

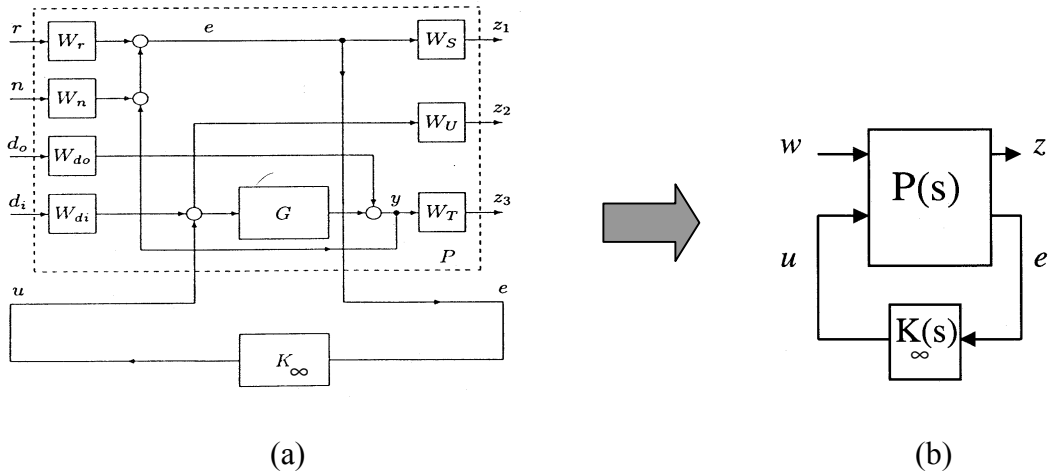
## ***Capítulo 3: Control $H_\infty$ en convertidores conmutados CC-CC.***

En este capítulo se analizará el problema del diseño de un controlador  $H_\infty$  para el convertidor “boost” de manera que se maximice el ancho de banda del lazo de control, al mismo tiempo que proporcionamos un perfecto seguimiento en la tensión de salida de la referencia deseada. El capítulo está organizado de la siguiente manera. En el apartado 3.2 se revisan los aspectos fundamentales de la teoría del control  $H_\infty$ . En el apartado 3.3 se estudia su aplicación al control de convertidores conmutados continua-continua, donde analizaremos los casos de control directo de tensión  $H_\infty$  en el apartado 3.3.1 y los de control de corriente con lazo de tensión  $H_\infty$  tanto en el caso de control de corriente máxima PWM (apartado 3.3.2.1) como en el de control de corriente en modo de deslizamiento(apartado 3.3.2.2).

### **3.1 Introducción al control $H_\infty$**

Una manera de establecer especificaciones de diseño en un problema de control es la formulación de objetivos como un problema de control óptimo en el dominio de la frecuencia. Para ello, se introducen en el sistema funciones de ponderación  $W_i$  que reflejan los objetivos de diseño y también el conocimiento que se posee de las señales de entrada y de salida. Estas señales serán acotadas ya que en el procedimiento  $H_\infty$  la norma  $\| \cdot \|_\infty$  de cada señal de entrada/salida tiene como límite superior la unidad. La inclusión de funciones de ponderación en una configuración general de realimentación se puede observar en la figura 3.1a, en donde  $G$  representa la planta y  $K_\infty$  el controlador. Como se puede observar, las señales de entrada son respectivamente la señal de referencia( $r$ ), el ruido externo( $n$ ), las perturbaciones a la entrada( $d_i$ ) y las perturbaciones

a la salida ( $d_o$ ).  $z_1$ ,  $z_2$  y  $z_3$  son las salidas ponderadas del sistema. El controlador procesa la señal de realimentación  $e$  para obtener la señal de control  $u$ . Una representación más compacta de todo el sistema se presenta en la figura 3.1b, en donde  $P(s)$  representa la planta aumentada,  $w$  es un vector que contiene todas las señales de entrada y  $z$  es el vector de salida cuyas componentes son  $z_1$ ,  $z_2$  y  $z_3$ .



**Figura 3.1:** Configuración General de Realimentación para problemas de control  $H_\infty$ .

Si asumimos que  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estado de la planta,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  es la entrada de control y que  $e(t) \in \mathbb{R}^p$  es la entrada del controlador, el sistema de la figura 1 puede ser descrito de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\
 z &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\
 e &= C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \\
 u &= Ke
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

Considerando una partición de la planta  $P(s)$  como

$$P = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & D_p \end{bmatrix}
 \tag{3.2}$$

entonces la aplicación de la Transformación Lineal Fraccionaria (LFT) [13] a la ecuación (3.1) nos lleva a la siguiente representación de matriz de funciones de transferencia  $T_{zw}$

$$z = \left[ A_p + B_p K (I - D_p K)^{-1} C_p \right] w = T_{zw} w \quad (3.3)$$

donde  $I$  es la matriz identidad y las matrices  $A_p$ ,  $B_p$ ,  $C_p$  y  $D_p$  vienen dadas por

$$A_p = A; B_p = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix}; C_p = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}; D_p = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

El objetivo del control  $H_\infty$  es encontrar un controlador  $K_\infty$  que estabilice la planta  $P$  minimizando al mismo tiempo la norma infinita de la matriz de funciones de transferencia  $T_{zw}$

$$\begin{aligned} \|T_{zw}\|_\infty &< \gamma \quad 0 < \gamma \leq 1 \\ \|T_{zw}\|_\infty &= \sup \bar{\sigma}(w) \quad \forall w \end{aligned} \quad (3.5)$$

donde  $\bar{\sigma}(w)$  indica el valor singular máximo y  $\| \cdot \|$  se refiere a la norma infinita de la matriz de funciones de transferencia, que es el supremo (sup) de dicha matriz en todo el espectro de frecuencias.

En el tratamiento que hacen Doyle et al.[9] del problema  $H_\infty$  en el espacio de estados se tiene en cuenta algunas suposiciones, que sirven para simplificar la formulación, y que constituirán las hipótesis de trabajo del problema de control  $H_\infty$  que se desarrolla a continuación.

Para cualquier entero positivo  $k$ ,  $I_k$  es la matriz identidad de orden  $k$  y  $D^+$  representa la matriz transpuesta de  $D$ . Realizaremos las siguientes suposiciones sobre la planta  $P$ :

- 1)  $D_{11}=0$  y  $D_{22}=0$
- 2)  $D_{12}^+ D_{12} = I_m$  y  $D_{21} D_{21}^+ = I_p$
- 3)  $(A, B_2, C_2)$  es estabilizable y detectable.
- 4)  $\text{rango} \begin{bmatrix} j\omega I_n - A & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = m + n \quad \forall \omega \in R$

$$5) \quad \text{rango} \begin{bmatrix} j\omega I_n - A & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = p + n \quad \forall \omega \in R$$

La mayoría de las plantas satisfacen las suposiciones 3,4 y 5, pero no satisfacen la 1 y la 2. Para estas plantas que satisfacen las suposiciones 3,4 y 5 junto con las suposiciones siguientes

$$6) \quad \text{rango } D_{12} = m \text{ y } \text{rango } D_{21} = p$$

se han desarrollado procedimientos[47,49] que permiten reformular el problema y encontrar una solución al problema  $H_\infty$  para la planta P.

Para poder calcular  $\|T_{zw}\|_\infty$ , se asume, como punto de partida, una realización de  $T_{zw}$  en términos de las matrices  $A_p$ ,  $B_p$ ,  $C_p$  y  $D_p$  [9][13]. A partir de aquí se define la matriz Hamiltoniana como:

$$H = \begin{bmatrix} A_p & B_p B_p^+ / \gamma^2 \\ -C_p C_p^+ & -A_p^+ \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

donde el símbolo ( $^+$ ) representa la matriz transpuesta.

A continuación, se realizan las siguientes suposiciones [9][13]

- i)  $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$
- ii) H no tiene valores propios en el eje imaginario.
- iii)  $H \in \text{dom}(\text{Ric})$  donde dom significa dominio y Ric es una solución estabilizadora de la ecuación de Riccati.
- iv)  $H \in \text{dom}(\text{Ric})$  y  $\text{Ric}(T_{zw}) > 0$  si (C,A) es observable.

Para encontrar un controlador  $K_\infty(s)$  asintóticamente estable que garantice  $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ , se han de resolver el siguiente par de ecuaciones de Riccati[9][13]:

$$A^T X_\infty + X_\infty A - X_\infty \left[ \left( \frac{1}{\gamma^2} \right) B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \right] X_\infty + C_1^T C_1 = 0 \quad (3.7)$$

$$A Y_\infty + Y_\infty A^T - Y_\infty \left[ \left( \frac{1}{\gamma^2} \right) C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \right] Y_\infty + B_1 B_1^T = 0 \quad (3.8)$$

donde  $X_\infty = \text{Ric}(H_{X_\infty})$ ,  $Y_\infty = \text{Ric}(H_{Y_\infty})$  y  $H_{X_\infty}$ ,  $H_{Y_\infty}$  son matrices Hamiltonianas

definidas por

$$H_{X_\infty} = \begin{bmatrix} A & \left( \frac{1}{\gamma^2} \right) B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \\ -C_1^T C_1 & -A \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$H_{Y_\infty} = \begin{bmatrix} A^T & \left( \frac{1}{\gamma^2} \right) C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1 C_1^T & -A \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

El controlador que se obtiene es el siguiente

$$K_\infty(s) = K_C \left[ sI - A - \left( \frac{1}{\gamma^2} \right) B_1 B_1^T X_\infty - B_2 K_C - z K_0 C_2 \right]^{-1} K_0 \quad (3.11)$$

donde

$$K_C = B_2^T X_\infty, \quad K_0 = Y_\infty C_2^T, \quad z = \left[ I - \left( \frac{1}{\gamma^2} \right) Y_\infty X_\infty \right]^{-1},$$

$$K_1 = B_1 B_1^T X_\infty \left( \frac{1}{\gamma^2} \right). \quad (3.12)$$

El controlador  $K_\infty$  asegura que  $\|T_{ZW}\|_\infty < \gamma$ , pero aún así el sistema en lazo cerrado no será asintóticamente estable a no ser que se cumplan las siguientes condiciones:

- i)  $X_\infty \geq 0$

ii)  $Y_\infty \geq 0$

iii)  $\lambda_{\max}(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$  donde  $\lambda_{\max}$  es el valor propio más grande del producto de dos soluciones de la ecuación de Riccati.

Las funciones *hin*f y *hin*fopt de la MATLAB Robust Control Toolbox[42] comprueba si se satisfacen las condiciones anteriores y después proporcionan el controlador  $K_\infty(s)$  asintóticamente estable que garantiza  $\|T_{ZW}\|_\infty < \gamma \quad 0 < \gamma \leq 1$ .

### 3.2 Control $H_\infty$ en convertidores conmutados CC-CC.

#### 3.2.1 Obtención del modelo en pequeña señal.

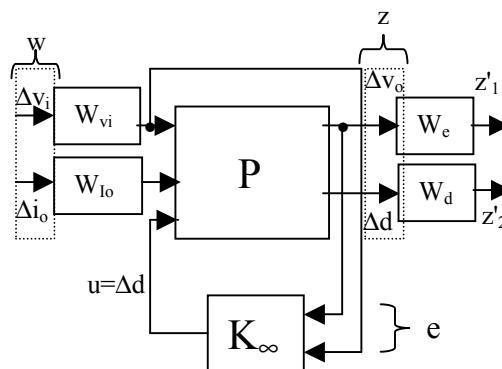


Figura 3.2: Diagrama de bloques de un regulador conmutado utilizando  $H_\infty$ .

La figura 3.2 muestra el diagrama de bloques de un regulador conmutado en términos de la descripción  $H_\infty$ .  $\Delta v_i$ ,  $\Delta v_o$ ,  $\Delta i_o$  and  $\Delta d$  representan respectivamente variaciones en la tensión de entrada, en la tensión de salida, en la intensidad de salida y en el ciclo de trabajo. P es el convertidor conmutado continua-continua y  $K_\infty$  es el controlador.  $W_{vi}$ ,  $W_{lo}$ ,  $W_e$  and  $W_d$  son funciones de transferencia que serán utilizadas para ponderar apropiadamente las señales de entrada y salida en el dominio de la frecuencia.

La descripción de la dinámica del sistema en el espacio de estados viene dada por la ecuación (3.1) en donde  $x$  es ahora el vector de estado promediado y linealizado del convertidor (1.7),  $w$  corresponde a perturbaciones en la tensión de entrada ( $\Delta v_i$ ) y en la carga ( $\Delta i_o$ ) y  $e$  constituye la entrada del controlador, lo que conlleva la utilización de una acción control por realimentación ( $\Delta v_o$ ) y una por adelanto ( $\Delta v_i$ ). Por su parte,  $\Delta d$  es la salida del controlador y representa variaciones en el ciclo de trabajo. El vector  $z$  incluye las salidas  $\Delta v_o$  y  $\Delta d$ , cuya respuesta frecuencial está ponderada por medio de las funciones de transferencia  $W_e$  y  $W_d$  dando lugar al vector de salida ponderada  $z'$ .

Definimos  $T_{zw}$  y  $T_{z'w}$  como las matrices de funciones de transferencia en lazo cerrado entre  $w$  y  $z$ , y entre  $w$  y  $z'$  respectivamente. El objetivo de diseño es minimizar la norma infinita de  $T_{z'w}$ :

$$\|T_{z'w}\|_\infty < \gamma \quad (3.13)$$

donde  $\|\cdot\|_\infty$  representa la norma infinita  $\gamma$  puede corresponder a la solución óptima ( $\gamma = \gamma_{\min}$ ) o a la subóptima ( $\gamma_{\min} < \gamma \leq 1$ ).

### 3.2.2 Diseño del controlador $H_\infty$ .

El problema de obtener un controlador  $H_\infty$  para una planta cualquiera  $P$  puede ser automáticamente resuelto por medio de la utilización de la función  $\text{hinftopt}$ [42] mencionada anteriormente. Aplicando esta función se obtendrá un controlador  $K_\infty$  que asegurará la estabilidad del sistema en lazo cerrado y al mismo tiempo cumplirá la siguiente inecuación:

$$\|T_{zw}\|_\infty < \gamma W_o^{-1} \quad (3.14)$$

donde  $W_o = \begin{bmatrix} W_e \\ W_d \end{bmatrix}$ .

En nuestro diseño, impondremos un límite superior en el comportamiento frecuencial de las salidas del convertidor. Como hemos escogido  $\Delta v_o$  y  $\Delta d$  como salidas del sistema, y al mismo tiempo,  $\Delta v_i$  y  $\Delta i_o$  como perturbación a la entrada y salida respectivamente, entonces estamos limitando el valor máximo del error en la tensión de salida provocado por dichas perturbaciones. Por otra parte,  $\Delta d$  está limitado naturalmente por las características intrínsecas del control de convertidores conmutados utilizando modulación de anchura de pulsos ( $0 < d < 1$ ).

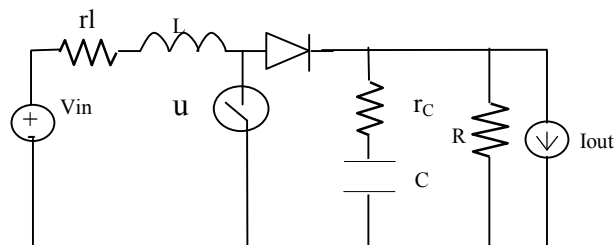
Para poder aplicar el controlador  $K_\infty$  al convertidor, hemos de garantizar que la ganancia del controlador tenga un comportamiento de filtro pasabajos y también que su ancho de banda no sobrepase el límite que marca la mitad de la frecuencia de conmutación  $w_s$ . Este límite es debido a que  $w_s/2$  es el límite máximo teórico de validez para los modelos promediados de un convertidor[43]. El siguiente paso es obtener la función de transferencia entre el control y la tensión de salida ( $H_{\Delta v_o \Delta d}$ ). Debido a que el procedimiento de control  $H_\infty$  intenta emular la respuesta frecuencial de  $H^{-1}_{\Delta v_o \Delta d}$  entonces hemos de escoger apropiadamente las funciones de ponderación  $W_e$  y  $W_d$  para así maximizar el ancho de banda del regulador. Seleccionamos  $W_e$  de manera que  $W_e^{-1}$  defina la respuesta deseada a baja frecuencia de la variable error y que se cumpla que  $|W_e(w_s)| < |H(w_s)_{\Delta v_o \Delta d}|$ . También imponemos un límite superior al incremento del ciclo de trabajo ( $|\Delta d|$ ) para garantizar  $0 < d < 1$ . Para ello, también se introduce la restricción  $|W_d^{-1}(w_s)| < |H_{\Delta v_o \Delta d}(w_s)|$  de manera que aseguramos que el ancho de banda del controlador está por debajo de  $w_s/2$ . El resultado final es que la ganancia de lazo es menor que 0 db a la frecuencia de conmutación del convertidor. Por último, para finalizar la etapa de diseño se pondera el comportamiento frecuencial de las perturbaciones por las funciones  $W_{v_i}$  y  $W_{i_o}$ .



### 3.2.2.1 Control $H_{\infty}$ del convertidor “boost”.

En este apartado vamos a aplicar toda la metodología descrita anteriormente al convertidor elevador “boost”. Primeramente, en el apartado 3.2.2.1.1 se procederá a la etapa de diseño y obtención del controlador. Posteriormente en el apartado 3.2.2.1.2 se analizarán los resultados de simulación. Para finalizar, en el apartado 3.2.2.1.3 se procederá a la implementación del controlador obtenido y a la obtención de resultados experimentales. Estos resultados se contrastarán con los obtenidos previamente por simulación. También se procederá a una comparación con otras estrategias de control estándar. Cabe resaltar, que en [44] también se analiza y diseña un controlador  $H_{\infty}$  para el convertidor “buck-boost”, aunque en este caso solamente se obtienen resultados por simulación.

#### 3.2.2.1.1 Diseño del controlador.



**Figura 3.3:** Esquema de un convertidor elevador “boost” con fuente de corriente.

La figura 3.3 muestra el esquema del convertidor “boost” utilizado para ilustrar la aplicación de control  $H_{\infty}$ . Tanto este convertidor como los ilustrados en [44] operan en modo continuo (CCM) utilizando modulación en anchura de pulsos (PWM). Como se puede observar, se ha insertado una fuente de corriente en el circuito que nos permitirá introducir el efecto de las perturbaciones de carga en el modelo. Las características del convertidor son las mismas que en 1.3.3.2 y la función de transferencia control-tensión

de salida que utilizaremos en el diseño es (1.3). La representación de estado correspondiente es (3.1) donde

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -1617 & -2239 \\ 2198 & -103 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 4630 \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 111219 \\ -5118 \end{bmatrix} \\ C_1 &= [0.019 \quad 0.997], D_{11} = [0 \quad -0.04], D_{12} = -0.0462 \\ C_2 &= \begin{bmatrix} 0.019 & 0.997 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 & -0.04 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0.0462 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.15)$$

En este caso, introduciremos perturbaciones en el sistema de un 25 % y un 20% de los valores nominales de la tensión de entrada y la carga respectivamente. Esto implica

que  $W_{vi}=3$  y  $W_{io}=0.1$ . Para limitar  $|\Delta d|$  se escoge  $W_d(s) = \frac{2.75 \cdot 10^4 (s + \pi 10^4)}{s + \pi 10^8}$ , mientras que

para garantizar una ganancia de lazo del convertidor menor de 0 db a la frecuencia de

conmutación se escoge  $W_e = \frac{10^4}{s + 10^{-5}}$ . Podemos observar que  $W_e$  es una buena

aproximación de un integrador puro lo que nos llevará a la obtención de un error estacionario nulo de la tensión de salida.

Como ejemplo, en la figura 3.4 se muestran la respuesta frecuencial de  $H_{\Delta v_o \Delta d_b}$  y de las funciones de ponderación  $W_e$  y  $W_d^{-1}$ .

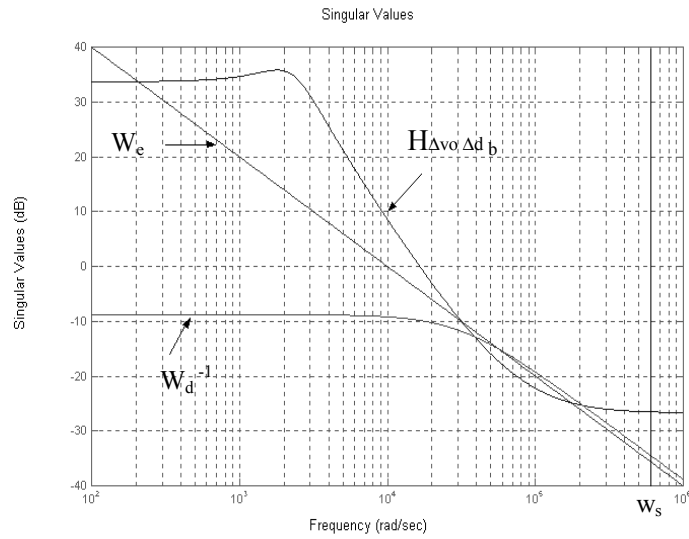


Figura 3.4: Respuesta frecuencial de  $H_{\Delta v_o \Delta d_b}$ ,  $W_e$  y  $W_d^{-1}$ .

El controlador resultante viene dado por (3.16)

$$K_\infty(s) = \left[ \frac{-1.87568 \cdot 10^5 (s + (2.746 + 0.476j) \cdot 10^3)(s + (2.746 - 0.476j) \cdot 10^3)}{s(s + 5.167 \cdot 10^4)(s + 1.13636 \cdot 10^5)} - 0.039 \right] \quad (3.16)$$

Si consideramos una función descriptiva de  $1/3 V^{-1}$  para la modulación de anchura de pulsos, la ganancia de lazo del controlador resultante presenta un margen de fase de  $48.7^\circ$  y un margen de ganancia de 14.8 db, tal como podemos observar en la figura 3.5.

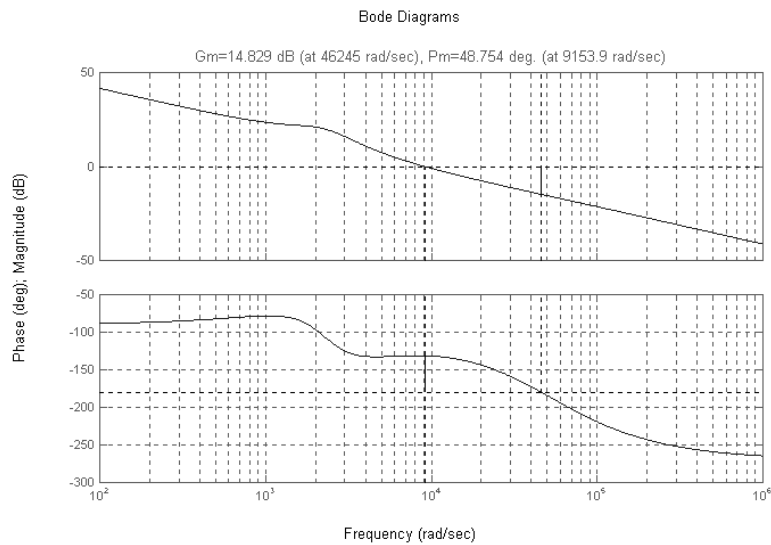
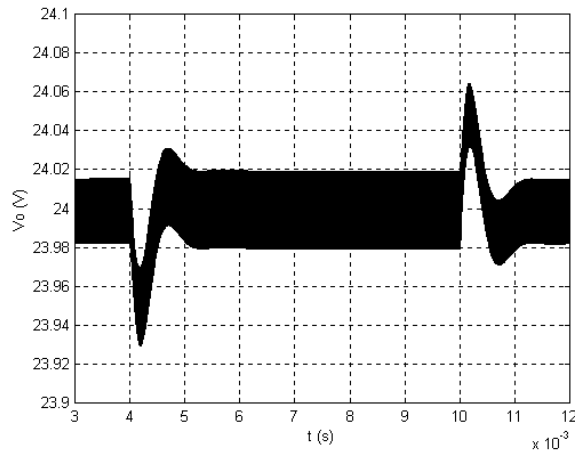


Figura 3.5: Margen de ganancia y de fase de la ganancia de lazo del sistema.

### 3.2.2.1.2 Resultados de simulación.

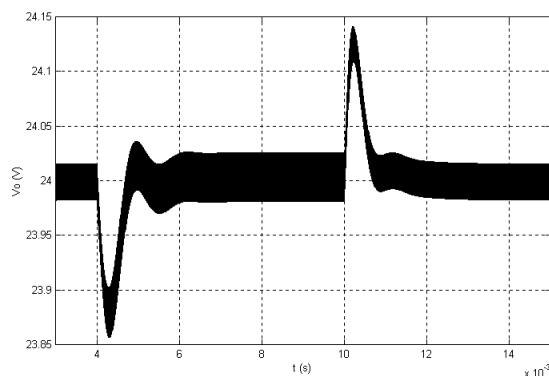
Las figuras 3.6 y 3.7 muestran la respuesta temporal del convertidor obtenidas por simulación para diferentes perturbaciones.



**Figura 3.6:** Respuesta simulada de la tensión de salida a perturbaciones en la carga.

La figura 3.6 presenta un error nulo en el estado estacionario de la tensión de salida después de introducir un 20 % de perturbación en la carga para  $t=0.004$  s y un -20 % para  $t=0.01$  s. Es decir, se ha introducido en  $t=0.004$  s una perturbación escalón de 0.1 A y un escalón negativo de -0.1 A en  $t=0.01$  s, todo ello sobre una intensidad nominal promediada de 0.5 A.

De la misma manera, la figura 3.7 muestra el transitorio de la tensión de salida después de introducir una perturbación de  $\pm 25\%$  de la tensión de alimentación.



**Figura 3.7:** Respuesta simulada de la tensión de salida a variaciones en la alimentación.

En este caso, se introduce una perturbación escalón de  $-3\text{ V}$  en  $t=0.004\text{ s}$  y una de  $3\text{ V}$  en  $t=0.01\text{ s}$  todo ello sobre una tensión de alimentación promediada de  $12\text{ V}$ . En las dos figuras se puede observar que el sistema posee una recuperación rápida con error estacionario nulo frente a perturbaciones en la carga y a variaciones en la tensión de alimentación.

### 3.2.2.1.3 Resultados experimentales.

#### 3.2.2.1.3.1 Implementación

Como ya hemos visto, el controlador (3.16) está compuesto por una acción de control “feedforward” y una acción de control por realimentación. Un diagrama de bloques del control aparece en la figura 3.8.

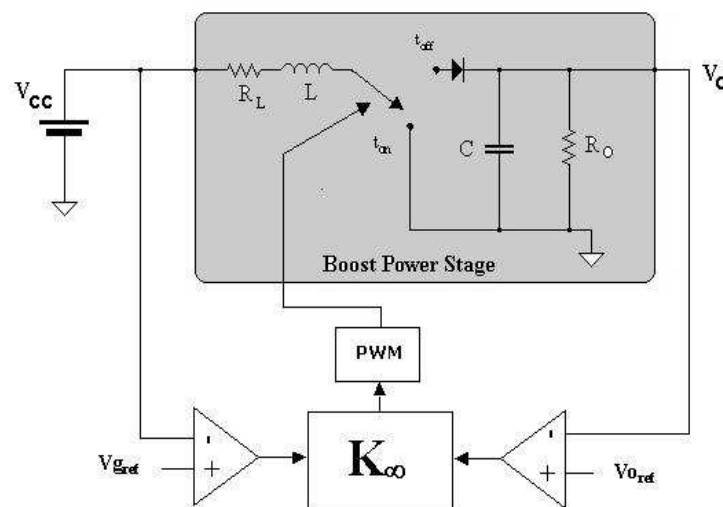
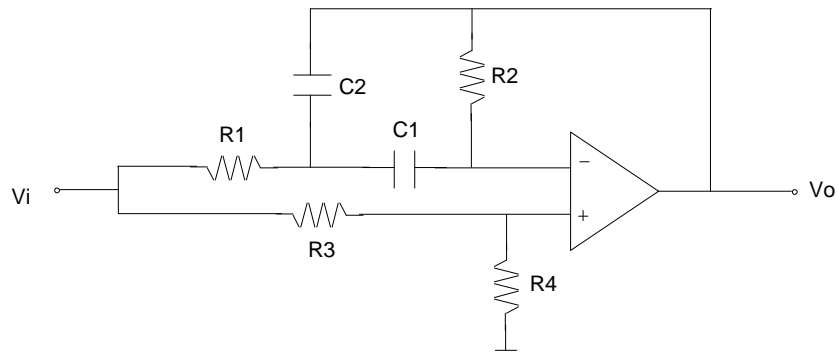


Figura 3.8: Diagrama de bloques del sistema.

#### Controlador por realimentación

El circuito que implementa la función de transferencia de la acción de control por realimentación está compuesto por un circuito amplificador de error y un circuito destinado a situar los polos complejos conjugados. Para ello, se utiliza el filtro Biquad de banda eliminada de la figura 3.9,

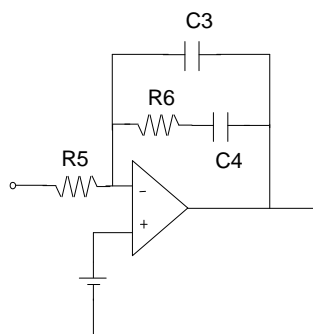


**Figura 3.9:** Filtro Biquad de banda eliminada.

cuya función de transferencia es

$$H(s) = \alpha \frac{s^2 + \left[ \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1} + \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \frac{1}{R_1 C_2} \right] s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + \left( \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1} \right) s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad \alpha = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad (3.17)$$

Dado que los términos de grado cero del numerador y del denominador son iguales, no es posible situar los ceros y los polos ( $s=-51667$ ,  $s=-113636.36$ ) en las frecuencias deseadas, pero sí uno de ellos. Por lo tanto, mediante el filtro Biquad fijamos los ceros complejos conjugados y uno de los polos, concretamente el de menor frecuencia. El otro polo del filtro queda entonces fijado a una frecuencia no deseada. Para solventar este inconveniente, se utiliza el amplificador de error de la figura 3.10 con el que configurando de manera adecuada sus impedancias introduciremos un cero que elimine el polo no deseado introducido por el filtro Biquad y al mismo tiempo sitúe en la posición correspondiente el polo de alta frecuencia y el polo del origen.



**Figura 3.10:** Amplificador de error.

La ecuación que describe la salida del amplificador de error de la figura 3.10 es la siguiente:

$$V_o = V_{ref_2} + (V_{ref_2} - V_i)\theta \frac{\left(s + \frac{1}{R_6 C_4}\right)}{s \left(s + \frac{C_3 + C_4}{C_3 C_4 R_6}\right)} \quad \theta = \frac{1}{R_5 C_3} \quad (3.18)$$

Donde se puede observar que cumple lo anteriormente expuesto. Al mismo tiempo y dimensionando adecuadamente los valores de  $V_{ref}$ ,  $\alpha$  y  $\theta$  se consiguen los valores de tensión necesarios para el ciclo de trabajo nominal y la ganancia de tensión en continua de la acción de control por realimentación.

Como se puede observar en la figura 3.11 y dado que el producto ganancia-ancho de banda de un A.O. es constante hemos optado por dividir el circuito amplificador de error en dos etapas y, de esta manera, repartir entre ellas la ganancia en continua del controlador manteniendo un ancho de banda adecuado.

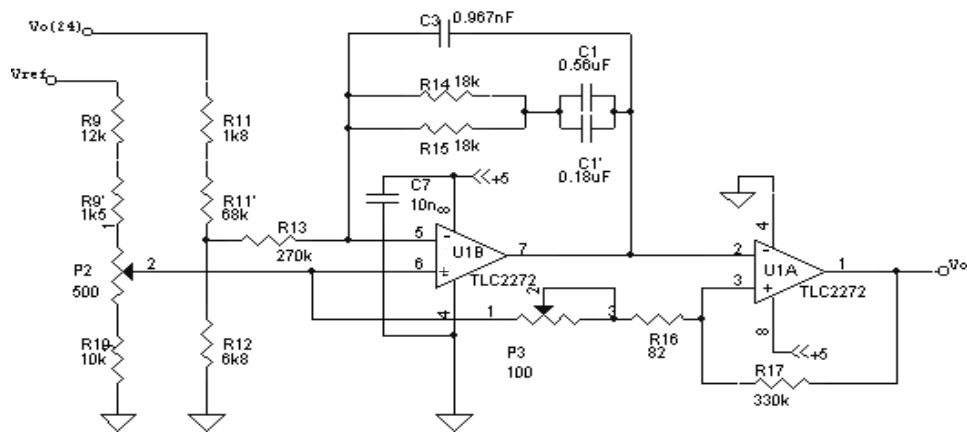
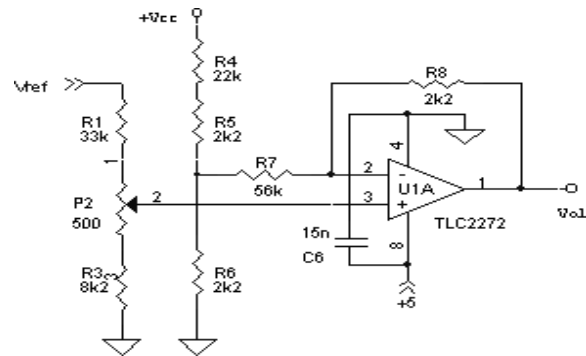


Figura 3.11: Circuito amplificador de error de dos etapas.

### Controlador “fedforward”

La implementación de la acción de control se implementa con el circuito amplificador de la figura 3.12.



**Figura 3.12:** Circuito amplificador de error.

La unión de las dos acciones de control se realiza utilizando un circuito sumador de tensión, obteniéndose finalmente el circuito que implementa el controlador (3.16).



La figura 3.13 muestra el diagrama esquemático del sistema resultante.

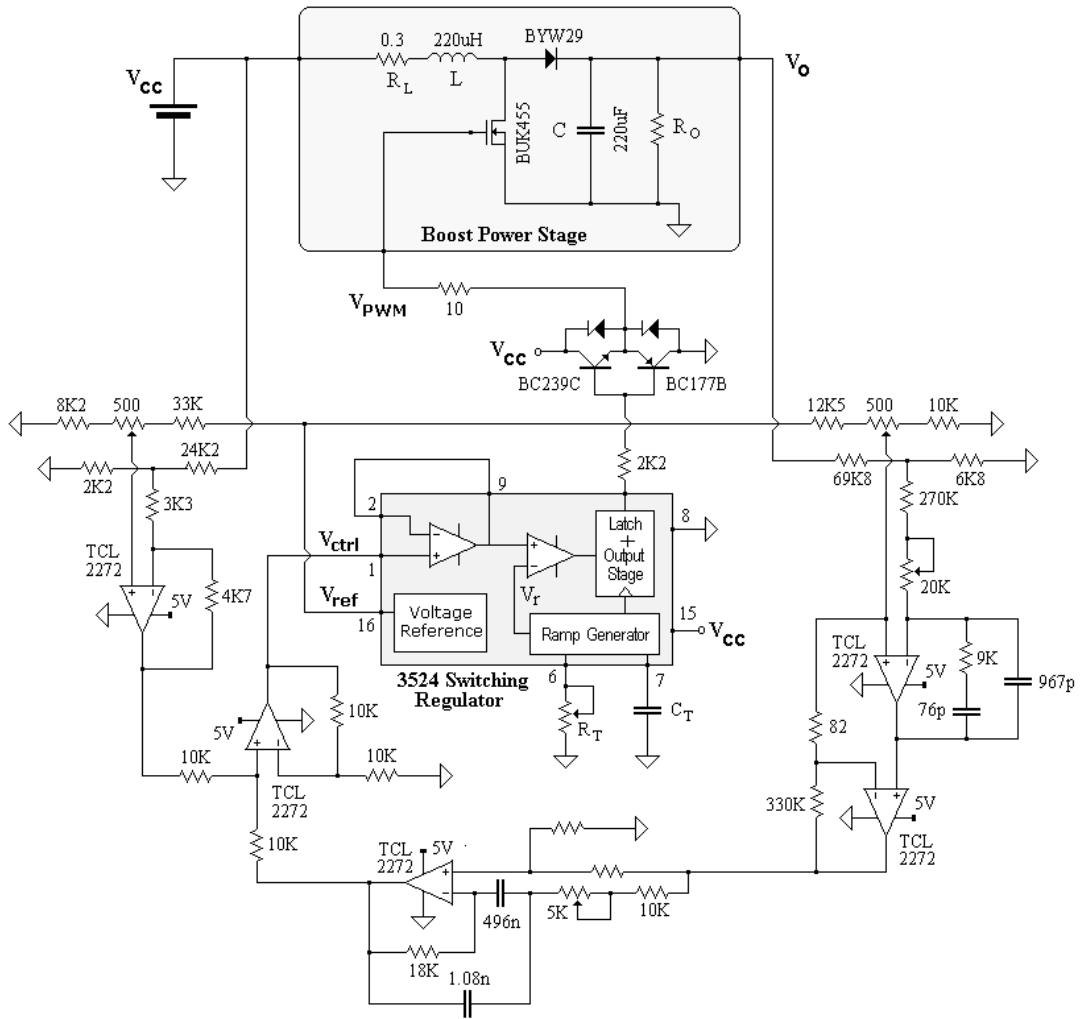
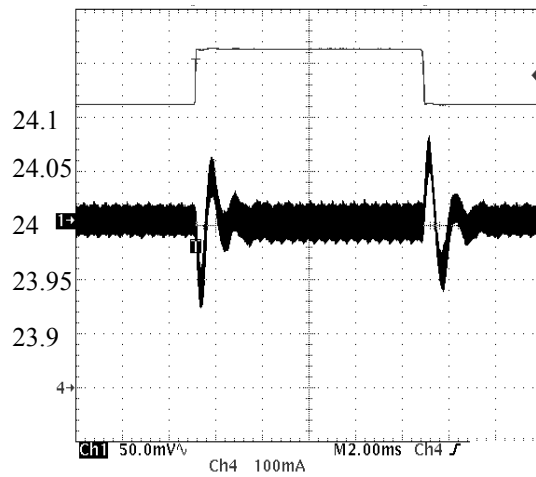


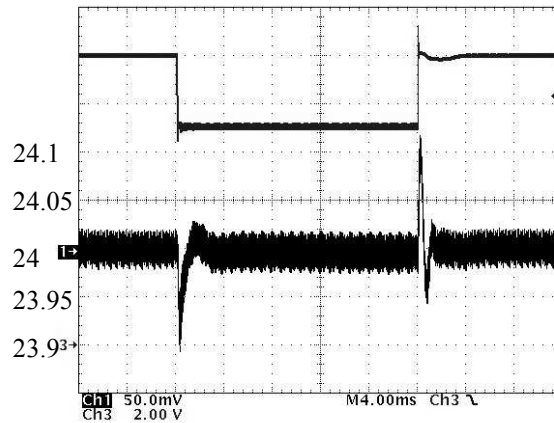
Figura 3.13: Implementación final del convertidor “boost” con control  $H_{\infty}$ .

### 3.2.2.1.3.2 Análisis de resultados.

La figuras 3.14 y 3.15 muestran respectivamente la respuesta de la tensión de salida a perturbaciones de un 20 % de la carga nominal y a variaciones de un 25 % de la tensión de alimentación. Si observamos los resultados obtenidos anteriormente en simulación (figuras 3.6 y 3.7 respectivamente) podemos constatar la existencia de una gran correspondencia entre ambas respuestas.

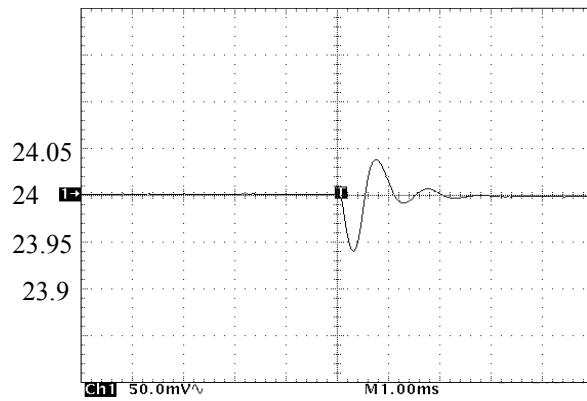


**Figura 3.14:** Respuesta experimental de la tensión de salida a perturbaciones en la carga.

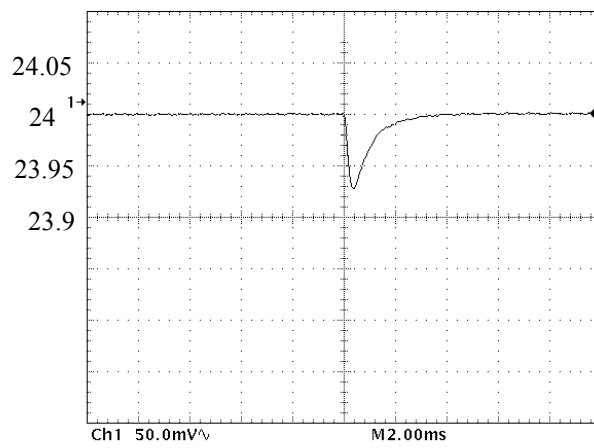


**Figura 3.15:** Respuesta experimental de la tensión de salida a variaciones en la alimentación.

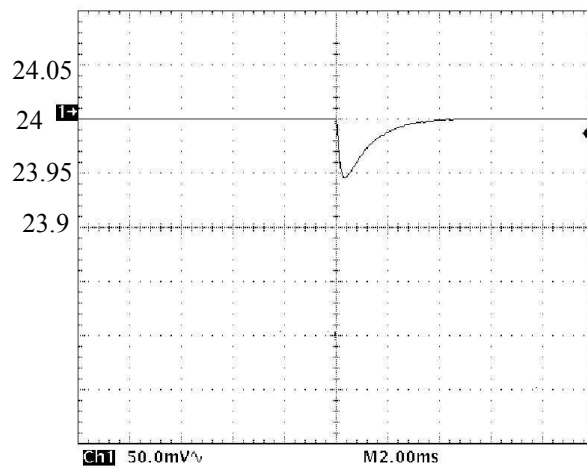
Ahora vamos a contrastar los resultados obtenidos con el control  $H_\infty$  con los obtenidos con otras técnicas más usuales de control de convertidores como son el control de corriente máxima(CMC) y el control en modo de deslizamiento(SMC). En las figuras 3.16, 3.17 y 3.18 se pueden observar las respectivas respuestas a una perturbación escalón del 20% de la carga mientras que en las figuras 3.19, 3.20 y 3.21 se pueden observar las respectivas respuestas a una variación escalón del  $-25\%$  de la tensión de alimentación.



**Figura 3.16:** Respuesta a perturbaciones en la carga (control  $H_\infty$ ).



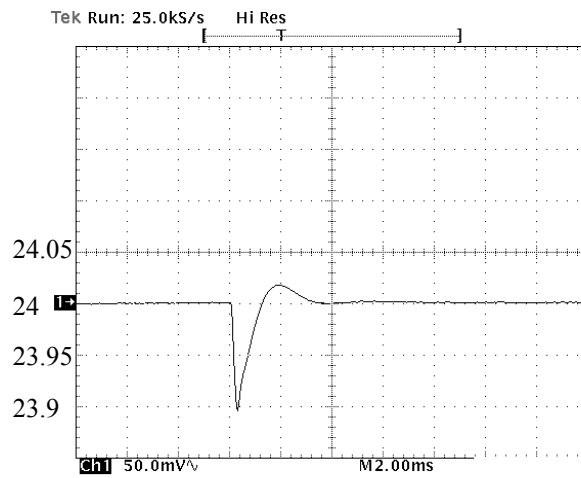
**Figura 3.17:** Respuesta a perturbaciones en la carga (CMC).



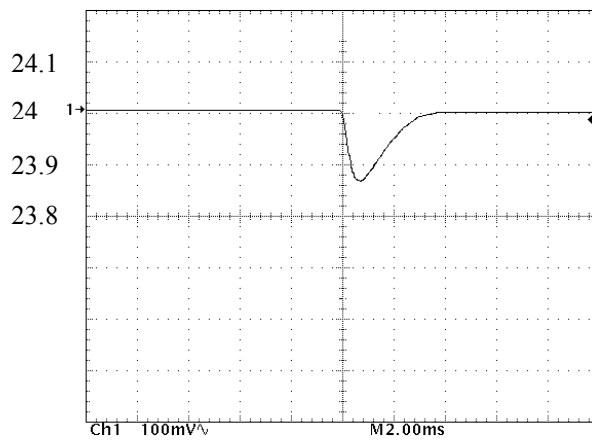
**Figura 3.18:** Respuesta a perturbaciones en la carga (SMC).

En el caso de perturbaciones en la carga, el menor tiempo de establecimiento corresponde al control  $H_\infty$ , cuyo valor máximo de error es ligeramente menor que en el

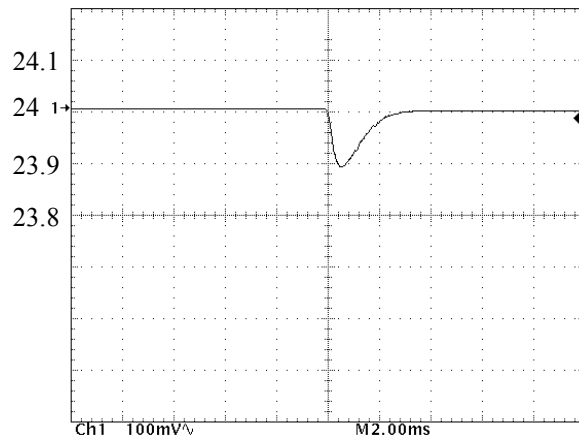
caso del control de corriente máxima y ligeramente mayor que el control en modo de deslizamiento.



**Figura 3.19:** Respuesta a variaciones en la alimentación (control  $H_\infty$ ).



**Figura 3.20:** Respuesta a variaciones en la alimentación (CMC).



**Figura 3.21:** Respuesta a variaciones en la alimentación (SMC).

En el caso de variaciones en la alimentación se puede observar que el control  $H_\infty$  y el control en modo de deslizamiento presentan resultados similares en termino de valor máximo de error y tiempo de establecimiento siendo ligeramente menores que los obtenidos mediante el control de corriente máxima.

Finalmente, debe observarse que el control  $H_\infty$  no necesita de un sensado de corriente para su implementación, lo que sí es obligatorio en la implementación tanto del control en modo de deslizamiento(SMC) como del control de corriente máxima(CMC).

### 3.2.2.2 Control $H_\infty$ del convertidor “boost” con lazo de corriente.

#### 3.2.2.2.1 Control híbrido de corriente máxima con lazo de tensión $H_\infty$ .

En el apartado 2.3.2.1 se introdujeron los conceptos principales del control de corriente máxima en modulación de anchura de pulsos aplicado a un convertidor “boost” y en 2.3.2.2 se estudió la posibilidad de añadir un lazo de tensión basado en lógica borrosa. En cambio, en este apartado se va a estudiar la adición de un lazo de tensión diseñado según la teoría de control  $H_\infty$ , para lo que en primer lugar se obtendrá el modelo en pequeña señal, para seguir luego con el diseño del controlador y finalizar con el análisis de los resultados de simulación.

##### 3.2.2.2.1.1 Obtención del modelo en pequeña señal

En la figura 3.22 se puede observar el diagrama de bloques de la representación en el espacio de estados del modelo en pequeña señal de un control de corriente máxima de un convertidor continua-continua(P). Como se puede observar éste se obtiene al realimentar la variable de estado correspondiente a la intensidad en el inductor[46]. Al igual que en el apartado 3.3,  $x$  representa el vector de estado promediado del convertidor[1],  $y$  es la variación de la tensión de salida( $\Delta v_o$ ), el vector  $w$  representa las variaciones en la tensión de alimentación( $\Delta v_i$ ) y en la carga( $\Delta i_o$ ) y  $u$  la variación en el ciclo de trabajo( $\Delta d$ ).

La representación resultante del modelo en pequeña señal del convertidor más las perturbaciones es la siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_{cmc}x + B_1w + B_2u \\ y &= C_{cmc}x + D_{11}w + D_{12}u \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde  $A_{cmc} = A - (1,0)B_2$  ,  $C_{cmc} = C - (1,0)D_{12}$  y  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $D_{11}$  y  $D_{12}$  son las mismas que en el apartado 3.3.

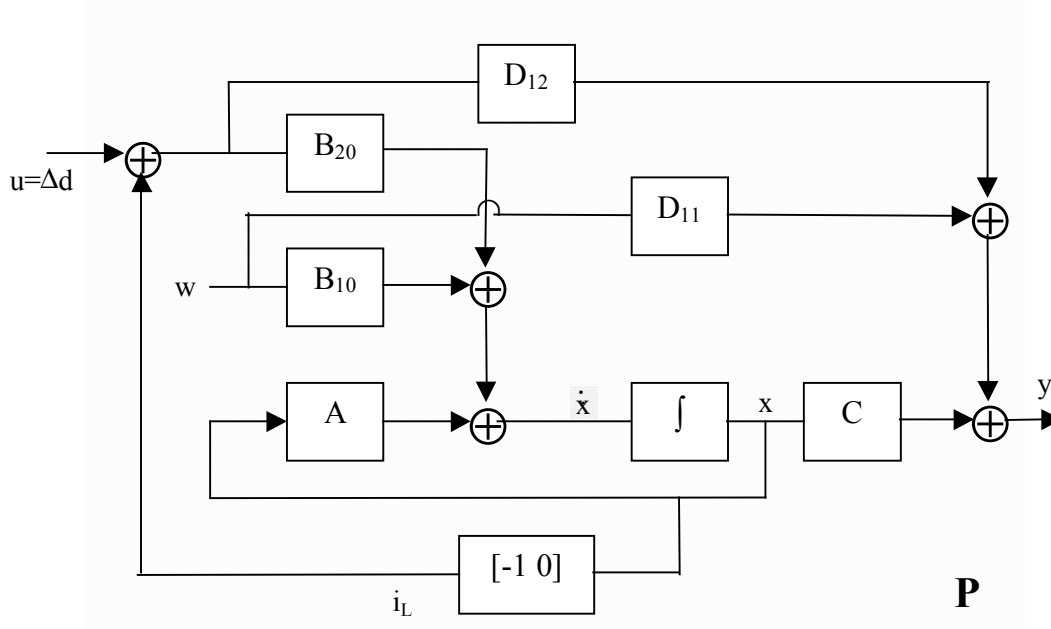


Figura 3.22: Modelo en pequeña señal del control de corriente máxima.

### 3.2.2.2.1.2 Diseño del controlador $H_\infty$ del lazo de tensión.

Para obtener el controlador  $K_\infty$  correspondiente, hemos de obtener una representación de la planta  $P(s)$  como se indica en (3.2). Para ello, sólo nos queda realizar las siguientes asignaciones,

$$A_p = A_{cmc}; C_1 = C_{cmc}; C_2 = \begin{bmatrix} C_{cmc} \\ 0 \end{bmatrix}; D_{21} = \begin{bmatrix} D_{11} \\ [1 \ 0] \end{bmatrix}; D_{22} = \begin{bmatrix} D_{12} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Después, se escogerán las funciones de ponderación  $W_e$  y  $W_d$  adecuadas y se aplicará el procedimiento desarrollado en el apartado 3.3 para obtener finalmente el controlador  $K_\infty$  correspondiente.

El convertidor “boost” utilizado es el mismo que en 3.3.1.1.1, es decir, eleva la tensión de entrada de 12 V a una tensión de salida de 24 V y opera en modo continuo.

La función de transferencia control-tensión de salida obtenida a partir de (3.18) es

$$H_{\Delta v_o \Delta d_{cmc}}(s) = \frac{-0.0462(s+1.13*10^5)(s-4.82*10^4)}{(s+243)(s+(1.243*10^5))} \approx \frac{-0.0462s-4.82*10^4}{(s+243)} \quad (3.20)$$

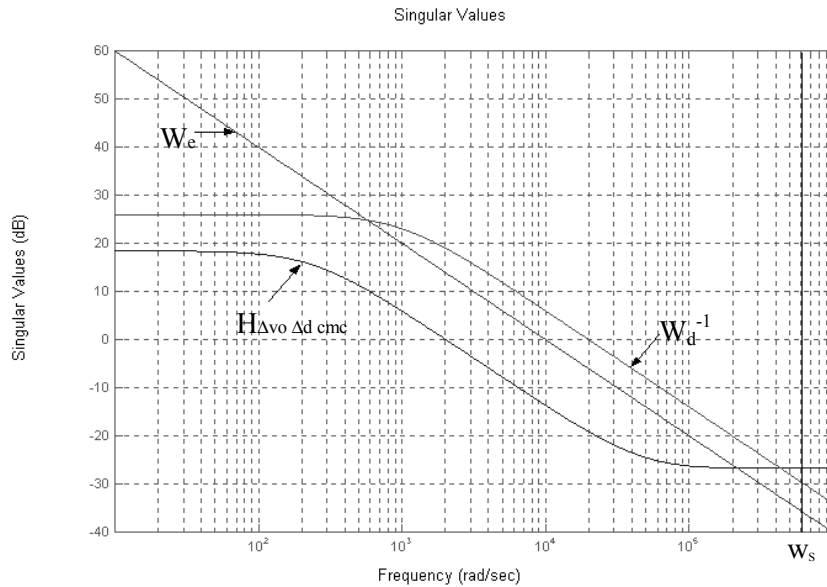
Siguiendo el diseño anterior(3.3.1.1.1) se introducirán en el sistema perturbaciones de un 25% y un 20% de los valores nominales de la tensión de entrada y de la carga respectivamente.

Al igual que antes ésto implica que  $V_i=3$  y  $W_{io}=0.1$ . Para limitar  $|\Delta d|$  se escoge

$$W_d(s) = \frac{5*10^3(s+10^3)}{s+10^8}, \text{ mientras que para garantizar una ganancia del convertidor menor de}$$

$$0 \text{ db a la frecuencia de conmutación se escoge } W_e(s) = \frac{10^4}{s+10^{-5}}.$$

En la figura 3.23 se muestran la respuesta frecuencial de  $H_{\Delta v_o \Delta d_{cmc}}$  y de las funciones de ponderación  $W_e$  y  $W_d^{-1}$ .



**Figura 3.23:** Respuesta frecuencial de  $H_{\Delta v_o \Delta d_{cmc}}$ ,  $W_e$  y  $W_d^{-1}$ .

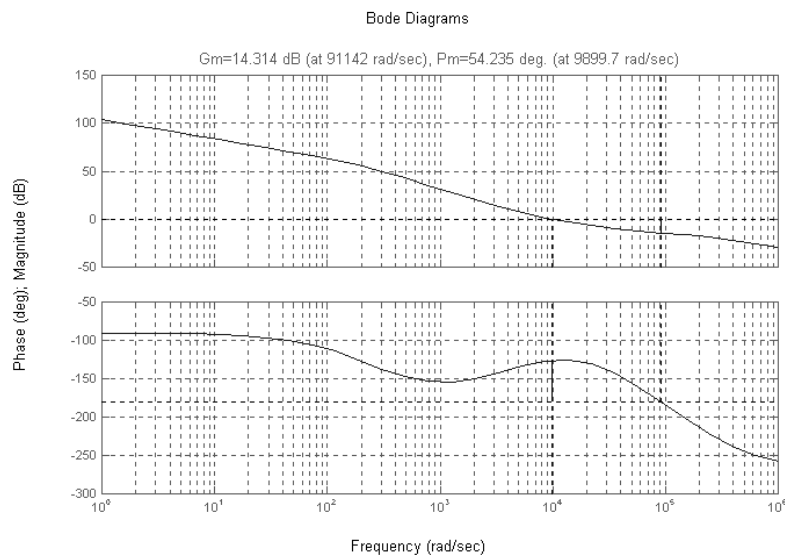
El controlador resultante viene dado por (3.21)

$$K_{\infty cmc}(s) = \left[ \frac{-7.5842*10^5(s+4.14*10^3)}{s(s+1.7223*10^5)} \quad -0.0102 \right] \quad (3.21)$$



que al igual que el controlador de tensión  $H_\infty(3.15)$  posee una acción de control por realimentación y una acción de control en adelanto.

Si consideramos una función descriptiva de  $1/3 \text{ V}^{-1}$  para la modulación de anchura de pulsos, la ganancia de lazo resultante presenta un margen de fase de  $54^\circ$  y un margen de ganancia de 14.3 db, tal y como podemos observar en la figura 3.24.



**Figura 3.24:** Margen de ganancia y de fase de la ganancia de lazo del sistema.

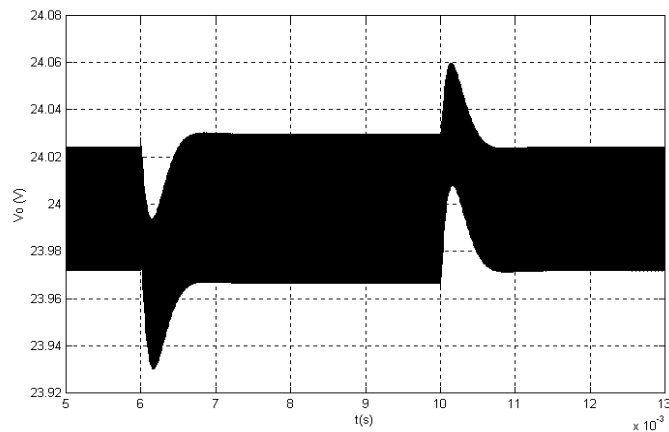
Si diseñamos (como se realiza normalmente) el controlador del lazo de tensión como un controlador PI garantizando el mismo margen de fase, se obtiene el controlador

$$G_{PI}(s) = \frac{12(s + 2.854 \cdot 10^3)}{s},$$

que proporciona un margen de fase de  $54^\circ$  y un margen de ganancia de 4.66 dB. Como podemos observar obtenemos un margen de ganancia menor que nos permitirá rechazar perturbaciones de menor magnitud que (3.21).

### 3.2.2.2.1.3 Resultados de simulación.

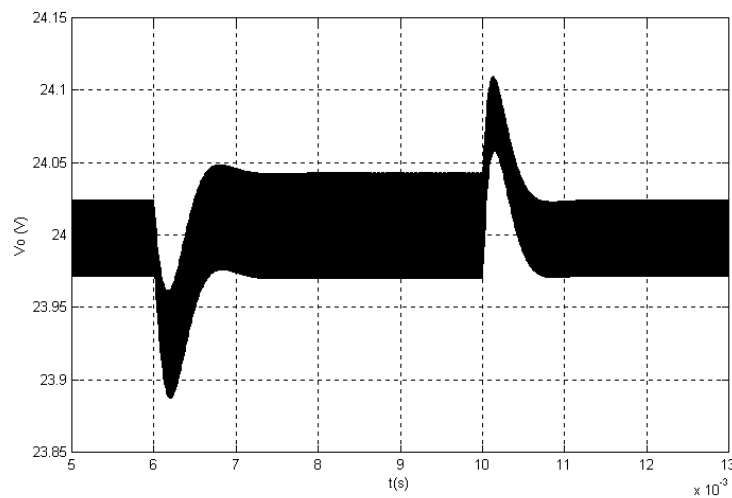
Las figuras 3.25 y 3.26 muestran la respuesta temporal del convertidor obtenida por simulación para diferentes perturbaciones.



**Figura 3.25:** Respuesta simulada de la tensión de salida a perturbaciones en la carga.

La figura 3.25 presenta un error nulo en estado estacionario de la tensión de salida después de introducir en la carga una perturbación escalón de un 20% de su valor nominal para  $t=0.006$  s y de un  $-20\%$  para  $t=0.01$  s. Si comparamos esta figura con la figura 3.6 podemos concluir que el control de corriente máxima con lazo de tensión  $H_\infty$  presenta un error máximo menor y una recuperación más rápida del estado estacionario que el controlador  $H_\infty$  del apartado 3.2.1.1.

De la misma manera, la figura 3.26 muestra el transitorio de la tensión de salida después de introducir una perturbación de  $\pm 25\%$  de la tensión de alimentación.



**Figura 3.26:** Respuesta simulada de la tensión de salida a variaciones en la alimentación.

En este caso, se introduce una perturbación escalón de  $-3$  V en  $t=0.006$  s y una de  $3$  V en  $t=0.01$  s, todo ello sobre una tensión nominal de alimentación de  $12$  V. Si comparamos estos resultados con los obtenidos al aplicar el controlador  $H_\infty$  del apartado 3.2.1.1.( fig. 3.7) podemos comprobar que también en este caso obtenemos un error estacionario nulo, un error máximo menor y una recuperación más rápida del régimen estacionario. El único inconveniente es la necesidad de un sensado de corriente, lo que complica la implementación del controlador.

#### **3.2.2.2.2 Control de corriente en modo de deslizamiento.**

En este apartado vamos a diseñar un control de corriente en modo de deslizamiento de un convertidor “boost”. Como ya hemos visto anteriormente en el apartado 2.2.1.1 para garantizar una regulación de la tensión de salida se utiliza un segundo lazo de control. Para diseñar la función de transferencia de este segundo lazo se parte del modelo en pequeña señal del lazo de corriente en modo de deslizamiento[45] y se diseña un controlador PI que garantice un margen de fase adecuado. En el apartado 2.3.1.2 se sustituyó este controlador PI por un control del lazo de tensión basado en lógica borrosa.

En este caso la intención es sustituir el control PI del lazo de tensión por un controlador  $H_\infty$  diseñado a partir del modelo en pequeña señal del convertidor con lazo de corriente en modo de deslizamiento. Un problema a solventar es la obtención de un modelo en pequeña señal en representación de estado que permita incluir la resistencia de pérdidas del condensador( $r_c$ ) para que la matriz  $D_{21}$  posea rango completo (condición indispensable para que el problema  $H_\infty$  tenga solución). Por esta razón no podemos utilizar el modelo propuesto por [45] ya que entonces nos aparece una función

de transferencia impropia al relacionar  $\Delta v_o$  con  $\Delta u$  una vez garantizado el deslizamiento.

En consecuencia, el primer paso es obtener una representación en pequeña señal del control de corriente en modo de deslizamiento que sea propia y que permita incluir  $r_c$  de manera que podamos diseñar el controlador  $H_\infty$  sin ningún problema. A continuación se diseñará el lazo de control de tensión aplicando la teoría de control  $H_\infty$  y se finalizará con el análisis de los resultados de simulación.

### 3.2.2.2.1 Obtención del modelo en pequeña señal

A partir de la representación bilineal del convertidor “boost”

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \delta + (Bx + \gamma)u \\ y &= Cx + C_\delta + (Dx + D_\gamma)u \end{aligned} \quad (3.22)$$

donde

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} \frac{-r_l R - r_l r_c - R r_c}{(R + r_c)L} & \frac{-R}{(R + r_c)L} \\ \frac{R}{(R + r_c)C} & \frac{-1}{(R + r_c)C} \end{bmatrix} \quad \delta = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} + \frac{r_c R I_o}{(R + r_c)L} & \frac{R I_o}{(R + r_c)C} \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} \frac{-r_l}{L} + \frac{r_l R + r_l r_c + r_c R}{(R + r_c)L} & \frac{R}{(R + r_c)L} \\ \frac{-R}{(R + r_c)C} & 0 \end{bmatrix} \quad \gamma = \begin{bmatrix} -\frac{R r_c I_o}{(R + r_c)L} & 0 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} \frac{R r_c}{R + r_c} & \frac{R}{R + r_c} \end{bmatrix} \quad C_\delta = -\frac{R r_c I_o}{R + r_c} \quad D = \begin{bmatrix} -\frac{R r_c}{R + r_c} & 0 \end{bmatrix} \quad D_\gamma = 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

se realiza la siguiente substitución para calcular la aproximación al modelo lineal[38]

$$u = \frac{1}{2} + K(-i_L + i_{ref}) \quad (K \text{ lo suficientemente grande}) \quad (3.24)$$

Después de sustituir (3.24) en (3.23) y de linealizar alrededor del punto de equilibrio la representación resultante del modelo en pequeña señal del convertidor más las perturbaciones que se obtiene es la siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_{smc}x + B_1w + B_2u \\ y &= C_{smc}x + D_{11}w + D_{12}u \end{aligned} \quad (3.25)$$

donde

$$A_{smc} = \begin{bmatrix} \frac{-r_l(R+r_c) - RK(V_{ce} + r_c i_{refe} + r_c I_{oe} + 2r_c i_{Le}) - \frac{1}{2}Rr_c}{(R+r_c)L} & \frac{RK(i_{refe} - i_{Le}) - \frac{1}{2}R}{(R+r_c)L} \\ \frac{-RK(i_{refe} - 2i_{Le}) + \frac{1}{2}R}{(R+r_c)C} & \frac{-1}{(R+r_c)C} \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & \frac{-RKr_c(i_{refe} - i_{Le}) + \frac{1}{2}Rr_c}{(R+r_c)L} \\ 0 & \frac{-R}{(R+r_c)C} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} \frac{RK(V_{ce} - r_c I_{oe} + r_c i_{Le})}{(R+r_c)L} & \frac{-RKi_{Le}}{(R+r_c)C} \end{bmatrix}, \quad (3.26)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} \frac{RKr_c(2i_{Le} - i_{refe}) + \frac{1}{2}Rr_c}{R+r_c} & \frac{R}{R+r_c} \end{bmatrix}, D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{Rr_c}{R+r_c} \end{bmatrix}, D_{12} = \frac{-RKr_c i_{Le}}{R+r_c}$$

donde  $i_{Le}$ ,  $V_{ce}$ ,  $i_{refe}$  y  $I_{oe}$  se refieren a los valores respectivos en el punto de equilibrio de  $i_L$ ,  $V_c$ ,  $i_{ref}$  y  $I_o$ .

Si se obtiene la representación en el dominio de la transformada de Laplace de (3.26) obtendremos una función de transferencia propia del sistema de control de corriente en lazo cerrado que garantiza que la matriz  $D_{21}$  posee rango completo.

### 3.2.2.2.2.2 Diseño del controlador $H_\infty$ del lazo de tensión.

Para obtener el controlador  $K_\infty$  correspondiente, hemos de obtener una representación de la planta  $P(s)$  como se indica en (3.2). Para ello, sólo nos queda realizar las siguientes asignaciones,

$$A_p = A_{smc}; C_1 = C_{smc}; C_2 = \begin{bmatrix} C_{smc} \\ 0 \end{bmatrix}; D_{21} = \begin{bmatrix} D_{11} \\ [1 \ 0] \end{bmatrix}; D_{22} = \begin{bmatrix} D_{12} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Después, escoger las funciones de ponderación  $W_e$ ,  $W_i$  adecuadas y aplicar el procedimiento desarrollado en 3.3 para así finalmente obtener el controlador  $K_\infty$  correspondiente.  $W_i$  es la función de ponderación que limitará la respuesta frecuencial de la orden de control, que en este caso es la intensidad de referencia.

El convertidor “boost” utilizado es el mismo que en 3.3.1.1.1, es decir, eleva la tensión de entrada de 12 V a una tensión de salida de 24 V y opera en modo continuo.

La función de transferencia control-tensión de salida correspondiente es

$$H_{\Delta v_o \Delta iref_{smc}}(s) = \frac{-45034(s+1.13*10^5)(s-4.99*10^4)}{(s+20623)(s+1.2*10^9)} \quad (3.28)$$

Esta función de transferencia se ha obtenido a partir de la representación de estado (3.26) y sustituyendo  $K=10^5$ , lo que nos da un modelo de pequeña señal coincidente con [45] hasta una frecuencia de  $10^8$  rad/s.

Siguiendo el diseño anterior(3.3.1.1.1) se introducirán en el sistema perturbaciones de un 25% y un 20% de los valores nominales de la tensión de entrada y de la carga respectivamente. Al igual que antes ésto implica que  $V_i=3$  y  $W_{io}=0.1$ . Para limitar  $|\Delta iref|$  se escoge

$W_{iref}(s) = \frac{5*10^3(s+10^3)}{s+10^8}$ , mientras que para garantizar una ganancia del convertidor menor

de 0 dB a la frecuencia de conmutación se escoge  $W_e(s) = \frac{0.01(s+10^6)}{s+10^{-5}}$ .

En la figura 3.27 se muestran la respuesta frecuencial de  $H_{\Delta v_o \Delta i_{ref} smc}$  y de las funciones de ponderación  $W_e$  y  $W_{iref}^{-1}$ .

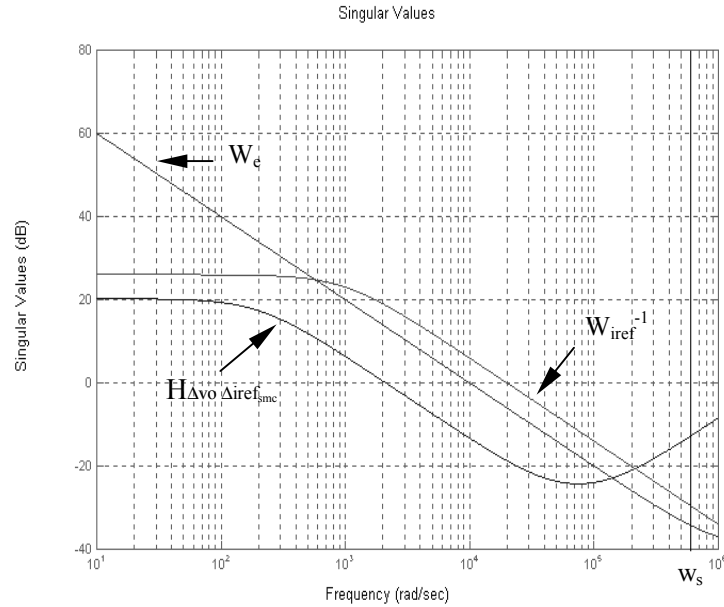


Figura 3.27: Respuesta frecuencial de  $H_{\Delta v_o \Delta i_{ref} smc}$ ,  $W_e$  y  $W_{iref}^{-1}$ .

El controlador resultante viene dado por

$$K_{\infty smc}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-4.905 * 10^5 (s + 4.14 * 10^3)}{s(s + 1.1364 * 10^5)} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Cabe destacar, que en este caso la solución del problema  $H_\infty$  (3.29) está formada solamente por una acción de control por realimentación y no posee acción de “feedforward” como todos los casos anteriores.

El controlador resultante presenta un margen de fase de  $57^\circ$  y un margen de ganancia de 14 db, tal y como podemos observar en la figura 3.28.

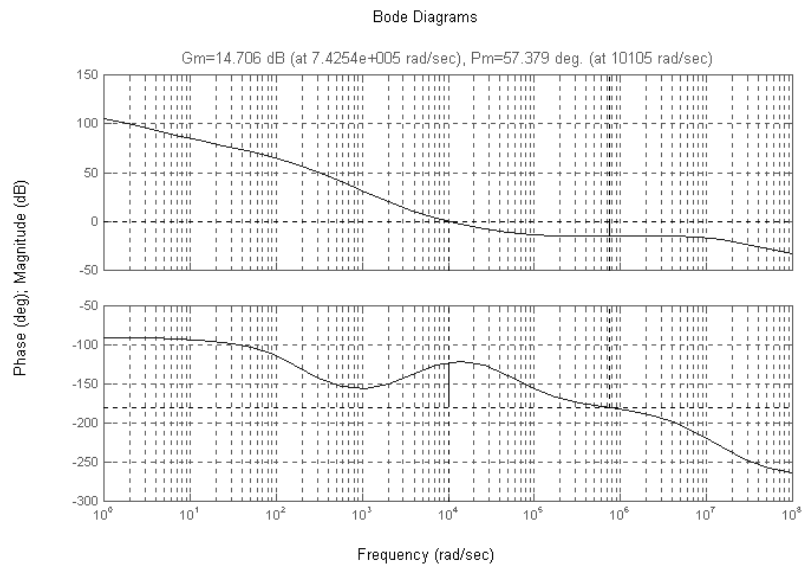


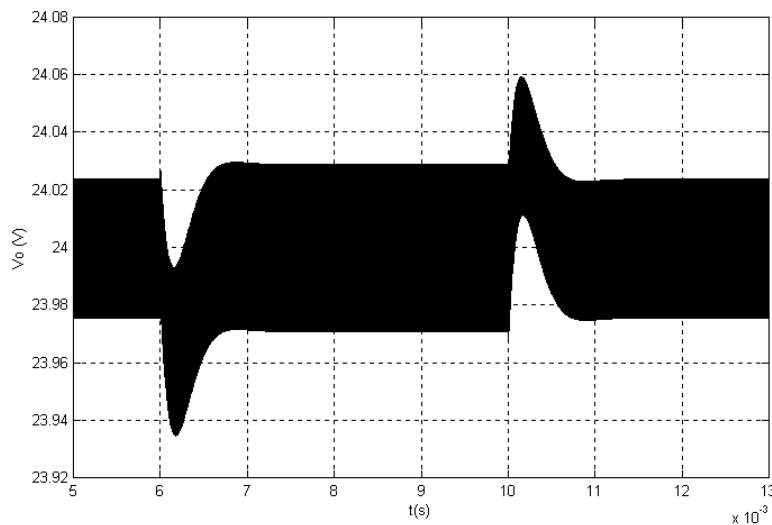
Figura 3.28: Margen de ganancia y de fase de la ganancia de lazo del sistema.

Si hubiéramos diseñado el controlador del lazo de tensión como un controlador PI (con  $r_c=0$  al igual que el apartado 2.3.1) que proporcione el mismo margen de fase hubiéramos obtenido el siguiente controlador  $G_{PI}(s) = \frac{9.6(s + 2.218 \cdot 10^3)}{s}$ , que proporciona un margen de fase de  $57^\circ$  y un margen de ganancia de 6.7 dB. Al igual que en el control por corriente máxima, el lazo de control de tensión  $H_\infty$  proporciona un mayor margen de ganancia para el mismo margen de fase, lo que se traduce en una mayor robustez del sistema a perturbaciones en la carga. En este caso, el lazo PI no soporta perturbaciones del 100%.

### 3.2.2.2.3 Resultados de simulación.

Las figuras 3.29 y 3.30 muestran la respuesta temporal del convertidor obtenida por simulación para diferentes perturbaciones.

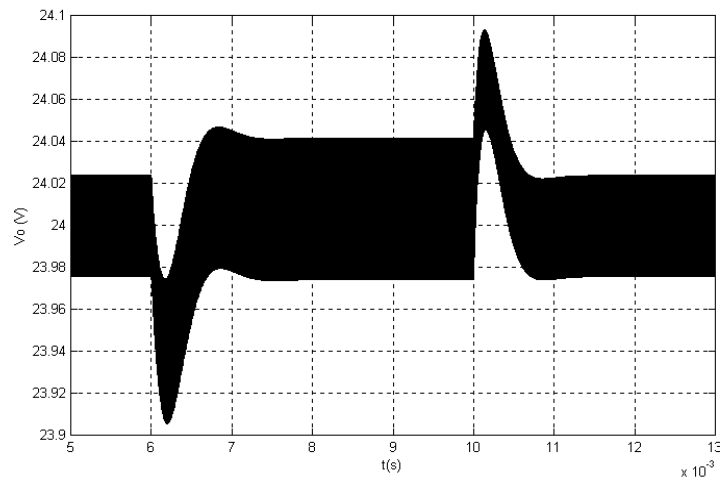




**Figura 3.29:** Respuesta simulada de la tensión de salida a perturbaciones en la carga.

Como podemos observar, la figura 3.29 presenta un error nulo en estado estacionario de la tensión de salida después de introducir una perturbación escalón de un 20% de la carga nominal para  $t=0.006$  s y de un  $-20\%$  para  $t=0.01$  s. Si comparamos este resultado con las dos propuestas de este capítulo podemos concluir que en el caso de perturbaciones en la carga, el control de corriente en modo de deslizamiento con lazo de tensión  $H_\infty$  presenta un error máximo menor y una recuperación más rápida del estado estacionario que el controlador  $H_\infty$  de apartado 3.2.1.1.(figura 3.6). En cambio, si lo comparamos con el control de corriente máxima con lazo de tensión  $H_\infty$  (figura 3.25) podemos observar que las dos respuestas son muy parecidas, con tiempos de recuperación equivalentes y un error máximo ligeramente menor en el caso del control de corriente en modo de deslizamiento.

De la misma manera, la figura 3.30 muestra el transitorio de la tensión de salida después de introducir una perturbación de  $\pm 25\%$  de la tensión nominal de alimentación.



**Figura 3.30: Respuesta simulada de la tensión de salida a variaciones en la alimentación.**

En este caso, se introduce una perturbación escalón de  $-3 \text{ V}$  en  $t=0.006 \text{ s}$  y una de  $3 \text{ V}$  en  $t=0.01 \text{ s}$ , todo ello sobre una tensión nominal de alimentación de  $12 \text{ V}$ . Si comparamos estos resultados con el control de tensión  $H_\infty$  (figura 3.7) podemos observar que, al igual que en las perturbaciones de carga, se obtiene un error estacionario nulo, una recuperación más rápida del estado estacionario y un error máximo menor. Si lo comparamos con el control de corriente máxima con lazo de tensión  $H_\infty$  (figura 3.26) podemos observar tiempos de recuperación equivalentes, aunque el error máximo de tensión es menor en el caso del control de corriente en modo de deslizamiento que añade a su favor la menor complejidad de implementación del control ya que no posee acción de control “feedforward”.

<b>Capítulo 3: Control <math>H_\infty</math> en convertidores conmutados CC-CC.....</b>	<b>69</b>
<b>3.1 Introducción al control <math>H_\infty</math>.....</b>	<b>69</b>
<b>3.2 Control <math>H_\infty</math> en convertidores conmutados CC-CC.....</b>	<b>74</b>
3.2.1 Obtención del modelo en pequeña señal.....	74
3.2.2 Diseño del controlador $H_\infty$ .....	75
3.2.2.1 Control $H_\infty$ del convertidor “boost”.....	77
3.2.2.1.1 Diseño del controlador.....	77
3.2.2.1.2 Resultados de simulación.....	80
3.2.2.1.3 Resultados experimentales.....	81
3.2.2.1.3.1 Implementación.....	81
3.2.2.1.3.2 Análisis de resultados.....	85
3.2.2.2 Control $H_\infty$ del convertidor “boost” con lazo de corriente.....	90
3.2.2.2.1 Control híbrido de corriente máxima con lazo de tensión $H_\infty$ .....	90
3.2.2.2.1.1 Obtención del modelo en pequeña señal.....	90
3.2.2.2.1.2 Diseño del controlador $H_\infty$ del lazo de tensión.....	91
3.2.2.2.1.3 Resultados de simulación.....	93
3.2.2.2.2 Control de corriente en modo de deslizamiento.....	95
3.2.2.2.2.1 Obtención del modelo en pequeña señal.....	96
3.2.2.2.2.2 Diseño del controlador $H_\infty$ del lazo de tensión.....	98
3.2.2.2.2.3 Resultados de simulación.....	100