

Capítulo 2

Portada

Menú rápido

ECUACIONES BÁSICAS GOBERNANTES.

Y aquí estaba. Así que se podía conseguir, se podía imaginar algo y serlo.
-El geómetra ciego (Robinson, 1987).

Desarrollaremos en este capítulo las definiciones y conceptos físicos básicos que se usarán para describir las medidas de esta tesis, se supone que el lector tiene conocimientos de mecánica de fluidos básica y de turbulencia al nivel de Tritton (1988).

2.1 Sistema de referencia.

Tomando como sistema de referencia el mostrado por la Figura 2.1, donde se idealizan las variables presentes en las tres capas que se analizan en este trabajo; esta muestra las posiciones de las coordenadas x , y y z y sus correspondientes velocidades u , v y w , presentaremos en este capítulo las ecuaciones básicas de transporte. Debe ser tomado en cuenta que los análisis generales de las velocidades, se harán sobre la coordenada x y la velocidad u eligiendo este eje según la dirección del flujo medio, ya que estos mismos son válidos para las otras coordenadas; sin embargo en los análisis particulares y cuando así se requiera se usarán notaciones específicas. La componente z es la coordenada vertical y se usan los convenios oceanográficos donde la profundidad va en dirección positiva desde la superficie hacia el fondo según la dirección usada por Sverdrup et al. (1946). la dirección elegida será respectivamente la profundidad o la altura.

Es importante mencionar la idealización de la cuña salina que penetra en el estuario sobre la cual se presentan los análisis de este trabajo. La figura 2.2 muestra un esquema general del estuario, donde se tiene la presencia de agua del río que sale por la capa superficial hacia el mar, mientras que penetra agua salada de este último por la capa inferior. La presencia de estas dos capas forma la interface¹ o capa de mezcla, cuya dinámica será analizada.

¹Superficie o demarcación entre dos diferentes cuerpos, sustancias o fases como puede ser entre dos capas de agua de diferente concentración salina o temperatura (Macías-Regalado, 2000).

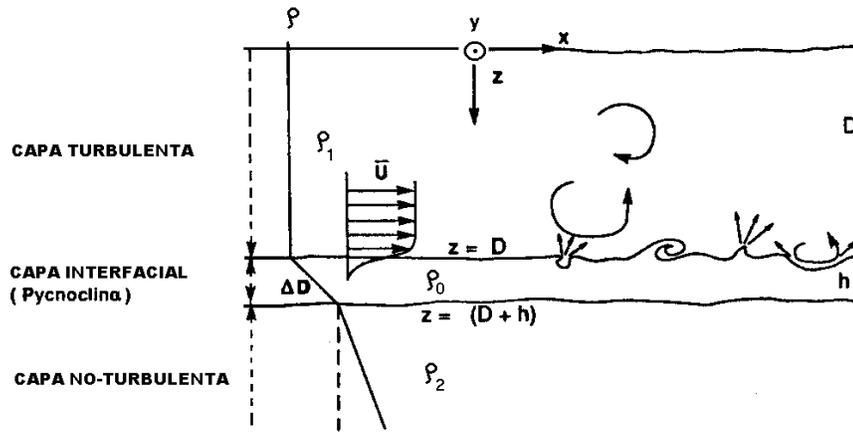


Figura 2.1: Sistema referencial de coordenadas donde x , y y z son las coordenadas de referencia; mientras que u , v y w son las magnitudes de la velocidad referidas a cada coordenada respectivamente. U es la velocidad media del flujo.

2.1.1 Clasificación de los flujos en laminar, turbulento y transicional.

Comparando en un fluido en movimiento la magnitud de las fuerzas de inercia divididas por las fuerzas debidas a la viscosidad molecular; podemos clasificar un flujo como laminar, turbulento o transicional. Para ello y apartir de las escalas representativas tomamos como base el número adimensional que Reynolds dió a conocer en 1883 (Landahl y Mollo-Christensen, 1988).

$$Re = \frac{UL}{\nu} \quad (2.1)$$

Donde U y L son la velocidad y la escala características del flujo y $\nu = \mu/\rho$ es la viscosidad cinemática del mismo fluido (para el agua $\nu = 1.10 \times 10^{-2} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ (Nielsen, 1992). Para canales abiertos como ríos la escala característica usada comunmente es el radio hidráulico, que es el área (A) del flujo dividida entre el perímetro mojado (P) del canal (French, 1988).

Así, podemos decir que flujo laminar es aquel en el que el número de Reynolds es menor de 500 y las fuerzas de viscosidad dominan a las fuerzas inerciales, entonces las partículas del fluido se mueven en trayectorias suaves y coherentes; mientras que un fluido en régimen turbulento presenta valores de número de Reynolds de 12500 o más, en este flujo las fuerzas inerciales dominan a las viscosas y las partículas del fluido se mueven de manera incoherente o aparentemente aleatorias. Por último un flujo transicional puede presentar valores de entre 500 a 12500 y este no puede ser clasificado ni como laminar ni como turbulento. En flujos de laboratorio con condiciones iniciales y de contorno fijas se puede reducir el rango de flujo transicional. En el experimento original de Reynolds en un tubo de Poiseuille la transición ocurre a $Re=2500$.

De forma más precisa se puede cuantificar el grado de no linealidad de la

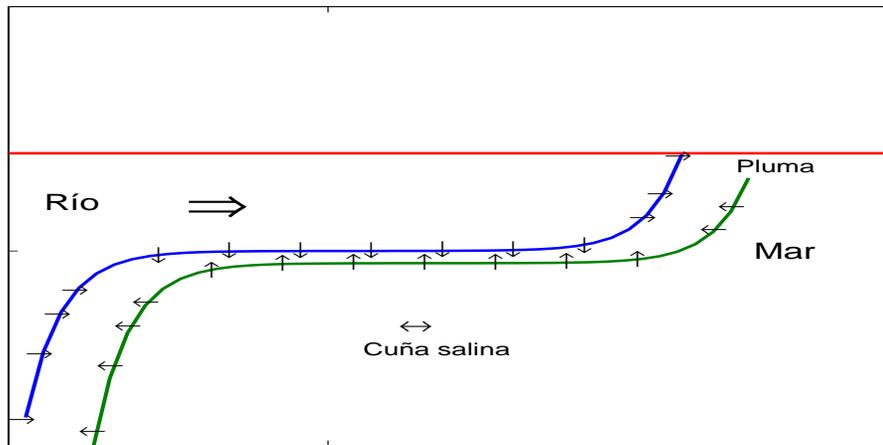


Figura 2.2: Esquema representativo de la cuña idealizada a la que se dirige este estudio.

turbulencia, siempre que $Re \gg$ mediante un número de Reynolds turbulento

$$Re' = \frac{\ell u'}{\nu} \quad (2.2)$$

Calculado con la escala integral de la turbulencia ℓ (definida en §2.3) y la velocidad cuadrática media (*r.m.s.*) u' .

2.2 Capas límite.

La capa que delimita el contacto entre dos flujos con condiciones de velocidad y dirección específicas se denomina capa límite, esta capa puede estar presente entre dos líquidos, un gas y un líquido, un líquido y un sólido o un gas y un sólido. El límite del flujo puede ser rígido o flexible y tener movimiento. Por su parte en un cuerpo de agua existen dos capas límites, la que divide el aire del agua (por arriba) y el agua en contacto con el fondo (por debajo) en el caso de fluidos no estratificados.

Mientras que en los fluidos estratificados al existir una tercera capa (de mezcla), que separa el fluido denso del de menor densidad lo que genera dos capas límites adicionales en la zona donde se mantiene en contacto con las capas que separa.

Capas límites laminares.

La conservación de momento propia de la mecánica de fluidos establece que una partícula en contacto con una frontera sin movimiento no tiene velocidad, lo que comprende que todos los flujos cercanos a estas fronteras presentan perfiles de velocidades a través de los cuales se transmite la fuerza de arrastre (o déficit de momentum) hacia fuera de estas fronteras. Si tomamos como ejemplo una superficie plana como frontera de un flujo de un fluido con una viscosidad pequeña,

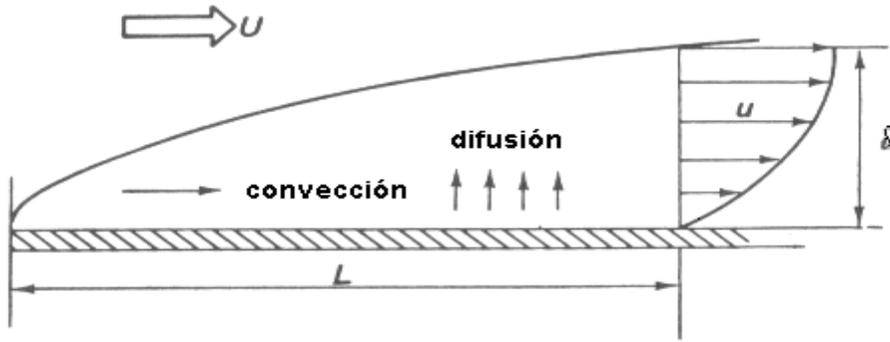


Figura 2.3: Escalas de longitud, de difusión y convección en una capa límite laminar sobre una superficie plana. Tomada de Tennekes y Lumley (1994).

el efecto de esta viscosidad quedará confinado a una delgada capa de fluido cercana a la superficie plana; el fluido que no se encuentre cerca de esta *capa límite* se comportará como si no tuviera viscosidad (fluido Euleriano). También cuando la anchura de capa límite se compara con la escala característica longitudinal, las diferencias de presión son despreciables (Figura 2.3).

Las múltiples escalas presentes en una capa límite laminar, puede ser analizada desde un problema simple. Para un fluido en régimen estacionario, incompresible, con viscosidad constante consideremos como escala característica el espesor de la capa de mezcla (δ) donde los términos viscosos son del mismo orden de magnitud que los términos de inercia. De tal manera que podemos estimar los términos inerciales como $\frac{u^2}{L}$ y los términos viscosos como $\frac{\nu u}{\delta^2}$, si estos están en equilibrio tenemos:

$$\frac{u^2}{L} \approx \nu \frac{u}{\delta^2} \quad (2.3)$$

La longitud viscosa característica a pequeña escala (δ) esta relacionada con la escala característica del campo de flujo (L) como

$$\frac{\delta}{L} \approx \left(\frac{\nu}{uL}\right)^{1/2} = Re^{-1/2} \quad (2.4)$$

Esta longitud asociada al termino de viscosidad, representa el grosor de la capa límite, porque ésta determina el déficit de momentum que se propaga en el fluido desde la superficie y es comparable con la inercia.

La difusión molecular por supuesto es despreciable comparada con el transporte debido al momentum turbulento del propio fluido.

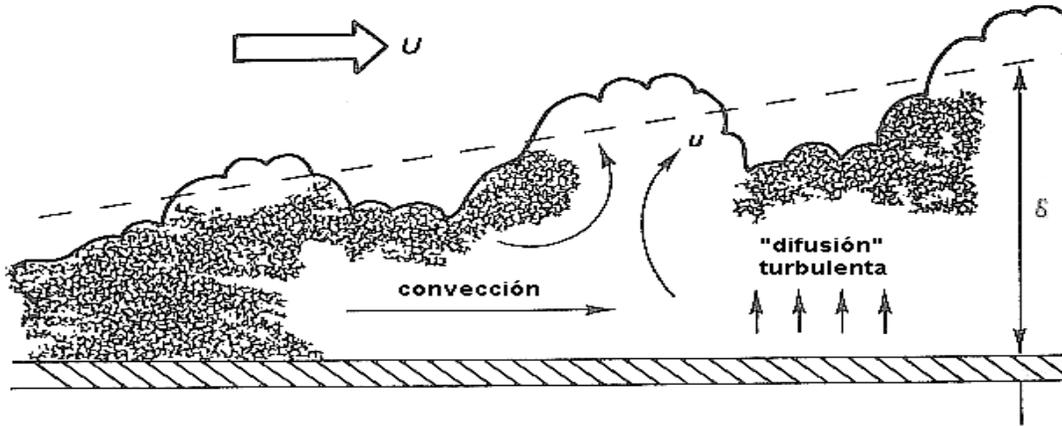


Figura 2.4: Escalas de longitud, de difusión y convección en una capa límite turbulenta sobre una superficie plana. Tomada de Tennekes y Lumley (1994).

2.2.1 Capas límite turbulentas.

La velocidad característica del ambiente cercana a una capa límite turbulenta, influencia a los dos medios que separa dependiendo del gradiente existente entre ellos, ya que se produce una transferencia de momento a través de la capa límite debido a la diferencia de velocidades medias entre las capas que separa; un ejemplo de este caso es una corriente de agua que se desplaza sobre un fondo en reposo (figura 2.4).

La tensión turbulenta (τ) asociada al transporte vertical de momento que se transmite a través de una capa límite de la frontera a la zona de flujo lejos de ella (ver Tennekes y Lumley (1994)), es de la forma

$$\tau = -\rho \overline{u'w'} \quad (2.5)$$

Donde $\overline{u'w'}$ son el promedio del producto de las fluctuaciones de velocidad o la correlación de las velocidades en x e z en un punto dado. Usualmente se normaliza la correlación por las desviaciones estandar de las velocidades $C = \frac{\overline{u'w'}}{\sigma_u \sigma_w}$.

Si el transporte vertical no existe, indica que u y w están descorrelacionadas y que $C = 0$. En caso contrario la correlación C tiende a 1, por lo que se considera un nuevo valor característico de la velocidad en la capa límite llamada velocidad de fricción (u_*) que es la velocidad a la que se transmite la tensión turbulenta, obteniendo una nueva relación de forma que $C\sigma_u\sigma_w = u_*^2$ y de (2.5) tenemos que:

$$\tau = -\rho u_*^2 \quad (2.6)$$

y se tiene la definición de la velocidad de fricción:

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \quad (2.7)$$

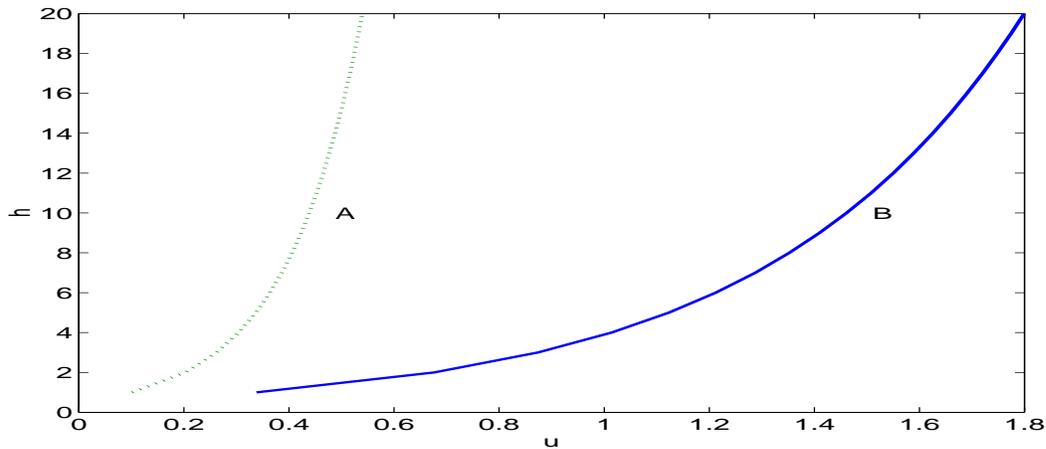


Figura 2.5: Perfiles típicos de la transferencia de tensión turbulenta (τ) en una capa límite turbulenta con una transferencia de tensión turbulenta alta (A) y baja (B) en una columna de agua con una velocidad característica u .

El perfil de la transferencia de momento indicado por la tensión turbulenta en una zona que sea baja ($\tau \downarrow$) o alta ($\tau \uparrow$) mostrará comportamientos según los presentados en la Figura 2.5. Es decir para un mismo escenario donde sólo varíe la transferencia de tensión turbulenta con una idéntica velocidad característica en la columna de agua, si se tiene una transferencia de tensión turbulenta (o déficit de momento) (u_*) alta, se obtiene un perfil del tipo A, donde las velocidades de las capas cercanas al fondo alcanzan lentamente la velocidad característica de la columna de agua; por lo que tendremos una capa límite turbulenta de longitud característica mayor que la resultante en el caso donde la transferencia de tensión turbulenta es baja para el perfil B ($\ell_B < \ell_A$) donde la velocidad característica es alcanzada en una capa más cercana al fondo de la alcanzada por A.

Prandtl y Von-Karman relacionan el perfil de la transferencia de tensión turbulenta respecto a una capa límite de acuerdo a la relación que existe entre la distancia al fondo o la superficie (en este ejemplo h) y la longitud de los remolinos característicos (ℓ) que inciden en ella, de la forma $\ell = Kh \Rightarrow \ell = 0.42h$, donde K es la constante de Von-Karman. Escribiendo la ecuación de velocidad para un perfil en equilibrio suponiendo que los gradientes de velocidad vertical sólo dependen de u_* y ℓ como

$$\frac{du}{dh} = \frac{u_*}{\ell} \quad (2.8)$$

Encontrando la relación en la que el gradiente de la velocidad en la columna ($\frac{du}{dh}$) depende de la velocidad de corte (u_*) y del tamaño característico (ℓ) de los remolinos que la transfieren en función de la altura, de la forma:

$$\frac{du}{dh} = \frac{u_*}{Kh} \quad (2.9)$$

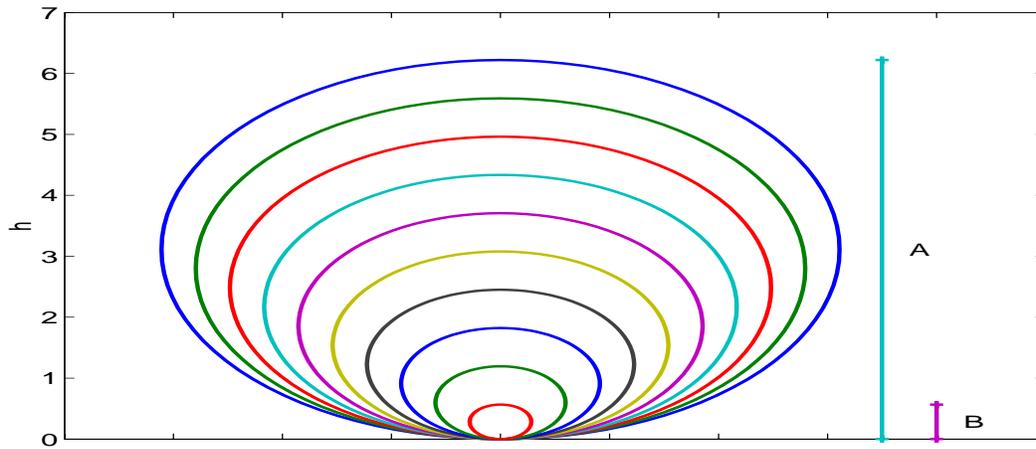


Figura 2.6: Longitud de los remolinos que realizan la transferencia de tensión turbulenta en una columna tipo. En este ejemplo el remolino mayor transfiere la tensión turbulenta a la escala $\ell = A$, mientras que el remolino menor lo hace a la escala $\ell = B$.

La teoría de Von-Karman establece que la longitud de los remolinos (ℓ) que realizan la transferencia de tensión turbulenta es proporcional a la altura, de tal modo que la figura 2.6 ejemplifica la presencia de diferentes remolinos presentes en una columna de agua, cuya longitud se encuentra ejemplificada en $\ell = A$ para el mayor remolino y $\ell = B$ para el menor, dicha transferencia de tensión turbulenta es del orden Kh y dado que u_* y K son constantes en un punto determinado, la ecuación (2.9) se integra con las condiciones de contorno que $u = 0$ en $h = h_0$ llamada escala de rugosidad.

$$\int_0^u du = \frac{u_*}{K} \int_{h_0}^h \frac{dh}{h} \quad (2.10)$$

Lo que permite hallar el perfil de la velocidad con la altura. Este perfil es llamado *perfil logarítmico*.

$$u = \frac{u_*}{K} \ln\left(\frac{h}{h_0}\right) \quad (2.11)$$

Teniendo como referencia (2.11) calculamos los perfiles teóricos para la función en la velocidad (u) de la columna de acuerdo a dos valores diferentes de u_* . El primero un valor alto de $u_* = 0.2$ para una función A de alta transferencia de tensión turbulenta en la capa límite turbulenta; y el segundo un valor bajo de $u_* = 0.06$ para una función B con una transferencia de tensión turbulenta baja. Lo que da como resultado los perfiles típicos presentados.

Una capa límite turbulenta, puede estar formada por dos capas en movimiento como la formada por una interface de densidades en una columna de agua o la capa límite entre la superficie libre y el aire. En la superficie libre el viento puede viajar, bien a favor o en contra de la dirección de la velocidad del agua con lo

que podemos integrar (2.10) con la condición que en h_0 la velocidad es igual a la velocidad del viento ($+V_v$ a favor o $-V_v$ en contra).

$$\int_{\pm V_v}^u du = \frac{u_*}{K} \int_{h_0}^h \frac{dh}{h} \rightarrow u \pm V_v = \frac{u_*}{K} \ln\left(\frac{h}{h_0}\right) \quad (2.12)$$

La Figura 2.7 muestra el comportamiento que se espera de la transferencia de tensión turbulenta reflejado como la velocidad u respecto del $\ln h$. Donde se representan las funciones de la velocidad respecto a el logaritmo natural de h en una capa límite con una frontera sin movimiento (A), y con una frontera con movimiento en se sentido contrario a la de la velocidad característica (B) y en el mismo sentido (C).

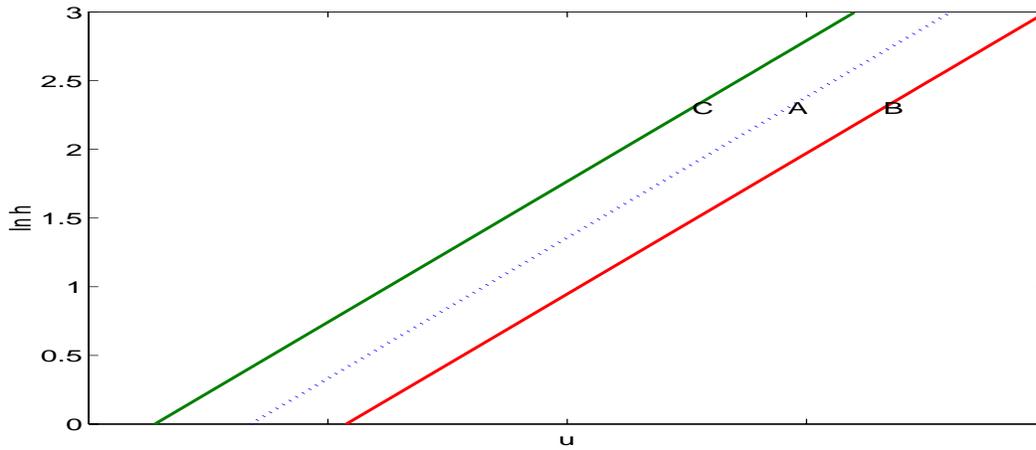


Figura 2.7: Comportamiento de la velocidad u respecto del $\ln h$, evidenciando un proceso de transferencia de tensión turbulenta en una columna tipo (A), con una frontera en movimiento a favor en relación a la dirección de la velocidad característica (B) y en contra (C).

2.3 Escalas de longitud.

La dinámica de fluidos con un número de Reynolds grande es decir un flujo turbulento, es caracterizada por fluctuaciones aleatorias en el espacio y en el tiempo de todas las magnitudes características del flujo (velocidad, presión, densidad, etc.) estas fluctuaciones determinan la existencia de varias escalas de longitud, algunas de las cuales asumen roles muy específicos en la descripción y el análisis de los fluidos. En los fluidos turbulentos existe un amplio rango en la escala de longitudes limitadas en las escalas mayores por las dimensiones de los campos del fluido, y en las pequeñas escalas por la acción difusiva de la viscosidad molecular. Dado que no es posible el establecer una única escala espacial característica, es necesario usar el análisis espectral del movimiento turbulento (Tennekes y Lumley (1994); Frisch (1995)).

La importancia del establecimiento de las escalas del sistema que nos ocupa, radica en el hecho de que a partir de estas podemos cuantificar y comparar fenómenos diferentes que de otra manera nos sería imposible o muy difícil de lograr. Para comparar fenómenos con diferentes escalas; se hace uso de los diferentes números o indicadores adimensionales. Además de poder calcular algunas dimensiones difíciles de medir partiendo de otras más sencillas.

Una vez establecidos los números adimensionales relevantes, algunos autores como Gibson (1980) e Imberger e Ivey (1991), caracterizan los ambientes turbulentos por medio de diagramas hidrodinámicos; evidenciando la importancia del cálculo de las escalas presentes en un fluido para la caracterización del mismo.

2.3.1 Dinámica de las escalas.

Richardson (1921) propuso un modelo conceptual en el que la turbulencia totalmente desarrollada se aproxima a una jerarquía de remolinos de diferentes medidas. De tal forma que la energía que genera la turbulencia entra en el ambiente en la escala de los remolinos grandes y ésta se transfiere hacia remolinos de menor dimensión sucesivamente, hasta remolinos muy pequeños, donde la fuerza de viscosidad del fluido disipa esta energía en calor.

La cantidad de energía que se disipa por unidad de masa recibe el nombre de "tasa de disipación de la energía turbulenta" (ϵ). La hipótesis de Taylor establece que la transferencia de la energía de las escalas grandes hacia las pequeñas, es proporcional a el cuadrado de la velocidad característica de las escalas mayores (u^2), y ya que el período característico puede expresarse como el cociente de la velocidad característica entre la escala característica (u/ℓ); la transferencia de la energía es proporcional a $u^2 u/\ell$. Considerando que toda la energía transferida, terminará por disiparse en el mismo punto en forma de calor, tenemos

$$\epsilon = C \frac{u^3}{\ell} \quad (2.13)$$

Siendo C una constante.

La tasa de disipación ϵ puede ser estimada por este método partiendo de las escalas mayores en donde la viscosidad es poco importante, ya que los niveles de disipación en las escalas grandes están controlados principalmente por un comportamiento inercial y no viscoso.

2.3.2 Escala de Kolmogorov.

Siguiendo el razonamiento de Richardson y Taylor, Kolmogorov (1941) deriva la expresión del espectro de la energía turbulenta ($E_u(k)$) conocida como la "ley de Kolmogorov de $-5/3$ ".

$$E_u(k) \approx \alpha \epsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (2.14)$$

Donde α es una constante determinada experimentalmente ~ 1.56 (Wyngaard y Cote, 1971) y k el número de onda. Según Kolmogorov, la escala más pequeña

a la que puede existir un remolino (L_k) sólo depende de la relación entre la viscosidad cinemática (ν) y la disipación de la energía turbulenta (ϵ). Por lo que se expresa como:

$$L_k \approx \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{1/4} \quad (2.15)$$

El establecimiento de esta escala implica la presencia del llamado "subrango inercial de la energía turbulenta" con números de onda que van desde $\ell^{-1} < k < L_k^{-1}$ donde en ℓ entra la energía al sistema y en L_k se disipan. Como valores orientativos Piera (2000) resalta valores de $L_k \sim 10^{-3}$ para el océano y de $L_k \sim 10^{-2}$ para lagos y embalses.

2.3.3 Escala de Obukhov-Corrsin.

Obukhov y Corrsin van a deducir que la hipótesis propuesta por Kolmogorov, podría ampliarse para cualquier propiedad escalar (θ) de un fluido por lo que (2.14) puede ser expresada como

$$E_\theta(k) \approx \beta X_\theta \epsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (2.16)$$

Donde β es una constante, X_θ es la escala de disipación del escalar debido a la difusión molecular (D_θ). Por lo que el subrango inercial quedaría delimitado por $\ell^{-1} < k < L_c^{-1}$, donde L_c es la escala de Obukhov-Corrsin calculado como

$$L_c \approx \left(\frac{D_\theta^3}{\epsilon}\right)^{1/4} \quad (2.17)$$

que es válida si $D_\theta > \nu$.

Comparando (2.15) con (2.17), observamos que el papel de la viscosidad cinemática es reemplazado por la disipación molecular. A la relación entre estas dos variables, da como resultado el número de Prandtl ($Pr = \nu/D_\theta$). Así cuando la difusión molecular es menor a la viscosidad cinemática ($Pr > 1$) podemos decir que $L_k > L_c$; cuando esto ocurre la difusión molecular se mantiene por debajo de la escala de Kolmogorov, este hecho tiene un efecto que se explicará a continuación.

2.3.4 Escala de Batchelor.

Dado que la extrapolación directa de la hipótesis de Kolmogorov que hacen Obukhov y Corrsin, no toma en cuenta los mecanismos físicos de la mezcla turbulenta cuando $Pr > 1$. Ya que en este caso las escalas características del escalar que se difunde L_c están por debajo de la escala característica de Kolmogorov, donde el fluido no puede ser considerado turbulento.

Si se considera que la escala característica de la difusión molecular del escalar en cuestión se encuentra por debajo de la escala de Kolmogorov, Batchelor establece el "subrango viscoso-convectivo" donde ($\gamma = (\epsilon/\nu)^{1/2}$) por lo que la escala de Batchelor donde se desarrolla el subrango antes mencionado se establece como:

$$L_B \approx \left(\frac{D_\theta}{\gamma}\right)^{1/2} \approx \left(\frac{D_\theta^2 \nu}{\epsilon}\right)^{1/4} \quad (2.18)$$

2.3.5 Escalas aplicables a fluidos estratificados.

Escala de Ozmidov.

En sistemas naturales el análisis turbulento se complica un poco más, debido a que el fluido no es homogéneo además de presentar distintos grados de estratificación. Lo que delimitará la forma vertical del remolino.

Si consideramos que las capas límite del fondo y la superficie, están lo bastante lejos para que el factor limitante del desarrollo de la turbulencia sean solo las fuerzas de empuje. De modo que la amplitud vertical característica de los remolinos (L_R) será aquella en la que las fuerzas inerciales se igualen a las fuerzas de flotabilidad. Si consideramos además que u es la velocidad característica del flujo, y N la frecuencia de Brunt-Väisälä definida en §2.4 como la fuerza de empuje; cuando las fuerzas de empuje igualan a las fuerzas de inercia ocurre que $u \approx NL_R$ substituyendo esta velocidad característica en la ecuación de dispersión expresada en (2.13) se obtiene la escala vertical característica de los remolinos, conocida como la escala de Ozmidov

$$L_R \approx \left(\frac{\epsilon}{N^3}\right)^{1/2} \quad (2.19)$$

Escala de producción de cizalladura.

En un fluido estratificado donde el gradiente de densidad es pequeño o la velocidad característica (u) es grande, es probable que los esfuerzos de cizalla sean mayores que los de empuje. En este caso son estos esfuerzos los que limitan el tamaño de los remolinos característicos, Turner (1973) y Strang y Fernando (2001) definen esta escala característica como

$$L_s = \frac{u}{du/dz} \quad (2.20)$$

Donde du/dz es el gradiente de velocidad en la columna o cizalladura media. Para este caso también es posible realizar el cálculo de la velocidad característica en función de la disipación (2.13) y la escala característica ($u \approx (\epsilon L_s)^{1/3}$) obteniendo la expresión de la escala

$$L_s \approx \left(\frac{\epsilon}{du^3/dz}\right)^{1/2} \quad (2.21)$$

Dada la analogía entre la escala de Ozmidov (2.19) y la de cizalladura (2.21), puede utilizarse otro parámetro adimensional que les relacione. Para medir la relevancia de la estratificación sobre la cizalladura se usa el número de Richardson de gradiente desarrollado en §2.5. Considerando como la escala relevante la escala

característica de Ozmidov en el caso de $Ri_g > 1$ y como relevante la escala característica de producción de cizalladura si $Ri_g < 1$.

2.3.6 Escalas cinemáticas.

Escala de Ellison.

Dentro de las escalas cinemáticas, esta es definida a partir de un punto fijo o en transectos horizontales; donde se toman medidas vectoriales del fluido, en este caso de densidad. En principio se establece que la distancia vertical típica (L_E) recorrida por una partícula de fluido antes de mezclarse o de regresar a su punto de equilibrio es

$$L_E \approx - \frac{[\overline{\rho'^2}]^{1/2}}{\partial \bar{\rho} / \partial z} \quad (2.22)$$

Donde ρ' son las fluctuaciones de densidad respecto de la densidad media $\bar{\rho}$ y $\partial \bar{\rho} / \partial z$ es el gradiente medio de la densidad en el punto de medición. Algunas limitaciones de esta escala están relacionadas con el hecho de que el valor de referencia se define solo mediante fluctuaciones temporales, donde pueden ser incluidos efectos de ondas internas. Otra limitación es la arbitrariedad de esta escala en el gradiente ya que este depende en buena medida del número de puntos que se tomen en cuenta, este efecto no es importante en gradientes lineales (Ellison, 1957).

Escala de Thorpe.

Otro método práctico para definir una escala espacial partiendo de medidas en perfiles verticales va a ser desarrollado por Thorpe (1977). El principio se basa en que algunos puntos del perfil medidos son gravitatoriamente inestable, de tal modo que este perfil puede ser reordenado de manera que sea estable; el perfil estable se considera de referencia y comparando los dos perfiles se puede calcular el "desplazamiento de Thorpe" (d_t).

El valor cuadrático medio del desplazamiento de Thorpe define la escala de Thorpe (L_T) (Dillon (1982), Crawford (1986)) como

$$L_T \approx \langle d_t^2 \rangle^{1/2} \quad (2.23)$$

Donde $\langle \rangle$ denota la media vertical. y aunque esta longitud característica también depende del número de puntos tomados para su cálculo, es menos sensible a la no linealidad de referencia además de que d_t no tiene una escala característica. Dado que los perfiles verticales están muy extendidos en las medidas de estudios oceanográficos, es de entender que la escala de Thorpe sea una de las más utilizadas como escala cinemática de referencia.

A modo de recapitulación las escalas de longitud que en este trabajo tomaremos en cuenta y la interpretación de las fuerzas que en la determinación de la escala intervienen se encuentran plasmadas en la tabla 2.1.

Tabla 2.1: Escalas de longitud relevantes para flujos turbulentos con cizalladura como los de este trabajo.

Escala	Nombre	Significado Físico
L_0	Escala de la energía turbulenta	El tamaño del remolino más grande que puede encontrarse en una zona turbulenta, normalmente este esta referido a los límites geométricos de contorno.
$L_k \equiv (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$	Escala de Kolmogorov	Escala inercial viscosa: Donde las fuerzas inerciales turbulentas se igualan a las fuerzas viscosas, es decir El tamaño del remolino más pequeño posible de encontrar antes que sea disipado por las fuerzas de viscosidad.
$L_c \approx (\frac{D_\theta^3}{\epsilon})^{1/4}$	Escala de Oboukhov-Corrsin	Escala inercial molecular: Esta escala característica esta determinada por la distancia a la que ocurre la difusión de un escalar del fluido debido a la difisión molecular.
$L_B \approx (\frac{D_\theta^2 \nu}{\epsilon})^{1/4}$	Escala de Batchelor	Escala característica que toma en cuenta la difusión por debajo de la escala de Kolmogorov por lo que esta escala característica, esta determinado por las fuerzas de viscosidad, de difusión molecular y de inercia.
Para fluidos estratificados		
$L_r \equiv (\epsilon/N^3)^{1/2}$	Escala de Ozmidov	Escala de empuje inercial: Donde las fuerzas inerciales de la turbulencia son igualadas a la estabilidad del fluido estratificado, es decir el tamaño mínimo vertical requerido de un remolino para que la fuerza de este logre que una porción de fluido pueda ser movida hacia a otra capa de fluido.
$L_s \approx (\frac{\epsilon}{d u^3 / dz})^{1/2}$	Escala de producción por cizalladura.	Escala de los remolinos limitada por la advección del flujo.

2.4 Fuerzas que intervienen.

En un fluido estratificado, las fuerzas que intervienen se encuentran condensadas en la tabla 2.2. En este trabajo nos centraremos en las fuerzas másicas y gravitatorias; en las formas de evaluarlas, analizarlas y compararlas.

Tabla 2.2: Fuerzas que intervienen en la dinámica básica de un fluido estratificado.

Fórmula	Fuerza
∇p	Presión
$\nu \nabla^2 u$	Viscosas
ρg	Gravitatorias
ρf	Másicas de Rotación

Es importante definir antes la masa y la energía potencial que puede presentar una capa, una porción o toda la columna en un fluido estratificado.

Usando el sistema referencial como la altura (h) total de una capa de agua y el origen como la parte más profunda de la misma para ser congruentes con el sentido de la dirección de la gravedad. Podemos calcular la masa (M) de una capa dentro de un perfil de densidades (ρ) de la forma:

$$M = \int_0^h \rho_h dh \quad (2.24)$$

Si dividimos esta capa analizada en supcapas de tal manera que tomamos en cuenta que la energía potencial de estas subcapas a su vez dependen de la posición de estas dentro de la columna tendremos que:

$$EP = \int_0^h g \rho_h h dh \quad (2.25)$$

La energía potencial de toda la columna de agua (o de una de sus capas) es la suma de la energía potencial de todas y cada una de las supcapas que la componen.

2.4.1 Las fuerzas de empuje.

El empuje como tal es generado por las diferencias que puedan existir entre la densidad de una parcela de agua y la densidad del entorno donde esta se encuentre.

En un cuerpo de agua los cambios de cualquiera de sus características (escalares como ρ , t , nutrientes, etc..) puede ocurrir tanto en sentido horizontal como vertical, el efecto de la gravedad produce cambios predominantemente en la vertical, que son los referidos a la columna de agua por unidad de área. La densidad de un fluido varía de acuerdo la temperatura T , sólidos disueltos S y presión P

del mismo. Una columna de agua sin cambios de densidad se le denomina como columna no estratificada como la que nos muestra la figura 2.8a. En caso contrario se le denomina columna estratificada, esta estratificación puede ser lineal (figura 2.8b); si el cambio es brusco en un punto determinado se dice que existe una interface de densidades. Una interface se define como la capa que separa dos fluidos de densidades diferentes (figura 2.8c).

Las diferencias en la densidad de los fluidos y la posición de los mismos en una columna de agua determinará la estabilidad de la interface. De acuerdo a la *posición* de los diferentes líquidos, una interface puede ser inestable si el fluido pesado se encuentra sobre el fluido ligero (menos denso) generando el descenso del fluido pesado y el ascenso del ligero, hasta que el fluido pesado se encuentre bajo el fluido ligero. Lo que conduce a una posición de equilibrio o interface estable si no existen mecanismos desestabilizadores como cambios de temperatura, agitación, etc.

Un fluido puede tener una densidad *alta* o *baja*, dependiendo del ambiente en el que se encuentra. En el caso más simple una columna en equilibrio, el fluido con la densidad mayor se encuentra siempre en la parte más baja mientras que el de menor densidad en la parte más alta. Si tomamos una masa de fluido de una densidad dada y la colocamos en una posición más baja, ésta al ser menos *pesada* que el entorno tenderá a ir hacia su posición de equilibrio original elevada lo que le confiere de momento una flotabilidad positiva. El efecto contrario ocurrirá si esta misma parcela se coloca en una posición elevada se genera una flotabilidad negativa ó hundimiento. A este efecto le llamaremos empuje.

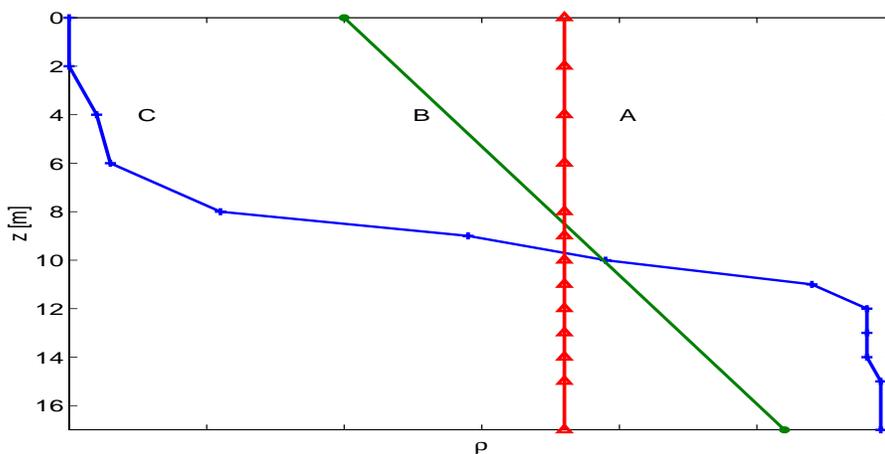


Figura 2.8: Ejemplos de gradientes de densidades en una columna de agua. A) Sin estratificar, B) Linealmente estratificada y C) estratificada con una interface abrupta de densidad. Para los tres casos la densidad (ρ) se representa en el eje x y la profundidad (z) en el eje y .

El empuje.

En una columna estable las densidades de cualquier masa de agua se encuentra en equilibrio con la densidad de la capa en que se encuentre, es decir que la densidad de cualquier porción de agua (ρ) es igual a la densidad de el agua de la capa en la que se encuentra (ρ_a), de tal forma que

$$\rho - \rho_a = 0 \quad (2.26)$$

en estas condiciones podemos decir que el empuje que presenta una masa de agua en una capa dada es igual a cero.

Por otra parte si una masa de agua cambiara su posición en una columna de agua estratificada y por lo tanto cambiara la densidad de la capa en la nueva posición, por ejemplo como efecto del paso de una oscilación inercial como puede ser una onda interna, la figura 2.9A muestra este efecto en una masa de agua que se encuentra justo en la capa de mezcla. En la nueva capa que se encuentre la masa de agua se verá afectada por una fuerza de empuje que dependerá de la diferencia de densidad entre la masa y la capa de la forma

$$b = g \frac{\Delta\rho}{\rho_a} \quad (2.27)$$

donde b es el empuje ("buoyancy") de la masa de agua, $\Delta\rho$ la variación de densidad de la masa de agua con respecto a la densidad de la capa de agua donde se encuentra ($\rho - \rho_a = \rho'$) y g la fuerza de aceleración de la gravedad.

Escalas de tiempo de empuje característicos.

La expresión que describe el empuje $[(g/\rho_0)\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z}]$ posee dimensiones s^{-2} . Si las condiciones son estables ($\partial\bar{\rho}/\partial z > 0$), es decir que el gradiente de la densidad aumenta conforme a la profundidad podemos definir el tiempo característico como:

$$\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z} \equiv N^2 \quad (2.28)$$

Para condiciones inestables ($\partial\bar{\rho}/\partial z < 0$) en donde la densidad disminuye al aumentar la profundidad se define:

$$\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z} \equiv T_b^{-2} \quad (2.29)$$

Las soluciones de estas dos ecuaciones diferenciales son muy distinta, ya que para (2.28) la solución es oscilatoria de la forma:

$$\rho(t) = A_0 \sin(Nt + \varphi_0) \quad (2.30)$$

con A_0 y φ_0 como la amplitud y fase iniciales, mientras que para (2.29) la solución es exponencial:

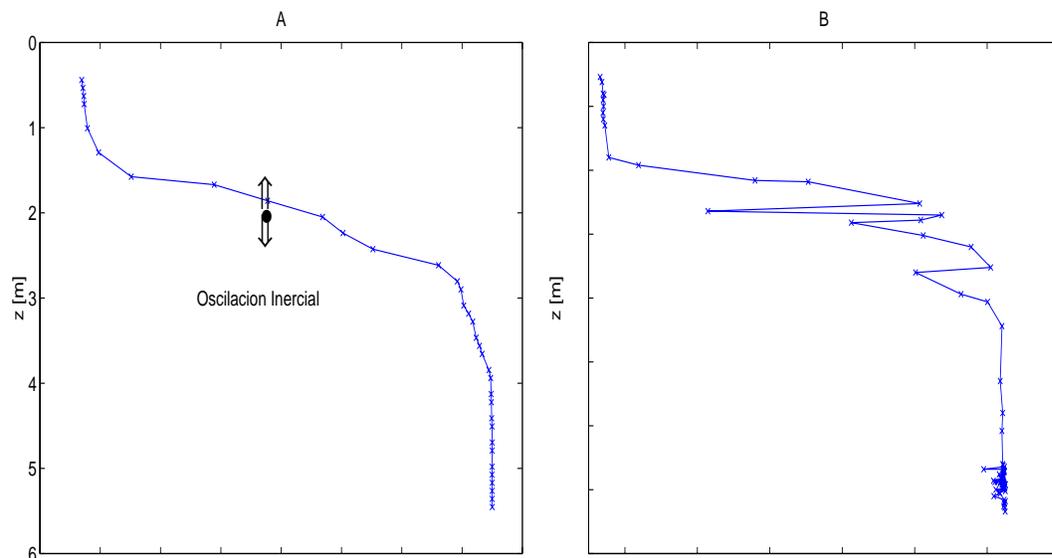


Figura 2.9: Inestabilidad de una masa de agua en una interface de densidad por una oscilación inercial. En un perfil de densidad sin perturbación (A), y un perfil de densidad que evidencia el paso de una onda interna (B).

$$\rho(t) = A_0 e^{t/T_b} \quad (2.31)$$

Donde N describe el llamado parámetro de frecuencia de Brunt Väisälä de ondas de gravedad en un ambiente estable, la figura 2.10 muestra la evolución en el tiempo de una oscilación natural en una interface de densidades. Si las condiciones que provocan estas inestabilidades se mantienen, la escala de tiempo de empuje (*buoyancy time scale*) T_b varía según la amplitud de la inestabilidad. En el océano en condiciones de verano un típico T_b se presenta en minutos, mientras que inestabilidades más fuertes equivalen a valores pequeños de la escala de tiempo del empuje T_b . Por otra parte para un ambiente neutral ($\partial\bar{\rho}/\partial z = 0$), la escala de tiempo de empuje $T_b \rightarrow \infty$ y la frecuencia de Brunt Väisälä $N = 0$.

2.5 Descriptores de la dinámica física de interfaces de densidades.

Los descriptores físicos en un ambiente con un alto valor ecológico como el área del estuario del delta del Ebro, son una herramienta importante para poder entender los flujos de masa de nutrientes, organismos y posibles materiales contaminantes; componentes del agua del río.

El número de Richardson de gradiente, los números de Reynolds y el enrañamiento son importantes descriptores de las hidrodinámica local de fluidos

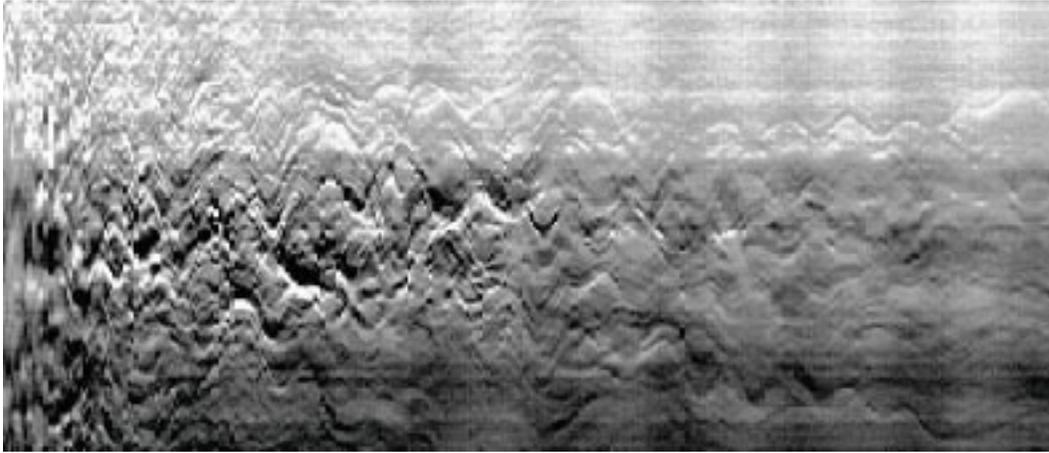


Figura 2.10: Evolución en el tiempo de la oscilación de una interface de densidad para un ambiente estable.

estratificados; estos juegan un papel importante en el desarrollo de la mezcla en el sentido horizontal y vertical (Turner, 1973; French, 1988; Strang y Fernando, 2001).

El rango de eficiencias de mezclas y los coeficientes relacionados con la difusión turbulenta y su parametrización, son importantes para una correcta interpretación y modelaje de la dinámica de fluidos (Hopfinger, 1987a; Fernando, 1991).

2.5.1 El entrañamiento E .

El estudio del transporte y mezcla a través de una interface que separa una capa con esfuerzos de corte turbulentos de una capa densa y homogénea es un esfuerzo apreciado desde el contexto tanto atmosférico, como oceánico, también es importante conocer la mezcla vertical en un estuario entre las distintas capas. En la capa superior el transporte vertical redistribuye y finalmente mezcla de manera irreversible cambiando substancialmente las propiedades de esta capa, el proceso responsable del intercambio entre las dos capas a través de la capa de mezcla está controlado por efectos del empuje.

En la naturaleza la turbulencia puede ser generada por mecanismos varios como la fuerza de cizalla media generado por la diferencia de velocidades en la misma capa, rompimiento de las olas en la superficie, por convección al enfriarse la superficie, o por la rotura de ondas internas que se propagan en la interface. En particular se sabe que el esfuerzo de corte o cizalla es la mayor fuente de mezcla en los flujos naturales, este no sólo produce turbulencia por interacción con los tensores de Reynolds ($\overline{u_i u_j}$) sino que además puede causar mezcla con la combinación de inestabilidades como las de Kelvin-Helmholtz (K-H), Hölmboe o vórtices bipolares (Redondo et al (1996), Strang y Fernando (2001)).

Cabe mencionar que en un canal como es el caso del estuario que nos ocupa,

el efecto de las paredes puede interactuar con el esfuerzo de corte de la interface de tal manera que este se amplifica incrementando la energía cinética turbulenta, a este respecto Kantha et al (1977) refieren que los efectos de las paredes pueden despreciarse si la profundidad del fondo Z respecto al ancho del canal W es $Z/W < 2/3$. En el caso del río Ebro este factor es de $\simeq 0.1$ frente a los 0.6 del estimado por Kantha et al en sus experimentos. Por lo que para este trabajo, el efecto que las paredes puedan suponer sobre la energía cinética turbulenta es despreciado, en todo caso se encuentra integrado en la medición de la velocidad media *in situ* durante las diferentes campañas de muestreo.

Sin embargo es de capital importancia evaluar los mecanismos productores de mezcla a través de una interface de densidades que a su vez dependen de la tasa de transferencia de energía cinética a energía potencial, dando como resultado la elevación del centro de gravedad de la columna estratificada inicialmente.

Turner (1968, 1973) propone que por medio de experimentos con rejilla oscilante la definición de la velocidad de entrañamiento V_e como el cambio de la posición la interface D respecto del tiempo t de la forma:

$$V_e = \frac{dD}{dt} \quad (2.32)$$

Y establece también que el entrañamiento corresponde a

$$E = \frac{V_e}{U} \quad (2.33)$$

Donde U es la velocidad global o de referencia, mas adelante se mostrará el efecto de la ley general de entrañamiento. En este sentido varios experimentos se han llevado a cabo por varios autores evaluando el entrañamiento de diferentes tipos de interfaces bajo condiciones de laboratorio (Redondo (1988, 2001), Stephenson y Fernando (1991), Sullivan y List (1993, 1994), Strang y Fernando (2001)).

El flujo de empuje.

Una vez establecida la velocidad de entrañamiento V_e como la velocidad a la que avanza una interface en la columna de agua y tomando en cuenta que el empuje ($b = \frac{g\Delta\rho}{\rho_a}$ de acuerdo a (2.27)), es la relación que existe entre las fuerzas que generan las diferencias de densidad entre una parcela de agua y su entorno; tenemos que al multiplicar estos dos factores, obtenemos una potencia a la que se denomina flujo de empuje (o *buoyancy flux*) \tilde{f}_b

$$\tilde{f}_b = \rho_a b V_e = g\Delta\rho V_e \quad (2.34)$$

Esta ecuación puede escribirse a la vez en función del transporte turbulento, que puede estimarse como la media de los valores absolutos de las fluctuaciones de la velocidades en sentido vertical (w) de tal manera que:

$$\tilde{f}_b \simeq \rho_a b \overline{|w'|} \quad (2.35)$$

La interpretación del flujo de empuje es la velocidad de mezcla entre dos capas debida al empuje generado por las diferencias de densidad locales. Desde el punto de vista de las velocidades en la columna de agua el flujo de empuje es la correlación que existe entre las variaciones de velocidad (w') en la profundidad con las variaciones de densidad (ρ') en una capa dada a una profundidad z

$$\tilde{f}_b = g \overline{\rho' w'} \approx g \Delta \rho V_e \quad (2.36)$$

Esta relación es importante dado que el flujo de empuje determinará en gran manera la estabilidad de la interface como se verá en §2.5.2.

2.5.2 Números de Richardson.

Número de Richardson de flujo.

Un parámetro que compara el rango de producción de energía por empuje comparada con la producción de cizalla o por la energía cinética turbulenta; es el llamado Número de Richardson de Flujo, que se define como:

$$Ri_f = \frac{g}{\rho_0} \frac{\overline{w' \rho'}}{\overline{u' w'} (\partial \bar{u} / \partial z)} \quad (2.37)$$

donde ρ_0 y ρ' son la densidades del ambiente y las variaciones de densidad respectivamente, u' y w' son las variaciones de las componentes de la velocidad en el sentido x y z respectivamente mientras que z es la coordenada de profundidad y g de la gravedad.

Si una porción de masa de agua de la interface es transferida hacia una de las capas por encima de la interface (a menor profundidad) tendremos que el empuje que ejerce ésta a el fluido que ahora lo envuelve produce una correlación entre la densidad y la velocidad vertical positiva ($\overline{w' \rho'} > 0$), y la correlación que produce transferencia de velocidades de u a w es negativa ($\overline{u' w'} < 0$) si el gradiente de velocidades en la columna es positivo ($\partial \bar{u} / \partial z < 0$); el número de Richardson de flujo será negativo dado que la energía cinética se ve incrementada en este caso al elevar una masa a un nivel de energía potencial mayor. El flujo de masa ascendente y generalmente corresponde a valores negativos del gradiente de densidad respecto de la profundidad ($\partial \bar{\rho}' / \partial z < 0$), a lo que se le denomina una columna de agua localmente inestable.

En estas condiciones la masa de agua desplazada inicialmente hacia arriba llegará a una capa en la que el ambiente es menos denso que ella, debido a lo cual el ambiente ejercerá un empuje hacia las capas de agua por debajo de la interface. Lo que crea un flujo de la masa hacia aguas bajas (más profundas), en este nuevo ambiente la densidad mayor a el de la masa de agua en observación genera un empuje negativo ($\overline{w' \rho'} < 0$); la energía cinética acumulada se pierde y el Richardson de flujo es positivo. Valores negativos de empuje generalmente

corresponden a valores positivos de gradiente de las variaciones de densidades ($\partial\bar{\rho}'/\partial z < 0$), esto es llamado estratificación estable. Si un número de Richardson de flujo R_f positivo se vuelve lo suficientemente grande, indica que la turbulencia produce una gran mezcla vertical.

Número de Richardson de gradiente.

Mientras que el número de Richardson de flujo evalúa la variación de de la transferencia de momento debida a las transferencias de las velocidades horizontales hacia las verticales en la interface, el número de Richardson de gradiente evalúa de manera general y a través de toda la interface, donde los gradientes de densidad y velocidad son constantes la forma en que esta es capaz de recuperar su forma original debido al gradiente de densidad, frente a la fuente desestabilizante que es el gradiente de velocidad existente a través de la interface.

Formalmente el Ri_f y el Ri_g están relacionados mediante la hipótesis de que los flujos son proporcionales a los gradientes y si tomamos en cuenta que la fuente energética de la interface es generada por los remolinos característicos presentes; el coeficiente de viscosidad turbulenta (ν_T) puede ser definido como parte de la razón horizontal respecto a la componente vertical de la velocidad, como:

$$\overline{u'w'} \equiv \nu_T \frac{\partial U}{\partial z} \quad (2.38)$$

A la vez el coeficiente de difusión turbulenta (γ_T), puede ser definido como la razón de los cambios de la componente vertical de la velocidad respecto de los cambios observados en la densidad de forma que:

$$\overline{\rho'w'} \equiv \gamma_T \frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial z} \quad (2.39)$$

Estas relaciones nos representan los flujos de momento (2.38) y de empuje (2.39) respecto a los gradientes, por lo que el Número de Richardson de Flujo (2.37) puede ser escrito como:

$$Ri_f = \frac{\gamma_T g}{\nu_T \rho_0} \frac{\partial \bar{\rho}'/\partial z}{(\partial U/\partial z)^2} \quad (2.40)$$

Si los componentes de la difusividad turbulenta (γ_T) y de la viscosidad turbulenta (ν_T) se mantienen aproximadamente iguales de acuerdo a la hipótesis de Richardson, valores que se pueden asumir si el valor absoluto de R_f es pequeño, la expresión resultante contiene variables que pueden ser medidas con relativa facilidad; esto sugiere un parámetro diferente que es el número de Richardson de gradiente, que puede ser usado como:

$$Ri_g \equiv \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\rho}'/\partial z}{(\partial U/\partial z)^2} \quad (2.41)$$

Los parámetros Ri_f y Ri_g son aproximadamente los mismos guardando una relación igual a la de los coeficientes de intercambio dado que $Ri_f/Ri_g = \gamma_T/\nu_T$, usualmente $(\gamma_T/\nu_T)^{-1}$ se denomina número de Schmidt (o de Prandtl) turbulento.

Observaciones experimentales muestran que una interface turbulenta no puede ser mantenida si el valor de Ri_g se encuentra por debajo del valor crítico de 0.2 para la atmósfera (Tennekes y Lumley, 1994), mientras que valores experimentales de 0.006 ± 0.002 son reportados como estables por (DeSilva et al., 1999) para interfaces de densidad en un canal de agua.

Número de Richardson de gradiente y la escala de tiempo del empuje.

Se ha mencionado al inicio de este apartado que el número de Richardson de gradiente descrito arriba, describe la razón entre las fuerzas estabilizadoras y desestabilizadoras de la estratificación en la interface debido principalmente a los gradientes de densidad y velocidad a través de la interface.

Sin embargo es posible aún establecer una manera mas general de relacionar las fuerzas presentes en la determinación del Ri_g , esta es recordando la definición formal del empuje definido por la ecuación de Brunt-Väisälä descrita anteriormente como $N^2 = \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z}$. Por lo que substituyendo adecuadamente N^2 en (2.41), tendremos:

$$Ri_g = \frac{N^2}{(\partial U / \partial z)^2} \quad (2.42)$$

Por lo anterior el número de Richardson de gradiente también puede ser interpretado como la relación existente entre la frecuencia asociada al empuje y la frecuencia asociada al gradiente de velocidad en la interface, es decir establece la razón entre las fuerzas desestabilizadoras representadas por la cizalladura y las restauradoras representadas por el empuje.

Número de Richardson global.

El número de Richardson global (*bulk* u *overall*), relaciona las mismas fuerzas que el número de Richardson de gradiente pero estas se definen en término de las escalas globales impuestas por la cizalladura, de forma:

$$Ri_b = \frac{\Delta b D}{\Delta U^2} \quad (2.43)$$

Donde D es la profundidad a la que se encuentra la interface y por lo tanto la escala característica de la energía que genera la turbulencia, por lo que:

$$Ri_g \propto Ri_b \quad (2.44)$$

2.5.3 Mezcla en fluidos estratificados con cizalladura.

La mezcla en una interface de densidades en presencia de cizalladura, puede ocurrir directamente por la interacción de los remolinos turbulentos con la interface produciendo efectos de engolfamiento y rompimiento de ondas internas.

Desde los años 40 en que Keulegan (1949) desarrollara los primeros experimentos de laboratorio en fluidos estratificados con cizalladura, se han desarrollado un gran número de estudios de este tipo. En general estos se pueden desarrollar según Fernando (1991) en 5 categorías:

1. Flujos provocados por forzamiento de viento (p.ej. Kato y Phillips (1969), Wu (1973)).
2. Flujo provocado por el movimiento de una capa superior ligera (Ellison y Turner (1959)).
3. Mezcla provocada en la interface por medio de corriente de densidad o corriente de gravedad (Simpson, 1987).
4. Mezclando la interface y evaluando el volúmen agregando y quitando fluido (Moore y Long, 1971).
5. Flujo provocado por una cizalladura controlada en la capa superficial (Narimousa et al., 1986).

La mayoría de estos experimentos se enfocaron a la determinación de la ley de entrañamiento. Además del uso del número de Richardson de gradiente y el número de Richardson global se usan comunmente los números de Richardson como $Ri_* = g\Delta\rho D/\rho u_*^2$, y $Ri_w = g\Delta\rho w/\rho\Delta U u_*$, donde u_* es la velocidad de fricción en la superficie, w el ancho de la capa donde se provoca la energía turbulenta por medio del uso de aparatos y Δu el gradiente de la velocidad a través de la interface.

Con todo estos tipos de experimentos, es normal que el consenso acerca de una ley de entrañamiento general sea difícil de alcanzar, en este sentido Scranton y Lindberg (1983), Deardorff y Yoon (1984) y Narimousa y Fernando (1987) discuten sobre los procesos turbulentos que producen mezcla por cizalladura en una interface, incluso Fernando (1991) especula que la causa probable de este desacuerdo sea debido a la presencia de un flujo secundario en algunos de los experimentos; sin embargo todos ellos terminan argumentando que la escala de la velocidad relevante en la mezcla producida en una interface por cizalladura debe ser Δu .

Christodoulou (1986) hace una comparación general de un grupo de experimentos donde una interface de densidades es sujeta a la fuerza de cizalladura donde solo una de las capas se encuentra en movimiento, este autor resalta la relación que presenta el entrañamiento respecto al número de Richardson global (Ri_b) la figura 2.11 propuesta por Christodoulou (1986) y complementada por Fernando (1991) destaca estas relaciones.

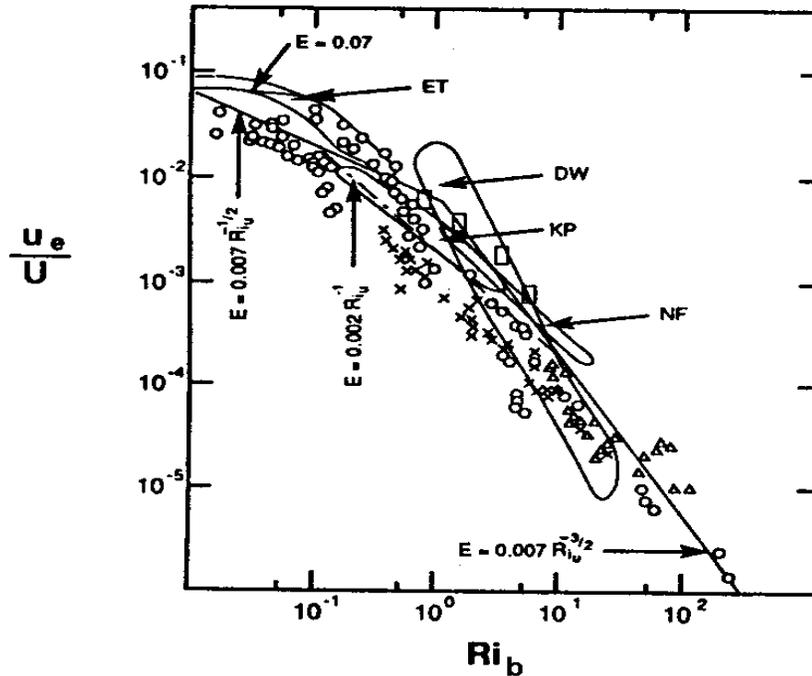


Figura 2.11: Funciones del entrañamiento respecto a diferentes números de Richardson global propuesta por Christodoulou (1986) y complementada por Fernando (1991). La simbología es la siguiente: +, experimentos sujetos a forzamiento superficial; Δ , corrientes de densidad; O, flujos superficiales en circuito abierto; X, evaluación del flujo; ET, Ellison y Turner (1959); DW, Deardorff y Willis (1982); NF, Narimousa y Fernando (1987); KP, Kato y Phillips (1969).

De acuerdo a estas relaciones podemos establecer tres zonas en donde el Ri_b es pequeño, intermedio y grande descritos en la tabla 2.3. Para experimentos con números de Richardson global bajos, el entrañamiento es independiente de Ri_b , sin embargo cuando este se incrementa E depende de los mecanismos de mezcla interfacial, y existe en apariencia diferentes leyes exponenciales, lo que implica que para el rango pequeño, la ley de entrañamiento toma la forma $E \sim Ri_b^{-1/2}$. Con anterioridad Pollard et al. (1973) propuso que $E \sim Ri_*^{-1/2}$ asumiendo que Ri_b permanecía constante de igual forma que Mellor y Durbin (1975), Price (1979) y Eidnes et al. (1986), pero este supuesto no se cumplía para los experimentos de Deardorff y Willis (1982).

Para valores intermedios de Ri_b Christodoulou (1986) propone $E \sim Ri_b^{-1}$ y para el rango de los valores grandes de Ri_b propone una relación $E \sim Ri_b^{-3/2}$. No se han realizado estudios detallados sobre la mezcla producida por difusividad molecular dominante en fluidos estratificados con cizalladura, ya que usualmente se usa la teoría de Phillips (1977) para estimar el valor de Ri_b , donde los efectos difusivos son dominantes (Narimousa et al., 1986).

Tabla 2.3: Valores de los rangos pequeño, intermedio y grande para el Ri_b propuestos por Christodoulou (1986).

Rango	$E \sim Ri_b^n$
$0.5 < Ri_b < 1$	$E \sim Ri_b^{-1/2}$
$0.1 < Ri_b < 10$	$E \sim Ri_b^{-1}$
$1.0 < Ri_b < 100$	$E \sim Ri_b^{-3/2}$

Por el contrario existe también una serie de experimentos de laboratorio realizados con flujos turbulentos con media cero, con caída de rejilla o rejilla oscilante (ver Turner (1973), Linden (1980) o Redondo (2001)) donde se observa una dependencia de la ley de entrañamiento con la difusividad molecular del soluto.

2.5.4 Eficiencia de mezcla.

La eficiencia de mezcla (η) representa la fracción de la energía cinética turbulenta que incrementa la energía potencial de acuerdo con (2.25) en una columna estratificada, de tal manera:

$$\eta = \frac{\partial EP}{\partial t} / P_c \quad (2.45)$$

Donde P_c es el tiempo característica de la tasa de producción de energía turbulenta por la cizalladura y $\partial EP / \partial t$ es el cambio de la energía potencial en la columna de agua.

La eficiencia de mezcla se puede dividir en dos términos, la producción de la energía turbulenta producida en la interface (*int*) y el producido por la cizalladura (*c*).

$$\eta = \left(\frac{\partial EP_{int}}{\partial t} + \frac{\partial EP_c}{\partial t} \right) / P_c \quad (2.46)$$

Si se asume que la relación del cambio de la energía potencial generada por la energía turbulenta local de la interface es directamente proporcional a la producción de energía turbulenta producida por la cizalladura tenemos:

$$\frac{\partial EP_c}{\partial t} / P_c = \eta_k \quad (2.47)$$

Donde η_k denota una eficiencia de mezcla constante.

Por definición el número de Richardson de flujo es la relación entre el incremento de la energía potencial con la producción de energía turbulenta debida a la cizalladura interfacial. Por lo que Ri_f puede escribirse como:

$$Ri_f = \frac{\partial EP_{int}}{\partial t} / P_{int} \quad (2.48)$$

Resolviendo (2.46) con las relaciones (2.47) y (2.48):

$$\eta = Ri_f \frac{P_{int}}{P_c} \quad (2.49)$$

La relación P_{int}/P_c puede ser constante si existe una relación directa de la cizalladura de la interface con la de la capa superior, de forma general se puede considerar al número de Richardson de flujo como indicativo de la eficiencia de la mezcla como

$$\eta = Ri_f \quad (2.50)$$

y por lo tanto se tiene que $\eta < 1$ ya que esta representa la fracción de la energía aportada convertida en energía potencial. Geyer y Farmer (1989) observan este efecto entre la interface y la capa límite del fondo del estuario formado en el río Fraser. Asumiendo esta situación la eficiencia de mezcla resulta una medida del número de Richardson de flujo. Tomando en cuenta la definición del número de Richardson tenemos:

$$Ri_f = \frac{\gamma_T}{\nu_T} Ri_g \quad (2.51)$$

Donde K_z y N_z son los coeficientes de difusividad y viscosidad turbulenta que mantiene la energía turbulenta. La forma de la curva donde el Ri_f se incrementa en relación del incremento de Ri_g que es proporcional a Ri_b y que depende de la relación de los coeficientes de difusividad y viscosidad turbulenta.

Hasta los trabajos de Linden (1979, 1980) se consideraba válida la hipótesis de Richardson quien argumentaba que para turbulencia desarrollada $\gamma_T = \nu_T$ y por lo tanto $Ri_f = Ri_g$. Sin embargo se comprobó que existe una fuerte variación no lineal entre Ri_f y Ri_g de la forma mostrada en la figura 2.12, tomando en cuenta la relación de la ecuación (2.44).

Este comportamiento es también observado en flujos con cizalla y media no nula (Rohr et al. (1988), Strang y Fernando (2001)), e indica claramente que cuando aumenta la estabilidad de la interface, la transferencia de materia y momento se inhibe. Para cuantificar esta relación para estuarios Dyer (1988) propone la expresión:

$$\frac{\gamma_T}{\nu_T} = \frac{1}{(1 + \beta Ri_b)^n} \quad (2.52)$$

Resolviendo (2.49) con la expresiones (2.51) y (2.52):

$$\eta = \frac{\alpha Ri_b}{(1 + \beta Ri_b)^n} \quad (2.53)$$

Donde $\alpha = P_{int}/P_c$.

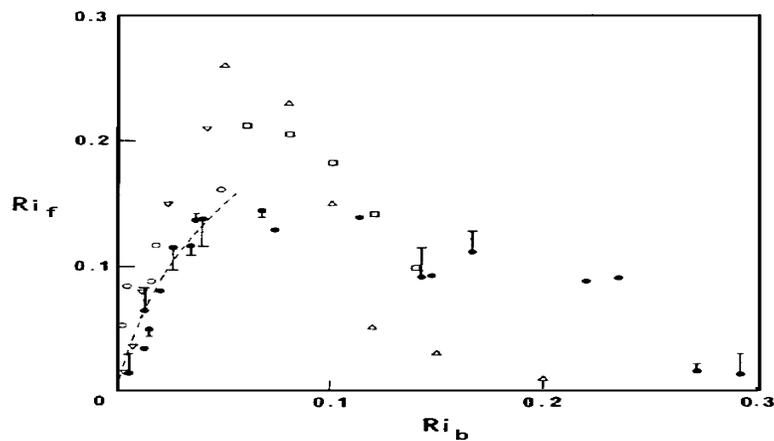


Figura 2.12: Número de Richardson de flujo contra número de Richardson global para diferentes experimentos compuesta por Linden (1979). ● mezcla producida por la caída de una rejilla de barras cuadradas a través de una interface de densidades, ▽ mezcla producida por vortices disparados en una interface de densidades, ○ valores calculados de perfiles medidos en la estela de una plataforma vertical, □ y △ valores de Ri_f medidos para la mezcla inducida por cizalladura.

2.6 El empuje en forma dinámica, clasificación de inestabilidades.

Ya que el empuje es la fuerza que tiende a establecer un equilibrio por las diferencias de densidad entre una masa de agua y el ambiente que le rodea, cuando la fuente de inestabilidad local se mantiene y forman inestabilidades en la interface simétricas, estas se denominan ondas de Hölmböe, que ocasionalmente pueden romper y causar mezcla como se puede observar en la figura 2.13. Otro tipo de inestabilidades locales en un ambiente donde la cizalladura comienza a tomar importancia, son las ondas de Kelvin-Helmholz (K-H) estas ondas rompen como se muestra en la figura 2.14 provocando turbulencia y mezcla local.

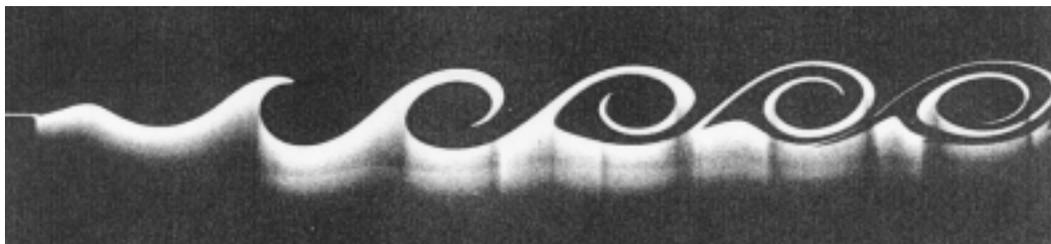


Figura 2.14: Onda de K-H en una una interface de densidad para un ambiente localmente inestable.

Es importante constatar que la aparición de los distintos tipos de inestabili-

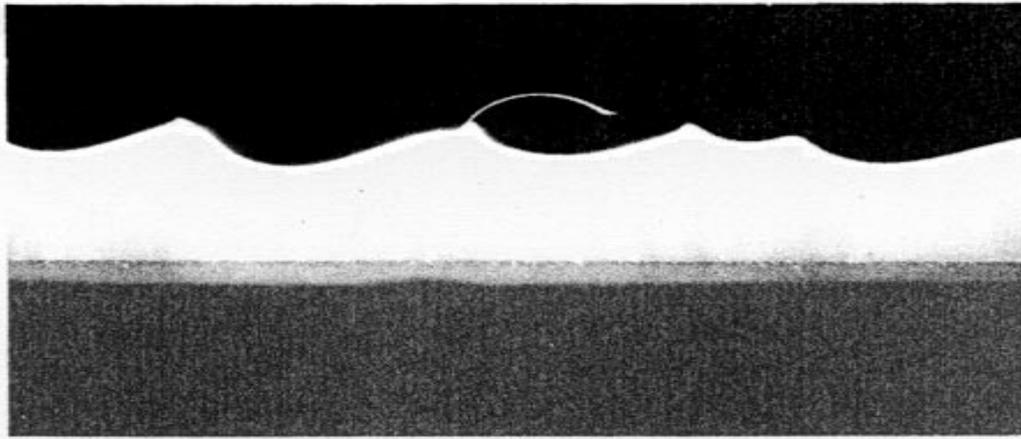


Figura 2.13: Inestabilidad de Hölmboe en una una interface de densidad para un ambiente localmente inestable.

dades que dominan la mezcla a través de una interface de densidad es compleja, y fuertemente dependiente de los números de Richardson y de Reynolds. Por una parte el número de Richardson indica la estabilidad de la interface por medio de la relación de las fuerzas de empuje respecto de la cizalladura, y por otra el número de Reynolds representa la energía característica que se genera en el flujo por medio de la relación de las fuerzas de advección respecto de la viscosidad cinemática.

Redondo (1987, 1989) mediante experimentación del tipo LIF (Laser Induced Fluoresceine) en un canal de Odell-Kovaszny con recirculación de agua, observa y las inestabilidades dominantes (figura 2.15) bajo un espacio paramétrico de Reynolds-Richardson mostrado en la figura 2.16. En este tipo de flujos se pueden observar fases intermedias como la figura 2.17 donde la inestabilidad se encuentra entre las estructuras de K-H con filamentos proyectados. Las zonas de las inestabilidades dominantes reportadas el mismo autor, son congruentes (figura 2.18) con el trabajo hecho por diferentes autores en flujos estratificados con cizalladura el mismo marco paramétrico.

Strang y Fernando (2001) establecen una relación de las inestabilidades que generan la mezcla en la interface por medio de el uso de una serie de experimentos hechos en un tanque con cizalladura y estratificación de tipo Odell-Kovaszny (Redondo, 1989), donde es posible generar un perfil prestablecido de velocidades en la columna de agua. De esta manera obtenian una cizalladura en la interface inducida por el movimiento de la capa superior. La tabla 2.4 muestra las relaciones entre las inestabilidades observadas en los diferentes números de Richardson global.

Tabla 2.4: Inestabilidades dominantes bajo diferentes números de Richardson global en un fluido estratificado con cizalladura producida por el movimiento de la capa superior Strang y Fernando (2001).

Ri_b	Inestabilidades dominantes
$1.5 < Ri_b < 3.2$	K-H
$3.2 < Ri_b < 5.0$	K-H y asimétricas
$5.0 < Ri_b < 5.8$	Asimétricas
$5.8 > Ri_b$	Hölmboe y simétricas



Figura 2.15: Diferentes tipos de inestabilidades identificadas en los experimentos de Redondo (1987). 1) Ondas internas, 2) Ondas de Hölmboe, 3) Filamentos proyectados por ondas solitarias, 4) K-H y 5) Turbulencia.

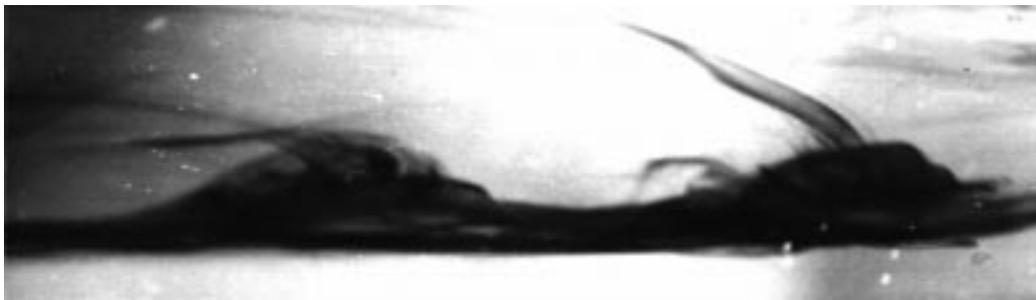


Figura 2.17: Inestabilidad K-H con filamentos proyectados por ondas internas para un fluido estratificado con cizalladura. Cortesía J. M. Redondo.

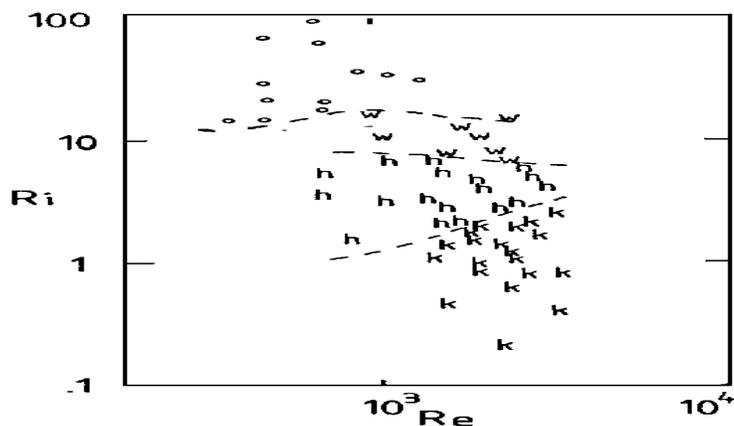


Figura 2.16: Espacio paramétrico dominado por los experimentos de Redondo (1987), donde las inestabilidades dominantes se representan por: o no inestable (interface plana), w ondas internas, h Hölmboe o con cúspide y k K-H.

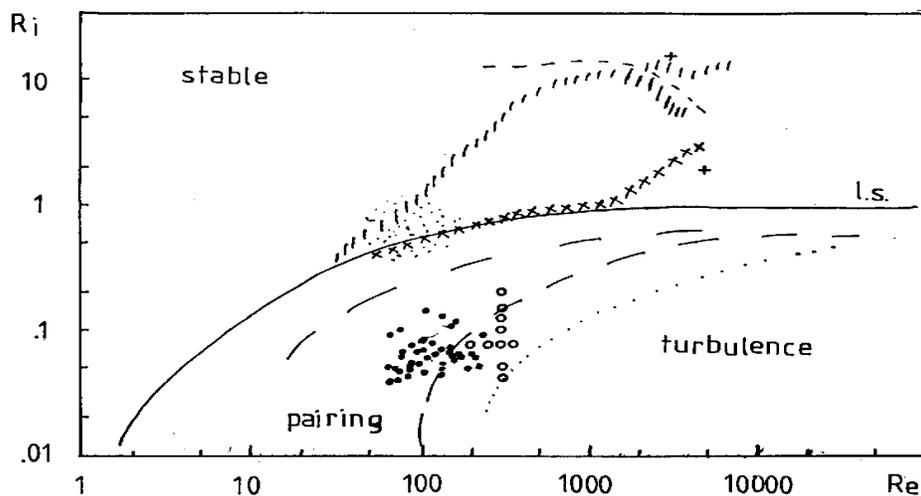


Figura 2.18: Compilación espacio paramétrico experimental de varios autores hecha por Redondo (1987) para experimentos con inestabilidades inducidas por cizalladura en fluidos estratificados. La línea discontinua corta indica la transición entre interfaces estables y la aparición de ondas internas, $////$ indica la transición entre ondas internas e inestabilidades de Hölmboe, xxx indica la transición entre Hölmboe y K-H. l.s. indica el límite de estabilidad lineal (*linear stability*), las regiones delimitadas por las líneas discontinuas largas y la línea punteada indica la zona de emparejamiento de ondas K-H según Torpe (1986). Los símbolos indican experimentos realizados por o Koop y Browand (1979), \bullet Thorpe (1985); \cdot Browand y Wang (1972) y $+$ Gartrell (1982).