A I:

SUPERFICIES REGLADAS

Reciben este nombre [67] las superficies generadas por el movimiento de una recta que es la generatriz. A estas superficies puede adaptárseles el canto de una regla, de modo que coincida perfectamente con la superficie, a lo largo de una de sus generatrices, debiéndose a esto su denominación de regladas.

Se clasifican en dos grandes familias: las desarrollables y las alabeadas.

- **Superficies desarrollables :**

Las propiedades fundamentales que caracterizan estas superficies son:

- Pueden desarrollarse sobre un plano.
- El plano tangente a la superficie en un punto, es también tangente a ella a lo largo de toda la generatriz, que pasa por dicho punto y a la cual contiene.

El ejemplo más sencillo de superficies desarrollables es el plano; otra clase de estas superficies son las poliedrales, pudiéndose distinguir dentro de ellas las regulares y las irregulares.

Finalmente merecen citarse por su importancia las superficies radiadas, que son superficies engendradas por el movimiento de una recta que se apoya constantemente en un punto fijo (vértice) y en una línea (directriz); entre ellas se encuentran las superficies piramidales, prismáticas, cónicas y cilíndricas.

- **Superficies alabeadas :**

Sus propiedades características son las opuestas a las citadas en el caso anterior:

- No son susceptibles de desarrollarse sobre un plano.

- El plano tangente a la generatriz por un punto, contiene a la generatriz que pasa por dicho punto, pero no es tangente a la superficie en otros puntos de la generatriz citada.

En el caso de la figura a.I.1 (semejante a las figuras 3.4.1 y 3.4.2 que aparecen en el capítulo 3) se trata de una superficie reglada alabeada, como la de la siguiente figura, ya que se genera por el movimiento paralelo de una recta AC que se apoya sobre los contornos CB y AD:

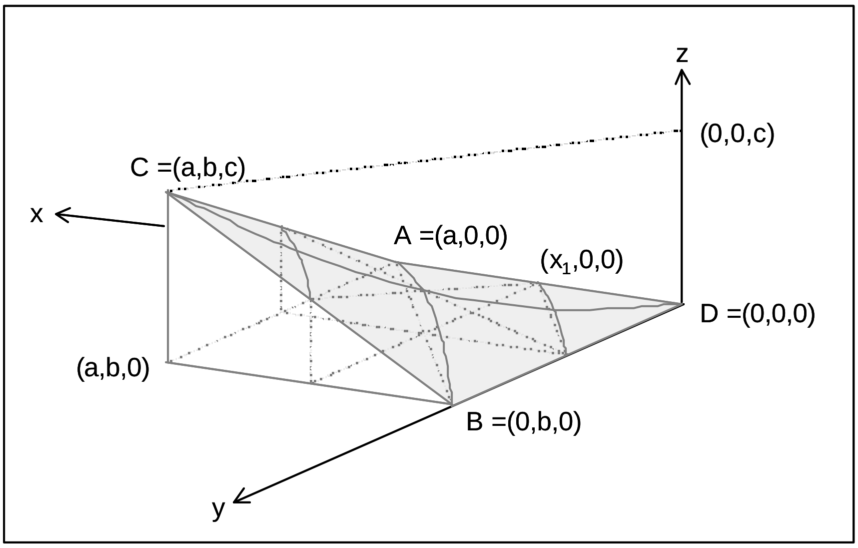

Figura a.I.1. Superficie reglada alabeada.

- **<u>Ecuación de la superficie de implicación producto</u>**

Para llegar a la ecuación de la superficie pueden seguirse los siguientes pasos:

- Expresión de la recta que pasa por los puntos (a,b,c) y (0,b,0) y que está contenida en el plano y = b :

$$\frac{x - a}{-a} = \frac{z - c}{-c}$$

$$z = c\,x / a \qquad \text{(I)}$$

- El punto de la recta que tiene como abcisa x_1 es : (x_1, b, cx_1/a)
- Una de las rectas generatrices de la superficie es la que pasa por los puntos :

(x_1, 0, 0) y (x_1, b, cx_1/a); esta recta está contenida en el plano $x = x_1$, y su expresión es :

$$\frac{y - 0}{b} = \frac{z - 0}{cx_1/a}$$

$$z = (c / a\, b)\, x_1\, y$$

- Generalizando para cualquier valor de x se tiene la expresión de la superficie :

$$z\,(x,y) = (c / a\, b)\, x\, y \qquad \text{(II)}$$

Para tener una idea más clara de cómo es esta superficie, se pueden hallar las intersecciones de la misma con planos verticales en diferentes direcciones:

- La intersección de esta superficie con planos para los cuales de x=cte o y=cte son rectas :

- la intersección de la superficie con un plano vertical para el cual $x = k$ es la recta $z = (c\, k / a\, b)\, y$
- la intersección de la superficie con un plano vertical para el cual $y = k$ es la recta $z = (c\, k / a\, b)\, x$

Por ejemplo para un plano con $x = cte = x_1$ la intersección con la superficie sería la recta $z = (c / a\, b)\, x_1$, que en la siguiente figura a.I.2 aparece en rojo:

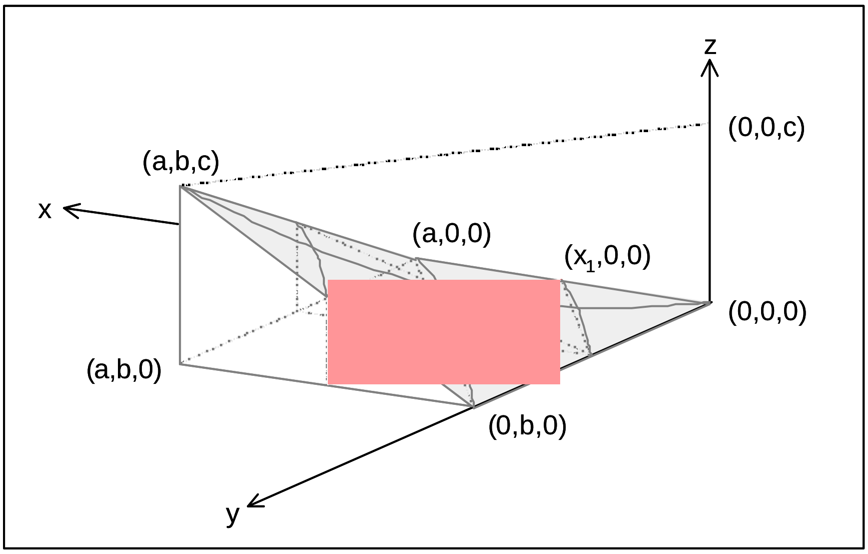

Figura a.I.2 Intersección de la superficie alabeada con un plano con x=cte.

- Expresión de la intersección de la superficie con un plano vertical que pasa por los puntos (a, 0, 0) y (0, b, 0) :

  - Ecuación del plano vertical :

$$\frac{x - a}{-a} = \frac{y}{b}$$

$$y = - (b / a) x + b \qquad \forall z \qquad (III)$$

  - Intersección :

Sustituyendo (III) en (II)

$z = (c / b a) \times (b - (b / a) x)$

Entonces la intersección queda :

$$\left. \begin{array}{l} z = (- c / a^2) x^2 + (c / a) x \\ y = - (b / a) x + b \end{array} \right\}$$

Resultando la parábola que aparece en la siguiente figura a.I.3 en rojo:

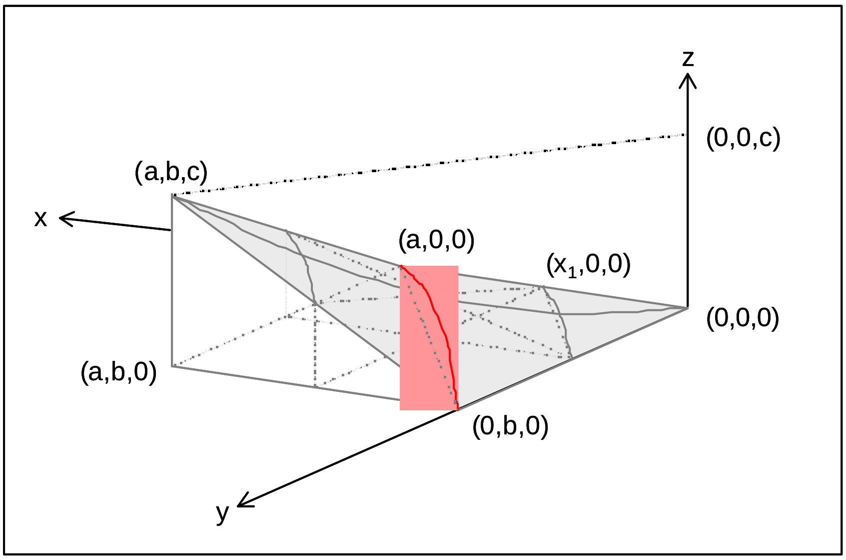

Figura a.I.3 Intersección de la superficie albeolada con un plano vertical que pasa por (a,0,0) y (0,b,0)

- Expresión de la intersección de la superficie con un plano vertical que pasa por los puntos (0, 0, 0) y (a, b, 0) :

- Ecuación del plano vertical :

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

$$y = (b / a) x \qquad \forall z \qquad (IV)$$

-Intersección:

Sustituyendo (IV) en (II)

$z = (c / b a) \; x \; (b / a) x$

Entonces la intersección queda :

$$\left.\begin{array}{l} z = (c / a^2) x^2 \\ y = (b / a) x \end{array}\right\}$$

Resultando la parábola que aparece en la siguiente figura a.I.4 en rojo:

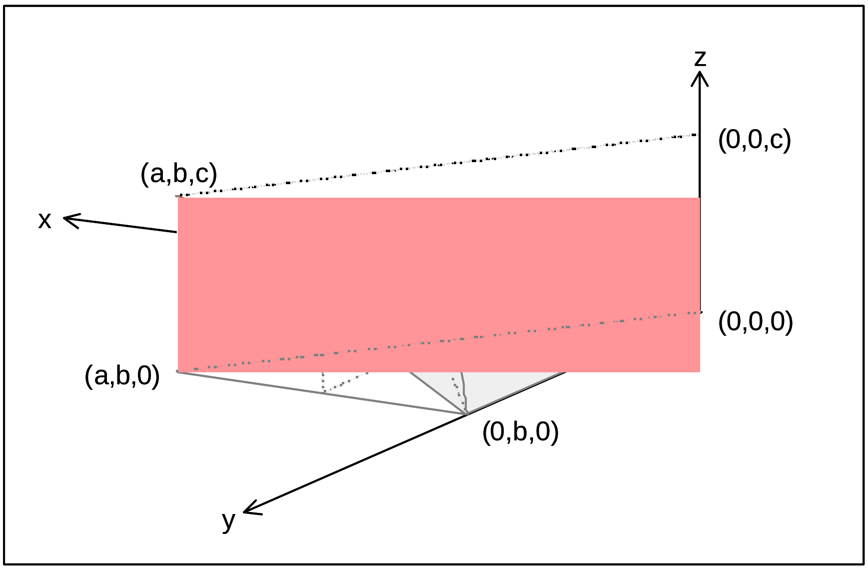

Figura a.I.4 Intersección de la superficie albeolada con un plano vertical que pasa por los puntos (0,0,0) y (a,b,0).

Así pues la superficie $z\ (\ x,\ y\ ) = (\ c\ /\ a\ b\ )\ x\ y$ es una superficie reglada alabeada cuyas generatrices son todos los posibles valores de la función característica de salida que resultarían de realizar la implicación mediante el operador producto.