

# 1 ANÁLISIS DE CIRCUITOS NO LINEALES DISTRIBUIDOS

---

En los últimos años, el uso de circuitos electrónicos ha experimentado un crecimiento exponencial en todos los campos de aplicación imaginables. Este crecimiento, cuantitativo, ha ido ligado indisolublemente a un cambio tecnológico que ha dejado obsoleto un producto prácticamente antes de salir al mercado. En este contexto la variable tiempo ha tomado relevancia y se ha impuesto en todas las fases de producción, como respuesta a la competitividad y a los continuos avances tecnológicos.

Sin duda alguna, la posibilidad de prever el funcionamiento de un circuito antes de su montaje acelera la fase de diseño. Fruto de esta necesidad surgen los simuladores de circuitos, los cuales basan su funcionamiento en distintos métodos. La implementación de uno u otro método depende de infinidad de factores, contándose entre ellos, sin lugar a dudas, el tiempo necesario para llevar a cabo el análisis. El considerable aumento en la rapidez de cálculo de los distintos métodos de análisis está estrechamente relacionado con el aumento de la misma potencia de cálculo de los ordenadores. De este modo, la efectividad final de un método dependerá en gran medida de la destreza con que un ordenador pueda manejar sus algoritmos de resolución usando, por ejemplo, técnicas de procesado en paralelo.

Gran parte de las magnitudes que describen el funcionamiento de un circuito se obtienen a partir de su respuesta en régimen permanente (RP), como el nivel de potencia, la frecuencia fundamental, etc. En consecuencia, los simuladores de circuitos deben ser capaces de obtener eficientemente la forma de onda de un circuito no lineal en RP.

Con el fin de situar adecuadamente los objetivos y aportaciones de esta tesis, conviene hacer una breve descripción de los distintos métodos de análisis existentes, partiendo de los circuitos no lineales con parámetros concentrados, para generalizar primeramente al caso de circuitos autónomos y posteriormente al caso de circuitos con parámetros distribuidos, donde precisamente se enmarca esta tesis

## 1.1 Una revisión de los métodos de análisis

Los *métodos de integración*, basados en integrar las ecuaciones diferenciales que describen el circuito partiendo de unas condiciones iniciales, necesitan calcular todo el transitorio hasta alcanzar el RP. Estos métodos acarrear consigo varios inconvenientes. Por un lado la determinación de cuándo se ha alcanzado el RP es un problema sin solución cerrada. Por otro lado, en el caso de circuitos con un factor de calidad muy alto, o en el que intervienen escalas temporales de distinto orden de magnitud, el transitorio puede tener una duración varios ordenes de magnitud mayor que el periodo de la solución en RP, consumiendo un tiempo de calculo exagerado si tan sólo interesa el RP. Finalmente, el conocimiento de la sensibilidad de la solución respecto a los parámetros que definen el circuito debe obtenerse mediante la repetición del análisis para diferentes valores de estos parámetros, una técnica intuitiva pero burda e ineficaz en cuanto a tiempo de cálculo. Ante estos inconvenientes, surgen diversos métodos que buscan la determinación directa del RP, [Riz-88].

Los denominados *shooting methods* intentan determinar, de forma iterativa, las condiciones iniciales necesarias para que el circuito arranque directamente en RP, [Apr-72]. En cada iteración se produce un proceso de integración sobre las ecuaciones de estado que caracterizan el circuito similar al realizado en los métodos de integración, aunque su duración es de tan sólo un periodo. La observación de la variación experimentada por las condiciones iniciales al cabo de un periodo permite actuar de forma inteligente sobre ellas y predecir su valor en RP. De este modo se produce un “salto temporal” en cada iteración que nos acerca más al RP, sin tener que integrar las ecuaciones en el tiempo intermedio. Es evidente que este método es más eficaz que los métodos de integración descritos en el párrafo anterior, más aún en circuitos con un factor de amortiguación pequeño.

En contraste con los métodos temporales descritos aparecen los métodos que operan exclusivamente en el dominio frecuencial, [Rhy-88]. Independientemente de la estrategia seguida, estos métodos, llamados *frecuenciales puros*, presentan el grave inconveniente de evaluar las alinealidades en el dominio frecuencial, cuando es habitual que se hallen definidas en el dominio del tiempo.

Casi de forma natural aparece la posibilidad de un método híbrido, que combine la enorme eficacia del análisis de la parte lineal del circuito en el dominio frecuencial con la precisión del análisis de la parte no lineal del circuito en el dominio temporal. En esta categoría se incluye el método de *balance armónico* (HB<sup>1</sup>), el cual adolece de un inconveniente inherente a su filosofía de análisis: es obligado realizar sucesivas transformaciones entre los dos dominios de trabajo con el consiguiente incremento del coste computacional. Entre los métodos de determinación directa del RP, este es el método que goza de más aceptación, como lo muestra el gran número de bibliografía existente sobre el tema, así como su implementación en programas comerciales. Sirva como ejemplo de la diversidad de mejoras introducidas la propuesta de utilizar las variables de control de las alinealidades como incógnitas del circuito para minimizar las dimensiones del problema<sup>2</sup>, [Cam-83], y la combinación del método de HB e ideas de continuación sobre un parámetro para, en determinadas situaciones, reducir el número de iteraciones, [Cel-96].

Desde un punto de vista estrictamente matemático, los métodos que determinan directamente la respuesta en RP de un circuito reducen un sistema de ecuaciones diferencial no lineal en un sistema de ecuaciones algebraico no lineal, preferible este último puesto que su resolución de forma iterativa es posible usando métodos globalmente convergentes basados en modificaciones del método de Newton.

---

<sup>1</sup> Acrónimo del anglicismo *Harmonic Balance*.

<sup>2</sup> Esta propuesta es utilizada por el método temporal de análisis que se describirá en el capítulo 2.

### 1.1.1 Análisis de circuitos autónomos

El análisis de los circuitos que oscilan aun careciendo de excitaciones periódicas, los así llamados *circuitos autónomos*, presenta el inconveniente adicional de desconocer el periodo de su respuesta en RP. Las modificaciones que se deben producir en los métodos descritos anteriormente, ante este nuevo inconveniente son diversas.

Los métodos de integración no hacen uso en ningún momento del conocimiento del periodo de oscilación en RP y, por consiguiente, no requieren ninguna modificación para extender el análisis a los circuitos autónomos.

Los métodos de *shooting* realizan una integración en cada iteración durante un periodo, asumiendo pues el conocimiento de éste. La inclusión del periodo dentro del conjunto de variables a determinar no viene acompañada de ninguna restricción adicional, dando lugar a soluciones con un grado de libertad. Estos métodos crean artificialmente una restricción consistente en fijar una de las condiciones iniciales a un valor que, *a priori*, se supone que tomará la solución en algún momento del periodo.

Una estrategia similar es utilizada por el método de HB. Las incógnitas en este caso son los coeficientes de la serie de Fourier de cada una de las variables que intervienen en el sistema de ecuaciones que describe el circuito. La fijación del valor de la fase de uno de los coeficientes de módulo no nulo, habitualmente el correspondiente a la frecuencia fundamental, permite incluir el periodo como incógnita sin aumentar el número de éstas. A pesar de las dificultades que conllevan estas modificaciones, los métodos de *shooting* y de HB son aplicables a los circuitos autónomos.

Frey y Norman [Fre-92] describen un nuevo método para el análisis en RP de circuitos no lineales basado en técnicas de tiempo discreto. Este método ha sido reformulado y extendido al análisis y optimización de circuitos autónomos [Pal-94]. El método consiste en discretizar las ecuaciones que describen el circuito y obtener así un sistema de ecuaciones algebraico no lineal. Así, la formulación final se escribe completamente en el dominio temporal, siendo innecesario realizar sucesivas transformaciones entre este dominio y el frecuencial haciendo uso de DFT directas e inversas en el proceso de resolución. Asimismo, se describe con detalle el cálculo analítico exacto de las derivadas

parciales de las ecuaciones resultantes respecto a las muestras de las variables, el periodo de oscilación y los elementos del circuito, haciendo factible la aplicación eficaz del método al análisis y optimización de circuitos. Hasta el momento el campo de aplicación de este método se restringe a los circuitos autónomos con parámetros concentrados.

### 1.1.2 Análisis de circuitos con parámetros distribuidos

El creciente aumento en la frecuencia de trabajo de los dispositivos electrónicos obliga a considerar los tiempos de propagación que aparecen en un circuito, puesto que éstos son comparables al periodo de las señales que intervienen en él. Así pues, un método de análisis que pretenda dar solución a los problemas actuales debe contemplar la posibilidad de incluir elementos de parámetros distribuidos en los circuitos a analizar. Los métodos de integración permiten esta generalización añadiendo unas condiciones iniciales de duración igual al retardo máximo que aparece en el circuito.

El conocimiento de las condiciones iniciales muestreadas desde  $t = -t$ , siendo  $t$  el retardo máximo que aparece en el circuito, hasta  $t = 0$  es un requisito necesario para los métodos de *shooting*. Este requisito aumenta considerablemente el número de incógnitas a determinar, disminuyendo sensiblemente la eficacia de este método al aplicarlo a la determinación del RP de circuitos con parámetros distribuidos.

En cambio, los elementos con parámetros distribuidos son fácilmente caracterizables en el dominio frecuencial, permitiendo la inclusión inmediata de estos elementos en los circuitos a analizar por el método de HB. Además, cualquier función de red racional o irracional, léase líneas de transmisión con pérdidas y dispersivas, es tratada con igual complejidad por el método de HB. Esta generalidad, le proporciona gran parte de la aceptación de que, como comentábamos anteriormente, goza este método.

### 1.1.3 Resolución del sistema de ecuaciones

La mayor o menor eficacia en la resolución de los distintos algoritmos descritos anteriormente depende en gran medida de la facilidad con que pueda ser resuelto el sistema de ecuaciones planteado. Aunque determinados métodos utilizan algoritmos de relajación para determinar el RP de circuitos autónomos [Fre-98] éstos no destacan especialmente por su robustez. Los problemas de convergencia que presentan estos algoritmos pueden ser superados utilizando algoritmos globalmente convergentes basados en el método de Newton [Den-83]. Los métodos de continuación [Hen-86] que fraccionan la resolución de un problema en varios problemas de menor dificultad, pueden ser utilizados en combinación con cualquiera de los algoritmos existentes.

## 1.2 Cálculo de sensibilidades

Por una parte, las excelentes propiedades, en cuanto a convergencia se refiere, de los algoritmos de resolución basados en modificaciones del método de Newton tiene como contrapartida la necesidad de conocer el Jacobiano del sistema de ecuaciones. Ese Jacobiano se construye utilizando las derivadas parciales del sistema de ecuaciones respecto a las incógnitas de éste. Estas incógnitas son los coeficientes de la serie de Fourier de las variables de control en el dominio frecuencial y las muestras de éstas en el dominio temporal. Aunque el cálculo de esta dependencia no presenta dificultades conceptuales, al tratar con circuitos autónomos hay que tener en mente que el periodo de la solución es una incógnita adicional. La obtención de expresiones para calcular esta dependencia en el método de HB fue objeto de la tesis doctoral [Mar-90].

Por otra parte, un simulador de circuitos que se precie no debe limitarse a la obtención de la forma de onda de un circuito para unos parámetros concretos del circuito. El conocimiento de la sensibilidad de la solución respecto a los parámetros que la definen es un objetivo mucho más interesante. Por un lado, la existencia de una solución muy sensible respecto al valor de un elemento del circuito dará lugar en la práctica a soluciones distintas a la esperada, como consecuencia de la tolerancia del valor de ese elemento. Por otro lado, dentro de lo que se conoce como CAD<sup>3</sup> de circuitos, la optimización de uno o varios de los parámetros de la respuesta de un circuito con respecto a los elementos que lo componen es una herramienta muy útil para el diseño. Así, ya sea para completar la información resultante de analizar un circuito, ya sea como ayuda en el diseño de circuitos, el cálculo de la sensibilidad de la respuesta de un circuito es de gran interés.

Anteriormente se ha comentado la dificultad que entraña el cálculo de la sensibilidad de la solución, y por ende, su optimización, en los métodos de integración puros. Una práctica habitual en los circuitos lineales consiste en incluir algoritmos de optimización en los programas de análisis [Mir-91]. Esta técnica precisa de sucesivos análisis que en los

---

<sup>3</sup> Acrónimo del anglicismo *Computer Aided Design*.

circuitos lineales no presentan ninguna dificultad. En cambio, un único análisis de un circuito no lineal es ya de por sí extremadamente costoso, restringiendo su campo de aplicación, al requerir un tiempo de cálculo desmesurado en la mayoría de los casos.

Un enfoque alternativo que no requiere de repetidos análisis consiste en afrontar el problema como el de la optimización de una función de coste, en cuya construcción intervienen tanto las ecuaciones de equilibrio del circuito como una medida de la calidad de diseño del mismo. La minimización de esta función de coste usando métodos iterativos alberga la posibilidad de obtener una solución que, aun en el caso de ser mínimo global, no cumpla las ecuaciones de equilibrio y, por tanto, carezca de cualquier utilidad práctica.

Este inconveniente puede ser superado planteando el problema como el de una optimización con restricciones. Ahora, en la función de coste a minimizar interviene únicamente una medida de la calidad de diseño del circuito. Esta minimización está sujeta al cumplimiento de las ecuaciones de equilibrio del circuito. Con esta restricción se asegura la obtención de *verdaderas* soluciones evitando el anterior inconveniente de la optimización sin restricciones. Aun así, este método no está exento de desventajas, puesto que la implementación práctica de este tipo de algoritmos encuentra numerosos escollos que la hacen compleja y costosa al mismo tiempo.

Una alternativa original, aplicable a algunos problemas particulares de optimización, es la de reconvertir un problema de optimización en un problema formalmente idéntico y, en consecuencia, de igual complejidad, al de la resolución de un sistema de ecuaciones algebraico no lineal [Pal-94]. Hasta el momento esta metodología se ha desarrollado únicamente para circuitos no lineales con parámetros concentrados.



### 1.3 Estabilidad de las soluciones

Una vez se ha obtenido una solución en RP, el siguiente problema que se debe abordar es la investigación de la estabilidad de esta solución. Por un lado, los métodos temporales reproducen de tal modo el comportamiento del circuito que únicamente obtienen soluciones estables, aunque en determinados casos la discretización utilizada altera la estabilidad de la solución [Nic-94]. Por otro lado, la mayoría de los métodos de determinación directa del RP presentan la peculiaridad de obtener soluciones inestables. Estas soluciones, al no existir en la realidad, deben ser detectadas. Aun así, la obtención de soluciones inestables, lejos de ser un efecto indeseado, permite profundizar en el conocimiento teórico de los sistemas y comprender mejor su funcionamiento. Sea por uno u otro motivo, se hace evidente la necesidad de discernir las soluciones estables de las inestables.

La estabilidad de las soluciones en el dominio temporal continuo viene determinada por el conocimiento de la matriz de monodromía. La matriz de monodromía sólo tiene sentido al tratar con circuitos de parámetros concentrados, puesto que su extensión al caso de circuitos de parámetros distribuidos la convertiría en una matriz de dimensiones infinitas. Este problema podría solventarse discretizando la solución, pero con ello se abandona el dominio temporal continuo. Esto da una idea de las dificultades de estudiar la estabilidad de las soluciones de un circuito no lineal con parámetros distribuidos de forma analítica. La bibliografía más reciente de *IEEE Trans. Circuits Syst.* se limita al estudio semi-analítico de la estabilidad de los puntos de equilibrio [Hos-94]. Nos encontramos pues en un campo de difícil acceso y con mucho trabajo por realizar. Así, los métodos de determinación directa de la respuesta en RP deben estudiar la estabilidad de las soluciones utilizando métodos numéricos. En el método de HB la estabilidad de las soluciones se investiga usando técnicas de perturbación [Riz-85] o métodos de continuación [Hen-86].

## 1.4 Objetivos de esta tesis

Hasta el momento se ha hecho un esbozo de los distintos problemas y soluciones que aparecen al tratar con circuitos no lineales de parámetros concentrados y las dificultades añadidas al generalizar a circuitos autónomos con parámetros distribuidos. De lo dicho se desprende no sólo la necesidad de determinar la respuesta en RP sino también la sensibilidad de ésta respecto a los elementos del circuito y las incógnitas del sistema de ecuaciones, incluido el periodo en circuitos autónomos. Un tema mucho más difícil de abordar es la determinación de la estabilidad de las soluciones obtenidas.

El método descrito en [Pal-94], basado en técnicas de tiempo discreto, da solución a gran parte de los problemas planteados en los circuitos autónomos con parámetros concentrados. Su extensión a los circuitos con parámetros distribuidos y la investigación de la estabilidad de las soluciones constituyen el núcleo central de la presente tesis doctoral. Estos aspectos se investigan en los capítulos 2 y 3. Otra aportación de esta tesis se realiza en el capítulo 4, en el que se establecen los vínculos existentes entre los métodos de análisis en el dominio temporal y frecuencial, extendiéndose esta interrelación al estudio de la estabilidad de las soluciones obtenidas en ambos dominios. Tres ejemplos representativos de las posibilidades del método descrito en esta tesis, incluyendo la extensión a circuitos con líneas *RLCG*, son analizados en el capítulo 5. Las conclusiones del trabajo realizado en esta tesis y las posibles líneas futuras de investigación que aparecen una vez finalizada son detalladas en el capítulo 6.

Empecemos, pues, por la descripción del método directo de análisis del RP en el dominio temporal.