

**UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA**

**CONTRIBUCION AL DESARROLLO  
DE SISTEMAS DE CONTROL DE  
ESTRUCTURAS DE EDIFICACION  
MEDIANTE CABLES ACTIVOS**

Autor: Francisco López Almansa  
Director: José Julián Rodellar Benedé

Barcelona, Enero de 1988

## CAPITULO 6

### SIMULACION DEL PROCESO DE CONTROL ACTIVO DIGITAL

En el presente capítulo se formula un esquema para simular numéricamente experiencias de control activo digital de estructuras. El lazo cerrado de control descrito en la figura 1.11 se representa mediante un modelo en tiempo discreto para tener en cuenta su naturaleza digital. En dicho modelo se tienen en cuenta todos los elementos que forman el lazo cerrado de control: estructura, sensores, convertidor A/D, ordenador digital, convertidor D/A y mecanismos actuadores. En el presente capítulo se considera que el algoritmo de control implementado en el ordenador digital responde a una estrategia de control predictivo y que los mecanismos actuadores están constituidos por cables activos.

El esquema de simulación descrito en el presente capítulo se formula a partir de los modelos numéricos del comportamiento dinámico de la estructura y del sistema de cables activos presentados, respectivamente, en los capítulos anteriores 3 y 5 y a partir de la descripción del algoritmo de control predictivo contenida en el capítulo 4.

En el apartado 6.1 se describen las características generales del lazo cerrado de control.

En el apartado 6.2 se describe la formulación del esquema de simulación y en el apartado 6.3 se presentan las conclusiones más relevantes del presente capítulo.

## INDICE

6.1 Sistema de control digital activo de estructuras. ....	6.3
6.2 Simulación numérica del lazo cerrado de control. ....	6.4
6.2.1 Modelo numérico del comportamiento dinámico de la estructura.	
6.2.2 Modelo numérico de los sensores.	
6.2.3 Modelo numérico del convertidor A/D.	
6.2.4 Implementación del algoritmo de control predictivo.	
6.2.5 Modelo numérico del convertidor D/A.	
6.2.6 Modelo numérico del sistema de cables activos.	
6.2.7 Esquema de simulación del control.	
6.3 Conclusiones. ....	6.9

### 6.1 SISTEMA DE CONTROL DIGITAL ACTIVO DE ESTRUCTURAS.

El funcionamiento de un sistema digital de control activo de estructuras puede esquematizarse según el diagrama de bloques mostrado en la figura 6.1.

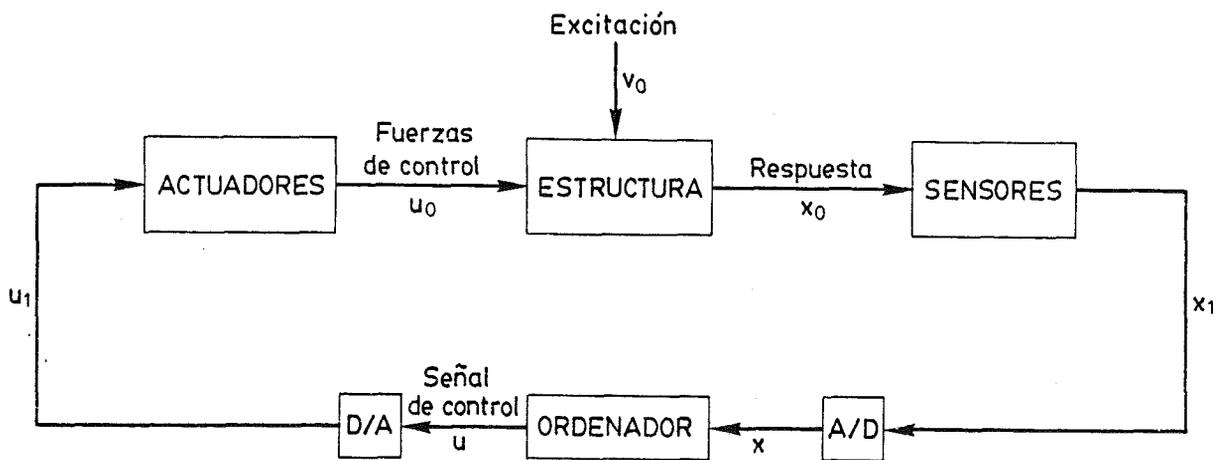


Figura 6.1 Lazo cerrado de control digital activo de estructuras.

En la figura 6.1 se representa una estructura sometida a una excitación dinámica  $v_0$  en presencia de unas fuerzas de control activo  $u_0$ , unos sensores que miden continuamente la respuesta de la estructura  $x_0$  y la transforman en una señal eléctrica analógica  $x_1$ , un convertidor analógico-digital que transforma la señal continua  $x_1$  en impulsos discretos  $x$ , un ordenador que implementa un algoritmo de control para calcular a partir de  $x$  el valor de la señal de control digital  $u$ , un convertidor digital-analógico que mediante un dispositivo de retención adecuado transforma los impulsos discretos  $u$  en una señal continua  $u_1$  y unos mecanismos actuadores que interpretan el valor de la señal de control analógica  $u_1$  y ejercen sobre la estructura las fuerzas de control  $u_0$ .

Puesto que el ordenador que implementa el algoritmo de control es un ordenador digital, la secuencia temporal de operaciones descrito en la figura 6.1 tiene una

naturaleza discreta estando gobernada su evolución dinámica por un período de muestreo  $T$ .

## 6.2 SIMULACION NUMERICA DEL LAZO CERRADO DE CONTROL.

En el presente apartado se construye un esquema de simulación numérica del lazo de control descrito en la figura 6.1 ensamblando modelos numéricos de cada uno de los elementos que lo constituyen. En los subapartados 6.2.1 a 6.2.5 se muestran, respectivamente, modelos numéricos que simulan el comportamiento de la estructura, de los sensores, del convertidor A/D, del ordenador digital, del convertidor D/A y de los mecanismos actuadores. En el subapartado 6.2.6 se combinan los modelos generados en los subapartados anteriores para construir un modelo de todo el lazo cerrado de control digital activo.

### 6.2.1 Modelo numérico del comportamiento dinámico de la estructura.

La evolución dinámica de la estructura se representa mediante un modelo espacialmente discreto con  $n$  grados de libertad cuyo movimiento, suponiendo un comportamiento elástico y lineal, es regido por las ecuaciones

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}}_0 + \mathbf{C} \dot{\mathbf{d}}_0 + \mathbf{K} \mathbf{d}_0 = \mathbf{f}_{c_0}(t) + \mathbf{f}_0(t) \quad (6.1)$$

siendo  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  y  $\mathbf{K}$  las matrices  $n \times n$  de masa, amortiguamiento y rigidez,  $\mathbf{d}_0$  un vector  $n \times 1$  que contiene los desplazamientos de los grados de libertad y  $\mathbf{f}_0$  y  $\mathbf{f}_{c_0}$  vectores de la misma dimensión que incluyen en formato adecuado las fuerzas de excitación y de control, respectivamente. Si el número de mecanismos actuadores es  $n_a$  el vector  $n \times 1$   $\mathbf{f}_{c_0}$  que interviene en la expresión (6.1) se relaciona con el vector  $n_a \times 1$   $\mathbf{u}_0$  que contiene las  $n_a$  fuerzas de control ejercidas por los actuadores mediante la expresión

$$\mathbf{f}_{c_0}(t) = \mathbf{L} \mathbf{u}_0(t) \quad (6.2)$$

en donde  $L$  es una matriz  $n \times n_a$  cuyos elementos son 1 o 0 dependiendo de la presencia o ausencia de mecanismos actuadores en los distintos grados de libertad.

Sustituyendo (6.2) en (6.1) esta ecuación puede formularse en espacio de estado

$$\dot{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{F} \mathbf{x}_0 + \mathbf{G} \mathbf{u}_0 + \mathbf{v}_0 \quad (6.3)$$

siendo

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \end{pmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{L} \end{pmatrix} \quad \mathbf{v}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}_0 \end{pmatrix} \quad (6.3a)$$

La expresión (6.3) simula en tiempo continuo el comportamiento dinámico de la estructura sometida a una excitación en presencia de unas fuerzas de control activo.

### 6.2.2 Modelo numérico de los sensores.

Los sensores miden continuamente la respuesta de la estructura contenida en los desplazamientos y velocidades de los  $n$  grados de libertad. El  $2n \times 1$  vector de estado  $\mathbf{x}_0$  se transforma en  $2n$  señales eléctricas continuas contenidas en el vector  $\mathbf{x}_1$ , estando ambos vectores relacionados por la expresión

$$\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{C}_s \mathbf{x}_0(t) \quad (6.4)$$

donde  $\mathbf{C}_s$  es una matriz  $2n \times 2n$  que incluye factores de calibración propios de los sensores. Ordinariamente la matriz  $\mathbf{C}_s$  es diagonal y los elementos pertenecientes a la diagonal principal son distintos de cero de forma que dicha matriz es inversible.

### 6.2.3 Modelo numérico del convertidor A/D.

El convertidor analógico-digital A/D muestrea en cada instante discreto el valor de la respuesta contenida en el vector  $\mathbf{x}_1$ . Llamando  $\mathbf{x}$  al vector  $2n \times 1$  que incluye los impulsos digitales correspondientes, la relación entre ambos vectores para un instante  $t$  de muestreo viene dada por

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}_1(t) \quad t = kT \quad (6.5)$$

siendo  $k$  un número entero.

### 6.2.4 Implementación del algoritmo de control predictivo.

El ordenador digital implementa el algoritmo de control para obtener el valor de la señal digital de control  $\mathbf{u}$  a partir del vector  $\mathbf{x}$  que representa la respuesta de la estructura. Si se considera el algoritmo de control predictivo descrito en el capítulo 4 la expresión que relaciona ambas magnitudes es

$$\mathbf{u}(k) = -\hat{\mathbf{D}}\mathbf{x}(k) - \sum_{i=1}^{\hat{n}_r} \hat{\mathbf{K}}_i \mathbf{u}(k-i) \quad (6.6)$$

siendo  $\hat{\mathbf{D}}$  y  $\hat{\mathbf{K}}_i$  ( $i = 1, \dots, n_r$ ) matrices constantes de dimensiones apropiadas y  $\hat{n}_r$  el número de retardos que se incluyen en el modelo predictivo.  $\hat{\mathbf{D}}$  se denomina matriz de ganancia.

### 6.2.5 Modelo numérico del convertidor D/A.

El convertidor digital-analógico incorpora un dispositivo de retención para generar la señal continua  $\mathbf{u}_1$  a partir de la señal discreta  $\mathbf{u}$ . Considerando un dispositivo de orden 0, ambos vectores se relacionan mediante

$$\mathbf{u}_1(t) = \mathbf{u}(k) \quad kT \leq t < (k+1)T \quad (6.7)$$

### 6.2.6 Modelo numérico del sistema de cables activos.

La relación entre la señal de control  $\mathbf{u}_1$  que alimenta a las servoválvulas y las fuerzas horizontales de control que los cables activos ejercen sobre la estructura es, según la expresión (5.14) igual a

$$\mathbf{u}_0(t) = \mathbf{C}_a \mathbf{u}_1(t - \tau_r) \quad (6.8)$$

siendo  $\mathbf{C}_a$  una matriz  $n_a \times n_a$  constante y  $\tau_r$  el tiempo de respuesta del sistema de cables activos.

### 6.2.7 Esquema de simulación del control.

Premultiplicando la expresión (6.3) por la matriz  $C_s$  y teniendo en cuenta (6.4) y (6.8) se obtiene

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{F}_1 \mathbf{x}_1 + \mathbf{G}_1 \mathbf{u}_1(t - \tau_r) + \mathbf{C}_s \mathbf{v}_0(t) \quad (6.9)$$

siendo

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{C}_s \mathbf{F} \mathbf{C}_s^{-1} \quad \mathbf{G}_1 = \mathbf{C}_s \mathbf{G} \mathbf{C}_a \quad (6.9a)$$

La ecuación (6.9) puede ser resuelta en tiempo discreto mediante el procedimiento descrito en el apartado 2 del capítulo 3. Teniendo en cuenta las fórmulas de interpolación dadas en (6.5) y (6.7) resulta

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k - n_r) + \mathbf{P}_1 \mathbf{v}(k+1) + \mathbf{P}_2 [\mathbf{v}(k+1) - \mathbf{v}(k)] \quad (6.10)$$

en donde

$$\mathbf{A} = \exp(T \mathbf{C}_s \mathbf{F} \mathbf{C}_s^{-1}) = \exp(T \mathbf{F}_1) \quad (6.11)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{P}_1 \mathbf{G} \quad (6.12)$$

$$\mathbf{P}_1 = \int_0^T \exp(s \mathbf{F}_1) \mathbf{C}_s ds = \mathbf{F}_1^{-1} (\mathbf{A} - \mathbf{I}) \mathbf{C}_s \quad (6.13)$$

$$\mathbf{P}_2 = -\frac{1}{T} \int_0^T \exp(s \mathbf{F}_1) \mathbf{C}_s s ds = \mathbf{F}_1^{-1} \left( \frac{1}{T} \mathbf{P}_1 - \mathbf{A} \right) \mathbf{C}_s \quad (6.14)$$

Las expresiones (6.10) y (6.6) simulan numéricamente el lazo cerrado descrito en la figura 6.1 para el caso en que los mecanismos actuadores son cables activos y el algoritmo de control es predictivo.

### 6.3 CONCLUSIONES.

En el presente capítulo se ha presentado un algoritmo numérico iterativo que simula en tiempo discreto la evolución temporal del lazo cerrado de control activo de estructuras descrito en la figura 6.1 en el caso en que se implementa en el ordenador digital un algoritmo de control predictivo y se consideran mecanismos actuadores formados por cables activos.

El algoritmo propuesto tiene en cuenta la naturaleza digital del lazo de control y toma en consideración todos los elementos que intervienen en el mismo incluyendo en su formulación el tiempo de respuesta de los actuadores.

El esquema propuesto es válido, con leves modificaciones, para simular el funcionamiento de sistemas digitales de control activo de estructuras en que se implementen otros algoritmos de control y se consideren otros mecanismos actuadores.