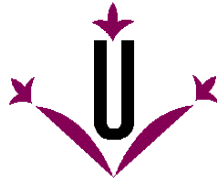




**RESISTENCIA AL FLUJO
DE RÍOS DE MONTAÑA**
Desarrollo de ecuaciones
de predicción

Raúl López Alonso

2005



Universitat de Lleida
Programa de Doctorado de Ingeniería

TESIS DOCTORAL

RESISTENCIA AL FLUJO DE RÍOS DE MONTAÑA
Desarrollo de ecuaciones de predicción

Autor
RAÚL LÓPEZ ALONSO

Directores
Dr. JAVIER BARRAGÁN FERNÁNDEZ
Dra. M^a ÀNGELS COLOMER CUGAT

Septiembre de 2005

“(…) La aparición independiente, bajo condiciones infraestructurales similares, de inventos como la cerámica o la metalurgia en diferentes partes del mundo nos sugiere que ni siquiera las ideas más originales ocurren sólo una vez. De hecho, la extraña forma en que inventos como el buque de vapor, el teléfono, el aeroplano, la fotografía, el automóvil y cientos de ingenios patentables fueron objeto de reclamaciones de prioridad por parte de laboratorios e individuos independientes (...), nos lleva inevitablemente a la conclusión de que, *cuando estén maduras las condiciones infraestructurales, surgirán las ideas apropiadas, y no una sino muchas veces.*”

MARVIN HARRIS

Agradecimientos

Ante todo quisiera expresar mi reconocimiento a los directores de la tesis que aquí se presenta. Al Dr. Javier Barragán le debo agradecer profundamente su cabal guía, que representa un jalón más en su constante y riguroso apoyo desde que inicié mi recorrido docente e investigador en la Universidad de Lleida, hace ya casi un decenio. Durante dicho periodo he gozado del impagable privilegio de tener siempre a mi disposición su dilatada experiencia académica y científica en ingeniería hidráulica. Del mismo modo agradezco a la Dra. M^a Àngels Colomer su valiosísima tutela, especialmente en todo lo concerniente a evaluación de modelos. Sin su magnífica capacidad para orientarme a través de los campos estadístico y numérico con facilidad me hubiera perdido en un intrincado laberinto.

A la Ingeniera Técnica Forestal Noemí Baró le agradezco su colaboración en el trabajo de campo del río Bellera, tarea abordada en duras condiciones ambientales, y al Dr. Manuel Ribes la cesión de la instrumentación topográfica empleada. Al Dr. Ramon Batalla le agradezco que me facilitara datos resultado de sus investigaciones en afluentes de los ríos Segre y Llobregat. Asimismo, le agradezco que haya contado conmigo para participar en diferentes proyectos de investigación, con resultados por mi parte siempre provechosos.

Agradezco el respaldo prestado en todo momento por el personal del Departamento de Ingeniería Agroforestal de la Universidad de Lleida y en especial y muy efusivamente el de mis compañeros del Área de Ingeniería Hidráulica e Hidrológica, los profesores Lluís Cots, Joaquim Monserrat y Francisco Sanz.

Deseo dejar constancia de mi gratitud al Departamento de Ingeniería Hidráulica, Marítima y Ambiental de la Universidad Politécnica de Cataluña, por brindarme la oportunidad de disfrutar de la beca que supuso el inicio de mi trayectoria investigadora. Pero muy en particular al Dr. Manuel Gómez, magistral tutor durante mi etapa de becario, al que sin duda debo la existencia misma de tal trayectoria.

Sin embargo, en palabras del nobel colombiano, nada he de apreciar tanto como la indulgencia de quienes no se encuentren en esta relación de gratitudes por un olvido abominable.

ÍNDICE

1 Introducción y objetivos	1
1.1 Introducción	1
1.1.1 Ríos de montaña	1
1.1.2 Síntesis de las características geomorfológicas e hidráulicas de ríos de montaña	5
1.1.2.1 Características geomorfológicas.....	5
1.1.2.2 Características hidráulicas de ríos de montaña	11
1.2 Objetivos	17
2 Resistencia al flujo de ríos de montaña. Estado del conocimiento	19
2.1 Introducción	19
2.2 Ecuaciones de flujo uniforme.....	21
2.3. Análisis dimensional	23
2.4 Componentes de la resistencia al flujo.....	26
2.5 Determinación de los coeficientes de resistencia al flujo	28
2.6 Estructura del flujo. Distribución vertical de velocidad.....	29
2.6.1 Modelos de estructura del flujo	29
2.6.2 Distribución vertical de velocidad. Contraste experimental.....	32
2.7 Ecuaciones de resistencia al flujo	35
2.7.1 Ecuaciones de resistencia al flujo con el factor de fricción de Darcy-Weisbach como coeficiente.....	35
2.7.1.1 Ecuación logarítmica	35
2.7.1.2 Modificaciones de la ley logarítmica para flujo macrorrugoso	51
2.7.1.3 Ecuación potencial.....	56
2.7.1.4 Ecuación de ley tangente hiperbólica. Ecuación de Katul <i>et al.</i> (2002)	59
2.7.1.5 Ecuación de tipo lineal.....	61
2.7.1.6 Ecuación de concentración de rugosidad.....	62
2.7.1.7 Ecuaciones que introducen modificaciones basadas en S	63
2.7.1.8 Ecuaciones que introducen modificaciones en función de F	68
2.7.1.9 Ecuaciones función del número de Froude de partícula (F_*)	74
2.7.1.10 Influencia del percentil granulométrico en la capacidad de ajuste	76
2.7.1.11 Efecto del transporte sólido en la resistencia al flujo	77
2.7. 2 Ecuaciones sin coeficiente de resistencia explícito	92

2.7.2.1 Ecuaciones con Q como variable dependiente	92
2.7.2.2 Ecuaciones con la velocidad media (v) como variable dependiente.....	93
2.8 Diferencias entre ríos y canales de laboratorio	95
3 Materiales y métodos	99
3.1 Campaña de datos de campo. Río Bellera.....	99
3.1.1 Marco geográfico del tramo de estudio	99
3.1.2 Características hidrogeomorfológicas del tramo analizado.....	100
3.1.3 Metodología hidrométrica	101
3.1.4 Geometría hidráulica	101
3.1.5 Pendiente longitudinal del cauce	103
3.1.6 Pendiente longitudinal de la superficie del agua	105
3.1.7 Granulometría del lecho	105
3.1.8 Velocidad y caudal del flujo.....	106
3.2 Base de datos de ajuste. Criterios de selección.....	108
3.3 Cálculo de variables hidráulicas derivadas	111
3.4. Evaluación de modelos. Ajuste, validación y comparación.....	113
3.4.1 Modelos ajustados y técnicas de regresión.....	113
3.4.1.1 Modelos predictores de f	113
3.4.1.2 Modelos con Q o v como variables respuesta.....	115
3.4.2 Técnicas de evaluación de modelos	116
3.4.2.1 Calibración. Ajuste de coeficientes	116
3.4.2.2 Validación.....	117
3.4.3 Índices de ajuste	119
3.4.4 Variables de control y subconjuntos de ajuste	123
3.4.4.1 Modelos con f como variable dependiente	123
3.4.4.2 Modelos con Q o v como variable dependiente.....	125
4 Resultados y discusión	127
4.1 Resultados de la campaña de aforos en el río Bellera.....	127
4.1.1 Pendiente longitudinal del cauce	127
4.1.2 Granulometría.....	127
4.1.3 Geometría hidráulica, velocidad y caudal	129
4.2 Análisis de datos seleccionados	131
4.2.1 Conjuntos de ajuste a modelos que toman f como variable dependiente	131
4.2.1.1 Conjunto completo.....	131

4.2.1.2. Contraste entre subconjuntos de campo y de laboratorio	132
4.2.1.3 Contraste entre conjuntos de pendiente	139
4.2.1.4 Contraste entre subconjuntos de sumersión.....	141
4.2.1.5 Contraste de subconjunto de transporte sólido	143
4.2.2 Conjuntos de ajuste a modelos que toman Q o v como variable dependiente...	145
4.2.2.1 Conjunto completo.....	145
4.2.2.2 Contraste de subconjuntos definidos por S como variable de control	148
4.2.2.3 Contraste de subconjuntos definidos por y/d_{84} como variable de control	150
4.2.2.4 Contraste de subconjuntos definidos por τ/τ_c como variable de control .	152
4.3 Presentación de los resultados del ajuste	154
4.3.1 Resultados del ajuste. Modelos con f como variable dependiente	154
4.3.1.1 Conjunto completo de datos	154
4.3.1.2 Subconjuntos de campo y laboratorio.....	154
4.3.1.3 Subconjuntos resultantes de tomar S como variable de control	155
4.3.1.4 Subconjuntos resultantes de tomar y/d_{84} como variable de control.....	155
4.3.1.5 Subconjuntos resultantes de tomar el transporte sólido.....	155
4.3.2 Resultados del ajuste. Modelos con Q como variable dependiente.....	156
4.3.2.1 Conjunto completo de datos	156
4.3.2.2 Subconjuntos resultantes de tomar S como variable de control	156
4.3.2.3 Subconjuntos resultantes de tomar y/d_{84} como variable de control.....	156
4.3.2.4 Subconjuntos resultantes de tomar τ/τ_c como variable de control.....	156
4.3.3 Resultados del ajuste. Modelos con v como variable dependiente.....	156
4.3.3.1 Conjunto completo de datos	156
4.3.3.2 Subconjuntos resultantes de tomar S como variable de control	157
4.3.3.3 Subconjuntos resultantes de tomar y/d_{84} como variable de control.....	157
4.3.3.4 Subconjuntos resultantes de tomar τ/τ_c como variable de control.....	158
4.4. Análisis de resultados y discusión.....	159
4.4.1 Modelos con f como variable dependiente	159
4.4.1.1 Conjunto completo de datos	159
4.4.1.2 Subconjuntos de campo y laboratorio.....	161
4.4.1.3 Subconjuntos resultantes de tomar S como variable de control	166
4.4.1.4 Subconjuntos resultantes de tomar y/d_{84} como variable de control.....	168
4.4.1.5 Subconjuntos resultantes de tomar el caudal sólido como variable	

de control	170
4.4.1.6 Selección, clasificación y comparación de modelos.....	172
4.4.2 Modelos con Q como variable dependiente	179
4.4.2.1 Conjunto completo de datos	179
4.4.2.2 Subconjuntos resultantes de tomar S como variable de control	179
4.4.2.3 Subconjuntos resultantes de tomar y/d_{84} como variable de control.....	180
4.4.2.4 Subconjuntos resultantes de tomar τ / τ_c como variable de control.....	181
4.4.2.5 Selección, clasificación y comparación de modelos.....	181
4.4.3 Modelos con v como variable dependiente	184
4.4.3.1 Conjunto completo de datos	184
4.4.3.2 Subconjuntos resultantes de tomar S como variable de control	184
4.4.3.3 Subconjuntos resultantes de tomar y/d_{84} como variable de control.....	185
4.4.3.4 Subconjuntos resultantes de tomar τ / τ_c como variable de control.....	186
4.4.3.5 Selección, clasificación y comparación de modelos.....	187
4.5. Validación	189
4.5.1 Validación cruzada del conjunto total de datos.....	189
4.5.2 Validación cruzada del conjunto de datos con $n=1.483$	191
4.5.3 Validación cruzada de base con datos de campo ($n=904$).....	192
5 Conclusiones	197
6 Referencias bibliográficas	203
Apéndices	215
Apéndice A.....	215
Apéndice B.....	225
Apéndice C.....	229
Apéndice D.....	231
Apéndice E.....	241
Apéndice F	297
Apéndice G.....	307
Apéndice H.....	325
Apéndice I	343
Apéndice J.....	351
Apéndice K.....	355

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Matriz de relación entre los coeficientes C , n y f	23
Tabla 2.2. Síntesis de valores del coeficiente de proporcionalidad (α) determinados por diferentes autores en ríos y canales de laboratorio de lechos granulares.....	44
Tabla 2.3. Rango de aplicación de las ecuaciones (2.183) y (2.184).....	95
Tabla 3.1. Criterios de cálculo de las variables derivadas de los datos hidrométricos.....	112
Tabla 3.2. Ecuaciones de los modelos evaluados predictores de f	115
Tabla 3.3. Ecuaciones de los modelos evaluados con Q como variable respuesta.....	116
Tabla 3.4. Ecuaciones de los modelos evaluados con v como variable respuesta.....	116
Tabla 3.5. Índices estadísticos de ajuste.....	122
Tabla 4.1. Resultados del cálculo de la pendiente longitudinal del tramo de estudio.....	127
Tabla 4.2. Distribución granulométrica del sedimento.....	128
Tabla 4.3. Diámetros característicos del sedimento.....	129
Tabla 4.4. Variables hidráulicas registradas en el río Bellera.....	130
Tabla 4.5. Resumen del análisis estadístico del conjunto total de datos.....	132
Tabla 4.6. Resumen del análisis estadístico de los subconjuntos de campo y de laboratorio, así como del conjunto total de datos.....	138
Tabla 4.7. Resumen del análisis estadístico de los subconjuntos definidos al tomar S como variable de control, así como del conjunto total de datos.....	141
Tabla 4.8. Resumen del análisis estadístico de los subconjuntos definidos al tomar y/d_{84} como variable de control, así como del conjunto total de datos.....	142
Tabla 4.9. Resumen del análisis estadístico de los subconjuntos definidos al tomar el caudal sólido como variable de control, así como del conjunto de datos de laboratorio.....	144
Tabla 4.10. Resumen del análisis estadístico del subconjunto de datos de campo.....	146
Tabla 4.11. Resumen del análisis estadístico de los subconjuntos definidos al tomar S como variable de control, así como del conjunto de datos de campo.....	150
Tabla 4.12. Resumen del análisis estadístico de los subconjuntos definidos al tomar y/d_{84} como variable de control, así como del conjunto de datos de campo.....	151
Tabla 4.13. Resumen del análisis estadístico de los subconjuntos definidos al tomar τ/τ_c como variable de control, así como del conjunto de datos de campo.....	153
Tabla 4.14. Clasificación en función de CAI, CBI y P de las ecuaciones con Q como variable dependiente.....	182
Tabla 4.15. Clasificación en función de CAI, CBI y P de las ecuaciones con v variable dependiente.....	187

Tabla 4.16. Segmentación de los subconjuntos A1 y A2 de validación.....	189
Tabla 4.17. Resumen del análisis estadísticos de los subconjuntos A1 y A2 de validación.	190
Tabla 4.18. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos A1 y A2 de validación.	190
Tabla 4.19. Segmentación de los subconjuntos B1 y B2 de validación.	191
Tabla 4.20. Resumen del análisis estadísticos de los subconjuntos B1 y B2 de validación.....	192
Tabla 4.21. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos B1 y B2 de validación.....	192
Tabla 4.22. Resumen del análisis estadísticos de los subconjuntos C1 y C2 de validación.....	193
Tabla 4.23. Resumen del análisis estadísticos de los subconjuntos C1 y C2 de validación.....	194
Tabla 4.24. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos B1 y B2 de validación.....	194
Tabla A1. Recopilación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.52).	215
Tabla A2. Recopilación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.63).	218
Tabla A3. Recopilación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.73).	219
Tabla A4. Recopilación de fórmulas ajustadas según la ecuaciones (2.97) y (2.98).	222
Tabla A5. Recopilación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.179).	223
Tabla D1. Relaciones granulométricas. Datos de campo y de laboratorio.	232
Tabla D2. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos de campo y de laboratorio. Conjunto total.....	236
Tabla D3. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos definidos por S como variable de control. Conjunto total.....	236
Tabla D4. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos definidos por y/d_{84} como variable de control. Conjunto total.....	237
Tabla D5. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos definidos por Q_s como variable de control. Conjunto de laboratorio.	237
Tabla D6. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos definidos por S como variable de control. Conjunto de campo.	238
Tabla D7. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos definidos por y/d_{84} como variable de control. Conjunto de campo.	238
Tabla D8. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos definidos por τ/τ_c como variable de control. Conjunto de campo.	239
Tabla E1. Ecuaciones ajustadas con el conjunto completo de datos.	241
Tabla E2. Ecuaciones ajustadas a los subconjuntos de campo y de laboratorio.....	257
Tabla E3. Ecuaciones ajustadas con S como variable de control.	265
Tabla E4. Ecuaciones ajustadas con y/d_{84} como variable de control.....	273
Tabla E5. Ecuaciones ajustadas con Q_s como variable de control.	281
Tabla E6. Modelo (Q) ajustado al conjunto completo de datos.	289
Tabla E7. Modelo (Q) ajustado con S como variable de control.....	290

Tabla E8. Modelo (Q) ajustado con y/d_{84} como variable de control.	291
Tabla E9. Modelo (Q) ajustado con τ/τ_c como variable de control.	292
Tabla E10. Modelo (v) ajustado al conjunto completo de datos.	293
Tabla E11. Modelo (v) ajustado con S como variable de control.	294
Tabla E12. Modelo (v) ajustado con y/d_{84} como variable de control.	295
Tabla E13. Modelo (v) ajustado con τ/τ_c como variable de control.	296
Tabla J1. Clasificación en función de CAI y CBI de las ecuaciones que predicen f . Sumersión expresada en función de d_{90}	351
Tabla J2. Clasificación en función de CAI y CBI de las ecuaciones que predicen f . Sumersión expresada en función de d_{84}	352
Tabla J3. Clasificación en función de P de las ecuaciones que predicen f . Sumersión expresada en función de d_{90}	353
Tabla J4. Clasificación en función de P de las ecuaciones que predicen f . Sumersión expresada en función de d_{84}	354
Tabla K1. Validación de las ecuaciones predictoras de f	355
Tabla K2. Validación de las ecuaciones con Q como variable dependiente.	363
Tabla K3. Validación de las ecuaciones con v como variable dependiente.	363

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Contribución de la escorrentía montana a la aportación media anual y porcentaje que representa el área de montaña respecto a la superficie total.....	3
Figura 1.2. Esquema de lechos con coraza superficial.....	6
Figura 1.3. Representación morfológica de los tipos de cauce que contempla la clasificación propuesta por Montgomery y Buffington (1993).....	9
Figura 1.4. Representación bipolar agua-sedimento y fenómenos que ocurren con concentraciones variables de ambos elementos.....	12
Figura 1.5. Flujo macroscópicamente uniforme. Revestimiento artificial.....	13
Figura 1.6. Relación entre pendiente longitudinal y sumersión relativa (y/d_{84}) correspondiente al nivel de aguas altas para ríos de grava.....	14
Figura 1.7. Flujo en contorno hidráulicamente liso (a) e hidráulicamente rugoso (b).....	15
Figura 2.1. Estructura de la capa límite en corrientes profundas.....	30
Figura 2.2. Esquema de remolino del modelo de turbulencia de Prandtl.....	36
Figura 2.3. Distribución de velocidad con la profundidad.....	39
Figura 2.4. Comparación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.52) en función de d_{50}	48
Figura 2.5. Comparación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.52) en función de d_{84}	50
Figura 2.6. Comparación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.52) en función de d_{90}	51
Figura 2.7. Comparación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.63) y (2.67) definidas en función de d_{50}	54
Figura 2.8. Comparación de fórmulas ajustadas según las ecuaciones (2.63), (2.67) y (2.80) definidas en función de d_{84}	54
Figura 2.9. Distribución de la velocidad con la profundidad. Ley de Aguirre-Pe y Fuentes (1990).....	55
Figura 2.10. Comparación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.73) en función de d_{50}	58
Figura 2.11. Comparación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.73) en función de d_{84}	58
Figura 2.12. Comparación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.73) en función de d_{90}	59
Figura 2.13. Distribución vertical de velocidad de la ley tangente hiperbólica.....	60
Figura 2.14. Curva granulométrica. Obtención de M	71
Figura 2.15. Textura superficial.....	78
Figura 3.1. Localización del tramo de estudio.....	100
Figura 3.2. Perfil longitudinal del tramo analizado en el río Bellera.....	101
Figura 3.3. Distribución de las secciones de registro en el tramo de estudio del río Bellera.....	101
Figura 3.4. Verticales de registro de profundidad y velocidad en una sección.....	102
Figura 3.5. Pendiente compensada (S_2).....	104

Figura 3.6. Definición de los ejes triaxiales de una partícula.....	105
Figura 3.7. Puntos de medida de velocidad puntual y distribución vertical de velocidad.....	107
Figura 3.8. Gráfico de dispersión.	120
Figura 4.1 Histograma de frecuencias relativas del diámetro del sedimento.	128
Figura 4.2. Curva granulométrica del sedimento.	129
Figura 4.3. Histograma de frecuencias relativas de y/d_{84} para el conjunto total de datos y para los subconjuntos de campo y de laboratorio.	133
Figura 4.4. Histograma de frecuencias relativas de S para el conjunto total de datos y para los subconjuntos de campo y de laboratorio.	134
Figura 4.5. Histograma de frecuencias relativas de F para el conjunto total de datos y para los subconjuntos de campo y de laboratorio.	135
Figura 4.6. Histograma de frecuencias relativas de τ/τ_c para el conjunto total de datos y para los subconjuntos de campo y de laboratorio.	136
Figura 4.7. Histograma de frecuencias relativas de f para el conjunto total de datos y para los subconjuntos de campo y de laboratorio.	137
Figura 4.8. Histograma de frecuencias relativas de τ/τ_c para el conjunto de laboratorio, en función de la condición del lecho en cuanto a su movilización.	144
Figura 4.9. Histograma de frecuencias relativas de C (%) (concentración volumétrica de sedimento) para el conjunto de laboratorio.	145
Figura 4.10. Histograma de frecuencias relativas de Q para el conjunto de datos de campo.	147
Figura 4.11. Histograma de frecuencias relativas de v para el conjunto de datos de campo.	147
Figura 4.12. Histograma de frecuencias relativas de A para el conjunto de datos de campo.	147
Figura 4.13. Histograma de frecuencias relativas de R para el conjunto de datos de campo.	148
Figura 4.14. Histograma de frecuencias relativas de d_{50} para el conjunto de datos de campo.	148
Figura 4.15. Relación entre y/d_{90} y $\sqrt{8/f}$	163
Figura 4.16. Relación entre y/d_{84} y $\sqrt{8/f}$	163
Figura 4.17. Relación entre y/d_{50} y $\sqrt{8/f}$	163
Figura 4.18. Relación entre la uniformidad granulométrica del sedimento y el multiplicador granulométrico de la aspereza equivalente. Datos de campo y de laboratorio.	165
Figura 4.19. Relación entre la sumersión relativa del flujo y el multiplicador granulométrico de la aspereza equivalente. Datos de campo y de laboratorio.	166
Figura 4.20. Representación de los datos pertenecientes a los subconjuntos resultantes de la segmentación en función de la sumersión relativa.	169
Figura 4.21. Relación entre F y $\sqrt{8/f}$. Datos de campo y de laboratorio.	174

Figura B1. Vista general del tramo de registro en el río Bellera.	225
Figura B2. Vista general del tramo de registro en el río Bellera.	225
Figura B3. Vista general del tramo de registro en el río Bellera.	226
Figura B4. Sección central del tramo de registro en el río Bellera.	226
Figura B5. Minimolinetete hidráulico.	227
Figura C1. Corrección del efecto de márgenes.	230
Figura D1. Relación entre d_{50} y d_{84} para los datos de campo.	231
Figura D2. Relación entre d_{50} y d_{84} para los datos de campo.	231
Figura D3. Relación entre d_{84} y d_{90} para los datos de campo.	231
Figura D4. Relación entre d_{50} y d_{84} para los datos de laboratorio.	231
Figura D5. Relación entre d_{50} y d_{90} para los datos de laboratorio.	231
Figura D6. Relación entre d_{50} y d_{90} para los datos de laboratorio.	231
Figura D7. Relación entre v y R para los datos de campo.	232
Figura D8. Relación entre v y R para los datos de laboratorio.	232
Figura D9. Relación entre v_* y d_{50} para los datos de campo.	233
Figura D10. Relación entre v_* y d_{50} para los datos de laboratorio.	233
Figura D11. Relación entre y y T para los datos de campo y de laboratorio.	234
Figura D12. Relación entre pendiente y sumersión relativa del flujo para datos a nivel de aguas altas.	234
Figura D13. Relación entre R_{e*} y τ_* para los datos de campo.	235
Figura D14. Relación entre R_{e*} y τ_* para los datos de laboratorio.	235
Figura F. Dispersión del error.	297
Figura G. Representación de ecuaciones.	307
Figura H. Contraste de estadísticos.	325
Figura I1. Comparación de la ecuación (A1.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (A) cuando la sumersión se expresa en función de d_{90}	343
Figura I2. Comparación de la ecuación (A2.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (A) cuando la sumersión se expresa en función de d_{84}	343
Figura I3. Comparación de la ecuación (A3.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (A) cuando la sumersión se expresa en función de d_{50}	344
Figura I4. Comparación de la ecuación (C2.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (C) cuando la sumersión se expresa en función de d_{84}	344
Figura I5. Comparación de la ecuación (C3.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (C) cuando la sumersión se expresa en función de d_{50}	345

Figura I6. Comparación de la ecuación (D2.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (D) cuando la sumersión se expresa en función de d_{84}	345
Figura I7. Comparación de la ecuación (D3.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (D) cuando la sumersión se expresa en función de d_{50}	346
Figura I8. Comparación de la ecuación (E1.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (E) cuando la sumersión se expresa en función de d_{90}	346
Figura I9. Comparación de la ecuación (E2.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (E) cuando la sumersión se expresa en función de d_{84}	347
Figura I10. Comparación de la ecuación (E3.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (E) cuando la sumersión se expresa en función de d_{50}	347
Figura I11. Comparación de la ecuación (F2.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (F) cuando la sumersión se expresa en función de d_{84}	348
Figura I12. Comparación de la ecuación (G1.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (G) cuando la sumersión se expresa en función de d_{90}	348
Figura I13. Comparación de la ecuación (G2.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (G) cuando la sumersión se expresa en función de d_{84}	349
Figura I14. Comparación de la ecuación (O3.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (O) cuando el número de Froude de partícula se expresa en función de d_{50}	349

NOTACIÓN GENERAL

La notación aquí enumerada corresponde a los términos más empleados o importantes del presente trabajo. Otros de tipo menor, o de uso específico, se han indicado explícitamente en el texto. Cabe advertir que en ocasiones al conservar la notación original de algunas fórmulas no se ha podido evitar que algunos símbolos se empleen con significados distintos o viceversa.

b	Ancho de la sección rectangular	[L]	(m)
d	Diámetro intermedio de las partículas de sedimento	[L]	(m)
d_i	Diámetro intermedio de la partícula para el que el i % de la muestra es inferior	[L]	(m)
d_m	Diámetro intermedio medio aritmético de las partículas de sedimento	[L]	(m)
f	Factor de fricción de Darcy-Weisbach	[-]	
g	Constante de aceleración de la gravedad	[LT ⁻²]	(m/s ²)
h	Calado en una vertical del lecho	[L]	(m)
k_s	Aspereza equivalente	[L]	(m)
n	Coefficiente de Manning	[TL ^{-1/3}]	(s/m ^{1/3})
q	Caudal por unidad de ancho	[L ² T ⁻¹]	(m ³ /s·m)
q_s	Caudal sólido por unidad de ancho	[L ² T ⁻¹]	(m ³ /s·m)
		[MT ⁻³]	(kN/s·m)
u	Velocidad en un punto del flujo	[LT ⁻¹]	(m/s)
v	Velocidad media del flujo	[LT ⁻¹]	(m/s)
v_*	Velocidad de corte	[LT ⁻¹]	(m/s)
y	Calado medio o hidráulico en la sección	[L]	(m)
z	Distancia vertical al lecho	[L]	(m)
z_o	Longitud de fricción hidráulica del contorno	[L]	(m)
A	Área de la sección mojada	[L ²]	(m ²)
C	Coefficiente de Chezy	[L ^{1/2} T ⁻¹]	(m ^{1/2} /s)
	Concentración volumétrica de caudal sólido sobre caudal líquido	[-]	(%) (-)
F	Número de Froude	[-]	
F_*	Número de Froude de partícula	[-]	
P	Perímetro de la sección mojada	[L]	(m)
Q	Caudal de agua	[L ³ T ⁻¹]	(m ³ /s)
Q_s	Caudal sólido	[L ³ T ⁻¹]	(m ³ /s,
		[MLT ⁻³]	kN/s)
R	Radio hidráulico de la sección mojada	[L]	(m)
R_e	Número de Reynolds	[-]	
R_{e*}	Número de Reynolds de corte	[-]	
S	Pendiente del cauce	[-]	(%) (-)
S_f	Pendiente de la línea de energía	[-]	(%) (-)
S_w	Pendiente de la lámina de agua	[-]	(%) (-)
S_o	Pendiente del ángulo que forma el lecho con la horizontal	[-]	(%) (-)
T	Ancho de la superficie libre	[L]	(m)
α	coeficiente de proporcionalidad o multiplicador granulométrico	[-]	(-)

γ	Peso específico del fluido	$[ML^{-2}T^{-2}]$	(kN/m^3)
γ_s	Peso específico de las partículas de sedimento	$[ML^{-2}T^{-2}]$	(kN/m^3)
δ	Espesor de la subcapa laminar	$[L]$	(mm)
ε	Viscosidad de remolino	$[MT^{-1}L^{-1}]$	$(kN \cdot s/m^2)$
θ	Ángulo de rozamiento interno del material	$[-]$	$(^\circ)$
κ	Coefficiente de turbulencia de Karman	$[-]$	
λ	Espesor de la capa límite	$[L]$	(m)
μ	Viscosidad dinámica del agua	$[MT^{-1}L^{-1}]$	$(kN \cdot s/m^2)$
ν	Viscosidad cinemática del agua	$[L^2T^{-1}]$	(m^2/s)
ρ	Densidad del fluido	$[ML^{-3}]$	(kg/m^3)
ρ_s	Densidad de las partículas de sedimento	$[ML^{-3}]$	(kg/m^3)
τ	Tensión de corte	$[M L^{-1}T^{-2}]$	(kN/m^2)
τ_c	Tensión de corte crítica en el lecho	$[M L^{-1}T^{-2}]$	(kN/m^2)
τ_*	Tensión de corte adimensional o número de Shields	$[-]$	$(-)$
Δ_i	Porcentaje de material sólido (número de partículas o en peso) perteneciente a una clase de tamaños i	$[-]$	$(\%) (-)$
Π	Coefficiente de tensión de estela	$[-]$	$(-)$

RESUMEN

La influencia de las áreas de montaña en la generación de recursos hídricos, la geomorfología del sistema fluvial y las avenidas de carácter catastrófico es determinante. Sin embargo, históricamente el conocimiento científico acerca de los ríos de arena de llanura ha sido superior que sobre los ríos de grava y de montaña. Diversas investigaciones han puesto de manifiesto que los modelos hidráulicos, de transporte de sedimento y geomorfológicos desarrollados para los primeros no son directamente extrapolables a estos últimos.

Un problema medular en Hidráulica fluvial es el de la resistencia del cauce al avance del flujo, pues su determinación es requisito para la resolución de infinidad de problemas planteados en el seno de la citada disciplina. En la presente tesis se han evaluado (es decir, ajustado, verificado y comparado) una serie de modelos de resistencia al flujo para ríos de montaña y de grava. Se ha analizado, asimismo, el efecto que sobre la capacidad predictiva de las ecuaciones tiene su ajuste por subconjuntos, definidos éstos por intervalos de diferentes variables de control, como son la sumersión relativa del flujo, la pendiente del cauce o el índice de movilidad del sedimento.

Los modelos evaluados se dividen en dos grandes grupos: a) los que toman el factor de fricción de Darcy-Weisbach (f) como variable dependiente y b) aquellos que adoptan el caudal del flujo (Q) o su velocidad media (v) como variables respuesta y que no incluyen coeficiente de resistencia explícitamente como variable explicativa. Como principal resultado se ha obtenido un conjunto de ecuaciones, de los dos grupos anteriormente citados, que cuentan con una capacidad de predicción superior a la de las fórmulas derivadas hasta la actualidad por otros investigadores. Tal superioridad predictiva se fundamenta en la creación de una base de datos de ajuste integrada por un número de datos sensiblemente superior y que, además, representa un rango más amplio de las variables explicativas.

RESUM

La influència de les àrees de muntanya en la generació de recursos hídrics, la geomorfologia del sistema fluvial i les avingudes de caràcter catastròfic és determinant. No obstant això, històricament el coneixement científic dels rius de sorra de plana ha estat superior que el dels rius de grava i de muntanya. Diverses investigacions han posat de manifest que els models hidràulics, de transport de sediment i geomorfològics desenvolupats per als primers no són directament extrapolables a aquests darrers.

Un problema cabdal en Hidràulica fluvial és el de la resistència de la llera a l'avanç del flux, doncs la seva determinació és requisit per a la resolució d'infinat de problemes que es plantegen a l'esmentada disciplina. En la present Tesi han estat avaluats (és a dir, ajustats, verificats i comparats) una sèrie de models de resistència al flux per a rius de muntanya i de grava. Ha estat analitzat, també, l'efecte que sobre la capacitat predictiva de les equacions té l'ajustament per subconjunts, definits aquests per intervals de diferents variables de control, com són la sumersió relativa del flux, el pendent de la llera o l'índex de mobilitat del sediment.

Els models avaluats han estat dividits en dos grans grups: a) els que consideren el factor de fricció de Darcy-Weisbach (f) com a variable dependent i b) aquells que prenen el cabal del flux (Q) o la seva velocitat mitjana (v) com a variables resposta i que no inclouen coeficient de resistència explícitament com a variable explicativa. Com a principal resultat ha estat obtingut un conjunt d'equacions, dels dos grups esmentats anteriorment, que compten amb una capacitat de predicció superior a la de les fórmules derivades fins a l'actualitat per altres autors. Aquesta superioritat predictiva es fonamenta en la creació d'una base de dades d'ajustament integrada per un nombre de dades sensiblement superior i que, a més, representa un interval més ampli de les variables explicatives.

ABSTRACT

Mountain areas exert a vital influence on the generation of water resources, the geomorphology of the fluvial system and catastrophic floods. However, historically there has been more scientific knowledge about sand-bed rivers on the plain than about gravel-bed and mountain rivers. A range of research has shown that hydraulic, sediment transport and geomorphologic models developed for the former cannot be directly extrapolated to the latter.

A fundamental problem in fluvial hydraulics is that of the flow resistance of the channel, the determination of which is a requisite for the resolution of an infinity of problems in the above-mentioned discipline. In this thesis, a series of flow resistance models for mountain and gravel-bed rivers have been evaluated (that is, adjusted, verified and compared). The effect on the predictive capacity of the equations has been analysed for its adjustments to subsets, these being defined by the ranges of different control variables, such as relative submergence of the flow, the slope of the channel or the mobility index of the sediment.

The models evaluated are divided into two large groups: a) those that take the Darcy-Weisbach (f) friction factor as a dependent variable and b) those that adopt the flow discharge (Q) or average velocity (v) as response variables and that do not explicitly include the resistance coefficient as an explicative variable. The principal result obtained is a set of equations from the two above-mentioned groups, with a higher prediction capacity than the formulas derived to date by other authors. Such predictive superiority is based on the creation of an adjustment database made up of a significantly higher number of data and that also represents a wider range of the explicative variables.

1

Introducción y objetivos

1.1 INTRODUCCIÓN

1.1.1 Ríos de montaña

En torno al 27% de la superficie terrestre puede considerarse como perteneciente a regiones de montaña, estando presentes en todos los continentes. Se estima que el 10% de la población mundial habita en laderas de alta montaña, mientras que el 40% ocupa las zonas adyacentes de las cuencas medias y bajas (FAO, 2000). Consecuentemente, la mitad de la población mundial depende, directa o indirectamente, de los recursos y de la estabilidad social y ecológica de los ecosistemas de montaña y de sus cuencas.

El 30% del territorio de la Unión Europea de los Quince es montañoso, estando ocupado por 30 millones de habitantes. En Italia, Grecia, Austria, Portugal y España la montaña representa más del 50% de la superficie (Comisión Europea, 2000). En España el 57,7% del territorio se sitúa sobre los 600 m y el 18,4% tiene cotas mayores a 1.000 m (Méndez y Molinero, 1993). El 46% de la superficie de Cataluña tiene la consideración normativa de área de montaña.

La complejidad de la geografía física de las regiones montañosas no permite una definición de las mismas precisa y global. Los procedimientos de delimitación de áreas montañas suelen basarse en criterios tanto físicos como sociales. Los pertenecientes al primer grupo habitualmente se fundamentan en una combinación de altitud y pendiente del terreno e incluso de clima y latitud.

Atendiendo únicamente a la altitud se tiene que 48% de la superficie terrestre se encuentra sobre los 500 m, el 27 % sobre los 1.000 m, el 11% sobre los 2.000 m, el 5% sobre los 3.000

m y el 2% sobre los 4.000 m. Basándose en una combinación de criterios de altitud, pendiente del terreno y desniveles locales Kapos *et al.* (2000) definieron siete clases de regiones montañosas, que aplicadas al globo sumaron aproximadamente el 27% de la superficie terrestre. Adviértase la coincidencia de dicho porcentaje con el correspondiente al del territorio con cotas por encima de los 1.000 m.

El ecosistema montaño se caracteriza por su enorme heterogeneidad —originada primordialmente por la altitud y el relieve—, puesta de manifiesto por la presencia de diferentes niveles biogeográficos, morfoclimáticos y de usos del suelo. Junto con su heterogeneidad el ecosistema montaño se distingue por su fragilidad ecológica; resultante de su gran sensibilidad a sucesos meteorológicos extraordinarios, habida cuenta de la pendiente del relieve y del predominio de procesos morfogénicos sobre los edafogénicos. La montaña significa una gran pluralidad de recursos socioambientales: agua, energía, variedad de ecosistemas en ladera, diversidad genética, recursos forestales y minerales, productos agropecuarios, esparcimiento, ocio y turismo, recursos paisajísticos, históricos y culturales, entre otros. El flujo de algunos de estos recursos viene siendo secular mientras que otros se han producido o se han valorado más recientemente, como son los relacionados con las actividades turísticas y recreativas, así como los valores paisajísticos-ambientales.

De los diferentes flujos de recursos establecidos entre las áreas de montaña y las llanuras adyacentes el hídrico es posiblemente uno en los que se hace más patente la dependencia socioambiental respecto de los ecosistemas montañosos. La relevancia de la aportación de las áreas de montaña a los recursos hídricos mundiales es absolutamente determinante, como han puesto de manifiesto diferentes estudios. Por ejemplo, Viviroli *et al.* (2003) constataron que en promedio el 63% de la aportación hídrica anual de 19 grandes cuencas de cuatro continentes se generaba en las áreas de montaña, aunque dichas áreas únicamente representaban el 32% de la superficie de las cuencas (figura 1.1). Consiguientemente, el caudal específico (caudal por unidad de superficie de cuenca) de las áreas de montaña casi cuadruplica al de las áreas de llanura. Esto se explicaría por la conjunción del efecto orográfico que actúa sobre la precipitación —se observa un incremento de la precipitación con la altitud llegando al máximo entre los 1.500 y 4.000 m— con una menor evaporación en las zonas montañosas. La dependencia hídrica que suponen estas cifras no ha hecho más que incrementarse, en la medida que entre 1940 y 1990 el consumo mundial de agua se cuadruplicó y el consumo per capita se duplicó (Liniger y Weingartner, 1998).

El régimen hidrológico de los ríos de montaña es acusadamente estacional, sobre todo debido a la fusión glacial o nival, lo que conlleva la regulación natural de la escurrentía al diferir la respuesta a las precipitaciones invernales a primavera y verano. Este efecto regulador tiene mayor preponderancia en las regiones de clima árido o semiárido que en las de clima húmedo (figura 1.1). En algunas cuencas del primer tipo de clima citado, durante ciertos meses al año la práctica totalidad del agua que circula por el río en su zona de llanura tiene origen en la montaña. Todo lo anterior revela la importancia capital que deberían cobrar las regiones de montaña en la gestión de los recursos hídricos.

El flujo de sedimentos que emiten las cuencas a los océanos también refleja la preponderancia del medio montaño sobre el llano, como establecen Milliman y Syvitski (1992) al analizar 280 ríos de varios continentes y hallar que el 80% de la carga anual de sedimentos se origina en la zona de montaña de tales cuencas, que no supera el 20% de su superficie total.

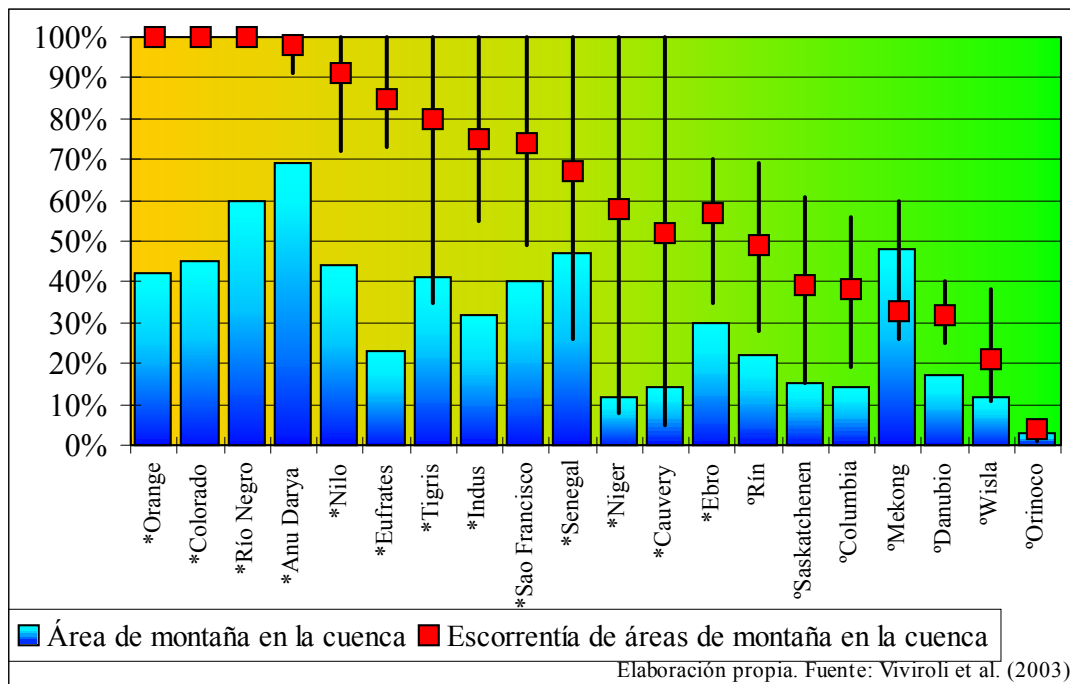


Figura 1.1. Contribución de la escorrentía montana a la aportación media anual y porcentaje que representa el área de montaña respecto a la superficie total de la cuenca para diferentes ríos del mundo (*, cuencas áridas y semiáridas; °, cuencas húmedas). Las líneas verticales representan el máximo y mínimo aporte mensual de la escorrentía montana respecto a la de toda la cuenca.

Tal y como sucede con el concepto de región montana un río de montaña puede definirse a partir de diversos criterios. Según el más inmediato se entendería por río de montaña todo aquel curso de agua natural, perenne o intermitente, que discorra por una región considerada como de montaña. Otro criterio simple habitual contempla únicamente la pendiente longitudinal del cauce como factor principal. Por ejemplo, de acuerdo con Jarrett (1990) un río de montaña sería todo aquel que, en la mayor parte de su trazado, tiene una pendiente longitudinal igual o superior al 0,2%.

Otras características que contribuyen a diferenciar los ríos de montaña de los demás se basan en el régimen hidrológico, la geomorfología fluvial, la hidráulica y la biología. De modo general, y de forma sintética, puede decirse que los ríos montanos se caracterizan por un régimen hidrológico acusadamente estacional y de elevada variabilidad espacial y temporal de la escorrentía; pendientes pronunciadas del cauce; sedimentos de calibre grueso que dan lugar una gran resistencia al flujo; morfología del cauce con gran variabilidad espacial pero reducida variación temporal; gran sensibilidad erosiva a perturbaciones de escala de cuenca (p. ej. incendios, usos del suelo) y zonificación longitudinal de la biota acuática y riparia (Wohl, 2000). Evidentemente, a esta relación de características se dan notables excepciones que matizan el panorama general por ésta esbozado. Es por ello que en § 1.1.2 se abordan con mayor detalle las características hidráulicas y geomorfológicas de los ríos de montaña.

Un concepto que ha ido asociado al de río de montaña —al menos parcialmente— es el de ríos de grava o de material grueso. En efecto, en virtud de la relación generalmente existente entre ríos de montaña y calibre de las partículas del sedimento, con cierta frecuencia ambos conceptos se emplean como sinónimos. De acuerdo con la clasificación del sedimento en función del tamaño, la clase de arena presenta un tamaño medio superior a 0,063 mm e

inferior a 2 mm, si el rango varía entre 2 y 64 mm es grava; canto si oscila entre 64 y 256 mm y bolo si el sedimento es superior a 256 mm. Por extensión de la anterior clasificación se suelen denominar ríos de arena, grava, canto o bolo si el tamaño medio del sedimento del lecho cae dentro de las respectivas clases.

Es práctica habitual de simplificación conceptual y terminológica asociar, por un lado, ríos de arena y cursos de llanura y, por otro, ríos de grava y cursos de montaña; de tal modo que uno de los modos de definir los ríos de grava sea por su oposición a los ríos de arena (Bathurst, 1985-b). Esta contraposición conlleva, asimismo, la agrupación nominal de río de grava para todo aquel cuyo lecho se halle constituido por sedimento granular no cohesivo con un tamaño medio superior a 2 mm, tanto si corresponde propiamente al tamaño de grava como si es superior (canto o bolo).

Conviene advertir que se encuentran fuera del tratamiento —tanto teórico como experimental— de la presente tesis aquellos ríos que aun cumpliendo con las definiciones generales de ríos de montaña expuestas en los párrafos precedentes estén delimitados por contornos de roca o de sedimento cohesivo, habida cuenta de su comportamiento diferenciado.

El conocimiento científico ha venido siendo superior en ríos de arena precisamente porque son los característicos de llanura. Históricamente el patrón de poblamiento predominante ha mostrado una mayor concentración en la zona de fondo de los valles, y las grandes metrópolis —centros de poder político y económico— se han localizado, en su mayoría, en las márgenes de ríos de llanura. Consiguientemente, la Hidráulica fluvial hasta hace unas pocas décadas no ha tomado como objeto de estudio preferente aquellos problemas asociados a ríos de grava y de montaña, ya que éstos se ubicaban en las partes más altas —menos pobladas y periféricas respecto a los centros de decisión política y económica— lo que unido a la mayor complejidad de los procesos hidrogeomórficos que en ellos se desarrollan ha conducido a que tradicionalmente sean peor conocidos.

Aproximadamente desde principios de la década de los años ochenta del siglo pasado —en parte debido a las expectativas de desarrollo de las zonas de montaña y del incipiente conocimiento de que las características y comportamiento del sistema fluvial podían verse acusadamente afectadas por los procesos que tienen lugar en la parte superior— se comenzó a prestar mayor atención al estudio de los ríos montanos y de grava. La labor investigadora realizada hasta el momento ha puesto de manifiesto que los modelos hidráulicos, de transporte de sedimento y geomorfológicos desarrollados sobre la base de la evidencia empírica en ríos de arena de suave pendiente no eran aplicables a ríos de montaña de sedimento grueso.

La Hidráulica fluvial es la disciplina científico-técnica que trata del movimiento del agua en ríos y cursos naturales. Un problema medular de dicha disciplina es la resistencia del cauce al avance del flujo. Frecuentemente, la aplicación práctica de la Hidráulica en ríos debe afrontar la resolución de problemas relacionados con la predicción o determinación de

- Relación entre el caudal del flujo, o su velocidad media, y la geometría hidráulica (especialmente el calado)
- Capacidad de transporte sólido del flujo
- Erosión y sedimentación a escala de tramo
- Dinámica general de la geomorfología fluvial.

Estas aplicaciones forman una escala, es decir, cada uno de los niveles más complejos incluye todos los problemas de los niveles menos complejos, de tal modo que el último debe resolver los anteriores. En todos ellos, dado que se encuentran relacionados con el flujo de agua, se hace necesario determinar la resistencia que el cauce ejerce sobre la corriente. El presente trabajo versa sobre la resistencia al flujo en ríos de grava y de montaña y se centra en el primer punto de los anteriormente citados, es decir, en los métodos para relacionar la geometría hidráulica y el caudal circulante (o su velocidad media).

1.1.2 Síntesis de las características geomorfológicas e hidráulicas de ríos de montaña

El propósito de este apartado es revisar, de forma sintética y sin ánimo de exhaustividad, las principales características geomorfológicas e hidráulicas de los ríos de montaña y de grava. Se incide, además, en las diferencias existentes entre este tipo de ríos y los de llanura de lecho de arena.

1.1.2.1 Características geomorfológicas

1.1.2.1.1 Pendiente longitudinal del cauce y calibre del sedimento

Los ríos de montaña muestran una elevada variabilidad espacial de la morfología de cauce, debido al control externo que introduce la geología (litología, tectónica, estructura, glaciación, aporte de sedimentos, etc.). Sin embargo, si se comparan las diferencias entre los ríos de montaña y los ríos de llanura o planicie sobresalen dos características principales. Los primeros suelen presentar un sedimento mucho más grueso y una pendiente longitudinal del cauce mucho más elevada. En efecto, la mayoría de los ríos de lecho aluvial exhiben un decrecimiento aguas abajo del tamaño medio del sedimento, aunque esta tendencia general puede verse modificada localmente. Los mecanismos que explican este fenómeno son el control que provoca la pendiente del cauce, el aporte de material grueso proveniente de las vertientes o afluentes y la abrasión, *in situ* o durante el transporte, que sufren las partículas.

Especialmente significativa es la relación entre la pendiente del cauce y la capacidad del flujo para erosionar y transportar sedimento. Si se reduce la pendiente, a igualdad de resto de condiciones, disminuye también el caudal sólido y el tamaño de las partículas que acarrea la corriente, de tal modo que ocurre una clasificación selectiva del tamaño de los sedimentos a través de la erosión, transporte y sedimentación de los mismos. Interesa señalar la excepción que representan ciertos cursos de agua en medios áridos y semiáridos —como puedan ser las ramblas mediterráneas— en las que coexisten pendientes elevadas del lecho y sedimento fino.

La distribución de tamaños del sedimento en ríos de arena se caracteriza de forma general por una dispersión relativamente pequeña, presentando un material mal graduado. Por el contrario, los lechos de ríos constituidos con sedimento de tamaño medio de grava o superior muestran un intervalo de tamaños de las partículas que se puede expandir varios ordenes de magnitud, ya que además del material de calibre superior a 2 mm puede encontrarse un porcentaje variable de arena, mostrando así una distribución granulométrica que se califica como extendida. Esto último es causa de complejas interacciones entre partículas de diferente calibre durante los procesos de erosión, transporte y sedimentación, originando lechos espacialmente heterogéneos.

Muchos ríos de lecho de grava presentan una capa superficial, denominada coraza, constituida por sedimento más grueso y menos graduado que el material subyacente, generalmente dicha

capa presenta un grosor equivalente a una vez el diámetro (figura 1.2). Existen varias teorías para explicar este fenómeno de acorazamiento, en parte porque seguramente el mecanismo de formación y mantenimiento de dicha capa difiere entre cauces. Las tres principales teorías se basan en: erosión selectiva de los finos en superficie, sedimentación selectiva de partículas gruesas, y por último, transporte generalizado afectando a un cierto espesor del lecho.

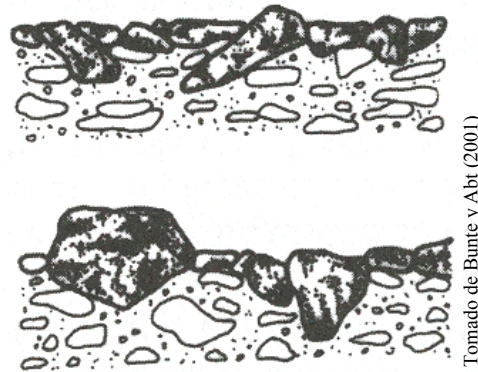


Figura 1.2. Esquema de lechos con coraza superficial.

1.1.2.1.2 Relevancia del geodinamismo de vertiente

En todas las cuencas los procesos de vertiente que controlan la esorrentía y la emisión de sedimentos se encuentran conectados con los procesos que tienen lugar en el cauce. Sin embargo, en los ríos de montaña tal conexión es especialmente acusada, dada la proximidad existente entre ladera y cauce. En efecto, los ríos en zona de montaña muestran valles relativamente estrechos con la práctica ausencia de llanuras de inundación. En esas condiciones las laderas devienen la principal y directa fuente de sedimento y agua y, a diferencia de los ríos de llanura, el impacto de los procesos morfológicos de vertiente en el cauce no se encuentra amortiguado por el almacenamiento que procura el fondo del valle.

1.1.2.1.3 Influencia del transporte sólido

En ríos de montaña se ha observado que el transporte sólido que tiene lugar en contacto con el fondo (acarreo) supone una proporción mucha más alta de la carga total de sedimentos que en ríos de llanura. Efectivamente, la carga sólida en suspensión suele ser reducida en cauces de montaña a excepción de ríos alimentados por cuencas áridas o glaciares o después de una perturbación como pueda ser un incendio forestal, una lava torrencial o deslizamientos.

El transporte de fondo en ríos de fuerte pendiente se caracteriza por su alta variabilidad espacial y temporal, así como por la compleja relación que se establece entre caudal líquido y sólido. Lo anterior, entre otras causas, es atribuible al progresivo acorazamiento del lecho, a la heterogeneidad de la estructura del lecho y a la hidráulica asociada, al sedimento almacenado en obstáculos formados por restos leñosos de gran tamaño (*large woody debris*), a la migración de las formas de fondo y a la ocurrencia de flujos hiperconcentrados, lavas torrenciales o deslizamientos.

La variabilidad temporal que experimenta la morfología de los ríos de montaña es mucho menor que en el caso de ríos de llanura, debido fundamentalmente a la elevada magnitud del caudal requerido para superar el umbral de inicio del movimiento del sedimento en los primeros. En ríos montanos el inicio del movimiento de las partículas se ve dificultado no

sólo por el mayor calibre del sedimento, sino también por la de disposición y agrupación que adoptan las partículas y por las formas de fondo del lecho, que tienden a maximizar la resistencia al flujo. En esas condiciones, para caudales ordinarios el flujo no cuenta con la suficiente competencia para movilizar material y modelar el cauce. En ríos aluviales de llanura la acción persistente del flujo va modelando el cauce y el caudal dominante —aquel que desarrolla la mayor acción modeladora sobre el cauce, en virtud de su combinación de frecuencia de ocurrencia y capacidad de transporte— tiene asociado un periodo de retorno que no suele superar los tres años. Por el contrario, los ríos de montaña de fuerte pendiente y material grueso sufren un modelado abrupto, en el que los eventos extremos —ya sea en forma de flujos de baja concentración, hiperconcentrados o lavas torrenciales— ejercen una influencia mucho más determinante. En éstos, predomina, por consiguiente, la estabilidad entre eventos extremos y las formas de erosión y sedimentación por ellos creadas tienden a dominar la morfología del cauce. En este sentido, los cauces aluviales de sedimento fino suelen denominarse ríos de lecho «vivo» (o activo) o de «régimen», porque el transporte de sedimento ocurre para casi todos los caudales. Por el contrario, los de sedimento grueso —de naturaleza aluvial, semi-aluvial o coluvial— se denominan cauces de «umbral» o estables, porque los sedimentos únicamente se movilizan para caudales elevados y el flujo es menos capaz de imponer una organización aluvial característica a lo largo del cauce.

1.1.2.1.4 Clasificación morfológica de ríos de montaña

Dada la heterogeneidad geomorfológica de los ríos de montaña el estudio de la forma del cauce y su clasificación se aborda a escala de tramo, entendiendo por tal un segmento de río de morfología más o menos uniforme que es al menos en longitud varias veces el ancho del cauce. De acuerdo con Montgomery y Buffington (1993) la taxonomía de la red fluvial puede abordarse mediante un criterio jerárquico función de la escala espacio-temporal, por lo que cabe distinguir —ordenadas de mayor a menor magnitud— entre provincia geomorfológica, cuenca, segmento de valle, y tramo de cauce. Este último representa la escala más adecuada para el estudio de la resistencia al flujo en la medida que se define en función de la uniformidad de las formas del lecho.

Las clasificaciones de tramos de cauce aplicables a ríos de montaña pueden basarse en diferentes criterios. Por ejemplo, según el régimen hidrológico cabe distinguir entre cauces efímeros o intermitentes —según acontezca, respectivamente, discontinuidad temporal o espacial del flujo— y perennes —de flujo continuo—. La forma y alineación del cauce en planta sirven de criterio para la clasificación propuesta por Leopold y Wolman (1957), en la que distinguen entre cauces rectos y meandriiformes —según el valor que tome el índice de sinuosidad respecto al umbral de 1,5— así como trezados, si el cauce se encuentra dividido por barras aluviales o islas. Montgomery y Buffington (1993) adoptan el criterio de las formas del lecho, mientras que otros optan por en una combinación de los diversos criterios citados previamente (p. ej. Rosgen, 1994; Bathurst, 1993).

En función de su pertinencia a la hora de estudiar la resistencia al flujo y en aras de concisión se van a utilizar a lo largo de este trabajo únicamente dos clasificaciones, que son aplicables a ríos de montaña: la propugnada por Montgomery y Buffington (1993), elegida por su amplia difusión, y la propuesta por Bathurst (1993), escogida por su capacidad de síntesis.

Clasificación de Montgomery y Buffington (1993)

Montgomery y Buffington (1993), sobre la base de la geomorfología fluvial de la región noroeste de la costa estadounidense del Pacífico, propusieron un sistema de clasificación de tramos de cauce que toma como criterio principal la forma del lecho y que puede ser aplicable a ríos de montaña en general. Los autores citados, y en el contexto de cuencas montañas, distinguen entre tramos de cauce coluviales —propios de cabecera en los que la baja magnitud y el carácter efímero del flujo no le permiten modelar el cauce—, de lecho de roca y aluviales. En este trabajo el interés se circunscribe al último tipo, por lo que será el único tratado en adelante.

En los tramos aluviales las distintas formas se explican porque la interacción entre la hidráulica del flujo y los procesos sedimentarios (erosión, transporte y sedimentación) y, en particular, la energía del flujo disipada son diferentes para cada una. Pueden distinguirse cinco tipos de formas de fondo que a continuación se presentarán en orden decreciente del valor de la pendiente longitudinal del tramo.

Cascada. Si partimos de las cotas más altas del sistema fluvial el primer tipo corresponde a aquellos tramos con lecho de fuerte pendiente (en el intervalo entre 0,03 y 0,20) en forma de cascada, que se caracteriza por un sedimento grueso, de tamaño entre canto y bolo, que se halla dispuesto de manera desorganizada, tanto lateral como longitudinalmente (figura 1.3-a). Por lo tanto, el flujo en este tipo de tramos sigue una trayectoria convergente y divergente alrededor y sobre los mayores elementos. La separación media entre los elementos más descollantes es inferior al ancho del cauce. En este tipo de cauce las fuentes predominantes de aporte de sedimento son de origen fluvial (aguas arriba) y otras no directamente fluviales, como aquellas ligadas a procesos morfogenéticos de vertiente —fenómenos gravitacionales como caídas y deslizamientos—, así como lavas torrenciales. Por otra parte, el almacenamiento sedimentario principal se produce alrededor de las obstrucciones al flujo.

Escalón-poza. En este tipo de tramo la pendiente es pronunciada —oscilando entre 0,02 y 0,09— el calibre del sedimento se clasifica en el rango entre canto y bolo y el lecho se organiza longitudinalmente en una secuencia de escalones formados por agrupaciones de los sedimentos de mayor calibre y pozas constituidas por partículas más finas (figura 1.3-b). Generalmente se observa una separación media entre pozas que varía entre uno y cuatro veces el ancho del cauce principal. Esta morfología escalonada del lecho ocasiona un flujo de gran turbulencia sobre los escalones —que representan un incremento local de la resistencia al flujo— y remansado en las pozas. La morfología escalón-poza toma forma durante eventos infrecuentes, debido a que los elementos más gruesos sólo pueden moverse por caudales elevados. El transporte de fondo de carácter anual se limita a la migración del material más fino del que constituye las pozas. Las fuentes predominantes de aporte de sedimento son las mismas que en el caso de la cascada —es decir, además de fluvial, de ladera y lava torrencial— pero la sedimentación primordial se produce en las formas de fondo.

Lecho plano. Estos tramos —en los que el tamaño del sedimento varía entre grava y canto y la pendiente lo hace entre valores inferiores a 0,02 y un máximo de 0,05— se caracterizan por la ausencia de formas de fondo bien definidas, por lo que el lecho muestra una apariencia relativamente plana ocasionalmente distorsionada por elementos gruesos aislados (figura 1.3-c). El lecho se halla frecuentemente acorazado, de modo que el umbral del movimiento de las partículas que lo forman es aproximadamente el correspondiente al nivel del cauce de aguas

altas (*bankfull*). Las fuentes dominantes de aporte de carga sólida —además de la fluvial originada aguas arriba— son las márgenes inestables y las lavas torrenciales, mientras que las estructuras sedimentarias predominantes se producen por desbordamiento lateral.

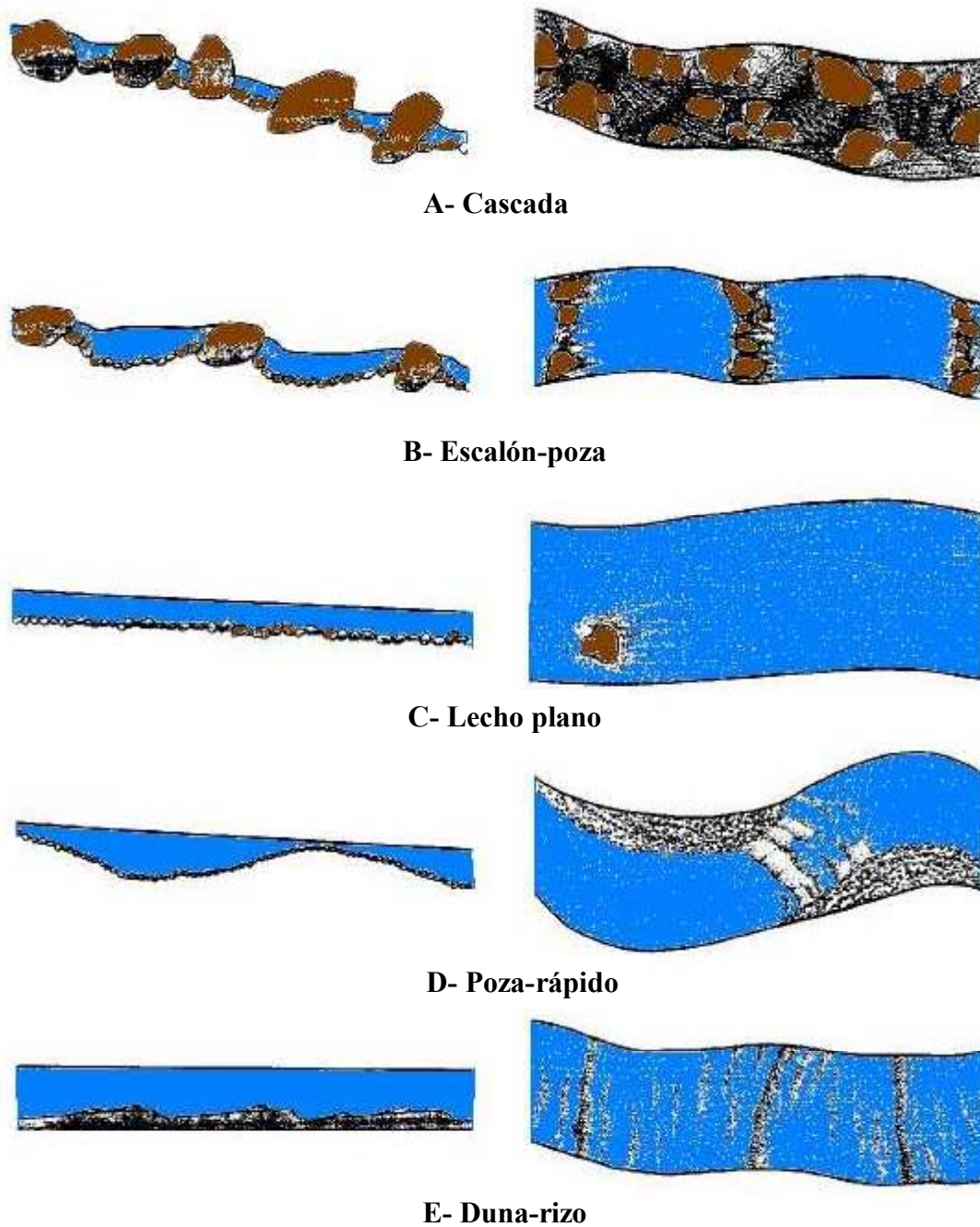


Figura 1.3. Representación morfológica de los tipos de cauce que contempla la clasificación propuesta por Montgomery y Buffington (1993).

Vado-poza. Tramos en los que un lecho de grava de pendiente media que varía entre valores inferiores a 0,001 y 0,03 describe una secuencia longitudinal ondulante entre vados constituidos por material más grueso y pozas de material más fino, mientras que en los márgenes pueden apreciarse barras laterales alternas que dan lugar a oscilación en planta (figura 1.3-d). La separación entre pozas varía entre cinco y siete veces el ancho del cauce principal. Las fuentes de sedimento hegemónicas son la fluvial y la erosión en las márgenes,

mientras que los depósitos por desbordamiento y las formas de fondo representan los principales tipos de almacenamiento de sedimento.

Duna-rizo. En el lecho formado por partículas de arena y pendiente suave, inferior a 0,001, se aprecian diferentes variedades de formas de fondo móvil con una longitud de onda entre cinco y siete veces el ancho del cauce (figura 1.3-e). Dichas formas representan la componente preponderante de resistencia al flujo. El transporte de sedimento acontece con la mayoría de caudales. Las fuentes principales de aporte de caudal sólido son la fluvial aguas arriba, la erosión en las márgenes y las formas de fondo, mientras que es hegemónico el almacenamiento de sedimento por desbordamiento.

Clasificación de Bathurst (1993)

Según Bathurst (1993) de forma esquemática pueden distinguirse varios tipos de cauces aluviales de material granular, principalmente en función del tamaño medio del sedimento y de la pendiente. De la interacción de ambas propiedades del cauce con el flujo resultan diferentes formas del lecho, perfiles de velocidad, resistencia al flujo y transporte de sedimentos, que caracterizan a cada cauce.

En primer término los ríos de arena, que se caracterizan por un diámetro medio (d_{50}) de las partículas inferior a 2 mm, pendiente que tiende a ser suave (inferior a 0,1%) y sumersión relativa elevada, a menudo superior a 100. El transporte de sedimento en suspensión y acarreo se produce para casi todos los caudales y, consecuentemente, en el lecho se desarrollan diversas formas de fondo características: arrugas (o rizos), dunas, lecho plano y antidunas, en función de las condiciones hidráulicas. El rango aproximado del coeficiente de Manning estaría comprendido entre 0,01 y 0,04.

En los cauces formados por gravas y cantos el diámetro medio variaría entre 10 y 100 mm, mientras que la pendiente del cauce lo haría entre 0,05 y 0,5%. La sumersión relativa se halla comprendida generalmente entre 5 y 100 y el coeficiente de Manning varía entre 0,02 y 0,07. El transporte de fondo ocurre irregularmente, únicamente para caudales elevados, y las formas de fondo de pequeña escala —como las desarrolladas en los ríos de arena— no están generalmente presentes. En su lugar, la forma de fondo de pequeña escala que característicamente se desarrolla en ríos de grava es la agrupación de partículas (*pebble clusters*). La forma dominante a gran escala corresponde a la secuencia de vados y pozas (*riffles and pools*).

Los cauces de bolos presentan lechos constituidos por sedimento de diámetro medio grueso, superior a 100 mm, y elevadas pendientes, entre 0,5 y 5%. La sumersión es muy reducida, encontrándose habitualmente por debajo de 1,0 y el coeficiente de Manning oscila entre 0,03 y 0,2. La carga de fondo involucrando a los elementos más gruesos sólo tiene lugar durante eventos extremos y no se distinguen formas del lecho particulares para los ríos con lecho de bolos.

En los pequeños cauces de cabecera del sistema fluvial la pendiente es muy fuerte (superior al 5%) y el flujo cae en cascada desde una obstrucción —formada por agrupación de bolos, troncos y ramas o bien por un afloramiento rocoso— a otra, a través de pozas. Para caudales reducidos presentan la apariencia de una serie de escalones, por lo que este tipo de cauce se denomina escalón-pozas (*step and pool*). El diámetro medio del sedimento es muy variable y el coeficiente de Manning excede el valor de 0,1.

1.1.2.2 Características hidráulicas de ríos de montaña

1.1.2.2.1 Categorías de flujo en función de la carga sólida

En ríos de cuencas montañas, debido especialmente a la fuerte pendiente, la capacidad de transporte de sedimento con la que cuenta el flujo originado por tormentas torrenciales de alta intensidad es muy elevada. Si existe sedimento disponible para la corriente, ésta presentará una importante carga de sólidos, con tamaño que puede ir desde arcilla hasta bolo. En este sentido, y de forma esquemática, pueden establecerse tres categorías de flujo en cauces de montaña: flujo de baja concentración, flujo hiperconcentrado y lava torrencial. En los siguientes párrafos se exponen las características fundamentales de cada uno.

Consideraremos **flujo de baja concentración** aquel que transporta relativamente pequeñas cantidades de sedimento y que se establece con un fluido newtoniano —aquel fluido para el que, en régimen laminar, la relación entre la tensión de corte en el fluido y el gradiente de velocidad es lineal—, siendo su régimen por lo general turbulento. Este tipo de flujo también suele denominarse bifásico cuando se acepta que el transporte sólido no condiciona hidráulicamente al flujo líquido y, por consiguiente, se considera aceptable el cálculo separado de caudal líquido y sólido. Por ejemplo, puede emplearse el caudal líquido para el cálculo del área mojada, la velocidad media o la tensión tractiva y posteriormente utilizar el valor obtenido en el cálculo del caudal sólido. Según Costa (1984) en esta categoría de corrientes la concentración volumétrica de sedimento (C_v) expresada como caudal sólido sobre caudal total (suma de líquido y sólido, ambos en volumen) es inferior al 20% —25% si se refiere a concentración de caudal sólido sobre caudal líquido (C)— y la densidad es inferior a $1,3 \text{ g/cm}^3$. No obstante, los umbrales entre las categorías de flujo propuestos por otros autores pueden diferir sustancialmente, por lo que aquí se presentan a título orientativo. Por ejemplo, Meunier (1991) propone un límite máximo para esta categoría de flujo del orden del 5% para C .

Un **flujo hiperconcentrado** transporta una gran cantidad de sedimento, en suspensión o de fondo, aunque todavía es aceptable suponer que puede darse como flujo permanente y uniforme. Sin embargo, la concentración de sedimentos modifica las características del flujo, de tal modo que no es factible ignorar la fase sólida en el cálculo de la fase líquida (López, 2003). El espesor de la capa móvil del transporte de fondo de sedimento grueso puede llegar a un 5% de la profundidad del flujo. Si nos centramos en un aspecto del flujo, por ejemplo el calado, éste será superior en un flujo hiperconcentrado que en un flujo sin transporte de sedimento para el mismo caudal líquido, a igualdad del resto de condiciones. Por lo tanto, cabe distinguir entre el calado real o registrado de un flujo hiperconcentrado (y_m) y un calado ficticio correspondiente al mismo caudal líquido (y_l). Del mismo modo puede concebirse una velocidad real de la mezcla y una velocidad ficticia debida únicamente al caudal líquido (v_l). De acuerdo con Costa (1984) en un flujo hiperconcentrado C_v variaría entre 20-50% (C entre 25-100%) y alcanzaría densidades comprendidas entre $1,3$ y $1,8 \text{ g/cm}^3$. Sin embargo, Meunier (1991) propone un límite mínimo para esta categoría de flujo del orden del 5% para C , además de considerar un umbral para pendientes longitudinales del cauce del 7-10%.

La naturaleza hiperconcentrada de un flujo puede ser el resultado de una gran carga de sedimento cohesivo en suspensión sin apenas acarreo de material granular o viceversa, o bien una elevada concentración de ambos (figura 1.4). El efecto del transporte de sedimento sobre la mecánica del flujo puede ser sustancialmente diferente según domine el material cohesivo o el granular. Por ejemplo, una concentración significativa de sedimento cohesivo en

suspensión provoca que el fluido sea no-newtoniano y pueda tener un comportamiento similar al plástico de Bingham, material que presenta un umbral de tensión de corte —denominada cedencia— para ser movilizado. Por el contrario si se alcanzan elevadas concentraciones únicamente con transporte de fondo de material granular el fluido seguirá siendo newtoniano, sin mostrar cedencia. Todo esto hace que sea extremadamente complicado generalizar comportamientos y modelos para flujo hiperconcentrado.

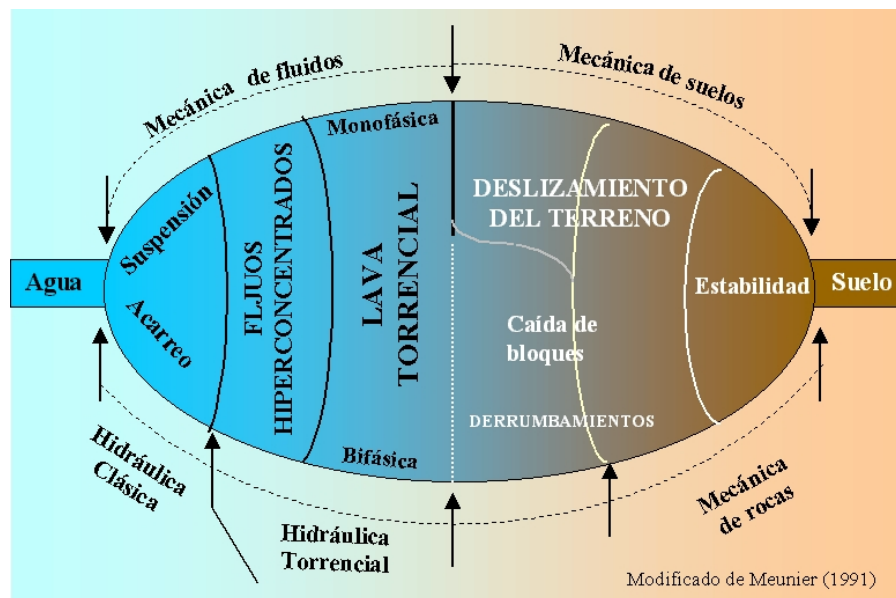


Figura 1.4. Representación bipolar agua-sedimento (polo izquierdo, agua, y polo derecho, material sólido) y fenómenos que ocurren con concentraciones variables de ambos elementos. En la parte exterior se delimita el campo de estudio de diferentes disciplinas.

Por último, la **lava torrencial** es un flujo mezcla de agua y sedimento, grueso y fino, de carácter visco-plástico (fluido no-newtoniano) que presenta altas concentraciones de material sólido (figura 1.4). Las partículas más finas de arcilla generan una matriz de soporte que ofrece continuidad en todo el calado al elemento sólido, de tal modo que las partículas gruesas se encuentran presentes a cualquier profundidad. El flujo muestra un carácter pulsátil, intrínsecamente no permanente o transitorio, por lo no es lícito concebirlo como flujo uniforme. Para Costa (1984) en la lava torrencial el valor de C supera el 100% y la densidad sobrepasa $1,8 \text{ g/cm}^3$, mientras que Meunier (1991) considera que C varía entre el 67-230%. Este último autor denomina al primer tipo de flujo como fluvial y las otras dos categorías como flujos torrenciales, porque en ambos no es posible tratar independientemente fase sólida y líquida a efectos de cálculo.

Se debe tener presente que en una misma avenida pueden darse los tres tipos de flujo anteriormente expuestos, variando hacia aguas abajo o con el tiempo. En la presente tesis únicamente será objeto de análisis el flujo de baja concentración.

1.1.2.2.2 Grado de uniformidad del flujo

Un flujo es permanente y uniforme si sus propiedades no experimentan variación ni en el tiempo ni en el espacio. Esto último restringe el flujo a cauces prismáticos, es decir, sin variación longitudinal de la forma de la sección transversal, pendiente y aspereza. Sin embargo, en el caso de flujo en ríos de grava y de montaña, para los que el tamaño de las

partículas sea del orden de la profundidad se produce una variación de la velocidad entre secciones, más contrastada cuanto menor sea la sumersión relativa, debido a la existencia de zonas de separación, aceleración y desaceleración del flujo. Los elementos de rugosidad — variables en tamaño, forma y disposición siendo más o menos protuberantes e incluso emergiendo— provocan perturbaciones locales del flujo. Además, se pueden dar formas de fondo de pequeña escala (p. ej. agrupaciones de partículas) y de gran escala (que implican secuencias ondulantes en el perfil longitudinal). Consecuentemente, en tales condiciones el flujo no puede ser considerado uniforme *in strictu sensu*.

No obstante, los ríos a menudo muestran cierto patrón de regularidad morfológica e hidráulica que puede servir como indicador a fin de dividirlos en tramos a los que se considera a escala general uniformes, aunque a escala de detalle el flujo varíe de sección a sección dentro del tramo. Por consiguiente, aunque el flujo sea no permanente y variable a pequeña escala (localmente) puede ser considerado, en sentido práctico, macroscópicamente uniforme en un determinado tramo si las trayectorias promedio de la línea de energía, de la lámina libre y del lecho tienden a ser paralelas (figura 1.5).

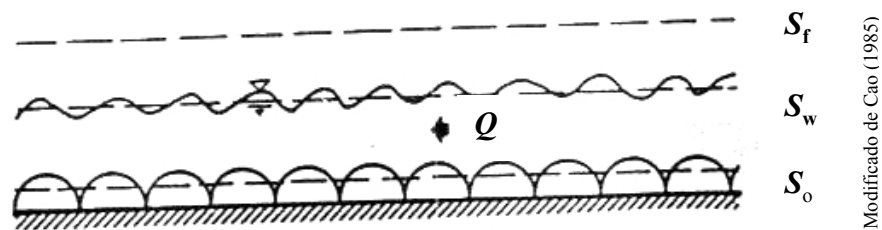


Figura 1.5. Flujo macroscópicamente uniforme. Revestimiento artificial.

1.1.2.2.3 Sumersión relativa del flujo

El cociente entre la profundidad de la corriente y el diámetro de las partículas de sedimento se conoce como sumersión relativa del flujo. En ríos de montaña se observan, en general, valores inferiores de la sumersión relativa del flujo respecto a ríos de arena de llanura. Ello es debido al efecto combinado del gran calibre del sedimento y la elevada pendiente longitudinal del cauce que se da en ríos de montaña. Incluso para profundidades tan elevadas como la correspondiente al nivel de cauce de aguas altas (*bankfull*) la sumersión relativa sigue siendo reducida en ríos de montaña. En la figura 1.6 se ha representado la relación entre la pendiente longitudinal del cauce y la sumersión relativa para el nivel de aguas altas (expresada en este caso como el cociente entre el calado medio en la sección y el tamaño d_{84}) en diferentes ríos de grava (Bathurst, 2002). En dicha figura se pone de manifiesto que para pendientes del cauce superiores al 1% el nivel de aguas altas no llega a superar un valor de sumersión relativa de 10, lo que significa que para este tipo de cauces la mayor parte del tiempo los elementos más gruesos emergen de la superficie libre.

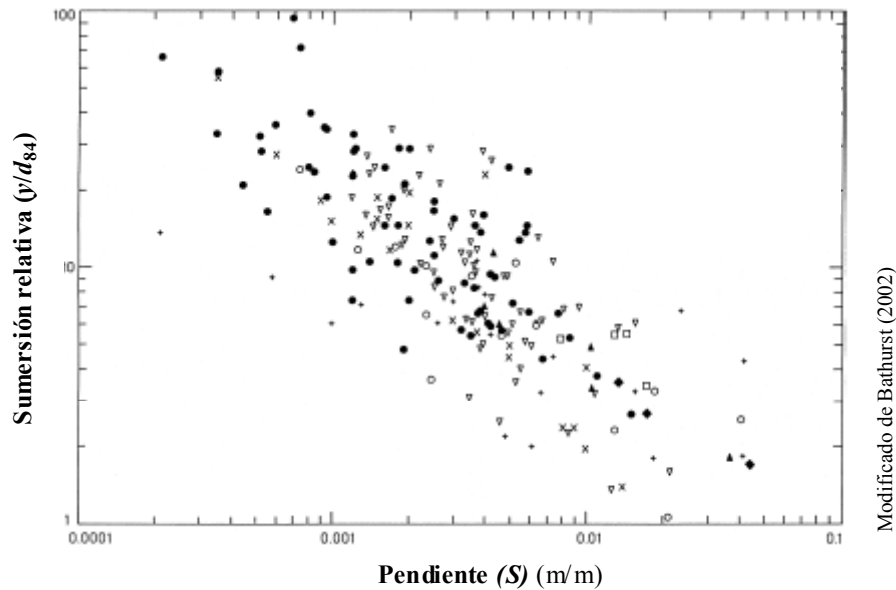


Figura 1.6. Relación entre pendiente longitudinal y sumersión relativa (y/d_{84}) correspondiente al nivel de aguas altas para ríos de grava.

1.1.2.2.4 Regímenes de turbulencia del flujo

En un flujo laminar el fluido se desliza en capas o láminas, de tal modo que las trayectorias de las partículas individuales ni se cruzan ni intersectan. En un flujo turbulento las partículas describen movimientos irregulares secundarios y sufren fluctuaciones de la velocidad que se superponen al flujo principal promedio. El grado de turbulencia de un flujo se determina a partir del número de Reynolds (R_e) que representa la relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas que actúan en el fluido. Para flujos en lámina libre se calcula como

$$R_e = \frac{v \cdot R}{\nu} \quad (1.1)$$

denotando v la velocidad media del flujo, R el radio hidráulico de la sección mojada y ν la viscosidad cinemática del agua. Para números de Reynolds superiores a 2.000 el flujo es turbulento, mientras que para valores inferiores a 500 se considera flujo laminar. Entre 2.000 y 500 el flujo es de transición entre laminar y turbulento. En ríos de grava el flujo es en la inmensa mayoría de las ocasiones turbulento, dado el gran predominio que en este tipo de cauces muestran las fuerzas de inercia sobre las viscosas.

Aun siendo el flujo turbulento se pueden distinguir tres situaciones en función de la penetración de los elementos de rugosidad que conforman el contorno sólido en la subcapa límite laminar. Dicha subcapa limita con el lecho y en su seno predominan las fuerzas viscosas sobre las de inercia, por lo que localmente el flujo es laminar. Si el tamaño (d) de las partículas que conforman el lecho es tal que éstas atraviesan completamente la subcapa laminar (δ) o incluso la destruyen al impedir su continuidad, el flujo es hidráulicamente rugoso. Si por el contrario las partículas penetran en la subcapa laminar de forma limitada el flujo se clasifica como hidráulicamente liso (figura 1.7). El tipo de régimen incide en los modelos de resistencia al flujo, ya que si el flujo es hidráulicamente liso el factor de fricción habitualmente se calcula únicamente en función del número de Reynolds y sin que influya la rugosidad del contorno. Por el contrario, cuando el flujo es hidráulicamente rugoso el cálculo

del factor de fricción es, en la mayor parte de los casos, independiente del número de Reynolds.

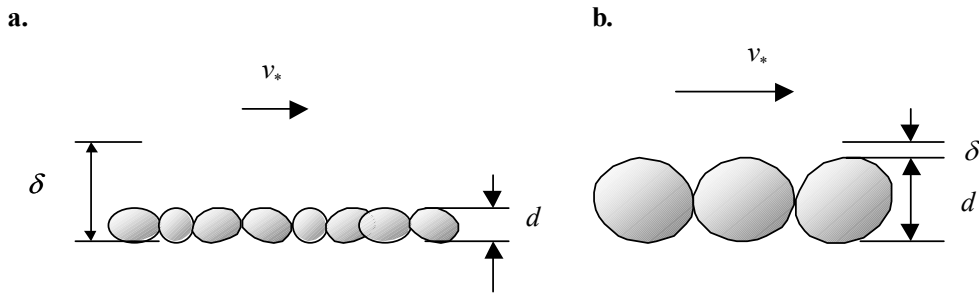


Figura 1.7. Flujo en contorno hidráulicamente liso (a) e hidráulicamente rugoso (b).

En ríos de lecho granular de material grueso, como son los ríos de partículas de grava y superiores, dada la gran irregularidad del contorno sólido —introducida por el tamaño, forma y disposición de las partículas— la subcapa laminar no puede desarrollarse y no existe para la práctica totalidad de los flujos que circulan, es decir, que el flujo es hidráulicamente rugoso. A partir del número de Reynolds de partícula (R_{e*}) es posible clasificar el flujo en los tipos anteriormente mencionados, pues representa la relación entre las fuerzas de inercia y las viscosas en el entorno de la partícula de sedimento. Dicho número se calcula como

$$R_{e*} = \frac{v_* \cdot d_{50}}{\nu} \quad (1.2)$$

y

$$v_* = \sqrt{g \cdot R \cdot S} \quad (1.3)$$

denotando v_* la velocidad de corte, d_{50} el diámetro correspondiente al percentil 50 de las distribución de tamaños de las partículas de sedimento, ν la viscosidad cinemática del agua, g la constante de aceleración de la gravedad y S la pendiente longitudinal del cauce. El límite en el valor del número de Reynolds de partícula entre flujo hidráulicamente rugoso y de transición es, aproximadamente, de 70 y de 5 entre este último y el hidráulicamente liso.

1.1.2.2.5 Régimen del flujo en función del número de Froude

El número adimensional de Froude (F) es proporcional a la raíz cuadrada del cociente entre las fuerzas de inercia del flujo y el peso del fluido. Se calcula como

$$F = \frac{v}{\sqrt{g \frac{A}{T}}} \quad (1.5)$$

denotando v la velocidad media del flujo, g la constante de aceleración de la gravedad, A el área mojada del flujo y T el ancho superficial de la lámina libre. Cuando el valor del número de Froude toma el valor de 1,0 el flujo es crítico, si el valor es superior a 1,0 el flujo se denomina supercrítico y subcrítico si es inferior a 1,0.

En canales artificiales de contorno rígido una pendiente longitudinal elevada suele implicar una alta velocidad del flujo, y por consiguiente, valores de F mayores que 1,0. No obstante, en ríos de montaña, aun con pendientes muy elevadas, se observa en general flujo con valores de F ligeramente inferiores a 1,0, aconteciendo el flujo supercrítico únicamente en tramos cortos (decenas de metros) y periodos reducidos (segundos o minutos). Lo anterior es debido a que en ríos con sedimento de tamaño desde arena hasta bolo se tiende a un equilibrio entre flujo líquido, transporte sólido y morfología del cauce de modo que F toma valores próximos a la unidad o moderadamente inferiores. En § 2.7.1.8.1 se exponen con mayor detenimiento los motivos por los cuales tiene lugar el predominio del flujo en régimen lento en ríos de montaña.

1.1.2.2.6 Distribución vertical de velocidad

Para un flujo en lámina libre de régimen turbulento e hidráulicamente rugoso cuando el tamaño de las partículas o la rugosidad equivalente son despreciables o muy inferiores a la profundidad de la corriente, la ley de variación de la velocidad con la profundidad en una vertical se puede aproximar con suficiente precisión a partir de una ecuación de tipo logarítmico, basándose en la ley de Prandtl-Karman. Cuando el flujo es macrorrugoso o de sumersión reducida, el calibre del sedimento o la rugosidad equivalente del contorno son del orden de la profundidad de la corriente. En esas condiciones diferentes investigadores han observado que el perfil de velocidad en una gran mayoría de ocasiones diverge considerablemente de la ley logarítmica. Ello tiene importantes implicaciones, por ejemplo, en modelos de resistencia al flujo, en la determinación hidrométrica de la tensión de corte en el lecho y en la medida de la velocidad media y caudal de la corriente mediante registros puntuales de velocidad. En § 2.6 se analiza con mayor detalle la distribución vertical de velocidad en ríos montaña.

1.2 OBJETIVOS

La presente tesis tiene como principal objetivo la propuesta de un conjunto de ecuaciones de resistencia al flujo en ríos de montaña y de grava que cuenten con una capacidad de predicción superior a la de las fórmulas derivadas hasta la actualidad. Tal fin se fundamenta en la evaluación de aquellos modelos de resistencia al flujo que se han ido aplicando en dicho tipo de ríos. La evaluación de modelos comprende tres fases o niveles: el ajuste o calibración de coeficientes, la validación o verificación de la ecuación ajustada y, por último, la comparación estadística entre las diferentes ecuaciones calibradas. Asimismo, se tiene el propósito de contrastar las ecuaciones evaluadas con las publicadas en la bibliografía. Las fórmulas objeto de evaluación corresponden a la mayoría de las que se exponen en § 2.7, es decir, tanto las que toman el factor de fricción de Darcy-Weisbach como variable dependiente como las que no incluyen explícitamente un coeficiente de resistencia.

Asimismo, se tiene por objeto analizar el efecto que tiene sobre la capacidad predictiva de las ecuaciones la calibración de las mismas por subconjuntos, definidos éstos por rangos de diferentes variables como puedan ser la sumersión relativa del flujo, la pendiente o el índice de movilidad del sedimento, tal y como han estudiado otros autores previamente.

De acuerdo con el principal objetivo, se pretende que las ecuaciones finalmente recomendadas cuenten con una capacidad predictiva superior a la de las fórmulas desarrolladas hasta el momento. Tal superioridad predictiva se fundamentará en el ajuste de las ecuaciones seleccionadas a un conjunto experimental integrado por mayor número de datos y que represente un rango más amplio de las variables explicativas que los empleados para ajustar las ecuaciones precedentes.

La base experimental se constituirá mediante recopilación bibliográfica de datos, así como con registros propios. Los datos incorporados deben corresponder a cauces en tramos prismáticos con flujo uniforme en lámina libre circulando sobre lechos granulares (tanto fijos como móviles) carentes de vegetación y grandes obstáculos. Pese a que el establecimiento de una base de datos es, obviamente, una condición necesaria para la evaluación de los modelos seleccionados, tal establecimiento puede ser considerado como un objetivo accesorio en la medida que se tiene la voluntad de que la base de datos trascienda del uso en la presente tesis y se vaya ampliando en el futuro.

2

Resistencia al flujo de ríos de montaña. Estado del conocimiento

2.1 INTRODUCCIÓN

El concepto de resistencia al flujo de un cauce alude al proceso mediante el cual la geomorfología del cauce (pendiente longitudinal, sección transversal, alineación, propiedades del sedimento y de la cubierta vegetal, etc.) determina la geometría hidráulica (calado, ancho de la superficie libre, perímetro mojado) y la velocidad de la corriente, dado un caudal circulante.

Planteado como problema, la resistencia al flujo de un cauce concierne la predicción de la velocidad media de la corriente en términos de aquellas propiedades del cauce y características del flujo que actúan como resistentes o disipadores de energía del flujo. A través de su efecto en la velocidad y, por tanto, en el calado la resistencia al flujo determina el caudal que puede desaguar el cauce. Dicho problema adquiere una gran complejidad en ríos de contorno erosionable dada la interrelación que se establece entre geomorfología fluvial, caudal líquido y transporte sólido, de tal forma que el cauce es capaz de modificar sus propiedades morfológicas para ajustarse al régimen de caudal líquido circulante y al suministro de sedimento proveniente de aguas arriba.

Desde una óptica epistemológica, la investigación científica que se ha venido llevando a cabo en el campo de la resistencia al flujo en ríos de grava y montaña —comprendiendo dicha investigación la descripción, explicación y predicción del fenómeno— puede dividirse en dos tipos de enfoques. En el primero se pretende un detallado conocimiento de las características del flujo a fin de explicar la resistencia en ríos de montaña desde el punto de vista de los

procesos que tiene lugar y así establecer relaciones que tengan en cuenta directamente la contribución de cada proceso (p. ej. Bathurst, 1978; Bathurst *et al.*, 1981). Estas investigaciones han mejorado el conocimiento acerca del fenómeno de la resistencia al flujo, pero las ecuaciones o métodos de pronóstico derivados han tendido a ser demasiado complejos o se han basado en un conjunto de datos demasiado particular como para ser adoptadas en la práctica. A efectos de creación de conocimiento el enfoque con base en los procesos físicos es preferible, dado que se fundamenta en la comprensión de cómo se genera la resistencia partiendo de los componentes individuales y de sus interacciones.

Sin embargo, la complejidad del flujo en ríos de montaña es tal que este enfoque requiere un estudio minucioso y a largo plazo, abordable hasta hace poco únicamente en canales de laboratorio. En tal enfoque se enmarcan las investigaciones acerca de las estructuras turbulentas en cauces en lámina libre basadas en mediciones de gran detalle espacio-temporal (Nezu y Nakagawa, 1993). Caben destacar, asimismo, las investigaciones en detalle del efecto en la estructura del flujo de las agrupaciones de partículas y de las secuencias vado-pozas en canales de laboratorio (p. ej. Lawless y Robert, 2001-a y 2001-b) o del efecto en la resistencia al flujo y en la distribución de la velocidad de la densidad de elementos descolantes en el canal del laboratorio de la Universidad de Palermo (p. ej. Ferro, 1999; Ferro, 2003-a; Ferro, 2003-b). En las últimas décadas el avance en las técnicas microtopográficas (láser o fotogrametría) ha permitido contar con cartografía de detalle del lecho, tanto en campo como en laboratorio, lo que ha contribuido a poder relacionar la resistencia al flujo con parámetros estadísticos del campo de elevaciones del lecho (p. ej. Nikora *et al.*, 1998; Aberle *et al.*, 1999-a y Smart *et al.*, 2002; Aberle y Smart, 2003).

En el segundo conjunto de enfoques pueden agruparse aquellos que, por el contrario, abordan el problema semi-empíricamente, es decir, sin investigar la estructura del flujo en detalle. En general, se parte del valor global de la resistencia y, si es de interés, se intenta descomponer e identificar en diferentes partes. Este enfoque es relativamente más sencillo y permite un desarrollo más rápido y aplicado a la resolución de problemas. En este grupo se enmarcan los procedimientos que analizan la resistencia de un tramo de río estableciendo un cauce equivalente no sinuoso y prismático el cual es caracterizado por una geometría y propiedades del flujo promediadas en dicho tramo y que suelen considerar flujo bidimensional, permanente y uniforme sin pretender evaluar detalladamente su estructura (Bray, 1982).

Debido a la compleja naturaleza de la hidráulica de los ríos de grava y de montaña, las primeras investigaciones se dirigieron hacia la mejora del conocimiento en tramos de cauce con condiciones de flujo permanente y casi uniforme en los que la resistencia al flujo se debiera principalmente a la ejercida por las partículas de sedimento; sin la incorporación en la fase incipiente del efecto de las formas de fondo de gran escala, de las márgenes, de la vegetación, del transporte de sedimento y de otros factores.

El enfoque metodológico, tanto teórico como práctico, adoptado en la presente tesis se fundamenta en una concepción general del problema a escala de tramo, es decir, sin analizar en detalle la estructura del flujo, enfoque que se ha considerado más acorde con la praxis actual de la Hidráulica fluvial. El presente trabajo centra su atención en fluidos, flujos y tramos de cauce que reúnan las siguientes características

- Fluido newtoniano y flujo de baja concentración de sedimento
- Flujo en lámina libre
- Flujo turbulento e hidráulicamente rugoso

- Flujo líquido y sólido permanente
- Flujo líquido y sólido uniforme
- Flujo bidimensional
- Cauce prismático y recto
- Cauce de contorno granular de tamaño grava, canto o bolo
- Cauce desprovisto de vegetación.

Obviamente, dada la naturaleza de los ríos de montaña y el enfoque metodológico adoptado, algunas de las restricciones referidas, especialmente las que implican uniformidad espacial o temporal, deben entenderse como aproximativas y promediadas a escala de tramo.

2.2 ECUACIONES DE FLUJO UNIFORME

A efectos prácticos de relacionar la velocidad media de la sección de un cauce (o el caudal circulante) con su geometría hidráulica en flujo uniforme puede acudir a fórmulas —con origen semiempírico, aunque fundamentadas teóricamente— que denominaremos ecuaciones de flujo uniforme. La estructura general de este tipo de ecuaciones es

$$v = \alpha \cdot R^x \cdot S^y \quad (2.1)$$

donde α es el coeficiente de resistencia, R es el radio hidráulico de la sección, S es la pendiente longitudinal de la línea del energía y x e y son coeficientes. El coeficiente de resistencia es una medida que refleja el comportamiento dinámico, expresable en energía o en cantidad de movimiento, del contorno al resistir el flujo del fluido. A continuación se exponen las tres ecuaciones de flujo uniforme más difundidas, ecuaciones de Chezy, Manning y Darcy-Weisbach.

La relación obtenida experimentalmente por Chezy es

$$\tau = K \cdot v^2 \quad (2.2)$$

denotando τ la tensión de corte media que actúa en el contorno del cauce, K un coeficiente de proporcionalidad y v la velocidad media del flujo en la sección. Por otra parte se tiene que

$$\tau = \gamma \cdot R \cdot S \quad (2.3)$$

donde γ es el peso específico del agua. Igualando las ecuaciones (2.2) y (2.3) y despejando v se obtiene la **fórmula de Chezy**

$$v = C \sqrt{R \cdot S} \quad (2.4)$$

donde C designa el denominado coeficiente de Chezy, siendo $C = \sqrt{\gamma / K}$.

La **fórmula de Manning**, seguramente la ecuación de resistencia al flujo más aplicada en ingeniería, en el Sistema Internacional se expresa como

$$v = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (2.5)$$

siendo n el coeficiente de Manning.

La **fórmula de Darcy-Weisbach** originalmente desarrollada para flujo en tuberías es de la forma

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad (2.6)$$

denotando h_f la pérdida de energía hidráulica por fricción, f el factor de fricción de Darcy-Weisbach, L la longitud de la tubería, D el diámetro de la tubería, v la velocidad media y g la constante de aceleración de la gravedad. En cauces de lámina libre la ecuación equivalente se obtiene imponiendo $D = 4 \cdot R$ y $S = h_f / L$ (donde R es el radio hidráulico y S la pendiente de la línea de energía)

$$v = \sqrt{\frac{8}{f}} \sqrt{g \cdot R \cdot S} \quad (2.7)$$

Si $v_* = \sqrt{g \cdot R \cdot S}$, siendo v_* la denominada velocidad de corte, la ecuación de Chezy puede escribirse como

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = \frac{v}{\sqrt{g \cdot R \cdot S}} = \frac{v}{v_*} \quad (2.8)$$

la ecuación de Manning como

$$\frac{R^{1/6}}{n\sqrt{g}} = \frac{v}{\sqrt{g \cdot R \cdot S}} = \frac{v}{v_*} \quad (2.9)$$

y la ecuación de Darcy-Weisbach como

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{v}{\sqrt{g \cdot R \cdot S}} = \frac{v}{v_*} \quad (2.10)$$

Teniendo presente la igualdad del miembro derecho de las fórmulas (2.8), (2.9), (2.10), puede obtenerse la ecuación que relaciona los tres coeficientes de resistencia

$$\frac{v}{v_*} = \frac{C}{\sqrt{g}} = \frac{R^{1/6}}{n\sqrt{g}} = \sqrt{\frac{8}{f}} \quad (2.11)$$

Adviértase que C , n y f no se relacionan linealmente y que mientras que f es adimensional las dimensiones de C son $[L^{1/2} \cdot T^{-1}]$ y las de n son $[T \cdot L^{-1/3}]$. La ecuación (2.11) se presenta en la tabla 2.1 en forma de matriz de relación de los tres coeficientes implicados.

Tabla 2.1. Matriz de relación entre los coeficientes C , n y f .

	C	n	$\sqrt{8/f}$
C	—	$C = (1/n) \cdot R^{1/6}$	$C = \sqrt{g} \sqrt{8/f}$
n	$n = R^{1/6} / C$	—	$n = R^{1/6} \cdot (\sqrt{8/f} \cdot \sqrt{g})^{-1}$
$\sqrt{8/f}$	$\sqrt{8/f} = C / \sqrt{g}$	$\sqrt{8/f} = R^{1/6} (n \cdot \sqrt{g})^{-1}$	—

Tradicionalmente f ha sido preferida para caracterizar la resistencia al flujo en investigaciones científicas con la justificación de que estaba más fundamentada teóricamente, mientras que, por el contrario, el coeficiente n Manning ha tenido mayor difusión en la aplicación práctica ingenieril y geomorfológica. El hecho de que f sea dimensionalmente homogénea, mientras que n y C , tal como se definieron originalmente, no lo sean significa una ventaja comparativa de la primera.

En la presente tesis se ha elegido el factor de fricción de Darcy-Weisbach como el coeficiente de resistencia al flujo de trabajo. La principal razón radica en su adimensionalidad, lo que supone una ventaja definitiva de f sobre n o C en el caso de reunir un conjunto de datos generados en prototipo y modelo. En efecto, para modelos no distorsionados (aquellos en los que se aplica únicamente una escala geométrica para cualquier dimensión) y con semejanza de Froude (que garanticen una correcta reproducción de las fuerzas de gravedad) al ser f adimensional su escala de semejanza vale 1, es decir, f tiene el mismo valor en modelo y prototipo; por el contrario, la escala de semejanza de n equivale a la escala del modelo elevada a 1/6, por lo que el coeficiente de Manning es mayor en el prototipo que en el modelo (Martín-Vide, 2002). Aun cuando los canales de laboratorio en los que se experimenta la resistencia al flujo de lechos granulares, generalmente, no son réplicas en modelo reducido de ningún canal o río prototipo en concreto, sus dimensiones y caudal circulante no son en absoluto equiparables a los de ríos de grava o montaña, por lo que se justifica plenamente la elección del factor f como coeficiente de resistencia al flujo en detrimento del coeficiente n de Manning. Es de notar que anteriormente otros autores (p. ej. Anderson *et al.*, 1970; Maynard, 1991; Abt *et al.*, 1988; Ho y Huang, 1992) han ajustado o verificado expresiones del coeficiente n de Manning empleando conjuntos de datos integrados por datos de ríos o canales de campo y distintos canales de laboratorio, lo que permite cuestionar la validez de dichas expresiones.

2.3. ANÁLISIS DIMENSIONAL

El tratamiento del análisis dimensional de la resistencia al flujo en cauces aluviales que sigue a continuación se ha tomado fundamentalmente, por su exhaustividad, de Yen (1992). Según el citado autor pueden establecerse cuatro grupos de variables pertinentes en un análisis dimensional de la resistencia al flujo. Las relacionadas con el fluido, el flujo, el cauce y el sedimento.

Las propiedades del fluido consideradas y sus dimensiones en términos de masa (M), longitud (L) y tiempo (T) son

- ρ : densidad [ML⁻³]
- γ : peso específico [ML⁻²T⁻²]
- μ : viscosidad dinámica [MT⁻¹L⁻¹]

Las variables relacionadas con el flujo son

- v : velocidad media de la sección transversal [LT^{-1}]
- h : profundidad representativa [L]
- S_w : pendiente de la superficie libre [LL^{-1}]
- U : una representación adimensional de la variabilidad temporal del flujo [-]

Las variables asociadas con la geometría del cauce son

- S_o : pendiente del lecho [LL^{-1}]
- η : una representación adimensional de la forma de la sección transversal [-]
- Ω : una representación adimensional de la alineación del cauce [-]
- Γ : una representación adimensional del perfil longitudinal del eje del cauce (p. ej. relacionado con dS_o/dx) [-]
- η' : una representación adimensional de la variación longitudinal de la sección transversal del cauce [-]

Los parámetros relacionados con el sedimento o con la aspereza e irregularidades del contorno son

- ρ_s : densidad del sedimento [ML^{-3}]
- d_s : tamaño (diámetro) representativo del sedimento [L]
- G_c : una representación adimensional de la variación lateral del diámetro del sedimento o de la aspereza del contorno a través del perímetro mojado de la sección transversal del cauce [-]
- ξ : una representación adimensional de la forma de la partícula de sedimento [-]
- G : una representación adimensional de la gradación o clasificación de tamaños de las partículas del sedimento [-]
- C_s : concentración de sedimento transportado en suspensión [-]
- δ_p : una representación adimensional de la permeabilidad del sedimento y del contorno del cauce [-]
- χ : un parámetro adimensional que denote la cohesividad del sedimento [-]

La resistencia al flujo de una sección transversal de un tramo de cauce puede expresarse mediante el factor de fricción de Darcy-Weisbach (f)

$$f = \mathfrak{R}(\rho, \gamma, \mu, v, h, S_w, U, S_o, \eta, \eta', \Omega, \Gamma, \rho_s, d_s, G_c, \xi, G, C_s, \delta_p, \chi) \quad (2.12)$$

ecuación en la que \mathfrak{R} denota una función. Después de sustituir γ por la constante de aceleración de la gravedad ($g = \gamma / \rho$), μ por la viscosidad cinemática ($\nu = \mu / \rho$) y ρ_s por $\Delta\rho_s = \rho_s - \rho$, del análisis dimensional de la ecuación (2.12) resulta

$$f = \mathfrak{R}\left(\frac{vh}{\nu}, \frac{v}{\sqrt{gh}}, S_w, U, S_o, \eta, \eta', \Omega, \Gamma, \frac{\Delta\rho_s}{\rho}, \frac{d_s}{h}, G_c, \xi, G, C_s, \delta_p, \chi\right) \quad (2.13)$$

Mediante la combinación de la profundidad h con el factor de forma de la sección transversal puede obtenerse el radio hidráulico (R) y la profundidad media ($y=A/T$), siendo A el área de la sección transversal del flujo y T el ancho superficial. Por lo tanto, los primeros dos términos de la ecuación (2.13) puede sustituirse por el número de Reynolds ($R_e = vR/\nu$) y el número de Froude $F = v/\sqrt{gy}$, respectivamente

$$f = \Re\left(R_e, F, S_w, U, S_o, \eta, \eta', \Omega, \Gamma, \frac{\Delta\rho_s}{\rho}, \frac{d_s}{h}, G_c, \xi, G, C_s, \delta_p, \chi\right) \quad (2.14)$$

De forma alternativa se han propuesto otras variables adimensionales independientes diferentes de las que aparecen en la ecuación (2.14). Por ejemplo, el número de Froude de partícula, el número de Reynolds de partícula y el número de Shields. La selección y uso de estas u otras variables alternativas depende, en parte, de las condiciones específicas del problema abordado y, en parte, de la preferencia personal.

El parámetro de alineación (Ω) permanece constante para cauces rectos; el parámetro de variación de la forma de la sección transversal (η') es constante para cauces prismáticos; el parámetro de variación del perfil longitudinal (Γ) es constante para cauces con pendiente invariable; para cauce de sección rectangular el parámetro de forma de la sección transversal puede describirse como $\eta = B/h$, siendo B el ancho de la sección. El parámetro de variación temporal del flujo (U) es constante para flujo permanente y si no existe flujo a través del contorno del cauce δ_p es constante. Para sedimento no cohesivo de forma esférica y de tamaño uniforme y densidad constante χ , G , G_c , ξ y $\Delta\rho_s/\rho$ permanecen constantes. Por consiguiente, para flujo permanente en un cauce recto y sin flujo a través de su contorno, de pendiente constante, prismático, de sección rectangular con sedimento de densidad constante y con partículas de forma esférica de tamaño uniforme y no cohesivas la ecuación (2.14) puede simplificarse como

$$f = \Re\left(R_e, F, S_w, S_o, \frac{B}{h}, \frac{d_s}{h}, C_s\right) \quad (2.15)$$

Si además de permanente el flujo es uniforme resulta $S_w = S_o$ y la ecuación (2.15) queda

$$f = \Re\left(R_e, F, \frac{B}{h}, \frac{d_s}{h}, C_s\right) \quad (2.16)$$

Para un cauce suficientemente ancho con transporte de sedimento en equilibrio (o sin transporte de sedimento) la ecuación anterior resulta

$$f = \Re\left(R_e, F, \frac{d_s}{h}\right) \quad (2.17)$$

La importancia relativa de las tres variables independientes de la ecuación (2.17) es diferente para diferentes cauces y condiciones de flujo. La reducción del problema de cuatro variables que expresa la ecuación (2.17) a otro de tres parámetros o menos requiere justificaciones adicionales en cada situación particular para eliminar alguna de las tres variables

independientes (R_e , F o d_s/h) o su sustitución por otras alternativas. El significado físico de las tres variables adimensionales de la ecuación (2.17) se expone a continuación.

El número de Reynolds (R_e) representa la relación existente en el fluido entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas

$$R_e = \frac{\text{fuerzas de inercia}}{\text{fuerzas viscosas}} = \frac{\rho \cdot v^2}{\mu \cdot v / h} = \frac{\rho \cdot v \cdot h}{\mu} = \frac{v \cdot h}{\nu} \quad (2.18)$$

Para números de Reynolds superiores a 2.000 el flujo es turbulento, mientras que para valores inferiores a 500 se considera flujo laminar. Entre 2.000 y 500 el flujo es de transición entre laminar y turbulento. Su relevancia disminuye a medida que crece su valor y en la mayoría de problemas que involucren cauces en lámina libre —habida cuenta de la turbulencia desarrollada en el flujo— su implicación es despreciable. Sin embargo, en aquellos casos de cauces en los que la profundidad del flujo es variable a lo ancho de la sección el valor local de R_e puede tener mayor relevancia que el valor promedio en la sección. Por ejemplo, en secciones que incluyan llanuras de inundación con calados reducidos y vegetación flexible, en éstas el régimen del flujo puede ser de transición, mientras que en el cauce principal y en la sección global se alcanza un valor de R_e muy elevado.

El número de Froude representa el efecto de la fuerza de la gravedad que actúa sobre el flujo. Es importante en el caso de ríos aluviales de arena porque las formas de fondo son función de éste. Para valores reducidos de F su relevancia es despreciable, mientras que para valores aproximadamente superiores a 0,1 su efecto en las formas de fondo comienza a ser apreciable. A medida que F se aproxima a la unidad y valores superiores tienen lugar ondas superficiales que influyen en la resistencia al flujo. Al igual que lo que ocurría con el número de Reynolds, en un cauce de sección ancha y calado variable el valor local de F puede ser físicamente más relevante que el valor promedio en dicha sección.

El significado físico de la relación d_s/h es doble. En primer lugar, indica directamente el grado de obstaculización que representa el sedimento para la corriente, de forma análoga a k_s/h en cauces de contorno rígido. Además, para cauces aluviales de arena este parámetro junto con $\Delta\rho_s / \rho$ son los dos principales parámetros que determinan la formación y configuración de formas del lecho, puesto que fijado d_s la forma de lecho y la resistencia al flujo que ésta ofrece cambian con h .

2.4 COMPONENTES DE LA RESISTENCIA AL FLUJO

La resistencia al flujo o resistencia hidráulica total que ejerce un cauce fluvial puede descomponerse a efectos de investigar su relación con las características físicas del cauce. Con base en el principio de descomposición aditiva, la resistencia al flujo puede dividirse en componentes que representen diferentes procesos físicos, en la medida que éstos sean independientes entre sí. Diversas han sido las descomposiciones propuestas, entre las que son dignas de mención las de Leopold *et al.* (1964), Rouse (1965), Bathurst (1982-a), Yen (1992) y Roberson y Crowe (1993). Dada la complejidad del fenómeno de disipación energética que acontece en cauces fluviales —derivada en primera instancia de la complejidad geomorfológica del contorno de los mismos— la aplicación práctica de las descomposiciones propuestas, y aun la teórica, es sumamente complicada habida cuenta de la interrelación entre

algunas de las diferentes componentes concebidas. A continuación se exponen las diferentes componentes de la resistencia al flujo consideradas en este trabajo.

Resistencia de contorno fijo o superficial

Es la resultante de la fricción o fuerza de arrastre provocada por el contorno que conforma el cauce. Puede distinguirse, a su vez, entre la provocada por las partículas individuales constituyentes del lecho y márgenes, las formas de fondo y la vegetación. El efecto de las partículas individuales no excesivamente descollantes suele denominarse resistencia de partícula (*skin resistance*) y se produce por la acción de tensiones de corte en el contorno que dan lugar a disipación energética.

En cuanto a las formas de fondo cabe distinguir entre las de pequeña escala y las de gran escala. En las primeras —especialmente en el caso de bolos aislados y de la agrupación de partículas— predomina la fuerza de arrastre. La fuerza de arrastre se produce porque la separación local del flujo debida al obstáculo que representa la forma sobresaliente puede crear un gradiente de presiones importante entre el extremo aguas arriba de dicha forma y su estela. Dicho gradiente de presiones ejerce una fuerza que se opone al flujo y que ocasiona pérdidas de energía aguas abajo de la forma. La magnitud de la fuerza de arrastre es proporcional a la geometría del obstáculo y a la velocidad del flujo. Por el contrario, en las formas de fondo de gran escala, cuando la sumersión de flujo es reducida, el efecto resultante es más propio de la pérdida de energía por irregularidad longitudinal de cauce (pendiente, sección transversal, superficie libre), correspondiente al siguiente grupo de componentes.

Resistencia de la geometría del cauce

Las componentes relacionadas con la resistencia de cauce contemplan los efectos de la forma de la sección transversal y de su variación longitudinal, así como de la variación longitudinal de la pendiente —del cauce y de la superficie libre— y de la alineación. Como se ha aludido anteriormente cabe incluir aquí la irregularidad que ocasionan las formas de fondo de gran escala cuando la sumersión del flujo es reducida, al cobrar éstas gran relevancia geométrica en relación con el calado, como es el caso de las secuencias de vados-pozas y escalones-pozas.

Resistencia de superficie libre o de onda

Concierne a la resistencia de superficie libre, que involucra la pérdida de energía debida a distorsiones de la superficie del agua provocadas por ondas superficiales o resaltos hidráulicos. La formación y propagación de ondas superficiales puede obedecer a la presencia de discontinuidades, irregularidades geométricas u obstáculos que provoquen perturbaciones de la superficie libre. Los resaltos hidráulicos se forman frecuentemente en las inmediaciones aguas abajo de los bolos más descollantes, al provocar éstos la separación y aceleración del flujo.

Resistencia de transporte de sedimento

En un flujo de baja concentración de sedimento, cabe distinguir entre la provocada por el transporte de fondo —agrupando éste a las partículas que se desplazan por saltación, rodadura o deslizamiento-arrastre— y el de suspensión. En el primer caso se trata de una resistencia al flujo ejercida por un contorno móvil. Cabe distinguir a su vez entre la detracción de cantidad de movimiento del flujo necesario para movilizar las partículas y la detracción debida a la

colisión interparticular —ya sea entre partículas en movimiento o entre las movilizadas y las que permanecen en reposo—. Asimismo, debe tenerse presente que en el caso de lechos de arena e incluso de grava el sedimento crea formas de fondo mientras está siendo movilizad, lo que relaciona esta componente con la correspondiente con las formas de fondo, tanto de pequeña como de gran escala.

El transporte de sedimento en suspensión provoca en un flujo turbulento, en ausencia de cambios notables en el tamaño de las formas de fondo, una disminución de la resistencia al flujo, creciente con la concentración de sedimento, ocasionada por la disminución de la turbulencia del flujo y el incremento de la tensión viscosa.

La descomposición expuesta en las líneas precedentes es coincidente de forma bastante aproximada con la que presentan diversos autores, como, por ejemplo, Bathurst (1982-a) o Yen (1992).

2.5 DETERMINACIÓN DE LOS COEFICIENTES DE RESISTENCIA AL FLUJO

La determinación del coeficiente de resistencia, C , n o f , es con frecuencia la mayor fuente de error a la hora de aplicar las fórmulas de Chezy, Manning o Darcy-Weisbach. Los procedimientos habituales de estimación de dichos coeficientes de resistencia se pueden dividir en los siguientes grupos

1. Tablas en las que el valor del coeficiente de resistencia debe escogerse a partir de descripciones de las características geomorfológicas y de la cubierta vegetal del cauce. (p. ej. Chow, 1959; Yen, 1992).
2. Comparación del tramo de estudio con aquellos incluidos en catálogos fotográficos de cauces (p. ej. Chow, 1959; Barnes, 1967; Arcement y Schneider, 1989; Hicks y Mason, 1991), para los que se ha determinado el coeficiente de resistencia mediante registros de la geometría hidráulica y de la velocidad o caudal.
3. Fórmulas compuestas (p. ej. Cowan, 1956; SCS, 1963) en las que se divide linealmente la determinación mediante tablas (análogas a las descritas en el procedimiento 1) de las distintas componentes de la resistencia al flujo. Por ejemplo, en el método de Cowan (1956) las componentes que se tienen en cuenta son: la aspereza propia del material y su irregularidad, las variaciones en el tamaño y forma de la sección transversal, la presencia de obstrucciones al flujo, el efecto de la vegetación y, por último, la alineación del cauce.
4. Fórmulas semiempíricas fundamentadas en leyes de distribución vertical de velocidad, en las que el coeficiente de resistencia es función usualmente de la sumersión relativa del flujo o bien ecuaciones que en función de análisis dimensional o estadístico incluyen variables como la sumersión relativa, la pendiente longitudinal o el número de Froude (tratadas en § 2.7.1). Para la mayor parte de las fórmulas incluidas en este grupo su aplicación se restringe a cauces aluviales en los que no se contemplan las pérdidas de energía por efecto de la vegetación o de variación longitudinal de la sección, pendiente o alineación.
5. Medición en el tramo concreto de estudio de la velocidad o caudal y los parámetros de geometría hidráulica, de tal modo que pueda despejarse el coeficiente de resistencia de

las ecuaciones (2.4), (2.5) o (2.7); o bien medición de la distribución de velocidades con la profundidad en la sección, de modo que pueda determinarse la tensión de corte que actúa en el lecho y, por consiguiente, el coeficiente de resistencia al flujo.

Los tres primeros métodos son en gran medida subjetivos y los resultados dependen de la pericia del usuario, especialmente cuando se trata de cauces naturales donde la complejidad geomorfológica y la presencia de vegetación dificulta enormemente la determinación de un coeficiente de resistencia, incluso a los técnicos más especializados. En efecto, en una experiencia relatada en Burnham y Davis (1990) se puso de manifiesto la incertidumbre asociada a la estimación del coeficiente de resistencia. Un grupo de 80 expertos debía asignar un valor del coeficiente n de Manning a diez tramos de ríos muy diferentes entre sí, valiéndose de una fotografía acompañada de una descripción y de las tablas de dicho coeficiente que aparecen en Chow (1959). Los valores propuestos eran de una notable disparidad, baste decir que el coeficiente de variación para cinco de los tramos osciló entre el 23% y el 35%. La medición directa (grupo 5) no es siempre abordable, ya sea por el coste que supone, por falta de tiempo o porque el caudal o rango de caudales de interés sean de alto periodo de retorno o de carácter catastrófico.

2.6 ESTRUCTURA DEL FLUJO. DISTRIBUCIÓN VERTICAL DE VELOCIDAD

2.6.1 Modelos de estructura del flujo

La estructura de la corriente en función de la variación vertical de la velocidad reviste importancia para el estudio de la resistencia al flujo del contorno, en la medida que la velocidad media del flujo puede determinarse a partir de la forma del perfil de velocidad. Asimismo, la forma de dicho perfil es función de varios factores estrechamente relacionados con la resistencia ejercida por el cauce. Por consiguiente, los coeficientes de resistencia pueden ser determinados a través de la distribución vertical de velocidad del flujo.

La estructura del flujo se encuentra controlada por la resistencia al flujo ejercida por el contorno del cauce. En secciones profundas, la región en la que los efectos de fricción se manifiestan —región denominada capa límite— puede abarcar únicamente una pequeña porción del calado del flujo, mientras que en secciones poco profundas puede extenderse hasta la superficie libre. En un modelo sencillo de estructura del flujo la velocidad puntual (u) en una vertical varía incrementalmente desde cero en el lecho hasta el valor de la velocidad de corriente libre (u_α) en el borde de la capa límite, allí donde la corriente es suficientemente profunda para exceder el espesor de la capa límite.

La estructura teórica del flujo comprende varias subregiones o subcapas. La región colindante con el lecho se denomina capa del lecho y usualmente es muy fina, a menudo no excede de unos pocos milímetros (véase la figura 2.1). En flujos sobre superficies lisas poco invasivas esta región suele denominarse subcapa laminar (o subcapa viscosa), dado que en ella el flujo es localmente laminar por la práctica ausencia de tensión de origen turbulento y pese a que en términos globales promedio el flujo en la sección sea turbulento. El espesor teórico de la subcapa laminar (δ) en un flujo idealizado puede determinarse mediante la ecuación

$$\delta \approx 10 \frac{V}{v_*} \quad (2.19)$$

denotando ν la viscosidad cinemática del agua y v_* la velocidad de corte. Ésta puede relacionarse con la tensión de corte que actúa en el lecho (τ_o): $v_* = \sqrt{\tau_o / \rho}$, donde ρ es la densidad del agua. En esta zona el gradiente de la velocidad adimensional (u/v_*) puede ajustarse a la ecuación

$$\frac{u}{v_*} = \frac{v_* \cdot z}{\nu} \text{ para } \frac{v_* z}{\nu} \approx < 5 \quad (2.20)$$

La comparación en lechos granulares entre el espesor de la subcapa laminar y el tamaño de las partículas (d) da lugar a dos categorías principales de flujos. Si la subcapa laminar cubre holgadamente los granos ($\delta \gg d$) alrededor de las partículas el flujo es localmente laminar y se dice que el contorno es hidráulicamente liso. Por el contrario, si las partículas son mucho mayores que el espesor esperado de la subcapa laminar ($\delta \ll d$) el flujo en las proximidades de los granos es turbulento y se dice que el contorno es hidráulicamente rugoso. De hecho en flujo sobre lechos granulares es habitual que acontezca esto último, por lo que la subcapa laminar encuentra interrumpida su continuidad o bien se halla ausente. Cuando el espesor de la subcapa laminar y el tamaño de los granos son de magnitudes comparables se tiene un caso intermedio de contorno hidráulicamente de transición entre el liso y el rugoso.

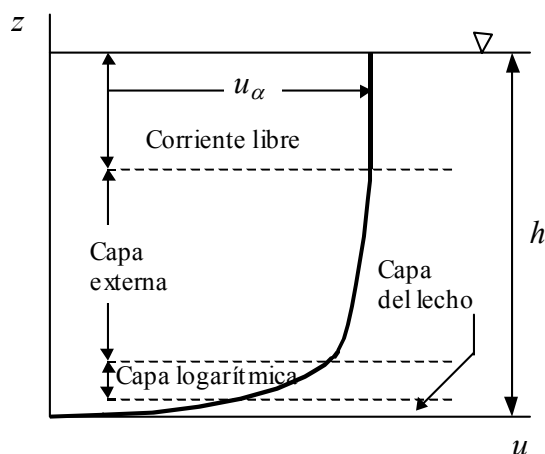


Figura 2.1. Estructura de la capa límite en corrientes profundas.

Sobre la capa del lecho se sitúa la capa logarítmica, denominación que alude al hecho de que puede describirse mediante una función logarítmica. Si el flujo es turbulento e hidráulicamente liso, en esta región el gradiente de la velocidad adimensional puede describirse mediante la ecuación

$$\frac{u}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{v_* z}{\nu}\right) + c_1 \text{ para } 30 - 70 < \frac{v_* z}{\nu} \text{ y } \frac{z}{\lambda} < 0,1 - 0,15 \quad (2.21)$$

denotando κ el coeficiente de turbulencia de Karman, c_1 un coeficiente y λ el espesor de la capa límite. La aspereza e irregularidad del lecho ejercen una importante influencia sobre las capas del lecho y logarítmica. Cuando, debido a dicha influencia, el flujo es hidráulicamente rugoso la variación vertical de la velocidad adimensional en la región logarítmica sigue la ecuación

$$\frac{u}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{v_* z}{\nu}\right) + c_1 + c_2 \text{ para } \frac{z}{\lambda} < 0,1 - 0,15 \quad (2.22)$$

donde c_2 es función de la altura de rugosidad y de su forma y configuración espacial. Como ya se ha visto, para flujo turbulento hidráulicamente liso c_2 es igual a cero, mientras que para flujo hidráulicamente rugoso c_2 puede estimarse como

$$c_2 = c_3 - \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{k_s \cdot v_*}{\nu}\right) \quad (2.23)$$

donde c_3 es un coeficiente y k_s es la aspereza equivalente, que puede relacionarse con las propiedades de la rugosidad del lecho. Si se sustituye la ecuación (2.23) en la (2.22) se obtiene

$$\frac{u}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{k_s}\right) + c_4 \text{ para } \frac{z}{\lambda} < 0,1 - 0,15 \quad (2.24)$$

denotando c_4 un coeficiente.

La región formada por la suma de las capas del lecho y logarítmica suele denominarse como capa interna en contraposición a la región externa, que se sitúa sobre la capa logarítmica y que se encuentra condicionada por la velocidad del flujo en la zona de corriente libre (u_α), lo que dificulta su descripción por una ley general. A efectos prácticos es común —desde la recomendación de Keulegan (1938)— la prolongación de las ecuaciones propuestas para la capa logarítmica a la capa externa, sin que por ello se cometa un error excesivo. Sin embargo, en rigor tiene lugar una desviación, lo que indujo a Coles (1956) a proponer una función denominada ley de estela que se obtenía al añadir un término a la ecuación logarítmica

$$\frac{u}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{v_* z}{\nu}\right) + c_1 + \frac{2\Pi}{\kappa} \text{sen}^2\left(\frac{\pi z}{2\lambda}\right) \quad (2.25)$$

donde Π es el coeficiente de tensión de estela. La ecuación (2.25) rige tanto en la capa externa como en la logarítmica para flujo hidráulicamente liso. Para flujo hidráulicamente rugoso y aplicable también en la región externa y logarítmica se tiene la ecuación

$$\frac{u}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{k_s}\right) + c_4 + \frac{2\Pi}{\kappa} \text{sen}^2\left(\frac{\pi z}{2\lambda}\right) \quad (2.26)$$

Por encima de la capa externa se localiza la región de corriente libre, en la que no ocurre gradiente de velocidad, que en el caso clásico de flujo sobre placa plana se caracteriza por encontrarse libre de tensión de corte y de turbulencia. Debe tenerse en cuenta que para secciones de gran anchura (T/y elevados) la región de corriente libre puede no darse y, consecuentemente, la velocidad ser variable hasta la superficie del flujo. La representación idealizada de la estructura del flujo que representa la figura 2.1 puede verse distorsionada por los efectos de aceleración y desaceleración del flujo, irregularidad extrema del lecho o efectos de los márgenes.

2.6.2 Distribución vertical de velocidades. Contraste experimental.

Bajo este epígrafe se pretende exponer los hallazgos experimentales más significativos en relación con la distribución vertical de velocidad, para el caso de flujo turbulento e hidráulicamente rugoso en lámina libre circulando por contornos compuestos de material granular, fijo o móvil. Dicha distribución resulta transcendental a la hora de establecer modelos de resistencia al flujo o bien para la determinación de la relación entre velocidad puntal y media en una vertical.

Distribuciones de tipo logarítmico y de estela

En primer término, se revisan las experiencias en las que se halló que la distribución de velocidad del flujo en una vertical puede describirse adecuadamente mediante las leyes logarítmicas o de estela, bajo una serie de circunstancias, entre las que predomina generalmente que el flujo no sea macrorrugoso o de sumersión relativa reducida.

Grass (1971) midió el perfil de velocidad en un canal de laboratorio para flujo turbulento e hidráulicamente rugoso sobre un lecho de gravas de granulometría uniforme y con una sumersión de aproximadamente 5, obteniendo un perfil promedio que se ajustaba al modelo logarítmico. Además, Coleman (1983) —utilizando los mismos datos que Grass— encontró que la ley de estela se ajustaba bien a la distribución de velocidades (tanto en la región interna como en la externa).

De forma similar, Graf (1991) y Kironoto y Graf (1994) —en ensayos con flujo uniforme de alta sumersión circulando en canales con lecho de grava— hallaron que la distribución de velocidad puede describirse satisfactoriamente por la ley de estela en toda la columna de flujo y mediante la ley logarítmica en la región interna, aunque la anterior no se desvía demasiado en la región externa, por lo que podría tomarse si no es necesaria una gran precisión. Smart (1999) halló —a partir de mediciones en ríos de grava con sumersión elevada— que la distribución de velocidad seguía adecuadamente la ley logarítmica para la mayor parte de la columna de agua, siendo la velocidad puntal una distancia $0,4h$ medida desde el lecho un buen indicador de la velocidad media.

Varios autores han investigado los efectos del transporte sólido de fondo sobre la distribución vertical de velocidad y la resistencia al flujo. Pitlick (1992) halló que en el tramo de río de grava gruesa objeto de su estudio —y para situaciones en las que el flujo supera escasamente el umbral del movimiento de las partículas del lecho— los perfiles de velocidad registrados se ajustan aceptablemente a la ley logarítmica. Sin embargo, para tensiones de corte superiores al triple de la crítica tiene lugar un movimiento de fondo de tal intensidad que genera formas muy irregulares, con amplitudes de onda de hasta el 20% del calado, registrándose perfiles de velocidad distorsionados respecto a la ley logarítmica. No obstante, para flujo todavía más intenso de carga de fondo se detecta lecho plano y los perfiles de velocidad nuevamente se ajustan a la ley logarítmica.

Por otra parte, Song *et al.* (1994) en ensayos de canal de laboratorio con lecho de grava bidimensional plano, fijo y móvil, en régimen permanente y uniforme (variando la sumersión relativa expresada en función de d_{90} entre 4 y 9) hallaron un buen ajuste de la ley logarítmica en la región interna, detectando una ligera disminución del término independiente de dicha ecuación con incrementos del transporte sólido. En la región interna y externa constataron un buen ajuste la ley de estela, apreciándose un ligero aumento de (Π) cuando acontecía

transporte sólido. Bergeron y Carbonneau (1999) encontraron que en situación de lecho fijo y móvil de gravas (hasta concentración de 0,12%) con sumersión $y/d_{50} > 20$ el perfil de velocidades se mantenía logarítmico.

Distribuciones en «S» y con subcapa de rugosidad

Un grupo de autores referencia el hallazgo de perfiles de velocidad que se han dado en denominar en «S», forma que comparada con el perfil logarítmico presenta menor velocidad para puntos someros y velocidades mayores cerca de la superficie del lecho. De acuerdo con Bathurst (1985, 1987) esta forma en «S» se debe a la existencia de dos zonas en el campo de velocidades: una zona inferior en la que el flujo es retardado por acuse de la fuerza de arrastre de los bolos y otra superior con altas velocidades. El límite entre ambas se sitúa por encima del nivel de cresta de los escollos. La aparición de un perfil en «S» requiere que el material del lecho sea de tamaño no uniforme —al efecto de que exista el espacio físico disponible para que se desarrolle la zona inferior de flujo entre los mayores elementos, ya que si fueran de tamaño uniforme habría poco espacio para el flujo entre partículas y la mayoría del flujo circularía por encima de éstas— y, además, que ninguna de las dos zonas sea significativamente más extensa que a la otra y entonces dominar el desarrollo del perfil de velocidad. Esto probablemente limita la aparición de los perfiles en «S» para flujos en los que sólo descolen los mayores bolos, es decir, con sumersión y/d_{84} entre 1 y 4.

Marchand *et al.* (1984) obtienen 94 perfiles de velocidad con 8 a 10 puntos de medida en la vertical en diferentes secciones de ríos de montaña de la cuenca del Colorado encontrando en la mayoría de los casos perfiles en «S», con mayores divergencias respecto a la ley logarítmica cerca del lecho. Hallan, asimismo, que resulta más adecuado para perfiles en «S» tomar como velocidad media la puntual a $2,5/5$ del calado, medido desde el lecho, que el valor de $3/5$, correspondiente a la ley logarítmica. Además, la relación entre velocidad superficial y media en el perfil logarítmico es del orden de 1,16, mientras que en los perfiles en forma de «S» dicho cociente se encontraba cerca de 1,5.

Ferro y Baiamonte (1994) analizaron la distribución de velocidades de un flujo en canal de laboratorio sobre lecho de grava, en las que variaron la concentración de sedimentos gruesos y la sumersión relativa. Hallaron que para flujos bidimensionales ($T/h > 6$) y baja concentración de sedimentos gruesos, a pesar de que la sumersión relativa (y/d_{50}) sea inferior a 4, el perfil es logarítmico. Sin embargo, en las mismas condiciones salvo incrementando la concentración de elementos gruesos el perfil se ajusta a la forma en «S».

Lawrence (1997) al analizar el ajuste de un modelo que relacionaba sumersión relativa y f a una base de datos de escorrentía superficial encontró discrepancias sistemáticas con dicha relación en el intervalo de sumersión $0,5 \leq y/d_{50} \leq 5$, que atribuía al desarrollo de un flujo caracterizado por una zona de gran velocidad sobre las crestas de los sedimentos y otra con un flujo de reducida velocidad bajo dicho nivel.

Ferro (2003) midió el perfil de velocidad de varias verticales en una sección de un canal de laboratorio en el que variaba la concentración de escollos. Halló perfiles ajustables a distribuciones logarítmicas y en «S». Observó que el perfil en «S» se desarrollaba cuando la sumersión (y/d_{84}) era inferior a 5,5 y se superaba un umbral de concentración de elementos gruesos descolantes (el 18% respecto al máximo número de elementos gruesos que podían disponerse en un área).

De forma similar a lo que acontece con el perfil en «S» varios autores hacen referencia a la existencia de una capa adyacente al lecho, denominada generalmente de rugosidad, que presenta una velocidad menor comparada con la distribución logarítmica. Por ejemplo, Nakagawa *et al.* (1991) a fin de estudiar la distribución vertical de velocidades ensayaron en un canal de laboratorio con lecho formado por bolas de plástico de tamaño d , variando el tamaño de las partículas con diferentes ensayos, y en condiciones de sumersión relativa reducida ($1,3 \leq h/d \leq 4,2$). Hallaron que el perfil de velocidades podía dividirse en dos zonas: una más cercana al lecho —que denominaron subcapa de rugosidad— y otra superior, denominada capa inercial. En esta última la distribución de velocidades se adecuaba a la distribución logarítmica asumiendo el valor estándar del coeficiente de Karman (0,4). Sin embargo, en la primera el perfil registrado divergía del teórico con arreglo a una distribución más uniforme. El espesor de la capa de rugosidad se estimó en un rango entre $(0,2-0,4)d$. Es decir, que adquiere mayor relevancia en el caso de sumersión reducida, aunque en ríos debido a la mayor heterogeneidad del sedimento que conforma el lecho sería superior, ligeramente mayor que d . La subcapa de rugosidad se distingue también porque en ella la distribución vertical de la tensión de Reynolds es decreciente con la profundidad, de modo que dicha tensión disminuye desde el valor máximo en la vertical hasta el mínimo en el lecho. Lo anterior se atribuye a la existencia de mecanismos adicionales de extracción de ímpetu relacionados con la tensión de forma debida a la irregularidad de los elementos individuales.

Biron *et al.* (1998) obtuvieron en ríos tres perfiles de distribución de velocidad definidos mediante un gran número de puntos de medida para cada vertical. Los dos primeros correspondientes a flujo de alta sumersión ($y/d_{84} \geq 16$) mientras que para el tercero $y/d_{84} = 4,1$. En los dos primeros el perfil resultante mostraba una ley aproximadamente logarítmica, mientras que el tercero exhibía un perfil que no se ajustaba a dicha ley y en el que se podían distinguir dos zonas, una más lenta cercana al lecho —hasta una altura aproximadamente igual a d_{50} — y una superior con velocidad apreciablemente mayor.

Nikora y Goring (2000) midieron la distribución vertical de velocidades para flujo cuasi-uniforme y bidimensional en un río de gravas en situación de lecho fijo y de transporte sólido cercano al umbral del movimiento de las partículas. Para todos los niveles de flujo encuentran en común la existencia de una subcapa de rugosidad cerca del lecho —desviada respecto de la ley logarítmica— y de una capa logarítmica adyacente. Sin embargo, para el caso de lecho fijo se halla presente, adicionalmente, una capa que sigue la ley de estela, mientras que para corrientes con transporte sólido ésta se encuentra ausente. Además, en este último caso la capa de rugosidad tiene mayor espesor y el valor del coeficiente de Karman es inferior a 0,4, tomando un valor de 0,29.

Por su exhaustividad, y a modo de síntesis de los estudios citados previamente, merece mención especial la experiencia referida en Byrd *et al.* (2000), en la que se midió el perfil de velocidades en 60 verticales diferentes del North Boulder Creek (Colorado, EUA) como resultado de tomar 5 estaciones para 12 secciones transversales, con equidistancia de 1 m. En cada vertical se obtenía un perfil a partir de la medida de velocidad en 8 ó 10 puntos. Se obtuvo una distribución aproximadamente logarítmica para el 10% de los perfiles —al menos en la parte superior más alejada del lecho— y alrededor del 40% describía una variación aproximadamente lineal de la velocidad con la profundidad. De los restantes unos cuantos seguían un perfil en «S», aunque la mayoría eran irregulares debido a la reducida sumersión y la aceleración local en las proximidades de los elementos mayores o más descollantes. El

punto de velocidad máxima solía ubicarse en la superficie o a pequeñas profundidades, pero en algunos casos, cuando el perfil era irregular, podría darse a profundidades importantes.

2.7 ECUACIONES DE RESISTENCIA AL FLUJO

De acuerdo con lo expuesto en § 2.5 uno de los métodos (grupo 4) para la determinación del coeficiente de resistencia al flujo consiste en la aplicación de ecuaciones cuyas variables explicativas puedan ser determinadas mediante ensayos o muestreos, de tal modo que se reduzca sensiblemente la subjetividad inherente a los métodos de índole estimativa (grupos 1, 2 y 3). Puesto que se pretende una determinación del coeficiente de resistencia con mayor base física, como contrapartida se requiere un mayor esfuerzo para incorporar cada una de las diferentes componentes de la resistencia al flujo (§ 2.4). Es por ello que en la fase inicial de la investigación se desarrollaron para ríos de grava ecuaciones que determinan el coeficiente de resistencia en tramos en los que la acción de la vegetación y el efecto de variación longitudinal de la geometría son despreciables frente a la resistencia ejercida por las partículas de sedimento.

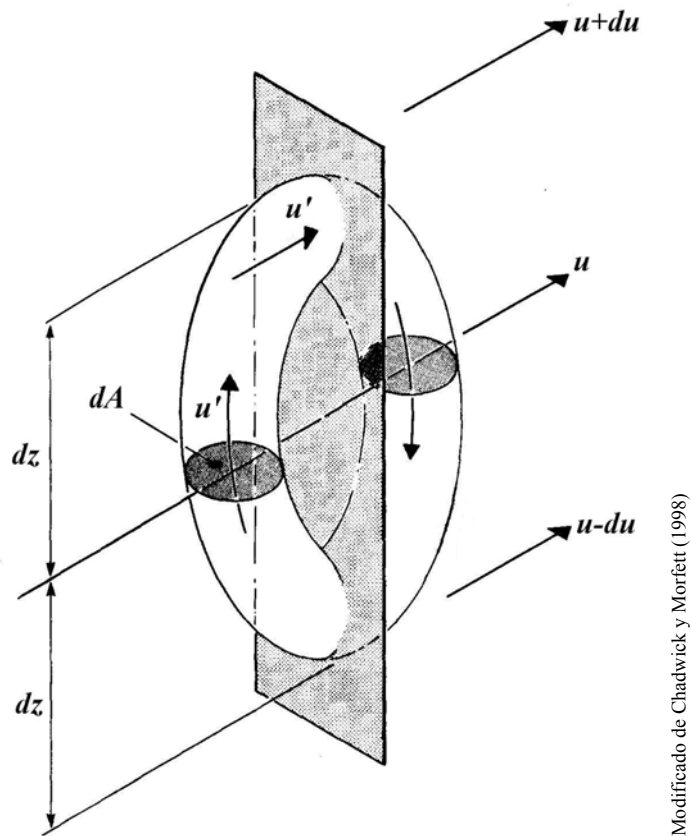
En este apartado se tiene el propósito de exponer las ecuaciones de resistencia al flujo que se han ido proponiendo desde el primer tercio del siglo pasado para ríos con lecho de grava, examinar sus fundamentos teóricos y compararlas a la luz de sus pronósticos. Se han distinguido dos conjuntos principales. En el primero se incluyen las ecuaciones que toman el factor de fricción de Darcy-Weisbach como variable respuesta (expresado como $\sqrt{8/f}$), mientras que el segundo se encuentra constituido por ecuaciones en las que no aparece explícitamente ningún coeficiente de resistencia.

2.7.1 Ecuaciones de resistencia al flujo con el factor de fricción de Darcy-Weisbach como coeficiente

2.7.1.1 Ecuación logarítmica

2.7.1.1.1 Formulación

Prandtl (1926) propuso un modelo simplificado de remolino en flujo turbulento con el propósito de desarrollar una analogía con la viscosidad molecular. Considérese un punto en el interior de un flujo turbulento donde la velocidad en la dirección paralela al mismo es u y considérese, asimismo, la acción concomitante de un remolino de forma toroidal con sección transversal dA (tal como se muestra en la figura 2.2) que gira en un plano paralelo a la dirección del flujo. La velocidad a la que gira el remolino es u' , por lo que la masa de flujo transferida a través de una sección transversal del remolino será $\rho \cdot dA \cdot u'$. La tasa de intercambio de masa será consecuentemente $2\rho \cdot dA \cdot u'$ —dado que mientras una cantidad de masa de fluido se mueve hacia arriba una masa equivalente se traslada hacia abajo—.



Modificado de Chadwick y Morfett (1998)

Figura 2.2. Esquema de remolino del modelo de turbulencia de Prandtl.

Entre la cota z y la cota $z + dz$ la velocidad aumenta desde u hasta $u + du$, por lo que es razonable suponer que

$$du = u' = dz \frac{du}{dz} \tag{2.27}$$

y la tasa de intercambio de masa puede expresarse como

$$2\rho \cdot dA \cdot dz \frac{du}{dz} \tag{2.28}$$

La tasa de intercambio de cantidad de movimiento es el producto de la tasa de masa intercambiada por el cambio de velocidad en la dirección z , es decir, Δu . Consiguientemente, la tasa de cambio de ímpetu a través del remolino será

$$\frac{dM}{dt} = 2\rho \cdot dA \left(dz \frac{du}{dz} \right) \left(2 \cdot dz \frac{du}{dz} \right) \tag{2.29}$$

Dado que dM / dt tiene dimensiones de fuerza, la tensión de corte puede expresarse como

$$\tau = \rho \left(dz \frac{du}{dz} \right)^2 = \varepsilon \frac{du}{dz} \tag{2.30}$$

donde ε es la denominada viscosidad de remolino y viene dada por

$$\varepsilon = \rho \cdot dz^2 \frac{du}{dz} \quad (2.31)$$

$$\varepsilon = \rho \cdot l^2 \frac{du}{dz} \quad (2.32)$$

donde l es el denominado trayecto de mezcla (o longitud de mezcla), distancia, vertical respecto al flujo, de movimiento de los remolinos antes de perder su identidad por mezcla. Por consiguiente, ε no es simplemente una propiedad del fluido, como lo es la viscosidad dinámica (μ), sino que depende del tamaño de los remolinos y del gradiente vertical de velocidad. Habitualmente se acepta que en las proximidades del contorno sólido el trayecto de mezcla (l) varíe linealmente con la distancia al contorno, es decir

$$l = \kappa \cdot z \quad (2.33)$$

donde κ es el coeficiente de turbulencia de Karman. Si se adopta el modelo de turbulencia expuesto en toda la profundidad del flujo la longitud de mezcla debería ser nula no únicamente en el lecho sino también en la superficie libre. A tal efecto, se han introducido términos de corrección de la expresión anterior, resultando, por ejemplo

$$l = \kappa \cdot z \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{1/2} \quad (2.34)$$

siendo h la profundidad del flujo. La variación vertical de la tensión puede escribirse por tanto como

$$\tau = \left(\rho \cdot \kappa^2 z^2 \left(1 - \frac{z}{h}\right) \frac{du}{dz} \right) \frac{du}{dz} \quad (2.35)$$

$$\tau = \rho \cdot \kappa^2 z^2 \left(1 - \frac{z}{h}\right) \left(\frac{du}{dz} \right)^2 \quad (2.36)$$

Por otra parte, se puede plantear un modelo lineal de variación vertical de la tensión

$$\tau = \tau_o \left(1 - \frac{z}{h}\right) \quad (2.37)$$

denotando τ_o la tensión en el lecho que para flujo bidimensional (véase § 2.7.1.1.2), que es posible calcular como $\tau_o = \gamma \cdot h \cdot S$. Estableciendo el equilibrio de fuerzas en un elemento de flujo se tiene

$$\gamma \cdot h \cdot S \left(1 - \frac{z}{h}\right) = \rho \cdot \kappa^2 z^2 \left(1 - \frac{z}{h}\right) \left(\frac{du}{dz} \right)^2 \quad (2.38)$$

$$\frac{1}{\kappa} (g \cdot h \cdot S)^{1/2} = z \frac{du}{dz} \quad (2.39)$$

ecuación diferencial que puede ser integrada separando variables

$$du = \frac{1}{\kappa} (g \cdot h \cdot S)^{1/2} \frac{dz}{z} \quad (2.40)$$

$$u = \frac{1}{\kappa} (g \cdot h \cdot S)^{1/2} \ln z + c \quad (2.41)$$

donde c es una constante de integración. Si $v_* = \sqrt{g \cdot h \cdot S}$, resulta

$$\frac{u}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln z + c_o \quad (2.42)$$

donde c_o es una constante de integración evaluada a una distancia z_o , para la que la ley logarítmica se iguala a cero, resultando la ley de distribución vertical de velocidad de Prandtl-Karman

$$\frac{u}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{z_o} \right) \quad (2.43)$$

siendo z_o la longitud de fricción hidráulica del contorno sólido. Estrictamente la ley anterior es válida tan sólo en una región cercana al lecho, aproximadamente hasta un 20% del calado, aunque es posible extenderla a toda la profundidad (figura 2.3) sin cometer un error excesivo —tal y como se visto en § 2.6—. Conviene reparar en que h es la profundidad del flujo en la que rige la ecuación (2.43) y ésta toma valores no nulos, es decir, que h es en rigor inferior al calado total del flujo. La velocidad media (v) puede obtenerse mediante integración de la ley logarítmica de velocidades (ecuación (2.43)), aceptando que ésta es válida hasta la superficie libre, es decir, entre los límites $z = z_o$ y $z = z_o + h$

$$v = \frac{1}{h} \int_{z_o}^{z_o+h} \frac{v_*}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{z_o} \right) dz \quad (2.44)$$

$$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{h\kappa} \left[z \left(\ln \frac{z}{z_o} - 1 \right) \right]_{z_o}^{z_o+h} \quad (2.45)$$

$$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{z_o + h}{h} \ln \left(\frac{z_o + h}{z_o} \right) - 1 \right) \quad (2.46)$$

Si se supone que $h \gg z_o$ entonces $h + z_o \rightarrow h$ —es decir, que el valor de h y del calado del flujo son en la práctica coincidentes— la ecuación (2.46) queda

$$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \left(\ln \left(\frac{h}{z_o} \right) - 1 \right) = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{h}{e \cdot z_o} \right) \quad (2.47)$$

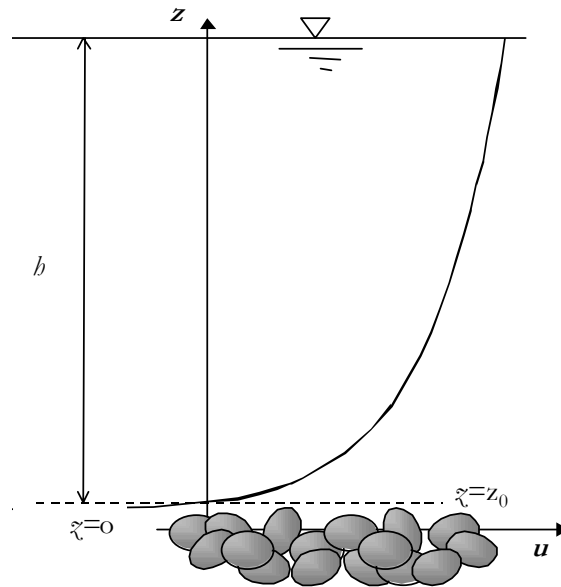


Figura 2.3 Distribución de velocidad con la profundidad.

Para flujo turbulento e hidráulicamente rugoso circulando sobre un lecho de granulometría uniforme Nikuradse (1933) encontró que la aspereza equivalente (k_s) correspondía aproximadamente a $30z_o$, mientras que según Keulegan (1938) para $h \gg k_s$ puede establecerse que $k_s = 33z_o$. Tomando el criterio de este último

$$\frac{v}{v_*} = \frac{2,303}{\kappa} \log \left(\frac{h}{e(k_s/33)} \right) = \frac{2,303}{\kappa} \log \left(\frac{12,1h}{k_s} \right) \quad (2.48)$$

Para $\kappa = 0,4$ (véase § 2.7.1.1.3)

$$\frac{v}{v_*} = 5,76 \log \left(\frac{h}{k_s} \right) + 6,25 \quad (2.49)$$

La ecuación (2.49) es conocida como la ecuación de Prandtl-Karman-Keulegan o de Keulegan. Si, además, se considera $k_s = 3,5d_{84}$ (véase § 2.7.1.1.4)

$$\frac{v}{v_*} = 5,76 \log \left(\frac{h}{d_{84}} \right) + 3,11 \quad (2.50)$$

En secciones bidimensionales, con alta relación T/y (véase § 2.7.1.1.2), puede sustituirse h por el calado medio en la sección (y) o bien, el radio hidráulico (R)

$$\frac{v}{v_*} = 5,76 \log \left(\frac{y}{d_{84}} \right) + 3,11 \quad (2.51)$$

2.7.1.1.2 Flujo bidimensional

Para una corriente de alta sumersión relativa en un cauce con sección rectangular y ancho infinito ($T/y \rightarrow \infty$) de contorno rígido y liso puede asumirse flujo bidimensional, es decir, sin influencia de las márgenes en el campo de velocidades y, por consiguiente, sin gradiente lateral de velocidad. En ese caso el perfil de distribución de velocidad es el mismo en todas las verticales de la sección.

La presencia de márgenes provoca flujo tridimensional, cuya manifestación más importante es la aparición de corrientes secundarias que ocasionan que la velocidad máxima no aparezca en la superficie libre, sino a mayor profundidad. Este fenómeno se conoce como sumersión o depresión de la velocidad (*velocity-dip*) y es peculiar de cauces en lámina libre. La anisotropía de la turbulencia —motivada por los efectos de las márgenes y de la superficie libre en cauces estrechos— genera corrientes secundarias que son responsables de la sumersión de la velocidad máxima.

El interés en atenuar varios ordenes de magnitud el efecto provocado por las márgenes en el flujo se deriva de diferentes necesidades investigadoras. Por ejemplo, en el caso de canales de laboratorio con lechos de material granular diversos fenómenos objeto de estudio (p. ej. resistencia al flujo, transporte sólido de fondo, formas de fondo etc.) pueden verse muy influenciados por el gran contraste de aspereza existente entre el material de la solera y de las márgenes, (estando constituidas éstas, generalmente, por vidrio, plástico o metal). En ese caso se suele recurrir a métodos de cálculo que corrigen el efecto de las márgenes en el coeficiente de resistencia global (p. ej. véase el apéndice C). Si T/y alcanza valores elevados en ocasiones se suele prescindir de dichos métodos de corrección puesto que la influencia de las márgenes en la resistencia global resulta muy amortiguada.

Evidentemente, si el material de las márgenes tiene las mismas características que el constitutivo del resto de la sección los métodos de corrección no son necesarios si lo que se pretende es la determinación del coeficiente de resistencia. Sin embargo, aun así si el interés investigador se centra en la forma de la distribución vertical de velocidad es necesario eliminar en lo posible de la zona central de registro el efecto de las corrientes secundarias, lo que básicamente se logra cuando la sección mojada toma valores de T/y superiores a un umbral determinado.

En efecto, con carácter práctico se asume que en secciones con valor elevado de T/y la influencia de las márgenes es despreciable en una franja central, más ancha cuanto mayor sea el valor de dicho parámetro. En ese caso el gradiente vertical de velocidad es al menos un orden de magnitud mayor que el lateral, por consiguiente, el campo de velocidades puede describirse con una buena aproximación con el perfil vertical de velocidad, obviando el perfil lateral.

Song *et al.* (1994) hallaron en un canal de laboratorio de sección rectangular con lecho de grava y márgenes de vidrio que en la vertical central el flujo podía considerarse bidimensional para $T/y > 3,5$. Van Rijn (1982) al seleccionar datos de experiencias en canales de laboratorio con lecho granular sólo toma datos con T/y mayores de 5, al efecto de evitar la corrección del efecto de márgenes. Nezu y Rodi (1985) en canal de laboratorio con flujo hidráulicamente liso hallaron que para $T/y > 5$ no se producía sumersión de la velocidad

máxima en el centro de la sección. Según Graf (1998) para valores de $T/y > 5$ se puede considerar que la velocidad máxima se produce en la superficie libre y se tendrá flujo bidimensional.

En ensayos con flujo hidráulicamente rugoso Ferro y Baiamonte (1994) detectaron que si $T/y > 6$ los efectos de las márgenes sobre el plano central desaparecían, de modo que la velocidad máxima se daba en la superficie libre. Ello a pesar de que el lecho correspondía a una base de grava con elementos más gruesos descollantes. Ferro (2003) —en un canal de laboratorio en el que variaba la concentración de escollos— midió el perfil de velocidad en varias verticales de una sección con el fin de estudiar la variación transversal de la distribución vertical de velocidades. Halló que para la vertical central de la sección la sumersión de la velocidad máxima tiende a cero cuando $T/y > 5,5$ independientemente de la concentración de escollos.

Según Parker y Peterson (1980) los ríos de grava con $T/y > 10$ son suficientemente anchos para asumir que $y = R$. Bathurst (1982-a) sostiene que la contribución de los márgenes a la resistencia total de la sección es reducida si $T/y > 15$. Para Yen (1992) en sección rectangular si $T/y > 20$ el efecto de las márgenes es insignificante y la situación es similar a la de un canal de ancho infinito.

Carling (1992) sostiene que si $T/y > 13$ entonces en los 2/3 centrales de la sección la influencia de las márgenes no se deja sentir. Para secciones rectangulares Nezu y Nakagawa (1993) propugnan que el flujo será cuasi-bidimensional en una banda central de ancho aproximadamente igual a $T - 5 \cdot y$. Nótese que este último criterio coincide con bastante aproximación con lo observado por Carling (1992).

Además del valor general de T/y de la sección deben tenerse presente los efectos locales, puesto que en cauces de material heterométrico y para flujos de baja sumersión la separación del flujo que se produce alrededor de los elementos más descollantes puede generar corrientes secundarias pese a que la sección globalmente presente un elevado valor de T/y y se dé la pérdida de influencia de las márgenes.

2.7.1.1.3 Coeficiente de turbulencia de Karman

El coeficiente de turbulencia de Karman (κ) se ha considerado constante, con un valor aproximado de 0,407, a partir de los trabajos de, entre otros, Karman y Nikuradse. Sin embargo, posteriormente numerosos autores han obtenido empíricamente valores diferentes. Diversas son las causas atribuidas a la divergencia del valor estándar de κ , exponiéndose a continuación las principales.

Según Pyle y Novak (1981), la imposición de una relación constante entre z_0 y k_s (p. ej. $k_s = 33z_0$) para ajustar la ley logarítmica a datos de laboratorio ocasiona que κ tome valores diferentes de 0,407 y que éstos sean diferentes para los diversos perfiles de velocidad registrados. Al ajustar la ley logarítmica a los ensayos llevados a cabo por los citados autores en canal de laboratorio de elevada rugosidad optaron por fijar un valor de κ igual a 0,29 para todos los perfiles mientras que el coeficiente de proporción entre z_0 y k_s se consideró variable y objeto de ajuste.

Asimismo, para otros autores (p. ej. O'Loughlin y Macdonald, 1964; Ferro y Giordano, 1991) la variación en la concentración de los elementos de rugosidad más descollantes es motivo de que κ tome valores diferentes de 0,407. Se aprecia un incremento en el valor de κ a medida que aumenta la concentración de elementos descollantes, hasta un valor máximo en el que la densidad es tal que los escollos conforman una superficie de mayor uniformidad y continuidad.

El efecto que provoca en la distribución de velocidad el transporte de sedimento —tanto en suspensión como de fondo— también es considerado causa de variación en el valor de κ . Por lo que respecta al estudio en canales de laboratorio del transporte concomitante de sedimento en suspensión y de fondo es digno de mención el trabajo de Wang y Larsen (1994). Para los citados autores cuando las condiciones hidráulicas del flujo no impidan suponer la validez de la ley logarítmica es preferible el ajuste de dicha ley permitiendo que κ sea variable, dado que logran mejores resultados.

Por el contrario, Coleman (1981) mantiene que el valor de κ debería determinarse empíricamente únicamente a partir de la distribución de velocidad en la región interna o logarítmica del flujo y su valor no cambia en presencia de transporte sólido, mientras que en la región externa del flujo la distribución de velocidad se desvía de la ley logarítmica debido a que el transporte de sedimento modifica el valor del coeficiente de tensión (Π) de la ley estela, ley que considera de aplicación para toda la columna de flujo (véase § 2.6.1). No obstante, Wang y Larsen (1994) mantienen que el planteamiento de Coleman es cuestionable porque la concentración de sedimento y su gradiente es muy superior en la región interna del flujo que en la externa y, por lo tanto, un mayor efecto sobre la distribución de velocidad debería esperarse en la primera. Además, argumentan que la ley de estela es más complicada y en muchos casos no se ajusta mejor a experimentos de flujo con transporte sólido que el perfil logarítmico cuando éste se toma con κ variable.

En flujo turbulento e hidráulicamente rugoso para lechos sometidos a transporte sólido débil ($\tau/\tau_c < 2$) Bennett y Bridge (1995), Gallagher *et al.* (1999) y Nikora y Goring (2000) hallaron que el valor de κ se reduce. Por ejemplo, estos últimos autores en ensayos sobre lecho de gravas encontraron, imponiendo la ley logarítmica, un valor del coeficiente de Karman de 0,40 para lecho fijo y de 0,29 para lecho móvil con bajas tasas de transporte sólido. Nikora y Goring (2000) sugieren que la reducción puede deberse a que la fuerza de arrastre en el lecho, dado un material granular, se minimizaría para $\tau/\tau_c \approx 1$. Por el contrario, Song *et al.* (1994) en ensayos de laboratorio, en condiciones de flujo turbulento e hidráulicamente rugoso y con transporte sólido débil, no constataron disminución en el valor de κ .

Para flujos de sumersión relativa reducida circulando sobre lechos con sedimento mal clasificado Aberle y Smart (2003) sostienen que el mejor ajuste de la ley logarítmica resulta con valores de κ inferiores a 0,407, lo que significaría cierto grado de inaplicabilidad de dicha ley para tales condiciones. En este sentido, para los citados autores la influencia de las formas de fondo, la heterogeneidad de forma y tamaño del sedimento, la tridimensionalidad y no uniformidad del flujo en ríos de montaña así como la deformación de la superficie libre son incompatibles con las hipótesis de la distribución logarítmica de velocidad. Por consiguiente, su aplicación a flujos de sumersión relativa reducida en ríos de material grueso debe ser considerada empírica.

2.7.1.1.4 Coeficiente de proporcionalidad entre aspereza equivalente y diámetro del sedimento

A partir de los trabajos de Nikuradse (1933) es práctica habitual la determinación de la aspereza equivalente (k_s) de lechos granulares en función de un diámetro característico del sedimento (d_i). Nikuradse halló que el valor de k_s —correspondiente a la distribución logarítmica de velocidad— de un lecho constituido por una sola capa de arena casi uniforme (entre 0,78 y 0,82 mm) era igual al tamaño de los granos que conformaban el lecho. Es necesario hacer notar que la arena fue dispuesta sobre una capa de barniz y que posteriormente las partículas fueron cubiertas por otra mano de barniz, de tal modo que la variación en altura de grano era mínima. Por consiguiente, debido a la uniformidad de tamaño y la disposición regular de los granos en el lecho cabe esperar que la aspereza de la superficie granular de tal modo generada sea mínima.

La determinación de k_s mediante el procedimiento expuesto en el párrafo precedente se puede expresar como $k_s = \alpha \cdot d_i$, representando α un coeficiente de proporcionalidad entre la aspereza equivalente y el diámetro característico del sedimento. Dicho coeficiente toma el valor de 1,0 para los experimentos de Nikuradse. Cuando, por su simplicidad, se ha aplicado este procedimiento a ríos con lecho de grava, d_i se toma como un percentil de la curva granulométrica del sedimento —generalmente, correspondiendo al diámetro intermedio (véase § 3.1.7)—, denotando i el porcentaje de la muestra de sedimento con tamaño inferior. En tales casos se obtiene un valor de α que es, en general, sensiblemente mayor que 1,0. En la tabla 2.2 se muestra el valor del coeficiente α obtenido por diferentes investigadores en función del diámetro característico adoptado.

Pese a la variación que puede observarse del valor de α en la tabla referida, dado un percentil granulométrico, habitualmente se considera aproximadamente que $k_s = 3 \cdot d_{90}$; $k_s = 3,5 \cdot d_{84}$ y $k_s = 6,8 \cdot d_{50}$ (Bray, 1982). Varias son las causas, en algunos casos concurrentes, que han sido señaladas por diferentes autores como responsables de que α alcance valores superiores a 1,0 en ríos de grava. Cabe destacar: la heterogeneidad del sedimento —tanto del tamaño y forma de las partículas como de su disposición—, la microtopografía y las formas de fondo —tanto de pequeña como de gran escala— así como el transporte de sedimento de fondo.

Respecto a la primera causa citada, en lechos granulares constituidos por una sola capa dispuesta en una superficie plana —características correspondientes a las experiencias de Nikuradse— cada elevación del lecho se relaciona directamente con el tamaño de partícula, por lo que la aspereza del lecho puede expresarse satisfactoriamente a través del tamaño de partícula. En cambio, en lechos de varias capas las partículas superficiales pueden alojarse en huecos formados por partículas subyacentes. En lechos naturales, con mezcla de tamaños, los huecos formados presentan diferentes dimensiones y un determinado diámetro característico, d_i , será menos representativo de las alturas descollantes de la superficie del lecho que en el caso de un lecho monocapa. Según Smart (2002) lo anterior explicaría que en ríos se obtengan valores de k_s que equivalgan a varias veces el diámetro característico, por tanto, valores superiores a los obtenidos por Nikuradse.

Tabla 2.2. Síntesis de valores del coeficiente de proporcionalidad (α) determinados por diferentes autores en ríos y canales de laboratorio de lechos granulares.

Referencia	α_{50}	α_{84}	α_{90}	Observaciones
Strickler (1923)	3,3			
Nikuradse (1933)	1,0			Lecho de arena casi uniforme de disposición artificial.
Keulegan (1938)	1,0			
Martinec (1958)	2,1			Ríos de arena y material grueso.
Leopold <i>et al.</i> (1964)		3,9		Ríos de grava.
Kellerhals (1967)			1,0	Ríos y canales de grava.
Limerinos (1970)	8,2	3,2		Ríos de grava, canto y bolo.
Mahmood (1971)		5,1		Lecho de arena plano.
Kamphuis (1974)			2,0	Lechos de arena.
Burkham y Dawdy (1976)		3,5		Ríos de grava.
Charlton <i>et al.</i> (1978)	7,4		3,5	Ríos de grava con lecho fijo y móvil.
Hey (1979)		3,5		Ríos de grava.
Thompson y Campbell (1979)	4,5			Ecuación de tipo no logarítmico.
Parker y Peterson (1980)			2,0	Ríos de grava.
Griffiths (1981)	5,0			Ríos de grava con lecho fijo.
Bray (1982)	6,8	3,5	3,1	Ríos de grava.
Van Rijn (1982)			3,0	Canal de laboratorio con lecho de arena plano, fijo y móvil.
Ikeda (1983)		1,5		Canal de lecho móvil de arena bien clasificada.
Graf (1984)	3,3			Ríos de grava.
Hammond <i>et al.</i> (1984)	6,6			
Jaeggi (1984)			2,0	
Colosimo <i>et al.</i> (1986)		3,6		Ríos de grava.
Whiting y Dietrich (1990)		3,0		Ríos de arena y grava con lecho fijo y móvil.
Clifford <i>et al.</i> (1992)		3,5		Ríos de grava.
Pitlick (1992)		3,0		Lecho plano en río de grava, fijo o móvil.
García (1996)	5,9	2,5	2,0	Canal de laboratorio con fondo de grava plano y transporte de fondo en régimen supercrítico.
García (1996)	10,1	4,3	3,4	Canal de laboratorio con lecho fijo y régimen subcrítico.
Carling <i>et al.</i> (1998)		2,5		Río de grava con transporte de fondo.
Millar (1999)	5,9	2,9		Ríos de grava.
Lee y Ferguson (2002)		3,9		Ríos de bolos con secuencia escalón-poza.
López y Barragán (2003)		3,4		Ríos con pendiente superior al 1% y $\kappa = 0,38$.

α_{50} , α_{84} y α_{90} denotan, respectivamente, el coeficiente de proporcionalidad (α) resultante de tomar d_{50} , d_{84} y d_{90} como diámetro característico en la determinación de la aspereza equivalente (k_s).

Diversos autores (p. ej. Limerinos, 1970; Burkham y Dawdy, 1976; Charlton *et al.*, 1978; Ferro y Giordano, 1991; Maynard, 1991; Ugarte y Méndez, 1994) han puesto de manifiesto que, en general, cuanto mayor es el percentil granulométrico mediante el que se expresa k_s , mejor es el ajuste de la función logarítmica a los registros en ríos de grava. En efecto, se suelen emplear diámetros superiores d_{50} —frecuentemente d_{84} y d_{90} — con la justificación de

que de ese modo se toma en cuenta la influencia, más que proporcional, que en la resistencia al flujo ejercen las partículas de mayor calibre. La cresta de las partículas se proyecta en el flujo con diferentes alturas sobre el nivel medio del lecho, por el diferente tamaño de las partículas y por la variedad de la disposición en la que yacen los granos. Las partículas de mayor diámetro inciden con mayor alcance sobre el nivel medio del lecho y, consecuentemente, exponen mayor superficie al flujo. El ímpetu del flujo disipado por un obstáculo es proporcional al cuadrado de la magnitud de la velocidad, por lo que las partículas más descollantes predominan en el proceso de resistencia.

Además, en este sentido debe tenerse en cuenta que los ríos de grava a menudo exhiben agrupaciones de partículas —consideradas como formas de fondo de pequeña escala— que se proyectan sustancialmente sobre el nivel del lecho. Según Clifford *et al.* (1992) el hecho de que α alcance valores superiores a 1,0 en ríos de grava debe atribuirse a la irregularidad microtopográfica del perfil longitudinal del lecho —resultado de la disposición de las partículas— y a la presencia en el lecho de dichos ríos de formas de fondo de pequeña escala. Basándose en estudios de gran detalle —en los que obtienen la microtopografía del lecho de un río de grava mediante perfiles de gran resolución— detectan la existencia de relación entre las partículas mayores y las características geométricas de las formas del lecho a escala microtopográfica. Consiguientemente, la contribución de la microtopografía y de la agrupación de partículas a la resistencia al flujo puede considerarse como una extensión de la fricción de grano, por lo que puede expresarse en función del tamaño de éste.

Al adoptar un valor único de α para cada percentil granulométrico (es decir, por ejemplo, $k_s = 3 \cdot d_{90}$; $k_s = 3,5 \cdot d_{84}$ y $k_s = 6,8 \cdot d_{50}$) como pronosticador de la aspereza equivalente en ríos de lecho con sedimento grueso (grava, canto o bolo) se está considerando que una serie de propiedades del sedimento —como son la forma de la curva de distribución granulométrica, la disposición de las partículas, su forma y orientación, el empaquetado, distribución espacial y clasificación, agrupación de partículas, etc.— ejercen un efecto que se mantiene inalterado en todo cauce y para cualquier nivel de flujo. En rigor, lo anterior no es cierto y el efecto de las propiedades descritas puede variar de un punto a otro de un mismo cauce o entre diversos cauces y para diferentes caudales; lo que explicaría, al menos parte, el hecho la variabilidad de α que se aprecia en la tabla 2.1.

No obstante, si el efecto ejercido por las propiedades más influyentes del sedimento, de las anteriormente expuestas, tuviera un rango de variación estrecho la consideración de un valor único promedio podría representar un instrumento de predicción adecuado. En este sentido diversos autores (p. ej. Bathurst, 1982-a; Wiberg y Smith, 1991; Millar, 1999) han coincidido en señalar que la clasificación granulométrica —parámetro representativo de la heterogeneidad del tamaño del sedimento, usualmente expresado en función del índice de clasificación (cociente de dos percentiles granulométricos)— en ríos con lecho de grava, canto o bolo varía en un intervalo relativamente estrecho. Por ejemplo, Bathurst (1993) señala que valor de d_{84} / d_{50} varía entre 1,5 y 2,5, un rango relativamente reducido que sugiere que el efecto de la distribución de tamaños es aproximadamente constante.

Millar (1999) no encontró correlato entre α y d_{84} / d_{50} utilizando 176 datos de ríos de grava, por lo que sostiene que el efecto de la clasificación granulométrica no es significativo en la rugosidad del lecho observada. Millar (1999) atribuye la amplificación del valor de α , sobre el hallado por Nikuradse, a la rugosidad de forma, incluyendo en ésta desde el efecto de la

protuberancia de la partícula hasta las formas de fondo de gran escala (secuencia de vados y pozas), pasando por la agrupación de partículas.

La variabilidad de α también podría atribuirse en algún grado al efecto de las desviaciones particulares que pueden darse en la relación entre z_0 y k_s o bien en el valor del coeficiente de turbulencia de Karman cuando se adopta el valor canónico de 0,407. Asimismo, es necesario tener presente el efecto que sobre el valor de α pudieran ejercer los datos cuya sumersión relativa sea reducida, motivado por el hecho de que en dichos casos es cuestionable la validez del perfil de distribución de velocidad logarítmico (véase § 2.6.2).

Van Rijn (1982) no halló influencia de la magnitud del transporte sólido de fondo sobre el valor de α al contrastar datos de laboratorio de lecho fijo y lecho móvil plano. Whiting y Dietrich (1990) tampoco detectaron influencia de la magnitud del transporte de fondo en α , al estudiar un río de lecho de grava fina, lo que según ellos implica que las partículas más grandes —estáticas o moviéndose a una velocidad mucho más reducida que la corriente— determinan la resistencia al flujo, y que la extracción de ímpetu por los granos en saltación es mucho menor. Los citados autores proponen un modelo conceptual de extracción de cantidad de movimiento del flujo circulante sobre lechos móviles de granulometría heterogénea en los que la fracción gruesa se mueve principalmente mediante rodamiento y donde la carga en suspensión es despreciable. En ese caso la superficie irregular del lecho conformada por las partículas de diferente tamaño y por las agrupaciones de partículas se proyecta más allá del contorno de la capa de transporte de fondo, delimitado dicho contorno por la envolvente de la trayectoria de las partículas que se mueven por saltación. Además, las partículas más gruesas en movimiento son transportadas a una velocidad muy inferior a la del flujo, por lo que la extracción de ímpetu es similar al caso de partículas estáticas, de tal modo que el proceso de resistencia al flujo no es distinguible del caso de lecho fijo.

No obstante, una serie de autores son conceptualmente críticos con la adopción de una determinada relación lineal entre k_s y un diámetro característico del sedimento ($k_s = \alpha \cdot d_i$) en lechos de grava modelados por el flujo, aun reconociendo su valía como aproximación empírica de interés práctico. Por ejemplo, Robert (1990) con datos de Hey y Thorne (1986) encontró que se produce un sistemático decrecimiento en el valor del índice de clasificación del sedimento (definido en este caso como $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$) cuando se incrementa la magnitud de d_{50} de la muestra; por lo que el uso de un único percentil bajo la hipótesis de que dicho índice se mantiene constante, no está justificada y la clasificación del material superficial del lecho puede tener una influencia significativa en la resistencia al flujo.

Robert (1990) señala también que se suele presuponer que la forma de las partículas es constante o que tiene poca influencia en la rugosidad de contorno. No obstante, es conocida la propensión mayoritaria en ríos de grava a que el eje menor de las partículas permanezca orientado verticalmente sobre el lecho, por lo que podría tener mayor influencia que el eje intermedio, mayoritariamente utilizado, en la caracterización de k_s . Con base en lo anterior diversos autores propugnan el uso del diámetro menor de las partículas para determinar k_s (p. ej. Limerinos, 1970; Charlton *et al.*, 1978; Wiberg y Smith, 1991). En sentido contrario, Bathurst (1982-a) considera que la relación entre el eje mayor y el intermedio de la partícula en lechos de grava es casi constante, con un valor de 1,5, y el cociente entre este último y el menor suele estar comprendido entre 1,5 y 3,0, por lo que el efecto de la forma y orientación de la partícula es limitado y, además, llama la atención sobre el hecho de que el error de muestreo es inferior para el eje intermedio que para el menor.

Recientemente, se han llevado a cabo investigaciones en lechos de gravas con el objeto de determinar k_s en función de un parámetro estadístico que describa el campo de elevaciones del lecho (p. ej. Nikora *et al.*, 1998; Aberle *et al.*, 1999-a; Smart *et al.*, 2002; Aberle y Smart, 2003). Lo anterior se justifica porque al ser una descripción directa de la topografía de detalle de la superficie —desde las formas de fondo de gran y pequeña escala hasta la disposición local de las partículas (microtopografía)— permite tener en cuenta todos los posibles factores que influyen en la rugosidad de lecho. Los resultados obtenidos hasta el momento ponen de manifiesto que la aproximación microtopográfica del lecho muestra una notable mayor capacidad predictiva que la fundamentada en percentiles granulométricos del sedimento. No obstante, con la tecnología actual y para la mayoría de los ríos de montaña no es viable ni técnicamente ni económicamente la obtención de topografías de detalle.

2.7.1.1.5 Análisis de las ecuaciones de tipo logarítmico propuestas en la bibliografía

De forma general, a efectos de ajuste de regresión, la ecuación (2.50) puede expresarse como

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = A_1 \log\left(\frac{y}{d_i}\right) + A_2 \quad (2.52)$$

denotando A_1 y A_2 los coeficientes de ajuste y d_i el diámetro de la partícula de sedimento para el que el $i\%$ es inferior.

En la tabla A-1 se muestra una recopilación bibliográfica de aquellas fórmulas que responden a la estructura de la ecuación (2.52), especificando para cada una el intervalo de variación de las variables más significativas de la base de datos experimental con la que fueron derivadas. Asimismo, se detalla si dicha base se obtuvo en ríos o en laboratorio, el número de datos que la constituyen y, además, se relacionan algunas particularidades experimentales. Las ecuaciones compiladas se han ordenado, además de cronológicamente, de acuerdo con el percentil granulométrico con el que se expresa la sumersión relativa del flujo.

Por otra parte, las ecuaciones incluidas en la tabla A-1 se han representado en las figuras (2.4), (2.5) y (2.6) agrupadas en función del percentil granulométrico (d_{50} , d_{84} y d_{90}). Con el propósito de que dichas figuras faciliten la comparación de las distintas ecuaciones éstas se han representado únicamente en el segmento de sumersión relativa del flujo correspondiente al intervalo de variación de su base experimental de ajuste y aplicación. Asimismo, se ha considerado que $R \cong y$, suposición razonable para la mayoría de los niveles que tienen lugar en ríos de grava o de montaña (véase § 1.1.2.1). Con fines comparativos —en conformidad con los criterios propuestos por Bathurst *et al.* (1981)— se considerarán diferentes escalas de sumersión relativa o rugosidad: si $y/d_{84} < 1,2$ el flujo se calificará como de baja sumersión o macrorrugoso; de transición si $1,2 \leq y/d_{84} \leq 4,0$ y de baja rugosidad si $y/d_{84} > 4,0$. Si se adoptan las siguientes equivalencias promedio en lechos de grava: $d_{84} \approx 2,0 - 2,3 \cdot d_{50}$ y $d_{90} \approx 1,2 \cdot d_{84}$, resulta para flujo de baja sumersión $y/d_{90} < 1,0$ o $y/d_{50} < 2,8$; de transición $1,0 \leq y/d_{90} \leq 3,5$ o $2,8 \leq y/d_{50} \leq 9,0$ y para flujo de baja rugosidad $y/d_{90} > 3,5$ o $y/d_{50} > 9,0$.

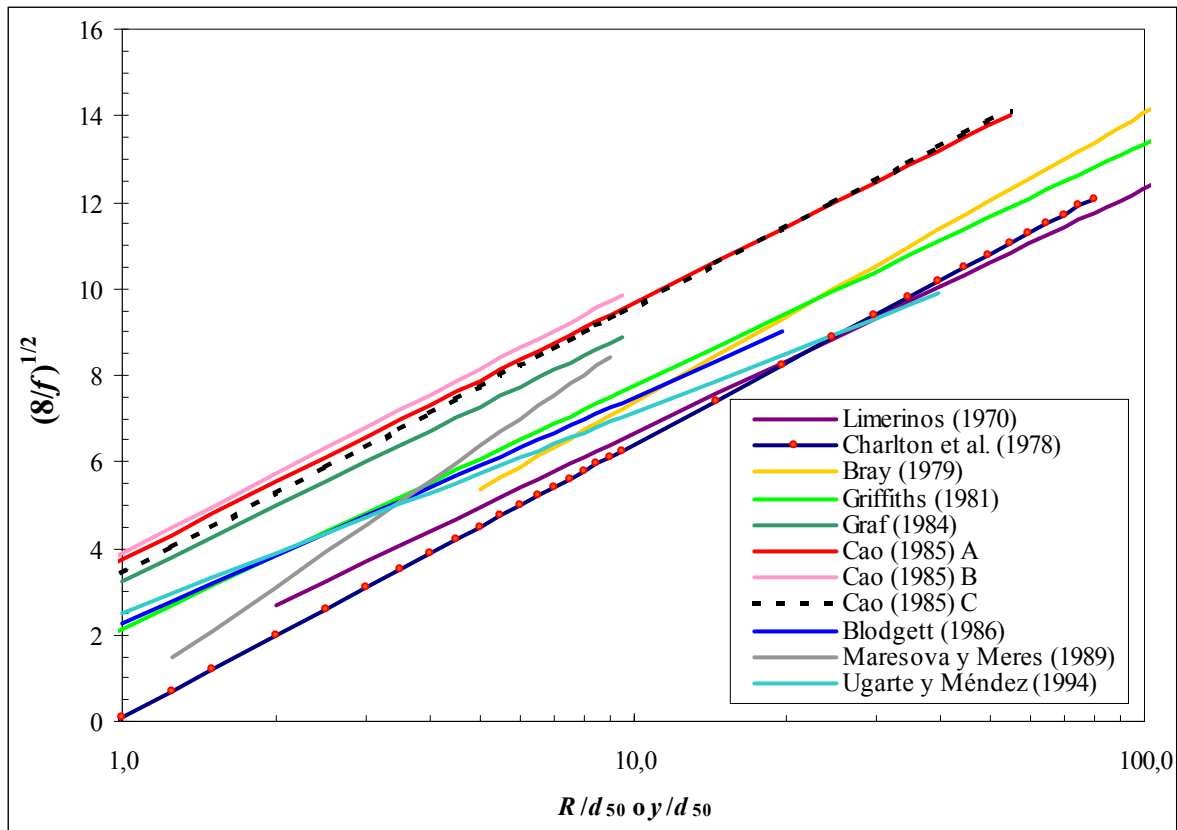


Figura 2.4. Comparación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.52) en función de d_{50} .

En la figura 2.4 a primera vista destaca la tendencia mayoritaria de las líneas representadas a mostrar una pendiente común en el rango correspondiente a un valor de A_1 (ecuación (2.52)) de 5,5-6,5. En ello hay que distinguir entre las ecuaciones que han sido ajustadas imponiendo un valor de A_1 de 5,7-5,8 (correspondiendo a un valor de $\kappa \approx 0,41-0,40$) y las que A_1 era un coeficiente de ajuste. Las dos ecuaciones que se apartan sensiblemente de la tendencia expuesta son la propuesta por Maresova y Mares (1989) —que cubre los rangos de transición y baja sumersión— y la ecuación derivada por Ugarte y Méndez (1994).

En segundo lugar cabe llamar la atención sobre las tres ecuaciones derivadas por Cao (1985) en canal de laboratorio. Como se desprende de la tabla A-1 la ecuación A integra datos de lecho fijo y móvil y de fondo plano y con formas de fondo de gran escala, mientras que la ecuación B únicamente integra datos en lecho fijo y plano y la C datos de lecho móvil, tanto plano como con formas de fondo. Dichas ecuaciones se agrupan en el extremo superior de la franja formada por las diferentes ecuaciones, lo que significa que pronostican menor resistencia al flujo que el resto. La causa estribaría en algunos de los motivos (relacionados en § 2.8) que explicarían la diferencia entre datos de campo y de laboratorio. Concretamente en este caso destaca el menor grado de clasificación de los sedimentos pero también el hecho de que la sumersión relativa se exprese en función de d_{50} , lo que según lo expuesto en § 2.7.1.10 incrementa la dispersión de los datos. Si se contrastan entre sí las tres ecuaciones derivadas por Cao (1985) en las escalas de rugosidad alta y de transición —aquellas para las que coinciden las tres— se aprecia que la diferencia de pronóstico es muy reducida en comparación con la de las demás ecuaciones. No obstante, se observa que la ecuación C pronostica mayor resistencia al flujo que la B, explicándose por el efecto del transporte sólido y por las formas de fondo. La ecuación A, que integra datos de lecho fijo y móvil, se encuentra en una posición intermedia respecto a la de las fórmulas B y C.

En el extremo opuesto a las ecuaciones de Cao (1985), especialmente para escalas de macrorrugosidad y de transición, se alinea la ecuación desarrollada por Charlton *et al.* (1978). Ello podría explicarse porque su base de ajuste —a diferencia del resto de ecuaciones— incluye datos recabados en ríos con vegetación significativamente densa e invasiva en los márgenes, lo incrementaría notablemente la pérdida de energía por fricción. Sin embargo, para escala de sumersión elevada existen otras ecuaciones (p. ej. la derivada por Limerinos (1970)) que predicen mayor resistencia al flujo. Como sea que el efecto de una mayor aspereza en las márgenes debe crecer con la sumersión, lo anterior parece restar validez a la explicación basada en el efecto de la vegetación. Consiguientemente, la causa podría ser un mayor efecto de las formas de fondo en los datos recabados por Charlton *et al.* (1978) respecto del resto, mayor cuanto menor es la sumersión relativa.

La posición intermedia viene representada por las ecuaciones de Bray (1979), Griffiths (1980) y Blodgett (1986). La fórmula promedio tendría un valor de A_2 (ecuación (2.52)) en torno a 2,20. Las tres ecuaciones citadas han sido obtenidas mediante el ajuste a una base de datos tomados en ríos de gravas.

El tamaño d_{84} es el que los diferentes autores han escogido con mayor frecuencia para ajustar las ecuaciones de tipo logarítmico debido a que generalmente se acepta que permite una mayor capacidad predictiva, según lo expuesto en § 2.7.1.10. Es por ello que en la figura 2.5 se hallan representadas hasta catorce de tales ecuaciones. Al igual que en el caso anterior, a primera vista cabe señalar la tendencia a converger a un valor de A_1 en torno a 5,0-6,0, en la mayoría de fórmulas resultado de imponer $\kappa \approx 0,41 - 0,40$ pero en otras (Ugarte y Méndez, 1994; Knighton, 1998; López y Barragán, 2003) al ajustarse en dicho intervalo. La excepción son las ecuaciones de Ferro y Giordano (1991) y Aberle y Smart (2003) que presentan en ambos casos pendientes superiores sensiblemente paralelas.

Destaca una densa franja intermedia de ecuaciones limitada superiormente por la ecuación de Bathurst (1985) e inferiormente por las ecuaciones de Leopold *et al.* (1964) y Hey (1979), cubriendo en los tres casos una amplia escala de sumersión relativa. El grosor de dicha franja viene representado por un rango de variación de A_2 entre 2,3 y 4,0 con un valor intermedio de 3,1, que coincide aproximadamente con la ecuación desarrollada por Limerinos (1970) y la ecuación (2.51).

Adviértase la tendencia de las ecuaciones ajustadas únicamente en el intervalo de sumersión intermedio y reducido (ecuaciones de Ferro y Giordano, 1991; García, 1996 B; Lee y Ferguson, 2002) a pronosticar mayor resistencia al flujo que el resto en dicha región. Por ejemplo, si tomamos las dos ecuaciones ajustadas por García (1986) —una para flujo macrorrugoso y parcialmente de transición y otra para flujo de baja escala de rugosidad— observamos que una línea que fuera asintótica a ambos extremos mediante un punto de inflexión representaría un comportamiento intermedio ajustado para cada escala de sumersión. Esta solución también es apuntada en Graf (1991), Kironoto y Graf (1994) y Song *et al.* (1994).

Las ecuaciones con pronósticos de menor resistencia al flujo son las derivadas con datos de laboratorio por Rice *et al.* (1998) y Papanicolaou y Maxwell (2000). La primera reproducía las condiciones de escollera y para la segunda se utilizaron sedimentos sensiblemente redondeados. Por el contrario, la ecuación que predice mayor pérdida energética por fricción es la ecuación de Ferro y Giordano (1991) también ajustada a datos de laboratorio pero en los

que se ubicaban partículas gruesas descollantes sobre una base de grava regular, lo que podría explicar dicha posición habida cuenta de la fuerza de arrastre complementaria motivada por la obstaculización provocada por los escollos.

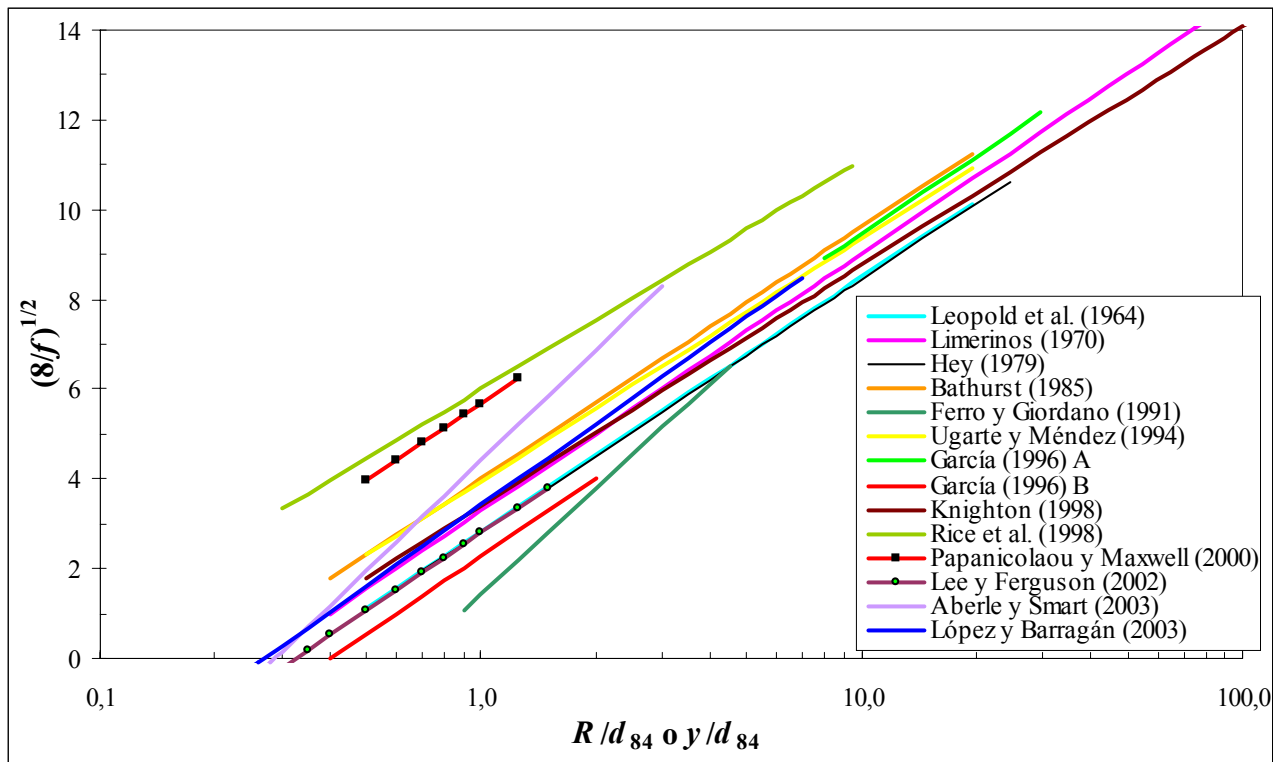


Figura 2.5. Comparación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.52) en función de d_{84} .

En la figura 2.6 se han representado las ecuaciones logarítmicas ajustadas al tomar d_{90} como percentil granulométrico. El número de ecuaciones recopiladas es inferior que en los otros dos casos, pese a que con dicho percentil se obtengan mejores ajustes. La ecuación derivada por Bray (1979) representa, igual que en el caso de la figura 2.4, una trayectoria promedio, y también en menor medida la ecuación A de Charlton *et al.* (1978). Ambas tienen un valor de A_1 cercano a 6,0 y el valor promedio de A_2 es de aproximadamente 3,0, aunque debe tenerse presente que —tal y como se ha observado en la figura 2.4— las ecuaciones derivadas por Charlton *et al.* (1978) caen en el extremo inferior (como también acontece en este caso con su ecuación B derivada en situación de nivel de aguas altas).

Las ecuaciones que pronostican menor pérdida energética son la derivadas por Kellerhals (1967) —seguramente porque infraestimó k_s al imponer $k_s = d_{90}$, pese a que ello suponía un buen ajuste a sus datos— y Maynard (1991). Esta última se obtuvo con datos de diferentes canales de laboratorio para cauces revestidos de escollera, lo que podría explicar su posición atendiendo a la menor resistencia de las superficies dispuestas artificialmente y formadas por partículas seleccionadas como enrocado que las que provocan las modeladas por el flujo. De nuevo, tal y como sucedía en la figura 2.6, la ecuación de Ferro y Giordano (1991) —ajustada para datos de laboratorio con obstaculización por escollos— predice mayor resistencia en la región de flujo macrorrugoso.

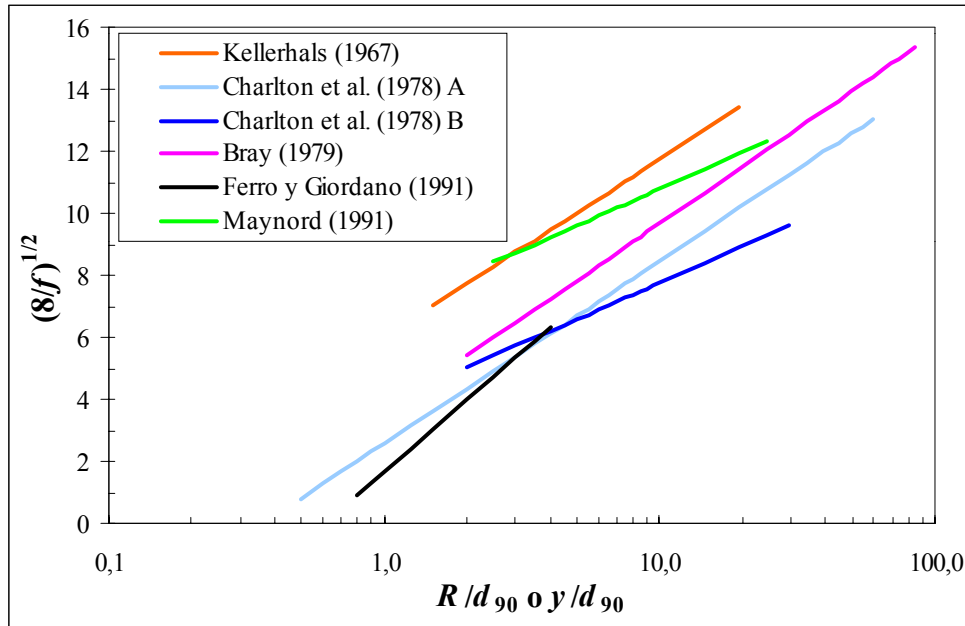


Figura 2.6. Comparación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.52) en función de d_{90} .

2.7.1.2 Modificaciones de la ley logarítmica para flujo macrorrugoso

2.7.1.2.1 Ecuación logarítmica completa

Si se considera que la ley logarítmica de distribución vertical de velocidad rige en toda la profundidad, para el caso de flujo macrorrugoso en el que z_o no sea despreciable frente a h pero todas las partículas resten sumergidas se tiene la ecuación (2.46) (véase § 2.7.1.1.1)

$$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{z_o + h}{h} \ln \left(\frac{z_o + h}{z_o} \right) - 1 \right) \quad (2.53)$$

Por otra parte, Smart (2002) define el radio hidráulico volumétrico (R_v) como el volumen de agua delimitado entre la superficie libre y la cresta de las partículas por unidad de área del lecho. Tal definición de radio hidráulico es una propuesta alternativa al radio hidráulico convencional definido en función del perímetro mojado, debido a lo intrincado de la línea que define dicho perímetro en lechos de sedimento grueso e incluso a su falta de continuidad si existen escollos emergentes.

Cuando las partículas se encuentran plenamente sumergidas por el flujo R_v es equivalente al concepto de calado medio del flujo ($y = A/T$) si al calcular el área mojada no se contabiliza la superficie invadida por los elementos más descollantes. A la hora de aplicar la ecuación (2.52) para flujos con sumersiones relativas reducidas debe tenerse presente que h ya no es equiparable al calado y o a R_v (figura 2.3). Dado que en la práctica es preferible trabajar con alguna de estas dos últimas variables puede sustituirse en la ecuación (2.53) h por $R_v - z_o$

$$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \left(\left(\frac{R_v}{R_v - z_o} \right) \ln \left(\frac{R_v}{z_o} \right) - 1 \right) \quad (2.54)$$

y para el caso de que las partículas permanezcan plenamente sumergidas puede intercambiarse R_v por y , obteniendo

$$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \left(\left(\frac{y}{y - z_o} \right) \ln \left(\frac{y}{z_o} \right) - 1 \right) \quad (2.55)$$

En rigor, puede entenderse que la fórmula de tipo logarítmico en sentido estricto es la ecuación (2.46) y no la ecuación (2.47), puesto que esta última es un caso particular derivado al despreciar el valor de z_o respecto del de $h+z_o$. Si se impone que $z_o \propto d_i$ —a través del concepto de aspereza equivalente (k_s)— y además que κ sea variable, con carácter general y afectos de ajuste por regresión, la ecuación (2.53) puede expresarse como

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = B_1 \left(\left(\frac{y}{y - B_2 d_i} \right) \ln \left(\frac{(1/B_2)y}{d_i} \right) - 1 \right) \quad (2.56)$$

denotando B_1 y B_2 los coeficientes de ajuste y d_i el diámetro de la partícula de sedimento para el que el $i\%$ es inferior.

2.7.1.2.2 Ecuación de Thompson y Campbell (1979)

De acuerdo con Sachs (1972) en ensayos en túneles de viento de flujo de aire en torno a edificios se ha observado que acontece un efecto de bloqueo que provoca que el coeficiente de arrastre de un modelo de área frontal A_1 en un túnel rígido cerrado de sección A_2 excede al coeficiente del prototipo según la relación

$$\left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right)^{-2} \quad (2.57)$$

Se ha observado que para flujo en lámina libre y macrorrugoso el efecto de bloqueo también tiene lugar. Thompson y Campbell (1979), basándose en experimentos de O'Loughlin y McDonald (1964) realizados en un canal de laboratorio en condiciones macrorrugosas con un lecho formado por cubos de igual tamaño dispuestos en filas transversales que se hallaban decaladas entre secciones, proponen una expresión para A_1/A_2 . La separación transversal entre los citados cubos de la misma hilera era de $4D$, donde D es la altura de cada cubo, mientras que si se consideran dos filas adyacentes entonces el decalaje de los elementos reduce la separación transversal a $2D$. Thompson y Campbell consideran una separación efectiva de $3D$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{D^2}{3DR} \quad (2.58)$$

Como sea que O'Loughlin y McDonald (1964) hallaron que $k_s/D = 3,3$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{0,1 \cdot k_s}{R} \quad (2.59)$$

Luego sustituyendo en la ecuación (2.57) queda

$$\left(1 - \frac{0,1k_s}{R}\right)^{-2} \quad (2.60)$$

Thompson y Campbell (1979) proponen modificar la ecuación (2.48) para que pueda ser aplicada a flujos de sumersión reducida —cuando el calado o radio hidráulico es del orden de la aspereza equivalente— ya que el factor de fricción f es superior al que dicha ecuación predice por lo que proponen multiplicarla por

$$\left(1 - \frac{0,1k_s}{R}\right) \quad (2.61)$$

Consiguientemente, queda

$$\frac{v}{v_*} = \frac{2,303}{\kappa} \log\left(\frac{12R}{k_s}\right) \left(1 - \frac{0,1k_s}{R}\right) \quad (2.62)$$

De forma general y afectos de ajuste de regresión, la ecuación (2.62) puede expresarse como

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = C_1 \log\left(\frac{12y}{C_2 d_i}\right) \left(1 - \frac{0,1C_2 d_i}{y}\right) \quad (2.63)$$

denotando C_1 y C_2 los coeficientes de ajuste y d_i el diámetro de la partícula de sedimento para el que el $i\%$ es inferior.

En la tabla A1 se han recopilado de la bibliografía las fórmulas ajustadas según la ecuación (2.63). Las ajustadas por Thompson y Campbell (1979) y Samora (1993) difieren sustancialmente en el valor de C_2 , puesto que la primera equivale a un valor de k_s que es más del doble que la segunda, por lo que esta última pronostica una menor resistencia al flujo, como queda patente en la figura 2.7. Por otro lado, las ecuaciones de Lee y Ferguson (2002) y López y Barragán (2003) son muy similares como puede apreciarse en la figura 2.8. Este tipo de ecuaciones diverge de las de tipo logarítmico en la zona de flujo macrorrugoso, mientras que para sumersiones elevadas ambas convergen apreciablemente.

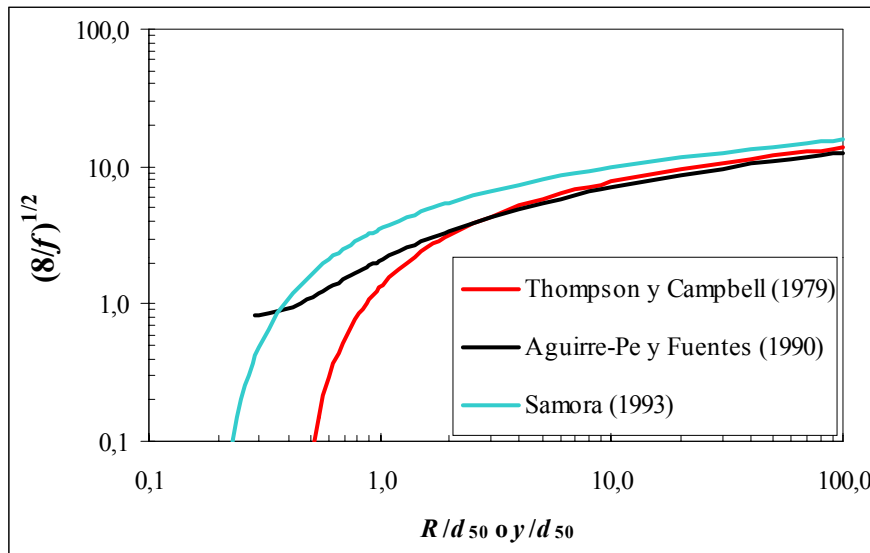


Figura 2.7. Comparación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.63) y (2.67) definidas en función de d_{50} .

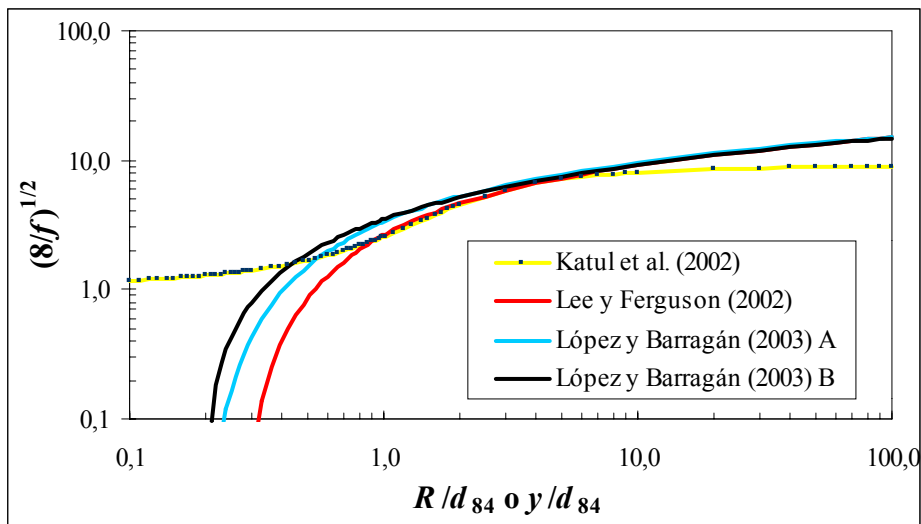


Figura 2.8. Comparación de fórmulas ajustadas según las ecuaciones (2.63), (2.67) y (2.80) definidas en función de d_{84} .

2.7.1.2.3 Ecuación de Aguirre-Pe y Fuentes (1990)

Aguirre-Pe y Fuentes (1990) consideran que en flujo sobre sedimento granular de grueso calibre la velocidad en las proximidades de la superficie de las partículas no sigue una ley logarítmica con la profundidad si la sumersión relativa es reducida. La ley de distribución alternativa que proponen dichos autores consta de dos zonas.

La primera, limítrofe con el nivel de cresta de las partículas y conteniendo las estelas generadas por éstas, se considera de velocidad constante en la dirección del flujo (figura 2.9). El espesor de esta primera zona se supone que varía linealmente con el diámetro característico (d) de las partículas del contorno, es decir βd , donde β es el denominado factor de estela. En la segunda zona, localizada sobre la primera, la distribución de velocidad sigue una ley

logarítmica. El flujo en la zona inferior al nivel determinado por la cresta de las partículas se desprecia. La velocidad media del flujo se puede obtener entonces como

$$v = \frac{u_1 \beta \cdot d}{h} + \frac{1}{h} \int_{\beta \cdot d}^d \left(\frac{v_*}{\kappa} \ln \frac{z}{\alpha \cdot d} + B \right) dz \quad (2.64)$$

$$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{h}{\alpha d} + B - \frac{1}{\kappa} + \frac{\beta \cdot d}{\kappa \cdot h} + \frac{\beta \cdot d}{h} \left(\frac{u_1}{v_*} - \frac{1}{\kappa} \ln \frac{\beta \cdot d}{\alpha \cdot d} - B \right) \quad (2.65)$$

Para $z = \beta \cdot d$ se cumple que $u = u_1$, luego

$$\frac{v}{v_*} = \frac{2,303}{\kappa} \log \frac{h}{\alpha \cdot d} + B - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \frac{\beta \cdot d}{h} \quad (2.66)$$

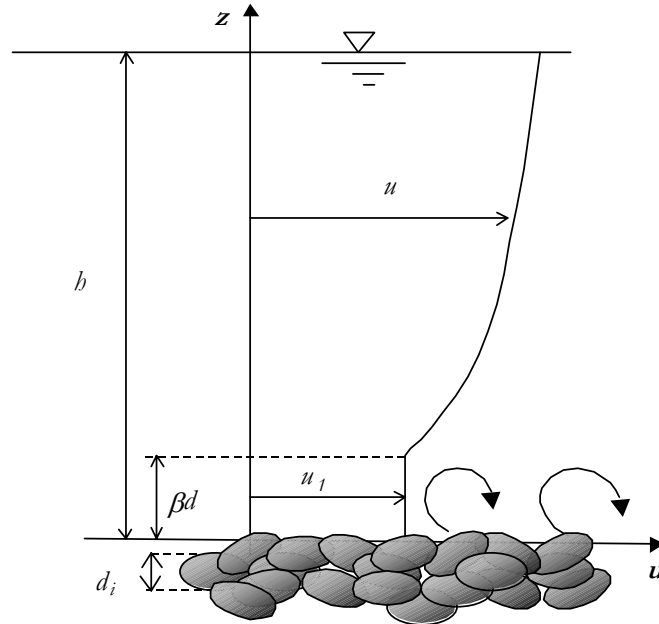


Figura 2.9. Distribución de la velocidad con la profundidad. Ley de Aguirre-Pe y Fuentes (1990).

A efectos de ajuste de regresión, la ecuación (2.66) puede expresarse como

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = D_1 \log \left(\frac{y}{d_i} \right) + D_2 + D_3 \frac{d_i}{y} \quad (2.67)$$

denotando D_1 , D_2 y D_3 los coeficientes de ajuste y d_i el diámetro de la partícula de sedimento para el que el $i\%$ es inferior.

Aguirre-Pe y Fuentes (1990) calibraron la ecuación (2.66) con un conjunto integrado por 237 datos tomado en ríos con lecho de grava, canto y bolo. Los tramos experimentales eran de alineación recta y ancho constante, con poca presencia o ausencia de vegetación en el perímetro mojado y sin movimiento de las partículas del lecho. La pendiente del cauce en

dicho conjunto variaba entre 0,001% y 6,6% y la sumersión relativa (y/d_{50}) entre 0,3 y 77. La ecuación obtenida es

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{2,303}{0,41} \log \frac{y}{6,8 \cdot d_{50}} + 8,5 - \frac{1}{0,41} + \frac{1}{0,41} \frac{0,3 \cdot d_{50}}{y} \quad (2.68)$$

que simplificando resulta

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,66 \log \left(\frac{y}{d_{50}} \right) + 1,33 + 0,74 \left(\frac{d_{50}}{y} \right) \quad (2.69)$$

Por otra parte, López y Barragán (2003) ajustaron la ecuación (2.66) a 145 datos de ríos de montaña de lecho de material grueso, con pendiente superior al 1% y y/d_{84} variando entre 0,2 y 7. La fórmula obtenida es

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,76 \log \frac{R}{d_{84}} + 3,35 + 0,137 \frac{d_{84}}{R} \quad (2.70)$$

En las figuras 2.7 y 2.8 se han representado, respectivamente, las ecuaciones (2.69) y (2.70).

2.7.1.3 Ecuación potencial

2.7.1.3.1 Formulación

Existen familias de funciones que son equivalentes a la logarítmica. En efecto, la distribución vertical de velocidad logarítmica puede aproximarse a una función de tipo potencial, principalmente en la zona de solape entre la región interna y externa (Chen, 1991, 1992). La ecuación potencial de distribución de velocidad con la coordenada de profundidad z es

$$\frac{u}{v_*} = a \left(\frac{z}{z_o} \right)^m \quad (2.71)$$

siendo z_o la longitud de fricción hidráulica del contorno sólido y a y m dos coeficientes. Integrando la ecuación anterior en la vertical z , imponiendo que $z_o \propto k_s$ y suponiendo flujo bidimensional, resulta

$$\frac{v}{v_*} = A \left(\frac{y}{k_s} \right)^B \quad (2.72)$$

que es la equivalente potencial de la ecuación (2.48). Si además, se impone que $k_s \propto d_i$, puede escribirse

$$\frac{v}{v_*} = E_1 \left(\frac{y}{d_i} \right)^{E_2} \quad (2.73)$$

denotando E_1 y E_2 los coeficientes de ajuste y d_i el diámetro de la partícula de sedimento para el que el $i\%$ es inferior.

2.7.1.3.2 Análisis de las ecuaciones de tipo potencial propuestas en la bibliografía

En la tabla A-3 se incluye una relación de fórmulas compiladas de la bibliografía que siguen la estructura de la ecuación (2.73) y en las figuras (2.10), (2.11) y (2.12) se han representado agrupadas según el percentil granulométrico mediante el que se expresa la sumersión relativa del flujo. La información suministrada en dicha tabla y las condiciones de representación gráfica son análogas a las de las ecuaciones de tipo logarítmico ya expuestas.

Cabe llamar la atención sobre el hecho de que algunas de las ecuaciones incluidas en la tabla A-3 coinciden en que el valor de la potencia (E_2) es igual a $1/6$. Lo anterior se explica porque dichas ecuaciones se ajustaron originalmente tomando como variable dependiente el coeficiente n de Manning y no el factor de fricción (f) de Darcy-Weisbach. Strickler (1923) estableció de forma semiempírica que $n \propto d_i^{1/6}$, por lo que dada la relación entre n y f (véase ecuación (2.11) en § 2.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{R^{1/6}}{n\sqrt{g}} \quad (2.74)$$

las ecuaciones del coeficiente n ajustadas según la anterior proporcionalidad se expresan en función de f como

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{1}{a\sqrt{g}} \left(\frac{R}{d_i} \right)^{1/6} \quad (2.75)$$

siendo a el coeficiente de proporcionalidad entre n y $d_i^{1/6}$. Conviene reparar en que, al no ser lineal la relación entre n y f , las ecuaciones de regresión seleccionadas según el mejor ajuste estadístico de los datos a n no representan el mejor para f . Preferiblemente, los mismos datos deberían reanalizarse para obtener el mejor ajuste para f de Darcy-Weisbach.

En la figura 2.10 se aprecia que las fórmulas con un valor de E_2 de $1/6$ —ecuaciones de Strickler (1923) y Anderson *et al.* (1970)— pronostican una resistencia al flujo para la escala de rugosidad elevada muy inferior al resto. De forma similar a lo que sucede con las fórmulas de tipo logarítmico, también es la ecuación de Charlton *et al.* (1978) —que incluye datos con secuencia vado-pozas y vegetación densa en las márgenes— la que predice mayor pérdida energética en las regiones de macrorrugosidad y de transición, mientras que en el rango de alta sumersión sus pronósticos son equiparables al resto de fórmulas. Lo anterior corroboraría la explicación basada en un mayor efecto de las formas de fondo de gran escala —efecto que es más acusado para baja sumersión— y restaría relevancia al efecto de la vegetación existente en las márgenes, puesto que éste debería manifestarse con mayor intensidad para sumersiones elevadas.

Por otro lado, las ecuaciones de Bray (1979) y Griffiths (1980) —de trayectorias homologables— representan una posición intermedia entre las anteriores. De la comparación de las fórmulas derivadas por Cao (1985) a partir de datos de laboratorio se desprende que la

ecuación ajustada en condiciones de lecho móvil, plano y con formas de fondo, pronostica mayor resistencia al flujo que la ajustada para lecho fijo, aunque en el rango macrorrugoso ambas convergen sensiblemente.

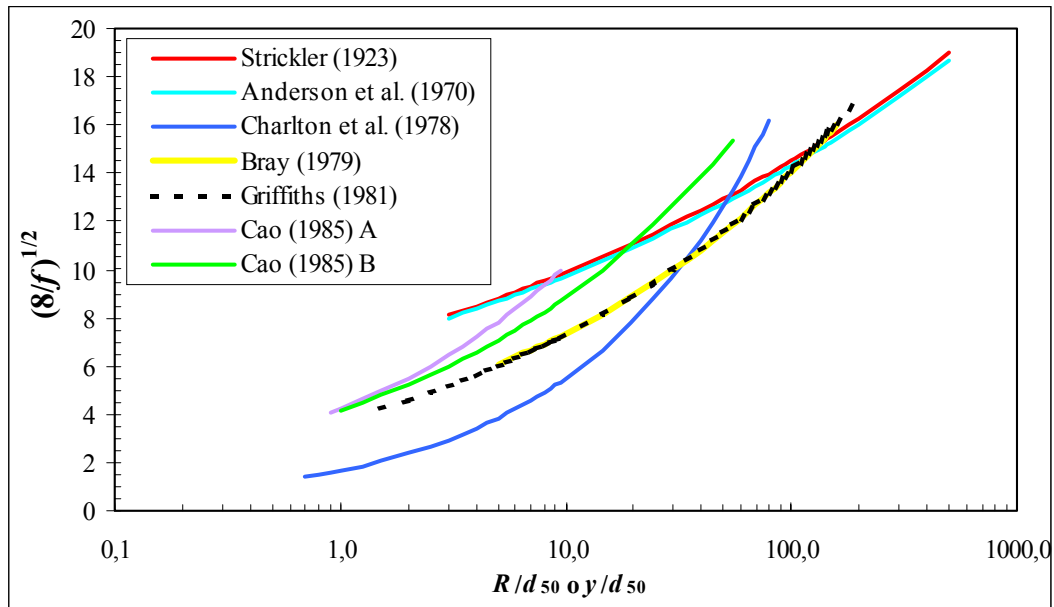


Figura 2.10. Comparación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.73) en función de d_{50} .

En la figura 2.11 destaca un haz intermedio de fórmulas con un valor de E_2 que varía entre 0,5 y 0,6, integrado por las ecuaciones A de Bathurst (2002), Smart (2002) y López y Barragán (2003). Por otra parte, se tienen dos ecuaciones con valores de E_2 muy superiores —la derivada por Lee y Ferguson (2002), casi parabólica (E_2 igual a 1,8), y la ecuación B de Bathurst (2002), casi una recta (E_2 igual a 0,93)— que pronostican mayor resistencia en la región macrorrugosa pero inferior en las zonas de transición y alta sumersión (por encima de aproximadamente $y/d_{84} > 1,0$).

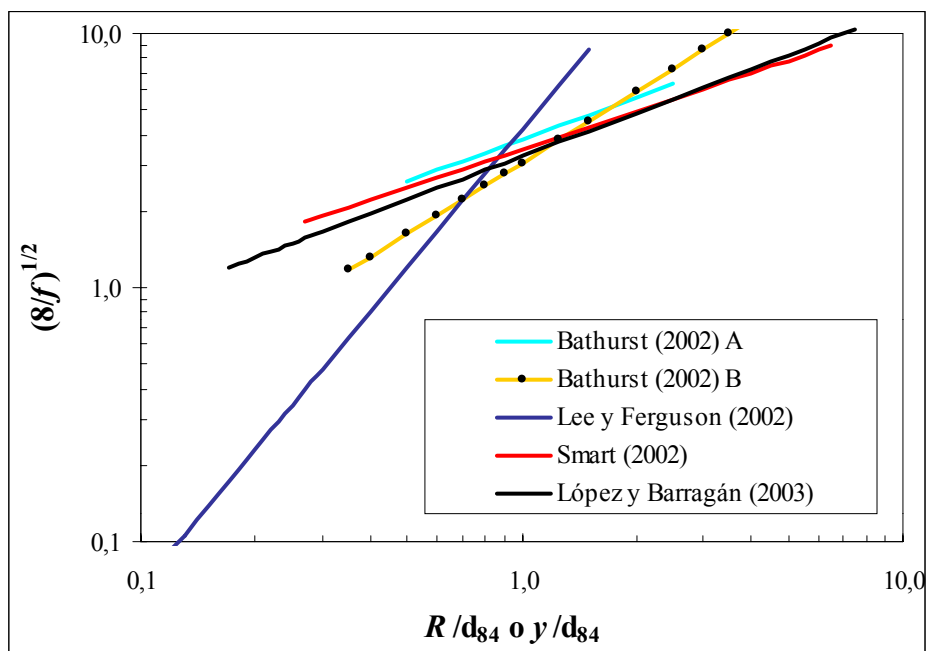


Figura 2.11. Comparación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.73) en función de d_{84} .

La figura 2.12 conviene analizarse de modo dicotómico. Por un lado, la comparación de las ecuaciones que constituyen la familia de curvas con valor de E_2 igual a $1/6$ — ecuaciones de Meyer-Peter y Müller (1948), Bruschin (1982) y Ho y Huang (1992) —y, por otro, el resto. Téngase en cuenta que el primer tipo de fórmulas citado se han ajustado originalmente tomando como variable dependiente al coeficiente n de Manning, por lo que al ser expresadas en función de f no se mantiene la misma capacidad predictiva. El contraste entre las ecuaciones de Bruschin (1982) y de Ho y Huang (1992) pone de manifiesto que cuanto menor es la escala de rugosidad de los datos de ajuste de las fórmulas mayor es la resistencia al flujo que pronostica. Por otro lado, la ecuación de Meyer-Peter (1948), de amplio uso en la práctica, debería reservarse para su aplicación en escalas reducidas de rugosidad, puesto que de lo contrario predice poca pérdida energética.

Por otro lado, se tienen las ecuaciones derivadas por Charlton *et al* (1978) mediante las cuales puede analizarse el efecto que tiene en el ajuste de las fórmulas la escala de rugosidad de los datos de regresión. Se observa que el valor de E_1 crece con la sumersión relativa de la base de ajuste, mientras que E_2 disminuye. De nuevo las ecuaciones de Charlton *et al.* (1978) representan el extremo inferior del conjunto de curvas, es decir, las que pronostican mayor pérdida energética. La ecuación de Bray (1979) al igual que en el caso de la versión logarítmica sigue una trayectoria intermedia.

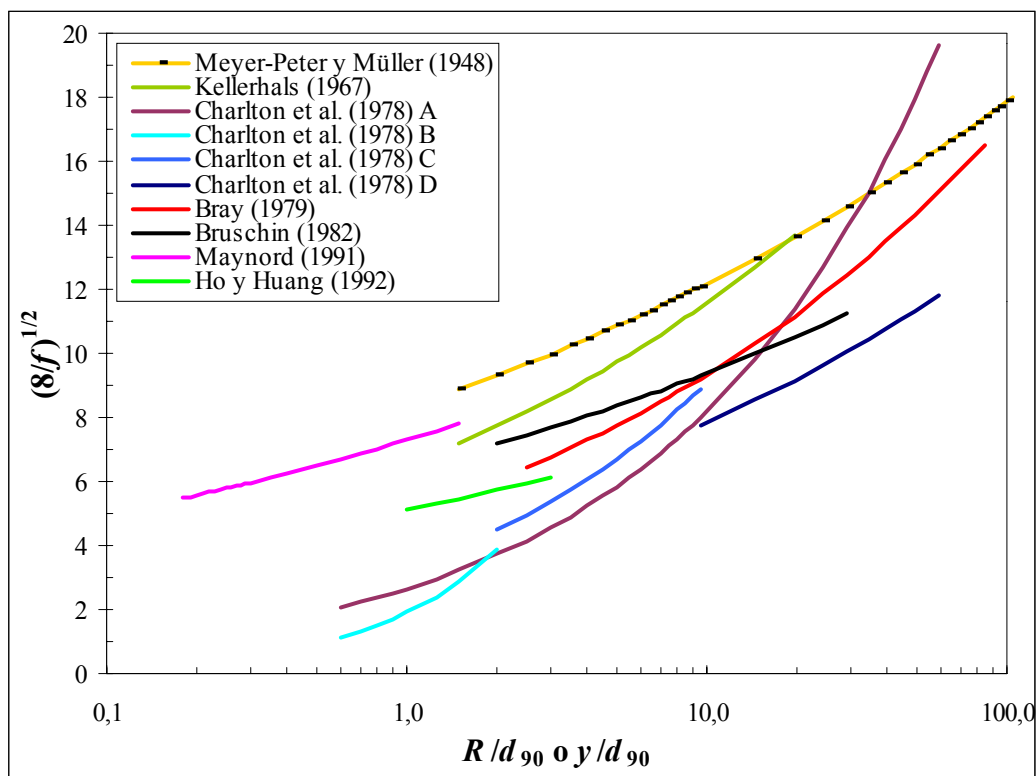


Figura 2.12. Comparación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.73) en función de d_{90} .

2.7.1.4 Ecuación de ley tangente hiperbólica. Ecuación de Katul *et al.* (2002)

A partir de la constatación de que en flujos de sumersión reducida la distribución vertical de velocidad se aparta sensiblemente de la ley logarítmica e incorporando avances recientes en el conocimiento de la turbulencia atmosférica sobre cubierta vegetal, Katul *et al.* (2002) proponen una distribución de dos zonas separadas por un punto de inflexión: una primera que

corresponde al flujo que discurre bajo el nivel de cresta de las partículas de diámetro característico d , de velocidad reducida y más homogénea, y una segunda situada sobre la anterior y con una velocidad superior (figura 2.13).

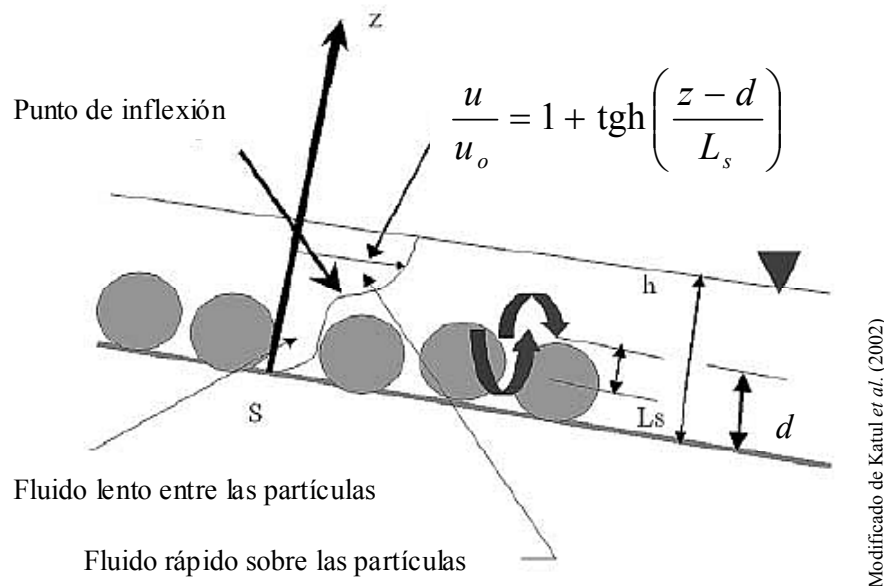


Figura 2.13 Distribución vertical de velocidad de la ley tangente hiperbólica.

Los citados autores proponen un perfil vertical de velocidad que reproduzca dicho punto de inflexión descrito de forma aproximada mediante la ecuación

$$\frac{u}{u_o} = 1 + \operatorname{tgh}\left(\frac{z-d}{L_s}\right) \quad (2.76)$$

donde u es la velocidad en un punto de cota z sobre el lecho, d es la altura de los elementos de rugosidad, u_o es la velocidad de referencia para $z=d$ y L_s es un tamaño característico de los remolinos de turbulencia (p.ej. el trayecto de mezcla). Como resultado de experiencias de flujo atmosférico sobre vegetación y túneles de viento se ha propuesto $L_s = \alpha \cdot d$, donde α es un coeficiente de proporcionalidad. Si la ecuación (2.76) se integra para flujo bidimensional a fin de obtener la velocidad media

$$\frac{v}{u_o} = \frac{1}{h} \int_0^h \left(1 + \operatorname{tgh}\left(\frac{z-d}{\alpha d}\right)\right) dz = 1 + \frac{\alpha \cdot d}{h} \ln \left(\frac{\cosh\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{h}{\alpha \cdot d}\right)}{\cosh(1/\alpha)} \right) \quad (2.77)$$

Suponiendo $h = y$ y $u_o = C_u v_*$, donde C_u es un coeficiente de similitud, y adoptando la medida habitual en ríos de material grueso de tomar $d = d_{84}$ se tiene

$$\frac{v}{v_*} = C_u \left(1 + \frac{2,303 \cdot \alpha \cdot d_{84}}{y} \log \left(\frac{\cosh \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{y}{\alpha \cdot d_{84}} \right)}{\cosh(1/\alpha)} \right) \right) \quad (2.78)$$

Según Katul *et al.* (2002) si se impone $d = d_{84}$, C_u toma valores aproximadamente entre 5 y 7 para flujos de alta sumersión y valores inferiores para flujo macrorrugoso, mientras que $\alpha \leq \approx 1,0$. Cuando $\alpha \gg 1,0$, lo que podría suceder con transporte sólido de fondo intenso, la distribución de velocidad propuesta podría no ser válida. Como primera aproximación para su aplicación a flujos de baja sumersión en ríos de grava recomiendan $C_u = 4,5$ y —al aceptar que la magnitud de los remolinos sea del orden del tamaño del diámetro característico— $\alpha = 1,0$. Con arreglo a ello la ecuación (2.78) resulta

$$\frac{v}{v_*} = 4,5 \left(1 + \frac{2,303 d_{84}}{y} \log \left(0,648 \cdot \cosh \left(1 - \frac{y}{d_{84}} \right) \right) \right) \quad (2.79)$$

El análisis gráfico del ajuste de la ecuación (2.79) a un conjunto de 100 datos de ríos y canales de laboratorio con sumersión reducida —tomados de Hey (1979), Bathurst *et al.* (1981), Bathurst (1985-a) y Colosimo *et al.* (1988)— lleva a considerar a los citados autores que el modelo da resultados satisfactorios para sumersiones (R/d_{84}) comprendidas aproximadamente entre 0,2 y 7,0.

La ecuación (2.79) se ha representado en la figura 2.8, caracterizándose por una trayectoria con un punto de inflexión coincidente aproximadamente con el límite entre la zona macrorrugosa y la de transición. Tal inflexión obedece al perfil de distribución vertical de velocidad adoptado. Asimismo, cabe destacar la gran diferencia en el pronóstico de la resistencia al flujo con las otras ecuaciones representadas en la figura 2.8 fuera del intervalo $0,3 < y/d_{84} < 10$, debido a la trayectoria asintótica que sigue la ecuación (2.78) en el exterior del rango referido.

De forma general, a efectos de ajuste de regresión, la ecuación (2.77) puede escribirse como

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = F_1 \cdot \left(1 + \frac{F_2 d_i}{y} \ln \left(\frac{\cosh \left(\frac{1}{F_2} - \frac{y}{F_2 d_i} \right)}{\cosh(1/F_2)} \right) \right) \quad (2.80)$$

denotando F_1 y F_2 los coeficientes de ajuste y d_i el diámetro de la partícula de sedimento para el que el $i\%$ es inferior.

2.7.1.5 Ecuación de tipo lineal

Lawrence (1997) en el estudio de flujo macrorrugoso de escorrentía superficial distingue entre tres tipos de regímenes en función del grado de sumersión de las partículas. En el segundo tipo definido los elementos de rugosidad se encuentran plenamente sumergidos pero la

distorsión provocada por su presencia afecta a toda la vertical del flujo. En dicho tipo de régimen Lawrence considera que el trayecto de mezcla es proporcional a la longitud característica de aspereza para flujo superficial, es decir: $l \propto \kappa \cdot k_s$. Por consiguiente, establece

$$f \approx 10 \left(\frac{k_s}{y} \right)^2 \quad (2.81)$$

Por otra parte, Nikora *et al.* (2001) basándose en un análisis espacialmente promediado del campo de flujo concluyeron que para escurrimientos en los que la profundidad sea del orden del nivel de cresta de las partículas ($y/d_{84} \approx < 5$) puede establecerse que

$$f \propto \left(\frac{\delta}{y} \right)^2 \quad (2.82)$$

designando δ la altura de la subcapa de rugosidad (véase § 2.6.2) para flujo hidráulicamente rugoso. La justificación de dicha relación radica en que el flujo sobre las partículas se encuentra acusadamente influido por los remolinos de escala δ generados en la estela de las partículas. En virtud de la ecuación (2.82) proponen

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = C \cdot m \left(\frac{y}{\delta} \right) \quad (2.83)$$

denotando m un parámetro dependiente de la geometría de rugosidad (como primera aproximación puede considerarse constante: $m \approx 0,6$) y C un parámetro relacionado con la distribución de velocidad. Aceptando que $\delta \approx d_{84} \approx d_{90}$ Nikora *et al.* (2001) contrastaron la ecuación (2.83) con datos de flujo macrorrugoso de varios autores encontrado que C variaba entre 3 y 7. Si se toma el valor intermedio del anterior intervalo resulta

$$\sqrt{\frac{8}{f}} \approx 3,0 \left(\frac{y}{d_{84}} \right) \quad (2.84)$$

De forma general, a efectos de ajuste de regresión, la ecuación (2.84) puede escribirse como

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = G_1 \left(\frac{y}{d_i} \right) \quad (2.85)$$

denotando G_1 el coeficientes de ajuste y d_i el diámetro de la partícula de sedimento para el que el $i\%$ es inferior.

2.7.1.6 Ecuación de concentración de rugosidad. Ecuación de Bathurst (1978, 1982-b)

La importancia del efecto de la geometría con la que se encuentran distribuidos los elementos de rugosidad y de la geometría del cauce sobre la resistencia al flujo fue puesta de manifiesto por las investigaciones realizadas durante la década de los años sesenta del pasado siglo en el laboratorio de la Universidad del Estado de Utah por Judd y Peterson (1969). Basándose,

asimismo, en observaciones en ríos los citados autores mantienen que la resistencia (expresada como $\sqrt{8/f}$) es una función exponencial de la forma de la sección transversal —caracterizada por el índice T/y —, la distribución espacial de la rugosidad (Λ) y la sumersión relativa

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \mathfrak{R}(\Lambda) \left(\frac{T}{y}\right)^{7(\Lambda-0,08)} \left(\frac{y}{d_{50}}\right)^{1/3} \quad (2.86)$$

Aunque la función $\mathfrak{R}(\Lambda)$ se encontraba poco definida en el estudio original, Bathurst (1978) encontró empíricamente que Λ y sus efectos sobre la resistencia varían con la sumersión relativa y propone con fines prácticos que

$$\Lambda = 0,039 - 0,139 \log\left(\frac{R}{d_{84}}\right) \quad (2.87)$$

por lo que para $R/d_{84} < 1,2$ propone la ecuación

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \left(\frac{R}{0,365d_{84}}\right)^{2,34} \left(\frac{T}{y}\right)^{7(\Lambda-0,08)} \quad (2.88)$$

Las ecuaciones (2.87) y (2.88) se obtuvieron con nueve datos de tres tramos de un río de bolos británico, en condiciones de flujo casi uniforme y subcrítico, en ausencia de pozas y sin vegetación en el cauce. El rango experimental era: $0,0081 \leq S \leq 0,0174$; $0,37 \leq R/d_{84} \leq 1,32$ y $0,280 \leq d_{84}(\text{m}) \leq 0,485$. Posteriormente para $R/d_{84} > 1,2$ Bathurst (1982-b) propuso

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \left(1,842 \frac{T}{d_{84}} \log \frac{R}{1,2d_{84}} + 14,66\right) \cdot \left(\frac{T}{y}\right)^{7(\Lambda-0,08)} \quad (2.89)$$

2.7.1.7 Ecuaciones que introducen modificaciones basadas en la pendiente del cauce (S)

2.7.1.7.1 Efecto de la pendiente longitudinal del cauce en la resistencia al flujo

Diversos autores han propuesto ecuaciones para la determinación del factor de fricción en las que aparece la pendiente del cauce (S) como variable independiente, en general, basadas en la corrección de la ecuación logarítmica o potencial. En lo que sigue se exponen los argumentos a favor de la incorporación de S como variable de regresión y los hallazgos experimentales que lo corroborarían.

Un primer grupo de autores que ha experimentado con canales de fuerte pendiente y lecho móvil propugnan la introducción de la pendiente del cauce (S) como variable correctora de ecuaciones logarítmicas o potenciales al objeto de mejorar la capacidad de predicción de éstas en torrentes y ríos de montaña de fuerte pendiente.

Según Meunier (1989, 1990) el análisis de las fórmulas de régimen uniforme en el dominio de torrentes constata que la pendiente no juega el mismo papel que en la hidráulica clásica, es

decir, la pendiente no se encuentra elevada a una potencia de 0,5 (como en las ecuaciones de Chezy, Manning y Darcy-Weisbach), sino a un valor inferior. Una razón plausible para el citado autor es la presencia de transporte sólido de elevada intensidad.

Smart y Jaeggi (1983) y Rickenmann (1990) encontraron que la aplicación de la fórmula logarítmica sobreestimaba el valor de la velocidad (infraestimaba la resistencia al flujo) en datos con valores reducidos de sumersión, pendientes elevadas y lecho móvil de grava. Introdujeron, por tanto, un factor de corrección que reduce la pendiente de la línea de energía disponible, con el fin de tener en cuenta la resistencia adicional debida al transporte de las partículas.

Un segundo conjunto de autores halló para ríos de montaña una buena correlación entre el coeficiente n de Manning y la pendiente del cauce, pese a que las condiciones experimentales obedecían en su mayor parte a situaciones sin transporte de fondo, a diferencia de lo que sostenía el primer grupo. Golubtsov (1969) para ríos de montaña del Asia central soviética obtuvo una buena correlación entre S y n para pendientes superiores al 0,4%, mientras que la correlación era débil si S era inferior a 0,1%. Jarrett (1984) encuentra para ríos de montaña en EUA que n se reduce con la profundidad del flujo pero aumenta con S . Según dicho autor la relación detectada entre resistencia al flujo y pendiente se debe, en parte, a la relación existente entre pendiente y tamaño del sedimento, puesto que a medida que se reduce la pendiente se observa un decrecimiento del tamaño medio del sedimento (§ 1.1.2.2). Incluso encuentra que la correlación entre S y n es más elevada que entre d_{84} y n .

Según Maresova y Mares (1989) el incremento en el factor de fricción con la pendiente del cauce, permaneciendo el resto de variables constantes, se debe al hecho de que cuando el flujo discurre sobre los elementos más descollantes se produce localmente flujo en régimen supercrítico y, posteriormente, en la estela de los mismos un cambio de régimen con el subsecuente resalto hidráulico y pérdida energética. Asimismo, las ondas superficiales generadas por la perturbación de la lámina de agua al rebasar la corriente los elementos más descollantes también incrementan la pérdida energética. Consiguientemente, ambos tipos de pérdidas se intensifican con la pendiente.

Otros investigadores (Abt, 1988; Rice *et al.*, 1998) han hallado también para canales de laboratorio de elevada pendiente (entre el 1% y el 33%) y lecho granular que si se introduce la pendiente del cauce como variable correctora de la sumersión relativa del flujo se obtiene una mayor correlación con el coeficiente de resistencia al flujo.

Es habitual que en análisis dimensional del factor de fricción aparezca entre las variables independientes el número de Froude del flujo (F), tal y como sucede en la ecuación (2.17). Según Lawrence (1997) la estrecha relación funcional existente entre f y F ($F = 8S / f$) hace que no sea necesario considerar F explícitamente, simplemente puede elegirse S como variable adimensional independiente. De acuerdo con el citado autor en un cauce con un valor dado de la pendiente, F realmente queda determinado por la hidráulica de la corriente más que ser éste una variable independiente que contribuye a señalar el régimen de flujo. Por consiguiente, con el objeto de evitar redundancias, propone

$$f = \mathfrak{R}\left(R_e, \frac{d_s}{h}, S\right) \quad (2.90)$$

Lawrence (1997) —empleando datos de escorrentía superficial en régimen turbulento (con $0,5 \leq y/d_{50} \leq 5$)— halló una fuerte correlación entre f , como variable dependiente, y la sumersión relativa y la pendiente, como variables independientes. Éstas contribuyendo con un 50% y un 20% a la explicación de f , respectivamente (dado que el valor de R^2 para el modelo de regresión fue de 0,70). Por el contrario, para $y/d_{50} > 5$ la contribución de la pendiente no era significativa. Según el citado autor la influencia de ésta en la explicación de la variancia de f , detectada para el intervalo de sumersión reducida, es una posible indicación de la relevancia de la pérdida de energía causada por las perturbaciones superficiales de la lámina de agua provocadas por los elementos descollantes. Dicho tipo de pérdida energética es frecuentemente relacionada con el número de Froude del flujo, tal y como se expone en § 2.7.1.8.1.

Un tercer grupo de autores aunque no tomen la pendiente longitudinal del cauce (S) como una de las variables independientes de regresión para determinar el coeficiente de fricción, sí la tienen en cuenta al ajustar los modelos propuestos para diferentes subconjuntos definidos éstos por el valor de la pendiente (p.ej. Bathurst, 2002; López y Barragán, 2003).

Por ejemplo, Zeller (1991) sostiene que existe un fuerte crecimiento en el coeficiente de Manning para pendientes superiores a una región de transición que va entre el 0,6% y el 3,0%. En ese sentido Rickenmann (1994) detecta una relación entre S y el coeficiente de Manning con similar tendencia a la descrita por Zeller, utilizando datos de ríos de montaña de diversos autores y definiendo una región de transición de S entre el 0,6% y el 1%. Rickenmann lo atribuye al hecho de que la mayoría de los datos con pendientes en este rango o por encima presentan sumersiones relativas (y/d_{90}) inferiores a 4,0.

Bathurst (2002) al modelar la relación entre sumersión relativa del flujo y el factor de fricción de Darcy-Weisbach mediante ecuación de tipo potencial —con varios conjuntos de datos, tomado cada conjunto en un mismo tramo de río de montaña para diferentes niveles— detecta dos tendencias diferenciadas cuando se toma un umbral de la pendiente del 0,8%. Bajo dicho umbral la relación potencial ajustada muestra menor tasa de cambio que por encima (véase la figura 2.11 y la tabla A-1)

Como se ha expuesto en los párrafos precedentes, la correlación existente entre coeficiente de resistencia y pendiente se atribuye a diferentes causas: el transporte de sedimento, el calibre del sedimento y la sumersión relativa del flujo. Asimismo, una interpretación de la dependencia de la resistencia al flujo y S la brinda el cambio en la geomorfología fluvial a lo largo del sistema fluvial. En efecto, en el contexto del análisis de la geometría hidráulica se aprecia un cambio significativo en los exponentes de la relación de velocidad de modo progresivo desde ríos de grava y canto hasta de escalón-poza (véase la clasificación geomorfológica propuesta por Bathurst (1993) en § 1.1.2.2), como resultado de un mayor contraste de la resistencia al flujo entre escurrimientos de alta y baja sumersión que tiene su máximo exponente en cauces con morfología de escalón-poza.

Bathurst (2002) al comparar ecuaciones ajustadas por otros autores en ríos de grava con las derivadas por él mismo en ríos de canto y bolo observa un incremento en la tasa de variación del coeficiente de resistencia con la sumersión relativa al aumentar la pendiente del cauce. Sin embargo, dicho aumento también acontecía al comparar ecuaciones ajustadas a conjuntos integrados únicamente con datos de ríos sin diferencias morfológicas de fondo (lechos de canto y bolo sin formas de fondo regulares). Basándose en ello, Bathurst se inclina a rechazar

la hipótesis basada en la diferenciación geomorfológica y sostiene que la explicación de la dependencia entre S y f estribará en alguna característica de los ríos de montaña y su hidráulica que varíe con la pendiente. Identificar la razón del comportamiento diferencial en torno a un umbral de pendiente (en el caso del citado autor de 0,8%) requeriría estudios detallados de la dependencia del proceso de la resistencia al flujo con el perfil de velocidad, ondas superficiales generadas por los bolos más protuberantes y las características del material del lecho.

2.7.1.7.2 Modificación en función de S de ecuaciones de tipo logarítmico

2.7.1.7.2.1 Ecuación de Smart y Jaeggi (1983)

Smart y Jaeggi (1983) proponen una fórmula con la que intentan reproducir el efecto que tienen altas concentraciones de caudal sólido de fondo en el incremento de la profundidad del flujo (y_m , profundidad de la corriente mezcla de agua y sólidos) en cauces de fuerte pendiente, combinando la ley logarítmica con una relación empírica

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,76 \left(1 - \exp\left(-\frac{\xi y_m}{\sqrt{S} d_{90}}\right) \right)^{0,5} \log\left(\frac{12,27 y_m}{\chi d_{90}}\right) \quad (2.91)$$

Los coeficientes ξ y χ dependen de la distribución granulométrica de las partículas, así como del agrupamiento y forma del material del lecho, suponiendo que son constantes dado un material del lecho en particular, por lo tanto, independiente de las condiciones del flujo. Smart y Jaeggi obtuvieron un valor de ambos coeficientes de 0,05 y 1,5, respectivamente, con 78 datos en canal de laboratorio de fuerte pendiente ($0,03 \leq S \leq 0,20$; $1,7 \leq y_m/d_{90} \leq 15,0$; $0,0046 \leq d_{90}(\text{m}) \leq 0,0121$) y en condiciones que abarcaban desde agua clara hasta concentraciones volumétricas del flujo del 43%

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,76 \left(1 - e^{-\frac{0,05 \cdot y_m}{\sqrt{S} d_{90}}} \right)^{0,5} \log\left(8,2 \frac{y_m}{d_{90}}\right) \quad (2.92)$$

De forma general, a efectos de ajuste de regresión, la ecuación (2.92) puede expresarse como

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = H_1 \log\left(H_2 \frac{y}{d_i}\right) \left(1 - e^{-\frac{H_3 y}{\sqrt{S} \cdot d_i}}\right)^{0,5} \quad (2.93)$$

denotando H_1 , H_2 y H_3 los coeficientes de ajuste y d_i el diámetro de la partícula de sedimento para el que el $i\%$ es inferior.

2.7.1.7.2.2 Ecuación de Maresova y Mares (1989)

Maresova y Mares (1989) parten de la ecuación (2.52) imponiendo un valor de κ igual a 0,407 e introduciendo A_2 dentro del logaritmo

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,65 \log\left(B \frac{R}{d_i}\right) \quad (2.94)$$

Para 74 datos en ríos de montaña obtienen una buena correlación entre B y la pendiente del cauce: $B = 0,394 \cdot S^{-0,359}$, que al ser sustituida en la ecuación (2.94) se tiene

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,62 \log\left(\frac{0,394 R}{S^{0,359} d_{50}}\right) \quad (2.95)$$

A efectos de regresión, la ecuación (2.95) puede expresarse de modo general como

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = I_1 \log\left(S^{-I_2} \frac{y}{d_i}\right) + I_3 \quad (2.96)$$

denotando I_1 , I_2 y I_3 los coeficientes de ajuste y d_i el diámetro de la partícula de sedimento para el que el $i\%$ es inferior.

2.7.1.7.3 Modificación en función de S de ecuaciones de tipo potencial

Meunier (1989), a partir de datos de Smart y Jaeggi (1983), y Rickenmann (1990) con los datos anteriormente citados y otros propios ajustan una ecuación que incluye la pendiente como variable correctora de la ecuación potencial

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = J_1 \left(\frac{y}{d_i}\right)^{J_2} S^{-J_3} \quad (2.97)$$

denotando J_1 , J_2 y J_3 los coeficientes de ajuste.

En ambos casos se incluían datos que correspondían a transporte sólido e incluso flujo hiperconcentrado (véase tabla A-4). Sin embargo, los mismos autores (Meunier, 1989; Rickenmann, 1990) también ajustan la ecuación (2.97) a datos de Bathurst (1985) obteniendo un buen resultado, pese a que fueron tomados en ríos de montaña en los que no se daba transporte de fondo (véase la tabla A-4). En este sentido, de la observación de dicha tabla se desprende que las ecuaciones ajustadas por Rickenmann (1990), Meunier (1989)-Rickenmann (1990) y López y Barragán (2003) tienen valores similares de los coeficientes ($J_1 \cong 1,3-1,5$; $J_2 \cong 0,5$ y $J_3 \cong 0,21-0,29$). No obstante, las dos últimas se han ajustado con datos en ríos en los que no acontecía transporte sólido de fondo, mientras que, por el contrario, la primera se ha derivado incluyendo datos en canales de laboratorio de transporte de fondo intenso e incluso con flujo hiperconcentrado.

Abt (1988) y Rice *et al.* (1998) ajustan, para datos en canales de laboratorio de elevada pendiente, ecuaciones para predecir el coeficiente de Manning en función de una potencia del producto del tamaño de partícula y la pendiente del cauce (véase tabla A-4). Si dichas ecuaciones se expresan en función del factor de fricción resultan de la forma

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{R^A}{d_i^B} S^C \quad (2.98)$$

denotando A , B y C los coeficientes de ajuste.

2.7.1.8 Ecuaciones que introducen modificaciones en función del número de Froude (F)

2.7.1.8.1 Influencia del número de Froude del flujo

Ríos de material grueso heterométrico con escurrimientos de sumersión relativa reducida se caracterizan por un patrón de circulación del flujo dominado por los elementos más descollantes que delimitan vías preferentes entre ellos. Según diversos autores, en ese caso la contribución a la resistencia al flujo de las perturbaciones de la lámina de agua pueden tenerse en cuenta mediante el número de Froude. Las pérdidas de energía adicionales debido a la irregularidad de la lámina se producen por la fuerza de arrastre de los elementos descollantes, la formación de remolinos en la estela de los mismos, la formación de chorros entre elementos descollantes y de resaltos hidráulicos aguas abajo de los mismos.

Sin embargo, a medida que crece la sumersión relativa del flujo los efectos anteriormente referidos se atenúan, de tal modo que de acuerdo con Bathurst (1982-b) cuando el calado es del orden de cuatro veces la altura de las protuberancias del lecho tales efectos son despreciables. Para elevadas sumersiones el número de Froude intervendría en la determinación del coeficiente de resistencia en caso inestabilidad del flujo ocasionada por la generación de ondas superficiales. No obstante, como se expondrá en los párrafos posteriores, el umbral de F de inestabilidad del flujo (aproximadamente 2) no se supera de forma generalizada en ríos de montaña.

Experimentalmente se muestran tendencias contradictorias en la relación entre el factor de fricción y F . Dichas tendencias pueden explicarse por diferencias en la combinación entre la sumersión relativa de flujo y la pendiente. En efecto, para flujo macrorrugoso en el que los elementos más descollantes emerjan de la superficie del agua, si se fija el valor de la sumersión relativa, las pérdidas de energía por perturbaciones de dicha superficie se intensificarán con incrementos de la velocidad motivados por un incremento de la pendiente. En el contexto descrito se puede apreciar un incremento de f con F . Asimismo, cuando se rebasa el umbral de F de inestabilidad las pérdidas de energía ocasionadas por la formación de ondas de superficie se incrementan al aumentar el valor de F . No obstante, en la situación intermedia, sumersiones relativas elevadas con valores de F bajo el umbral de inestabilidad, se observa una reducción de f con incrementos de F (p. ej. Bathurst, 1985; Cao, 1985; Colosimo et. al. 1988; Afzalimehr y Anctil, 1998).

Es necesario llamar la atención sobre el hecho de que aunque F se considera una variable independiente en la ecuación (2.17) y que varios autores han derivado ecuaciones que predicen f y que incluyen F como variable regresora, como se verá a continuación, no existe consenso sobre la idoneidad de dicha inclusión. En efecto, una serie de autores (p. ej. Aberle *et al.*, 1999-b; Duncan y Smart, 1999; Rennie y Millar, 1999; Aberle y Smart, 2003) son críticos al respecto pues sostienen que, dada la estrecha relación funcional entre f y F ($f = 8 \cdot S \cdot F^{-2}$), las ecuaciones ajustadas pueden basarse en correlaciones espurias, lo que podría explicar los altos valores del coeficiente de correlación generalmente obtenidos por las

ecuaciones que incluyen F como variable independiente. Por consiguiente, recomiendan tratar con precaución las ecuaciones que predicen f en función de F .

En canales artificiales de contorno no granular, como puedan ser los revestidos de hormigón, el hecho de que la pendiente del tramo sea elevada suele implicar una alta velocidad del flujo y, por consiguiente, valores de F mayores que 1,0, es decir, flujo supercrítico. No obstante, en ríos de montaña, aun con pendientes muy elevadas, no se observa, en general, flujo con número de Froude superior a 1,0, limitándose el flujo supercrítico a tramos cortos —decenas de metros— y periodos reducidos —segundos o minutos—. De acuerdo con Jarrett (1984) lo anterior se explicaría debido a la gran disipación energética del flujo que acontece en ríos de material grueso debido diferentes factores como son la protuberancia de los sedimentos y la formación de resaltos hidráulicos locales aguas abajo de los elementos más descollantes.

En contra de lo que se sostiene en el párrafo precedente podría argumentarse que, en general, en ríos de montaña, por razones de seguridad, son escasos los registros hidráulicos completos correspondientes a caudales de avenidas extraordinarias, con lo que en las bases de datos se encontrarían infrarrepresentados los flujos que por su elevada velocidad podrían dar lugar a régimen supercrítico. Sin embargo, según afirma Jarrett (1984) en esos casos la erosión y el transporte de sedimentos así como las formas de fondo que puedan generarse contribuyen al incremento de la resistencia al flujo que detrae energía a la corriente e impide que ésta alcance el régimen supercrítico de forma generalizada en el espacio y en el tiempo. Además, al incrementarse el nivel del flujo los márgenes intervienen con mayor peso en el perímetro mojado, provocando un incremento de la resistencia si presentan geometría irregular o se encuentran cubiertas de vegetación.

Incluso análisis de crecidas provocadas por la rotura de presas han puesto de manifiesto el predominio del flujo subcrítico en tramos de río con pendientes longitudinales elevadas. Jarrett y Costa (1986) constataron la preponderancia de flujo subcrítico en una crecida generada por la falla de una presa en un tramo de cauce con pendiente promedio del 10%. Del análisis hidráulico retrospectivo a partir de limnimarcas —correspondientes a la avenida ocasionada por la rotura de una presa— en un tramo de río con pendiente del 3,2%, Trieste (1992) obtiene también flujo subcrítico.

Grant (1997), basándose en análisis teórico-empíricos, propugna que en ríos de fuerte pendiente ($S \geq 0,01$) con sedimento de tamaño desde arena hasta bolo se alcanza un equilibrio entre flujo líquido, flujo sólido y morfología del cauce de modo que el número de Froude toma valores próximos a la unidad o moderadamente inferiores. Cuando el flujo deviene supercrítico lo hace de forma inestable porque aparece localmente en el espacio y esporádicamente en el tiempo.

En canales de laboratorio de fuerte pendiente con lechos granulares pueden desarrollarse flujos supercríticos, especialmente si las partículas han sido adheridas al lecho y éste es en la práctica inmóvil para cualquier caudal circulante. Incluso en cauces prismáticos, para números de Froude elevados el flujo deviene inestable por la aparición de ondas superficiales (*roll waves*) de longitud, amplitud y frecuencia diversas. Dichas ondas —que transitan hacia aguas abajo y ocasionalmente puede adelantarse unas a otras— provocan una pérdida de energía del flujo adicional. Cuando el número de Froude supera un valor crítico o umbral, las perturbaciones a las que sea sometido el flujo resultan amplificadas, mientras que si el valor de F no alcanza dicho umbral las perturbaciones se atenuarán a lo largo del cauce. El valor del número de Froude umbral de inestabilidad, de acuerdo con Rosso *et al.* (1990), depende del

número de Reynolds, de la sumersión relativa, del coeficiente de distribución de velocidad así como de la relación ancho-calado. Dicho umbral toma valores en torno a 2,0 para flujo turbulento hidráulicamente rugoso con alta relación ancho-calado y distribución uniforme de velocidad (p.ej. Rosso *et al.*, 1990; Graf, 1998; Zanuttigh y Lamberti, 2003).

A continuación se exponen las ecuaciones para la determinación de f que han venido proponiendo diferentes autores considerando el número de Froude como una variable independiente.

2.7.1.8.2 Modificación en función de F de ecuaciones de tipo logarítmico

2.7.1.8.2.1 Ecuación de Colosimo *et al.* (1988)

Según Colosimo *et al.* (1988) la función basada en el análisis dimensional del factor de fricción (f) para cauces aluviales no sinuosos, sin efectos de vegetación y para flujo turbulento es de la forma

$$f = \Re\left(\frac{R}{d_i}, \Phi, \psi, F, Y\right) \quad (2.99)$$

donde \Re representa una función, Φ y ψ representan, respectivamente, la influencia de la forma de la sección transversal y de la curva granulométrica de las partículas de sedimento e Y es el parámetro de movilidad del sedimento, cuyo valor es igual a τ/τ_c . Dado que el efecto de la sumersión y de los factores de forma —de sección y granulometría— puede considerarse a partir de una ecuación de tipo logarítmico, dichos autores proponen tener en cuenta la influencia de F e Y a partir de sumar a aquélla dos funciones

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{2,303}{\kappa} \log\left(\frac{\alpha \cdot y}{M \cdot d_{84}}\right) + \Re(F) + \Re(Y) \quad (2.100)$$

donde α y M son factores de la forma de la sección y de la curva granulométrica respectivamente. De acuerdo con Colosimo *et al.* (1988) F reflejaría el efecto de las perturbaciones de la lámina de agua e Y las consecuencias sobre la resistencia del lecho móvil.

A partir del ajuste de la expresión (2.98) a 43 datos tomados en ríos de grava de Calabria (Italia) para flujo uniforme de caudal relativamente bajo circulando por tramos desprovistos de vegetación en el cauce, los citados autores obtienen la ecuación

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,742 \log\left(\frac{\alpha \cdot y}{M \cdot d_{84}}\right) + (7,18F - 4,67) + \left(2,12 - 1,92 \frac{\tau}{\tau_c}\right) \quad (2.101)$$

donde

$$\log \alpha = \frac{8,5 - 2,5(1 - B)}{5,75} \quad (2.102)$$

$$B = \ln\left(1 + \frac{2y}{T}\right) - \frac{y}{T} \quad (2.103)$$

$$M = \frac{A_1 + A_2}{A_2} \quad (2.104)$$

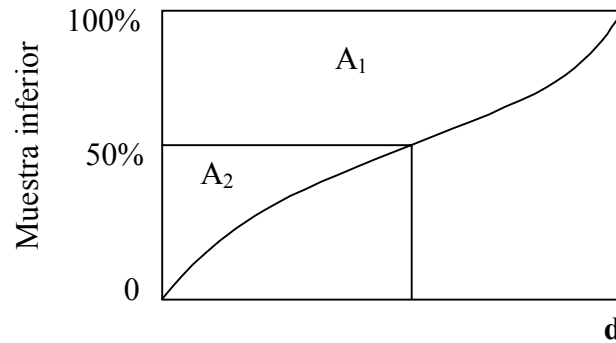


Figura 2.14. Curva granulométrica. Obtención de M .

El rango experimental del conjunto de ajuste de la ecuación (2.101) en cuanto a sumersión relativa del flujo, número de Froude e índice de movilidad del sedimento era: $2,25 \leq y/d_{84} \leq 12,0$; $0,27 \leq F \leq 1,26$; $0,32 \leq \tau/\tau_c \leq 1,78$. Se impuso un valor de 0,4 para el coeficiente de Karman y la tensión de corte crítica se evaluó según el criterio de Ackers y White (1973): $\tau_c = 0,029(\gamma_s - \gamma)d_{84}$. El valor de α para secciones anchas tiende a 11,0 mientras que para sedimentos fluviales M varía en un rango relativamente estrecho (para los 43 datos analizados por Colosimo *et al.* (1988) variaba entre 3,0 y 4,6 con una desviación típica reducida). Por lo tanto, en general, el valor de M/α tiende a caer en un intervalo relativamente acotado.

Nótese que existe un valor umbral de F , aproximadamente 0,65, por debajo del cual F contribuye aumentado el valor de f y viceversa. Por otra parte, cuando el valor de τ/τ_c supera el valor de 1,1 —que coincide aproximadamente con el umbral del movimiento de las partículas— se incrementa la resistencia al flujo debido a la pérdida de ímpetu por transporte sólido y generación de formas de fondo.

2.7.1.8.2.2 Ecuación de Afzalimehr y Ancil (1998)

Basándose en la estructura propugnada por Colosimo *et al.* (1988), Afzalimehr y Ancil (1998) desarrollan una ecuación a partir de regresión múltiple con 280 datos de ríos de grava recopilados de la bibliografía. El rango de los datos utilizados en la calibración era: $4,1 < y/d_{50} \leq 166,4$; $0,2 \leq F \leq 1,30$; $0,2 \leq \tau/\tau_c \leq 4,8$. Asimismo, se impuso un valor de 0,4 para el coeficiente de Karman y la tensión de corte crítica se evaluó según el criterio de Ackers y White (1973). La ecuación ajustada es

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,74 \log\left(\frac{\psi \cdot y}{d_{50}}\right) + 8,37F - 0,51 \frac{\tau}{\tau_c} - 2,35 \quad (2.105)$$

donde $\psi = \sqrt{P/T}$. Adviértase que para secciones anchas, cuasi-bidimensionales, el valor de ψ tiende a 1,0.

Si con animo de simplificar excluimos de las ecuaciones (2.101) y (2.105) las variables relacionadas con la forma de la sección y de la curva granulométrica puede proponerse a efectos de regresión una fórmula de estructura común

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = L_1 \log\left(\frac{y}{d_i}\right) + L_2 F - L_3 \frac{\tau}{\tau_c} + L_4 \quad (2.106)$$

denotando L_1, L_2, L_3 y L_4 los coeficientes de ajuste.

2.7.1.8.2.3 Ecuación de Ugarte y Méndez (1994)

Ugarte y Méndez (1994) ajustan una serie de ecuaciones a un conjunto de datos de ríos de grava. Incorporan la pendiente (S) y el número de Froude (F) como variables para el cálculo de f , pues sostienen que son de gran influencia en la resistencia al flujo en ríos de montaña. Proponen clasificar el flujo en función de la sumersión relativa y ajustar expresiones diferentes para los tres intervalos considerados de dicha variable. Las ecuaciones de regresión obtenidas se presentan a continuación.

Para escurrimiento de rugosidad alta ($R/d_{84}) < 1$

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln\left(\left(\frac{R}{d_{50}}\right)^{-0,1508} S^{-1,3661} F^{2,7641}\right) + 0,2174 \quad (2.107)$$

y

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln\left(\left(\frac{R}{d_{84}}\right)^{-0,3478} S^{-1,3851} F^{2,7712}\right) - 0,0565 \quad (2.108)$$

Para escurrimiento de transición ($1 \leq R/d_{84} \leq 2$)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln\left(\left(\frac{R}{d_{50}}\right)^{+0,0626} S^{-2,2433} F^{4,5712}\right) - 2,0045 \quad (2.109)$$

y

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln\left(\left(\frac{R}{d_{84}}\right)^{-0,0036} S^{-2,2540} F^{4,5969}\right) - 1,9576 \quad (2.110)$$

Para escurrimiento de rugosidad baja ($2 < R/d_{84}$)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln \left(\left(\frac{R}{d_{50}} \right)^{0,2117} S^{-3,1711} F^{6,6211} \right) - 5,3685 \quad (2.111)$$

y

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln \left(\left(\frac{R}{d_{84}} \right)^{0,2510} S^{-3,1278} F^{6,6020} \right) - 5,0347 \quad (2.112)$$

En las anteriores ecuaciones se obtuvieron coeficientes de determinación (R^2) superiores a 0,96. De forma general, a efectos de ajuste de regresión, las ecuaciones anteriores puede expresarse como

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln \left(\left(\frac{y}{d_i} \right)^{M_1} S^{-M_2} F^{M_3} \right) - M_4 \quad (2.113)$$

denotando M_1 , M_2 , M_3 y M_4 los coeficientes de ajuste.

2.7.1.8.3 Modificación en función de F de ecuaciones de tipo potencial

2.7.1.8.3.1 Ecuación de Charlton *et al.* (1978)

En un extensivo estudio (incluyendo 468 datos) en ríos de grava británicos, con y/d_{50} entre 0,7 y 80, morfología de vado-pozas y en algunos casos transporte sólido de fondo, Charlton *et al.* (1978) propusieron, entre otras, la siguiente ecuación con F como variable independiente

$$\sqrt{\frac{8}{f_z}} = 3,5 \left(\frac{y + z_{50}}{d_{90}} \right)^{0,52} F_z^{0,33} \quad (2.114)$$

denotando z_{50} el diámetro (correspondiente al eje menor de la partícula) para el que 50% de partículas son inferiores y F_z y f_z el número de Froude y el factor de fricción, respectivamente, calculados con la profundidad $y+z_{50}$. Puesto que el valor de la potencia de F_z es inferior a la unidad, para flujo en régimen subcrítico F contribuye a incrementar el factor de fricción y viceversa si el régimen es supercrítico.

2.7.1.8.3.2 Ecuación de Cao (1985)

A partir de datos obtenidos en un canal de laboratorio con lecho de grava fijo y plano y sumersión relativa (expresada como y/d_{50}) variando entre 0,9 y 10, Cao (1985) ajusta una ecuación de tipo potencial en la que introduce F

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,068 \left(\frac{R}{d_{50}} \right)^{0,408} F^{0,289} \quad (2.115-a)$$

Con datos correspondientes a lecho móvil plano, con antidunas o con barras alternas y sumersión (expresada como y/d_{50}) variando entre 1,1 y 53 ajusta la ecuación

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,030 \left(\frac{R}{d_{50}} \right)^{0,478} F^{0,596} \quad (2.115-b)$$

Nótese que en ambas fórmulas, habida cuenta de que la potencia de F es inferior a la unidad, el valor de f se incrementa si el régimen es subcrítico y f disminuye si el flujo es supercrítico.

Tanto la ecuación (2.114) como la (2.115) pueden expresarse de forma general a efectos de regresión como

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = N_1 \left(\frac{y}{d_i} \right)^{N_2} F^{N_3} \quad (2.116)$$

denotando N_1 , N_2 y N_3 los coeficientes de ajuste.

2.7.1.9 Ecuaciones función del número de Froude de partícula (F_*)

2.7.1.9.1 Ecuación de Griffiths (1981)

En diferentes tramos de ríos de grava gruesa neozelandeses —con poca vegetación en el cauce, alineación recta y ancho constante, márgenes estables y lecho desprovisto de grandes irregularidades para flujo turbulento e hidráulicamente rugoso, subcrítico y sin desbordamiento del cauce principal— Griffiths (1981) obtuvo 52 datos correspondientes a condiciones de lecho móvil, con acarreo significativo y desarrollo de formas de fondo. Con base en análisis dimensional y estadístico, Griffiths (1981) propone una ecuación función del parámetro de movilidad del sedimento ($v \cdot (g \cdot d_{50})^{-1/2}$) que ajustó para los citados datos

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,25 \left(\frac{v}{\sqrt{g \cdot d_{50}}} \right)^{0,340} \quad (2.117)$$

Nótese que el parámetro de movilidad tiene una estructura similar al número de Froude del flujo (F), por lo que se suele denominar por analogía como número de Froude de partícula (F_*). La base empírica de ajuste de la ecuación (2.117) cumple con el rango: $0,00083 \leq S \leq 0,00714$; $0,051 \leq d_{50}(\text{m}) \leq 0,012$ y $10 < v/\sqrt{g \cdot d_{50}} < 1,8$. En la réplica a los comentarios del artículo presentado en 1981, Griffiths (1982) modifica la ecuación (2.117) a fin de obtener una ecuación más general introduciendo la relación γ_s / γ como variable, dada la importancia que tiene en el transporte de sedimentos. La ecuación resultante es

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,82 \left(\frac{v}{\sqrt{g \cdot ((\gamma_s / \gamma) - 1) \cdot d_{50}}} \right)^{0,340} \quad (2.118)$$

2.7.1.9.2 Ecuación de Cao (1985)

Cao (1985) considera el parámetro $v \cdot (g \cdot d_{50})^{-1/2}$ como indicador de la intensidad con la que tiene lugar el transporte sólido de fondo. De acuerdo con el citado autor, la movilidad del

lecho es función, por una parte, de la fuerza de arrastre de flujo (F) que soporta una partícula y que se puede caracterizar mediante la mecánica de fluidos como

$$F = C_t \frac{1}{2} \rho \cdot v_b^2 \cdot d_{50}^2 \quad (2.119)$$

y, por otro, del peso sumergido de dicha partícula (G)

$$G = (\gamma_s - \gamma) d_{50}^3 \quad (2.120)$$

denotando C_t el coeficiente de arrastre de la partícula y v_b una velocidad característica del lecho. Si v_b se considera proporcional a la velocidad media v , y dividimos F por G se obtiene

$$\frac{F}{G} = \frac{1}{2} C_t \frac{\rho}{(\rho_s - \rho)} \frac{v^2}{g \cdot d_{50}} \quad (2.121)$$

Si se consideran invariantes C_t y $\rho/(\rho_s - \rho)$ para un determinado tipo de sedimento queda

$$\frac{F}{G} = \mathfrak{R} \left(\frac{v^2}{g \cdot d_{50}} \right) \quad (2.122)$$

denotando \mathfrak{R} una función. Adviértase que cuanto mayor sea F/G mayor será $v/\sqrt{g \cdot d_{50}}$ y mayor será el caudal sólido de fondo. Así pues, el parámetro $v/\sqrt{g \cdot d_{50}}$ influye acusadamente en el caudal sólido así como también en los tipos de configuraciones del lecho ligadas al transporte.

Tomando como modelo la ecuación (2.117) propuesta por Griffiths (1981), Cao (1985) la ajusta a un grupo de datos que integra propios —obtenidos en canal de laboratorio y en condiciones de lecho móvil, tanto plano como con antidunas y barras alternas— y 80 de Meyer-Peter y Müller también en lecho móvil. El conjunto de datos tiene una pendiente que varía entre el 0,27% y el 9,0%; la sumersión —expresada como y/d_{50} — varía entre 1,1 y 53. La fórmula que obtiene es la siguiente

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,638 \left(\frac{v}{\sqrt{g \cdot d_{50}}} \right)^{1,035} \quad (2.123)$$

Las ecuaciones (2.114) y (2.127) puede expresarse con carácter general a efectos de regresión como

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = O_1 \left(\frac{v}{\sqrt{g \cdot d_i}} \right)^{O_2} \quad (2.124)$$

denotando O_1 y O_2 los coeficientes de ajuste y d_i el diámetro de la partícula de sedimento para el que el $i\%$ es inferior.

2.7.1.10 Influencia del percentil granulométrico en la capacidad de ajuste

Limerinos (1970) encontró para un conjunto que integraba datos de ríos de grava, canto y bolo un mejor ajuste de la ecuación logarítmica cuando incluía d_{84} en vez de d_{50} y mejor que con d_{16} . Burkham y Dawdy (1976) obtuvieron un mejor ajuste de regresión logarítmica a un conjunto de datos recopilados de la bibliografía —pertenecientes a ríos de grava, canto y bolo, así como a ríos de arena de lecho móvil en condiciones de régimen superior— al incluir d_{84} en vez de d_{50} y para este último mejor que para d_{16} . Dichos autores consideran que la causa radica en que las partículas más grandes contribuyen en mayor medida a la resistencia de contorno de partícula (*skin resistance*), como se ha expuesto en § 2.7.1.1.4. De forma similar, Charlton *et al.* (1978) hallaron que para un conjunto de datos tomados en ríos de grava y canto, tanto la regresión logarítmica como la potencial alcanzaban mayor capacidad de predicción si se empleaba d_{90} en vez de d_{65} o d_{50} .

Bray (1979) utilizando datos tomados en ríos de grava y canto con nivel de cauce de aguas altas encontró un mejor ajuste de la ecuación de Keulegan (2.48) al expresar el valor de la aspereza equivalente en función de d_{90} en vez de d_{65} y al hacerlo en función de este último en vez de d_{50} . No obstante, tanto para la ecuación logarítmica (2.51) como potencial (2.72) —en las que los coeficientes son parámetros a ajustar— no halló diferencias significativas en la bondad de ajuste en función del percentil diamétrico utilizado —en este caso d_{50} , d_{65} y d_{90} —. La razón podría estribar en el predominio de los datos de sumersión elevada, ya que se trata de caudales correspondientes al de nivel de cauce de aguas altas.

Por otro lado, Maynord (1991) al ajustar una ecuación de resistencia de estructura potencial a una serie de datos tomados en canales de laboratorio con lechos de grava halló que la bondad de ajuste resultaba superior para d_{90} que d_{50} .

Ferro y Giordano (1991) a fin de estudiar la influencia de la concentración o densidad elementos gruesos descollantes en la resistencia al flujo extendieron una capa base de grava sobre la que dispusieron elementos sensiblemente más gruesos con concentraciones crecientes. Al comparar la bondad de ajuste de las ecuaciones logarítmicas derivadas empleando todos los datos, independientemente de la concentración de partículas gruesas, comprobaron que era claramente mejor para las resultantes de expresar la sumersión en función de d_{90} y d_{84} que para las desarrolladas con d_{50} . Si, fijado el percentil granulométrico, se contrastaban las distintas ecuaciones ajustadas para cada concentración de elementos descollantes se encontraban mucho más diferencias en el caso de expresar la sumersión en función de d_{50} que si se expresaba en función de d_{84} y d_{90} , ya que estos últimos mostraban mucha mayor independencia de la concentración de rugosidad. Para los autores citados la explicación radicaba en que el incremento que se producía en el valor de d_{90} y d_{84} causado por la ubicación de partículas gruesas en el lecho era proporcionalmente mucho mayor que el crecimiento experimentado por d_{50} . Es decir, que los percentiles diamétricos superiores resultaban mucho más sensibles, y por lo tanto más representativos del efecto de los elementos gruesos descollantes, que el percentil medio.

Wiberg y Smith (1991) obtuvieron mejores resultados al expresar un modelo de resistencia al flujo —basado en una distribución vertical de velocidad no logarítmica y ajustado a datos de ríos de grava, canto y bolo— en función de z_{84} que de z_{50} (denotando z el diámetro menor de la partícula). Asimismo, Ugarte y Méndez (1994) constataron una capacidad predictiva de la ecuación logarítmica ajustada a datos de ríos de grava, canto y bolo superior cuando se expresaba en función de d_{84} que si se hacía en función de d_{50} .

Otro factor que contribuiría a brindar respuesta al mejor ajuste observado por algunos modelos cuando se expresan en función de diámetros característicos más gruesos es el propio error de muestreo de las partículas. En efecto, diferentes estudios —entre lo que caben destacar los publicados por Rice y Church (1996) y Green, (2003)— han constatado que los percentiles diamétricos más gruesos —aproximadamente el intervalo comprendido entre d_{65} y d_{90} — presentan un menor error de muestreo que el diámetro medio (d_{50}) cuando se caracteriza la granulometría con el método Wolman. Ello contribuiría a explicar una mayor dispersión de los datos cuando se expresa la sumersión en función de d_{50} y, por lo tanto, su peor ajuste.

2.7.1.11 Efecto del transporte sólido en la resistencia al flujo

2.7.1.11.1 Efecto del transporte sólido de fondo en la resistencia al flujo

El concepto de transporte sólido de fondo en ríos alude a aquellas partículas que se desplazan en una franja de flujo adyacente al lecho del cauce y que engloba tres mecanismos diferenciados: arrastre-deslizamiento, rodadura y saltación. La saltación se diferencia de la suspensión en cuanto a la amplitud de la trayectoria descrita, puesto que las partículas en suspensión pueden ubicarse en prácticamente toda la columna de flujo mientras que los granos en saltación se encuentran próximos al fondo. Además, la frecuencia con la que las partículas transportadas en suspensión colisionan con el lecho es nula o muy reducida a diferencia de los que avanzan mediante saltación.

Desde una óptica práctica puede en ocasiones interesar la distinción entre diversos niveles de intensidad de transporte sólido de fondo. Generalmente, los límites entre tales niveles se definen en función del índice de movilidad del sedimento (τ/τ_c) —que expresa la relación entre la tensión de corte media en el lecho y la tensión crítica de inicio del movimiento de las partículas—. Para valores del citado índice entre 0 y 1,0 se considera que el lecho se mantiene fijo. Según Nikora y Goring (2000) el transporte sólido de fondo puede calificarse como débil si $\tau/\tau_c < 2,0$ y Wilcock y McArdell (1993) identificaron un régimen de transporte de fondo parcial en lechos de arena que puede asociarse en líneas generales con un intervalo de variación de τ/τ_c entre 1,0 y 3,0. Asimismo, Pitlick (1992) observó en un río de grava que la condición de lecho plano persiste hasta aproximadamente $\tau/\tau_c = 3$. Para valores superiores el intenso transporte de fondo que se establece conforma un lecho morfológicamente irregular que incrementa notablemente la resistencia al flujo.

En lo referente a los hallazgos experimentales del efecto del transporte sólido de fondo en la resistencia al flujo pueden distinguirse diversos conjuntos. El primero corresponde a aquellos investigadores que no encontraron diferencias significativas respecto al proceso de resistencia al flujo entre las situaciones de lecho fijo y móvil, generalmente, cuando éste acontecía sin exhibir formas de fondo.

Por ejemplo, Van Rijn (1982) basándose en datos de laboratorio de lecho fijo y móvil, ambos en condición de lecho plano, no detecta influencia de la magnitud del transporte en la aspereza equivalente y, por lo tanto, en la resistencia al flujo.

En el mismo sentido, las investigaciones de Whiting y Dietrich (1990) en un tramo de río de grava fina, tanto en ausencia como en presencia de transporte sólido de fondo —pero en cualquier caso con $\tau/\tau_c < 2$ —, no detectan influencia del transporte de fondo en la aspereza

equivalente y, consecuentemente, en la resistencia al flujo determinada. Tal afirmación debe restringirse, según lo propugnado por los citados autores, a aquellos casos en los que el transporte sólido en suspensión es despreciable y la resistencia al flujo se ejerce fundamentalmente por las partículas del lecho de mayor tamaño, tanto si éstas están en reposo como si se desplazan —siempre que tal desplazamiento tenga lugar a una velocidad sensiblemente inferior que la del flujo—. La disipación energética ocasionada por los granos en saltación sería comparativamente mucho menor, a condición de que su trayectoria no rebasa en amplitud la envolvente de las protuberancias determinadas por las partículas más gruesas del lecho (véase la figura 2.15).

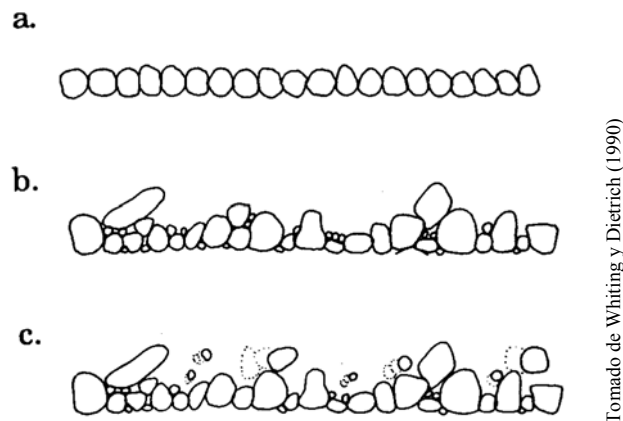


Figura 2.15. Textura superficial: (a) Revestimiento monocapa con partículas de tamaño uniforme (superficie análoga a la de Nikuradse); (b) Lecho con granulometría pobremente graduada; (c) Lecho móvil análogo al caso anterior.

Pitlick (1992) halla que en el tramo de río de grava gruesa objeto de su estudio en condiciones de lecho plano no se observan diferencias en la aspereza equivalente, entre lecho fijo y móvil —correspondiendo éste con régimen superior, es decir, con altos valores de τ/τ_c —. Sin embargo, para tensiones de corte superiores al triple de la crítica pero inferiores a las correspondientes a flujo superior tiene lugar un movimiento de fondo de tal intensidad que genera formas muy irregulares, con amplitudes de onda de hasta el 20% del calado. Dichas formas de fondo tienen un acusado efecto sobre la resistencia al flujo, pudiéndose aproximar la magnitud de k_s como la amplitud de onda o altura de las mismas.

En segundo lugar puede considerarse un grupo de experiencias con canales de laboratorio de lecho de grava móvil y plano a través de las que, en contraposición a lo expuesto en los párrafos antecedentes, sí se detecta un incremento del factor de fricción con la magnitud del acarreo, desarrollándose en algunos casos ecuaciones para el pronóstico de tal incremento (p. ej. Song *et al.*, 1998; Gao y Abrahams, 2004).

Para Song *et al.* (1998) el mecanismo mediante el cual el acarreo influye en el factor de fricción es el siguiente. Las partículas en movimiento por el fondo (en saltación, rodadura o deslizamiento) colisionan con las partículas en reposo o bien entre ellas. Las partículas más gruesas provocan una colisión de mayor intensidad debido a su mayor inercia, lo que ocasiona una mayor pérdida de energía del flujo. Además, un incremento en la magnitud del transporte sólido de fondo conduce a una mayor frecuencia de las colisiones, con lo que resulta un mayor consumo de energía y el valor del factor de fricción aumenta respecto a la situación de lecho fijo.

Fundamentándose en ensayos en tuberías y canales de laboratorio con transporte de fondo en régimen uniforme y de baja concentración (inferior al 1% en volumen), Song *et al.* (1998) proponen la siguiente ecuación empírica que puede aplicarse para el cálculo del factor de fricción de flujo en lámina libre con transporte sólido de fondo

$$\frac{f}{f_c} = \left(30,4\sqrt{d^*}C + 1\right)^{0,92} \quad (2.125)$$

designando f el factor de fricción para flujos con transporte sólido de fondo, f_c el factor de fricción para flujo sin transporte de sedimentos (flujo de agua clara) y de la misma sumersión relativa, C la concentración volumétrica del transporte de fondo ($C=Q_s/Q$, donde Q_s es el caudal sólido volumétrico de fondo y Q es el caudal volumétrico líquido) y d^* el diámetro adimensional de las partículas de sedimento, definido como

$$d^* = \left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho} \frac{g}{v^2}\right)^{1/3} d_{50} \quad (2.126)$$

La ecuación (2.125) puede escribirse de la forma siguiente

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \sqrt{\frac{8}{f_c}} \left(30,4\sqrt{d^*}C + 1\right)^{-0,46} \quad (2.127)$$

El rango experimental para el canal de laboratorio de ensayo variaba entre $1,00 \leq f/f_c \leq 1,54$. Debe destacarse que no tuvieron lugar formas de fondo en el canal, aceptable por tanto la condición de lecho plano, atribuible a los altos números de Froude alcanzados (superiores a 0,8 en la mayoría de los casos), al sedimento grueso utilizado (grava) y al rango de pendientes ($0,005 \leq S \leq 0,015$, para las que se da lecho plano). El valor de f_c proponen determinarlo para sus datos mediante la ecuación logarítmica

$$\sqrt{\frac{8}{f_c}} = 5,75 \log\left(\frac{y}{d_{50}}\right) + 4 \quad (2.128)$$

Asimismo, Gao y Abrahams (2004) consideran la descomposición aditiva del factor del fricción del flujo con transporte sólido de fondo según

$$f = f_c + f_{bt} \quad (2.129)$$

donde f es el factor de fricción del flujo, f_c es el factor de fricción equivalente de agua clara y f_{bt} es el factor de fricción atribuible al efecto del transporte sólido de fondo. Los citados autores sostienen que la inclusión de f_c para la determinación de f —como, por ejemplo, en la ecuación (2.125)—añade incertidumbre, en la medida que las fórmulas de cálculo de f_c requieren en general la estimación de la aspereza equivalente para el caudal de agua clara. Por consiguiente, mediante análisis dimensional y ajuste a datos tomados en canales de laboratorio con lecho plano de grava sometido a transporte de fondo proponen

$$f_{bt} = 0,048 C_{bc}^{0,25 \cdot x} D_*^{0,5} \left(\frac{h}{d} \right)^{-0,75y} \quad \text{para } C_{bc} \geq C_b > 0 \quad (2.130)$$

donde C_{bc} es la concentración volumétrica del transporte sólido al nivel de capacidad de transporte —que debe estimarse mediante una fórmula de capacidad de transporte sólido de fondo—, h es el calado, d es el tamaño del sedimento (d es el diámetro medio) y

$$D_* = \frac{R_*^2}{\theta}, \quad \text{donde } \theta = \frac{\rho \nu_*^2}{d \cdot g \cdot (\rho_s - \rho)} = \frac{\gamma \cdot R \cdot S}{d \cdot (\gamma_s - \gamma)} \quad (2.131)$$

$$x = \left(\frac{C_b}{C_{bc}} \right)^\alpha; \quad y = \left(\frac{C_b}{C_{bc}} \right)^\beta \quad (2.132)$$

denotando C_b la concentración volumétrica del transporte de fondo. Para $C_b = 0$, entonces debe tomarse $f_{bt} = 0$. En el ajuste a los datos de laboratorio obtuvieron $\alpha = -0,41$ y $\beta = 0,77$.

El valor que alcanza f_{bt} puede analizarse, al menos cualitativamente, en función de la frecuencia de colisión de las partículas transportadas. A mayor valor de θ mayor espesor de la capa de transporte de fondo y mayor colisión entre partículas y viceversa. Gao y Abrahams (2004) a fin de investigar la magnitud relativa de f_{bt} respecto de f_c y tomando θ como variable de control ajustan la ecuación

$$\frac{f_{bt}}{f_c} = 2 + 0,66 \log \theta \quad (2.133)$$

que puede escribirse como

$$\frac{f_{bt}}{f_c} = 1 + 0,66 \log \theta \quad (2.134)$$

Por tanto, el valor de f_{bt}/f_c aumenta con θ . Para $\theta = 0,03$ (valor crítico de inicio del movimiento) f_{bt} es nula, pues el transporte de fondo no ha tenido lugar y no ejerce resistencia. Para transporte de fondo mediante saltación (mecanismo correspondiente a los datos seleccionados) θ varía entre 0,5 y 1, por lo que para $\theta = 1$ entonces $f_{bt} = f_c$, que es límite máximo que puede alcanzar.

Los datos utilizados por Song *et al.* (1998) y Gao y Abrahams (2004) tienen un valor del índice de clasificación del sedimento que como máximo se sitúa en el extremo inferior de los valores habituales en ríos de grava ($d_{84}/d_{50} = 1,5$, véase § 2.7.1.1.4). Si el sedimento ensayado hubiera sido sensiblemente más heterométrico y las partículas más gruesas hubieran permanecido en reposo o bien transportadas a velocidades muy inferiores a las del flujo, éstas hubieran predominado en el proceso de resistencia al flujo mediante la fuerza de arrastre ejercida contra éste —de acuerdo con el modelo expuesto por Whiting y Dietrich (1990)— y entonces f/f_c hubiera tomado valores cercanos a 1,0.

Cao (1985) lleva a cabo ensayos en canal de laboratorio con fondo de grava en los que reproduce lecho móvil plano, con antidunas y con barras alternas. Observa un crecimiento de la resistencia al flujo que atribuye al decalaje entre la velocidad de la partícula en movimiento y la del fluido. Esta diferencia da lugar a fricciones agua-partículas transportadas que provocan pérdidas de energía proporcionales a la concentración de sedimento acarreado. Con base en un conjunto de regresión integrado por datos propios y de Meyer-Peter y Müller (1948) deriva una ecuación para el cálculo de f en situación de caudal sólido de fondo en la que incluye como variables independientes la sumersión relativa, el número de Froude de partícula y la concentración de sedimento transportado

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 0,99 \left(\frac{R}{d_{50}} \right)^{-0,07} \left(\frac{v}{\sqrt{g \cdot d_{50}}} \right)^{1,08} \cdot C^{-0,07} \quad (2.135)$$

donde C es la concentración volumétrica del transporte sólido. Nótese que a diferencia de los procedimientos propuestos por Song *et al.* (1998) y Gao y Abrahams (2004) en este caso no se distingue entre f correspondiente a lecho fijo y f correspondiente a lecho móvil. El motivo radica en que Cao obtuvo malos resultados al aplicar dicha descomposición. Un factor que pudo influir es que en este caso, a diferencia de los dos anteriores, era que el lecho no permanecía plano para todos los datos, sino que también se daban antidunas y barras alternas.

Desde un punto de vista práctico, el mayor problema a la hora de aplicar los métodos propuestos por Song *et al.* (1998), Gao y Abrahams (2004) y Cao (1985) para predecir, por ejemplo, el calado en una sección conocido el caudal es que debe calcularse también la magnitud del transporte sólido de fondo, cálculo que suele estar sujeto a una indeterminación mayor que la del propio factor de fricción. Además, debe añadirse la incertidumbre asociada a la necesaria determinación del factor de fricción correspondiente a agua clara.

Un tercer grupo de investigadores ha coincidido en señalar la situación particular que representa el nivel de flujo cercano al inicio del movimiento del sedimento. En efecto, se ha detectado que en el umbral del movimiento de las partículas del lecho la resistencia al flujo decrece respecto de las situaciones de lecho fijo y de lechos sometidos a acarreo intenso (p. ej. Ferro, 2003-b; Nikora y Goring, 2000). Esto podía deberse a que cerca del umbral del movimiento las partículas ruedan y rellenan los huecos existentes entre partículas, suavizando las irregularidades del lecho, y dando lugar a una minimización de la fuerza de arrastre en torno a $\tau / \tau_c \approx 1$.

Por último, un conjunto de investigaciones llama la atención sobre la contribución de la sedimentación de la fracción más fina del acarreo en la modificación de la resistencia al flujo, en el contexto de una geomorfología e hidráulica fluvial más complejas que los simplificados modelos conceptuales y de laboratorio que habitualmente se asumen. Por ejemplo, Carling (1998) mediante registros hidráulicos y sedimentológicos en un río de montaña al paso de hidrogramas que daban lugar a transporte sólido de fondo moderado encontró que en el transcurso del acarreo se producía una reducción de la rugosidad de lecho y la consecuente disminución de f , mientras que antes del transporte y después del cese del mismo se observaba un incremento de f . Este fenómeno lo atribuye al hecho de que el material más fino constitutivo de las barras laterales existentes se deposita sobre la coraza, que no llega a romperse, rellorando sus intersticios y uniformizando la irregularidad superficial —el tamaño d_{84} de la coraza era 2,22 veces mayor que su análogo en las barras—. Posteriormente, en la fase de recesión del hidrograma se lavan los finos superficiales y vuelve a incrementarse la

rugosidad. En estos eventos de transporte de fondo moderado la fuente de sedimento predominante son las barras, que tienen un material más fino que la coraza del lecho.

De forma similar, un río con lecho de roca o bolos puede ver acusadamente reducida su resistencia al flujo debido a la sedimentación de material fino —por ejemplo, arena transportada por una avenida de elevado periodo de retorno en una cuenca de ambiente árido o semiárido— que rellene los espacios entre las partículas más gruesas, alisando de ese modo la superficie (Simons *et al.*, 1979).

La reconfiguración de las formas de fondo debida al transporte de sedimento sucede en ríos de arena para un más amplio intervalo de niveles de flujo que en los de grava. En ríos con sedimento de calibre muy grueso dicha reconfiguración solamente acontece para episodios de carácter catastrófico, por consiguiente, predomina la estabilidad morfológica del lecho entre tales eventos y las formas de erosión y sedimentación por ellos creadas tienden a dominar la morfología del cauce. Por lo tanto, en ríos de material grueso el efecto del transporte de sedimento de fondo en la resistencia al flujo puede desligarse en muchos casos del que provocan las formas de fondo (véase § 2.7.1.12).

2.7.1.11.2 Efecto del transporte sólido en suspensión en la resistencia al flujo

Las investigaciones publicadas acerca de la influencia del transporte sólido en suspensión en la resistencia al flujo pueden agruparse en tres grandes conjuntos en función de lo observado. En el primero se incluyen las constataciones de que la resistencia al flujo disminuye, explicado, en general, por la reducción de la turbulencia del flujo que ocasiona la presencia de los granos en suspensión. En un segundo conjunto se agrupan aquellos estudios que detectan en cauces de contorno rígido un incremento del factor de fricción con la suspensión. En tercer lugar un número de experiencias han detectado que el factor de fricción puede aumentar o disminuir en presencia de suspensión, en función de una serie de circunstancias.

En un exhaustivo estudio de Khullar *et al.* (2002) para cauces granulares y a partir de datos propios (en canal de laboratorio con suspensión circulando sobre dos lechos de arena y otro de grava, todos móviles) y de otros autores; proponen la siguiente ecuación que determina el incremento de resistencia al flujo motivado por las partículas en suspensión

$$\frac{f}{f_o} = 1 - 2 \cdot 10^{-5} (s - 1) \frac{C \cdot \omega}{v \cdot S} \quad (2.136)$$

denotando f el factor de fricción para el flujo cargado de suspensión; f_o el factor de fricción para el flujo correspondiente sin suspensión; C la concentración de sedimento (expresada en partes por millón) por volumen de flujo; s el peso específico relativo del sedimento en suspensión respecto del agua; ω la velocidad de decantación del sedimento; v la velocidad media del flujo y S la pendiente del cauce. Dicha ecuación puede expresarse como

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \sqrt{\frac{8}{f_o}} \left(1 - 2 \cdot 10^{-5} (s - 1) \frac{C \cdot \omega}{v \cdot S} \right)^{-0,50} \quad (2.137)$$

Tal y como pronostican las ecuaciones expuestas, el valor del factor de fricción en cauces aluviales es decreciente con incrementos de la concentración de sedimentos en suspensión. Según Khullar *et al.* (2002) lo anterior es cierto siempre que la incorporación creciente de

partículas en suspensión no de lugar a incrementos notables en el tamaño e irregularidad de las formas de fondo, puesto que en ese caso se detectaría incremento de la resistencia al flujo con aumentos de la carga en suspensión.

Según Wang *et al.* (1998) tal disminución de la resistencia al flujo se produce porque para altas concentraciones de partículas de arcilla en suspensión (mayor que el 3-4%) los flóculos formados por la arcilla se encuentran interconectados formando una estructura tridimensional que tiene dos efectos: disminuye la turbulencia y aumenta la tensión viscosa respecto al flujo de agua clara. Para flujo turbulento e hidráulicamente rugoso, como el que se produce sobre partículas granulares gruesas, dado el dominio de la tensión turbulenta se produce reducción de la fuerza de arrastre debido a que la estructura tridimensional que forman los flóculos de arcilla en suspensión mitiga el desarrollo de los vórtices turbulentos. Si el flujo es turbulento e hidráulicamente liso tanto la tensión viscosa como la turbulenta juegan un papel importante, por lo que la disminución de la turbulencia se ve contrarrestada por el incremento de la tensión viscosa y, por consiguiente, no se produce una reducción de la fuerza de arrastre apreciable.

2.7.1.12 Descomposición aditiva de la resistencia al flujo en ríos de grava

En este tipo de procedimiento, profusamente aplicado en ríos de lecho de arena, el coeficiente de resistencia (u otros parámetros) es dividido linealmente en dos (o más partes)

$$f = f' + f'' \quad (2.138)$$

Generalmente, se asigna la primera (f') a la resistencia correspondiente a la aspereza de partícula en lecho plano, mientras que la segunda componente (f'') se asocia al efecto de las diferentes formas de fondo. Originalmente, la superposición lineal se expresó en términos de tensión de corte media

$$\tau = \tau' + \tau'' \quad (2.139)$$

que puede cumplirse mediante un reparto lineal del radio hidráulico

$$R = R' + R'' \quad (2.140)$$

y por lo tanto

$$\tau = \gamma \cdot R' \cdot S + \gamma \cdot R'' \cdot S \quad (2.141)$$

o bien mediante el reparto lineal de la pendiente

$$S = S' + S'' \quad (2.142)$$

y resulta

$$\tau = \gamma \cdot R \cdot S' + \gamma \cdot R \cdot S'' \quad (2.143)$$

En contraposición, en los métodos de aproximación no lineal el coeficiente de resistencia no se divide entre aspereza de partícula y de forma, manteniéndose en su lugar un único factor. La mayoría de los procedimientos no lineales se han derivado de análisis dimensional o bien

de análisis de regresión estadística. Frecuentemente, tales métodos asumen flujo permanente, cauce prismático, régimen uniforme y transporte de sedimento ausente o en equilibrio.

Mediante la descomposición aditiva se pretende que cada una de las partes sea función de solamente dos de las tres variables independientes del miembro derecho de la ecuación (2.17), de modo que un problema de cuatro dimensiones se transforme en dos problemas de tres dimensiones. Por ejemplo, se puede suponer que f' es función de R_e y de d_s/h pero no de F , mientras que f'' es función de F y de d_s/h pero no de R_e .

Esta descomposición se ha adoptado en diferentes métodos aplicables a ríos con lechos de arena para los que se han podido relacionar satisfactoriamente las diferentes configuraciones de formas de fondo con variables como F (p. ej. Engelund y Hansen, 1967), $\Delta\rho_s/\rho$ (p. ej. Einstein y Barbarossa, 1952), F^* (p. ej. Alam y Kennedy, 1969) o d_s/h (p. ej. Simons y Richardson, 1966; Alam y Kennedy, 1969). Sin embargo, en ríos con lechos constituidos por partículas de calibre de grava o superior las diferentes formas de fondo han sido tradicionalmente peor conocidas y de más difícil modelación. A continuación se exponen los diferentes métodos de descomposición más relevantes que han sido propuestos para ríos de grava y se discute su aplicación práctica.

Método de Parker y Peterson (1980)

Parker y Peterson (1980) proponen una metodología al objeto de distinguir, en la determinación de la resistencia al flujo en ríos de grava, entre la componente directamente vinculada a la partícula y la atribuible a las formas, como puedan ser la secuencia vado-pozas y las barras marginales alternas generalmente asociadas. En primer lugar definen un factor de fricción, C , como

$$C = \frac{f}{8} = \frac{g \cdot y \cdot S}{v^2} \quad (2.144)$$

Suponen la división del factor de fricción, distinguiendo entre la componente correspondiente a las partículas (C_g) y la correspondiente a las barras (C_b)

$$C = C_g + C_b \quad (2.145)$$

El factor de fricción asociado a las partículas (C_g) proponen determinarlo mediante la ecuación logarítmica

$$C_g = \left(5,75 \log \left(\frac{11y}{k_s} \right) \right)^{-2} \quad (2.146)$$

calculando la aspereza equivalente con arreglo a la relación establecida en canales de laboratorio por Kamphuis (1974) con arena de granulometría heterogénea ($k_s = 2d_{90}$). Dado que

$$C_b = C - C_g \quad (2.147)$$

y asumiendo, asimismo, superposición de pendientes

$$S_f = S_g + S_b \quad (2.148)$$

donde S_f es la pendiente de la línea de energía y S_g y S_b son, respectivamente, la componente de la pendiente asociada al efecto de las partículas y la componente referente a las formas de fondo, que se pueden expresar como

$$S_g = F^2 C_g \text{ y } S_b = F^2 C_b \quad (2.149)$$

designando F el número de Froude. Por consiguiente,

$$C_b = F^2 (S_f - S_g) \quad (2.150)$$

A partir de la (2.148) puede escribirse

$$\tau = \tau_b + \tau_g \quad (2.151)$$

siendo $\tau_g = \gamma \cdot y \cdot S_g$ y $\tau_b = \gamma \cdot y \cdot S_b$.

El procedimiento de descomposición de la pendiente expuesto previamente puede utilizarse para calcular en un tramo de río C_g , S_g , τ_g , C_b , S_b y τ_b si son conocidos el caudal (Q), el ancho de superficie libre (T), la pendiente de la línea de energía (S_f) (o del cauce si se considera régimen uniforme), el calado medio (y) y la aspereza equivalente (función del tamaño de partícula). Si, además, se dispone de una ecuación adicional para predecir C_b , el calado medio (y) podría calcularse en función del caudal (Q), por lo que se contaría con un método pronosticador de la relación calado-caudal. Parker y Peterson (1980) utilizan datos en ríos de grava de diferentes autores para obtener empíricamente dicha ecuación adicional

$$C_b = 2,33 \cdot 10^{-6} \tau_g^{*-1,744} \quad (2.152)$$

donde el número de Shields (τ_g^*) se calcula como $\tau_g^* = \tau_g / (\gamma_s - \gamma) \cdot d_{50}$.

Método de Prestegard (1983)

Prestegard (1983) con base en datos de diversos tramos de ríos de grava con secuencia vado-pozas y con presencia de barras —tanto marginales como centrales— pretende estimar la aportación de dichas formas a la resistencia al flujo. A tal efecto asume superposición lineal de pendientes, por lo que la pendiente de la línea de energía se puede descomponer en la suma de la pendiente correspondiente a las partículas (S_g) y a las barras (S_b)

$$S_f = S_g + S_b \quad (2.153)$$

La pendiente asociada a las partículas se determina mediante la ecuación (2.49) de Keulegan imponiendo $k_s = d_{84}$

$$S_g = F^2 \left(\frac{v}{v_*} \right)^2 = F^2 \cdot \left(5,75 \log \left(\frac{y}{d_{84}} \right) + 6,25 \right)^2 \quad (2.154)$$

siendo y el calado medio en el tramo. En régimen uniforme (condición que cumplan en promedio los 12 tramos estudiados), se cumple $S_f = S_o$, por lo que

$$S_b = S_o - S_g \quad (2.155)$$

Aplicando el procedimiento expuesto a los datos tomado en 12 tramos de ríos —correspondientes al nivel de aguas altas (*bankfull*)— obtiene que la resistencia al flujo debida a las barras supone entre el 50% y el 75% de la resistencia total. Halla, además, correlato entre la magnitud de las barras, representada por el cociente entre la amplitud (A) y la longitud de onda (λ) del de las ondulaciones del perfil longitudinal, y S_b . Dicha correlación, junto con las demás ecuaciones propuestas, podría ser utilizada como pronosticador de la relación caudal-calado.

Método de Hey (1989)

Hey (1989) no considera lícito asumir flujo uniforme (es decir, que la pendiente promedio de la lámina libre sea paralela a la del lecho) en tramos con secuencia de vado-pozas, ni siquiera en promedio en un tramo que comprenda varias secuencias —toda vez que también debería cumplirse que la velocidad promedio no cambie en la secuencia vado-pozas—. Sostiene que para flujos con sumersión reducida la diferencia de la velocidad media entre vados y pozas es muy acusada, lo que no permite asumir flujo uniforme.

A la luz de la crítica a los trabajos de Parker y Peterson (1980) y Prestegard (1983) propone un método alternativo. Del procedimiento propuesto por los dos primeros autores citados considera que infraestima C_g , dado que utiliza para su cálculo el valor del calado medio (y) en el tramo estudiado, valor superior al que se daría si no existiera el efecto de las barras. Critica, además, la determinación de la aspereza equivalente (k_s) mediante la relación de Kamphuis, que a su juicio la infravalora. Es por ello que el autor sostiene que el procedimiento seguido por Parker y Peterson (1980) sobrevalora la resistencia debida a las barras.

Asimismo, dado que Prestegard (1983) utiliza también el valor del calado medio registrado y , además, adopta $k_s = d_{84}$ (cuando según Hey $k_s \approx 3,5d_{84}$) lleva a sostener a este último que el primero infravalora la componente de la pendiente debida al grano y , en consecuencia, sobreestima la debida a la barra. Además, si S_b es función del cociente entre amplitud y longitud de onda de las ondulaciones del lecho, como correlaciona Prestegard, da la impresión que ésta es independiente de la sumersión, dado que los parámetros de la ondulación son fijos dada una localización.

El modelo alternativo propuesto por Hey (1988) se fundamenta en suponer que en ríos con secuencia de vado-pozas y presencia de barras asociadas, los vados controlan la relación calado-caudal y que las condiciones medias del flujo en el tramo dependen también de la geometría de las pozas. El calado medio y la velocidad media en la sección del vado, donde el flujo es localmente uniforme, dependen de la aspereza equivalente debida a la partícula en el vado (k_g), de la pendiente local (S_r), de la forma de la sección transversal y del caudal

$$f_r = \frac{8g \cdot y_r \cdot S_r}{v_r^2} \quad (2.156)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f_r}} = 2,03 \log \left(\frac{a_r y_r}{k_g} \right) \quad (2.157)$$

reflejando a_r la influencia de la forma de la sección transversal del vado en la resistencia al flujo. La ecuación general de a es

$$a = 11,1 \left(\frac{R}{d_m} \right)^{-0,314} \quad (2.158)$$

S_r no es igual a S (pendiente media en el tramo) ya que para escurrimientos bajos aquélla es invariablemente mayor. La aspereza equivalente de partícula (k_g) así obtenida representa la aspereza equivalente para flujo uniforme.

De forma similar la aspereza equivalente total (k_t) para flujo uniforme promedio a través de la secuencia vado-pozas puede calcularse mediante valores medios de v , y y S determinados para dos pozas y dos vados. k_t refleja todos los factores que influyen en la resistencia al flujo, incluyendo aspereza de partícula, forma de las barras, flujos secundarios, ondas superficiales, alineación y vegetación en las márgenes. En caso de que solamente influya la forma de las barras y asumiendo la propiedad de superposición

$$k_b = k_t - k_g \quad (2.159)$$

Imponiendo la ecuación de continuidad

$$Q = v \cdot T \cdot y = v_r T_r y_r \quad (2.160)$$

$$\frac{v_r}{v} = \frac{T \cdot y}{T_r y_r} \quad (2.161)$$

denotando T el ancho superficial de la sección. Mediante la ecuación de Darcy-Weisbach

$$8g = \frac{f_r v_r^2}{y_r S_r} = \frac{f \cdot v^2}{y \cdot S} \quad (2.162)$$

Sustituyendo (2.161) en (2.162)

$$\frac{f_r}{f} = \frac{y_r^3 T_r^2 S_r}{y^2 T^2 S} \quad (2.163)$$

Utilizando la ecuación propuesta por Hey (1979) para determinar el factor de fricción en ríos de grava

$$\left(\frac{f_r}{f}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\log\left(\frac{a \cdot y}{k_t}\right)}{\log\left(\frac{a_r \cdot y_r}{k_g}\right)} \quad (2.164)$$

Si de la ecuación anterior se despeja k_t

$$k_t = a \cdot y \left(\frac{k_g}{a_r \cdot y_r}\right)^{(f_r/f)^{1/2}} \quad (2.165)$$

De la ecuación de superposición de aspereza de partícula

$$k_b = a \cdot y \left(\frac{k_g}{a_r \cdot y_r}\right)^{(f_r/f)^{1/2}} - k_g \quad (2.166)$$

Consecuentemente, dada la geometría de la sección media del tramo y del vado y la aspereza equivalente de este último —calculada a través de las ecuaciones (2.156), (2.157) y (2.158) o bien asumiendo $k_g = 3,5 \cdot d_{84}$ — es posible calcular k_t y k_b (ecuaciones (2.165) y (2.166)).

Método de Griffiths (1989)

Griffiths (1989) propone una metodología para la descomposición de la resistencia al flujo, por una parte, en una componente que contemple la pérdida de energía debida a la aspereza de partícula y, por otra, en una componente que aglutine el efecto de las formas de fondo y el efecto de las partículas transportadas por el fondo. Griffiths parte de la superposición de factor de fricción y tensión de corte adimensional

$$f = f' + f'' \quad (2.167)$$

$$\tau_* = \tau_*' + \tau_*'' \quad (2.168)$$

y además que

$$\frac{f''}{f'} = \frac{\tau_*''}{\tau_*'} \quad (2.169)$$

por lo que llega a

$$f = f' \left(1 + \frac{\tau_*''}{\tau_*'}\right) \quad (2.170)$$

designando f y f' el factor de fricción de Darcy-Weisbach global y de partícula, respectivamente; mientras que τ_*' y τ_*'' representan la tensión de corte adimensional de

partícula y de forma de fondo . El factor de fricción de partícula (f') se obtiene a partir de la expresión de Keulegan imponiendo $k_s = d_{50}$

$$f' = \frac{1}{(2,03 \log(y/d_{50}) + 2,12)^2} \quad (2.171)$$

En el caso de lecho plano sin transporte de fondo se cumple $\tau_*'' = 0$ y, por consiguiente, $f = f'$. Por otro lado, se considera flujo sobre lecho móvil, plano o con formas de fondo activas. En estos dos casos el problema estriba en el cálculo de τ_*''/τ_*' . A partir del análisis de 81 datos de Meyer-Peter y Müller (1948) —tomados en canal de laboratorio con lecho móvil y flujo subcrítico— Griffiths (1989) diseña un nomograma del que obtener τ_*''/τ_*' en función de τ_* e y/d_{50} , siendo $\tau_* = \gamma \cdot y \cdot S / ((\gamma_s - \gamma) \cdot d_{50})$.

Para flujo supercrítico el autor considera dos regímenes: inferior, independiente de la sumersión relativa, y otro superior. En el primer caso a partir de 43 datos de Meyer-Peter y Müller (1948) propuso la ecuación ajustada empíricamente

$$\frac{\tau_*''}{\tau_*'} = \left(\frac{\tau_* - \tau_{*c}}{\tau_{*c}} \right) \cdot e^{-1,12 \cdot \tau_*^{-0,264}} \quad \text{para } S \leq \approx 0,03 \quad (2.172)$$

designando τ_{*c} la tensión crítica adimensional de inicio del movimiento, tomando un valor de 0,03. Para régimen superior, involucrando 76 datos de Smart y Jaeggi (1983), ajustó la siguiente expresión

$$\frac{\tau_*''}{\tau_*'} = \left(\frac{\tau_* - \tau_{*c}}{\tau_{*c}} \right) \cdot e^{-0,066 \cdot \tau_*^{-0,455} (y/d_{50})^{1,30}} \quad \text{para } S \geq \approx 0,03 \quad (2.173)$$

La distinción entre regímenes a efectos de cálculo puede hacerse en función de un umbral del 3% de pendiente, por encima del cual el régimen es superior y viceversa.

En condiciones de flujo permanente, cuasi-uniforme, bidimensional, turbulento y circulando sobre un lecho de gravas, τ_*'' es una función creciente de la tensión de corte adimensional, desde un valor inicial de cero en el umbral del movimiento. Griffiths halló que $\tau_*''/\tau_*' > 1$ cuando la tensión crítica se ve superada al menos tres veces, para régimen subcrítico, y al menos cinco veces si el régimen es supercrítico.

Método de Millar (1999)

Millar (1999) concibe la resistencia al flujo debida a las formas como un continuo que va desde las partículas individuales hasta las barras y la secuencia vado-pozas, pasando por las agrupaciones de partículas y la protuberancia asociada a partículas y bolos. El citado autor parte del supuesto que es posible determinar la componente de la resistencia atribuible a las partículas identificando un límite inferior en los datos de ríos, imponiendo $k_s' = d_{50}$. Adoptando la superposición causal, el factor de fricción (f) de un tramo de río será

$$f = f' + f'' \quad (2.174)$$

denotando f' el factor de fricción debido a la partícula y f'' el debido a las formas de fondo. En un cauce de alineación recta y sin desarrollo de formas de fondo se tendría que $f = f'$, dado que $f'' = 0$. Cualquier componente debida a la protuberancia de partículas, agrupaciones, barras o secuencias de vado-poza, supondría un incremento respecto al límite inferior representado por $f = f'$. Dicho límite es estimado por Millar (1999) imponiendo $k_s = d_{50}$ (al igual que originalmente estableció Nikuradse en sus experiencias con partículas de arena de tamaño uniforme) en la ecuación de Keulegan. Con la adopción de dicho criterio el autor comprobó que en un conjunto de 176 datos de ríos de grava con un nivel de aguas altas —tomados de Charlton *et al.* (1978), Bray (1979), Andrews (1984) y Hey y Thorne (1986)— dicha ecuación correspondía, con gran aproximación, a su envolvente inferior. Por consiguiente, infirió que la componente del factor de fricción atribuible a las formas de fondo se podía calcular como

$$f'' = f - f' \quad (2.175)$$

obteniendo f a partir de las variables hidráulicas promedio en los tramos de estudio y f' mediante la ecuación de Keulegan

$$f' = \left(2,03 \log \left(\frac{12,2y}{d_{50}} \right) \right)^2 \quad (2.176)$$

Para los 176 datos recabados f''/f oscilaba 0 y 0,89 con un valor medio de 0,51, lo que demostraría que el efecto de las formas de fondo es significativo a efectos de resistencia al flujo, más allá de flujos de baja sumersión.

Dado que para el conjunto de datos seleccionados no se informaba de la geometría de las formas de fondo, Millar (1999) retoma los datos de Presteggaard (1983) con el fin de establecer una correlación entre S'' y el cociente A/L (siendo (A) la amplitud y (λ) la longitud de onda de las ondulaciones del perfil longitudinal)

$$S'' = S - S' \quad \text{y} \quad S' = \frac{f'}{8} F^2 \quad (2.177)$$

donde S , S' y S'' designan respectivamente, la pendiente de la línea de energía (tomada igual a la pendiente media del cauce en el tramo de estudio), la componente de la pendiente debida a las partículas y, por último, la pendiente debida a las formas de fondo. Calculando f' mediante la ecuación de Keulegan e imponiendo $k'_s = d_{50}$, Millar encontró una alta correlación para la ecuación

$$S'' = 0,95 \frac{A}{L} \quad (2.178)$$

Si se utilizaba $k'_s = 3d_{84}$ no se obtenía una correlación significativa con A/L , lo que denotaría, según el autor, que dicha igualdad incorpora efectos de las formas de fondo y, por tanto,

sobreestima la resistencia de las partículas. De todas formas Millar recomienda que, mientras no se cuente con una ecuación que permita predecir de forma general la componente de la resistencia al flujo correspondiente a las formas de fondo —dado que la ecuación (2.178) no lo permite todavía—, a efectos prácticos deben utilizarse aquellas ecuaciones que se han desarrollado encontrando el valor de α ($k_s = \alpha \cdot d_i$, véase § 2.7.1.1.4) que logra el mejor ajuste a los datos.

Discusión

La aplicación de métodos de pronóstico del coeficiente de resistencia al flujo en ríos de montaña de lecho granular fundamentados en la descomposición aditiva de los efectos de partícula y de forma se ve dificultada por problemas de diversa índole, objeto de discusión a continuación.

En relación con las componentes asociadas a la resistencia de partícula cabe destacar principalmente el hecho de que existen importantes divergencias entre los diferentes autores a la hora de estimar el valor de la aspereza equivalente. En efecto, mientras que unos propugnan la adopción de la relación hallada por Nikuradse, es decir, que k_s sea equivalente al tamaño de partícula —es el caso de Prestegard (1983), Griffiths, (1989) y Millar (1999)— otros se decantan por valores netamente superiores, equivalentes a hasta 3-4 veces el tamaño de partícula (p. ej. Parker y Peterson, 1980; Hey, 1989). La adopción del primer criterio podría sobrevalorar la contribución de la componente asociada a las formas de fondo en la resistencia al flujo.

Sobre esta cuestión no parece razonable asumir que el efecto, en lo que atañe a la resistencia al flujo, de un lecho conformado por partículas de tamaño no uniforme de calibre equivalente a grava o superior y con variaciones en la forma, orientación, disposición, etc. de los granos —aun en el supuesto de que el lecho se considere plano en lo referente a formas de fondo de gran escala e incluso a agrupaciones de partículas— sea equiparable a un lecho monocapa de granos homométricos (pues tal es la característica de los experimentos de Nikuradse (§ 2.7.1.1.4)). Sin embargo, en ocasiones puede suceder que los valores de f registrados en ríos, pero en mayor medida en canales de laboratorio, sean incluso inferiores que los estimados de f —tal y como encontró Cao (1985)—, lo que es físicamente imposible. Lo anterior puede ocurrir con mayor frecuencia en el caso de grava de tamaño sensiblemente uniforme si las formas de fondo son antidunas, puesto que en dicha forma la superficie de la lámina de agua y las formas de fondo se encuentran en fase y la resistencia de forma puede ser muy reducida o prácticamente equiparable a lecho plano.

En referencia a la componente asociada a las formas de fondo, en ríos de grava se está todavía lejos de establecer una relación general satisfactoria, aunque sea mediante aproximaciones empíricas, en la que intervenga la geometría de dichas formas pero también la sumersión relativa del flujo, puesto que el efecto sobre la corriente de las formas varía con ella. Además, en algunas de las ecuaciones propuestas no se pronostica una disminución de la contribución de las formas de fondo a medida que crece la sumersión (p. ej. Prestegard, 1983; Millar, 1999). Por el contrario, sí se cuenta con métodos de capacidad predictiva suficientemente general en el caso de lechos de arena, debido al mayor esfuerzo investigador desarrollado hasta el momento y a la mayor complejidad de las formas de fondo presentes en ríos de material grueso, que dificulta su clasificación y modelación.

Por consiguiente, aunque la descomposición sea una técnica útil para lograr un pronóstico de la resistencia al flujo más fundamentado desde el punto de vista epistemológico, el estado actual del conocimiento no permite una separación precisa de las componentes de partícula y de forma en ríos de montaña y, por consiguiente, debe recurrirse a métodos no lineales. En el futuro el establecimiento de expresiones para ríos de material grueso basadas en variables relacionadas con la geometría de dichas formas y con la sumersión relativa del flujo, entre otras características, permitiría una predicción adecuada de la contribución de las formas de fondo. Como contrapartida, la modelación hidráulica de ríos de material grueso requeriría datos topográficos a escalas que describieran a un nivel suficientemente preciso las diferentes formas de fondo que en ellos se desarrollan. Tal necesidad no es igual de acuciante en ríos de arena puesto que algunos métodos de separación lineal y no lineales pueden incluso ser útiles para predecir las formas de fondo que se desarrollarán para un determinado nivel de flujo. Por el contrario en ríos de material grueso las formas de fondo de gran escala, con la excepción de eventos de gran magnitud, no son reconfiguradas.

2.7.2 Ecuaciones sin coeficiente de resistencia explícito

2.7.2.1 Ecuaciones con Q como variable dependiente

Como se ha visto en § 2.5, algunos de los métodos de determinación de los coeficientes de resistencia al flujo (métodos del 1 al 3) no permiten ir más allá de una mera estimación, que por otra parte puede ser muy dispar incluso cuando se compara entre técnicos expertos. Como se ha visto también, la medición directa del coeficiente de resistencia no siempre es abordable (ya sea por coste, urgencia o magnitud del caudal de interés). Por último, las fórmulas englobadas en el grupo 4 (ecuaciones que se han tratado en § 2.7.1) hacen intervenir en la determinación del coeficiente de resistencia el tamaño de las partículas del lecho. En la medida que el valor de dicho tamaño es posible obtenerlo mediante técnicas de muestreo razonablemente bien establecidas, disminuye sensiblemente la subjetividad que caracteriza a los grupos anteriores (del 1 al 3). Sin embargo, tal procedimiento puede incrementar el coste al requerir análisis granulométricos del sedimento.

Debido a las limitaciones de los métodos existentes para la determinación del coeficiente de resistencia, expuestas en los párrafos precedentes, diversos autores han venido desarrollando una serie de ecuaciones para flujo permanente y uniforme en ríos en las que no es necesaria una estimación independiente de dicho coeficiente ni requieren cuantificación granulométrica del sedimento. Dichas ecuaciones son objeto de tratamiento en este apartado.

Una primera opción para desarrollar tales ecuaciones consiste en el establecimiento de correlaciones entre n o f y algunas de las variables independientes de las ecuaciones (2.5) y (2.7) (comúnmente R y/o S) (p. ej. Golubtsov, 1969; Bray, 1979; Jarrett, 1984; Sauer, 1990) de tal modo que estas últimas puedan expresarse como

$$Q = c \cdot A^\alpha R^\beta S^\delta \quad (2.179)$$

donde c , α , β , y δ son coeficientes empíricos o funciones. Alternativamente a esta primera posibilidad otros autores han ajustado directamente la ecuación (2.179) o bien expresiones análogas en las que la velocidad media del flujo (v) es la variable dependiente (p. ej. Riggs, 1976; Williams, 1978; Bray, 1979; Meunier, 1989; Dingman y Sharma, 1997; Bjerklie *et al.*, 2003; López y Barragán, 2004).

En la tabla A-5 se han recopilado las ecuaciones desarrolladas por los autores indicados en los párrafos precedentes y que son de aplicación a ríos de grava. Se informa, además, del número de datos que se emplearon para ajustar el valor de los coeficientes y exponentes, así como del intervalo empírico de las variables involucradas. En la mayoría de los casos su aplicación está indicada para tramos en ríos de grava, de alineación no sinuosa, para niveles iguales o inferiores al de aguas altas, en ausencia de vegetación y sin obstáculos. Tales condiciones son, en general, análogas a las que se han establecido por diferentes autores para las ecuaciones que toman el factor de fricción como variable dependiente (presentadas en § 2.7.1), puesto que ambos grupos de fórmulas comparten en gran medida el conjunto empírico de ajuste.

Merece ser notado que las ecuaciones derivadas mediante regresión múltiple por Riggs, Williams, Dingman y Sharma, Bjerklie *et al.* y López y Barragán tienen un valor de α que es mayor que 1,0. Además, el primero, tercero y últimos de dichos autores proponen ecuaciones en las que δ es una función del logaritmo decimal de S . Asimismo, debido al método de regresión múltiple empleado, las ecuaciones de Williams y Riggs no incorporan el radio hidráulico como variable independiente de ajuste.

Dados los valores en los coeficientes de ajuste, generalmente, este tipo de ecuaciones no son dimensionalmente homogéneas, lo que significa que el coeficiente c de la ecuación (2.179) no es adimensional. Las ecuaciones que aparecen en la tabla A-5 se han expresado en función del Sistema Internacional, es decir: Q en m^3/s , A en m^2 , R en m y S en m/m . Es preciso remarcar que, dado el carácter empírico de este tipo de ecuaciones, es necesario observar estrictamente en su aplicación el rango experimental subyacente, evitando extrapolaciones y, especialmente, su empleo en encauzamientos.

La mayoría de las ecuaciones que aparecen en la tabla A-5 tienen una estructura que es análoga a las denominadas ecuaciones derivadas según el concepto o teoría de régimen (p. ej. Lacey, 1946). El concepto de régimen alude a la estabilidad o equilibrio dinámico que se da en ríos o canales erosionables entre caudal sólido, caudal líquido y geomorfología hidráulica. Su utilidad se centra en la determinación de la geometría hidráulica más estable dados el caudal líquido y sólido. Por consiguiente, en rigor debería aplicarse imponiendo el valor del caudal dominante o formativo (el caudal responsable de la forma del cauce de aguas altas). Sin embargo, las ecuaciones que aparecen en la tabla A-5 se han obtenido con un conjunto de datos que, en la mayoría de casos, incluyen niveles muy inferiores al de aguas altas. Únicamente las ecuaciones propuestas por Williams (1978) y Bray (1979) podrían considerarse como ecuaciones de régimen, porque se han ajustado a conjuntos integrados solamente por datos con nivel de aguas altas.

2.7.2.2 Ecuaciones con la velocidad media (v) como variable dependiente

2.7.2.2.1 Formulación

En ríos de montaña de fuerte pendiente, sedimento grueso heterométrico y flujo de sumersión relativa reducida es difícil determinar el calado medio y, por consiguiente, el área mojada. Por lo tanto, es frecuente que en esas condiciones la velocidad media y el caudal se midan mediante procedimientos que empleen trazadores (p. ej. el método de la disolución salina), por lo que no se dispone de información del ancho y del calado del flujo. Dadas estas restricciones puede ser de interés el pronóstico numérico de la velocidad media del flujo, conociendo únicamente la pendiente media del cauce (S), un tamaño característico de las

partículas del lecho (d_i) y el caudal (Q), sin introducir variables relacionadas con la geometría de la sección transversal.

De acuerdo con Aberle y Smart (2003) este tipo de ecuaciones pueden relacionarse con las derivadas del concepto de Geometría Hidráulica —introducido por Leopold y Maddock (1953)—, que establece ecuaciones de variación en una determinada sección del ancho superficial, calado medio, velocidad (y otras propiedades relacionadas) con el caudal. Por ejemplo, la variación de la velocidad media de la sección se puede expresar en función del caudal como

$$v = cQ^m \quad (2.180)$$

denotando c y m coeficientes. Según Aberle y Smart (2003) si se incluye la pendiente y un tamaño característico del sedimento (d_i) la ecuación anterior puede escribirse

$$v = c_1 g^{m_1} S^{m_2} Q^{m_3} d_i^{m_3} \quad (2.181)$$

La ecuación (2.181) es dimensionalmente homogénea si se cumplen las siguientes relaciones: $m_1 = (1 - m)/2$ y $m_3 = (1 - 5m)/2$. En caso contrario c_1 no será adimensional.

2.7.2.2.2 Ecuación de Ruf (1988)

Ruf (1988) ajustó la ecuación (2.181) a un conjunto de datos de torrentes, con pendientes entre el 9% y el 48%, obteniendo

$$v = 1,23 \cdot Q^{0,5} S^{0,5} d_{70}^{-0,5} \quad (2.182)$$

con v en m/s, Q en m³/s, S en m/m y d_{70} en m.

2.7.2.2.3 Ecuación de Rickenmann (1994)

Rickenmann (1994) derivó un grupo de ecuaciones a partir de un conjunto de 373 datos de ríos de sedimento grueso tomados de Thompson y Campbell (1979), Griffithis (1981), Jarrett (1984), Bathurst (1985), Thorne y Zevenbergen (1985), Ruf (1990), Hodel (1993) y Rickenmann (1996). Basándose en un análisis estadístico halló que se obtenía mejor correlación si se ajustaban las ecuaciones definiendo conjuntos de regresión en función de la pendiente (véase § 2.7.1.7.1), con lo que distinguiendo entre rangos de pendiente, con un pequeño solape, obtuvo

$$v = 0,37 g^{0,33} Q^{0,34} S^{0,20} d_{90}^{-0,35} \quad \text{para } S > 0,006 \quad (2.183)$$

y

$$v = 0,96 g^{0,36} Q^{0,29} S^{0,35} d_{90}^{-0,23} \quad \text{para } S < 0,01 \quad (2.184)$$

con v en m/s, g en m/s², Q en m³/s, S en m/m y d_{90} en m. Las ecuaciones (2.183) y (2.184) fueron ajustadas con 217 y 187 datos respectivamente. A efectos prácticos Rickenmann recomienda el uso de la ecuación (2.183) para valores de la pendiente iguales o superiores a

0,8% y la ecuación (2.184) para valores de la pendiente iguales o inferiores a 0,8%. En el tabla 2.3 se muestra el intervalo de aplicación dichas ecuaciones.

Tabla 2.3. Intervalo de aplicación de las ecuaciones (2.183) y (2.184)

Ecuación	S (%)	Q (m ³ /s)	d_{90} (m)	y/d_{90}
2.183	0,8-63	0,03-140	0,05-2,1	0,4-4,0
2.184	0,0085-0,8	0,3-2.400	0,03-0,81	1-100

2.8 DIFERENCIAS ENTRE RÍOS Y CANALES DE LABORATORIO

El estudio experimental de la resistencia al flujo de cauces de contorno granular se ha abordado en dos ámbitos diferenciados: en ríos (o en canales de campo) y en canales de laboratorio. Puesto que al objeto de analizar la influencia de diversas variables en la resistencia al flujo o a fin de ajustar ecuaciones para la predicción del coeficiente de resistencia puede plantearse la conveniencia de establecer conjuntos de datos integrados tanto por datos tomados en ríos como en canales de laboratorio, cabe preguntarse acerca de la compatibilidad de tales datos. En los párrafos siguientes se examinan teóricamente aquellas características hidráulicas y geomorfológicas por las que cabe esperar diferencias empíricas en la resistencia al flujo entre ríos y canales de laboratorio. En dicho análisis se entenderá que se caracteriza a los canales de laboratorio de acuerdo con las propiedades más frecuentes que pueden hallarse en los ensayos disponibles hasta el momento en la bibliografía.

Respecto de la resistencia de contorno

Usualmente los lechos de grava que se disponen en canales de laboratorio presentan una granulometría menos graduada que la que puede encontrarse en ríos. Es por ello que cabe esperar una mayor contribución de la componente de **resistencia por arrastre** en cursos naturales frente a los de laboratorio, motivada por la relevancia que adquieren los elementos más descollantes. De todos modos, en el caso de canales hay que distinguir entre lechos con ubicación artificial de las partículas y lechos modelados por el flujo. En estos últimos, aunque la granulometría del sedimento pudiera ser comparativamente más uniforme que en ríos, la disposición de las partículas tendería a ser mucho más similar al caso de cauces naturales que en los lechos de laboratorio con ubicación artificial. La ubicación artificial se corresponde con un lecho de laboratorio fijo, producto de una solera formada por partículas inmovilizadas (generalmente mediante algún tipo de ligante o adhesivo) o bien con un lecho granular sin cohesión pero para el que el flujo no es capaz de detraer y transportar los granos de material.

En el caso de los ensayos de laboratorio, en general, no se informa sobre la presencia de formas de fondo de pequeña escala, por lo que cabe deducir que en el caso de lechos modelados por el flujo no se encontraban presentes. Dada la distribución granulométrica de los lechos de laboratorio, menos extendida que la de ríos, cabe suponer que la formación de dichas formas se ve dificultada. Por consiguiente, es razonable considerar que la resistencia provocada por las **formas de fondo de pequeña escala** no se halla presente en la mayor parte de los ensayos de laboratorio disponibles. Por otra parte, en el caso de ríos, es conveniente tener presente que el interés y el conocimiento de dichas formas de fondo data de fechas bastante más recientes que gran parte de los datos disponibles en tramos fluviales, por lo que no es de extrañar la ausencia de información sobre su presencia en la práctica totalidad de los tramos estudiados. Sin embargo, dado el tamaño del sedimento y su distribución granulométrica es posible inferir que su presencia puede ser en algunos casos significativa.

Los ensayos en canales de laboratorio en algunos casos no reproducen las condiciones para la creación de las secuencias vado-poza o escalón-poza, es decir, **formas de fondo de gran escala**. Algunos de los motivos son la adherencia de las partículas a la solera de los canales, lo que implica lecho fijo para cualquier nivel de flujo, y granulometría demasiado clasificada —impide la segregación necesaria entre material más grueso en escalón y vado que en las pozas—. Esta disimilitud puede provocar comportamientos diferenciales entre datos de laboratorio y campo respecto a la relación entre pendiente y factor de fricción, cuando dicha relación se pueda atribuir a las formas de fondo. Debe tenerse en cuenta que la presencia de formas de fondo de gran escala origina localmente flujo variado, lo que dependiendo de las secciones de registro puede conllevar condiciones alejadas de la uniformidad teórica.

La contribución a la **resistencia debida al transporte de sedimento** puede encontrarse más representada en los datos de laboratorio, pues buena parte se llevaron a término con el propósito de estudiar el transporte sólido de fondo. Si bien en el caso de ríos la mayoría de los autores informan explícitamente de ausencia de transporte de fondo —lo que no es de extrañar, ya que en ríos de material grueso el movimiento del lecho suele ser incompatible con las tareas hidrométricas que requieran vadeo— en algunos casos si se calcula el índice de movilidad del sedimento se pueden obtener valores superiores a 1,0. Por el contrario, en canales de laboratorio la distinción entre lecho fijo y móvil es claramente mucho más categórica y precisa, habida cuenta de las condiciones de control que se dan en laboratorio y, además, en caso de que acontezca transporte sólido éste se encuentra perfectamente cuantificado.

Respecto de la resistencia de cauce

La **variación longitudinal de la forma o ancho de la sección transversal y de la pendiente del cauce** son muchos mayores en los datos recabados en ríos (aun cuando se imponga la condición de uniformidad para su estudio), puesto que el canal de laboratorio, si se prescinde de la irregularidad de pequeña escala que introduce un lecho granular, es estrictamente prismático. Las formas de fondo de gran escala contribuyen en mayor medida a la heterogeneidad longitudinal, de forma y pendiente. En el caso de flujo de sumersión reducida sobre lecho con granulometría heterogénea, caso más frecuente en los datos de ríos que en los de laboratorio, los propios elementos de rugosidad adquieren suficiente relevancia como para condicionar acusadamente la geometría hidráulica.

Del mismo modo, aunque los datos de ríos se pueden seleccionar imponiendo el requisito de baja **sinuosidad**, ésta será sensiblemente mayor que en canales de laboratorio, para los que dicha sinuosidad es nula en la práctica.

Respecto de la resistencia superficie

Cabe distinguir entre la provocada por resalto hidráulico y la provocada por las ondas de gravedad que ocasiona la inestabilidad del flujo supercrítico. En el primer caso, el efecto del resalto hidráulico puede presentarse aguas abajo de elementos que sobresalgan apreciablemente de la superficie del flujo, puesto que se produce localmente un cambio de régimen si a escala macroscópica éste es subcrítico. Los resaltos descritos estarán más presentes en los datos recabados en ríos que en los de laboratorio, dado que en los primeros encontramos granulometrías más heterogéneas y situaciones con menor sumersión.

Por lo que respecta al incremento de resistencia ocasionada por ondas en flujo inestable supercrítico, si se acepta como valor umbral del número de Froude un valor de 2,0, tal situación, generalmente, no tiene representación en los datos de río, mientras que en el caso de laboratorio pueden alcanzarse valores superiores.

Exactitud y precisión hidrométrica

La mayor heterogeneidad propia de la geomorfología fluvial en comparación con los canales de laboratorio, la falta de control sobre los procesos hidráulicos que tienen lugar en ríos (en general, no se impone el caudal de paso y la geometría del cauce o la granulometría del sedimento no son objeto de diseño experimental), la menor exactitud y precisión de las medidas efectuadas en campo, ya sea por el tipo de instrumentación (caudal por integración del campo de velocidad con micromolinetes, por ejemplo) o por la incomodidad ocasionada por el vadeo del cauce; contribuyen a que, en general, las variables registradas en ríos presenten un mayor error.

Una de las fuentes de error que cabe destacar, especialmente en el caso de datos en ríos y en situación de baja sumersión, constituye la adopción de la hipótesis de distribución vertical de velocidad logarítmica. Fundamentada en tal distribución en ocasiones se determina la velocidad media en una vertical a partir de la medida de la velocidad local a una profundidad del 40% del calado, medida desde el fondo. Sin embargo, si el perfil no es logarítmico, lo que es muy probable en situación de baja sumersión de ríos con granulometría pobremente clasificada, el error cometido adoptando el procedimiento descrito con anterioridad puede ser importante.

Los motivos expuestos en los párrafos precedentes provocan que los registros llevados a cabo en campo adolezcan de menor exactitud y precisión que los efectuados en laboratorio, lo que repercutirá en el grado de ajuste de los modelos teóricos a la base empírica.

3

Materiales y métodos

3.1 CAMPAÑA DE DATOS DE CAMPO. RÍO BELLERA

3.1.1 Marco geográfico del tramo de estudio

El tramo de cauce objeto de registro forma parte del curso del río Bellera, afluente del margen derecho de río Flamisell tributario éste a su vez del río Noguera-Pallaresa que desemboca en el río Segre, perteneciente a la cuenca del río Ebro. El río Bellera drena una cuenca de 110 km² de superficie —encontrándose la cota del terreno entre los 700 y los casi 2.900 m.s.n.m—, alcanzando su cauce principal una longitud de 11,3 km con una pendiente media en torno al 2%. El río Bellera es un curso hídrico permanente, cuyo régimen de caudales se caracteriza por ser nival de transición, lo que comporta notables variaciones estacionales, entre las crecidas de primavera y otoño y el estiaje que acontece en los meses invernales.

El tramo analizado se halla situado aproximadamente en las coordenadas UTM 4.690.000 N y 303.000 E del huso 31 T. Administrativamente, dicho tramo se localiza en el municipio de Senterada pero muy próximo al límite con el de Sarroca de Bellera, ambos pertenecientes a la comarca del Pallars Jussá en la provincia de Lleida. La carretera N-260, en el tramo que une los núcleos de La Pobla de Segur y El Pont de Suert, sigue de forma paralela el curso del río Bellera lo que permite un buen acceso al cauce.

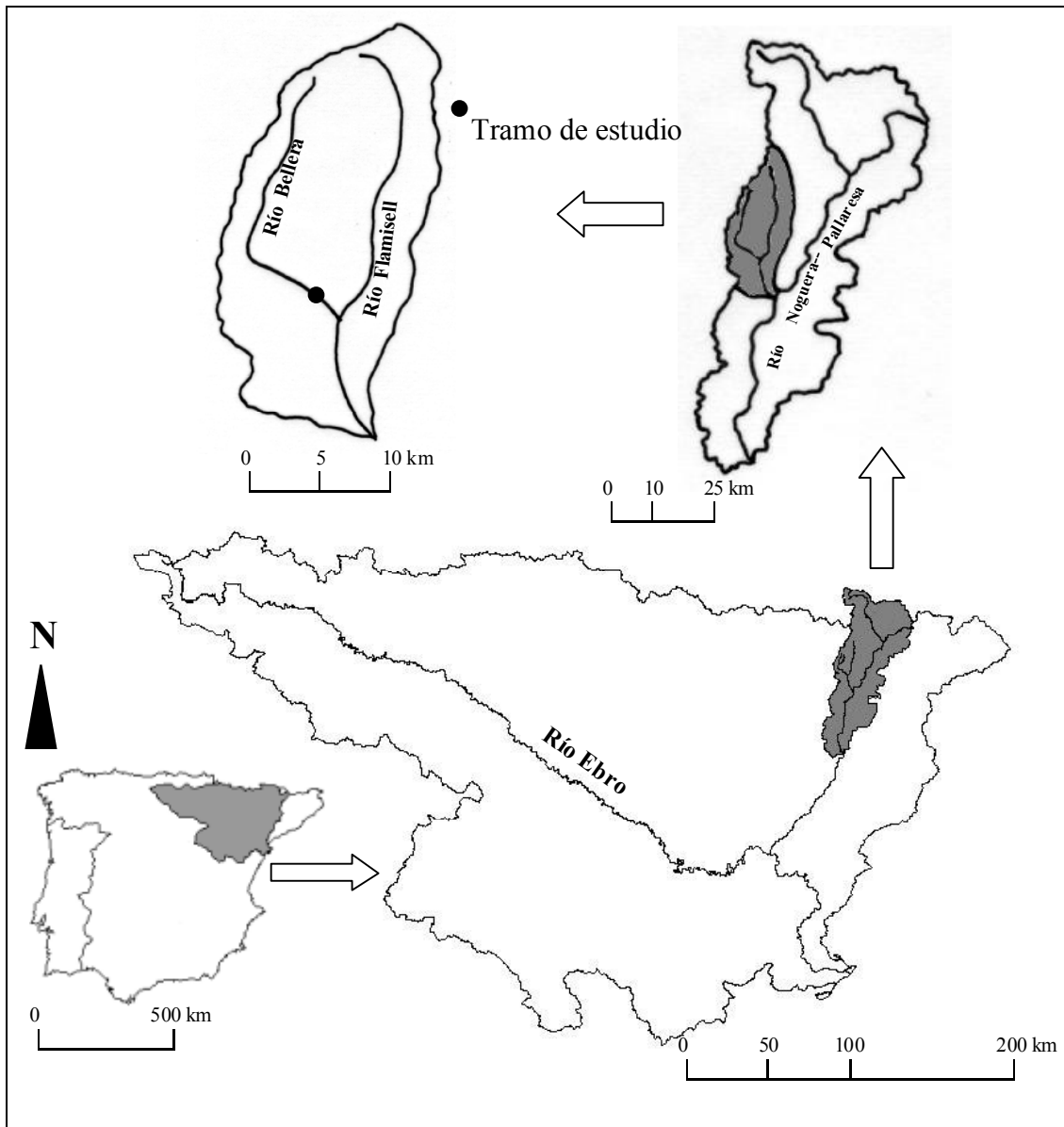


Figura 3.1 Localización del tramo de estudio.

3.1.2 Características hidrogeomorfológicas del tramo analizado

El tramo estudiado comprende una longitud de 160 m, de alineación recta —su índice de sinuosidad tiende a 1,0— y carente de curvas de pequeño radio. El perfil longitudinal se encuentra desprovisto de grandes irregularidades, más allá de las que caracterizan a un tramo de río de montaña, pudiéndose considerar razonablemente rectilíneo, aunque con tendencia a la concavidad, como se muestra en la figura 3.2. El material que constituye el cauce es granular de tamaño grava o superior. No existen afloramientos rocosos en el lecho ni en las márgenes. A efectos prácticos de la resistencia al flujo, la vegetación se encuentra ausente de las secciones mojadas compatibles con un vadeo seguro del cauce (véanse las figuras comprendidas entre la B-1 y B-4). Dichas secciones tienden a una forma trapezoidal, con elevado valor del cociente T/y . El cauce puede considerarse con suficiente aproximación como prismático, si se tiene en cuenta la baja sumersión relativa del flujo y la heterogeneidad de calibres del sedimento.

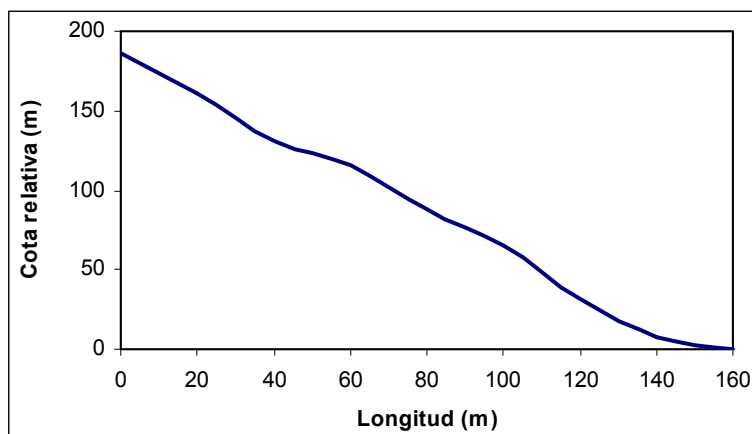


Figura 3.2. Perfil longitudinal del tramo analizado en el río Bellera.

3.1.3 Metodología hidrométrica

En el tramo de estudio se han distinguido diferentes escalas hidrométricas en función de la variable registrada. El tramo general comprende una longitud de 160 m, distancia en la que se ha medido la pendiente longitudinal —tramo comprendido entre las secciones A y B representadas en la figura 3.3—. En el interior del citado tramo general se ha definido un subtramo, limitado por dos secciones extremo y una central —secciones C, E y D, respectivamente—, de unos 26 m de longitud, coincidiendo aproximadamente la sección central de dicho subtramo con el centro del tramo general (véase la figura 3.3). En el subtramo citado se ha registrado la geometría hidráulica —perímetro mojado, profundidad, área mojada, ancho superficial—, el caudal del flujo y la granulometría. A este subtramo se superpone de forma centrada un tercero de una longitud de 50 m —delimitado por las secciones F y G—en el que se ha medido la pendiente del agua. A continuación, se trata con mayor detalle el procedimiento de medida de cada una de las variables referidas.

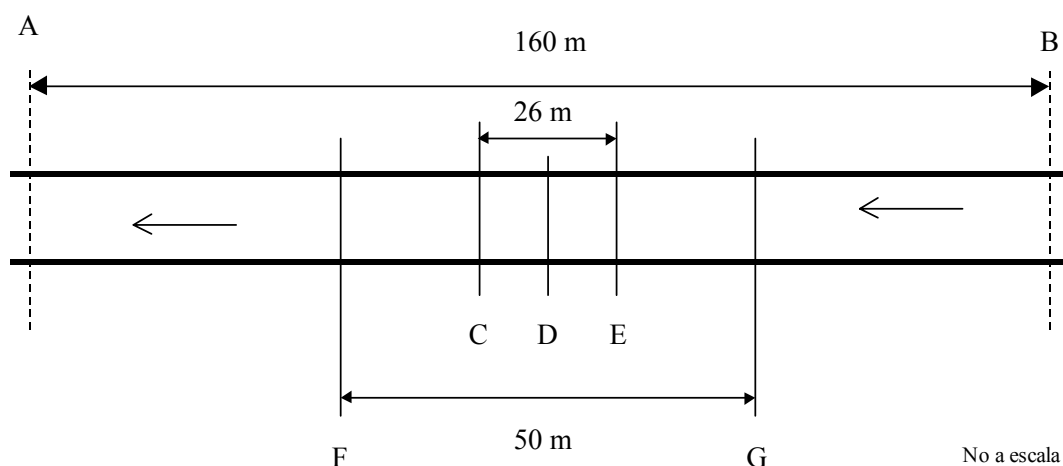


Figura 3.3. Distribución de las secciones de registro en el tramo de estudio del río Bellera.

3.1.4 Geometría hidráulica

Al asumir flujo en régimen uniforme debe definirse un único valor de la geometría hidráulica para el tramo de estudio. Sin embargo, con arreglo a lo expuesto en § 1.1.2.2.2, la

uniformidad en ríos de montaña cabe entenderla desde una aproximación macroscópica, por lo que en la práctica las mediciones en una única sección pueden no ser suficientemente representativas de todo el tramo. Por consiguiente, en este trabajo el valor de los parámetros geométricos del tramo se han determinado mediante el promedio de los correspondientes a tres secciones equidistantes 13 m —secciones C, D, E representadas en la figura 3.3—, lo que equivale aproximadamente a dos veces el ancho superficial máximo de las secciones registradas.

El ancho superficial de cada sección mojada (T) se midió con una cinta métrica tendida transversalmente a la dirección del flujo. Dividiendo esta distancia en 10 segmentos iguales se obtienen 11 puntos o estaciones, para las que se mide con una regla la profundidad del flujo, que comprende la distancia vertical entre el lecho y la superficie libre. Se obtienen, por lo tanto, como máximo nueve puntos con calados diferentes de cero. El ancho superficial asignado al tramo es el promedio de las tres secciones.

El área de la sección mojada se calcula teniendo presente que los 10 segmentos en los que se divide la sección transversal tienen el mismo ancho superficial —de valor $T/10$ —, por lo que ésta se ha obtenido como el área de la sección resultante de unir cada uno de los puntos con sus adyacentes mediante una línea recta

$$A = \frac{T}{n-1} \sum_{i=0}^{n-1} 0,5 \cdot (h_i + h_{i+1}) \quad (3.1)$$

donde n es el número de verticales y h_i es el calado en el i -ésima vertical —véase la figura 3.4—. El área media de la sección transversal del tramo se obtendrá al promediar el valor correspondiente de cada sección.

El calado medio de las tres secciones del subtramo se puede calcular entonces como

$$y = A/T \quad (3.2)$$

denotando A el área mojada de cada sección transversal. La profundidad hidráulica (y) del tramo resultará de promediar el valor de las tres secciones. Debe tenerse en cuenta que este valor así calculado puede diferir del obtenido al dividir el área promedio del tramo por su ancho superficial promedio, debido al déficit de prismacidad.

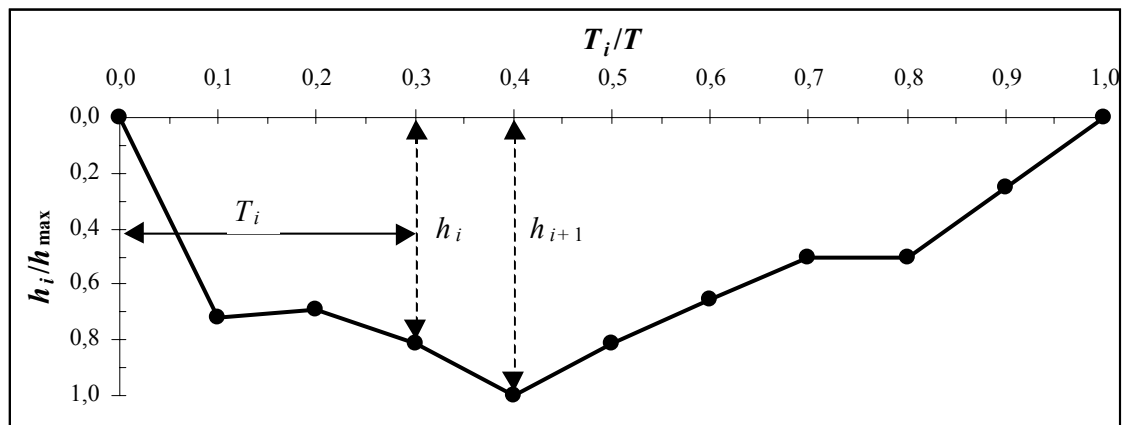


Figura 3.4. Verticales de registro de profundidad y velocidad en una sección.

En el eje de abscisas se representa la relación entre la distancia al margen izquierdo de una estación y el ancho superficial de la sección. En ordenadas se tiene la relación entre calado en cada estación y el calado máximo en la sección.

El perímetro mojado (P) se ha aproximado como la longitud de la poligonal formada al unir cada punto de registro de profundidad con su adyacente (figura 3.4)

$$P = \sum_{i=0}^{n-1} \sqrt{(h_{i+1} - h_i)^2 + (T/n - 1)^2} \quad (3.3)$$

El perímetro mojado correspondiente al tramo será el valor promedio de cada sección.

El radio hidráulico (R) se obtiene del cociente entre el área mojada y el perímetro mojado

$$R = \frac{A}{P} \quad (3.4)$$

El radio hidráulico correspondiente al tramo será el valor promedio de cada sección. Obsérvese que el citado valor puede diferir del calculado al dividir el área promedio del tramo por el perímetro mojado promedio, a causa del déficit de prismacidad.

3.1.5 Pendiente longitudinal del cauce

La pendiente longitudinal del cauce se ha determinado según diferentes técnicas. En primer término mediante el empleo de un teodolito digital Topcon DT-106 y una mira milimétrica Topcon de 4 m se ha obtenido la diferencia de cota, el ángulo horizontal y vertical de 15 puntos, situados con densidad aproximadamente uniforme en el subtramo limitado por las secciones C y E, respecto a una estación de referencia. Con dicha información se ha construido un modelo digital de elevaciones del terreno del que puede obtenerse la pendiente longitudinal de diferentes perfiles del cauce. El valor obtenido siguiendo el perfil longitudinal del cauce se ha notado como S_0 .

El procedimiento anteriormente referido se ha completado con la determinación de la pendiente longitudinal de un perfil, coincidente aproximadamente con la línea que une el centro de las secciones del cauce, a partir de la medida del desnivel de ocho puntos consecutivamente alineados con una equidistancia de 20 m, cubriendo, por consiguiente, una distancia total de 160 m entre las secciones A y B (representadas en la figura 3.3). Para ello se ha empleado la instrumentación topográfica anteriormente citada. En este segundo procedimiento se ha calculado la pendiente promedio del tramo empleando diversas aproximaciones, que se exponen detalladamente a continuación, al efecto de poder contrastar entre diferentes valores.

En primer lugar se ha calculado la pendiente del tramo como la pendiente de la recta que une los puntos extremos del perfil longitudinal topografiado, es decir

$$S_1 = \frac{\Delta z}{L} \quad (3.5)$$

denotando Δz el desnivel total del tramo y L su longitud en proyección horizontal. Dada la equidistancia entre los ocho puntos seleccionados, el valor así determinado coincide con el promedio aritmético de las pendientes de las rectas que unen los puntos adyacentes del perfil longitudinal.

En segundo lugar se ha considerado la pendiente de una línea recta que, apoyándose en el extremo aguas abajo del tramo, determina que las superficies —superior e inferior— resultantes de la intersección entre dicha recta y el perfil longitudinal del cauce tengan áreas equivalentes (véase la figura 3.5). Dicha pendiente se puede calcular como

$$S_2 = \frac{2A}{L^2} \quad (3.6)$$

donde

- S_2 Pendiente media del perfil (m/m)
- A Area bajo el perfil longitudinal (m²)
- L Longitud en proyección horizontal del tramo (m).

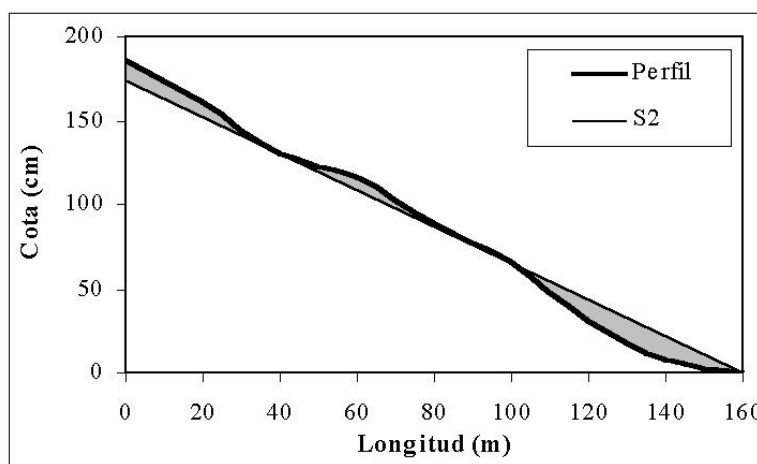


Figura 3.5 Pendiente compensada (S_2).

Como tercer método se ha considerado el propuesto por Johnstone y Cross (1949), fundamentado en calcular la pendiente media como la de un cauce de sección transversal uniforme que tenga la misma longitud y tiempo de recorrido del flujo que el cauce de estudio. El tramo se considera dividido en n número de subtramos con pendiente uniforme, calculándose la pendiente del tramo global como

$$S_3 = \left[\frac{\sum_{i=1}^n L_i S_i^{1/2}}{\sum_{i=1}^n L_i} \right]^2 \quad (3.7)$$

donde

- S_3 Pendiente media del tramo (m/m)
- L_i Longitud del tramo i -ésimo (m)
- S_i Pendiente media del tramo i -ésimo (m).

En cuarto lugar se ha empleado una versión del método anterior propuesta por Taylor-Schwarz (1952) utilizando hipótesis similares

$$S_4 = \left[\frac{\sum_{i=1}^n L_i}{\sum_{i=1}^n L_i / S_i^{1/2}} \right]^2 \quad (3.8)$$

donde

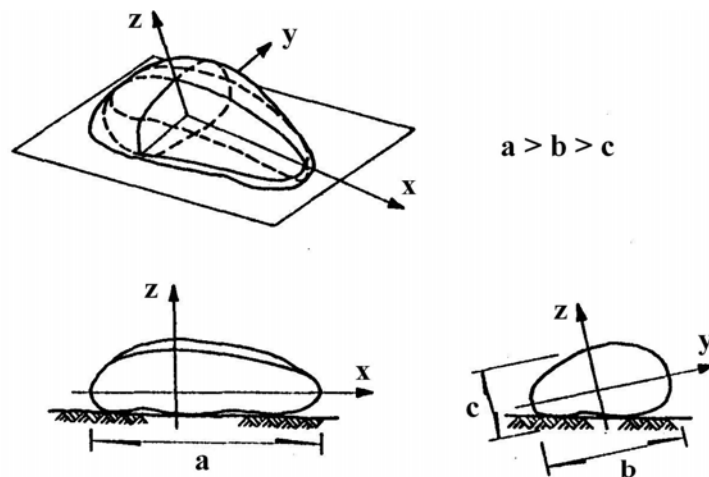
- S_4 Pendiente media del tramo (m/m)
- L_i Longitud del tramo i-ésimo (m)
- S_i Pendiente media del tramo i-ésimo (m)

3.1.6 Pendiente longitudinal de la superficie del agua

A fin de determinar el grado de uniformidad del flujo se ha medido la pendiente de la superficie del agua para cada ocasión en la que se medía la geometría hidráulica y el caudal del flujo. Esta pendiente se compara con la pendiente media del cauce en el tramo de estudio a efectos de comprobar el grado de uniformidad del flujo. Se ha calculado la pendiente de la línea recta que une dos secciones (F y G representadas en la figura 3.3) separadas una distancia de 50 m y pertenecientes a un perfil longitudinal centrado en el cauce. El centro de este tramo de 50 metros de longitud coincidía aproximadamente con la sección central del subtramo delimitado por las secciones C y E.

3.1.7 Granulometría del lecho

La distribución granulométrica del material del lecho se ha caracterizado a partir del método propuesto por Wolman (1957), que esencialmente se fundamenta en medir el diámetro intermedio de un número de partículas de la superficie del lecho escogidas al azar en varios transectos perpendiculares al flujo. Las partículas deben escogerse a lo largo de cada transecto a una distancia aproximadamente regular, siempre superior al diámetro máximo del sedimento. El área total de muestreo, producto de la anchura de los transectos por la distancia entre transectos extremos, debe superar los 100 m². El tamaño que se muestrea corresponde al diámetro intermedio de las dimensiones triaxiales de una partícula (el correspondiente al eje b representado en la figura 3.6) y que es aproximadamente equivalente al diámetro que se obtendría por tamizado. El método Wolman requiere un tamaño de muestra mínimo de 100 partículas, aunque de acuerdo con Bunte y Abt (2001) si la muestra está integrada por 400 partículas el error de muestreo cometido desciende a la mitad.



Tomado de García y Maza (1998)

Figura 3.6 Definición de los ejes triaxiales de una partícula.

En el tramo del río Bellera objeto de estudio se tomó una muestra de 400 partículas, organizando los transectos de forma centrada respecto a la sección transversal de medida del flujo (sección D representada en la figura 3.3) y abarcando una distancia entre el primer y último transecto de aproximadamente 26 m. Debe tenerse presente que según este método las partículas captadas cuyo diámetro intermedio sea inferior a 8 mm, es decir grava fina, se agrupan indistintamente en una única clase.

A partir de los resultados del muestreo de Wolman pueden fijarse una serie de clases granulométricas con las que confeccionar el histograma de frecuencias relativas de tamaños de la muestra analizada y, acumulando éste e interpolando, la función de distribución acumulada de tamaños o curva granulométrica. Basándose en esta última curva puede obtenerse el diámetro característico d_i para el que el i -ésimo porcentaje de la muestra presenta diámetros inferiores. Asimismo, se calculará el diámetro medio aritmético de la muestra —ponderado con las frecuencias— según la expresión

$$d_m = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{d}_i \cdot \Delta_i}{\sum_{i=1}^n \Delta_i} \quad (3.9)$$

denotando

\bar{d}_i Diámetro intermedio de la clase i

Δ_i Frecuencia del número de partículas en la clase i .

3.1.8 Velocidad y caudal del flujo

La medición de la velocidad puntual se ha llevado a término utilizando un minimolinet hidrúlico Kempton OTT-C2 (véase la figura B-5). En cada punto de medida, la velocidad registrada es el resultado de un promedio temporal durante 40 segundos, en cuanto que en flujo turbulento la velocidad fluctúa de modo instantáneo. A fin de obtener la distribución de velocidades en la sección de estudio se ha registrado la velocidad puntual a diferentes profundidades de cada vertical, determinada ésta previamente para la medida del calado. Concretamente, se ha ubicado el molinete en cuatro puntos de cada vertical, con equidistancia de 1/5 de la profundidad total de cada vertical, es decir, a 1/5, 2/5, 3/5 y 4/5. En las estaciones extremas la profundidad del flujo es nula y, evidentemente, no se ha medido la velocidad. Además, cuando el diámetro del minimolinet es mayor que 1/5 de la profundidad, se ha considerado suficientemente representativa una única medida de la velocidad puntual a una distancia, medida desde la superficie del lecho, equivalente de 2/5 del calado total, presuponiendo, por tanto, un perfil logarítmico (Bathurst, 1997).

La velocidad media del flujo se obtendrá como el cociente entre el caudal del flujo y el área mojada de la sección. El caudal que atraviesa la sección se ha calculado integrando la distribución de velocidades muestreada. El perfil de velocidad queda definido, por una parte, por interpolación lineal de la velocidad registrada en los cuatro puntos de medida tomados con incrementos de 1/5 de la profundidad total. Por otra parte, el valor de la velocidad superficial se obtiene mediante extrapolación logarítmica involucrando los cuatro puntos anteriormente referidos, y la velocidad en el fondo se calcula como el 50% de la velocidad a

1/5 de profundidad desde el lecho (figura 3.7). Consiguientemente, el valor del caudal (Q) puede calcularse como

$$Q = \sum_{i=0}^{n-1} \left(\left(\frac{\bar{v}_i + \bar{v}_{i+1}}{2} \right) \cdot A_i \right) \quad (3.10)$$

donde

$$\bar{v}_i = \frac{1}{h_i} \sum_{j=0}^{k-1} \left(\left(\frac{v_{j+1} + v_j}{2} \right) (y_{j+1} - y_j) \right) \quad (3.11)$$

denotando

- v_j Velocidad puntual en el j-ésimo punto de medida de la vertical i-ésima
- y_j Distancia, medida desde el lecho, del j-ésimo punto de medida de la vertical i-ésima
- h_i Profundidad del flujo en la i-ésima vertical
- k Número total de puntos de registro de velocidad en la i-ésima vertical
- \bar{v}_i Velocidad media en la i-ésima vertical
- A_i Área de la dovola comprendida entre las verticales i e $i+1$
- n Número total de verticales

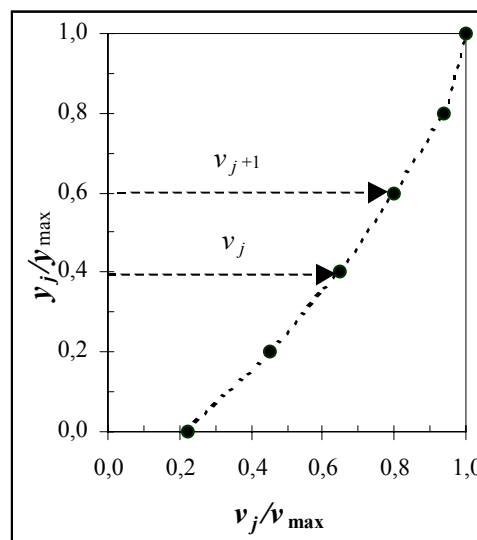


Figura 3.7. Puntos de medida de velocidad puntual y distribución vertical de velocidad.

En el eje de abscisas se representa la relación entre la velocidad puntual y la velocidad máxima (supuesta en este caso en la superficie libre). En ordenadas se tiene la relación entre calado en cada punto de medida de velocidad y el calado máximo en la sección.

Se ha adoptado este procedimiento dado que las condiciones de sumersión relativa del flujo y de heterogeneidad granulométrica del sedimento han ocasionado la obtención de perfiles de velocidad que en algunos casos se alejan sensiblemente del perfil logarítmico, en concordancia con lo referido en § 2.6.2. El procedimiento de cálculo de caudal y velocidad media expuesto en los párrafos precedentes se ha llevado a cabo únicamente para la sección central del subtramo de 26 m de longitud (sección D representada en la figura 3.3), por lo que el valor determinado de este modo se asigna como caudal y velocidad media de todo el tramo.

3.2 BASE DE DATOS DE AJUSTE. CRITERIOS DE SELECCIÓN

A continuación se exponen los criterios establecidos con el fin de seleccionar los datos de ajuste mediante revisión bibliográfica o registros propios:

- 1- En el tramo de cauce **el flujo debe ser permanente**. En el caso de laboratorio tal condición es objeto de control experimental, por lo que se cumple estrictamente. En ríos dicha restricción se cumple con suficiente aproximación si los registros se han llevado a cabo evitando periodos de avenidas generadas por precipitación o fluctuaciones diarias por deshielo, entre otros casos. También influye el tiempo requerido para medir el caudal. En ocasiones el registro es casi instantáneo, es el caso de aquellos datos recabados en las proximidades de una estación de aforo de caudal. En el caso de medida mediante molinete hidráulico debe contemplarse que el periodo de registro se prolonga en función del número de puntos de medida de velocidad.
- 2- En el tramo de cauce analizado **el flujo debe ser uniforme**. En rigor, la uniformidad del flujo requiere de un tramo de cauce prismático, es decir, de sección transversal, pendiente longitudinal y aspereza uniformes en el espacio. En canales de laboratorio carentes de formas de fondo de gran escala y con elevadas sumersiones tal condición se cumple con suficiente rigor, habida cuenta de la uniformidad de la sección transversal y pendiente. No obstante, en lechos granulares, dado que las partículas no tienen exactamente la misma forma y que no se distribuyen en el lecho de igual modo, no sería posible hablar en términos absolutos o estrictos de cauce prismático, puesto que la rugosidad variará localmente. Además, aun cuando el cauce tenga sección y pendiente constantes si la granulometría es extendida y la sumersión muy reducida —flujo macrorrugoso— la sección mojada efectiva quedará configurada por los elementos más descollantes, resultando secciones mojadas muy irregulares.

A efectos de adaptar el concepto de uniformidad para el estudio de los ríos de grava ésta se considera macroscópicamente, es decir, en promedio a lo largo de un tramo y no a escala de detalle (véase § 1.1.2.2.2). En este sentido, también puede considerarse macroscópicamente uniforme un tramo con formas de fondo de gran escala, formas que pueden presentar una secuencia geométrica más o menos regular, lo que supone variación longitudinal de pendiente y distribución granulométrica y también, aunque en mucho menor grado, en el sentido transversal (motivado por la presencia de barras). Dicho concepto aplicado a escala de tramo, trascendiendo la escala de detalle, permite la consideración de datos con flujo uniforme a registros tomado en ríos de grava y de montaña si la pendiente promedio del lecho, de la superficie libre y de la línea de energía tienden a un mismo valor.

- 3- Los tramos objeto de registros deben presentar una **alineación no sinuosa**. Tal condición se impone a fin de eliminar o reducir las pérdidas de energía causadas por los cambios de dirección del flujo en las sucesivas curvas en planta. En canales de laboratorio, de alineación recta, tal condición se cumple estrictamente, salvo en los casos en los que la acción modeladora del flujo sobre lechos móviles provoque la formación de barras marginales, lo que podría dar lugar a una sinuosidad apreciable. En ríos de montaña la sinuosidad es, en general, muy inferior a la de los ríos de arena de planicie. De acuerdo con la clasificación clásica de Leopold y Wolman (1957) cuando el índice de sinuosidad —definido como el cociente entre la longitud

desarrollada por el tramo de río y la longitud en línea recta que une los extremos de dicho tramo— es inferior o igual a 1,1 puede considerarse recto; sinuoso si dicho índice varía entre 1,1 y 1,5 y meandriforme si supera este último valor. Aun cuando el índice de sinuosidad tenga un valor en torno a 1,1 o inferior, debe verificarse que aun cumpliendo con tal valor no existan curvas de radio reducido, lo que podría provocar importantes pérdidas de energía. Cuando no se disponga de la información necesaria para el cálculo del índice de sinuosidad se seleccionarán los datos si el autor informa de que se trata de un cauce recto o de baja sinuosidad.

- 4- Los tramos estudiados deben **carecer de obstáculos**. La presencia de obstáculos, tanto artificiales —por ejemplo, pilas o estribos de puentes u obras de paso—, como naturales —bolos de grandes dimensiones, generalmente producto de fenómenos gravitacionales de ladera (principalmente caídas y deslizamientos)— pueden provocar una pérdida de energía localizada importante. En los datos recopilados en canales de laboratorio no se encuentran presentes tales efectos y se tomarán datos de ríos cuando se informe de la ausencia de obstáculos significativos.
- 5- Los tramos de ríos **no deben encontrarse encauzados**. Con dicha restricción, se pretende evitar influencias de carácter artificial en ríos, ya que como es evidente por definición los canales de laboratorio son cauces artificiales. Por lo que respecta a los datos de campo, éstos deben pertenecer a tramos ausentes de encauzamientos, es decir, de cualquier intervención sobre el propio tramo que impida ser considerado natural, al introducir un patrón geomorfológico artificial. Tal restricción comprende tanto las técnicas que significan una mayor intervención, como puedan ser los diques longitudinales o traviesas, como aquellas técnicas que pretenden una renaturalización de río. Sí se aceptarán tramos de ríos, o incluso de canales, revestidos con material granular natural —como puedan ser cantos y bolos—.
- 6- Los tramos de cauce objeto de mediciones deben estar **desprovistos de vegetación**. Tal condición pretende asegurar que la resistencia al flujo de contorno no pueda atribuirse en un grado relevante a la influencia de la vegetación. Por consiguiente, los datos seleccionados en canales de laboratorio deben corresponder a ensayos en los que no se haya introducido ningún efecto de la vegetación. Los tramos de río se seleccionarán siempre que se informe de ausencia de vegetación significativa en el cauce. También se seleccionarán aquellos casos en los que se asegure que la vegetación existente no invade el área mojada de registro.
- 7- El valor de d_{50} (diámetro para el que el 50% del conjunto de partículas granulares que conforman la superficie del cauce son menores) debe ser mayor o igual a 2 mm, lo que corresponde a ríos con **lechos de grava, canto o bolo**. Esta restricción se impone tanto para datos en canales de laboratorio como para ríos. Evidentemente, en el caso de lechos de grava fina o mediana un porcentaje no despreciable de material puede ser de tamaño arena, sin embargo dada la proporción de material grueso cabe suponer que el comportamiento de tales lechos se alejará del de los ríos clasificables como de lecho arenoso —particularmente, en lo referente a las formas de fondo—.
- 8- El **flujo debe ser turbulento**, número de Reynolds (R_e) superior a 2.000, e **hidráulicamente rugoso**, número de Reynolds de partícula (R_{e*}) superior a 70. Para el tipo de ríos objeto de estudio en este trabajo —es decir, de sedimento grueso y sumersión reducida o moderada— el flujo es en la práctica siempre turbulento e

hidráulicamente rugoso, por lo que su comprobación es gran medida ociosa. En cambio, es importante verificar que los datos recabados en canales de laboratorio se ajusten a tales restricciones, pues dada las menores dimensiones de partículas y calados del flujo, es posible que las fuerzas viscosas adquieran mayor relevancia, provocando efectos de escala. El riesgo con mayor probabilidad de comprometer la representatividad de los datos vendría dado por la inclusión de registros en régimen hidráulicamente liso o en transición, tipo de régimen no representativo de ríos.

- 9- Los datos deben pertenecer a situaciones en las que **el flujo no se encuentre significativamente influenciado por las márgenes**. Para cumplir con lo anterior se ha impuesto que la relación entre el ancho de la superficie libre y el calado medio en la sección (T/y) debe ser superior a 5,0, lo que para la inmensa mayoría de los casos se cumple holgadamente dadas las características geomorfológicas de los cauces naturales. Por lo que respecta a los canales de laboratorio se aceptarán datos para los que el autor informe de flujo bidimensional en el centro de la sección o bien presenten un valor superior a 3,5 de T/y . En este caso se ha reducido el valor del umbral en función de los hallazgos en canales de laboratorio (§ 2.7.1.1.2) pero, sobre todo, porque para canales de laboratorio se han corregido los valores medidos inicialmente para eliminar el efecto de las márgenes (véase § 3.3).
- 10- Los datos deben pertenecer a casos **de flujo con baja concentración de transporte de sedimento**. Dado que altas concentraciones de caudal sólido pueden modificar de forma sustancial las propiedades del fluido y del flujo, entre ellas la resistencia al flujo, no se incluirán datos que puedan clasificarse como correspondientes a flujo hiperconcentrado. A efectos de la presente tesis se ha adoptado un umbral del 5% de C —expresando C la concentración volumétrica de caudal sólido respecto al caudal líquido—, tal y como propone Meunier (1991), para considerar que el flujo es hiperconcentrado. Se ha elegido dicho valor como límite frente a otros debido a que es más conservador y, por consiguiente, reduce en mayor medida la probabilidad de incorporar datos que podrían comportarse de forma diferente a los de baja concentración.

3.3 CÁLCULO DE VARIABLES HIDRÁULICAS DERIVADAS

En la tabla 3.1 se muestra el método de cálculo de aquellas variables que no son objeto de medición o determinación directa en ríos o canales de laboratorio. Las variables relacionadas en dicha tabla se utilizan en este trabajo como variables explicativas o de respuesta de algunos de los modelos evaluados —es el caso v/v_* , F , τ/τ_c o $\sqrt{8/f}$ — y también como variables de control (véase § 3.4.4). Asimismo, algunas variables se emplean con el fin de determinar si los datos cumplen con los requisitos relacionados en § 3.2.

En ocasiones el valor de algunas de las variables necesarias para el cálculo no se especifica en la fuente bibliográfica consultada, por lo que se sustituye por el valor de otra variable asimilable. Por ejemplo, cuando T/y es elevado son numéricamente asimilables R e y así como también T y P . En otras ocasiones se requiere el valor de propiedades del fluido o del sedimento que varían en un rango relativamente estrecho —por ejemplo, la viscosidad cinemática y el peso específico del fluido o el peso específico del sedimento— por lo que es factible la adopción de un valor por defecto.

Los percentiles granulométricos que se incluyen en la evaluación de modelos objeto de este trabajo — d_{50} , d_{84} y d_{90} — se han adoptado debido a que son, con gran diferencia, los mayoritariamente especificados en las publicaciones revisadas. Sin embargo, para cierto número de experiencias consultadas se carece del valor de alguno de ellos. En ese caso se calcularán a partir de las relaciones promedio que se han hallado entre los diferentes percentiles para ríos con lecho de grava o tamaño superior. Tal procedimiento es el adoptado por otros autores para el mismo fin, siendo digno de resaltar el caso de Rickenmann (1993). Concretamente, las relaciones adoptadas para relacionar los tres percentiles granulométricos citados han sido: $d_{84} = 2,3 \cdot d_{50}$ y $d_{90} = 2,7 \cdot d_{50}$, adoptadas también por el citado autor.

Cuando se estudia la resistencia al flujo de un lecho granular de tamaño grava o superior mediante canales de laboratorio, debe tenerse en cuenta si el material de los paredes es diferente que el del lecho. En efecto, en general, mientras que el lecho se encuentra revestido con el material granular las márgenes son de vidrio, plástico o metal. En ese caso, dado que las paredes del canal ejercen una fricción muy inferior a la solera, se hace necesario separar los efectos que sobre la resistencia al flujo global tienen las márgenes y el lecho. En este trabajo, se ha adoptado el método propuesto por Smart y Jaeggi (1983), basado en un procedimiento original de Einstein, que también utilizó Rickenmann (1990). Dicho método se expone con detenimiento en el apéndice C.

Conviene señalar que en situaciones en las que el material del lecho es mucho más resistente al flujo que el de las márgenes y, además, la relación ancho-calado es muy elevada la influencia de las márgenes en el factor de fricción de la sección global es despreciable, lo que lleva a algunos autores a obviar la corrección de dicha influencia (p. ej. Bathurst, 1981; Abt *et al.*, 1988; Maynord, 1991). En cualquier caso, en este trabajo, siempre que se cuente con la información necesaria, se ha optado por realizar la corrección de los datos tomados en canales del laboratorio.

Tabla 3.1. Criterios de cálculo de las variables derivadas de los datos hidrométricos

Variable	Fórmula	Observaciones
Velocidad de corte (v_*)	$v_* = \sqrt{g \cdot R \cdot S_w}$	En el caso de no disponer de R o S_w se emplearán en su lugar y o S_o , respectivamente.
Número de Reynolds (R_e)	$R_e = \frac{v \cdot R}{\nu}$	Se ha impuesto un valor de viscosidad cinemática $\nu = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. En el caso de no disponer de R se empleará en su lugar y .
Número de Reynolds de partícula (R_{e*})	$R_{e*} = \frac{v_* \cdot d_{50}}{\nu}$	Se ha impuesto un valor de viscosidad cinemática $\nu = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.
Número de Froude (F)	$F = \frac{v}{\sqrt{g \cdot y}}$	En el caso de no disponer de y se emplearán en su lugar R .
Número de Froude de partícula (F_*)	$F_* = \frac{v}{\sqrt{g \cdot d_i}}$	Debe tenerse en cuenta que en rigor $F_* = v / \sqrt{g((\gamma_s - \gamma)/\gamma)d_i}$. Sin embargo, se ha adoptado la versión simplificada, puesto que es la original presentada por Griffiths (1980) para el modelo (O).
Tensión de corte media en el cauce (τ)	$\tau = \gamma \cdot R \cdot S$	Peso específico del agua por defecto $\gamma = 9,810 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$. En el caso de no disponer de R se empleará en su lugar y .
Tensión crítica de inicio del movimiento (τ_c). Criterio Shields y Yalin-Karahan.	$\tau_c = 0,045(\gamma_s - \gamma)d_{50}$	Peso específico de los sedimentos y del agua por defecto: $\gamma_s = 26,0 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$ y $\gamma = 9,810 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$.
Tensión crítica de inicio del movimiento (τ_c). Criterio Ackers y White	$\tau_c = 0,029(\gamma_s - \gamma)d_{84}$	(Ackers y White, 1973) Peso específico de los sedimentos y del agua por defecto: $\gamma_s = 26,0 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$ y $\gamma = 9,810 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$.
Índice de movilidad del sedimento. Tensión.	τ / τ_c	
Número de Shields o Tensión de corte adimensional (τ_*)	$\frac{\gamma \cdot R \cdot S}{(\gamma_s - \gamma) \cdot d_{50}}$	En el caso de no disponer de R se empleará en su lugar y .
Relación ancho-profundidad	T / y	En el caso de no disponer de y se empleará en su lugar R .
Velocidad adimensional	v / v_*	
Factor de fricción f de Darcy-Weisbach	$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{v}{v_*}$	
Coefficiente n de Manning	$n = \frac{R^{1/6}}{\sqrt{g}} \frac{v_*}{v}$	

3.4. EVALUACIÓN DE MODELOS. AJUSTE, VALIDACIÓN Y COMPARACIÓN

En este trabajo la evaluación de modelos se contempla en tres niveles: el primero denominado de ajuste o calibración, el segundo de validación o verificación y un tercero de comparación de los modelos entre sí. En los apartados siguientes se expondrá detenidamente el procedimiento y criterios que se han empleado en cada uno.

3.4.1 Modelos ajustados y técnicas de regresión

3.4.1.1 Modelos predictores de f

Los modelos que toman f como variable dependiente o respuesta y que son objeto de ajuste, comparación y validación en el presente trabajo se presentan en la tabla 3.2. Todos los modelos expuestos en dicha tabla se ajustarán para tres percentiles granulométricos diferentes: d_{90} , d_{84} y d_{50} .

El modelo (A) corresponde a la ecuación (2.52), derivada de la ley logarítmica de velocidad (§ 2.7.1.1) y de amplia difusión experimental (tabla A-1). Por consiguiente, en este trabajo no se ha interpretado el coeficiente de turbulencia de Karman (κ) como una constante universal, sino que se ha optado por considerarlo como un parámetro susceptible de ajuste, tanto para el citado modelo como para todos aquéllos en los que intervenga.

El modelo (B) corresponde a la ecuación (2.56), desarrollada a partir de la distribución logarítmica de velocidad para flujo macrorrugoso (§ 2.7.1.2.1), es decir, cuando la altura de rugosidad (z_0) no es despreciable respecto de la profundidad del flujo. El modelo (C) corresponde a la ecuación (2.63), propuesta por Thompson y Campell (1979) para reproducir el efecto de bloqueo observado en flujo macrorrugoso a partir de una corrección de la ecuación logarítmica (§ 2.7.1.2.2). El modelo (D) corresponde a la ecuación (2.67), propuesta también para flujo de sumersión relativa reducida por Aguirre-Pe y Fuentes (1990) al considerar una distribución de velocidad compuesta: un segmento de velocidad uniforme cercano al lecho y uno superior de distribución logarítmica (§ 2.7.1.2.3).

El modelo (E) corresponde a la ecuación (2.73), basada en la ecuación potencial de distribución de velocidad (§ 2.7.1.3). El modelo (F) corresponde a la ecuación (2.80), desarrollada por Katul *et al.* (2002) para flujo macrorrugoso, al imponer una función vertical de velocidad basada en la tangente hiperbólica (§ 2.7.1.4). El modelo (G) corresponde a la ecuación (2.85), que obedece a una distribución lineal de velocidad, considerada válida cuando el flujo es de muy baja sumersión relativa (§ 2.7.1.5).

Los modelos (H), (I) y (J) tienen en común la corrección de algunas de las expresiones anteriores en función de la pendiente del cauce (S), en un intento de reproducir el efecto de incremento de resistencia al flujo observado en ríos de fuerte gradiente (§ 2.7.1.7.1). El modelo (H) corresponde a la ecuación (2.93), basada en la propuesta por Smart y Jaeggi (1983), que corrige la ecuación (2.52) al introducir un término exponencial función de la sumersión relativa y de la pendiente del cauce. El modelo (I) corresponde a la ecuación (2.96), planteada por Maresova y Mares (1989) como modificación de la ecuación (2.52) mediante una función potencial de la pendiente (§ 2.7.1.7.2.2). El modelo (J) corresponde a la ecuación (2.97), basada en la introducción de una función potencial de S multiplicando a la ecuación (2.73) de tipo potencial (§ 2.7.1.7.3).

Los modelos (K), (L), (M) y (N) incorporan el número de Froude como variable regresora, principalmente, con arreglo a la hipótesis de que puede explicar las pérdidas de energía asociadas a la distorsión de la lámina de agua (§ 2.7.1.8.1). El modelo (K) consiste en una modificación de la ecuación (2.52) de tipo logarítmico mediante el producto de una potencia de F . El modelo (L) corresponde a la ecuación (2.116), que se basa en la modificación de la ecuación (2.73), de tipo potencial, mediante el producto de una potencia de F (§ 2.7.1.8.3). En cambio los modelos (L) —de acuerdo con la ecuación (2.106)— y (M) —propuesto por Ugarte y Méndez (1994) (ecuación (2.113))— involucran otras variables además de F y la sumersión relativa del flujo: τ/τ_c en el primer caso y S en el segundo (§ 2.7.1.8.2).

Por último, el modelo (O), correspondiente a la ecuación (2.124), se fundamenta en una expresión potencial del número de Froude de partícula (F_*) ajustada inicialmente por Griffiths (1980) con el objeto de modelar la resistencia al flujo en situación de transporte sólido de fondo (§ 2.7.1.9).

Es necesario subrayar la elección del factor de fricción de Darcy-Weisbach —expresado de la forma $\sqrt{8/f}$ — como variable dependiente de los modelos evaluados, en lugar de los coeficientes n de Manning o C de Chezy. El motivo principal, como ya se ha expuesto, radica en que f es adimensional mientras que n y C no lo son, lo que supone una ventaja fundamental del primero sobre los otros dos en el caso de que se pretenda constituir un único conjunto de datos integrado por datos tomados en ríos y en canales de laboratorio. En efecto, las dimensiones del coeficiente de resistencia tienen importantes implicaciones. En modelos no distorsionados y con semejanza de Froude al ser f adimensional su escala de semejanza vale 1, es decir, f tiene el mismo valor en modelo y prototipo; mientras que, por ejemplo, la escala de semejanza de n equivale a la escala del modelo elevada a 1/6, por lo que el coeficiente de Manning es mayor en el prototipo que en el modelo (véase § 2.2).

Aun cuando los canales de laboratorio en los que se experimentó para obtener parte de los datos empleados en este trabajo no son réplicas en modelo reducido de ningún río prototipo en concreto, sus dimensiones y caudal circulante no son en absoluto equiparables a las de los tramos de río, por lo que se justifica plenamente la elección del factor f como coeficiente de resistencia al flujo en detrimento del coeficiente n de Manning. Es por ello que en la presente tesis únicamente se constituirán conjuntos de ajuste integrados simultáneamente por datos de ríos y de canales de laboratorio cuando las variables en función de las que se expresan los modelos sean adimensionales. Efectivamente, si se impone semejanza de Froude a un modelo no distorsionado se tiene, por ejemplo, para algunas variables dimensionales: $\lambda_v = \lambda^{1/2}$ o $\lambda_Q = \lambda^{5/2}$ (representado λ la escala geométrica). No obstante, no es viable la aplicación de las escalas referidas a fin de generar un conjunto de datos libre de errores de escala, en cuanto que, como se ha expuesto con anterioridad, los canales de laboratorio de los que se ha obtenido registros no son réplicas en modelo reducido de ningún río prototipo en concreto, por lo que no se dispone de un valor determinado de escala geométrica.

Tabla 3.2. Ecuaciones de los modelos evaluados predictores de f .

Modelo	Denominación
$\sqrt{\frac{8}{f}} = A_1 \log\left(\frac{y}{d_i}\right) + A_2$	(A)
$\sqrt{\frac{8}{f}} = B_1 \left(\left(\frac{y}{y - B_2 d_i} \right) \ln \left(\frac{(1/B_2)y}{d_i} \right) - 1 \right)$	(B)
$\sqrt{\frac{8}{f}} = C_1 \log\left(\frac{12y}{C_2 d_i}\right) \left(1 - \frac{0,1C_2 d_i}{y}\right)$	(C)
$\sqrt{\frac{8}{f}} = D_1 \log\left(\frac{y}{d_i}\right) + D_2 + D_3 \frac{d_i}{y}$	(D)
$\sqrt{\frac{8}{f}} = E_1 \left(\frac{y}{d_i}\right)^{E_2}$	(E)
$\sqrt{\frac{8}{f}} = F_1 \cdot \left(1 + \frac{F_2 d_i}{y} \ln \left(\frac{\cosh\left(\frac{1}{F_2} - \frac{y}{F_2 d_i}\right)}{\cosh(1/F_2)} \right) \right)$	(F)
$\sqrt{\frac{8}{f}} = G_1 \left(\frac{y}{d_i}\right)$	(G)
$\sqrt{\frac{8}{f}} = H_1 \log\left(H_2 \frac{y}{d_i}\right) \left(1 - e^{\frac{-H_3 y}{\sqrt{S} \cdot d_i}}\right)^{0,5}$	(H)
$\sqrt{\frac{8}{f}} = I_1 \log\left(S^{-I_2} \frac{y}{d_i}\right) + I_3$	(I)
$\sqrt{\frac{8}{f}} = J_1 \left(\frac{y}{d_i}\right)^{J_2} S^{-J_3}$	(J)
$\sqrt{\frac{8}{f}} = K_1 \log\left(\frac{K_2 y}{d_i}\right) F^{K_3}$	(K)
$\sqrt{\frac{8}{f}} = L_1 \log\left(\frac{y}{d_i}\right) + L_2 F - L_3 \frac{\tau}{\tau_c} + L_4$	(L)
$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln\left(\left(\frac{y}{d_i}\right)^{M_1} S^{-M_2} F^{M_3}\right) - M_4$	(M)
$\sqrt{\frac{8}{f}} = N_1 \left(\frac{y}{d_i}\right)^{N_2} F^{N_3}$	(N)
$\sqrt{\frac{8}{f}} = O_1 \left(\frac{v}{\sqrt{g \cdot d_i}}\right)^{O_2}$	(O)

3.4.1.2 Modelos con Q o v como variables respuesta

En la tabla 3.3 se relacionan los modelos que se expresan en función de Q como variable respuesta —correspondientes a la ecuación (2.179)— y que son objeto de evaluación en el presente trabajo. No se ha considerado el ajuste de n o f en función de R y/o S , para posteriormente sustituir las ecuaciones obtenidas en la ecuación de Manning o Darcy-Weisbach —tal y como hicieron, por ejemplo, Golubtsov (1969), Bray (1979), Jarrett (1984) y Meunier (1989) etc. (§ 2.7.2.1)—. Por otra parte, los modelos objeto de calibración incluyen como variables independientes o explicativas a A , R (o y) y S . Por lo tanto, se ha desestimado la calibración de modelos que carecen de alguna de las citadas variables —por ejemplo, ecuaciones de Riggs (1976) y Williams (1978) (véase tabla A-5)—. Como se ha expuesto en § 2.7.2.1, la principal ventaja de este tipo de modelos frente a los que tienen a f como variable respuesta es que no es necesario determinar el valor de ningún percentil granulométrico del sedimento, más allá de verificar que se trate de ríos con lecho de material granular de tamaño grava o superior.

Tabla 3.3. Ecuaciones de los modelos evaluados con Q como variable respuesta.

Modelo	Denominación
$Q = \lambda_1 A R^{\lambda_2} S^{\lambda_3}$	(Q ₁)
$Q = \lambda_4 A^{\lambda_5} R^{\lambda_6} S^{\lambda_7}$	(Q ₂)
$Q = \lambda_8 A^{\lambda_9} R^{\lambda_{10}} S^{\lambda_{11} \cdot \log S}$	(Q ₃)

λ_i denota un coeficiente de ajuste.

En la tabla 3.4 se especifican las ecuaciones objeto de evaluación en el presente estudio que se expresan en función de v como variable dependiente. Tales ecuaciones obedecen a un único modelo —ecuación (2.181)— que se ajustará para tres percentiles granulométricos: d_{90} , d_{84} y d_{50} . Como se ha expuesto en § 2.7.2.2 la principal ventaja de este modelo reside en que no precisa de la determinación de la geometría hidráulica de la sección transversal (y , R o T) para relacionar v y Q , lo que reviste interés en tramos de cauce con sedimento heterométrico y flujo macrorrugoso.

Tabla 3.4. Ecuaciones de los modelos evaluados con v como variable respuesta.

Ecuación	Denominación
$v = \varphi_1 g^{\varphi_2} S^{\varphi_3} Q^{\varphi_4} d_{90}^{\varphi_5}$	(v ₁)
$v = \varphi_6 g^{\varphi_7} S^{\varphi_8} Q^{\varphi_9} d_{84}^{\varphi_{10}}$	(v ₂)
$v = \varphi_{11} g^{\varphi_{12}} S^{\varphi_{13}} Q^{\varphi_{14}} d_{50}^{\varphi_{15}}$	(v ₃)

φ_i denota un coeficiente de ajuste.

3.4.2 Técnicas de evaluación de modelos

3.4.2.1 Calibración. Ajuste de coeficientes

El ajuste de los coeficientes de los modelos evaluados se ha llevado a cabo mediante la técnica de mínimos cuadrados, es decir, la minimización del sumatorio del cuadrado de los residuos de la diferencia entre el valor registrado de la variable dependiente y el valor pronosticado. Es decir

$$\min \sum (e)^2 = \min \sum_{i=1}^N (C_i - R_i)^2$$

denotando C_i el valor i pronosticado de la variable dependiente o respuesta, R_i el valor i registrado de la variable dependiente y N el número total de valores registrados de dicha variable.

Dado que la técnica de mínimos cuadrados tiende a reducir al máximo el residuo correspondiente a los datos de mayor magnitud, por su mayor impacto en el valor final del estadístico considerado, las ecuaciones ajustadas mediante dicho procedimiento pueden cometer grandes errores de pronóstico cuando la variable toma valores de pequeña magnitud, especialmente cuando la variabilidad estudiada se expande en un amplio rango de magnitud. Una de las técnicas para evitar lo expuesto en las líneas precedentes es el ajuste de los coeficientes de las ecuaciones transformadas logarítmicamente, lo que modera el efecto de los valores extremos. En este sentido —habida cuenta de que el rango de variación de Q en los registros seleccionados comprende varios ordenes de magnitud— se ajustarán, mediante el método de los mínimos cuadrados, los coeficientes de las transformaciones logarítmicas de las modelos (Q_1), (Q_2) y (Q_3). Consecuentemente, tomando logaritmos en ambos miembros de las citados modelos resulta

$$\log Q = \log \lambda_1 + \log A + \lambda_2 \log R + \lambda_3 \log S$$

$$\log Q = \log \lambda_4 + \lambda_5 \log A + \lambda_6 \log R + \lambda_7 \log S$$

$$\log Q = \log \lambda_8 + \lambda_9 \log A + \lambda_{10} \log R + \lambda_{11} \log^2 S$$

También se han ajustado mediante el método de los mínimos cuadrados los coeficientes de las transformaciones logarítmicas de los modelos (v_1), (v_2) y (v_3). Es decir, tomando logaritmos en ambos miembros de los citados modelos se tiene

$$\log v = \log \varphi_1 + \varphi_2 \log g + \varphi_3 \log S + \varphi_4 \log Q + \varphi_5 \log d_{90}$$

$$\log v = \log \varphi_6 + \varphi_7 \log g + \varphi_8 \log S + \varphi_9 \log Q + \varphi_{10} \log d_{84}$$

$$\log v = \log \varphi_{11} + \varphi_{12} \log g + \varphi_{13} \log S + \varphi_{14} \log Q + \varphi_{15} \log d_{50}$$

Asimismo, se han transformado logarítmicamente para su ajuste los modelos predictores de f con estructura potencial o lineal, modelos: (E), (G), (J), (N) y (O). El ajuste de todos estos coeficientes se ha llevado a término utilizando el programa estadístico SPSS (SPSS, 2003).

3.4.2.2 Validación

La verificación o validación de modelos se plantea en diferentes posibilidades. Tres son las habitualmente más consideradas (Esbensen *et al.*, 1994): a) verificación mediante segmentación independiente (*test set validation*), b) validación cruzada mediante conjuntos alternos (*switch set validation*) y c) validación cruzada completa (*full cross validation*).

La primera de las técnicas citadas consiste en la segmentación de la base de datos disponible en dos conjuntos independientes, uno para calibración del modelo —ajuste de sus coeficientes mediante una función objetivo— y el otro para su verificación —determinación del error cometido por el modelo ajustado—. La división de la base de datos puede hacerse a partes iguales o, en el caso de no disponer de demasiados datos, atribuyendo un menor porcentaje al subconjunto destinado a validación —generalmente oscilando entre el 10% y el 50% de los datos disponibles—. En cualquier caso, es de notar que los coeficientes del modelo se ajustan a un conjunto integrado por un número de datos inferior a la totalidad disponible. En la segunda técnica citada se calibra el modelo con la base de datos completa, mientras que la validación se lleva a término mediante la segmentación en partes iguales de dicha base. Este método presenta la gran ventaja de no reducir la base de calibración del modelo.

El tercer método se aconseja especialmente cuando la base de datos se encuentra integrada por un número reducido de datos. Asimismo, cuando sea difícil conseguir mediante segmentación aleatoria que los subconjuntos resultantes sean suficientemente representativos de la variabilidad de los parámetros involucrados. En dicha técnica el número total de datos (n) se divide en k subconjuntos de igual tamaño, empleando una proporción $(k-1)/k$ del total para calibración y $1/k$ para validación, lo que se repite k veces, dado que cada subconjunto se emplea tanto para calibración como para validación. En el extremo, para $k=n$, en cada secuencia el modelo se calibra con $n-1$ datos, mientras que se valida con un solo dato. En esta última versión, aunque se precisa un considerablemente mayor esfuerzo de cálculo, la base de datos prácticamente no resulta mermada, por lo que se recomienda cuando se dispone de pocas observaciones.

Sin embargo, cabe añadir que diversos autores (p. ej. Picard y Cook (1984); Kozak y Kozak (2003)) ponen en tela de juicio la utilidad última de la validación de modelos. En efecto, dichos autores señalan el inconveniente que supone la pérdida de información en la calibración y sostienen que las diferentes técnicas de validación no mejoran ni aumentan la información estadística del error de predicción respecto a la obtenida empleando el modelo ajustado con el conjunto completo de datos.

No obstante lo expuesto en el párrafo precedente se ha decidido en este trabajo la verificación de modelos mediante la técnica de validación cruzada en su modalidad de conjuntos alternados (*switch set validation*). Con ello se pretende, principalmente, ajustar los modelos evaluados utilizando el número total de observaciones —a diferencia de lo que supone la validación por segmentación independiente— sin añadir un esfuerzo excesivo de cálculo —lo que representaría la validación cruzada completa—. A tal efecto, y utilizando el programa SPSS, se ha dividido aleatoriamente el conjunto de ajuste en dos conjuntos (por ejemplo, A y B) integrados cada uno por el 50% del número total de datos. Posteriormente, de forma independiente para cada conjunto de validación (A y B) se ha repetido la fase de ajuste para cada uno de los modelos evaluados, obteniendo, en consecuencia, dos ecuaciones de cada modelo. Por último, para la ecuación ajustada con el conjunto de datos A se calcularán los índices de bondad de ajuste pero empleando los datos del conjunto B y viceversa. El valor

final de los índices estadísticos de validación se obtendrá como el promedio de los obtenidos en cada conjunto de validación.

3.4.3 Índices de ajuste

Los índices estadísticos utilizados a fin de evaluar el grado de ajuste, tanto en la fase de calibración como en la de validación, se exponen a continuación.

Error cuadrático (E_c)

Es el sumatorio de los errores cuadráticos de predicción, es decir, de la diferencia entre el valor registrado de la variable dependiente y el valor pronosticado por el modelo evaluado. La ecuación correspondiente se muestra en la tabla 3.5.

Error típico medio (E_t)

Es la desviación típica de los residuos, es decir, la desviación típica de las distancias existentes entre los registros de la variable dependiente y los pronósticos del modelo evaluado, corregida, puesto que la suma de las distancias al cuadrado está dividida por $n-2$. La ecuación correspondiente se recoge en la tabla 3.5. Representa una medida de la parte de variabilidad de la variable dependiente que no es explicada por el modelo evaluado, en general, cuanto mejor es el ajuste más pequeño es este error.

Coefficiente de determinación (R^2)

Este índice es el cuadrado del coeficiente del momento de correlación del producto Pearson, también conocido como coeficiente de determinación. Se puede interpretar como la proporción de la variancia total en los datos observados que puede explicar el modelo. Varía entre 0,0 y 1,0, con valores elevados indicando mejor ajuste. La ecuación correspondiente se muestra en la tabla 3.5. Aunque el uso de este índice para la evaluación de modelos se encuentra muy extendido, adolece de importantes limitaciones que deben tenerse en cuenta. Entre ellas destaca su insensibilidad a desviaciones proporcionales y aditivas entre observaciones y modelo. En efecto, se puede demostrar que si se establece una relación funcional de tipo lineal entre variable registrada y calculada, es decir, si $C_i = A \cdot R_i + B$ (representando C_i y R_i respectivamente el valor calculado y registrado para el i -ésimo punto) para un valor de A no nulo y cualquier valor de B entonces resulta $R^2=1,0$. Por consiguiente, valores elevados del coeficiente de determinación pueden obtenerse, incluso cuando diverjan considerablemente en magnitud —valores de B muy diferentes a 0,0— y en variabilidad —valores de A muy diferentes a 1—. Con objeto de ilustrar este defecto se representa en la figura 3.8 el gráfico de dispersión entre registro y cálculo de un hipotético caso con valores de A y B de 0,15 y 8 respectivamente, para el que el coeficiente de determinación toma el valor de 1,0.

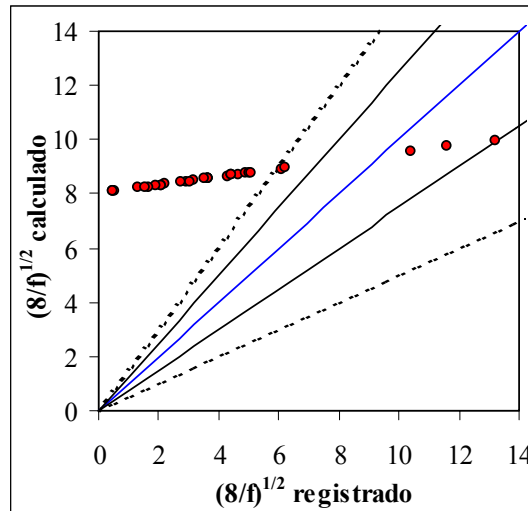


Figura 3.8. Gráfico de dispersión.

Se han representado las líneas de ajuste perfecto y las de 25 y 50% de error.

Además, el coeficiente de determinación es más sensible a las observaciones de valor extremo superior que a las observaciones cerca de la media. Por consiguiente, un modelo que pronostique mejor los datos extremos tendrá un valor excesivamente alto de R^2 , que posiblemente no refleje adecuadamente la relación entre registro y cálculo sobre la mayor parte del resto del dominio.

Coefficiente de eficiencia (E)

Nash y Sutcliffe (1970) definen el coeficiente de eficiencia mediante la ecuación especificada en la tabla 3.5, con valores mayores significando mejor ajuste entre cálculo y registro. Se puede interpretar como la relación entre el error cuadrático medio

$$E_{cm} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (C_i - R_i)^2 \quad (3.12)$$

y la variancia de los datos registrados, restada a la unidad. Es decir, si el error cuadrático medio entre registro y cálculo es tan grande como la variabilidad en los datos registrados, el coeficiente de eficiencia toma el valor de 0,0; y si es superior resulta $E < 0$ —es decir, que el promedio de los valores registrados tiene mayor capacidad de predicción que el modelo analizado—.

El coeficiente de eficiencia representa una mejora respecto al coeficiente de determinación, ya que sí es sensible a las desviaciones proporcionales y aditivas, puesto que si $C_i = A \cdot R_i + B$ el valor de E disminuye si A y B toman valores diferentes de 1,0 y 0,0. Sin embargo, el coeficiente de eficiencia, al igual que el coeficiente de determinación, sigue siendo demasiado sensible a los valores extremos. La causa estriba en el empleo de términos cuadráticos de las diferencias, que amplifican el peso de los mayores residuos.

Coefficiente de eficiencia modificado (E')

Al objeto de mejorar el coeficiente de eficiencia, reduciendo el peso del efecto de amplificación del error en los valores extremos que introducen los términos cuadráticos,

Legates y McCabe (1999) proponen su modificación mediante la ecuación correspondiente que aparece en la tabla 3.5. Debe tenerse presente que un valor de, por ejemplo, 0,5 tiene diferentes significado para R^2 , E o E' .

Error relativo medio porcentual (P)

Se define como el error promediado, entre el número de valores y expresado en tanto por ciento, que existe entre cálculo y registro respecto al valor de registro, tal como aparece en la ecuación especificada en la tabla 3.5. Este indicador, al utilizar errores relativos, asigna el mismo peso al error de cada dato, independientemente de su magnitud.

Gráficos bivariantes del ajuste entre registro y cálculo

Se trata de un gráfico de ejes cartesianos en el que se representa en abscisas el valor registrado de una variable y en ordenadas su valor calculado según el modelo empleado. Con objeto de evaluar visualmente el grado de ajuste del modelo estudiado se complementa el gráfico con la recta de ajuste perfecto y, en este trabajo en función de la predictibilidad media de las fórmulas analizadas, las rectas de error del 25 y 50%, tanto positivo como negativo (véase el ejemplo de la figura 3.8).

Porcentaje de predicciones en una banda de error (D_i)

A fin de complementar cuantitativamente la información visual que proporcionan los gráficos de ajuste entre registro y cálculo se ha calculado el número de datos, en términos de porcentaje sobre el total, que caen en las bandas de error del 25 y del 50%, D_{25} y D_{50} , respectivamente. Las expresiones empleadas son

$$D_{25} = 100 \frac{\hat{F}_{25}}{n} \quad (3.13)$$

y

$$D_{50} = 100 \frac{\hat{F}_{50}}{n} \quad (3.14)$$

siendo \hat{F}_{25} y \hat{F}_{50} el número de datos para los que el valor de \hat{F} es menor o igual a 25 y 50 respectivamente, donde

$$\hat{F} = 100 \cdot \frac{|C_i - R_i|}{R_i} \quad (3.15)$$

Criterio Akaike de Información (CAI) y Criterio Bayesiano de Información (CBI)

Los índices denominados Criterio Akaike de Información (CAI) y Criterio Bayesiano de Información (CBI) se utilizan frecuentemente como ayuda para la selección del mejor modelo cuando se evalúa más de uno. Las expresiones matemáticas de cada uno se muestran en la tabla 3.5. El segundo de los índices se considera el más parsimonioso de ambos, es decir, que penaliza en mayor medida el número de variables independientes de los modelos comparados.

Debe tenerse presente que dado que ambos índices se basan en el cuadrado de los residuos entre registro y pronóstico, si la diferencia entre el número de variables independientes de cada modelo no es muy elevada, reproducirán similarmente la clasificación que pudiera obtenerse mediante aquellos índices que también incluyen dicho residuo.

Tabla 3.5. Índices estadísticos de ajuste.

Índice de ajuste	Rango de variación
Error cuadrático (Ec) $Ec = \sum_{i=1}^N (R_i - C_i)^2$	$0,0 \leq Ec \leq \infty$
Error típico medio (Et) $Et = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (R_i - C_i)^2}{N - 2}}$	$0,0 \leq Et \leq \infty$
Coeficiente de determinación (R^2) $R^2 = \left(\frac{\sum_{i=1}^N (C_i - \bar{C})(R_i - \bar{R})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (C_i - \bar{C})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})^2}} \right)^2$	$0,0 \leq R^2 \leq 1,0$
Coeficiente de eficiencia (E) $E = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (R_i - C_i)^2}{\sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})^2}$	$-\infty \leq E \leq 1,0$
Coeficiente de eficiencia modificado (E') $E' = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N R_i - C_i }{\sum_{i=1}^N R_i - \bar{R} }$	$-\infty \leq E' \leq 1,0$
Error relativo medio porcentual (P) $P = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \frac{ R_i - C_i }{R_i}$	$0,0 \leq E' \leq \infty$

Donde C_i es el valor i calculado de la variable, \bar{C} es el promedio de los N valores calculados de la variable, R_i es el valor i registrado de la variable, \bar{R} es el promedio de los N valores registrados de la variable y p el número de parámetros del modelo.

Tabla 3.5. (continuación). Índices estadísticos de ajuste.

Índice de ajuste	Rango de variación
<p>Criterio Akaike de información (CAI)</p> $CAI = n \cdot \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^N (R_i - C_i)^2}{n - p - 1} \right) + 2(p + 1)$	$-\infty \leq CAI \leq \infty$
<p>Criterio Bayesiano de información (CBI)</p> $CBI = n \cdot \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^N (R_i - C_i)^2}{n - p - 1} \right) + p \ln(n)$	$-\infty \leq CBI \leq \infty$

Donde C_i es el valor i calculado de la variable, \bar{C} es el promedio de los N valores calculados de la variable, R_i es el valor i registrado de la variable, \bar{R} es el promedio de los N valores registrados de la variable y p el número de parámetros del modelo.

3.4.4 Variables de control y subconjuntos de ajuste

3.4.4.1 Modelos con f como variable dependiente

Cada uno de los modelos que toman el factor de fricción (f) como variable dependiente se ha ajustado al conjunto constituido por todos los datos recabados, tanto de campo como de laboratorio. Sin embargo, dichos modelos también se han ajustado a subconjuntos de la base empírica total. Tales subconjuntos se han establecido en función de diversas variables de control, es decir, variables destinadas a la separación de los datos en subgrupos. El propósito de esta segmentación de la base completa estriba en la búsqueda de aquellas variables de control, y de su valor umbral, que permiten un aumento de la capacidad predictiva de los modelos evaluados. Es decir, en ocasiones se detecta una sensible mejora del ajuste de un modelo cuando se calibra por tramos, en vez de empleando el conjunto total de datos. Para el tipo de ecuaciones objeto de este apartado únicamente se adoptan como variables de control aquellas con justificación teórica previa y que además sean adimensionales, a fin de evitar errores de escala entre los datos de campo y de laboratorio —tal como se ha expuesto en § 3.4.1.1—. A continuación se expondrán las variables de control seleccionadas y se justificará el valor de corte adoptado.

La primera segmentación analizada es la determinada por la pertenencia de los datos a aquellos que han sido obtenidos en ríos o bien a aquellos que derivan de registros en canales de laboratorio; por consiguiente, se trata de una variable categórica, que sólo puede tomar dos valores distintos. El motivo de tales agrupaciones es la detección de comportamientos diferenciales para cada modelo causados por divergencias existentes entre las características de ríos y canales de laboratorio. Dichas divergencias potenciales se han expuesto y justificado detenidamente en § 2.8. Además, en § 4.2.1.2 se contrasta la distribución de frecuencias de

diversas variables para los conjuntos de campo y de laboratorio, en virtud de la cual también pueden detectarse discordancias entre las características de ambos conjuntos.

La siguiente variable de control escogida es la pendiente (S), del cauce o de la línea de superficie libre —puesto que se trata de datos en régimen uniforme—, habida cuenta de su influencia en la resistencia al flujo, como se ha puesto de manifiesto en § 2.7.1.7.1. Los umbrales de segmentación en función de la pendiente adoptados por Gulobtsov (1969), Rickenmann (1994) y Bathurst (2002) varían en un rango entre 0,4% y 0,8%, tomando los dos últimos autores citados el valor de 0,8%. En este trabajo se ha adoptado igualmente dicho valor.

La sumersión del flujo, expresada como y/d_{84} , se ha tomado también como variable de control, coincidiendo con lo realizado previamente por otros autores. Por ejemplo, Charlton *et al.* (1978) y Ugarte y Mendez (1994) ajustan una serie de modelos en dos o más subconjuntos en función de la sumersión. Por otra parte, Bathurst (1978, 1982-b) propone y ajusta dos modelos de formulación matemática diferente en función de la sumersión del flujo. La adopción de la sumersión como variable de control se encuentra justificada por la discrepancias en la distribución vertical de velocidad entre elevadas y reducidas sumersiones, tal y como se recoge con detalle en § 2.6.2. Se impuesta un valor de 4,0 como valor de segmentación de los dos subconjuntos. La elección de tal valor se basa en el hecho de que varios autores lo proponen como límite superior del flujo de transición (entre alta sumersión y macrorrugoso) o bien representa un valor intermedio del intervalo de sumersión correspondiente a dicho flujo de transición —p. ej. Bathurst, 1981; Bray, 1987; Ugarte y Méndez, 1994—. Además, Bathurst (1993) considera que una de las condiciones necesarias para el desarrollo de perfiles de velocidad en «S» es que y/d_{84} no supere un valor de 4,0. En este trabajo se evaluarán los modelos seleccionados para ambos rangos de sumersión —superior e inferior a $y/d_{84} = 4,0$ —, al objeto de comprobar si los modelos fundamentados en distribuciones de velocidad para flujo macrorrugoso se ajustan mejor para el conjunto de baja sumersión.

Por último, la condición de transporte de fondo ha sido también escogida como variable categórica de control, al efecto de detectar un posible incremento de la resistencia al flujo para los datos en los que se produzca transporte de sedimento respecto de los que el lecho es fijo. Tal y como se ha tratado en § 2.7.1.11.1, en la situación de transporte sólido de fondo es posible distinguir entre transporte débil e intenso, tomando una frontera expresada en función del valor de τ/τ_c alrededor de 3,0. En la fase de transporte intenso tienden a aparecer fenómenos que no se hallan presentes en la fase de transporte débil, como puedan ser formas de fondo en las capas superficiales que están siendo transportadas o bien se hace patente un incremento de la resistencia al flujo por el gran número de colisiones entre partículas. Sin embargo, dado que la relación entre caudal sólido y valor del índice de movilidad del sedimento se encuentra sujeta a incertidumbre se ha considerado como criterio de segmentación el valor nulo de transporte sólido ($Q_s = 0$), de tal manera que se han formado dos subconjuntos, uno con transporte de fondo y otro con lecho inmóvil. Habida cuenta de que únicamente para los registros en canales de laboratorio se dispone de datos de caudal sólido, en los conjuntos constituidos a fin de evaluar el efecto del transporte sólido no se incluirán datos tomados en ríos.

3.4.4.2 Modelos con Q o v como variable dependiente

Por lo que respecta a las ecuaciones que toman al caudal y la velocidad como variable dependiente únicamente se han ajustado a conjuntos de datos integrados por registros en ríos. No se han incluido los datos derivados de canales de laboratorio a fin de evitar errores de escala, ya que en dichas ecuaciones aparecen variables que no son adimensionales. En efecto, aun cuando los canales de laboratorio en los que se experimentó para obtener parte de los datos empleados en este trabajo no son réplicas en modelo reducido de ningún río prototipo en concreto, sus dimensiones y caudal circulante no son en absoluto equiparables a los de aquéllos.

Las variables de control para ambos tipos de ecuaciones han sido la pendiente del cauce (S), la sumersión relativa, expresada como y/d_{84} , y el índice de movilidad de sedimento (τ/τ_c). Este último se ha introducido a fin de discriminar la situación de lecho fijo y lecho móvil. Como sea que únicamente se incluyen datos pertenecientes a ríos debe tenerse presente que, en general, no es posible medir con precisión el transporte sólido de fondo. Además, al tratarse de ríos de material grueso el transporte de fondo significativo tiene lugar con sumersiones elevadas, situación que provoca que el cauce deje de ser vadeable e impide en muchas ocasiones la toma de datos. En consecuencia, al carecer de datos de caudal sólido se ha tomado el índice de movilidad del sedimento como criterio indirecto o estimativo de la movilidad del lecho.

Habida cuenta de que los modelos expresados con Q como variable dependiente no incluyen datos de granulometría, las dos últimas variables de control citadas en el párrafo precedente revisten menor interés práctico. Efectivamente, en el caso de que las ecuaciones derivadas segregando en subconjuntos resultaran más recomendables que las ajustadas con todos los datos debería conocerse la granulometría del cauce a fin de determinar cuál es la ecuación de aplicación pertinente, por lo que dichas ecuaciones perderían una de sus principales ventajas: el hecho de no requerir un análisis granulométrico del lecho.

En el mismo sentido, en cuanto que los modelos expresados con v como variable respuesta no incluyen variables relacionadas con la geometría de la sección transversal — A , R , y o T — las ecuaciones ajustadas segmentadamente al imponer y/d_{84} o τ/τ_c como variables de control sufren una merma en su interés práctico de aplicación, puesto que una de las mayores ventajas de dichos modelos radica en hacen innecesaria la determinación de la geometría de la sección transversal a fin de relacionar v y Q .

Para el ajuste segmentado de los modelos que tienen Q o v como variables respuesta, tanto en el caso de S como en el de y/d_{84} se han mantenido los mismos valores de segmentación, esto es, el 0,08% y 4,0 respectivamente, mientras que en el caso del índice de movilidad del sedimento se ha considerado el valor de 1,0, a fin de separar lecho fijo de móvil.

4

Resultados y discusión

4.1 RESULTADOS DE LA CAMPAÑA DE AFOROS EN EL RÍO BELLERA

4.1.1 Pendiente longitudinal del cauce

El valor de la pendiente longitudinal del cauce calculado según cada uno de los métodos expuestos en § 3.1.5 se muestran en la tabla 4.1, de la que se desprende que el promedio, 1,07%, es un valor suficientemente representativo, pues el coeficiente de variación es sólo del 6,5%.

Tabla 4.1. Resultados del cálculo de la pendiente longitudinal del tramo de estudio.

Método	Pendiente (%)
S_0	1,02
S_1	1,16
S_2	1,08
S_3	1,12
S_4	0,99

4.1.2 Granulometría

El muestreo granulométrico efectuado mediante el método Wolman con un conjunto de 400 partículas se ha clasificado en clases granulométricas, obteniendo la distribución que se

especifica en la tabla 4.2. En la figura 4.1 se representa el histograma de frecuencias relativas de tamaños de la muestra analizada. El grupo más numeroso lo constituyen los cantos con un 60,5% del total de la muestra, seguido del grupo de gravas, con un 35,5 %, y, por último, un minoritario 4,0% de bolos.

Tabla 4.2. Distribución granulométrica del sedimento.

Grupo	Subgrupo	Clase diamétrica (mm)	Partículas retenidas (%)
Gravas	Mediana	8-11,3	3,00
		11,3-16	3,75
	Gruesa	16-22,6	5,00
		22,6-32	5,25
	Muy gruesa	32-45,3	6,50
		45,3-64	12,00
Cantos	Pequeños	64-90,5	16,25
		90,5-128	20,75
	Grandes	128-181	16,25
		181-256	7,25
Bolos	Pequeños	256-362	2,25
		362-512	1,75

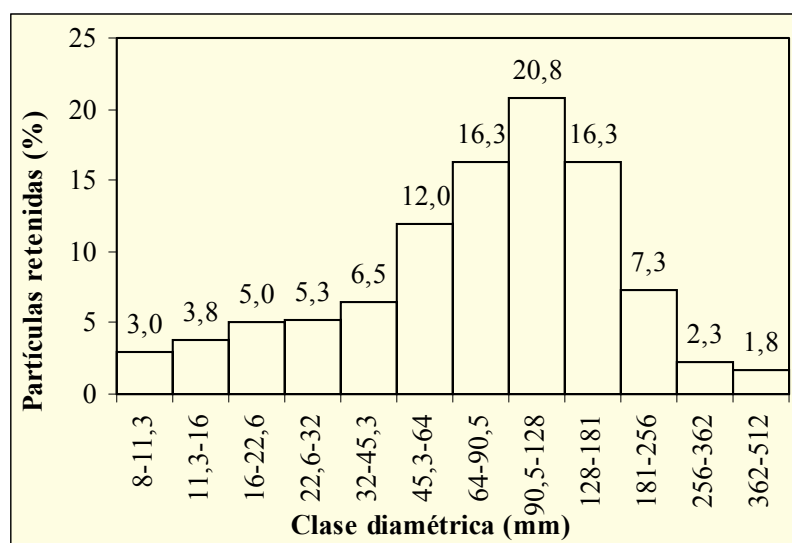


Figura 4.1 Histograma de frecuencias relativas del diámetro del sedimento.

En la figura 4.2 se ha representado la función de distribución acumulada de tamaños o curva granulométrica. De dicha curva, mediante interpolación, pueden obtenerse los percentiles diamétricos característicos que se especifican en la tabla 4.3. De acuerdo con el valor del tamaño medio de la muestra (d_{50}) el sedimento del tramo de estudio podría calificarse como de canto pequeño. Por otra parte, el diámetro medio aritmético (d_m) —calculado según la ecuación (3.9)— alcanza un valor de 103 mm, incluido, por consiguiente, también en el subgrupo de canto pequeño.

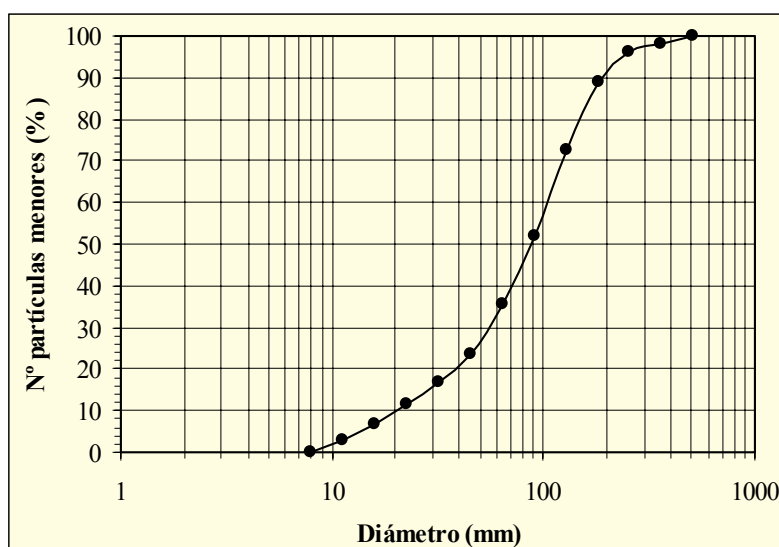


Figura 4.2. Curva granulométrica del sedimento.

Tabla 4.3. Diámetros característicos del sedimento.

Percentil característico	Diámetro (mm)
d_{90}	190
d_{84}	160
d_{75}	142
d_{50}	88
d_{30}	55
d_{25}	47
d_{16}	30
d_{10}	21

4.1.3 Geometría hidráulica, velocidad y caudal

Se llevaron a término un total de 16 mediciones diferentes de caudal, durante el periodo comprendido entre los meses de mayo y noviembre del año 2003. En la tabla 4.4 se consignan los valores de geometría hidráulica, caudal y velocidad, para cada medición, calculados según las indicaciones expuestas en § 3.1. De la observación de dicha tabla se infiere que el perímetro mojado y el ancho superficial presentan valores muy similares, lo que se traduce en que el calado medio y el radio hidráulico son prácticamente idénticos y que la relación T/y sea muy elevada —variando entre 32 y 62—. Por otra parte, la pendiente longitudinal de la superficie libre (S_w) presenta un valor medio de 0,99% con un 7,0% de coeficiente variación, lo que comparado con el valor promedio de 1,07% de la pendiente del cauce, avala la consideración de flujo uniforme en el tramo de estudio.

Tabla 4.4. Variables hidráulicas registradas en el río Bellera.

Fecha	A (m ²)	P (m)	T (m)	y (m)	R (m)	S_w (m/m)	Q (m ³ /s)	v (m/s)
18/05/2003	4,67	12,92	12,83	0,36	0,36	0,0099	3,13	0,74
06/06/2003	2,91	11,18	11,20	0,26	0,26	0,0101	1,03	0,51
13/06/2003	2,70	11,05	11,08	0,24	0,24	0,0099	1,11	0,50
04/07/2003	1,85	9,82	9,78	0,19	0,19	0,0096	0,76	0,42
20/07/2003	1,50	9,40	9,37	0,16	0,16	0,0099	0,50	0,36
01/08/2003	1,41	9,06	9,03	0,16	0,16	0,0080	0,32	0,25
17/08/2003	1,59	9,43	9,40	0,17	0,17	0,0102	0,47	0,33
25/08/2003	1,32	8,75	9,03	0,15	0,15	0,0092	0,35	0,29
31/08/2003	1,42	9,29	9,28	0,15	0,15	0,0107	0,39	0,32
09/09/2003	2,55	10,66	10,62	0,24	0,24	0,0108	1,18	0,50
17/09/2003	1,78	9,73	9,71	0,18	0,18	0,0104	0,59	0,37
28/09/2003	2,21	10,97	10,93	0,20	0,20	0,0103	0,68	0,39
03/10/2003	3,90	12,27	12,20	0,32	0,32	0,0102	2,05	0,59
18/10/2003	3,40	11,96	11,92	0,29	0,28	0,0098	1,58	0,49
08/11/2003	3,58	11,57	11,93	0,30	0,31	0,0090	1,97	0,56
22/11/2003	4,08	12,10	12,47	0,33	0,33	0,0099	2,23	0,65

4.2 ANÁLISIS DE DATOS SELECCIONADOS

4.2.1 Conjuntos de ajuste a modelos que toman f como variable dependiente

4.2.1.1 Conjunto completo

Al aplicar los criterios de selección de datos que se relacionan en § 3.2 durante la revisión bibliográfica y a los registros en el río Bellera ha resultado un conjunto total de 1.533 datos. Las fuentes bibliográficas consultadas —incluyendo artículos en revistas, monografías, tesis doctorales así como trabajos de grado y postgrado— ascienden a un total de 42, correspondiendo 25 a datos de campo y el resto a canales de laboratorio. Además, se han incluido 16 datos registrados en el río Bellera, las características de los cuales se han expuesto con detalle en § 4.1. Es importante destacar que el número de datos que integran el conjunto compilado sobrepasa ampliamente al total utilizado por la inmensa mayoría de investigadores que han ajustado alguno de los modelos analizados en la presente tesis (como se puede comprobar en § 2.7.1 y § 2.7.2).

El rango de variación, para el conjunto completo de datos, de algunas de las variables adimensionales más significativas se presenta en la tabla 4.5. El factor de fricción (expresado como $\sqrt{8/f}$) toma valores inferiores al intervalo que especifica Bathurst (1993) para ríos de material grueso —con un máximo de 28, correspondiente a ríos de grava, y un mínimo de 0,28, para la secuencia escalón-poza—. En efecto, si bien no se encuentran datos con valores superiores al primero de los límites citados, sí que es posible hallar algunos datos que no alcanzan el valor mínimo establecido. Asimismo, puede apreciarse que el flujo corresponde a un intervalo de sumersión que va desde el macrorrugoso hasta el de alta sumersión. La pendiente longitudinal se expande cuatro ordenes de magnitud, llegando hasta el 20% y con un promedio de aproximadamente el 2%. El número de Froude indica que se encuentran presentes ambos regímenes de flujo, tanto subcrítico como supercrítico, aunque la mayoría presenta régimen lento pues la media se encuentra alrededor de 0,7. Por último, el índice de movilidad del sedimento —calculado según el criterio de tensión crítica de Ackers y White (1973) (véase § 3.3)— también muestra una importante variabilidad, con un valor promedio (1,2) que supera moderadamente el valor crítico de inicio del movimiento.

En suma, dado el valor del coeficiente de variación de las variables independientes adimensionales analizadas puede afirmarse que la variabilidad de la base empírica seleccionada es suficientemente representativa de la que cabe esperar en ríos con lechos conformados por sedimento de tamaño de grava y superior. El análisis de la distribución de frecuencias de las variables que se muestran en la tabla 4.5 considerando clases de mayor detalle se llevará a término conjuntamente con la distinción entre datos de campo y de laboratorio, que se trata en § 4.2.1.2.

Tabla 4.5. Resumen del análisis estadístico del conjunto total de datos.

Conjunto de datos	Parámetro	Mínimo	Máximo	Media	Cv (%)
N=1.533	$\sqrt{8/f}$ (-)	0,13	20,58	7,34	49,1
	y/d_{90} (-)	0,10	102,09	7,12	142,7
	y/d_{84} (-)	0,11	119,85	7,94	144,8
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$1,80 \cdot 10^{-2}$	147,4
	F (-)	0,03	4,87	0,68	74,2
	τ/τ_c (-)	0,00	19,28	1,18	147,9

Nota: Los estadísticos de las variables S , F y τ/τ_c se han calculado con un conjunto de 1.483 datos.

4.2.1.2. Contraste entre subconjuntos de campo y de laboratorio

Habida cuenta del grado de disimilitud de las características que a priori cabe esperar entre los datos tomados en ríos y en canales de laboratorio —tal y como se ha expuesto en § 2.8— es pertinente una comparación del intervalo y distribución de frecuencias de las variables adimensionales más influyentes. En la tabla 4.6 se muestra el rango de variación, el promedio y el coeficiente de variación de tales variables, para el conjunto completo de registros y para los subconjuntos de campo y de laboratorio. Además, se incluyen bajo este epígrafe una serie de figuras que representan la distribución de frecuencias relativas de dichas variables adimensionales y en las que se puede apreciar también la contribución para cada clase de los datos de campo y de laboratorio. Con objeto de interpretar correctamente dichas figuras debe tenerse en cuenta que el número total de datos de ríos asciende a 954, mientras que los de laboratorio solamente alcanzan 579. Por consiguiente, en referencia a la base empírica total, los registros en ríos representan el 62,2% frente al 37,8% de datos de laboratorio.

De la observación de la tabla 4.6 se desprende —en lo que atañe a la sumersión relativa— que aunque el valor promedio de las correspondientes sumersiones es bastante similar entre ríos y canales de laboratorio, los datos tomados en campo se expanden en un intervalo sensiblemente más amplio. Ello es producto de la inclusión de datos tomados en ríos con muy baja sumersión pero también de registros correspondientes a nivel de cauce de aguas altas (*bankfull*). En la figura 4.3 se ha representado la distribución de frecuencias de los datos en función de la sumersión relativa (expresada como y/d_{84}) mostrando la composición entre registros de campo y de laboratorio. De la inspección de dicha figura se desprende que la división de la base empírica total es prácticamente a partes iguales en torno al valor de 4,0. Este hecho contribuye a reafirmar la elección de tal valor como umbral cuando se toma la sumersión como variable de control, añadiéndose a las consideraciones expuestas en § 3.4.4. Por otra parte, se observa que existe un predominio significativo de la presencia de datos de campo para valores de la sumersión inferiores a 4,0, mientras que se da una mayor equiparación por encima de dicho valor de sumersión. Lo cual indica, dado el menor número absoluto de datos de laboratorio, que dichos datos se agrupan en mayor medida en el rango de sumersión superior. Por el contrario, los datos de ríos siguen una distribución sensiblemente más simétrica en torno al umbral de 4,0.

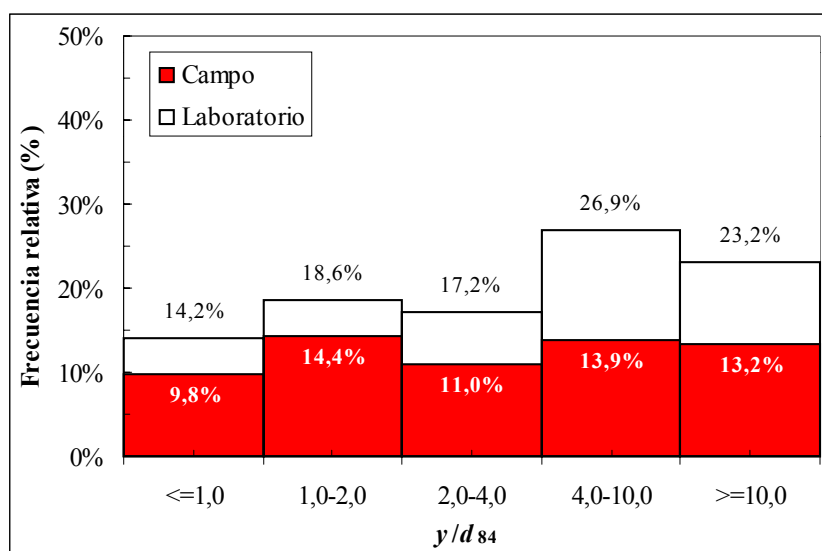


Figura 4.3. Histograma de frecuencias relativas de y/d_{84} para el conjunto total de datos y para los subconjuntos de campo y de laboratorio. Nota: Los dos porcentajes indicados en cada clase corresponden a las frecuencias del conjunto total de datos y del subconjunto de campo.

En lo referente a la pendiente de la superficie libre o del cauce, de la tabla 4.6 puede destacarse la mayor inclinación promedio —casi el triple— de los canales ensayados en laboratorio respecto de la de ríos, mostrando estos últimos un mayor rango y coeficiente de variación. El análisis de la figura 4.4 permite afirmar que la inmensa mayoría de los registros —más del 80%— se concentran en un intervalo de pendiente limitado por el 0,1 y el 5,0%. En los valores extremos de pendiente es donde se aprecia menor grado de yuxtaposición entre datos de campo y de laboratorio. En efecto, mientras que prácticamente no han podido seleccionarse datos de laboratorio con pendientes inferiores al 0,1%, éstos representan casi el 80% de aquellos registros con valores de la pendiente que rebasan el 5%. Como resultado de estas observaciones buena parte de los datos pueden ser clasificados como pertenecientes a ríos de montaña, o en el caso de canales de laboratorio, que reproducen condiciones de los mismos; si se acepta la definición reduccionista de río de montaña en función de la pendiente del cauce (véase § 1.1.1).

Conviene precisar que algunos de los datos de ríos seleccionados tienen en común el tramo de cauce de estudio. Es decir, que dado un tramo de cauce se ha registrado con diferentes caudales, por lo que la pendiente permanece constante, tal y como se ha llevado a cabo en el río Bellera para el presente trabajo. Ello es mucho más frecuente en el caso de datos tomados en canal de laboratorio, donde sistemáticamente se varía el caudal manteniendo fijo el gradiente del mismo. Lo anterior contribuye a restar capacidad de predicción a aquellos modelos que incluyan S como variable independiente, puesto que reduce la variabilidad de dicho parámetro.

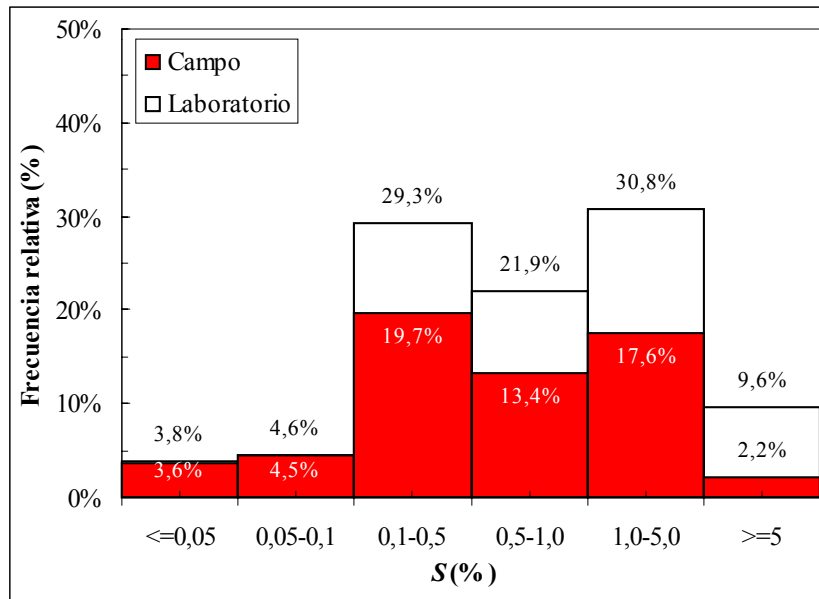


Figura 4.4. Histograma de frecuencias relativas de S para el conjunto total de datos y para los subconjuntos de campo y de laboratorio. Nota: Los dos porcentajes indicados en cada clase corresponden a las frecuencias del conjunto total de datos y del subconjunto de campo.

De acuerdo con la tabla 4.6 el valor promedio del número de Froude en los canales objeto de ensayo en laboratorio es acusadamente superior al obtenido en los registros de ríos —prácticamente el doble— aunque el coeficiente de variación no es sensiblemente dispar. De la figura 4.5 se desprende que casi el 60% de la totalidad de los datos tienen valores de F comprendidos entre 0,3 y 0,8. Asimismo, es de resaltar la importante asimetría en el sesgo de la distribución de los datos de ríos y laboratorio. Efectivamente, los datos de campo presentan un sesgo hacia valores inferiores, de tal modo que no llega al 2% del total de datos de ríos aquellos clasificables como flujo supercrítico —véase, asimismo, la figura D-7—. Esta evidencia se encuentra en consonancia con lo expuesto en § 1.1.2.2.5 acerca del predominio en el tiempo y espacio del flujo lento en ríos de montaña. En contraposición, los registros en laboratorio siguen una distribución con mayor sesgo hacia valores superiores, de resultados de lo cual únicamente la clase limitada por 0,5-0,8 es sujeto de un grado importante de intersección entre ambos conjuntos. El resto de las clases consideradas muestra una reducida yuxtaposición —incluso inexistente, por encima del valor de 2,0—. Esto último permitiría deducir que en los datos de ríos no encontraríamos en la práctica ningún caso que pudiera clasificarse como de flujo supercrítico inestable. La inmensa mayoría de los datos con flujo rápido, por consiguiente, corresponden a los recabados en canales de laboratorio (compárense las figuras D-7 y D-8).

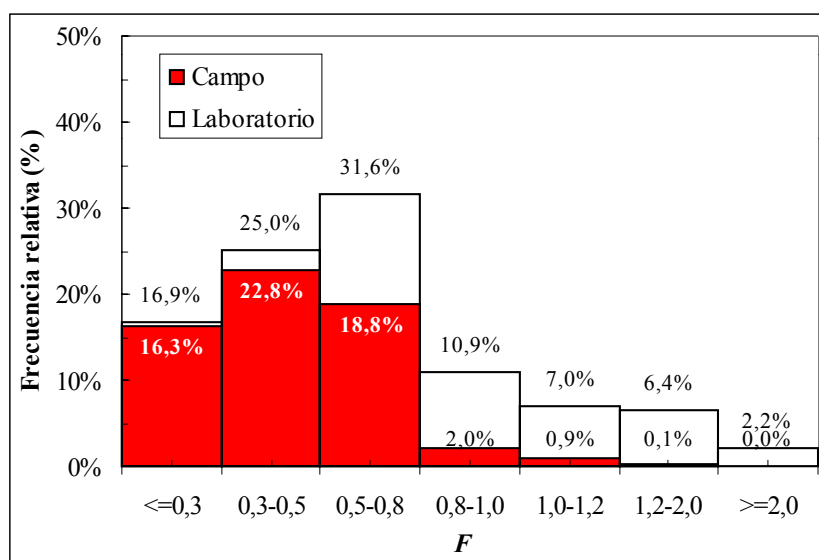


Figura 4.5. Histograma de frecuencias relativas de F para el conjunto total de datos y para los subconjuntos de campo y de laboratorio. Nota: Los dos porcentajes indicados en cada clase corresponden a las frecuencias del conjunto total de datos y del subconjunto de campo.

En lo referente al índice de movilidad del sedimento, la tabla 4.6 permite aseverar que los ensayos de laboratorio reproducen casos con una acusada mayor movilidad del lecho, dado que el valor promedio correspondiente cuadruplica al obtenido de los registros de ríos —en este sentido compárense, asimismo, las figuras D-13 y D-14—. Esto es producto de la combinación de dos factores. Por una parte, del hecho de que el transporte sólido intenso en ríos con lecho de material grueso acontece para niveles de sumersión relativa importantes, situación que puede ser incompatible con labores hidrométricas seguras; por otra parte, debido a que casi en el 48% de los ensayos de laboratorio interesaba modelar flujo uniforme con transporte sólido de fondo. Es necesario recordar, no obstante, que en ciertos datos de laboratorio el lecho se mantenía fijo a pesar de que pudieran alcanzarse valores elevados de τ/τ_c , a causa de que las partículas se encontraban adheridas a la solera del canal. Consecuentemente, lo anterior disminuye la correlación que pudiera existir entre el valor de τ/τ_c y el transporte sólido de fondo. En la figura 4.6 se puede apreciar que la mayor parte de datos se agrupan en los valores extremos, esto es, por debajo de 0,5 y sobre 1,5. De nuevo, tal y como ocurría con el número de Froude, se produce un sesgo asimétrico entre las distribuciones de campo y de laboratorio. Efectivamente, para valores inferiores a 0,75 la inmensa mayoría de los datos corresponden a registros en ríos, mientras que sucede lo contrario cuando el valor es superior a 1,0, con la salvedad de la clase superior a 3,0 en la que el reparto es sensiblemente equivalente.

Una de las consecuencias de la adherencia de las partículas al lecho es que para el caso de canales de laboratorio de pendientes elevadas queda imposibilitado el desarrollo de formas de fondo de gran escala, que sí se pueden encontrar presentes en ríos (véase § 1.1.2.1.4). Este fenómeno es más evidente en los datos seleccionados de Bathurst *et al.* (1981) y Rickenmann (1990), en los que a pesar de que la pendiente longitudinal supera el 5% el lecho es plano. Sin embargo, otros registros recabados de ensayos en canales de laboratorio sí reproducen formas de fondo. En efecto, en los ensayos de Smart y Jaeggi (1983) y Cao (1985) se observaron, además de lecho plano móvil, formas de fondo durante el transporte sólido, concretamente antidunas y barras alternas. Del mismo modo, en los datos aportados por Papanicolau y

Maxwell (2000) y Lee y Ferguson (2001) el lecho se encuentra modelado por la secuencia de escalón y poza.

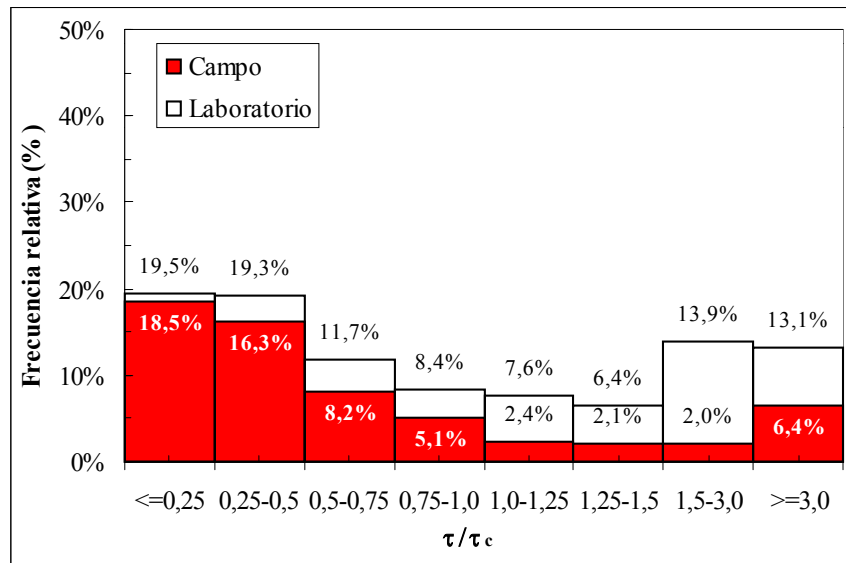


Figura 4.6. Histograma de frecuencias relativas de τ/τ_c para el conjunto total de datos y para los subconjuntos de campo y de laboratorio. Nota: Los dos porcentajes indicados en cada clase corresponden a las frecuencias del conjunto total de datos y del subconjunto de campo.

Por último, la variable dependiente —el factor de fricción expresado como $\sqrt{8/f}$ — se expande un rango sensiblemente más amplio en el caso de datos de campo que en el caso de registros de laboratorio, de forma que el intervalo de variación de estos últimos se encuentra contenido en el de aquéllos. Este hecho se puede explicar en gran medida debido al mismo comportamiento que se ha detectado al analizar el intervalo de variación de la sumersión relativa, puesto que —como indican buena parte de los modelos examinados en § 2.7.1— existe una relación inversa entre sumersión relativa y resistencia al flujo. Asimismo, debe contemplarse la contribución de los factores expuestos en § 2.8 en la explicación del incremento de la resistencia al flujo ofrecida por los datos de ríos sobre los de laboratorio. De la figura 4.7 se desprende que casi un tercio de los registros presentan un valor de f comprendido entre 0,1 y 0,3, así como que se da un predominio de la presencia de datos de campo en las clases con valores de f superiores a la anterior. Es de notar la clase limitada entre 0,05 y 0,08, que es la segunda con mayor frecuencia relativa —casi el 20%— en la que son más numerosos los datos recabados en laboratorio.

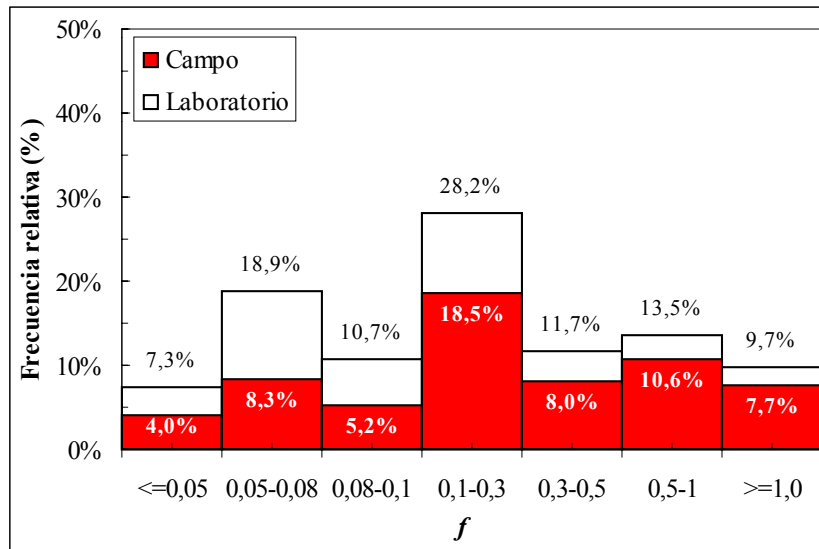


Figura 4.7. Histograma de frecuencias relativas de f para el conjunto total de datos y para los subconjuntos de campo y de laboratorio. Nota: Los dos porcentajes indicados en cada clase corresponden a las frecuencias del conjunto total de datos y del subconjunto de campo.

Mediante el programa SPSS se llevó a término la prueba F para la igualdad de variancias y la prueba T para igualdad de promedios de dos muestras independientes a los conjuntos de campo y de laboratorio, para cada una de las variables mostradas en la tabla 4.6. Únicamente para la sumersión —expresada como y/d_{90} — es posible aceptar la igualdad contrastada por ambas pruebas a un nivel de significación de 0,05. Para la variable y/d_{84} se acepta la igualdad de promedios aun rechazando la igualdad de variancias. Para el resto de las variables analizadas debe rechazarse, al nivel de significación del 0,05, la igualdad de variancias y promedio, tal y como se hace patente en la tabla D-2.

Tabla 4.6. Resumen del análisis estadístico de los subconjuntos de campo y de laboratorio, así como del conjunto total de datos.

Conjunto de datos	Parámetro	Mínimo	Máximo	Media	Cv (%)
Calibración N=1.533	$\sqrt{8/f}$ (-)	0,13	20,58	7,34	49,1
	y/d_{90} (-)	0,10	102,09	7,12	142,7
	y/d_{84} (-)	0,11	119,85	7,94	144,8
	y/d_{50} (-)	0,23	282,61	14,96	168,4
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$1,80 \cdot 10^{-2}$	147,4
	F (-)	0,03	4,87	0,68	74,2
	τ/τ_c (-)	0,00	19,28	1,18	147,9
Campo N=954	$\sqrt{8/f}$ (-)	0,13	20,58	6,70	54,5
	y/d_{90} (-)	0,10	102,09	6,76	164,8
	y/d_{84} (-)	0,11	119,85	7,87	164,9
	y/d_{50} (-)	0,23	282,61	17,49	172,1
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$1,60 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-2}$	146,8
	F (-)	0,03	1,26	0,45	46,7
	τ/τ_c (-)	0,00	6,37	0,56	112,5
Laboratorio N=579	$\sqrt{8/f}$ (-)	1,29	17,00	8,39	39,1
	y/d_{90} (-)	0,23	47,76	7,71	107,4
	y/d_{84} (-)	0,27	50,41	8,04	106,1
	y/d_{50} (-)	0,30	85,67	10,79	117,6
	S (-)	$3,60 \cdot 10^{-4}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$2,96 \cdot 10^{-2}$	118,9
	F (-)	0,17	4,87	1,03	59,2
	τ/τ_c (-)	0,03	19,28	2,15	111,2

Nota: Los estadísticos de las variables S , F y τ/τ_c se han calculado con un conjunto total de 1.483 datos.

En las figuras D-1, D-2 y D-3 se ha representado el ajuste de la regresión lineal de diferentes relaciones granulométricas para los datos tomados en ríos, incluyendo solamente un dato por tramo y siempre que se cuente con la información de los percentiles involucrados para dicho tramo. Como puede advertirse la capacidad predictiva de la relación lineal es elevada, si se atiende al valor del coeficiente de determinación. Asimismo, se puede observar que el valor de la pendiente de las rectas correspondientes a las dos primeras figuras citadas es moderadamente inferior que los presupuestos al efecto de configurar la base de datos en el caso de no disponer de información de alguno de los percentiles en los tramos incluidos —véase § 3.3—. Por otro lado, en la tabla D-1 se incluye el cálculo del promedio del cociente entre los tres percentiles analizados, para los mismos datos incluidos en la regresión correspondiente a las figuras D-1, D-2 y D-3. Como se puede apreciar el valor de los cocientes expuestos en la citada tabla es ligeramente superior, por lo que se aproximan en mayor medida a los consignados en § 3.3.

Por otra parte, las figuras D-3, D-4 y D-5 son análogas a las figuras citadas en el párrafo precedente pero involucrando los datos de laboratorio. En la tabla D-1 también se especifica el cálculo del valor promedio del cociente de los tres percentiles para los datos de laboratorio. De la comparación de los cálculos efectuados para los datos de campo y de laboratorio se

desprende la mayor uniformidad granulométrica de los lechos dispuestos en los canales de laboratorio.

En las figuras D-7 y D-8 se puede observar que la inmensa mayoría de los datos —tanto de campo como de laboratorio— superan un valor de R_e de 2.000, por lo que pueden clasificarse como datos de flujo en régimen turbulento. Han sido aceptados un muy reducido número de datos de canales de laboratorio que se encuentran ligeramente bajo el citado límite —en cualquier caso muy por encima del umbral para flujo laminar— puesto que para dichos datos el flujo es hidráulicamente rugoso.

En la figura D-9 se advierte que para todos los datos recabados en campo el flujo es hidráulicamente rugoso, con valores para la inmensa mayoría de los registros que superan ampliamente el límite estipulado ($R_{e*} = 70$). El citado límite también es superado para las experiencias en canales de laboratorio, sin embargo, no con tanta holgura como en el caso de los registros en ríos —véase la figura D-10—, como era de esperar atendiendo a los inferiores valores de velocidad y calibre del sedimento en tales canales.

En la figura D-11 se observa que para la inmensa mayoría de aquellos datos tomados en ríos para los que se cuenta con el valor del ancho superficial el intervalo de variación de T/y se halla limitado entre 10 y 100 —con un promedio de 40—, lo que indica que el efecto resistente de las márgenes es despreciable (véase § 2.7.1.1.2). Por otra parte, en el caso de canales de laboratorio se observa un rango de variación más amplio de la citada variable, desde 3,5 a más de 100, aunque cabe recordar —como se ha expuesto en § 3.2— que en canales de laboratorio se han corregido los datos con el objeto de eliminar el efecto de las márgenes. Es digno de mención el contraste en dimensiones de anchura y profundidad entre los datos de ríos y de laboratorio, especialmente en lo referente al ancho superficial. En efecto, en la figura D-10 se observa cómo es prácticamente inexistente la intersección entre ambos conjuntos de datos por lo que respecta al ancho superficial, estableciéndose un umbral de segregación en torno a los 2 m. En el caso del calado medio acontece cierto solape en el intervalo comprendido entre 1 y 0,1 m. Dicha falta de concordancia entre las dimensiones de las secciones de ríos y canales de laboratorio avala la elección de f como coeficiente de resistencia de trabajo y la no inclusión de los datos de laboratorio en los conjuntos empíricos de evaluación de modelos que incluyan variables no adimensionales, a fin de evitar errores de escala (§ 3.4.1.1).

4.2.1.3 Contraste entre conjuntos de pendiente

En la tabla 4.7 se muestra el rango de variación, el promedio y el coeficiente de variación de las variables adimensionales más significativas, para el conjunto completo de registros y para los subconjuntos constituidos al considerar S como variable de control. La división resultante de considerar 0,8% como umbral de S es aproximadamente equivalente, con un ligero mayor número de datos integrantes en el subconjunto superior. El valor de la sumersión relativa es netamente superior en el subconjunto con $S \leq 0,008$, ya que aproximadamente cuadruplica el valor promedio del subconjunto complementario para las tres definiciones de sumersión consideradas. La explicación de lo anterior estriba en la relación existente entre sumersión y pendiente, ya que en pendientes elevadas la sumersión —incluso para el nivel de aguas altas— es reducida o moderada (§ 1.1.2.2.3). En efecto, en la figura D-12 se ha representado la relación entre S y y/d_{84} para los datos de ríos con nivel de aguas altas, de la que se desprende, por ejemplo, que para pendientes superiores al 1% la sumersión raramente

superará para *bankfull* el valor de 10. Por el contrario, en tramos con pendiente más suave el promedio del calibre del sedimento es inferior y además la profundidad tiende a incrementarse, por lo que resultan sumersiones más elevadas.

La segmentación de la base de datos en función del valor 0,8% supone que la diferencia del valor promedio de pendiente sea de un orden de magnitud. Es de destacar que el coeficiente de variación del conjunto con $S \leq 0,008$ es sensiblemente superior que el de su complementario.

El número de Froude exhibe un rango de variación mucho más amplio en el caso del subconjunto superior, alcanzando el promedio y el coeficiente de variación valores en torno al doble, motivado por el hecho de que en dicho conjunto se agrupan tanto buena parte de los datos de laboratorio con flujo supercrítico —datos que muestran, en general, pendientes muy elevadas (véase la figura 4.4)— como datos de ríos con números de Froude en casi todas las ocasiones correspondiente a flujo lento.

Se observa un agudo contraste entre el intervalo de variación y el valor promedio del índice de movilidad del sedimento, de tal manera que este último es el doble para el subconjunto superior. Dicho índice, evaluado mediante el cociente entre tensión de corte y tensión crítica, es directamente proporcional a la sumersión relativa y a la pendiente. A la luz del resultado obtenido en el valor promedio de τ/τ_c y dado que la relación entre pendiente y sumersión relativa es en gran medida inversa, puede afirmarse que ambas variables se han combinado dando lugar a un mayor valor para el conjunto superior, es decir, que ha contribuido en mayor medida la pendiente que la sumersión relativa. De resultados de todo lo anterior el valor promedio de $\sqrt{8/f}$ del subconjunto inferior dobla, ofrece menos resistencia, al correspondiente del complementario, pudiéndose constatar un coeficiente de variación del primero aproximadamente la mitad del segundo.

La prueba F para la igualdad de variancias y la prueba T para igualdad de promedios de dos muestras independientes efectuadas a los dos subconjuntos formados al tomar la pendiente como variable de control y para cada una de las variables mostradas en la tabla 4.7, da como resultado que únicamente para $\sqrt{8/f}$ es posible aceptar la igualdad de variancias a un nivel de significación de 0,05, pero rechazando la igualdad de promedios en el mismo nivel. Para el resto de variables debe rechazarse, basándose en ambas pruebas, la igualdad de variancias y promedios (tabla D-3).

Tabla 4.7. Resumen del análisis estadístico de los subconjuntos definidos al tomar S como variable de control, así como del conjunto total de datos.

Conjunto de datos	Parámetro	Mínimo	Máximo	Media	Cv (%)
Calibración N=1533	$\sqrt{8/f}$ (-)	0,13	20,58	7,34	49,1
	y/d_{90} (-)	0,10	102,09	7,12	142,7
	y/d_{84} (-)	0,11	119,85	7,94	144,8
	y/d_{50} (-)	0,23	282,61	14,96	168,4
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$1,80 \cdot 10^{-2}$	147,4
	F (-)	0,03	4,87	0,68	74,2
	τ/τ_c (-)	0,00	19,28	1,18	147,9
$S \leq 0,008$ N=731	$\sqrt{8/f}$ (-)	1,70	20,58	9,30	34,1
	y/d_{90} (-)	0,34	102,1	11,4	110,1
	y/d_{84} (-)	0,42	119,9	12,8	111,8
	y/d_{50} (-)	0,94	282,6	24,5	129,3
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$8,00 \cdot 10^{-3}$	$3,46 \cdot 10^{-3}$	62,1
	F (-)	0,03	1,07	0,49	46,9
	τ/τ_c (-)	0,00	8,47	0,77	124,7
$S > 0,008$ N=752	$\sqrt{8/f}$ (-)	0,13	14,99	5,44	54,6
	y/d_{90} (-)	0,10	26,48	2,90	123,0
	y/d_{84} (-)	0,11	26,49	3,14	115,9
	y/d_{50} (-)	0,23	87,78	4,96	122,0
	S (-)	$8,01 \cdot 10^{-3}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$3,25 \cdot 10^{-2}$	97,2
	F (-)	0,04	4,87	0,85	72,9
	τ/τ_c (-)	0,06	19,28	1,59	138,4

Nota: Los estadísticos de las variables S , F y τ/τ_c se han calculado con un conjunto total de 1.483 datos.

4.2.1.4 Contraste entre subconjuntos de sumersión relativa

En la tabla 4.8 se muestra el rango de variación, el promedio y el coeficiente de variación de las variables adimensionales más significativas, para el conjunto completo de registros y para los subconjuntos establecidos al considerar y/d_{84} como variable de control. La segmentación —prácticamente a partes iguales— de la base de datos en torno a $y/d_{84} = 4,0$ supone que la diferencia del valor promedio para la sumersión relativa sea casi de un orden de magnitud. Es de destacar que el coeficiente de variación del subconjunto de sumersión elevada es sensiblemente mayor que el de su complementario, acercándose al doble de su valor.

Dada la relación inversa que, en gran medida, acontece en ríos de material grueso entre pendiente y sumersión relativa —como se ha expuesto anteriormente— se observa que el subconjunto con $y/d_{84} \leq 4,0$ exhibe un valor de la pendiente promedio muy superior, más del doble, pero un coeficiente de variación prácticamente de la mitad. En ambos subconjuntos, tanto el valor promedio como el coeficiente de variación del número de Froude son bastante similares. En ambos casos el promedio corresponde a régimen subcrítico.

El análisis del comportamiento del índice de movilidad del sedimento para ambos subconjuntos muestra un rango de variación más amplio en el subconjunto con $y/d_{84} > 4,0$, aunque no tan contrastado como cuando se toma la pendiente como variable de control. El valor promedio es de casi el doble para dicho subconjunto respecto del de su complementario, por lo que en este caso ha prevalecido la influencia de la sumersión respecto de la pendiente del cauce en el establecimiento del valor final de τ/τ_c , al contrario de lo que acontecía en los subconjuntos segmentados en función de la pendiente.

En cuanto al valor promedio de $\sqrt{8/f}$, el subconjunto con $y/d_{84} > 4,0$ dobla —ejerce menor resistencia— al correspondiente del complementario, mientras que el coeficiente de variación del primero es aproximadamente la mitad del segundo.

Para ninguna de las variables que se muestran en la tabla 4.8 es posible aceptar la igualdad de variancias y de promedios —de acuerdo con las pruebas F y T efectuadas a los dos subconjuntos formados al tomar la sumersión como variable de control— al nivel de significación de 0,05, tal y como aparece en la tabla D-4.

Tabla 4.8. Resumen del análisis estadístico de los subconjuntos definidos al tomar y/d_{84} como variable de control, así como del conjunto total de datos.

Conjunto de datos	Parámetro	Mínimo	Máximo	Media	Cv (%)
Calibración N=1.533	$\sqrt{8/f}$ (-)	0,13	20,58	7,34	49,1
	y/d_{90} (-)	0,10	102,09	7,12	142,7
	y/d_{84} (-)	0,11	119,85	7,94	144,8
	y/d_{50} (-)	0,23	282,61	14,96	168,4
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$1,80 \cdot 10^{-2}$	147,4
	F (-)	0,03	4,87	0,68	74,2
	τ/τ_c (-)	0,00	19,28	1,18	147,9
$y/d_{84} \leq 4,0$ N=766	$\sqrt{8/f}$ (-)	0,13	12,48	4,60	46,5
	y/d_{90} (-)	0,10	3,92	1,50	58,7
	y/d_{84} (-)	0,11	3,99	1,71	56,5
	y/d_{50} (-)	0,23	15,34	3,18	67,3
	S (-)	$1,10 \cdot 10^{-4}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$2,83 \cdot 10^{-2}$	109,4
	F (-)	0,04	4,15	0,64	82,8
	τ/τ_c (-)	0,01	13,56	0,88	161,4
$y/d_{84} > 4,0$ N=767	$\sqrt{8/f}$ (-)	2,68	20,58	10,08	25,1
	y/d_{90} (-)	3,20	102,09	12,74	93,7
	y/d_{84} (-)	4,01	119,85	14,16	95,8
	y/d_{50} (-)	4,46	282,61	26,72	117,6
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$8,22 \cdot 10^{-3}$	206,8
	F (-)	0,3	4,87	0,71	66,2
	τ/τ_c (-)	0,00	19,28	1,48	134,5

Nota: Los estadísticos de las variables S , F y τ/τ_c se han calculado con un conjunto total de 1.483 datos.

4.2.1.5 Contraste de subconjunto de transporte sólido

En la tabla 4.9 se muestra el rango de variación, el promedio y el coeficiente de variación de las variables adimensionales más significativas, para el conjunto de datos de laboratorio y para los subconjuntos de éste, establecidos al considerar el transporte sólido como variable categórica de control. En este caso los conjuntos segmentados en función del transporte sólido —integrados únicamente por datos de laboratorio— se encuentran sensiblemente equilibrados en cuanto al número de registros. En cualquier caso hay que tener presente que en ciertos ensayos con fuerte pendiente y alta sumersión no ocurre transporte sólido porque las partículas se encuentran adheridas al lecho.

La sumersión promedio resultante del subconjunto con transporte sólido es del orden de tres veces la del subconjunto correspondiente a lecho fijo, siendo el coeficiente de variación de ambos similar. La pendiente no es muy dispar en ambos subconjuntos, incluso es algo inferior en el caso de lecho móvil. Del mismo modo, el número de Froude es bastante similar encontrándose en ambos casos en valores en torno al correspondiente al régimen crítico.

El índice de movilidad del sedimento muestra un intervalo de variación equiparable en ambos conjuntos, aunque sin embargo el valor promedio es algo más del doble para el subconjunto de lecho móvil que para su complementario. La explicación de lo anterior estriba en que en el conjunto de lecho fijo se encuentra un cierto número de datos con valores elevados de τ/τ_c , superiores a 1,0, porque a pesar de su gran pendiente y sumersión las partículas se encuentran adheridas. Concretamente, para el 33,7% de los datos de lecho fijo en canales de laboratorio el movimiento de las partículas se encontraba constreñido por su adherencia a la solera. De este 33,7% el 46% presenta un valor del índice de movilidad según criterio de Ackers y White (1973) igual o inferior a la unidad (véase la figura 4.8). Cabe añadir que no se observa una correlación estricta entre el valor de τ/τ_c y la erosión y transporte de sedimento, ya que únicamente el 54% de los datos correspondientes a lecho fijo de canales de laboratorio en los que no existía constreñimiento de ligantes sobre las partículas, muestra valores inferiores a 1,0 de dicho índice.

Por el contrario, la correlación entre τ/τ_c y el transporte de sedimento es más clara para los datos con caudal sólido, ya que únicamente para el 2,5% de los registros se obtiene un valor de tal índice inferior a 1,0. Además, el hecho de que en el subconjunto de lecho móvil el valor promedio se encuentre cerca del umbral del transporte sólido intenso y de que el promedio en el subconjunto de lecho fijo no supere excesivamente el valor crítico de 1,0 permite avalar en cierto grado la relación entre τ/τ_c y el caudal sólido.

La prueba F para la igualdad de variancias y la prueba T para igualdad de promedios de dos muestras independientes efectuadas a los dos subconjuntos formados al tomar el caudal sólido como variable de control y para cada una de las variables mostradas en la tabla 4.9, da como resultado que únicamente para la pendiente y el número de Froude se acepta la igualdad de variancia, aunque deben rechazarse para ambos la igualdad de promedios, a un nivel de significación de 0,05. Para el resto de variables se rechazan ambas igualdades, tal y como se muestra en la tabla D-5.

Tabla 4.9. Resumen del análisis estadístico de los subconjuntos definidos al tomar el caudal sólido como variable de control, así como del conjunto de datos de laboratorio.

Conjunto de datos	Parámetro	Mínimo	Máximo	Media	Cv (%)
Laboratorio N=579	$\sqrt{8/f}$ (-)	1,29	17,00	8,39	39,1
	y/d_{90} (-)	0,23	47,76	7,71	107,4
	y/d_{84} (-)	0,27	50,41	8,04	106,1
	y/d_{50} (-)	0,30	85,67	10,79	117,6
	S (-)	$3,60 \cdot 10^{-4}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$2,96 \cdot 10^{-2}$	118,9
	F (-)	0,17	4,87	1,03	59,2
	τ/τ_c (-)	0,03	19,28	2,15	111,2
Laboratorio $Q_s = 0$ N=303	$\sqrt{8/f}$ (-)	1,29	14,99	6,90	44,6
	y/d_{90} (-)	0,23	32,21	3,94	104,1
	y/d_{84} (-)	0,27	38,01	4,19	102,9
	y/d_{50} (-)	0,30	62,69	5,77	104,9
	S (-)	$3,60 \cdot 10^{-4}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$3,33 \cdot 10^{-2}$	104,8
	F (-)	0,17	4,43	0,91	62,6
	τ/τ_c (-)	0,03	18,40	1,44	132,6
Laboratorio $Q_s > 0$ N=276	$\sqrt{8/f}$ (-)	3,26	17,00	10,04	26,4
	y/d_{90} (-)	0,95	47,76	11,85	81,2
	y/d_{84} (-)	1,06	50,41	12,26	80,9
	y/d_{50} (-)	1,29	85,67	16,30	95,0
	S (-)	$1,28 \cdot 10^{-3}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$2,55 \cdot 10^{-2}$	140,0
	F (-)	0,42	4,87	1,16	53,4
	τ/τ_c (-)	0,56	19,28	2,94	88,8

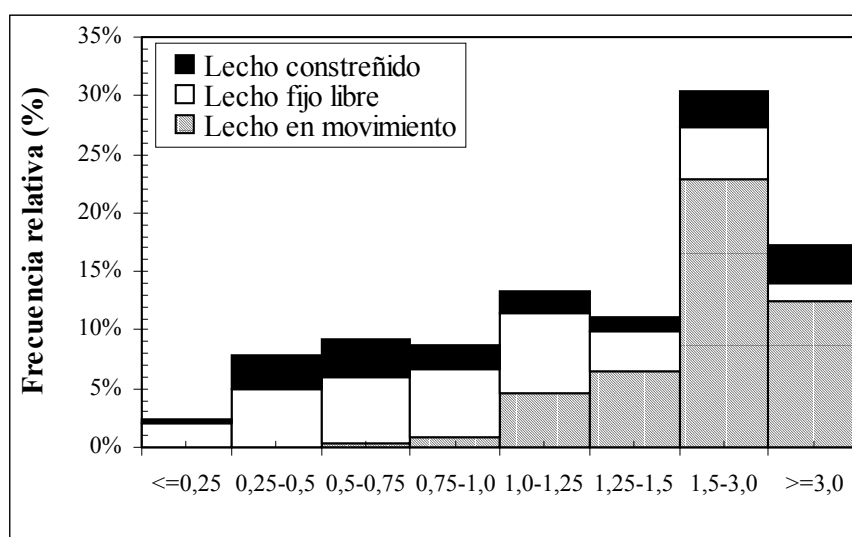


Figura 4.8. Histograma de frecuencias relativas de τ/τ_c para el conjunto de laboratorio, en función de la condición del lecho en cuanto a su movilización.

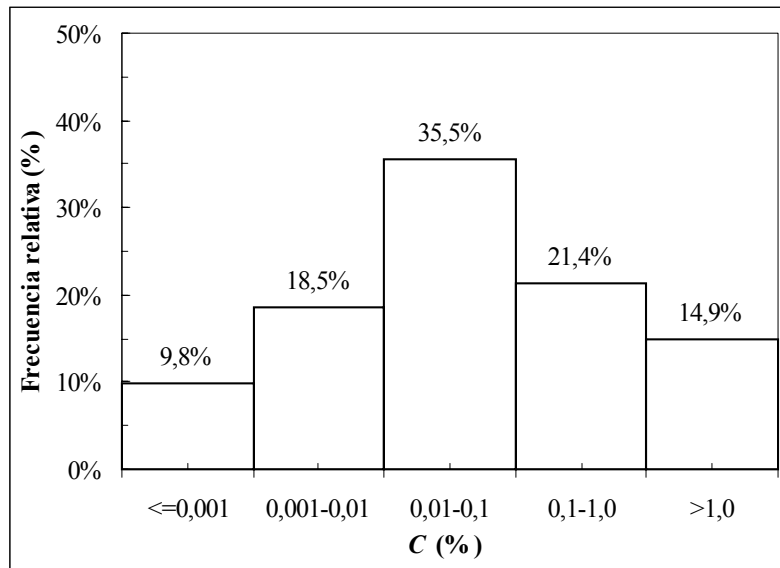


Figura 4.9. Histograma de frecuencias relativas de C (%) (concentración volumétrica de sedimento) para el conjunto de laboratorio.

4.2.2 Conjuntos de ajuste a modelos que toman Q o v como variable dependiente

Se analiza bajo este epígrafe el intervalo de variación, el promedio y el coeficiente de variación de las variables involucradas en las ecuaciones ajustadas con Q o v como variables dependientes, tanto para el conjunto total de datos como para cada subconjunto determinado por las variables de control.

4.2.2.1 Conjunto completo de datos de campo

En las tabla 4.10 se muestran los parámetros anteriormente indicados para la base de ajuste de dichas ecuaciones. Obsérvese que el conjunto total de ajuste se encuentra integrado por 904 datos —50 menos que todos los registros de campo— ya que se han eliminado los correspondientes a Limerinos (1970) al no referenciar valores de v , A , S ni F . Por consiguiente, en este apartado no se analizarán las variables S , F y τ/τ_c dado que su comportamiento es idéntico al estudiado en § 4.2.1.2 para el subconjunto de campo. Por otra parte, la sumersión relativa se ha estudiado en el citado apartado para 954 datos de campo y como se puede ver comparando las tablas 4.6 y 4.10 el comportamiento es prácticamente idéntico, por lo que no se analizará con mayor detalle en este caso.

Según lo que se desprende de la tabla 4.10, Q presenta una acusada variabilidad, pues se expande cerca de seis ordenes de magnitud y prácticamente alcanza un coeficiente de variación de 500%. Sin embargo, de acuerdo con la figura 4.10 el 70% de los datos se concentran en los dos ordenes de magnitud que suponen las clases entre 1 y 100 m^3/s —correspondiendo el 40% a la clase limitada por 1 y 10 m^3/s — siendo el valor promedio de aproximadamente 92 m^3/s . Los valores extremos, por debajo de 0,1 y sobre 1.000 m^3/s solamente suponen el 3% del total de datos.

Como se puede observar en la figura 4.11, la mitad de los datos de velocidad media del flujo se concentran en las clases limitadas por 0,5 y 1,5 m/s y casi un tercio de los registros se agrupan en la clase entre 0,5 y 1,0 m/s, aunque el valor promedio es de 1,16 m/s. El conjunto de los valores extremos, por encima de 2,5 y bajo 0,25 m/s alcanza un no despreciable 11%.

Al igual que el caudal, el área de la sección mojada muestra una gran variabilidad como pone de manifiesto su rango de variación —de cinco ordenes de magnitud— y su alto coeficiente de variación. De acuerdo con la figura 4.12 más de la mitad de los datos corresponden a secciones mojadas reducidas, inferiores a 10 m^2 , como cabe esperar de ríos con pendiente fuerte y calados moderados o reducidos. Es de notar que casi el 40% de los registros presentan secciones mojadas que no superaban los 5 m^2 de superficie y que no exceden del 10% las secciones con más de 100 m^2 .

Según se desprende de la figura 4.13 el radio hidráulico de los registros seleccionados —asimilable al calado medio del flujo— se concentra en gran medida, casi el 60% del total, en las clases limitadas por 0,25 y 1,0 m. La explicación estriba en lo reducido del calado en ríos de montaña, pero también refleja las limitaciones de las que adolecen los métodos de registro utilizados en tal clase de ríos, ya que en la mayoría de los casos las mediciones requieren el vadeo del cauce. El límite inferior, 0,25 m, viene impuesto por la inexactitud con la que se mide la velocidad mediante molinete —o el área mojada mediante regla— en secciones de calado reducido en las que además descollan partículas de material grueso. Por otra parte, cuando el calado supera 1,0 m se compromete la seguridad de los operarios de registro, ya que junto con la velocidad que alcanza el flujo existe un importante de riesgo de que éstos sean arrastrados. En efecto, mediante experiencias se ha propuesto considerar áreas hidráulicas peligrosas para la estabilidad de personas aquellas en las que el calado supere 1 m o la velocidad 1 m/s, o bien, el producto de ambos rebase $0,5 \text{ m}^2/\text{s}$ (Martín-Vide, 1997).

Si se toma como referencia d_{50} para la clasificación granulométrica de todo el sedimento del lecho, conforme con la figura 4.14 puede afirmarse que más de la mitad de los tramos de cauces analizados pueden clasificarse como ríos con lecho de cantos. Los ríos de grava representarían prácticamente la otra mitad, ya que superan el 40% del total, mientras que los ríos de bolos, son únicamente el 6%. Si se analiza la distribución de frecuencias con más detenimiento se observa que las clases más numerosas son por este orden: cantos pequeños, grava muy gruesa y cantos grandes. Conviene reparar en que la inmensa mayoría de los cauces se pueden clasificar como ríos de material muy grueso, habida cuenta de que únicamente el 2,2% de la totalidad de las muestras son inferiores a la clase de grava gruesa.

Tabla 4.10. Resumen del análisis estadístico del subconjunto de datos de campo.

Conjunto de datos	Parámetro	Mínimo	Máximo	Media	Cv (%)
N=904	Q (m^3/s)	$3,50 \cdot 10^{-3}$	$8,21 \cdot 10^3$	$9,22 \cdot 10$	496,2
	v (m/s)	0,04	4,31	1,16	65,5
	A (m^2)	0,05	3.737,32	46,73	430,4
	R (m)	0,03	6,92	0,80	105,0
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$1,60 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-2}$	146,1
	d_{90} (m)	0,03	1,08	0,25	83,1
	d_{84} (m)	0,02	0,92	0,22	83,9
	y/d_{84} (-)	0,11	119,8	7,81	166,0
	τ/τ_c (-)	0,00	6,37	0,56	112,4

Nota: No se incluyen los datos de campo recopilados de Limerinos (1970).

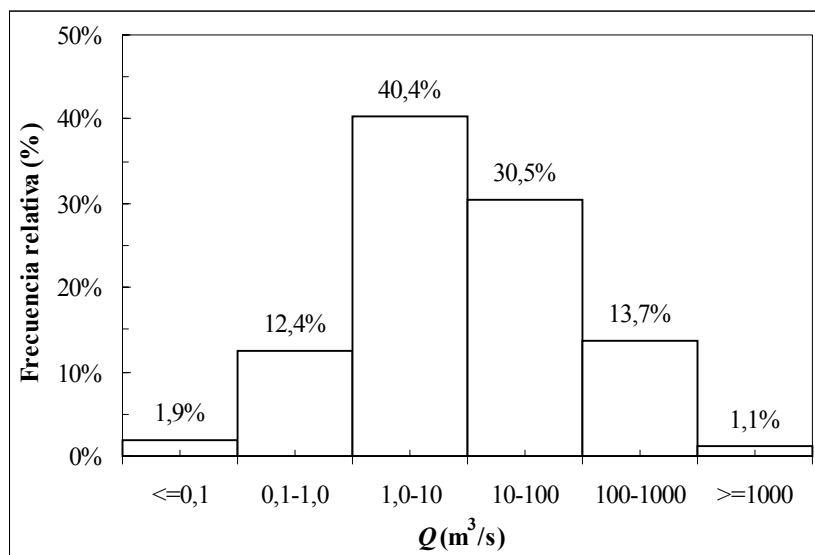


Figura 4.10. Histograma de frecuencias relativas de Q para el conjunto de datos de campo.
 Nota: No se incluyen los datos de campo recopilados de Limerinos (1970).

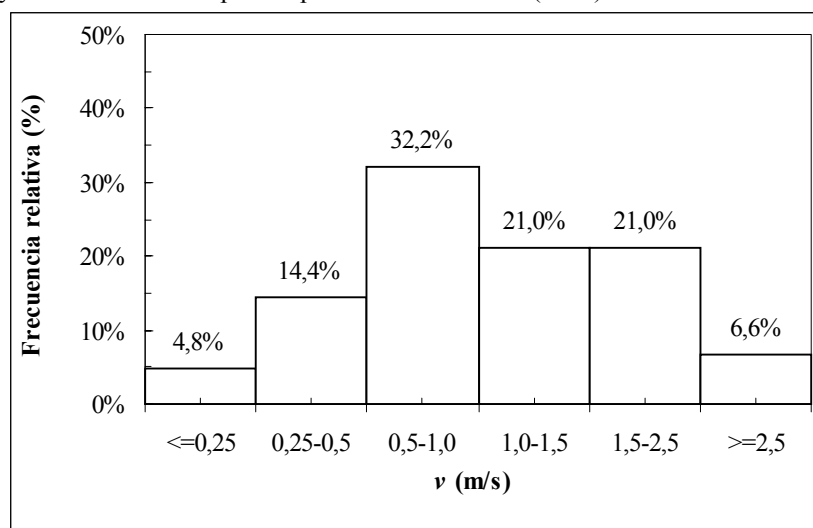


Figura 4.11. Histograma de frecuencias relativas de v para el conjunto de datos de campo.
 Nota: No se incluyen los datos de campo recopilados de Limerinos (1970).

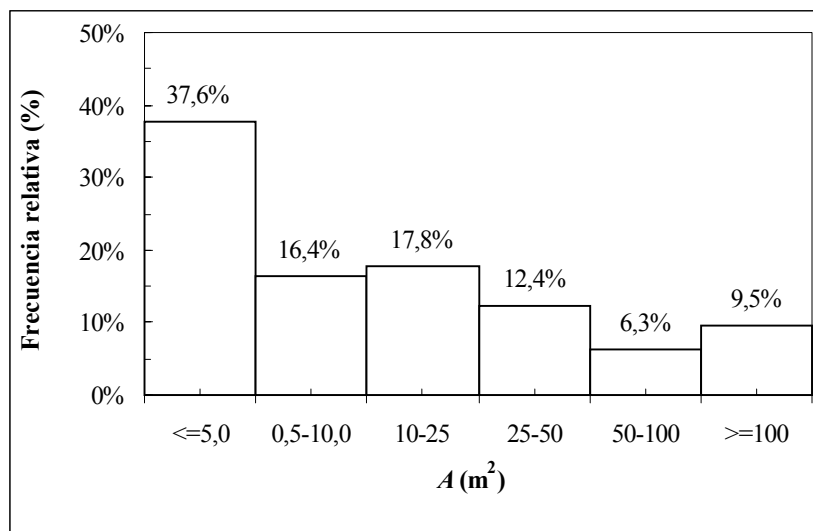


Figura 4.12. Histograma de frecuencias relativas de A para el conjunto de datos de campo.
 Nota: No se incluyen los datos de campo recopilados de Limerinos (1970).

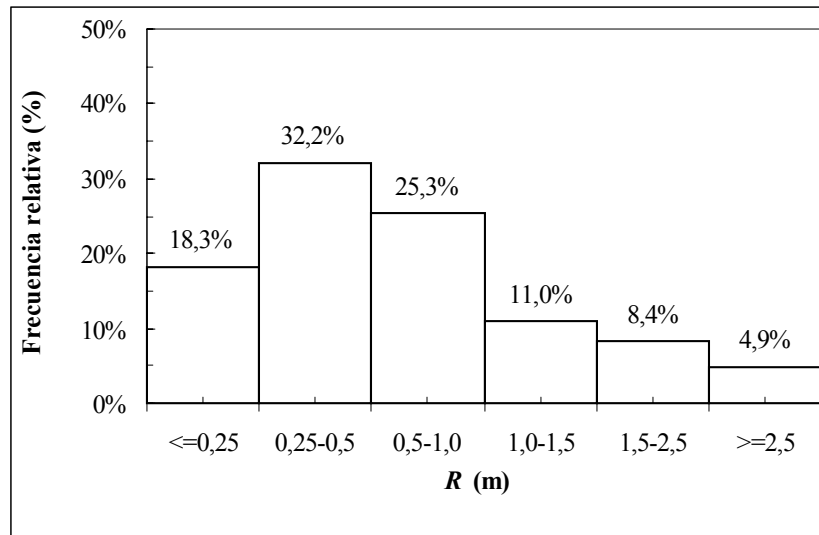


Figura 4.13. Histograma de frecuencias relativas de R para el conjunto de datos de campo.
Nota: No se incluyen los datos de campo recopilados de Limerinos (1970).

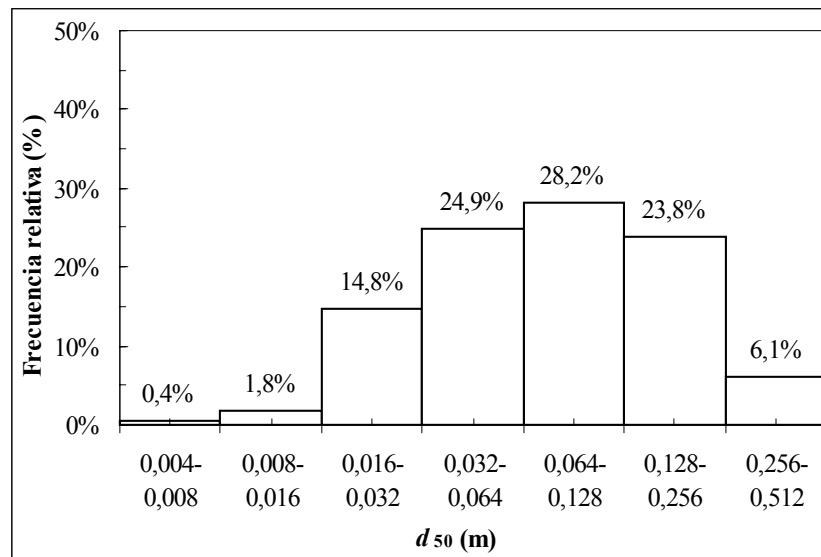


Figura 4.14. Histograma de frecuencias relativas de d_{50} para el conjunto de datos de campo.
Nota: No se incluyen los datos de campo recopilados de Limerinos (1970).

4.2.2.2 Contraste de subconjuntos definidos por S como variable de control

En la tabla 4.11 se muestra el intervalo de variación, el valor promedio y el coeficiente de variación para las variables involucradas en el ajuste de los modelos (Q) y (v), cuando se forman dos subconjuntos en función del valor 0,8% como umbral de la pendiente. La división resultante no es simétrica, pues el subconjunto que agrupa a los datos con pendiente inferior al valor de corte representa casi el 60% del total. El conjunto con $S \leq 0,008$ muestra valores de Q sensiblemente superiores que su complementario, por ejemplo, el valor promedio del primero es un orden de magnitud mayor que el del segundo. La causa estriba en una diferencia proporcional en el área mojada de la sección transversal, diferenciadas también un orden de magnitud, ya que la velocidad media del flujo en ambos subconjuntos es sólo ligeramente diferente.

La segmentación de la base de datos en función del valor 0,8% supone que la diferencia en el promedio de pendiente sea alrededor de un orden de magnitud. El subconjunto $S > 0,008$

muestra un radio hidráulico promedio —asimilable al calado medio hidráulico— que es menos de la mitad que el del subconjunto complementario. Por otra parte, el conjunto con datos sobre el 0,8% de pendiente exhibe una granulometría mucho más gruesa, de tal modo que el valor medio de los dos percentiles estudiados es mayor que el doble del valor del subconjunto con pendiente inferior. Lo anterior radica en la relación existente entre pendiente y calibre del sedimento, expresada por la disminución del tamaño medio a medida que la pendiente del río decrece hacia aguas abajo (§ 1.1.2.1.1).

La combinación en la sumersión relativa de las características granulométricas del sedimento y el radio hidráulico, provoca que en el subconjunto con $S > 0,008$ —dados los gruesos calibres del material del cauce y los reducidos radios hidráulicos— se alcancen valores promedio de sumersión relativa que son seis veces menores que en el subconjunto complementario. Si además, se tiene cuenta la ausencia de yuxtaposición para la pendiente en ambos conjuntos y la relación inversa que se da entre pendiente y sumersión, se explica la afinidad de ambos subconjuntos en lo referente al índice de movilidad del sedimento, con intervalos de variación y valores promedio muy similares.

La prueba F para la igualdad de variancias y la prueba T para igualdad de promedios de dos muestras independientes efectuadas a los dos subconjuntos formados al tomar la pendiente como variable de control y para cada una de las variables mostradas en la tabla 4.11, da como resultado que únicamente para el índice de movilidad del sedimento se acepta la igualdad de variancia, aunque debe rechazarse la igualdad de promedios, a un nivel de significación de 0,05. Para el resto de variables, en virtud de ambas pruebas, se rechazan las igualdades estudiadas, tal y como se muestra en la tabla D-6.

Tabla 4.11. Resumen del análisis estadístico de los subconjuntos definidos al tomar S como variable de control, así como del conjunto de datos de campo.

Conjunto de datos	Parámetro	Mínimo	Máximo	Media	Cv (%)
Calibración N=904	Q (m ³ /s)	$3,50 \cdot 10^{-3}$	$8,21 \cdot 10^3$	$9,22 \cdot 10$	496,2
	v (m/s)	0,04	4,31	1,16	65,5
	A (m ²)	0,05	3.737,32	46,73	430,4
	R (m)	0,03	6,92	0,80	105,0
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$1,60 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-2}$	146,1
	d_{90} (m)	0,03	1,08	0,25	83,1
	d_{84} (m)	0,02	0,92	0,22	83,9
	y/d_{84} (-)	0,11	119,8	7,81	166,0
	τ/τ_c (-)	0,00	6,37	0,56	112,4
$S \leq 0,008$ N=530	Q (m ³ /s)	$2,50 \cdot 10^{-2}$	$8,21 \cdot 10^3$	$1,49 \cdot 10^2$	396,6
	v (m/s)	0,09	4,31	1,26	63,5
	A (m ²)	0,20	3.737,32	74,75	346,2
	R (m)	0,05	6,92	1,05	93,3
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$8,00 \cdot 10^{-3}$	$3,16 \cdot 10^{-3}$	68,7
	d_{90} (m)	0,03	0,81	0,16	66,7
	d_{84} (m)	0,02	0,69	0,14	65,4
	y/d_{84} (-)	0,42	119,85	12,08	128,4
	τ/τ_c (-)	0,00	6,37	0,54	131,5
$S > 0,008$ N=374	Q (m ³ /s)	$3,50 \cdot 10^{-3}$	$2,82 \cdot 10^2$	$1,16 \cdot 10^1$	244,0
	v (m/s)	0,4	3,75	1,03	66,0
	A (m ²)	0,05	90,9	7,01	151,9
	R (m)	0,03	2,00	0,44	77,3
	S (-)	$8,06 \cdot 10^{-3}$	$1,60 \cdot 10^{-1}$	$2,19 \cdot 10^{-2}$	91,3
	d_{90} (m)	0,05	1,08	0,39	64,1
	d_{84} (m)	0,04	0,92	0,34	64,7
	y/d_{84} (-)	0,11	20,26	1,76	109,7
	τ/τ_c (-)	0,06	4,34	0,60	85,0

4.2.2.3 Contraste de subconjuntos definidos por y/d_{84} como variable de control

En la tabla 4.12 se muestra el intervalo de variación, el valor promedio y el coeficiente de variación para las variables involucradas en la evaluación de las ecuaciones que toman v o Q como variables dependientes, cuando se forman dos subconjuntos en función del valor 4,0 como umbral de y/d_{84} . El número de integrantes de cada agrupación no es equivalente, siendo el subconjunto de sumersión reducida el que reúne más registros, con casi el 60% del total. El subconjunto con $y/d_{84} > 4,0$ presenta un valor medio de dicha variable que es un orden de magnitud superior que el de su conjunto complementario y un coeficiente de variación casi dúplice.

El valor promedio del caudal del flujo es 20 veces mayor en el subconjunto con $y/d_{84} > 4,0$, significando una diferencia más acusada que en los subconjuntos resultantes al tomar S como variable de control, dado que al fuerte incremento del área mojada para el subconjunto con $y/d_{84} > 4,0$ hay que añadir un intenso incremento de la velocidad media del flujo, pues casi

se duplica. Habida cuenta de que el calado medio o radio hidráulico es uno de los parámetros que conforman la variable adimensional de control, cabe esperar un acusado contraste. En efecto, el valor medio del radio hidráulico para el subconjunto de mayor sumersión triplica al del conjunto complementario. De forma similar, el valor promedio del calibre de sedimento —tanto d_{90} como d_{84} — se triplica para el subconjunto de sumersión relativa menor.

El valor promedio de la pendiente del cauce para el subconjunto de menor sumersión quintuplica el valor de su complementario. Si, además, tenemos presente que la sumersión relativa de ambos subconjuntos difiere en un orden de magnitud, puede explicarse el hecho de que el valor promedio de τ/τ_c sea casi el doble para el subconjunto de alta sumersión. De todos modos, el valor promedio del índice de movilidad del sedimento es para ambos inferior al valor crítico de inicio del movimiento de las partículas.

Para ninguna de las variables que se muestran en la tabla 4.12 es posible aceptar la igualdad de variancias y de promedios —de acuerdo con las pruebas F y T efectuadas a los dos subconjuntos formados al tomar y/d_{84} como variable de control— al nivel de significación de 0,05, tal y como aparece en la tabla D-7.

Tabla 4.12. Resumen del análisis estadístico de los subconjuntos definidos al tomar y/d_{84} como variable de control, así como del conjunto de datos de campo.

Conjunto de datos	Parámetro	Mínimo	Máximo	Media	Cv (%)
Calibración N=904	Q (m ³ /s)	$3,50 \cdot 10^{-3}$	$8,21 \cdot 10^3$	$9,22 \cdot 10$	496,2
	v (m/s)	0,04	4,31	1,16	65,5
	A (m ²)	0,05	3.737,32	46,73	430,4
	R (m)	0,03	6,92	0,80	105,0
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$1,60 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-2}$	146,1
	d_{90} (m)	0,03	1,08	0,25	83,1
	d_{84} (m)	0,02	0,92	0,22	83,9
	y/d_{84} (-)	0,11	119,8	7,81	166,0
	τ/τ_c (-)	0,00	6,37	0,56	112,4
$y/d_{84} \leq 4,0$ N=511	Q (m ³ /s)	$3,50 \cdot 10^{-3}$	$2,82 \cdot 10^2$	$1,03 \cdot 10^1$	235,0
	v (m/s)	0,04	3,72	0,87	66,7
	A (m ²)	0,05	90,90	7,70	137,9
	R (m)	0,30	2,00	0,42	72,8
	S (-)	$1,10 \cdot 10^{-4}$	$1,60 \cdot 10^{-1}$	$1,68 \cdot 10^{-2}$	113,7
	d_{90} (m)	0,04	1,08	0,35	62,9
	d_{84} (m)	0,04	0,92	0,31	64,5
	y/d_{84} (-)	0,11	3,95	1,63	57,1
	τ/τ_c (-)	0,01	2,62	0,42	88,1
$y/d_{84} > 4,0$ N=393	Q (m ³ /s)	$4,00 \cdot 10^{-1}$	$8,21 \cdot 10^3$	$1,99 \cdot 10^2$	341,2
	v (m/s)	0,14	4,31	1,54	52,6
	A (m ²)	0,59	3.737,32	97,47	304,8
	R (m)	0,15	6,92	1,28	80,6
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$1,76 \cdot 10^{-2}$	$3,25 \cdot 10^{-3}$	94,2
	d_{90} (m)	0,03	0,52	0,12	64,5
	d_{84} (m)	0,02	0,44	0,11	64,2
	y/d_{84} (-)	4,05	119,85	15,84	104,4
	τ/τ_c (-)	0,00	6,37	0,75	110,7

4.2.2.4 Contraste de subconjuntos definidos por τ/τ_c como variable de control

En la tabla 4.13 se muestra el intervalo de variación, el valor promedio y el coeficiente de variación para las variables involucradas en el ajuste de las ecuaciones que toman Q o v como variable respuesta, cuando se forman dos subconjuntos en función del índice de movilidad del sedimento. La segmentación resultante dista sensiblemente de ser simétrica pues el subconjunto integrado por registros con valores inferiores o igual a 1,0 representa el 83% de la totalidad de los datos de campo. Lo anterior obedece a las elevadas sumersiones relativas que se requieren para que acontezca erosión y transporte de sedimento en ríos de material grueso. Además, como se ha expuesto con anterioridad, tal situación suele ser en la práctica incompatible con la indemnidad de la instrumentación y de sus operadores en el caso de registros que precisen vadeo del cauce. La segmentación del conjunto total en función del valor unidad de τ/τ_c implica que el promedio de éste sea casi el quíntuple para el conjunto que pronostica lecho móvil.

El valor promedio de Q para el subconjunto con mayor índice de movilidad del sedimento se encuentra cerca de cuadruplicar al correspondiente del conjunto complementario, aunque muestra un coeficiente de variación sensiblemente inferior. De todos modos, el valor promedio de τ/τ_c para el conjunto superior no alcanza el umbral de transporte sólido de fondo intenso —en torno a un valor de 3,0—, por lo cabe suponer que el caudal sólido acarreado que acontecería sería moderado o reducido. La casi cuadruplicación del caudal líquido registrado para el subconjunto superior se debe a que la velocidad media para dicho conjunto es más del doble y que el área moja casi se triplica.

El radio hidráulico del conjunto con $\tau/\tau_c > 1,0$ casi duplica al del conjunto complementario, mientras que por el contrario presenta una granulometría inferior, aunque no demasiado. Aun así, el valor medio de la sumersión relativa del primero casi triplica la del segundo. El promedio de la pendiente del cauce es aproximadamente 1,5 veces mayor en el caso del subconjunto con $\tau/\tau_c > 1,0$. Por consiguiente, el gran contraste en el valor de τ/τ_c que acontece entre ambos subconjuntos cabe atribuirlo en mayor medida a la disimilitud de sumersión relativa que a la disparidad de la pendiente.

Se ha efectuado la prueba F para la igualdad de variancias y la prueba T para igualdad de promedios de dos muestras independientes a los dos subconjuntos formados cuando se toma el índice de movilidad del sedimento como variable de control y para cada una de las variables mostradas en la tabla 4.13. Los resultados obtenidos, presentados en la tabla D-7, indican que para A se rechaza la hipótesis de igualdad de variancias poblacionales pero se acepta la igualdad de promedios a un nivel de significación de 0,05. Para los percentiles granulométricos estudiados se acepta la igualdad de variancias pero se rechaza la de promedios. Para el resto de variables se rechazan ambas igualdades, tal y como se muestra en la tabla D-8.

Tabla 4.13. Resumen del análisis estadístico de los subconjuntos definidos al tomar τ/τ_c como variable de control, así como del conjunto de datos de campo.

Conjunto de datos	Parámetro	Mínimo	Máximo	Media	Cv (%)
Calibración N=904	Q (m ³ /s)	$3,50 \cdot 10^{-3}$	$8,21 \cdot 10^3$	$9,22 \cdot 10$	496,2
	v (m/s)	0,04	4,31	1,16	65,5
	A (m ²)	0,05	3.737,32	46,73	430,4
	R (m)	0,03	6,92	0,80	105,0
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$1,60 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-2}$	146,1
	d_{90} (m)	0,03	1,08	0,25	83,1
	d_{84} (m)	0,02	0,92	0,22	83,9
	y/d_{84} (-)	0,11	119,8	7,81	166,0
	τ_o/τ_c (-)	0,00	6,37	0,56	112,4
$\tau/\tau_c \leq 1,0$ N=777	Q (m ³ /s)	$3,50 \cdot 10^{-3}$	$8,21 \cdot 10^3$	$6,69 \cdot 10^1$	518,7
	v (m/s)	0,04	3,72	1,00	61,8
	A (m ²)	0,05	3.262,00	37,95	385,2
	R (m)	0,03	6,92	0,72	106,9
	S (m/m)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$1,25 \cdot 10^{-1}$	$1,01 \cdot 10^{-2}$	144,4
	d_{90} (m)	0,03	1,08	0,27	74,1
	d_{84} (m)	0,02	0,92	0,23	78,1
	y/d_{84} (-)	0,11	85,90	6,21	158,1
	τ_o/τ_c (-)	0,00	1,00	0,37	64,9
$\tau/\tau_c > 1,0$ N=127	Q (m ³ /s)	$1,60 \cdot 10^{-1}$	$7,22 \cdot 10^3$	$2,47 \cdot 10^2$	346,6
	v (m/s)	0,41	4,31	2,15	38,1
	A (m ²)	0,21	3.737,3	100,4	391,4
	R (m)	0,12	6,83	1,27	82,7
	S (m/m)	$6,90 \cdot 10^{-4}$	$1,60 \cdot 10^{-1}$	$1,59 \cdot 10^{-2}$	138,4
	d_{90} (m)	0,03	1,08	0,19	131,6
	d_{84} (m)	0,03	0,80	0,16	128,0
	y/d_{84} (-)	0,47	119,85	17,58	127,3
	τ_o/τ_c (-)	1,00	6,37	1,75	53,7

4.3. PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL AJUSTE

4.3.1 Resultados del ajuste. Modelos con f como variable dependiente

4.3.1.1 Conjunto completo de datos

En la tabla E-1 se presenta el resultado de la regresión de los quince modelos seleccionados (§ 3.4.1.1) al emplear el conjunto completo de datos. En dicha tabla se especifica el valor de los coeficientes de ajuste obtenidos cuando se considera la sumersión relativa expresada en función de tres percentiles granulométricos: d_{90} , d_{84} y d_{50} . Además, se ha ajustado para cada modelo y percentil granulométrico dos versiones de sumersión relativa: una expresada en función de la profundidad hidráulica o calado medio (y) y otra definida por el radio hidráulico (R). Con esto último se pretende averiguar cuál de las dos sumersiones relativas cuenta con mayor capacidad predictiva. Por lo tanto, en la tabla E-1 aparecen un total de 90 ecuaciones ajustadas. Para cada una de ellas se especifica el número de datos de ajuste, el valor de los índices estadísticos de ajuste considerados en este trabajo (véase § 3.4.3), con la excepción de CAI y CBI, dado que ambos se utilizarán para clasificar las ecuaciones finalmente seleccionadas. Por otra parte, en las figuras comprendidas entre la F-1 y la F-45 se han representado los gráficos de dispersión del ajuste (§ 3.4.3) correspondientes a las ecuaciones relacionadas en la tabla E-1, a excepción de las que expresan la sumersión relativa en función de R .

Es importante destacar que no todas las ecuaciones se han derivado con el mismo número de datos, habida cuenta de que para los 50 registros seleccionados del trabajo de Limerinos (1970) se carece de valor de v , S , F y τ/τ_c , por lo que los modelos que incluyen alguna de las citadas variables se han ajustado a un conjunto más reducido, aunque la diferencia de tamaño entre ambos conjuntos se encuentra solamente en torno al 3%.

4.3.1.2 Subconjuntos de campo y laboratorio

Para los quince modelos seleccionados se expone en la tabla E-2 el resultado de ajustarlos separadamente, por un lado, al subconjunto de datos tomados en campo, y por otro, al subconjunto integrado por los registros en canales de laboratorio. Se especifica en dicha tabla el valor de los coeficientes de ajuste de las tres ecuaciones obtenidas para cada modelo y subconjunto como resultado de considerar tres percentiles granulométricos diferentes: d_{90} , d_{84} y d_{50} . En ambos subconjuntos se ha expresado la sumersión únicamente en función del calado medio. La explicación estriba en el hecho de que se ajustaron en primer lugar los 15 modelos evaluados empleando la base completa de datos, por lo que ya entonces se puso de manifiesto que para la inmensa mayoría de las ecuaciones la bondad de ajuste era superior si se evaluaba la sumersión relativa en función de y que si se hacía en función de R . Por consiguiente, en sucesivos ajustes de los modelos a cada subconjunto configurado por cada variable de control se ha expresado la sumersión únicamente en función de y —al aceptar la hipótesis de que la superioridad de la capacidad predictiva de y sobre R se mantenía también para dichos subconjuntos— con el afán de evitar la excesiva proliferación de ecuaciones ajustadas. En la tabla E-2 se especifica para cada una de las ecuaciones el número de datos de ajuste y el valor de los índices estadísticos de ajuste presentados en § 3.4.3, a excepción de CAI y CBI. Es preciso señalar que mientras el subconjunto de laboratorio cuenta con el mismo número de datos (579) para todas las ecuaciones ajustadas, el subconjunto de campo presenta 954 o bien sólo 904 según se incluyan o no los datos seleccionados de Limerinos (1970) en función de la constitución de v , S , F o τ/τ_c como parte de las variables independientes del modelo.

4.3.1.3 Subconjuntos resultantes de tomar S como variable de control

En la tabla E-3 se presenta el resultado del ajuste de los quince modelos seleccionados cuando se calibran de forma segregada según el valor de S sea menor o igual a 0,008 o bien mayor de 0,008. En dicha tabla se muestra el valor de los coeficientes de ajuste de las tres ecuaciones obtenidas para cada modelo y subconjunto al considerar tres percentiles granulométricos distintos: d_{90} , d_{84} y d_{50} . Al igual que en el caso anterior, para ambos subconjuntos se ha expresado la sumersión únicamente en función del calado medio. En la tabla E-3 se especifica para cada una de las ecuaciones derivadas el número de datos de ajuste y el valor de los índices estadísticos. Cabe señalar que el número de datos que se obtiene de la suma de ambos subconjuntos es de 1.483, dado que no se han incluido los registros compilados de Limerinos (1970) al desconocer su valor de S . Por consiguiente, las ecuaciones derivadas para cada subconjunto se han ajustado en este caso con el mismo número de datos.

4.3.1.4 Subconjuntos resultantes de tomar y/d_{84} como variable de control

En la tabla E-4 se presenta el resultado de la regresión de los quince modelos seleccionados al ajustarlos separadamente, por un lado, al subconjunto de datos cuyo valor de sumersión relativa del flujo —expresada como y/d_{84} — es inferior o igual a 4,0 y, por otro, al subconjunto integrado por los registros con sumersión relativa mayor de 4,0. Se muestra en dicha tabla el valor de los coeficientes de ajuste de las tres ecuaciones obtenidas para cada modelo y subconjunto al considerar tres percentiles granulométricos distintos: d_{90} , d_{84} y d_{50} . Al igual que en los casos anteriores también para ambos subconjuntos se ha expresado la sumersión únicamente en función del calado medio. Asimismo, en la tabla E-4 se especifica para cada una de las ecuaciones el número de datos de ajuste y el valor de los índices estadísticos considerados en § 3.4.3. Debe tenerse presente que en aquellos modelos en los que no se incluyen v , S , F o τ/τ_c , el número total de datos es para el primer y segundo conjunto respectivamente, de 766 y 767; mientras que, por el contrario, si se incluyen tales variables el número desciende a 739 y 744 en cada caso. La diferencia se explica por la ausencia en el segundo caso de los datos seleccionados de Limerinos (1970).

4.3.1.5 Subconjuntos resultantes de tomar el transporte sólido como variable de control

En la tabla E-5 se presenta el resultado —para los quince modelos seleccionados— del ajuste, por un lado, al subconjunto de datos de laboratorio sin transporte sólido y, por otro, al subconjunto integrado por los registros en canales de laboratorio con caudal sólido. Se muestra en dicha tabla el valor de los coeficientes de ajuste de las tres ecuaciones obtenidas para cada modelo y subconjunto al considerar tres percentiles granulométricos distintos: d_{90} , d_{84} y d_{50} . Al igual que en los casos anteriores también para ambos subconjuntos se ha expresado la sumersión únicamente en función del calado medio. Asimismo, en la tabla E-5 se especifica para cada una de las ecuaciones el número de datos de ajuste y el valor de los índices estadísticos. El subconjunto que representa la condición de transporte sólido nulo se encuentra integrado por un total de 303 datos, mientras que el subconjunto asociado a la situación de lecho movilizado se halla constituido por 276 datos.

4.3.2 Resultados del ajuste. Modelos con Q como variable dependiente

4.3.2.1 Conjunto completo de datos

En la tabla E-6 se muestra el resultado de la calibración de las tres ecuaciones ajustadas según el modelo (Q) (tabla 3.3) al conjunto completo de datos, una vez que se han tomado antilogaritmos —tal y como se expone en § 3.4.1.2—. En la tabla E-6 se especifica el valor de los coeficientes obtenidos, así como el número de datos que constituyen la base de ajuste y se detalla el valor de los índices. El número total de datos asciende a 904, ya que se incluyen todos los registros en ríos, a excepción de los 50 recabados de Limerinos (1970), al desconocer su valor de S .

4.3.2.2 Subconjuntos resultantes de tomar S como variable de control

En la tabla E-7 se presenta el resultado, para las tres ecuaciones ajustadas según el modelo (Q), de la calibración de forma separada, por un lado, al subconjunto de datos cuyo valor de la pendiente longitudinal es inferior a 0,8% y, por otro, al subconjunto integrado por los registros con S igual o mayor a 0,8%. Se muestra en dicha tabla el valor de los coeficientes de ajuste, así como también se especifica para cada una de las ecuaciones el número de datos de ajuste y el valor de los índices de estadísticos.

4.3.2.3 Subconjuntos resultantes de tomar y/d_{84} como variable de control

En la tabla E-8 se presenta el resultado para las tres ecuaciones calibradas según el modelo (Q) de ajustarlas de forma desagregada, por una parte, al subconjunto de datos cuyo valor de la sumersión relativa del flujo (expresada como y/d_{84}) es inferior o igual a 4,0 y, por otra, al subconjunto compuesto por los registros con sumersión relativa mayor de 4,0. Se especifica en dicha tabla el valor de los coeficientes de regresión y se detalla para cada una de las ecuaciones el número de datos de ajuste y el valor de los índices de estadísticos.

4.3.2.4 Subconjuntos resultantes de tomar τ/τ_c como variable de control

En la tabla E-9 se muestra el resultado, para las tres ecuaciones calibradas según el modelo (Q), del ajuste de forma desglosada, por un lado, al subconjunto de datos con un valor de índice de movilidad del sedimento —expresado como τ/τ_c — inferior o igual a 1,0 y, por otro, al subconjunto compuesto por los registros con un valor de dicho índice mayor que 1,0. Se especifica en dicha tabla el valor de los coeficientes regresores y se pormenoriza para cada una de las ecuaciones el número de datos de ajuste y el valor de los índices de estadísticos de bondad de ajuste.

4.3.3 Resultados del ajuste. Modelos con v como variable dependiente

4.3.3.1 Conjunto completo de datos

En la tabla E-10 se presenta el resultado del ajuste del modelo (v), al considerar tres percentiles granulométricos: d_{90} , d_{84} y d_{50} (tabla 3.4). En la tabla E-10 se especifica el valor de los coeficientes de ajuste obtenidos, el número de datos de ajuste y el valor de los índices de estadísticos. El conjunto se halla constituido por un número total de 904 datos, ya que incluye

únicamente los registros en ríos, a excepción de los 50 recabados de Limerinos (1970) puesto que se desconoce su valor de v y S .

4.3.3.2 Subconjuntos resultantes de tomar S como variable de control

En la tabla E-11 se presenta el resultado de la regresión del modelo (v) cuando se ajusta disociadamente, por una parte, al subconjunto de datos cuyo valor de la pendiente longitudinal es inferior a 0,8% y, por otra, al subconjunto constituido por los registros con S igual o mayor a 0,8%. Se muestra en dicha tabla el valor de los coeficientes regresores de las tres ecuaciones obtenidas para cada subconjunto al considerar tres percentiles granulométricos distintos: d_{90} , d_{84} y d_{50} , el número de datos de ajuste y el valor de los índices de estadísticos.

4.3.3.3 Subconjuntos resultantes de tomar y/d_{84} como variable de control

En la tabla E-12 se presenta el resultado de la calibración del modelo (v) cuando se ajusta de forma separada, por una parte, al subconjunto de datos cuyo valor de la sumersión relativa — expresada ésta como y/d_{84} — es inferior o igual a 4,0 y, por otra, al subconjunto integrado por los registros con sumersión relativa igual o mayor a 4,0. Se presenta en dicha tabla el valor de los coeficientes de regresión de las tres ecuaciones obtenidas para cada subconjunto al considerar tres percentiles granulométricos distintos: d_{90} , d_{84} y d_{50} , el número de datos de ajuste y el valor de los índices de estadísticos.

4.3.3.4 Subconjuntos resultantes de tomar τ/τ_c como variable de control

En la tabla E-13 se muestra el resultado de la regresión del modelo (v) cuando se ajusta de forma desglosada, por un lado, al subconjunto de datos con un valor de τ/τ_c inferior o igual a 1,0 y, por otro, al subconjunto compuesto por los registros con un valor de dicho índice mayor de 1,0. Se presenta en dicha tabla el valor de los coeficientes de ajuste de las tres ecuaciones obtenidas para cada subconjunto al considerar tres percentiles granulométricos distintos: d_{90} , d_{84} y d_{50} , el número de datos de ajuste y el valor de los índices estadísticos.

4.4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Una vez expuestos los resultados del ajuste de todos los modelos (§ 4.3) para cada uno de los conjuntos de datos considerados, tanto de la base completa como de los subconjuntos derivados de las variables de control, se seguirá la secuencia de análisis, interpretación y discusión que se especifica a continuación.

En lo concerniente a los modelos pronosticadores de f (§ 3.4.1.1, tabla 3.2), en una primera fase se compararán —de forma independiente para cada uno de los modelos— los siguientes puntos:

- La capacidad predictiva de las ecuaciones correspondientes a cada percentil granulométrico considerado — d_{90} , d_{50} y d_{34} — derivadas para cada uno de los conjuntos de ajuste establecidos; con el fin de determinar cuál de los percentiles permite una mejor predicción.
- El ajuste alcanzado por las ecuaciones derivadas con la base completa de datos con el alcanzado por las ecuaciones derivadas para cada subconjunto resultante de considerar las variables de control, a fin de determinar para qué segmentaciones se incrementa la capacidad predictiva de los modelos evaluados.
- La bondad de ajuste de las dos ecuaciones derivadas para cada subconjunto de control entre sí, a fin de determinar para qué subconjuntos es mayor la capacidad predictiva de los modelos evaluados.
- El grado de ajuste de las ecuaciones derivadas alternativamente al expresar la sumersión como y/d_i o bien como R/d_i , al considerar el conjunto completo de datos.

Partiendo de las comparaciones referidas en las líneas precedentes, en una segunda fase se seleccionarán para cada modelo aquellas ecuaciones que se consideren mejores pronosticadoras. Dichas ecuaciones seleccionadas se compararán entre sí a efectos de determinar los modelos que presentan mejor capacidad predictiva. También para cada modelo se contrastarán las ecuaciones finalmente seleccionadas con las correspondientes ajustadas anteriormente por otros autores. Por último, se abordará el análisis del resultado de la validación de dichas ecuaciones seleccionadas.

Por lo que respecta a los modelos expresados con Q como variable dependiente (§ 3.4.1.2, tabla 3.3) —habida cuenta del menor número de ecuaciones derivadas— se comparará:

- La bondad de ajuste de las ecuaciones derivadas conforme a cada uno de los tres modelos entre sí, tanto para el conjunto total como para cada subconjunto definido por las variables de control consideradas.
- La capacidad predictiva de las ecuaciones derivadas con el conjunto total de datos y cada subconjunto definido por las variables de control.
- El ajuste alcanzado por las dos ecuaciones derivadas en cada subconjunto determinado por las variables de control.

Una vez llevadas a término estas comparaciones se seleccionarán las ecuaciones con una mejor capacidad de predicción, se validarán y se compararán con las seleccionadas de la revisión bibliográfica.

En relación con las ecuaciones derivadas en función del modelo que toma v (§ 3.4.1.2, tabla 3.4) como variable dependiente se comparará:

- La bondad de ajuste de las ecuaciones derivadas conforme a cada uno de los tres percentiles granulométricos — d_{90} , d_{50} y d_{84} — entre sí, tanto para el conjunto total como para cada subconjunto definido por las variables de control consideradas.
- La capacidad predictiva —de forma independiente para cada percentil granulométrico— de las ecuaciones derivadas con el conjunto total de datos y cada subconjunto definido por las variables de control.
- El ajuste alcanzado —de forma independiente para cada percentil granulométrico— por las dos ecuaciones derivadas en cada subconjunto determinado por las variables de control.

Una vez llevadas a término estas comparaciones se seleccionarán las ecuaciones con una mejor capacidad de predicción, se validarán y contrastarán con las desarrolladas por otros autores.

4.4.1 Modelos con f como variable dependiente

4.4.1.1 Conjunto completo de datos

A continuación se exponen las tendencias generales observadas en los resultados presentados en la tabla E-1 —señalando, sin embargo, las excepciones a dichas tendencias—, así como su interpretación, explicación y discusión.

- 1- Dado un modelo, éste se ajusta mejor a los datos cuanto mayor es el percentil granulométrico en función del cual se expresa la sumersión relativa del flujo. Es decir, que la capacidad explicativa sigue un orden creciente con el percentil, por lo que ésta es superior para d_{90} que para d_{84} y en ambos casos sensiblemente superior que para d_{50} . La tendencia descrita se manifiesta para todos los índices estadísticos considerados, tal y como se pone de manifiesto al observar las figuras comprendidas entre la H-1 y la H-8. La única excepción viene representada por el modelo (O), para el que se da una inversión de la tendencia: mejor ajuste a mayor percentil granulométrico.

El hallazgo descrito en el párrafo precedente ha sido referido anteriormente por diferentes autores. En efecto, tal y como se ha expuesto en § 2.7.1.10, Limerinos (1970), Burkham y Dawdy (1976), Charlton *et al.* (1978), Ferro y Giordano (1991), Maynord (1991), Wiberg y Smith (1991) y Ugarte y Méndez (1994), encontraron una mayor bondad de ajuste de las ecuaciones expresadas en función de los diámetros característicos más gruesos de la muestra de sedimento.

La causalidad del hecho detectado se articula en la bibliografía principalmente en tres explicaciones que se complementan. En primer lugar cabe aludir a la justificación más aducida en la práctica a la hora de elegir el diámetro característico en función del cual expresar la aspereza equivalente (k_s) o, más generalmente, las fórmulas de resistencia

al flujo, y que fue brindada originalmente por Leopold *et al.* (1964). Básicamente, se postula que los percentiles más gruesos del sedimento muestran una preeminencia explicativa de la resistencia al flujo frente al tamaño medio o inferiores porque las pérdidas de energía provocadas por aquéllos son más que proporcionales a su tamaño —p. ej. Van Rijn (1982), Prestegard (1983) y Whiting y Dietrich (1990)—. En este mismo sentido, más recientemente, Clifford *et al.* (1992) detectaron que los percentiles más gruesos reproducen satisfactoriamente el efecto de las microformas de fondo en la pérdida de energía del flujo.

Una segunda explicación se relaciona con las propiedades granulométricas del sedimento pobremente clasificado. En efecto, Ferro y Giordano (1991) al estudiar la influencia de la concentración o densidad de elementos gruesos descollantes en la resistencia al flujo cuando éstos se extendían con concentraciones crecientes sobre la misma base de grava, constataron que los percentiles gruesos —en su caso d_{84} y d_{90} — son más sensibles —y, por lo tanto, más representativos— a la existencia de bolos descollantes que los percentiles menores — d_{50} en su trabajo— (véase § 2.7.1.10).

En tercer lugar, cabe señalar el efecto del error de muestreo granulométrico. Diferentes estudios —destacando los publicados por Rice y Church (1996) y Green, (2003)— han detectado que los percentiles más gruesos —aproximadamente entre d_{65} y d_{90} — presentan un menor error de muestreo que el diámetro medio (d_{50}) cuando se caracteriza la granulometría mediante el método Wolman (véase § 2.7.1.10). Lo anterior contribuye a explicar la mayor dispersión de los datos cuando se expresa la sumersión en función de d_{50} y, por lo tanto, su peor ajuste.

- 2- Dado un modelo, se observa que la diferencia en cuanto al valor numérico de los coeficientes de ajuste de dicho modelo y al valor de los índices estadísticos de ajuste es inferior entre d_{90} y d_{84} que entre d_{90} y d_{50} , independientemente del índice estadístico considerado (véase la tabla E-1 y las figuras comprendidas entre la H-1 y H-8). Lo anterior también se constata en las experiencias de Ferro y Giordano (1991) y García (1996). Evidentemente, lo anterior es producto de la mayor proximidad numérica existente entre los dos percentiles granulométricos más gruesos respecto del diámetro medio.
- 3- Las tendencias puestas de manifiesto en los dos puntos anteriores, se dan de forma más acusada, según todos los estadísticos considerados, cuando la sumersión relativa del flujo es la única variable independiente y son sensiblemente menores cuando se incluye como variable independiente F —es el caso de los modelos (K) y (M)— o F^* —modelo (O)—, como se pone de manifiesto en la tabla E-1 y en las figuras comprendidas entre la H-1 y la H-8.
- 4- Los modelos evaluados muestran un ligero mejor ajuste para las regresiones que expresan la sumersión relativa del flujo en función de la profundidad hidráulica o calado medio (y) que para las que lo hacen mediante el radio hidráulico (R). Lo anterior se cumple para los tres percentiles granulométricos y para todos los índices estadísticos considerados. Las salvedades a la propensión común anteriormente citada se manifiestan en las ecuaciones de los modelos: (G), para cualquier índice estadístico, y (E), según los índices estadísticos basados en el error absoluto. Además, en lo referente a las ecuaciones de regresión del modelo (I) se da un mejor ajuste al expresar

la sumersión relativa mediante R para el percentil d_{50} , de acuerdo con el valor de los estadísticos relacionados con el error relativo.

En cualquier caso, las repercusiones que tiene expresar la sumersión relativa en función de y o de R en la capacidad de ajuste son de menor grado que las que tiene la elección de percentil granulométrico medio (d_{50}) o bien uno de los mayores de la muestra (d_{84} o d_{90}). Por otra parte, debe tenerse presente que —tal y como se ha expuesto en § 3.3— para un número importante de datos el valor de R e y es idéntico; mientras que para el resto, en general, es muy similar, en cuanto que la relación T/y es elevada. En efecto, en torno al 55% de los datos de campo —debido a carencias en la información suministrada— y para la práctica totalidad de los datos de laboratorio —como consecuencia del método de corrección del efecto de las márgenes (véase § 3.2)— se ha tomado $R = y$.

4.4.1.2 Subconjuntos de campo y laboratorio

- 1- En líneas generales se mantiene la tendencia acerca de la relación advertida entre capacidad de predicción de las ecuaciones ajustadas y percentil granulométrico, expuesta en § 4.4.1.1 para el conjunto completo de datos. Dicha tendencia se verifica tanto en el subconjunto de campo como en el de laboratorio. Sin embargo, aparecen más excepciones a este comportamiento dominante.

En efecto, para el subconjunto de datos de campo las ecuaciones correspondientes a los modelos (E), (J), (L) y (N) presentan el mejor ajuste cuando se expresa la sumersión relativa en función de d_{84} —en vez de d_{90} — si se consideran los índices estadísticos relacionados con el error absoluto. De todos modos conviene precisar que la diferencia entre los valores de dichos índices para los percentiles aludidos es muy reducida y, como se ha expuesto, sólo afecta a los dos percentiles más gruesos.

En lo referente al subconjunto de datos de laboratorio la exclusión a la tendencia general viene representada por las ecuaciones de los modelos (G) y (N). En el primer caso no existe diferencia entre el valor de los índices de ajuste basados en el error relativo para los percentiles d_{90} y d_{84} ; mientras que en el segundo caso, e independientemente del estadístico considerado, la ecuación que incluye d_{84} se ajusta mejor que la que incluye d_{90} .

Por consiguiente, incluso para las excepciones observadas, es posible afirmar que la inclusión de d_{50} aporta peores resultados que la intervención de un percentil sensiblemente mayor, ya sea éste d_{84} o d_{90} , y que, además, ambos muestran diferencias reducidas de ajuste cuando con d_{84} se obtienen mejores pronósticos.

- 2- Los modelos evaluados muestran ecuaciones de regresión que alcanzan ostensiblemente un mejor ajuste para el subconjunto de datos de canales de laboratorio que para el subconjunto integrado por registros en ríos —en torno a un 10% de mayor explicación en términos de R^2 , por ejemplo—. Dicha propensión persiste independientemente del percentil granulométrico y del índice estadístico considerados. La única exclusión de la citada tendencia dominante se presenta para la ecuación que incluye d_{50} en el modelo (O).

El mejor ajuste de los modelos evaluados a los datos de laboratorio obedece a las causas reseñadas en § 2.8, principalmente: a) las peores condiciones hidrométricas existentes en ríos respecto a las de laboratorio, b) las desviaciones sobre el carácter prismático de las secciones en ríos y la contribución de la sinuosidad, aunque ésta sea de grado reducido —que al no estar contempladas en los modelos reducen su capacidad explicativa—.

- 3- Dado un modelo, si se compara el valor de los índices estadísticos de las ecuaciones de regresión del subconjunto de campo y de laboratorio con su correspondiente del conjunto total de datos, se advierte una reducción de la capacidad explicativa de las ecuaciones desarrolladas según el subconjunto de campo y un incremento de la ecuación derivada con el subconjunto de laboratorio (véanse las figuras comprendidas entre la H-9 y la H-16). De forma general, la citada tendencia incluye la excepción de las ecuaciones de regresión del subconjunto de campo que expresan la sumersión relativa en función de d_{50} , ya que aumentan su capacidad predictiva respecto del conjunto total de datos.

La mayoría de las salvedades al comportamiento dominante expuesto en las líneas precedentes se relacionan con el descenso en la capacidad explicativa de las ecuaciones ajustadas al subconjunto de campo y que incluyen d_{50} . En efecto, éste es el caso de las ecuaciones correspondientes a los modelos: (G), según los índices relacionados con el error relativo, (K), con independencia del índice estadístico, (L), según los estadísticos basados en el error relativo, y (M), para todos los estadísticos. No obstante, en otros casos se produce un mejor ajuste, es el caso de la ecuación en función de d_{84} del modelo (L) si se atiende al valor de los estadísticos fundamentados el error absoluto. En el mismo sentido, las ecuaciones ajustadas según el modelo (O) mejoran para todos los percentiles granulométricos con independencia del estadístico considerado. En lo que hace referencia al subconjunto de datos de laboratorio, únicamente se produce la excepción de las ecuaciones del modelo (O), para las que disminuye la capacidad explicativa respecto a las ecuaciones ajustadas con la base completa de datos, de acuerdo con los valores de los estadísticos de error absoluto.

- 4- Dado un modelo, se aprecia globalmente una mayor diferencia entre las ecuaciones derivadas con datos de campo y de laboratorio cuando se emplea d_{50} como tamaño característico del sedimento que cuando se utiliza d_{84} o d_{90} . La única ecuación excluida de esta tendencia común citada es la correspondiente al modelo (O). Dicha tendencia predominante se manifiesta claramente —para el caso de los modelos en los que la única variable explicativa sea la sumersión relativa del flujo— al comparar el diferente grado de superposición de los datos de campo y laboratorio en las figuras 4.15, 4.16 y 4.17. Es por ello que se observa un incremento de la bondad de ajuste de la ecuación derivada con el subconjunto de campo respecto de la derivada con el conjunto total para la mayoría de los modelos en el caso de emplear d_{50} , como se expuesto en el punto anterior.

La mayor disparidad a la que se alude en el párrafo precedente en el caso de d_{50} también fue detectada por Ferro y Giordano (1991) al comparar las ecuaciones de ajuste correspondientes a diferentes concentraciones de elementos gruesos descollantes —véase § 2.7.1.10—.

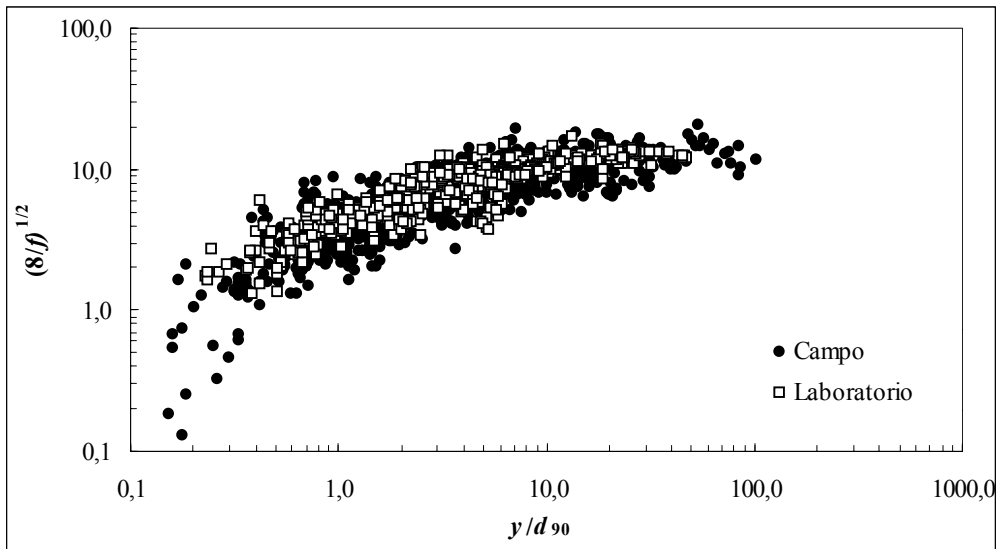


Figura 4.15. Relación entre y/d_{90} y $\sqrt{8/f}$.

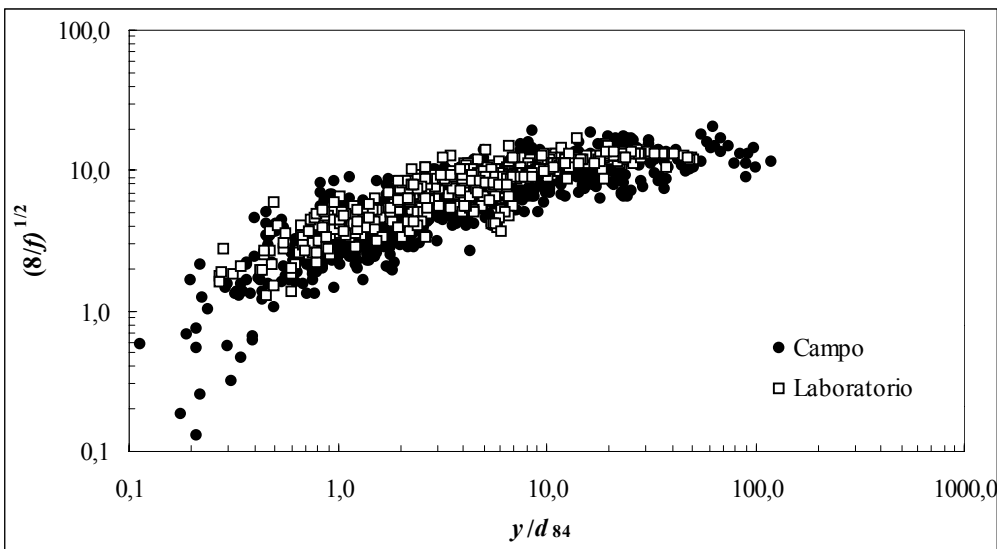


Figura 4.16. Relación entre y/d_{84} y $\sqrt{8/f}$.

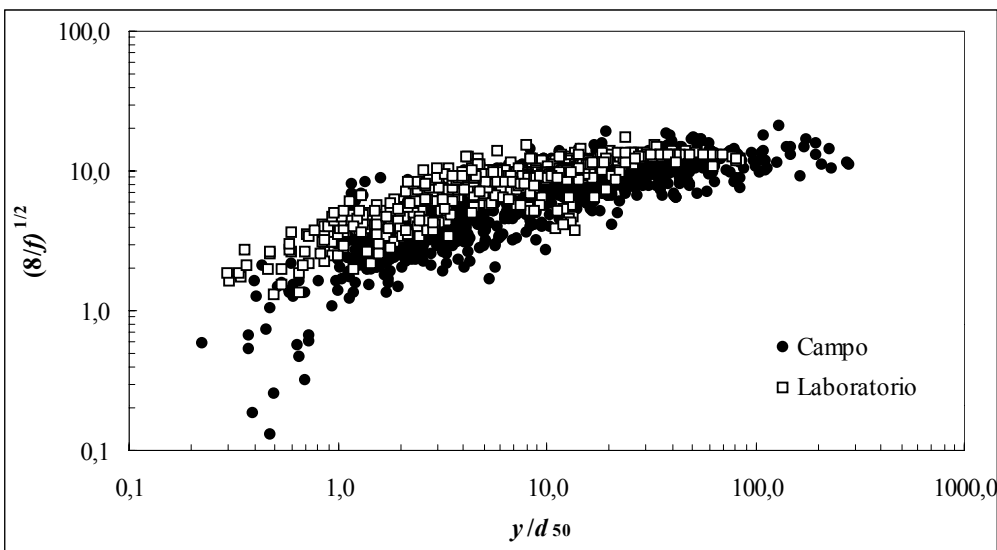


Figura 4.17. Relación entre y/d_{50} y $\sqrt{8/f}$.

- 5- De forma general, para los modelos evaluados dado un valor de sumersión relativa las ecuaciones ajustadas con datos de campo pronostican una mayor resistencia al flujo —valores de $\sqrt{8/f}$ inferiores— que las derivadas con el subconjunto integrado por registros en canales de laboratorio. Lo anterior puede apreciarse en las figuras comprendidas entre la G-14 y la G-21. La única ecuación excluida de la tendencia general citada es la correspondiente al modelo (G).

La mayor resistencia al flujo en ríos respecto a los datos de laboratorio —a igualdad de sumersión relativa— se explica en virtud de las causas referidas en § 2.8, y que, sólo parcialmente, coinciden con las que motivan el peor ajuste de los modelos a los datos de campo. Principalmente, cabe destacar: a) el menor grado de cumplimiento en los datos de ríos de las hipótesis de cauce prismático —incluyendo el efecto de las formas de fondo de gran escala — y recto; b) la mayor contribución de la componente de la resistencia de arrastre, habida cuenta de la mayor heterogeneidad granulométrica de los sedimentos en ríos —detectada en § 4.2.1.2 — y de la mayor presencia en éstos de formas de fondo de pequeña escala —ya que para casi el 40% de los datos de laboratorio el lecho no ha sido modelado por el flujo—.

El incremento de resistencia al flujo provocado por el transporte sólido de fondo —fenómeno más representado en los datos de laboratorio— es, como se verá más adelante, de mucha menor magnitud que el provocado por los fenómenos citados anteriormente. El efecto del transporte sólido sobre la resistencia al flujo se analizará al comparar las ecuaciones ajustadas a los datos de laboratorio cuando se toma el caudal sólido como variable de control (§ 4.4.1.5).

Con el fin de evaluar, aunque sea parcialmente, el efecto de la heterogeneidad granulométrica del sedimento en la resistencia al flujo se ha calculado el valor del multiplicador del percentil granulométrico (α) —véase § 2.7.1.1.4— imponiendo la ecuación (2.49) de Keulegan con $k_s = \alpha \cdot d_{90}$. En la figura 4.18 se ha representado para los datos de campo y de laboratorio la variación de α con la heterogeneidad del sedimento, representada ésta por d_{84}/d_{50} . En primer término, como puede advertirse en la citada figura, no se observa correlación entre las dos variables representadas, ni para los datos campo ni para los de laboratorio. Además, a pesar de que en promedio los datos de laboratorio son más uniformes, el intervalo de variación de α es similar en ambos casos. Lo anteriormente expuesto corrobora los hallazgos de Millar (1999), que tampoco constató correlación entre el valor de α y d_{84}/d_{50} para una selección de datos en ríos de grava.

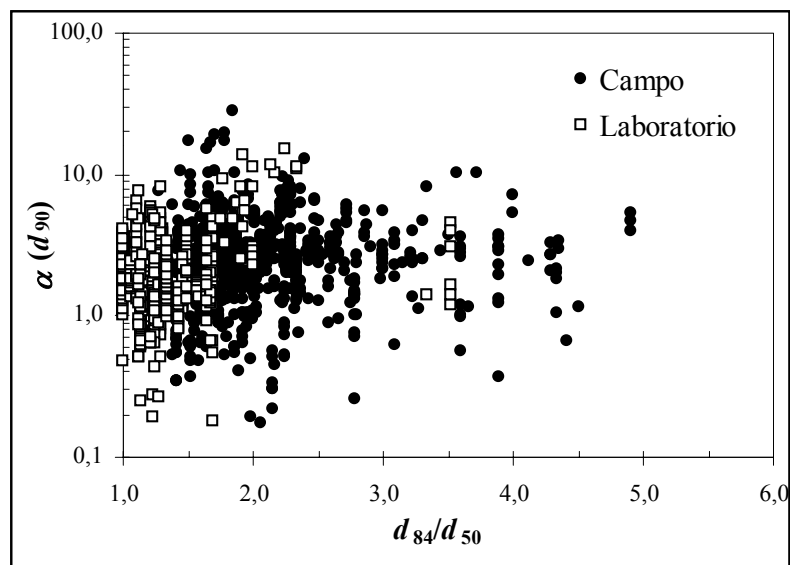


Figura 4.18. Relación entre la uniformidad granulométrica del sedimento y el multiplicador granulométrico de la aspereza equivalente. Datos de campo y de laboratorio.

En la figura 4.19 se ha representado la variación de α con la sumersión —expresada ésta como y/d_{84} — con el objeto de poner de manifiesto comportamientos diferenciales para los datos con flujo macrorrugoso, puesto que el efecto de heterogeneidad granulométrica podría ser despreciable para sumersiones elevadas. En primer lugar, como se revela en dicha figura, ambas variables no se encuentran correlacionadas. En segundo lugar se advierte que los datos de campo y de laboratorio siguen comportamientos equiparables, pese a que en estos últimos el sedimento del lecho sea más uniforme. Además, la figura pone de manifiesto que el intervalo de variación de α , su dispersión, se incrementa con la sumersión del flujo, aunque el valor promedio es sensiblemente similar.

En definitiva a la luz del análisis de las figuras 4.18 y 4.19 cabe suponer que el efecto en la resistencia al flujo de la heterogeneidad granulométrica del sedimento tendería a ser despreciable respecto al efecto provocado por el déficit de prismacidad y a las formas de fondo de gran escala.

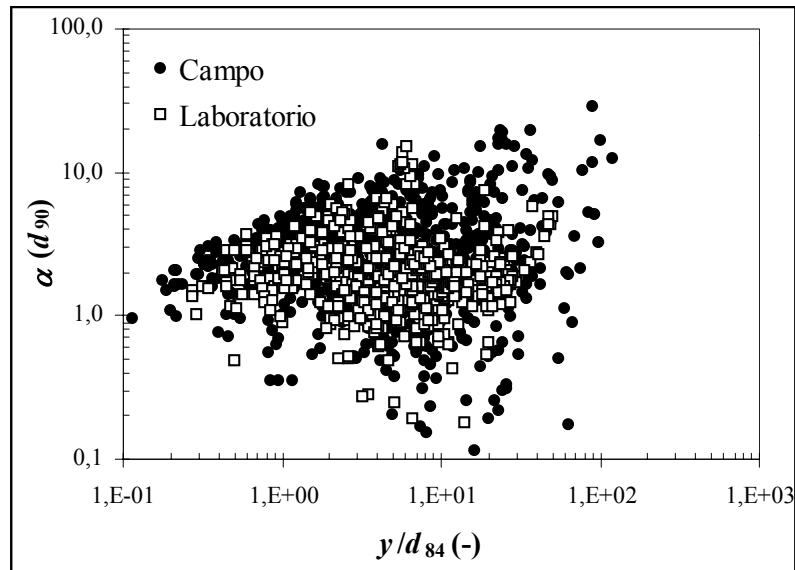


Figura 4.19. Relación entre la sumersión relativa del flujo y el multiplicador granulométrico de la aspereza equivalente. Datos de campo y de laboratorio.

- 6- Dado un modelo, el valor numérico de los coeficientes de regresión de las ecuaciones ajustadas para el subconjunto de campo se halla más próximo del valor obtenido en el conjunto total.

Evidentemente lo referido en el párrafo precedente es resultado de la mayor contribución al conjunto total de datos de los registros de campo que de los de laboratorio, concretamente, el 62% de los primeros frente al 38% de los segundos. De todos modos en las figuras comprendidas entre la G14 y la G21 se puede apreciar que para las ecuaciones de los modelos (A), (B), (C), (D), (E), (F), (G) y (O) la diferencia entre ambos casos es reducida.

4.4.1.3 Subconjuntos resultantes de tomar S como variable de control

- 1- Igualmente que en el caso del conjunto completo de datos—expuesto en § 4.4.1.1—, de forma global se mantiene la propensión acerca de la relación que se manifiesta entre capacidad de predicción de las ecuaciones ajustadas y el percentil granulométrico. Dicha tendencia se confirma para ambos subconjuntos.

La salvedad a tal comportamiento común en el caso del subconjunto con $S \leq 0,008$ ocurre para la ecuaciones de los modelos: (M), con independencia del índice estadístico, (G), según los estadísticos relacionados con el error relativo, y (O), para los estadísticos fundamentados en el error absoluto.

Por lo que respecta al subconjunto con $S > 0,008$ la excepción al comportamiento común se produce en las ecuaciones de los modelos (G), independientemente del índice estadístico, (I), según los estadísticos basados en el error absoluto, y (O), para los estadísticos fundamentados en el error absoluto.

Es importante subrayar que en los casos de exclusión referidos, la ecuación de regresión que expresa la sumersión en función de d_{84} es la que alcanza mejor ajuste, seguida con valores muy similares por la que utiliza d_{90} , o bien, ambas presentan el

mismo valor. Por consiguiente, aun para las excepciones observadas es posible afirmar que la inclusión de d_{50} aporta peores resultados que la intervención de percentiles sensiblemente mayores, tal y como se ha detectado en § 4.4.1.2.

- 2- De la comparación de las ecuaciones de regresión de los subconjuntos con S mayor que 0,8% y menor o igual a 0,8% con las ecuaciones ajustadas empleando todos los datos no es posible apreciar una propensión dominante, pues depende del índice estadístico considerado, como se advierte al observar las figuras comprendidas entre la H-17 y la H-24.

En efecto, para las ecuaciones derivadas con el subconjunto en el que $S \leq 0,008$ existe una tendencia general al empeoramiento de la capacidad predictiva —con la excepción de las ecuaciones de los modelos (M) y (O)— según los índices estadísticos fundamentados en el error absoluto. Sin embargo, al considerar los estadísticos basados en errores relativos se observa una mejora de la capacidad explicativa de todos los modelos.

Al considerar las ecuaciones desarrolladas con el subconjunto formado con $S > 0,008$ se advierte que según los estadísticos relacionados con el error absoluto ocho de los modelos empeoran su capacidad predictiva respecto a la ecuación ajustada empleando todos los datos, mientras que siete mejoran. De acuerdo con los índices de ajuste fundamentados en el error relativo empeoran todos los modelos a excepción de (N), (K) y (O).

Al contrario de lo que hallaron otros autores reseñados en § 2.7.1.7.1 —Golubtsov, 1969; Rickenmann, 1993; Bathurst, 2002— la segmentación del conjunto de datos en función de un valor de la pendiente —en torno al 0,8%, en este caso— no significa una mejora significativa y sistemática de la capacidad de predicción de las ecuaciones obtenidas. Por consiguiente, en virtud de los resultados obtenidos en este trabajo, se recomiendan las ecuaciones derivadas al ajustar los modelos evaluados al conjunto completo de datos, frente a las ecuaciones desarrolladas para cada subconjunto definido por S como variable de control.

- 3- Dado un modelo, si se comparan las ecuaciones de regresión de cada subconjunto generado al tomar S como variable de control, para el conjunto con $S > 0,008$ se detecta un ajuste mejor que para el conjunto complementario, de acuerdo con los índices basados en el error absoluto. No obstante, si se consideran los estadísticos asociados al error relativo se produce el fenómeno contrario al expuesto anteriormente. La excepción a las tendencias generales citadas en las líneas precedentes son las ecuaciones correspondientes al modelo (M) que muestran un peor ajuste al subconjunto de valores de S superiores que a su complementario, al considerar los estadísticos basados en el error absoluto.
- 4- Dado un modelo, las ecuaciones ajustadas con los datos en los que $S > 0,008$ pronostican mayor resistencia al flujo, generalmente hasta un valor máximo de sumersión relativa —expresada como y/d_{90} — comprendido entre 4,5 y 35, con un valor medio que oscila en el intervalo 10-15, como pueden apreciarse en las figuras comprendidas entre la G-22 y la G-29. La única salvedad a la propensión dominante

anteriormente descrita son las ecuaciones ajustadas según el modelo (G), para las que se da una relación inversa.

La tendencia general a predecir mayor resistencia al flujo, a igualdad de sumersión relativa, de las ecuaciones ajustadas al subconjunto con $S > 0,008$ se puede explicar por el comportamiento diferencial detectado por varios autores —Golubtsov, 1969; Rickenmann, 1993; Bathurst, 2002—, tal y como se ha señalado en § 2.7.1.7.1. En efecto, la mayor resistencia se encuentra en relación con sumersiones reducidas, pues la tendencia referida se atenúa considerablemente para valores altos de sumersión. La interpretación puede brindarla el cambio en la geomorfología a lo largo del sistema fluvial, dado el mayor contraste entre altas y bajas sumersiones del flujo cuando la pendiente es elevada, en virtud de la presencia de formas de fondo de gran escala. De todos modos este último extremo no es posible corroborarlo con precisión en el presente trabajo habida cuenta de que no se han agrupado los datos en función de la morfología del lecho. Por otra parte, cabe recordar que Bathurst (2002) (§ 2.7.1.7.1) halló influencia de la pendiente en la tasa de cambio de la relación y/d_{i-f} sin concomitancia con variación en las formas de fondo.

4.4.1.4 Subconjuntos resultantes de tomar y/d_{84} como variable de control

- 1- De igual modo que en los casos anteriores, de forma general se mantiene la tendencia en lo referente a la relación entre la capacidad de predicción de las ecuaciones ajustadas y el percentil granulométrico, expuesta en § 4.4.1.1 para el conjunto completo de datos. Dicha tendencia se mantiene para ambos subconjuntos.

La excepción se manifiesta en el subconjunto con valores de sumersión elevada para las ecuaciones de los modelos (M) y (O). En el primer modelo citado, según los índices relacionados con el error absoluto, la relación entre percentil granulométrico y capacidad de predicción se produce de forma inversa a la tendencia mayoritaria; mientras que de acuerdo con los estadísticos basados en el error relativo la capacidad de predicción no varía en función del percentil granulométrico en el que se expresa la sumersión.

Por lo que respecta al subconjunto de sumersión relativa reducida, las ecuaciones de los modelos (E) y (L) ajustadas en función de d_{84} muestran una mayor capacidad explicativa que las ajustadas en función de d_{90} , de acuerdo con los estadísticos relacionados con el error relativo.

- 2- De la comparación, para cada modelo, de las ecuaciones de regresión de los dos subconjuntos definidos al tomar la sumersión relativa del flujo como variable de control con las ecuaciones ajustadas a la base de datos total se desprende que existe una acusada reducción de la capacidad explicativa de las ecuaciones correspondientes a ambos subconjuntos —véanse las figuras comprendidas entre la H-25 y la H-32—. No obstante, de forma excepcional se observa que para todos los modelos las ecuaciones ajustadas al subconjunto de mayor sumersión relativa incrementan su capacidad predictiva de acuerdo con los índices estadísticos fundamentados en el error relativo. De acuerdo con los estadísticos relacionados con el error absoluto la única exclusión se produce en las ecuaciones del modelo (M) para los tres percentiles granulométricos considerados.

Por otra parte, se observan las siguientes excepciones relacionadas con el incremento de la capacidad de predicción de las ecuaciones ajustadas al subconjunto de menor sumersión relativa: (F), el incremento se produce para d_{50} y según los estadísticos basados en el error relativo, (G), independientemente del percentil e índice estadístico, (K), incremento que se produce para d_{84} y d_{50} según los estadísticos basados en el error relativo, y (O), aumento que se manifiesta para todos los percentiles de acuerdo con los estadísticos relacionados con el error relativo.

En contra de los hallazgos de autores como Charlton *et al.* (1978), Bathurst (1978, 1982-b) y Ugarte y Méndez (1994) —que detectaban una mayor capacidad predictiva de las ecuaciones cuando se derivaban segmentadamente en función de la sumersión relativa del flujo (véase § 2.7.1)— el párrafo precedente pone de manifiesto que, en general, se reduce dicha capacidad. La causa estriba, principalmente, en el efecto que provoca la segmentación en función de la variable independiente más importante de los modelos evaluados: la sumersión relativa del flujo. En este sentido, en la figura 4.20 se ilustra el efecto ocasionado por la segmentación sobre la nube de datos: se reduce el intervalo de variación de la variable regresora sin que acontezca una reducción equiparable en la variabilidad de la variable respuesta, lo que provoca una disminución de la capacidad explicativa de la primera.

Cabe destacar la mejora en la bondad de ajuste experimentada por el modelo (G) —que asume variación lineal de f con la sumersión— para el conjunto de alta rugosidad relativa, respecto del resto de los modelos estudiados. Lo anterior está en consonancia con los hallazgos de Lawrence (1997), para escorrentía superficial, así como con los de Nikora *et al.* (2001) y Aberle y Smart (2003), ambos en canales de laboratorio en situación de alta rugosidad (§ 2.7.1.5). Es de señalar, asimismo, que dicha ecuación alcanza ajustes en el subconjunto de inferior sumersión que superan a la mayoría del resto de modelos evaluados.

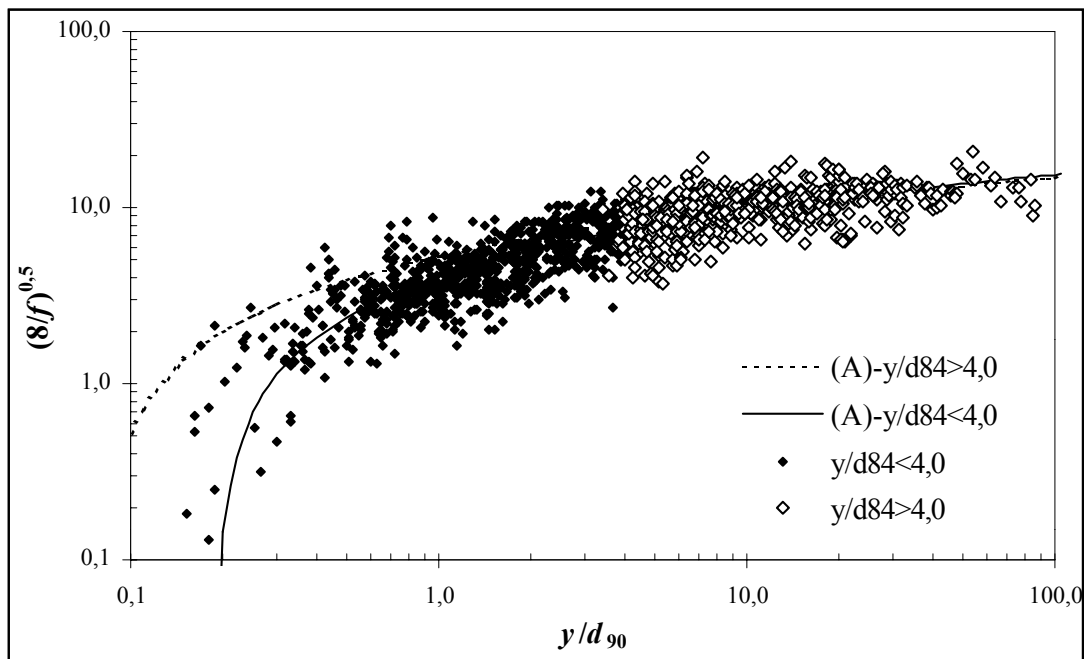


Figura 4.20. Representación de los datos pertenecientes a los subconjuntos resultantes de la segmentación en función de la sumersión relativa.

- 3- Dado un modelo, si se comparan las ecuaciones de regresión para cada subconjunto generado al tomar la sumersión relativa del flujo como variable de control, éstas se ajustan mejor al conjunto con $y/d_{84} < 4,0$ que al conjunto complementario, si se atiende al error absoluto —con la única excepción de las ecuaciones de regresión del modelo (M)—. En cambio, de acuerdo con el valor de los índices estadísticos relacionados con el error relativo, para todos los modelos—con la salvedad del modelo (G)— las ecuaciones ajustadas al subconjunto de sumersión superior muestran una mayor capacidad predictiva que para el conjunto complementario.

Cabría esperar que las ecuaciones desarrolladas expresamente en base a la hipótesis de flujo macrorrugoso mostraran un mejor ajuste que el resto en el conjunto con $y/d_{84} < 4,0$. No obstante lo anterior, no se constata, en general, una mayor capacidad predictiva de las mismas sobre el resto.

Para cada modelo, si se extrapolan las ecuaciones de ajuste a cada subconjunto en el rango de sumersión del conjunto complementario, puede observarse que la ecuación derivada para el subconjunto con datos de sumersión relativa inferior predice una resistencia al flujo sensiblemente mayor—como puede apreciarse en las figuras comprendidas entre G-30 y G-37—. Las salvedades a tal tendencia general se circunscriben a rangos parciales de algunas de las ecuaciones ajustadas.

Si a lo expuesto en el párrafo precedente se añade que el ajuste de los modelos desarrollados para flujo macrorrugoso en tal condición de sumersión relativa no es manifiestamente superior que el de los modelos simplificados —por ejemplo, el (A)— se deduce que es más importante a la hora de aplicar las ecuaciones respetar el rango experimental de ajuste que la adecuación teórica del modelo al rango de sumersión.

4.4.1.5 Subconjuntos resultantes de tomar el caudal sólido como variable de control

- 1- Igualmente que en los casos anteriores, se mantiene la tendencia común en lo que respecta a la relación entre la capacidad de predicción de las ecuaciones ajustadas y el percentil granulométrico, expuesta en § 4.4.1.2 para el conjunto integrado por los datos de laboratorio. Sin embargo, el grado de cumplimiento es inferior que otros casos.

En efecto, para el subconjunto con presencia de caudal sólido casi la mitad de los modelos no cumplen dicha secuencia. Según los índices basados en el error relativo las ecuaciones de los modelos (G), (E), (I), (J) ajustadas con d_{84} superan o igualan la capacidad de predicción de las derivadas con d_{90} ; además, la ecuación del modelo (G) también sigue dicha tendencia particular según los estadísticos relacionados con el error absoluto.

Para el subconjunto sin transporte sólido la excepción a la tendencia global viene dada por las ecuaciones de los modelos (G), (J), (M). En el caso del primer modelo citado, con independencia del índice estadístico, la ecuación ajustada con d_{84} presenta mayor capacidad predictiva que la ajustada con d_{90} . El segundo modelo sigue la misma secuencia que el primero, pero únicamente si se atiende a los estadísticos fundamentados en el error relativo. El tercer modelo no varía su capacidad predictiva en función del percentil granulométrico, si se atiende a valor de los índices estadísticos de error relativo.

Por consiguiente, las salvedades aludidas en los párrafos precedentes se relacionan con la inversión de los dos primeros puestos de la clasificación —con la ecuación función de d_{84} logrando mejor ajuste que su equivalente expresada en función de d_{90} y restando la que incluye d_{50} en último lugar—, por lo que, a pesar de las excepciones referidas, puede afirmarse que se logran mejores ajustes con percentiles granulométricos sensiblemente superiores a d_{50} .

- 2- Si se contrastan, para cada modelo, las ecuaciones derivadas para los dos subconjuntos definidos al tomar el caudal sólido como variable de control con las ecuaciones ajustadas al conjunto de datos integrado por todos los registros de laboratorio, se constata una reducción de la capacidad predictiva de las ecuaciones correspondientes a la situación sin transporte sólido. Las excepciones que se aprecian si se atiende al valor de los estadísticos relacionados con el error absoluto son las ecuaciones de los modelos (G) y (N). Si se considera el valor de los estadísticos basados en el error relativo la única excepción viene representada por la ecuación del modelo (G).

En el caso de las ecuaciones ajustadas a los datos con caudal sólido se detecta un comportamiento dual: un mejor ajuste que las desarrolladas con la base completa de datos en función de los estadísticos de error relativo y un descenso de la capacidad explicativa de los modelos si se atiende al valor de los índices de error absoluto. En este último caso se detectan excepciones para los modelos (M) y (J).

Una explicación al hecho de que no mejore la bondad de ajuste de las ecuaciones desarrolladas para ambos subconjuntos podría estribar en el límite adoptado para la segmentación. En el caso de constituir dos subconjuntos, uno con caudal sólido nulo o no intenso y otro con transporte intenso de fondo —mediante la adopción, por ejemplo, del umbral expresado como τ/τ_c igual a 3,0— se hubieran obtenido situaciones más contrastadas. Sin embargo, tal criterio se ha desestimado en este trabajo debido al desequilibrio en el número de datos que pertenecerían a cada subconjunto, puesto que es reducido el número de registros que se pueden clasificar como de transporte intenso.

- 3- Dado un modelo, de la comparación entre sí de las ecuaciones de regresión para cada subconjunto formado al tomar el caudal sólido del flujo como variable de control, se deduce que la capacidad predictiva es inferior para las ecuaciones del subconjunto sin caudal sólido respecto del subconjunto complementario.

Las excepciones al comportamiento dominante descrito en las líneas precedentes se observan al atender únicamente al valor de los índices estadísticos basados en el error absoluto. Efectivamente, las ecuaciones de ajuste al subconjunto sin transporte sólido correspondientes a los modelos (A), (B), (H), (N) y (K) muestran una mayor capacidad predictiva que la del subconjunto complementario, pero únicamente en lo concerniente al percentil d_{90} . Asimismo, las ecuaciones de regresión de los modelos (L) y (O) siguen la misma tendencia de excepción que las anteriores para los tres percentiles granulométricos considerados.

Lo expuesto avala el ajuste a una base de datos constituida por registros con transporte de fondo de modelos que no contemplen expresamente en su formulación la detración de ímpetu del flujo provocada por el transporte sólido (véase § 2.7.1.11.1); tal y como hicieron Cao (1985) y García (1996). En el presente estudio los resultados son incluso

superiores a los que se obtienen al ajustar al subconjunto sin caudal sólido —como también obtuvo Cao (1985)—, caso en el que teóricamente deberían ser mejores predictores.

Por otra parte, es digno de mención que las ecuaciones ajustadas según el modelo (O) (véase § 2.7.1.9), presenten una capacidad predictiva acusadamente inferior al resto, con excepción de las ajustadas según el modelo (G), pese a que fue formulada expresamente para la situación de lecho móvil.

A tenor de lo expuesto no parecen necesarios con fines prácticos los modelos que estiman independientemente el incremento en f debido a las partículas en movimiento, como son los propuestos por Song *et al.* (1994, 1998) y Gao y Abrahams (2004). Máxime cuando la aplicación de dichos modelos requiere con gran frecuencia la estimación de la concentración de la carga de fondo, estimación que habitualmente implica mayor incertidumbre que la relacionada con la resistencia al flujo. No obstante, a fin de juzgar la evaluación de los resultados respecto al efecto del transporte sólido en su justa medida, se hace necesario remarcar que las concentraciones volumétricas de carga sólida —expresada como el cociente entre el caudal sólido y el líquido— son en su mayor parte reducidas, puesto que casi 2/3 de la muestra de datos corresponde a una concentración inferior al 0,1% (véase la figura 4.9).

- 4- La ecuación derivada al ajustar cada modelo a la base de datos con transporte de sedimento, pronostica mayor resistencia al flujo para el mismo valor de sumersión que la correspondiente al subconjunto complementario. La tendencia mayoritaria descrita sucede en un rango de sumersión relativa que es variable con cada ecuación ajustada, con un valor máximo en torno a 15 de y/d_{90} (véanse las figuras comprendidas entre la G-38 y la G-45).

Por consiguiente, se manifiesta un incremento de la resistencia al flujo causada por la detracción de ímpetu del flujo por parte de las partículas en movimiento, aunque, sin embargo, dadas las reducidas concentraciones el efecto en general es ligero, tal y como se puede apreciar en las figuras comprendidas entre la G-38 y la G-45. Whiting y Dietrich (1990) y Pitlick (1993) consideran que el aumento en la resistencia al flujo es despreciable cuando el transporte sólido no es intenso, es decir, cuando τ/τ_c es inferior a un valor en torno a 2 ó 3 (véase § 2.7.1.11.1). Solamente 1/4 de los datos que corresponden a la situación de transporte sólido supera el umbral máximo del índice de movilidad del sedimento de 3,0 —como se pone de manifiesto en la figura 4.8—.

4.4.1.6 Selección, clasificación y comparación de modelos

4.4.1.6.1 Selección

Con arreglo al contraste del ajuste mostrado por los 15 modelos evaluados en los diferentes conjuntos considerados, expuesto en los apartados precedentes, se han seleccionado las ecuaciones derivadas mediante el conjunto completo de datos. Efectivamente, por una parte, se ha comprobado en líneas generales que la capacidad explicativa de las ecuaciones ajustadas a los subconjuntos generados al tomar S y y/d_{84} como variables de control no compensa

dicha segmentación frente al empleo de las ecuaciones obtenidas mediante el conjunto completo de datos —a pesar de las excepciones particulares detectadas—.

Por otra parte, la segmentación basada en la contraposición categorial campo-laboratorio tiene más por objeto dilucidar si es adecuada la integración de datos de campo y laboratorio en el mismo conjunto o subconjunto, que no la propuesta de predictores aplicables de forma separada para cada uno de los tipos de cauce analizados. A la luz de los resultados al respecto, y dada la relativa poca diferencia entre el valor de los coeficientes de cada caso, se ha considerado factible dicha integración a efectos de desarrollar ecuaciones predictivas. Por último, la desagregación de los datos exclusivamente registrados en canales de laboratorio, entre aquellos para los que se producía transporte sólido de fondo y para los que no, tiene básicamente el propósito de contribuir a verificar el incremento de resistencia al flujo provocado por el transporte sólido y la capacidad de los distintos modelos propuestos para reproducir dicho efecto.

En virtud de la tendencia de la gran mayoría de los modelos evaluados a mostrar una mayor capacidad predictiva de las ecuaciones ajustadas cuando se expresa la sumersión relativa del flujo en función de d_{90} y d_{84} que en función de d_{50} , se ha tomado como criterio común la selección de aquellas ecuaciones derivadas conforme el conjunto completo de datos que incluyen los dos percentiles granulométricos más gruesos.

4.4.1.6.2 Clasificación

En este apartado se pretende, asimismo, clasificar las ecuaciones seleccionadas de cada modelo —es decir, las ajustadas al conjunto completo de datos cuando se expresa la sumersión relativa del flujo como y/d_{90} o y/d_{84} — en función de su capacidad de predicción. Para tal fin se emplearán los índices CAI y CBI —basados en el error cuadrático medio, pero que también tienen en cuenta el número de parámetros de ajuste del modelo— y el índice P , que corresponde al error relativo medio (véase § 3.4.3).

Clasificación de acuerdo con CAI y CBI

En las tablas J-1 y J-2 se presenta la clasificación de las ecuaciones seleccionadas en función de CAI y CBI, en orden decreciente de ajuste. Interesa precisar que cuando la diferencia en cuanto al valor del error cuadrático medio sea elevada entre las ecuaciones estudiadas y no existan diferencias importantes en el número de datos de ajuste y de parámetros —como es el caso del presente estudio— la clasificación que se obtiene no diferirá sustancialmente de la que pudiera establecerse en función de los índices R^2 o E . Por consiguiente, cabe esperar una mejor posición de aquellos modelos que predicen mejor en el rango superior de la variable respuesta (véase § 3.4.3).

Puede observarse en las tablas J-1 y J-2 que en ambos casos la clasificación asignada a cada ecuación es equivalente para los índices CAI y CBI. Por otro lado, las clasificaciones en función de los mismos índices de las ecuaciones correspondientes a cada sumersión relativa divergen muy ligeramente —únicamente en la posición que ocupa el modelo (F)—.

De forma general, se aprecian diversas tendencias yuxtapuestas. En primer lugar, se observa una peor clasificación de aquellas ecuaciones que han sido ajustadas minimizando los cuadrados de los residuos logarítmicos entre registro y predicción, pero para las que se ha calculado el valor de los índices estadísticos sobre las variables sin transformar de la ecuación

ajustada. Fundamentalmente, es el caso de las ecuaciones de tipo potencial. Debe tenerse en cuenta, que dicha divergencia procedimental en el ajuste dificulta en cierto grado la comparación entre las diferentes ecuaciones ajustadas.

Por otra parte, se advierte una mejor clasificación de aquellas ecuaciones que incluyen variables adicionales además de la sumersión relativa (S y/o F), tanto para los modelos de tipo logarítmico —modelos (M), (L), (K), (I) y (H)— como de tipo potencial —modelos (N) y (J)—. Entre éstas destacan por su mejor comportamiento las correspondientes a modelos que incluyen el número de Froude. Debe valorarse en ese caso la contribución espuria causada por la relación funcional próxima que se establece entre f , F y S —como sostienen ciertos autores (véase § 2.7.1.8.1)— que puede explicar en cierto grado los resultados obtenidos. No obstante, si se correlaciona F con $\sqrt{8/f}$ —tal y como se representa en la figura 4.21— no se halla dependencia estadística, ni para los datos de campo ni para los de laboratorio. Por consiguiente, el mejor ajuste detectado por los modelos que incluyen F respecto del resto no se explica por la supuesta alta correlación estadística entre el número de Froude y el factor de fricción.

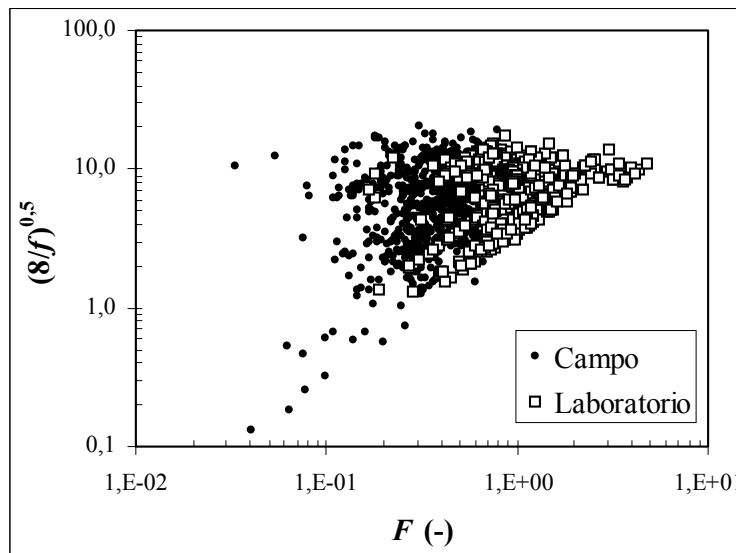


Figura 4.21. Relación entre F y $\sqrt{8/f}$. Datos de campo y de laboratorio.

En el marco de las ecuaciones de tipo logarítmico que únicamente incluyen la sumersión relativa del flujo como variable independiente, puede afirmarse que no se produce un predominio claro de los modelos aptos para flujo macrorrugoso frente al modelo simplificado (A).

Por último, cabe destacar el mal resultado mostrado por el modelo (O) —mal resultado que también presenta respecto al resto de modelos para la condición de transporte de fondo, situación para la que teóricamente fue propuesta— y, especialmente, por el modelo lineal (G). Por consiguiente, se recomienda no emplear las ecuaciones ajustadas de acuerdo con los citados modelos.

Clasificación de acuerdo con P

En las tablas J-3 y J-4 se presenta la clasificación en función de P , en orden creciente de error de pronóstico, de las ecuaciones seleccionadas. Puede observarse que las clasificaciones de las ecuaciones correspondientes a cada sumersión relativa difieren muy ligeramente.

En primer lugar, cabe destacar la moderada divergencia en el valor del estadístico de ajuste de las diferentes ecuaciones, ya que en ambos casos el valor del coeficiente de variación de las 13 primeras ecuaciones clasificadas se sitúa en torno al 7%.

La clasificación obtenida difiere de la correspondiente a los índices CAI y CBI, aunque se conservan algunas trazas comunes —si bien desdibujadas—. Por ejemplo, a grandes rasgos y con notables excepciones —en especial el modelo (N)— se mantiene la peor clasificación para las ecuaciones transformadas logarítmicamente para su ajuste.

De nuevo las ecuaciones correspondientes al modelo (G) y (O) resultan en los últimos puestos. Sin embargo, es de notar el caso de la ecuación del modelo (M) que en la clasificación anterior —de acuerdo con el valor de CBI y CAI— se situaba en primera posición, mientras que en la analizada en este apartado ocupa la penúltima. La razón se debe al elevado error de predicción cometido por la citada ecuación en el rango inferior de la variable respuesta, tal y como puede apreciarse en las figuras F-37 y F-38, ya que el índice P no jerarquiza o pondera el error cometido, es decir, que todos los datos contribuyen en igual medida al valor final (véase § 3.4.3).

4.4.1.6.3 Comparación

Este apartado tiene por objeto comparar las ecuaciones ajustadas, y finalmente seleccionadas, en este estudio, incluyendo además las expresadas en función de d_{50} , con las obtenidas previamente por otros autores y presentadas en § 2.7.1.

De la observación de la figura I-1 se desprende que la ecuación obtenida por Bray (1979) es la que muestra un comportamiento más similar al de la ecuación (A1.1), incrementándose la convergencia entre ambas con la sumersión. En el caso de la ecuación (A2.1) existe una gran coincidencia con las ecuaciones desarrolladas por Bathurst (1984), Ugarte y Méndez (1994) y López y Barragán (2003) empleando datos de ríos y García (1996) (ecuación A) utilizando de laboratorio (figura I-2). Por último, en la Figura I-3 se advierte que la ecuación (A3.1) es similar a las ecuaciones de Graf (1984) y de Ugarte y Méndez (1994) para flujo macrorrugoso y a las de Bray (1979) y Griffiths (1980) para flujo de sumersión elevada. A tenor de lo anterior no existe, en el caso de las ecuaciones ajustadas de acuerdo con el modelo (A), una marcada diferencia respecto al valor tomado como universal del coeficiente de turbulencia de Karman (κ) —en torno al intervalo 0,40-0,41—, puesto que para las ecuaciones (A1.1) y (A2.1) éste es de 0,39 y para la ecuación (A3.1) es de 0,43. Si se considera la ecuación de Prandtl-Karman permitiendo la variación de κ (ecuación (2.48)) el coeficiente de proporcionalidad (α) correspondiente a cada una de las tres ecuaciones anteriormente citadas es, respectivamente, 2,3, 2,7 y 3,6. Los citados valores se encuentran dentro del intervalo de variación mostrado en la tabla 2.2 para cada percentil granulométrico.

No es posible la comparación de las ecuaciones ajustadas de acuerdo con el modelo (B), ya que no se tiene conocimiento de fórmulas que hayan sido calibradas según dicho modelo. No obstante, por lo que respecta a la ecuación (B1.1) es posible afirmar que pronostica valores

similares a los de la ecuación (A1.1) cuando el flujo no es macrorrugoso, como puede advertirse en la figura G-2. Las ecuaciones desarrolladas según el modelo (B) reflejan un valor de κ que oscila en un intervalo algo inferior al valor canónico, concretamente entre 0,35 y 0,40.

Si se compara la ecuación (C2.1) con las presentadas en la tabla A-2 y figura I-4 se observa que ésta guarda mayor similitud con la derivada por López y Barragán (2003) que con la desarrollada por Lee y Ferguson (2003), debido a los valores de κ y del coeficiente α que multiplica al percentil granulométrico —es decir, $\alpha \cdot d_i$ —, aunque no existe una marcada diferencia entre las tres. Por el contrario, la ecuación (C3.1) y la ecuación derivada por Samora (1993) presentan un valor de α similar, que diverge considerablemente del valor de dicho coeficiente que muestra la ecuación de Thompson y Campbell (1979) (figura I-5). No se tiene conocimiento de ninguna ecuación derivada según el modelo (C) en función de d_{90} . Las tres ecuaciones ajustadas al modelo (C) alcanzan valores de κ marcadamente superiores al considerado como universal, puesto que oscilan entre 0,43 y 0,46.

La ecuación (D2.1) y la derivada por López y Barragán (2003) adoptando el modelo (D) presentan una gran similitud (figura I-6). Menor aproximación guardan la ecuación (D3.1) y la fórmula propuesta por Aguirre-Pe y Fuentes (1990), puesto que divergen considerablemente en el valor de los coeficientes D_2 y D_3 (véase § 2.7.1.2.3 y la figura I-7). Es de notar en el caso de las ecuaciones (D1.1), (D2.1) y (D3.1) el reducido valor del coeficiente D_3 , lo que da lugar a que las citadas ecuaciones no diverjan significativamente de las ecuaciones análogas del modelo (A), como puede observarse en la figura G-4 para la primera de ellas. El valor del coeficiente κ en dichas fórmulas oscila entre 0,38 y 0,43.

Las ecuaciones más similares a la (E1.1) son las obtenidas por Charlton *et al.* (1978), especialmente la ecuación C —propuesta para sumersión intermedia— y en menor medida la A (tabla A-3 y figura I-8). En la figura I-8 se advierte la gran divergencia entre las ecuaciones citadas en las líneas precedentes y la familia de curvas que configuran las fórmulas con un valor del coeficiente E_2 igual a 1/6 (§ 2.7.1.3.2). Dicha divergencia, es especialmente acusada para $y/d_{90} \approx < 10$, intervalo de sumersión en el que los datos recabados se apartan sensiblemente de la predicción de menor resistencia al flujo de la citada familia de curvas. No obstante, es preciso tener presente que habitualmente las ecuaciones con E_2 igual a 1/6 se ajustaron originalmente imponiendo n como variable respuesta. En cuanto que la relación entre n y f es no lineal, las ecuaciones de regresión seleccionadas según el mejor ajuste estadístico de los datos a n pueden no representar el mejor ajuste según f (véase § 2.7.1.3.2).

Por otra parte, en la figura I-9 se aprecia que la ecuación (E2.1) guarda similitud con la obtenida por Smart (2002) y, en menor medida, con la derivada por López y Barragán (2003) y Bathurst (2002) (ecuación A, ajustada para pendientes inferiores al 0,8% (tabla A-3)). En la figura I-10 se advierte que las ecuaciones propuestas por Bray (1979) y Griffiths (1980) son las que siguen un trazado más similar a la ecuación (E3.1) hasta un valor de $y/d_{50} \approx < 30$, mientras que la derivada por Charlton *et al.* (1978) es la que converge con aquélla a partir de dicho valor. De nuevo en este caso se pone de manifiesto que las fórmulas en las que el coeficiente E_2 tiene un valor de 1/6 predicen una resistencia al flujo muy inferior a la registrada cuando la sumersión es reducida. En términos generales, las ecuaciones (E1.1), (E2.1) y (E3.1) tienden a pronosticar valores por exceso cuando la sumersión es elevada, como se puede apreciar en las figuras F-28, F-29 y F-30.

En la figura I-11 se han representado la ecuación (F2.1) y la única ecuación de la que se tiene conocimiento ajustada de acuerdo con el modelo (F), la propuesta por Katul *et al.* (2003). La diferencia moderada entre ambas ecuaciones se explica en virtud de la divergencia en el valor del coeficiente F_1 . De todos modos importa destacar que los autores citados analizaron solamente de forma gráfica la bondad de ajuste de dicha ecuación a un conjunto de datos de ríos y canales, después de deducir teóricamente de modo preliminar el valor de sus parámetros y sin ajustar numéricamente su valor (§ 2.7.1.4). Una explicación de esta divergencia podría radicar en la inclusión de datos con sumersiones elevadas. En efecto, de la observación de la figura I-11 se desprende que para sumersiones superiores al intervalo 7-10 las ecuaciones representadas tienden a estabilizar el valor pronosticado, por lo que paulatinamente van sobreestimando la resistencia al flujo a medida que se incrementa la sumersión —véase la figura F-17—. No obstante, la ecuación (F11.1) —desarrollada únicamente con datos de valor $y/d_{84} \approx < 4$ — muestra todavía divergencias importantes en el valor de los coeficientes de ajuste con los propuestos en Katul *et al.* (2003), como puede verse en la tabla E-3. Por consiguiente, con base en los resultados obtenidos no se recomienda la aplicación de las ecuaciones ajustadas según del modelo (F) para $y/d_{84} > 10$. En el mismo sentido —aunque en menor grado— de la figura I-11 también se deduce que para sumersión relativa muy reducida ($\approx 0,3-0,4$), la ecuación (F2.1) pronostica valores por defecto, lo que, en definitiva, hace aconsejable restringir su aplicación al intervalo $0,3 \leq y/d_{84} \leq 10$ en concordancia con lo que se recomienda en § 2.7.1.4.

La ecuación (G2.1) es prácticamente idéntica a la obtenida por Charlton *et al.* (1978) (tabla A-3, ecuación B), que se ha incluido en esta comparación puesto que su exponente es 1,0. Sin embargo, la ecuación (G3.1) difiere de la obtenida por Nikora *et al.* (2001). Nótese, en cualquier caso, el mal ajuste de dichas ecuaciones al conjunto de datos (figuras I-12 y I-13).

La ecuación (H1.1) presenta un valor del índice H_3 muy superior al obtenido por Smart y Jaeggi (1983) para datos en canal de fuerte pendiente y transporte sólido. También las ecuaciones (H2.1) y (H3.1) se han ajustado con un valor del coeficiente H_3 elevado, por lo que el efecto de S en la variable respuesta es prácticamente nulo —tal y como puede apreciarse en la figura G-8—, con lo que la ecuación resultante es similar a las correspondientes ajustadas con el modelo (A). Por consiguiente, el valor del coeficiente de turbulencia de Karman varía en un rango prácticamente idéntico al de estas últimas (0,39-0,43).

La ecuación obtenida por Maresova y Mares (1989) se ajustó con un valor de I_2 superior y con el signo contrario del coeficiente I_3 respecto de la ecuación (I3.1). Aun así, la influencia de S en f en esta última ecuación es apreciablemente superior respecto al caso anterior (modelo (H)), especialmente para flujo macrorrugoso —como se advierte en la figura G-9—. El valor de κ de las ecuaciones (I1.1), (I2.1) y (I3.1) varía en el rango 0,40-0,44.

Las ecuaciones expresadas en la tabla A-4 según el modelo (J) divergen de las ecuaciones (J1.1), (J2.1) y (J3.1) fundamentalmente en el valor del coeficiente J_3 , que en estas últimas tiende a valores cercanos a 0, por lo que el efecto de S sobre la variable dependiente es en la práctica despreciable —como se observa en la figura G-10—. Por consiguiente, el valor de los coeficientes J_1 e J_2 es similar al de los coeficientes E_1 y E_2 de las ecuaciones correspondientes.

No se tiene conocimiento de ecuaciones ajustadas previamente por otros autores siguiendo el modelo (K). Las derivadas en este trabajo muestran un valor de K_3 , exponente de F , de valor reducido pero que se incrementa a medida que el percentil granulométrico mediante el que se expresa la ecuación disminuye (tabla E-1). En la figura G-11 se ha representado la ecuación K1.1, en la que puede apreciarse la reducida diferencia existente entre ésta y la A1.1 para flujo macrorrugoso, así como que al incrementarse la sumersión relativa también aumenta la influencia de F , divergiendo las citadas ecuaciones. Las ecuaciones (K1.1), (K2.1) y (K3.1) se han ajustado con valores de κ que varían en el rango 0,36-0,37.

La ecuación (L2.1) difiere de la desarrollada por Colosimo *et al.* (1988) especialmente en los coeficientes de F y de τ/τ_c , así como en el signo del término independiente. Esta última variación puede explicarse —aunque sólo parcialmente— por la no incorporación en la ecuación (L2.1) de las variables α y M (ecuación (2.101)). Por otra parte, la ecuación (L3.1) también difiere de la ajustada por Afzalimehr y Anctil (1998) (ecuación (2.105)) en los coeficientes de F y de τ/τ_c , así como en el signo del término independiente, que en este caso no puede ser atribuido a la no inclusión de ψ , pues la citada variable toma valores cercanos a 1,0. Las diferencias apuntadas entre el valor de L_3 del modelo (L) y el coeficiente de τ/τ_c de las ecuaciones (2.101) y (2.105) puede atribuirse parcialmente a que la primera se ha ajustado a un conjunto de datos en el que parte corresponde a lechos constituidos por partículas constreñidas, lo que impide su movimiento independientemente del valor alcanzado por τ/τ_c . Las ecuaciones (L1.1), (L2.1) y (L3.1) se han ajustado con valores de κ que oscilan en el rango 0,37-0,39.

La ecuación (2.110) obtenida por Ugarte y Méndez (1984) es la más similar a la (M2.1), aunque el exponente de la sumersión es notablemente superior en ésta que en aquélla, que al tender a 0 —motivado por la segmentación en función de la sumersión— denota la falta de influencia de la sumersión sobre la variable respuesta. Del mismo modo, la ecuación más parecida a la (M3.1) es la ecuación (2.109) derivada por Ugarte y Méndez (1984) para las que destaca también la acusada diferencia en el valor del exponente de la sumersión.

La ecuación (N1.1) es similar a la (2.114) obtenida por Charlton *et al.* (1978), pese a que ésta se expresa en función de una sumersión con diferente definición. Por otro lado, de las ecuaciones obtenidas por Cao (1985) en canal de laboratorio, la ecuación (N3.1) es más parecida a la (2.115-a) desarrollada con datos de lecho fijo plano.

Debe tenerse en cuenta que, como se a expuesto en § 2.7.1.9, F_* (variable independiente del modelo O) puede interpretarse como un indicador del grado de movilización del lecho y, por lo tanto, no sería de aplicación a contornos no erosionables. Sin embargo, la ecuación (O3.1) —desarrollada con datos mayoritariamente sin transporte de fondo y un determinado porcentaje correspondientes a lechos no erosionables— pronostica valores que se encuentran entre los que predicen las ecuaciones (2.118) —ajustada por Griffiths (1980) en ríos con lecho móvil— y (2.123) —derivada por Cao (1985) en laboratorio con transporte de fondo—, aunque más próximos a la primera, como se puede apreciar en la figura I-14. Como se ha visto en § 4.4.1.5, el modelo (O) no mejora su capacidad de predicción cuando la base de ajuste se halla integrada únicamente con datos de transporte sólido, ni respecto a la regresión con datos de lecho fijo ni respecto al ajuste incluyendo todos los datos.

4.4.2 Modelos con Q como variable dependiente

4.4.2.1 Conjunto completo de datos

- 1- Los tres modelos ajustados a la base de datos completa —integrada únicamente por registros de campo— se ordenan de mayor a menor capacidad predictiva mediante la secuencia: (Q_3) , (Q_1) , (Q_2) . La secuencia expuesta se mantiene para todos los índices estadísticos considerados. No obstante, debe precisarse que las diferencias en la capacidad explicativa entre los tres modelos son reducidas —véanse las figuras H-41 y H-42—.

De acuerdo con lo anterior, se confirman los hallazgos de Riggs (1976) y Dingman y Sharma (1997) en el sentido de que se obtiene un mejor ajuste para ecuaciones en las que el exponente de S varía con una función logarítmica de dicha variable. En cambio, no compensa la imposición de un exponente de A con valor superior a 1,0 —como en las ecuaciones ajustadas por Williams (1978) y Bjerklie *et al.* (2003)— si no va acompañado de un exponente de S función de su logaritmo.

4.4.2.2 Subconjuntos resultantes de tomar S como variable de control

- 1- Si se analiza la jerarquía en el grado de ajuste de cada ecuación e índice estadístico para los dos subconjuntos definidos al tomar la pendiente como variable de control, se observa que no sigue, en general, la secuencia detectada en el conjunto completo —es decir, (Q_3) , (Q_1) , (Q_2) — y tampoco se establece ninguna tendencia dominante.
- 2- De la comparación de las ecuaciones de regresión de los subconjuntos con S mayor o igual a 0,8% y menor que 0,8% con las ecuaciones ajustadas empleando la base completa no es posible entresacar una tendencia dominante, pues depende del índice estadístico considerado —véanse las figuras comprendidas entre la H-43 y la H-48—. En efecto, si se atiende al valor del índice E se produce un incremento notable del ajuste para ambos subconjuntos y para las tres ecuaciones de regresión. Sin embargo, con base en el índice P se observa para las tres ecuaciones el fenómeno contrario. Según el coeficiente de determinación (R^2) el subconjunto con valores superiores de S mejora su capacidad predictiva para las tres ecuaciones ajustadas, mientras que disminuye en el conjunto complementario. De acuerdo con el valor de E' no se da un comportamiento común para las tres ecuaciones ajustadas, ya que mientras sí se produce un mejor ajuste para el subconjunto con valores de S inferiores en las tres ecuaciones, en el conjunto complementario se producen incrementos y descensos de la capacidad predictiva respecto del conjunto total.

Al igual que lo obtenido en el caso de los modelos que predicen f (§ 4.4.1.3) —y al contrario de lo que hallaron otros autores reseñados en § 2.7.1.7.1— la segmentación del conjunto de datos en función de un valor de la pendiente en torno al 0,8% no significa un incremento claro y sustancial de la capacidad de predicción de las ecuaciones obtenidas. Consiguientemente, deben recomendarse las ecuaciones derivadas al ajustar los modelos evaluados al conjunto completo de datos, frente a las ecuaciones desarrolladas para cada subconjunto definido por S como variable de control.

- 3- De acuerdo con el valor de los índices estadísticos R^2 y E , las tres ecuaciones ajustadas al subconjunto con valores superiores de pendiente muestran una mayor capacidad de predicción que las correspondientes al subconjunto complementario. Sin embargo, si se atiende al valor de los índices E' y P se produce en fenómeno contrario.

4.4.2.3 Subconjuntos resultantes de tomar y/d_{84} como variable de control

- 1- Si se analiza la jerarquía en el grado de ajuste de cada ecuación e índice estadístico para los dos subconjuntos definidos al tomar la sumersión relativa del flujo como variable de control, se observa que es dominante la secuencia (Q_1) , (Q_2) , (Q_3) para las ecuaciones ajustadas en el subconjunto con sumersión superior a 4,0, a excepción de la secuencia para E' que es la inversa. Por consiguiente, la secuencia mayoritaria difiere sustancialmente en lo referente al modelo (Q_3) de la obtenida para la base total de datos. Para el subconjunto con valores inferiores de sumersión no se da un comportamiento claramente dominante, aunque es posible afirmar que la ecuación (Q_3) es mayoritariamente la mejor clasificada, mientras que la ecuación (Q_2) es, en general, la peor, lo que sí es coincidente con la tendencia dominante manifestada en el conjunto total.
- 2- De la comparación, para cada modelo, de las ecuaciones de regresión de los dos subconjuntos definidos al tomar la sumersión relativa del flujo como variable de control con las ecuaciones ajustadas a la base de datos total (figuras de la H-49 a la H-54) se desprende, de acuerdo con los índices E y E' , una tendencia general a que aumente la capacidad de predicción de las ecuaciones derivada para ambos conjuntos —con la única excepción de la ecuación (Q_3) ajustada al subconjunto de inferior sumersión—. En cambio, si se atiende al valor de R^2 se aprecia que, mientras las ecuaciones ajustadas al subconjunto con $y/d_{84} \leq 4,0$ aumentan su capacidad de predicción, las ajustadas al subconjunto complementario experimentan un descenso. No obstante, de acuerdo con el valor de P el comportamiento de las ecuaciones en cada subconjunto es el contrario al expuesto en el caso de R^2 .

La ausencia de una tendencia hegemónica respecto al incremento de la bondad de ajuste de las ecuaciones derivadas para cada subconjunto segmentado, no permite recomendar la adopción de modelos de predicción desagregados en función de y/d_{84} , por lo que es preferible el uso de las ecuaciones ajustadas al conjunto completo de datos. En todo caso merece subrayarse que la reducción en la capacidad de predicción no es tan acusada como la que se producía para los modelos que pronostican f , en el caso análogo de segmentación. Asimismo, cabe recordar —según lo expuesto en § 2.7.2.1— que una de las ventajas del empleo de los modelos (Q_1) , (Q_2) y (Q_3) es que no requieren la determinación de la granulometría del sedimento fluvial. Por consiguiente, el interés práctico de la aplicación de ecuaciones ajustadas de acuerdo con dichos modelos resulta mermado si previamente es necesario el cálculo de y/d_{84} , al efecto de elegir la ecuación correspondiente.

- 3- Si se compara la capacidad explicativa de las ecuaciones ajustadas a cada subconjunto entre sí se aprecia una tendencia dominante a un mejor ajuste en el conjunto con valores superiores de sumersión, si se atiende a los valores de los estadísticos E , E' y

P. Por el contrario, se observa la propensión contraria para las tres ecuaciones de acuerdo con el valor de R^2 .

4.4.2.4 Subconjuntos resultantes de tomar τ/τ_c como variable de control

- 1- Si se examina la jerarquía en el grado de ajuste de cada ecuación e índice estadístico para los dos subconjuntos definidos por el índice de movilidad del sedimento como variable de control, se observa que en todos los casos la primera ecuación clasificada es (Q₃); aunque la secuencia mayoritaria —(Q₃), (Q₂), (Q₁)— no es coincidente plenamente con la configurada por las ecuaciones ajustadas al conjunto total.
- 2- Si se comparan, para cada modelo, las ecuaciones de regresión de los dos subconjuntos generados al tomar τ/τ_c como variable de control con las ecuaciones ajustadas a la base de datos total, se aprecia que los valores de todos los estadísticos mejoran para las tres ecuaciones derivadas con el subconjunto de $\tau/\tau_c \leq 1,0$ —véanse las figuras comprendidas entre la H-55 y la H-60—. Sin embargo, si se examina el comportamiento del subconjunto integrado por datos sobre el umbral del movimiento se observa el hecho de que mientras para los índices E y E' se produce un descenso de la capacidad explicativa de las tres ecuaciones ajustadas para los índices R^2 y P en cambio se produce el efecto contrario.

De nuevo la ausencia de un incremento sistemático de la bondad de ajuste de las ecuaciones derivadas para ambos subconjuntos de segmentación, no permite recomendar la adopción de modelos de predicción desagregados, por lo que es preferible el uso de las ecuaciones ajustadas al conjunto completo de datos. Asimismo, al igual que en el caso anterior, cabe recordar que una de las ventajas del empleo de los modelos (Q₁), (Q₂) y (Q₃) es que no requieren la determinación de la granulometría del sedimento fluvial, necesaria para calcular el valor de τ/τ_c . Por consiguiente, el interés práctico de la aplicación de ecuaciones ajustadas de acuerdo con dichos modelos resulta mermado si previamente es necesario el cálculo de τ/τ_c , a fin de elegir la ecuación correspondiente.

- 3- Al contrastar la capacidad explicativa de las ecuaciones ajustadas a cada subconjunto entre sí se advierte una tendencia hegemónica a un mejor ajuste al subconjunto con $\tau/\tau_c \leq 1,0$, como se hace patente a partir de los valores de los índices R^2 , E y E' . Por el contrario, según el estadístico P se produce un peor ajuste para el referido subconjunto que para su complementario.

4.4.2.5 Selección, clasificación y comparación de modelos

4.4.2.5.1 Selección

De acuerdo con lo expuesto en los apartados precedentes no se produce un incremento generalizado de la capacidad predictiva que compense el desarrollo segmentado de las ecuaciones cuando se toma S como variable de control. En el caso de las variables de control y/d_{84} y τ/τ_c tampoco se produce un aumento de la bondad de ajuste general para los dos subconjuntos. Cabe recordar, sin embargo, que el ajuste segmentado mediante las dos citadas variables revestía menor interés práctico a la hora de aplicar las ecuaciones derivadas, habida

cuenta de que precisan datos granulométricos del sedimento, lo que disminuye las ventajas de los modelos evaluados. Por todo lo cual se han seleccionado las tres ecuaciones ajustadas a la base de datos campo completa.

4.4.2.5.2 Clasificación

La clasificación de las tres ecuaciones seleccionadas —las ajustadas a la base completa de datos— en función de los índices CAI, CBI y P se muestran en la tabla 4.14. Coincidiendo con lo que se ha hallado con anterioridad, la secuencia que se establece en los tres casos es concurrente: (Q_3), (Q_1) y (Q_2), aunque la diferencias son reducidas.

Tabla 4.14. Clasificación en función de CAI, CBI y P de las ecuaciones con Q como variable dependiente.

Ecuación	Formulación	CAI	CBI	P
Q_3 1.1	$Q = 2,931A^{1,022} R^{0,791} S^{-0,0571 \cdot \log S}$	10.390,9	10.408,1	33,1
Q_1 1.1	$Q = 6,039AR^{0,823} S^{0,264}$	10.431,8	10.444,2	35,5
Q_2 1.1	$Q = 5,559A^{1,034} R^{0,765} S^{0,269}$	10.605,7	10.622,9	35,4

4.4.2.5.3 Comparación

De las ecuaciones ajustadas que se tiene conocimiento (tabla A-5), la derivada por Bjerklie *et al.* (2003) es la que mayor similitud guarda con las correspondientes a los modelos (Q_1) y (Q_2). La ecuación obtenida por Dingman y Sharma (1997) —que sigue el modelo (Q_3)— muestra diferencias sustanciales con la ecuación análoga derivada en este trabajo. Estos últimos autores no recomiendan la aplicación de la fórmula derivada para caudales inferiores a 3 m³/s debido al mayor error de pronóstico en dicho rango. De igual modo, a tenor de lo representado en las figuras F-46, F-47 y F-48 el empleo de las ecuaciones (Q_1 1.1), (Q_2 1.1) y (Q_3 1.1) (tabla 4.14) debe evitarse si se conoce que Q es inferior 0,1 m³/s y deben tomarse con precaución pronósticos de Q inferiores a 0,2-0,3 m³/s puesto que existe una importante probabilidad de sobreestimación elevada.

Es interesante a efectos comparativos el contraste del error teórico de los modelos tipo (Q) con el de las ecuaciones de predicción de f . Si la ecuación de Darcy-Weisbach (ecuación (2.7)) se expresa en función del caudal resulta

$$Q = A \cdot \left(\frac{8}{f} \right)^{0,5} (g \cdot R \cdot S)^{0,5} \quad (4.1)$$

Dado que $A = y \cdot T$ y aceptando que $R = y$, entonces mediante la teoría de errores (Herschy, 1998) el error de pronóstico del caudal ($\in Q_D$) de la ecuación (4.1) es

$$\in Q_D = \pm \left[(\in T)^2 + (1,5 \in y)^2 + (0,5 \in S)^2 + (\in (\sqrt{8/f}))^2 \right]^{0,5} \quad (4.2)$$

designando $\in T$, $\in y$, $\in S$ y $\in (\sqrt{8/f})$ los errores de medida de T , y , S y de estimación de $\sqrt{8/f}$, respectivamente. Por otro lado, el valor de $\in Q_D$ puede compararse con el resultante

de las ecuaciones ajustadas de acuerdo con el modelo (Q). Si tomamos la ecuación (Q_{1.1}) —que representa una posición intermedia en la clasificación de dicha clase de modelos— el error de pronóstico del caudal ($\in Q_Q$), de acuerdo con las suposiciones anteriormente citadas, será

$$\in Q_Q = \pm \left[(\in T)^2 + (1,82 \in y)^2 + (0,264 \in S)^2 \right]^{0,5} \quad (4.3)$$

Debe advertirse que $\in Q_Q$ obtenido mediante la ecuación (4.3) es un valor teórico de pronóstico del caudal, derivado de la agregación de los errores de medida y estimación de los términos a partir de los que se predice el caudal. Dicho valor teórico no debe confundirse con el valor del error real de pronóstico de la ecuación (Q_{1.1}) respecto del caudal registrado.

De acuerdo con Bathurst (1986) y para las técnicas hidrométricas habituales en ríos de montaña puede aceptarse: $\in T = \pm 1\%$, $\in y = \pm 5\%$ y $\in S = \pm 8\%$. Si, meramente a efectos comparativos, suponemos $\in (\sqrt{8/f}) = 0$ resulta: $\in Q_D = \pm 8,6\%$ y $\in Q_Q = \pm 9,4\%$, lo que supone un error de casi un punto porcentual inferior para la ecuación (4.1) respecto de la (Q_{1.1}) en concepto de errores exclusivamente topográficos. Sin embargo, dado que $\in (\sqrt{8/f})$ es, generalmente, la fuente de error de mayor repercusión a la hora de aplicar la ecuación (4.1) (Bathurst, 1986) cabe esperar que $\in Q_D$ sea superior a $\in Q_Q$, lo que avalaría el uso de los modelos de la clase (Q). De acuerdo con Herschey (1998) aun una correcta aplicación de la ecuación (4.1) da lugar a errores de pronóstico del caudal entre el 10 y el 20%.

Por ejemplo, si se sustituye la ecuación (E1.1) en la ecuación (4.1) y se aplica la teoría de errores aceptando que $\in d_i$ (error de medida del diámetro intermedio de las partículas de sedimento) es del orden de $\pm 15\%$, resulta

$$\in Q_D = \pm \left[(\in T)^2 + (1,926 \in y)^2 + (0,5 \in S)^2 + (0,426 \in d_i)^2 \right]^{0,5} \quad (4.4)$$

ecuación en la que sustituyendo el resto de los errores considerados anteriormente se obtiene que $\in Q_D = \pm 12,3\%$, valor que supera moderadamente al error calculado para $\in Q_Q$.

4.4.3 Modelos con v como variable dependiente

4.4.3.1 Conjunto completo de datos

- 1- Al ordenar las tres ecuaciones ajustadas al conjunto completo de datos —una para cada percentil granulométrico considerado— en función de su capacidad de predicción se obtiene la secuencia (v_1) , (v_2) , (v_3) de acuerdo con el valor de los estadísticos E , E' y P . Únicamente el coeficiente de determinación (R^2) presenta un orden diferente (véanse las figuras H-61 y H-62). Por lo tanto, en general, puede afirmarse que la capacidad explicativa de las ecuaciones ajustadas aumenta con el percentil granulométrico. Atendiendo a los valores alcanzados por los índices estadísticos se advierte que las ecuaciones que incluyen d_{90} y d_{84} como variables independientes muestran un grado de ajuste muy similar, mientras que para la ecuación expresada en función de d_{50} dicho ajuste es claramente inferior.

Al igual que lo que se obtenía para las modelos que pronostican f , las ecuaciones expresadas en función de los percentiles granulométricos más gruesos alcanzan una capacidad de explicación de los datos mayor que las expresadas según el diámetro medio.

4.4.3.2 Subconjuntos resultantes de tomar S como variable de control

- 1- Del estudio de la clasificación de las ecuaciones de regresión de los dos subconjuntos definidos por S como variable de control en función del valor alcanzado por cada índice de ajuste se desprende que no se mantiene la secuencia observada en las ecuaciones derivadas con el conjunto completo de datos, es decir: (v_1) , (v_2) , (v_3) . Sin embargo, es posible advertir que para las ecuaciones ajustadas al subconjunto con $S \leq 0,008$ las que incluyen d_{84} como variable independiente se encuentran mayoritariamente en primera posición. Al analizar las regresiones del conjunto con $S > 0,008$ se advierte que predominantemente también la ecuación (v_2) se coloca en primera posición, mientras que en todos los casos la ecuación (v_3) presenta la menor capacidad predictiva. Consiguientemente, de nuevo puede afirmarse que las ecuaciones que incluyen los percentiles granulométricos más gruesos — d_{84} o d_{90} — ofrecen mejores resultados de predicción que la que incluye d_{50} .
- 2- Si se contrasta el grado de ajuste de las ecuaciones derivadas con la base completa de datos con las ajustadas a cada subconjunto de datos definidos por S como variable de control, se advierte que todas las ecuaciones de regresión sobre el subconjunto $S \leq 0,008$ incrementan su grado de ajuste —como se observa en las figuras comprendidas entre la H-63 y la H-68—. Por el contrario, no se aprecia un patrón predominante para el conjunto complementario, más allá de la disminución de la capacidad explicativa de la ecuación (v_3) para todos los estadísticos. Para el resto de ecuaciones no existe regularidad, pues dependiendo del estadístico dicha capacidad aumenta o disminuye.

La ausencia de una tendencia hegemónica respecto al incremento de la bondad de ajuste de las ecuaciones derivadas para ambos subconjuntos segmentados, no permite recomendar la adopción de modelos de predicción separados, por lo que es preferible el uso de las ecuaciones ajustadas al conjunto completo de datos.

- 3- De la comparación del ajuste de las ecuaciones de regresión a cada subconjunto entre sí se desprende que las derivadas con el subconjunto de valores inferiores de pendiente muestran una mayor capacidad predictiva. Dicha superioridad se manifiesta en mayor grado en las ecuaciones con d_{50} como variable independiente.

4.4.3.3 Subconjuntos resultantes de tomar y/d_{84} como variable de control

- 1- Si se estudia la jerarquía en el grado de ajuste de cada ecuación e índice estadístico para los dos subconjuntos definidos por la sumersión relativa como variable de control, se advierte que ambos siguen una secuencia predominante diferente. Efectivamente, mientras que para el subconjunto con valores inferiores de sumersión la secuencia hegemónica es $(v_2), (v_1), (v_3)$ —a excepción de la que muestra R^2 —, en cambio para el subconjunto complementario es la $(v_1), (v_2), (v_3)$, con la exclusión también de R^2 . En cualquier caso, ambas tienen en común la última posición de la ecuación función de d_{50} .
- 2- Si se contrasta el grado de ajuste de las ecuaciones derivadas con la base completa de datos con las desarrolladas mediante los dos subconjuntos de datos definidos por la sumersión relativa como variable de control, se puede apreciar que las tres ecuaciones de regresión sobre el subconjunto con $y/d_{84} > 4,0$ incrementan su grado de ajuste, independientemente del estadístico considerado —véanse las figuras comprendidas entre la H-69 y la H-74.—. Para la ecuación (v_2) ajustada al subconjunto con $y/d_{84} < 4,0$ también se incrementa el valor de los estadísticos de regresión, mientras que las ecuaciones (v_1) y (v_3) experimentan un descenso de su capacidad explicativa, de acuerdo con el valor de E^7 .

De nuevo la ausencia de un incremento generalizado de la bondad de ajuste de las ecuaciones derivadas para ambos subconjuntos segmentados, no compensa la adopción de modelos de predicción separados, por lo que es preferible el uso de las ecuaciones ajustadas al conjunto completo de datos. De todos modos, cabe advertir —según lo expuesto en § 2.7.2.2— que una de las ventajas del empleo de estos modelos es que no requieren la determinación directa de la profundidad media o radio hidráulico, puesto que dicha determinación puede ser difícil en ríos con sedimento acusadamente heterométrico y flujo macrorrugoso. Por consiguiente, a la hora de emplear ecuaciones ajustadas de acuerdo con dichos modelos se menoscaba su interés práctico si se deben aplicar las ecuaciones en subgrupos requiriendo el valor del calado.

- 3- Al comparar la capacidad de predicción entre sí de las ecuaciones desarrolladas con los dos subconjuntos generados al establecer la sumersión como variable de control, se deduce que para los tres modelos y para todos los índices estadísticos el grado de ajuste es mayor para el subconjunto con valores superiores de la sumersión relativa.

4.4.3.4 Subconjuntos resultantes de tomar τ/τ_c como variable de control

- 1- Al ordenar las ecuaciones ajustadas —una para cada percentil granulométrico considerado— a los dos subconjuntos definidos al tomar τ/τ_c como variable de control en función de su capacidad de predicción se obtiene una secuencia inversa para cada uno de dichos subconjuntos. En efecto, mientras que la secuencia para el subconjunto de lecho fijo y según todos los índices estadísticos es $(v_1), (v_2), (v_3)$, en

cambio para el subconjunto complementario es en todos los casos la exactamente la inversa.

- 2- Si se comparan, para cada modelo, las ecuaciones de regresión de los dos subconjuntos generados al tomar el índice de movilidad del sedimento como variable de control con las ecuaciones ajustadas a la base de datos total no es posible entresacar una tendencia dominante —véanse las figuras que comprenden desde la H-75 a la H-80—. Si se atiende al valor de R^2 se produce un descenso generalizado en el valor de los índices de ajuste. De acuerdo con el valor de E tiene lugar un incremento de la capacidad predictiva del subconjunto con $\tau/\tau_c \leq 1,0$, pero un descenso para el subconjunto complementario. Según el índice E' todas las ecuaciones de regresión —una por subconjunto y percentil granulométrico— experimentan un decremento de la capacidad explicativa; mientras que, por el contrario, en virtud del valor de P predomina, con excepciones, el incremento de dicha capacidad.

Por lo tanto, la ausencia de un aumento generalizado de la bondad de ajuste de las ecuaciones derivadas para ambos subconjuntos segmentados, no compensa la adopción de modelos de predicción separados, por lo que es preferible el uso de las ecuaciones ajustadas al conjunto completo de datos. No obstante, deber recordarse —según lo expuesto en § 2.7.2.2— que una de las ventajas del empleo de estos modelos es que no requieren la determinación directa de la profundidad media o radio hidráulico, lo que sería necesario a fin de calcular el valor de τ/τ_c .

- 3- De la comparación en lo concerniente a la capacidad de predicción de las ecuaciones derivadas con los dos subconjuntos generados al establecer τ/τ_c como variable de control entre sí, se advierte que es mayor el grado de ajuste del subconjunto de lecho fijo si se atiende a los índices relacionados con el error absoluto. Por el contrario se observa la tendencia opuesta de acuerdo con el valor de los estadísticos basados en el error relativo.

4.4.3.5 Selección, clasificación y comparación de modelos

4.4.3.5.1 Selección

Como se ha expuesto en los apartados anteriores, no se produce un aumento general y coherente de la capacidad predictiva que compense la adopción de las ecuaciones desarrolladas segmentadamente cuando se toma S como variable de control. En el caso de las variables de control y/d_{84} y τ/τ_c tampoco se produce un aumento de la bondad de ajuste general para los dos subconjuntos. Cabe recordar, sin embargo, que el ajuste segmentado en función las dos últimas citadas variables revestía menor interés práctico a la hora de aplicar las ecuaciones derivadas, habida cuenta de que se hace necesario determinar el valor del calado medio o radio hidráulico del flujo, lo que disminuye las ventajas de los modelos evaluados en ciertas circunstancias. Con base en lo expuesto en las líneas precedentes se han seleccionado finalmente las tres ecuaciones ajustadas a la base de datos campo completa.

4.4.3.5.2 Clasificación

La clasificación de las tres ecuaciones seleccionadas —las ajustadas a la base completa de datos— en función de los índices CAI, CBI y P se muestran en la tabla 4.15. La secuencia que se establece viene determinada por el percentil granulométrico considerado. Al igual que en el caso de las ecuaciones predictoras de f , se obtiene una mejor clasificación para los percentiles más gruesos. Sin embargo, dada la intervención de otras dos variables, Q y S , la diferencia en cuanto a los valores de los índices de clasificación no es muy acusada.

Tabla 4.15. Clasificación en función de CAI, CBI y P de las ecuaciones con v como variable dependiente.

Ecuación	Formulación	CAI	CBI	P
$v_{1.1.1}$	$v = 1,132 g^{0,156} S^{0,329} Q^{0,339} d_{90}^{-0,254}$	-1.673	-1.651	22,2
$v_{2.1.1}$	$v = 1,112 g^{0,147} S^{0,328} Q^{0,339} d_{84}^{-0,253}$	-1.672	-1.650	22,4
$v_{3.1.1}$	$v = 1,033 g^{0,115} S^{0,317} Q^{0,338} d_{50}^{-0,215}$	-1.412	-1.390	27,0

4.4.3.5.3 Comparación

Las únicas ecuaciones —de las que se tiene conocimiento— con las que es posible comparar las seleccionadas en este trabajo son las que obtuvo Rickenmann (1993) —ecuaciones (2.183) y (2.184)—. En este caso la ecuación (v_1) guarda bastante similitud con la derivada por el citado autor agrupando los datos con un valor de la pendiente inferior al 1,0%.

A efectos comparativos del error teórico, si la ecuación (E1.1) se sustituye en la ecuación de Darcy-Weisbach (considerando $R = y$) y se aplica la teoría de errores (Herschey, 1998), el error en el pronóstico de la velocidad media del flujo ($\in v$) puede calcularse como

$$\in v_D = \pm \left[(0,926 \in y)^2 + (0,5 \in S)^2 + (0,426 \in d_i)^2 \right]^{0,5} \quad (4.5)$$

Por otra parte, si se aplica la teoría de errores a la ecuación ($v_{1.1.1}$) se obtiene

$$\epsilon v_v = \pm \left[(0,339 \epsilon Q)^2 + (0,329 \epsilon S)^2 + (0,254 \epsilon d_i)^2 \right]^{0,5} \quad (4.6)$$

Sustituyendo $\epsilon y = \pm 5\%$, $\epsilon S = \pm 8\%$, $\epsilon Q = \pm 8\%$ y $\epsilon d_i = \pm 15\%$ —según Bathurst (1986)— en las ecuaciones (4.5) y (4.6) resulta $\epsilon v_D = \pm 8,9\%$ y $\epsilon v_v = \pm 5,4\%$, lo que permite avalar el empleo de las ecuaciones ajustadas con arreglo al modelo (v).

4.5. VALIDACIÓN

4.5.1 Validación cruzada del conjunto total de datos

En la tabla 4.17 se muestra el rango de variación, el valor promedio y el coeficiente de variación para las variables adimensionales más relevantes de los dos conjuntos (A1 y A2) generados para la validación cruzada de aquellos modelos ajustados empleando la base completa de datos, es decir, ascendiendo a 1.533 su número total —concretamente, se trata de los modelos (A), (B), (C), (D), (E), (F) y (G)—. Tales conjuntos se obtuvieron segmentando aleatoriamente el conjunto completo de datos en dos grupos mediante el programa SPSS. De la tabla 4.16 se desprende que la distribución entre registros de ríos y de laboratorio es prácticamente simétrica entre los dos subconjuntos de validación A1 y A2. De la observación de la tabla 4.17 se desprende que los conjuntos A1 y A2 de validación son equiparables en tal grado que las diferencias que pudieran existir entre las ecuaciones de regresión de un mismo modelo para los conjuntos A1 y A2, únicamente serían atribuibles a la disimilitud de la base empírica de ajuste en un grado muy reducido.

Con el fin de corroborar lo anterior se efectuó, empleando el programa SPSS, la prueba *F* para la igualdad de variancias y la prueba *T* para igualdad de promedios de dos muestras independientes a los conjuntos A1 y A2, para las variables mostradas en la tabla 4.17. Para cada una de las variables analizadas se acepta con holgura la igualdad de variancias y promedios al imponer un nivel de significación umbral de 0,05, tal y como se muestra en la tabla 4.18.

Tabla 4.16. Segmentación de los subconjuntos A1 y A2 de validación.

Conjunto	Número de datos totales	Número de datos de campo (%)	Número de datos de laboratorio (%)
A ₁	766	62,8	37,2
A ₂	767	61,7	38,3

Tabla 4.17. Resumen del análisis estadísticos de los subconjuntos A1 y A2 de validación.

Conjunto de datos	Parámetro	Mínimo	Máximo	Media	Cv (%)
Calibración N=1.533	$\sqrt{8/f}$ (-)	0,13	20,58	7,34	49,1
	y/d_{90} (-)	0,10	102,09	7,12	142,7
	y/d_{84} (-)	0,11	119,85	7,94	144,8
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$1,80 \cdot 10^{-2}$	147,4
	F (-)	0,03	4,87	0,68	74,2
	τ/τ_c (-)	0,00	19,28	1,18	147,9
Validación A ₁ N=766	$\sqrt{8/f}$ (-)	0,25	20,58	7,38	48,8
	y/d_{90} (-)	0,10	102,09	7,28	143,3
	y/d_{84} (-)	0,11	119,85	8,13	145,1
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$1,76 \cdot 10^{-2}$	147,2
	F (-)	0,03	4,87	0,66	72,7
	τ/τ_c (-)	0,01	19,28	1,13	148,5
Validación A ₂ N=767	$\sqrt{8/f}$ (-)	0,13	19,07	7,30	49,5
	y/d_{90} (-)	0,15	86,25	6,96	142,1
	y/d_{84} (-)	0,18	101,25	7,75	144,5
	S (-)	$9,00 \cdot 10^{-5}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$1,88 \cdot 10^{-2}$	147,3
	F (-)	0,04	4,43	0,68	77,9
	τ/τ_c (-)	0,00	18,40	1,18	143,4

Nota: Los estadísticos de las variables S , F y τ/τ_c se han calculado con un conjunto de 1.483 datos.

Tabla 4.18. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos A1 y A2 de validación.

Parámetro	F Significación	T Significación
$\sqrt{8/f}$ (-)	0,592	0,685
y/d_{90} (-)	0,466	0,545
y/d_{84} (-)	0,415	0,520
S (-)	0,091	0,366
F (-)	0,186	0,447
τ/τ_c (-)	0,373	0,654

Nota: Los estadísticos de las variables S , F y τ/τ_c se han calculado con un conjunto de 1.483 datos.

El resultado de la validación cruzada de las ecuaciones de ajuste al conjunto completo de datos ($n= 1.533$) se muestra en la tabla K-1. De la comparación de la citada tabla con la tabla E-1 se desprende que los valores de los índices estadísticos obtenidos en la fase de validación cruzada son en los siete modelos —aquellos en los que no se incluyen las variables F , S o v — prácticamente idénticos a los resultantes en la fase de calibración, lo que refrenda la precisión de la capacidad predictiva de los modelos ajustados.

4.5.2 Validación cruzada del conjunto de datos con n=1.483

En la tabla 4.18 se muestran el rango de variación, el valor promedio y el coeficiente de variación para las variables adimensionales más relevantes de los dos conjuntos (B1 y B2) generados para la validación cruzada de aquellos modelos ajustados empleando el conjunto integrado por 1.483 datos, resultado de eliminar los registros de Limerinos (1970) —modelos (H), (I), (J), (K), (L), (M), (N) y (O)—. Tales conjuntos se obtuvieron segmentando aleatoriamente el conjunto completo de datos en dos grupos mediante el programa SPSS. De la tabla 4.19 se desprende, al igual que en el caso anterior, que la distribución entre registros de campo y de laboratorio es prácticamente simétrica entre los dos subconjuntos de validación B1 y B2. De igual modo que en el caso anterior, a partir de la observación de la tabla 4.20 se infiere que los conjuntos B1 y B2 de validación son equiparables por lo que el efecto de la disparidad de ambos subconjuntos provocaría diferencias despreciables o muy pequeñas entre las ecuaciones de regresión de validación de cada modelo.

Con el objeto de refrendar lo anterior se ha llevado a cabo la prueba F para la igualdad de variancias y la prueba T para igualdad de promedios de dos muestras independientes aplicada a los conjuntos B1 y B2, para cada una de las variables mostradas en la tabla 4.20, El resultado de tales pruebas indica la igualdad de ambos parámetros para un nivel de significación de 0,05 con un elevado margen, tal y como se pone de manifiesto en la tabla 4.21.

Tabla 4.19. Segmentación de los subconjuntos B1 y B2 de validación.

Conjunto	Número de datos totales	Número de datos de campo (%)	Número de datos de laboratorio (%)
B1	741	61,0	39,0
B2	742	60,9	39,1

Tabla 4.20. Resumen del análisis estadísticos de los subconjuntos B1 y B2 de validación.

Conjunto de datos	Parámetro	Mínimo	Máximo	Media	Cv (%)
Calibración N=1.483	$\sqrt{8/f}$ (-)	0,13	20,58	7,35	49,3
	y/d_{90} (-)	0,10	102,09	7,10	142,6
	y/d_{84} (-)	0,11	119,85	7,90	144,8
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$1,82 \cdot 10^{-2}$	147,4
	F (-)	0,03	4,87	0,68	74,2
	τ/τ_c (-)	0,00	19,28	1,18	147,9
	Validación B ₁ N=741	$\sqrt{8/f}$ (-)	0,25	20,58	7,42
y/d_{90} (-)		0,16	102,09	7,07	140,6
y/d_{84} (-)		0,20	119,85	7,85	142,7
S (-)		$1,00 \cdot 10^{-5}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$1,77 \cdot 10^{-2}$	147,5
F (-)		0,03	4,15	0,68	70,6
τ/τ_c (-)		0,00	15,41	1,16	140,5
Validación B ₂ N=742		$\sqrt{8/f}$ (-)	0,13	17,59	7,27
	y/d_{90} (-)	0,10	84,35	7,14	144,6
	y/d_{84} (-)	0,11	98,79	7,95	147,0
	S (-)	$8,50 \cdot 10^{-5}$	$2,00 \cdot 10^{-1}$	$1,88 \cdot 10^{-2}$	146,8
	F (-)	0,04	4,87	0,67	77,6
	τ/τ_c (-)	0,01	19,28	1,21	154,5

Tabla 4.21. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos B1 y B2 de validación.

Parámetro	F Significación	T Significación
$\sqrt{8/f}$ (-)	0,975	0,408
y/d_{90} (-)	0,600	0,900
y/d_{84} (-)	0,499	0,857
S (-)	0,105	0,431
F (-)	0,378	0,877
τ/τ_c (-)	0,341	0,628

El resultado de la validación cruzada de las ecuaciones de ajuste al conjunto completo de datos ($n= 1.483$) se muestra en la tabla K-1. De la comparación de la citada tabla con la tabla E-1 se desprende que los valores de los índices estadísticos obtenidos en la fase de validación cruzada son en los ocho modelos —aquellos en los que se incluyen las variables F , S o v — prácticamente idénticos a los resultantes en la fase de calibración, lo que refrenda la precisión de la capacidad predictiva de los modelos ajustados.

4.5.3 Validación cruzada de base con datos de campo (N=904)

En la tabla 4.22 se muestran el rango de variación, el valor promedio y el coeficiente de variación para las variables adimensionales más relevantes de los dos conjuntos (C1 y C2) generados para la validación cruzada de aquellos modelos ajustados empleando la base de

datos integrada únicamente por datos de campo y eliminando los registros de Limerinos (1970). En la tabla 4.23 se presentan los mismos parámetros estadísticos pero para aquellas variables involucradas en las ecuaciones que toman Q y v como variable respuesta. Tales conjuntos se obtuvieron segmentando aleatoriamente el conjunto completo de datos en dos grupos mediante el programa SPSS. A partir de la observación de las tablas 4.22 y 4.23 se infiere que los conjuntos C1 y C2 de validación son equiparables, por lo que el efecto de la disparidad de ambos subconjuntos provocaría diferencias despreciables o muy pequeñas entre las ecuaciones de regresión de validación de cada modelo.

La prueba F para la igualdad de variancias y la prueba T para igualdad de promedios de dos muestras independientes aplicada a los conjuntos C1 y C2, para cada una de las variables mostradas en las tablas 4.22 y 4.23, permite aceptar la igualdad de ambos parámetros para un nivel de significación de 0,05 con un elevado margen, tal y como se pone de manifiesto en la tabla 4.24. La única excepción la representa el número de Froude, para la que se rechaza —a un nivel de significación de 0,05— la igualdad de variancias, aunque sí que es posible aceptar la igualdad de medias para el citado nivel de significación si no se asume igualdad de variancias.

Tabla 4.22. Resumen del análisis estadísticos de los subconjuntos C1 y C2 de validación.

Conjunto de datos	Parámetro	Mínimo	Máximo	Media	Cv (%)
Calibración N=904	$\sqrt{8/f}$ (-)	0,13	20,58	6,68	54,9
	y/d_{90} (-)	0,10	102,09	6,71	166,0
	y/d_{84} (-)	0,11	119,8	7,81	166,0
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$1,60 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-2}$	146,1
	F (-)	0,03	1,26	0,45	46,5
	τ/τ_c (-)	0,00	6,37	0,56	112,4
Validación C ₁ N=452	$\sqrt{8/f}$ (-)	0,25	20,58	6,79	54,2
	y/d_{90} (-)	0,16	102,09	6,60	164,1
	y/d_{84} (-)	0,20	119,85	7,67	164,1
	S (-)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$1,25 \cdot 10^{-1}$	$1,04 \cdot 10^{-2}$	138,2
	F (-)	0,03	1,26	0,45	44,4
	τ/τ_c (-)	0,00	5,62	0,56	110,7
Validación C ₂ N=452	$\sqrt{8/f}$ (-)	0,13	17,59	6,59	55,4
	y/d_{90} (-)	0,10	84,35	6,82	168,1
	y/d_{84} (-)	0,11	98,79	7,94	13,35
	S (-)	$8,50 \cdot 10^{-5}$	$1,60 \cdot 10^{-1}$	$1,14 \cdot 10^{-2}$	152,8
	F (-)	0,04	1,24	0,44	50,0
	τ/τ_c (-)	0,01	6,37	0,57	114,5

Tabla 4.23. Resumen del análisis estadísticos de los subconjuntos C1 y C2 de validación.

Conjunto de datos	Parámetro	Mínimo	Máximo	Media	Cv (%)
Calibración N=904	Q (m ³ /s)	$3,50 \cdot 10^{-3}$	$8,21 \cdot 10^3$	$9,22 \cdot 10$	496,2
	v (m/s)	0,04	4,31	1,16	65,5
	A (m ²)	0,05	3.737,32	46,73	430,4
	R (m)	0,03	6,92	0,80	105,0
	S (m/m)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$1,60 \cdot 10^{-1}$	$1,09 \cdot 10^{-2}$	146,1
	d_{90} (m)	0,03	1,08	0,25	83,1
	d_{84} (m)	0,02	0,92	0,22	83,9
	d_{50} (m)	0,01	0,51	0,11	88,1
Validación C ₁ N=452	Q (m ³ /s)	$3,50 \cdot 10^{-3}$	$8,21 \cdot 10^3$	$9,72 \cdot 10$	524,6
	v (m/s)	0,05	4,29	1,18	63,2
	A (m ²)	0,07	3.262,00	48,94	425,1
	R (m)	0,05	6,92	0,81	102,1
	S (m/m)	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$1,25 \cdot 10^{-1}$	$1,04 \cdot 10^{-2}$	137,8
	d_{90} (m)	0,03	1,08	0,25	79,1
	d_{84} (m)	0,03	0,92	0,22	80,5
	d_{50} (m)	0,01	0,51	0,11	86,0
Validación C ₂ N=452	Q (m ³ /s)	$4,00 \cdot 10^{-3}$	$7,22 \cdot 10^3$	$8,72 \cdot 10$	457,5
	v (m/s)	0,04	4,31	1,14	68,4
	A (m ²)	0,05	3.737,32	44,51	435,54
	R (m)	0,03	6,83	0,79	107,59
	S (m/m)	$8,50 \cdot 10^{-5}$	$1,60 \cdot 10^{-1}$	$1,14 \cdot 10^{-2}$	152,8
	d_{90} (m)	0,03	1,08	0,25	88,0
	d_{84} (m)	0,02	0,92	0,22	86,4
	d_{50} (m)	0,01	0,51	0,11	91,6

Tabla 4.24. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos C1 y C2 de validación.

Parámetro	F Significación	T Significación
$\sqrt{8/f}$ (-)	0,528	0,338
y/d_{90} (-)	0,500	0,754
y/d_{84} (-)	0,526	0,766
S (-)	0,114	0,353
F (-)	0,017	0,534
τ/τ_c (-)	0,616	0,863
Q (m ³ /s)	0,725	0,743
v (m/s)	0,745	0,397
A (m ²)	0,727	0,740
R (m)	0,920	0,778
d_{90} (m)	0,282	0,967
d_{84} (m)	0,405	0,973
d_{50} (m)	0,682	0,689

El resultado de la validación cruzada de los modelos que toman Q como variable dependiente se presenta en la tabla K-2. Si comparamos el valor de los índices estadísticos que se muestran en la citada tabla y los que aparecen en la tabla E-6 se deduce que, con la excepción de R^2 y E , el valor no difiere prácticamente entre las ecuaciones calibradas y su validación. En cambio el valor de R^2 incluso se incrementa para las ecuaciones de validación, mientras que E es el único índice que experimenta una reducción significativa en su valor validado respecto al calibrado. No obstante, dado que para el resto de los estadísticos los valores obtenidos en la verificación son satisfactorios, puede considerarse avalada la precisión de los tres modelos evaluados.

El resultado de la validación cruzada de las ecuaciones de ajuste para las que v es la variable dependiente se muestra en la tabla K-3. De la comparación de la citada tabla con la tabla E-10 se desprende que los valores de los índices estadísticos obtenidos en la fase de validación cruzada son para las tres ecuaciones evaluadas —una para cada percentil granulométrico considerado— muy similares a los resultantes en la fase de calibración, lo que refrenda la precisión de la capacidad predictiva de los modelos ajustados.

5

Conclusiones

Relativas a las ecuaciones con f como variable dependiente

Conjunto completo de datos

En líneas generales, los modelos evaluados se ajustan mejor cuanto mayor es el percentil granulométrico en función del cual se expresa la sumersión relativa del flujo. Es decir, que la capacidad explicativa de las ecuaciones ajustadas sigue un orden decreciente con el percentil, por lo que ésta es superior para d_{90} que para d_{84} y en ambos casos sensiblemente superior que para d_{50} . Ello ocurre tanto para el conjunto completo de datos como para los subconjuntos de segmentación. Mayoritariamente, las excepciones a la tendencia expuesta se dan en casos con un ligero mejor ajuste al emplear d_{84} en vez de d_{90} , aunque en ambos superior al alcanzado con d_{50} . Dicha tendencia se da de forma más acusada cuando la sumersión relativa del flujo es la única variable independiente, es sensiblemente menor cuando se incluye como variable independiente F y se invierte ligeramente en el caso de F^* . Por consiguiente, en el caso de modelos que incluyan como factor explicativo un percentil granulométrico del sedimento, se recomienda la aplicación de aquellos ajustados con percentiles gruesos (frecuentemente d_{84} o d_{90}) frente a los derivados con diámetros medios de la muestra (p. ej d_{50} o d_m).

Los modelos evaluados muestran un ligero mejor ajuste para las regresiones que expresan la sumersión relativa del flujo en función del calado medio (y) que para las que lo hacen mediante el radio hidráulico (R). Lo anterior se cumple para los tres percentiles granulométricos analizados. Debe tenerse presente, sin embargo, que para la mayoría de datos se ha adoptado el mismo valor de R e y ; mientras que para el resto, en general, es muy similar, en cuanto que la relación T/y es elevada.

Segmentación campo-laboratorio

Los modelos evaluados muestran ecuaciones de regresión que alcanzan ostensiblemente un mejor ajuste para el subconjunto de datos de canales de laboratorio que para el subconjunto integrado por registros en ríos.

Dado un modelo, se aprecia globalmente una mayor diferencia entre las ecuaciones derivadas con datos de campo y de laboratorio cuando se emplea d_{50} como tamaño característico del sedimento que cuando se utiliza d_{84} o d_{90} .

Para los modelos que incluyen la sumersión relativa del flujo como única variable explicativa, dado un valor de ésta, las ecuaciones ajustadas a los datos de campo pronostican una ligera mayor resistencia al flujo que las derivadas con el subconjunto integrado por registros en canales de laboratorio.

Al imponer la ecuación de Keulegan no se halla correlación entre, por una parte, el multiplicador granulométrico de la aspereza equivalente (α) y, por otra parte, la clasificación granulométrica del sedimento y la sumersión relativa del flujo. Lo anterior acontece tanto para los datos de campo como para los datos de laboratorio.

Segmentación en función de S y de y/d_{84}

Se ha comprobado, en líneas generales, que la capacidad explicativa de las ecuaciones ajustadas a los subconjuntos generados al tomar S y y/d_{84} como variables de control no compensa dicha segmentación frente al empleo de las ecuaciones obtenidas mediante el conjunto completo de datos —a pesar de las excepciones particulares detectadas—. Por lo tanto, es preferible el empleo de las ecuaciones derivadas mediante el conjunto completo de datos.

Las ecuaciones que cuentan como única variable independiente la sumersión relativa del flujo ajustadas al conjunto de datos con $S > 0,008$ pronostican mayor resistencia al flujo que las derivadas con datos de menor pendiente, si se comparan en el intervalo de sumersión común.

En relación a los modelos fundamentados en leyes de distribución de velocidad, no se constata una mayor capacidad predictiva de las ecuaciones desarrolladas expresamente en base a la hipótesis de flujo macrorrugoso frente al resto, cuando ambos tipos se ajustan al conjunto con $y/d_{84} < 4,0$. Por el contrario, si para dichos modelos se extrapolan las ecuaciones de ajuste a cada subconjunto de segmentación en función de la sumersión en el intervalo del conjunto complementario, puede observarse una gran diferencia en la predicción en el subconjunto con $y/d_{84} < 4,0$. De todo lo anterior, se deduce que tiene mayor trascendencia a la hora de aplicar las ecuaciones el respeto al intervalo experimental de ajuste que la adecuación teórica del modelo al rango de sumersión.

Segmentación en función del caudal sólido

El ajuste segmentado de los datos de laboratorio tomando como variable categórica de control la ocurrencia de transporte sólido no da lugar a una mejora de la capacidad predictiva de los dos subconjuntos considerados.

Las ecuaciones de regresión ajustadas a los datos de laboratorio con caudal sólido alcanzan una ligera mayor capacidad predictiva que las correspondientes a lecho fijo. Por consiguiente, para concentraciones volumétricas de flujo sólido mayoritariamente inferiores al 1% puede prescindirse —desde un punto de vista práctico— de aquellos modelos que contemplan expresamente en su formulación teórica la detracción de ímpetu provocada por el transporte sólido y que tienen el importante inconveniente de requerir la estimación de la carga sólida del flujo.

La ecuación derivada al ajustar cada modelo a la base de datos con transporte de sedimento, pronostica mayor resistencia al flujo para el mismo valor de sumersión que la correspondiente al subconjunto de lecho fijo. Por consiguiente, se manifiesta un incremento de la resistencia al flujo causada por la detracción de ímpetu del flujo por parte de las partículas en movimiento, aunque, sin embargo, dadas las reducidas concentraciones el efecto en general es ligero.

Clasificación y validación de modelos

Se advierte una mejor clasificación de aquellas ecuaciones que incluyen variables adicionales además de la sumersión relativa (S y/o F), tanto para los modelos de tipo logarítmico como de tipo potencial. Entre éstas destacan por su mejor comportamiento las correspondientes a modelos que incluyen el número de Froude. Lo anterior debe tomarse con precaución debido a la relación funcional próxima existente entre f , F y S y que puede ser motivo de contribución espuria a la mayor capacidad explicativa. No obstante, para los datos de ajuste no se ha detectado dependencia estadística, ni para los registros de campo ni para los de laboratorio, si se correlaciona F con $\sqrt{8/f}$.

En el marco de las ecuaciones de tipo logarítmico que incluyen la sumersión relativa del flujo como única variable independiente, puede afirmarse que no se produce un predominio claro de los modelos aptos para flujo macrorrugoso frente al modelo simplificado (A).

Cabe destacar el mal resultado mostrado por el modelo (O) —mal resultado que también presenta respecto al resto de modelos para la condición de transporte de fondo, situación para la que teóricamente fue propuesta— y, particularmente, por el modelo lineal (G). Por consiguiente, se recomienda la aplicación de las ecuaciones que se relacionan en las tablas J1 y J2—ajustadas, por lo tanto, con los percentiles granulométricos más gruesos (d_{84} y d_{90})—, a excepción de la calibrada con arreglo al modelo (G).

Los valores de los índices estadísticos obtenidos en la fase de validación cruzada son en los quince modelos prácticamente idénticos a los resultantes en la fase de calibración, lo que refrenda la precisión de la capacidad predictiva de los modelos ajustados.

Relativas a modelos con Q como variable dependiente

Se obtiene un mejor ajuste para ecuaciones en las que el exponente de S varía con una función logarítmica de dicha variable. En cambio, no compensa la imposición de un exponente de A con valor superior a 1,0 si, además, no va acompañado de un exponente de S función de su logaritmo.

No se da un incremento generalizado de la capacidad predictiva que compense el desarrollo segmentado de las ecuaciones cuando se toma S , y/d_{84} o τ/τ_c como variable de control, por lo

cual se recomienda la aplicación de las ecuaciones ajustadas a la base de datos campo completa (relacionadas en la tabla 4.14), especialmente de las dos primeras clasificadas. Sin embargo, debe evitarse dicha aplicación cuando se sepa que Q es inferior $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ y deben tomarse con precaución pronósticos de Q inferiores a $0,2\text{-}0,3 \text{ m}^3/\text{s}$, puesto que existe una importante probabilidad de sobreestimación elevada.

La comparación del valor de los índices estadísticos resultado de la validación cruzada con los obtenidos en la fase de calibración permite considerar avalada la precisión de los tres modelos evaluados.

Modelos con v como variable dependiente

Al igual que lo obtenido para los modelos que pronostican f , las ecuaciones expresadas en función de los percentiles granulométricos más gruesos alcanzan una capacidad de explicación de los datos mayor que las expresadas según el diámetro medio, aunque la diferencia es inferior.

No se da un aumento general y coherente de la bondad de ajuste que compense la adopción de las ecuaciones desarrolladas segmentadamente cuando se toma S , y/d_{84} o τ/τ_c como variables de control, por lo que se recomienda la aplicación de las ecuaciones ajustadas a la base de datos campo completa (relacionadas en la tabla 4.15), especialmente de las dos expresadas en función de los percentiles más gruesos (d_{84} y d_{90}).

Los valores de los índices estadísticos obtenidos en la fase de validación cruzada son para las tres ecuaciones evaluadas —una para cada percentil granulométrico considerado— muy similares a los resultantes en la fase de calibración, lo que refrenda la precisión de la capacidad predictiva de los modelos ajustados.

Recomendaciones para futuras investigaciones

Ciertas cuestiones no han podido ser investigadas con mayor detenimiento, ya sea porque suponían una excesiva extensión de la presente tesis o bien porque trascendían sus objetivos. En los siguientes párrafos se apuntan algunas de las futuras vías de investigación que contribuirían a mejorar la capacidad de predicción de la resistencia al flujo en ríos de montaña:

- Ampliación progresiva de la base de datos generada en la presente tesis —tanto mediante revisión y actualización bibliográfica como con registros propios— acometiendo un mayor esfuerzo en el intervalo macrorrugoso (especialmente para $y/d_{84} < 1,0$ dada su menor frecuencia experimental). La medición de velocidad para flujos de sumersión muy reducida en ríos de material grueso heterométrico requerirá preferentemente la aplicación de la técnica de trazadores.
- Investigación de la capacidad explicativa alcanzada por modelos en los que la sumersión relativa del flujo (o la aspereza equivalente) se expresa en función de parámetros estadísticos del Modelo Digital de Elevaciones (MDE) del lecho. Ello requiere la creación de un base de datos para los que se disponga del MDE, y no solamente del valor de los percentiles granulométricos del sedimento. Desde un punto de vista de aplicación ingenieril, la obtención del MDE en tramos de ríos mediante perfilómetros —ya sean láser o mecánicos— o fotogrametría es actualmente inabordable, por lo que debería investigarse

la viabilidad de técnicas alternativas, como, por ejemplo, aquellas basadas en la cobertura de la superficie del lecho con material granular de volumen conocido.

- Investigación del efecto del ajuste segmentado (tomando como variables de control S e y/d_i) a datos de laboratorio, por una parte, y a datos de campo, por otra, en la capacidad de predicción de los diferentes modelos.
- Desarrollo y ajuste de modelos de pronóstico integrado de capacidad de transporte de acarreo y resistencia al flujo en ríos de grava, a fin de que sean coincidentes en cuanto a base empírica las ecuaciones de cálculo de transporte sólido de fondo y de resistencia.
- Ajuste, para ríos de grava y de montaña, de ecuaciones englobadas en el concepto de Geometría Hidráulica, es decir, aquellas que describen la variación de la profundidad, velocidad y ancho superficial con el caudal circulante. Habida cuenta de las características de la base de datos disponible, la investigación debería restringirse fundamentalmente en la variación de caudal para un mismo tramo de cauce. Debería analizarse, asimismo, la influencia de la diferente morfología del lecho en el valor de los coeficientes de ajuste.
- Ajuste de ecuaciones que tomen el caudal como variable dependiente y sin intervención explícita de coeficiente de resistencia (análogas a las tratadas en § 2.7.2.1) a un conjunto de datos integrado únicamente por registros correspondientes al nivel de cauce de aguas altas (*bankfull*). El propósito de ello es disponer de ecuaciones de tipo «régimen» para ríos de grava y de montaña.

6

Referencias bibliográficas

- Aberle, J.; Dittrich, A. y Nestmann, F.** (1999-a): "Description of steep stream roughness with the standard deviation s ", en *Proceedings of the XXVIII IAHR Congress*, Graz.
- Aberle, J.; Dittrich, A. y Nestmann, F.** (1999-b): "Estimation of gravel-bed river flow resistance, discussion", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 125, 12, pp. 1315-1319.
- Aberle, J. y Smart, G.M.** (2003): "The influence of roughness structure on flow resistance on steep slopes", en *Journal of Hydraulic Research*. 41, 3, pp. 259-269.
- Abrahams, A.D.; Li, G. y Atkinson, J.** (1995): "Steep-pool streams: Adjustment to maximum flow resistance", en *Water Resources Research*, 31, 10, pp. 2593-2602.
- Abt, S.R.; Wittler, R.J.; Ruff, J.F. y Khattak, M.S.** (1988): "Resistance to flow over riprap in steep channels", en *Water Resources Bulletin*. 24, 6, 1193-1200.
- Ackers, P. y White, W.R.** (1973): "Sediment Transport New Approach and Analysis", en *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE. 99, 11, pp. 2041-2060.
- Afzalimehr, H. y Anctil, F.** (1998): "Estimation of gravel-bed river flow resistance", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 124, 10, pp. 1054-1058.
- Aguirre-Pe, J. y Fuentes, R.** (1990): "Resistance to flow in steep rough streams", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 116, 11, pp.1374-1386.
- Alam, A.M.Z. y Kennedy, J.F.** (1969): "Friction factors for flow in sand-bed channels", en *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE. 95, 6, pp. 1973-1992.
- Anderson, A.; Paintal, A. y Davenport, J.** (1970): "Tentative design procedure for riprap lined channels. *NCHRP Rep. 108*, Highway. Research Board, National Academy of Engineering, Washington, D.C.
- Andrews, E.D.** (1984): "Bed-material entrainment and hydraulic geometry of gravel-bed rivers in Colorado", en *Geological Society of America Bulletin*. 95, pp. 371-378.

- Arcement, G.J. y Schneider, V.R.**, (1989) *Guide for selecting Manning's roughness coefficients for natural channels and floodplain*. U. S. Geological Survey Water Supply Paper 2339.
- Baiamonte, G. y Ferro, V.** (1997): "The influence of roughness geometry and Shields parameter on flow resistance in gravel-bed channels", en *Earth Surface Processes and Landforms*. 22, pp. 759-722.
- Barnes, H.H.** (1967): *Roughness characteristics of natural channels*. U.S. Water-Supply Paper 1849.
- Bathurst, J. C** (1978): "Flow Resistance of Large-Scale Roughness", en *Journal of The Hydraulics Division*. 104, 12, pp. 1587-1603.
- Bathurst, J.C., Li, R.M y Simons, D.B.** (1981): "Resistance equation for large-scale roughness", en *Journal of the Hydraulics Division*. 107, 12, pp. 1593-1613.
- Bathurst, J.C.** (1982-a): "Theoretical aspects of flow resistance", en Hey, R.D.; Bathurst, J.C. y Thorne, C.R. (Eds.): *Gravel bed rivers*. Wiley, pp. 83-108.
- Bathurst, J.C.** (1982-b): "Flow resistance in boulder-bed streams", en Hey, R.D.; Bathurst, J.C. y Thorne, C.R. (Eds.): *Gravel bed rivers*. Wiley, pp. 443-465.
- Bathurst, J.C.** (1985-a): "Flow resistance estimation in mountain rivers" en *Journal the Hydraulic Engineering*. 111, 4, pp. 625-643.
- Bathurst, J.C.** (1985-b): *Literature review of some aspects of gravel-bed rivers*. Institute of Hydrology, Wallingford Oxfordshire.
- Bathurst, J.C.** (1986): "Slope-area discharge gaging in mountain rivers" en *Journal the Hydraulic Engineering*. 112, 5, pp. 376-391.
- Bathurst, J.C.** (1993): "Flow resistance through the channel network", en Beven, K.; Kirkby, M.J. (Eds.): *Channel network hydrology*. Wiley.
- Bathurst, J.C.** (1997): "Environmental River Flow Hydraulics", en Thorne, C.R.; Hey, R.D. y Newson, M.D. (Eds.): *Aplied Fluvial Geomorphology for River Engineering and Management*. Wiley.
- Bathurst, J.C.** (2002): "At-a-site variation and minimum flow resistance for mountain rivers", *Journal of Hydrology*. 269, pp. 11-26.
- Bayazit, M.** (1976): "Free surface flow in a channel of large relative roughness" en *Journal of Hydraulic Research*. 14, 2, pp 115-125.
- Bennett, S.J. y Bridge, J.S.** (1995): "The geometry and dynamics of low-relief bed forms in heterogeneous sediment in a laboratory channel, and their relationship to water flow and sediment transport", en *Journal of Sedimentary Research*. A65, 29-39.
- Bergeron, N.E. y Carbonneau, P.** (1999): "The effect of sediment concentration on bedload roughness", en *Hydrological Processes*. 13, pp. 2583-2589.
- Bettess, R.** (1999): "Flow resistance equations for gravel bed rivers", en *Proceedings of the XXVIII IAHR Congress*, Graz.
- Biron, P.M.; Lane, S.N.; Roy, A.G.; Bradbrook, K.F. y Richards, K.S.** (1998): "Sensitivity of bed shear stress estimated from vertical velocity profiles: the problem of sampling resolution", en *Earth Surface Processes and Landforms*. 23, pp. 133-139.
- Bjerklie, D.M.; Dingman, S.L.; Vorosmarty, C.J.; Bolster, C.H. y Congalton, R.G.** (2003): "Evaluating the potential for measuring river discharge from space", en *Journal of Hydrology*. 278, pp. 17-38.
- Blodgett, J.C.** (1986): "Rock riprap design for protection of stream channels near highway structures", en *US Geological Survey Water-Resources Investigations*. Report 86-4127. Washington, D.C.: Department of the Interior.
- Bray, D.I.** (1979): "Estimating average velocity in gravel-bed rivers", en *Journal the Hydraulics Division*. 105, 9, pp. 1103-1122.

- Bray, D.I.** (1982): "Flow resistance in gravel-bed rivers", en Hey, R.D.; Bathurst, J.C. y Thorne, C.R. (Eds.): *Gravel bed rivers*. Wiley, pp. 109-137.
- Bruschin, J.** (1982): "Flow resistance in coarse gravel bed rivers, discussion", en *Journal of the Hydraulics Division*. 108, 6, pp. 618-619.
- Bunte, K. y Abt, S. R.** (2001): *Sampling surface and subsurface particle-size distributions in wadable gravel- and cobble-bed streams for analyses in sediment transport, hydraulics, and streambed monitoring*. Gen. Tech. Rep. RMRS-GTR-74. Fort Collins, CO: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Rocky Mountain Research Station. 428 pp.
- Burkham, D.E. y Dawdy, D.R.** (1976): "Resistance Equation for Alluvial-Channel Flow", en *Journal of The Hydraulics Division*. 102-10, pp. 1.479-1.489.
- Burnham, M.W. y Davis, D.W.** (1990): "Effects of data errors on computed steady-flows profiles", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 116, 7, pp. 914-929.
- Byrd, T.C.; Furbish, D.J. y Warburton, J.** (2000): "Estimating depth-averaged velocities in rough channels", en *Earth Surface Processes and Landforms*. 25, pp. 167-173.
- Cao, H.H.** (1985): *Résistance hydraulique d'un lit de gravier mobile à pente raide; étude expérimentale*. Thèse n° 589 (1985). École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- Carling, P.A.** (1992): "In-stream hydraulics and sediment transport", en Calow, P. y Petts, G. E. (Eds.): *The rivers handbook. Hydrological and ecological principles*. Vol. I. Blackwell Science. Oxford. pp. 101-125.
- Carling, P.A.; Williams, J.J.; Kelsey, A.; Glaister, M.S. y Orr, H.G.** (1998): "Sensitivity of bed shear stress estimated from vertical velocity profiles: the problem of sampling resolution", en *Earth Surface Processes and Landforms*. 23, pp. 141-157.
- Chadwick, A. y Morfett, J.** (1998): *Hydraulics in civil and environmental engineering*. E&FN Spon. Londres. 600 pp.
- Chanson, H.** (2001): *The hydraulics of open channel flow*. Butterworth –Heinemann. Oxford. 495 pp.
- Charlton, F.G.; Brown, P.M. y Benson, R.W.** (1978): *The hydraulic geometry of some gravel rivers in Britain*. Report N° IT 180. Hydraulics Research Station, Wallingford.
- Chen, C.L.** (1991): "Unified theory on power laws for flow resistance", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 117, 3, pp. 371-389.
- Chen, C.L.** (1992): "Power law of flow resistance in open channels: Manning's formula revisited", en Yen, B.C.: *Channel flow resistance: Centennial of Manning's formula*. Water Resources Publications. Littleton, USA, pp. 206-240.
- Chow, V.T.** (1959): *Hidráulica de canales abiertos*. McGraw-Hill.
- Church, M.; Wolcott, J. y Maizels, J.** (1990): "Palaeovelocity: a parsimonious proposal", en *Earth Surface Processes and Landforms*. Vol. 15, pp. 475-480.
- Church, M.** (1992): "Channel morphology and typology", en Calow, P. y Petts, G. E. (Eds.): *The rivers handbook. Hydrological and ecological principles*. Vol. I. Blackwell Science. Oxford. pp. 126-143.
- Clifford, N.J.; Robert, A. y Richards, K.S.** (1992): "Estimation of Flow Resistance in Gravel-Bedded Rivers: A Physical Explanation of The Multiplier of Roughness Length", en *Earth Surface Processes and Landforms*. 17, pp. 111-126.
- Coleman, N.L.** (1981): "Velocity profiles with suspended sediment", en *Journal of Hydraulic Research*. 19, 3, pp. 211-229.
- Coleman, N.L. y Alonso, C.** (1983): "Two-dimensional channel flows over rough surfaces", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 109, 2, pp. 175-188.
- Coles, D.E.** (1956): "The law of the wake in the turbulent boundary layer", en *Journal of Fluid Mechanics*. 1, pp 191-226
- Colosimo, C; Copertino, V.A y Veltri, M.** (1988): "Friction Factor Evaluation in Gravel-Bed Rivers", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 114, 8, pp. 861-876.

- Colosimo, C; Veltri, M. y Mendicino, G.** (1992): "Froude number in evaluation of resistance coefficient in natural rivers", en Yen, B.C.: *Channel flow resistance: Centennial of Manning's formula*. Water Resources Publications. Littlelton, USA, pp. 309-317.
- Comisión Europea** (2000): *Las Políticas estructurales y los territorios de Europa: la montaña*. Oficina de Publicaciones Oficiales de las Comunidades Europeas, Luxemburgo.
- Costa, J.E.** (1984): "Physical geomorphology of debris flow", en Costa, J.E. y Fleisher, P.J. (Eds.) *Development and application of geomorphology*. Springer-Verlag. Berlin, pp. 268-317.
- Cowan, W.L.** (1956): "Estimating hydraulic roughness coefficients", en *Agricultural Engineering*, 37, 7, pp. 473-475.
- Crusellas, J.** (2000): *Estudi de paràmetres i morfologies fluvials per a ajustar les estimacions de rugositat en càlculs de resistència al flux*. Treball final de carrera de Enginyeria Tècnica Forestal. ETS d' Enginyeria Agrària. Universitat de Lleida.
- Dingman, S.L. y Sharma K.P.** (1997): "Statistical development and validation of discharge equations for natural channels", en *Journal of Hydrology*. 199, pp. 13-35.
- Duncan, M.J. y Smart, G.M.** (1999): *Flow Resistance: An overview of formulae for alluvial channel flow estimation*. National Institute of Water and Atmospheric Research. Institute Ltd. Napier. NZ, pp.11.
- Einstein, H. A. y Barbarossa, N.L.** (1952): "River channel roughness", en *Transactions of the American Society of Civil Engineers*. 117, pp.1121-1146.
- Engel, P.** (1982): "Flow Resistance in Coarse Gravel Bed Rivers, discussion", en *Journal of the Hydraulics Division*. 108, 6, pp. 803-806.
- Engelund, F. y Hansen, E.** (1967): *A Monograph On Sediment Transport in Alluvial Streams*. Teknisk Forlag, Copenhagen.
- Esbensen, K.; Midtgaard, T. y Schönkopf, S.** (1994): *Multivariate Analysis in Practice*. CAMO AS.
- FAO** (2000): *Año internacional de las montañas. Documento de conceptos*. FAO, Roma.
- Ferro, V. y Giordano, G.** (1991): "Experimental study of flow resistance in gravel-bed rivers", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 117, 10, pp. 1239-1246.
- Ferro, V. y Baiamonte, G.** (1994): "Flow Velocity Profiles in Gravel-Bed Rivers", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 120, 1, pp. 60-80.
- Ferro, V.** (1999): "Friction Factor for Gravel-Bed Channel with High Boulder Concentration", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 125,7, pp. 771-858.
- Ferro, V. y Pecoraro, R.** (2000): "Incomplete self-similarity and flow velocity in gravel bed channels", en *Water Resources Research*, 36-9, pp. 2761-2769.
- Ferro, V. y Carollo, F.G.** (2002): "Discussion on 'Estimating depth-averaged velocities in rough channels'", en *Earth Surface Processes and Landforms*. 27, pp. 1021-1025.
- Ferro, V.** (2003): "ADV measurements of velocity distributions in a gravel-bed flume", en *Earth Surface Processes and Landforms*. 28, pp. 707-722.
- Ferro, V.** (2003): "Flow resistance in gravel-bed river channels with large-scale roughness", en *Earth Surface Processes and Landforms*. 28, pp. 1325-1339.
- García, M.** (1996): "Resistencia al flujo en ríos de montaña", en *Actas del XVII Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, Guayaquil, Ecuador, pp. 105-116.
- García, M. y Maza, J. A.** (1997): *Inicio de movimiento y acorazamiento. Capítulo 8 del Manual de Ingeniería de ríos*. Instituto de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México. México DF. 111 pp.

- García, M. y Maza, J. A.** (1998): *Origen y propiedades de los sedimentos. Capítulo 7 del Manual de Ingeniería de ríos*. Instituto de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México. México DF. 111 pp.
- Gallagher, M.; McEwan, I. y Nikora, V.** (1999): "The changing structure of turbulence over a self-stabilising sediment bed", en *International Report. N° 21. Dept. of Engrg. University of Aberdeen*, Aberdeen, UK.
- Gao, P. y Abrahams, A.D.** "Bedload transport resistance in rough open-channel flows", en *Earth Surface Processes and Landforms*. 29, pp. 423-435.
- Gladki, H.** (1979): "Resistance to Flow in Alluvial Channels With Coarse Bed Materials, en *Journal of Hydraulic Research*. 17, 2, pp.121-128.
- Graf, W.H.** (1984): *Hydraulics of sediment transport*. Water Resources Publ. Littleton, Colorado. USA.
- Graf, W.H.** (1991): "Flow resistance over a gravel bed: its consequence on initial sediment movement", en Armanini, A. y Di Silvio, G. (Eds.): *Fluvial Hydraulics of Mountain Regions*. Springer-Verlag, pp.17-32.
- Graf, W.H. y Altinakar, M.S.** (1998): *Fluvial Hydraulics. Flow and transport processes in channels of simple geometry* John Wiley and sons.
- Grant, G.E., Swanson, F.J. y Wolman M.G.** (1990): "Pattern and origin of stepped-bed morphology in high gradient streams. Western Cascades, Oregon", en *Geological Society American Bulletin*. 102, pp. 340-352.
- Grant, G.E.** (1997): "Critical flow constrains flow hydraulics in mobile-bed streams: a new hypothesis", en *Water Resources Research*. 33, pp. 349-358.
- Grass, A.J.** (1971): "Structural features of turbulence flow over smooth and rough boundaries", en *Journal of Fluid Mechanics*. 50, 2, pp. 233-255.
- Green, J.C.** (2003): "The precision of slumping grain-size percentiles using the Wolman method", en *Earth Surface Processes and Landforms*. 28, pp. 979-991.
- Griffiths, G.A.** (1981): "Flow Resistance in Coarse Gravel Bed Rivers", en *Journal of the Hydraulics Division*. 107, 7, pp. 899-918.
- Griffiths, G.A.** (1983): "Flow Resistance in Coarse Gravel Bed Rivers, closure", en *Journal of the Hydraulics Division*. 109, 7, pp. 136-138.
- Griffiths, G.A.** (1989): "Form resistance in gravel channels with mobile beds", en *Journal of the Hydraulics Division*. 115, 3, pp. 340-355.
- Golubtsov, V.V.** (1969): "Hydraulic resistance and formula for computing the average flow velocity of mountain rivers". *Soviet Hydrol*. 5, pp. 500-511.
- Gómez, B.** (1993): "Roughness of stable, armored gravel beds", en *Water resources research*. 29, 11, pp. 3631-3642.
- Gosh, S.N. y Roy, N.** (1970): "Boundary shear distribution in open channel flow", en *Proc. ASCE; HY4*, pp.967-995.
- Hammond, F.D.; Heathershaw, A.D. y Langhorne, D. N.** (1984): "A comparison between Shields threshold criterion and the movement of loosely packed gravel in a tidal channel", en *Sedimentology*. 31, pp. 51-62.
- Hey, R.D.** (1979): "Flow resistance in gravel-bed rivers", en *Journal of the Hydraulics Division*. 105, 4, pp. 365-379.
- Hey, R.D. y Thorne, C. R.** (1987): "Stable channels with mobile gravel beds", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 112, 8, pp.671-689.
- Hey, R.D.** (1989): "Bar form resistance in gravel-bed rivers", en *Journal of Hydraulics Engineering*. 114, 12, pp. 1498-1508.
- Herschey, R.W.** (1998): *Hydrometry: Principles and practices*. Wiley.
- Hicks, D.M. y Mason, P.J.** (1991): *Roughness characteristics of New Zealand rivers*. New Zealand Water Resources Survey, DSIR Marine and Freshwater, Wellington.

- Ho, C.W. y Huang, H.P.** (1992): "Manning's roughness coefficient of mountains streams in Taiwan", en Yen, B.C.: *Channel flow resistance: Centennial of Manning's formula*. Water Resources Publications. Littlelton, USA, pp. 299-308.
- Hodel, H.** (1993): *Untersuchung zur Geomorphologie, der rauheit, des strömungswiderstandes und des fliessverhaltens in bergabaechen*. ETH Zürich, Diss. ETH n 9830.
- Hodel, H.; Kersten, T.P. y Storchenegger, I.** (1994): "A new approach for estimation of extreme roughness in torrents by hydraulic and photogrammetry", en *Hydraulic Engineering '94 (vol. 1): proceedings of the 1994 ASCE National Conference on Hydraulic Engineering*. Ed.: George V. Cotroneo et al., New York: American Society of Civil Engineers, pp. 697-701.
- Ikeda, S.** (1984): "Flow and bed topography in channels with alternate bars", en Elliott, C.M. (Ed.): *River Meandering, Proc. of the Conference Rivers '83*. ASCE, pp. 733-746.
- Jaeggi, M.** (1984): "Discharge computation in gravel rivers", en *Wasserwirtschaft*. 74, 5, pp. 263-267.
- Jarrett, R.D.** (1984): "Hydraulics of high-gradient streams", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 110, 11, pp. 1519-1539.
- Jarrett, R.D.** (1991): "Hydrologic and hydraulic research in mountain rivers", en *Water Resources Bulletin*. 26, 3, pp. 419-429.
- Jarrett, R.D.** (1992): "Hydraulics of mountain rivers", en Yen, B.C.: *Channel flow resistance: Centennial of Manning's formula*. Water Resources Publications. Littlelton, USA, pp. 287-298.
- Johnstone, D. y Cross, W.P.** (1949). *Elements of Applied Hydrology*. Ronald Press. New York.
- Judd, H. E. y Peterson, D.F.** (1969): "Hydraulics of large bed elements channels", en Report N° PRWG 17-6, Utah Water Research Laboratory, Utah State University, Logan, Utah.
- Julien, P.Y.** (1998): *Erosion and sedimentation*. Cambridge University Press. New York.
- Kamphuis, J.W.** (1974): "Determination of sand roughness for fixed beds" en *Journal of Hydraulic Research*. 12, 2, pp. 193-200.
- Kapos, V.; Rhind, J.; Edwards, M.; Price, M.F. y Ravilious, C.** (2000): "Developing a map of the world's mountain forests", en M.F. Price y N. Butt (eds.) *Forests in sustainable mountain development: A state-of-knowledge report for 2000*. CAB International, Wallingford: 4-9.
- Karman, T.** (1930) "Mechanische Ähnlichkeit and Turbulenz", en *Proc. 2nd Inter. Congress for Applied Mechanics*, Stockholm.
- Katul, G.; Wiberg, P.; Albertson, J. y Hornberger, G.** (2002): "A mixing layer theory for flow resistance in shallow streams" en *Water Resources Research*. 38, 11, pp. 32(1-8).
- Kellerhals, R.** (1967): "Stable channels with gravel-paved beds", en *Journal of the Waterways and Harbors Division*. 93, 1, pp. 63-84.
- Keulegan** (1938): "Laws of turbulent flow in open channels", en *Journal of Research of the National Bureau Standards*. 21, pp. 707-741.
- Khullar, N.K.; Kothyari, U.C.; Ranga Raju, K.C.** (2002): "The effect of suspended sediment on flow resistance" en *Proceedings of 5th International Conference on Hydro-Science&Engineering*. Varsovia.
- Kironoto, B. A. y Graf, W. H.** (1994): "Turbulence characteristics in rough uniform open channel flow", en *Proc., Inst. Civ. Eng., Waters, Maritime Energ.* 98.
- Knighton, D.** (1998): *Fluvial forms and processes*. Edward Arnold.
- Koll, K.** (2002): "Feststofftransport und geschwindigkeitsverteilung in Raugerinnen". *Diss, Univ. Karlsruhe, Fak. F. Bauingenieur und Vermessungswesen*.

- Kozak, A. y Kozak, R.** (2003): "Does cross validation provide additional information in the evaluation of regression models?", en *Canadian Journal of Forest Research*. 33, pp. 976-987.
- Lacey, G.** (1946): "A theory of flow in alluvium", en *Journal of the Institution of Civil Engineers*. 27, 5518, pp. 16-47.
- Lane, E. W. y Carlson, E. J.** (1953): "Some factors affecting the stability of canals constructed in coarse granular materials", en *Proceedings, Minnesota International Hydraulics Convention*, Minneapolis, MN, pp 37-48.
- Lawless, M. y Robert, A.** (2001-a): "Scales of boundary resistance in coarse-grained channels: turbulent velocity profiles and implications", en *Geomorphology*. 39, pp. 221-238.
- Lawless, M. y Robert, A.** (2001-b): "Three-dimensional flow structure around small-scale bedforms in a simulated gravel-bed environment", en *Earth Surface Processes and Landforms*. 26, pp. 507-522.
- Lawrence, D.S.L.** (1997): "Macroscale surface roughness and frictional resistance in overland flow", en *Earth Surface Processes and Landforms*. 22, pp. 365-382.
- Lee, A.J. y Ferguson, R. I.** (2002): "Velocity and flow resistance in step-pool streams", en *Geomorphology*. 46, pp. 59-71.
- Legates, D. R. y McCabe, G. J.** (1999): "Evaluating the use of "goodness-of-fit" measures in hydrologic and hydroclimatic model validation" en *Water Resources Research*. 35-1, pp. 233-241.
- Leopold L.B. y Maddock T.** (1953): "The hydraulic geometry of stream channels and some physiographic implications", en U.S. Geological Survey Professional Paper 252, U.S. Government Printing Office, Washington: 1953.
- Leopold, L. B. y Wolman, M.G.** (1957): "River Channel Patterns: Braided, Meandering and Straight", en *U.S. Geological Survey Professional Paper*. 282-B, pp. 39-85.
- Leopold, L.B.; Wolman, M.G. y Miller, J.P.** (1964): *Fluvial Processes in Geomorphology*. Dover Publications. NY.
- Limerinos, J.T.** (1970): "Determination of the Manning coefficient from measured bed roughness in natural channels", *Water Supply Paper* 1898-B, U.S. Geological Survey, Washington.
- Liniger, H. y Weingartner, R.** (1998): "Montañas y recursos hídricos", en *Unasylva*. Vol. 49, 4 (1995), pp. 39-41. FAO.
- López, R.** (2003): "Determinación de la relación entre calado y caudal en flujos hiperconcentrados", en *Foresta*. 23, pp. 54-60.
- López, R. y Barragán, J.** (2003): "Expresiones para la determinación del factor de fricción en ríos de fuerte pendiente", en *Ingeniería Civil*. 130, pp. 43-50.
- López, R. y Barragán, J.** (2004): "Desarrollo de ecuaciones de flujo uniforme para ríos de montaña.", en *Montes*. 75, pp. 26-34.
- Madrid, M.** (1992): *Hidráulica de ríos con gran pendiente*, UTFSM.
- Mahmood, K.** (1971): "Flow in sand-bed channels", en *Water Management Technical Report 11*, Colorado State University, Fort Collins.
- Marchand, J.P., Jarrett, R.D., y Jones, L.L.,** (1984): "Velocity profile, water surface slope, and bed-material size for selected streams in Colorado", en *U.S. Geological Survey Open-File Report*. 84-733, 82 p.
- Marcus, W. A.; Roberts K.; Harvey, L. y Tackman, G.** (1992): "An Evaluation of Methods for Estimating Manning's n in Small Mountain Streams", en *Mountain Research and Development*. 12, 3, pp. 227-239.

- Maresova, I. y Mares, K.** (1989): "Flow resistance of channel bed of submountainous rivers", en *Technical Papers of the Faculty of Civil Engineering*. Serie V, 9, pp. 269-305.
- Martínez, J.** (1958): "Vliv drsnosti koryta na pohyb vody ve vodních tocích", en *Práce a studie VÚV*. Sesit 96, Praha-Podbaba.
- Martin-Vide, J.P.** (1997): *Ingeniería fluvial*. Edicions Universitat Politècnica de Catalunya. Barcelona.
- Martin-Vide, J.P.** (2002): *Ingeniería de ríos*. Edicions Universitat Politècnica de Catalunya. Barcelona.
- Maynard, S.** (1991): "Flow resistance of riprap", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 117, 6, pp. 687-696.
- Méndez, R. y Molinero, F.** (Coor.) (1993): *Geografía de España*. Ed. Ariel, Madrid.
- Meunier, M.** (1989): "Essai de synthèse des connaissances en érosion et hydraulique torrentielle", en *La Houille Blanche*. 5, pp. 361-375.
- Meunier, M.** (1991): *Elements d'hydraulique torrentielle*. Etudes du CEMAGREF, série Montagne n° 1. Grenoble. 278 pp.
- Meyer-Peter, E. y Müller, R.** (1948): "Formulas for bed-load transport", en *Proc. of the second meeting of the IAHSR*. Estocolmo, pp. 39-64.
- McEwan, I.** (2002): "Discussion of flow turbulence over fixed and weakly mobile gravel beds", en *Journal of Hydraulic Engineerig*, 126, 3, pp. 359-360.
- Millar, G.R.** (1999): "Grain and form resistance in gravel-bed rivers", en *Journal of Hydraulic Research*. 37, 3, pp. 303-312.
- Milliman, J.D. y Syvitski, J.P.M.** (1992): "Geomorphic-tectonic control of sediment discharge to the ocean: the importance of small mountainous rivers", en *Journal of Geology*. 100, 5, pp. 525-554.
- Moncada, A.T.; Aguirre, J. y Fuentes, R.** (1994): "Distribuciones de velocidad en flujo cargado de sedimentos", en *Actas del XVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica*. Santiago de Chile. pp. 303-313.
- Montgomery, D.R. y Buffington, J.M.** (1993): "Channel classification, prediction of channel response and assessment of channel conditions", en *Report TFW-SH10-93-002*, Washington Departament of Natural Resources.
- Nash, J.E., y Sutcliffe J.V.** (1970): "River flow forecasting through conceptual models, I, A discussion", en *Journal of Hydrology*. 10, pp. 282-290.
- Nakagawa, H.; Tsujimoto, T. y Shimizu, Y.** (1991): "Turbulent flow with small relative submergence", en Armanini, A. y Di Silvio, G. (Eds.): *Fluvial Hydraulics of Mountain Regions*. Springer-Verlag, pp.33-44.
- Nikora, V.I.; Goring, D.G. y Biggs, B.J.F.** (1998): "On gravel-bed roughness characterization", en *Water Resources Research*. 34, 3, pp.517-527.
- Nikora, V. y Goring, D.** (2000): "Flow Turbulence over Fixed and Weakly Mobile Gravel Beds", en *Journal of Hydraulic Engineerig*, 126, 9, pp. 679-690.
- Nikora, V.; Goring, D.; McEwan, I y Griffiths, G.** (2001): "Spatially averaged open-channel flow over rough bed", en *Journal of Hydraulic Engineerig*, 127, 2, pp. 123-133.
- Nikuradse, J.** (1933): "Strömungsgesetze in rauhen Rohren", en *Verien Deutscher Ingenieure Forschungsheft.*. 361.
- Nezu, I. y Nakagawa, H.** (1993): *Turbulence in open-channel flow*. IAHR Monograph Series. Balkema. Rotterdam.
- Nezu, I. y Rodi, W.** (1985): "Experimental study on secondary currents in open channel flow", en *Proc. of 21 st IAHR Congress*. Melbourne, vol. 2, pp. 115-119.
- O'Loughlin, E.M. y McDonald, E.C.** (1964): "Some roughness concentration effects on boundary resistance", en *La Houille Blanche*, n° 7, pp. 773-785.

- Papanicolaou A.N.T. y Maxwell, A.** (2000): *Equilibrium geomorphological conditions for high gradient bed streams*. Washington State University.
- Parker, G. y Peterson, A.W.** (1980): "Bar resistance of gravel-bed streams", en *Journal of the Hydraulics Division*. 106, 10, pp. 1559-1575.
- Picard, R.R. y Cook, R.D.** (1984): "Cross-Validation of Regression Models", en *Journal of the American Statistical Association*. 79, pp. 575-583.
- Pitlick, J.** (1992): "Flow Resistance Under Conditions of Intense Gravel Transport", *Water Resources Research*. 28, pp. 891-903.
- Prandtl, L.** (1926): "Über die ausgebildete Turbulenz", en *Proceedings 2rd International Congress Applied Mechanics*. Zurich. pp. 62-74.
- Prestegard, K. L.** (1983): "Bar resistance in gravel bed streams at bankfull stage" en *Water Resources Research*. 19, 2, pp 472-476.
- Pyle, R. y Novak, P.** (1981): "Coefficient of Friction in Conduits With Large Roughness", en *Journal of Hydraulic Research*. 19, 2, pp. 119-139.
- Rennie, C.D. y Millar, R.G.** (1999): "Estimation of gravel-bed river flow resistance, discussion", en *Journal of Hydraulic Engineering*. vol. 125, No. 12, pp. 1315-1319.
- Rice, S. y Church, M.** (1996): "Sampling surficial fluvial gravels: the precision of size distribution percentile estimates", en *Journal of Sedimentary Research*. 66 (3), pp. 654-665.
- Rice, C. E.; Kadavy, K.C. y Robinson, K.M.** (1998): "Roughness of loose rock riprap on steep slopes", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 124, 2, pp. 179-185.
- Rickenmann D.** (1990): *Bedload transport capacity of slurry flows at steep slopes*. Mitteilung VAW 103. Zürich.
- Rickenmann, D.** (1991): "Hyperconcentrated Flow and Sediment Transport at Steep Slopes" en *Journal of Hydraulic Engineering*. 117, 11, pp. 1419-1439.
- Rickenmann, D.** (1994): "An alternative equation for the mean velocity in gravel-bed rivers and mountain torrents", en *Hydraulic Engineering '94 (vol. 1): proceedings of the 1994 ASCE National Conference on Hydraulic Engineering*. Ed.: George V. Cotroneo et al., New York: American Society of Civil Engineers, pp. 672-676.
- Rickenmann, D.** (1996): "Fließgeschwindigkeit in Wildbächen und Gebirgsflüssen", en *Wasser, Energie, Luft*, 88. Jahrgang, Heft 11/12, pp. 298-303.
- Riggs, H.C.** (1976): "A simplified slope-area method for estimation flood discharges in natural channels", en *U.S. Geological Survey Journal of Research*. 4, 3, pp. 285-291.
- Robert, A.** (1990): "Boundary roughness in coarse-grained channels", en *Progress in Physical Geography*. 14, pp. 42-70.
- Roberson, J.A. y Crowe, C.T.** (1993): *Engineering fluid mechanics*. John Wiley and Sons. New York. 823 pp.
- Rosgen, D.L.** (1994): "A classification of natural rivers", en *Catena*. 21, pp. 169-199.
- Rospot, M.** (1997): "Fließwiderstand und sohlstabilität steiler fließgewässer unter berücksichtigung gebirgsbachtypsicher sohlstrukturen", en *Mitt. des instituts für wasserwirtschaft und kulturtechnik. Univ. Karlsruhe*. Heft 196.
- Rosso, M. y Schiara, M.** (1990): "Flow stability and friction factor in rough channels", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 116, 9, pp. 1109-1118.
- Rouse, H.** (1965): "Critical analysis of open-channel resistance", en *Journal of the Hydraulics Division*, 91, HY4, pp. 1-25.
- Ruf, G.** (1988): "Neue Ergebnisse über die Fließgeschwindigkeit in sehr rauhen Gerinnen (Wildbächen)", en *Internationales Symposion Interpraevent 1988–Graz, Tagungspublikation, Band 4, S.*, pp. 165-176.

- Samora, M.M. (1993)** *Utilização de enrocamentos como protecção de canais contra a erosão erosiva de canais*. Dissertação de Mestrado em Hidráulica e Recursos Hídricos, Instituto Superior Técnico. Lisboa.
- Sauer, V.B. (1990)**: “Estimation of roughness coefficients for natural stream channels with vegetated banks”, en *U.S Geological Survey Water-Supply Paper*. 2441.133 p.
- Simons, D.B. y Richardson, E.V. (1966)**: “Resistance to flow in alluvial channels”, en *Profesional Paper 422-J*. US Geological Survey. Washington DC.
- Simons, D.B.; Al-Shaikh-Ali, K. S. y Li, R.M. (1979)**: “Flow resistance in cobble and boulder riverbeds”, en *Journal of the Hydraulics Division*, 105, HY5, pp. 477-488.
- Smart G.M. y Jaeggi M. (1983)**: *Sediment transport on steep slopes*. Mitteilung VAW. 64. Zürich.
- Smart, G. M. (1984)**: “Sediment transport formula for steep channels”, en *Journal of Hydraulic Engineering*. 110, 3, pp. 267-276.
- Smart, G. M. (1999-a)**: “Turbulent Velocity Profiles and Boundary Shear in Gravel Bed Rivers”, en *Journal of Hydraulic Engineering*. 125, 2, pp. 106-114.
- Smart, G.M. (1999-b)**: “Coefficient of friction for flow resistance in alluvial channels” en *Proc. Instn Civ. Engrs Wat., Marit. & Energy*. 136, pp. 205-210.
- Smart, G.M. (2001)**: “A new roughness estimation technique for granular-bed flow resistance”, en *Proceedings of 29th IAHR Congress*, Theme D Vol. I, Beijing, China, pp. 282-286.
- Smart, G.M.; Duncan, M.J. y Walsh, J.M. (2002)**: “Relatively rough flow resistance equations”, en *Journal of Hydraulic Engineering*. 128, 6, pp. 568-578.
- Soil Conservation Service (1963)**: *Guide for selecting roughness coefficient “n” values for channels*. USDA, Washington.
- Song, T.; Graf, W.H. y Lemmin, U. (1994)**: “Uniform flow in open channels with movable gravel bed.”, en *Journal of Hydraulic Research*. 32, 6, pp. 861-875.
- Song, T.; Chiew, Y.M. y Chin, C.O. (1998)**: “Effect of bed-load movement on flow friction factor”, en *Journal of Hydraulic Engineering*. 124, 2, pp. 165-175.
- Strickler, A. (1923)**: "Beitrag zur Frage der Geschwindigkeits-formel und der Rauigkeitszahlen für Ströme, Kanäle und Geschlossene Leitungen". *Mitteilungen des Eidgenössischer Amtes für Wasserwirtschaft*. Berna, Suiza.
- Taylor, A.B. y Schwartz, H.E. (1952)**: “Unit hydrograph lag and peak flow related to basin characteristics”, en *Transactions, American Geophysical Union*. 33, pp. 235-246.
- Thomas, A.R. (1982)**: “Flow Resistance in Coarse Gravel Bed Rivers, discussion”, en *Journal of the Hydraulics Division*. 108, HY6, pp. 806-808.
- Thompson, S.M. y Campbell, P.L. (1979)**: “Hydraulics of a large channel paved with boulders”, en *Journal of Hydraulic Research*. 17, 4, pp. 341-354.
- Thorne, R.C y Zevenbergen, L.W. (1985)**: “Estimating Mean Velocity in Mountain Rivers”, en *Journal of Hydraulic Engineering*. 111, 4, pp. 612-623.
- Trieste, D. J. (1992)**: “Evaluation of Supercritical/Subcritical Flows in High-Gradient Channel” en *Journal of Hydraulic Engineering*. 118, 8, pp. 1107-1118.
- Ugarte, A. y Méndez, R. (1994)**: “Resistencia al flujo en ríos de montaña”, en *Actas del XVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, Santiago, Chile, pp. 503-514.
- Vanoni, V. y Brooks, N. (1957)**: *Laboratory studies of roughness and suspended bed load of alluvial streams*. Report E-68. Sedimentation Laboratory. California Institute of Technology.
- Van Rijn, L.C. (1982)**: “Equivalent roughness of alluvial bed”, en *Journal of the Hydraulics Division*. 108, 10, pp. 1215-1218.
- Viviroli, D.; Weingartner, R.; Messerli, B. (2003)**: “Assessing the hydrological significance of the world’s mountains”, en *Mountain research and development*. 23,1, pp. 32-40.

- Wang, Z.Y. y Larsen, P.** (1994): "Turbulent structure of water and clay suspensions with bed load". *Journal of Hydraulic Engineering*. 120, 5, pp. 577-600.
- Wang, Z.Y.; Larsen, P.; Nestmann, F. y Dittrich, A.** (1998): "Resistance and drag reduction of flows of clay suspensions", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 124, 1, pp. 41-49.
- Whiting, P.J. y Dietrich, W.E.** (1990): "Boundary Shear Stress and Roughness Over Mobile Alluvial Beds", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 116, 12, pp. 1495-1511.
- Whittaker, J.G. y Jaeggi, M.N.R.** (1982): "Origin of step-pool systems in mountain streams", en *Journal of the Hydraulics Division*. 108, 6, pp. 758-790.
- Wiberg, P.L y Smith, J.D.** (1991): "Velocity distribution and bed roughness in high-gradient streams", en *Water Resources Research*, 27, 5, pp. 825-838.
- Wilcock, P. R. y McArdell, B.W.** (1993): "Surface-based fractional transport rates: mobilization thresholds and partial transport of a sand-gravel sediment", en *Water Resources Research*. 29, 4, pp. 1297-1312.
- Williams, G.P.** (1970): "Flume width and water depth effects in sediment transport experiments". *Geological Survey Professional Paper*. 562-H. Washington.
- Williams, G.P.** (1978): "Bank-full discharge of rivers", en *Water Resources Research*. 14, 6, pp. 1141-1154.
- Willmont, C.J.; Ackleson S.G.; Davis, R.E.; Feddema, J.J.; Klink, K.M.; Legates, D. R.; O'Donnell, J. y Rowe, C. M.** (1985): "Statistical methods for the evaluation and comparison of models", en *J. Geophys. Res.* 90, pp. 8995-9005.
- Wolman, M.G.** (1955): "The natural channel of Brandywine Creek, Pennsylvania", en *Professional Paper 271, US Geological Survey, Washington, D.C.*
- Wolman, M.G.** (1957): "A method of sampling coarse bed-material", en *American Geophys. Union Trans.* 35, pp. 951-956.
- Wohl, E.** (2000): "Mountain rivers", en *Water Resources Monograph*. 14. American Geophysical Union.
- Yen, B.C.** (1992): "Hydraulic resistance in open channels", en Yen, B.C.: *Channel flow resistance: Centennial of Manning's formula*. Water Resources Publications. Littleton, USA, pp. 1-135.
- Yen, B.C.** (2002): "Open channel flow resistance", en *Journal of Hydraulic Engineering*. 128, 1, pp. 20-39.
- Zanutigh, B. y Lamberti, A.** (2003): "Roll waves simulation using shallow water equations and Weighted Average Flux method", en *Journal of Hydraulic Research*. 40, 5, pp. 610-622.
- Zeller, J.** (1991): "Der Rauigkeitskoeffizient k-Strickler in der Abflussformel von A. Strickler", en *Wasser, energie, luft*.
- Zimmermann, A y Church, M.** (2001): "Channel morphology, gradient profiles and bed stresses during flood in a step-pool channel", en *Geomorphology*. 40, pp. 311-327.

Apéndice

A

Apéndice

Tabla A-1. Recopilación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.52).

Referencia	Ecuación	S (%)	h/d _i (-)	F (-)	d _i (m)	C/L	N datos	Observaciones
Limerinos (1970)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,74 \log\left(\frac{R}{d_{50}}\right) + 0,99$	0,068-2,4	1,9-177	—	0,007-0,25	C	50	En diferentes ríos de grava, canto y bolo del estado de California (EUA)
Charlton et al. (1978)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,32 \log\left(\frac{y}{d_{50}}\right) + 0,081$	0,07-1,37	0,7-80	—	0,028-0,113	C	468	Ríos de grava británicos, morfología de vado y poza, con algunos datos en condición de transporte sólido. Parte de los datos corresponden a ríos con vegetación significativamente densa en los márgenes.
Bray (1979)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,68 \log\left(\frac{y}{d_{50}}\right) + 0,70$	0,022-1,5	5-167	0,17-0,75	0,019-0,145	C	67	Datos de ríos de grava en Alberta (Canadá) para caudal aproximadamente igual o inferior al nivel del cauce de aguas altas, siendo el periodo de retorno de 2 años. Los tramos estudiados no presentaban vegetación en el cauce ni formas de fondo y el transporte sólido de fondo era despreciable o inexistente.
Griffiths (1981)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,60 \log\left(\frac{R}{d_{50}}\right) + 2,15$	—	1-200	—	—	C	186	Ajustada a partir de 84 datos propios y de otros de Barnes (1967), Judd (1969), Bathurst (1978) y Wolman (1957) correspondientes a ríos de gravas y sin transporte sólido.
Graf (1984)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,76 \log\left(\frac{R}{d_{50}}\right) + 3,25$	—	1-10	—	—	C	—	Propuesta para ríos de grava.
Cao (1985) A	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,91 \log\left(\frac{R}{d_{50}}\right) + 3,75$	0,27-9,0	0,9-53	0,43-2,21	0,0044-0,0443	L	206	Datos propios (126) y 80 de Meyer-Peter y Müller correspondientes a lecho de grava fijo y plano, así como con transporte de fondo sobre lecho plano, con antidunas o con barras alternas.
Cao (1985) B	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,08 \log\left(\frac{R}{d_{50}}\right) + 3,90$	0,5-9,0	0,9-10	—	0,0115-0,0443	L	—	Datos propios en lecho de gravas fijo y plano.
Cao (1985) C	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,17 \log\left(\frac{R}{d_{50}}\right) + 3,41$	0,27-9,0	1,1-53	—	0,0044-0,0443	L	—	Datos propios y 80 de Meyer-Peter y Müller en lecho móvil plano, con antidunas o con barras alternas.
Blodgett (1986)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,23 \log\left(\frac{y}{d_{50}}\right) + 2,25$	—	1,0-20	—	0,0107-0,46	C	82	Ríos de grava en zonas de montaña del Oeste de EUA.
Maresova y Meres (1989)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 8,14 \log\left(\frac{R}{d_{50}}\right) + 0,67$	0,21-1,18	1,4-8,9	0,22-0,70	0,066-0,136	C	74	Ajustada con 74 datos de 7 secciones de ríos bohemios de material grueso, con tramos rectos, de flujo casi uniforme, en ausencia de vegetación y de formas de fondo (secuencias vado-pozas).

C: campo, L: laboratorio

Tabla A-1 (continuación). Recopilación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.52).

Referencia	Ecuación	S (%)	h/d_i (-)	F (-)	d_i (m)	C/L	N datos	Observaciones
Ugarte y Mendez (1994)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,63 \log \left(\frac{R}{d_{50}} \right) + 2,50$	0,2-4,0	—	0,22-1,17	—	C	168	A partir de datos de Jarrett (1984), Bathurst (1985) y Madrid (1992), correspondiendo este último a ríos de grava chilenos.
Leopold <i>et al.</i> (1964)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,66 \log \left(\frac{y}{d_{84}} \right) + 2,83$	—	0,5-20	—	—	C	38	Datos de Wolman (1955) obtenidos en ríos de gravas del estado de Pennsylvania (EUA).
Limerinos (1970)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,74 \log \left(\frac{R}{d_{84}} \right) + 3,28$	0,068-2,4	0,9-68,5	—	0,019-0,75	C	50	En diferentes ríos de grava, canto y bolo del estado de California (EUA)
Hey (1979)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,62 \log \left(\frac{R}{d_{84}} \right) + 2,82$	0,049-3,1	0,7-22	0,14-0,8	0,046-0,25	C	30	Para secciones con $R=y$. Calibrada con datos de 21 tramos de ríos de gravas del Reino Unido con morfología de vados y pozas.
Bathurst (1985-a)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,62 \log \left(\frac{y}{d_{84}} \right) + 4,00$	0,4-4,0	0,4-11,4	0,15-1,17	0,113-0,50	C	44	Derivada con 44 datos de 16 secciones de ríos británicos de con lecho de grava, canto o bolo. Cauces, rectos, prismático y sin vegetación.
Ferro y Giordano (1991)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 7,84 \log \left(\frac{y}{d_{84}} \right) + 1,41$	0,5-7,5	0,9-4,2	—	—	L	—	Lecho plano formado por partículas de cantera sobre el que se situaban escollos más gruesos, variando la concentración de éstos con cada experimento.
Ugarte y Mendez (1994)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,41 \log \left(\frac{R}{d_{84}} \right) + 3,94$	0,2-4,0	0,45-17	0,22-1,17	1,0-4,0	C	168	A partir de datos de Jarrett (1984), Bathurst (1985) y Madrid (1992), correspondiendo este último a ríos de grava chilenos.
García (1996) A	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,76 \log \left(\frac{y}{d_{84}} \right) + 3,70$	2-9	8,1-29,5	1,18-3,84	0,00367	L	—	Lecho móvil mezcla de grava y arena, en régimen supercrítico.
García (1996) B	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,76 \log \left(\frac{y}{d_{84}} \right) + 2,28$	0,4-2,74	0,38-1,7	0,3-1,0	0,0811	L	—	Flujo subcrítico sin movimiento de las partículas del lecho y con flujo macrorrugoso o de transición. Sedimento de mezcla de grava y arena.
Knighon (1998)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,34 \log \left(\frac{R}{d_{84}} \right) + 3,41$	—	0,5-100	—	—	C	162	Desarrollada con datos en ríos de grava que corresponden a Leopold y Wolman (1957), Limerinos (1970), Charlton <i>et al.</i> (1978), Hey (1979, 1988) y Prestegaard (1983).
Rice <i>et al.</i> (1998)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,10 \log \left(\frac{y}{d_{84}} \right) + 6,00$	1,0-33	0,3-10	—	—	L	27	Desarrollada combinando 15 datos propios obtenidos en canales de laboratorio de fuerte pendiente con revestimiento de escollera formado por elementos angulares con 12 datos de Abt <i>et al.</i> (1987). $0,026 \leq d_{50} \text{ (m)} \leq 0,278$.

Tabla A-1. (continuación). Recopilación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.52).

Referencia	Ecuación	S (%)	h/d _i (-)	F (-)	d _i (m)	C/L	N datos	Observaciones
Papanicolaou y Maxwell (2000)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,68 \log\left(\frac{R}{d_{84}}\right) + 5,68$	3,0-7,0	0,5-1,25	0,5-1,20	0,0508-0,1524	L	10	Morfología estable de escalón y poza con partículas sensiblemente redondeadas.
Lee y Ferguson (2002)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,74 \log\left(\frac{R}{d_{84}}\right) + 2,80$	2,7-18,4	0,1-1,5	—	—	C-L	81	68 datos registrados en ríos de morfología escalón-poza y 13 datos tomados en canal de laboratorio con la misma morfología. Debe precisarse que el d_{84} utilizado corresponde a los sedimentos que conforman los escalones.
Aberle y Smart (2003)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 8,15 \log\left(\frac{y}{d_{84}}\right) + 4,41$	2,0-10,0	0,25-3,0	—	—	L	—	Datos obtenidos en canal de laboratorio por Rosport (1997) y Koll (2000), en lecho estabilizado en secuencias escalón-poza con coraza superficial de gravas.
López y Barragán (2003)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,00 \log\left(\frac{R}{d_{84}}\right) + 3,42$	0,95-5,20	0,17-7,1	0,1-1,26	0,05-0,91	C	145	Flujo uniforme en ríos de montaña, en tramos rectos y sin vegetación ni obstáculos.
Kellerhals (1967)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,75 \log\left(\frac{y}{d_{90}}\right) + 6,00$	0,072-1,31	1,5-20	—	0,012-0,40	C-L	29	Datos propios (12 de ríos y 5 de laboratorio) y 12 de canales de gravas tomados de Lane y Carlson (1953). La mayoría de los datos corresponden a caudal dominante o próximo al nivel aguas altas, tramos de alineación recta y sección prismática.
Charlton et al. (1978) A	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,89 \log\left(\frac{y}{d_{90}}\right) + 2,57$	0,07-1,37	0,5-60	—	0,055-0,315	C	468	Ríos de grava británicos, con morfología de vado y poza, con algunos datos en condición de transporte sólido. Parte de los datos corresponden a ríos con vegetación significativamente densa en los márgenes.
Charlton et al. (1978) B	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,90 \log\left(\frac{y}{d_{90}}\right) + 3,85$	0,07-1,37	2,2-30	—	0,028-0,113	C	23	Nivel de cauce principal en ríos de grava británicos, con morfología de rápido y poza, con algunos datos en condición de transporte sólido. Parte de los datos corresponden a ríos con vegetación significativamente densa en los márgenes.
Bray (1979)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,11 \log\left(\frac{y}{d_{90}}\right) + 3,56$	0,022-1,5	2,3-84,3	0,17-0,75	0,036-0,375	C	67	Datos de ríos de grava en Alberta (Canadá) para caudal aproximadamente igual o inferior al nivel del cauce de aguas altas, siendo el periodo de retorno de 2 años. Los tramos estudiados no presentaban vegetación en el cauce ni formas de fondo y el transporte sólido de fondo era despreciable o inexistente.
Ferro y Giordano (1991)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 7,76 \log\left(\frac{y}{d_{90}}\right) + 1,65$	0,5-7,5	0,8-4,0	—	—	L	—	Lecho plano formado por partículas de cantera sobre el que se situaban escollos más gruesos, variando la concentración con cada experimento.
Maynord (1991)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,92 \log\left(\frac{y}{d_{90}}\right) + 6,86$	0,039-2,0	2,5-23,5	0,18-1,40	0,0046-0,134	L	95	A partir de 54 datos obtenidos de ensayos propios en canal de laboratorio con revestimiento de escollera. Las condiciones son de flujo uniforme y turbulento rugoso sobre lechos de partículas de cantera o naturales.

Tabla A-2. Recopilación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.63).

Referencia	Ecuación	S (%)	h/d _i (-)	F (-)	d _i (m)	C/L	N datos	Observaciones
Thompson y Campbell (1979)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,66 \log \left(\frac{2,67R}{d_{50}} \right) \left(1 - \frac{0,45d_{50}}{R} \right)$	0,37-5,2	1,9-18,7	—	0,09-0,47	C	22	22 datos, 5 datos pertenecientes a un canal-aliviadero revestido con bolos y 17 datos de ríos.
Samora (1993)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,66 \log \left(\frac{6,0R}{d_{50}} \right) \left(1 - \frac{0,20d_{50}}{R} \right)$	—	—	—	—	—	—	Obtenida integrando datos de varias fuentes bibliográficas. Válida para revestimientos de escollera en el lecho de un cauce plano.
Lee y Ferguson (2002)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,74 \log \left(\frac{5,1R}{d_{84}} \right) \left(1 - \frac{0,24d_{84}}{R} \right)$	2,7-18,4	0,1-1,5	—	—	C-L	81	68 datos registrados en ríos de morfología escalón-poza y 13 datos tomados en canal de laboratorio con la misma morfología. Debe precisarse que el d ₈₄ utilizado corresponde a los sedimentos de los escalones.
López y Barragán (2003)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,48 \log \left(\frac{5,9R}{d_{84}} \right) \left(1 - \frac{0,21d_{84}}{R} \right)$	0,95-5,20	0,17-7,1	0,1-1,26	0,05-0,91	C	145	Flujo uniforme en ríos de montaña, en tramos rectos y sin vegetación ni obstáculos.

Tabla A-3. Recopilación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.73).

Referencia	Ecuación	S (%)	h/d _i (-)	F (-)	d _i (m)	C/L	N datos	Observaciones
Strickler (1923)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,74 \left(\frac{R}{d_{50}} \right)^{1/6}$	0,4-2,5	—	—	—	C-L	—	Desarrollada con datos en ríos de grava y canales estables con partículas uniformes pegadas en solera y márgenes con $0,1 < R$ (m) < 10 .
Anderson et al. (1970)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,64 \left(\frac{R}{d_{50}} \right)^{1/6}$	<1,0	—	—	—	C-L	—	Derivada a partir de datos en canales de laboratorio y ríos con partículas redondeadas y angulosas entre 0,1524 y 304,8 mm. Los autores recomiendan su empleo bajo condiciones de flujo uniforme, lecho fijo y cauce de alineación recta.
Charlton et al. (1978)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1,66 \left(\frac{y}{d_{50}} \right)^{0,52}$	0,07-1,37	0,7-80	—	0,028-0,113	C	468	Ríos de grava británicos, con morfología de vado y poza, con algunos datos en condición de transporte sólido. Parte de los datos corresponden a ríos con vegetación significativamente densa en los márgenes.
Bray (1979)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,85 \left(\frac{y}{d_{50}} \right)^{0,281}$	0,022-1,5	5-167	0,17-0,75	0,019-0,145	C	67	Datos de ríos de grava en Alberta (Canadá) para caudal aproximadamente igual o inferior al nivel del cauce de aguas altas, siendo el periodo de retorno de 2 años. Los tramos estudiados no presentaban vegetación en el cauce ni formas de fondo y el transporte sólido de fondo era despreciable o inexistente.
Griffiths (1981)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,76 \left(\frac{R}{d_{50}} \right)^{0,287}$	0,0085-1,1	1,7-198	0,08-0,70	0,013-0,301	C	84	En ríos de gravas y sin transporte sólido.
Cao (1985) A	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,23 \left(\frac{R}{d_{50}} \right)^{0,382}$	0,5-9,0	0,9-10	—	0,0115-0,0443	L	—	Datos propios en canal de laboratorio con lecho de gravas fijo y plano.
Cao (1985) B	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,19 \left(\frac{R}{d_{50}} \right)^{0,325}$	0,27-9,0	1,1-53	—	0,0044-0,0443	L	—	Datos propios y 80 de Meyer-Peter y Müller en lecho móvil plano, con antidunas o con barras alternas.
Lane y Carlson (1953)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,64 \left(\frac{R}{d_{75}} \right)^{1/6}$	—	—	—	—	L	—	Desarrollada con datos en canales de riego del valle de San Luis (Colorado). Dichos canales se encontraban constituidos por partículas con granulometría variable del tamaño de canto.
Bathurst (2002) A	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,84 \left(\frac{y}{d_{84}} \right)^{0,547}$	0,2-0,8	0,35-4,2	—	—	C	18	Basándose en datos que reflejan la pérdida de energía de un mismo tramo de río para diferentes niveles de flujo, en condiciones de flujo uniforme, material grueso, cauce sin vegetación ni formas de fondo. Resistencia al flujo debida a las partículas.

Tabla A-3. (continuación). Recopilación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.73).

Referencia	Ecuación	S (%)	h/d _i (-)	F (-)	d _i (m)	C/L	N datos	Observaciones
Bathurst (2002) B	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,10 \left(\frac{y}{d_{84}} \right)^{0,93}$	0,8-4,0	0,52-2,1	—	—	C	42	Basándose en datos que reflejan la pérdida de energía de un mismo tramo de río para diferentes niveles de flujo, en condiciones de flujo uniforme, material grueso, cauce sin vegetación ni formas de fondo. Resistencia al flujo debida a las partículas.
Smart (2002)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,50 \left(\frac{y}{d_{84}} \right)^{0,50}$	2,0-8,0	0,27-6,1	0,19-1,93	0,012-0,058	L	88	Datos en canal del laboratorio de Bathurst (1981).
Lee y Ferguson (2002)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,19 \left(\frac{y}{d_{84}} \right)^{1,80}$	2,7-18,4	0,1-1,5	—	—	C-L	81	68 datos registrados en ríos de morfología escalón-poza y 13 datos tomados en canal de laboratorio con la misma morfología. Debe precisarse que el d_{84} utilizado corresponde a los sedimentos de los escalones.
López y Barragán (2003)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,29 \left(\frac{R}{d_{84}} \right)^{0,57}$	0,95-5,20	0,17-7,1	0,1-1,26	0,05-0,91	C	145	Flujo uniforme en ríos de montaña, en tramos rectos, sin vegetación ni obstáculos.
Meyer-Peter y Müller (1948)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 8,30 \left(\frac{R}{d_{90}} \right)^{1/6}$	0,04-2,27	1,5-700	—	0,0007-0,029	L	—	
Kellerhals (1967)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,50 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{1/4}$	0,072-1,31	1,5-20	—	—	C-L	29	Datos propios: 12 de ríos y 5 de laboratorio. 12 de canales de gravas de Lane y Carlson (1953). La mayoría de los datos corresponden a caudal dominante o proximo al nivel del cauce principal, tramos de alineación recta y sección prismática.
Charlton et al. (1978) A	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,65 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,49}$	0,07-1,37	0,6-60	—	0,055-0,315	C	468	Ríos de grava británicos, con morfología de vado y poza, con algunos datos en condición de transporte sólido. Parte de los datos corresponden a ríos con vegetación significativamente densa en los márgenes.
Charlton et al. (1978) B	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1,91 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{1,02}$	—	0,6-2,0	—	—	C	111	Ríos de grava británicos, con morfología de vado y poza.
Charlton et al. (1978) C	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,30 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,44}$	—	2,0-10	—	—	C	265	Ríos de grava británicos, con morfología de vado y poza.
Charlton et al. (1978) D	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,62 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,23}$	—	10-60	—	—	C	92	Ríos de grava británicos, con morfología de vado y poza.

Tabla A-3. (continuación). Recopilación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.73).

Referencia	Ecuación	S (%)	h/d _i (-)	F (-)	d _i (m)	C/L	N datos	Observaciones
Bray (1979)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,03 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,268}$	0,022-1,5	2,3-84,3	0,17-0,75	0,036-0,375	C	67	Datos de ríos de grava en Alberta (Canadá) para caudal aproximadamente igual o inferior al nivel del cauce de aguas altas, siendo el periodo de retorno de 2 años. Los tramos estudiados no presentaban vegetación en el cauce ni formas de fondo y el transporte sólido de fondo era despreciable o inexistente.
Bruschin (1982)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,39 \left(\frac{R}{d_{90}} \right)^{1/6}$	—	—	—	—	C-L	—	Propuesta a partir de datos para fondo móvil de Griffiths (1981) basándose y de Strickler (1923) propone disminuir el coeficiente del denominador de la ecuación de Meyer-Peter y Müller (1948). Griffiths (1982) conviene que la ecuación propuesta sería aplicable, pero en condiciones de lecho fijo y en el rango: $6 \leq R/d_{90} \leq 60$.
Maynord (1991)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 7,29 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,1664}$	0,039-2,0	2,5-23,5	0,18-1,40	0,0046-0,134	L	95	A partir de 54 datos obtenidos de ensayos propios en canal de laboratorio con revestimiento de escollera y de otros de Brown y Chu (1968), McQuivey (1973) y Neill (1967). Las condiciones son de flujo uniforme y turbulento rugoso sobre lechos de partículas de cantera o grava.
Ho y Huang (1992)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,11 \left(\frac{R}{d_{90}} \right)^{1/6}$	1,0-10	—	1,17-2,70	0,002-0,025	L	195	Datos de laboratorio con transporte sólido ($q_s/q_l < 0,4\%$). Contrastada con datos de ríos de montaña de material grueso.

Tabla A-4. Recopilación de fórmulas ajustadas según la ecuaciones (2.97) y (2.98).

Referencia	Ecuación	S (%)	h/d _i (-)	F (-)	d _i (m)	C/L	N datos	Observaciones
Abt <i>et al.</i> (1988)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,90 \frac{R^{1/6}}{(d_{50} \cdot S)^{0,159}}$	1,0-20	0,4-7,3	0,98-5,4	0,026-0,157	L	10	Ecuación desarrollada con datos tomados de canal de laboratorio compuestos de elementos angulares de escollera en situaciones previas al fallo de la misma.
Rice <i>et al.</i> (1998)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,99 \frac{R^{1/6}}{(d_{50} \cdot S)^{0,147}}$	1,0-33	0,3-10	—	0,026-0,278	L	27	Formulas desarrolladas combinando 15 datos propios obtenidos en canales de laboratorio de fuerte pendiente con revestimiento de escollera formado por elementos angulares con 12 datos de Abt <i>et al.</i> (1987).
López y Barragán (2003)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1,41 \left(\frac{R}{d_{84}} \right)^{0,51} \frac{1}{S^{0,21}}$	0,95-5,2	0,17-7,1	0,1-1,26	0,05-0,91	C	145	Flujo uniforme en ríos de montaña, en tramos rectos, sin vegetación ni obstáculos.
Meunier (1989)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,23 \left(\frac{y_m}{d_{90}} \right)^{0,35} \frac{1}{S^{0,2}}$	3,0-20	2,6-15,0	1,40-4,16	0,0046-0,0121	L	71	Datos de Smart y Jaeggi (1983), incluyendo flujo hiperconcentrado.
Meunier (1989) y Rickenmann (1990)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1,25 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,5} \frac{1}{S^{0,21}}$	0,4-4,0	0,4-11,4	0,15-1,17	0,113-0,50	C	44	Datos de Bathurst (1985)
Rickenmann (1990) A	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1,5 \left(\frac{y_m}{d_{90}} \right)^{0,5} \frac{1}{S^{0,29}}$	3,0-20	2,6-15,0	1,40-4,16	0,0046-0,0121	L	115	Datos de Smart y Jaeggi (1983) y de Rickenmann (1990), incluyendo flujo hiperconcentrado.
Rickenmann (1990) B	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 0,45 \left(\frac{y_m}{d_m} \right)^{0,5} \frac{1}{S^{0,27}}$	3,0-20	4,3-44,0	1,40-4,16	0,002-0,0105	L	115	Datos de Smart y Jaeggi (1983) y de Rickenmann (1990), incluyendo flujo hiperconcentrado.

Tabla A-5. Recopilación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.179).

Referencia	Ecuación	Q (m ³ /s)	A (m ²)	R (m)	S (%)	N datos	Observaciones
Golubtsov (1969)	$Q = 4,505 AR^{2/3} S^{0,167}$ ($n = 0,222 \cdot S^{0,33}$)	—	—	—	0,4-20	500	Análisis de caudales máximos en un gran número de ríos de montaña del Asia central. Ecuación inicial: $n = mS^{0,33}$. El valor medio de m es 0,222 variando entre un máximo de 0,286 y un mínimo de 0,182.
Riggs (1976)	$Q = 1,55 A^{1,33} S^{0,05-0,056 \log S}$	—	—	—	—	62	Datos de Barnes (1967)
Williams (1978)	$Q = 4,0 A^{1,21} S^{0,28}$	$0,5-28,3 \cdot 10^3$	$0,7-8510$	$0,44-6,92$	$0,0041-8,1$	233	Caudal equivalente al nivel de aguas altas. $0,00019 m \leq d_{50} \leq 0,19 m$.
Bray (1979)	$Q = 7,96 AR^{0,60} S^{0,29}$	$5,52-8207$	$6,33-3732$	$0,44-6,92$	$0,022-1,5$	67	Datos de ríos de grava en Alberta (Canadá) para caudal aproximadamente igual o inferior al nivel del cauce de aguas altas, siendo el periodo de retorno de 2 años. Los tramos estudiados no presentaban vegetación en el cauce ni formas de fondo y el transporte sólido de fondo era despreciable o inexistente.
	$Q = 9,62 AR^{2/3} S^{0,32}$ ($n = 0,104 \cdot S^{0,177}$)						
	$Q = 6,166 AR^{1/2} S^{0,244}$ ($\sqrt{8/f} = 1,969 \cdot S^{-0,256}$)						
Jarrett (1984)	$Q = 3,17 AR^{0,83} S^{0,12}$ ($n = 0,32 S^{0,38} R^{-0,16}$)	$0,34-128,2$	$1,03-63,4$	$0,15-2,1$	$0,2-4,0$	75	Las condiciones experimentales corresponden a flujo subcrítico ($F < 1$) casi uniforme, en cauces de alineación recta, estables, con mínima presencia de vegetación en las márgenes y sin transporte sólido. $0,1 m \leq d_{84} \leq 0,8 m$.
Meunier (1989)	$Q = 1,3 AR^{0,863} S^{-0,084}$	$0,137-195$	$0,52-79,5$	$0,102-1,60$	$0,4-4,0$	44	Datos de Barthurst (1985) en ríos británicos de material grueso (gravas, cantos o bolos). $0,113 m \leq d_{84} \leq 0,500 m$.
Sauer (1990)	$Q = 8,33 AR^{0,59} S^{0,32}$ ($n = 0,12 S^{0,18} R^{0,08}$)	—	—	$< 5,8$	$0,03-1,8$	—	Aplicable a cauces estrechos con vegetación densa en las márgenes.
Dingman y Sharma (1997)	$Q = 1,564 A^{1,173} R^{0,400} S^{-0,0543 \log S}$	$0,01-11500$	$0,45-4510$	$0,11-9,17$	$0,002-4,18$	520	Flujo turbulento y subcrítico ($F < 1$) casi uniforme, en cauces de alineación recta y caudal inferior al nivel de aguas altas.

Tabla A-5. (continuación). Recopilación de fórmulas ajustadas según la ecuación (2.179).

Referencia	Ecuación	Q (m ³ /s)	A (m ²)	R (m)	S (%)	N datos	Observaciones
Bjerklie et al. (2003)	$Q = 7,22 A^{1,02} R^{0,72} S^{0,35}$	0,01-216·10 ³	0,52-109·10 ³	0,18-48	0,00007-4,0	506	Flujo uniforme en tramos rectos sin desbordamiento del cauce principal y en algunos casos con vegetación.
López y Barragán (2004)	$Q = 5,196 A R^{0,452} S^{0,248}$	0,004-140	0,07-49	0,05-1,68	0,95-5,20	145	Flujo uniforme en ríos de montaña, en tramos rectos, sin vegetación ni obstáculos.
	$Q = 3,379 A^{1,085} R^{0,356} S^{0,208}$						
	$Q = 1,557 A^{1,173} R^{0,252} S^{-0,0461 \log S}$						

B

Apéndice



Figura B1. Vista general del tramo de registro en el río Bellera.



Figura B2. Vista general del tramo de registro en el río Bellera.



Figura B3. Vista general del tramo de registro en el río Bellera.



Figura B4. Sección central del tramo de registro en el río Bellera.



Figura B5. Minimolinete hidráulico.

C

Apéndice

Corrección de la influencia de las márgenes en canales de laboratorio

A continuación se expone detalladamente el método de corrección de la influencia de las márgenes que se ha empleado en este trabajo.

Método de Smart y Jaeggi

Considérese un canal de sección rectangular, cuya base tiene una anchura b y las márgenes están compuestas por un material diferente que el fondo, por el que circula un flujo de agua en régimen permanente y uniforme de caudal Q y calado y . Supóngase una división del área mojada del canal en tres subsecciones separadas mediante dos líneas rectas: dos subsecciones cuyo perímetro mojado son las márgenes y otra subsección en la que dicho perímetro es la solera (figura C-1). Se asume que la pendiente de la línea de energía, S , y la velocidad media, v , es la misma en cada subsección, luego la velocidad media en cada subsección vale

$$v = \frac{Q}{b \cdot y}$$

Por lo tanto, mediante la ecuación de Manning, se puede escribir para cada subsección de las márgenes

$$v = \frac{1}{n_m} R_m^{2/3} S^{1/2}$$

denotando n_m el coeficiente de Manning del material de las márgenes y R_m el radio hidráulico de la subsección. Despejando R_m , se tiene

$$R_m = \left(\frac{v \cdot n_m}{S^{1/2}} \right)^{3/2}$$

El método requiere la estimación de n_m , que se aborda con poca incertidumbre porque, generalmente, el material de las márgenes se encuentra bien caracterizado. En este trabajo se han adoptado valores de n_m que oscilan entre 0,009 y 0,011, dependiendo del material.

Por otro lado, el área mojada de cada subsección marginal, A_m , puede escribirse como

$$A_m = R_m y$$

Por consiguiente, el área de la base, A_b , puede entonces expresarse como

$$A_b = by - 2R_m y = y(b - 2R_m).$$

El radio hidráulico de la subsección cuyo perímetro mojado es la base del canal, R_b , es

$$R_b = A_b / b$$

La subsección central trapezoidal puede sustituirse por una rectangular de calado R_b , cuya diferencia de calado, Δh , con la sección completa del canal será

$$\Delta h = y - R_b$$

El caudal que circula por la subsección asociada al fondo, Q_b , será

$$Q_b = Q - v \cdot b \Delta h$$

Por consiguiente, para los cálculos de las diferentes variables hidráulicas necesarias en este trabajo se ha utilizado el valor de aquellos parámetros referidos a la base y obtenidos por el método presentado en los párrafos precedentes, cuando se trate de datos obtenidos en canales del laboratorio.

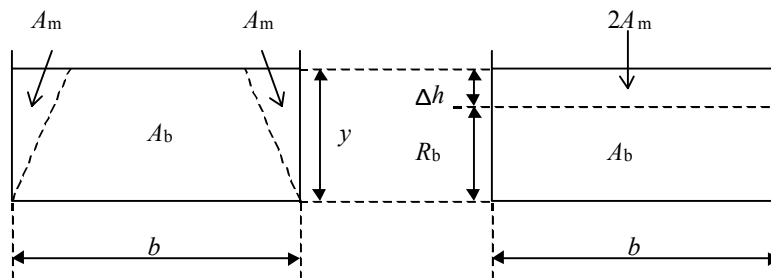


Figura C-1. Corrección del efecto de márgenes.

D

Apéndice

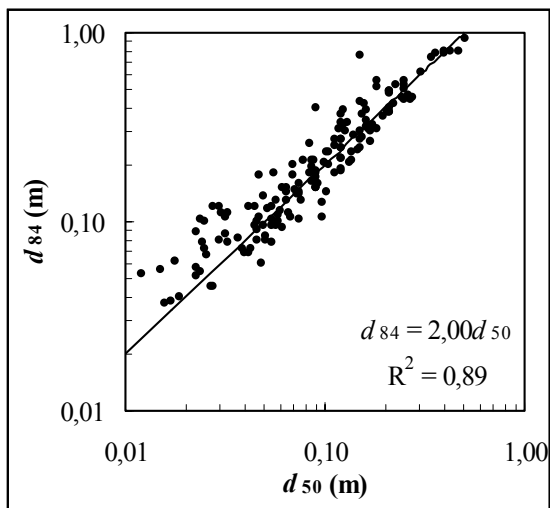


Figura D1. Relación entre d_{50} y d_{84} para los datos de campo.

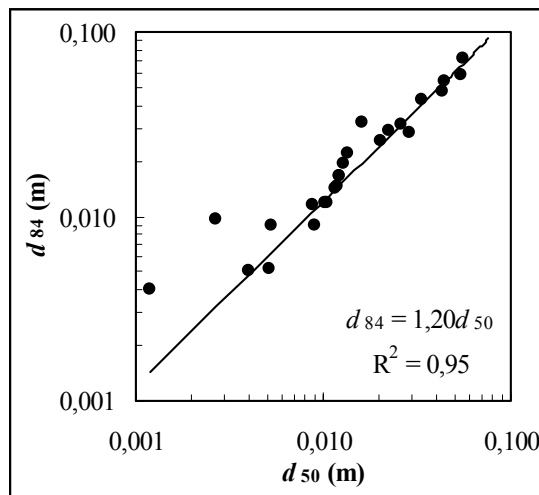


Figura D4. Relación entre d_{50} y d_{84} para los datos de laboratorio.

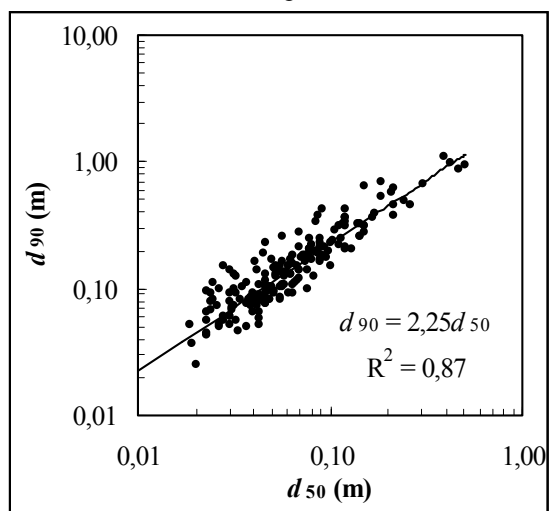


Figura D2. Relación entre d_{50} y d_{90} para los datos de campo.

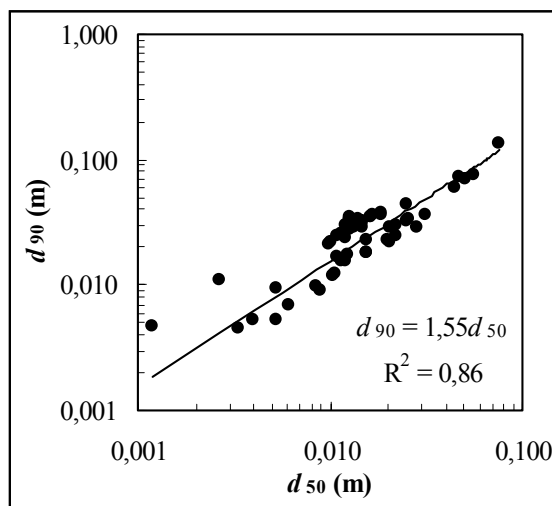


Figura D5. Relación entre d_{50} y d_{90} para los datos de laboratorio.

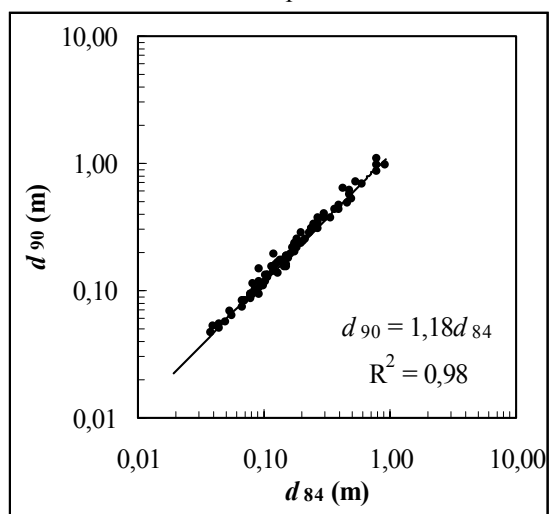


Figura D3. Relación entre d_{84} y d_{90} para los datos de campo.

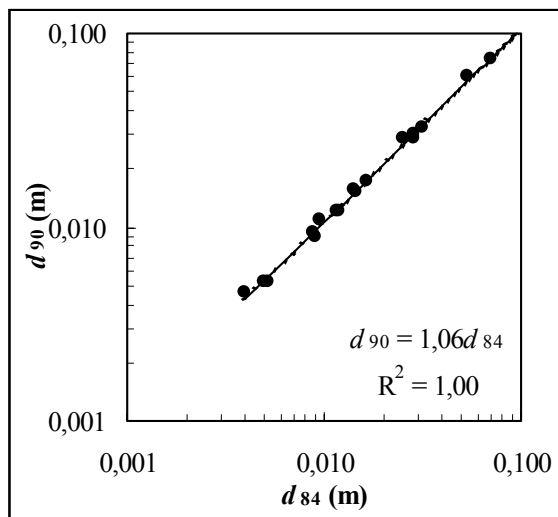


Figura D6. Relación entre d_{50} y d_{90} para los datos de laboratorio.

Tabla D1. Relaciones granulométricas. Datos de campo y de laboratorio.

Entorno	Parámetro	d_{90}/d_{84}	d_{84}/d_{50}	d_{90}/d_{50}
Campo	Relación	1,2	2,3	2,4
	n	91	166	191
	Cv (%)	9	33	33
Laboratorio	Relación	1,1	1,5	1,8
	n	17	25	53
	Cv (%)	5	43	38

Nota: Cada tramo analizado contribuye al conjunto de análisis únicamente con un único dato, es decir, se han eliminado los datos redundantes de cada tramo.

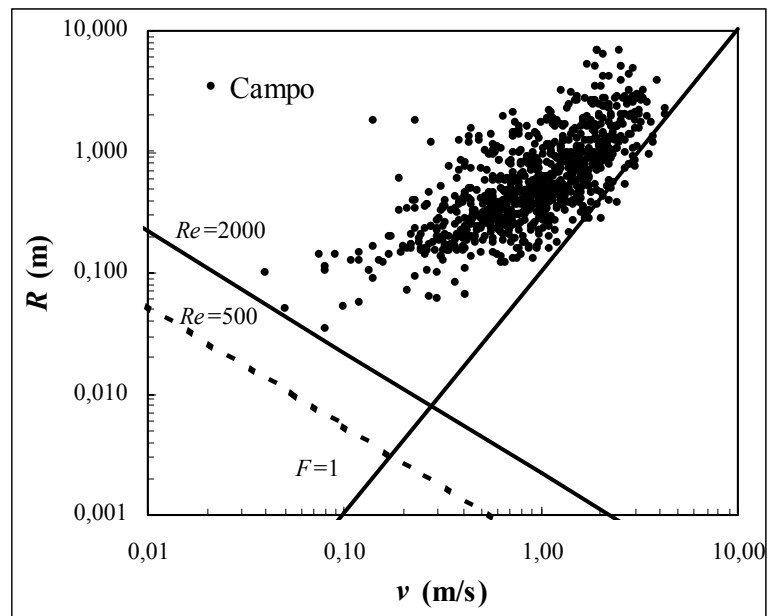


Figura D7. Relación entre v y R para los datos de campo.

Se han representado las rectas correspondientes a $R_e = 500$, $R_e = 2.000$ y $F = 1$.

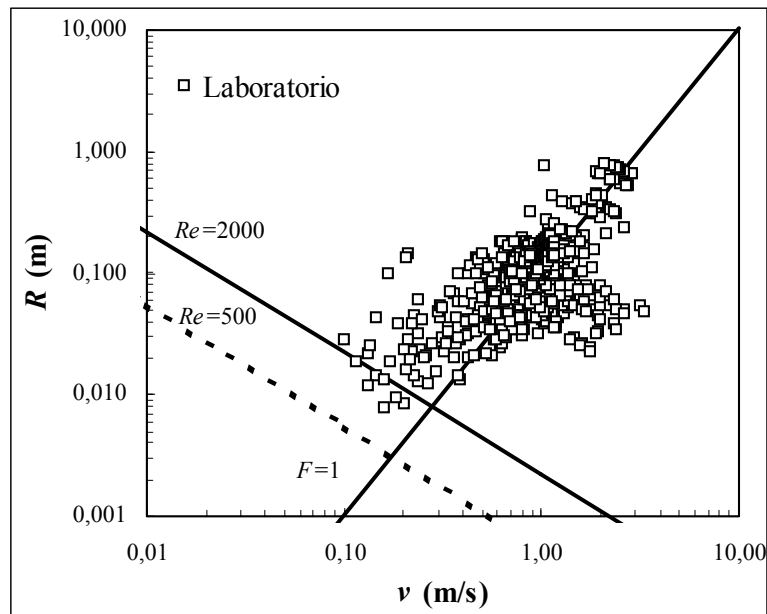


Figura D8. Relación entre v y R para los datos de laboratorio.

Se han representado las rectas correspondientes a $R_e = 500$, $R_e = 2.000$ y $F = 1$.

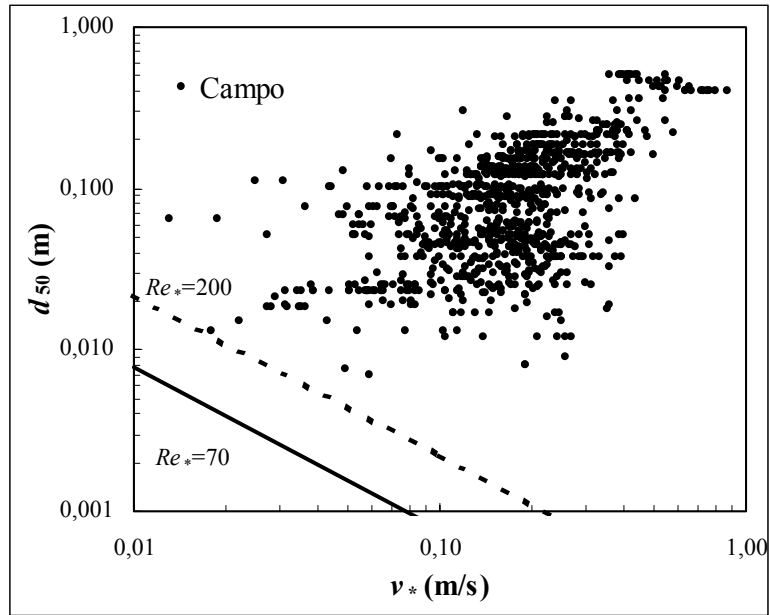


Figura D9. Relación entre v_* y d_{50} para los datos de campo. Se han representado las rectas correspondientes a $Re_* = 70$ y $Re_* = 200$.

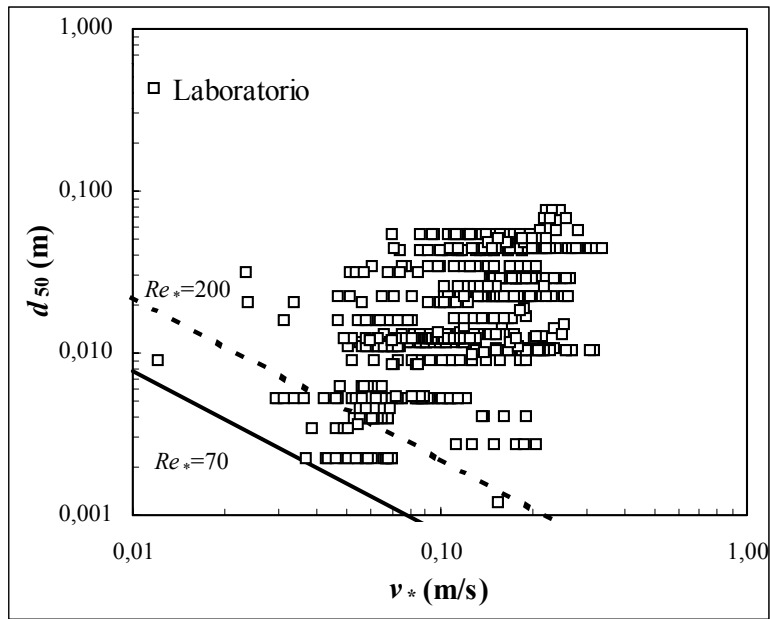


Figura D10. Relación entre v_* y d_{50} para los datos de laboratorio. Se han representado las rectas correspondientes a $Re_* = 70$ y $Re_* = 200$.

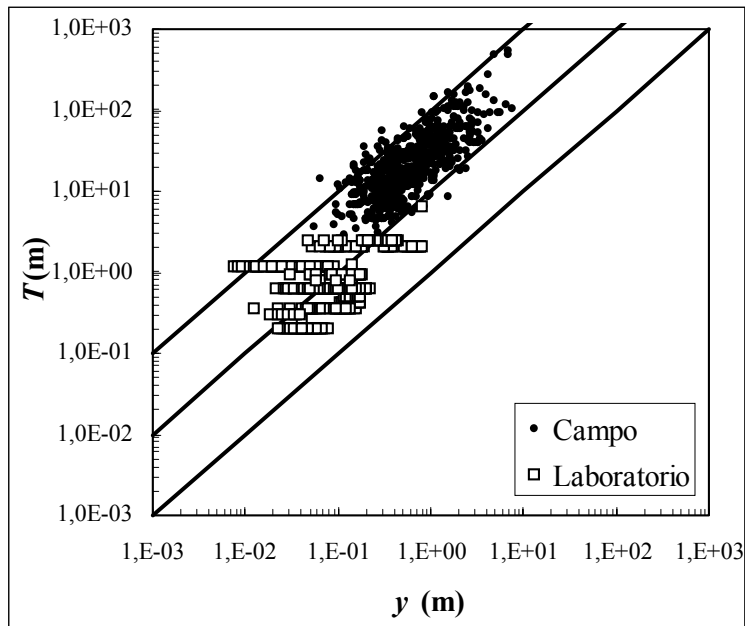


Figura D11. Relación entre y y T para los datos de campo y de laboratorio. Se han representado las rectas $y=T$; $y=10T$ e $y=100T$.

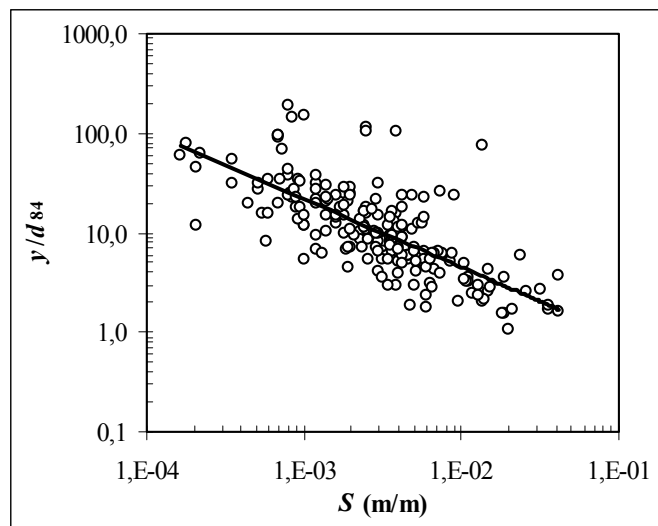


Figura D12. Relación entre pendiente y sumersión relativa del flujo (y/d_{84}) para datos a nivel de aguas altas.

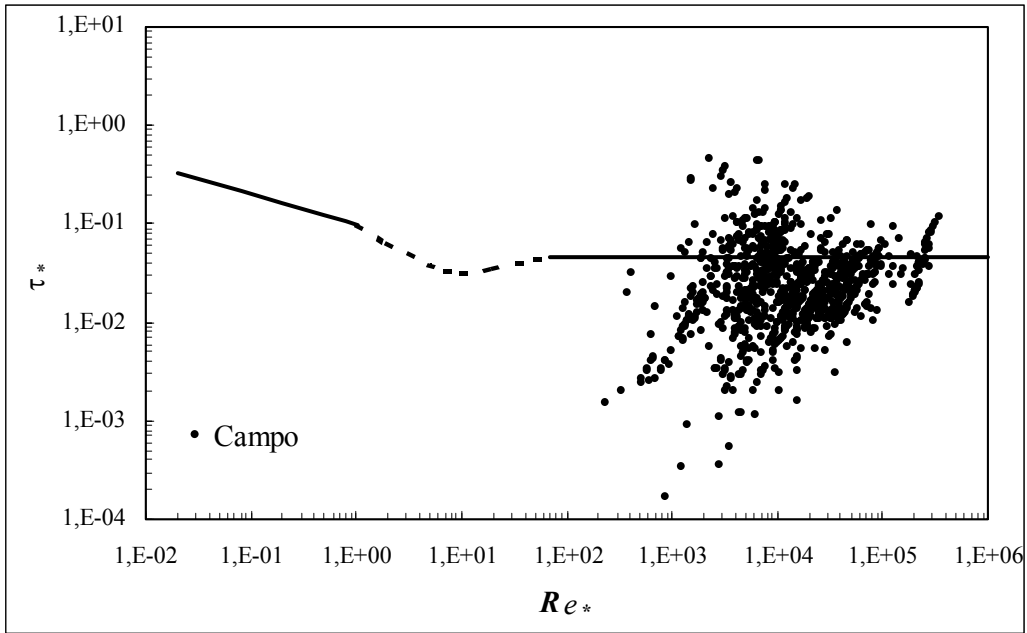


Figura D13. Relación entre Re_* y τ_* para los datos de campo.

Se ha representado la función de umbral de movimiento de acuerdo con las curvas de Yalin-Karahan (García y Maza, 1997).

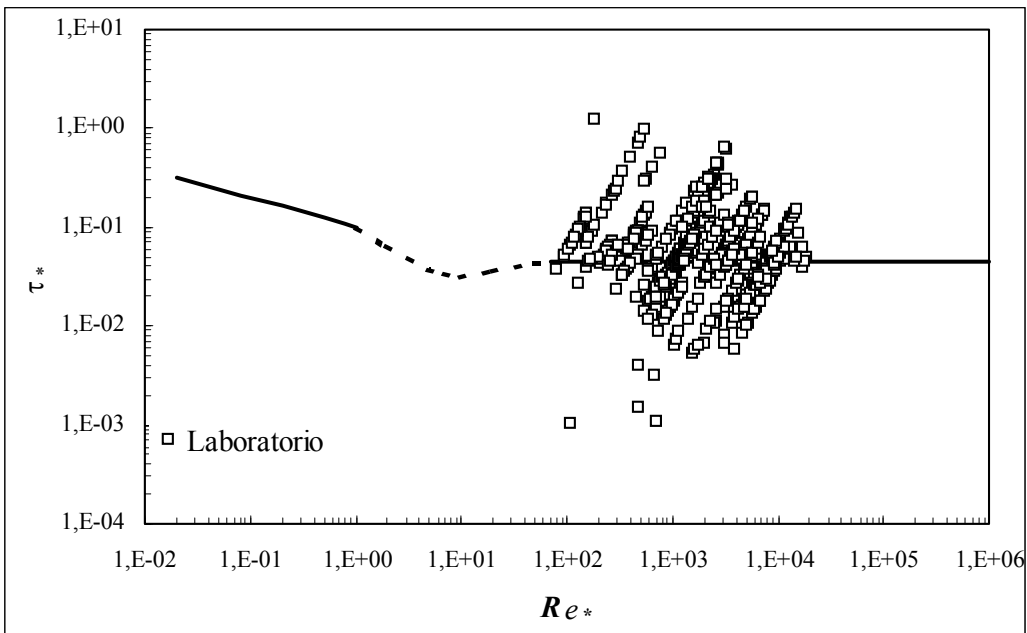


Figura D14. Relación entre Re_* y τ_* para los datos de laboratorio.

Se ha representado la función de umbral de movimiento de acuerdo con las curvas de Yalin-Karahan (García y Maza, 1997).

Tabla D2. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos de campo y de laboratorio. Conjunto total.

Parámetro	Variancias	F Significación	T Significación
$\sqrt{8/f}$ (-)	VI	0,018	0,000
	NVI	—	0,000
y/d_{90} (-)	VI	0,077	0,076
	NVI	—	0,057
y/d_{84} (-)	VI	0,000	0,783
	NVI	—	0,762
y/d_{50} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
S (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
F (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
τ/τ_c (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000

VI: Se ha asumido la hipótesis de variancias iguales.
 NVI: No se se ha asumido la hipótesis de variancias iguales.

Tabla D3. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos definidos por S como variable de control. Conjunto total.

Parámetro	Variancias	F Significación	T Significación
$\sqrt{8/f}$ (-)	VI	0,399	0,000
	NVI	—	0,000
y/d_{90} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
y/d_{84} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
y/d_{50} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
S (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
F (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
τ/τ_c (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000

VI: Se ha asumido la hipótesis de variancias iguales.
 NVI: No se se ha asumido la hipótesis de variancias iguales

Tabla D4. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos definidos por y/d_{84} como variable de control. Conjunto total.

Parámetro	Variancias	F Significación	T Significación
$\sqrt{8/f}$ (-)	VI	0,001	0,000
	NVI	—	0,000
y/d_{90} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
y/d_{84} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
y/d_{50} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
S (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
F (-)	VI	0,014	0,017
	NVI	—	0,017
τ/τ_c (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000

VI: Se ha asumido la hipótesis de variancias iguales.
 NVI: No se se ha asumido la hipótesis de variancias iguales

Tabla D5. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos definidos por Q_s como variable de control. Conjunto de laboratorio.

Parámetro	Variancias	F Significación	T Significación
$\sqrt{8/f}$ (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
y/d_{90} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
y/d_{84} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
y/d_{50} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
S (-)	VI	0,198	0,007
	NVI	—	0,007
F (-)	VI	0,214	0,000
	NVI	—	0,000
τ/τ_c (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000

VI: Se ha asumido la hipótesis de variancias iguales.
 NVI: No se se ha asumido la hipótesis de variancias iguales.

Tabla D6. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos definidos por S como variable de control. Conjunto de campo.

Parámetro	Variancias	F	T
		Significación	Significación
Q (m ³ /s)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
v (m/s)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
A (m ²)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
R (m)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
S (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
d_{90} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
d_{84} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
d_{50} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
y/d_{84} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
τ/τ_c (-)	VI	0,023	0,134
	NVI	—	0,114

VI: Se ha asumido la hipótesis de variancias iguales.

NVI: No se se ha asumido la hipótesis de variancias iguales.

Tabla D7. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos definidos por y/d_{84} como variable de control. Conjunto de campo.

Parámetro	Variancias	F	T
		Significación	Significación
Q (m ³ /s)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
v (m/s)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
A (m ²)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
R (m)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
S (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
d_{90} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
d_{84} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
d_{50} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
y/d_{84} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
τ/τ_c (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000

VI: Se ha asumido la hipótesis de variancias iguales.

NVI: No se se ha asumido la hipótesis de variancias iguales.

Tabla D8. Resumen de las pruebas F y T para los subconjuntos definidos por τ / τ_c como variable de control. Conjunto de campo.

Parámetro	Variancias	F Significación	T Significación
Q (m ³ /s)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,021
v (m/s)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
A (m ²)	VI	0,000	0,001
	NVI	—	0,079
R (m)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
S (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,005
d_{90} (-)	VI	0,548	0,000
	NVI	—	0,002
d_{84} (-)	VI	0,789	0,000
	NVI	—	0,000
d_{50} (-)	VI	0,807	0,000
	NVI	—	0,000
y / d_{84} (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000
τ / τ_c (-)	VI	0,000	0,000
	NVI	—	0,000

VI: Se ha asumido la hipótesis de variancias iguales.

NVI: No se se ha asumido la hipótesis de variancias iguales.

E

Apéndice

Tabla E1. Ecuaciones ajustadas con el conjunto completo de datos.

Ecuación (A1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,853 \log\left(\frac{y}{d_{90}}\right) + 4,195$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	4.825,8
<i>Et</i>	1,775
<i>R</i> ²	0,758
<i>E</i>	0,758
<i>E'</i>	0,572
<i>P</i>	23,7
<i>D</i> ₂₅	68,3
<i>D</i> ₅₀	88,6

Ecuación (A1.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,823 \log\left(\frac{R}{d_{90}}\right) + 4,226$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	4.941,5
<i>Et</i>	1,797
<i>R</i> ²	0,752
<i>E</i>	0,752
<i>E'</i>	0,566
<i>P</i>	24,3
<i>D</i> ₂₅	68,7
<i>D</i> ₅₀	87,9

Ecuación (A2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,902 \log\left(\frac{y}{d_{84}}\right) + 3,858$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	5.035,4
<i>Et</i>	1,814
<i>R</i> ²	0,747
<i>E</i>	0,747
<i>E'</i>	0,555
<i>P</i>	24,7
<i>D</i> ₂₅	66,9
<i>D</i> ₅₀	88,1

Ecuación (A2.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,867 \log\left(\frac{R}{d_{84}}\right) + 3,892$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	5.158,7
<i>Et</i>	1,836
<i>R</i> ²	0,741
<i>E</i>	0,741
<i>E'</i>	0,549
<i>P</i>	25,3
<i>D</i> ₂₅	66,8
<i>D</i> ₅₀	87,5

Cuadro . Ecuación (A3.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,356 \log\left(\frac{y}{d_{50}}\right) + 2,866$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	7.120,9
<i>Et</i>	2,157
<i>R</i> ²	0,643
<i>E</i>	0,644
<i>E'</i>	0,434
<i>P</i>	32,3
<i>D</i> ₂₅	57,0
<i>D</i> ₅₀	83,5

Cuadro . Ecuación (A3.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,337 \log\left(\frac{R}{d_{50}}\right) + 2,894$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	7.198,0
<i>Et</i>	2,168
<i>R</i> ²	0,640
<i>E</i>	0,640
<i>E'</i>	0,432
<i>P</i>	32,7
<i>D</i> ₂₅	57,7
<i>D</i> ₅₀	83,4

Tabla E1 (continuación).

Ecuación (B1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,809 \left(\left(\frac{y}{y - 0,109d_{90}} \right) \ln \left(\frac{9,174y}{d_{90}} \right) - 1 \right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	4874,6
<i>Et</i>	1,783
<i>R</i> ²	0,756
<i>E</i>	0,756
<i>E'</i>	0,572
<i>P</i>	23,4
<i>D</i> ₂₅	66,7
<i>D</i> ₅₀	88,7

Ecuación (B1.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,801 \left(\left(\frac{R}{R - 0,108d_{90}} \right) \ln \left(\frac{9,259R}{d_{90}} \right) - 1 \right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	4.969,3
<i>Et</i>	1,800
<i>R</i> ²	0,751
<i>E</i>	0,751
<i>E'</i>	0,568
<i>P</i>	23,7
<i>D</i> ₂₅	68,9
<i>D</i> ₅₀	88,5

Ecuación (B2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,825 \left(\left(\frac{y}{y - 0,124d_{84}} \right) \ln \left(\frac{8,065y}{d_{84}} \right) - 1 \right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	5.079,1
<i>Et</i>	1,821
<i>R</i> ²	0,745
<i>E</i>	0,745
<i>E'</i>	0,554
<i>P</i>	24,6
<i>D</i> ₂₅	66,8
<i>D</i> ₅₀	88,1

Ecuación (B2.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,817 \left(\left(\frac{R}{R - 0,123d_{84}} \right) \ln \left(\frac{8,163R}{d_{84}} \right) - 1 \right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	5.179,7
<i>Et</i>	1,839
<i>R</i> ²	0,740
<i>E</i>	0,740
<i>E'</i>	0,551
<i>P</i>	24,9
<i>D</i> ₂₅	67,6
<i>D</i> ₅₀	88,0

Ecuación (B3.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,494 \left(\left(\frac{y}{y - 0,149d_{50}} \right) \ln \left(\frac{6,717y}{d_{50}} \right) - 1 \right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	7.154,7
<i>Et</i>	2,162
<i>R</i> ²	0,641
<i>E</i>	0,641
<i>E'</i>	0,431
<i>P</i>	33,7
<i>D</i> ₂₅	56,6
<i>D</i> ₅₀	83,4

Ecuación (B3.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,488 \left(\left(\frac{R}{R - 0,148d_{50}} \right) \ln \left(\frac{6,770R}{d_{50}} \right) - 1 \right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	7.248,7
<i>Et</i>	2,171
<i>R</i> ²	0,637
<i>E</i>	0,637
<i>E'</i>	0,431
<i>P</i>	33,5
<i>D</i> ₂₅	57,4
<i>D</i> ₅₀	83,7

Tabla E1 (continuación).

Ecuación (C1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,405 \log\left(\frac{7,864y}{d_{90}}\right) \left(1 - \frac{0,153d_{90}}{y}\right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	4.772,8
<i>Et</i>	1,765
<i>R</i> ²	0,760
<i>E</i>	0,760
<i>E'</i>	0,576
<i>P</i>	22,4
<i>D</i> ₂₅	69,5
<i>D</i> ₅₀	89,1

Ecuación (C1.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,380 \log\left(\frac{8,005R}{d_{90}}\right) \left(1 - \frac{0,150d_{90}}{R}\right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	4.899,9
<i>Et</i>	1,789
<i>R</i> ²	0,754
<i>E</i>	0,754
<i>E'</i>	0,570
<i>P</i>	23,1
<i>D</i> ₂₅	69,7
<i>D</i> ₅₀	87,9

Ecuación (C2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,456 \log\left(\frac{6,791y}{d_{84}}\right) \left(1 - \frac{0,177d_{84}}{y}\right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	4.976,9
<i>Et</i>	1,803
<i>R</i> ²	0,750
<i>E</i>	0,750
<i>E'</i>	0,560
<i>P</i>	23,5
<i>D</i> ₂₅	67,6
<i>D</i> ₅₀	88,3

Ecuación (C2.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,418 \log\left(\frac{6,920R}{d_{84}}\right) \left(1 - \frac{0,173d_{84}}{R}\right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	5.111,9
<i>Et</i>	1,827
<i>R</i> ²	0,743
<i>E</i>	0,743
<i>E'</i>	0,554
<i>P</i>	24,2
<i>D</i> ₂₅	67,4
<i>D</i> ₅₀	87,3

Ecuación (C3.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,984 \log\left(\frac{5,055y}{d_{50}}\right) \left(1 - \frac{0,237d_{50}}{y}\right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	7.064,55
<i>Et</i>	2,143
<i>R</i> ²	0,646
<i>E</i>	0,647
<i>E'</i>	0,437
<i>P</i>	31,7
<i>D</i> ₂₅	57,5
<i>D</i> ₅₀	83,4

Ecuación (C3.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,962 \log\left(\frac{5,144R}{d_{50}}\right) \left(1 - \frac{0,233d_{50}}{R}\right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	7.152,4
<i>Et</i>	2,156
<i>R</i> ²	0,642
<i>E</i>	0,642
<i>E'</i>	0,435
<i>P</i>	32,2
<i>D</i> ₂₅	57,9
<i>D</i> ₅₀	83,1

Tabla E1 (continuación).

Ecuación (D1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,032 \log\left(\frac{y}{d_{90}}\right) + 4,009 + 0,154 \frac{d_{90}}{y}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	4.816,4
<i>Et</i>	1,774
<i>R</i> ²	0,758
<i>E</i>	0,758
<i>E'</i>	0,574
<i>P</i>	22,9
<i>D</i> ₂₅	68,7
<i>D</i> ₅₀	88,9

Ecuación (D1.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,074 \log\left(\frac{R}{d_{90}}\right) + 3,966 + 0,211 \frac{d_{90}}{R}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	4.922,7
<i>Et</i>	1,793
<i>R</i> ²	0,753
<i>E</i>	0,753
<i>E'</i>	0,570
<i>P</i>	23,4
<i>D</i> ₂₅	69,4
<i>D</i> ₅₀	88,6

Ecuación (D2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,083 \log\left(\frac{y}{d_{84}}\right) + 3,661 + 0,178 \frac{d_{84}}{y}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	5.025,9
<i>Et</i>	1,812
<i>R</i> ²	0,748
<i>E</i>	0,748
<i>E'</i>	0,557
<i>P</i>	23,9
<i>D</i> ₂₅	67,0
<i>D</i> ₅₀	88,5

Ecuación (D2.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,129 \log\left(\frac{R}{d_{84}}\right) + 3,609 + 0,249 \frac{d_{84}}{R}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	5.138,8
<i>Et</i>	1,832
<i>R</i> ²	0,742
<i>E</i>	0,742
<i>E'</i>	0,553
<i>P</i>	24,5
<i>D</i> ₂₅	67,6
<i>D</i> ₅₀	88,0

Ecuación (D3.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,367 \log\left(\frac{y}{d_{50}}\right) + 2,852 + 0,012 \frac{d_{50}}{y}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	7.120,9
<i>Et</i>	2,152
<i>R</i> ²	0,643
<i>E</i>	0,644
<i>E'</i>	0,434
<i>P</i>	32,3
<i>D</i> ₂₅	57,1
<i>D</i> ₅₀	83,5

Ecuación (D3.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,392 \log\left(\frac{R}{d_{50}}\right) + 2,821 + 0,094 \frac{d_{50}}{R}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	7.197,0
<i>Et</i>	2,163
<i>R</i> ²	0,640
<i>E</i>	0,640
<i>E'</i>	0,433
<i>P</i>	32,7
<i>D</i> ₂₅	57,7
<i>D</i> ₅₀	83,5

Tabla E1 (continuación).

Ecuación (E1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,714 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,426}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	8.296,8
<i>Et</i>	2,100
<i>R</i> ²	0,661
<i>E</i>	0,583
<i>E'</i>	0,476
<i>P</i>	26,6
<i>D</i> ₂₅	65,0
<i>D</i> ₅₀	89,7

Ecuación (E2.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,731 \left(\frac{R}{d_{90}} \right)^{0,424}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	2,094
<i>Et</i>	8.109,9
<i>R</i> ²	0,663
<i>E</i>	0,593
<i>E'</i>	0,477
<i>P</i>	26,9
<i>D</i> ₂₅	64,5
<i>D</i> ₅₀	89,2

Ecuación (E2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,510 \left(\frac{y}{d_{84}} \right)^{0,429}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	8.658,0
<i>Et</i>	2,144
<i>R</i> ²	0,647
<i>E</i>	0,565
<i>E'</i>	0,464
<i>P</i>	27,3
<i>D</i> ₂₅	63,3
<i>D</i> ₅₀	89,2

Ecuación (E2.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,528 \left(\frac{R}{d_{84}} \right)^{0,427}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	8.455,0
<i>Et</i>	2,138
<i>R</i> ²	0,649
<i>E</i>	0,575
<i>E'</i>	0,465
<i>P</i>	27,6
<i>D</i> ₂₅	63,0
<i>D</i> ₅₀	89,0

Ecuación (E3.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,966 \left(\frac{y}{d_{50}} \right)^{0,390}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	10.766,3
<i>Et</i>	2,432
<i>R</i> ²	0,545
<i>E</i>	0,459
<i>E'</i>	0,351
<i>P</i>	33,7
<i>D</i> ₂₅	51,2
<i>D</i> ₅₀	86,2

Ecuación (E3.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,978 \left(\frac{R}{d_{50}} \right)^{0,389}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	10.588,1
<i>Et</i>	2,426
<i>R</i> ²	0,547
<i>E</i>	0,468
<i>E'</i>	0,353
<i>P</i>	33,9
<i>D</i> ₂₅	51,2
<i>D</i> ₅₀	85,7

Tabla E1 (continuación).

Ecuación (F1.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,87 \left[1 + \frac{1,25 \cdot d_{90}}{y} \ln \left(\frac{\cosh \left(\frac{1}{1,25} - \frac{y}{1,25 \cdot d_{90}} \right)}{\cosh (1 / 1,25)} \right) \right]$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	4.821,3
<i>Et</i>	1,768
<i>R</i> ²	0,760
<i>E</i>	0,758
<i>E'</i>	0,572
<i>P</i>	26,2
<i>D</i> ₂₅	69,5
<i>D</i> ₅₀	88,6

Ecuación (F1.2)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,87 \left[1 + \frac{1,29 \cdot d_{90}}{R} \ln \left(\frac{\cosh \left(\frac{1}{1,29} - \frac{R}{1,29 \cdot d_{90}} \right)}{\cosh (1 / 1,29)} \right) \right]$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	4.992,0
<i>Et</i>	1,798
<i>R</i> ²	0,752
<i>E</i>	0,749
<i>E'</i>	0,564
<i>P</i>	27,1
<i>D</i> ₂₅	69,5
<i>D</i> ₅₀	87,0

Ecuación (F2.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,70 \left[1 + \frac{1,19 \cdot d_{84}}{y} \ln \left(\frac{\cosh \left(\frac{1}{1,19} - \frac{y}{1,19 \cdot d_{84}} \right)}{\cosh (1 / 1,19)} \right) \right]$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	5.192,8
<i>Et</i>	1,823
<i>R</i> ²	0,744
<i>E</i>	0,739
<i>E'</i>	0,550
<i>P</i>	27,3
<i>D</i> ₂₅	68,6
<i>D</i> ₅₀	87,5

Ecuación (F2.2)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,69 \left[1 + \frac{1,24 \cdot d_{84}}{R} \ln \left(\frac{\cosh \left(\frac{1}{1,24} - \frac{R}{1,24 \cdot d_{84}} \right)}{\cosh (1 / 1,24)} \right) \right]$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	5.379,2
<i>Et</i>	1,855
<i>R</i> ²	0,735
<i>E</i>	0,730
<i>E'</i>	0,544
<i>P</i>	28,2
<i>D</i> ₂₅	68,8
<i>D</i> ₅₀	86,8

Ecuación (F3.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,19 \left[1 + \frac{2,75 \cdot d_{50}}{y} \ln \left(\frac{\cosh \left(\frac{1}{2,75} - \frac{y}{2,75 \cdot d_{50}} \right)}{\cosh (1 / 1,19)} \right) \right]$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	8.370,2
<i>Et</i>	2,129
<i>R</i> ²	0,651
<i>E</i>	0,580
<i>E'</i>	0,374
<i>P</i>	45,3
<i>D</i> ₂₅	52,9
<i>D</i> ₅₀	76,4

Ecuación (F3.2)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,19 \left[1 + \frac{2,78 \cdot d_{84}}{R} \ln \left(\frac{\cosh \left(\frac{1}{2,78} - \frac{R}{2,78 \cdot d_{84}} \right)}{\cosh (1 / 2,78)} \right) \right]$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	8.468,9
<i>Et</i>	2,154
<i>R</i> ²	0,643
<i>E</i>	0,575
<i>E'</i>	0,372
<i>P</i>	45,5
<i>D</i> ₂₅	53,2
<i>D</i> ₅₀	77,0

Tabla E1 (continuación).

Ecuación (G1.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1,834 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	472.326,5
<i>Et</i>	2,797
<i>R</i> ²	0,399
<i>E</i>	-22,7
<i>E'</i>	-1,55
<i>P</i>	84,5
<i>D</i> ₂₅	23,0
<i>D</i> ₅₀	52,6

Ecuación (G1.2)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1,832 \left(\frac{R}{d_{90}} \right)$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	444.805,4
<i>Et</i>	2,778
<i>R</i> ²	0,407
<i>E</i>	-21,3
<i>E'</i>	-1,51
<i>P</i>	83,8
<i>D</i> ₂₅	22,6
<i>D</i> ₅₀	51,3

Ecuación (G2.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1,613 \left(\frac{y}{d_{84}} \right)$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	466.249,3
<i>Et</i>	2,839
<i>R</i> ²	0,380
<i>E</i>	-22,4
<i>E'</i>	-1,47
<i>P</i>	82,4
<i>D</i> ₂₅	24,1
<i>D</i> ₅₀	54,9

Ecuación (G2.2)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1,621 \left(\frac{R}{d_{84}} \right)$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	443.532,2
<i>Et</i>	2,819
<i>R</i> ²	0,389
<i>E</i>	-21,3
<i>E'</i>	-1,47
<i>P</i>	82,2
<i>D</i> ₂₅	23,4
<i>D</i> ₅₀	53,9

Ecuación (G3.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 0,918 \left(\frac{y}{d_{50}} \right)$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	767.462,1
<i>Et</i>	3,073
<i>R</i> ²	0,274
<i>E</i>	-37,5
<i>E'</i>	-1,87
<i>P</i>	96,2
<i>D</i> ₂₅	26,2
<i>D</i> ₅₀	51,4

Ecuación (G3.2)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 0,923 \left(\frac{R}{d_{50}} \right)$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Ec</i>	726.779,7
<i>Et</i>	3,059
<i>R</i> ²	0,281
<i>E</i>	-35,5
<i>E'</i>	-1,83
<i>P</i>	95,7
<i>D</i> ₂₅	25,7
<i>D</i> ₅₀	50,6

Tabla E1 (continuación).

Ecuación (H1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,858 \log \left(5,232 \frac{y}{d_{90}} \left(1 - e^{\frac{-2,726y}{\sqrt{S} \cdot d_{90}}} \right)^{0,5} \right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	4.704,6
<i>Et</i>	1,782
<i>R</i> ²	0,758
<i>E</i>	0,758
<i>E'</i>	0,573
<i>P</i>	23,7
<i>D</i> ₂₅	68,3
<i>D</i> ₅₀	88,2

Ecuación (H1.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,82 \log \left(5,346 \frac{R}{d_{90}} \left(1 - e^{\frac{-3,191R}{\sqrt{S} \cdot d_{90}}} \right)^{0,5} \right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	4.819,8
<i>Et</i>	1,804
<i>R</i> ²	0,752
<i>E</i>	0,752
<i>E'</i>	0,568
<i>P</i>	24,3
<i>D</i> ₂₅	68,6
<i>D</i> ₅₀	87,7

Ecuación (H2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,910 \log \left(4,522 \frac{y}{d_{84}} \left(1 - e^{\frac{-2,421y}{\sqrt{S} \cdot d_{84}}} \right)^{0,5} \right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	4.907,3
<i>Et</i>	1,820
<i>R</i> ²	0,747
<i>E</i>	0,747
<i>E'</i>	0,557
<i>P</i>	24,8
<i>D</i> ₂₅	66,7
<i>D</i> ₅₀	87,5

Ecuación (H2.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,874 \log \left(4,629 \frac{R}{d_{84}} \left(1 - e^{\frac{-2,792R}{\sqrt{S} \cdot d_{84}}} \right)^{0,5} \right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	5.030,1
<i>Et</i>	1,843
<i>R</i> ²	0,741
<i>E</i>	0,741
<i>E'</i>	0,549
<i>P</i>	25,1
<i>D</i> ₂₅	67,1
<i>D</i> ₅₀	87,9

Ecuación (H3.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,392 \log \left(3,417 \frac{y}{d_{50}} \left(1 - e^{\frac{-3,991y}{\sqrt{S} \cdot d_{50}}} \right)^{0,5} \right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	6.891,0
<i>Et</i>	2,152
<i>R</i> ²	0,646
<i>E</i>	0,647
<i>E'</i>	0,437
<i>P</i>	32,5
<i>D</i> ₂₅	57,7
<i>D</i> ₅₀	83,2

Ecuación (H3.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,380 \log \left(3,472 \frac{R}{d_{50}} \left(1 - e^{\frac{-4,631R}{\sqrt{S} \cdot d_{50}}} \right)^{0,5} \right)$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	6.966,8
<i>Et</i>	2,164
<i>R</i> ²	0,642
<i>E</i>	0,643
<i>E'</i>	0,432
<i>P</i>	32,9
<i>D</i> ₂₅	57,8
<i>D</i> ₅₀	82,9

Tabla E1 (continuación).

Ecuación (I1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,635 \log \left(S^{-0,057} \frac{y}{d_{90}} \right) + 3,655$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	4.669,3
<i>Et</i>	1,776
<i>R</i> ²	0,760
<i>E</i>	0,760
<i>E'</i>	0,572
<i>P</i>	24,0
<i>D</i> ₂₅	68,5
<i>D</i> ₅₀	88,1

Ecuación (I1.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,598 \log \left(S^{-0,059} \frac{R}{d_{90}} \right) + 3,671$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	4.782,4
<i>Et</i>	1,797
<i>R</i> ²	0,754
<i>E</i>	0,754
<i>E'</i>	0,567
<i>P</i>	24,7
<i>D</i> ₂₅	68,2
<i>D</i> ₅₀	87,0

Ecuación (I2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,739 \log \left(S^{-0,041} \frac{y}{d_{84}} \right) + 3,480$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	4.889,4
<i>Et</i>	1,817
<i>R</i> ²	0,748
<i>E</i>	0,748
<i>E'</i>	0,555
<i>P</i>	25,0
<i>D</i> ₂₅	66,3
<i>D</i> ₅₀	87,1

Ecuación (I2.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,695 \log \left(S^{-0,043} \frac{R}{d_{84}} \right) + 3,494$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	5.010,0
<i>Et</i>	1,839
<i>R</i> ²	0,742
<i>E</i>	0,742
<i>E'</i>	0,550
<i>P</i>	25,6
<i>D</i> ₂₅	66,8
<i>D</i> ₅₀	86,9

Ecuación (I3.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,293 \log \left(S^{-0,027} \frac{y}{d_{50}} \right) + 2,672$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	6.884,9
<i>Et</i>	2,151
<i>R</i> ²	0,646
<i>E</i>	0,646
<i>E'</i>	0,436
<i>P</i>	32,6
<i>D</i> ₂₅	57,4
<i>D</i> ₅₀	82,9

Ecuación (I3.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,269 \log \left(S^{-0,027} \frac{R}{d_{50}} \right) + 2,696$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	6.960,6
<i>Et</i>	2,163
<i>R</i> ²	0,643
<i>E</i>	0,643
<i>E'</i>	0,435
<i>P</i>	32,9
<i>D</i> ₂₅	57,6
<i>D</i> ₅₀	83,0

Tabla E1 (continuación).

Ecuación (J1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,532 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,421} S^{-0,0112}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	8.134,0
<i>Et</i>	2,113
<i>R</i> ²	0,661
<i>E</i>	0,581
<i>E'</i>	0,475
<i>P</i>	26,9
<i>D</i> ₂₅	64,7
<i>D</i> ₅₀	89,5

Ecuación (J1.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,545 \left(\frac{R}{d_{90}} \right)^{0,419} S^{-0,0115}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	7.958,0
<i>Et</i>	2,103
<i>R</i> ²	0,662
<i>E</i>	0,590
<i>E'</i>	0,475
<i>P</i>	27,1
<i>D</i> ₂₅	64,4
<i>D</i> ₅₀	89,1

Ecuación (J2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,429 \left(\frac{y}{d_{84}} \right)^{0,429} S^{-0,00463}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	8.543,3
<i>Et</i>	2,159
<i>R</i> ²	0,645
<i>E</i>	0,560
<i>E'</i>	0,463
<i>P</i>	27,6
<i>D</i> ₂₅	62,8
<i>D</i> ₅₀	89,1

Ecuación (J2.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,440 \left(\frac{R}{d_{84}} \right)^{0,426} S^{-0,00520}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	8.303,2
<i>Et</i>	2,151
<i>R</i> ²	0,647
<i>E</i>	0,572
<i>E'</i>	0,464
<i>P</i>	27,8
<i>D</i> ₂₅	62,7
<i>D</i> ₅₀	88,7

Ecuación (J3.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,990 \left(\frac{y}{d_{50}} \right)^{0,397} S^{0,0032}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	10.625,1
<i>Et</i>	2,448
<i>R</i> ²	0,543
<i>E</i>	0,453
<i>E'</i>	0,352
<i>P</i>	34,0
<i>D</i> ₂₅	51,2
<i>D</i> ₅₀	86,2

Ecuación (J3.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,006 \left(\frac{R}{d_{50}} \right)^{0,396} S^{0,00356}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	10.413,2
<i>Et</i>	2,440
<i>R</i> ²	0,546
<i>E</i>	0,464
<i>E'</i>	0,354
<i>P</i>	34,1
<i>D</i> ₂₅	51,4
<i>D</i> ₅₀	85,6

Tabla E1 (continuación).

Ecuación (K1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,181 \log\left(\frac{5,295y}{d_{90}}\right) F^{0,107}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	4.311,5
<i>Et</i>	1,706
<i>R</i> ²	0,778
<i>E</i>	0,778
<i>E'</i>	0,600
<i>P</i>	21,8
<i>D</i> ₂₅	70,5
<i>D</i> ₅₀	90,3

Ecuación (K1.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,140 \log\left(\frac{5,420R}{d_{90}}\right) F^{0,106}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	4.434,6
<i>Et</i>	1,730
<i>R</i> ²	0,772
<i>E</i>	0,771
<i>E'</i>	0,594
<i>P</i>	22,4
<i>D</i> ₂₅	70,7
<i>D</i> ₅₀	89,5

Ecuación (K2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,324 \log\left(\frac{4,521y}{d_{84}}\right) F^{0,124}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	4.381,5
<i>Et</i>	1,720
<i>R</i> ²	0,774
<i>E</i>	0,774
<i>E'</i>	0,592
<i>P</i>	22,4
<i>D</i> ₂₅	70,5
<i>D</i> ₅₀	90,1

Ecuación (K2.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,277 \log\left(\frac{4,637R}{d_{84}}\right) F^{0,123}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	4.514,0
<i>Et</i>	1,746
<i>R</i> ²	0,768
<i>E</i>	0,768
<i>E'</i>	0,586
<i>P</i>	23,0
<i>D</i> ₂₅	70,3
<i>D</i> ₅₀	89,5

Ecuación (K3.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,206 \log\left(\frac{3,166y}{d_{50}}\right) F^{0,203}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	5.538,9
<i>Et</i>	1,929
<i>R</i> ²	0,715
<i>E</i>	0,715
<i>E'</i>	0,525
<i>P</i>	26,2
<i>D</i> ₂₅	64,5
<i>D</i> ₅₀	86,4

Ecuación (K3.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,173 \log\left(\frac{3,226R}{d_{50}}\right) F^{0,202}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	5.630,1
<i>Et</i>	1,945
<i>R</i> ²	0,711
<i>E</i>	0,711
<i>E'</i>	0,522
<i>P</i>	26,7
<i>D</i> ₂₅	65,2
<i>D</i> ₅₀	86,4

Tabla E1 (continuación).

Ecuación (L1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,16 \log\left(\frac{y}{d_{90}}\right) + 3,53F - 0,88 \frac{\tau}{\tau_c} + 2,71$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	3.298,9
<i>Et</i>	1,493
<i>R</i> ²	0,830
<i>E</i>	0,830
<i>E'</i>	0,649
<i>P</i>	22,7
<i>D</i> ₂₅	74,2
<i>D</i> ₅₀	93,1

Ecuación (L1.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,13 \log\left(\frac{R}{d_{90}}\right) + 3,51F - 0,87 \frac{\tau}{\tau_c} + 2,75$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	3.426,3
<i>Et</i>	1,522
<i>R</i> ²	0,823
<i>E</i>	0,823
<i>E'</i>	0,643
<i>P</i>	23,4
<i>D</i> ₂₅	74,4
<i>D</i> ₅₀	91,9

Ecuación (L2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,24 \log\left(\frac{y}{d_{84}}\right) + 3,70F - 0,89 \frac{\tau}{\tau_c} + 2,23$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	3.368,6
<i>Et</i>	1,508
<i>R</i> ²	0,826
<i>E</i>	0,826
<i>E'</i>	0,641
<i>P</i>	23,5
<i>D</i> ₂₅	74,3
<i>D</i> ₅₀	92,4

Ecuación (L2.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,20 \log\left(\frac{R}{d_{84}}\right) + 3,68F - 0,88 \frac{\tau}{\tau_c} + 2,28$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	3.505,9
<i>Et</i>	1,539
<i>R</i> ²	0,819
<i>E</i>	0,819
<i>E'</i>	0,634
<i>P</i>	24,1
<i>D</i> ₂₅	74,6
<i>D</i> ₅₀	91,1

Ecuación (L3.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,90 \log\left(\frac{y}{d_{50}}\right) + 4,48F - 0,90 \frac{\tau}{\tau_c} + 0,51$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	4.558,7
<i>Et</i>	1,750
<i>R</i> ²	0,766
<i>E</i>	0,766
<i>E'</i>	0,565
<i>P</i>	26,4
<i>D</i> ₂₅	69,2
<i>D</i> ₅₀	88,6

Ecuación (L3.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,87 \log\left(\frac{R}{d_{50}}\right) + 4,46F - 0,90 \frac{\tau}{\tau_c} + 0,55$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	4.651,5
<i>Et</i>	1,768
<i>R</i> ²	0,761
<i>E</i>	0,761
<i>E'</i>	0,563
<i>P</i>	26,8
<i>D</i> ₂₅	69,3
<i>D</i> ₅₀	88,3

Tabla E1 (continuación).

Ecuación (M1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln \left(\left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,783} S^{-2,082} F^{3,986} \right) - 1,356$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	2.172,1
<i>Et</i>	1,210
<i>R</i> ²	0,888
<i>E</i>	0,888
<i>E'</i>	0,730
<i>P</i>	32,4
<i>D</i> ₂₅	87,3
<i>D</i> ₅₀	95,3

Ecuación (M1.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln \left(\left(\frac{R}{d_{90}} \right)^{0,724} S^{-2,133} F^{4,067} \right) - 1,480$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	2.225,8
<i>Et</i>	1,225
<i>R</i> ²	0,886
<i>E</i>	0,886
<i>E'</i>	0,727
<i>P</i>	32,9
<i>D</i> ₂₅	87,4
<i>D</i> ₅₀	95,3

Ecuación (M2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln \left(\left(\frac{y}{d_{84}} \right)^{0,764} S^{-2,108} F^{4,062} \right) - 1,506$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	2.196,1
<i>Et</i>	1,216
<i>R</i> ²	0,887
<i>E</i>	0,887
<i>E'</i>	0,728
<i>P</i>	32,8
<i>D</i> ₂₅	87,3
<i>D</i> ₅₀	95,3

Ecuación (M2.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln \left(\left(\frac{R}{d_{84}} \right)^{0,702} S^{-2,161} F^{4,144} \right) - 1,630$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	2.249,2
<i>Et</i>	1,231
<i>R</i> ²	0,884
<i>E</i>	0,884
<i>E'</i>	0,726
<i>P</i>	33,3
<i>D</i> ₂₅	87,3
<i>D</i> ₅₀	95,3

Ecuación (M3.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln \left(\left(\frac{y}{d_{50}} \right)^{0,520} S^{-2,332} F^{4,536} \right) - 2,273$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	2.351,8
<i>Et</i>	1,254
<i>R</i> ²	0,879
<i>E</i>	0,879
<i>E'</i>	0,718
<i>P</i>	34,8
<i>D</i> ₂₅	88,1
<i>D</i> ₅₀	95,2

Ecuación (M3.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln \left(\left(\frac{R}{d_{50}} \right)^{0,470} S^{-2,376} F^{4,591} \right) - 2,355$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	2.387,5
<i>Et</i>	1,263
<i>R</i> ²	0,877
<i>E</i>	0,877
<i>E'</i>	0,716
<i>P</i>	35,2
<i>D</i> ₂₅	88,1
<i>D</i> ₅₀	95,1

Tabla E1 (continuación).

Ecuación (N1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,365 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,409} F^{0,238}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	6.748,8
<i>Et</i>	1,967
<i>R</i> ²	0,705
<i>E</i>	0,652
<i>E'</i>	0,527
<i>P</i>	22,5
<i>D</i> ₂₅	68,5
<i>D</i> ₅₀	92,4

Ecuación (N1.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,385 \left(\frac{R}{d_{90}} \right)^{0,407} F^{0,238}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	6.665,9
<i>Et</i>	1,968
<i>R</i> ²	0,705
<i>E</i>	0,657
<i>E'</i>	0,526
<i>P</i>	22,8
<i>D</i> ₂₅	67,9
<i>D</i> ₅₀	91,6

Ecuación (N2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,178 \left(\frac{y}{d_{84}} \right)^{0,414} F^{0,257}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	6.797,9
<i>Et</i>	1,977
<i>R</i> ²	0,702
<i>E</i>	0,650
<i>E'</i>	0,526
<i>P</i>	22,6
<i>D</i> ₂₅	67,3
<i>D</i> ₅₀	92,6

Ecuación (N2.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,198 \left(\frac{R}{d_{84}} \right)^{0,411} F^{0,256}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	6.662,1
<i>Et</i>	1,975
<i>R</i> ²	0,702
<i>E</i>	0,657
<i>E'</i>	0,526
<i>P</i>	22,9
<i>D</i> ₂₅	67,4
<i>D</i> ₅₀	91,7

Ecuación (N3.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,673 \left(\frac{y}{d_{50}} \right)^{0,392} F^{0,354}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	8.016,9
<i>Et</i>	2,166
<i>R</i> ²	0,642
<i>E</i>	0,587
<i>E'</i>	0,486
<i>P</i>	24,6
<i>D</i> ₂₅	64,1
<i>D</i> ₅₀	90,7

Ecuación (N3.2)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,690 \left(\frac{R}{d_{50}} \right)^{0,391} F^{0,353}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	7.900,4
<i>Et</i>	2,161
<i>R</i> ²	0,644
<i>E</i>	0,593
<i>E'</i>	0,487
<i>P</i>	24,8
<i>D</i> ₂₅	64,8
<i>D</i> ₅₀	89,7

Tabla E1 (continuación).

Ecuación (O1.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,209 \left(\frac{v}{\sqrt{g \cdot d_{90}}} \right)^{0,517}$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	10.201,0
<i>Et</i>	2,517
<i>R</i> ²	0,517
<i>E</i>	0,475
<i>E'</i>	0,388
<i>P</i>	29,8
<i>D</i> ₂₅	54,7
<i>D</i> ₅₀	83,7

Ecuación (O2.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,026 \left(\frac{v}{\sqrt{g \cdot d_{84}}} \right)^{0,527}$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	10.010,0
<i>Et</i>	2,509
<i>R</i> ²	0,520
<i>E</i>	0,480
<i>E'</i>	0,390
<i>P</i>	29,8
<i>D</i> ₂₅	54,7
<i>D</i> ₅₀	83,5

Ecuación (O3.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,160 \left(\frac{v}{\sqrt{g \cdot d_{50}}} \right)^{0,558}$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.483
<i>Ec</i>	9.865,6
<i>Et</i>	2,483
<i>R</i> ²	0,530
<i>E</i>	0,492
<i>E'</i>	0,401
<i>P</i>	29,1
<i>D</i> ₂₅	55,1
<i>D</i> ₅₀	85,2

Tabla E2. Ecuaciones ajustadas a los subconjuntos de campo y de laboratorio.

Ecuación (A4.1)- d_{90}		Ecuación (A4.2)- d_{90}		Ecuación (B4.1)- d_{90}		Ecuación (B4.2)- d_{90}	
A_1	A_2	A_1	A_2	B_1	B_2	B_1	B_2
5,669	4,016	5,920	4,592	2,717	0,111	2,793	0,089
Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio	Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio
N	954	N	579	N	954	N	579
Ec	3.483,6	Ec	1.152,6	Ec	3.507,0	Ec	1.162,3
Et	1,913	Et	1,413	Et	1,919	Et	1,421
R^2	0,725	R^2	0,815	R^2	0,723	R^2	0,813
E	0,725	E	0,815	E	0,723	E	0,813
E'	0,535	E'	0,637	E'	0,536	E'	0,636
P	26,6	P	15,8	P	26,1	P	15,6
D_{25}	60,7	D_{25}	82,6	D_{25}	60,9	D_{25}	81,9
D_{50}	87,4	D_{50}	93,8	D_{50}	88,4	D_{50}	94,0

Ecuación (A5.1)- d_{84}		Ecuación (A5.2)- d_{84}		Ecuación (B5.1)- d_{84}		Ecuación (B5.2)- d_{84}	
A_1	A_2	A_1	A_2	B_1	B_2	B_1	B_2
5,664	3,641	6,083	4,304	2,725	0,130	2,874	0,105
Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio	Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio
N	954	N	579	N	954	N	579
Ec	3.498,9	Ec	1.214,4	Ec	3.513,5	Ec	1.229,0
Et	1,917	Et	1,451	Et	1,921	Et	1,460
R^2	0,724	R^2	0,805	R^2	0,723	R^2	0,802
E	0,724	E	0,805	E	0,723	E	0,802
E'	0,530	E'	0,627	E'	0,533	E'	0,625
P	27,2	P	16,3	P	26,6	P	16,3
D_{25}	59,7	D_{25}	81,3	D_{25}	61,0	D_{25}	81,3
D_{50}	86,7	D_{50}	93,6	D_{50}	87,7	D_{50}	93,6

Ecuación (A6.1)- d_{50}		Ecuación (A6.2)- d_{50}		Ecuación (B6.1)- d_{50}		Ecuación (B6.2)- d_{50}	
A_1	A_2	A_1	A_2	B_1	B_2	B_1	B_2
5,349	2,086	5,766	3,840	2,392	0,181	2,688	0,110
Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio	Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio
N	954	N	579	N	954	N	579
Ec	3.927,6	Ec	1.603,7	Ec	4.056,5	Ec	1.612,0
Et	2,031	Et	1,667	Et	2,048	Et	1,672
R^2	0,691	R^2	0,742	R^2	0,681	R^2	0,741
E	0,691	E	0,742	E	0,681	E	0,741
E'	0,496	E'	0,570	E'	0,484	E'	0,570
P	29,1	P	18,9	P	32,1	P	18,7
D_{25}	56,7	D_{25}	78,1	D_{25}	56,9	D_{25}	78,4
D_{50}	85,7	D_{50}	90,7	D_{50}	84,5	D_{50}	90,5

Tabla E2. (continuación).

Ecuación (C4.1)- d_{90}		Ecuación (C4.2)- d_{90}		Ecuación (D4.1)- d_{90}			Ecuación (D4.2)- d_{90}		
C_1	C_2	C_1	C_2	D_1	D_2	D_3	D_1	D_2	D_3
5,245	1,562	5,456	1,323	5,872	3,809	0,168	6,028	4,477	0,107
Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio	Restricción	Campo		Restricción	Laboratorio	
N	954	N	579	N	954		N	579	
Ec	3.445,2	Ec	1.146,3	Ec	3.474,7		Ec	1.151,8	
Et	1,902	Et	1,409	Et	1,911		Et	1,413	
R^2	0,728	R^2	0,816	R^2	0,726		R^2	0,815	
E	0,728	E	0,816	E	0,726		E	0,815	
E'	0,540	E'	0,639	E'	0,538		E'	0,638	
P	24,8	P	15,7	P	25,3		P	15,7	
D_{25}	61,7	D_{25}	82,4	D_{25}	60,8		D_{25}	82,6	
D_{50}	88,4	D_{50}	93,6	D_{50}	87,8		D_{50}	94,1	

Ecuación (C5.1)- d_{84}		Ecuación (C5.2)- d_{84}		Ecuación (D5.1)- d_{84}			Ecuación (D5.2)- d_{84}		
C_1	C_2	C_1	C_2	D_1	D_2	D_3	D_1	D_2	D_3
5,245	1,830	5,589	1,537	5,919	3,365	0,243	6,108	4,278	0,021
Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio	Restricción	Campo		Restricción	Laboratorio	
N	954	N	579	N	954		N	579	
Ec	3.462,5	Ec	1.205,4	Ec	3.484,6		Ec	1.214,4	
Et	1,907	Et	1,445	Et	1,913		Et	1,451	
R^2	0,727	R^2	0,806	R^2	0,725		R^2	0,805	
E	0,727	E	0,806	E	0,725		E	0,805	
E'	0,535	E'	0,629	E'	0,535		E'	0,627	
P	25,4	P	16,2	P	25,9		P	16,3	
D_{25}	60,8	D_{25}	81,2	D_{25}	61,1		D_{25}	81,3	
D_{50}	87,2	D_{50}	93,6	D_{50}	88,1		D_{50}	93,8	

Ecuación (C6.1)- d_{50}		Ecuación (C6.2)- d_{50}		Ecuación (D6.1)- d_{50}			Ecuación (D6.2)- d_{50}		
C_1	C_2	C_1	C_2	D_1	D_2	D_3	D_1	D_2	D_3
4,962	3,266	5,330	1,729	5,562	1,783	0,414	5,644	3,988	-0,156
Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio	Restricción	Campo		Restricción	Laboratorio	
N	954	N	579	N	954		N	579	
Ec	3.908,4	Ec	1.588,4	Ec	3.917,1		Ec	1.602,7	
Et	2,020	Et	1,659	Et	2,022		Et	1,667	
R^2	0,693	R^2	0,745	R^2	0,692		R^2	0,742	
E	0,693	E	0,745	E	0,693		E	0,742	
E'	0,498	E'	0,573	E'	0,500		E'	0,569	
P	28,2	P	18,8	P	28,8		P	19,1	
D_{25}	56,6	D_{25}	78,8	D_{25}	57,3		D_{25}	78,4	
D_{50}	86,6	D_{50}	91,4	D_{50}	86,8		D_{50}	90,7	

Tabla E2. (continuación).

Ecuación (E4.1)- d_{90}		Ecuación (E4.2)- d_{90}		Ecuación (F4.1)- d_{90}		Ecuación (F4.2)- d_{90}	
E_1	E_2	E_1	E_2	F_1	F_2	F_1	F_2
3,493	0,435	4,309	0,382	5,71	1,20	6,12	1,53
Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio	Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio
N	954	N	579	N	954	N	579
Ec	5.929,1	Ec	1.805,5	Ec	3.458,7	Ec	1.241,3
Et	2,236	Et	1,650	Et	1,90	Et	1,455
R^2	0,624	R^2	0,747	R^2	0,728	R^2	0,804
E	0,532	E	0,710	E	0,727	E	0,800
E'	0,443	E'	0,533	E'	0,534	E'	0,616
P	29,8	P	17,9	P	30,1	P	17,0
D_{25}	60,0	D_{25}	77,7	D_{25}	64,0	D_{25}	82,2
D_{50}	89,2	D_{50}	94,0	D_{50}	87,0	D_{50}	92,6

Ecuación (E5.1)- d_{84}		Ecuación (E5.2)- d_{84}		Ecuación (F5.1)- d_{84}		Ecuación (F5.2)- d_{84}	
E_1	E_2	E_1	E_2	F_1	F_2	F_1	F_2
3,270	0,435	4,132	0,392	5,48	1,16	6,02	1,44
Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio	Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio
N	954	N	579	N	954	N	579
Ec	5.898,9	Ec	1.905,1	Ec	3.647,7	Ec	1.341,1
Et	2,232	Et	1,693	Et	1,938	Et	1,508
R^2	0,626	R^2	0,734	R^2	0,718	R^2	0,789
E	0,534	E	0,694	E	0,712	E	0,784
E'	0,444	E'	0,523	E'	0,519	E'	0,601
P	30,0	P	18,4	P	31,0	P	17,6
D_{25}	58,6	D_{25}	76,0	D_{25}	62,5	D_{25}	81,2
D_{50}	88,4	D_{50}	94,0	D_{50}	85,5	D_{50}	91,7

Ecuación (E6.1)- d_{50}		Ecuación (E6.2)- d_{50}		Ecuación (F6.1)- d_{50}		Ecuación (F6.2)- d_{50}	
E_1	E_2	E_1	E_2	F_1	F_2	F_1	F_2
2,476	0,411	3,842	0,373	4,94	4,34	5,68	1,36
Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio	Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio
N	954	N	579	N	954	N	579
Ec	5.970,3	Ec	2.393,4	Ec	5.439,1	Ec	1.778,6
Et	2,287	Et	1,911	Et	2,026	Et	1,719
R^2	0,607	R^2	0,661	R^2	0,691	R^2	0,726
E	0,529	E	0,615	E	0,571	E	0,714
E'	0,426	E'	0,484	E'	0,362	E'	0,528
P	31,5	P	20,3	P	54,1	P	20,7
D_{25}	57,4	D_{25}	73,7	D_{25}	45,7	D_{25}	78,1
D_{50}	87,3	D_{50}	91,4	D_{50}	74,0	D_{50}	89,3

Tabla E2. (continuación).

Ecuación (G4.1)- d ₉₀		Ecuación (G4.2)- d ₉₀		Ecuación (H4.1)- d ₉₀			Ecuación (H4.2)- d ₉₀		
<i>G</i> ₁		<i>G</i> ₁		<i>H</i> ₁	<i>H</i> ₂	<i>H</i> ₃	<i>H</i> ₁	<i>H</i> ₂	<i>H</i> ₃
1,879		1,726		3,851	38,34	0,0433	5,919	5,968	27,7
Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio	Restricción	Campo		Restricción	Laboratorio	
<i>N</i>	954	<i>N</i>	579	<i>N</i>	904		<i>N</i>	579	
<i>Ec</i>	376.393,6	<i>Ec</i>	99.178,8	<i>Ec</i>	3.180,1		<i>Ec</i>	1.152,6	
<i>Et</i>	2,892	<i>Et</i>	2,283	<i>Et</i>	1,875		<i>Et</i>	1,413	
<i>R</i> ²	0,371	<i>R</i> ²	0,517	<i>R</i> ²	0,739		<i>R</i> ²	0,815	
<i>E</i>	-28,7	<i>E</i>	-14,9	<i>E</i>	0,738		<i>E</i>	0,815	
<i>E'</i>	-1,67	<i>E'</i>	-1,58	<i>E'</i>	0,554		<i>E'</i>	0,637	
<i>P</i>	90,1	<i>P</i>	73,3	<i>P</i>	24,1		<i>P</i>	15,8	
<i>D</i> ₂₅	23,9	<i>D</i> ₂₅	23,7	<i>D</i> ₂₅	63,7		<i>D</i> ₂₅	82,6	
<i>D</i> ₅₀	56,5	<i>D</i> ₅₀	49,7	<i>D</i> ₅₀	89,5		<i>D</i> ₅₀	93,8	

Ecuación (G5.1)- d ₈₄		Ecuación (G5.2)- d ₈₄		Ecuación (H5.1)- d ₈₄			Ecuación (H5.2)- d ₈₄		
<i>G</i> ₁		<i>G</i> ₁		<i>H</i> ₁	<i>H</i> ₂	<i>H</i> ₃	<i>H</i> ₁	<i>H</i> ₂	<i>H</i> ₃
1,614		1,612		3,858	32,65	0,0367	6,075	5,100	22,6
Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio	Restricción	Campo		Restricción	Laboratorio	
<i>N</i>	954	<i>N</i>	579	<i>N</i>	904		<i>N</i>	579	
<i>Ec</i>	376.177,0	<i>Ec</i>	90.432,5	<i>Ec</i>	3.192,3		<i>Ec</i>	1.214,4	
<i>Et</i>	2,888	<i>Et</i>	2,302	<i>Et</i>	1,878		<i>Et</i>	1,451	
<i>R</i> ²	0,373	<i>R</i> ²	0,508	<i>R</i> ²	0,738		<i>R</i> ²	0,805	
<i>E</i>	-28,7	<i>E</i>	-13,5	<i>E</i>	0,737		<i>E</i>	0,805	
<i>E'</i>	-1,669	<i>E'</i>	-1,45	<i>E'</i>	0,549		<i>E'</i>	0,627	
<i>P</i>	89,9	<i>P</i>	70,1	<i>P</i>	24,7		<i>P</i>	16,3	
<i>D</i> ₂₅	24,6	<i>D</i> ₂₅	23,1	<i>D</i> ₂₅	62,1		<i>D</i> ₂₅	81,3	
<i>D</i> ₅₀	56,3	<i>D</i> ₅₀	52,5	<i>D</i> ₅₀	88,9		<i>D</i> ₅₀	93,6	

Ecuación (G6.1)- d ₅₀		Ecuación (G6.2)- d ₅₀		Ecuación (H6.1)- d ₅₀			Ecuación (H6.2)- d ₅₀		
<i>G</i> ₁		<i>G</i> ₁		<i>H</i> ₁	<i>H</i> ₂	<i>H</i> ₃	<i>H</i> ₁	<i>H</i> ₂	<i>H</i> ₃
0,769		1,230		3,202	52,2	0,0146	4,941	9,359	0,1580
Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio	Restricción	Campo		Restricción	Laboratorio	
<i>N</i>	954	<i>N</i>	579	<i>N</i>	904		<i>N</i>	579	
<i>Ec</i>	471.078,1	<i>Ec</i>	123.562,7	<i>Ec</i>	3.502,8		<i>Ec</i>	1.587,5	
<i>Et</i>	2,941	<i>Et</i>	2,557	<i>Et</i>	1,960		<i>Et</i>	1,658	
<i>R</i> ²	0,350	<i>R</i> ²	0,394	<i>R</i> ²	0,713		<i>R</i> ²	0,745	
<i>E</i>	-36,2	<i>E</i>	-18,9	<i>E</i>	0,714		<i>E</i>	0,745	
<i>E'</i>	-1,99	<i>E'</i>	-1,60	<i>E'</i>	0,526		<i>E'</i>	0,571	
<i>P</i>	100,5	<i>P</i>	76,0	<i>P</i>	26,1		<i>P</i>	18,7	
<i>D</i> ₂₅	19,2	<i>D</i> ₂₅	23,5	<i>D</i> ₂₅	60,2		<i>D</i> ₂₅	77,5	
<i>D</i> ₅₀	50,9	<i>D</i> ₅₀	52,0	<i>D</i> ₅₀	89,3		<i>D</i> ₅₀	91,4	

Tabla E2. (continuación).

Ecuación (I4.1)- d_{90}			Ecuación (I4.2)- d_{90}			Ecuación (J4.1)- d_{90}			Ecuación (J4.2)- d_{90}		
I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3	J_1	J_2	J_3	J_1	J_2	J_3
4,696	0,270	1,577	5,318	0,144	3,573	2,249	0,366	0,0967	4,046	0,366	0,021
Restricción		Campo	Restricción		Laboratorio	Restricción		Campo	Restricción		Laboratorio
N		904	N		579	N		904	N		579
Ec		3.125,5	Ec		1.105,7	Ec		5.157,8	Ec		1.776,7
Et		1,861	Et		1,384	Et		2,145	Et		1,632
R^2		0,743	R^2		0,822	R^2		0,659	R^2		0,753
E		0,743	E		0,822	E		0,576	E		0,714
E'		0,546	E'		0,653	E'		0,462	E'		0,541
P		27,8	P		15,3	P		29,1	P		17,7
D_{25}		62,1	D_{25}		80,8	D_{25}		60,4	D_{25}		77,7
D_{50}		86,5	D_{50}		94,5	D_{50}		89,4	D_{50}		94,1

Ecuación (I5.1)- d_{84}			Ecuación (I5.2)- d_{84}			Ecuación (J5.1)- d_{84}			Ecuación (J5.2)- d_{84}		
I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3	J_1	J_2	J_3	J_1	J_2	J_3
4,693	0,269	1,280	5,431	0,148	3,271	2,128	0,365	0,0967	3,851	0,372	0,0237
Restricción		Campo	Restricción		Laboratorio	Restricción		Campo	Restricción		Laboratorio
N		904	N		579	N		904	N		579
Ec		3.143,1	Ec		1.103,1	Ec		5.119,3	Ec		1.851,1
Et		1,867	Et		1,420	Et		2,143	Et		1,670
R^2		0,741	R^2		0,813	R^2		0,659	R^2		0,741
E		0,741	E		0,813	E		0,579	E		0,702
E'		0,541	E'		0,645	E'		0,462	E'		0,533
P		28,3	P		15,7	P		29,3	P		18,1
D_{25}		61,1	D_{25}		79,3	D_{25}		59,5	D_{25}		77,4
D_{50}		85,5	D_{50}		94,6	D_{50}		89,4	D_{50}		94,1

Ecuación (I6.1)- d_{50}			Ecuación (I6.2)- d_{50}			Ecuación (J6.1)- d_{50}			Ecuación (J6.2)- d_{50}		
I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3	J_1	J_2	J_3	J_1	J_2	J_3
4,288	0,347	-0,381	4,787	0,261	2,323	1,582	0,333	0,115	3,334	0,333	0,051
Restricción		Campo	Restricción		Laboratorio	Restricción		Campo	Restricción		Laboratorio
N		904	N		579	N		904	N		579
Ec		3.435,9	Ec		1.473,2	Ec		2,196	Ec		2.234,4
Et		1,945	Et		1,598	Et		5.309,7	Et		1,844
R^2		0,718	R^2		0,763	R^2		0,642	R^2		0,685
E		0,719	E		0,763	E		0,563	E		0,641
E'		0,515	E'		0,602	E'		0,447	E'		0,507
P		29,2	P		17,7	P		30,5	P		19,6
D_{25}		58,3	D_{25}		77,7	D_{25}		57,2	D_{25}		76,3
D_{50}		85,0	D_{50}		92,2	D_{50}		88,2	D_{50}		92,1

Tabla E2. (continuación).

Ecuación (K4.1)- d_{90}			Ecuación (K4.2)- d_{90}			Ecuación (L4.1)- d_{90}				Ecuación (L4.2)- d_{90}			
K_1	K_2	K_3	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2	L_3	L_4	L_1	L_2	L_3	L_4
6,291	5,173	0,120	6,059	5,661	0,083	6,31	6,03	2,13	2,24	6,49	2,63	0,61	2,83
Restricción		Campo	Restricción		Laboratorio	Restricción		Campo		Restricción		Laboratorio	
N		904	N		579	N		904		N		579	
Ec		3.203,5	Ec		1.099,6	Ec		2.103,0		Ec		706,7	
Et		1,884	Et		1,380	Et		1,527		Et		1,107	
R^2		0,737	R^2		0,823	R^2		0,827		R^2		0,886	
E		0,737	E		0,823	E		0,827		E		0,886	
E'		0,548	E'		0,638	E'		0,641		E'		0,712	
P		25,7	P		15,5	P		30,0		P		12,5	
D_{25}		62,7	D_{25}		83,4	D_{25}		70,7		D_{25}		87,2	
D_{50}		88,1	D_{50}		94,5	D_{50}		92,5		D_{50}		96,5	

Ecuación (K5.1)- d_{84}			Ecuación (K5.2)- d_{84}			Ecuación (L5.1)- d_{84}				Ecuación (L5.2)- d_{84}			
K_1	K_2	K_3	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2	L_3	L_4	L_1	L_2	L_3	L_4
6,290	4,453	0,121	6,240	4,811	0,091	6,32	6,11	2,16	1,79	6,69	2,71	0,62	2,43
Restricción		Campo	Restricción		Laboratorio	Restricción		Campo		Restricción		Laboratorio	
N		904	N		579	N		904		N		579	
Ec		3.214,3	Ec		1.151,6	Ec		2.085,7		Ec		744,8	
Et		1,887	Et		1,413	Et		1,521		Et		1,137	
R^2		0,736	R^2		0,815	R^2		0,828		R^2		0,880	
E		0,736	E		0,815	E		0,828		E		0,880	
E'		0,544	E'		0,627	E'		0,640		E'		0,706	
P		26,3	P		15,9	P		30,3		P		12,7	
D_{25}		63,2	D_{25}		82,6	D_{25}		71,2		D_{25}		86,9	
D_{50}		87,6	D_{50}		94,1	D_{50}		92,3		D_{50}		96,4	

Ecuación (K6.1)- d_{50}			Ecuación (K6.2)- d_{50}			Ecuación (L6.1)- d_{50}				Ecuación (L6.2)- d_{50}			
K_1	K_2	K_3	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2	L_3	L_4	L_1	L_2	L_3	L_4
5,965	2,488	0,1236	5,950	4,283	0,101	6,08	6,32	2,23	-0,056	6,36	2,69	0,59	1,86
Restricción		Campo	Restricción		Laboratorio	Restricción		Campo		Restricción		Laboratorio	
N		904	N		579	N		904		N		579	
Ec		3.598,6	Ec		1.526,7	Ec		2.408,4		Ec		1.149,1	
Et		1,991	Et		1,627	Et		1,627		Et		1,412	
R^2		0,705	R^2		0,755	R^2		0,803		R^2		0,815	
E		0,705	E		0,755	E		0,803		E		0,815	
E'		0,514	E'		0,575	E'		0,606		E'		0,632	
P		27,8	P		18,4	P		31,0		P		16,2	
D_{25}		59,2	D_{25}		80,3	D_{25}		68,3		D_{25}		82,2	
D_{50}		87,1	D_{50}		91,7	D_{50}		91,5		D_{50}		93,3	

Tabla E2. (continuación).

Ecuación (M4.1)- d_{90}			
M_1	M_2	M_3	M_4
0,761	1,976	3,574	1,257
Restricción		Campo	
N		904	
Ec		1.712,2	
Et		1,376	
R^2		0,859	
E		0,859	
E'		0,685	
P		42,6	
D_{25}		83,2	
D_{50}		93,9	

Ecuación (M4.2)- d_{90}			
M_1	M_2	M_3	M_4
0,418	2,797	5,131	3,581
Restricción		Laboratorio	
N		579	
Ec		315,8	
Et		0,740	
R^2		0,949	
E		0,949	
E'		0,797	
P		10,5	
D_{25}		94,0	
D_{50}		97,4	

Ecuación (N4.1)- d_{90}		
N_1	N_2	N_3
4,732	0,423	0,318
Restricción		Campo
N		904
Ec		5.345,1
Et		2,198
R^2		0,641
E		0,560
E'		0,476
P		25,9
D_{25}		62,4
D_{50}		90,6

Ecuación (N4.2)- d_{90}		
N_1	N_2	N_3
4,374	0,383	0,200
Restricción		Laboratorio
N		579
Ec		1.987,9
Et		1,603
R^2		0,762
E		0,680
E'		0,522
P		17,1
D_{25}		78,6
D_{50}		94,3

Ecuación (M5.1)- d_{84}			
M_1	M_2	M_3	M_4
0,759	1,978	3,584	1,371
Restricción		Campo	
N		904	
Ec		1.713,0	
Et		1,376	
R^2		0,859	
E		0,859	
E'		0,684	
P		42,7	
D_{25}		83,4	
D_{50}		93,9	

Ecuación (M5.2)- d_{84}			
M_1	M_2	M_3	M_4
0,421	2,811	5,164	3,673
Restricción		Laboratorio	
N		579	
Ec		315,9	
Et		0,740	
R^2		0,949	
E		0,949	
E'		0,797	
P		10,5	
D_{25}		93,8	
D_{50}		97,4	

Ecuación (N5.1)- d_{84}		
N_1	N_2	N_3
4,457	0,422	0,322
Restricción		Campo
N		904
Ec		5.302,4
Et		2,196
R^2		0,642
E		0,564
E'		0,476
P		26,1
D_{25}		61,6
D_{50}		90,6

Ecuación (N5.2)- d_{84}		
N_1	N_2	N_3
4,193	0,394	0,210
Restricción		Laboratorio
N		579
Ec		1.924,4
Et		1,634
R^2		0,752
E		0,691
E'		0,526
P		17,1
D_{25}		78,2
D_{50}		94,8

Ecuación (M6.1)- d_{50}			
M_1	M_2	M_3	M_4
0,654	2,066	3,730	2,052
Restricción		Campo	
N		904	
Ec		1.759,9	
Et		1,387	
R^2		0,856	
E		0,856	
E'		0,683	
P		43,3	
D_{25}		83,8	
D_{50}		93,7	

Ecuación (M6.2)- d_{50}			
M_1	M_2	M_3	M_4
0,258	2,983	5,440	4,191
Restricción		Laboratorio	
N		579	
Ec		328,0	
Et		0,754	
R^2		0,947	
E		0,947	
E'		0,791	
P		10,8	
D_{25}		94,5	
D_{50}		97,2	

Ecuación (N6.1)- d_{50}		
N_1	N_2	N_3
3,461	0,401	0,337
Restricción		Campo
N		904
Ec		5.630,1
Et		2,275
R^2		0,616
E		0,537
E'		0,451
P		27,6
D_{25}		59,6
D_{50}		89,3

Ecuación (N6.2)- d_{50}		
N_1	N_2	N_3
3,890	0,377	0,221
Restricción		Laboratorio
N		579
Ec		2.099,3
Et		1,827
R^2		0,691
E		0,663
E'		0,514
P		18,6
D_{25}		77,7
D_{50}		92,9

Tabla E2. (continuación).

Ecuación (O4.1)- d_{90}		Ecuación (O4.2)- d_{90}	
O_1	O_2	O_1	O_2
7,079	0,627	5,321	0,542
Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio
N	904	N	579
Ec	5.881,5	Ec	3.298,8
Et	2,439	Et	2,296
R^2	0,559	R^2	0,511
E	0,516	E	0,470
E'	0,423	E'	0,317
P	28,1	P	24,4
D_{25}	56,4	D_{25}	60,3
D_{50}	86,2	D_{50}	90,7

Ecuación (O5.1)- d_{84}		Ecuación (O5.2)- d_{84}	
O_1	O_2	O_1	O_2
6,761	0,629	5,200	0,549
Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio
N	904	N	579
Ec	5.808,7	Ec	2,323
Et	2,440	Et	3.329,2
R^2	0,558	R^2	0,500
E	0,522	E	0,465
E'	0,417	E'	0,313
P	29,6	P	25,3
D_{25}	55,3	D_{25}	58,4
D_{50}	84,7	D_{50}	89,1

Ecuación (O6.1)- d_{50}		Ecuación (O6.2)- d_{50}	
O_1	O_2	O_1	O_2
5,383	0,616	4,875	0,538
Restricción	Campo	Restricción	Laboratorio
N	904	N	579
Ec	6.251,8	Ec	3.499,2
Et	2,507	Et	2,387
R^2	0,534	R^2	0,472
E	0,486	E	0,438
E'	0,394	E'	0,301
P	30,6	P	26,1
D_{25}	53,1	D_{25}	59,1
D_{50}	85,0	D_{50}	88,3

Tabla E3. Ecuaciones ajustadas con S como variable de control.

Ecuación (A7.1)- d_{90}		Ecuación (A7.2)- d_{90}		Ecuación (B7.1)- d_{90}		Ecuación (B7.2)- d_{90}	
A ₁	A ₂	A ₁	A ₂	B ₁	B ₂	B ₁	B ₂
5,429	4,715	5,853	4,067	2,445	0,060	3,390	0,183
Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$	Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$
N	731	N	752	N	731	N	752
Ec	2.952,3	Ec	1.723,8	Ec	2.955,0	Ec	1.900,6
Et	2,012	Et	1,516	Et	2,013	Et	1,534
R^2	0,597	R^2	0,740	R^2	0,597	R^2	0,713
E	0,597	E	0,740	E	0,597	E	0,713
E'	0,411	E'	0,546	E'	0,408	E'	0,536
P	19,1	P	28,5	P	19,4	P	27,1
D_{25}	76,6	D_{25}	61,4	D_{25}	75,6	D_{25}	61,0
D_{50}	92,1	D_{50}	85,0	D_{50}	91,9	D_{50}	84,6

Ecuación (A8.1)- d_{84}		Ecuación (A8.2)- d_{84}		Ecuación (B8.1)- d_{84}		Ecuación (B8.2)- d_{84}	
A ₁	A ₂	A ₁	A ₂	B ₁	B ₂	B ₁	B ₂
5,478	4,382	5,961	3,736	2,469	0,070	3,311	0,209
Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$	Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$
N	731	N	752	N	731	N	752
Ec	3.039,0	Ec	1.849,6	Ec	3.040,1	Ec	2.435,0
Et	2,042	Et	1,570	Et	2,042	Et	1,591
R^2	0,586	R^2	0,721	R^2	0,585	R^2	0,633
E	0,586	E	0,721	E	0,585	E	0,633
E'	0,390	E'	0,522	E'	0,388	E'	0,511
P	19,9	P	30,0	P	20,2	P	27,8
D_{25}	75,5	D_{25}	61,4	D_{25}	74,6	D_{25}	58,4
D_{50}	92,1	D_{50}	85,0	D_{50}	91,8	D_{50}	83,6

Ecuación (A9.1)- d_{50}		Ecuación (A9.2)- d_{50}		Ecuación (B9.1)- d_{50}		Ecuación (B9.2)- d_{50}	
A ₁	A ₂	A ₁	A ₂	B ₁	B ₂	B ₁	B ₂
4,854	3,663	5,448	3,840	2,155	0,0728	2,584	0,172
Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$	Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$
N	731	N	752	N	731	N	752
Ec	3.904,0	Ec	2.910,6	Ec	3.893,5	Ec	2.998,5
Et	2,314	Et	1.970	Et	2,311	Et	1,986
R^2	0,468	R^2	0,561	R^2	0,469	R^2	0,548
E	0,468	E	0,561	E	0,469	E	0,548
E'	0,257	E'	0,362	E'	0,257	E'	0,359
P	24,9	P	39,5	P	25,0	P	41,2
D_{25}	66,8	D_{25}	48,4	D_{25}	66,8	D_{25}	49,3
D_{50}	88,6	D_{50}	75,4	D_{50}	88,4	D_{50}	76,6

Tabla E3. (continuación).

Ecuación (C7.1)- d_{90}		Ecuación (C7.2)- d_{90}		Ecuación (D7.1)- d_{90}			Ecuación (D7.2)- d_{90}		
C_1	C_2	C_1	C_2	D_1	D_2	D_3	D_1	D_2	D_3
5,128	1,176	5,380	1,581	4,445	5,963	-1,677	6,833	3,346	0,531
Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$	Restricción	$S \leq 0,0080$		Restricción	$S > 0,0080$	
N	731	N	752	N	731		N	752	
Ec	2.919,5	Ec	1.716,2	Ec	2.883,5		Ec	1.653,4	
Et	2,001	Et	1,500	Et	1,989		Et	1,473	
R^2	0,602	R^2	0,741	R^2	0,607		R^2	0,751	
E	0,602	E	0,741	E	0,607		E	0,751	
E'	0,417	E'	0,551	E'	0,420		E'	0,563	
P	18,8	P	26,0	P	18,9		P	27,8	
D_{25}	77,4	D_{25}	62,9	D_{25}	77,2		D_{25}	62,1	
D_{50}	92,3	D_{50}	85,4	D_{50}	92,1		D_{50}	87,9	

Ecuación (C8.1)- d_{84}		Ecuación (C8.2)- d_{84}		Ecuación (D8.1)- d_{84}			Ecuación (D8.2)- d_{84}		
C_1	C_2	C_1	C_2	D_1	D_2	D_3	D_1	D_2	D_3
5,174	1,380	5,482	1,858	4,385	5,832	-2,183	7,063	2,886	0,666
Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$	Restricción	$S \leq 0,0080$		Restricción	$S > 0,0080$	
N	731	N	752	N	731		N	752	
Ec	3.003,9	Ec	1.839,0	Ec	2.958,3		Ec	1.768,7	
Et	2,030	Et	1,553	Et	2,014		Et	1,525	
R^2	0,590	R^2	0,723	R^2	0,597		R^2	0,733	
E	0,590	E	0,725	E	0,597		E	0,733	
E'	0,396	E'	0,528	E'	0,400		E'	0,544	
P	19,5	P	27,5	P	19,6		P	29,2	
D_{25}	76,5	D_{25}	58,6	D_{25}	76,3		D_{25}	61,7	
D_{50}	92,5	D_{50}	84,0	D_{50}	92,5		D_{50}	87,4	

Ecuación (C9.1)- d_{50}		Ecuación (C9.2)- d_{50}		Ecuación (D9.1)- d_{50}			Ecuación (D9.2)- d_{50}		
C_1	C_2	C_1	C_2	D_1	D_2	D_3	D_1	D_2	D_3
4,690	1,690	4,973	2,462	3,185	6,378	-6,758	6,450	1,741	0,964
Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$	Restricción	$S \leq 0,0080$		Restricción	$S > 0,0080$	
N	731	N	752	N	731		N	752	
Ec	3.866,8	Ec	2.915,0	Ec	3.706,9		Ec	2.856,0	
Et	2,303	Et	1,961	Et	2,255		Et	1,941	
R^2	0,473	R^2	0,560	R^2	0,494		R^2	0,569	
E	0,473	E	0,560	E	0,494		E	0,569	
E'	0,262	E'	0,362	E'	0,286		E'	0,377	
P	24,5	P	38,9	P	23,6		P	40,4	
D_{25}	66,5	D_{25}	47,9	D_{25}	68,9		D_{25}	50,9	
D_{50}	89,6	D_{50}	75,5	D_{50}	91,0		D_{50}	77,1	

Tabla E3. (continuación).

Ecuación (E7.1)- d_{90}		Ecuación (E7.2)- d_{90}		Ecuación (F7.1)- d_{90}		Ecuación (F7.2)- d_{90}	
E_1	E_2	E_1	E_2	F_1	F_2	F_1	F_2
4,759	0,308	3,438	0,530	6,08	1,73	5,71	1,20
Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$	Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$
N	731	N	752	N	731	N	752
Ec	3.698,3	Ec	2.212,5	Ec	2.901,5	Ec	1.671,2
Et	2,174	Et	1,602	Et	1,981	Et	1,492
R^2	0,530	R^2	0,708	R^2	0,610	R^2	0,747
E	0,496	E	0,665	E	0,604	E	0,747
E'	0,341	E'	0,509	E'	0,417	E'	0,552
P	20,5	P	28,1	P	19,1	P	32,6
D_{25}	71,5	D_{25}	61,0	D_{25}	77,0	D_{25}	62,4
D_{50}	92,1	D_{50}	90,0	D_{50}	91,4	D_{50}	86,4

Ecuación (E8.1)- d_{84}		Ecuación (E8.2)- d_{84}		Ecuación (F8.1)- d_{84}		Ecuación (F8.2)- d_{84}	
E_1	E_2	E_1	E_2	F_1	F_2	F_1	F_2
4,563	0,310	3,203	0,543	5,48	1,16	6,02	1,44
Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$	Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$
N	731	N	752	N	731	N	752
Ec	3.819,0	Ec	2.248,0	Ec	3.037,8	Ec	1.821,6
Et	2,206	Et	1,632	Et	1,998	Et	1,555
R^2	0,516	R^2	0,697	R^2	0,603	R^2	0,725
E	0,479	E	0,659	E	0,586	E	0,724
E'	0,319	E'	0,502	E'	0,390	E'	0,525
P	21,2	P	28,7	P	20,5	P	33,4
D_{25}	71,0	D_{25}	60,2	D_{25}	74,8	D_{25}	60,9
D_{50}	91,8	D_{50}	89,8	D_{50}	90,7	D_{50}	85,0

Ecuación (E9.1)- d_{50}		Ecuación (E9.2)- d_{50}		Ecuación (F9.1)- d_{50}		Ecuación (F9.2)- d_{50}	
E_1	E_2	E_1	E_2	F_1	F_2	F_1	F_2
4,151	0,275	2,566	0,502	4,94	4,34	5,68	1,36
Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$	Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$
N	731	N	752	N	731	N	752
Ec	4.673,1	Ec	3.282,9	Ec	3.981,8	Ec	3.116,1
Et	2,446	Et	2,025	Et	2,266	Et	2,005
R^2	0,405	R^2	0,534	R^2	0,489	R^2	0,543
E	0,363	E	0,502	E	0,457	E	0,528
E'	0,193	E'	0,372	E'	0,250	E'	0,325
P	25,4	P	37,6	P	26,6	P	47,0
D_{25}	62,5	D_{25}	47,7	D_{25}	68,1	D_{25}	44,8
D_{50}	89,7	D_{50}	83,4	D_{50}	86,6	D_{50}	73,3

Tabla E3. (continuación).

Ecuación (G7.1)- d_{90}		Ecuación (G7.2)- d_{90}		Ecuación (H7.1)- d_{90}			Ecuación (H7.2)- d_{90}		
G_1		G_1		H_1	H_2	H_3	H_1	H_2	H_3
1,239		2,667		4,386	22,39	0,042	5,859	4,922	2,560
Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$	Restricción		$S \leq 0,0080$	Restricción		$S > 0,0080$
N	731	N	752	N		731	N		752
Ec	162.488,8	Ec	461.96,0	Ec		2.859,1	Ec		1.722,4
Et	2,651	Et	1,950	Et		1,981	Et		1,503
R^2	0,302	R^2	0,568	R^2		0,610	R^2		0,740
E	-21,16	E	-6,00	E		0,610	E		0,740
E'	-2,10	E'	-0,51	E'		0,424	E'		0,546
P	78,5	P	54,4	P		18,4	P		28,2
D_{25}	24,2	D_{25}	33,6	D_{25}		77,3	D_{25}		61,7
D_{50}	49,4	D_{50}	66,6	D_{50}		93,2	D_{50}		85,0

Ecuación (G8.1)- d_{84}		Ecuación (G8.2)- d_{84}		Ecuación (H8.1)- d_{84}			Ecuación (H8.2)- d_{84}		
G_1		G_1		H_1	H_2	H_3	H_1	H_2	H_3
1,096		2,371		4,403	19,63	0,036	5,981	4,203	2,21
Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$	Restricción		$S \leq 0,0080$	Restricción		$S > 0,0080$
N	731	N	752	N		731	N		752
Ec	164.502,3	Ec	36.454,6	Ec		2.930,8	Ec		1.847,9
Et	2,680	Et	1,938	Et		2,005	Et		1,558
R^2	0,286	R^2	0,573	R^2		0,600	R^2		0,721
E	-21,4	E	-4,53	E		0,600	E		0,721
E'	-2,06	E'	-0,40	E'		0,405	E'		0,523
P	77,7	P	52,0	P		19,1	P		29,8
D_{25}	22,4	D_{25}	35,8	D_{25}		77,2	D_{25}		57,7
D_{50}	50,2	D_{50}	66,1	D_{50}		93,2	D_{50}		83,5

Ecuación (G9.1)- d_{50}		Ecuación (G9.2)- d_{50}		Ecuación (G9.1)- d_{50}			Ecuación (G9.2)- d_{50}		
G_1		G_1		H_1	H_2	H_3	H_1	H_2	H_3
0,598		1,442		4,858	5,683	2,00	5,443	3,142	8,719
Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$	Restricción		$S \leq 0,0080$	Restricción		$S > 0,0080$
N	731	N	752	N		731	N		752
Ec	252.673,5	Ec	42.568,7	Ec		3.904,0	Ec		2.910,6
Et	2,846	Et	2,366	Et		2,314	Et		1,960
R^2	0,195	R^2	0,363	R^2		0,468	R^2		0,561
E	-33,5	E	-5,45	E		0,468	E		0,561
E'	-2,50	E'	-0,41	E'		0,257	E'		0,362
P	88,8	P	58,8	P		24,9	P		39,5
D_{25}	19,6	D_{25}	28,9	D_{25}		66,8	D_{25}		48,5
D_{50}	48,2	D_{50}	60,5	D_{50}		88,4	D_{50}		75,5

Tabla E3. (continuación).

Ecuación (I7.1)- d_{90}			Ecuación (I7.2)- d_{90}			Ecuación (J7.1)- d_{90}			Ecuación (J7.2)- d_{90}		
I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3	J_1	J_2	J_3	J_1	J_2	J_3
5,281	0,100	3,463	5,950	-0,065	4,675	4,446	0,304	0,0127	3,715	0,536	-0,0214
Restricción		$S \leq 0,0080$	Restricción		$S > 0,0080$	Restricción		$S \leq 0,0080$	Restricción		$S > 0,0080$
N	731		N	752		N	731		N	752	
Ec	2.919,9		Ec	1.711,4		Ec	3.669,4		Ec	2.200,1	
Et	2,001		Et	1,516		Et	2,166		Et	1,621	
R^2	0,602		R^2	0,742		R^2	0,534		R^2	0,709	
E	0,602		E	0,742		E	0,500		E	0,667	
E'	0,404		E'	0,537		E'	0,340		E'	0,511	
P	19,4		P	29,2		P	20,6		P	28,0	
D_{25}	76,7		D_{25}	59,3		D_{25}	71,1		D_{25}	61,7	
D_{50}	92,5		D_{50}	83,8		D_{50}	92,1		D_{50}	90,3	

Ecuación (I8.1)- d_{84}			Ecuación (I8.2)- d_{84}			Ecuación (J8.1)- d_{84}			Ecuación (J8.2)- d_{84}		
I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3	J_1	J_2	J_3	J_1	J_2	J_3
5,355	0,081	3,381	6,091	-0,077	4,468	4,395	0,308	0,0072	3,565	0,551	-0,0300
Restricción		$S \leq 0,0080$	Restricción		$S > 0,0080$	Restricción		$S \leq 0,0080$	Restricción		$S > 0,0080$
N	731		N	752		N	731		N	752	
Ec	3.017,7		Ec	1.831,4		Ec	3.808,9		Ec	2.224,1	
Et	2,035		Et	1,552		Et	2,203		Et	1,627	
R^2	0,588		R^2	0,724		R^2	0,518		R^2	0,699	
E	0,588		E	0,724		E	0,481		E	0,663	
E'	0,384		E'	0,526		E'	0,318		E'	0,505	
P	20,1		P	29,2		P	21,3		P	28,1	
D_{25}	75,6		D_{25}	59,4		D_{25}	70,9		D_{25}	61,7	
D_{50}	92,2		D_{50}	84,3		D_{50}	91,7		D_{50}	89,6	

Ecuación (I9.1)- d_{50}			Ecuación (I9.2)- d_{50}			Ecuación (J9.1)- d_{50}			Ecuación (J9.2)- d_{50}		
I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3	J_1	J_2	J_3	J_1	J_2	J_3
4,777	0,0438	3,209	5,728	-0,133	3,821	4,295	0,277	-0,0067	3,126	0,523	-0,0587
Restricción		$S \leq 0,0080$	Restricción		$S > 0,0080$	Restricción		$S \leq 0,0080$	Restricción		$S > 0,0080$
N	731		N	752		N	731		N	752	
Ec	3.899,3		Ec	2.866,6		Ec	4.679,9		Ec	3.342,6	
Et	2,313		Et	1,945		Et	2,448		Et	2,037	
R^2	0,468		R^2	0,568		R^2	0,404		R^2	0,528	
E	0,468		E	0,568		E	0,362		E	0,493	
E'	0,255		E'	0,371		E'	0,193		E'	0,370	
P	25,0		P	39,5		P	25,3		P	37,7	
D_{25}	66,8		D_{25}	47,1		D_{25}	61,7		D_{25}	49,7	
D_{50}	88,4		D_{50}	77,1		D_{50}	90,0		D_{50}	84,3	

Tabla E3. (continuación).

Ecuación (K7.1)- d_{90}			Ecuación (K7.2)- d_{90}			Ecuación (L7.1)- d_{90}				Ecuación (L7.2)- d_{90}			
K_1	K_2	K_3	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2	L_3	L_4	L_1	L_2	L_3	L_4
5,616	10,05	0,139	4,962	8,269	0,290	5,60	5,48	1,03	2,67	5,17	3,63	0,75	2,32
Restricción		$S \leq 0,0080$	Restricción		$S > 0,0080$	Restricción		$S \leq 0,0080$		Restricción		$S > 0,0080$	
N		731	N		752	N		731		N		752	
Ec		2.644,47	Ec		1.137,3	Ec		2.129,5		Ec		765,1	
Et		1,904	Et		1,222	Et		1,709		Et		1,001	
R^2		0,639	R^2		0,828	R^2		0,710		R^2		0,884	
E		0,639	E		0,828	E		0,710		E		0,884	
E'		0,468	E'		0,640	E'		0,536		E'		0,685	
P		16,9	P		19,8	P		14,3		P		24,6	
D_{25}		77,4	D_{25}		72,7	D_{25}		82,1		D_{25}		75,4	
D_{50}		94,4	D_{50}		92,6	D_{50}		96,3		D_{50}		94,4	

Ecuación (K8.1)- d_{84}			Ecuación (K8.2)- d_{84}			Ecuación (L8.1)- d_{84}				Ecuación (L8.2)- d_{84}			
K_1	K_2	K_3	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2	L_3	L_4	L_1	L_2	L_3	L_4
5,728	8,548	0,153	5,038	7,112	0,309	5,63	5,79	1,01	2,18	5,25	3,75	0,76	1,95
Restricción		$S \leq 0,0080$	Restricción		$S > 0,0080$	Restricción		$S \leq 0,0080$		Restricción		$S > 0,0080$	
N		731	N		752	N		731		N		752	
Ec		2.663,5	Ec		1.166,2	Ec		2.146,4		Ec		805,2	
Et		1,911	Et		1,238	Et		1,716		Et		1,036	
R^2		0,637	R^2		0,824	R^2		0,707		R^2		0,878	
E		0,637	E		0,824	E		0,707		E		0,878	
E'		0,462	E'		0,631	E'		0,536		E'		0,672	
P		17,2	P		20,2	P		14,6		P		25,7	
D_{25}		77,0	D_{25}		71,9	D_{25}		81,5		D_{25}		74,9	
D_{50}		94,8	D_{50}		91,9	D_{50}		96,2		D_{50}		92,8	

Ecuación (K9.1)- d_{50}			Ecuación (K9.2)- d_{50}			Ecuación (L9.1)- d_{50}				Ecuación (L9.2)- d_{50}			
K_1	K_2	K_3	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2	L_3	L_4	L_1	L_2	L_3	L_4
5,431	7,719	0,225	4,524	6,425	0,411	4,91	7,09	0,79	0,73	4,83	4,56	0,83	0,45
Restricción		$S \leq 0,0080$	Restricción		$S > 0,0080$	Restricción		$S \leq 0,0080$		Restricción		$S > 0,0080$	
N		731	N		752	N		731		N		752	
Ec		3.084,5	Ec		1.478,4	Ec		2.609,9		Ec		1.167,0	
Et		2,057	Et		1,396	Et		1,892		Et		1,247	
R^2		0,579	R^2		0,777	R^2		0,644		R^2		0,823	
E		0,579	E		0,777	E		0,644		E		0,823	
E'		0,391	E'		0,573	E'		0,452		E'		0,597	
P		19,7	P		23,7	P		17,0		P		27,7	
D_{25}		72,0	D_{25}		68,1	D_{25}		76,9		D_{25}		67,4	
D_{50}		93,4	D_{50}		91,2	D_{50}		95,5		D_{50}		90,3	

Tabla E3. (continuación).

Ecuación (M7.1)- d_{90}				Ecuación (M7.2)- d_{90}				Ecuación (N7.1)- d_{90}			Ecuación (N7.2)- d_{90}		
M_1	M_2	M_3	M_4	M_1	M_2	M_3	M_4	N_1	N_2	N_3	N_1	N_2	N_3
0,142	3,703	7,106	7,148	0,978	1,341	3,018	-0,946	6,152	0,271	0,220	4,508	0,344	0,466
Restricción		$S \leq 0,0080$		Restricción		$S > 0,0080$		Restricción		$S \leq 0,0080$	Restricción		$S > 0,0080$
N		731		N		752		N		731	N		752
Ec		507,3		Ec		897,5		Ec		3.142,6	Ec		1.414,4
Et		0,828		Et		1,081		Et		2,017	Et		1,298
R^2		0,931		R^2		0,865		R^2		0,595	R^2		0,808
E		0,931		E		0,865		E		0,571	E		0,786
E'		0,760		E'		0,685		E'		0,420	E'		0,607
P		9,3		P		39,8		P		17,3	P		19,9
D_{25}		95,1		D_{25}		81,3		D_{25}		76,2	D_{25}		73,8
D_{50}		97,4		D_{50}		93,0		D_{50}		95,2	D_{50}		94,0

Ecuación (M8.1)- d_{84}				Ecuación (M8.2)- d_{84}				Ecuación (N8.1)- d_{84}			Ecuación (N8.2)- d_{84}		
M_1	M_2	M_3	M_4	M_1	M_2	M_3	M_4	N_1	N_2	N_3	N_1	N_2	N_3
0,151	3,696	7,100	7,145	0,929	1,389	3,133	-0,722	5,998	0,273	0,234	4,335	0,350	0,478
Restricción		$S \leq 0,0080$		Restricción		$S > 0,0080$		Restricción		$S \leq 0,0080$	Restricción		$S > 0,0080$
N		731		N		752		N		731	N		752
Ec		506,6		Ec		924,6		Ec		3.150,6	Ec		1.407,6
Et		0,828		Et		1,098		Et		2,021	Et		1,303
R^2		0,931		R^2		0,861		R^2		0,594	R^2		0,807
E		0,931		E		0,861		E		0,570	E		0,787
E'		0,760		E'		0,678		E'		0,418	E'		0,604
P		9,3		P		40,8		P		17,5	P		20,0
D_{25}		95,1		D_{25}		81,3		D_{25}		75,6	D_{25}		74,9
D_{50}		97,4		D_{50}		93,1		D_{50}		94,9	D_{50}		93,9

Ecuación (M9.1)- d_{50}				Ecuación (M9.2)- d_{50}				Ecuación (N9.1)- d_{50}			Ecuación (N9.2)- d_{50}		
M_1	M_2	M_3	M_4	M_1	M_2	M_3	M_4	N_1	N_2	N_3	N_1	N_2	N_3
0,089	3,763	7,238	7,357	0,571	1,653	3,698	0,114	5,781	0,248	0,309	3,945	0,313	0,582
Restricción		$S \leq 0,0080$		Restricción		$S > 0,0080$		Restricción		$S \leq 0,0080$	Restricción		$S > 0,0080$
N		731		N		752		N		731	N		752
Ec		510,5		Ec		1.017,5		Ec		3.529,4	Ec		1.834,4
Et		0,831		Et		1,153		Et		2,143	Et		1,496
R^2		0,930		R^2		0,847		R^2		0,543	R^2		0,746
E		0,930		E		0,847		E		0,519	E		0,722
E'		0,758		E'		0,664		E'		0,366	E'		0,565
P		9,4		P		44,2		P		19,0	P		21,4
D_{25}		95,2		D_{25}		81,9		D_{25}		74,4	D_{25}		73,0
D_{50}		97,4		D_{50}		93,1		D_{50}		94,3	D_{50}		94,0

Tabla E3. (continuación).

Ecuación (O7.1)- d_{90}		Ecuación (O7.2)- d_{90}	
O_1	O_2	O_1	O_2
8,241	0,375	4,831	0,559
Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$
N	731	N	752
Ec	3.549,1	Ec	1.696,7
Et	2,139	Et	1,423
R^2	0,545	R^2	0,770
E	0,516	E	0,743
E'	0,394	E'	0,560
P	17,7	P	21,2
D_{25}	74,0	D_{25}	70,1
D_{50}	95,9	D_{50}	94,8

Ecuación (O8.1)- d_{84}		Ecuación (O8.2)- d_{84}	
O_1	O_2	O_1	O_2
8,035	0,382	4,677	0,569
Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$
N	731	N	752
Ec	3.440,3	Ec	1.670,9
Et	2,132	Et	1,423
R^2	0,548	R^2	0,770
E	0,531	E	0,747
E'	0,395	E'	0,566
P	18,2	P	21,4
D_{25}	72,8	D_{25}	70,1
D_{50}	95,3	D_{50}	93,6

Ecuación (O9.1)- d_{50}		Ecuación (O9.2)- d_{50}	
O_1	O_2	O_1	O_2
7,112	0,398	4,036	0,599
Restricción	$S \leq 0,0080$	Restricción	$S > 0,0080$
N	731	N	752
Ec	3.577,3	Ec	1.873,2
Et	2,174	Et	1,511
R^2	0,530	R^2	0,741
E	0,512	E	0,716
E'	0,375	E'	0,559
P	18,9	P	21,5
D_{25}	73,3	D_{25}	72,3
D_{50}	94,0	D_{50}	93,8

Tabla E4. Ecuaciones ajustadas con y/d_{84} como variable de control.

Ecuación (A10.1)- d_{90}		Ecuación (A10.2)- d_{90}		Ecuación (B10.1)- d_{90}		Ecuación (B10.2)- d_{90}	
A_1	A_2	A_1	A_2	B_1	B_2	B_1	B_2
5,634	4,081	4,822	5,337	2,825	0,116	2,141	0,033
Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$
N	766	N	767	N	766	N	767
Ec	1.515,1	Ec	3.234,1	Ec	1.615,8	Ec	3.213,1
Et	1,408	Et	2,056	Et	1,439	Et	2,050
R^2	0,573	R^2	0,338	R^2	0,544	R^2	0,342
E	0,573	E	0,338	E	0,544	E	0,342
E'	0,375	E'	0,220	E'	0,366	E'	0,222
P	28,6	P	17,6	P	28,7	P	17,5
D_{25}	58,0	D_{25}	79,4	D_{25}	59,9	D_{25}	79,7
D_{50}	85,2	D_{50}	93,4	D_{50}	85,4	D_{50}	93,5

Ecuación (A11.1)- d_{84}		Ecuación (A11.2)- d_{84}		Ecuación (B11.1)- d_{84}		Ecuación (B11.2)- d_{84}	
A_1	A_2	A_1	A_2	B_1	B_2	B_1	B_2
5,579	3,747	4,730	5,217	2,433	0,100	2,070	0,031
Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$
N	766	N	767	N	766	N	767
Ec	1.613,5	Ec	3.310,1	Ec	1.738,5	Ec	3.313,0
Et	1,453	Et	2,080	Et	1,488	Et	2,073
R^2	0,545	R^2	0,323	R^2	0,510	R^2	0,327
E	0,545	E	0,323	E	0,510	E	0,327
E'	0,351	E'	0,199	E'	0,338	E'	0,199
P	29,5	P	18,1	P	30,7	P	18,0
D_{25}	55,5	D_{25}	79,1	D_{25}	56,8	D_{25}	79,1
D_{50}	84,6	D_{50}	93,2	D_{50}	85,0	D_{50}	93,5

Ecuación (A12.1)- d_{50}		Ecuación (A12.2)- d_{50}		Ecuación (B12.1)- d_{50}		Ecuación (B12.2)- d_{50}	
A_1	A_2	A_1	A_2	B_1	B_2	B_1	B_2
4,142	2,920	3,157	6,088	1,901	0,096	1,401	0,005
Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$
N	766	N	767	N	766	N	767
Ec	2.300,2	Ec	3.980,0	Ec	2.374,1	Ec	3.959,9
Et	1,735	Et	2,281	Et	1,752	Et	2,273
R^2	0,351	R^2	0,185	R^2	0,330	R^2	0,190
E	0,351	E	0,185	E	0,330	E	0,190
E'	0,209	E'	0,086	E'	0,202	E'	0,088
P	38,8	P	20,8	P	40,3	P	20,8
D_{25}	46,1	D_{25}	75,9	D_{25}	47,3	D_{25}	76,3
D_{50}	80,5	D_{50}	91,5	D_{50}	79,8	D_{50}	91,7

Tabla E4. (continuación).

Ecuación (C10.1)- d_{90}		Ecuación (C10.2)- d_{90}		Ecuación (D10.1)- d_{90}			Ecuación (D10.2)- d_{90}		
C_1	C_2	C_1	C_2	D_1	D_2	D_3	D_1	D_2	D_3
5,174	1,471	4,709	0,798	7,574	3,192	0,684	2,172	9,429	-11,679
Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$		Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	
N	766	N	767	N	766		N	767	
Ec	1.505,2	Ec	3.228,8	Ec	1.446,6		Ec	3.171,0	
Et	1,390	Et	2,054	Et	1,364		Et	2,036	
R^2	0,575	R^2	0,339	R^2	0,592		R^2	0,351	
E	0,575	E	0,339	E	0,592		E	0,351	
E'	0,381	E'	0,221	E'	0,396		E'	0,231	
P	26,7	P	17,6	P	29,1		P	17,3	
D_{25}	60,3	D_{25}	79,5	D_{25}	60,8		D_{25}	79,5	
D_{50}	85,5	D_{50}	93,4	D_{50}	88,0		D_{50}	93,4	

Ecuación (C11.1)- d_{84}		Ecuación (C11.2)- d_{84}		Ecuación (D11.1)- d_{84}			Ecuación (D11.2)- d_{84}		
C_1	C_2	C_1	C_2	D_1	D_2	D_3	D_1	D_2	D_3
5,128	1,660	4,624	0,813	7,525	2,749	0,775	2,156	9,332	-12,799
Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$		Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	
N	766	N	767	N	766		N	767	
Ec	1.604,0	Ec	3.305,4	Ec	1.548,6		Ec	3.251,0	
Et	1,436	Et	2,079	Et	1,412		Et	2,061	
R^2	0,547	R^2	0,324	R^2	0,563		R^2	0,335	
E	0,547	E	0,324	E	0,563		E	0,335	
E'	0,356	E'	0,200	E'	0,371		E'	0,210	
P	28,0	P	18,1	P	30,1		P	17,8	
D_{25}	56,4	D_{25}	79,1	D_{25}	59,4		D_{25}	78,9	
D_{50}	84,1	D_{50}	93,2	D_{50}	87,2		D_{50}	93,4	

Ecuación (C12.1)- d_{50}		Ecuación (C12.2)- d_{50}		Ecuación (D12.1)- d_{50}			Ecuación (D12.2)- d_{50}		
C_1	C_2	C_1	C_2	D_1	D_2	D_3	D_1	D_2	D_3
3,714	1,467	3,141	0,135	4,304	2,791	0,115	5,644	3,988	-0,156
Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$		Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	
N	766	N	767	N	766		N	767	
Ec	2.299,2	Ec	3.980,2	Ec	2.299,7		Ec	3.976,7	
Et	1,724	Et	2,281	Et	1,725		Et	2,280	
R^2	0,351	R^2	0,185	R^2	0,351		R^2	0,186	
E	0,351	E	0,185	E	0,351		E	0,186	
E'	0,210	E'	0,083	E'	0,211		E'	0,085	
P	38,5	P	20,8	P	38,9		P	20,8	
D_{25}	46,1	D_{25}	76,1	D_{25}	46,1		D_{25}	76,1	
D_{50}	80,7	D_{50}	92,0	D_{50}	80,4		D_{50}	91,1	

Tabla E4. (continuación).

Ecuación (E10.1)- d_{90}		Ecuación (E10.2)- d_{90}		Ecuación (F10.1)- d_{90}		Ecuación (F10.2)- d_{90}	
E_1	E_2	E_1	E_2	F_1	F_2	F_1	F_2
3,524	0,657	5,974	0,216	5,76	1,22	6,61	4,59
Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$
N	766	N	767	N	766	N	767
Ec	1.735,4	Ec	3.365,3	Ec	1.392,8	Ec	3.158,8
Et	1,344	Et	2,081	Et	1,350	Et	2,032
R^2	0,608	R^2	0,322	R^2	0,604	R^2	0,354
E	0,507	E	0,311	E	0,604	E	0,354
E'	0,343	E'	0,193	E'	0,396	E'	0,235
P	31,3	P	17,7	P	32,5	P	17,2
D_{25}	59,7	D_{25}	78,5	D_{25}	61,4	D_{25}	79,5
D_{50}	88,3	D_{50}	93,9	D_{50}	86,4	D_{50}	93,6

Ecuación (E11.1)- d_{84}		Ecuación (E11.2)- d_{84}		Ecuación (F11.1)- d_{84}		Ecuación (F11.2)- d_{84}	
E_1	E_2	E_1	E_2	F_1	F_2	F_1	F_2
3,216	0,656	5,925	0,210	5,32	1,23	6,62	5,42
Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$
N	766	N	767	N	766	N	767
Ec	1.512,8	Ec	3.437,7	Ec	1.500,2	Ec	3.233,5
Et	1,391	Et	2,103	Et	1,401	Et	2,056
R^2	0,580	R^2	0,307	R^2	0,574	R^2	0,338
E	0,570	E	0,296	E	0,574	E	0,338
E'	0,376	E'	0,168	E'	0,371	E'	0,215
P	27,9	P	18,3	P	33,0	P	17,8
D_{25}	60,7	D_{25}	78,6	D_{25}	60,1	D_{25}	79,7
D_{50}	89,3	D_{50}	93,6	D_{50}	86,6	D_{50}	93,5

Ecuación (E12.1)- d_{50}		Ecuación (E12.2)- d_{50}		Ecuación (F12.1)- d_{50}		Ecuación (F12.2)- d_{50}	
E_1	E_2	E_1	E_2	F_1	F_2	F_1	F_2
2,537	0,501	6,583	0,134	3,94	1,54	6,15	6,74
Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$
N	766	N	767	N	766	N	767
Ec	2.465,5	Ec	4.052,8	Ec	2.275,8	Ec	4.092,1
Et	1,757	Et	2,282	Et	1,725	Et	2,304
R^2	0,330	R^2	0,184	R^2	0,354	R^2	0,169
E	0,300	E	0,171	E	0,353	E	0,162
E'	0,215	E'	0,061	E'	0,212	E'	0,071
P	36,3	P	20,7	P	40,5	P	21,2
D_{25}	47,9	D_{25}	75,4	D_{25}	47,9	D_{25}	75,4
D_{50}	83,2	D_{50}	93,1	D_{50}	80,3	D_{50}	91,5

Tabla E4. (continuación).

Ecuación (G10.1)- d_{90}		Ecuación (G10.2)- d_{90}		Ecuación (H10.1)- d_{90}			Ecuación (H10.2)- d_{90}		
G_1		G_1		H_1	H_2	H_3	H_1	H_2	H_3
3,281		1,012		5,699	5,228	2,868	4,817	12,94	2,00
Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$		Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	
N	766	N	767	N	739		N	744	
Ec	2.565,5	Ec	101.017,5	Ec	1.478,6		Ec	3.155,4	
Et	1,349	Et	2,238	Et	1,404		Et	2,062	
R^2	0,605	R^2	0,215	R^2	0,577		R^2	0,334	
E	0,271	E	-19,67	E	0,577		E	0,334	
E'	0,223	E'	-2,19	E'	0,383		E'	0,220	
P	31,9	P	58,6	P	29,2		P	17,5	
D_{25}	53,1	D_{25}	33,4	D_{25}	58,3		D_{25}	79,8	
D_{50}	79,0	D_{50}	66,0	D_{50}	84,2		D_{50}	93,5	

Ecuación (G11.1)- d_{84}		Ecuación (G11.2)- d_{84}		Ecuación (H11.1)- d_{84}			Ecuación (H11.2)- d_{84}		
G_1		G_1		H_1	H_2	H_3	H_1	H_2	H_3
2,851		0,912		5,644	4,627	2,654	4,728	12,835	2,00
Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$		Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	
N	766	N	767	N	739		N	744	
Ec	2.542	Ec	108.074,8	Ec	1.575,4		Ec	3.228,6	
Et	1,403	Et	2,259	Et	1,450		Et	2,086	
R^2	0,573	R^2	0,201	R^2	0,550		R^2	0,319	
E	0,278	E	-21,1	E	0,550		E	0,319	
E'	0,224	E'	-2,23	E'	0,354		E'	0,199	
P	32,3	P	59,4	P	30,6		P	18,0	
D_{25}	51,7	D_{25}	31,7	D_{25}	55,6		D_{25}	79,3	
D_{50}	78,9	D_{50}	66,0	D_{50}	82,4		D_{50}	93,2	

Ecuación (G12.1)- d_{50}		Ecuación (G12.2)- d_{50}		Ecuación (H12.1)- d_{50}			Ecuación (H12.2)- d_{50}		
G_1		G_1		H_1	H_2	H_3	H_1	H_2	H_3
1,596		0,528		4,264	4,802	22,61	3,172	83,583	2,00
Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$		Restricción	$y/d_{84} > 4,0$	
N	766	N	767	N	739		N	744	
Ec	6.749,4	Ec	205.633,7	Ec	2.237,2		Ec	3.875,8	
Et	2,457	Et	2,363	Et	1,732		Et	2,285	
R^2	0,274	R^2	0,126	R^2	0,360		R^2	0,182	
E	-0,917	E	-41,1	E	0,360		E	0,182	
E'	-0,185	E'	-3,21	E'	0,267		E'	0,143	
P	47,6	P	78,3	P	39,3		P	20,6	
D_{25}	35,8	D_{25}	24,0	D_{25}	53,8		D_{25}	83,4	
D_{50}	68,7	D_{50}	55,7	D_{50}	87,5		D_{50}	98,7	

Tabla E4. (continuación).

Ecuación (I10.1)- d_{90}			Ecuación (I10.2)- d_{90}			Ecuación (J10.1)- d_{90}			Ecuación (J10.2)- d_{90}		
I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3	J_1	J_2	J_3	J_1	J_2	J_3
5,742	-0,0167	4,268	4,361	0,152	4,180	3,532	0,662	$3,65 \cdot 10^{-4}$	5,383	0,198	-0,0257
Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción		$y/d_{84} > 4,0$	Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción		$y/d_{84} > 4,0$
N		739	N		744	N		739	N		744
Ec		1.451,5	Ec		3.071,6	Ec		1,341	Ec		3.202,5
Et		1,403	Et		2,034	Et		1.356,8	Et		2,059
R^2		0,582	R^2		0,352	R^2		0,618	R^2		0,336
E		0,582	E		0,352	E		0,609	E		0,324
E'		0,381	E'		0,218	E'		0,411	E'		0,185
P		29,1	P		17,7	P		27,1	P		17,9
D_{25}		57,9	D_{25}		80,0	D_{25}		62,5	D_{25}		79,6
D_{50}		84,4	D_{50}		93,0	D_{50}		89,7	D_{50}		93,4

Ecuación (I11.1)- d_{84}			Ecuación (I11.2)- d_{84}			Ecuación (J11.1)- d_{84}			Ecuación (J11.2)- d_{84}		
I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3	J_1	J_2	J_3	J_1	J_2	J_3
5,742	-0,0271	4,030	4,280	0,138	4,261	3,327	0,667	0,0084	5,445	0,193	-0,0227
Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción		$y/d_{84} > 4,0$	Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción		$y/d_{84} > 4,0$
N		739	N		744	N		739	N		744
Ec		1.572,2	Ec		3.165,0	Ec		1.462,7	Ec		3.280,9
Et		1,448	Et		2,065	Et		1,392	Et		2,088
R^2		0,554	R^2		0,332	R^2		0,588	R^2		0,318
E		0,554	E		0,332	E		0,578	E		0,308
E'		0,357	E'		0,197	E'		0,384	E'		0,165
P		30,0	P		18,2	P		28,2	P		18,4
D_{25}		55,2	D_{25}		79,8	D_{25}		61,2	D_{25}		79,4
D_{50}		83,8	D_{50}		92,7	D_{50}		89,2	D_{50}		93,3

Ecuación (I12.1)- d_{50}			Ecuación (I12.2)- d_{50}			Ecuación (J12.1)- d_{50}			Ecuación (J12.2)- d_{50}		
I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3	J_1	J_2	J_3	J_1	J_2	J_3
4,497	-0,062	3,320	2,547	0,287	5,112	2,767	0,535	0,0268	5,984	0,108	-0,0312
Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción		$y/d_{84} > 4,0$	Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción		$y/d_{84} > 4,0$
N		739	N		744	N		739	N		744
Ec		2.226,0	Ec		3.791,5	Ec		2.381,6	Ec		3.848,4
Et		1,727	Et		2,260	Et		1,759	Et		2,259
R^2		0,364	R^2		0,200	R^2		0,343	R^2		0,201
E		0,364	E		0,200	E		0,314	E		0,188
E'		0,220	E'		0,092	E'		0,221	E'		0,065
P		39,3	P		20,7	P		36,8	P		20,7
D_{25}		46,7	D_{25}		77,3	D_{25}		47,9	D_{25}		76,7
D_{50}		79,3	D_{50}		90,9	D_{50}		84,6	D_{50}		92,3

Tabla E4. (continuación).

Ecuación (K10.1)- d_{90}			Ecuación (K10.2)- d_{90}			Ecuación (L10.1)- d_{90}				Ecuación (L10.2)- d_{90}			
K_1	K_2	K_3	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2	L_3	L_4	L_1	L_2	L_3	L_4
5,728	6,375	0,190	5,269	10,13	0,075	4,61	4,27	1,24	2,54	6,24	4,10	0,91	2,45
Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción		$y/d_{84} > 4,0$	Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$		Restricción		$y/d_{84} > 4,0$	
N		739	N		744	N		739		N		744	
Ec		1.188,5	Ec		3.012,7	Ec		736,0		Ec		2.351,7	
Et		1,258	Et		2,015	Et		0,998		Et		1,780	
R^2		0,664	R^2		0,364	R^2		0,789		R^2		0,504	
E		0,664	E		0,364	E		0,789		E		0,504	
E'		0,456	E'		0,251	E'		0,559		E'		0,355	
P		24,0	P		16,7	P		22,8		P		14,1	
D_{25}		64,7	D_{25}		79,7	D_{25}		77,0		D_{25}		82,9	
D_{50}		89,2	D_{50}		94,1	D_{50}		96,5		D_{50}		96,0	

Ecuación (K11.1)- d_{84}			Ecuación (K11.2)- d_{84}			Ecuación (L11.1)- d_{84}				Ecuación (L11.2)- d_{84}			
K_1	K_2	K_3	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2	L_3	L_4	L_1	L_2	L_3	L_4
5,771	5,606	0,210	5,367	8,749	0,088	4,91	4,31	1,24	2,19	6,29	4,38	0,93	1,92
Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción		$y/d_{84} > 4,0$	Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$		Restricción		$y/d_{84} > 4,0$	
N		739	N		744	N		739		N		744	
Ec		1.222,4	Ec		3.033,8	Ec		770,8		Ec		2.336,5	
Et		1,276	Et		2,022	Et		1,017		Et		1,786	
R^2		0,654	R^2		0,360	R^2		0,780		R^2		0,500	
E		0,654	E		0,360	E		0,772		E		0,500	
E'		0,445	E'		0,241	E'		0,561		E'		0,344	
P		24,5	P		17,0	P		21,2		P		14,3	
D_{25}		62,9	D_{25}		80,1	D_{25}		77,3		D_{25}		82,9	
D_{50}		89,2	D_{50}		94,0	D_{50}		96,8		D_{50}		95,8	

Ecuación (K12.1)- d_{50}			Ecuación (K12.2)- d_{50}			Ecuación (L12.1)- d_{50}				Ecuación (L12.2)- d_{50}			
K_1	K_2	K_3	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2	L_3	L_4	L_1	L_2	L_3	L_4
4,899	5,447	0,322	4,312	17,38	0,123	4,12	5,10	1,32	0,84	4,96	4,62	0,87	1,88
Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción		$y/d_{84} > 4,0$	Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$		Restricción		$y/d_{84} > 4,0$	
N		739	N		744	N		739		N		744	
Ec		1.456,9	Ec		3.531,0	Ec		937,8		Ec		3.029,5	
Et		1,396	Et		2,181	Et		1,112		Et		2,021	
R^2		0,586	R^2		0,255	R^2		0,736		R^2		0,361	
E		0,586	E		0,255	E		0,736		E		0,361	
E'		0,401	E'		0,148	E'		0,521		E'		0,209	
P		27,6	P		19,2	P		23,4		P		17,5	
D_{25}		58,2	D_{25}		76,7	D_{25}		69,3		D_{25}		78,4	
D_{50}		87,4	D_{50}		92,6	D_{50}		92,8		D_{50}		93,4	

Tabla E4. (continuación).

Ecuación (M10.1)- d_{90}				Ecuación (M10.2)- d_{90}				Ecuación (N10.1)- d_{90}			Ecuación (N10.2)- d_{90}		
M_1	M_2	M_3	M_4	M_1	M_2	M_3	M_4	N_1	N_2	N_3	N_1	N_2	N_3
0,363	1,538	3,206	-0,312	0,196	4,383	8,565	-10,36	4,335	0,562	0,275	6,124	0,228	0,095
Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$		Restricción		$y/d_{84} > 4,0$		Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción		$y/d_{84} > 4,0$
N		739		N		744		N		739	N		744
Ec		634,8		Ec		214,3		Ec		1.198,6	Ec		3.137,7
Et		0,913		Et		0,533		Et		1,245	Et		2,041
R^2		0,823		R^2		0,955		R^2		0,671	R^2		0,348
E		0,823		E		0,955		E		0,655	E		0,338
E'		0,644		E'		0,820		E'		0,460	E'		0,235
P		35,4		P		4,2		P		22,8	P		16,6
D_{25}		90,3		D_{25}		98,3		D_{25}		69,6	D_{25}		80,5
D_{50}		95,4		D_{50}		99,6		D_{50}		91,5	D_{50}		94,2

Ecuación (M11.1)- d_{84}				Ecuación (M11.2)- d_{84}				Ecuación (N11.1)- d_{84}			Ecuación (N11.2)- d_{84}		
M_1	M_2	M_3	M_4	M_1	M_2	M_3	M_4	N_1	N_2	N_3	N_1	N_2	N_3
0,287	1,579	3,286	-0,171	0,214	4,374	8,564	-10,37	4,064	0,563	0,295	6,012	0,228	0,108
Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$		Restricción		$y/d_{84} > 4,0$		Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción		$y/d_{84} > 4,0$
N		739		N		744		N		739	N		744
Ec		640,4		Ec		212,8		Ec		1.216,1	Ec		3.165,0
Et		0,917		Et		0,531		Et		1,258	Et		2,048
R^2		0,821		R^2		0,955		R^2		0,664	R^2		0,343
E		0,821		E		0,955		E		0,650	E		0,332
E'		0,643		E'		0,821		E'		0,457	E'		0,222
P		35,7		P		4,2		P		22,9	P		16,9
D_{25}		91,2		D_{25}		98,3		D_{25}		67,8	D_{25}		80,5
D_{50}		95,3		D_{50}		99,6		D_{50}		90,8	D_{50}		94,6

Ecuación (M12.1)- d_{50}				Ecuación (M12.2)- d_{50}				Ecuación (N12.1)- d_{50}			Ecuación (N12.2)- d_{50}		
M_1	M_2	M_3	M_4	M_1	M_2	M_3	M_4	N_1	N_2	N_3	N_1	N_2	N_3
0,094	1,679	3,472	0,105	0,199	4,403	8,669	-10,55	3,491	0,468	0,419	6,281	0,179	0,146
Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$		Restricción		$y/d_{84} > 4,0$		Restricción		$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción		$y/d_{84} > 4,0$
N		739		N		744		N		739	N		744
Ec		648,2		Ec		211,4		Ec		1.532,4	Ec		3.608,2
Et		0,923		Et		0,529		Et		1,408	Et		2,191
R^2		0,819		R^2		0,955		R^2		0,579	R^2		0,248
E		0,819		E		0,955		E		0,559	E		0,239
E'		0,643		E'		0,820		E'		0,401	E'		0,133
P		36,2		P		4,2		P		25,4	P		18,9
D_{25}		92,4		D_{25}		98,3		D_{25}		62,5	D_{25}		77,6
D_{50}		95,1		D_{50}		99,6		D_{50}		90,1	D_{50}		94,1

Tabla E4. (continuación).

Ecuación (O10.1)- d_{90}		Ecuación (O10.2)- d_{90}	
O_1	O_2	O_1	O_2
5,370	0,499	8,770	0,172
Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$
N	739	N	744
Ec	1,559	Ec	4.126,5
Et	2.021,3	Et	2,327
R^2	0,484	R^2	0,152
E	0,418	E	0,129
E'	0,306	E'	0,112
P	27,8	P	18,9
D_{25}	53,9	D_{25}	77,4
D_{50}	88,6	D_{50}	94,0

Ecuación (O11.1)- d_{84}		Ecuación (O11.2)- d_{84}	
O_1	O_2	O_1	O_2
5,200	0,506	8,670	0,177
Restricción	$y/d_{84} \leq 4,0$	Restricción	$y/d_{84} > 4,0$
N	739	N	744
Ec	1.976,0	Ec	4.083,8
Et	1,558	Et	2,325
R^2	0,485	R^2	0,154
E	0,431	E	0,140
E'	0,305	E'	0,114
P	28,8	P	19,1
D_{25}	53,0	D_{25}	77,0
D_{50}	87,0	D_{50}	93,8

Ecuación (O12.1)- d_{50}		Ecuación (O12.2)- d_{50}	
O_1	O_2	O_1	O_2
4,539	0,542	8,222	0,184
Restricción		Restricción	
N	739	N	744
Ec	1.900,0	Ec	4.120,9
Et	1,541	Et	2,338
R^2	0,496	R^2	0,144
E	0,453	E	0,131
E'	0,328	E'	0,098
P	27,9	P	19,5
D_{25}	55,5	D_{25}	77,4
D_{50}	88,0	D_{50}	94,0

Tabla E5. Ecuaciones ajustadas con Q_s como variable de control.

Ecuación (A13.1)- d_{90}		Ecuación (A13.2)- d_{90}		Ecuación (B13.1)- d_{90}		Ecuación (B13.2)- d_{90}	
A_1	A_2	A_1	A_2	B_1	B_2	B_1	B_2
5,905	4,622	6,043	4,452	2,874	0,0955	2,725	0,0820
Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$
N	303	N	276	N	303	N	276
Ec	685,7	Ec	465,9	Ec	690,6	Ec	472,5
Et	1,509	Et	1,304	Et	1,515	Et	1,313
R^2	0,760	R^2	0,759	R^2	0,759	R^2	0,756
E	0,760	E	0,759	E	0,759	E	0,756
E'	0,601	E'	0,567	E'	0,603	E'	0,564
P	19,8	P	11,3	P	19,4	P	11,4
D_{25}	76,6	D_{25}	87,7	D_{25}	77,9	D_{25}	88,0
D_{50}	91,1	D_{50}	96,4	D_{50}	91,7	D_{50}	96,4

Ecuación (A14.1)- d_{84}		Ecuación (A14.2)- d_{84}		Ecuación (B14.1)- d_{84}		Ecuación (B14.2)- d_{84}	
A_1	A_2	A_1	A_2	B_1	B_2	B_1	B_2
6,066	4,318	6,135	4,251	2,577	0,113	2,770	0,0915
Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$
N	303	N	276	N	303	N	276
Ec	745,1	Ec	469,2	Ec	752,2	Ec	475,7
Et	1,573	Et	1,309	Et	1,581	Et	1,318
R^2	0,739	R^2	0,758	R^2	0,737	R^2	0,754
E	0,739	E	0,758	E	0,737	E	0,754
E'	0,579	E'	0,568	E'	0,581	E'	0,564
P	20,8	P	11,3	P	20,4	P	11,4
D_{25}	75,2	D_{25}	88,8	D_{25}	76,6	D_{25}	88,8
D_{50}	91,1	D_{50}	96,4	D_{50}	91,4	D_{50}	96,4

Ecuación (A15.1)- d_{50}		Ecuación (A15.2)- d_{50}		Ecuación (B15.1)- d_{50}		Ecuación (B15.2)- d_{50}	
A_1	A_2	A_1	A_2	B_1	B_2	B_1	B_2
5,500	3,853	5,677	4,084	2,618	0,108	2,532	0,0814
Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$
N	303	N	276	N	303	N	276
Ec	995,0	Ec	592,2	Ec	996,5	Ec	599,0
Et	1,818	Et	1,470	Et	1,820	Et	1,479
R^2	0,652	R^2	0,694	R^2	0,652	R^2	0,691
E	0,652	E	0,694	E	0,652	E	0,691
E'	0,510	E'	0,493	E'	0,515	E'	0,489
P	24,2	P	13,2	P	23,8	P	13,4
D_{25}	69,6	D_{25}	87,0	D_{25}	71,9	D_{25}	86,6
D_{50}	87,5	D_{50}	94,9	D_{50}	87,5	D_{50}	94,6

Tabla E5. (continuación).

Ecuación (C13.1)- d_{90}		Ecuación (C13.2)- d_{90}		Ecuación (D13.1)- d_{90}			Ecuación (D13.2)- d_{90}		
C_1	C_2	C_1	C_2	D_1	D_2	D_3	D_1	D_2	D_3
5,356	1,247	5,672	1,569	6,274	4,309	0,239	4,542	6,482	-3,631
Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$		Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	
N	303	N	276	N	303		N	276	
Ec	683,2	Ec	458,6	Ec	683,3		Ec	445,7	
Et	1,506	Et	1,294	Et	1,507		Et	1,275	
R^2	0,761	R^2	0,763	R^2	0,761		R^2	0,770	
E	0,761	E	0,763	E	0,761		E	0,770	
E'	0,602	E'	0,570	E'	0,605		E'	0,565	
P	19,6	P	11,1	P	19,3		P	11,3	
D_{25}	76,2	D_{25}	88,0	D_{25}	78,2		D_{25}	88,4	
D_{50}	91,1	D_{50}	96,7	D_{50}	92,4		D_{50}	96,7	

Ecuación (C14.1)- d_{84}		Ecuación (C14.2)- d_{84}		Ecuación (D14.1)- d_{84}			Ecuación (D14.2)- d_{84}		
C_1	C_2	C_1	C_2	D_1	D_2	D_3	D_1	D_2	D_3
5,483	1,460	5,758	1,722	6,274	4,134	0,154	4,642	6,291	-3,804
Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$		Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	
N	303	N	276	N	303		N	276	
Ec	740,7	Ec	462,2	Ec	744,4		Ec	450,6	
Et	1,569	Et	1,299	Et	1,573		Et	1,282	
R^2	0,741	R^2	0,761	R^2	0,740		R^2	0,767	
E	0,741	E	0,761	E	0,740		E	0,767	
E'	0,580	E'	0,571	E'	0,581		E'	0,565	
P	20,7	P	11,2	P	20,5		P	11,3	
D_{25}	75,2	D_{25}	88,8	D_{25}	75,6		D_{25}	88,8	
D_{50}	91,7	D_{50}	96,4	D_{50}	91,1		D_{50}	96,7	

Ecuación (C15.1)- d_{50}		Ecuación (C15.2)- d_{50}		Ecuación (D15.1)- d_{50}			Ecuación (D15.2)- d_{50}		
C_1	C_2	C_1	C_2	D_1	D_2	D_3	D_1	D_2	D_3
5,017	1,536	5,393	1,710	5,269	4,079	-0,218	3,844	6,813	-6,043
Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$		Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	
N	303	N	276	N	303		N	276	
Ec	985,7	Ec	583,5	Ec	993,8		Ec	558,1	
Et	1,810	Et	1,459	Et	1,817		Et	1,427	
R^2	0,655	R^2	0,699	R^2	0,652		R^2	0,712	
E	0,655	E	0,699	E	0,652		E	0,712	
E'	0,511	E'	0,497	E'	0,506		E'	0,503	
P	24,1	P	13,0	P	24,6		P	12,9	
D_{25}	69,6	D_{25}	87,0	D_{25}	69,6		D_{25}	86,6	
D_{50}	87,1	D_{50}	95,3	D_{50}	86,1		D_{50}	95,7	

Tabla E5. (continuación).

Ecuación (E13.1)- d_{90}		Ecuación (E13.2)- d_{90}		Ecuación (F13.1)- d_{90}		Ecuación (F13.2)- d_{90}	
E_1	E_2	E_1	E_2	F_1	F_2	F_1	F_2
4,128	0,441	4,988	0,308	5,93	1,45	6,65	3,74
Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$
N	303	N	276	N	303	N	276
Ec	911,0	Ec	610,0	Ec	703,2	Ec	463,2
Et	1,680	Et	1,441	Et	1,528	Et	1,246
R^2	0,703	R^2	0,706	R^2	0,754	R^2	0,780
E	0,681	E	0,685	E	0,754	E	0,761
E'	0,542	E'	0,500	E'	0,605	E'	0,545
P	20,5	P	12,3	P	20,0	P	12,4
D_{25}	74,6	D_{25}	85,9	D_{25}	77,9	D_{25}	88,4
D_{50}	92,1	D_{50}	96,4	D_{50}	91,4	D_{50}	95,3

Ecuación (E14.1)- d_{84}		Ecuación (E14.2)- d_{84}		Ecuación (F14.1)- d_{84}		Ecuación (F14.2)- d_{84}	
E_1	E_2	E_1	E_2	F_1	F_2	F_1	F_2
3,915	0,454	4,875	0,312	5,79	1,34	6,67	4,18
Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$
N	303	N	276	N	303	N	276
Ec	1.004,1	Ec	613,4	Ec	750,6	Ec	475,7
Et	1,759	Et	1,446	Et	1,578	Et	1,248
R^2	0,674	R^2	0,704	R^2	0,738	R^2	0,780
E	0,649	E	0,683	E	0,738	E	0,754
E'	0,521	E'	0,504	E'	0,594	E'	0,541
P	21,4	P	12,2	P	20,1	P	12,7
D_{25}	72,3	D_{25}	84,8	D_{25}	77,2	D_{25}	88,8
D_{50}	91,7	D_{50}	96,4	D_{50}	90,8	D_{50}	95,3

Ecuación (E15.1)- d_{50}		Ecuación (E15.2)- d_{50}		Ecuación (F15.1)- d_{50}		Ecuación (F15.2)- d_{50}	
E_1	E_2	E_1	E_2	F_1	F_2	F_1	F_2
3,587	0,417	4,784	0,288	5,30	1,19	6,61	5,75
Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$
N	303	N	276	N	303	N	276
Ec	1277,4	Ec	773,5	Ec	920,9	Ec	590,4
Et	1,999	Et	1,619	Et	1,749	Et	1,402
R^2	0,580	R^2	0,629	R^2	0,678	R^2	0,722
E	0,553	E	0,601	E	0,678	E	0,695
E'	0,462	E'	0,432	E'	0,535	E'	0,481
P	24,6	P	13,9	P	22,5	P	14,3
D_{25}	67,3	D_{25}	83,3	D_{25}	73,6	D_{25}	87,0
D_{50}	90,1	D_{50}	95,3	D_{50}	88,8	D_{50}	95,3

Tabla E5. (continuación).

Ecuación (G13.1)- d_{90}		Ecuación (G13.2)- d_{90}		Ecuación (H13.1)- d_{90}			Ecuación (H13.2)- d_{90}		
G_1		G_1		H_1	H_2	H_3	H_1	H_2	H_3
2,518		1,143		5,771	6,065	28,91	6,044	5,456	4,001
Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$		Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	
N	303	N	276	N	303		N	276	
Ec	24.229,6	Ec	27.156,1	Ec	685,7		Ec	465,9	
Et	2,182	Et	1,867	Et	1,509		Et	1,304	
R^2	0,499	R^2	0,507	R^2	0,760		R^2	0,759	
E	-7,47	E	-13,02	E	0,760		E	0,759	
E'	-0,722	E'	-1,88	E'	0,590		E'	0,567	
P	61,5	P	56,4	P	19,6		P	11,3	
D_{25}	24,4	D_{25}	39,5	D_{25}	76,6		D_{25}	87,7	
D_{50}	58,1	D_{50}	56,2	D_{50}	92,1		D_{50}	96,4	

Ecuación (G14.1)- d_{84}		Ecuación (G14.2)- d_{84}		Ecuación (H14.1)- d_{84}			Ecuación (H14.2)- d_{84}		
G_1		G_1		H_1	H_2	H_3	H_1	H_2	H_3
2,296		1,094		6,059	5,151	21,82	6,140	4,932	4,000
Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$		Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	
N	303	N	276	N	303		N	276	
Ec	22.100,3	Ec	26.256,7	Ec	745,1		Ec	469,2	
Et	2,243	Et	1,876	Et	1,573		Et	1,309	
R^2	0,470	R^2	0,502	R^2	0,739		R^2	0,758	
E	-6,73	E	-12,6	E	0,739		E	0,758	
E'	-0,62	E'	-1,78	E'	0,578		E'	0,568	
P	58,4	P	54,5	P	20,8		P	11,3	
D_{25}	27,1	D_{25}	42,0	D_{25}	75,2		D_{25}	88,8	
D_{50}	63,0	D_{50}	56,9	D_{50}	91,1		D_{50}	96,4	

Ecuación (G15.1)- d_{50}		Ecuación (G15.2)- d_{50}		Ecuación (H15.1)- d_{50}			Ecuación (H15.1)- d_{50}		
G_1		G_1		H_1	H_2	H_3	H_1	H_2	H_3
1,706		0,858		5,490	5,020	21,78	5,671	5,244	5,001
Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$		Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$	
N	303	N	276	N	303		N	276	
Ec	26.070,1	Ec	42.926,5	Ec	995,0		Ec	592,2	
Et	2,451	Et	2,105	Et	1,818		Et	1,470	
R^2	0,368	R^2	0,373	R^2	0,652		R^2	0,694	
E	-8,16	E	-21,2	E	0,652		E	0,694	
E'	-0,77	E'	-2,11	E'	0,510		E'	0,493	
P	67,1	P	60,7	P	24,2		P	13,2	
D_{25}	30,0	D_{25}	37,7	D_{25}	70,3		D_{25}	87,0	
D_{50}	58,4	D_{50}	59,1	D_{50}	87,5		D_{50}	94,9	

Tabla E5. (continuación).

Ecuación (I13.1)- d₉₀			Ecuación (I13.2)- d₉₀			Ecuación (J13.1)- d₉₀			Ecuación (J13.2)- d₉₀		
<i>I</i> ₁	<i>I</i> ₂	<i>I</i> ₃	<i>I</i> ₁	<i>I</i> ₂	<i>I</i> ₃	<i>J</i> ₁	<i>J</i> ₂	<i>J</i> ₃	<i>J</i> ₁	<i>J</i> ₂	<i>J</i> ₃
5,221	0,148	3,531	4,748	0,240	3,459	3,926	0,428	0,0153	4,446	0,242	0,0579
Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> = 0)	Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> > 0)	Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> = 0)	Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> > 0)
<i>N</i>		303	<i>N</i>		276	<i>N</i>		303	<i>N</i>		276
<i>Ec</i>		660,6	<i>Ec</i>		437,2	<i>Ec</i>		902,0	<i>Ec</i>		550,4
<i>Et</i>		1,481	<i>Et</i>		1,263	<i>Et</i>		1,669	<i>Et</i>		1,375
<i>R</i> ²		0,769	<i>R</i> ²		0,774	<i>R</i> ²		0,707	<i>R</i> ²		0,732
<i>E</i>		0,769	<i>E</i>		0,774	<i>E</i>		0,685	<i>E</i>		0,716
<i>E'</i>		0,610	<i>E'</i>		0,590	<i>E'</i>		0,545	<i>E'</i>		0,545
<i>P</i>		19,5	<i>P</i>		10,7	<i>P</i>		20,5	<i>P</i>		11,2
<i>D</i> ₂₅		74,3	<i>D</i> ₂₅		87,0	<i>D</i> ₂₅		74,9	<i>D</i> ₂₅		85,1
<i>D</i> ₅₀		92,1	<i>D</i> ₅₀		96,7	<i>D</i> ₅₀		92,4	<i>D</i> ₅₀		97,5

Ecuación (I14.1)- d₈₄			Ecuación (I14.2)- d₈₄			Ecuación (J14.1)- d₈₄			Ecuación (J14.2)- d₈₄		
<i>I</i> ₁	<i>I</i> ₂	<i>I</i> ₃	<i>I</i> ₁	<i>I</i> ₂	<i>I</i> ₃	<i>J</i> ₁	<i>J</i> ₂	<i>J</i> ₃	<i>J</i> ₁	<i>J</i> ₂	<i>J</i> ₃
5,233	0,173	3,081	4,837	0,231	3,324	3,614	0,431	0,025	4,365	0,246	0,0573
Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> = 0)	Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> > 0)	Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> = 0)	Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> > 0)
<i>N</i>		303	<i>N</i>		276	<i>N</i>		303	<i>N</i>		276
<i>Ec</i>		709,9	<i>Ec</i>		442,1	<i>Ec</i>		935,9	<i>Ec</i>		560,2
<i>Et</i>		1,536	<i>Et</i>		1,270	<i>Et</i>		1,672	<i>Et</i>		1,377
<i>R</i> ²		0,752	<i>R</i> ²		0,772	<i>R</i> ²		0,706	<i>R</i> ²		0,732
<i>E</i>		0,752	<i>E</i>		0,772	<i>E</i>		0,673	<i>E</i>		0,711
<i>E'</i>		0,594	<i>E'</i>		0,588	<i>E'</i>		0,525	<i>E'</i>		0,542
<i>P</i>		20,3	<i>P</i>		10,7	<i>P</i>		20,4	<i>P</i>		11,2
<i>D</i> ₂₅		71,3	<i>D</i> ₂₅		87,0	<i>D</i> ₂₅		73,3	<i>D</i> ₂₅		85,1
<i>D</i> ₅₀		91,7	<i>D</i> ₅₀		97,1	<i>D</i> ₅₀		94,1	<i>D</i> ₅₀		97,8

Ecuación (I15.1)- d₅₀			Ecuación (I15.2)- d₅₀			Ecuación (J15.1)- d₅₀			Ecuación (J15.2)- d₅₀		
<i>I</i> ₁	<i>I</i> ₂	<i>I</i> ₃	<i>I</i> ₁	<i>I</i> ₂	<i>I</i> ₃	<i>J</i> ₁	<i>J</i> ₂	<i>J</i> ₃	<i>J</i> ₁	<i>J</i> ₂	<i>J</i> ₃
4,187	0,369	1,862	3,750	0,470	2,716	2,907	0,358	0,0707	4,064	0,189	0,0908
Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> = 0)	Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> > 0)	Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> = 0)	Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> > 0)
<i>N</i>		303	<i>N</i>		276	<i>N</i>		303	<i>N</i>		276
<i>Ec</i>		881,6	<i>Ec</i>		517,1	<i>Ec</i>		1.143,9	<i>Ec</i>		633,8
<i>Et</i>		1,712	<i>Et</i>		1,373	<i>Et</i>		1,889	<i>Et</i>		1,477
<i>R</i> ²		0,692	<i>R</i> ²		0,733	<i>R</i> ²		0,625	<i>R</i> ²		0,691
<i>E</i>		0,692	<i>E</i>		0,733	<i>E</i>		0,600	<i>E</i>		0,673
<i>E'</i>		0,550	<i>E'</i>		0,523	<i>E'</i>		0,487	<i>E'</i>		0,487
<i>P</i>		22,8	<i>P</i>		12,2	<i>P</i>		23,7	<i>P</i>		12,5
<i>D</i> ₂₅		69,6	<i>D</i> ₂₅		86,6	<i>D</i> ₂₅		69,6	<i>D</i> ₂₅		85,1
<i>D</i> ₅₀		88,8	<i>D</i> ₅₀		96,0	<i>D</i> ₅₀		89,8	<i>D</i> ₅₀		96,4

Tabla E5. (continuación).

Ecuación (K13.1)- d_{90}			Ecuación (K13.2)- d_{90}			Ecuación (L14.1)- d_{90}				Ecuación (L14.2)- d_{90}			
K_1	K_2	K_3	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2	L_3	L_4	L_1	L_2	L_3	L_4
6,21	5,693	0,126	6,47	4,219	0,0827	6,31	3,89	1,06	2,43	7,29	2,53	0,48	1,79
Restricción		Lab- ($Q_i = 0$)	Restricción		Lab- ($Q_i > 0$)	Restricción		Lab- ($Q_i = 0$)		Restricción		Lab- ($Q_i > 0$)	
N		303	N		276	N		303		N		276	
Ec		629,2	Ec		446,5	Ec		342,1		Ec		262,9	
Et		1,446	Et		1,277	Et		1,067		Et		0,979	
R^2		0,780	R^2		0,769	R^2		0,880		R^2		0,864	
E		0,780	E		0,769	E		0,880		E		0,864	
E'		0,618	E'		0,563	E'		0,701		E'		0,678	
P		18,7	P		11,1	P		15,0		P		7,6	
D_{25}		76,2	D_{25}		90,2	D_{25}		85,5		D_{25}		94,9	
D_{50}		93,1	D_{50}		96,4	D_{50}		96,7		D_{50}		100,0	

Ecuación (K14.1)- d_{84}			Ecuación (K14.2)- d_{84}			Ecuación (L14.1)- d_{84}				Ecuación (L14.2)- d_{84}			
K_1	K_2	K_3	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2	L_3	L_4	L_1	L_2	L_3	L_4
6,40	4,819	0,132	6,62	3,749	0,089	6,56	4,07	1,11	1,98	7,40	2,55	0,48	1,48
Restricción		Lab- ($Q_i = 0$)	Restricción		Lab- ($Q_i > 0$)	Restricción		Lab- ($Q_i = 0$)		Restricción		Lab- ($Q_i > 0$)	
N		303	N		276	N		303		N		276	
Ec		684,2	Ec		447,0	Ec		371,6		Ec		265,2	
Et		1,508	Et		1,277	Et		1,113		Et		0,984	
R^2		0,761	R^2		0,769	R^2		0,870		R^2		0,863	
E		0,761	E		0,769	E		0,870		E		0,863	
E'		0,598	E'		0,563	E'		0,689		E'		0,682	
P		19,6	P		11,2	P		15,5		P		7,5	
D_{25}		74,9	D_{25}		89,5	D_{25}		83,5		D_{25}		94,6	
D_{50}		92,7	D_{50}		96,4	D_{50}		96,4		D_{50}		100,0	

Ecuación (K15.1)- d_{50}			Ecuación (K15.2)- d_{50}			Ecuación (L15.1)- d_{50}				Ecuación (L15.2)- d_{50}			
K_1	K_2	K_3	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2	L_3	L_4	L_1	L_2	L_3	L_4
5,844	4,584	0,144	6,01	4,166	0,0634	6,10	4,35	1,17	1,22	6,69	2,20	0,42	1,70
Restricción		Lab- ($Q_i = 0$)	Restricción		Lab- ($Q_i > 0$)	Restricción		Lab- ($Q_i = 0$)		Restricción		Lab- ($Q_i > 0$)	
N		303	N		276	N		303		N		276	
Ec		930,4	Ec		580,5	Ec		575,2		Ec		436,2	
Et		1,759	Et		1,456	Et		1,384		Et		1,262	
R^2		0,675	R^2		0,700	R^2		0,799		R^2		0,775	
E		0,675	E		0,700	E		0,799		E		0,775	
E'		0,530	E'		0,499	E'		0,606		E'		0,572	
P		22,9	P		12,9	P		20,2		P		10,5	
D_{25}		71,6	D_{25}		88,4	D_{25}		76,2		D_{25}		89,9	
D_{50}		89,9	D_{50}		95,3	D_{50}		88,1		D_{50}		98,2	

Tabla E5. (continuación).

Ecuación (M13.1)- d₉₀				Ecuación (M13.2)- d₉₀				Ecuación (N13.1)- d₉₀			Ecuación (N13.2)- d₉₀		
<i>M</i> ₁	<i>M</i> ₂	<i>M</i> ₃	<i>M</i> ₄	<i>M</i> ₁	<i>M</i> ₂	<i>M</i> ₃	<i>M</i> ₄	<i>N</i> ₁	<i>N</i> ₂	<i>N</i> ₃	<i>N</i> ₁	<i>N</i> ₂	<i>N</i> ₃
0,065	2,805	5,091	3,405	0,365	3,596	7,007	6,995	4,355	0,441	0,245	4,539	0,347	0,155
Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> = 0)		Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> > 0)		Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> = 0)	Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> > 0)
<i>N</i>		303		<i>N</i>		276		<i>N</i>		303	<i>N</i>		276
<i>Ec</i>		156,6		<i>Ec</i>		57,83		<i>Ec</i>		730,9	<i>Ec</i>		604,9
<i>Et</i>		0,725		<i>Et</i>		0,458		<i>Et</i>		1,533	<i>Et</i>		1,433
<i>R</i> ²		0,945		<i>R</i> ²		0,970		<i>R</i> ²		0,753	<i>R</i> ²		0,710
<i>E</i>		0,945		<i>E</i>		0,970		<i>E</i>		0,744	<i>E</i>		0,688
<i>E'</i>		0,796		<i>E'</i>		0,837		<i>E'</i>		0,592	<i>E'</i>		0,464
<i>P</i>		12,3		<i>P</i>		4,2		<i>P</i>		17,4	<i>P</i>		12,7
<i>D</i> ₂₅		93,7		<i>D</i> ₂₅		98,2		<i>D</i> ₂₅		80,9	<i>D</i> ₂₅		87,3
<i>D</i> ₅₀		95,4		<i>D</i> ₅₀		100,0		<i>D</i> ₅₀		94,4	<i>D</i> ₅₀		97,8

Ecuación (M14.1)- d₈₄				Ecuación (M14.2)- d₈₄				Ecuación (N14.1)- d₈₄			Ecuación (N14.2)- d₈₄		
<i>M</i> ₁	<i>M</i> ₂	<i>M</i> ₃	<i>M</i> ₄	<i>M</i> ₁	<i>M</i> ₂	<i>M</i> ₃	<i>M</i> ₄	<i>N</i> ₁	<i>N</i> ₂	<i>N</i> ₃	<i>N</i> ₁	<i>N</i> ₂	<i>N</i> ₃
0,037	2,833	5,133	3,486	0,376	3,594	7,011	7,023	4,130	0,455	0,252	4,398	0,355	0,162
Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> = 0)		Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> > 0)		Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> = 0)	Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> > 0)
<i>N</i>		303		<i>N</i>		276		<i>N</i>		303	<i>N</i>		276
<i>Ec</i>		156,8		<i>Ec</i>		57,73		<i>Ec</i>		807,8	<i>Ec</i>		606,3
<i>Et</i>		0,725		<i>Et</i>		0,458		<i>Et</i>		1,609	<i>Et</i>		1,433
<i>R</i> ²		0,945		<i>R</i> ²		0,970		<i>R</i> ²		0,728	<i>R</i> ²		0,709
<i>E</i>		0,945		<i>E</i>		0,970		<i>E</i>		0,718	<i>E</i>		0,687
<i>E'</i>		0,795		<i>E'</i>		0,837		<i>E'</i>		0,570	<i>E'</i>		0,470
<i>P</i>		12,3		<i>P</i>		4,2		<i>P</i>		18,3	<i>P</i>		12,6
<i>D</i> ₂₅		93,7		<i>D</i> ₂₅		98,2		<i>D</i> ₂₅		77,9	<i>D</i> ₂₅		87,3
<i>D</i> ₅₀		95,4		<i>D</i> ₅₀		100,0		<i>D</i> ₅₀		94,1	<i>D</i> ₅₀		97,8

Ecuación (M15.1)- d₅₀				Ecuación (M15.2)- d₅₀				Ecuación (N15.1)- d₅₀			Ecuación (N15.2)- d₅₀		
<i>M</i> ₁	<i>M</i> ₂	<i>M</i> ₃	<i>M</i> ₄	<i>M</i> ₁	<i>M</i> ₂	<i>M</i> ₃	<i>M</i> ₄	<i>N</i> ₁	<i>N</i> ₂	<i>N</i> ₃	<i>N</i> ₁	<i>N</i> ₂	<i>N</i> ₃
1·10 ⁻⁵	2,865	5,181	3,569	0,269	3,706	7,177	7,362	3,784	0,418	0,252	4,365	0,323	0,136
Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> = 0)		Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> > 0)		Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> = 0)	Restricción		Lab- (<i>Q_s</i> > 0)
<i>N</i>		303		<i>N</i>		276		<i>N</i>		303	<i>N</i>		276
<i>Ec</i>		156,9		<i>Ec</i>		59,50		<i>Ec</i>		1.080,1	<i>Ec</i>		788,0
<i>Et</i>		0,726		<i>Et</i>		0,465		<i>Et</i>		1,866	<i>Et</i>		1,628
<i>R</i> ²		0,945		<i>R</i> ²		0,969		<i>R</i> ²		0,633	<i>R</i> ²		0,625
<i>E</i>		0,945		<i>E</i>		0,969		<i>E</i>		0,622	<i>E</i>		0,593
<i>E'</i>		0,795		<i>E'</i>		0,831		<i>E'</i>		0,511	<i>E'</i>		0,424
<i>P</i>		12,3		<i>P</i>		4,4		<i>P</i>		21,5	<i>P</i>		13,9
<i>D</i> ₂₅		93,7		<i>D</i> ₂₅		97,8		<i>D</i> ₂₅		73,3	<i>D</i> ₂₅		85,5
<i>D</i> ₅₀		95,7		<i>D</i> ₅₀		99,6		<i>D</i> ₅₀		91,1	<i>D</i> ₅₀		96,0

Tabla E5. (continuación).

Ecuación (O13.1)- d_{90}		Ecuación (O13.2)- d_{90}	
O_1	O_2	O_1	O_2
5,358	0,586	5,610	0,479
Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$
N	303	N	276
Ec	1.721,4	Ec	1527,5
Et	2,282	Et	2,278
R^2	0,452	R^2	0,266
E	0,398	E	0,211
E'	0,327	E'	0,089
P	26,2	P	22,0
D_{25}	52,8	D_{25}	70,3
D_{50}	91,1	D_{50}	90,9

Ecuación (O14.1)- d_{84}		Ecuación (O14.2)- d_{84}	
O_1	O_2	O_1	O_2
5,200	0,590	5,534	0,483
Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$
N	303	N	276
Ec	1.761,2	Ec	1.524,3
Et	2,323	Et	2,288
R^2	0,432	R^2	0,259
E	0,384	E	0,213
E'	0,312	E'	0,095
P	27,8	P	22,1
D_{25}	48,2	D_{25}	70,7
D_{50}	89,8	D_{50}	90,6

Ecuación (O15.1)- d_{50}		Ecuación (O15.2)- d_{50}	
O_1	O_2	O_1	O_2
4,819	0,563	5,420	0,453
Restricción	Lab- $(Q_s = 0)$	Restricción	Lab- $(Q_s > 0)$
N	303	N	276
Ec	1.767,7	Ec	1.588,6
Et	2,358	Et	2,333
R^2	0,415	R^2	0,230
E	0,382	E	0,180
E'	0,290	E'	0,095
P	29,2	P	22,4
D_{25}	46,5	D_{25}	71,4
D_{50}	86,1	D_{50}	90,6

Tabla E6. Modelo (Q) ajustado al conjunto completo de datos.

Ecuación (Q_{1.1.1})

$Q = 6,039AR^{0,823}S^{0,264}$	
Restricción	Campo
<i>N</i>	904
<i>Ec</i>	$9,162 \cdot 10^7$
<i>Et</i>	129,3
<i>R</i> ²	0,920
<i>E</i>	0,516
<i>E'</i>	0,769
<i>P</i>	35,4
<i>D</i> ₂₅	52,8
<i>D</i> ₅₀	80,9

Ecuación (Q_{2.1.1})

$Q = 5,559A^{1,034}R^{0,765}S^{0,269}$	
Restricción	Campo
<i>N</i>	904
<i>Ec</i>	$1,107 \cdot 10^8$
<i>Et</i>	131,8
<i>R</i> ²	0,917
<i>E</i>	0,415
<i>E'</i>	0,754
<i>P</i>	35,5
<i>D</i> ₂₅	52,3
<i>D</i> ₅₀	80,0

Ecuación (Q_{3.1.1})

$Q = 2,931A^{1,022}R^{0,791}S^{-0,0571 \cdot \log S}$	
Restricción	Campo
<i>N</i>	904
<i>Ec</i>	$8,727 \cdot 10^7$
<i>Et</i>	144,3
<i>R</i> ²	0,901
<i>E</i>	0,539
<i>E'</i>	0,791
<i>P</i>	33,1
<i>D</i> ₂₅	53,5
<i>D</i> ₅₀	81,9

Tabla E7. Modelo (Q) ajustado con S como variable de control.

Ecuación (Q_{1.2.1})

$Q = 15,668AR^{0,827}S^{0,413}$	
Restricción	Campo ($S \leq 0,008$)
N	530
Ec	$5,351 \cdot 10^7$
Et	186,3
R^2	0,901
E	0,710
E'	0,824
P	24,4
D_{25}	62,6
D_{50}	89,2

Ecuación (Q_{1.2.2})

$Q = 2,041AR^{0,796}S^{0,0189}$	
Restricción	Campo ($S > 0,008$)
N	374
Ec	$2,362 \cdot 10^4$
Et	7,870
R^2	0,923
E	0,921
E'	0,761
P	41,4
D_{25}	45,5
D_{50}	74,1

Ecuación (Q_{2.2.1})

$Q = 17,378A^{0,969}R^{0,880}S^{0,410}$	
Restricción	Campo ($S \leq 0,008$)
N	530
Ec	$4,631 \cdot 10^7$
Et	183,9
R^2	0,903
E	0,749
E'	0,828
P	24,6
D_{25}	62,5
D_{50}	89,1

Ecuación (Q_{2.2.2})

$Q = 1,837A^{1,050}R^{0,719}S^{0,0284}$	
Restricción	Campo ($S > 0,008$)
N	374
Ec	$2,433 \cdot 10^4$
Et	7,813
R^2	0,924
E	0,919
E'	0,760
P	41,0
D_{25}	44,9
D_{50}	73,5

Ecuación (Q_{3.2.1})

$Q = 4,721A^{0,951}R^{0,902}S^{-0,0687 \cdot \log S}$	
Restricción	Campo ($S \leq 0,008$)
N	530
Ec	$4,606 \cdot 10^7$
Et	193,3
R^2	0,893
E	0,751
E'	0,822
P	24,6
D_{25}	63,0
D_{50}	89,2

Ecuación (Q_{3.2.2})

$Q = 1,795A^{1,053}R^{0,716}S^{-0,0135 \cdot \log S}$	
Restricción	Campo ($S > 0,008$)
N	374
Ec	$2,362 \cdot 10^4$
Et	8,140
R^2	0,924
E	0,916
E'	0,759
P	41,0
D_{25}	45,5
D_{50}	73,8

Tabla E8. Modelo (Q) ajustado con y/d_{84} como variable de control.

Ecuación (Q_{1.3.1})

$Q = 4,395AR^{0,841}S^{0,208}$	
Restricción	Campo ($y/d_{84} \leq 4,0$)
<i>N</i>	511
<i>Ec</i>	$3,229 \cdot 10^4$
<i>Et</i>	6,514
R^2	0,928
<i>E</i>	0,892
<i>E'</i>	0,775
<i>P</i>	36,0
<i>D</i> ₂₅	51,9
<i>D</i> ₅₀	79,8

Ecuación (Q_{1.3.2})

$Q = 19,187AR^{0,631}S^{0,431}$	
Restricción	Campo ($y/d_{84} > 4,0$)
<i>N</i>	393
<i>Ec</i>	$1,836 \cdot 10^7$
<i>Et</i>	209,5
R^2	0,905
<i>E</i>	0,899
<i>E'</i>	0,847
<i>P</i>	21,7
<i>D</i> ₂₅	66,9
<i>D</i> ₅₀	92,9

Ecuación (Q_{2.3.1})

$Q = 3,828A^{1,070}R^{0,731}S^{0,225}$	
Restricción	Campo ($y/d_{84} \leq 4,0$)
<i>N</i>	511
<i>Ec</i>	$3,856 \cdot 10^4$
<i>Et</i>	6,495
R^2	0,928
<i>E</i>	0,871
<i>E'</i>	0,774
<i>P</i>	35,5
<i>D</i> ₂₅	50,5
<i>D</i> ₅₀	81,0

Ecuación (Q_{2.3.2})

$Q = 18,408A^{1,014}R^{0,605}S^{0,432}$	
Restricción	Campo ($y/d_{84} > 4,0$)
<i>N</i>	393
<i>Ec</i>	$1,902 \cdot 10^7$
<i>Et</i>	210,5
R^2	0,904
<i>E</i>	0,895
<i>E'</i>	0,848
<i>P</i>	21,7
<i>D</i> ₂₅	66,7
<i>D</i> ₅₀	92,9

Ecuación (Q_{3.3.1})

$Q = 2,275A^{1,078}R^{0,712}S^{-0,0568 \cdot \log S}$	
Restricción	Campo ($y/d_{84} \leq 4,0$)
<i>N</i>	511
<i>Ec</i>	$3,495 \cdot 10^4$
<i>Et</i>	6,413
R^2	0,930
<i>E</i>	0,883
<i>E'</i>	0,779
<i>P</i>	34,2
<i>D</i> ₂₅	54,0
<i>D</i> ₅₀	82,2

Ecuación (Q_{3.3.2})

$Q = 4,875A^{0,983}R^{0,645}S^{-0,0721 \cdot \log S}$	
Restricción	Campo ($y/d_{84} > 4,0$)
<i>N</i>	393
<i>Ec</i>	$2,019 \cdot 10^7$
<i>Et</i>	221,3
R^2	0,894
<i>E</i>	0,888
<i>E'</i>	0,848
<i>P</i>	22,3
<i>D</i> ₂₅	67,7
<i>D</i> ₅₀	91,3

Tabla E9. Modelo (Q) ajustado con τ / τ_c como variable de control.

Ecuación (Q_{1.4.1})

$Q = 5,395AR^{0,819}S^{0,250}$	
Restricción	Campo ($\tau_s / \tau_c \leq 1,0$)
<i>N</i>	777
<i>Ec</i>	$8,854 \cdot 10^6$
<i>Et</i>	43,15
<i>R</i> ²	0,985
<i>E</i>	0,905
<i>E'</i>	0,821
<i>P</i>	34,9
<i>D</i> ₂₅	52,6
<i>D</i> ₅₀	81,9

Ecuación (Q_{1.4.2})

$Q = 2,612AR^{0,421}S^{0,050}$	
Restricción	Campo ($\tau_s / \tau_c > 1,0$)
<i>N</i>	127
<i>Ec</i>	$7,067 \cdot 10^7$
<i>Et</i>	205,1
<i>R</i> ²	0,943
<i>E</i>	0,235
<i>E'</i>	0,652
<i>P</i>	23,3
<i>D</i> ₂₅	65,4
<i>D</i> ₅₀	91,3

Ecuación (Q_{2.4.1})

$Q = 4,467A^{1,077}R^{0,691}S^{0,262}$	
Restricción	Campo ($\tau_s / \tau_c \leq 1,0$)
<i>N</i>	777
<i>Ec</i>	$1,415 \cdot 10^7$
<i>Et</i>	39,68
<i>R</i> ²	0,987
<i>E</i>	0,848
<i>E'</i>	0,806
<i>P</i>	34,4
<i>D</i> ₂₅	53,5
<i>D</i> ₅₀	82,1

Ecuación (Q_{2.4.2})

$Q = 2,723A^{0,985}R^{0,449}S^{0,0482}$	
Restricción	Campo ($\tau_s / \tau_c > 1,0$)
<i>N</i>	127
<i>Ec</i>	$6,644 \cdot 10^7$
<i>Et</i>	204,9
<i>R</i> ²	0,943
<i>E</i>	0,280
<i>E'</i>	0,661
<i>P</i>	23,4
<i>D</i> ₂₅	65,4
<i>D</i> ₅₀	90,6

Ecuación (Q_{3.4.1})

$Q = 2,421A^{1,061}R^{0,728}S^{-0,0549 \cdot \log S}$	
Restricción	Campo ($\tau_s / \tau_c \leq 1,0$)
<i>N</i>	777
<i>Ec</i>	$5,233 \cdot 10^6$
<i>Et</i>	36,14
<i>R</i> ²	0,989
<i>E</i>	0,944
<i>E'</i>	0,843
<i>P</i>	32,1
<i>D</i> ₂₅	55,0
<i>D</i> ₅₀	82,8

Ecuación (Q_{3.4.2})

$Q = 2,606A^{0,999}R^{0,458}S^{-0,0219 \cdot \log S}$	
Restricción	Campo ($\tau_s / \tau_c > 1,0$)
<i>N</i>	127
<i>Ec</i>	$5,036 \cdot 10^7$
<i>Et</i>	199,4
<i>R</i> ²	0,946
<i>E</i>	0,455
<i>E'</i>	0,706
<i>P</i>	22,8
<i>D</i> ₂₅	66,9
<i>D</i> ₅₀	92,1

Tabla E10. Modelo (v) ajustado al conjunto completo de datos.

Ecuación (v₁.1.1)

$v = 1,132 g^{0,156} S^{0,329} Q^{0,339} d_{90}^{-0,254}$	
Restricción	Campo
<i>N</i>	904
<i>Ec</i>	139,3
<i>Et</i>	0,362
<i>R</i> ²	0,775
<i>E</i>	0,735
<i>E'</i>	0,600
<i>P</i>	22,2
<i>D</i> ₂₅	65,9
<i>D</i> ₅₀	94,5

Ecuación (v₂.1.1)

$v = 1,112 g^{0,147} S^{0,328} Q^{0,339} d_{84}^{-0,253}$	
Restricción	Campo
<i>N</i>	904
<i>Ec</i>	139,4
<i>Et</i>	0,361
<i>R</i> ²	0,776
<i>E</i>	0,734
<i>E'</i>	0,599
<i>P</i>	22,4
<i>D</i> ₂₅	65,6
<i>D</i> ₅₀	94,1

Ecuación (v₃.1.1)

$v = 1,033 g^{0,115} S^{0,317} Q^{0,338} d_{50}^{-0,215}$	
Restricción	Campo
<i>N</i>	904
<i>Ec</i>	185,8
<i>Et</i>	0,363
<i>R</i> ²	0,773
<i>E</i>	0,646
<i>E'</i>	0,540
<i>P</i>	27,0
<i>D</i> ₂₅	58,6
<i>D</i> ₅₀	86,8

Tabla E11. Modelo (v) ajustado con S como variable de control.

Ecuación (v_{1.2.1})

$v = 1,282 g^{0,208} S^{0,332} Q^{0,313} d_{90}^{-0,182}$	
Restricción	Campo ($S \leq 0,008$)
N	530
Ec	63,44
Et	0,333
R^2	0,829
E	0,814
E'	0,648
P	20,4
D_{25}	69,2
D_{50}	94,9

Ecuación (v_{1.2.2})

$v = 0,789 g^{0,091} S^{0,313} Q^{0,409} d_{90}^{-0,395}$	
Restricción	Campo ($S > 0,008$)
N	374
Ec	48,60
Et	0,294
R^2	0,813
E	0,717
E'	0,527
P	21,6
D_{25}	63,1
D_{50}	93,0

Ecuación (v_{2.2.1})

$v = 1,262 g^{0,201} S^{0,333} Q^{0,313} d_{84}^{-0,185}$	
Restricción	Campo ($S \leq 0,008$)
N	530
Ec	62,75
Et	0,332
R^2	0,830
E	0,816
E'	0,647
P	20,4
D_{25}	69,6
D_{50}	94,9

Ecuación (v_{2.2.2})

$v = 0,944 g^{0,0762} S^{0,304} Q^{0,407} d_{84}^{-0,377}$	
Restricción	Campo ($S > 0,008$)
N	374
Ec	38,32
Et	0,300
R^2	0,805
E	0,777
E'	0,592
P	20,3
D_{25}	71,1
D_{50}	96,0

Ecuación (v_{3.2.1})

$v = 1,229 g^{0,190} S^{0,330} Q^{0,313} d_{50}^{-0,151}$	
Restricción	Campo ($S \leq 0,008$)
N	530
Ec	79,28
Et	0,331
R^2	0,831
E	0,768
E'	0,610
P	24,3
D_{25}	63,0
D_{50}	89,6

Ecuación (v_{3.2.2})

$v = 0,804 g^{0,0066} S^{0,255} Q^{0,397} d_{50}^{-0,308}$	
Restricción	Campo ($S > 0,008$)
N	374
Ec	84,19
Et	0,324
R^2	0,772
E	0,509
E'	0,431
P	32,2
D_{25}	46,3
D_{50}	81,0

Tabla E12. Modelo (v) ajustado con y/d_{84} como variable de control.

Ecuación (v_{1.3.1})

$v = 1,061g^{0,126}S^{0,350}Q^{0,411}d_{90}^{-0,379}$	
Restricción	Campo ($y/d_{84} < 4,0$)
<i>N</i>	511
<i>Ec</i>	50,54
<i>Et</i>	0,258
<i>R</i> ²	0,799
<i>E</i>	0,700
<i>E'</i>	0,567
<i>P</i>	20,9
<i>D</i> ₂₅	68,1
<i>D</i> ₅₀	93,5

Ecuación (v_{1.3.2})

$v = 1,687g^{0,326}S^{0,347}Q^{0,253}d_{90}^{-0,101}$	
Restricción	Campo ($y/d_{84} \geq 4,0$)
<i>N</i>	393
<i>Ec</i>	46,62
<i>Et</i>	0,344
<i>R</i> ²	0,820
<i>E</i>	0,818
<i>E'</i>	0,607
<i>P</i>	18,8
<i>D</i> ₂₅	73,5
<i>D</i> ₅₀	95,4

Ecuación (v_{2.3.1})

$v = 1,033g^{0,115}S^{0,346}Q^{0,408}d_{84}^{-0,362}$	
Restricción	Campo ($y/d_{84} < 4,0$)
<i>N</i>	511
<i>Ec</i>	38,07
<i>Et</i>	0,259
<i>R</i> ²	0,798
<i>E</i>	0,774
<i>E'</i>	0,605
<i>P</i>	19,8
<i>D</i> ₂₅	70,8
<i>D</i> ₅₀	94,9

Ecuación (v_{2.3.2})

$v = 1,671g^{0,322}S^{0,348}Q^{0,253}d_{84}^{-0,103}$	
Restricción	Campo ($y/d_{84} \geq 4,0$)
<i>N</i>	393
<i>Ec</i>	46,60
<i>Et</i>	0,343
<i>R</i> ²	0,821
<i>E</i>	0,818
<i>E'</i>	0,607
<i>P</i>	18,7
<i>D</i> ₂₅	73,5
<i>D</i> ₅₀	95,9

Ecuación (v_{3.3.1})

$v = 0,924g^{0,0669}S^{0,324}Q^{0,400}d_{50}^{-0,302}$	
Restricción	Campo ($y/d_{84} < 4,0$)
<i>N</i>	511
<i>Ec</i>	54,45
<i>Et</i>	0,259
<i>R</i> ²	0,798
<i>E</i>	0,677
<i>E'</i>	0,483
<i>P</i>	30,1
<i>D</i> ₂₅	50,5
<i>D</i> ₅₀	84,1

Ecuación (v_{3.3.2})

$v = 1,694g^{0,328}S^{0,346}Q^{0,251}d_{50}^{-0,069}$	
Restricción	Campo ($y/d_{84} \geq 4,0$)
<i>N</i>	393
<i>Ec</i>	52,30
<i>Et</i>	0,339
<i>R</i> ²	0,824
<i>E</i>	0,796
<i>E'</i>	0,570
<i>P</i>	22,7
<i>D</i> ₂₅	65,1
<i>D</i> ₅₀	90,8

Tabla E13. Modelo (v) ajustado con τ / τ_c como variable de control.

Ecuación ($v_{1.4.1}$)

$v = 1,130 g^{0,153} S^{0,331} Q^{0,351} d_{90}^{-0,251}$	
Restricción	Campo ($\tau_s / \tau_c \leq 1,0$)
N	777
Ec	71,47
Et	0,293
R^2	0,775
E	0,758
E'	0,584
P	21,7
D_{25}	67,6
D_{50}	94,7

Ecuación ($v_{1.4.2}$)

$v = 1,114 g^{0,147} S^{0,187} Q^{0,227} d_{90}^{-0,141}$	
Restricción	Campo ($\tau_s / \tau_c > 1,0$)
N	127
Ec	35,53
Et	0,519
R^2	0,598
E	0,577
E'	0,390
P	20,3
D_{25}	73,2
D_{50}	95,3

Ecuación ($v_{2.4.1}$)

$v = 1,110 g^{0,146} S^{0,331} Q^{0,352} d_{84}^{-0,249}$	
Restricción	Campo ($\tau_s / \tau_c \leq 1,0$)
N	777
Ec	71,80
Et	0,293
R^2	0,774
E	0,757
E'	0,583
P	21,8
D_{25}	67,3
D_{50}	94,6

Ecuación ($v_{2.4.2}$)

$v = 1,096 g^{0,140} S^{0,186} Q^{0,227} d_{84}^{-0,144}$	
Restricción	Campo ($\tau_s / \tau_c > 1,0$)
N	127
Ec	35,27
Et	0,518
R^2	0,601
E	0,580
E'	0,390
P	20,3
D_{25}	73,2
D_{50}	95,3

Ecuación ($v_{3.4.1}$)

$v = 1,033 g^{0,115} S^{0,315} Q^{0,350} d_{50}^{-0,202}$	
Restricción	Campo ($\tau_s / \tau_c \leq 1,0$)
N	777
Ec	104,4
Et	0,306
R^2	0,754
E	0,647
E'	0,492
P	28,3
D_{25}	56,1
D_{50}	84,8

Ecuación ($v_{3.4.2}$)

$v = 1,031 g^{0,114} S^{0,188} Q^{0,231} d_{50}^{-0,143}$	
Restricción	Campo ($\tau_s / \tau_c > 1,0$)
N	127
Ec	32,78
Et	0,499
R^2	0,629
E	0,610
E'	0,410
P	19,6
D_{25}	74,0
D_{50}	95,3

F

Apéndice

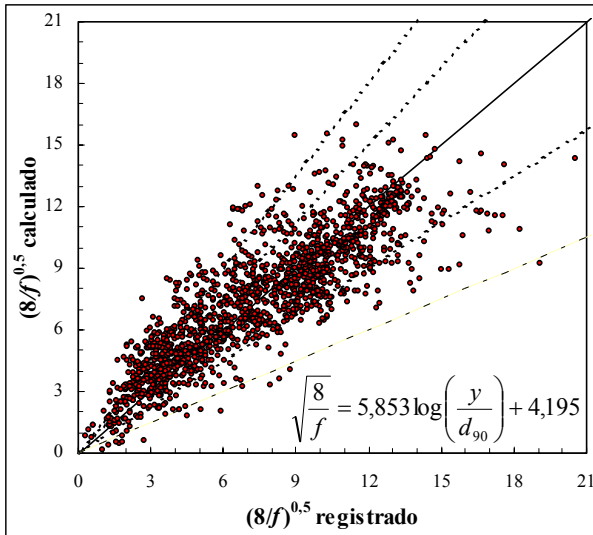


Figura F1. Dispersión del error para la ecuación (A1.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

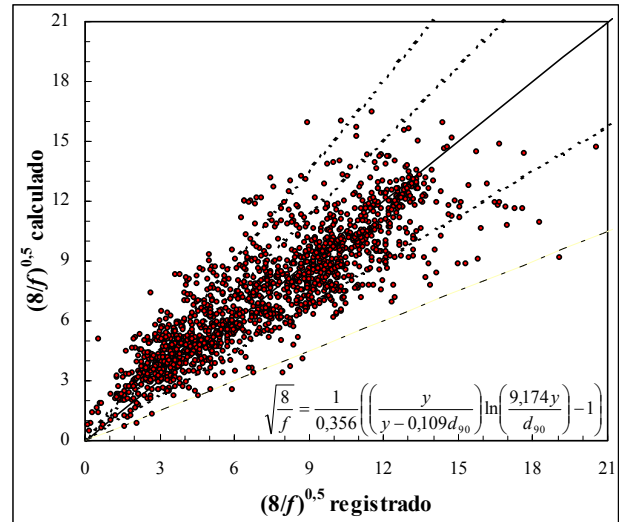


Figura F4. Dispersión del error para la ecuación (B1.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

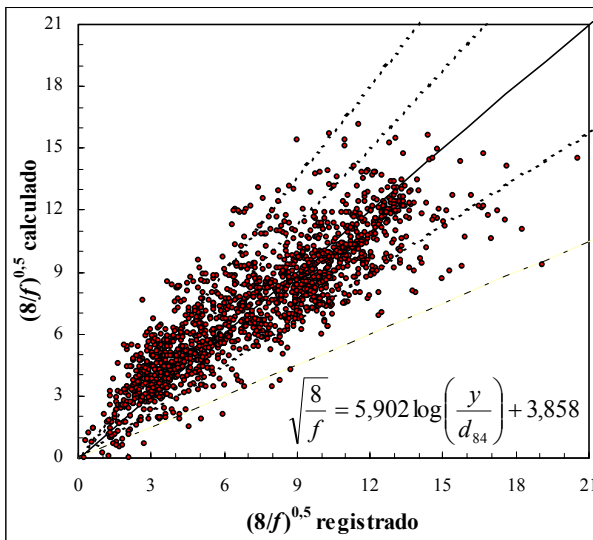


Figura F2. Dispersión del error para la ecuación (A2.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

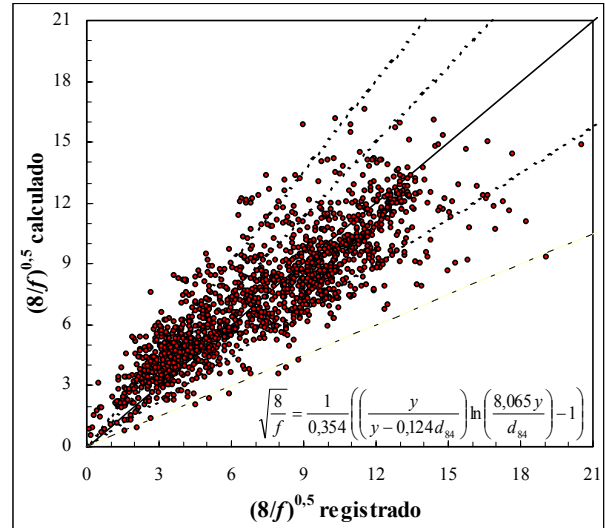


Figura F5. Dispersión del error para la ecuación (B2.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

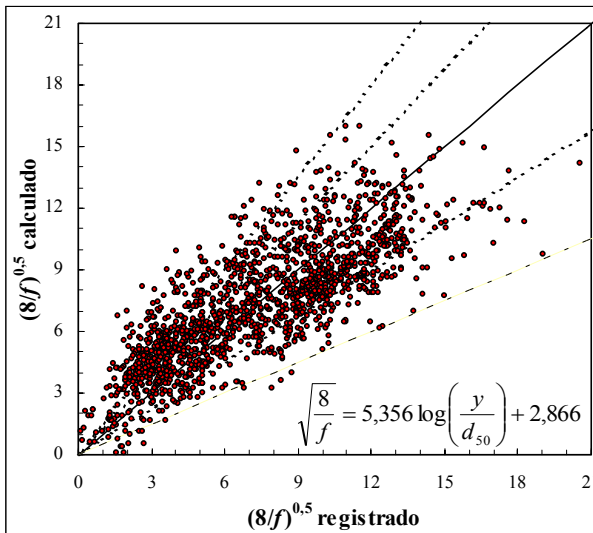


Figura F3. Dispersión del error para la ecuación (A3.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

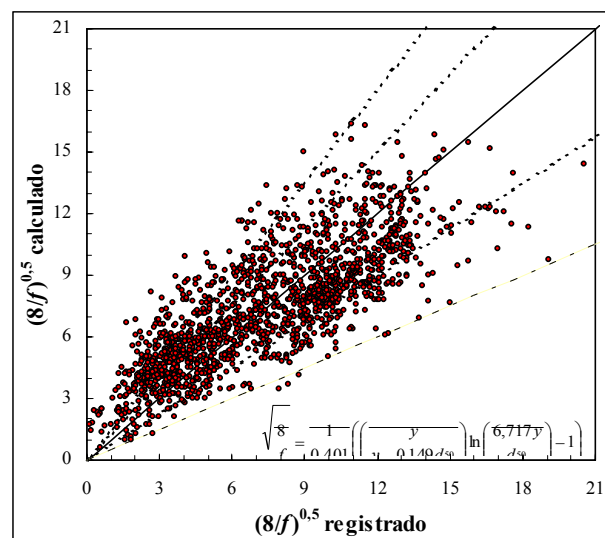


Figura F6. Dispersión del error para la ecuación (B3.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

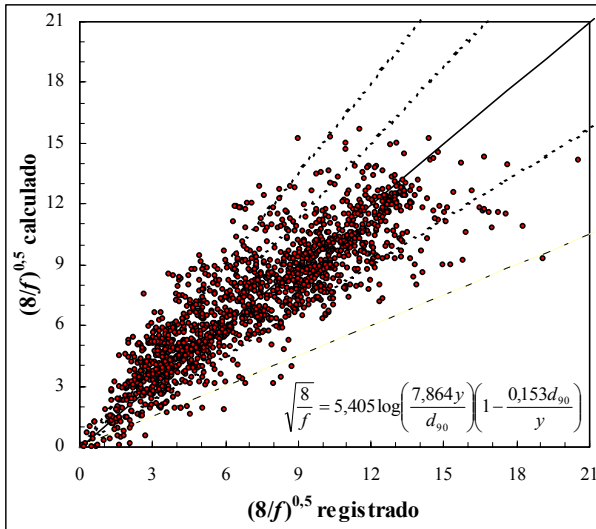


Figura F7. Dispersión del error para la ecuación (C1.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

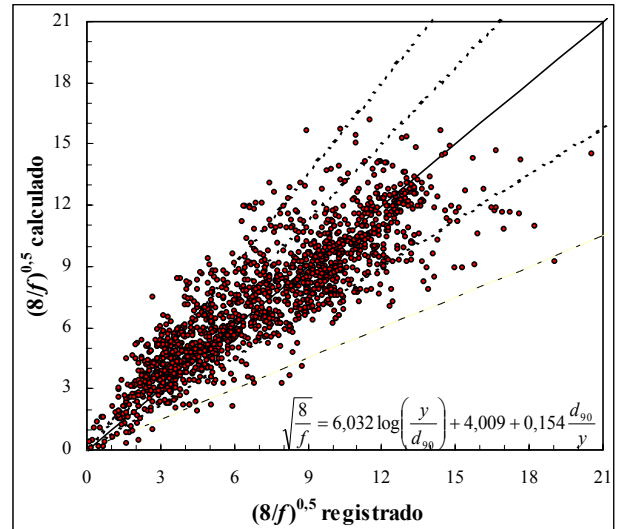


Figura F10. Dispersión del error para la ecuación (D1.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

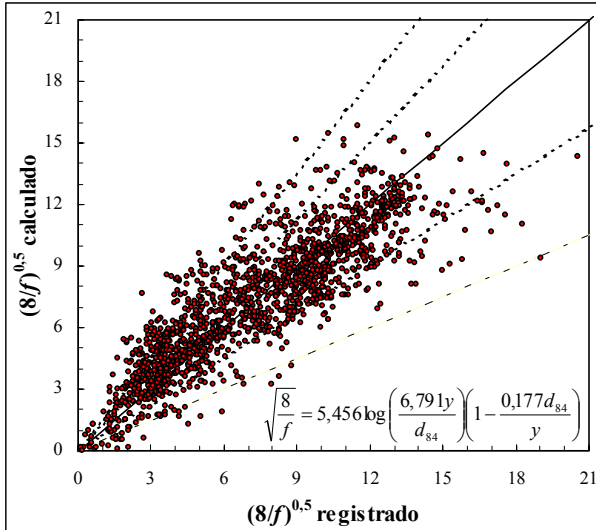


Figura F8. Dispersión del error para la ecuación (C2.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

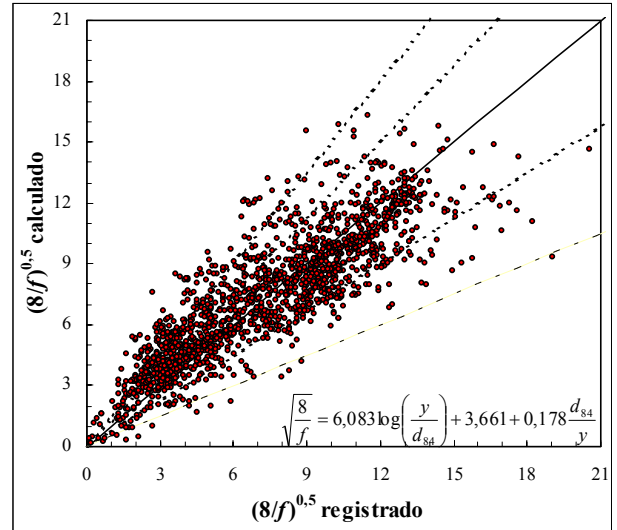


Figura F11. Dispersión del error para la ecuación (D2.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

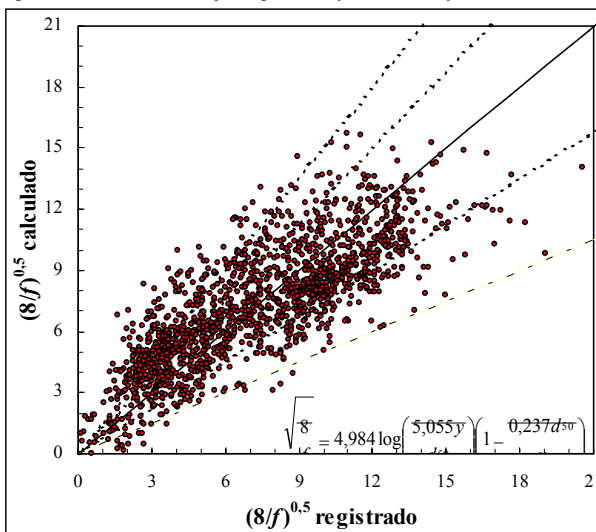


Figura F9. Dispersión del error para la ecuación (C3.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

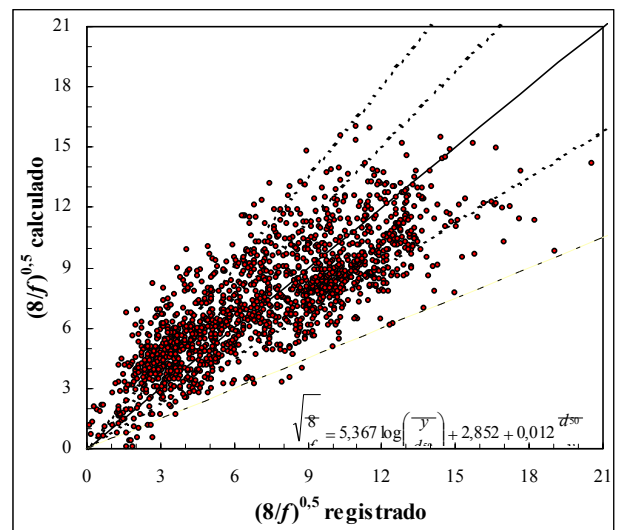


Figura F12. Dispersión del error para la ecuación (D3.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

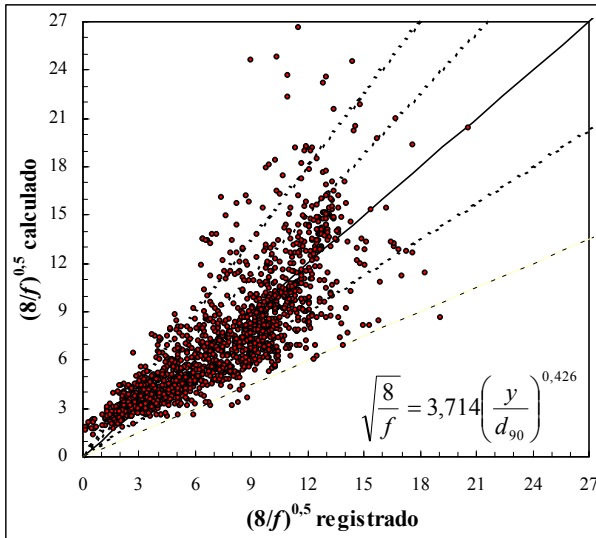


Figura F13. Dispersión del error para la ecuación (E1.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

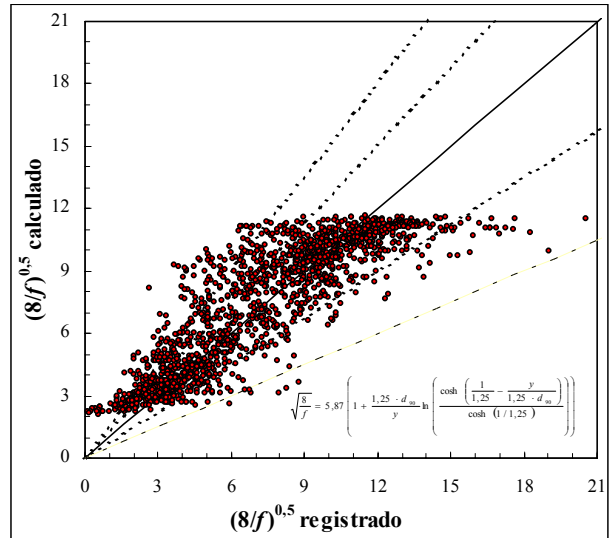


Figura F16. Dispersión del error para la ecuación (F1.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

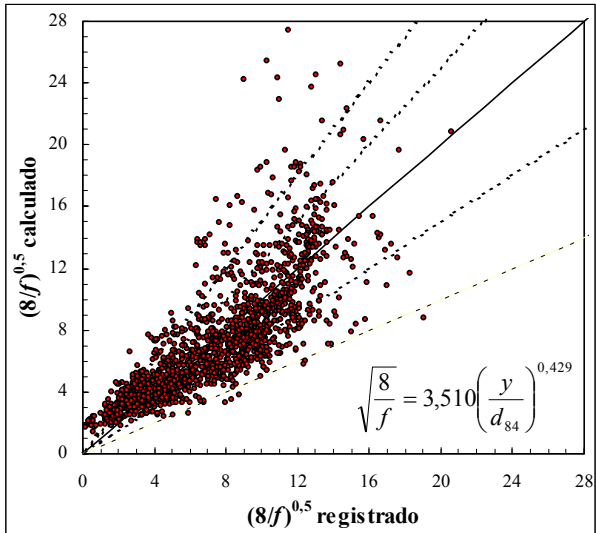


Figura F14. Dispersión del error para la ecuación (E2.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

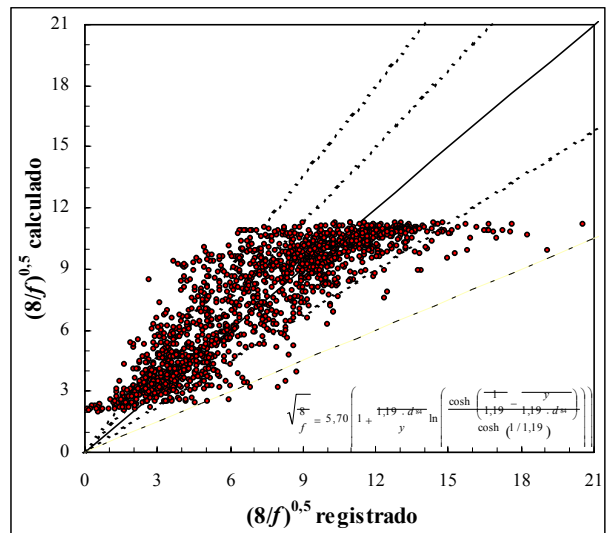


Figura F17. Dispersión del error para la ecuación (F2.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

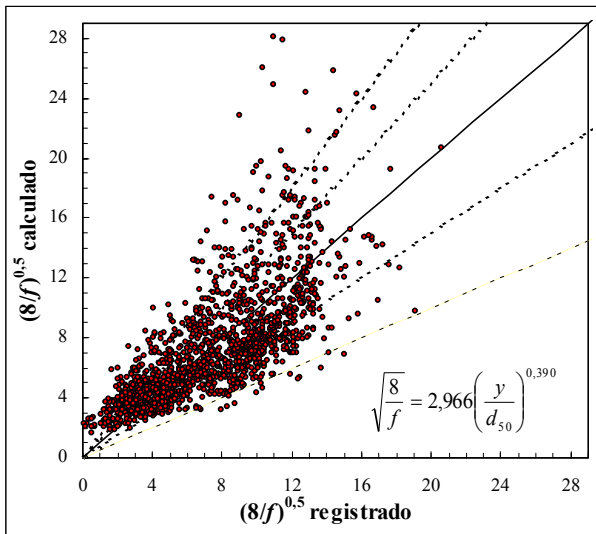


Figura F15. Dispersión del error para la ecuación (E3.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

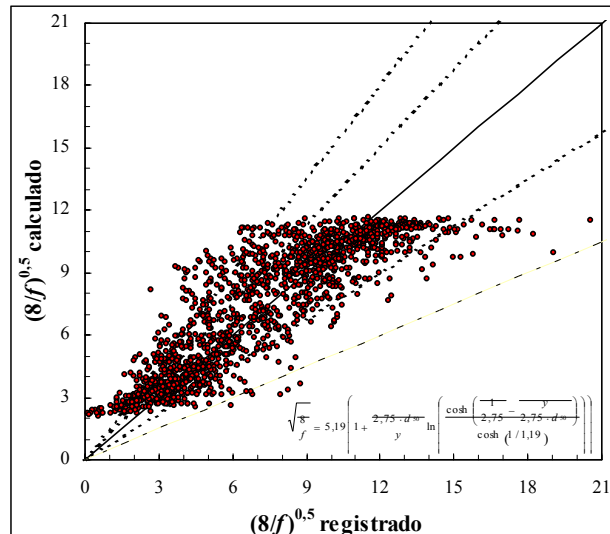


Figura F18. Dispersión del error para la ecuación (F3.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

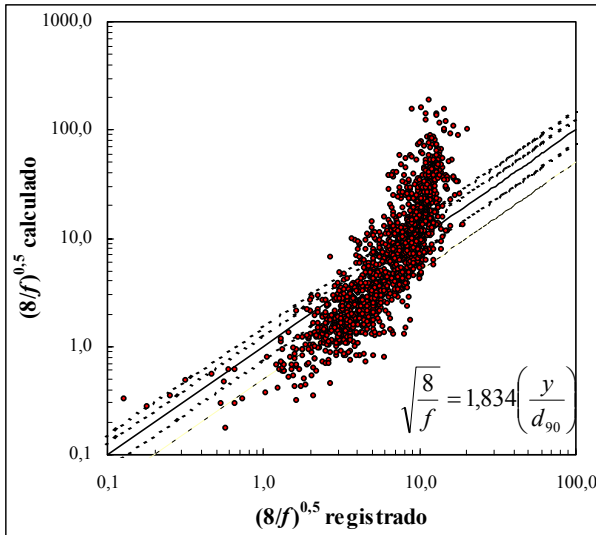


Figura F19. Dispersión del error para la ecuación (G1.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

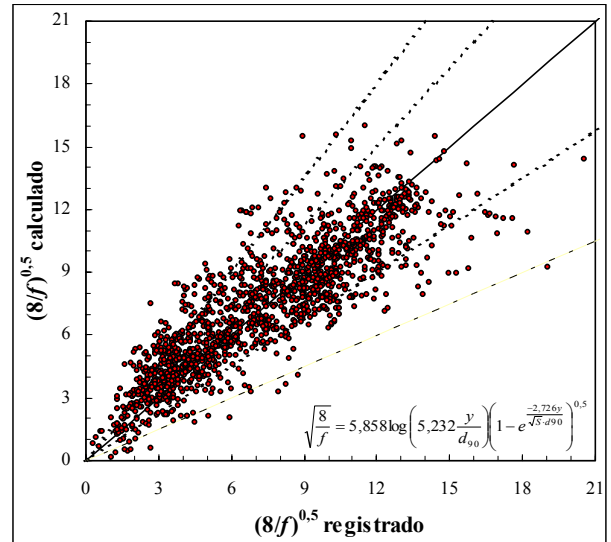


Figura F22. Dispersión del error para la ecuación (H1.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

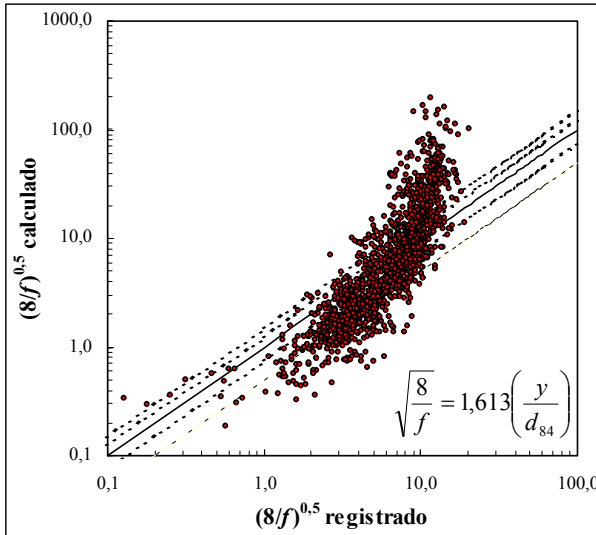


Figura F20. Dispersión del error para la ecuación (G2.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

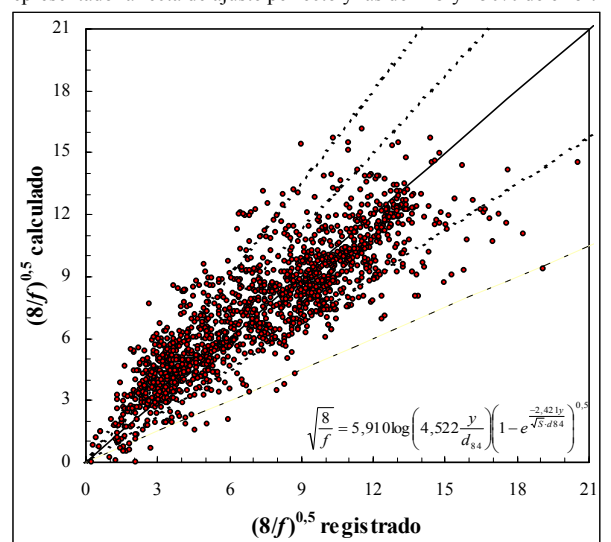


Figura F23. Dispersión del error para la ecuación (H2.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

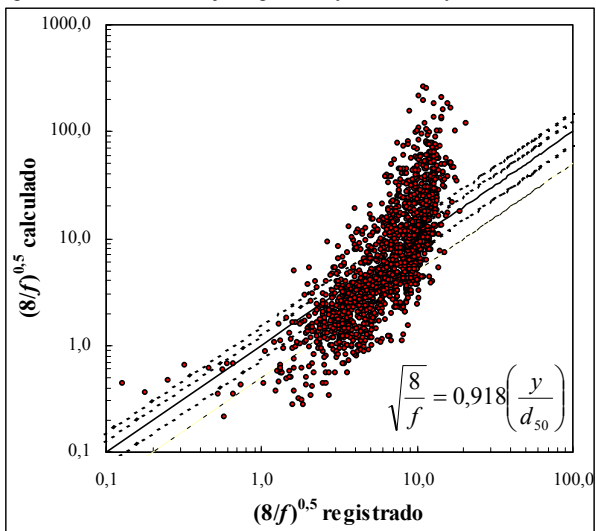


Figura F21. Dispersión del error para la ecuación (G3.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

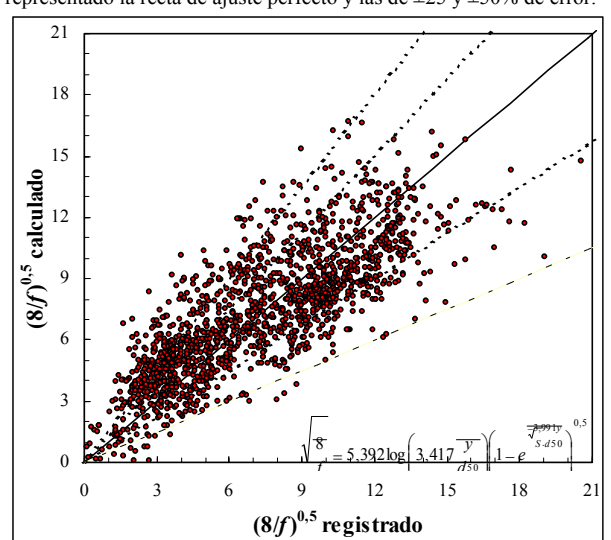


Figura F24. Dispersión del error para la ecuación (H3.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

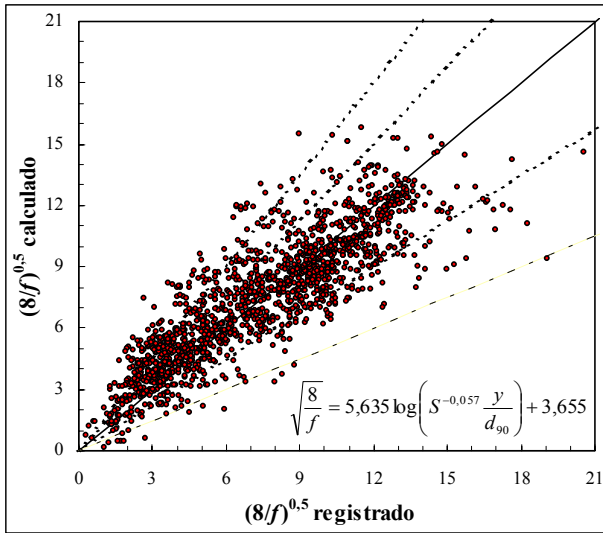


Figura F25. Dispersión del error para la ecuación (11.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

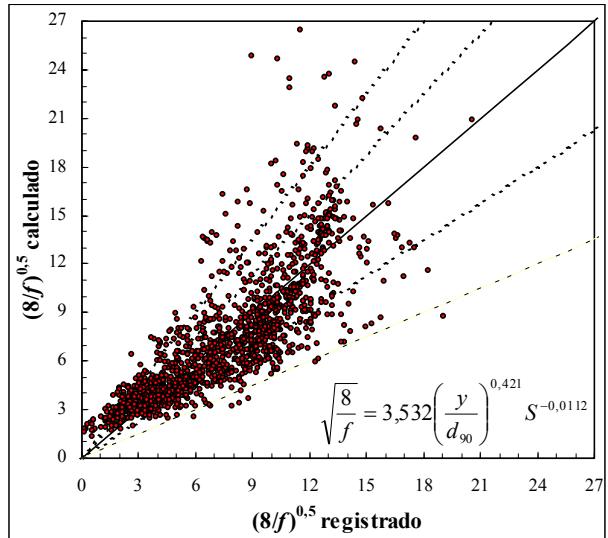


Figura F28. Dispersión del error para la ecuación (J1.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

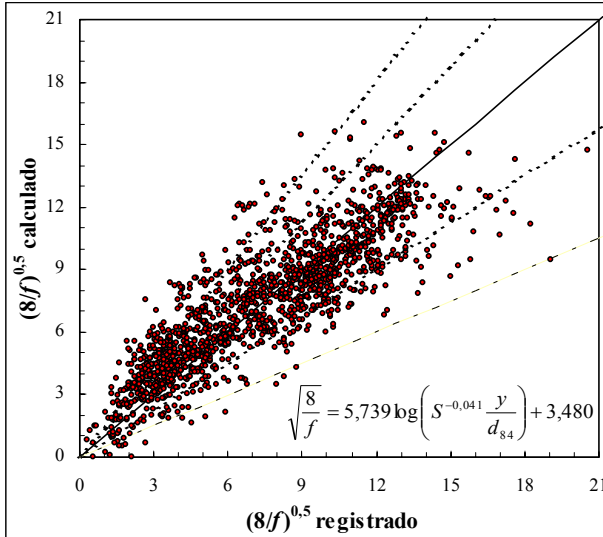


Figura F26. Dispersión del error para la ecuación (12.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

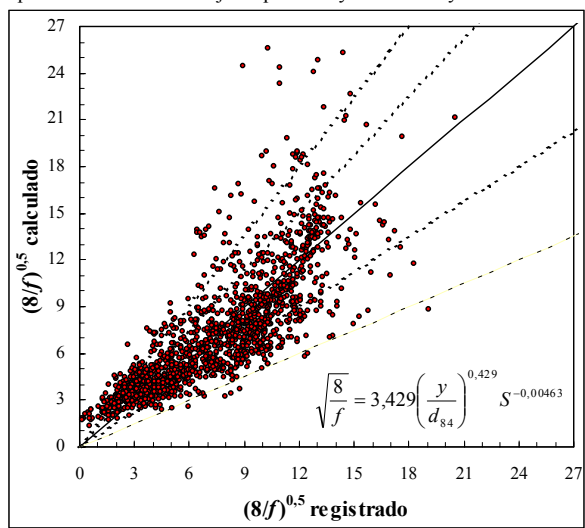


Figura F29. Dispersión del error para la ecuación (J2.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

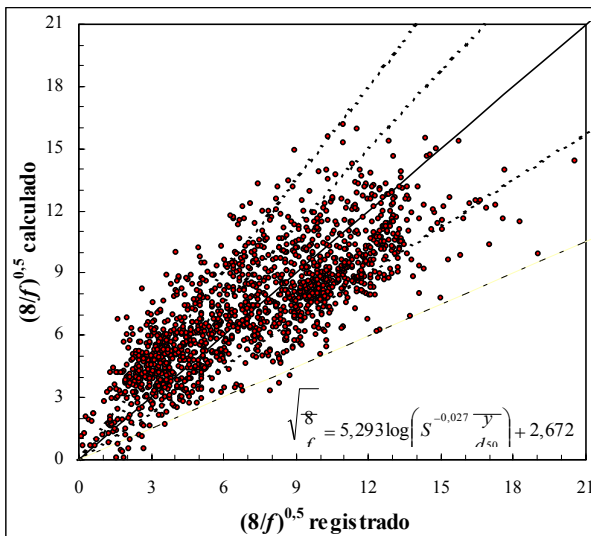


Figura F27. Dispersión del error para la ecuación (13.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

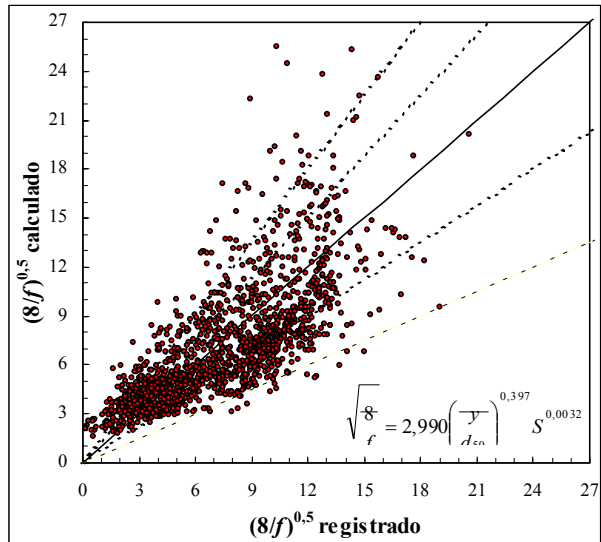


Figura F30. Dispersión del error para la ecuación (J3.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

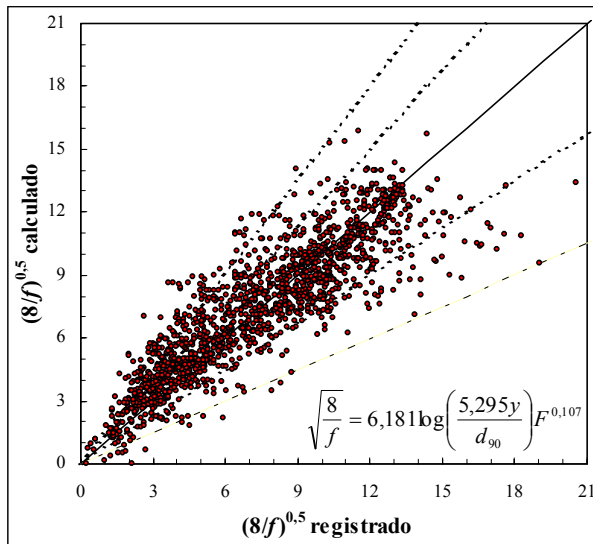


Figura F31. Dispersión del error para la ecuación (K1.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

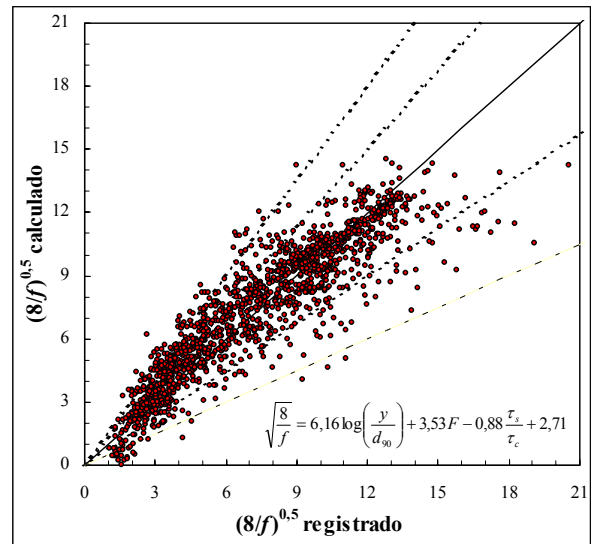


Figura F34. Dispersión del error para la ecuación (L1.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

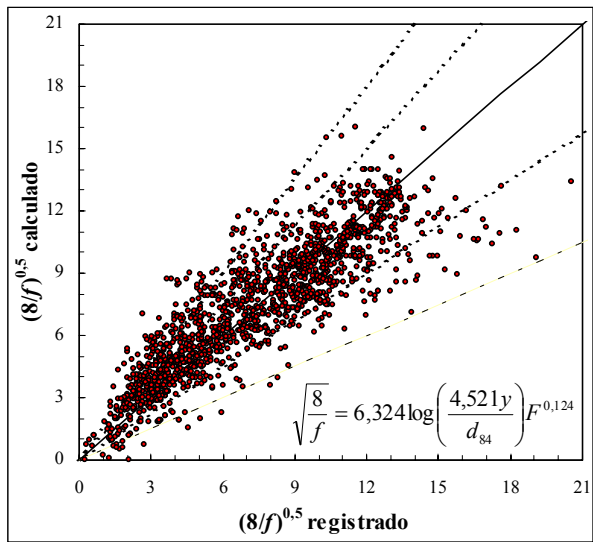


Figura F32. Dispersión del error para la ecuación (K2.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

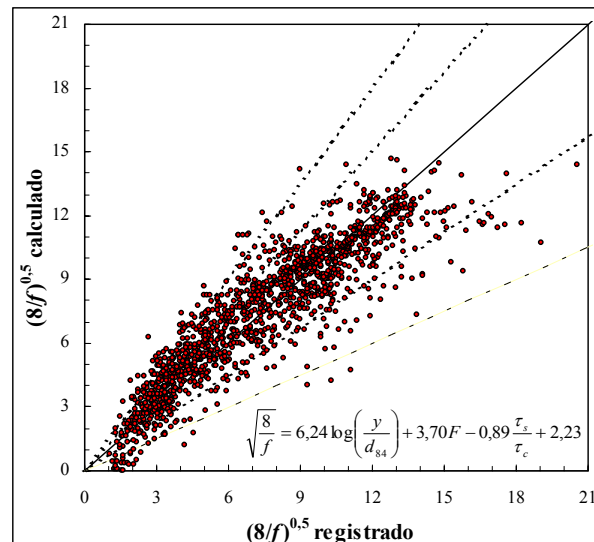


Figura F35. Dispersión del error para la ecuación (L2.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

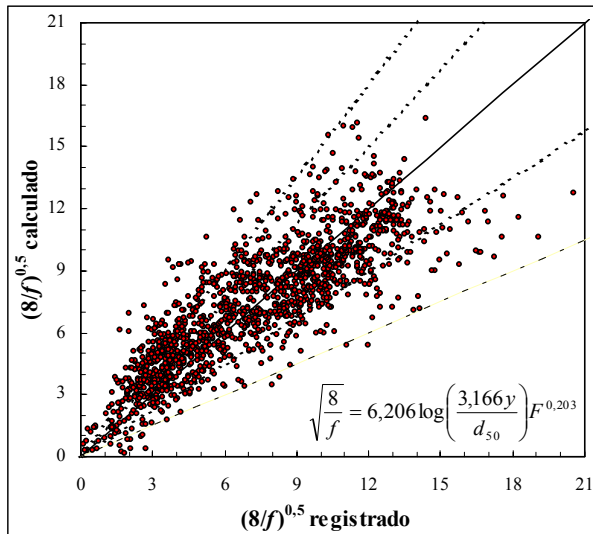


Figura F33. Dispersión del error para la ecuación (K3.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

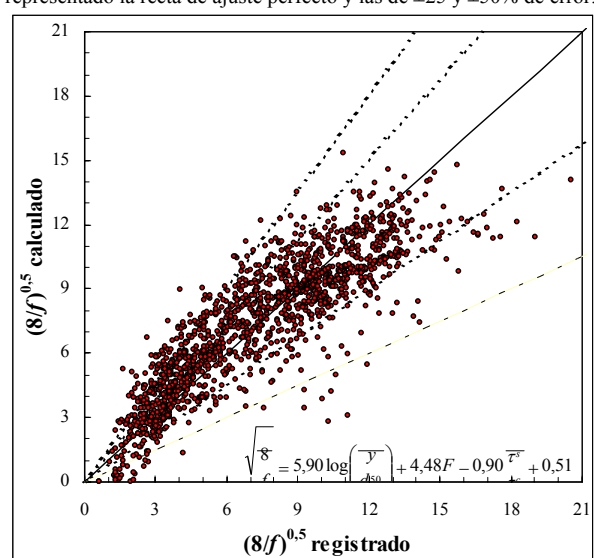


Figura F36. Dispersión del error para la ecuación (L3.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

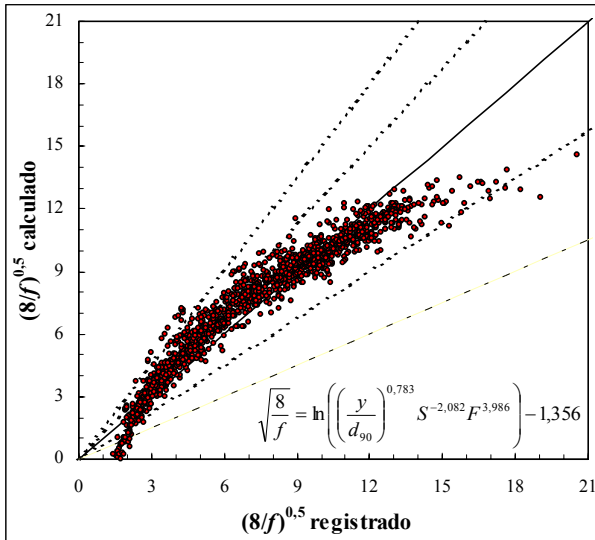


Figura F37. Dispersión del error para la ecuación (M1.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

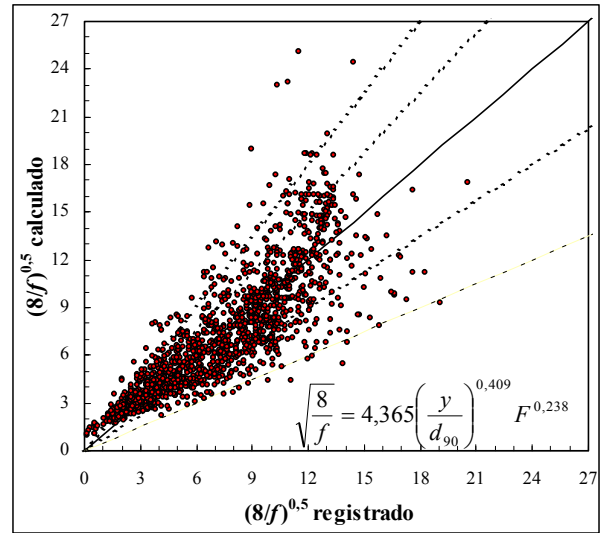


Figura F40. Dispersión del error para la ecuación (N1.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

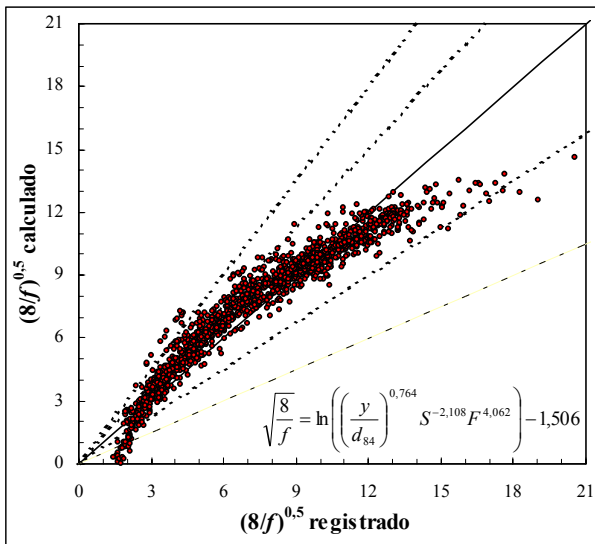


Figura F38. Dispersión del error para la ecuación (M2.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

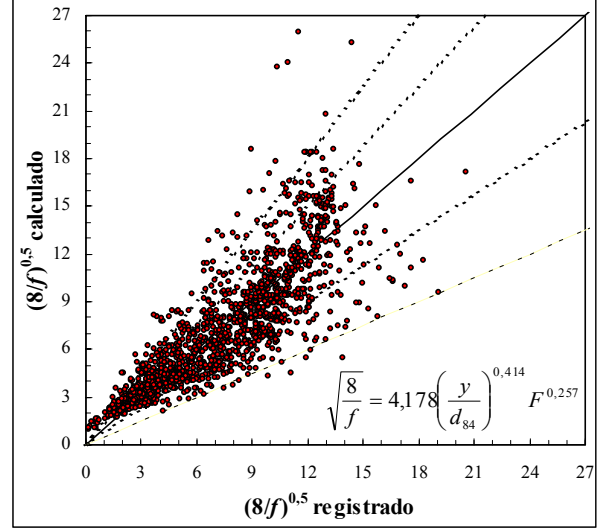


Figura F41. Dispersión del error para la ecuación (N2.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

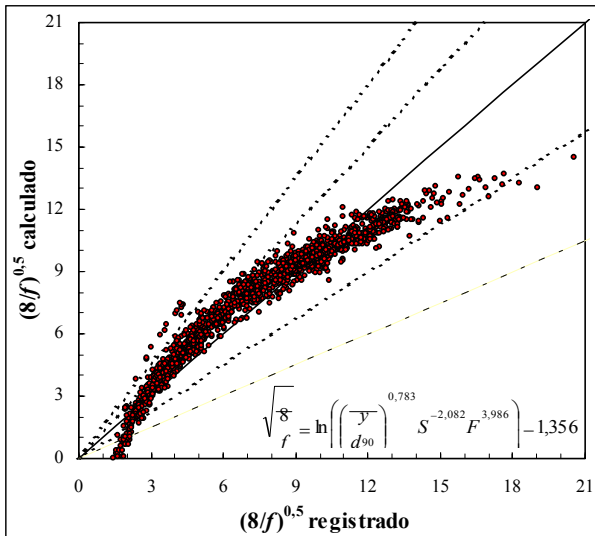


Figura F39. Dispersión del error para la ecuación (M3.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

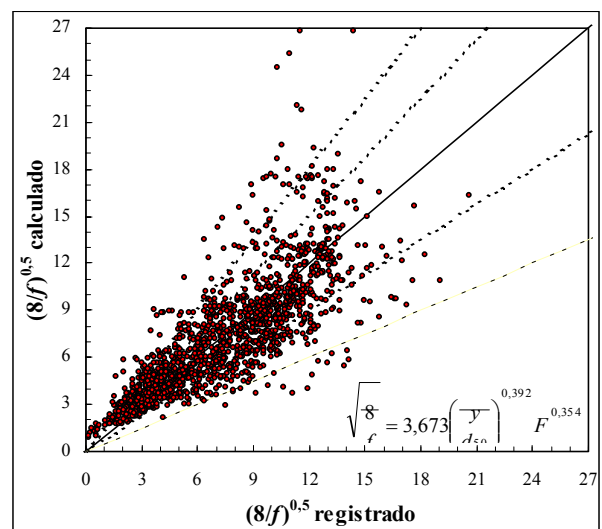


Figura F42. Dispersión del error para la ecuación (N3.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

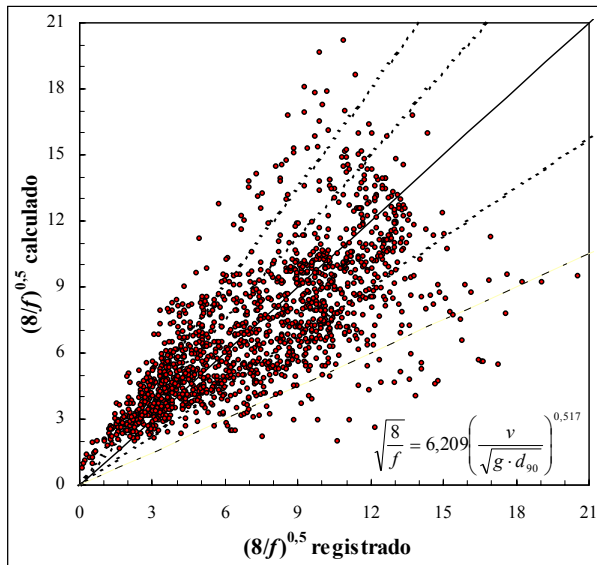


Figura F43. Dispersión del error para la ecuación (O1.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

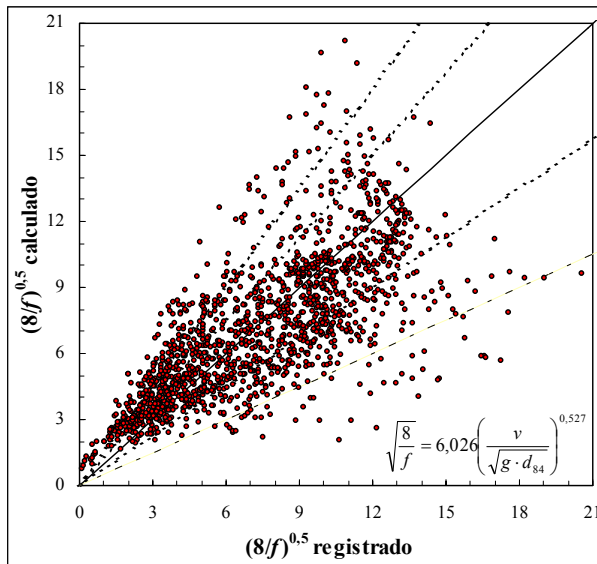


Figura F44. Dispersión del error para la ecuación (O2.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

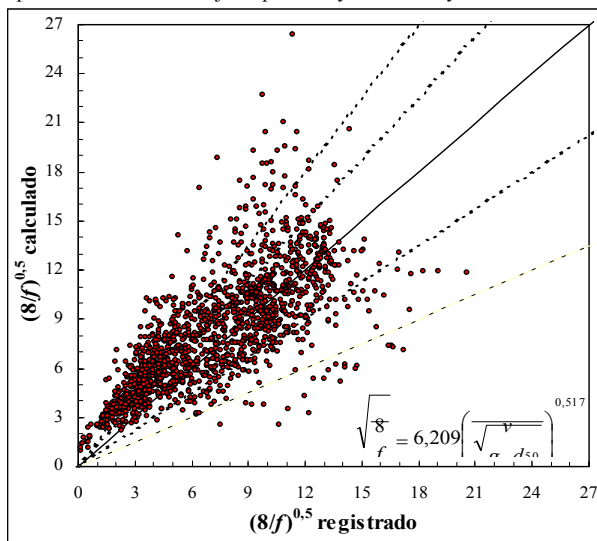


Figura F45. Dispersión del error para la ecuación (O3.1). Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ± 25 y $\pm 50\%$ de error.

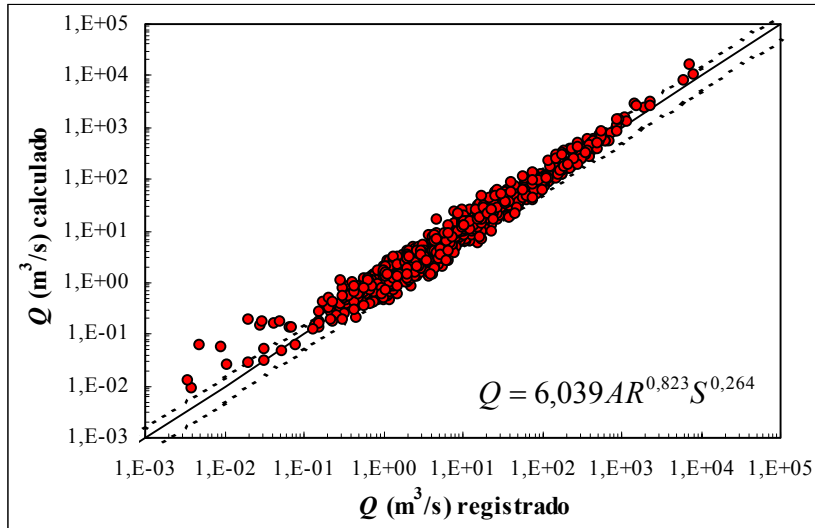


Figura F46. Dispersión del error para la ecuación (Q₁.1.1).
Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las de ±50% de error.

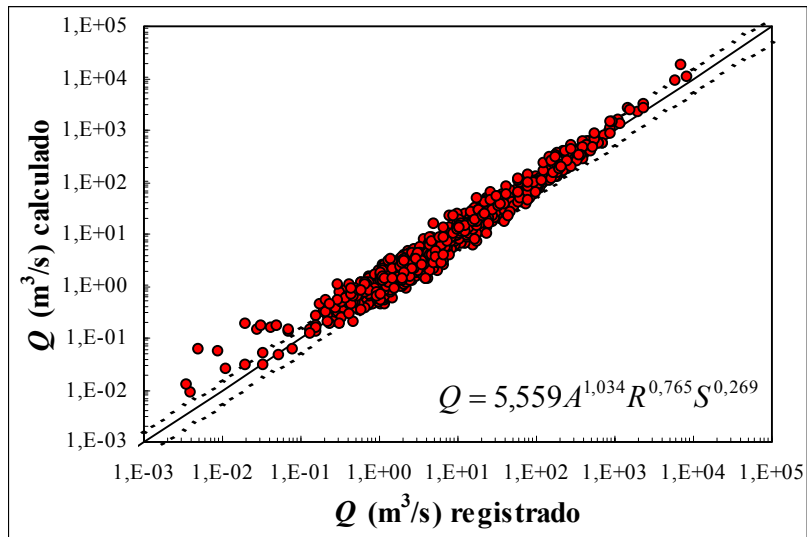


Figura F47. Dispersión del error para la ecuación (Q₂.1.1).
Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las ±50% de error.

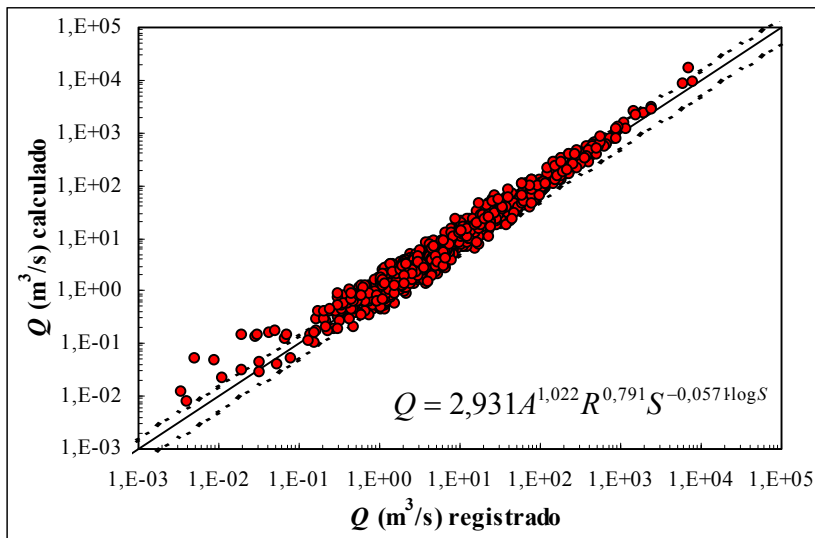


Figura F48. Dispersión del error para la ecuación (Q₃.1.1).
Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las ±50% de error.

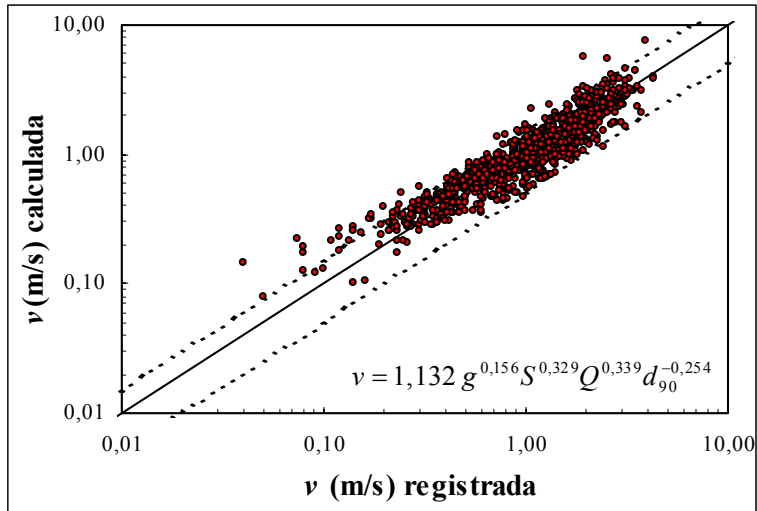


Figura F49. Dispersión del error para la ecuación (v₁.1.1).
Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las ±50% de error.

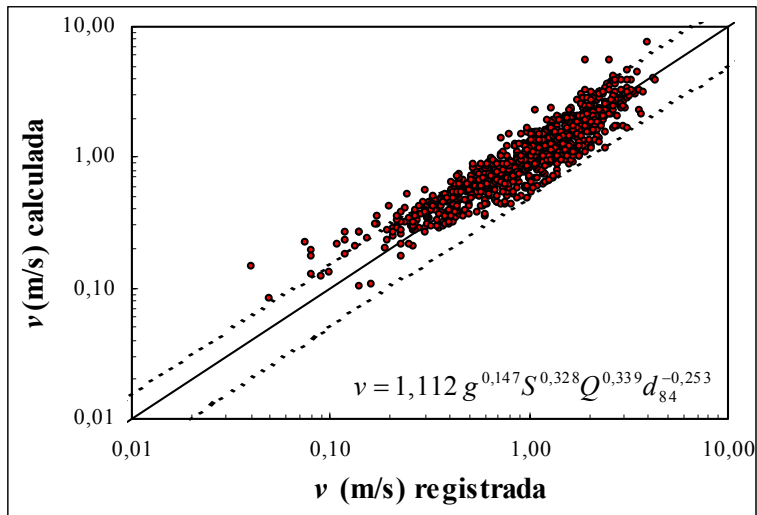


Figura F50. Dispersión del error para la ecuación (v₂.1.1).
Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las ±50% de error.

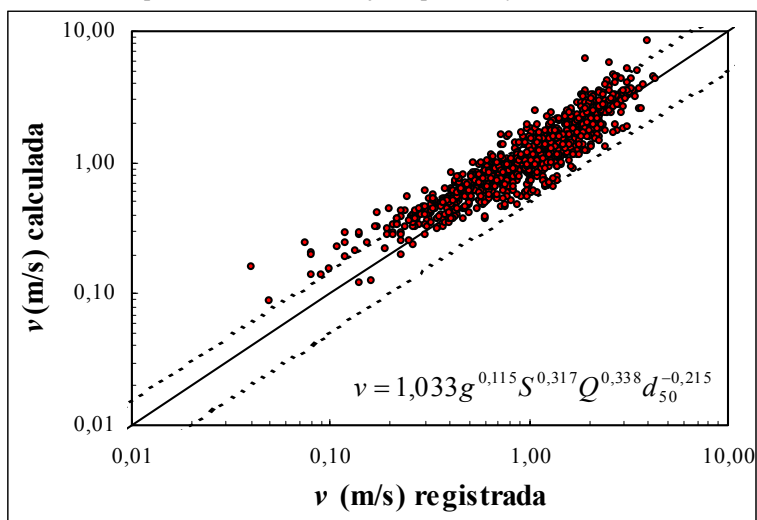


Figura F51. Dispersión del error para la ecuación (v₃.1.1).
Se ha representado la recta de ajuste perfecto y las ±50% de error.

G

Apéndice

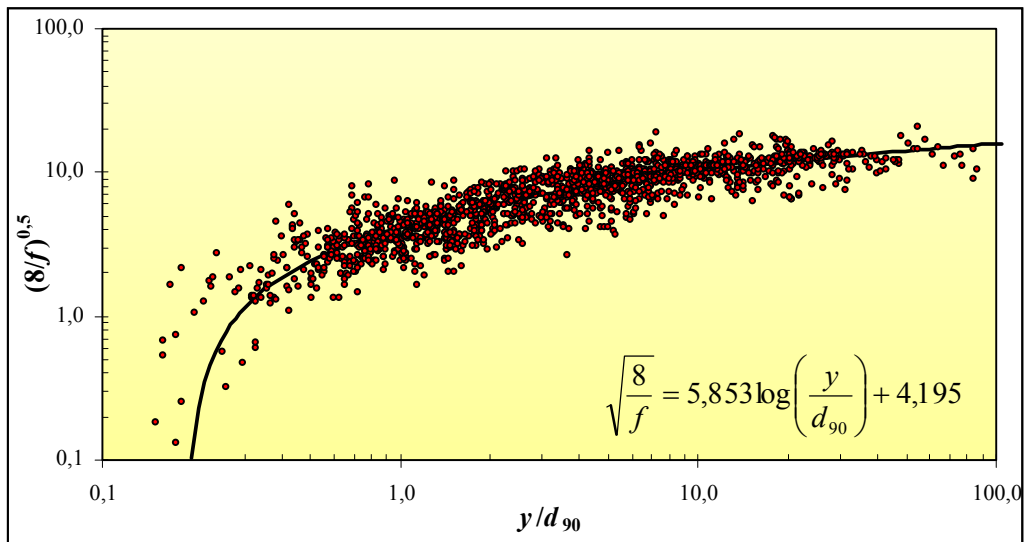


Figura G1. Representación de la ecuación (A1.1) y de los datos del conjunto total.

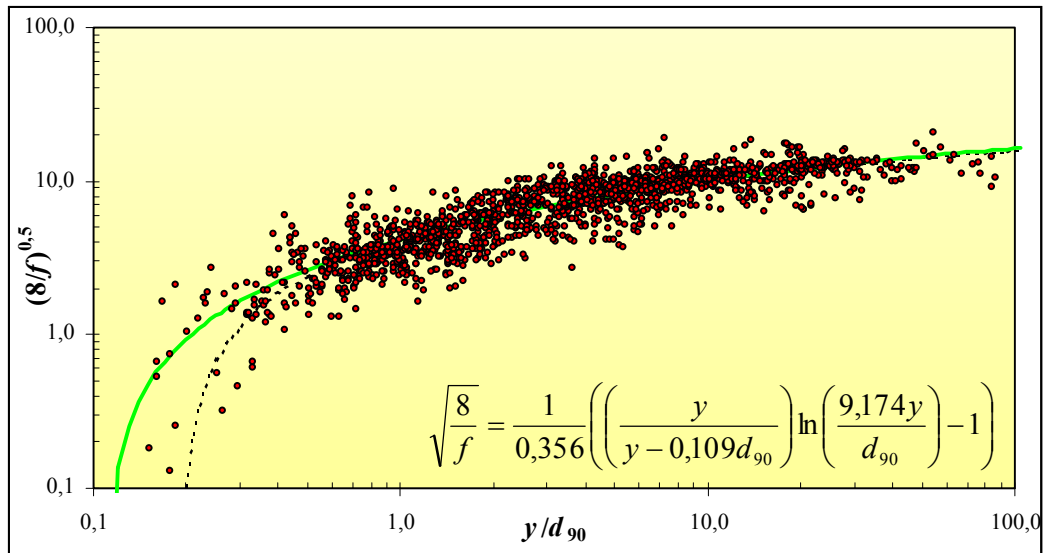


Figura G2. Representación de la ecuación (B1.1) y de los datos del conjunto total.
En trazo discontinuo se ha representado la ecuación (A1.1).

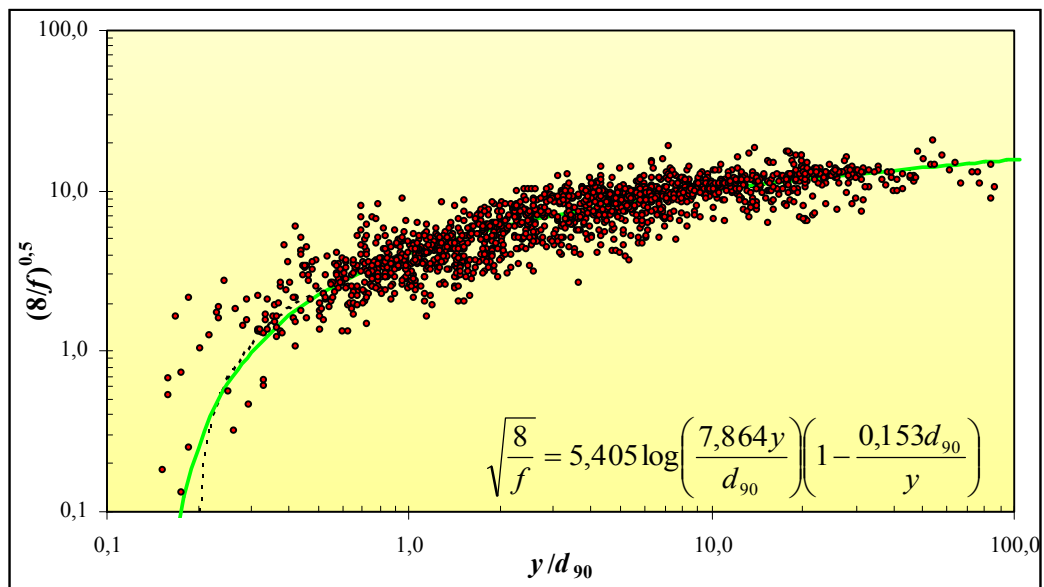


Figura G3. Representación de la ecuación (C1.1) y de los datos del conjunto total.
En trazo discontinuo se ha representado la ecuación (A1.1).

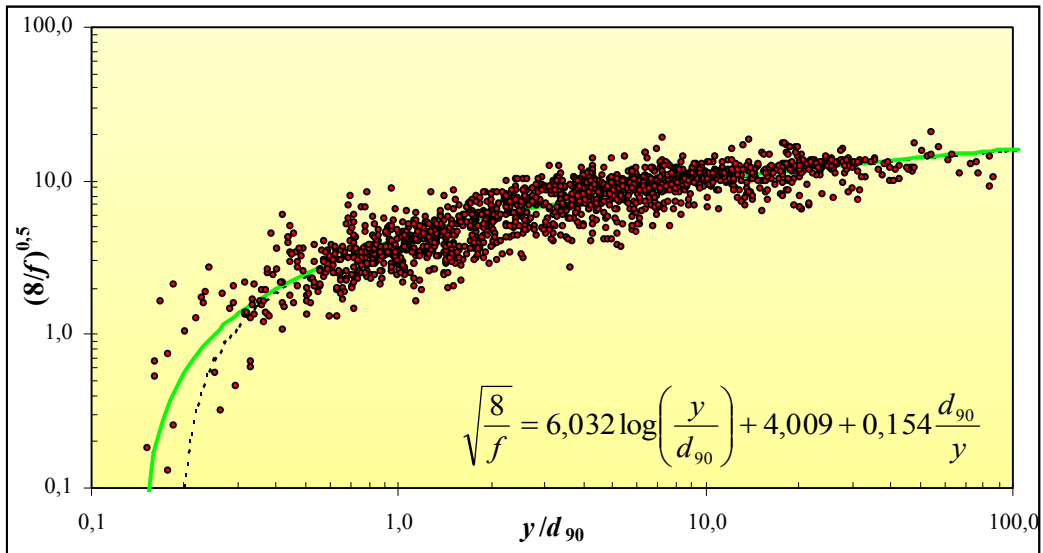


Figura G4. Representación de la ecuación (D1.1) y de los datos del conjunto total.
En trazo discontinuo se ha representado la ecuación (A1.1).

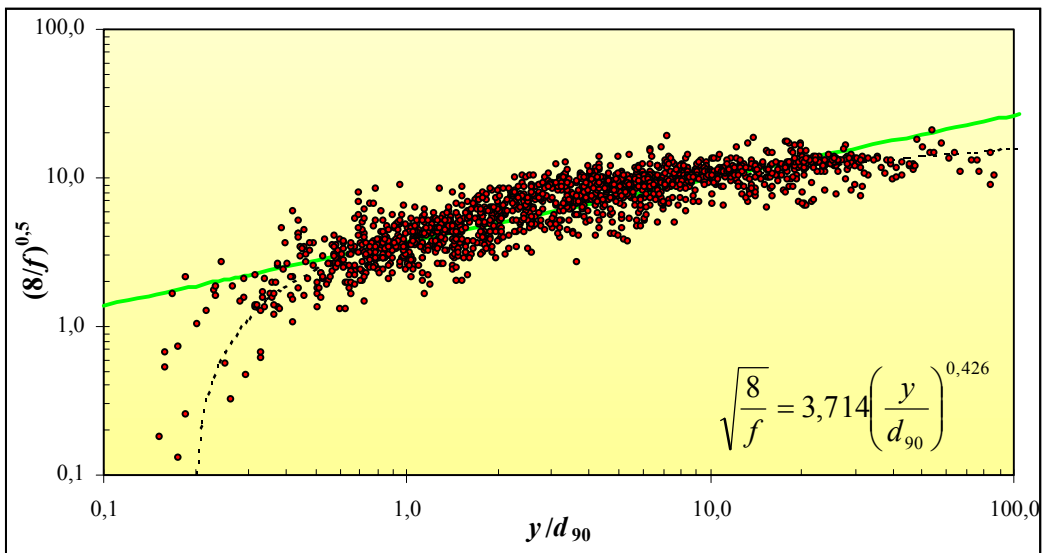


Figura G5. Representación de la ecuación (E1.1) y de los datos del conjunto total.
En trazo discontinuo se ha representado la ecuación (A1.1).

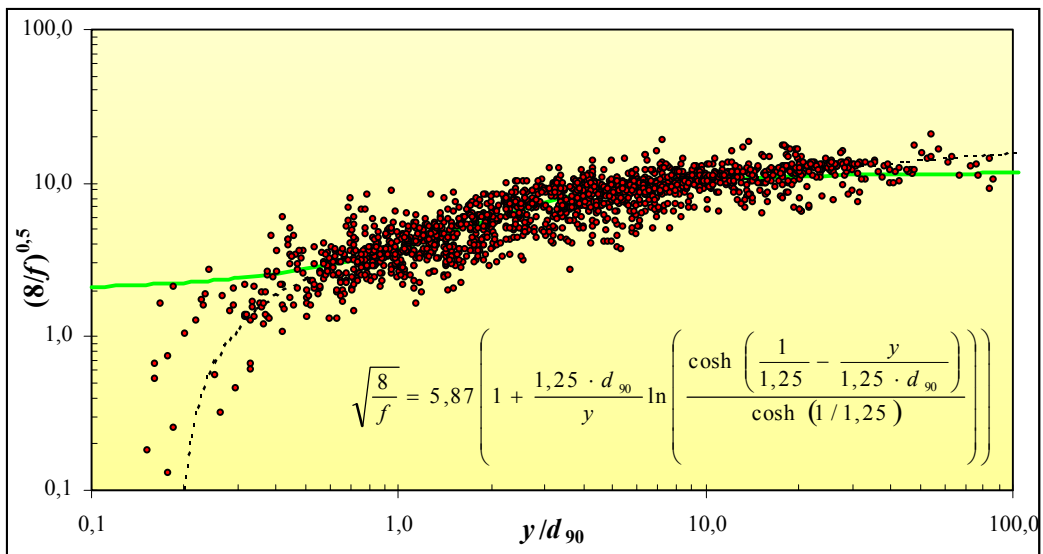


Figura G6. Representación de la ecuación (F1.1) y de los datos del conjunto total.
En trazo discontinuo se ha representado la ecuación (A1.1).

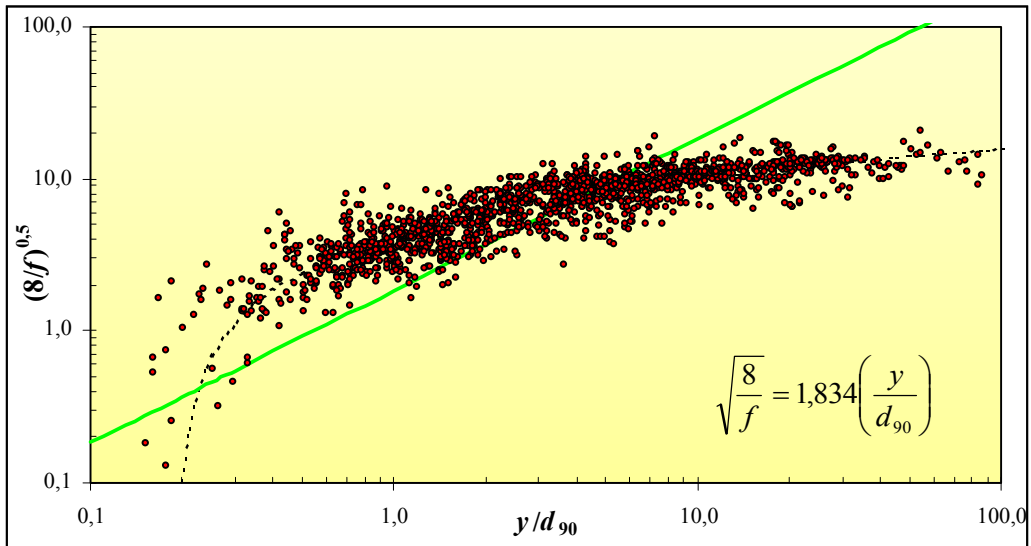


Figura G7. Representación de la ecuación (G1.1) y de los datos del conjunto total.
En trazo discontinuo se ha representado la ecuación (A1.1).

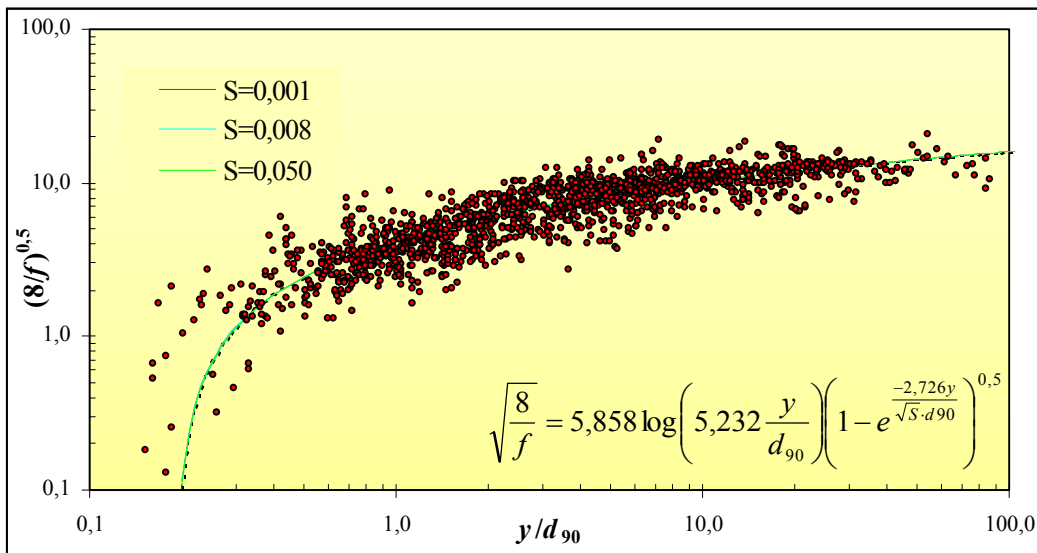


Figura G8. Representación de la ecuación (H1.1) y de los datos del conjunto total.
En trazo discontinuo se ha representado la ecuación (A1.1).

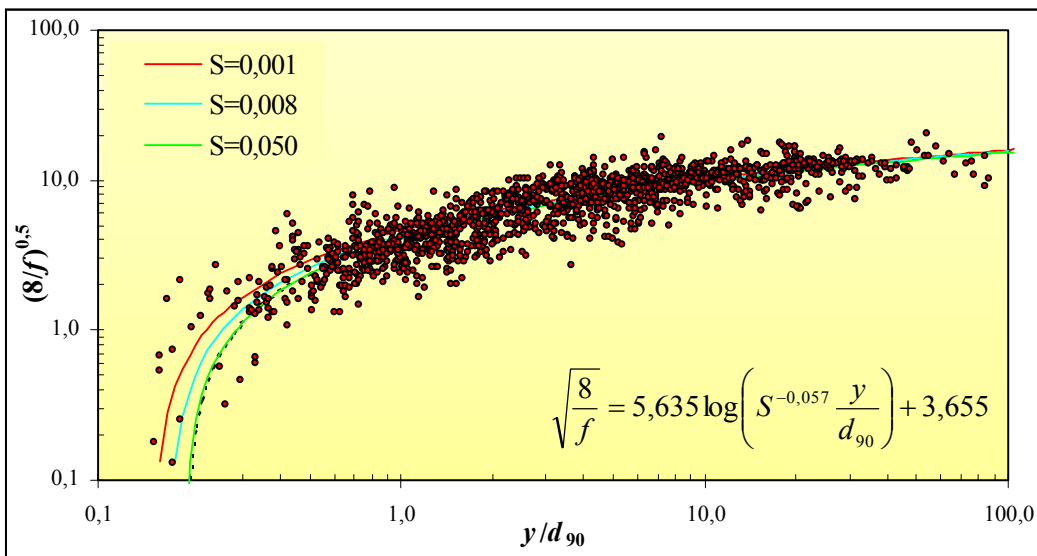


Figura G9. Representación de la ecuación (I1.1) y de los datos del conjunto total.
En trazo discontinuo se ha representado la ecuación (A1.1).

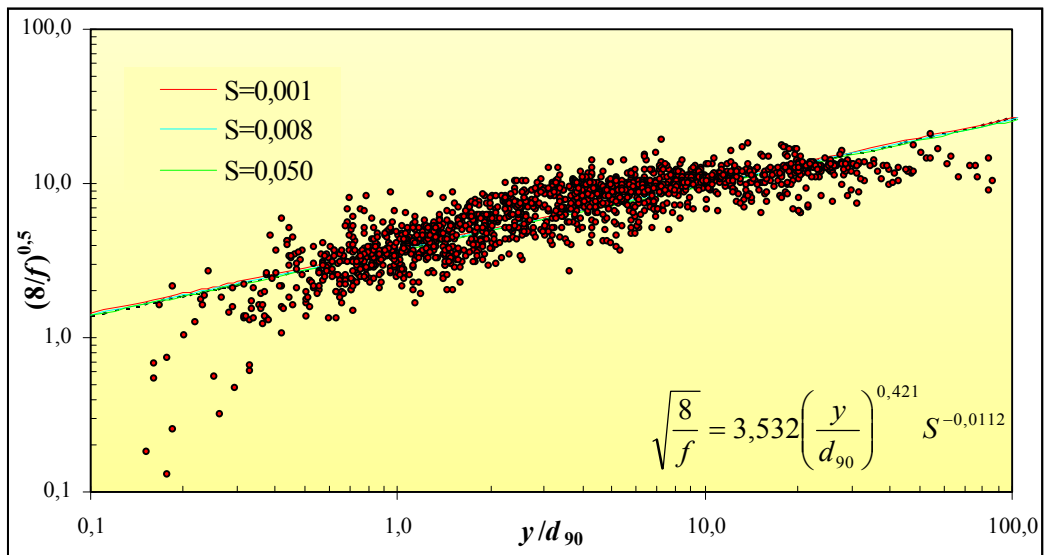


Figura G10. Representación de la ecuación (J1.1) y de los datos del conjunto total.

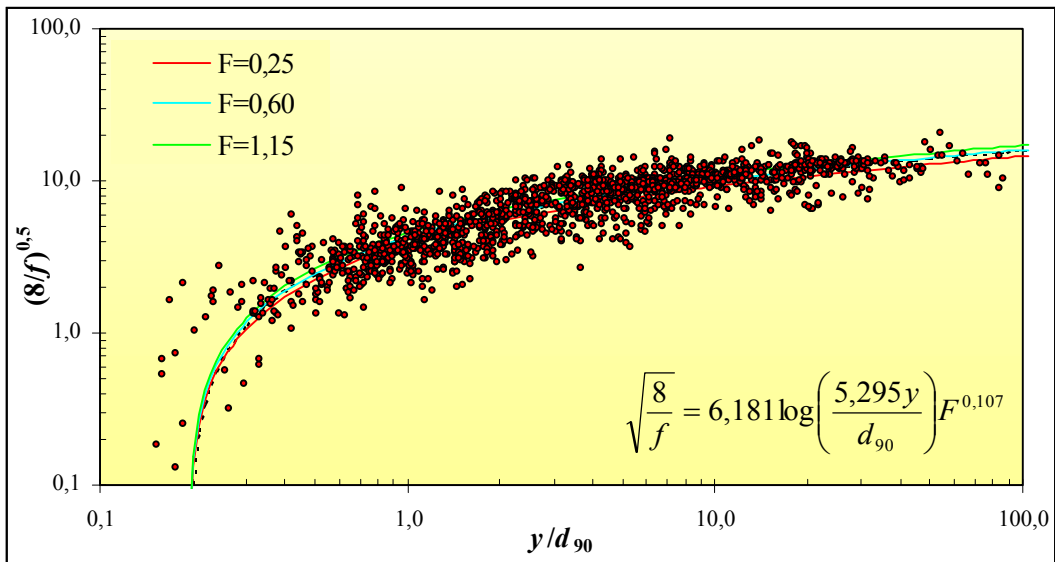


Figura G11. Representación de la ecuación (K1.1) y de los datos del conjunto total.
En trazo discontinuo se ha representado la ecuación (A1.1).

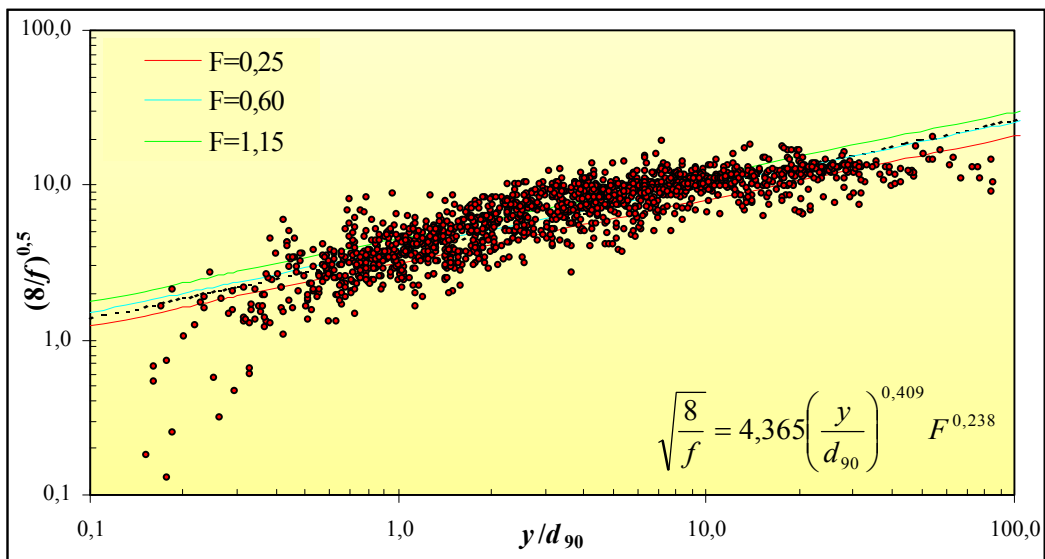


Figura G12. Representación de la ecuación (N1.1) y de los datos del conjunto total.
En trazo discontinuo se ha representado la ecuación (E1.1).

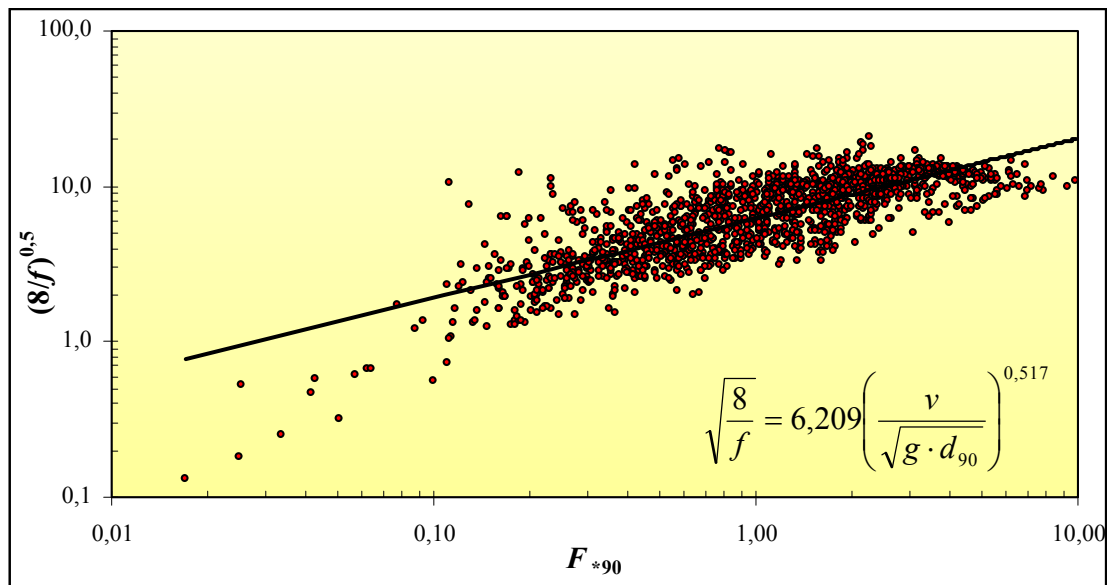


Figura G13. Representación de la ecuación (O1.1) y de los datos del conjunto total.

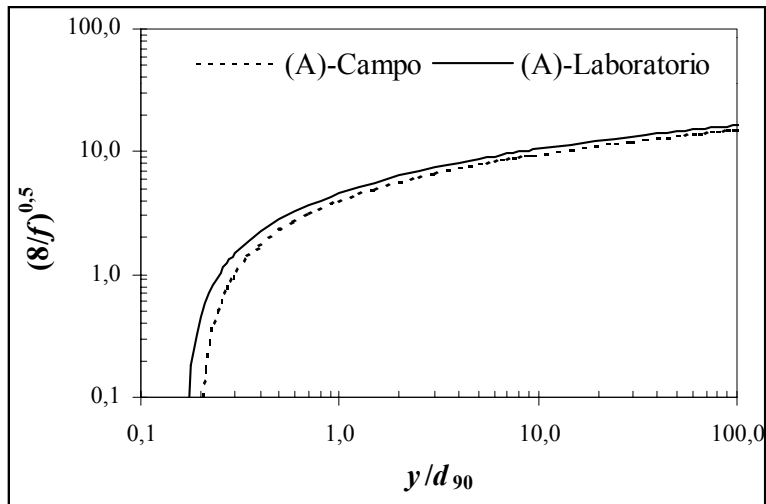


Figura G14. Representación de las ecuaciones (A4.1) y (A4.2).

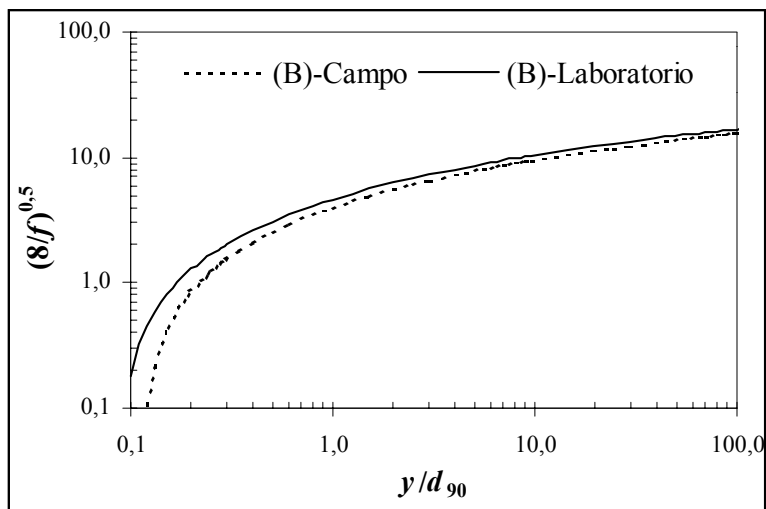


Figura G15. Representación de las ecuaciones (B4.1) y (B4.2).

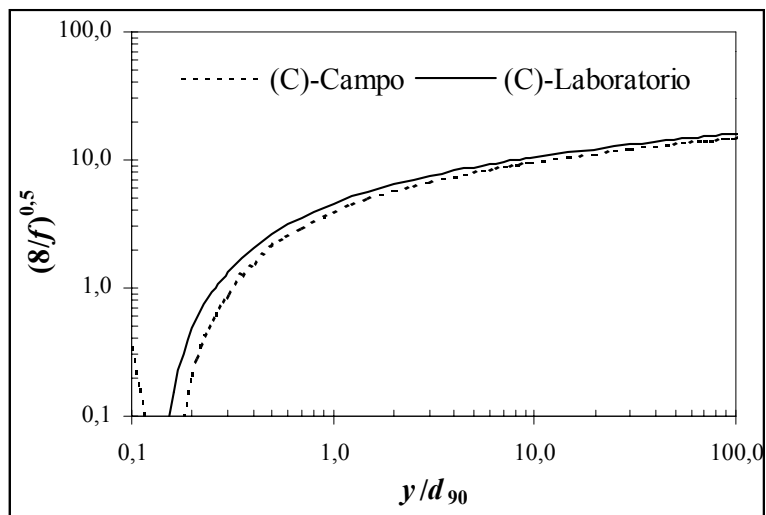


Figura G16. Representación de las ecuaciones (C4.1) y (C4.2).

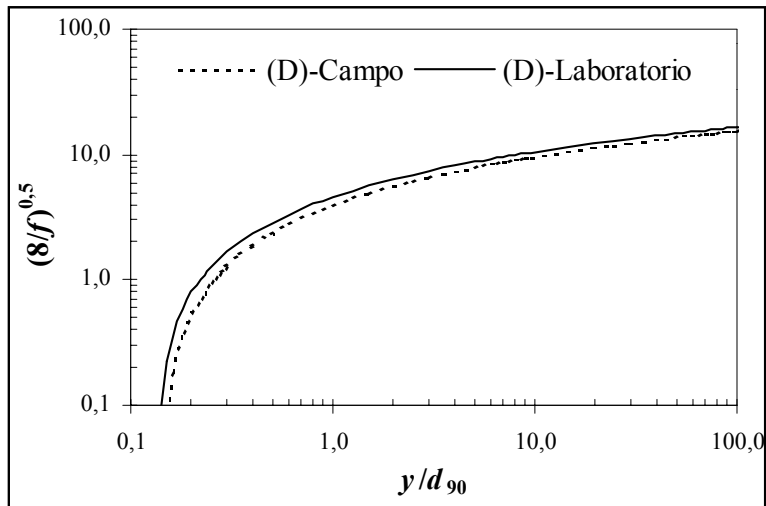


Figura G17. Representación de las ecuaciones (D4.1) y (D4.2).

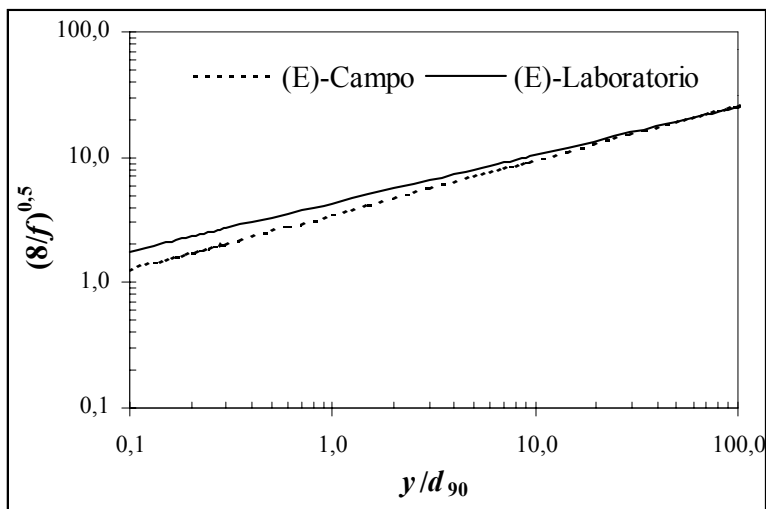


Figura G18. Representación de las ecuaciones (E4.1) y (E4.2).

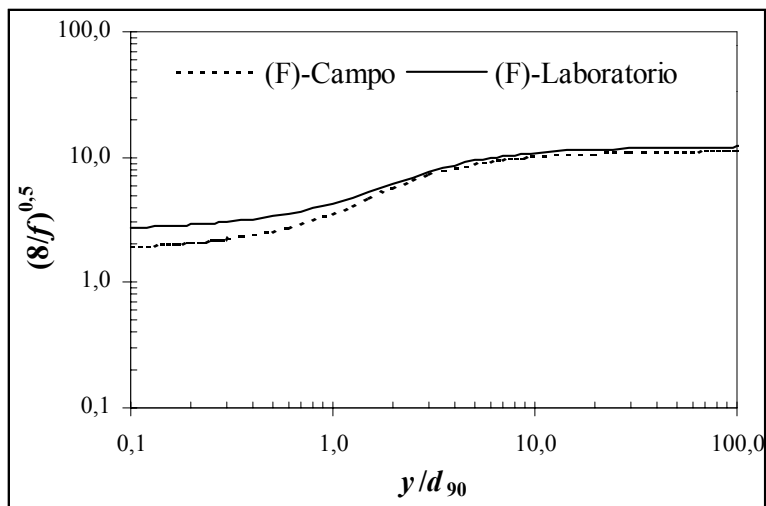


Figura G19. Representación de las ecuaciones (F4.1) y (F4.2).

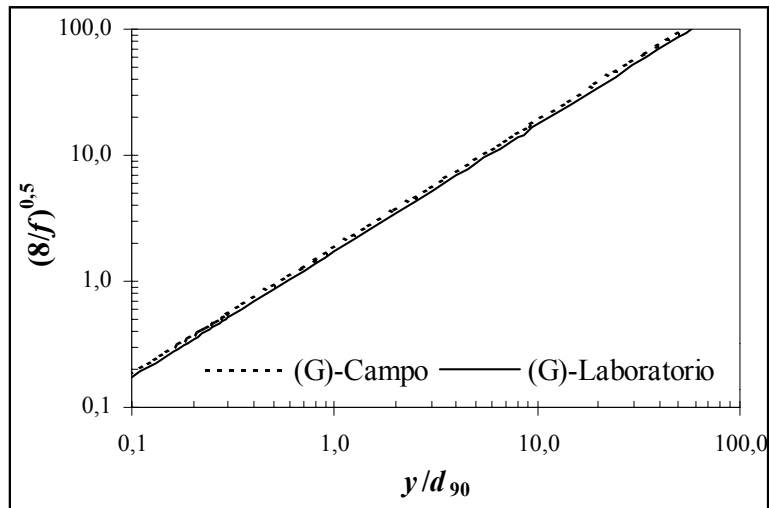


Figura G20. Representación de las ecuaciones (G4.1) y (G4.2).

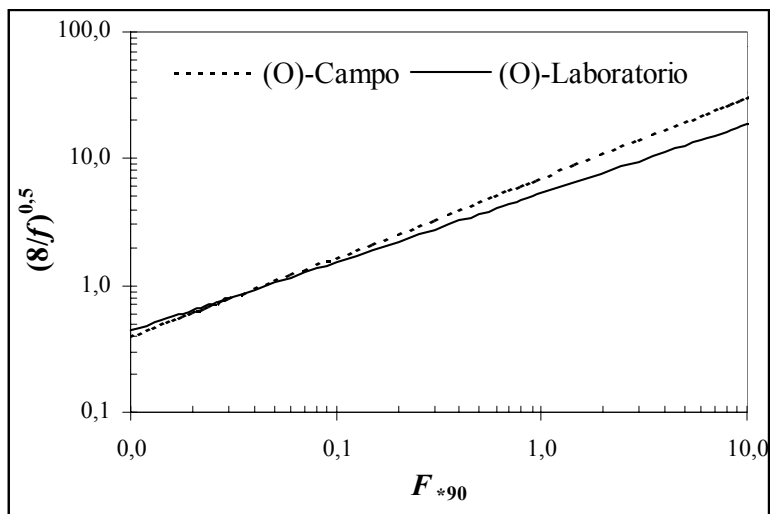


Figura G21. Representación de las ecuaciones (O4.1) y (O4.2).

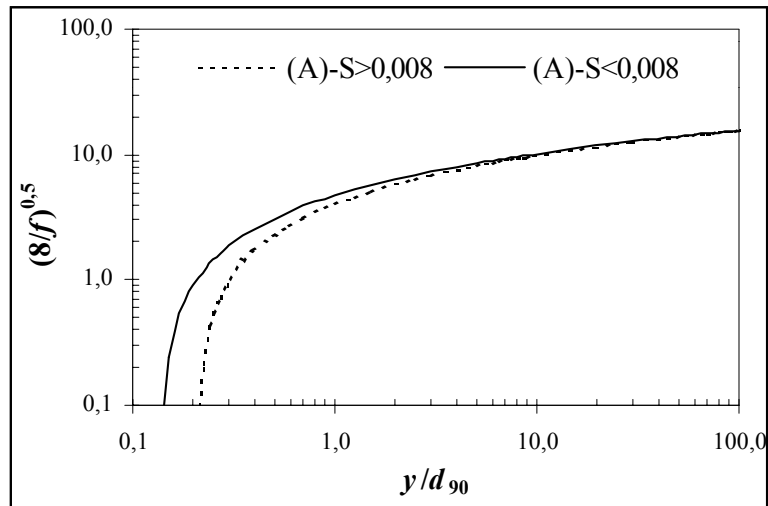


Figura G22. Representación de las ecuaciones (A7.1) y (A7.2).

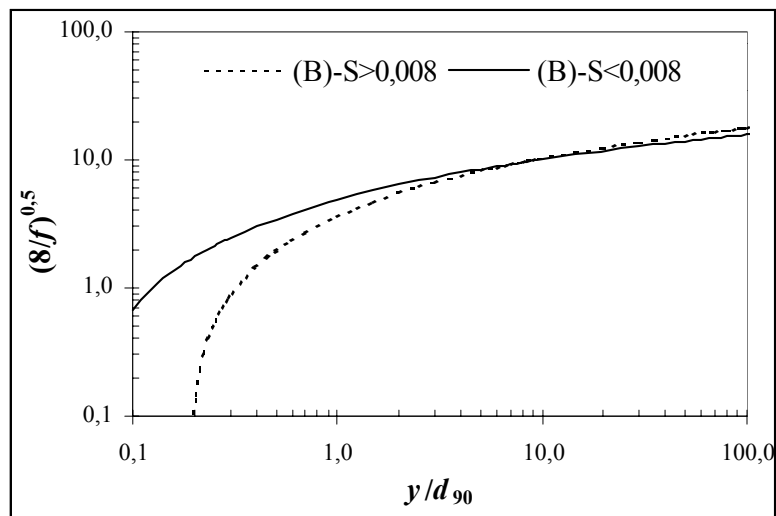


Figura G23. Representación de las ecuaciones (B7.1) y (B7.2).

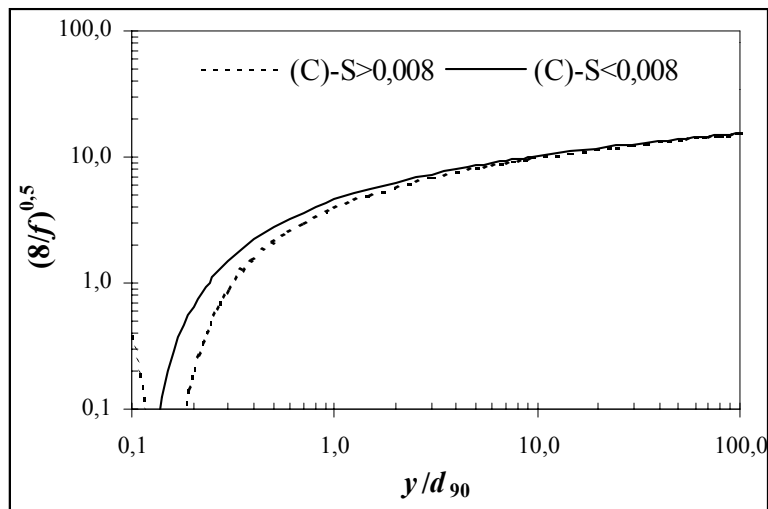


Figura G24. Representación de las ecuaciones (C7.1) y (C7.2).

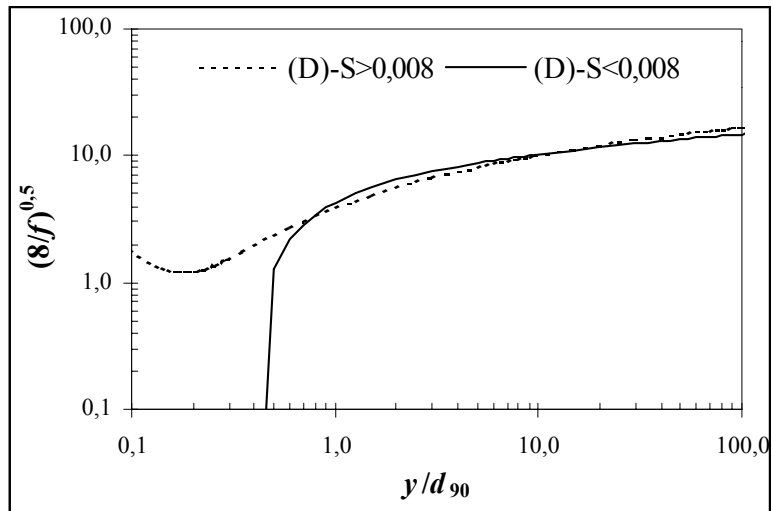


Figura G25. Representación de las ecuaciones (D7.1) y (D7.2).

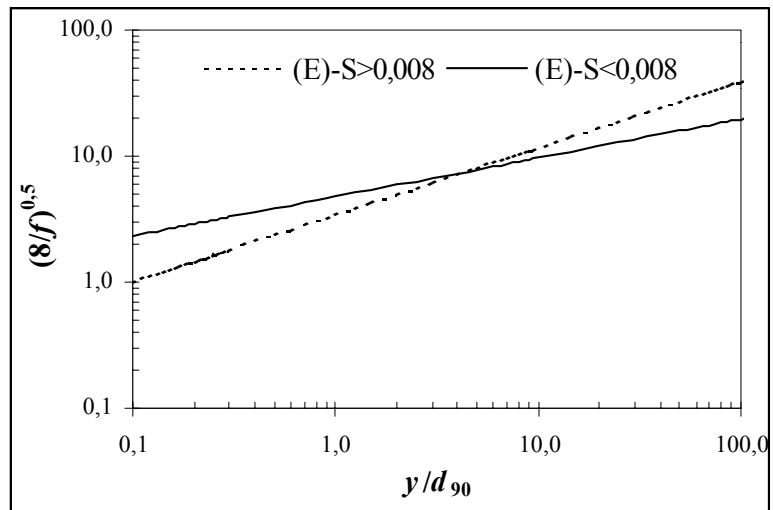


Figura G26. Representación de las ecuaciones (E7.1) y (E7.2).

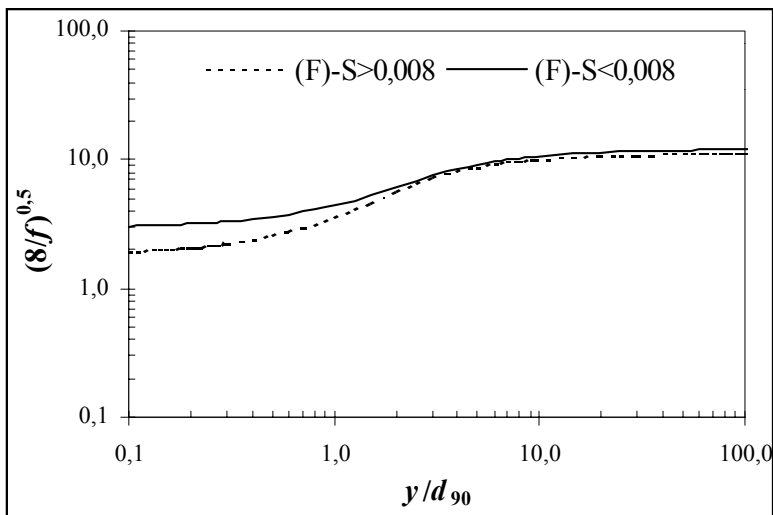


Figura G27. Representación de las ecuaciones (F7.1) y (F7.2).

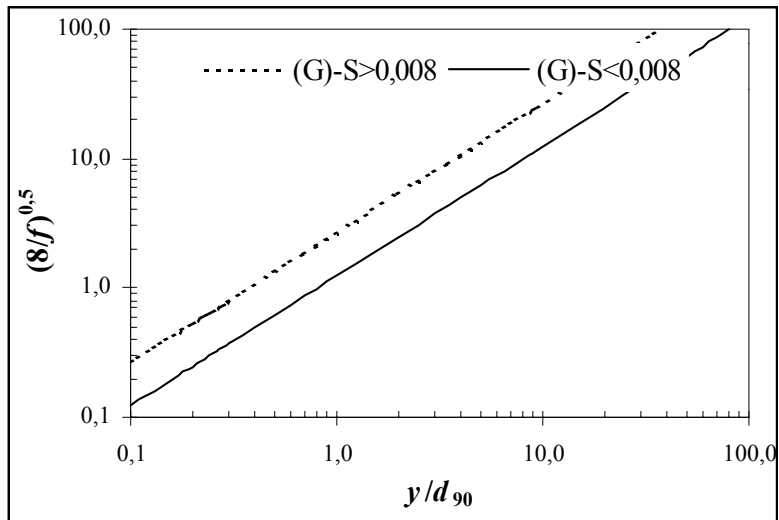


Figura G28. Representación de las ecuaciones (G7.1) y (G7.2).

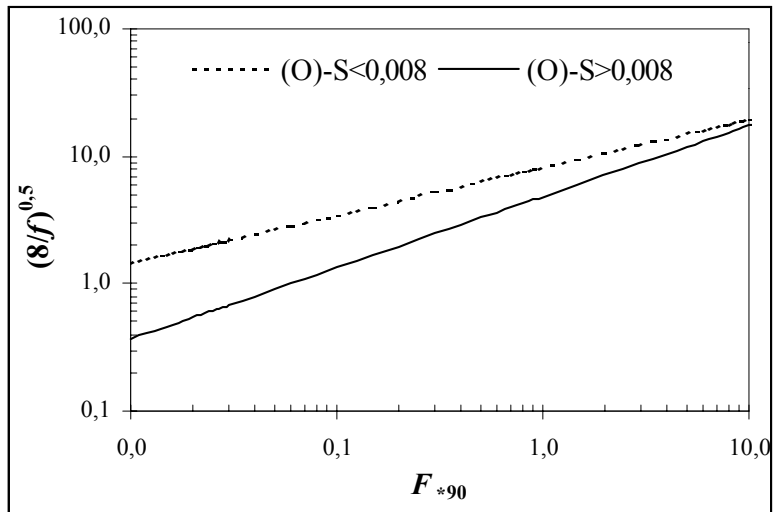


Figura G29. Representación de las ecuaciones (O7.1) y (O7.2).

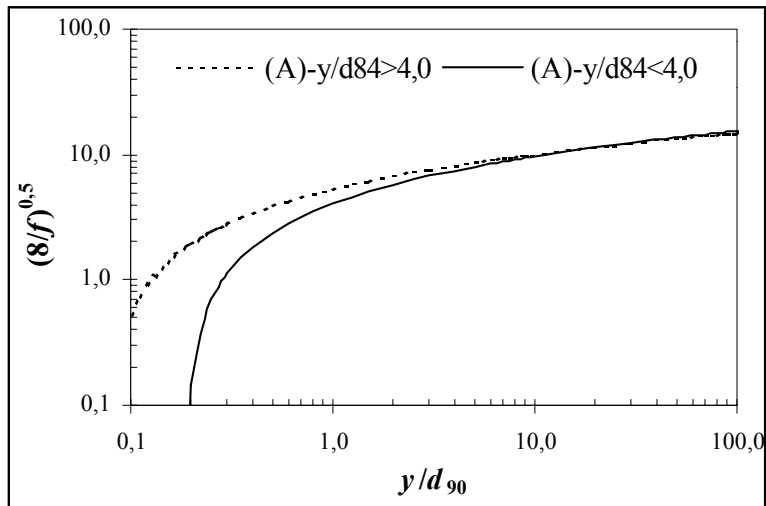


Figura G30. Representación de las ecuaciones (A10.1) y (A10.2).

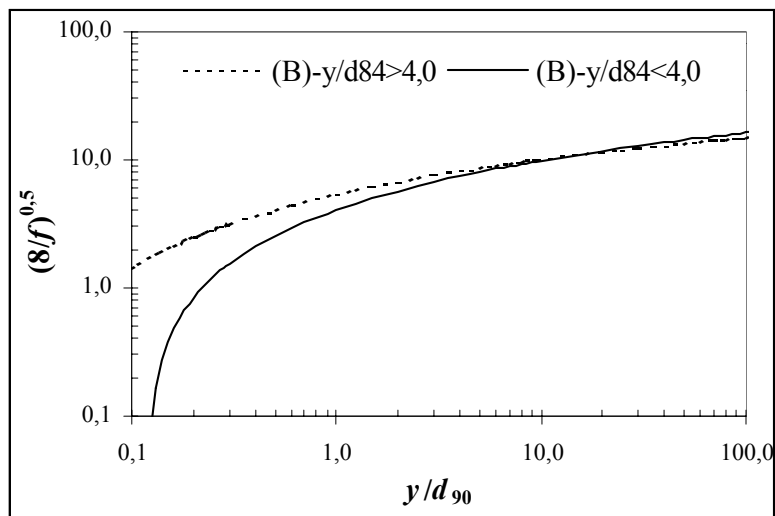


Figura G31. Representación de las ecuaciones (B10.1) y (B10.2).

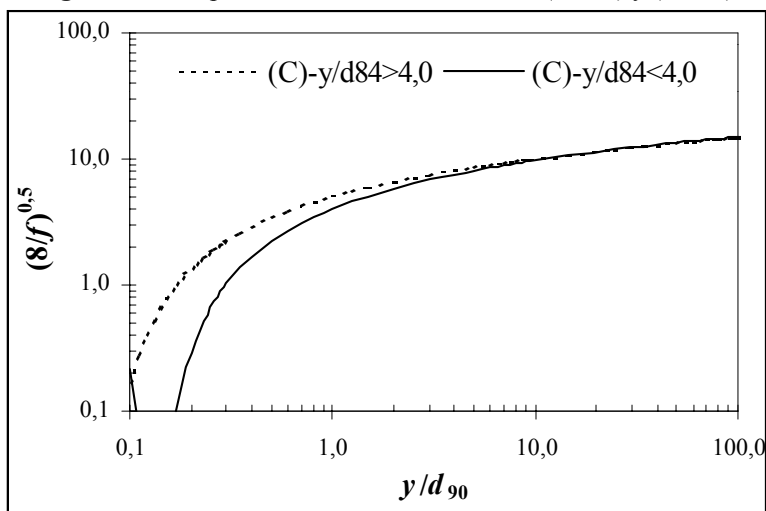


Figura G32. Representación de las ecuaciones (C10.1) y (C10.2).

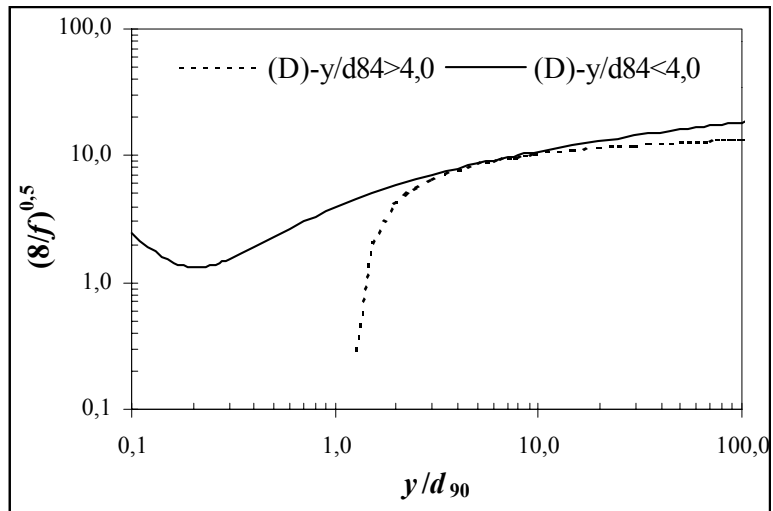


Figura G33. Representación de las ecuaciones (D10.1) y (D10.2).

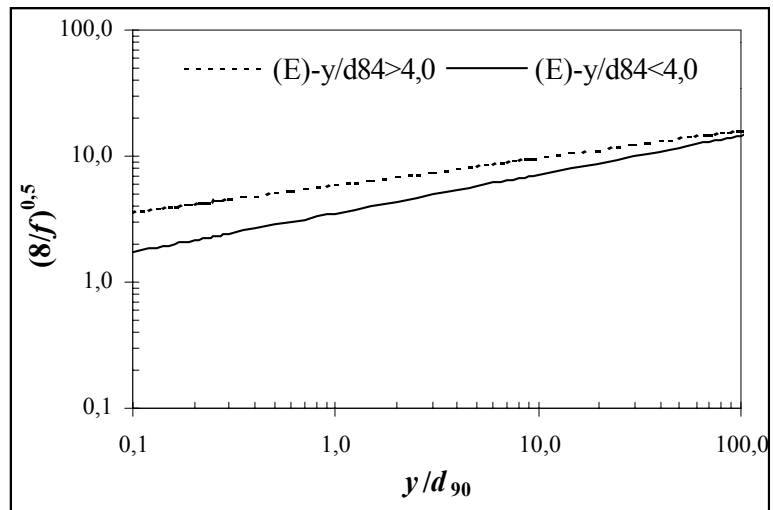


Figura G34. Representación de las ecuaciones (E10.1) y (E10.2).

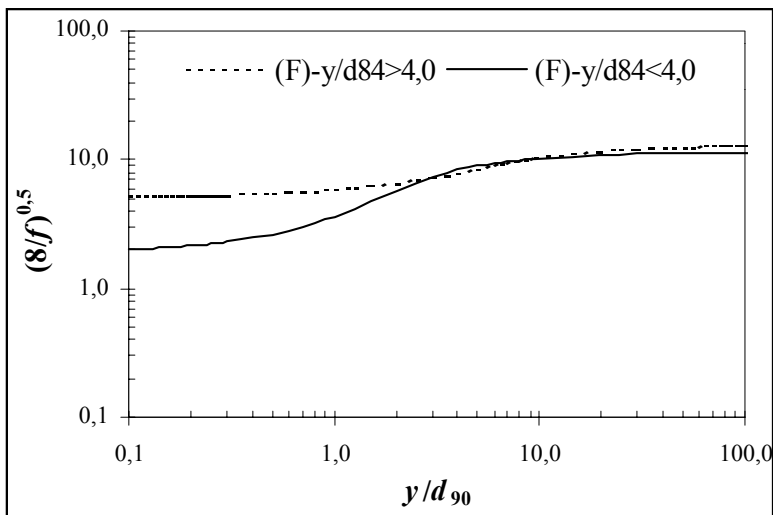


Figura G35. Representación de las ecuaciones (F10.1) y (F10.2).

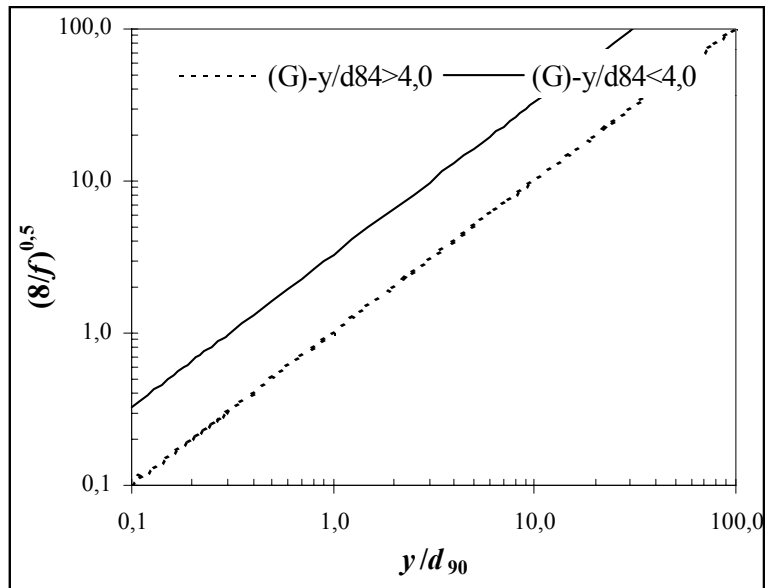


Figura G36. Representación de las ecuaciones (G10.1) y (G10.2).

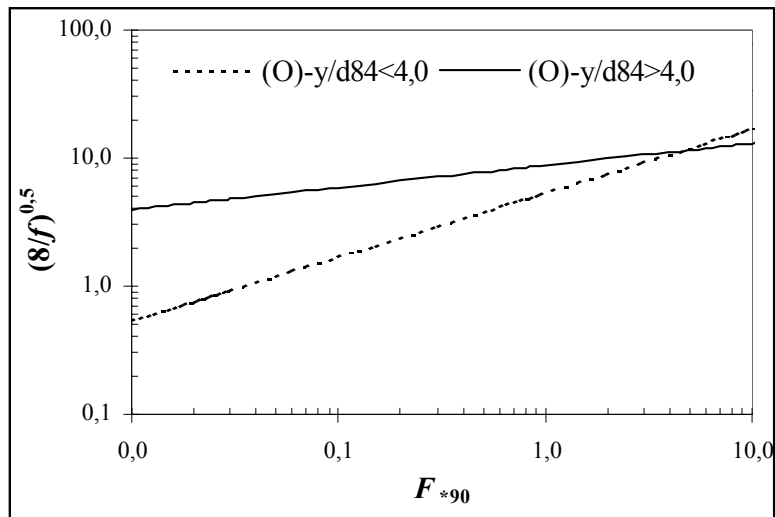


Figura G37. Representación de las ecuaciones (O10.1) y (O10.2).

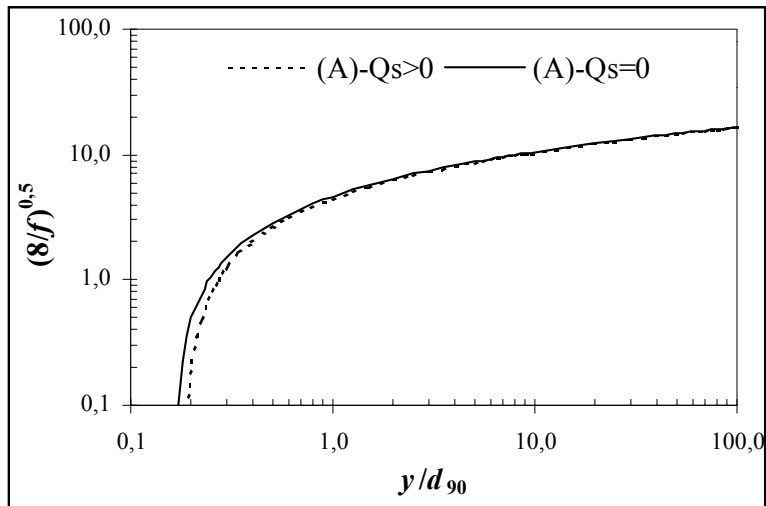


Figura G38. Representación de las ecuaciones (A13.1) y (A13.2).

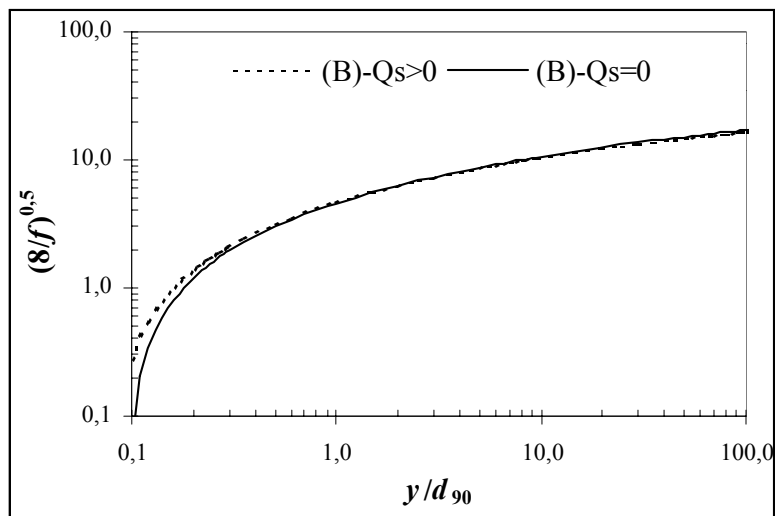


Figura G39. Representación de las ecuaciones (B13.1) y (B13.2).

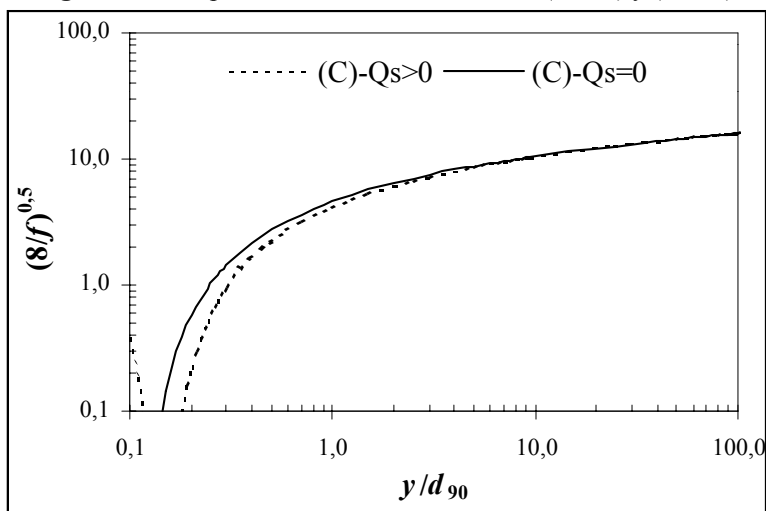


Figura G40. Representación de las ecuaciones (C13.1) y (C13.2).

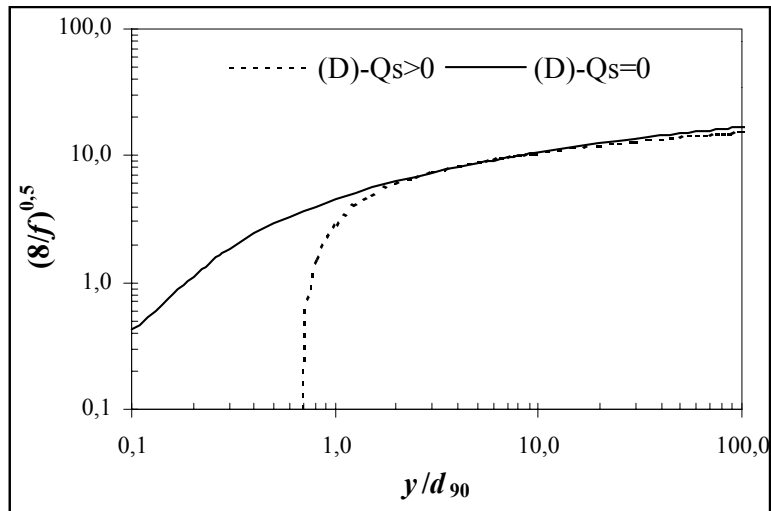


Figura G41. Representación de las ecuaciones (D13.1) y (D13.2).

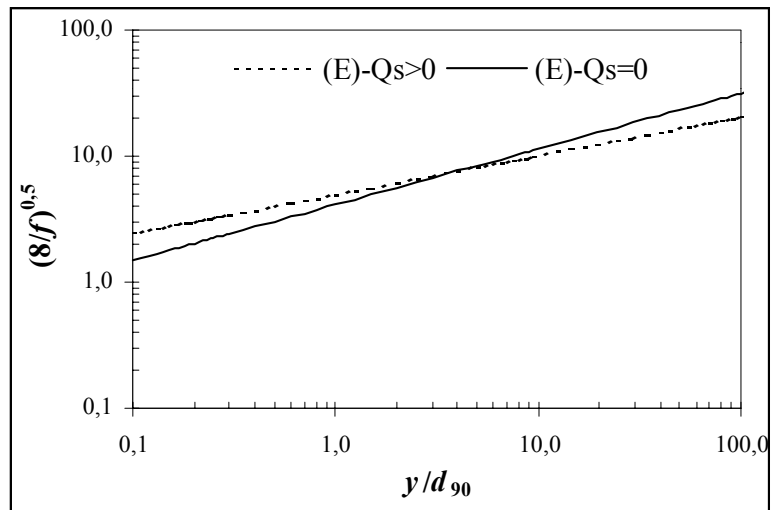


Figura G42. Representación de las ecuaciones (E13.1) y (E13.2).

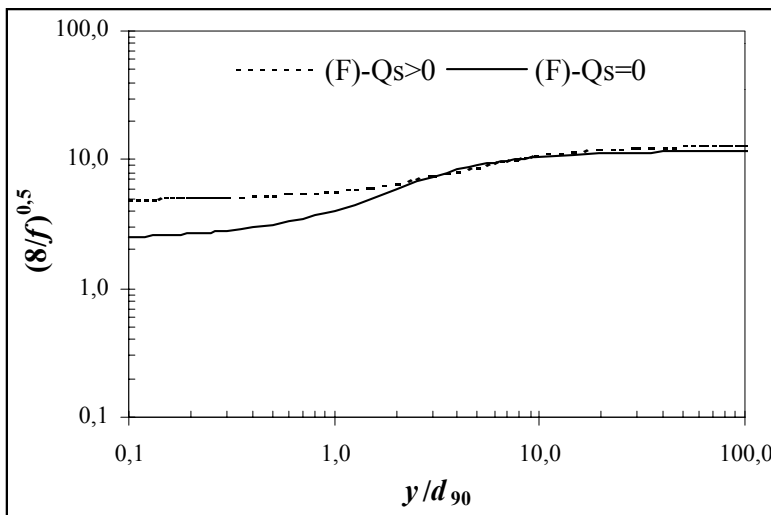


Figura G43. Representación de las ecuaciones (F13.1) y (F13.2).

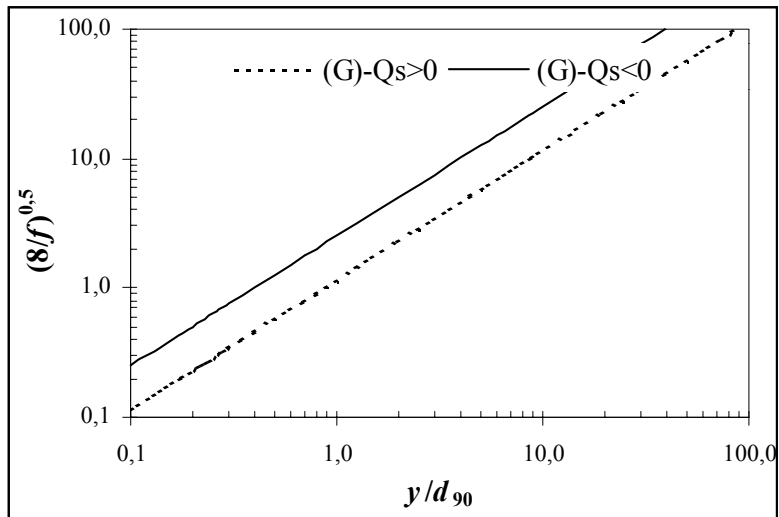


Figura G44. Representación de las ecuaciones (G13.1) y (G13.2).

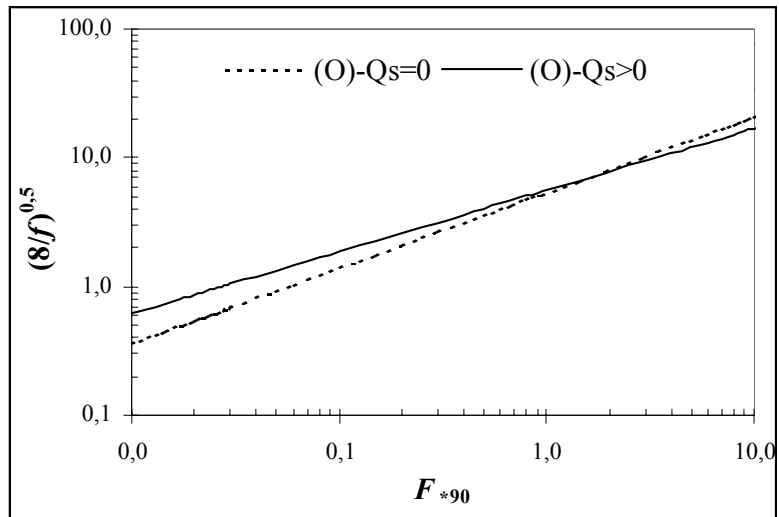


Figura G45. Representación de las ecuaciones (O13.1) y (O13.2).

H

Apéndice

Leyenda

□ (A)	○ (B)	△ (C)	× (D)	◇ (E)
+	⊠ (G)	* (H)	- (I)	■ (J)
- (K)	▲ (L)	• (M)	◆ (N)	⊞ (O)

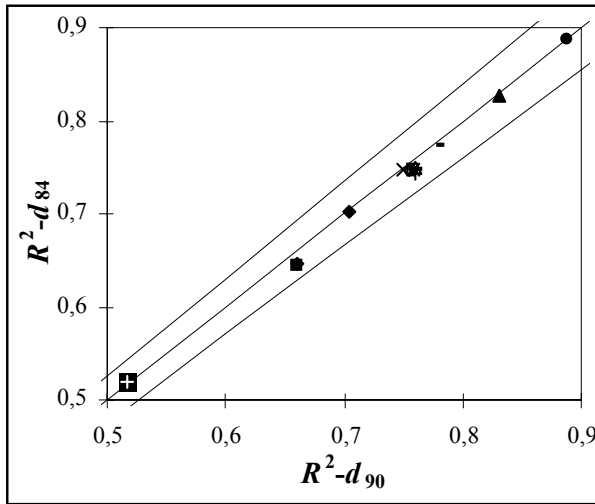


Figura H1. Contraste de R^2 en función de d_{90} y d_{84} .
Conjunto total de datos.

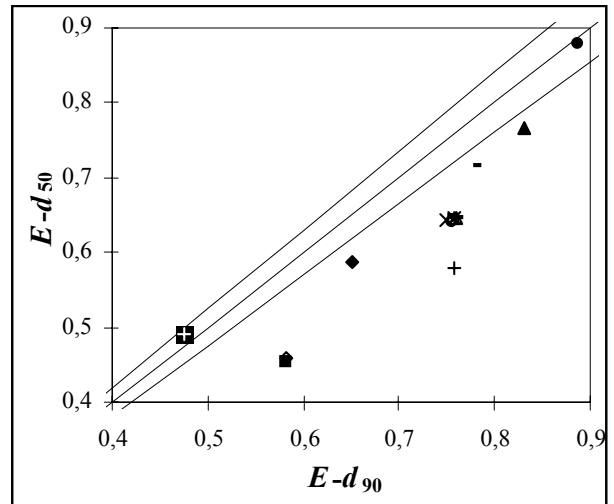


Figura H4. Contraste de E en función de d_{90} y d_{50} .
Conjunto total de datos.

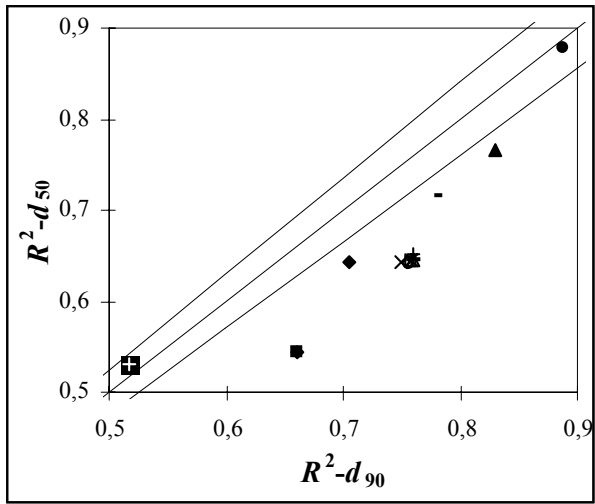


Figura H2. Contraste de R^2 en función de d_{90} y d_{50} .
Conjunto total de datos.

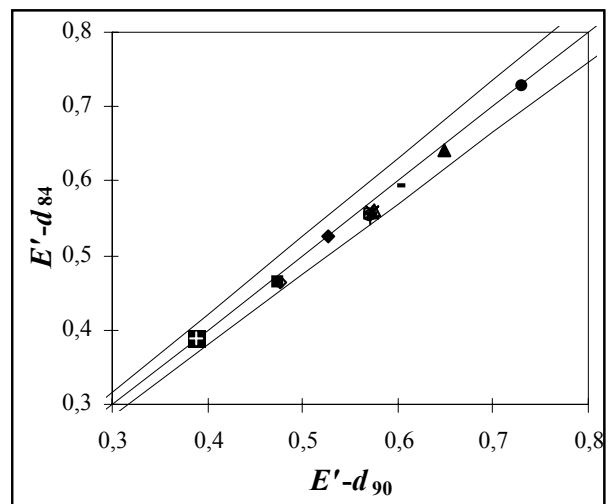


Figura H5. Contraste de E' en función de d_{90} y d_{84} .
Conjunto total de datos.

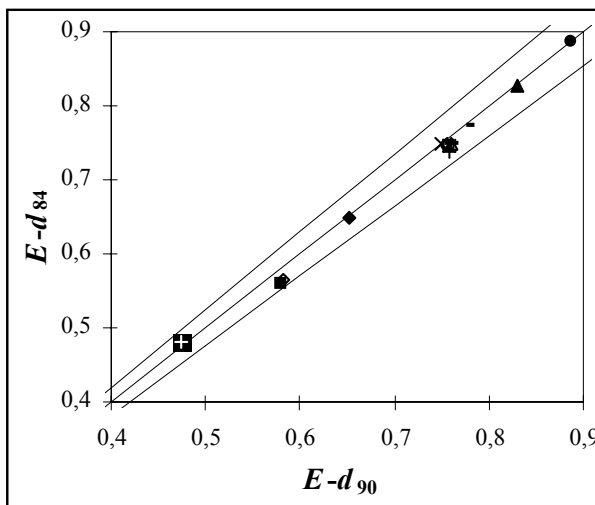


Figura H3. Contraste de E en función de d_{90} y d_{50} .
Conjunto total de datos.

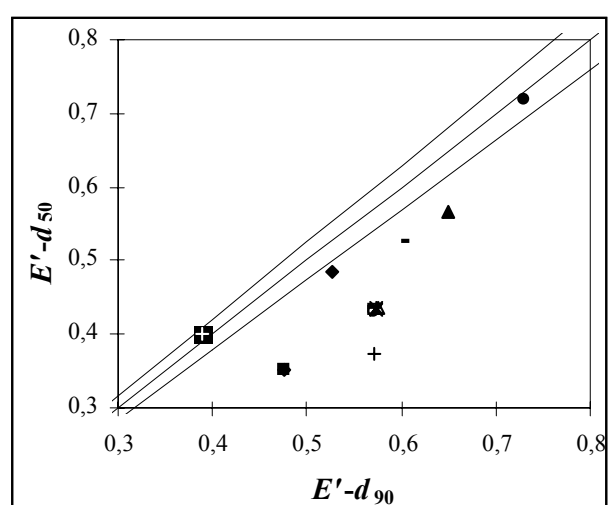


Figura H6. Contraste de E' en función de d_{90} y d_{50} .
Conjunto total de datos.

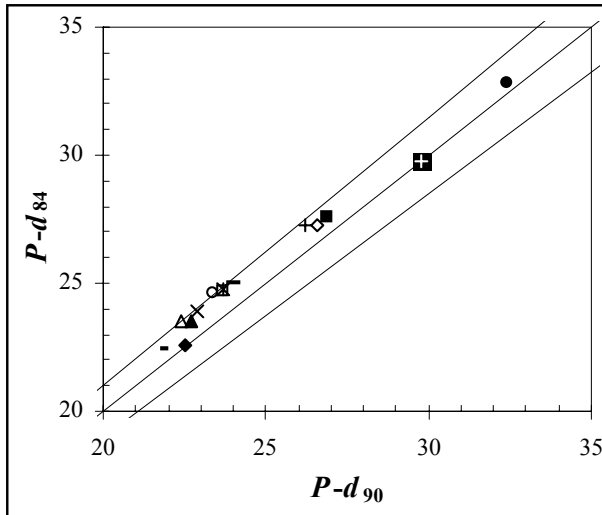


Figura H7. Contraste de P en función de d_{90} y d_{84} .
Conjunto total de datos.

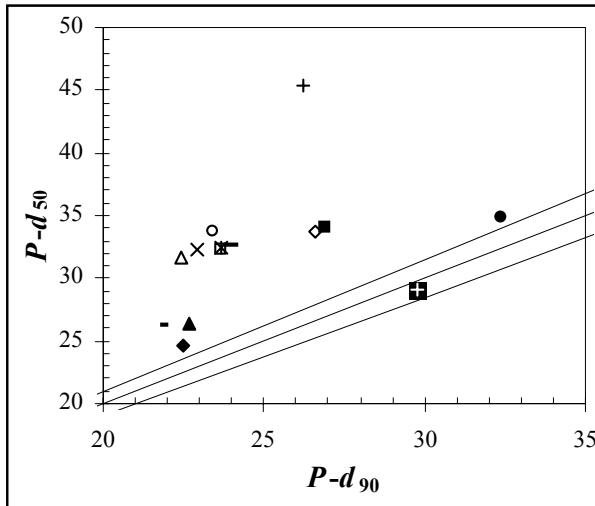


Figura H8. Contraste de P en función de d_{90} y d_{50} .
Conjunto total de datos.

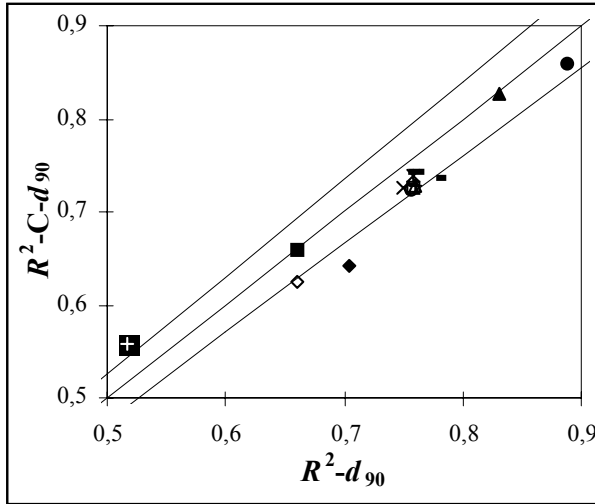


Figura H9. Contraste de R^2 en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto de campo.

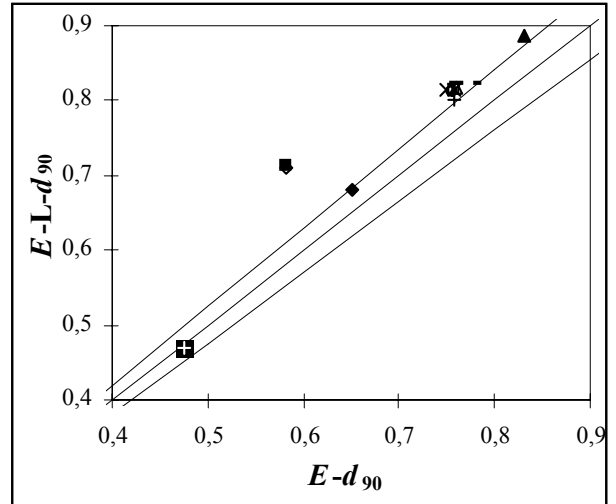


Figura H12. Contraste de E en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto de laboratorio.

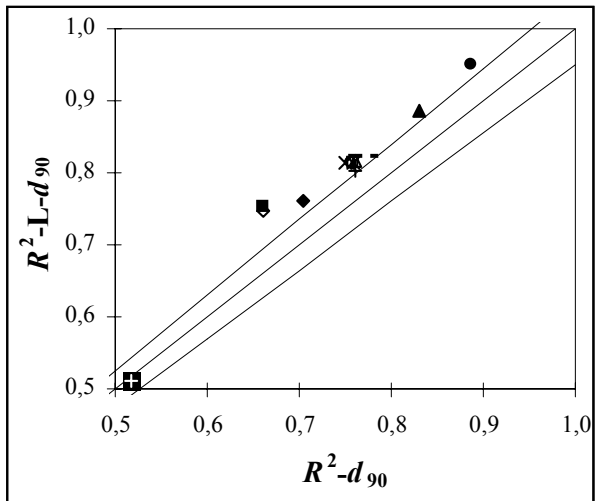


Figura H10. Contraste de R^2 en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto de laboratorio.

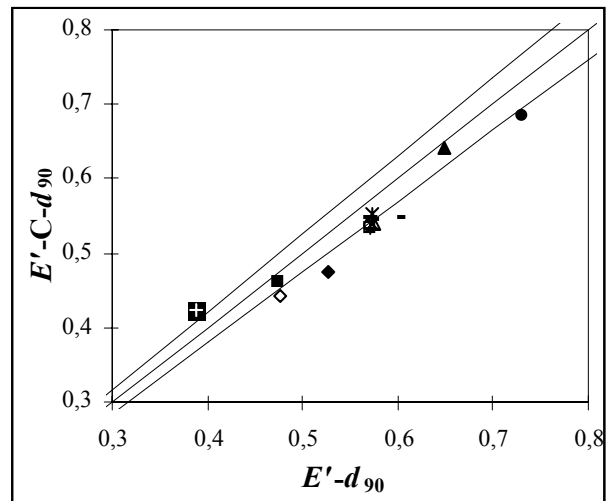


Figura H13. Contraste de E' en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto de campo.

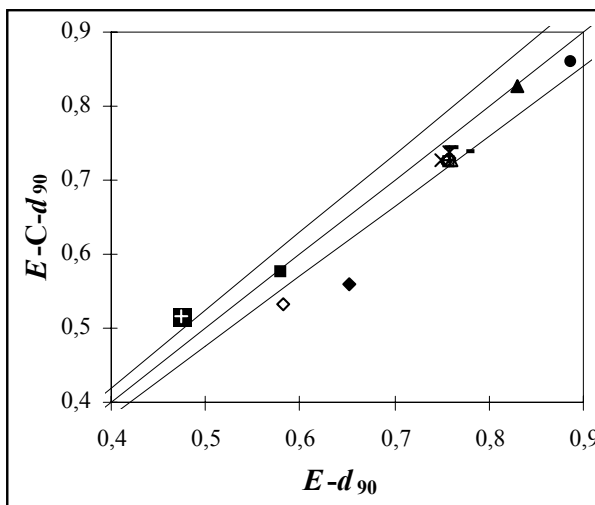


Figura H11. Contraste de E en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto de campo.

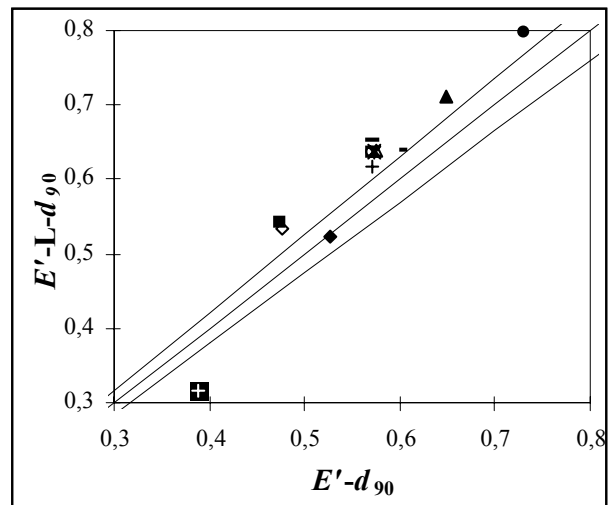


Figura H14. Contraste de E' en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto de laboratorio.

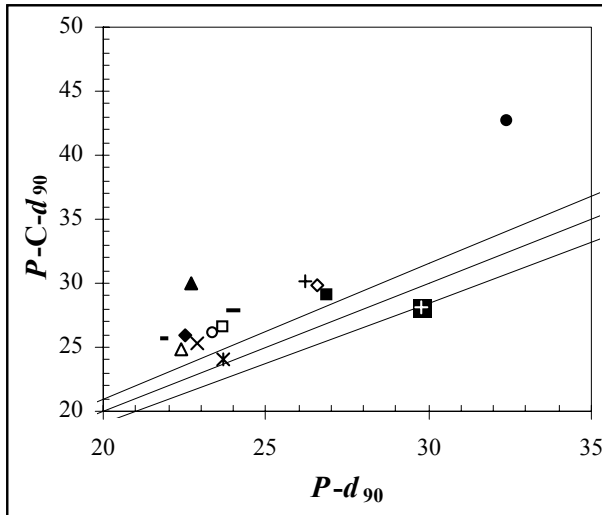


Figura H15. Contraste de P en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto de campo.

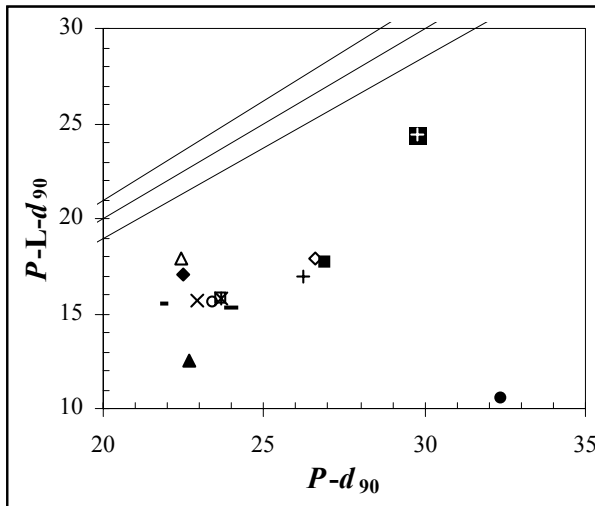


Figura H16. Contraste de P en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto de laboratorio.

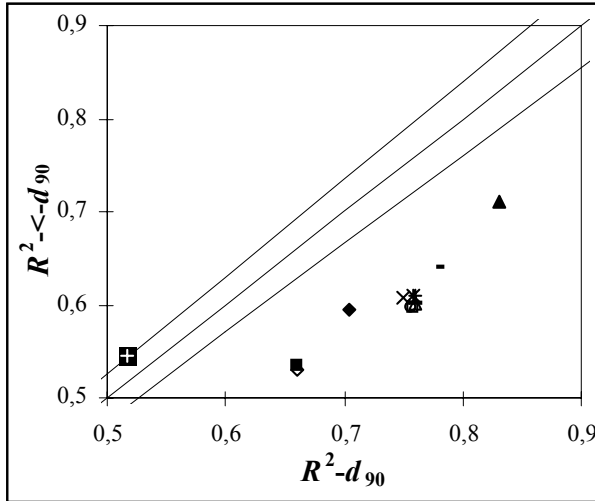


Figura H17. Contraste de R^2 en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto con $S \leq 0,008$.

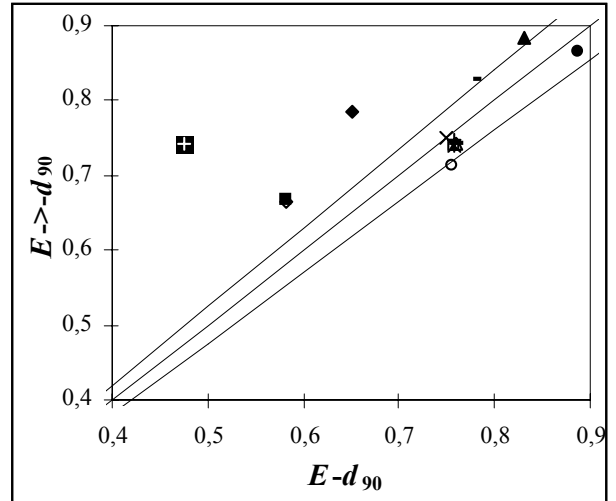


Figura H20. Contraste de E en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto con $S > 0,008$.

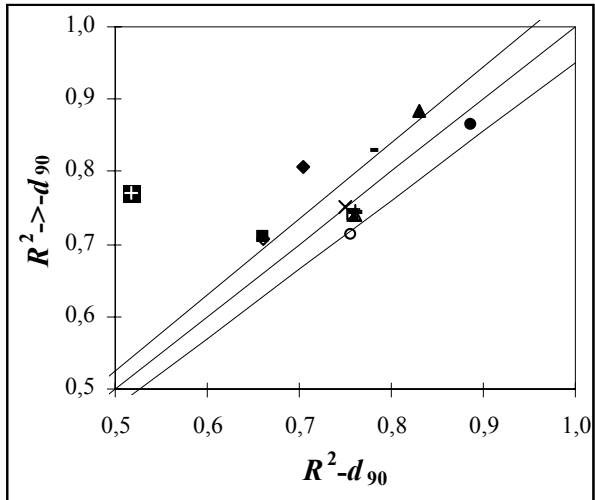


Figura H18. Contraste de R^2 en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto con $S > 0,008$.

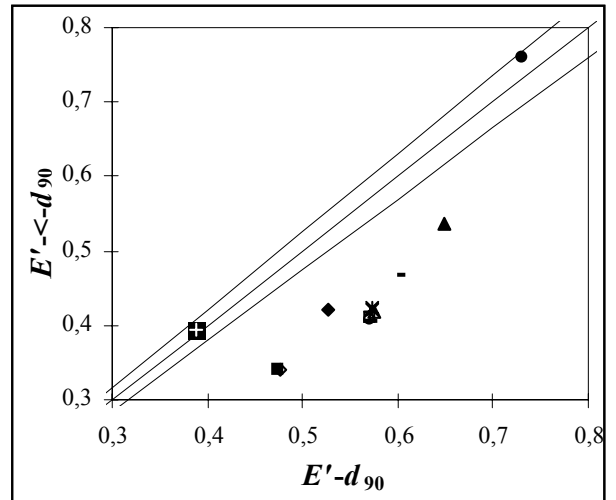


Figura H21. Contraste de E' en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto con $S \leq 0,008$.

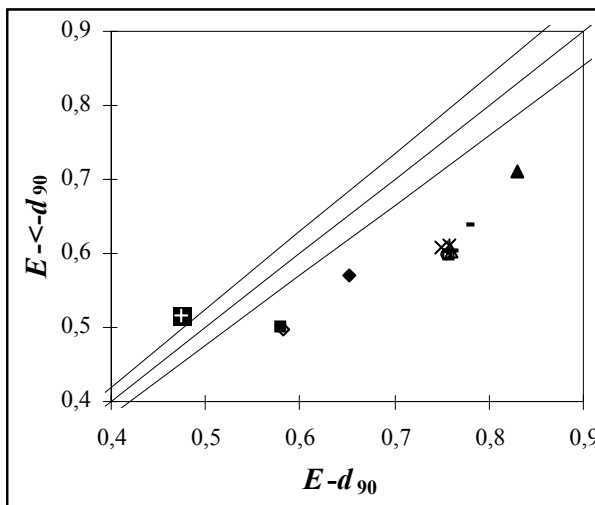


Figura H19. Contraste de E en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto con $S \leq 0,008$.

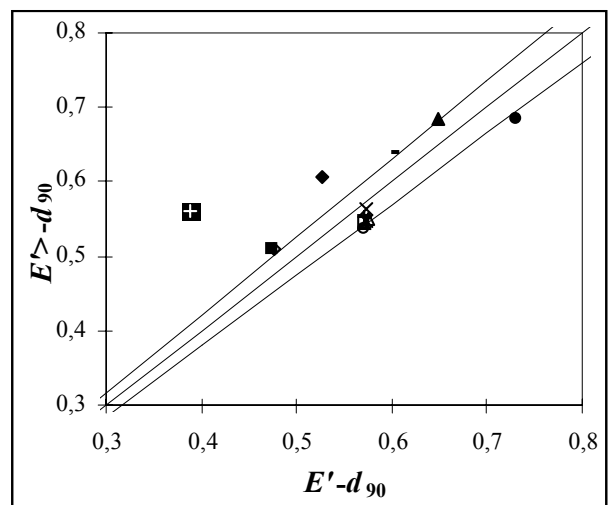


Figura H22. Contraste de E' en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto con $S > 0,008$.

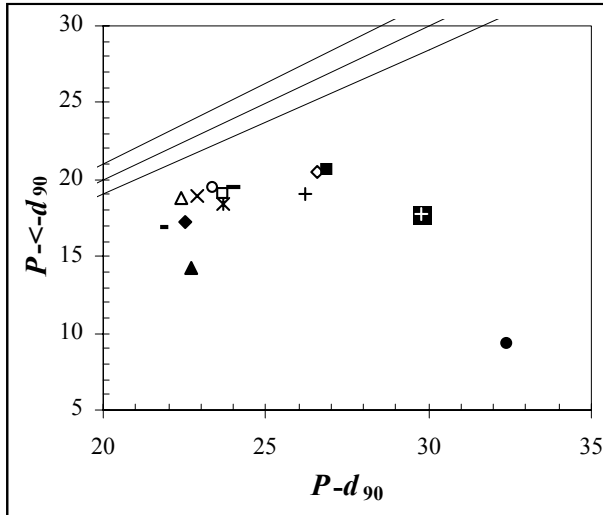


Figura H23. Contraste de P en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto con $S \leq 0,008$.

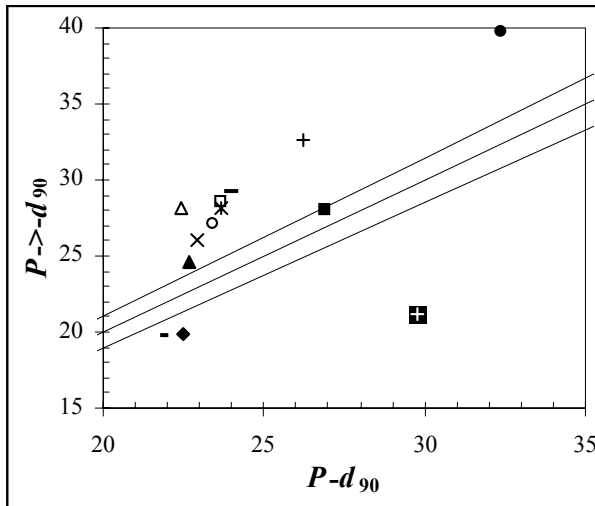


Figura H24. Contraste de P en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto con $S > 0,008$.

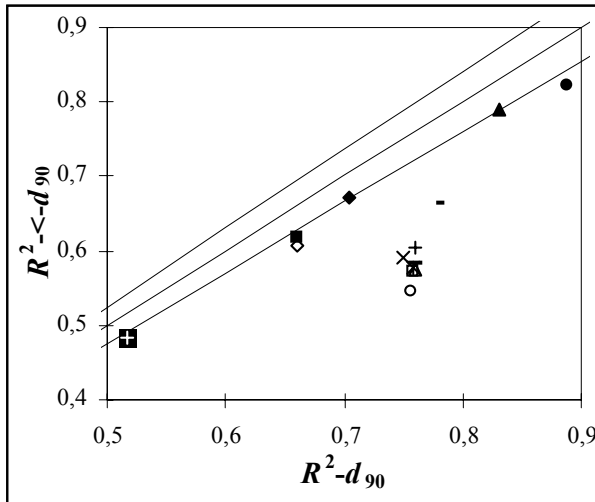


Figura H25. Contraste de R^2 en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto $y/d_{84} \leq 4,0$.

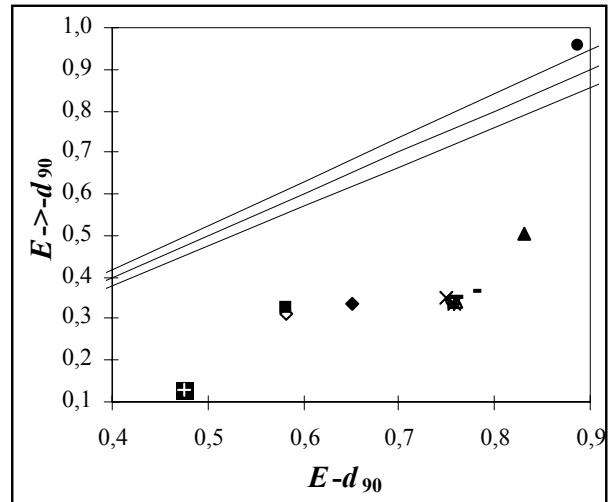


Figura H28. Contraste de E en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto $y/d_{84} > 4,0$.

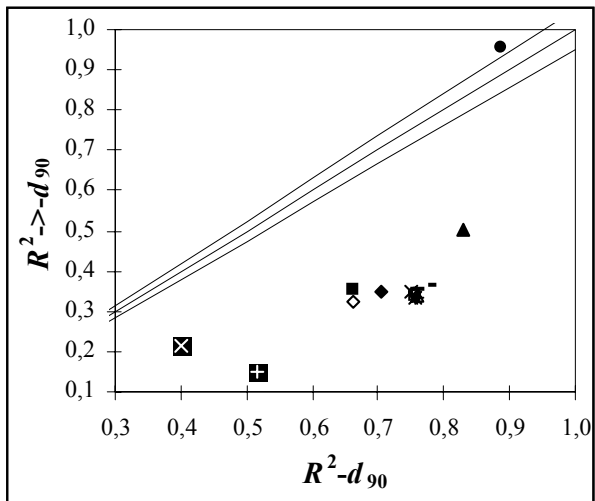


Figura H26. Contraste de R^2 en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto $y/d_{84} > 4,0$.

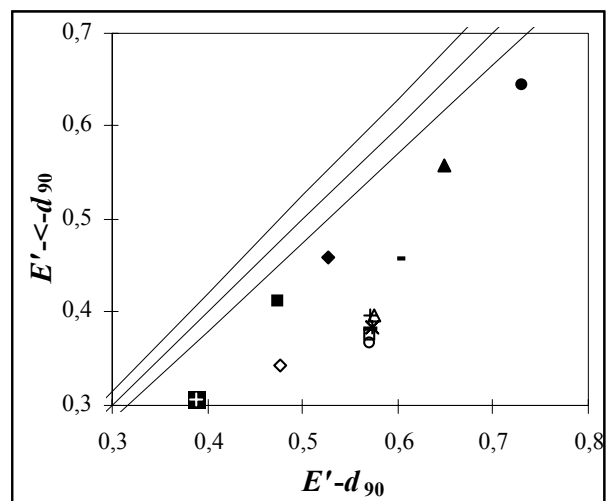


Figura H29. Contraste de E' en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto $y/d_{84} \leq 4,0$.

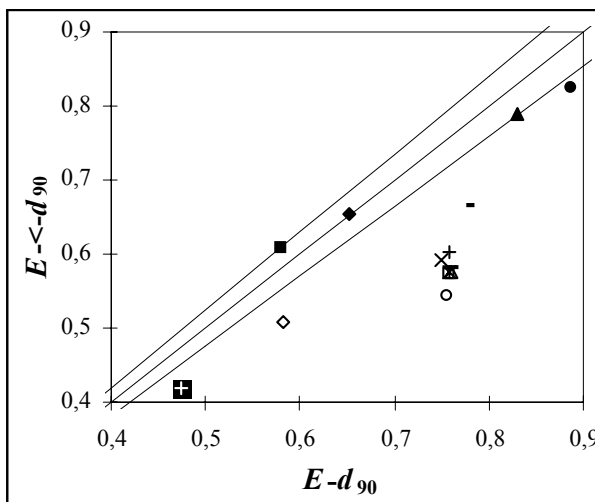


Figura H27. Contraste de E en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto $y/d_{84} \leq 4,0$.

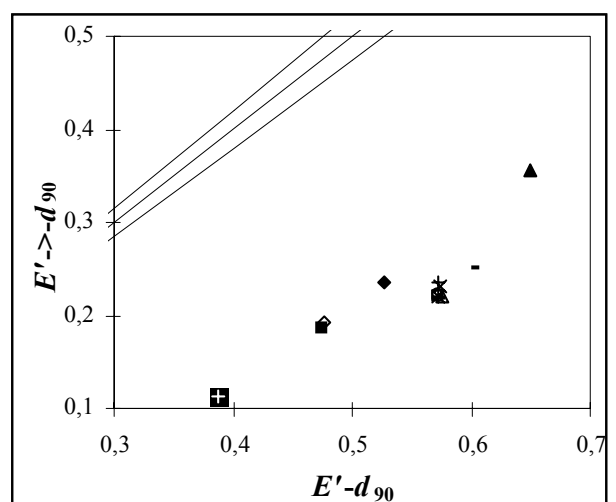


Figura H30. Contraste de E' en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto $y/d_{84} > 4,0$.

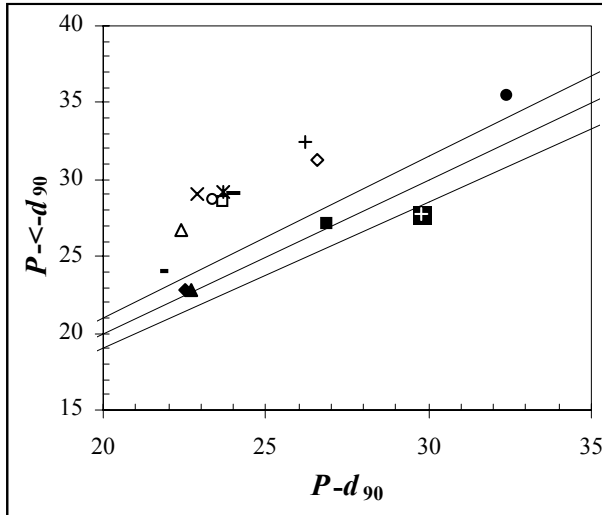


Figura H31. Contraste de P en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto $y/d_{84} \leq 4,0$.

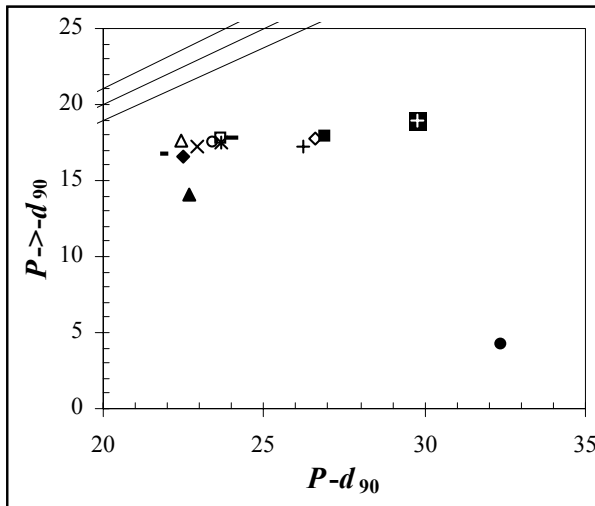


Figura H32. Contraste de P en función de d_{90} para el conjunto total de datos y el conjunto $y/d_{84} > 4,0$.

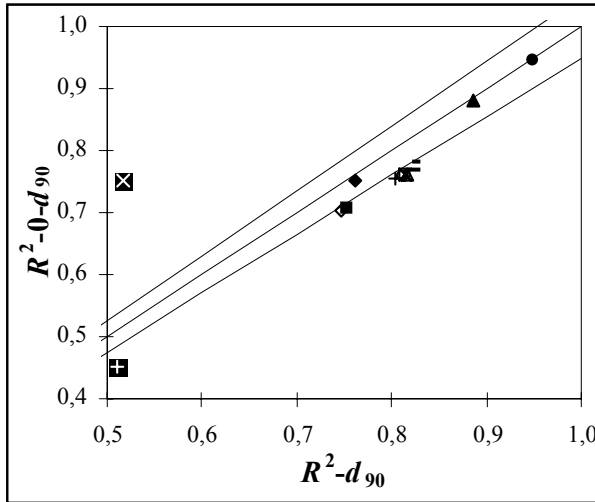


Figura H33. Contraste de R^2 en función de d_{90} para el conjunto de laboratorio y el conjunto $Q_s = 0$.

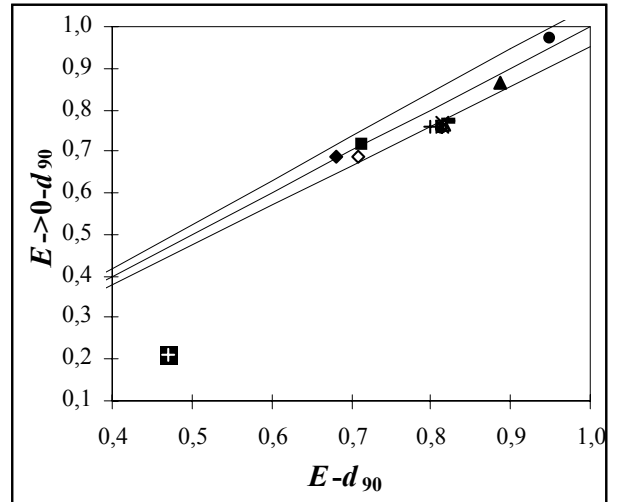


Figura H36. Contraste de E en función de d_{90} para el conjunto de laboratorio y el conjunto $Q_s > 0$.

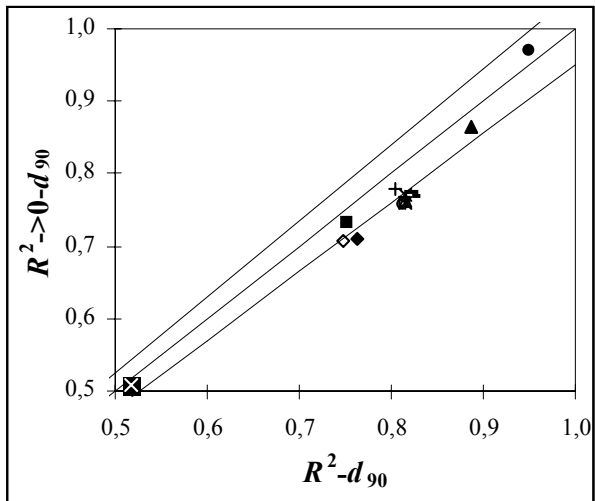


Figura H34. Contraste de R^2 en función de d_{90} para el conjunto de laboratorio y el conjunto $Q_s > 0$.

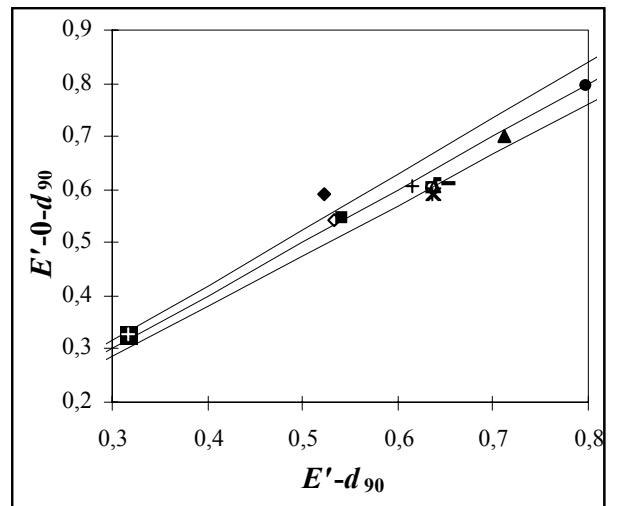


Figura H37. Contraste de E' en función de d_{90} para el conjunto de laboratorio y el conjunto $Q_s = 0$.

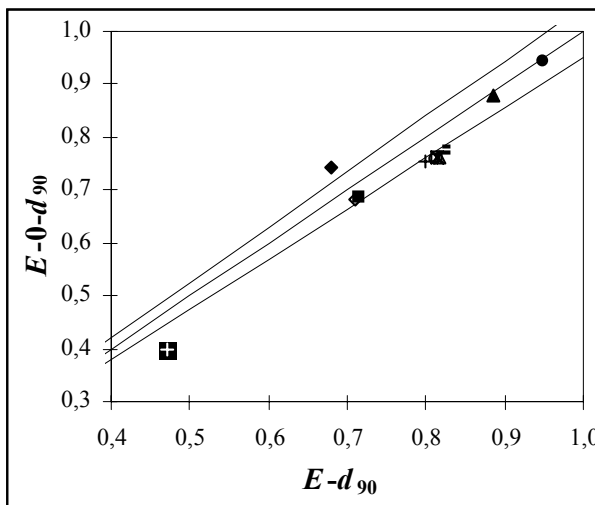


Figura H35. Contraste de E en función de d_{90} para el conjunto de laboratorio y el conjunto $Q_s = 0$.

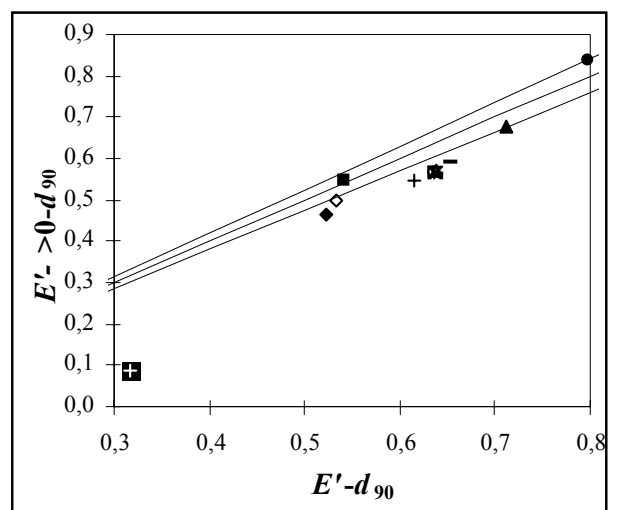


Figura H38. Contraste de E' en función de d_{90} para el conjunto de laboratorio y el conjunto $Q_s > 0$.

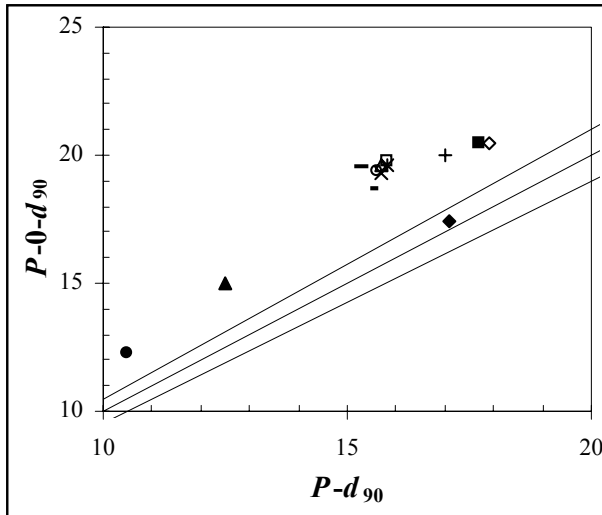


Figura H39. Contraste de P en función de d_{90} para el conjunto de laboratorio y el conjunto $Q_s = 0$.

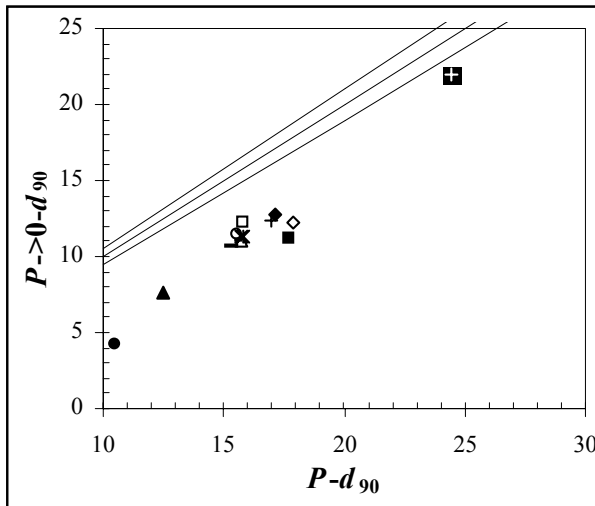


Figura H40. Contraste de P en función de d_{90} para el conjunto de laboratorio y el conjunto $Q_s > 0$.

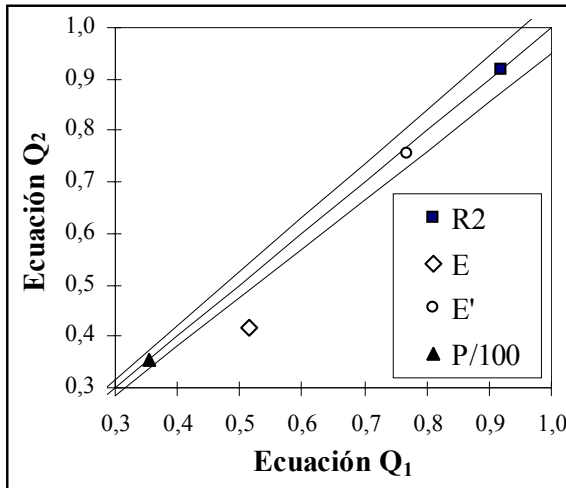


Figura H41. Relación entre los índices de ajuste de los modelos Q_1 y Q_2 para el conjunto total de datos.

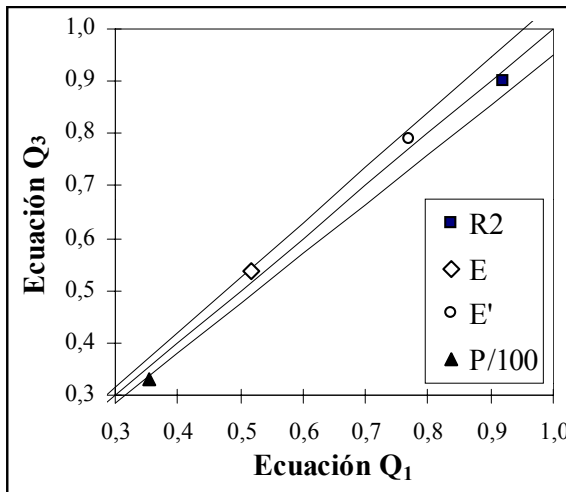


Figura H42. Relación entre los índices de ajuste de los modelos Q_1 y Q_3 para el conjunto total de datos.

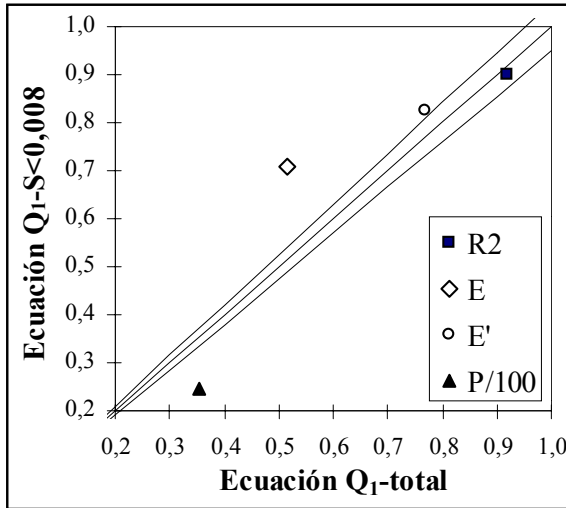


Figura H43. Relación de los estadísticos del modelo Q_1 para el conjunto total y el conjunto $S \leq 0,008$.

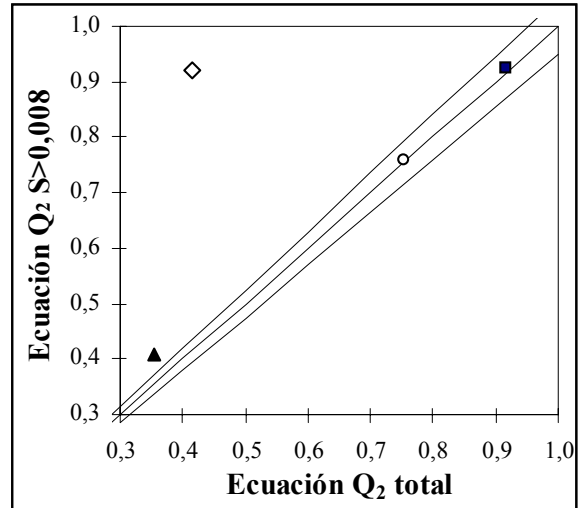


Figura H46. Relación de los estadísticos del modelo Q_2 para el conjunto total y el conjunto $S > 0,008$.

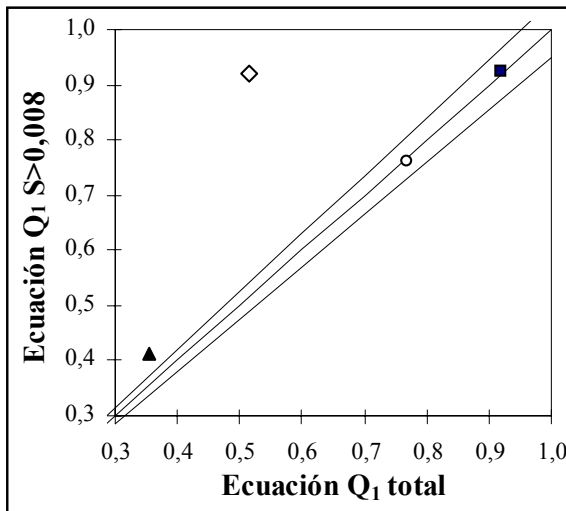


Figura H44. Relación de los estadísticos del modelo Q_1 para el conjunto total y el conjunto $S > 0,008$.

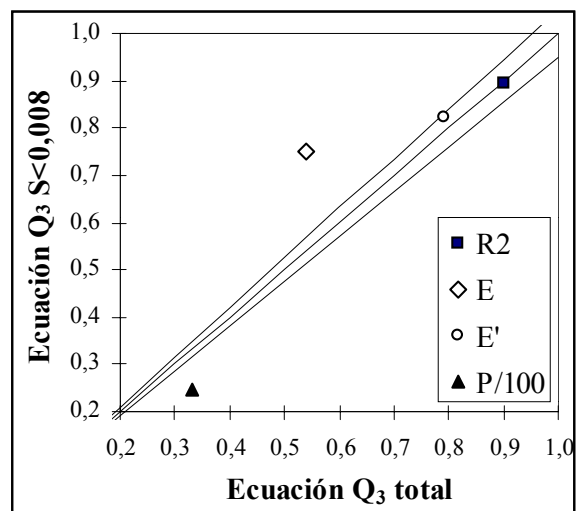


Figura H47. Relación de los estadísticos del modelo Q_3 para el conjunto total y el conjunto $S \leq 0,008$.

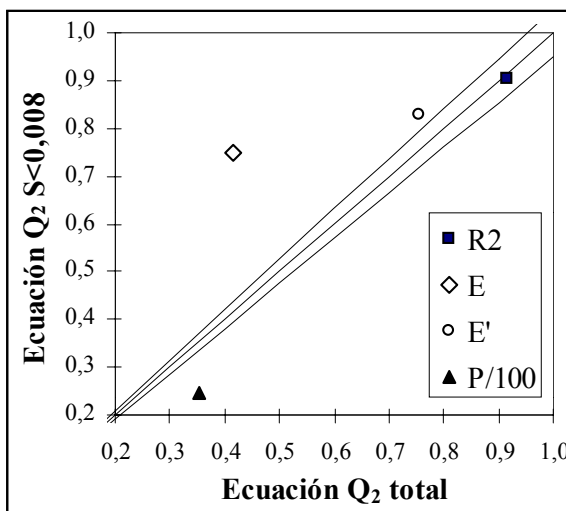


Figura H45. Relación de los estadísticos del modelo Q_2 para el conjunto total y el conjunto $S \leq 0,008$.

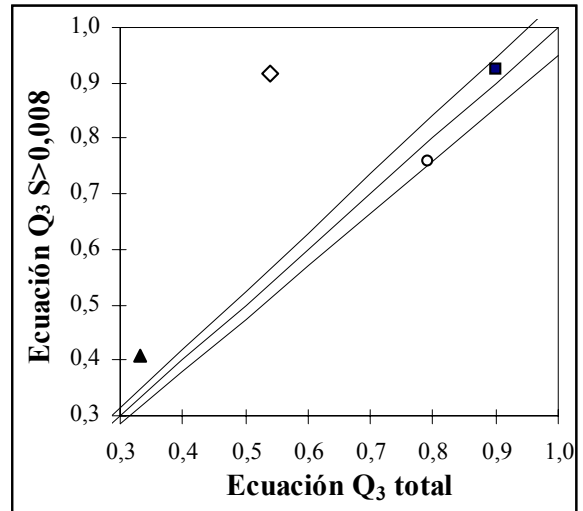


Figura H48. Relación de los estadísticos del modelo Q_3 para el conjunto total y el conjunto $S > 0,008$.

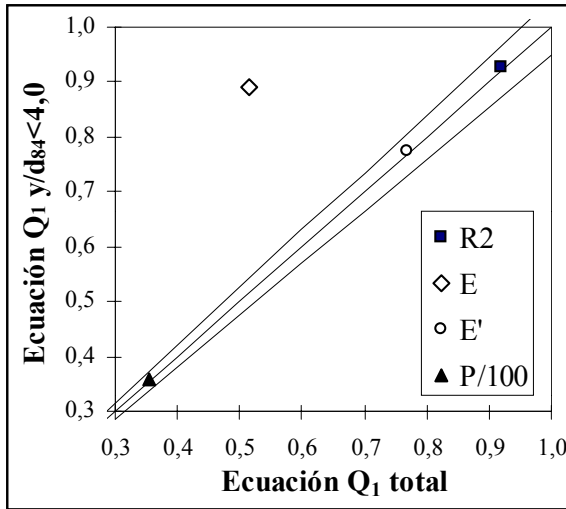


Figura H49. Relación de los estadísticos del modelo Q₁ para el conjunto total y el conjunto $y/d_{84} \leq 4,0$.

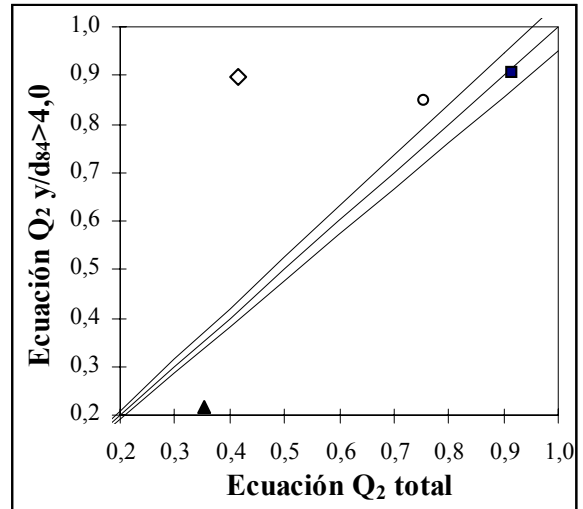


Figura H52. Relación de los estadísticos del modelo Q₂ para el conjunto total y el conjunto $y/d_{84} > 4,0$.

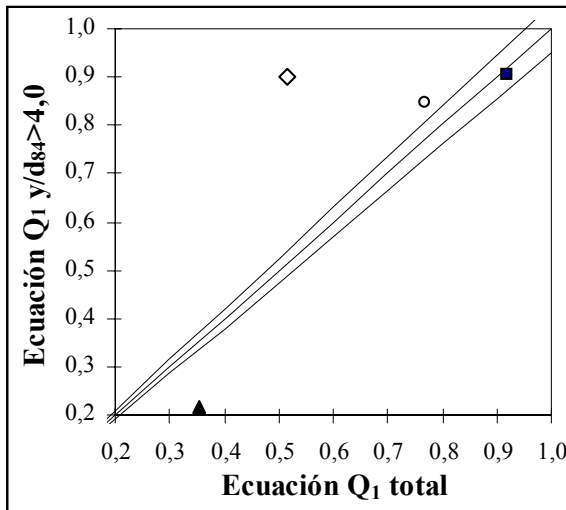


Figura H50. Relación de los estadísticos del modelo Q₁ para el conjunto total y el conjunto $y/d_{84} > 4,0$.

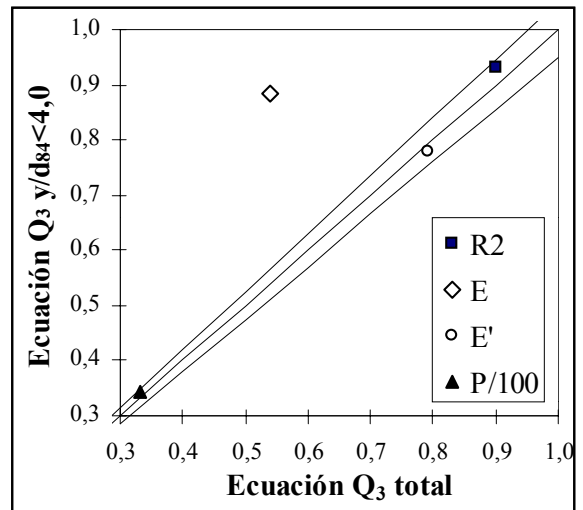


Figura H53. Relación de los estadísticos del modelo Q₃ para el conjunto total y el conjunto $y/d_{84} \leq 4,0$.

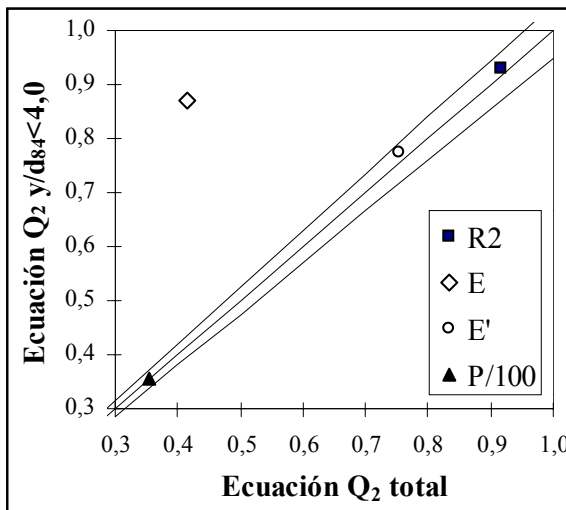


Figura H51. Relación de los estadísticos del modelo Q₂ para el conjunto total y el conjunto $y/d_{84} \leq 4,0$.

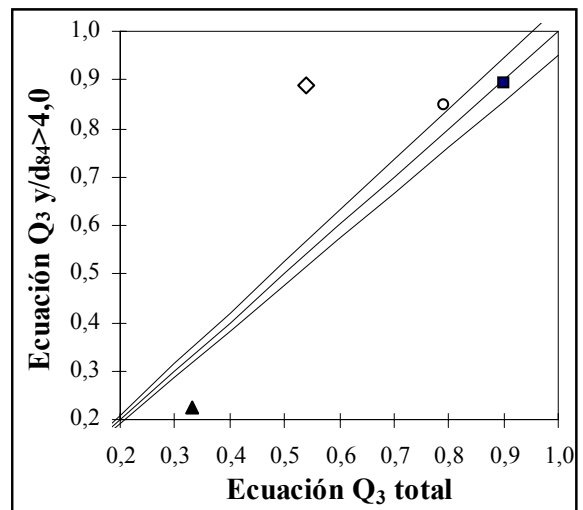


Figura H54. Relación de los estadísticos del modelo Q₃ para el conjunto total y el conjunto $y/d_{84} > 4,0$.

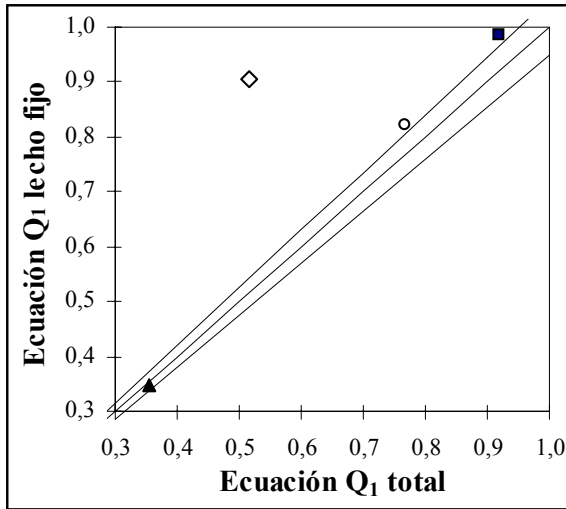


Figura H55. Relación de los estadísticos del modelo Q₁ para el conjunto total y el conjunto $\tau/\tau_c \leq 1,0$.

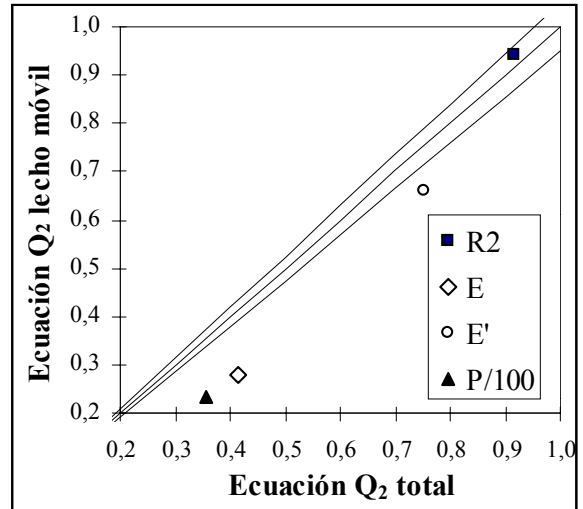


Figura H58. Relación de los estadísticos del modelo Q₂ para el conjunto total y el conjunto $\tau/\tau_c > 1,0$.

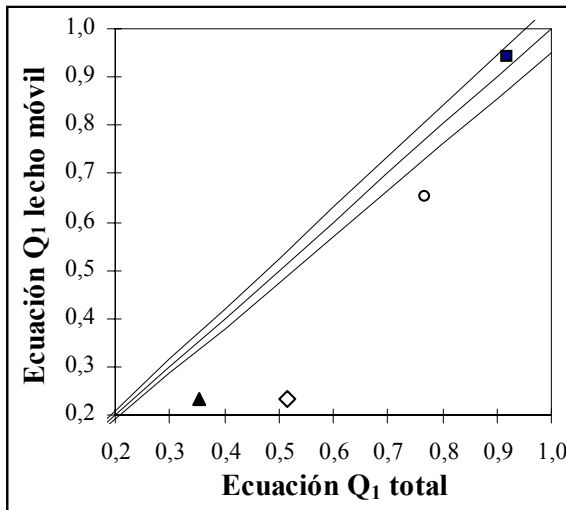


Figura H56. Relación de los estadísticos del modelo Q₁ para el conjunto total y el conjunto $\tau/\tau_c > 1,0$.

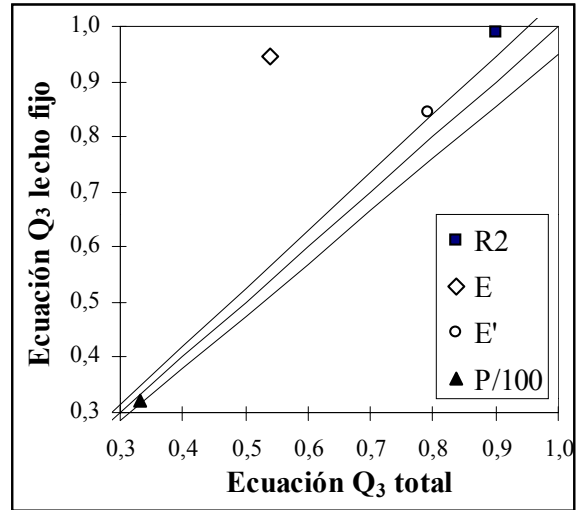


Figura H59. Relación de los estadísticos del modelo Q₃ para el conjunto total y el conjunto $\tau/\tau_c \leq 1,0$.

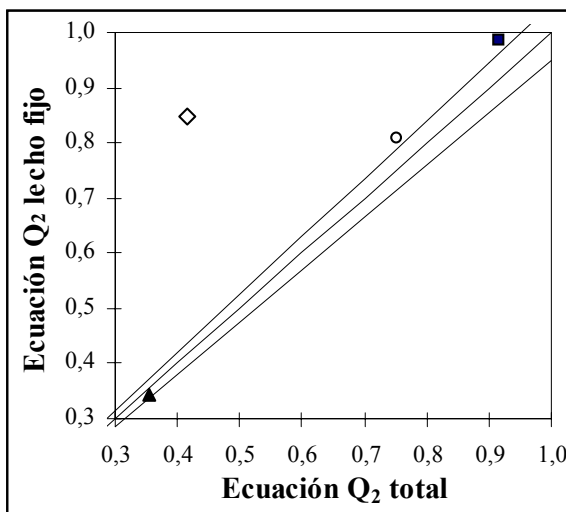


Figura H57. Relación de los estadísticos del modelo Q₂ para el conjunto total y el conjunto $\tau/\tau_c \leq 1,0$.

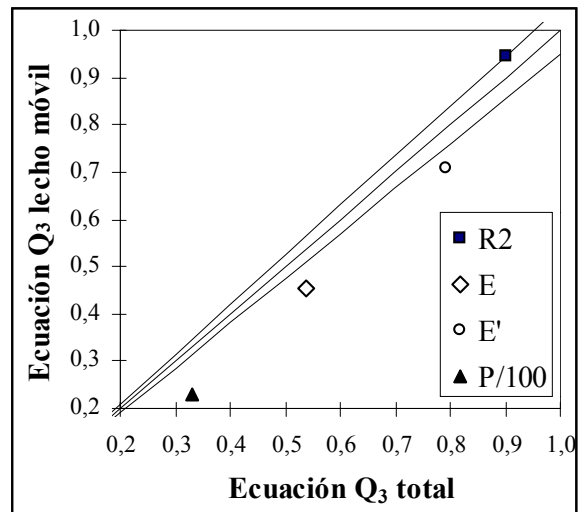


Figura H60. Relación de los estadísticos del modelo Q₃ para el conjunto total y el conjunto $\tau/\tau_c > 1,0$.

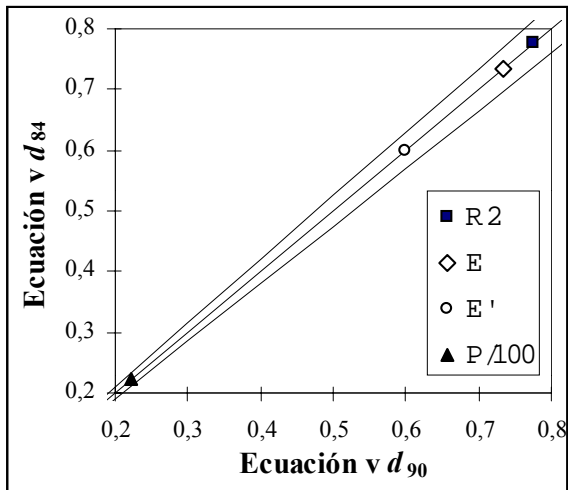


Figura H61. Contraste de los índices de ajuste para la modelo (v) en función de d_{90} y de d_{84} . Conjunto total.

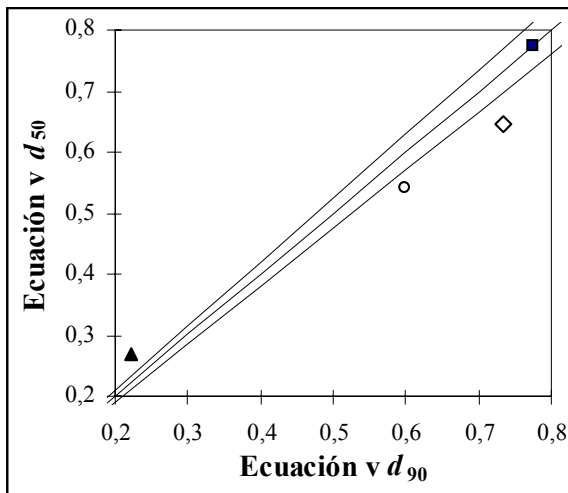


Figura H62. Contraste de los índices de ajuste para la modelo (v) en función de d_{90} y de d_{50} . Conjunto total.

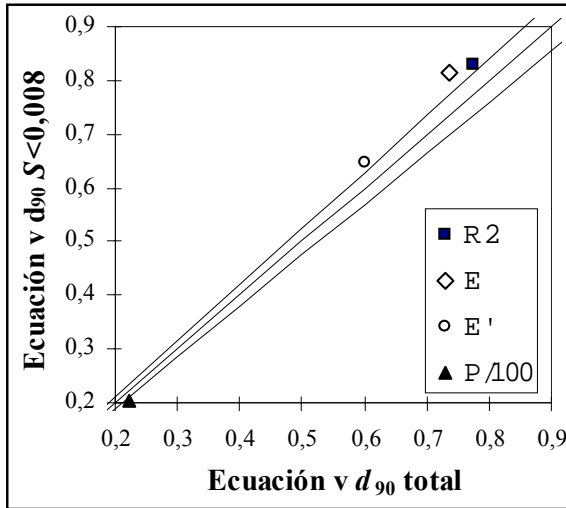


Figura H63. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{90} . Conjunto total y $S \leq 0,008$.

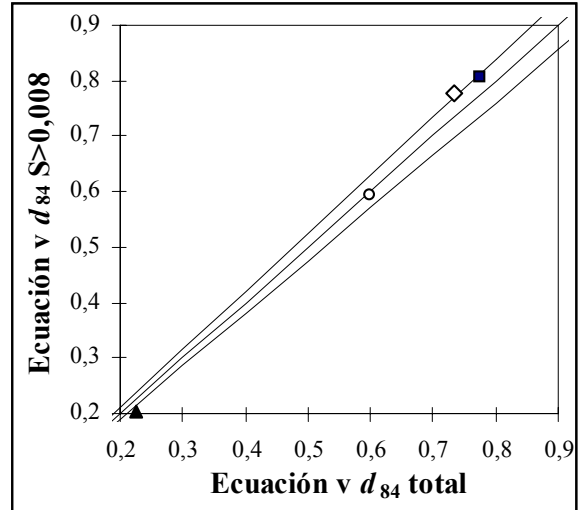


Figura H66. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{84} . Conjunto total y $S > 0,008$.

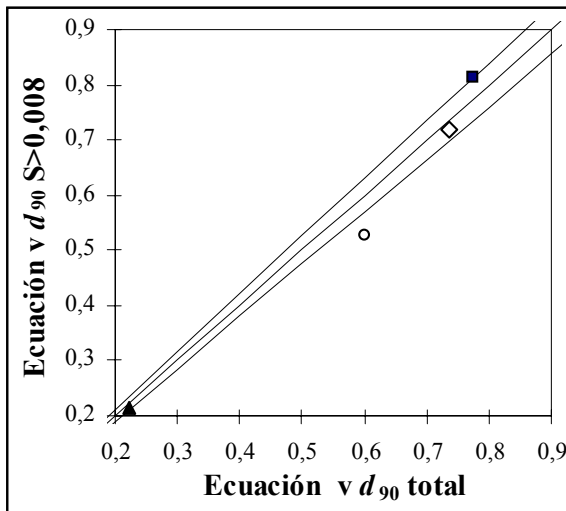


Figura H64. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{90} . Conjunto total y $S > 0,008$.

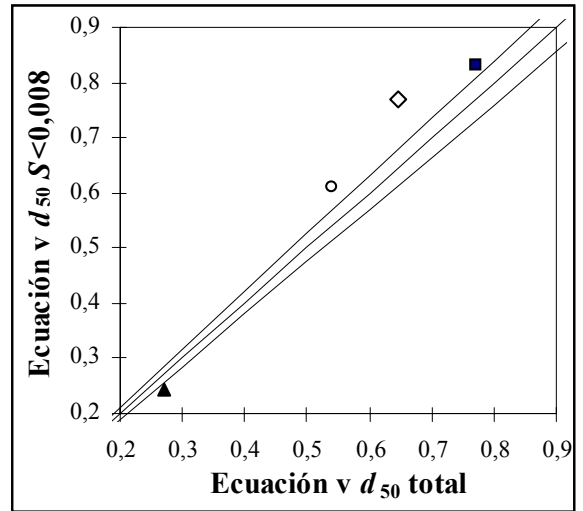


Figura H67. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{50} . Conjunto total y $S \leq 0,008$.

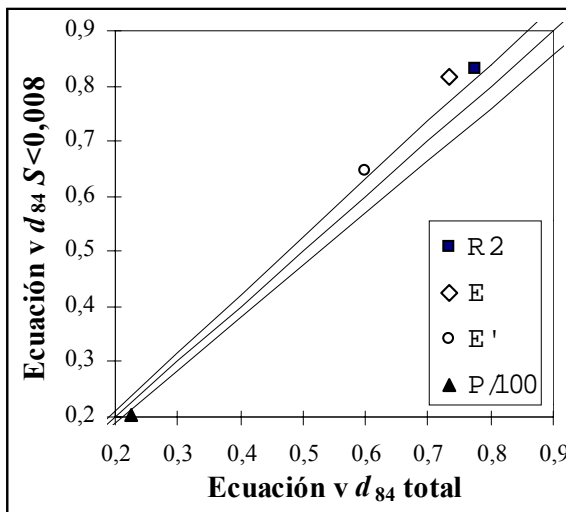


Figura H65. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{84} . Conjunto total y $S \leq 0,008$.

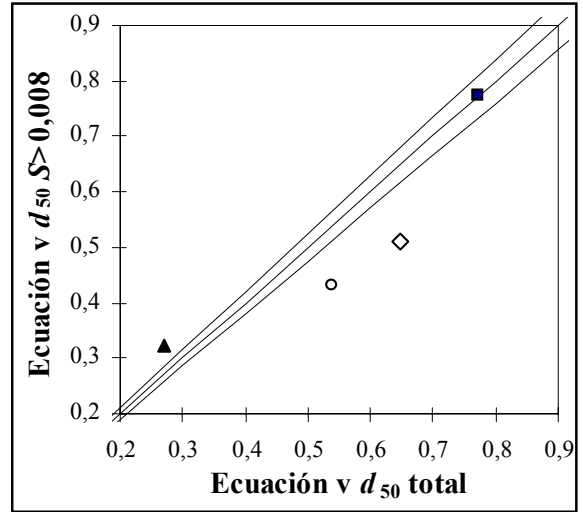


Figura H68. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{50} . Conjunto total y $S > 0,008$.

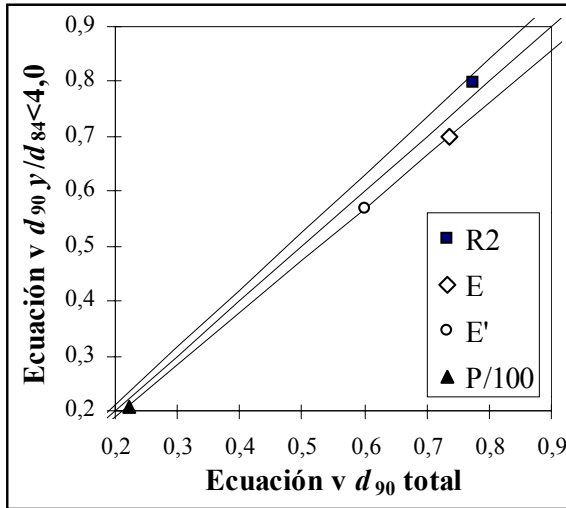


Figura H69. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{90} . Conjunto total y $y/d_{84} \leq 4,0$.

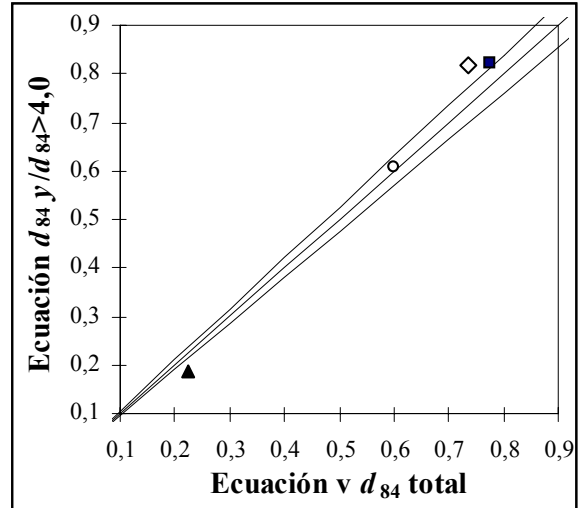


Figura H72. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{84} . Conjunto total y $y/d_{84} > 4,0$.

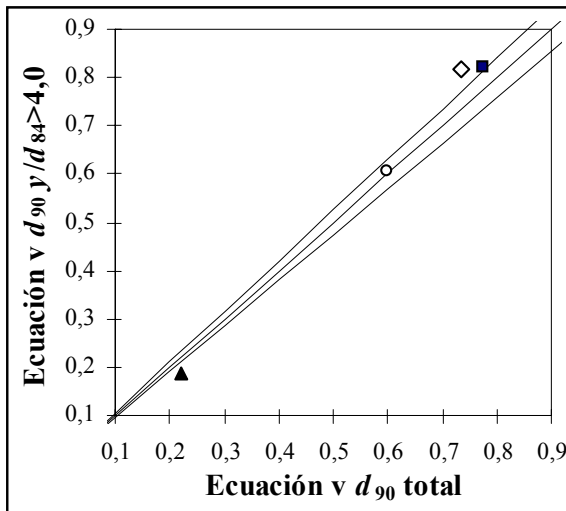


Figura H70. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{90} . Conjunto total y $y/d_{84} > 4,0$.

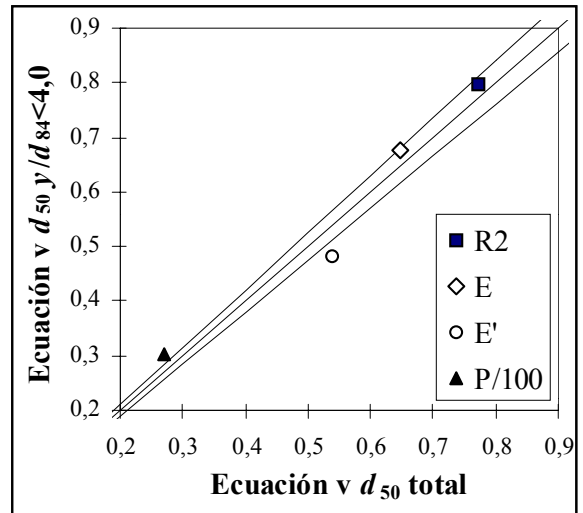


Figura H73. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{50} . Conjunto total y $y/d_{84} \leq 4,0$.

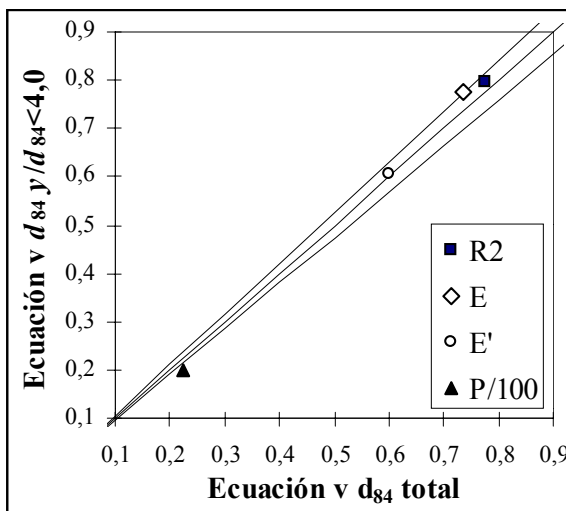


Figura H71. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{84} . Conjunto total y $y/d_{84} \leq 4,0$.

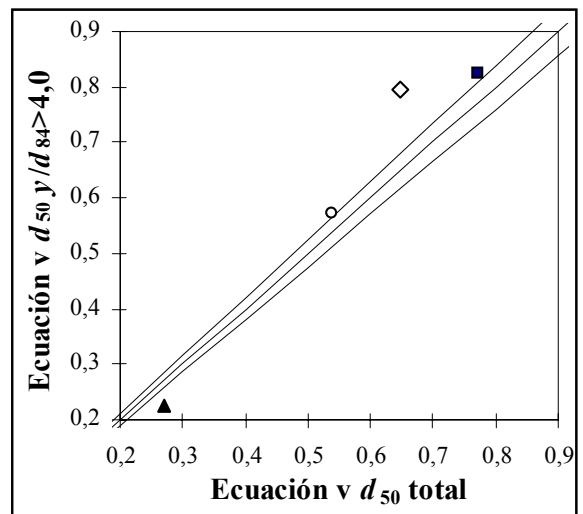


Figura H74. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{50} . Conjunto total y $y/d_{84} > 4,0$.

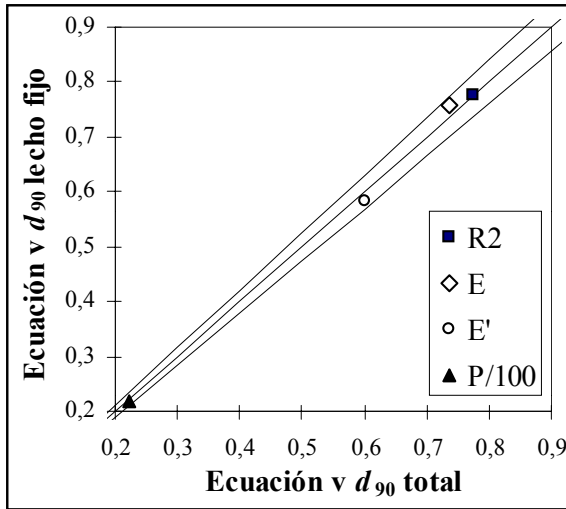


Figura H75. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{90} . Conjunto total y $\tau/\tau_c \leq 1,0$.

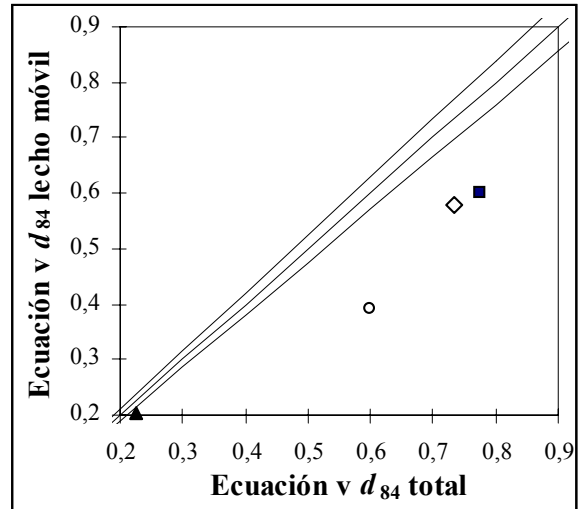


Figura H78. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{84} . Conjunto total y $\tau/\tau_c > 1,0$.

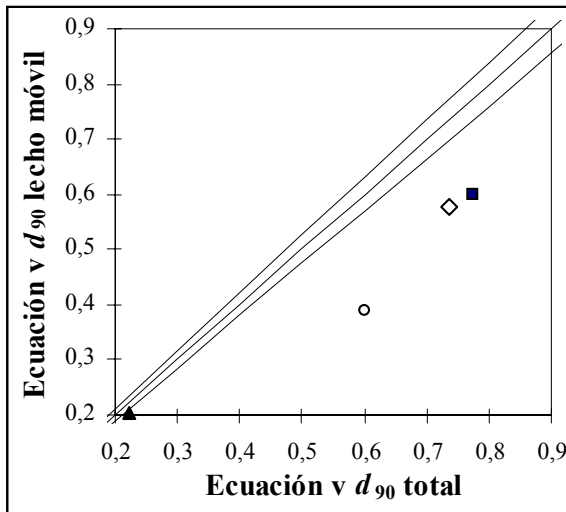


Figura H76. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{90} . Conjunto total y $\tau/\tau_c > 1,0$.

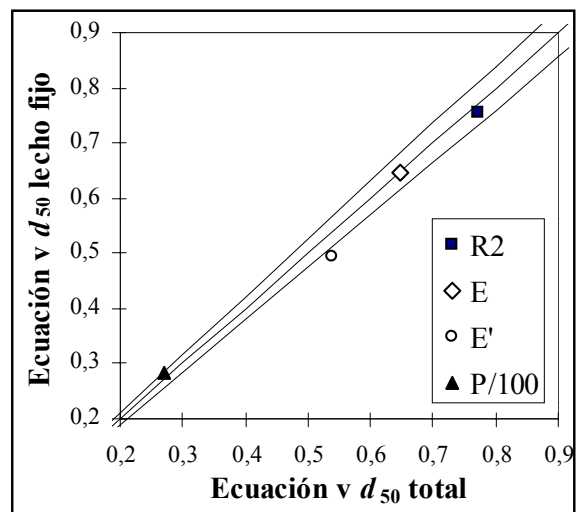


Figura H79. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{50} . Conjunto total y $\tau/\tau_c \leq 1,0$.

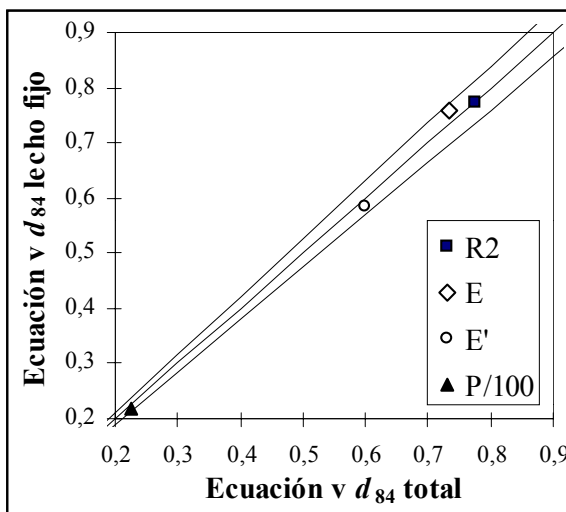


Figura H77. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{84} . Conjunto total y $\tau/\tau_c > 1,0$.

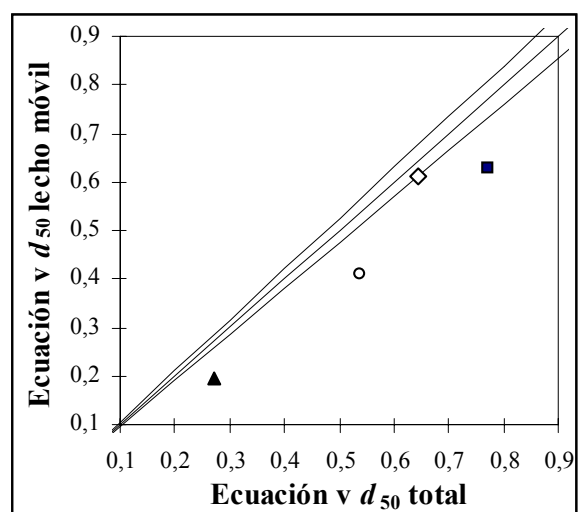


Figura H80. Contraste de los estadísticos del modelo (v) función de d_{50} . Conjunto total y $\tau/\tau_c > 1,0$.

I

Apéndice

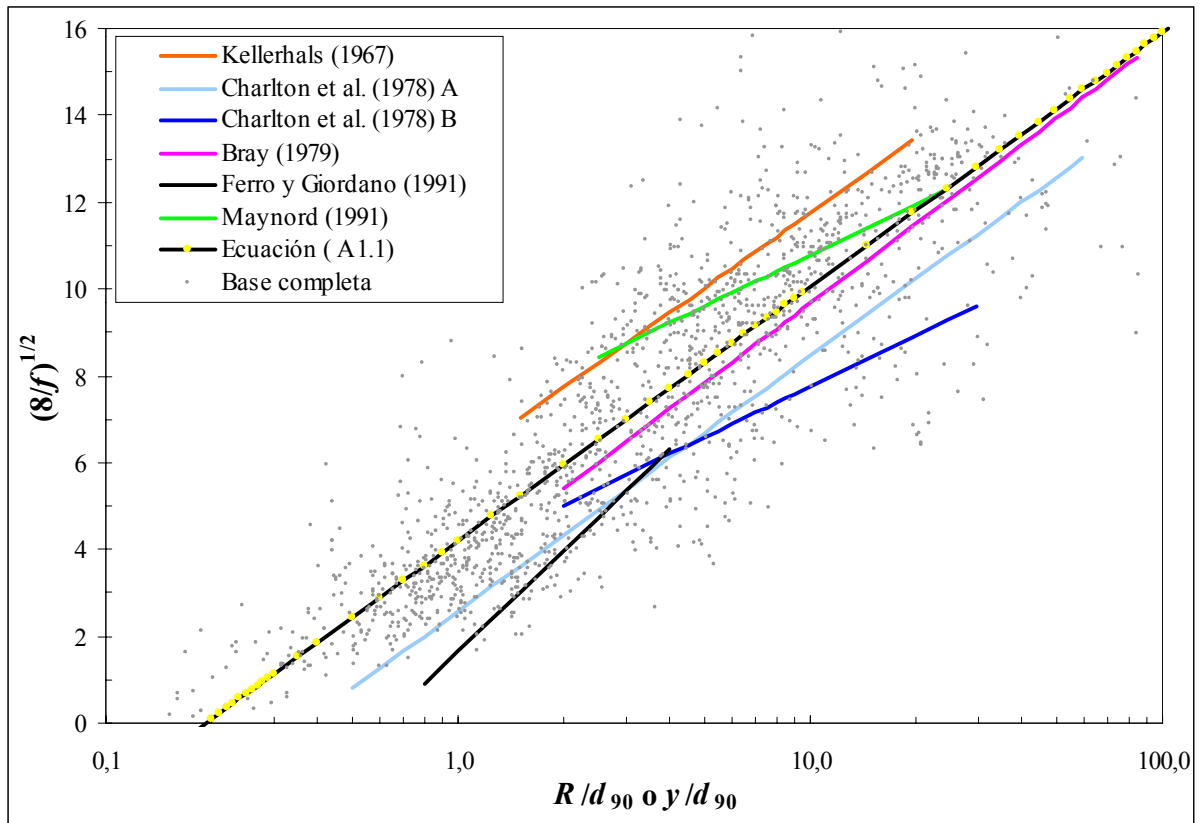


Figura 11. Comparación de la ecuación (A1.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (A) cuando la sumersión se expresa en función de d_{90} .

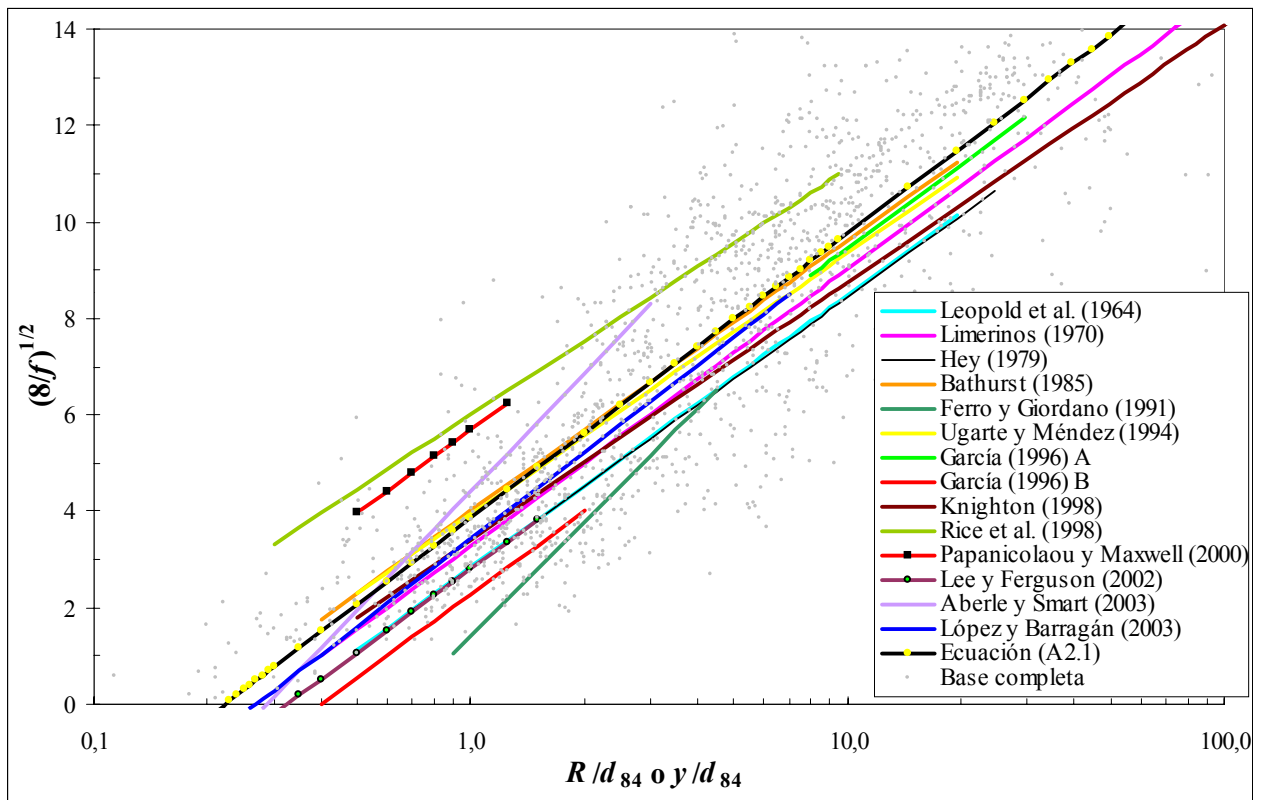


Figura 12. Comparación de la ecuación (A2.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (A) cuando la sumersión se expresa en función de d_{84} .

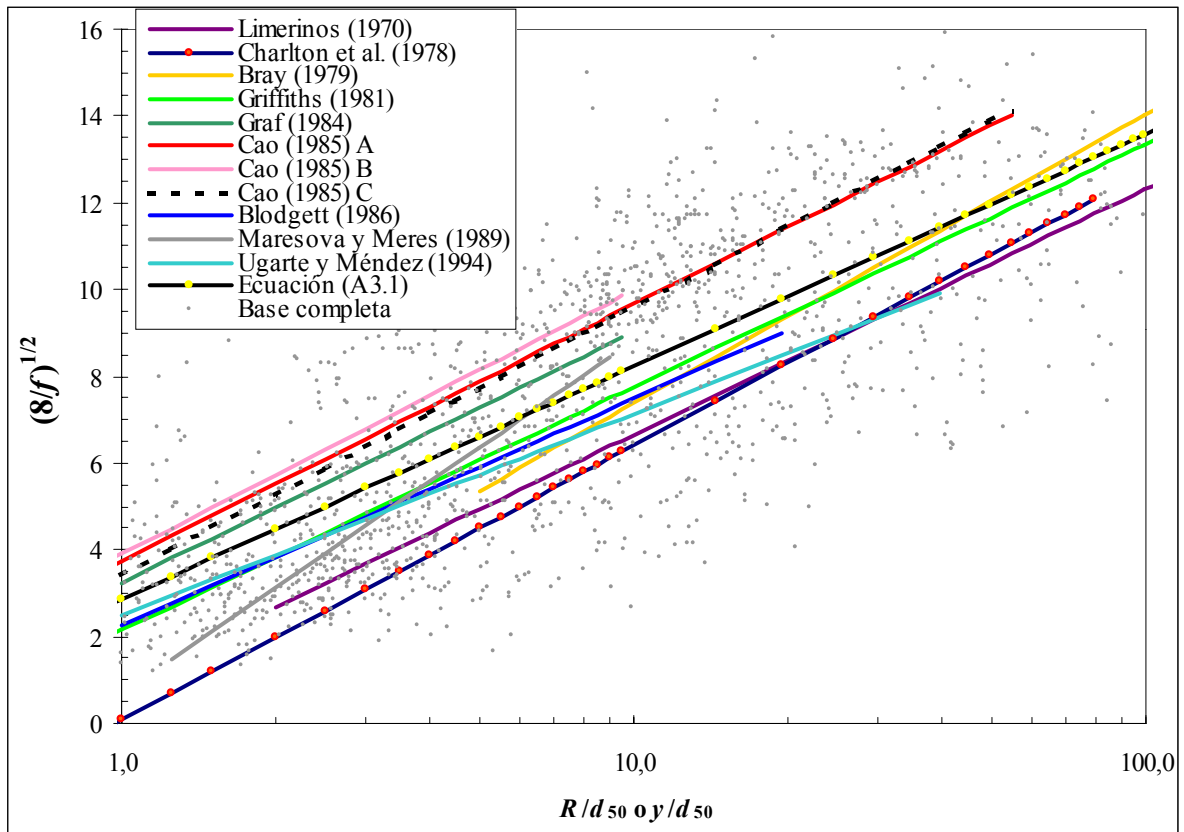


Figura I3. Comparación de la ecuación (A3.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (A) cuando la sumersión se expresa en función de d_{50} .

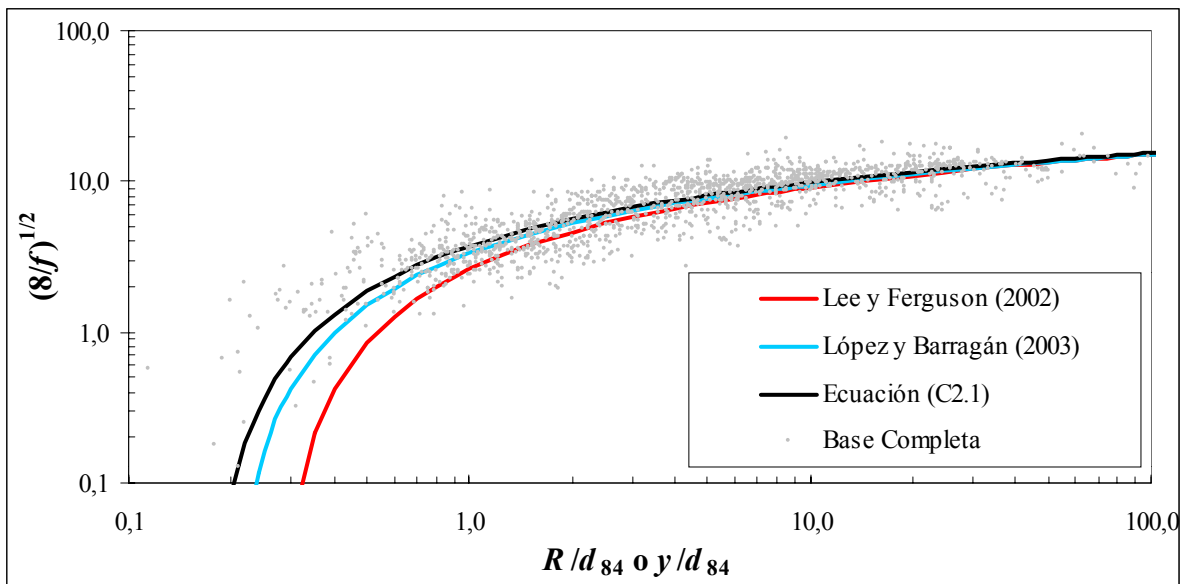


Figura I4. Comparación de la ecuación (C2.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (C) cuando la sumersión se expresa en función de d_{84} .

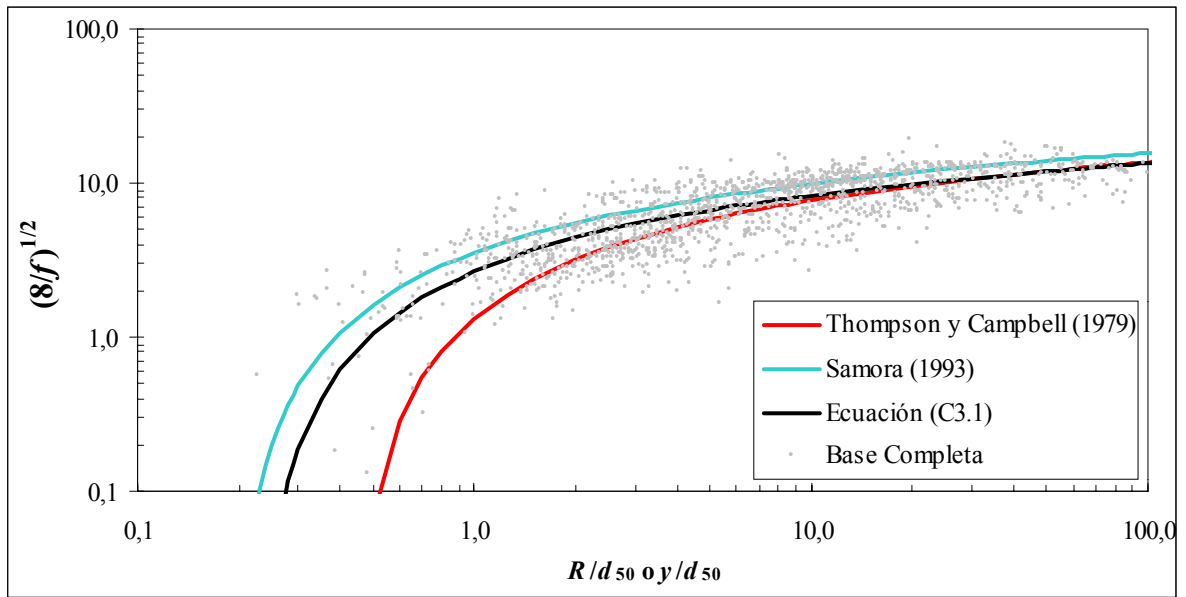


Figura I5. Comparación de la ecuación (C3.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (C) cuando la sumersión se expresa en función de d_{50} .

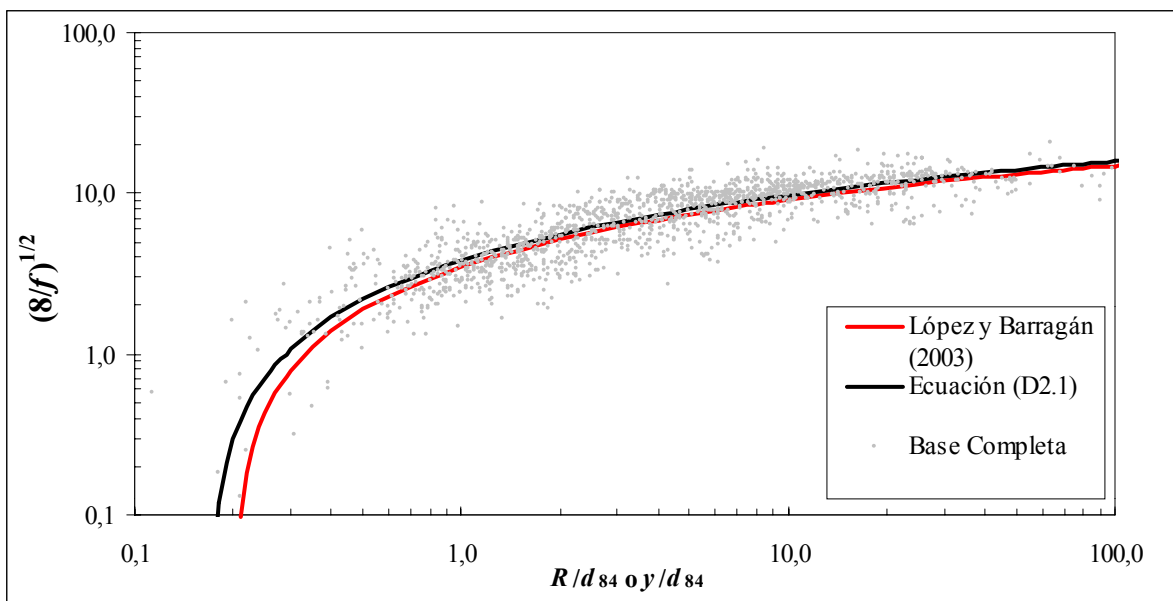


Figura I6. Comparación de la ecuación (D2.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (D) cuando la sumersión se expresa en función de d_{84} .

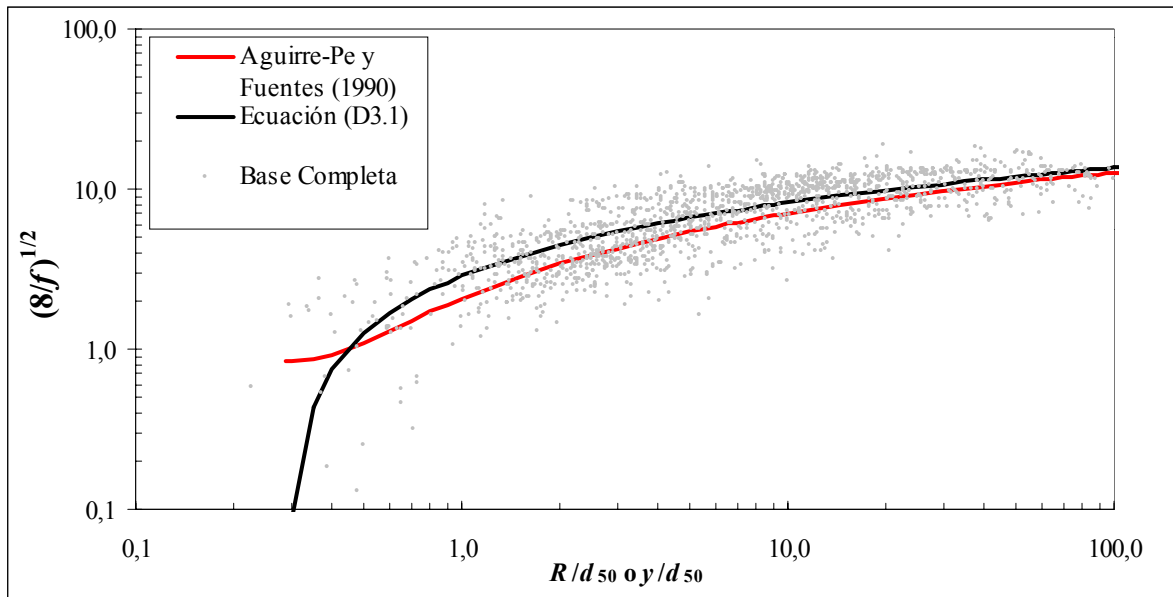


Figura I7. Comparación de la ecuación (D3.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (D) cuando la sumersión se expresa en función de d_{50} .

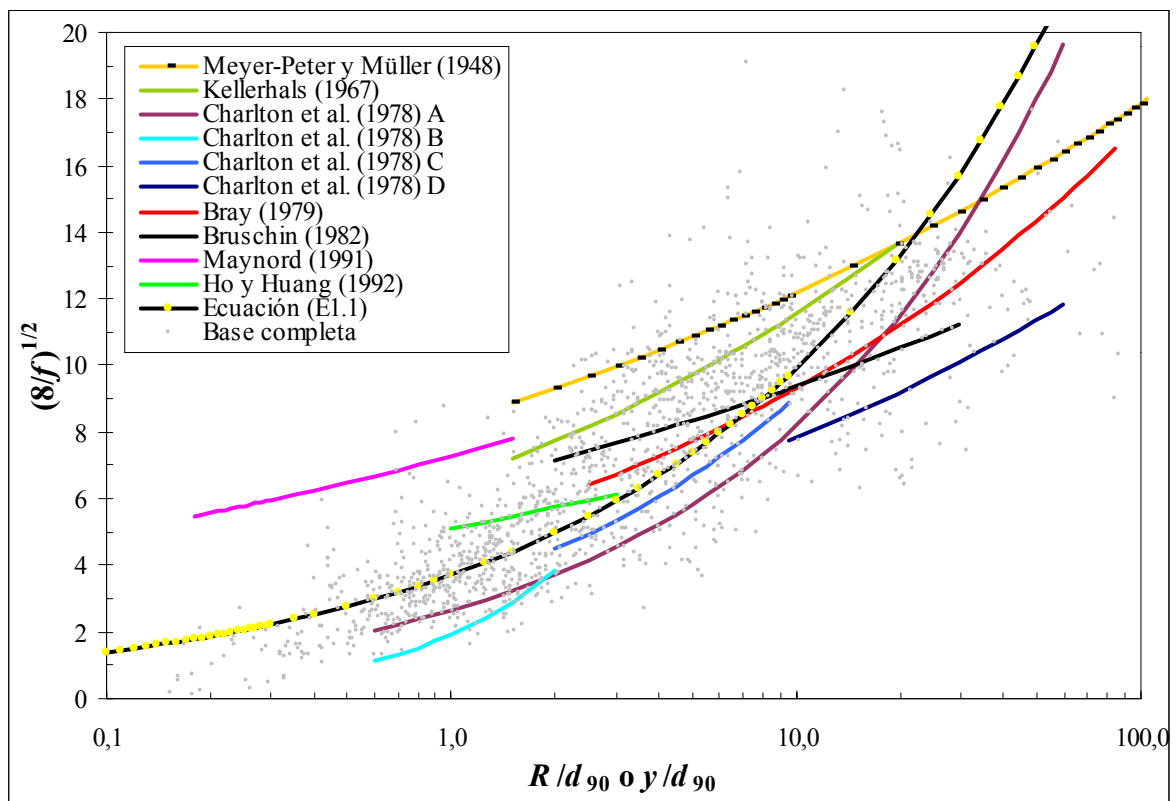


Figura I8. Comparación de la ecuación (E1.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (E) cuando la sumersión se expresa en función de d_{90} .

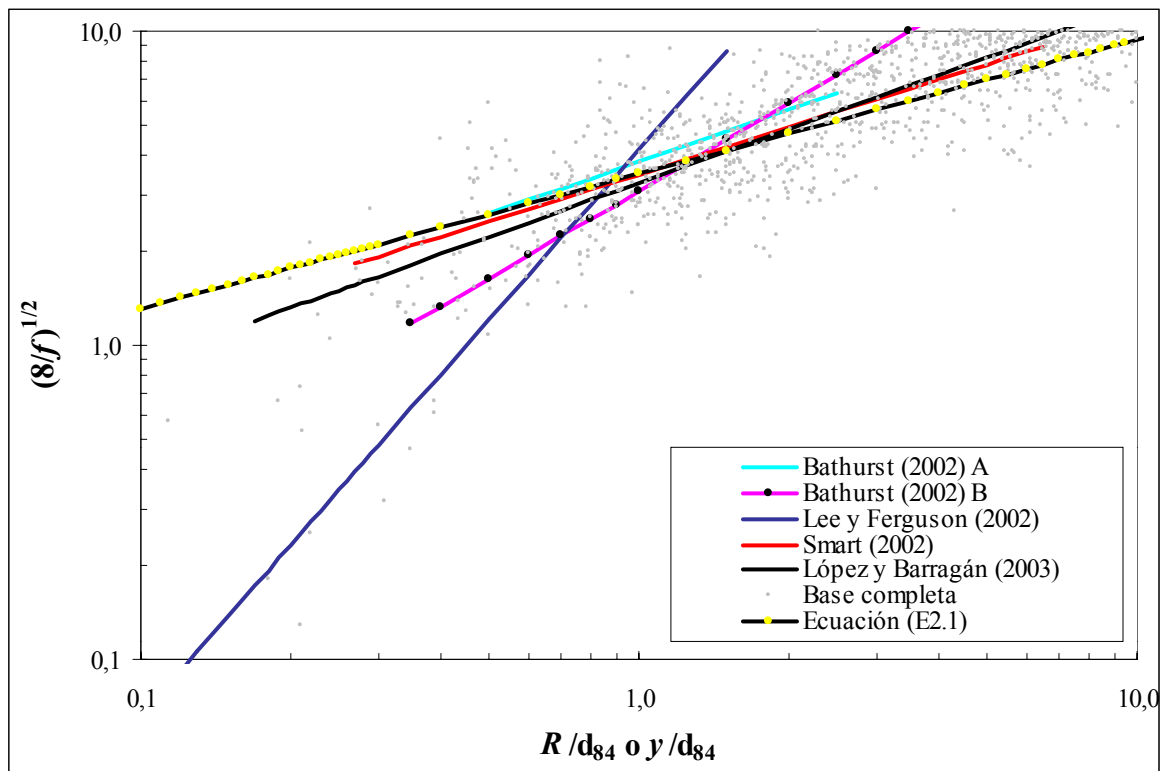


Figura I9. Comparación de la ecuación (E2.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (E) cuando la sumersión se expresa en función de d_{84} .

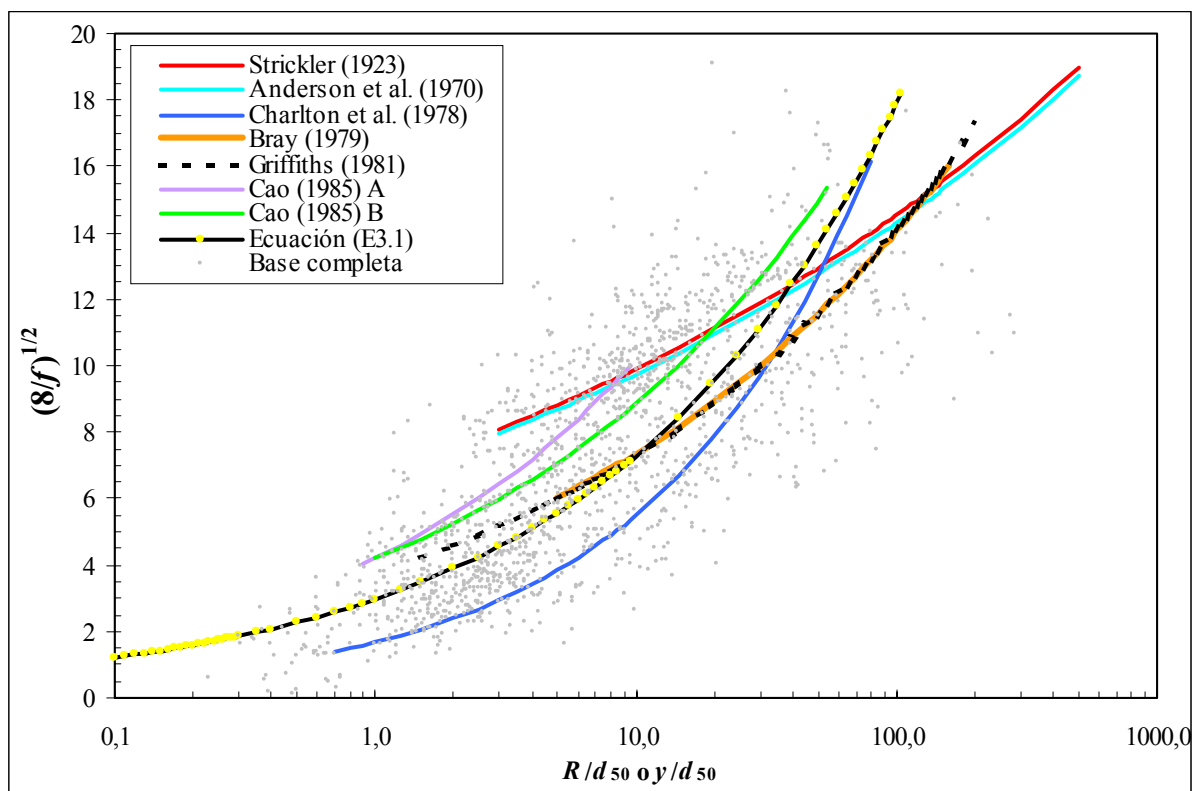


Figura II0. Comparación de la ecuación (E3.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (E) cuando la sumersión se expresa en función de d_{50} .

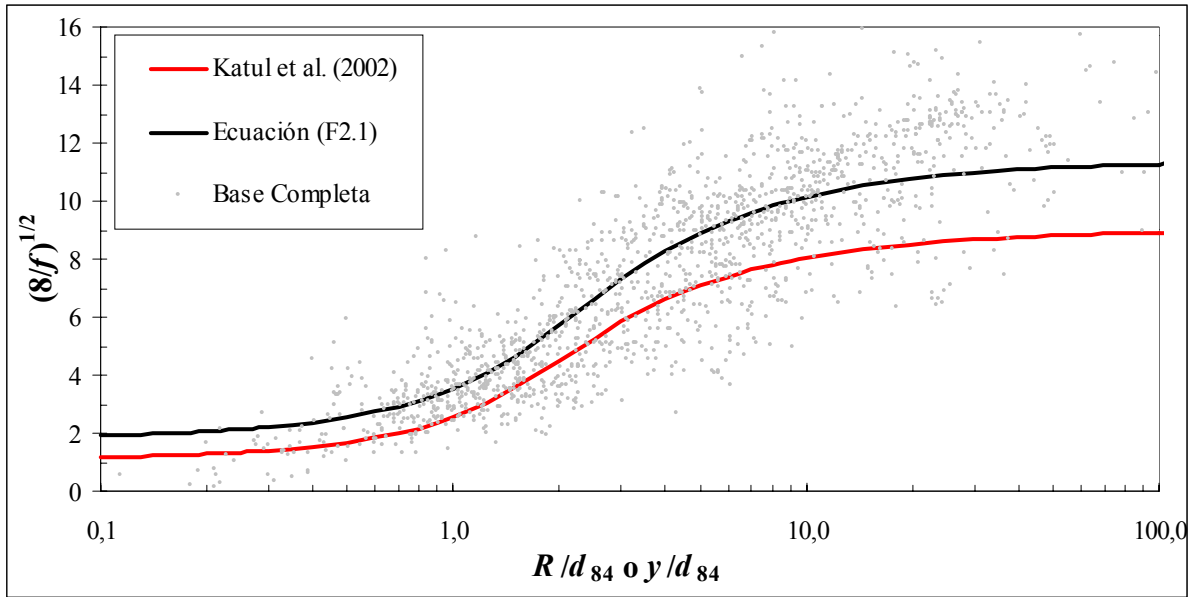


Figura I11. Comparación de la ecuación (F2.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (F) cuando la sumersión se expresa en función de d_{84} .

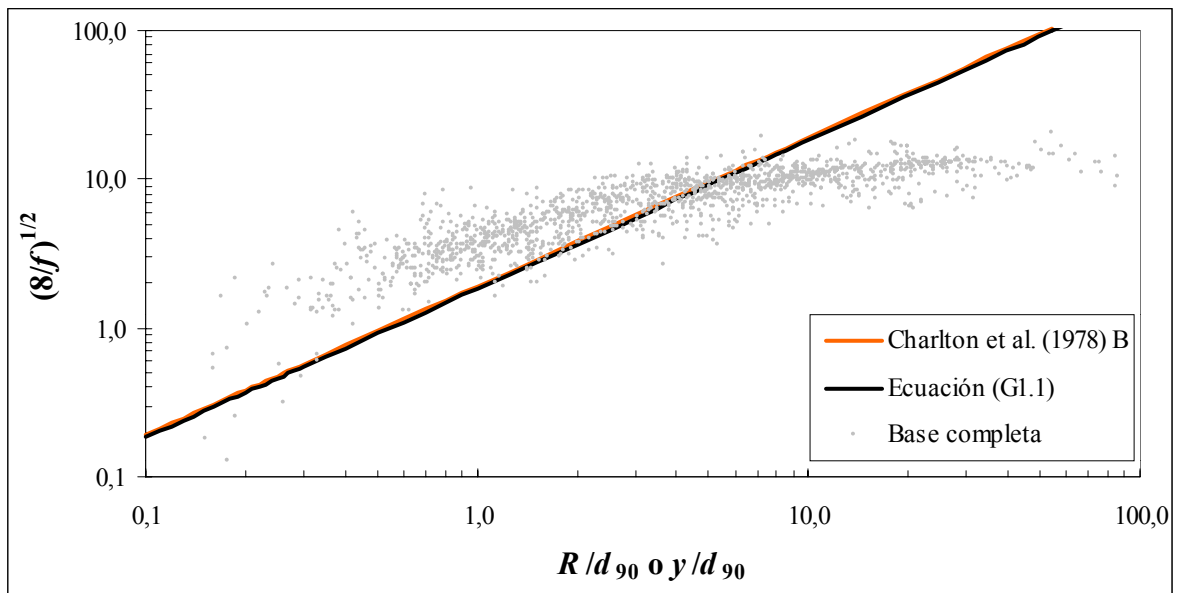


Figura I12. Comparación de la ecuación (G1.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (G) cuando la sumersión se expresa en función de d_{90} .

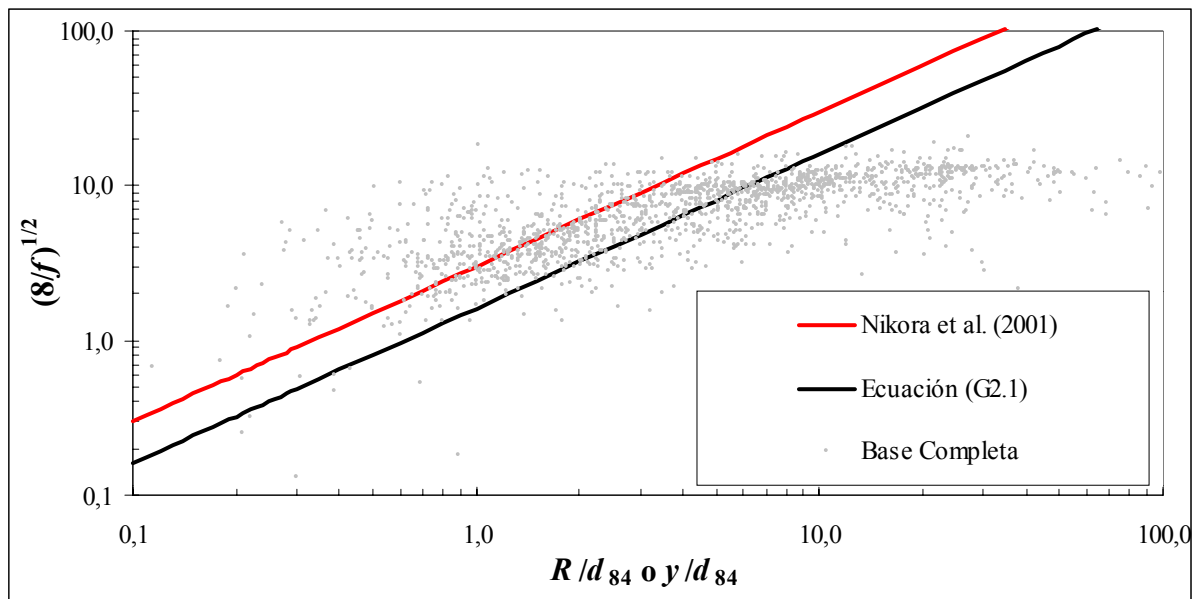


Figura I13. Comparación de la ecuación (G2.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (G) cuando la sumersión se expresa en función de d_{84} .

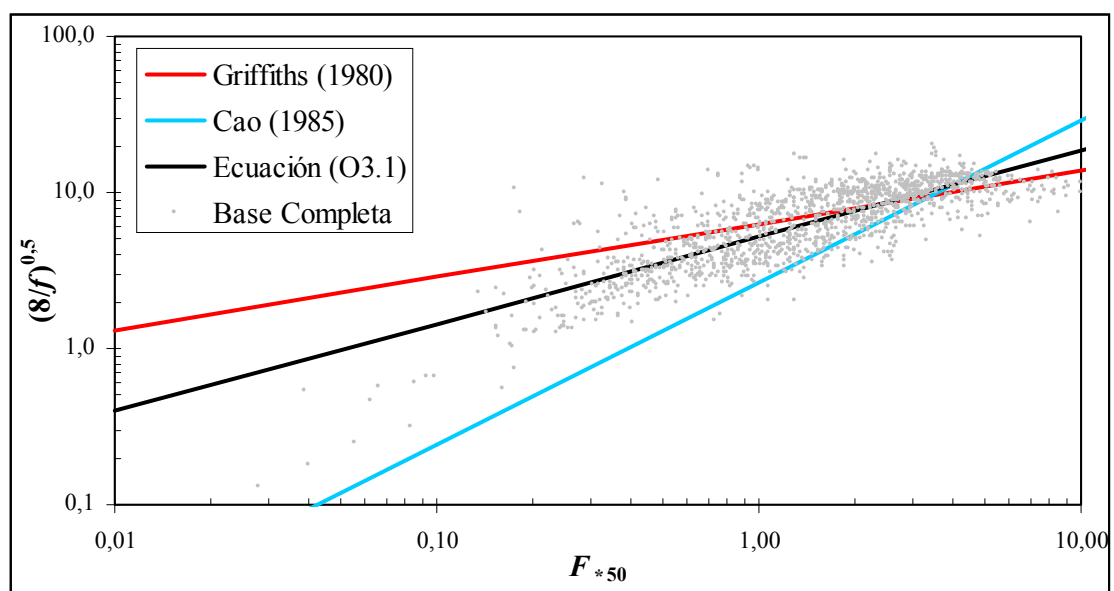


Figura I14. Comparación de la ecuación (O3.1) con ecuaciones ajustadas por otros autores según el modelo (O) cuando el número de Froude de partícula se expresa en función de d_{50} .

J

Apéndice

Tabla J1. Clasificación en función de CAI y CBI de las ecuaciones que predicen f . Sumersión expresada en función de d_{90} .

Ecuación	CAI	CBI
$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln \left(\left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,783} S^{-2,082} F^{3,986} \right) - 1,356$	578,0	597,2
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,16 \log \left(\frac{y}{d_{90}} \right) + 3,53F - 0,88 \frac{\tau}{\tau_c} + 2,71$	1.201,2	1.220,4
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,181 \log \left(\frac{5,295y}{d_{90}} \right) F^{0,107}$	1.594,5	1.608,4
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,635 \log \left(S^{-0,057} \frac{y}{d_{90}} \right) + 3,655$	1.713,0	1.726,9
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,858 \log \left(5,232 \frac{y}{d_{90}} \right) \left(1 - e^{\frac{-2,726y}{\sqrt{S \cdot d_{90}}}} \right)^{0,5}$	1.724,1	1.738,0
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,405 \log \left(\frac{7,864y}{d_{90}} \right) \left(1 - \frac{0,153d_{90}}{y} \right)$	1.750,5	1.758,7
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,87 \left(1 + \frac{1,25 \cdot d_{90}}{y} \ln \left(\frac{\cosh \left(\frac{1}{1,25} - \frac{y}{1,25 \cdot d_{90}} \right)}{\cosh (1 / 1,25)} \right) \right)$	1.765,5	1.774,2
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,853 \log \left(\frac{y}{d_{90}} \right) + 4,195$	1.767,0	1.775,7
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,032 \log \left(\frac{y}{d_{90}} \right) + 4,009 + 0,154 \frac{d_{90}}{y}$	1.767,0	1.781,0
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,809 \left(\left(\frac{y}{y - 0,109d_{90}} \right) \ln \left(\frac{9,174y}{d_{90}} \right) - 1 \right)$	1.785,4	1.794,1
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,365 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,409} F^{0,238}$	2.259,2	2.273,1
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,532 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,421} S^{-0,0112}$	2.536,0	2.550,0
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,714 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,426}$	2.597,7	2.606,4
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,209 \left(\frac{v}{\sqrt{g \cdot d_{90}}} \right)^{0,517}$	2.868,9	2.877,5
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1,834 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)$	8.790,8	8.794,1

Tabla J2. Clasificación en función de CAI y CBI de las ecuaciones que predicen f . Sumersión expresada en función de d_{84} .

Ecuación	CAI	CBI
$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln\left(\left(\frac{y}{d_{84}}\right)^{0,764} S^{-2,108} F^{4,062}\right) - 1,506$	594,0	613,2
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,24 \log\left(\frac{y}{d_{84}}\right) + 3,70F - 0,89 \frac{\tau}{\tau_c} + 2,23$	1.232,1	1.251,4
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,324 \log\left(\frac{4,521y}{d_{84}}\right) F^{0,124}$	1.618,5	1.632,5
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,739 \log\left(S^{-0,041} \frac{y}{d_{84}}\right) + 3,480$	1.781,3	1795,2
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,910 \log\left(4,522 \frac{y}{d_{84}}\right) \left(1 - e^{\frac{-2,421y}{\sqrt{S} \cdot d_{84}}}\right)^{0,5}$	1.786,8	1800,7
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,456 \log\left(\frac{6,791y}{d_{84}}\right) \left(1 - \frac{0,177d_{84}}{y}\right)$	1.814,5	1.823,2
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,902 \log\left(\frac{y}{d_{84}}\right) + 3,858$	1.832,3	1.840,9
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,083 \log\left(\frac{y}{d_{84}}\right) + 3,661 + 0,178 \frac{d_{84}}{y}$	1.832,5	1.846,5
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,825 \left(\left(\frac{y}{y - 0,124d_{84}}\right) \ln\left(\frac{8,065y}{d_{84}}\right) - 1\right)$	1.846,3	1.855,0
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,70 \left(1 + \frac{1,19 \cdot d_{84}}{y} \ln\left(\frac{\cosh\left(\frac{1}{1,19} - \frac{y}{1,19 \cdot d_{84}}\right)}{\cosh(1/1,19)}\right)\right)$	1.879,3	1.888,0
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,178 \left(\frac{y}{d_{84}}\right)^{0,414} F^{0,257}$	2.269,9	2.283,8
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,429 \left(\frac{y}{d_{84}}\right)^{0,429} S^{-0,00463}$	2.608,9	2.622,8
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,510 \left(\frac{y}{d_{84}}\right)^{0,429}$	2.663,0	2.671,7
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,026 \left(\frac{v}{\sqrt{g \cdot d_{84}}}\right)^{0,527}$	2.854,1	2.862,7
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1,613 \left(\frac{y}{d_{84}}\right)$	8.770,9	8.774,3

Tabla J3. Clasificación en función de P de las ecuaciones que predicen f . Sumersión expresada en función de d_{90} .

Ecuación	P
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,181 \log\left(\frac{5,295y}{d_{90}}\right) F^{0,107}$	21,8
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,405 \log\left(\frac{7,864y}{d_{90}}\right) \left(1 - \frac{0,153d_{90}}{y}\right)$	22,4
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,365 \left(\frac{y}{d_{90}}\right)^{0,409} F^{0,238}$	22,5
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,16 \log\left(\frac{y}{d_{90}}\right) + 3,53F - 0,88 \frac{\tau}{\tau_c} + 2,71$	22,7
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,032 \log\left(\frac{y}{d_{90}}\right) + 4,009 + 0,154 \frac{d_{90}}{y}$	22,9
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,809 \left(\left(\frac{y}{y - 0,109d_{90}} \right) \ln\left(\frac{9,174y}{d_{90}} \right) - 1 \right)$	23,4
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,853 \log\left(\frac{y}{d_{90}}\right) + 4,195$	23,7
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,858 \log\left(5,232 \frac{y}{d_{90}}\right) \left(1 - e^{\frac{-2,726y}{\sqrt{S} \cdot d_{90}}}\right)^{0,5}$	23,7
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,635 \log\left(S^{-0,057} \frac{y}{d_{90}}\right) + 3,655$	24,0
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,87 \left(1 + \frac{1,25 \cdot d_{90}}{y} \ln \left(\frac{\cosh\left(\frac{1}{1,25} - \frac{y}{1,25 \cdot d_{90}}\right)}{\cosh(1/1,25)} \right) \right)$	26,2
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,714 \left(\frac{y}{d_{90}}\right)^{0,426}$	26,6
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,532 \left(\frac{y}{d_{90}}\right)^{0,421} S^{-0,0112}$	26,9
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,209 \left(\frac{v}{\sqrt{g \cdot d_{90}}}\right)^{0,517}$	29,8
$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln\left(\left(\frac{y}{d_{90}}\right)^{0,783} S^{-2,082} F^{3,986}\right) - 1,356$	32,4
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1,834 \left(\frac{y}{d_{90}}\right)$	84,5

Tabla J4. Clasificación en función de P de las ecuaciones que predicen f . Sumersión expresada en función de d_{84} .

Ecuación	P
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,324 \log\left(\frac{4,521y}{d_{84}}\right) F^{0,124}$	22,4
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,178 \left(\frac{y}{d_{84}}\right)^{0,414} F^{0,257}$	22,6
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,456 \log\left(\frac{6,791y}{d_{84}}\right) \left(1 - \frac{0,177d_{84}}{y}\right)$	23,5
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,24 \log\left(\frac{y}{d_{84}}\right) + 3,70F - 0,89 \frac{\tau}{\tau_c} + 2,23$	23,5
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,083 \log\left(\frac{y}{d_{84}}\right) + 3,661 + 0,178 \frac{d_{84}}{y}$	23,9
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,825 \left(\left(\frac{y}{y - 0,124d_{84}} \right) \ln\left(\frac{8,065y}{d_{84}}\right) - 1 \right)$	24,6
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,902 \log\left(\frac{y}{d_{84}}\right) + 3,858$	24,7
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,910 \log\left(4,522 \frac{y}{d_{84}}\right) \left(1 - e^{\frac{-2,421y}{\sqrt{S} \cdot d_{84}}}\right)^{0,5}$	24,8
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,739 \log\left(S^{-0,041} \frac{y}{d_{84}}\right) + 3,480$	25,0
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,70 \left(1 + \frac{1,19 \cdot d_{84}}{y} \ln \left(\frac{\cosh\left(\frac{1}{1,19} - \frac{y}{1,19 \cdot d_{84}}\right)}{\cosh(1/1,19)} \right) \right)$	27,3
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,510 \left(\frac{y}{d_{84}}\right)^{0,429}$	27,3
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,429 \left(\frac{y}{d_{84}}\right)^{0,429} S^{-0,00463}$	27,6
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,026 \left(\frac{v}{\sqrt{g \cdot d_{84}}}\right)^{0,527}$	29,8
$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln\left(\left(\frac{y}{d_{84}}\right)^{0,764} S^{-2,108} F^{4,062}\right) - 1,506$	32,8
$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1,613 \left(\frac{y}{d_{84}}\right)$	82,4

K

Apéndice

Tabla K1. Validación de las ecuaciones predictoras de f .

Ecuación (A1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,853 \log\left(\frac{y}{d_{90}}\right) + 4,195$$

Restricción	Validación
N	1.533
Et	1,776
R^2	0,758
E	0,757
E'	0,570
P	23,7
D_{25}	68,5
D_{50}	88,3

Ecuación (B1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,809 \left(\left(\frac{y}{y - 0,109d_{90}} \right) \ln\left(\frac{9,174y}{d_{90}} \right) - 1 \right)$$

Restricción	Validación
N	1.533
Et	1,784
R^2	0,756
E	0,755
E'	0,571
P	23,5
D_{25}	68,4
D_{50}	88,7

Ecuación (A2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,902 \log\left(\frac{y}{d_{84}}\right) + 3,858$$

Restricción	Validación
N	1.533
Et	1,813
R^2	0,748
E	0,746
E'	0,554
P	24,7
D_{25}	66,6
D_{50}	87,5

Ecuación (B2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2,825 \left(\left(\frac{y}{y - 0,124d_{84}} \right) \ln\left(\frac{8,065y}{d_{84}} \right) - 1 \right)$$

Restricción	-
N	1.533
Et	1,822
R^2	0,745
E	0,744
E'	0,553
P	24,7
D_{25}	67,0
D_{50}	88,3

Tabla K1 (continuación)

Ecuación (C1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,405 \log\left(\frac{7,864y}{d_{90}}\right) \left(1 - \frac{0,153d_{90}}{y}\right)$$

Restricción	Validación
<i>N</i>	1,533
<i>Et</i>	1,766
<i>R</i> ²	0,761
<i>E</i>	0,759
<i>E'</i>	0,575
<i>P</i>	22,6
<i>D</i> ₂₅	69,1
<i>D</i> ₅₀	88,6

Ecuación (D1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,032 \log\left(\frac{y}{d_{90}}\right) + 4,009 + 0,154 \frac{d_{90}}{y}$$

Restricción	Validación
<i>N</i>	1,533
<i>Et</i>	1,774
<i>R</i> ²	0,758
<i>E</i>	0,757
<i>E'</i>	0,572
<i>P</i>	23,2
<i>D</i> ₂₅	68,6
<i>D</i> ₅₀	88,6

Ecuación (C2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,456 \log\left(\frac{6,791y}{d_{84}}\right) \left(1 - \frac{0,177d_{84}}{y}\right)$$

Restricción	Validación
<i>N</i>	1,533
<i>Et</i>	1,803
<i>R</i> ²	0,751
<i>E</i>	0,749
<i>E'</i>	0,559
<i>P</i>	23,6
<i>D</i> ₂₅	67,0
<i>D</i> ₅₀	87,8

Ecuación (D2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,083 \log\left(\frac{y}{d_{84}}\right) + 3,661 + 0,178 \frac{d_{84}}{y}$$

Restricción	Validación
<i>N</i>	1,533
<i>Et</i>	1,812
<i>R</i> ²	0,748
<i>E</i>	0,747
<i>E'</i>	0,556
<i>P</i>	24,0
<i>D</i> ₂₅	66,8
<i>D</i> ₅₀	88,5

Tabla K1 (continuación)

Ecuación (E1.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,714 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,426}$	
Restricción	Validación
<i>N</i>	1.533
<i>Et</i>	2,100
<i>R</i> ²	0,662
<i>E</i>	0,584
<i>E'</i>	0,476
<i>P</i>	26,7
<i>D</i> ₂₅	64,9
<i>D</i> ₅₀	89,7

Ecuación (F1.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,87 \left[1 + \frac{1,25 \cdot d_{90}}{y} \ln \left(\frac{\cosh \left(\frac{1}{1,25} - \frac{y}{1,25 \cdot d_{90}} \right)}{\cosh (1 / 1,25)} \right) \right]$	
Restricción	Validación
<i>N</i>	1.533
<i>Et</i>	1,769
<i>R</i> ²	0,760
<i>E</i>	0,758
<i>E'</i>	0,571
<i>P</i>	26,2
<i>D</i> ₂₅	69,3
<i>D</i> ₅₀	88,5

Ecuación (E2.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,510 \left(\frac{y}{d_{84}} \right)^{0,429}$	
Restricción	-
<i>N</i>	1.533
<i>Et</i>	2,146
<i>R</i> ²	0,647
<i>E</i>	0,562
<i>E'</i>	0,464
<i>P</i>	27,4
<i>D</i> ₂₅	63,0
<i>D</i> ₅₀	89,3

Ecuación (F2.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,70 \left[1 + \frac{1,19 \cdot d_{84}}{y} \ln \left(\frac{\cosh \left(\frac{1}{1,19} - \frac{y}{1,19 \cdot d_{84}} \right)}{\cosh (1 / 1,19)} \right) \right]$	
Restricción	Validación
<i>N</i>	1.533
<i>Et</i>	1,824
<i>R</i> ²	0,744
<i>E</i>	0,739
<i>E'</i>	0,550
<i>P</i>	27,3
<i>D</i> ₂₅	68,6
<i>D</i> ₅₀	87,5

Tabla K1 (continuación)

Ecuación (G1.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1,834 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)$	
Restricción	Validación
<i>N</i>	1,533
<i>Et</i>	2,796
<i>R</i> ²	0,400
<i>E</i>	-22,350
<i>E'</i>	-1,528
<i>P</i>	84,1
<i>D</i> ₂₅	23,1
<i>D</i> ₅₀	52,5

Ecuación (H1.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,858 \log \left(5,232 \frac{y}{d_{90}} \right) \left(1 - e^{\frac{-2,726y}{\sqrt{S} \cdot d_{90}}} \right)^{0,5}$	
Restricción	Validación
<i>N</i>	1,483
<i>Et</i>	1,783
<i>R</i> ²	0,758
<i>E</i>	0,757
<i>E'</i>	0,573
<i>P</i>	23,8
<i>D</i> ₂₅	68,7
<i>D</i> ₅₀	88,0

Ecuación (G2.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1,613 \left(\frac{y}{d_{84}} \right)$	
Restricción	Validación
<i>N</i>	1,533
<i>Et</i>	3,017
<i>R</i> ²	0,381
<i>E</i>	-22,450
<i>E'</i>	-1,469
<i>P</i>	82,5
<i>D</i> ₂₅	24,0
<i>D</i> ₅₀	54,6

Ecuación (H2.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,910 \log \left(4,522 \frac{y}{d_{84}} \right) \left(1 - e^{\frac{-2,421y}{\sqrt{S} \cdot d_{84}}} \right)^{0,5}$	
Restricción	Validación
<i>N</i>	1,483
<i>Et</i>	1,821
<i>R</i> ²	0,748
<i>E</i>	0,746
<i>E'</i>	0,556
<i>P</i>	24,9
<i>D</i> ₂₅	66,4
<i>D</i> ₅₀	87,0

Tabla K1 (continuación)

Ecuación (I1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,635 \log \left(S^{-0,057} \frac{y}{d_{90}} \right) + 3,655$$

Restricción	-
<i>N</i>	1,483
<i>Et</i>	1,778
<i>R</i> ²	0,759
<i>E</i>	0,758
<i>E'</i>	0,571
<i>P</i>	24,1
<i>D</i> ₂₅	68,7
<i>D</i> ₅₀	88,1

Ecuación (J1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,532 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,421} S^{-0,0112}$$

Restricción	-
<i>N</i>	1,483
<i>Et</i>	2,112
<i>R</i> ²	0,660
<i>E</i>	0,577
<i>E'</i>	0,474
<i>P</i>	27,0
<i>D</i> ₂₅	63,8
<i>D</i> ₅₀	89,3

Ecuación (I2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5,739 \log \left(S^{-0,041} \frac{y}{d_{84}} \right) + 3,480$$

Restricción	Validación
<i>N</i>	1,483
<i>Et</i>	1,819
<i>R</i> ²	0,748
<i>E</i>	0,747
<i>E'</i>	0,553
<i>P</i>	25,0
<i>D</i> ₂₅	66,5
<i>D</i> ₅₀	87,3

Ecuación (J2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3,429 \left(\frac{y}{d_{84}} \right)^{0,429} S^{-0,00463}$$

Restricción	Validación
<i>N</i>	1,483
<i>Et</i>	2,161
<i>R</i> ²	0,644
<i>E</i>	0,557
<i>E'</i>	0,461
<i>P</i>	27,7
<i>D</i> ₂₅	62,3
<i>D</i> ₅₀	89,1

Tabla K1 (continuación)

Ecuación (K1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,181 \log\left(\frac{5,295y}{d_{90}}\right) F^{0,107}$$

Restricción	Validación
<i>N</i>	1,483
<i>Et</i>	1,706
<i>R</i> ²	0,778
<i>E</i>	0,777
<i>E'</i>	0,599
<i>P</i>	21,8
<i>D</i> ₂₅	70,9
<i>D</i> ₅₀	90,4

Ecuación (L1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,16 \log\left(\frac{y}{d_{90}}\right) + 3,53F - 0,88 \frac{\tau}{\tau_c} + 2,71$$

Restricción	Validación
<i>N</i>	1,483
<i>Et</i>	1,498
<i>R</i> ²	0,829
<i>E</i>	0,829
<i>E'</i>	0,648
<i>P</i>	22,8
<i>D</i> ₂₅	74,6
<i>D</i> ₅₀	92,9

Ecuación (K2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,324 \log\left(\frac{4,521y}{d_{84}}\right) F^{0,124}$$

Restricción	Validación
<i>N</i>	1,483
<i>Et</i>	1,720
<i>R</i> ²	0,775
<i>E</i>	0,773
<i>E'</i>	0,591
<i>P</i>	22,4
<i>D</i> ₂₅	70,2
<i>D</i> ₅₀	89,7

Ecuación (L2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,24 \log\left(\frac{y}{d_{84}}\right) + 3,70F - 0,89 \frac{\tau}{\tau_c} + 2,23$$

Restricción	Validación
<i>N</i>	1,483
<i>Et</i>	1,512
<i>R</i> ²	0,826
<i>E</i>	0,826
<i>E'</i>	0,640
<i>P</i>	23,5
<i>D</i> ₂₅	74,5
<i>D</i> ₅₀	92,2

Tabla K1 (continuación)

Ecuación (M1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln \left(\left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,783} S^{-2,082} F^{3,986} \right) - 1,356$$

Restricción	Validación
<i>N</i>	1,483
<i>Et</i>	1,220
<i>R</i> ²	0,887
<i>E</i>	0,886
<i>E'</i>	0,728
<i>P</i>	33,1
<i>D</i> ₂₅	87,7
<i>D</i> ₅₀	95,3

Ecuación (N1.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,365 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{0,409} F^{0,238}$$

Restricción	Validación
<i>N</i>	1,483
<i>Et</i>	1,706
<i>R</i> ²	0,778
<i>E</i>	0,777
<i>E'</i>	0,599
<i>P</i>	21,8
<i>D</i> ₂₅	70,9
<i>D</i> ₅₀	90,4

Ecuación (M2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \ln \left(\left(\frac{y}{d_{84}} \right)^{0,764} S^{-2,108} F^{4,062} \right) - 1,506$$

Restricción	Validación
<i>N</i>	1,483
<i>Et</i>	1,227
<i>R</i> ²	0,886
<i>E</i>	0,885
<i>E'</i>	0,726
<i>P</i>	33,6
<i>D</i> ₂₅	87,5
<i>D</i> ₅₀	95,3

Ecuación (N2.1)

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4,178 \left(\frac{y}{d_{84}} \right)^{0,414} F^{0,257}$$

Restricción	Validación
<i>N</i>	1,483
<i>Et</i>	1,720
<i>R</i> ²	0,775
<i>E</i>	0,773
<i>E'</i>	0,591
<i>P</i>	22,4
<i>D</i> ₂₅	70,2
<i>D</i> ₅₀	89,7

Tabla K1 (continuación)

Ecuación (O1.1)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,209 \left(\frac{v}{\sqrt{g \cdot d_{90}}} \right)^{0,517}$	
Restricción	Validación
N	1.483
Et	2,520
R^2	0,517
E	0,474
E'	0,386
P	29,9
D_{25}	54,4
D_{50}	83,5

Ecuación (O1.2)

$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6,026 \left(\frac{v}{\sqrt{g \cdot d_{84}}} \right)^{0,527}$	
Restricción	Validación
N	1.483
Et	2,511
R^2	0,520
E	0,479
E'	0,389
P	29,9
D_{25}	55,0
D_{50}	83,6

Tabla K2 Validación de las ecuaciones con Q como variable dependiente.

Ecuación (Q_{1.1.1})

$Q = 6,039AR^{0,823}S^{0,264}$	
Restricción	Validación
N	904
Et	75,5
R^2	0,962
E	0,362
E'	0,764
P	35,6
D_{25}	51,7
D_{50}	80,4

Ecuación (Q_{2.1.1})

$Q = 5,559A^{1,034}R^{0,765}S^{0,269}$	
Restricción	Validación
N	904
Et	77,7
R^2	0,959
E	0,198
E'	0,750
P	35,4
D_{25}	51,4
D_{50}	79,8

Ecuación (Q_{3.1.1})

$Q = 2,931A^{1,022}R^{0,791}S^{-0,0571 \cdot \log S}$	
Restricción	Validación
N	904
Et	81,9
R^2	0,960
E	0,349
E'	0,788
P	33,1
D_{25}	53,7
D_{50}	81,5

Tabla K3 Validación de las ecuaciones con v como variable dependiente.

Ecuación (v_{1.1.1})

$v = 1,132g^{0,156}S^{0,329}Q^{0,339}d_{90}^{-0,254}$	
Restricción	Validación
N	904
Et	0,363
R^2	0,774
E	0,731
E'	0,596
P	22,3
D_{25}	65,3
D_{50}	93,9

Ecuación (v_{2.1.1})

$v = 1,112g^{0,147}S^{0,328}Q^{0,339}d_{84}^{-0,253}$	
Restricción	Validación
N	904
Et	0,362
R^2	0,775
E	0,733
E'	0,596
P	22,4
D_{25}	65,4
D_{50}	93,9

Ecuación (v_{3.1.1})

$v = 1,033g^{0,115}S^{0,317}Q^{0,338}d_{50}^{-0,215}$	
Restricción	Validación
N	904
Et	0,365
R^2	0,772
E	0,637
E'	0,531
P	27,5
D_{25}	57,3
D_{50}	86,8