Capítulo 1. Antecedentes y revisión bibliográfica

1.1. Introducción

La modelación matemática del flujo en lámina libre ha evolucionado paralelamente a la capacidad de los ordenadores, al desarrollo del cálculo numérico en general y al desarrollo de la modelación numérica en áreas de conocimiento próximas. Así, por ejemplo, el estudio de la mecánica de gases ha contribuido en la puesta a punto de técnicas de discretización y esquemas numéricos específicos que luego han podido ser readaptados a problemas concretos como la resolución del flujo de agua en lámina libre.

En el presente capítulo se hace un repaso de las técnicas utilizadas en trabajos anteriores para resolver problemas similares al objetivo de la tesis (modelación del flujo de agua con superficie libre aplicada a ríos), lógicamente aumentando en complejidad con el paso del tiempo, y se comentan también algunos estudios más teóricos de desarrollo de esquemas numéricos que luego se aplicarán en capítulos posteriores.

Para el estudio de los efectos de la propagación de avenidas en ríos, y en concreto para la obtención de valores de velocidad y niveles de agua, se han usado en el pasado, y todavía se usan mayoritariamente en la actualidad, modelos unidimensionales en régimen permanente gradualmente variado y fondo fijo. Estos pueden ser una herramienta suficiente para estudios donde la evolución temporal no sea un factor a tener en cuenta y el flujo sea eminentemente unidimensional. Este tipo de modelos se basan en esquemas numéricos relativamente simples pero eficaces, pueden considerar cambios de régimen, cauces con geometrías complejas y con llanuras de inundación, y singularidades tales como azudes, puentes, pasos bajo vía, etc.

En el caso que el proceso a estudiar sea claramente no permanente se debe recurrir a las ecuaciones unidimensionales del régimen gradualmente variable o ecuaciones de Saint Venant unidimensionales. Para intentar resolver estas ecuaciones se han utilizado en el pasado gran cantidad de esquemas numéricos distintos, algunos de ellos con las ecuaciones completas y muchos otros con distintas simplificaciones consistentes en despreciar los términos con menor contribución, dando lugar a los métodos conocidos como métodos hidrológicos, onda cinemática y onda difusiva. La razón para no utilizar las ecuaciones completas, que es poder reducir el tiempo de cálculo, tiene menos sentido actualmente que hace unos años. En este capítulo se mencionan los distintos esquemas utilizados tradicionalmente para la resolución del movimiento no permanente gradualmente variable, así como sus limitaciones, y se da una visión general de las necesidades que han llevado al desarrollo de esquemas numéricos más complejos. También se citan algunos trabajos en otras materias que han servido para desarrollar herramientas que se utilizan en capítulos posteriores, así como los llamados modelos cuasi-bidimensionales que resuelven las ecuaciones de Saint Venant en una dimensión y usan técnicas simplificadas para tener en cuenta la inundación de las llanuras adyacentes al cauce.

La necesidad de estudiar fenómenos más complejos donde la hipótesis de unidimensionalidad se aleja demasiado de la realidad, y la observación que en la naturaleza se encuentran muchas situaciones donde el flujo parece ser efectivamente bidimensional, es decir, predominan las dimensiones horizontales sobre la vertical, condujo al desarrollo de los esquemas bidimensionales. Para ello se pueden hacer distintas aproximaciones según se trate de estudiar un problema fluvial o de ingeniería marítima, según cuales sean las principales fuerzas determinantes del movimiento del agua, y según qué variables interese conocer.

En el último apartado se hace un repaso de los modelos comerciales de uso más generalizado que existen actualmente para modelación en hidráulica de ríos. La mayoría de ellos poseen potentes herramientas de pre y post proceso, pero módulos de cálculo con esquemas que suelen estar alejados de las últimas tendencias que se pueden encontrar en las publicaciones técnicas. A pesar de la progresión de las técnicas informáticas que han impulsado la evolución de los modelos numéricos en el campo de la hidráulica, a través de las distintas generaciones que se comentan a continuación, los algoritmos de los modelos más comúnmente utilizados para el estudio de problemas reales están cada vez más alejados de los últimos esquemas desarrollados en las Universidades y centros de investigación.

La evolución de la modelación numérica se suele describir dividiendo su historia en base a generaciones de modelos (Cunge, 1989), (Abbott, 1991) La primera generación, en los años 50, consistió simplemente en utilizar primitivos ordenadores o calculadoras programables para la resolución de ecuaciones matemáticas. La segunda generación (años 60) fueron modelos numéricos que se construían enteramente, del principio al fin, para un problema concreto, destacando como adelantado a su tiempo, el modelo del delta del río Mekong (Cunge, 1975). La tercera generación supuso la creación de esquemas numéricos básicos, cada uno para un tipo de problema, que podían luego adaptarse con relativa facilidad para un estudio concreto de un río o un área determinada, es decir, para desarrollar un modelo a partir de unas herramientas existentes. Con esta tercera generación, que se prolongó hasta mediados de los 80, la modelación numérica se convirtió en una herramienta práctica que podía ser adquirida o construida por las principales empresas consultoras y comportó el desarrollo de métodos numéricos refinados y eficientes. Un inconveniente de los modelos de esta generación era su complejidad de uso, por lo que el productor y el usuario generalmente debían ser el mismo, siendo tan solo los resultados los que eran transferidos al cliente.

La cuarta generación ocurrió gracias a la generalización de los ordenadores personales, cada vez más económicos y potentes, y ha supuesto la popularización definitiva del uso de modelos numéricos en el campo de la hidráulica. En esta generación se han construido una serie de paquetes informáticos, o sistemas de modelación, económicos y de uso sencillo y amigable, de manera que un usuario distinto del constructor puede utilizarlos y crear sus propios modelos para problemas relativamente estándares. Los modelos de la cuarta generación, que son los que mayoritariamente se utilizan actualmente, requieren sin embargo personas con suficiente criterio y conocimiento en hidráulica para asegurar que los datos han estado utilizados de manera correcta y para una buena interpretación de los resultados.

La quinta generación, todavía en sus inicios, sería la inclusión de los modelos hidráulicos dentro de sistemas informáticos más amplios junto con otros modelos complementarios (meteorológicos, hidrológicos etc.), con actualizaciones y adquisición de datos automatizadas (a través por ejemplo, de sensores colocados en sitios estratégicos, imágenes vía satélite, sistemas de información geográfica y otras bases de datos) y verdaderamente expertos, es decir, que integren el conocimiento en distintos campos y sean capaces de expresar los resultados de manera comprensible para una persona no experta en hidráulica, e incluso capaces de tomar decisiones. Abbott (1991) sugiere el término de hidroinformática para esta quinta generación de modelos, que supone la unión entre la hidráulica computacional y la inteligencia artificial y los sistemas de apoyo a la toma de decisiones (DSS de Decisión Support System).

La cuarta generación de modelos, y la incipiente quinta generación, han comportado la existencia de unas herramientas relativamente sencillas de utilizar. Algunas se han popularizado en gran manera y se están convirtiendo en estándares a la hora de estudiar problemas hidráulicos concretos, como la propagación de avenidas en ríos. Sin embargo, los esquemas numéricos utilizados por estos modelos están muy distanciados de las últimas aportaciones que se encuentran en la bibliografía especializada. En la tercera generación de modelos había un desequilibrio, en el sentido de ser modelos muy avanzados para la época en los esquemas numéricos, pero muy poco amigables y engorrosos de utilizar. Actualmente el desequilibrio se está produciendo en sentido contrario: en el mercado existe una considerable variedad de modelos comerciales, con una facilidad creciente de introducción de datos y potentes representaciones de los resultados, pero cuyos módulos de cálculo han evolucionado poco en los últimos años y no incorporan los últimos avances en sus esquemas numéricos.

La facilidad de uso de estos modelos y sus capacidades a la hora de representar los resultados deberían ir acompañadas de una evolución paralela en sus esquemas de resolución de las ecuaciones. Si no, se puede correr el riesgo de tomar como ciertos unos resultados poco correspondientes con la realidad, o en todo caso, mejorables. Los grandes avances en la capacidad y velocidad de los ordenadores parece que haya servido últimamente sólo para mejorar la presentación y facilidad de uso, pero precisamente estos avances hacen que la utilización de esquemas simplificados, o poco adecuados a cada problema, ya no sea justificable como podía haber sido hace un tiempo. Los modelos van a ser cada vez más utilizados por personas u organismos poco expertos en hidráulica, y sus resultados van a servir cada vez más para tomar decisiones importantes. Su evolución debería ser, por lo tanto, también hacia generalizar el uso de los últimos esquemas de alta resolución, capaces de representar correctamente problemas complejos como soluciones discontinuas y topografías complicadas, y hacia la construcción de modelos inteligentes en el sentido de gestión de información y toma de decisiones, pero también en el sentido de utilización del mejor código o esquema numérico (unidimensional, bidimensional, de alta resolución, etc.) para cada problema determinado.

En este capítulo se pretende dar una visión global de los antecedentes en cuanto a esquemas numéricos para la resolución de las ecuaciones del flujo en lámina libre, especialmente los aplicados a problemas fluviales, sin entrar en la formulación de las ecuaciones ni en los detalles de los esquemas que se mencionan. A menudo se hace referencia a conceptos y terminología que no ha sido todavía definida en esta tesis, ya sea porque se hace de forma detallada en capítulos posteriores o por tratarse de conceptos generales que se pueden consultar en la bibliografía básica. Todo aquello que sea decisivo para la comprensión del trabajo desarrollado en esta tesis, se presenta en detalle en capítulos posteriores.

1.2. Esquemas unidimensionales

1.2.1. Régimen permanente

Para el estudio de los niveles y velocidades de agua en ríos, la aproximación que sin duda se ha utilizado más es la de flujo unidimensional y régimen permanente gradualmente variado. Por sencillez de programación y de discretización del dominio, y a veces por falta de información en las condiciones de contorno en régimen no permanente (hidrogramas), ésta es la metodología que más se utiliza incluso hoy. Las hipótesis fundamentales para este tipo de aproximación son movimiento unidimensional, régimen permanente y fondo fijo. La ecuación fundamental es la conservación de la energía entre dos secciones de río, aunque también se utiliza la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento para fenómenos locales, como pueden ser cambios de régimen, y otras ecuaciones más o menos empíricas para otros efectos locales como puentes, azudes, etc. En general estos esquemas de cálculo de curvas de remanso están del lado de la seguridad cuando el objetivo es conocer los niveles máximos en avenida, ya que la lámina de agua que se obtiene con ellos suele estar por encima de la envolvente de calados máximos que se obtendrían con un modelo en régimen variable y un hidrograma cuyo caudal punta fuera el caudal utilizado en el cálculo en régimen permanente.

Este tipo de modelación también puede ser útil para obtener la condición inicial de un modelo unidimensional no permanente de forma rápida y con gran precisión, tal como se hace en esta tesis. Las hipótesis básicas de régimen permanente y de unidimensionalidad son, sin embargo, una limitación importante a la hora de representar fenómenos reales. Métodos para la resolución numérica de este tipo de flujo se pueden encontrar en libros generales de hidráulica de lámina libre, (Henderson, 1966), (Chaudhry, 1993), siendo el más utilizado entre ellos el conocido *método paso a paso*.

1.2.2. Régimen variable

El régimen variable se suele subdividir en régimen gradualmente variable, cuando las variaciones en calado y caudal se producen en tiempos prolongados y distancias grandes (como la propagación de una avenida en un gran río en régimen lento), y en régimen rápidamente variado cuando estas variaciones tienen lugar en tiempos cortos y distancias reducidas (resalto hidráulico en un río de montaña, frente de onda producido por una rotura de presa, etc.).

Las ecuaciones que describen el régimen variable en lámina libre en una dimensión son las ecuaciones de Saint Venant, escritas por primera vez por Barré de Saint Venant en 1871 y que sirven para describir tanto el régimen gradualmente variable, como el rápidamente variable. Estas ecuaciones no se pueden resolver para geometrías reales con métodos analíticos, mientras que el estudio de los fenómenos que describen mediante modelos físicos resulta enormemente complejo y costoso. Por todo ello, y gracias al desarrollo de la informática en las últimas décadas, los esfuerzos han ido encaminados hacia la resolución mediante modelos numéricos.

1.2.2.1 Esquemas unidimensionales clásicos

Un repaso detallado de los esquemas numéricos clásicos (por contraposición a los esquemas de alta resolución desarrollados más recientemente y que se introducen en el próximo apartado) de resolución de las ecuaciones completas de Saint Venant unidimensionales en lámina libre, se puede encontrar en Gómez (1988) y Chaudhry (1993). Todos ellos se podrían clasificar en tres grandes grupos, que son el método de las características, los métodos en diferencias finitas y los métodos en elementos finitos.

Merecen un comentario aparte los métodos que utilizan las ecuaciones de Saint Venant simplificadas, entendiendo como tales aquellos que prescinden de alguno de los términos de la ecuación del movimiento. Estos métodos se pueden consultar en Abbott (1979) y son básicamente los métodos hidrológicos, que desprecian completamente la ecuación del movimiento (entre los cuales destaca el método de Muskingum), el método de la onda cinemática, que sólo considera el término de fricción y de la pendiente de la solera en la ecuación del movimiento, el método de la onda difusiva que incluye además los términos de presión, y el método de la onda dinámica cuasi-permanente, que tan solo desprecia el término de la aceleración local. Estos métodos tenían sentido cuando la capacidad y velocidad de los ordenadores era limitada, pero por lo general lo han ido perdiendo a lo largo del tiempo, tan solo los métodos de Muskingum y la onda cinemática siguen utilizándose ampliamente en estudios hidrológicos.

De entre los métodos que utilizan las ecuaciones completas de Saint Venant, o métodos de onda dinámica, el método de las características (Gómez, 1988), (Bateman, 1993), (Chaudhry, 1993), tiene la ventaja de tener un gran significado físico, ya que aprovecha las propiedades físicas de transmisión de la información en el espacio y el tiempo. Fue de los primeros en utilizarse en los años 50. Existen distintas variantes del mismo como son las características rectas explícitas, características rectas implícitas, y las características curvas, pero todos ellos necesitan incrementos de tiempo de cálculo muy pequeños y discretizaciones espaciales también reducidas. Al igual que el resto de métodos clásicos presenta inconvenientes a la hora de representar flujo rápidamente variable para el cual pueden aparecer discontinuidades en la solución, aunque puede utilizarse tanto para régimen lento como para régimen rápido. Bateman (1993) introduce el método de las características modificadas, capaz de representar correctamente la propagación de frentes de onda en canales prismáticos. El método de las características, puede servir para canales prismáticos, pero su aplicación para canales no prismáticos y de geometría irregular es de una enorme complejidad y resultados poco fiables, por lo que no son adecuados, ni han sido utilizados, para cauces fluviales.

Los métodos en diferencias finitas pueden clasificarse en diferencias finitas explícitas y diferencias finitas implícitas dependiendo de si el proceso de encontrar la solución a lo largo del tiempo lo hacen punto por punto en la malla de discretización espacial del dominio, o bien resolviendo conjuntamente todos los puntos de la malla en cada instante. Asimismo, pueden tener distintos órdenes de aproximación según sea el término de error debido al truncamiento a la hora de expresar las derivadas, y distintas posibilidades de discretización en cuanto a localización de las variables de cálculo en la malla. En este apartado no se entra en detalle en cada uno de los muchos esquemas clásicos en diferencias finitas existentes, tan solo se mencionan algunos de los más utilizados, el resto aparecen detallados en (Mahmood y Yevjevich, 1975), (Abbott, 1979), (Cunge, 1980), (Gómez, 1988), (Chaudhry, 1993) y (Bateman, 1993).

Los métodos en diferencias finitas explícitos más utilizados han sido el esquema difusivo (llamado también esquema de Lax-Friedrichs o simplemente esquema de Lax), esquema Leap-Frog, esquema de McCormack, y esquema Lambda. Entre ellos el esquema de McCormack ha sido el más difundido; es un esquema de segundo orden de precisión en dos pasos que permite, en principio, un tratamiento sencillo de los términos fuente. Además el esquema de McCormack se ha utilizado como esquema de partida para la construcción de esquemas de alta resolución (Alcrudo, 1992), (García-Navarro y Alcrudo, 1992a), (Franco, 1996). Los esquemas explícitos presentan el inconveniente de requerir incrementos de tiempo muy pequeños en el proceso de cálculo para cumplir la condición de estabilidad de Courant (Capítulo 3) y, por lo tanto, son más caros computacionalmente hablando respecto los métodos implícitos, aunque esta desventaja se atenúa cuando el flujo es rápidamente variable.

Entre los métodos en diferencias finitas implícitas destacan en primer lugar el esquema de Preissmann, también llamado esquema de los cuatro puntos, extensamente utilizado en ríos desde su formulación en los años 60 (Abbott, 1979), (Cunge, 1980), (Chaudhry, 1993), (Bladé, Gómez, Dolz, 1994). Es un esquema que proporciona resultados extraordinariamente precisos en régimen lento, con una gran velocidad de cálculo y que permite utilizar grandes incrementos de espacio y de tiempo. Otros esquemas en diferencias finitas implícitas son el esquema de Beam and Warming (Chaudhry, 1993) y el esquema de Vasiliev (Gómez, 1988), (Chaudhry, 1993). Los esquemas implícitos se han utilizado también para flujo rápidamente variable, aunque entonces el incremento de tiempo debe reducirse hasta valores similares a los de los esquemas explícitos para representar las discontinuidades.

El método de los elementos finitos también se ha utilizado para la resolución de las ecuaciones de Saint Venant unidimensionales (Katopodes, 1984) (Gómez, 1988), (Hicks, 1992), (Yang, 1993). Este método, desarrollado y aplicado principalmente para problemas estructurales, da óptimos resultados para ecuaciones elípticas o parabólicas, mientras que las ecuaciones de Saint Venant forman un sistema hiperbólico. Necesita un elevado consumo de tiempo de cálculo (para problemas no lineales se deben utilizar las variantes más complejas del método) y la integración temporal se debe hacer igualmente en diferencias finitas. Todo ello, junto con la sencillez de los contornos en una dimensión, hace que para el caso unidimensional este método no aporta ventajas considerables respecto de las diferencias finitas y sí más complejidad (Cunge, 1980), (Gómez, 1988), (Franco, 1996).

A la hora de representar fenómenos reales de propagación de avenidas en ríos, frecuentemente ocurre que se encuentran discontinuidades en la solución en forma de resaltos hidráulicos o frentes de onda, es decir, el flujo ya no es gradualmente variable sino rápidamente variable. Las mismas ecuaciones de Saint Venant pueden servir para representar el flujo rápidamente variable, si se escriben en forma conservativa, pero la aplicación sin más de los métodos mencionados puede dar problemas de estabilidad y oscilaciones no reales de la solución. En este caso se han empleado dos tipos de aproximaciónes distintas (Abbott, 1975), (Cunge, 1980), (Bateman, 1993):

1. Métodos de aislamiento del frente de onda (o *Shock Fitting methods*), consistentes en aislar la discontinuidad y tratarla como un contorno, empleando las ecuaciones de Rankine-Hugoniot (Capítulo 2, apartados 2.5.4 y 2.5.6) para relacionar la solución a ambos lados de este contorno. Para poder aplicar estos métodos se debe conocer a priori la localización de la discontinuidad, lo que no suele suceder, por lo que a la práctica son inviables para problemas generales.

2. Métodos directos (*Through methods* o *Shock Capturing methods*). Este tipo de métodos son capaces de localizar, simular y propagar las soluciones discontinuas sin necesidad de ninguna técnica especial.

Por su lado, los métodos directos pueden dividirse en aquellos que se basan en la forma integral de las ecuaciones de Saint Venant y funcionan tanto para flujo gradualmente variable como para flujo rápidamente variable, y aquellos que consisten en introducir un término artificial en las ecuaciones que aumenta la difusión, de manera que la discontinuidad se suaviza (Cunge, 1980). En estos últimos el frente de onda se reparte entre los puntos cercanos de la malla afectando una zona más extensa que en la realidad y quitándole, por tanto, rigor a la solución

Los métodos directos sin necesidad de viscosidad artificial son claramente los deseables. Los esquemas clásicos en diferencias finitas y elementos finitos mencionados se han utilizado para desarrollar métodos directos, principalmente añadiendo términos de viscosidad artificial para estabilizar la solución (Chaudhry, 1993). Sin ella, los métodos de segundo orden producen oscilaciones espurias en el entorno de las discontinuidades, que pueden llegar a dar problemas de estabilidad del cálculo y discontinuidades no reales (fruto del proceso de cálculo) (Alcrudo, 1992). Por otro lado, los métodos de primer orden son poco precisos en las zonas de solución suave. La viscosidad artificial puede ser una manera de conseguir un esquema estable frente a una solución discontinua, pero representa un parámetro más a calibrar y, en el fondo, está cambiando las características del flujo y por tanto afecta la bondad de la solución.

1.2.2.2 Esquemas unidimensionales de alta resolución

Los problemas expuestos en el último párrafo del apartado anterior, y que también son ciertos para el caso bidimensional, son los que se intentan resolver con los esquemas de alta resolución. Como se verá, este tipo de esquemas se desarrollaron en un principio para la resolución de problemas de dinámica de gases compresibles, especialmente para el problema de Riemann (Capítulo 2, apartado 2.5.7), y se han utilizado luego para otros problemas como puede ser la resolución de las ecuaciones de Saint Venant.

Las bases de los esquemas de alta resolución fueron establecida por Harten (1982), (1984), Osher y Solomon (1982), Shu y Osher (1986), y Sweby (1984) a partir principalmente de las ideas de Godunov (1959), quien desarrolló un esquema conservativo para sistemas hiperbólicos no lineales de leyes de conservación. La teoría matemática desarrollada por los autores mencionadas está plenamente fundamentada, sin embargo, tan solo para una ecuación de conservación escalar y homogénea (Capítulo 3, apartados 3.4, 3.5 y 3.6). Aun así, la necesidad de obtener soluciones de calidad para las ecuaciones de Euler de dinámica de gases compresibles provocó un esfuerzo considerable hacia la obtención de esquemas de alta resolución para ellas, y en concreto para la resolución del problema de Riemann (Capítulo 2, apartado 2.5.7), por parte de Van Leer (1977a, 1979), Roe (1981) y el mismo Harten con Hymann (1983). Este grupo de investigadores desarrolló una serie de esquemas numéricos de primer orden para resolver de manera aproximada el problema de Riemann en una dimensión. A partir de ellos se desarrollaron métodos para construir la solución de una ecuación hiperbólica como si se tratase de una serie de problemas de Riemann elementales. Este tipo de métodos requiere pues conocer la solución del problema de Riemann, pero conocerla exactamente muchas veces es costoso computacionalmente o no es posible, de manera que se utilizan soluciones aproximadas del mismo. Los métodos para resolver de forma aproximada el problema de Riemann se conocen como *Riemann Solvers*. Los principales *Riemann Solvers* están detalladamente expuestos en Toro (1997) y son: el *Riemann Solver* de Roe (Roe, 1981), el *Riemann Solver* de Harten-Lax-Van Leer (HLL) (Harten, Lax, Van Leer, 1983), el *Riemann Solver* de Osher (Osher y Solomon, 1982), y la técnica conocida como Flux Vector Splitting (Steger y Warming, 1981), (Van Leer, 1982). Estos esquemas son de primer orden de precisión y por lo tanto disipativos por lo que muchas veces es deseable un esquema de segundo orden. Sin embargo, los esquemas de segundo orden tienen un carácter dispersivo que produce oscilaciones espurias en la solución cerca de las zonas con gradientes elevados. Por ello los mismos autores trabajaron para conseguir esquemas válidos tanto para las zonas suaves como para las discontinuas, que se conocen como esquemas de alta resolución y juegan con una función de limitación del flujo numérico de manera que su orden de aproximación varía dependiendo de la suavidad de la solución. A partir de la definición que hizo Harten (Harten y Hymann, 1983), se conocen como esquemas de alta resolución aquellos que cumplen:

1. La solución numérica es al menos de segundo orden de precisión en las regiones suaves de la solución.
2. Producen soluciones numéricas libres de oscilaciones espurias.
3. Las discontinuidades suavizadas se concentran en una zona estrecha de tan solo uno o dos incrementos de espacio de la malla.

Para la construcción de este tipo de esquemas es fundamental el concepto de Variación Total Decreciente (TVD, a partir de *Total Variation Diminishing*) que se trata en el Capítulo 3, apartado 3.6.

El gran parecido entre las ecuaciones de Euler (2.16)(2.17) y las ecuaciones de Saint Venant para el flujo de agua en lámina libre (2.55)(2.56), propició que los métodos de alta resolución desarrollados para las primeras se adaptaran para la resolución de las segundas, tanto en una como en dos dimensiones. Glaister (1988) fue el primero en desarrollar el método de Goduno para las ecuaciones de Saint Venant en una dimensión, utilizando el *Riemann Solver* de Roe y un esquema en diferencias finitas *upwind*, o contracorriente, de segundo orden, válido para canales prismáticos rectangulares. García-Navarro y Alcrudo (1992), también utilizaron el *Rieman Sover* de Roe para obtener una extensión del esquema de McCormack con Variación Total Decreciente, válida para canales con geometría cualquiera pero prismáticos. El mismo esquema es utilizado más adelante por Franco (1996).

Alcrudo (1992) presenta una serie de esquemas de alta resolución para las ecuaciones de Saint Venant unidimensionales en canal rectangular a partir del *Riemann Solver* de Roe. Los esquemas explícitos presentados o desarrollados en este trabajo son la extensión a alta resolución y segundo orden del esquema contracorriente de primer orden, llamado esquema de Roe-Sweby (Sweby, 1984), el esquema central de Yee-Roe-Davis, desarrollado a partir del esquema clásico de Lax-Wendroff, el esquema de McCormack TVD y los métodos MUSCL o de extrapolación de variables (desarrollados originariamente por Van Leer (1977b)). Como esquemas implícitos, desarrollan un esquema que llaman EILNC (forma linealizada no conservativa) y una versión implícita del esquema MUSCL. El mismo esquema de Roe-Sweby se presenta por Alcrudo y García-Navarro (1992a).

Yang, Chang y Hsu (1993) presentan dos esquemas de alta resolución en diferencias finitas de segundo y tercer orden respectivamente, para canal prismático rectangular, basados en los trabajos de Harten y Osher (1987), llamados esquemas ENO (*essentially non-oscillatory*). En el mismo trabajo se presentan dos esquemas de alta resolución desarrollados con la técnica de los elementos finitos, uno tipo ENO, y otro con Variación Total Decreciente (TVD).

Jha, Akiyama y Ura (1995) utilizan también los esquemas de Lax-Wendroff TVD y MUSCL, que utilizan el *Riemann Solver* de Roe, y otro tipo ENO al que se refieren como *Modified Flux Approach*, para la resolución del problema de rotura de presa en canales con sección cualquiera. Los mismos autores (Jha, Akiyama y Ura, 1996) desarrollan una versión TVD del esquema clásico de Beam and Warming, también con el *Riemann Solver* de Roe, para flujo unidimensional en lámina libre. Finalmente, Aral, Zhang y Jin (1998) proponen un nuevo esquema de alta resolución al que llaman *Relaxation Scheme*, esquema en diferencias finitas explícitas, TVD pero que no utiliza ningún *Riemann Solver*, para la simulación de propagación de avenidas en redes de canales trapezoidales.

Hasta hace poco casi todos los esquemas de alta resolución que se han utilizado para flujo en lámina libre en una dimensión se han aplicado únicamente para canal rectangular, aunque algunos utilizan las ecuaciones de Saint Venant para cauce de geometría irregular. Ello es debido a que para geometrías irregulares el papel del termino independiente de las ecuaciones de Saint Venant y su tratamiento discreto es fundamental para representar correctamente el flujo, pero su inclusión en esquemas numéricos conservativos (los basados en el método de Godunov y todos los esquemas de alta resolución lo son) es complejo. Destacan los trabajos orientados al correcto tratamiento del término independiente para esquemas conservativos de primer orden de precisión de Vázquez-Cendón (Vázquz-Cendón, 1999a) y (Vázquez-Cendón, 1999b) en este sentido para canales no prismáticos con sección rectangular, seguidos de los de Villanueva (1999) quien realiza un primer intento de aplicación para canales de sección irregular, sin entrar en el tratamiento TVD del término independiente ni en la dependencia espacial del vector de flujo. Más adelante, Hudson (1999) y Hubbard y García-Navarro (2000) realizan un tratamiento del término independiente con un balance correcto con el vector de flujo con esquemas de alta resolución pero con aplicaciones para canales rectangulares. Finalmente, Burguete y García-Navarro (2004) presentan una mejora del esquema de Lax-Friedrichs para aplicación a ríos.

El caso de régimen permanente es un caso particular del régimen variable, y por tanto cualquier esquema numérico para la resolución del régimen variable, con unas condiciones de contorno constantes, debería ser capaz de reproducir correctamente el régimen permanente. Esto, sin embargo, no es evidente con el tipo de esquemas explícitos en volúmenes finitos utilizados en esta tesis, hasta el punto que en la bibliografía no se ha encontrado ningún trabajo anterior en que se consiga este objetivo. Los esquemas utilizados en los trabajos que se han mencionado no son capaces de converger a una solución correcta en régimen permanente (que cumpla la ley de conservación de la energía) para geometrías totalmente irregulares.

1.3. Esquemas bidimensionales

Para describir muchos fenómenos naturales como puede ser la inundación de una gran llanura, la confluencia de dos cauces, el cruce de dos corrientes de agua, el flujo en un cauce ancho e irregular, etc., la aproximación unidimensional deja de ser adecuada y por ello se desarrollaron primero los esquemas cuasi-bidimensionales, y luego los esquemas bidimensionales propiamente dichos.

Los esquemas cuasi-bidimensionales fueron los primeros intentos de modelar la inundación de una zona llana a partir del desbordamiento de cauces principales. En ellos se aplican las ecuaciones de Saint Venant unidimensionales en un cauce principal, mientras que la llanura de inundación se representa mediante una serie de células de almacenaje. El primero de ellos fue el modelo del delta del río Mekong (Cunge, 1975); en este modelo se consideraban únicamente células de almacenaje conectadas entre ellas por ecuaciones de vertedero, al igual que en el modelo del delta del río Chao Phraya, en Bangkok (Vongvisessomjai y Tingsanchali, 1985). Pender (1992) utiliza esta misma aproximación cuasi-bidimensional e incorporó un mecanismo de reducción automática del incremento de tiempo para eliminar inestabilidades en el caso de una sola célula, que luego se generalizó para un número cualquiera de células (Bladé, Gómez, Dolz, 1994).

La modelación cuasi-bidimensional era la única que se podía pretender en un principio, debido a la poca capacidad y baja velocidad de los ordenadores antiguos. Hoy es posible utilizar esquemas numéricos más complejos. Para algunos problemas de inundaciones por desbordamiento de cauces, y especialmente si se dispone de poca información topográfica, los esquemas cuasi-bidimensionales pueden representar todavía una aproximación práctica y de bajo coste, comparado con los esquemas verdaderamente bidimensionales que se discuten a continuación.

Al igual que en el caso unidimensional, para la resolución de las ecuaciones de Saint Venant en dos dimensiones se ha utilizado el método de las características, métodos en diferencias finitas, y métodos en elementos finitos, pero en el caso bidimensional además se ha utilizado la técnica de discretización en volúmenes finitos. Todas las aproximaciones pueden servir para obtener métodos de alta resolución, pero la técnica de los volúmenes finitos es especialmente adecuada para ello.

1.3.1. Esquemas bidimensionales clásicos

Llamamos, como en el caso unidimensional, esquemas clásicos a todos aquellos que no sean de alta resolución, entendiendo como tales los que cumplen las tres condiciones expuestas en el apartado 1.2.2.2. Los esquemas clásicos se han utilizado con buenos resultados para flujo gradualmente variable, pero no sirven en general para rápidamente variable.

El método de las características en dos dimensiones se utilizó por Katopodes y Strelkoff (1978) para la simulación bidimensional de rotura de presas y por Aleán (1997) para la modelación de una sistema de lagunas en México. Este método comporta grandes dificultades de implementación, especialmente en geometrías reales, necesita incrementos de tiempo muy pequeños y, en el caso de flujo rápidamente variable precisa una aproximación del tipo de aislamiento del frente de onda (*shock fitting*) con todas sus complicaciones, de manera que no tiene ninguna ventaja respecto de otras aproximaciones. Por ello ha quedado tan solo como una herramienta para la incorporación de las condiciones de contorno, en lo que sí se ha revelado útil y potente (Alcrudo, 1992), (Franco, 1996).

Existen gran variedad de métodos en diferencias finitas utilizados con buenos resultados para la modelación del flujo gradualmente variable en dos dimensiones. Incluso algunos se aplicaron para flujo rápidamente variable con resultados aceptablemente buenos antes del desarrollo de los esquemas de alta resolución (Chaudhry, 1993). Los esquemas clásicos en diferencias finitas se pueden dividir en aquellos que utilizan diferencias finitas explícitas y los que utilizan diferencias finitas implícitas. Dentro de los últimos tienen una relevancia especial los métodos de direcciones alternadas (ADI, de *Alternate Direction Implicit*).

El esquema en diferencias finitas explícitas más utilizado para la resolución de las ecuaciones del flujo en lámina libre en dos dimensiones es el esquema de McCormack, propuesto en 1969 por el autor del cual tomó el nombre y extensamente utilizado en mecánica de fluidos. Es un esquema en dos pasos (predictor–corrector) explícito, de segundo orden de precisión, compacto, que sirve para flujo gradualmente y rápidamente variable (añadiéndole un término de viscosidad artificial), que de forma sencilla se puede utilizar en dos dimensiones, incorporando los términos fuente y condiciones de contorno, y extenderlo a un esquema de alta resolución. El esquema de McCormack fue utilizado para las ecuaciones de Saint Venant bidimensionales por Jiménez y Chaudhry (1987) para la resolución de flujos supercríticos y cambios de régimen; por Zhang y Cundy (1989) para flujo superficial (*overland flow*) en laderas, donde probaron su capacidad de representar soluciones discontinuas; Fennema y Chaudhry (1990) y Chaudhry (1993) también lo aplicaron para flujo rápidamente y gradualmente variable a través de un estrechamiento; Valiani (1992) lo utilizó para la simulación de rotura de presas con fondo móvil y Shettar y Murthy (1996) para el estudio numérico de bifurcaciones junto con un modelo de turbulencia.

Otros esquemas en diferencias finitas explícitas utilizados son el esquema de primer orden de Lax (Jiménez y Chaudhry, 1987) de un solo paso, y el esquema de Gabutti (Fennema y Chaudhry, 1990) de tres pasos, que incorpora información de cómo se transmite una onda a partir de la teoría de las características.

Como se ha comentado, dentro de los métodos en diferencias finitas implícitas tienen un papel especial los llamados métodos ADI (*Alternating Direction Implicit*) o de direcciones alternadas. Este tipo de métodos fueron los primeros en utilizarse para las ecuaciones del flujo en lámina libre en dos dimensiones. En ellos, el avance en un incremento de tiempo se divide en dos pasos, para cada uno de los cuales se resuelven las ecuaciones en una sola de las dos direcciones del espacio. El primer esquema de este tipo se desarrolló, para régimen gradualmente variable, por Lendertsee (1967) y fue la referencia para muchos que le siguieron. Lendertsee, en este esquema, despreció los términos convectivos en la ecuación del movimiento. En cada medio incremento de tiempo las ecuaciones se discretizan de manera que dos de ellas quedan implícitas y la tercera explícita, y se obtienen los valores de variables distintas en puntos distintos de la malla de cálculo (lo que se conoce por *non staggered grid*).

Abbott (1972), utiliza un esquema parecido también con una versión simplificada de las ecuaciones del movimiento, mientras que Vreugdenhil y Wijbenga (1982) utilizan las ecuaciones completas de Saint Venant en dos dimensiones con un coeficiente de viscosidad turbulenta constante y un esquema muy parecido al de Lendertsee. Este modelo fue utilizado para la simulación del flujo en el río Maas, en Holanda. Menéndez (1985, 1990) modifica los esquemas anteriores de manera que en cada medio incremento de tiempo las tres ecuaciones se resuelven por un método implícito, mejora la estabilidad de los esquemas anteriores y lo aplica para el estudio de la influencia de una nueva presa en el río Paraná. Ponce y Yabusaki (1991) por un lado, y Tingsanchali y Chiranont (1991) por otro, utilizan el esquema de Lendertsee para investigar la influencia de los distintos términos de las ecuaciones de Saint Venant y afirman que para poder modelar recirculaciones se deben considerar de alguna forma las tensiones efectivas (que son el resultado de la integración en la profundidad de las tensiones viscosas, tensiones de Reynolds y términos convectivos tridimensionales)

Fennema y Chaudhry (1989) proponen una variación ADI del esquema implícito de Beam and Warming, de manera que el paso temporal se divide en dos y en lugar de un problema bidimensional se resuelven dos problemas unidimensionales. El esquema se aplica para una rotura de presa y se demuestra que es muy disipativo y por lo tanto el frente se esparce por una gran área de la malla.

Más adelante Scarati (1993) desarrolla otro esquema ADI, totalmente implícito, para aplicarlo a los entornos de estructuras hidráulicas, con otra aproximación de diferencias finitas hacia atrás parecida al esquema de Preissmann unidimensional. Con él dice obtener un esquema más estable y menos costoso que el de Lendertsee. También Szynkiewicz (1993) desarrolla otro esquema ADI distinto, separando en diferentes pasos los procesos físicos que intervienen en las ecuaciones; obtiene un esquema que utiliza seis pasos en cada incremento de tiempo y que elimina oscilaciones. Trento (1994) utiliza el esquema de Lendertsee para modelar el flujo en la Laguna de Setúbal, en el río Paraná, en Argentina, mientras que Riccardi (1994) se basa en el esquema de Menéndez (1985) para desarrollar un modelo e investiga las limitaciones del mismo en cuanto a velocidad y aparición de inestabilidades. Montefusco y Valiani (1994) desarrollan un esquema ADI en coordenadas polares, basándose en el esquema de Preissmann, para estudiar la evolución del lecho de un río en una curva y lo comparan con resultados experimentales. La falta de acuerdo entre los resultados numéricos y experimentales la atribuyen a la incapacidad de las ecuaciones promediadas en la profundidad de considerar correctamente los fenómenos físicos dominantes en el proceso de evolución del cauce.

Finalmente, Molls y Chaudhry (1995) proponen un esquema ADI utilizando lo que llaman coordenadas computacionales generalizadas y un coeficiente de viscosidad turbulenta constante, a partir de la versión ADI del esquema Beam and Warming mencionado más arriba. El esquema se aplica para varias situaciones que incluyen un resalto hidráulico en canal recto, una contracción con cambio de régimen, el flujo alrededor de un espigón, una curva y una rotura de presa. En todas ellas la comparación con resultados experimentales parece ser satisfactoria.

Los esquemas ADI también se han utilizado para la modelación del flujo en ingeniería marítima, como es el caso de Monsó (1986), que utiliza el esquema de Abbott (1972) para el modelado del flujo en zonas costeras. En concreto resuelve las ecuaciones de Saint Venant bidimensionales para *ondas largas*, término que en ingeniería marítima se utiliza para aquellas ondas cuya longitud es muy superior a su altura. Bijvelds, Kranenburg y Stelling (1999) utilizan a su vez un esquema ADI para la modelación tridimensional del flujo alrededor de un muelle en un río, al igual que hacen Neary, Storipoulos y Odgaard (1999) para modelar el flujo en una incorporación lateral de un canal.

Aparte de los esquemas ADI mencionados, entre los métodos en diferencias finitas implícitas destaca el esquema de Beam and Warming, utilizado por Fennema y Chaudhry (1989) y Chaudhry (1993) para la rotura parcial de una presa. Por otro lado, Tayfur (1993) compara los métodos de la onda cinemática, onda difusiva y ecuaciones completas para el estudio de flujo superficial mediante un esquema en diferencias finitas implícitas centradas. Casulli (1999) presenta un esquema original, semi-implícito en el sentido de tratar implícitamente algunos términos de las ecuaciones (los términos de las fuerzas gravitatorias) y explícitamente otros, de manera que la condición de estabilidad de Courant no viene condicionada por la celeridad, sino tan solo por la velocidad del flujo, y se puede trabajar con incrementos de tiempo grandes obteniéndose un esquema altamente eficaz especialmente con velocidades pequeñas y grandes profundidades. El mismo esquema sirve para modelar flujos mediante un modelo hidrostático o un modelo no hidrostático, y mediante una aproximación en una, dos o tres dimensiones, aunque siempre con la limitación de no poder considerar cambios de régimen.

El método de los elementos finitos no ha sido demasiado popular a la hora de resolver las ecuaciones de Saint Venant en dos dimensiones por las mismas razones citadas en el caso unidimensional: complejidad y coste computacional. Con respecto a éste último, Vreugdenhil (1994) lo compara con distintos métodos de diferencias finitas llegando a la conclusión que, para una malla de unos mil nodos, el método requiere aproximadamente 200 veces más operaciones en cada incremento de tiempo que uno en diferencias finitas (la diferencia aumenta hasta 1800 veces más para diez mil nodos). Los elementos finitos tienen ventajas, frente a las diferencias finitas clásicas, para considerar mallas irregulares adaptadas a los contornos y con distintas densidades en distintas partes del dominio. Sin embargo, esta ventaja también la posee la técnica de los volúmenes finitos, utilizada por la mayoría de esquemas de alta resolución (apartado siguiente) y mucho más sencilla. Naaim y Brugnot (1994) comparan el método de los elementos finitos con un esquema de alta resolución en volúmenes finitos para una rotura de presa: ambos consiguen una precisión parecida en los resultados, pero el primero necesita 233 veces más tiempo de CPU.

Un referente en cuanto a modelación del flujo en lámina libre en dos dimensiones utilizando la técnica de los elementos finitos es el trabajo desarrollado por Katopodes (1984), que introduce una variante del esquema de Galerkin utilizando una función de ponderación discontinua, de manera que consigue representar frentes de onda y resaltos hidráulicos, aunque el mismo autor acabará finalmente por reconocer las ventajas de la técnica de los esquemas explícitos en volúmenes finitos (Katopodes, 1999). También Urban y Zielke (1985) emplean el método de los elementos finitos, concretamente el método de Bubnow-Galerkin, para modelar flujos bidimensionales permanentes en régimen lento, mientras que Leclerc (1990) utiliza también elementos finitos para estudiar el flujo en el estuario del río Manicouagan (Canadá). Otros autores que utilizan el método de los elementos finitos son Ambrosi y Salieri (1994) , donde se estudia el flujo en el delta del río Po en régimen permanente, D'Alpaos y Delfina (1994) en el río Brenta (Italia) y Di Giammarco y Todini (1994), que utiliza un esquema de elementos finitos con volúmenes de control para la modelación del flujo superficial. También algunos de los modelos comerciales más utilizados (RMA-2, HIVEL, FESWMS, y TELEMAC) utilizan elementos finitos.

El método de los elementos finitos también se ha utilizado para problemas de ingeniería marítima, como es el caso del modelo *ANASTASE* (García,1990). Éste es un modelo de los llamados *casi 3D* , donde la variación vertical de las variables de descompone en un numero finito de perfiles o funciones base. Otro modelo, que resuelve algunos problemas de conservación de la masa del anterior mediante el uso de variables adimensionales, es el modelo ECADIS (Espino, 1994).

Un método original para la resolución de las ecuaciones de Saint Venant en dos dimensiones es el propuesto por Hon, Cheung, Mao y Kansa (1999), que utilizan el método multicuádrico, que consiste en el empleo de un interpolante de base radial para interpolar la solución en una serie de puntos dispersos y para calcular sus derivadas parciales. El método ya se había utilizado para otros sistemas de ecuaciones, parabólicos, hiperbólicos y elípticos, y tiene la particularidad que no se precisa generar ninguna malla sino que el dominio de compone simplemente de una serie de puntos distribuidos en un plano. Frente a los métodos de elementos finitos los autores afirman que no se producen oscilaciones espúreas y que el método es estable, preciso, sencillo de formular y fácil de implementar. El estudio se acompaña con una comparación con datos observados en Tolo Harbour, Hong Kong, durante el tifón Gordon en 1989.

1.3.2. Esquemas bidimensionales de alta resolución

Los esquemas numéricos clásicos en dos dimensiones sufren los mismos problemas que para una dimensión en cuanto aparecen discontinuidades en la solución (resaltos hidráulicos, frentes de onda, etc.), por lo que en los últimos años se ha realizado un considerable esfuerzo para conseguir esquemas bidimensionales de alta resolución. Para ello, la técnica de los volúmenes finitos (Capítulo 3, apartado 3.2) se ha mostrado muy útil. Desarrollada para la resolución de problemas en dinámica de gases, y mayoritariamente utilizada en este campo (los modelos comerciales más populares en este campo, como PHOENICS, FLUENT, FLOW3D y STAR-CD utilizan volúmenes finitos), toma las ventajas tanto de las diferencias finitas como de los elementos finitos. Partiendo de la forma integral de las ecuaciones en forma conservativa, las discontinuidades se representan sin ninguna técnica especial a la vez que se conserva la masa y la cantidad de movimiento (Tan, 1992), (Zhao, Shen, Lai y Tabios III, 1996).

Los primeros trabajos en esta línea fueron los realizados por Alcrudo y García Navarro, que presentan la extensión a dos dimensiones del esquema MUSCL (Alcrudo, 1992), (Alcrudo y García-Navarro, 1992b, 1993), y del esquema de McCormack TVD (Alcrudo, 1992), (Alcrudo y García-Navarro, 1994). Más adelante, Elliot y Chaudhry (1993) presentan un esquema para la resolución de problemas de rotura de presa en canales rectangulares curvos que consiste en una extensión del método de las características.

Tchamen y Kahawita (1994) presentan la comparación de varios *Riemann Solvers* para la resolución del problema de rotura de presa sobre lecho seco. Paquier (1994) desarrolla un esquema de alta resolución basándose directamente en el problema de Riemann y lo aplica a la presa del río Angly (Francia) y a la presa del Lawn Lake en Colorado mientras que Bechteler, Nujic y Otto (1994) desarrollan un esquema tipo ENO basándose en el esquema MUSCL para la resolución de las ecuaciones de Saint Venant en dos dimensiones y lo aplican al área inundable del Polder-Altenheim, en Alemania, al lado del Rin. Más adelante, Nujic (1995) presenta dos esquemas de alta resolución basados en el esquema de Lax-Friedrichs, obteniendo versiones simplificadas y más eficientes de los métodos ENO desarrollados por Shu y Osher (1986) y Alcrudo y García-Navarro (1992a), y del esquema MUSCL (Alcrudo y García-Navarro, 1993), pero con el inconveniente de introducir un parámetro de calibración que tiene un efecto parecido a una viscosidad artificial.

Francarollo y Toro (1995) utilizan el esquema WAF (*Weight Averaged Flux*), esquema conservativo, de segundo orden de precisión, que se puede ver como una generalización a sistemas no lineales de los esquemas de Lax-Wendroff o del Beam and Warming, junto con el *Riemann Solver* de Harten-Lax-Van Leer (o HLL). El esquema lo utilizan para un estudio numérico-experimental de problemas de rotura de presa. Franco (1996) realiza una comparación numérico-experimental del problema de rotura de presa utilizando el esquema de McCormack TVD, pero aplicado a una discretización en diferencias finitas.

Zhao, Shen, Lai y Tabios III (1996) presentan tres esquemas que, aunque no son realmente de alta resolución por ser de primer orden de precisión, utilizan *Riemann Solvers* para la resolución de flujo rápidamente variables. En el primero de ellos utilizan la técnica de Flux Vector Splitting, desarrollada para las ecuaciones de Euler y que en un principio no es válida para las ecuaciones de Saint Venant, en las que el vector de flujo no cumple la condición de homogeneidad (Alcrudo, 1992); sin embargo, añadiendo la ecuación de la energía a las de Saint Venant, obtienen un esquema análogo a las ecuaciones de Euler para el que sí se puede utilizar la técnica mencionada. Los otros esquemas que presentan son el *Riemann Solver* de Roe (también llamado *Flux Difference Splitting*) y el de Osher. Los tres esquemas los aplican para la rotura parcial de una presa y el resalto hidráulico oblicuo. Los mismos autores junto con Tan (Zhao, Shen, Lai, Tabios III, Tan, 1994) utilizan este último esquema de Osher para el estudio del río Kissimmee en Florida. También Faeh (1996) desarrolla un modelo basado en el *Riemann Solver* de Roe para estudiar la erosión provocada por la rotura de presas.

Un modelo curioso es el de Unami, Kawachi, Munir Babar y Itagati (1999), que utiliza a la vez la técnica de los elementos finitos y la de los volúmenes finitos, la primera para la ecuación de continuidad y la segunda para la del movimiento, junto con una integración temporal por el método de Runge-Kutta de cuarto orden. El esquema lo utilizan para modelar el flujo en un aliviadero, y aunque no es estrictamente de alta resolución, los autores afirman que la combinación de los dos tipos de discretización permite eliminar las oscilaciones espúreas, aunque para ello añaden un término de dispersión artificial.

Al igual que en el problema unidimensional, en geometrías irregulares un buen tratamiento del término independiente de las ecuaciones de Saint Venant es fundamental, pero nada sencillo para esquemas conservativos, especialmente para segundo orden de precisión. Todos los esquemas mencionados anteriormente, o bien se aplican únicamente a geometrías sencillas, donde el problema no se pone de manifiesto, o bien no entran en el problema. Como en una dimensión, fue también Vázquez-Cendon (Vázquez-Cendon, 1999c) la primera en proponer una discretización upwind del término independiente para esquemas bidimensionales de primer orden de precisión, seguida por Brufau (Brufau, 2000) con aplicaciones a geometrías reales. Posteriormente, los trabajos de Hubbard y García-Navarro (2000) realizan las primeras extensiones para esquemas de alta resolución con ejemplos para geometrías irregulares simples.

1.4. Modelos comerciales

Como se ha comentado en la introducción del presente Capítulo, fue a partir de la aparición de modelos de la llamada cuarta generación que se popularizó el uso de modelos numéricos en el campo de la hidráulica, principalmente debido a la construcción y distribución de modelos comerciales por parte de una serie de centros e instituciones.

Una primera familia de modelos comerciales, que representa sin duda los más extensamente utilizados por su sencillez y amplia difusión, son aquellos que permiten estudiar cauces fluviales mediante la aproximación unidimensional y régimen gradualmente variado. Entre ellos destacan los modelos del Hydraulic Engineering Center (HEC) del U.S. Army Corps of Engineers, modelos *HEC-2* y *HEC-RAS*, junto con el modelo *WSPRO* del U.S. Federal Highway Administration. Estos modelos han ido evolucionando con el tiempo y aumentando sus capacidades, de manera que permiten representar ríos con cambios de régimen, secciones compuestas irregulares, puentes, pasos bajo vías, uniones, etc. A su vez, poseen cómodas interfaces gráficas para representar la geometría y ver los resultados, comparando distintas hipótesis de funcionamiento, y realizar informes. Su limitación evidente es la de sus hipótesis principales: régimen permanente y unidimensional. Este tipo de modelos unidimensionales en régimen permanente, aunque representan una simplificación importante del fenómeno de propagación de una avenida, en muchos casos pueden ser una aproximación suficientemente adecuada para predecir niveles de agua y por ello son ampliamente utilizados en ingeniería. Otro modelo unidimensional para régimen permanente, de uso más restringido, es el *ISIS Steady* de HR Wallingord. Éste resuelve el mismo problema pero utilizando las ecuaciones completas de Saint Venant y un esquema típico para régimen no permanente (se puede escoger entre el esquema de los cuatro puntos de Preissmann u otro que se conoce como *Pseudo-Timestepping Method*) y condiciones de contorno constantes.

El segundo paso en los modelos comerciales, que representa un salto cualitativo importante en cuanto a complejidad de sus esquemas numéricos, son aquellos que mantienen la hipótesis de unidimensionalidad pero resuelven las ecuaciones de Saint Venant, es decir, permiten modelar cauces fluviales en régimen no permanente. De entre ellos destaca el MIKE 11 en propagación de avenidas, que tiene una serie de módulos que permiten distintas aproximaciones al fenómeno (régimen permanente, onda cinemática, onda difusiva y ecuaciones completas) y capacidad de modelar secciones compuestas y llanuras de inundación mediante células de almacenaje, así como azudes, pasos bajo vías y otras estructuras. Junto al módulo hidrodinámico se pueden utilizar otros módulos para el estudio de transporte de sedimentos y de calidad de aguas. MIKE 11 permite realizar la entrada de datos a partir de programas que utilizan Sistemas de Información Geográfica (GIS) y exportar los resultados hacia ellos. Por su lado, el modelo SOBEK, de Delft Hydraulics, para ríos canales y estuarios, bastante menos extendido, también permite la aproximación en régimen permanente o régimen variable y dispone de módulos adicionales para el estudio de calidad de aguas, intrusiones salinas, transporte de sedimentos y cambios morfológicos en ríos y estuarios. Finalmente, otro modelo unidimensional en régimen variable destacable es el DAMBRK, de BOSS International, orientado al estudio de la formación y propagación de ondas de rotura de presas, con capacidades para modelar desbordamientos. HR Wallingford dispone del modelo unidimensional ISIS Flow, basado en el esquema de los cuatro puntos de Preissmann, pero que permite también utilizar los métodos hidrológicos de Muskingum y VPMC (*Variable Point Muskingum-Cunge*). Finalmente recientemente, el US Army corps of Engineers Hydrologic Engineering Centre ha incorporado el modelo UNET, para flujo unidimensional, que utiliza un esquema en diferencias finitas implícitas de los cuatro puntos, en el conocido paquete HEC-RAS. Como este tipo de modelos se basan en resolver las ecuaciones de Saint Venant, lo que en algunos casos, como es la formación de discontinuidades, puede ser complejo, su uso debe hacerse con cuidado, ya que aunque el modelo dé una solución, el usuario debe de asegurarse hasta que punto ésta es acorde con la realidad.

En cuanto a los modelos bidimensionales destaca sin duda, por su amplia difusión, el *BOSS SMS* de BOSS International Inc., que incorpora distintos módulos de cálculo como son el *RMA-2* y el *HIVEL2D*, desarrollados por el Waterways Experiment Station Hydraulics Laboratory del U.S. Army Corps of Engineers, el *FESWMS* del U.S. Federal Highway Administration, el SED-2D para transporte de sedimentos y el RMA-4 para transporte de contaminantes. En definitiva el SMS es una interface de pre y post proceso para los distintos módulos de cálculo, con capacidad de generación de mallas de elementos finitos a partir de datos suministrados por el usuario o de información topográfica digitalizada. Tanto el RMA-2 como el FESWMS son módulos hidrodinámicos con esquemas de elementos finitos que permiten el cálculo tanto en régimen lento como en rápido gracias a la inclusión de coeficientes de viscosidad turbulenta que pueden cambiar automáticamente para hacer estable el esquema. El FESWMS fue inicialmente desarrollado para el flujo alrededor de estructuras artificiales y estaciones de aforo, por lo que permite incorporar más fácilmente azudes, pasos bajo vías y pilas de puente. El HIVEL2D por otro lado es especifico para flujos que contienen regímenes subcríticos y supercríticos a la vez, obteniéndose soluciones estables para flujos con discontinuidades como resaltos hidráulicos.

Electricité de France (EDF), a su vez, desarrolló un modelo bidimensional parecido, el modelo *TELEMAC* (Hervouet y Janin, 1994), (Bates, 1995), distribuido también por HR Wallinfgord, que utiliza un código de elementos finitos y viscosidad turbulenta constante, con capacidades de modelación hidrodinámica, dispersión de contaminantes, transporte de sedimentos y calidad de aguas. El Danish Hydraulics Institute ofrece el modelo MIKE21, con un módulo hidrodinámico que utiliza un esquema numérico del tipo ADI para resolver las ecuaciones de Saint Venant bidimensionales (y limitado por consiguiente a la modelación de flujo en régimen lento), que puede considerar, a parte de la pendiente del fondo y las fuerzas de fricción, el efecto de fuerzas como el viento, la fuerza de Coriolis, corrientes inducidas por el oleaje y la evapotranspiración. A parte del módulo básico hidrodinámico consta también de módulos para transporte de arena, material sólido cohesivo, transporte de contaminantes, calidad de aguas, eutrofización y polución por materiales pesados. Recientemente el DHI ha integrado en uno los dos modelos MIKE 11 y MIKE 21, dando paso al medelo MIKE FLOOD, de manera que en un único modelo puede haber zonas con aproximación unidimensional y otras en dos dimensiones. Sin embargo, los esquemas numéricos siguen siendo los del MIKE 11 y MIKE 21.

Otro modelo en diferencias finitas para la modelación del flujo hidrodinámico no permanente es el *SOBEK,* de Delft Hydraulics, que se basa en un esquema en diferencias finitas basado en una malla rectangular, permite modelar flujo subcrítico y supercrítico y tener en cuenta estructuras especiales como diques, viaductos, pasos bajo vía, azudes, etc.

Como se ha apuntado en la introducción de este capítulo, estos modelos comerciales, unidimensionales o bidimensionales, son muy amigables de utilizar pero sus esquemas numéricos distan mucho de ser punteros. Aunque poseen unas entradas de datos y salida de resultados gráficos espectaculares, y están construidos de manera que prácticamente siempre se obtiene una solución, pueden ser engañosos. Se presentan como modelos capaces de resolver prácticamente cualquier tipo de problema de hidráulica fluvial: problemas de hidrodinámica, transporte de contaminantes, transporte sólido de materiales sueltos y cohesivos, problemas de calidad de aguas, inclusión de cualquier tipo de estructuras, eutrofización, etc. Sin embargo la mayoría de estos fenómenos son todavía muy desconocidos incluso en casos sencillos, por lo que estos modelos comerciales sólo pueden emplear ecuaciones y esquemas numéricos simples o válidos únicamente para algún caso particular, y en ningún caso son tan fiables ni precisos como su publicidad y su bonita presentación pueden hacer creer. El hecho de que con un modelo de los mencionados se obtenga un resultado a un problema determinado, no tiene por que implicar que este resultado sea siempre acorde con la realidad, ya que todos ellos utilizan una serie de hipótesis y simplificaciones importantes de las cuales no se suele informar al usuario. Por ello, los modelos comerciales pueden servir para conocer la respuesta global a un problema determinado, pero no tanto de detalle ya que puede haber discrepancias locales muy importantes. En el estado actual del conocimiento, los resultados obtenidos con cualquier modelo que pretenda ser general y capaz de resolver por si sólo un gran abanico de problemas distintos, deben ser utilizado con una precaución extrema.

Entre los modelos comerciales bidimensionales destacaría el modelo TASE/SWAN Plus de TASE Software Corporation Inc., modelo bidimensional para la modelación de flujo de agua en dos dimensiones y transporte de contaminantes, que es el único modelo comercial que utiliza un esquema numérico de alta resolución, basado en el *Rieman Solver* de Roe. Este modelo fue presentado en 1994 pero parece que no ha tenido continuidad.

Para finalizar debemos mencionar algunos modelos comerciales en tres dimensiones que han aparecido recientemente. En primer lugar el modelo *MIKE 3* del Danish Hydraulics Institute, desarrollado para la simulación de la hidrodinámica, calidad de aguas y transporte de sedimentos (cohesivos y no cohesivos) en ríos, estuarios, bahías, zonas costeras y mares. MIKE 3 resuelve las ecuaciones de Reynolds con un esquema en diferencias finitas y permite utilizar distintas formulaciones para la consideración de la turbulencia como un coeficiente de viscosidad turbulenta de Boussinesq constante, un modelo de submalla de Smagorinsky, un modelo k, un modelo $k-\varepsilon$, y un modelo mixto Samgorinsky/$k-\varepsilon$. El *RMA-10,* desarrollado por el Waterways Experiment Station Hydraulics Laboratory del U.S. Army Corps of Engineers para ser utilizado en superordenadores tipo CRAY, se basa en un código de elementos finitos tridimensionales, extensión del RMA-2, y puede modelar flujo permanente y no permanente, transporte de salinidad y de sedimentos. RMA-10 supone que el flujo se puede considerar como hidrostático, despreciando la aceleración vertical, y contempla la interacción del sedimento transportado con el fondo (evolución morfológica). Finalmente, el modelo Delft3D, de Delft Hydraulics, que se ofrece para el estudio de la hidrodinámica, calidad de agua, transporte de contaminantes y cambios morfológicos en ríos, lagos y embalses, estuarios, puertos, bahías, zonas costeras y mares cerrados, permite una aproximación tanto bidimensional como tridimensional y distintas opciones para considerar la turbulencia basándose también en el concepto de viscosidad turbulenta de Boussinesq. Finalmente sólo mencionar que algunos modelos desarrollados inicialmente para mecánica de gases, como es el caso de FLOW3D, debido a la similitud de las ecuaciones a resolver, se están utilizando actualmente para calcular flujos de agua en lámina libre. Respecto estos modelos comerciales tridimensionales, sirve el mismo comentario hecho para los modelos unidimensionales y bidimensionales sobre la precaución con que se deben contemplar los resultados obtenidos y la necesidad de un análisis crítico de los resultados.