



Universitat Autònoma de Barcelona

Facultad de Ciencias.

Departamento de Informática

ANÁLISIS DE DIBUJOS LINEALES A MANO ALZADA
REPRESENTANDO OBJETOS TRIDIMENSIONALES COMO
TÉCNICA DE ENTRADA EN SISTEMAS CAD

Memoria de trabajo presentada
por Enric Martí Gòdia en la
Universidad Autónoma de Barcelona
para la obtención del título de
Doctor en Informática

Bellaterra, Septiembre del 1991.

*... Als meus pares
i al Cesc*

Agradecimientos

Al Dr. Juan José Villanueva, director de tesis, por su constante apoyo y colaboración en la realización de este trabajo.

Deseo agradecer muy especialmente al Dr. Jaime LOPEZ-KRAHE, por haber dirigido este trabajo durante mi estancia en el Departamento de Imagenes de TELECOM Paris. Sus sugerencias y críticas constructivas han influido enormemente en los resultados de este proyecto.

A Jordi Regincós, compañero de despacho y de proyecto, por su dedicación en el desarrollo del nivel inferior del sistema presentado, así como por su constante apoyo y amistad.

A Xavier Binefa, Quim Campuzano, Josep Massa, Quim Piera, Xavi Roca, Xavi Sánchez, Joan Serrat, María Vanrell y Jordi Vitrià, compañeros en la Unidad de Procesamiento de Imágenes, por su amistad y colaboración mostrados en todo momento, que me han proporcionado un idóneo ambiente de trabajo.

A Imma Ortuño y Fco. José Perales, por la incondicional amistad y confianza mostrados en todo momento.

A Montse Masoliver, Nuria Hernández y Carme Ramírez, por su imprescindible colaboración en el campo administrativo, y por su amistad y compañerismo.

A todos los miembros del CTI (Carme, Joan, Ramón, Ricardo, Eduardo, Núria, Agustín, Pepe y Anabel) por facilitarme los medios informáticos

utilizados en este proyecto, así como por su colaboración y apoyo.

A Abdelaziz LAOUAR, Francisco DIAZ PERNAS, Jacques MONTES, Erwin VERHOEVEN, Jean Michel y Francisco MORAN, stagiaires del Departamento de Imágenes como yo, por su amigable compañía durante los meses de stage.

A Philippe CHAUVET, Rémi RONFARD et Michel ROUX, tesinados del Laboratorio de Imágenes, compañeros de despacho durante los meses de Noviembre y Diciembre de 1990, por su cordialidad y compañerismo mostrados.

A Josette BOUGAREL, secretaria del Departamento de Imágenes en TELECOM PARIS por su amable colaboración y gentileza.

A todos los miembros del Departamento de Informática, por su valiosa ayuda y compañía, sin las cuales no habría sido posible la elaboración de la memoria que aquí se presenta.

Resumen

En esta comunicación se presenta un sistema de interpretación de escenas tridimensionales a partir de dibujos lineales a mano alzada (croquis), que constituye los niveles inferior y medio de un sistema más amplio para la reconstrucción de objetos tridimensionales. El tipo de objetos considerado en el sistema se basa en superficies, pudiendo aceptar sólidos si las superficies delimitan el interior y exterior del objeto. El dominio de objetos corresponde al mundo de Origami enunciado como *hasta tres superficies* por cada vértice. La adquisición de la imagen se realiza por medios ópticos (cámara, scanner, etc.). Este proyecto propone una interface usuario-sistema para la creación de escenas tridimensionales en sistemas CAD. Se formulan un conjunto de asunciones que delimitan el ámbito considerado en el sistema. Se hace un estudio de los niveles inferior y medio del sistema. El primero de ellos realiza una extracción de las características del dibujo lineal, mientras el nivel medio hace un análisis cualitativo del dibujo considerándolo como representación de un objeto tridimensional.

Keywords: Scene Labelling, Line Drawing Interpretation, Hand-Sketch, Free-Hand Line drawings, Three-Dimensional Recovery, CAD Input, Man-machine Interaction.

Indice

Agradecimientos	iii
Resumen	v
1 Introducción y descripción del proyecto	1
1.1 Sistemas de visión por computador	4
1.1.1 Niveles en los sistemas de Visión por Computador.	6
1.2 Análisis de dibujos lineales	8
1.2.1 Reconstrucción cualitativa de formas	9
1.2.2 Reconstrucción cuantitativa de formas	38
2 Definición del sistema	54
2.1 Definiciones	55
2.1.1 El ámbito de la escena	55
2.1.2 El ámbito del dibujo lineal	57
2.1.2.1 Unión	58
2.1.2.2 Pseudoarista	65
2.1.2.3 Regiones y Pseudocaras	67
2.2 Asunciones del sistema	73
2.2.1 El dominio de objetos tridimensionales	73
2.2.2 El punto de vista descrito en el dibujo lineal	77
2.2.3 Normas de dibujo	80
3 Nivel Inferior	86

3.1	Descripción del módulo y definiciones	86
3.1.1	Relación de posibles errores de dibujo	88
3.2	Adquisición y Procesamiento Inicial	93
3.2.1	Adquisición	93
3.2.2	Procesamiento Inicial	94
3.3	Extracción de puntos característicos	97
3.4	Detección de líneas discontinuas	104
3.4.1	Corrección de errores locales	104
3.4.2	Encadenamiento de los segmentos de recta	104
3.4.2.1	Consideraciones previas	104
3.4.2.2	Proceso de detección y extracción de las líneas discontinuas	106
3.4.2.3	División de la línea detectada	111
3.4.3	Corrección de líneas rotas	113
3.4.4	Prolongación de líneas	114
3.4.5	Cálculo de intersecciones	115
3.5	Fusión de puntos característicos cercanos	116
3.6	Implementación del módulo	117
4	Nivel Medio	120
4.1	Etiquetado de líneas	120
4.1.1	Formalización del diccionario	123
4.1.1.1	Generación del diccionario	123
4.1.1.2	Relaciones de equivalencia entre uniones	129
4.1.2	Codificación de las uniones	138
4.1.2.1	Relaciones de equivalencia en espacio de codificación	143
4.1.3	Compresión del diccionario	147
4.1.4	Interpretación de un dibujo lineal	149
4.1.4.1	Caracterización de las uniones del dibujo lineal	150
4.1.4.2	Detección de cruces accidentales	153

4.1.4.3	Localización de las uniones y líneas exteriores del dibujo lineal	153
4.1.4.4	Interpretación de dibujos lineales	157
4.1.4.5	Hipótesis de etiquetado	167
4.1.4.6	Hipótesis X	168
4.1.4.7	Hipótesis 1	170
4.1.4.8	Hipótesis 2	172
4.2	Extracción de regiones y pseudocaras	174
4.2.1	Extracción de regiones	174
4.2.2	Extracción de pseudocaras	176
4.2.2.1	Localización de pseudocaras visibles	183
4.2.2.2	Actualización del aspecto de las líneas discontinuas	186
4.3	Validación de las pseudocaras	202
4.3.1	Opacidad en pseudocaras no ambiguas y no ocultas	203
4.3.1.1	Pseudocaras visibles	203
4.3.1.2	Pseudocaras semiocultas	204
4.3.2	Opacidad en pseudocaras ambiguas y ocultas	208
4.3.2.1	Justificación	208
4.3.2.2	Hipótesis de asunción	209
5	Resultados y discusión	213
5.1	Nivel Inferior	213
5.2	Nivel Medio	219
6	Conclusiones y principales aportaciones	265
	Bibliografía	268
	Anexo A. Diccionarios	276
	Anexo B. Relojes	306
	Anexo C. Sistemas de codificación	313

Lista de Tablas

1.1	Número de elementos del diccionario de Origami.	32
2.2	Relaciones entre entidades del dibujo lineal y el objeto.	72
4.3	Funciones booleanas de las propiedades de las uniones sobre la definición de los cuadrantes.	125
4.4	Caracterización de las uniones en el mundo de Origami.	129
4.5	Número de interpretaciones con o sin hipótesis de etiquetado.	173

Lista de Figuras

1.1	Ejemplo de dos dibujos lineales equivalentes cualitativamente.	9
1.2	Relaciones entre regiones según las uniones.	10
1.3	Ejemplo de asociación de regiones en núcleos.	11
1.4	Etiquetado de aristas según Huffman-Clowes.	12
1.5	Tipos de vértices en el dominio triédrico	13
1.6	Diccionario de Huffman-Clowes.	13
1.7	Ampliación del diccionario triédrico.	13
1.8	Etiquetas posibles de aristas según Waltz.	15
1.9	Relaciones compatibles entre uniones.	18
1.10	Interpretaciones deducidas por el algoritmo.	19
1.11	Figura inconsistente etiquetada correctamente.	20
1.12	Representación gráfica del espacio gradiente	20
1.13	Gradientes de superficie.	20
1.14	Relación de perpendicularidad en el gradiente.	21
1.15	Relaciones de convexidad y concavidad en el espacio gradiente.	21
1.16	Interpretación incorrecta según las propiedades del gradiente.	22
1.17	a) Ejemplo de dibujo lineal. b) Definición de las regiones y líneas del dibujo.	23
1.18	Definición del gradiente del fondo de la escena (punto A).	23
1.19	Interpretación a validar mediante gradientes.	24
1.20	Etapas del proceso de interpretación mediante gradiente. (1)	24
1.21	Etapas del proceso de interpretación mediante gradiente. (2)	25
1.22	Etapas del proceso de interpretación mediante gradiente. (2)	26

1.23	Etapas del proceso de interpretación mediante gradiente. (3)	26
1.24	Etapas del proceso de interpretación mediante gradiente. (4)	27
1.25	Interpretaciones válidas obtenidas por Mackworth.	27
1.26	Interpretación correcta de una figura imposible	28
1.27	Aplicación del test $\theta - \theta'$	29
1.28	Objetos en el mundo de Origami.	30
1.29	Formas de las uniones en el mundo de Origami.	31
1.30	Superficies consideradas en el proceso de generación del diccionario en el mundo de Origami.	32
1.31	Reglas heurísticas para recuperación de errores.	34
1.32	Reglas heurísticas de corrección de errores.	37
1.33	Regla heurística de corrección de errores.	38
1.34	Ejemplo de solapamiento de caras.	41
1.35	Relación de las superficies en el espacio gradiente.	41
1.36	Links entre superficies.	42
1.37	Links entre superficies y su correspondiente SCG.	43
1.38	Angulo de extensión entre dos superficies.	44
1.39	Intersección entre ángulos de extensión.	45
1.40	Superficies compartiendo un lado paralelo.	48
1.41	Relación entre superficies y su gradiente.	49
1.42	Representación de la simetría en el gradiente.	50
1.43	Aplicación de las reglas heurísticas en la escena.	51
1.44	Gradientes sin tener en cuenta simetrías.	52
2.1	Distinción entre plano, superficie y cara. a) 4 planos, 4 superficies y 3 caras. b) 1 plano, 2 superficies y 2 caras. c) 3 planos, 4 superficies y 4 caras.	55
2.2	Caracterización del objeto <i>caizal</i> en el espacio tridimensional.	56
2.3	Definición del dibujo lineal <i>caizal</i>	58
2.4	Líneas principales (P) et secundarias (S) en un cruce accidental.	59
2.5	Uniones falsas	61
2.6	Uniones de cambio de visibilidad.	62

2.7	Caracterización de pseudovértices y cruces accidentales en el dibujo lineal <i>caizal</i>	62
2.8	Pseudovértices con las mismas propiedades que las uniones de cruce accidental.	63
2.9	Entidades interiores y exteriores del dibujo lineal <i>caizal</i>	64
2.10	Ejemplos de pseudoaristas (s,t). a) 1 pseudoarista, 2 líneas. b) 1 pseudoarista, 5 líneas.	65
2.11	Caracterización de regiones y pseudocaras en el dibujo lineal <i>caizal</i>	68
2.12	Caracterización de pseudocaras en el dibujo lineal <i>caizal</i>	70
2.13	a,b) Distribución máxima de superficies en vértices y aristas. c) Objeto incorrecto según la asunción 1.	73
2.14	a) Correcciones según las asunciones 2.1 y 2.2. Vértices A,B que pertenecen a una sola arista. líneas $L_1 \dots L_7$ no pertenecen a ninguna superficie. b) Corrección según la asunción 2.3.	74
2.15	a) Ejemplo de rotura visible (línea A), no valido por el axioma 3. b) Ejemplos correctos según el axioma 3. Rotura no visible (línea B)	75
2.16	Ejemplos de interpretación de un cubo apoyado sobre una superficie no dibujada –líneas discontinuas–, no considerados por la asunción 4.	75
2.17	Ejemplos de superposiciones. a) Piramide de base cuadrada. Superposición vértice-arista. b) Cubo. Superposición vértice-vértice, vértice-arista-vértice y arista-arista.	76
2.18	Pseudovértices con grado de visibilidad 0.	78
2.19	Pseudovértices con grado de visibilidad 1 según la asunción 7.	78
2.20	Interpretaciones del aspecto de una unión no visible con $GV=0$	78
2.21	Interpretación del aspecto de una unión no visible con $GV=1$	79
2.22	Ejemplo de <i>rotura no visible</i> oculto por una cara (línea C).	79
2.23	a) Uniones correctas según la asunción 9. b) Uniones incorrectas según la asunción 9.	80
2.24	a) Ejemplo de dibujo correcto según la asunción 11. b) Ejemplo de dibujo incorrecto según la asunción 11.	81

2.25 a) Dibujos correctos según la asunción 12. b) Dibujo incorrecto según la asunción 12.	81
2.26 a) Dibujo. b) Posible interpretación del dibujo, no considerada por la asunción 13.	82
2.27 Ejemplos de cruces accidentales, sin (puntos A,B) y con (punto C) cambio de visibilidad.	83
2.28 a) Cruces correctos según la asunción 18. b) Cruces incorrectos según la asunción 18.	83
2.29 Dibujos no considerados por la asunción 19.	84
3.1 Representación de una línea en forma paramétrica normal.	86
3.2 Ejemplos de líneas rotas.	88
3.3 Ejemplo de línea quebrada.	89
3.4 Ejemplo de línea que no llega a una unión (a) y de línea que se prolonga más allá de una unión (b).	89
3.5 Ejemplo de falta de precisión en las uniones	90
3.6 Ejemplos de errores locales.	90
3.7 Esquema del sistema de extracción de uniones y segmentos de recta.	91
3.8 casa : Histograma	94
3.9 casa: (a) Imagen Original.(b) Binarización.	95
3.10 casa: (a) Filtraje de mediana.(b) Binarización.	95
3.11 casa: (a) Filtraje pasa-bajas.(b) Binarización.	96
3.12 Problemas de trabajar con conectividad a 8	97
3.13 Ejemplo de puntos terminales como extremos de líneas discontinuas.	97
3.14 Ejemplo de puntos terminales provocados por errores de dibujo.	98
3.15 Pasos a realizar para la obtención de los puntos terminales.	99
3.16 Ejemplos de puntos múltiples. Generados por un posible vértice del dibujo (a) o provocados por un error de dibujo (b).	100
3.17 Configuraciones correspondientes a puntos múltiples.	100
3.18 Pasos para la obtención de puntos múltiples.	101
3.19 Ejemplos de puntos de pliegue. Unión a la que llegan sólomente dos rectas (a); fruto de un error de dibujo (b).	102

3.20	Ejemplo de entrada y salida para el proceso de detección de líneas discontinuas.	104
3.21	Puntos múltiples (a) y de pliegue (b) como extremos de segmentos de línea discontinua.	105
3.22	Región donde buscaremos los puntos terminales.	107
3.23	Ejemplo de segmentos que no es necesario unir.	108
3.24	Región donde tienen que estar los dos extremos de los segmentos candidatos.	109
3.25	Ejemplos de cuando el segmento más cercano no es el que hace falta escoger.	109
3.26	Ejemplos de líneas discontinuas que traen problemas para la colinealidad : línea mal dibujada (a) y dos líneas mal definidas(b).	111
3.27	Ejemplo de división incorrecta de una línea discontinua.	112
3.28	Forma de la región para el proceso de prolongación de líneas.	114
3.29	Líneas que no se intersectan explícitamente.	115
3.30	Conjunto de puntos que se fusiona en dos nuevos puntos múltiples.	116
4.1	Etiquetado del dibujo lineal <i>caizal</i>	121
4.2	Nomenclatura adoptada para las SE's y LE's.	123
4.3	Nomenclatura de las líneas utilizada según el Reloj I3.	123
4.4	Eliminación del <i>rotura visible</i> . a) Configuración original con el rotura (línea A). b) Configuración resultante en el diccionario.	126
4.5	Configuración no considerada en el diccionario porque no existe unión.	127
4.6	Descripción de una unión mediante el reloj I3.	128
4.7	Equivalencia de las uniones por rotación.	130
4.8	Formas canónicas de las uniones.	131
4.9	Equivalencia entre uniones por simetría.	133
4.10	Equivalencia por aspecto entre formas.	135
4.11	a) Uniones resultantes correspondientes a una configuración de octantes y su complementaria. b) Unión análoga sobre la configuración de SE's.	136
4.12	Ejemplo de representación de la codificación J4-V3.	148

4.13	Ejemplo de la caracterización de una unión en el reloj I3 en que la incidencia de ciertas líneas varía de forma considerable.	150
4.14	Ejemplo de caracterización de las uniones en el dibujo <i>caizal</i> . a) Numerización de las uniones del dibujo. b) Numerización de los líneas del mismo. c) Caracterización: Forma de la unión y distribución de los líneas según el reloj I3 para cada unión.	151
4.15	Area donde puede existir el interior del objeto, según la numerización I3 para la unión con mínimas coordenadas x, y	154
4.16	Llegada a una unión a través de una línea de entrada (l_e) y búsqueda de la línea de salida (l_s).	154
4.17	Ejemplo de detección de líneas exteriores en los dibujos <i>sillo</i> y <i>rampa</i> , etiquetados como <i>occluded</i>	155
4.18	Ejemplo de retroceso en el algoritmo para obtener el camino de interpretación (Los números indican el peso de cada línea).	161
4.19	Ejemplos de caminos de interpretación para los dibujos <i>cub</i> y <i>caizal</i> que se describen a través de la numerización de uniones del dibujo.	162
4.20	Aspectos posibles de las uniones no visibles.	165
4.21	Aplicación de la hipótesis X en las líneas principales en una unión falsa (El "*" corresponde a la etiqueta conexas).	168
4.22	Aplicación de la hipótesis X sobre las líneas principales de una unión de cambio de visibilidad.	168
4.23	Subunión en la que es posible formular la hipótesis 1.	169
4.24	Extensión de la hipótesis 1 para varias uniones exteriores.	170
4.25	Determinación más precisa de la línea D, por la adyacencia de dos subuniones en las favorables a aplicar la hipótesis 1.	171
4.26	Formulación incorrecta de la hipótesis 1 sobre la línea discontinua A, producida por la adyacencia de una unión en forma de L.	172
4.27	Definición de los conjuntos LD_i , LU_i en el dibujo de ejemplo.	177
4.28	Representación de las secuencias LD_α , LD_β , LU_α , y LU_β , en el ejemplo con $\lambda_i = 0$	180

4.29	Representación de las secuencias LD_α , LD_β , LU_α , y LU_β en el ejemplo con $\lambda_2 \neq 0$	180
4.30	a) Dibujo incorrecto al no tener la línea superior visible continuidad en su aspecto. b) Etiqueta de la línea (6,8) incompatible con la de (5,6) para la formación de una pseudocara que incluya a ambas.	182
4.31	a) Ejemplo de la actualización del aspecto de líneas discontinuas en pseudovértices.	187
4.32	a) Ejemplos de recorrido de pseudocaras en cruces accidentales falsos, en cuyo tipo de uniones no es posible modificar el aspecto de las líneas secundarias.	188
4.33	Ejemplos de actualización de líneas discontinuas en cruces accidentales de cambio de visibilidad, con $w_e^N = 0$	191
4.34	Ejemplo en que la unión auxiliar s_p es un pseudovértice, no extendiendo el aspecto continuo en sus líneas.	192
4.35	Ejemplos de expansión de aspecto a partir de la actualización de aspecto de l_w en cruces accidentales falsos.	195
4.36	Ejemplos del tratamiento de expansión de aspecto a partir de la actualización de aspecto de l_w en cruces accidentales de cambio de visibilidad.	196
4.37	Ejemplos de la expansión de aspecto a partir de la actualización de aspecto de l_w en cruces accidentales no visibles.	198
4.38	Ejemplo de los dibujos resultantes de la extracción de pseudocaras en cada nivel.	200
4.39	Ejemplo de fusión de las regiones r_1, r_2 y formación de la correspondiente frontera de fusión (g).	204
4.40	Definición de los conjuntos R_i , G_i y LI_i en el ejemplo <i>caizal</i>	206
5.1	casa: Imagen original, previa a ser digitalizada.	214
5.2	casa: a) Imagen digitalizada. b) Procesamiento inicial.	214
5.3	casa: a) Aproximación por segmentos de recta. b) Unión de líneas discontinuas i cálculo de intersecciones.	215
5.4	casa: a) Prolongación de líneas. b) Fusión de puntos característicos.	215
5.5	regi2: Imagen original, previa a la digitalización.	216

5.6	regi5:	a) Imagen digitalizada. b) Procesamiento inicial.	216
5.7	regi2:	a) Aproximación por segmentos de recta. b) Unión de líneas discontinuas i cálculo de intersecciones.	217
5.8	regi2:	a) Prolongación de líneas. b) Fusión de puntos característicos.	217
5.9	caixal:	a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores.	219
5.10	caixal:	a) Depuración. b) Hipótesis X.	219
5.11	caixal:	a) Hipótesis 1. b) Depuración.	220
5.12	caixal:	a), b) Interpretaciones.	220
5.13	caixal:	a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocaras.	221
5.14	caixal:	a), b) Extracción de pseudocaras.	221
5.15		Validación de pseudocaras en el ejemplo <i>caixal</i>	222
5.16	caixlo:	a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores.	223
5.17	caixlo:	a) Depuración. b) Hipótesis X.	223
5.18	caixlo:	a) Hipótesis 1. b) Depuración.	224
5.19	caixlo:	a), b) Interpretaciones.	224
5.20	caixlo:	a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocaras.	225
5.21	caixlo:	a), b) Extracción de pseudocaras.	225
5.22		Validación de pseudocaras en el ejemplo <i>caixlo</i>	226
5.23	casa:	a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores. .	227
5.24	casa:	a) Depuración. b) Hipótesis X.	227
5.25	casa:	a) Hipótesis 1. b) Depuración.	228
5.26	casa:	a) Depuración 2.	228
5.27	casa:	a), b) Interpretaciones.	229
5.28	casa:	a), b) Interpretaciones.	229
5.29	casa:	a), b) Interpretaciones.	230
5.30	casa:	a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocaras.	231
5.31	casa:	a) Extracción de pseudocaras.	231
5.32		Validación de pseudocaras en el dibujo lineal <i>casa</i>	232
5.33	fulla:	a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores. .	233
5.34	fulla:	a) Depuración. b) Hipótesis X.	233
5.35	fulla:	a) Hipótesis 1. b) Depuración.	234

5.36 fulla: a), b) Interpretaciones.	234
5.37 fulla: a), b) Interpretaciones.	235
5.38 fulla: a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocaras.	236
5.39 fulla: a) Extracción de pseudocaras.	236
5.40 Validación de pseudocaras en el dibujo lineal <i>fulla</i>	237
5.41 plans: a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores.	238
5.42 plans: a), b) Depuración.	238
5.43 plans: a) Hipótesis X. b) Hipótesis 1.	239
5.44 plans: a), b) Interpretaciones.	239
5.45 plans: a), b) Interpretaciones.	240
5.46 plans: a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocaras.	241
5.47 plans: a) Extracción de pseudocaras.	241
5.48 Validación de pseudocaras en el dibujo lineal <i>plans</i>	242
5.49 rampa: a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores.	243
5.50 rampa: a) Depuración. b) Hipótesis X.	243
5.51 rampa: a) Hipótesis 1. b) Depuración.	244
5.52 rampa: a) Hipótesis 2. b) Depuración.	244
5.53 rampa: a), b) Interpretaciones.	245
5.54 rampa: a), b) Interpretaciones.	245
5.55 rampa: a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocaras.	246
5.56 rampa: a), b) Extracción de pseudocaras.	246
5.57 Validación de pseudocaras en el dibujo lineal <i>rampa</i>	247
5.58 rampb: a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores.	248
5.59 rampb: a) Depuración. b) Hipótesis X.	248
5.60 rampb: a) Hipótesis 1. b) Depuración.	249
5.61 rampb: a) Hipótesis 2. b) Depuración.	249
5.62 rampb: a), b) Interpretaciones.	250
5.63 rampb: a), b) Interpretaciones.	250
5.64 rampb: a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocaras.	251
5.65 rampb: a), b) Extracción de pseudocaras.	251
5.66 Validación de pseudocaras en el dibujo lineal <i>rampb</i>	252

5.67	regi2:	a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores. .	253
5.68	regi2:	a) Depuración. b) Hipótesis X.	253
5.69	regi2:	a) Hipótesis 1. b) Depuración.	254
5.70	regi2:	a), b) Interpretaciones.	254
5.71	regi2:	a), b) Interpretaciones.	255
5.72	regi2:	a), b) Interpretaciones.	255
5.73	regi2:	a) Interpretaciones.	256
5.74	regi2:	a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocaras.	257
5.75	regi2:	a), b) Extracción de pseudocaras.	257
5.76		Validación de pseudocaras en el dibujo lineal <i>regi2</i>	258
5.77	sillo:	a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores. .	259
5.78	sillo:	a) Depuración. b) Hipótesis X.	259
5.79	sillo:	a) Hipótesis 1. b) Depuración.	260
5.80	sillo:	a), b) Interpretaciones.	260
5.81	sillo:	a), b) Interpretaciones.	261
5.82	sillo:	a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocaras.	262
5.83	sillo:	a), b) Extracción de pseudocaras.	262
5.84		Validación de pseudocaras en el dibujo lineal <i>sillo</i>	263
A.1		Diccionario triédrico con ocultaciones.	276
A.2		Diccionario triédrico con ocultaciones.	277
A.3		Diccionario de Origami sin ocultaciones.	278
A.4		Diccionario de Origami sin ocultaciones.	279
A.5		Diccionario de Origami sin ocultaciones.	280
A.6		Diccionario de Origami sin ocultaciones.	281
A.7		Diccionario de Origami sin ocultaciones.	282
A.8		Diccionario de Origami sin ocultaciones.	283
A.9		Diccionario de Origami sin ocultaciones.	284
A.10		Diccionario de Origami sin ocultaciones.	285
A.11		Diccionario de Origami sin ocultaciones.	286
A.12		Diccionario de Origami con ocultaciones.	287
A.13		Diccionario de Origami con ocultaciones.	288

A.14 Diccionario de Origami con ocultaciones.	289
A.15 Diccionario de Origami con ocultaciones.	290
A.16 Diccionario de Origami con ocultaciones.	291
A.17 Diccionario de Origami con ocultaciones.	292
A.18 Diccionario de Origami con ocultaciones.	293
A.19 Diccionario de Origami con ocultaciones.	294
A.20 Diccionario de Origami con ocultaciones.	295
A.21 Diccionario de Origami con ocultaciones.	296
A.22 Diccionario de Origami con ocultaciones.	297
A.23 Diccionario de Origami con ocultaciones.	298
A.24 Diccionario de Origami con ocultaciones.	299
A.25 Diccionario de Origami con ocultaciones.	300
A.26 Diccionario de Origami con ocultaciones.	301
A.27 Diccionario de Origami con ocultaciones.	302
A.28 Diccionario de Origami con ocultaciones.	303
A.29 Diccionario de Origami con ocultaciones.	304
B.1 Formas canónicas de las uniones.	306
B.2 Reloj I1.	307
B.3 Reloj I3.	308
B.4 Reloj I4.	309
B.5 Reloj I5.	310
B.6 Reloj I6.	311
C.1 Sistema de codificación de etiquetas J1.	313
C.2 Sistema de codificación de etiquetas J2.	314
C.3 Sistema de codificación de etiquetas J3.	315
C.4 Sistema de codificación de etiquetas J4.	316
C.5 Sistema de codificación de aspecto V1.	317
C.6 Sistema de codificación de aspecto V2.	318
C.7 Sistema de codificación de aspecto V3.	319

Capítulo 1

Introducción y descripción del proyecto

En este capítulo se realiza la descripción de un sistema para la reconstrucción de objetos tridimensionales a partir de dibujos lineales, como técnica de creación de sistemas CAD. Se presentan los módulos principales del sistema y la relación establecida entre ellos. Dentro del ámbito de análisis de dibujos lineales, se estudian los trabajos que más han influido en el diseño del sistema.

Los sistemas CAD de modelización de sólidos disponen de un conjunto de técnicas destinadas a la creación, almacenamiento, visualización y análisis de escenas tridimensionales. En dichos sistemas, la interacción usuario-sistema es muy importante para que el primero pueda aprovechar los recursos del sistema CAD (menús, lenguaje de comandos, iconos, etc...).

Dichas técnicas obligan al usuario de estos sistemas a un aprendizaje para poder utilizarlas. Además, cada sistema CAD implementa técnicas que no tienen porque ser las mismas para otro sistema.

En los últimos años, autores como Sugihara [Sug-82a, Sug-86] han propuesto la idea de mejorar esta interacción usuario- sistema, y más concretamente, el proceso de creación de sólidos tridimensionales, donde dicha interacción es muy importante. En este aspecto de la creación existen distintas técnicas (barrido, primitivas, operaciones booleanas) las cuales dependen de los modelos implementados en el sistema.

Una mejora en este dominio podría basarse en la implementación de técnicas de creación de sólidos a partir de dibujos lineales (*line drawings*) sobre papel y hechos a mano, lo que no obligaría al usuario a aprender el funcionamiento de las diferentes técnicas convencionales.

Con este propósito, el proyecto descrito en esta memoria pretende la implementación de una técnica de creación de sólidos, que partiendo de un dibujo lineal realizado a mano correspondiente a la proyección de un objeto tridimensional y en un solo punto de vista, obtenga la descripción del objeto-3D sobre un modelo CAD. La captación de la imagen del dibujo puede ser realizada por medios ópticos (cámaras, scanner,...).

En este proyecto confluyen diferentes campos, de los que se pueden destacar de forma importante la visión por ordenador que comporta el procesamiento de imágenes, el análisis de *line drawings* y la reconstrucción tridimensional. Otro campo importante es el concerniente a gráficos por ordenador y más concretamente el modelado de sólidos, y los sistemas CAD.

Dentro del ámbito de la visión-3D, existen dos estrategias importantes: El **reconocimiento** de objetos basándose en modelos tridimensionales previamente almacenados, donde el objetivo es realizar la puesta en correspondencia de la imagen con los modelos. La segunda estrategia es la **reconstrucción tridimensional**, donde se calcula la estructura 3D del objeto representado. En este caso no precisa modelos predefinidos. Esta última estrategia es la utilizada en el proyecto.

Como la mayoría de sistemas de visión por computador, el correspondiente a este proyecto consta de tres niveles interrelacionados:

Nivel Inferior (*Extracción de características*). Se obtiene la imagen del dibujo lineal mediante dispositivos ópticos. Por ello, el primer proceso a realizar es la extracción de características del dibujo, principalmente las líneas y los puntos de intersección, teniendo en cuenta diversos parámetros de tolerancia debido a que hay que tener en cuenta que el dibujo ha sido realizado a mano alzada y pueden existir errores de aproximación (líneas que no sean realmente rectas, puntos de intersección entre varias líneas muy próximos entre ellos). En este nivel se utilizan técnicas de tratamiento de imágenes para el reconocimiento y extracción de estas características. Como resultado, se obtiene una descripción

de las líneas y puntos de intersección de la imagen: Un modelo en alambres.

Nivel Medio (*Interpretación de características*). Tomando la descripción formada en el nivel anterior, en este nivel se verifica si la imagen corresponde a un objeto posible de ser reconstruido tridimensionalmente, intentando eludir las ambigüedades producidas por el punto de vista correspondiente a la imagen. Por ello, debe procederse a la extracción de regiones en la descripción precedente que puedan corresponder a superficies 3D y encontrar relaciones entre ellas. Básicamente, en este nivel se utilizan métodos de análisis de dibujos lineales, de los que se destaca el etiquetado de las líneas del dibujo. Dichas etiquetas especifican relaciones de incidencia concernientes a las superficies que inciden en las líneas. Si es posible encontrar un objeto tridimensional que corresponda a una configuración de etiquetas del dibujo, se obtiene como resultado de esta nivel información sobre las superficies y líneas del dibujo así como relaciones entre ambas entidades.

Nivel Superior (*Reconstrucción tridimensional*). Mediante la descripción de superficies y las relaciones entre ellas, se calcula la representación tridimensional (vértices, aristas y superficies) del objeto. Al disponer de un sólo punto de vista, deberán fijarse ciertos parámetros para obtener la orientación y posición del objeto en el espacio tridimensional.

Se pretende, además, una interacción entre los tres niveles. La adopción de una estrategia de reconstrucción tridimensional sin basarse en modelos predefinidos justifica una interacción *bottom-up* entre niveles. A pesar de ello, se pretende también una interacción *top-down* en los casos en que los niveles superiores no puedan validar la imagen deducida en los niveles inferiores. Esta última interacción consiste en modificar ciertos parámetros del nivel inferior susceptibles de ser modificados para corregir la descripción y someterla de nuevo al nivel superior.

En esta memoria se describe el trabajo realizado en los niveles inferior y medio del sistema, que incluyen técnicas de procesamiento de imágenes y análisis de dibujos lineales.

En el **segundo capítulo** se enuncian las asunciones consideradas en el sistema para la formación de los dibujos lineales. Dichas normas conciernen a los tres ámbitos: Escena tridimensional, dibujo lineal y la imagen.

En el **tercer capítulo** se describe el nivel inferior del sistema, el cual se basa principalmente en técnicas de procesamiento de imágenes.

El **cuarto capítulo** se hace un estudio del nivel medio del sistema, el cual realiza un análisis cualitativo del dibujo lineal.

En el **quinto capítulo**, se muestran los resultados obtenidos en el nivel inferior y medio sobre algunos ejemplos de dibujos lineales.

En el **sexto capítulo** se enumeran las *conclusiones* sobre el trabajo realizado, así como líneas de continuación.

En el **octavo capítulo** se incluyen las principales referencias y bibliografía.

El **octavo capítulo** se incluye un *glosario* de definiciones para una rápida consulta sobre los conceptos utilizados en esta memoria.

Para finalizar, se adjuntan cuatro **anexos**.

En el **Anexo A** de ellos, se muestran diccionarios de otros autores como el de Sugihara y Kanade así como el que se ha generado según lo explicado el tercer capítulo.

En los **Anexos B y C** se especifican algunas de las configuraciones estudiadas sobre la numerización de líneas y la codificación de los puntos de intersección para justificar ciertas decisiones tomadas, con el objetivo de optimizar la puesta en correspondencia. En el **Anexo D** se presentan algunos ejemplos de dibujos lineales sobre los cuales se han aplicado los algoritmos propuestos en el quinto capítulo así como los resultados obtenidos de dichos ejemplos aplicando las hipótesis formuladas.

1.1 Sistemas de visión por computador

El proceso de visión humana ha sido una de las grandes incógnitas por conocer y que aún en la actualidad no ha podido ser descifrado en su totalidad. Los primeros estudios teóricos se remontan al siglo XVII cuando Kepler estudia el proceso óptico del ojo humano describiendo cómo se proyectan las imágenes en la retina. Posteriores

trabajos, como el de Descartes, amplían el concepto de visión a la percepción e interpretación de la escena visualizada mediante modelos previamente asumidos por el ser humano. Esta profundización del concepto dado por Kepler pone de manifiesto la complejidad del proceso de visión al introducir el estudio de las formas de representación de escenas así como los mecanismos de interpretación utilizados por el cerebro. En ambas contribuciones, la visión está estructurada en una jerarquía de procesos que se pueden agrupar en dos etapas claramente diferenciadas:

- La de captación de la imagen identificando las zonas claras, oscuras, el color, las formas, etc, de la cual se encarga el ojo humano.
- La de creación de la percepción visual, encargada de representar e interpretar la imagen captada. De esta tarea se encargan el ojo humano y el cerebro, pero principalmente este último.

Los experimentos científicos en el campo de la Medicina, Biología y Psicología tienden a clarificar los diferentes pasos de esta jerarquía. El área de visión por computador intenta emular estos procesos en sistemas informáticos, incluyendo todas las técnicas que permitan tratar, clasificar e interpretar imágenes captadas por dispositivos sensores. Toda implementación en un sistema informático plantea la definición formal de cada uno de los pasos de la implementación y, en el caso concreto de la visión, surge la problemática de definir dicha jerarquía a partir de un modelo parcialmente conocido como el sistema de visión humano, así como las técnicas a utilizar en cada nivel. Para ello, hay que considerar las características de las imágenes con las que se va a trabajar, factor que ayuda a definir, y principalmente acotar, la problemática. Una primera distinción importante es el tipo de escenas que representan las imágenes, ya sean bidimensionales (esquemas, planos, etc...) o tridimensionales (objetos, edificios, etc...). Para escenas bidimensionales el objetivo es la clasificación de ciertas partes de la imagen en clases o patrones establecidos. Dichas técnicas de clasificación se agrupan en una rama denominada Reconocimiento de Patrones (em Pattern Recognition). Si las imágenes representan escenas tridimensionales, además de las técnicas de clasificación, se pueden aplicar técnicas de Reconstrucción Tridimensional que pueden influir en el proceso de interpretación. En este informe se

destacarán las técnicas aplicables sobre este tipo de escenas.

En el análisis de imágenes de escenas tridimensionales hay un gran número de aplicaciones destacando por su importancia y por su gran utilidad en el campo industrial el área de robótica. La incorporación de técnicas de visión a robots les confiere un alto grado de versatilidad y prestaciones en los procesos industriales.

Dentro del campo de las imágenes médicas existen aplicaciones en la reconstrucción tridimensional de diversas zonas del cuerpo humano como el cerebro a partir de imágenes bidimensionales seriadas como las captadas por scanner.

1.1.1 Niveles en los sistemas de Visión por Computador.

Centrándonos en el análisis de escenas tridimensionales, existen dos claras tendencias:

Reconocimiento (*Matching*), consistente en extraer características de ciertas partes de la imagen para ser comparadas con unos modelos predefinidos a fin de clasificar a qué modelo corresponde.

Reconstrucción tridimensional (*Three-Dimensional Recovery*). Obtener la información tridimensional de las entidades que están representadas en la imagen.

Como se ha comentado anteriormente, las imágenes incluyen aspectos que han de ser considerados en los sistemas de visión como sombreados, color, range data, texturas, etc., algunos de los cuales dependen del dispositivo sensor. Estos aspectos influyen en las técnicas que hay que aplicar en el sistema. Básicamente un sistema de visión viene definido por tres grandes niveles, cada uno de los cuales agrupa un conjunto de técnicas:

Nivel Bajo - Extracción de características. (*Low Level Vision, Feature Extraction*). Una vez captada la imagen el primer paso es mejorar, si es posible, su calidad y extraer información básica como regiones uniformes, contornos, puntos, etc.. Estas técnicas se engloban dentro del área de Procesamiento de Imágenes. Dan como resultado una descripción básica de estos aspectos propios de la imagen, definida como Características Formales (*Shape Feature*) o *Primal Sketch* [Mar-82].

Nivel Medio - Interpretación de características. (*Feature Interpretation*).

Partiendo de la descripción inicial de aspectos de la imagen (*Primal sketch*), se intenta obtener características propias de la escena (líneas, aristas, normales a las superficies, ocultaciones, etc..) para obtener una descripción de la escena. En este nivel se incluyen las técnicas de Extracción de formas a partir de ciertas propiedades extraídas de la imagen (técnicas *Shape from X*), como iluminación y sombreado (*Shape from Shading*), texturas (*Shape from Texture*) o estereoscopía (*Shape from Stereo*), etc. . . . La información extraída se define como Descripción de la escena o *2 1/2 D Sketch* [Mar-82].

Nivel Alto - Interpretación de escenas. (High Level Vision, Scene Interpretation).

El último paso, y más importante es la interpretación, consistente en realizar el emparejamiento (*matching*) entre los modelos y los objetos de la imagen para identificar estos últimos. Esta operación se realiza mediante estructuras de alto nivel (árboles, grafos o modelado de sólidos). Para ello es necesario obtener la descripción de la imagen captada compatible a nivel de estas estructuras, con los modelos que conforman la base de conocimientos. Como factores importantes a la hora de implementar un sistema de visión y que influyen en este nivel cabe mencionar el dominio de objetos a reconocer que impondrá una serie de restricciones en la interpretación y definir qué tipo de información deben poseer los modelos de la base de conocimientos, y por tanto se debe obtener de la imagen, para que la asignación sea correcta y de forma única. En referencia a la base de conocimientos y a las técnicas de interpretación se utilizan técnicas de inteligencia artificial. En caso de que la operación de emparejamiento no permita identificar la descripción de la imagen con alguno de los modelos, algunos sistemas implementan mecanismos de retroceso (*backtracking*), consistentes en volver a aplicar los niveles inferiores para obtener una nueva descripción de la imagen que realice mejor la operación de emparejamiento con los modelos.

La relación entre los diferentes niveles puede seguir dos filosofías bien diferenciadas:

Bottom-up . Partiendo de la imagen se aplican los distintos niveles hasta obtener la descripción de alto nivel. Se trata de un reconocimiento *a ciegas*. Los niveles inferiores no tienen en cuenta a priori el tipo de objetos que se analizan. Esta tendencia predominaba en los primeros sistemas de Roberts [Rob-65] y Falk [Fal-72], pero presenta como desventaja que el éxito en el matching de alto nivel depende de los resultados obtenidos en los dos niveles inferiores. Sin embargo, esta filosofía tiene como aspecto favorable la versatilidad en el cambio de dominio de los objetos a reconocer ya que esta alteración sólo afecta al nivel superior, y más concretamente a los modelos, sin influir en los procesos de los niveles inferiores.

Top-Down . Existe un conocimiento a priori de los modelos y de su dominio que influye en el desarrollo de todos los niveles para garantizar el emparejamiento entre la descripción de la imagen y los modelos mediante la definición de hipótesis que se validan en el nivel alto. Es una filosofía óptima en sistemas de reconocimiento de escenas con fuertes restricciones en la base de conocimientos y pierden efectividad en sistemas poco restrictivos al no poder la base de conocimientos influir para realizar el matching de forma única si se formulan múltiples hipótesis.

1.2 Análisis de dibujos lineales

A continuación se estudian algunos trabajos de los más significativos sobre reconocimiento y reconversión tridimensional de dibujos lineales. La mayoría de ellos describen técnicas que se implementan en el nivel medio de los sistemas de visión. Dentro de este nivel podemos definir dos procesos bien diferenciados:

Reconstrucción cualitativa de formas (*Qualitative Shape Recovery*). Agrupa los métodos que permiten validar un dibujo lineal como proyección de un objeto real según un dominio definido para poder realizar la reconstrucción tridimensional. Principalmente engloba los algoritmos de etiquetado (*labelling*) introducidos por Guzman, Huffman, Clowes y Waltz entre otros.

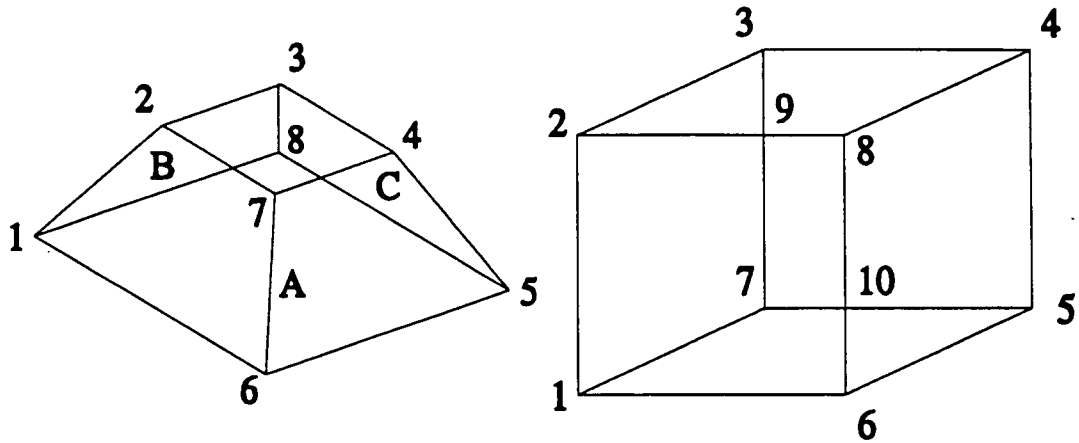


Figura 1.1: Ejemplo de dos dibujos lineales equivalentes cualitativamente.

Reconstrucción cuantitativa de formas (*Quantitative Shape Recovery*). Técnica con el propósito de reconstruir el objeto tridimensional que representa el dibujo lineal. Para ello se utiliza información intrínseca de la imagen (paralelismos, simetrías, normales a superficies), caso de Kanade [Kan-81], Barrow y Tanenbaum [BaT-81], o incluso la resolución de sistemas de ecuaciones para obtener los parámetros tridimensionales así como el estudio de dichos sistemas para verificar la existencia de soluciones propuesta por Sugihara [Sug-82a].

En la Fig.1.1 se muestra un ejemplo donde se puede distinguir la diferencia entre ambos procesos.

A continuación estudian más concretamente los trabajos mencionados según esta clasificación.

1.2.1 Reconstrucción cualitativa de formas

Estas técnicas se pueden clasificarse en dos grandes estrategias:

- Etiquetado de líneas.
- Análisis de errores del dibujo lineal.

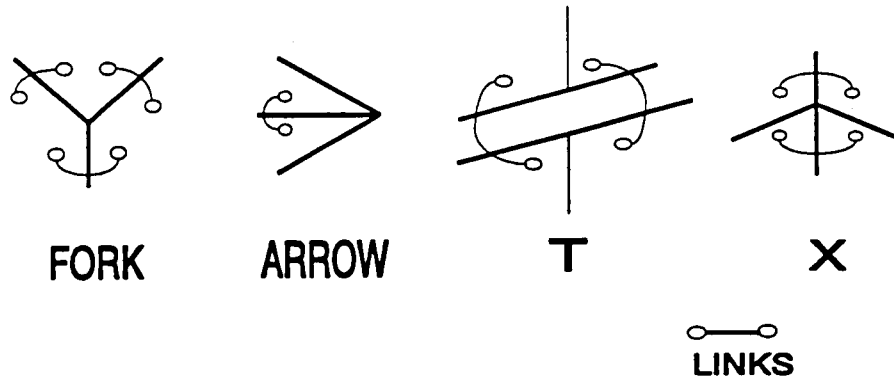


Figura 1.2: Relaciones entre regiones según las uniones.

Etiquetado de líneas A finales de los años 60, Guzman [Guz-68] propone un conjunto de reglas heurísticas para la identificación de objetos en un dibujo lineal. Para demostrar su aplicación, desarrolla el programa *see*, el cual no pretende ser un reconocedor (no dispone de modelos predefinidos), ni extraer la descripción tridimensional del objeto. La finalidad del sistema es discriminar las partes del dibujo lineal (principalmente líneas) que forman un sólido para ser posteriormente analizadas por un reconocedor como el de Roberts.

Guzman se fija en la importancia de las uniones (*junctions*) en un dibujo lineal, definidas como los puntos de intersección entre las líneas de una imagen. Estas uniones pueden representar, por regla general, vértices en la escena tridimensional pero no siempre al poder existir intersecciones de aristas de distinta profundidad en la imagen.

El autor clasifica estas uniones por el número de líneas intersectadas y por la forma que tienen. Las uniones delimitan regiones en la imagen, las cuales corresponden a superficies de objetos en el espacio tridimensional. Según esto, Guzman define una serie de relaciones (*links*) entre regiones de la imagen que indican su pertenencia a un mismo objeto. Se definen un total de 9 uniones distintos de los que podemos destacar los siguientes:

Mediante este diccionario de relaciones se analiza el dibujo lineal asignando los links correspondientes según el tipo de unión que posea la imagen. La descripción de estas relaciones se realiza mediante un grafo cuyos nodos corresponden a las regiones

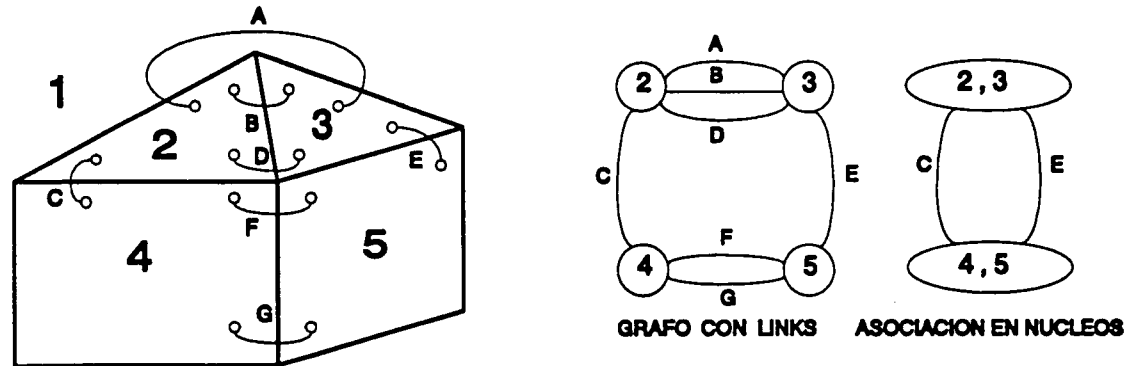


Figura 1.3: Ejemplo de asociación de regiones en núcleos.

de la imagen y los arcos a los links definidos por la heurística.

En dicha representación, se identifican las zonas pertenecientes a un mismo objeto. Aquellas regiones que están conectada por dos o más arcos se agrupan en **Núcleos** (cada línea que delimita dos regiones posee dos uniones y dos posibles relaciones). Si dos o más núcleos se unen por dos o más arcos se agrupan en uno mayor. Este proceso se realiza hasta que no se puedan realizar más agrupaciones y cada núcleo formado incluye el conjunto de regiones que forman el objeto.

El método de Guzman presenta como principal inconveniente que en ciertas escenas complejas el programa es susceptible de producir errores. Al estar basado en métodos heurísticos se hace compleja la corrección del programa al no tener una teoría formalizada sobre la deducción de las reglas, por lo que estas funcionan en unos casos y en otros no sin conocer las causas. El trabajo de Guzman significa la utilización de la heurística en el análisis de dibujos lineales y lo que es más importante, la introducción del concepto de las uniones y de su importancia en el análisis de dibujos lineales mediante una clasificación de éstas, aspectos que han influido en trabajos posteriores.

De forma paralela, Huffman [Huf-71] en USA y Clowes [Clo-71] en Inglaterra realizan un paso importante en formalizar el proceso de interpretación de dibujos lineales tomando la idea de Guzman sobre la información que pueden aportar las uniones. Ambos autores hacen una clara distinción entre *imagen*, donde se pueden detectar uniones, líneas y regiones que conforman el ámbito de la imagen (*Image*

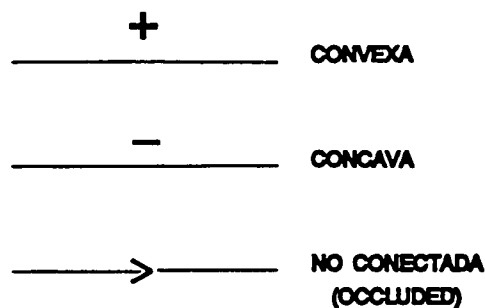


Figura 1.4: Etiquetado de aristas según Huffman-Clowes.

Domain) y la *escena* con vértices, aristas y caras que forman parte del ámbito de la escena (*Scene Domain*). El proceso de interpretación consistirá en asignar aspectos del ámbito de la imagen en el ámbito de la escena (unión a vértice, línea a arista, región a caras). El objetivo de Huffman y Clowes es generar interpretaciones de dibujos lineales de forma sistemática. Para ello clasifican las líneas que aparecen en una imagen en dos tipos:

Conexa. Línea que separa dos regiones visibles de la escena. Puede ser de dos tipos: *convexa* y *cóncava*.

No Conexa. La línea separa dos regiones, una de ellas oculta.

Según esta distinción, a cada línea del dibujo lineal se le asigna una de estas tres etiquetas. Mediante estas consideraciones, se define el etiquetado como el proceso de asignar una de las etiquetas anteriores a cada línea del dibujo de forma que cada línea tenga una sola etiqueta. Este proceso se realiza mediante las uniones, creando un diccionario con todas las posibles configuraciones de etiquetas que pueden tener las líneas de cada unión y asignando las etiquetas a las líneas identificando las uniones en el diccionario. Como en trabajos anteriores se restringe el dominio de objetos a poliedros, pero en este caso cada vértice es compartido únicamente por tres caras, que los autores denominan dominio trihédrico (*trihedral world*). Dicho dominio se refleja en el conjunto de uniones y configuraciones posibles de etiquetado. Para crear de

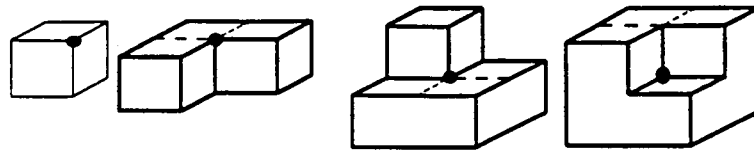


Figura 1.5: Tipos de vértices en el dominio triédrico

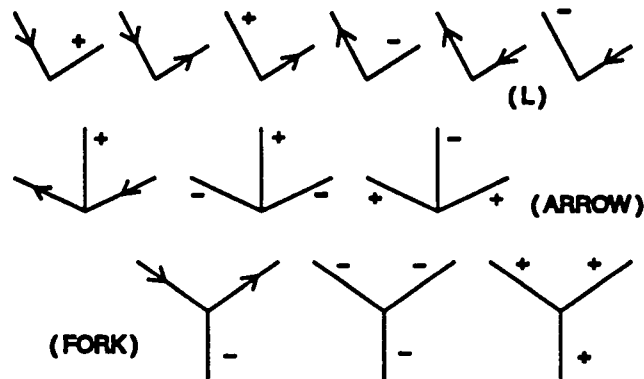


Figura 1.6: Diccionario de Huffman-Clowes.

forma exhaustiva el diccionario, se deducen los tipos de vértices que pueden aparecer en el dominio considerado que son los mostrados en la Fig.1.5.

El conjunto de uniones posibles se obtiene visualizando estos vértices en diferentes puntos de vista situados en las ocho regiones posibles (4 arriba y 4 abajo), deduciendo también las correspondientes configuraciones etiquetadas. El diccionario formado por Huffman y Clowes consta de 12 uniones descritas en la Fig.1.6.

Huffman [Huf-71] también añade otro tipo de union (T) con 4 diferentes etiquetados mostrados en la Fig.1.7.

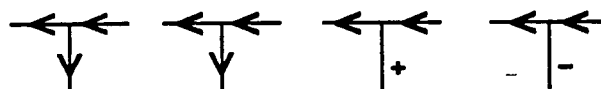


Figura 1.7: Ampliación del diccionario triédrico.

Por lo que respecta al proceso de etiquetado se imponen dos restricciones importantes:

- Cada línea situada entre dos uniones se etiquetará de forma única.
- El objeto ha de estar orientado en lo que se define como Posición General (*General Position*), de forma que se observen claramente todos los vértices visibles del objeto de forma que no existan solapamientos entre uniones y líneas que pueden dificultar la interpretación. Para definir más claramente el concepto se puede decir que un objeto está en Posición General si al aplicar una pequeña rotación en cualquier ángulo y sentido siguen apareciendo las mismas entidades (uniones y líneas) que en la posición inicial.

El proceso de etiquetado consiste en encontrar una o varias configuraciones de etiquetas para todas las líneas del dibujo lineal que sean consistentes con el diccionario predefinido. Dichas configuraciones definen relaciones entre las caras de un poliedro que son de gran utilidad para poder reconocer o reconstruir el objeto a partir del dibujo lineal.

Para efectuar el etiquetado hace falta identificar el tipo de las uniones del dibujo lineal. Una vez reconocidos, se toma uno de ellos y según el tipo se le asigna una de las configuraciones posibles del diccionario. Dicha asignación impone ciertas restricciones a las uniones vecinos, los cuales ya tienen una arista etiquetada, de forma que para estos últimos se buscan configuraciones de etiquetado compatibles a estas restricciones expandiendo el proceso hasta recorrer todas las uniones del dibujo lineal o que todas las líneas del mismo estén etiquetadas. Como puede apreciarse, este proceso puede dar lugar a obtener múltiples configuraciones de etiquetado posibles. También puede producirse el caso contrario, que no se obtenga una configuración consistente con el diccionario, con lo que el objeto descrito en el dibujo lineal no se ajusta al dominio considerado.

La definición de un diccionario de uniones y el algoritmo de etiquetado representan una formalización del proceso de interpretación de dibujos lineales. Uno de los factores a considerar en dicho método es la adopción de ciertos criterios para seleccionar la interpretación más válida de entre todas las posibles que genera el etiquetado.

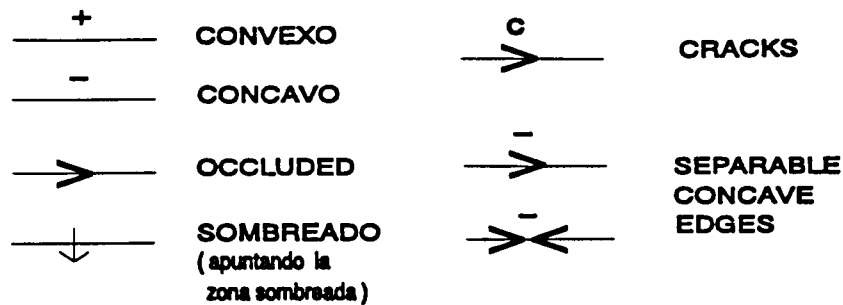


Figura 1.8: Etiquetas posibles de aristas según Waltz.

Dicho criterio puede basarse en los mecanismos que la percepción humana utiliza para identificar la imagen.

La ampliación del diccionario a un dominio más amplio aumenta la complejidad tanto en el proceso de etiquetado como debido al aumento de configuraciones etiquetadas.

No obstante, el proceso de etiquetado se basa en el estudio de restricciones locales sobre el dibujo lineal, concretamente sobre las uniones sin tener en cuenta aspectos globales de la imagen, lo que puede producir interpretaciones válidas de objetos imposibles de representar en el espacio tridimensional lo que cuestiona la fiabilidad del método.

Esto hace necesario añadir ciertos tests que permitan validar los resultados del proceso de etiquetado.

Posteriormente, Waltz [Wal-75] propone una ampliación del diccionario de Huffman-Clowes [Huf-71], [Clo-71] a ciertas características que pueden aparecer en los dibujos lineales como sombras, *cracks* (aristas que separan dos superficies coplanares) o aristas separables que pertenecen a más de un objeto. Esto supone un considerable aumento de las posibles etiquetas que puede poseer una línea en la imagen que de las 3 que definen Huffman y Clowes, Waltz define 11, mostradas en la Fig.1.8.

El autor formula la hipótesis que la información sobre estas características adicionales contribuye a un mejor reconocimiento de la escena restringiendo las configuraciones de etiquetado. Siguiendo esta filosofía, Waltz propone además incluir

información sobre la iluminación de cada región que viene delimitada por las líneas de una unión describiendo si está directamente o indirectamente iluminada por la fuente de luz o afectada por sombras de otra superficie lo que amplía aún más el número de posibles etiquetas de una línea de las 11 mencionadas anteriormente a 53.

El diccionario implementado por Waltz considera las uniones definidos por Huffman-Clowes (*L*, *arrow*, *fork*, *T*) y lo amplía para uniones con 4 líneas y alguno de 5 apartándose del dominio considerado por los autores mencionados anteriormente. A priori, el aumento de las posibles etiquetas sobre una línea así como de las uniones posibles hace suponer un considerable aumento del diccionario de Waltz, teniendo en cuenta las combinaciones posibles entre líneas y etiquetas, pero en realidad sólo un pequeño porcentaje de estas combinaciones son posibles. No obstante el aumento respecto al diccionario de Huffman-Clowes es considerable.

Por lo que hace referencia al algoritmo de etiquetado, Waltz propone un método exhaustivo para poder obtener todas las combinaciones posibles adoptando las restricciones enunciadas por Huffman. El algoritmo consiste en generar todas las posibles configuraciones de etiquetado incluidas en el diccionario para cada unión del dibujo lineal para compararlas en cada pareja de uniones adyacentes (que comparten una arista). Si la arista en común es compatible (igual etiqueta) con una configuración de cada unión se relacionan ambas. La forma más sencilla de describir estas relaciones es mediante un grafo. Una vez realizadas todas las relaciones se toma una unión y se intenta formar un camino que recorra todas las uniones del dibujo lineal a través de las relaciones definidas. Este camino nos dará una posible configuración de todos las uniones del dibujo. El objetivo en esta fase es encontrar todos los caminos posibles que recorran todas las uniones.

La principal contribución del trabajo de Waltz es la consideración de características adicionales en la escena que hasta el momento no se habían tenido en cuenta por temo a aumentar exageradamente la complejidad del etiquetado, como sombreado, iluminación. Esto ha implicado el considerable aumento del etiquetado y del diccionario de uniones. Una conclusión sorprendente a la cual llegó el autor es que la inclusión de dicha información disminuye el número de configuraciones posibles convergiendo más rápidamente a configuraciones más realistas.

El proceso de etiquetado verifica si es factible la reconstrucción del objeto representado en la imagen y constituye una técnica incluida en el campo de la Reconstrucción Cualitativa De Formas. Como hemos comentado anteriormente, este proceso no ofrece una total fiabilidad ya que pueden generarse posibles interpretaciones de dibujos lineales imposibles de representar en el espacio 3D. Esto implica que el etiquetado no proporciona suficientes restricciones para distinguir escenas no representables.

Con el propósito de aumentar estas restricciones, en el año 1971 Huffman [Huf-71] propone el concepto de *Espacio Gradiente* en el análisis de dibujos lineales que Mackworth [Mac-73] adopta en la implementación del programa Poly de reconocimiento de poliedros.

A continuación se define el concepto de de dicho espacio y sus propiedades, utilizadas para la interpretación de dibujos lineales con el fin de verificar si el objeto representado es válido o no.

Suponiendo que los dibujos lineales se representan mediante proyección ortográfica, un plano en el espacio puede expresarse mediante la ecuación

$$f(x, y) = -z; -z = px + qy + c$$

Se define el **gradiente** como el valor (p, q) tal que

$$p = \frac{\delta f}{\delta x} \qquad q = \frac{\delta f}{\delta y}$$

Cada valor (p, q) representa un número infinito de planos con orientación definida por los dos valores pero en distintas posiciones. El concepto de gradiente puede interpretarse como la intersección del vector normal al plano $(p, q, 1)$ sobre el plano $z=1$. Estos valores son representables en un espacio bidimensional llamado *espacio gradiente* definido gráficamente en la Fig.1.12.

Para ver la relación entre los gradientes y los planos proyectados en un dibujo lineal pueden considerarse los ejemplos mostrados en la Fig.1.13.

Existen dos propiedades que relacionan el etiquetado con el espacio gradiente, que motivan que este último sea una herramienta interesante para verificar la validez del etiquetado de un dibujo lineal. Estas propiedades son las siguientes:

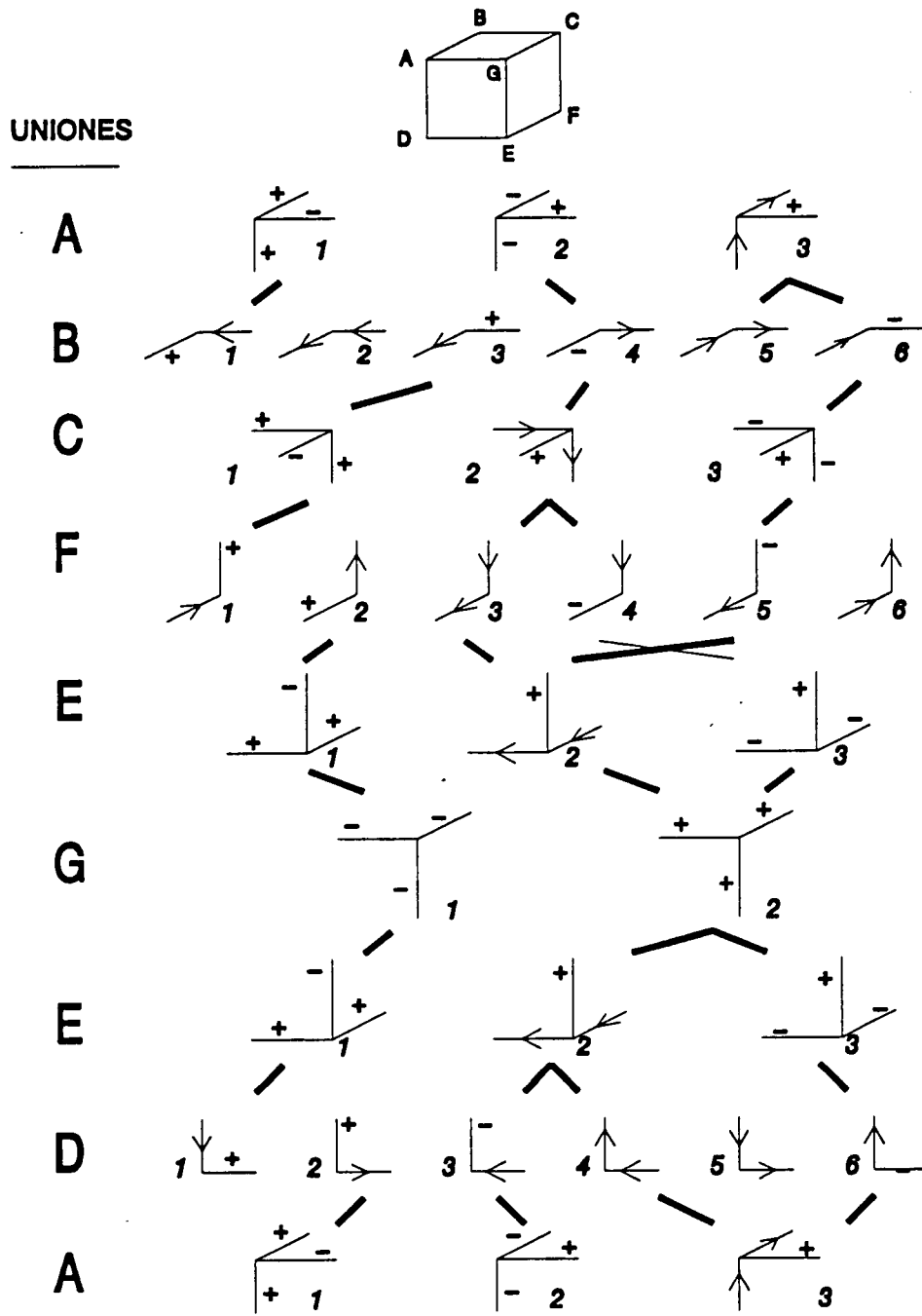
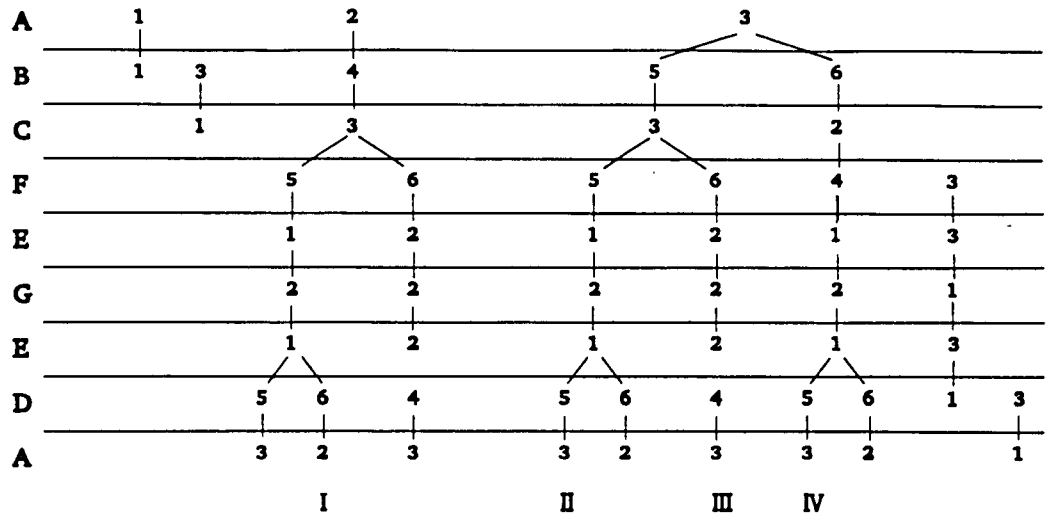


Figura 1.9: Relaciones compatibles entre uniones.



CAMINOS	I	2	4	3	5	1	2	1	6	2
I	2	4	3	5	1	2	1	6	2	
II	3	5	3	5	1	2	1	5	3	
III	3	5	3	6	2	2	2	4	3	
IV	3	6	2	4	1	2	1	5	3	

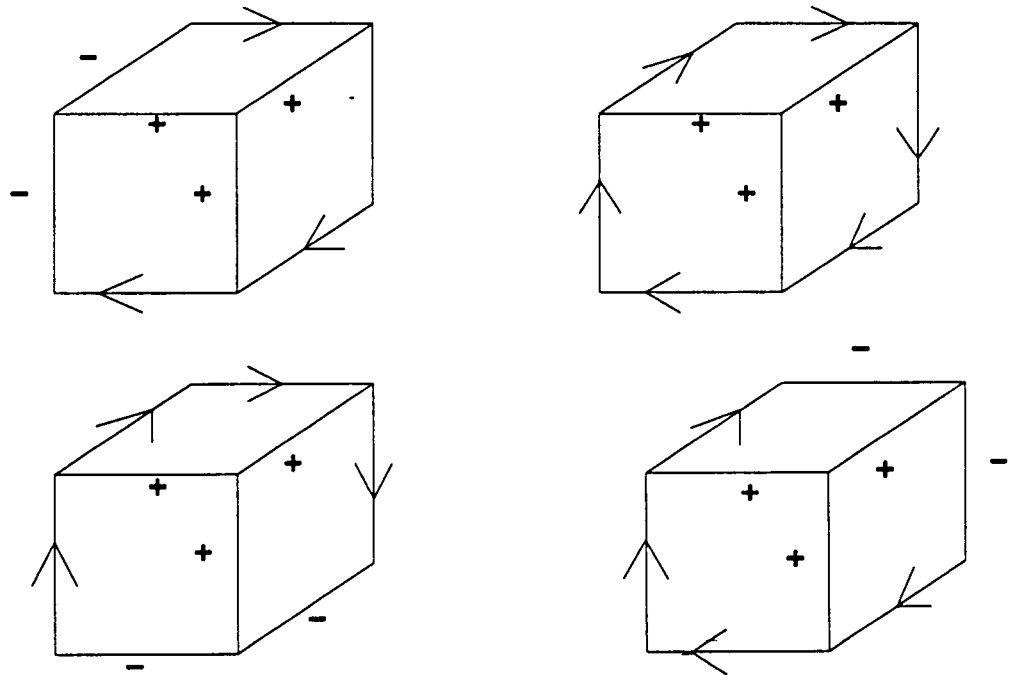


Figura 1.10: Interpretaciones deducidas por el algoritmo.

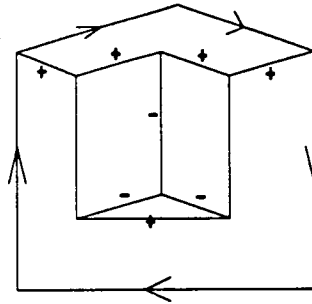


Figura 1.11: Figura inconsistente etiquetada correctamente.

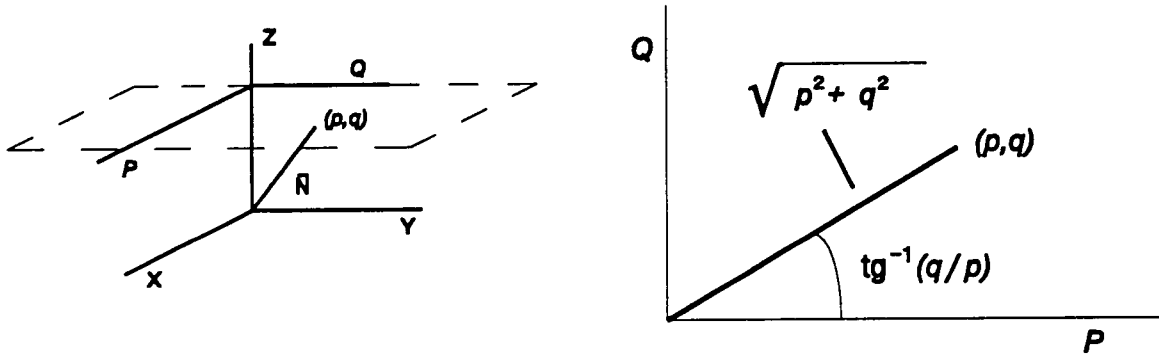


Figura 1.12: Representación gráfica del espacio gradiente

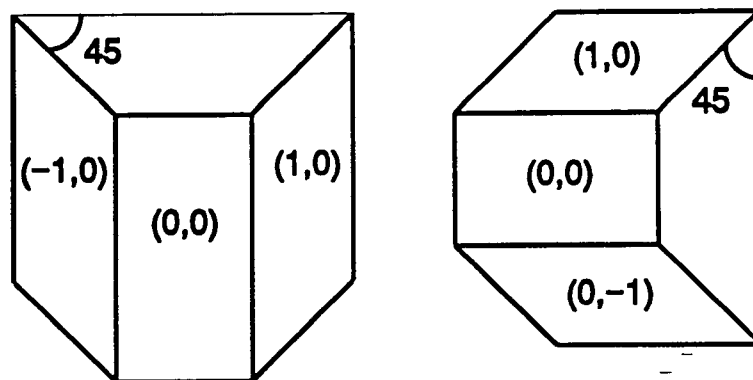


Figura 1.13: Gradientes de superficie.

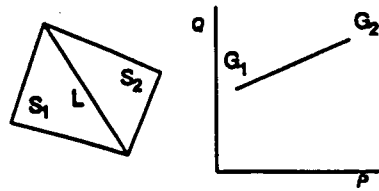


Figura 1.14: Relación de perpendicularidad en el gradiente.

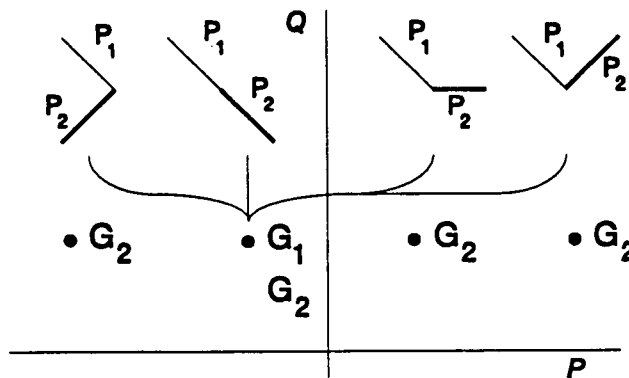


Figura 1.15: Relaciones de convexidad y concavidad en el espacio gradiente.

- Si dos superficies intersectan en una arista común, sea cóncava o convexa, los gradientes de ambas superficies en el espacio gradiente están alineados en un segmento perpendicular a la arista común en la imagen (Fig.1.14).
- Si una arista que separa dos superficies es convexa, los gradientes de las dos superficies se distribuyen espacialmente tal como están situados en la imagen. En caso de que la arista sea cóncava el orden de los gradientes se invierte (1.15).

La primera propiedad filtra todas aquellas configuraciones de dibujos lineales que poseen dos caras que comparten dos aristas de distinta inclinación, característica que no se tenía en cuenta en el proceso de etiquetado. Por ejemplo, en el caso de la Fig.1.16 el proceso de etiquetado generaba una interpretación válida de esta figura no representable. Si se hace la verificación calculando los gradientes de las superficies, se puede ver que definido el gradiente de R_1 (G_1) y considerando la primera propiedad,

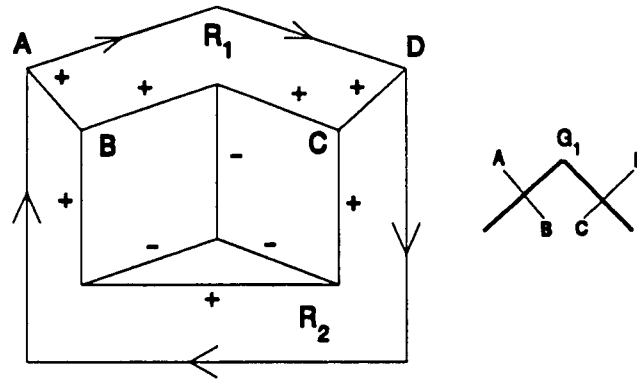


Figura 1.16: Interpretación incorrecta según las propiedades del gradiente.

el gradiente de R_2 no puede tener un único valor sino dos que provienen tener en cuenta las aristas A-B y C-D, demostrando la no validez del objeto representado.

Mackworth aplica estas propiedades del espacio gradiente en la implementación del programa **Poly** de interpretación de dibujos lineales, utilizando dichas propiedades para encontrar una distribución válida de los gradientes de las superficies del dibujo lineal. Estas distribuciones le permiten, mediante la segunda propiedad, realizar el etiquetado de las aristas a partir de la representación del espacio gradiente. El programa Poly adopta la clasificación de líneas inicial de Huffman-Clowes: *conexas* (convexas y cóncavas) y *no conexas* (*occluded*). El algoritmo genera combinaciones de aristas conectadas y no conectadas sobre las líneas del dibujo, empezando inicialmente considerándolas todas conectadas y para cada combinación intenta encontrar una interpretación válida sobre el espacio gradiente.

Para explicar claramente el proceso de generar una interpretación sobre el espacio gradiente consideremos el ejemplo de la Fig.1.17a.

Inicialmente se supone que todas las líneas están conectadas (convexas o cóncavas) (Fig.1.17b) y representamos los gradientes de cada cara en el espacio teniendo en cuenta las dos propiedades del espacio gradiente.

- El fondo (A) queda definido en el origen del espacio (Fig.1.18).

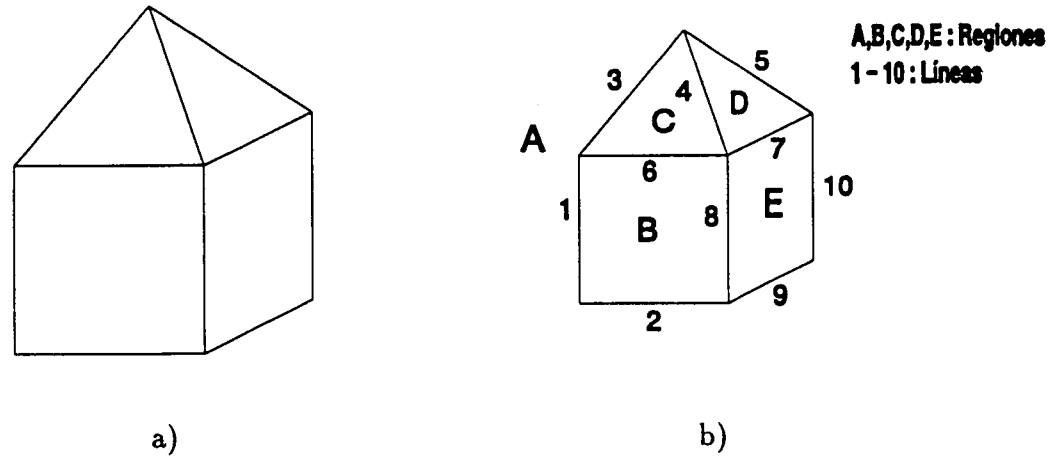


Figura 1.17: a) Ejemplo de dibujo lineal. b) Definición de las regiones y líneas del dibujo.

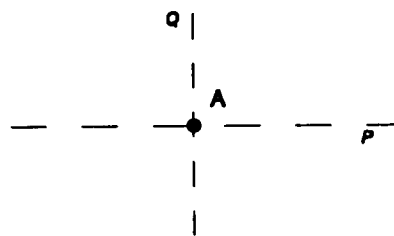


Figura 1.18: Definición del gradiente del fondo de la escena (punto A).

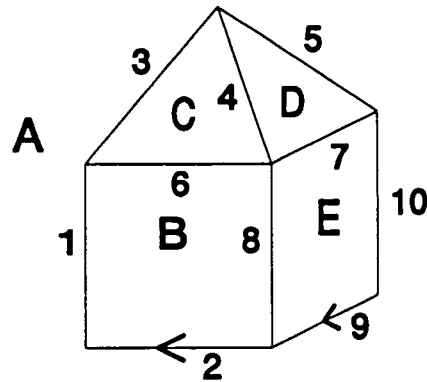


Figura 1.19: Interpretación a validar mediante gradientes.

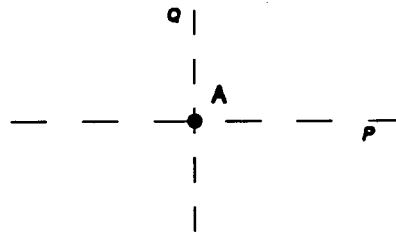


Figura 1.20: Etapas del proceso de interpretación mediante gradiente. (1)

- Se estudia la relación A-B: Al haber dos líneas compartidas entre las dos regiones, el gradiente de B tiene que estar sobre una línea perpendicular a las líneas 1 y 2 simultáneamente, lo que es imposible. No se considera que ambos gradientes sean iguales debido a que en este caso tampoco se cumple la restricción.

Se van generando combinaciones de aristas conectadas y no conectadas pasando por la siguiente configuración que se va a analizar:

1. El fondo, igual que antes se asigna al origen del espacio (Fig.1.20).
2. Se analiza la relación A-B: Como ambas regiones comparten la arista 1, el gradiente de B ha de estar situado sobre el eje de p (no importa la distancia en el momento de fijar las restricciones). Como puede estar a ambos lados de A representamos las dos posibilidades (Fig.1.21).

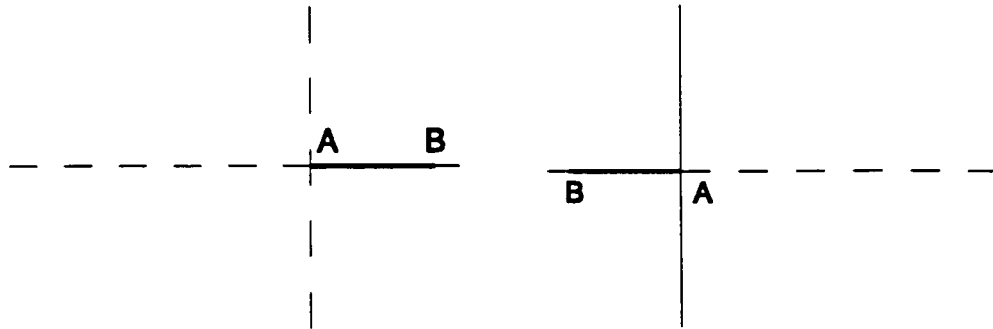


Figura 1.21: Etapas del proceso de interpretación mediante gradiente. (2)

3. Relación de la superficie C con las anteriores (A y B). Por un lado C se relaciona con B a través de la línea 6 i con A por la línea 3. Por ello, se prolongan dos líneas desde los puntos A y B con pendientes perpendiculares a las líneas 3 y 6 respectivamente para encontrar un punto de intersección que corresponderá al gradiente C (Fig.1.22).
4. Relación de la superficie D respecto las anteriores. Con C a través de la línea 4 y con A por la línea 5. Por tanto se prolongan líneas desde A y C (Fig.1.23).
5. Relación superficie E con las anteriores. Con D por la línea 7 y con A con la línea 10 (Fig.1.24).

Con la aplicación de estos pasos se han obtenido dos interpretaciones del dibujo lineal definido anteriormente que verifican las restricciones en el espacio gradiente. Teniendo en cuenta la segunda propiedad del espacio gradiente se puede observar que estas interpretaciones permiten deducir el etiquetado de las líneas conectadas según la situación de las regiones en la imagen y en el espacio gradiente. Las dos interpretaciones posibles son las mostradas en la Fig.1.25.

El algoritmo generaría otras combinaciones de aristas conectadas y no conectadas para encontrar otras posibles interpretaciones del dibujo lineal.

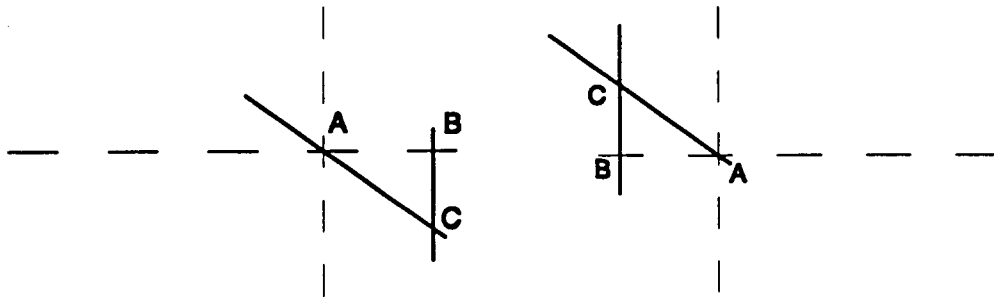


Figura 1.22: Etapas del proceso de interpretación mediante gradiente. (2)

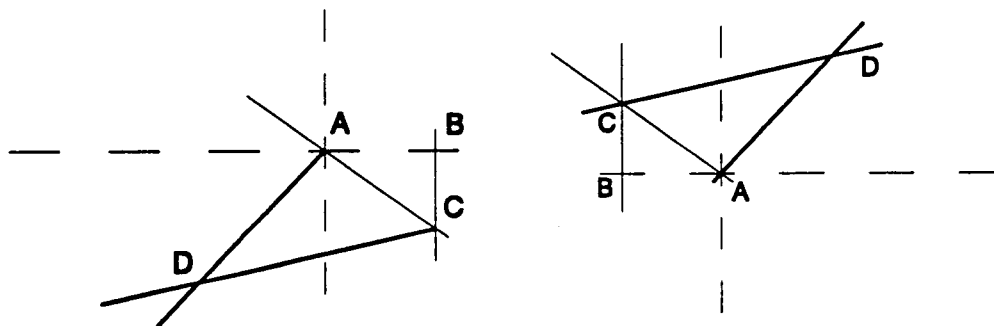


Figura 1.23: Etapas del proceso de interpretación mediante gradiente. (3)

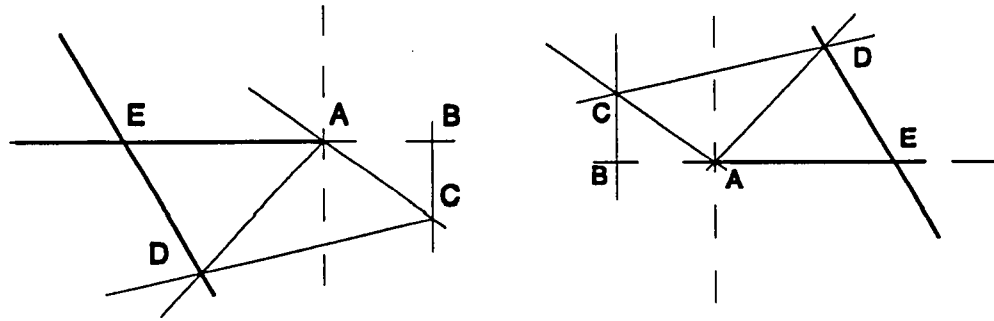


Figura 1.24: Etapas del proceso de interpretación mediante gradiente. (4)

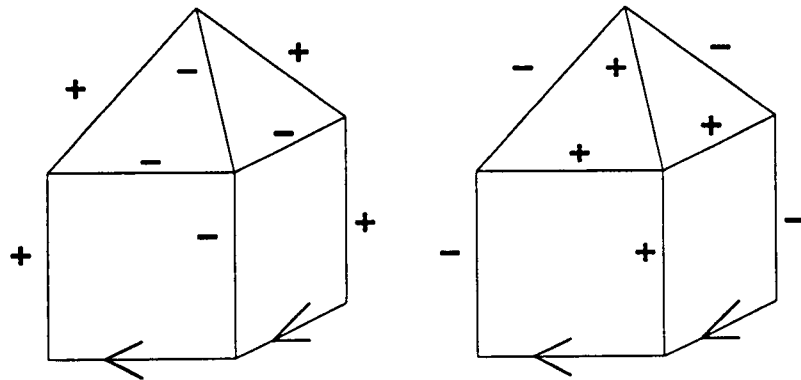


Figura 1.25: Interpretaciones válidas obtenidas por Mackworth.

A través del espacio gradiente podemos obtener una relación de orientación entre las superficies, pero como hemos comentado anteriormente no realiza un cálculo riguroso del gradiente en cada superficie. Esto es debido a que la posición de los gradientes viene condicionado por el primero que se sitúa como referencia y el factor de escala de la gráfica que queda definido al situar el segundo gradiente.

Como se puede apreciar en el ejemplo, solo se tienen en cuenta las regiones que comparten una arista conectada, de forma que no se consideran restricciones sobre regiones que comparten aristas conectadas lo que favorece la obtención de interpretaciones posibles al no añadir restricciones este tipo de etiquetado.

Mackworth propone, a través del programa Poly un sistema de etiquetado basado en restricciones del espacio gradiente sin un diccionario previo. Para cada configuración de aristas conectadas y bno se obtienen como resultado dos interpretaciones posibles deducidas de intercambiar las etiquetas de las aristas conectadas. El dominio de objetos considerado es el de poliedros. Mediante el espacio gradiente se obtiene información sobre la orientación entre las diferentes superficies del objeto representado en el dibujo lineal.

El principal problema de esta implementación mediante el espacio gradiente es que únicamente se considera la orientación de las superficies y no su posición, lo que motiva que existan dibujos lineales de objetos no válidos y que el algoritmo no desestima, como el caso concreto de una pirámide truncada donde las tres aristas principales no coinciden en un punto, tal como se presenta en la Fig.1.26.

Para poder detectar este problema, Huffman propone en el año 1977 [Huf-77b] un test ($test\theta - \theta'$) como condición necesaria y suficiente para que un Conjunto de Líneas de Corte (*Cut Set*), definido como un conjunto de regiones separadas por líneas, sea realizable. Suponiendo un conjunto de líneas de corte como se describen en la figura, el algoritmo realiza los siguientes pasos:

1. Orientar las líneas del conjunto según el etiquetado, de forma que si la línea es convexa se orienta hacia el exterior del bucle y si es cóncava hacia el interior.
2. Aplicación del test. Buscar algún punto θ o θ' que cumplan las siguientes propiedades:

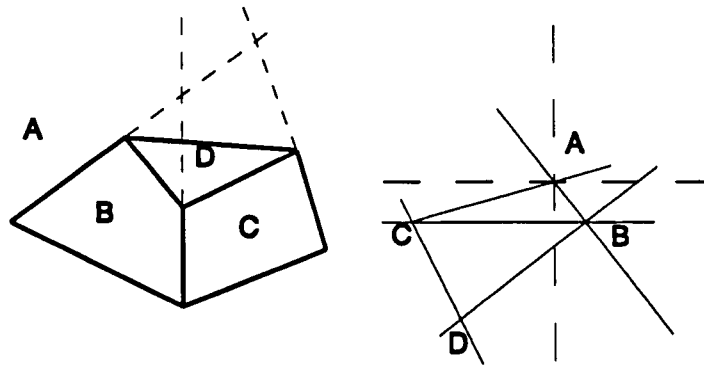


Figura 1.26: Interpretación correcta de una figura imposible

- θ : Punto que se encuentra a la *derecha* de una línea del conjunto y no está a la *izquierda* de las otras líneas del conjunto.
- θ' : Punto que se encuentra a la *izquierda* de una línea del conjunto y no está a la *derecha* de las otras líneas del conjunto.

Si existe, el objeto no es realizable. Se trata de encontrar puntos interiores a la región que delimitan las tres líneas que forman el conjunto, lo que demuestra que estas líneas no intersectan en un único punto. Se trata de un test que se aplica para resolver de forma puntual el problema mencionado anteriormente.

Kanade [Kan-80, Kan-81] realiza contribuciones en el análisis de dibujos lineales dentro de los dos campos importantes que son la reconstrucción cualitativa y cuantitativa de formas.

En referencia al primer campo, el autor define un diccionario de uniones para el etiquetado de líneas basado en el denominado *mundo de Origami*, en alusión a un típico arte manual japonés consistente en la construcción de formas mediante pliegues de hojas de papel (Fig.1.28). El tipo de etiquetas

El mundo de Origami se basa en superficies en lugar de objetos sólidos como ocurre en el dominio triédrico de Huffman- Clowes. Esta consideración permite al diccionario de Kanade reconocer objetos no cerrados como una caja abierta por arriba o una hoja de papel plegada por distintas zonas, no reconocidos por Huffman-Clowes.

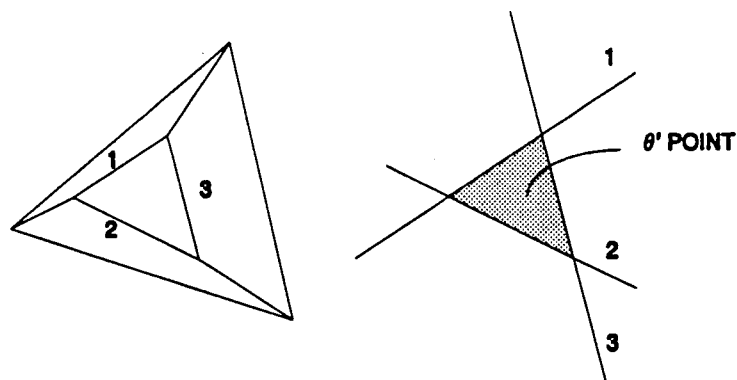


Figura 1.27: Aplicación del test $\theta - \theta'$.

Formalmente, Kanade define el dominio de Origami como **hasta tres superficies** (*up-to-three-surfaces*) por vértice, pudiendo aceptar vértices con una o dos superficies, ampliando de esta forma el dominio triédrico.

Kanade asume proyección ortográfica y caras planas.

El diccionario de Origami supone un conjunto más amplio de uniones, básicamente las formadas por tres o más líneas. Las uniones consideradas son las mostradas en la Fig.1.29.

Igualmente, el aumento en el número de uniones conlleva un mayor número de configuraciones etiquetadas posibles, de las cuales hay que extraer las que son válidas en el dominio de Origami *up-to-three-surfaces*. Este filtraje se realiza de forma análoga al método de Huffman-Clowes. En lugar de dividir el espacio tridimensional en octantes, Kanade lo divide en 3 planos que forman 12 cuadrantes (Fig.1.30) generando cada una de las 4096 combinaciones posibles marcando cada cuadrante como ocupado o libre y en cada combinación se analiza la unión aparecida en el punto central de los cuadrantes así como las etiquetas de cada arista de la unión.

De este algoritmo se obtiene el diccionario de Origami cuyo número de elementos se muestra en la Tabla 1.1.

La ampliación del dominio de objetos considerados respecto al de Huffman-Clowes lleva consigo un sustancial aumento del diccionario así como el número de interpretaciones posibles surgidas, en contraste con el sistema propuesto por Waltz. La causa

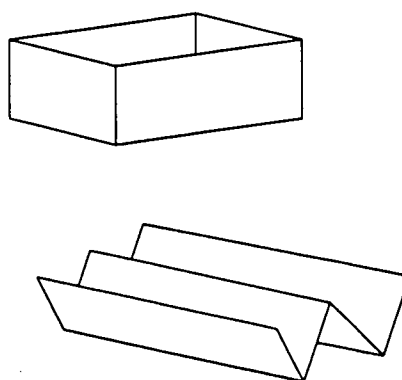


Figura 1.28: Objetos en el mundo de Origami.

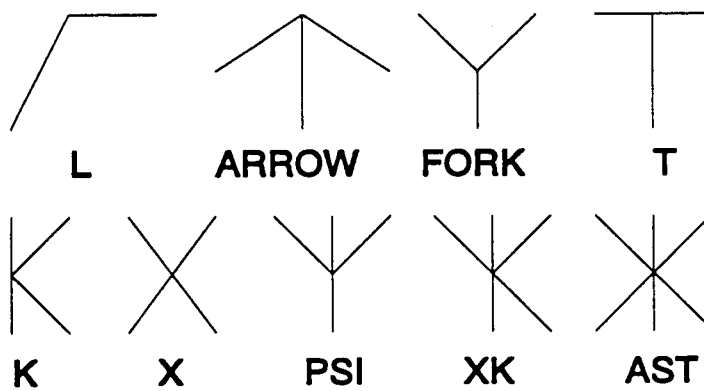


Figura 1.29: Formas de las uniones en el mundo de Origami.

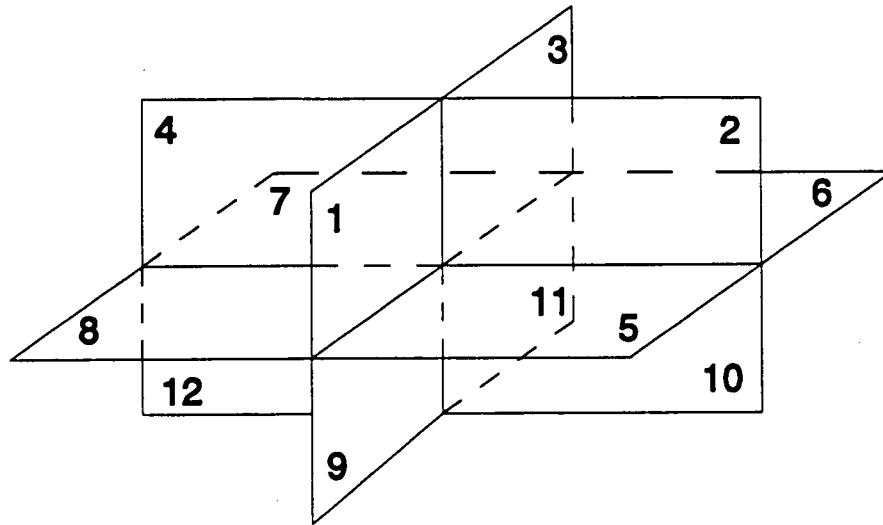


Figura 1.30: Superficies consideradas en el proceso de generación del diccionario en el mundo de Origami.

Nombre	Elementos en el diccionario
l	8
arrow	15
fork	9
t	16
k	19
psi	7
x	22
ask	41
xk	16

Tabla 1.1: Número de elementos del diccionario de Origami.

de esto hemos de encontrarla en el hecho de que Kanade no considera la inclusión de información adicional como iluminación, sombras, etc..., lo que no le permite restringir el número de interpretaciones, que si lo permite el planteamiento de Waltz.

Aparte de la problemática que supone todo algoritmo de etiquetado en cuanto a su fiabilidad debido a la imposición de restricciones locales, cabe destacar en el esquema propuesto por Kanade la aparición de múltiples interpretaciones geoméricamente posibles pero complejas de deducir mediante la percepción humana. Ambas características motivan la inclusión de ciertos algoritmos que por un lado validen si es posible la reconstrucción tridimensional y por otro permitan discriminar interpretaciones *naturales* de las que no lo son desde el punto de vista de la percepción humana.

Todos los trabajos mencionados anteriormente hacen referencia al etiquetado de líneas visibles, dibujados por una línea continua, sin considerar sin expresar en el dibujo partes ocultas. Existen dos contribuciones que consideran líneas ocultas como parte integrante del dibujo lineal, dibujadas como líneas discontinuas. Ambos trabajos se basan en el dominio triédrico.

El primero de ellos es propuesto por Sankar [San-77] quien formaliza el diccionario de Huffman con líneas ocultas con el objetivo de extraer las dos posibles orientaciones que posee una imagen que describe un objeto poliédrico con todas las líneas posibles dibujadas como visibles. El ejemplo más conocido de esta ambigüedad es el cubo de Necker. El autor utiliza el diccionario generado para realizar hipótesis sobre ciertas líneas de la imagen basándose en él. Un aspecto importante es la existencia de dos tipos de líneas discontinuas para expresar las líneas no visibles dependiendo del número de superficies entre la líneas y el punto de vista.

Sugihara [Sug-78], aplica la misma formalización pero considerando un solo tipo de línea discontinua con un solo nivel de ocultación. Además, todas las líneas consideradas como discontinuas con dos niveles de ocultación por Sankar, son etiquetadas como continuas por Sugihara.

Todos estos trabajos, en especial el de Huffman-Clowes, muestran ciertos defectos en el proceso de etiquetado como método para discernir si el dibujo lineal puede ser reconstruido. En primer lugar debido a que se trata de una técnica que considera características locales de la imagen (la definición de las etiquetas en las líneas de una

unión solo afecta a las uniones vecinas que comparten dichas líneas) sin tener en cuenta aspectos más globales del dibujo lineal. Esta propiedad de localidad muestra la poca fiabilidad del etiquetado para decidir la reconstructibilidad del objeto descrito por un dibujo lineal. Así, en ciertos objetos imposibles de ser reconstruidos pueden surgir interpretaciones compatibles con el diccionario. Todo ello ha mostrado el proceso de etiquetado como condición necesaria pero no suficiente para que la forma descrita en un dibujo lineal pueda corresponder a un objeto tridimensional.

Análisis de errores En este apartado destacan los trabajos de Falk y Shirai.

Falk desarrolla el sistema *interpret* [Fal-72] de reconocimiento de escenas a partir de imágenes con niveles de gris. Como característica importante cabe mencionar que adopta la filosofía Hipótesis-Test, introducida por Roberts [Rob-65] pero incluye una serie de métodos heurísticos en ciertas partes del sistema. Como contribuciones importantes del programa *interpret* se pueden destacar las siguientes:

1. Aplica los métodos heurísticos de Guzman para separar los objetos de una imagen haciendo una mejor clasificación de las uniones aumentando el etiquetado de cada una en dos valores: Válida (*good*) y No Válida (*bad*), dependiendo si las líneas pertenecen o no a un mismo objeto. Además define un conjunto de reglas heurísticas que permiten clasificar una unión como válida o no válida. Los pasos posteriores del proceso coinciden con el método de Guzman en lo referente a la formación del grafo y la agrupación de regiones de un mismo objeto según la descripción de las uniones.
2. FALK comprueba que las técnicas de procesamiento de imágenes no garantizan una óptima y deseable extracción de contornos debido las diferentes características de las imágenes que impiden definir un método formalizado del proceso. A consecuencia de esto, el dibujo lineal puede resultar incompleto, fruto de la eliminación de partes importantes de la imagen lo que dificulta el proceso de interpretación comentado en el anterior apartado. Para poder recuperar dichas porciones perdidas el autor desarrolla un conjunto de reglas heurísticas restringidas al dominio de poliedros. A pesar de ello, dichas reglas de ámbito

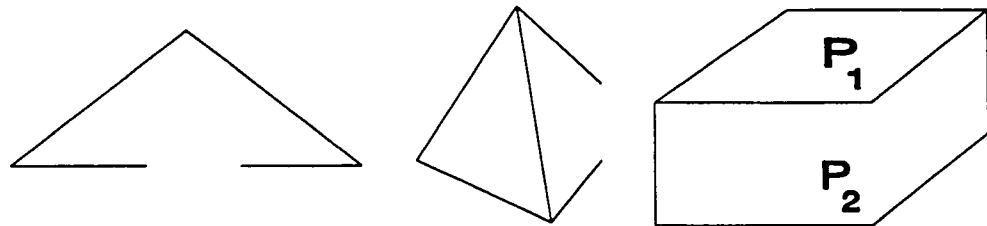


Figura 1.31: Reglas heurísticas para recuperación de errores.

local a la imagen (a nivel de líneas) no se verifican en todas las posibles escenas poliédricas. De entre ellas podemos destacar las siguientes:

- Si dos rectas son colineales, unir las.
- Si dos líneas incompletas tienen un punto de intersección, se deben prolongar hasta dicho punto.
- Si uniones de tipo L tienen caras paralelas en un punto (P_1, P_2) hay que añadir una línea entre los dos puntos. Por lo que hace referencia a la interpretación, el sistema se basa en unos modelos predefinidos utilizando como criterios para identificar un objeto el número de superficies visibles, la forma de las caras, la longitud de los lados base, ángulos entre lados, etc., aspectos que pueden dar errores de interpretación según el tipo de las imágenes tratadas y de los modelos disponibles. Igualmente los métodos para verificar la interpretación son bastante sencillos utilizando el matching entre el objeto y el modelo. Si más de tres líneas visibles no coinciden se rechaza la asignación.

Para la reconstrucción tridimensional tiene en cuenta la hipótesis de soporte de Roberts (*Support Hypothesis*) [Rob-65] considerando la existencia de un plano de fondo mediante el cual se calculan las coordenadas de la base del objeto para posteriormente obtener el resto de vértices.

El programa *interpret* engloba, por un lado, las técnicas de Roberts de segmentación de la imagen, de reconstrucción tridimensional y por otro una mejor aproximación

a los métodos heurísticos propuestos por Guzman para la separación de los objetos. Además se aplica también la heurística para completar dibujos lineales imperfectos, lo que supone una diferencia sustancial respecto los anteriores sistemas en lo referente a la relación entre los distintos niveles, ya que en este caso el nivel inferior del sistema *Interpret* se ve influenciado por el superior encargado del reconocimiento, siguiendo la filosofía *top-down*, en contraste a los anteriores *bottom-up*. No obstante, estas reglas son poco restrictivas, lo que provoca que no siempre se cumplan. Además, el sistema utiliza en ciertos pasos del proceso (interpretación, verificación) técnicas sencillas y poco exhaustivas.

El trabajo de este Shirai se incluye en la aplicación de la heurística en la interpretación de dibujos lineales. Shirai [Shi-73] propone un conjunto de reglas para encontrar líneas que han desaparecido del dibujo debido a ruido surgido en la imagen o a las técnicas de procesamiento de imágenes, siguiendo la filosofía de FALK. La definición de reglas heurísticas viene condicionada por el dominio de objetos a reconocer, de forma que el conocimiento del dominio influye en el nivel inferior (*Low-Level Vision*) en el momento de reconstruir las líneas perdidas de la imagen.

Las reglas heurísticas enunciadas por Shirai, que seguidamente mencionaremos, se basan en el conocimiento de escenas poliedricas propuesto por Huffman-Clowes. Shirai clasifica las líneas de un dibujo lineal en tres grupos:

Líneas de contorno, que marcan la frontera entre la escena y el fondo.

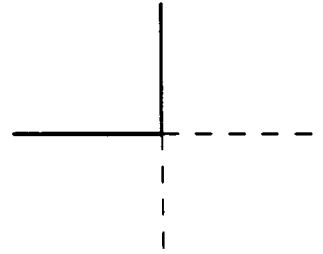
Líneas de frontera, que describen los límites de cada objeto. En consecuencia, las líneas de contorno forman parte de las de frontera.

Líneas internas, que definen la intersección entre dos superficies del mismo objeto.

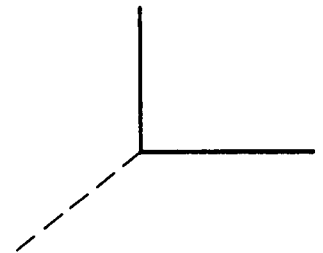
La estrategia del método de Shirai es en primer lugar extraer las líneas de frontera que ayudarán a deducir las internas. Algunas de las reglas heurísticas para completar las líneas de una imagen propuestas por el autor son las siguientes:

A la vista de la clasificación de las líneas por Shirai así como de su heurística no sólo se pueden completar las líneas del dibujo sino se pueden deducir los distintos objetos de la escena así como sus relaciones.

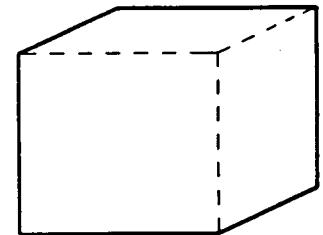
1. Si dos líneas intersectan en un punto cóncavo, hay que buscar las extensiones colineales de las dos rectas (Fig.1.32a).



2. En caso de no encontrar extensiones en el anterior paso, buscar otra línea partiendo del punto cóncavo (Fig.1.32b).



3. Si las líneas de frontera son conocidas, buscar líneas internas que empezando por los puntos de la frontera sean paralelas a alguna línea de frontera (Fig.1.32c).



4. Si dos líneas internas intersectan en un vértice, hay que mirar de generar otra línea empezando por este vértice y que sea paralela a una línea de frontera (Fig.1.32d).

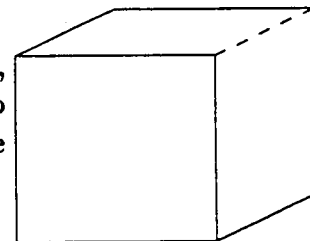


Figura 1.32: Reglas heurísticas de corrección de errores.

5. Si después de extender una recta una cierta longitud no se puede conectar con otra, intentar encontrar una unión o un punto mediante una búsqueda circular, consistente en describir un círculo alrededor del extremo para encontrar un punto de intersección. Si no se encuentra, extender una pequeña distancia la línea y volver a aplicar la búsqueda circular hasta encontrar un segmento que conecte (Fig.1.33).

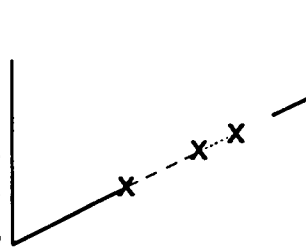


Figura 1.33: Regla heurística de corrección de errores.

Como la mayoría de los métodos heurísticos, existe una cierta complejidad en asegurar la total validez de las reglas. Como aspecto destacable de la heurística de Shirai es la aplicación de la filosofía *top-down* formulando normas a tener en cuenta para reconstruir las líneas de una escena formada por poliedros.

1.2.2 Reconstrucción cuantitativa de formas

Roberts [Rob-65] es el precursor de los trabajos en interpretación de escenas 3D. A principios de los 60 propone un sistema para reconocer sólidos rectangulares y prismas exagonales a partir de imágenes con niveles de gris. Dispone de un conjunto de modelos (cubo, prisma, etc..) en coordenadas tridimensionales que le permiten reconocer los diferentes objetos de la escena. Cada uno de estos objetos posee características intrínsecas que los diferencian entre ellos (número de vértices, lados y caras).

Dada una imagen con niveles de gris el sistema la transforma en un dibujo lineal mediante técnicas de procesamiento de imágenes (detección de contornos, análisis de regiones, etc..). En este punto se realiza una primera selección de modelos candidatos a ser reconocidos en la imagen considerando propiedades como el número de vértices, lados, caras, etc. A partir de los modelos seleccionados se realizará el principal test de reconocimiento.

El test principal de Roberts para reconocer objetos en un dibujo lineal se basa en obtener las transformaciones geométricas (traslación escalado y rotación respecto los tres ejes) y la transformación de perspectiva que permiten calcular un punto de la imagen a partir de un punto tridimensional. Dichas transformaciones se calculan para

cada modelo transformando las coordenadas tridimensionales de los modelos candidatos para comprobar qué proyección del modelo que se ajusta mejor a la imagen.

Seguidamente pasamos a comentar el proceso para el cálculo de las transformaciones, representables en coordenadas homogéneas mediante matrices 4x4. Dado un punto tridimensional (x, y, z) , cuyo valor en coordenadas homogéneas es $(x, y, z, 1)$, su correspondiente en la imagen (plano de proyección) definido como (x', y', z', w') se obtiene mediante la expresión

$$(x', y', z', w') = (x, y, z, 1)H(H = PQ)$$

siendo P la matriz de proyección perspectiva con parámetro f como distancia focal y Q la concatenación de matrices que definen las transformaciones geométricas como las rotaciones respecto los tres ejes (α para X, β para Y y γ para Z), el escalado (S_x, S_y, S_z) factores para cada eje) y la traslación (T_x, T_y, T_z) , valores de traslación para cada eje).

Dado un punto (x_i, y_i, z_i) de uno de los modelos se define (x'_i, y'_i) como el punto transformado en la imagen mediante la transformación definida en la matriz H. El objetivo es encontrar los parámetros de H que mejor se adapten a uno de los modelos predefinidos. Para ello se define la función

$$f = \sum_n [(x'_i - X_i) + (y'_i - Y_i)]$$

siendo (X_i, Y_i) la posición del vértice obtenido en el dibujo lineal y n el número de vértices del modelo candidato. Se determina la mejor matriz H que minimice la función f sobre cada uno de los modelos. Para medir la correspondencia entre el modelo y el dibujo lineal se define la función de error como

$$E = \min_H [f]$$

Si E no es lo suficientemente pequeño la estimación de la matriz H o la comparación con el correspondiente modelo no es correcta. En este caso se prueba con otro modelo o haciendo otra estimación de H. Roberts propone para solucionar la función f aplicar el método de mínimos cuadrados sin considerar los valores de z_i en el modelo, por lo que únicamente se precisa determinar las columnas 1,2 y 4 de la matriz.

Una vez determinada la matriz H y considerando conocida la matriz P (con parámetro f como la distancia entre el centro de proyección y el plano), es fácil deducir la matriz Q .

$$H = PQ \Rightarrow Q = P^{-1}H$$

Q contiene la información sobre la orientación y posición del objeto representado en el dibujo lineal respecto al modelo escogido. Para determinar su tamaño en el espacio (distancia entre el objeto y el plano de proyección), Roberts considera la suposición de que todo objeto es soportado por otro o por el plano de fondo (*support hypothesis*). De esta forma, se simula el desplazamiento del objeto desde el centro de proyección hasta que intersecte con otro o con el plano de fondo (previamente definido), midiéndose el tamaño del objeto y su posición en el espacio para calcular sus dimensiones.

El sistema de reconocimiento de Roberts supone una innovación respecto los trabajos realizados hasta ese momento, la mayoría sobre Reconocimiento de Formas (*pattern recognition*), porque a diferencia de estos no solo clasifica los objetos según unos modelos sino que, al obtener información tridimensional, puede reconstruir diferentes vistas del objeto representado en la imagen. El tipo de escenas consideradas por Roberts van desde las que representan simples objetos aislados hasta figuras compuestas por varios. Para estos últimos, el sistema hace la descomposición a modelos más simples que puedan ser reconocidos, teniendo en cuenta, además, objetos parcialmente ocultos mediante *matching* parcial. Una vez reconocido un objeto de la figura compuesta se elimina la parte correspondiente en el dibujo lineal para continuar el reconocimiento con el resto.

A pesar de la sencillez en su planteamiento, el sistema presenta problemas en la resolución de los elementos de la matriz H debido a que estos dependen de las incógnitas $(\alpha, \beta, T_x, T_y, T_z, S_x, S_y, S_z)$ para poder descomponer la matriz en las correspondientes a cada transformación, factor que no se tiene en cuenta en el método de resolución por mínimos cuadrados. Por tanto, no queda garantizada la obtención de las correspondientes matrices de rotación, escalaje y traslación ni obviamente los valores de las incógnitas mencionadas anteriormente.

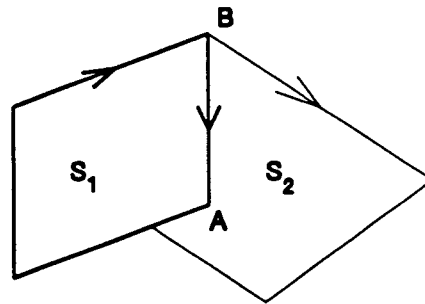


Figura 1.34: Ejemplo de solapamiento de caras.

Kanade complementa el diccionario de uniones correspondiente al mundo de Origami con las siguientes contribuciones en dentro de la reconstrucción cuantitativa de formas:

- a) Inclusión de restricciones sobre el espacio gradiente definido por Huffman-Mackworth
- Kanade adopta el concepto de espacio gradiente asumiendo las propiedades de los gradientes de las superficies respecto la imagen. La importancia de las superficies sobre los objetos sólidos en el diccionario de Origami da lugar a una restricción sobre el gradiente que no ocurre en el dominio triédrico que es la siguiente:

Dadas dos superficies como las de la Fig.1.34, pueden darse dos interpretaciones:

- Pliegue de una superficie en la arista B-C.
- Caso más general: 2 superficies separadas por arista B-D denominado *línea de intersección convexa*. La orientación de la superficie S_2 depende de la pendiente del segmento B-D, estando dicho segmento localizado en el área formada por los puntos A-B- C. Por tanto, el gradiente de S_2 se encuentra acotado por la definición de B-D. Estas consideraciones vienen representadas en el espacio gradiente de la siguiente forma:

Fijado el gradiente S_1 (G_1), el de S_2 (G_2) puede situarse dentro de la zona sombreada limitada por dos líneas perpendiculares a los dos lados que se puede

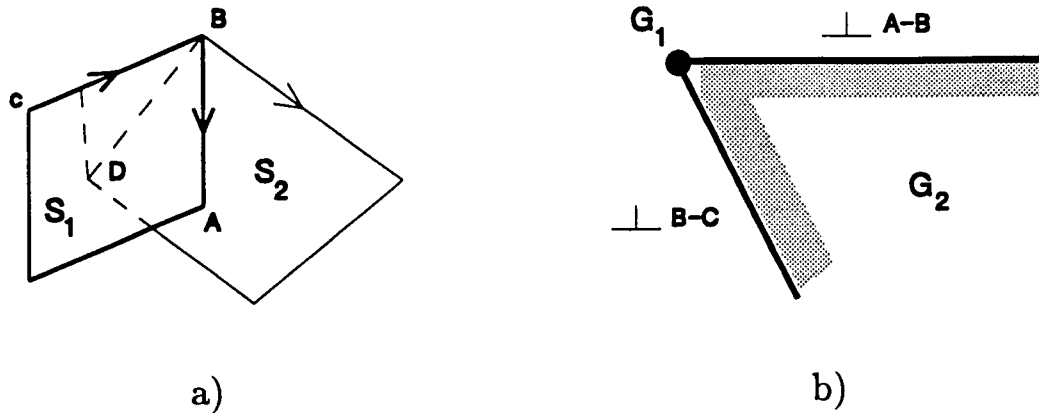


Figura 1.35: Relación de las superficies en el espacio gradiente.

conectar con S_1 , según las restricciones de conectividad en el espacio gradiente. Es importante destacar que G_2 puede localizarse sobre la línea P_1 pero no sobre P_2 , porque en este caso la etiqueta de la arista A- B sería de tipo conectada (+,-).

- b) Definición de relaciones entre regiones conectadas (que comparten una arista conectada) mediante *links* parecidos a los propuestos por Guzman [Guz-68], incluyendo una descripción de las restricciones de ambas regiones sobre el espacio gradiente. Estas relaciones se definen sobre el dibujo lineal a partir de las uniones.

Estas restricciones son utilizadas por el autor en el planteamiento de su **Test de consistencia sobre la orientación de las superficies**, para validar las interpretaciones surgidas del proceso de etiquetado según su diccionario.

Para dicho propósito, Kanade define un **Grafo de conexión de superficies** (*Surface Connection Graph*) (Fig.1.37), que se obtiene a partir de la interpretación etiquetada. El grafo queda definido de la siguiente forma:

Nodos: Corresponden a regiones de la imagen.

Arcos: Relaciones (*links*) entre regiones conectadas de la imagen, almacenando las uniones que las forman y la etiqueta asignada a la arista conectada.

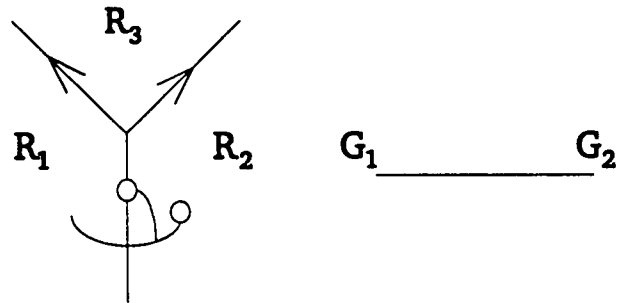


Figura 1.36: Links entre superficies.

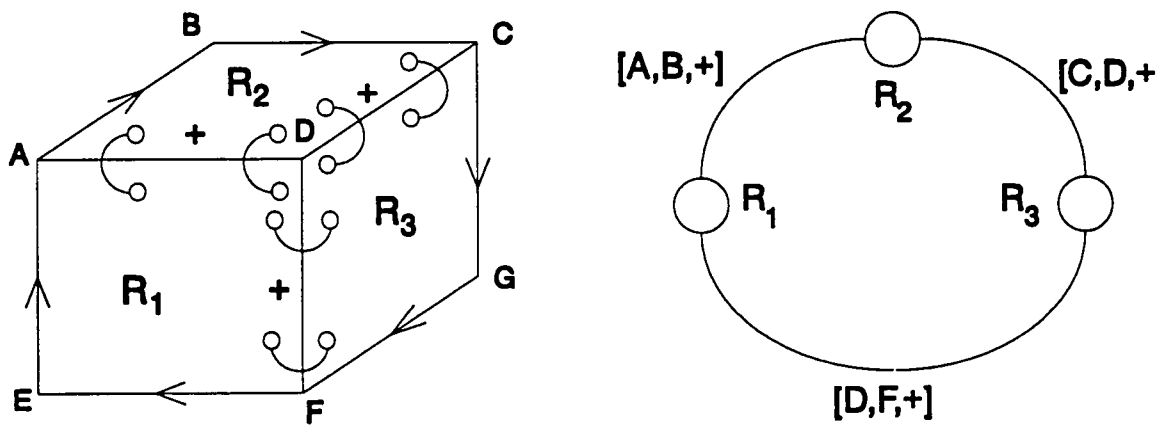


Figura 1.37: Links entre superficies y su correspondiente SCG.

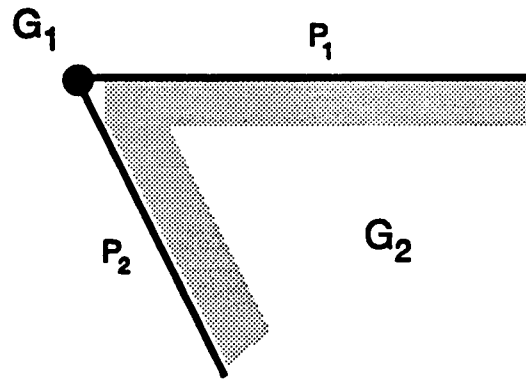


Figura 1.38: Ángulo de extensión entre dos superficies.

Las relaciones dicho grafo (SCG) pueden traducirse en restricciones sobre el espacio gradiente de la siguiente forma:

1. Sean G_1 los gradientes de las regiones R_1 y R_2 respectivamente en el SCG para una línea L . La restricción sobre los gradientes es

$$G_2 - G_1 = kP$$

donde P es el vector bidimensional perpendicular a L unitario ($\|P\| = 1$) y k es una constante escalar positiva. La distinción entre una conectividad convexa o cóncava viene dada por el sentido del vector P . Así, en el primer caso va de G_1 a G_2 mientras que si es cóncavo va en sentido contrario.

2. En el caso de que L sea una intersección de ocultación con G_1 definida y G_2 incluida en una región definida por los lados P_1 y P_2 , la restricción sería

$$G_2 - G_1 = k_1P_1 + k_2P_2$$

donde $k_1 > 0$ y $k_2 \geq 0$ al poder coincidir con P_2 (lado BC).

El área definida por los lados P_1 y P_2 , donde se puede incluir el gradiente G_2 se define como **Ángulo de extensión** (*spanning angle*) correspondiente al arco entre las regiones 1 y 2 y se denota como $S_{1 \rightarrow 2}$.

El concepto de ángulo de extensión puede definirse también sobre un camino. Considérese el siguiente ejemplo.

Sean dos arcos ($p \rightarrow q, q \rightarrow r$) y sus respectivos gradientes que conforman las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} G_q - G_p &= \sum k_{i1} P_{i1} \\ G_r - G_q &= \sum k_{i2} P_{i2} \end{aligned}$$

Sobre el camino $\sigma(p \rightarrow q \rightarrow r)$ puede imponerse la siguiente restricción:

$$G_r - G_p = \sum k_{i1} P_{i1} + \sum k_{i2} P_{i2}$$

En este caso en **Angulo de extensión sobre el camino σ** se define como la unión de los ángulos de extensión de cada uno de los arcos que forman el camino.

$$S_{p \rightarrow q \rightarrow r} = S_{p \rightarrow q} \cup S_{q \rightarrow r}$$

También se definen los operadores de inversión e intersección sobre los ángulos de extensión de la siguiente forma.

Inversión. Dado un camino $\Gamma : p \rightarrow q$ con ángulo de extensión S_Γ y la restricción sobre el camino $G_q - G_p = \sum k_{i1} P_{i1}$ se define el arco inverso $-\Gamma : q \rightarrow p$ con recorrido de nodos contrario y con ángulo de extensión $S_{-\Gamma}$ con la siguiente restricción

$$G_p - G_q = \sum k_{i1} (-P_{i1})$$

de forma que $S_\Gamma = S_{-\Gamma}$

Intersección. Dados los caminos Γ_1 y Γ_2 , con nodo inicial p y final q , ambos imponen restricciones sobre los gradientes de la siguiente forma

$$G_q - G_p = \sum k_{i1} P_{i1} = \sum k_{i2} P_{i2}$$

El área de intersección entre los ángulos de extensión S_{Γ_1} y S_{Γ_2} se define como $S_1 \cap S_2$. Si esta intersección es nula, las restricciones que imponen ambos caminos son excluyentes.

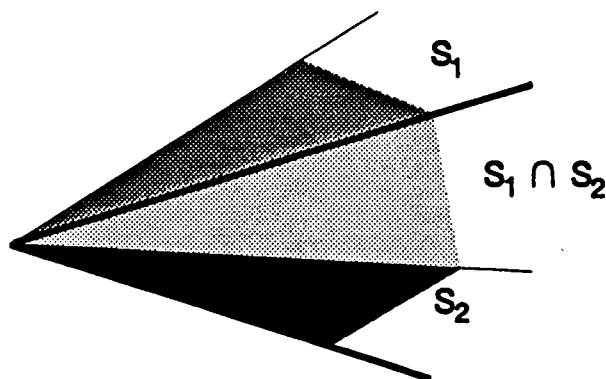


Figura 1.39: Intersección entre ángulos de extensión.

Simplificación del grafo de conexión de superficies La parte importante de grafo SCG la componen los bucles formados por un conjunto de nodos interconectados entre sí. Una posible mejora de la representación sería dividir el SCG en subgrafos interconectados entre ellos (*grado* ≥ 2). Para realizar esto, se pueden duplicar nodos comunes a dos subgrafos o eliminar los nodos aislados o de conectividad 1, los cuales imponen débiles restricciones sobre el gradiente. Los subgrafos formados en este proceso de depuración se denominan (*Leaf Free SCG*, **LF-SCG**) y agrupan las principales relaciones entre superficies.

Un LF-SCG puede simplificarse mediante la formación de **caminos elementales** (*Elementary Paths*), cuyos nodos extremos son de grado mayor que 2 y los intermedios son de grado 2 estrictamente. Mediante estos caminos elementales se evaluarán las restricciones sobre las orientaciones entre las superficies, comentadas anteriormente.

Test de consistencia sobre la orientación de superficies Básicamente consiste en verificar la consistencia de gradientes calculando la intersección de los ángulos de extensión de los caminos elementales entre dos superficies definidas. Si esta intersección es no nula, el test es positivo.

Dado un SCG, la primera operación a realizar es descomponerlo en LF-SCG y obtener los caminos elementales. Posteriormente se aplica el siguiente test de forma iterativa

- Para cada camino elemental γ , calcular el ángulo de extensión inicial $S_\gamma^{(0)}$ a partir de los nodos que definen el camino.
- Sea $\{\Gamma_j\}$ el conjunto de caminos que conectan el mismo par de nodos en la misma dirección de γ . Cada elemento de este conjunto es una concatenación de caminos elementales

$$\Gamma_j \in \{\Gamma_j\} \Gamma_j = \Gamma_{j1} \Gamma_{j2} \dots \Gamma_{jn}$$

El ángulo de extensión de Γ_j es la unión de los ángulos que forman el camino, de forma que

$$S_{\Gamma_j}^{(n-1)} = \bigcap_{\Gamma_{ji} \in \{\Gamma_j\}} S_{\Gamma_{ji}}^{(n-1)}$$

La comprobación del test se realiza mediante el cálculo de la siguiente iteración $S_\gamma^{(n)}$ a partir de $S_\gamma^{(n-1)}$ y $S_{\Gamma_j}^{(n-1)}$

$$S_\gamma^{(n)} \leftarrow \left(\bigcap_{\Gamma_j \in \{\Gamma_j\}} S_{\Gamma_j}^{(n-1)} \right) \cap S_\gamma^{(n-1)}$$

Si el valor de $S_\gamma^{(n)}$ es nulo, la interpretación correspondiente al SCG definido no es correcto, con lo que no existe una configuración de gradientes que sea compatible con todas las relaciones entre superficies definidas por caminos elementales.

Se realiza la siguiente iteración mientras el valor S_γ no sea convergente. La característica que $S_\gamma^{(n)}$ sea una función monótona decreciente y que el número de ángulos de extensión que puede tomar sea finito, garantiza su convergencia.

Una interpretación de un dibujo lineal se define como *plausible* si el etiquetado de las uniones es compatible con el diccionario de Origami y pasa el test de consistencia.

El test es condición **necesaria** pero **no** suficiente para comprobar si las orientaciones de las superficies son válidas para la reconstrucción tridimensional. Así, toda interpretación realizable cumple el test pero no en el caso contrario. Esto es debido a que el test se basa en el espacio gradiente, el cual tampoco es condición suficiente para que la interpretación sea realizable.

Esta interpretación pasa el test pero no es factible su reconstrucción sobre los planos definidos en cada región. Para detectar este caso puede utilizarse el test θ (θ') de Huffman comentado anteriormente.

El algoritmo de etiquetado junto con el test de consistencia intentan garantizar si un dibujo lineal es factible de ser reconstruido. Ambos factores forman parte de la reconstrucción cualitativa de formas.

Uno de los problemas que surgen en general en el etiquetado y más concretamente en el dominio de Origami es el número de posibles interpretaciones, que siendo posibles en el espacio tridimensional son difíciles de reconocer (menos *naturales*) desde el punto de vista de la percepción humana.

Kanade propone ciertas técnicas para distinguir ciertas interpretaciones *naturales* de las que no lo son, de todas las que surgen en el etiquetado. El autor parte de la hipótesis de que para reconocer un dibujo lineal el ser humano infiere ciertas regularidades que le permiten interpretar la figura, como pueden ser el paralelismo y las simetrías. Por ello, intenta transformar dichas regularidades en restricciones sobre el espacio gradiente para poder determinar de forma única los gradientes de las superficies que forman el dibujo lineal, lo que permite disponer de suficiente información para la reconstrucción tridimensional del objeto representado. Dichas técnicas se engloban en la reconstrucción cuantitativa de formas.

Estas restricciones son propuestas mediante reglas heurísticas a través de las cuales se deducen y son válidas en proyección ortográfica. Son las siguientes:

R1) *Si dos líneas son paralelas en la imagen, lo serán en la escena tridimensional.*

Esta regla es válida en proyección ortográfica excepto en el caso en que V_1 y V_2 y la dirección de proyección sean coplanares.

Sean $G_1(p_1, q_1)$ y $G_2(p_2, q_2)$ los gradientes de dos superficies que poseen lados paralelos y α el ángulo de pendiente del lado tal como se muestra en la Fig.1.40.

Dado α , el vector bidimensional correspondiente es $a = (\cos \alpha, \sin \alpha)$.

Para calcular la vector tridimensional de ambos lados paralelos, las componentes X, Y se deducen de la imagen mientras que la componente Z se calcula el incremento correspondiente a los puntos (0,0) (extremo del lado) y $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ (extremo opuesto del lado) sobre la ecuación del plano.

$$f(x, y) = -z = p_i x + q_i y + c \quad f(0, 0) = -z = c \Rightarrow z_{(0,0)} = c$$

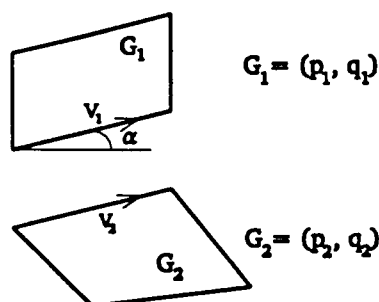


Figura 1.40: Superficies compartiendo un lado paralelo.

$$f(\cos \alpha, \sin \alpha) = -z = p_i x + q_i y + c \Rightarrow z_{(\cos \alpha, \sin \alpha)} = -(p_i \cos \alpha + q_i \sin \alpha + c)$$

$$z_{(\cos \alpha, \sin \alpha)} - z_{(0,0)} = (p_i \cos \alpha + q_i \sin \alpha + c) = -G_i a$$

Así, los vectores tridimensionales correspondientes a los dos lados paralelos en ambas superficies serán

$$(\cos \alpha, \sin \alpha, -G_1) \quad (\cos \alpha, \sin \alpha, -G_2)$$

La regla heurística impone que los vectores tridimensionales han de ser paralelos con lo que

$$-G_1 a = -G_2 a \Rightarrow p_1 \cos \alpha + q_1 \sin \alpha = p_2 \cos \alpha + q_2 \sin \alpha$$

La restricción impuesta sobre el espacio gradiente es que G_1 y G_2 son colineales a una recta perpendicular al vector a . Dicha restricción es fácilmente deducible suponiendo ambas superficies conectadas por el lado paralelo y teniendo en cuenta que el desplazamiento de superficies es invariante respecto al gradiente.

R2) *Una simetría sesgada describe una simetría real desde algún punto de vista.*

Una simetría real se define mediante un eje que divide el plano en dos áreas en las cuales una es el reflejo de la otra. Puede existir un segundo eje transversal formando un ángulo recto respecto al anterior.

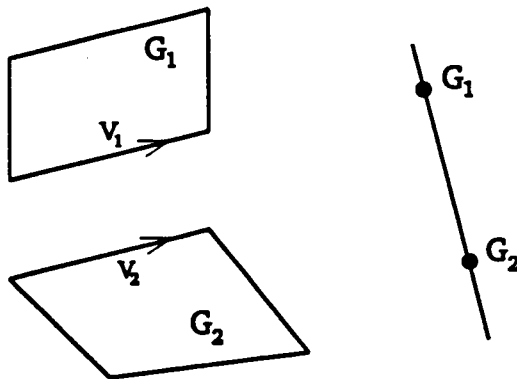


Figura 1.41: Relación entre superficies y su gradiente.

Se denomina simetría sesgada cuando los ejes de simetría están inclinados un cierto ángulo. Puede quedar definida mediante dos ejes: El eje principal (*skewed symmetry axis*) y el eje transversal (*skewed transverse axis*). Generalmente ambos ejes no forman un ángulo recto, a diferencia de la simetría real.

Sea α el ángulo del eje principal de simetría sesgada, β el ángulo del eje transversal de la simetría sesgada y G el Gradiente de la superficie incluida en la simetría.

Los vectores de los ejes principal y transversal de la simetría quedarían definidos, según el apartado anterior, de la siguiente forma:

$$A = (\cos \alpha, \sin \alpha, -Ga) \text{ siendo } a = (\cos \alpha, \sin \alpha)$$

$$B = (\cos \beta, \sin \beta, -Gb) \text{ siendo } b = (\cos \beta, \sin \beta)$$

Según la heurística, en el caso de simetría real ambos ejes han de ser perpendiculares, de forma que $A * B = 0$.

$$A * B = (\cos \alpha)(\cos \beta) + (\sin \alpha)(\sin \beta) + (G * a)(G * b) \Rightarrow \cos(\alpha - \beta) + (G * a)(G * b) = 0$$

Aplicando una rotación $\Phi = \frac{(\alpha + \beta)}{2}$ sobre p, q se obtiene

$$p' = p \cos \Phi + q \sin \Phi \quad q' = p \sin \Phi + q \cos \Phi$$

Y el producto $A * B$ quedaría de la siguiente forma

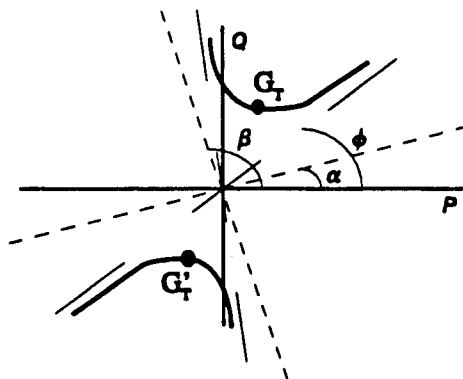


Figura 1.42: Representación de la simetría en el gradiente.

$$(p')^2 \cos^2\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) - (q')^2 \sin^2\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) = \cos(\alpha - \beta)$$

Esta expresión corresponde a la ecuación de una hipérbola, de forma que la restricción impuesta sobre el gradiente G es que los valores p y q han de estar situados en la hipérbola para que la simetría sesgada corresponda a una simetría real.

Existen dos puntos significativos G_T y G'_T más próximos al origen y que corresponden a la mínima desviación de la superficie que verifica la simetría real.

Mediante las restricciones impuestas por las regularidades en la imagen junto a las obtenidas en el proceso de etiquetado se puede definir de forma única la orientación de las superficies que forman el objeto. Este último grupo de restricciones sólo define relaciones de colinealidad con lo que puede aplicarse un escalado idóneo que permita ajustar dichas restricciones en la hipérbola obtenida de la simetría.

A continuación se presenta un ejemplo en la Fig.1.43 donde se contrastan las restricciones.

El gradiente proporciona información sobre la orientación pero no sobre la posición de la superficie. Conocidos los gradientes hay que determinar las coordenadas de ciertos vértices para poder obtener la posición y orientación concreta del objeto.

En referencia a las interpretaciones menos *naturales*, cabe destacar que a pesar de que no cumplan las reglas de regularidad, puede ser factible su reconstrucción. Al no imponer ningún tipo de restricción sobre los gradientes, dichas interpretaciones

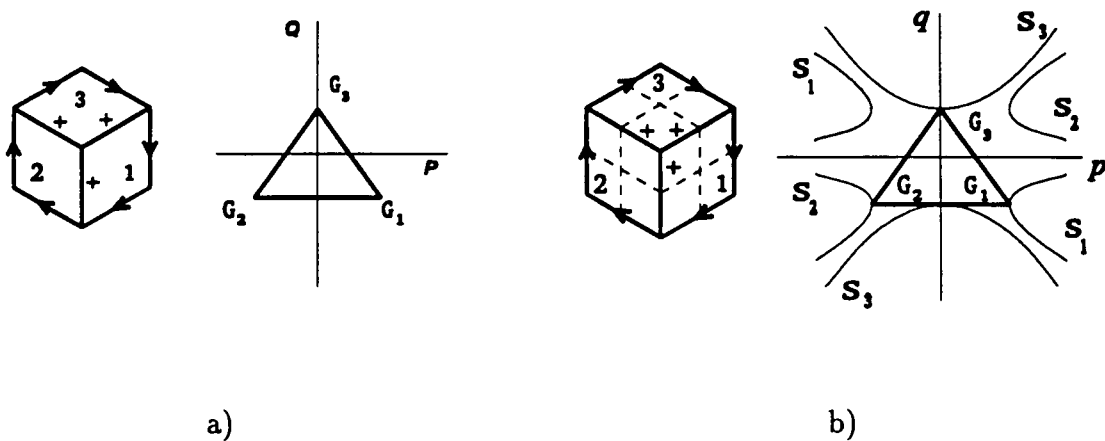


Figura 1.43: Aplicación de las reglas heurísticas en la escena.

pueden dar a lugar a múltiples reconstrucciones dependiendo de la situación de los gradientes.

En resumen, Kanade amplía el diccionario de etiquetado basándolo en superficies (*Origami World*). Sobre este dominio obtiene múltiples interpretaciones. La relativa eficiencia del proceso de etiquetado da lugar a la proposición de un test de consistencia para filtrar las interpretaciones válidas para reconstruir, basado en el gradiente de superficies.

Del conjunto de interpretaciones geoméricamente posibles obtenidas de un dibujo lineal, algunas de ellas son más fáciles de intuir el objeto tridimensional representado desde el punto de vista de la percepción humana. El autor propone discriminar dichas interpretaciones más naturales teniendo en cuenta regularidades en la imagen como paralelismo y simetría, mediante las cuales se obtienen restricciones sobre los gradientes de las superficies. Estas restricciones junto con las de etiquetado permiten definir de forma única los gradientes.

Sugihara [Sug-86] realiza una importante contribución dentro de las técnicas en la reconstrucción cuantitativa de formas, mediante el enunciado de una condición necesaria y suficiente para la reconstrucción de dibujos lineales. Propone un método algebraico, basado en la resolución de un sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales.

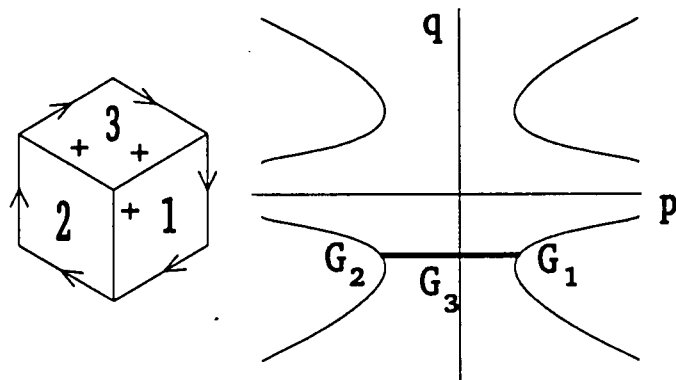


Figura 1.44: Gradientes sin tener en cuenta simetrías.

Capítulo 2

Definición del sistema

En este capítulo se definen los conceptos básicos y las asunciones que describen las capacidades del sistema.

El sistema acepta como entrada un dibujo hecho a mano alzada que corresponde a la proyección de un objeto tridimensional, denominado **croquis**. El sistema está estructurado en tres niveles. Cada uno de ellos define un **ámbito de trabajo**, en el que se aplican las técnicas del nivel correspondiente. En cada ámbito se forma una representación del croquis, sobre el que se realiza el tratamiento. Dicha representación se describe mediante las entidades correspondientes al ámbito de trabajo. Existen tres ámbitos de trabajo:

Ambito de la imagen. Pertenece al nivel inferior del sistema. Se centra en el estudio de la imagen definida por una matriz de pixels bidimensional obtenida mediante un dispositivo de entrada (cámara o scanner) donde a cada punto (x, y) se le asocia un valor de gris.

Ambito del dibujo lineal. Este ámbito, también bidimensional, corresponde al nivel medio del sistema y es obtenido en el nivel inferior. El croquis se representa mediante líneas y puntos de intersección.

Ambito de la escena. Es el ámbito de trabajo del nivel superior, correspondiente al espacio tridimensional donde se pretende estudiar el objeto descrito en el croquis. Este se representa mediante el objeto en el espacio tridimensional

correspondiente, en vértices, aristas y superficies, si, se verifica la posibilidad de reconstrucción.

A continuación se definen las entidades en los tres ámbitos de trabajo, así como algunos conceptos utilizados en el enunciado de las asunciones del sistema. Para una mejor clarificación de los conceptos, se hace una descripción del nivel superior al inferior.

2.1 Definiciones

2.1.1 El ámbito de la escena

Definición 1 *Se define como vértice a una subvariedad de R^3 de dimension 0 que describe el punto inicial o final de una o varias aristas.*

Definición 2 *Se define como arista a una subvariedad de R^3 de dimension 1 que describe una parte de la frontera de una superficie, que es descrita mediante una ecuación del tipo $\vec{v} = u_0 + \lambda \vec{u}_1$.*

Definición 3 *Se define como plano: a una subvariedad de R^3 de dimension 2 que es descrita mediante una ecuación del tipo $Ax + By + Cz + D = 0$.*

Definición 4 *Se define como superficie a una descripción finita de un plano. Su definición viene determinada por su frontera, cuyos elementos lo forman vértices y aristas.*

A las superficies se les asocia un atributo de opacidad que permite clasificarlas en dos tipos:

Opaca (cara): superficie cuya proyección oculta las aristas situadas tras ella.

Transparente: superficie cuya proyección no oculta las aristas situadas tras ella.

A partir de estas entidades básicas, se define un objeto en el ámbito de la escena.

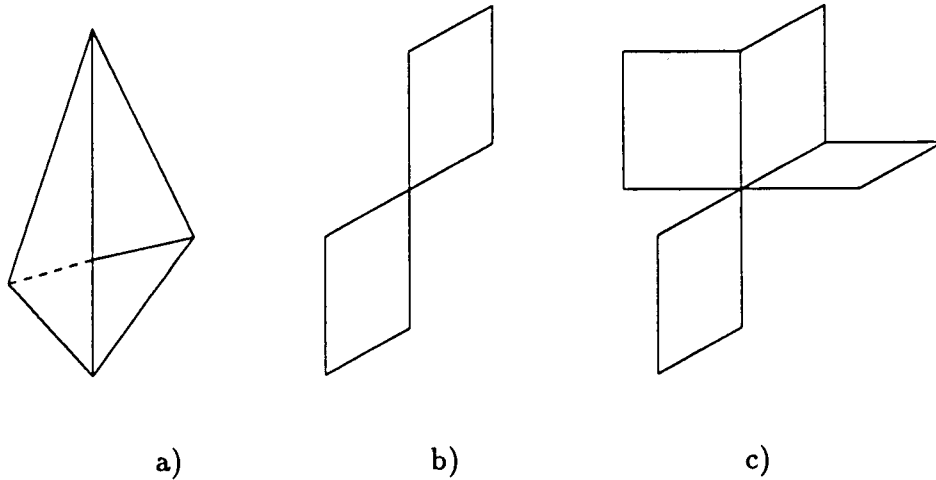
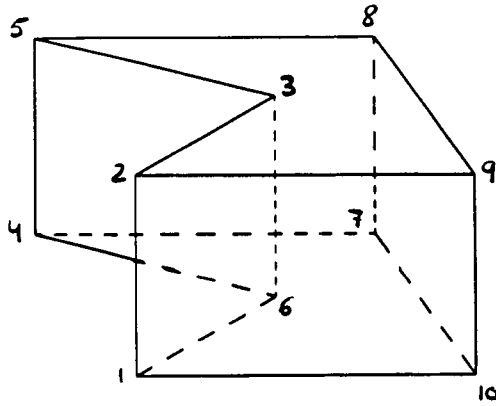


Figura 2.1: Distinción entre plano, superficie y cara. a) 4 planos, 4 superficies y 3 caras. b) 1 plano, 2 superficies y 2 caras. c) 3 planos, 4 superficies y 4 caras.

Definición 5 *Un objeto en el ámbito de la escena se representa mediante una cuadrupla $O = (V, A, F, p)$ donde*

1. V es un conjunto finito de vértices.
2. A es un conjunto de parejas ordenadas de V . Un elemento l , $l = (v, w)$ representa una arista que va de v a w , ($v, w \in V$).
3. F es un conjunto de secuencias ordenadas de A . Todo elemento $f \in F$, $f = (a_1 \dots a_n)$, $a_i = (v_i, w_i)$ representa una cara del objeto y cumple las siguientes condiciones:
 - $w_i = v_{i+1}$ $1 < i < n$
 - $v_1 = w_n$
4. p es una aplicación de V a \mathbb{R}^3 , tal que $p(v)$ representa la posición de v en el espacio tridimensional ($v \in V$) definida en coordenadas cartesianas $p(v) = (x_v, y_v, z_v)$.

Además, la cuadrupla O verifica las condiciones siguientes:



$$V = \{1 \dots 10\}$$

$$A = \{(1, 2), (1, 6), (1, 10), (2, 3), (2, 9), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 8), (7, 8), (7, 10), (8, 9), (9, 10)\}$$

$$F = \{(1, 2, 9, 10, 1), (5, 8, 9, 2, 3, 5), (1, 2, 3, 6, 1), (4, 5, 3, 6, 4), (4, 5, 8, 7, 4), (8, 9, 10, 7), (4, 7, 10, 1, 6, 4)\}$$

$$\begin{array}{ll} p(1) = (0, 0, 0) & p(6) = (10, 10, 10) \\ p(2) = (10, 10, 0) & p(7) = (10, 10, 10) \\ p(3) = (20, 20, 1) & p(8) = (10, 10, 10) \\ p(4) = (40, 30, 2) & p(9) = (10, 10, 10) \\ p(5) = (20, 30, 40) & p(10) = (10, 10, 10) \end{array}$$

Figura 2.2: Caracterización del objeto *caizal* en el espacio tridimensional.

- $(v, v) \notin A$ ($v \in V$).
- $(v, w) \in A \Rightarrow (w, v) \notin A$ ($v, w \in V$)

En la estructura de representación de un objeto los conjuntos V , A y F configuran la información topológica del objeto, mientras que la aplicación p conforma su información geométrica. Un ejemplo de esta descripción es mostrado en la Fig.2.1.

2.1.2 El ámbito del dibujo lineal

En un dibujo lineal existen dos entidades básicas: Uniones y líneas.

Definición 6 Se define como unión ("junction") a toda intersección entre dos o más líneas en el dibujo lineal.

Definición 7 Se define como línea a todo segmento de recta entre dos uniones, en la que no existen otras intersecciones en su interior.

A partir de ellas, se pueden extraer otras entidades de más complejas. Para su definición, se utiliza la definición de dibujo lineal enunciada por Sugihara [Sug-86].

Definición 8 *Un dibujo lineal se representa mediante una cuadrupla $D = (J, E, u, v)$ donde*

1. *J es un conjunto finito de uniones.*
2. *E es un conjunto de parejas ordenadas de J . Un elemento $l, l = (s, t)$ se define como una línea que va de s a $t, (s, t \in J)$.*
3. *u es una aplicación de J a R^2 , siendo R^2 un espacio euclidiano, tal que $u(s)$ representa la posición de la unión $s (s \in J)$.*
4. *v es una aplicación de E a $A, A = \{\text{continuo, discontinuo}\}$ tal que $v(l)$ representa el aspecto de la línea ($l = (s, t) s, t \in J$). Mediante el aspecto se representa la visibilidad de la arista correspondiente.*

Asimismo, se consideran las siguientes condiciones en la cuadrupla D :

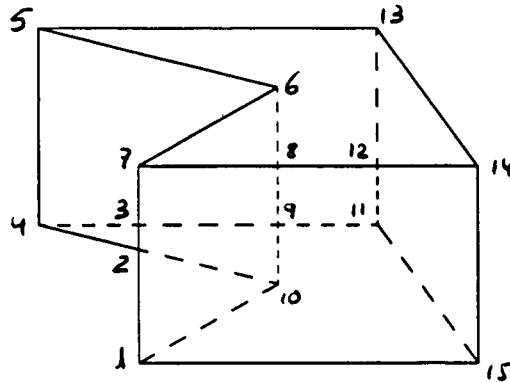
- $(s, s) \notin E (s \in J)$.
- $(s, t) \in E \rightarrow (t, s) \notin E (s, t \in J)$.
- No existen uniones en el interior de las líneas en E .
- En cada unión inciden dos o más líneas.

A continuación se realiza un estudio más concreto de estas dos entidades.

2.1.2.1 Unión

En un dibujo lineal que representa un objeto tridimensional, considerando dos aspectos para las líneas, una unión corresponde a dos supuestos en el ámbito de la escena:

- Cruce entre aristas a diferente profundidad. La posición de la unión es debida al punto de vista considerado en el dibujo lineal. Esta unión, se denomina **cruce accidental**.



$$J = \{1 \dots 15\}$$

$$E = \{(1, 2), (10, 2), (2, 3), (2, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 13), (5, 6), (6, 8), (6, 7), (7, 8), (7, 3), (3, 9), (1, 10), (1, 15), (10, 9), (9, 11), (9, 8), (8, 12), (12, 13), (13, 14), (14, 12), (12, 11), (11, 15), (14, 15)\}$$

$$\begin{array}{lll} u(1) = (100, 50) & u(6) = (170, 190) & u(11) = (220, 120) \\ u(2) = (100, 107.5) & u(7) = (100, 150) & u(12) = (220, 150) \\ u(3) = (100, 120) & u(8) = (170, 150) & u(13) = (220, 220) \\ u(4) = (50, 120) & u(9) = (170, 120) & u(14) = (270, 150) \\ u(5) = (50, 220) & u(10) = (170, 90) & u(15) = (270, 50) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} v(1, 2) = \textit{continuo} & v(6, 7) = \textit{continuo} & v(9, 8) = \textit{discontinuo} \\ v(10, 2) = \textit{discontinuo} & v(7, 8) = \textit{continuo} & v(8, 12) = \textit{continuo} \\ v(2, 3) = \textit{continuo} & v(7, 3) = \textit{continuo} & v(12, 13) = \textit{discontinuo} \\ v(2, 4) = \textit{continuo} & v(3, 9) = \textit{discontinuo} & v(13, 14) = \textit{continuo} \\ v(4, 3) = \textit{discontinuo} & v(1, 10) = \textit{discontinuo} & v(14, 12) = \textit{continuo} \\ v(4, 5) = \textit{continuo} & v(1, 15) = \textit{continuo} & v(12, 11) = \textit{discontinuo} \\ v(5, 13) = \textit{continuo} & v(10, 9) = \textit{discontinuo} & v(11, 15) = \textit{discontinuo} \\ v(5, 6) = \textit{continuo} & v(9, 11) = \textit{discontinuo} & v(14, 15) = \textit{continuo} \\ v(6, 8) = \textit{discontinuo} & & \end{array}$$

Figura 2.3: Definición del dibujo lineal *caixal*.

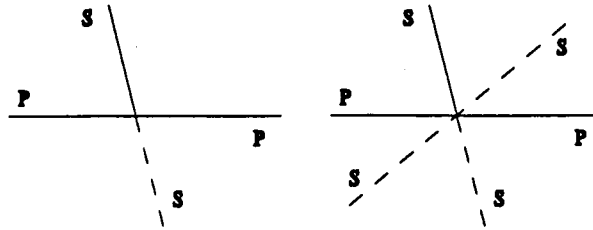


Figura 2.4: Líneas principales (P) et secundarias (S) en un cruce accidental.

- Vértice del objeto. La unión correspondiente se denomina **pseudovértice**.

Definición 9 Sea $s \in J$ una unión del dibujo lineal D y $(l_1, l_2, \dots, l_{2k})$ una secuencia ordenada cíclica de líneas que inciden en s , tal que el siguiente elemento de l_{2k} es l_1 . La unión s se define como **cruce accidental** si cumple las siguientes condiciones:

1. $1 < k \leq 3$
2. Toda pareja de líneas (l_i, l_{i+k}) $1 \leq i \leq k$ son colineales.
3. Existe una única pareja de líneas (l_i, l_{i+k}) tq. $v(l_i) = v(l_{i+k}) = \text{continuo}$. Estas líneas se denominan **líneas principales** (Fig.2.4).

k se define como **índice del cruce**,

La secuencia $(l_1, l_2, \dots, l_{2k})$ posee un número par de líneas pues el significado de cruce accidental en el ámbito de la escena implica la incidencia sobre la unión de dos líneas para cada arista.

La primera condición es consecuencia del dominio de objetos considerado en el sistema, especificado en las asunciones, que limita el número máximo de líneas de una unión a 6.

La segunda condición tiene en cuenta que para que dos líneas pertenezcan a la misma arista, estos deben ser colineales.

Mediante la condición 3, se definen como **líneas secundarias** todas aquellas líneas que inciden en un cruce accidental que no son principales (Fig. 2.4).

Definición 10 Sea $s \in J$ una unión del dibujo lineal. Se define s como **pseudovértice** si la secuencia de líneas que incide en s no cumple las condiciones de cruce accidental.

Esta clasificación de las uniones permite dividir el conjunto de uniones de un dibujo lineal J en dos subconjuntos J_1 y J_2 , en el que se incluyen las uniones de tipo pseudovértice y cruce accidental respectivamente.

Toda línea de un dibujo lineal divide el dibujo lineal en dos zonas: Una a la derecha y otra a la izquierda de la línea, según el sentido de recorrido definido en el elemento correspondiente en E . En estas zonas están definidas las proyecciones de las superficies que inciden en la arista correspondiente a la línea. Según el aspecto de las líneas que inciden en un cruce accidental, se puede deducir la incidencia o no de superficies en las zonas definidas por las líneas principales, pues éstas representan la arista más próxima al punto de vista. Ello da lugar a clasificar los cruces accidentales en dos tipos:

Cruces falsos Todos las líneas secundarias tienen aspecto no visible o discontinuo.

En las líneas principales incide una cara en la zona derecha y otra en la de la izquierda de la línea, las cuales ocultan las líneas secundarias, tal como se muestra en la Fig. 2.5.

Definición 11 Sea $s \in J$ un cruce accidental del dibujo lineal D y $(l_1, l_2, \dots, l_{2k})$ una secuencia circular ordenada de líneas que inciden en s . Sean l_i, l_{i+k} sus líneas principales. La unión s se define como **cruce accidental falso** si para toda pareja de líneas secundarias l_m, l_{m+k} tal que $m \neq i$, $v(l_m) = v(l_{m+k}) = \text{discontinuo}$

Cruces de cambio de visibilidad En estas uniones, existe como mínimo una pareja de líneas colineales con aspecto distinto. Además, todas las líneas secundarias situadas en una de las regiones definidas por las líneas principales tienen aspecto discontinuo, lo que se interpreta que en una de las regiones definidas por las líneas principales incide una cara mientras que en la otra no. Esta suposición justifica la no visibilidad de todas las líneas situadas en una de las regiones.

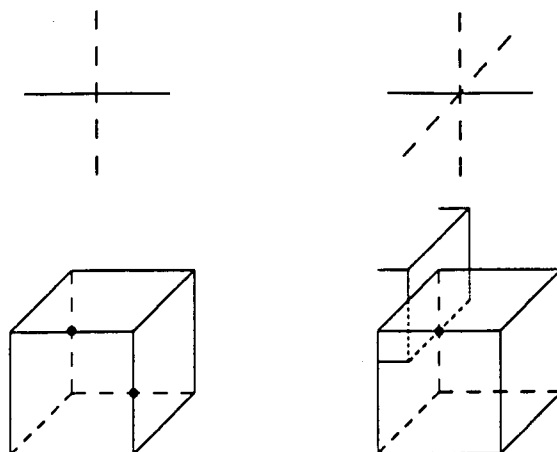


Figura 2.5: Uniones falsas

Definición 12 Sea $s \in J$ un cruce accidental del dibujo lineal D y $(l_1, l_2, \dots, l_{2k})$ una secuencia circular ordenada de líneas que inciden en s . Sean l_i, l_{i+k} sus líneas principales. La unión s se define como cruce accidental de cambio de visibilidad si se cumplen las siguientes condiciones:

1. Existe una pareja de líneas secundarias l_m, l_{m+k} tq. $m \neq i$, $v(l_m) \neq v(l_{m+k})$.
2. En una de las dos secuencias $I_1 = (l_m, l_{m+k})$, [o $I_2 = (l_{m+k}, l_m)$] se verifica que $v(l_n) = \text{discontinuo} \quad \forall l_n \in I_1$ [o I_2],

La caracterización de los cruces accidentales permite la definición de los subconjuntos de J_2 $J_{2,1}$ y $J_{2,2}$ que incluyen los cruces accidentales falsos y de cambio de visibilidad respectivamente del dibujo lineal.

Esta caracterización de cruces accidentales en el dibujo lineal no es completa. Pueden encontrarse casos de uniones que corresponden a vértices, pero que verifican las propiedades de los cruces accidentales. En la Fig.2.8 se muestran algunos ejemplos en que las uniones debieran considerarse como pseudovértices. No obstante, al no poseer información más global en el nivel medio que permita discriminar completamente los cruces de los pseudovértices, se realiza la hipótesis de identificar como cruce accidental toda unión que verifique las propiedades enunciadas anteriormente para este tipo

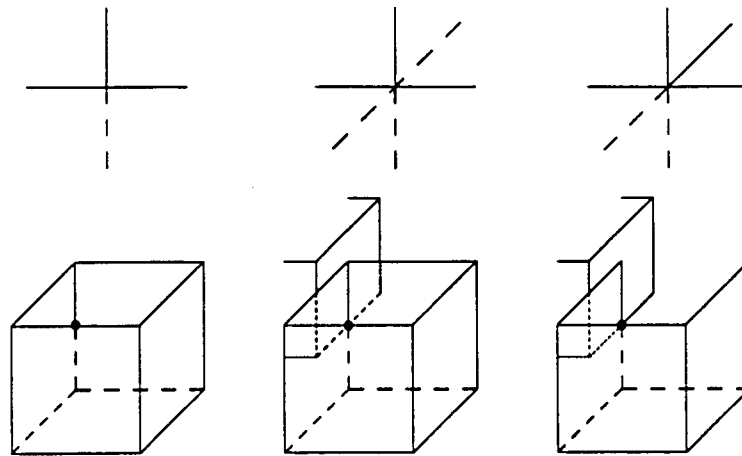
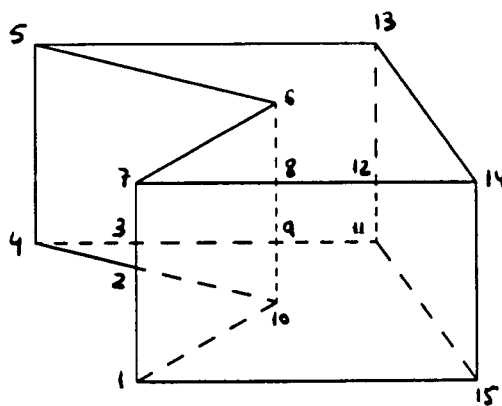


Figura 2.6: Uniones de cambio de visibilidad.



$$J = \{1 \dots 15\}$$

$$J_1 = \{1, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 13, 14, 15\}$$

$$J_2 = \{2, 3, 8, 9, 12\}$$

$$J_{2,1} = \{3, 8, 9, 12\}$$

$$J_{2,2} = \{2\}$$

Figura 2.7: Caracterización de pseudovértices y cruces accidentales en el dibujo lineal caizal.

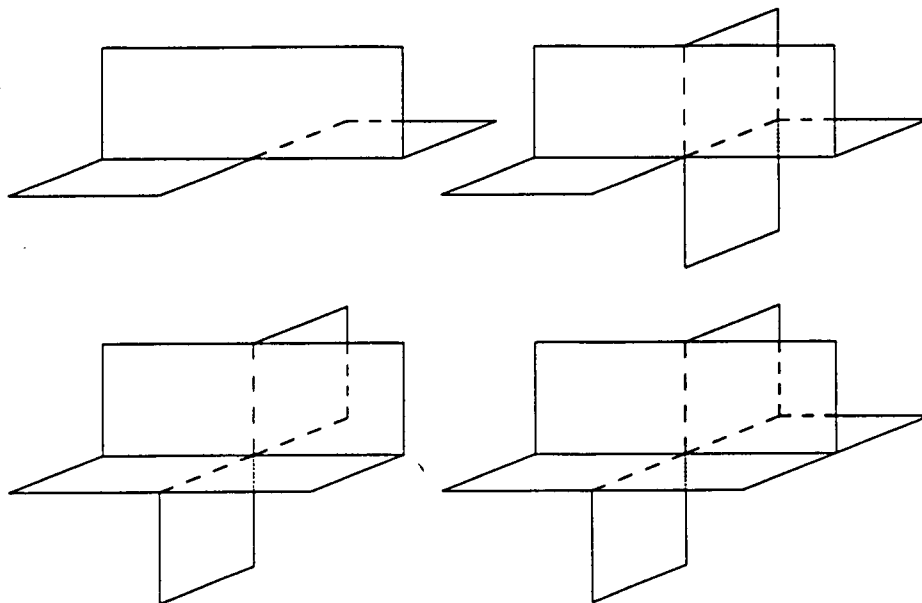
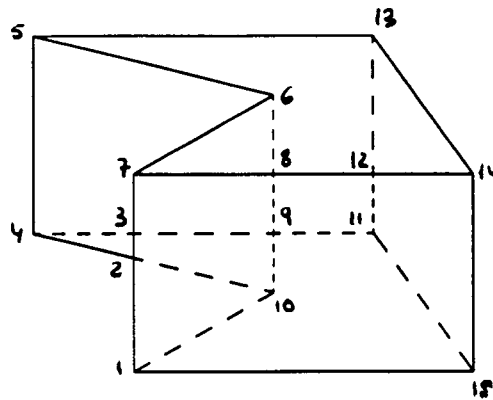


Figura 2.8: Pseudovértices con las mismas propiedades que las uniones de cruce accidental.

de uniones.

Un dibujo lineal está formado por uniones y líneas situadas en un espacio bidimensional. Según su posición en el espacio, existe una secuencia de uniones y líneas de forma poligonal que engloba en su interior el resto de líneas y uniones. Las entidades que forman esta envolvente se denominan **uniones exteriores** y **líneas exteriores**, mientras que las demás reciben el nombre de **uniones interiores** y **líneas interiores** respectivamente. Esta clasificación permite definir los subconjuntos J_i , J_o de elementos J que incluyen las uniones interiores y exteriores de un dibujo lineal, así como E_i , E_o de elementos de E que incluyen las líneas interiores y exteriores respectivamente. En la Fig. 2.9 se muestra la caracterización de estas secuencias en el ejemplo de dibujo lineal *caizal*.



$$J_i = \{3, 6, 8, 9, 11, 12\}$$

$$J_o = \{1, 2, 4, 5, 13, 14, 15\}$$

$$E_i = \{(10, 2), (2, 3), (4, 3), (5, 6), (6, 8), (6, 7), (7, 8), (7, 3), (3, 9), (1, 10), (10, 9), (9, 11), (9, 8), (8, 12), (12, 13), (14, 12), (12, 11), (11, 15)\}$$

$$E_o = \{(1, 2), (2, 4), (4, 5), (5, 13), (1, 15), (13, 14), (14, 15)\}$$

Figura 2.9: Entidades interiores y exteriores del dibujo lineal *caizal*.

2.1.2.2 Pseudoarista

La incidencia de dos líneas colineales en un cruce accidental permite deducir que ambos pertenecen a la misma arista del objeto. Esta generalización conlleva a la definición de una entidad superior que tenga una correspondencia directa con una arista. Dicha entidad viene formada por un conjunto de líneas colineales y conectadas por uniones de tipo cruce accidental, cuyos extremos son pseudovértices. Dicha entidad se denomina **pseudoarista**.

Definición 13 Sea J_1 el conjunto de pseudovértices y J_2 el conjunto de cruces accidentales del dibujo lineal D ($J = J_1 \cup J_2$). Sea $(l_1, l_2 \dots l_k)$ una secuencia ordenada de líneas tal que $l_i = (s_i, t_i)$, siendo s_i, t_i uniones del dibujo lineal ($s_i, t_i \in J$). Dicha secuencia se define como **pseudoarista** si cumple las siguientes condiciones:

1. $k > 1$
2. $s_{i+1} = t_i, 1 \leq i \leq k$
3. $s_i, t_i \in J_2, 1 < i < k$

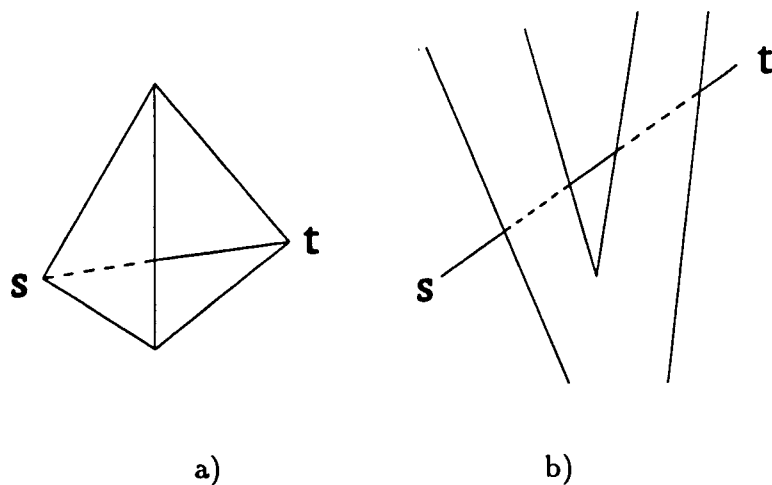


Figura 2.10: Ejemplos de pseudoaristas (s,t) . a) 1 pseudoarista, 2 líneas. b) 1 pseudoarista, 5 líneas.

$$4. s_1, t_k \in J_1$$

5. $l_1 \dots l_k$ son colineales.

De la definición del concepto de pseudoarista se deduce la formación de un conjunto E^* , construido a partir de E y formado por las pseudoaristas del dibujo lineal.

Al igual que las líneas, las pseudoaristas tienen asociada una característica de aspecto correspondiente a la visibilidad de la arista.

Definición 14 Sea $l^* = (l_1 \dots l_k)$ una pseudoarista del dibujo lineal D , se define una aplicación v^* de E^* a A^* $A^* = \{\text{continuo}, \text{discontinuo}, \text{mixto}\}$ de la siguiente forma:

$$1. v^*(l^*) = \text{continuo} \iff v(l_i) = \text{continuo}, \forall i, 1 \leq i \leq k$$

$$2. v^*(l^*) = \text{discontinuo} \iff v(l_i) = \text{discontinuo}, \forall i, 1 \leq i \leq k$$

$$3. v^*(l^*) = \text{mixto} \iff \exists i, j, 1 \leq i, j \leq k, \text{ tq. } v(l_i) = \text{continuo} \cap v(l_j) = \text{discontinuo}$$

2.1.2.3 Regiones y Pseudocaras

De las líneas de un dibujo lineal se pueden definir un conjunto secuencias ordenadas cíclicas (l_1, \dots, l_k) , tal que el siguiente elemento de l_k sea l_1 , que representan formas poligonales en el dibujo lineal. Según sea la entidad que forme los polígonos, las secuencias pueden ser de 2 tipos: **Regiones**, si estan formadas por líneas, y **pseudocaras** si lo son por pseudoaristas.

Definición 15 Sea $(l_1, l_2 \dots l_k)$ una secuencia ordenada de líneas tal que $l_i = (s_i, t_i)$, siendo s_i, t_i uniones del dibujo lineal D ($s_i, t_i \in J$). Se define dicha secuencia como **región** si se cumplen las siguientes condiciones:

1. $s_{i+1} = t_i, 1 < i < k$
2. $s_1 = t_k$
3. $s_i, t_i \in J, \forall i, 1 \leq i \leq k$

La primera condición asegura la conectividad entre las líneas que forman la secuencia. La segunda de ellas, define la secuencia como cíclica, y la última describe las líneas como elementos constituyentes de las regiones.

Definición 16 Sea $(l_1^*, l_2^* \dots l_k^*)$ una secuencia ordenada de pseudoaristas tal que $l_i^* = ((s_{i,1}, t_{i,1}), \dots (s_{i,m_i}, t_{i,m_i}))$, siendo $s_{r,n}, t_{r,n}$ uniones del dibujo lineal D ($s_{r,n}, t_{r,n} \in J, 1 < r < k, 1 < n < m_i$). Se define dicha secuencia como **pseudocara** si se cumplen las siguientes condiciones:

1. $s_{i+1,1} = t_{i,m_i}, 1 < i < k$
2. $s_{1,1} = t_{k,m_k}$
3. $s_{i,j} \neq s_{p,s} 1 < i, p < k, 1 < j < m_i, 1 < s < m_p$
4. $s_{i,j} \neq t_{p,s} 1 < i, p < k, 1 < j < m_i, 1 < s < m_p$
5. $t_{i,j} \neq t_{p,s} 1 < i, p < k, 1 < j < m_i, 1 < s < m_p$

$$6. s_{i,1}, t_{i,m_i} \in J_1, \quad \forall i, 1 \leq i \leq k$$

La primera condición establece la conectividad entre líneas. La segunda define la secuencia como cíclica. Las tres siguientes aseguran la no formación de bucles en el interior de la secuencia y la última define los elementos que constituyen la pseudocara.

Las definiciones de región y pseudoarista conllevan a la formación de de dos nuevos conjuntos, R y P , que incluyen las secuencias de E y E^* respectivamente.

Como restricción adicional en las regiones, éstas no deben poseer líneas en su interior. Las pseudocaras, al estar formadas por elementos de E^* , incluyen una o varias regiones en su interior.

Definición 17 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $R = \{r_1 \dots r_n\}$ su conjunto de regiones y $P = \{p_1 \dots p_m\}$ su conjunto de pseudocaras. Para toda pseudocara p_i se define un conjunto $R_i \subset R$, $R_i = \{r_{i,1} \dots r_{i,w}\}$, que representa el conjunto de regiones interiores de p_i , de la siguiente forma

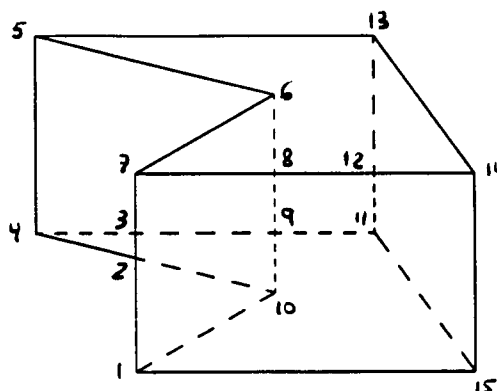
$$R_i = \{r_j / l_k \in r_j, \forall l_k \in l_h^*, \forall l_h^* \in p_i\}$$

Segun el número de regiones incluidas en ellas, las pseudocaras pueden clasificarse en dos tipos:

- **Ambiguas:** Pseudocara que incluye una única región. No posee líneas interiores.
- **No ambiguas:** Pseudocara que incluye más de una región, y por ello posee líneas interiores.

Según la visibilidad de sus pseudoaristas, las pseudocaras pueden clasificarse tres tipos, los cuales describen la posición de la superficie correspondiente respecto el punto de vista descrito en el dibujo lineal:

1. **Pseudocara Visible.**
2. **Pseudocara Semioculta.**
3. **Pseudocara Oculta.**



$$J = \{1 \dots 15\}$$

$$R = \{ \begin{aligned} &[(1, 2), (2, 10), (10, 1)], \\ &[(2, 3), (3, 9), (9, 10), (10, 2)], \\ &[(2, 4), (4, 3), (3, 2)], \\ &[(4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 3), (3, 4)], \\ &[(5, 13), (13, 12), (12, 8), (8, 6), (6, 5)], \\ &[(3, 7), (7, 8), (8, 9), (9, 3)], \\ &[(1, 10), (10, 9), (9, 11), (11, 15), (15, 1)], \\ &[(13, 14), (14, 12), (12, 13)], \\ &[(9, 8), (8, 12), (12, 11), (11, 9)], \\ &[(12, 14), (14, 15), (15, 11), (1, 12)] \end{aligned} \}$$

$$P = \{ \begin{aligned} &[((1, 2), (2, 3), (3, 7)), ((7, 8), (8, 12), (12, 14)), ((14, 15)), ((15, 1))], \\ &[((5, 13)), ((13, 14)), ((14, 12), (12, 8), (8, 7), (7, 6), (6, 5))], \\ &[((7, 6)), ((6, 8), (8, 9), (9, 19)), ((10, 1)), ((1, 2), (2, 3), (3, 7))], \\ &[((4, 5)), ((5, 6)), ((6, 8), (8, 9), (9, 10)), ((10, 2), (2, 4))], \\ &[((4, 5)), ((5, 13)), ((13, 12), (12, 11)), ((11, 9), (9, 3), (3, 4))], \\ &[((13, 14)), ((14, 15)), ((15, 11)), ((11, 12), (12, 13))], \\ &[((4, 3), (3, 9), (9, 11)), ((11, 15)), ((15, 1)), ((1, 10))], \\ &((10, 2), (2, 4)) \end{aligned} \}$$

Figura 2.11: Caracterización de regiones y pseudocararas en el dibujo lineal *caizal*.

Pseudocara visible Este tipo de pseudocaras representan superficies visibles desde el punto de vista del dibujo lineal.

Definición 18 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $(l_1^*, l_2^* \dots l_k^*)$ una secuencia que forma una pseudocara de D , tal que $l_i^* = ((s_{i,1}, t_{i,1}), \dots (s_{i,m_i}, t_{i,m_i}))$, siendo $s_{r,n}, t_{r,n}$ uniones del dibujo lineal D ($s_{r,n}, t_{r,n} \in J$, $1 < r < k$, $1 < n < m_i$). Se define dicha secuencia como **pseudocara visible** si $v^*(l_i^*) = \text{continuo} \quad \forall i, 1 < i < k$.

Esta característica conlleva la definición de $P_V \subset P$, como el conjunto de pseudocaras visibles de D , y de \mathcal{R}_V como el conjunto de regiones incluidas en las pseudocaras visibles de D . Mediante este último conjunto se definen los demás tipos de pseudocara.

Pseudocara semioculta Este tipo de pseudocaras corresponde a superficies ocultas parcialmente.

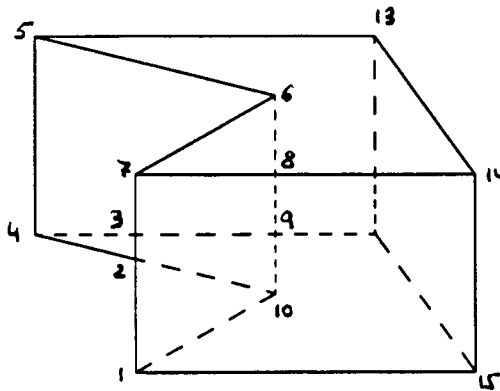
Definición 19 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $p_j = (l_1^*, l_2^* \dots l_k^*)$ una secuencia correspondiente a una pseudocara de D , $R = \{r_1 \dots r_n\}$ el conjunto de regiones de D , R_j el conjunto de regiones interiores a p_j y \mathcal{R}_V el conjunto de regiones interiores a las pseudocaras visibles. Se define dicha secuencia como **pseudocara semioculta** si se cumple la siguiente condición:

$$\exists r_c \text{ tq. } (r_c \in R_j) \cap (r_c \notin \mathcal{R}_V), \quad 1 \leq c \leq n$$

Para este tipo de pseudocaras se define P_S como el conjunto de pseudocaras de un dibujo lineal y \mathcal{R}_S como el conjunto de regiones incluidas en las pseudocaras pertenecientes a P_S .

Pseudocara oculta Toda pseudocara de este tipo corresponde a una superficie totalmente oculta.

Definición 20 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $p_j = (l_1^*, l_2^* \dots l_k^*)$ una secuencia correspondiente a una pseudocara de D , $R = \{r_1 \dots r_n\}$ el conjunto de regiones de D , R_j el conjunto de regiones interiores a p_j y \mathcal{R}_V el conjunto de regiones interiores a las pseudocaras visibles. Se define dicha secuencia como **pseudocara oculta** si se cumple la siguiente condición:



$$\begin{aligned}
 P_V = \{ & [((1, 2), (2, 3), (3, 7)), \\
 & ((7, 8), (8, 12), (12, 14)), \\
 & ((14, 15)), ((15, 1))], \\
 & [((5, 13)), ((13, 14)), \\
 & ((14, 12), (12, 8), (8, 7)), \\
 & (7, 6), (6, 5)] \} \\
 P_S = \{ & [((4, 5)), ((5, 6)), \\
 & ((6, 8), (8, 9), (9, 10)), \\
 & ((10, 2), (2, 4))], \} \\
 P_O = \{ & [((7, 6)), ((6, 8), (8, 9), (9, 19)), \\
 & ((10, 1)), ((1, 2), (2, 3), (3, 7))], \\
 & [((4, 5)), ((5, 13)), \\
 & ((13, 12), (12, 11)), \\
 & ((11, 9), (9, 3), (3, 4))], \\
 & [((13, 14)), ((14, 15)), ((15, 11)), \\
 & ((11, 12), (12, 13))], \\
 & [((4, 3), (3, 9), (9, 11)), ((11, 15)), \\
 & ((15, 1)), ((1, 10)), \\
 & ((10, 2), (2, 4))] \}
 \end{aligned}$$

Figura 2.12: Caracterización de pseudocaras en el dibujo lineal *caixal*.

$$r_c \in \mathcal{R}_V \forall r_c \in R_j$$

Al igual que en los dos tipos anteriores se define P_O como el conjunto de pseudocaras ocultas de un dibujo lineal y \mathcal{R}_O el conjunto de regiones interiores de los elementos de P_O

En la Fig. 2.12. se muestra un ejemplo de caracterización de los tipos de pseudocaras en el ejemplo *caixal*.

La correspondencia de las pseudocaras con superficies permite clasificar aquellas según la superficie que representan en dos tipos:

1. **Pseudocara Opaca.** Si la superficie que representa es opaca.
2. **Pseudocara Transparente.** Si la superficie que representa es transparente.

Una de las funciones que se describen en el nivel medio consiste en asignar uno de estos dos atributos a cada pseudocara del dibujo lineal.

En referencia a las regiones, toda región de un dibujo lineal puede pertenecer a más de una pseudocara, pero únicamente a una pseudocara visible. Según esta característica se establece el concepto de visibilidad de una región asociado al tipo de pseudocaras a las que pertenece.

Definición 21 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $R = \{r_1 \dots r_n\}$ su conjunto de regiones, P_V y P_S su conjunto de pseudocaras visibles y semiocultas respectivamente. Se define r_i como **región visible de p_j** si se cumple las siguientes condiciones

$$\begin{aligned} r_i &\in R_j, \text{ tq. } p_j \in P_V \cup P_S \\ r_i &\notin R_k, \text{ tq. } i \neq j, \forall p_k \in P_V \cup P_S \end{aligned}$$

en caso contrario, se define r_i como **región no visible de p_j** .

De esta definición, se deduce lo siguiente:

- Toda región debe ser visible para una única pseudocara.
- El conjunto \mathcal{R}_V está formado por regiones visibles a las pseudocaras visibles.
- El conjunto \mathcal{R}_O está formado por regiones no visibles a las pseudocaras ocultas.
- El conjunto \mathcal{R}_S posee regiones visibles y no visibles a las pseudocaras semiocultas. Por ello, se definen los conjuntos $\mathcal{R}_{S,1}$, $\mathcal{R}_{S,2} \subset \mathcal{R}_S$ formados por las regiones visibles y no visibles a las pseudocaras semiocultas respectivamente.

En relación al conjunto de regiones R_i asociado a la pseudocara p_i se deduce lo siguiente:

- Toda región $r_i \in R_i$ es una región visible de p_i si $p_i \in P_V$.
- Toda región $r_i \in R_i$ es una región no visible de p_i si $p_i \in P_O$.
- Toda región $r_i \in R_i$ puede ser una región visible o no visible a p_i . Por ello se definen los conjuntos $R_{i,1}$, $R_{i,2} \subset R_i$ formados por regiones visibles y no visibles de p_i respectivamente.

$D = (J, E, u, v)$		$O = (V, A, F, p)$
J	\longleftarrow	V
J_1	\longleftrightarrow	V
E^*	\longleftarrow	A
P	\longleftrightarrow	F

Tabla 2.2: Relaciones entre entidades del dibujo lineal y el objeto.

Según estas definiciones, se deducen una serie de relaciones entre entidades de los ámbitos del dibujo lineal y de la escena, mostrados en la Tabla 2.2.

Mediante las flechas se representan las aplicaciones entre los conjuntos correspondientes. De esta forma, todo vértice en la escena corresponde a una unión en la imagen, pero la relación sólo es aplicación existe sobre el conjunto de pseudovértices de D , como se ha comentado en la definición de la unión.

2.2 Asunciones del sistema

Las asunciones o consideraciones que definen la capacidad del sistema se clasifican en tres grupos según las características que enuncian:

- El dominio de objetos tridimensionales.
- El punto de vista descrito en el dibujo lineal.
- Normas de dibujo.

2.2.1 El dominio de objetos tridimensionales

Este conjunto de asunciones describe las características de los objetos tridimensionales que son considerados en el sistema. Estas asunciones deben ser tenidos en cuenta en el momento de definir el objeto que se dibuje.

Asunción 1 *En cada vértice del objeto pueden incidir hasta tres planos.*

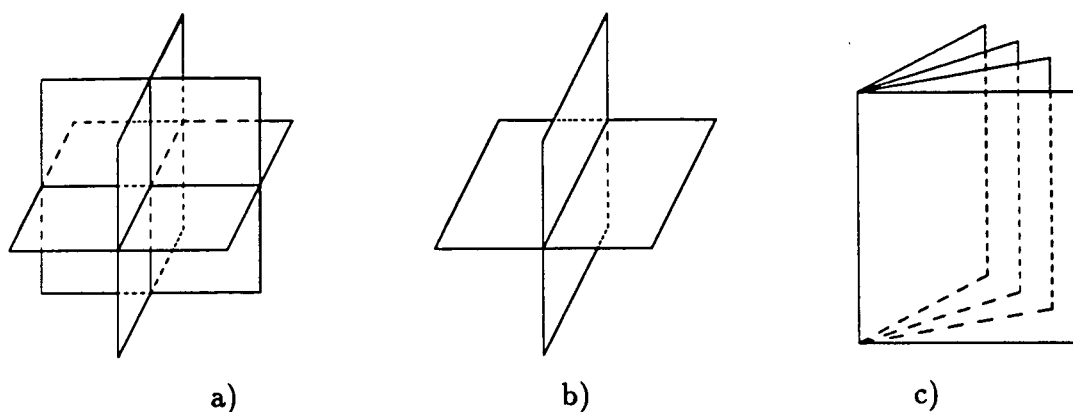


Figura 2.13: a,b) Distribución máxima de superficies en vértices y aristas. c) Objeto incorrecto según la asunción 1.

El dominio de representación se basa en el mundo de **Origami** formalizado por Kanade [Kan-81]. Cada vértice puede pertenecer a tres planos (o doce superficies) como máximo, tal como se muestra en la Fig. 2.13a.

Asunción 2 *Conectividad.*

2.1 *Cada vértice pertenece a dos aristas como mínimo.*

2.2 *Cada arista pertenece a una cara como mínimo.*

2.3 *Cada cara debe tener una arista compartida con otra cara. No puede existir una cara en contacto con otras a través de los vértices únicamente.*

Esta asunción evita que existan líneas aisladas, así como que exista una cara que esté conectada con las demás a través de los vértices, en cuyo caso existe una clara ambigüedad para decidir su orientación, tal como se muestra en la Fig. 2.13b.

Para enunciar la siguiente asunción se define el concepto de **rotura visible**.

Definición 22 *Se define como rotura ("crack") a toda línea que corresponde a una arista que separa dos superficies coplanares. Según el aspecto de la línea, puede clasificarse en:*

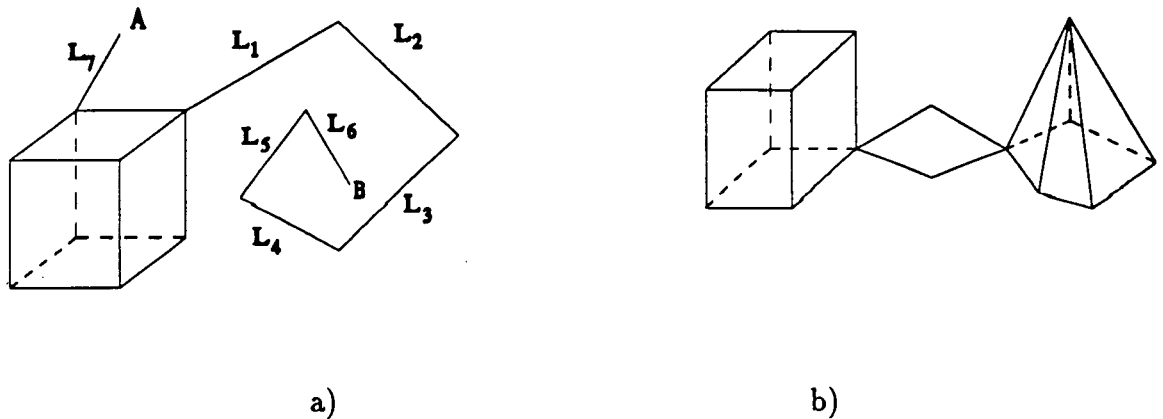


Figura 2.14: a) Incorrecciones según las asunciones 2.1 y 2.2. Vértices A,B que pertenecen a una sola arista. líneas $L_1 \dots L_7$ no pertenecen a ninguna superficie. b) Incorrección según la asunción 2.3.

Rotura visible. Línea de aspecto continuo que define la separación de únicamente dos superficies coplanares.

Rotura no visible. Línea con aspecto discontinuo que expresa la incidencia de tres superficies sobre la línea, dos de ellas coplanares y una tercera debajo según el punto de vista considerado en el dibujo lineal.

Asunción 3 Cada arista delimita la frontera entre:

- Dos o más caras entre las cuales existe como mínimo una que no es coplanar con las demás que inciden en la arista.
- Una cara y el fondo de la escena.

Esta asunción elimina la existencia de roturas visibles en el dibujo lineal, permitiendo las roturas no visibles.

Asunción 4 Toda arista exterior de la escena delimita la frontera entre el fondo de la escena y el objeto. No se considera la posibilidad que los objetos esten apoyados sobre otros que no estén dibujados. No existe la hipótesis de soporte [Rob-65].

Esta asunción evita considerar la existencia de superficies que no estén dibujadas.

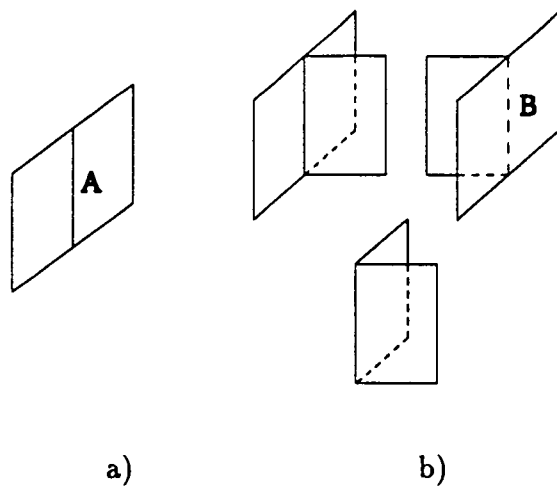


Figura 2.15: a) Ejemplo de rotura visible (línea A), no valido por el axioma 3. b) Ejemplos correctos según el axioma 3. Rotura no visible (línea B)

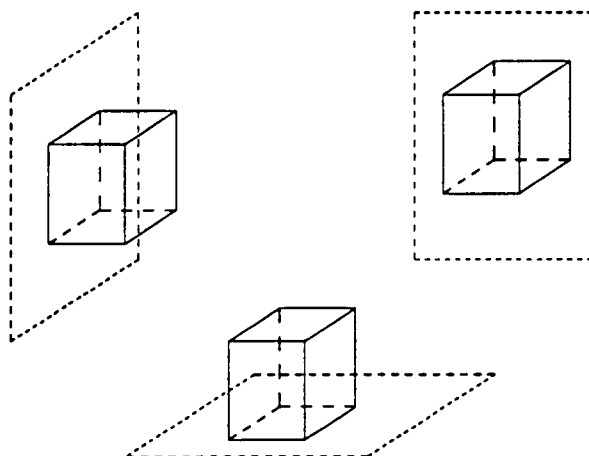


Figura 2.16: Ejemplos de interpretación de un cubo apoyado sobre una superficie no dibujada –líneas discontinuas–, no considerados por la asunción 4.

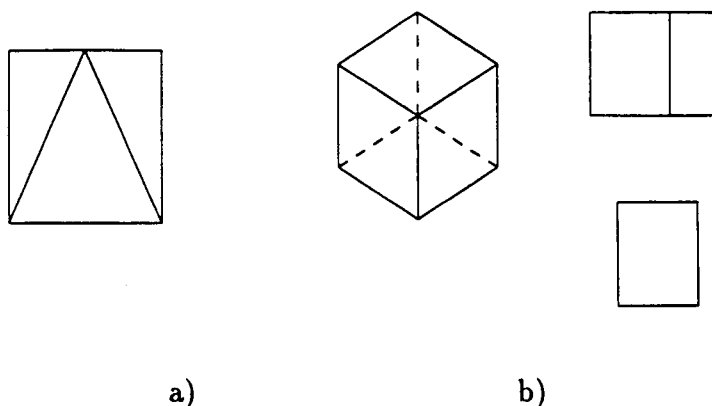


Figura 2.17: Ejemplos de superposiciones. a) Pirámide de base cuadrada. Superposición vértice-arista. b) Cubo. Superposición vértice-vértice, vértice-arista-vértice y arista-arista.

2.2.2 El punto de vista descrito en el dibujo lineal

Se considera en el sistema que los objetos están situados en el espacio tridimensional. Así, el dibujo refleja la visión de un objeto según un cierto punto de vista. Las asunciones que se presentan a continuación deben tenerse en cuenta para elegir el punto de vista que corresponda a la imagen del dibujo lineal.

Asunción 5 (Posición general) *El punto de vista debe situarse de forma que no existan superposiciones entre vértices y aristas de diferente profundidad en la imagen (Fig. 2.17).*

Asunción 6 *El punto de vista debe ser tal que la proyección de las entidades de dimensión nula (vértices) y de unidimensionales (líneas) deben conservar su dimensión en la imagen.*

Esta asunción elimina la posibilidad de interpretar un punto en el dibujo como la proyección de una línea perpendicular al plano de proyección y colineal con las líneas de proyección.

Para el enunciado de la asunción 7 se definen los conceptos de **nivel de visibilidad** y **grado de visibilidad** de una unión.

Definición 23 Sea l una línea del dibujo lineal D , $l = (s, t)$ $s, t \in J$. Se define una aplicación de J a N , como **nivel de visibilidad asociado a l** , $NV(l)$, que corresponde al número de caras situadas entre la arista a la cual pertenece la línea l y el punto de vista.

Según esta definición, toda línea de aspecto continuo posee nivel de visibilidad 0, mientras que si es de aspecto discontinuo su nivel es mayor que 0.

Definición 24 Sea s una unión del dibujo lineal D ($s \in J$) y la secuencia ordenada de líneas $(l_1 \dots l_n)$ que inciden en s . Se define como **grado de visibilidad asociado a la unión s** $GV(s)$ mediante la siguiente igualdad:

$$GV(s) = \max\{NV(l_1) \dots NV(l_n)\} - \min\{NV(l_1) \dots NV(l_n)\}$$

El grado de visibilidad de una unión da información sobre el nivel de profundidad en el ámbito de la escena de las líneas que inciden en la unión.

Según estas definiciones, se enuncia la siguiente asunción.

Asunción 7 (Grado de visibilidad de las uniones) Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, J_1 y J_2 los conjuntos de uniones de tipo pseudovértice y cruce accidental respectivamente. Toda unión j del dibujo lineal tal que $j \in J_1$ debe verificar la siguiente condición:

$$GV(j) \geq 1$$

Según la asunción 7, se deduce el nivel de visibilidad de las líneas de una unión según el aspecto de las líneas que inciden en ella. Mediante esta característica se pueden clasificar las uniones en las tres clases siguientes:

- **Todas las líneas continuas.** Todas las aristas son visibles. El grado de visibilidad es 0 (Fig. 2.18).
- **Líneas continuas y discontinuas.** La existencia de líneas continuas, según la asunción 7, obliga a que el nivel de visibilidad de los líneas discontinuas sea 1 (Fig. 2.19).

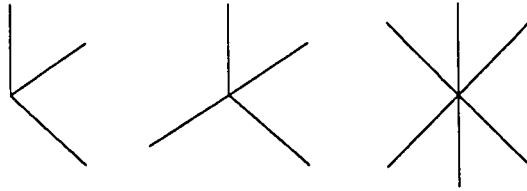


Figura 2.18: Pseudovértices con grado de visibilidad 0.

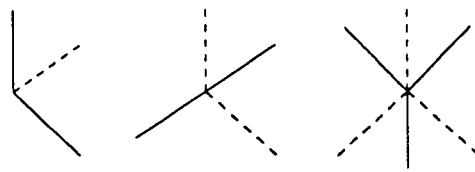


Figura 2.19: Pseudovértices con grado de visibilidad 1 según la asunción 7.

- **Todas las líneas discontinuas** Estas uniones se denominan **uniones no visibles**. En este caso, no se puede precisar el grado de visibilidad. Existen dos posibilidades según los dos grados posibles por la asunción:

Grado = 0: Todas las líneas son ocultas por las mismas caras, por lo que si éstas desaparecen, las líneas pasarían a ser continuas (Fig.2.20).

Grado = 1: Todas las líneas no tienen el mismo nivel de visibilidad. Existen caras que ocultan algunas líneas de la unión y otras no (Fig.2.2.2).

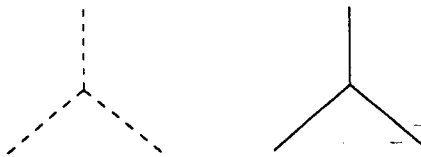


Figura 2.20: Interpretaciones del aspecto de una unión no visible con $GV=0$.

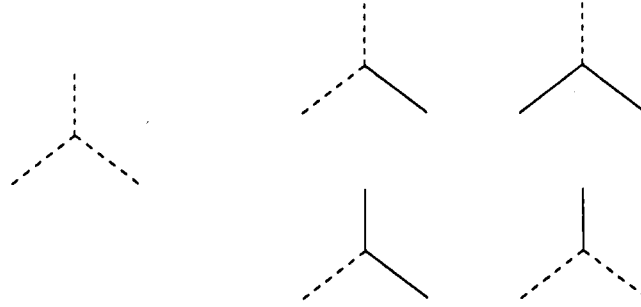


Figura 2.21: Interpretación del aspecto de una unión no visible con $GV=1$.

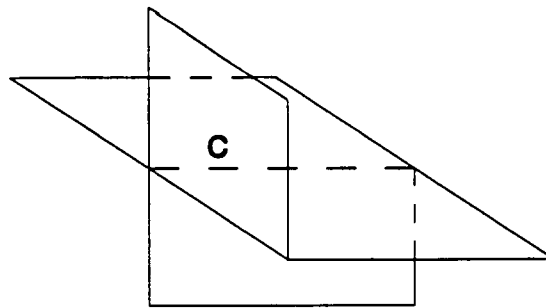


Figura 2.22: Ejemplo de *rotura no visible* oculto por una cara (línea C).

Cabe destacar que se consideran las **roturas no visibles** con un nivel de visibilidad cero para asegurar la validez de la asunción en casos como el de la Fig.2.22.

2.2.3 Normas de dibujo

En este apartado se pretende establecer asunciones para la representación de un dibujo lineal como la proyección de una escena tridimensional que cumpla las asunciones postuladas en las anteriores secciones.

Asunción 8 *Las líneas del croquis deben estar formadas por segmentos de recta (no se consideran curvas) y por intersecciones entre las líneas. No se tienen en cuenta texturas o características de iluminación en la imagen. Se supone, también, que todas las líneas tienen el mismo espesor.*

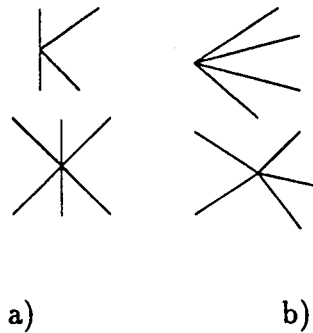


Figura 2.23: a) Uniones correctas según la asunción 9. b) Uniones incorrectas según la asunción 9.

Asunción 9 *Toda unión del dibujo lineal posee un máximo de tres direcciones predominantes.*

Asunción 10 (Aspecto.) *Toda línea puede poseer uno de los aspectos siguientes:*

Continua. *Que representa una arista visible desde el punto de vista.*

Discontinua *Que representa una arista oculta por una o varias caras según el punto de vista.*

Asunción 11 *Toda línea debe tener un único aspecto en toda su longitud.*

Asunción 12 *Toda pseudoarista puede tener aspectos diferentes en cada línea que lo forma, pero solo puede cambiar de aspecto en los puntos de intersección.*

Asunción 13 *Dos líneas colineales que interseccionan en un punto deben conservar la colinealidad en el ámbito de la escena.*

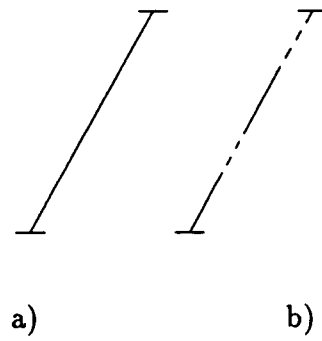


Figura 2.24: a) Ejemplo de dibujo correcto según la asunción 11. b) Ejemplo de dibujo incorrecto según la asunción 11.

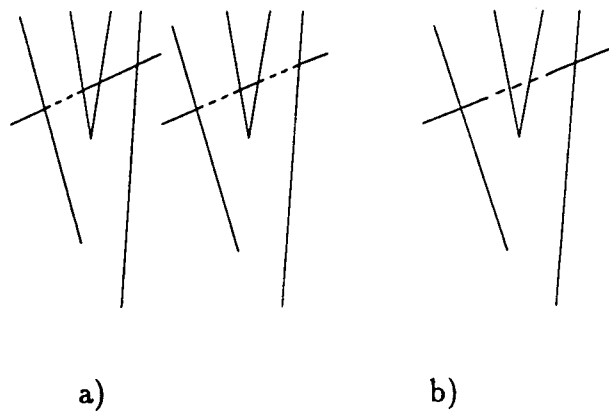


Figura 2.25: a) Dibujos correctos según la asunción 12. b) Dibujo incorrecto según la asunción 12.

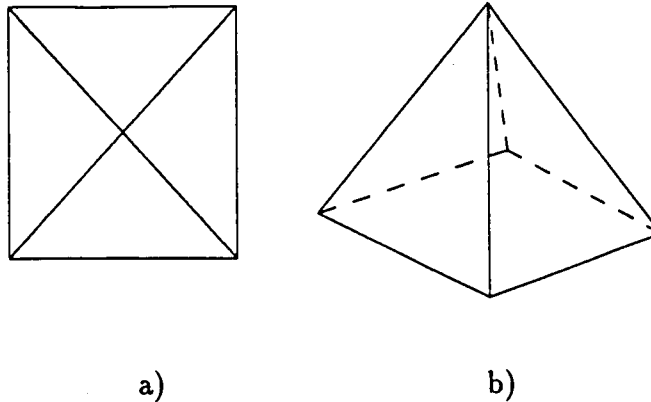


Figura 2.26: a) Dibujo. b) Posible interpretación del dibujo, no considerada por la asunción 13.

Asunción 14 *Deben dibujarse todas las aristas que forman parte de una o varias caras no coplanares, sean visibles o no.*

Asunción 15 *Deben representarse en la imagen todos los puntos de intersección. ya sean vértices del objeto o cruces de aristas a diferente profundidad, haya o no cambio de visibilidad.*

Asunción 16 *Las líneas discontinuas deben tener una separación entre sus particiones de tal forma que se puedan distinguir claramente de las continuas. Por ello, hay que tener en cuenta ciertos niveles de tolerancia para subsanar las diferencias de trazo debidas al diseño a mano alzada.*

Asunción 17 *La intersección entre líneas en un punto debe tener una máxima separación según un nivel de tolerancia definido, para poder corregir errores de diseño a mano alzada.*

Asunción 18 *Para reflejar una intersección entre dos o más líneas, sean continuas o no, debe hacerse coincidir una línea de cada una de las líneas en el punto de intersección deseado. Se consideran errores de aproximación según la tolerancia para los puntos de intersección definida en la asunción 17.*

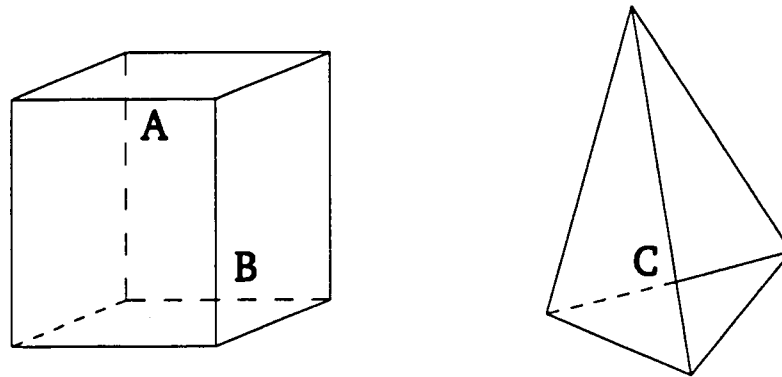


Figura 2.27: Ejemplos de cruces accidentales, sin (puntos A,B) y con (punto C) cambio de visibilidad.

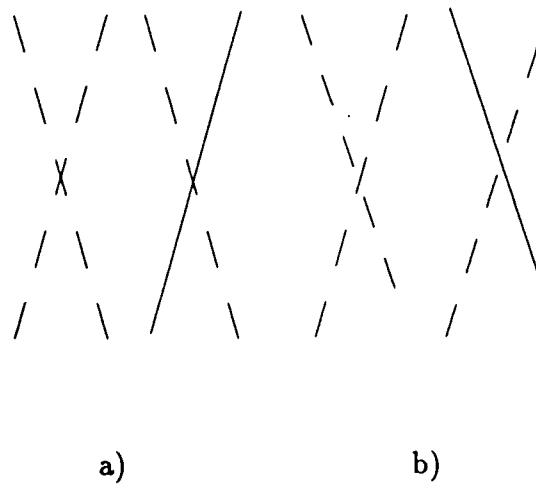


Figura 2.28: a) Cruces correctos según la asunción 18. b) Cruces incorrectos según la asunción 18.

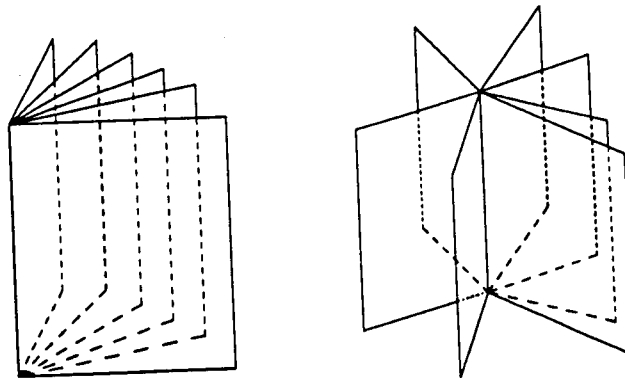


Figura 2.29: Dibujos no considerados por la asunción 19.

Asunción 19 *Por el dominio de objetos tridimensionales comentado, sólo pueden existir uniones de dos líneas incidentes como mínimo y seis como máximo.*

Capítulo 3

Nivel Inferior

En este capítulo se describirán los diferentes elementos que componen el módulo de extracción de uniones y segmentos de recta. El esquema de este módulo (así como los elementos que lo componen) puede verse en la Fig. 3.7.

Una vez realizada la adquisición, sobre la imagen se realiza el procesamiento inicial y la extracción de puntos característicos; a partir de la aproximación por segmentos de recta, se trabaja con una nueva representación de la imagen en forma de grafo, en el cual los nodos corresponden a los puntos característicos y los arcos a los segmentos de recta que los unen.

3.1 Descripción del módulo y definiciones

Este módulo de extracción de uniones y segmentos de recta tiene como entrada un esbozo correspondiente a una proyección de un objeto tridimensional, y como salida genera una descripción de éste en forma de uniones y líneas entre ellas.

Definiciones

Línea. Parte del esbozo que corresponde a una arista del objeto. Hay dos tipos de línea : continua (formada por un solo segmento de recta) y discontinua (formada por más de un segmento). Estas líneas estarán definidas utilizando la forma paramétrica normal (θ, ρ) y sus dos extremos (Fig. 3.1).

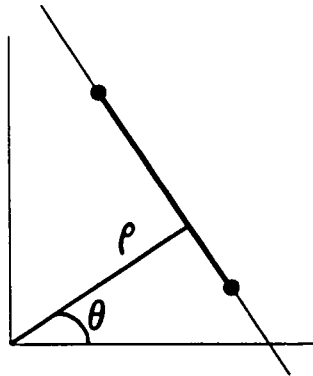


Figura 3.1: Representación de una línea en forma paramétrica normal.

Unión. Es todo punto del esbozo en el que inciden al menos dos segmentos de recta con distintas direcciones.

Puntos característicos. Son los puntos que se encuentran en los extremos de los segmentos de recta. Hay de tres tipos :

- Punto terminal : píxel con un solo vecino conectado a 4.
- Punto múltiple : píxel con más de tres vecinos conectados a 4.
- Punto de pliegue : píxel con dos vecinos, en el que hay un cambio significativo en la dirección del contorno.

Normas de dibujo Las normas de dibujo son las siguientes :

- Se dibujará con un rotulador negro de al menos 0.2 mm de grosor sobre una hoja de papel de color blanco.
- El dibujo sólo podrá estar formado por segmentos de recta.
- Se pueden utilizar dos tipos de líneas :

Líneas continuas. Servirán para indicar las aristas visibles del objeto respecto al punto de vista escogido.

Líneas discontinuas. Servirán para indicar las aristas (o partes de aristas) no visibles respecto al punto de vista.

- La suma de los módulos de los segmentos de recta que forman una línea discontinua no puede ser superior al 75 % de la longitud total de la línea.
- Es aconsejable (pero no obligatorio) explicitar todas las intersecciones entre las líneas del dibujo.

Tolerancias Debido a que el esbozo se realiza a mano alzada, es necesario especificar unas tolerancias en el momento de procesarlo. Distinguimos dos tipos de tolerancia :

Tolerancia para líneas. Distinguiremos dos casos :

- En líneas discontinuas : Es la máxima variación permitida entre los parámetros (θ, ρ) de dos segmentos que pertenezcan a una misma línea discontinua.
- En líneas continuas : Es la máxima variación de los parámetros (θ, ρ) que se permite en el ajuste final.

Tolerancia para uniones. En las uniones a las que llegan más de dos líneas, es probable que no todas coincidan en un mismo punto característico. La tolerancia para uniones especifica la máxima distancia permitida entre dos puntos característicos para que puedan ser considerados como uno de solo.

3.1.1 Relación de posibles errores de dibujo

Además de que las líneas no correspondan exactamente a segmentos de recta, (problema resuelto con la aplicación de las tolerancias), se pueden encontrar los siguientes errores en los esbozos:

1. Líneas rotas : Error que aparece cuando una línea que debiera ser continua está formada por más de un segmento. Puede ser debido a que mientras se dibujaba, se ha alzado un momento el rotulador del papel, o bien se ha disminuido la presión. La Fig. 3.2 muestra dos ejemplos de líneas rotas.

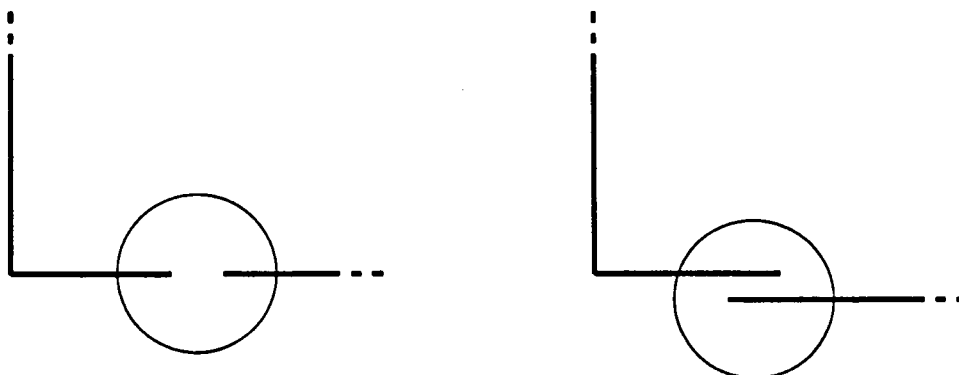


Figura 3.2: Ejemplos de líneas rotas.

2. Líneas quebradas: Es un caso parecido al de las líneas rotas, sólo que ahora las dos líneas tienen un punto múltiple en común (Fig. 3.3).
3. Líneas que no llegan a ninguna unión : Es un error debido a una falta de precisión en el dibujo. La Fig. 3.4a muestra un ejemplo de este error.
4. Líneas que se prolongan más allá de una unión : Igual que el error precedente, es debido a una falta de precisión. Un ejemplo de este error puede verse en la Fig. 3.4b.
5. Falta de precisión : Cuando llegan más de dos líneas a una unión, se puede dar el caso que no coincidan exactamente tal cual se muestra en la Fig. 3.5
6. Errores locales : Son segmentos muy cortos (1 o 2 píxels) que sobresalen de los segmentos del dibujo. Son debidos a la no uniformidad del trazo del dibujo, ya sea porque una zona del papel ha absorbido demasiada tinta y se ha formado una pequeña mancha, ya sea porque se ha apoyado el rotulador sobre el papel demasiado tiempo, formándose también una pequeña mancha (sobre todo en los extremos de los segmentos). Después del proceso de adelgazamiento aplicado sobre la imagen, estos errores pueden tomar formas como las mostradas en la Fig. 3.6.

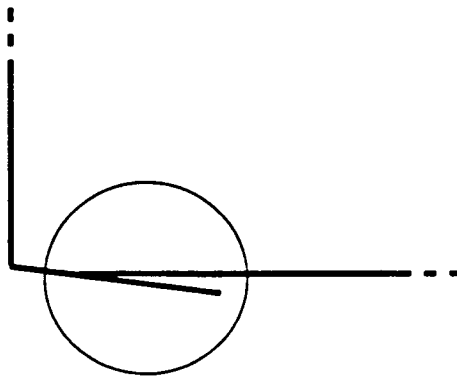


Figura 3.3: Ejemplo de línea quebrada.

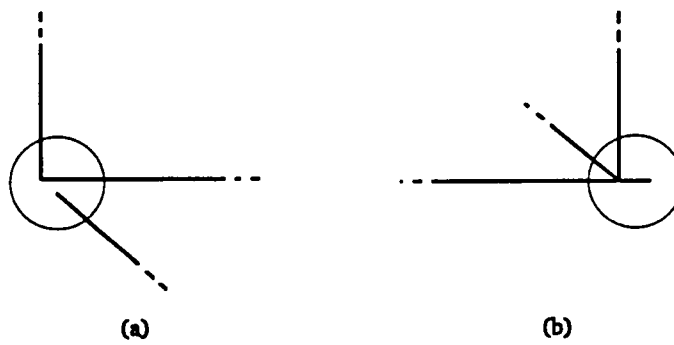


Figura 3.4: Ejemplo de línea que no llega a una unión (a) y de línea que se prolonga más allá de una unión (b).

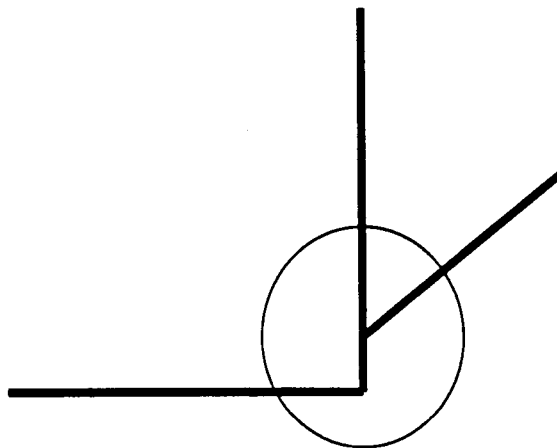


Figura 3.5: Ejemplo de falta de precisión en las uniones

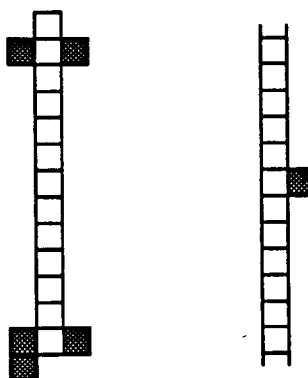


Figura 3.6: Ejemplos de errores locales.

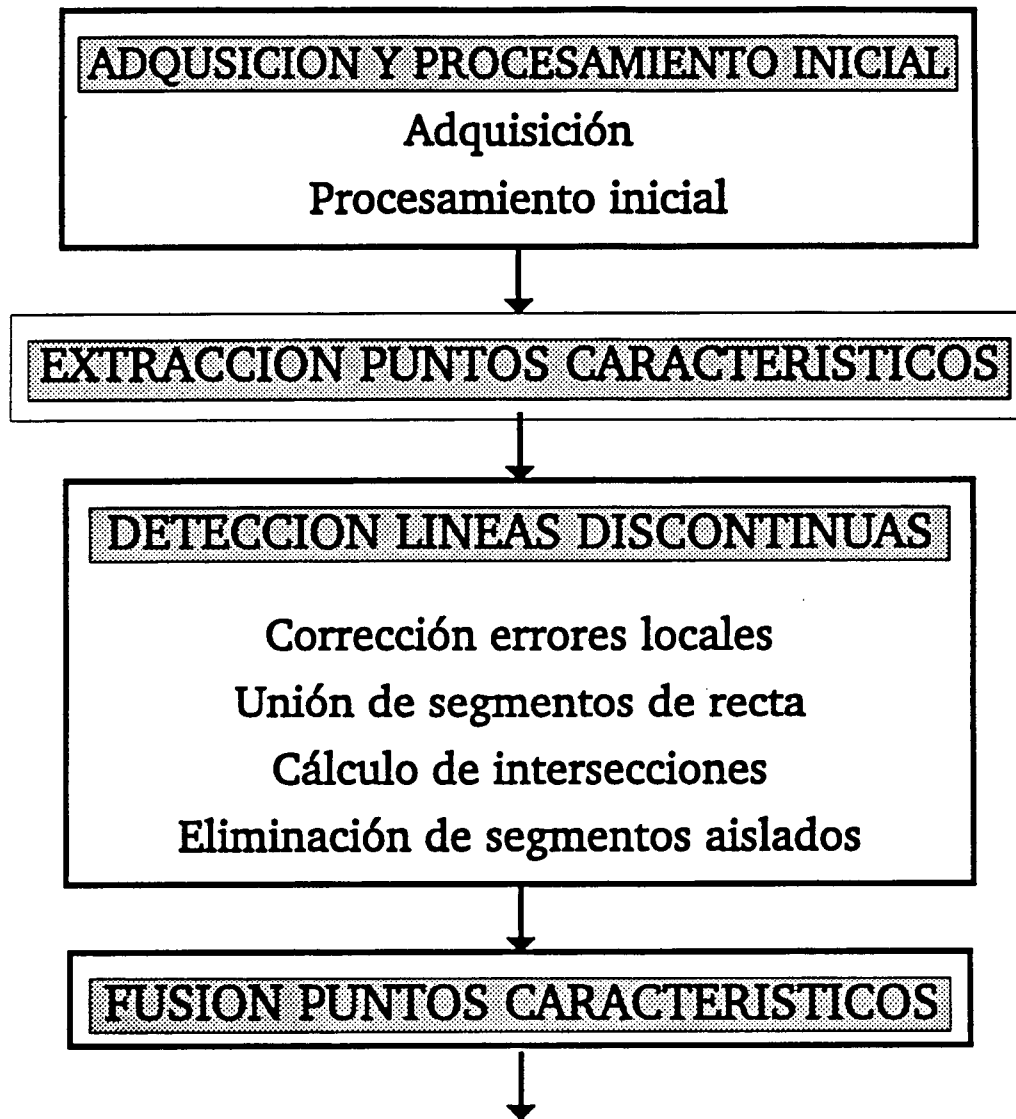


Figura 3.7: Esquema del sistema de extracción de uniones y segmentos de recta.

3.2 Adquisición y Procesamiento Inicial

3.2.1 Adquisición

El primer paso a realizar es introducir el esbozo que tenemos sobre una hoja de papel dentro del ordenador.

En nuestro caso, la adquisición se ha realizado con un *scáner* (debido a las ventajas comentadas en el capítulo 2), trabajando a una resolución de 127 *dpi*, es decir, un píxel de la imagen corresponderá a un cuadrado de 0.2×0.2 milímetros en el dibujo original. Estos 127 píxels por pulgada nos permiten introducir esbozos de aproximadamente 10×10 cm dibujados con un rotulador de como mínimo 0.2 mm., y almacenarlos en imágenes de 512×512 píxels.

Las imágenes se tienen que digitalizar utilizando 256 tonalidades de gris, correspondiendo el 0 al negro y el 255 al blanco.

El problema que presenta realizar la adquisición con el scanner es que la imagen adquirida se almacena en un fichero con formato TIFF y, por lo tanto, será necesario convertir esta imagen a un formato tratable con el software de procesamiento de imágenes utilizado (Visilog). Además, para facilitar el procesado con el software disponible nos interesa que la imagen sea cuadrada (512 por 512 píxels en nuestro caso). Por lo tanto, el proceso de conversión tendrá dos fases:

- A partir de la información leída en la cabecera de fichero TIFF, generar un nuevo fichero sin ningún formato, donde se almacenan, por filas, los píxels que forman la imagen.
- Obtener una imagen cuadrada añadiendo (o eliminando) las filas y columnas que sea necesario.

La adquisición de las imágenes se ha realizado con un scáner Hewlett-Packard modelo Scanjet Plus, conectado a un ordenador PC-compatible, utilizando el software que proporciona el mismo scáner, que funciona sobre el entorno Windows de Microsoft.

3.2.2 Procesamiento Inicial

Se aplican técnicas de procesamiento de imágenes puntuales y locales para obtener una nueva imagen sobre la cual se puedan detectar los puntos característicos. Se realizan cinco operaciones:

1. **Inversión.** En este paso, se invierte la imagen obtenida en el proceso de adquisición. Este paso tiene una motivación semántica: Las operaciones en el procesamiento de imágenes están definidas pensando que el objeto es cercano al color blanco y el fondo al color negro; mientras que después de la adquisición, el objeto es negro sobre un fondo blanco.
2. **Binarización.** Sobre la imagen filtrada, la operación siguiente a realizar es binarizar dicha imagen. Ésto se realiza mediante una umbralización (*hreshold*) de la imagen. Las imágenes tratadas tienen un histograma claramente bimodal (objeto blanco sobre fondo negro) como se puede ver en la Fig. 3.8 corresponden a la imagen casa (Fig. 3.9(a)), cosa que nos permite encontrar fácilmente el valor del umbral a aplicar. Se toma como valor umbral la media entre el valor mínimo y el valor máximo de gris que encontramos en la imagen. Una vez realizada la binarización, obtendremos una imagen donde los píxels pertenecientes al objeto tendrán valor 1 y los pertenecientes al fondo tendrán valor 0.
3. **Filtraje.** Una de las operaciones habituales en el preprocesamiento de las imágenes es aplicar a éstas algún tipo de filtro, como por ejemplo un filtro pasabajas o un filtro de mediana con el objetivo de eliminar ruido. En nuestro caso, los resultados de aplicar estos filtros, a pesar de que eliminaban ruidos de fondo, tenían efectos negativos sobre el objeto: Debido a que estos filtros tienden a uniformizar la imagen, las zonas del dibujo con anchura igual a un píxel tomaban una tonalidad de gris muy baja, quedando las líneas rotas. Ésto puede verse en las Figs. 3.9, 3.10, 3.11 en las que se muestran los efectos de estos filtros y como queda la imagen una vez binarizada. La Fig. 3.9(a) muestra la imagen original y la (b) la binarizada; la Fig. 3.10(a) muestra la imagen después de aplicarle el filtro de mediana y la (b) el resultado de la binarización y finalmente

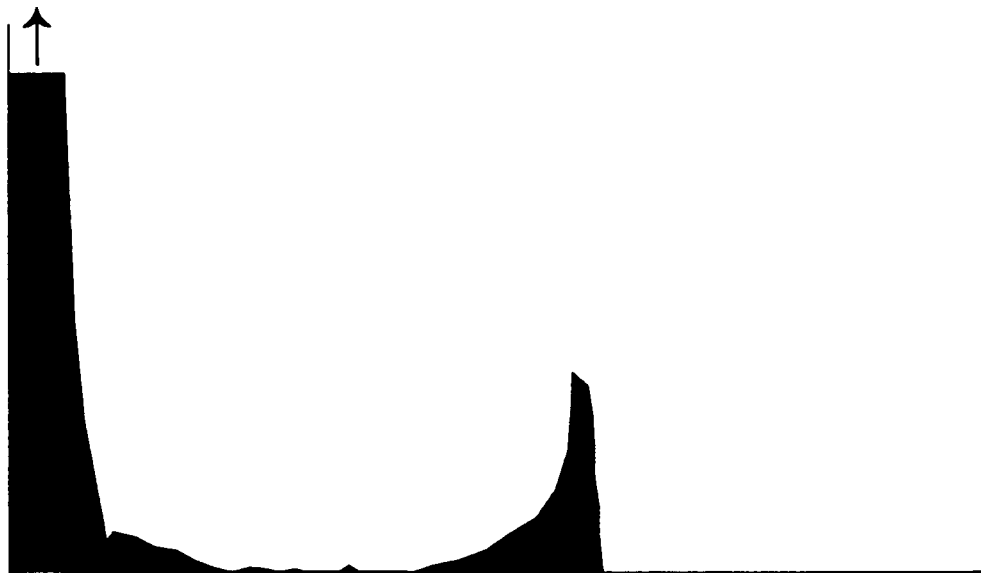
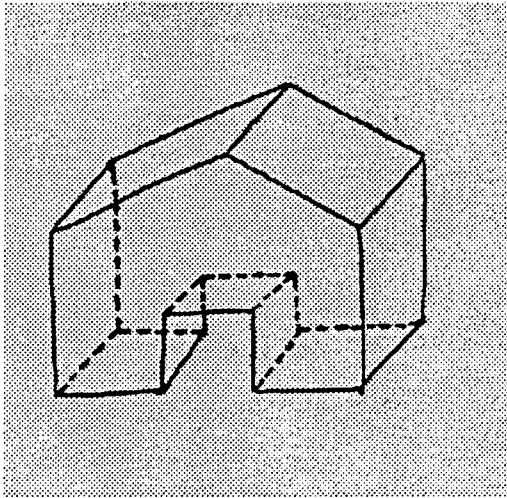


Figura 3.8: casa : Histograma

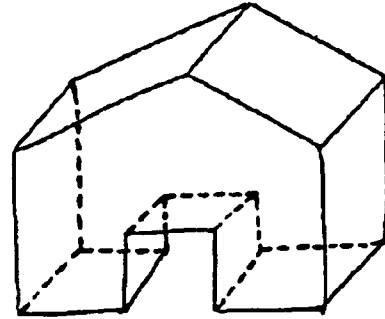
la Fig. 3.11(a) corresponde a la imagen después de aplicarle un filtro pasa-bajas y la (b) la binarización de ésta. Se puede observar que lo mejor es no suavizar la imagen de ninguna manera.

El filtraje en nuestro caso ha consistido en eliminar los puntos aislados que hemos obtenido después de la binarización.

4. **Adelgazamiento (*thinning*)**. Se aplica sobre la imagen binaria con el objetivo de conseguir una nueva imagen, donde las líneas del objeto tengan una anchura de un píxel. Utilizamos un adelgazamiento morfológico tal como se describe en [Beu-84]. En la práctica, no calcularemos el límite de la sucesión descrita en este método, sino que realizaremos iteraciones hasta que no haya ninguna variación entre dos imágenes consecutivas. Es necesario notar que estos algoritmos de adelgazamiento pueden aplicarse tanto en imágenes binarias como en imágenes en grises, siendo mucho más rápida su implementación con imágenes binarias.

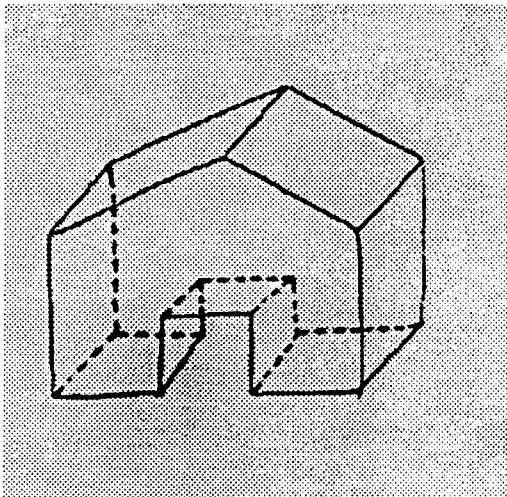


(a)

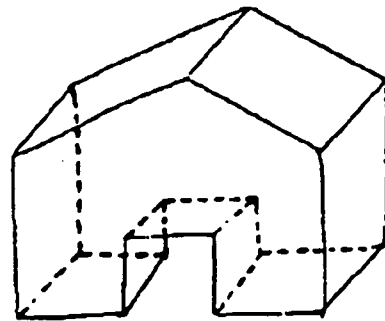


(b)

Figura 3.9: casa: (a) Imagen Original.(b) Binarización.



(a)



(b)

Figura 3.10: casa: (a) Filtraje de mediana.(b) Binarización.

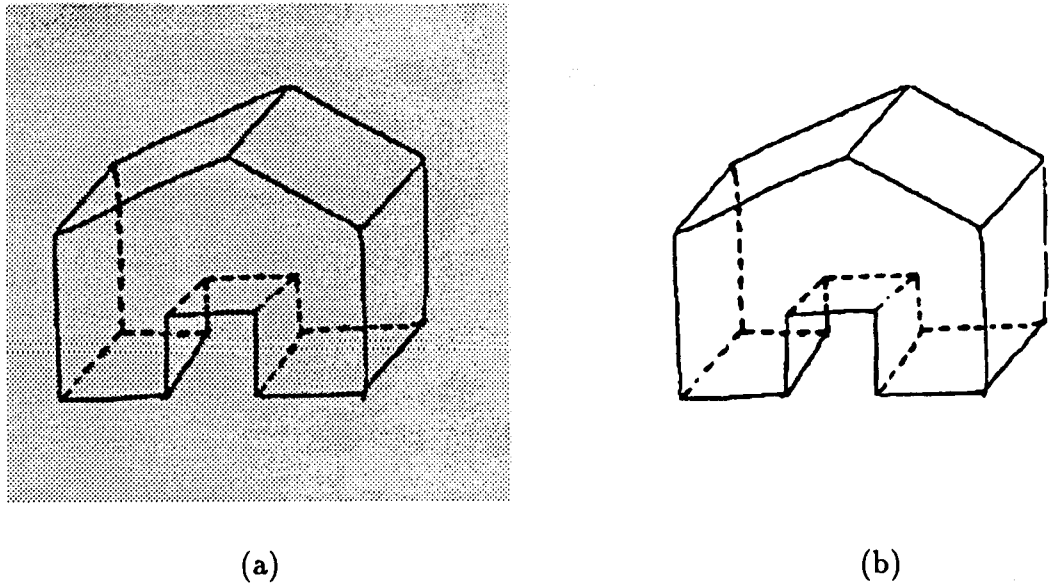


Figura 3.11: casa: (a) Filtraje pasa-bajas.(b) Binarización.

5. **Conversión en conectividad a 4.** Esta fase es necesaria para facilitar la extracción de los puntos característicos; puesto que los podremos definir en función del número de vecinos que tienen, simplificando así el proceso de extracción de estos puntos como podremos ver en el siguiente apartado. Si no realizáramos esta conversión, tendríamos problemas como los que se muestran en la Fig. 3.12 en la que podemos ver un píxel con tres vecinos conectados a 8 que no corresponden a un punto múltiple (a), y un píxel con tres vecinos conectados a 8 que sí corresponden a un punto múltiple (b). El algoritmo utilizado para realizar esta conversión se muestra en el anexo donde se encuentran los programas fuente.

3.3 Extracción de puntos característicos

El próximo paso será detectar, sobre la imagen adelgazada, los puntos característicos. Los puntos característicos son los puntos que se toman como extremos de los segmentos de recta que forman el objeto, y por lo tanto, son los puntos que nos van a dar más información de la imagen. Se tienen que definir tres tipos de puntos característicos:

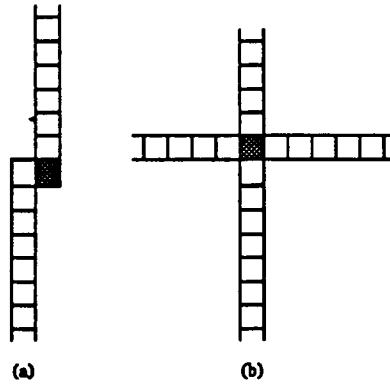


Figura 3.12: Problemas de trabajar con conectividad a 8

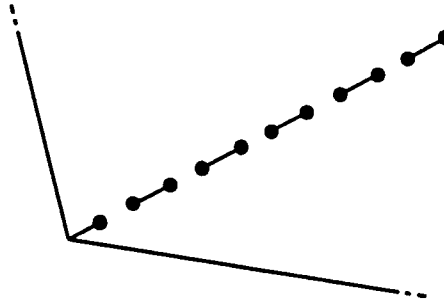


Figura 3.13: Ejemplo de puntos terminales como extremos de líneas discontinuas.

Puntos terminales. Son aquellos píxels que tienen un solo vecino conectado a 4. Los encontraremos en los segmentos que forman las líneas discontinuas (Fig. 3.13). No obstante, también pueden ser provocados por errores de dibujo como:

- Líneas rotas (Fig. 3.14 a).
- Líneas desgarradas (Fig. 3.14 b).
- Líneas que no llegan a los vértices (Fig. 3.14 c).
- Líneas que sobrepasan los vértices (Fig. 3.14 d).

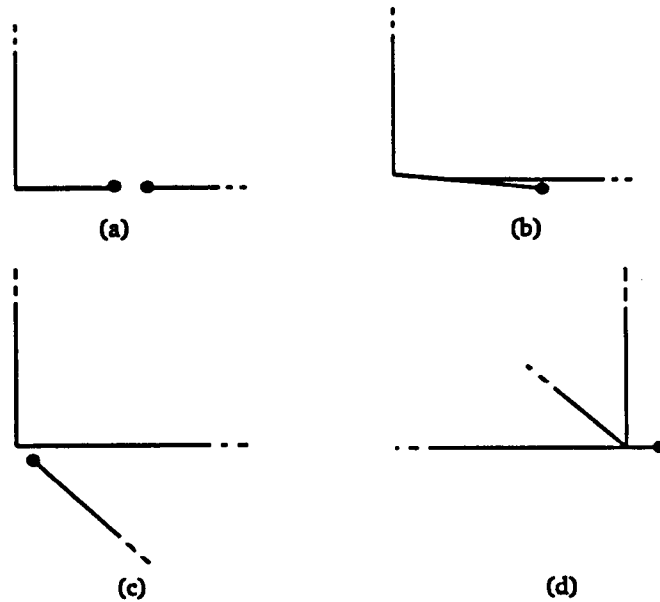


Figura 3.14: Ejemplo de puntos terminales provocados por errores de dibujo.

Con el fin de detectarlos se realiza una convolución de la imagen con la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Una vez realizada la convolución, todos los píxels del objeto que tenían un solo vecino tendrán el valor 2. También tendrán valor 2 los píxels del fondo que tenían dos vecinos pertenecientes al objeto. Así pues, los tres pasos para extraer los puntos terminales serán:

1. Hacer la convolución con la matriz definida previamente.
2. Quedarnos con los píxels con valor 2.
3. Realizar un *AND* lógico entre la imagen con el objeto y la imagen obtenida en el paso 2, para eliminar los puntos del fondo con valor 2 después de la convolución.

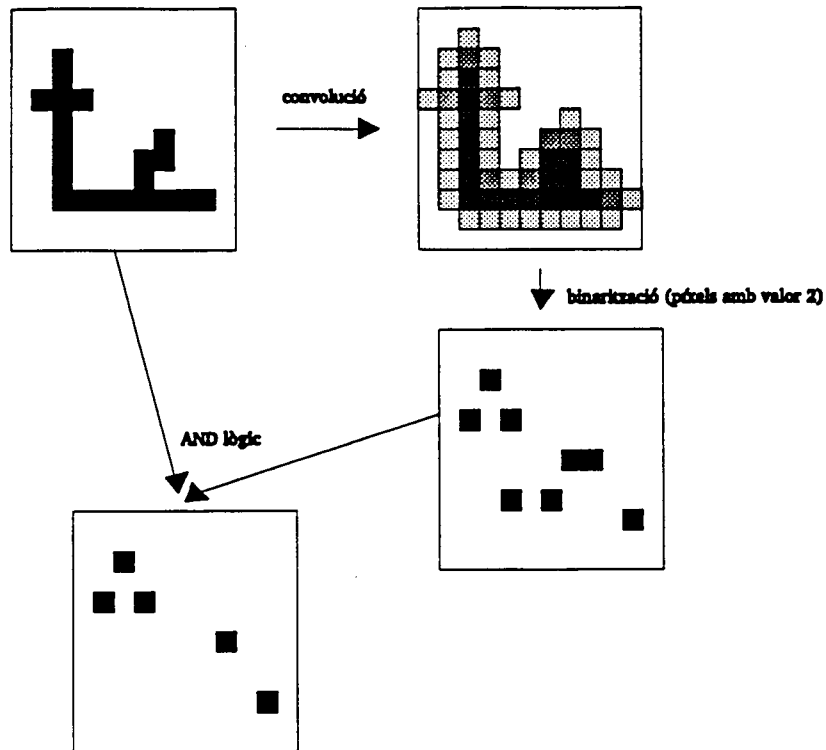


Figura 3.15: Pasos a realizar para la obtención de los puntos terminales.

La Fig. 3.15 muestra estos tres pasos.

Puntos múltiples. Son aquellos píxeles con más de dos vecinos conectados a 4. Estos puntos corresponderán a uniones sobre la imagen (Fig. 3.16a), aunque también pueden ser fruto de un error de dibujo (Fig. 3.16b).

Tenemos dos posibilidades para detectarlos :

- **Por correspondencia.** Se trata de construir todas las posibles configuraciones de tres por tres píxeles que corresponden al entorno de un punto múltiple. Para cada una de estas matrices se aplicará una operación de correspondencia con la imagen. En la Fig. 3.17 se muestran las 22 configuraciones de píxeles correspondientes a un punto múltiple.

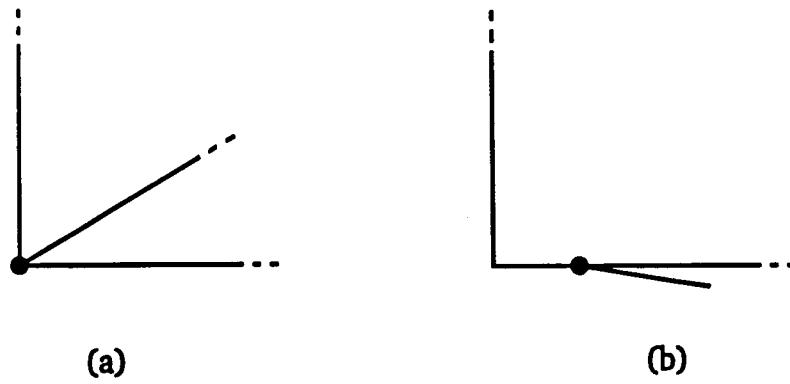


Figura 3.16: Ejemplos de puntos múltiples. Generados por un posible vértice del dibujo (a) o provocados por un error de dibujo (b).

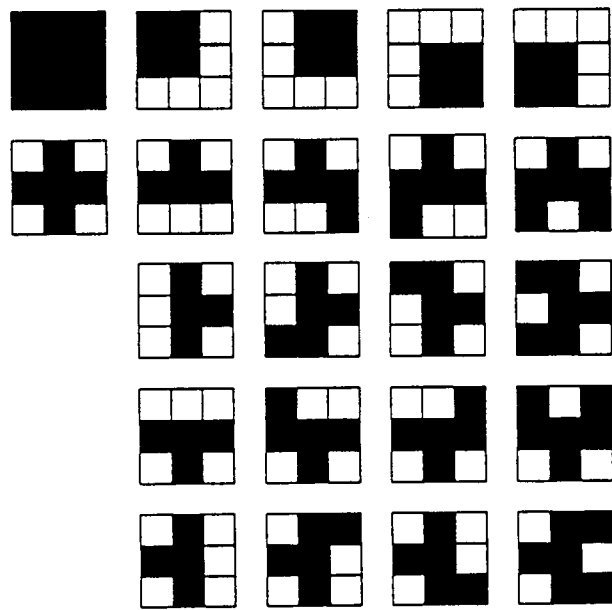


Figura 3.17: Configuraciones correspondientes a puntos múltiples.

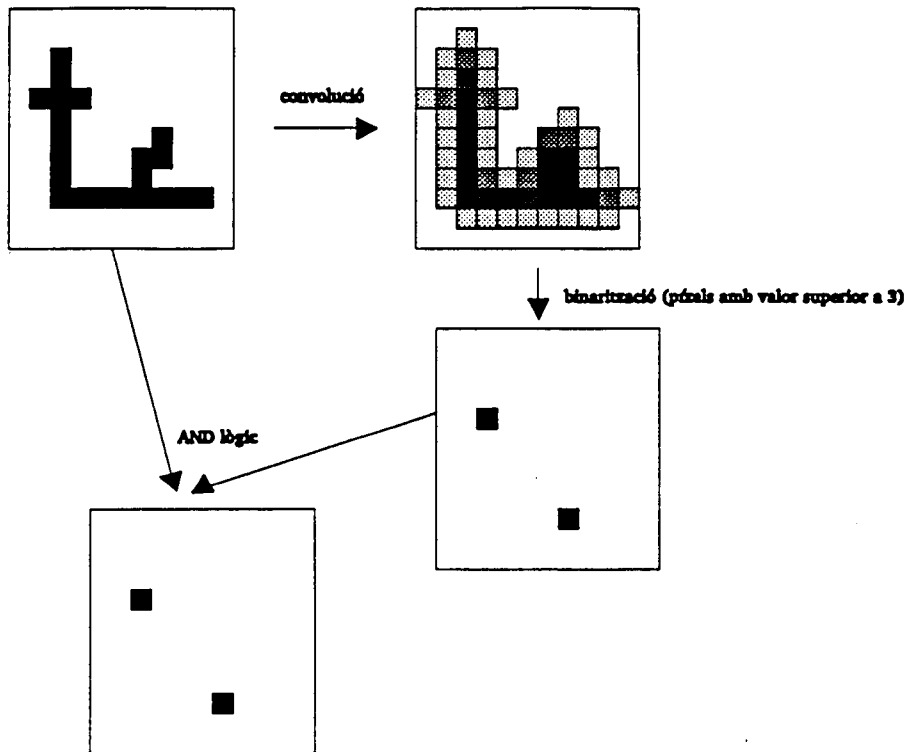


Figura 3.18: Pasos para la obtención de puntos múltiples.

- Por convolución. El proceso descrito anteriormente es muy lento ya que son necesarias 22 operaciones de correspondencia. Podemos aplicar un proceso similar al utilizado para la detección de puntos terminales :
 1. Hacer la convolución con la matriz definida en la extracción de puntos terminales.
 2. Quedarnos con los píxeles con valor 4 ó 5 (píxeles con 3 ó 4 vecinos).
 3. Realizar un *AND* lógico entre la imagen con el objeto y la imagen obtenida en el paso 2, con el fin de eliminar los puntos del fondo con valor 4 después de la convolución. La Fig. 3.18 muestra estos tres pasos.

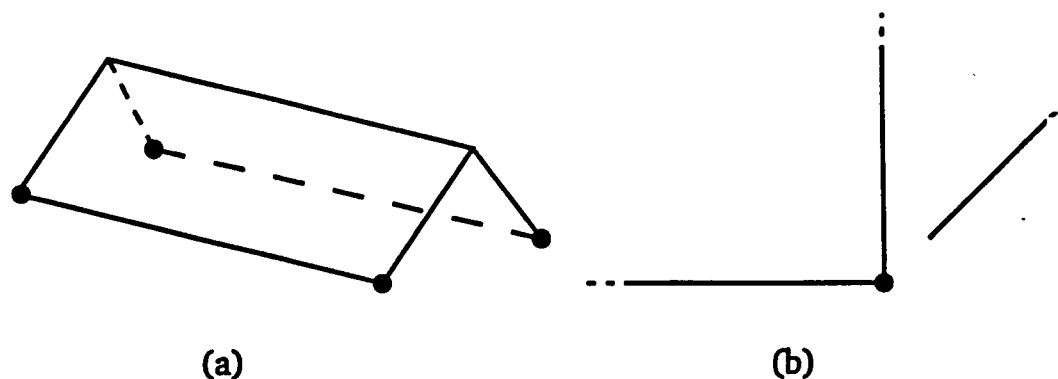


Figura 3.19: Ejemplos de puntos de pliegue. Unión a la que llegan sólomente dos rectas (a); fruto de un error de dibujo (b).

Hasta el momento, todas las operaciones se han hecho utilizando el software de procesamiento de imágenes Visilog sobre el VAX (descrito en el apéndice A).

Puntos de pliegue. Son aquellos píxels con dos vecinos conectados a 4, en los que hay un cambio importante de dirección. Corresponderán a posibles vértices formados sólomente por dos aristas incidentes (Fig. 3.19a), pero, al igual que los puntos terminales, pueden ser debidos a errores de dibujo como puede verse en la Fig. 3.19b. De los métodos decritos en el capítulo anterior para la detección de puntos de pliegue, hemos decidido utilitzar el *Weighted-K Curvature*, puesto que de los métodos comparados por Rutkowski y Rosenfeld [Rut-78], es el que obtiene mejores resultados; Liu y Srinath [Liu-90] lo sitúan en segunda posición, detrás del método de Beus y Tiu. Después de distintas pruebas, se pudo comprobar el buen funcionamiento de este método con nuestras imágenes. Los parámetros que hemos utilizado son : $k = 5, p_1 = p_2 \cdots = p_5 = 1$ y como ángulo mínimo asociado a un punto para poder ser considerado como punto de pliegue se ha seleccionado $\pi/8$.

Una vez detectados los puntos característicos, aproximamos el objeto con segmentos de recta, trazando una recta entre cada dos puntos característicos unidos por un *chain-code*, consiguiendo así, una descripción del objeto con forma de grafo no

dirigido $O : (P, S)$, donde los nodos son los Puntos característicos y los arcos son los Segmentos de recta que hay entre dos puntos característicos. Cada nodo estará etiquetado por una tuple $(x, y, Tipo)$ y cada arco por una tuple $(\theta, \rho, Tipo)$. Por los nodos *Tipo* puede tomar un valor del conjunto $\{terminal, multiple, plegament\}$ (abreviat $\{t, m, p\}$) y por los arcos *Tipo* tomará valores del conjunto $\{continuo, discontinuo\}$ (abreviat $\{c, d\}$).

3.4 Detección de líneas discontinuas

3.4.1 Corrección de errores locales

Una vez obtenida la descripción del objeto en forma de grafo, lo primero que haremos será eliminar los segmentos de recta con un módulo inferior a 2, definidos por un punto múltiple y uno de terminal, pues estos segmentos corresponderán a los errores locales descritos en la página 88. Con este objetivo, se realiza un recorrido secuencial por los arcos del grafo y eliminaremos aquellos, el módulo del segmento asociado a los cuales sea igual o inferior a 2 y uno de los dos nodos que conecta corresponde a un punto terminal y el otro a un punto múltiple.

3.4.2 Encadenamiento de los segmentos de recta

3.4.2.1 Consideraciones previas

El objetivo de este paso es obtener una nueva descripción del objeto $O_1 : (P_1, S_1)$, en la cual, todos los segmentos que formaban líneas discontinuas se han suprimido y se han añadido éstas últimas (como una sola entidad). En la Fig. 3.20 se puede observar un ejemplo de como funcionaría este proceso. Inicialmente, todos los segmentos del objeto están etiquetados como *c* y después de este paso, las líneas discontinuas se han etiquetado como tales.

Antes de empezar a desarrollar el algoritmo, caracterizaremos una línea discontinua. La podemos definir como una sucesión ordenada de segmentos cortos y colineares, la mayoría de los cuales tendrán como extremos dos puntos terminales, pero

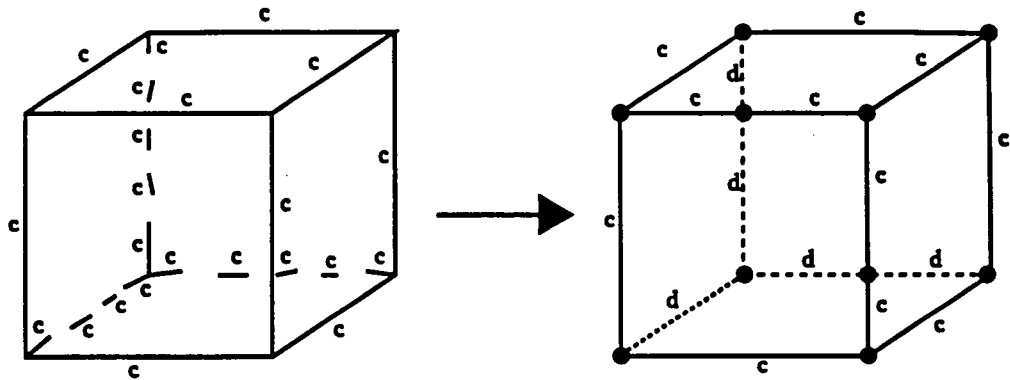


Figura 3.20: Ejemplo de entrada y salida para el proceso de detección de líneas discontinuas.

siendo posible también encontrar un punto múltiple o de pliegue como extremo de un segmento de línea discontinua (Fig. 3.21). En esta figura se muestran ejemplos en los que tenemos puntos no terminales. Podemos hallar puntos múltiples en los extremos en los que tenemos puntos no terminales. Podemos hallar puntos múltiples en los extremos de las líneas discontinuas o en los cruces de dos líneas (a) y podemos hallar puntos de pliegue en los extremos de dos líneas discontinuas (b).

Finalmente, definiremos dos términos que utilizaremos a continuación :

Segmento candidato (a formar parte de una línea discontinua). Es todo segmento corto que tiene como mínimo un punto terminal como extremo.

Segmento candidato libre. Es todo segmento candidato que, dentro del proceso de detección de líneas discontinuas, no ha sido asignado aún a ninguna línea.

Si eliminamos la restricción *segment curt* de la definición de segmento candidato, podremos utilizar el mismo algoritmo para arreglar las líneas rotas, tal cual se comenta en la página 112

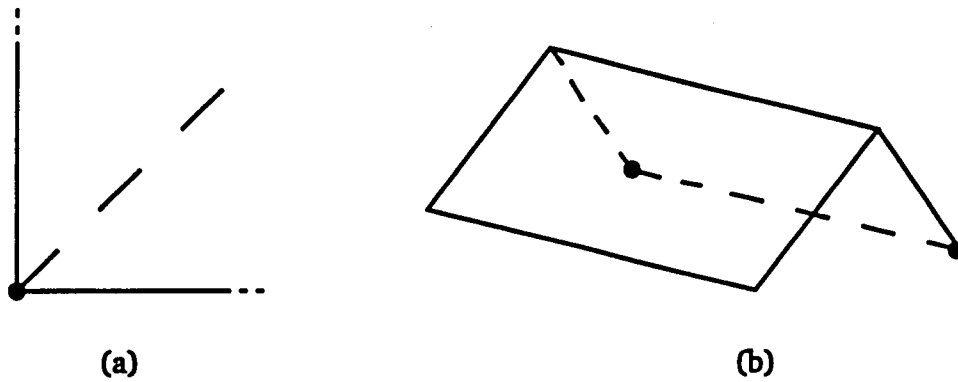


Figura 3.21: Puntos múltiples (a) y de pliegue (b) como extremos de segmentos de línea discontinua.

3.4.2.2 Proceso de detección y extracción de las líneas discontinuas

Este proceso es el encargado de detectar las líneas discontinuas que hay en la imagen, a partir de la información contenida en el grafo. A tal efecto, se crea una lista (a la que llamaremos LD) para cada línea discontinua detectada dentro del objeto, que contendrá los segmentos de recta que la definen (de forma ordenada). Estos segmentos se irán cogiendo del conjunto de segmentos candidatos, SC . Al fin, obtendremos los dos extremos de la línea discontinua (e_1, e_2).

El algoritmo que se ha diseñado es el siguiente :

- Construir el conjunto de segmentos candidatos $SC = \{sc_1, \dots, sc_n\}$
- Mientras $SC \neq \emptyset$
 1. Inicializar $LD = \perp$ (lista vacía)
 2. Extraer un segmento de SC , le llamaremos s , con extremos p_1 y p_2 . Ponemos s dentro de la lista LD . Inicializamos $e_1 = p_1, e_2 = p_2$
 3. si p_1 es punto terminal :
 - (a) Si $SC = \emptyset$ ir a 5
 - (b) $p = p_1$

- (c) $s = s_0$
 - (d) Buscar un segmento , $\sigma \in SC$, tal que sea colinear con s y que sea cercano a p .
 - (e) Si existe σ , lo sacamos de SC y lo añadimos a la cola de LD . Llamamos a sus extremos τ_1 y τ_2 , de forma que τ_1 sea el extremo más cercano a p .
 - (f) si τ_2 es un punto terminal,
 - $s = \sigma$
 - $p = \tau_2$
 - Vamos a 3.d
 - (g) si τ_2 no es punto terminal $e_1 = \tau_2$
4. si p_2 es punto terminal :
- (a) Si $SC = \emptyset$ ir a 5
 - (b) $p = p_2$
 - (c) $s = s_0$
 - (d) Buscar un segmento , $\sigma \in SC$, tal que sea colinear con s y que sea cercano a p .
 - (e) Si existe σ , lo sacamos de SC y lo añadimos a la cabecera de LD . Llamamos a sus extremos τ_1 y τ_2 , de forma que τ_1 sea el extremo más cercano a p .
 - (f) si τ_2 es un punto terminal,
 - $s = \sigma$
 - $p = \tau_2$
 - Vamos a 4.d
 - (g) si τ_2 no es punto terminal hacemos $e_2 = \tau_2$
5. LD contiene la lista de segmentos que forman la línea discontinua que estábamos recorriendo. La cabeza y la cola de LD corresponden a los extremos iniciales y finales de la línea discontinua. Se calculan los parámetros

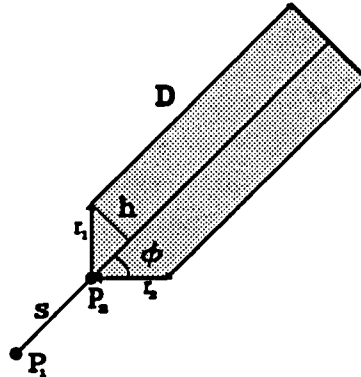


Figura 3.22: Región donde buscaremos los puntos terminales.

de la nueva línea (θ, ρ) y se añade al grafo un nuevo arco entre los puntos (e_1, e_2) con una etiqueta asociada (θ, ρ, d) . A continuación, se eliminan del grafo todos los arcos correspondientes a los segmentos de recta que la formaban, así como los puntos terminales que pertenecían a estos arcos.

Vamos a ver ahora con más detalle los conceptos de proximidad y colinealidad de los que hablamos en el algoritmo.

Proximidad. El primer problema que se presenta es el de hallar los segmentos candidatos cercanos a uno de dado. Tenemos el segmento candidato s con extremos p_1, p_2 , de los cuales p_2 es terminal y es donde tenemos que añadirle otro segmento candidato. Para resolver este problema, construiremos una región tal como se muestra en la Fig. 3.22 dentro de la cual buscaremos los puntos terminales, que corresponderán a los segmentos candidatos cercanos.

De la forma de esta región podemos comentar :

- La forma de banda nos permite eliminar de entrada los puntos cercanos, pero muy desviados de la trayectoria de la línea discontinua que estamos construyendo.
- El parámetro D se calcula para cada segmento. Sea p_2 el punto del segmento candidato que estamos procesando, y sea p_p el punto más cercano

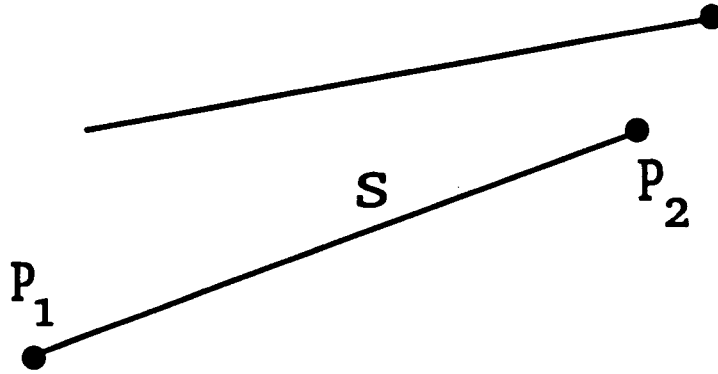


Figura 3.23: Ejemplo de segmentos que no es necesario unir.

a p_2 , a una distancia $\Delta(p_1, p_p)$:

$$D = \begin{cases} \Delta(p_1, p_p) \times 3 & \text{si } \Delta(p_1, p_p) < D_{max} \\ D_{max} & \text{sino} \end{cases}$$

donde D_{max} se calcula como tres veces la media de los módulos de los segmentos candidatos.

- Los parámetros h y ϕ forman parte de la entrada al proceso, permitiendo así ampliar o reducir la tolerancia que se da en el momento de considerar dos segmentos candidatos como pertenecientes a la misma línea discontinua.

Queda por resolver el problema que se muestra en la Fig. 3.23, donde se puede ver un segmento casi colineal con el que estamos tratando y que tiene un extremo muy cercano a p_2 ; es decir, es un buen candidato para ser añadido a s . Para evitar esto ponemos una restricción: Todo segmento candidato, para ser considerado cercano a s tiene que tener los dos extremos dentro de la región que se formaría prolongando las semirectas r_1 y r_2 tal como podemos ver en la Fig. 3.24.

Aunque la distancia entre dos segmentos candidatos es una condición muy importante en el momento de considerarlos pertenecientes a una misma línea discontinua, no es una condición suficiente. En la Fig. 3.25 se pueden ver ejemplos

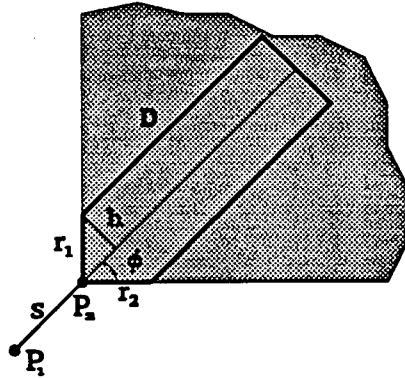


Figura 3.24: Región donde tienen que estar los dos extremos de los segmentos candidatos.

en los que no siempre el punto más cercano pertenece al mejor segmento para continuar la lista LD . Para resolver estos problemas, son necesarios criterios de colinearidad.

Así pues, lo que haremos será construir un conjunto con todos los segmentos candidatos, un extremo de los cuales cae dentro de la región definida. A continuación aplicamos criterios de colinearidad para decidir cual de éstos segmentos es el mejor para ser añadido a la lista (si hay alguno).

Colinearidad. En el sentido estricto, dos segmentos de recta definidos por los parámetros (θ_i, ρ_i) y (θ_j, ρ_j) son colineales si $\theta_i = \theta_j$ y $\rho_i = \rho_j$. Sin embargo, es preciso no olvidar que estamos procesando dibujos hechos a mano alzada y, por tanto, es necesario relajar este concepto. Diremos que dos segmentos son colineales si $\theta_i = \theta_j \pm \Delta_{ij}\theta$, con $0 \leq \Delta_{ij}\theta \leq \Delta\theta$ y $\rho_i = \rho_j \pm \Delta_{ij}\rho$, con $0 \leq \Delta_{ij}\rho \leq \Delta\rho$. Finalmente, lo que es necesario es determinar $\Delta\theta$ y $\Delta\rho$. Se puede ver que $\Delta\rho$ tiene que depender del valor de $\Delta_{ij}\theta$, pues, para dos segmentos donde la variación de θ sea cercana a 0, se tendrá que permitir una variación pequeña de ρ , mientras que cuando $\Delta_{ij}\theta$ sea grande, la variación máxima que tendrá que permitir a ρ también será más grande.

Para escoger el valor de $\Delta\theta$ es necesario tener en cuenta que :

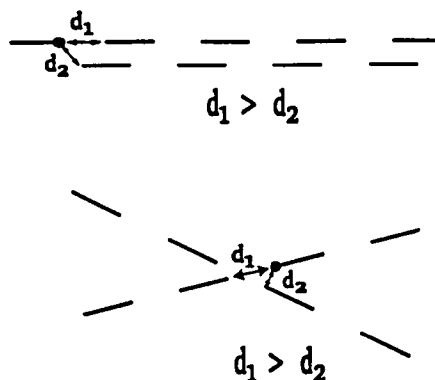


Figura 3.25: Ejemplos de cuando el segmento más cercano no es el que hace falta escoger.

- Un valor grande para $\Delta\theta$ nos permitirá unir segmentos candidatos pertenecientes a una misma línea pero mal dibujados (Fig. 3.26a). Por el contrario, no nos permitirá distinguir dos líneas discontinuas como las que se muestran en la Fig. 3.26b, pues consideraríamos los segmentos s_1 y s_2 como pertenecientes a la misma línea discontinua.
- Un valor pequeño para $\Delta\theta$ permitiría distinguir las dos líneas discontinuas mostradas en la Fig. 3.26b, pero en tal caso no podríamos unir todos los segmentos en líneas discontinuas mal dibujadas.

Se ha optado por escoger un valor grande para $\Delta\theta$, asumiendo el afecto que esto comporta. Para resolver este problema, una vez construida la lista con todos los segmentos que forman una línea discontinua, comprobamos si ésta se puede dividir en más de una. El proceso seguido se explica en la sección siguiente

3.4.2.3 División de la línea detectada

El proceso seguido es el siguiente : Tenemos la lista de segmentos que forman la línea discontinua $LD : ld_1, \dots, ld_n$, con extremos $(e_{11}, e_{12}), \dots, (e_{n1}, e_{n2})$ de forma que (e_{11}, e_{n2}) son los extremos de la línea discontinua. El algoritmo es :

1. Para $j = 1$ hasta n

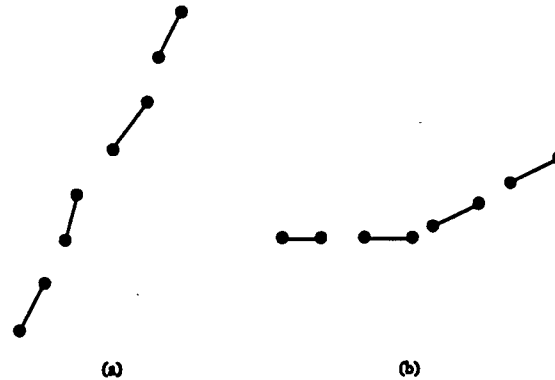


Figura 3.26: Ejemplos de líneas discontinuas que traen problemas para la colinearidad : línea mal dibujada (a) y dos líneas mal definidas(b).

- (a) Sea r el segmento de recta definido por los puntos (e_{11}, e_{j1})
- (b) Construimos un rectángulo trazando dos rectas paralelas r_1 y r_2 a ambos lados de r y a una distancia h .
- (c) Si $\exists e_{kl}, 1 \leq k \leq j, l \in \{1, 2\}$ t.q. está fuera del lado definido por las rectas r_1 y r_2 , es necesario cortar la línea en dos por el segmento k .

2. Ir a 1.a

Es necesario notar que este método no nos da siempre el segmento donde se tiene que cortar exactamente, sino que en algunos casos nos puede dar el segmento siguiente al que realmente se tiene que cortar tal como puede verse en la Fig. 3.27.

Para solucionar este problema, el segmento ld_k que da el algoritmo anterior no se toma como segmento donde cortar sino que se comprueba si es necesario cortar en el segmento anterior. Se observa la diferencia de pendiente entre los segmentos ld_k y ld_{k+1} y los segmentos ld_{k-1} y ld_k . Si la primera diferencia es menor, se corta la línea en el segmento ld_k , si no, se corta en el segmento ld_{k-1} .

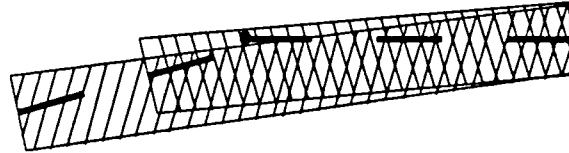


Figura 3.27: Ejemplo de división incorrecta de una línea discontinua.

3.4.3 Corrección de líneas rotas

El algoritmo presentado en la sección anterior, con una pequeña modificación nos sirve para corregir las líneas rotas, pues el problema es muy similar al de la detección de líneas discontinuas: tenemos dos puntos terminales cercanos, pertenecientes a segmentos colineales que se tienen que unir en un sólo segmento. No obstante, hay dos diferencias básicas :

Longitud de los segmentos que uniremos. En las líneas rotas, los dos segmentos que uniremos serán más largos que cuando unimos una línea discontinua.

Porcentaje de línea final ya existente. Es una medida que hemos definido como :

$$\frac{\sum_i \|S_i\|}{\|D\|} \times 100$$

donde S_i son los segmentos que forman la línea detectada D . Es decir, nos da la idea entre la proporción de la línea detectada que ya estaba dibujada. Una línea rota tendrá un porcentaje elevado mientras que una línea discontinua lo tendrá más pequeño. Teniendo en cuenta las normas de dibujo expuestas al principio de este capítulo, si este porcentaje es superior al 75%, la línea detectada es una línea continua rota, y si es inferior se tratará de una línea discontinua.

3.4.4 Prolongación de líneas

Este paso se realiza para solucionar los errores de dibujo de las líneas que no llegan a ninguna unión y que no se han resuelto en el proceso de detección de las líneas discontinuas. Estos errores tienen dos posibles orígenes :

1. Líneas que ya en el dibujo original no llegaban a ninguna unión.
2. Líneas discontinuas que tengan dos segmentos demasiado separados, en relación con las condiciones especificadas en el apartado anterior.

El proceso a seguir es el siguiente :

- Construir una lista T con todas las líneas que tienen algún punto terminal como extremo.
- $\forall \tau \in T$
 1. Construir una región R tal y como se muestra en la Fig. 3.28.
 2. Determinar el conjunto P de puntos característicos dentro de R .
 3. Si $P = \emptyset$ eliminamos el segmento.
 4. Si no, miramos cual es el mejor $p \in P$ para tomarlo como nuevo extremo de τ

Los parámetros de la región que se muestra en la Fig. 3.28 se determinan de la siguiente forma :

- L y H son parámetros de entrada al proceso.

- $L_1 = L$

-

$$L_2 = \begin{cases} \text{Si } L < \|\tau\|/2 & \text{llavors } L_2 = L \\ \text{sino } & L_2 = \|\tau\|/2 \end{cases}$$

El mejor punto característico para ser tomado como nuevo extremo será aquel que provocará una menor variación al módulo y dirección de τ .

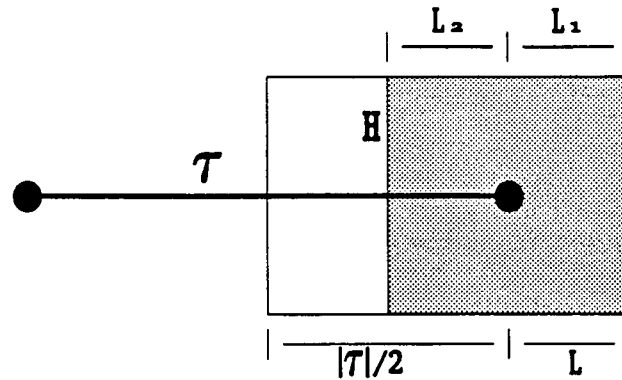


Figura 3.28: Forma de la región para el proceso de prolongación de líneas.

3.4.5 Cálculo de intersecciones

Puede darse el caso de que una línea discontinua se interseque con otra línea (discontinua ó continua) pero que esta intersección no esté explícitamente indicada en el esbozo (la intersección se encontraría entre dos de los segmentos que forman la línea discontinua), tal y como es mostrado en la Fig. 3.29. El módulo de interpretación necesita conocer todas las intersecciones que hay en el dibujo, ya estén explícitamente marcadas (uniones) ya lo estén implícitamente como el caso que acabamos de comentar. Una vez detectadas todas las líneas discontinuas, pues, es necesario comprobar si hay alguna intersección entre las líneas del esbozo. Los pasos a seguir son:

1. Construir un conjunto D con todas las líneas discontinuas.
2. Para cada $d_i \in D$ ver si tiene alguna intersección con alguna de las líneas correspondientes a los arcos del grafo.
3. Si hay una intersección — digamos que es con l_j , en el punto (x, y) —:
 - Añadimos al grafo un nodo etiquetado por (x, y, m) .
 - Eliminamos del grafo los arcos correspondientes a las líneas d_i y l_j .
 - Partimos las líneas d_i y l_j en dos líneas d_{i1}, d_{i2} y l_{j1}, l_{j2} , y añadimos los cuatro arcos correspondientes al grafo, etiquetando d_{i1} y d_{i2} con la etiqueta

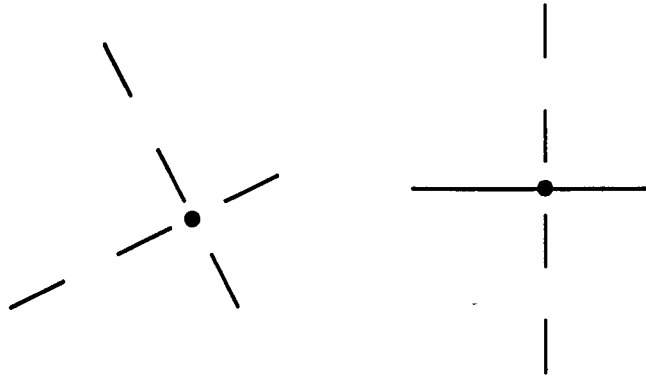


Figura 3.29: Líneas que no se intersectan explícitamente.

que tenía d_i ; y l_{j1} y l_{j2} con la etiqueta de l_j .

3.5 Fusión de puntos característicos cercanos

El último paso a realizar es la fusión de los puntos característicos (múltiples y de inflexión) cercanos en uno de solo. Ésto se realiza teniendo en cuenta la tolerancia para uniones que se ha definido, siendo esta tolerancia la distancia máxima entre dos puntos característicos para ser considerados como pertenecientes a una misma unión del dibujo.

Considerar sólomente la distancia entre dos puntos para decidir si es necesario fusionarlos ó no implicaría que no podríamos tener dos uniones en el dibujo en una distancia inferior a esta tolerancia. Con el objetivo de evitar este hecho, se reescribe la condición de la siguiente forma :

Dado un conjunto de puntos característicos $C = \{c_1, \dots, c_n\}$ los fusionaremos en un solo punto múltiple si :

1. $\forall c_i \in C \exists c_j \in C.t.q. Dist(c_i, c_j) < T_u$. On T_u es la tolerancia.
2. No existen dos líneas paralelas en la misma región de la imagen con extremos pertenecientes a C .

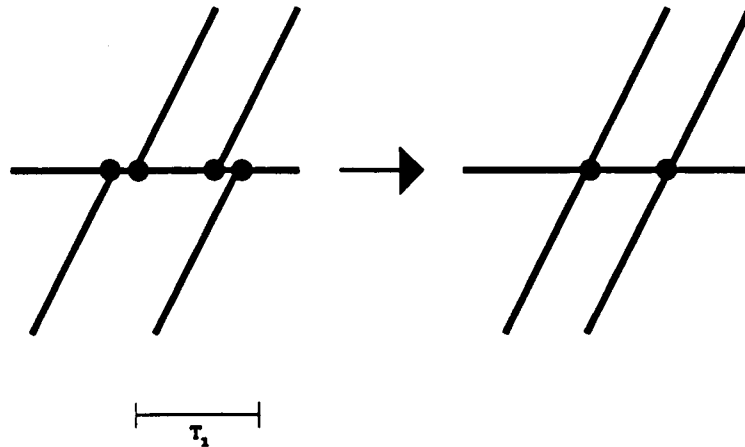


Figura 3.30: Conjunto de puntos que se fusiona en dos nuevos puntos múltiples.

Si existen dos paralelas, cortaremos el conjunto en dos subconjuntos tal y como puede verse en la Fig. 3.30

3.6 Implementación del módulo

El sistema está dividido en dos partes :

- La primera trabaja sobre el dominio de imágenes y comprende desde la adquisición con el *scanner* hasta el procesamiento inicial. Como salida de esta primera parte, tenemos una primera aproximación al objeto expresada en forma de grafo. Es en esta parte donde se ha utilizado el sistema de procesamiento de imágenes VISILOG junto con el algoritmo de adelgazamiento escrito en C. Los ficheros de comandos VISILOG utilizados són:

tracta. Fichero de comandos que encadena el resto de ficheros.

aprima. Realiza un esqueleto de la imagen. (Al final no ha sido utilizada).

8a4. Hace la conversión en conectividad a 4.

terminal. Detecta los puntos terminales.

multiple. Detecta los puntos múltiples.

ajunta. Crea una imagen con los píxels correspondientes en el objeto a 1, los correspondientes a puntos terminales a 2 y los correspondientes a puntos múltiples a 3.

- La segunda, tomando como entrada la descripción anterior, aplica toda una serie de procesos hasta obtener la descripción final. Estos procesos se realizan mediante programas escritos en C.

Esta parte se ha organizado como una serie de pequeños programas que se llaman de forma encadenada, de manera que la salida generada por uno es la entrada para el siguiente.

A continuación damos una lista con los nombres de los programas y que es lo que hacen :

inflexio. Encuentra los puntos de pliegue.

ima_chc. Crea un fichero con *chain-codes* correspondientes a las cadenas de píxels entre cada dos puntos característicos.

chc_rec. Pasa de la representación en *chain-codes* a una representación en forma de rectas.

rec_gra. Pasa de la representación en forma de rectas a una representación en forma de grafo.

error_mt. Elimina los errores locales formados por segmentos de recta cortos definidos por un punto terminal y uno de múltiple.

unio. Detecta las líneas discontinuas.

tanca. Hace la prolongación de las líneas que todavía tienen un extremo como punto terminal y que es posible prolongar.

intersec. Calcula intersecciones entre líneas no explicitadas en el esbozo.

err2_mt. Lo mismo que **error_mt** y además convierte líneas casi colineares en una misma línea.

fusio. Fusiona puntos característicos más cercanos.

Los listados de estos programas C, así como los ficheros de comandos VISILOG pueden encontrarse en el anexo que acompaña este trabajo.

Capítulo 4

Nivel Medio

En este capítulo se hace un estudio de las técnicas utilizadas en el nivel medio del sistema. Partiendo del dibujo lineal extraído en el nivel inferior, se realiza un análisis cualitativo de dicho dibujo como proyección de un objeto perteneciente al ámbito de la escena. Mediante este análisis se obtienen configuraciones de superficies que corresponden a objetos, cuya proyección es el dibujo lineal propuesto. Esta información pasa al nivel alto, donde se verifica la reconstructibilidad de los objetos candidatos.

El nivel medio está compuesto por los siguientes módulos:

- Etiquetado de líneas.
- Extracción de regiones y pseudocaras del dibujo lineal.
- Validación de líneas y etiquetado.

La relación entre cada uno de estos módulos es secuencial, de forma que cada uno de ellos obtiene la información del anterior y la pasa al siguiente. Seguidamente se describe cada uno de ellos.

4.1 Etiquetado de líneas

Este módulo tiene como objetivo la asignación de una etiqueta a toda línea del dibujo lineal, basándose en un diccionario que contiene todas las uniones etiquetadas posibles

en el dominio tridimensional, que en este caso corresponde al mundo de Origami con ocultaciones, tal como se especifica en la asunción 1.

A toda línea del dibujo lineal se le asocian dos propiedades: **Etiqueta** y **Visibilidad**.

Etiqueta. Describe la incidencia de las superficies en la arista correspondiente a la línea. Pueden existir diferentes casos, y a cada uno se le asocia un valor de etiqueta. Son los siguientes:

1. **Convexa.** Expresada mediante el símbolo '+'. Describe la incidencia convexa de dos caras, una en cada región que define la línea.
2. **Cóncava.** Símbolo '-'. Describe la incidencia cóncava de dos caras, una en cada región que define la línea.
3. **Ocluida.** (*occluded*). Expresada mediante el símbolo '→'. Describe la incidencia de una o más caras en una de las regiones definidas por la línea. Esta región se sitúa a la derecha del sentido de la flecha. En referencia a la unión a la cual pertenezca la línea, esta etiqueta puede tener dos valores:

Input. Símbolo 'I'. Si el sentido de la flecha apunta hacia el interior de la unión.

Output. Símbolo 'O'. Si el sentido de la flecha apunta hacia el exterior de la unión. (*output*)

Aspecto. Propiedad definida en el dibujo lineal mediante la aplicación v . Existen dos aspectos posibles:

1. **Continuo.** Símbolo 'V'. Describe una línea que pertenece a una arista visible desde el punto de vista considerado en el dibujo lineal.
2. **Discontinuo.** Símbolo 'I'. La línea pertenece a una arista no visible desde el punto de vista considerado en el dibujo lineal.

En la Fig. 4.1 se muestra un ejemplo del significado de las etiquetas sobre un dibujo lineal correspondiente a la proyección de un cubo.

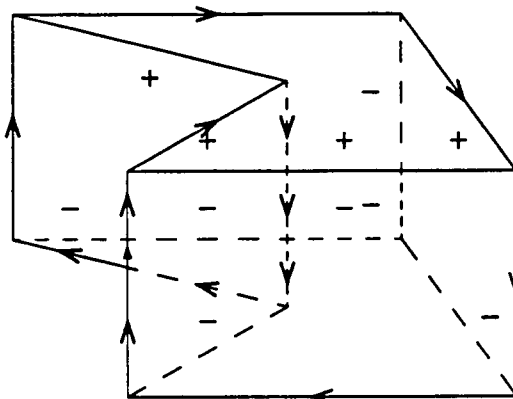


Figura 4.1: Etiquetado del dibujo lineal *caizal*.

Para realizar el proceso de etiquetado de un dibujo lineal, en primer lugar se formaliza la generación del diccionario de uniones etiquetadas para el mundo de Origami con ocultaciones. Se definen relaciones de equivalencia entre uniones, así como transformaciones que operan sobre las uniones. Posteriormente se propone un sistema de codificación numérico que facilita la representación de las uniones etiquetadas, así como poder expresar dichas transformaciones mediante operaciones aritméticas y booleanas. Por último se aborda el proceso de puesta en correspondencia de cada una de las uniones del dibujo lineal con el diccionario para obtener todas las configuraciones etiquetado compatibles con el diccionario, denominadas **interpretaciones**. Este concepto se concreta en la definición siguiente.

Definición 25 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, se define una interpretación de D mediante la quintupla $D' = (J, E, u, v, e)$, donde

1. D, E, u, v son definidos en el dibujo lineal D .

2. e es una aplicación de E a $T = \{+, -, I, O\}$ que representa la etiqueta asociada a una línea l , ($l \in E$), $l = (s, t)$, $s, t \in J$, definida de la siguiente forma:

- $e(l) = + \leftrightarrow$ si l tiene asignada una etiqueta conexa.
- $e(l) = - \leftrightarrow$ si l tiene asignada una etiqueta cóncava.
- $e(l) = I \leftrightarrow$ si l tiene asignada una etiqueta ocluida con el sentido de la flecha de t a s ($s, t \in J$).
- $e(l) = O \leftrightarrow$ si l tiene asignada una etiqueta ocluida con el sentido de la flecha de s a t ($s, t \in J$).

Un dibujo lineal D puede tener asociadas diferentes interpretaciones D'_i , cada una definida mediante una aplicación e_i , sobre las cuales debe verificarse si corresponden a un objeto reconstruible en el ámbito de la escena.

4.1.1 Formalización del diccionario

4.1.1.1 Generación del diccionario

La generación del diccionario de uniones etiquetadas correspondiente al mundo de Origami con ocultaciones se basa en la formalización de Kanade [Kan-81].

La intersección de 3 planos sobre un punto define 12 superficies y 6 semiejes forman una unión. Las superficies son denominadas **superficies elementales-SE**, (símbolos $[a \dots l]$ en la Fig 4.2) y los semiejes son definidos como **líneas elementales-LE** y (símbolos $[0 \dots 5]$) en la Fig. 4.2. La asignación de los símbolos a las SE's se ha realizado según una ordenación por planos, mientras que para las LE's se han estudiado diferentes nomenclaturas, mostradas en el anexo A, de las cuales se ha elegido la nomenclatura definida como I3, la cual se referenciará como **reloj I3**.

Los elementos del diccionario se obtienen a partir de las combinaciones conjugando la existencia o no de las 12 SE's. Existen un total de 4096 configuraciones de SE's. A cada configuración le corresponde una secuencia de valores de etiqueta y visibilidad asociados a cada LE que forman en su conjunto una unión del diccionario.

Toda configuración de SE's se describe mediante una secuencia de valores binarios $(a \dots l) \in B^{11}$, $B = [0, 1]$ que definen la existencia (valor 1) de cada SE.

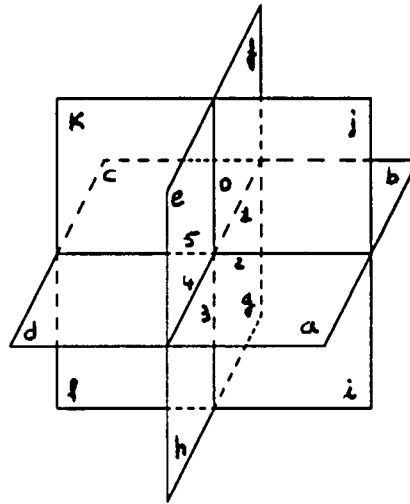


Figura 4.2: Nomenclatura adoptada para las SE's y LE's.

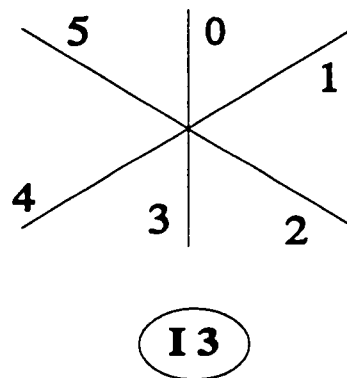


Figura 4.3: Nomenclatura de las líneas utilizada según el Reloj I3.

En cada configuración de SE's ($a \dots l$), los valores de etiqueta y aspecto para cada LE se definen mediante funciones booleanas $f_{i,j}^k(a \dots l)$, siendo i, j una pareja de valores de etiqueta y visibilidad y k la LE a la que pertenece la función. Estas funciones son mostradas en la tabla 4.3.

Según la función que sea satisfecha, una LE k , $0 \leq k \leq 5$ se clasifica en:

Línea Activa: La configuración de SE's asociada a la LE verifica la función f_a^k . La línea existe en la unión resultante, tomando los valores de etiqueta y visibilidad de la función $f_{i,j}^k$.

Línea no activa: La configuración de SE's asociada a la LE no verifica la función f_a^k , lo que significa que la línea no existe en la unión resultante.

Etiqu.	Asp.	LE 0	LE 1
A	-	$f_a^0(a \dots l) = e \vee f \vee j \vee k$	$f_a^1(a \dots l) = b \vee c \vee f \vee g$
+	V	$f_{x,v}^0(a \dots l) = \bar{e}f\bar{j}k$	$f_{x,v}^1(a \dots l) = \bar{b}c\bar{f}g\bar{j}$
+	I	-	$f_{x,n}^1(a \dots l) = \bar{b}c\bar{f}g\bar{j}$
-	V	$f_{v,v}^0(a \dots l) = ej$	$f_{v,v}^1(a \dots l) = bf\bar{j}$
-	I	-	$f_{v,n}^1(a \dots l) = bfj$
I	V	$f_{i,v}^0(a \dots l) = e\bar{f}\bar{j} \vee \bar{e}f\bar{j}k$	$f_{i,v}^1(a \dots l) = \bar{b}f\bar{g}\bar{j} \vee \bar{b}c\bar{f}g\bar{j}$
I	I	$f_{i,n}^0(a \dots l) = ef\bar{j}k$	$f_{i,n}^1(a \dots l) = \bar{b}f\bar{g}\bar{j} \vee \bar{b}c\bar{f}g\bar{j} \vee \bar{b}c\bar{f}g$
O	V	$f_{o,v}^0(a \dots l) = \bar{e}j\bar{k} \vee \bar{e}f\bar{k}\bar{j}$	$f_{o,v}^1(a \dots l) = \bar{b}c\bar{f}\bar{j} \vee \bar{b}c\bar{f}g\bar{j}$
O	I	$f_{o,n}^0(a \dots l) = \bar{e}fjk$	$f_{o,n}^1(a \dots l) = \bar{b}c\bar{f}j \vee \bar{b}c\bar{f}g\bar{j} \vee \bar{b}c\bar{f}g$
C	V	$f_{r,v}^0(a \dots l) = ef\bar{j}k \vee \bar{e}f\bar{j}k$	$f_{r,v}^1(a \dots l) = \bar{b}c\bar{f}g \vee \bar{b}c\bar{f}g$

Etiqu.	Asp.	LE 2	LE 3
A	-	$f_a^2(a \dots l) = a \vee b \vee i \vee j$	$f_a^3(a \dots l) = g \vee h \vee i \vee l$
+	V	$f_{x,v}^2(a \dots l) = \bar{a}bi\bar{j}$	$f_{x,v}^3(a \dots l) = \bar{a}gh\bar{i}l$
+	I	-	$f_{x,n}^3(a \dots l) = agh\bar{i}l$
-	V	$f_{v,v}^2(a \dots l) = aj$	$f_{v,v}^3(a \dots l) = \bar{a}hi$
-	I	-	$f_{v,n}^3(a \dots l) = ahi$
I	V	$f_{i,v}^2(a \dots l) = \bar{a}i\bar{j} \vee \bar{a}bi\bar{j}$	$f_{i,v}^3(a \dots l) = \bar{a}h\bar{i}l \vee \bar{a}gh\bar{i}l$
I	I	$f_{i,n}^2(a \dots l) = \bar{a}bij$	$f_{i,n}^3(a \dots l) = \bar{a}h\bar{i}l \vee agh\bar{i}l \vee gh\bar{i}l$
O	V	$f_{o,v}^2(a \dots l) = \bar{a}b\bar{j} \vee \bar{a}bi\bar{j}$	$f_{o,v}^3(a \dots l) = \bar{a}gh\bar{i} \vee \bar{a}gh\bar{i}l$
O	I	$f_{o,n}^2(a \dots l) = abi\bar{j}$	$f_{o,n}^3(a \dots l) = \bar{a}gh\bar{i} \vee \bar{a}gh\bar{i}l \vee gh\bar{i}l$
C	V	$f_{r,v}^2(a \dots l) = \bar{a}bi\bar{j} \vee \bar{a}bi\bar{j}$	$f_{r,v}^3(a \dots l) = gh\bar{i}l \vee \bar{g}h\bar{i}l$

Etiqu.	Asp.	LE 4	LE 5
A	-	$f_a^4(a \dots l) = a \vee d \vee e \vee h$	$f_a^5(a \dots l) = c \vee d \vee l \vee k$
+	V	$f_{x,v}^4(a \dots l) = \bar{a}d\bar{e}h$	$f_{x,v}^5(a \dots l) = \bar{c}d\bar{e}k\bar{l}$
+	I	-	$f_{x,n}^5(a \dots l) = \bar{c}d\bar{e}k\bar{l}$
-	V	$f_{v,v}^4(a \dots l) = ae$	$f_{v,v}^5(a \dots l) = d\bar{e}k$
-	I	-	$f_{v,n}^5(a \dots l) = dek$
I	V	$f_{i,v}^4(a \dots l) = \bar{a}d\bar{e} \vee \bar{a}d\bar{e}h$	$f_{i,v}^5(a \dots l) = \bar{c}d\bar{e}k \vee \bar{c}d\bar{e}k\bar{l}$
I	I	$f_{i,n}^4(a \dots l) = ad\bar{e}h$	$f_{i,n}^5(a \dots l) = \bar{c}d\bar{e}k \vee \bar{c}d\bar{e}k\bar{l} \vee \bar{c}d\bar{k}l$
O	V	$f_{o,v}^4(a \dots l) = \bar{a}e\bar{h} \vee \bar{a}d\bar{e}h$	$f_{o,v}^5(a \dots l) = \bar{d}e\bar{k} \bar{l} \vee \bar{c}d\bar{e}k\bar{l}$
O	I	$f_{o,n}^4(a \dots l) = \bar{a}deh$	$f_{o,n}^5(a \dots l) = \bar{d}e\bar{k}l \vee \bar{c}d\bar{e}k\bar{l} \vee \bar{c}d\bar{k}l$
C	V	$f_{r,v}^4(a \dots l) = \bar{a}d\bar{e}h \vee \bar{a}d\bar{e}h$	$f_{r,v}^5(a \dots l) = \bar{c}d\bar{k}l \vee \bar{c}d\bar{k}l$

Tabla 4.3: Funciones booleanas de las propiedades de las uniones sobre la definición de los cuadrantes.

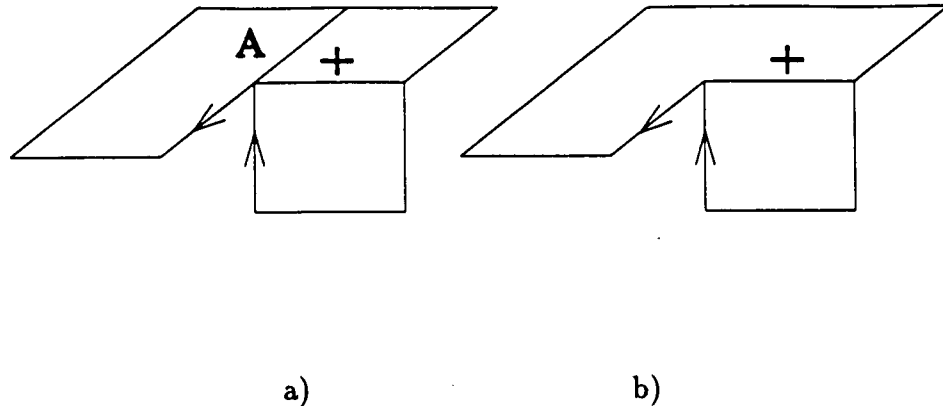


Figura 4.4: Eliminación del *rotura visible*. a) Configuración original con el rotura (línea A). b) Configuración resultante en el diccionario.

Las combinaciones sobre la existencia o no de cada una de las 12 SE's definen 4096 configuraciones posibles. Cada una de ellas se asocia a un valor numérico dentro del intervalo $[0,4096]$.

En el proceso de generación del diccionario cabe destacar dos consideraciones:

- Dentro de las 4096 configuraciones de SE's, existen algunas en que una línea corresponde a una *rotura visible* (según la función booleana correspondiente). Al no tener en cuenta esta característica por la asunción 4, se define la LE correspondiente como no activa guardando la unión resultante, tal como se muestra en la Fig. 4.4. Esto equivale unir las dos SE's que comparten la rotura en una única cara.
- Existen configuraciones de SE's que generan uniones con únicamente dos LE's colineales, como se muestra en la Fig. 4.5. Estas uniones son erróneas por la asunción 4, siendo consideradas como una única línea.

Para generar de forma exhaustiva las 4096 configuraciones, se asocia a cada una de ellas ($a \dots l$) su correspondiente valor decimal (n)

$$n = l2^{11} + \dots + a2^0, \quad 0 \leq n \leq 4095$$

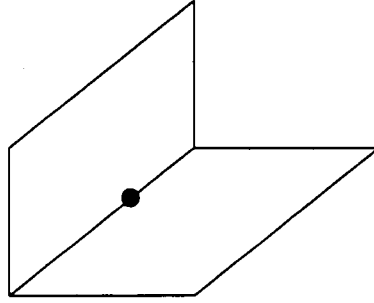


Figura 4.5: Configuración no considerada en el diccionario porque no existe unión.

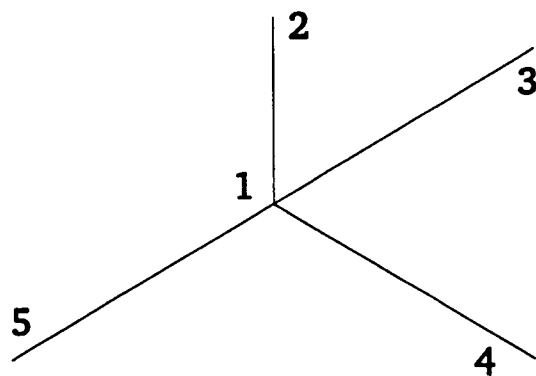
La aplicación g establece la relación entre una configuración de SE's y su correspondiente unión etiquetada.

Definición 26 Sean los conjuntos $M = \{+, -, I, O\}$ y $N = \{V, I\}$, definidos como el conjunto de valores posibles de etiqueta y aspecto para cada línea de una unión. Se define la aplicación φ de B^{12} a $(M \times N)^6$ donde $\varphi(a \dots l) = ((m_0, n_0) \dots (m_5, n_5))$ $m_i \in M$, $n_i \in N$, $0 \leq i \leq 5$ corresponde a la unión etiquetada obtenida de la configuración de SE $(a \dots l)$

$$m_k = \begin{cases} \emptyset & \text{si } \overline{f_a^k(a \dots l)} \vee f_c^k(a \dots l) \\ + & \text{si } f_{x,v}^k(a \dots l) \vee f_{x,n}^k(a \dots l) \\ - & \text{si } f_{v,v}^k(a \dots l) \vee f_{v,n}^k(a \dots l) \\ I & \text{si } f_{i,v}^k(a \dots l) \vee f_{i,n}^k(a \dots l) \\ O & \text{si } f_{o,v}^k(a \dots l) \vee f_{o,n}^k(a \dots l) \end{cases}$$

$$n_k = \begin{cases} \emptyset & \text{si } \overline{f_{a,k}(a \dots l)} \\ V & \text{si } f_{x,v}^k(a \dots l) \vee f_{v,v}^k(a \dots l) \vee f_{i,v}^k(a \dots l) \vee f_{o,v}^k(a \dots l) \\ I & \text{si } f_{x,i}^k(a \dots l) \vee f_{v,i}^k(a \dots l) \vee f_{i,i}^k(a \dots l) \vee f_{o,i}^k(a \dots l) \end{cases}$$

El número de LE's activas en un elemento del diccionario, así como la incidencia de las líneas sobre la unión definen la **forma de la unión**. En el mundo de Origami existen **9 formas de uniones** diferentes descritas en la tabla 4.4. En ella puede



$$r(1) = ((1,2), (1,3), (1,4), 0, (1,5), 0)$$

Figura 4.6: Descripción de una unión mediante el reloj I3.

apreciarse que en ciertas formas el número de líneas activas es suficiente para caracterizarla, caso de las formas con 2, 5 o 6 líneas. En las formas de 3 y 4 líneas, los ángulos de incidencia entre líneas adyacentes conforman la característica que discrimina cada una de ellas.

4.1.1.2 Relaciones de equivalencia entre uniones

Debido al gran número de elementos aparecidos en la generación del diccionario y al carácter de éste como patrón para las uniones del dibujo lineal, se comprime el diccionario mediante relaciones de equivalencia que definen tres propiedades sobre las uniones. Para abordar su estudio, se definen dos conceptos previos: La transformación de rotación y la relación de compatibilidad entre uniones.

Definición 27 Sean dos uniones s, s' , $s, s' \in (M \times N)^6$, $s = (a_0 \dots a_5)$, $s' = (a'_0 \dots a'_5)$, se define s' como resultado de la transformación de rotación sobre s si cumple las siguientes condiciones:

$$s' = R(s) \longleftrightarrow \begin{cases} a'_{i+1} = a_i, & 0 < i < 4 \\ a'_0 = a_5 \end{cases}$$

Basándose en esta operación, se define la **rotación múltiple** $s' = R_m(s, n)$, de forma que s' es la unión resultante de efectuar n rotaciones a la unión s .

Nombre	N.Líneas	Forma	Característica
l	2	L	
arrow	3	←	Un ángulo $> \pi$
fork	3	Y	3 ángulos $> \pi/2$
t	3	T	2 líneas colineales
k	4	K	1 ángulo $\geq \pi$
psi	4	ψ	2 ángulos $< \frac{\pi}{2}$ vecinos 2 ángulos $> \frac{\pi}{2}$ vecinos
x	4	X	2 ángulos $< \frac{\pi}{2}$ no vecinos 2 ángulos $> \frac{\pi}{2}$ no vecinos 2 ángulos $= \frac{\pi}{2}$ vecinos
ask	5	⋈	
xk	6	⋆	

Tabla 4.4: Caracterización de las uniones en el mundo de Origami.

Definición 28 Sean dos uniones $s, s', s, s' \in (M \times N)^6$, $s = (s_0 \dots s_5)$, $s' = (s'_0 \dots s'_5)$, $s_i = (m_i, n_i)$, $s'_i = (m'_i, n'_i)$, $m_i, m'_i \in M$, $n_i, n'_i \in N$, se define una relación de compatibilidad ($s \simeq s'$) de la siguiente forma:

$$s \simeq s' \iff \begin{cases} m_i, m'_i \in M, n_i, n'_i \in N, & 0 < i < 5 \\ m_i = m'_i = \emptyset, n_i = n'_i = \emptyset, & 1 < i < 6 \end{cases}$$

A continuación se estudian tres equivalencias entre uniones:

- Rotación.
- Simetría.
- Aspecto.

Equivalencia por Rotación Todo elemento del diccionario es invariante por rotación. De esta propiedad se deduce la relación de equivalencia por rotación definida a continuación.

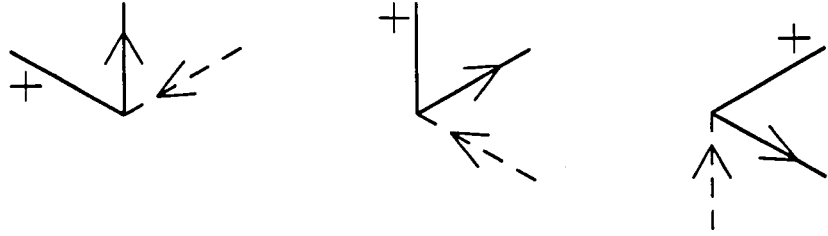


Figura 4.7: Equivalencia de las uniones por rotación.

Definición 29 Sean s, t dos uniones, $s, t \in (M \times N)^6$, $s = (s_0 \dots s_5)$, $t = (t_0 \dots t_5)$. s y t son equivalentes por rotación, denotándose como $s =^r t$ si se verifican las condiciones siguientes:

$$s =^r t \iff \exists a_k, a_k \in (M \times N)^6, \text{ tq. } a_k \simeq t \text{ siendo } \begin{cases} a_0 = s \\ a_{k+1} = R(a_k) \quad 0 \leq k \leq 5 \end{cases}$$

La relación de equivalencia por rotación define como clases de equivalencia las 9 formas de las uniones existentes en el mundo de Origami. Estas clases se denotan como C_α , $\alpha \in \{l, \text{arrow}, \text{fork}, t, k, \text{psi}, x, \text{ask}, xk\}$. Para cada una de ellas define una **forma canónica** que se denota como \mathcal{F}_α . En la elección de las formas canónicas, mostradas en la Fig. 4.8, se ha buscado que coincidan el máximo número de LE's, en especial entre formas que difieren en una línea.

Seguidamente se definen las formas canónicas correspondientes a las clases de equivalencia por rotación, expresadas en el espacio de representación mediante la secuencia $\mathcal{F}_\alpha = (s_0 \dots s_5)$, $s_i = (m_i, n_i)$, $0 \leq i \leq 5$.

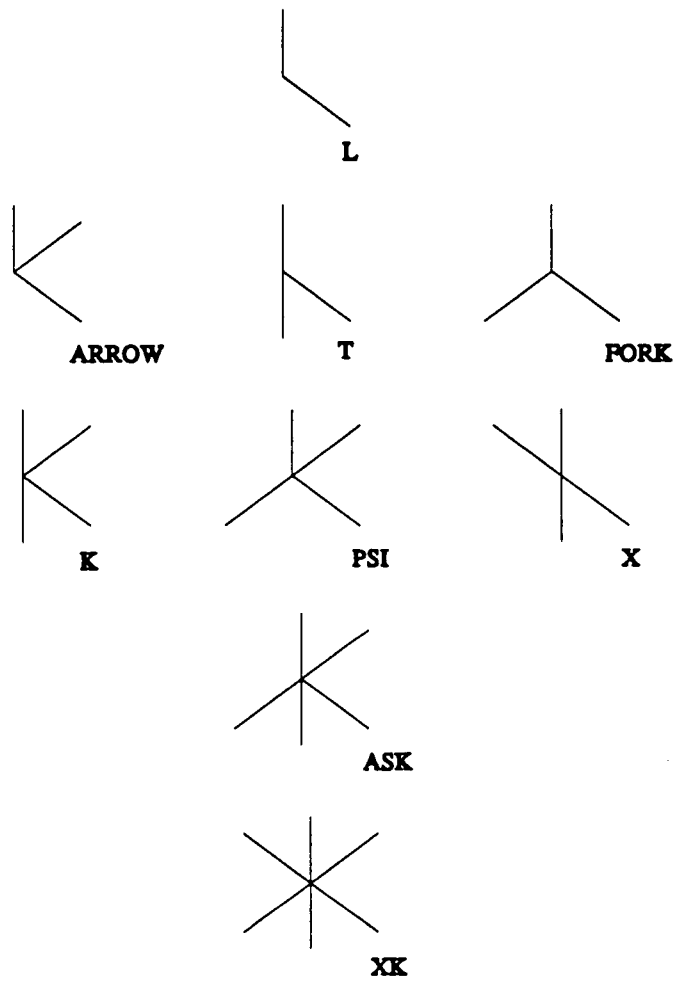


Figura 4.8: Formas canónicas de las uniones.

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_l &= \begin{cases} m_i \in M, n_i \in N, i \in \{0, 2\} \\ m_i = \emptyset, n_i = \emptyset, i \in \{1, 3, 4, 5\} \end{cases} \\
\mathcal{F}_{\text{arrow}} &= \begin{cases} m_i \in M, n_i \in N, i \in \{0, 1, 2\} \\ m_i = \emptyset, n_i = \emptyset, i \in \{3, 4, 5\} \end{cases} \\
\mathcal{F}_{\text{fork}} &= \begin{cases} m_i \in M, n_i \in N, i \in \{1, 3, 5\} \\ m_i = \emptyset, n_i = \emptyset, i \in \{1, 3, 5\} \end{cases} \\
\mathcal{F}_t &= \begin{cases} m_i \in M, n_i \in N, i \in \{1, 3, 4\} \\ m_i = \emptyset, n_i = \emptyset, i \in \{1, 4, 5\} \end{cases} \\
\mathcal{F}_k &= \begin{cases} m_i \in M, n_i \in N, i \in \{0, 1, 2, 3\} \\ m_i = \emptyset, n_i = \emptyset, i \in \{4, 5\} \end{cases} \\
\mathcal{F}_{\text{psi}} &= \begin{cases} m_i \in M, n_i \in N, i \in \{0, 1, 2, 4\} \\ m_i = \emptyset, n_i = \emptyset, i \in \{3, 5\} \end{cases} \\
\mathcal{F}_x &= \begin{cases} m_i \in M, n_i \in N, i \in \{0, 2, 3, 4\} \\ m_i = \emptyset, n_i = \emptyset, i \in \{2, 5\} \end{cases} \\
\mathcal{F}_{\text{xk}} &= \begin{cases} m_i \in M, n_i \in N, i \in \{0, 1, 2, 3, 4\} \\ m_i = \emptyset, n_i = \emptyset, i = 5 \end{cases} \\
\mathcal{F}_{\text{ask}} &= \begin{cases} m_i \in M, n_i \in N, 0 \leq i \leq 5 \end{cases}
\end{aligned}$$

Seguidamente se define la pertenencia de una unión a una clase de equivalencia.

Definición 30 Sea a una unión, $s \in (M \times N)^6$, y C_α las clases de equivalencia por rotación cuyas formas canónicas se denotan como \mathcal{F}_α , $\alpha \in \{l, \text{arrow}, \text{fork}, t, k, \text{psi}, x, \text{xk}, \text{ask}\}$. Se define la pertenencia de s a la clase de equivalencia C_α de la siguiente forma

$$s \in C_\alpha \iff \exists a_k, a_k \in (M \times N)^6, \text{ tq. } a_k \simeq \mathcal{F}_\alpha \text{ siendo } \begin{cases} a_0 = s \\ a_{k+1} = R(a_k) \ 0 \leq k \leq 5 \end{cases}$$

La propiedad de invarianza por rotación y la relación de equivalencia definida mediante dicha propiedad permiten la formulación de una transformación sobre uniones, denominada **Normalización**, cuya entrada es una unión y obtiene como resultado su forma canónica. Como hemos comentado anteriormente, toda unión bajo su forma canónica o **normalizada** puede identificarse a qué forma de unión pertenece.

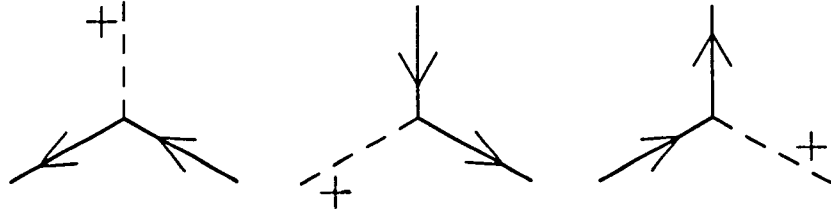


Figura 4.9: Equivalencia entre uniones por simetría.

Definición 31 Sean s, t dos uniones, $s, t \in (M \times N)^6$, $s, t \in C_\alpha$, donde C_α son las clases de equivalencia por rotación cuyas formas canónicas se denotan como \mathcal{F}_α , $\alpha \in \{ \text{l,arrow, fork, t, k, psi, x, xk, ask} \}$.

$$t = \text{nor}(s) \iff t = a_k, a_k \in (M \times N)^6, \text{ tq. } a_k \simeq \mathcal{F}_i$$

$$\text{siendo } \begin{cases} a_0 = s \\ a_{k+1} = R(a_k) \quad 0 \leq k \leq 5 \end{cases}$$

donde k se define como **índice de normalización**, que representa el número de rotaciones necesarias para normalizar la unión s .

Equivalencia por simetría Existen ciertas clases de equivalencia por rotación con varios representantes canónicos, pero distintos valores de etiqueta y aspecto en sus LE's. Esto es debido a que dichas formas de uniones poseen características de simetría. Son los casos de la forma *fork* con tres formas canónicas con distinto etiquetado, como se muestra en la Fig.4.8, x con 3 y *ask* con 6. A esta característica se le asocia el concepto de **factor de simetría**.

Para poder identificar un solo representante de entre las formas *fork*, x y *ask*, se define la relación de equivalencia por simetría.

Definición 32 Sean s, t dos uniones, $s, t \in (M \times N)^6$, $s = (s_0 \dots s_5)$, $t = (t_0 \dots t_5)$, $s, t \in C_\alpha$, $s, t \simeq \mathcal{F}_\alpha$. Las uniones s y t son equivalentes por simetría, denotándose como $s =^s t$ si se verifican las condiciones siguientes

$$s =^s t \iff \exists a_k, a_k \in (M \times N)^6, \text{ tq. } a_k = t \text{ siendo } \begin{cases} a_0 = s \\ a_{k+1} = R(a_k) \quad 0 \leq k \leq 5 \end{cases}$$

Se define el valor $k + 1$ como factor de simetría, que representa el número de rotaciones aplicables a una unión para que retorne a la forma canónica por rotación.

Según esta definición, la forma *fork*, tienen como factor de simetría 2, pues cada dos rotaciones la unión resultante vuelve a tomar su forma canónica. Para las formas *x* y *ask* el factor es 2 y 1 respectivamente, mientras que para las demás formas el factor es 6, pues cada 6 rotaciones la unión resultante recupera su forma canónica.

Esta relación de equivalencia por simetría define dentro de las clases C_α nuevas clases de equivalencia que se denotan como $C_{\alpha,\beta}$, $\alpha \in \{ \text{fork}, x, \text{ask} \}$, para las formas con esta característica, siendo β el número de orden dentro del conjunto de clases de equivalencia por simetría definido por C_α . Para las demás formas de uniones existe una única clase de equivalencia que se denota como $C_{\alpha,0}$, $\alpha \in \{ \text{arrow}, t, k, \text{psi}, xk \}$. Sus formas canónicas, $\mathcal{F}_{\alpha,\beta}$, se obtienen mediante la cuantificación en valores numéricos de las etiquetas y su posición en la representación I3, asignando valores en orden creciente con la etiqueta '+' como mínimo valor y '0' el máximo. En la representación se han tomado como valores numéricos la nomenclatura del reloj I3. Todas las formas pertenecientes a una clase de equivalencia por simetría son cuantificadas, obteniendo el elemento con mínimo valor según esta cuantificación.

La relación de equivalencia por simetría, permite la definición de una transformación sobre uniones denominada **homogeneización**, la cual, dada una unión perteneciente a una clase de equivalencia por simetría obtiene su forma canónica.

Definición 33 Sean s, s' dos uniones, $s, s' \in (M \times N)^6$, $s, s' \in C_{\alpha,\beta}$, donde $C_{\alpha,\beta}$ es una clase de equivalencia por simetría cuya formas canónica se denota $\mathcal{F}_{\alpha,\beta}$, $\alpha \in \{ \text{fork}, x, \text{ask} \}$ y μ su factor de simetría.

$$s' = \text{hom}(s) \longleftrightarrow s' = \min\{a_0 \dots a_{\frac{6}{\alpha}}\}, a_k \in (M \times N)^6, \text{ tq. } a_k \simeq \mathcal{F}_{\alpha,\beta}$$

$$\text{siendo } \begin{cases} a_0 = s \\ a_{k+1} = R_m(a_k, \alpha) \quad 0 \leq k < \frac{6}{\alpha} \end{cases}$$

donde k se define como índice de simetría, correspondiente al número de rotaciones según μ para homogeneizar la unión.

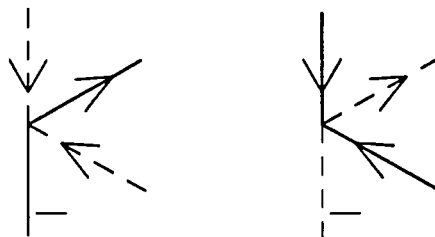


Figura 4.10: Equivalencia por aspecto entre formas.

Equivalencia por aspecto El mundo de Origami sin ocultaciones, definido por Kanade, [Kan-81] incluye el dominio triédrico de Huffman-Clowes [Huf-71, Clo-71]. Se han definido diccionarios de uniones en el dominio triédrico con ocultaciones, como son los de Sankar [San-77] y Sugihara [Sug-78]. La relación entre los diccionarios sin ocultaciones hace suponer que se verifique igualmente para el caso de ocultaciones. No obstante esto no se cumple. Existen elementos del diccionario de Sugihara o Sankar que no aparecen en obtenido mediante la generación descrita anteriormente.

Esto es debido a la diferente naturaleza de ambos dominios, octantes en el dominio triédrico y superficies en el de Origami. La ausencia de estos elementos en el diccionario de Origami puede apreciarse mediante los ejemplos mostrados en la Fig. 4.3. Para una configuración de octantes y su complementario (cambiando los octantes de sólidos a vacíos y a la inversa), en el dominio triédrico se obtienen dos elementos en el diccionario, diferenciándose en el aspecto de sus líneas. Ambas configuraciones poseen la misma distribución de superficies, pues en ambas configuraciones triédricas la frontera es la misma. Por ello en el diccionario de Origami se obtiene un solo elemento.

Con el objetivo de verificar dicha inclusión ambos diccionarios para ocultaciones, se define una **relación de equivalencia por visibilidad**.

Definición 34 Sean dos uniones s, s' , $s, s' \in (M \times N)^6$, $s^- = (s_0 \dots s_5)$, $s' = (s'_0 \dots s'_5)$, $s_i = (m_i, n_i)$, $s'_i = (m'_i, n'_i)$, $m_i, m'_i \in M$, $n_i, n'_i \in N$, se define una **relación de equivalencia por aspecto** ($s =^v s'$) de la siguiente forma:

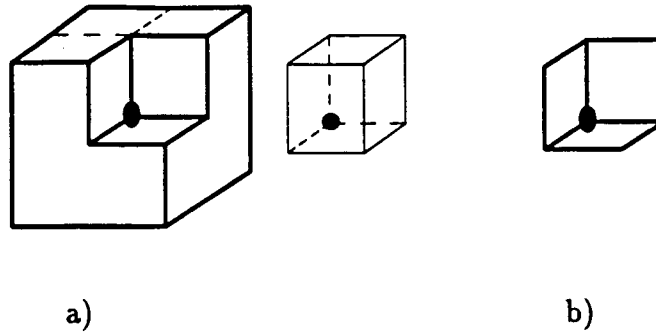


Figura 4.11: a) Uniones resultantes correspondientes a una configuración de octantes y su complementaria. b) Unión análoga sobre la configuración de SE's.

$$s =^v s' \longleftrightarrow \begin{cases} m_i = m'_i, & 0 < i < 5 \\ n_i \neq n'_i & \text{si } m_i, n'_i \neq \phi, & 0 < i < 5 \end{cases}$$

Esta relación de equivalencia divide las clases de equivalencia por simetría en nuevas clases, denominadas **clases de equivalencia por aspecto**, formadas por dos elementos, con idénticas etiquetas, pero valores de aspecto alternados. Estas clases se denotan como $C_{\alpha,\beta,\gamma}$, siendo γ el número de orden dentro del conjunto de clases de equivalencia de aspecto definidos por $C_{\alpha,\beta}$. Sus formas canónicas $\mathcal{F}_{\alpha,\beta,\gamma}$, se obtienen mediante la cuantificación en valores numéricos del aspecto de las líneas y su posición en el reloj I3. Dicha cuantificación asigna un valor menor al aspecto continuo y mayor al discontinuo, tomando la nomenclatura de la representación I3 para cuantificar su posición. La forma canónica queda definida según el mínimo valor de los elementos de su clase según esta cuantificación.

Esta propiedad define una transformación, denominada **inversión de aspecto**, consistente en obtener de una unión su correspondiente con el aspecto de todas sus líneas cambiado.

Definición 35 Sean dos uniones s, s' , $s, s' \in (M \times N)^6$, $s = (s_0 \dots s_5)$, $s' = (s'_0 \dots s'_5)$, $s_i = (m_i, n_i)$, $s'_i = (m'_i, n'_i)$, $m_i, m'_i \in M$, $n_i, n'_i \in N$, $s, s' \in C_{\alpha,\beta,\gamma}$, se define la transformación de inversión de aspecto de la siguiente forma

$$s' = not(s) \longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} m'_i = m_i, \quad 0 < i < 5 \\ \left\{ \begin{array}{l} n'_i = n_i \quad \leftrightarrow \quad n_i \notin V, I, \quad 0 < i < 5 \\ n'_i = V \quad \leftrightarrow \quad n_i = I, \quad 0 < i < 5 \\ n'_i = I \quad \leftrightarrow \quad n_i = V, \quad 0 < i < 5 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Estas propiedades y sus transformaciones sobre las uniones son utilizadas en el proceso de puesta en correspondencia de toda unión del dibujo lineal con el diccionario.

Las relaciones de equivalencia y sus correspondientes clases, permiten eliminar del diccionario generado todos los elementos equivalentes, guardando un único representante, correspondiente a la forma canónica de cada clase de equivalencia por aspecto. Este proceso de compactación forma un diccionario de 715 elementos de los 4096 iniciales. El diccionario resultante es mostrado en el anexo C junto a los de Sugihara y Kanade.

4.1.2 Codificación de las uniones

En esta sección se analiza el sistema de codificación de uniones para facilitar su tratamiento. La codificación de las uniones en valores numéricos permite la definición de las transformaciones de normalización, homogeneización e inversión de visibilidad sobre uniones mediante operaciones aritméticas y booleanas sobre los correspondientes códigos numéricos.

En el momento de generar el diccionario, se ha elegido una nomenclatura para las líneas de una unión, denominada **reloj I3**, que facilita la transformación de rotación sobre uniones y que permite caracterizar cada forma de unión de las demás.

En el anexo B se hace una descripción de otras nomenclaturas estudiadas. En ellas, puede apreciarse que la numerización I3 permite una buena caracterización de las formas con el mismo número de líneas en (fork-arrow-t, k-psi-x) en las líneas 4,5 y 6. Sin embargo, existen ciertas similitudes entre uniones vecinas (l-arrow, t-k, fork-psi).

Seguidamente se estudia el sistema de codificación utilizado para las uniones.

El código de una unión viene definido por dos valores numéricos, uno para cada propiedad que poseen las líneas: Etiqueta y aspecto respectivamente.

Se pretende una codificación mediante la cual se logren los siguientes objetivos:

- Describir las transformaciones sobre las uniones (rotación, normalización, homogeneización, inversión de aspecto y puesta en correspondencia mediante operaciones aritméticas o booleanas sobre los valores numéricos correspondientes a las uniones.
- Cambiar el aspecto de las líneas mediante una operación aplicada sobre el código numérico del aspecto.
- Poder identificar la forma de una unión (l, arrow, fork, etc. . .) a partir su código numérico.

En el anexo C se hace una descripción sobre algunos sistemas de codificación estudiados, tanto para etiquetas como para visibilidad. Como puede apreciarse, se han buscado codificaciones expresadas mediante combinaciones lineales dependientes de una base, para obtener la codificación en un valor numérico.

De los sistemas de codificación propuestos en el anexo, se ha elegido el sistema J4 para etiquetas y V3 para visibilidad, especificados mediante la aplicación θ definida a continuación

Definición 36 *Se define una aplicación θ de $(M \times N)^6$ a $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$ donde $M = \{+, -, I, O\}$, $N = \{V, I\}$ y \mathcal{N}_1 y \mathcal{N}_2 son dos intervalos numéricos de \mathcal{N} definidos como $\mathcal{N}_1 = [0, 83886079]$ y $\mathcal{N}_2 = [0, 4095]$, cuya imagen $\theta(s) = (w_j, w_v)$ representa una pareja de valores numéricos correspondientes a la codificación de la etiqueta y aspecto de las líneas de la unión s ($s \in (M \times N)^6$, $s = ((m_0, n_0) \dots (m_5, n_5))$, $w_l \in \mathcal{N}_1$, $w_v \in \mathcal{N}_2$, definida de la siguiente forma*

$$w_j = \sum_{i=0}^6 c_i * 16^i, \quad 0 \leq c_i \leq 15$$

siendo

$$c_i = \sum_{k=0}^3 b_{i,k} * 2^k, \quad 0 \leq i \leq 5 \left\{ \begin{array}{l} b_{i,0} = \begin{cases} 0 & \leftrightarrow m_i = \emptyset \\ 1 & \leftrightarrow m_i = + \end{cases} \\ b_{i,1} = \begin{cases} 0 & \leftrightarrow m_i = \emptyset \\ 1 & \leftrightarrow m_i = - \end{cases} \\ b_{i,2} = \begin{cases} 0 & \leftrightarrow m_i = \emptyset \\ 1 & \leftrightarrow m_i = I \end{cases} \\ b_{i,3} = \begin{cases} 0 & \leftrightarrow m_i = \emptyset \\ 1 & \leftrightarrow m_i = O \end{cases} \end{array} \right.$$

$$c_6 = \begin{cases} 0 & \leftrightarrow s \in C_l \\ 1 & \leftrightarrow s \in \{C_{arrow}, C_{fork}, C_t\} \\ 2 & \leftrightarrow s \in \{C_k, C_{psi}, C_x\} \\ 3 & \leftrightarrow s \in C_{xk} \\ 4 & \leftrightarrow s \in C_{ask} \end{cases}$$

$$w_v = \sum_{i=0}^5 d_i * 4^i, \quad 0 \leq d_i \leq 1$$

siendo

$$d_i = \sum_{k=0}^1 b_{i,k} * 2^k, \quad 0 \leq i \leq 5, \left\{ \begin{array}{l} b_{i,0} = \begin{cases} 0 & \leftrightarrow n_i = \phi \\ 1 & \leftrightarrow n_i = V \end{cases} \\ b_{i,1} = \begin{cases} 0 & \leftrightarrow n_i = \phi \\ 1 & \leftrightarrow n_i = I \end{cases} \end{array} \right.$$

El sistema de codificación definido en la aplicación θ se adapta a las premisas enunciadas, como se estudiará a continuación. Presentan como ventaja adicional su alta capacidad de codificación, pues se han tomado potencias base lo suficientemente grandes que permitan almacenar todas las combinaciones de valores de etiqueta y aspecto en un código de línea de la unión. En el caso de 4 etiquetas, la base 16 permite almacenar las 15 combinaciones de etiqueta posibles, al igual que en el aspecto tomando la base 4. Esta capacidad de compresión es utilizada en la operación de puesta en correspondencia de una unión con el diccionario, pudiendo representar

todo el conjunto de posibles valores de etiqueta y aspecto de una unión en una pareja de valores numéricos.

En la nomenclatura de LE's asignada al reloj I3, existen ciertas formas de uniones en las cuales no es posible caracterizarlas de forma única. Estas formas difieren en el número de líneas, como el caso de x y xk . Para poder diferenciarlas, se incluye un valor adicional en el código de etiqueta, (coeficiente c_6) para indicar el número de líneas que posee. Situando este nuevo valor en la posición más significativa, las formas canónicas para cada clase de equivalencia por rotación definen un conjunto de intervalos numéricos disjuntos.

Sobre $\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2$ se definen a continuación un conjunto relaciones y funciones entre uniones.

Definición 37 Sean s, s', s'' uniones codificadas, imágenes de la aplicación h , se definen las siguientes relaciones sobre estas imágenes $s, s', s'' \in (M \times N)^6$, donde

$$j = (w_j, w_v) \quad \begin{cases} w_j = \sum_{i=0}^6 c_i * 16^i \\ w_v = \sum_{i=0}^6 d_i * 4^i \end{cases}$$

$$j' = (w'_j, w'_v) \quad \begin{cases} w'_j = \sum_{i=0}^6 c'_i * 16^i \\ w'_v = \sum_{i=0}^6 d'_i * 4^i \end{cases}$$

$$j'' = (w''_j, w''_v) \quad \begin{cases} w''_j = \sum_{i=0}^6 c''_i * 16^i \\ w''_v = \sum_{i=0}^6 d''_i * 4^i \end{cases}$$

- Menor

$$s \ll s' \longleftrightarrow w_j < w'_j$$

- Mayor

$$s \gg s' \longleftrightarrow w_j > w'_j$$

- Mínimo de un conjunto de uniones

$$\min\{s_1 \dots s_n\} = s_i, s_i \in \{s_1 \dots s_n\} \text{ tq. } \forall k, 1 \leq k \leq n, k \neq i, s_i \ll s_k$$

- **Máximo de un conjunto de uniones**

$$\max\{s_1 \dots s_n\} = s_i, s_i \in \{s_1 \dots s_n\} \text{ tq. } \forall k = 1 \dots n, k \neq i, s_i \gg s_k$$

- **jand**

$$s'' = s \text{ jand } s' \longleftrightarrow \begin{cases} w_j'' = w_j \text{ and } w_j' \\ w_v'' = w_v \text{ and } w_v' \end{cases}$$

- **jor**

$$s'' = s \text{ jor } s' \longleftrightarrow \begin{cases} s_j'' = s_j \text{ or } s_j' \\ s_v'' = s_v \text{ or } s_v' \end{cases}$$

- **jxor**

$$s'' = s \text{ jxor } s' \longleftrightarrow \begin{cases} w_j'' = [(w_j - ((w_j \text{ div } 16^6) * 16^6)) \text{ xor} \\ \quad (w_j' - ((w_j' \text{ div } 16^6) * 16^6))] + ((w_j \text{ div } 16^6) * 16^6) \\ w_v'' = w_v \text{ xor } w_v' \end{cases}$$

- **cnot**

$$w_v' = \text{cnot}(w_v) \longleftrightarrow w_v i' = \begin{cases} \text{not}(d_i) & \text{si } d_i = 1, 2 \quad 0 \leq i \leq 5 \\ 0 & \text{si } d_i = 0 \quad 0 \leq i \leq 5 \\ 3 & \text{si } d_i = 3 \quad 0 \leq i \leq 5 \end{cases}$$

- **jnot**

$$s' = \text{jnot}(s) \longleftrightarrow \begin{cases} w_j' = \text{not}(w_j) \\ w_v' = \text{cnot}(w_v) \end{cases}$$

- **Rotación**

$$s' = R'(s) \longleftrightarrow \begin{cases} w_j' = \{[16 * (w_j - ((w_j \text{ div } 16^6) * 16^6))] \text{ mod} \\ \quad ((16^6) - 1)\} + ((w_j \text{ div } 16^6) * 16^6) \\ w_v' = (4 * w_v) \text{ mod } ((4^6) - 1) \end{cases}$$

También en esta rotación , se define la rotación múltiple en $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$ $j' = R'_m(s, n)$, de forma que s' es la unión resultante de efectuar n rotaciones a la unión s .

- **Compatibilidad**

$$s \simeq s' \longleftrightarrow \begin{cases} c_i \neq 0, c'_i \neq 0, d_i \neq 0, d'_i \neq 0, & 1 \leq i \leq 6 \\ c_i = c'_i = 0, d_i = d'_i = 0, & 0 \leq i \leq 5 \end{cases}$$

También en esta rotación , se define la rotación múltiple en $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$ $j' = R'_m(s, n)$, de forma que s' es la unión resultante de efectuar n rotaciones a la unión s .

Las funciones booleanas *and*, *or*, *xor* y *not* son sobre el valor numérico bit a bit. La operation *cnot* sobre el código de visibilidad w_v ha sido corregida para que el inverso de los valores 0 y 3 no varien, pues este supuesto es más compatible dentro el contexto de la inversión de aspecto en la uniones que la verdadera inversión binaria.

Mediante la codificación J4-V3, se pueden definir las transformaciones sobre las uniones como operaciones aritméticas y booleanas sobre lo códigos. Dichas operaciones deben ser normalizadas para garantizar la homogeneidad de las operaciones, y con ello la validez del resultado. Únicamente la transformación de rotación no debe ser una operación normalizada.

4.1.2.1 Relaciones de equivalencia en espacio de codificación

Mediante el enunciado de las relaciones y funciones anteriores en $\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2$, se pueden definir las relaciones de equivalencia de uniones (rotación, simetría e inversión de aspecto) sobre la representación de las uniones.

Equivalencia por rotación

Definición 38 Sean s, s' dos uniones, $s, s' \in (\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, donde $s = (w_j, w_v)$, $s' = (w'_j, w'_v)$. s y s' son equivalentes por rotación en $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, denotándose como $s \simeq s'$ si se verifican las condiciones siguientes:

$$s =^f s' \iff \exists a_i, a_i \in (\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2), \text{ tal que } a_i \simeq s' \text{ siendo } \begin{cases} a_0 = s \\ a_{i+1} = R'(a_i) \ 0 \leq i \leq 4 \end{cases}$$

Las clases de equivalencia formadas a partir de esta relación, denotadas como $\{C'_1, C'_{\text{arrow}}, C'_{\text{fork}}, C_t, C'_k, C'_{\text{psi}}, C'_x, C_{\text{xk}}, C'_{\text{ask}}\}$ corresponden a las formas de uniones definidas. Sus formas canónicas, en $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$ se definen mediante intervalos numéricos sobre el código de etiqueta y son los siguientes:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}'_1 &= [257, 3855] \\ \mathcal{F}'_{\text{arrow}} &= [16777489, 16781311] \\ \mathcal{F}'_{\text{fork}} &= [16843009, 17764111] \\ \mathcal{F}'_t &= [16781569, 16842511] \\ \mathcal{F}'_k &= [33558801, 33619967] \\ \mathcal{F}'_{\text{psi}} &= [33620241, 34541567] \\ \mathcal{F}'_x &= [34607361, 49348367] \\ \mathcal{F}'_{\text{xk}} &= [50401553, 51380223] \\ \mathcal{F}'_{\text{ask}} &= [68227345, 83886079] \end{aligned}$$

La transformación de normalización en $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, (nor') , se define de la forma siguiente:

Definición 39 Sean s, s' dos uniones, $s, s' \in (\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, donde $s = (w_j, w_v)$, $s' = (w'_j, w'_v)$.

$$s' = nor'(s) \iff s' = \min\{a_0 \dots a_5\} \text{ siendo } \begin{cases} a_0 = s \\ a_{i+1} = R'(a_i), \ 0 \leq i \leq 5 \end{cases}$$

Equivalencia por simetría

Definición 40 Sean s, s' dos uniones, $s, s' \in (\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, donde $s = (w_j, w_v)$, $s' = (w'_j, w'_v)$. s y s' son equivalentes por simetría en $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, denotándose como $s =^s s'$ si se verifican las condiciones siguientes:

$$s =^s s' \iff \exists a_i, a_i \in (\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2), \text{ tal que } a_i = s' \text{ siendo } \begin{cases} a_0 = s \\ a_{i+1} = R'(a_i) \ 0 \leq i \leq 5 \end{cases}$$

Las clases de equivalencia por simetría en $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, denotadas como $C'_{\alpha,\beta}$, tienen como forma canónica, aquel de sus elementos que minimice el valor de etiqueta según la cuantificación definida en la aplicación θ . La transformación de homogenización permite obtener esta forma canónica. Dicha transformación se define en $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$.

Definición 41 Sean s, s' dos uniones, $s, s' \in (\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, donde $s = (w_j, w_v)$, $s' = (w'_j, w'_v)$, $s, s' \in C'_{\alpha,\beta}$, siendo $C'_{\alpha,\beta}$ una clase de equivalencia por simetría en $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, $\mathcal{F}'_{\alpha,\beta}$ su forma canónica, y α su factor de simetría.

$$s' = \text{hom}'(s) \longleftrightarrow s' = \min\{a_0 \dots a_{\frac{6}{\alpha}}\} \text{ tq. } a_k \simeq \mathcal{F}'_{\alpha,\beta},$$

$$\text{siendo } \begin{cases} a_0 = s \\ a_{k+1} = R'_m(a_k, \alpha) \quad 1 < k < \frac{6}{\alpha} \end{cases}$$

Equivalencia por aspecto

Definición 42 Sean s, s' dos uniones, $s, s' \in (\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, donde $s = (w_j, w_v)$, $s' = (w'_j, w'_v)$. s y s' son equivalentes por aspecto en $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, denotándose como $s =^v s'$ si se verifican las condiciones siguientes:

$$s =^v s' \longleftrightarrow \begin{cases} w_j = w'_j \\ w'_v = \text{cnot}(w'_v) \end{cases}$$

Las clases surgidas de la relación de equivalencia, denotadas $C'_{\alpha,\beta,\gamma}$ tienen como forma canónica, $\mathcal{F}_{\alpha,\beta,\gamma}$, aquel de los dos representantes con menor valor numérico de aspecto según la cuantización definida en la aplicación h . La transformación de inversión de aspecto en $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, se define a continuación.

Definición 43 Sean s, s' dos uniones, $s, s' \in (\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, donde $s = (w_j, w_v)$, $s' = (w'_j, w'_v)$, $s, s' \in C'_{\alpha,\beta,\gamma}$, siendo $C'_{\alpha,\beta,\gamma}$ una clase de equivalencia por aspecto en $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$ y $\mathcal{F}'_{\alpha,\beta,\gamma}$ su forma canónica.

$$s' = \text{vnot}(s) \longleftrightarrow \begin{cases} w'_j = w_j \\ w'_v = \text{cnot}(w_v) \end{cases}$$

La alta capacidad de representación de etiquetas y visibilidad sobre una línea en el sistema de codificación definido mediante la aplicación h , permite definir la operación de puesta en correspondencia entre dos uniones mediante una operación booleana.

Sean s, s', s'' tres uniones, $s, s', s'' \in (\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, donde $s = (w_j, w_v)$, $s' = (w'_j, w'_v)$, $s'' = (w''_j, w''_v)$, s'' es el resultado de la operación de puesta en correspondencia en $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$.

$$s'' = s \text{ jand } s'$$

Cabe destacar que todas las operaciones definidas anteriormente no cumplen la propiedad de homogeneización sobre las clases de equivalencia por simetría, si los operadores no son normalizados, homogenizados. Si se realizan estas transformaciones previas, el resultado de las operaciones pertenece a la misma clase de equivalencia que los operadores.

Esta consideración influye en la extracción del conjunto de uniones compatibles, como resultado de aplicar la operación de puesta en correspondencia con el diccionario.

Definición 44 Sea Z un diccionario de uniones codificadas, $Z \subset (\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, s una unión del dibujo, $s \in J$, con una representación de etiquetado $\theta(s) = (w_j, w_v)$, $s_N = \text{nor}'(s)$, con k_N como índice de normalización, $s_H = \text{hom}'(s_N)$, con k_H como índice de homogeneización y siendo μ su factor de simetría. Se define el conjunto Z_s , $Z_s \subset Z$ como el conjunto de candidatos de la unión s sobre el diccionario Z , que representa el conjunto de uniones codificadas compatibles resultantes de la puesta en correspondencia de la unión s con el diccionario Z , de la siguiente forma

$$Z_s = \{s' / s' \simeq s, s' = R'_m(t, \beta), \beta = 6 - k_N + 6 - \mu k_H, \\ t = s_H \text{ jand } \lambda \forall \lambda, \lambda \simeq s_H, \lambda \in Z\}$$

Cabe mencionar dos observaciones de la definición anterior:

- Si se aplican μ rotaciones a una unión, para volver a su orientación inicial pueden realizarse μ rotaciones en sentido contrario, o bien $6 - \mu$ rotaciones en el mismo

sentido. Para mantener una única función de rotación, se adopta esta última estrategia, como puede verse en la definición del valor de β .

- Las formas de uniones que no poseen características de simetría, les corresponde un índice de simetría $k_H = 0$, al no realizar ninguna rotación de este tipo sobre ellas, con lo que el número de rotaciones necesarias para transformar los candidatos a la orientación de la unión s sólo proviene del índice de normalización k_N .

En la mayoría de uniones, los valores de etiqueta y aspecto de una unión son determinantes en la extracción de su conjunto de candidatos en el diccionario. No ocurre así, en cambio, en una unión no visible, pues este tipo de unión, como se ha estudiado en la Asunción 7, posee todas sus líneas ocultas, con aspecto discontinuo, lo que impide conocer su aspecto real. Para extraer un conjunto lo más exhaustivo posible para este tipo de uniones, se aceptan como candidatos a esta unión cualquier configuración de los valores de aspecto, siendo en este caso el valor de etiqueta la característica determinante para la obtención de candidatos.

Para calcular el número de candidatos para las uniones no visibles, se modifica la representación del aspecto de la unión no visible mediante la aplicación f_V .

Definición 45 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, s una unión no visible de D y $t_s = (w_j, w_v)$, $t_s \in (\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$ una representación codificada de las propiedades de las líneas de s , $w_j = \sum_{k=0}^5 c_k * 16^k$, $w_v = \sum_{k=0}^5 d_k * 4^k$. Se define la aplicación f_V de $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$ a $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, donde $t'_s = f_V(t_s)$, $t'_s = (w'_j, w'_v)$ representa la extensión del aspecto de la unión s , de la siguiente forma.

$$w'_j = w_j$$

$$w'_v = \sum_{k=0}^5 d'_k 4^k \quad \text{siendo} \quad d'_k = \begin{cases} d'_k = 3 & \leftrightarrow d_k \neq 0 \\ d'_k = 0 & \leftrightarrow d_k = 0 \end{cases}$$

4.1.3 Compresión del diccionario

Formulado el sistema de codificación para las uniones mediante la aplicación h , se codifican los elementos del diccionario bajo este sistema. Inicialmente, debe almacenarse dos valores para cada forma etiquetada del diccionario. Pero la capacidad

de representación del código propuesto permite representar en un valor de etiqueta y otro de visibilidad más de un elemento del diccionario. Deben buscarse criterios para asociar uniones etiquetadas del diccionario en un mismo código numérico. Para ello, se define el concepto **distancia entre uniones** en $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$.

Definición 46 Sean s, s' dos uniones, $s, s' \in (\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, donde $s = (w_j, w_v)$, $s' = (w'_j, w'_v)$ y d_j, d_v dos valores numéricos ($d_j \in \mathcal{N}_1$, $d_v \in \mathcal{N}_2$), se definen los conceptos de **distancia por etiqueta** ($D_j(s, s')$) y **distancia por aspecto** $D_v(s, s')$ entre s, s' , cuyos resultados son d_j, d_v .

$$\begin{aligned} d_j = D_j(s, s') &\iff d_j = w_j \text{ xor } w'_j \\ d_v = D_v(s, s') &\iff d_v = w_v \text{ xor } w'_v \end{aligned}$$

Esta definición de distancia representa el grado de similitud de valores para etiqueta o aspecto entre dos uniones.

El criterio de asociación de dos uniones es el siguiente: Dos uniones etiquetadas pueden agruparse si los valores de etiqueta y visibilidad son iguales para todos las líneas, excepto en uno, donde en ambas uniones difieren uno de los dos valores: etiqueta o visibilidad. La agrupación de ambas uniones se obtiene del resultado de la operación *xor* de los valores de etiqueta y aspecto de las uniones agrupables.

En el espacio de codificación $(\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, este criterio de agrupación puede enunciarse de la siguiente forma.

Definición 47 Sean s, s' dos uniones, $s, s' \in (\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, donde $s = (w_j, w_v)$, $s' = (w'_j, w'_v)$. s, s' son **agrupables por etiqueta**, denotándose $s \leftrightarrow^s s'$ si se verifica la siguiente condición

$$s \leftrightarrow^s s' \iff \begin{cases} w_v = w'_v \\ \exists k \in \mathcal{N} \text{ tq. } D_j(s, s') = k16^i, \quad 0 < i < 5 \end{cases}$$

Definición 48 Sean s, s' dos uniones, $s, s' \in (\mathcal{N}_1 \times \mathcal{N}_2)$, donde $s = (w_j, w_v)$, $s' = (w'_j, w'_v)$. s, s' son **agrupables por aspecto**, denotándose $s \leftrightarrow^v s'$ si se verifica la siguiente condición

```

33621121 293 2010481 010211
2148: PSI 1 +.V 2 O.V 3 I.I 4 _.- 5 +.V 6 _.-
33621208 281 20104D8 010121
3350: PSI 1 O.V 2 +.I 3 I.V 4 _.- 5 +.V 6 _.-
3350: PSI 1 O.V 2 I.I 3 I.V 4 _.- 5 +.V 6 _.-
3350: PSI 1 O.V 2 O.I 3 I.V 4 _.- 5 +.V 6 _.-
33685801 294 2020129 010212
2231: PSI 1 +.I 2 -.V 3 +.I 4 _.- 5 -.V 6 _.-
2231: PSI 1 O.I 2 -.V 3 +.I 4 _.- 5 -.V 6 _.-
33686258 281 20202F2 010121
3729: PSI 1 -.V 2 +.I 3 -.V 4 _.- 5 -.V 6 _.-
3729: PSI 1 -.V 2 -.I 3 -.V 4 _.- 5 -.V 6 _.-
3729: PSI 1 -.V 2 I.I 3 -.V 4 _.- 5 -.V 6 _.-
3729: PSI 1 -.V 2 O.I 3 -.V 4 _.- 5 -.V 6 _.-
33686573 294 202042D 010212
2303: PSI 1 +.I 2 -.V 3 I.I 4 _.- 5 -.V 6 _.-
2303: PSI 1 I.I 2 -.V 3 I.I 4 _.- 5 -.V 6 _.-
2303: PSI 1 O.I 2 -.V 3 I.I 4 _.- 5 -.V 6 _.-
33687572 277 2020814 010111
3696: PSI 1 I.V 2 +.V 3 O.V 4 _.- 5 -.V 6 _.-
33687596 294 202082C 010212
183: PSI 1 I.I 2 -.V 3 O.I 4 _.- 5 -.V 6 _.-
183: PSI 1 O.I 2 -.V 3 O.I 4 _.- 5 -.V 6 _.-

```

Figura 4.12: Ejemplo de representación de la codificación J4-V3.

$$s \leftrightarrow^v s' \iff \begin{cases} w_j = w'_j \\ \exists k \in \mathcal{N} \text{ tq. } D_v(s, s') = k4^i, \quad 0 < i < 5 \end{cases}$$

Teniendo en cuenta este criterio, se realizan diversos recorridos por todas las uniones del diccionario aplicando el criterio de agrupación en cada pareja de entre ellas, con el objetivo de verificar una única diferencia para una de las líneas de la nomenclatura, y para una propiedad, sea la etiqueta o la visibilidad. De esta forma el primer recorrido prueba las parejas de uniones que difieran en el etiquetado de primer línea de la numerización, el segundo en el aspecto de la primera numerización y así sucesivamente hasta el aspecto del sexta línea de la numerización. En cada recorrido, las uniones candidatas son agrupadas mediante la operación *join* y pueden volver a ser agrupadas en posteriores recorridos. Este algoritmo da como resultado la compresión del diccionario de 715 uniones etiquetadas en 316 códigos y 632 valores numéricos, en lugar de los 715 necesarios si se codificara cada unión por separado.

4.1.4 Interpretación de un dibujo lineal

Este proceso describe propiamente una función del nivel medio del sistema. Consiste en generar todas las configuraciones posibles de líneas etiquetadas de un dibujo lineal.

que sean coherentes con el diccionario propuesto. Dichas configuraciones etiquetadas reciben el nombre de **interpretaciones**.

Con esta información procedente del nivel inferior, definida mediante la cuatrupla $D = (j, E, u, v)$ en este módulo se realizan los siguientes tratamientos en el dibujo lineal:

- Caracterización de las uniones de un dibujo lineal.
- Detección de cruces accidentales.
- Localización de las uniones y líneas exteriores del dibujo.
- Generación del árbol de interpretación.
- Proceso de interpretación.
- Generación de hipótesis previas al proceso de interpretación.

4.1.4.1 Caracterización de las uniones del dibujo lineal

El primer tratamiento a realizar es identificar todas las uniones del dibujo lineal en una de las formas descritas en la Tabla 4.3. Esta identificación se realiza teniendo en cuenta dos características:

- El número de líneas de la unión.
- La distribución de ángulos para cada pareja de líneas adyacentes.

En la Tabla 4.3 de la página 125 se hace una descripción de estas características para cada una de las formas.

También dentro de este módulo se relaciona cada línea que incide en una unión con la nomenclatura de líneas del reloj I3 en la Fig.4.11. Esta correspondencia se realiza teniendo en cuenta la distribución de ángulos de la unión con la de las formas del diccionario.

Una restricción importante es que toda línea caracterizada en el reloj I3 tiene asignada una única línea del dibujo lineal. Según la orientación de la unión, esta

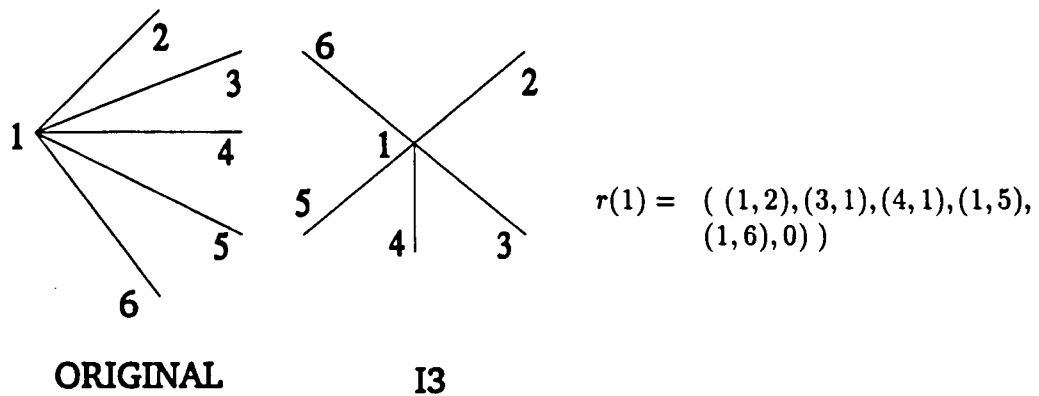


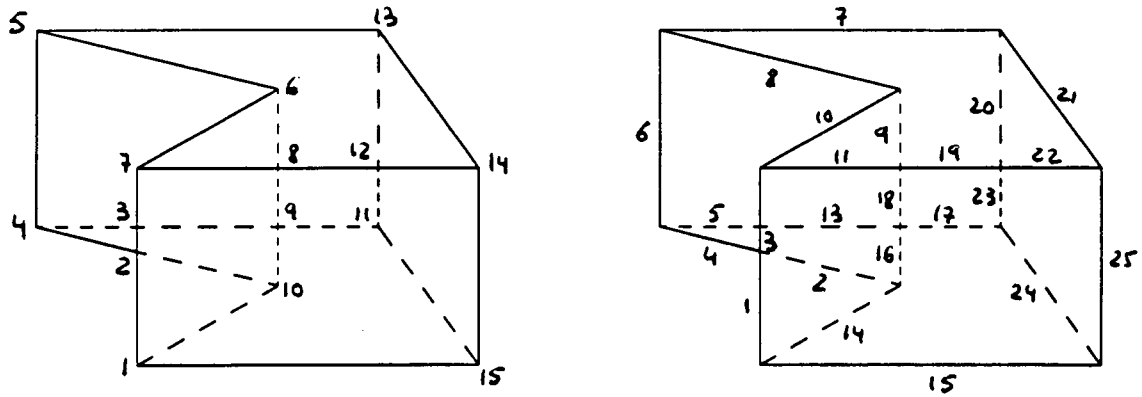
Figura 4.13: Ejemplo de la caracterización de una unión en el reloj I3 en que la incidencia de ciertas líneas varía de forma considerable.

restricción puede suponer que ciertas líneas de ésta sean asignadas a líneas del reloj cuya incidencia difiera bastante respecto a la incidencia en la unión, como se muestra en la Fig. 4.13.

Como resultado de este proceso se obtiene una representación de la unión en el reloj I3, denotada como $r(s)$.

Definición 49 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, s una unión de D , $s \in J$ y $(l_1 \dots l_n)$ una secuencia circular ordenada de líneas que inciden en s $n \leq 6$, $l_j \in E$. Se define la secuencia $r(s) = (r_0^i \dots r_5^i) \in E^6$ como **representación de s en el reloj I3**, de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 r_k^i &= l_j \quad \text{si } l_j \text{ se identifica con } r_k^i \text{ en I3} \quad 1 \leq j \leq n \quad 0 \leq k \leq 5 \\
 r_k^i &= 0 \quad \text{si } \nexists l_j \text{ que se identifique con } r_k^i \quad 1 \leq j \leq n \quad 0 \leq k \leq 5
 \end{aligned}$$



a)

caixal

b)

Unión	Forma	Representación en el Reloj I3					
1	ARROW	1	14	15	0	0	0
2	X	3	0	2	1	0	4
3	X	12	0	13	3	0	5
4	ARROW	6	5	4	0	0	0
5	ARROW	0	0	7	8	6	0
6	ARROW	0	0	0	9	10	8
7	ARROW	0	10	11	12	0	0
8	X	9	0	19	18	0	11
9	X	18	0	17	16	0	13
10	ARROW	16	0	0	0	14	2
11	FORK	23	0	24	0	17	0
12	X	20	0	22	23	0	19
13	ARROW	0	0	21	20	7	0
14	ARROW	0	0	0	25	22	21
15	ARROW	25	0	0	0	15	24

c)

Figura 4.14: Ejemplo de caracterización de las uniones en el dibujo *caixal*. a) Numerización de las uniones del dibujo. b) Numerización de los líneas del mismo. c) Caracterización: Forma de la unión y distribución de los líneas según el reloj I3 para cada unión.

4.1.4.2 Detección de cruces accidentales

En este módulo se identifican estos cruces accidentales teniendo en cuenta dos propiedades:

- Colinealidad de todas las líneas que inciden en la unión con otro línea de la misma unión.
- Número de líneas de aspecto continuo y discontinuo para identificar si se trata de una unión falsa o de cambio de visibilidad. En caso de que no sea de ninguno de los dos tipos, la unión se identifica como *pseudovértice*.

Existe un caso especial que corresponde a las uniones no visibles bajo las formas x o xk que verifican las condiciones de colinealidad. En principio se acepta la hipótesis de que se trate de un cruce accidental, que puede pertenecer a cualquiera de los dos tipos.

En lo que concierne al etiquetado, cabe señalar la restricción que se deduce de la definición de cruce, que cada pareja de líneas colineales que inciden en un cruce accidental deben tener los mismos valores de etiquetado.

4.1.4.3 Localización de las uniones y líneas exteriores del dibujo lineal

Según la asunción 4 del sistema, las líneas exteriores del dibujo lineal delimitan la frontera entre el objeto representado y el fondo de la escena. Esta consideración, permite asignar una etiqueta ocluida a este tipo de líneas cuyo sentido de la flecha indique la existencia de una cara en la región donde se describe el objeto. Esta asignación representa una reducción del número posible de interpretaciones sobre los valores de etiqueta de las líneas exteriores, cuantificada de la siguiente forma

Sea p el número de líneas exteriores de un dibujo lineal $D = (J, E, u, v)$ y m el número de líneas interiores. Teniendo en cuenta 4 valores de etiqueta pueden existir 4^{p+m} configuraciones posibles. La asignación de una etiqueta ocluida a toda línea exterior define una única configuración de etiquetado para estas líneas de las 4^p posibles, reduciendo las 4^{p+m} configuraciones a 4^m .

Para localizar estas líneas y uniones, se realiza un recorrido de las uniones del dibujo lineal a través de las líneas.

En primer lugar, se identifica una unión exterior. Para localizarla, se busca la unión situada en uno de los extremos según su posición en el dibujo lineal definida, mediante la aplicación $u(s)$, $s \in J$, en coordenadas x, y . Como unión extremo (s_0) se ha tomado el inferior izquierdo, definido a continuación.

Definición 50 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $J = \{s_1 \dots s_n\}$ su conjunto de uniones y $u(s_i) = (x_i, y_i)$. Se define s_0 como la unión extremo inferior izquierda si verifica la condición

$$s_0 = s_j \quad s_j \in J \text{ tq. } \begin{cases} y_j < y_i \quad \forall i \quad i \neq j, \quad 1 \leq i \leq n \\ x_j < x_i \quad \text{si } y_j = y_i \quad \forall i \quad i \neq j, \quad 1 \leq i \leq n \end{cases}$$

Para localizar s_0 , se realiza un recorrido de búsqueda sobre las coordenadas x, y de todas las uniones del dibujo lineal. La unión s_0 forma parte de la envolvente que incluye en su interior todas las líneas del dibujo lineal. Partiendo de la unión s_0 , se busca una línea que incida en la unión que sea exterior.

La definición de s_0 como unión extremo inferior izquierda y teniendo en cuenta su representación $r(s_0) = (r_4^0 \dots r_5^0)$ implica que $r_4^0 = \emptyset$. Si ello no fuera así, a través de la línea definida en r_4^0 se accedería a una unión s' tal que $u_y(s') < u_y(s_0)$, siendo u_y la segunda componente de la función u , lo que representa una contradicción a la definición de s_0 .

Con este supuesto sobre r_4 , se busca partiendo de dicha posición en $r(s_0)$ y en sentido favorable a las agujas del reloj la primera posición, k_s^0 tal que $r_{k_s^0}^0 \neq \emptyset$ en $r(s_0)$, identificando la línea $l_0 = r_{k_s^0}^0$, $l_0 = (s_0, s_p)$ como exterior. La línea l_0 se define como línea de salida a s_0 y su posición k_s^0 como camino de salida a s_0 . AS través de l_0 se accede a la siguiente unión s_p . Sobre ésta, se define l_0 como línea de entrada a s_p y k_e^p como camino de entrada a s_p . El valor k_e^p se obtiene mediante la aplicación CE.

Definición 51 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, s_i una unión de D , $s_i \in J$, cuya línea de entrada es l_j , $l_j \in E$ y su

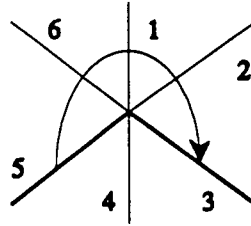


Figura 4.15: Area donde puede existir el interior del objeto, según la numerización I3 para la unión con mínimas coordenadas x, y .

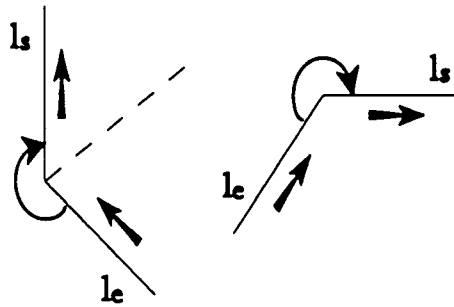


Figura 4.16: Llegada a una unión a través de una línea de entrada (l_e) y búsqueda de la línea de salida (l_s).

representación $r(s_i) = (r_0^i \dots r_5^i)$, $r_m^i \in \{E \cup \emptyset\}$. Se define la aplicación CE de $E^6 \times E$ al intervalo $[0,6]$ donde $k_e^i = CE(r(s_i), l_j)$ que representa la posición de l_j en la representación $r(s_i)$ de la siguiente forma

$$CE(r(s_i), l_j) = \begin{cases} m & \text{si } r_m^i = l_j \\ 0 & \forall m, 0 \leq m \leq 5 \quad r_m^i \neq l_j \end{cases}$$

En general, se llega a una unión s_i a través de una línea de entrada l_j y un camino de entrada k_e^i en $r(s_i)$. La obtención de la línea de salida se define mediante la aplicación LS_1 .

Definición 52 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de uniones, s_i una unión de D , $s_i \in J$, siendo l_e su línea de entrada, $l_e \in E$ $1 \leq e \leq n$

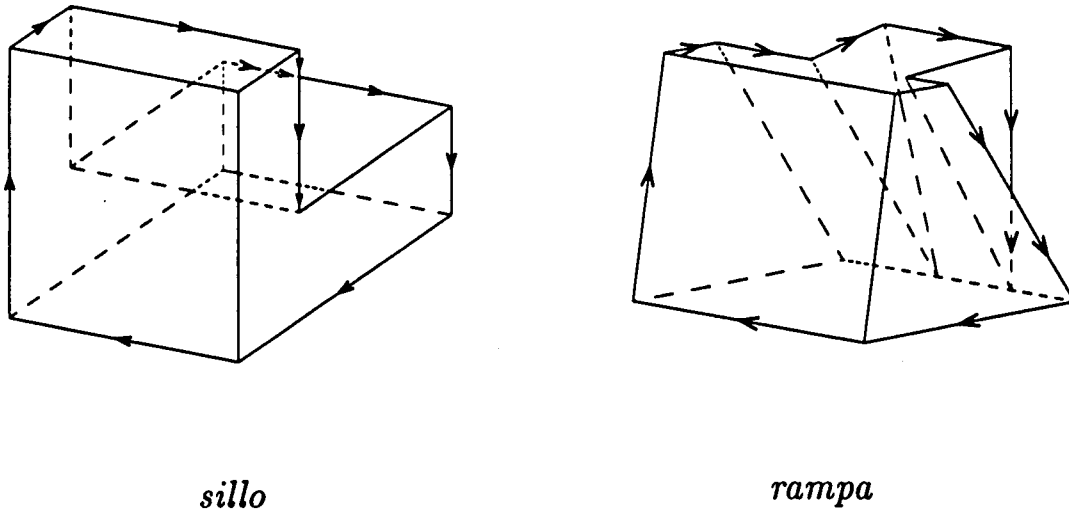


Figura 4.17: Ejemplo de detección de líneas exteriores en los dibujos *sillo* y *rampa*, etiquetados como *occluded*.

y k_e^i su camino de entrada en $r(s_i)$. Se define la aplicación LS_1 de $(E^6 \times N_6)$ a E , ($N_6 = [0, 5]$ donde $l_s = LS_1(r(s_i), k_e^i)$, $1 \leq s \leq n$ representa la línea de salida de la unión s_i de la forma siguiente

$$LS_1(r(s_i), k_e^i) = r_{k_s^i}, \quad k_s^i = (k_e^i + m) \text{ mod } 6, \quad m = \min(1 \dots 6) \text{ tq. } r_{k_s^i} \neq \emptyset$$

A su vez, la línea l_s , $l_s = (s_i, s_q)$, $s_i, s_q \in J$ se asigna como línea de entrada a s_q , obteniendo su camino de entrada k_e^q mediante la función CE, $k_e^q = CE(r(s_q), l_s)$.

De forma iterativa, se hace un recorrido de las uniones a través de las líneas de entrada y salida, que forman la secuencia de líneas exteriores. La búsqueda finaliza cuando se llega a la unión inicial s_0 a través de una línea de salida.

En la Fig. 4.17 se muestran los resultados del algoritmo sobre dos ejemplos de dibujos lineales. La asignación de etiquetas ocuidas se expande sobre las líneas colineares que confluyen en un cruce accidental en el caso en que se asigne la etiqueta en una de ellas. Esta expansión proviene del significado del cruce accidental en el ámbito de la escena.

4.1.4.4 Interpretación de dibujos lineales

Toda línea de un dibujo lineal debe tener una única etiqueta en una interpretación. La determinación de esta etiqueta se realiza mediante la puesta en correspondencia de las uniones que forman las líneas con el diccionario.

Para obtener las interpretaciones de un dibujo lineal se aplica la operación puesta en correspondencia con el diccionario a todos los pseudovértices. Esta operación no se aplica a los cruces accidentales por su significado en el ámbito de la escena. También por esta razón, toda etiqueta de una línea perteneciente a un cruce accidental se actualiza a su correspondiente colineal en el cruce.

Seguidamente se definen los conceptos utilizados para describir el proceso de interpretación.

Definición 53 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas. y $M = \{+, -, I, O\}$ y $N = \{V, I\}$, el conjunto de valores posibles de etiqueta y visibilidad asociados a una línea de D . Se define la secuencia $D_I = (F_1 \dots F_n) \in (M \times N)^n$, donde $F_i = (E_i, V_i)$, $E_i \subset M$, $V_i \subset N$ representa los valores de etiqueta (E_i) y aspecto (V_i) asociados a la línea l_i de D , ($l_i = (s_i, t_i)$, $s_i, t_i \in J$) de la siguiente forma

- $+$ $\in E_i$ si l_i tiene asignada una etiqueta conexa.
- $-$ $\in E_i$ si l_i tiene asignada una etiqueta cóncava.
- $I \in E_i$ si l_i tiene asignada una etiqueta ocluida con el sentido de la flecha de t_i a s_i .
- $O \in E_i$ si l_i tiene asignada una etiqueta ocluida con el sentido de la flecha de s_i a t_i .
- $V \in V_i$ si l_i es de aspecto continuo.
- $I \in V_i$ si l_i es de aspecto discontinuo.

Definición 54 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas y la secuencia $D_I = (F_1 \dots F_n)$ una interpretación de D ($F_i = (E_i, V_i)$,

$E_i \subset M$, $V_i \subset N$). Se define una aplicación θ de $(M \times N)^n$ a $(N_{16} \times N_4)^n$, $N_{16} = [0, 15]$, $N_4 = [0, 3]$, donde $\theta(D_I) = I$, $I = (f_1 \dots f_n)$, $f_i = (e_i, v_i)$, $e_i \in N_{16}$, $v_i \in N_4$ se denomina interpretación codificada de D , donde e_i, v_i representan los valores de etiqueta y visibilidad de la línea l_i , $l_i = (s_i, t_i)$, $s_i, t_i \in J$.

$$e_i = \sum_{k=0}^3 b_k 2^k, \text{ donde } \begin{cases} b_0 = \begin{cases} 0 \leftrightarrow + \notin E_i, 1 \leq i \leq n \\ 1 \leftrightarrow + \in E_i, 1 \leq i \leq n \end{cases} \\ b_1 = \begin{cases} 0 \leftrightarrow - \notin E_i, 1 \leq i \leq n \\ 1 \leftrightarrow - \in E_i, 1 \leq i \leq n \end{cases} \\ b_2 = \begin{cases} 0 \leftrightarrow I \notin E_i, 1 \leq i \leq n \\ 1 \leftrightarrow I \in E_i, 1 \leq i \leq n \end{cases} \\ b_3 = \begin{cases} 0 \leftrightarrow O \notin E_i, 1 \leq i \leq n \\ 1 \leftrightarrow O \in E_i \end{cases} \end{cases}$$

$$v_i = \sum_{k=0}^2 d_k 2^k, \text{ donde } \begin{cases} d_0 = \begin{cases} 0 \leftrightarrow V \notin V_i, 1 \leq i \leq n \\ 1 \leftrightarrow V \in V_i, 1 \leq i \leq n \end{cases} \\ d_1 = \begin{cases} 0 \leftrightarrow I \notin V_i, 1 \leq i \leq n \\ 1 \leftrightarrow I \in V_i, 1 \leq i \leq n \end{cases} \end{cases}$$

La capacidad de compresión de la interpretación codificada motiva la definición de etiqueta simple y compuesta y, de forma análoga, aspecto simple y compuesto.

Definición 55 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas y $I = (f_1 \dots f_n)$ su interpretación codificada, $(f_i = (e_i, v_i))$, $e_i \in P$, $v_i \in Q$, $e_i = \sum_{k=0}^3 b_k 2^k$, $v_i = \sum_{k=0}^1 d_k 2^k$. Se define e_i como etiqueta simple si se cumplen las siguientes condiciones

$$\begin{aligned} \exists j \quad & tq. b_j = 1, \quad 0 \leq j \leq 3 \\ b_m = 0 \quad & \forall m, m \neq j, \quad 0 \leq m \leq 3 \end{aligned}$$

En caso contrario, l_i se define como línea de etiqueta compuesta

Definición 56 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas y $I = (f_1 \dots f_n)$ su interpretación codificada, $(f_i = (e_i, v_i))$, $e_i \in N_{16}$, $v_i \in Q$, $e_i = \sum_{k=0}^3 b_k 2^k$, $v_i = \sum_{k=0}^1 d_k 2^k$, $1 \leq b_j, d_j \leq 1$. Se define v_i como aspecto simple si

$$\begin{aligned} \exists j \quad & tq. d_j = 1 \quad 0 \leq j \leq 1 \\ d_m = 0 \quad & \forall m, m \neq j, 0 \leq m \leq 1 \end{aligned}$$

En caso contrario, l_i se define como línea de aspecto compuesto

Los valores de etiqueta y visibilidad compuestos contienen un conjunto de valores simples que se obtienen de la siguiente forma

Definición 57 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas y la secuencia $I = (f_1 \dots f_n)$, ($f_i = (e_i, v_i)$, $e_i = \sum_{k=0}^3 b_k 2^k$, $v_i = \sum_{k=0}^1 d_k 2^k$, $0 \leq b_k, d_k \leq 1$) una interpretación codificada de D . A cada valor e_i , v_i se le asocian los conjuntos σ_e^i , $\sigma_e^i \subset \{2^\delta, 0 \leq \delta \leq 3\}$ y σ_v^i , $\sigma_v^i \subset \{2^\delta, 0 \leq \delta \leq 1\}$ respectivamente de la siguiente forma

$$\begin{cases} \emptyset \in \sigma_e^i & \leftrightarrow b_j = 0 \quad \forall j, 0 \leq j \leq 3 \\ 2^j \in \sigma_e^i & \leftrightarrow b_j = 1, \quad 0 \leq j \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \emptyset \in \sigma_v^i & \leftrightarrow d_j = 0 \quad \forall j, 0 \leq j \leq 3 \\ 2^j \in \sigma_v^i & \leftrightarrow d_j = 1, \quad 0 \leq j \leq 3 \end{cases}$$

De los conceptos de etiqueta y aspecto simple se define una interpretación codificada simple

Definición 58 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_m\}$ su conjunto de líneas y la secuencia $I = (f_1 \dots f_n)$, $f_i = (e_i, v_i)$, $e_i \in N_{16}$, $v_i \in N_4$ una interpretación codificada de D . I se define como simple si se verifican las siguientes condiciones

$$\begin{aligned} e_i &\in \{2^\delta, 0 \leq \delta \leq 3\} \\ v_i &\in \{2^\delta, 0 \leq \delta \leq 1\} \end{aligned}$$

En caso contrario se define I como compuesta.

Los conceptos de interpretación simple y compuesta motivan la definición de una transformación que permita obtener de una interpretación codificada compuesta todas sus correspondientes simples. Esta transformación se denomina expansión de interpretaciones, definida mediante la aplicación f_{exp} .

La capacidad de compresión de valores de la interpretación codificada, la cual permite definir en un valor numérico todas las posibles configuraciones de etiqueta y visibilidad de una línea motiva el planteamiento de un algoritmo de interpretación restrictivo, con lo que la puesta en correspondencia de una unión con el diccionario restringe los valores posibles de etiqueta en las líneas, en contraposición a la asignación de valores, utilizada en los algoritmos de interpretación propuestos por otros autores [Huf-71, Wal-75]. La estrategia adoptada repercute en la secuencia de recorrido de uniones del dibujo lineal utilizada en el proceso de interpretación denominada **camino de interpretación**. Esta secuencia determina el orden en que las uniones son puestas en correspondencia con el diccionario.

En los algoritmos propuestos por otros autores, se forman caminos de interpretación cuya característica es que dos uniones adyacentes que pertenecen al camino poseen una línea que las une, lo que permite propagar la actualización de etiquetas realizada en una unión a su vecina. Ello conlleva a definir caminos de interpretación donde una unión puede estar incluida más de una vez, lo que influye en el número de operaciones de puesta en correspondencia en el algoritmo de Huffmann, o en la complejidad de la búsqueda de caminos en el grafo de Waltz.

El algoritmo de interpretación restrictivo propuesto en el sistema permite definir un camino de interpretación con un menor número de elementos respecto a los anteriores, pues no se requiere la existencia de una línea común entre dos uniones adyacentes en el camino de interpretación. La inclusión de todas los pseudovértices de un dibujo lineal en el camino de interpretación, y considerando las asunciones enunciadas en el capítulo 2, implican que toda línea es contrastada dos veces en el diccionario a través de las uniones a la que pertenece, para eliminar todo el conjunto de configuraciones incompatibles con el diccionario. Este planteamiento reduce el camino de interpretación a n uniones, siendo n el número de pseudovértices del dibujo lineal. Dicho camino de interpretación no es único.

El método para obtener dicho camino se basa, al igual que el descrito para la localización de uniones y líneas exteriores, en un recorrido de uniones a través de sus líneas. Por ello, se adoptan las definiciones de *línea de entrada*, *camino de entrada*, *línea de salida* y *camino de salida* asociadas a una unión. El algoritmo se caracteriza

por dos conceptos:

- La asignación de un peso a toda línea del dibujo lineal, definida mediante la secuencia W .
- La condición para la obtención de la línea de salida a una unión, expresada mediante la función LS_2 .

Definición 59 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas. Se define una secuencia $W = (w_1 \dots w_n)$ asociada a E , donde w_i , $1 \leq i \leq n$ contabiliza el número de veces que debe ser recorrida la línea l_i mediante la inclusión de sus extremos en el camino de interpretación.

Inicialmente $w_i = 2$, $\forall i$, $1 \leq i \leq n$. Cuando se llega a una unión se decrementa en uno cada una de las líneas que inciden en ella.

El algoritmo inicia su recorrido tomando la unión s_0 , l_0 según la definición 50.

La aplicación LS_2 incluye las condiciones para la obtención de una línea de salida de toda unión a partir de una línea de entrada del algoritmo para obtener el camino de interpretación.

Definición 60 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, $l_e = (s_i, s_p)$, $s_i, s_p \in E$ una línea de entrada a s_i , a través del camino de entrada k_e^i , $0 \leq k_e^i \leq 5$ y $r(s_i) = (r_0^i \dots r_5^i)$ su representación en el reloj 13. Se define la aplicación LS_2 , de $E^6 \times N_6$ a E , ($N_6 = [0, 5]$) donde $l_s = LS_2(r(s_i), k_e^i)$, $1 \leq s \leq n$ representa la línea de salida de la unión s_i considerando el camino de entrada k_e^i , de la siguiente forma

$$LS_2(r(s_i), k_e^i) = \begin{cases} r_j^i & j = (k_e^i + m) \bmod 6, m = \min\{1 \dots 6\} \text{ tq.} \\ & \left\{ \begin{array}{l} r_j^i \neq 0, \cup \\ w_r \neq 0 \ r_j = l_r, \ 1 \leq r \leq n, \end{array} \right\} \ 0 \leq j \leq 5 \\ k_e^i & \left\{ \begin{array}{l} r_j^i = 0 \cup \\ w_r = 0 \ r_j^i = l_r, \ 1 \leq r \leq n \end{array} \right\} \ \forall j, \ 0 \leq j \leq 5 \end{cases}$$

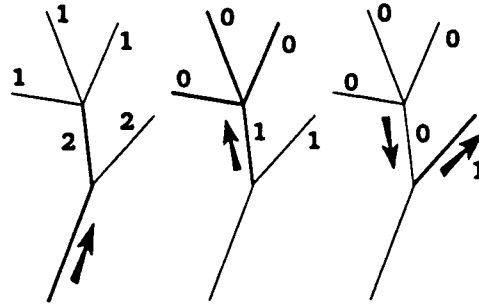


Figura 4.18: Ejemplo de retroceso en el algoritmo para obtener el camino de interpretación (Los números indican el peso de cada línea).

La línea de salida $l_s = (s_i, s_q)$, pasa a ser la línea de entrada para s_q , deduciendo mediante la función $CE(r(s_q), l_s)$ su camino de entrada k_s^q . Previamente a la búsqueda de la línea de salida se decrementa en uno el peso de todas las líneas que inciden en s_i .

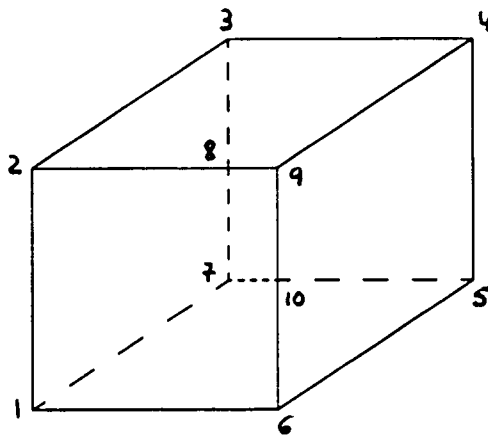
El algoritmo implementa el mecanismo de retroceso, definiendo como línea de salida de una unión la de entrada, tal como se enuncia en la función LE_2 . Un ejemplo de este mecanismo se muestra en la Fig. 4.18.

La función LE_2 realiza un recorrido de todas las líneas de una unión por profundidad prioritaria, retrocediendo a través de la línea de entrada cuando todas ellas han sido recorridas. El recorrido finaliza cuando se retrocede hasta la unión s_0 .

En la Fig. 4.19 se muestran los caminos de interpretación deducidos sobre dos ejemplos de dibujos lineales.

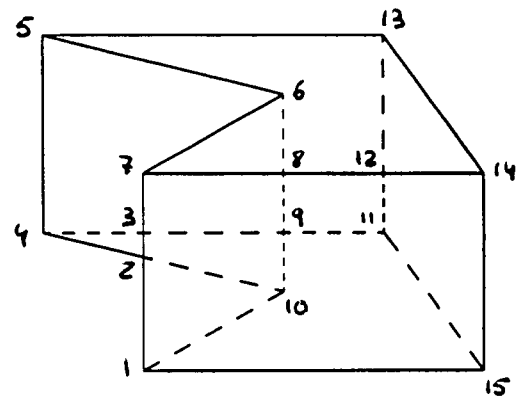
El algoritmo de interpretación adoptado se basa en el propuesto por Waltz [Wal-75], que consiste en construir un árbol que de llamará **árbol de interpretación**, donde se van analizando todas las configuraciones etiquetadas, eliminando todas las que no son compatibles con la característica de unicidad de la etiqueta sobre una línea. Dicho árbol se define de la siguiente forma:

- Todo nivel del árbol representa la puesta en correspondencia de una unión del dibujo lineal sobre el diccionario.
- Un nodo para cada forma etiquetada del diccionario resultante de la puesta



cube

Camino: 1 2 3 4 5 6 7 9



caixal

Camino: 1 7 6 5 4 11 13 14 15 10

Figura 4.19: Ejemplos de caminos de interpretación para los dibujos *cube* y *caixal* que se describen a través de la numerización de uniones del dibujo.

en correspondencia de la unión del dibujo que sea compatible las etiquetas determinadas en los niveles superiores. Todo nodo posee un **nodo padre** en el nivel superior con el que es compatible, y uno o varios **nodos hijos** en el nivel inferior, compatibles con él.

Una vez obtenido el camino, ya puede realizarse el proceso de interpretación y construir el árbol.

Como paso previo se inicializan los valores de etiqueta de las uniones del dibujo. El aspecto de las líneas es una característica significativa obtenida de la imagen y por ello no alterable, excepto en aquellas líneas discontinuos que pertenezcan a una unión en la cual todas tienen el aspecto discontinuo.

En lo concerniente a las etiquetas, únicamente las líneas exteriores están determinadas por una etiqueta simple que es la *occluded* porque delimitan la frontera entre el objeto y la imagen. Por convención, la etiqueta de este tipo de líneas será *input* o *output*, dependiendo del sentido en que se recorre la línea, que viene expresada por la posición de cada una de las dos uniones que forman las líneas en la estructura de datos proporcionada en el nivel bajo el sistema.

Toda línea interior puede, a priori, aceptar cualquiera de las cuatro etiquetas simples o una agrupación de entre ellas. Esto se representa asignando el valor 15 (F en hexadecimal) al código de etiqueta para cada línea interior.

Para todo nivel del árbol, se toma la unión correspondiente en el camino de interpretación y se codifica la unión según la numerización de las líneas y el sistema J4-V3. Esta codificación genera dos valores (w_j, w_v) para toda unión J, los cuales se ponen en correspondencia con el diccionario para obtener los códigos que pertenecen a formas etiquetadas compatibles.

Para definir el concepto de compatibilidad entre dos uniones puede afirmarse que dos códigos de uniones son compatibles si el conjunto de configuraciones etiquetadas y visibles en un código está totalmente incluido en el otro. A continuación se comenta cómo se implementa la operación de puesta en correspondencia de una unión con el diccionario.

Dada una unión J normalizada y homogeneizada, con valores numéricos w_j y w_v , éstos pueden expresarse como combinación lineal de ciertos coeficientes sobre

potencias de una base (16 para w_j y 4 para w_v). Dicho código pertenece a una clase según su forma y por ello define un intervalo de valores candidatos a ser compatibles en el diccionario. A todos ellos se les aplica la operación *jand* definida anteriormente. Todas las uniones compatibles con la unión J a nivel de código serán aquellas que garantizan la homogeneidad de la operación *jand* para ambos valores numéricos w_j y w_v . Esto significa que el resultado de la operación pertenece a la misma clase que ambos operandos. Así por ejemplo dos uniones que poseen cada una una etiqueta simple distinta en una de sus líneas, el resultado de la operación *jand* será nulo en esa línea, y por tanto dicho resultado no pertenece a la misma clase que los operandos. Todo el conjunto de configuraciones etiquetadas del diccionario compatibles a una unión, perteneciente a un nivel del árbol de interpretación, se denominan **candidatos en un nivel**.

En un nivel n del árbol, se obtienen los candidatos en el nivel n y para cada uno de ellos se actualizan las etiquetas de las líneas del dibujo obtenidas en el nivel $n - 1$ y se desciende al nivel $n + 1$. Se considera como el nivel inicial el 1.

En caso de que no existan candidatos en un nivel, significa que la suposición de un candidato realizada en el nivel precedente no es válida. Por ello, se *sube* al nivel precedente $n - 1$ y se toma otro candidato a ese nivel. Se realiza la misma acción cuando se ha finalizado de tratar todos los candidatos del nivel n .

Si se accede al máximo nivel, descrito en el camino de interpretación, ello significa que se ha podido obtener una configuración de etiquetas compatible con el diccionario para todas las líneas del dibujo. Por el sistema de codificación propuesto puede que existan líneas que posean valores múltiples de etiqueta, con lo que se procede a *expandir* todas las combinaciones posibles en etiquetas simples, que son *convexa* (valor 1), *cóncava* (valor 2), *input* (valor 4) o *output* (valor 8).

El aspecto y las etiquetas de una unión son características determinantes para encontrar los candidatos dentro del diccionario. El aspecto viene descrito en el dibujo lineal.

Existe un tipo de unión en que el aspecto de las líneas no es determinante en la puesta en correspondencia. Este tipo se caracteriza porque el aspecto de todas

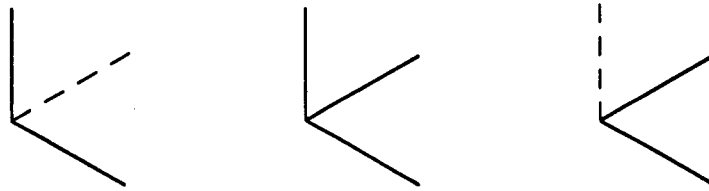


Figura 4.20: Aspectos posibles de las uniones no visibles.

sus líneas es discontinuo o no visible. Las uniones con esta característica se denominarán **uniones no visibles**. Según lo explicado en la asunción 7, no es posible conocer el aspecto real de las líneas por la existencia de una cara que las oculta todas simultáneamente. Para poder deducir todos los casos posibles en la extracción de candidatos, se puede aceptar cualquier configuración de aspecto en las líneas de la unión, quedando, en este caso, la etiqueta como característica determinante para la obtención de candidatos.

Esta suposición se realiza en el sistema de codificación asignando en el valor numérico de la visibilidad de esta unión y para todos sus líneas un valor compatible que incluya ambos aspectos (valor 3). El aspecto de las líneas de los candidatos obtenidos de esta forma, no influyen en las uniones vecinas que sean no visibles para no cambiar la descripción de estas uniones.

Se ha aplicado el proceso de interpretación sobre los ejemplos de dibujos lineales mostrados en el anexo D. Una de las primeras impresiones ha sido el gran número de interpretaciones obtenidas. El número de interpretaciones para cada ejemplo es mostrado en la Tabla 4.5 de la página 173. Esto es debido a las siguientes causas:

- **Tamaño del diccionario.** El gran número de símbolos del diccionario hace aumentar el número de candidatos en cada nivel del árbol de interpretación. Puede apreciarse una diferencia importante en el tamaño del diccionario propuesto y el de Kanade, que es el más próximo por lo que al dominio de refiere. Ambos diccionarios son mostrados en el anexo A.
- **Uniones simétricas.** La existencia de uniones con simetría multiplica el

número de candidatos en un factor igual al número de rotaciones necesarias para volver a la forma canónica (3 para las formas fork y X, y 1 para xk), en el caso en que las líneas no posean restricciones sobre las etiquetas. Dichas formas corresponden a las equivalentes mediante la transformación de homogeneización (Fig.4.8).

- **Tratamiento de las uniones no visibles.** El tratamiento aplicado a las uniones no visibles descrito anteriormente, aumenta de forma apreciable el número de candidatos, sobre todo en el caso que no existan restricciones sobre las etiquetas en todas las líneas (todas ellos tienen un valor de etiqueta igual a 15). El resultado de la puesta en correspondencia en este caso aceptaría **todas** las formas etiquetadas correspondientes a la forma de la unión testada sea l, arrow, fork, t, k, psi, etc. . .

Únicamente en las líneas exteriores se pueden fijar etiquetas simples. La determinación de este tipo de líneas es insuficiente para obtener un número de interpretaciones moderado. Ello implica la necesidad de determinar las etiquetas de más líneas del dibujo.

Todo lo comentado anteriormente ha motivado la búsqueda de características de la imagen que permitan reducir las posibles etiquetas en ciertas líneas del dibujo, y con ello poder reducir el número de interpretaciones posibles. Esta reducción equivale a formular hipótesis sobre los valores de etiqueta de las líneas fijando valores más concretos. Es por ello que se clasifican estas características que reducen el etiquetado como **hipótesis de etiquetado**.

4.1.4.5 Hipótesis de etiquetado

Mediante las hipótesis de etiquetado se intenta reducir las etiquetas posibles en ciertas líneas del dibujo, ya sea según la forma de las uniones eso basándose en ciertas características de la imagen.

En todas las hipótesis no es posible determinar una única etiqueta simple (*convexa*, *cóncava*, *input* o *output*), sino un subconjunto de ellas. A pesar de ello, se pueden

clasificar las etiquetas simples de una línea según el número de caras que inciden en ella. Con este criterio, existen dos tipos de etiquetas:

Conexa. Etiqueta que indica la existencia de dos caras sobre la línea, una en cada región que delimita la línea. Este tipo lo constituyen las etiquetas *convexa* y *cóncava*.

Occluded. Etiqueta que expresa la existencia de una sola cara en una de las regiones que delimita la línea. Este tipo lo constituyen las etiquetas *input* y *output*.

Básicamente se han formulado tres hipótesis:

1. Hipótesis X.
2. Hipótesis 1.
3. Hipótesis 2.

4.1.4.6 Hipótesis X

En los cruces accidentales, explicados en el segundo capítulo, puede determinarse la distribución de caras y con ello las etiquetas posibles. A continuación se hace un estudio de estas hipótesis sobre cada clase de cruce accidental

Uniones falsas Según la asunción 7, solo existen uniones falsas bajo la forma x.

Por la definición de unión falsa, en esta unión las líneas principales son las únicas que poseen aspecto continuo, lo que implica la incidencia de dos caras en la línea, una en cada región. Esto implica también eliminar las etiquetas *occluded* de las líneas principales, dejando sólo las *conexas*.

No es posible formular ninguna hipótesis sobre las líneas secundarias.

Cruces de cambio de visibilidad Por la definición de uniones de cambio de visibilidad, las líneas principales implican la existencia de una sola cara, situada en la región donde existen líneas secundarias discontinuas. Por ello, puede determinarse

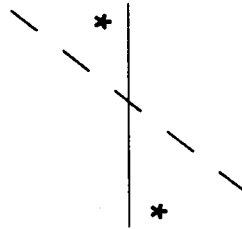


Figura 4.21: Aplicación de la hipótesis X en las líneas principales en una unión falsa (El "*" corresponde a la etiqueta conexas).

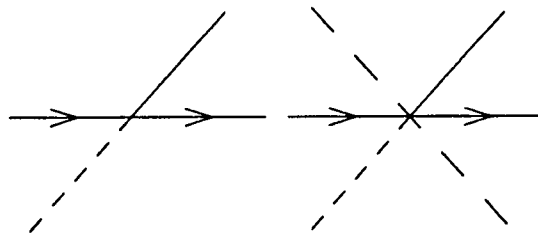


Figura 4.22: Aplicación de la hipótesis X sobre las líneas principales de una unión de cambio de visibilidad.

una etiqueta *occluded* en las líneas principales *input* en una y *output* en la otra de forma que las etiquetas muestren la existencia de la cara en la región correspondiente.

Además, en los cruces de este tipo de seis líneas, y según la asunción 7, en la única union posible, puede determinarse en las dos líneas colineales, una de aspecto continuo y la otra discontinuo, la existencia de una sola cara y por ello la eliminación de las etiquetas conexas en dichas líneas, dejando las etiquetas *occluded* al desconocer en cuál de las dos regiones se encuentra la cara.

4.1.4.7 Hipótesis 1

En el segundo capítulo se ha estudiado una clasificación de regiones existentes en un dibujo lineal. En esta clasificación, se ha definido un tipo de regiones denominadas *regiones no visibles*, que corresponden a superficies ocultadas, total o parcialmente, por otras más próximas según el punto de vista considerado en el dibujo lineal. A priori, por la información proporcionada en el dibujo, no se puede concretar si estas regiones corresponden a superficies sólidas (caras) o transparentes.

La *hipótesis 1* intenta considerar como sólidas este tipo de regiones. Esto es posible eliminando las etiquetas *occluded* de las líneas que forman parte de estas regiones dejando en ellas las etiquetas *conexas*.

Se supone la existencia de una unión exterior con una subunión formada por dos líneas continuas (que pueden ser o no exteriores) y una o varias discontinuas situadas en el interior de una de las regiones formadas por las dos continuas, como se muestra en la Fig.4.23. Sean A,B las líneas continuas y C la discontinua.

La existencia de una línea discontinua en el interior de la región formada por las dos líneas continuas denota la existencia de una cara delimitada por ambas líneas continuas. Teniendo en cuenta esto, se pueden formular las siguientes hipótesis:

- Conectar las dos regiones delimitadas por las líneas discontinuas eliminando las etiquetas *occluded* de esas líneas. En la Fig.4.23. se aplicaría esta hipótesis en la línea C.
- La existencia de una cara en la región derecha de la línea A permite eliminar una de las etiquetas *occluded*, aquella que indicaría la no existencia de cara en

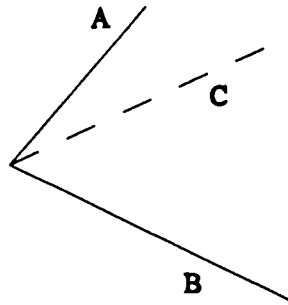


Figura 4.23: Subunión en la que es posible formular la hipótesis 1.

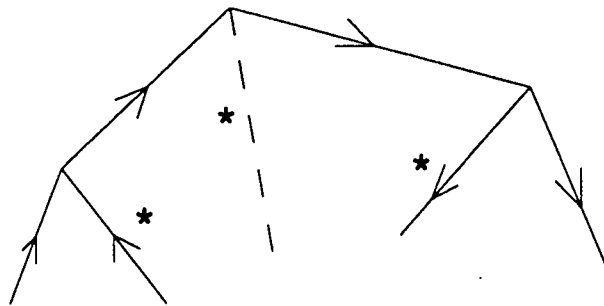


Figura 4.24: Extensión de la hipótesis 1 para varias uniones exteriores.

esa región. En la Fig.4.23 se trataría de la etiqueta *output* para la línea A.

- De forma análoga a la hipótesis anterior, la existencia de una cara en la región a la izquierda de la línea B permite eliminar la etiqueta *input* en esa línea, en el ejemplo de la Fig.4.23.

La forma de la subunión descrita en la Fig.4.23 no sólo es buscada en una misma unión, sino que se intenta buscar esta adyacencia de líneas continuas y discontinua incluso en el caso que esas líneas formes parte de diferentes uniones, con la condición de que todas ellas sean exteriores, como se muestra en la Fig.4.24 para las líneas D,E y F.

La aplicación de esta hipótesis representa una reducción considerable de etiquetas en las líneas y por ello del número de configuraciones etiquetadas posibles en una

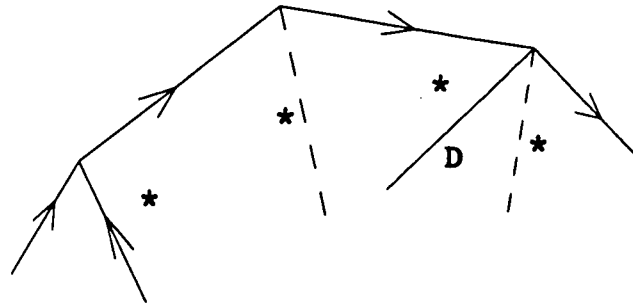


Figura 4.25: Determinación más precisa de la línea D, por la adyacencia de dos subuniones en las favorables a aplicar la hipótesis 1.

unión. Así, si se parte de una subunión como la descrita en la Fig.4.23 que en el peor caso (si A y B no son exteriores) puede tener 64 ($4 \cdot 4 \cdot 4$) formas posibles inicialmente, mediante la aplicación de la hipótesis 1, el número de formas posibles pasa a ser 18 ($3 \cdot 2 \cdot 3$) eliminando todas las demás.

Además, la existencia de subuniones adyacentes de la forma descrita en la Fig.4.25., que compartan una línea continua no exterior, y mediante la aplicación de esta hipótesis, se puede eliminar las etiquetas *occluded* de esta línea común debido a que existe una cara en cada una de las regiones. Se presenta un caso en la línea D de la Fig.4.25.

Existen excepciones en esta hipótesis. Por ejemplo, en caso de que exista una unión exterior con la forma l, la aplicación de la hipótesis 1 sobre líneas discontinuas existentes en uniones vecinas, puede eliminar configuraciones que son posibles, como en ejemplo *fulla* (línea A Fig.4.26).

4.1.4.8 Hipótesis 2

La aplicación de la hipótesis 1 sobre las líneas discontinuas incrementa el número de caras que inciden en la unión. Si la unión posee más de tres líneas, el número de superficies puede ser mayor de tres, con lo que la consideración de la hipótesis sobre las líneas discontinuas, incrementa el número de superficies sólidas pudiendo incumplir la asunción 1.

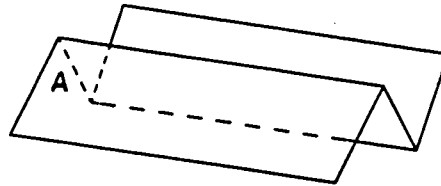


Figura 4.26: Formulación incorrecta de la hipótesis 1 sobre la línea discontinua A, producida por la adyacencia de una unión en forma de L.

Para evitar dicha posibilidad, se ha formulado una variante de esta hipótesis 1 denominada **hipótesis 2**, en la que únicamente se aplica la reducción de etiquetas en las líneas de aspecto continuo.

En la Tabla 4.5 se muestra el número de interpretaciones sobre los dibujos de ejemplo, con o sin formulación de hipótesis.

Cabe resaltar que por el sistema de codificación propuesto pueden formularse otros tipos de hipótesis de etiquetado como los mostrados anteriormente.

Pueden extraerse las siguientes conclusiones a la vista de los resultados obtenidos mediante la aplicación de las hipótesis anteriores.

En primer lugar, la *hipótesis 1* aplicada a escenas poliedricas, y más concretamente en objetos triédricos permite considerar como sólidas las superficies ocultas, las cuales son origen de ambigüedades para decidir si son sólidas o transparentes. Además la expansión de las hipótesis realizadas en las uniones exteriores permite definir etiquetas simples en todas las líneas de ciertas uniones interiores, como la unión no visible (todas las líneas discontinuas no visibles) en el ejemplo del dibujo lineal *cut*.

La existencia de la *hipótesis 2* se justifica en el ejemplo de dibujo *rampb*, donde la

	Sin Hip.	Hip. X	Hip.X + Hip.1	Hip.X + Hip.2
<i>caixal</i>	204	120	2	
<i>caixal_o</i>	283	121	2	
<i>caixb</i>	15360	220	10	
<i>caixc</i>	4080	100	0	0
<i>fulla</i>	6	6	4	
<i>rampa</i>	6108	900	4	624
<i>rampb</i>	2252	40	0	624
<i>sillo</i>	1428	106	4	

Tabla 4.5: Número de interpretaciones con o sin hipótesis de etiquetado.

hipótesis 1 ha sido muy restrictiva y por ello no se han obtenido interpretaciones.

La formulación de hipótesis de etiquetado, y concretamente las propuestas anteriormente, son un intento de aplicar un conocimiento más global de la imagen como objeto tridimensional sobre el etiquetado en contraposición al conocimiento estrictamente local del proceso de etiquetado de uniones.

4.2 Extracción de regiones y pseudocaras

Las regiones y en especial las pseudocaras son entidades que influyen en la descripción cualitativa del objeto correspondiente al dibujo lineal.

Ambas entidades se describen mediante las secuencias de líneas y uniones que las delimitan. El método para extraerlas de un dibujo lineal se basa en un recorrido de líneas y uniones, de forma parecida a la obtención de líneas exteriores y el camino de interpretación, cambiando las condiciones de líneas de salida, enunciadas mediante la función *LS* y los criterios de asignación de del peso w asociado a cada línea.

4.2.1 Extracción de regiones

La definición de las regiones de un dibujo lineal influye en las técnicas de validación de pseudocaras, así como en la reconstrucción tridimensional del objeto [Sug-82a].

Se pueden clasificar las regiones del dibujo lineal en dos tipos:

Exterior. Corresponde al fondo de la escena y engloba el dibujo lineal.

Interiores. Situadas en el interior de la envolvente formada por las líneas exteriores.

El método propuesto en esta sección realiza la extracción de las regiones interiores del dibujo lineal.

Según esto, toda línea l_i pertenece a 2 regiones, situadas a derecha e izquierda de la línea según su sentido $l_i = (s, t)$, $s, t \in J$, excepto en las líneas interiores, en las cuales sólo incide una región interior.

Definición 61 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, $E_o, E_i \subset E$ los conjuntos de líneas exteriores e interiores respectivamente. Se define una secuencia $W = (w_1 \dots w_n)$ asociada a E , donde w_i contabiliza el número de regiones interiores que inciden en l_i , $l_i \subset E$, de la siguiente forma

$$w_i = \begin{cases} 1 & \text{si } l_i \in E_o \quad 1 \leq i \leq n \\ 2 & \text{si } l_i \in E_i \quad 1 \leq i \leq n \end{cases}$$

El algoritmo busca secuencias ordenadas y cerradas de uniones y líneas, de forma que la primera unión de la secuencia sea igual que la última. Toda línea l_i del dibujo lineal perteneciente a dos regiones, el sentido de recorrido en ambas es diferente. Teniendo en cuenta esta característica, la extracción de una región se inicia en la búsqueda de una línea inicial l_o cuyo sentido de recorrido no haya sido analizado, definiendo con ello como unión inicial s_o la unión final del sentido escogido. Además, l_o se define como línea de entrada a s_o con un camino de entrada k_e^o . A partir de esta información, se obtiene la línea de salida mediante la función LE_3 .

Definición 62 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, $l_e = (s_i, s_j)$, $s_i, s_j \in E$ una línea de entrada a s_i a través del camino de entrada k_e^i , ($0 \leq k_e^i \leq 5$), $r(s_i) = (r_0^i \dots r_5^i)$ su representación en I_3 . Se define la aplicación lS_3 de $(E^6 \times E) \rightarrow E$, donde $l_s = lS_3(r(s_i), k_e^i)$ representa la línea de salida de la unión correspondiente a la unión s_i y al camino de entrada k_e^i , de la siguiente forma

$$LS_3(r(s_i), k_e^i) = r_p^i, p = (k_e^i - m) \bmod 6, m = \min[1 \dots 6],$$

$$tq. \begin{cases} r_p^i \neq 0 \cap \\ w_s \neq 0 \text{ si } r_p^i = l_s, l_s \in E, \end{cases}$$

La obtención de la línea de salida se realiza mediante una búsqueda en sentido contrario a las agujas del reloj en la representación $r(s_i)$. Al igual que en los anteriores métodos de recorrido, l_s se define como línea de entrada a s_p , $l_s = (s_i, s_p)$, calculando su camino de entrada k_e^p mediante la función CE.

Se localiza una región cuando existe una unión s_p que coincide con la unión inicial formándose la secuencia de uniones y líneas de recorrido una región. Para cada línea perteneciente a una región se decrementa en uno su peso w_i , controlando en sentido de recorrido para cada línea de la región.

Se finaliza la extracción de regiones cuando el peso de todas las líneas del dibujo lineal es nulo, impidiendo la definición de l_o y s_o para un nuevo recorrido.

4.2.2 Extracción de pseudocaras

Para la extracción de pseudocaras se han estudiado dos estrategias:

- Asociación de regiones.
- Recorrido de uniones y líneas.

La primera estrategia consiste en definir criterios de agrupación de regiones para formar pseudocaras. Se han estudiado criterios de asociatividad de regiones por conectividad con cruces accidentales y con líneas de aspecto discontinuo. Se ha abandonado su estudio por la poca fiabilidad de los criterios.

La estrategia adoptada es la de recorrido de uniones y líneas, consistente en un decaído por profundidad, localizando de forma sistemática las pseudocaras correspondientes a las superficies más próximas al punto de vista del dibujo lineal a las más lejanas.

Los criterios de extracción se basan en la interpretación codificada previa al proceso de interpretación y resultante de aplicar las hipótesis de etiquetado y la eliminación

de valores de etiqueta incompatibles. Esta interpretación influye en la asignación del peso w_i a cada línea que contabiliza el número de pseudocaras que inciden en ella.

En el proceso de asignación de peso a cada línea se tienen en cuenta las siguientes definiciones y propiedades.

Definición 63 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de caras. A toda línea l_i , $l_i \in E$ $l_i = (s_i, s_j)$, $s_i, s_j \in J$ se le asocia una secuencia ordenada y cíclica de líneas inferiores y superiores, denotadas $LD_i = (l_1^d \dots l_p^d)$ y $LU_i = (l_1^u \dots l_q^u)$ ($LD_i, LU_i \subset E$) respectivamente tal que $\widehat{l_i, l_k^d} < \widehat{(l_i, l_{k+1}^d)}$ y $\widehat{l_i, l_k^u} < \widehat{(l_i, l_{k+1}^u)}$ y donde

- $\widehat{l_i, l_j}$ denota el ángulo formado por las líneas l_i, l_j .

- $l_k^d = \begin{cases} l_k^d & \text{si } l_k^d = (s_i, s_r) \\ (l_k^d)^T & \text{si } l_k^d = (s_r, s_i) \end{cases}$

- $l_k^u = \begin{cases} l_k^u & \text{si } l_k^u = (s_j, s_r) \\ (l_k^u)^T & \text{si } l_k^u = (s_r, s_j) \end{cases}$

Los conjuntos LD_i, LU_i se definen la siguiente forma.

$$LD_i = \{l_k \mid l_k = (s', t') \text{ tq. } \begin{cases} s' = s \cup \\ t' = s \end{cases} \forall k, k \neq i, 1 \leq k \leq n\}$$

$$LU_i = \{l_k \mid l_k = (s', t') \text{ tq. } \begin{cases} s' = t \cup \\ t' = t \end{cases} \forall k, k \neq i, 1 \leq k \leq n\}$$

En la Fig. 4.27 se muestra un ejemplo de la definición de estos conjuntos.

Toda pseudocara que incide en la línea l_i contiene un elemento de la secuencia LD_i y otro de LU_i . De esta consideración se deduce la siguiente proposición.

Proposición 1 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, $l_i, l_i = (s, t)$ una línea del dibujo, con las secuencias LD_i y LU_i de líneas inferiores y superiores de l_i . Una línea $l_k \in LD_i$ (o LU_i) pertenece a una única pseudocara p_m , $l_i \in p_m$, en la cual existe una única $l_p \in p_m$ tq. $l_p \in LU_i$ (o LD_i).

La existencia de dos pseudocaras p_m, p'_m tq. $l_i, l_k \in p_m$, $l_i, l_k \in p'_m$ donde $l_k \in LD_i$ (o LU_i), implican el solapamiento de las dos superficies correspondientes a

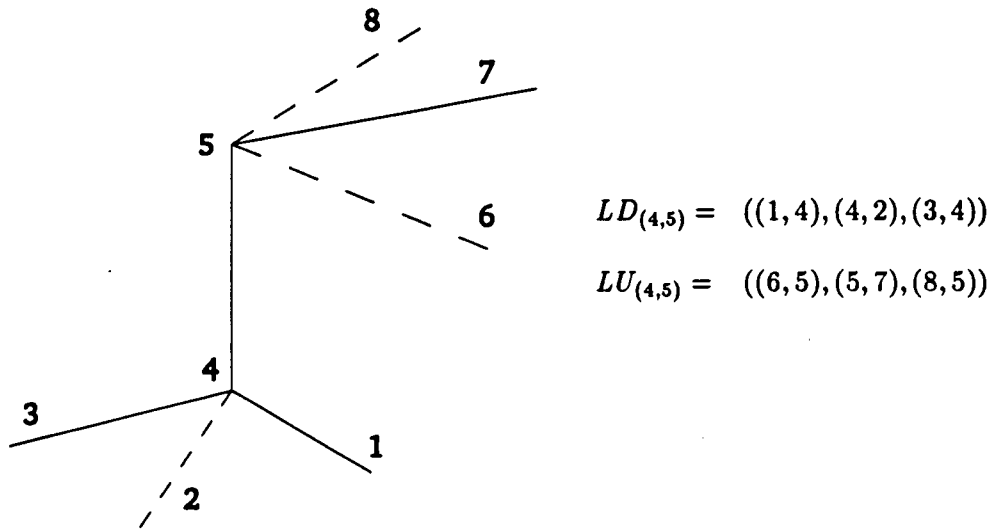


Figura 4.27: Definición de los conjuntos LD_i , LU_i en el dibujo de ejemplo.

las pseudocaras en el vértice s (o t), lo que es contrario a la asunción 5 del sistema concerniente a la posición general de la proyección correspondiente al dibujo lineal.

De la proposición anterior se deduce que el número máximo de pseudocaras que inciden en una línea l_i de un dibujo lineal equivale al mínimo de los cardinales de los conjuntos LD_i y LU_i , denotados como $\#LD_i$ y $\#LU_i$ respectivamente.

La asignación del peso asociado a cada línea del dibujo, correspondiente al número de pseudocaras que inciden en la línea se realiza teniendo en cuenta la proposición anterior y la interpretación codificada previa al proceso de interpretación.

Definición 64 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas. Sea l_i ; $l_i = (s, t)$, $s, t \in J$ una línea de D y $l_i^T = (t, s)$ su traspuesto, $LD_i = (l_1^d \dots l_p^d)$ y $LU_i = (l_1^u \dots l_q^u)$, $l_k^d, l_r^u \in E$, y σ_e^i , σ_v^i los conjuntos de etiquetas y aspecto simple asociados a las componentes e_i , v_i de la interpretación codificada I $\sigma_e^i \subset \{2^\delta, 0 \leq \delta \leq 3\}$, $\sigma_v^i \subset \{2^\delta, 0 \leq \delta \leq 1\}$. Se define la secuencia $W = (w_1 \dots w_n)$ de pesos asociada a E , donde w_i contabiliza el número de pseudocaras que incluyen la línea l_i de la siguiente forma

$$w_i = \begin{cases} \min(\#LD_i, \#LU_i) & \text{si } \begin{cases} 1 \in \sigma_e^i \cup \\ 2 \in \sigma_e^i \end{cases} \\ \min(\#LD_{i,\alpha} + \lambda_1, \#LU_{i,\alpha} + \lambda_2) & \text{si } \begin{cases} \{4\} = \sigma_e^i, \\ LD_{i,\alpha} \subset LD_i, LU_{i,\alpha} \subset LU_i \end{cases} \\ \min(\#LD_{i,\beta} + \lambda_3, \#LU_{i,\beta} + \lambda_4) & \text{si } \begin{cases} \{8\} = \sigma_e^i, \\ LD_{i,\beta} \subset LD_i, LU_{i,\beta} \subset LU_i \end{cases} \end{cases}$$

$$LD_{i,\alpha} = \{l_k \in LD_i / \widehat{l_k, l_i^T} \leq \pi, l_k = \begin{cases} (s, u) \text{ si } \sigma_e^k = \{I\}, u \in J \\ (u, s) \text{ si } \sigma_e^k = \{O\}, u \in J \end{cases}\}$$

$$LU_{i,\alpha} = \{l_k \in LU_i / \widehat{l_k, l_i^T} \leq \pi, l_k = \begin{cases} (u, t) \text{ si } \sigma_e^k = \{I\}, u \in J \\ (t, u) \text{ si } \sigma_e^k = \{O\}, u \in J \end{cases}\}$$

$$\lambda_1 = \begin{cases} 0 \text{ si } \begin{cases} \exists l_k, l_k \in LD_{i,\alpha} \text{ tq. } \sigma_v^k \cup \\ \sigma_v^i = \{2\} \end{cases} \\ \#D_1, D_1 = \begin{cases} l_k^d / l_j = l_k^d, w \leq k \leq r, \\ w = \min(1 \dots p) \text{ tq. } \widehat{l_i, l_j} > \pi \\ w = \min(w \dots p) \text{ tq. } \begin{cases} \sigma_v^g = \{2\} \text{ tq. } l_g = l_k^d, \\ \forall k, w \leq k \leq q-1 \\ \sigma_v^g = \{1\} \text{ tq. } l_g = l_q^d \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

$$\lambda_2 = \begin{cases} 0 \text{ si } \begin{cases} \exists l_k, l_k \in LU_{i,\alpha} \text{ tq. } \sigma_v^k \cup \\ \sigma_v^i = \{2\} \end{cases} \\ \#D_2, D_2 = \begin{cases} l_k^u / l_j = l_k^u, w \leq k \leq r, \\ w = \min(1 \dots p) \text{ tq. } \widehat{l_i^T, l_j} > \pi \\ w = \min(w \dots p) \text{ tq. } \begin{cases} \sigma_v^g = \{2\} \text{ tq. } l_g = l_k^d, \\ \forall k, w \leq k \leq q-1 \\ \sigma_v^g = \{1\} \text{ tq. } l_g = l_q^d \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
LD_{i,\beta} &= \{l_k \in LD_i / \widehat{l_k, l_i^T} \leq \pi, l_k = \begin{cases} (s, u)si\sigma_e^k = \{O\}, u \in J \\ (u, s)si\sigma_e^k = \{I\}, u \in J \end{cases} \\
LU_{i,\beta} &= \{l_k \in LU_i / \widehat{l_k, l_i^T} \leq \pi, l_k = \begin{cases} (u, t)si\sigma_e^k = \{O\}, u \in J \\ (t, u)si\sigma_e^k = \{I\}, u \in J \end{cases} \\
\lambda_3 &= \left\{ \begin{array}{l} 0 \text{ si } \left\{ \begin{array}{l} \exists l_k, l_k \in LD_{i,\beta} \text{ tq. } \sigma_v^k \cup \\ \sigma_v^i = \{2\} \end{array} \right. \\ \#D_3, D_3 = \left\{ \begin{array}{l} l_k^d / l_j = l_k^d, w \leq k \leq r, \\ w = \min(1 \dots p) \text{ tq. } \widehat{l_i, l_j} > \pi \\ w = \min(w \dots p) \text{ tq. } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_v^g = \{2\} \text{ tq. } l_g = l_k^d, \\ \forall k, w \leq k \leq q-1 \\ \sigma_v^g = \{1\} \text{ tq. } l_g = l_q^d \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right\} \\
\lambda_4 &= \left\{ \begin{array}{l} 0 \text{ si } \left\{ \begin{array}{l} \exists l_k, l_k \in LU_{i,\beta} \text{ tq. } \sigma_v^k \cup \\ \sigma_v^i = \{2\} \end{array} \right. \\ \#D_4, D_4 = \left\{ \begin{array}{l} l_k^u / l_j = l_k^u, w \leq k \leq r, \\ w = \min(1 \dots p) \text{ tq. } \widehat{l_i^T, l_j} > \pi \\ w = \min(w \dots p) \text{ tq. } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_v^g = \{2\} \text{ tq. } l_g = l_k^d, \\ \forall k, w \leq k \leq q-1 \\ \sigma_v^g = \{1\} \text{ tq. } l_g = l_q^d \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right\}
\end{aligned}$$

En las Figs. 4.28 y 4.29 se muestran ejemplos de la definición de las secuencias LD_α , LD_β , LU_α , y LU_β .

El criterio de asignación de un peso w_i a una línea se basa en el significado de los valores de etiqueta contenidos en la interpretación. Una línea l_i etiquetada como conexas implica la existencia de pseudocaras en ambas regiones definidas por la línea. Por ello, pueden existir pseudocaras procedentes de cualquiera de sus líneas inferiores o superiores, con lo que se asigna como valor de su peso w_i el máximo valor posible. Para toda línea cuyo valor de etiqueta contenga los dos valores de etiqueta conexas ($e_i = 1, 2$) se aplica este criterio para definir el valor w_i .

En el caso de una línea con etiqueta ocluida I ($e_i = 4$), por el significado de la etiqueta, se formula como hipótesis la existencia de pseudocaras en una de las regiones de la línea, con lo que las líneas que forman estas pseudocaras están situadas en la región correspondiente. Estas líneas poseen como característica que el ángulo

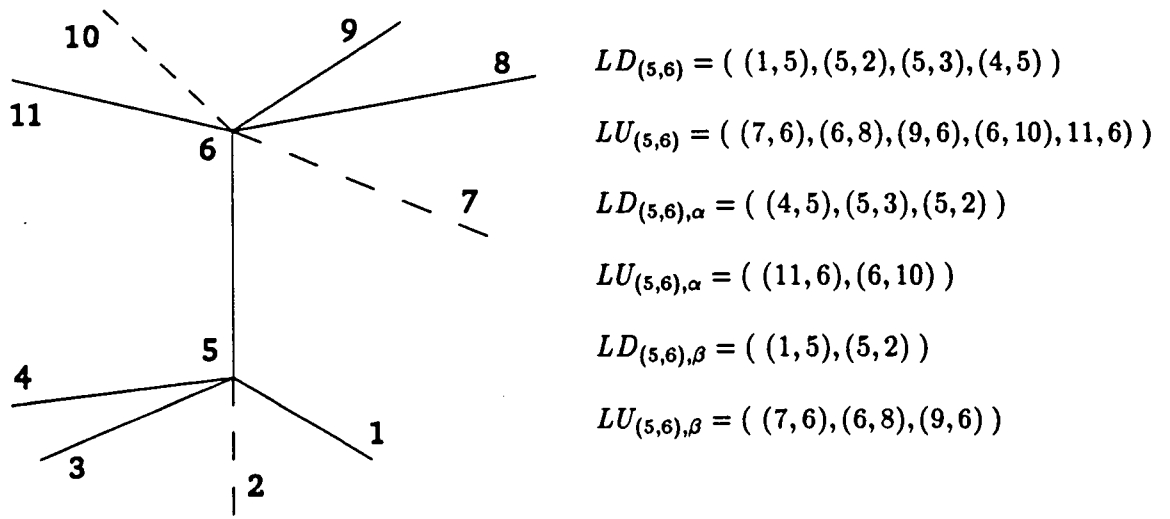


Figura 4.28: Representación de las secuencias LD_α , LD_β , LU_α , y LU_β , en el ejemplo con $\lambda_i = 0$.

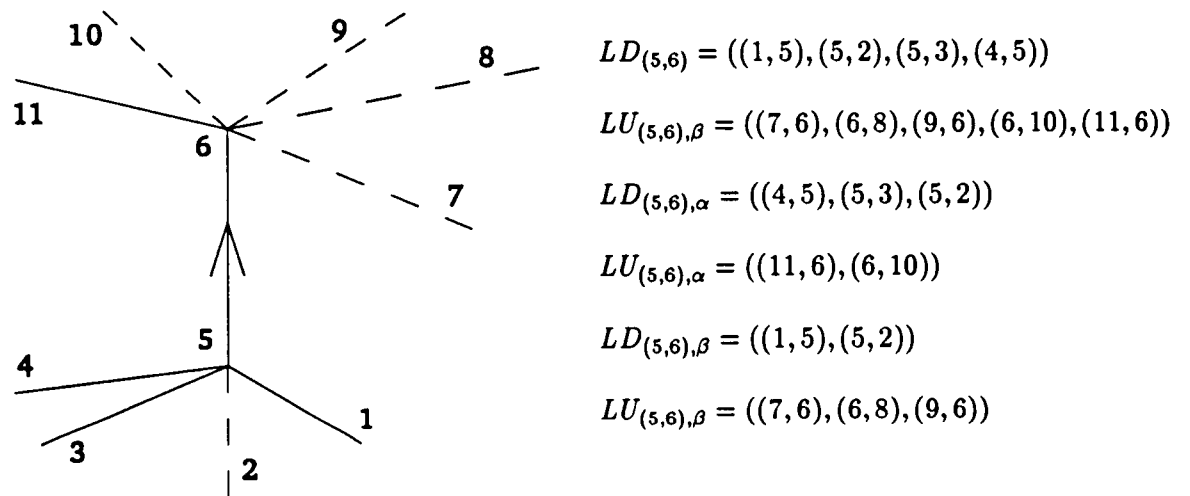


Figura 4.29: Representación de las secuencias LD_α , LD_β , LU_α , y LU_β en el ejemplo con $\lambda_2 \neq 0$.

que forman con l_i es menos que π , según el sentido de recorrido de l_i . La existencia de una pseudocara sobre la región opuesta, con una línea formando un ángulo $> \pi$, invalidaría el significado de la etiqueta ocluida I. De forma análoga ocurre con la etiqueta ocluida O. Por ello, se definen los conjuntos LD_α , LU_α , LD_β , LU_β que dividen las líneas de los conjuntos LD_i y LU_i según la región donde están situados respecto l_i .

Existe un caso concreto, mostrado en la Fig. 4.29, donde el conjunto de líneas superiores a la línea (5,6) situadas en una de las regiones tienen todas ellas aspecto discontinuo. En este caso, se amplía el número de pseudocaras que pueden incidir en l_i hasta encontrar la primera línea de aspecto continuo buscando en sentido favorable a las agujas del reloj. Esta línea de aspecto continuo forma parte de la primera pseudocara que se extraiga donde esté incluida l_i . Este criterio permite, además identificar un dibujo como incorrecto según el aspecto de sus líneas en el caso de no encontrar esta línea de aspecto continuo, pues la pseudocara extraída en l_i no tendría continuación en una de las líneas superiores.

Este último criterio también es aplicable sobre líneas discontinuas etiquetadas como ocluidas, solo en el caso de que no exista una única línea de aspecto continuo en el conjunto de líneas superiores o inferiores, pues en tal caso, como se ha comentado anteriormente, correspondería a una incorrección por el aspecto de las líneas del dibujo lineal. Esta incorrección es mostrada en la Fig. 4.30a).

En la asignación del peso a una línea l_i también influyen los valores de las etiquetas de sus líneas inferiores o superiores, en el caso en que l_i tenga una etiqueta simple ocluida, de forma que son consideradas como candidatas a formar una pseudocara las líneas inferiores o superiores con etiqueta ocluida compatible con la de l_i en cuanto al sentido de la flecha, de forma que ambos valores definan la existencia de la pseudocara en la misma región.

En el caso de etiquetas conexas, el etiquetado de las líneas inferiores y superiores no afecta en el peso, al existir pseudocaras en ambas regiones de la línea.

Para valores compuestos, en la asignación del peso predominan los valores de etiqueta conexas para calcular el máximo número de pseudocaras posible. Una observación interesante es que tanto en la asignación de peso como en la extracción no se

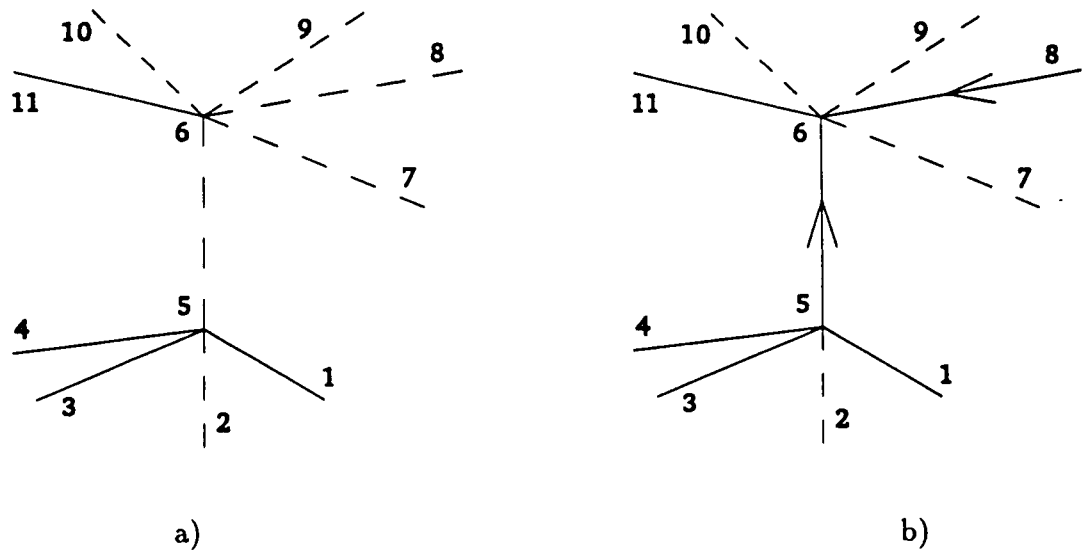


Figura 4.30: a) Dibujo incorrecto al no tener la línea superior visible continuidad en su aspecto. b) Etiqueta de la línea (6,8) incompatible con la de (5,6) para la formación de una pseudocara que incluya a ambas.

tiene en cuenta la asunción 1, pues en dicho proceso no se deduce la opacidad de estas pseudocaras, tarea que se realiza posteriormente, con lo cual el valor de w_i puede ser superior a 3.

El proceso de extracción de pseudocaras consiste en localizar de forma iterativa y por niveles, secuencias ordenadas y cerradas, de tal forma que la primera unión sea igual a la última. En cada nivel (n) se realizan dos tareas:

- Localización de pseudocaras visibles.
- Actualización del aspecto de las líneas discontinuas según las pseudocaras extraídas en el paso anterior.

4.2.2.1 Localización de pseudocaras visibles

En esta tarea se extraen todas las secuencias de uniones y vértices posibles en el nivel n , correspondientes a pseudocaras visibles desde el punto de vista del dibujo lineal.

Se tiene en cuenta el criterio definido en la extracción de regiones, según el cual toda línea perteneciente a dos pseudocaras extraídas en un mismo nivel deben haber sido recorridas en diferente sentido.

En el nivel n se localiza l_o como línea inicial y un sentido de la línea aún no recorrido en dicho nivel, tomando según este sentido una unión s_o del dibujo, definiendo l_o como línea de entrada a s_o , cuyo camino se obtiene mediante la función CE ($k_e^o = CE(r(s_o), l_o)$).

En la función LS_4 se enuncian las condiciones para localizar la línea de salida de una unión perteneciente al recorrido de extracción de pseudocaras.

Definición 65 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, $P = \{p_1 \dots p_m\}$ el conjunto de pseudocaras extraídas en el nivel n , $l_e = (s_i, s_p)$ una línea de entrada a s_i ; a través del camino de entrada k_e^i , $r(s_i) = (r_0^i \dots r_5^i)$ su representación en $I\mathcal{B}$, σ_e^i, σ_v^i los conjuntos de etiquetas asociados a los componentes e_i, v_i ($e_i \in H, v_i \in Q$) de la interpretación codificada i , ($\sigma_e^i \in \{2^\delta, 0 \leq \delta \leq 3\}$, $\sigma_v^i \in \{2^\delta, 0 \leq \delta \leq 1\}$, $s_1 \dots s_q$) una secuencia de uniones de D . Se define la aplicación LS_4 de $(E^6 \times \times J)$ a E , donde $l_s = LS_4(r(s_i), k_e^i, (s_1 \dots s_m))$ representa la línea de salida de la unión s_i considerando el camino de entrada k_e^i , perteneciendo la secuencia $(s_1 \dots s_q)$ a la secuencia parcial de uniones perteneciente a una pseudocara, de la siguiente forma

$$l_s = \begin{cases} r_j^i & j = (k_e^i - t) \bmod 6, t = \min(1 \dots 6) \text{ tq.} \\ \left\{ \begin{array}{l} r_j^i \neq 0 \cap \\ v_g = 1 \text{ si } l_g = r_j^i \cap \\ \left\{ \begin{array}{l} \sigma_e^g = \{I\} \text{ si } l_g = (s_i, u), l_g = r_j^i, u \in J \cup \\ \sigma_v^g = \{O\} \text{ si } l_g = (u, s_i), l_g = r_j^i, u \in J \end{array} \right\} \cap \\ \exists p_f \in P \text{ tq. } l_g \in p_f, l_g = r_j^i \\ s_p \neq s_r \forall r, 1 \leq r \leq m, l_g = r_j^i, l_g = (s_i, s_p), s_p \in J \end{array} \right. \\ r_i^i & t = (k_e^i + \frac{j}{2}) \bmod 6 \text{ si } s_i \in J_2 \\ j = \#\{l_i / s_i \in l_j \text{ } l_j \in E\} \text{ tq. } v_g = 1, l_g = r_i^i \\ r_b^i & b = k_e^i \text{ si no se verifican las condiciones} \end{cases}$$

En caso de no poder obtener una línea de salida con las condiciones especificadas

en LS_4 , se invalida la secuencia de uniones y líneas obtenidas hasta ese momento, invalidándolas para extraer una pseudocara en el nivel N .

Obtenida una secuencia de uniones y líneas que forman una pseudocara se invalidan los sentidos de recorrido de las líneas en el nivel N . Además se decrementa en uno el peso w_i asociado a cada línea que conforma una pseudocara completa.

Las condiciones para obtener una línea de salida, consideradas en la función LS_4 son las siguientes:

- Línea de aspecto continuo ($v_j = 1$).
- Etiqueta ocluida de la línea debe poseer un sentido compatible con la etiqueta de la línea de entrada.
- El sentido de recorrido de la línea no esté incluido en otra pseudocara extraída previamente en el nivel N .
- Que las uniones de la línea no formen bucles en el recorrido, distintos de la unión inicial s_o .

Por la definición de pseudocaras, a la llegada en una unión de tipo cruce accidental se continua el recorrido a través de su correspondiente colineal, siempre y cuando el aspecto de dicha línea sea continuo.

Como resultado en el nivel N , se obtiene un conjunto de secuencias de uniones y líneas, que constituyen las diferentes pseudocaras visibles extraídas en este nivel, lo que significa que toda unión perteneciente a una de las secuencias, sea pseudopvértice o cruce accidental, es visible desde el punto de vista definido en el dibujo lineal. Estas uniones conforman el conjunto de uniones visibles en el nivel N .

Definición 66 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, s_i una unión de D , y $P_N = \{p_0 \dots p_m\}$, ($p_j = (l_1^* \dots l_{q_j}^*, l_k \in E^*,)$) el conjunto de pseudocaras extraídas en el nivel N . Se define s_i como unión visible en el nivel \bar{n} si cumple la condición

$$\exists p_j, \text{ tq. } s_i \in l_k^*, l_k^* \in p_j, p_j \in P_N$$

Por ello, se define el conjunto UV_N como el conjunto de uniones visibles del nivel N . La unión de este conjunto, con los pertenecientes a los niveles inferiores conforman el conjunto de uniones visibles del dibujo lineal.

Definición 67 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, y los conjuntos $UV_1 \dots UV_N$ de uniones visibles en cada nivel. Se define el conjunto de uniones visibles del dibujo lineal en el nivel N , UV_N^D de la siguiente forma

$$UV_N^D = \bigcup_{i=1}^N UV_i$$

A todo nivel n de extracción de pseudocaras le corresponde una secuencia de pesos $W^N = (w_1^N \dots w_n^N)$, resultante de actualizar la secuencia W^{N-1} considerando las pseudocaras extraídas en el nivel N . Inicialmente, $W^0 = W$, siendo la secuencia W de pesos inicial descrita en la definición 64.

Definición 68 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, N un nivel de extracción de pseudocaras y $P_N = \{p_0 \dots p_m\}$, ($p_j = (l_1^* \dots l_{q_j}^*)$), el conjunto de pseudocaras extraído en el nivel N . Para todo N , se asocia una secuencia $W^N = (w_1^N \dots w_n^N)$ como vector de peso de N , donde w_i^N contabiliza el número de pseudocaras a las que pertenece l_i en el nivel N de la siguiente forma

$$w_i^N = \begin{cases} w_i & \text{si } N = 0 \\ w_i^{N-1} - (\#\{p_j / l_i \in p_j, p_j \in P_N\}) & \text{si } N \neq 0 \end{cases}$$

Los conceptos de unión visible y peso asociados a un nivel de extracción de pseudocaras son utilizados en la actualización del aspecto de las líneas discontinuas.

4.2.2.2 Actualización del aspecto de las líneas discontinuas

Este proceso consiste en cambiar el aspecto de ciertas líneas de aspecto discontinuo teniendo en cuenta la eliminación de las pseudocaras obtenidas en el nivel N . Para ello, se considera la asunción 7, sobre el grado de visibilidad de las uniones del dibujo lineal.

El método consiste en el análisis de las secuencias de uniones y líneas que forman las pseudocaras obtenidas en el nivel N .

Se definen dos etapas en el proceso de actualización:

- Actualización del aspecto sobre las líneas conectadas a las uniones pertenecientes a las pseudocaras.
- Expansión del aspecto a través de las líneas conectadas a las uniones pertenecientes a las pseudocaras.

Actualización del aspecto Para cada unión s_i perteneciente a una pseudocara del dibujo lineal $D = (J, E, u, v)$ obtenida en el nivel N , son conocidas sus correspondientes líneas de entrada y de salida ($l_e, l_s \in E$), así como sus caminos de entrada y de salida ($k_e^i, k_s^i \in N_6$, $N_6 = [0, 5]$). Toda unión s_i pertenece a uno de los siguientes tipos: Pseudovértice, cruce accidental falso y cruce accidental de cambio de visibilidad. En cada caso se realizan distintas actualizaciones, estudiadas a continuación:

$s_i \in J_1$ La unión s_i es un pseudovértice. Según la asunción 7, el grado de visibilidad de los pseudovértices debe ser como máximo 1. Del aspecto continuo de las líneas de entrada y salida a s_i se deduce que el nivel de visibilidad de las líneas de aspecto discontinuo que inciden en s_i debe ser 1. Por ello, la eliminación de la pseudocara formada por las líneas l_e y l_s , implica la modificación del aspecto de todas las líneas interiores a l_e y l_s , según el sentido de recorrido de la pseudocara. Esta actualización se describe mediante la transformación T_1 .

Definición 69 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, s_i una unión de D , $s_i \in J_1$, l_e, l_s sus líneas de entrada y salida, k_e^i, k_s^i sus caminos de entrada y salida, todos ellos pertenecientes a una pseudocara, $r(s_i) = (r_0^i \dots r_5^i)$ su representación en $I\mathcal{B}$, I, I' dos interpretaciones codificadas de D ($I = (f_1 \dots f_n)$ $I' = f'_1 \dots f'_n$, $f_i = (e_i, v_i)$, $f'_i = (e'_i, v'_i)$, $e_i, e'_i \in N_6$, $v_i, v'_i \in N_4$). Se define la aplicación T_1 de $(N_{16} \times N_4)^n \times E^6 \times N_6 \times N_6$ a $(N_{16} \times N_4)^n \times J$ donde $(I', J_A) = T_1(I, r(s_i), k_e^i, k_s^i)$, ($J_A \subset J$), representa la actualización de aspecto de la siguiente forma

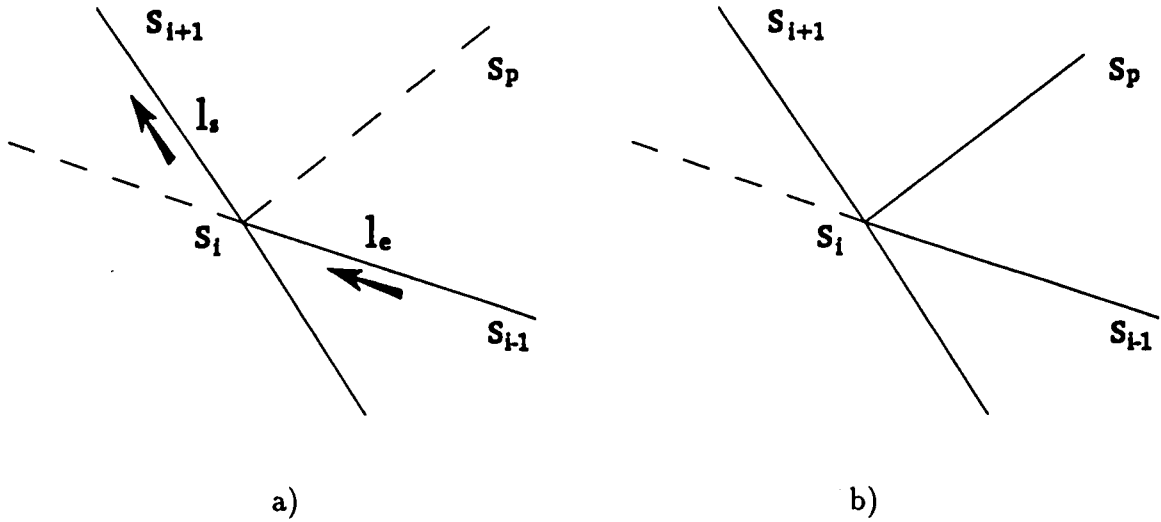


Figura 4.31: a) Ejemplo de la actualización del aspecto de líneas discontinuas en pseudovértices.

$$e'_i = e_j \quad \forall j, \quad 1 \leq j \leq n$$

$$v'_j = \begin{cases} v_j & \text{si } \forall w, w \notin [k_e^i, k_s^i], w = (k_e^i - \lambda) \bmod 6, \\ & 1 \leq \lambda \leq (k_s^i - k_e^i) \bmod 6, r_w^i = l_j \\ 2 & \text{si } \forall w w \in [k_e^i, k_s^i] w = (k_e^i - \lambda) \bmod 6, \\ & 1 \leq \lambda \leq (k_s^i - k_e^i) \bmod 6, r_w^i = l_j \cap v_j \neq 1 \end{cases}$$

$$s_p \in J_A \quad \text{si } \forall w w \in [k_e^i, k_s^i] w = (k_e^i - \lambda) \bmod 6, 1 \leq \lambda \leq (k_s^i - k_e^i) \bmod 6, \\ r_w^i = l_j \cap v_j \neq 1, \cup ((l_j = (s_i, s_p) \cup l_j = (s_p, s_i)), s_p \in J$$

Se define el conjunto J_A como el conjunto de uniones auxiliares asociado al nivel N de extracción de caras.

En la Fig. 4.30 se muestra un ejemplo de la actualización definida en T_1 , donde $J_A = \{s_p\}$.

$s_i \in J_{21}$ La unión s_i es un cruce falso. Según la estrategia en que se recorren las líneas en la formación de pseudocaras, l_e, l_s asociados a s_i corresponden a las

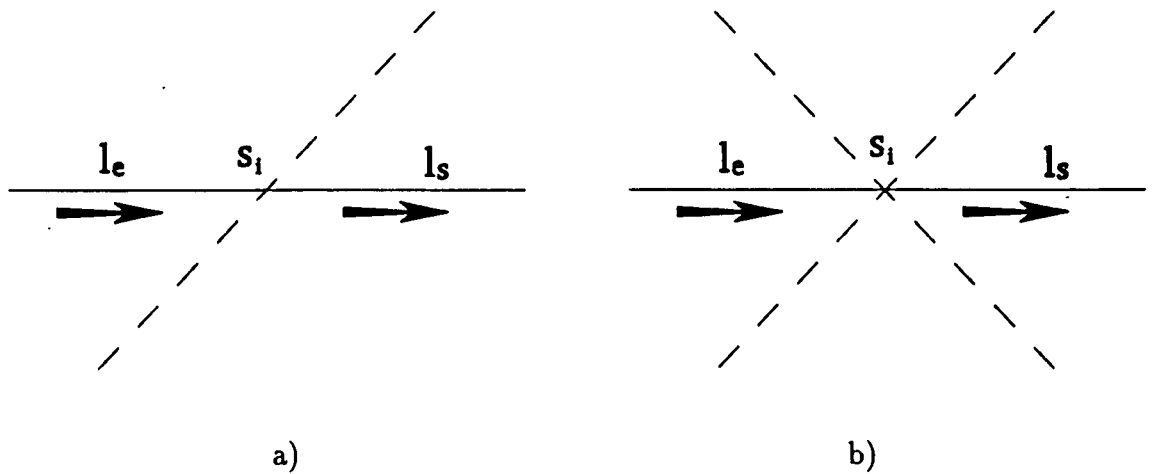


Figura 4.32: a) Ejemplos de recorrido de pseudocaras en cruces accidentales falsos, en cuyo tipo de uniones no es posible modificar el aspecto de las líneas secundarias.

líneas principales del cruce accidental. La asunción 7 admite que los cruces posean un grado de visibilidad mayor que uno. Por ello, no es posible modificar el aspecto de las líneas secundarias del cruce. En la Fig. 4.31 se muestran algunos ejemplos.

$s_i \in J_{22}$ La unión s_i es un cruce accidental de cambio de visibilidad. Al igual que en el cruce anterior, l_e, l_s corresponden a las líneas principales del cruce. En este caso, debe comprobarse el valor del peso asociado a las líneas principales (w_e^N o w_s^N , pues ambos deben ser iguales). En caso de ser nulo, significa que no ya existe ninguna pseudocara en las líneas principales que justifique la discontinuidad de la línea secundaria, si la unión es de la forma x . En las uniones bajo la forma xk , no es posible modificar el aspecto en las dos líneas discontinuas simultáneamente, pues ello es contrario a la asunción 5 concerniente al solapamiento de entidades. Por ello, se verifica cual de los extremos de las dos líneas secundarias pertenece al conjunto UV_N^D , modificando el aspecto de la línea que posea el extremo opuesto en dicho conjunto, pues ello significa que dicha línea se encuentra más cercana al punto de vista. Este análisis se describe en la transformación T_2 . Si el valor del peso w_i^N es no nulo, supone la existencia de una pseudocara sobre las líneas principales, no modificando

por ello el aspecto de las líneas secundarias discontinuas.

Definición 70 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, s_i una unión de D , $s_i \in J_{21}$, cuyo índice de cruce es k , l_e, l_s sus líneas de entrada y salida, k_e^i, k_s^i sus caminos de entrada y salida, todos ellos pertenecientes a una pseudocara extraída en el nivel N , $r(s_i) = (r_0^i \dots r_6^i)$ su representación en $I\mathcal{B}$, I, I' dos interpretaciones codificadas de D , ($I = (f_1 \dots f_n)$, $I' = (f'_1 \dots f'_n)$ $f_i = (e_i, v_i)$, $f'_i = (e'_i, v'_i)$ $e_i, e'_i \in N_{16}$, $v_i, v'_i \in N_4$), w_e^N, w_s^N los pesos asociados al nivel N de las líneas l_e, l_s , J_A el conjunto de uniones auxiliares, $J_A \subset J$ y UV_N^D el conjunto de uniones visibles del dibujo lineal en el nivel de extracción N . Se define la aplicación T_2 de $(N_{16} \times N_4)^n \times E^6 \times N_6 \times N_6$ a $(N_{16} \times N_4)^n \times J$ ($N_6 = [0, 5]$,) donde $(I', J_A) = T_2(I, r(s_i), k_e^i, k_s^i)$ representa la actualización del aspecto de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
e'_i &= e_j \quad \forall j, \quad 1 \leq j \leq n \\
v_j &= \left\{ \begin{array}{l} \text{si } w_e^N \neq 0 \quad \forall j \quad 1 \leq j \leq n \\ \text{si } \forall w \quad w \notin [k_e^i, k_s^i] \quad w = (k_e^i - \lambda) \pmod{6}, \\ \quad 1 \leq \lambda \leq (k_s^i - k_e^i) \pmod{6}, \\ r_w^i = l_j \cap w_e^i \neq 0 \end{array} \right. \\
v'_j &= \left\{ \begin{array}{l} \text{si } \forall w \quad w \in [k_e^i, k_s^i] \quad w = (k_e^i - \lambda) \pmod{6}, \\ \quad 1 \leq \lambda \leq (k_s^i - k_e^i) \pmod{6}, \\ \quad (r_w^i = l_j) \cap (k = 2) \cap (w_e^N = 0) \\ 2 \left\{ \text{si } \forall w \quad w \in [k_e^i, k_s^i] \quad w = (k_e^i - \lambda) \pmod{6}, \right. \\ \quad 1 \leq \lambda \leq (k_s^i - k_e^i) \pmod{6}, \\ \quad (r_w^i = l_j) \cap (k = 3) \cap (w_e^N = 0) \cap (s_p \in UV_N^D) \cap (w_e^N = 0), \\ \quad \left. (l_j = (s_i, s_p) \cup l_j = (s_p, s_i)), \quad s_p \in J \right. \end{array} \right. \\
J_A &= \left\{ \begin{array}{l} \emptyset \quad \text{si } w_e^N = 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} s_p / \forall w \quad w \in [k_e^i, k_s^i] \quad w = (k_e^i - \lambda) \pmod{6}, \\ \quad 1 \leq \lambda \leq (k_s^i - k_e^i) \pmod{6}, \\ \quad (r_w^i = l_j) \cap (k = 2) \cap (w_e^N = 0) \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} s_p / \forall w \quad w \in [k_e^i, k_s^i] \quad w = (k_e^i - \lambda) \pmod{6}, \\ \quad 1 \leq \lambda \leq (k_s^i - k_e^i) \pmod{6}, \\ \quad (r_w^i = l_j) \cap (k = 3) \cap (w_e^N = 0) \cap (s_p \in UV_N^D) \cap (w_e^N = 0), \\ \quad (l_j = (s_i, s_p) \cup l_j = (s_p, s_i)), \quad s_p \in J \end{array} \right\} \end{array} \right.
\end{aligned}$$

En la Fig. 4.32 se muestran algunos ejemplos del tratamiento definido mediante la aplicación T_2 . En el dibujo resultante se eliminan las líneas cuyo peso sea nulo.

La actualización del aspecto en estas líneas discontinuas motiva la **expansión** de esta modificación del aspecto a través de dichas líneas. El resultado de las transformaciones T_1, T_2 genera un conjunto de uniones J_A , denominadas como **uniones auxiliares**, a través de las cuales se expandirá la actualización del aspecto.

Una vez se han actualizado las líneas discontinuas según el recorrido de las pseudocaras obtenidas en el nivel N , se pasa a la expansión del aspecto, mediante el análisis de las uniones auxiliares.

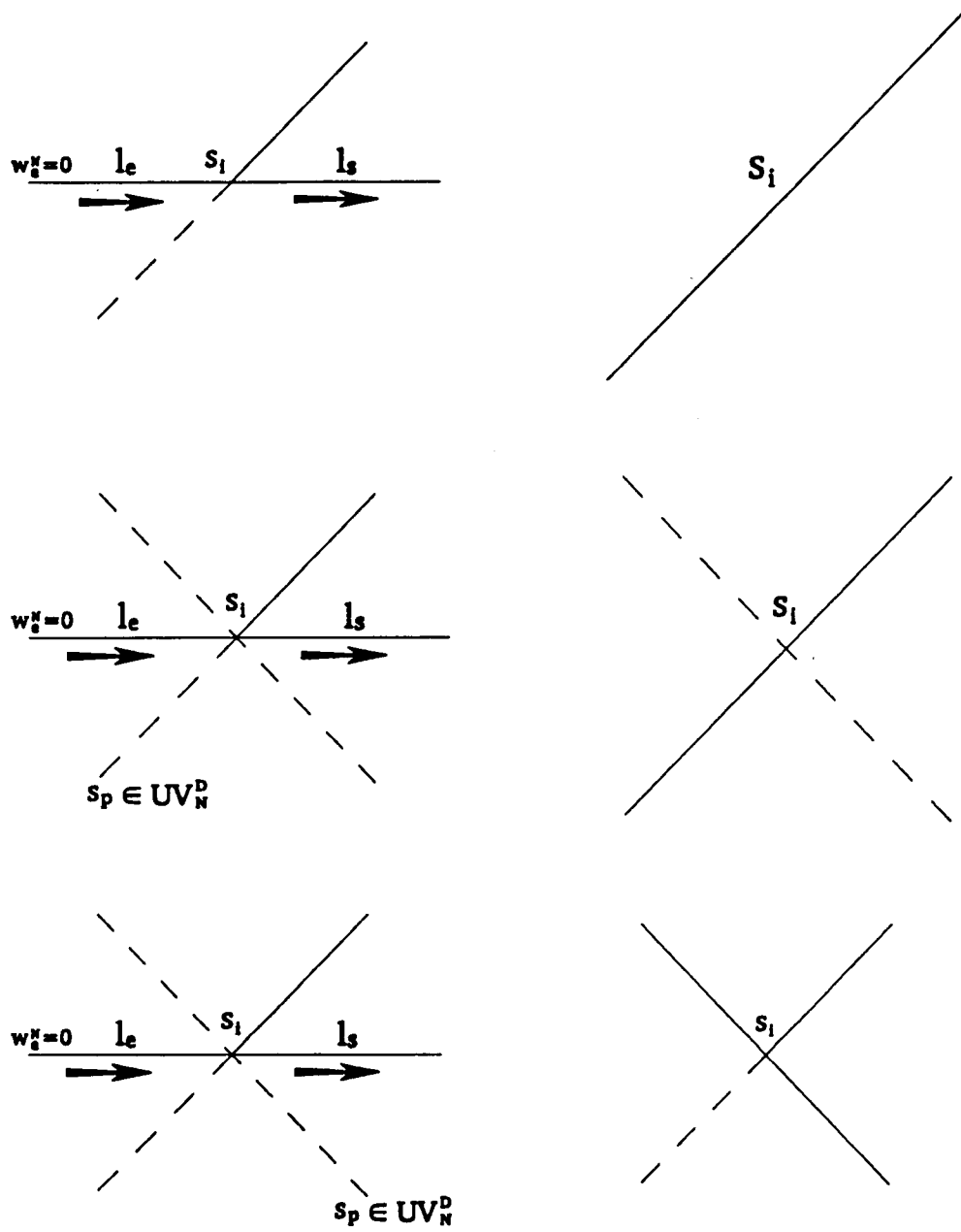


Figura 4.33: Ejemplos de actualización de líneas discontinuas en cruces accidentales de cambio de visibilidad, con $w_c^N = 0$.

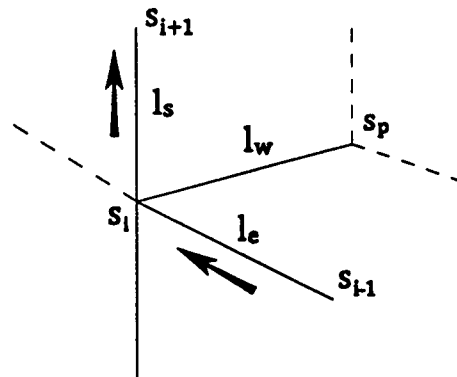


Figura 4.34: Ejemplo en que la unión auxiliar s_p es un pseudovértice, no extendiendo el aspecto continuo en sus líneas.

Expansión del aspecto Sea una unión auxiliar s_p , correspondiente a la actualización del aspecto de la línea l_w $l_w = (s_i, s_p)$, se identifica l_w como línea de entrada a s_p , cuyo camino de entrada se define mediante la función CE ($k_e^p = CE(r(s_p), l_w)$).

La expansión de aspecto se realiza de forma iterativa mientras se modifique el aspecto de las líneas discontinuas, lo que conlleva la definición de una unión auxiliar más, a través de la cual se expande el aspecto.

Al igual que en la actualización de aspecto, la unión auxiliar s_p puede pertenecer a uno de los tres tipos de uniones enunciados anteriormente, más un tipo adicional consistente en que se trate de un cruce accidental no visible. En cada uno de los casos se adoptan distintas estrategias, enunciadas a continuación.

$s_i \in J_1$ En este caso, se detiene la expansión, al no tener suficiente información sobre el aspecto real de las líneas. En la Fig. 4.4 se muestra un ejemplo de este supuesto.

$s_i \in J_{21}$ La línea l_w corresponde a una línea secundaria de un cruce accidental. Para verificar la posibilidad de expansión del aspecto, se analiza el peso asociado a las líneas principales de la unión s_p . En el caso de que este valor sea nulo, implica la desaparición de la pseudocara que justificaba el aspecto discontinuo de las líneas

secundarias, extendiendo, en este caso el aspecto a la correspondiente colineal a l_w , si la unión tiene la forma x . Para las uniones bajo la forma xk , implica la redefinición de l_w y si correspondiente colineal como líneas principales del cruce adoptando la forma x , al desaparecer las líneas principales de peso nulo.

Si el peso de las líneas principales es no nulo, implica la redefinición del cruce falso como de cambio de visibilidad al no poder expansionar el aspecto.

Este tratamiento se enuncia mediante la aplicación T_3 .

Definición 71 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, s_p una unión de D , $s_p \in J_{21}$, cuyo índice de cruce es k , l_w su línea de entrada ($l_w = (s_i, s_p)$) y $k_e^p = CE(r(s_p), l_w)$ su camino de entrada pertenecientes a la actualización de aspecto de l_w en el nivel N , $r(s_i) = (r_0^i \dots r_5^i)$ su representación en $I\mathcal{B}$, I, I' dos interpretaciones codificadas de D , ($I = (f_1 \dots f_n)$, $I' = (f'_1 \dots f'_n)$) $f_i = (e_i, v_i)$ $f'_i = (e'_i, v'_i)$ $e_i, e'_i \in N_{16}$ $v_i, v'_i \in N_4$, w_m^N el peso asociado a las líneas principales de s_p , J_A el conjunto de uniones auxiliares, ($J_A \subset J$). Se define la aplicación T_3 de $(N_{16} \times N_4)^n \times E^6 \times N_6 \times J \times J \times N_6$ a $(N_{16} \times N_4)^n \times J \times J \times N_6$, ($N_6 = [0, 5]$) donde $(I', J_A, J'_{21}, J'_{22}, k') = T_3(I, r(s_p), k_e^p, J_{21}, J_{22}, k)$ representa la expansión de aspecto según la actualización realizada en l_w , de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
e'_j &= e_j \quad \forall j, \quad 1 \leq j \leq n \\
v'_j &= \begin{cases} v_j & \left\{ \begin{array}{l} \text{si } w_m^N \neq 0 \quad \forall j \quad 1 \leq j \leq n \\ \text{si } r_w^p \neq l_j \cap w_m^N = 0, \quad w = (k_e^p + 3) \bmod 6, \quad \forall j \quad 1 \leq j \leq n \end{array} \right. \\ 2 & \left\{ \begin{array}{l} \text{si } r_w^p = l_j \cap k = 2 \cap w_m^N = 0 \\ \quad w = (k_e^p + 3) \bmod 6, \quad 1 \leq j \leq n \\ \text{si } r_w^p = l_j \cap k = 3 \cap w_m^N = 0 \\ \quad w = (k_e^p + 3) \bmod 6, \quad 1 \leq j \leq n \end{array} \right. \end{cases} \\
J_A &= \left\{ \begin{array}{l} \emptyset \quad \text{si } w_m^N = 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} s_q / r_w^p = l_j \cap k = 2 \cap w_m^N = 0 \cap \\ \quad w = (k_e^p + 3) \bmod 6, \quad (l_j = (s_p, s_q) \cup l_j = (s_q, s_p)) \quad s_q \in J \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} s_q / r_w^p = l_j \cap k = 3 \cap w_m^N = 0 \cap \\ \quad w = (k_e^p + 3) \bmod 6, \quad (l_j = (s_p, s_q) \cup l_j = (s_q, s_p)) \quad s_q \in J \end{array} \right\} \end{array} \right\} \\
J'_{21} &= \begin{cases} J_{21} - \{s_p\} & \left\{ \begin{array}{l} \text{si } w_m^N \neq 0 \\ \text{si } r_w^p = l_j \cap k = 3 \cap w_m = 0 \\ \quad w = (k_e^p + 3) \bmod 6, \quad 1 \leq j \leq n \end{array} \right. \\ J_{21} & \text{si no se cumple la anterior condicion} \end{cases} \\
J'_{22} &= \begin{cases} J_{22} \cup \{s_p\} & \left\{ \begin{array}{l} \text{si } w_m^N \neq 0 \\ \text{si } r_w^p = l_j \cap k = 3 \cap w_m = 0 \\ \quad w = (k_e^p + 3) \bmod 6, \quad 1 \leq j \leq n \end{array} \right. \\ J_{22} & \text{si no se cumple la anterior condicion} \end{cases} \\
k' &= \begin{cases} 2 & \text{si } r_w^p = l_j \cap k = 3 \cap w_m = 0 \\ & \quad w = (k_e^p + 3) \bmod 6, \quad 1 \leq j \leq n \\ k & \text{si no se cumple la anterior condicion} \end{cases}
\end{aligned}$$

En la Fig. 4.35 se muestran ejemplos de expansión de aspecto para este tipo de cruces.

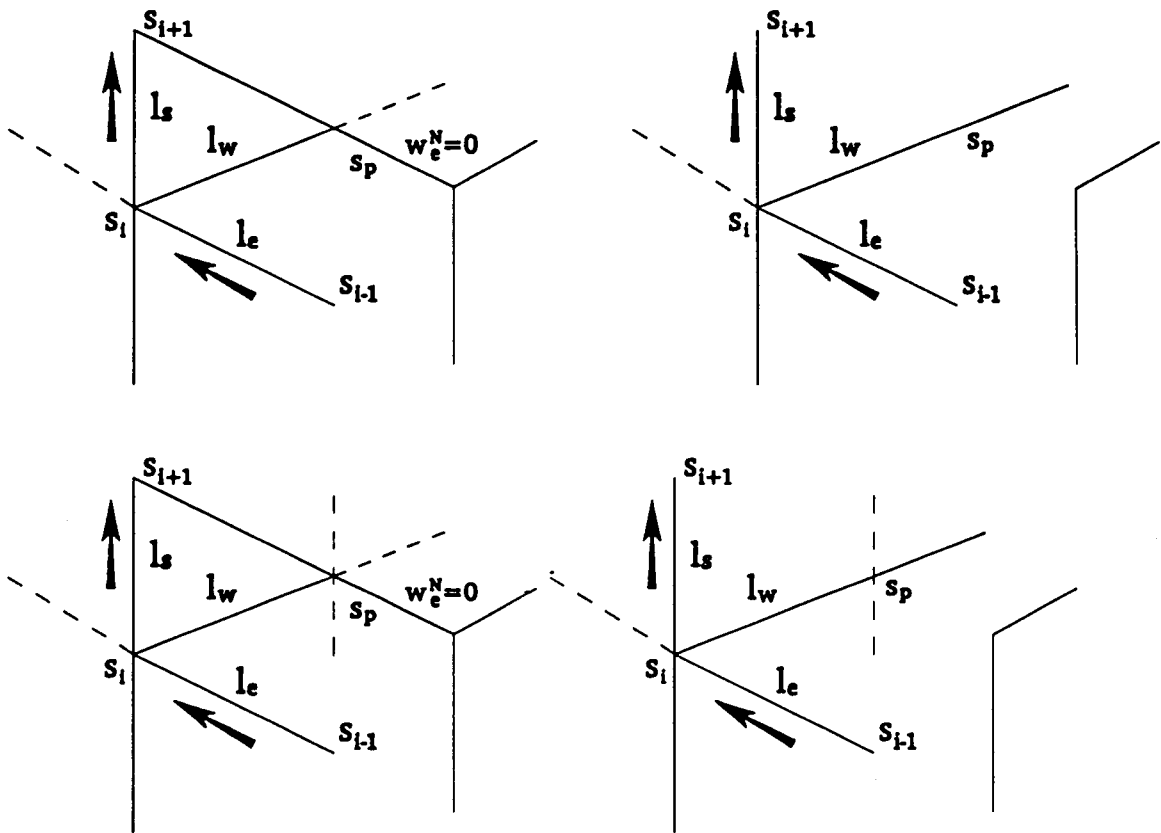


Figura 4.35: Ejemplos de expansión de aspecto a partir de la actualización de aspecto de l_w en cruces accidentales falsos.

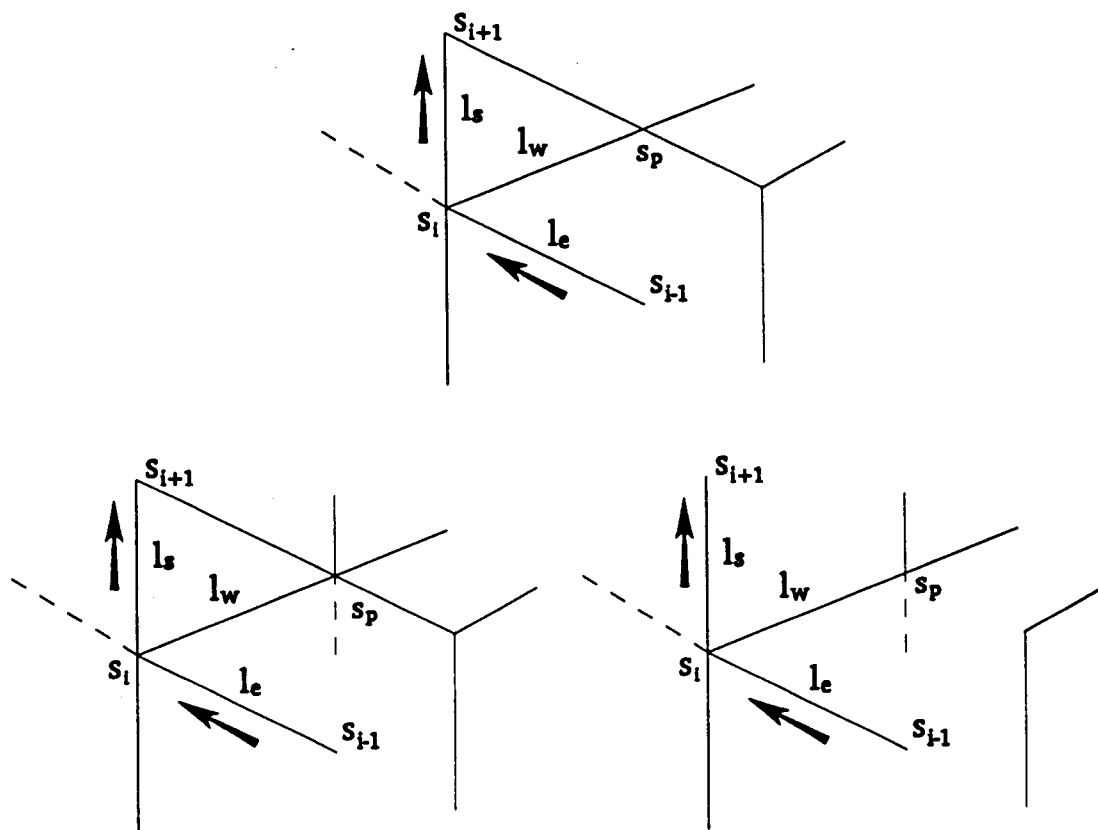


Figura 4.36: Ejemplos del tratamiento de expansión de aspecto a partir de la actualización de aspecto de l_w en cruces accidentales de cambio de visibilidad.

$s_i \in J_{22}$ Al igual que en los cruces accidentales falsos, l_w corresponde a una línea secundaria del cruce cuyo aspecto era discontinuo. En este caso, la correspondiente colineal a l_w ya posee aspecto continuo, con lo que no existe expansión de aspecto. En uniones bajo la forma ask supone la redefinición del cruce bajo la forma x al desaparecer las líneas principales de la forma ask. En la Fig. 4.36, se muestran algunos ejemplos de este supuesto.

$s_i \in J_{21} \cup J_{22}$ Por el aspecto de sus líneas no es posible discernir a cual de los dos conjuntos pertenece. El análisis de este tipo de uniones es posterior al tratamiento de las demás uniones, para actualizar el máximo posible el aspecto de las líneas que

incidan en uniones de este tipo. Para poder verificar si es posible realizar la expansión de aspecto se analiza la unión opuesta de la línea colineal a l_w (s_p). Si esta unión pertenece al conjunto de uniones visibles del dibujo lineal en el nivel N (UV_N^D ,) significa que la unión es visible desde el punto de vista del dibujo lineal en este nivel, modificando el aspecto de la colineal a l_w , identificando, además, la unión resultante como cruce accidental falso. Esta expansión se enuncia mediante la aplicación T_4 .

Definición 72 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, s_p una unión de D , $s_p \in (J_{21} \cup J_{22})$, cuyo índice de cruce es k , l_w su línea de entrada ($l_w = (s_i, s_p)$) y $k_e^p = CE(r(s_p), l_w)$ su camino de entrada pertenecientes a la actualización de aspecto de l_w en el nivel N , $r(s_i) = (r_0^i \dots r_5^i)$ su representación en $I\mathcal{B}$, I, I' dos interpretaciones codificadas de D , ($I = (f_1 \dots f_n)$, $I' = (f'_1 \dots f'_n)$) $f_i = (e_i, v_i)$ $f'_i = (e'_i, v'_i)$ $e_i, e'_i \in N_{16}$ $v_i, v'_i \in N_4$, J_A el conjunto de uniones auxiliares, ($J_A \subset J$). Se define la aplicación T_4 de $(N_{16} \times N_4)^n \times E^6 \times N_6 \times J \times J$ a $(N_{16} \times N_4)^n \times J \times J$, ($N_6 = [0, 5]$) donde $(I', J_A, J'_{21}, J'_{22}) = T_4(I, r(s_p), k_e^p, J_{21}, J_{22})$ representa la expansión de aspecto según la actualización realizada en l_w , de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
e'_i &= e_j \quad \forall j, \quad 1 \leq j \leq n \\
v'_j &= \begin{cases} v_j & \left\{ \begin{array}{l} \text{si } r_w^p \neq 0 \quad w = (k_e^p + 3) \bmod 6 \quad \forall j \quad 1 \leq j \leq n \\ \text{si } r_w^p \neq l_j \cap s_q \notin UV_N^D \\ \quad \quad \quad w = (k_e^p + 3) \bmod 6, \quad (l_j = (s_p, s_q) \cup l_j = (s_q, s_p)), \quad s_q \in J \end{array} \right. \\ 2 & \left\{ \begin{array}{l} \text{si } r_w^p = l_j \cap s_q \in UV_N^D \\ \quad \quad \quad w = (k_e^p + 3) \bmod 6, \quad (l_j = (s_p, s_q) \cup l_j = (s_q, s_p)), \quad s_q \in J \end{array} \right. \end{cases} \\
J_A &= \left\{ \begin{array}{l} \emptyset \quad \text{si } w_m^N = 0 \\ s_q / \quad \left\{ \begin{array}{l} r_w^p = l_j \cap s_q \in UV_N^D \\ \quad \quad \quad w = (k_e^p + 3) \bmod 6, \quad (l_j = (s_p, s_q) \cup l_j = (s_q, s_p)) \end{array} \right. \end{array} \right\} \\
J'_{21} &= \begin{cases} J_{21} \cup s_p & \left\{ \begin{array}{l} \text{si } r_w^p = l_j \cap s_q \in UV_N^D \\ \quad \quad \quad w = (k_e^p + 3) \bmod 6, \quad (l_j = (s_p, s_q) \cup l_j = (s_q, s_p)) \end{array} \right. \\ J_{21} & \text{si no se cumple la condición} \end{cases} \\
J'_{22} &= \begin{cases} J_{22} - s_p & \left\{ \begin{array}{l} \text{si } r_w^p = l_j \cap s_q \in UV_N^D \\ \quad \quad \quad w = (k_e^p + 3) \bmod 6, \quad (l_j = (s_p, s_q) \cup l_j = (s_q, s_p)) \end{array} \right. \\ J_{22} & \text{si no se cumple la anterior condición} \end{cases}
\end{aligned}$$

En la Fig. 4.37 se muestra un ejemplo de la expansión descrita en la aplicación T_4 .

La expansión de aspecto se realiza hasta que no existe ninguna unión auxiliar en el conjunto J_A pendiente de analizar.

La extracción y actualización por niveles finaliza cuando no es posible extraer ninguna pseudocara. Como resultado se obtienen las secuencias de uniones y líneas que forman las pseudocaras del dibujo lineal. Como ejemplo, en la Fig. 4.38 se muestran los dibujos resultantes de los distintos niveles de extracción, eliminando las líneas de peso nulo.

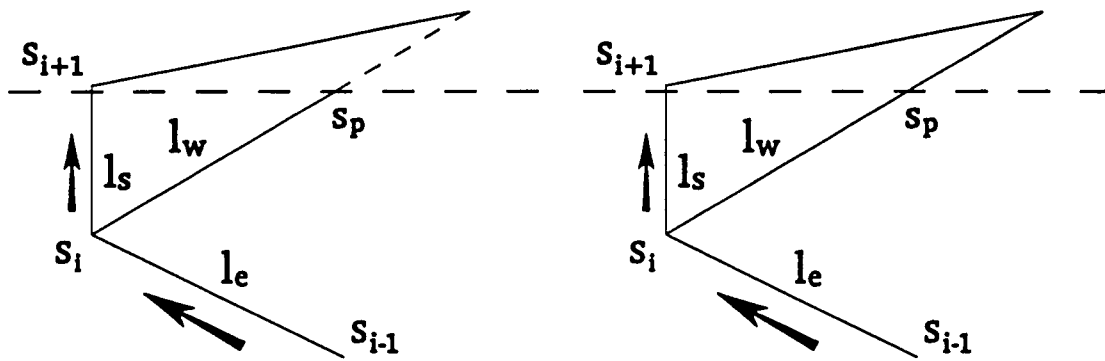


Figura 4.37: Ejemplos de la expansión de aspecto a partir de la actualización de aspecto de l_w en cruces accidentales no visibles.

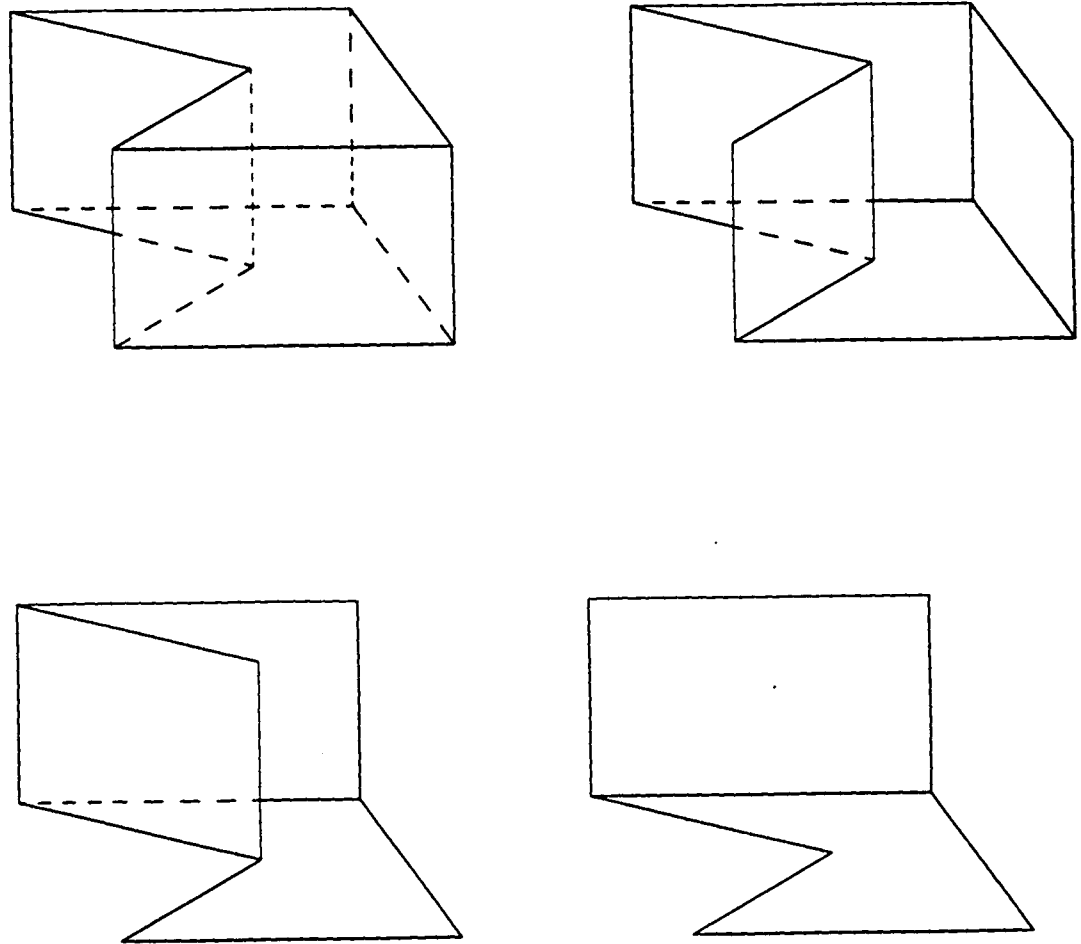


Figura 4.38: Ejemplo de los dibujos resultantes de la extracción de pseudocaras e cada nivel.

4.3 Validación de las pseudocarar

Obtenido el conjunto de pseudocarar P del dibujo lineal, se procede a verificar cuáles de entre ellas corresponden a superficies opacas (o caras) sin incumplir la asunción 1. Como resultado de este proceso, se obtiene, si se verifican todas las asunciones del sistema, una configuración de pseudocarar opacas y transparentes del dibujo lineal, las cuales corresponden a superficies con la misma característica de opacidad en el objeto correspondiente al dibujo lineal.

En primer lugar, se identifican la relación de coplanaridad entre pseudocarar, según la asunción 13 de paralelismo. Esta asunción junto a la consideración de proyección ortográfica en el dibujo lineal permite enunciar la siguiente proposición.

Proposición 2 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $P = \{p_1 \dots p_m\}$ su conjunto de pseudocarar, $l_i, l_{i+1}, l_j, l_{j+1}$, líneas de D ($l_i^* = (s_r, s_p)$, $l_{i+1}^* = (s_p, s_q)$ $s_p, s_r, s_q \in J_1$, $l_i, l_{i+1} \in p_a$, $p_a \in P$ $l_j^* = (s_c, s_d)$, $l_{j+1}^* = (s_d, s_e)$, $l_j, l_{j+1} \in p_b$). Toda línea $l_k = (s_{k_1}, s_{k_2})$ se puede representarse mediante la ecuación $\vec{v} = u(s_{k_1}) + \lambda(u(s_{k_2}) - u(s_{k_1}))$. Las pseudocarar p_a, p_b corresponden a dos superficies coplanares en la escena tridimensional si se verifican las condiciones

$$\begin{aligned} u(s_p) - u(s_r) &= \mu_1(u(s_d) - u(s_c)) \\ u(s_q) - u(s_p) &= \mu_2(u(s_e) - u(s_d)) \end{aligned}$$

siendo μ_1, μ_2 dos escalares.

Dos pseudoaristas adyacentes en una pseudocara definen tres pseudovértices, situados en un plano en la escena tridimensional. El paralelismo de dos grupos de pseudoaristas adyacentes pertenecientes cada uno a una pseudocara diferente, teniendo en cuenta la asunción de paralelismo garantiza que dicha característica se mantenga en la escena, lo que implica que ambas pseudocarar pertenecen a dos superficies coplanares.

La propiedad de coplanaridad permite definir una relación de equivalencia entre pseudocarar denotada $p_i \parallel p_j$, cuyas clases de equivalencia C_α^p incluyen el conjunto de pseudocarar que verifican la condición de coplanaridad.

Las clases de equivalencia por coplanaridad permiten evaluar el número de planos que inciden en la unión.

Según la característica de opacidad de las pseudocaras se definen los subconjuntos de P , P'_O , P'_T , P'_I , correspondientes a la característica de opacidad asociada a las pseudocaras, ya sean **opacas**, **transparentes** o **indeterminado**, respectivamente. Inicialmente, todas las pseudocaras pertenecen al conjunto P'_I . El proceso de validación consiste en incluir toda pseudocara del dibujo lineal en los conjuntos P'_O o P'_T .

En un dibujo lineal, el conjunto de pseudocaras visibles y semiocultas corresponden a superficies visibles total o parcialmente respecto el punto de vista. En ellas se define su opacidad dependiendo de la existencia y aspecto de las líneas interiores a la pseudocara. Las pseudocaras ocultas, en cambio, corresponden a superficies no visibles desde el punto de vista, con lo cual no es posible conocer con seguridad si se trata de pseudocaras opacas o transparentes. En este caso, una pseudocara de este tipo se asigna como opaca si dicha consideración no contraviene las asunciones del sistema, con lo se considerarán, siempre que sea posible pseudocaras opacas.

Según estas consideraciones, en la evaluación de la opacidad de las pseudocaras se diferencian dos etapas:

- Asignación de opacidad en pseudocaras no ambiguas y no ocultas.
- Asignación de opacidad en pseudocaras ocultas y ambiguas según las asunciones del sistema.

4.3.1 Opacidad en pseudocaras no ambiguas y no ocultas

Consiste en asignar la opacidad de estos en pseudocaras visibles y semiocultas pseudocaras según características del dibujo lineal. A continuación se analizan cada uno de estos tipos de pseudocaras.

4.3.1.1 Pseudocaras visibles

La signación de la opacidad se realiza mediante el análisis del aspecto de las líneas interiores a la pseudocara.

Definición 73 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, $P = \{p_1 \dots p_m\}$ su conjunto de pseudocaras y $R = \{r_1 \dots r_q\}$ su conjunto de regiones. Sea p_i una pseudocara tal que $p_i \in P_V$ y R_i su conjunto de regiones asociado. Se define el conjunto $LI_i = \{l'_1 \dots l'_w\}$ $l'_i \in E$ que representa el conjunto de líneas interiores de p_i , de la siguiente forma

$$LI_i = \{l_k / l_k \in r_j, \cap l_k \notin p_i, \forall l_k \in r_j, r_j \in R_i\}$$

Si todas las líneas interiores a la pseudocara visible son de aspecto continuo, y teniendo en cuenta que sus regiones son visibles respecto dicha cara, ello significa que la superficie correspondiente oculta todas las líneas, justificando la opacidad de la pseudocara.

Definición 74 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, $P = \{p_1 \dots p_m\}$ su conjunto de pseudocaras y $R = \{r_1 \dots r_q\}$ su conjunto de regiones. Sea p_i una pseudocara no ambigua tal que $p_i \in P_V$ y R_i su conjunto de regiones asociado y $LI_i = \{l'_1 \dots l'_w\}$ $l'_i \in E$ el conjunto de líneas interiores de p_i . Se define p_i como pseudocara opaca si se verifica la condición

$$p_i \in P'_O \iff v(l_k) = \text{discontinuo} \quad \forall l_k, l_k \in LI_i$$

4.3.1.2 Pseudocaras semiocultas

Su opacidad se decide mediante el análisis de las líneas interiores localizadas en las zonas visibles de la pseudocara. Por ello, se define el criterio de fusión de regiones para obtener las zonas visibles de la pseudocara semioculta.

Definición 75 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, $P = \{p_1 \dots p_m\}$ su conjunto de pseudocaras, $R = \{r_1 \dots r_q\}$ su conjunto de regiones. Sea p_i una pseudocara no ambigua, $p_i \in P_S$, siendo $R_{i,1}$ el conjunto de regiones asociado a p_i . Dos regiones $r_1, r_2 \in R$ son fusionables en p_i ($r_1 = (l'_1 \dots l'_r)$, $r_2 = (l''_1 \dots l''_t)$ $l'_j, l''_k \in E$, $1 \leq j \leq r$, $1 \leq k \leq t$) si se verifica la condición

$$\exists j, k \text{ tq. } l'_j = (l''_k)^T, \quad \forall j, k \quad 1 \leq j \leq r, \quad 1 \leq k \leq t$$

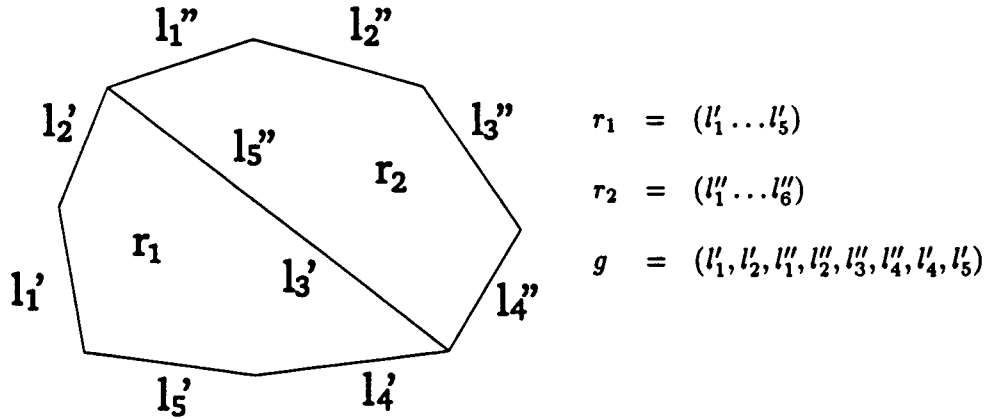


Figura 4.39: Ejemplo de fusión de las regiones r_1, r_2 y formación de la correspondiente frontera de fusión (g).

El criterio de fusión se basa en la existencia de una línea común con sentido de recorrido distinto entre ambas regiones. Este concepto conlleva la definición de una frontera de fusión que englobe todas las regiones fusionables.

Definición 76 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, $P = \{p_1 \dots p_m\}$ su conjunto de pseudocaras, $R = \{r_1 \dots r_q\}$ su conjunto de regiones. Sea p_i una pseudocara no ambigua, $p_i \in P_S$, siendo $R_{i,1}$ el conjunto de regiones asociado a p_i , $r_1, r_2 \in R$ son dos regiones fusionables en p_i de forma que $l'_a = (l''_b)^T$ ($r_1 = (l'_1 \dots l'_r)$, $r_2 = (l''_1 \dots l''_t)$ $l'_j, l''_k \in E$, $1 \leq j \leq r$, $1 \leq k \leq t$). Se define la secuencia $g = (l'''_1 \dots l'''_c)$ ($l'''_k \in E$ $c = r + t - 2$) como frontera de fusión de la siguiente forma

$$l'''_w = \begin{cases} l'_w & \text{si } 1 \leq w \leq a - 1 \\ l''_u & \text{si } b + 1 \leq u \leq t, \quad a \leq w \leq a + t - b \\ l''_u & \text{si } 1 \leq u \leq b - 1, \quad a + (t - b) + 1 \leq w \leq a + t - 1 \\ l''_u & \text{si } a + 1 \leq u \leq r, \quad a + t \leq w \leq r + t - 2 \end{cases}$$

En la Fig.4.39 se muestra un ejemplo de fusión de regiones y la obtención de su frontera de fusión.

De las definiciones anteriores, se define el conjunto G_i asociado a la pseudocara p_i como el conjunto de fronteras de fusión correspondientes a las regiones $R_{i,1}$ de

p_i . Sus elementos están formados por secuencias de elementos de E , igual que las pseudocaras o regiones, que describen las zonas visibles de la pseudocara semioculta p_i respecto el punto de vista del dibujo lineal.

Según las fronteras obtenidas en G_i se enuncian dos observaciones:

- Si no es posible fusionar dos regiones en $R_{i,1}$, ello significa que las regiones visibles de p_i no están conectadas, con lo que no existen líneas interiores en la pseudocara. Se define en este caso la pseudocara semioculta como ambigua, con lo que su opacidad será decidida en la etapa posterior.
- La existencia de dos regiones fusionables en el conjunto $R_{i,1}$ implica la existencia de una línea interior.

En la segunda observación, se aplica el mismo criterio para decidir la opacidad de esta pseudocara que en caso de las visibles, siendo el conjunto LI_i el conjunto de líneas interiores, pertenecientes, en este caso, a las fronteras de fusión incluidas en el conjunto G_i .

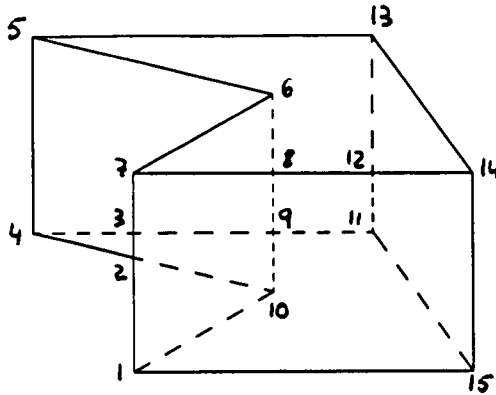
Definición 77 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, $P = \{p_1 \dots p_m\}$ su conjunto de pseudocaras, $R = \{r_1 \dots r_q\}$ su conjunto de regiones. Sea p_i una pseudocara no ambigua, $p_i \in P_S$, siendo $R_{i,1}$ el conjunto de regiones visibles asociado a p_i , y el conjunto $G_i = \{g_{i,1} \dots g_{i,t}\}$ de fronteras de fusión de $R_{i,1}$. Se define el conjunto LI_i asociado a p_i , que representa el conjunto de líneas interiores a G_i , de la siguiente forma

$$LI_i = \{l_k / l_k \in r_j, \cap l_k \notin g_{i,1}, \forall g_{i,w} \in G_i, \forall l_k \in r_j, r_j \in R_i\}$$

Definido el conjunto LI_i , para pseudocaras semiocultas, se considera el mismo criterio de asignación de opacidad que en las pseudocaras visibles, enunciado en la definición 74.

En la Fig.4.40 se muestra la definición de los conjuntos LI_i y G_i sobre la pseudocara semioculta en el ejemplo *caizal*.

Definida la opacidad de las pseudocaras no ambiguas, se procede a contabilizar el número de planos definidos por las superficies correspondientes a las pseudocaras opacas que inciden en cada pseudovértice del dibujo lineal, mediante la aplicación O_p .



$$\begin{aligned}
 P_S &= \{[(4, 5), (5, 6), (6, 8), (8, 9), \\
 &\quad (9, 10)], [(10, 2), (2, 4)]\} \\
 R_{i,1} &= \{[(2, 4), (4, 3), (3, 2)], \\
 &\quad [(4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 3), (3, 4)]\} \\
 R_{i,2} &= \{[(6, 7), (7, 8), (8, 6)] \\
 &= [(3, 7), (7, 8), (8, 9), (9, 3)] \\
 &= [(2, 3), (3, 8), (9, 10), (10, 2)]\} \\
 G_i &= \{[(2, 4)(4, 5), (5, 6), (6, 7), \\
 &\quad (7, 3), (3, 2)]\} \\
 LI_i &= \{(4, 3)\}
 \end{aligned}$$

Figura 4.40: Definición de los conjuntos R_i , G_i y LI_i en el ejemplo *cairal*.

Definición 78 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $J_1 = \{s_1 \dots s_n\}$ su conjunto de pseudovértices, $E = \{l_1 \dots l_m\}$ su conjunto de líneas, $P = \{p_1 \dots p_u\}$ su conjunto de pseudocaras, $C^p = \{C_1^p \dots C_r^p\}$ el conjunto de clases correspondiente a la relación de coplanaridad sobre P y P'_O el conjunto de pseudocaras opacas de D . Se define la aplicación de P a N^n , $(w'_1 \dots w'_n) = O_p(P'_O)$, donde w'_i contabiliza el número de planos definidos por las superficies correspondientes a las pseudocaras opacas que inciden en la unión s_i , de la siguiente forma

$$w'_i = \# \left\{ C_j^p \text{ tq. } (s_i \in l_k) \cap (l_k \in p_t) \cap (p_t \in P'_O) \cap (p_t \in C_j^p), \right. \\
 \left. \forall k \ 1 \leq k \leq m \ \forall t \ 1 \leq t \leq u \right\}$$

Mediante la secuencia $W' = (w'_1 \dots w'_n)$ se puede identificar un dibujo lineal como erróneo según la asunción 1.

Definición 79 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $J_1 = \{s_1 \dots s_n\}$ su conjunto de pseudovértices y $W' = (w_1 \dots w_n)$ la secuencia asociada a J_1 que representa el número de planos que corresponden a las superficies descritas en la pseudocaras opacas que inciden en la unión s_i . Se define D como incorrecto según la asunción 1 si se cumple la siguiente condición

$$\exists w'_i \text{ tq. } w_i > 3, \forall i, 1 \leq i \leq n$$

El criterio de incorrección se realiza al finalizar la asignación de opacidad para las pseudocaras no ambiguas, ya que dicha asignación no está basada en hipótesis.

4.3.2 Opacidad en pseudocaras ambiguas y ocultas

En estos tipos de pseudocaras, la asignación de opacidad se realiza dependiendo de las asunciones del sistema y del etiquetado de líneas.

Existen dos estrategias de asignación:

- Justificación.
- Hipótesis de asunción.

4.3.2.1 Justificación

En esta estrategia se asignan atributos de opacidad a pseudocaras, que justifiquen la existencia de ciertas entidades o valores de etiquetado. Pueden clasificarse en dos tipos:

- Justificación de líneas.
- Justificación de etiquetado.

Justificación de líneas Según la asunción 62, toda línea del dibujo lineal debe pertenecer a una única pseudocara opaca. La existencia de líneas pertenecientes a una única pseudocara implica la definición de ésta como opaca para justificar la existencia de la línea.

Definición 80 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, $P = \{p_1 \dots p_m\}$ su conjunto de pseudocaras, p_j una pseudocara del conjunto, y l_i una línea de D . Se define p_j como opaca si se cumple la condición

$$p_i \in P'_O \longleftrightarrow (l_i \in p_j) \cap (l_i \notin p_k), \forall k, k \neq j, 1 \leq k \leq n$$

La existencia de una línea l_i perteneciente a varias pseudocaras ocultas con opacidad indefinida, no permite decidir cuál es la pseudocara opaca. Por las asunciones, una de entre ellas debe ser opaca para justificar la línea.

Justificación de etiquetado La interpretación codificada resultante de la aplicación de hipótesis de etiquetado contiene información sobre la existencia o no de pseudocaras opacas en las líneas, en el supuesto que dichas etiquetas sean simples, especialmente las conexas. Toda línea etiquetada como conexa justifica la existencia de dos pseudocaras opacas, una en cada región definida por la línea.

La existencia de una línea perteneciente únicamente a dos pseudocaras, situadas una en cada región de la línea, siendo una de ellas opaca y poseyendo dicha línea una etiqueta simple conexa justifica la opacidad de la otra pseudocara. Si ello no fuera posible, ninguna de las interpretaciones generadas en el módulo anterior sería válida sobre el dibujo lineal. Este criterio se enuncia en la siguiente proposición

Definición 81 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, $P = \{p_1 \dots p_m\}$ su conjunto de pseudocaras, l_i una línea de D , y p_i, p_j dos pseudocaras ($p_i, p_j \in P$) tales que $p_i \in P'_O$, y $p_j \in P'_I$. Sea I una interpretación codificada de D , ($I = \{f_1 \dots f_n\}$ $f_k = (e_k, v_k)$, $e_i \in N_{16}$ $v_i \in N_4$, $N_{16} = [0, 15]$, $N_4 = [0, 3]$). p_j se asigna como pseudocara opaca si se verifica la condición

$$p_j \in P'_O \iff (e_i \leq p_j) \cap (l_i \in p_i) \cap (l_i \in p_j) \cap (l_i \notin p_k), \\ \forall k, k \neq i, j \quad 1 \leq k \leq n$$

La existencia de más de una pseudocara ambigua en la región donde se situa p_j no permite discernir cuál de ellas puede ser opaca mediante esta proposición.

En cada asignación de una pseudocara como opaca, deben verificarse las asunciones del sistema, en especial la asunción 1.

4.3.2.2 Hipótesis de asunción

Estos criterios permiten identificar el atributo de transparencia. Para toda pseudocara de opacidad indefinida se formula la hipótesis de considerarla como opaca, verificando

con ello el cumplimiento de la asunción 1 sobre la secuencia W' calculada en este supuesto. El no cumplimiento de la norma implica que para que la pseudocara se ajuste a las asunciones del sistema debe ser transparente.

Proposición 3 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $J_1 = \{s_1 \dots s_n\}$ su conjunto de pseudovértices, $P = \{p_1 \dots p_m\}$ su conjunto de pseudocaras, p_i una pseudocara de D ($p_i \in P$) tal que $p_i \in P_T'$ siendo P_O' y P_T' los conjuntos de pseudocaras opacas e indefinidas respectivamente de D , $W = (w_1 \dots w_n)$, $W' = (w'_1 \dots w'_n)$, $W, W' \in N^n$ dos secuencias tales que $W = O_p(P_O')$ y $W' = O_p(P_O' \cup \{p_i\})$. p_i se asigna como pseudocara transparente si se verifican las condiciones

$$p_i \in P_T' \iff (w_j \leq p_j, \forall j \ 1 \leq j \leq n) \cap \\ (\exists w'_k \text{ tq. } w'_k > 3 \ \forall k \ 1 \leq k \leq n)$$

Identificadas las pseudocaras transparentes mediante la aplicación de la proposición 3 para todos los elementos de P_T' , toda pseudocara aún indefinida en cuanto a su opacidad y que verifique la asunción 1 se asigna como opaca, siguiendo el criterio de definir pseudocaras opacas siempre que se pueda, o como transparente si se verifica la proposición anterior.

Proposición 4 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $J_1 = \{s_1 \dots s_n\}$ su conjunto de pseudovértices, $P = \{p_1 \dots p_m\}$ su conjunto de pseudocaras, p_i una pseudocara de D ($p_i \in P$) tal que $p_i \in P_T'$ siendo P_O' y P_T' los conjuntos de pseudocaras opacas e indefinidas respectivamente de D , $W = (w_1 \dots w_n)$, $W' = (w'_1 \dots w'_n)$, $W, W' \in N^n$ dos secuencias tales que $W = O_p(P_O')$ y $W' = O_p(P_O' \cup \{p_i\})$. p_i se asigna como pseudocara opaca si se verifican las condiciones siguientes.

$$p_i \in P_O' \iff (w_j \leq p_j \ \forall j \ 1 \leq j \leq n) \cap \\ (w'_k < 3 \ \forall k \ 1 \leq k \leq n)$$

Como resultado de aplicar las proposiciones 3 y 4 sobre los elementos de P_T' dicho conjunto pasa a ser vacío, con lo que toda pseudocara de un dibujo líneas pertenece a uno de los dos conjuntos P_O' o P_T' , definiendo con ello su opacidad.

Se ha considerado una simplificación en el proceso de validación concerniente a dibujos lineales representando objetos triédricos, donde el número de pseudocaras en cada unión equivale a 3. Con el objetivo de maximizar el número de superficies opacas del objeto, se definen en este caso todas las pseudocaras como opacas, pues esta consideración no contradice la asunción 1.

Proposición 5 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $J_1 = \{s_1 \dots s_n\}$ su conjunto de pseudovértices, $P = \{p_1 \dots p_m\}$ su conjunto de pseudocaras, $W = (w_1 \dots w_n)$, $W \subset N^n$ una secuencia tal que $W = O_p(P)$. Se asignan todas las pseudocaras de D como opacas si se verifica la condición

$$P'_O = P \iff w_i = 3 \quad \forall i \quad 1 \leq i \leq n$$

La configuración de pseudocaras opacas y transparentes permite definir una interpretación codificada asociada a los atributos de opacidad y transparencia de las pseudocaras. Esta interpretación se define mediante la aplicación Φ .

Definición 82 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, $P = \{p_1 \dots p_m\}$ su conjunto de pseudocaras y P'_O el conjunto de caras opacas. Se define la aplicación Φ de P a $(N_{16} \times N_4)^n$ donde $I = \Phi(P'_O)$ ($I = (f_1 \dots f_n)$, $f_i = (e_i, v_i)$, $e_i \in N_{16}$ $v_i \in N_4$) representa la interpretación codificada asociada a P'_O de la siguiente forma

$$e_i = \begin{cases} 3 & \text{si } ((l_i \in p_j) \cap (p_j \in P'_O)) \cap ((l_i^T \in p_k) \cap (p_k \in P'_O)) \\ & \forall j, k \quad j \neq k, \quad 1 \leq j, k \leq n \quad 1 \leq i \leq n \\ 4 & \text{si } (l_i^T \in p_j) \cap (p_j \in P'_O) \\ & \forall j, k \quad j \neq k, \quad 1 \leq j, k \leq n \quad 1 \leq i \leq n \\ 8 & \text{si } (l_i \in p_j) \cap (p_j \in P'_O) \\ & \forall j, k \quad j \neq k, \quad 1 \leq j, k \leq n \quad 1 \leq i \leq n \end{cases}$$

$$v_i = \begin{cases} 1 & \text{si } v(l_i) = \text{continuo} \quad 1 \leq i \leq n \\ 2 & \text{si } v(l_i) = \text{discontinuo} \quad 1 \leq i \leq n \end{cases}$$

La interpretación asociada a la distribución de opacidad de las pseudocaras, es contrastada con todas las interpretaciones obtenidas en el módulo anterior de etiquetado de dibujos lineales, eliminando todas aquellas en que exista un valor de etiqueta compatible con la interpretación generada mediante la aplicación Φ .

Definición 83 Sea $D = (J, E, u, v)$ un dibujo lineal, $E = \{l_1 \dots l_n\}$ su conjunto de líneas, I, I' dos interpretaciones codificadas de D ($I = (f_1 \dots f_n)$, $I' = (f'_1 \dots f'_n)$, $f_i = (e_i, v_i)$, $f'_i = (e'_i, v'_i)$, $e_i, e'_i \in N_{16}$ $v_i, v'_i \in N_4$). Se establece la relación de compatibilidad entre interpretaciones, denotada como $I \sim I'$ de la siguiente forma

$$I \sim I' \iff ((e_i \text{ and } e'_i) \neq 0 \quad \forall i \quad 1 \leq i \leq n \cap \\ ((v_i \text{ and } v'_i) \neq 0 \quad \forall i \quad 1 \leq i \leq n$$

Como resultado, se obtiene un conjunto de interpretaciones compatibles con la distribución de pseudocaras opacas y transparentes analizada en el módulo de validación. Esta información, junto al resto de entidades y relaciones entre entidades dentro del ámbito del dibujo lineal constituyen la información suministrada al nivel superior, el cual tiene como misión evaluar de entre todas las interpretaciones posibles cuáles de entre ellas son reconstruibles en objeto tridimensional. En caso de que sea posible dicho nivel tendría como misión obtener la información topológica y geométrica del objeto tridimensional correspondiente, cuya proyección ha sido definida mediante un croquis a mano alzada sobre papel por el usuario.

Capítulo 5

Resultados y discusión

En este capítulo se muestran resultados obtenidos en los niveles superior y medio sobre dibujos de ejemplo, a través de la secuencia de imágenes resultantes de la aplicación de cada módulo.

En primer lugar se analizan los resultados correspondientes al nivel inferior sobre dos dibujos de ejemplo. Posteriormente se abordan los del nivel medio, añadiendo algunos ejemplos, los cuales han sido generados directamente en líneas rectas.

5.1 Nivel Inferior

Se presentan dos ejemplos, denominados *casa*, y *regi2*. Los croquis han sido realizados por diferentes personas, en un cuadrado de 10 × 10 centímetros, mediante un rotulador de 0.2 milímetros y adquiridos mediante scanner en una resolución de 127 dpi, utilizando 256 256 tonalidades de gris.

Se presentan los resultados correspondientes a los siguientes tratamientos:

1. Imagen original, antes de ser digitalizada.
2. Imagen digitalizada y convertida a un formato 512 × 512 píxels.
3. Imagen resultante del procesamiento inicial :
 - Inversión.

- Filtro de mediana.
 - Binarización.
 - Esqueletización.
 - Paso a conectividad a 4.
4. Detección de los puntos característicos y aproximación por segmentos de recta.
 5. Unión de líneas discontinuas y cálculo de posibles intersecciones.
 6. Prolongación de líneas y eliminación de segmentos aislados.
 7. Fusión de los puntos característicos cercanos.

Seguidamente se comentan algunas observaciones, a la vista de los resultados obtenidos en este nivel sobre los ejemplos:

casa. Figuras 5.1 a la 5.4 Se puede observar que una de las líneas, definida originalmente de aspecto discontinuo ha sido tomada como continua, debido los segmentos discontinuos no verifican el nivel de tolerancia establecida entre segmentos, lo cual modifica su interpretación en el nivel medio. (Fig. 5.3b).

regi5. Figuras 5.5 a la 5.8 Cabe destacar en este ejemplo, la detección de la unión formada por las dos líneas más lejanas, la cual no está explicitada en el dibujo, y que se detecta en el proceso de partición de las líneas discontinuas correspondiente al nivel inferior.

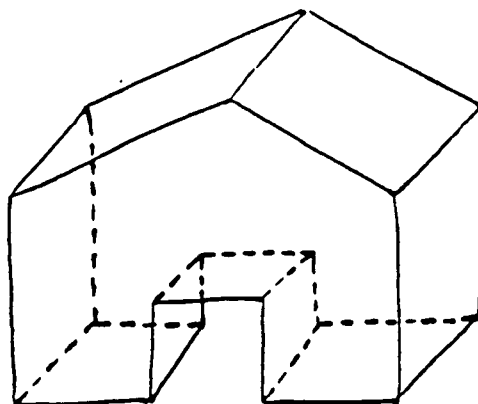
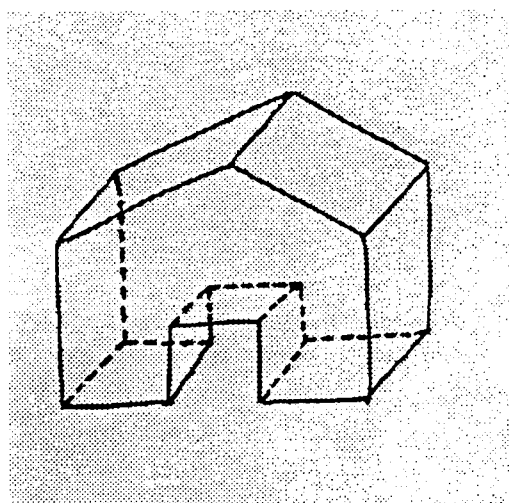
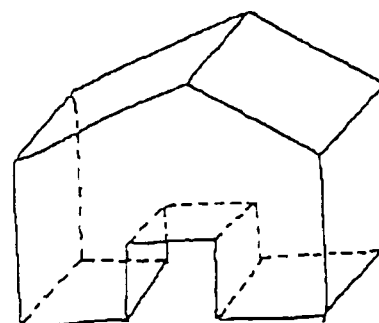


Figura 5.1: casa: Imagen original, previa a ser digitalizada.



a)



b)

Figura 5.2: casa: a) Imagen digitalizada. b) Procesamiento inicial.

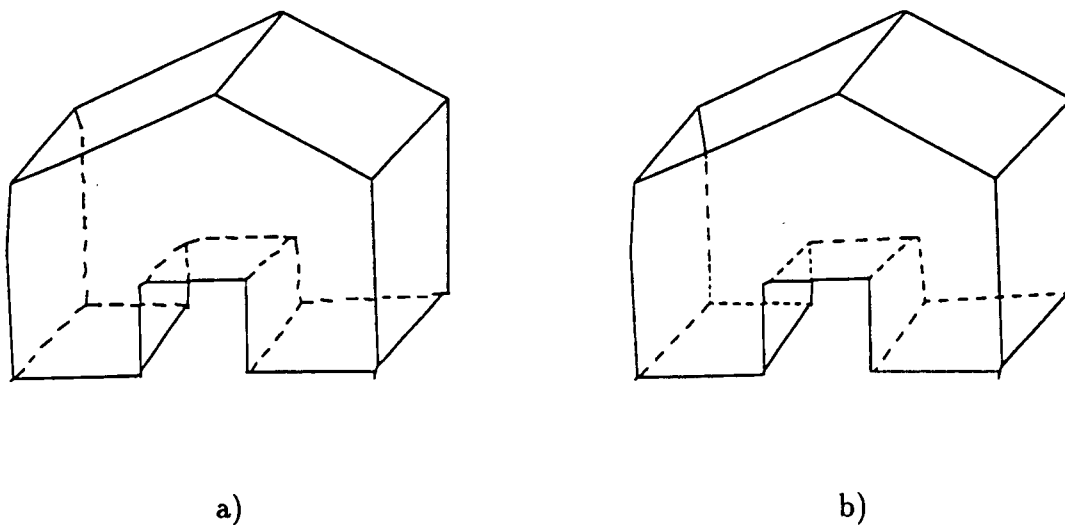


Figura 5.3: **casa:** a) Aproximación por segmentos de recta. b) Unión de líneas discontinuas i cálculo de intersecciones.

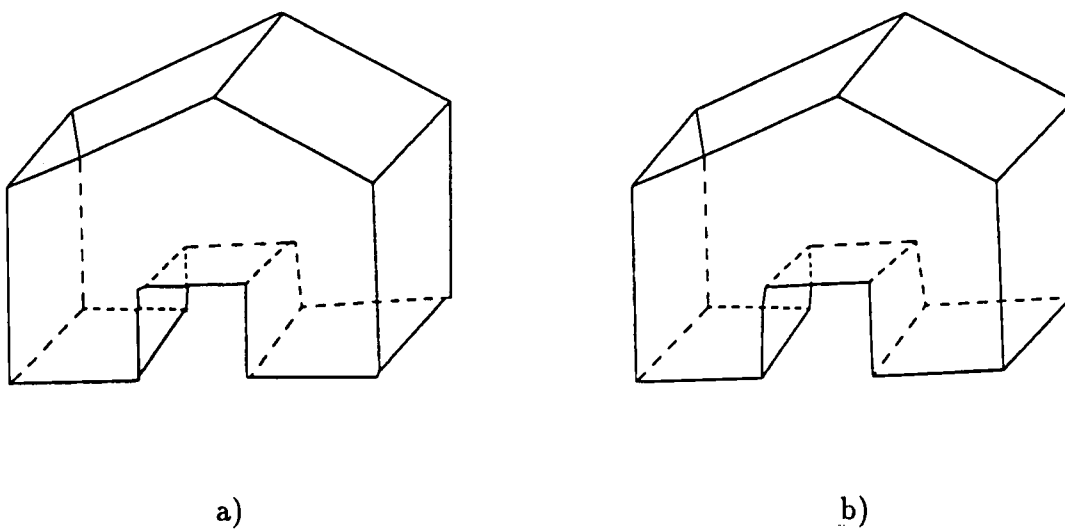


Figura 5.4: **casa:** a) Prolongación de líneas. b) Fusión de puntos característicos.

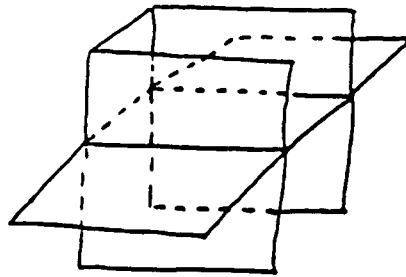
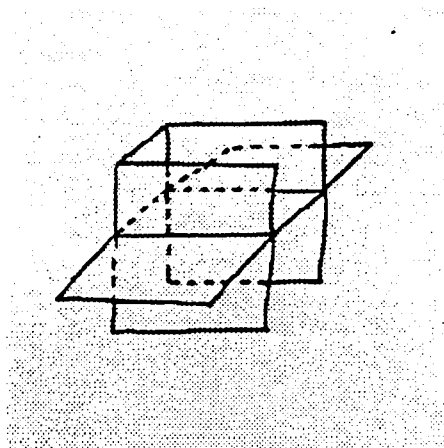
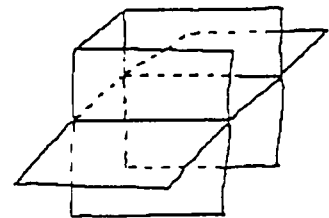


Figura 5.5: regi2: Imagen original, previa a la digitalización.

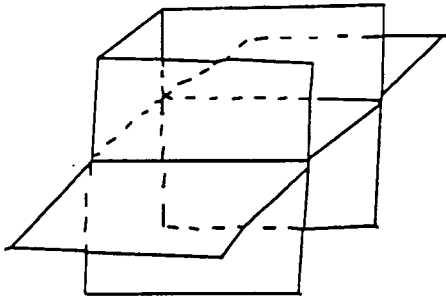


a)

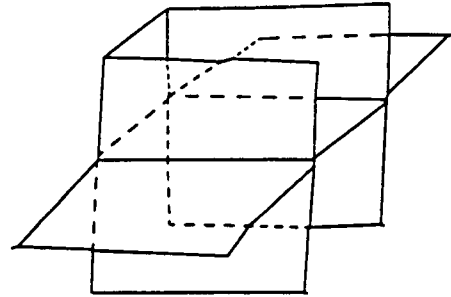


b)

Figura 5.6: regi5: a) Imagen digitalizada. b) Procesamiento inicial.

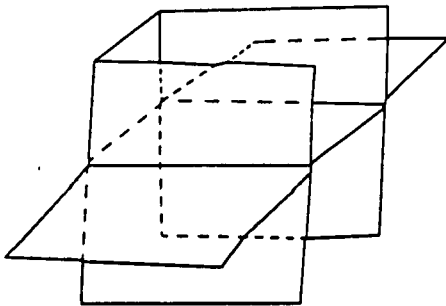


a)

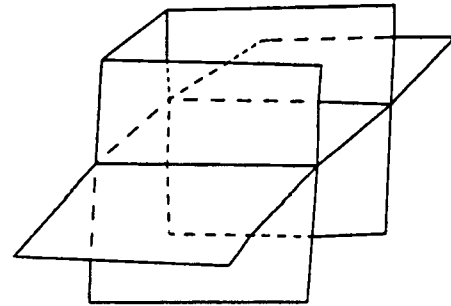


b)

Figura 5.7: **regi2**: a) Aproximación por segmentos de recta. b) Unión de líneas discontinuas i cálculo de intersecciones.



a)



b)

Figura 5.8: **regi2**: a) Prolongación de líneas. b) Fusión de puntos característicos.

5.2 Nivel Medio

En este apartado se muestran resultados de los tres módulos del nivel medio que son los siguientes:

- **Etiquetado de líneas.** En este apartado se muestra en las primeras imágenes el resultado de la aplicación de las diferentes técnicas para restringir los valores de etiqueta en las líneas, ya sea eliminando valores incompatibles con el diccionario o mediante hipótesis de etiquetado. Después de aplicar una hipótesis de etiquetado muestra el resultado de eliminar valores incompatibles con el diccionario si existe alguna modificación en sus valores.
- **Extracción de pseudocaras.** La secuencia de figuras corresponden a los diferentes de extracción de pseudocaras, donde en cada nivel se muestra la figura resultante de eliminar las pseudocaras que se han extraído. de
- **Validación de pseudocaras.** Se muestra el atributo de opacidad para cada pseudocara, indicando, además la relación de coplanaridad entre pseudocaras.

Se han generado un conjunto de ejemplos generados directamente mediante uniones y líneas rectas, algunos de entre ellos incluidos en el dominio triédrico.

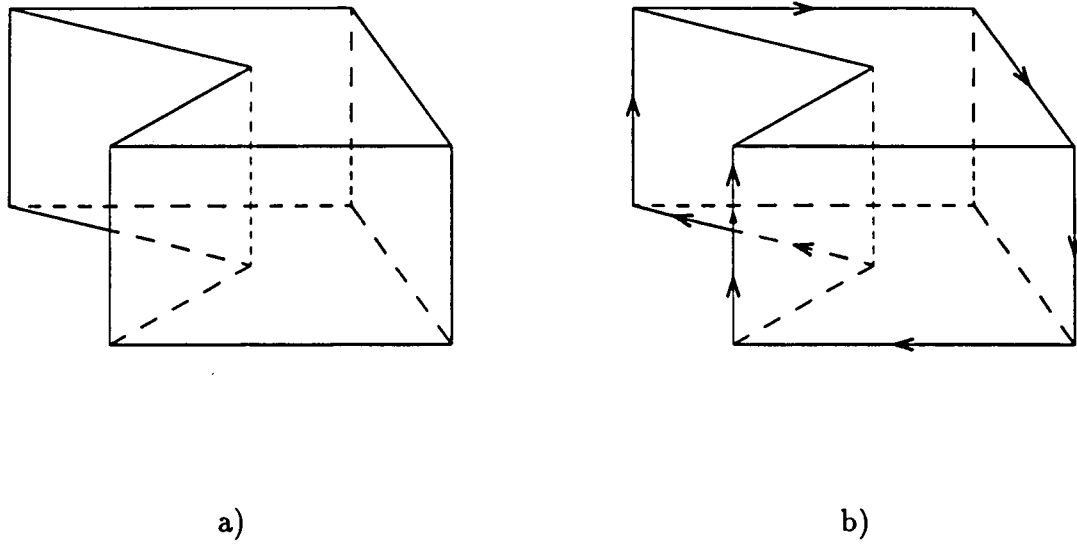


Figura 5.9: caixal: a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores.

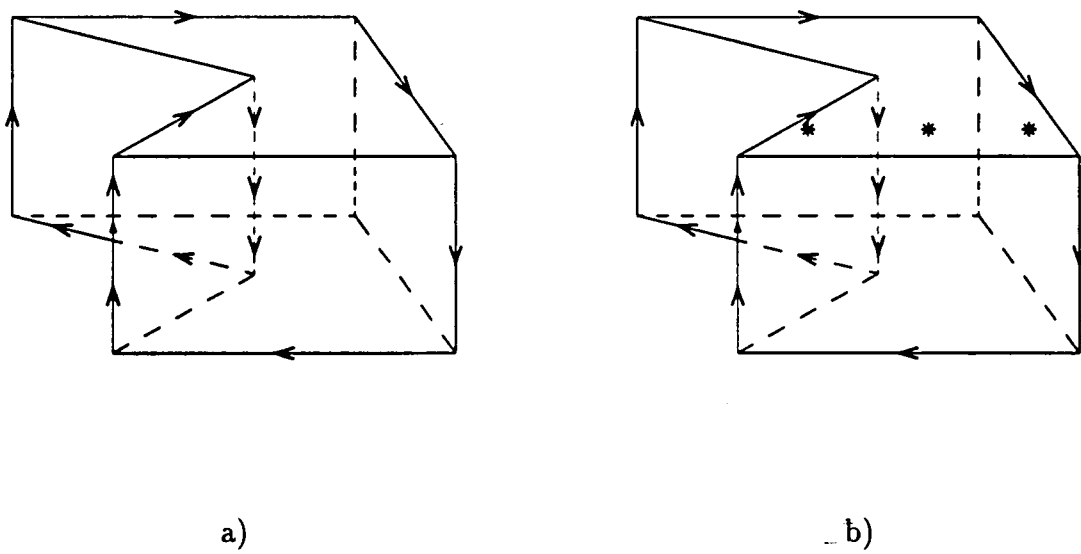
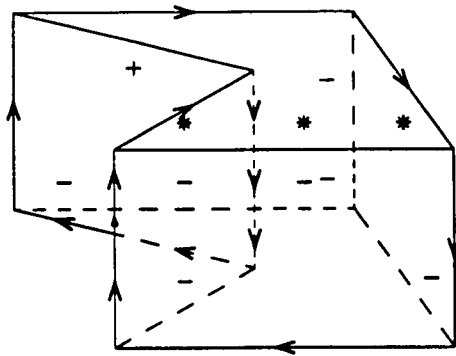
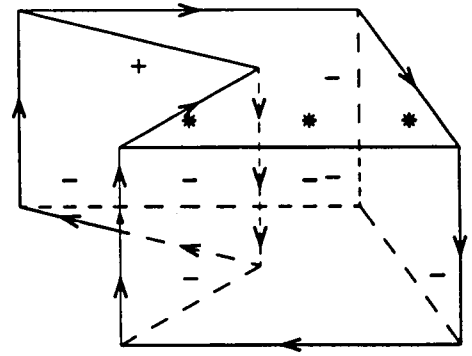


Figura 5.10: caixal: a) Depuración. b) Hipótesis X.

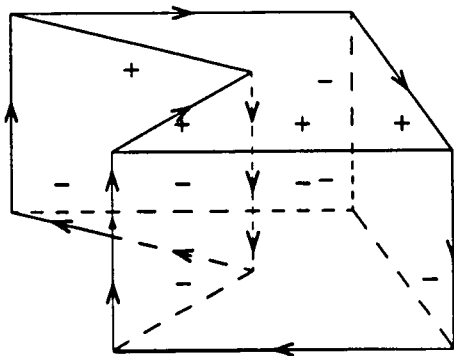


a)

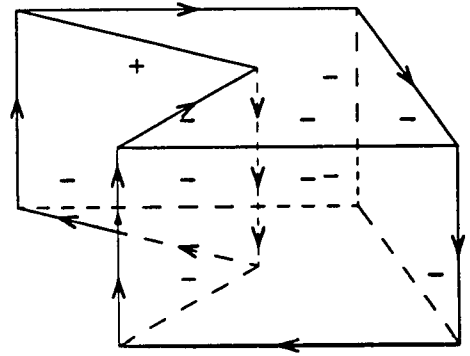


b)

Figura 5.11: caixal: a) Hipótesis 1. b) Depuración.



a)



b)

Figura 5.12: caixal: a), b) Interpretaciones.

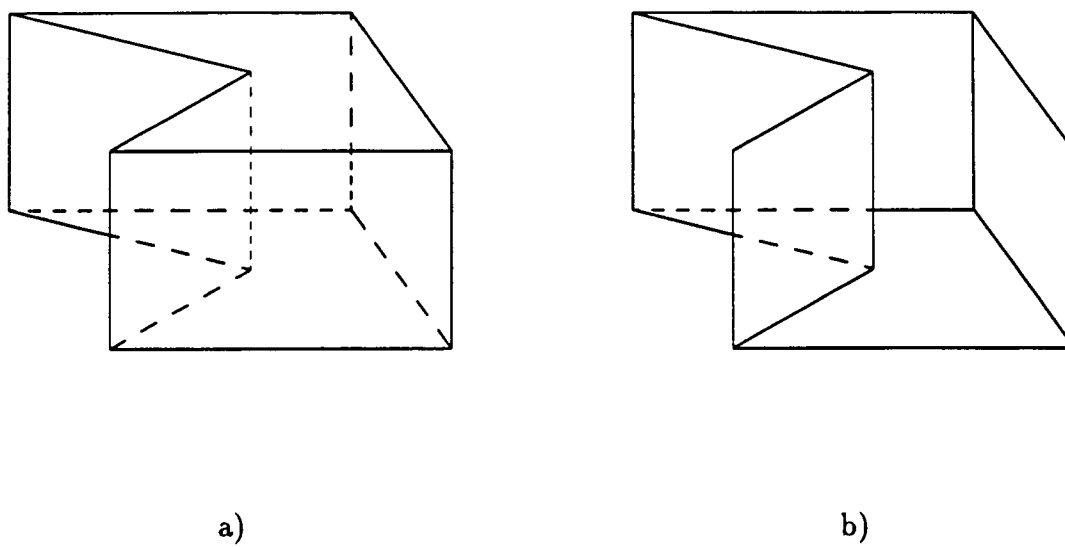


Figura 5.13: caixal: a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocaras.

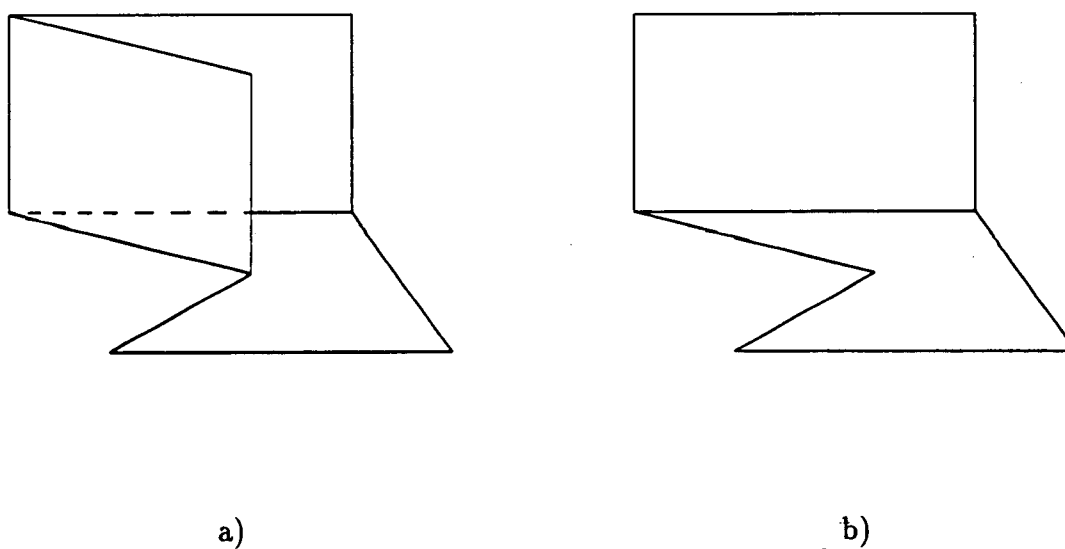
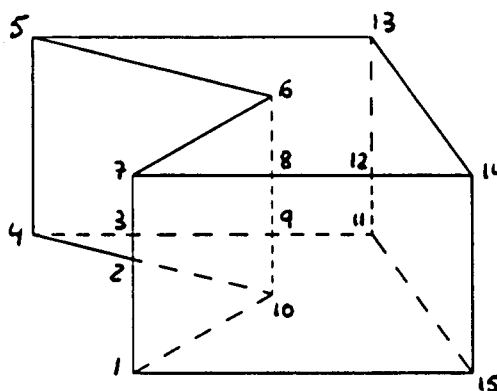


Figura 5.14: caixal: a), b) Extracción de pseudocaras.



$$P'_O = \{ [((1, 2), (2, 3), (3, 7)), ((7, 8), (8, 12), (12, 14)), ((14, 15)), ((15, 1))], [((5, 13)), ((13, 14)), ((14, 12), (12, 8), (8, 7), (7, 6), (6, 5))], [((7, 6)), ((6, 8), (8, 9), (9, 19)), ((10, 1)), ((1, 2), (2, 3), (3, 7))], [((4, 5)), ((5, 6)), ((6, 8), (8, 9), (9, 10)), ((10, 2), (2, 4))], [((4, 5)), ((5, 13)), ((13, 12), (12, 11)), ((11, 9), (9, 3), (3, 4))], [((13, 14)), ((14, 15)), ((15, 11)), ((11, 12), (12, 13))], [((4, 3), (3, 9), (9, 11)), ((11, 15)), ((15, 1)), ((1, 10))], ((10, 2), (2, 4))] \}$$

$$P'_T = \emptyset$$

$$C_1^p = \{ [((1, 2), (2, 3), (3, 7)), ((7, 8), (8, 12), (12, 14)), ((14, 15)), ((15, 1))], [((4, 5)), ((5, 6)), ((6, 8), (8, 9), (9, 10)), ((10, 2), (2, 4))] \}$$

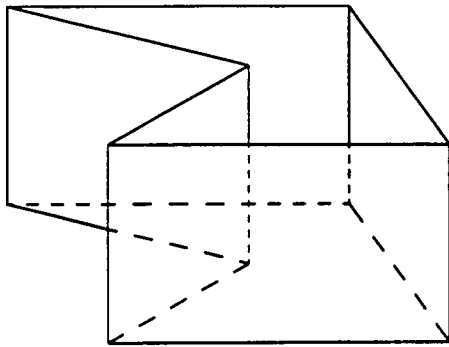
$$C_2^p = \{ [((5, 13)), ((13, 14)), ((14, 12), (12, 8), (8, 7), (7, 6), (6, 5))], [((4, 3), (3, 9), (9, 11)), ((11, 15)), ((15, 1)), ((1, 10))] \}$$

$$C_3^p = \{ [((7, 6)), ((6, 8), (8, 9), (9, 19)), ((10, 1)), ((1, 2), (2, 3), (3, 7))] \}$$

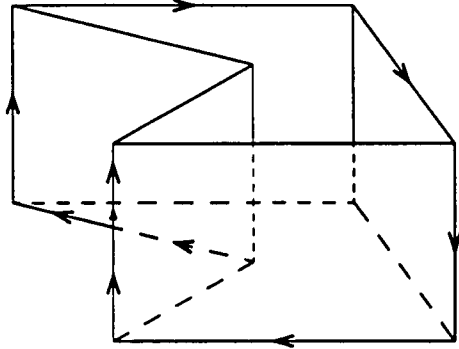
$$C_4^p = \{ [((13, 14)), ((14, 15)), ((15, 11)), ((11, 12), (12, 13))] \}$$

$$C_5^p = \{ [((4, 5)), ((5, 6)), ((6, 8), (8, 9), (9, 10)), ((10, 2), (2, 4))] \}$$

Figura 5.15: Validación de pseudocarac en el ejemplo *caizal*.

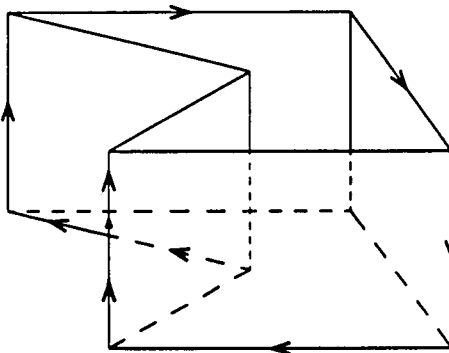


a)

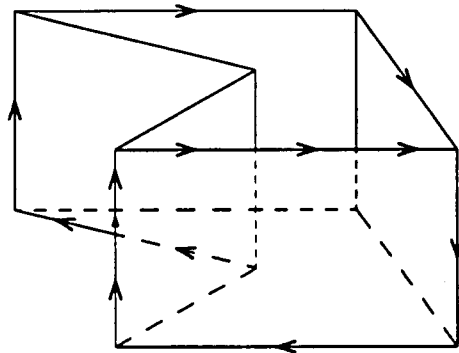


b)

Figura 5.16: caixlo: a) Dibujo lineal original. b) Etiketado de líneas exteriores.

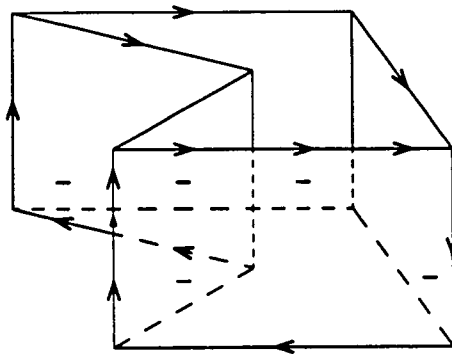


a)

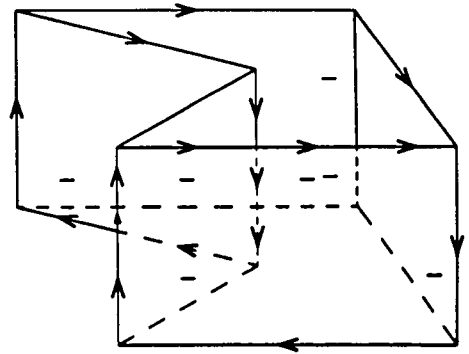


b)

Figura 5.17: caixlo: a) Depuración. b) Hipótesis X.

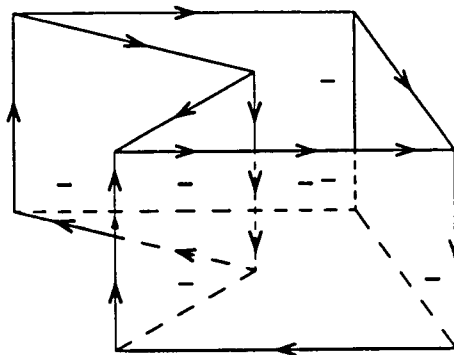


a)

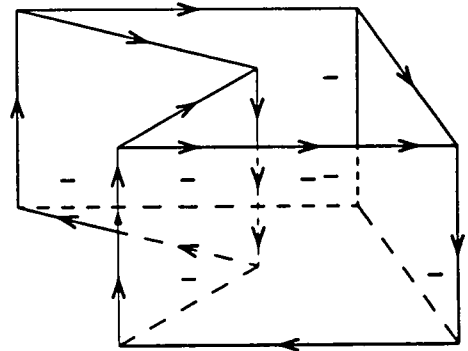


b)

Figura 5.18: caixlo: a) Hipótesis 1. b) Depuración.

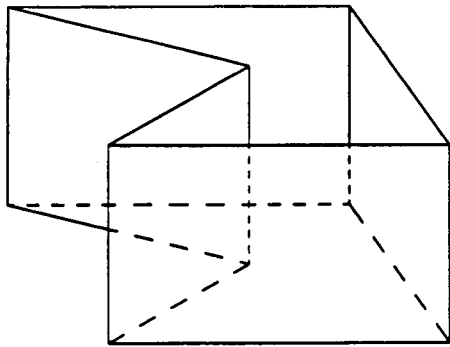


a)

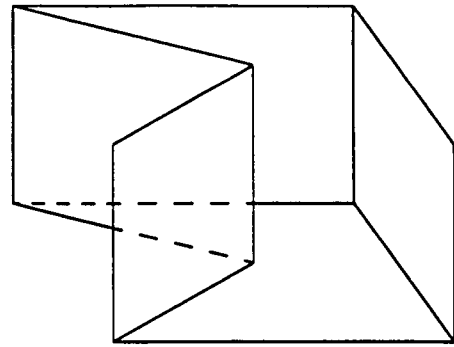


b)

Figura 5.19: caixlo: a), b) Interpretaciones.

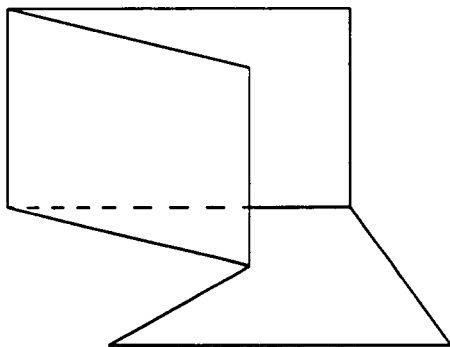


a)

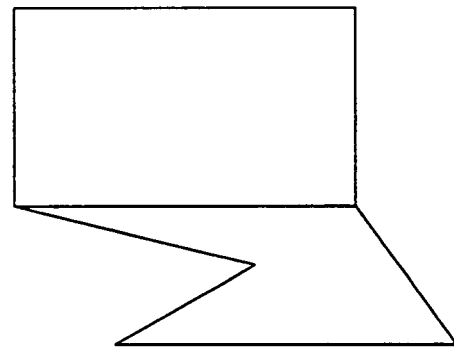


b)

Figura 5.20: caixlo: a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocararas.

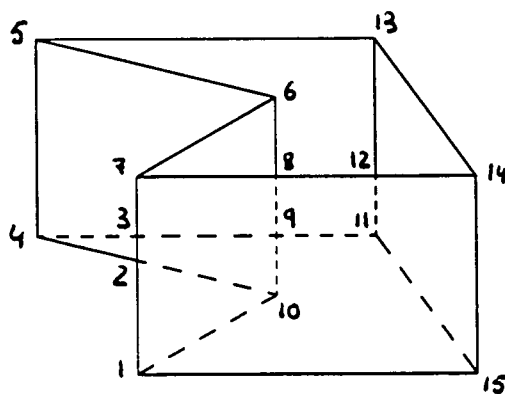


a)



b)

Figura 5.21: caixlo: a), b) Extracción de pseudocararas.



$$P'_O = \{ [((1, 2), (2, 3), (3, 7)), ((7, 8), (8, 12), (12, 14)), ((14, 15)), ((15, 1))], [((7, 6)), ((6, 8), (8, 9), (9, 19)), ((10, 1)), ((1, 2), (2, 3), (3, 7))], [((4, 5)), ((5, 6)), ((6, 8), (8, 9), (9, 10)), ((10, 2), (2, 4))], [((4, 5)), ((5, 13)), ((13, 12), (12, 11)), ((11, 9), (9, 3), (3, 4))], [((13, 14)), ((14, 15)), ((15, 11)), ((11, 12), (12, 13))], [((4, 3), (3, 9), (9, 11)), ((11, 15)), ((15, 1)), ((1, 10))], ((10, 2), (2, 4)) \}$$

$$P'_T = \emptyset$$

$$C_1^p = \{ [((1, 2), (2, 3), (3, 7)), ((7, 8), (8, 12), (12, 14)), ((14, 15)), ((15, 1))], [((4, 5)), ((5, 6)), ((6, 8), (8, 9), (9, 10)), ((10, 2), (2, 4))], \}$$

$$C_2^p = \{ [((4, 3), (3, 9), (9, 11)), ((11, 15)), ((15, 1)), ((1, 10))], \}$$

$$C_3^p = \{ [((7, 6)), ((6, 8), (8, 9), (9, 19)), ((10, 1)), ((1, 2), (2, 3), (3, 7))], \}$$

$$C_4^p = \{ [((13, 14)), ((14, 15)), ((15, 11)), ((11, 12), (12, 13))], \}$$

$$C_5^p = \{ [((4, 5)), ((5, 6)), ((6, 8), (8, 9), (9, 10)), ((10, 2), (2, 4))], \}$$

Figura 5.22: Validación de pseudocararas en el ejemplo *caizlo*.

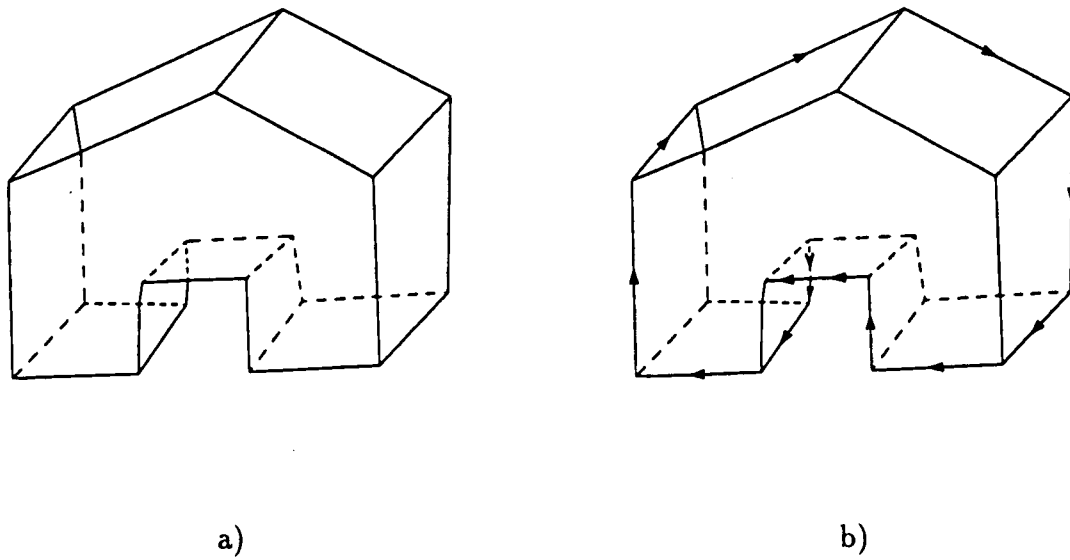


Figura 5.23: casa: a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores.

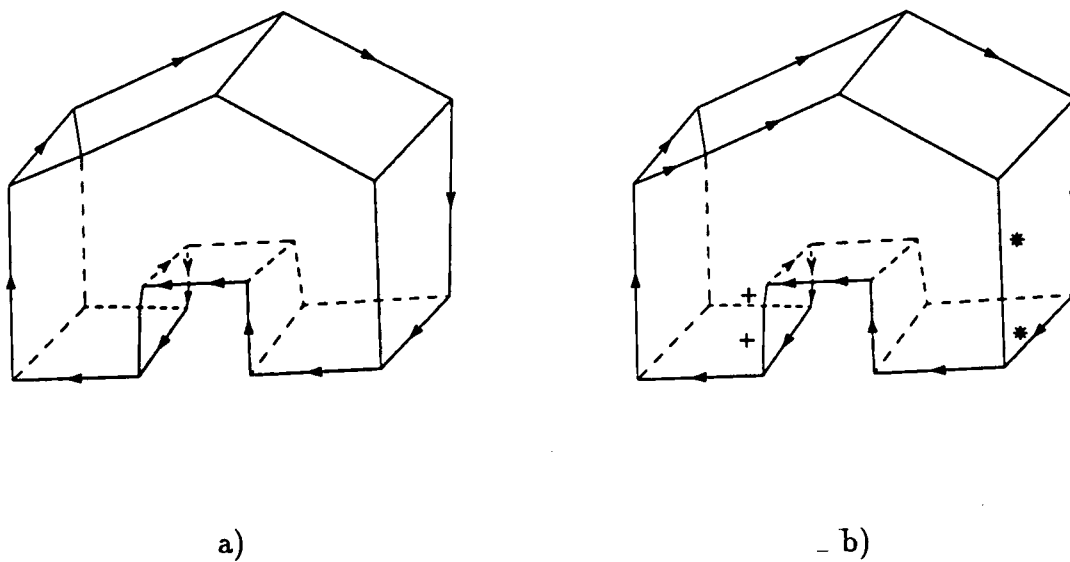


Figura 5.24: casa: a) Depuración. b) Hipótesis X.

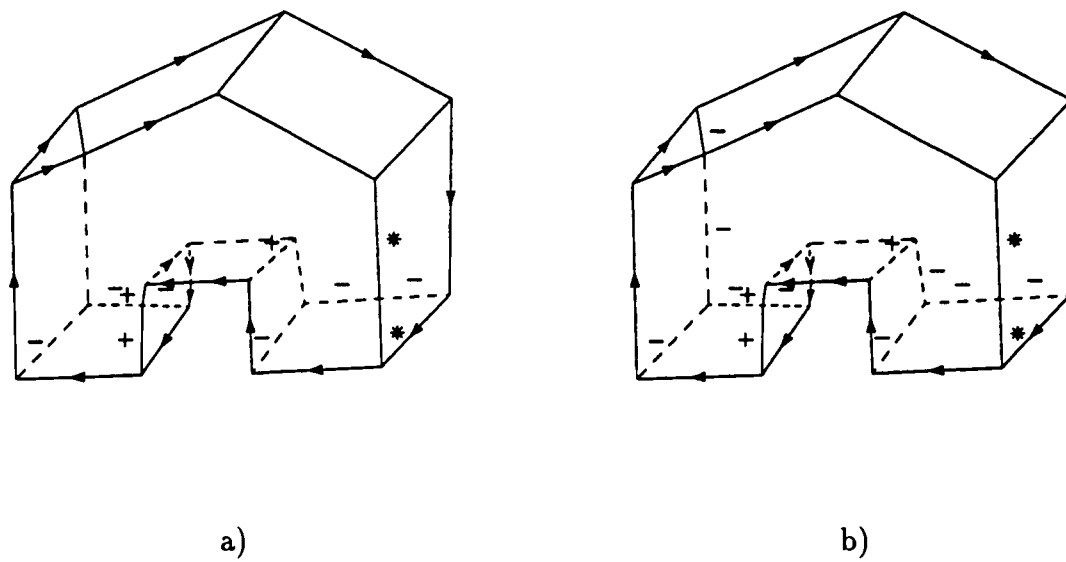


Figura 5.25: casa: a) Hipótesis 1. b) Depuración.

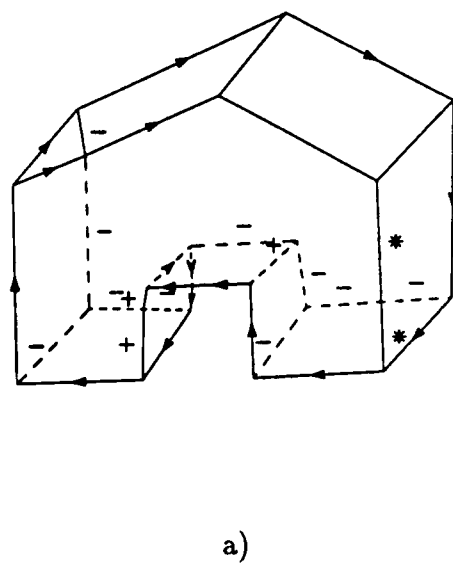


Figura 5.26: casa: a) Depuración 2.

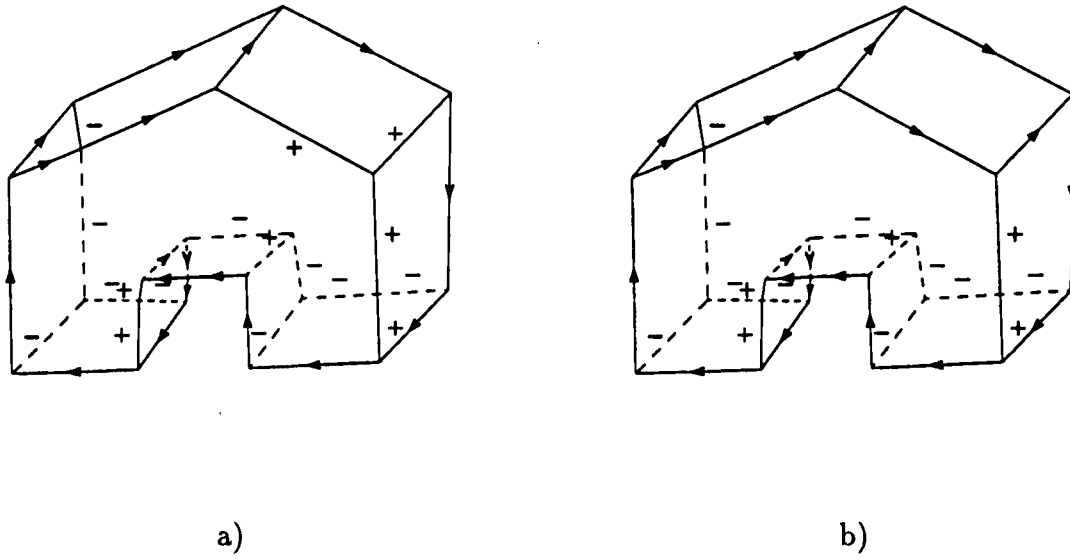


Figura 5.27: casa: a), b) Interpretaciones.

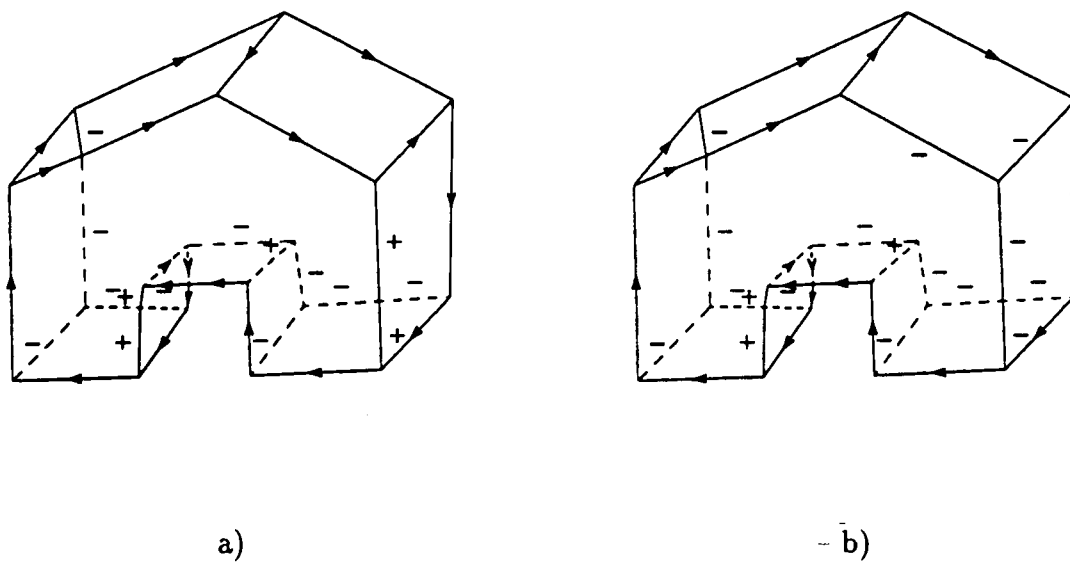
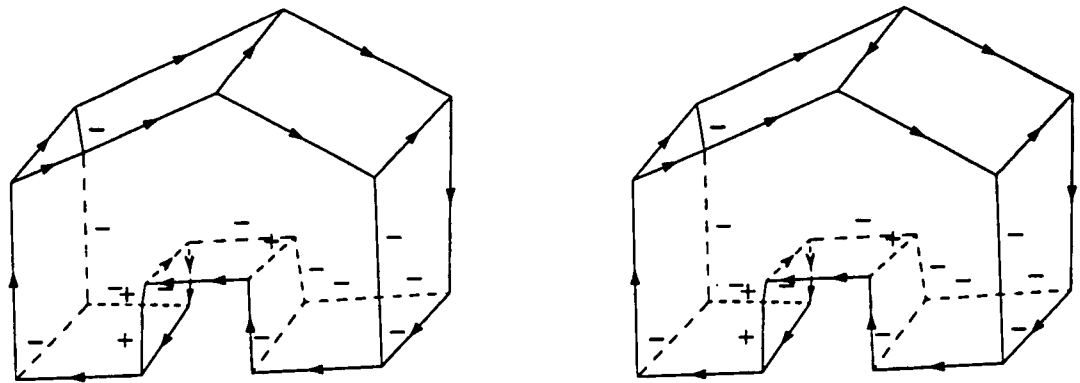


Figura 5.28: casa: a), b) Interpretaciones.



a)

b)

Figura 5.29: casa: a), b) Interpretaciones.

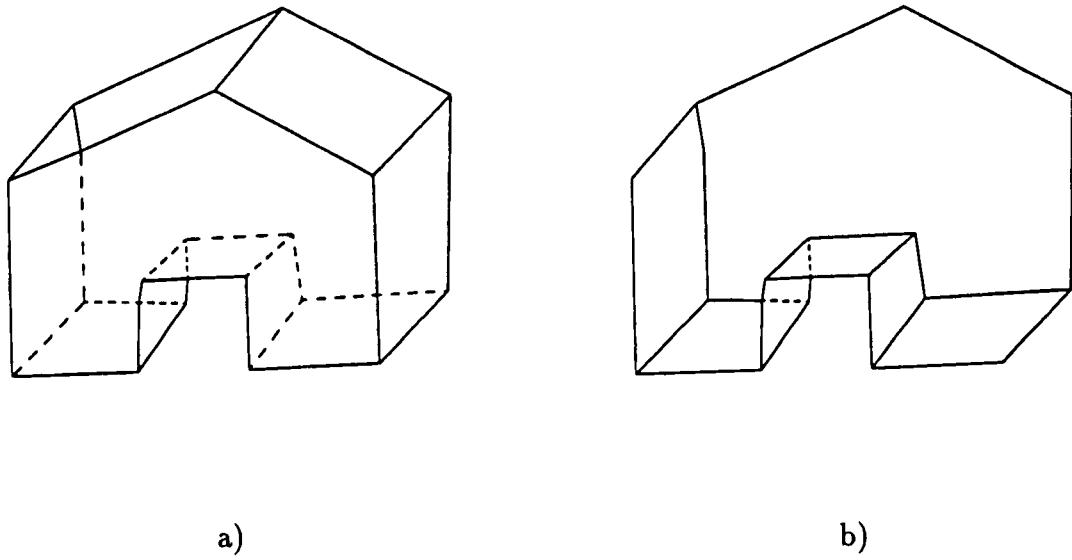


Figura 5.30: casa: a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocararas.

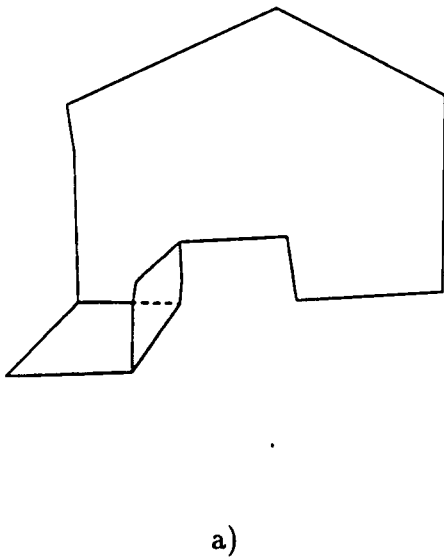
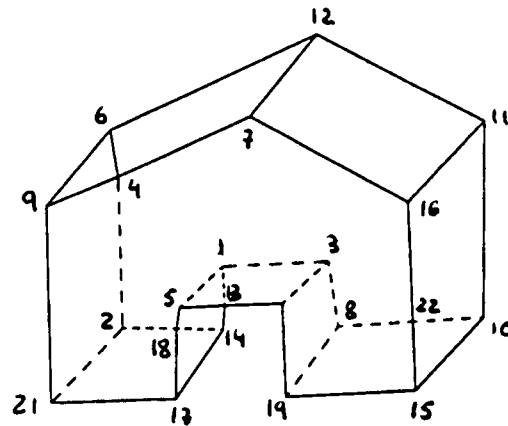
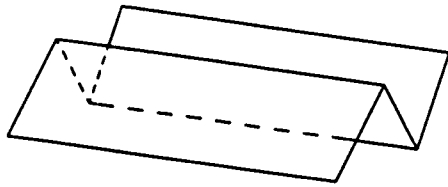


Figura 5.31: casa: a) Extracción de pseudocararas.

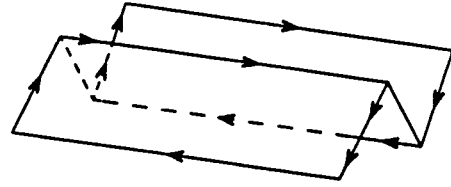


$$\begin{aligned}
 P'_O &= \{ [((21, 9)), ((9, 4), (4, 7)), ((7, 16)) ((16, 22), (22, 15)), ((15, 19)), \\
 &\quad ((19, 20)), ((20, 13), (13, 5)), ((5, 18), (18, 17)), ((17, 21))] \\
 &\quad [((11, 10)), ((10, 15)), ((22, 15), (16, 22)), ((16, 11))], \\
 &\quad [((12, 11)), ((16, 11)), ((7, 16)), ((7, 12))], \\
 &\quad [((21, 9)), ((9, 6)), ((6, 4), (4, 2)), ((2, 21))], \\
 &\quad [((3, 20)), ((20, 13), (13, 5)), ((5, 1)), ((1, 3))], \\
 &\quad [((19, 20)), ((20, 3)), ((3, 8)), ((8, 19))] \\
 &\quad [((15, 19)), ((19, 8)), ((8, 22), (22, 10)), ((10, 15))] \\
 &\quad [((17, 18), (18, 5)), ((5, 1)), ((1, 13), (13, 14)), ((14, 17))] \\
 &\quad [((14, 18), (18, 2)), ((2, 4), (4, 6)), ((6, 12)), ((12, 11)), ((11, 10)), \\
 &\quad ((10, 22), (22, 8)), ((8, 3)), ((3, 1)), ((1, 13), (13, 14))] \\
 &\quad [((14, 17)), ((17, 21)), ((21, 2)), ((2, 18), (18, 14))] \} \\
 P'_T &= \emptyset \\
 C_1^P &= \{ [((21, 9)), ((9, 4), (4, 7)), ((7, 16)) ((16, 22), (22, 15)), ((15, 19)), \\
 &\quad ((19, 20)), ((20, 13), (13, 5)), ((5, 18), (18, 17)), ((17, 21))] \\
 &\quad [((14, 18), (18, 2)), ((2, 4), (4, 6)), ((6, 12)), ((12, 11)), ((11, 10)), \\
 &\quad ((10, 22), (22, 8)), ((8, 3)), ((3, 1)), ((1, 13), (13, 14))] \} \\
 C_2^P &= \{ [((11, 10)), ((10, 15)), ((22, 15), (16, 22)), ((16, 11))], \\
 &\quad [((21, 9)), ((9, 6)), ((6, 4), (4, 2)), ((2, 21))], \\
 &\quad [((19, 20)), ((20, 3)), ((3, 8)), ((8, 19))] \\
 &\quad [((17, 18), (18, 5)), ((5, 1)), ((1, 13), (13, 14)), ((14, 17))] \} \\
 C_3^P &= \{ [((12, 11)), ((16, 11)), ((7, 16)), ((7, 12))] \} \\
 C_4^P &= \{ [((3, 20)), ((20, 13), (13, 5)), ((5, 1)), ((1, 3))] \} \\
 C_5^P &= \{ [((15, 19)), ((19, 8)), ((8, 22), (22, 10)), ((10, 15))] \}
 \end{aligned}$$

Figura 5.32: Validación de pseudocaras en el dibujo lineal *casa*.

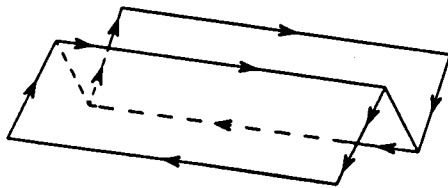


a)

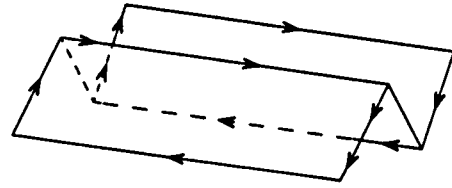


b)

Figura 5.33: fulla: a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores.

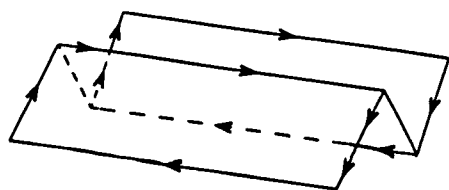


a)

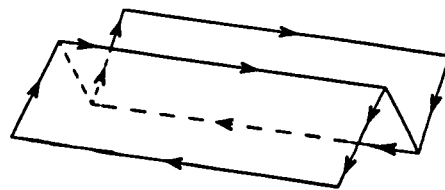


- b)

Figura 5.34: fulla: a) Depuración. b) Hipótesis X.

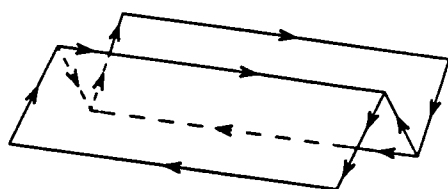


a)

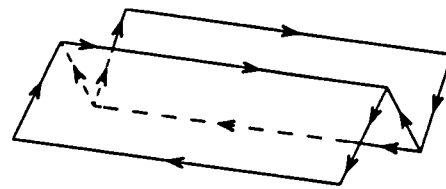


b)

Figura 5.35: fulla: a) Hipótesis 1. b) Depuración.



a)



b)

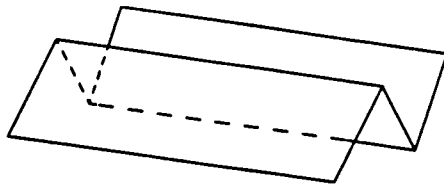
Figura 5.36: fulla: a), b) Interpretaciones.



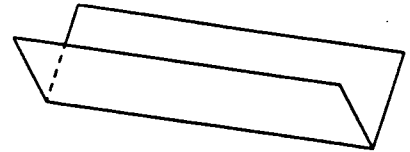
a)

b)

Figura 5.37: fulla: a), b) Interpretaciones.

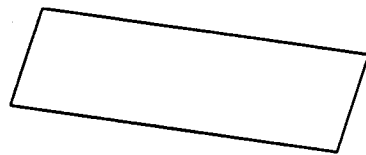


a)



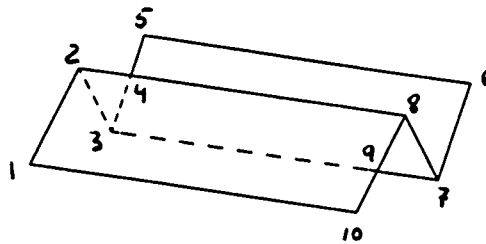
b)

Figura 5.38: fulla: a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocarar.



a)

Figura 5.39: fulla: a) Extracción de pseudocarar.



$$P'_O = \{ [((10, 1)), ((1, 2)), ((3, 4)), ((4, 8)), ((8, 9), (9, 10))] \\ ((2, 4), 4, 8), ((8, 7)), ((7, 9), (9, 3)), ((3, 2))] \\ [((5, 6)), ((6, 7)), ((7, 9), (9, 3)), ((3, 4), (4, 5))], \}$$

$$P'_T = \emptyset$$

$$C_1^p = \{ [((10, 1)), ((1, 2)), ((3, 4)), ((4, 8)), ((8, 9), (9, 10))] \}$$

$$C_2^p = \{ ((2, 4), 4, 8), ((8, 7)), ((7, 9), (9, 3)), ((3, 2))] \}$$

$$C_3^p = \{ [((5, 6)), ((6, 7)), ((7, 9), (9, 3)), ((3, 4), (4, 5))], \}$$

Figura 5.40: Validación de pseudocaras en el dibujo lineal *fulla*.

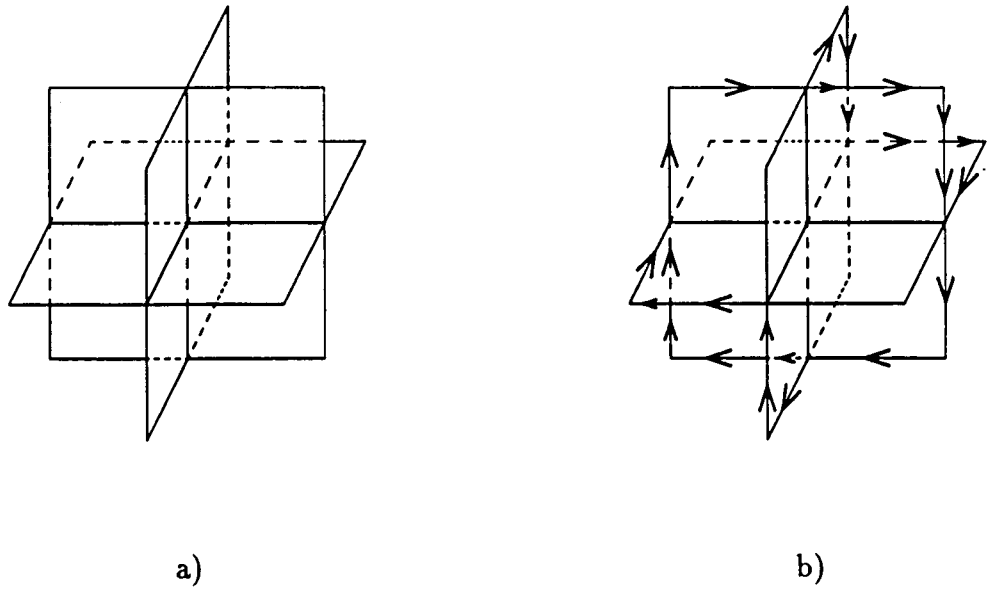


Figura 5.41: plans: a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores.

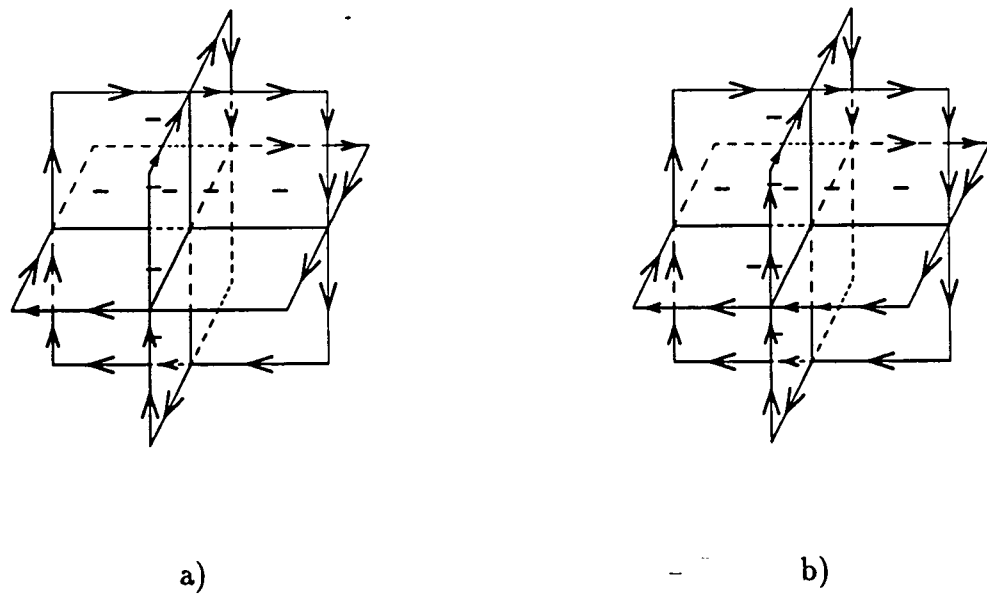


Figura 5.42: plans: a), b) Depuración.

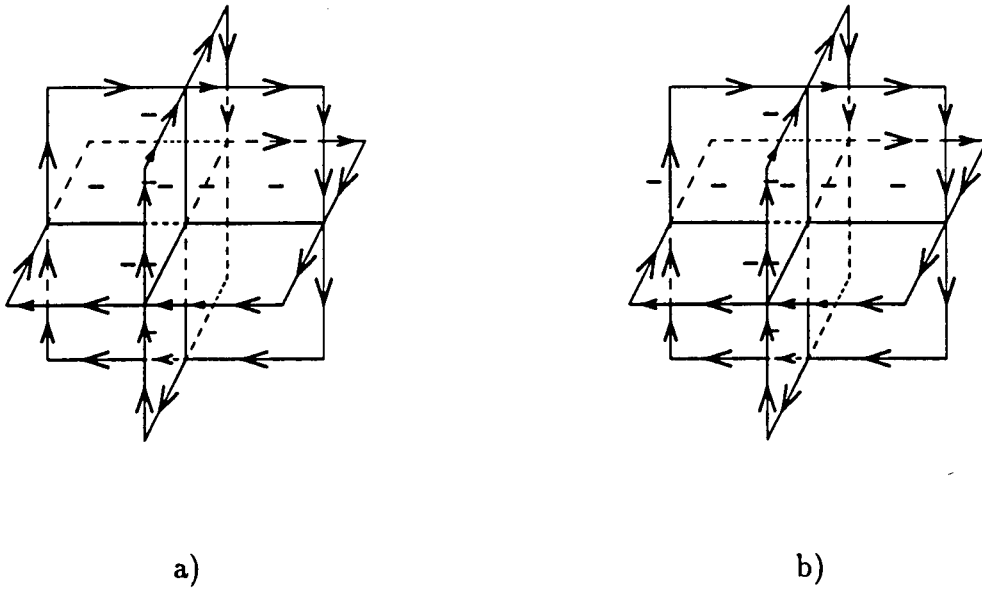


Figura 5.43: plans: a) Hipótesis X. b) Hipótesis 1.

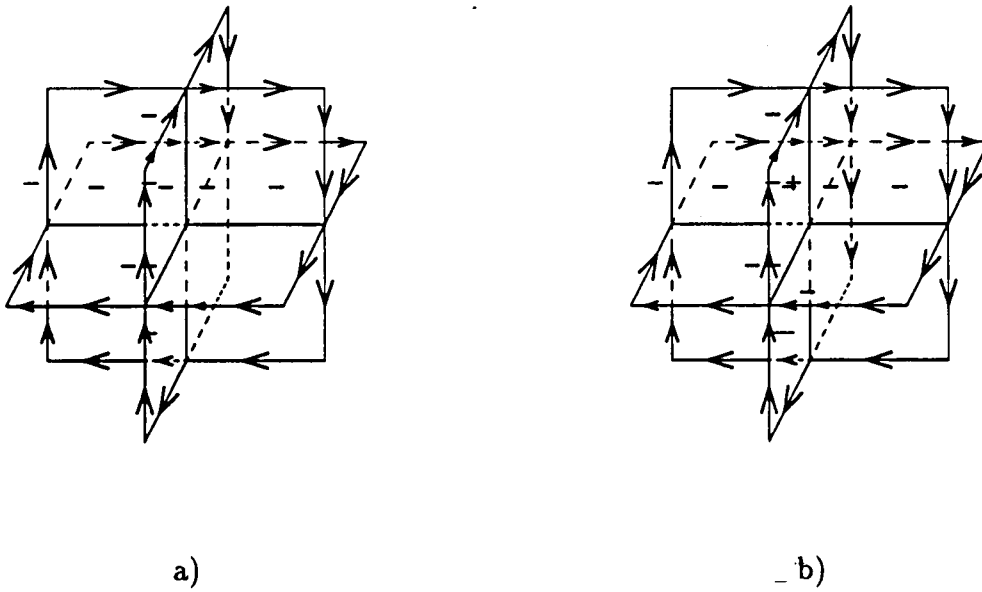


Figura 5.44: plans: a), b) Interpretaciones.

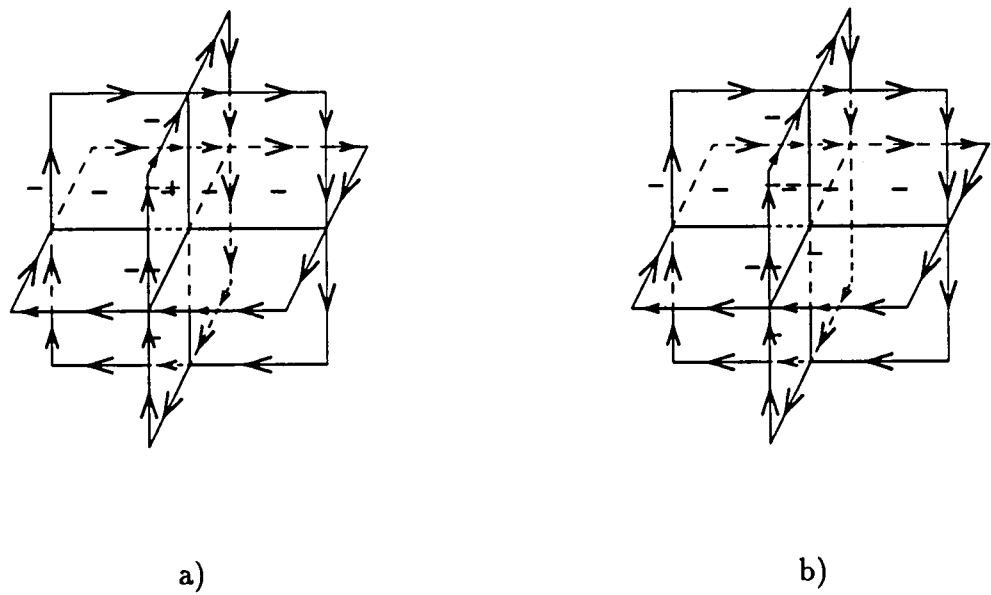


Figura 5.45: plans: a), b) Interpretaciones.

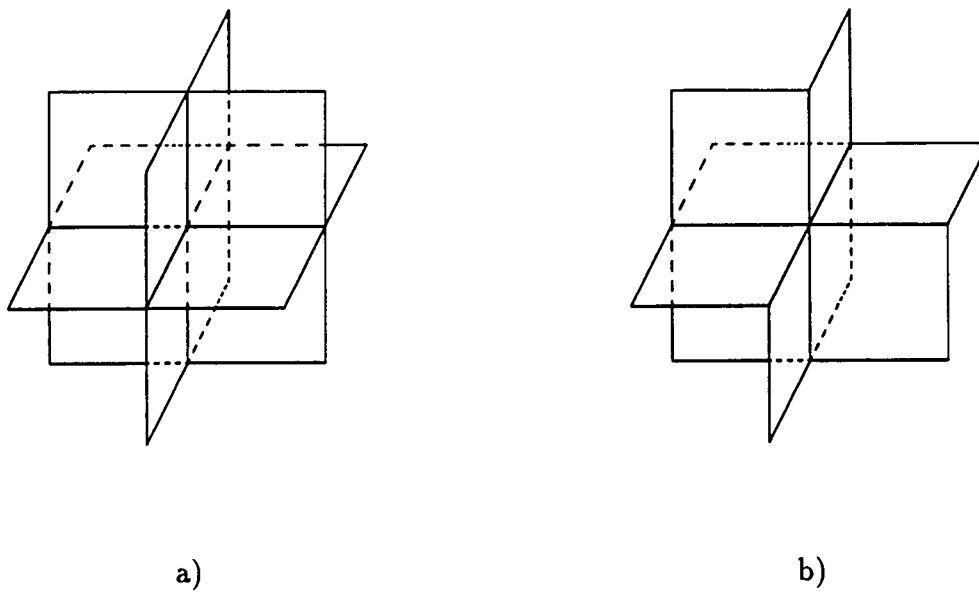


Figura 5.46: plans: a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocararas.

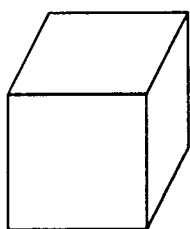
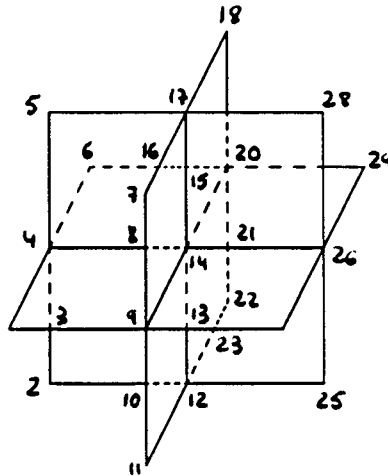
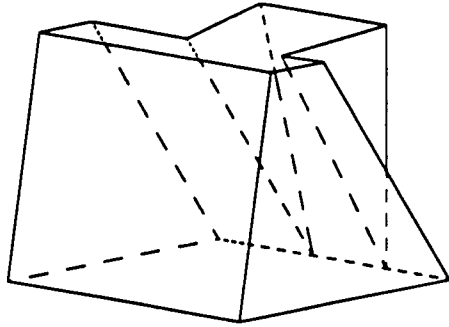


Figura 5.47: plans: a) Extracción de pseudocararas.

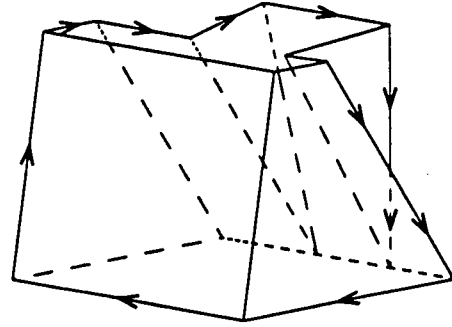


$$\begin{aligned}
 P'_O = & \{ [((14, 9)), ((9, 8), (8, 7)), ((7, 16), 16, 17)) ((17, 15), (15, 14))] \\
 & [((14, 21), (21, 26)), ((26, 24)), ((24, 23), (23, 13), (13, 9)), ((9, 14))] \\
 & [((17, 19), (19, 28)), ((28, 27), (27, 26)), (26, 21), (21, 14)), ((14, 15), (15, 17))], \\
 & [((11, 10), (10, 9)), ((9, 14)), ((14, 13), (13, 12)), ((12, 11))], \\
 & [((14, 21), (21, 26)), ((26, 25)), ((25, 12)), ((12, 13), (13, 14))], \\
 & [((14, 20)), ((20, 27), (27, 29)), ((29, 26)), ((26, 21), (21, 14))], \\
 & [((14, 8), (8, 4)), ((4, 5)), ((5, 17)), ((17, 15), (15, 14))], \\
 & [((1, 14)), ((4, 8), (8, 14)), ((14, 9)), (9, 3), (3, 1))], \\
 & [((17, 18)), ((18, 19), (19, 20)), ((20, 14)), ((14, 15), (15, 17))], \\
 & [((14, 20)), ((20, 21), (21, 22)), ((22, 23), (23, 12)), ((12, 13), (13, 14))] \\
 & [((14, 8), (8, 4)), ((4, 6)), ((6, 16), (16, 15), (15, 20)), ((20, 14))], \\
 & [((2, 3), (3, 4)), ((4, 8), (8, 14)), ((14, 13), (13, 12)), ((12, 10), (10, 2))] \} \\
 P'_T = & \emptyset \\
 C_1^P = & \{ [((14, 9)), ((9, 8), (8, 7)), ((7, 16), 16, 17)) ((17, 15), (15, 14))] \\
 & [((11, 10), (10, 9)), ((9, 14)), ((14, 13), (13, 12)), ((12, 11))], \\
 & [((17, 18)), (18, 19), (19, 20)), ((20, 14)), ((14, 15), (15, 17))], \\
 & [((14, 20)), ((20, 21), (21, 22)), ((22, 23), (23, 12)), ((12, 13), (13, 14))] \} \\
 C_2^P = & \{ [((14, 21), (21, 26)), ((26, 24)), ((24, 23), (23, 13), (13, 9)), ((9, 14))] \\
 & [((14, 20)), ((20, 27), (27, 29)), ((29, 26)), ((26, 21), (21, 14))], \\
 & [((1, 14)), ((4, 8), (8, 14)), ((14, 9)), (9, 3), (3, 1))], \\
 & [((14, 8), (8, 4)), ((4, 6)), ((6, 16), (16, 15), (15, 20)), ((20, 14))] \} \\
 C_3^P = & \{ [((17, 19), (19, 28)), ((28, 27), (27, 26)), (26, 21), (21, 14)), ((14, 15), (15, 17))], \\
 & [((14, 21), (21, 26)), ((26, 25)), ((25, 12)), ((12, 13), (13, 14))], \\
 & [((14, 8), (8, 4)), ((4, 5)), ((5, 17)), ((17, 15), (15, 14))], \\
 & [((2, 3), (3, 4)), ((4, 8), (8, 14)), ((14, 13), (13, 12)), ((12, 10), (10, 2))] \}
 \end{aligned}$$

Figura 5.48: Validación de pseudocararas en el dibujo lineal *plans*.

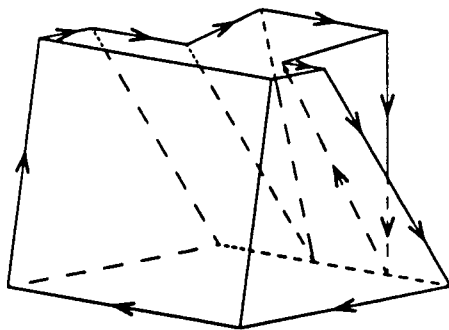


a)

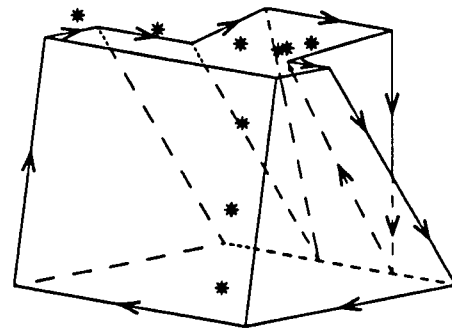


b)

Figura 5.49: rampa: a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores.

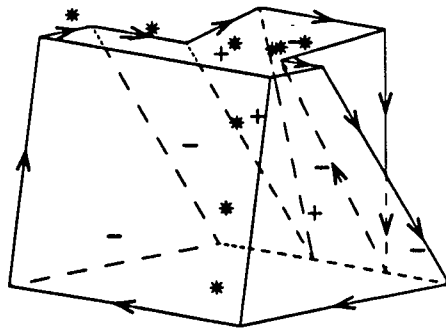


a)

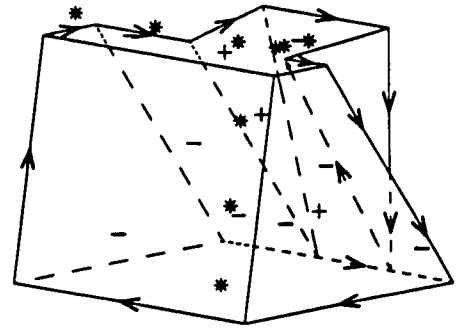


- b)

Figura 5.50: rampa: a) Depuración. b) Hipótesis X.

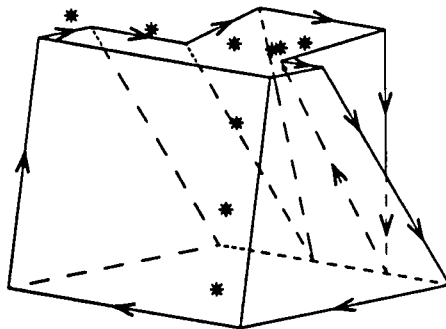


a)

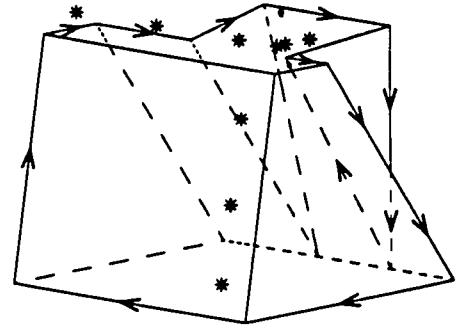


b)

Figura 5.51: rampa: a) Hipótesis 1. b) Depuración.

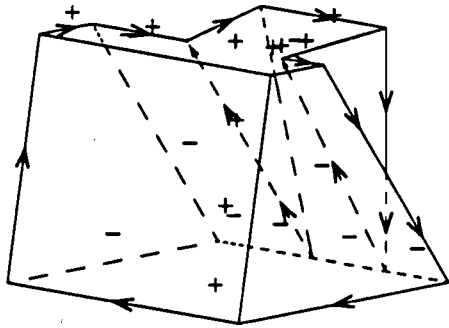


a)

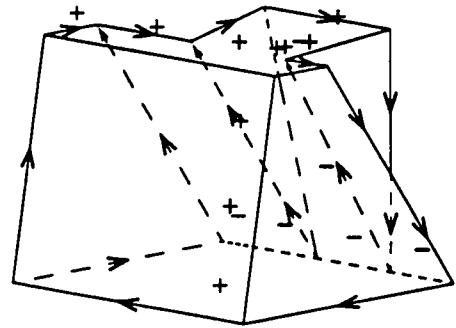


b)

Figura 5.52: rampa: a) Hipótesis 2. b) Depuración.

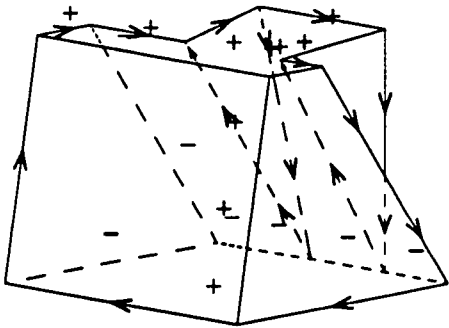


a)

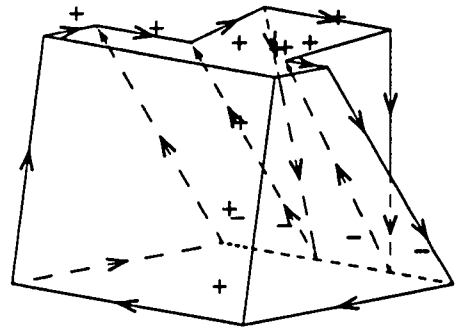


b)

Figura 5.53: rampa: a), b) Interpretaciones.

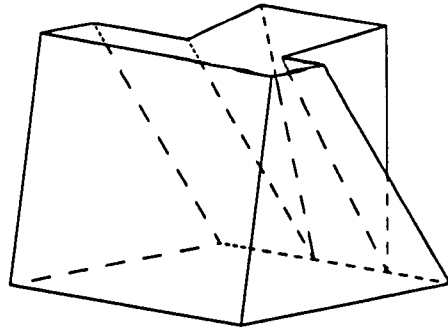


a)

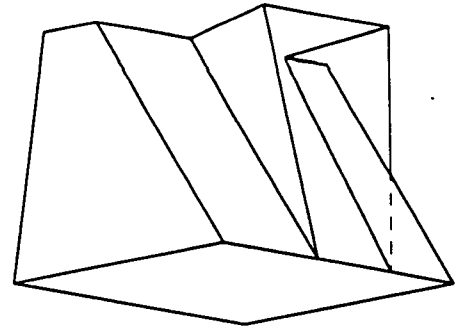


b)

Figura 5.54: rampa: a), b) Interpretaciones.

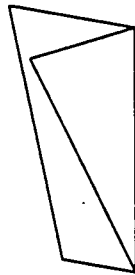


a)

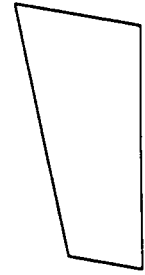


b)

Figura 5.55: rampa: a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocararas.

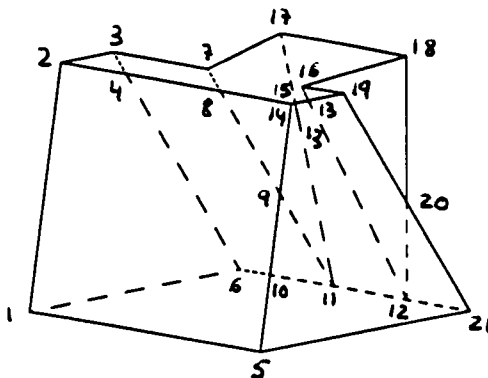


a)



b)

Figura 5.56: rampa: a), b) Extracción de pseudocararas.



$$P'_O = \{ [((5, 1)), ((1, 2)), ((2, 4)), (4, 8), (8, 14)) ((14, 9), (9, 10), (10, 5))] \\ [((2, 3)), ((3, 7)), ((7, 17)), ((17, 18)), (18, 16)), ((16, 19)), \\ ((19, 13), (13, 15), (15, 14)), ((14, 8), (8, 4), (4, 2))] \\ [((21, 5)), ((5, 10), (10, 9), (9, 14), (14, 15), (15, 13), (13, 19)), ((19, 20), (20, 21))], \\ [((5, 1)), ((1, 6)), ((6, 10), (10, 11), (11, 12), (12, 21)), ((21, 5))], \\ [((1, 2)), ((2, 3)), ((3, 4), (4, 6)), ((6, 1))], \\ [((3, 7)), ((7, 8), (8, 9), (9, 11)), ((11, 10), (10, 6)), ((6, 4), (4, 3))], \\ [((7, 17)), ((17, 15), (15, 11)), ((11, 9), (9, 8), (8, 7))], \\ [((16, 19)), ((19, 20), (20, 21)), ((21, 12)), (12, 13), (13, 16))], \\ [((12, 13), (13, 16)), (16, 18)), (18, 20), (20, 12))] \}$$

$$P'_T = \emptyset$$

$$C_1^P = \{ [((5, 1)), ((1, 2)), ((2, 4), (4, 8), (8, 14)) ((14, 9), (9, 10), (10, 5))] \}$$

$$C_2^P = \{ [((2, 3)), ((3, 7)), ((7, 17)), ((17, 18)), (18, 16)), ((16, 19)), \\ ((19, 13), (13, 15), (15, 14)), ((14, 8), (8, 4), (4, 2))] \}$$

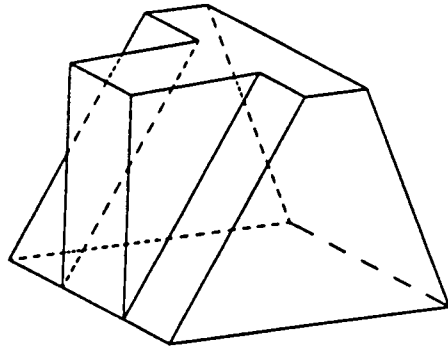
$$C_3^P = \{ [((5, 1)), ((1, 6)), ((6, 10), (10, 11), (11, 12), (12, 21)), ((21, 5))] \}$$

$$C_4^P = \{ [((21, 5)), ((5, 10), (10, 9), (9, 14), (14, 15), (15, 13), (13, 19)), ((19, 20), (20, 21))], \\ [((1, 2)), ((2, 3)), ((3, 4), (4, 6)), ((6, 1))], \\ [((12, 13), (13, 16)), (16, 18)), (18, 20), (20, 12))] \}$$

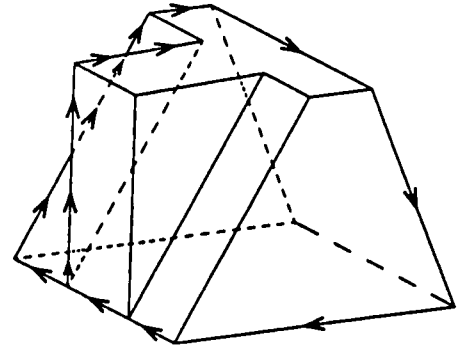
$$C_5^P = \{ [((3, 7)), ((7, 8), (8, 9), (9, 11)), ((11, 10), (10, 6)), ((6, 4), (4, 3))], \\ [((16, 19)), ((19, 20), (20, 21)), ((21, 12)), (12, 13), (13, 16))] \}$$

$$C_6^P = \{ [((7, 17)), ((17, 15), (15, 11)), ((11, 9), (9, 8), (8, 7))] \}$$

Figura 5.57: Validación de pseudocaras en el dibujo lineal *rampa*.

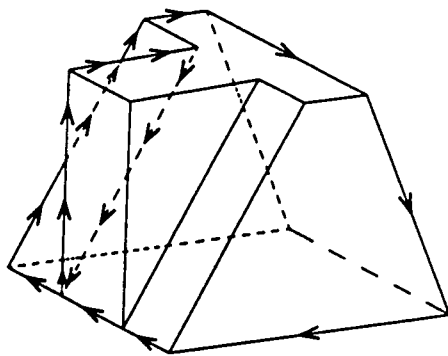


a)

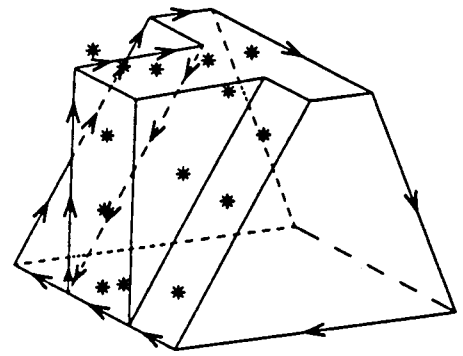


b)

Figura 5.58: rampb: a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores.



a)



b)

Figura 5.59: rampb: a) Depuración. b) Hipótesis X.

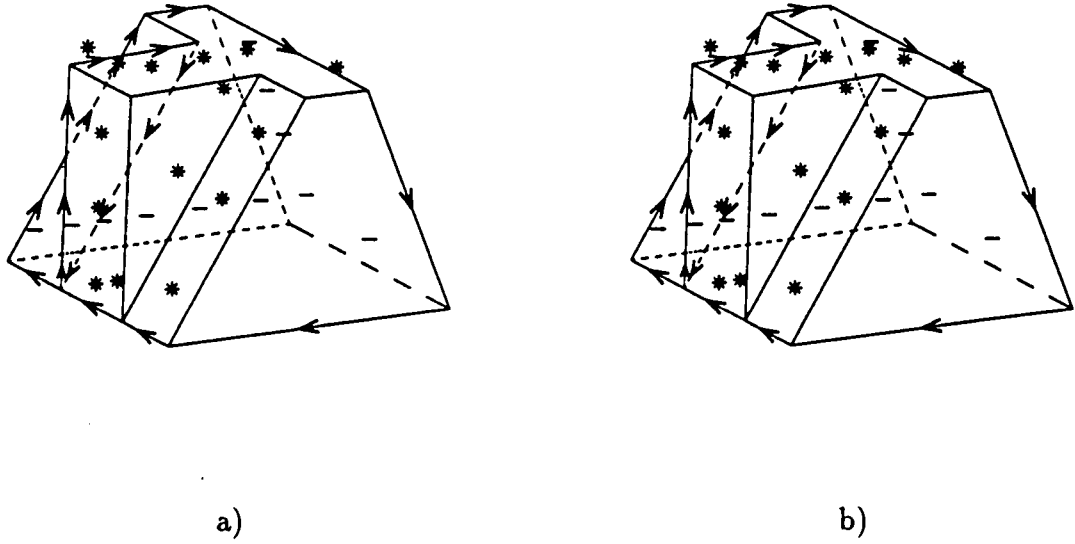


Figura 5.60: rampb: a) Hipótesis 1. b) Depuración.

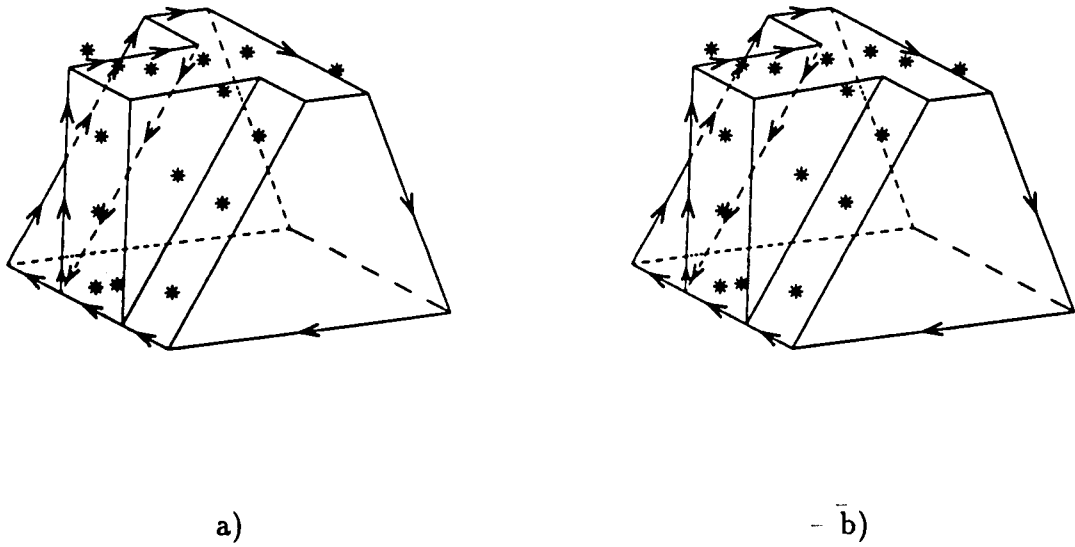
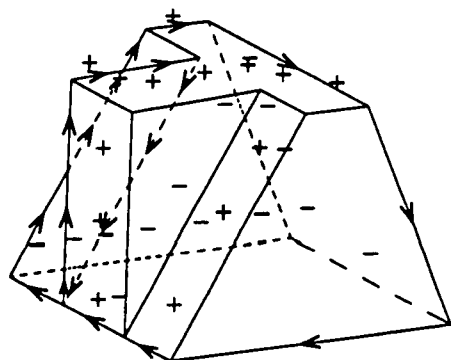
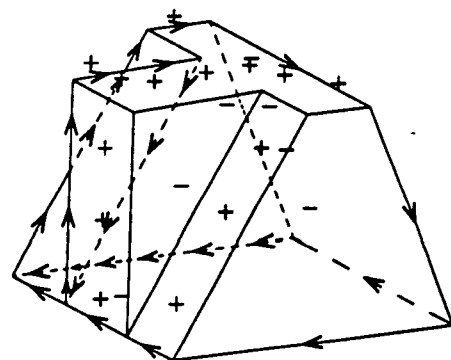


Figura 5.61: rampb: a) Hipótesis 2. b) Depuración.

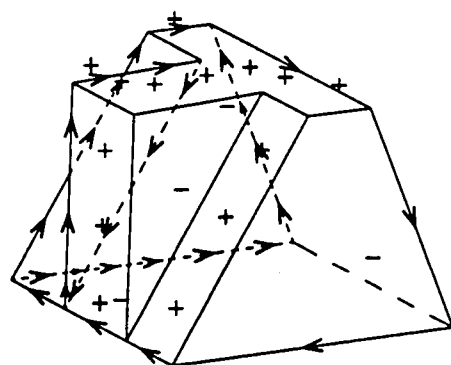


a)

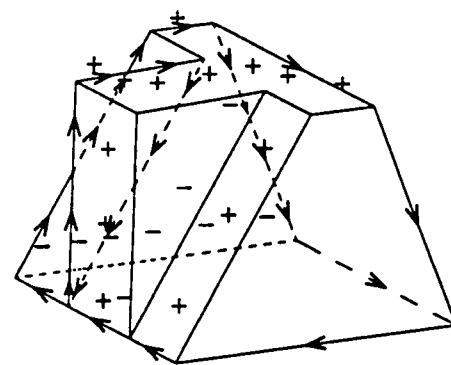


b)

Figura 5.62: rampb: a), b) Interpretaciones.



a)



b)

Figura 5.63: rampb: a), b) Interpretaciones.

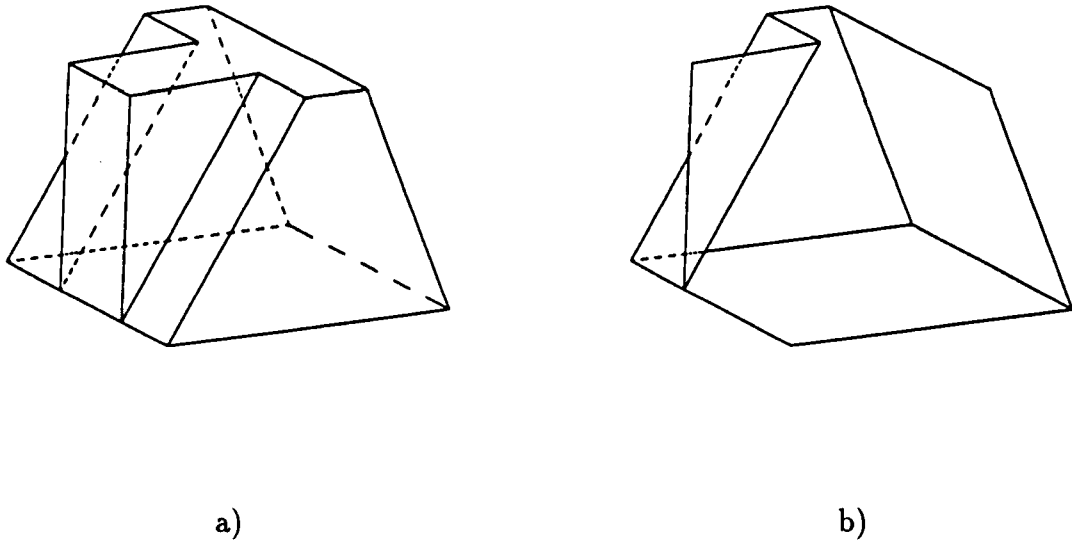


Figura 5.64: rampb: a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocararas.

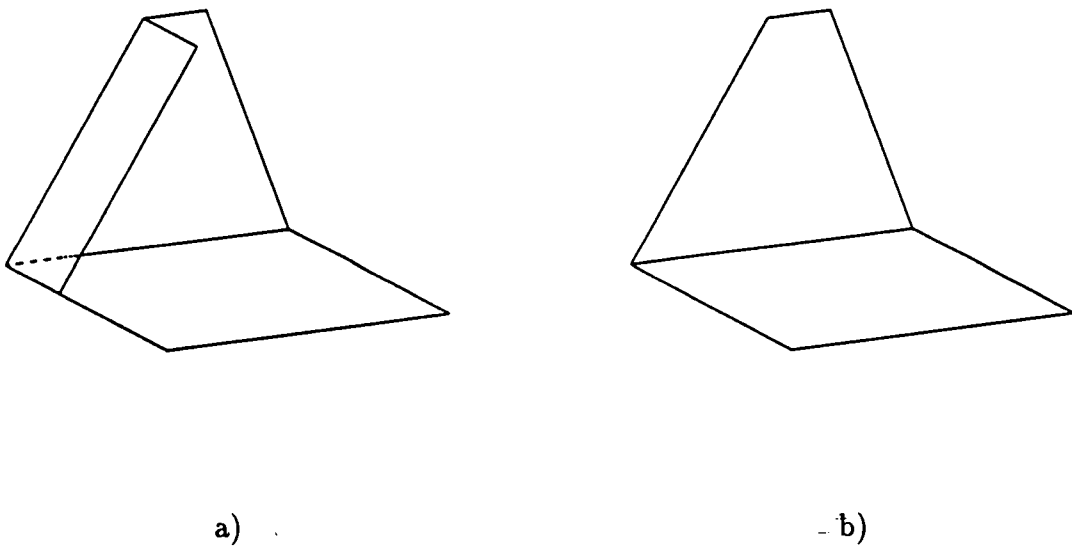
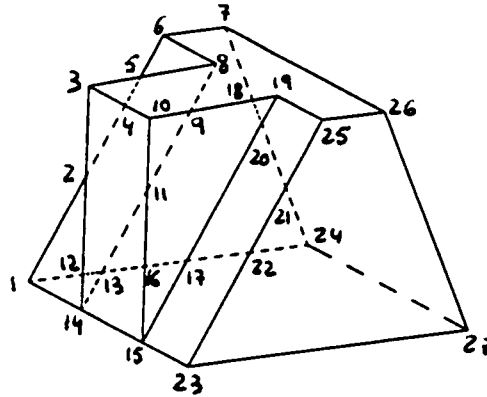


Figura 5.65: rampb: a), b) Extracción de pseudocararas.



$$\begin{aligned}
 P'_O = & \{ [((23, 15)), ((15, 17), (17, 20), (20, 19)), ((19, 25)), ((25, 21), (21, 22), (22, 23))], \\
 & [(3, 4), (4, 10)), ((10, 11), (11, 16), (16, 15)), ((15, 14)), ((14, 12), (12, 2), (2, 3))], \\
 & [(3, 5), (5, 8)), ((8, 6)), ((6, 7)), ((7, 26)), ((26, 25)), ((25, 19)), \\
 & ((19, 18), (18, 9), (9, 10)), ((10, 4), (4, 3))], \\
 & [((27, 23)), ((23, 22), (22, 21), (21, 25)), ((25, 26)), (26, 27)], \\
 & [((10, 9), (9, 18), (18, 19)), ((19, 20), (20, 17), (17, 15)), ((15, 16), (16, 11), (11, 10))] \\
 & [(3, 5), (5, 8)), ((8, 9), (9, 11), (11, 13), (13, 14)), ((14, 12), (12, 2), (2, 3))], \\
 & [((7, 26)), ((26, 27)), ((27, 24)), ((24, 21), (21, 20), (20, 18), (18, 7))], \\
 & [((1, 2), (2, 4), (4, 5), (5, 6)), ((6, 8)), ((8, 9), (9, 11), (11, 13), (13, 14)), ((14, 1))], \\
 & [((1, 2), (2, 4), (4, 5), (5, 6)), ((6, 7)), ((7, 18), (18, 20), (20, 21), (21, 24)), \\
 & ((24, 22), (22, 17), (17, 16), (16, 13), (13, 12), (12, 1)) \} \\
 P'_T = & \{ [((23, 15)), ((15, 14)), (14, 1)), \\
 & ((1, 12), (12, 13), (13, 16), (16, 17), (17, 22), (22, 24)), ((24, 27)), ((27, 23))] \} \\
 C_1^P = & \{ [((23, 15)), ((15, 17), (17, 20), (20, 19)), ((19, 25)), ((25, 21), (21, 22), (22, 23))], \\
 & [((1, 2), (2, 4), (4, 5), (5, 6)), ((6, 8)), ((8, 9), (9, 11), (11, 13), (13, 14)), ((14, 1))] \} \\
 C_2^P = & \{ [((3, 4), (4, 10)), ((10, 11), (11, 16), (16, 15)), ((15, 14)), ((14, 12), (12, 2), (2, 3))] \} \\
 C_3^P = & \{ [((3, 5), (5, 8)), ((8, 6)), ((6, 7)), ((7, 26)), ((26, 25)), ((25, 19)), \\
 & ((19, 18), (18, 9), (9, 10)), ((10, 4), (4, 3))], \\
 & [((23, 15)), ((15, 14)), (14, 1)), \\
 & ((1, 12), (12, 13), (13, 16), (16, 17), (17, 22), (22, 24)), ((24, 27)), ((27, 23))] \} \\
 C_4^P = & \{ [((27, 23)), ((23, 22), (22, 21), (21, 25)), ((25, 26)), (26, 27)], \\
 & [((10, 9), (9, 18), (18, 19)), ((19, 20), (20, 17), (17, 15)), ((15, 16), (16, 11), (11, 10))] \\
 & [(3, 5), (5, 8)), ((8, 9), (9, 11), (11, 13), (13, 14)), ((14, 12), (12, 2), (2, 3))], \\
 & [((1, 2), (2, 4), (4, 5), (5, 6)), ((6, 7)), ((7, 18), (18, 20), (20, 21), (21, 24)), \\
 & ((24, 22), (22, 17), (17, 16), (16, 13), (13, 12), (12, 1)) \} \\
 C_5^P = & \{ [((7, 26)), ((26, 27)), ((27, 24)), ((24, 21), (21, 20), (20, 18), (18, 7))] \}
 \end{aligned}$$

Figura 5.66: Validación de pseudocaras en el dibujo lineal *rampb*.

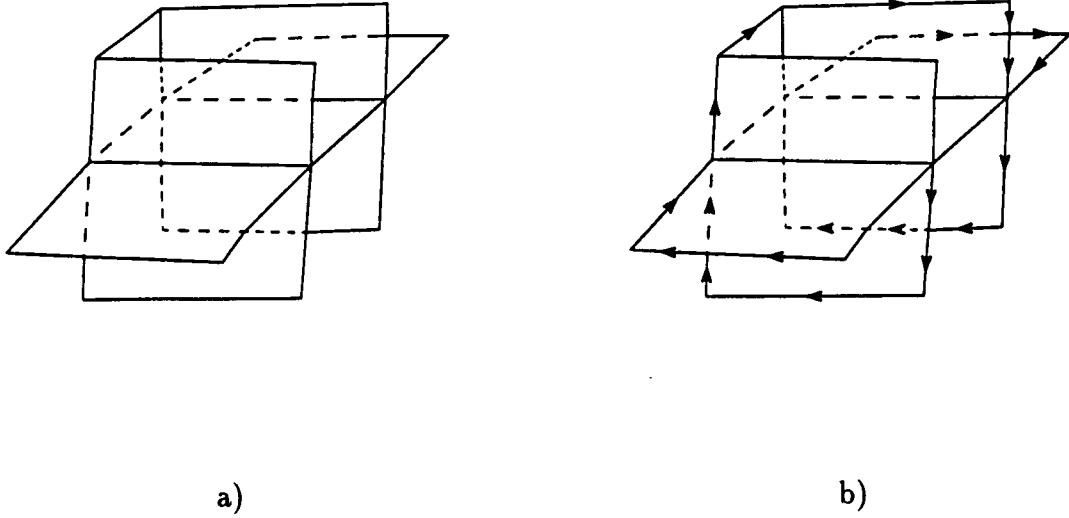


Figura 5.67: regi2: a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores.

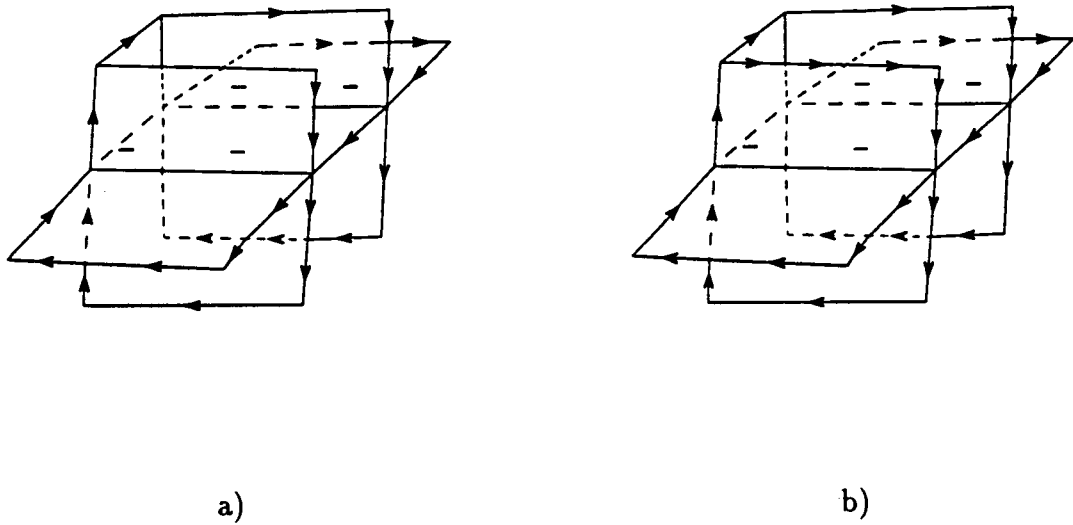
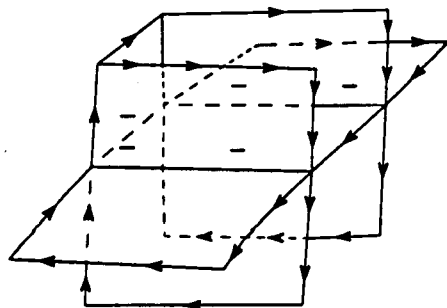
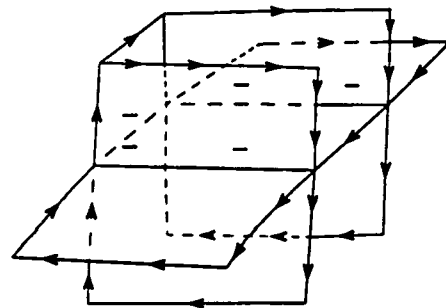


Figura 5.68: regi2: a) Depuración. b) Hipótesis X.

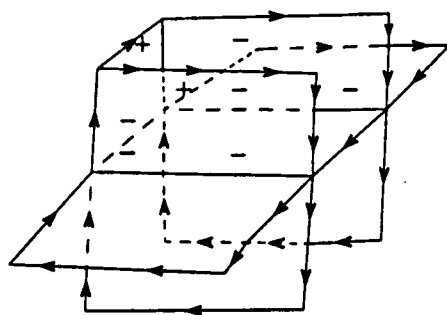


a)

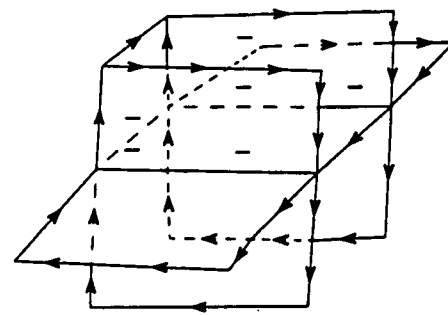


b)

Figura 5.69: regi2: a) Hipótesis 1. b) Depuración.

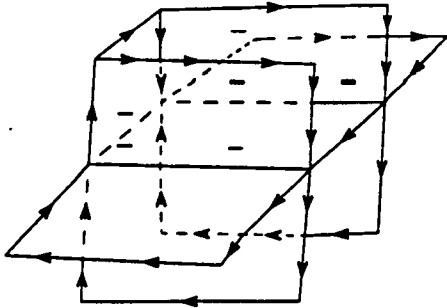


a)

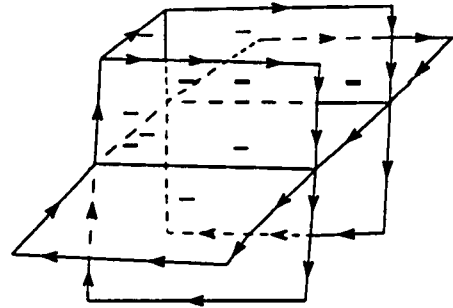


b)

Figura 5.70: regi2: a), b) Interpretaciones.

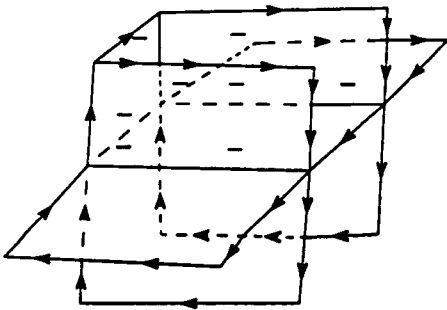


a)

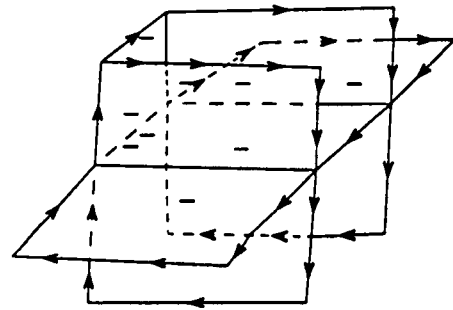


b)

Figura 5.71: regi2: a), b) Interpretaciones.

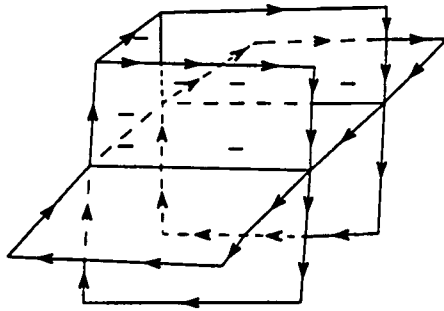


a)



- b)

Figura 5.72: regi2: a), b) Interpretaciones.



a)

Figura 5.73: regi2: a) Interpretaciones.

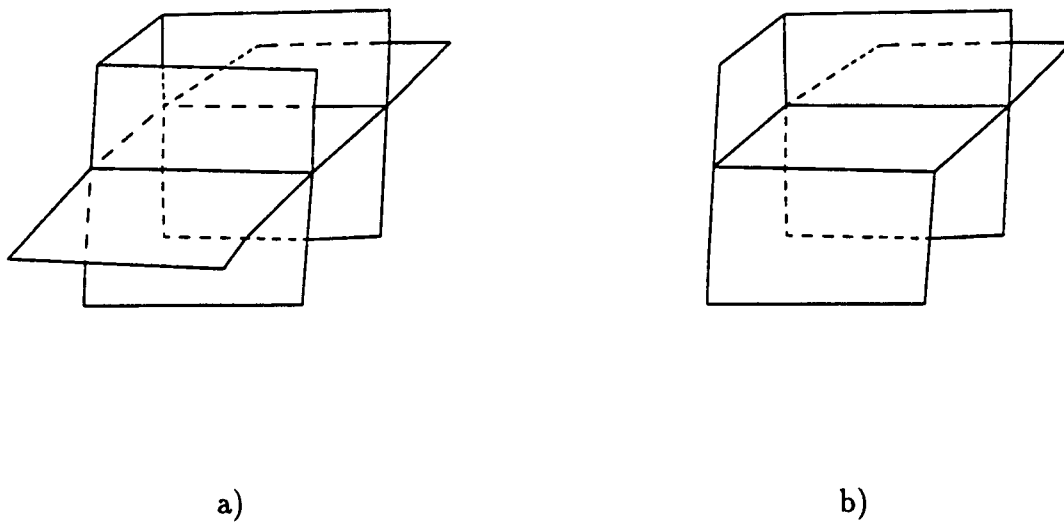


Figura 5.74: regi2: a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocararas.

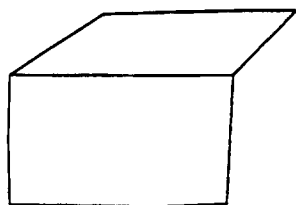
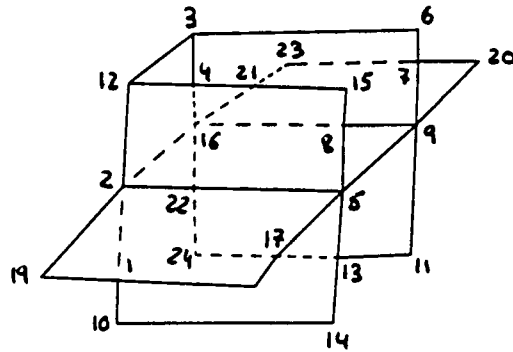


Figura 5.75: regi2: a), b) Extracción de pseudocararas.



$$P'_O = \{ [((2, 22), (22, 5)), ((5, 17), (17, 18)), ((18, 1), (1, 19)), ((19, 2))], [((2, 12)), ((12, 4), (4, 21), (21, 15)), ((15, 8), (8, 5)), ((5, 22), (22, 2))], [((10, 1), (1, 2)), ((2, 22), (22, 5)), ((5, 13), (13, 14)), ((14, 10))], [((3, 4), (4, 16)), ((16, 2)), ((2, 12)), (12, 3))], [((16, 8), (8, 9)), ((9, 5)), ((5, 22), (22, 2)), ((2, 16))], [((6, 7), (7, 9)), ((9, 8), (8, 16)), (16, 4), (4, 3)), ((3, 6))], [((16, 8), (8, 9)), ((9, 11)), ((11, 13), (13, 17), (17, 24)), ((24, 22), (22, 16))], [((23, 7), (7, 20)), ((20, 9)), ((9, 8), (8, 16)), ((16, 21), (21, 23))] }$$

$$P'_T = \emptyset$$

$$C_1^P = \{ [((2, 22), (22, 5)), ((5, 17), (17, 18)), ((18, 1), (1, 19)), ((19, 2))], [((16, 8), (8, 9)), ((9, 5)), ((5, 22), (22, 2)), ((2, 16))], [((23, 7), (7, 20)), ((20, 9)), ((9, 8), (8, 16)), ((16, 21), (21, 23))] }$$

$$C_2^P = \{ [((2, 12)), ((12, 4), (4, 21), (21, 15)), ((15, 8), (8, 5)), ((5, 22), (22, 2))], [((10, 1), (1, 2)), ((2, 22), (22, 5)), ((5, 13), (13, 14)), ((14, 10))], [((6, 7), (7, 9)), ((9, 8), (8, 16)), (16, 4), (4, 3)), ((3, 6))], [((16, 8), (8, 9)), ((9, 11)), ((11, 13), (13, 17), (17, 24)), ((24, 22), (22, 16))] }$$

$$C_3^P = \{ [((3, 4), (4, 16)), ((16, 2)), ((2, 12)), (12, 3))] }$$

Figura 5.76: Validación de pseudocararas en el dibujo lineal *regi2*.

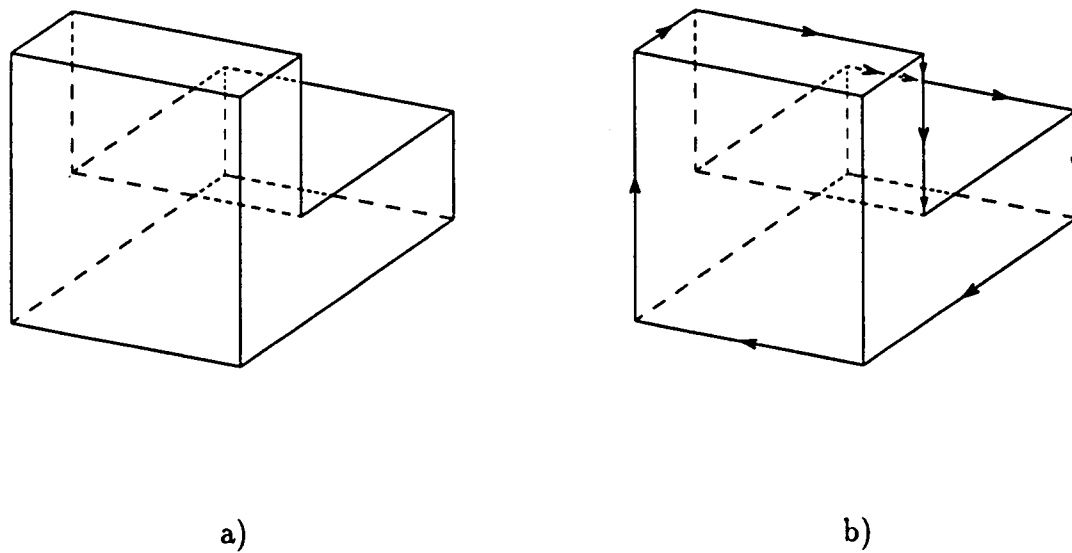


Figura 5.77: sillo: a) Dibujo lineal original. b) Etiquetado de líneas exteriores.

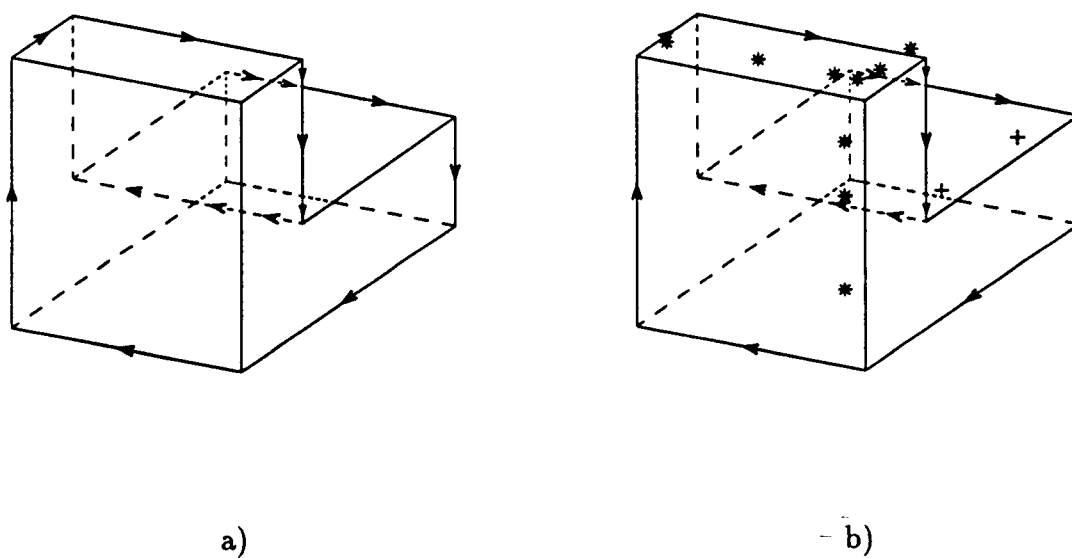


Figura 5.78: sillo: a) Depuración. b) Hipótesis X.

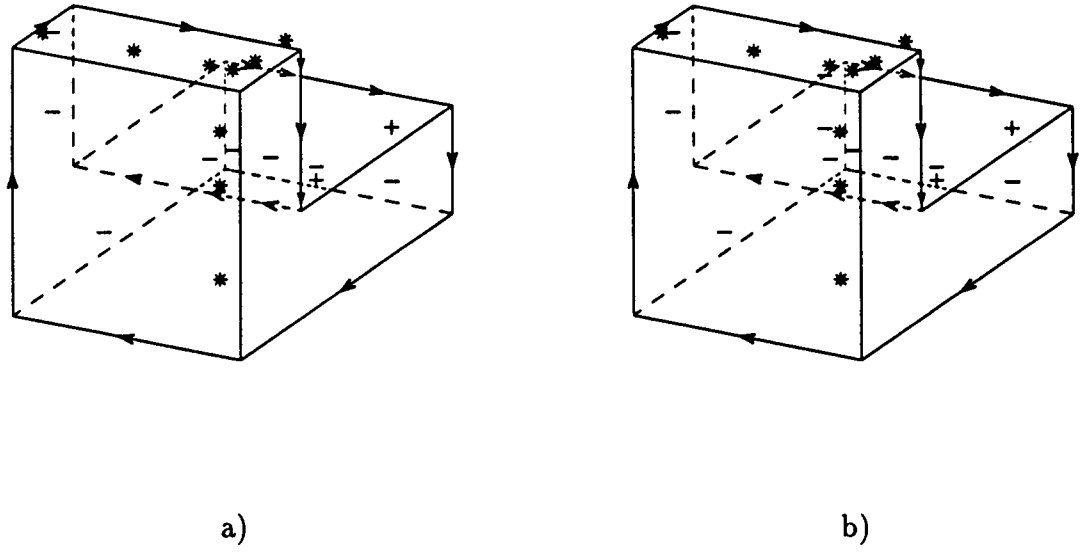


Figura 5.79: sillo: a) Hipótesis 1. b) Depuración.

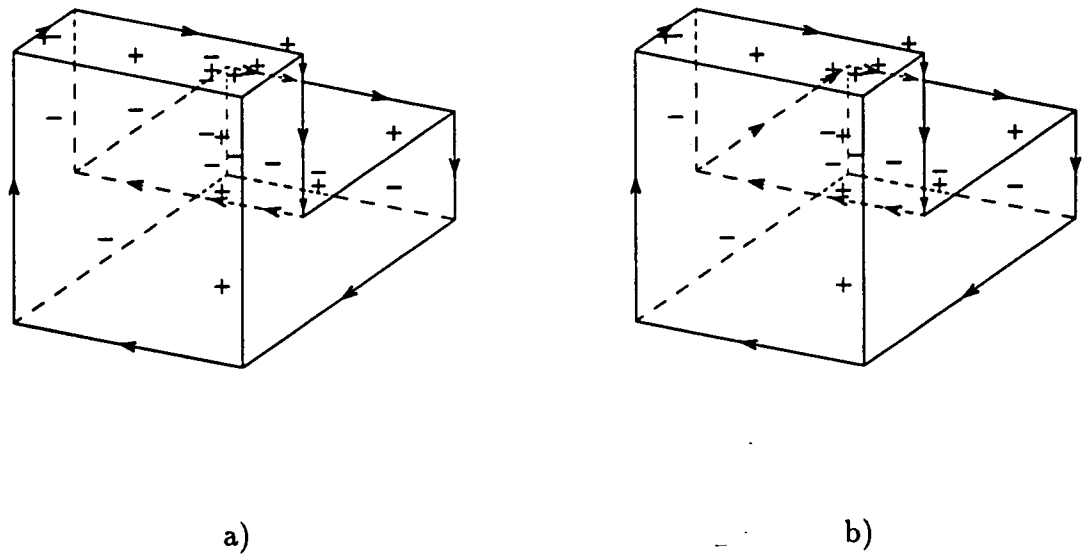


Figura 5.80: sillo: a), b) Interpretaciones.

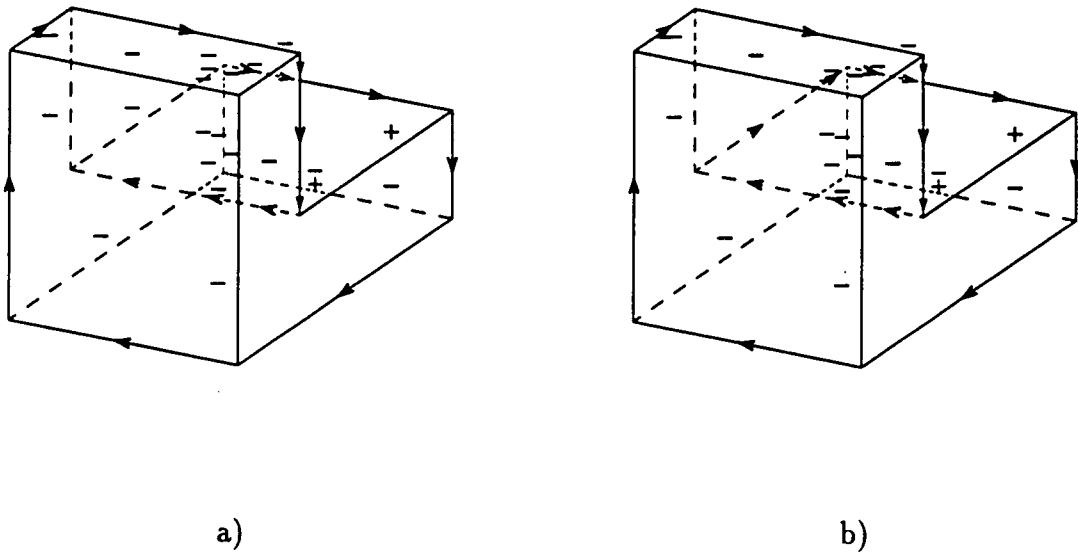
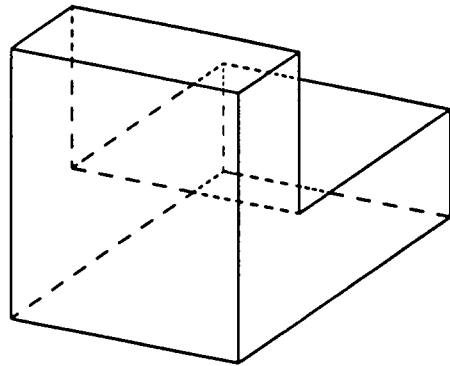
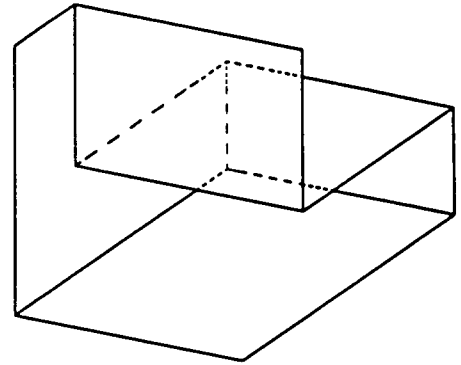


Figura 5.81: sillo: a), b) Interpretaciones.

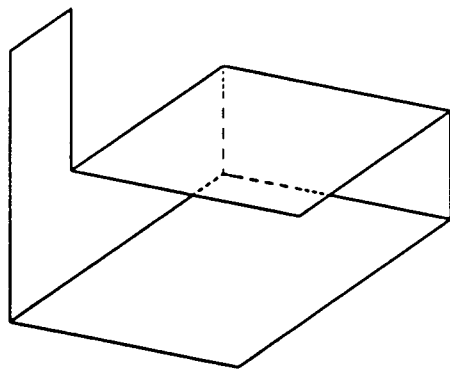


a)

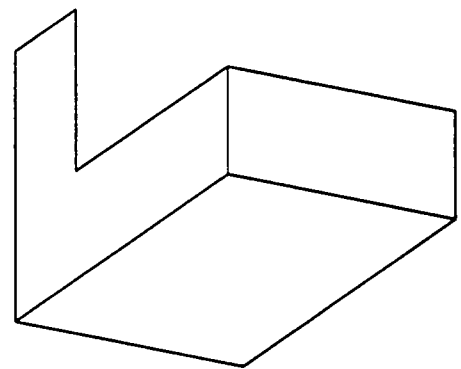


b)

Figura 5.82: sillo: a) Dibujo original. b) Extracción de pseudocararas.

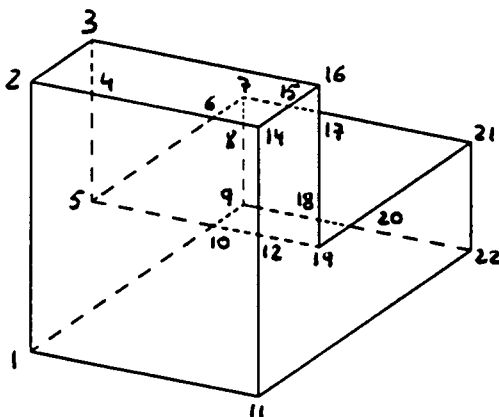


a)



b)

Figura 5.83: sillo: a), b) Extracción de pseudocararas.



$$P'_O = \{ [((11, 1)), ((1, 2)), ((2, 4), (4, 6), (6, 8), (8, 14)), ((14, 13), (13, 12), (12, 11))], [((2, 3)), ((3, 16)), ((16, 15), (15, 14)), ((14, 8), (8, 6), (6, 4), (4, 2))], [((22, 11)), ((11, 12), (12, 13), (13, 14)), ((14, 15), (15, 16)), ((16, 17), (17, 18), (18, 19)), ((19, 20), (20, 21)), ((21, 22))], [((5, 4), (4, 3)), ((3, 16)), ((16, 17), (17, 18), (18, 19)), ((19, 12), (12, 10), (10, 5))], [((5, 6), (6, 7)), ((7, 15), (15, 17), (17, 21)), ((21, 20), (20, 19)), ((19, 12), (12, 10), (10, 5))], [((11, 1)), ((1, 10), (10, 9)), ((9, 13), (13, 18), (18, 20), (20, 22)), ((22, 11))], [((1, 2)), ((2, 3)), ((3, 4), (4, 5)), ((5, 6), (6, 7)), (7, 8), (8, 9)), ((9, 10), (10, 1))], [((7, 15), (15, 17), (17, 21)), ((21, 22)), ((22, 20), (20, 18), (18, 13), (13, 9)), ((9, 8), (8, 7))] \}$$

$$P'_T = \emptyset$$

$$C_1^P = \{ [((11, 1)), ((1, 2)), ((2, 4), (4, 6), (6, 8), (8, 14)), ((14, 13), (13, 12), (12, 11))], [((5, 4), (4, 3)), ((3, 16)), ((16, 17), (17, 18), (18, 19)), ((19, 12), (12, 10), (10, 5))], [((7, 15), (15, 17), (17, 21)), ((21, 22)), ((22, 20), (20, 18), (18, 13), (13, 9)), ((9, 8), (8, 7))] \}$$

$$C_2^P = \{ [((2, 3)), ((3, 16)), ((16, 15), (15, 14)), ((14, 8), (8, 6), (6, 4), (4, 2))], [((5, 6), (6, 7)), ((7, 15), (15, 17), (17, 21)), ((21, 20), (20, 19)), ((19, 12), (12, 10), (10, 5))], [((11, 1)), ((1, 10), (10, 9)), ((9, 13), (13, 18), (18, 20), (20, 22)), ((22, 11))] \}$$

$$C_3^P = \{ [((22, 11)), ((11, 12), (12, 13), (13, 14)), ((14, 15), (15, 16)), ((16, 17), (17, 18), (18, 19)), ((19, 20), (20, 21)), ((21, 22))], [((1, 2)), ((2, 3)), ((3, 4), (4, 5)), ((5, 6), (6, 7)), ((7, 8), (8, 9)), ((9, 10), (10, 1))] \}$$

Figura 5.84: Validación de pseudocaras en el dibujo lineal *sillo*.

Capítulo 6

Conclusiones y principales aportaciones

1. Se han enunciado las asunciones que definen un sistema para la reconstrucción tridimensional de escenas poliédricas a partir de un único dibujo lineal que describe la proyección de un objeto sobre un punto de vista.
2. Se ha propuesto una ampliación del diccionario de uniones del dominio de Origami para líneas ocultas, descritas mediante aspecto discontinuo, para el etiquetado de las líneas de un dibujo lineal. Se han definido las transformaciones de *normalización*, *homogenización* y cambio de aspecto sobre uniones asociadas a relaciones de equivalencia entre uniones etiquetadas.
3. Se han estudiado ciertas características en los dos ámbitos de trabajo: El del dibujo línea y el de la escena tridimensional estableciendo relaciones entre ambas.
4. Se ha propuesto un sistema de codificación numérico de uniones así como un conjunto de operaciones aplicables a dichos códigos. Se han definido las transformaciones de uniones como la normalización y homogenización, mediante operaciones aritméticas o booleanas sobre los elementos del sistema de codificación.

5. Se ha desarrollado un algoritmo para la interpretación de un dibujo lineal consistente en obtener todas las configuraciones de líneas etiquetadas del dibujo que sean coherentes con el diccionario de uniones. Para ello, se define la operación de puesta en correspondencia de una unión de la imagen con los elementos del diccionario.
6. Se han formulado hipótesis previas al proceso de interpretación de un dibujo para reducir el número de configuraciones etiquetadas posibles. Estas hipótesis se realizan teniendo en cuenta características de la imagen.
7. Se han propuesto técnicas para la extracción de regiones y pseudocaras, estas últimas con una relación directa con las superficies del objeto descrito en el dibujo lineal.
8. Se han enunciado criterios de asignación de opacidad o transparencia sobre las pseudocaras del dibujo lineal que sean coherentes con las asunciones del sistema. Dicha asignación pretende filtrar el conjunto de interpretaciones obtenidas en el paso previo, obteniendo las que sean coherentes con la distribución de opacidad de las pseudocaras.

Como líneas de continuación destacan las siguientes:

1. La formalización del diccionario de Origami con ocultaciones posee como restricción el número de direcciones predominantes de cada unión. Una ampliación del diccionario consistiría en formalizar el proceso de generación de diccionarios con un número mayor de direcciones predominantes, basándose en la distribución de las 12 SE's y mediante pliegues sobre configuraciones etiquetadas que posean la característica de rotura visible. Con ello, se ampliaría el dominio de objetos tridimensionales en el sistema.
2. El sistema de codificación de uniones permite establecer un entorno numérico para el tratamiento de las uniones etiquetadas mediante un conjunto de operadores, a partir de los cuales pueden definirse otro tipo de transformaciones entre uniones.

3. El sistema sigue una estrategia bottom-up. En algunos casos, la falta de suficiente información ha obligado a adoptar como hipótesis ciertas consideraciones, las cuales podrían ser reconsideradas si no se verificaran. Con ello se pretendería establecer una relación top-down entre niveles.
4. En el nivel superior deben caracterizarse los posibles errores en el proceso de reconstrucción, verificando si el dibujo lineal corresponde realmente a figuras imposibles de ser reconstruidas, o puede ser solventable su reconstrucción, mediante correcciones del dibujo lineal.

Bibliografía

- [AgB-73] Agin G.J. Binford T.O., *Computer description on curved objects*, Third International Joint Conferences on Artificial Intelligence, pp. 629-640., 1973.
- [AIR-85] *Semiautomatic Three-Dimensional Interpretation of Line Drawings*, Computer & Graphics, Vol.8, pp.371-380, 1984.
- [And-90] Andersen J.D., *Combitatorial Characterization of Perspective Projections from Polyhedral Objects Scenes*, European Conference Computer Vision (ECCV-90) pp.559-562, 1990.
- [BaB-82] Ballard D.H. Brown C.N., *Computer Vision*, Prentice Hall Inc., New Jersey, 1982.
- [BaT-81] Barrow H.G. y Tenenbaum J.M., *Interpreting line drawings as three-dimensional surfaces*, Artificial Intelligence, vol.17, pp. 75-116, 1981.
- [BeL-89] Bergevin R., Levine M.D., *Part-Based Description and Recognition of Objects in Line Drawings*, SPIE, Intelligent Robots and Computer Vision VIII, Vol.1192, pp.63-74, 1989.
- [Beu-84] Beucher, S., **Mathematical morphology and functions**, Technical report C-107, Centre de Morphologie Matematique, E.N.S.M.P. Fontainebleau, 1984.
- [BoV-91] Bolle R.M., Vemuri B.C., *On Three-Dimensional Surface Reconstruction Methods*, IEEE-PAMI, Vol.13, N.1, 1991.

- [Bro-83] Brooks R.A., *Model-based Three-Dimensional Interpretations of Two-Dimensional Images*, IEEE-PAMI, Vol.5, pp.140-158, 1983.
- [BrY-84] Brady M., Yuille A., *extremum principle for shape from contour*, IEEE-PAMI, Vol.6, pp.288-301, 1984.
- [BWS-88] Bixler J.P., Watson L.T., Sanford J.P., *Spline-based recognition of straight lines and curves in engineering line drawings*, Image and Vision Computing, Vol.6, pp.262-269, 1988.
- [Che-88] Chen G., *Appearance Analysis from CAD models*, Laboratoire LTJR-F/ENSERG, Rapport de recherche, 1988.
- [Clo-71] Clowes M.B., *On seeing things*, Artificial Intelligence, vol.2, pp.79-116, 1971.
- [CoF-82] Cohen P.R. Feigenbaum E.A., *The handbook of Artificial Intelligence*, Addison-Wesley Publishing, vol.3, 1982.
- [Dra-81] Draper S.W., *The use of gradient and dual space in line-drawing interpretation*, Artificial Intelligence, vol.17, pp.461-508, 1981.
- [DRL-89] Dhome M., Richetin M., Lapreste J.T., *Determination of the Attitude of 3D-Objects from a Single Perspective View*, IEEE-PAMI, Vol.11, N.12, pp.1265-1278.
- [EnL-88] Enab Y.M., Luh J.Y.S., *Shape from a Single View using Matching Method*. Pattern Recognition, Vol.21, N.4, pp.313-318.
- [Fal-72] Falk G., *Interpretation of Imperfect Line Data as a Three-Dimensional Scene*, Artificial Intelligence, vol.3, pp.101-144, 1972.
- [Fen-88] Feng P., *A Face Based Algorithm for Matching two line drawings of a polyhedron*, 9th IEEE-ICPR, pp.782-784.
- [FlJ-91] Flynn P.J., Jain A.K., *CAD-Based Computer Vision: From CAD Models to Relational Graphs*, IEEE PAMI, Vol.13, N.2, pp. 114-132, 1991.

- [Fuk-88] Fukui Y., *Input Method of Boundary Solid by Sketching*, CAD, Vol.20, N.8, pp.434-440.
- [GiM-90] Gigus Z., Malik J., *Computing the Aspect Graph for Line Drawings of Polyhedral Objects*, IEEE-PAMI, Vol.12, n.2, 1990.
- [Guz-68] Guzman A., *Decomposition of a visual scene into three-dimensional bodies*, AFIPS Fall Joint Conferences, vol.33, pp.137-177, 1968.
- [HaH-89] Hansen C., Henderson T.C., *CAGD-Based Computer Vision*, IEEE-PAMI Vol.11, N.11, pp. 1181-1193.
- [HaQ-82] Haralick R., Queeney D., *Understanding Engineering Drawings*, Computer Vision Graphics and Image Processing, Vol.20, pp.244-258, 1982.
- [Har-80] Haralick R., *Using Perspective Transformations in Scene Analysis*, Computer Vision Graphics and Image Processing, Vol.13, pp.191-221, 1980.
- [Huf-71] Huffman D.A., *Impossible objects as nonsense sentences*, Machine Intelligence, Edinburg Univ. Press, vol.6, pp.295-323, 1971.
- [Huf-77a] Huffman D.A., *A duality concept for the analysis of polyhedral scenes*, Machine Intelligence, Edinburgh Univ. Press., vol.8, pp.475-492, 1977.
- [Huf-77b] Huffman D.A., *Realizable configurations of lines in pictures of polyhedra*, Machine Intelligence, Edinburgh Univ. Press, vol.8, pp.493-509, 1977.
- [HuZ-83] Hummel R.A., Zucker S.W., *On the foundations of Relaxation Labeling Processes*, IEEE-PAMI, Vol.5, N.3, pp.267-287.
- [Ish-84] Ishikawa S., *Reconstructing Faces on a Polyhedron from Aparent Gradients of Edges*, Computer Vision, Graphics and Image Processing, Vol.28, pp.289-302, 1984.
- [IsK-88] Ishikawa S., Kato K., *Reconstructible pairs of Incomplete Polyhedral Line Drawings General Reconstruction Procedure*, 9th. IEEE-ICPR, pp.1056-1058, 1988.

- [JaK-84] Jansen H., Krause F.L., *Interpretation of Freehand Drawings for mechanical Design Processes*, Computer & Graphics, Vol.8, N.4, pp.351-369, 1984.
- [JNR-85] Jansen H., Nullmeier E., Roediger K.H., *Handsketching as a Human Factor Aspect in Graphical Interaction*, Computer & Graphics, Vol.9, N.3, pp.195-210.
- [Jos-89] Joseph S.H., *Processing of Engineering Line Drawings for Automatic Input to CAD*, Pattern Recognition, Vol.22, N.1, pp.1-11, 1989.
- [KIK-89] Kamata S., Ishikawa S., Kato K., *Reconstructing an Edge on a Polyhedron using an Optimization Method*, Computer Vision Graphics and Image Processign, Vol.47, pp.92-104, 1989.
- [Kan-80] Kanade T., *A theory of Origami World*, Artificial Intelligence, vol. 13, pp.279-311, 1980.
- [Kan-81] Kanade T., *Recovery of the Three-Dimensional shape of an object from a single view*, Artificial Intelligence, vol.17, pp.409-460, 1981.
- [Kan-83] Kanade T., *Geometrical Aspects of Interpreting Images as a Three-Dimensional Scene*, Proceedings of IEEE, Vol.71, N.7, pp.789-802, 1983.
- [Kar-89] Karasick L., *The Same-Object Problem for Polyhedral Solids*, Computer Vision Graphics and Image Processing, Vol.46, pp.22-36, 1989.
- [Kas-90] Rangachar Kasturi et al., *A system for interpretation of line drawings*, IEEE PAMI, Vol.12, N.10, pp.978-992, 1990.
- [KBM-90] Kasturi R., Bow S.T., El-Masri W., et all, *A system for Interpretation of Line Drawings*, IEEE-PAMI, Vol.12, N.10, pp.978-992.
- [Kat-89b] Kanatani K.I., *Reconstruction of Consistent-Shape from Inconsistent Data Optimization of 2 1/2D Sketches*, International Journal of Computer Vision, Vol.3, pp.261-292, 1989.

- [Kir-90] Kirousis L., *Effectively Labeling Planar Projections of Polyhedra*, IEEE-PAMI, Vol.12, N.2, pp.123-130, 1990.
- [LiC-90] Lie W.N., *Robust Line-Drawing Extraction for Polyhedra using Weighted Polarized Hough Transform*, Pattern Recognition, Vol.23, N.3/4, pp.261-274.
- [Liu-90] Liu, H.C., Srinath, M.D. **Corner detection form chain-code**, Pattern Recognition, Vol.23, No. 1/2, pp 51-68, 1990.
- [LYC-90] Lie W.-N., Yu C-W., Chen Y.-C, *Model-based recognition of polyhedra using intensity-guided range sensing and interpretation in 3-D space*, Pattern Recognition, Vol.25, pp. 983-997, 1990.
- [Mac-73] Mackworth A.K., *Interpreting pictures of polyhedral scenes*, Artificial Intelligence, vol.4, pp.121-137, 1973.
- [MaK-90] Marefat M., Kashyap R.L., *Geometric Reasoning for Recognition of Three-Dimensional Object Features*, IEEE-PAMI, Vol.12, N.10, pp.949-965.
- [Mar-82] Marr D., *Vision*, W.H.Freeman and Company, London, 1982.
- [Mar-91] Marill T., *Emulating the Human Interpretation of Line-Drawings as Three-Dimensional Objects*, International Journal of Computer Vision, vol.6, pp.147-161, 1991.
- [MaM-83] Masini G., Mohr R., *Mirabelle. A system for Structural Analysis of Drawings*, Pattern Recognition, Vol.16, N.4, pp.363-372, 1983.
- [MDC-90] Mukherjee J., Dast P.P., Chatterji B.N., *An Algorithm for the Extraction of the Wire Frame Structure of a Three-Dimensional Object*, Pattern Recognition, Vol.23, N.9, pp.999-1010, 1990.
- [MiS-86] Minoh M., Sakai T., *Mesh-Oriented Line Drawings Theory (MOLD Theory)*, IEEE-PAMI, Vol.8, N.2, pp.210-221, 1986.
- [MoN-89] Mohan R., Nevatia R., *Using Perceptual Organization to Extract 3D Structures*, IEEE-PAMI, Vol.11, N.11, pp.1121-1139, 1989.

- [Nal-88a] Nalwa V.S., *Line Drawing Interpretation: A mathematical framework*, International Journal of Computer Vision, vol.2, pp.103-124, 1988.
- [Nal-88b] Nalwa V.S., *Line Drawing Interpretation: Straight Lines and Conic Sections*, IEEE-PAMI, vol.10, N.4, pp.514-529, 1988.
- [Nal-88c] Nalwa V.S., *Line-Drawing Interpretation: Bilateral Symmetry*, 9th. IEEE-ICPR, pp.1049-874.
- [Ngu-90] Nguyen V.D., *Labeling Polyhedral Images*, IEEE-International Conference in Computer Vision (ICCV-90), pp.1160-1164, 1990.
- [Rob-65] Roberts L., *Machine Perception of Three-Dimensional Solids*, Optical and Electro-optical Information Processing, MIT Press, Cambridge, Mass. pp.159-197, 1965.
- [RHZ-76] Rosenfeld A, Hummel R.A., Zucker S.W., *Scene Labeling by Relaxation Operations*, IEEE-SMC, Vol.6, N.6, pp.420-433, 1976.
- [Ros-88] Rosenfeld a., *Computer Vision: Basic principles*, Proceedings of the IEEE, vol.76, No.8, August-1988.
- [Rut-78] Rutkowski, W.S., Rosenfeld, A., **A comparison of corner-detection techniques for chain-code curves**, Computer Science Technical Report Series num. TR-623 , University of Maryland, 1978.
- [San-77] Sankar P.V., *A vertex coding scheme for interpreting ambiguous trihedral solids*, Computer Vision, Graphics and Image Processing, vol.6, pp.61-89, 1977.
- [SaT-82] Sato T., Tojo, A., *Recognition and Understanding of Hand-Drawn Diagrams*, 6th. IEEE-International Conference of Pattern Recognition, pp.674-677, 1982.
- [Sha-84] Shapira R., *The use of Object's Faces in Interpreting Line Drawings*, IEEE-PAMI, Vol.6, N.6, pp.789-794, 1984.

- [Sha-85] Shapira R., *More about Polyhedra - Interpretation through Constructions in the Image Plane*, IEEE-PAMI, Vol.7, N.1, pp.1-16, 1985.
- [Shi-73] Shirai Y., *A context sensitive line finder for recognition of polyhedra*, Artificial Intelligence, vol.4, pp.95-119, 1973.
- [Shi-87] Shirai Y., *Three-Dimensional Computer Vision*, Springer Verlag, Berlin, 1987.
- [ShK-83] Shafer S.A., Kanade T., *Gradient Space under Orthography and Perspective*, Computer Vision Graphics and Image Processing, Vol.24, pp.182-199, 1983.
- [ShS-71] Shirai Y. Suwa M., *Recognition of polyhedrons with a rangefinder*, International Joint Conferences on Artificial Intelligence 2, pp. 80-87, 1971.
- [Slu-88] Sluzek A., *Identification of Planar Objects in 3-D Space from Perspective Projections*, Pattern Recognition Letters, Vol.7, N.1, pp.59-63, 1988.
- [Sug-78] Sugihara K., *Picture language for skeletal polyhedra*, Computer Vision Graphics and Image Processing, vol8, pp.382-405, 1978.
- [Sug-82a] Sugihara K., *Mathematical structures of line drawings of polyhedra - Toward man-machine communication by means of line drawings*, IEEE PAMI, vol.4, pp.458-469, 1982.
- [Sug-82b] Sugihara K., *Classification of Impossible Objects*, Perception, Vol.11, pp.65-74, 1982.
- [Sug-84a] Sugihara K., *A necessary and sufficient condition for a picture to represent a polyhedral scene*, IEEE PAMI, vol.6, pp.578-586, 1984.
- [Sug-84b] Sugihara K., *An Algebraic Approach to Shape-from-Image Problems*, Artificial Intelligence, vol.23, pp.59-95, 1984.
- [Sug-84c] Sugihara K., *Interpretation of an Axonometric Projection of a Polyhedron*, Computers & Graphics, vol.8, N.4, pp.391-400, 1984.

- [Sug-86] Sugihara K., *Machine interpretation of line drawings*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1986.
- [SIS-86] Sugihara K., Iguchi H., Sugie N., *An Experimental System for Generating Polyhedral Structures from Line Drawings*, *Journal of Information Processing*, Vol.9, N.3, pp.135-144, 1986.
- [UIN-91] Ulupinar F., Nevatia R., *Constraints for Interpretation of Line Drawings under Perspective Projection*, *CVGIP:Image Understanding*, Vol.53, N.1, pp.88-96, 1991.
- [UWC-90] Ullman D.G., Wood S., Craig D., *The importance of drawing in the mechanical design process*, *Computer & Graphics*, Vol.14, N.2, pp.253-274, 1990.
- [WaG-89] Wang W., Grinstein G.G., *A polyedral object's CSG-Rep reconstruction from a single 2D line drawing*, *SPIE, Intelligent Robots and Computer Vision VIII*, Vol.1192, pp.230-238, 1989.
- [WaH-88] *Geometric Reasoning for Constructing 3D Scene Descriptions from Images*, *Artificial Intelligence*, Vol.37, pp.275-290, 1988.
- [Wal-75] Waltz D., *Understanding line drawings of scenes with shadows*, *The Psychology of Computer Vision*, Winston P.H. ed, McGraw-Hill, New York, pp.19-91, 1975.
- [Wat-88] Watts N.A., *Calculating the Principal Views of a Polyhedron*, 9th. IEEE-ICPR, pp.316-322, 1988.
- [WoS-89] Wolfson E., Schwartz E.L., *Computing Minimal Distances on Polyhedral Surfaces*, *IEEE-PAMI*, Vol.11, N.9, pp.1001-1005, 1989.

Anexo A

Diccionarios

En este anexo se presenta el diccionario de uniones para el etiquetado de líneas correspondiente al mundo de origami con ocultaciones. Se muestran, además a título comparativo, los diccionarios de Sugihara [Sug-78], definido en el dominio triédrico con ocultaciones, y el diccionario del mundo de Origami sin ocultaciones, definido por Kanade [Kan-80].

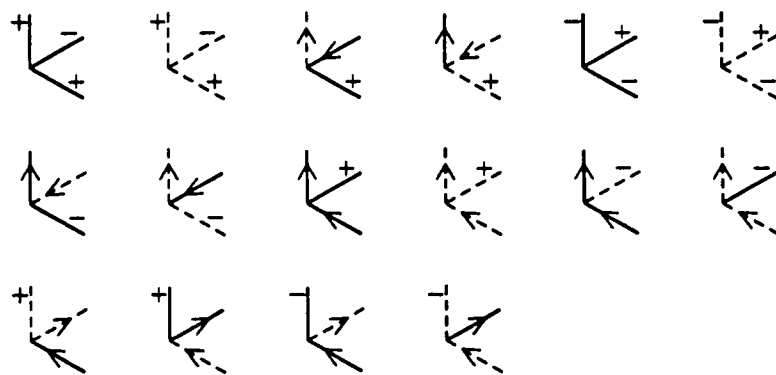


Figura A.1: Diccionario triédrico con ocultaciones.

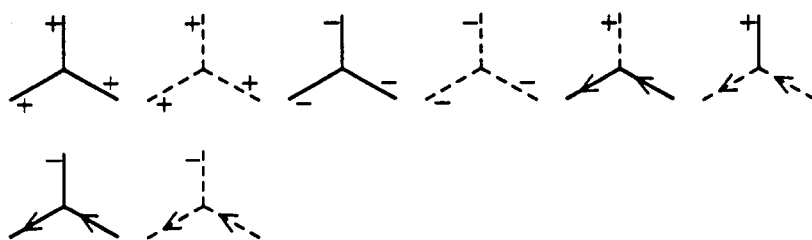


Figura A.2: Diccionario triédrico con ocultaciones.

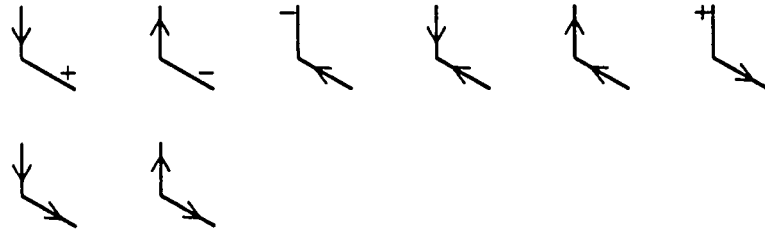


Figura A.3: Diccionario de Origami sin ocultaciones.

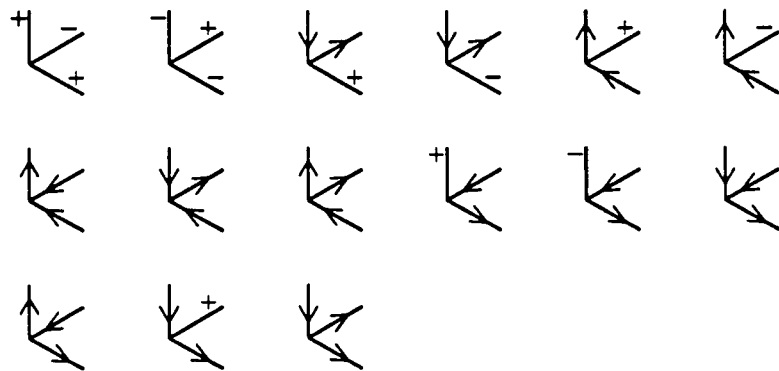


Figura A.4: Diccionario de Origami sin ocultaciones.

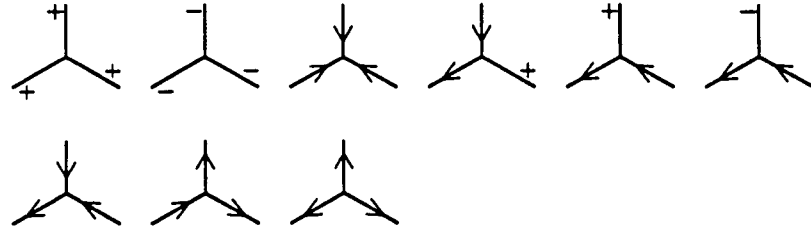


Figura A.5: Diccionario de Origami sin ocultaciones.

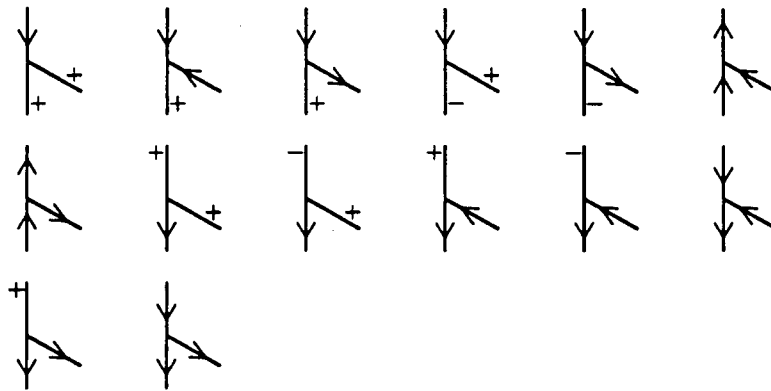


Figura A.6: Dictionario de Origami sin ocultaciones.

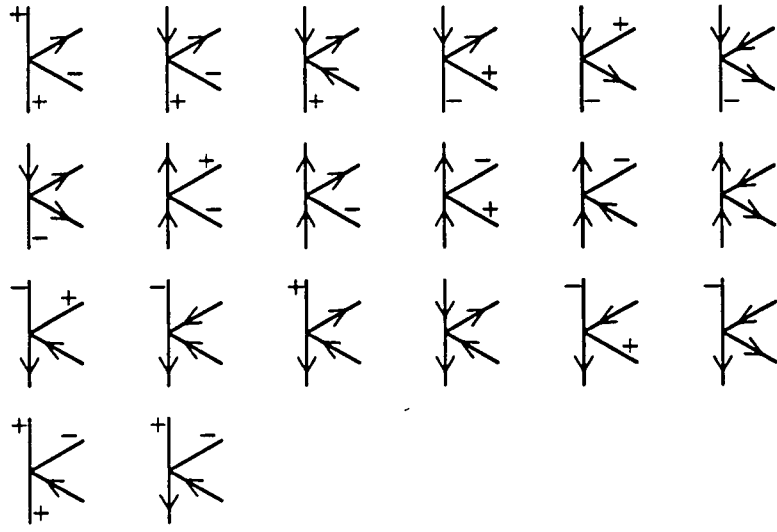


Figura A.7: Diccionario de Origami sin ocultaciones.

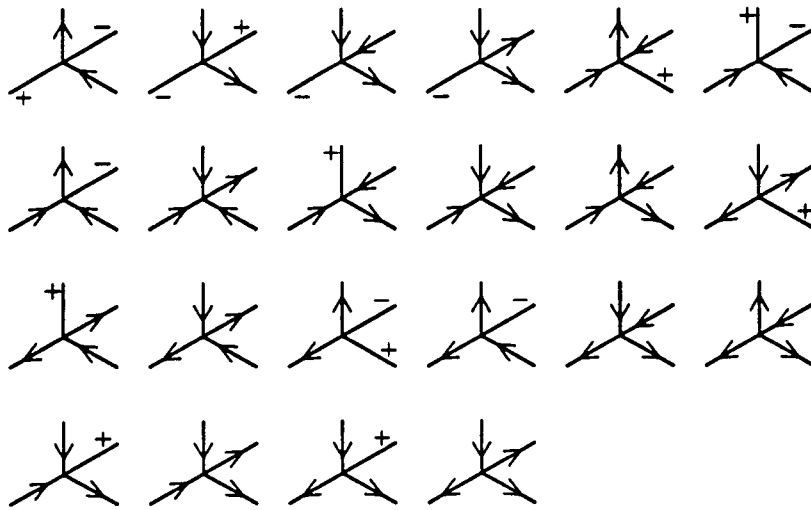


Figura A.8: Diccionario de Origami sin ocultaciones.

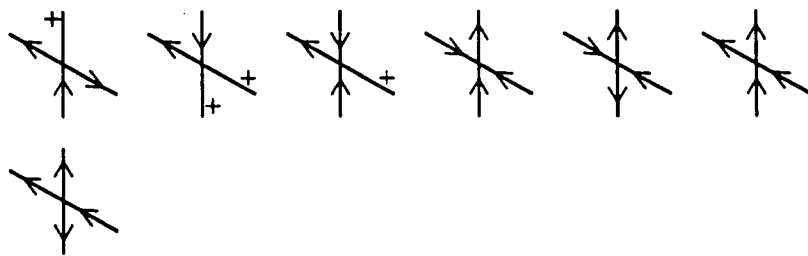


Figura A.9: Diccionario de Origami sin ocultaciones.

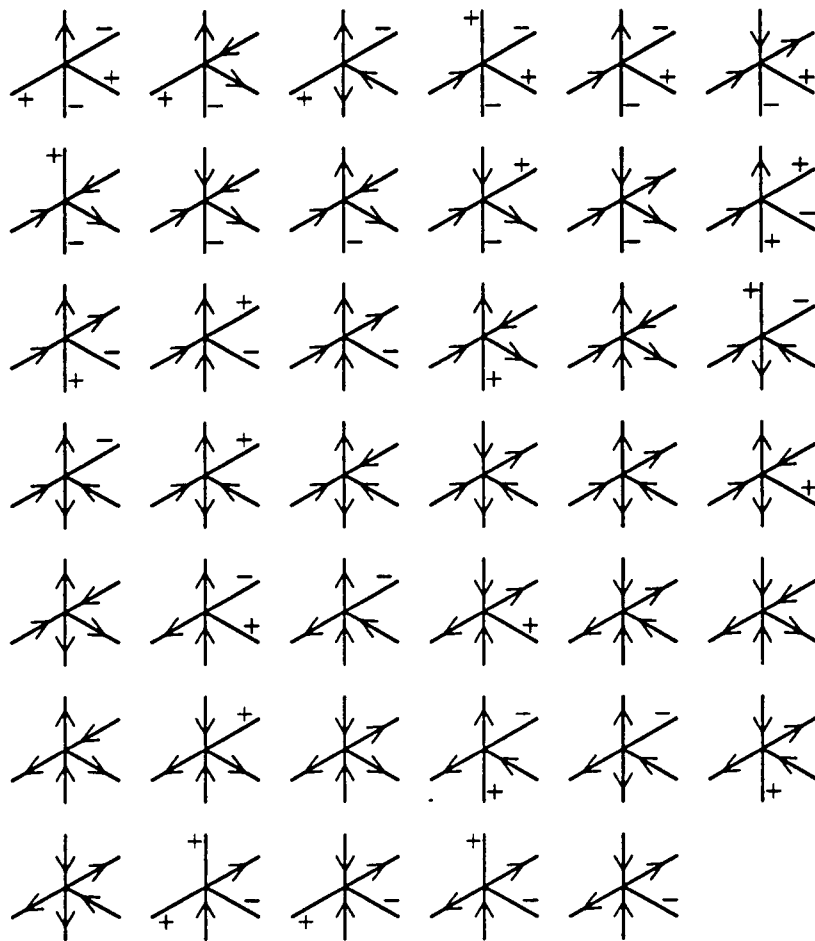


Figura A.10: Diccionario de Origami sin ocultaciones.

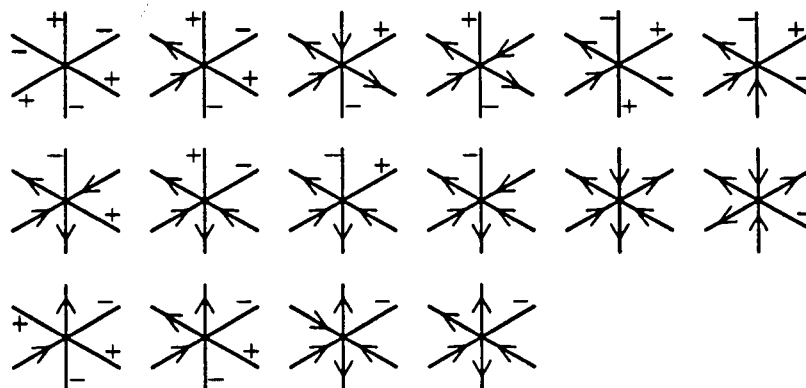


Figura A.11: Diccionario de Origami sin ocultaciones.

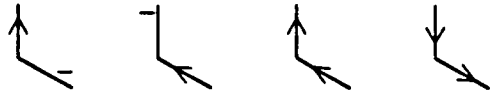


Figura A.12: Diccionario de Origami con ocultaciones.

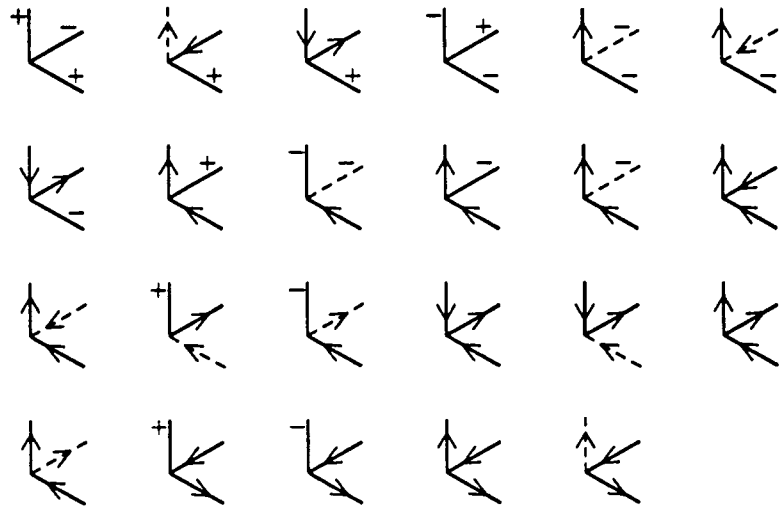


Figura A.13: Diccionario de Origami con ocultaciones.

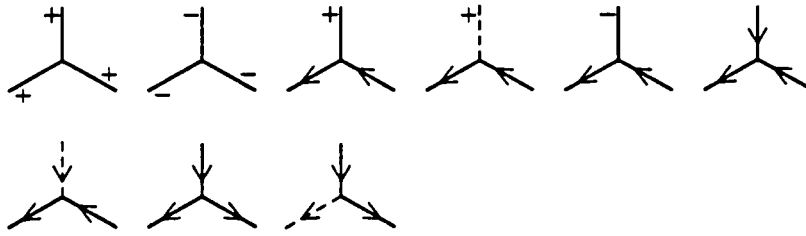


Figura A.14: Diccionario de Origami con ocultaciones.

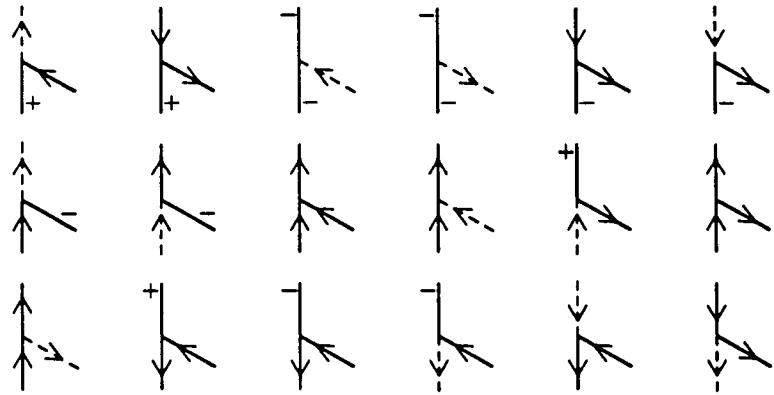


Figura A.15: Diccionario de Origami con ocultaciones.

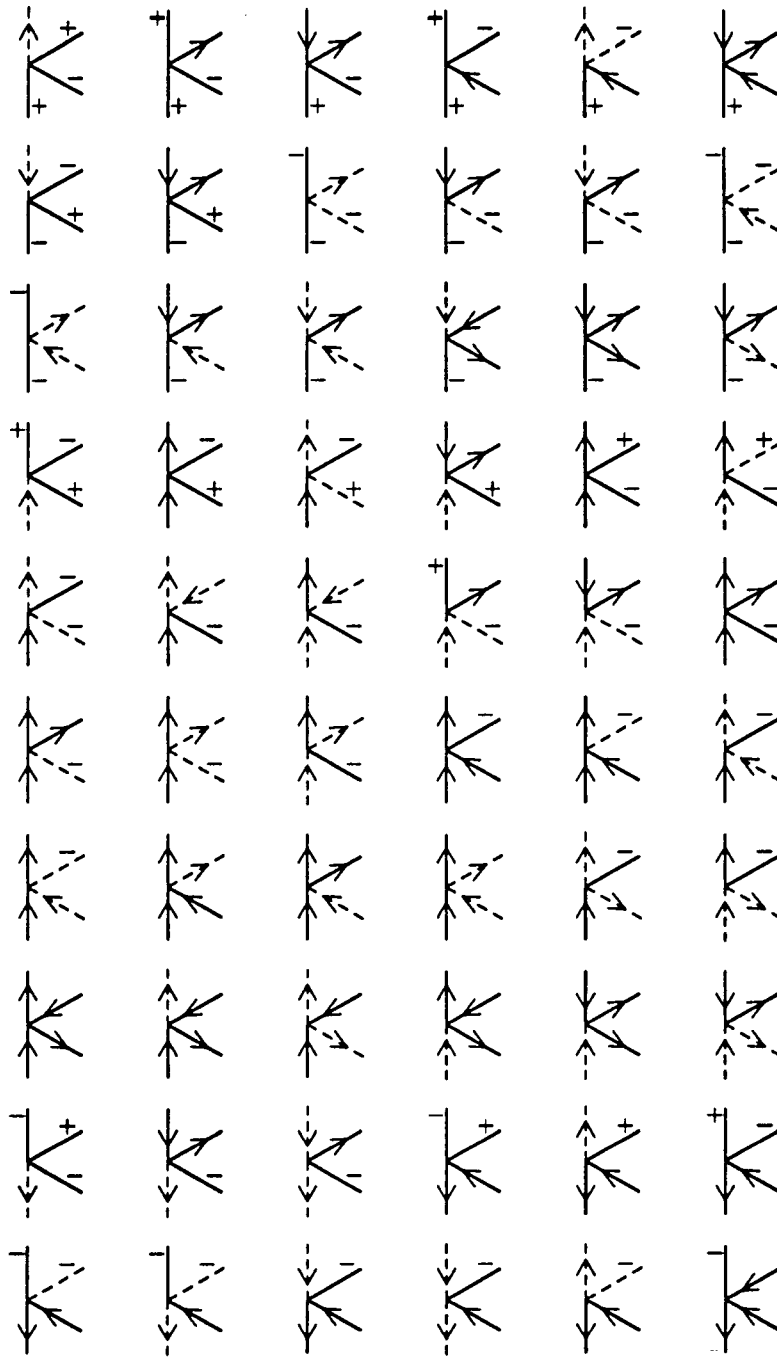


Figura A.16: Dicionario de Origami con ocultaciones.

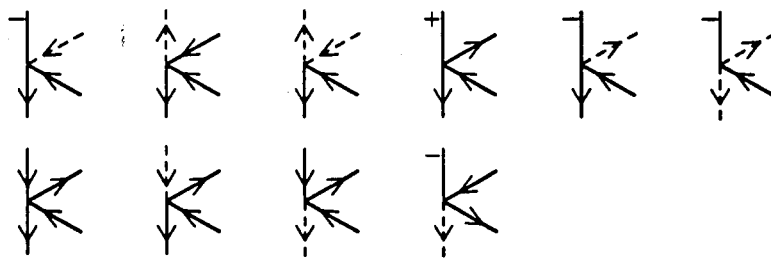


Figura A.17: Diccionario de Origami con ocultaciones.

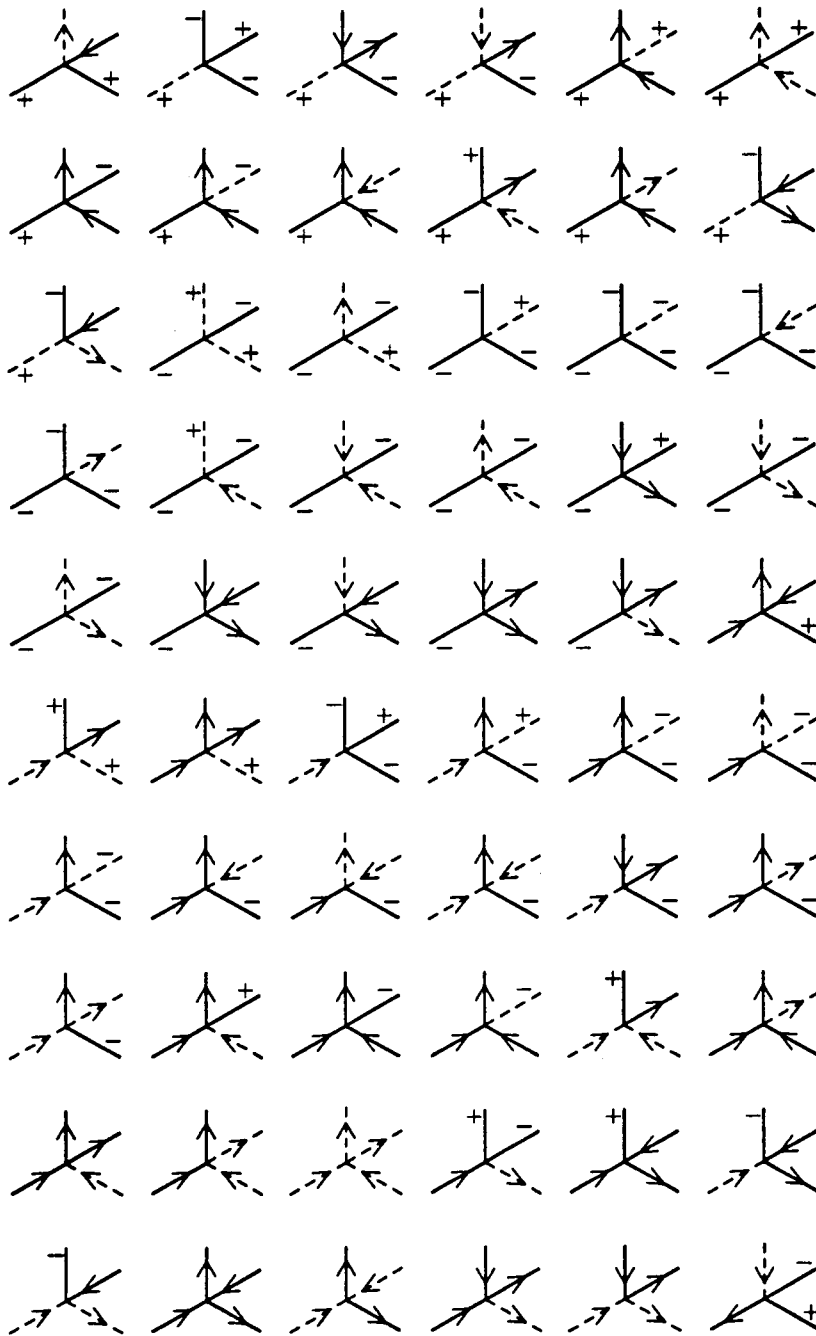


Figura A.18: Diccionario de Origami con ocultaciones.

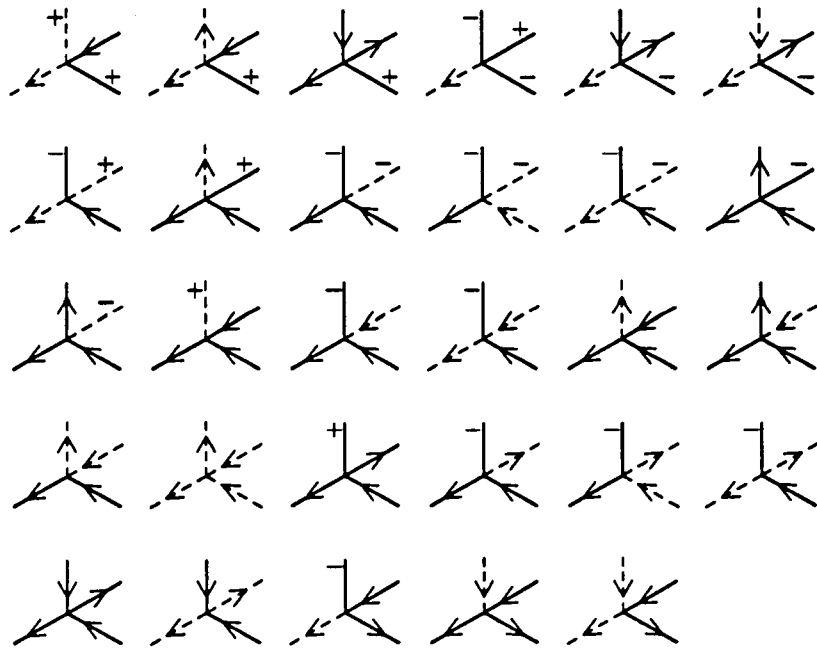


Figura A.19: Diccionario de Origami con ocultaciones.

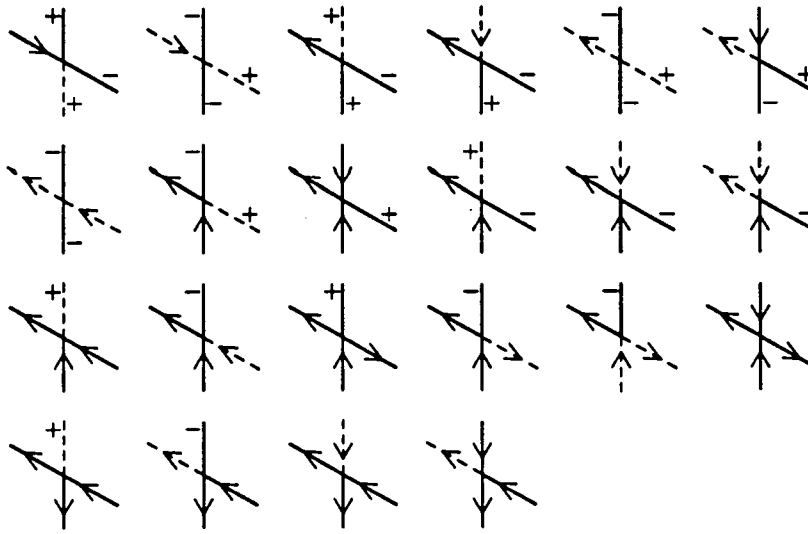


Figura A.20: Dictionario de Origami con ocultaciones.

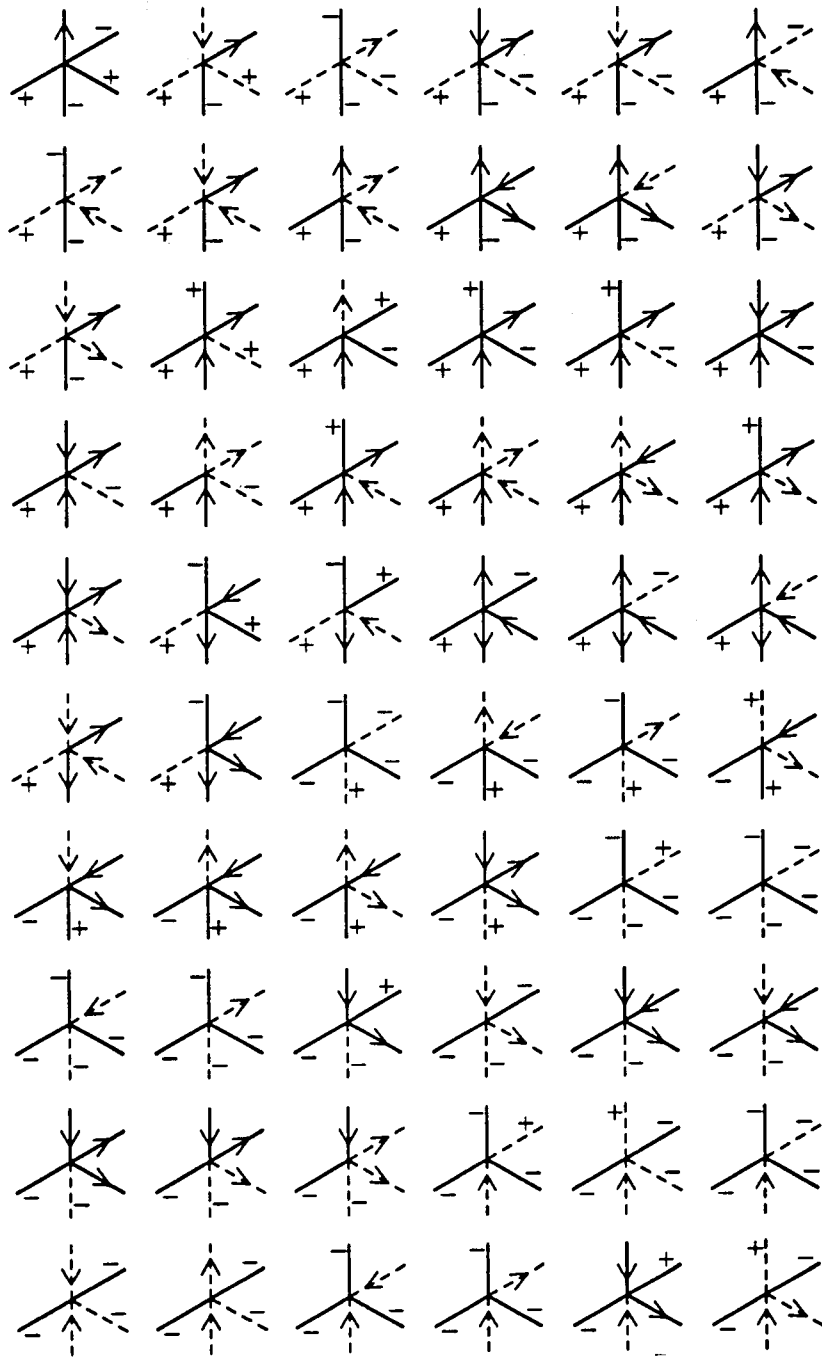


Figura A.21: Diccionario de Origami con ocultaciones.

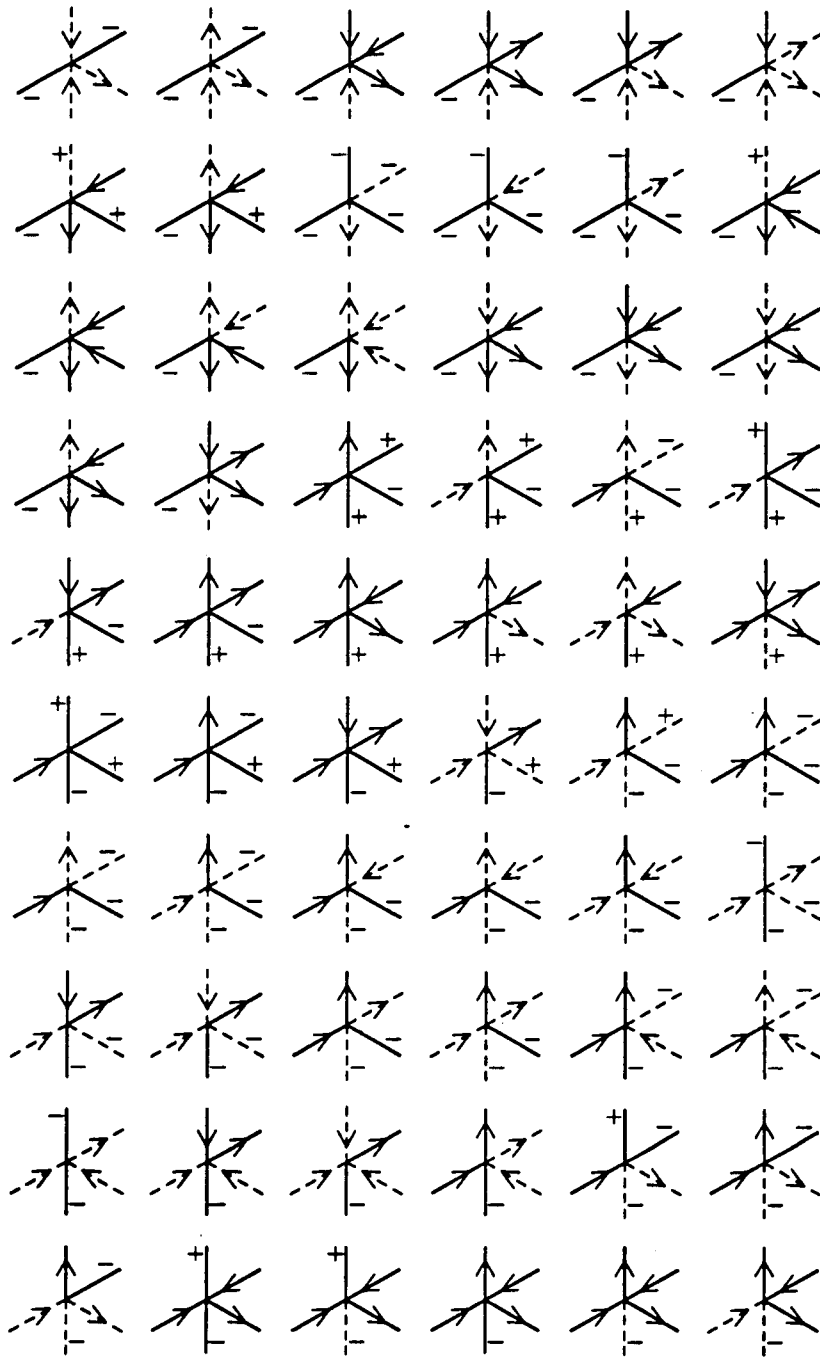


Figura A.22: Diccionario de Origami con ocultaciones.

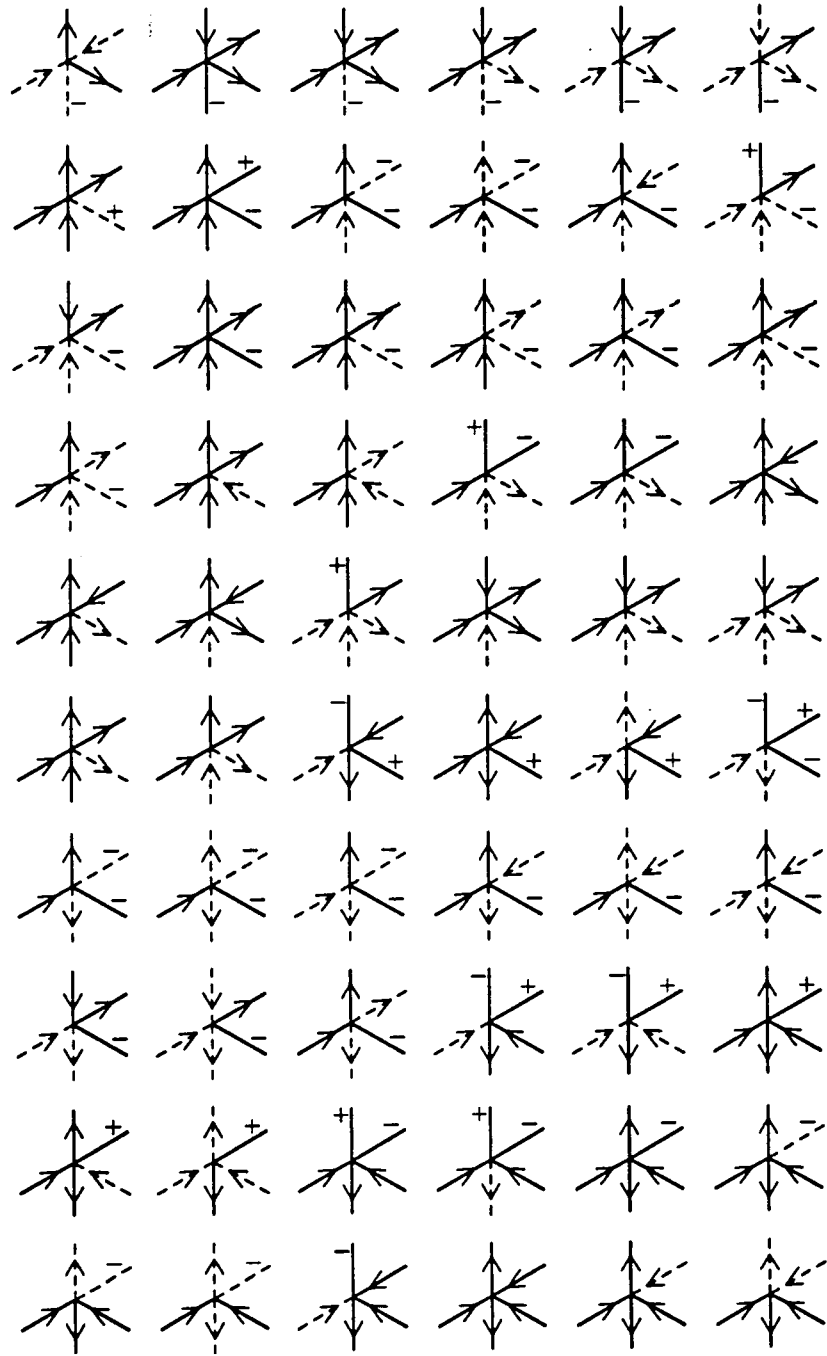


Figura A.23: Diccionario de Origami con ocultaciones.

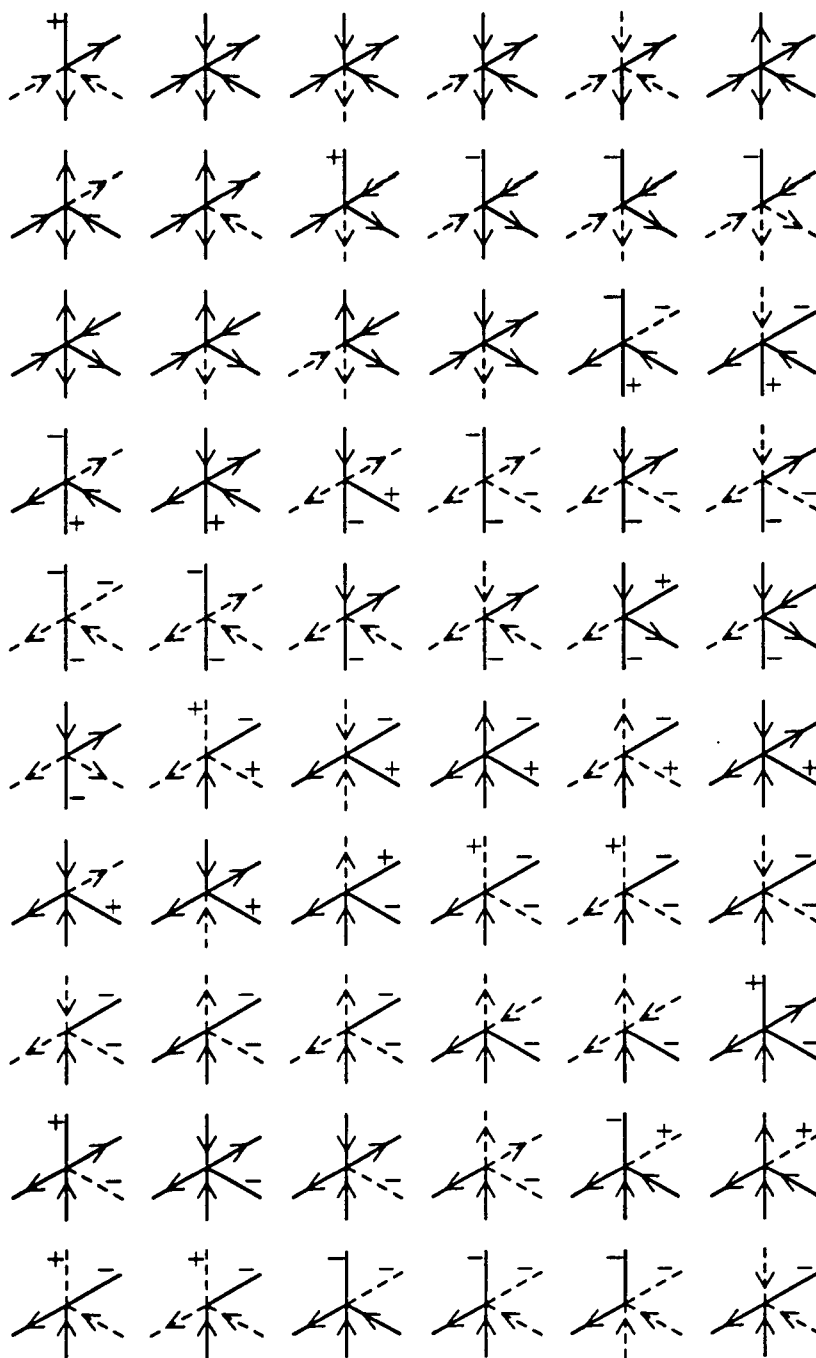


Figura A.24: Diccionario de Origami con ocultaciones.

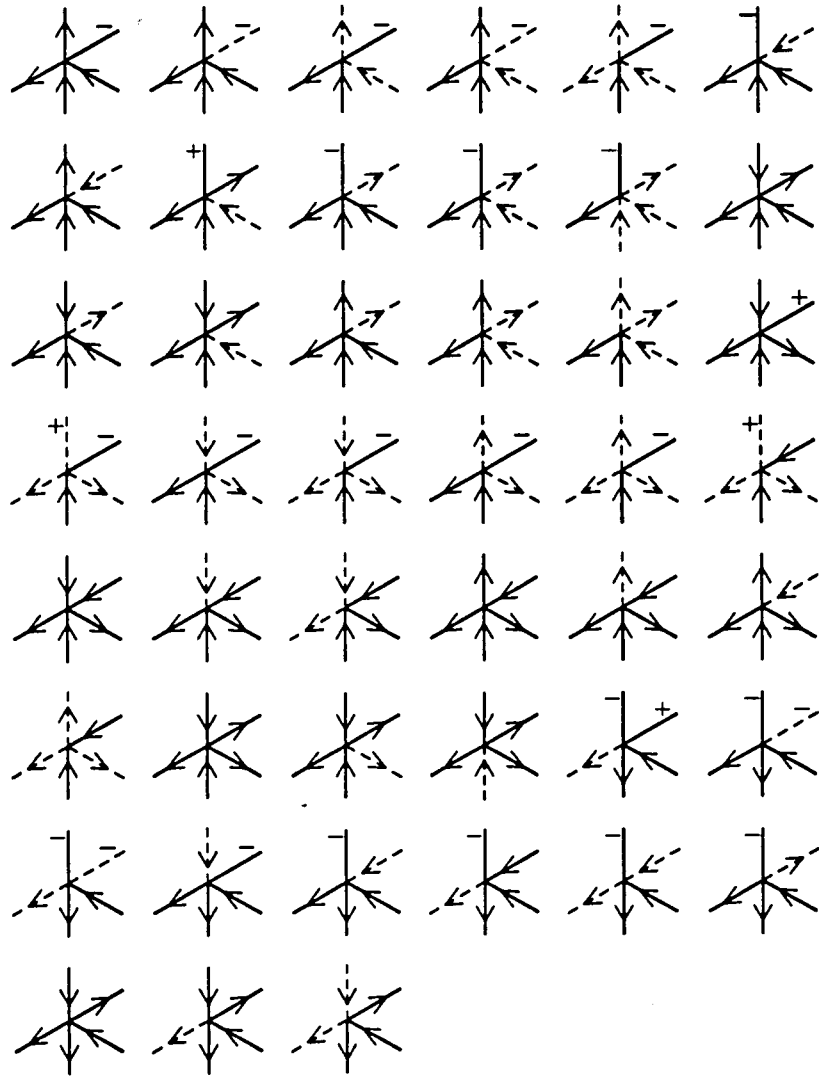


Figura A.25: Diccionario de Origami con ocultaciones.

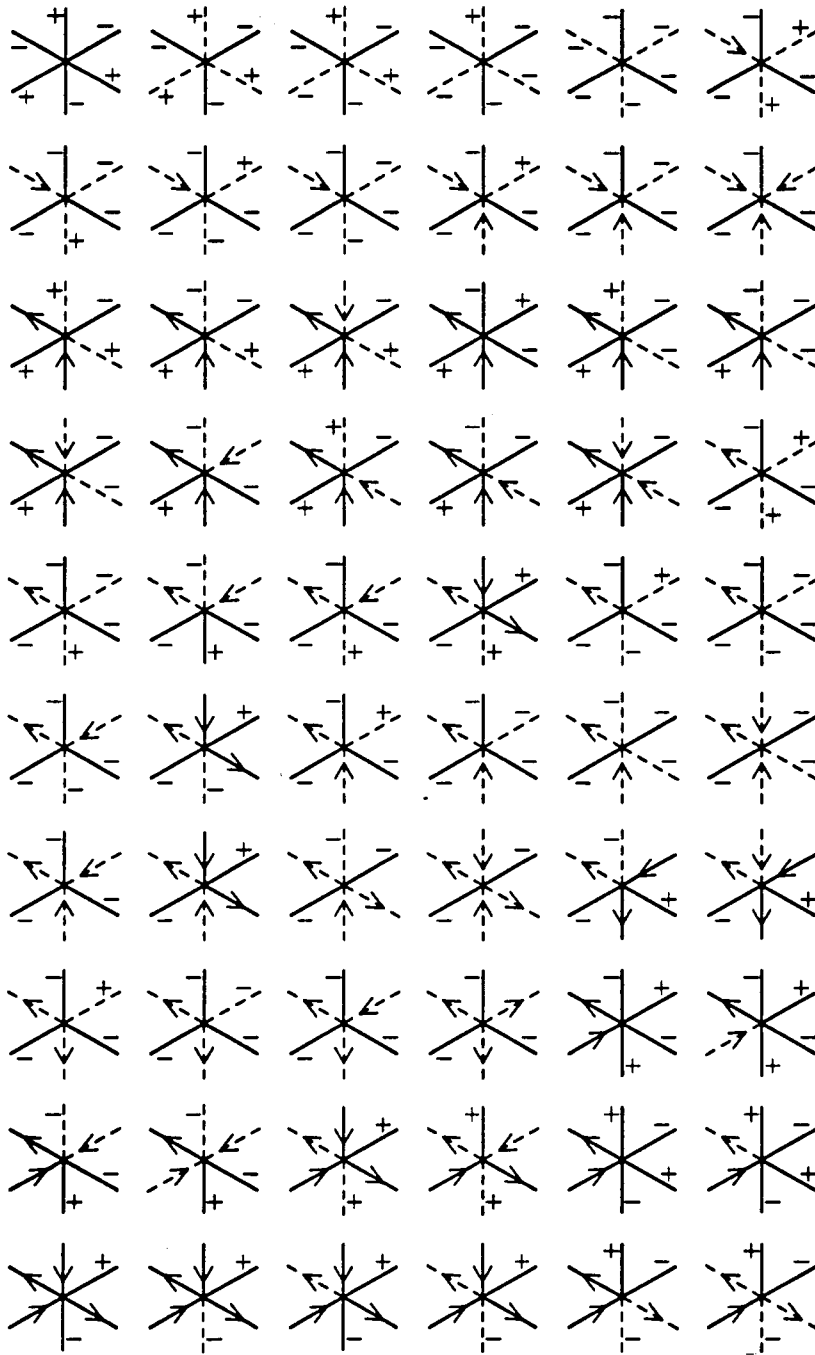


Figura A.26: Diccionario de Origami con ocultaciones.

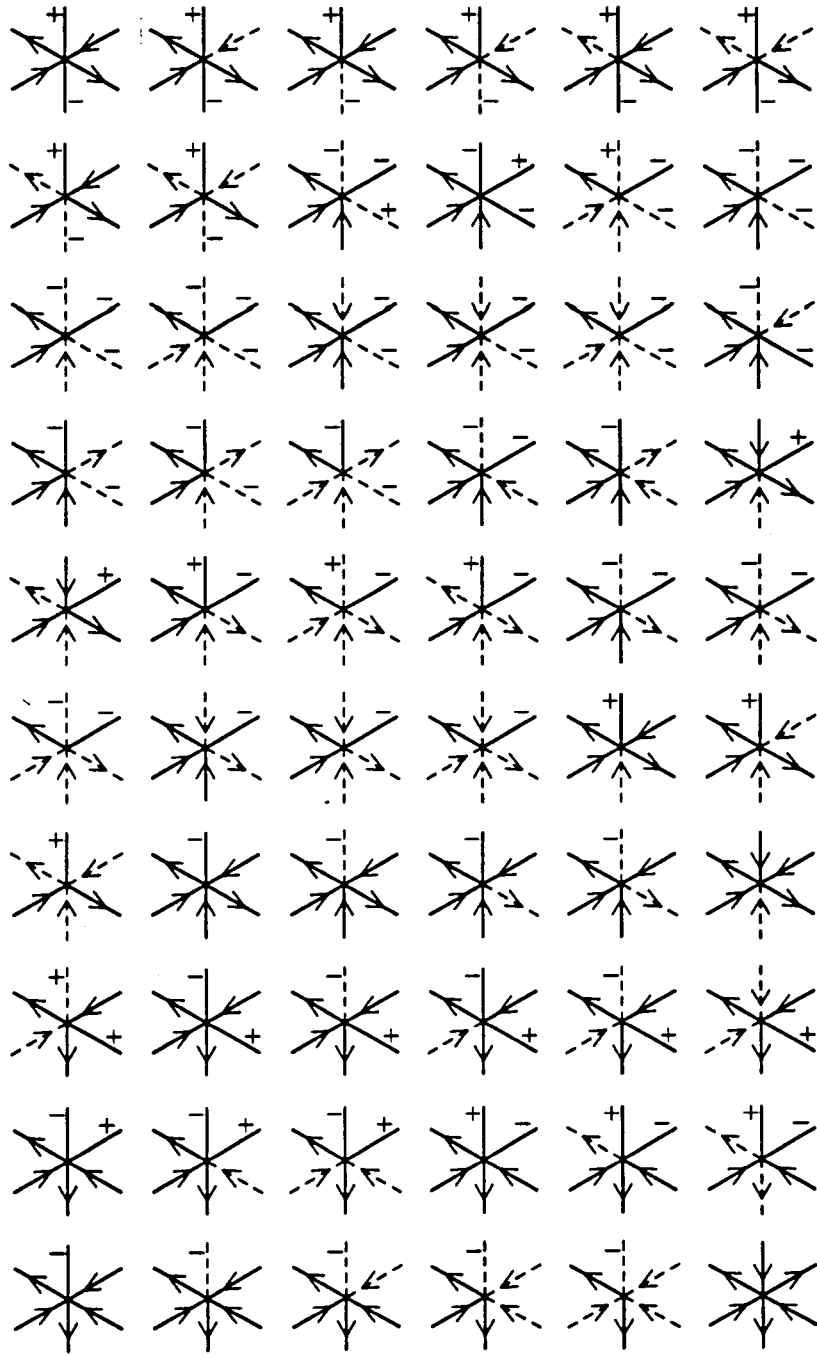


Figura A.27: Diccionario de Origami con ocultaciones.

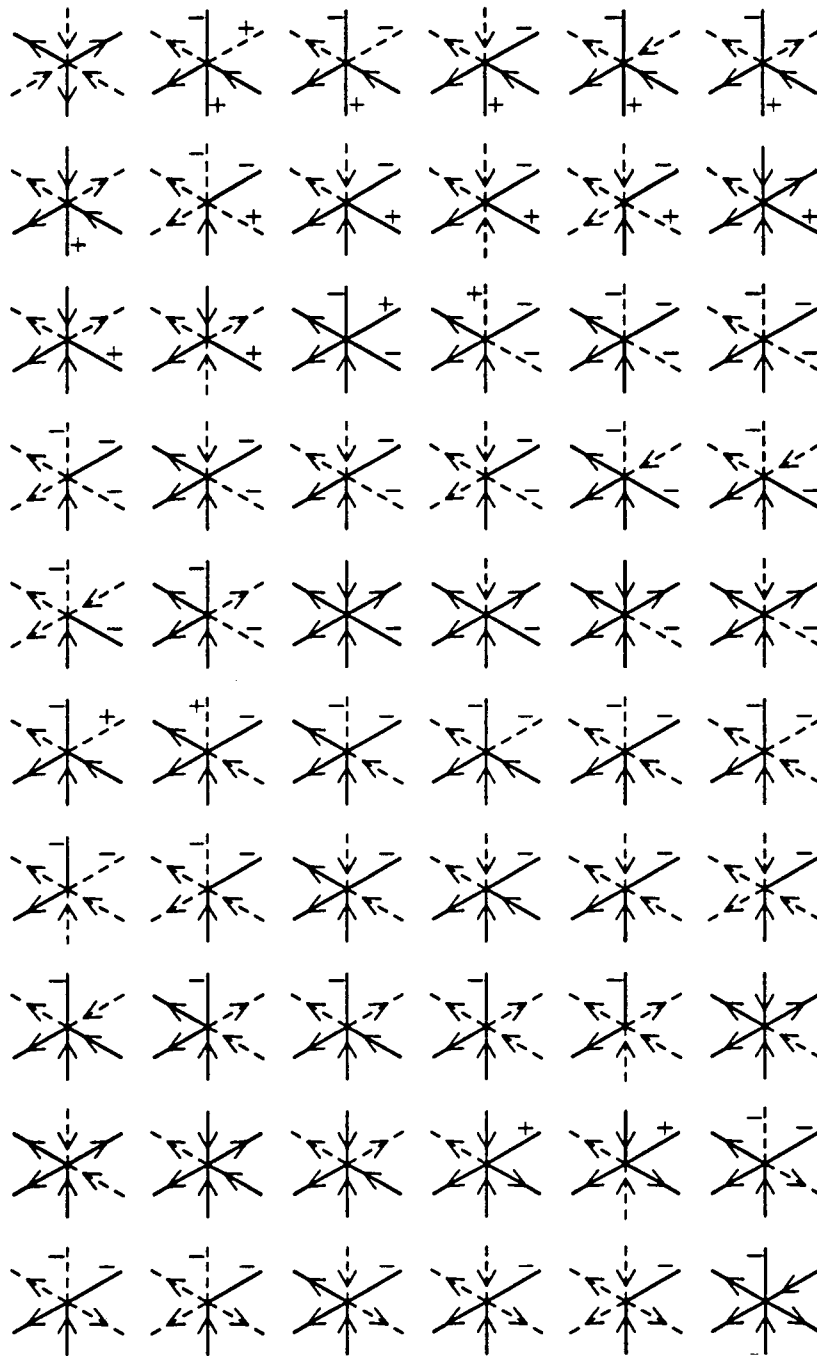


Figura A.28: Diccionario de Origami con ocultaciones.

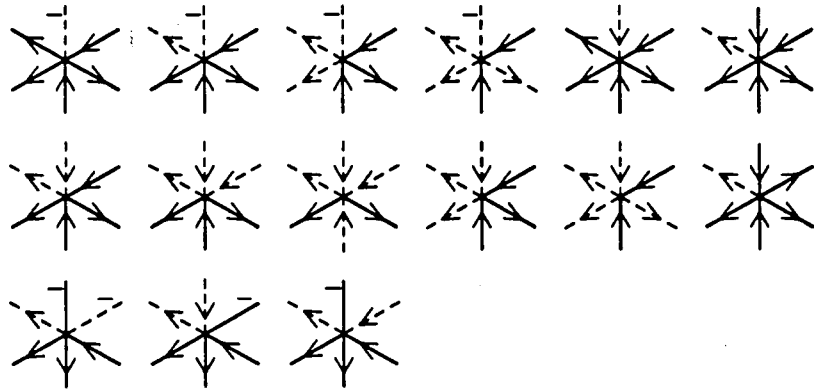


Figura A.29: Diccionario de Origami con ocultaciones.

Anexo B

Relojes

En este anexo se muestran las diferentes nomenclaturas estudiadas para representar las uniones, tanto del diccionario como del dibujo lineal. En primer lugar se muestran las formas canónicas según la relación de equivalencia por rotación, y sobre ellas se estudia la representación en las nomenclaturas o relojes. Se ha buscado una nomenclatura que facilite la distinción entre uniones, de tal manera que cada forma de unión tenga un valor significativo respecto las demás. La nomenclatura o reloj escogido ha sido el I3, por la fácil caracterización entre formas de uniones con igual número de líneas. Sin embargo, existen algunas similitudes entre otras uniones, como es el caso de la unión psi y xk, por ejemplo. Se ha buscado una asignación consecutiva de números a las líneas para facilitar las operaciones de rotación de uniones, expresadas mediante desplazamiento.

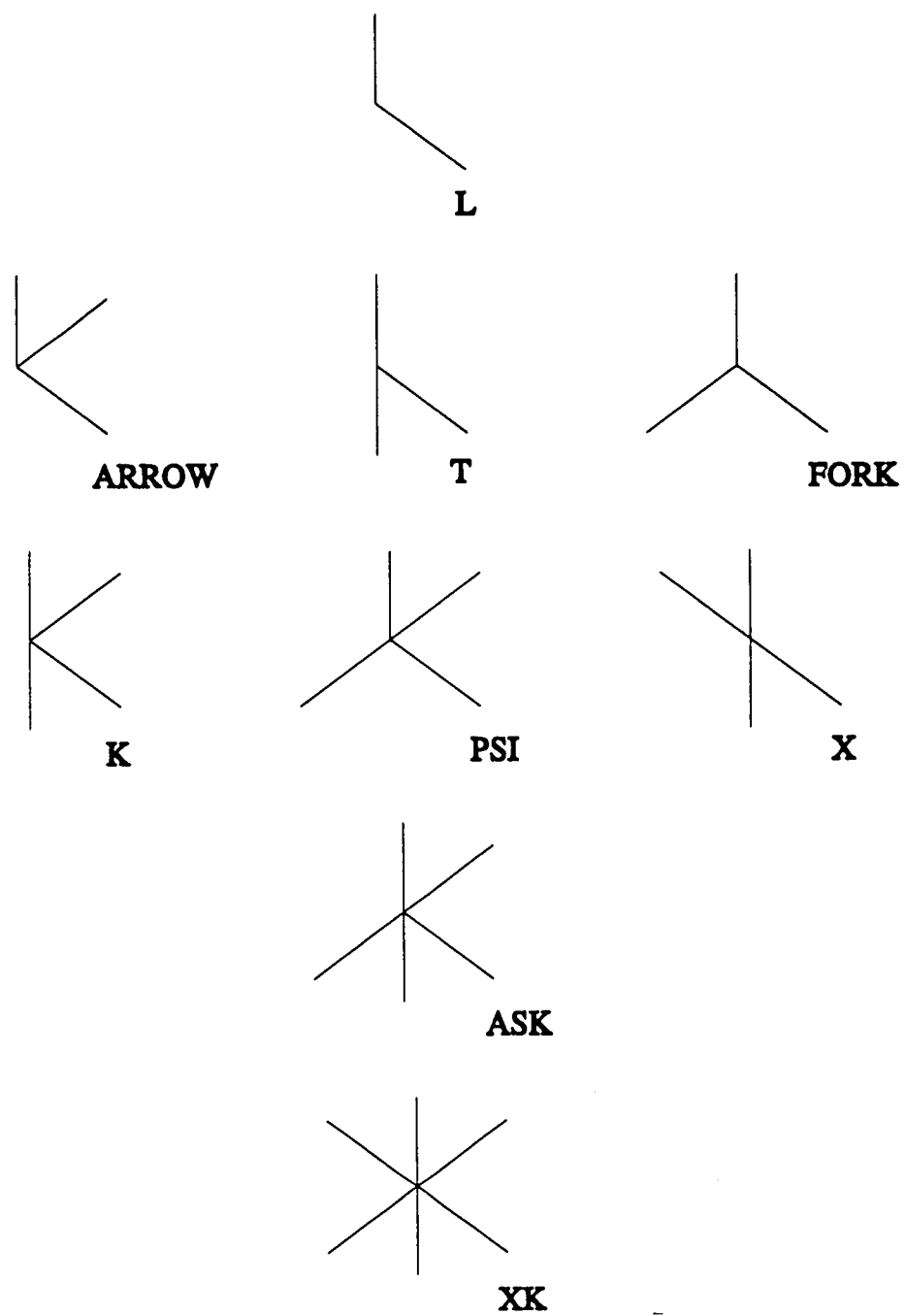
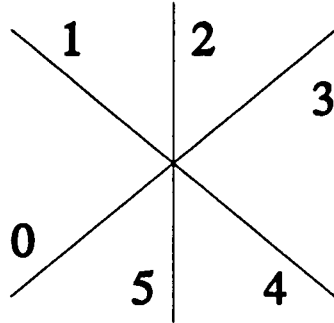


Figura B.1: Formas canónicas de las uniones.

I1

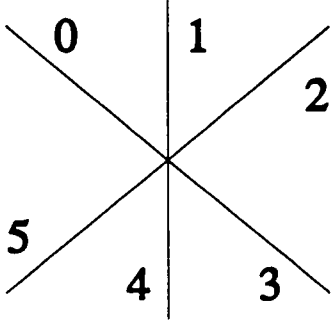


DISTRIBUCION DE UNIONES.

	LINEAS					
	0	1	2	3	4	5
L			1		1	
FORK	1		1		1	
ARROW			1	1	1	
T			1		1	1
K			1	1	1	1
PSI	1		1	1	1	
X		1	1		1	1
ASK	1		1	1	1	1
XK	1	1	1	1	1	1

Figura B.2: Reloj I1.

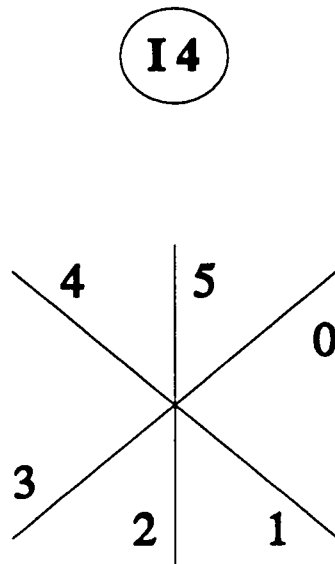
I2



DISTRIBUCION DE UNIONES..

	LINEAS					
	0	1	2	3	4	5
L		1		1		
FORK		1		1		1
ARROW		1	1	1		
T		1		1	1	
K		1	1	1	1	
PSI		1	1	1		1
X	1	1		1	1	
ASK		1	1	1	1	1
XK	1	1	1	1	1	1

Figura B.3: Reloj I3.

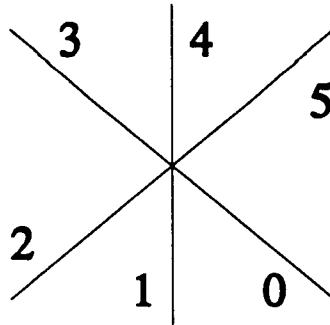


DISTRIBUCION DE UNIONES.

	LINEAS					
	0	1	2	3	4	5
L		1				1
FORK		1		1		1
ARROW	1	1				1
T		1	1			1
K	1	1	1			1
PSI	1	1		1		1
X		1	1		1	1
ASK	1	1	1	1		1
XK	1	1	1	1	1	1

Figura B.4: Reloj I4.

I5

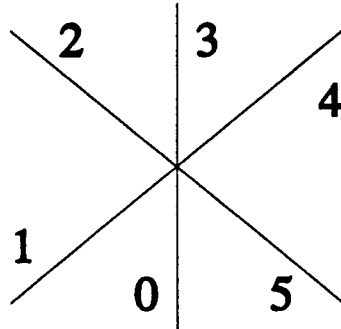


DISTRIBUCION DE UNIONES.

	LINEAS					
	0	1	2	3	4	5
L	1				1	
FORK	1		1		1	
ARROW	1				1	1
T	1	1			1	
K	1	1			1	1
PSI	1		1		1	1
X	1	1		1	1	
ASK	1	1	1		1	1
XK	1	1	1	1	1	1

Figura B.5: Reloj I5.

I6



DISTRIBUCION DE UNIONES.

	LINEAS					
	0	1	2	3	4	5
L				1		1
FORK		1		1		1
ARROW				1	1	1
T	1			1		1
K	1			1	1	1
PSI		1		1	1	1
X	1		1	1		1
ASK	1	1		1	1	1
XK	1	1	1	1	1	1

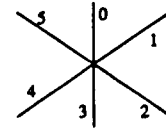
Figura B.6: Reloj I6.

Anexo C

Sistemas de codificación

A continuación se muestran algunos sistemas de codificación de uniones estudiados, teniendo en cuenta la nomenclatura (o reloj) de uniones I3. Se ha buscado expresar los valores de etiqueta y visibilidad mediante valores numéricos expresados como suma de potencias. Como valores de las potencias se han tenido en cuenta los posibles valores de etiqueta y visibilidad. De todos ellos, el sistema J4 para etiquetado y V3 para aspecto ofrecen una gran capacidad de compresión de los valores de etiqueta y aspecto, junto a facilidades para la inversión de aspecto. Según la nomenclatura I3 y con el fin de discriminar todas las formas de uniones se añade un dígito adicional (c_6) en el código de etiqueta. En cada codificación se muestran los intervalos numéricos que definen cada una de las formas de las uniones.

CODIFICACION



CODIGO

$$X = L_6 \cdot s^6 + L_5 \cdot s^5 + L_4 \cdot s^4 + L_3 \cdot s^3 + L_2 \cdot s^2 + L_1 \cdot s^1 + L_0 \cdot s^0$$

$$L_i = \{0..4\}.$$

Para $i = \{1..6\}$, $L_i = 0$: OFF; $L_i = 2$: '-';
 $L_i = 1$: '+'; $L_i = 3$: 'I'; $L_i = 4$: 'O';

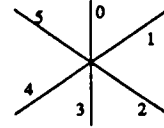
Para $i = 0$, $L_i = 0$: L; $L_i = 3$: ASK;
 $L_i = 1$: FORK-ARROW-T; $L_i = 4$: XK;
 $L_i = 2$: K-PSI-X;

RANGO DE VALORES.

LINEAS		MINIMO						MAXIMO								
		s^6	s^5	s^4	s^3	s^2	s^1	s^0	s^6	s^5	s^4	s^3	s^2	s^1	s^0	
L	0,2				1		1					4		4		520
FORK	0,2,4		1		1		1	1			4		4		1	13021
ARROW	0,1,2				1	1	1	1				4	4	4	1	621
T	0,2,3			1	1		1	1			4	4		4	1	3021
K	0,1,2,3			1	1	1	1	2			4	4	4	4	2	3122
PSI	0,1,2,4		1		1	1	1	2		4		4	4	4	2	13122
X	0,2,3,5	1		1	1		1	2		4		4	4		2	65522
ASK	0,1,2,3,4		1	1	1	1	1	3		4	4	4	4	4	3	16623
XK	0,1,2,3,4,5	1	1	1	1	1	1	4		4	4	4	4	4	4	78124

Figura C.1: Sistema de codificación de etiquetas J1.

CODIFICACION



CODIGO

$$X = L_6 \cdot 5^6 + L_5 \cdot 5^5 + L_4 \cdot 5^4 + L_3 \cdot 5^3 + L_2 \cdot 5^2 + L_1 \cdot 5^1 + L_0 \cdot 5^0$$

$$L_i = \{0..4\}.$$

Para $i = \{0..5\}$, $L_i = 0$: OFF; $L_i = 2$: '-';
 $L_i = 1$: '+'; $L_i = 3$: 'I'; $L_i = 4$: 'O';

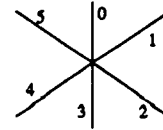
Para $i = 6$, $L_i = 0$: L; $L_i = 3$: ASK;
 $L_i = 1$: FORK - ARROW - T; $L_i = 4$: XK;
 $L_i = 2$: K - PSI - X;

RANGO DE VALORES.

LINEAS		MINIMO							MAXIMO						
		5^6	5^5	5^4	5^3	5^2	5^1	5^0	5^6	5^5	5^4	5^3	5^2	5^1	5^0
L	0,2					1	1	26					4	4	104
FORK	0,2,4	1		1		1	1	16276	1		4		4	4	18229
ARROW	0,1,2	1				1	1	15626	1				4	4	15749
T	0,2,3	1				1	1	15776	1			4	4	4	16229
K	0,1,2,3	2				1	1	31406	2			4	4	4	31874
PSI	0,1,2,4	2		1		1	1	31906	2		4		4	4	33874
X	0,2,3,5	2	1			1	1	34526	2	4		4	4	4	44354
ASK	0,1,2,3,4	3		1	1	1	1	47656	3		4	4	4	4	49999
XK	0,1,2,3,4,5	4	1	1	1	1	1	66406	4	4	4	4	4	4	78124

Figura C.2: Sistema de codificación de etiquetas J2.

CODIFICACION



CODIGO

$$X = L_5 \cdot 16^5 + L_4 \cdot 16^4 + L_3 \cdot 16^3 + L_2 \cdot 16^2 + L_1 \cdot 16^1 + L_0 \cdot 16^0$$

$$L_i = \{ 0 \dots F \}.$$

$$L_i = B_3 \cdot 2^3 + B_2 \cdot 2^2 + B_1 \cdot 2^1 + B_0 \cdot 2^0$$

$$B_j = \{ 0 \dots 1 \}.$$

Para $j = \{ 1 \dots 3 \}$, $B_j = 0$: OFF;

$B_0 = 1$: '+'; $B_2 = 1$: 'I';

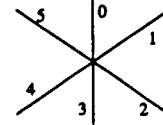
$B_1 = 1$: '-'; $B_3 = 1$: 'O';

RANGO DE VALORES.

LINEAS		MINIMO						MAXIMO							
		16^6	16^5	16^4	16^3	16^2	16^1	16^0	16^6	16^5	16^4	16^3	16^2		16^1
L	0,2					1	1					F	F	F	3855
FORK	0,2,4			1		1	1			F		F	F	F	986895
ARROW	0,1,2					1	1	1				F	F	F	4095
T	0,2,3				1	1		1			F	F		F	65295
K	0,1,2,3				1	1	1	1			F	F	F	F	65535
PSI	0,1,2,4			1		1	1	1		F		F	F	F	987135
X	0,2,3,5		1		1	1		1		F		F	F	F	15799935
ASK	0,1,2,3,4			1	1	1	1	1			F	F	F	F	1048575
XK	0,1,2,3,4,5		1	1	1	1	1	1		F	F	F	F	F	16777215

Figura C.3: Sistema de codificación de etiquetas J3.

CODIFICACION



CODIGO

$$X = L_6 \cdot 16^6 + L_5 \cdot 16^5 + L_4 \cdot 16^4 + L_3 \cdot 16^3 + L_2 \cdot 16^2 + L_1 \cdot 16^1 + L_0 \cdot 16^0$$

$$L_i = \{0 \dots F\}.$$

$$\text{Para } i = \{0..5\}, L_i = B_3 \cdot 2^3 + B_2 \cdot 2^2 + B_1 \cdot 2^1 + B_0 \cdot 2^0$$

$$B_j = \{0..1\}.$$

Para $j = \{1..3\}, B_j = 0$: OFF;

$B_0 = 1$: '+';

$B_2 = 1$: 'I';

$B_1 = 1$: '-';

$B_3 = 1$: 'O';

Para $i = 6,$

$L_1 = 0$: L;

$L_1 = 3$: ASK;

$L_1 = 1$: FORK - ARROW - T;

$L_1 = 4$: XK;

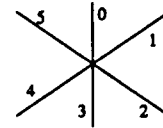
$L_1 = 2$: K - PSI - X;

RANGO DE VALORES.

LINEAS		MINIMO						MAXIMO							
		16^6	16^5	16^4	16^3	16^2	16^1	16^0	16^6	16^5	16^4	16^3	16^2	16^1	16^0
L	0,2					1	1	257					F	F	3855
FORK	0,2,4	1		1		1	1	16843009	1		F		F	F	17764111
ARROW	0,1,2	1				1	1	16777489	1				F	F	16781311
T	0,2,3	1			1	1	1	16781569	1			F	F		16842511
K	0,1,2,3	2			1	1	1	33558801	2			F	F	F	33619967
PSI	0,1,2,4	2		1		1	1	33620241	2		F		F	F	34541567
X	0,2,3,5	2	1		1	1	1	34607361	2	F		F	F		49348367
ASK	0,1,2,3,4	3		1	1	1	1	50401553	3		F	F	F	F	51380223
XK	0,1,2,3,4,5	4	1	1	1	1	1	68227345	4	F	F	F	F	F	83886079

Figura C.4: Sistema de codificación de etiquetas J4.

CODIFICACION



CODIGO

$$Y = V_5 \cdot 3^5 + V_4 \cdot 3^4 + V_3 \cdot 3^3 + V_2 \cdot 3^2 + L_1 \cdot 3^1 + L_0 \cdot 3^0$$

$$V_i = \{0..2\}.$$

Para $i = \{0..5\}$, $V_i = 0$: 'V';

$V_i = 1$: OFF;

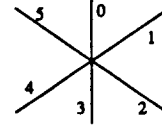
$V_i = 2$: 'NV';

RANGO DE VALORES.

LINEAS		MINIMO							MAXIMO								
		3^6	3^5	3^4	3^3	3^2	3^1	3^0	3^6	3^5	3^4	3^3	3^2	3^1	3^0		
L	0,2		1	1	1		1		354		1	1	1	2	1	2	374
FORK	0,2,4		1		1		1		273		1	2	1	2	1	2	455
ARROW	0,1,2		1	1	1				351		1	1	1	2	2	2	377
T	0,2,3		1	1			1		327		1	1	2	2	1	2	401
K	0,1,2,3		1	1					324		1	1	2	2	2	2	404
PSI	0,1,2,4		1		1				270		1	2	1	2	2	2	458
X	0,2,3,5			1			1		84		2	1	2	2	1	2	644
ASK	0,1,2,3,4		1						243		1	2	2	2	2	2	485
XK	0,1,2,3,4,5								0		2	2	2	2	2	2	728

Figura C.5: Sistema de codificación de aspecto V1.

CODIFICACION



CODIGO

$$Y = V_5 \cdot 3^5 + V_4 \cdot 3^4 + V_3 \cdot 3^3 + V_2 \cdot 3^2 + L_1 \cdot 3^1 + L_0 \cdot 3^0$$

$$V_i = \{0..2\}.$$

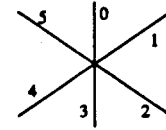
- Para $i = \{0..5\}$.
- $V_i = 0$: OFF;
 - $V_i = 1$: 'V';
 - $V_i = 2$: 'NV';

RANGO DE VALORES.

LINEAS		MINIMO							MAXIMO						
		3^6	3^5	3^4	3^3	3^2	3^1	3^0	3^6	3^5	3^4	3^3	3^2	3^1	3^0
L	0,2					1	1	10					2	2	20
FORK	0,2,4			1		1	1	91			2		2	2	182
ARROW	0,1,2					1	1	13					2	2	26
T	0,2,3				1	1	1	37				2	2	2	74
K	0,1,2,3				1	1	1	40				2	2	2	80
PSI	0,1,2,4			1		1	1	94			2		2	2	188
X	0,2,3,5		1		1	1	1	280		2		2	2	2	560
ASK	0,1,2,3,4			1	1	1	1	121			2	2	2	2	242
XK	0,1,2,3,4,5		1	1	1	1	1	364		2	2	2	2	2	728

Figura C.6: Sistema de codificación de aspecto V2.

CODIFICATION **V3**



CODE

$$Y = V_5 \cdot 3^5 + V_4 \cdot 3^4 + V_3 \cdot 3^3 + V_2 \cdot 3^2 + L_1 \cdot 3^1 + L_0 \cdot 3^0$$

$$V_i = \{0..2\}.$$

Pour $i = \{0..5\}$, $V_i = B_i \cdot 2^1 + B_0 \cdot 2^0$

$$B_i = \{0..2\}.$$

Pour $j = \{0..2\}$, $B_j = 0$: OFF;

$B_0 = 1$: 'V';

$B_1 = 2$: 'NV';

RANG DE VALEURS.

	COTES	MINIMUM							MAXIMUM						
		4 ⁶	4 ⁵	4 ⁴	4 ³	4 ²	4 ¹	4 ⁰	4 ⁶	4 ⁵	4 ⁴	4 ³	4 ²	4 ¹	4 ⁰
L	0,2					1	1	17					3	3	51
FORK	0,2,4		1		1		1	273			3		3		819
ARROW	0,1,2					1	1	21					3	3	63
T	0,2,3				1	1		81				3	3		243
K	0,1,2,3				1	1	1	85				3	3	3	255
PSI	0,1,2,4			1		1	1	277			3		3	3	831
X	0,2,3,5		1		1	1		1105		3		3	3		3315
ASK	0,1,2,3,4			1	1	1	1	341			3	3	3	3	1023
XK	0,1,2,3,4,5		1	1	1	1	1	1365		3	3	3	3	3	4095

Figura C.7: Sistema de codificación de aspecto V3.