < 1$ , el módulo de  $M(f)$  presenta un valor máximo de

$$|M(f)|_{max} = 1 + \alpha, \quad f = \frac{n}{2T_d} \quad (n \text{ par}) \quad (2.21)$$

y un valor mínimo de

$$|M(f)|_{\min} = 1 - \alpha, \quad f = \frac{n}{2T_d} \quad (n \text{ impar}). \quad (2.22)$$

La figura 2.9 claramente muestra que los valores de los máximos y mínimos dependen exclusivamente del parámetro  $\alpha$ , mientras que  $T_d$  únicamente determina la frecuencia a la que estos aparecen.

Considérese ahora la respuesta en frecuencia de un transductor sin pérdidas que aparece en la figura 2.10. La función de transferencia utilizada para el transductor de ultrasonidos es la que aparece en [HAYW84] ajustada para una cerámica PXE5 de Philips resonando a 4 MHz, *air-backed* y radiando en agua. Aparecen máximos posicionados en los múltiplos impares de la frecuencia natural de resonancia del transductor, y mínimos en los múltiplos pares de dicha resonancia. Si se desea compensar la respuesta en frecuencia de  $H(f)$ , se debería escoger un valor de  $T_d$  tal que hiciera coincidir los mínimos de  $M(f)$  con los máximos de  $H(f)$ , y viceversa. Por lo tanto,  $T_d$  no puede tomar cualquier valor ya que una vez se conoce  $H(f)$ , según la expresión (2.22),  $T_d$  debería ser

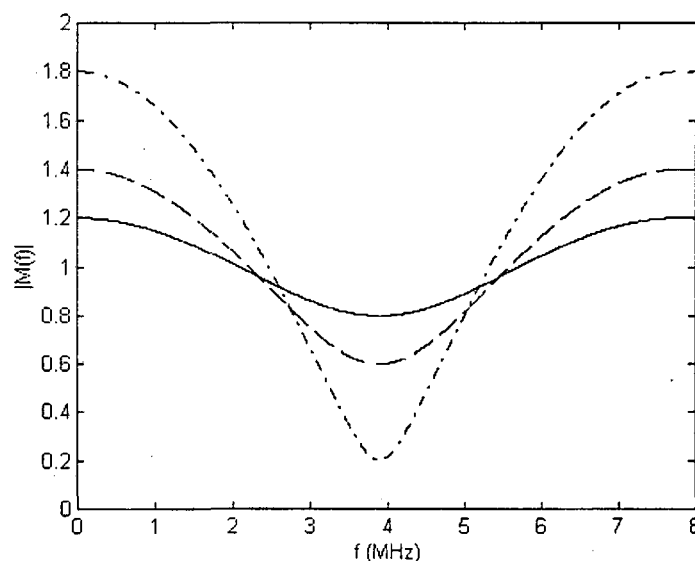


Fig. 2.9 Módulo de  $M(f)$  para  $\alpha=0.2$  (—),  $\alpha=0.4$  (···),  $\alpha=0.8$  (— · —) y  $T_d=0.128 \mu\text{s}$ .

$$T_d = \frac{n}{2f_{res}}, \quad (n \text{ impar}) \quad (2.23)$$

donde  $f_{res}$  es la frecuencia de resonancia del transductor, la cual puede ser directamente obtenida del pulso acústico emitido  $y(t)$  cuando éste presente una frecuencia estable, esto es, que los pasos por cero se encuentren equiespaciados en el tiempo. En el caso en que se escogiera un valor de  $\alpha$  entre 0 y  $-1$ , lo que querría decir que se excita el transductor con pulsos bipolares, serían necesarios valores pares para  $n$  en la expresión (2.23).

El parámetro que falta por determinar es el valor de  $\alpha$ . Es importante darse cuenta que éste no es independiente del valor que tome  $T_d$ . Fijado un valor para  $T_d$ , el valor para  $\alpha$  queda determinado.

En la figura 2.11 se representa la respuesta en frecuencia compensada del transductor anterior. Se observa que el pico de la respuesta no compensada de la figura 2.10 puede ser reducido mediante la función  $M(f)$ . El valor óptimo para  $\alpha$  se hallará en el

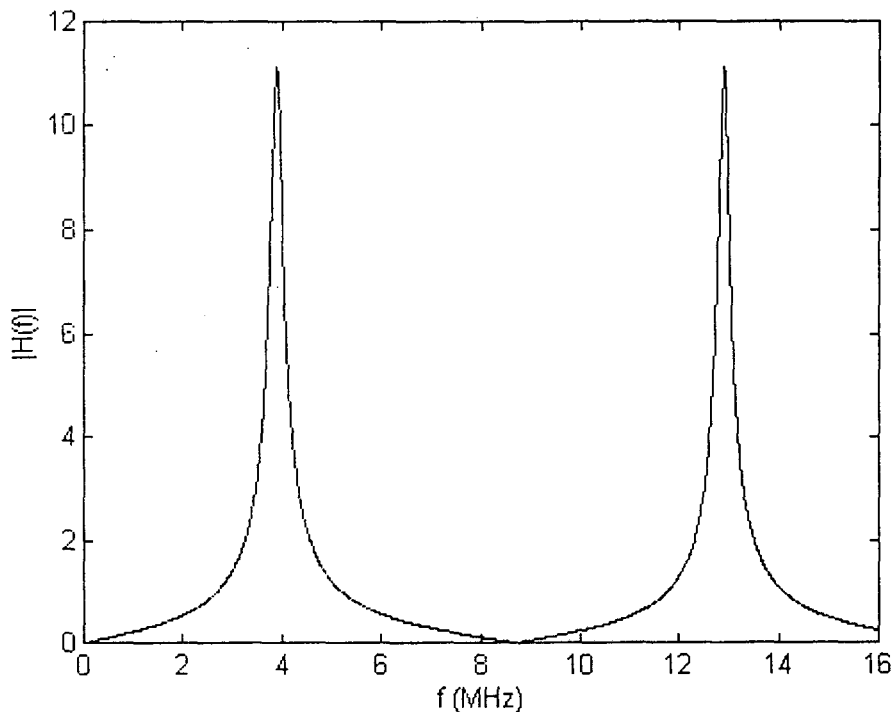


Fig. 2.10. Módulo de la función de transferencia de un transductor sin pérdidas, air backed y radiando en agua.

momento en que comience la inversión del pico que presenta la respuesta en frecuencia del transductor a la frecuencia de resonancia. Esto se corresponde con el valor de  $\alpha$  que hace que la derivada segunda de  $|H_m(f)|$  con respecto  $f$  sea nula en  $f=f_{res}$ .

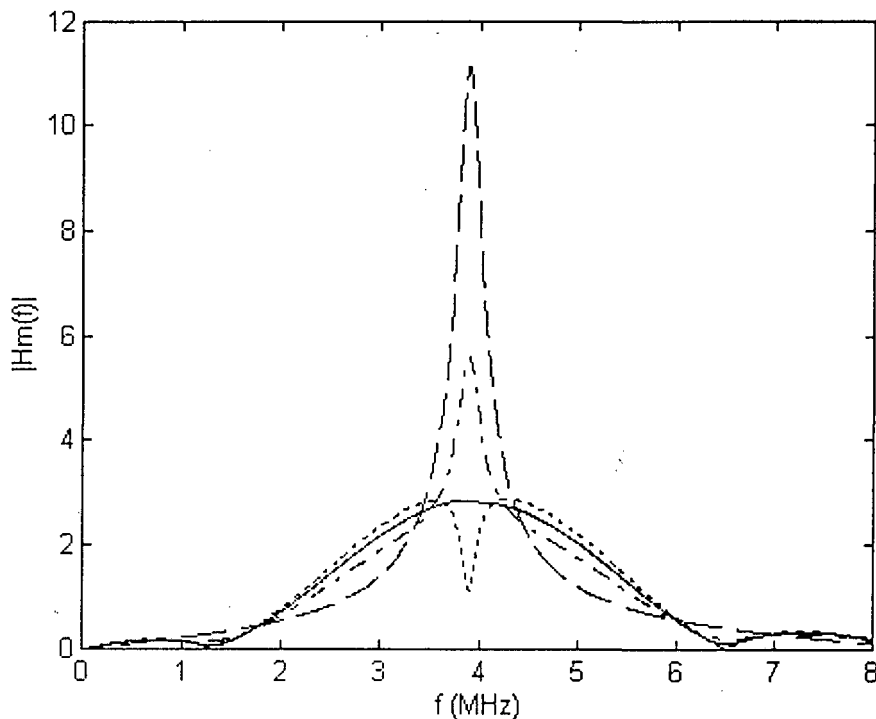


Fig. 2.11. Módulo de  $H_m(f)$  para  $\alpha=0$  (---),  $\alpha=0.5$  (-·-),  $\alpha=0.747$  (-),  $\alpha=0.9$  (··) y  $T_d=0.385 \mu s$ .

## 2.4.2 Compresión de pulsos.

Las técnicas de compresión de pulsos son de gran importancia en una variedad de sistemas. Quizás los ejemplos más conocidos son los sistemas radar. Estos utilizan una señal *Chirp* en emisión e incorporan en recepción un filtro compresor de pulsos que hace que los ecos recibidos presenten una duración temporal pequeña a la salida del filtro [BART75]. Las formas de onda de entrada y salida del filtro se muestran en la figura 2.12e.

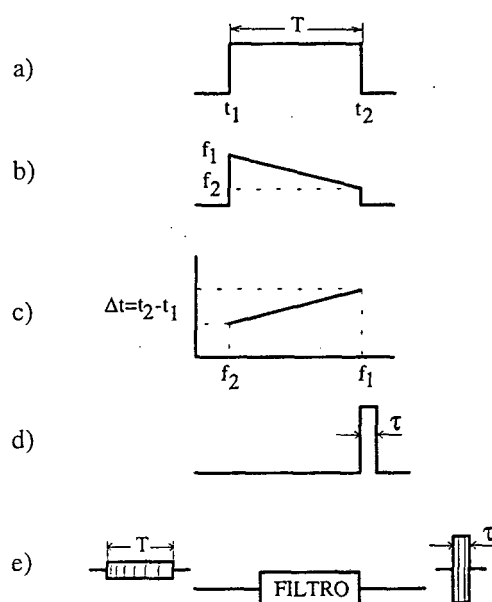


Fig. 2.12 Características idealizadas de la compresión de pulsos. a) Envolvente del pulso emitido, señal Chirp. b) Modulación en frecuencia de la portadora. c) Característica del retardo en función de la frecuencia que introduce el filtro. d) Envolvente del pulso comprimido, a la salida del filtro. e) Formas de onda de entrada-salida del filtro compresor.

Aumentando la duración del pulso emitido es posible emitir más energía sin necesidad de utilizar valores de pico elevados en el pulso transmitido. En recepción, el pulso es comprimido dando lugar a una buena resolución en la medida.

La utilización de señales Chirp es también una forma de codificar la información puesto que en recepción se necesita conocer cuál es el índice de modulación en frecuencia utilizado en transmisión.

El pulso transmitido posee una envolvente rectangular de duración  $T$  con una frecuencia portadora de la forma

$$\omega = \omega_c + \mu t \quad |t| < \frac{T}{2} \quad (2.24)$$

donde  $\omega_c$  es la frecuencia central de la modulación lineal en frecuencia de la señal Chirp y  $\mu$  una constante. El filtro compresor es un filtro dispersivo que introduce retardos

distintos a las bajas y altas frecuencias. De esta forma, el resultado a la salida del filtro es un pulso de corta duración.

Además, la utilización de este tipo de filtros proporciona una mejora en la relación señal a ruido. Si  $P_i$  es la potencia de pico a la entrada del filtro,  $P_o$  la potencia de pico de la señal a la salida del filtro, se puede establecer que [BART75]:

$$\frac{P_o}{P_i} = \frac{T}{\tau} \quad (2.25)$$

relación que es siempre mayor que 1 y donde  $\tau$  representa la resolución deseada en la medida.

### 2.4.3 Excitación con la respuesta impulsional inversa del transductor.

Teóricamente, la forma de obtener un pulso muy estrecho a la salida del transductor consiste en excitar éste con una señal que sea la inversa de su respuesta impulsional. Si se considera el esquema de la figura 2.4, en el dominio de la frecuencia se cumple que:

$$S(\omega) = P(\omega) \cdot H(\omega) \quad (2.26)$$

Si se desea que la señal de salida del transductor se comporte, en el caso ideal, como una delta en el dominio temporal, será necesario que la señal  $P(\omega)$  que se utiliza como excitación tenga una respuesta en frecuencia igual a  $1/H(\omega)$ .

Esta señal  $P(\omega)$  con respuesta frecuencial  $1/H(\omega)$  es obviamente imposible de sintetizar porque requiere una respuesta infinita en aquellos puntos en donde  $H(\omega)=0$ . Por tanto, tan solo una aproximación en el mejor de los casos puede ser sintetizada. Una

forma de hacerlo consiste, naturalmente, en medir la respuesta frecuencial del transductor  $H(\omega)$  y después asignar un valor mínimo a  $H(\omega)$  en todas aquellas frecuencias para las cuales el módulo de  $H(\omega)$  se encuentre por debajo de él. De esta forma, la nueva  $H(\omega)$  aproximada,  $H'(\omega)$ , quedaría como sigue:

$$|H'(\omega)| = |H(\omega)| \quad \text{para } |H(\omega)| \geq k \quad (2.27)$$

$$|H'(\omega)| = k \quad \text{para } |H(\omega)| \leq k \quad (2.28)$$

donde  $k$  es positiva y tiene un valor pequeño. Si  $H'(\omega)$  es finita en un rango de frecuencias  $\omega_1 < \omega < \omega_2$ , se puede definir  $P(\omega) = 1/H'(\omega)$  en dicho rango de frecuencias y suponer  $P(\omega) = 0$  fuera de él. El producto de  $P(\omega)$  con  $H(\omega)$  da lugar, a la salida del transductor, a la función  $S(\omega)$  que aparece en la figura 2.13.

La señal  $S(\omega)$  presenta un comportamiento uniforme en frecuencia en la banda de  $\omega_1 < \omega < \omega_2$ , y cero fuera de ese rango de frecuencias. Definiendo

$$\omega_0 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad (2.29)$$

y

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \quad (2.30)$$

la respuesta temporal del transductor,  $s(t)$ , a la señal de entrada  $p(t)$  es, salvo un factor de amplitud:

$$s(t) = \frac{\Delta\omega}{2\pi} e^{j\omega_0 t} \frac{\text{sen}(\Delta\omega t / 2)}{\Delta\omega t / 2} \quad (2.31)$$



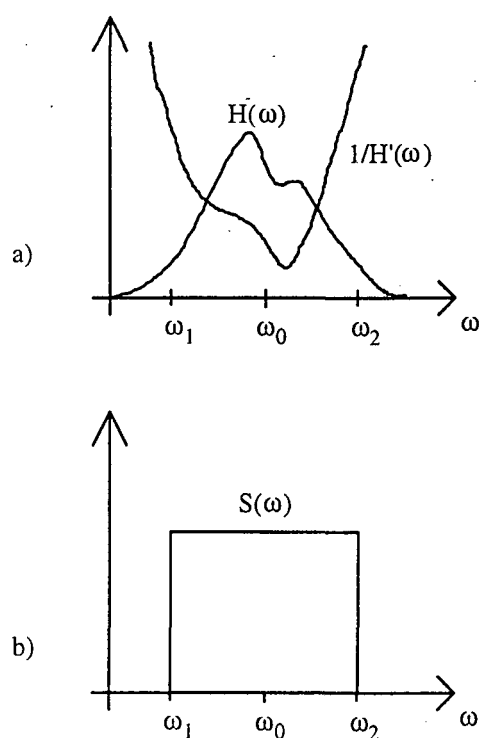


Fig. 2.13 a) Respuesta frecuencial del transductor  $H(\omega)$  e inversa  $1/H'(\omega)$ . b) Resultado de excitar el transductor con una señal que tenga como espectro el inverso de la respuesta frecuencial del transductor.

Otra posibilidad consistiría en utilizar una señal  $p(t)$  tal que su espectro  $P(\omega)$  multiplicado por la respuesta frecuencial del transductor  $H(\omega)$  produjera un espectro  $S(\omega)$  igual al que resultaría de enventanar el espectro de la figura 2.13 con una ventana de Hamming u otra equivalente. Esto daría lugar a que  $S(\omega)$  tuviera una respuesta frecuencial más suave, lo que equivaldría en el dominio temporal a una señal de salida  $s(t)$  más compacta.

## 2.5 Métodos de post-procesado.

Como se ha comentado en más de una ocasión, una buena resolución en la medida es conseguida si el pulso recibido presenta una duración temporal pequeña. No obstante, la duración del pulso recibido puede ser acortada en recepción mediante el empleo de técnicas de procesado de señal basadas en el uso de filtros inversos o filtros adaptados.

Uno de los filtros utilizados en recepción está basado en el concepto del filtro WLS (Weighted Least-Squares) [MAND88]. La misión de este filtro es proporcionar a su salida una señal que presente un pico en una determinada muestra. El algoritmo de cálculo de los coeficientes del filtro minimiza el error cuadrático entre la señal deseada y la de salida del filtro. La utilización de una función peso da lugar a que el filtro obtenido posea propiedades mixtas entre el filtro inverso y el adaptado.

### 2.5.1 El filtro WLS.

Para determinar la expresión del filtro que se está buscando, supóngase el esquema de la figura 2.14, donde  $s(k)$  es un pulso de entrada conocido contaminado por ruido blanco  $n(k)$  con densidad espectral de potencia  $\omega_0$ ,  $y(k)$  es la salida obtenida y  $g(k)$  es el pulso de salida deseado. Se busca una expresión para  $u(k)$  que minimice el error  $\varepsilon(k)$  de acuerdo a un criterio dado. Nos enfrentamos pues a un problema de deconvolución.

La salida del filtro, de acuerdo con la figura 2.14, viene dada por

$$y(k) = s(k) * u(k) + n(k) * u(k) \quad (2.32)$$

donde  $*$  representa la convolución. Para mejorar la resolución temporal y por tanto la resolución axial, la duración de  $s(k) * u(k)$  debe ser menor que la de  $s(k)$ . El método más común para ello es intentar dar a  $s(k) * u(k)$  la forma de un pulso predeterminado  $g(k)$ , siendo  $g(k)$  un pulso muy estrecho. No obstante, en muchos casos, es difícil escoger una forma apropiada para  $g(k)$ . Además, se tiene la desventaja de que la solución es sensible a la forma de onda escogida para  $g(k)$ .

Sin embargo, el requisito principal es reducir la duración de la salida  $s(k) * u(k)$  preferiblemente a darle la forma deseada. Esto puede resumirse en las dos condiciones siguientes:

- (i) la salida debe tener una gran amplitud en un punto, por ejemplo  $k=l$ .
- (ii) la amplitud de la salida debe ser pequeña fuera de un intervalo de resolución deseado,  $|k-l| > T$ .

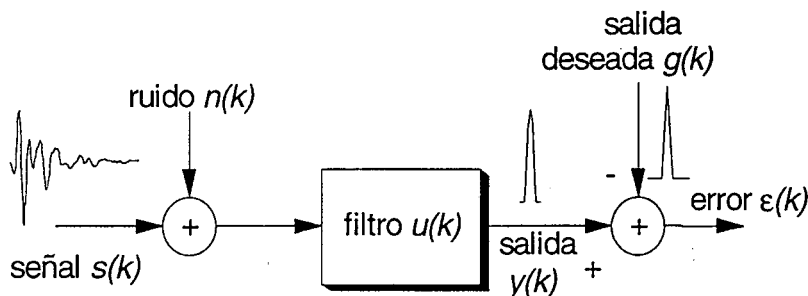


Fig. 2.14 Esquema utilizado para determinar el filtro  $u(k)$ . Este filtro mejora la resolución de la señal de entrada convirtiendo ésta en un pulso estrecho a la salida.

De este modo, la señal de salida debe tener una amplitud muy pequeña fuera del intervalo de resolución dado, mientras que para  $l-T < k < l+T$ ,  $k \neq l$ , la señal de salida puede tomar valores arbitrarios. Se pueden modelar estos requisitos por una función de peso  $w(k)$  como la que aparece en la figura 2.15 y que viene dada por

$$w(k) = \begin{cases} 1, & |k-l| > T \\ a, & k=l \\ 0, & |k-l| \leq T \text{ y } k \neq l \end{cases} \quad (2.33)$$

asumiendo  $g(k) = \delta(k-l)$ , con  $\delta(0) = 1$ ,  $\delta(k) = 0$   $k \neq l$ .

Utilizando esta función de peso, se define la siguiente función de coste para nuestro problema como:

$$J(u) = \sum_{k=T_1}^{T_2} [w(k)[s(k)*u(k) - g(k)]^2 + w_0 \sum_{k=T_1}^{T_2} u^2(k) \quad (2.34)$$

donde  $T_1 < k < T_2$  es el intervalo de tiempo limitado que se está considerando.

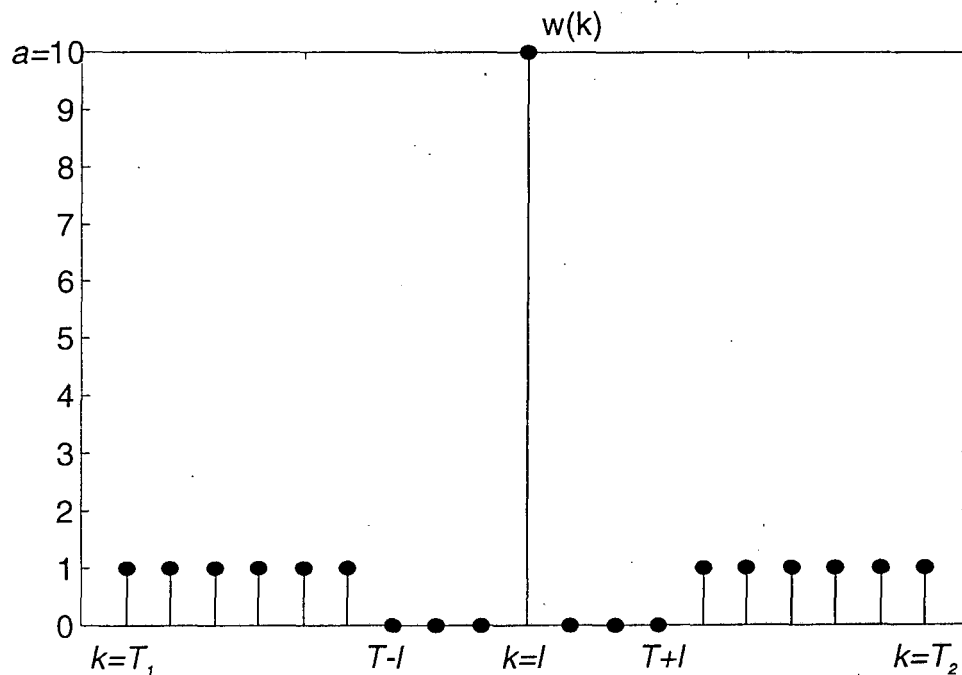


Fig. 2.15. Ejemplo de función de peso  $w(k)$  utilizado para el cálculo del filtro WLS.

Se puede observar que la función de coste definida en (2.34) está formada por dos términos. El primero es el error ponderado entre la salida libre de ruido  $s(k) * u(k)$  y la salida deseada  $g(k)$ , mientras que el segundo término es proporcional a la densidad de potencia de ruido. Puede verse que (2.34) no es más que una ligera modificación del criterio de mínimos cuadrados, el cual se obtiene para  $w(k)=1$ , y que es habitualmente utilizado para resolver el problema de deconvolución.

Para encontrar de manera eficaz una minimización apropiada de la función de coste  $J(u)$ , se introduce la siguiente notación vectorial:

- el filtro  $u(k)$  se designa como  $u$ .
- el pulso de entrada  $s(k)$  como  $s$ .
- la salida deseada  $g(k)=\delta(k-l)$  como  $g=\delta$ .

Todos los vectores son vectores columna con  $n$ ,  $m$ , y  $N=m+n-1$  elementos, respectivamente.

Con esta notación, la convolución  $s(k)*u(k)$  puede escribirse en forma matricial como  $\underline{S}u$ , donde  $\underline{S}$  es la matriz  $N \times n$  formada con el vector  $s$  tal y como se muestra en (2.35):

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & \dots & 0 \\ \vdots & s_2 & \ddots & \vdots \\ s_m & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & s_m & \ddots & s_1 \\ \vdots & 0 & \ddots & s_2 \\ 0 & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & s_m \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

Análogamente, la función de peso  $w(k)$  se representa por la matriz diagonal  $\underline{W}$   $N \times N$  definida por

$$(\underline{W})_{ii} = w(i), \text{ donde } i \in T_1, T_2.$$

Utilizando esta notación vectorial, la función de coste dada por (2.34) puede reescribirse como

$$J(u) = \left\| \underline{W}(\underline{S}u - \delta) \right\|^2 + w_0 \|u\|^2 \quad (2.36)$$

El coste  $J(u)$  es una forma cuadrática en  $u$ , y para resolverla se tiene que derivar respecto de  $u$  la expresión del coste, e igualarla a cero. Matemáticamente, el procedimiento es el siguiente:

$$\begin{aligned}
\nabla_u J &= [\underline{W}(\underline{S}u - \underline{\delta})]^T [\underline{W}S] + w_0 u^T I = 0 \\
[\underline{W}S\underline{u} - \underline{W}\underline{\delta}]^T \underline{W}S + w_0 u^T I &= 0 \\
[(\underline{W}S\underline{u})^T \underline{W}S]^T + [w_0 u^T I]^T &= [(\underline{W}\underline{\delta})^T \underline{W}S]^T \\
(\underline{W}S)^T \underline{W}S\underline{u} + w_0 Iu &= (\underline{W}S)^T \underline{W}\underline{\delta} \\
\underline{S}^T \underline{W}^T \underline{W}S\underline{u} + w_0 Iu &= \underline{S}^T \underline{W}^T \underline{W}\underline{\delta}
\end{aligned} \tag{2.37}$$

donde  $I$  es la matriz identidad, y el operador  $^T$  indica trasposición.

Haciendo  $A = \underline{S}^T \underline{W}^T \underline{W} \underline{S} + \omega_0 I$ , se puede reescribir (2.37) como

$$Au = \underline{S}^T \underline{W}^T \underline{W}\underline{\delta} = a^2 I \underline{S}^T \underline{\delta} \tag{2.38}$$

Siempre que se cumpla que  $\omega_0 \neq 0$ , la matriz  $A$  será una matriz no singular, y por tanto podrá calcularse su inversa. Así, la función del filtro óptimo  $u_{opt}$  que minimiza el coste  $J(u)$  puede calcularse como

$$u_{opt} = A^{-1} a^2 I \underline{S}^T \underline{\delta} \tag{2.39}$$

Como todas las matrices en (2.39) son conocidas,  $u_{opt}$  puede calcularse fácilmente.

## 2.5.2 Propiedades y parámetros del filtro WLS.

Dos parámetros son decisivos en el diseño del filtro WLS:  $T$  y  $\omega_0$ . Una elección apropiada de estos parámetros proporciona al filtro las siguientes propiedades:

- alta relación señal a ruido.
- buena resolución.

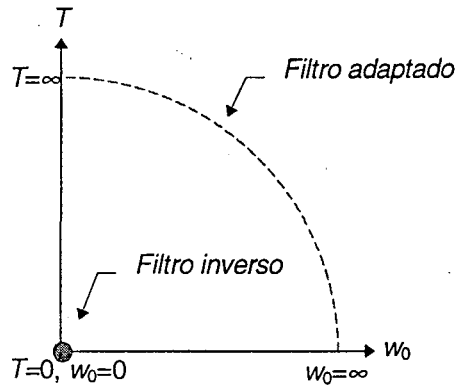


Fig. 2.16 Gráfica  $\omega_0 / T$ . Para  $T=0$ ,  $\omega_0=0$  tenemos el filtro inverso. Aumentando  $T$  y/o  $\omega_0$ , los filtros resultantes son proporcionales al filtro adaptado.

Aunque la primera propiedad parece estar regulada por el parámetro  $\omega_0$ , y la segunda por  $T$ , estos parámetros no afectan al filtro de manera independiente uno de otro. En la figura 2.16, se muestra un gráfico donde se representa cómo varían las propiedades del filtro en función de los parámetros a los que hemos hecho referencia anteriormente. Como puede apreciarse, el filtro inverso se obtendría con los valores  $T=0$  y  $\omega_0=0$ . Incrementando los valores de  $T$  y/o  $\omega_0$ , las propiedades del filtro van cambiando, de manera que van adquiriendo cada vez más las propiedades del filtro adaptado. Un estudio detallado del comportamiento del filtro al variar los valores de  $T$  y  $\omega_0$  se realiza en [TORM97a]. Por tanto, el filtro WLS representa a una clase de filtros, que comparten propiedades del filtro inverso y del filtro adaptado.

## 2.6 Conclusiones.

En este capítulo se han expuesto las diversas técnicas que se han encontrado en la literatura y que tienen como objetivo el mejorar la resolución de las medidas realizadas mediante el uso de pulsos de ultrasonidos.

Estas técnicas han sido agrupadas expresamente en tres grupos bien diferenciados atendiendo básicamente a criterios de tecnología de fabricación y de procesado de señal.

La formación recibida claramente marcada en el campo de las telecomunicaciones hace que nos decantemos por estudiar la mejoras que se pueden aportar a los métodos eléctricos y de procesado a la entrada, filtrado inverso.

Se ha desarrollado la teoría necesaria para poder determinar los parámetros básicos de la técnica de cancelación por pulso, tanto en el dominio temporal como en el frecuencial. Se ha comprobado que el segundo pulso utilizado en la excitación mejora la "respuesta frecuencial" del transductor.

Para la aplicación de la técnica de cancelación por pulso se ha visto que es necesario que la forma de onda del pulso a cancelar parcialmente presente un comportamiento exponencial decreciente. Otra condición, y que será estudiada en el siguiente capítulo, exige que el transductor esté poco amortiguado para que la técnica del doble pulso sea realmente efectiva.