Capítol 4

“FILTRATGE” DEL COMPONENT CONTINU DEL CABAL

4.1 Origen del problema del component continu del cabal

Les funcions de reflexió i matrius de transferència utilitzades en el capítol anterior han estat calculades utilitzant les equacions de l’acústica i, per tant, pressuposen la no-existència de component continu en les magnituds implicades. Si existeix el component continu es poden presentar problemes, ja que el tracte que donen les equacions de l’acústica al component continu pot estar molt allunyat de la realitat física.

En el cas dels instruments de bisell amb l’extrem del tub obert, s’estableix un component continu del cabal. Com que l’extrem associat a la finestra actua també com un extrem obert, les funcions de reflexió usuals per a extrems oberts condueixen a un doblament del component continu a cada reflexió, que no té correspondència física i origina un greu problema numèric (en els instruments de llengüeta no hi ha aquest creixement secular perquè l’extrem on hi ha la llengüeta actua aproximadament com un extrem tancat). La majoria d’autors, per evitar els problemes que planteja l’existència de component continu en les magnituds implicades en la modelització, filtren d’entrada aquest component dels senyals. Evidentment això evita els problemes derivats de l’existència de component continu, però també resta realisme al model d’instrument proposat. Qualsevol persona que hagi tingut a mà un instrument de bisell pot constatar l’existència real d’un component continu del cabal que és expulsat a través de l’extrem obert de l’instrument. Així mateix, l’existència d’aquest component continu pot incidir en el comportament d’alguns aspectes del model com, per exemple, la deflexió del doll.

Sembla, doncs, del tot necessari estudiar quin és el comportament del model davant l’existència de component continu, per proposar, si cal, un model alternatiu que hi doni solució. Per realitzar aquest estudi es proposa un exemple senzill però conceptualment proper als instruments de bisell de tipus flauta, com és el cas d’un tub cilíndric amb els dos extrems oberts, com el que es mostra a la figura 4.1.

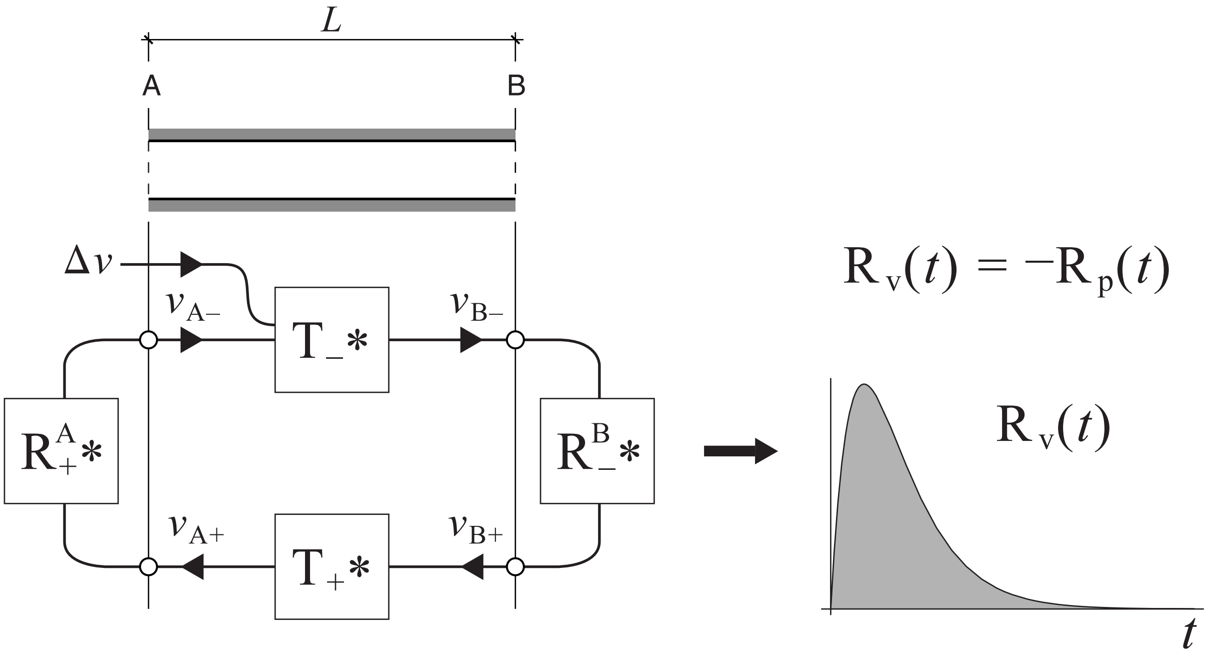

Figura 4.1: Exemple per a l’estudi del comportament del component continu

Per a un tub d’aquestes característiques, és fàcil calcular la relació entre les ones propagatives de pressió i de velocitat en qualsevol secció del tub,

$$
\begin{aligned}
v_-(t) &= \frac{1}{\rho_0\, c}\, p_-(t), \\
v_+(t) &= -\frac{1}{\rho_0\, c}\, p_+(t),
\end{aligned}
\tag{4.1}
$$

i obtenir, a partir d’aquestes, el valor de la pressió i la velocitat en qualsevol secció del tub,

$$
\begin{aligned}
v(t) &= \frac{1}{Z_0}\big(p_-(t) - p_+(t)\big) = v_-(t) + v_+(t), \\
p(t) &= p_-(t) + p_+(t) = Z_0\big(v_-(t) - v_+(t)\big)\ .
\end{aligned}
\tag{4.2}
$$

Per completar aquest exemple conceptual s’introdueix, en la secció A, un increment de velocitat Δv constant en l’ona propagativa que viatja en sentit menys, tal com es mostra a l’esquema de la figura 4.1. Aquest increment de velocitat constant representa el component continu del cabal introduït pel bisell dins el tub. Els resultats que es calculen són les ones propagatives de velocitat, la pressió i la velocitat en l’extrem B del tub, que es mostren en la figura 4.2. Les ones propagatives de pressió no cal estudiar-les, ja que, tal com es desprèn de les equacions 4.1, són iguals a les de velocitat excepte el signe i un factor d’escala $Z_0 = \rho_0$ c.

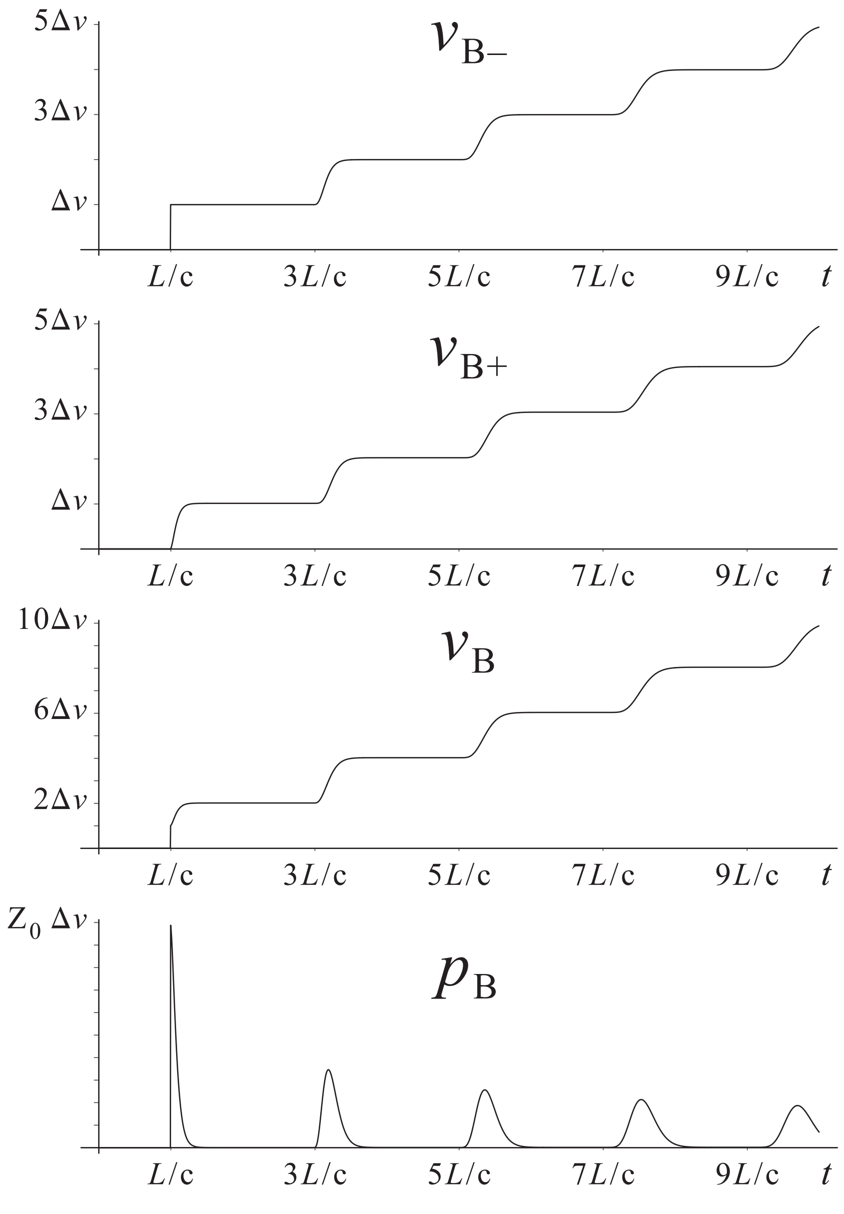

Figura 4.2: Magnituds a la secció B del tub funció del temps

Les funcions de reflexió de velocitat i de pressió d’extrem obert utilitzades en aquest exemple, que són les que han estat presentades en el capítol anterior, verifiquen la condició següent:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{R}_v(t)\,\mathrm{d}t = -\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{R}_p(t)\,\mathrm{d}t = 1. \tag{4.3}$$

Això fa que si una ona de velocitat incideix en l’extrem obert, l’ona reflectida té igual signe que l’ona incident i presenta un cert escampament. Per contra, si incideix una ona de pressió, l’ona reflectida té signe contrari a l’ona incident i presenta, també, un cert escampament. Així la velocitat, que és la suma de les ones propagatives de velocitat que viatgen en els dos sentits, presenta un creixement que no es correspon a la realitat. La pressió, en canvi, que és la resta de les ones propagatives de velocitat que viatgen en els dos sentits, no presenta aquest creixement. El component continu es comporta bé pel que fa a la pressió, i presenta un creixement irreal pel que fa a la velocitat. Aquest creixement del component continu del cabal que no s’ajusta a la realitat és el que cal corregir.

4.2 Solució adoptada

La solució proposada per eliminar el creixement del component continu del cabal consisteix a afegir un terme a les funcions de reflexió de velocitat (Agulló i Puig, 1995):

$$\mathrm{R}'_v(t) = \mathrm{R}_v(t) - \mathrm{R}_{v\mathrm{fDC}}(t)\,, \tag{4.4}$$

on $\mathrm{R}_v(t)$ representa la funció de reflexió original, calculada a partir de les equacions de l’acústica. Per tal que el filtratge del creixement del component continu del cabal sigui efectiu cal que el terme afegit a la funció de reflexió tingui integral unitària,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{R}_{v\mathrm{fDC}}(t)\ \mathrm{d}t = 1\,, \tag{4.5}$$

de manera que la funció de reflexió redefinida compleix la condició següent:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{R}'_v(t)\ \mathrm{d}t = 0\,. \tag{4.6}$$

Si es vol descriure el tub de l’instrument mitjançant el mètode de la multiconvolució, presentat en el capítol anterior, cal que el terme afegit a les funcions de reflexió de velocitat, $\mathrm{R}_{v\mathrm{fDC}}(t)$, sigui exponencial, tal com ho són les funcions de reflexió originals. Aquesta condició no seria necessària si la descripció del tub es fes mitjançant el mètode de les matrius de transferència. Si s’exigeix, però, aquesta condició, s’obtenen funcions que són vàlides per als dos mètodes de descripció del tub presentats en el capítol anterior.

També cal imposar que la funció de reflexió de velocitat sigui causal. Per això només cal que es compleixi, igual que ho compleix $\mathrm{R}_v(t)$, que $\mathrm{R}_{v\mathrm{fDC}}(t)$ sigui zero per valors de t negatius. I finalment cal garantir que el balanç energètic a la discontinuïtat sigui consistent.

Per garantir això el que cal és que la part real de la impedància de la discontinuïtat, que correspon a la resistència acústica, sigui positiva o nul·la per a totes les freqüències,

$$\mathrm{Re}\left[\hat{Z}(\omega)\right] \geq 0\,. \tag{4.7}$$

Així es garanteix que el terme afegit a la funció de reflexió no implica una introducció d’energia per a cap freqüència. La impedància de la discontinuïtat, en la seva versió freqüencial, es calcula a partir de la transformada de Fourier de la funció de reflexió temporal de velocitat com:

$$\hat{Z}(\omega) = Z_0 \frac{1 - \mathrm{TF}\left(\mathrm{R}'_v(t)\right)}{1 + \mathrm{TF}\left(\mathrm{R}'_v(t)\right)}\,. \tag{4.8}$$

Una funció que compleix totes les condicions anteriors és l’exponencial decreixent:

$$\mathrm{R}_{v\mathrm{fDC}}(t) = \varepsilon(t)\frac{1}{\tau_\mathrm{f}}\mathrm{e}^{-t/\tau_\mathrm{f}}\,, \tag{4.9}$$

on la constant de temps τ_f cal que tingui un valor prou gran per no impedir la descripció acústica de la columna d’aire i prou petit per fer efectiu el filtratge del creixement irreal del component continu del cabal. La figura 4.3 mostra la funció de reflexió de velocitat temporal per a un extrem obert, en la seva versió original i amb l’afegit d’un terme exponencial decreixent com el de l’equació 4.9.

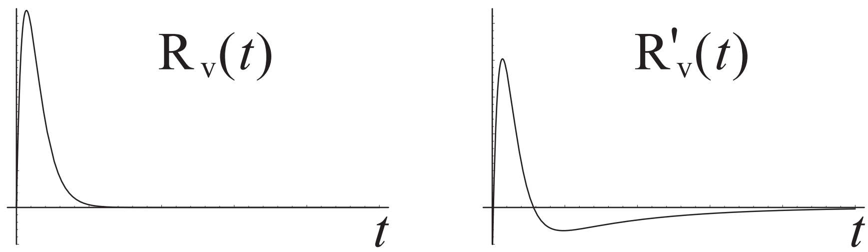

Figura 4.3: Funció de reflexió de velocitat original i amb la correcció de contínua

Aquest terme de filtratge del component continu, que s’ha afegit a la funció de reflexió de velocitat, no s’afegeix a la funció de reflexió de pressió. Per tant, el component continu de la pressió i la velocitat, així com els components de baixa freqüència, deixen d’estar relacionats per la impedància característica Z_0. Això es correspon bé amb la realitat. Són les fluctuacions ràpides (acústiques) de la pressió i la velocitat les que es relacionen per mitjà de la impedància característica. Les fluctuacions lentes es relacionen per mitjà de la pèrdua de càrrega de la mecànica de fluids, per a la qual la relació pressió-velocitat és molt inferior a la impedància característica. Si s’afegís el terme de filtratge a les funcions de reflexió de pressió comportaria l’aparició d’un creixement irreal del component continu de la pressió associat al component continu de la velocitat. Això es pot comprovar si es calcula de nou l’exemple presentat a la figura 4.1, ara prenent com a funcions de reflexió de velocitat les que resulten d’afegir un terme exponencial com el de l’equació 4.9. Els nous resultats de les ones propagatives de velocitat, la pressió i la velocitat en l’extrem B del tub es mostren en la figura 4.4.

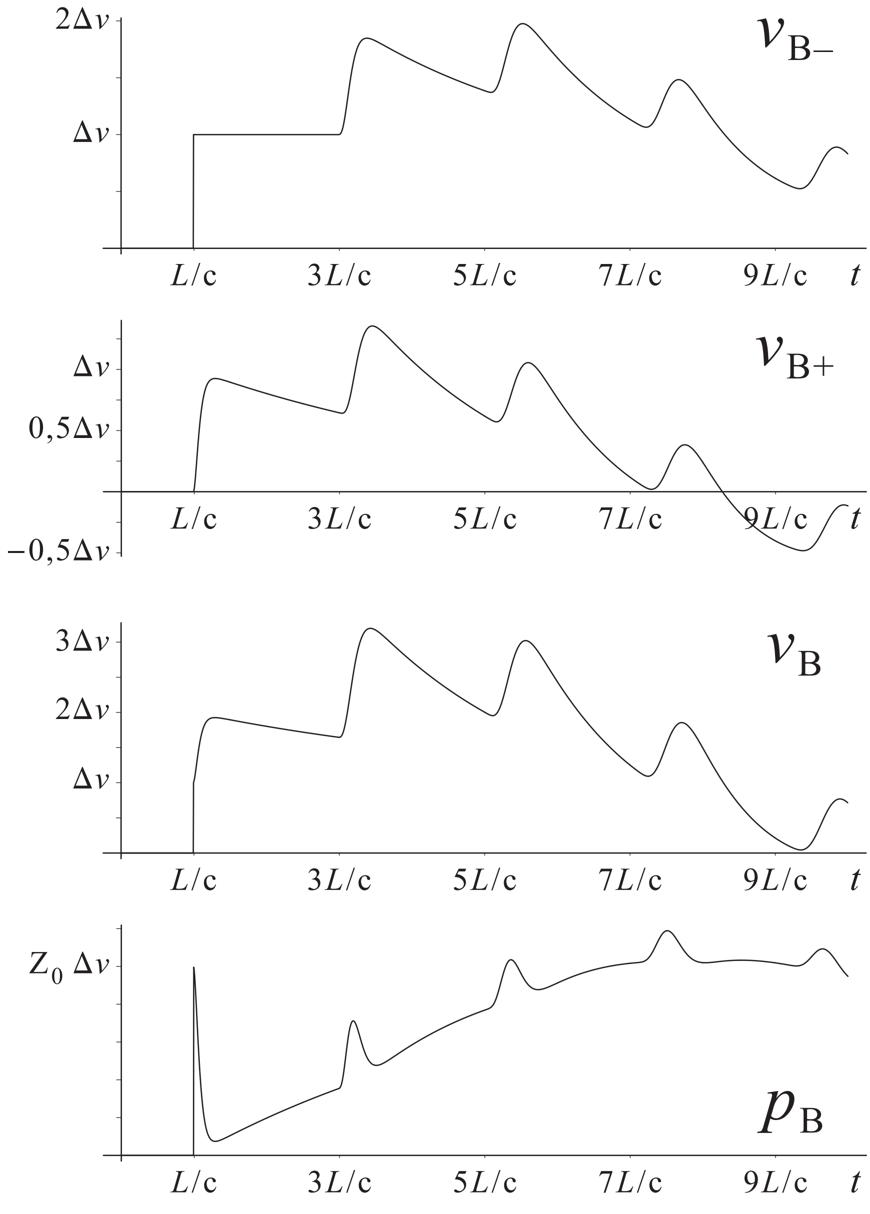

Figura 4.4: Magnituds a la secció B del tub funció del temps

Així doncs, la solució que es proposa consisteix a realitzar dos càlculs de simulació de l'instrument en paral·lel: un primer càlcul utilitzant les funcions de reflexió originals presentades en el capítol anterior, i un segon càlcul afegint a totes les funcions de reflexió un terme que elimini el creixement irreal del component continu del cabal. De la primera simulació s'obtenen els valors de la pressió, mentre que la segona simulació serveix per obtenir els valors de la velocitat. El nou procediment proposat, que es mostra en la figura 4.5, modifica el presentat en la figura 2.11.

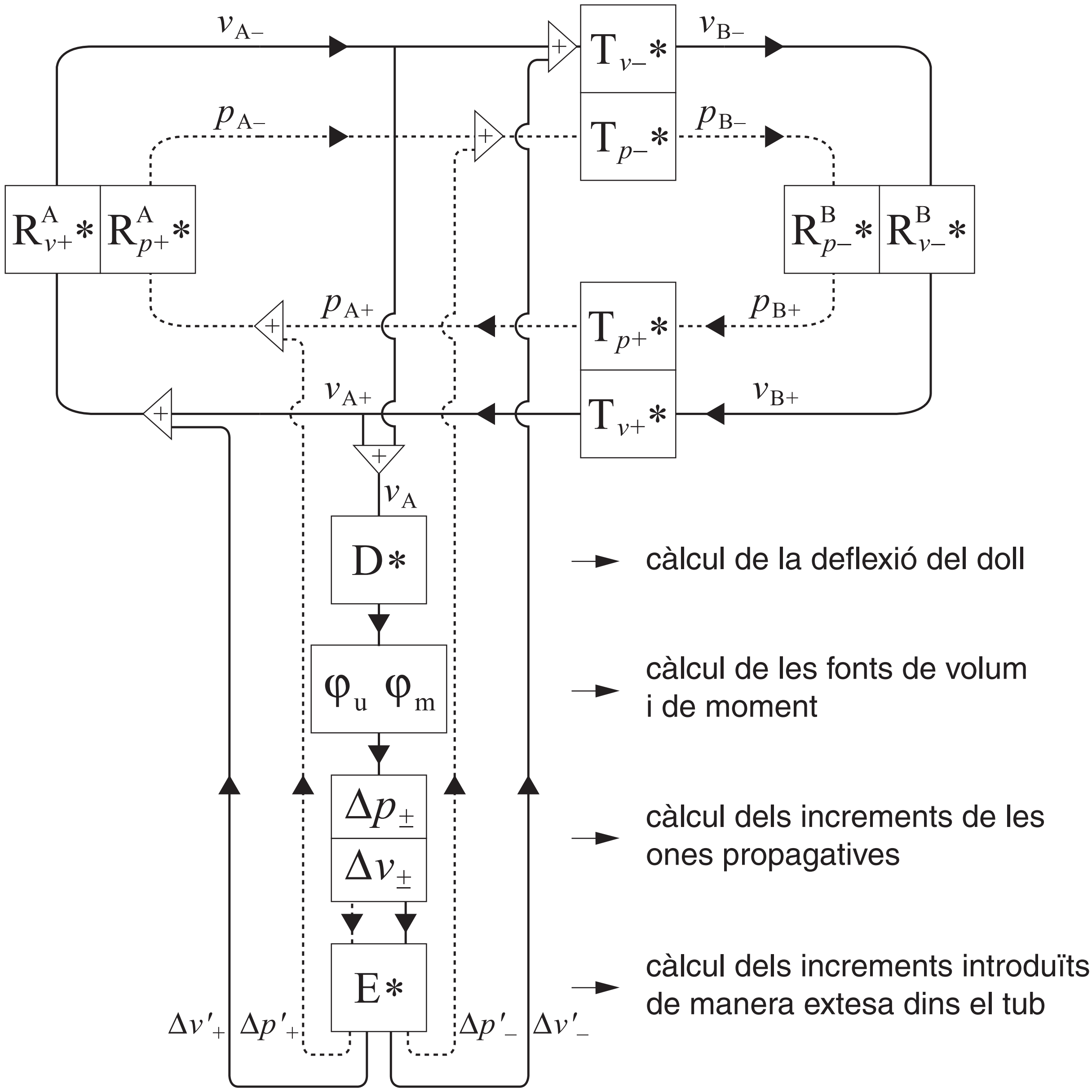

Figura 4.5: Esquema de blocs del nou procediment de càlcul