

Capítulo 2

ESTADO DEL CONOCIMIENTO

2.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se realiza una descripción resumida del estado del conocimiento en aquellos campos que inciden en el desarrollo de la presente tesis.

En primer lugar se describe el comportamiento instantáneo y diferido de los materiales, incluyendo las variables con mayor incidencia en los mismos, y se presentan diversas metodologías empleadas para su modelización.

Seguidamente se expone el efecto de la contribución del hormigón traccionado entre fisuras. Se indican diversos métodos para su consideración y se agrupan en ellos los trabajos de referencia que se citan.

A continuación se presenta un resumen de las metodologías utilizadas para el análisis de estructuras de barras. Se presta especial atención a aquellos trabajos que contemplan la modelización de los efectos de la construcción evolutiva.

Se ha dedicado un apartado a los métodos simplificados para el cálculo de flechas en estructuras de hormigón. Siendo la previsión de deformaciones uno de los principales aspectos relacionados con el comportamiento en servicio, se comprende que en el desarrollo de este trabajo se haya tenido presente el estado del arte en este ámbito y los diversos procedimientos que suelen usarse en la práctica.

Finalmente, se han indicado otros campos en los que puede ser de clara aplicación el modelo desarrollado. Aun cuando el estado del arte presentado en este apartado puede ser incompleto ha parecido oportuno citar diversos trabajos realizados, dentro y fuera de nuestro país, para mostrar el interés que despiertan estos temas en la comunidad científica y por su relación con algunos capítulos del trabajo que se presenta.

2.2. COMPORTAMIENTO DE LOS MATERIALES

2.2.1. Comportamiento instantáneo del hormigón

El comportamiento en compresión de una probeta de hormigón sometida a un ensayo uniaxial viene reflejado por una curva de forma aproximadamente parabólica. Además de las características propias del material intervienen otros muchos factores como pueden ser las dimensiones de la probeta, la rapidez de la aplicación de la carga, el posible confinamiento, etc.

Para su inclusión en procedimientos de cálculo no lineal, la tendencia general ha sido la de adoptar diagramas de tipo parabólico, como los indicados en el Eurocódigo-2 (EC-2) [57] o el CEB-FIP Model Code-90 (MC-90) [61] que a título de ejemplo se indica en la Figura 2.1

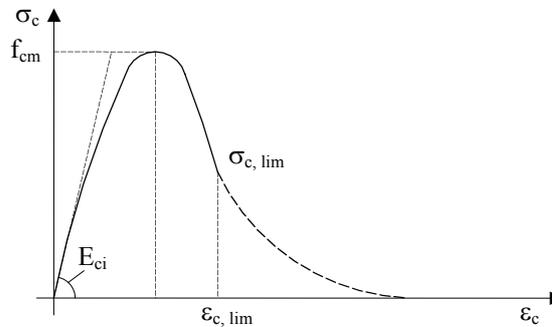


Figura 2.1 – Diagrama tensión-deformación para compresión uniaxial

El comportamiento es marcadamente no lineal para tensiones elevadas, sin embargo para valores inferiores al 40% de la resistencia media a compresión se admite la consideración de linealidad entre tensiones y deformaciones. Este último caso es el que suele presentarse para la situación de servicio siendo habitual la utilización de la simplificación indicada.

El comportamiento en tracción uniaxial de una probeta de hormigón presenta un comportamiento sensiblemente lineal hasta llegar a la resistencia a tracción, a partir de la cual la tensión decrece rápidamente hasta anularse, con un crecimiento de la elongación medida. Las deformaciones unitarias no son constantes a lo largo de la probeta, ya que la fisuración se produce en una zona determinada. En la Figura 2 se indica el modelo adoptado por MC-90 [61], en la que los parámetros w_l , w_c , que determinan la rama decreciente (o de *softening*) son función de la energía de fractura por unidad de área G_F .

Siendo la fisuración un fenómeno discreto, el comportamiento indicado debe ser adecuadamente implementado en los modelos numéricos que se utilicen. Cuando se utilice un modelo de fisuración distribuida, la discretización numérica implementada va a influir en la correcta representación del fenómeno (Hillerborg [131], Bazant y Oh [23]). No obstante la influencia de la objetividad de la malla pierde importancia cuando

se usan tales modelos en elementos de hormigón normalmente armados, donde la fisuración se produce de manera muy regular (CEB [60]).

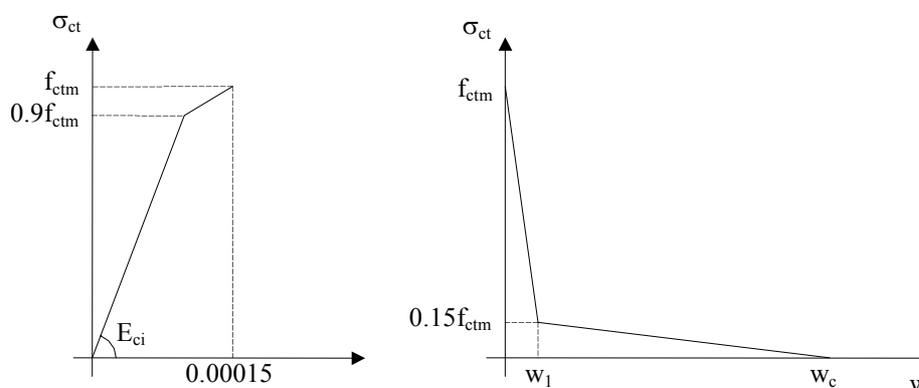


Figura 2.2 – Diagrama tensión-deformación para compresión uniaxial

2.2.2. Comportamiento a largo plazo del hormigón

El comportamiento a largo plazo del hormigón se ve influenciado básicamente por los fenómenos de la fluencia, la retracción, el envejecimiento y las variaciones de temperatura. La fluencia origina un aumento de la deformación en el tiempo en el hormigón sometido a una tensión constante, la retracción produce una contracción progresiva con independencia de que el hormigón esté sometido a tensiones y el envejecimiento supone la variación de las propiedades mecánicas del hormigón a lo largo del tiempo.

Estos fenómenos vienen influenciados por multitud de factores, como las condiciones ambientales y su uniformidad en la pieza, las características de los materiales usados en la confección del hormigón o la naturaleza de las cargas aplicadas (Bazant [21], Neville *et al.*[185]). En general, en la práctica del análisis de estructuras de edificación o de obra civil las propiedades pueden ser definidas en cada sección mediante sus valores medios.

En este trabajo, al igual que en otros similares (Marí [164,162]), las deformaciones diferidas se han englobado dentro del concepto de deformaciones no mecánicas ε^{nm} , considerando como deformaciones mecánicas ε^m las producidas de manera instantánea por una tensión aplicada.

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_c^m(t) + \varepsilon_c^{nm}(t) \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_c^{nm}(t) = \varepsilon_c^c(t) + \varepsilon_c^s(t) + \varepsilon_c^a(t) + \varepsilon_c^T(t) \quad (2.2)$$

donde $\varepsilon_c^c(t)$ es la deformación de fluencia, $\varepsilon_c^s(t)$ es la debida a la retracción, $\varepsilon_c^a(t)$ es la de envejecimiento y $\varepsilon_c^T(t)$ corresponde a los efectos térmicos. El subíndice c hace referencia al hormigón.

La superposición de deformaciones indicada en las ecuaciones anteriores queda reflejada en la Figura 2.3 (a la que cabría añadir la deformación de origen térmico).

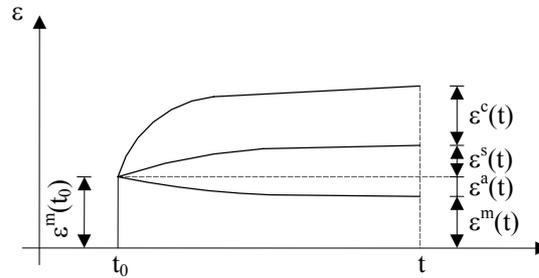


Figura 2.3 – Deformaciones en el hormigón (Mari [162])

Fluencia del hormigón

La fluencia del hormigón se ve afectada por diversos factores, entre los que destacan el grado de humedad ambiental, la temperatura, el valor de la tensión aplicada, la edad en el momento de la carga y el tiempo transcurrido, la composición del hormigón y las características geométricas de la sección.

Para tensiones inferiores a $0.4 f_{cm}$ (estado de servicio) se acepta una función lineal entre tensiones y deformaciones diferidas debidas a la fluencia. Ejemplos de modelos lineales pueden encontrarse en ACI [4], MC-90 [61], EC-2[82], EHE [57] y Bazant y Baweja [22]. Cuando se supera este valor no resulta aceptable la hipótesis de linealidad y debe acudir a modelos que tengan en cuenta el nivel de tensión y que resultarán más o menos complejos en función de las variables incluidas, como los propuestos por Carol [143], MC-90 [61] o Carol y Bazant [42].

Aceptando un comportamiento lineal, la deformación total teniendo en cuenta la fluencia puede expresarse según

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) C(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\phi(t, t_0)}{E_c(t_0)} \right] \quad (2.3)$$

en la que $\sigma_c(t_0)$ es la tensión inicial aplicada, $C(t, t_0)$ la función de fluencia y $\phi(t, t_0)$ el coeficiente de fluencia. En el caso de los modelos de MC-90 [61] y EC-2 [82], el coeficiente de fluencia viene referido a la deformación a los 28 días, de manera que

$$C(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\phi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}(t_0)} \quad (2.4)$$

Fluencia del hormigón a tensiones variables

Como consecuencia de la linealidad entre deformaciones y tensiones que se deriva de la ec. (2.3), en el caso de tensiones variables suele aplicarse el principio de superposición de Boltzman. La deformación total vendrá dada por

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} [1 + \phi(t, t_0)] + \int_{t_0}^t \frac{1 + \phi(t, \tau)}{E_c(\tau)} \frac{d\sigma_c(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (2.5)$$

La resolución de la ec. (2.5) implica el conocimiento de la variación de la tensión con el tiempo, lo cual no suele ser la situación habitual en las secciones de hormigón estructural.

Dicha ecuación puede resolverse numéricamente discretizando el tiempo total en una serie de intervalos suficientemente pequeños en los que se pueda considerar la tensión constante, dando lugar a los procedimientos “paso a paso”. De esta forma se obtiene una ecuación del tipo

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} [1 + \phi(t, t_0)] + \sum_{i=1}^n \Delta\sigma_c(t_i) \frac{1 + \phi(t, t_i)}{E_c(t_i)} \quad (2.6)$$

Esta metodología es la más general, aunque su uso está enfocado al empleo de computadores. Puede observarse que el principal inconveniente deriva de la necesidad de conocer toda la historia de tensiones lo cual, en determinados casos, puede provocar problemas de capacidad de almacenamiento de datos.

Existen métodos alternativos basados en la formulación de la función de fluencia mediante series de Dirichlet de m términos (Marí [162,164])

$$\phi(t, t - \tau) = \sum_{i=1}^m a_i(\tau) [1 - e^{-\lambda_i(t-\tau)}] \quad (2.7)$$

donde $a_i(\tau)$ son parámetros de envejecimiento que dependen de la edad del hormigón en el instante de carga y λ_i son coeficientes que gobiernan la forma de la función decreciente. La metodología permite obtener unas relaciones recurrentes, que evitan el almacenamiento de la historia tensional, siendo necesario solamente conocer la tensión y un parámetro interno correspondiente al intervalo de cálculo anterior.

Los procedimientos paso a paso obligan a la discretización del tiempo en una serie de intervalos. La mayor eficacia numérica se obtiene usando períodos en los que la deformación diferida sea similar, lo cual conduce a intervalos de duración creciente, ya que la función de fluencia crece rápidamente en los instantes cercanos a la aplicación de la carga y va disminuyendo con el tiempo. Las diversas propuesta efectuadas van en esta dirección como las de Bazant [20] o CEB [58]. Los incrementos de tensión pueden ser aplicados al principio del intervalo o en un punto medio del mismo. Aunque habitualmente la precisión aumenta al disminuir la duración de las etapas de cálculo,

parece que la inclusión en el centro del intervalo proporciona resultados más ajustados frente a diversas tipologías de variación tensional (Kawano y Warner [143]).

Existen otros procedimientos simplificados que permiten resolver la ec. (2.5), en los que se presupone una cierta variación de la tensión con el tiempo, evitando la discretización en pequeños períodos de tiempo. El Método del Módulo Efectivo (*Effective Modulus Method-EMM*), se basa en la utilización de un módulo de deformación reducido, considerando que la tensión del hormigón permanece constante (Faber [83]). El Método de la Tensión Media (*Mean Stress Method-MSM*) supone una variación lineal de la tensión en el intervalo considerado, tomando par el cálculo el valor medio. El Método del Módulo Efectivo Ajustado a la Edad (*Age Adjusted Effective Modulus Method-AAEMM*) (Trost [231,232], Bazant [19]) se basa en la utilización de un módulo de deformación reducido, afectando el coeficiente de fluencia por un parámetro $\chi(t, t_0)$ (coeficiente de envejecimiento) y supone la adopción de una determinada ley de variación gradual de la tensión con el tiempo, siendo usual adoptar la de la relajación del hormigón sometido a deformación constante (Ghali y Favre [111]).

Retracción del hormigón

La retracción representa una contracción del hormigón en el tiempo cuando éste no está sometido a cargas, restricciones o variaciones de temperatura. La retracción está causada básicamente por un efecto de secado y se ve principalmente afectada por las condiciones ambientales, la geometría de la pieza, los componentes del hormigón y sus proporciones y el tiempo transcurrido desde la finalización del curado.

Debido al fenómeno físico que la produce, la retracción varía a lo largo del espesor de la pieza, siendo mayor en las superficies que en el interior. Asimismo las restricciones al libre movimiento del hormigón provocarán la aparición de tensiones en el mismo (armaduras, elementos estructurales, retracción diferencial). Estas tensiones generalmente se reducen por el efecto de la fluencia, siendo por tanto aconsejable la consideración de ambos fenómenos de forma simultánea en su análisis.

Al igual que para la fluencia existen diversos modelos para la determinación de la deformación debida a la retracción como los de ACI [4], MC-90 [61], EC-2[82], EHE [57] o Bazant y Baweja [22].

Las expresiones utilizadas suelen dar el valor de la retracción $\varepsilon^s(t, t_s)$, entre el tiempo en que ésta comienza t_s y un tiempo t . La retracción $\varepsilon^s(t_2, t_1)$ que tiene lugar entre dos instantes t_1 y t_2 , puede ser determinada mediante la diferencia $\varepsilon^s(t_2, t_s) - \varepsilon^s(t_1, t_s)$.

Envejecimiento del hormigón

El concepto de envejecimiento tiene en cuenta la variación en el tiempo de las propiedades mecánicas del hormigón.

Los distintos códigos de diseño de nuestro entorno incorporan formulaciones empíricas que proporcionan la variación de la resistencia a compresión, la resistencia a

la tracción o el módulo de deformación con el tiempo (ACI [4], MC-90 [61], EC-2[82], EHE [57]).

La inclusión en los cálculos y su efecto sobre la evolución tensodeformacional se pueden considerar introduciendo el valor adecuado de dichos parámetros en cada instante de cálculo.

Deformaciones térmicas

Las deformaciones uniaxiales debidas a los por incrementos de temperatura en cualquiera de los materiales que componen la sección pueden expresarse por

$$\varepsilon^T = \alpha \Delta T \quad (2.8)$$

donde ΔT es la variación de temperatura en el período de tiempo considerado y α el coeficiente de dilatación lineal del material. El perfil de temperatura en la sección puede influir en las tensiones y deformaciones que se originen.

2.2.3. Comportamiento del acero

Para comportamiento en servicio se admite que el acero no llega a su límite elástico, pudiéndose utilizar una relación lineal entre las tensiones y las deformaciones, tanto en compresión como en tracción.

En el caso de los aceros activos en los que se presenta un valor elevado de su resistencia y suelen estar sometidos a tensiones del orden del 60 % al 80% de la misma, se manifiesta el fenómeno de la fluencia. Esta propiedad se evalúa habitualmente midiendo la relajación o pérdida de tensión cuando el acero se somete a una deformación constante (relajación intrínseca).

La relajación depende de manera importante del nivel de tensión de tal forma que aumenta cuando lo hace la tensión. Asimismo depende del tipo de acero y de la temperatura, siendo mayor cuando ésta aumenta.

Existen múltiples expresiones para la determinación del valor de la relajación intrínseca ρ , evaluada como la relación entre la pérdida de tensión $\Delta\sigma_{pr}$ y la tensión inicial $\Delta\sigma_{p0}$, que son función del tipo de acero, del tiempo transcurrido y de la relación entre la tensión inicial y la resistencia del acero (Magura *et al.* [158], Ghali y Favre [111], MC-90 [61], EC-2[82], EHE [57]).

Cuando el acero no está sometido a deformación constante el valor de la relajación varía. Así, por ejemplo, un acortamiento respecto de la deformación inicial, como puede ser el caso de un acero pretensado en una sección de hormigón con fluencia y retracción, producirá un descenso más rápido de la tensión, siendo comparable a lo que hubiera sucedido si la tensión inicial hubiera sido menor. En este caso el valor de la relajación será menor que el de la relajación intrínseca.

Una metodología habitual para tener en cuenta este fenómeno consiste en la utilización de un coeficiente χ_r (menor que la unidad en el caso usual de acortamiento) que permite obtener la relajación reducida $\Delta \bar{\sigma}_{pr}$ a partir de la intrínseca (Ghali y Treviño [115], Ghali y Favre [111]).

Otros procedimientos de carácter general son los que se basan en el establecimiento de tensiones (Hernández y Gamble [130]) o tiempos ficticios (Sánchez-Gálvez y Elices [207]), que permiten trabajar con curvas de relajación intrínseca modificadas que representen el comportamiento cuando la deformación no es constante.

2.3. CONTRIBUCIÓN DEL HORMIGÓN TRACCIONADO ENTRE FISURAS

Cuando las tensiones en el hormigón superan el valor de la resistencia a tracción se produce la fisuración. Debido a su carácter discreto, entre dos fisuras consecutivas de un elemento traccionado de hormigón armado, existe una parte de hormigón que colabora en la resistencia de la pieza gracias a las tensiones de adherencia con el acero. Esta colaboración del hormigón traccionado entre fisuras ocasiona un efecto de rigidización que habitualmente suele ser citado usando la nomenclatura anglosajona de “*tension stiffening*”.

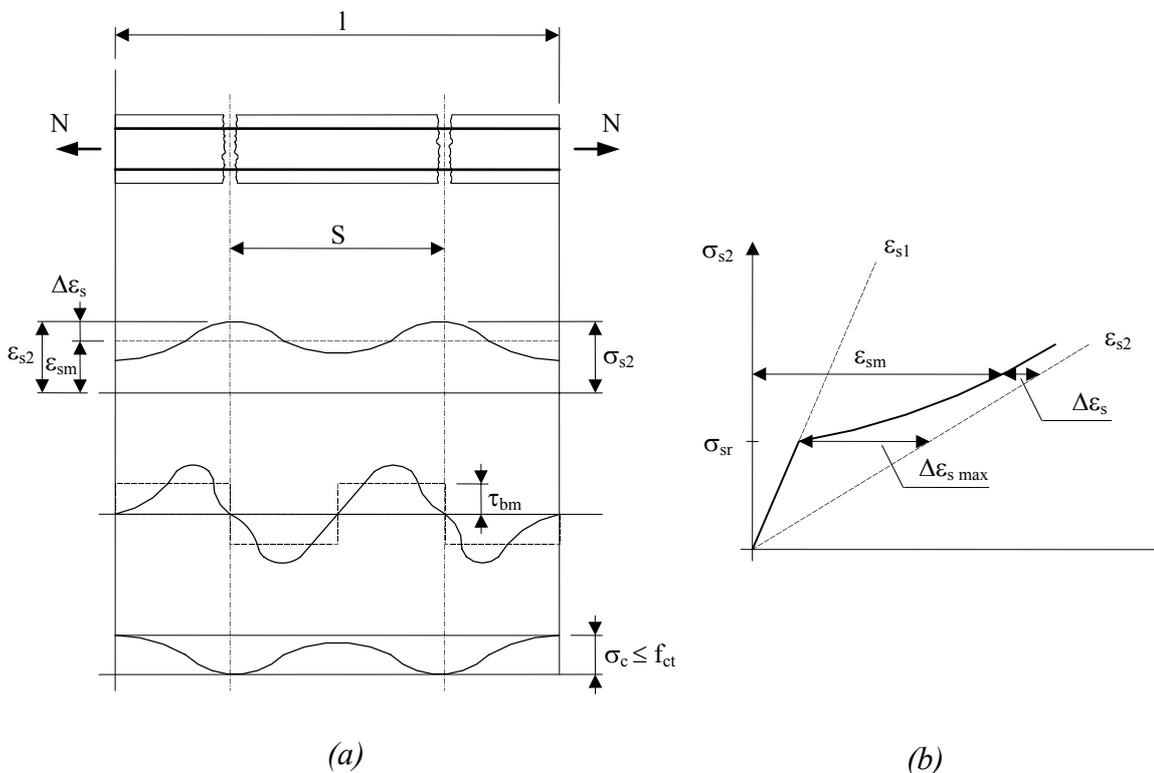


Figura 2.4 – Hormigón entre fisuras: (a) Mecanismo de fisuración en un elemento traccionado; (b) Deformaciones en el acero (CEB [59])

En la Figura 2.4(a) se muestran las tensiones y las deformaciones en una barra sometida a tracción. En ella ϵ_s es la deformación en el acero ϵ_{s2} y σ_{s2} la deformación y

tensión en el acero suponiendo inexistencia de hormigón, σ_c es la tensión en el hormigón y τ_b la tensión de adherencia entre acero y hormigón. Si ε_{sm} es la deformación media de la pieza, la contribución del hormigón traccionado entre fisuras expresada como una disminución de la deformación que habría en el caso de considerar únicamente el acero viene dada por $\Delta\varepsilon_s$. En la Figura 2.4(b) se presenta la evolución de ε_{sm} , con respecto a las que tendría si la pieza no hubiera fisurado (ε_{s1}) o si estuviera totalmente fisurada (ε_{s2}).

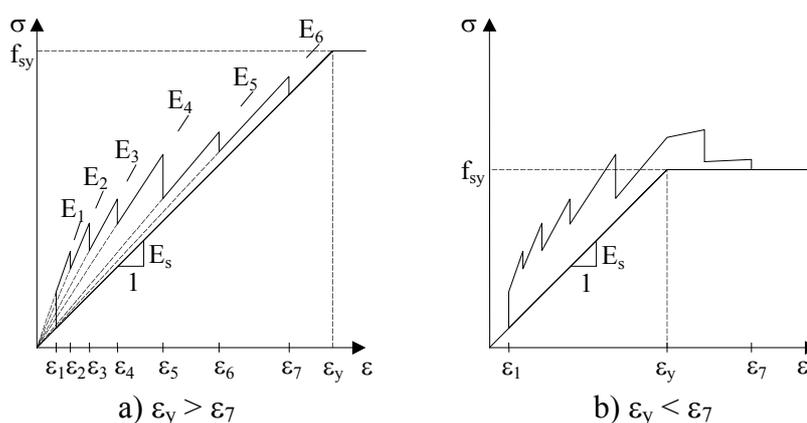
El efecto de *tension stiffening* tiene gran influencia en el comportamiento deformacional de las estructuras de hormigón armado, especialmente en las situaciones de servicio.

Se han propuesto modelos muy diversos y con distintos grados de complejidad para la representación del efecto mencionado. A continuación se presenta un breve resumen de los mismos agrupados según la metodología empleada.

Modelos basados en la variación de las ecuaciones constitutivas de los materiales

Se fundamentan en la modificación de la ley constitutiva del acero o del hormigón a partir del momento de la fisuración. A medida que va aumentando el grado de fisuración se obtiene una disminución de la rigidez del elemento, teniendo como límite la correspondiente al comportamiento totalmente fisurado.

En la Figura 2.5 se muestran curvas representativas del método aplicado a la modificación del comportamiento del acero traccionado. Propuestas de este tipo han sido las de Gilbert y Warner [121] y Bridge y Smith [34].



ε_1	ε_2	ε_3	ε_4	ε_5	ε_6	ε_7
ε_{cr}	$1.5 \cdot \varepsilon_{cr}$	$3 \cdot \varepsilon_{cr}$	$5 \cdot \varepsilon_{cr}$	$8 \cdot \varepsilon_{cr}$	$11 \cdot \varepsilon_{cr}$	$14 \cdot \varepsilon_{cr}$

E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
$4.0 \cdot E_s$	$2.7 \cdot E_s$	$2.0 \cdot E_s$	$1.6 \cdot E_s$	$1.15 \cdot E_s$	$1.05 \cdot E_s$

Figura 2.5 – Modificación del comportamiento del acero (Gilbert y Warner [121])

Otros modelos basados en la incorporación de un área ficticia de hormigón alrededor del acero, variando por tanto la rigidez a este nivel, como los propuestos por Cauvin [48], Gilbert [118], Clark y Speirs [56], Rao y Subrahmanyam [199] o Bazant y Oh [24], podrían ser incluidos dentro de esta clasificación. Trabajos en los que se ha utilizado la variación en la rigidez del acero pueden ser los de Chan [52], Marí [160], Roca [201] e Iglesias [136].

En la Figura 2.6 se muestran, a título ilustrativo, algunas de las diversas propuestas de modificación del diagrama constitutivo del hormigón traccionado.

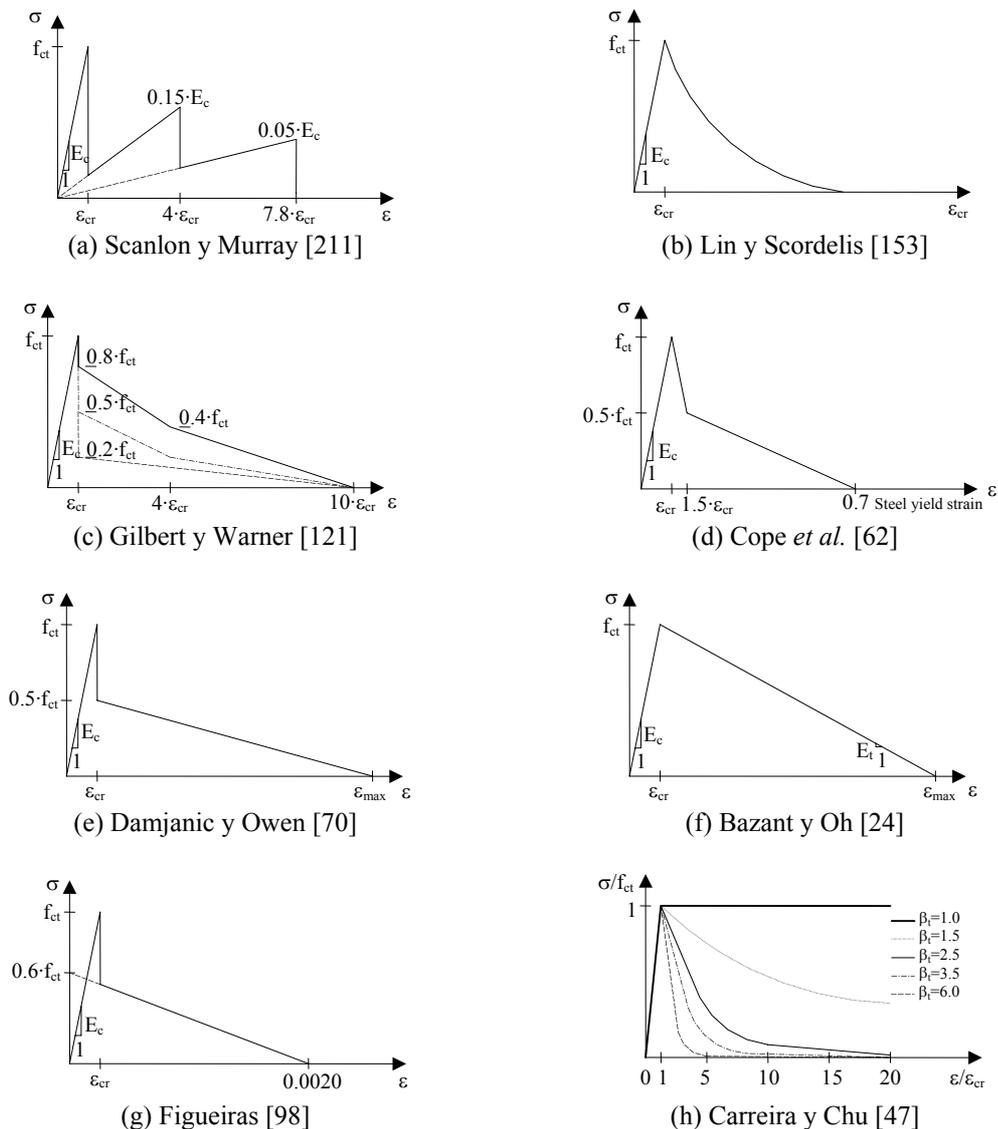


Figura 2.6 – Modificación del comportamiento del hormigón

Esta metodología fue inicialmente introducida por Scanlon [209] y como puede verse ha sido una de las más ampliamente utilizadas, con una gran variedad de propuestas y de parámetros para definir las. Además de los indicados en la Figura 2.6, en la amplia bibliografía consultada se pueden encontrar otros modelos o modificaciones

de los indicados, como pueden ser los de Cervenka [49], Bhide [26], Massicotte *et al.* [170] o Feenstra y De Borst [92].

Entre muchos otros la utilización de este procedimiento se puede encontrar en Owen *et al.* [188], Leibengood *et al.* [149], Hu y Schnobrich [134], Sathurappan *et al.* [208], Alwis *et al.* [13], Rajashekhar y Ellingwood [198], Torres *et al.* [228,229], Hsu y Zhang [133], Henriques y Figueiras [129] Sun *et al.* [221] y Marí [162,164].

En otros trabajos se han realizado estudios comparativos (Moosecker y Grassler [177]) o se proponen métodos para ajustar los parámetros que definen las ecuaciones constitutivas modificadas, según la influencia de diversas variables seccionales, como pueden ser los de Prakhya y Morley [195], GEHO [105] y Kaklauskas y Ghaboussi [139].

Modelos basados en el comportamiento de adherencia-deslizamiento (*bond-slip*)

Se fundamentan en la representación del fenómeno a partir del mecanismo de adherencia entre acero y hormigón estableciendo el equilibrio y la compatibilidad entre hormigón y utilizando las curvas adherencia-deslizamiento. Al producirse la fisuración, tiene lugar un corrimiento relativo entre hormigón y acero, generándose unas tensiones tangenciales de acuerdo con el comportamiento *bond-slip*, repercutiendo en el comportamiento conjunto de los dos materiales.

Esta metodología es la que presenta mayor complejidad de las indicadas en este resumen y puede aplicarse de una manera general a la interacción entre diversos materiales. Se han planteado diversas propuestas que suelen diferir entre ellas según las simplificaciones adoptadas en las curvas que rigen el mecanismo de adherencia, las leyes constitutivas de los materiales o los métodos utilizados para resolver las ecuaciones planteadas.

En esta apartado se pueden incluir, entre otros, los trabajos de Floegl y Mang [100], Gupta y Maestrini [127], Russo y Romano [202], Creazza y Di Marco [66], Choi y Cheung [54], Fantilli *et al.* [86], Aiello y Ombres [8] y Wu *et al.* [241]. El método es apto para ser incluido en modelos de fisuración discreta, como por ejemplo el propuesto por Fdez. Prada y Miguel [96].

Modelos basados en estimaciones de la rigidez equivalente a flexión

Éste es uno de los procedimientos más simples y de los que mayor aceptación ha tenido en la práctica del cálculo de estructuras debido a su facilidad de aplicación, tanto para el cálculo directo de flechas como de curvaturas.

El modelo más conocido es el propuesto por Branson [30,31], mediante el cual se obtiene una inercia equivalente I_e , por interpolación entre la inercia de la pieza de la sección sin fisurar I_1 (o de la inercia bruta sin armaduras I_g) y de la inercia fisurada I_2 , según la ecuación (2.9)

$$I_e = I_g \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^i + I_2 \left(1 - \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^i \right) \leq I_g \quad (2.9)$$

donde M_{cr} es el momento de fisuración y M es el momento máximo de la pieza en el caso de cálculo de flechas con i igual a 3. Para hallar la curvatura en una sección particular puede tomarse el valor 4 el exponente i . Siendo la sencillez su principal virtud, también es la causa de que no pueda adecuarse de manera igualmente idónea a todas las situaciones de carga.

El método de Branson ha sido adoptado para el cálculo simplificado de flechas por el código americano ACI-318 [6]. Asimismo, la normativa española lo recoge en la actual EHE [57]. En el apartado 2.5 se indican las referencias relacionadas con este procedimiento desde el punto de vista de su aplicación práctica al cálculo simplificado de flechas.

Otras expresiones para determinar una rigidez equivalente pueden encontrarse en Fargueta *et al.* [89] igualando la flecha a la obtenida por integración de curvaturas o en Cosenza y Greco [65] con comparación de diversas expresiones deducidas según la forma del diagrama momento-curvatura adoptado. Asimismo el concepto puede ser aplicado a elementos sometidos a flexión compuesta como, por ejemplo, en los trabajos de Alameh y Muhamed [9] y Fargueta *et al.* [88].

Modelos basados en el comportamiento seccional esfuerzo-deformación media

Estos modelos se basan en hallar una deformación seccional media situada entre la respuesta de la sección sin fisurar y la respuesta cuando ésta está totalmente fisurada. Éste es el fundamento de los trabajos desarrollados en el seno del CEB (CEB Manual de Fisuración y Deformaciones [59]) e incorporados a MC-90 [61] y EC-2 [82].

Para el caso de una barra sometida a esfuerzo axial se halla una deformación $\Delta\varepsilon_s$, que debe ser descontada de ε_{s2} que es la que habría en el caso de no tener en cuenta el hormigón traccionado (Figura 2.4(b)). Así se podrá encontrar la deformación media $\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - \Delta\varepsilon_s$, donde $\Delta\varepsilon_s$ dependerá del valor máximo $\Delta\varepsilon_{máx}$ y de la relación entre el esfuerzo aplicado y el que produce la fisuración. El valor de $\Delta\varepsilon_{máx}$ puede afectarse de un coeficiente reductor β para tener en cuenta situaciones en las que se reduzca la adherencia entre acero y hormigón. La misma idea puede ser aplicada al caso de secciones a flexión y hallar las respuestas Momento-Curvatura.

Las ecuaciones que se plantean con las consideraciones anteriores suponen una interpolación entre la deformación (curvatura) que se obtiene para la sección sin fisurar y la totalmente fisurada. A título de ejemplo en la ec. (2.10) se muestra la expresión que propone el EC-2 [82] para el caso de flexión

$$C_m = (1 - \zeta) C_1 + \zeta C_2 \quad \zeta = 1 - \beta \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right)^2 \quad \sigma_{s2} \geq \sigma_{sr} \quad (2.10)$$

Esta metodología puede ser aplicada igualmente para el comportamiento a largo plazo. Asimismo ha dado lugar a expresiones simplificadas para el cálculo de flechas que se comentan en el apartado 2.5.

En CEB [59], Calavera y García Dutari [41], Ghali y Favre [111] o Favre y Chariff [91] se pueden encontrar explicaciones detalladas de este procedimiento y ejemplos de aplicación. Otras propuestas basadas en la misma metodología aplicada a flexión compuesta se pueden hallar en Espion y Halleux [78], Fernández Prada *et al.* [97] o Porco *et al.* [194] donde se aplica a estructuras mixtas.

Además de las propuestas del CEB, en otros trabajos se han empleado diagramas esfuerzo-deformación de formas diversas (bilineal, trilineal, etc.), como por ejemplo, los indicados en Alwis [12] o Cosenza [64].

Esta metodología de respuesta en deformación media ha sido ampliamente utilizada en numerosos trabajos y procedimientos de cálculo para como pueden ser los de Ghali [107], Ghali y Elbadry [108-110], Corres y Rodríguez [63] y Calavera y García Dutari [41] y aplicada a diversos materiales como el caso del hormigón con fibras en Samer y Shiah [204].

2.4. MODELOS DE ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS DE BARRAS

Los modelos basados en el Método de los Elementos Finitos (MEF) han jugado un papel muy importante en el desarrollo de herramientas de análisis no lineal de estructuras de hormigón. Desde los primeros trabajos de Ngo y Scordelis en 1967 [186], se ha desarrollado numerosos estudios cubriendo una gran diversidad de aspectos del comportamiento estructural.

En el caso de estructuras de barras, pueden destacarse los trabajos iniciales de Selna [214] con inclusión de los efectos dependientes del tiempo, Aas-Jackobsen [1] con efectos de segundo orden, Aldsted [10] con inclusión de deslizamiento relativo entre hormigón y armaduras y Kang [140] que incluyó además los efectos del pretensado. En el caso de entramados espaciales cabe destacar los modelos de Kang y Scordelis [141], Buckle y Jackson [35], Chan [52], Marí [160] y Ulm *et al.* [233], basados en métodos multicapa o multifibra.

Otra metodología empleada en el análisis de estructuras de hormigón ha sido la basada en la Formulación Matricial Generalizada (FMG), que consiste en una generalización de la formulación matricial clásica de barras al análisis no lineal. Este procedimiento ha sido aplicado también a otros tipos de estructuras y materiales (elementos curvos de obra de fábrica, Molins y Roca [173,174]). Dentro de este grupo se pueden incluir las formulaciones presentadas por Carol y Murcia [44], Ghali y Elbadry [108], Carrascón *et al.* [45], Marí [162,161], Molins *et al.* [175] y Pérez Caldenteny [142].

Por lo que respecta a la consideración de los efectos de la construcción evolutiva cabría citar entre otros los trabajos de Tadros *et al.* [223] y Khalil [145] para puentes

atirantados y pretensados, Shushkewich [218] para comportamiento diferido de puentes, Van Zyl y Scordelis [237] para puentes en cajón, curvos y construidos por voladizos, Ketchum [144] para el análisis no lineal y evolutivo de pórticos planos, Kang y Scordelis [141] incluyendo el comportamiento no lineal por la geometría y el material, Abbas y Scordelis [1] con un modelo tridimensional, Millanes [172] para tableros de puentes de hormigón armado, pretensado o mixtos, Navratil [184] para pórticos planos de hormigón armado y pretensado y Ghali y Elbadry [109] con inclusión de la contribución del hormigón entre fisuras. Los modelos citados incorporan la construcción evolutiva, aunque adoleciendo algunos de ellos de la inclusión de la fisuración, del efecto de *tension stiffening* o de la consideración de la evolución en las dos direcciones, transversal y longitudinal. Recientemente, desde nuestro entorno más próximo, se han presentado propuestas como las de Murcia y Henkerkoff [183] o Marí *et al.* [166] para puentes con elementos prefabricados, la de Torres *et al.* [229] basada en la FMG y modelos muy completos basados en el MEF como los de Cruz *et al.* para estructuras reticulares planas [67,69] y Marí [164] para pórticos en tres dimensiones.

2.5. MÉTODOS SIMPLIFICADOS DE CÁLCULO DE FLECHAS EN ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN

Estos métodos se basan generalmente en el uso de simplificaciones que derivan de los procedimientos de rigidez equivalente o diagramas de comportamiento seccional descritos en el apartado 2.2.

La metodología más ampliamente utilizada ha sido la de la rigidez equivalente de Branson indicada en la ec. (2.9) con la que se calculan directamente las flechas instantáneas (ACI-318 [6], EHE [57]). Para la flecha diferida se usa un coeficiente que tiene en cuenta la duración de la aplicación de la carga y la cuantía de la armadura de compresión (ACI [7]).

Resulta prácticamente imposible citar con exhaustividad las referencias que recogen o proponen mejoras del método de Branson y de las propuestas de ACI-318 [6] o EHE [57] (o de EH anteriores), tanto desde un punto de vista conceptual como de su aplicación práctica al cálculo de flechas en elementos de hormigón armado o pretensado. Así por ejemplo, en Marí *et al.* [159] se propone una interpretación analítica del método. En Branson y Trost [33], Tadros [222], Branson [32], Tadros *et al.* [224], Al-Zaid *et al.* [14], Al-Shaikh y Al-Zaid [11], Fikry y Thomas [99] y Gilbert [117], se proponen modificaciones para mejorar su adecuación a diversas situaciones de carga. En Ortíz y del Río [187], del Río y Ortíz [71], K. M. Rao y Dilger [146], Ghali [112], Calavera y García Dutari [41] y Ghali y Azarnejad [113], se realizan revisiones críticas o estudios comparativos. En Paulson *et al.* [189], Teng y Branson [227], Murcia [179,180,182] y Gilbert [117], se proponen alternativas con respecto a la predicción de deformaciones diferidas. En Benlloch *et al.* [25] se estudia la influencia de la armadura de compresión en el valor de la flecha. En Marí [163] se presentan diversas simplificaciones para mejorar su uso práctico tanto instantáneo como diferido. La metodología también se ha empleado para hormigón con fibras, como por ejemplo en Tan *et al.* [226] o para el estudio de flechas en forjados bidireccionales como es el caso de Scanlon y Thompson [212].

Otro método simplificado para el cálculo de flechas es el que deriva de los trabajos del CEB (CEB [59]). En la ec. (2.11) se presenta la expresión que define dicho método para el caso de flexión simple. La estimación de la flecha a se determina interpolando entre la obtenida para el elemento considerando la rigidez no fisurada a_1 y la que se obtendría con la rigidez totalmente fisurada a_2 (método bilineal)

$$a = (1 - \zeta) a_1 + \zeta a_2 \quad \zeta = 1 - \beta \frac{M_{cr}}{M} \quad M \geq M_{cr} \quad (2.11)$$

Introduciendo algunas simplificaciones (Favre y Charif [91]) tales métodos dan lugar expresiones todavía más simples, como ser el método de los coeficientes globales (CEB [59]) o las fórmulas simplificadas de MC-90 [61].

Esta metodología ha sido empleada, entre otros, en los trabajos de Jaccoud y Favre [137] y del Río y Ortiz [71]. En Espion y Halleux [81] se realiza un estudio comparativo entre este procedimiento y el anteriormente comentado de ACI.

A partir de la aplicación de los métodos citados anteriormente y teniendo en cuenta los criterios de limitación de flechas admisibles (del Río y Ortiz [72]) se han determinado límites de esbeltez en los elementos flectados cuyo cumplimiento exime del cálculo de las flechas. Tales criterios se han incorporado a muchas de las normativas actuales, como es el caso de ACI-318 [6], EHE [57], MC-90 [61] y EC-2 [82]. En los trabajos de del Río y Ortiz [73] y León *et al.* [150] se pueden encontrar estudios y propuestas relativas a los límites de esbeltez.

En GEHO [104] se presenta un interesante resumen del cálculo simplificado de flechas en estructuras de edificación.

Finalmente, indicar que existen muchos otros trabajos que han contemplado el estudio teórico y experimental de las deformaciones como pueden ser los relativos a forjados realizados en nuestro país por Calavera y Fdez. Gómez [39,40], González Valle [123], González Valle *et al.* [125] y Calavera *et al.* [38], en vigas postesas realizados Pérez *et al.* [191], en puentes prefabricados por Valdés *et al.* [235], en vigas descimbradas a tempranas edades por Serrá [215], en losas con armaduras postesas por Martínez Abella [169] y otros muchos que necesariamente no pueden ser citados en un breve resumen del estado del arte como el presente.

2.6. OTRAS APLICACIONES DE UN MODELO GENERAL EN SERVICIO

Además del cálculo de deformaciones citado en el apartado anterior, existen otros ámbitos en los que una metodología general como la que se desarrolla en el este trabajo pueden ser de aplicación. A modo de ejemplo se citan referencias de algunos campos en los que la aplicación sistemática de este tipo de modelos puede realizar aportaciones de cara al diseño y a la comprensión del comportamiento estructural.

Puede tener interés en estudios y propuestas que tengan en cuenta la influencia de la historia de cargas como los realizados por Xin y Gilbert [242], Teng y Branson [227] y García Dutari y Calavera [101].

La aplicación de diversas metodologías para el análisis de secciones mixtas ha sido objeto de numerosos trabajos como pueden ser los de Uy [234] para secciones en T pretensadas, Bradford [27,28] con especial atención al efecto de la retracción o Amadio y Fragiaco [15], presentando un procedimiento analítico considerando los efectos diferidos y la flexibilidad de los conectores. Para el caso de secciones con distintos hormigones Silfwerbrand [219] propone un modelo simplificado para evaluar la influencia de la retracción.

En el campo de las redistribuciones de esfuerzos y su influencia, Taerwe y Espion [225] realizan un estudio del comportamiento en servicio en vigas continuas diseñadas para la misma carga última, Pisanty y Regan [193] estudian redistribuciones en servicio en forjados y vigas continuas, Lopes *et al.* [156] analizan las redistribuciones en vigas continuas pretensadas construidas por fases, Gilbert y Bradford [120] muestran la influencia de la retracción en la redistribución en vigas continuas mixtas, Fargueta *et al.* [90] estudian la influencia del análisis no lineal en el cálculo de flechas, con propuesta de un método simplificado.

La consideración de estudio de la influencia del proceso constructivo en estructuras de edificación, con especial atención al caso de los forjados, ha sido también objeto de numerosos trabajos, entre los que cabe destacar los de Grundy y Kabaila [126] que propusieron un primer método simplificado para la evaluación de las cargas transmitidas a los forjados, Gardner [102] con introducción de coeficientes de seguridad, Liu *et al.* [155] y Liu y Chen [154] con comparaciones con el método simplificado y estudio de influencia de diversos factores, El-Sheik y Chen [77] estudiando la influencia del tipo de hormigón y su influencia en flechas y redistribuciones, Lee *et al.* [148] introduciendo el efecto de la fluencia de una manera continua, Mosallam y Chen [178] considerando variación lineal de la carga en las etapas constructivas, Stivaros y Halvorsen [220] usando pórticos virtuales para edificios con varios vanos y plantas y Fang *et al.* [84,85] desarrollando un modelo analítico bidimensional para forjados y comparándolo con ensayos realizados por ellos mismos. En nuestro país este tema también ha sido objeto de diversos trabajos como los de Calavera y García Dutari [41] que ofrece una interesante recopilación, Calavera y Fdez. Gómez [36] que proponen criterios de descimbrado, Maristany [167], Montero y Marí [176] estudian la influencia del proceso constructivo sobre el diseño y el comportamiento de edificios de hormigón y Baraut y Marí [18] que proponen una metodología de diseño para forjados continuos de placas alveolares. Trabajos recientes que incorporan estudios experimentales pueden ser los de Serrá [215] con el estudio de hormigones descimbrados a tempranas edades y Gil *et al.* [116] con la consideración de la influencia en el cálculo de flechas.

Finalmente, otro aspecto sobre el que se han realizado numerosos trabajos y que también es objeto de actual investigación es el que hace referencia a la reparación y refuerzo de estructuras de hormigón. Sobre este tema se puede encontrar una recopilación del estado del arte en GEHO [106]. A modo de ejemplo, y centrándonos en

trabajos realizados en nuestro país se pueden destacar los de Fdez. Cánovas [93,94,95] sobre refuerzo mediante bandas de acero encoladas, Perepérez *et al.*[190] sobre adherencia de barras de acero con resinas, Valcuende [236] sobre reparación de elementos lineales de hormigón armado.

