

Capítulo 4

MODELIZACIÓN DE LA CONTRIBUCIÓN DEL HORMIGÓN TRACCIONADO ENTRE FISURAS

4.1. INTRODUCCIÓN

Cuando en una sección de hormigón armado o pretensado aparecen esfuerzos que generan tensiones de tracción que superan la resistencia del hormigón, éste se fisura. Tal como ha sido introducido en el Capítulo 2, el efecto de *tensión stiffening* provoca un aumento de la rigidez global del elemento respecto de la que tendría despreciando la colaboración del hormigón traccionado,

En la Figura 4.1 se muestra el comportamiento de un elemento sometido a flexión, siendo ε_s la deformación de la armadura traccionada, ε_{sm} la deformación media, ε_{s2} la correspondiente a la sección totalmente fisurada, C_1 la curvatura de la sección sin fisurar (estado I) y C_2 la de la sección supuesta totalmente fisurada (estado II₀).

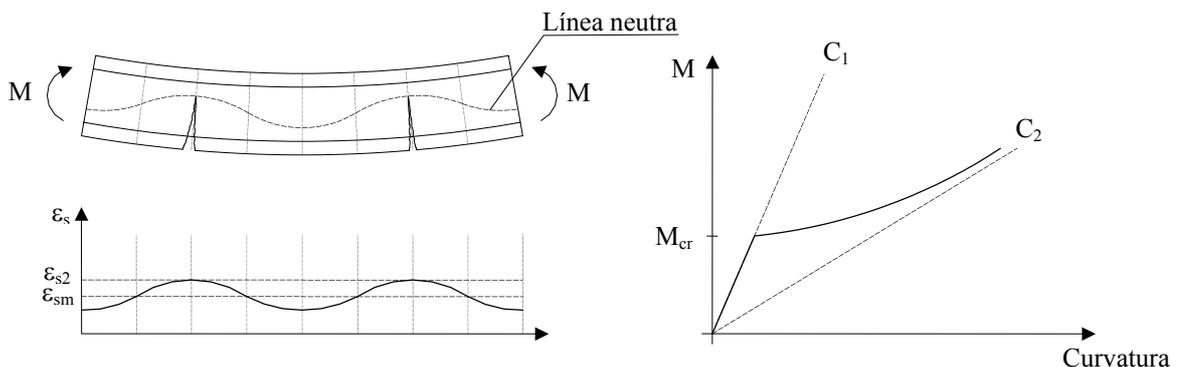


Figura 4.1 – Elemento de hormigón armado sometido a flexión

Para tener en cuenta este efecto se han presentado propuestas muy diversas, según distintas metodologías.

Los modelos basados en la representación del fenómeno a partir del mecanismo de adherencia entre acero y hormigón, utilizando las denominadas curvas *bond-slip*, son los que presentan un planteamiento teórico más riguroso del problema [8,54,66,86,100,127], estableciendo el equilibrio y la compatibilidad mediante las

correspondientes ecuaciones diferenciales. Se trata de la metodología que presenta una mayor complejidad, a la que hay que añadir la dificultad en el establecimiento de los parámetros experimentales que gobiernan el mecanismo. Todo ello provoca que, de momento, su aplicación se vea limitada a casos muy concretos y su uso no se haya extendido al estudio de problemas estructurales a escala real.

Como contrapartida, buscando la mayor sencillez, podemos citar los métodos simplificados para el cálculo de flechas en elementos de hormigón armado o pretensado teniendo en cuenta el efecto de *tension stiffening*. Así, EHE [57] y ACI-318 [6] incorporan el método de Branson [31], basado en el uso de una inercia equivalente, interpolada entre los valores de sección fisurada y no fisurada, el Eurocódigo EC-2 [57] propone la interpolación entre las flechas obtenidas en el elemento considerando la sección fisurada y sin fisurar y el MC-90 [61] introduce un coeficiente multiplicador de la flecha básica dependiente del nivel de fisuración. Estos procedimientos presentan la ventaja de su simplicidad, circunstancia que, por otra parte, hace que sean poco adecuados para su uso en modelos de cálculo generales como el que se expone en el presente trabajo.

En una situación intermedia se encuentran los métodos basados en el uso de diagramas o ecuaciones que relacionan las deformaciones seccionales con los esfuerzos aplicados (axil-deformación unitaria, momento-curvatura). El comportamiento de la sección se obtiene de la interpolación de la respuesta para sección no fisurada (I) y fisurada (II_0), obteniéndose una respuesta media y tratándose, por tanto, la fisuración como un fenómeno distribuido. La respuesta estructural se halla a partir de la consideración del comportamiento de las distintas secciones de los elementos. Dentro de estos modelos se encuentra el propuesto por el Boletín nº 158-E del CEB, “Manual de Fisuración y Deformaciones”, (MFD) [59], recogido en MC-90 [61] y EC-2 [57]. Presentan la ventaja de involucrar a la mayoría de los factores que intervienen en el fenómeno, tanto en comportamiento instantáneo como diferido, habiendo sido ampliamente utilizados y contrastados con numerosos resultados experimentales [19,41,109,111,113,137,230]. Como inconveniente cabría citar la obligación de realizar un doble cálculo en el tiempo (estado I y II_0) y la dificultad de su uso en situaciones de secciones y cargas evolutivas.

Uno de los métodos más empleados en los últimos años para la modelización de la contribución del hormigón traccionado entre fisuras ha sido el uso de leyes constitutivas modificadas para los materiales que forman parte de la sección (acero u hormigón). Dichas curvas pueden adoptar distintas formas, tal como se ha visto en el Capítulo 2, pero en general se basan en una disminución de la capacidad resistente a medida que aumenta la deformación una vez sobrepasada la correspondiente a la resistencia a tracción del hormigón. En este caso se contempla, también, la fisuración como un fenómeno distribuido.

Los modelos referidos al acero se basan en la consideración de una rigidez ficticia para las barras, mayor que la real, la cual va disminuyendo a medida que aumenta la deformación. Este tipo de formulación ha sido usado por Gilbert y Warner [121,122], Chan [52], Marí [160] y Roca [201]. Los modelos referidos al hormigón han sido los más utilizados y consisten en el establecimiento de una rama de

reblandecimiento decreciente a partir del alcance de la resistencia a tracción del hormigón. Esta metodología fue introducida por Scanlon [209] y ha sido aplicada por numerosos autores, como Lin y Scordelis [153], Gilbert y Warner [121], Cope *et al.* [62], Owen *et al.* [188], Damjanic y Owen [70], Bazant y Oh [24], Prakhya y Morley [195] y Cervenka [49], entre otros, proponiéndose diversas modificaciones en la forma de la rama descendente del comportamiento en tracción. El procedimiento ha sido implementado en numerosos modelos de análisis estructural, la mayoría de ellos basados en el MEF, resultando un sistema directo que no requiere un doble cálculo, más sencillo que los métodos basados en las curvas *bond-slip* y con capacidad de ser aplicado a problemas de comportamiento global de estructuras. Por otra parte, existe una gran variación entre los coeficientes propuestos para definir la forma del diagrama en la zona traccionada, tales como la deformación máxima hasta la cual el efecto de *tension stiffening* debe considerarse, la pendiente de las curvas o la magnitud de las discontinuidades en el caso de diagramas escalonados.

Los resultados experimentales han puesto de manifiesto que el efecto de *tension stiffening* es dependiente de las características seccionales y de las de los materiales (cuantía de acero, diámetro de las barras, resistencia, adherencia) [55,239]. Ha habido algunas propuestas para relacionar la forma de las curvas y los parámetros que las definen con los factores que intervienen en el problema. Así, por ejemplo, Prakhya y Morley [195], usando un procedimiento de optimización lineal para ajustar a valores experimentales [55,56,239], hallaron una expresión dependiente del porcentaje de armadura en el área de tracción y de su recubrimiento, separación y superficie específica. Aun cuando la correlación no fue muy buena, presentaba interés por la metodología y por su utilidad práctica. Massicotte *et al.* [170], a partir de una curva de *tension softening* determinada de resultados experimentales y de la idea de interpolar entre los estados I y II₀ propusieron que la contribución del hormigón dependiese del producto entre la relación de módulos de deformación y la cuantía $n\rho$, de la resistencia a tracción f_{cb} , del módulo del hormigón E_c , y del límite elástico del acero f_y . Ambos trabajos presentan la novedad, frente a otros anteriores, de involucrar a diversos factores seccionales que intervienen en el fenómeno. Por otra parte, debe indicarse que en ellos se estudiaba únicamente el comportamiento instantáneo y que sólo se calibraron con unas series específicas de ensayos, lo cual podría hacerles perder actualidad y generalidad.

Recientemente, el Grupo de Trabajo V/4 del GEHO [105] ha realizado un estudio en el que se ha ajustado el coeficiente β_t de las curvas usadas por Prakhya y Morley [195] (Fig. 2.6 (h)) a los valores obtenidos por el modelo del CEB MC-90 para tracción pura, hallándose una expresión en función de la cuantía de armadura referida al área eficaz. El trabajo presenta un gran interés por su metodología, aun cuando se ha circunscrito a la zona de negativos en estructuras mixtas de perfiles de acero y hormigón armado. Asimismo Kaklauskas y Ghaboussi [139] han propuesto un método para determinar la ley tensión-deformación en vigas a flexión basándose en resultados de ensayos experimentales y aplicarlo al desarrollo de leyes constitutivas a partiendo de modelos de redes neuronales, que incorporen la influencia de múltiples parámetros.

En el presente trabajo se ha modelizado el comportamiento en flexión del hormigón traccionado entre fisuras mediante el uso de una ley constitutiva modificada

referida al hormigón. La forma y definición de parámetros adoptada es similar a la presentada por Damjanic y Owen [70] en la que la rama de reblandecimiento queda definida por un escalón a partir de la resistencia a tracción del hormigón f_{ct} seguido de una recta con pendiente negativa. El modelo se ha escogido teniendo en cuenta su sencillez ya que queda caracterizado solamente por dos rectas y un escalón. El diagrama queda determinado mediante los parámetros α_1 y α_2 , multiplicativos de la resistencia a tracción f_{ct} y de la deformación correspondiente ε_{ct} . Dichos coeficientes pueden ser calibrados ajustándolos mediante series de ensayos experimentales, en la línea de la mayor parte de los trabajos presentados, o a modelos existentes que hayan sido suficientemente contrastados.

En este Capítulo se presenta una metodología general para ajustar los coeficientes α_1 y α_2 al modelo de comportamiento en flexión (simple o compuesta) propuesto por el CEB en el MFD [59], adoptado por el EC-2 [82], y con ligeras modificaciones, por el MC-90 [61]. Se determinan las relaciones Momento-Curvatura según el modelo del CEB y por mínimos cuadrados se ajusta la ley constitutiva para la sección. El procedimiento así descrito es aplicable a una sección genérica y puede ser implementado como un proceso inicial en un modelo general de cálculo no lineal, obteniéndose el comportamiento adaptado a las características seccionales. A partir del método general, se hace un estudio particularizado para secciones rectangulares, determinando cuáles son los parámetros seccionales que influyen en el ajuste de la ley constitutiva del hormigón (de acuerdo con el modelo adoptado) y estableciendo una relación sencilla mediante regresión lineal.

Manteniendo la sencillez, en la medida de lo posible, se ha tratado de ver la influencia de distintos parámetros seccionales en el fenómeno de *tension stiffening* representado mediante la variación de la ley constitutiva del hormigón traccionado, realizándose un estudio del comportamiento instantáneo y diferido, lo cual puede representar una ampliación y actualización de las aportaciones realizadas en trabajos precedentes. Aun cuando la metodología es general, de acuerdo con el enfoque del presente trabajo, el estudio se ha realizado para el rango de valores de las solicitaciones correspondientes al estado de servicio.

4.2. MODELO DE REFERENCIA

De acuerdo con los trabajos realizados por el CEB, presentados en el MFD [59], el EC-2 [82] indica que la curvatura media a considerar en una determinada sección puede expresarse mediante

$$C_m = C_1 \quad \sigma_{s2} < \sigma_{sr} \quad (4.1)$$

$$C_m = (1 - \zeta)C_1 + \zeta C_2 \quad \zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right)^2 \quad \sigma_{s2} \geq \sigma_{sr} \quad (4.2)$$

donde C_m , C_1 y C_2 , son la curvatura media y las correspondientes a los estados I y II₀; β_1 es un coeficiente que tiene en cuenta las propiedades adherentes de las barras de valor 1 para alta adherencia (corrugadas) y 0.5 para barras lisas; β_2 tiene en cuenta la duración

de la carga, siendo 1 para una única carga de corta duración y 0.5 para cargas mantenidas o ciclos de cargas repetidas; σ_{s2} es la tensión del acero traccionado suponiendo la sección en estado II_0 ; y σ_{sr} es la tensión en el acero traccionado calculada en estado II_0 y para las cargas a las que se produce la fisuración (M_{cr} , N).

En flexión simple σ_{sr}/σ_{s2} es equivalente a M/M_{cr} siendo M el momento actuante y M_{cr} el de fisuración.

Basándose en la misma idea, el MC-90 [61] ha adoptado una formulación similar para la curvatura media

$$C_m = C_1 \quad M < M_{cr,red} \quad (4.3)$$

$$C_m = C_2 - (C_{2r} - C_{1r})\beta_1\beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M} \right) \quad M \geq M_{cr,red} \quad (4.4)$$

$$M_{cr} = W_1 \left(f_{ct} - \frac{N}{A_1} \right) \quad (4.5)$$

donde C_{1r} y C_{2r} son las curvaturas en los estados I y II_0 correspondientes a las cargas que producen la fisuración; W_1 y A_1 el módulo y el área resistente de la sección para estado I; f_{ct} la resistencia media a tracción (f_{ctm}) para el caso de cálculo de la flecha; β_1 adopta el valor 1 para barras de alta adherencia y 0.5 para barras lisas; β_2 vale 0.8 para la carga de corta duración y 0.5 para cargas mantenidas o ciclos de cargas repetidas; y $M_{cr,red}$ es el momento de fisuración reducido definido por la intersección de la curva C_m y la recta que representa la curvatura C_1 (para flexión simple sin retracción adopta el valor $(\beta_1\beta_2)^{1/2} \cdot M_{cr}$). Este momento reducido se introduce para tener en cuenta el efecto de cargas previas, la retracción o las variaciones de temperatura durante la construcción.

Para flexión simple (sin retracción) la ecuación (4.4) se transforma en

$$C_m = C_2 - (C_2 - C_1)\beta_1\beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2 \quad (4.6)$$

$$C_m = \left[\beta_1\beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2 \right] C_1 + \left[1 - \beta_1\beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2 \right] C_2$$

coincidiendo con (4.2).

Ghali y Favre [111] aplican, asimismo, un procedimiento de interpolación para la obtención de la curvatura media de acuerdo con las ecuaciones

$$C_m = C_1 \quad \sigma_{1max} \leq f_{ct} \quad (4.7)$$

$$C_m = (1 - \zeta)C_1 + \zeta C_2 \quad \zeta = 1 - \beta_1\beta_2 \left(\frac{f_{ct}}{\sigma_{1max}} \right)^2 \quad \sigma_{1max} > f_{ct} \quad (4.8)$$

donde f_{ct} es la resistencia a tracción del hormigón; σ_{1max} la tensión de tracción en la fibra extrema de la sección suponiendo sección no fisurada; y β_1, β_2 adoptan los mismos valores que en EC-2 [82]. La formulación es aplicable al caso general de flexión y esfuerzo axial.

En la Figura 4.2 se muestra gráficamente el significado de las ecuaciones anteriores.

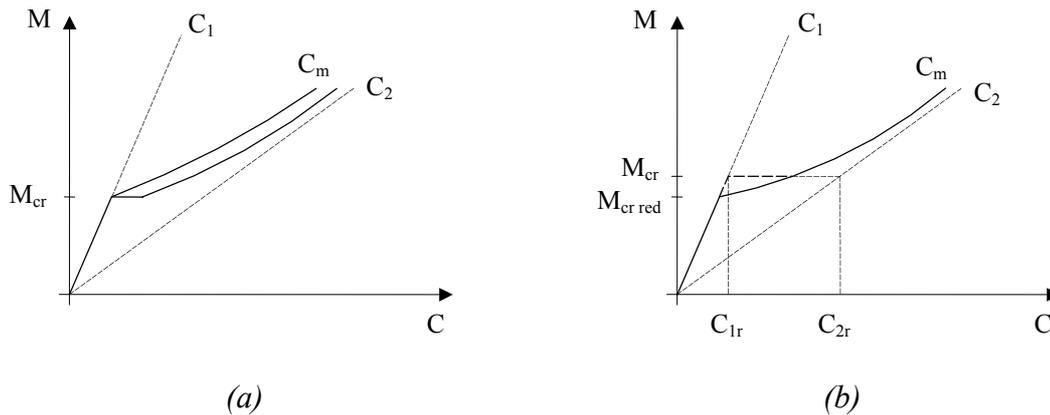


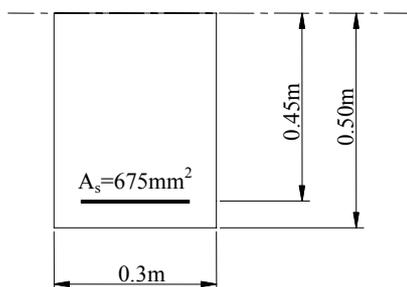
Figura 4.2 – Diagramas Momento-Curvatura: (a) EC-2; (b) MC-90

Partiendo del programa de análisis seccional SECSER (Capítulo 3), se ha implementado un algoritmo para hallar diagramas Momento-Curvatura que puede aplicar cualquiera de los tres criterios de interpolación indicados anteriormente: EC-2, MC-90 y Ghali/Favre. Los resultados que se obtienen, aunque parecidos, no son siempre coincidentes ya que la consideración de la flexión compuesta o de los efectos diferidos (incluyendo la retracción) produce valores ligeramente distintos. Asimismo debe tenerse en cuenta que MC-90 [61] reduce de 1 a 0.8 el valor de β_1 .

En la Figura 4.3 (b, c, d, e) se muestran a título comparativo algunos gráficos obtenidos a partir de los métodos indicados para flexión simple o acompañada de esfuerzo axial y para carga de corta y larga duración. Los diagramas se refieren a una sección rectangular con las dimensiones y características indicadas en la Figura 4.3(a).

Se observa que en la zona próxima al momento de fisuración los modelos difieren debido al valor adoptado para el coeficiente β_2 para carga de corta duración. Este efecto se nota principalmente para el caso de flexión simple (Fig. 4.3(b)). Para la sección indicada, y para momentos relativamente mayores que el de fisuración, las diferencias son del orden del 5%, en flexión simple y comportamiento instantáneo y del 9 % con carga axial. En el comportamiento a largo plazo, las variaciones en este caso son del 4 % para flexión compuesta y en cambio prácticamente inexistentes en ausencia de esfuerzo axial.

Aun cuando las diferencias dependerán de la sección analizada y de las cargas, el ejemplo es ilustrativo de la variabilidad que se produce entre distintos modelos empíricos que pueden ser tomados como referencia.



HA-30

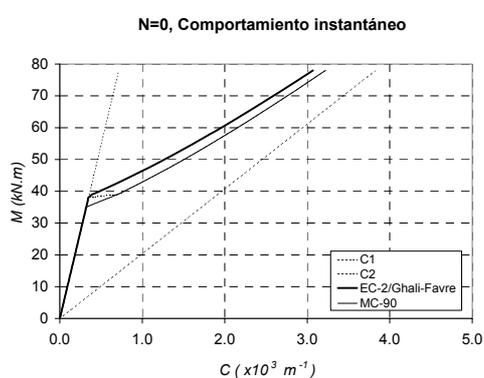
$$E_c(t_0) = 33550 \text{ MPa}$$

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

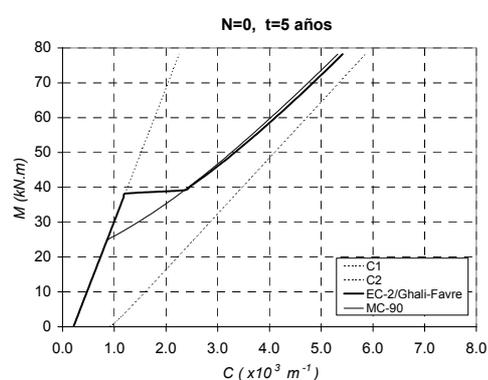
$$f_{ct} = 2.90 \text{ MPa}$$

$$d/h = 0.90$$

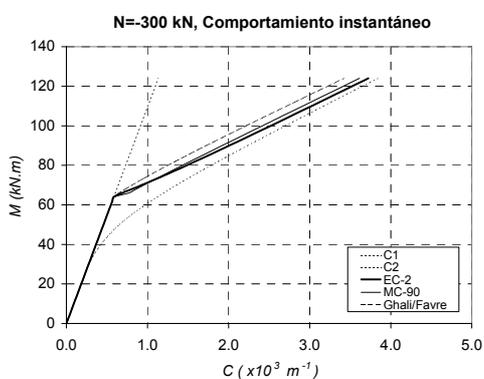
(a) Características de la sección analizada



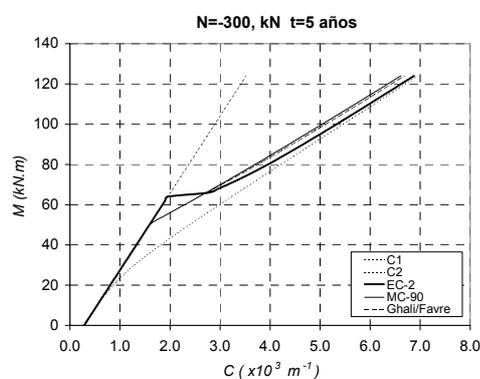
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 4.3 – Diagramas Momento-Curvatura según diversos modelos

Si bien es posible la adopción de cualquiera de las propuestas indicadas, ya que provienen de fuentes de acreditada solvencia, en lo que sigue se ha utilizado el método y coeficientes del EC-2 [82], introduciendo no obstante en algunas representaciones gráficas el concepto del momento de fisuración reducido $M_{cr, red}$.

4.3. MODELO ADOPTADO

En el presente trabajo se ha adoptado un modelo de fisuración distribuida modificando la ley constitutiva del hormigón en tracción, de acuerdo con la Figura 4.4.

El diagrama está formado por dos rectas y un escalón, el cual queda determinado mediante los parámetros α_1 y α_2 , multiplicativos de la resistencia a tracción f_{ct} y de la deformación correspondiente ε_{ct} .

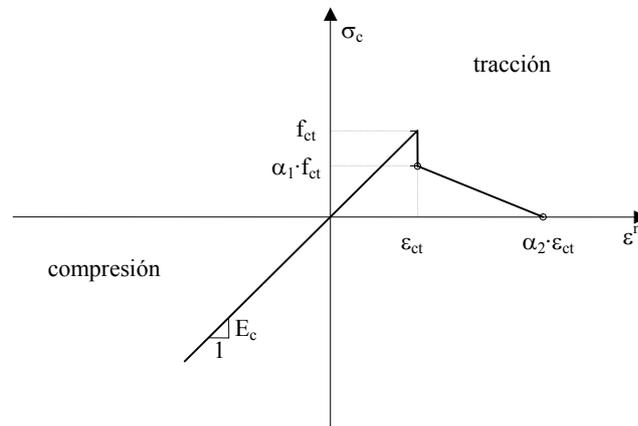


Figura 4.4 - Modelización del tension stiffening

La forma y definición de parámetros es similar a la presentada por Damjanic y Owen [70], quienes sugerían que, para elementos en los que predomina la flexión, el escalón quedara determinado por el valor $0.5f_{ct}$ ($\alpha_1 = 0.5$) y que la deformación máxima del diagrama estuviera comprendida entre 5 y 10 veces ε_{ct} . El mismo tipo de ley constitutiva ha sido usado, entre otros, por Figueiras [98] y Henriques y Figueiras [129] para láminas de hormigón armado, definiendo un valor de la deformación máxima de 0.002 y de la intersección de la recta inclinada con el eje de ordenadas de $\alpha = 0.6$ (equivalente a $\alpha_1 = 0.6 (1 - \varepsilon_{ct}/0.002)$) y por Owen *et al.* [188] y Sathurappan *et al.* [208], con valores de α comprendidos entre 0.5 y 0.7.

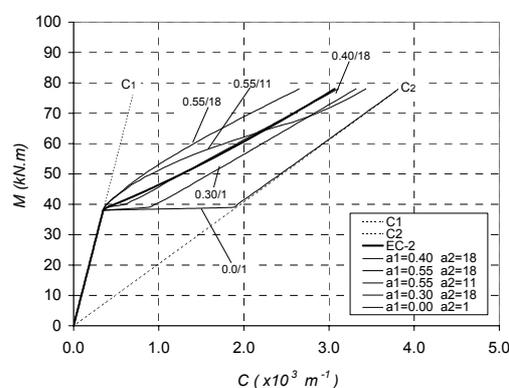
4.4. AJUSTE DE LOS COEFICIENTES α_1 Y α_2

4.4.1. Aspectos generales

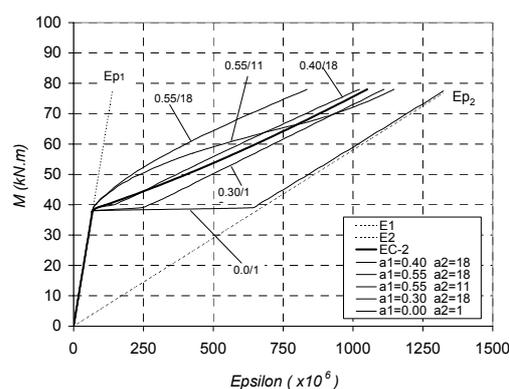
A partir del programa de análisis seccional SECSER (Capítulo 3) se ha implementado un algoritmo para hallar diagramas Momento-Curvatura y Momento-Deformación unitaria para carga instantánea o de larga duración, con el modelo de *tension stiffening* definido en el apartado anterior pudiéndose variar los valores de los coeficientes α_1 y α_2 introducidos. La comparación con las curvas obtenidas a partir del modelo de referencia indicado en 4.2 permite determinar los coeficientes a utilizar en cada caso.

En la Figura 4.5 se muestran algunos ejemplos de la influencia de α_1 y α_2 referidos a la sección de la Figura 4.3(a) sometida a flexión simple. El caso de $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 1$, corresponde a la consideración de la colaboración de la resistencia a tracción del hormigón ($f_{ct} \neq 0$), pero sin *tension stiffening*. En esta última situación se observa que el

comportamiento en flexión simple prácticamente no difiere del totalmente fisurado con $f_{ct} = 0$ (estado II₀).



(a)



(b)

Figura 4.5 - Influencia de α_1/α_2 : (a) Diagramas Momento-Curvatura; (b) Diagramas Momento-Deformación unitaria en el acero

El comportamiento deformacional de una sección en flexión quedará definido por los diagramas $M-C$ y $M-\epsilon_s$. El estudio paramétrico realizado ha mostrado la dificultad de hallar unos coeficientes α_1 , α_2 con los que se logre un ajuste perfecto simultáneamente en los dos tipos de diagramas. En los ejemplos de la Figura 4.5 se pone de manifiesto este hecho ya que se observa que $\alpha_1 = 0.40$, $\alpha_2 = 18$, ajusta muy bien la curva $M-C$, y en cambio no tanto la curva $M-\epsilon_s$. En el mismo ejemplo para $\alpha_1 = 0.55$ el ajuste óptimo por mínimos cuadrados se logra para el valor de $\alpha_2 = 11$. En este segundo caso las diferencias aumentan para los dos diagramas.

Puesto que uno de los objetivos básicos de la metodología estriba en su uso para el cálculo de flechas, se ha dado prioridad al ajuste de la ley $M-C$, lo cual simplifica bastante el planteamiento. Tomando este criterio las desviaciones que se han observado

en las curvas $M-\varepsilon_\theta$ no revisten gran importancia y son de un orden parecido al que se muestra en el citado ejemplo de la Figura 4.5.

Se ha constatado experimentalmente la influencia de múltiples factores en el fenómeno del $T-S$, aunque de momento no se han obtenido leyes suficientemente contrastadas que permitan valorar su repercusión. La consideración de métodos de interpolación como los expuestos, adoptados por códigos de reconocida solvencia y verificados por multitud de ensayos experimentales, supone una primera simplificación de los posibles parámetros a considerar. De esta manera, teniendo en cuenta las variables que intervienen en el cálculo analítico de las secciones fisuradas y no fisuradas, deberá pensarse básicamente en d/h , d'/h , ρ'/ρ , $n\rho$ y $\chi\phi$, para secciones rectangulares, añadiendo h_0/d y b_0/b para secciones en T. La simbología anterior queda definida en la Figura 4.6, siendo $\chi\phi$ el producto del coeficiente de envejecimiento χ por el de fluencia ϕ . Asimismo, debido a la intervención del momento de fisuración en el proceso de interpolación cabría incluir la resistencia a tracción del hormigón f_{ct} y la retracción ε_{cs} por su posible influencia en el comportamiento diferido. Por último, el uso de un procedimiento de ajuste de mínimos cuadrados debe hacer pensar en la posible influencia de los límites de la serie de valores, que en este caso vendrán dados por la relación entre el momento de fisuración y el momento máximo de servicio.

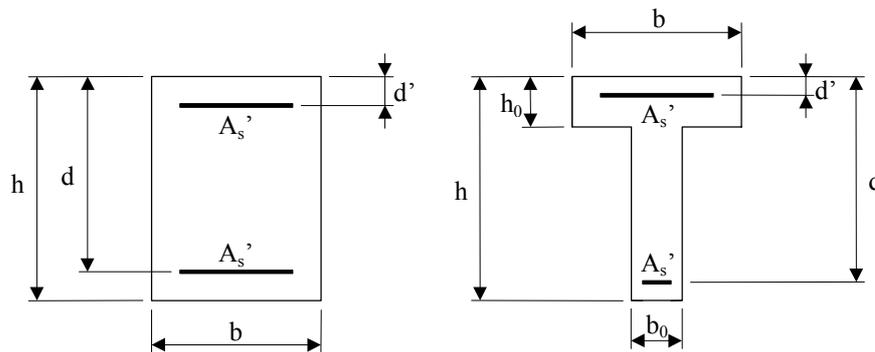


Figura 4.6 - Nomenclatura adoptada para la definición de las secciones

Se ha realizado un estudio paramétrico aplicando la metodología indicada a 264 casos de secciones rectangulares o en T, en los que se han variado las características mecánicas y dimensionales de las secciones así como el tipo de esfuerzos, permitiendo observar el comportamiento del modelo frente a diversas variables. El análisis se ha llevado a cabo para hormigones con resistencia entre 25 y 35 MPa y acero de 500 MPa de límite elástico, por considerar que en este rango se incluyen la gran mayoría de los usados habitualmente en nuestro país. Para las secciones rectangulares la variación de parámetros ha sido la siguiente: $b = 0.3 \div 1.0$ m; $h = 0.3 \div 1.0$ m; $\rho = 0.3\% \div 2\%$; $d/h = 0.8 \div 1.0$; $\rho'/\rho = 0 \div 1$; $d'/h = 0 \div 0.2$; $f_{ct} = 1.95 \div 3.85$ MPa; $E_c = 32000 \div 35000$ MPa. En el caso de las secciones en T: $b = 0.6 \div 1.5$ m; $h = 0.5 \div 1.0$ m; $b_0/b = 0.1 \div 0.4$; $h_0/d = 0.10 \div 0.25$; $\rho = 0.3\% \div 1.1\%$; $d/h = 0.9$; $\rho'/\rho = 0.5$; $d'/h = 0.1$; $f_{ct} = 2.90$ MPa; $E_c = 33500$ MPa.

De este estudio se han podido obtener algunas conclusiones que serán utilizadas en el desarrollo posterior: 1) aun cuando los valores de α_1 y α_2 están interrelacionados es posible su determinación independiente manteniendo una precisión aceptable; 2) el valor ajustado de α_1 se ve afectado por la presencia de esfuerzo axial acompañando al momento flector, pero se muestra poco sensible a las otras variables; 3) se observa una escasa influencia de ρ'/ρ (d'/d) en α_1 y α_2 ; 4) en ausencia de esfuerzo axial, los parámetros ajustados para un valor medio de f_{ct} se muestran válidos para el rango normal de variación de esta magnitud ($f_{ctk\ min}, f_{ctk\ max}$); 5) el ajuste para comportamiento instantáneo produce resultados suficientemente satisfactorios para el comportamiento diferido; 6) para el caso de secciones rectangulares, de entre las variables consideradas, d/h y $n\rho$ ($n = E_s/E_c$) son las que más influyen en α_2 .

4.4.2. Parámetro α_1

De acuerdo con lo indicado se ha podido constatar que, en ausencia de esfuerzo axial, un valor de $\alpha_1 = 0.40$ presenta unos resultados razonablemente aceptables para la mayoría de los casos.

Es conocida la reducción del efecto de *tension stiffening* en presencia de un esfuerzo axial de compresión. El estudio realizado ha permitido observar que la relación M_{cr}/M_{dc} entre el momento de fisuración y el de descompresión (Figura 4.7) proporciona un parámetro que permite determinar la influencia del axial en el valor de α_1 de una manera simple y suficientemente correcta. Cuando la diferencia entre los valores anteriores disminuye, el efecto de *tension stiffening* se reduce y viceversa.

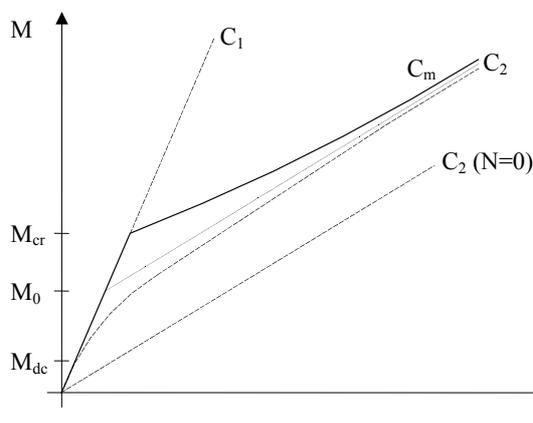


Figura 4.7 – Diagrama Momento-Curvatura para flexión compuesta

Se ha observado que para $M_{cr}/M_{dc} \leq 2$ puede prescindirse de la contribución del hormigón entre fisuras sin cometer errores de importancia. Utilizando la diferencia relativa entre los dos valores se tiene

$$\frac{M_{cr} - M_{dc}}{M_{dc}} = \frac{M_{cr}}{M_{dc}} - 1 = \frac{f_{ct} A}{N} \quad (4.9)$$

y por tanto

$$\frac{M_{cr}}{M_{dc}} \leq 2 \Rightarrow \frac{f_{ct} A}{N} \leq 1 \quad (4.10)$$

donde A es el área homogeneizada de la sección (a efectos de cálculo se puede sustituir por el área bruta) y N es el esfuerzo axial de compresión aplicado en su baricentro

Lo expuesto anteriormente está en consonancia con el método indicado en MFD [59] donde la influencia del esfuerzo axial en el *tension stiffening* se obtiene también de una manera simplificada de la relación entre M_{cr} y M_0 (intersección entre la asíntota a la curva C_2 y la recta C_1) anulándose cuando se igualan. La utilización de la ec. (4.10) conduce a una expresión más simple y válida para el caso que estamos analizando.

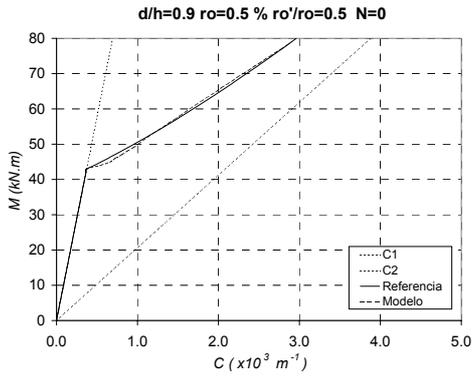
Por tanto, para flexión simple con $N/(f_{ct} A) = 0$ se puede tomar $\alpha_1 = 0.4$, según lo comentado, y para $N/(f_{ct} A) = 1$ (ec. (4.10)) puede utilizarse $\alpha_1 = 0$ (sin *tension stiffening*). La consideración de una variación lineal entre los límites indicados de α_1 en relación a $N/(f_{ct} A)$ se ajusta muy bien a los resultados obtenidos en el estudio paramétrico realizado, de manera que se obtiene la siguiente expresión adimensional

$$\alpha_1 = 0.4 \left(1 - \frac{N}{f_{ct} A} \right) \geq 0 \quad (4.11)$$

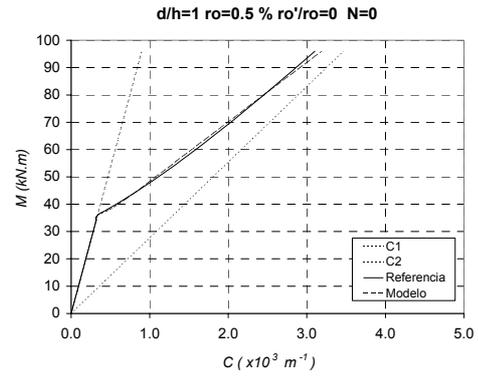
En el siguiente apartado se verá que para situaciones de flexión simple ($N = 0$) en las que la relación momento máximo de servicio/momento de fisuración sean pequeñas, puede mejorarse el ajuste del conjunto α_1, α_2 , tomando un valor de 0.45 en lugar de 0.40.

A modo de ejemplo, en la Figura 4.8 se muestran las curvas M-C para diversos casos, en los que se observa la idoneidad de la ecuación (4.11). La nomenclatura utilizada corresponde a la definida en la Figura 4.6. Para la determinación del momento de servicio, a partir del momento último que resiste la sección, se toman los valores $\gamma_C = 1.5$, $\gamma_S = 1.15$ y $\gamma_G = 1.6$. Las propiedades mecánicas de los materiales se han obtenido de MC-90 [61].

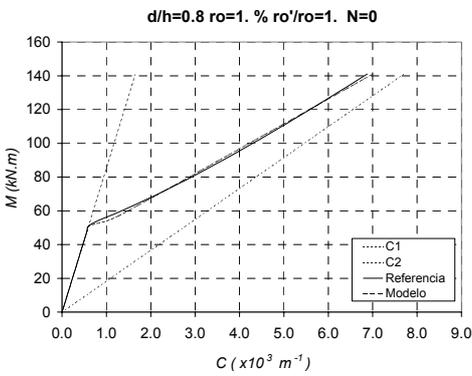
Se presentan secciones rectangulares o en T, con diferentes combinaciones de características seccionales, distintos hormigones y presencia o no de esfuerzo axial. Se ha utilizado el coeficiente α_1 definido por la ecuación (4.11) y se ha determinado α_2 según se indica en el apartado siguiente. Se puede observar el buen ajuste obtenido en todos los casos, tanto para situaciones en que el efecto de *tension stiffening* es importante (Fig. 4.7(a)), como para aquéllas en que no lo es tanto (Fig. 4.7(f)).



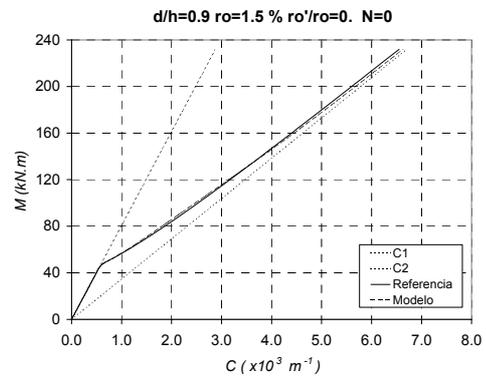
(a) $b=0.3$ $h=0.5$ HA-35



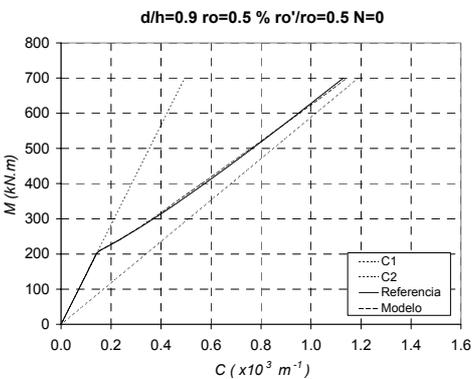
(b) $b=0.3$ $h=0.5$ HA-25



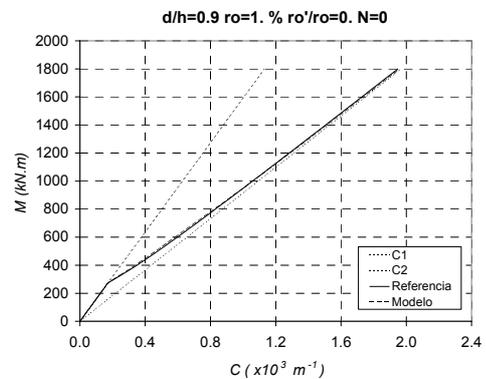
(c) $b=1.$ $h=0.3$ HA-35



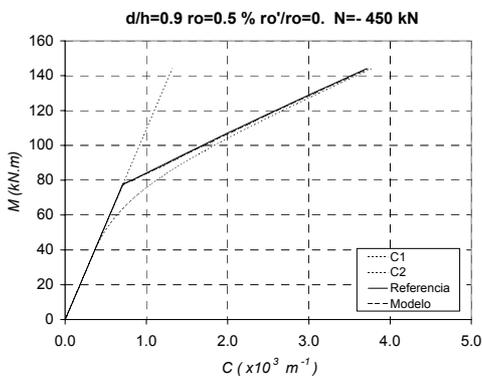
(d) $b=1.$ $h=0.3$ HA-25



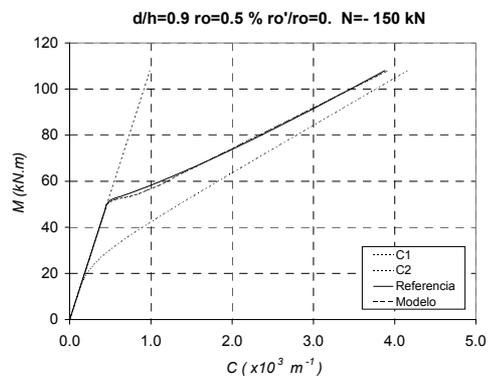
(e) Sec. T $b=1.$ $h=1.$ $b_0=0.3$ $h_0=0.15$ HA-35



(f) Sec. T $b=1.$ $h=1.$ $b_0=0.3$ $h_0=0.15$ HA-25



(g) $b=0.3$ $h=0.5$ HA-30



(h) $b=0.3$ $h=0.5$ HA-30

Figura 4.8 - Ajuste del coeficiente α_1

4.4.3. Parámetro α_2

Tomando como base los programas indicados en los apartados 4.3 y 4.4.1 para hallar los diagramas M-C, se ha desarrollado una subrutina, incorporable al modelo general descrito en el Capítulo 3. A partir del valor de α_1 definido por la ecuación (4.9) se ajusta por mínimos cuadrados el valor de α_2 para comportamiento instantáneo, y se comprueba que su implementación según el citado modelo general, reproduce de manera satisfactoria el comportamiento diferido.

En la Figura 4.9 se presentan diversos ejemplos para comportamiento instantáneo, en los que se pretende mostrar la idoneidad del método, y la escasa influencia de ρ'/ρ o f_{ct} distintos factores en el valor ajustado de α_2 (dentro del rango de validez de este estudio, indicado en 4.4.1).

Los gráficos corresponden a una sección rectangular de $b=0.30$ m y $h=0.50$ m, con HA-30 y acero B500S. Excepto cuando se indique lo contrario se ha tomado $d/h=0.9$ y $d'/h=0.1$. Las propiedades mecánicas se han obtenido de MC-90 [61].

Las curvas de las Figuras 4.9 (a) y (b) representan la influencia de la armadura de compresión en la determinación de α_2 . Se observa que para cuantías pequeñas (0.5%) la armadura de compresión casi no influye en las curvas M-C, siendo todas ellas prácticamente coincidentes. Para cuantías mayores (1.5%) se nota un ligero efecto de la armadura de compresión en el comportamiento instantáneo de la sección, sin embargo, se aprecia claramente la escasa influencia en la determinación de α_2 , ya que con el mismo coeficiente se produce un buen ajuste.

En las Figuras 4.9 (c), (d) y (e) se muestra el efecto de la variación de la resistencia a tracción del hormigón. Se ha usado el valor medio y los característicos máximo y mínimo de la resistencia a tracción según MC-90 [61], con diferentes cuantías, para flexión simple y con esfuerzo axial. Se observa que el mismo valor de α_2 produce un buen ajuste con las curvas de referencia, con una escasa influencia de la variación de f_{ct} .

Finalmente, la Figura 4.9 (f) presenta un caso de flexión simple en el que la relación entre el momento de servicio y el de fisuración es de valor pequeño (en este caso 1.15). Este cociente disminuye cuando lo hacen los valores de n_p y de d/h y cuando aumenta f_{ct} . Manteniendo $\alpha_1 = 0.40$ se debe aumentar mucho el valor de α_2 para lograr el ajuste óptimo debido a la discontinuidad de la curva al alcanzar el momento de fisuración. Aun cuando se podrían utilizar los valores anteriores, ya que el efecto es parecido al uso de β_2 menor que la unidad como hace MC-90 [61], para relaciones M/M_{cr} menores que 1.25, se mejora el ajuste si se adopta $\alpha_1 = 0.45$.

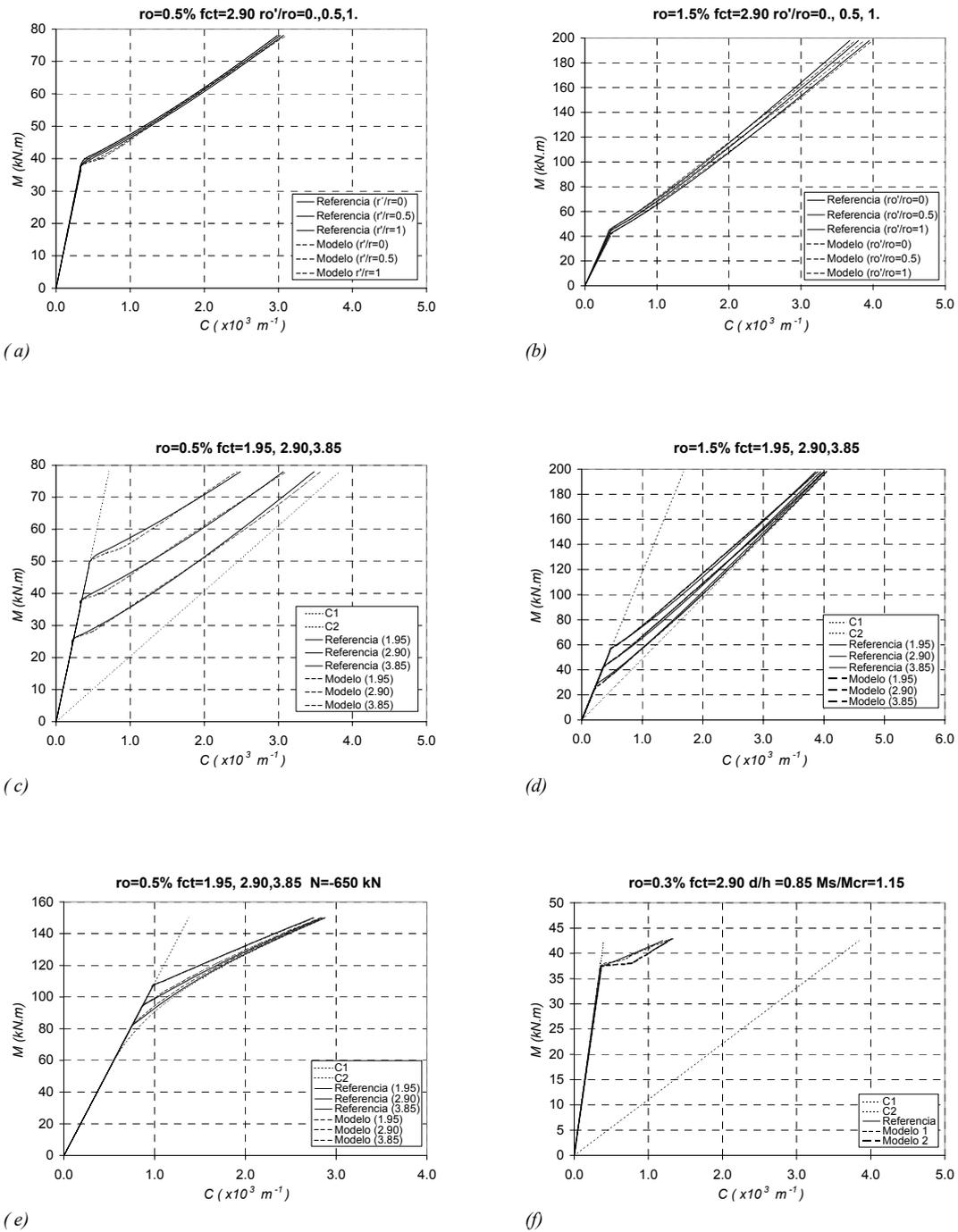


Figura 4.9 - Ajuste del modelo. Comportamiento instantáneo. Influencia de diversos factores

En el estudio paramétrico indicado en 4.4.1, se ha constatado que la modelización del comportamiento a largo plazo, se realiza de manera suficientemente satisfactoria, con el ajuste de α_1, α_2 realizado para comportamiento instantáneo, lo cual constituye una simplificación importante. En las figuras que siguen se muestran una

serie de ejemplos de comportamiento diferido, referidos a la misma sección utilizada para los ejemplos de la Figura 4.9.

Para tres valores distintos de la cuantía de la armadura traccionada, se varía la armadura de compresión y se realiza el análisis para tres intervalos de permanencia de la carga (365, 1825, 10000 días) siendo $t_0 = 28$ días. Los coeficientes de fluencia y retracción se han obtenido con la formulación de MC-90 [61] con $HR = 60\%$.

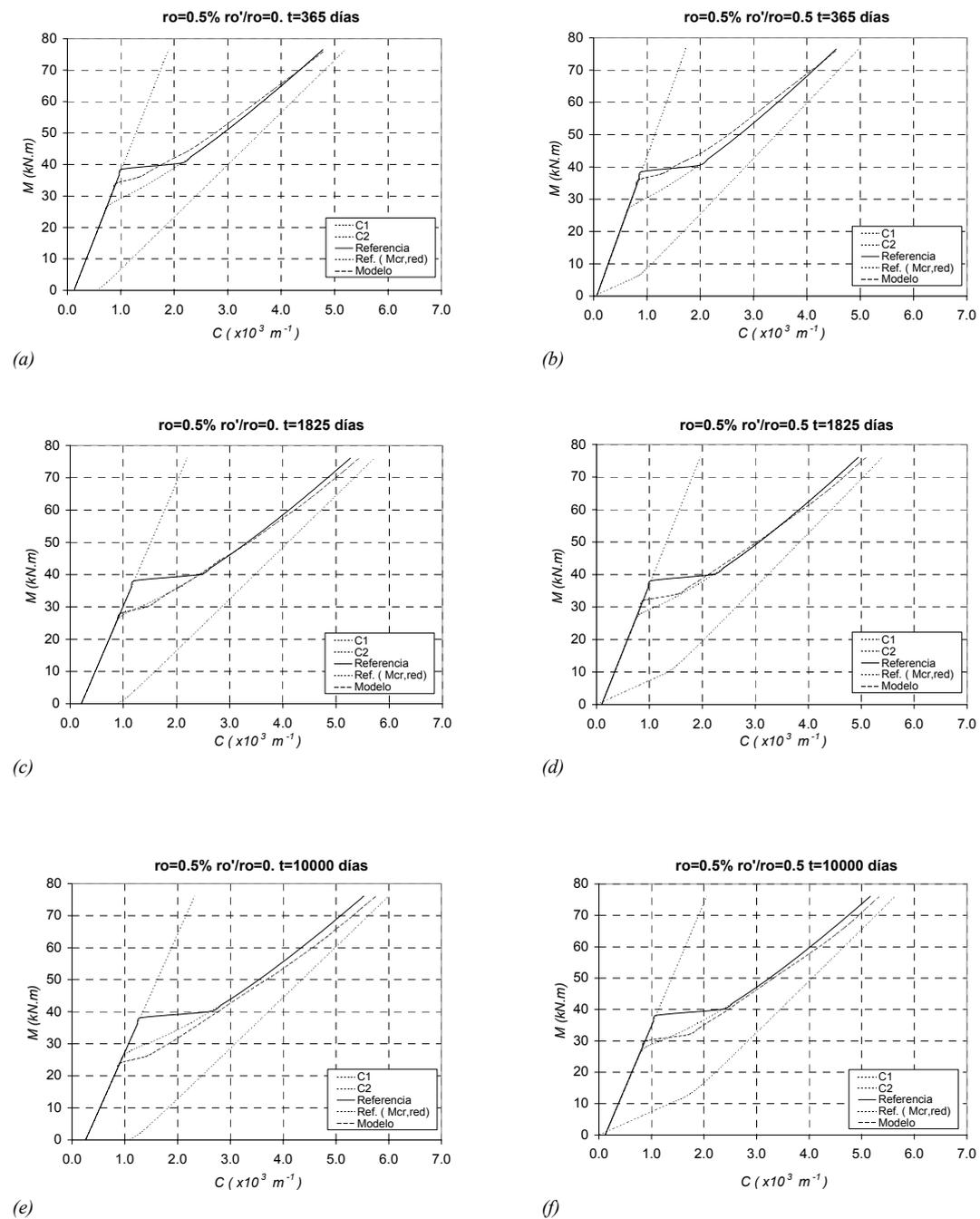


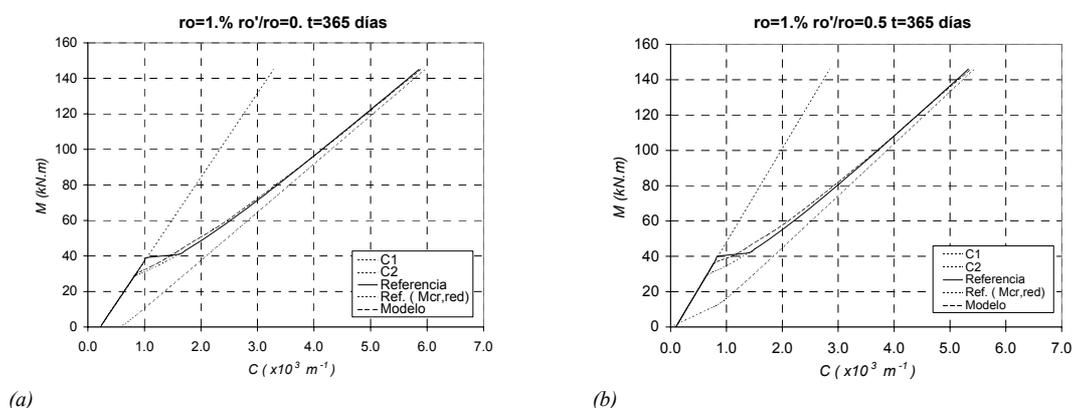
Figura 4.10 - Ajuste del modelo. Comportamiento a largo plazo ($\rho = 0.5\%$)

Los diagramas correspondientes al modelo de referencia se han obtenido con la formulación de EC-2 [82], usando un coeficiente β_2 de 0.5, para carga mantenida. El uso de este coeficiente, distinto de la unidad, produce una discontinuidad de la gráfica para el valor del momento de fisuración. Tomando la idea de momento de fisuración reducido de MC-90 [61], se ha representado con línea discontinua la prolongación de la curva de la zona fisurada hasta su intersección con la correspondiente al comportamiento no fisurado.

El análisis de los gráficos anteriores nos muestra un buen ajuste del modelo para todas las situaciones representadas. El uso de un coeficiente β_2 fijo, en el modelo de referencia, produce una discontinuidad del mismo orden para cualquier tiempo de cálculo, y por tanto un momento de fisuración reducido parecido. En este sentido se aprecia que existe una zona cercana al momento de fisuración donde se pueden producir diferencias importantes según cual sea el criterio empleado. No obstante, el modelo se sitúa de manera razonablemente correcta en torno del momento de fisuración reducido observándose que presenta un comportamiento racional, de manera que el momento de fisuración disminuye con el tiempo debido a la influencia de los efectos diferidos.

De acuerdo con lo anterior, se aprecia que las curvas son prácticamente coincidentes para un tiempo de 1825 días, siendo las curvaturas del modelo ligeramente inferiores para tiempos menores y algo superiores para tiempos mayores. No obstante, teniendo como intervalo posible de variación el comprendido entre las curvaturas en estado I y II_0 , se observa que los resultados se mantienen cercanos a la curva de referencia, disminuyendo la colaboración del hormigón traccionado entre fisuras a medida que aumenta el momento aplicado.

En la Figura 4.11 se muestra una secuencia de gráficas parecida a la de la Figura 4.10, pero variando la cuantía geométrica al 1%. Se aprecia una tendencia general similar a la comentada para el caso anterior, con una disminución del efecto de *tension stiffening* en todos los casos, como debe corresponderse al aumento de la cuantía de la armadura traccionada.



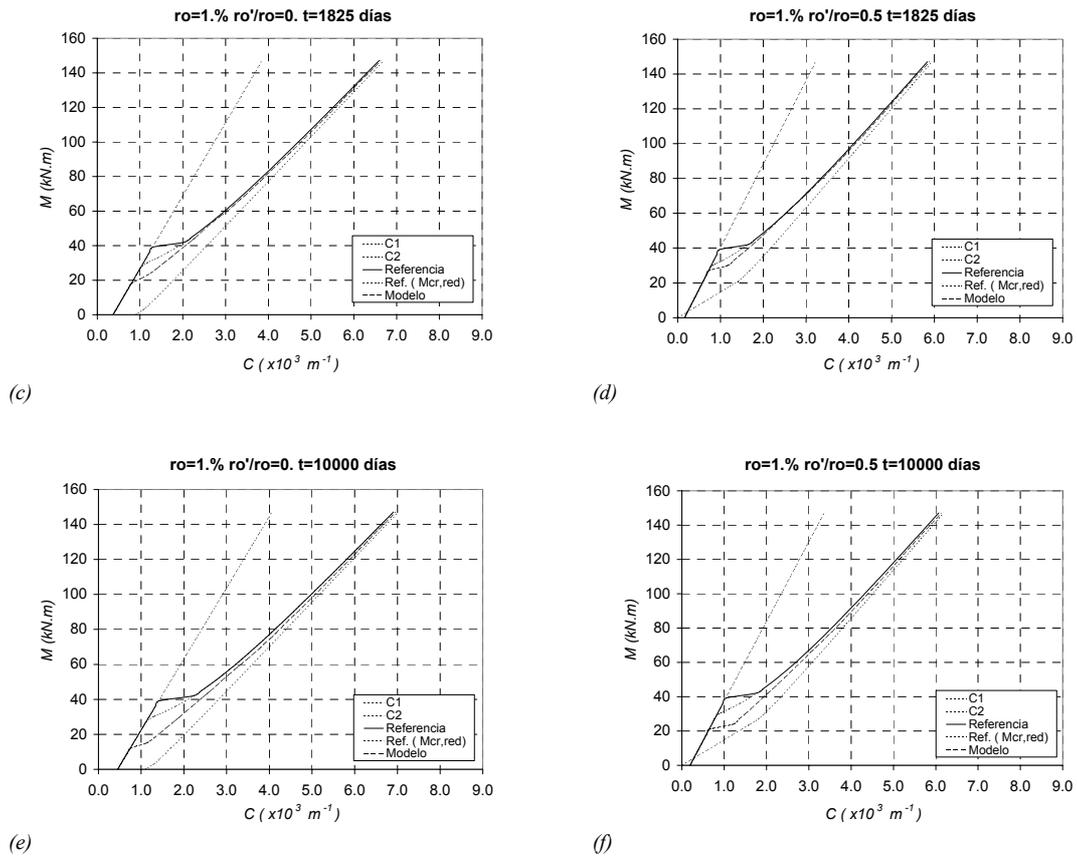
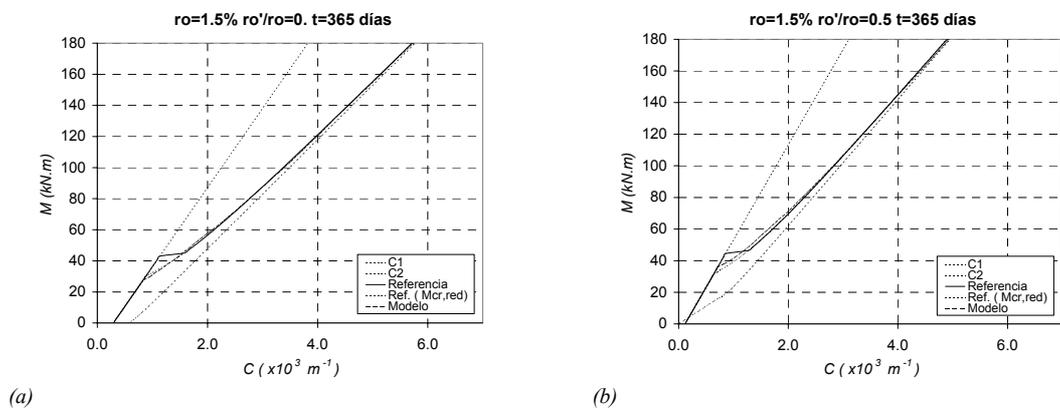


Figura 4.11 - Ajuste del modelo. Comportamiento a largo plazo ($\rho = 1\%$)

Finalmente, en la Figura 4.12 se presentan las curvas para el caso de una cuantía del 1.5 %. El comportamiento es el esperado según lo comentado anteriormente, apreciándose una influencia cada vez mayor de la retracción en la disminución del momento de fisuración, debido al aumento del área de armadura.



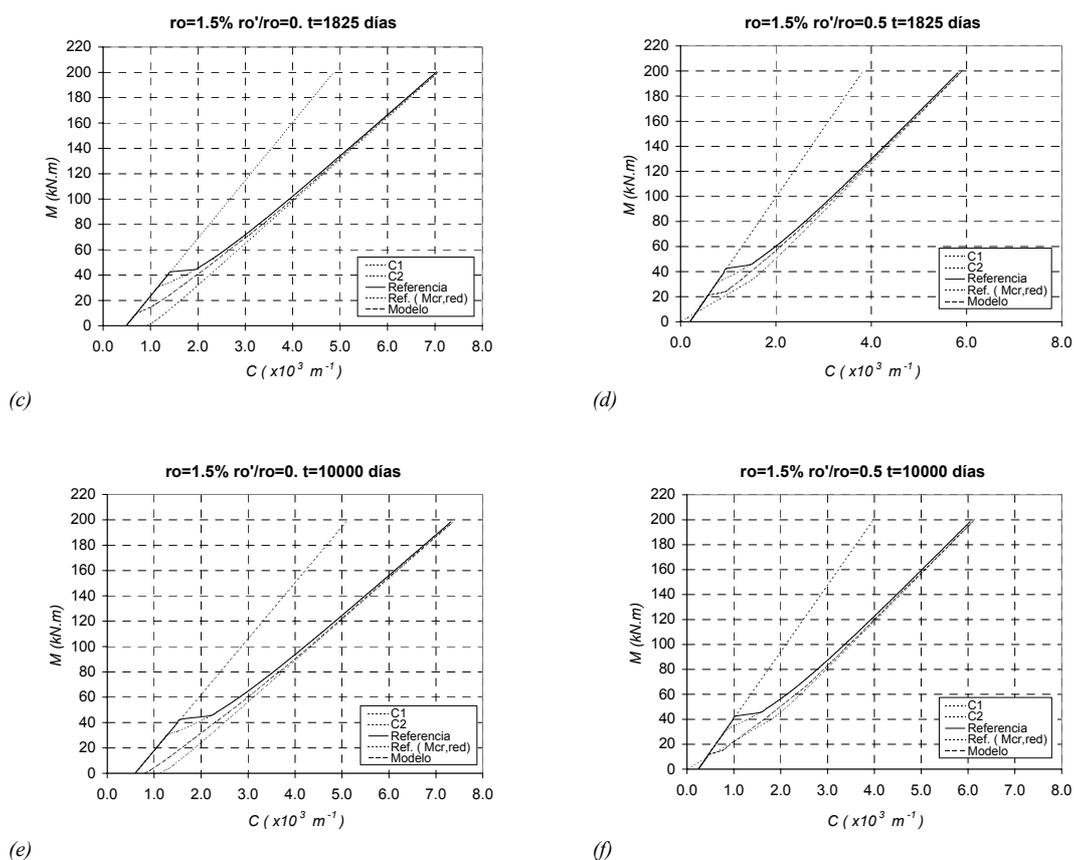


Figura 4.12 - Ajuste del modelo. Comportamiento a largo plazo ($\rho = 1.5\%$)

4.4.4. Sensibilidad del ajuste

Definido un procedimiento general para la determinación de los parámetros que caracterizan el modelo, en este apartado se procede a analizar la influencia de la variación de α_2 en la determinación del comportamiento Momento-Curvatura.

Para ello se toma la misma sección utilizada en el apartado anterior sometida a flexión simple y se estudia el comportamiento para tres valores de ρ , combinados con otros tres de d/h , que cubran el rango usual empleado en la práctica. Se determina el coeficiente α_2 por el método presentado y se va variando su valor hasta obtener diferencias máximas del 5 y del 10 %, en valor absoluto, entre las curvaturas de los diagramas M-C de referencia y el generado con el modelo. La comparación se realiza para los puntos situados fuera de la zona próxima al momento de fisuración, para no tener en cuenta el efecto de algunas discontinuidades que se producen en este intervalo.

El análisis de los resultados de la Tabla 4.1 permite constatar, como ya se había indicado, la dependencia de α_2 de los parámetros $n\rho$ y d/h . No obstante se observa que el procedimiento permite variar el valor ajustado de α_2 en un margen relativamente amplio, sin que aparezcan diferencias importantes en los diagramas Momento-Curvatura (columna $\pm 5\%$). Ello indica que no es necesaria una gran precisión en la

determinación de este parámetro, de manera que será suficiente la aproximación al orden de las unidades. La observación de la columna correspondiente al intervalo de valores de α_2 que producen diferencias de $\pm 10\%$, indica que el uso de un coeficiente α_2 entre 21÷23 cubriría todos los casos analizados con el error indicado, y si se toma $d/h = 0.9$, el rango se amplía a 15÷26. Es asimismo interesante indicar que para cuantías elevadas y d/h medios o altos, se obtienen valores muy bajos para el límite inferior de α_2 en la columna $\pm 10\%$. Sin embargo si se toma la unidad (ausencia de consideración de *tension stiffening*) las diferencias con el modelo de referencia aumentan a cantidades del orden del 30 al 50% en la zona baja de momentos, lo cual indica que es conveniente no prescindir de la colaboración del hormigón entre fisuras incluso en estos casos.

ρ (%)	d/h	α_2 ajustado	α_2 ($\pm 5\%$)	α_2 ($\pm 10\%$)
0.45	0.8	26.5	24-30	21-37
	0.9	18.5	16-22	15-28
	1.0	14.5	13-16	11-23
1.00	0.8	16.5	14-19	11-29
	0.9	12.5	9-14	7-26
	1.0	9.5	6-11	4-26
1.50	0.8	13.5	10-15	7-35
	0.9	10.5	6-12	5-(*)
	1.0	8.0	4-9	3-(*)

(*) - No se obtienen diferencias superiores al 10%

Tabla 4.1 - Sensibilidad del modelo

Todo ello es indicativo de la robustez del método y de que una vez fijado α_1 , los errores que pueden cometerse debidos a la determinación de α_2 no serán de una gran importancia si se toman dentro de unos intervalos previamente determinados para cada tipo de sección (rectangular, en T, etc.). No obstante, éstos pueden disminuirse fácilmente mediante el uso de los procedimientos de tipo más general expuestos en el presente capítulo, que permiten trabajar con el valor de α_2 adecuado para cada caso.

4.5. EXPRESIÓN SIMPLIFICADA DE α_2 PARA SECCIÓN RECTANGULAR EN FLEXIÓN SIMPLE.

4.5.1. Metodología.

En 4.4 se ha presentado un procedimiento general para el ajuste del parámetro α_2 , incorporable a un programa de cálculo y aplicable a cualquier tipo de sección y combinación de esfuerzos.

Siendo C la curvatura y f_{ct} la resistencia a tracción del hormigón pueden establecerse las siguientes relaciones

$$x_1 = \frac{f_{ct}}{E_c C} \quad x_3 = h - x \quad x_2 = d - x \quad Cd = \frac{f_{ct}}{E_c} \frac{1}{\frac{x_1}{d}} \quad (4.12)$$

El diagrama de deformaciones quedará definido mediante C y x . Al existir una relación fija entre C y x_1 , se desarrollarán las ecuaciones en función de x_1 y x .

Formulando las ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y constitutivas, tomando la línea neutra como referencia de ordenadas, se obtiene

$$\int E y dA = 0 \quad (4.13)$$

$$C = \frac{M}{\int E y^2 dA} \quad (4.14)$$

$$\varepsilon = -Cy \quad (4.15)$$

siendo M el momento flector aplicado y E es el módulo secante de los materiales, E_s para el acero y E_c para la zona no fisurada en el hormigón. En el caso de sobrepasar la resistencia atracción se tendrá

$$\varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_c \leq \alpha_2 \varepsilon_{ct} \quad \sigma_c = -E_m (\varepsilon_c - \varepsilon_{ct}) + \alpha_1 f_{ct} \quad (4.16)$$

$$E = -\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2 - 1}\right) E_c - \frac{\alpha_1 f_{ct}}{Cy} \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_2 - 1}\right) \quad E = \frac{\sigma_c}{\varepsilon_c} \quad (4.17)$$

Situación 1 (Fig. 4.12(a))

El desarrollo de la ec. (4.13) conduce a

$$\int_{-x_3}^{-x_1} \left[-\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2 - 1}\right) E_c - \frac{\alpha_1 f_{ct}}{Cy} \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_2 - 1}\right) \right] b y dy + \int_{-x_3}^{-x_1} E_c b y dy + E_s A_s (-x_2) = 0 \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2 - 1}\right) \frac{E_c b}{2} \left[(h-x)^2 - \frac{f_{ct}^2}{E_c C^2} \right] - \frac{b}{C} \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2 - 1} f_{ct} + \alpha_1 f_{ct} \right) \left(h-x - \frac{f_{ct}}{E_c C^2} \right) \\ & + \frac{E_c b}{2} \left(x^2 - \frac{f_{ct}^2}{E_c^2 C^2} \right) - E_s A_s (d-x) = 0 \end{aligned} \quad (4.19)$$

que planteada en términos adimensionales

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2 - 1} \left[\left(\frac{x_1}{d} \right)^2 - \left(\frac{h-x}{d} \right)^2 \right] + 2 \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2 - 1} + \alpha_1 \right) \left(\frac{x_1}{d} \right) \left(\frac{h-x}{d} - \frac{x_1}{d} \right) - \left(\frac{x}{d} \right)^2 + \left(\frac{x_1}{d} \right)^2 + 2n\rho \left(1 - \frac{x}{d} \right) = 0 \quad (4.20)$$

Por otra parte, de la ec. (4.14) se tendrá

$$\frac{f_{ct}}{E_c x_1} = \frac{M}{\int E y^2 dA} \quad (4.21)$$

operando se obtiene la segunda ecuación adimensional

$$\frac{1}{3} \frac{\alpha_1}{\alpha_2 - 1} \left[\left(\frac{x_1}{d} \right)^3 - \left(\frac{h-x}{d} \right)^3 \right] - \frac{1}{2} \left(\frac{x_1}{d} \right) \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2 - 1} + \alpha_1 \right) \left[\left(\frac{x_1}{d} \right)^2 - \left(\frac{h-x}{d} \right)^2 \right] + \frac{1}{3} \left(\frac{x}{d} \right)^3 + \frac{1}{3} \left(\frac{x_1}{d} \right)^3 + n\rho \left(1 - \frac{x}{d} \right)^2 - m \left(\frac{x_1}{d} \right) = 0 \quad (4.22)$$

$$m = \frac{1}{f_{ct}} \frac{M}{bd^2} = \frac{1}{r_{cr}} \frac{W}{bd^2} \quad (4.23)$$

donde W es el módulo resistente y r_{cr} es la relación entre el momento de fisuración M_{cr} y el momento aplicado M ($r_{cr} = M_{cr}/M$).

Si se toma un valor aproximado de W , la ec. (4.23) adoptará la forma

$$W \approx \frac{1}{6} b h^2 \Rightarrow m = \frac{1}{r_{cr}} \frac{1}{6 \left(\frac{d}{h} \right)^2} \quad (4.24)$$

El comportamiento seccional queda definido por el sistema no lineal de ecuaciones (4.18) y (4.20).

Situación 2 (Fig. 4.12(a))

Esta situación se presenta cuando se cumple

$$x_3 < h - x \quad (4.25)$$

$$x_1 x_2 < h - x \Rightarrow \frac{x_1}{d} < \frac{1}{\alpha_2} \left(\frac{h-x}{d} \right) \quad (4.26)$$

El desarrollo de la ec. (4.13) conduce a

$$-\left(\frac{x_1}{d}\right)^2 \alpha_1 (\alpha_2 - 1) + \left(\frac{x}{d}\right)^2 - \left(\frac{x_1}{d}\right)^2 - 2n\rho \left(1 - \frac{x}{d}\right) = 0 \quad (4.27)$$

mientras que de (4.14) se obtiene

$$\left(\frac{x_1}{d}\right)^3 \alpha_1 (\alpha_2 - 1) \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \alpha_2\right) + \frac{1}{3} \left(\frac{x}{d}\right)^3 + \frac{1}{3} \left(\frac{x_1}{d}\right)^3 + n\rho \left(1 - \frac{x}{d}\right)^2 - m \left(\frac{x_1}{d}\right) = 0 \quad (4.28)$$

Siendo el sistema de ecuaciones (4.27) y (4.28) las que definen el comportamiento seccional.

Estableciendo un valor para la relación f_{ct}/E_c , se pueden obtener diagramas momento-curvatura adimensionales $1/r_{cr}$ en función de $C \cdot d$ con la intervención de los parámetros seccionales d/h y $n\rho$.

4.5.3. Modelo de *tension stiffening* de referencia (MFD/EC-2)

La ecuación (4.2) de interpolación de curvaturas, para el caso de flexión simple adopta la forma

$$C_m = \frac{M}{E_c I_1} \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2 + \frac{M}{E_c I_2} \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2\right] \quad M > M_{cr} \quad (4.29)$$

donde I_1 , I_2 son los momentos de inercia respecto del baricentro de las secciones homogeneizadas en los estados I y II₀, respectivamente.

Introduciendo en (4.29) las relaciones (4.30) definidas para el modelo a ajustar

$$x_1 = \frac{f_{ct}}{E_c C} \quad r_{cr} = \frac{M_{cr}}{M} \quad (4.30)$$

se obtiene

$$\frac{x_1}{d} = \frac{r_{cr}}{\frac{Wd}{I_1} r_{cr}^2 + \frac{Wd}{I_2} (1 - r_{cr}^2)} \quad (4.31)$$

y resolviendo para r_{cr} se tendrá

$$r_{cr} = \frac{\frac{d}{x_1} + \sqrt{\left(\frac{d}{x_1}\right)^2 - 4\left(\frac{Wd}{I_1} - \frac{Wd}{I_2}\right)\frac{Wd}{I_2}}}{2\left(\frac{Wd}{I_1} - \frac{Wd}{I_2}\right)} \quad (4.32)$$

que permite obtener el valor de r_{cr} para un cierto valor de x_1/d del modelo a ajustar.

Si para los valores de sección no fisurada se toma, en primera aproximación

$$I_1 = \frac{1}{12}bh^3 \quad W = \frac{1}{6}bh^2 \quad (4.33)$$

siendo

$$I_2 = \frac{1}{3}bx^3 + nA_s(d-x)^2 \quad \frac{x}{d} = n\rho\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n\rho}}\right) \quad (4.34)$$

se tiene

$$\frac{Wd}{I_1} = 2\left(\frac{d}{h}\right) \quad \frac{Wd}{I_2} = \frac{1}{2\left(\frac{d}{h}\right)^2 \left[\frac{1}{3}\left(\frac{x}{d}\right)^3 + n\rho\left(1 - \frac{x}{d}\right)^2 \right]} \quad (4.35)$$

De la misma manera que en 4.5.2, se observa que los parámetros seccionales que intervienen en (4.32) son d/h y $n\rho$.

En el Anejo I se han desarrollado expresiones más completas para Wd/I , W/bd^2 , en las que se observa la misma dependencia fundamental de los parámetros d/h y $n\rho$.

4.5.4. Generación de valores de α_2 .

Las ecuaciones deducidas permiten la obtención de diagramas adimensionales d/x_1 , $1/r_{cr}$ para los dos modelos expuestos. Para unos valores dados de α_1 , α_2 , las curvas dependen de d/h y $n\rho$.

La obtención de la curvatura adimensional Cd , supone la intervención de f_{ct}/E_c , multiplicando a d/x_1 , según la ec. (4.12). Sin embargo, para el rango de hormigones comprendido entre HA-25 y HA-35, puede adoptarse un valor medio del citado factor suponiendo $f_{ct} = 2.90$ MPa y $E_c = 33500$ MPa (según MC-90 [61]).

De acuerdo con ello se ha confeccionado un algoritmo de cálculo que genera los diagramas adimensionales indicados. Para cada par de valores d/h y $n\rho$, se introduce α_1

= 0.40 y se va variando α_2 incrementalmente, adoptando aquél para el que se obtiene la mínima suma de diferencias al cuadrado entre las dos series.

En sentido estricto, el valor ajustado de α_2 va a depender de la amplitud del intervalo para el que se calculan las diferencias al cuadrado y por tanto del valor máximo de $1/r_{cr} = M_s/M_{cr}$.

Para la determinación del momento de servicio se ha utilizado la siguiente expresión simplificada [138]

$$\omega = \mu(1 + \mu) \quad \Rightarrow \quad \mu = -0.5 + \sqrt{0.25 + \omega} \quad (4.36)$$

siendo

$$\omega = \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad \mu = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} \quad (4.37)$$

donde ω es la cuantía mecánica y μ el momento reducido .

De acuerdo con ello se tendrá

$$M_{max} = M_{servicio} = M_s \quad \frac{1}{r_{cr}} max = \frac{M_s}{M_{cr}} \quad (4.38)$$

$$\frac{M_s}{M_{cr}} = \frac{1}{1.6} \frac{f_{cd}}{f_{ct}} \frac{-0.5 + \sqrt{0.25 + \omega}}{\frac{W}{bd^2}} \quad (4.39)$$

donde se aprecia que la relación entre el momento de servicio y el de fisuración es dependiente de ω , de f_{cd}/f_{ct} y de W/bd^2 (el cual depende de d/h y $n\rho$). Para el intervalo en el que se realiza el ajuste pueden adoptarse los valores medios de $f_{yd} = 500/1.15$ MPa, $f_{cd} = 30/1.5$ MPa, $f_{ct} = 2.9$ MPa, $M_s = M_d/1.6$. Con ello puede obtenerse un valor medio de ω

$$\omega = \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \frac{n\rho}{n} \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (4.40)$$

Tomando $n_{med} = 200000/33500$ se tendrá

$$\omega_{med} = 3.6 n\rho \quad (4.41)$$

Con lo indicado anteriormente se puede generar de forma automática un listado de valores de α_2 para hormigones de resistencia comprendida entre 25 y 35 MPa.

Variando ρ entre 0.3 % ÷ 2%, d/h entre 0.8 ÷ 1 y E_c entre 32000 ÷ 35000 MPa se tendrá

$$\begin{aligned} n\rho &= 0.017 \div 0.125 & \Delta n\rho &= 0.004 \text{ (28 puntos)} \\ d/h &= 0.8 \div 1. & \Delta d/h &= 0.020 \text{ (11 puntos)} \end{aligned}$$

De los 308 puntos previstos (28×11), se descartan aquellos para los que M_s/M_{cr} sea menor que 1.25, de acuerdo con lo indicado en 4.4.3, obteniéndose un listado de 294 valores, que se adjuntan en forma de tabla en el Anejo II.

4.5.5. Ajuste por regresión de α_2

En la Figura 4.14 se muestra la variación de α_2 en función de cada uno de los parámetros.

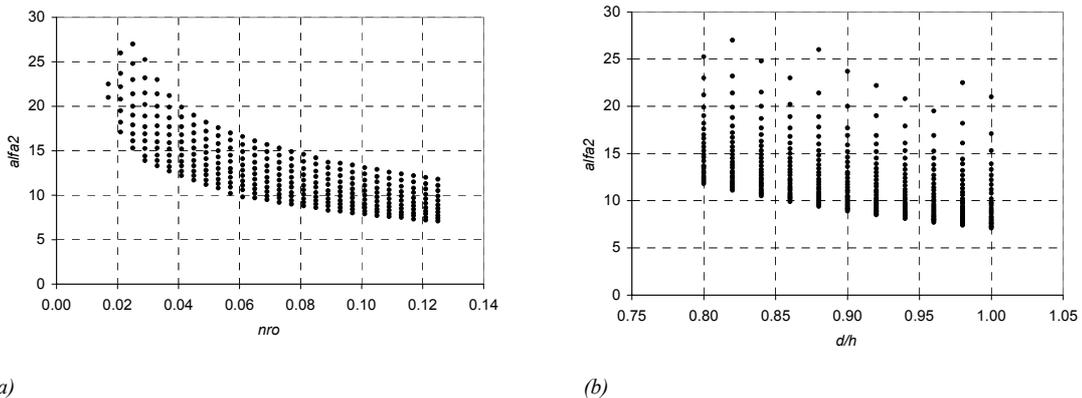


Figura 4.14 - (a) Coeficiente α_2 en función de $n\rho$; (b) α_2 en función de d/h

Se observan unas tendencias muy regulares y claramente definidas, de manera que los valores de α_2 aumentan con la disminución de $n\rho$ y de d/h . Se advierte que los valores α_2 tienden a agruparse cuando crece $n\rho$, lo cual hace que el aumento del coeficiente con la disminución de d/h sea más suave para los valores altos de $n\rho$.

A partir de los resultados obtenidos en el apartado anterior se ha ajustado una expresión que proporcione α_2 en función de las variables d/h y $n\rho$. Se ha realizado el ajuste por regresión lineal, utilizando el programa de análisis estadístico *MINITAB* [213], obteniéndose finalmente la ecuación

$$\alpha_2 = 20.3 - 15.1 \frac{d}{h} + \frac{1.31}{n\rho} - 1.06 \frac{h}{n\rho} \quad \text{para } \alpha_1 = 0.40 \text{ y } M_s/M_{cr} > 1.25 \quad (4.42)$$

que ajusta la serie de valores con un coeficiente de determinación (1-SSR/SST) de $R^2=0.99$, mientras que para $M_s/M_{cr} \leq 1.25$ se tomará $\alpha_1 = 0.45$, $\alpha_2 = 15$, de acuerdo con 4.4.3.