

6 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS DE TRABAJO

Sirva este capítulo como resumen de las conclusiones que han ido apareciendo durante el desarrollo de este trabajo. Si bien a lo largo de los distintos capítulos los logros obtenidos han sido resumidos, el objetivo ahora es globalizar las conclusiones de los resultados conseguidos. Asimismo, se pretende exponer brevemente aquellos aspectos, relacionados con el marco en que se desarrolla esta tesis, cuya investigación se vislumbra de interés. Algunas de las líneas futuras de trabajo son consecuencia directa de los resultados obtenidos en esta tesis; otras ya eran visibles al empezar.

6.1 Conclusiones

En esta tesis se ha abordado el problema de la determinación directa del régimen permanente de circuitos no lineales autónomos con parámetros distribuidos en el dominio temporal. Por comodidad, este método empieza con la obtención de las ecuaciones de equilibrio en el dominio transformado de Laplace. Partiendo de esta formulación, es posible escribir directamente el sistema de ecuaciones discretizado en el dominio temporal, donde las incógnitas son el periodo de oscilación y las muestras de la variable de control¹. Así, toda variable genérica $V(s)$ es transformada en un vector de N muestras equiespaciadas, y los operadores derivada y retardo en una matriz circulante. Puesto que la

¹ En el desarrollo teórico, y en aras de la claridad, se realiza un traslado al dominio temporal antes de formular el sistema de ecuaciones discretizado

discretización del operador derivada se realiza utilizando la familia de discretizaciones de Gear y la del operador retardo utilizando los mismos criterios, el método así desarrollado se ha bautizado con el nombre de método DTA–Gear. La formulación obtenida es tal que posibilita el posterior desarrollo analítico de la sensibilidad del sistema de ecuaciones discretizado respecto a las muestras de las variables de control, del periodo de oscilación y de los elementos del circuito. El conocimiento de estas sensibilidades permite una resolución eficaz del sistema de ecuaciones utilizando métodos globalmente convergentes basados en modificaciones del método de Newton. Sobra decir que el método también es válido para circuitos excitados.

Esta técnica de análisis, ideada en [Fre-92] para circuitos excitados, fue desarrollada para circuitos autónomos en [Pal-94]. En ambos casos el método está restringido a circuitos de parámetros concentrados con alinealidades estáticas.

Circuitos con parámetros distribuidos

Así, la primera contribución de esta tesis ha sido la extensión del método a los circuitos con parámetros distribuidos. Esto se concreta, por un lado, en encontrar las expresiones necesarias para discretizar el operador retardo e incluirlo en el sistema de ecuaciones discretizado, y por otro en determinar la sensibilidad de la matriz retardo respecto al periodo de oscilación².

Además, el método ha sido extendido con el fin de incorporar alinealidades dinámicas. Aunque siempre es posible sustituir una alinealidad dinámica por la derivada de una alinealidad estática, aparece la duda de qué formulación aproxima mejor el comportamiento real del circuito. Este dilema se afronta desde un punto de vista teórico, al tiempo que se analiza el circuito de Van der Pol utilizando ambas formulaciones. El resultado sobre este circuito, aparentemente contradictorio, indica que una formulación con alinealidad estática es más exacta que una formulación con alinealidad dinámica.

² Esto conlleva una mayor complejidad para el operador retardo que para el operador derivada, por ser esta dependencia de tipo polinómica en el primero y lineal en el segundo

Una aportación original de esta tesis es el modo en que se obtiene la formulación DTA–Gear. Efectivamente, la discretización de los operadores derivada y retardo se realiza de forma íntegra en el dominio temporal. Este enfoque permite obtener una formulación en forma matricial que, por un lado, ayuda a comprender las ideas en que se fundamenta el método DTA–Gear y, por otro lado, simplifican enormemente el cálculo de la sensibilidad respecto al periodo de oscilación y los elementos del circuito.

Estabilidad de las soluciones DTA- Gear

Una vez determinadas las soluciones en régimen permanente, el siguiente problema a abordar es el estudio de la estabilidad de estas soluciones. En [Mir-96] se presenta, junto con un importante resultado teórico³, un método para estudiar la estabilidad de soluciones obtenidas utilizando DTA–Gear. Este método, restringido a circuitos con parámetros concentrados es extendido en esta tesis, de forma inmediata, a circuitos con parámetros distribuidos. La validación de este método se realiza al contrastar los resultados numéricos con los resultados semi-analíticos obtenidos en [Hos-94] al analizar los puntos de equilibrio del TDCC.

Si bien la obtención del sistema de ecuaciones DTA–Gear y el cálculo de las sensibilidades de éste en circuitos con más de una variable de control no presenta gran dificultad conceptual⁴, el estudio de la estabilidad de estas soluciones requiere de un nuevo enfoque. Así, se realiza el desarrollo de las expresiones necesarias para realizar este estudio en un circuito con dos variable de control, aportándose las ideas necesarias para generalizarlo a un número cualquiera de variables.

Más interesantes que los desarrollos teóricos son los resultados obtenidos al utilizar el estudio de la estabilidad de las soluciones para determinar las regiones de funcionamiento

³ Se demuestra que los autovalores de la matriz de monodromía de un sistema continuo convergen hacia los obtenidos al estudiar la estabilidad de un sistema discretizado con el método DTA–Gear.

⁴ En el capítulo 2.4.1 se derivan estas expresiones, con el único fin de comparar el resultado de utilizar distintas formulaciones sobre un mismo circuito.

del oscilador de Van der Pol y del TDCC. Empleando continuación sobre un parámetro físico, se detectan bifurcaciones de Hopf, de periodo y puntos límite, y se describen los mecanismos necesarios para seguir la rama que continua después de un punto límite y la rama de periodo doble que aparece en una bifurcación de desdoblamiento de órbitas.

Relación entre los métodos temporales y frecuenciales

Otra aportación de esta tesis, desarrollada íntegramente en el plano teórico, ha consistido en estrechar los lazos existentes entre el estudio de la estabilidad en el dominio temporal y el dominio frecuencial.

El punto de partida se encuentra en la obtención de una transformación que permite trasladar cualquier formulación del dominio frecuencial al temporal y viceversa. En particular, se comprueba que al método de HB le corresponde una cierta discretización en el dominio temporal. Esta discretización se realiza a partir de las muestras de la respuesta impulsional limitada en banda de las funciones de red que aparecen en el dominio transformado de Laplace.

El intento de extender esta relación entre el dominio temporal y frecuencial al estudio de la estabilidad deriva en la obtención de importantes resultados⁵. Destaca entre éstos, la obtención de la formulación de estabilidad utilizada por el método de HB partiendo de un estudio de la estabilidad realizado en el dominio temporal. La obtención de este resultado tiene consecuencias reveladoras. Note el lector que, con ello, es posible comparar en un mismo dominio, el temporal, los métodos DTA–Gear y HB. Así, se evidencia la diferente filosofía de análisis utilizada por uno y otro método que se resume a continuación.

El método DTA–Gear realiza un *estudio local* de la solución para calcular la derivada y el retardo, asumiéndose la periodicidad de la solución una vez se ha realizado la discretización de la solución. Como consecuencia, se puede deshacer en cualquier momento la periodicidad, realizándose un estudio del transitorio, el cual informa de la estabilidad. Este estudio no precisa asumir en ningún momento el tipo de perturbación que

⁵ Para una relación exhaustiva de estos resultados se recomienda al lector lea las conclusiones del capítulo 4.

aparecerá. En última instancia, el estudio de la estabilidad se reduce al cálculo de los autovalores, multiplicadores de Floquet, de una matriz de dimensiones $m \times m$, donde m es la memoria del circuito discretizado, mucho menor que el número de muestras N por periodo si en el circuito no aparece retardo.

El método de HB realiza un *estudio global* de la solución para calcular la derivada y el retardo, asumiéndose la periodicidad de la solución desde un primer instante. Así, esta periodicidad no se puede deshacer para estudiar el transitorio sin introducir mecanismos artificiales. Estos mecanismos consisten en conocer *a priori* la forma de la perturbación que va a aparecer, descomponiendo esta perturbación en el producto de una señal periódica y un término que equivale al multiplicador de Floquet⁶. En última instancia, el estudio de la estabilidad se reduce al cálculo del valor de los exponentes de Floquet que forman parte de los elementos de una matriz de dimensiones $N \times N$, donde N es el número de armónicos considerado, para que su determinante sea nulo. Obsérvese la distinta dificultad de resolución en este método, tanto por el tipo de problema a resolver como por las dimensiones de la matriz que aparece⁷.

Estos resultados se complementan con los obtenidos en [Bar-98]. En esta referencia, partiendo de una formulación en el dominio temporal con variables de estado se obtiene una formulación en el dominio frecuencial con las mismas variables de estado, que no son las variables de control que aparecen en la formulación de HB. En esta formulación con variables de estado el estudio de la estabilidad se reduce a determinar los autovalores de una matriz de dimensiones N veces el número de variables de estado. Nótese que en la formulación con variables de estado, el estudio de la estabilidad se reduce, como en el método DTA–Gear, a un problema de autovalores⁸.

⁶ Aunque el estudio de las soluciones de BH trasladado al dominio temporal no necesita de esta descomposición sí requiere del conocimiento de la forma de la perturbación.

⁷ En el primer caso tenemos un problema de autovalores y en un circuito sin retardo N es mucho menor que m .

⁸ No obstante, debe tenerse en cuenta que en la formulación DTA–Gear las dimensiones del problema son proporcionales al número de variables de control y no al número de variables de estado.

Cabe decir que, como resultado de estas interrelaciones, se ha profundizado en el significado del concepto de estabilidad, comprobándose que es posible trasladar el estudio del dominio temporal, en el que se define la estabilidad, al dominio frecuencial.

Aplicaciones del método DTA- Gear

La utilización de los aproximantes de Padé multipunto para aproximar una línea de transmisión *RLCG* con elementos concentrados y una línea de transmisión ideal permite extender el método DTA–Gear a los circuitos que incorporan estos elementos. No obstante la eficiente determinación del régimen permanente, el estudio de la estabilidad de las soluciones se ve entorpecido por el mismo instrumento que permite la extensión del método. Efectivamente, los aproximantes de Padé multipunto modifican la estabilidad de la solución hasta el punto de ser posible la aparición de funciones racionales inestables.

La original idea de reconvertir un problema de optimización en un problema de análisis, y con ello de menor complejidad, se aplica a un circuito autónomo con parámetros distribuidos. La fijación del periodo de oscilación permite introducir como incógnita un elemento del circuito. La peculiar formulación del sistema de ecuaciones permite determinar fácilmente la sensibilidad de éste respecto a un elemento del circuito, facilitando la convergencia del proceso de resolución.

Validaciones

Con la finalidad de no avanzar en el vacío, las ideas que aparecen en esta tesis han sido siempre contrastadas, en algunos casos por más de una vía. Así, el circuito de Van der Pol se analiza con HB y con DTA–Gear utilizando tres formulaciones distintas: alinealidad estática, dinámica y estática con dos variables de control. El estudio de la estabilidad de los puntos de equilibrio del TDCC se contrasta con la referencia [Hos-94]. La determinación de las regiones de funcionamiento del circuito de Van der Pol excitado y la construcción de su curva solución se comparan con los resultados aparecidos en [Bar-98], obtenidos usando HB. Los resultados de análisis del TDCC con línea *RLCG* son contrastados con los resultados obtenidos utilizando métodos de integración en [Kaw-97]. Finalmente, se realiza una validación experimental del oscilador con línea de transmisión, sobre el cual se resuelve un problema de análisis y otro de optimización.

6.2 Líneas futuras de trabajo

De las conclusiones presentadas en la sección anterior se advierten algunos temas de investigación que podrían contribuir al estudio de los circuitos no lineales. Junto a estos temas se describen otros que no son consecuencia ni objetivo de esta tesis, pero que por su interés y relación con ésta merecen ser mencionados.

Estudio comparativo de las distintas formulaciones de estabilidad

Una lectura detallada permite comprobar que el estudio de la estabilidad de soluciones, en el dominio temporal o frecuencial, se puede realizar con distintas formulaciones. La dificultad en la determinación de la estabilidad en cada una de las formulaciones depende de un buen número de parámetros. Por un lado, está el tipo de problema planteado: problema de autovalores o sistema de ecuaciones homogéneo. La disponibilidad de herramientas para su resolución es un parámetro más a considerar. Así, por ejemplo, en algunos casos puede interesar únicamente un estudio cualitativo de la estabilidad, siendo posible reducir enormemente el coste de cálculo utilizando el diagrama de Nyquist [Riz-85]. Por otro lado, las dimensiones del problema difieren enormemente según se utilice una formulación DTA–Gear o HB⁹. Además, la formulación con variables de estado tiene unas dimensiones proporcionales al número de éstas y no al número de variables de control como ocurre en los ejemplos anteriores. Los desarrollos realizados en [Bar-98] para estudiar la estabilidad con variables de estado en el dominio frecuencial partiendo del dominio temporal no contempla el caso de circuitos con retardo. La bibliografía existente sobre el estudio de la estabilidad de este tipo de circuitos es escasa, y solo se trata de forma semi-analítica en casos especiales [Hos-94]. En esta referencia, se sugieren como nuevas variables de estado las tensiones incidentes o reflejadas en los puertos de cada una de las líneas de transmisión. Con la introducción de estas variables de estado se podría intentar la extensión del estudio de la estabilidad con variables de estado a los circuitos con retardo.

⁹ Esta diferencia puede atenuarse si el circuito estudiado incorpora retardo.

En todos los razonamientos previos debe contemplarse no sólo el tipo y dimensiones del problema que debe resolverse para estudiar la estabilidad de una solución, sino también la dificultad para obtener esta solución. Sirva como ejemplo el hecho que el método DTA–Gear requiere de más muestras por periodo que el método de HB para obtener una solución de igual exactitud, mientras que, a igual número de muestras por periodo, las dimensiones del problema del método DTA–Gear son menores que las de HB.

Utilización de distintos periodos de muestreo

Toda vez que el método DTA–Gear se basa en un estudio local de la solución, las variaciones rápidas de una señal deben ser captadas con una frecuencia de muestreo elevada. Puesto que las señales pueden experimentar variaciones rápidas en una zona y lentas en otra¹⁰, aparece la idea de utilizar diferentes frecuencias de muestreo con el fin de optimizar el número de muestras por periodo. En la aplicación de esta idea se prevén los siguientes resultados.

- A medida que se vaya realizando el proceso de resolución iterativo, el periodo de muestreo deberá adaptarse a la nueva solución obtenida en cada iteración. Esta adaptación implica la implementación de algoritmos de interpolación.
- Las matrices del sistema de ecuaciones dejan de ser circulantes, con lo cual se pierden las ventajas que ello tiene desde un punto de vista computacional. Así, por ejemplo, no es posible obtener una formulación vectorial en el dominio frecuencial.
- La complejidad del cálculo de la sensibilidad del sistema de ecuaciones respecto al periodo de oscilación se incrementa notablemente, siendo necesaria la obtención de una expresión para cada uno de los periodos de muestreo que coexisten en el circuito y en cada una de sus fronteras.
- También el cálculo de la estabilidad de la solución se ve dificultado. En una formulación con matrices circulantes sólo se utiliza una columna de cada matriz. Cuando no es así, en la construcción de cada uno de los Jacobianos parciales que

¹⁰ Tómese como ejemplo la solución de la Fig. 5. 24.

componen el Jacobiano final debe utilizarse una columna distinta de cada matriz, empleándose, al cabo de un periodo, todas las columnas de cada matriz.

Extensión al análisis de circuitos conmutados

Finalmente queda por trabajar un tema que permitiría al método DTA–Gear abordar el análisis de circuitos conmutados. Como ejemplo ilustrativo, supongamos la existencia de un interruptor en un circuito que cambia de estado cada semiperiodo de la única variable de control con N muestras. Cada una de las $N/2$ primeras ecuaciones del sistema de ecuaciones se construye suponiendo que el circuito no cambia de estado, obteniéndose la mitad superior de unas matrices que de completarse serían circulantes. Las $N/2$ restantes ecuaciones se construyen considerando el nuevo circuito después de cambiar el estado del interruptor, obteniéndose la mitad inferior de unas matrices que de completarse también serían circulantes. Las matrices finales están compuestas por las $N/2$ filas de un semiperiodo y la $N/2$ filas de otro semiperiodo, de modo que estas matrices no son circulantes.

El estudio de la sensibilidad de la solución respecto a los elementos del circuito debe contemplar esta singular construcción de las matrices del sistema de ecuaciones. Sin embargo, el estudio de la sensibilidad respecto a las muestras de la variable de control no precisa de ninguna modificación¹¹. Por otro lado, el estudio de la estabilidad es de dificultad similar a la presentada con anterioridad al contemplar la coexistencia de más de un periodo de muestreo en el circuito, utilizándose todas las columnas de cada matriz¹². Con este sencillo ejemplo se pretende demostrar que la extensión del método DTA–Gear a los circuitos conmutados es una posibilidad real, obteniéndose así un método válido para cualquier tipo de circuito.

¹¹ El periodo de oscilación no es una incógnita del sistema de ecuaciones al estar armónicamente relacionado con el periodo de conmutación. En consecuencia, no tiene sentido calcular la sensibilidad respecto al periodo de oscilación.

¹² Aunque en este ejemplo, al tratarse de matrices con la parte superior e inferior circulante y de iguales dimensiones, únicamente deberían utilizarse dos columnas.

