



DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELECTRONICA
E. T. S. E. TELECOMUNICACIO
UNIVERSITAT POLITECNICA DE CATALUNYA

MODELOS MATEMATICOS PARA REGULADORES CONMUTADOS
CONTINUA-CONTINUA CON LAZO DE CONTROL DE CORRIENTE

 **UPC**
UNIVERSITAT
POLITECNICA
DE CATALUNYA

18 MARÇ 1988

ENTRADA

Núm. 3790

Memoria presentada para acceder
al grado de Doctor Ingeniero
de Telecomunicación por
Alberto Poveda López

Director:

Luis Martínez Salamero

Barcelona, Marzo de 1988



DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELECTRONICA
E.T.S.E. TELECOMUNICACIO
UNIVERSITAT POLITECNICA DE CATALUNYA

MODELOS MATEMATICOS PARA REGULADORES CONMUTADOS
CONTINUA-CONTINUA CON LAZO DE CONTROL DE CORRIENTE

Memoria presentada para acceder
al grado de Doctor Ingeniero
de Telecomunicación por
Alberto Poveda López

Director:

Luis Martínez Salamero

Barcelona, Marzo de 1988

Este trabajo ha sido financiado por la
Comissió Interdepartamental de Recerca i
Innovació Tecnològica (C.I.R.I.T) (Convocatòria
Ajuts a la Recerca, julio 1985).

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
ADMINISTRACIÓ D'ASSUMPTES ACADÈMICS

Aquesta Tesi ha estat enregistrada
a la pàgina 13 amb el número 127

Barcelona, 16 de maig de 1988

L'ENCARREGAT DEL REGISTRE,

M. Llopis - Riera

INDICE

CAPITULO I

| | |
|--------------------|---|
| INTRODUCCION | 1 |
|--------------------|---|

CAPITULO II

SINTESIS DE REGULADORES CONMUTADOS CONTINUA-CONTINUA CON LAZO DE CONTROL DE CORRIENTE

| | | |
|-------|---|----|
| 2.1 | INTRODUCCION | 9 |
| 2.2 | ESTRUCTURA FUNCIONAL DE UN REGULADOR CONMUTADO CON LAZO DE CONTROL DE CORRIENTE | 10 |
| 2.3 | MODELO DE UN SUBSISTEMA GENERICO DE CONTROL | 12 |
| 2.4 | CLASIFICACION DE LAS VARIABLES DE ESTADO SEGUN SUS DERIVADAS | 13 |
| 2.4.1 | Valor estimado de la corriente del conmutador | 17 |
| 2.4.2 | Indices significativos de la corriente del conmutador en el caso de que el controlador decida el paso de T_{OFF} a T_{ON} | 21 |
| 2.5 | CAMBIO DE SUBINTERVALO. FUNCIONES CONTINUAS AUXILIARES | 22 |

| | | |
|---------|---|----|
| 2.6 | ESTABLECIMIENTO DE LOS DIFERENTES TIPOS DE CONTROL DE CORRIENTE | 27 |
| 2.6.1 | Sobre la síntesis de nuevas estructuras | 35 |
| 2.6.2 | Primera aproximación al estudio de la estabilidad en lazo (de tensión) abierto | 41 |
| 2.6.2.1 | Estudio de las relaciones $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ y de $\frac{\Delta i_M(k+1)}{\Delta i_M(k)}$ en el modo de conducción continua | 42 |
| 2.6.2.2 | Estudio de las relaciones $\frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)}$ y de $\frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_M(k)}$ en el modo de conducción continua | 45 |
| 2.6.3 | Introducción de rampas compensadoras de la inestabilidad | 58 |

CAPITULO III

FORMULACION DE UN MODELO DISCRETO LINEALIZADO VALIDO
INDISTINTAMENTE PARA LOS MODOS DE CONDUCCION CONTINUA Y
DISCONTINUA Y PARA FRECUENCIA DE CONMUTACION CONSTANTE

| | | |
|-----|---|----|
| 3.1 | INTRODUCCION | 67 |
| 3.2 | MODELACION GENERICA PARA AMBOS MODOS DE CONDUCCION Y PARA FRECUENCIA DE CONMUTACION FIJA O VARIABLE | 68 |

| | | |
|----------|---|-----|
| 3.2.1 | Ecuaciones de estado de la etapa de potencia | 68 |
| 3.2.2 | Regímenes estacionario y perturbado del vector de estado | 70 |
| 3.2.3 | Matriz de transición de estado de la etapa de potencia | 71 |
| 3.2.3.1 | Definición de $\phi(T)$ | 71 |
| 3.2.3.2 | Ecuaciones de transición de estado | 72 |
| 3.2.3.3 | Relaciones incrementales | 75 |
| 3.2.3.4 | Linealización de las relaciones incrementales | 78 |
| 3.2.3.5 | Particularización de la recurrencia obtenida en el caso de conducción continua | 81 |
| 3.2.3.6 | Particularización de la recurrencia obtenida en el caso de conducción discontinua | 83 |
| 3.2.3.7 | Modelo del subsistema de control | 84 |
| 3.2.3.8 | Linealización de la ecuación de control ... | 86 |
| 3.2.3.9 | Vector de estado del regulador | 89 |
| 3.2.3.10 | Obtención de $\phi(T)$ | 90 |
| 3.2.4 | Particularización de $\phi(T)$ en el modo de conducción continua, frecuencia constante de conmutación e inexistencia de elementos dinámicos en el subsistema de control | 92 |
| 3.2.4.1 | Aplicación al análisis de un convertidor "buck" con control del valor máximo de la corriente del inductor | 94 |
| 3.2.4.2 | Interpretación geométrica | 98 |
| 3.2.5 | Particularización de $\phi(T)$ en modo de conducción discontinua, frecuencia fija y tiempo constante de conducción | 108 |

| | | |
|---------|--|-----|
| 3.2.5.1 | Comparación con la técnica de modelación basada en la respuesta impulsional discreta | 111 |
| 3.3 | CONSIDERACIONES SOBRE LA RESPUESTA GLOBAL DEL SISTEMA..... | 113 |
| 3.3.1 | Aplicaciones. Análisis de un convertidor "buck" con control del valor máximo de la corriente del inductor y lazo de tensión proporcional | 114 |
| 3.3.2 | Aplicaciones. Análisis de un convertidor "buck" con control PWM y realimentación de la tensión de salida y de la corriente del condensador | 120 |

CAPITULO IV

ESTABLECIMIENTO DE UN MODELO DISCRETO PARA ANALIZAR EL CONVERTIDOR EN REGIMEN ESTACIONARIO

| | | |
|-----|---|-----|
| 4.1 | INTRODUCCION | 129 |
| 4.2 | TRAYECTORIA LINEAL DEL VECTOR DE ESTADO Y VARIACIONES LENTAS EN LAS COMPONENTES DEL VECTOR DE GENERADORES A LO LARGO DE UN CICLO DE CONMUTACION | 131 |
| 4.3 | OBTENCION DEL VALOR DEL VECTOR DE ESTADO EN UN INSTANTE " t_{ki} " DE CAMBIO DE ESTRUCTURA | 139 |
| 4.4 | REGIMEN ESTACIONARIO | 140 |
| 4.5 | APLICACIONES. ANALISIS DE UN CONVERTIDOR "BOOST" EN MODO DE CONDUCCION DISCONTINUA | 143 |

| | | |
|-------|--|-----|
| 4.6 | APLICACIONES. ANALISIS DEL CONVERTIDOR DE ČUK EN MODO DE CONDUCCION DISCONTINUA | 151 |
| 4.6.1 | Limitaciones del método de promediación en el espacio de estado | 151 |
| 4.6.2 | Aplicación del modelo discreto | 163 |
| 4.7 | EXTENSION DEL MODELO AL CALCULO DE VALORES MEDIOS EN REGIMEN ESTACIONARIO | 173 |
| 4.7.1 | Obtención del valor medio del vector de estado en el subintervalo "i" del ciclo "k" | 173 |
| 4.7.2 | Obtención del valor medio del vector de estado en un ciclo de conmutación | 175 |
| 4.7.3 | Cálculo del valor medio del vector de estado en un ciclo de conmutación y en régimen estacionario. Aplicación al caso del convertidor de Čuk en modo de conducción discontinua | 176 |

CAPITULO V

FORMULACION DE UN MODELO CONTINUO EQUIVALENTE

| | | |
|-----|--|-----|
| 5.1 | INTRODUCCION | 179 |
| 5.2 | RECURRENCIA ENTRE LOS VALORES MEDIOS DEL VECTOR DE ESTADO CORRESPONDIENTES A DOS CICLOS DE CONMUTACION SUCESIVOS ... | 181 |
| 5.3 | MODELO CONTINUO ASOCIADO AL VALOR MEDIO DEL VECTOR DE ESTADO EN UN CICLO DE CONMUTACION | 186 |
| 5.4 | MODELO CONTINUO LINEALIZADO | 189 |
| 5.5 | OBTENCION DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA | 197 |

| | | |
|-------|---|-----|
| 5.5.1 | Obtención de funciones de transferencia incluyendo la acción del subsistema de control. Caso de frecuencia de conmutación constante | 197 |
| 5.6 | APLICACIONES. MODELO DINAMICO DEL CONVERTIDOR CUK-MC ² | 201 |
| 5.6.1 | Ecuación de control para el subintervalo T _{ON} | 209 |
| 5.6.2 | Ecuación de control para el subintervalo T _{OFF} | 211 |
| 5.6.3 | Función de transferencia salida-control | 215 |

CAPITULO VI

| | | |
|--|--------------------|-----|
| | CONCLUSIONES | 225 |
| | BIBLIOGRAFIA | 231 |

CAPITULO I

INTRODUCCION

En el desarrollo de nuevas estrategias de control para reguladores conmutados continua-continua, la técnica de control en modo de corriente (reguladores conmutados continua-continua con lazo de control de corriente) constituye hoy en día la mejor alternativa a los diferentes métodos de control utilizados hasta el momento [1],[2]. Aunque el control en modo de corriente aparece ya referenciado desde hace algún tiempo (la primera publicación se remonta a 1967) [5], no es lo suficientemente conocido como debiera corresponder a las significativas ventajas que se derivan de su utilización.

El control en modo de corriente es uno de los métodos de control de dos lazos en los que un lazo interno proporciona un control período a período de la corriente del inductor o de la corriente del conmutador y un lazo externo se encarga de la regulación de tensión. La señal de error que se origina en el amplificador de error del lazo externo constituye la señal de referencia para el lazo interno de alta velocidad. Así, el inductor del convertidor de potencia es extraído de forma efectiva del lazo de regulación, puesto que la corriente del inductor responde a las variaciones de la señal de referencia en un ciclo de funcionamiento. El inductor puede reemplazarse mediante una fuente de corriente controlada, lo que a su vez reduce el número de elementos almacenadores de energía del sistema. Las ventajas de

esta solución son las siguientes: función de transferencia de un solo polo para el lazo abierto de regulación de tensión; limitación instantánea de corriente, facilidad de conexión en paralelo de reguladores (controlando los moduladores de corriente de las etapas de potencia conectadas en paralelo mediante una señal común de control) y posibilidad de prealimentación ("feedforward") de la corriente de salida y de la tensión de entrada [43].

Sin embargo la industria ha reaccionado muy lentamente en la apreciación y explotación de las considerables ventajas del control en modo de corriente, existiendo dos razones que pueden justificarlo:

- 1) La ausencia de circuitos integrados que se adapten de una forma adecuada a la implementación de controladores en modo de corriente (todos los C.I. disponibles tienen serios inconvenientes) [1]-[4].
- 2) La ausencia de una información detallada, teórica y práctica, sobre controladores de corriente que esté sistemáticamente organizada [1].

Contrasta esta lenta asimilación de la técnica de control de corriente a nivel industrial con la amplia aceptación de la misma por los principales grupos de investigación en el campo de la Electrónica de Potencia de baja tensión y alta frecuencia. Reabierto de forma casi simultánea el capítulo del control del convertidor cc/cc mediante el uso de dos lazos por F. C. Lee [6] y C. W. Deisch [7], será la propuesta de este último la que dará origen al modo de control de corriente. La sustitución en el trabajo de C. W. Deisch de la rampa del modulador de anchura de pulsos por la señal triangular característica del inductor del convertidor, será el inicio de una enconada carrera en la que está en juego el diseño óptimo del regulador.

La búsqueda del diseño óptimo se efectúa en dos vías mutuamente interrelacionadas: la de la modelación, análisis y diseño de reguladores conmutados cc/cc con lazo de control de corriente por una parte, y la del desarrollo de aplicaciones particulares de esta técnica, por otra.

En el capítulo de las realizaciones basadas en la utilización del modo de control de corriente destacan los trabajos de Cocconi-Čuk [8], Clarke [9] y Capel-Marpinard-Jalade-Valentin [10]. El primero de ellos reúne en la realización de un regulador de 2 Kw las considerables prestaciones del convertidor de topología óptima que utiliza aislamiento de masa [11] con las ventajas antes mencionadas de la utilización de la técnica de control en modo de corriente. Por su parte, Clarke desarrolla una alternativa a los sistemas de alimentación ininterrumpible convencionales mediante un sistema modular con soporte de batería, al que mejora su dinámica mediante control de corriente. Los trabajos del último grupo se inscriben dentro de un contexto de aproximación mutua entre la Microelectrónica y la Electrónica de Potencia. Esta imbricación se ha concretado en el desarrollo en tecnología híbrida de un circuito de control de corriente para reguladores conmutados cc/cc, cuya modularidad lo hace susceptible de implementación mediante otro tipo de tecnología, tal como la predifusión de circuitos.

Por su parte, la modelación de reguladores conmutados cc/cc con lazo de control de corriente se ha efectuado de una manera discontinua, con predominio de técnicas de promediación y con una clara orientación al desarrollo de modelos particulares para cada convertidor analizado. Así, entre la introducción por Capel et al. [12] del concepto de modulador LC³ ("limit cycle conductance controller") y el trabajo de Papathomas sobre la estabilidad de un regulador "push-pull" con lazo de control de corriente [13], media un lapso de ocho años en los que la transición entre las diferentes contribuciones no se ha hecho de una manera uniforme, sino que se ha caracterizado por la presencia de dos tendencias en cierta medida divergentes:

- A) La búsqueda de un modelo general.
- B) La modelación detallada de alguna clase particular de reguladores.

El primer intento de desarrollo de una técnica sistemática de modelación lo efectúan Middlebrook y sus colaboradores [14] al establecer un algoritmo basado en la técnica de promediación en el espacio de estado, introducida con anterioridad por el mismo

Middlebrook y Čuk [15]. Sin embargo, aunque el método propuesto por Middlebrook permite una formulación cerrada y define claramente los pasos necesarios para establecerla, adolece de las siguientes restricciones de utilización:

- (1) Solamente es aplicable en modo de conducción continua.
- (2) Su precisión está limitada a frecuencias bajas de modulación.
- (3) El procedimiento queda reducido a convertidores que operan con frecuencia de conmutación constante y que tienen como variable controlada el valor máximo de la intensidad del inductor o del conmutador.

Posteriormente, Chetty en 1982 [16]-[17] y Kislovski en 1985 [18] reabren el capítulo de la búsqueda de un modelo general para reguladores conmutados con lazo de control de corriente.

El primero de ellos utiliza el procedimiento de la corriente transferida equivalente (C.I.E.C.A.), aplicado casi simultáneamente en el análisis de reguladores con modulador PWM [19]-[21], para obtener las dos funciones de transferencia de cada uno de los tres convertidores elementales. La función de transferencia salida-control, imprescindible en el diseño de una estrategia de realimentación multilazo, difiere de la propuesta por Middlebrook [14]. Si se considera el efecto de una rampa adicional (compensadora de la inestabilidad intrínseca del funcionamiento del convertidor para ciclos de trabajo superiores al 50%) [14] y se utiliza el valor máximo de la corriente como variable controlada, la función de transferencia es de segundo orden. Si no se tiene en cuenta la rampa compensadora y se controla el valor medio de la corriente, la función de transferencia es de primer orden, tal como predice Middlebrook [14]. Por otra parte, al ser C.I.E.C.A. un procedimiento de promediación temporal, la validez del modelo de Chetty queda limitada al margen de frecuencias de modulación bajas.

A su vez, Kislovski analiza mediante la técnica de las cantidades controladas [22], el comportamiento dinámico de los convertidores elementales en ambos modos de conducción, operando con frecuencia de conmutación constante y teniendo como variable controlada el valor máximo de la corriente del inductor o del

conmutador. La aproximación implícita al método de las cantidades controladas limita también la validez del modelo de Kislovski a frecuencias bajas de modulación.

Paralelamente al desarrollo de las técnicas de análisis y modelación para reguladores con lazo de corriente anteriormente citadas, la búsqueda del diseño óptimo ha transcurrido también por el camino de la modelación detallada de alguna clase particular de reguladores. Así, Capel tras introducir los conceptos de modulador de corriente en sus versiones LC^3 [12] y MC^2 (Charge controlled modulator) [23]-[24], adapta el Método de la Corriente Inyectada [25] al estudio dinámico de un regulador "boost" LC^3 y de un regulador "buck" MC^2 . La limitación del margen de validez de los modelos desarrollados viene marcada de nuevo por la utilización de una técnica de promediación como es el Método de la Corriente Inyectada.

Es el regulador "push-pull" el que presenta, debido a su complejidad analítica, un mayor número de contribuciones en el campo de la modelación de reguladores con lazo de control de corriente. Desde los trabajos de Andersen [26] y Redl [27] en 1981, hasta la reciente contribución de Papathomas [13], el convertidor "push-pull" es el marco donde mejor se ejemplifican dos de los objetivos básicos del Análisis en la Electrónica de Potencia:

- La determinación de los modos de funcionamiento del convertidor [28]-[29].
- La formulación de modelos exactos (no aproximados) que expliquen el comportamiento dinámico del convertidor [26].

La necesidad de disponer de modelos dinámicos cada vez más exactos de la etapa de potencia de un regulador no solamente ha motivado la aparición de diferentes técnicas de modelación en los últimos diez años [30], sino que ha generado también un importante proceso de revisión de validez de dichas técnicas [31] [32]. En particular, el cuestionamiento de las técnicas de promediación temporal cobra especial significado en el caso de los reguladores con lazo de control de corriente, donde los modelos desarrollados no explican la aparición de oscilaciones subarmónicas [31], y en el caso de convertidores complejos operando en modo discontinuo

[33], en los que la formulación de pequeña señal debe modificarse según una pauta propuesta con anterioridad por Wester y Middlebrook[34].

La inexactitud de los modelos derivados surge de la aproximación efectuada al explicar el comportamiento de un sistema de topología cíclicamente variable por un sistema continuo de una sola topología. El funcionamiento de los convertidores conmutados cc/cc se caracteriza por un cambio cíclico de la topología de la etapa de potencia. Esta secuencia repetitiva consta de un número diferente de estructuras circuitales, según sea el modo de conducción. El cambio cíclico de topología, bien sea en intervalos fijos (debidos al reloj), o en intervalos variables (debidos al control) confiere a estos circuitos la característica de sistemas de tiempo discreto. Aunque el análisis de la etapa de potencia en cada intervalo sea el propio de un circuito lineal, la modulación de la duración de T_{ON} y/o T_{OFF} ocasiona que el conjunto del sistema (etapa de potencia-control) no sea lineal. Por consiguiente, los convertidores conmutados cc/cc constituyen una clase particular de sistemas no lineales, variantes con el tiempo y de señal discreta.

La elaboración de modelos discretos adaptados a la naturaleza de tiempo discreto del convertidor se ha efectuado en dos planos diferentes:

- A partir de una formulación general válida para convertidores que operen en los modos de conducción continua o discontinua.
- Mediante el desarrollo caso a caso de modelos discretos para cierto tipo de circuitos.

En el primer caso el establecimiento de un modelo general se ha efectuado desde tres perspectivas diferentes: la analítica, la numérica y una híbrida de las anteriores basada en las técnicas de análisis simbólico de circuitos. El mejor exponente de la aproximación analítica lo constituye la respuesta impulsional discreta. El procedimiento de la respuesta impulsional discreta es directamente aplicable al estudio en pequeña señal de todos aquellos sistemas no lineales de estructura lineal a tramos, cuyo período de funcionamiento (siempre constante en régimen

estacionario) no dependa del punto de trabajo. Este es el caso de los convertidores alterna-continua, en los que los rectificadores controlados presentan un período submúltiplo del de la red de alimentación, o de los convertidores continua-continua cuya frecuencia de conmutación está fijada por un reloj independientemente del funcionamiento del modulador (sistema PWM). Propuesta por Prajoux y su equipo [35] [36], esta técnica ha sido aplicada para modelar convertidores elementales [37] o complejos [38] [39], siendo los modelos obtenidos válidos hasta la mitad de la frecuencia de conmutación.

La aproximación numérica más significativa la constituye el trabajo de Lee [6] que, además de realizar el análisis del regulador con dos lazos de control, modela la etapa de potencia (tras linealizar de forma automática las ecuaciones descriptivas de la misma en torno al régimen estacionario) y permite el estudio de diferentes estrategias de control del ciclo de trabajo.

Por último, la perspectiva simbólica ofrece el atractivo del tipo de análisis asociado ya que participa de las ventajas de la aproximación numérica (insensibilidad al orden del sistema, flexibilidad de uso) y de las inherentes a las técnicas analíticas (expresiones generales). Este enfoque se encuentra en fase de investigación en la actualidad y ya ha rendido sus primeros frutos en la modelación de un convertidor resonante serie [40].

En el análisis caso a caso merece destacar el modelo discreto obtenido por Andersen [26] del convertidor "push-pull", para funcionamiento tanto en pequeña como en gran señal, y los trabajos de Redl y Novak [41]-[42] sobre convertidores elementales. Estos análisis parten de la escritura de las ecuaciones del circuito, de las relaciones propias del régimen permanente del convertidor y de una aproximación implícita de primer orden, relativa a cada una de las componentes de la matriz de estado del sistema.

El presente trabajo de investigación se inscribe dentro de la perspectiva analítica a la que antes se ha hecho referencia. Con la realización de la tesis doctoral generada en torno al mismo, se pretende cubrir el importante vacío abierto a la formulación de un modelo discreto para reguladores conmutados cc/cc con lazo de

control de corriente.

En el capítulo 2, tras introducir las características de un sistema genérico de control para reguladores conmutados, se presenta un tratamiento unificado que permite abordar de manera sistemática la síntesis de los diferentes tipos de control de corriente.

En el capítulo 3 se desarrolla un modelo discreto para reguladores conmutados con lazo de control de corriente, a partir del estudio de la evolución del vector de estado sometido a la introducción de perturbaciones externas. La formulación obtenida, tras linealización del modelo, se presenta en forma de matriz de transición de estado, pudiendo aplicarse a cualquier convertidor con lazo interno de corriente, operando en los modos de conducción continua y discontinua y con frecuencia de conmutación constante.

El desarrollo de un método sistemático para la obtención de los valores instantáneos y medios de las componentes del vector de estado en régimen estacionario constituye el objetivo del capítulo 4, estableciéndose así un modelo discreto que se aplica posteriormente al análisis de los convertidores "boost" y Čuk en modo de conducción discontinua.

La obtención de un modelo continuo equivalente al modelo discreto desarrollado en el capítulo 4 constituye el objetivo del capítulo 5, formulándose un modelo de pequeña señal para ambos modos de conducción en forma de funciones de transferencia salida-entrada y salida-control. Esta formulación se particulariza en el caso de un convertidor Čuk-MC² operando en modo de conducción continua.

Finalmente, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones de la tesis, en las que destacan los resultados obtenidos, el margen de validez de los mismos y la comparación de los modelos formulados con los ya existentes.

CAPITULO II

SINTESIS DE REGULADORES CONMUTADOS CONTINUA-CONTINUA CON LAZO DE CONTROL DE CORRIENTE

2.1 INTRODUCCION

En este capítulo se presenta un tratamiento unificado de la síntesis de reguladores conmutados continua-continua con lazo de control de corriente. En primer lugar, se establece la estructura funcional de un regulador conmutado con lazo de control de corriente y se definen los objetivos básicos de un sistema genérico de control para convertidores conmutados. Posteriormente se clasifican las variables de estado de acuerdo con su comportamiento dinámico y se definen unas funciones continuas auxiliares, asociadas a diferentes índices significativos de la corriente del conmutador. Finalmente, se establece el algoritmo de síntesis, a partir de las funciones auxiliares previamente definidas, y se aplica a la determinación de los diferentes tipos de control de corriente.

2.2 ESTRUCTURA FUNCIONAL DE UN REGULADOR CONMUTADO CON LAZO DE CONTROL DE CORRIENTE

Un sistema convertidor continua-continua con lazos de realimentación para controlar la conversión recibe el nombre de regulador, reservándose el nombre de convertidor a la célula de potencia donde se efectúa propiamente el proceso de conversión. Por otra parte, si el convertidor está constituido por elementos reactivos y semiconductores que operan entre corte y saturación, recibe el nombre de convertidor conmutado. Por extensión, al sistema realimentado se le denomina regulador conmutado.

Por consiguiente, un regulador conmutado constará básicamente de dos bloques funcionales:

- a) La célula de potencia o convertidor.
- b) El bucle de realimentación o controlador, cuyo diseño está estrechamente ligado con el papel que deba desempeñar el sistema convertidor y con las prestaciones dinámicas del mismo.

Entre las diferentes técnicas de control multilazo destaca el control en modo corriente, cuyo diagrama de bloques se representa en la figura 2.1.

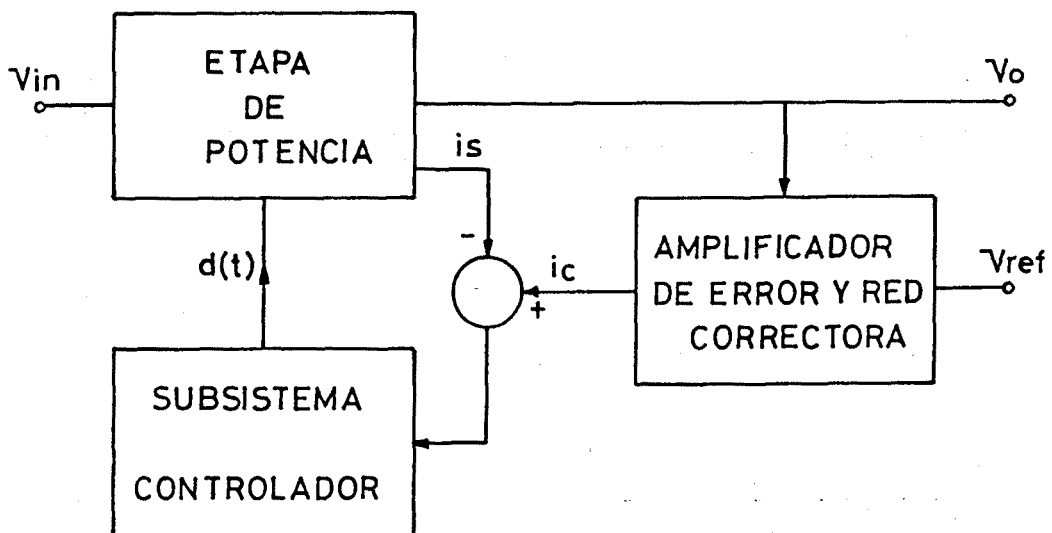


Fig. 2.1 Diagrama de bloques de un regulador conmutado continua-continua con lazo de control de corriente.

En este tipo de realimentación, el subsistema controlador determina el ciclo de trabajo del convertidor, tras procesar la señal de error que resulta de la diferencia entre una señal proporcional a la corriente del conmutador y la señal proveniente del lazo de tensión. Existen, por lo tanto, dos lazos de realimentación:

- Uno de tensión, constituido por el amplificador de error y la red correctora, cuyas entradas son la tensión de salida del convertidor y la tensión de referencia del regulador.
- Un lazo de corriente, constituido por el bloque sumador, cuyas entradas son la señal proporcional a la corriente del conmutador y la salida del lazo de tensión.

Finalmente, el subsistema controlador procesa la salida del lazo de corriente para establecer el ciclo de trabajo del convertidor. Dependiendo del tipo de procesado que efectúe este subsistema, surgirán, como se verá posteriormente, los diferentes tipos de control en modo de corriente.

2.3 MODELO DE UN SUBSISTEMA GENERICO DE CONTROL

Un subsistema genérico de control para convertidores conmutados tiene dos objetivos básicos:

- 1) Determinar el instante t_{ki} de cambio de estructura.
- 2) Realizar dicho cambio.

La determinación del instante t_{ki} se efectúa por intermedio de la ecuación de control cuya forma general es la siguiente:

$$F(\underline{X}, \underline{U}, \underline{X}_r, t_0, \dots, t_p, t_{ki}) = 0 \quad (2.1)$$

donde \underline{X} , \underline{U} y \underline{X}_r son los vectores de estado, de excitaciones externas y de referencia respectivamente, y t_0, \dots, t_p son un conjunto de valores temporales, que pueden corresponder tanto a instantes específicos, como a duraciones de subintervalos.

El cambio de estructura se lleva a cabo mediante la generación de una señal digital de dos niveles, que actúa sobre el circuito de activación-desactivación del interruptor controlado.

Por consiguiente, un subsistema controlador podrá representarse mediante un bloque como el de la figura 2.2, en el que las entradas son las variables anteriormente descritas, y la salida la constituye el cambio de nivel de la variable digital $S(t)$ en el instante t_{ki} de cambio de estructura.

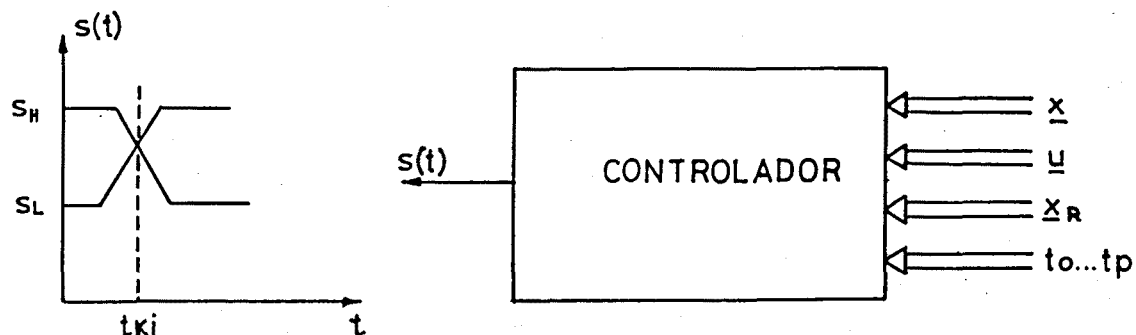


Fig. 2.2 Representación en forma de bloque de un subsistema genérico de control.

2.4 CLASIFICACION DE LAS VARIABLES DE ESTADO SEGUN SUS DERIVADAS

Las propiedades particulares de los convertidores conmutados continua-continua permiten distinguir dos subconjuntos de variables en el vector de estado:

\underline{X}_F o subconjunto de variables rápidas

\underline{X}_S o subconjunto de variables lentas

De esta manera:

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} \underline{X}_F \\ \underline{X}_S \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

\underline{X}_S está constituido por aquellas variables de estado cuya variación a lo largo de un ciclo de conmutación es mucho menor que el valor de las mismas al inicio de dicho ciclo. Es decir:

$$\underline{X}_S(t) - \underline{X}_S(t_{k0}) \ll \underline{X}_S(t_{k0}) \quad t_{k0} \leq t \leq t_{(k+1)0} \quad (2.3)$$

De forma equivalente:

$$\underline{X}_S(t) \approx \underline{X}_S(t_{k0}) \quad t_{k0} \leq t \leq t_{(k+1)0} \quad (2.4)$$

Es decir, las variables del subconjunto \underline{X}_S son aproximadamente constantes en un ciclo de conmutación.

Por otra parte, \underline{X}_F estará constituido por el resto de las variables de estado, las cuales presentarán una variación significativa a lo largo de un ciclo de conmutación, o de un subintervalo, con relación al valor de las mismas al inicio de dicho ciclo o subintervalo.

Con la subdivisión de \underline{X} en \underline{X}_S y \underline{X}_F , el sistema de ecuaciones lineales que describe el comportamiento del convertidor en un subintervalo de conmutación:

$$\dot{\underline{X}}(t) = \underline{A}_i \underline{X}(t) + \underline{b}_i U(t) \quad t_{k(i-1)} \leq t \leq t_{ki} \quad (2.5)$$

puede expresarse de la forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{X}}_F(t) \\ \dot{\underline{X}}_S(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{FFi} & \underline{A}_{FSi} \\ \underline{A}_{SF i} & \underline{A}_{SSi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{X}_F(t) \\ \underline{X}_S(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{b}_{Fi} \\ \underline{b}_{Si} \end{bmatrix} U(t) \quad t_{k(i-1)} \leq t \leq t_{ki} \quad (2.6)$$

En los convertidores continua-continua, como consecuencia del diseño orientado a la obtención de un bajo nivel de rizado en la tensión y de un alto rendimiento energético, se cumple [64] :

$$\underline{A}_{FFi} \underline{X}_F(t) \ll \underline{A}_{FSi} \underline{X}_S(t) + \underline{b}_{Fi} U(t) \quad t_{k(i-1)} \leq t \leq t_{ki} \quad (2.7)$$

El vector $\underline{A}_{FFi} \underline{X}_F(t)$ representa la contribución de las variables de estado de variación rápida $\underline{X}_F(t)$ a la derivada $\dot{\underline{X}}_F(t)$ de dichas variables en un subintervalo "i". Así, por ejemplo, en el caso de un convertidor elemental, si se considera que \underline{X}_F está constituido por la corriente i_L del inductor, la correspondiente ecuación de estado sería de la forma:

$$\dot{i}_L = a_{FF} i_L + g(t) \quad (2.8)$$

De manera equivalente:

$$\frac{v_L}{L} = a_{FF} i_L + g(t) \quad (2.9)$$

donde v_L representa la tensión en el inductor y L es el coeficiente de autoinducción.

El estudio de las posibles interconexiones entre el inductor y el resto de los componentes del convertidor conduce a que a_{FF} sea de la forma:

$$a_{FF} = \frac{R_L}{L} \quad (2.10)$$

donde R_L representa la resistencia de pérdidas del inductor.

En la figura 2.3 se representa una interconexión entre elementos pasivos que puede corresponder a la ecuación (2.9)

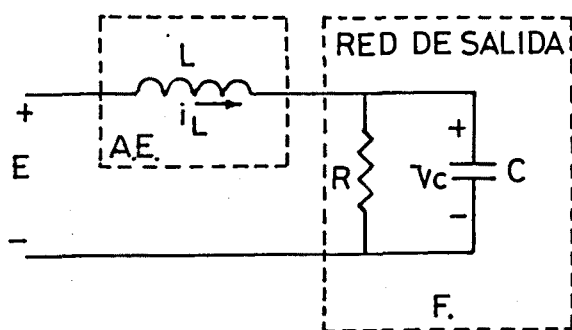


Fig. 2.3 Interconexión durante el subintervalo "i" entre un bipolo de almacenamiento de energía (A.E.) y un bipolo de filtrado (F).

Este tipo de interconexión aparece durante alguno de los subintervalos de funcionamiento de un convertidor elemental, difiriendo los casos "buck" y "boost" respecto al "buck-boost" en el signo de i_L y en la contribución de la tensión de entrada.

La particularización de la ecuación 2.9 en el circuito de la figura 2.3 conduce a:

$$i_L = \frac{E - v_c}{L} \quad (2.11)$$

donde $a_{FF} = 0$, al haberse modelado el inductor mediante una inductancia ideal.

La suposición $R_L=0$ es un punto de partida común en el análisis de un convertidor continua-continua. Ello es consecuencia de la hipótesis de rendimiento energético ideal (100%), que acompaña al análisis elemental del régimen estacionario de estos circuitos. Sin embargo, cuando se precise desarrollar modelos orientados a estudiar la influencia de las pérdidas en el comportamiento dinámico del convertidor o en el rendimiento energético del mismo, será necesario considerar R_L en la ecuación (2.11).

Del análisis de (2.11) se desprende que la dinámica de i_L vendrá gobernada por la tensión de entrada y la otra variable de estado v_C . Es decir, i_L presentará el conocido comportamiento de corriente triangular, de frecuencia igual a la de conmutación y de valor medio dependiente del valor de la resistencia de carga.

Un estudio similar en la ecuación de estado relativa al condensador de salida, conduciría a que la dinámica, en este caso, es función de la dinámica propia de la red RC y de la de la corriente del inductor. La subsiguiente hipótesis de tensión constante durante el periodo de conmutación, o de manera equivalente:

$$RC \gg T_s \quad (2.12)$$

donde T_s es el periodo de conmutación, justifica la naturaleza triangular de la corriente del inductor y cierra el análisis con la presencia de un rizado residual de tipo parabólico que se superpone a la tensión de salida. Aunque este rizado tiene una frecuencia igual a la de conmutación [56], presenta una amplitud muy reducida que hace que se considere a la tensión del condensador de variación lenta.

Por consiguiente, se dirá que una variable es de variación rápida cuando presenta un rizado apreciable de frecuencia igual a la de conmutación (caso de la corriente del inductor). Por el contrario, si el rizado es muy bajo en comparación con el valor medio de la variable, la variable será de variación lenta (caso de la tensión del condensador de salida).

2.4.1 Valor estimado de la corriente del conmutador

La corriente del conmutador coincide con la corriente del inductor en los convertidores elementales, siendo una combinación lineal de las corrientes de los inductores en el caso de los convertidores complejos (estructura de Čuk y modificaciones de la misma)(fig. 2.4). Por consiguiente, se trata de una variable de evolución rápida.

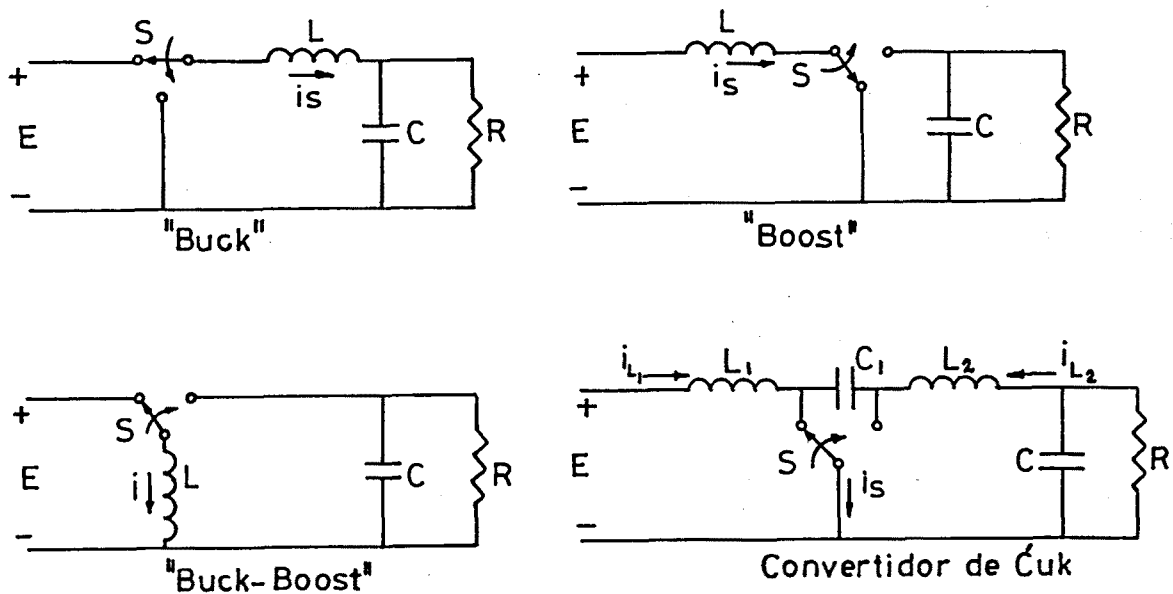


Fig. 2.4 Corriente del conmutador en los convertidores elementales y en el convertidor de Čuk.

Esta propiedad permitirá predecir el valor de la corriente en instantes posteriores al de cambio de estructura. Para ello, se representará, en primer lugar, la corriente del conmutador en el ciclo k -ésimo, en modo de conducción continua y en régimen transitorio, tal como se muestra en la figura 2.5, en la que las variables con tilde (\sim) corresponden a valores estimados.

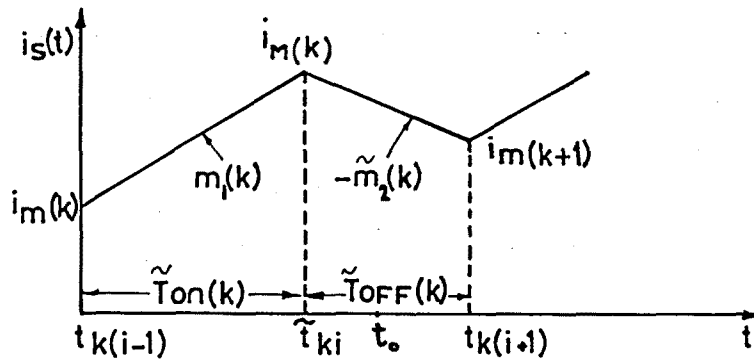


Fig. 2.5 Corriente del conmutador durante el ciclo k -ésimo en régimen transitorio. Modo de conducción continua.

Si se considera un instante genérico t_0 , tal que

$$\tilde{t}_{ki} < t_0 < t_{k(i+1)}$$

la expresión de la corriente estimada \tilde{i}_s en dicho instante será:

$$\begin{aligned} \tilde{i}_s(t_0) &= i_m(k) + m_1(k)(\tilde{t}_{ki} - t_{k(i-1)}) - \tilde{m}_2(k)(t_0 - \tilde{t}_{ki}) = \\ &= i_s(\tilde{t}_{ki}) - \tilde{m}_2(k)(t_0 - \tilde{t}_{ki}) \end{aligned} \quad (2.13)$$

donde \tilde{t}_{ki} representa el instante estimado de cambio de estructura y \tilde{m}_2 es el valor previsto de la derivada de i_s en el subintervalo $\tilde{T}_{OFF}(k)$.

La predicción de $\tilde{m}_2(k)$ se efectúa a través de la expresión:

$$\tilde{m}_2(k) = \frac{v_s(k)}{L} - m_1(k) \quad (2.14)$$

siendo $v_s(k)$ la tensión del conmutador que se considerará constante durante el ciclo de conmutación, al tratarse de una variable de variación lenta (Fig. 2.6).

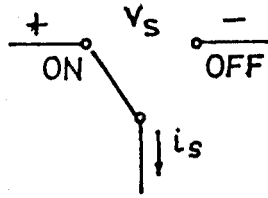


Fig. 2.6 Definición de v_s e i_s

A partir de la ecuación (2.13) pueden determinarse diferentes índices o valores significativos de la evolución de la corriente del conmutador. En particular, puede interesar el conocimiento de:

- 1) El valor máximo de $i_m(k)$
- 2) El valor mínimo al final del ciclo $i_m(k+1)$
- 3) El valor medio en el subintervalo $T_{ON}(k)$, $\langle i_{s1} \rangle(k)$
- 4) El valor medio en el subintervalo $T_{OFF}(k)$, $\langle i_{s2} \rangle(k)$

Dichos valores vendrán dados por:

$$i_m(k) = i_s(\tilde{t}_{k1}) \quad (2.15)$$

$$i_m(k+1) = i_s(\tilde{t}_{k1}) - \tilde{m}_2(k) \tilde{T}_{OFF}(k) \quad (2.16)$$

$$\langle i_{s1} \rangle(k) = i_s(\tilde{t}_{k1}) - \tilde{m}_1(k) \frac{\tilde{T}_{ON}(k)}{2} \quad (2.17)$$

$$\langle i_{s2} \rangle(k) = i_s(\tilde{t}_{k1}) - \tilde{m}_2(k) \frac{\tilde{T}_{OFF}(k)}{2} \quad (2.18)$$

donde $\tilde{T}_{ON}(k)$ y $\tilde{T}_{OFF}(k)$ representan respectivamente las duraciones estimadas de los subintervalos $T_{ON}(k)$ y $T_{OFF}(k)$.

2.4.2 Indices significativos de la corriente del conmutador en el caso de que el controlador decida el paso de

$$\underline{T_{OFF} \text{ a } T_{ON}}$$

El ejemplo anterior corresponde al caso en el que el controlador decide la transición de T_{ON} a T_{OFF} . Complementariamente podría pensarse en un sistema de control que estableciese la transición de T_{OFF} a T_{ON} .

La figura 2.7 muestra el comportamiento de la corriente del conmutador en modo de conducción continua de manera idéntica a la representada en la figura 2.5. En este caso, si la transición se efectúa de T_{OFF} a T_{ON} , será un elemento determinante del cambio de estructura, el valor mínimo $i_m(k+1)$ que tome la corriente del conmutador al final de T_{OFF} .

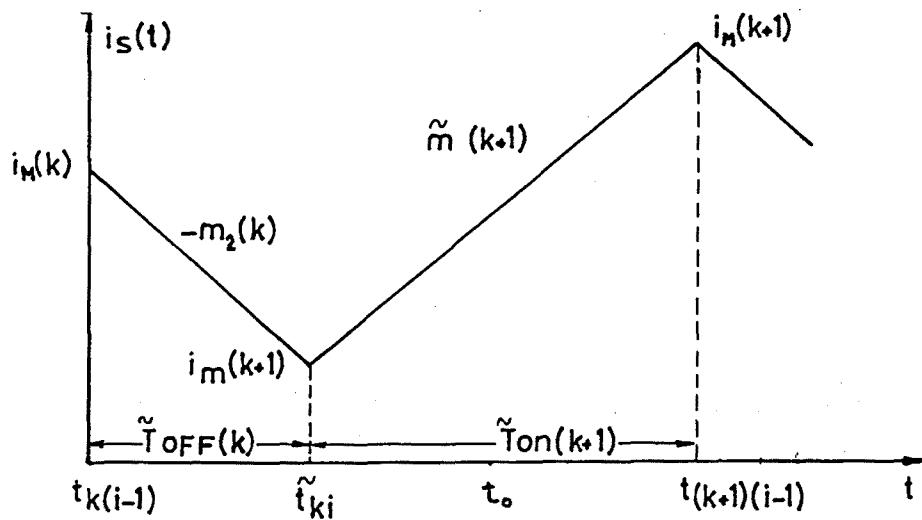


Fig. 2.7 Corriente del conmutador en régimen transitorio y modo de conducción continua. El controlador establece la transición de T_{OFF} a T_{ON} .

Además de $i_m(k+1)$, otros índices significativos serán:

- 1) El valor de la corriente al final de T_{ON} , $i_M(k+1)$.

- 2) El valor medio de la corriente durante T_{ON} ,
 $\langle i_{S1} \rangle (k+1)$.
- 3) El valor medio de la corriente durante T_{OFF} ,
 $\langle i_{S2} \rangle (k)$.

Dichos valores vendrán dados por las siguientes expresiones:

$$i_m(k+1) = i_M(k) - m_2(k)\tilde{T}_{OFF}(k) = i_S(\tilde{t}_{k1}) \quad (2.19)$$

$$i_M(k+1) = i_S(\tilde{t}_{k1}) + \tilde{m}_1(k+1)\tilde{T}_{ON}(k+1) \quad (2.20)$$

$$\langle i_{S1} \rangle (k+1) = i_S(\tilde{t}_{k1}) + \frac{\tilde{m}_1(k+1)}{2} \tilde{T}_{ON}(k+1) \quad (2.21)$$

$$\langle i_{S2} \rangle (k) = i_S(\tilde{t}_{k1}) + \frac{m_2(k)}{2} \tilde{T}_{OFF}(k) \quad (2.22)$$

donde $\tilde{m}_1(k)$ es el valor estimado de la pendiente de la corriente del conmutador durante el subintervalo $T_{ON}(k)$. Dicho valor se obtiene a partir de la expresión:

$$\tilde{m}_1(k+1) = \frac{v_S(k)}{L} - m_2(k) \quad (2.23)$$

siendo $v_S(k)$ la tensión del conmutador definida en la figura 2.6

2.5 CAMBIO DE SUBINTERVALO. FUNCIONES CONTINUAS AUXILIARES

La particularización de la expresión general (2.1) en el caso de un regulador conmutado con lazo de corriente, se realizará a partir de la comparación de uno de los índices anteriormente definidos con un valor de referencia. Para efectuar esta comparación se definirán unas funciones continuas auxiliares, asociadas a cada uno de estos índices. La formulación de estas funciones se realizará a partir de las siguientes hipótesis:

- 1) El tiempo es una variable continua.
- 2) Cada índice tiene asociada una función continua del tiempo.
- 3) El valor de esta función en un instante genérico t , perteneciente al ciclo k -ésimo, es el valor que tomaría el índice si el cambio de subintervalo se produjera en dicho instante.
- 4) Si el establecimiento de la anterior correspondencia requiere predecir el valor de la pendiente de la corriente del conmutador en el subintervalo siguiente, dicho valor se estimará suponiendo que es función de las variables de variación lenta.

A modo de ejemplo, la función asociada al valor mínimo al final del ciclo, para el caso representado en la fig. 2.5, sería:

$$i_m(k+1, t) = i_{s1}(t) - \tilde{m}_2(k) \left[\tilde{T}(k, t) - (t - t_{k(i-1)}) \right] \quad (2.24)$$

donde

- $i_{s1}(t)$ es el valor de la corriente del conmutador para cualquier instante t perteneciente al subintervalo \tilde{T}_{ON} .
- $\tilde{m}_2(k)$ es el valor estimado de la pendiente de i_s en el subintervalo \tilde{T}_{OFF} .
- y el control opera a frecuencia constante.

En el mismo ejemplo, el valor máximo de la corriente tendría asociada la siguiente función auxiliar:

$$i_H(k, t) = i_{s_1}(t) \quad (2.25)$$

con i_{s_1} definida en (2.24).

De manera análoga, teniendo en cuenta (2.17) y (2.18), las funciones asociadas a $\langle i_{s_1} \rangle(k)$ e $\langle i_{s_2} \rangle(k)$ serán las siguientes:

$$\langle i_{s_1} \rangle(k, t) = i_{s_1}(t) - m_1(k) \frac{t - t_{k(1-1)}}{2} \quad (2.26)$$

$$\langle i_{s_2} \rangle(k, t) = i_{s_1}(t) - \tilde{m}_2(k) \frac{\tilde{T}(k, t) - (t - t_{k(1-1)})}{2} \quad (2.27)$$

De forma similar, pueden establecerse las funciones continuas auxiliares asociadas a los índices definidos en (2.19)-(2.22), donde $i_{s_2}(t)$ representará el valor de la corriente del conmutador para cualquier instante t perteneciente al subintervalo \tilde{T}_{OFF} .

Una vez establecidas las funciones continuas asociadas a cada uno de los posibles índices a controlar, sólo resta comparar tales funciones auxiliares con los correspondientes valores de referencia, para determinar el cambio de estructura.

Se considerarán, por lo tanto, diferentes casos, dependiendo de que el control se efectúe sobre valores máximos, mínimos o medios dentro de los subintervalos T_{ON} o T_{OFF} .

1) Control del valor mínimo

En este caso se distinguirán dos situaciones diferentes, según que el control decida el paso de T_{ON} a T_{OFF} o de T_{OFF} a T_{ON} .

a) Decisión del paso de T_{ON} a T_{OFF}

El cambio de estructura se produce cuando la función continua asociada al valor mínimo de la corriente alcanza un valor de referencia. En particular:

$$i_m(k+1, t_{k(i-1)} + T_{ON}) = i_{mref} \quad (2.28)$$

Siendo $i_m(k+1, t)$

$$i_m(k+1, t) = i_m(k) + m_1(k)(t - t_{k(i-1)}) - \tilde{m}_2(k) \tilde{T}_{OFF}(k) \quad (2.29)$$

b) Decisión del paso de T_{OFF} a T_{ON}

La ecuación correspondiente al instante de cambio de estructura será:

$$i_m(k+1, t_{k(i-1)} + T_{OFF}) = i_{mref} \quad (2.30)$$

Con $i_m(k+1, t)$ dado por :

$$i_m(k+1, t) = i_H(k) - m_2(k)(t - t_{k(i-1)}) \quad (2.31)$$

2) Control del valor máximo

De forma análoga al caso de control del valor mínimo, se distinguirán dos tipos de decisión: paso de T_{ON} a T_{OFF} y paso de T_{OFF} a T_{ON} .

a) Decisión del paso de T_{ON} a T_{OFF}

El cambio de estructura se producirá cuando:

$$i_M(k, t_{k(i-1)} + T_{ON}) = i_{Mref} \quad (2.32)$$

siendo $i_M(k, t)$:

$$i_M(k, t) = i_M(k) + m_1(k)(t - t_{k(i-1)}) \quad (2.33)$$

b) Decisión del paso de T_{OFF} a T_{ON}

La ecuación correspondiente al instante de cambio de estructura será:

$$i_M(k+1, t_{k(i-1)} + T_{OFF}) = i_{Mref} \quad (2.34)$$

donde $i_M(k+1, t)$ viene dada por:

$$i_M(k+1, t) = i_M(k) - m_2(k)(t - t_{k(i-1)}) + \tilde{m}_1(k+1)\tilde{T}_{ON}(k+1) \quad (2.35)$$

3) Control del valor medio en $T_{ON}(k)$

a) Decisión del paso de T_{ON} a T_{OFF}

El cambio de estructura se producirá cuando:

$$\langle i_{S1} \rangle(k, t_{k(i-1)} + T_{ON}) = \langle i_{S1} \rangle_{ref} \quad (2.36)$$

donde $\langle i_{S1} \rangle(k, t)$ viene expresada por:

$$\langle i_{S1} \rangle(k, t) = i_m(k) + \frac{m_1(k)}{2} (t - t_{k(i-1)}) \quad (2.37)$$

b) Decisión del paso de T_{OFF} a T_{ON}

En este caso, el cambio de estructura se producirá cuando:

$$\langle i_{S_1} \rangle (k+1, t_{k(i-1)} + T_{OFF}) = \langle i_{S_1} \rangle_{ref} \quad (2.38)$$

con $\langle i_{S_1} \rangle (k+1, t)$ expresada por:

$$\langle i_{S_1} \rangle (k+1, t) = i_H(k) - m_2(k)(t - t_{k(i-1)}) + \frac{\tilde{m}_1(k+1)}{2} \tilde{T}_{ON}(k+1) \quad (2.39)$$

4) Control del valor medio en $T_{OFF}(k)$.

a) Decisión del paso de T_{ON} a T_{OFF}

La ecuación que determina el cambio de estructura será:

$$\langle i_{S_2} \rangle (k, t_{k(i-1)} + T_{ON}) = \langle i_{S_2} \rangle_{ref} \quad (2.40)$$

con $\langle i_{S_2} \rangle (k, t)$ expresada por:

$$\langle i_{S_2} \rangle (k, t) = i_m(k) + m_1(k)(t - t_{k(i-1)}) - \frac{\tilde{m}_2(k)}{2} \tilde{T}_{OFF}(k) \quad (2.41)$$

b) Decisión del paso de T_{OFF} a T_{ON}

El cambio de estructura se producirá cuando:

$$\langle i_{S_2} \rangle (k, t_{k(i-1)} + T_{OFF}) = \langle i_{S_2} \rangle_{ref} \quad (2.42)$$

donde $\langle i_{S_2} \rangle (k, t)$ viene expresada por:

$$\langle i_{S_2} \rangle (k, t) = i_H(k) - \frac{m_2(k)}{2} (t - t_{k(i-1)}) \quad (2.43)$$

2.6 ESTABLECIMIENTO DE LOS DIFERENTES TIPOS DE CONTROL DE CORRIENTE

Definidas ya las posibles ecuaciones determinantes del cambio de estructura, solamente resta establecer de manera ordenada el proceso a seguir para sintetizar el lazo de control de corriente. Este será el resultado de la siguiente secuencia de operaciones:

- 1) Escoger el tipo de control (T , T_{ON} o T_{OFF} constante) y la clase de decisión (transición $T_{ON} \rightarrow T_{OFF}$ o viceversa).
- 2) Seleccionar el índice de la corriente del conmutador que debe ser controlado.
- 3) Formular la función continua asociada al índice.
- 4) Establecer la ecuación de control.
- 5) Implementar la ecuación de control.

A modo de ejemplo, se realizará la síntesis de un lazo de control de corriente particularizando las cuatro primeras fases de la manera siguiente:

- 1) $T = \text{cte.}$ y transición $T_{ON} \rightarrow T_{OFF}$
- 2) $i_M(k)$
- 3) $i_M(k, t) = i_{S1}(t)$
- 4) $i_M(k, t_{k(i-1) + T_{ON}}) = i_{Mref}$

La implementación de un lazo de control de corriente de estas características (Fase 5) fue desarrollada por primera vez por C.W. Deisch en un convertidor push-pull [7]. Posteriormente, Hsu [14] y Capel [23], desde planteamientos diferentes, lo aplicaron en otro tipo de convertidores. La figura 2.8 muestra el diagrama de bloques de un regulador conmutado continua-continua con dicho lazo de control de corriente.

En dicha figura el bloque de función de transferencia $G(s)$ corresponde al amplificador de error y red correctora del lazo de tensión. El reloj, por su parte, proporciona periódicamente el inicio del ciclo de conmutación. La duración del subintervalo T_{ON} la establece el comparador: se produce la conmutación a T_{OFF} cuando la corriente i_s alcanza al valor de la señal i_c .

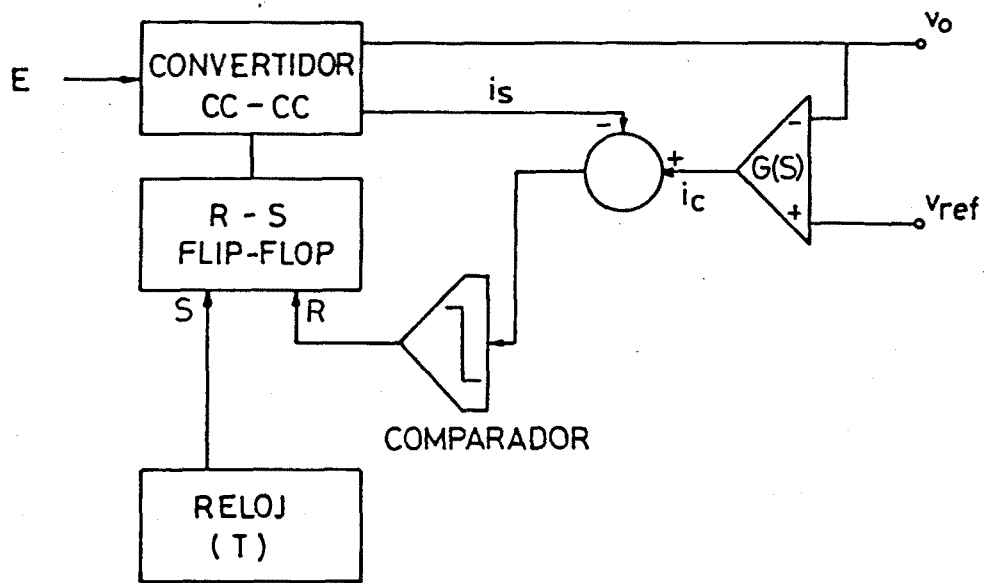


Fig. 2.8 Diagrama de bloques de un regulador conmutado con lazo de control de corriente que opera a frecuencia constante, con decisión de la transición $T_{ON}-T_{OFF}$. Control de i_M .

La figura 2.9 ilustra el comportamiento del lazo de control de corriente en el caso de que la señal i_c sea constante y el convertidor trabaje en régimen estacionario.

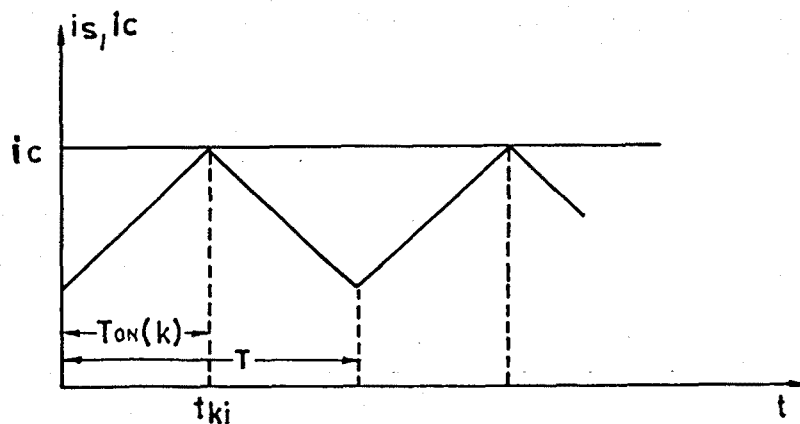


Fig. 2.9 Comportamiento del lazo de control de corriente de la fig. 2.8 en régimen estacionario con $i_c = \text{cte.}$

Puede observarse que el circuito representado en la figura 2.8 sintetiza el lazo de corriente especificado inicialmente, sin más que considerar la equivalencia entre las señales i_c e i_{Mref} .

De manera análoga puede efectuarse la síntesis de un lazo de control de corriente con las siguientes características:

- 1) $T = cte.$ y transición $T_{OFF} - T_{ON}$
- 2) $i_m(k+1)$
- 3) $i_m(k+1, t) = i_m(k) - m_2(k)t$
- 4) $i_m(k+1, t_{k(i-1)} + T_{OFF}) = i_{mref}$

La figura 2.10 muestra el diagrama de bloques de un regulador conmutado continua-continua con un lazo de control de corriente de tales características [1].

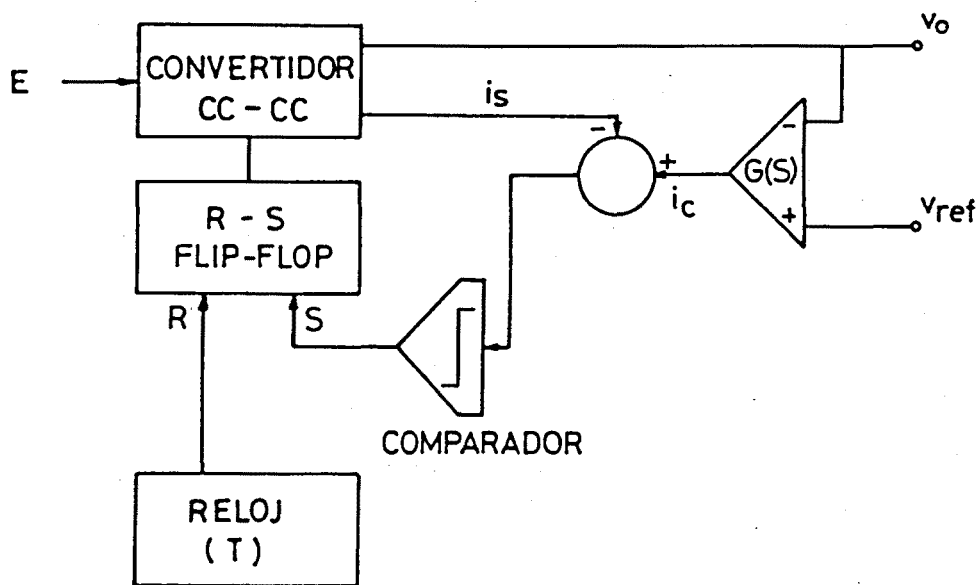


Fig. 2.10 Diagrama de bloques de un regulador conmutado con lazo de control de corriente que opera a frecuencia constante con decisión de transición $T_{OFF} - T_{ON}$. Control de i_m .

El reloj establece en este caso el comienzo del subintervalo T_{OFF} . La duración del mismo la establece el comparador: se produce la conmutación a T_{ON} cuando la corriente i_s alcanza el valor de la señal i_c .

La figura 2.11 ilustra el comportamiento del lazo de control de corriente en el caso de que la señal i_c sea constante y el convertidor trabaje en régimen estacionario.

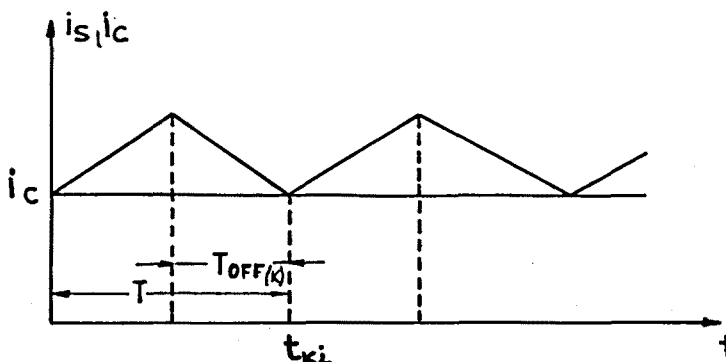


Fig. 2.11 Comportamiento del lazo de control de corriente de la figura 2.10 en régimen estacionario con $i_c = cte.$

Puede observarse que el circuito representado en la figura 2.10 sintetiza el lazo de corriente especificado previamente, si se considera la equivalencia entre las señales i_c e i_{Mref} .

La síntesis de un lazo de control de corriente para el caso de frecuencia variable de conmutación podrá efectuarse en cada uno de los tres casos siguientes: $T_{ON} = cte.$, $T_{OFF} = cte.$ y $T_{ON} - T_{OFF}$ variables.

El primer caso podría especificarse como sigue:

- 1) $T_{ON} = cte.$
- 2) $i_m(k+1)$
- 3) $i_m(k+1, t) = i_m(k) - m_2(k)t$
- 4) $i_m(k+1, t_{k(i-1)} + T_{OFF}) = i_{mref}$

La figura 2.12 muestra un regulador conmutado con un lazo de control de corriente de tales características [1]. En este caso el comparador excita un multivibrador monoestable que mantiene en estado de conducción al conmutador del convertidor durante una cantidad fija de tiempo. La duración de T_{OFF} la establece el

tiempo que tarda la corriente i_s en alcanzar el nivel de referencia i_c (fig. 2.13).

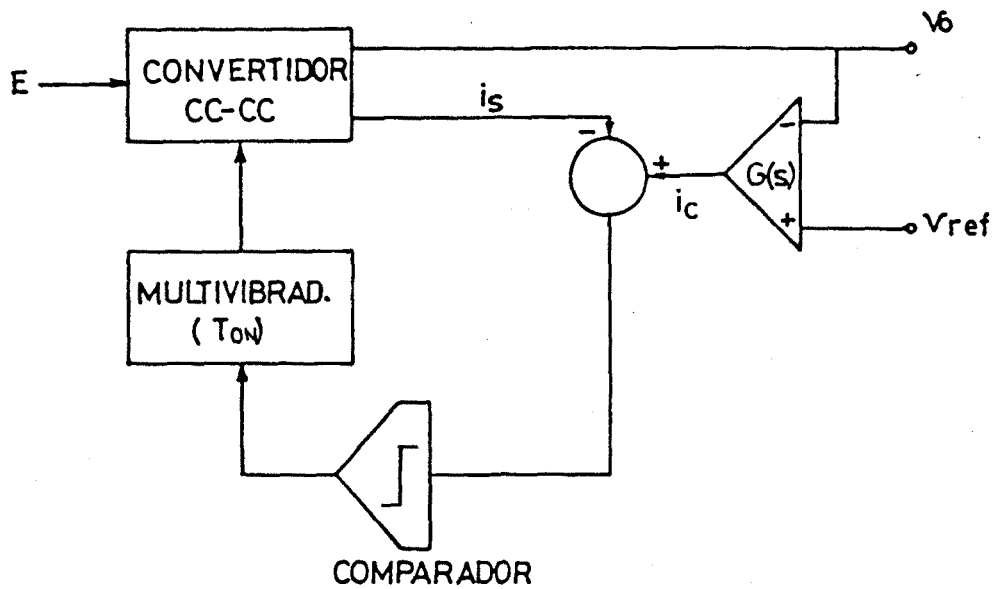


Fig. 2.12 Diagrama de bloques de un regulador conmutado con lazo de control de corriente que opera con tiempo de conducción constante. Control de i_m .

El circuito representado en la figura 2.12 sintetiza el lazo de corriente especificado, si se considera la equivalencia entre las señales i_c e i_{mref} .

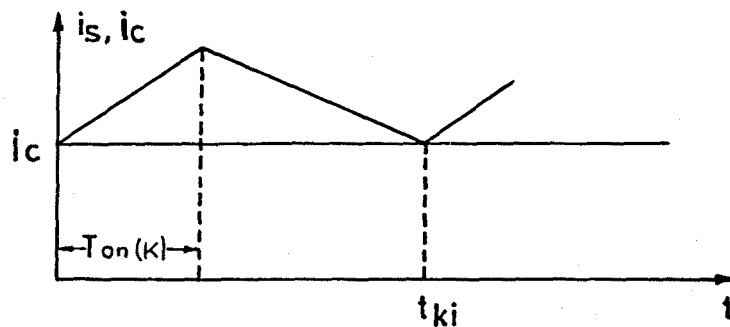


Fig. 2.13 Comportamiento del lazo de control de corriente de la figura 2.12 en régimen estacionario con $i_c = cte.$

El caso correspondiente a $T_{OFF} = \text{cte.}$ puede especificarse como se detalla a continuación:

- 1) $T_{OFF} = \text{cte.}$
- 2) $i_M(k)$
- 3) $i_M(k, t) = i_{s1}(t)$
- 4) $i_M(k, t_{k(i-1)} + T_{ON}) = i_{Mref}$

La figura 2.14 muestra un regulador conmutado con un lazo de control de corriente de tales características [1]. Este caso es dual del anterior: el multivibrador monoestable mantiene desactivado el conmutador durante una cantidad fija de tiempo. La duración de T_{ON} la establece el tiempo que tarda la corriente i_s en alcanzar el nivel de referencia i_c (Fig. 2.15).

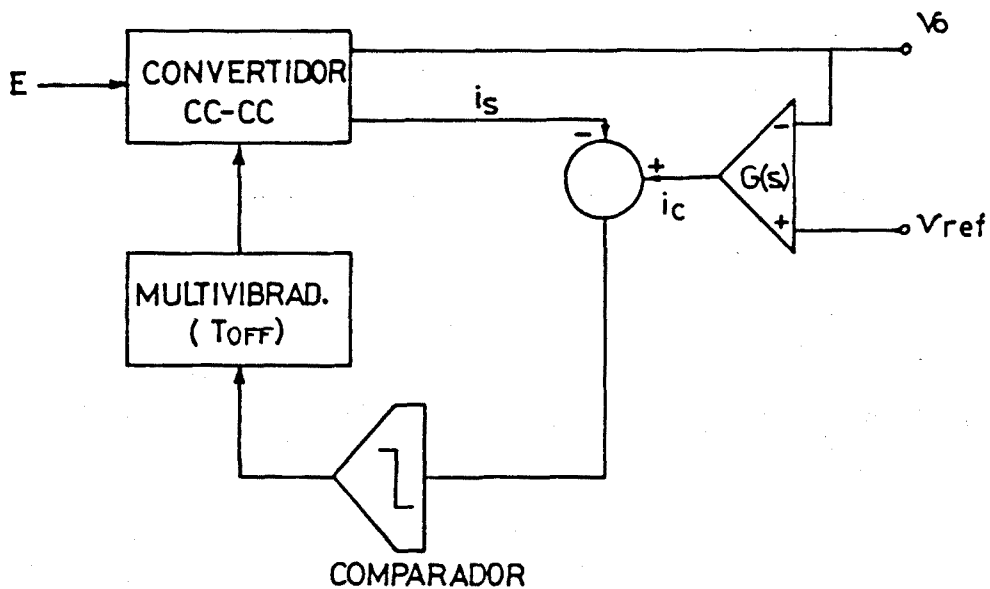


Fig. 2.14 Diagrama de bloques de un regulador conmutado con lazo de control de corriente que opera con tiempo de desactivación constante.

La equivalencia entre i_c e i_{Mref} permite establecer la correspondencia entre el circuito de la figura 2.14 y las especificaciones establecidas previamente.

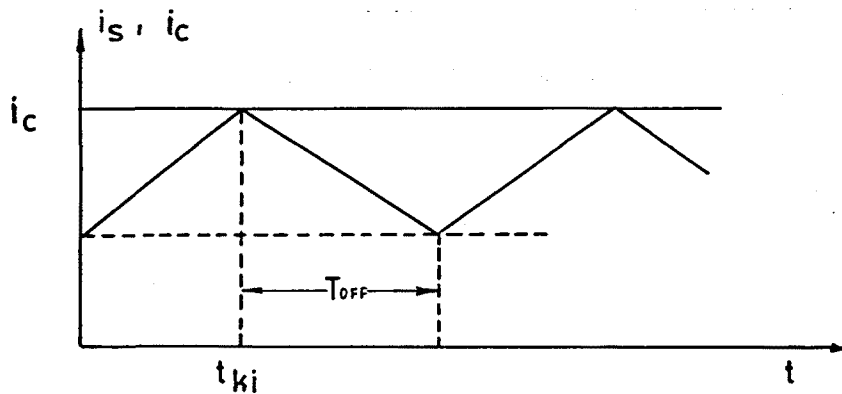


Fig. 2.15 Comportamiento del lazo de control de corriente de la figura 2.14 en régimen estacionario con $i_c = \text{cte}$.

Finalmente, el caso correspondiente a T_{ON} - T_{OFF} variables puede especificarse como se detalla a continuación:

- 1) T_{ON} variable, T_{OFF} variable
- 2) $i_m(k)$, $i_m(k+1)$
- 3) $i_m(k, t) = i_{S1}(t)$
 $i_m(k+1, t) = i_m(k) - m_2(k)t$
- 4) $i_m(k, t_{k(i-1)} + T_{ON}) = i_{mref}$
 $i_m(k+1, t_{k(j-1)} + T_{OFF}) = i_{mref}$

La figura 2.16 muestra un regulador conmutado con un lazo de control de tales características [1]. El conmutador es desactivado cuando la corriente del mismo alcanza un valor de referencia i_c . El estado de conducción se recupera cuando la corriente descendiente del conmutador alcanza un umbral inferior, establecido por la anchura de histéresis del comparador (Fig. 2.17).

La correspondencia entre las especificaciones del algoritmo y las variables del circuito de la figura 2.16 es, por lo tanto, la siguiente:

$$i_c = i_{mref}$$

$$i_c - \Delta I = i_{mref}$$

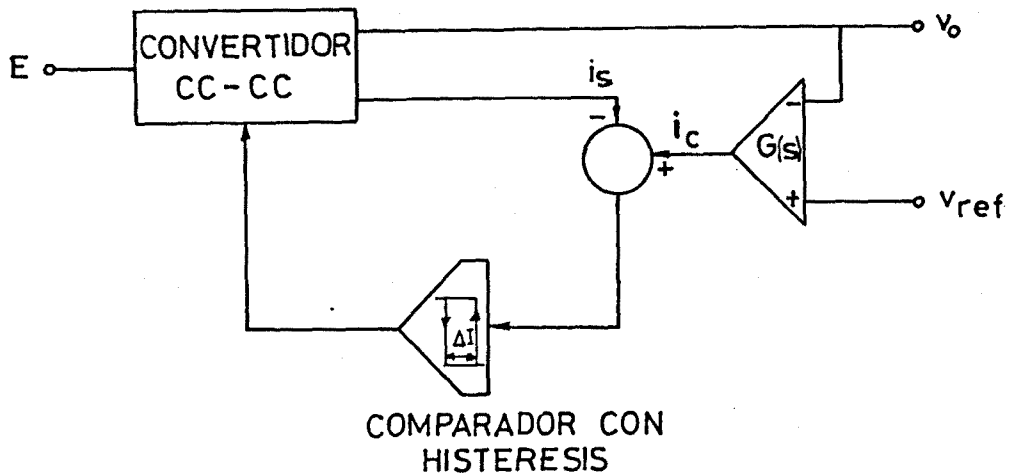


Fig. 2.16 Diagrama de bloques de un regulador conmutado con lazo de control de corriente que opera con tiempos de conducción y de desactivación variables.

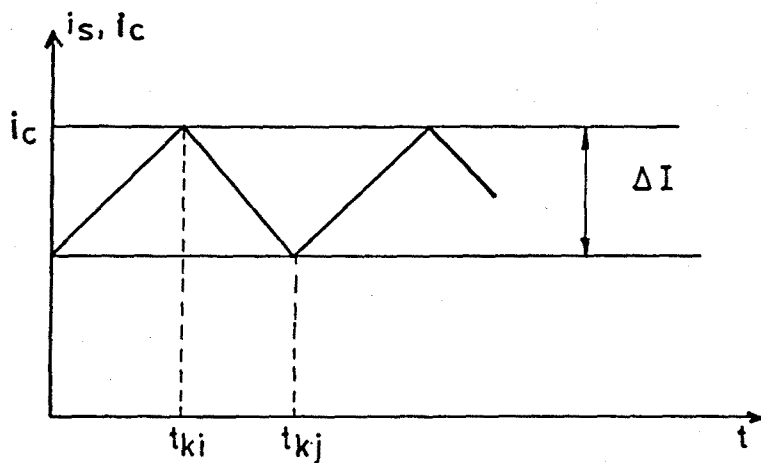


Fig. 2.17 Comportamiento del lazo de control de corriente de la figura 2.16 en régimen estacionario con $i_c = \text{cte.}$

2.6.1 Sobre la síntesis de nuevas estructuras

El algoritmo de síntesis propuesto ha explicado la existencia de las cinco realizaciones anteriores, recopiladas, a su vez, por Redl y Sokal [1]. La coincidencia del instante de cambio de estructura con aquellos instantes en que la corriente del conmutador alcanza un máximo o un mínimo facilita considerablemente el establecimiento de la ecuación de control, pues basta procesar directamente la corriente del conmutador. Sin embargo puede pensarse en otros índices a controlar, lo que hará necesario implementar alguna función de la corriente del conmutador para adecuarla a la correspondiente ecuación de control.

A modo de ejemplo, se realizará la síntesis de un lazo de control de corriente, particularizando las cuatro primeras fases del algoritmo de síntesis de la manera siguiente:

- 1) $T = \text{cte. y transición } T_{\text{ON}} - T_{\text{OFF}}$
- 2) $i_m(k+1)$
- 3) $i_m(k+1, t) = i_{s1}(t) - \tilde{m}_2(k) \tilde{T}_{\text{OFF}}(k)$
- 4) $i_m(k+1, t_{k(i-1)}^{+T_{\text{ON}}}) = i_{\text{mref}}$

Del análisis de la función continua $i_m(k+1, t)$ se desprende que, además de la muestra de corriente del conmutador $i_{s1}(t)$ durante el intervalo T_{ON} , serán necesarios los valores de $\tilde{m}_2(k)$ y de $\tilde{T}_{\text{OFF}}(k)$ para la implementación de la misma.

El valor de $\tilde{m}_2(k)$ se obtiene a partir de la expresión (2.14), repetida a continuación:

$$\tilde{m}_2(k) = \frac{v_s(k)}{L} - m_1(k) \quad (2.43)$$

donde $v_s(k)$ es la tensión del conmutador definida en la figura 2.8 y $m_1(k)$ viene dado por:

$$m_1(k) = \frac{v_{L1}(k)}{L} \quad (2.44)$$

siendo $v_{L1}(k)$ la tensión en el inductor durante el intervalo T_{ON}

para el caso de los convertidores elementales, o una combinación lineal de las tensiones en los inductores en el caso del convertidor de Čuk.

Asimismo $\tilde{T}_{OFF}(k)$, según la figura 2.5, puede obtenerse en el caso de que el periodo de conmutación sea constante como:

$$\tilde{T}_{OFF}(k) = T - \tilde{T}_{ON}(k) \quad (2.45)$$

A su vez, de la misma figura se desprende:

$$\tilde{T}_{ON}(k) = \tilde{t}_{k1} - t_{k(1-1)} \quad (2.46)$$

Por consiguiente, $i_m(k+1, t)$ vendrá expresada por:

$$i_m(k+1, t) = i_{S1}(t) - \left[\frac{v_S(k) - v_{L1}(k)}{L} \right] \left[T - (t - t_{k(1-1)}) \right] \quad (2.47)$$

La figura 2.18 muestra el diagrama de bloques de un regulador conmutado continua-continua con el lazo de control de corriente propuesto. El término $\left[T - (t - t_{k(1-1)}) \right]$ de la expresión (2.47) se implementa mediante una rampa de pendiente (-1) que en el instante $t_{k(1-1)}$ toma el valor T. El reloj proporciona periódicamente el inicio del ciclo de conmutación y de la rampa. La duración del subintervalo T_{ON} la establece el comparador que produce la conmutación a T_{OFF} cuando la corriente $i_m(k+1, t)$ alcanza el valor de la señal i_c .

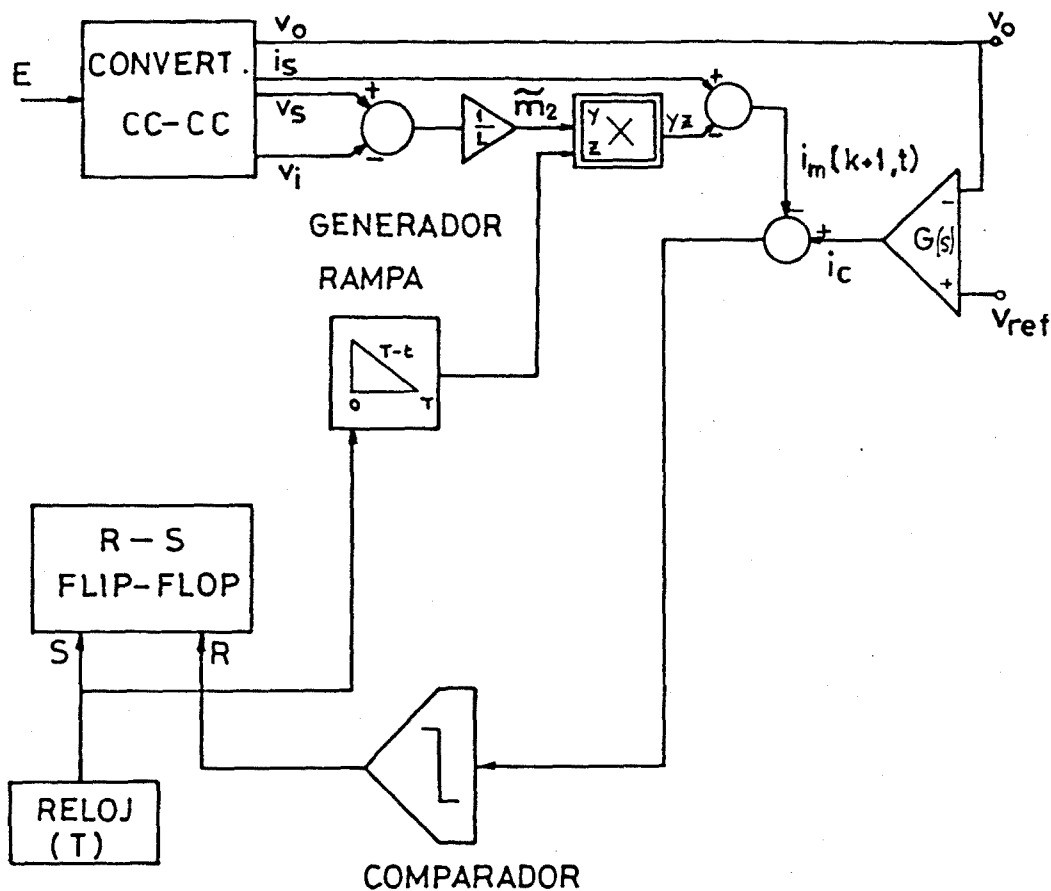


Fig. 2.18 Diagrama de bloques de un regulador conmutado con lazo de control de corriente que opera a frecuencia constante, con decisión de la transición $T_{ON}-T_{OFF}$. Control $i_m(k+1)$.

La figura 2.19 ilustra el comportamiento del lazo de control de corriente en el caso de que la señal i_c sea constante y el convertidor trabaje en régimen estacionario.

En la figura 2.20 se muestra una realización alternativa del producto $\tilde{m}_2(k) \left[T - (t - t_{k(i-1)}) \right]$ que tiene en cuenta la hipótesis de que el valor $\tilde{m}_2(k)$ es aproximadamente constante en el subintervalo T_{ON} .

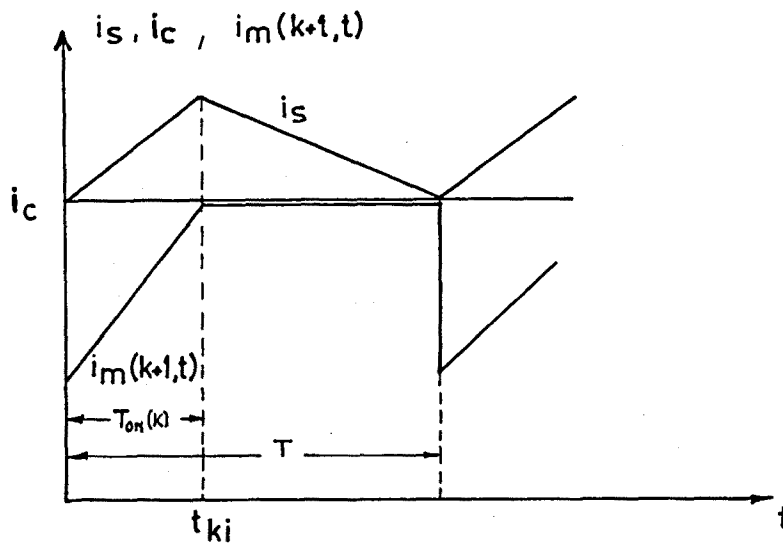


Fig. 2.19 Comportamiento del lazo de control de corriente de la figura 2.18 en régimen estacionario con $i_c = \text{cte.}$

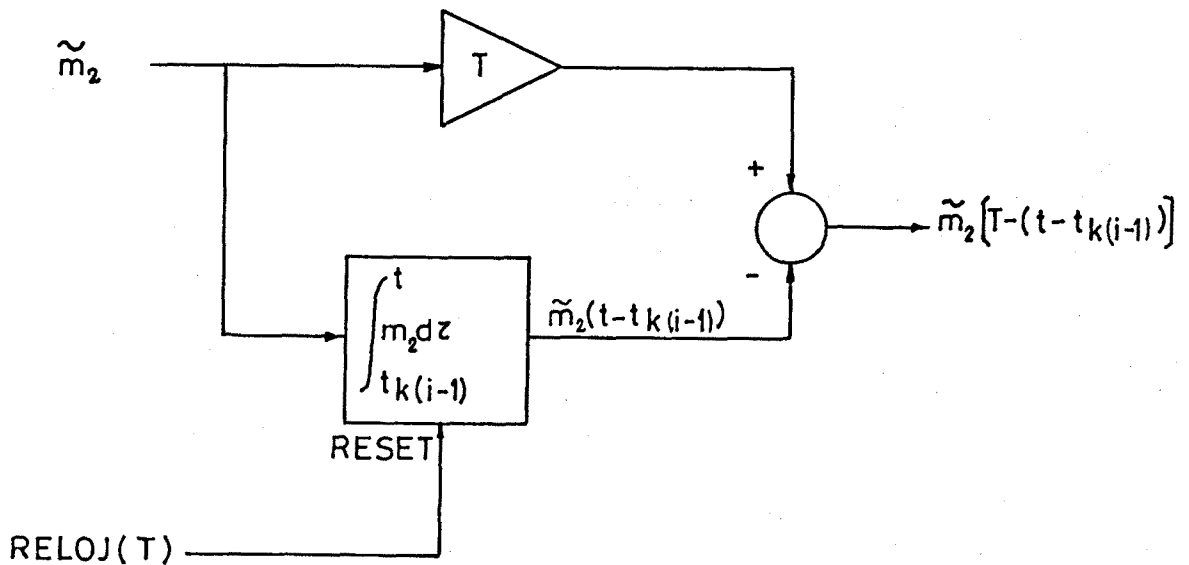


Fig. 2.20 Diagrama de bloques alternativo para la obtención del producto $\tilde{m}_2(k) [T - (t - t_{k(i-1)})]$.

De manera análoga puede efectuarse la síntesis de un lazo de control de corriente con las siguientes características.

- 1) $T = \text{cte.}$ y transición $T_{\text{OFF}} - T_{\text{ON}}$
- 2) $\langle i_{S1} \rangle (k+1)$
- 3) $\langle i_{S1} \rangle (k+1, t) = i_{S2}(t) + \frac{\tilde{m}_1(k+1)}{2} \tilde{T}_{\text{ON}}(k+1)$
- 4) $\langle i_{S1} \rangle (k+1, t_{k(i-1)} + T_{\text{OFF}}) = \langle i_{S1} \rangle_{\text{ref}}$

Los valores $\tilde{m}_1(k+1)$ y $\tilde{T}_{\text{ON}}(k+1)$ se obtendrán, como en el ejemplo anterior, a partir de la expresión (2.14) y de la consideración de periodo de conmutación constante. Por consiguiente:

$$\tilde{m}_1(k+1) = \frac{v_S(k)}{L} - \frac{v_{L2}(k)}{L} \quad (2.48)$$

$$T_{\text{ON}}(k+1, t) = T - (t - t_{k(i-1)}) \quad (2.49)$$

siendo $v_{L2}(k)$ la tensión en el inductor durante el intervalo T_{OFF} para el caso de los convertidores elementales, o una combinación lineal de las tensiones en los inductores en el caso del convertidor de Čuk.

Por lo tanto:

$$\langle i_{S1} \rangle (k+1, t) = i_{S2}(t) + \frac{1}{2} \left[\frac{v_S(k) - v_{L2}(k)}{L} \right] \left[T - (t - t_{k(i-1)}) \right] \quad (2.50)$$

La figura 2.21 muestra el diagrama de bloques de un regulador conmutado continua-continua que utiliza este lazo de control de corriente.

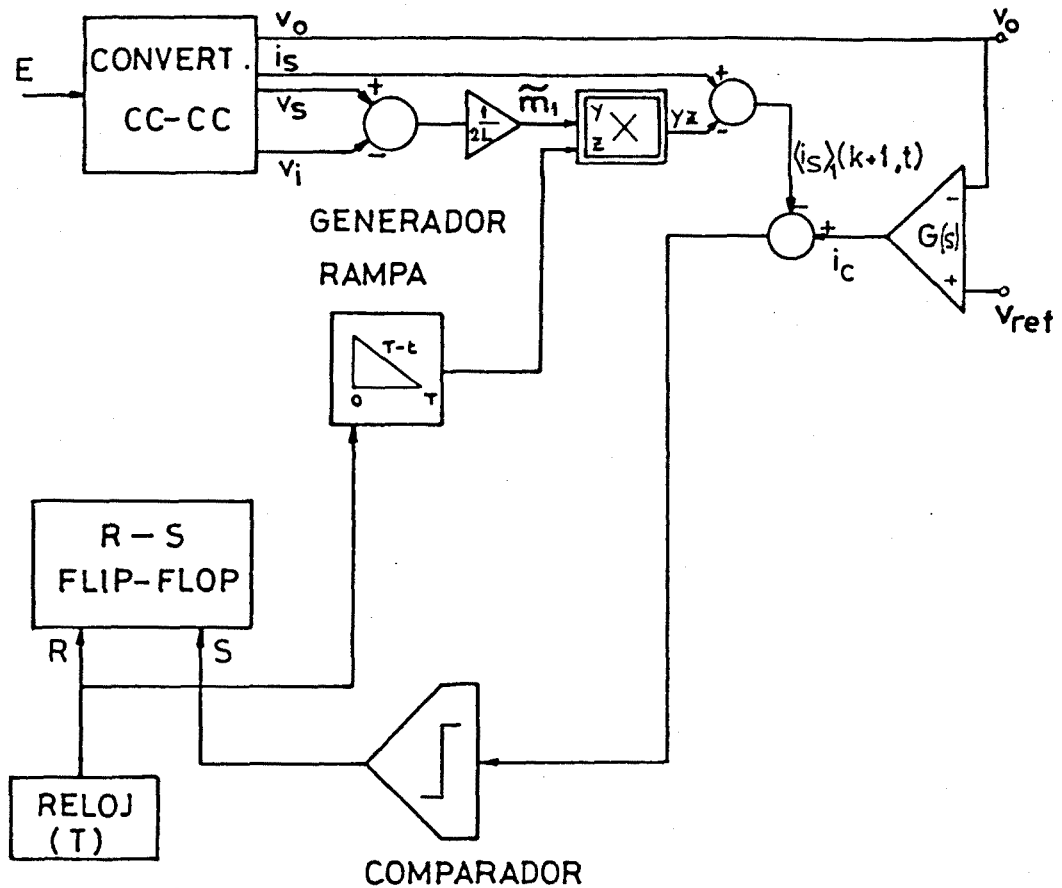


Fig. 2.21 Diagrama de bloques de un regulador conmutado con lazo de control de corriente que opera a frecuencia constante, con decisión de la transición $T_{OFF} - T_{ON}$. Control de $\langle i_s \rangle_1(k+1)$.

La figura 2.22 ilustra el comportamiento del lazo de control de corriente en el caso de que la señal i_c sea constante y el convertidor se encuentre en régimen estacionario.

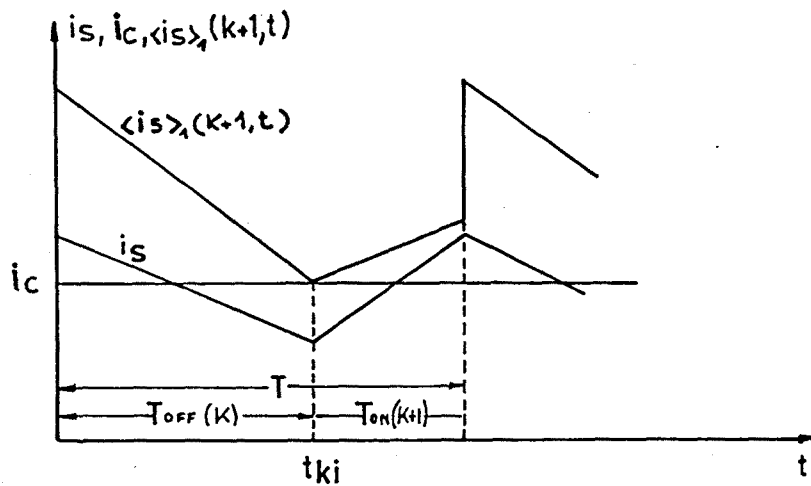


Fig. 2.22 Comportamiento del lazo de control de corriente de la figura 2.21 en régimen estacionario con $i_c = \text{cte.}$

Los dos ejemplos anteriores muestran las posibilidades de síntesis del algoritmo propuesto. Siguiendo un proceso similar, pueden sintetizarse otras realizaciones de nuevos lazos de control de corriente a partir de las restantes combinaciones posibles entre tipo de control, clase de decisión e índice a controlar. Sin embargo, éstas no diferirán estructuralmente de las dos anteriores ya que, en todos los casos, debe efectuarse la comparación entre i_c y una función obtenida a partir de la corriente del conmutador.

2.6.2 Primera aproximación al estudio de la estabilidad en lazo (de tensión) abierto

Como primera medida de la estabilidad en lazo abierto, se estudiarán a continuación las relaciones $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ e $\frac{\Delta i_M(k+1)}{\Delta i_M(k)}$ para el caso de frecuencia constante de conmutación y modo de conducción continua. Los otros casos posibles (modo de conducción discontinua, frecuencia variable) pueden analizarse siguiendo una pauta similar.

2.6.2.1 Estudio de las relaciones $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ e

$$\frac{\Delta i_H(k+1)}{\Delta i_H(k)} \text{ en el modo de conducción continua}$$

El cociente $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ puede obtenerse como sigue:

$$\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)} = \frac{\Delta i_H(k)}{\Delta i_m(k)} \frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_H(k)} \quad (2.51)$$

Del análisis de la figura 2.23 se desprende:

a) En el intervalo $T_{ON}(k)$

$$i_H(k) = i_m(k) + m_1(k) T_{ON}(k)$$

Suponiendo $m_1(k) = \text{cte}$, podrá escribirse:

$$\frac{\Delta i_H(k)}{\Delta i_m(k)} = 1 + m_1(k) \frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)} \quad (2.52)$$

b) En el intervalo $T_{OFF}(k)$

$$i_m(k+1) = i_H(k) - m_2(k) T_{OFF}(k)$$

Suponiendo $m_2(k) = \text{cte}$, se obtiene:

$$\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_H(k)} = 1 - m_2(k) \frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_H(k)} \quad (2.53)$$

Finalmente:

$$\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)} = \left[1 + m_1(k) \frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)} \right] \left[1 - m_2(k) \frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_m(k)} \right] \quad (2.54)$$

En el caso de frecuencia constante de conmutación y decisión, por parte del controlador, del paso de T_{ON} a T_{OFF} se tendrá:

$$T_{ON}(k) + T_{OFF}(k) = cte$$

De aquí que:

$$\Delta T_{ON}(k) = -\Delta T_{OFF}(k)$$

Por consiguiente (2.54) deviene :

$$\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)} = 1 + [m_1(k) + m_2(k)] \frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)} \quad (2.55)$$

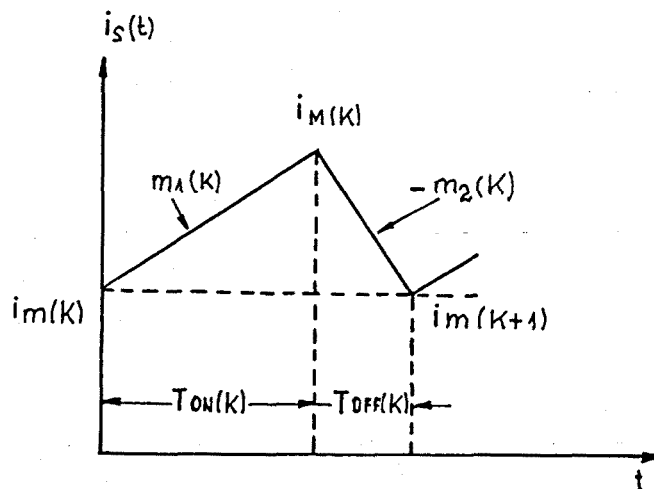


Fig. 2.23 Corriente del conmutador en régimen estacionario.

De manera análoga, a partir de la figura 2.24 y aplicando la restricción

$$\Delta T_{\text{OFF}}(k) = - \Delta T_{\text{ON}}(k+1)$$

se obtiene, para el caso de frecuencia constante de conmutación y transición de T_{OFF} a T_{ON} , la siguiente relación:

$$\frac{\Delta i_M(k+1)}{\Delta i_M(k)} = 1 - [m_1(k+1) + m_2(k)] \frac{\Delta T_{\text{OFF}}(k)}{\Delta i_M(k)} \quad (2.56)$$

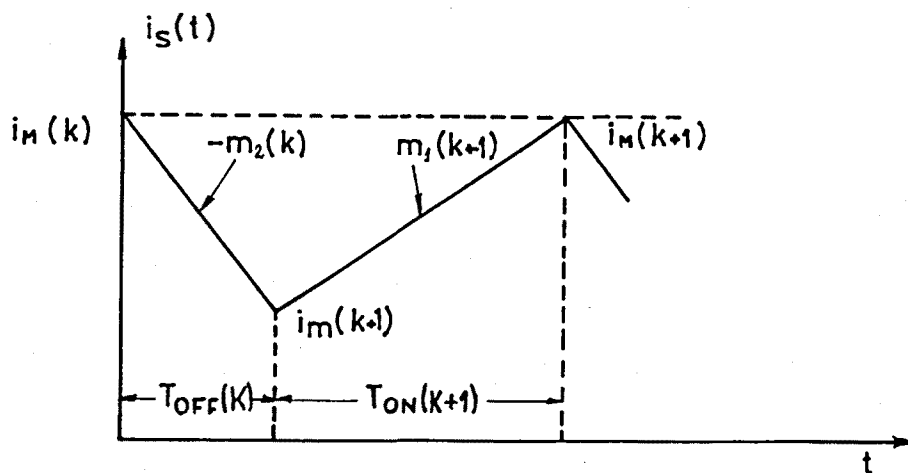


Fig. 2.24 Corriente del conmutador en régimen estacionario.

2.6.2.2 Estudio de las relaciones $\frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)}$ y de

$\frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_M(k)}$ en el modo de conducción continua

Para el estudio de las relaciones $\frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)}$ y de $\frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_M(k)}$

se considerarán diferentes casos, dependiendo de que el control se efectúe sobre:

- 1) i_m
- 2) i_M
- 3) $\langle i \rangle_{s1}$
- 4) $\langle i \rangle_{s2}$

1) Control de i_m

a) Decisión del paso de T_{ON} a T_{OFF}

Este caso ha quedado descrito por las ecuaciones (2.28) y (2.29). De las mismas se desprende:

$$\Delta i_m(k) + m_1(k) \Delta T_{ON}(k) - \tilde{m}_2(k) \Delta \tilde{T}_{OFF}(k) = 0$$

Finalmente:

$$\frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)} = - \frac{1}{m_1(k)} \left[1 - \tilde{m}_2(k) \frac{\Delta \tilde{T}_{OFF}(k)}{\Delta i_m(k)} \right] \quad (2.57)$$

b) Decisión del paso de T_{OFF} a T_{ON}

De (2.30) y (2.31) se deriva:

$$\frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_M(k)} = \frac{1}{m_2(k)} \quad (2.58)$$

2) Control de i_M

a) Decisión del paso de T_{ON} a T_{OFF}

De (2.32) y (2.33) se obtiene:

$$\frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_M(k)} = - \frac{1}{m_1(k)} \quad (2.59)$$

b) Decisión del paso de T_{OFF} a T_{ON}

De (2.34) y (2.35) se desprende:

$$\frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_M(k)} = \frac{1}{m_2(k)} \left[1 + \tilde{m}_1(k+1) \frac{\Delta \tilde{T}_{ON}(k+1)}{\Delta i_M(k)} \right] \quad (2.60)$$

3) Control de $\langle i_S \rangle_1$

a) Decisión del paso de T_{ON} a T_{OFF}

De (2.36) y (2.37) se obtiene:

$$\frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)} = \frac{2}{m_1(k)} \quad (2.61)$$

b) Decisión del paso de T_{OFF} a T_{ON}

De (2.38) y (2.39) se deriva:

$$\frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_H(k)} = \frac{1}{m_2(k)} \left[1 + \frac{\tilde{m}_1(k+1)}{2} - \frac{\Delta \tilde{T}_{ON}(k+1)}{\Delta i_H(k)} \right] \quad (2.62)$$

4) Control de $\langle i_S \rangle_2$

a) Decisión del paso de T_{ON} a T_{OFF}

De (2.40) y (2.41) se desprende:

$$\frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)} = - \frac{1}{m_1(k)} \left[1 - \frac{\tilde{m}_2(k)}{2} - \frac{\Delta \tilde{T}_{OFF}(k)}{\Delta i_m(k)} \right] \quad (2.63)$$

b) Decisión del paso de T_{OFF} a T_{ON}

De (2.42) y (2.43) se obtiene:

$$\frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_H(k)} = \frac{2}{m_2(k)} \quad (2.64)$$

Las relaciones $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$, $\frac{\Delta i_M(k+1)}{\Delta i_M(k)}$, $\frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)}$ e $\frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_M(k)}$, en

los casos anteriormente estudiados, se resumen en las tablas I, II y III respectivamente. Las expresiones de las tablas II y III han sido obtenidas de manera análoga a las presentadas en la tabla I; es decir, aplicando a las ecuaciones (2.57)-(2.64) las restricciones:

- a) $\Delta \tilde{T}_{OFF}(k) = -\Delta T_{ON}(k)$ para el caso en que el control determine el paso de T_{ON} a T_{OFF} .
- b) $\Delta \tilde{T}_{ON}(k+1) = -\Delta T_{OFF}(k)$ para el caso en que el control establezca el paso de T_{OFF} a T_{ON} .

| | | CAMBIO DE SUBINTERVALO |
|---|---|------------------------------|
| $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ | $1 + [m_1(k)+m_2(k)] \frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)}$ | Paso de T_{ON} a T_{OFF} |
| $\frac{\Delta i_M(k+1)}{\Delta i_M(k)}$ | $1 - [m_1(k)+m_2(k)] \frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_M(k)}$ | Paso de T_{OFF} a T_{ON} |

Tabla I Relaciones $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ e $\frac{\Delta i_M(k+1)}{\Delta i_M(k)}$ para frecuencia constante de conmutación.

$$\frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)}$$

$$\Delta i_m(k)$$

| ECUACION QUE DETERMINA EL CAMBIO DE ESTRUCTURA PASO DE T_{ON} A T_{OFF} | | | |
|--|--|--|--|
| $i_m(t_{k(i-1)} + T_{ON})$ = i_{mref} | $i_M(t_{k(i-1)} + T_{ON})$ = i_{Mref} | $\langle i \rangle_{S1}(t_{k(i-1)} + T_{ON})$ = $\langle i \rangle_{S1ref}$ | $\langle i \rangle_{S2}(t_{k(i-1)} + T_{ON})$ = $\langle i \rangle_{S2ref}$ |
| $\frac{1}{m_1(k) + \tilde{m}_2(k)}$ | $\frac{1}{m_1(k)}$ | $\frac{2}{m_1(k)}$ | $\frac{1}{m_1(k) + \frac{\tilde{m}_2(k)}{2}}$ |

Tabla II Relación $\frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)}$ para frecuencia constante de conmutación.

$$\frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_M(k)}$$

$$\Delta i_M(k)$$

| ECUACION QUE DETERMINA EL CAMBIO DE ESTRUCTURA PASO DE T_{OFF} A T_{ON} | | | |
|--|---|---|---|
| $i_m(t_{k(i-1)} + T_{OFF})$ = i_{mref} | $i_M(t_{k(i-1)} + T_{OFF})$ = i_{Mref} | $\langle i \rangle_{S1}(t_{k(i-1)} + T_{OFF})$ = $\langle i \rangle_{S1ref}$ | $\langle i \rangle_{S2}(t_{k(i-1)} + T_{OFF})$ = $\langle i \rangle_{S2ref}$ |
| $\frac{1}{m_2(k)}$ | $\frac{1}{\tilde{m}_1(k+1) + m_2(k)}$ | $\frac{1}{\frac{\tilde{m}_1(k+1)}{2} + m_2(k)}$ | $\frac{2}{m_2(k)}$ |

Tabla III Relación $\frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_M(k)}$ para frecuencia constante de conmutación.

Introduciendo las expresiones de la Tabla II en las casillas correspondientes de la tabla I se obtienen los resultados mostrados en la tabla IV.

$$\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$$

| ECUACION QUE DETERMINA EL CAMBIO DE ESTRUCTURA PASO DE T _{ON} A T _{OFF} | | | |
|--|--|---|---|
| $i_m(t_{k(i-1)} + T_{ON})$ = i_{mref} | $i_M(t_{k(i-1)} + T_{ON})$ = i_{Mref} | $\langle i_{S1} \rangle (t_{k(i-1)} + T_{ON})$ = $\langle i_{S1ref} \rangle$ | $\langle i_{S2} \rangle (t_{k(i-1)} + T_{ON})$ = $\langle i_{S2ref} \rangle$ |
| $\frac{\tilde{m}_2(k) - m_2(k)}{m_1(k) + \tilde{m}_2(k)}$ | $-\frac{m_2(k)}{m_1(k)}$ | $-\left[1 + \frac{2m_2(k)}{m_1(k)} \right]$ | $-\frac{m_2(k) - \tilde{m}_2(k)/2}{m_1(k) + \tilde{m}_2(k)/2}$ |

Tabla IV Relación $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ en función de las pendientes de subida y de bajada de la corriente del conmutador. Caso de frecuencia constante de conmutación.

A partir de las relaciones de la tabla III, y siguiendo un proceso similar al que ha conducido a la escritura de la tabla IV, se obtendrían los resultados correspondientes al cociente

$$\frac{\Delta i_M(k+1)}{\Delta i_M(k)}, \text{ cuyas expresiones finales aparecen en la Tabla V.}$$

$$\frac{\Delta i_H(k+1)}{\Delta i_H(k)}$$

| ECUACION QUE DETERMINA EL CAMBIO DE ESTRUCTURA PASO DE T _{OFF} A T _{ON} | | | |
|--|---|---|---|
| $i_m(t_{k(i-1)} + T_{OFF})$ = i_{mref} | $i_H(t_{k(i-1)} + T_{OFF})$ = i_{Href} | $\langle i_{S1} \rangle(t_{k(i-1)} + T_{OFF})$ = $\langle i_{S1ref} \rangle$ | $\langle i_{S2} \rangle(t_{k(i-1)} + T_{OFF})$ = $\langle i_{S2ref} \rangle$ |
| $\frac{m_1(k+1)}{m_2(k)}$ | $\frac{\tilde{m}_1(k+1) - m_1(k+1)}{m_2(k) + \tilde{m}_1(k+1)}$ | $\frac{m_1(k+1) - \tilde{m}_1(k+1)/2}{m_2(k) + \tilde{m}_1(k+1)/2}$ | $-\left[1 + \frac{2m_1(k+1)}{m_2(k)} \right]$ |

Tabla V Relación $\frac{\Delta i_H(k+1)}{\Delta i_H(k)}$ en función de las pendientes de subida y de bajada de la corriente del conmutador. Caso de frecuencia constante de conmutación.

Por otra parte, para facilitar la enumeración de los casilleros de ambas tablas, ésta se hará de manera análoga al caso matricial.

Con referencia a la tabla IV, se efectuará a continuación el análisis de las expresiones $a_{11} - a_{14}$

1) a_{11} u u

Corresponde al caso de control con frecuencia de conmutación constante y ecuación de cambio de estructura definida por:

$$\tilde{i}_m(k+1, t_{k(i-1)} + T_{ON}) = i_{mref}$$

La expresión obtenida para la relación $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ viene dada

por:

$$\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)} = \frac{\tilde{m}_2(k) - m_2(k)}{m_1(k) + \tilde{m}_2(k)} \quad (2.65)$$

Si el valor de $\tilde{m}_2(k)$ coincide con el de $m_2(k)$, entonces:

$$\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)} = 0$$

Este caso correspondería al de una respuesta transitoria óptima en el lazo de corriente ("dead-beat response"), al desaparecer la perturbación introducida en el mismo en un solo ciclo de conmutación.

Por otra parte, puede observarse que el módulo de la relación $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ es siempre menor que la unidad, salvo cuando se cumpla:

$$m_2(k) > \tilde{m}_2(k)$$

$$y \quad m_2(k) - \tilde{m}_2(k) \geq \frac{m_1(k) + m_2(k)}{2}$$

Por consiguiente, para este tipo de control el sistema será siempre estable en lazo de tensión abierto excepto en el caso mencionado, que será fácilmente evitable por diseño, siempre que las pendientes $m_1(k)$ y $m_2(k)$ no sean muy pequeñas y $m_2(k)$ varíe poco en un ciclo de conmutación.

2) a₁₂

En este caso el control se efectúa con frecuencia de conmutación constante y ecuación de cambio de estructura definida por:

$$i_M (k, t_{k(1-1)} + T_{ON}) = i_{Mref}$$

El circuito que implementa este tipo de control recibe el nombre de modulador MC² (charge controlled modulator), cuyo primer desarrollo se debe a Capel [23].

La expresión obtenida para la relación $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ viene dada por:

$$\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)} = - \frac{m_2(k)}{m_1(k)} \quad (2.66)$$

La particularización de la expresión (2.66) al caso de los convertidores elementales, teniendo en cuenta que en régimen estacionario se cumple:

$$m_1(k) T_{ON}^0 = m_2(k) T_{OFF}^0$$

conduce a:

$$\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)} = - \frac{D}{1 - D}$$

Donde D representa el valor del ciclo de trabajo $\frac{T_{ON}^0}{T}$ en régimen estacionario.

Puede observarse que el módulo de la relación $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ en los reguladores elementales con control MC² es mayor que la unidad para $D > 0.5$. Por consiguiente, estos sistemas presentan una inestabilidad intrínseca en lazo abierto de tensión para ciclos

superiores al 50%. El estudio de este tipo de inestabilidad, así como el diseño de redes compensadoras adecuadas, se ha abordado en las referencias [14],[42],[13].

3) a_{13}

Este caso corresponde a un control con frecuencia de conmutación constante y ecuación de cambio de estructura definida por:

$$\langle \tilde{i}_{S1} \rangle (k, t_{k(i-1)} + T_{ON}) = \langle i_{S1} \rangle_{ref}$$

Puesto que $m_1(k)$ y $m_2(k)$ son positivos, de la expresión de a_{13} se deduce que el módulo de $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ será siempre mayor que la unidad. Por consiguiente, un sistema con este tipo de control presenta una inestabilidad intrínseca en lazo de tensión abierto.

4) a_{14}

Este caso corresponde a un control con frecuencia de conmutación constante y ecuación de cambio de estructura definida por:

$$\langle \tilde{i}_{S2} \rangle (k, t_{k(i-1)} + T_{ON}) = \langle i_{S2} \rangle_{ref}$$

La expresión obtenida para la relación $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ viene dada

por:

$$\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)} = - \frac{m_2(k) - \frac{\tilde{m}_2(k)}{2}}{m_1(k) + \frac{\tilde{m}_2(k)}{2}}$$

Si el valor de $\tilde{m}_2(k)$ coincide con el de $m_2(k)$, se tendrá:

$$\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)} = - \frac{m_2(k)}{2m_1(k) + m_2(k)}$$

Teniendo en cuenta que $m_1(k)$ y $m_2(k)$ son positivos, el módulo de la relación $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ será siempre menor que la unidad, y el sistema será estable en lazo abierto.

En cualquier caso, puede deducirse que el módulo de la relación $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ es menor que la unidad, excepto cuando se cumple:

$$m_2(k) > \tilde{m}_2(k)$$

y

$$m_2(k) - \tilde{m}_2(k) \geq m_1(k)$$

Sin embargo, esta situación será fácilmente evitable por diseño, siempre que $m_1(k)$ no sea muy pequeña y $m_2(k)$ varíe poco en un ciclo de conmutación.

De manera análoga, se efectuará a continuación la interpretación de los resultados de la tabla V.

1) a_{11}

Este caso es dual del a_{12} de la tabla IV. La particularización de a_{11} en el caso de los convertidores elementales conduce a la expresión:

$$\frac{\Delta i_M(k+1)}{\Delta i_M(k)} = - \frac{1 - D}{D}$$

lo que implica comportamiento inestable para ciclos de trabajo inferiores al 50%.

2) a_{12}

Este caso es dual del a_{11} de la tabla IV. Un sistema con este tipo de control será siempre estable en lazo abierto, salvo en el caso, fácilmente evitable por diseño, en el que :

$$m_1(k+1) > \tilde{m}_1(k+1)$$

y

$$m_1(k+1) - \tilde{m}_1(k+1) \geq \frac{m_1(k+1) + m_2(k)}{2}$$

Además, si el valor de $\tilde{m}_1(k+1)$ coincide con el de $m_1(k+1)$ se tiene:

$$\frac{\Delta i_M(k+1)}{\Delta i_M(k)} = 0$$

relación que corresponde a una respuesta transitoria óptima en el lazo de corriente ("dead-beat response"), al desaparecer la perturbación introducida en el mismo en un solo ciclo de conmutación.

3) a_{13}

De manera similar al caso dual a_{14} de la tabla IV, un sistema con este tipo de control será siempre estable en lazo de tensión abierto, salvo en la situación, fácilmente evitable por diseño, en la que se cumpla:

$$m_1(k+1) > \tilde{m}_1(k+1)$$

y

$$m_1(k+1) - \tilde{m}_1(k+1) \geq m_2(k)$$

Además, si el valor de $\tilde{m}_1(k+1)$ coincide con el de $m_1(k+1)$ se tendrá :

$$\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)} = - \frac{m_1(k+1)}{2m_2(k) + m_1(k+1)}$$

4) a_{14}

Es el caso dual del a_{13} de la tabla IV. Un sistema con este tipo de control presenta una inestabilidad intrínseca en lazo de tensión abierto.

Puede concluirse, por tanto, que para cada uno de los cuatro índices estudiados i_m , i_M , $\langle i_{S1} \rangle$, $\langle i_{S2} \rangle$ puede encontrarse un tipo de control a frecuencia de conmutación constante que haga al sistema estable en lazo abierto para las situaciones de interés. Para los índices i_m e $\langle i_{S2} \rangle$ esto ocurre en la clase de control que decide la transición de T_{ON} a T_{OFF} , mientras que para i_M e $\langle i_{S1} \rangle$ sucede en la que establece el cambio de T_{OFF} a T_{ON} .

2.6.3 Introducción de rampas compensadoras de la inestabilidad

De la observación de (2.55) y (2.56) se desprende que los

valores de los cocientes $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ e $\frac{\Delta i_M(k+1)}{\Delta i_M(k)}$, en el caso de que m_1 y m_2 sean constantes, dependen de las relaciones $\frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)}$ e $\frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_M(k)}$, las cuales vienen fijadas por las ecuaciones de control que proporcionan la duración de los intervalos $T_{ON}(k)$ y $T_{OFF}(k)$ respectivamente.

Las ecuaciones de control (2.28) a (2.43), junto con las restricciones :

- a) $\Delta \tilde{T}_{OFF}(k) = -\Delta T_{ON}(k)$ para el caso en que el control determine el paso de T_{ON} a T_{OFF} .
- b) $\Delta \tilde{T}_{ON}(k+1) = -\Delta T_{OFF}(k)$ para el caso en que el control establezca el paso de T_{OFF} a T_{ON} .

se reducen mediante linealización a la forma incremental:

$$\Delta i_m(k) + B \Delta T_{ON}(k) + C \Delta ref = 0 \quad (2.67)$$

o análogamente :

$$\Delta i_M(k) + B' \Delta T_{OFF}(k) + C' \Delta ref' = 0 \quad (2.68)$$

donde los términos $\Delta ref(k)$ e $\Delta ref'(k)$ contemplan la posibilidad de que las referencias no sean constantes.

De (2.67) se desprende:

$$\frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)} = - \frac{1}{B + C \frac{\Delta ref(k)}{\Delta T_{ON}(k)}}$$

y, análogamente, de (2.68) :

$$\frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_M(k)} = - \frac{1}{B' + C' \frac{\Delta ref'(k)}{\Delta T_{OFF}(k)}}$$

Los casos estudiados anteriormente en 2.6.2 para valores constantes de las referencias ($\Delta ref(k) = \Delta ref'(k) = 0$) aparecen resumidos en las tablas II y III para las relaciones $\frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)}$ e

$\frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_M(k)}$ respectivamente, y en las tablas IV y V para los cocientes

respectivos $\frac{\Delta i_m(k+1)}{\Delta i_m(k)}$ e $\frac{\Delta i_M(k+1)}{\Delta i_M(k)}$. Puesto que algunos de estos

resultados indican que para ciertos valores de m_1 y m_2 se produce una situación de inestabilidad para el lazo de corriente con referencia constante, la siguiente fase del diseño deberá conseguir la estabilidad incondicional del lazo modificando la

relación $\frac{\Delta T_{ON}(k)}{\Delta i_m(k)}$ (ó $\frac{\Delta T_{OFF}(k)}{\Delta i_M(k)}$) a través de los términos $\frac{\Delta ref(k)}{\Delta T_{ON}(k)}$ (ó $\frac{\Delta ref'(k)}{\Delta T_{OFF}(k)}$). La compensación más simple la constituye una

referencia que varíe linealmente con el tiempo, para la cual el cociente $\frac{\Delta ref(k)}{\Delta T_{ON}(k)}$ sea constante.

Como ejemplo, veáse el caso cuyas características se detallan a continuación:

- 1) $T = cte$ y transición $T_{ON} - T_{OFF}$
- 2) $i_M(k)$
- 3) $i_M(k, t) = i_{S1}(t) = i_m(k) + m_1(k) (t - t_{k(i-1)})$
- 4) $i_M(k, t_{k1}) = i_{Mref}$

donde el valor de referencia en lugar de ser constante será de la forma:

$$i_{\text{Mref}}(t) = \beta + \alpha (t - t_{k(i-1)})$$

Por consiguiente la cuarta especificación deviene :

$$i_{\text{M}}(k, t_{k(i-1)} + T_{\text{ON}}) = \beta + \alpha (t_{k1} - t_{k(i-1)})$$

Es decir:

$$i_{\text{m}}(k) + m_1(k) T_{\text{ON}}(k) = \beta + \alpha T_{\text{ON}}(k)$$

De donde se desprende:

$$\Delta i_{\text{m}}(k) + m_1(k) \Delta T_{\text{ON}}(k) = \alpha \Delta T_{\text{ON}}(k)$$

De forma equivalente :

$$\frac{\Delta T_{\text{ON}}(k)}{\Delta i_{\text{m}}(k)} = - \frac{1}{m_1(k) - \alpha} \quad (2.69)$$

Finalmente, de (2.69) y (2.54) se obtiene:

$$\frac{\Delta i_{\text{m}}(k+1)}{\Delta i_{\text{m}}(k)} = - \frac{m_2(k) + \alpha}{m_1(k) - \alpha} \quad (2.70)$$

De manera análoga, para el resto de los diferentes tipos de control se obtendrían los resultados resumidos en las tablas VI y VII.

$$\Delta i_m(k+1)$$

$$\Delta i_m(k)$$

| ECUACION QUE DETERMINA EL CAMBIO DE ESTRUCTURA PASO DE T _{ON} A T _{OFF} | | | |
|--|--|--|--|
| $i_m(t_{k(i-1)} + T_{ON}) = i_{mref}(t_{k(i-1)} + T_{ON})$ | $i_M(t_{k(i-1)} + T_{ON}) = i_{Mref}(t_{k(i-1)} + T_{ON})$ | $\langle i_{S1} \rangle(t_{k(i-1)} + T_{ON}) = \langle i_{S1ref} \rangle(t_{k(i-1)} + T_{ON})$ | $\langle i_{S2} \rangle(t_{k(i-1)} + T_{ON}) = \langle i_{S2ref} \rangle(t_{k(i-1)} + T_{ON})$ |
| $\frac{\tilde{m}_2(k) - m_2(k) - \alpha}{m_1(k) + \tilde{m}_2(k) - \alpha}$ | $-\frac{m_2(k) + \alpha}{m_1(k) - \alpha}$ | $-\left[1 + 2 \frac{m_2(k) + 2\alpha}{m_1(k) - 2\alpha}\right]$ | $-\frac{m_2(k) - \frac{\tilde{m}_2(k)}{2} + \alpha}{m_1(k) + \frac{\tilde{m}_2(k)}{2} - \alpha}$ |

Tabla VI Modificación de las expresiones de la tabla IV considerando referencias lineales de pendiente α .

$$\Delta i_M(k+1)$$

$$\Delta i_M(k)$$

| ECUACION QUE DETERMINA EL CAMBIO DE ESTRUCTURA PASO DE T _{OFF} A T _{ON} | | | |
|--|---|---|--|
| $i_m(t_{k(i-1)} + T_{OFF}) = i_{mref}(t_{k(i-1)} + T_{OFF})$ | $i_M(t_{k(i-1)} + T_{OFF}) = i_{Mref}(t_{k(i-1)} + T_{OFF})$ | $\langle i_{S1} \rangle(t_{k(i-1)} + T_{OFF}) = \langle i_{S1ref} \rangle(t_{k(i-1)} + T_{OFF})$ | $\langle i_{S2} \rangle(t_{k(i-1)} + T_{OFF}) = \langle i_{S2ref} \rangle(t_{k(i-1)} + T_{OFF})$ |
| $\frac{m_1(k+1) - \alpha}{m_2(k) + \alpha}$ | $\frac{\tilde{m}_1(k+1) - m_1(k+1) + \alpha}{m_2(k) + \tilde{m}_1(k+1) + \alpha}$ | $\frac{m_1(k+1) - \frac{\tilde{m}_1(k+1)}{2} - \alpha}{m_2(k) + \frac{\tilde{m}_1(k+1)}{2} + \alpha}$ | $-\left[1 + 2 \frac{m_1(k+1) - 2\alpha}{m_2(k) + 2\alpha}\right]$ |

Tabla VII Modificación de las expresiones de la tabla V considerando referencias lineales de pendiente α .

Con referencia a la tabla VI se efectuará a continuación el análisis de las expresiones $a_{11} - a_{14}$.

1) a_{11}

El margen de valores de α que hacen al sistema incondicionalmente estable en lazo abierto viene expresado por

$$-\alpha > \frac{m_2(k) - m_1(k)}{2} - \tilde{m}_2(k) \quad (2.71)$$

Por otra parte, se obtendrá la respuesta transitoria óptima cuando se cumpla la siguiente condición:

$$-\alpha = m_2(k) - \tilde{m}_2(k) \quad (2.72)$$

Si $\tilde{m}_2(k) = m_2(k)$, (2.72) deviene:

$$\alpha = 0$$

2) a_{12}

En este caso, el sistema es estable en lazo abierto si se cumple:

$$-\alpha > \frac{m_2(k) - m_1(k)}{2} \quad (2.73)$$

resultado que coincide con el obtenido por Papathomas en el estudio de la estabilidad de un convertidor "buck" con control del valor máximo de la corriente del inductor [13].

A su vez, la respuesta transitoria óptima se consigue cuando se cumple:

$$\alpha = -m_2(k) \quad (2.74)$$

resultado obtenido por primera vez por Hsu et al. [14] en el estudio de la estabilidad asociada a esta clase particular de control de corriente.

3) a_{13}

Se consigue la estabilidad en lazo abierto cuando se cumple:

$$-\alpha > \frac{m_2(k)}{2} \quad (2.75)$$

El valor de α que proporciona la respuesta transitoria óptima será :

$$\alpha = - \left(m_2(k) + \frac{m_1(k)}{2} \right) \quad (2.76)$$

4) a_{14}

La condición de estabilidad será:

$$-\alpha > \frac{(m_2(k) - \tilde{m}_2(k)) - m_1(k)}{2} \quad (2.77)$$

Y la de respuesta transitoria óptima :

$$-\alpha = m_2(k) - \frac{\tilde{m}_2(k)}{2} \quad (2.78)$$

De forma similar, se presentarán a continuación los resultados del análisis de las expresiones $a_{11} - a_{14}$ de la tabla VII.

1) a_{11}

La condición de estabilidad viene expresada por:

$$\alpha > \frac{m_1(k+1) - m_2(k)}{2} \quad (2.79)$$

A su vez, el valor de α requerido para conseguir una respuesta transitoria óptima viene dado por:

$$\alpha = m_1(k+1) \quad (2.80)$$

2) a_{12}

El sistema es estable en lazo abierto si se cumple:

$$\alpha > \frac{m_1(k+1) - m_2(k)}{2} - \tilde{m}_1(k+1) \quad (2.81)$$

Por otra parte, la condición de respuesta transitoria óptima será :

$$\alpha = m_1(k+1) - \tilde{m}_1(k+1) \quad (2.82)$$

Si $\tilde{m}_1(k+1) = m_1(k+1)$, (2.82) deviene:

$$\alpha = 0$$

3) a_{13}

El sistema es estable en lazo abierto si se cumple:

$$\alpha > \frac{[m_1(k+1) - \tilde{m}_1(k+1)] - m_2(k)}{2} \quad (2.83)$$

El valor de α necesario para obtener una respuesta transitoria óptima es:

$$\alpha = m_1(k+1) - \frac{\tilde{m}_1(k+1)}{2} \quad (2.84)$$

4) a₁₄

El margen de valores de α que hacen el sistema estable en lazo abierto viene dado por :

$$\alpha > \frac{m_1(k+1)}{2} \quad (2.85)$$

Se obtendrá la respuesta transitoria óptima si se cumple la siguiente condición :

$$\alpha = m_1(k+1) + \frac{m_2(k)}{2} \quad (2.86)$$

La principal conclusión a destacar en el estudio de la estabilidad en lazo abierto cuando la referencia varía linealmente es que se puede conseguir la estabilidad incondicional en todos los casos, así como la respuesta transitoria óptima. La principal modificación estructural consistirá en la incorporación en los circuitos correspondientes de un bloque generador de la rampa compensadora. A modo de ejemplo, la figura 2.25 muestra la modificación realizada en el circuito de la figura 2.8 con la introducción del bloque compensador de la inestabilidad.

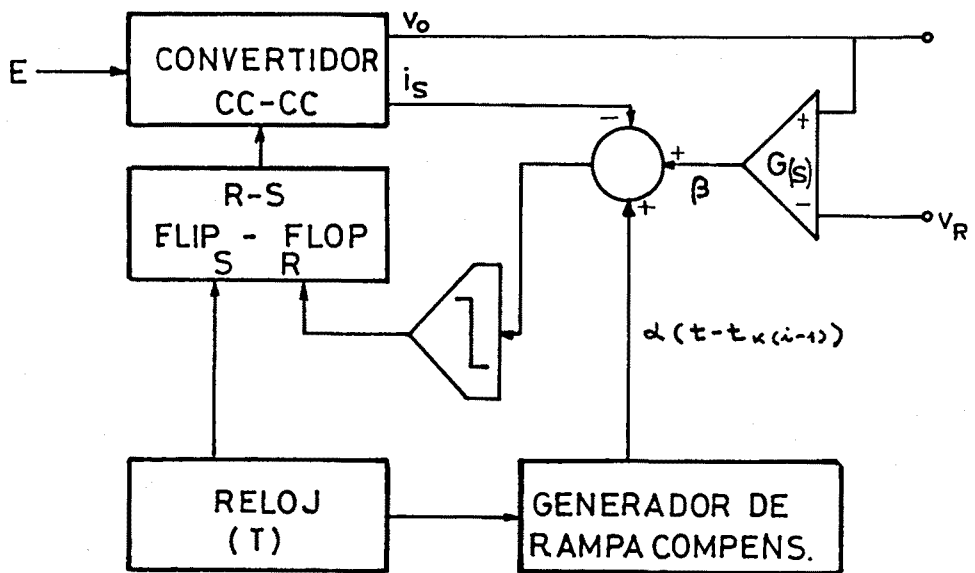


Fig. 2.25 Diagrama de bloques de un regulador conmutado con lazo de control de corriente que opera a frecuencia constante e incorpora una rampa compensadora de la inestabilidad. Control de i_M .

CAPITULO III

FORMULACION DE UN MODELO DISCRETO LINEALIZADO, VALIDO INDISTINTAMENTE PARA LOS MODOS DE CONDUCCION CONTINUA Y DISCONTINUA Y PARA FRECUENCIA DE CONMUTACION CONSTANTE

3.1 INTRODUCCION

Aunque la aproximación desarrollada en el capítulo anterior determina de manera simple la estructura del lazo de corriente, no permite predecir con exactitud el comportamiento dinámico del regulador. Para cubrir este objetivo, se desarrolla un modelo discreto linealizado a partir del estudio de la evolución del vector de estado, sometido a la introducción de perturbaciones externas.

En primer lugar, se modelan de forma genérica, para frecuencia de conmutación fija o variable y para conducción continua o discontinua, las relaciones entre las diferentes perturbaciones presentes en el sistema. A continuación, se establece la ecuación de control del lazo de corriente mediante linealización de las ecuaciones de realimentación de estado y de prealimentación del regulador. Posteriormente, se obtiene la matriz de transición de estado de la etapa de potencia, considerando a ésta como resultado de la acción conjunta del convertidor y del lazo de corriente. Finalmente, se aplica el modelo a la determinación de las frecuencias de inestabilidad subarmónica.

3.2 MODELACION GENERICA PARA AMBOS MODOS DE CONDUCCION Y PARA FRECUENCIA DE CONMUTACION FIJA O VARIABLE

3.2.1 Ecuaciones de Estado de la Etapa de Potencia

En modo de conducción continua, el convertidor cc-cc presenta un solo cambio de estructura durante un ciclo de conmutación (Fig 3.1).

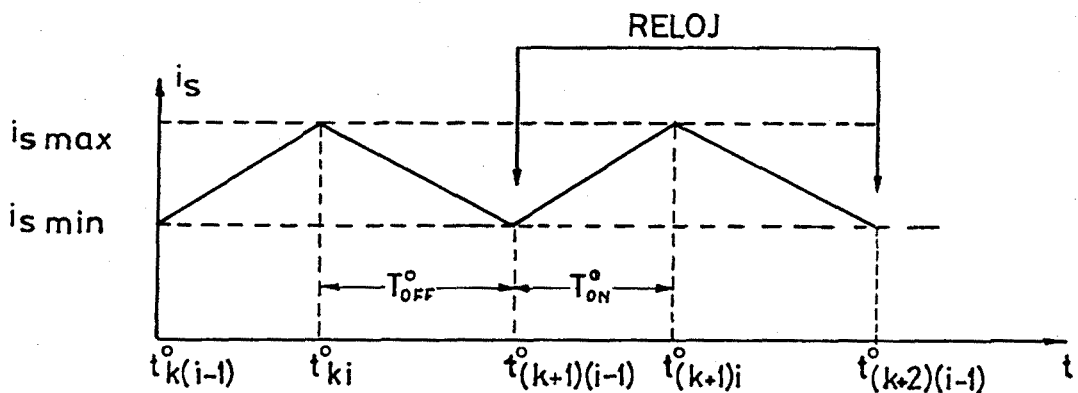


Fig. 3.1 Intensidad del conmutador en régimen estacionario. Caso de conducción continua y frecuencia fija de conmutación.

Se considera que la acción del control se efectúa en los instantes de mando $t_{ki}^0, t_{(k+1)i}^0, \dots$ y que la acción del reloj se aplica en $t_{k(i-1)}^0, t_{(k+1)(i-1)}^0, t_{(k+2)(i-1)}^0, \dots$

Dado que las dos estructuras de la etapa de potencia son lineales, ésta podrá describirse mediante dos ecuaciones diferenciales lineales vectoriales:

$$\dot{\underline{X}} = \underline{A}_{\sim 1} \underline{X} + \underline{b}_{\sim 1} \underline{U} \quad \text{para } t_{(k+1)}^0 < t < t_{ki}^0$$

$$\dot{\underline{X}} = \underline{A}_{\sim 2} \underline{X} + \underline{b}_{\sim 2} \underline{U} \quad \text{para } t_{ki}^0 < t < t_{(k+1)(i-1)}^0$$

donde \underline{X} es el vector de estado del convertidor.

Por otra parte, en modo de conducción discontinua el

convertidor cc-cc presenta dos cambios de estructura durante un ciclo de conmutación: la corriente del conmutador se anula durante parte del intervalo T_{OFF} (Fig 3.2).

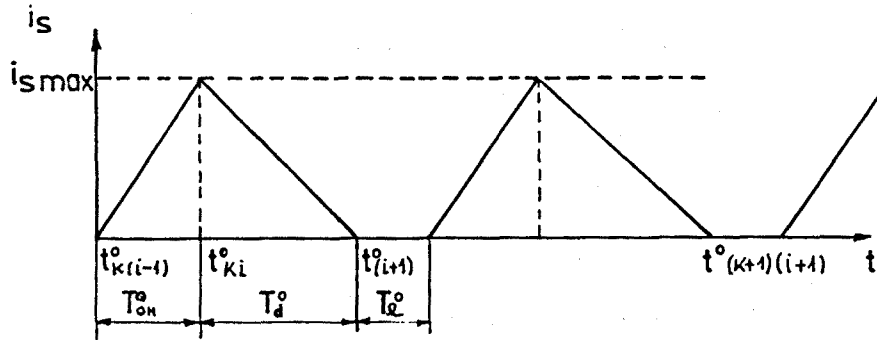


Fig. 3.2 Intensidad del conmutador en régimen estacionario. Caso de conducción discontinua y frecuencia fija de conmutación.

Las ecuaciones de estado correspondientes a este modo de conducción son las siguientes:

$$\dot{\underline{X}} = \underline{A}_{\sim 1} \underline{X} + \underline{b}_{\sim 1} \underline{U} \quad \text{para } t_{k(i-1)}^0 < t < t_{ki}^0$$

$$\dot{\underline{X}} = \underline{A}_{\sim 2} \underline{X} + \underline{b}_{\sim 2} \underline{U} \quad \text{para } t_{ki}^0 < t < t_{k(i+1)}^0$$

$$\dot{\underline{X}} = \underline{A}_{\sim 3} \underline{X} + \underline{b}_{\sim 3} \underline{U} \quad \text{para } t_{k(i+1)}^0 < t < t_{(k+1)(i+1)}^0$$

donde \underline{X} es el vector de estado del convertidor.

3.2.2 Regímenes estacionario y perturbado del vector de estado

En régimen estacionario la etapa de potencia se comporta de forma periódica. El período de funcionamiento se subdivide en 2 o 3 intervalos de tiempo (según sea el modo de conducción continua o discontinua, respectivamente), correspondiendo cada uno de ellos a una estructura diferente de la etapa de potencia.

Si se perturba ligeramente el vector de estado al principio del período, la subsiguiente evolución del mismo podrá representarse como en la figura 3.3 (línea discontinua), donde solamente aparece la evolución seguida por la componente 1-ésima. En régimen perturbado el sistema resulta no periódico.

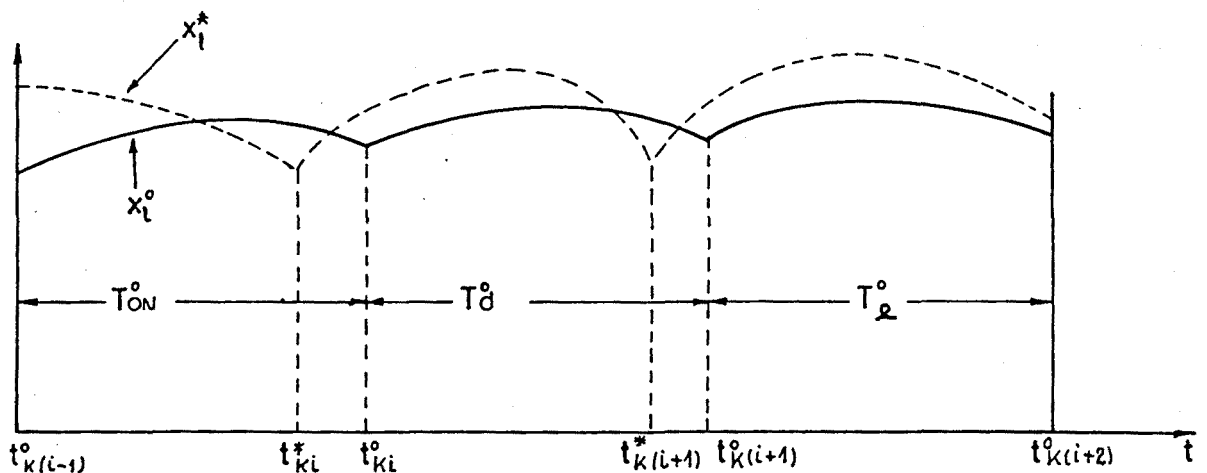


Fig. 3.3 Evolución de la componente 1-ésima del vector de estado.

Caso de conducción discontinua y frecuencia fija de conmutación.

La línea continua corresponde al régimen estacionario (superíndice "o"), mientras que la línea discontinua representa el régimen perturbado (superíndice "*"). La respuesta del control a la introducción de la perturbación aparece reflejada en la figura 3.3 mediante la introducción de t_k^* , instante en el que ocurrirá, en este caso, el cambio de estructura, en lugar de efectuarse en t_k^0 , como sucede en funcionamiento en régimen estacionario.

3.2.3 Matriz de transición de estado de la etapa de potencia

3.2.3.1 Definición de $\phi(T)$

La figura 3.4 representa la evolución de la componente l-ésima del vector de estado en el subintervalo i-ésimo del ciclo de conmutación k-ésimo. Si se considera en la misma que $\underline{X}_i(t)$ y $\underline{X}_{i+1}(t)$ son las soluciones respectivas de los sistemas de ecuaciones de estado:

$$\dot{\underline{X}}_i(t) = \underline{A}_i \underline{X}_i(t) + \underline{b}_i \underline{U}(t)$$

y

$$\dot{\underline{X}}_{i+1}(t) = \underline{A}_{i+1} \underline{X}_{i+1}(t) + \underline{b}_{i+1} \underline{U}(t)$$

con las correspondientes condiciones de contorno:

$$\underline{X}_i(t_{ki}^0 - |\Delta t_{ki}|) = \underline{X}(t_{ki}^0 - |\Delta t_{ki}|)$$

$$\underline{X}_{i+1}(t_{ki}^0 + |\Delta t_{ki}|) = \underline{X}(t_{ki}^0 + |\Delta t_{ki}|)$$

podrá escribirse de manera compacta:

$$\underline{X}(t) = \frac{1}{2} \left[\underline{X}_i(t) + \underline{X}_{i+1}(t) \right] + \frac{1}{2} \left[\underline{X}_i(t) - \underline{X}_{i+1}(t) \right] \text{sign}(\Delta t_{ki})$$

$$\text{en } t_{ki}^0 - |\Delta t_{ki}| \leq t \leq t_{ki}^0 + |\Delta t_{ki}|$$

Por otra parte, el paso de la perturbación $\Delta \underline{X}(t_{k0}^0)$ en t_{k0}^0 hasta $\Delta \underline{X}(t_{km}^0)$ en t_{km}^0 , donde m es el número de subintervalos por ciclo, se efectuará por intermedio de la matriz de transición de estado $\phi(T)$ del convertidor definida por:

$$\Delta \underline{X}(t_{km}^0) = \phi(T) \Delta \underline{X}(t_{k0}^0) \quad (3.1)$$

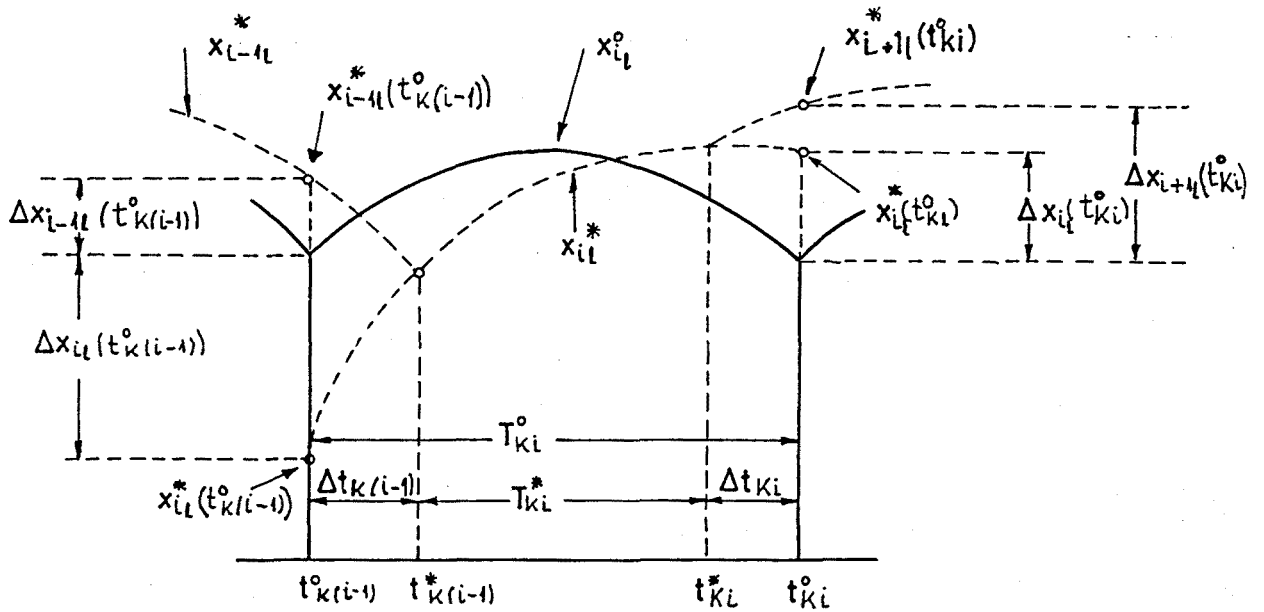


Fig. 3.4 Evolución de la componente 1-ésima del vector de estado perturbado: subintervalo i -ésimo del ciclo de conmutación k -ésimo.

3.2.3.2 Ecuaciones de transición de estado

En lo sucesivo se omitirá el subíndice k correspondiente al ciclo de conmutación, ya que las ecuaciones en los diferentes subintervalos se considerarán referidas al mismo ciclo de conmutación.

La transición del vector de estado perturbado desde $\underline{X}^*(t_0)$ en el instante genérico t_0 hasta $\underline{X}^*(t)$ en el instante t , también genérico y perteneciente al mismo subintervalo i -ésimo que t_0 , podrá obtenerse a partir de la ecuación:

$$\underline{X}^*(t) = \phi_1(t-t_0)\underline{X}^*(t_0) + \phi_1(t) \int_{t_0}^t \phi_1(-\tau) \underline{b}_1 \underline{U}(\tau) d\tau \quad (3.2)$$

$$i = 1, \dots, m$$

donde $\phi_i(t')$ es la matriz de transición de estado definida por:

$$\phi_i(t') = e^{\tilde{A}_i t'} \quad i = 1, \dots, m$$

Si se considera el intervalo $(t_{(i-1)}^0, t_1^0)$ la expresión (3.2) deviene:

$$\underline{X}_i^*(t_1^0) = \phi_i(t_1^0 - t_{(i-1)}^0) \underline{X}_i^*(t_{(i-1)}^0) + \phi_i(t_1^0) \int_{t_{(i-1)}^0}^{t_1^0} \phi_i(-\tau) \tilde{b}_i \underline{U}(\tau) d\tau \quad (3.3)$$

A su vez, en el intervalo (t_1^*, t_1^0) podrá escribirse:

$$\underline{X}_{i+1}^*(t_1^0) = \phi_{i+1}(t_1^0 - t_1^*) \underline{X}_{i+1}^*(t_1^*) + \phi_{i+1}(t_1^0) \int_{t_1^*}^{t_1^0} \phi_{i+1}(-\tau) \tilde{b}_{i+1} \underline{U}(\tau) d\tau \quad (3.4)$$

$$\underline{X}_i^*(t_1^0) = \phi_i(t_1^0 - t_1^*) \underline{X}_i^*(t_1^*) + \phi_i(t_1^0) \int_{t_1^*}^{t_1^0} \phi_i(-\tau) \tilde{b}_i \underline{U}(\tau) d\tau \quad (3.5)$$

De la última expresión se obtiene:

$$\underline{X}_i^*(t_1^*) = \phi_i^{-1}(t_1^0 - t_1^*) \underline{X}_i^*(t_1^0) - \phi_i^{-1}(t_1^0 - t_1^*) \phi_i(t_1^0) \int_{t_1^*}^{t_1^0} \phi_i(-\tau) \tilde{b}_i \underline{U}(\tau) d\tau \quad (3.6)$$

Sustituyendo (3.6) en (3.4) se tendrá:

$$\begin{aligned} \underline{X}_{i+1}^*(t_1^0) = & \phi_{i+1}(t_1^0 - t_1^*) \phi_1^{-1}(t_1^0 - t_1^*) \underline{X}_1^*(t_1^0) - \\ & - \phi_{i+1}(t_1^0 - t_1^*) \phi_1^{-1}(t_1^0 - t_1^*) \phi_1(t_1^0) \int_{t_1^*}^{t_1^0} \phi_1(-\tau) b_{i1} \underline{U}(\tau) d\tau + \\ & + \phi_{i+1}(t_1^0) \int_{t_1^*}^{t_1^0} \phi_{i+1}(-\tau) b_{i+1} \underline{U}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (3.7)$$

La importancia de la ecuación (3.7) radica en el hecho de que las ecuaciones de transición de estado del convertidor se expresarán en términos de los valores que tome el vector de estado perturbado en los instantes de conmutación correspondientes al régimen estacionario.

De esta manera, las ecuaciones necesarias para el estudio de la transición entre estados serán las expresiones (3.3) y (3.7), que a continuación se repiten a modo de resumen:

$$\begin{aligned} \underline{X}_{i+1}^*(t_1^0) = & \phi_{i+1}(t_1^0 - t_1^*) \phi_1^{-1}(t_1^0 - t_1^*) \underline{X}_1^*(t_1^0) - \\ & - \phi_{i+1}(t_1^0 - t_1^*) \phi_1^{-1}(t_1^0 - t_1^*) \phi_1(t_1^0) \int_{t_1^*}^{t_1^0} \phi_1(-\tau) b_{i1} \underline{U}(\tau) d\tau + \\ & + \phi_{i+1}(t_1^0) \int_{t_1^*}^{t_1^0} \phi_{i+1}(-\tau) b_{i+1} \underline{U}(\tau) d\tau \end{aligned}$$

donde $\underline{X}_1^*(t_1^0)$ viene expresado por:

$$\underline{X}_1^*(t_1^0) = \phi_1(t_1^0 - t_{(1-1)}^0) \underline{X}_1^*(t_{(1-1)}^0) + \phi_1(t_1^0) \int_{t_{(1-1)}^0}^{t_1^0} \phi_1(-\tau) b_1 \underline{U}(\tau) d\tau$$

3.2.3.3 Relaciones incrementales

La relación entre los regímenes perturbado y estacionario del vector de estado se determinará a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\underline{X}^*(t) = \underline{X}^0(t) + \Delta \underline{X}(t) \quad (3.8)$$

$$\underline{U}(t) = \underline{U}^0(t) + \Delta \underline{U}(t) \quad (3.9)$$

$$t_1^* = t_1^0 + \Delta t_1 \quad (3.10)$$

Definiendo:

$$T_1^* = t_1^* - t_{(1-1)}^*$$

se tendrá:

$$T_1^* = t_1^0 - t_{(1-1)}^0 + \Delta t_1 - \Delta t_{(1-1)}$$

Análogamente, denominando:

$$T_1^0 = t_1^0 - t_{(1-1)}^0 \quad (3.11)$$

$$\Delta T_1 = \Delta t_1 - \Delta t_{(1-1)} \quad (3.12)$$

podrá escribirse:

$$\Gamma_1^* = \Gamma_1^0 + \Delta\Gamma_1 \quad (3.13)$$

Sustituyendo las relaciones (3.8)-(3.13) en las ecuaciones (3.7) y (3.3) se obtiene:

$$\begin{aligned} \underline{X}_{i+1}^0(t_1^0) + \Delta\underline{X}_{i+1}(t_1^0) &= \phi_{i+1}(-\Delta t_1)\phi_1^{-1}(-\Delta t_1)\underline{X}_1^0(t_1^0) + \\ &+ \phi_{i+1}(-\Delta t_1)\phi_1^{-1}(-\Delta t_1)\underline{X}_1(t_1^0) - \\ &- \phi_{i+1}(-\Delta t_1)\phi_1^{-1}(-\Delta t_1)\phi_1(t_1^0) \int_{t_1^0+\Delta t_1}^{t_1^0} \phi_1(-\tau)\underline{b}_1 \left[\underline{U}^0(\tau) + \Delta\underline{U}(\tau) \right] d\tau + \\ &+ \phi_{i+1}(t_1^0) \int_{t_1^0+\Delta t_1}^{t_1^0} \phi_{i+1}(-\tau)\underline{b}_{i+1} \left[\underline{U}^0(\tau) + \Delta\underline{U}(\tau) \right] d\tau \quad (3.14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{X}_1^0(t_1^0) + \Delta\underline{X}_1(t_1^0) &= \phi_1(\Gamma_1^0)\underline{X}_1^0(t_{(1-1)}^0) + \phi_1(\Gamma_1^0)\Delta\underline{X}_1(t_{(1-1)}^0) + \\ &+ \phi_1(t_1^0) \int_{t_{(1-1)}^0}^{t_1^0} \phi_1(-\tau)\underline{b}_1 \left[\underline{U}^0(\tau) + \Delta\underline{U}(\tau) \right] d\tau \quad (3.15) \end{aligned}$$

Identificando en las ecuaciones (3.14) y (3.15) las relaciones correspondientes al régimen estacionario, se tendrá:

$$\underline{X}_{i+1}^0(t_1^0) = \underline{X}_1^0(t_1^0) \quad (3.16)$$

$$\underline{X}_1^0(t_1^0) = \phi_1(\Gamma_1^0)\underline{X}_1^0(t_{(1-1)}^0) + \phi_1(t_1^0) \int_{t_{(1-1)}^0}^{t_1^0} \phi_1(-\tau) \underline{b}_1 \underline{U}^0(\tau) d\tau \quad (3.17)$$

A su vez, la identificación de los términos incrementales (3.14) y (3.15) conduce a la siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \Delta \underline{X}_{1+1}(t_1^0) &= \left[\phi_{1+1}(-\Delta t_1) \phi_1^{-1}(-\Delta t_1) - \mathbf{1} \right] \underline{X}_1^0(t_1^0) + \\ &+ \phi_{1+1}(-\Delta t_1) \phi_1^{-1}(-\Delta t_1) \underline{X}_1(t_1^0) - \\ &- \phi_{1+1}(-\Delta t_1) \phi_1^{-1}(-\Delta t_1) \phi_1(t_1^0) \int_{t_1^0 + \Delta t_1}^{t_1^0} \phi_1(-\tau) \underline{b}_1 \left[\underline{U}^0(\tau) + \Delta \underline{U}(\tau) \right] d\tau + \\ &+ \phi_{1+1}(t_1^0) \int_{t_1^0 + \Delta t_1}^{t_1^0} \phi_{1+1}(-\tau) \underline{b}_{1+1} \left[\underline{U}^0(\tau) + \Delta \underline{U}(\tau) \right] d\tau \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde $\mathbf{1}$ representa la matriz unidad.

Finalmente:

$$\Delta \underline{X}_1(t_1^0) = \phi_1(\Gamma_1^0) \Delta \underline{X}_1(t_{(1-1)}^0) + \phi_1(t_1^0) \int_{t_{(1-1)}^0}^{t_1^0} \phi_1(-\tau) \underline{b}_1 \Delta \underline{U}(\tau) d\tau \quad (3.19)$$

3.2.3.4 Linealización de las relaciones incrementales

Dado que la expresión (3.19) es una relación lineal entre las perturbaciones del vector de estado y las del vector de excitaciones, solamente será necesario linealizar la ecuación (3.18), que puede escribirse en la forma equivalente siguiente:

$$\begin{aligned}
 \Delta \underline{X}_{i+1}(t_1^0) = & \left[\phi_{i+1}(-\Delta t_1) \phi_i^{-1}(-\Delta t_1) - 1 \right] \cdot \\
 & \cdot \left\{ \underline{X}_i^0(t_1^0) + \Delta \underline{X}_i(t_1^0) - \phi_i(t_1^0) \int_{t_1^0 + \Delta t_1}^{t_1^0} \phi_i(-\tau) \underline{b}_i \left[\underline{U}^0(\tau) + \Delta \underline{U}(\tau) \right] d\tau \right\} + \\
 & + \Delta \underline{X}_i(t_1^0) - \phi_i(t_1^0) \int_{t_1^0 + \Delta t_1}^{t_1^0} \phi_i(-\tau) \underline{b}_i \left[\underline{U}^0(\tau) + \Delta \underline{U}(\tau) \right] d\tau + \\
 & + \phi_{i+1}(t_1^0) \int_{t_1^0 + \Delta t_1}^{t_1^0} \phi_{i+1}(-\tau) \underline{b}_{i+1} \left[\underline{U}^0(\tau) + \Delta \underline{U}(\tau) \right] d\tau \quad (3.20)
 \end{aligned}$$

En la hipótesis de pequeñas perturbaciones en el intervalo (t_1, t_1^0) , se tendrá:

$$\Delta \underline{U}(t) \ll \underline{U}^0(t)$$

$$\Delta \underline{X}_i(t) \ll \underline{X}_i^0(t)$$

$$\Delta t_1 \ll T_1^0$$

Teniendo en cuenta además (3.17), la ecuación (3.20) podrá aproximarse como sigue:

$$\begin{aligned} \Delta X_{i+1}(t_1^0) = & \left[\phi_{i+1}(-\Delta t_1) \phi_i^{-1}(-\Delta t_1) - 1 \right] X_i^0(t_1^0) + \Delta X_i(t_1^0) - \\ & - \phi_i(t_1^0) \int_{t_1^0 + \Delta t_1}^{t_1^0} \phi_i(-\tau) \tilde{b}_i \underline{U}^0(\tau) d\tau + \phi_{i+1}(t_1^0) \int_{t_1^0 + \Delta t_1}^{t_1^0} \phi_{i+1}(-\tau) \tilde{b}_{i+1} \underline{U}^0(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (3.21)$$

Por otra parte, si se tiene en cuenta que el vector de generadores es aproximadamente constante en el intervalo (t_1, t_1^0) , podrá escribirse:

$$\underline{U}^0(\tau) = \underline{U}^0(t_1^0)$$

En estas condiciones se tiene:

$$\begin{aligned} \int_a^b \phi_i(-\tau) \tilde{b}_i \underline{U}^0 d\tau &= \left[\int_a^b \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A_1^j}{j!} (-\tau)^j d\tau \right] \tilde{b}_i \underline{U}^0(t_1^0) = \\ &= \phi_i^{-1}(b) \left[\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} A_1^{(j-1)} (b-a)^j \right] \tilde{b}_i \underline{U}^0(t_1^0) \end{aligned}$$

Por consiguiente, la expresión (3.21) deviene:

$$\begin{aligned}
 \Delta X_{i+1}(t_1^0) = & \left[\phi_{i+1}(-\Delta t_1) \phi_i^{-1}(-\Delta t_1) - 1 \right] X_i^0(t_1^0) + \Delta X_i(t_1^0) - \\
 & - \left[\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} A_{i+1}^{(j-1)} (-\Delta t_1)^j \right] b_i U^0(t_1^0) + \\
 & + \left[\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} A_{i+1}^{(j-1)} (-\Delta t_1)^j \right] b_{i+1} U^0(t_1^0) \quad (3.22)
 \end{aligned}$$

Si se efectúa, además, la siguiente aproximación:

$$\phi_{i+1}(-\Delta t_1) \phi_i^{-1}(-\Delta t_1) \approx 1 - A_{i+1} \Delta t_1 + A_i \Delta t_1$$

y se considera que:

$$X_i^0(t_1^0) = X_{i+1}^0(t_1^0)$$

la expresión (3.22) quedará en la forma lineal siguiente:

$$\Delta X_{i+1}(t_1^0) = \left[(A_i - A_{i+1}) X_{i+1}^0(t_1^0) + (b_i - b_{i+1}) U^0(t_1^0) \right] \Delta t_1 + \Delta X_i(t_1^0) \quad (3.23)$$

Teniendo en cuenta (3.19), la expresión (3.23) deviene:

$$\Delta X_{i+1}(t_1^0) = \left[(A_{\sim 1} - A_{\sim 1+1}) X^0(t_1^0) + (b_{\sim 1} - b_{\sim 1+1}) U^0(t_1^0) \right] \Delta t_1 + \\ + \phi_1(T_1^0) \Delta X_{i+1}(t_{(i-1)}^0) + \phi_1(t_1^0) \int_{t_{(-1)}^0}^{t_1^0} \phi_1(-\tau) b_{\sim 1} \Delta U(\tau) d\tau \quad (3.24)$$

En ausencia de perturbaciones de la tensión de entrada ($\Delta U(t)=0$), la ecuación (3.24) quedará finalmente:

$$\Delta X_{i+1}(t_1^0) = \left[(A_{\sim 1} - A_{\sim 1+1}) X^0(t_1^0) + (b_{\sim 1} - b_{\sim 1+1}) U^0(t_1^0) \right] \Delta t_1 + \\ + \phi_1(T_1^0) \Delta X_{i+1}(t_{(i-1)}^0) \quad (3.25)$$

3.2.3.5 Particularización de la recurrencia obtenida en el caso de conducción continua

En el modo de conducción continua el ciclo de conmutación presenta dos subintervalos ($i=1,2$). Por consiguiente, partiendo de la ecuación (3.25) se obtiene de forma recurrente para el ciclo de conmutación k -ésimo:

Para $i=1$

$$\Delta X_{k2}(t_{k1}^0) = \left[(A_{\sim 1} - A_{\sim 2}) X^0(t_1^0) + (b_{\sim 1} - b_{\sim 2}) U^0(t_1^0) \right] \Delta t_{k1} + \\ + \phi_1(T_1^0) \Delta X_{k1}(t_{k0}^0) \quad (3.26)$$

Para $i=2$

$$\begin{aligned} \Delta X_{k3}(t_{k2}^0) &= \left[(A_{\sim 2} - A_{\sim 3}) \underline{X}^0(t_2^0) + (b_{\sim 2} - b_{\sim 3}) \underline{U}^0(t_2^0) \right] \Delta t_{k2} + \\ &+ \phi_2(T_2^0) \Delta X_{k2}(t_{k1}^0) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Teniendo en cuenta que:

$$A_{\sim 3} = A_{\sim 1}$$

$$b_{\sim 3} = b_{\sim 1}$$

$$t_{k0}^0 = t_{(k-1)2}^0$$

$$\Delta X_{k3} = \Delta X_{(k+1)1}$$

y combinando (3.26) y (3.27) tendremos:

$$\begin{aligned} \Delta X_{(k+1)1}(t_{k2}^0) &= \left[(A_{\sim 2} - A_{\sim 1}) \underline{X}^0(t_2^0) + (b_{\sim 2} - b_{\sim 1}) \underline{U}^0(t_2^0) \right] \Delta t_{k2} + \\ &+ \phi_2(T_2^0) \left[(A_{\sim 1} - A_{\sim 2}) \underline{X}^0(t_1^0) + (b_{\sim 1} - b_{\sim 2}) \underline{U}^0(t_1^0) \right] \Delta t_{k1} + \\ &+ \phi_2(T_2^0) \phi_1(T_1^0) \Delta X_{k1}(t_{(k-1)2}^0) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Si se considera el caso de frecuencia fija de conmutación y control de la transición del subintervalo T_{ON} al T_{OFF} , el establecimiento de la correspondencia:

$$T_1 = T_{ON}$$

$$T_2 = T_{OFF}$$

permite escribir:

$$\Delta t_{k2} = 0$$

$$\Delta T_{k1} = \Delta t_{k1} - \Delta t_{k2} = \Delta t_{k1}$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} \Delta X_{(k+1)1}(t_{k2}^0) &= \phi_2(T_{OFF}^0) \left[(A_{\sim 1} - A_{\sim 2}) X_{\sim 1}^0(t_1^0) + (b_{\sim 1} - b_{\sim 2}) U^0(t_1^0) \right] \Delta T_{ONk} + \\ &+ \phi_2(T_{OFF}^0) \phi_1(T_{ON}^0) \Delta X_{k1}(t_{(k-1)2}^0) \end{aligned} \quad (3.29)$$

El modelo lineal descrito por esta ecuación coincide con la recurrencia propuesta por Brown y Middlebrook [31], diferenciándose en los instantes de referencia de los incrementos del vector de estado. En la expresión hallada por estos autores, $\Delta X_{(k+1)1}(t_{k2}^0)$ y $\Delta X_{k1}(t_{(k-1)2}^0)$ corresponden a $\Delta X_1(t_k^0+T)$ y a $\Delta X_1(t_k^0)$ respectivamente.

3.2.3.6 Particularización de la recurrencia obtenida en el caso de conducción discontinua

En el modo de conducción discontinua el ciclo de conmutación presenta tres subintervalos ($i=1,2,3$). Por consiguiente, partiendo de la ecuación (3.25) se obtiene de manera análoga al modo continuo la siguiente relación recurrente:

$$\begin{aligned} \Delta X_{(k+1)1}(t_{k3}^0) &= \left[(A_{\sim 3} - A_{\sim 1}) X_{\sim 1}^0(t_3^0) + (b_{\sim 3} - b_{\sim 1}) U^0(t_3^0) \right] \Delta t_{k3} + \\ &+ \phi_3(T_3^0) \left[(A_{\sim 2} - A_{\sim 3}) X_{\sim 2}^0(t_2^0) + (b_{\sim 2} - b_{\sim 3}) U^0(t_2^0) \right] \Delta t_{k2} + \\ &+ \phi_3(T_3^0) \phi_2(T_2^0) \left[(A_{\sim 1} - A_{\sim 2}) X_{\sim 1}^0(t_1^0) + (b_{\sim 1} - b_{\sim 2}) U^0(t_1^0) \right] \Delta t_{k1} + \\ &+ \phi_3(T_3^0) \phi_2(T_2^0) \phi_1(T_1^0) \Delta X_{k1}(t_{(k-1)3}^0) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Si se considera el caso de frecuencia fija de conmutación y control de la transición del subintervalo T_{ON} al T_{OFF} , el establecimiento de la correspondencia:

$$T_1 = T_{ON}$$

$$T_2 = T_d$$

$$T_3 = T_1$$

permite escribir:

$$\Delta t_{k3} = 0$$

Por consiguiente, la expresión (3.30) deviene:

$$\begin{aligned} \Delta \underline{X}_{(k+1)1}(t_{k3}^0) &= \phi_3(T_1^0) \left[(A_{\sim 2} - A_{\sim 3}) \underline{X}^0(t_2^0) + (b_{\sim 2} - b_{\sim 3}) \underline{U}^0(t_2^0) \right] \Delta T_{dk} + \\ &+ \phi_3(T_1^0) \phi_2(T_d^0) \left[(A_{\sim 1} - A_{\sim 2}) \underline{X}^0(t_1^0) + (b_{\sim 1} - b_{\sim 2}) \underline{U}^0(t_2^0) \right] \Delta T_{ONk} + \\ &+ \phi_3(T_1^0) \phi_2(T_d^0) \phi_1(T_{ON}^0) \Delta \underline{X}_{k1}(t_{(k-1)3}^0) \end{aligned} \quad (3.31)$$

3.2.3.7 Modelo del subsistema de control

El modelo escogido para el subsistema de control se representa en la figura 3.5. En el mismo se explicitan las ecuaciones asociadas al vector de estado $\underline{X}_c(t)$ del subsistema de control, junto a la ecuación determinante del cambio de estructura. El modelo tiene en cuenta la realimentación de estado y la prealimentación de la excitación externa, por lo que las entradas del sistema están constituidas por el vector de referencias $\underline{r}(t)$ y el de excitaciones $\underline{U}(t)$.

La ecuación de control asociada a la determinación de cada uno de los instantes t_{kl} de cambio de estructura será de la forma:

$$h_1(\underline{X}(t_{kl}), \underline{X}_c(t_{kl}), \underline{U}(t_{kl}), \underline{r}(t_{kl}), t_{kl}) = 0 \quad (3.32)$$

donde la función h_i es una función continua con derivada continua respecto a \underline{X} , \underline{X}_c , \underline{U} , \underline{r} , y t_{ki} , que no depende del ciclo de conmutación.

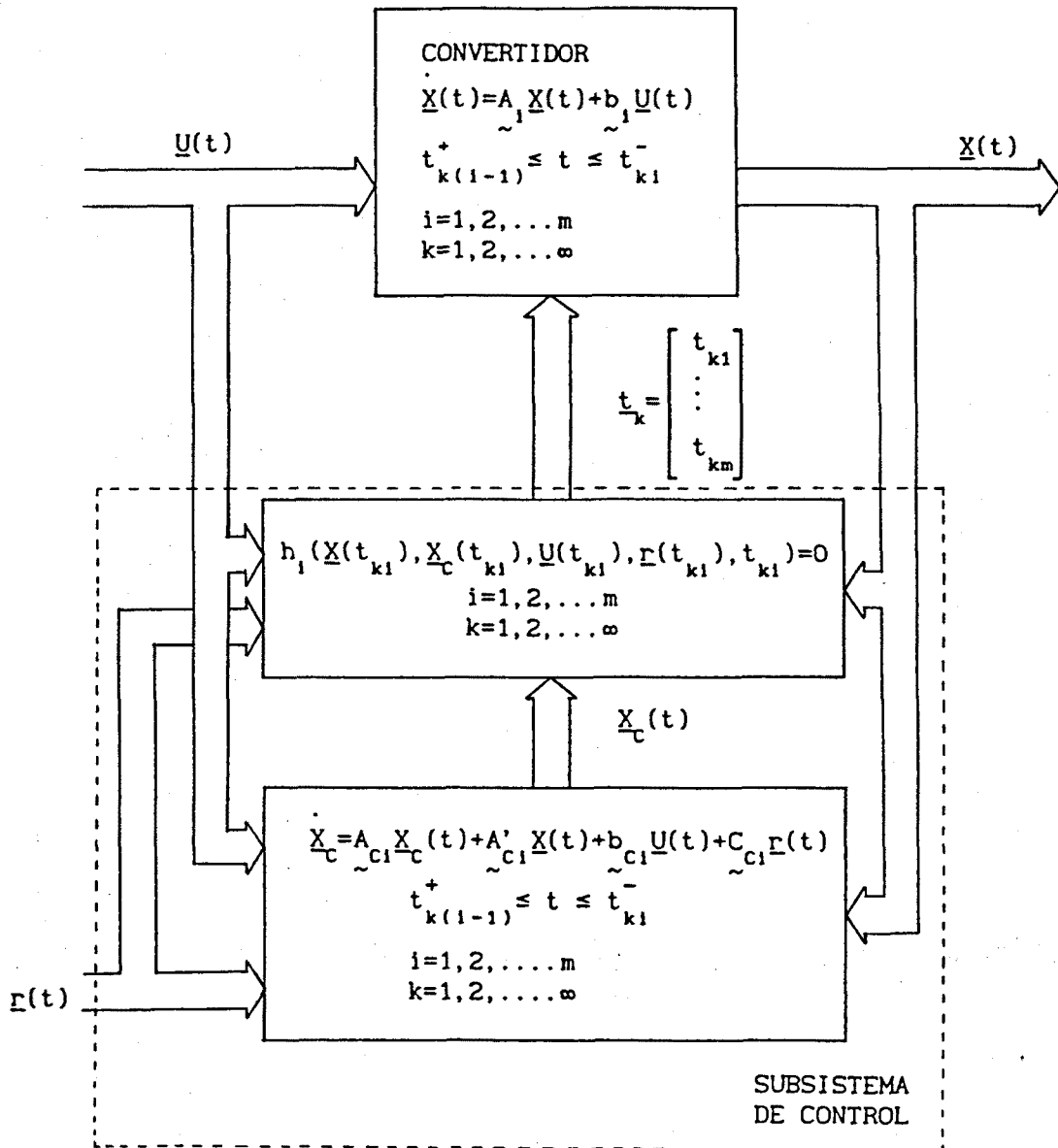


Fig. 3.5 Representación en forma de diagrama de bloques de las ecuaciones descriptivas del regulador. $\underline{X}(t)$ y $\underline{X}_c(t)$ representan respectivamente los vectores de estado del convertidor y del subsistema de control, mientras que $\underline{r}(t)$ y $\underline{U}(t)$ corresponden a los vectores de referencias y de generadores externos.

3.2.3.8 Linealización de la ecuación de control

Si se sustituye en la ecuación de control (3.32) $\underline{X}(t_{k1})$ por $\underline{X}_1(t_{k1})$ y $\underline{X}_C(t_{k1})$ por $\underline{X}_{C1}(t_{k1})$, donde $\underline{X}_1(t)$ es el vector de estado ficticio en el intervalo $(t_{k1}^0 - |\Delta t_{k1}|, t_{k1}^0 + |\Delta t_{k1}|)$ y $\underline{X}_{C1}(t)$ es su análogo respecto a $\underline{X}_C(t)$, se continua verificando:

$$h_1(\underline{X}_1(t_{k1}), \underline{X}_{C1}(t_{k1}), \underline{U}(t_{k1}), \underline{r}(t_{k1}), t_{k1}) = 0 \quad (3.33)$$

ya que

$$\underline{X}_1(t_{k1}) = \underline{X}(t_{k1})$$

y análogamente

$$\underline{X}_{C1}(t_{k1}) = \underline{X}_C(t_{k1})$$

Si, además, se hace la suposición de que las componentes de $\underline{U}(t)$ y $\underline{r}(t)$ son continuas con derivada continua en el intervalo $(t_{k1}^0 - |\Delta t_{k1}|, t_{k1}^0 + |\Delta t_{k1}|)$, se puede linealizar la ecuación (3.33) en torno a los valores en régimen estacionario $\underline{X}_1^0, \underline{X}_{C1}^0, \underline{U}^0, \underline{r}^0$ y t_{k1}^0 , reduciéndola a la forma:

$$h_1(\underline{X}_1^0(t_{k1}^0), \underline{X}_{C1}^0(t_{k1}^0), \underline{U}^0(t_{k1}^0), \underline{r}^0(t_{k1}^0), t_{k1}^0) + \\ H_{X1}^T [\underline{X}_1(t_{k1}) - \underline{X}_1^0(t_{k1}^0)] + H_{X_{C1}}^T [\underline{X}_{C1}(t_{k1}) - \underline{X}_{C1}^0(t_{k1}^0)] + \\ H_{U1}^T [\underline{U}(t_{k1}) - \underline{U}^0(t_{k1}^0)] + H_{r1}^T [\underline{r}(t_{k1}) - \underline{r}^0(t_{k1}^0)] + \frac{\partial h_1}{\partial t_{k1}} \Big|_{(t_{k1}^0 - t_{k1}^0)} = 0 \\ \Big|_{(\underline{X}_1^0, \underline{X}_{C1}^0, \underline{U}^0, \underline{r}^0, t_{k1}^0)} \quad (3.34)$$

donde:

$$h_1(\underline{X}_1^0(t_{k1}^0), \underline{X}_{c1}^0(t_{k1}^0), \underline{U}^0(t_{k1}^0), \underline{r}^0(t_{k1}^0), t_{k1}^0) = 0$$

de acuerdo con (3.33).

Adicionalmente:

$$H_{X1}^T = \frac{\partial h_1}{\partial \underline{X}} \bigg|_{(\underline{X}^0, \underline{X}_c^0, \underline{U}^0, \underline{r}^0, t_{k1}^0)} = \left[\frac{\partial h_1}{\partial X_1}, \dots, \frac{\partial h_1}{\partial X_n} \right]_{(\underline{X}^0, \underline{X}_c^0, \underline{U}^0, \underline{r}^0, t_{k1}^0)}$$

y análogamente:

$$H_{Xc1}^T = \frac{\partial h_1}{\partial \underline{X}_c} \bigg|_{(\underline{X}^0, \underline{X}_c^0, \underline{U}^0, \underline{r}^0, t_{k1}^0)}$$

$$H_{U1}^T = \frac{\partial h_1}{\partial \underline{U}} \bigg|_{(\underline{X}^0, \underline{X}_c^0, \underline{U}^0, \underline{r}^0, t_{k1}^0)}$$

$$H_{r1}^T = \frac{\partial h_1}{\partial \underline{r}} \bigg|_{(\underline{X}^0, \underline{X}_c^0, \underline{U}^0, \underline{r}^0, t_{k1}^0)}$$

De la hipótesis de derivada aproximadamente constante e igual a la de régimen estacionario en el intervalo $(t_{ki}^0 - |\Delta t_{ki}|, t_{ki}^0 + |\Delta t_{ki}|)$, se tendrá:

$$\underline{X}_1(t_{ki}) - \underline{X}_1^0(t_{ki}^0) \approx \Delta \underline{X}_1(t_{ki}^0) + \dot{\underline{X}}_1^0(t_{ki}^0)(t_{ki} - t_{ki}^0)$$

$$\underline{X}_{c1}(t_{ki}) - \underline{X}_{c1}^0(t_{ki}^0) \approx \Delta \underline{X}_{c1}(t_{ki}^0) + \dot{\underline{X}}_{c1}^0(t_{ki}^0)(t_{ki} - t_{ki}^0)$$

$$\underline{U}(t_{ki}) - \underline{U}^0(t_{ki}^0) \approx \Delta \underline{U}(t_{ki}^0) + \dot{\underline{U}}^0(t_{ki}^0)(t_{ki} - t_{ki}^0)$$

$$\underline{r}(t_{ki}) - \underline{r}^0(t_{ki}^0) \approx \Delta \underline{r}(t_{ki}^0) + \dot{\underline{r}}^0(t_{ki}^0)(t_{ki} - t_{ki}^0)$$

Teniendo en cuenta, además, que

$$\Delta t_{ki} = t_{ki} - t_{ki}^0$$

la expresión (3.34) tomará la forma:

$$H_{X1}^T \Delta \underline{X}_1(t_{ki}^0) + H_{X_{c1}}^T \Delta \underline{X}_{c1}(t_{ki}^0) + H_{U1}^T \Delta \underline{U}(t_{ki}^0) + H_{r1}^T \Delta \underline{r}(t_{ki}^0) + H_{T1} \Delta t_{ki} = 0 \quad (3.35)$$

donde:

$$H_{T1} = \frac{dh_1}{dt_{ki}} = \frac{\partial h_1}{\partial \underline{X}} \underline{X}_1 + \frac{\partial h_1}{\partial \underline{X}_c} \underline{X}_{c1} + \frac{\partial h_1}{\partial \underline{U}} \underline{U} + \frac{\partial h_1}{\partial \underline{r}} \underline{r} + \frac{\partial h_1}{\partial t_{ki}} \Big|_{(\underline{X}^0, \underline{X}_c^0, \underline{U}^0, \underline{r}^0, t_{ki}^0)}$$

Despejando Δt_{ki} en (3.35), se obtiene:

$$\Delta t_{ki} = - \frac{1}{H_{T1}} \left[H_{X1}^T \Delta \underline{X}_1(t_{ki}^0) + H_{X_{c1}}^T \Delta \underline{X}_{c1}(t_{ki}^0) + H_{U1}^T \Delta \underline{U}(t_{ki}^0) + H_{r1}^T \Delta \underline{r}(t_{ki}^0) \right] \quad (3.36)$$

3.2.3.9 Vector de estado del regulador

Con objeto de tratar de manera unificada los vectores $\underline{X}(t)$ y $\underline{X}_c(t)$, puede definirse un vector $\underline{X}_R(t)$ como sigue:

$$\underline{X}_R(t) = \begin{bmatrix} \underline{X}(t) \\ \underline{X}_c(t) \end{bmatrix}$$

Dado que sus componentes son las variables de estado del convertidor y del subsistema de control, se le denominará en adelante vector de estado del regulador. Su correspondiente sistema de ecuaciones de estado será:

$$\dot{\underline{X}}_R(t) = \begin{bmatrix} \underline{X}(t) \\ \underline{X}_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_1 & 0 \\ \tilde{A}'_{c1} & \tilde{A}_{c1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{X}(t) \\ \underline{X}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 & 0 \\ \tilde{b}_{c1} & \tilde{C}_{c1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}(t) \\ \underline{r}(t) \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

donde 0 representa la matriz nula.

Denominando

$$\tilde{A}_{R1} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_1 & 0 \\ \tilde{A}'_{c1} & \tilde{A}_{c1} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{b}_{R1} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 & 0 \\ \tilde{b}_{c1} & \tilde{C}_{c1} \end{bmatrix}$$

$$\underline{U}_R(t) = \begin{bmatrix} \underline{U}(t) \\ \underline{r}(t) \end{bmatrix}$$

y suponiendo que tanto $\underline{X}_c(t)$ como $\underline{r}(t)$ admiten respectivamente las mismas aproximaciones que $\underline{X}(t)$ y $\underline{U}(t)$, entonces el modelo desarrollado para $\underline{X}(t)$ será aplicable a $\underline{X}_R(t)$.

Asimismo, la expresión para Δt_{k1} quedaría:

$$\Delta t_{k1} = - \frac{1}{H_{T1}} \left[H_{X_R1}^T \Delta X_R(t_{k1}^0) + H_{U_R1}^T \Delta U_R(t_{k1}^0) \right] \quad (3.38)$$

con

$$H_{X_R1}^T = \left[H_{X1}^T, H_{X_C1}^T \right]$$

y

$$H_{U_R1}^T = \left[H_{U1}^T, H_{r1}^T \right]$$

Finalmente, hay que señalar que, en la ausencia de elementos almacenadores de energía en el subsistema de control, $\underline{X}_c(t)$ no existirá y $\underline{X}_R(t)$ coincidirá con $\underline{X}(t)$.

3.2.3.10 Obtención de $\phi(T)$

Si se expresan las recurrencias (3.23) y (3.19) en términos de las matrices y vectores correspondientes a las ecuaciones del regulador, se tendrá:

$$\Delta X_{R(1+1)}(t_1^0) = \left[(A_{R1} \quad -A_{R(1+1)}) X_R^0(t_1^0) + (b_{R1} \quad -b_{R(1+1)}) U_R^0(t_1^0) \right] \Delta t_1 + \Delta X_{R1}(t_1^0)$$

$$\Delta X_{R1}(t_1^0) = \phi_{R1}(T_1^0) \Delta X_{R1}(t_{(1-1)}^0) + \phi_{R1}(t_1^0) \int_{t_{(1-1)}^0}^{t_1^0} \phi_{R1}(-\tau) b_{R1} \Delta U_R(\tau) d\tau$$

Sustituyendo la ecuación (3.6) en esta recurrencia, quedará:

$$\Delta \underline{X}_{R(1+1)}(t_1^0) = \left[1 - \frac{\left[\begin{matrix} (A_{\sim R1} & -A_{\sim R(1+1)}) \underline{X}_R^0(t_1^0) + (b_{\sim R1} & -b_{\sim R(1+1)}) \underline{U}_R^0(t_1^0) \end{matrix} \right] H_{X_{R1}}^T}{H_{T1}} \right]$$

$$\Delta \underline{X}_{R1}(t_1^0) - \frac{\left[\begin{matrix} (A_{\sim R1} & -A_{\sim R(1+1)}) \underline{X}_R^0(t_1^0) + (b_{\sim R1} & -b_{\sim R(1+1)}) \underline{U}_R^0(t_1^0) \end{matrix} \right] H_{U_{R1}}^T}{H_{T1}} \Delta \underline{U}_R(t_1^0)$$

$$\Delta \underline{X}_{R1}(t_1^0) = \phi_{R1}(T_1^0) \Delta \underline{X}_{R1}(t_{(1-1)}^0) + \phi_{R1}(t_1^0) \int_{t_{(1-1)}^0}^{t_1^0} \phi_{R1}(-\tau) b_{\sim R1} \Delta \underline{U}_R(\tau) d\tau$$

De manera conjunta:

$$\begin{aligned} \Delta \underline{X}_{R(1+1)}(t_1^0) &= \left[1 - \frac{M_1 H_{X_{R1}}^T}{H_{T1}} \right] \phi_{R1}(T_1^0) \Delta \underline{X}_{R1}(t_{(1-1)}^0) + \\ &+ \left[1 - \frac{M_1 H_{X_{R1}}^T}{H_{T1}} \right] \phi_{R1}(t_1^0) \int_{t_{(1-1)}^0}^{t_1^0} \phi_{R1}(-\tau) b_{\sim R1} \Delta \underline{U}_R(\tau) d\tau - \\ &- \frac{M_1 H_{U_{R1}}^T}{H_{T1}} \Delta \underline{U}_R(t_{k1}^0) \end{aligned} \quad (3.39)$$

donde

$$\underline{M}_1 = (\underline{A}_{R1} - \underline{A}_{R(1+1)}) \underline{X}_R^0(t_1^0) + (\underline{b}_{R1} - \underline{b}_{R(1+1)}) \underline{U}_R^0(t_1^0) \quad (3.40)$$

Suponiendo variaciones nulas en los generadores externos y en las referencias, la expresión (3.39) deviene:

$$\Delta \underline{X}_{R(1+1)}(t_1^0) = \left[\underset{\sim}{1} - \frac{\underline{M}_1 \underline{H}_{X_{R1}}^T}{\underline{H}_{T1}} \right] \phi_{R1}(T_1^0) \Delta \underline{X}_{R1}(t_{(1-1)}^0) \quad (3.41)$$

Teniendo en cuenta (3.1) y (3.41), la matriz de transición de estado $\phi_{Rk}(T)$ vendrá expresada por:

$$\phi_{Rk}(T) = \prod_{i=1}^m \left\{ \underset{\sim}{1} - \frac{\underline{M}_1 \underline{H}_{X_{R1}}^T}{\underline{H}_{T1}} \right\} \phi_{R1}(T_1^0) \quad (3.42)$$

donde m es el número de subintervalos por ciclo de conmutación y el producto $\prod_{i=1}^m$ se efectúa colocando los factores de derecha a izquierda en sentido creciente para i .

3.2.4 Particularización de $\phi(T)$ en el modo de conducción continua, frecuencia constante de conmutación e inexistencia de elementos dinámicos en el subsistema de control

Si no existen elementos dinámicos en el subsistema de control, el vector de estado del regulador coincidirá con el del convertidor, por lo que en lo sucesivo se omitirá el subíndice en las expresiones pertinentes. Por otra parte, en el modo de conducción continua el ciclo de conmutación presenta dos subintervalos ($i=1,2$). Por consiguiente, partiendo de la ecuación

(3.42) se obtiene:

$$\phi(T) = \left\{ 1 - \frac{\left[(A_{\sim 2} - A_{\sim 3}) \underline{X}^0(t_2^0) + (b_{\sim 2} - b_{\sim 3}) \underline{U}(t_2^0) \right] H_{x2}^T}{H_{T2}} \right\} \phi_2(T_2^0).$$

$$\left\{ 1 - \frac{\left[(A_{\sim 1} - A_{\sim 2}) \underline{X}^0(t_1^0) + (b_{\sim 1} - b_{\sim 2}) \underline{U}(t_1^0) \right] H_{x1}^T}{H_{T1}} \right\} \phi_1(T_1^0) \quad (3.43)$$

donde

$$A_{\sim 3} = A_{\sim 1}$$

$$b_{\sim 3} = b_{\sim 1}$$

Si se considera el caso de frecuencia fija de conmutación y control de la transición del subintervalo T_{ON} al T_{OFF} , el establecimiento de la correspondencia

$$T_1 = T_{ON}$$

$$T_2 = T_{OFF}$$

permite escribir:

$$\Delta t_{k2} = 0$$

para cualquier valor $\Delta \underline{X}_2(t_2^0)$ que significa que la matriz H_{x2}^T es nula según la expresión (3.36).

Por tanto, la expresión (3.43) quedará finalmente:

$$\phi(T) = \phi_2(T_{OFF}^0) \left\{ 1 - \frac{\left[(A_{\sim 1} - A_{\sim 2}) \underline{X}^0(t_1^0) + (b_{\sim 1} - b_{\sim 2}) \underline{U}(t_1^0) \right] H_{X1}^T}{H_{T1}} \right\} \phi_1(T_{ON}^0) \quad (3.47)$$

3.2.4.1 Aplicación al análisis de un convertidor "buck" con control del valor máximo de la corriente del inductor

Se obtendrá a continuación la matriz de transición de estado correspondiente a un convertidor "buck" que incorpora un lazo de control de corriente, caracterizado por el establecimiento de la transición de T_{ON} a T_{OFF} cuando el valor máximo de la corriente del inductor alcanza un valor de referencia.

El convertidor "buck" (Fig. 3.6) suministra a la carga una tensión inferior a la tensión de la fuente.

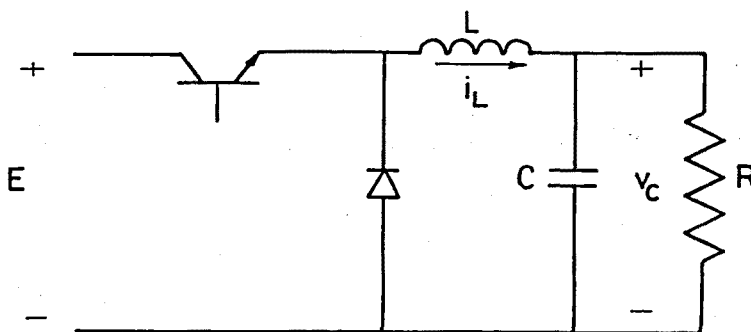


Fig. 3.6 Convertidor "buck".

Las configuraciones de los circuitos equivalentes correspondientes al modo de conducción continua se representan en la figura 3.7

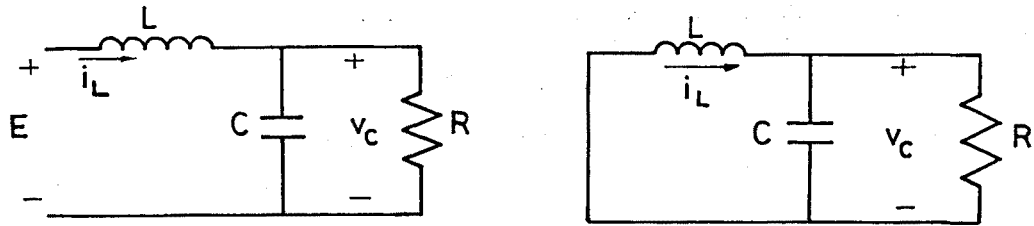


Fig. 3.7 Configuraciones circuitales correspondientes al convertidor "buck". Modo de conducción continua.

Denominando al vector de estado \underline{X} :

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix}$$

se tendrá :

$$\tilde{A}_1 = \tilde{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad \tilde{b}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(3.48)

Por otra parte, en la ecuación de control:

$$i_L(t_{k1}) - i_{Mref} = 0$$

H_{X1}^T y H_{T1} serán respectivamente:

$$H_{X1}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_{T1} = \frac{D'E}{L}$$

donde

$$D' = 1-D$$

siendo D el ciclo de trabajo en régimen estacionario, definido de la forma siguiente:

$$D = \frac{T_{ON}^0}{T}$$

y donde se ha considerado:

$$\underline{U}^0(t_1^0) = E$$

$$i_L(t_1^0) = i_m + \frac{E-V_0}{L} T_{ON}^0$$

$V_0 = DE$, relación entre valores medios de entrada y de salida de un convertidor "buck".

Al ser $A_1 = A_2$, la expresión (3.47) deviene:

$$\phi(T) = \phi_2(T_{OFF}^0) \left\{ 1 - \frac{(b_{\sim 1} - b_{\sim 2}) E H_{X1}^T}{H_{T1}} \right\} \phi_1(T_{ON}^0) \quad (3.49)$$

Además:

$$(b_{\sim 1} - b_{\sim 2}) E H_{X1}^T = \begin{bmatrix} E & 0 \\ \bar{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Por consiguiente:

$$\tilde{1} - \frac{(b_1 - b_2) E H_{x1}^T}{H_{T1}} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{D'} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Por otra parte, $\phi_2(T_{OFF}^0)$ y $\phi_1(T_{ON}^0)$ podrán aproximarse como sigue:

$$\phi_2(T_{OFF}^0) \approx \tilde{1} + A_2 T_{OFF}^0 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{D'T}{L} \\ \frac{D'T}{C} & 1 - \frac{D'T}{RC} \end{bmatrix}$$

$$\phi_1(T_{ON}^0) \approx \tilde{1} + A_1 T_{ON}^0 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{DT}{L} \\ \frac{DT}{C} & 1 - \frac{DT}{RC} \end{bmatrix}$$

La expresión de $\phi(T)$ será, por tanto :

$$\begin{aligned} \phi(T) &= \begin{bmatrix} 1 & -\frac{D'T}{L} \\ \frac{D'T}{C} & 1 - \frac{D'T}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{D}{D'} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{DT}{L} \\ \frac{D}{C} & 1 - \frac{DT}{RC} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{D}{D'} - \frac{DD'T^2}{LC} & \frac{D^2T}{D'L} - \frac{D'T}{L} + \frac{DD'T^2}{RCL} \\ -\frac{DD'T^2}{RC^2} & 1 - \frac{T}{RC} + \frac{DD'T^2}{(RC)^2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que las frecuencias naturales del convertidor son mucho menores que la frecuencia de conmutación, la matriz de transición de estado $\phi(T)$ deviene:

$$\phi(T) = \begin{bmatrix} D & DT - T \\ -\frac{D}{D'} & \frac{DT}{D'L} - \frac{T}{L} \\ -\frac{DD'T^2}{RC^2} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

3.2.4.2 Interpretación geométrica

La matriz de transición de estado $\phi(T)$ relaciona los valores incrementales del vector de estado al principio y al final del periodo de conmutación.

$$\Delta \underline{X}(t_{kC}) = \phi(T) \Delta \underline{X}(t_{(k-1)C})$$

con

$$\Delta \underline{X}(t_{kC}) = \begin{bmatrix} \Delta i_L(t_{kC}) \\ \Delta v_C(t_{kC}) \end{bmatrix}$$

y

$$\Delta \underline{X}(t_{(k-1)C}) = \begin{bmatrix} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) \\ \Delta v_C(t_{(k-1)C}) \end{bmatrix}$$

a) Obtención de $\Delta i_L(t_{kC})$

La Figura 3.8 muestra el rizado de las variables i_L y v_C durante un periodo de conmutación. La línea continua corresponde al régimen estacionario, mientras que la línea discontinua representa el régimen perturbado.

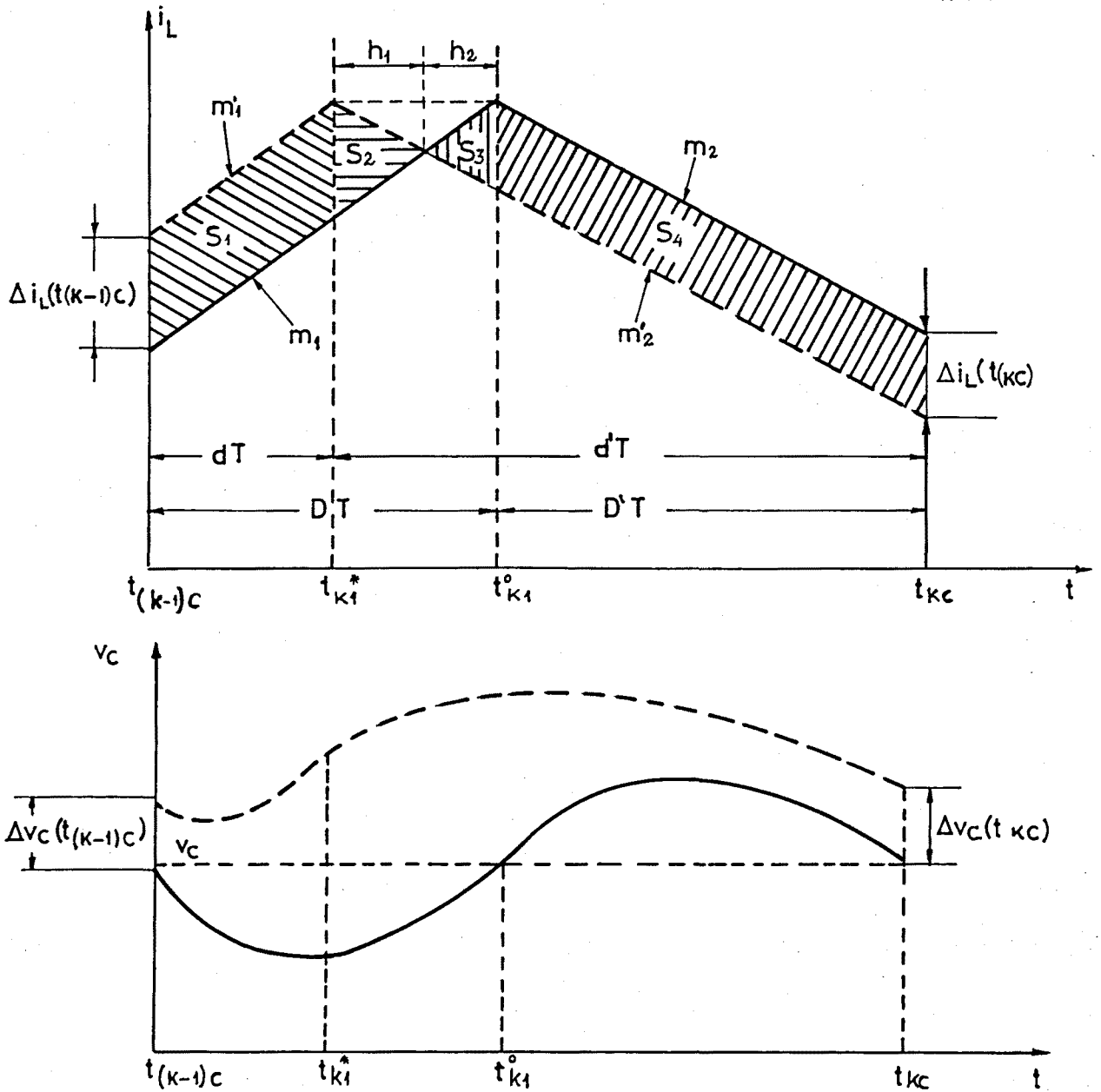


Fig. 3.8 Rizados de i_L y v_c en régimen permanente y perturbado.

Se considerará en cada subintervalo el efecto producido por los incrementos de corriente y tensión presentes en el inicio del mismo.

Del análisis de la Figura 3.8 se desprende:

$$\Delta i_{L_{kC}}(t_{kC}) = \Delta i_{L_{(k-1)C}}(t_{(k-1)C}) + (m'_1 + m'_2) dT - m'_1 T \quad (3.51)$$

Además:

$$dT = \frac{m_1}{m'_1} DT - \frac{\Delta i_{L_{(k-1)C}}(t_{(k-1)C})}{m'_1} \quad (3.52)$$

donde

$$\frac{m_1}{m'_1} = \frac{E - V_0}{E - V_0 - \Delta v_c(t_{(k-1)C})} \quad (3.53)$$

$$\frac{1}{m'_1} = \frac{L}{E - V_0 - \Delta v_c(t_{(k-1)C})} \quad (3.54)$$

$$\text{con } V_0 = V_c \quad (3.55)$$

Aproximando (3.53) y (3.54) por el primer término del desarrollo en serie de Taylor, se tendrá

$$\frac{m_1}{m'_1} \approx 1 + \frac{1}{E - V_0} \Delta v_c(t_{(k-1)C}) \quad (3.56)$$

$$\frac{1}{m'_1} \approx \frac{L}{E - V_0} + \frac{L}{(E - V_0)^2} \Delta v_c(t_{(k-1)C}) \quad (3.57)$$

Sustituyendo (3.56) y (3.57) en (3.52), y despreciando los infinitésimos de orden superior a uno, se obtiene:

$$dT = DT + \frac{DT}{E - V_0} \Delta v_c(t_{(k-1)C}) - \frac{L}{E - V_0} \Delta i_{L_{(k-1)C}}(t_{(k-1)C}) \quad (3.58)$$

Introduciendo (3.58) en (3.51) se tendrá:

$$\Delta i_L(t_{kC}) = -m'_2 \frac{L}{E-V_0} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) + m'_2 \frac{DT}{E-V_0} \Delta v_C(t_{(k-1)C}) + \frac{E-V_0}{L} DT - m'_2 D'T \quad (3.59)$$

Por otra parte, la pendiente m'_2 vendrá dada por:

$$m'_2 = \frac{V_0 + \Delta v_C(t_k)}{L} \quad (3.60)$$

con

$$\Delta v_C(t_k^*) = \Delta v_C(t_{(k-1)C}) + \frac{1}{C} \int_0^{dT} \Delta i_C(\lambda) d\lambda \quad (3.61)$$

donde

$$\Delta i_C(t) \approx \Delta i_L(t) - \frac{\Delta v_C(t_{(k-1)C})}{R} \quad (3.62)$$

En consecuencia:

$$\int_0^{dT} \Delta i_C(\lambda) d\lambda = S_1 - \frac{\Delta v_C(t_{(k-1)C})}{R} \quad (3.63)$$

donde S_1 es el área del mismo nombre, especificada en la figura 3.8. Así:

$$S_1 = \frac{\Delta i_L(t_{(k-1)C}) + \Delta i_L(t_k^*)}{2} dT \quad (3.64)$$

De la misma figura:

$$\Delta i_L(t_k^*) = \Delta i_L(t_{(k-1)C}) + (m'_1 - m_1) dT = \Delta i_L(t_{(k-1)C}) - \frac{\Delta v_C(t_{(k-1)C})}{L} dT \quad (3.65)$$

Teniendo en cuenta la aproximación (3.58), y despreciando los infinitésimos de orden superior al primero, la expresión (3.65) deviene:

$$\Delta i_L(t_k^*) \approx \Delta i_L(t_{(k-1)C}) - \frac{DT}{L} \Delta v_C(t_{(k-1)C}) \quad (3.66)$$

Por consiguiente, el área S_1 quedará expresada como sigue:

$$S_1 = \Delta i_L(t_{(k-1)C}) DT - \frac{(DT)^2}{2L} \Delta v_C(t_{(k-1)C}) \quad (3.67)$$

De (3.67), (3.63) y (3.61) se deriva finalmente:

$$\Delta v_C(t_k^*) = \frac{DT}{C} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) + \Delta v_C(t_{(k-1)C}) \left[1 - \frac{(DT)^2}{2LC} - \frac{DT}{RC} \right] \quad (3.68)$$

expresión que puede simplificarse como se muestra a continuación, si se considera que las frecuencias naturales son considerablemente menores que la frecuencia de conmutación.

$$\Delta v_C(t_k^*) = \frac{DT}{C} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) + \Delta v_C(t_{(k-1)C}) \quad (3.69)$$

De (3.60) y (3.69) se desprende:

$$m'_2 = \frac{V_0}{L} + \frac{\Delta v_C(t_{(k-1)C})}{L} + \frac{DT}{LC} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) \quad (3.70)$$

Introduciendo (3.70) en (3.59), y despreciando los infinitésimos de orden superior a uno, se obtiene:

$$\Delta i_L(t_{kC}) = \Delta i_L(t_{(k-1)C}) D \left[-\frac{1}{D'} - \frac{D'T^2}{LC} \right] + \Delta v_C(t_{(k-1)C}) \left[\frac{DT}{D'L} - \frac{T}{L} \right]$$

Teniendo en cuenta que las frecuencias naturales son mucho menores que las de conmutación, la expresión anterior deviene:

$$\Delta i_L(t_{kC}) = \Delta i_L(t_{(k-1)C}) \left[-\frac{D}{D'} \right] + \Delta v_C(t_{(k-1)C}) \left[\frac{DT}{D'L} - \frac{T}{L} \right] \quad (3.71)$$

Si se expresa $\phi(T)$ de la forma:

$$\phi(T) = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{11} & \phi_{12} \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

de la expresión (3.71) se infiere

$$\phi_{11} = -\frac{D}{D'}$$

$$\phi_{12} = \frac{DT}{D'L} - \frac{T}{L}$$

resultados que coinciden con los derivados a partir del cálculo matricial de $\phi(T)$.

b) Obtención de $\Delta v_C(t_{kC})$

El incremento de tensión en el condensador al final del ciclo se obtendrá de la siguiente forma:

$$\Delta v_C(t_{kC}) = \Delta v_C(t_k^*) + \frac{1}{C} \int_0^{d'T} \Delta i_C(\lambda) d\lambda \quad (3.73)$$

donde

$$\Delta i_C(t) = \Delta i_L(t) - \Delta i_R(t) \quad (3.74)$$

A su vez,

$$\Delta i_R(t) \approx \frac{\Delta v_C(t_k^*)}{R} + \frac{\Delta v_C(t_{(k-1)C})}{R} + \frac{DT}{RC} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) \quad (3.75)$$

Por consiguiente:

$$\frac{1}{C} \int_0^{d'T} \Delta i_C(\lambda) d\lambda = \frac{1}{C} \left[S_2 - S_3 - S_4 - \Delta i_R(t) d'T \right] \quad (3.76)$$

donde S_2 , S_3 y S_4 son las áreas indicadas en la figura 3.7, cuyas expresiones respectivas son:

$$S_2 = \frac{\Delta i_L(t_k^*)}{2} h_1 \quad (3.77)$$

$$S_3 = - \frac{\Delta i_L(t_k^0)}{2} h_2 \quad (3.78)$$

$$S_4 = - \frac{\Delta i_L(t_{kC}) + \Delta i_L(t_k^0)}{2} D'T \quad (3.79)$$

Por otra parte:

$$\Delta i_L(t_k^0) = -m_2'(DT-dT) \quad (3.80)$$

$$\Delta i_L(t_k^*) = (m_1+m_2') h_1 \quad (3.81)$$

$$h_2 = DT-dT-h_1 \quad (3.82)$$

donde

$$m_1+m_2' = \frac{E+\Delta v_c(t_k^*)}{L}$$

Sustituyendo (3.69) en la anterior expresión se obtiene:

$$m_1+m_2' = \frac{E}{L} + \frac{DT}{LC} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) + \frac{\Delta v_c(t_{(k-1)C})}{L} \quad (3.83)$$

Teniendo en cuenta (3.58) y (3.60), la expresión (3.80) deviene:

$$\Delta i_L(t_k^0) = - \frac{V_0 + \Delta v_c(t_k^*)}{L} \left[\frac{L}{E-V_0} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) - \frac{DT}{E-V_0} \Delta v_c(t_{(k-1)C}) \right] \quad (3.84)$$

Introduciendo la expresión (3.69) en (3.84), y, despreciando los infinitésimos de orden superior a uno, se obtiene:

$$\begin{aligned} \Delta i_L(t_k^0) &= - \frac{V_0}{E-V_0} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) + \frac{V_0 DT}{L(E-V_0)} \Delta v_c(t_{(k-1)C}) = \\ &= - \frac{D}{D'} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) + \frac{D^2 T}{D' L} \Delta v_c(t_{(k-1)C}) \end{aligned} \quad (3.85)$$

De (3.66), (3.81) y (3.83) se desprende:

$$h_1 = \frac{\Delta i_L(t_{(k-1)C}) - \frac{DT}{L} \Delta v_C(t_{(k-1)C})}{\frac{E}{L} + \frac{DT}{LC} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) + \frac{\Delta v_C(t_{(k-1)C})}{L}} \quad (3.86)$$

Desarrollando en serie de Taylor (3.86) y despreciando los infinitésimos de orden superior a uno, se llega a la siguiente expresión:

$$h_1 \approx \frac{L}{E} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) - \frac{DT}{E} \Delta v_C(t_{(k-1)C}) \quad (3.87)$$

A su vez, de (3.82) y (3.87) se deriva:

$$h_2 = \frac{DL}{D'E} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) - \frac{D^2T}{D'E} \Delta v_C(t_{(k-1)C}) = \frac{D}{D'} h_1 \quad (3.88)$$

Así, las áreas S_2 y S_3 vendrán expresadas por:

$$S_2 = \left[\Delta i_L(t_{(k-1)C}) - \frac{DT}{L} \Delta v_C(t_{(k-1)C}) \right] \cdot \left[\frac{L}{2E} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) - \frac{DT}{2E} \Delta v_C(t_{(k-1)C}) \right] \quad (3.89)$$

$$S_3 = \left[\frac{D}{D'} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) - \frac{D^2T}{D'L} \Delta v_C(t_{(k-1)C}) \right] \frac{D}{2D'} \cdot \left[\frac{L}{E} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) - \frac{DT}{E} \Delta v_C(t_{(k-1)C}) \right] \quad (3.90)$$

Despreciando los infinitésimos de orden superior a uno, podrá escribirse:

$$S_2 \approx 0 \quad (3.91)$$

$$S_3 \approx 0 \quad (3.92)$$

De (3.77), (3.85) y (3.71) se desprende:

$$S_4 = DT \Delta i_L(t_{(k-1)C}) - \Delta v_C(t_{(k-1)C}) \left[\frac{DT^2}{2L} - \frac{D'T^2}{2L} + \frac{D^2T^2}{2L} \right] \quad (3.93)$$

Teniendo en cuenta (3.91), (3.92) y (3.93), la integral (3.76) quedará:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} \int_0^{d'T} \Delta i_C(\lambda) d\lambda = & - \frac{DT}{C} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) + \\ & + \frac{T^2}{2CL} (D-D'+D^2) \Delta v_C(t_{(k-1)C}) - \frac{d'T}{C} \Delta i_R(t) \end{aligned} \quad (3.94)$$

De (3.58), (3.73), (3.75) y (3.94) se deriva:

$$\begin{aligned} \Delta v_C(t_{kC}) = \Delta v_C(t_{(k-1)C}) \left[1 + \frac{T^2}{2CL} (D-D'+D^2) - \frac{D'T}{RC} \right] + \\ + \Delta i_L(t_{(k-1)C}) \left[- \frac{DD'T^2}{RC^2} \right] \end{aligned} \quad (3.95)$$

Considerando que las frecuencias naturales son mucho menores que las frecuencias de conmutación, (3.95) deviene finalmente:

$$\Delta v_C(t_{kC}) = - \frac{DD'T^2}{RC^2} \Delta i_L(t_{(k-1)C}) + \Delta v_C(t_{(k-1)C}) \quad (3.96)$$

Por consiguiente:

$$\phi_{21} = - \frac{DD'T^2}{RC^2}$$

$$\phi_{22} = 1$$

resultados que coinciden con los derivados a partir del cálculo matricial de $\phi(T)$.

En este ejemplo se ha puesto también de manifiesto la complejidad de la aproximación geométrica frente a la simplicidad del método sistemático de base matricial que hemos formulado en este capítulo.

3.2.5 Particularización de $\phi(T)$ en modo de conducción discontinua, frecuencia fija y tiempo constante de conducción

El modelo discreto desarrollado en este trabajo puede aplicarse con otros tipos de control diferentes al de corriente, sin más que escoger adecuadamente las ecuaciones que gobiernan cada uno de los cambios de subintervalo dentro del ciclo de conmutación.

Por otra parte, con objeto de contrastar nuestro modelo con otros ya existentes, se particularizarán las ecuaciones de cambio de subintervalo a las condiciones del cálculo de $\phi(T)$ efectuado por Lee [37].

En este caso, se obtendrá la matriz de transición de estado correspondiente al modo de conducción discontinua (Fig. 3.9) de un convertidor que opera a frecuencia fija, con tiempo constante de conducción. La matriz de transición de estado se definirá como sigue:

$$\Delta X_{k2}(t_{k1}^0) = \phi(T) \Delta X_{(k-1)2}(t_{(k-1)1}^0) \quad (3.97)$$

Las ecuaciones de control para el cambio de subintervalo en régimen estacionario son las que a continuación se detallan.

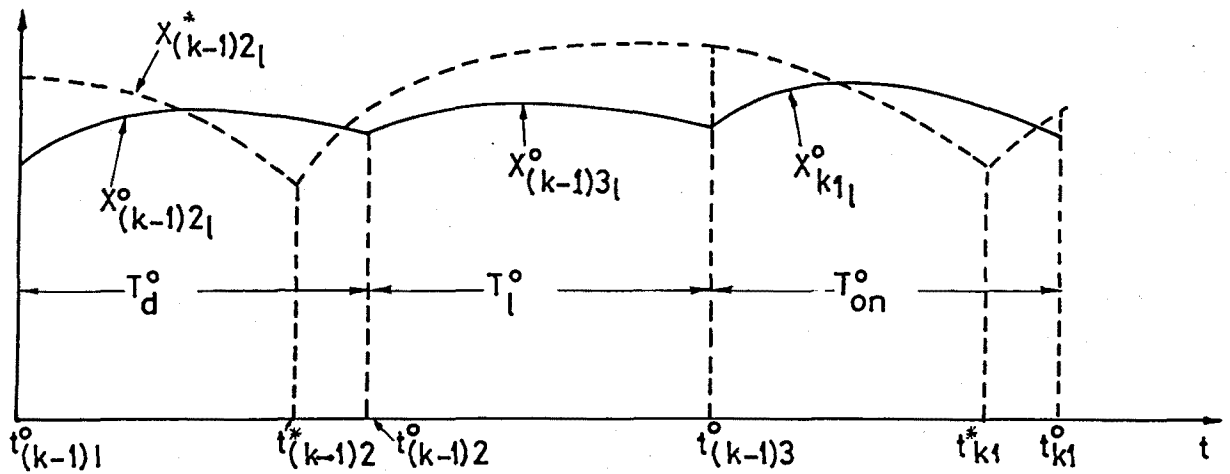


Fig. 3.9 Evolución de la componente 1-ésima del vector de estado. Caso de conducción discontinua y frecuencia fija de conmutación.

En la transición de T_d a T_l , el cambio de subintervalo se produce en $t_{(k-1)2}$ cuando:

$$H_{X2}^T X_{-2}(t_{(k-1)2}) = 0 \quad (3.98)$$

La expresión incremental correspondiente será de la forma:

$$H_{X2}^T \Delta X_{-2}(t_{(k-1)2}) + H_{T2} \Delta t_{(k-1)2} = 0 \quad (3.99)$$

De (3.99) y (3.36) se desprende:

$$H_{U2}^T = 0 \quad (3.100)$$

$$H_{r2}^T = 0 \quad (3.101)$$

Por otra parte, H_{T2} vendrá expresado por :

$$H_{T2} = \left. \frac{\partial h_2}{\partial \underline{X}} \right|_{(\underline{X}_2^0, t_{(k-1)2}^0)} \cdot \dot{\underline{X}}_2 \Big|_{(\underline{X}_2^0, U^0, t_{(k-1)2}^0)} = H_{X2}^T \left[\underline{A} \underline{X}_2^0(t_{(k-1)2}^0 + \underline{b} U^0 \right] \quad (3.102)$$

En el paso T_1^0 a T_{ON}^0 , el cambio de subintervalo se produce en $t_{(k-1)3}^0$ cuya relación con el periodo de conmutación T es la siguiente:

$$t_{(k-1)3}^0 - (T + t_{(k-1)0}^0) = 0 \quad (3.103)$$

De (3.103) se deriva:

$$H_{T3} = 1 \quad (3.104)$$

$$H_{X3}^T = 0 \quad (3.105)$$

$$H_{U3}^T = 0 \quad (3.106)$$

Finalmente, la transición de T_{ON}^0 a T_d^0 se producirá en t_{k1}^0 al cumplirse la relación:

$$t_{k1}^0 - (t_{(k-1)3}^0 + T_{ON}^0) = 0 \quad (3.107)$$

De forma equivalente:

$$t_{k1}^0 - (t_{k0}^0 + T_{ON}^0) = 0 \quad (3.108)$$

De (3.108) se desprende:

$$H_{T1} = 1 \quad (3.109)$$

$$H_{X1}^T = 0 \quad (3.110)$$

$$H_{U1}^T = 0 \quad (3.111)$$

La introducción de los conjuntos de expresiones (3.100)-(3.101), (3.104)-(3.106) y (3.109)-(3.111) en la expresión (3.42), particularizada en el caso del vector de estado del convertidor, conduce a la siguiente formulación de la matriz de transición de estado:

$$\phi(T) = \phi_1(T_{ON}^0) \phi_3(T_1^0) \left\{ 1 - \frac{\left[(A_{\sim 2}^T - A_{\sim 3}^T) \underline{X}^0(t_2^0) + (b_{\sim 2} - b_{\sim 3}) \underline{U}^0 \right] H_{X2}^T}{H_{X2}^T \left[(A_{\sim 2} \underline{X}^0(t_2^0) + b_{\sim 2} \underline{U}^0) \right]} \right\} \phi_2(T_D^0) \quad (3.112)$$

3.2.5.1 Comparación con la técnica de modelación basada en la respuesta impulsional discreta

La técnica de la respuesta impulsional discreta para modelación y análisis de convertidores fue propuesta por Prajoux y su equipo, y aplicada inicialmente [35] a la modelación y al análisis de una etapa "boost" en modo de conducción discontinua. Posteriormente Lee et al. [37] extendieron el procedimiento al análisis de las tres formas elementales en ambos modos de conducción. Este método ha sido también aplicado recientemente en la modelación de convertidores complejos, tales como el convertidor de Ćuk en ambos modos de conducción [38]-[39]. En todos los casos, el control se realizaba con un modulador de anchura de pulso (PWM).

El método se basa en el cálculo de la evolución del vector de estado de la etapa de potencia a lo largo de un ciclo completo, teniendo en cuenta las diferentes estructuras de la misma. Caracterizada de esta forma la trayectoria del vector de estado entre dos instantes de discretización sucesivos, la posterior hipótesis de pequeña señal permite linealizar el funcionamiento del sistema en un entorno del punto de trabajo correspondiente al régimen estacionario.

Para establecer la comparación entre el modelo discreto linealizado desarrollado en este trabajo y el modelo discreto basado en la respuesta impulsional, se revisarán las expresiones de las matrices de transición de estado correspondientes a cada uno de los métodos.

Así, la expresión de $\phi(T)$ basada en la respuesta impulsional discreta sería para el modo de conducción discontinua [37]:

$$\phi(T) = \phi_1(T_{ON}^0)\phi_3(T_1^0).$$

$$\left\{ 1 - \frac{\left[\begin{matrix} (A_{\sim 2} - A_{\sim 3}) \underline{X}_{(k-1)2}^* & (t_{(k-1)2}^0) + (b_{\sim 2} - b_{\sim 3}) \underline{U}^0 \end{matrix} \right] H_{X(k-1)2}^T}{H_{X2}^T \left[\begin{matrix} A_{\sim 2} \underline{X}_{(k-1)2}^* & (t_{(k-1)2}^0) + b_{\sim 2} \underline{U}^0 \end{matrix} \right]} \right\} \phi_2(T_d^0) \quad (3.113)$$

La comparación de (3.113) con la expresión (3.112), desarrollada en este trabajo pone de manifiesto una ligera diferencia entre ambas: el vector de estado en el instante $t_{(k-1)2}^0$, que en la primera expresión aparece en régimen estacionario y en la segunda en régimen perturbado.

Sin embargo, si se considera la hipótesis de pequeña señal, de manera que:

$$\underline{X}_{(k-1)2}^* (t_{(k-1)2}^0) \approx \underline{X}_{(k-1)2}^0 (t_{(k-1)2}^0) = \underline{X}_2^0 (t_2^0) \quad (3.114)$$

ambas expresiones son idénticas.

3.3 CONSIDERACIONES SOBRE LA ESTABILIDAD GLOBAL DEL SISTEMA

El modelo discreto desarrollado en este capítulo ha permitido la obtención de la matriz de transición de estado del sistema, tal como se expresa en la formulación (3.42).

Dado que dicha formulación permite incorporar la influencia del lazo de realimentación de corriente, del de tensión de salida y de otras posibles variables, puede efectuarse el estudio de la estabilidad global del sistema a partir del análisis de la ecuación característica.

$$\det \left| \underset{\sim}{Z_1} - \phi(T) \right| = 0 \quad (3.115)$$

siendo la condición necesaria y suficiente de estabilidad que el módulo de las raíces de dicha ecuación sea menor que la unidad, es decir:

$$\left| z_1 \right| < 1 \quad (3.116)$$

Por otra parte, las oscilaciones en los reguladores conmutados continua-continua con lazo de control de corriente pueden clasificarse [1], de acuerdo con la frecuencia a la que se producen, en oscilaciones de alta y de baja frecuencia.

Las oscilaciones de alta frecuencia se producen a una frecuencia que es submúltiplo entero de la de conmutación del convertidor, por lo que reciben el calificativo de subarmónicas. Pueden producirse tanto en lazo abierto como en lazo cerrado de tensión. El primer caso ha sido tratado en el capítulo 2 para el control de algunos índices de la corriente del conmutador, a frecuencia de conmutación constante. En el caso de lazo cerrado de tensión con realimentación de tipo proporcional, se presentan oscilaciones para valores de la ganancia de lazo superiores a una determinada cota [1].

Por su parte, las oscilaciones de baja frecuencia se presentan a una frecuencia mucho menor que la de conmutación, no siendo, generalmente, un número entero la relación entre ambas.

Dado que el control de corriente convierte al inductor en una fuente de intensidad controlada, para frecuencias bajas de modulación, los convertidores elementales con lazo de corriente pueden modelarse por un sistema continuo de primer orden cuya constante de tiempo, mucho mayor que el período de conmutación, es la de la red RC de salida del convertidor (caracterización por polo dominante). No obstante, pueden producirse oscilaciones de baja frecuencia en el caso en que la interacción entre el lazo de tensión y el de corriente convierta a la ganancia del lazo global en una función de transferencia de segundo orden con insuficiente margen de estabilidad.

Además, para determinados valores de las constantes de tiempo del convertidor puede producirse una interacción entre las causas que producen inestabilidad a alta y baja frecuencia, no pudiéndose analizar ambas por separado.

Como ejemplo de aplicación de la modelación discreta desarrollada en este capítulo, se efectuará a continuación el análisis de la estabilidad de un convertidor "buck" con control del valor máximo de la corriente del inductor y lazo de tensión de tipo proporcional, comparándolo con el desarrollado previamente por Redl y Novak [41].

3.3.1 Aplicaciones. Análisis de un convertidor "buck" con control del valor máximo de la corriente del inductor y lazo de tensión proporcional

Se obtendrá a continuación la matriz de transición de estado correspondiente a un convertidor "buck-MC²" que incorpora un lazo de realimentación de la tensión de salida de tipo proporcional (Fig. 3.10).

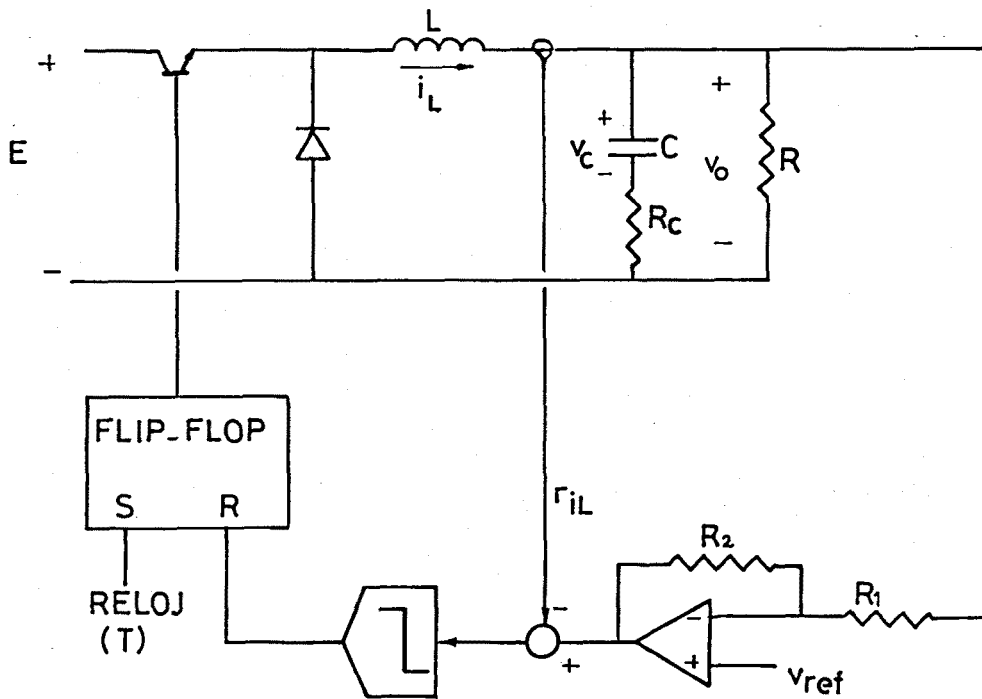


Fig. 3.10 Regulador "buck-MC²" con lazo de la tensión de salida de tipo proporcional.

Considerando el modo de conducción continua, y denominando al vector de estado \underline{X} :

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix}$$

se tendrá:

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R_C}{L} & -\frac{1}{L} \\ 1 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad b_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad b_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(3.117)

donde se ha tenido en cuenta que :

$$R_c \ll R \quad (3.118)$$

Por otra parte, la ecuación de control vendrá expresada por:

$$v_{ref} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - v_o(t_{k1}) \frac{R_2}{R_1} - r i_L(t_{k1}) = 0 \quad (3.119)$$

con

$$v_o(t) \approx v_c(t) + i_L(t) R_c \quad (3.120)$$

Por tanto la ecuación de control quedará:

$$v_{ref} \left[1 + \frac{R_2}{R_1}\right] - \left[r + \frac{R_2}{R_1} R_c\right] i_L(t_{k1}) - \frac{R_2}{R_1} v_c(t_{k1}) = 0 \quad (3.121)$$

que puede escribirse de forma equivalente como sigue:

$$-\frac{1}{r} v_{ref} \left[1 + \frac{R_2}{R_1}\right] + \left[1 + \frac{R_2}{R_1 r} R_c\right] i_L(t_{k1}) - \frac{R_2}{R_1 r} v_c(t_{k1}) = 0 \quad (3.122)$$

De (3.122) se deduce:

$$H_{x1}^T = \begin{bmatrix} 1 + g R_c & g \end{bmatrix} \quad (3.123)$$

$$H_{T1} = \frac{\partial h_1}{\partial t_{k1}} = \begin{bmatrix} 1 + g R_c & g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 x_1^0(t_1^0) + b_1 u^0(t_1^0) \\ \sim_1 \end{bmatrix} \quad (3.124)$$

siendo

$$g = \frac{R_2}{R_1 r}$$

A su vez, el vector de estado en $\underline{X}^0(t_1^0)$ vendrá dado por

$$\underline{X}^0(t_1^0) = \begin{bmatrix} i_L(t_1^0) \\ v_C(t_1^0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle i_L^0 \rangle + \frac{m_1 DT}{2} \\ \langle v_C^0 \rangle \end{bmatrix} \quad (3.125)$$

siendo m_1 la pendiente de i_L durante T_{ON} .

Considerando que en el convertidor "buck", m_1 viene expresada por:

$$m_1 = \frac{E - V_0}{L_1}$$

y teniendo en cuenta la relación entre los valores medios E y V_0 de un convertidor "buck", la expresión (3.125) deviene:

$$\underline{X}^0(t_1^0) = \begin{bmatrix} \frac{D}{R} + \frac{DD'T}{2L} \\ D \end{bmatrix} E \quad (3.126)$$

Por consiguiente, H_{T1} vendrá expresado por:

$$H_{T1} = \left[1 + gR_c \quad g \right] \left\{ \begin{bmatrix} -\frac{R_c}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{D}{R} + \frac{DD'T}{2L} \\ D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \right\} E =$$

$$= \left[1 + g \left(R_c + \frac{DT}{2C} \right) \right] \frac{D'E}{L} \quad (3.127)$$

donde se ha considerado la desigualdad (3.118)

Por otra parte, al ser $A_{\sim 1} = A_{\sim 2}$ la expresión (3.47) deviene:

$$\phi(T) = \phi_2(T_{\text{OFF}}^0) \left\{ 1 - \frac{(b_{\sim 1} - b_{\sim 2}) E H_{x1}^T}{H_{T1}} \right\} \phi_1(T_{\text{ON}}^0) \quad (3.128)$$

Además:

$$(b_{\sim 1} - b_{\sim 2}) E H_{x1}^T = \begin{bmatrix} 1+gR_c & g \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{E}{L} \quad (3.129)$$

De aquí que:

$$1 - \frac{(b_{\sim 1} - b_{\sim 2}) E H_{x1}^T}{H_{T1}} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1+gR_c}{D' \left[1+g \left(R_c + \frac{DT}{2C} \right) \right]} & - \frac{g}{D' \left[1+g \left(R_c + \frac{DT}{2C} \right) \right]} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.130)$$

Con relación a $\phi_2(T_{\text{OFF}}^0)$ y $\phi_1(T_{\text{ON}}^0)$, dichas matrices podrán aproximarse como siguen:

$$\phi_2(T_{\text{OFF}}^0) \approx 1 + A_2 T_{\text{OFF}}^0 = \begin{bmatrix} 1 & - \frac{D'T}{L} \\ \frac{D'T}{C} & 1 - \frac{D'T}{CR} \end{bmatrix} \quad (3.131)$$

$$\phi_1(T_{ON}^0) \approx 1 + A_1 T_{ON}^0 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{DT}{L} \\ \frac{DT}{C} & 1 - \frac{DT}{CR} \end{bmatrix} \quad (3.132)$$

donde se ha considerado que :

$$\frac{L}{R_c} \gg T \quad (3.133)$$

Por tanto, teniendo en cuenta (3.130) , (3.131) y (3.132) , la expresión (3.128) quedará finalmente.

$$\phi(T) = \begin{bmatrix} -D \left\{ 1 + g \left[R_c + \frac{T}{2C} (1+D) \right] \right\} & \frac{(D-D')T}{L} - g \\ -g \frac{DD'T^2}{2C^2} - \frac{DD'^2T^2}{C^2R} & D' \left\{ 1 + g \left[R_c + \frac{T}{C} \left(\frac{D}{2} - 1 \right) \right] \right\} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{D' \left\{ 1 + g \left[R_c + \frac{DT}{2C} \right] \right\}} \quad (3.134)$$

donde, además de las desigualdades (3.118) y (3.133) se ha considerado también

$$RC \gg T \quad (3.135)$$

y

$$LC \gg T^2 \quad (3.136)$$

En la expresión (3.134) puede observarse que si se hace $g=0$ (ausencia de realimentación de tensión) se obtiene la matriz de transición de estado en lazo abierto (expresión (3.50)). A su vez, (3.134) coincide con la propuesta de Redl y Novak para el cálculo de $\phi(T)$ [41], salvo el término $\frac{(D-D')T}{L}$ del elemento ϕ_{12} y en el

término $-\frac{DD'{}^2T^2}{C^2R}$ del elemento ϕ_{21} , cuya presencia ha sido justificada en los puntos 3.2.4.1 y 3.2.4.2.

Una vez obtenida la matriz de transición de estado en lazo cerrado, queda ya abierto el camino al estudio de la influencia de los diferentes parámetros en la estabilidad del regulador, por simple aplicación de (3.115) y (3.116). No obstante, omitiremos el correspondiente análisis puesto que el procedimiento que se seguiría a partir de este punto sería idéntico al realizado por Redl y Novak [41].

Como conclusión podemos señalar que el método de base matricial para la obtención de $\phi(T)$ es más directo y general que el de base geométrica utilizado por Redl y Novak [41]. Permite el estudio de las inestabilidades subarmónicas, separada o conjuntamente con el de las inestabilidades de baja frecuencia, sin más que aproximar con diferentes grados de exactitud el valor de las matrices $\phi_1(T_1^0)$ que aparecen en la expresión (3.42). En el ejemplo estudiado se pone de manifiesto este tratamiento conjunto de las inestabilidades por la presencia en el elemento ϕ_{21} del término $-\frac{DD'{}^2T^2}{C^2R}$, que depende de la red RC de salida. Como se ha señalado anteriormente, dicho término no aparece en la expresión $\phi(T)$ propuesta en la referencia [41].

3.3.2 Aplicaciones. Análisis de un convertidor "buck" con control PWM y realimentación de la tensión de salida y de la corriente del condensador

Como ejemplo de aplicación de la modelación discreta desarrollada en este capítulo en casos diferentes a los del modo de corriente, se efectuará a continuación el cálculo de la matriz de transición de estado en lazo cerrado de un regulador "buck-PWM" que incorpora realimentación de la tensión de salida y de la corriente del condensador (Fig. 3.11). El resultado se comparará con el obtenido previamente por N. Philips y G. François [66].

Considerando el modo de conducción continua, y denominando al vector de estado \underline{X} :

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix}$$

se tendrá:

$$\tilde{A}_1 = \tilde{A}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R_c}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad \tilde{b}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde se ha tenido en cuenta que

$$R_c \ll R$$

y que la corriente derivada por la red de medida $C_M R_M$ es prácticamente nula.

La señal $v_E(t)$ de control del modulador es el resultado de la realimentación de la tensión de la salida y de la corriente i_C del condensador. Esta última variable aparece de manera proporcional en los terminales de R_M (tensión v_M), cuyo valor se dimensiona de acuerdo con la condición de equilibrio del puente de medida:

$$R_M C_M = R_c C$$

con

$$R_M \gg R_c$$

En este caso, la ecuación de control vendrá expresada por:

$$A_S \left[A_V (v_{ref} - v_0(t_{k1})) - v_M(t_{k1}) A_I \right] - \frac{V_Z}{T} t_{k1} = 0 \quad (3.137)$$

con
$$v_o = \alpha \left[R_C i_L + v_C \right] \quad (3.138)$$

y
$$v_H = \alpha R_C i_L \quad (3.139)$$

siendo

$$\alpha = \frac{R_C}{R_B + R_C} \approx 1 \quad (3.140)$$

ya que
$$R_B \gg R_C \quad (3.141)$$

Teniendo en cuenta (3.138)-(3.139), la ecuación de control quedará:

$$A_S \left\{ A_V \left[v_{ref} - \alpha \left(R_C i_L(t_{k1}) + v_C(t_{k1}) \right) \right] - \alpha R_C i_L(t_{k1}) A_I \right\} - \frac{V_Z}{T} t_{k1} = 0 \quad (3.142)$$

De (3.142) se deduce:

$$H_{x1}^T = \left[-A_S A_V \alpha R_C - A_S \alpha R_C A_I \quad - A_S A_V \alpha \right] \quad (3.143)$$

$$H_{T1} = \frac{\partial h_1}{\partial t_{k1}} = \frac{-V_Z}{T} + H_{x1}^T \left[A_1 X^0(t_1^0) + b_1 U^0(t_1^0) \right]$$

Teniendo en cuenta la expresión (3.126), la expresión anterior deviene:

$$H_{T1} = -\frac{V_Z}{T} - A_S \alpha R_C (A_V + A_I) \frac{D'E}{L} - \frac{A_S A_V \alpha DD'TE}{2LC} \quad (3.144)$$

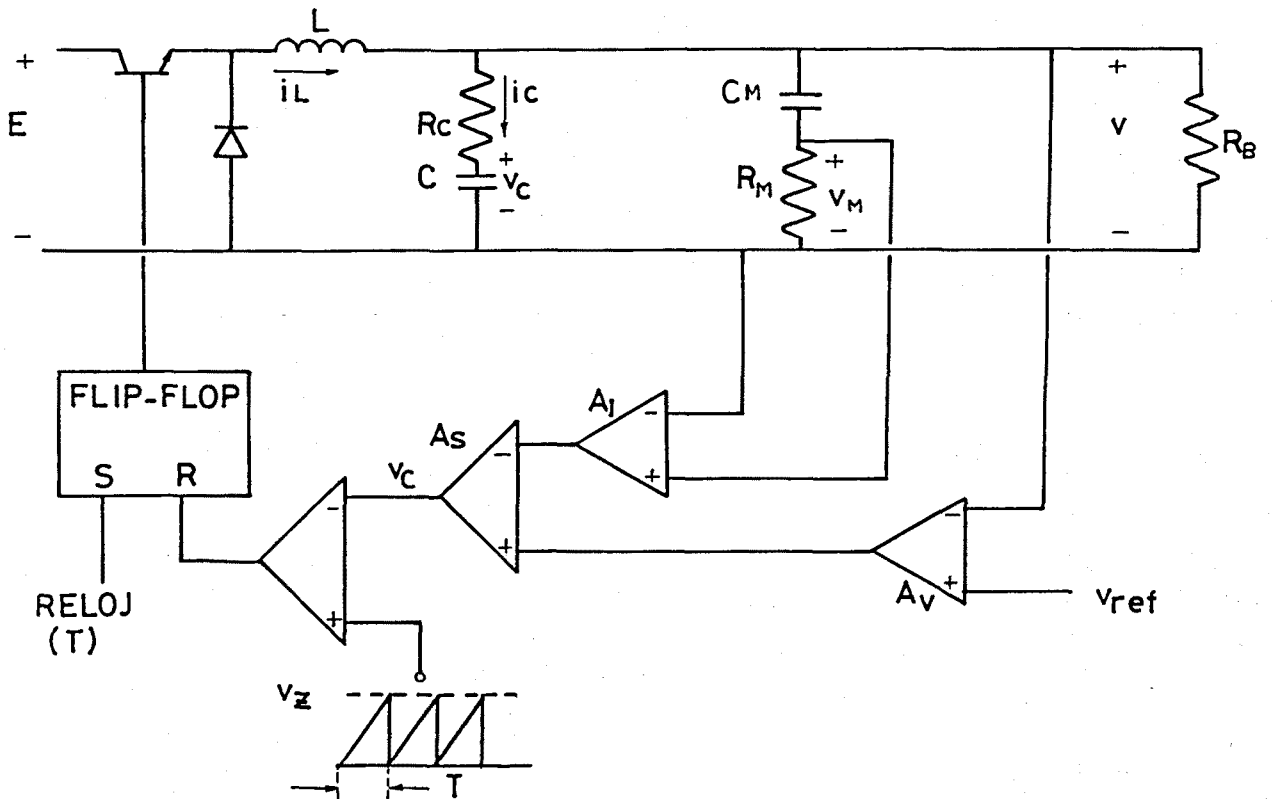


Fig. 3.11 Modelo circuital de un regulador "buck-PWM" con realimentación de tensión de salida y de la corriente del condensador.

Por otra parte, al ser $A_1 = A_2$, la matriz de transición de estado en lazo cerrado vendrá expresada por:

$$\phi(T) = \phi_2(T_{OFF}^0) \left\{ 1 - \frac{(b_1 - b_2) E H_{X1}^T}{H_{T1}} \right\} \phi_1(T_{ON}^0) \quad (3.145)$$

Además:

$$(b_{\sim 1} - b_{\sim 2})E H_{X1}^T = \begin{bmatrix} -A_S A_V \alpha R_C - A_S \alpha R_C A_I & -A_S A_V \alpha \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{E}{L} \quad (3.146)$$

De aquí que:

$$1 - \frac{(b_{\sim 1} - b_{\sim 2})E H_{X1}^T}{H_{T1}} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{A_S \alpha R_C (A_V + A_I)}{H_{T1}} \frac{E}{L} & -\frac{A_S A_V \alpha}{H_{T1}} \frac{E}{L} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.147)$$

Con relación a $\phi_2(T_{OFF}^0)$ y $\phi_1(T_{ON}^0)$, dichas matrices podrán aproximarse como sigue:

$$\phi_2(T_{OFF}^0) \approx 1 + A_2 T_{OFF}^0 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{D'T}{L} \\ \frac{D'T}{C} & 1 - \frac{D'T}{CR_B} \end{bmatrix} \quad (3.148)$$

$$\phi_1(T_{ON}^0) \approx 1 + A_1 T_{ON}^0 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{D'T}{L} \\ \frac{D'T}{C} & 1 - \frac{D'T}{CR_B} \end{bmatrix} \quad (3.149)$$

donde se ha considerado que

$$\frac{L}{R_c} \gg T \quad (3.150)$$

Por tanto, teniendo en cuenta (3.147), (3.148) y (3.149), la expresión (3.145) quedará finalmente:

$$\phi(T) = \frac{1}{M} \left[\begin{array}{c|c} \begin{array}{l} V_z^- \frac{A_s \alpha R_c E T (A_v + A_i)}{L} + \\ + \frac{A_s A_v \alpha E T^2}{LC} \left[\frac{D'}{2} - 1 \right] \end{array} & \begin{array}{l} \frac{A_s \alpha R_c E T^2 (A_v + A_i) (D - D')}{L^2} - \\ - \frac{V_z^- T}{L} - \frac{A_s \alpha E A_v T}{L} \end{array} \\ \hline \begin{array}{l} \frac{V_z^- T}{C} - \frac{D D' A_s A_v \alpha E T^3}{2LC^2} \end{array} & \begin{array}{l} V_z^+ \frac{A_s \alpha R_c D' E T (A_v + A_i)}{L} + \\ + \frac{A_s A_v \alpha D' T^2 E}{LC} \left[\frac{D}{2} - 1 \right] \end{array} \end{array} \right]$$

con

$$M = V_z^+ \frac{A_s \alpha R_c D' E T (A_v + A_i)}{L} + \frac{A_s A_v \alpha D D' T^2 E}{2LC} \quad (3.151)$$

donde, además de las desigualdades (3.141) y (3.150) se ha considerado también:

$$R_B C \gg T \quad (3.152)$$

$$LC \gg T^2 \quad (3.153)$$

Por otra parte, la matriz de transición de estado obtenida por Philips y François [66] viene expresada por:

$$\phi(T) = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} V_z^- \frac{A_S \alpha R_C EDT(A_V + A_I)}{L} + \frac{A_S A_V \alpha EDT^2}{LC} \left[\frac{D'}{2} - 1 \right] & - \frac{A_S \alpha EA_V T}{L} \\ \frac{\alpha V_z T}{C} - \frac{DD' A_S A_V \alpha^3 ET^3}{2LC^2} & V_z^+ \frac{A_S \alpha R_C D' ET(A_V + A_I)}{L} + \frac{A_S A_V \alpha^2 D' T^2 E}{LC} \left[\frac{D}{2} - 1 \right] \end{bmatrix}$$

con

$$N = V_z^+ \frac{A_S \alpha R_C D' ET(A_V + A_I)}{L} + \frac{A_S A_V \alpha^2 DD' T^2 E}{2 LC} \quad (3.154)$$

De la comparación de (3.154) y (3.151), con la suposición de partida de que $\alpha \approx 1$, se desprende que ambas matrices de transición solamente difieren en el término ϕ_{12} , que, en nuestra propuesta, presenta en el numerador el término adicional:

$$- \frac{V_z T}{L} + \frac{A_S \alpha R_C ET^2(A_V + A_I)(D - D')}{L^2} \quad (3.155)$$

Sin embargo, en los casos en que

$$A_V \approx A_I \quad (3.156)$$

o bien

$$A_v \gg A_1 \quad (3.157)$$

el segundo término de (3.155) es despreciable frente al tercer término de ϕ_{12} en (3.151), de acuerdo con la desigualdad (3.150). Las suposiciones (3.156) y (3.157) son utilizadas por Philips y François en los prototipos implementados para validar experimentalmente las condiciones de estabilidad, derivadas del cálculo de los autovalores de la matriz de transición de estado.

Por otra parte, el primer término de (3.155) es despreciable frente al tercer término de ϕ_{12} , en los casos en que:

$$E \approx V_z \quad \text{y} \quad A_v, A_s > 1$$

$$E > V_z \quad \text{y} \quad A_v, A_s > 1$$

condiciones que se cumplen en los prototipos anteriormente referenciados.

Por consiguiente, en las condiciones de diseño anteriores, la expresión de ϕ_{12} obtenida en este trabajo y la desarrollada por Philips y François son idénticas.

Puede concluirse que el procedimiento sistemático desarrollado para la obtención de $\phi(T)$ puede aplicarse también en controles diferentes a los de corriente. El método es más directo y general que el desarrollado por Philips y François, cuya aplicación solamente puede efectuarse en convertidores de tipo "buck", mediante un análisis tedioso y complejo.

CAPITULO IV

ESTABLECIMIENTO DE UN MODELO DISCRETO PARA ANALIZAR EL CONVERTIDOR EN REGIMEN ESTACIONARIO

4.1 INTRODUCCION

La evaluación de la expresión (3.42) para el cálculo de la matriz de transición de estado requiere conocer el valor que toma el vector de estado en régimen estacionario en el instante t_1^0 .

El análisis elemental del comportamiento del convertidor en régimen estacionario descansa sobre dos principios básicos. Por una parte, se considera que el valor medio de las tensiones en los inductores y de las corrientes en los condensadores es cero. Por otra, las tensiones (corrientes) de entrada y de salida se suponen, a su vez, constantes. Como consecuencia , la corriente en el inductor es de forma triangular, lo que constituye la propiedad característica de un buen diseño [56] y que se explica porque las constantes de tiempo del convertidor son mucho mayores que el período de conmutación, con lo que la intensidad no tiene tiempo suficiente para mostrar crecimientos o decrecimientos exponenciales. Este tipo de análisis sólo es aplicable en el caso de convertidores del tipo tensión-tensión o corriente-corriente. La situación híbrida más importante en la que este análisis no es válido la constituyen los convertidores de tipo "shunt", donde el régimen permanente de la tensión y corriente de entrada es de naturaleza sinusoidal a tramos [55] [57] [58] [59].

El análisis en régimen estacionario para convertidores tensión-tensión o corriente-corriente puede realizarse sistemáticamente de una manera elegante a partir de la formulación desarrollada por Čuk y Middlebrook [15] para el cálculo del valor medio de las componentes del vector de estado, y de las expresiones propuestas por Daly [60] para el cálculo de los rizados de las variables de estado.

Sin embargo, la formulación de Čuk y Middlebrook para valores medios no aplica en el caso de convertidores complejos operando en el modo de conducción discontinua [33], lo que hace necesario un análisis no sistemático de este tipo de circuitos, según los principios del análisis elemental antes mencionado.

Por esta razón, al objeto de cubrir la limitación anterior, se presenta a continuación el análisis del régimen estacionario de un convertidor, a través de la formulación de un modelo discreto cuya aplicación, como se demostrará posteriormente, será válida en los dos modos de conducción con independencia de la complejidad de la estructura de conversión. Dicha formulación permitirá obtener el valor del vector de estado en régimen estacionario en el instante t_i^0 .

4.2 TRAYECTORIA LINEAL DEL VECTOR DE ESTADO Y VARIACIONES LENTAS EN LAS COMPONENTES DEL VECTOR DE GENERADORES A LO LARGO DE UN CICLO DE CONMUTACION

Se considerará de nuevo la subdivisión del vector de estado en variables de variación lenta y variables de variación rápida, y se reescribirán a continuación las ecuaciones de estado implicadas (2.6) para facilitar su estudio.

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{X}}_F(t) \\ \dot{\underline{X}}_S(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{FF1} & \underline{A}_{FS1} \\ \underline{A}_{SF1} & \underline{A}_{SS1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{X}_F(t) \\ \underline{X}_S(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{b}_{F1} \\ \underline{b}_{S1} \end{bmatrix} \underline{U}(t)$$

$$t_{k(i-1)} \leq t \leq t_{ki}$$

En el análisis de las ecuaciones de estado anteriores se harán dos hipótesis simplificativas:

- 1) Las componentes del vector de generadores son prácticamente constantes durante un ciclo de conmutación. Es decir:

$$\underline{U}(t) \approx \underline{U} = \underline{cte} \quad t_{k0} \leq t \leq t_{(k+1)0} \quad (4.1)$$

- 2) Las componentes del vector \underline{X}_F siguen una trayectoria lineal en cada subintervalo del período de conmutación. Es decir:

$$\dot{\underline{X}}_F(t) \approx \dot{\underline{X}}_F(t_{k(i-1)}^+) \quad t_{k(i-1)} \leq t \leq t_{ki} \quad (4.2)$$

Teniendo en cuenta las dos hipótesis anteriores y la definición (2.4) para variables de variación lenta, podrá escribirse:

$$\underline{X}_F(t) \approx \underline{X}_F(t_{k(i-1)}) + \dot{\underline{X}}_F(t_{k(i-1)}^+) (t - t_{k(i-1)}) \quad (4.3)$$

$$t_{k(i-1)} \leq t \leq t_{k_i}$$

De (2.6), (4.1) y (4.2) se desprende a su vez:

$$\dot{\underline{X}}_F(t_{k(i-1)}^+) = \underline{A}_{FF1} \underline{X}_F(t_{k(i-1)}) + \underline{A}_{FS1} \underline{X}_S + \underline{b}_{F1} \underline{U} \quad (4.4)$$

$$t_{k(i-1)} \leq t \leq t_{k_i}$$

Por consiguiente, (4.3) deviene:

$$\underline{X}_F(t) \approx \underline{X}_F(t_{k(i-1)}) + \left[\underline{A}_{FF1} \underline{X}_F(t_{k(i-1)}) + \underline{A}_{FS1} \underline{X}_S + \underline{b}_{F1} \underline{U} \right] (t - t_{k(i-1)})$$

$$t_{k(i-1)} \leq t \leq t_{k_i}$$

(4.5)

La aplicación de la condición (2.7) en la expresión anterior tiene como resultado:

$$\underline{X}_F(t) \approx \underline{X}_F(t_{k(i-1)}) + \left[\underline{A}_{FS1} \underline{X}_S + \underline{b}_{F1} \underline{U} \right] (t - t_{k(i-1)})$$

$$t_{k(i-1)} \leq t \leq t_{k_i}$$

(4.6)

Por otra parte, de (2.6) y (4.6) se desprende:

$$\dot{\underline{X}}_S(t) \approx \underline{A}_{SF1} \left\{ \underline{X}_F(t_{k(i-1)}) + \left[\underline{A}_{FS1} \underline{X}_S + \underline{b}_{F1} \underline{U} \right] (t - t_{k(i-1)}) \right\} +$$

$$+ \underline{A}_{SS1} \underline{X}_S + \underline{b}_{S1} \underline{U} \quad (4.7)$$

Además, el vector $\underline{X}_S(t)$ mantiene la siguiente relación con su derivada $\dot{\underline{X}}_S(t)$:

$$\underline{X}_S(t) \approx \underline{X}_S(t_{k(i-1)}) + \int_{t_{k(i-1)}}^t \dot{\underline{X}}_S(\tau) d\tau \quad (4.8)$$

Introduciendo (4.7) en (4.8), se obtendrá :

$$\begin{aligned} \underline{X}_S(t) \approx \underline{X}_S(t_{k(i-1)}) + \left[\underline{A}_{SF1} \underline{X}_F(t_{k(i-1)}) + \underline{A}_{SS1} \underline{X}_S + \underline{b}_{S1} \underline{U} \right] (t - t_{k(i-1)}) + \\ + \frac{1}{2} \underline{A}_{SF1} \left[\underline{A}_{FS1} \underline{X}_S + \underline{b}_{F1} \underline{U} \right] (t - t_{k(i-1)})^2 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Las expresiones (4.6) y (4.9) particularizadas en $t=t_{ki}$, constituyen en el subintervalo i del ciclo de conmutación "K", el modelo discreto del sistema representado por la ecuación (2.6), sujeto a las restricciones (2.4), (2.7), (4.1) y (4.2). Por consiguiente, podrá escribirse :

$$\underline{X}_F(t_{ki}) \approx \underline{X}_F(t_{k(i-1)}) + \left[\underline{A}_{FS1} \underline{X}_S + \underline{b}_{F1} \underline{U} \right] T_{ki} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} \underline{X}_S(t_{ki}) \approx \underline{X}_S + \left[\underline{A}_{SF1} \underline{X}_F(t_{k(i-1)}) + \underline{A}_{SS1} \underline{X}_S + \underline{b}_{S1} \underline{U} \right] T_{ki} + \\ + \frac{1}{2} \underline{A}_{SF1} \left[\underline{A}_{FS1} \underline{X}_S + \underline{b}_{F1} \underline{U} \right] T_{ki}^2 \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde

$$T_{ki} = t_{ki} - t_{k(i-1)} \quad (4.12)$$

y

$$\underline{X}_S = \underline{X}_S(t_{k(i-1)}) = \underline{cte} \quad (4.13)$$

La aplicación sucesiva de las ecuaciones (4.10) y (4.11) en los "m" subintervalos del ciclo de conmutación "K" conduce a :

$$\underline{X}_{-F}(t_{(k+1)0}) = \underline{X}_{-F}(t_{km}) \approx \underline{X}_{-F}(t_{k0}) + \sum_{i=1}^m \left[\underline{A}_{FSi} \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \underline{b}_{Fi} \underline{U} \right] T_{ki} \quad (4.14)$$

Asimismo ,

$$\begin{aligned} \underline{X}_{-S}(t_{(k+1)0}) = \underline{X}_{-S}(t_{km}) \approx \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \sum_{i=1}^m \underline{A}_{SF1} \underline{X}_{-F}(t_{k(i-1)}) T_{ki} + \\ + \sum_{i=1}^m \left\{ \left[\underline{A}_{SSi} \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \underline{b}_{Si} \underline{U} \right] T_{ki} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \underline{A}_{SF1} \left[\underline{A}_{FSi} \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \underline{b}_{Fi} \underline{U} \right] T_{ki}^2 \right\} \end{aligned} \quad (4.15)$$

El vector $\underline{X}_{-F}(t_{k(i-1)})$, necesario para evaluar (4.15), puede obtenerse, a su vez, de (4.14):

$$\underline{X}_{-F}(t_{k(i-1)}) \approx \underline{X}_{-F}(t_{k0}) + \sum_{j=1}^{i-1} \left[\underline{A}_{FSj} \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \underline{b}_{Fj} \underline{U} \right] T_{kj} \quad (4.16)$$

donde el sumatorio tiene significado para $i = 2, \dots, m$ y para $i = 1$ vale cero.

Sustituyendo (4.6) en (4.15) se tendrá :

$$\begin{aligned}
 \underline{X}_{-S}(t_{(k+1)}) &\approx \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \sum_{i=1}^m A_{\sim SF1} \left\{ \underline{X}_{-F}(t_{k0}) + \right. \\
 &+ \sum_{j=1}^{i-1} \left[A_{\sim FSj} \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + b_{\sim Fj} \underline{U} \right] T_{kj} \left. \right\} T_{ki} + \\
 &+ \sum_{i=1}^m \left\{ \left[A_{\sim SSi} \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + b_{\sim Si} \underline{U} \right] T_{ki} + \right. \\
 &+ \left. \frac{1}{2} A_{\sim SF1} \left[A_{\sim FS1} \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + b_{\sim F1} \underline{U} \right] T_{ki}^2 \right\}
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

Por otra parte, (4.14) puede escribirse de la forma siguiente:

$$\underline{X}_{-F}(t_{(k+1)0}) \approx \underline{X}_{-F}(t_{k0}) + \left[\sum_{i=1}^m A_{\sim FS1} T_{ki} \right] \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \left[\sum_{i=1}^m b_{\sim F1} T_{ki} \right] \underline{U}
 \tag{4.18}$$

Si se tiene en cuenta la desigualdad (2.7), la expresión (4.18) apenas variará con la adición del término:

$$\left[\sum_{i=1}^m A_{\sim FF1} T_{ki} \right] \underline{X}_{-F}(t_{k0})$$

Por consiguiente:

$$\begin{aligned} \underline{X}_{-F}(t_{(k+1)0}) &\approx \underline{X}_{-F}(t_{k0}) + \left[\sum_{i=1}^m \underline{A}_{\sim FF1} T_{ki} \right] \underline{X}_{-F}(t_{k0}) + \\ &+ \left[\sum_{i=1}^m \underline{A}_{\sim FS1} T_{ki} \right] \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \left[\sum_{i=1}^m \underline{b}_{\sim F1} T_{ki} \right] \underline{U} \end{aligned} \quad (4.19)$$

A su vez, la expresión (4.17) puede expresarse de manera más compacta, como a continuación se especifica:

$$\begin{aligned} \underline{X}_{-S}(t_{(k+1)0}) &\approx \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \left[\sum_{i=1}^m \underline{A}_{\sim SF1} T_{ki} \right] \underline{X}_{-F}(t_{k0}) + \\ &+ \left\{ \left[\sum_{i=1}^m \underline{A}_{\sim SS1} T_{ki} \right] + \left[\sum_{i=1}^m \underline{A}_{\sim SF1} T_{ki} \sum_{j=1}^i \left(\frac{1}{1+\delta_{ij}} \underline{A}_{\sim FSj} T_{kj} \right) \right] \right\} \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \\ &+ \left\{ \left[\sum_{i=1}^m \underline{b}_{\sim S1} T_{ki} \right] + \left[\sum_{i=1}^m \underline{A}_{\sim SF1} T_{ki} \sum_{j=1}^i \left(\frac{1}{1+\delta_{ij}} \underline{b}_{\sim Fj} T_{kj} \right) \right] \right\} \underline{U} \end{aligned} \quad (4.20)$$

con

$$\delta_{ij} = 1 \quad \text{para } i = j$$

$$\delta_{ij} = 0 \quad \text{para } i \neq j$$

Denominando:

$$\sum_{i=1}^m T_{ki} = T_k \quad (4.21)$$

$$\sum_{i=1}^m \tilde{A}_{FFi} \frac{T_{ki}}{T_k} = \tilde{A}_{FF} \quad (4.22)$$

$$\sum_{i=1}^m \tilde{A}_{FSi} \frac{T_{ki}}{T_k} = \tilde{A}_{FS} \quad (4.23)$$

$$\sum_{i=1}^m \tilde{b}_{Fi} \frac{T_{ki}}{T_k} = \tilde{b}_F \quad (4.24)$$

$$\sum_{i=1}^m \tilde{A}_{SFi} \frac{T_{ki}}{T_k} = \tilde{A}_{SF} \quad (4.25)$$

$$\sum_{i=1}^m \tilde{A}_{SSi} \frac{T_{ki}}{T_k} = \tilde{A}_{SS} \quad (4.26)$$

$$\sum_{i=1}^m \tilde{b}_{Si} \frac{T_{ki}}{T_k} = \tilde{b}_S \quad (4.27)$$

$$\sum_{i=1}^m \tilde{A}_{SFi} \frac{T_{ki}}{T_k} \sum_{j=1}^1 \left(\frac{1}{1 + \delta_{ij}} \tilde{A}_{FSj} T_{kj} \right) = \tilde{A}_{SS}^R \quad (4.28)$$

$$\sum_{i=1}^m \tilde{A}_{SFi} \frac{T_{ki}}{T_k} \sum_{j=1}^1 \left(\frac{1}{1 + \delta_{ij}} \tilde{b}_{Fj} T_{kj} \right) = \tilde{b}_S^R \quad (4.29)$$

las expresiones (4.19) y (4.20) podrán escribirse de la siguiente forma :

$$\begin{bmatrix} X_{-F}(t_{(k+1)0}) \\ X_{-S}(t_{(k+1)0}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \underset{\sim}{A}_{FF} T_k & \underset{\sim}{A}_{FS} T_k \\ \underset{\sim}{A}_{SF} T_k & 1 + (\underset{\sim}{A}_{SS} + \underset{\sim}{A}_{SS}^R) T_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{-F}(t_{k0}) \\ X_{-S}(t_{k0}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underset{\sim}{b}_F T_k \\ (\underset{\sim}{b}_S + \underset{\sim}{b}_S^R) T_k \end{bmatrix} \underline{U} \quad (4.30)$$

Definiendo :

$$\underset{\sim}{A}_E \triangleq \begin{bmatrix} \underset{\sim}{A}_{FF} & \underset{\sim}{A}_{FS} \\ \underset{\sim}{A}_{SF} & \underset{\sim}{A}_{SS} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \underset{\sim}{A}_{SS}^R \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$\underset{\sim}{b}_E \triangleq \begin{bmatrix} \underset{\sim}{b}_F \\ \underset{\sim}{b}_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \underset{\sim}{b}_S^R \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

la expresión (4.30) puede escribirse de forma simplificada:

$$\begin{bmatrix} X_{-F}(t_{(k+1)0}) \\ X_{-S}(t_{(k+1)0}) \end{bmatrix} = (1 + \underset{\sim}{A}_E T_k) \begin{bmatrix} X_{-F}(t_{k0}) \\ X_{-S}(t_{k0}) \end{bmatrix} + \underset{\sim}{b}_E T_k \underline{U} \quad (4.33)$$

4.3 OBTENCION DEL VALOR DEL VECTOR DE ESTADO EN UN INSTANTE t_{k1}
DE CAMBIO DE ESTRUCTURA

De la expresión (4.18) puede deducirse facilmente que :

$$\underline{X}_{-F}(t_{k1}) \approx \underline{X}_{-F}(t_{k0}) + \left[\sum_{j=1}^1 \underline{A}_{FSj} T_{kj} \right] \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \left[\sum_{j=1}^1 \underline{b}_{Fj} T_{kj} \right] \underline{U} \quad (4.34)$$

Por otra parte, de acuerdo con la expresión (2.4)

$$\underline{X}_{-S}(t_{k1}) \approx \underline{X}_{-S}(t_{k0}) \quad (4.35)$$

Las expresiones (4.34) y (4.35) permiten de la forma más simplificada posible la obtención del vector de estado en el instante t_{k1} de cambio de estructura, en función del valor del mismo al inicio del ciclo de conmutación.

4.4 REGIMEN ESTACIONARIO

La particularización de la ecuación (4.33) para T^0 , $\underline{X}_F^0(t_{k0}^0)$, $\underline{X}_S^0(t_{k0}^0)$, \underline{U}^0 permite escribir

$$\begin{bmatrix} \underline{X}_F^0(t_{(k+1)0}^0) \\ \underline{X}_S^0(t_{(k+1)0}^0) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \underline{A}_E^0 T^0 \\ \sim \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \underline{X}_F^0(t_{k0}^0) \\ \underline{X}_S^0(t_{k0}^0) \end{bmatrix} + \underline{b}_E^0 T^0 \underline{U}^0 \quad (4.36)$$

La condición de régimen estacionario $\underline{X}^0(t_{(k+1)0}^0) = \underline{X}^0(t_{k0}^0)$ aplicada a la ecuación (4.36) conduce a :

$$\begin{bmatrix} \underline{X}_F^0(t_{k0}^0) \\ \underline{X}_S^0(t_{k0}^0) \end{bmatrix} = - \begin{pmatrix} \underline{A}_E^0{}^{-1} & \underline{b}_E^0 \\ \sim & \sim \end{pmatrix} \underline{U}^0 \quad (4.37)$$

Por otra parte, la ecuación (4.33) constituye una representación simple para todo el ciclo de conmutación, equivalente al resultado de la acción conjunta de las representaciones de cada uno de los "m" subintervalos del mismo. Esto significa que un sistema descrito por el par $(\underline{A}_E^0, \underline{b}_E^0)$ lleva al vector de estado desde el mismo estado inicial al mismo estado final dentro de un sólo ciclo, tal como se representa en la figura 4.1 mediante la recta de trazos discontinuos.

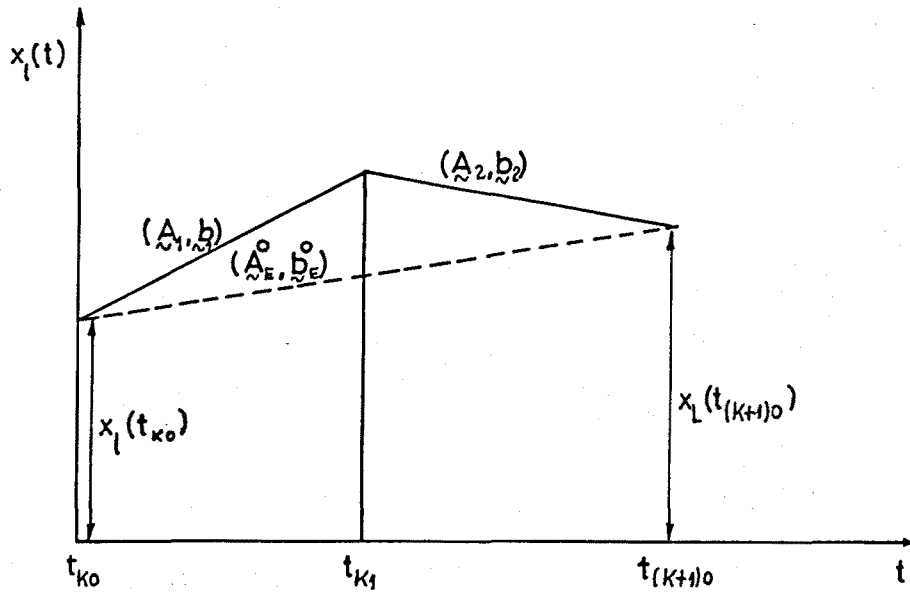


Fig. 4.1 La aproximación lineal de la trayectoria del vector de estado desemboca en una representación simple para todo el intervalo. Representación para $m = 2$.

Esta representación es análoga a la de la promediación en el espacio de estado, pero no es idéntica. La relación entre las matrices A y b definidas según dicho procedimiento y las matrices A_E^0 y b_E^0 aquí encontradas, se desprende de (4.21)-(4.30). En particular:

$$\tilde{A}_E^0 = \tilde{A} + \tilde{A}_R^0 \quad (4.38)$$

$$\tilde{b}_E^0 = \tilde{b} + \tilde{b}_R^0 \quad (4.39)$$

donde

$$\tilde{A}_R^0 = \left[\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline \tilde{} & \tilde{} \\ 0 & A_{SS}^{R0} \\ \hline \tilde{} & \tilde{} \end{array} \right] \quad (4.40)$$

$$\tilde{b}_R^0 = \left[\begin{array}{c} 0 \\ \hline \tilde{} \\ b_S^{R0} \\ \hline \tilde{} \end{array} \right] \quad (4.41)$$

4.5 APLICACIONES. ANALISIS DE UN CONVERTIDOR "BOOST" EN MODO DE CONDUCCION DISCONTINUA

En el modo de conducción discontinua el convertidor "boost" (Figura 4.2) presenta dos cambios estructurales durante un período de conmutación, tal como se ilustra en la Figura 4.3.

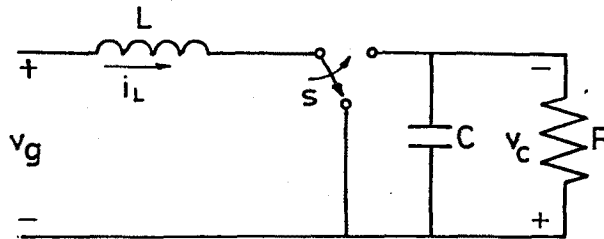


Fig. 4.2 Convertidor "boost".

La corriente del conmutador, por lo tanto, se anulará durante parte del subintervalo T_{OFF} , tal como se muestra en la Figura 4.4

El vector de estado estará constituido por

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} X_{-F} \\ X_{-S} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

donde

$$X_{-F} = i_L \quad (4.43)$$

$$X_{-S} = v_c \quad (4.44)$$

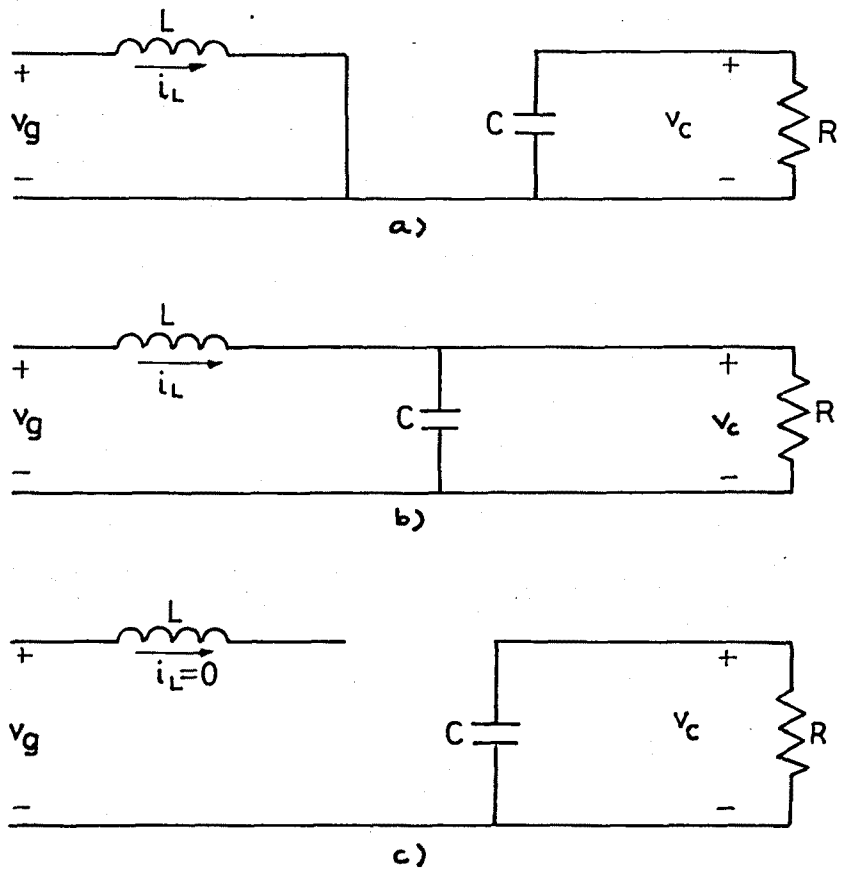


Fig. 4.3 Configuraciones circuitales para el modo de conducción discontinua : a) subintervalo T_{ON} b) subintervalo T_d c) subintervalo T_1

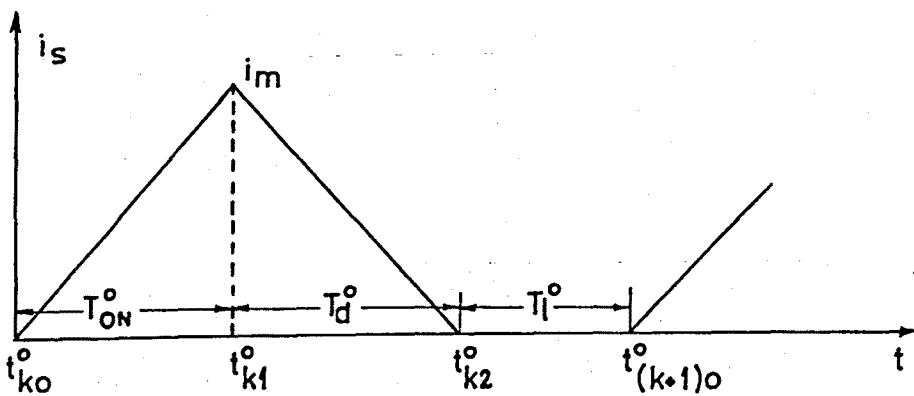


Fig. 4.4 Corriente del conmutador en modo de conducción discontinua.

Con esta definición del vector de estado, las matrices A_i , b_i ($i=1,2,3$) correspondientes a cada uno de los subintervalos \tilde{t}_i serán :

En $T_1 = T_{ON}$:

$$\tilde{A}_1 = \left[\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 0 & \frac{-1}{CR} \end{array} \right] \quad \tilde{b}_1 = \left[\begin{array}{c} \frac{1}{L} \\ \hline 0 \end{array} \right] \quad (4.45)$$

En $T_2 = T_d$

$$\tilde{A}_2 = \left[\begin{array}{c|c} 0 & \frac{-1}{L} \\ \hline \frac{1}{C} & \frac{-1}{CR} \end{array} \right] \quad \tilde{b}_2 = \left[\begin{array}{c} \frac{1}{L} \\ \hline 0 \end{array} \right] \quad (4.46)$$

En $T_3 = T_1$

$$\tilde{A}_3 = \left[\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 0 & \frac{-1}{CR} \end{array} \right] \quad \tilde{b}_3 = \left[\begin{array}{c} 0 \\ \hline 0 \end{array} \right] \quad (4.47)$$

Por otra parte, la obtención del vector de estado en régimen estacionario en el instante t_{ko}^0 (inicio de T_{ON}^0), a través de la expresión (4.37), requerirá la determinación previa de las matrices \tilde{A}_E^0 y \tilde{b}_E^0 . Este cálculo se efectuará a partir de (4.38) y (4.39).

Por consiguiente:

$$\tilde{A} = D_1 \tilde{A}_1 + D_2 \tilde{A}_2 + D_3 \tilde{A}_3 = \left[\begin{array}{c|c} 0 & -\frac{D_2}{L} \\ \hline \frac{D_2}{C} & 1 - \frac{CR}{L} \end{array} \right] \quad (4.48)$$

$$\tilde{b} = D_1 \tilde{b}_1 + D_2 \tilde{b}_2 + D_3 \tilde{b}_3 = \left[\begin{array}{c} \frac{D_1 + D_2}{L} \\ \hline 0 \end{array} \right] \quad (4.49)$$

donde

$$D_i = \frac{T_{ki}^0}{T_k^0} = \frac{T_i^0}{T^0} \quad (4.50)$$

$$T^0 = \sum_{i=1}^3 T_{ki}^0 = \sum_{i=1}^3 T_i^0 \quad (5.51)$$

Asimismo, teniendo en cuenta (4.28) y (4.29) se obtiene:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{SS}^R = & D_1 \tilde{A}_{SF1} \left(\frac{1}{2} \tilde{A}_{FS1} T_1^0 \right) + D_2 \tilde{A}_{SF2} \left(\tilde{A}_{FS1} T_1^0 + \frac{1}{2} \tilde{A}_{FS2} T_2^0 \right) + \\ & + D_3 \tilde{A}_{SF3} \left(\tilde{A}_{FS1} T_1^0 + \tilde{A}_{FS2} T_2^0 + \frac{1}{2} \tilde{A}_{FS3} T_3^0 \right) \end{aligned} \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned}
\underset{\sim}{b}_S^{R0} = & D_1 \underset{\sim}{A}_{SF1} \left(\frac{1}{2} \underset{\sim}{b}_{F1} T_1^0 \right) + D_2 \underset{\sim}{A}_{SF2} \left(\underset{\sim}{b}_{F1} T_1^0 + \frac{1}{2} \underset{\sim}{b}_{F2} T_2^0 \right) + \\
& + D_3 \underset{\sim}{A}_{SF3} \left(\underset{\sim}{b}_{F1} T_1^0 + \underset{\sim}{b}_{F2} T_2^0 + \frac{1}{2} \underset{\sim}{b}_{F3} T_3^0 \right) \quad (4.53)
\end{aligned}$$

De (4.45) - (4.47) se desprende :

$$\underset{\sim}{A}_{SF1} = \underset{\sim}{A}_{SF3} = \underset{\sim}{A}_{FS1} = \underset{\sim}{A}_{FS3} = \underset{\sim}{b}_{F3} = 0 \quad (4.54)$$

siendo matrices de dimensión 1x1 (escalares)

Por consiguiente, (4.52) y (4.53) devienen :

$$\underset{\sim}{A}_{SS}^{R0} = D_2 \underset{\sim}{A}_{SF2} \frac{1}{2} \underset{\sim}{A}_{FS2} T_2^0 = D_2 \frac{1}{C} \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{L} \right] T_2^0 = -\frac{D_2^2 T^0}{2 L C} \quad (4.55)$$

$$\begin{aligned}
\underset{\sim}{b}_S^{R0} = & D_2 \underset{\sim}{A}_{SF2} \left[\underset{\sim}{b}_{F1} T_1^0 + \frac{1}{2} \underset{\sim}{b}_{F2} T_2^0 \right] = D_2 \frac{1}{C} \left[\frac{T_1^0}{L} + \frac{T_2^0}{2L} \right] = \\
= & \frac{D_2 T^0}{L C} \left[D_1 + \frac{D_2}{2} \right] \quad (4.56)
\end{aligned}$$

donde se observa que $\underset{\sim}{A}_{SS}^{R0}$ y $\underset{\sim}{b}_S^{R0}$ son matrices de dimensión 1x1.

Finalmente, \tilde{A}_E^0 y \tilde{b}_E^0 vendrán expresadas por :

$$\tilde{A}_E^0 = \left[\begin{array}{c|c} 0 & -\frac{D_2}{L} \\ \hline \frac{D_2}{C} & 1 - \frac{D_2^2 T^0}{2LC} \end{array} \right] \quad (4.57)$$

$$\tilde{b}_E^0 = \left[\begin{array}{c} \frac{D_1 + D_2}{L} \\ \hline \frac{D_2 T^0}{LC} \left(D_1 + \frac{D_2}{2} \right) \end{array} \right] \quad (4.58)$$

Por consiguiente, la aplicación de (4.37) proporcionará :

$$\begin{bmatrix} i_L^0(t_{k0}^0) \\ v_C^0(t_{k0}^0) \end{bmatrix} = - \tilde{A}_E^{0-1} \tilde{b}_E^0 \underline{U}^0 = \begin{bmatrix} \left(\frac{D_1 + D_2}{R D_2^2} - \frac{D_1 T^0}{2L} \right) V_g \\ \frac{D_1 + D_2}{D_2} V_g \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

Sin embargo, $i_L^0(t_{k0}^0)$ debe ser cero al tratarse de un modo de conducción discontinua. En el procedimiento aquí descrito, dicho valor surge de forma inmediata como se describe a continuación.

En primer lugar, se expresará la ecuación de control que modela el cambio de modo de conducción (transición de T_d^0 a T_1^0). Dicha ecuación es de la forma :

$$H^T X^0(t^0) = 0 \quad (4.60)$$

con

$$\underline{H}_{X2}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

Posteriormente, se expresará $\underline{X}^0(t_{k2}^0)$ en función de $\underline{X}^0(t_{k0}^0)$ utilizando las expresiones (4.34) y (4.35). En particular :

$$i_L^0(t_{k2}^0) = i_L^0(t_{k0}^0) + \begin{bmatrix} -T_d^0 \\ L \end{bmatrix} v_C^0(t_{k0}^0) + \begin{bmatrix} T_{ON}^0 + T_d^0 \\ L \end{bmatrix} V_g \quad (4.62)$$

$$v_C^0(t_{k2}^0) = v_C^0(t_{k0}^0) \quad (4.63)$$

De (4.60) , (4.61) y (4.62) se desprende:

$$i_L^0(t_{k0}^0) = \frac{v_C^0(t_{k0}^0)}{L} T_d^0 - \frac{V_g}{L} (T_{ON}^0 + T_d^0) \quad (4.64)$$

Teniendo en cuenta (4.59), el valor de $v_C^0(t_{k0}^0)$ viene expresado por

$$v_C^0(t_{k0}^0) = \frac{D_1 + D_2}{D_2} V_g \quad (4.65)$$

Por consiguiente:

$$i_L^0(t_{k0}^0) = 0 \quad (4.66)$$

Finalmente de (4.59) y (4.66) se desprende :

$$D_2 = \frac{D_1 + D_2}{D_2} \cdot \frac{1}{D_1} \cdot \frac{2L}{RT^0} \quad (4.67)$$

Si se denomina ahora

$$M = \frac{v_c^0 (t_{k0}^0)}{V_g} \quad (4.68)$$

$$K = \frac{2L}{RT^0} \quad (4.69)$$

la expresión (4.67) podrá escribirse de la forma siguiente :

$$D_2 = \frac{MK}{D_1} \quad (4.70)$$

expresión que coincide, al igual que (4.65) y (4.66), con la obtenida por Middlebrook y Ćuk al analizar el comportamiento del convertidor "boost" en modo de conducción discontinua mediante razonamientos de tipo geométrico [61].

4.6 APLICACIONES. ANALISIS DEL CONVERTIDOR DE CUK EN MODO DE CONDUCCION DISCONTINUA

4.6.1 Limitaciones del método de promediación en el espacio de estado

Las limitaciones del método de promediación en el espacio de estado para el análisis de convertidores en régimen estacionario se ponen especialmente de manifiesto en el caso de convertidores complejos, tales como el de Čuk, cuando operan en modo de conducción discontinua [33]. Para ilustrar la mejora que en este aspecto supone el modelo discreto desarrollado en este trabajo, se revisará el análisis del convertidor de Čuk en modo de conducción discontinua mediante la aproximación clásica no sistemática. Posteriormente, se efectuará el análisis mediante promediación en el espacio de estado para poner de manifiesto las limitaciones del método. Finalmente se realizará el análisis mediante el modelo discreto, de manera análoga al caso del convertidor "boost".

En el modo de conducción discontinua el convertidor de Čuk (Figura 4.5) presenta dos cambios estructurales durante un período de conmutación, tal como se ilustra en la figura 4.6.

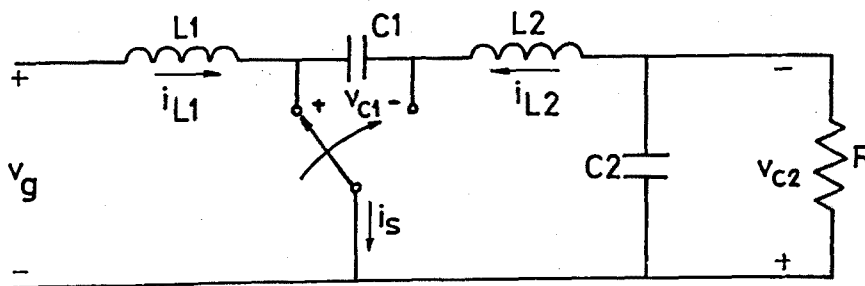


Fig. 4.5 Convertidor de Čuk.

La corriente del conmutador, por lo tanto, se anulará durante parte del subintervalo T_{OFF} , tal como se muestra en la figura 4.7

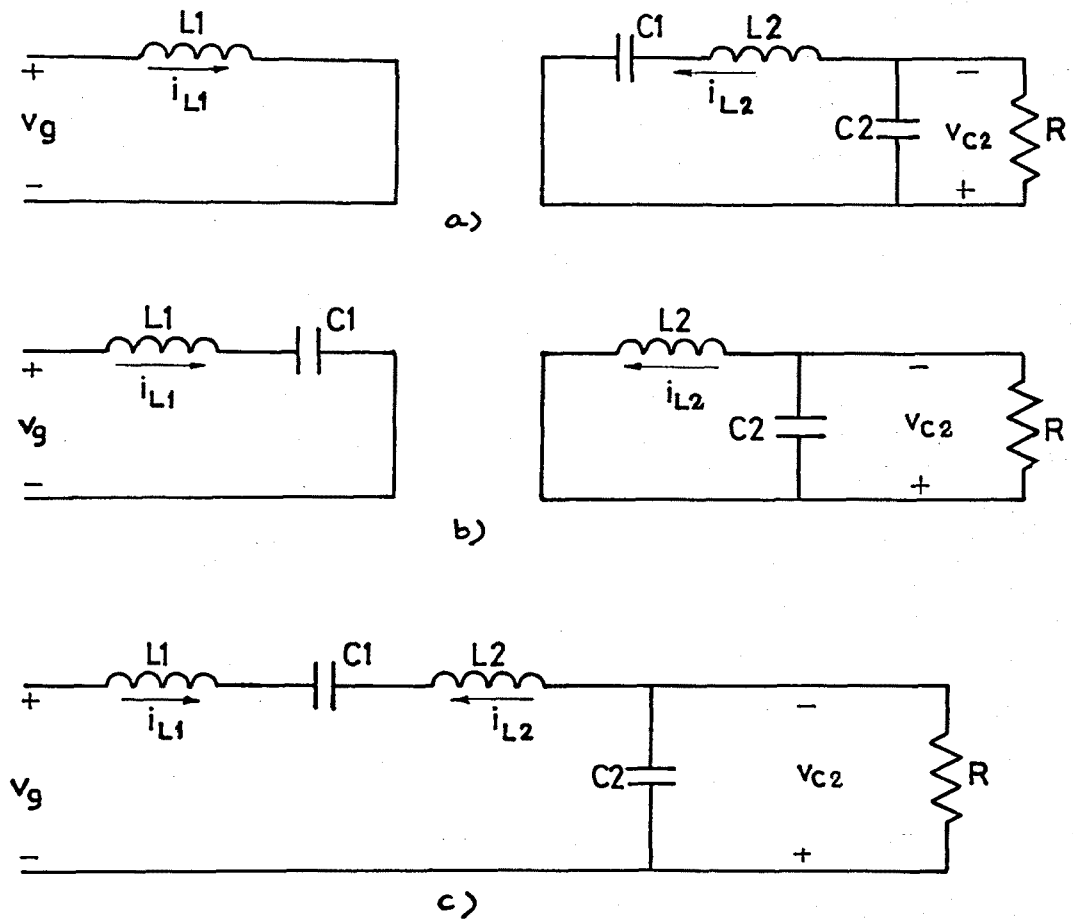


Fig. 4.6 Configuraciones circuitales para el modo de conducción discontinua : a) Subintervalo T_{ON} b) Subintervalo T_d c) Subintervalo T_1 .

Para efectuar el análisis en régimen estacionario se considerará que las tensiones de entrada y de salida son constantes, limitando así el rizado residual de la tensión de salida a los términos de primer orden.

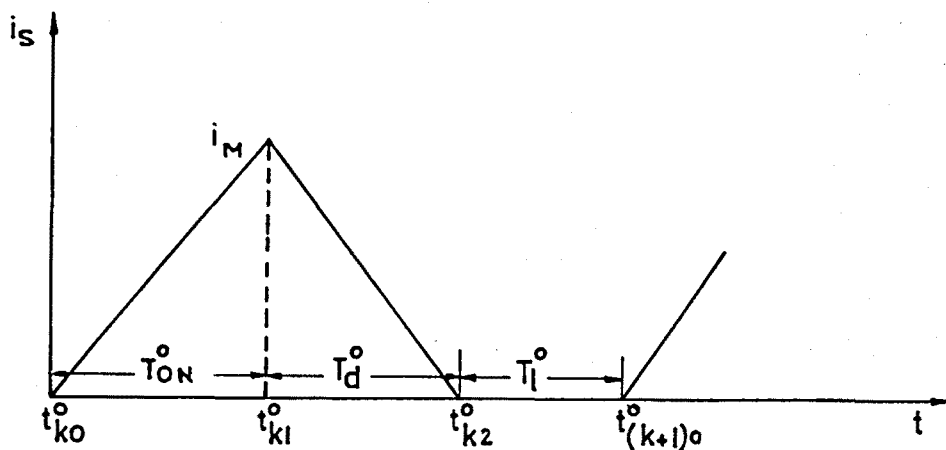


Fig. 4.7 Corriente del conmutador en modo de conducción discontinua.

Con la suposición anterior se completará el análisis partiendo de los resultados obtenidos por Čuk [62]. La conclusión más significativa de su análisis aparece representada en la figura 4.8 , en la que se observa que las corrientes de entrada y de salida exhiben valores constantes y opuestos durante el subintervalo T_1 .

Por consiguiente, los valores medios en régimen estacionario de las corrientes de entrada y de salida serán [62] :

$$I_{L1} = \frac{V_g}{2L_1} D_1 T^0 (D_1 + D_2) + I \quad (4.71)$$

$$I_{L2} = \frac{V_g}{2L_2} D_1 T^0 (D_1 + D_2) - I \quad (4.72)$$

donde T^0 es el período de conmutación, V_g es la tensión de entrada y D_1 , D_2 se definen como en el caso del convertidor "boost" en modo discontinuo.

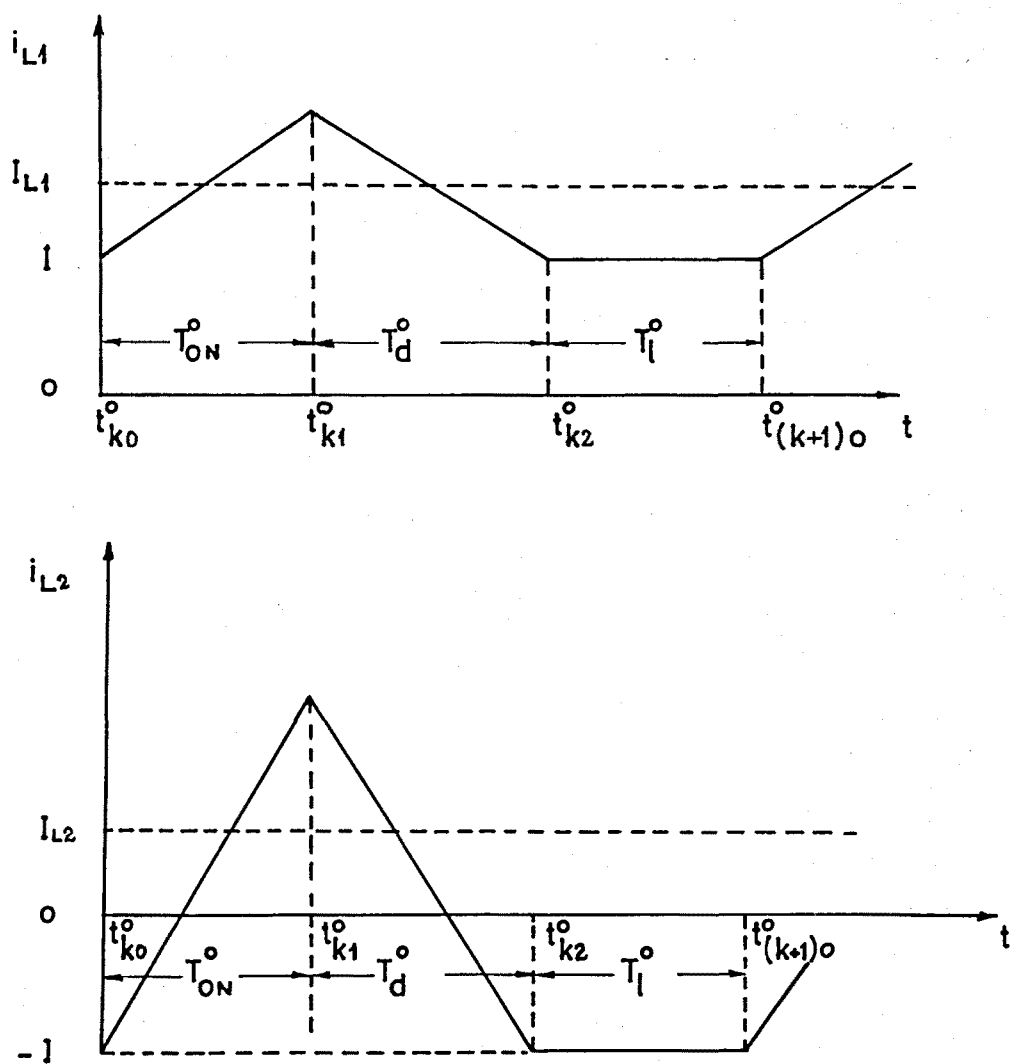


Fig. 4.8 Corrientes de entrada y de salida en régimen estacionario en el modo de conducción discontinua.

De (4.71) y (4.72) se obtiene de manera inmediata la expresion del valor medio de la corriente del conmutador I_s

$$I_s = I_{L1} + I_{L2} = \frac{V_g}{2L_e} D_1 T^o (D_1 + D_2) \quad (4.73)$$

donde L_e ha sido previamente definido en [62] como

$$L_e \triangleq \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \quad (4.74)$$

Además, dado que el valor medio de la tensión en cualquiera de los dos inductores es cero, se obtiene :

$$\frac{V_{c2}}{V_g} = \frac{D_1}{D_2} \quad (4.75)$$

La figura 4.9 muestra la forma de onda correspondiente a la corriente i_{c1} del condensador C_1 , que analíticamente viene expresada por :

$$i_{c1} = -i_2 \quad \text{durante } T_{ON}^0$$

$$i_{c1} = i_1 \quad \text{durante } T_d^0$$

$$i_{c1} = i_1 = -i_2 \quad \text{durante } T_1^0$$

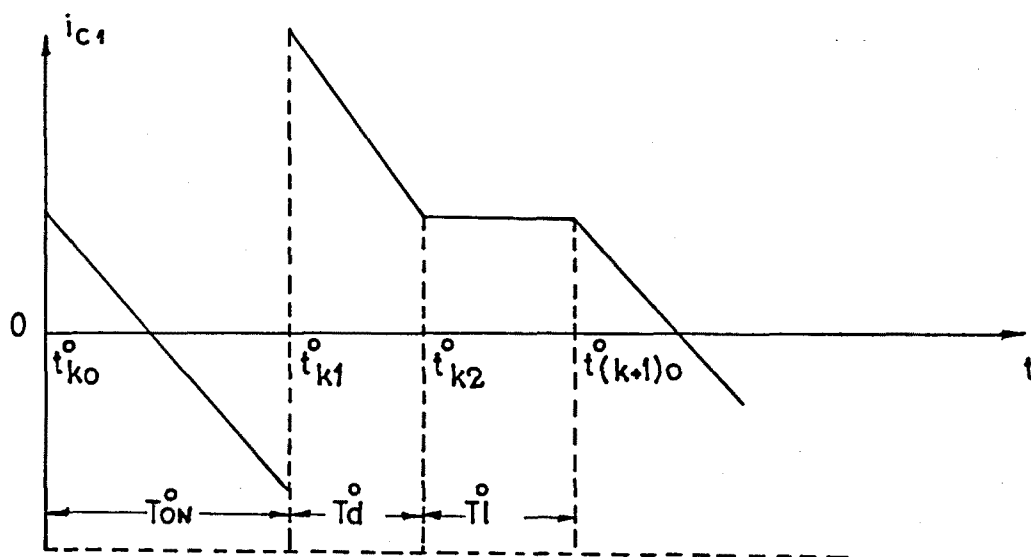


Fig. 4.9 Corriente del condensador C_1 en régimen estacionario.

El valor medio I_{c1} vendrá expresado por :

$$I_{c1} = I - \frac{D_1 T^0}{2} \frac{V_g}{L_2} D_1 + \frac{D_2 T^0}{2} \frac{V_{c2}}{L_1} D_2 \quad (4.76)$$

De (4.75) y (4.76) se obtiene :

$$I_{c1} = I - \frac{D_1^2 T^0 V_g}{2 L_2} + \frac{D_2 T^0 D_1}{2 L_1} V_g \quad (4.77)$$

Además, de (4.71) y (4.72) se deriva:

$$\frac{V_g}{2 L_1} D_1 D_2 T^0 = \frac{I_{L1} - I}{D_1 + D_2} D_2 \quad (4.78)$$

$$\frac{V_g}{2 L_2} D_1^2 T^0 = \frac{I_{L2} + I}{D_1 + D_2} D_1 \quad (4.79)$$

Igualando la expresión (4.77) a cero, ya que éste debe ser el valor medio de la corriente del condensador en régimen estacionario, y utilizando las expresiones (4.78) y (4.79) resulta finalmente.

$$\frac{I_{L1}}{I_{L2}} = \frac{D_1}{D_2} \quad (4.80)$$

Ya que no se ha considerado la existencia de pérdidas internas en el convertidor, cabía esperar la igualdad (4.80), la cual, al haber sido obtenida por una vía diferente de la suposición de rendimiento energético ideal (100%), permite verificar la validez de los resultados anteriores.

A su vez, el análisis basado en la promediación en el espacio de estado se efectuará como a continuación se detalla.

El vector de estado estará constituido por

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ v_{c1} \\ v_{c2} \end{bmatrix} \quad (4.81)$$

Con esta definición del vector de estado, las matrices $A_{\sim 1}$, $b_{\sim 1}$ ($i=1,2,3$) correspondientes a cada uno de los subintervalos serán:

$$\text{En } T_1 = T_{ON}$$

$$A_{\sim 1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/L_2 & -1/L_2 \\ 0 & -1/C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/C_2 & 0 & -1/C_2 R \end{bmatrix}$$

$$b_{\sim 1} = \begin{bmatrix} 1/L_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(4.82)

$$\text{En } T_2 = T_d$$

$$A_{\sim 2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/L_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/L_2 \\ -1/C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/C_2 & 0 & -1/C_2 R \end{bmatrix}$$

$$\tilde{b}_2 = \begin{bmatrix} 1/L_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(4.83)

En $T_3 = T_1$

$$\tilde{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_1 + L_2} & \frac{1}{L_1 + L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_1 + L_2} & -\frac{1}{L_1 + L_2} \\ 1/C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/C_2 & 0 & -\frac{1}{C_2 R} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{b}_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1 + L_2} \\ -\frac{1}{L_1 + L_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(4.84)

Por consiguiente, las matrices A y b vendrán expresadas por:

$$\tilde{A} = D_1 \tilde{A}_1 + D_2 \tilde{A}_2 + D_3 \tilde{A}_3 =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{D_2}{L_1} & -\frac{D_3}{L_1 + L_2} & -\frac{D_3}{L_1 + L_2} \\ 0 & 0 & \frac{D_1}{L_2} & \frac{D_3}{L_1 + L_2} & -\frac{D_1 + D_2}{L_2} - \frac{D_3}{L_1 + L_2} \\ \frac{D_2 + D_3}{C_1} & -\frac{D_1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/C_2 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_2 R} \end{bmatrix}$$

(4.85)

$$\tilde{b} = D_1 \tilde{b}_1 + D_2 \tilde{b}_2 + D_3 \tilde{b}_3 = \begin{bmatrix} \frac{D_1 + D_2}{L_1} + \frac{D_3}{L_1 + L_2} \\ -\frac{D_3}{L_1 + L_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(4.86)

En el método de promediación en el espacio de estado, los valores medios de las variables de estado se obtienen a través de la expresión :

$$\tilde{X}_{-ss} = -\tilde{A}^{-1} \tilde{b} \tilde{V}_g \quad (4.87)$$

donde \underline{X}_{-ss} es el vector de valores medios en régimen estacionario de las variables de estado.

De forma equivalente :

$$\underline{A} \underline{X}_{-ss} = -\underline{b} V_g \quad (4.88)$$

Desarrollando el sistema de ecuaciones implícito en (4.88) se tendrá :

$$V_{c2} D_3 - \frac{D_2 L_1 + D_2 L_2 + D_3 L_1}{L_1} V_{c1} = - \frac{L_1 + L_2 (D_1 + D_2)}{L_1} V_g \quad (4.89)$$

$$- \frac{(L_2 + L_1 (D_1 + D_2))}{L_2} V_{c2} + \frac{D_1 L_1 + D_1 L_2 + D_3 L_2}{L_2} V_{c1} = D_3 V_g \quad (4.90)$$

$$(D_3 + D_2) I_{L1} - D_1 I_{L2} = 0 \quad (4.91)$$

$$I_{L2} - \frac{V_{c2}}{R} = 0 \quad (4.92)$$

La independencia de las dos primeras ecuaciones con relación al resto permite resolverlas proporcionando:

$$V_{c1} = V_g \left(1 + \frac{D_1}{D_2} \right) \quad (4.93)$$

$$V_{c2} = V_g \frac{D_1}{D_2} \quad (4.94)$$

resultados que concuerdan con los obtenidos por análisis elemental del convertidor.

A su vez , la cuarta ecuación permite escribir :

$$I_{L2} = \frac{V_{c2}}{R} = \frac{V_g}{R} \frac{D_1}{D_2} \quad (4.95)$$

resultado que proporciona también el análisis elemental.

Sin embargo, la tercera ecuación conduce a la relación .

$$\frac{I_{L1}}{I_{L2}} = \frac{D_1}{1 - D_1} \quad (4.96)$$

Por otra parte , la ecuación de estado correspondiente al condensador C_1 admite otra escritura alternativa, debido a que durante el subintervalo T_1 la corriente del condensador i_{c1} puede representarse indistintamente por (i_{L1}) o $(-i_{L2})$. La primera posibilidad ha dado origen a la ecuación (4.91), mientras que la segunda conduciría a la siguiente expresión :

$$\frac{D_2}{C_1} I_{L1} - \frac{D_1}{C_1} I_{L2} - \frac{D_3}{C_1} I_{L2} = 0 \quad (4.97)$$

De forma equivalente :

$$\frac{I_{L1}}{I_{L2}} = \frac{D_1 + D_3}{D_2} \quad (4.98)$$

Igualando (4.96) y (4.98) se obtiene

$$D_3 = 0 \quad (4.99)$$

El resultado anterior está en contradicción con lo supuesto, es decir, con la existencia de un tercer subintervalo dentro del ciclo de conmutación (modo de conducción discontinua). De esta forma, la aproximación sistemática del método de promediación en el espacio de estado conduce en este caso a resultados erróneos en la predicción de valores medios y en el cálculo de los valores instantáneos, obtenidos a partir de dichos valores medios y del rizado superpuesto [60].

4.6.2 Aplicación del modelo discreto

La obtención del vector de estado en régimen estacionario en el instante t_{k0}^0 , mediante la expresión (4.37), requerirá la determinación previa de las matrices A_E^0 y b_E^0 . Este cálculo se efectuará a partir de (4.38) y (4.39) y utilizará las expresiones de A y b previamente obtenidas en (4.85) y en (4.86).

Por consiguiente,

$$A_{SS}^R = D_1 A_{SF1} \left[\frac{1}{2} A_{FS1} T_1^0 \right] + D_2 A_{SF2} \left[A_{FS1} T_1^0 + \frac{1}{2} A_{FS2} T_2^0 \right] +$$

$$+ D_3 A_{SF3} \left[A_{FS1} T_1^0 + A_{FS2} T_2^0 + \frac{1}{2} A_{FS3} T_3^0 \right]$$

$$\begin{aligned} \tilde{b}_S^{R0} = & D_1 A_{\tilde{SF1}} \left[\frac{1}{2} b_{\tilde{F1}} T_1^0 \right] + D_2 A_{\tilde{SF2}} \left[b_{\tilde{F1}} T_1^0 + \frac{1}{2} b_{\tilde{F2}} T_2^0 \right] + \\ & + D_3 A_{\tilde{SF3}} \left[b_{\tilde{F1}} T_1^0 + b_{\tilde{F2}} T_2^0 + \frac{1}{2} b_{\tilde{F3}} T_3^0 \right] \end{aligned}$$

En este caso, la subdivisión del vector de estado se efectúa de la forma siguiente :

$$\tilde{X}_F = \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \end{bmatrix} \quad (4.100)$$

$$\tilde{X}_S = \begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} \quad (4.101)$$

Teniendo en cuenta la subdivisión anterior y las expresiones (4.82) - (4.84), podrá escribirse :

$$D_1 A_{\tilde{SF1}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D_1}{C_1} \\ 0 & \frac{D_1}{C_2} \end{bmatrix} \quad (4.102)$$

$$D_2 \underset{\sim}{A}_{SF2} = \begin{bmatrix} \frac{D_2}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{D_2}{C_2} \end{bmatrix} \quad (4.103)$$

$$D_3 \underset{\sim}{A}_{SF3} = \begin{bmatrix} \frac{D_3}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{D_3}{C_2} \end{bmatrix} \quad (4.104)$$

$$\frac{1}{2} \underset{\sim}{A}_{FS1} T_1^0 = T^0 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{D_1}{2 L_2} & -\frac{D_1}{2 L_2} \end{bmatrix} \quad (4.105)$$

$$\underset{\sim}{A}_{FS1} T_1^0 + \frac{1}{2} \underset{\sim}{A}_{FS2} T_2^0 = T^0 \begin{bmatrix} -\frac{D_2}{2 L_1} & 0 \\ \frac{D_1}{L_2} & -\frac{D_1}{L_2} - \frac{D_2}{2 L_2} \end{bmatrix} \quad (4.106)$$

$$\underset{\sim}{A}_{FS1} T_1^0 + \underset{\sim}{A}_{FS2} T_2^0 + \frac{1}{2} \underset{\sim}{A}_{FS3} T_3^0 =$$

$$= T^0 \left[\begin{array}{cc} \frac{D_2}{L_1} - \frac{D_3}{2(L_1+L_2)} & \frac{D_3}{2(L_1+L_2)} \\ \frac{D_1}{L_2} + \frac{D_3}{2(L_1+L_2)} & -\frac{D_1+D_2}{L_2} - \frac{D_3}{2(L_1+L_2)} \end{array} \right] \quad (4.107)$$

Por lo tanto :

$$\tilde{A}_{SS}^{R^0} = T^0 \left[\begin{array}{cc} \frac{1}{2C_1} \left[\frac{D_1^2}{L_2} + \frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_3^2}{(L_1+L_2)} + \frac{2D_2D_3}{L_1} \right] & \frac{1}{2C_1} \left[\frac{D_1^2}{L_2} + \frac{D_3^2}{L_1+L_2} \right] \\ \frac{1}{2C_2} \left[\frac{1-(D_2+D_3)^2}{L_2} + \frac{D_3^2}{(L_1+L_2)} \right] & \frac{-1}{2C_2} \left[\frac{1-D_3^2}{L_2} + \frac{D_3^2}{L_1+L_2} \right] \end{array} \right] \quad (4.108)$$

Análogamente, se obtendrá :

$$\frac{1}{2} \tilde{b}_{F1} T_1^0 = T^0 \left[\begin{array}{c} \frac{D_1}{2L_1} \\ 0 \end{array} \right] \quad (4.109)$$

$$\tilde{b}_{F1} T_1^0 + \frac{1}{2} \tilde{b}_{F2} T_2^0 = T^0 \begin{bmatrix} \frac{D_1}{L_1} + \frac{D_2}{2L_1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.110)$$

$$\tilde{b}_{F1} T_1^0 + \tilde{b}_{F2} T_2^0 + \frac{1}{2} \tilde{b}_{F3} T_3^0 = T^0 \begin{bmatrix} \frac{D_1+D_2}{L_1} + \frac{D_3}{2(L_1+L_2)} \\ -\frac{D_3}{2(L_1+L_2)} \end{bmatrix} \quad (4.111)$$

Por lo que :

$$\tilde{b}_S^{R0} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2C_1} \left[\frac{2D_1 D_2}{L_1} + \frac{D_2^2}{L_1} + \frac{2(D_1+D_2) D_3}{L_1} + \frac{D_3^2}{L_1+L_2} \right] \\ \frac{-D_3^2}{2C_2(L_1+L_2)} \end{bmatrix} T^0 \quad (4.112)$$

Finalmente :

$$\underset{\sim}{A}_E^0 = \left[\begin{array}{cc|cc}
 0 & 0 & -\frac{D_2}{L_1} - \frac{D_3}{L_1+L_2} & \frac{D_3}{L_1+L_2} \\
 0 & 0 & \frac{D_1}{L_2} + \frac{D_3}{L_1+L_2} & -\frac{D_1+D_2}{L_2} - \frac{D_3}{L_1+L_2} \\
 \hline
 \frac{D_2+D_3}{C_1} & -\frac{D_1}{C_1} & -\frac{T^0}{2C_1} \left[\frac{D_1^2}{L_2} + \frac{D_2^2}{L_1} + \frac{2D_2D_3}{L_1+L_2} + \frac{D_3^2}{L_1+L_2} \right] & \frac{T^0}{2C_1} \left[\frac{D_1^2}{L_2} + \frac{D_3^2}{L_1+L_2} \right] \\
 0 & \frac{1}{C_2} & \frac{T^0}{2C_2} \left[\frac{1-(D_2+D_3)^2}{L_2} + \frac{D_3^2}{L_1+L_2} \right] & -\frac{1}{C_2R} - \frac{T^0}{2C_2} \left[\frac{1-D_3^2}{L_2} + \frac{D_3^2}{L_1+L_2} \right]
 \end{array} \right]$$

(4.113)

$$\underset{\sim}{b}_E^0 = \left[\begin{array}{c|c}
 \frac{D_1+D_2}{L_1} + \frac{D_3}{L_1+L_2} & \\
 -\frac{D_3}{L_1+L_2} & \\
 \hline
 \frac{T^0}{2C_1} \left[\frac{1-(D_1^2+D_3^2)}{L_1} + \frac{D_3^2}{L_1+L_2} \right] & \\
 \frac{D_3^2 T^0}{2C_2(L_1+L_2)} &
 \end{array} \right]$$

(4.114)

Una vez obtenidas las matrices $\underset{\sim}{A}_E^0$ y $\underset{\sim}{b}_E^0$, pueden calcularse los valores del vector de estado en régimen estacionario en el instante t_{k0}^0 a partir de (4.37). De aquí que :

$$\underset{\sim}{X}_E^0(t_{k0}^0) = -\underset{\sim}{b}_E^0 V_9 \quad (4.115)$$

Desarrollando el sistema de ecuaciones implícito en (4.115) se tendrá :

$$\begin{aligned}
 & - \left[\frac{D_2}{L_1} + \frac{1-(D_1+D_2)}{L_1+L_2} \right] v_{C1}^0(t_{k0}^0) + \frac{1-(D_1+D_2)}{L_1+L_2} v_{C2}^0(t_{k0}^0) = \\
 & = - \left[\frac{D_1+D_2}{L_1} + \frac{1-(D_1+D_2)}{L_1+L_2} \right] V_g \quad (4.116)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[\frac{D_1}{L_2} + \frac{1-(D_1+D_2)}{L_1+L_2} \right] v_{C1}^0(t_{k0}^0) - \left[\frac{D_1+D_2}{L_2} + \frac{1-(D_1+D_2)}{L_1+L_2} \right] v_{C2}^0(t_{k0}^0) = \\
 & = \frac{1-(D_1+D_2)}{L_1+L_2} V_g \quad (4.117)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1-D_1}{C_1} i_{L1}^0(t_{ko}^0) - \frac{D_1}{C_1} i_{L2}^0(t_{ko}^0) - \\
& - \frac{T^0}{2C_1} \left[\frac{D_1^2}{L_2} + \frac{D_2^2 + 2D_2[1-(D_1+D_2)]}{L_1} + \frac{[1-(D_1+D_2)]^2}{L_1 + L_2} \right] v_{c1}^0(t_{ko}^0) + \\
& + \frac{T^0}{2C_1} \left[\frac{D_1^2}{L_2} + \frac{[1-(D_1+D_2)]^2}{L_1 + L_2} \right] v_{c2}^0(t_{ko}^0) = \\
& = - \frac{T^0}{2C_1} \left[\frac{1 - [D_1^2 + [1-(D_1+D_2)]^2]}{L_1} + \frac{[1-(D_1+D_2)]^2}{L_1 + L_2} \right] V_g
\end{aligned}$$

(4.118)

$$\begin{aligned}
& i_{L2}^0(t_{ko}^0) + \frac{T^0}{2} \left[\frac{1 - (1-D_1)^2}{L_2} + \frac{[1-(D_1+D_2)]^2}{L_1 + L_2} \right] v_{c1}^0(t_{ko}^0) - \\
& - \left[\frac{1}{R} + \frac{T^0}{2} \left[\frac{1 - [1-(D_1+D_2)]^2}{L_2} + \frac{[1-(D_1+D_2)]^2}{L_1 + L_2} \right] \right] v_{c2}^0(t_{ko}^0) = \\
& = \frac{[1-(D_1+D_2)]^2 T^0}{2(L_1 + L_2)} V_g
\end{aligned}$$

(4.119)

La independencia de las dos primeras ecuaciones con relación al resto permite resolverlas proporcionando:

$$v_{C1}^0(t_{k0}^0) = \frac{D_1 + D_2}{D_2} V_9 \quad (4.120)$$

$$v_{C2}^0(t_{k0}^0) = \frac{D_1}{D_2} V_9 \quad (4.121)$$

Sustituyendo (4.120) y (4.121) en la cuarta ecuación se obtiene :

$$i_{L2}^0(t_{k0}^0) = \left[\frac{D_1}{D_2 R} - \frac{D_1 T^0 (D_1 + D_2)}{2 L_2} \right] V_9 \quad (4.122)$$

De (4.122) y (4.77) con I_{C1} igual a cero, se desprende :

$$i_{L2}^0(t_{k0}^0) = -I \quad (4.123)$$

resultado que coincide con el obtenido por Čuk [62] mediante análisis elemental.

La expresión de $i_{L1}^0(t_{k0}^0)$ puede obtenerse a partir de

$$i_S^0(t_{k0}^0) = 0 \quad (4.124)$$

con

$$i_S^0(t_{k0}^0) = i_{L1}^0(t_{k0}^0) + i_{L2}^0(t_{k0}^0) \quad (4.125)$$

Por consiguiente:

$$i_{L1}^0(t_{k0}^0) = -i_{L2}^0(t_{k0}^0) = - \left[\frac{D_1}{D_2 R} - \frac{D_1 T^0 (D_1 + D_2)}{2 L_2} \right] V_g \quad (4.126)$$

La ecuación (4.124) que caracteriza el modo de conducción discontinua del convertidor puede obtenerse también de manera análoga al caso "boost" ; es decir, utilizando la ecuación que modela el cambio de modo de conducción (transición de T_d^0 a T_1^0) y expresando el vector de estado en t_{k2}^0 en función del mismo vector en t_{k0}^0 .

Por último si se sustituyen los valores de las componentes de $\underline{X}^0(t_{k0}^0)$ en la tercera ecuación se obtiene:

$$D_2 = \sqrt{\frac{2 L_e}{T^0 R}} \quad (4.127)$$

con L_e definida en (4.74),

coincidiendo la última expresión con la obtenida por Čuk mediante análisis elemental.

4.7 EXTENSION DEL MODELO AL CALCULO DE VALORES MEDIOS EN REGIMEN ESTACIONARIO

4.7.1 Obtención del valor medio del vector de estado en el subintervalo i del ciclo k

Promediando la expresión (4.6) en el intervalo $(t_{k(i-1)}, t_{ki})$ se obtiene :

$$\langle \underline{X}_{-F} \rangle_i(k) = \frac{1}{t_{ki} - t_{k(i-1)}} \int_{t_{k(i-1)}}^{t_{ki}} \left[\underline{X}_{-F}(t_{k(i-1)}) + \left[\underline{A}_{FS1-S} \underline{X}_{-S} + \underline{b}_{F1-U} U \right] (t - t_{k(i-1)}) \right] dt \quad (4.128)$$

Efectuando la integración:

$$\langle \underline{X}_{-F} \rangle_i(K) = \underline{X}_{-F}(t_{k(i-1)}) + \left[\underline{A}_{FS1-S} \underline{X}_{-S} + \underline{b}_{F1-U} U \right] \frac{t_{ki} - t_{k(i-1)}}{2} \quad (4.129)$$

Introduciendo (4.34) en (4.129), puede escribirse:

$$\begin{aligned} \langle \underline{X}_{-F} \rangle_i(k) = & \underline{X}_{-F}(t_{k0}) + \left[\sum_{j=1}^{i-1} \underline{A}_{FSj} T_{kj} + \underline{A}_{FS1} \frac{T_{k1}}{2} \right] \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \\ & + \left[\sum_{j=1}^{i-1} \underline{b}_{Fj} T_{kj} + \underline{b}_{F1} \frac{T_{k1}}{2} \right] \underline{U}_k \end{aligned} \quad (4.130)$$

De manera equivalente:

$$\begin{aligned} \langle \underline{X}_F \rangle_i(k) = \underline{X}_F(t_{k0}) + & \left[\sum_{j=1}^i \left[\frac{1}{1 + \delta_{ij}} \underline{A}_{FSj} T_{kj} \right] \right] \underline{X}_S(t_{k0}) + \\ & + \left[\sum_{j=1}^i \left[\frac{1}{1 + \delta_{ij}} \underline{b}_{Fj} T_{kj} \right] \right] \underline{U}_{-k} \end{aligned}$$

con

$$\begin{aligned} \delta_{ij} = 1 & \quad \text{para } i = j \\ \delta_{ij} = 0 & \quad \text{para } i \neq j \end{aligned} \quad (4.131)$$

Por otra parte, para las componentes de variación lenta \underline{X}_S del vector de estado, se tendrá:

$$\langle \underline{X}_S \rangle_i(k) \approx \underline{X}_S(t_{k0}) \quad (4.132)$$

Las expresiones (4.131) y (4.132) constituyen la forma más simplificada posible de obtención de los valores medios del vector de estado en el subintervalo $(t_{k(i-1)}, t_{ki})$, en función del valor de dicho vector al inicio del ciclo de conmutación.

4.7.2 Obtención del valor medio del vector de estado en un ciclo de conmutación

El valor medio del vector de estado en un ciclo de conmutación puede obtenerse a partir de los valores medios del mismo en cada uno de los subintervalos de dicho ciclo, de la siguiente forma :

$$\langle \underline{X} \rangle(k) = \sum_{i=1}^m \langle \underline{X} \rangle_i(k) \frac{T_{ki}}{T_k} \quad (4.133)$$

donde el valor medio $\langle \underline{X}_j \rangle(k)$ del vector de estado en el subintervalo j puede obtenerse para las componentes \underline{X}_F y \underline{X}_S mediante las expresiones (4.131) y (4.132) respectivamente.

De este modo, de (4.131) y (4.133) :

$$\begin{aligned} \langle \underline{X}_F \rangle(k) \approx \underline{X}_F(t_{k0}) + \sum_{i=1}^m \frac{T_{ki}}{T_k} \left\{ \left[\sum_{j=1}^1 \left[\frac{1}{1 + \delta_{1j}} \tilde{A}_{FSj} T_{kj} \right] \right] \underline{X}_S(t_{k0}) + \right. \\ \left. + \left[\sum_{j=1}^1 \left[\frac{1}{1 + \delta_{1j}} \tilde{b}_{Fj} T_{kj} \right] \right] \underline{U}_{-k} \right\} \end{aligned} \quad (4.134)$$

Asimismo de (4.132) y (4.133) :

$$\langle \underline{X}_S \rangle(k) \approx \underline{X}_S(t_{k0}) \quad (4.135)$$

4.7.3 Cálculo del valor medio del vector de estado en un ciclo de conmutación y en régimen estacionario. Aplicación al caso del convertidor de Ćuk en modo de conducción discontinua

Particularizando las expresiones (4.134) y (4.135) al caso de régimen estacionario, se tendrá :

$$\langle \underline{X}_{-F}^0 \rangle(k) \approx \underline{X}_{-F}^0(t_{k0}^0) + \sum_{i=1}^m \frac{T_i^0}{T^0} \left\{ \left[\sum_{j=1}^1 \left[\frac{1}{1 + \delta_{1j}} \tilde{A}_{FSj} T_j^0 \right] \right] \underline{X}_{-S}^0(t_{k0}^0) + \left[\sum_{j=1}^1 \left[\frac{1}{1 + \delta_{1j}} \tilde{b}_{Fj} T_j^0 \right] \right] \underline{U}^0 \right\}$$

$$\langle \underline{X}_{-S}^0 \rangle(k) = \underline{X}_{-S}^0(t_{k0}^0)$$

Desarrollando los sumatorios para el caso de conducción discontinua (m=3), se obtiene:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{T_i^0}{T^0} \left[\sum_{j=1}^1 \left[\frac{1}{1 + \delta_{1j}} \tilde{A}_{FSj} T_j^0 \right] \right] = \frac{D_1}{2} T_1^0 \tilde{A}_{FS1} +$$

$$+ D_2 \left[\tilde{A}_{FS1} T_1^0 + \frac{1}{2} \tilde{A}_{FS2} T_2^0 \right] + D_3 \left[\tilde{A}_{FS1} T_1^0 + \tilde{A}_{FS2} T_2^0 + \frac{1}{2} \tilde{A}_{FS3} T_3^0 \right]$$

(4.136)

$$\sum_{i=1}^3 \frac{T_i^0}{T^0} \left[\sum_{j=1}^i \left(\frac{1}{1 + \delta_{1j}} b_{Fj} T_j^0 \right) \right] = \frac{D_1}{2} T_1^0 b_{F1} +$$

$$+ D_2 \left(b_{F1} T_1^0 + \frac{1}{2} b_{F2} T_2^0 \right) + D_3 \left(b_{F1} T_1^0 + b_{F2} T_2^0 + \frac{1}{2} b_{F3} T_3^0 \right)$$

(4.137)

Las expresiones (4.136) y (4.137) pueden particularizarse en el caso del convertidor de Čuk ponderando adecuadamente las expresiones (4.106)-(4.107) y (4.109)-(4.111). De este modo se obtiene :

$$\begin{bmatrix} \langle X^0 \rangle \\ -F \\ \hline \langle X^0 \rangle \\ -S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{L1} \\ I_{L2} \\ V_{C1} \\ V_{C2} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{D_2 T^0}{2 L_1} (D_2 + 2D_3) - \frac{D_3^2 T^0}{2(L_1 + L_2)} & \frac{D_3^2 T^0}{2(L_1 + L_2)} \\ 0 & 1 & \frac{D_1 T^0}{2 L_2} (D_1 + 2D_2 + 2D_3) + \frac{D_3^2 T^0}{2(L_1 + L_2)} & \frac{(D_1 + D_2)(1 + D_3) T^0}{2L_2} - \frac{D_3^2 T^0}{2(L_1 + L_2)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{X_F^0(t_{k0}^0)}{F} \\ \frac{X_S^0(t_{k0}^0)}{S} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{(D_1+D_2)(1+D_3)T^0}{2L_1} + \frac{D_3^2 T^0}{2(L_1+L_2)} \\ -\frac{D_3^2 T^0}{2(L_1+L_2)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \underline{U^0} \quad (4.138)$$

Sustituyendo las expresiones (4.120)-(4.122) y (4.126) en (4.138) y teniendo en cuenta además que

$$D_3 = 1 - D_1 - D_2$$

Se obtiene finalmente :

$$\begin{bmatrix} I_{L1} \\ I_{L2} \\ V_{c1} \\ V_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D_1 V_g}{D_2 R} + \frac{D_1 (D_1 + D_2) T^0 V_g}{2} \left[\frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_1} \right] \\ \frac{D_1 V_g}{D_2 R} \\ \frac{D_1 + D_2}{D_2} V_g \\ \frac{D_1}{D_2} V_g \end{bmatrix} \quad (4.139)$$

que coinciden con los valores derivados de las expresiones halladas previamente mediante análisis elemental (expresiones (4.71)-(4.80)).

CAPITULO V

FORMULACION DE UN MODELO CONTINUO EQUIVALENTE

5.1 INTRODUCCION

El interés de la formulación de un modelo lineal continuo radica fundamentalmente en la familiaridad del diseñador con los principios básicos de los sistemas continuos realimentados (criterios de estabilidad de Bode o de Nyquist, diseño de redes correctoras, etc) [78], así como en la fácil determinación experimental de su margen de validez mediante medida de la correspondiente función descriptiva [80].

Aunque el modelo discreto desarrollado en el capítulo 4 es menos general que el desarrollado en el capítulo 3, ofrece, sin embargo, el interés de la simplicidad de formulación de las relaciones entre valores medios que del mismo se deriva. Por esta razón, se utilizará ahora como punto de partida para establecer un modelo continuo asociado a los valores medios, en forma de funciones de transferencia, válido para los modos de conducción continua y discontinua.

Con esta finalidad, se obtendrá en primer lugar un modelo discreto de valores medios, a partir de la recurrencia obtenida entre valores al inicio y al final del ciclo de conmutación. Posteriormente se pasará de dicho modelo discreto a un modelo continuo equivalente, mediante la definición de funciones continuas asociadas a las variables discretas, de manera similar al proceso efectuado tanto por Prajoux, Marpinard y Jalade [25] como por Čuk y Middlebrook [15], que consiste en aproximar la derivada del vector de estado continuo equivalente por el cociente entre el incremento del vector de estado a lo largo de un ciclo y la duración de éste.

Finalmente, la formulación obtenida se aplica al análisis dinámico de un convertidor complejo en modo de control de corriente, tal como el convertidor Čuk-MC² en conducción continua, determinándose experimentalmente el margen de validez de las previsiones teóricas.

5.2 RECURRENCIA ENTRE LOS VALORES MEDIOS DEL VECTOR DE ESTADO CORRESPONDIENTES A DOS CICLOS DE CONMUTACIÓN SUCESIVOS

La particularización de las expresiones (4.134) y (4.135) en el ciclo de conmutación (k+1) conduce a las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \langle \underline{X}_{-F} \rangle (k+1) \approx \underline{X}_{-F}(t_{(k+1)0}) + \sum_{i=1}^m \frac{T_{(k+1)i}}{T_{k+1}} \left\{ \left[\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} \underline{A}_{FSj} T_{(k+1)j} \right] \underline{X}_{-S}(t_{(k+1)0}) + \right. \\ \left. + \left[\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} \underline{b}_{Fj} T_{(k+1)j} \right] \underline{U}_{(k+1)} \right\} \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\langle \underline{X}_{-S} \rangle (k+1) \approx \underline{X}_{-S}(t_{(k+1)0}) \quad (5.2)$$

Si en (5.1) se aproxima :

$$\underline{X}_{-S}(t_{(k+1)0}) \approx \langle \underline{X}_{-S} \rangle (k)$$

$$\underline{U}_{k+1} \approx \langle \underline{U} \rangle (k)$$

se tendrá :

$$\begin{aligned} \langle \underline{X}_{-F} \rangle (k+1) \approx \underline{X}_{-F}(t_{(k+1)0}) + \sum_{i=1}^m \frac{T_{(k+1)i}}{T_{k+1}} \left\{ \left[\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} \underline{A}_{FSj} T_{(k+1)j} \right] \langle \underline{X}_{-S} \rangle (k) + \right. \\ \left. + \left[\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} \underline{b}_{Fj} T_{(k+1)j} \right] \langle \underline{U} \rangle (k) \right\} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Por otra parte, si se desglosa la ecuación matricial (4.30), podrá escribirse :

$$\underline{X}_{-F}(t_{(k+1)0}) = \underline{X}_{-F}(t_{k0}) + \underline{A}_{\sim FS} T_k \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \underline{b}_{\sim F} T_k \underline{U}_k \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \underline{X}_{-S}(t_{(k+1)0}) = & \underline{A}_{\sim SF} T_k \underline{X}_{-F}(t_{k0}) + \left[\underline{1} + \left[\underline{A}_{\sim SS} + \underline{A}_{\sim SS}^R \right] T_k \right] \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \\ & + \left[\underline{b}_{\sim S} + \underline{b}_{\sim S}^R \right] T_k \underline{U}_k \end{aligned} \quad (5.5)$$

habiéndose despreciado en (5.4), el término $\underline{A}_{FF} T_k \underline{X}_{-F}(t_{k0})$ que, por ser prácticamente nulo, había sido añadido previamente en la expresión (4.18) con objeto de conseguir una escritura matricial simétrica.

Sustituyendo (5.4) y (5.5) en (5.3) y (5.2), se obtiene :

$$\begin{aligned} \langle \underline{X}_{-F} \rangle_{(k+1)} = & \underline{X}_{-F}(t_{k0}) + \underline{A}_{\sim FS} T_k \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \underline{b}_{\sim F} T_k \underline{U}_k + \\ & + \sum_{i=1}^m \frac{T_{(k+1)i}}{T_{k+1}} \left\{ \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} \underline{A}_{\sim FSj} T_{(k+1)j} \right] \langle \underline{X}_{-S} \rangle_{(k)} + \right. \\ & \left. + \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} \underline{b}_{\sim Fj} T_{(k+1)j} \right] \langle \underline{U} \rangle_{(k)} \right\} \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned} \langle \underline{X}_{-S} \rangle_{(k+1)} = & \underline{A}_{\sim SF} T_k \underline{X}_{-F}(t_{k0}) + \left[\underline{1} + \left[\underline{A}_{\sim SS} + \underline{A}_{\sim SS}^R \right] T_k \right] \underline{X}_{-S}(t_{k0}) + \\ & + \left[\underline{b}_{\sim S} + \underline{b}_{\sim S}^R \right] T_k \underline{U}_k \end{aligned} \quad (5.7)$$

A su vez, los valores de $\underline{X}_F(t_{k0})$ y de $\underline{X}_S(t_{k0})$ pueden obtenerse de (4.134) y (4.135), como a continuación se indica:

$$\begin{aligned} \underline{X}_F(t_{k0}) \approx & \langle \underline{X}_F \rangle(k) - \sum_{i=1}^m \frac{T_{ki}}{T_k} \left\{ \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} A_{FSj} T_{kj} \right] \underline{X}_S(t_{k0}) + \right. \\ & \left. + \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{Fj} T_{kj} \right] \underline{U}_k \right\} \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\underline{X}_S(t_{k0}) \approx \langle \underline{X}_S \rangle(k) \quad (5.9)$$

Sustituyendo (5.8) y (5.9) en (5.6) y (5.7), y haciendo la aproximación $\underline{U}_k \approx \langle \underline{U} \rangle(k)$, se tendrá :

$$\begin{aligned} \langle \underline{X}_F \rangle(k+1) = & \langle \underline{X}_F \rangle(k) + \left\{ A_{FS} T_k + \left[\sum_{i=1}^m \frac{T_{(k+1)i}}{T_{k+1}} \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} A_{FSj} T_{(k+1)j} \right] \right] \right\} - \\ & - \left[\sum_{i=1}^m \frac{T_{ki}}{T_k} \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} A_{FSj} T_{kj} \right] \right] \langle \underline{X}_S \rangle(k) + \\ & + \left\{ b_{Fj} T_k + \left[\sum_{i=1}^m \frac{T_{(k+1)i}}{T_{k+1}} \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{Fj} T_{(k+1)j} \right] \right] \right\} - \\ & - \left[\sum_{i=1}^m \frac{T_{ki}}{T_k} \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{Fj} T_{kj} \right] \right] \langle \underline{U} \rangle(k) \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned}
\langle X_{\sim S} \rangle(k+1) = & A_{\sim SF} T_k \langle X_F \rangle(k) + \left[1 + \left(A_{\sim SS} + A_{\sim SS}^R \right) T_k - \right. \\
& \left. - A_{\sim SF} T_k \sum_{i=1}^m \frac{T_{ki}}{T_k} \left(\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} A_{\sim FSJ} T_{kj} \right) \right] \langle X_{\sim S} \rangle(k) + \\
& + \left[\left(b_{\sim S} + b_{\sim S}^R \right) T_k - A_{\sim SF} T_k \sum_{i=1}^m \frac{T_{ki}}{T_k} \left(\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{\sim FJ} T_{kj} \right) \right] \langle U \rangle(k) +
\end{aligned}
\tag{5.11}$$

expresiones que pueden escribirse de manera compacta :

$$\begin{bmatrix} \langle X_{\sim F} \rangle(k+1) \\ \langle X_{\sim S} \rangle(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + A_{\sim H} T_k \\ \sim \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle X_{\sim F} \rangle(k) \\ \langle X_{\sim S} \rangle(k) \end{bmatrix} + b_{\sim H} T_k \langle U \rangle(k)
\tag{5.12}$$

con:

$$A_{\sim H} = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} \sum_{i=1}^m A_{\sim FF1} \frac{T_{ki}}{T_k} \left[\sum_{i=1}^m A_{\sim FS1} \frac{T_{ki}}{T_k} + \sum_{i=1}^m \frac{T_{(k+1)i}}{T_{k+1}} \left(\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} A_{\sim FSJ} T_{(k+1)j} \right) - \right. \\ \left. - \sum_{i=1}^m \frac{T_{ki}}{T_k} \left(\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} A_{\sim FSJ} T_{kj} \right) \right] \\ \hline \sum_{i=1}^m A_{\sim SF1} \frac{T_{ki}}{T_k} \left[\sum_{i=1}^m A_{\sim SS1} \frac{T_{ki}}{T_k} + \sum_{i=1}^m A_{\sim SF1} \frac{T_{ki}}{T_k} \left(\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} A_{\sim FSJ} T_{kj} \right) - \right. \\ \left. - \left(\sum_{i=1}^m A_{\sim SF1} \frac{T_{ki}}{T_k} \right) \sum_{i=1}^m \frac{T_{ki}}{T_k} \left(\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} A_{\sim FSJ} T_{kj} \right) \right] \end{array} \right]
\end{array}
\tag{5.13}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\sum_{i=1}^m b_{\sim F1} \frac{T_{ki}}{T_k} + \sum_{i=1}^m \frac{T_{(k+1)i}}{T_{k+1}} \left(\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{\sim Fj} T_{(k+1)j} \right) - \right. \\
& \quad \left. - \sum_{i=1}^m \frac{T_{ki}}{T_k} \left(\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{\sim Fj} T_{kj} \right) \right] \\
\sim M = & \left[\sum_{i=1}^m b_{\sim S1} \frac{T_{ki}}{T_k} + \sum_{i=1}^m A_{\sim SF1} \frac{T_{ki}}{T_k} \left(\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{\sim Fj} T_{kj} \right) - \right. \\
& \quad \left. - \left(\sum_{i=1}^m A_{\sim SF1} \frac{T_{ki}}{T_k} \right) \sum_{i=1}^m \frac{T_{ki}}{T_k} \left(\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{\sim Fj} T_{kj} \right) \right]
\end{aligned}$$

(5.14)

habiéndose añadido el término $\sum_{i=1}^m A_{\sim FF1} \frac{T_{ki}}{T_k}$ a la matriz $\tilde{0}$ en la posición $A_{\sim M11}$, siguiendo un razonamiento semejante al efectuado en el paso de la expresión (4.18) a la (4.19)

5.3 MODELO CONTINUO ASOCIADO AL VALOR MEDIO DEL VECTOR DE ESTADO EN UN CICLO DE CONMUTACION

Se supondrá a continuación que

$$T_{ki} \approx T_{(k+1)i} \quad \forall k, i \quad (5.15)$$

lo que equivale indistintamente a variación lenta de T_{ki} o a funcionamiento de pequeña señal.

Además, se definirán los vectores y variables continuos con derivada continua siguientes:

$$\langle \underline{X}_F \rangle^c(t), \langle \underline{X}_S \rangle^c(t), \langle \underline{U} \rangle^c(t), T_1^c(t), T^c(t)$$

tales que:

$$\langle \underline{X}_F \rangle^c(t_{k0} + \epsilon T_k) = \langle \underline{X}_F \rangle(k)$$

$$\langle \underline{X}_S \rangle^c(t_{k0} + \epsilon T_k) = \langle \underline{X}_S \rangle(k)$$

$$\langle \underline{U} \rangle^c(t_{k0} + \epsilon T_k) = \langle \underline{U} \rangle(k)$$

$$T_1^c(t_{k0} + \epsilon T_k) = T_{ki}$$

$$T^c(t_{k0} + \epsilon T_k) = T_k$$

$$\forall k, i \quad \text{y} \quad 0 \leq \epsilon \leq 1 \quad (5.16)$$

En estas condiciones, podrá efectuarse la siguiente aproximación :

$$\begin{aligned} \underline{\langle \dot{X} \rangle}^C(t_{k0} + \varepsilon T_k) &= \begin{bmatrix} \underline{\langle \dot{X}_F \rangle}^C(t_{k0} + \varepsilon T_k) \\ \underline{\langle \dot{X}_S \rangle}^C(t_{k0} + \varepsilon T_k) \end{bmatrix} \\ &\approx \frac{\underline{\langle X \rangle}(k+1) - \underline{\langle X \rangle}(k)}{(1-\varepsilon) T_k + \varepsilon T_{k+1}} \approx \frac{\underline{\langle X \rangle}(k+1) - \underline{\langle X \rangle}(k)}{T_k} \end{aligned} \quad (5.17)$$

Teniendo en cuenta (5.16) y (5.17), el sistema continuo equivalente será :

$$\begin{bmatrix} \underline{\langle \dot{X}_F \rangle}^C(t) \\ \underline{\langle \dot{X}_S \rangle}^C(t) \end{bmatrix} = \underset{\sim}{A}_H^C \begin{bmatrix} \underline{\langle X_F \rangle}^C(t) \\ \underline{\langle X_S \rangle}^C(t) \end{bmatrix} + \underset{\sim}{b}_H^C \underline{\langle U \rangle}^C(t) \quad (5.18)$$

donde $\underset{\sim}{A}_H^C$ y $\underset{\sim}{b}_H^C$ resultan al introducir (5.16) en las expresiones de $\underset{\sim}{A}_H$ y $\underset{\sim}{b}_H$ y efectuar la aproximación (5.15). Es decir :

$$\underset{\sim}{A}_H^C = \left[\begin{array}{c|c} \sum_{i=1}^m \underset{\sim}{A}_{FFi} d_i^C & \sum_{i=1}^m \underset{\sim}{A}_{FSi} d_i^C \\ \hline \sum_{i=1}^m \underset{\sim}{A}_{SFi} d_i^C & \sum_{i=1}^m \underset{\sim}{A}_{SSi} d_i^C + \sum_{i=1}^m \underset{\sim}{A}_{SFi} d_i^C \sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{1j}} \underset{\sim}{A}_{FSj} d_j^C T^C - \\ & - \left[\sum_{i=1}^m \underset{\sim}{A}_{SFi} d_i^C \right] \sum_{i=1}^m d_i^C \left[\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{1j}} \underset{\sim}{A}_{FSj} d_j^C T^C \right] \end{array} \right] \quad (5.19)$$

Análogamente:

$$\begin{aligned}
 \tilde{b}_M^C = & \left[\begin{array}{l} \sum_{i=1}^m b_{\tilde{F}i}^C d_i^C \\ \hline \sum_{i=1}^m b_{\tilde{S}i}^C d_i^C + \sum_{i=1}^m A_{\tilde{S}F} d_i^C \left[\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{\tilde{F}j}^C d_j^C T^C \right] - \\ - \left[\sum_{i=1}^m A_{\tilde{S}F} d_i^C \right] \sum_{i=1}^m d_i^C \left[\sum_{j=1}^i \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{\tilde{F}j}^C d_j^C T^C \right] \end{array} \right]
 \end{aligned}
 \tag{5.20}$$

donde $d_i^C(t)$ está definido por :

$$d_i^C(t) = \frac{T_i^C(t)}{T^C(t)}
 \tag{5.21}$$

5.4 MODELO CONTINUO LINEALIZADO

Si se tienen en cuenta las relaciones.

$$\langle \dot{\underline{X}} \rangle^c(t) = \langle \dot{\underline{X}} \rangle^{c^0}(t) + \langle \hat{\underline{X}} \rangle^c(t)$$

$$\langle \underline{X} \rangle^c(t) = \langle \underline{X} \rangle^{c^0}(t) + \langle \hat{\underline{X}} \rangle^c(t)$$

$$\langle \underline{U} \rangle^c(t) = \langle \underline{U} \rangle^{c^0}(t) + \langle \hat{\underline{U}} \rangle^c(t)$$

$$d_1^c(t) = D_1(t) + \hat{d}_1^c(t)$$

$$T^c(t) = T^{c^0}(t) + \hat{T}^c(t)$$

$$\underset{\sim}{A}_M^c = \underset{\sim}{A}_M^{c^0} + \underset{\sim}{A}_M^{\hat{c}}$$

$$\underset{\sim}{b}_M^c = \underset{\sim}{b}_M^{c^0} + \underset{\sim}{b}_M^{\hat{c}} \tag{5.22}$$

y se introducen en la ecuación (5.18), se obtendrá :

$$\begin{aligned} \langle \dot{\underline{X}} \rangle^{c^0}(t) + \langle \hat{\underline{X}} \rangle^c(t) &= \left[\underset{\sim}{A}_M^{c^0} + \underset{\sim}{A}_M^{\hat{c}} \right] \left[\langle \underline{X} \rangle^{c^0}(t) + \langle \hat{\underline{X}} \rangle^c(t) \right] + \\ &+ \left[\underset{\sim}{b}_M^{c^0} + \underset{\sim}{b}_M^{\hat{c}} \right] \left[\langle \underline{U} \rangle^{c^0}(t) + \langle \hat{\underline{U}} \rangle^c(t) \right] \end{aligned} \tag{5.23}$$

expresión que, en régimen estacionario, quedará reducida a

$$\dot{\langle \underline{X} \rangle}^{c^0}(t) = \underline{A}_M^{c^0} \langle \underline{X} \rangle^{c^0}(t) + \underline{b}_M^{c^0} \langle \underline{U} \rangle^{c^0}(t) \quad (5.24)$$

Además, considerando que

$$\dot{\langle \underline{X} \rangle}^{c^0}(t) = 0 \quad (5.25)$$

la expresión (5.24) podrá escribirse como sigue :

$$\dot{\langle \underline{X} \rangle}^{c^0}(t) = - \left[\underline{A}_M^{c^0} \right]^{-1} \underline{b}_M^{c^0} \langle \underline{U} \rangle^{c^0}(t) \quad (5.26)$$

A su vez, el modelo incremental continuo vendrá expresado por:

$$\dot{\langle \hat{\underline{X}} \rangle}^c(t) = \underline{A}_M^{c^0} \langle \hat{\underline{X}} \rangle^c(t) + \underline{b}_M^{c^0} \langle \hat{\underline{U}} \rangle^c(t) + \hat{\underline{A}}_M^c(t) \langle \underline{X} \rangle^{c^0} + \hat{\underline{b}}_M^c(t) \langle \underline{U} \rangle^{c^0} \quad (5.27)$$

donde se han despreciado los términos no lineales $\hat{\underline{A}}_M^c \langle \hat{\underline{X}} \rangle^c(t)$ y $\hat{\underline{b}}_M^c \langle \hat{\underline{U}} \rangle^c(t)$.

Asimismo, linealizando \hat{A}_M^C y \hat{b}_M^C se obtiene:

$$\hat{A}_M^C = \left[\begin{array}{c|c} \sum_{i=1}^m A_{FF1} \hat{d}_i^C & \sum_{i=1}^m A_{FS1} \hat{d}_i^C \\ \hline \sum_{i=1}^m A_{SF1} \hat{d}_i^C & \sum_{i=1}^m A_{SS1} \hat{d}_i^C + \sum_{i=1}^m A_{SF1} \hat{d}_i^C \sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{1j}} A_{FSJ} D_J^C T^{C0} + \\ & \sum_{i=1}^m A_{SF1} D_i^C \sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{1j}} A_{FSJ} \hat{d}_j^C T^{C0} + \sum_{i=1}^m A_{SF1} D_i^C \sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{1j}} A_{FSJ} D_J^C \hat{T}^C - \\ & - \left[\sum_{i=1}^m A_{SF1} \hat{d}_i^C \right] \sum_{i=1}^m D_i^C \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{1j}} A_{FSJ} D_J^C T^{C0} \right] - \\ & - \left[\sum_{i=1}^m A_{SF1} D_i^C \right] \sum_{i=1}^m \hat{d}_i^C \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{1j}} A_{FSJ} D_J^C T^{C0} \right] - \\ & - \left[\sum_{i=1}^m A_{SF1} D_i^C \right] \sum_{i=1}^m D_i^C \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{1j}} A_{FSJ} \hat{d}_j^C T^{C0} \right] - \\ & - \left[\sum_{i=1}^m A_{SF1} D_i^C \right] \sum_{i=1}^m D_i^C \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{1j}} A_{FSJ} D_J^C \hat{T}^C \right] \end{array} \right]$$

(5.28)

y

$$\begin{aligned}
 \hat{b}_M^C = & \sum_{i=1}^m A_{\sim FS1} \hat{d}_i^C \\
 & \sum_{i=1}^m b_{\sim S1} \hat{d}_i^C + \sum_{i=1}^m A_{\sim SF1} \hat{d}_i^C \sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{\sim FJ} D_j^C T^{C0} + \\
 & \sum_{i=1}^m A_{\sim SF1} D_i^C \sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{\sim FJ} \hat{d}_j^C T^{C0} + \sum_{i=1}^m A_{\sim SF1} D_i^C \sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{\sim FJ} D_j^C \hat{T}^C - \\
 & - \left[\sum_{i=1}^m A_{\sim SF1} \hat{d}_i^C \right] \sum_{i=1}^m D_i^C \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{\sim FJ} D_j^C T^{C0} \right] - \\
 & - \left[\sum_{i=1}^m A_{\sim SF1} D_i^C \right] \sum_{i=1}^m \hat{d}_i^C \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{\sim FJ} D_j^C T^{C0} \right] - \\
 & - \left[\sum_{i=1}^m A_{\sim SF1} D_i^C \right] \sum_{i=1}^m D_i^C \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{\sim FJ} \hat{d}_j^C T^{C0} \right] - \\
 & - \left[\sum_{i=1}^m A_{\sim SF1} D_i^C \right] \sum_{i=1}^m D_i^C \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{\sim FJ} D_j^C \hat{T}^C \right]
 \end{aligned}$$

(5.29)

Las expresiones de \hat{A}_M^C y \hat{b}_M^C pueden escribirse de manera compacta como sigue:

$$\hat{A}_M^C = \left[\sum_{i=1}^m \hat{A}_{\sim MI}^{C0} \hat{d}_i^C \right] + \hat{A}_{\sim MT}^{C0} \hat{T}^C \quad (5.30)$$

$$\hat{b}_M^C = \left[\sum_{i=1}^m \tilde{B}_{M1}^{C0} \hat{d}_1^C \right] + \tilde{B}_{MT}^{C0} \hat{T}^C \quad (5.31)$$

donde :

$$\tilde{A}_{M1}^{C0} = \frac{\partial \tilde{A}_M^C}{\partial d_1^C} \Big|_{D_j^C, T^{C0}} \quad j=1, \dots, m \quad \tilde{A}_{MT}^{C0} = \frac{\partial \tilde{A}_M^C}{\partial T^C} \Big|_{D_j^C, T^{C0}} \quad j=1, \dots, m$$

$$\tilde{B}_{M1}^{C0} = \frac{\partial \tilde{b}_M^C}{\partial d_1^C} \Big|_{D_j^C, T^{C0}} \quad j=1, \dots, m \quad \tilde{B}_{MT}^{C0} = \frac{\partial \tilde{b}_M^C}{\partial T^C} \Big|_{D_j^C, T^{C0}} \quad j=1, \dots, m$$

Por lo tanto, la ecuación (5.27) podrá escribirse :

$$\begin{aligned} \dot{\langle \underline{X} \rangle}^C &= \tilde{A}_M^{C0} \langle \underline{X} \rangle^C(t) + \tilde{b}_M^{C0} \langle \underline{U} \rangle^C(t) + \sum_{i=1}^m \left[\tilde{A}_{M1}^{C0} \langle \underline{X} \rangle^C + \tilde{B}_{M1}^{C0} \langle \underline{U} \rangle^C \right] \hat{d}_1^C(t) + \\ &+ \left[\tilde{A}_{MT}^{C0} \langle \underline{X} \rangle^C + \tilde{B}_{MT}^{C0} \langle \underline{U} \rangle^C \right] \hat{T}^C(t) \end{aligned} \quad (5.32)$$

5.5 OBTENCIÓN DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA

Considerando la salida del sistema $y(t)$ definida por :

$$y(t) = \underset{\sim}{F}_i \underline{X}(t) + \underset{\sim}{G}_i \underline{U}(t) \quad t_{k(i-1)} \leq t \leq t_{ki} \quad (5.33)$$

$i=1, 2, \dots, m$

y siguiendo un proceso similar al efectuado en 5.2-5.4, se obtiene el siguiente modelo continuo lineal con la salida en forma explícita :

$$\begin{aligned} \langle \hat{y} \rangle^c(t) = & \underset{\sim}{F}_M^c \langle \hat{X} \rangle^c(t) + \underset{\sim}{G}_M^c \langle \hat{U} \rangle^c(t) + \sum_{i=1}^m \left[\underset{\sim}{\mathcal{F}}_{M1}^{c0} \langle X \rangle^{c0} + \underset{\sim}{\mathcal{G}}_{M1}^{c0} \langle U \rangle^{c0} \right] \hat{d}_1^c(t) + \\ & + \left[\underset{\sim}{\mathcal{F}}_{MT}^{c0} \langle X \rangle^{c0} + \underset{\sim}{\mathcal{G}}_{MT}^{c0} \langle U \rangle^{c0} \right] \hat{T}^c(t) \end{aligned} \quad (5.34)$$

donde :

$$\underset{\sim}{\mathcal{F}}_{M1}^{c0} = \frac{\partial \underset{\sim}{F}_M^c}{\partial d_1^c} \Bigg|_{D_j^c, T^{c0} \quad j=1, \dots, m} \quad \underset{\sim}{\mathcal{F}}_{MT}^{c0} = \frac{\partial \underset{\sim}{F}_M^c}{\partial T^c} \Bigg|_{D_j^c, T^{c0} \quad j=1, \dots, m}$$

$$\underset{\sim}{\mathcal{G}}_{M1}^{c0} = \frac{\partial \underset{\sim}{G}_M^c}{\partial d_1^c} \Bigg|_{D_j^c, T^{c0} \quad j=1, \dots, m} \quad \underset{\sim}{\mathcal{G}}_{MT}^{c0} = \frac{\partial \underset{\sim}{G}_M^c}{\partial T^c} \Bigg|_{D_j^c, T^{c0} \quad j=1, \dots, m}$$

construyéndose las matrices $\underset{\sim}{F}_M^c$ y $\underset{\sim}{G}_M^c$ a partir de $\underset{\sim}{F}_i$ y $\underset{\sim}{G}_i$, de manera análoga a la efectuada con $\underset{\sim}{A}_M^c$ y $\underset{\sim}{b}_M^c$ partiendo de $\underset{\sim}{A}_i$ y $\underset{\sim}{b}_i$.

~ Aplicando la transformada de Laplace a las ecuaciones (5.32) y (5.34) se tendrá :

$$\begin{aligned}
 s\underline{X}(s) = & \underline{A}_M^c X(s) + \underline{b}_M^c U(s) + \sum_{i=1}^m \left[\underline{A}_{M1}^c \langle X \rangle^c + \underline{B}_{M1}^c \langle U \rangle^c \right] D_1(s) + \\
 & + \left[\underline{A}_{MT}^c \langle X \rangle^c + \underline{B}_{MT}^c \langle U \rangle^c \right] T(s)
 \end{aligned}
 \tag{5.35}$$

$$\begin{aligned}
 Y(s) = & \underline{F}_M^c X(s) + \underline{G}_M^c U(s) + \sum_{i=1}^m \left[\underline{F}_{M1}^c \langle X \rangle^c + \underline{G}_{M1}^c \langle U \rangle^c \right] D_1(s) + \\
 & + \left[\underline{F}_{MT}^c \langle X \rangle^c + \underline{G}_{MT}^c \langle U \rangle^c \right] T(s)
 \end{aligned}
 \tag{5.36}$$

donde :

$$\underline{X}(s) = \mathcal{L} \left[\langle \hat{X} \rangle^c(t) \right]$$

$$\underline{U}(s) = \mathcal{L} \left[\langle \hat{U} \rangle^c(t) \right]$$

$$Y(s) = \mathcal{L} \left[\langle \hat{y} \rangle^c(t) \right]$$

$$D_1(s) = \mathcal{L} \left[\hat{d}_1^c(t) \right]$$

$$T(s) = \mathcal{L} \left[\hat{T}^c(t) \right]$$

Despejando $\underline{X}(s)$ en la ecuación (5.35) y sustituyéndolo en la ecuación (5.36), se obtiene :

$$\begin{aligned}
 Y(s) = & \left\{ \underset{\sim}{F}_M^{C^0} \left[\underset{\sim}{s}1 - \underset{\sim}{A}_M^{C^0} \right]^{-1} \underset{\sim}{b}_M^{C^0} + \underset{\sim}{G}_M^{C^0} \right\} \underline{U}(s) + \\
 & + \sum_{i=1}^m \left\{ \underset{\sim}{F}_M^{C^0} \left[\underset{\sim}{s}1 - \underset{\sim}{A}_M^{C^0} \right]^{-1} \left[\underset{\sim}{A}_{M1}^{C^0} \langle \underline{X} \rangle^{C^0} + \underset{\sim}{B}_{M1}^{C^0} \langle \underline{U} \rangle^{C^0} \right] + \right. \\
 & + \left. \left[\underset{\sim}{F}_{M1}^{C^0} \langle \underline{X} \rangle^{C^0} + \underset{\sim}{G}_{M1}^{C^0} \langle \underline{U} \rangle^{C^0} \right] \right\} D_i(s) + \left\{ \underset{\sim}{F}_M^{C^0} \left[\underset{\sim}{s}1 - \underset{\sim}{A}_M^{C^0} \right]^{-1} \left[\underset{\sim}{A}_{MT}^{C^0} \langle \underline{X} \rangle^{C^0} + \underset{\sim}{B}_{MT}^{C^0} \langle \underline{U} \rangle^{C^0} \right] + \right. \\
 & \left. + \left[\underset{\sim}{F}_{MT}^{C^0} \langle \underline{X} \rangle^{C^0} + \underset{\sim}{G}_{MT}^{C^0} \langle \underline{U} \rangle^{C^0} \right] \right\} T(s) \quad (5.37)
 \end{aligned}$$

Las funciones de transferencia en lazo abierto

$$\frac{Y(s)}{U_i(s)}, \quad \frac{Y(s)}{D_i(s)} \quad \text{o} \quad \frac{Y(s)}{T(s)} \quad \text{se obtendrán de la siguiente manera:}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{Y(s)}{U_i(s)} &= \left\{ \underset{\sim}{F}_M^{C^0} \left[\underset{\sim}{s}1 - \underset{\sim}{A}_M^{C^0} \right]^{-1} \underset{\sim}{b}_M^{C^0} + \underset{\sim}{G}_M^{C^0} \right\} \underline{u}_i \quad (5.38) \\
 U_j(s) &= 0 \quad j \neq i \quad i=1,2,\dots,m \quad j=1,2,\dots,m \\
 D_l(s) &= 0 \quad l=1,2,\dots,m \\
 T(s) &= 0
 \end{aligned} \right\}$$

siendo \underline{u}_i un vector cuyos elementos son todos nulos, excepto el i -ésimo que vale la unidad.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{Y(s)}{D_i(s)} \\ U_j(s) = 0 \\ D_j(s) = 0 \\ T(s) = 0 \end{array} \right| = F_M^{C^0} \left[sI - A_M^{C^0} \right]^{-1} \left[A_{M1}^{C^0} \langle X \rangle^{C^0} + B_{M1}^{C^0} \langle U \rangle^{C^0} \right] + \left[F_{M1}^{C^0} \langle X \rangle^{C^0} + G_{M1}^{C^0} \langle U \rangle^{C^0} \right] \quad j \neq i = 1, 2, \dots, m \quad j=1, 2, \dots, m$$

(5.39)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{Y(s)}{T(s)} \\ U_i(s) = 0 \\ D_i(s) = 0 \end{array} \right| = F_M^{C^0} \left[sI - A_M^{C^0} \right]^{-1} \left[A_{MT}^{C^0} \langle X \rangle^{C^0} + B_{MT}^{C^0} \langle U \rangle^{C^0} \right] + \left[F_{MT}^{C^0} \langle X \rangle^{C^0} + G_{MT}^{C^0} \langle U \rangle^{C^0} \right] \quad i=1, 2, \dots, m$$

(5.40)

5.5.1 Obtención de funciones de transferencia incluyendo la acción del subsistema de control. Caso de frecuencia de conmutación constante

Partiendo de un conjunto de "m" ecuaciones de control, equivalente en su forma a la expresión (3.35), se tendrá:

$$H_{X_R, i}^T \Delta X_{R, i}(t_{kl}^0) + H_{U_R, i}^T \Delta U_{R, i}(t_{kl}^0) + H_{T, i} \Delta t_{kl} = 0 \quad (5.41)$$

donde \underline{X}_R , es el vector de estado del regulador definido de manera idéntica a la del apartado 3.2.3.9, pero con una ordenación diferente de sus componentes.

$$\underline{X}_R(t) = \begin{bmatrix} X_T(t) \\ X_{CF}(t) \\ X_S(t) \\ X_{CS}(t) \end{bmatrix}$$

y $\underline{U}_R(t)$ es idéntico al del apartado 3.2.3.9, es decir :

$$\underline{U}_R(t) = \begin{bmatrix} \underline{U}(t) \\ \underline{r}(t) \end{bmatrix}$$

Si, además, se sigue un proceso similar al efectuado en 5.2-5.4, se obtendrá el siguiente modelo continuo lineal para las "m" ecuaciones de control, en el caso de frecuencia de conmutación constante:

$$\tilde{H}_{XM}^{C0} \hat{X}_{R'}^C(t) + \tilde{H}_{UM}^{C0} \hat{U}_R^C(t) + \tilde{D}_H^{C0} \hat{d}^C(t) = 0 \quad (5.42)$$

con

$$\hat{d}^C(t) = \begin{bmatrix} \hat{d}_1^C(t) \\ \vdots \\ \hat{d}_m^C(t) \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

construyéndose las matrices \tilde{H}_{XM}^{C0} , \tilde{H}_{UM}^{C0} y \tilde{D}_H^{C0} a partir de $H_{X_{R',1}}^T$ y $H_{U_{R',1}}^T$, siguiendo un proceso similar al efectuado con A_M^C y b_M^C partiendo de A_1 y b_1 .

Aplicando la transformada de Laplace en la ecuación (5.42), se obtiene:

$$\tilde{H}_{XM}^{C0} X_{R'}(s) + \tilde{H}_{UM}^{C0} U_R(s) + \tilde{D}_H^{C0} D(s) = 0 \quad (5.44)$$

donde:

$$\underline{X}_R(s) = \mathcal{L} \left[\langle \hat{X}_R \rangle^c(t) \right]$$

$$\underline{U}_R(s) = \mathcal{L} \left[\langle \hat{U}_R \rangle^c(t) \right]$$

$$\underline{D}(s) = \mathcal{L} \left[\hat{d}^c(t) \right]$$

De manera análoga a lo expuesto en 3.2.3.9, si $\underline{X}_c(t)$ y $\underline{r}(t)$ admiten respectivamente las mismas aproximaciones que $\underline{X}(t)$ y $\underline{U}(t)$, entonces el modelo desarrollado para $\underline{X}(t)$ será aplicable a $\underline{X}_R(t)$. Por lo tanto, las ecuaciones (5.35) y (5.36) adquirirán la forma que se muestra a continuación, donde cabe señalar la ausencia del término en $T(s)$ al haberse considerado el caso de frecuencia constante de conmutación.

$$s\underline{X}_R(s) = \underset{\sim}{A}_{MR}^{C0} \underline{X}_R(s) + \underset{\sim}{b}_{MR}^{C0} \underline{U}_R(s) + \underset{\sim}{D}_{AB}^{C0} \underline{D}(s) \quad (5.45)$$

$$Y(s) = \underset{\sim}{F}_{MR}^{C0} \underline{X}_R(s) + \underset{\sim}{G}_{MR}^{C0} \underline{U}_R(s) + \underset{\sim}{D}_{FG}^{C0} \underline{D}(s) \quad (5.46)$$

con

$$\underset{\sim}{D}_{AB}^{C0} \underline{D}(s) = \sum_{i=1}^m \left[\underset{\sim}{A}_{MR,i}^{C0} \langle \hat{X}_R \rangle^{C0} + \underset{\sim}{B}_{MR,i}^{C0} \langle \hat{U}_R \rangle^{C0} \right] D_i(s) \quad (5.47)$$

$$\underset{\sim}{D}_{FG}^{C0} \underline{D}(s) = \sum_{i=1}^m \left[\underset{\sim}{F}_{MR,i}^{C0} \langle \hat{X}_R \rangle^{C0} + \underset{\sim}{G}_{MR,i}^{C0} \langle \hat{U}_R \rangle^{C0} \right] D_i(s) \quad (5.48)$$

La consideración conjunta de las expresiones (5.44) , (5.45) y (5.46) conduce a:

$$Y(s) = \left\{ \left[\begin{array}{ccc} \tilde{F}_{MR}^{C0} & - \tilde{D}_{FG}^{C0} \tilde{D}_H^{C0^{-1}} & \tilde{H}_{XM}^{C0} \end{array} \right] \left[sI - \left[\begin{array}{ccc} \tilde{A}_{MR}^{C0} & - \tilde{D}_{AB}^{C0} \tilde{D}_H^{C0^{-1}} & \tilde{H}_{XM}^{C0} \end{array} \right] \right]^{-1} \cdot \left[\begin{array}{ccc} \tilde{b}_{MR}^{C0} & - \tilde{D}_{AB}^{C0} \tilde{D}_H^{C0^{-1}} & \tilde{H}_{UM}^{C0} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{ccc} \tilde{G}_{MR}^{C0} & - \tilde{D}_{FG}^{C0} \tilde{D}_H^{C0^{-1}} & \tilde{H}_{UM}^{C0} \end{array} \right] \right\} \frac{U}{R}(s) \quad (5.49)$$

, expresión que, como cabía esperar, es análoga al primer término de (5.37), con las matrices \tilde{F}_{MR}^{C0} , \tilde{A}_{MR}^{C0} , \tilde{b}_{MR}^{C0} y \tilde{G}_{MR}^{C0} , afectadas por la acción de las ecuaciones de control.

Por consiguiente, las funciones de transferencia $\frac{Y(s)}{U_{R'1}(s)}$ podrán obtenerse de manera análoga a la indicada en la expresión (5.38).

5.6 APLICACIONES. MODELO DINAMICO DEL CONVERTIDOR ČUK-MC²

La figura 5.1 muestra un convertidor Čuk-MC² en lazo abierto de tensión.

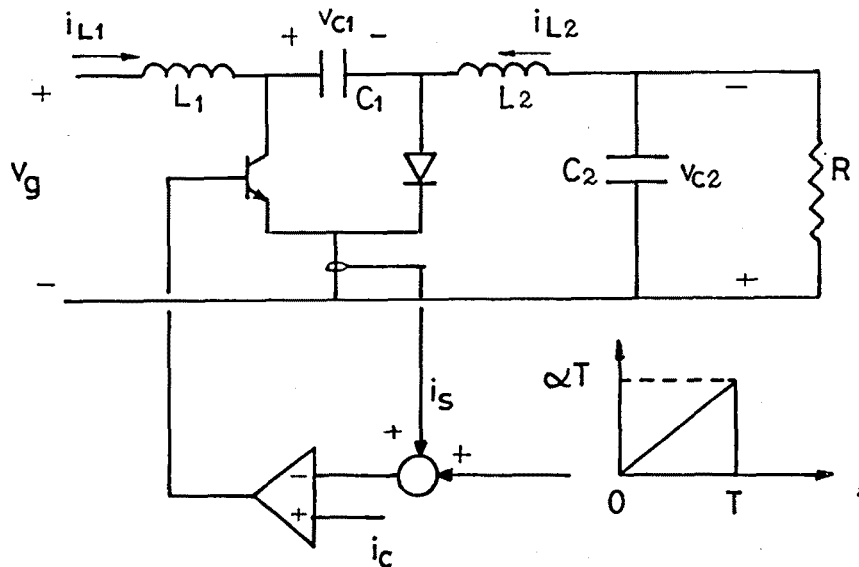


Fig. 5.1 Modelo circuital de un convertidor Čuk-MC² en lazo de tensión abierto.

Si se considera el modo de conducción continua, el convertidor presenta dos estructuras circuitales como se muestra en la figura 5.2.

Definiendo el vector de estado y el de generadores de la forma:

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} \underline{X}_F \\ \underline{X}_S \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad \underline{X}_F = \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \underline{X}_S = \begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix}$$

$$\underline{U}_R = \begin{bmatrix} v_g \\ i_c \end{bmatrix}$$

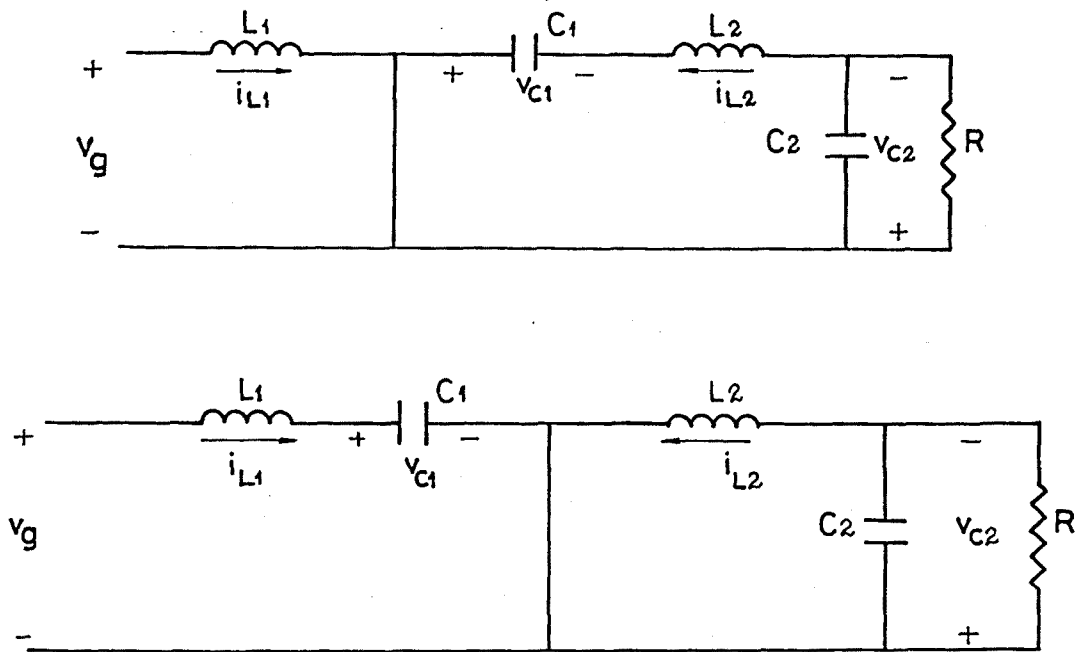


Fig. 5.2 Estructuras circuitales correspondientes al convertidor de Ćuk en modo de conducción continua.

y teniendo en cuenta que las expresiones correspondientes a $(A_{\sim 1}, b_{\sim 1})$, $(A_{\sim 2}, b_{\sim 2})$ y A_{\sim} han sido obtenidas previamente en (4.82), (4.83) y (4.85) respectivamente, la obtención de $A_{\sim M}^C$ y de $b_{\sim M}^C$ a partir de (5.19) y de (5.20) se simplificará considerablemente, como se muestra a continuación.

Los primeros términos de los elementos de $A_{\sim M}^C$ y de $b_{\sim M}^C$ corresponden a las expresiones (4.85) y (4.86) para A_{\sim} y b_{\sim} respectivamente, sin particularizar para el régimen estacionario y haciendo $d_3=0$. Asimismo, los segundos términos de los elementos a_{22} de $A_{\sim M}^C$ y b_{21} de $b_{\sim M}^C$ corresponden respectivamente a las expresiones de $A_{\sim SS}^R$ (4.108) y de $b_{\sim S}^R$ (4.112), sin particularizar para el régimen estacionario y haciendo $d_3=0$.

Finalmente, los terceros términos de los elementos a_{22} de $A_{\sim M}^C$ y b_{21} de $b_{\sim M}^C$ corresponden respectivamente, sin particularizar para el

régimen estacionario y haciendo $d_3=0$, a las expresiones (4.136) y (4.137), que aparecen calculadas en la expresión (4.138), multiplicadas por la izquierda por el elemento a_{21} de \tilde{A}_M^C , coincidente con su homónimo de A .

Por consiguiente, para $m=2$ y utilizando los resultados intermedios anteriores, se tendrá:

$$\begin{aligned}
 & \left[\sum_{i=1}^2 \tilde{A}_{SF1} d_1^C \right] \sum_{i=1}^2 d_1^C \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{1j}} \tilde{A}_{FSj} d_j^C T^C \right] = \\
 & = \begin{bmatrix} \frac{d_2}{C_1} & -\frac{d_1}{C_1} \\ 0 & \frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{d_2^2 T}{2L_1} & 0 \\ \frac{d_1 T(2-d_1)}{2L_2} & -\frac{T}{2L_2} \end{bmatrix} = \\
 & = T \begin{bmatrix} -\frac{1}{2C_1} \left(\frac{d_2^3}{L_1} + \frac{d_1^2(2-d_1)}{L_2} \right) & \frac{d_1 T}{2C_1 L_2} \\ \frac{d_1(2-d_1)}{2C_2 L_2} & -\frac{T}{2C_2 L_2} \end{bmatrix} \quad (5.50)
 \end{aligned}$$

Análogamente:

$$\begin{aligned}
 & \left[\sum_{i=1}^2 \tilde{A}_{SF1} d_1^C \right] \sum_{i=1}^2 d_1^C \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{1j}} \tilde{b}_{Fj} d_j^C T^C \right] = \\
 & = \begin{bmatrix} \frac{d_2}{C_1} & -\frac{d_1}{C_1} \\ 0 & \frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{T}{2L_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \frac{d_2}{2C_1 L_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.51)
 \end{aligned}$$

De (5.50) y (4.108):

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^2 A_{\sim SF1} d_1^c \sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{1j}} A_{\sim FSj} d_j^c T^c - \\
 & - \left[\sum_{i=1}^2 A_{\sim SF1} d_1^c \right] \sum_{i=1}^2 d_1^c \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{1j}} A_{\sim FSj} d_j^c T^c \right] = \\
 =T & \begin{bmatrix} -\frac{1}{2C_1} \left[-\frac{d_1^2 d_2}{L_2} + \frac{d_1 d_2^2}{L_1} \right] & -\frac{1}{2C_1} \frac{d_1 d_2}{L_2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{5.52}$$

De forma similar, de (5.51) y (4.112):

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^2 A_{\sim SF1} d_1^c \sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{1j}} b_{\sim Fj} d_j^c T^c - \\
 & - \left[\sum_{i=1}^2 A_{\sim SF1} d_1^c \right] \sum_{i=1}^2 d_1^c \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{1j}} b_{\sim Fj} d_j^c T^c \right] = T \begin{bmatrix} \frac{d_1 d_2}{2C_1 L_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{5.53}$$

Finalmente, de (5.52)-(5.53) y utilizando (4.85)-(4.86), se obtiene:

$$\tilde{A}_M^C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{d_2}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d_1}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{d_2}{C_1} & -\frac{d_1}{C_1} & -\frac{T}{2C_1} d_1 d_2 \left(\frac{d_2}{L_1} - \frac{d_1}{L_2} \right) & -\frac{T d_1 d_2}{2C_1 L_2} \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{C_2 R} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{b}_M^C = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{T d_1 d_2}{2C_1 L_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(5.54)

Para el caso de frecuencia de conmutación constante, de (5.30) y (5.31) se desprende:

$$\hat{A}_M^C = \sum_{i=1}^2 \tilde{A}_{M1}^{C0} \hat{d}_i^C = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial \hat{A}_M^C}{\partial d_i^C} \hat{d}_i^C \Big|_{D_j^C, T^{C0}} \quad j=1,2$$

$$\hat{b}_M^C = \sum_{i=1}^2 \tilde{b}_{M1}^{C0} \hat{d}_i^C = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial \hat{b}_M^C}{\partial d_i^C} \hat{d}_i^C \Big|_{D_j^C, T^{C0}} \quad j=1,2$$

Por consiguiente:

$${}_{M1}^{\mathcal{A}^0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_1} & -\frac{T}{2C_1} \left[\frac{D_2^2}{L_1} - \frac{2D_1 D_2}{L_2} \right] & -\frac{D_2 T}{2C_1 L_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$${}_{M1}^{\mathcal{B}^0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{D_2 T}{2C_1 L_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$${}_{M2}^{\mathcal{A}^0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & -\frac{T}{2C_1} \left[\frac{2D_1 D_2}{L_1} - \frac{D_1^2}{L_2} \right] & -\frac{D_1 T}{2C_1 L_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_{M2}^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{D_1 T}{2C_1 L_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Teniendo en cuenta las expresiones para valores medios obtenidas en (4.139), podrá escribirse:

$$\tilde{A}_{M1}^{C0} \langle \underline{X} \rangle^{C0} + \tilde{B}_{M1}^{C0} \langle \underline{U}_R \rangle^{C0} = V_g \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{D_2 L_2} \\ -\frac{D_1}{D_2 RC_1} + \frac{D_1 T}{2C_1 L_2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A}_{M2}^{C0} \langle \underline{X} \rangle^{C0} + \tilde{B}_{M2}^{C0} \langle \underline{U}_R \rangle^{C0} = V_g \begin{bmatrix} -\frac{1}{D_2 L_1} \\ 0 \\ \frac{D_1^2}{D_2^2 RC_1} - \frac{D_1 T}{2C_1 L_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Las dos expresiones anteriores y (5.47) conducen a :

$$\tilde{\mathcal{D}}_{AB}^{C^0} = V_g \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{D_2 L_1} \\ \frac{1}{D_2 L_2} & 0 \\ -\frac{D_1}{D_2 RC_1} + \frac{D_1 T}{2C_1 L_2} & \frac{D_1^2}{D_2^2 RC_1} - \frac{D_1 T}{2C_1 L_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.55)$$

A su vez, la variable de salida vendrá expresada por:

$$y(t) = v_{c2}(t)$$

Por tanto:

$$\tilde{F}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ i=1,2 \end{bmatrix} \quad y \quad \tilde{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ i=1,2 \end{bmatrix}$$

Como consecuencia:

$$\tilde{F}_M^C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ \tilde{M} \end{bmatrix} \quad y \quad \tilde{G}_M^C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \tilde{M} \end{bmatrix} \quad (5.56)$$

Asimismo, para frecuencia fija de conmutación:

$$\tilde{F}_M^C = \sum_{i=1}^2 \tilde{\mathcal{F}}_{Mi}^{C^0} \hat{d}_1 = \sum_{i=1}^2 \left. \frac{\partial \tilde{\mathcal{F}}_M^C}{\partial d_1^C} \right|_{D_j^C, T^{C^0}} \hat{d}_1 \quad (5.57) \quad j=1,2$$

$$\hat{G}_{\sim H}^C = \sum_{i=1}^2 \hat{g}_{\sim MI}^C d_i = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial \hat{g}_{\sim M}^C}{\partial d_i^C} \begin{matrix} \hat{d}_i \\ D_j^C, T^C \end{matrix} \quad j=1,2 \quad (5.58)$$

De (5.48) , (5.56) , (5.57) y (5.58) se desprende

$$\hat{D}_{\sim FC}^C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.59)$$

5.6.1 Ecuación de control para el subintervalo T_{ON}

La transición de T_{ON} a T_{OFF} en el control MC² se producirá cuando:

$$i_s(t_{k1}) + \alpha d_1 T = i_c$$

De forma equivalente:

$$i_{L1}(t_{k1}) + i_{L2}(t_{k1}) + \alpha d_1 T = i_c$$

con

$$i_{L1}(t_{k1}) + i_{L2}(t_{k1}) = i_{L1}(t_{k0}) + \frac{V_g}{L_1} d_1 T + i_{L2}(t_{k0}) + \frac{v_{c1} - v_{c2}}{L_2} d_1 T$$

A su vez, el valor de $i_{L1}(t_{k0}) + i_{L2}(t_{k0})$ puede obtenerse de (4.134):

$$\begin{aligned} \frac{X}{F}(t_{k0}) = < \frac{X}{F} > (k) - \sum_{i=1}^2 d_{ki} \left\{ \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} A_{\sim FSI} d_{kj} T_k \right] \frac{X}{S}(t_{k0}) + \right. \\ \left. + \left[\sum_{j=1}^1 \frac{1}{1+\delta_{ij}} b_{\sim FJ} d_{kj} T_k \right] \frac{U}{k} \right\} \end{aligned}$$

En particular:

$$\begin{bmatrix} i_{L1}(t_{k0}) \\ i_{L2}(t_{k0}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle i_{L1} \rangle \\ \langle i_{L2} \rangle \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{d_2^2 T}{2L_1} & 0 \\ \frac{d_1 T(2-d_1)}{2L_2} & -\frac{T}{2L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle v_{c1} \rangle \\ \langle v_{c2} \rangle \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{T}{2L_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle v_g \rangle \\ \langle i_c \rangle \end{bmatrix}$$

Tras sumar las dos filas, substituir en la ecuación de control y reagrupar términos, se obtiene:

$$\langle i_{L1} \rangle + \langle i_{L2} \rangle + \left[\frac{d_2^2 T}{2L_1} + \frac{d_1^2 T}{2L_2} \right] \langle v_{c1} \rangle + \frac{(d_2 - d_1) T}{2L_2} \langle v_{c2} \rangle - \frac{(d_2 - d_1) T}{2L_1} \langle v_g \rangle + \alpha d_1 T - \langle i_c \rangle = 0$$

Linealizando la ecuación anterior respecto al régimen estacionario y considerando frecuencia constante y los valores medios de las variables de estado en dicho régimen, se obtiene finalmente:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{T}{2} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) & \frac{(D_2 - D_1) T}{2L_2} \end{bmatrix} \hat{\langle X \rangle} + \begin{bmatrix} -\frac{(D_2 - D_1) T}{2L_1} & -1 \end{bmatrix} \hat{\langle U_R \rangle} + \left[\alpha T + \frac{V_g T}{2} \left(\frac{1}{L_1} + \frac{D_1}{D_2 L_2} \right) - \frac{V_g T}{2} \left(\frac{1}{L_1} + \frac{D_1}{D_2 L_2} \right) \right] \hat{\underline{d}} = 0$$

que puede expresarse, con objeto de facilitar cálculos posteriores, de la forma siguiente:

$$\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \end{bmatrix} \langle \hat{X} \rangle + \begin{bmatrix} h_5 & h_6 \end{bmatrix} \langle \hat{U}_R \rangle + \begin{bmatrix} h_7 & h_8 \end{bmatrix} \hat{d} = 0$$

con $h_1=1$, $h_2=2$, $h_3 = \frac{T}{2} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right)$, $h_4 = \frac{(D_2 - D_1)T}{2L_2}$

$$h_5 = -\frac{(D_2 - D_1)T}{2L_1} , \quad h_6 = -1 , \quad h_7 = \alpha T + \frac{V_g T}{2} \left(\frac{1}{L_1} + \frac{D_1}{D_2 L_2} \right)$$

y
$$h_8 = \frac{V_g T}{2} \left(\frac{1}{L_1} + \frac{D_1}{D_2 L_2} \right)$$

5.6.2 Ecuación de control para el subintervalo T_{OFF}

La ecuación de control para el subintervalo se deriva de la restricción:

$$d_1 + d_2 = 1$$

Por consiguiente:

$$\hat{d}_1 + \hat{d}_2 = 0$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \langle \hat{X} \rangle + \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \langle \hat{U}_R \rangle + \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \hat{d} = 0$$

Como consecuencia:

$$\begin{matrix} H_{XM}^C \\ \sim \end{matrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} H_{UM}^C \\ \sim \end{matrix} = \begin{bmatrix} h_5 & h_6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} D_H^C \\ \sim \end{matrix} = \begin{bmatrix} h_7 & h_8 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

De este modo:

$$\begin{matrix} D_H^C \\ \sim \end{matrix}^{-1} = \frac{1}{h_7 h_8} \begin{bmatrix} 1 & -h_8 \\ -1 & h_7 \end{bmatrix}$$

De (5.55):

$$\begin{matrix} D_{AB}^C \\ \sim \end{matrix} \begin{matrix} D_H^C \\ \sim \end{matrix}^{-1} =$$

$$= \frac{V_9}{h_7 h_8} \begin{bmatrix} \frac{1}{D_2 L_1} & -\frac{1}{D_2 L_1} h_7 \\ \frac{1}{D_2 L_2} & -\frac{1}{D_2 L_2} h_8 \\ -\frac{D_1}{D_2 RC_1} \left[1 + \frac{D_1}{D_2} \right] + \frac{D_1 T}{2C_1} \left[\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right] & \left[\frac{D_1}{D_2 RC_1} - \frac{D_1 T}{2C_1 L_2} \right] h_8 + \left[\frac{D_1^2}{D_2^2 RC_1} - \frac{D_1 T}{2C_1 L_1} \right] h_7 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Por tanto:

$$\begin{matrix} \mathcal{D}_{AB}^{C0} \\ \mathcal{D}_{\sim H}^{C0^{-1}} \\ \mathcal{H}_{\sim XM}^{C0} \end{matrix} = \frac{V_g}{h_7 h_8} \begin{bmatrix} \frac{h_1}{D_2 L_1} & \frac{h_2}{D_2 L_1} & \frac{h_3}{D_2 L_1} & \frac{h_4}{D_2 L_1} \\ \frac{h_1}{D_2 L_2} & \frac{h_2}{D_2 L_2} & \frac{h_3}{D_2 L_2} & \frac{h_4}{D_2 L_2} \\ kh_1 & kh_2 & kh_3 & kh_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(5.60)

con

$$k = -\frac{D_1}{D_2^2 RC} + \frac{D_1 T}{2C_1} \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)$$

Análogamente:

$$\begin{matrix} \mathcal{D}_{AB}^{C0} \\ \mathcal{D}_{\sim H}^{C0^{-1}} \\ \mathcal{H}_{\sim UM}^{C0} \end{matrix} = \frac{V_g}{h_7 h_8} \begin{bmatrix} \frac{h_5}{D_2 L_1} & \frac{h_6}{D_2 L_1} \\ \frac{h_5}{D_2 L_2} & \frac{h_6}{D_2 L_2} \\ kh_5 & kh_6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(5.61)

Puesto que:

$$\mathcal{D}_{FG}^{C0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

entonces

$$\underset{\sim}{F}_M^{C^0} - \underset{\sim}{D}_{FG}^{C^0} \underset{\sim}{D}_H^{C^0-1} \underset{\sim}{H}_{XM}^{C^0} = \underset{\sim}{F}_M^{C^0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

Del mismo modo:

$$\underset{\sim}{G}_{MR}^{C^0} - \underset{\sim}{D}_{FG}^{C^0} \underset{\sim}{D}_H^{C^0-1} \underset{\sim}{H}_{UM}^{C^0} = \underset{\sim}{G}_{MR}^{C^0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

A su vez, de (5.55) y (5.61) se desprende:

$$\underset{\sim}{b}_M^{C^0} - \underset{\sim}{D}_{AB}^{C^0} \underset{\sim}{D}_H^{C^0-1} \underset{\sim}{H}_{UM}^{C^0} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} - \frac{h_5 V_g}{D_2 L_1 (h_7 - h_8)} & - \frac{h_6 V_g}{D_2 L_1 (h_7 - h_8)} \\ - \frac{h_5 V_g}{D_2 L_2 (h_7 - h_8)} & - \frac{h_6 V_g}{D_2 L_2 (h_7 - h_8)} \\ \frac{D_1 D_2 T}{2C_1 L_1} - \frac{kh_5 V_g}{h_7 - h_8} & - \frac{kh_6 V_g}{h_7 - h_8} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.64)$$

Por otra parte, de (5.54) y (5.60):

$$s1 - \begin{bmatrix} \tilde{A}_M^{C^0} & \tilde{D}_{AB}^{C^0} & \tilde{D}_H^{C^0} & \tilde{H}_{XM}^{C^0} \end{bmatrix}^{-1} =$$

$$= \begin{bmatrix} s + \frac{h_1 V_g}{D_2 L_1 (h_7 - h_8)} & \frac{h_2 V_g}{D_2 L_1 (h_7 - h_8)} & \frac{D_2 h_3 V_g}{L_1 D_2 L_1 (h_7 - h_8)} & \frac{h_4 V_g}{D_2 L_1 (h_7 - h_8)} \\ \frac{h_1 V_g}{D_2 L_2 (h_7 - h_8)} & s + \frac{h_2 V_g}{D_2 L_2 (h_7 - h_8)} & \frac{-D_1 h_3 V_g}{L_2 D_2 L_2 (h_7 - h_8)} & \frac{1 h_4 V_g}{L_2 D_2 L_2 (h_7 - h_8)} \\ -\frac{D_2 kh_1 V_g}{C_1 h_7 - h_8} & \frac{D_1 kh_2 V_g}{C_1 h_7 - h_8} & s + \frac{D_1 D_2 T \left(\frac{D_2}{L_1} - \frac{D_1}{L_2} \right) kh_3 V_g}{2C_1 (h_7 - h_8)} & \frac{D_1 D_2 T kh_4 V_g}{2C_1 L_2 h_7 - h_8} \\ 0 & \frac{-1}{C_2} & 0 & s + \frac{1}{C_2 R} \end{bmatrix}$$

(5.65)

5.6.3 Función de transferencia salida-control

Teniendo en cuenta (5.62) y (5.63), la expresión (5.49) se reduce a:

$$Y(s) = F_M^{C^0} \left[s1 - \begin{bmatrix} \tilde{A}_M^{C^0} & \tilde{D}_{AB}^{C^0} & \tilde{D}_H^{C^0} & \tilde{H}_{XM}^{C^0} \end{bmatrix}^{-1} \right] \begin{bmatrix} \tilde{b}_M^{C^0} & \tilde{D}_{AB}^{C^0} & \tilde{D}_H^{C^0} & \tilde{H}_{UM}^{C^0} \end{bmatrix} U_R(s)$$

(5.66)

con

$$F_M^{C^0} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_M^{C^0} & \tilde{D}_{AB}^{C^0} & \tilde{D}_H^{C^0} & \tilde{H}_{XM}^{C^0} \end{bmatrix}^{-1} \text{ y } \begin{bmatrix} \tilde{b}_M^{C^0} & \tilde{D}_{AB}^{C^0} & \tilde{D}_H^{C^0} & \tilde{H}_{UM}^{C^0} \end{bmatrix}$$

descritos por la expresiones (5.62), (5.65) y (5.64) respectivamente.

La particularización de (5.66) en el caso de $V_g(s)=0$, conduce a la función de transferencia salida-control:

$$\frac{V_{c2}(s)}{I_c(s)} = \frac{-h_6 V_g}{D_2 C_2 L_2 (h_7 - h_8)} \frac{1}{\Delta(s)} \left[s^2 + \frac{D_1 D_2}{C_1} \left(\frac{T}{2L_1} - \frac{D_1}{D_2^2 R} \right) s + \frac{D_2}{L_1 C_1} \right] \quad (5.67)$$

con

$$\begin{aligned} \Delta(s) = & s^4 + \left[\frac{V_g}{h_7 - h_8} \left(\frac{h_1}{D_2 L_1} + \frac{h_2}{D_2 L_2} + \frac{D_1 h_3}{C_1} \left(\frac{T}{2L_e} - \frac{1}{D_2^2 R} \right) \right) \right] + \\ & + \frac{D_1 D_2 T}{2C_1} \left(\frac{D_2}{L_1} - \frac{D_1}{L_2} \right) + \frac{1}{C_2 R} \left] s^3 + \left[\frac{V_g}{h_7 - h_8} \left(\left(\frac{h_1}{L_1} + \frac{h_2}{L_2} \right) \frac{1}{D_2} \right. \right. \\ & \cdot \left. \left. \left(\frac{1}{C_2 R} + \frac{D_1 D_2 T}{2C_1} \left(\frac{D_2}{L_1} - \frac{D_1}{L_2} \right) \right) + \frac{D_1}{C_1} \left(\frac{D_1 h_2}{L_2} - \frac{D_2 h_1}{L_1} + \frac{h_3}{C_2 R} \right) \right. \right. \\ & \cdot \left. \left. \left(\frac{T}{2L_e} - \frac{1}{D_2^2 R} \right) + \frac{h_3}{C_1 L_1} - \frac{h_3 D_1}{D_2 C_1 L_2} + \frac{h_4}{D_2 C_2 L_2} \right) + \frac{1}{C_1} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) \right] + \\ & + \frac{1}{C_2 L_2} + \frac{D_1 D_2 T}{2C_1 C_2 R} \left(\frac{D_2}{L_1} - \frac{D_1}{L_2} \right) \left] s^2 + \left[\frac{V_g}{h_7 - h_8} \left(\left(\frac{h_1}{L_1 C_2 R} + \frac{h_2}{L_2 C_2 R} \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \frac{h_4}{C_2 L_2} \right) \frac{D_1 T}{2C_1} \left(\frac{D_2}{L_1} - \frac{D_1}{L_2} \right) + \left(\frac{h_2 D_1}{RL_2} - \frac{D_2 h_1}{RL_1} + \frac{h_3}{L_2} + \frac{h_4 D_1}{L_2} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{D_1}{C_1 C_2} \left(\frac{T}{2L_e} - \frac{1}{D_2^2 R} \right) + \frac{h_1}{D_2 L_1 L_2} \left(\frac{D_1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) + \frac{h_2}{L_1 L_2 C_1} + \frac{h_3}{C_1 C_2} \right] \right. \end{aligned}$$

$$\left[\frac{1}{L_1 R} - \frac{D_1}{D_2 L_2 R} - \frac{D_1 T}{2L_2^2} \right] + \frac{TD_1 D_2^2}{2C_1 C_2 L_1 L_2} + \frac{1}{C_1 C_2 R} \left[\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right] s +$$

$$+ \left[\frac{V_g}{C_1 C_2 L_1 L_2 (h_7 - h_8)} \left(\frac{2D_1}{D_2 R} h_1 + \frac{h_2}{R} + h_3 + h_4 \right) + \frac{D_2^2}{C_1 C_2 L_1 L_2} \right]$$

(5.68)

Substituyendo en (5.67) h_1-h_8 por sus correspondientes expresiones, se obtiene:

$$\frac{V_{c2}(s)}{I_c(s)} = \frac{V_g}{D_2 C_2 L_2} \frac{1}{\Delta_1(s)} \left[s^2 + \frac{D_1 D_2}{C_1} \left(\frac{T}{2L_1} - \frac{D_1}{D_2^2 R} \right) s + \frac{D_2}{L_1 C_1} \right]$$

(5.69)

con

$$\Delta_1(s) = \alpha T s^4 + \left\{ V_g \left[\frac{1}{D_2 L_e} + \frac{D_1 T}{2C_1} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) \left(\frac{T}{2L_e} - \frac{1}{D_2^2 R} \right) \right] + \right.$$

$$\left. + \alpha T \left[\frac{TD_1 D_2}{2C_1} \left(\frac{D_2}{L_1} - \frac{D_1}{L_2} \right) + \frac{1}{C_2 R} \right] \right\} s^3 + \left\{ V_g \left[\frac{1}{D_2 L_e} \left(\frac{1}{C_2 R} + \frac{TD_1 D_2}{2C_1} \left(\frac{D_2}{L_1} - \frac{D_1}{L_2} \right) \right) + \right. \right.$$

$$\left. \frac{D_1}{C_1} \left(\frac{D_1}{L_2} - \frac{D_2}{L_1} + \frac{T}{C_2 R} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) \right) \left(\frac{T}{2L_e} - \frac{1}{D_2^2 R} \right) + \frac{T}{2C_1} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) \left(\frac{1}{L_1} - \frac{D_1}{D_2 L_2} \right) \frac{(D_2 - D_1) T}{2D_2 C_2 L_2^2} \right] +$$

$$\left. + \alpha T \left[\frac{1}{C_1} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) + \frac{1}{C_2 L_2} + \frac{TD_1 D_2}{2C_1 C_2 R} \left(\frac{D_2}{L_1} - \frac{D_1}{L_2} \right) \right] \right\} s^2 +$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ V_g \left[\left(\frac{1}{C_2 R L_e} + \frac{(D_2 - D_1) T}{2L_2^2 C_2} \right) \frac{D_1 T}{2C_1} \left(\frac{D_2}{L_1} - \frac{D_1}{L_2} \right) + \left[\frac{1}{R} \left(\frac{D_1}{L_2} - \frac{D_2}{L_1} \right) + \frac{T}{2L_2} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) \right. \right. \right. \\
& + \left. \left. \left. \frac{D_1 (D_2 - D_1) T}{2L_2^2} \right] \frac{D_1}{C_1 C_2} \left(\frac{T}{2L_e} - \frac{1}{D_2^2 R} \right) + \frac{1}{L_1 L_2} \left(\frac{D_1}{D_2 C_1} + \frac{1}{D_2 C_2} + \frac{1}{C_1} \right) + \frac{T}{2C_1 C_2} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left(\frac{1}{L_1 R} - \frac{D_1}{D_2 L_2 R} - \frac{D_1 T}{2L_2^2} \right) + \alpha T \left[\frac{T D_1 D_2^2}{2C_1 C_2 L_1 L_2} + \frac{1}{C_1 C_2 R} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) \right] \right] \right\} s + \\
& + \left\{ V_g \left[\frac{1}{C_1 C_2 L_1 L_2} \left(\frac{2D_1}{D_2 R} + \frac{1}{R} + \frac{T}{2} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) + \frac{(D_2 - D_1) T}{2L_2} \right) \right] + \alpha T \left[\frac{D_2^2}{C_1 C_2 L_1 L_2} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{5.70}$$

donde, además, se ha considerado la hipótesis usual de diseño de que las frecuencias naturales del convertidor son mucho mayores que la frecuencia de conmutación.

Por otra parte, si no se considera el efecto de la rampa compensadora ($\alpha=0$), la función de transferencia salida-control deviene:

$$\frac{V_{c_2}(s)}{I_c(s)} = \frac{V_g}{D_2 C_2 L_2} \frac{1}{\Delta_2(s)} \left[s^2 + \frac{D_1 D_2}{C_1} \left(\frac{T}{2L_1} - \frac{D_1}{D_2^2 R} \right) s + \frac{D_2}{L_1 C_1} \right] \tag{5.71}$$

con

$$\begin{aligned}
 \Delta_2(s) = & \left\{ V \left[\frac{1}{D_2 L_e} + \frac{D_1 T}{2C_1} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) \left(\frac{T}{2L_e} - \frac{1}{D_2^2 R} \right) \right] \right\} s^3 + \\
 & \left\{ V \left[\frac{1}{D_2 L_e} \left(\frac{1}{C_2 R} + \frac{T D_1 D_2}{2C_1} \left(\frac{D_2}{L_1} - \frac{D_1}{L_2} \right) \right) \right] + \right. \\
 & \left. \frac{D_1}{C_1} \left[\frac{D_1}{L_2} - \frac{D_2}{L_1} + \frac{T}{C_2 R} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) \right] \left(\frac{T}{2L_e} - \frac{1}{D_2^2 R} \right) + \frac{T}{2C_1} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) \left[\frac{1}{L_1} - \frac{D_1}{D_2 L_2} \right] \frac{(D_2 - D_1) T}{2D_2 C_2 L_2^2} \right\} s^2 + \\
 & + \left\{ V \left[\left(\frac{1}{C_2 R L_e} + \frac{(D_2 - D_1) T}{2L_2^2 C_2} \right) \frac{D_1 T}{2C_1} \left(\frac{D_2}{L_1} - \frac{D_1}{L_2} \right) + \left[\frac{1}{R} \left(\frac{D_1}{L_2} - \frac{D_2}{L_1} \right) + \frac{T}{2L_2} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) \right] + \right. \right. \\
 & + \left. \frac{D_1 (D_2 - D_1) T}{2L_2^2} \right] \frac{D_1}{C_1 C_2} \left(\frac{T}{2L_e} - \frac{1}{D_2^2 R} \right) + \frac{1}{L_1 L_2} \left(\frac{D_1}{D_2 C_1} + \frac{1}{D_2 C_2} + \frac{1}{C_1} \right) + \frac{T}{2C_1 C_2} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) \cdot \\
 & \left. \left. \left[\frac{1}{L_1 R} - \frac{D_1}{D_2 L_2 R} - \frac{D_1 T}{2L_2^2} \right] \right] \right\} s + \\
 & + \left\{ V \frac{1}{C_1 C_2 L_1 L_2} \left[\frac{2D_1}{D_2 R} + \frac{1}{R} + \frac{T}{2} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) + \frac{(D_2 - D_1) T}{2L_2} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

(5.72)

Puede observarse que en este caso hay una disminución de un grado en el orden del sistema, con relación al número de elementos almacenadores de energía. Esto no ocurre si se considera el efecto de la rampa compensadora, puesto que el orden de la función de transferencia coincide con el número de variables de estado. Estas conclusiones son idénticas a las encontradas por Chetty en su modelación de los convertidores elementales con lazo de control de corriente [16]. En dicho análisis se pone de manifiesto que el comportamiento de la función de transferencia salida-control es de primer orden si no se considera el efecto de la rampa compensadora.

La figura 5.3 muestra los comportamientos teórico y experimental de la función de transferencia de un convertidor Čuk-MC² con rampa compensadora, que opera en modo de conducción continua y cuyas características son las siguientes:

$$V_g = 12 \text{ Volts} , T = 10 \mu\text{seg} , D = 0.3 , L_1 = 500 \mu\text{H} , L_2 = 45 \mu\text{H}$$

$$C_1 = 470 \mu\text{F} , C_2 = 50 \mu\text{F} , R = 3.3 \Omega , \alpha = 0.1 \text{ Amp}/\mu\text{seg}$$

La verificación experimental ha consistido en la medida de la función descriptiva salida-control en un prototipo cuyo esquema aparece representado en la figura 5.4. El análisis de la figura 5.3 muestra la excelente correlación entre la predicción teórica y los datos de medida, especialmente en el margen de bajas frecuencias de modulación.

Finalmente, considerando la ecuación de control para el subintervalo T_{ON} , propia de un PWM:

$$\gamma d_1 T = R_f i_c$$

que, tras linealización, conduce a:

$$\hat{\gamma} d_1 T - R_f \hat{i}_c = 0$$

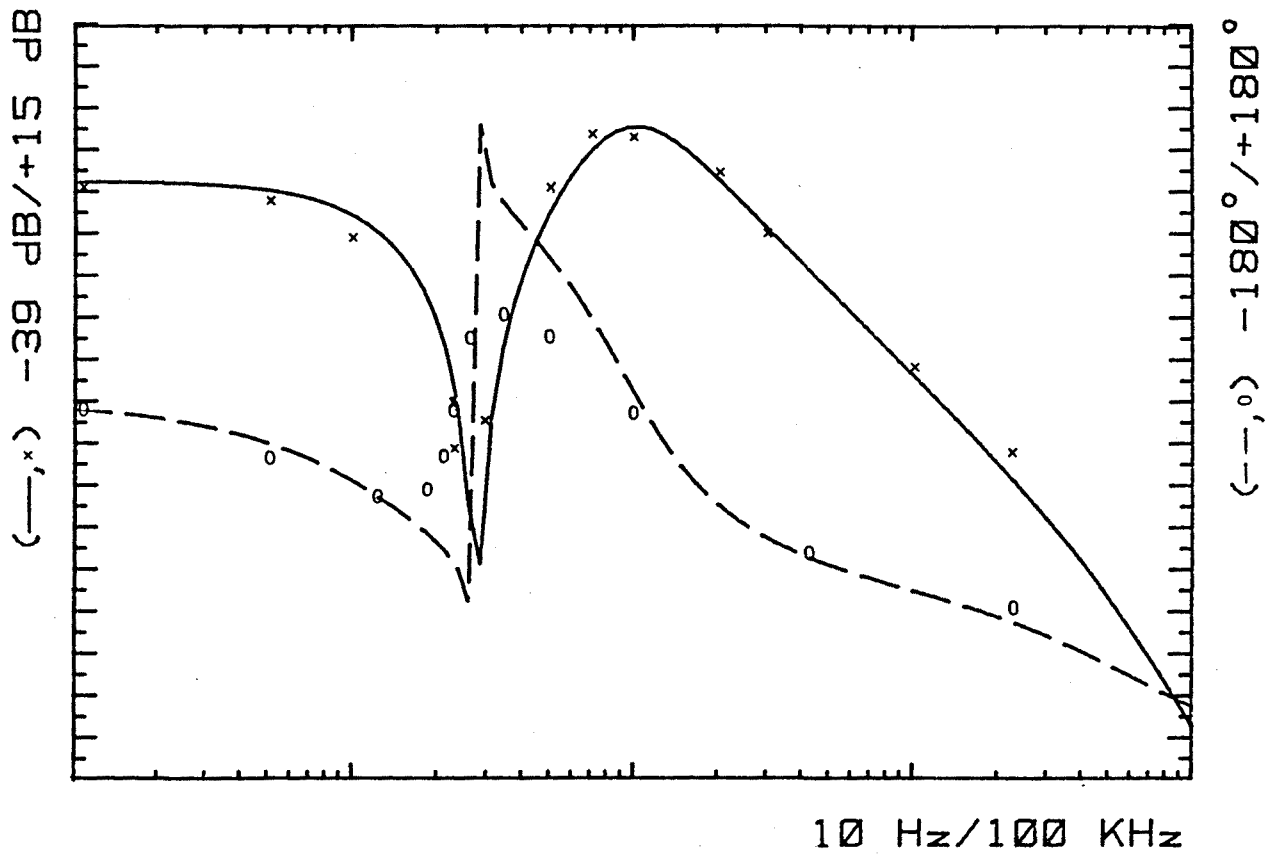


Fig. 5.3 Comportamiento teórico y experimental de la función de transferencia salida-control de un convertidor Čuk-MC² con rampa compensadora. $V_g=12V.$, $T=10\mu\text{seg}$, $D=0.3$, $L_1=500\mu\text{H}$, $L_2=45\mu\text{H}$, $C_1=470\mu\text{F}$, $C_2=50\mu\text{F}$, $R=3.3\Omega$, $\alpha=0.1\text{Amp}/\mu\text{seg}$

lo que implica:

$$h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_5 = h_8 = 0$$

$$h_6 = -R_f$$

$$h_7 = \gamma T$$

y sustituyendo estas últimas expresiones (h_1-h_8) en (5.67) se obtendrá:

$$\frac{V_{c2}(s)}{D_1(s)} = \frac{V_g}{D_2 C_2 L_2} \cdot \frac{s^2 + \frac{D_1 D_2}{C_1} \left[\frac{T}{2L_1} - \frac{D_1}{D_2^2 R} \right] + \frac{D_2}{L_1 C_1}}{s^4 + \frac{s^3}{C_2 R} + \left[\frac{1}{C_1} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) + \frac{1}{C_2 L_2} \right] s^2 + \frac{1}{C_1 C_2 R} \left(\frac{D_2^2}{L_1} + \frac{D_1^2}{L_2} \right) s + \frac{D_2^2}{C_1 C_2 L_1 L_2}}$$

(5.73)

donde se ha considerado la hipótesis usual de diseño sobre las frecuencias naturales del convertidor.

La expresión (5.73) coincide término a término con la propuesta por Čuk y Middlebrook [79], excepto en un elemento corrector adicional en el coeficiente de primer orden del numerador. Así, mientras para estos autores dicho coeficiente viene dado por:

$$b_1 = - \frac{D_1}{D_2^2 R}$$

en nuestro modelo se expresa por:

$$b_1 = \frac{T}{2L_1} - \frac{D_1}{D_2^2 R}$$

La principal diferencia estriba en que el hecho de que b_1 sea negativo implica siempre un comportamiento de fase no mínima en el modelo ideal del convertidor, atribuyéndose el comportamiento real de fase mínima en algunas funciones descriptivas al efecto de las resistencias parásitas. En nuestro caso, podría alcanzarse incluso un comportamiento de fase mínima en el modelo ideal si se cumpliera la condición:

$$\frac{RT}{2L_1} > \frac{D_1}{D_2^2}$$

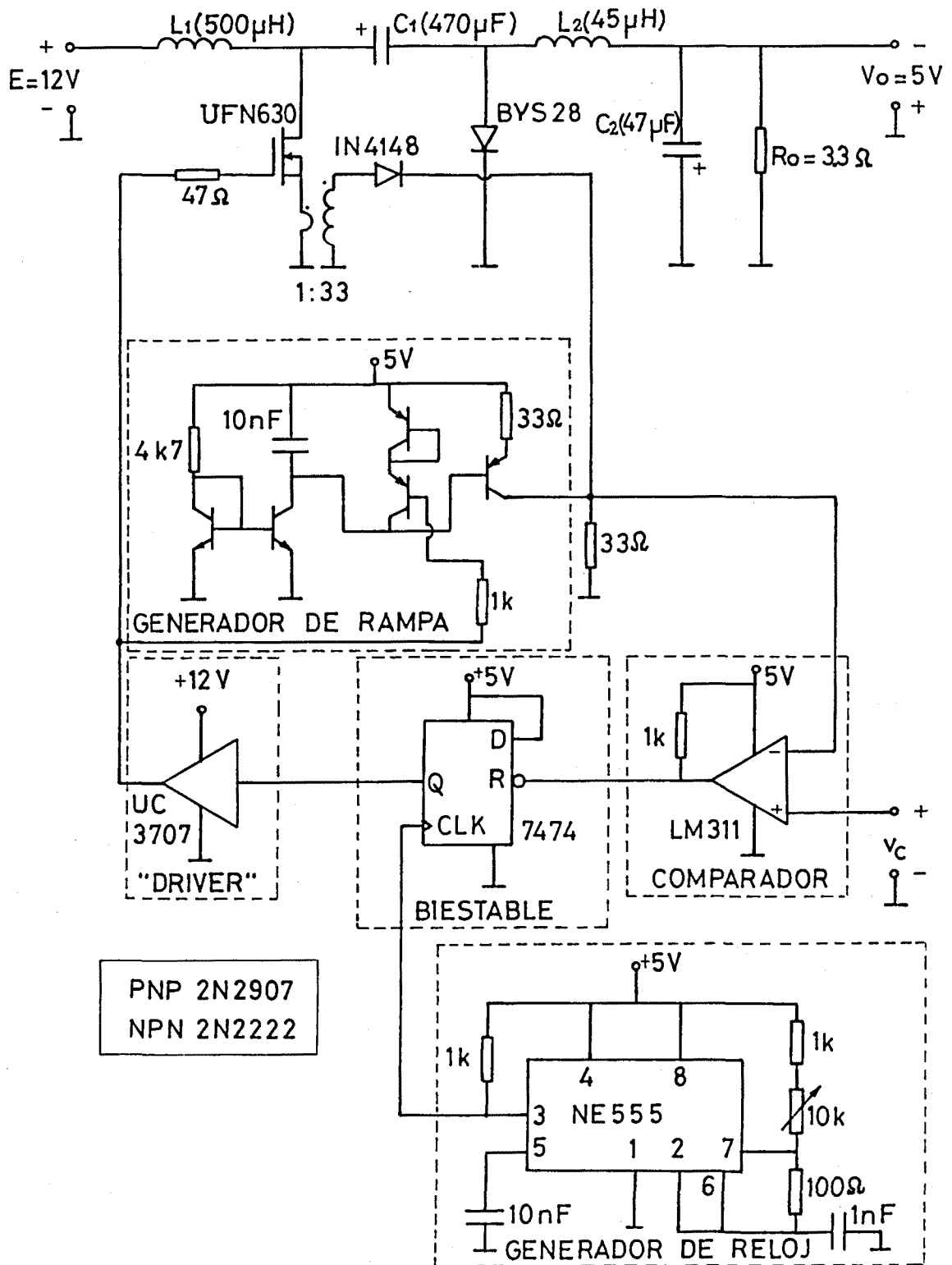


Fig. 5.4 Convertidor Čuk-MC² en lazo abierto de tensión.

CAPITULO VI

CONCLUSIONES

En esta tesis se ha desarrollado un tratamiento unificado para la modelación y síntesis de reguladores conmutados continua-continua con lazo de control de corriente.

El establecimiento del algoritmo de síntesis ha requerido en primer lugar clasificar las variables de estado según su comportamiento dinámico, definir ciertos índices significativos de la corriente del conmutador y determinar finalmente la ecuación de cambio de subintervalo.

La clasificación de las variables de estado en variables de variación lenta y en variables de variación rápida ha puesto de manifiesto que la corriente del conmutador pertenece a las de este último grupo en los convertidores elementales y en el convertidor de Čuk.

El índice adoptado para explicar la evolución de la corriente del conmutador (valor máximo, mínimo, medio en T_{ON} o medio en T_{OFF}) ha conllevado la formulación de una función continua auxiliar, cuya comparación con un valor de referencia determina el cambio de subintervalo.

Como resultado, el algoritmo de síntesis explica la existencia de las realizaciones particulares conocidas previamente, y abre la vía a nuevos diseños: los basados en el valor medio en T_{ON} o en T_{OFF} . El posterior estudio, en primera aproximación, de la estabilidad en lazo abierto, para el caso de

frecuencia constante de conmutación, ha revelado que siempre es posible encontrar un tipo de control de corriente incondicionalmente estable para todo el margen de variación teórica del ciclo de trabajo: control del valor mínimo o del valor medio en T_{OFF} para la transición $T_{ON} - T_{OFF}$, y control del valor máximo o del valor medio en T_{ON} para la transición $T_{OFF} - T_{ON}$. La subsiguiente suposición de referencia variable linealmente permite la introducción en las estructuras propuestas previamente de rampas compensadoras que garantizan la estabilidad incondicional y que, para determinados valores de su pendiente, establecen la respuesta transitoria óptima del lazo.

El desarrollo de la modelación ha sido guiado por la necesidad de predecir con exactitud el comportamiento dinámico del sistema global. Con esta finalidad, se han formulado, para el caso de frecuencia constante de conmutación, dos modelos lineales válidos para ambos modos de conducción:

- Un modelo discreto en forma de matriz de transición de estado.
- Un modelo continuo en forma de funciones de transferencia.

El establecimiento de la formulación discreta ha requerido en primer lugar modelar de forma genérica ambos modos de conducción para frecuencia de conmutación fija o variable, justificar posteriormente la ley de control lineal utilizada en el lazo de corriente y obtener finalmente la matriz de transición de estado de la etapa de potencia.

La modelación conjunta de ambos modos de conducción ha permitido establecer una recurrencia entre los valores al principio y al final del ciclo de conmutación del vector de estado perturbado, cuya particularización en el modo de conducción continua y frecuencia constante de conmutación coincide con la propuesta por Brown y Middlebrook en su modelación discreta de reguladores conmutados [31].

La linealización de las ecuaciones de control basadas en la realimentación de estado y en la prealimentación de entrada, juntamente con la modelación anterior para el caso de frecuencia constante de conmutación, han desembocado en una formulación compacta de la matriz de transición de estado del sistema en lazo

abierto, independiente del número de subintervalos del ciclo de conmutación. La particularización de dicha formulación en el caso de 2 y 3 subintervalos ha proporcionado la matriz de transición de estado para las conducciones continua y discontinua respectivamente. La aplicación de la expresión encontrada en el caso de conducción continua al cálculo de la matriz de transición de estado de un convertidor "buck" con control del valor máximo de la corriente del inductor ha proporcionado resultados similares a los encontrados por Redl y Novak en su análisis particular de este tipo de reguladores [41]. A su vez, la suposición de tiempo constante de conducción en la expresión correspondiente al modo de conducción discontinua conduce a la formulación de la respuesta impulsional discreta de Prajoux [35] y de Lee [37].

La posterior obtención de la matriz de transición de estado en lazo cerrado de un regulador "buck-MC²" conduce a resultados similares a los obtenidos por Redl y Novak [41]. Sin embargo, el método de base matricial desarrollado en esta tesis es más directo y general que el de base geométrica de Redl y Novak, permitiendo además el estudio de las inestabilidades subarmónicas, separada o conjuntamente con el de las inestabilidades de baja frecuencia, sin más que aproximar con diferentes grados de exactitud el valor de las matrices $\phi_1(T_1^0)$ que aparecen en la expresión de $\phi(T)$. Dicho método puede aplicarse también en controles diferentes a los de corriente, como lo prueba la obtención de la matriz de transición de estado en lazo cerrado de un regulador "buck-PWM" con realimentación de la tensión de salida y de la corriente del condensador, que ha conducido a resultados idénticos a los encontrados por Philips y François [66]. Este ejemplo pone de manifiesto las ventajas de la formulación sistemática, en sus aspectos de generalidad y simple implementación, frente al análisis de Philips y François, excesivamente complejo y, por otra parte, limitado a las estructuras "buck".

La necesidad de disponer de un método sistemático para el cálculo de los valores de las componentes del vector de estado en régimen estacionario en el instante genérico t_1^0 ha conducido al establecimiento de un modelo discreto que complementa la formulación previamente desarrollada. Este modelo permite analizar

el convertidor en régimen estacionario proporcionando tanto el valor instantáneo de las variables de estado, como su valor medio en un período. El modelo establecido parte de la clasificación dinámica de las variables de estado realizada en el capítulo 2 y supone que las componentes de variación rápida siguen una trayectoria lineal, así como que las componentes del vector de excitaciones externas son prácticamente constantes durante un ciclo de conmutación. Como resultado, se obtiene una formulación para valores instantáneos que supera las limitaciones de los procedimientos basados en la promediación en el espacio de estado [15] [60] [77], como lo pone de manifiesto su aplicación en el caso del convertidor de Čuk operando en modo de conducción discontinua. La extensión del método anterior al cálculo de los valores medios de las componentes del vector de estado en un período ha desembocado en una formulación que, en modo de conducción continua, conduce a resultados equivalentes a los del procedimiento de Čuk y Middlebrook [15], y que, en modo de conducción discontinua, cubre las limitaciones de dicho procedimiento, como se evidencia en el análisis del convertidor de topología óptima.

La recurrencia desarrollada en el capítulo 4 entre los valores al final y al principio del ciclo, en la que intervienen los valores medios en el mismo, ha establecido el mecanismo de transición entre la modelación discreta y la continua. La posterior definición, a partir de la misma, de funciones continuas asociadas a los valores medios de las variables del sistema, la subsiguiente perturbación de las relaciones entre las mismas respecto al régimen estacionario y su linealización final han conducido al establecimiento de un modelo de pequeña señal en forma de funciones de transferencia. La modificación de estas últimas, con la incorporación de las ecuaciones de control en sus correspondientes expresiones, ha permitido formular de una manera compacta las diferentes transmitancias del regulador. La posterior aplicación del método al análisis dinámico de un convertidor Čuk-MC² en modo de conducción continua ha puesto de manifiesto la validez del procedimiento, como lo ha demostrado la determinación experimental de la función descriptiva

salida/control. La comparación del modelo obtenido con el correspondiente al de un convertidor Ćuk-PWM ha revelado que:

- Ambos modelos son del mismo orden si se considera el efecto de la rampa compensadora.
- El orden del Ćuk-MC² es un grado menor que el del Ćuk-PWM si no se considera el efecto de la rampa compensadora.

Estas conclusiones coinciden con las obtenidas por Chetty en su análisis de los convertidores elementales con lazo de control de corriente [16].

Al llegar a este punto, cabe formular alguna sugerencia sobre la continuación y aplicación del presente trabajo.

Así, desde un punto de vista tecnológico, el siguiente paso consistiría en diseñar y realizar de forma optimizada las dos nuevas estructuras de control de corriente encontradas mediante el algoritmo de síntesis.

Por otra parte, la formulación de la matriz de transición de estado puede utilizarse para establecer las condiciones necesarias y suficientes de estabilidad de los convertidores elementales con lazo de control de corriente, realimentación proporcional de la tensión de salida y funcionamiento en modo de conducción discontinua. Puede utilizarse también para establecer las condiciones de estabilidad de los reguladores "boost" y "buck-boost" con lazos de realimentación ac y dc, completando el estudio de Philips y François [66] [74], que por su peculiaridad solamente es aplicable en los convertidores "buck". Además, el proceso de cálculo de la matriz de transición de estado puede automatizarse e imbricarse con subrutinas de cálculo de autovalores [73], con objeto de estudiar mediante programas interactivos la estabilidad del regulador, con independencia de su complejidad y del número de subintervalos existentes a lo largo del período de conmutación.

A su vez, la formulación de modelos continuos puede automatizarse también siguiendo una pauta similar a la establecida en el programa SCAP [72], lo que puede permitir, como en el caso discreto, investigar los efectos de la realimentación y de la prealimentación en el comportamiento transitorio y en la estabilidad del sistema global.

Por último, dado que tanto el modelo discreto como el modelo continuo son lineales, la fase previa a la linealización en ambos desarrollos podrá constituir el punto de partida para el establecimiento de modelos de gran señal (no lineales) que expliquen el comportamiento del sistema en operaciones que impliquen grandes desplazamientos del punto de trabajo.

BIBLIOGRAFIA

- [1] R. Redl and N.O. Sokal, "Current-Mode Control, Five Different Types Used With The Three Basic Classes of Power Converters: Small-Signal AC and Large-Signal DC Characterization, Stability requirements and Implementation of practical circuits. 1985 IEEE PESC Record, pp 771-785.
- [2] M. Wright, "Technology.Special Report: Switchers (Part-1)" EDN May 2 1985 pp 105-111.
- [3] M. Wright, "A system viewpoint. Special Report: Switchers (Part 2)" EDN May 2 1985 pp 129-134.
- [4] J. Stratford, "Switching power supplies. Special Report" EDN October 13 1983 pp 104-163.
- [5] T. Froeschle, "Two-state modulation techniques for power systems" 1967 Semi-annual report prepared by Bose Corp., for U.S.Army Electronics Command, contract DA 28-043-AMC-02281(E).
- [6] F.C. Lee, R.P. Iwens, Y. Yu and J.E. Triner, "Generalized computer-aided discrete-time modeling and analysis of dc-dc converters " IEEE Trans. Indust. Electronics & Control Instr. , IECI-26, May 1979, pp 58-69.

- [7] C.W. Deisch, "Simple Switching Control Method Changes Power Converter into a Current Source", 1978 IEEE PESC Record pp 300-306.
- [8] A. Cocconi and S. Čuk, "Desing of a 2kw, 100khz Switching Regulator for Space Shuttle", PCI 1982 Proceedings, pp 72-85.
- [9] P.W. Clarke, "Reserve Battery Back-Up (RBB) Systems Employing Current-Mode Feedback for Wide Bandwidth and Large Dynamic Response" PCI April 1984 Proceedings pp 34-51.
- [10] A. Capel, J.C. Marpinard, J. Jalade and M. Valentin, "Low Cost Standardized Current Control Modulator (MC²) For High Power Switching Converters" PCI October 1984 Proceedings, pp 39-52.
- [11] R.D. Middlebrook and S. Čuk, "Isolation and Multiple Output Extensions of a New Optimun Topology Switching Dc-to-Dc Converter" 1978 IEEE PESC Record pp 256-264.
- [12] A. Capel, G. Ferrante, D. O'Sullivan and A. Weinberg, "Application of the injected current model for the dynamic analysis of switching regulators with the new concept of LC³ modulator", 1978 IEEE PESC Record, pp 135-147.
- [13] T.V. Papathomas, "On the Stability of Peak Current-Controlled Converters: Analysis, Simulation, and Experiments". IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol IE-33, No.2, May 1986 pp 176-184.
- [14] S.P. Hsu, A. Brown, L. Rensik, R.D. Middlebrook, "Modeling and Analysis of Switching DC/DC Converters in Constant Frequency Current Programmed Mode" 1979 IEEE PESC Record pp 284-301.

- [15] R.D. Middlebrook and S. Čuk, "A General Unified Approach to Modeling Switching-Converter Power Stages" 1976 IEEE PESC Record pp 18-34.
- [16] P.R.K. Chetty, "CIECA: Application to Current Programmed Switching DC-DC Converters" IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, VOL. AES-18 NO. 5 September 1982 pp 538-544.
- [17] P.R.K. Chetty, "Current Injected Equivalent Circuit Approach to Modeling and Analysis of Current Programmed Switching DC-DC Converters (Discontinuous Inductor Conduction Mode)" IEEE Transactions on Industry Applications, VOL. IA-18 NO.3 May/June 1982 pp 295-299.
- [18] A.S. Kislovski, "Introduction to Dynamical Analysis of Switching DC-DC Converters" EWV Engineering, Bern, Switzerland 1985.
- [19] P.R.K. Chetty, "Current Injected Equivalent Circuit Approach to Modelling Switching DC-DC Converters" IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, Nov. 1981 pp 802-808.
- [20] P.R.K. Chetty, "Modelling and Design of Switching Regulators" IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, May 1982 pp 333-344.
- [21] P.R.K. Chetty, "Current Injected Equivalent Circuit Approach to Modelling of Switching DC-DC Converters in Discontinuous Inductor Conduction Mode" IEEE Transactions on Industrial Electronics-August 1982 pp 230-234.
- [22] A.S. Kislovski, "Controlled-Quantity Concept in Small Signal Analysis of Switching Power Cells" IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, VOL. AES-19, No. 3 May 1983 pp 438-446.

- [23] A. Capel, "Charge Controlled Conversion Principle in DC/DC Regulator Combines Dynamic Performances and High Output Power" 1979 IEEE PESC Record pp 264-276.
- [24] A. Capel, M. Clique and A.J. Fossard, "Current Control Modulators: General Theory on Specific Designs" IEEE Transactions on Industrial Electronics and Control Instrumentation, VOL IECI 28, NO. 4, November 1981 pp 292-307.
- [25] R. Prajoux, J.C. Marpinard, J. Jalade, "Etablissement de modèles mathématiques pour regulateurs de puissance à modulation de largeur d'impulsions. Pt.II : Modèles continus", ESA. Scientific and Technical Review. VOL 2, NO.2 (1976) pp 115-129.
- [26] B.E. Andersen, C.W. Boettcher Jr., B.H. Hamilton, D.D. Retotar and R.E. Schroeder, "Analysis of the static characteristics and dynamic response of push-pull switching converters operating in the current programmed mode" 1981 IEEE PESC Record pp 29-38.
- [27] R. Redl and N.O. Sokal, "Push-Pull Current-Fed Multiple-Output Regulated Wide-Input-Range DC/DC Power Converter With Only One Inductor And With 0 to 100% Switch Duty Ratio: Operation At Duty Ratio Below 50%" 1981 IEEE PESC Record pp 204-212.
- [28] V.J. Thottuvelil, T.G. Wilson and H.A. Owen Jr., "Analysis and Design Of Push-Pull Current-Fed Converter" 1981 IEEE PESC Record pp 192-203.
- [29] M. Shoyama and K. Harada, "Steady-State Characteristics of the Push-Pull DC-to-DC Converter" IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, Vol AES-20, NO 1, Jan 1984, pp 50-56.

- [30] R.D. Middlebrook and S. Čuk, "Modelling and Analysis Methods for DC-to-DC Switching Converters" 1977 IEEE International Semiconductor Power Converter Conference, Record pp 90-111.
- [31] A.R. Brown and R.D. Middlebrook, "Sampled-data modeling of switching regulators" 1981 IEEE PESC Record pp 349-369.
- [32] G. Verghese and U. Mukherji, "Extended averaging and control procedures" 1981 IEEE PESC Record pp 329-336.
- [33] L. Martínez and A. Poveda, "An averaged model for the Čuk convertor in the discontinuous conduction mode" Proceedings of EUROCON 86, 7th European Conference on Electrotechnis, April 1986, pp 431-435.
- [34] G.W. Wester and R.D. Middlebrook, "Low-frequency characterization of switched dc-dc converters" IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-9, May 1973, pp 376-385.
- [35] R. Prajoux, J.C. Marpinard and J. Jalade, "Accurate mathematical modelling of PWM power regulators" NASA Technical Translation, NASA TTF-15947, Sept 1974.
- [36] R. Prajoux, J.C. Marpinard and J. Jalade, "Etablissement de modèles mathématiques pour regulateurs de puissance à modulation de largeur d'impulsions (PWM), Pt.I: modèles discrets", ESA. Scientific and Technical Review, 1976, NO. 2, pp 25-42.
- [37] F.C. Lee and Y. Yu, "Modelling of switching regulator power stages with and without zero-inductor-current dwell time", IEEE Trans., 1979, IECI-26, (3), pp 142-150.

- [38] L. Martínez and A. Poveda, "Modelling and Analysis of the Ćuk Convertor in the Discontinuous Conduction Mode Using the Discrete Impulse Response Method", Proceedings of ECCTD'85, 7th European Conference on Circuit Theory and Design, September 1985, pp 157-160.
- [39] L. Martínez, A. Poveda and J.M. Miguel, "Modelling and analysis of the Ćuk convertor using the discrete impulse response method" IEE Proceedings Pt G, Electronic Circuits and Systems, Vol 133, No. 2, April 1986 pp 77-83.
- [40] G.C. Verghese, M.E.Elbuluk and J.G.Kassakian, "A General Approach to Sampled-Data Modeling for Power Electronic Circuits "1984 IEEE PESC Record pp 316-330.
- [41] R. Redl and I. Novak, "Instabilities in current-mode controlled switching voltage regulators" 1981 IEEE PESC Record pp 17-28.
- [42] R. Redl and I. Novak, "Stability Analysis of Constant-Frequency Current-Mode Controlled Switching Regulators Operating Above 50% Duty Ratio" 1982 IEEE PESC Record pp 213-223.
- [43] R. Redl and N.O. Sokal, "Near-Optimum Dynamic Performance Of Switching-Mode Power Converters Using Feed-Forward Of Output Current and Input Voltage with Current-Mode Control" Proceedings of the 4th ESTEC Spacecraft Power-Conditioning Seminar, (ESA SP-186, September 1982) pp33-43.
- [44] F.C. Lee and R.A. Carter, "Investigations of Stability and Dynamic Performances of Switching Regulators Employing Current-Injected Control" 1981 IEEE PESC Record, pp 3-16.

- [45] F.C. Lee, R.A. Carter and Z.D. Fang, "Investigations of Stability and Dynamic Performances of a Current-Injected Regulator" IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. VOL. AES-19, NO. 2, March 1983 pp 274-286.
- [46] F.C. Lee and Z.D. Fang and T.H. Lee, "Optimal Design Strategy of Switching Converters Employing Current Injected Control" IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, VOL. AES-21. NO.7. January 1985 pp 21-35.
- [47] D.M. Mitchell, "An Analytical Investigation of Current-Injected Control for Constant-Frequency Switching Regulators" Proceedings of ESA Sessions at 16th Annual IEEE PESC; June 1985, pp 225-233.
- [48] R.D. Middlebrook, "Topics in multiple-loop regulators and current-mode programming" 1985 IEEE PESC Record pp 716-732.
- [49] A. Capel, J. Jalade, M. Valentin and J.C. Marpinard, "Sine Wave High Power Inverter Using Current Controlled Modulation" Proceedings of the 4th ESTEC Spacecraft Power-Conditioning Seminar, (ESA SP-186, September 1982) pp 43-50.
- [50] R.W. Erickson, S. Čuk and R.D. Middlebrook, "Large-Signal Modelling and Analysis of Switching Regulators" 1982 IEEE PESC Record pp 240-250.
- [51] D. O'Sullivan, A. Weinberg, D. Levins and J. Scheendeers, "SLIC³: The Synchronised/Limit Cycle Conductance Controller" 1980 IEEE PESC Record pp 397-401.
- [52] "Switching Regulated Power Supply Design Seminar Manual" Unitrode Corporation 1985, Lexington MA, U.S.A.

- [53] A. Capel, J.C. Marpinard, G. Salut, M. Valentin, D. O'Sullivan, A. Weinberg, N. Limbourg and J.C. Ryn, "A Bi-Directional High-Power Cell Using Large-Signal Feedback Control with Maximun Current Conduction Control for Space Applications" ESA Journal 1986, VOL. 10 pp 387-402.
- [54] M. Berbiche, "Commande de Convertisseurs Statiques à Fort Signal et Application à un Onduleur" Rapport de stage. DEA. Automatique Informatique Industrielle et traitement du signal. Groupe: SNLSR, (L.A.A.S), Toulouse. Année universitaire 1986-1987.
- [55] M. Valentin, "Contribution à l'analyse des convertisseurs statiques et leur commande à fort signal" Thèse de Doctorat d'état N 1173. Université Paul Sabatier -Toulouse- 1984.
- [56] R.D. Middlebrook and S. Čuk, "Advances in Switched-Mode Power Conversion VOL 1. Modelling, Analysis and Measurement" Teslaco, CA, 1981.
- [57] M. Valentin, J.C. Marpinard, J.M. Fray and A. Capel, "Some considerations on converter structures" 1985 IEEE PESC Record pp 509-515.
- [58] A. Capel and A. Barnaba, "Evaluation of Bus Impedance on the Spot Multimission Platform" ESA Journal 1983, VOL.17, No.3. pp 277-298.
- [59] A. Poveda, L. Martínez, J. Bordonau and J. Cabestany, "Small Signal Model of a Čuk-Type PWM Shunt Regulator" Proceedings of MELECON'87 pp 605-608.
- [60] K.C. Daly, "Ripple determination for switch-mode DC/DC convertors" IEE Proceedings Pt G, Electronic Circuits and Systems, Vol 129, No.5, October 1982 pp 229-234.

- [61] S. Čuk and R.D. Middlebrook, "A General Unified Approach to Modelling Switching DC-to-DC Converters in Discontinuous Conduction Mode" 1977 IEEE PESC Record pp 36-57.
- [62] S. Čuk, "Discontinuous Inductor Current Mode in the Optimum Topology Switching Converter" 1978 IEEE PESC Record pp 105-123.
- [63] M. Grötzbach, "Analysis of Periodically Switch Controlled Lowpass Systems by Continuous Aproximation Models" Automatica, 1981, VOL 17, pp 321-344.
- [64] R.W. Erickson, "Synthesis of Switched-Mode Converters" 1983 IEEE PESC Record pp 9-22.
- [65] D.V. Otto, "Reduction of Switching Regulator Audiosusceptibility to Zero" Electronics Letters, April 1986 Vol.22, NO.8, pp 441-442.
- [66] N. Philips and G. François, "Small-Signal Dynamical Behavior of Switched-Mode Power Supplies" Proceedings of PCI'81 pp 72-85.
- [67] A. Capel, J.G. Ferrante and R. Prajoux, "State variable stability analysis of multi-loop PWM controlled dc/dc regulators in light and heavy mode", 1975 IEEE PESC Record pp 91-103.
- [68] A. Miralles, "Diseño de moduladores de corriente para fuentes de alimentación conmutadas" Informe de estancia. Beca de pregraduados de Telefónica. E.T.S.I.T. Barcelona Julio 1987.
- [69] L. Martínez, "Contribución al análisis y a la modelación del convertidor continua-continua de topología óptima. Estructura de Čuk" Tesis Doctoral, E.T.S.I.T. Barcelona Febrero 1984.

- [70] A. Poveda y L. Martínez, "Modelación y análisis por ordenador de convertidores conmutados cc/cc" Mundo Electrónico No. 152 Junio 1985 pp 103-110.
- [71] L. Martínez and A. Poveda, "Predicting Magnitude and Phase of Switching Regulator Transfer Functions" Proceedings of MIMI'85, 29th International Symposium on Mini and Microcomputers and their applications" June 1985 pp 47-51.
- [72] F. Barzegar, S. Čuk and R.D. Middlebrook, "Using Small Computers to Model and Measure Magnitude and Phase of Regulator Transfer Functions and Loop Gain" Proceedings of Powercon 8, April 1981 pp H-1, 1-28.
- [73] J.L. Melsa and S.K. Jones, "Computer Programs for Computational Assistance in the Study of Linear Control Theory" Mc Graw-Hill Book Company, Second Edition.
- [74] N. Philips and G. François, "Necessary and Sufficient Conditions for the Stability of Buck-Type Switched-Mode Power Supplies" IEEE Transactions on Industrial Electronics and Control Instrumentation, Vol IECI-28, NO. 3, August 1981 pp 229-234.
- [75] V. Strej, "State Space Theory of Discrete Linear Control" Academia Prague 1981.
- [76] P. Maranesi and V. Varoli, "Closed-Form Expressions of $G_{\text{LOOP}}(j2\pi f)$ for PWM Voltage Regulators in DCM" Alta-Frequenza VOL. LV-N.2 March-April 1986 pp 133-142.
- [77] F. Uemo, T. Inoue, F. Tsuruta and I. Oota, "Steady-State and Dynamic Analysis of Čuk Converter in Continuous and Discontinuous Conduction Modes" Transactions of IECE of JAPAN, Vol. E68, NO 10, October 1985 pp 712-716.

- [78] P.R.K. Chetty, "Modelling and Design of Switching Regulators" IEEE. TRANS. Aerospace and Electronics Systems. May 1982 pp 333-344.
- [79] S. Čuk and R.D. Middlebrook, "A New Optimum Topology Switching dc-to-dc Converter" ,1977 IEEE PESC Record, pp 160-179.
- [80] R.D. Middlebrook, "Measurement of loop gain in feedback systems" Int. Journal of Electronics 1975, Vol.38, no.4, pp 485-521.

