

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUÑA

Programa de doctorado:

AUTOMATIZACIÓN AVANZADA Y ROBÓTICA

Tesis Doctoral

**Utilización de GSSA en el diseño de
controladores para rectificadores
AC/DC**

Carlos Gaviria López

Directores: Dr. Enric Fossas
Dr. Robert Griñó

Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales

Barcelona, Junio 2004

Al único y sabio, Dios

Agradecimientos

Esta tesis doctoral ha sido posible gracias a la colaboración y orientación de un grupo de personas que me apoyaron a lo largo de su proceso de desarrollo.

Quiero expresar mi gratitud a los doctores Enric Fossas y Robert Griñó por su permanente disposición para colaborarme no solo en su orientación sobre los aspectos teóricos y técnicos de la tesis sino también en todos los detalles que están detrás de este trabajo.

A otros miembros del Instituto de Organización y Control de sistemas industriales que me apoyaron con generosidad en determinados momentos del proyecto como fueron los señores Rafael Cardoner, Enric Miró y Ramón Costa.

A todo el personal de administración y servicio en general del Instituto de Organización y Control de sistemas industriales por su disposición y ayuda.

A los compañeros de doctorado por su amistad.

Por último a mi novia, familia y amigos por su cariño y comprensión.

Índice general

Índice de figuras	vii
Índice de cuadros	ix
1. Introducción	1
1.1. Motivación	2
1.2. Descripción del problema	3
1.3. Esquema general de la tesis	4
2. Estado del arte y planteamiento del problema	5
2.1. Rectificadores AC/DC	5
2.2. Modelado GSSA, definición y antecedentes	8
2.2.1. Diferenciación con respecto al tiempo	10
2.2.2. Cálculo del promedio de un producto	11
2.3. Planteamiento del problema	12
2.3.1. Acerca de la viabilidad de GSSA	14
2.3.2. Esquema de control propuesto en esta tesis	16
3. Extracción de variables GSSA en tiempo real	19
3.1. Transformada de Fourier dependiente del tiempo	19
3.2. Banco de filtros con modulación de $x[n]$	21
3.3. Banco de filtros con modulación de $\tilde{X}[n, k]$	23
3.4. Selección de filtros para la obtención de coeficientes GSSA en tiempo real	26
3.4.1. Filtro recursivo F1	27
3.4.2. Filtro no recursivo F2	28
3.4.3. Filtro recursivo F3	28
3.5. Respuesta en frecuencia de los filtros discutidos	31
3.6. Resultados de simulación	33
4. Diseño de controladores para un rectificador AC/DC	39
4.1. Análisis preliminar del sistema	39
4.2. Modelo GSSA del rectificador de puente completo	43
4.3. Controlador bilineal cuadrático (BLQR)	45

4.3.1.	Teorema de estabilidad de Lyapunov aplicado al problema bi-lineal	46
4.3.2.	Modelo del rectificador desplazando el origen	48
4.3.3.	Obtención del controlador BLQR	49
4.3.4.	Resultados de simulación	50
4.4.	Controlador Óptimo Cuadrático	50
4.4.1.	Linealización del modelo GSSA	51
4.4.2.	Aumento del sistema con un integrador	53
4.4.3.	Resultados de simulación	54
4.5.	Controlador Basado en H_∞	55
4.5.1.	Singular-value loop-shaping	58
4.5.2.	Sensibilidad mixta y problema de control robusto	59
4.5.3.	Síntesis del controlador H_∞	60
4.5.4.	Resultados de simulación	65
4.6.	Controlador basado en IDA	65
4.6.1.	Resultados de simulación	70
4.7.	Comparaciones y conclusiones	73
5.	Implementación y resultados experimentales	75
5.1.	Descripción detallada del esquema de control	75
5.1.1.	Diagrama en bloques detallado del esquema de simulación	76
5.1.2.	Obtención de las portadoras	79
5.2.	Montaje experimental	81
5.2.1.	Rectificador	81
5.2.2.	Tarjeta de protección de la etapa de potencia	84
5.2.3.	Sistema de procesamiento digital de señales	85
5.2.4.	Modulación PWM en el ADMC401	86
5.2.5.	Sensores y adaptación de señales	88
5.2.6.	Instrumentos de medida	90
5.3.	Estructura general del código de programa	90
5.4.	Resultados experimentales	92
5.4.1.	Rectificador basado en H_∞	92
5.4.2.	Rectificador basado en IDA-PBC	93
5.4.3.	Comparaciones y comentarios	96
6.	Contribuciones y conclusiones	103
6.1.	Contribuciones	103
6.2.	Conclusiones generales	104
6.3.	Líneas futuras de investigación	105
	Bibliografía	107

Índice de figuras

2.1. Rectificador AC/DC tipo boost de puente completo.	12
2.2. Forma de $x_{lin}(\tau)$	15
2.3. Esquema de control propuesto.	17
3.1. Ventana de análisis no causal $w[m]$ para extracción de componentes GSSA.	21
3.2. GSSA a partir de modulación seguida de banco de filtros.	23
3.3. Filtro recursivo de Goertzel para el coeficiente k	25
3.4. GSSA a partir de banco de filtros seguido de modulación.	27
3.5. Filtro recursivo para GSSA correspondiente a la ecuación (3.13).	28
3.6. Filtro recursivo para GSSA correspondiente a la ecuación (3.30).	30
3.7. Magnitud de la respuesta frecuencial para ventana de análisis rectangular con $N = 9$	32
3.8. Resultados de Simulación para el filtro F1.	34
3.9. Resultados de Simulación para el filtro F3.	35
3.10. Adelanto en la señal $\check{X}_{sR}[n]$ del filtro F3.	36
3.11. Simulación con ruido blanco añadido para el filtro F3.	37
3.12. Simulación con ruido blanco añadido para el filtro F1.	38
4.1. Rectificador tipo boost de puente completo.	39
4.2. Resultados de simulación para el controlador BLQR	51
4.3. Regulador lineal discreto con acción integral.	53
4.4. Resultados de simulación para el controlador óptimo cuadrático con acción integral	56
4.5. Diagrama en bloques del sistema multivariable realimentado.	57
4.6. Representación de la incertidumbre	57
4.7. Conformación de la función de transferencia de lazo abierto.	59
4.8. Planta aumentada para <i>Loop-Shaping</i>	60
4.9. Diagrama de bode SVD de amplitud de la planta nominal.	62
4.10. Diagramas de Bode SVD de \mathbf{W}_1^{-1} , \mathbf{W}_3^{-1} , \mathbf{S} y \mathbf{T}	63
4.11. Diagramas de Bode SVD de $\mathbf{K}(s)$	64
4.12. Resultados de simulación para el controlador basado en H_∞	64
4.13. Resultados de simulación para el controlador IDA	71
4.14. Controlador IDA con pérdidas no modeladas	72
4.15. Diagrama SVD de \mathbf{T} en el controlador óptimo cuadrático	74

5.1. Diagrama en bloques del montaje.	76
5.2. Detalle del bloque de conformación de variables GSSA.	77
5.3. Detalle del bloque de modulación.	77
5.4. Detalle de los filtros de Fourier.	78
5.5. Detalle del bloque Transformada Inversa de Fourier.	79
5.6. Detalle del bloque <i>Portadoras</i>	81
5.7. Fotografía del montaje experimental.	82
5.8. Etapa de potencia del inversor trifásico de SALICRU.	82
5.9. Arreglo usado para el rectificador AC/DC de puente completo.	83
5.10. Señales en modo <i>single update</i> del PWM en el ADMC401.	87
5.11. Generación de una señal PWM en el ADMC401.	88
5.12. Control GSSA basado en H_∞ . Voltaje del bus DC ($v_o(t)$) para variaciones de la carga.	93
5.13. Control GSSA basado en H_∞ . Voltaje de fuente de AC frente a la corriente de línea e información de la calidad de potencia en los terminales de AC para $R = 60\Omega$	94
5.14. Control GSSA basado en H_∞ . Voltaje de fuente de AC frente a la corriente de línea e información de la calidad de potencia en los terminales de AC para $R = 120\Omega$	95
5.15. Control GSSA basado en H_∞ . Voltaje de fuente de AC, corriente de línea e información de la calidad de potencia en los terminales de AC para $R = 500\Omega$	96
5.16. Control GSSA basado en IDA-PBC. Voltaje del bus DC ($v_o(t)$) para variaciones de la carga.	97
5.17. Control GSSA basado en IDA-PBC. Voltaje de fuente de AC frente a la corriente de línea e información de la calidad de potencia en los terminales de AC para $R = 60\Omega$	98
5.18. Control GSSA basado en IDA-PBC. Voltaje de fuente de AC frente a la corriente de línea e información de la calidad de potencia en los terminales de AC para $R = 120\Omega$	99
5.19. Control GSSA basado en IDA-PBC. Voltaje de fuente de AC frente a la corriente de línea e información de la calidad de potencia en los terminales de AC para $R = 500\Omega$	100

Índice de cuadros

2.1. Uso de GSSA para diseño de controladores.	13
3.1. Respuesta al impulso de los filtros GSSA.	32
5.1. Ganancia total de los sensores.	90

Capítulo 1

Introducción

Las fuentes de alimentación de tensión continua (DC) se utilizan en múltiples aplicaciones en distintos rangos de potencia. Ejemplos pueden ser la alimentación de aparatos electrónicos en el hogar, sistemas de tracción eléctrica, de comunicaciones, o la alimentación de motores de corriente continua en la industria. Para obtener estas fuentes a partir del suministro de corriente alterna (AC), se requieren convertidores de potencia AC/DC. Los convertidores clásicos AC/DC utilizan diodos rectificadores o tiristores. No obstante, el uso de tales circuitos resulta en deterioro de la calidad del suministro debido al bajo factor de potencia, incremento en el contenido armónico de la corriente de entrada y fluctuaciones del voltaje de salida entre otras. Desde 1996 existen regulaciones estrictas sobre armónicos en el ámbito industrial, tales como las normas IEEE 519 y su contraparte europea IEC 1000-3-2 que aunque difieren en naturaleza, fijan un máximo de distorsión armónica permitida (García et al., 2001). En respuesta a las necesidades impuestas por las nuevas normas, se ha hecho una investigación intensiva acerca de filtros de armónicos, pero se ha dado aún una mayor prioridad a la investigación sobre una nueva generación de convertidores de potencia que deben cumplir con las características de: alto factor de potencia (lo más cercano posible a la unidad), baja distorsión de corriente sin necesidad de ningún filtro adicional (Blundell et al., 1998), alta densidad de potencia, alta eficiencia y esquemas simples de control (Lin and Lu, 2000).

El requerimiento de alta eficiencia obliga al uso de convertidores conmutados; el requerimiento de baja interferencia electromagnética hace preferible el uso de esquemas de conmutación a frecuencia constante mediante controladores PWM. El empleo de PWM en modo de conducción continua (CCM) permite obtener también baja interferencia electromagnética. Existen distintos tipos de soluciones al problema de conversión AC/DC que cumplen con el requerimiento de corrección del factor de potencia. En (García et al., 2001), por ejemplo, se presenta una revisión de varias topologías que se clasifican según busquen obtener una corriente sinusoidal de línea o sólo cumplir las normas existentes. El interés en soluciones que obtengan corriente

de línea sinusoidal radica en que podrían satisfacer cualquier norma futura. En esa revisión se utilizan dos etapas de convertidores, una primera de corrección de factor de potencia (PFC) y una segunda de conversión DC/DC (previa inclusión de un puente rectificador a diodos). La principal ventaja de poseer dos etapas es que cada etapa puede controlarse utilizando técnicas de control simples, la principal desventaja es la necesidad de dos etapas de conversión de potencia con dos lazos de control; con lo que tal tipo de soluciones están restringidas a aplicaciones de baja potencia. Para aplicaciones de media y alta potencia lo usual y deseable es tener una sola etapa de conversión.

1.1. Motivación

Existen soluciones de una sola etapa de conversión para lograr los dos objetivos de interés para este tipo de rectificadores, a saber, voltaje de salida DC robusto principalmente a variaciones de la carga presentando a la línea de AC un factor de potencia lo más cercano posible a la unidad y baja distorsión armónica tal que satisfaga las normas existentes. No obstante, se ha visto en las referencias encontradas que los esquemas de control simples convencionales no son del todo robustos en ciertas circunstancias (Draou et al., 1995) y que siguen siendo atractivos nuevos esquemas de control que sin agregar una complejidad excesiva aporten soluciones a los problemas reportados. Las principales motivaciones son:

- En la solución comercial convencional de esquema de control de doble lazo para estos sistemas subsisten desempeños indeseados, principalmente por pérdida de robustez de desempeño ante variaciones grandes de la carga, que motivan la exploración de nuevos esquemas y técnicas de control.
- Las soluciones de esquemas de control de un solo lazo presentan dificultades interesantes desde el punto de vista del control. En efecto la naturaleza no estándar del problema de control, esto es, no es un problema de regulación propiamente dicho por cuanto la corriente de entrada al convertidor debe seguir una forma sinusoidal, pero tampoco es un problema de seguimiento por cuanto la forma sinusoidal de la corriente de entrada variará en amplitud según las variaciones de la carga del rectificador que son desconocidas a priori. El problema se hace más difícil de tratar si se tiene en cuenta que la dinámica del voltaje a regular y la de la corriente a conformar tienen constantes de tiempo diferentes.
- La medida de la tensión DC de salida puede requerir ya sea reducir el ancho de banda del controlador para que no tenga en cuenta el efecto del rizado en esa tensión, en cuyo caso se tienen respuestas lentas a cambios en esa variable; o usar controladores con un ancho de banda mayor a la frecuencia del rizado introduciendo filtros tipo *notch* para eliminar ese rizado, pero tales filtros pueden ser difíciles de sintonizar e incluso provocar inestabilidades por

no estar modelados. Este problema se agudiza si la alimentación de AC es monofásica dado el mayor rizado en la tensión DC de salida respecto al que se obtiene con una alimentación trifásica.

- Por otra parte, se ha observado también que controladores robustos no lineales PWM pueden resultar menos complejos si se desarrollan a partir de modelos promediados (Mahdavi, Emadi and Toliyat, 1997). El modelado promediado de espacio de estados SSA introducido en (Middlebrook and Cuk, 1976) ha sido el más utilizado para análisis y diseño de convertidores PWM. No obstante, este promediado es útil solamente cuando las dinámicas de interés están dominadas por el armónico de orden cero. Cabe entonces la posibilidad de utilizar un modelado promediado que se ajuste al problema a resolver, donde uno de los objetivos de control está sobre la variable de corriente de línea cuya dinámica predominante se encuentra en la frecuencia de la fuente de alimentación de AC.
- Desde el año 1991 se han reportado una serie de trabajos acerca de la aplicación de una técnica de promediado denominada promediado de espacio de estados generalizado (GSSA) en el modelado de convertidores eléctricos y electrónicos de potencia. Esta técnica se ha utilizado fundamentalmente como herramienta para análisis y simulación de sistemas pero muy pocas veces como herramienta para el diseño de controladores. Entre sus propiedades destacables está el hecho que es un modelado selectivo en frecuencia, permitiendo modelar solamente aquellas dinámicas que son de interés. Los trabajos reportados muestran que ésta técnica incluso puede predecir con mejor precisión los promedios de los armónicos de orden cero del clásico SSA con el costo de introducir más términos en el modelo.
- La hipótesis sobre la que se fundamenta esta tesis es que en aquellos problemas donde las dinámicas de interés para el control están en frecuencias diferentes, como es el caso de la rectificación AC/DC con objetivos combinados de regulación y PFC, un modelado selectivo en frecuencia como es el GSSA puede utilizarse para resolver de modo más eficiente las problemáticas que se generan en los controladores convencionales por la necesidad de más de un lazo de control, especialmente si tales lazos tienen dinámicas que se acoplan entre sí por el hecho de vivir en rangos de frecuencia cercanos.

1.2. Descripción del problema

El tema principal de este trabajo de tesis es entonces desarrollar un esquema de control basado en GSSA que saque provecho de sus características selectivas en frecuencia para dar origen a nuevas soluciones al problema de control de rectificadores AC/DC con corrección de factor de potencia. Primero se hace un estudio de antecedentes de la rectificación AC/DC a fin de aclarar las dificultades existentes y las soluciones reportadas; luego se hace lo mismo con el tema del modelado GSSA para

determinar sus bondades y limitaciones y luego se propone el esquema de control. A partir del esquema propuesto se desarrollan controladores lineales y no lineales dentro de ese esquema, se prueba su desempeño mediante simulación y finalmente se realiza una verificación experimental de algunos de los controles desarrollados con el objetivo de resolver los problemas prácticos de implementación que puedan derivarse del esquema. Para el efecto de la validación experimental se realiza un montaje en laboratorio de un rectificador AC/DC con el hardware asociado para adquisición y adecuación de señales para una tarjeta de evaluación y desarrollo de aplicaciones de procesamiento digital de señales, en el cual se implementan los algoritmos de control que se han de verificar.

1.3. Esquema general de la tesis

Esta tesis está dividida en capítulos según la siguiente distribución:

En el capítulo 2 se fundamenta, mediante una revisión de antecedentes, la necesidad de nuevos esquemas de control para los rectificadores AC/DC. Se hace también una revisión bibliográfica acerca de la técnica de modelado GSSA fijando sus bases teóricas, ventajas y limitaciones. Con base en esos antecedentes se propone un esquema de control que puede aportar nuevas soluciones a los problemas reportados sacando provecho de la técnica de modelado promediado GSSA.

En el capítulo 3 se utilizará el marco teórico de la transformada de Fourier dependiente del tiempo para formalizar un filtro digital que extraiga las componentes del modelo promediado GSSA utilizado en el esquema de control propuesto y, cuando sea el caso, mostrando la relación con desarrollos encontrados en las referencias.

En el capítulo 4 se desarrollan algunos controladores lineales y no lineales para el problema del rectificador AC/DC tipo boost en la topología de puente completo modelado con la técnica GSSA según el esquema de control propuesto en esta tesis. Se presentarán resultados de simulación para validar los desarrollos teóricos y se hace una comparación de resultados que resume los principales hechos del capítulo.

En el capítulo 5 se presentan en detalle las consideraciones prácticas de simulación e implementación del esquema utilizado resaltando aquellos factores que pueden simplificar su complejidad; así mismo se describe el hardware utilizado para la validación experimental presentando gráficas de los resultados experimentales y se hace una comparación de resultados para los dos reguladores seleccionados en los experimentos.

Finalmente en el capítulo 6 se presentan las principales contribuciones de esta tesis, conclusiones generales, y un conjunto de sugerencias para investigación futura.

Capítulo 2

Estado del arte y planteamiento del problema

En este capítulo se fundamenta, mediante una revisión de antecedentes, la necesidad de nuevos esquemas de control para los rectificadores AC/DC. Se hace también una revisión bibliográfica acerca de la técnica de modelado GSSA fijando sus bases teóricas, ventajas y limitaciones. Con base en esos antecedentes se propone un esquema de control que puede aportar nuevas soluciones a los problemas reportados sacando provecho de la técnica de modelado promediado GSSA.

2.1. Rectificadores AC/DC

En (Lin and Hwang, 1995) se presentan opciones de una sola etapa al problema de rectificación AC/DC con corrección de factor de potencia. Aquí se distinguen las que usan un puente rectificador de diodos seguido de una etapa DC/DC que puede ser de tipo boost, buck-boost, Ćuk, flyback, SEPIC o zeta, cada una con características intrínsecas que son adecuadas para distintos tipos de problemas. Sin embargo, el uso de puente rectificador ya supone una pérdida de eficiencia y estas soluciones se consideran adecuadas para aplicaciones de baja potencia. Entre las configuraciones circuitales de rectificadores AC/DC publicadas, las de puente completo y medio puente ofrecen la capacidad de bidireccionalidad del flujo de potencia, control de la potencia reactiva y alto factor de potencia. En particular, los convertidores AC/DC en topología boost presentan propiedades atractivas como son: un factor de potencia alto, baja distorsión de corriente y acción elevadora de voltaje. La topología boost en modo de conducción continua (CCM) para la conversión AC/DC es quizás la más utilizada para aplicaciones de media y alta potencia (desde 400 vatios hasta unos pocos kilovatios) por ofrecer menor interferencia electromagnética (Srinivasan and Oruganti, 1997), (Srinivasan and Oruganti, 1998), (Shmilovitz et al., 2000) y (Lin

and Lu, 2000). Dentro de esta topología se encuentran versiones que sólo difieren en la forma del rectificador o en el número de interruptores conmutados que se emplean, una selección de éstas versiones puede verse en las referencias (Salmon, 1993) y (Lin and Hwang, 1995). Entre esas versiones, la de puente completo con cuatro interruptores y la de medio puente con dos interruptores son las que proporcionan mayor eficiencia de conversión (Srinivasan and Oruganti, 1997) con la posibilidad teórica de distorsión armónica promedio total igual a cero. La topología de puente completo puede producir corrientes sinusoidales de línea de alta calidad (Salmon, 1993) con menor estrés de componentes. El precio de esta calidad es el uso de cuatro interruptores. La versión boost de medio puente, no obstante el uso de sólo dos interruptores, tiene dos desventajas principales frente a la de puente completo: que por ser en sí misma dobladora de tensión, el voltaje de salida debe ser por lo menos dos veces el valor pico de la fuente de AC lo que conlleva un excesivo estrés de los componentes, prefiriéndose su uso en alimentaciones de 110 voltios rms nominales; además la presencia de un desequilibrio en los voltajes de los dos condensadores de éste convertidor puede provocar que el voltaje en un condensador sea menor que el pico de la alimentación y ocasionar que el convertidor deje de operar como boost, obligando a que el controlador deba diseñarse para compensar este desequilibrio que es debido a condiciones de arranque en el circuito.

Con estas necesidades en mente, los objetivos de control para el rectificador AC/DC serán la obtención de un voltaje DC de salida determinado con propiedades de regulación robusta principalmente ante variaciones de la carga, presentando a la línea de AC un factor de potencia cercano a uno. En la mayoría de las referencias no se hace énfasis en la obtención de los dos objetivos de control simultáneamente para el caso de variaciones grandes de la carga sino hasta recientes publicaciones, quizás porque era más usual considerar los rectificadores de dos etapas, cada una con un objetivo a la vez. Por ejemplo, (Rossetto et al., 1994) presenta una revisión acerca de las técnicas de control convencionales empleadas en los convertidores para corrección de factor de potencia. Se hace énfasis en el convertidor boost básico con puente de diodos y un interruptor pero también se extiende a topologías tipo flyback, Ćuk y SEPIC. Allí se describen las técnicas *control por detección de corriente de pico*, *control de corriente promedio*, *control por histéresis*, *control de frontera* y *control en modo de conducción discontinua*. Las tres primeras trabajan en CCM con dos lazos de control, uno para PFC mediante la conformación de una referencia sinusoidal para la corriente en la bobina; y otro para obtener el voltaje de salida deseado. La última trabaja en modo de conducción discontinua (DCM) en la que puede eliminarse el lazo de corriente y usar controladores simples. En DCM la topología boost presenta distorsión armónica de corriente, a diferencia de otras topologías como la flyback, SEPIC y Ćuk. La principal desventaja de DCM es el estrés de corriente de los componentes, por eso el control de frontera es una alternativa intermedia. Las dos primeras técnicas usan frecuencia de conmutación constante en tanto que el control por histéresis o el control de frontera trabajan a frecuencia variable. En aplicaciones de alta potencia y voltajes medios, pueden ser más atractivas configuraciones con conmutación multinivel que ayudan a reducir el estrés de los componentes y aún

mejorar las formas de onda, reducir tamaños de filtros, mejorar el ruido acústico y electromagnético y reducir las pérdidas de conmutación (Lin and Hung, 2001), (Lin and Lu, 2000), pero a costa de aumentar complejidad en el circuito.

Las variantes de control para convertidores en una sola etapa son mucho más reducidas. Teniendo en cuenta la naturaleza no lineal de los sistemas electrónicos conmutados, existe un compromiso entre simplicidad del control y su desempeño. No obstante, esquemas simples de control para estos convertidores pueden no ser realmente fiables y robustos por ejemplo, ante cambios en la carga de la fuente, ya que las dos etapas conviven en dinámicas de distinta velocidad (Lee et al., 2000). En la referencia (Morici et al., 1994) se muestra la dificultad que conlleva el considerar los dos objetivos de control, especialmente en sistemas monofásicos utilizando una sola etapa de control, porque a fin de tener corriente sinusoidal de entrada debe tolerarse rizado en el voltaje de salida, pero el controlador no debe actuar sobre ese rizado. A este efecto pueden darse dos soluciones: que el ancho de banda del controlador sea más pequeño que la frecuencia de rizado de la tensión, en cuyo caso no es posible tener respuesta dinámica rápida a variaciones de la carga; o que, teniendo el controlador ancho de banda mayor que la frecuencia de rizado, se utilice un filtro tipo *notch* para evitar que el controlador actúe sobre el rizado. Tal filtro puede ser difícil de sintonizar e incluso llevar a inestabilidad de lazo cerrado cuando la carga es desconocida y variante en el tiempo. La naturaleza marcadamente no lineal de los rectificadores y la dificultad de obtener los objetivos de control en una sola etapa, motivan el estudio de controladores no lineales. Una motivación adicional para nuevos esquemas y métodos de control según (Draou et al., 1995), es que si bien la estrategia de dos lazos de control es la más utilizada, en ella durante los transitorios aparece una componente DC en la corriente en el lado AC del convertidor que deteriora las formas de onda en la salida y aún puede llevar a inestabilidad si la resistencia del lado AC es muy pequeña.

Como un indicativo de la vigencia del problema seleccionado, a continuación se describen las características relevantes de algunos trabajos encontrados sobre diseño de controladores no lineales utilizados en rectificadores similares monofásicos y trifásicos. Sólo uno de ellos hace uso de un modelado promediado, aunque es un promediado SSA que en principio no modela adecuadamente la dinámica dominante de la corriente de línea la cual no es DC.

En (Morici et al., 1994) se estudia un rectificador de puente completo de cuatro interruptores con alimentación monofásica que utiliza dos lazos de control, uno de corriente que se controla por histéresis y el otro que utiliza un controlador en modo deslizante para la regulación de voltaje. Se utiliza una conmutación de tres niveles que lleva a un problema de estructura variable. El diseño del regulador de voltaje se hace en dos conjuntos de parámetros, unos que se utilizan cuando las variaciones de la carga son pequeñas y que permiten obtener corriente sinusoidal de entrada; y otros que se utilizan cuando las variaciones de la carga son grandes y permiten una rápida respuesta del control aunque se pierda la corriente sinusoidal de línea en un transitorio inferior a la duración de un período de la señal de línea. Se presentan resultados experimentales para variaciones de la carga. Se utiliza un modelo

conmutado de espacio de estados.

En (Escobar and Sira-Ramirez, 1998) se estudia un convertidor boost de un solo interruptor y puente de diodos con alimentación monofásica usando una combinación de pasividad con control en modo deslizante que se agrega para tratar el hecho de que el control vive en un conjunto finito de valores. No se presentan resultados experimentales ni tampoco simulaciones para cambios de carga. Se utiliza un modelo conmutado de espacio de estados.

En (Escobar et al., 2001) se considera un convertidor boost de cuatro interruptores en puente completo con alimentación monofásica teniendo en cuenta el efecto de la resistencia de la bobina. Utiliza un controlador adaptativo basado en pasividad que emplea un estimador de la carga. Se utiliza un modelo promediado de espacio de estados SSA. Se asume carga resistiva y se muestran resultados experimentales para variaciones de la carga.

En (Lin et al., 2001) se utiliza un rectificador boost de alimentación trifásica que cumple dos funciones simultáneas: rectificador con compensación de factor de potencia, y filtro activo de potencia paralelo sin necesidad de circuitos adicionales. El rectificador utilizado es uno de cuatro cuadrantes trifásico conmutado. El control se hace con dos lazos, uno del tipo proporcional integral para el voltaje DC de salida, a partir del cual se obtiene una corriente de referencia para el otro lazo de control que es del tipo modo deslizante que logra que la corriente de línea de AC siga a la referencia de corriente obtenida. Como principal atractivo se enuncia la reducción de costos de equipo por la doble función del rectificador integrado. Se utiliza un modelo conmutado de espacio de estados. No se asume carga resistiva del rectificador. Se muestran resultados experimentales para variación de la carga.

En (Lee et al., 2000) se considera un rectificador boost trifásico y propone un controlador que usa linealización por realimentación. Se menciona que el esquema de doble lazo en cascada, de corriente y de voltaje, no es efectivo cuando las dos dinámicas son cercanas. Se utiliza un modelo conmutado de espacio de estados y aunque se tiene linealización exacta de realimentación, se incluyen acciones integrales en los controles para compensar errores de seguimiento en presencia de variaciones de parámetros. Se muestran resultados experimentales para variación de la carga y el condensador de salida. Se asume carga resistiva.

2.2. Modelado GSSA, definición y antecedentes

El método de promediado de espacio de estados generalizado GSSA, también conocido indistintamente con los nombres de *Multi Frequency Averaging* o *Dynamic Phasors*, se describe en (Sanders et al., 1991) como contraposición al tradicional método de Promediado de espacio de estados (SSA) introducido en (Middlebrook and Cuk, 1976) y que ha mostrado ser un método efectivo para el análisis y diseño del control por modulación por anchura de pulso (PWM) de convertidores eléctricos de potencia. Si bien la aproximación SSA ha llegado a ser muy popular por su clara justificación, su metodología simple y su demostrada utilidad práctica, también se

ha mostrado en la literatura que los tipos de convertidores a los que puede aplicarse éste método son limitados.

Las principales referencias que describen el método GSSA están en (Caliskan et al., 1999), (Mahdavi, Emaadi, Bellar and Ehsani, 1997), (Sanders et al., 1991); y en ellas se comparan los resultados de la aproximación SSA con la GSSA al aplicarlas al modelado de convertidores canónicos de segundo orden. Otros trabajos que utilizan GSSA ya sea para propósitos de simulación, análisis o diseño de controladores son (Stanković et al., 2002), (Emadi, 2001a), (Emadi, 2001b), (Stefanov and Stanković, 2000), (Stanković and Aydin, 2000), (Stanković et al., 1999), (Bass and Sun, 1998), (Xu and Lee, 1998), (Jacobson et al., 1995), (Mattavelli and Stanković, 1999) y (Alonso et al., 2000).

La condición establecida para la justificación de SSA ha sido considerar que las formas de onda de las variables del circuito cambian lentamente entre instantes de conmutación (lo que supone una dinámica del sistema mucho más lenta que la frecuencia de conmutación), de modo que se cumpla una condición de rizado pequeño permitiendo asumir que las formas de onda del circuito pueden parecer como funciones lineales del tiempo cuando se examinan sobre un intervalo entre instantes de conmutación. Con esta aproximación el modelo SSA obtiene el promedio de cambio de las variables entre instantes de conmutación; es decir una forma de onda que sigue al promedio de movimiento de la variable real. Visto desde otro punto de vista, la operación de promediado SSA supone que una expansión en series de Fourier de un segmento de longitud finita de una forma de onda del sistema; es dominada por su armónico cero (término DC en un sistema eléctrico). Para una descripción del método SSA y su aplicación al modelado de convertidores electrónicos de potencia puede consultarse (Mitchell, 1988).

El método GSSA decide aproximar el modelado usando un enfoque de descomposición de las variables de estado del sistema en series de Fourier, supuesto un comportamiento periódico (o casi periódico) de la señal de entrada que se traduce en un comportamiento periódico de las variables de estado. El procedimiento fue introducido en (Sanders et al., 1991) y aplicado con mayor detalle al problema de los convertidores CD/CD en (Mahdavi, Emaadi, Bellar and Ehsani, 1997) y en (Caliskan et al., 1999). A continuación se describe el procedimiento seguido en este último artículo.

Una señal $x(\tau)$ en el intervalo $\tau \in [t - T, t]$ puede aproximarse con precisión arbitraria con una representación en series de Fourier de la forma,

$$x(\tau) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \langle x \rangle_{\ell}(t) e^{j\ell\omega_s\tau}, \quad (2.1)$$

donde $\omega_s = \frac{2\pi}{T}$ y los $\langle x \rangle_{\ell}(t)$ son los coeficientes complejos de Fourier. Estos coeficientes son funciones del tiempo dados por,

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) e^{-jk\omega_s\tau} d\tau. \quad (2.2)$$

El coeficiente k -ésimo de la serie de Fourier también es referido como el promedio de índice- k o el k -fasor. Para reconstruir $x(\tau)$ de sus coeficientes de Fourier, se puede usar la ecuación (2.1) para obtener

$$x(\tau) = \langle x \rangle_0 + 2 \sum_{\ell=1}^{\infty} (\langle x \rangle_{\ell}^R \cos(\ell\omega_s\tau) - \langle x \rangle_{\ell}^I \sin(\ell\omega_s\tau)), \quad (2.3)$$

siendo $\langle x \rangle_{\ell}^R$ y $\langle x \rangle_{\ell}^I$ la parte real e imaginaria del coeficiente complejo $\langle x \rangle_{\ell}$, omitiendo su argumento t para simplificar la notación. El término de índice $k = 0$ de la descomposición en series de Fourier de la ecuación (2.2) equivale al promedio usado en SSA y por lo tanto GSSA puede verse como una generalización de SSA que puede aportar una mayor precisión al modelado considerando más términos en la serie de Fourier.

Además de ésta idea básica, para aplicar el desarrollo de Fourier a las ecuaciones diferenciales que describen las variables de estado de un circuito se necesitan dos propiedades útiles que se examinan en las siguientes subsecciones.

2.2.1. Diferenciación con respecto al tiempo

Definiendo el cambio de variable $\sigma = \tau - t$, la ecuación (2.2) puede escribirse,

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_{-T}^0 x(t + \sigma) e^{-jk\omega_o(t+\sigma)} d\sigma. \quad (2.4)$$

Definiendo $f(\sigma) = x(t + \sigma)$ y $g'(\sigma) = e^{-jk\omega_o(t+\sigma)}$ siendo $g'(\sigma) = \frac{dg(\sigma)}{d\sigma}$ por lo que,

$$g(\sigma) = -\frac{1}{jk\omega_o} e^{-jk\omega_o(t+\sigma)} = -\frac{1}{jk\omega_o} g'(\sigma)$$

y evaluando $\langle x \rangle_k(t)$ mediante una integración por partes,

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_{-T}^0 f(\sigma) g'(\sigma) d\sigma = \frac{1}{T} \left([f(\sigma)g(\sigma)]_{-T}^0 - \int_{-T}^0 f'(\sigma)g(\sigma) d\sigma \right),$$

de donde se obtiene al reemplazar $g(\sigma)$,

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{-1}{jk\omega_o} \left(\frac{1}{T} [f(\sigma)g'(\sigma)]_{-T}^0 - \frac{1}{T} \int_{-T}^0 f'(\sigma)g'(\sigma) d\sigma \right), \quad (2.5)$$

que puede escribirse según (2.4) como,

$$jk\omega_o \langle x \rangle_k(t) = -\frac{d\langle x \rangle_k(t)}{dt} + \left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle_k,$$

que proporciona la útil relación,

$$\frac{d\langle x \rangle_k(t)}{dt} = \left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle_k(t) - jk\omega_o \langle x \rangle_k(t). \quad (2.6)$$

La ecuación (2.6) permite describir la derivada respecto al tiempo de una variable de estado $x(t)$ en términos de los promedios de Fourier de la ecuación (2.2) y sus derivadas respecto al tiempo. Dichos promedios de Fourier se convertirán en las nuevas variables de estado en la metodología GSSA y en esta tesis los llamaremos *variables GSSA*.

2.2.2. Cálculo del promedio de un producto

Usando la definición de la ecuación (2.2) con qx en lugar de x y luego reemplazando x por la expresión en la ecuación (2.1) y q por una expresión similar, el único término que sobrevive a la integración es $e^{jk\omega_s\tau}$ y entonces,

$$\langle qx \rangle_k = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle q \rangle_{k-i} \langle x \rangle_i. \quad (2.7)$$

Como un caso especial, considérese el caso donde $q(t)$ y $x(t)$ puedan ser bien aproximados por la suma de sus promedios de orden cero y uno (componentes de C.D. y fundamental en terminología de circuitos eléctricos), con todos los promedios de orden $|k| > 1$ asumidos despreciables.

$$\begin{aligned} q(t) &\approx \langle q \rangle_0 + \langle q \rangle_{-1} e^{-j\omega_s t} + \langle q \rangle_1 e^{j\omega_s t} \\ x(t) &\approx \langle x \rangle_0 + \langle x \rangle_{-1} e^{-j\omega_s t} + \langle x \rangle_1 e^{j\omega_s t}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Aplicando (2.7) se obtienen las expresiones para los promedios del producto,

$$\begin{aligned} \langle qx \rangle_0 &= \langle q \rangle_0 \langle x \rangle_0 + \langle q \rangle_{-1} \langle x \rangle_1 + \langle q \rangle_1 \langle x \rangle_{-1} \\ \langle qx \rangle_1 &= \langle q \rangle_0 \langle x \rangle_1 + \langle q \rangle_1 \langle x \rangle_0 \\ \langle qx \rangle_{-1} &= \langle q \rangle_0 \langle x \rangle_{-1} + \langle q \rangle_{-1} \langle x \rangle_0. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Si se tiene en cuenta que los coeficientes son complejos en general y que los índices positivos y negativos son complejos conjugados uno con otro, se tiene,

$$\begin{aligned} \langle q \rangle_1 &= \langle q \rangle_1^R + j \langle q \rangle_1^I = \langle q \rangle_{-1}^* = (\langle q \rangle_{-1}^R + j \langle q \rangle_{-1}^I)^* \\ \langle x \rangle_1 &= \langle x \rangle_1^R + j \langle x \rangle_1^I = \langle x \rangle_{-1}^* = (\langle x \rangle_{-1}^R + j \langle x \rangle_{-1}^I)^*, \end{aligned}$$

donde * denota conjugación compleja. Entonces puede mostrarse que,

$$\begin{aligned} \langle qx \rangle_0 &= \langle q \rangle_0 \langle x \rangle_0 + 2(\langle q \rangle_1^R \langle x \rangle_1^R + \langle q \rangle_1^I \langle x \rangle_1^I) \\ \langle qx \rangle_1^R &= \langle q \rangle_0 \langle x \rangle_1^R + \langle x \rangle_0 \langle q \rangle_1^R \\ \langle qx \rangle_1^I &= \langle q \rangle_0 \langle x \rangle_1^I + \langle x \rangle_0 \langle q \rangle_1^I. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Los trabajos previos que hacen referencia al desarrollo de modelos GSSA para convertidores electrónicos de potencia usan este método con dos propósitos diferentes: para simulación y análisis de sistemas (Caliskan et al., 1999; Mahdavi, Emaadi, Bellar and Ehsani, 1997; Sanders et al., 1991; Stanković et al., 2002; Emadi, 2001*a*; Emadi, 2001*b*; Stefanov and Stanković, 2000; Stanković and Aydin, 2000; Stanković et al., 1999; Bass and Sun, 1998; Xu and Lee, 1998); y para diseño de controladores (Jacobson et al., 1995; Mattavelli and Stanković, 1999; Alonso et al., 2000). El cuadro 2.1 resume el modo en que se hizo servir la técnica GSSA para el diseño de controladores en las últimas referencias citadas.

Como parte del trabajo de investigación sobre GSSA previo a esta tesis, se modelaron algunos convertidores electrónicos de los reportados en las citas anteriores y se verificaron las propiedades anunciadas acerca de las buenas propiedades de esta técnica para predecir los comportamientos de las variables que describen a los sistemas, comparadas con los modelos completos de espacio de estado. Los resultados de ese trabajo se publicaron en el reporte técnico (Gaviria et al., 2001).

2.3. Planteamiento del problema

Dada la gran variedad de topologías y formas de control, en esta tesis se aborda el problema de un caso particular de convertidor a fin centrar la investigación en la posibilidad de aportar un nuevo esquema de control basado en GSSA para los rectificadores AC/DC. El problema a resolver en esta tesis es: proponer un esquema de control para el rectificador AC/DC tipo boost monofásico de una sola etapa, en la versión de puente completo de la figura 2.1 utilizando conmutación síncrona PWM en CCM a fin de obtener regulación de tensión DC de salida ante variaciones principalmente de la carga, y corriente de línea cuasi-sinusoidal con factor de potencia lo más cercano a la unidad.

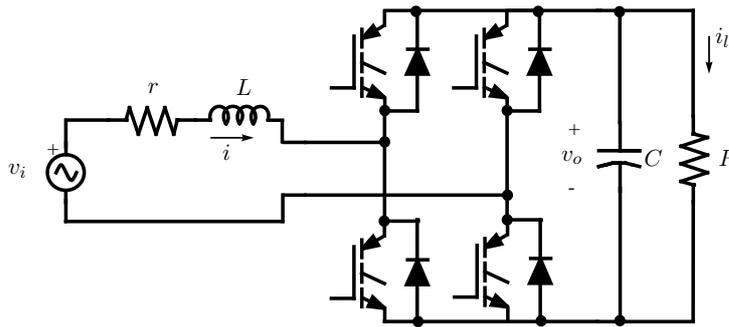


Figura 2.1: Rectificador AC/DC tipo boost de puente completo.

Se eligió la topología descrita arriba por ser una de las más ampliamente utilizadas en aplicaciones de media y alta potencia por sus bondades en cuanto a PFC y baja

Ref.	Tipo de Sistema	Uso de GSSA
(Alonso et al., 2000)	Balastos Electrónicos	Modelado de pequeña y gran señal de un balasto electrónico que actúa como carga de un convertidor AC/DC controlado por un PWM. Las variables GSSA no se miden ni hacen parte de la ley de control, sólo permiten obtener las funciones de transferencia del balasto.
(Jacobson et al., 1995)	Convertidor resonante serie DC/DC	Se hace un <i>shaping</i> de la respuesta frecuencial del modelo GSSA del convertidor linealizado alrededor del punto de equilibrio. El sistema resultante es MIMO pero se diseña un compensador robusto para una sola de las funciones de transferencia. Para el control solamente se utiliza una variable GSSA correspondiente al voltaje DC de salida. No se indica cómo se mide experimentalmente esta tensión.
(Mattavelli and Stanković, 1999)	Filtro activo paralelo	Se hace <i>shaping</i> de la función de energía, teniendo en cuenta una variante de los principios de pasividad, para el diseño de un compensador no lineal. La ley de control es función de la magnitud del armónico de orden uno de las señales resultantes del modelado GSSA del filtro activo. Los armónicos requeridos para el control se obtienen mediante filtros pasa-bajos de primer orden.

Cuadro 2.1: Uso de GSSA para diseño de controladores.

distorsión armónica.

2.3.1. Acerca de la viabilidad de GSSA

Siguiendo el trabajo de (Tadmor, 2002), una inspección con más detalle de las series de Fourier involucradas en la definición de GSSA sirve para aclarar el motivo de los principales cuestionamientos acerca de las limitaciones de GSSA para su aplicación en el diseño de controladores para convertidores electrónicos de potencia. Evaluando la ecuación (2.5) en sus límites de integración se obtiene,

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{jk\omega_o} \left(\frac{e^{-jk\omega_o t}}{T} [x(t-T)e^{jk\omega_o T} - x(t)] + \frac{1}{T} \int_{-T}^0 x'(t+\sigma)e^{-jk\omega_o(t+\sigma)} d\sigma \right).$$

Entonces, teniendo en cuenta la definición en la ecuación (2.4) se puede escribir una relación entre los coeficientes de Fourier con sus derivadas,

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{jk\omega_o} \left(\frac{e^{-jk\omega_o t}}{T} [x(t-T) - x(t)] + \langle \dot{x} \rangle_k(t) \right). \quad (2.11)$$

La señal reconstruida $x(\tau)$ a partir de la ecuación (2.1) puede escribirse como,

$$\begin{aligned} x(\tau) &= \langle x \rangle_0 + \underbrace{\sum_{k \neq 0} \frac{1}{jk\omega_o} \langle \dot{x} \rangle_k(t) e^{jk\omega_o \tau}}_{x_p(\tau)} + \\ &\quad \underbrace{\sum_{k \neq 0} \frac{1}{jk\omega_o T} (x(t-T) - x(t)) e^{jk\omega_o(\tau-t)}}_{x_{lin}(\tau)} \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$= x_p(\tau) + x_{lin}(\tau). \quad (2.13)$$

Las siguientes observaciones (demostraciones analíticas de estos hechos se encuentran en (Tadmor, 2002)) pueden hacerse acerca de la ecuación (2.12):

- La serie $x_p(\tau)$ es periódica y converge uniformemente si $\frac{dx(t)}{dt}$ está acotada. Este es un hecho bien conocido acerca de las series de Fourier y que plantea el interrogante acerca de qué puede esperarse de la convergencia de los filtros de Fourier en los transitorios de señales cuando salen de estado estable. Supuesta la convergencia de $x_p(\tau)$, es previsible que las colas de una compresión de los términos de la serie $x_p(\tau)$ al ignorar los fasores con índice $|k| > 1$ estén acotadas.
- Considerando los términos positivos y negativos de k , $x_{lin}(\tau)$ puede escribirse,

$$x_{lin}(\tau) = \frac{2}{\omega_o T} (x(t-T) - x(t)) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(k\omega_o(t-\tau))}{k}, \quad t-T \leq \tau \leq t,$$

que muestra que $x_{lin}(\tau)$ es una línea recta con pendiente $\frac{1}{T}(x(t-T) - x(t))$ y que pasa por cero en $\tau = t - \frac{T}{2}$, como se ilustra en la figura 2.2 para $1 < k < 20$, $T = 8[s]$, $x(t-T) - x(t) = 1$ y $t = 8[s]$. Esta serie converge uniformemente sobre cualquier sub-intervalo abierto de $[t-T, t]$. El trabajo de (Tadmor, 2002) muestra que la norma euclídea de los términos resultantes del truncamiento de la serie $x_{lin}(\tau)$ está limitada de forma proporcional a la norma euclídea $\|x(t) - x(t-T)\|$. Teniendo en cuenta que $x_{lin}(\tau)$ tiene un valor exacto de cero en $\tau = t - T/2$, es de esperar que el error cometido por truncamiento de armónicos sea menor si es posible evaluar la señal reconstruida $x(\tau)$ con un retraso de $T/2$.

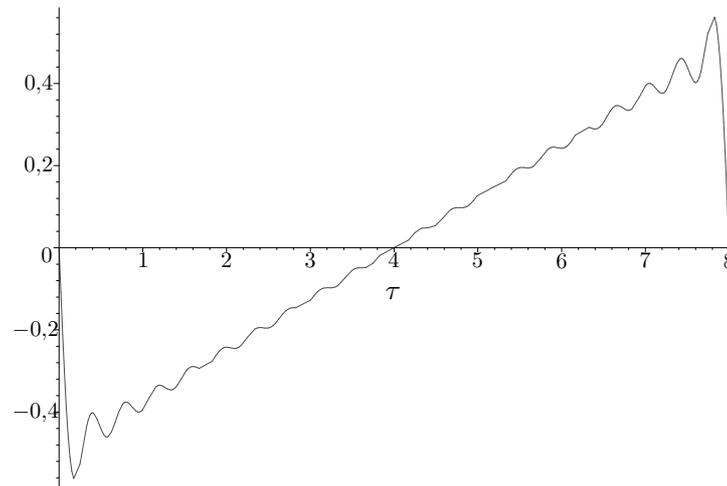


Figura 2.2: Forma de $x_{lin}(\tau)$.

- Los dos ítems anteriores dan una luz acerca de interrogantes clave sobre la viabilidad del modelado GSSA (igualmente válidos para el clásico SSA) para efectos de diseño de controladores, tales como: ¿Si un modelo del dominio del tiempo es estable, un modelo GSSA obtenido por compresión de términos de Fourier del modelo original es estable?, ¿Pueden establecerse, a priori, límites para el error cometido por el truncamiento de términos GSSA?, ¿el modelo es válido en los transitorios de las señales? (Krein et al., 1990). Puede verse que en el caso de un sistema en estado estable cuyas variables de estado sean periódicas, la convergencia de $x_p(\tau)$ y la anulación de $x_{lin}(\tau)$ facilita el resolver tales interrogantes para el sistema bajo análisis. Sin embargo, en el caso de transitorios tales cuestiones no son fácilmente abordables especialmente porque una compresión formada por los términos truncados en la serie de Fourier de $x_{lin}(\tau)$ no converge uniformemente a la solución exacta si $x(t) \neq x(t-T)$. Si el

sistema además es no lineal sus soluciones, en general, tampoco satisfarán una condición de Lipschitz dificultando así la obtención de límites para los errores de modelado.

El trabajo de (Tadmor, 2002) muestra como, sin embargo, es posible resolver en parte estas limitaciones para el caso de sistemas bilineales disipativos. En ésta tesis se explorará la utilización de un esquema de control basado en variables GSSA para uno de tales sistemas.

2.3.2. Esquema de control propuesto en esta tesis

En esta tesis se propone medir las variables físicas reales en los convertidores y transformarlas en tiempo real a variables GSSA por medio de un filtro en tiempo discreto y tiempo real que extrae las componentes de Fourier dependientes del tiempo. El controlador entonces utiliza las variables GSSA para calcular unas variables de control que estarán también en el dominio frecuencial. Para cerrar el lazo, debe realizarse el cálculo de la transformada inversa de Fourier para obtener la verdadera acción de control. Este esquema puede verse gráficamente en la figura (2.3) para un control con modulación por ancho de pulsos (PWM). Allí, el bloque *Sistema* representa al convertidor real con $u(n)$ como señal de control y $\mathbf{X}[n]$ como el vector de las variables de estado medidas en el tiempo discreto $t = nT_s$, siendo T_s el período de muestreo para la captura de las señales y n el índice entero que identifica a la muestra actual. El bloque *DFT* realiza la transformada directa de Fourier dependiente del tiempo en tiempo real (valor correcto de los coeficientes de Fourier en cada instante de muestreo n). El bloque *Controlador GSSA* calcula los valores apropiados de los coeficientes de Fourier $\mathbf{V}(n)$ de la señal de control $u(n)$ a fin de lograr los objetivos de control deseados. El bloque *IDFT* realiza la transformada inversa de Fourier dependiente del tiempo, del vector de control GSSA $\mathbf{V}(n)$ para obtener la señal de control del dominio del tiempo $v(n)$. El bloque *PWM* traduce el control $v(n)$ a los valores adecuados $u(n)$ para la conmutación de los interruptores del convertidor mediante una modulación por ancho de pulso; como es lo usual en estos sistemas, cerrando el lazo de control.

El esquema propuesto tiene las siguientes ventajas sobre los controladores diseñados para las variables físicas reales:

- Las variables GSSA derivadas de señales periódicas son constantes en estado estable. Si un sistema está en estado estable, entonces el vector de estado que lo representa será un punto fijo en ese espacio de estados. En esta tesis se sacará ventaja de esta característica y se mostrará que problemas de control que implican el seguimiento de trayectorias variables en el tiempo pueden convertirse, mediante el esquema de control propuesto, en problemas de regulación (seguimiento de un punto fijo en el espacio de estados) posibilitando la aplicación de técnicas conocidas de regulación en estos problemas; y por tanto dando origen a estrategias de control diferentes para este tipo de problemas.

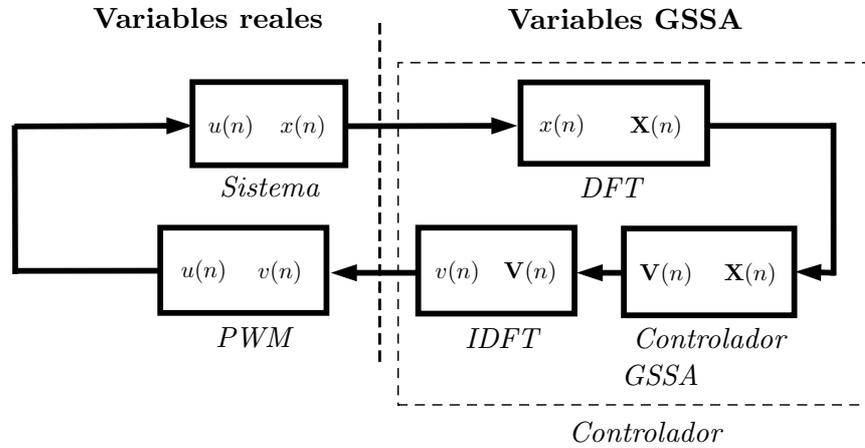


Figura 2.3: Esquema de control propuesto.

- En los convertidores electrónicos puede ocurrir que los objetivos de control estén sobre variables con dinámicas predominantes que viven en rangos de frecuencia diferentes. En estos casos el diseño de controladores puede ser complejo y suelen adoptarse estrategias de varios lazos de control independientes para cada variable. Implementaciones prácticas obligan a la introducción de filtros de banda estrecha para la adquisición de la dinámica de interés, los cuales, en general no están modelados y cuya influencia en el desempeño final del convertidor puede ser considerable. En esta tesis se tomará uno de tales casos y se mostrará cómo la propiedad selectiva en frecuencia del método GSSA permite desarrollar controladores de un solo lazo contemplando las diferentes dinámicas; estando el efecto de filtrado implícito en el modelo GSSA.

El esquema propuesto tiene las siguientes desventajas:

- El controlador propiamente dicho, (bloque *Controlador*), agrega una complejidad adicional sobre un esquema de control típico por cuanto se requiere el cálculo en tiempo real de los coeficientes de Fourier dependientes del tiempo y su transformada inversa.
- Implementaciones prácticas del esquema requieren el truncamiento de los infinitos términos de la serie de Fourier de las señales a unos pocos términos a fin de que el orden del vector de estado que describa al sistema sea lo bastante pequeño como para que la complejidad de cálculo y del controlador GSSA resultante sean realizables. El efecto del error por truncamiento de términos en el modelado de sistemas en el desempeño del esquema de control en un sistema real en general no es una pregunta resuelta ni siquiera para el promediado SSA clásico (Caliskan et al., 1999).

- Las mismas limitaciones e interrogantes acerca de la viabilidad de SSA subsisten para GSSA. Acerca de la naturaleza de esas limitaciones se trató con más detalle en la sección 2.3.1.

Las desventajas antes mencionadas pueden compensarse y llevar a desarrollos viables si se puede lograr:

- Construcción de un filtro que extraiga las componentes de Fourier dependientes del tiempo en tiempo real con poca complejidad de cálculo. Sobre tal filtro se tratará en detalle en el capítulo 3.
- Que el problema a resolver pueda modelarse, en su dinámica de interés para efectos del control, con pocos armónicos y de este modo poder truncar las series de Fourier a unos pocos términos. Así el orden del controlador GSSA puede ser lo suficientemente pequeño como para que el tiempo de cálculo de los coeficientes GSSA y la complejidad del controlador GSSA sean aceptables. En realidad, esta limitación no es más restrictiva que la que se deriva por ejemplo de los promediados SSA, ya que lo que implica es que la expansión en series de Fourier de un segmento de longitud finita de una señal de interés en el sistema esté dominada por unas pocas componentes. Recuérdese que SSA requiere que dicha expansión de Fourier esté dominada por su componente de orden cero.

El esquema basado en GSSA que se propone en esta tesis se valida desarrollando controladores para el rectificador seleccionado, comprobando su desempeño mediante simulación y experimentación. Para esto último se realizó un montaje en laboratorio de un rectificador del tipo descrito con el hardware asociado para el sensado y adecuación de señales; y se realizó la implementación digital de algunos de los controladores desarrollados utilizando una tarjeta para evaluación y desarrollo de aplicaciones de procesamiento digital de señales.

Capítulo 3

Extracción de variables GSSA en tiempo real

La implementación efectiva del esquema de control basado en GSSA propuesto en el capítulo 2, requiere de un algoritmo digital eficiente en términos de tiempo y sencillez computacional para la extracción en tiempo real de los coeficientes de Fourier dependientes del tiempo. Muchas referencias tratan acerca de algoritmos para extraer coeficientes de Fourier. Desafortunadamente, las que se refieren a extracción de coeficientes de Fourier dependientes del tiempo no ofrecen un marco teórico unificado para sus desarrollos.

En este capítulo se utiliza el marco teórico de la transformada de Fourier dependiente del tiempo (Oppenheim and Schaffer, 1999) para formalizar un filtro digital que extraiga las componentes GSSA y, cuando sea el caso, se intenta mostrar la relación con desarrollos encontrados en otras referencias.

3.1. Transformada de Fourier dependiente del tiempo

Una señal $x(\tau)$ en el intervalo $\tau \in [t-T, t]$ puede representarse por la serie de Fourier

$$x(\tau) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \langle x \rangle_{\ell}(t) e^{j\ell\omega_o\tau}, \quad (3.1)$$

donde $\omega_o = 2\frac{\pi}{T}$ y $\langle x \rangle_{\ell}(t)$ son los coeficientes de Fourier *dependientes del tiempo* definidos por:

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) e^{-jk\omega_o\tau} d\tau. \quad (3.2)$$

La ecuación (3.2) puede interpretarse como el cómputo de los términos de la serie de Fourier en una ventana móvil en t de duración T de la señal con origen fijo $x(\tau)$,

de allí el nombre de fasores dinámicos o coeficientes de Fourier sobre una ventana móvil (Tadmor, 2002).

El equivalente de señal muestreada $x[n]$ de la ecuación (3.2) puede escribirse así,

$$\langle x \rangle_k[n] = \frac{1}{N} \sum_{m=n-N+1}^n x(m) e^{-j \frac{2\pi}{N} km}, \quad (3.3)$$

donde N es el número de muestras en un período de tamaño T . La ecuación (3.3) se corresponde con un caso particular de la definición de una transformada discreta de Fourier dependiente del tiempo (TDFT), mencionada en la literatura indistintamente como *time-dependent*, *short-time*, *moving-window*, *sliding*, o *running discrete Fourier transform* (Gómez and Rosendo, 1999). Una definición de TDFT es la siguiente,

$$X[n, \lambda] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m] w[m-n] e^{-j\lambda m}, \quad (3.4)$$

con transformada inversa dada por ¹,

$$x[n] = \frac{1}{2\pi w[0]} \int_0^{2\pi} X[n, \lambda] e^{j\lambda n} d\lambda, \quad (3.5)$$

si $w[0] \neq 0$. En las ecuaciones (3.4) y (3.5), $w[m]$ es una ventana de análisis (valores distintos de cero en intervalo finito de tiempo), λ es la variable de frecuencia que es continua y n es la variable del tiempo que es discreta. Cabe notar que la TDFT es periódica en λ con período 2π y por ello sólo es necesario considerar valores de λ para $0 \leq \lambda < 2\pi$, o cualquier intervalo de longitud 2π .

La TFDFT sirve para representar señales cuyas propiedades de amplitud, frecuencia y fase cambian con el tiempo. Aunque para efectos computacionales el cálculo de $X[n, \lambda]$ sólo puede hacerse sobre un conjunto finito de valores de λ mediante un muestreo en el dominio de la variable frecuencia, aún es posible representar señales de longitud indeterminada si la ventana $w[m]$ tiene longitud finita. En particular, si la ventana tiene longitud L con muestras comenzando en $m = n - L + 1$; esto es,

$$w[m-n] = 0 \quad \text{fuera del intervalo} \quad n - L + 1 \leq m \leq n, \quad (3.6)$$

y se muestrea $X[n, \lambda]$ a frecuencias igualmente espaciadas $\lambda_k = \frac{2\pi}{N} k$, con $N \geq L$, entonces se puede recuperar la secuencia original en el intervalo desde $n - L + 1$ hasta n a partir de la TDFT muestreada mediante el par de transformadas,

$$X[n, k] = \frac{1}{N} \sum_{m=n-L+1}^n x[m] w[m-n] e^{-j \frac{2\pi}{N} km}, \quad 0 \leq k \leq N-1, \quad (3.7)$$

¹Se introduce la notación $[n, \lambda]$ para resaltar que n es una variable discreta mientras que λ es una variable continua.

y su inversa,

$$x[m] = \frac{1}{w[m-n]} \sum_{k=0}^{N-1} X[n, k] e^{j\frac{2\pi}{N}km}, \quad n-L+1 \leq m \leq n, \quad (3.8)$$

donde se asume que $w[m-n] \neq 0$ para $n-L+1 \leq m \leq n$, y se ha intercambiado el término de promedio $\frac{1}{N}$ entre la TDFT y su inversa para estar en acuerdo con la operación de GSSA. Es claro que la ecuación (3.7) es igual a los coeficientes de la definición GSSA de la ecuación (3.3) si se utiliza una ventana rectangular $w[m-n] = 1$ en todo $n-L+1 \leq m \leq n$, con $L = N$.

La figura 3.1 ilustra la forma de la ventana $w[m]$ para la obtención de las variables GSSA conforme a la ecuación (3.7). La ventana $w[m]$ es no causal en el sentido de (Rabiner, 1979); esto es, $w[m] = 0$ para $n > 0$, y en consecuencia $w[-m]$ es causal.

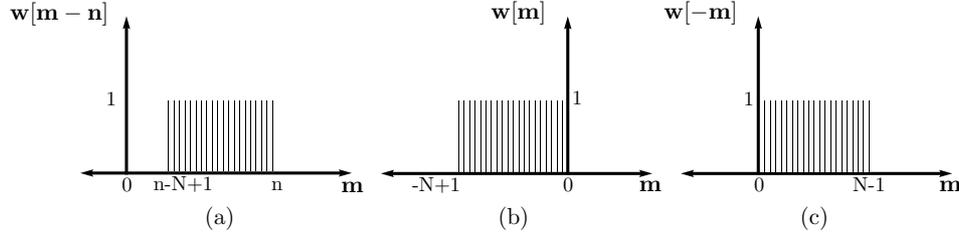


Figura 3.1: Ventana de análisis no causal $w[m]$ para extracción de componentes GSSA.

La ecuación (3.7), siendo $w[m]$ la de la figura 3.1, puede volver a escribirse en forma de una sumatoria de convolución de la siguiente manera:

$$X[n, k] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m] w[-(n-m)] e^{-j\frac{2\pi}{N}km}, \quad 0 \leq k \leq N-1, \quad (3.9)$$

llevando a,

$$X[n, k] = \frac{1}{N} (x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}) * w[-n], \quad 0 \leq k \leq N-1, \quad (3.10)$$

con la notación $x[n] * h[n]$ representando la convolución de $x[n]$ con $h[n]$, definida como,

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m] h[n-m].$$

3.2. Banco de filtros con modulación de $x[n]$

Como se ha dicho, las aportaciones de filtrado digital para la TDFT no siguen un marco teórico unificado. En esta tesis se usarán los desarrollos de la sección 3.4 para

formalizar algunos de los desarrollos más relevantes encontrados en las referencias. Algunos pueden describirse mediante la TDFT de ventana móvil de la ecuación (3.4), pero otros se obtienen en forma más directa de una definición diferente de TDFT de ventana fija como se describirá en este apartado.

Utilizando la transformada- z de la variable discreta $x[n]$ (denotada por $X[z] = \mathcal{Z}\{x[n]\}$), es posible encontrar la expresión general para la función de transferencia que lleve a cabo el cálculo de los coeficientes GSSA. Recordando la propiedad de la transformada- z de la convolución de secuencias (Oppenheim and Schafer, 1999),

$$y[n] = x[n] * h[n] \quad \xleftrightarrow{\mathcal{Z}} \quad Y[z] = X[z]H[z],$$

se tiene a partir de la ecuación (3.10), con $h_1[n] = w[-n]$

$$\mathcal{Z}\{X[n, k]\} = \frac{1}{N} \mathcal{Z}\{x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}\}H_1[z], \quad 0 \leq k \leq N-1. \quad (3.11)$$

En esta última ecuación, el término $x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$ corresponde a una operación de *modulación* en el dominio del tiempo discreto n , que se traduce en un desplazamiento en el dominio de la frecuencia ω según la propiedad de desplazamiento en la frecuencia de la transformada de Fourier (Oppenheim and Schafer, 1999),

$$e^{-j\omega_0 n}x[n] \xleftrightarrow{\mathcal{F}} Xe^{j(\omega+\omega_0)}.$$

Así, la ecuación (3.11) puede interpretarse como que la TDFT de $x[n]$ en un armónico k determinado se puede obtener trasladando el espectro de $x[n]$ en la frecuencia discretizada $\omega_k = \frac{2\pi}{N}k$ al origen en $\omega = 0$ mediante la operación de modulación, y luego usando un filtro pasa-bajo de banda estrecha que extraiga sólo la componente $\omega = 0$. De hecho, la función de transferencia $H_1[z]$ en la ecuación (3.11) corresponde a tal filtro y se comprueba fácilmente obteniendo la transformada- z de $\frac{1}{N}h_1[n]$ mediante la expresión general para una serie geométrica,

$$\frac{1}{N} \mathcal{Z}\{h_1[n]\} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (z^{-1})^n = \frac{1}{N} \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-1}},$$

esto es, dividir por N la suma de la muestra actual y las $N-1$ muestras anteriores de la entrada al filtro (operación de promediado de $\omega = 0$).

Llamando $x_1[n, k] = x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$ y $X_1[z, k] = \mathcal{Z}\{x_1[n, k]\}$, la ecuación (3.11) llega a ser,

$$\mathcal{Z}\{X[n, k]\} = \frac{X_1[z, k]}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (z^{-1})^n, \quad 0 \leq k \leq N-1, \quad (3.12)$$

o, su equivalente en forma recursiva (debido a que el filtro utiliza valores anteriores de su salida para el cálculo actual),

$$\mathcal{Z}\{X[n, k]\} = \frac{X_1[z, k]}{N} \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-1}}, \quad 0 \leq k \leq N-1. \quad (3.13)$$

La figura 3.2 ² ilustra el procedimiento para obtención de los coeficientes de Fourier siguiendo la ecuación (3.12) o su expresión equivalente en forma recursiva de la ecuación (3.13) para los posibles valores de k . En la literatura se conoce a esta estructura como banco de filtros (*filter bank*) (Oppenheim and Schaffer, 1999).

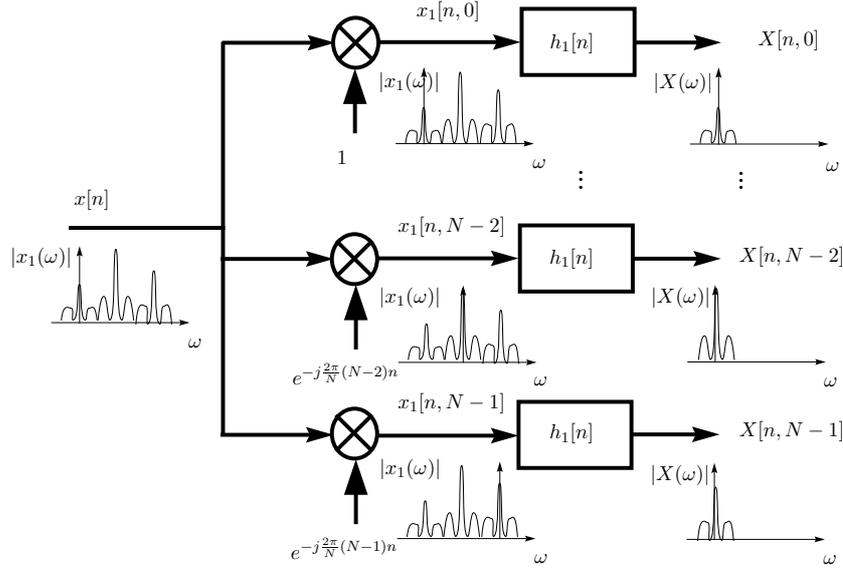


Figura 3.2: GSSA a partir de modulación seguida de banco de filtros.

3.3. Banco de filtros con modulación de $\check{X}[n, k]$

Otra definición de TDFT no equivalente a la ecuación (3.4), en la cual se mantiene fijo el origen de la ventana y en cambio se desplaza la señal según $x[n + m]$ (Oppenheim and Schaffer, 1999),

$$\check{X}[n, \lambda] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[n + m]w[m]e^{-j\lambda m}, \quad (3.14)$$

y que en la versión de λ muestreada a frecuencias igualmente espaciadas $\lambda_k = \frac{2\pi k}{N}$ lleva a,

$$\check{X}[n, k] = \frac{1}{N} \sum_{m=-L+1}^0 x[n + m]w[m]e^{-j\frac{2\pi}{N}km}, \quad 0 \leq k \leq N - 1. \quad (3.15)$$

²La notación $X[n, k]$ indica la TDFT de $x[n]$; el índice entero n evidencia el dominio del tiempo discreto y k es el índice entero de la frecuencia discretizada ω_k

Si a m se le resta n en la serie de la ecuación (3.15) puede escribirse en forma convolucional,

$$\check{X}[n, k] = \frac{1}{N} \sum_{m=n-L+1}^n x[m]w[-(n-m)]e^{j\frac{2\pi}{N}k(n-m)}, \quad 0 \leq k \leq N-1, \quad (3.16)$$

siendo evidente la relación con la ecuación (3.7),

$$\check{X}[n, k] = e^{j\frac{2\pi}{N}kn} X[n, k]. \quad (3.17)$$

Es claro que las componentes GSSA, las cuales se corresponden con $X[n, k]$, solamente pueden calcularse a partir de $\check{X}[n, k]$ agregando un proceso de modulación. La TDFT de la ecuación (3.15) ha dado origen a varias implementaciones. Por ejemplo, llamando $v[n] = x[n+m]w[m]$ en la ecuación (3.15), ésta puede verse como la transformada discreta de Fourier (DFT) de L puntos de $v[n]$. Esta forma de enfocar el problema puede llevar a la implementación de la conocida transformada rápida de Fourier (FFT) (Covell, 1991), o de hecho, a cualquier algoritmo existente para la computación de la DFT.

Formalmente, utilizando la propiedad de convolución circular de la DFT para secuencias de longitud finita (Oppenheim and Schafer, 1999),

$$x[n] \xleftrightarrow{DFT} X[k] \quad (3.18)$$

$$x_1[n]x_2[n] \xleftrightarrow{DFT} \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} X_1(l)X_2[((k-l))_N], \quad (3.19)$$

con la notación $((n))_N$ significando n módulo N ; e introduciendo una secuencia finita para $x[n+m]$ en la ecuación (3.15) con $L = N$,

$$x_1[m] = \begin{cases} x[n+m] & -N+1 \leq m < 0 \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases} \quad (3.20)$$

entonces la ecuación 3.15 queda,

$$\check{X}[n, k] = X_1[k] * W[k], \quad (3.21)$$

siendo $X_1[k] = DFT\{x_1[m]\}$, $W[k] = DFT\{w[m]\}$ y la convolución circular se puede representar mediante la convolución lineal de las DFT de $x_1[m]$ y $w[m]$ dado que $k < N$. Ahora es fácil desarrollar un algoritmo de Goertzel (Oppenheim and Schafer, 1999) para $X_1[k]$,

$$\check{X}_1[k] = \sum_{m=-N+1}^0 x_1[m]e^{-j\frac{2\pi}{N}km} = \sum_{m=-N+1}^0 x[m]e^{j\frac{2\pi}{N}k(n-m)} \Big|_{n=N}, \quad 0 \leq k \leq N-1.$$

El filtro en Z se obtiene directamente de la propiedad de la convolución y usando la expresión para una serie geométrica del mismo modo que en la sección 3.2,

$$\mathcal{Z}\{\check{X}_1[k]\} = X_1[z] \frac{z^{N-1} - z^{-1}}{e^{-j\frac{2\pi}{N}k} - z^{-1}}. \quad (3.22)$$

Este resultado aparece publicado en (Covell, 1991). La estructura de este filtro recursivo es la de la figura 3.3 y el coste computacional total dependerá de la forma de $W[k]$. A efectos prácticos es usual convertir la estructura de primer orden en una de orden dos multiplicando y dividiendo por el conjugado del denominador de la función de transferencia a fin de tener coeficientes reales.

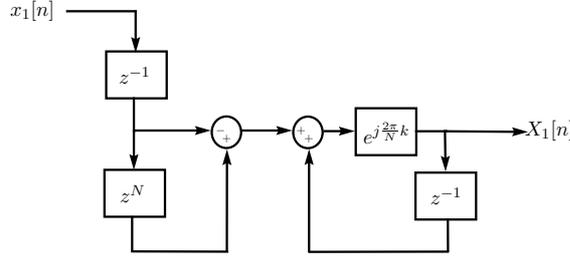


Figura 3.3: Filtro recursivo de Goertzel para el coeficiente k .

Como se puede ver en el caso del filtro Goertzel la principal desventaja, en términos de respuesta en tiempo real, con respecto de los bancos de DFTs, es que para conocer el valor del coeficiente de Fourier en una muestra n , es necesario esperar por N muestras de la entrada, es decir, se tendrá un retardo total de un período de la frecuencia fundamental de la señal a analizar. Una posibilidad de tiempo real puede obtenerse en forma análoga al apartado 3.2. Haciendo $h[n, k] = w[-n]e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ y aplicando la propiedad de convolución de la transformada- z , se tiene directamente a partir de la ecuación (3.16),

$$\mathcal{Z}\{\check{X}[n, k]\} = \frac{1}{N} X[z] H[z, k]. \quad (3.23)$$

Recordando la propiedad de multiplicación por un exponente de la transformada- z (Oppenheim and Schafer, 1999),

$$z_0^n x[n] \xleftrightarrow{\mathcal{Z}} X\left[\frac{z}{z_0}\right].$$

Llamando a la ventana causal $w_c[n] = w[-n]$, a fin de obtener una expresión general que dé origen a filtros causales (cuya salida no dependa de muestras anticipativas de la entrada), se tiene para $H[z, k]$,

$$\mathcal{Z}\{w_c[n]e^{j\frac{2\pi}{N}kn}\} = W_c[e^{-j\frac{2\pi}{N}k}z], \quad (3.24)$$

siendo $W_c[z] = \mathcal{Z}\{w_c[n]\}$. El resultado en la ecuación (3.24) se corresponde con el marco en (Chen and Griswold, 1994). En concreto, para la ventana de la figura 3.1,

$$W_c[z] = \sum_{n=0}^{N-1} (z^{-1})^n = \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-1}}$$

$$W_c[e^{-j\frac{2\pi}{N}k}z] = \frac{1 - z^{-N}}{1 - e^{j\frac{2\pi}{N}k}z^{-1}},$$

con lo cual, multiplicando el numerador y el denominador por el conjugado del denominador de $W_c[e^{-j\frac{2\pi}{N}k}z]$

$$\mathcal{Z}\{\check{X}[n, k]\} = \frac{1}{N}X[z] \frac{(1 - z^{-N})(1 - e^{-j\frac{2\pi}{N}k}z^{-1})}{1 - 2 \cos \frac{2\pi k}{N}z^{-1} + z^{-2}}. \quad (3.25)$$

Así, los coeficientes GSSA podrían obtenerse reemplazando la ecuación (3.25) en la ecuación (3.17) para obtener,

$$\mathcal{Z}\{X[n, k]\} = \frac{e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}}{N}X[z] \frac{(1 - z^{-N})(1 - e^{-j\frac{2\pi}{N}k}z^{-1})}{1 - 2 \cos \frac{2\pi k}{N}z^{-1} + z^{-2}}. \quad (3.26)$$

La obtención de los parámetros GSSA se puede ver en esta versión, como un banco de filtros de banda estrecha en la frecuencia del armónico k , seguidos de un proceso de modulación que traslada el espectro a la frecuencia cero como en la figura 3.4 ³.

3.4. Selección de filtros para la obtención de coeficientes GSSA en tiempo real

Con base en los desarrollos de las secciones 3.2 y 3.3, se consideraron para este proyecto los filtros recursivos derivados de las ecuaciones (3.13) con modulación previa de la señal de entrada, y (3.26) con modulación posterior al filtro, dado que llevan a cabo el menor número de operaciones a efectos computacionales. Con el mismo criterio sobre complejidad de cálculo, se ha optado por utilizar la ventana de análisis $w(n)$ más simple que corresponde a la rectangular de la figura 3.1. Aunque esta ventana puede llevar a comportamientos de flanco inaceptables debido a que el tamaño de los lóbulos laterales de su respuesta frecuencial no es pequeño como se detallará en la sección 3.5, las señales de estado estable en un convertidor electrónico no tienen flancos abruptos. Desde luego, otras ventanas como las tipo Hamming o Kaiser (Oppenheim and Schaffer, 1999) podrían considerarse para lograr unos lóbulos laterales más pequeños de la respuesta en frecuencia del filtro y así mejorar la respuesta temporal ante cambios de flanco de la señal a filtrar.

³La notación $\check{X}[n, k]$ indica la TDFT de $x[n]$; el índice entero n evidencia el dominio del tiempo discreto y k es el índice entero de la frecuencia discretizada ω_k

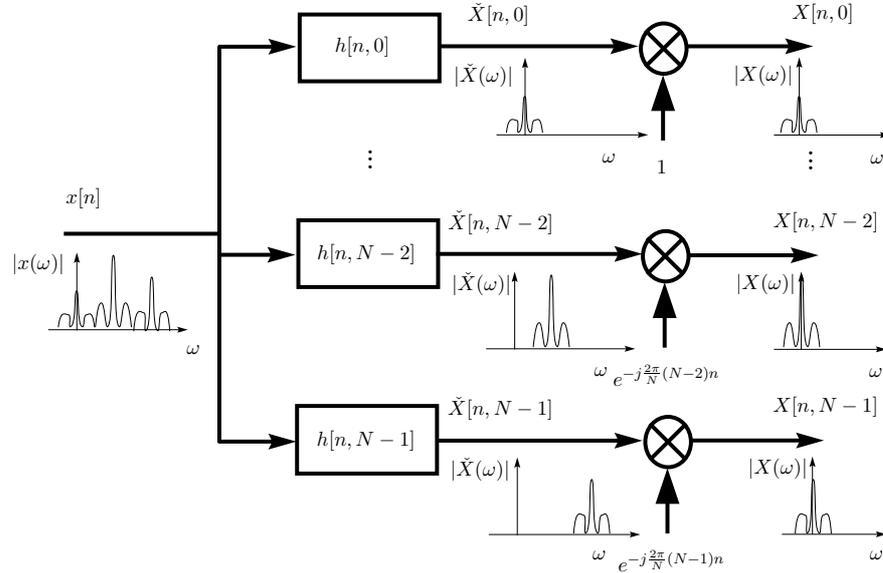


Figura 3.4: GSSA a partir de banco de filtros seguido de modulación.

En este apartado se considerarán algunas de las implicaciones de implementación de los filtros en las ecuaciones (3.13) y (3.26), en particular, su coste computacional y el problema de los errores de cuantización por longitud de palabra en un procesador digital. Como punto de referencia acerca del coste de cálculo, utilizando la computación completa de la definición de coeficientes GSSA en la ecuación (3.3), se requieren $2N$ productos y $2(N-1)$ sumas de valores reales.

3.4.1. Filtro recursivo F1

El filtro de la ecuación (3.13), al que se llamará F1, tiene como atractivo el hecho de que sirve para todos los armónicos k , requiriendo en cada instante de muestreo solamente 4 sumas y 4 productos de valores reales por armónico a calcular (2 sumas y 1 producto para $k=0$), como se ilustra en la figura 3.5.

El concepto de demodulador seguido de filtro está descrito hace mucho tiempo (por ejemplo ver (Portnoff, 1980)). La expresión recursiva para el filtro de la ecuación (3.13) presenta una cancelación polo-cero en $z=1$ como se menciona también en (Amin, 1996); no obstante, la implementación de esta función de transferencia en un procesador digital no presenta inconvenientes ya que no se requieren productos como se ilustra en la figura 3.5. El hecho de que no hayan productos implica que no hayan errores de cuantización incluso en procesadores de coma fija. En la figura 3.5, el producto final $1/M$ podría incluirse en los coeficientes de modulación pero si M no es potencia de dos, los errores de cuantización por longitud de palabra

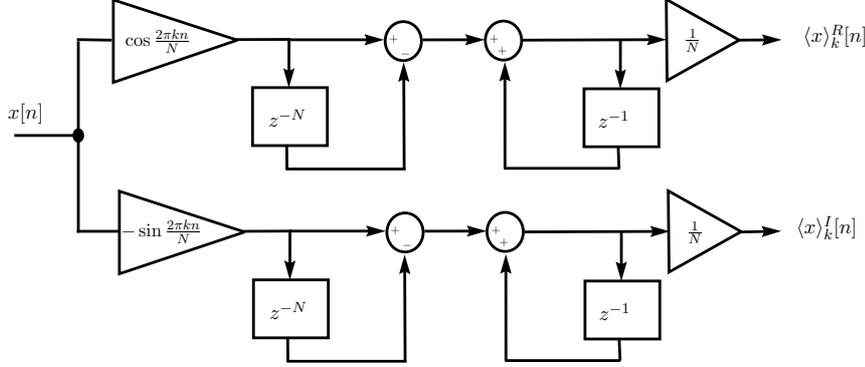


Figura 3.5: Filtro recursivo para GSSA correspondiente a la ecuación (3.13).

en procesadores digitales se hacen importantes en la convergencia del filtro por la cancelación polo-cero.

3.4.2. Filtro no recursivo F2

Otra posibilidad es utilizar el mismo filtro F1 en su versión no recursiva de la ecuación (3.12). La ventaja es que en esta expresión no recursiva no existen polos y por lo tanto el filtro es intrínsecamente estable. La desventaja es que se incrementa el número de operaciones a $2 * (N - 1)$ sumas y 4 productos por armónico k a calcular ($N - 1$ sumas y 1 producto para $k = 0$), siendo sin embargo aún mejor que la computación completa de la ecuación (3.3).

3.4.3. Filtro recursivo F3

El filtro de la ecuación (3.26) aporta otra posibilidad recursiva que es muy efectiva de cara al proceso completo de transformada directa y posterior transformada inversa de Fourier. En efecto, a partir de las ecuaciones (3.8) y (3.17) se tiene,

$$x[m] = \frac{1}{w[m-n]} \sum_{k=0}^{N-1} \check{X}[n, k] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} e^{j\frac{2\pi}{N}km}, \quad n - N + 1 \leq m \leq n,$$

de donde,

$$x[n] = \frac{1}{w[0]} \sum_{k=0}^{N-1} \check{X}[n, k]. \quad (3.27)$$

Advirtiendo en la ecuación (3.15) que si $x[n]$ es una señal real se cumple $\check{X}[n, -k] = \check{X}^*[n, k]$, donde el operador $*$ significa el complejo conjugado, entonces luego de unas sencillas manipulaciones de las sumatorias se llega a,

$$\begin{aligned}
x[n] &= \frac{1}{w[0]} \left(\check{X}[n, 0] + \check{X}[n, N/2] + \sum_{k=1}^{N/2-1} \check{X}[n, k] + \check{X}^*[n, k] \right) \\
&= \frac{1}{w[0]} \left(\check{X}[n, 0] + \check{X}[n, N/2] + 2 \sum_{k=1}^{N/2-1} \check{X}_R[n, k] \right), \quad (3.28)
\end{aligned}$$

donde la el subíndice R denota la parte real del coeficiente complejo. Así, el proceso de transformada directa y posterior recuperación por transformada inversa puede hacerse sin necesidad de contar con las señales seno y coseno que sirven de portadoras para el filtro en la figura 3.5. De hecho, si lo que se quiere es tener el componente armónico k de una señal $x[n]$, este puede obtenerse directamente de la salida del filtro en la ecuación (3.26) como,

$$x[n, k] = \begin{cases} 2\check{X}_R[n, k], & 1 \leq k \leq \frac{N}{2} - 1 \\ \check{X}_R[n, k], & k = 0, \frac{N}{2}. \end{cases} \quad (3.29)$$

El filtro de la ecuación (3.26) puede llevarse a una forma similar al trabajo en la referencia (Rosendo and Gómez, 1998) para reducir el número de operaciones así,

$$\begin{aligned}
\mathcal{Z}\{X[n, k]\} &= \frac{e^{-j\frac{2\pi}{N}k(n+1)}}{N} X[z] \frac{(1 - z^{-N})((\cos \frac{2\pi}{N}k - z^{-1}) + j \sin \frac{2\pi}{N}k)}{1 - 2 \cos \frac{2\pi k}{N} + z^{-2}} \\
&= \left(\cos \frac{2\pi k(n+1)}{N} - j \sin \frac{2\pi k(n+1)}{N} \right) (\check{X}_{sR}[z, k] + j\check{X}_{sI}[z, k]), \quad (3.30)
\end{aligned}$$

donde se ha definido,

$$\begin{aligned}
\check{X}_{sR}[z, k] &= X[z] \frac{1}{N} (1 - z^{-N}) \frac{\cos \frac{2\pi k}{N} - z^{-1}}{1 - 2 \cos \frac{2\pi k}{N} z^{-1} + z^{-2}} \\
\check{X}_{sI}[z, k] &= X[z] \frac{1}{N} (1 - z^{-N}) \frac{\sin \frac{2\pi k}{N}}{1 - 2 \cos \frac{2\pi k}{N} z^{-1} + z^{-2}}, \quad (3.31)
\end{aligned}$$

y el sub-índice s se ha introducido a propósito para advertir que $\check{X}_s[n]$ está desplazado en el tiempo una muestra según,

$$\check{X}_s[n] = \check{X}[n + 1], \quad (3.32)$$

como puede verificarse fácilmente de la ecuación (3.30) y la propiedad de desplazamiento en el tiempo de la DFT.

Si se reemplaza la expresión (3.32) en (3.29) se obtiene la relación de la ecuación (3.33) que será de interés en los controladores diseñados en esta tesis por cuanto

permite obtener el armónico de orden k (adelantado un período de muestreo) de una señal, directamente del filtro de la ecuación (3.31).

$$x[n+1, k] = \begin{cases} 2\check{X}_{sR}[n, k], & 1 \leq k \leq \frac{N}{2} - 1 \\ \check{X}_{sR}[n, k], & k = 0, \frac{N}{2}. \end{cases} \quad (3.33)$$

De la expresión (3.31) es fácil obtener una relación entre la parte real del filtro y la parte imaginaria así,

$$\check{X}_{sR}[z, k] = \frac{1}{\sin \frac{2\pi k}{N}} \check{X}_{sI}[z, k] (\cos \frac{2\pi k}{N} - z^{-1}), \quad \sin \frac{2\pi k}{N} \neq 0. \quad (3.34)$$

La figura 3.6 muestra el filtro GSSA resultante de las expresiones (3.30), (3.31) y (3.34).

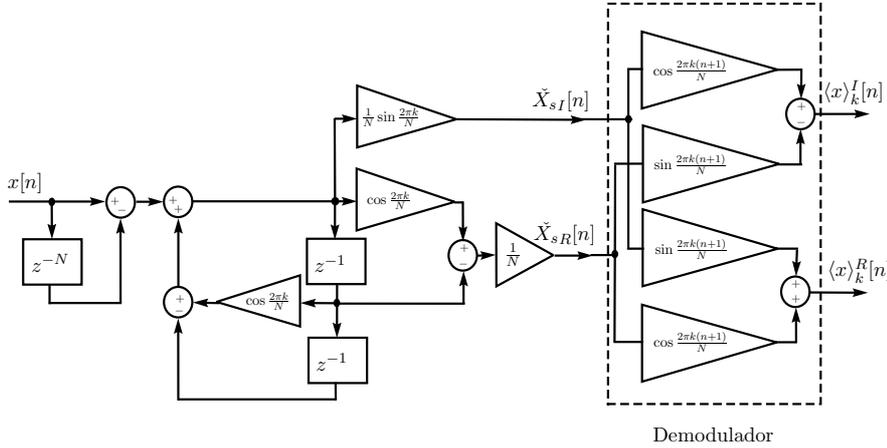


Figura 3.6: Filtro recursivo para GSSA correspondiente a la ecuación (3.30).

El filtro de la figura 3.6 tiene un par de polos complejos conjugados localizados en $\cos \frac{2\pi k}{N} \pm j \sin \frac{2\pi k}{N}$ separados por la distancia $2 \sin \frac{2\pi k}{N}$. Para k pequeño y N grande significará que los dos polos estarán muy próximos, casi en el círculo unitario. Esta característica, que también ocurre en los filtros tipo Goertzel como el de la ecuación (3.22), se reporta en (Yang and Chen, 2002) y es de especial cuidado en la realización del filtro ya que los procesadores digitales poseen longitud de palabra finita. Vale la pena considerar con más detalle este último hecho.

En primer lugar, los errores de cuantización por longitud de palabra finita producen un corrimiento de los polos y ceros de la función de transferencia del filtro y sus efectos son más importantes en cuanto los polos y/o ceros estén más cercanos entre sí. Considerando un filtro recursivo con función de transferencia,

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^m b_k z^{-k}}{1 - \sum_{k=1}^{n_p} a_k z^{-k}}$$

y si los coeficientes del controlador se cuantizan a C bits, dando origen a los coeficientes cuantizados $\hat{a}_k = a_k + \delta_k$ para aritmética de coma fija o $\hat{a}_k = a_k(1 + \delta_k)$ para aritmética de coma flotante, donde δ_k está delimitado en valor absoluto por 2^{-C} ; entonces el cambio incremental en la posición del j –ésimo polo α_j debido al cambio incremental del coeficiente a_k es, conforme a (Levine, 1996),

$$\Delta\alpha_j = \sum_{k=1}^{n_p} \frac{\alpha_j^{n_p-k}}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n (\alpha_j - \alpha_i)} \Delta a_k, \quad (3.35)$$

siendo $\Delta a_k = \delta_k$ para aritmética de coma fija o $\Delta a_k = a_k \delta_k$ para aritmética de coma flotante. La ecuación (3.35) revela la degradación de la sensibilidad del desplazamiento de los polos (expresión similar para los ceros) cuando éstos están próximos entre sí, de modo que la cuantización puede llevar a inestabilidad del filtro si los polos cercanos al círculo unitario se desplazan fuera de él. Igualmente la ecuación (3.35) muestra que una solución a este problema es utilizar longitudes de palabra más largas. Si esto último no es posible, pueden introducirse cambios en la estructura del filtro como en (Nishimura et al., 1981).

En segundo lugar, los errores de redondeo por longitud de palabra pueden verse como una fuente de ruido en el interior del filtro. La figura de mérito denominada ruido de redondeo se introduce para tener en cuenta éste efecto (Oppenheim and Schafer, 1999), resultando también más notable cuando existen polos cercanos al círculo unitario y tanto más cuanto mayor sea el orden del filtro. Soluciones a éste problema son estructuras distintas a las formas directas como la de la figura 3.6, y en su lugar utilizar estructuras tipo cascada (limitadas a sistemas SISO) o paralelo (válidas para sistemas MIMO) (Oppenheim and Schafer, 1999). Si ninguna de estas opciones resulta adecuada, aún existen estructuras especiales de bajo error de redondeo (Báez et al., 1993; Hanselman, 1987).

Para ésta tesis la estructura directa de la figura 3.6 pudo realizarse utilizando aritmética de coma fija en complemento a dos con longitud de palabra de 31 bits más uno de signo.

3.5. Respuesta en frecuencia de los filtros discutidos

Los filtros recursivos seleccionados poseen una respuesta frecuencial que depende exclusivamente de la ventana de análisis utilizada. Considerando el cuadro 3.1 que resume los filtros seleccionados de las secciones 3.4.1, 3.4.2 y 3.4.3, puede obtenerse la respuesta frecuencial mediante la transformada de Fourier de su respuesta al impulso. Las ecuaciones (3.5) muestran las expresiones que definen las respuestas frecuenciales para el caso de una ventana rectangular de tamaño unitario (Oppenheim and Schafer, 1999).

Salida del Filtro	Nombre del filtro	Ecuación	Respuesta al Impulso
$X[n, k] = (x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}) * h_1[n]$	F1, F2	3.10	$h_1[n] = \frac{1}{N}w[-n]$
$\check{X}[n, k] = x[n] * h[n, k]$	F3	3.16	$h[n, k] = \frac{1}{N}w[-n]e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$

Cuadro 3.1: Respuesta al impulso de los filtros GSSA.

$$H_1(e^{j\omega}) = \mathcal{F}\{h_1[n]\} = \frac{1}{N} \frac{\sin[\frac{\omega N}{2}]}{\sin(\frac{\omega}{2})} e^{-j\frac{\omega(N-1)}{2}} \quad (3.36)$$

$$H(e^{j\omega}) = \mathcal{F}\{h[n, k]\} = \frac{1}{N} \frac{\sin[\frac{(\omega-\omega_k)N}{2}]}{\sin(\frac{\omega-\omega_k}{2})} e^{-j\frac{(\omega-\omega_k)(N-1)}{2}}, \quad (3.37)$$

siendo $\omega_k = \frac{2\pi}{N}k$. La figura 3.7 muestra la magnitud de la respuesta frecuencial para los dos filtros. Se advierte que la magnitud de la respuesta de frecuencia del filtro F3 difiere de la de los filtros F1 y F2 en que el lóbulo principal está centrado en la frecuencia ω_k .

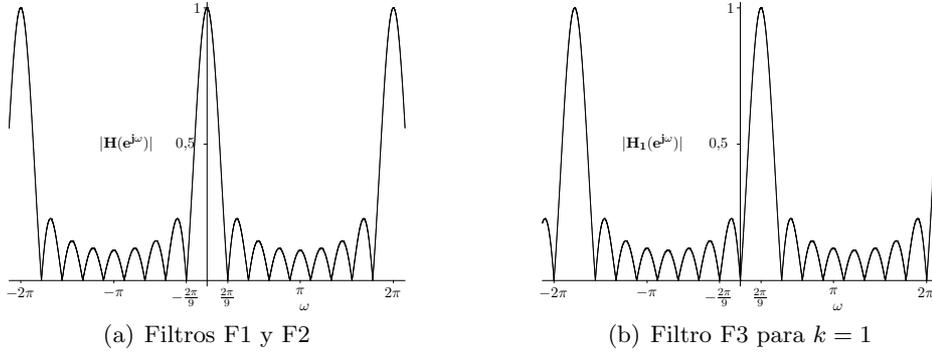


Figura 3.7: Magnitud de la respuesta frecuencial para ventana de análisis rectangular con $N = 9$.

La magnitud de la respuesta frecuencial de la figura 3.7 está de acuerdo con el comportamiento intuitivo esperado de los coeficientes GSSA, los cuales corresponden a un promediado del filtrado selectivo de frecuencia en las componentes armónicas deseadas w_k . Puede verse que el filtro en la figura 3.7(a) obtiene el valor promedio en $w = 0$ de una señal ya que tiene características de pasa bajo de banda estrecha; por lo tanto los coeficientes GSSA pueden obtenerse con una modulación previa que traslade el espectro desde el armónico deseado w_k hasta $w = 0$. Aunque un filtrado ideal GSSA debería dejar pasar sólo la componente armónica deseada, el filtro derivado de una ventana rectangular dejará pasar otras frecuencias aunque efectivamente tendrá ganancia cero en todas las frecuencias armónicas que no se

desean. Para N grande el tamaño de los lóbulos laterales no se hace más pequeño por lo que se requerirían otras funciones ventana si se desea un rechazo mayor.

Debe advertirse también que el comportamiento de la respuesta frecuencial es periódico en ω con período 2π y por tanto frecuencias separadas una distancia 2π son indistinguibles unas de las otras. Aún más, la frecuencia $w_k = \pi$ que se obtiene para $k = N/2$ corresponde a la frecuencia de Nyquist del filtro, significando que toda frecuencia superior a aquella tendrá un *alias* en el espectro como se observa también en la figura 3.7. De este modo, si las señales que pueden entrar al filtro poseen un contenido espectral importante hasta una cierta frecuencia armónica $w_{km} = \frac{2\pi km}{N}$ máxima, es fácil calcular que el número de muestras igualmente espaciadas de la ventana debería ser $N \geq 2km$ para evitar el fenómeno de *aliasing*.

Igual conclusiones se pueden hacer para el filtro F3 de la figura 3.7 (b), el cual es un filtro selectivo de banda estrecha para el armónico k deseado, comprobando que por sí solo permite la extracción de la componente armónica en esa frecuencia sin requerir de una modulación previa. No obstante, también es claro que las señales de salida de tal filtro son sinusoides de la frecuencia del armónico, y que para obtener las componentes GSSA se requiere un traslado del espectro a la frecuencia $w = 0$ mediante un proceso de post-modulación.

En cuanto a la respuesta de fase de los filtros discutidos, puede advertirse de la ecuación (3.5) que el ángulo es $\frac{\omega(N-1)}{2}$ para los filtros F1, F2 y $\frac{(\omega-\omega_k)(N-1)}{2}$ para el filtro F3, presentando un comportamiento de fase periódico que varía linealmente con la frecuencia y que es cero en la frecuencia del promediado GSSA deseado.

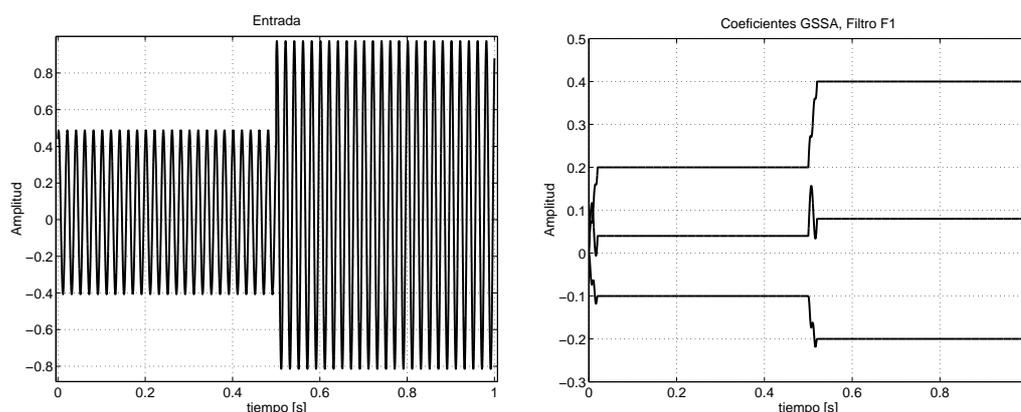
3.6. Resultados de simulación

En esta sección se presentan resultados de simulación en MatLab para verificar el desempeño de los filtros GSSA F1 y F3 seleccionados. Para ello, se ha conformado una señal compuesta por la suma de una onda coseno de amplitud 0,4 a 50 Hz, una onda seno de amplitud 0,2 a 50 Hz y un valor constante de valor 0,04. Tomando como frecuencia fundamental 50 Hz, las componentes GSSA de esta señal compuesta por su definición serían: 0,04 en la componente de frecuencia cero ($k = 0$), $0,4/2 = 0,2$ en la parte real del armónico de primer orden ($k = 1$), y $-0,2/2 = -0,1$ en la parte imaginaria del armónico de primer orden. Para ver el desempeño en tiempo real, se produce un cambio de amplitud en $t = 0,5$ s tal que la señal compuesta se multiplica por 2 y por consiguiente los coeficientes GSSA también se multiplican por 2.

La simulación se hace además con los filtros GSSA operando con aritmética de coma fija en complemento a dos así: coeficientes, datos de entrada y salida del filtro con longitud de palabra de 15 bits más un bit de signo para los tres filtros, sumas y productos con longitud de palabra de 15 bits más un bit de signo para el filtro F1, sumas y productos con longitud de palabra de 15 y 31 bits más un bit de signo para el filtro F3. La adquisición de las señales de entrada al filtro digital se hacen con un mantenedor de orden cero y simulando un convertidor analógico a digital de 11 bits de longitud de palabra más un bit de signo. Se utilizó una frecuencia de muestreo de

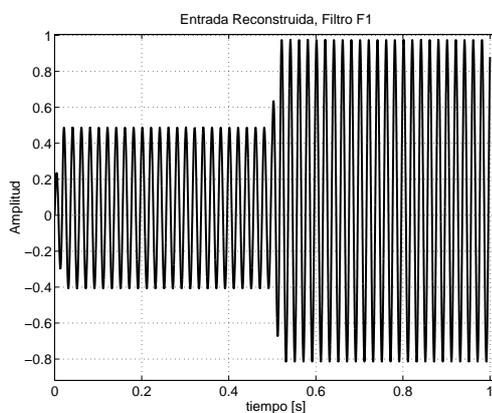
20 kHz que implica un número de muestras por período de la fundamental $N = 400$, y se utilizó *Simulink* como herramienta de simulación con paso de simulación fijo e igual al período de muestreo $T_s = 1/20000$ s.

La figura 3.8 muestra la señal de entrada a los filtros, los coeficientes GSSA obtenidos por el filtro F1 y la reconstrucción de la señal por transformada inversa de los coeficientes de orden cero y uno mediante el cálculo directo de la ecuación (3.1).



(a) Señal de entrada con ruido añadido

(b) GSSA con filtro F1



(c) Reconstrucción de la entrada

Figura 3.8: Resultados de Simulación para el filtro F1.

La figura 3.9 muestra la señal de entrada a los filtros, los coeficientes GSSA obtenidos por el filtro F3 y la reconstrucción de la señal sumando los armónicos de orden cero y uno según la ecuación (3.33) que permite obtener estos armónicos del mismo filtro F3 a partir de la señal $\tilde{X}_s[n]$.

Los resultados de simulación muestran el buen comportamiento de los filtros en cuanto a su respuesta de tiempo real ante un cambio transitorio instantáneo, aunque como se indicó en la sección 3.4, el efecto de los lóbulos laterales no despreciable de

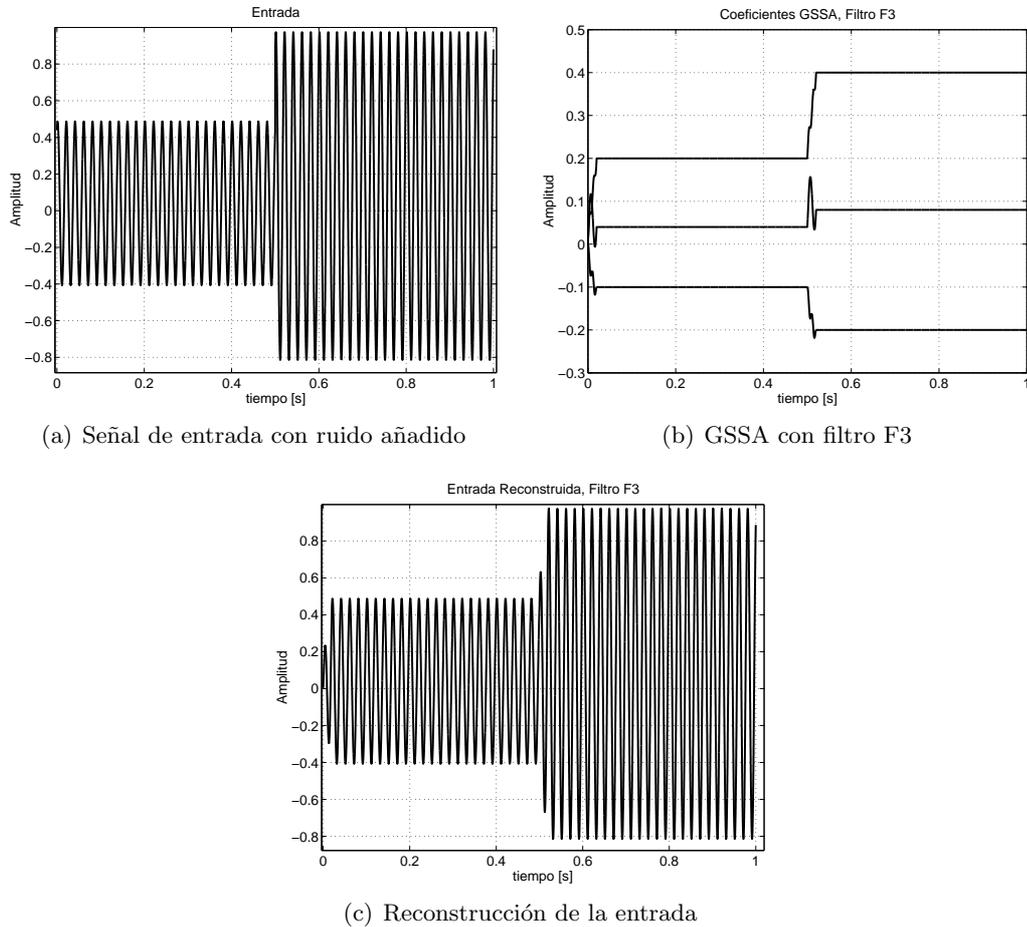


Figura 3.9: Resultados de Simulación para el filtro F3.

la respuesta frecuencial de la ventana rectangular se hace evidente en la respuesta oscilatoria en los cambios de flanco abruptos de la señal de entrada.

Una gráfica superpuesta de los coeficientes GSSA obtenidos con los filtros F1 y F3 muestra que los dos resultados son idénticos. Una gráfica detallada de la respuesta inversa obtenida por el método descrito a partir del filtro F3 muestra que la señal reconstruida difiere de la señal original en un adelantamiento en el tiempo de un período de muestreo como se muestra en la figura 3.10, y era de esperar de la ecuación (3.33).

Para ver el comportamiento del filtro ante una señal entrada no conformada por senoidales puras, se sumó a la misma señal de entrada del experimento anterior una señal de ruido blanco limitado en el ancho de banda de 20 kHz. Los resultados para los filtros F1 y F3 se muestran en las figuras 3.12 y 3.11 respectivamente. Puede observarse que las componentes de ruido en frecuencias superiores a la de Nyquist, que en este caso corresponde a 10 kHz, no son distinguibles de las bajas

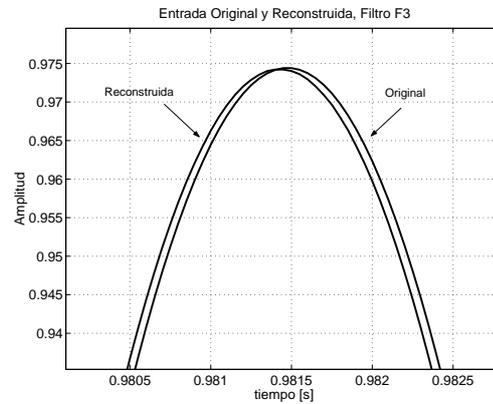


Figura 3.10: Adelanto en la señal $\check{X}_{sR}[n]$ del filtro F3.

y se reflejan en los coeficientes GSSA obtenidos. A pesar de ésto, puede verse que la convergencia en régimen permanente de los filtros GSSA no se ve afectada aún para una señal de ruido con densidad espectral de potencia (potencia de ruido/ancho de banda) de $1 \cdot 10^{-6}$ que corresponde a una amplitud de ruido de 0,14 Vrms que es significativo frente a la señal de entrada que tiene una amplitud de 0,32 Vrms durante los primeros 0,5s, y 0,64 Vrms durante los últimos 0,5s. La simulación se hizo con un procesamiento en aritmética de coma fija en complemento a dos de 31 bits más un bit de signo.

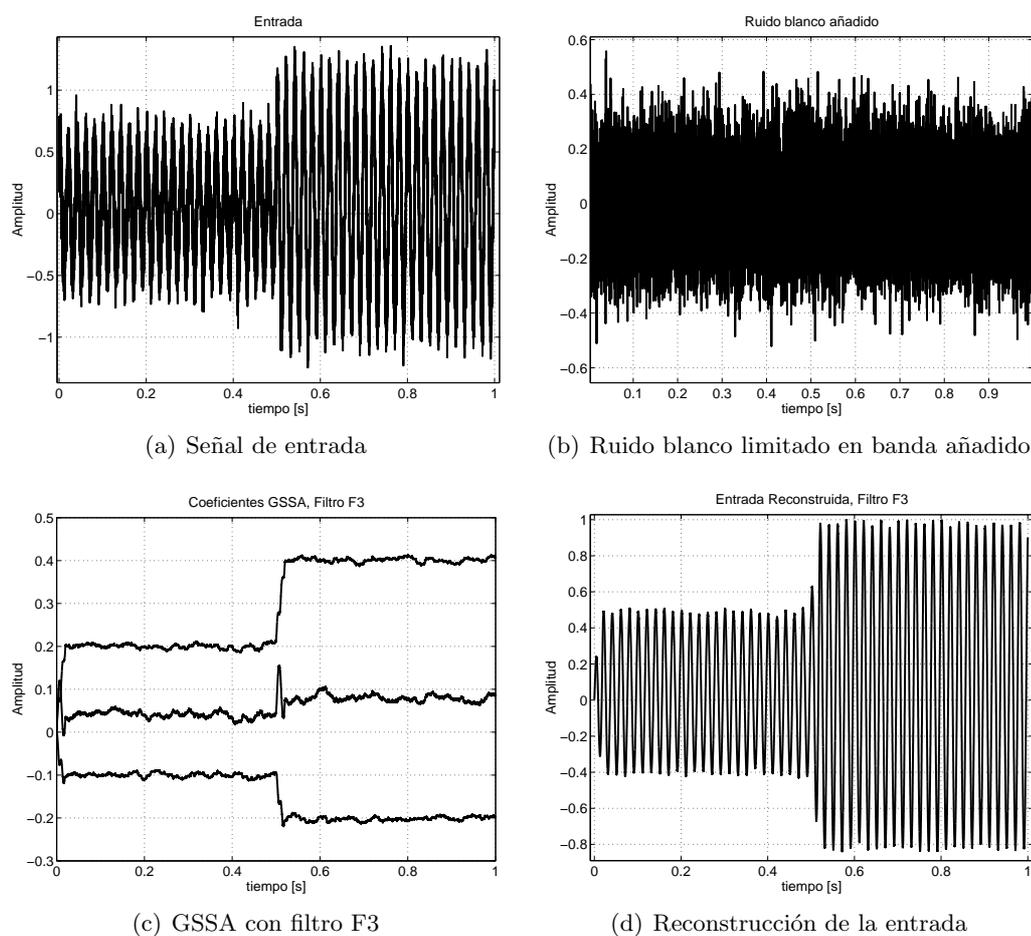


Figura 3.11: Simulación con ruido blanco añadido para el filtro F3.

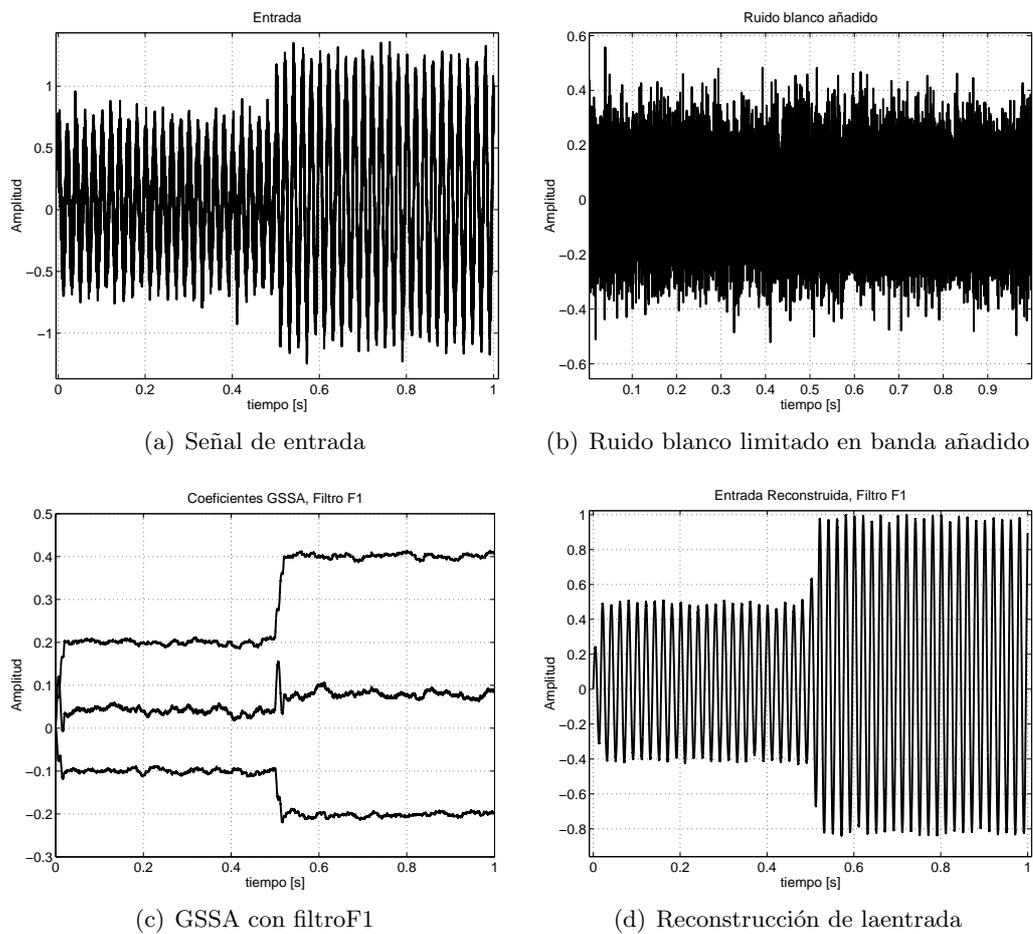


Figura 3.12: Simulación con ruido blanco añadido para el filtro F1.

Capítulo 4

Diseño de controladores para un rectificador AC/DC

En este capítulo se diseñan controladores lineales y no lineales para el rectificador AC/DC de puente completo tipo boost modelado con la técnica GSSA según el esquema de control propuesto en esta tesis.

4.1. Análisis preliminar del sistema

Las dos ecuaciones siguientes describen el comportamiento dinámico del rectificador tipo boost de puente completo de la figura 4.1.

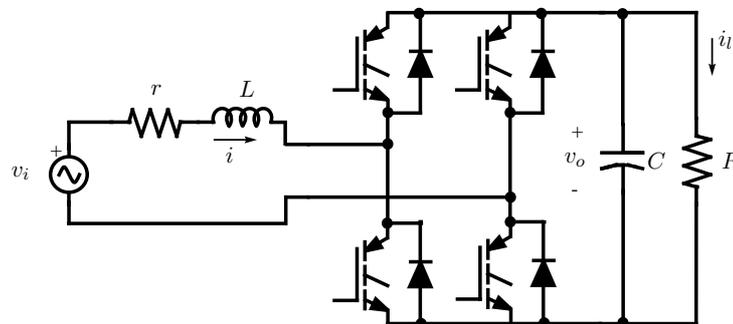


Figura 4.1: Rectificador tipo boost de puente completo.

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{-u(t)}{C} q(t) - \frac{r}{L} \phi(t) + v_i(t) \quad (4.1)$$

$$\frac{dq(t)}{dt} = \frac{u(t)}{L} \phi(t) - i_l(t), \quad (4.2)$$

donde $\phi(t)$ es el flujo magnético a través del inductor L , $q(t)$ es la carga eléctrica en el condensador C , r es una resistencia que modela el efecto resistivo combinado de la resistencia parásita del inductor y la impedancia asociada a la fuente de tensión y los interruptores, $u(t)$ corresponde a una función de la posición de los interruptores que toma valores en el conjunto discreto $\{-1, 1\}$, $i_l(t)$ es la corriente en la carga, $v_i(t) = E \sin(\omega_o t)$ es la fuente de voltaje AC de amplitud E y frecuencia angular $\omega_o = 2\pi f$, siendo f la frecuencia en Hz.

Los objetivos de control pueden resumirse como ¹:

- El valor DC del voltaje de salida $\frac{q(t)}{C}$, $\frac{\langle q(t) \rangle_0}{C}$ debe ser igual a un valor constante deseado $V_d > E$; esto es,

$$\langle q(t) \rangle_0^* = CV_d \quad (4.3)$$

- El factor de potencia del convertidor debe ser igual a uno. Esto significa que en estado estable, la corriente del inductor $\frac{\phi(t)}{L}$ siga a una señal sinusoidal con la misma frecuencia y fase que la fuente de voltaje AC, esto es,

$$\phi^*(t) = LI_d \sin(\omega_o t) \quad (4.4)$$

donde I_d es un valor constante y debe calcularse para cumplir con el primer objetivo mencionado arriba.

Debe notarse que el segundo objetivo de control no corresponde a un problema de seguimiento porque la amplitud I_d , que debe ser la necesaria para lograr el primer objetivo de control, depende de la variable $i_l(t)$ que varía según la carga que es desconocida. Una transformación de variables útil que simplifica subsiguientes desarrollos se obtiene haciendo ² $v = -uq(t)$ y $\mathbf{z} = [\phi(t), \frac{1}{2}q(t)^2]$. El sistema en las nuevas variables es,

$$\begin{aligned} \frac{dz_1(t)}{dt} &= -\frac{rz_1(t)}{L} + \frac{v(t)}{C} + v_i(t) \\ \frac{dz_2(t)}{dt} &= -\frac{v(t)z_1(t)}{L} - i_l(t) \sqrt{2z_2(t)} \end{aligned} \quad (4.5)$$

¹En este capítulo * se utilizará para indicar condiciones de régimen estacionario y no debe confundirse con el operador de conjugación compleja.

²Implementaciones prácticas con esta nueva ley de control requieren un mecanismo de arranque tal que la tensión DC de salida, que es proporcional a $q(t)$, no sea cercana a cero cuando se cierre el lazo.

La energía en los elementos almacenadores L y C en este sistema puede describirse por,

$$H_T(t) = \frac{z_1(t)^2}{2L} + \frac{z_2(t)}{C}. \quad (4.6)$$

Con esta función de energía se puede escribir el modelo como,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{dz_1(t)}{dt} \\ \frac{dz_2(t)}{dt} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & C i_l(t) \sqrt{2} z_2(t) \end{bmatrix} \frac{\partial H_T}{\partial \mathbf{z}}(\mathbf{z}) \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & v(t) \\ -v(t) & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial H_T}{\partial \mathbf{z}}(\mathbf{z}) \\ &+ \begin{bmatrix} v_i(t) \\ 0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

el cual corresponde a un sistema hamiltoniano del tipo *Port Controlled Hamiltonian System* (PCHS) (Ortega et al., 2002) de la forma,

$$\dot{\mathbf{z}} = [J_{\mathbf{T}}(\mathbf{v}) - \mathcal{R}_{\mathbf{T}}(\mathbf{z})] \frac{\partial H_T}{\partial \mathbf{z}}(\mathbf{z}) + g_{\mathbf{T}}, \quad (4.8)$$

donde $J_{\mathbf{T}} = -J_{\mathbf{T}}^T$, $\mathcal{R}_{\mathbf{T}}(\mathbf{x}) = \mathcal{R}_{\mathbf{T}}^T(\mathbf{x}) \geq 0$ son las matrices correspondientes en (4.7) que describen la estructura de interconexión y amortiguamiento. La última desigualdad se obtiene del hecho que $z_2(t)$ corresponde al cuadrado de una función cuyo valor es real, e $i_l(t) \geq 0$ ya que las restricciones físicas de este circuito impiden que el voltaje en la carga sea negativo. El vector $g_{\mathbf{T}}$ modela las perturbaciones externas que en este caso corresponden a la fuente de alimentación de AC.

Antes de construir un modelo GSSA conviene hacer una inspección del contenido armónico de las señales y de la función de energía para el estado estable deseado. Con este propósito, si se asume una carga resistiva R entonces $i_l(t) = \frac{\sqrt{2z_2(t)}}{RC}$ convirtiendo el sistema de la ecuación (4.5) en,

$$\begin{bmatrix} \frac{dz_1(t)}{dt} \\ \frac{dz_2(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{2}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} v(t) + \begin{bmatrix} \frac{v(t)}{C} + v_i(t) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

Si se impone el estado estable deseado en $z_1(t)$, esto es $z_1(t)^* = LI_d \sin(\omega_o t)$, en la ecuación de la primera fila en (4.9) se obtiene el control de estado estable deseado $v(t)^*$, mientras que la solución de la ecuación diferencial para $z_2(t)$ de la segunda fila en (4.9) al ser evaluada cuando t tiende a infinito conduce al valor $z_2(t)^*$ de estado estable resultando en,

$$\begin{aligned} z_2(t)^* &= \alpha_{z_2} + \beta_{z_2} \sin(2\omega_o t + \arctan(\theta_{z_2})) \\ v(t)^* &= -C(E - rI_d) \sin(\omega_o t) + I_d \omega_o LC \cos(\omega_o t), \end{aligned} \quad (4.10)$$

donde,

$$\begin{aligned}\alpha_{z2} &= \frac{I_d RC^2}{4} (E - rI_d) \\ \beta_{z2} &= \frac{I_d RC^2}{4} \sqrt{\frac{(E - rI_d)^2 + (I_d \omega_o L)^2}{1 + (\omega_o RC)^2}} \\ \theta_{z2} &= \frac{(E - rI_d) - \omega_o RC (\omega_o LI_d)}{\omega_o RC (E - rI_d) + \omega_o LI_d}.\end{aligned}$$

El valor del parámetro I_d puede obtenerse notando que α_{z2} es el valor DC deseado para lograr el objetivo de control sobre el voltaje de salida (4.3). Así, $\alpha_{z2} = \frac{C^2 V_d^2}{2}$, llevando a,

$$I_d = \frac{E}{2r} \mp \sqrt{\left(\frac{E}{2r}\right)^2 - \frac{2V_d^2}{rR}}. \quad (4.11)$$

Esta expresión para I_d es la misma que la que se obtiene estableciendo un balance de potencia (Griño et al., 2001), (Escobar et al., 2001). Si bien ambos valores tienen significado físico, se escogerá el signo negativo en dicha ecuación dado que permite la menor amplitud para la corriente implicando menores pérdidas de potencia en el rectificador.

De otro lado, la energía almacenada $H_T(t)$ en el estado estable resulta en,

$$H_T(t)^* = \alpha_H + \beta_H \sin(2\omega_o t + \arctan(\theta_H)), \quad (4.12)$$

donde,

$$\begin{aligned}\alpha_H &= \frac{I_d CR}{4} (E - rI_d) + \frac{LI_d^2}{4} \\ \beta_H &= \frac{\frac{I_d CR}{4} (E - rI_d) + \frac{LI_d^2}{4}}{\sqrt{1 + (\omega_o RC)^2}} \\ \theta_H &= \frac{1}{\omega_o RC}.\end{aligned}$$

De los resultados de estado estable anteriores es posible tener una intuición acerca de los armónicos a seleccionar para obtener un modelo GSSA que describa con suficiente precisión, el comportamiento de las señales relevantes y la energía en el sistema (4.5). Así, de (4.10) se puede seleccionar el primer armónico para modelar el control $v(t)$; la componente DC y el segundo armónico se pueden seleccionar para modelar la variable $z_2(t)$; de (4.4) el primer armónico se puede escoger para modelar la variable $z_1(t)$; y de (4.12) la componente DC y el segundo armónico se pueden seleccionar para modelar la energía $H(t)$. Sin embargo notando también que en la práctica se desea un rizado pequeño en el voltaje de salida, lo cual puede obtenerse

con una adecuada elección del condensador C utilizando las expresiones α_{z_2} y β_{z_2} , por eso los términos β_{z_2} y β_H se pueden despreciar respecto de los términos α_{z_2} y α_H respectivamente. Así, el segundo armónico para las variables $z_2(t)$ y $H(t)$ no se tendrá en cuenta en lo que resta de esta tesis.

4.2. Modelo GSSA del rectificador de puente completo

Utilizando la expresión para la derivada respecto al tiempo de una variable GSSA de la ecuación (2.6), el sistema descrito por la ecuación (4.5) se escribe en términos de las variables GSSA en los armónicos seleccionados descritos en la sección 4.1 como,

$$\begin{aligned}\frac{d\langle z_1 \rangle_1}{dt} &= -\frac{r\langle z_1 \rangle_1}{L} + \frac{\langle v \rangle_1}{C} + \langle v_i \rangle_1 - j\omega_o \langle z_1 \rangle_1 \\ \frac{d\langle z_2 \rangle_0}{dt} &= -\frac{\langle v z_1 \rangle_0}{L} - \langle i_l \sqrt{2} z_2 \rangle_0,\end{aligned}\quad (4.13)$$

habiendo suprimido el argumento t en las variables para simplificar la notación. Teniendo en cuenta el último comentario en la sección 4.1 y también usando la ecuación (2.10) del capítulo 2 para la aproximación de un producto, el producto bilineal $\langle v z_1 \rangle_0$ se puede aproximar como,

$$\langle v z_1 \rangle_0 = 2 (\langle v \rangle_1^R \langle z_1 \rangle_1^R + \langle v \rangle_1^I \langle z_1 \rangle_1^I).$$

Para tratar con el término $\langle i_l \sqrt{2} z_2 \rangle_0$ se puede advertir que $i_l(t) \sqrt{2} z_2(t) = i_l(t)q(t)$ y de nuevo usando (2.10) se tiene,

$$\langle i_l q \rangle_0 = \langle i_l \rangle_0 \langle q \rangle_0 + 2 (\langle i_l \rangle_1^R \langle q \rangle_1^R + \langle i_l \rangle_1^I \langle q \rangle_1^I). \quad (4.14)$$

Con la condición de rizado pequeño de $q(t)$ su contenido armónico será predominantemente de DC y así sus coeficientes complejos de orden uno serán despreciables. Así el coeficiente $\langle z_2 \rangle_0$, ya que $z_2(t) = \frac{1}{2}q(t)q(t)$, puede aproximarse por $\langle z_2 \rangle_0 = \frac{1}{2}(\langle q \rangle_o \langle q \rangle_o)$ y entonces $\langle q \rangle_o = \sqrt{2} \langle z_2 \rangle_o$. Con estas consideraciones puede escribirse,

$$\langle i_l q \rangle_0 = \langle i_l \rangle_0 \sqrt{2} \langle z_2 \rangle_o,$$

con lo que el término $\frac{d\langle z_2 \rangle_0}{dt}$ en la ecuación (4.13) se convierte en,

$$\frac{d\langle z_2 \rangle_0}{dt} = -\langle i_l \rangle_0 \sqrt{2} \langle z_2 \rangle_o - \frac{2}{L} \langle v \rangle_1^R \langle z_1 \rangle_1^R - \frac{2}{L} \langle v \rangle_1^I \langle z_1 \rangle_1^I.$$

Finalmente, descomponiendo la primera ecuación de (4.13) en sus componentes real e imaginaria, el modelo GSSA del sistema definido por la ecuación (4.5) es,

$$\begin{aligned}
\frac{d\langle z_2 \rangle_0}{dt} &= -\langle i_l \rangle_0 \sqrt{2\langle z_2 \rangle_0} - \frac{2}{L} \langle v \rangle_1^R \langle z_1 \rangle_1^R - \frac{2}{L} \langle v \rangle_1^I \langle z_1 \rangle_1^I \\
\frac{d\langle z_1 \rangle_1^R}{dt} &= -\frac{r}{L} \langle z_1 \rangle_1^R + \frac{1}{C} \langle v \rangle_1^R + \omega_o \langle z_1 \rangle_1^I \\
\frac{d\langle z_1 \rangle_1^I}{dt} &= -\frac{r}{L} \langle z_1 \rangle_1^I + \frac{1}{C} \langle v \rangle_1^I - \omega_o \langle z_1 \rangle_1^R - \frac{E}{2}.
\end{aligned} \tag{4.15}$$

El modelo de las ecuaciones (4.15) hace uso de cuatro variables que pueden conocerse mediante la medición de las siguientes variables físicas; la corriente de la carga, el voltaje en la carga (proporcional a la carga del condensador), la corriente del inductor (proporcional al flujo magnético en el inductor), y voltaje de la fuente de AC. Los controladores convencionales requieren la medida de tres de esas variables físicas, el voltaje en la carga, la corriente en el inductor y el voltaje de la fuente de AC. El costo de un sensor adicional para la medida de la corriente en la carga puede ser prohibitivo por lo que la corriente en la carga suele expresarse como función del voltaje en la carga asumiendo una carga resistiva. Esto último, dado el desconocimiento de la carga (que en la práctica puede no ser resistiva y variable), conlleva a los problemas descritos para la obtención de robustez ante variaciones de la carga, complicando el diseño del controlador. En la sección 4.6 sin embargo, se mostrará uno de los aportes importantes de esta investigación que consiste en la obtención de un controlador basado en técnicas de pasividad que logra robustez ante variaciones de la carga a partir del modelo (4.15) midiendo la corriente en la carga cuyo coste se compensa con la no necesidad de medición de la corriente en el inductor.

Definiendo $\mathbf{x} = [\langle z_2 \rangle_0, \langle z_1 \rangle_1^R, \langle z_1 \rangle_1^I]$, $\mathbf{u} = [\langle v \rangle_1^R, \langle v \rangle_1^I]$ como los vectores de estado y de control respectivamente del modelo de la ecuación (4.15), las condiciones de estado estable deseadas en estas variables GSSA se convierten en el punto,

$$\mathbf{x}^* = \left[\frac{C^2 V_d^2}{2}, 0, \frac{-L I_d}{2} \right] \tag{4.16}$$

de aquí que el problema de control en términos del dominio GSSA lleva a un problema de regulación ³ en lugar de la formulación inicial en el dominio del tiempo. El sistema en (4.15) puede escribirse como un PCHS así,

³Nótese que \mathbf{x}^* es dependiente de los parámetros del rectificador dada su dependencia de I_d que es dependiente de los parámetros del rectificador, y en particular de la carga. Así, para cada valor de la carga existe un punto de regulación diferente.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \frac{dx_1(t)}{dt} \\ \frac{dx_2(t)}{dt} \\ \frac{dx_3(t)}{dt} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} C \langle i_l \rangle_0 \sqrt{2x_1} & 0 & 0 \\ 0 & r/2 & 0 \\ 0 & 0 & r/2 \end{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}) \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & -u_1 & -u_2 \\ u_1 & 0 & \frac{\omega_o L}{2} \\ u_2 & -\frac{\omega_o L}{2} & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}) \\
&+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{E}{2} \end{bmatrix}, \tag{4.17}
\end{aligned}$$

o en forma más compacta,

$$\dot{\mathbf{x}} = [J(\mathbf{u}) - \mathcal{R}(\mathbf{x})] \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}) + g, \tag{4.18}$$

donde $J = -J^T$, $\mathcal{R}(\mathbf{x}) = \mathcal{R}^T(\mathbf{x}) \geq 0$ son las matrices adecuadas en (4.17) describiendo las estructuras de interconexión y amortiguamiento, y notando que la última desigualdad es válida por los mismos razonamientos de la sección 4.1. También, g es el vector correspondiente que modela la perturbación externa. Aquí, $H(x)$ corresponde al término DC de la expansión en series de Fourier de la energía $H_T(z)$ en (4.6) en sus componentes armónicas relevantes como se resaltó en la sección 4.1, esto es,

$$\langle H_T(z) \rangle_0 = \frac{1}{C} \langle z_2 \rangle_0 + \frac{1}{L} \langle \phi \rangle_1^{R^2} + \frac{1}{L} \langle \phi \rangle_1^{I^2}, \tag{4.19}$$

o,

$$H(\mathbf{x}) = \frac{1}{C} x_1 + \frac{1}{L} x_2^2 + \frac{1}{L} x_3^2. \tag{4.20}$$

El sistema GSSA en (4.17) preserva la estructura PCH del sistema en (4.7), con la destacable ventaja de un punto fijo como objetivo de control, permitiendo el uso de estrategias simples de regulación.

4.3. Controlador bilineal cuadrático (BLQR)

Considerando a la carga como resistiva, se puede obtener otro modelo del rectificador boost de puente completo notando que $i_l(t) \sqrt{2z_2(t)} = \frac{2}{RC} z_2(t)$ lo que lleva, a la aproximación GSSA $\langle i_l(t) \sqrt{2z_2} \rangle_0 = \frac{2}{RC} \langle z_2 \rangle_0$. Si se usan las variables de voltaje y corriente en lugar de las de carga eléctrica y flujo magnético, definiendo $\delta \mathbf{x} = [\frac{\langle z_2 \rangle_0}{C^2}, \frac{\langle z_1 \rangle_1^R}{L}, \frac{\langle z_1 \rangle_1^I}{L}]$, $\delta \mathbf{u} = [\frac{\langle v \rangle_1^R}{C}, \frac{\langle v \rangle_1^I}{C}]$ como los vectores de estado y de control respectivamente del modelo de la ecuación (4.15) se obtiene,

$$\begin{aligned}
\frac{d\delta x_1}{dt} &= -\frac{2}{RC}\delta x_1 - \frac{2}{C}\delta u_1\delta x_2 - \frac{2}{C}\delta u_2\delta x_3 \\
\frac{d\delta x_2}{dt} &= -\frac{r}{L}\delta x_2 + \frac{1}{L}\delta u_1 + \omega_o\delta x_3 \\
\frac{d\delta x_3}{dt} &= -\frac{r}{L}\delta x_3 + \frac{1}{L}\delta u_2 - \omega_o\delta x_2 - \frac{E}{2L}
\end{aligned} \tag{4.21}$$

correspondiendo $\delta x_1 = \langle \frac{v_o^2(t)}{2} \rangle_0$ a la componente DC de la mitad del voltaje de salida elevado al cuadrado, δx_2 a la parte real del coeficiente GSSA de orden uno de la corriente en el inductor y δx_3 a la parte imaginaria del coeficiente GSSA de orden uno de la corriente en el inductor; por tanto las variables δx_2 y δx_3 del vector de estado en el sistema descrito por la ecuación (4.21) definen al primer armónico de la corriente de línea,

$$i(t)_1 = 2(\delta x_2 \cos(\omega_o t) - \delta x_3 \sin(\omega_o t)) ,$$

con lo que al imponer las condiciones de estado estable deseadas a saber, $\langle v_o(t) \rangle_0 = V_d$ y $i(t)_1 = I_d \sin(\omega_o t)$; el estado estable deseado en las variables GSSA se convierte en el punto,

$$\delta \mathbf{x}^* = \left[\frac{V_d^2}{2}, 0, \frac{-I_d}{2} \right] , \tag{4.22}$$

que al reemplazarse en la ecuación (4.21) con las derivadas igualadas a cero para condición de estado estable llevan a la ley de control de estado estable,

$$\delta \mathbf{u}^* = \left[\frac{\omega_o L I_d}{2}, \frac{E - r I_d}{2} \right] , \tag{4.23}$$

y que también corresponde a los términos complejos de Fourier de orden uno de $\frac{v^*(t)}{C}$ en la ecuación (4.10), como era de esperar.

En forma más compacta, el modelo de la ecuación (4.21) puede escribirse como,

$$\frac{d \delta \mathbf{x}}{dt} = \delta \mathbf{A} \delta \mathbf{x} + \sum_{k=1}^m \delta \mathbf{N}_k \delta u_k \delta \mathbf{x} + \delta \mathbf{B} \delta \mathbf{u} + \mathbf{d} \tag{4.24}$$

donde $\delta \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\delta \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$, $\delta \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\delta \mathbf{N}_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $k = 1, \dots, m$ y $\delta \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ son las matrices apropiadas que describen al sistema.

4.3.1. Teorema de estabilidad de Lyapunov aplicado al problema bilineal

En acuerdo con (Mohler, 1991), el sistema bilineal 4.25 es *estabilizable en el origen* si para cada $\mathbf{x}(t_0) \in \mathcal{D}$ (conteniendo al origen) y cada entorno η del origen, existe un $\mathbf{u}(t)$, $t \geq t_0$, y un intervalo finito de tiempo T tal que la solución resultante $\mathbf{x}(t) \in \eta$

para todo $t \geq t_0 + T$. Aquí se llama \mathcal{D} a una región estabilizable en el origen, y se asume que la solución $\mathbf{x}(t)$ es única y continua.

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \sum_{k=1}^m \mathbf{N}_k u_k \mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}. \quad (4.25)$$

El teorema de Lyapunov afirma que si $\dot{\mathbf{x}}$ es cero en $\mathbf{x} = 0$ para todo t (punto de equilibrio en el origen), y existe una función escalar $V(\mathbf{x})$ con primeras derivadas parciales continuas que satisfagan las siguientes condiciones,

- $V(\mathbf{x})$ es definida positiva
- $\dot{V}(\mathbf{x})$ es definida negativa

Entonces el sistema será *asintóticamente estabilizable en el origen*. Considérese entonces una función de Lyapunov $V(\mathbf{x})$ de forma cuadrática a fin de satisfacer la condición de que $V(\mathbf{x})$ sea definida positiva,

$$\begin{aligned} V &= \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \\ \dot{V} &= \frac{d}{dt}(\mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}) = \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}}, \end{aligned}$$

donde $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{n \times n} > 0$. Escribiendo el producto de $\mathbf{B}\mathbf{u}$ en forma de sumatoria como,

$$\mathbf{B}\mathbf{u} = \sum_{k=1}^m b_k u_k,$$

siendo b_k la columna k de la matriz \mathbf{B} , el sistema de la ecuación 4.25 puede escribirse como,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \sum_{k=1}^m u_k [\mathbf{N}_k \mathbf{x} + b_k]$$

por lo que,

$$\dot{\mathbf{x}}^T = \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T + \sum_{k=1}^m u_k [\mathbf{N}_k \mathbf{x} + b_k]^T$$

y substituyendo en la ecuación para la derivada de la función de Lyapunov se tiene,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \sum_{k=1}^m u_k [\mathbf{N}_k \mathbf{x} + b_k]^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \\ &\quad \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{P} \sum_{k=1}^m u_k [\mathbf{N}_k \mathbf{x} + b_k] \\ &= \mathbf{x}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \mathbf{x} + \sum_{k=1}^m u_k \left([\mathbf{N}_k \mathbf{x} + b_k]^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{P} [\mathbf{N}_k \mathbf{x} + b_k] \right). \end{aligned}$$

Notando que en general, para dos vectores $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^n$ y $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^n$ y una matriz $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, entonces $\mathbf{r}^T \mathbf{P} \mathbf{s}$ es un escalar y se cumple,

$$\mathbf{r}^T \mathbf{P} \mathbf{s} = (\mathbf{r}^T \mathbf{P} \mathbf{s})^T = \mathbf{s}^T \mathbf{P}^T \mathbf{r}.$$

Entonces la derivada de la función de Lyapunov puede escribirse como,

$$\dot{V} = \mathbf{x}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \mathbf{x} + 2 \sum_{k=1}^m u_k [\mathbf{N}_k \mathbf{x} + b_k]^T \mathbf{P} \mathbf{x}$$

sólo si $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T$, esto es, \mathbf{P} es simétrica dado que es una matriz cuadrada. Así, una elección de u_k que hace negativo al término de la sumatoria para cualquier estado \mathbf{x} es,

$$u_k = -\alpha [\mathbf{N}_k \mathbf{x} + b_k]^T \mathbf{P} \mathbf{x}, \quad (4.26)$$

que hace que la derivada de la función de Liapunov sea,

$$\dot{V} = \mathbf{x}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \mathbf{x} - \frac{2}{\alpha} \sum_{k=1}^m u_k^2.$$

Un procedimiento que garantiza que la ley de control de la ecuación (4.26) convierte al sistema bilineal en uno asintóticamente estable en el origen es resolver, siempre que tenga solución, la ecuación de Lyapunov $\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{Q} = 0$ con $\mathbf{Q} > 0$ ya que entonces la derivada de la función de Lyapunov es negativa para todo \mathbf{x} ; y la primera condición del teorema de Lyapunov se cumple dado que todos los autovalores de la matriz \mathbf{P} son positivos. Debe advertirse que si la ecuación de Lyapunov planteada no tiene solución, aún es posible que la ley de control de la ecuación (4.26) pueda hacerse servir dado el término negativo aportado por el control, pero en ese caso la estabilidad será local. Ejemplos de esta posibilidad se encuentran en la referencia (Gutman, 1981).

4.3.2. Modelo del rectificador desplazando el origen

En general, la aparición del vector constante \mathbf{d} en el modelo de la ecuación (4.24) se debe a la presencia de una fuente de energía permanente en el sistema, que en el caso del rectificador bajo estudio corresponde a la fuente de CA $v_i(t)$. Entonces, el estado de equilibrio no es cero y el objetivo de control lleva a un problema de *set-point*, donde se pretende que la salida del sistema alcance una referencia constante en estado estable. Si el problema de *set-point* se convierte en uno de *regulación* en donde el objetivo de control sea alcanzar en estado estable en el origen del espacio del estados, entonces la ley de control de la sección 4.3.1 puede aplicarse directamente. Estableciendo un vector de estados desplazado $\mathbf{x} = \delta \mathbf{x} - \delta \mathbf{x}^*$ y un vector de control desplazado $\mathbf{u} = \delta \mathbf{u} - \delta \mathbf{u}^*$, el punto de operación $\delta \mathbf{x}^*$ tal como se definió en (4.22) se desliza al origen en el nuevo estado desplazado \mathbf{x} . Así, el modelo GSSA de

las ecuaciones (4.21) en las nuevas variables desplazadas puede llevarse a la forma estándar de la ecuación (4.25), donde las matrices correspondientes son,

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -\frac{2}{RC} & -\frac{\omega_o L}{2rC} \left(E - \sqrt{\frac{E^2 R - 8V_d^2 r}{R}} \right) & -\frac{1}{4C} \left(E + \sqrt{\frac{E^2 R - 8V_d^2 r}{R}} \right) \\ 0 & -\frac{r}{L} & \omega_o \\ 0 & -\omega_o & -\frac{r}{L} \end{bmatrix} \\
\mathbf{N}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{2}{C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{N}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{2}{C} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2rC} \left(E - \sqrt{\frac{E^2 R - 8V_d^2 r}{R}} \right) \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix}. \tag{4.27}
\end{aligned}$$

4.3.3. Obtención del controlador BLQR

Para el diseño del controlador se requiere poder encontrar una matriz \mathbf{P} que satisfaga dos condiciones: que sea definida positiva y que resuelva la ecuación de Lyapunov $\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{Q} = \mathbf{0}$, con $\mathbf{Q} > \mathbf{0}$ una matriz que puede escogerse arbitrariamente. La opción más simple es hacer $\mathbf{Q} = \beta \mathbf{I}$, con $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la matriz identidad y $\beta > 0$. Dado que los autovalores de la matriz \mathbf{A} son $\left[-\frac{2}{RC}, \frac{-r + \omega_o L}{L}, \frac{-r - j\omega_o L}{L} \right]$ y tienen parte real negativa ya que los elementos resistivos son positivos; entonces la solución \mathbf{P} de la ecuación de Lyapunov tiene solución única (este es un conocido corolario del teorema de Lyapunov, por ejemplo ver (Chen, 1984)) y será definida positiva. Tal solución puede encontrarse incluso simbólicamente para matrices de pequeña dimensión usando el cálculo de Kronecker (Weinmann, 1991) y programas para solución simbólica de sistemas de ecuaciones lineales como los que provee el manipulador simbólico *MAPLE V*. No obstante, la ecuación (4.27) evidencia la dependencia de la solución \mathbf{P} de la resistencia de carga R en la matriz \mathbf{A} (y obviamente de todos los parámetros del convertidor), que en la práctica es variable y desconocida. Esto hace que el control de la ecuación (4.26) sea también función de la carga desconocida R , con lo que la robustez deseada ante variaciones de la carga no es posible con esta simple ley de control. Aún más, ya que la ley de control BLQR logra estabilidad en el punto $\mathbf{x} = \mathbf{0}$, entonces se obtiene $\delta \mathbf{x} = \delta \mathbf{x}^*$ que según la ecuación (4.22) implica $\delta x_3 = \frac{-I_d}{2}$ que es dependiente, en particular, de la carga. Así, si la carga R es variable, no existe un punto fijo conocido a regular para la variable x_3 con lo que el problema debería cambiarse a la obtención de una una función de Lyapunov que garantice estabilidad global asintótica del vector reducido $[x_1, x_2]$ mientras se permite que x_3 tenga propiedades de estabilización en algún punto libre de equilibrio,

problema que puede ser más difícil de resolver.

4.3.4. Resultados de simulación

El regulador se simuló en el esquema propuesto usando *Matlab* y *Simulink* para datos de un rectificador real ⁴ con parámetros: $E = 68,16$ V, $r = 0,42$ Ω , $L = 2,7$ mH, $C = 1400$ μ F, objetivo de tensión DC deseado $V_d = 148$ V, modulación PWM con frecuencia de conmutación de los interruptores $f_s = 20$ kHz que es la misma de adquisición de datos. Siguiendo el procedimiento descrito con una carga nominal $R_n = 120$ Ω , y utilizando una matriz $\mathbf{Q} = \mathbf{I}$ se obtiene la solución \mathbf{P} para la ley de control de la ecuación (4.26) mediante la función `lyap` de *Matlab*,

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0,0421 & 4,4802 & -3,0530 \\ 4,4802 & 512,4232 & -326,6282 \\ -3,0530 & -326,6282 & 233,9541 \end{bmatrix}.$$

El parámetro de diseño se escoge empíricamente buscando una respuesta transitoria adecuada en $\alpha = 2,2674 \cdot 10^{-8}$ y los resultados de simulación utilizando aritmética de coma fija pueden verse en la figura 4.2, donde se muestra el valor de la tensión $v_o(t)$ de salida y el voltaje de alimentación de AC $v_i(t)$ comparado con la corriente de línea $i_l(t)$ cerca de los instantes de cambio de carga.

Como se esperaba, el controlador BLQR obtenido logra el objetivo de control para la carga nominal (hasta $t = 1$ s) pero no puede mantener la tensión deseada ante un cambio en la carga dado que los objetivos combinados para x_1^* y x_3^* del modelo de carga nominal son contradictorios en la nueva carga. Obsérvese que, sin embargo, el control puede mantener la fase correcta de la corriente de línea ya que el objetivo $x_2^* = 0$ no depende del valor de la carga. No obstante la falta de robustez a variaciones de la carga, los resultados de simulación permiten validar el esquema general de control basado en GSSA propuesto en esta tesis y el correcto desempeño de los filtros de Fourier para control en lazo cerrado.

4.4. Controlador Óptimo Cuadrático

A pesar de la naturaleza bilineal del rectificador boost de puente completo, un modelo más simple derivado de la linealización alrededor del punto de equilibrio deseado del modelo bilineal GSSA da la oportunidad de explorar el desempeño del esquema propuesto usando probadas técnicas de regulación válidas para sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) como es el caso a resolver en variables GSSA. En particular, se desea aumentar una acción integral tal que pueda compensar los errores permanentes de estado estacionario ante un cambio no transitorio de la resistencia de carga R . En sistemas lineales este problema puede resolverse por

⁴Los detalles sobre el montaje de simulación y la planta real se presentan en el capítulo 5.

⁵Fuente de alimentación AC con amplitud reducida en escala para mejor comparación con la corriente de línea.

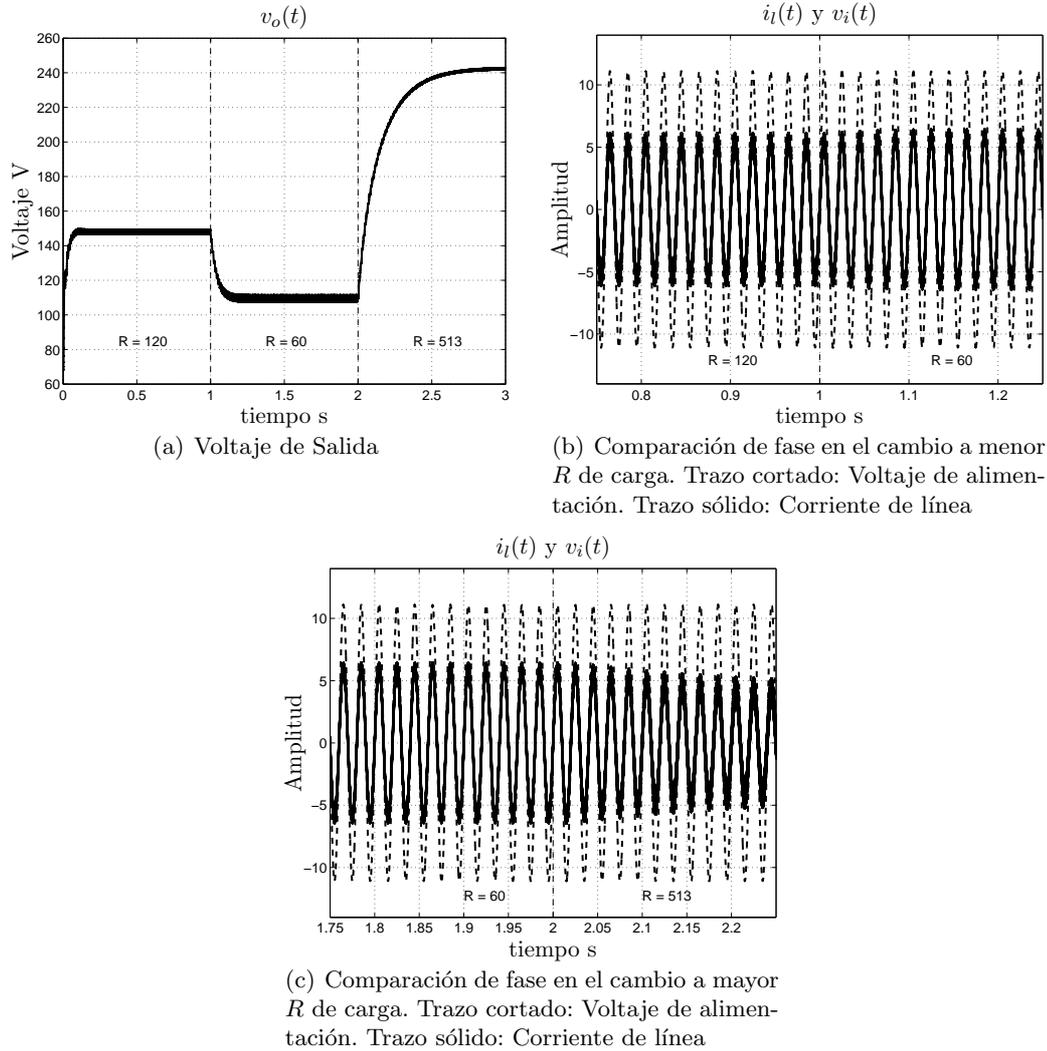


Figura 4.2: Resultados de simulación para el controlador BLQR ⁵.

el método de realimentación lineal de estados (controladores de la forma $\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t)$), el cual ha sido ampliamente estudiado existiendo métodos reglados para el caso MIMO, distinguiéndose los diseños de asignación de autovalores y los diseños óptimos. En esta sección se considerará un diseño óptimo cuadrático por las razones que serán evidentes después.

4.4.1. Linealización del modelo GSSA

La linealización del modelo en la ecuación 4.21 puede hacerse definiendo los mismos vectores desplazados al origen utilizados en la sección 4.3; $\mathbf{x} = \delta\mathbf{x} - \delta\mathbf{x}^*$ y $\mathbf{u} = \delta\mathbf{u} - \delta\mathbf{u}^*$ correspondiendo al vector de estado desplazado y el vector de control desplazado

respectivamente, que permiten que el punto de equilibrio deseado $\delta \mathbf{x}^*$ tal como se definió en la ecuación (4.22) se desplace al origen en el nuevo estado desplazado \mathbf{x} . Entonces, la operación de linealización alrededor del punto de equilibrio deseado en el sistema de la forma $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ es (Skogestad and Postlethwaite, 1998),

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}\right)^* \partial \mathbf{x} + \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}}\right)^* \partial \mathbf{u} \quad (4.28)$$

llevando al sistema linealizado,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \frac{dx_3}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-2}{RC} & \frac{-2u_1^*}{C} & \frac{-2u_2^*}{C} \\ 0 & \frac{-r}{L} & \omega_o \\ 0 & -\omega_o & \frac{-r}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{-2x_2^*}{C} & \frac{-2x_3^*}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Se diseñará un regulador para una carga nominal $R = R_n$ que define una planta nominal en el sistema de la ecuación (4.29). Los objetivos de regulación serán entonces mantener la salida medida $\mathbf{y} = [x_1, x_2, x_3]$ igual a $[0, 0, x_3]$ permitiendo que x_3 se estabilice en algún punto del estado estable. La planta nominal a considerar se puede describir en el espacio de estados como,

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (4.30)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x}, \quad (4.31)$$

siendo \mathbf{A} y \mathbf{B} las matrices adecuadas en la ecuación (4.29) con $R = R_n$, y \mathbf{C} la matriz identidad en $\mathbb{R}^{3 \times 3}$.

El control óptimo cuadrático busca una ley para el vector de control $\mathbf{u}(t)$ que minimice un índice de desempeño cuadrático que puede ser de la forma,

$$J(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) = \int_t^T [\mathbf{x}^T(\tau) \mathbf{Q} \mathbf{x}(\tau) + \mathbf{u}^T(\tau) \mathbf{R} \mathbf{u}(\tau)] d\tau,$$

donde $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$; y $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ son matrices semi-definida y definida positivas respectivamente. El control que se obtiene es lineal y puede escribirse como $\mathbf{u} = -\mathbf{K}(t)\mathbf{x}(t)$, donde $\mathbf{K}(t) \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Si el control actúa sin restricción de tiempo alcanzando un estado estacionario, entonces $\mathbf{K}(t)$ llega a ser una constante y el índice de desempeño tiene límites $0 \leq \tau < \infty$. En tal caso la solución del regulador óptimo cuadrático (Kirk, 1970) es,

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P},$$

con \mathbf{P} , la solución de la ecuación algebraica de Riccati,

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} = 0, \quad (4.32)$$

si tal solución existe. Un punto a favor del control óptimo es que la función de desempeño permite penalizar o premiar ciertos comportamientos de la dinámica, lo cual no es del todo claro en sistemas complejos por asignación de autovalores. En particular, la matriz \mathbf{Q} pesa la importancia relativa de un error durante el proceso de control y \mathbf{R} pesa el esfuerzo de control necesario. En el problema del rectificador en cuestión, la matriz \mathbf{Q} permitirá que el control resultante ejerza una acción correctora del error de estado más fuerte en las variables que son de interés $[x_1 x_2]$, en tanto que puede darse una importancia muy baja a los errores sobre la variable x_3 , al tiempo que garantiza la estabilidad del estado, como se requiere.

4.4.2. Aumento del sistema con un integrador

Ya que una realización práctica del esquema de control implica la realización mediante un procesamiento digital, conviene diseñar el controlador para tiempo discreto. El procedimiento empleado aquí sigue el procedimiento en (Ogata, 1996). Considérese el esquema de control de la figura 4.3 donde se ha realimentado la salida que quiere regularse (en el caso del rectificador, $[x_1 x_2]$) de regreso a la entrada y se ha insertado un integrador en el camino directo. Referente al mismo esquema debe notarse que el integrador discreto en este caso se ha modelado con un acumulador cuya salida actual es la suma del valor acumulado con la nueva entrada, y cuya función de transferencia en el dominio de z está dada por $\frac{1}{1-z^{-1}}$ que podría pensarse como la función de transferencia que define la integración por el método de Euler $\frac{T_s}{1-z^{-1}}$ con el período de muestreo T_s implícito en la ganancia del integrador. Desde luego, si se prefiere pueden utilizarse otros modelos para el integrador discreto introduciendo los correspondientes cambios en los desarrollos que siguen. De otro lado, en lo que sigue también se considerará que en la figura 4.3 se hace $\mathbf{r}[n] = 0$ si se han desplazado las variables al origen del espacio definido por el vector de estado \mathbf{x} . Entonces la representación del espacio de estado para el regulador la figura 4.3 está dado por ⁶,

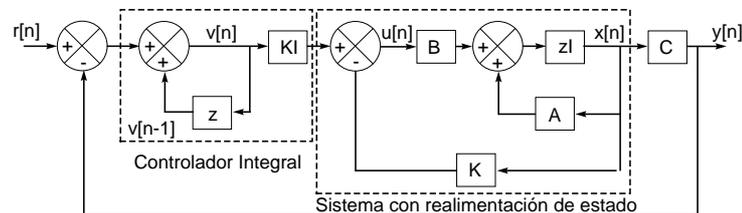


Figura 4.3: Regulador lineal discreto con acción integral.

⁶Se ha abusado de la simplificación de la notación y se debe entender que \mathbf{A} y \mathbf{B} en este apartado son las que corresponden a un modelo discretizado.

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}[n+1] &= \mathbf{A} \mathbf{x}[n] + \mathbf{B} \mathbf{u}[n] \\
\mathbf{y}[n] &= \mathbf{C} \mathbf{x}[n] \\
\boldsymbol{\nu}[n] &= \boldsymbol{\nu}[n-1] - \mathbf{y}[n] \\
\mathbf{u}[n] &= -\mathbf{K} \mathbf{x}[n] + \mathbf{K}_I \boldsymbol{\nu}[n].
\end{aligned}$$

Ya que,

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\nu}[n+1] &= \boldsymbol{\nu}[n] - \mathbf{y}[n+1] \\
&= \boldsymbol{\nu}[n] - \mathbf{C}(\mathbf{A} \mathbf{x}[n] + \mathbf{B} \mathbf{u}[n]) \\
&= -\mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{x}[n] + \boldsymbol{\nu}[n] - \mathbf{C} \mathbf{B} \mathbf{u}[n],
\end{aligned}$$

se tiene,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}[n+1] \\ \boldsymbol{\nu}[n+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} \mathbf{A} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}[n] \\ \boldsymbol{\nu}[n] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ -\mathbf{C} \mathbf{B} \end{bmatrix} \mathbf{u}[n],$$

y definiendo,

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}[n+1] \\ \boldsymbol{\nu}[n+1] \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} \mathbf{A} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ -\mathbf{C} \mathbf{B} \end{bmatrix}, \\
\hat{\mathbf{K}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{K} & -\mathbf{K}_I \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

entonces en forma compacta las ecuaciones para el sistema aumentado y el nuevo control son,

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{B}} \mathbf{u} \quad (4.33)$$

$$\mathbf{u} = -\hat{\mathbf{K}} \hat{\mathbf{x}} \quad (4.34)$$

4.4.3. Resultados de simulación

La matriz $\hat{\mathbf{K}}$ se halla resolviendo la ecuación de Riccati (4.32) mediante la función `dlqr` de *Matlab*, previa discretización del sistema en la ecuación (4.33), y con el índice de desempeño discreto de estado estacionario,

$$J = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} [\hat{\mathbf{x}}^T[n] \mathbf{Q} \hat{\mathbf{x}}[n] + \mathbf{u}^T[n] \mathbf{R} \mathbf{u}[n]],$$

donde las matrices \mathbf{Q} y \mathbf{R} (con nuevas dimensiones aumentadas), pueden fijarse de inicio como diagonales definidas positivas y eligiendo el peso para la variable x_3 mucho menor que el asignado a las otras variables. Si bien la matriz $\hat{\mathbf{K}}$ obtenida lleva a un control estable, debe seguirse un proceso de ensayo y error principalmente sobre

la elección de la matriz Q a fin de que las ganancias obtenidas sobre cada variable de estado lleven a una adecuada respuesta transitoria y no produzcan saturación en la amplitud del mando final sobre el PWM que está restringida al rango $(-1, 1)$. Siguiendo el procedimiento descrito para un rectificador real ⁷ con parámetros: $E = 68,16$ V, $r = 0,42$ Ω , $L = 2,7$ mH, $C = 1400$ μ F, objetivo de tensión DC deseado $V_d = 148$ V, modulación PWM con frecuencia de conmutación de los interruptores $f_s = 20$ kHz que es la misma de adquisición de datos y una carga nominal $R_n = 120$ Ω , se utilizaron las matrices diagonales de pesado,

$$\mathbf{Q} = 1 \cdot 10^{-12} \text{diag}([1 \ 10 \ 0,001 \ 1 \ 10]) ,$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}([1 \ 1]) ,$$

donde el operador $\text{diag}(\mathbf{vec})$ conforma la matriz diagonal cuyo vector diagonal principal es \mathbf{vec} ; entonces la solución de la ecuación de Riccati (4.32) para el sistema de la planta discretizada y aumentada con acción integral de la ecuación (4.33) arroja ,

$$\mathbf{K} = 1 \cdot 10^{-3} \begin{bmatrix} 0,592148 & 62,31753 & -43,56498 & -0,00083 & -0,00176 \\ -0,36403 & -37,90121 & 27,11816 & 0,00055 & -0,00263 \end{bmatrix} .$$

El regulador se simuló en el esquema propuesto usando *Matlab* y *Simulink*. Utilizando la ley de control de la ecuación (4.33) se obtienen los resultados de simulación de la figura (4.4). Se muestran las gráficas del comportamiento del voltaje de salida DC y de la corriente de línea comparada con la fuente de alimentación AC cerca de los instantes de cambio de carga.

Nótese que se logran los objetivos de control incluso con cambios de carga. Para la simulación se utilizó la ley de control ideal para la carga nominal en lazo abierto durante los primeros $t < 0,1$ s antes de cerrar el lazo a fin de llevar a las variables cerca del punto de equilibrio alrededor del cual se encuentra linealizado el modelo GSSA. Esta ley de control proporcional con acción integral es sencilla de implementar con las destacables ventajas de tener un diseño de un solo lazo que contempla los dos objetivos de control y con el efecto de filtrado que permite extraer las propiedades de la corriente de línea (dinámica predominante en los 50 Hz) y el voltaje de salida DC (dinámica predominante en 0 Hz), ya implícito en el modelo GSSA.

4.5. Controlador Basado en H_∞

La planta nominal de la ecuación (4.30) podría describirse en el dominio de la frecuencia compleja (denotada por s) como, $\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}$ donde \mathbf{I} es la matriz identidad con las dimensiones apropiadas. Esta descripción permite centrarse en las funciones de transferencia de interés en lugar de todo el espacio de

⁷Los detalles sobre el montaje de simulación y la planta real se presentan en el capítulo 5.

⁹Fuente de alimentación AC con amplitud reducida en escala para mejor comparación con la corriente de línea.

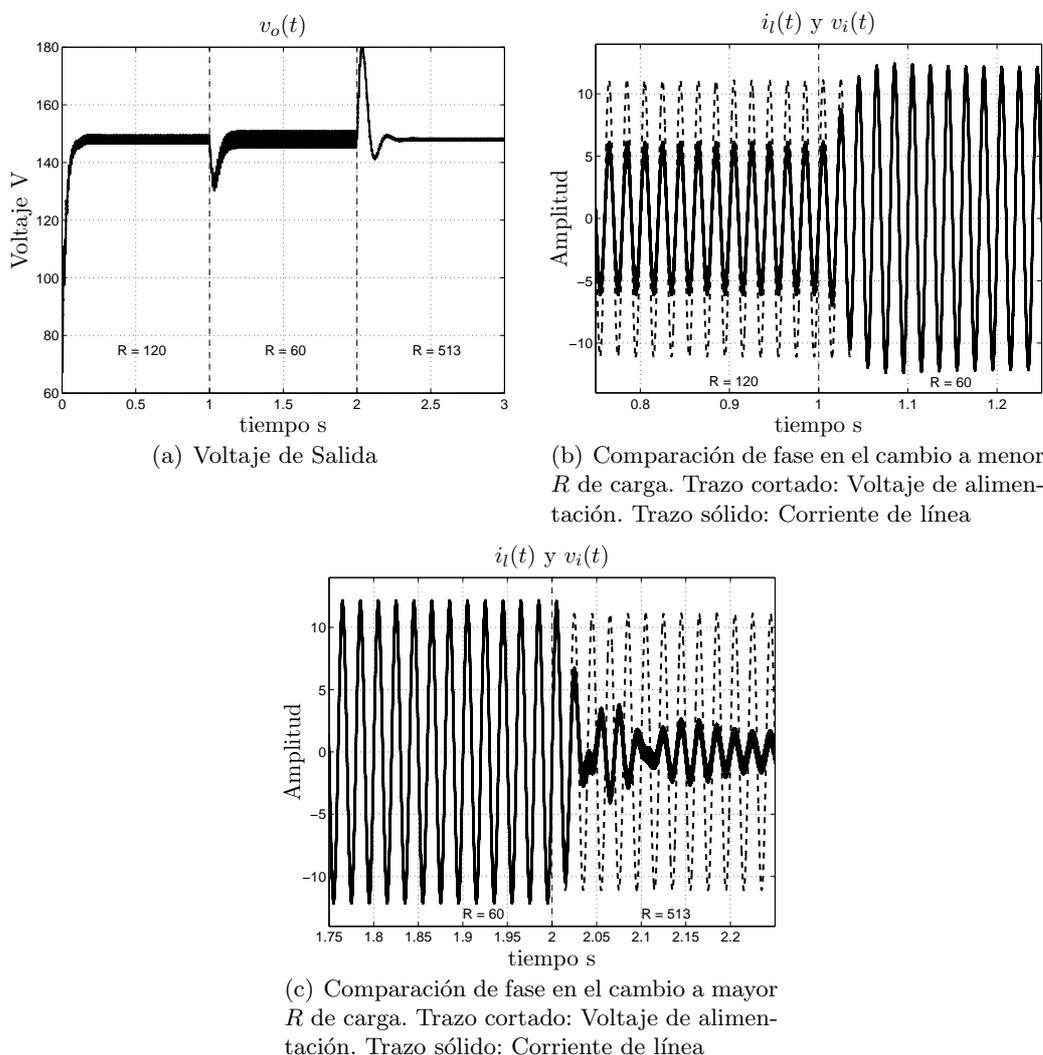


Figura 4.4: Resultados de simulación para el controlador óptimo cuadrático con acción integral ⁹.

estados de los ejemplos previos. En esta sección se buscará un controlador robusto ante variaciones de la carga fijando de antemano propiedades deseables sobre la función de transferencia de lazo cerrado mediante el enfoque conocido en la literatura como *Mixed-Sensitivity H_∞ singular-value loop-shaping approach* (detalles sobre esta técnica pueden consultarse en (Chiang and Safonov, 1992)). Considérese el diagrama en bloques del sistema de control multivariable realimentado de la figura 4.5. Las matrices de las funciones de transferencia de lazo cerrado desde cada una de las salidas a las entradas \mathbf{e} (error de seguimiento), \mathbf{u} (entrada de la planta) e \mathbf{y} (salida de la planta) son $\mathbf{S}(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{L}(s))^{-1}$, $\mathbf{R}(s) = \mathbf{K}(s)(\mathbf{I} + \mathbf{L}(s))^{-1}$ y $\mathbf{T}(s) = \mathbf{L}(s)(\mathbf{I} + \mathbf{L}(s))^{-1} = \mathbf{I} - \mathbf{S}(s)$ respectivamente, con $\mathbf{L}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)$ y $\mathbf{K}(s)$

el controlador a diseñar. Ya que \mathbf{S} también corresponde a la matriz de funciones de transferencia desde el disturbio d a salida de la planta y , recibe el nombre de función de sensibilidad y por lo tanto a $\mathbf{T}(s)$ también se le llama función de sensibilidad complementaria.

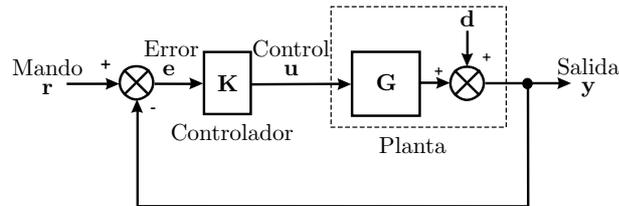


Figura 4.5: Diagrama en bloques del sistema multivariable realimentado.

En la práctica los modelos de los sistemas pueden tener parámetros inciertos (como es el caso del modelo GSSA obtenido en el caso principalmente de la carga R y la resistencia de pérdidas r) y además tener incertidumbres debidas a dinámicas no modeladas, especialmente en altas frecuencias, ya sea por desconocimiento o por haber sido despreciadas explícitamente (como es el caso del modelo GSSA obtenido por truncamiento de términos de las series de Fourier). Ambos tipos de incertidumbre suelen agruparse (*lumped uncertainty*) en un solo tipo y representarse mediante una incertidumbre multiplicativa ficticia Δ_M , como en la figura 4.6. Como se muestra en la misma figura, la incertidumbre Δ_M se modela más efectivamente mediante una función de pesado \mathbf{W}_I que tiene respuesta en frecuencia con forma de filtro pasa-alto, en cascada con una incertidumbre Δ_I con la propiedad $\|\Delta_I\|_\infty \leq 1$. De otro lado, los disturbios d generalmente corresponden a ruido que cae dentro del ancho de banda de la planta.

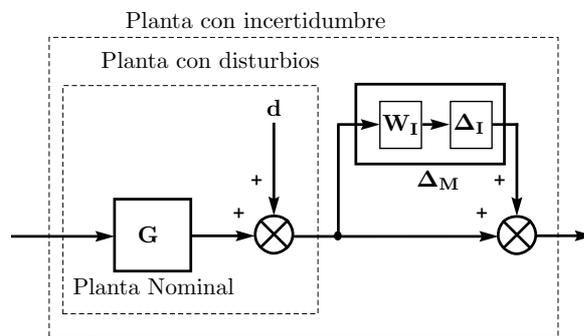


Figura 4.6: Representación de la incertidumbre debida a parámetros inciertos y a dinámicas no modeladas.

4.5.1. Singular-value loop-shaping

La conocida técnica de diseño *Loop-Shaping* para sistemas SISO (Doyle et al., 1992) mediante la cual se fija gráficamente el comportamiento deseado de la respuesta en frecuencia de lazo cerrado puede extenderse fácilmente al caso MIMO utilizando la descomposición en valores singulares (SVD) de las matrices que describen las funciones de transferencia del sistema (Skogestad and Postlethwaite, 1998). Para tal efecto, primero se conforma el diagrama de Bode de la descomposición en valores singulares (SVD) de las funciones de sensibilidad y sensibilidad complementaria. En lo que sigue se usará la siguiente notación: dada una matriz de ganancia $\mathbf{G}(j\omega)$ en un sistema MIMO, $\bar{\sigma}(\mathbf{G})$ denota el máximo valor singular la matriz de ganancia y significa la máxima ganancia posible para cualquier dirección del vector de entrada, y $\underline{\sigma}(\mathbf{G})$ denota el mínimo valor singular de la matriz de ganancia y significa la mínima ganancia posible para cualquier dirección del vector de entrada. Un diagrama de Bode SVD dibuja en una sola gráfica la amplitud de las funciones $\bar{\sigma}(G)$ y $\underline{\sigma}(G)$ como función de la frecuencia ω . Para el sistema en lazo cerrado son deseables las siguientes características,

- Para mejorar el rechazo de disturbios se debe reducir $\bar{\sigma}(S)$.
- Para disminuir la sensibilidad a los errores en el modelado se debe reducir $\bar{\sigma}(S)$.
- Para mejorar estabilidad robusta en presencia de una perturbación de salida multiplicativa se debe reducir $\bar{\sigma}(T)$.
- Para disminuir la sensibilidad al ruido del sensor se debe reducir $\bar{\sigma}(T)$.
- Para reducir la energía del control se debe reducir $\bar{\sigma}(KS)$.
- Para seguimiento de una referencia se debe tener $\bar{\sigma}(T) \approx \underline{\sigma}(T) \approx 1$.

La técnica de *Loop-Shaping* saca provecho del hecho que las características deseables de lazo cerrado de arriba, sobre rangos específicos de frecuencias pueden ser aproximadas por la función de transferencia de lazo abierto $L(j\omega)$ así,

- Para rechazo de disturbios hacer $\underline{\sigma}(L)$ grande; válido para frecuencias donde $\underline{\sigma}(L) \gg 1$.
- Para atenuación del ruido de sensores hacer $\bar{\sigma}(L)$ pequeño; válido para frecuencias donde $\bar{\sigma}(L) \ll 1$.
- Para seguimiento de una referencia hacer $\underline{\sigma}(L)$; válido para frecuencias donde $\underline{\sigma}(L) \gg 1$; para estabilidad robusta a una perturbación de salida multiplicativa hacer $\bar{\sigma}(L)$ pequeño; válido para frecuencias donde $\bar{\sigma}(L) \ll 1$

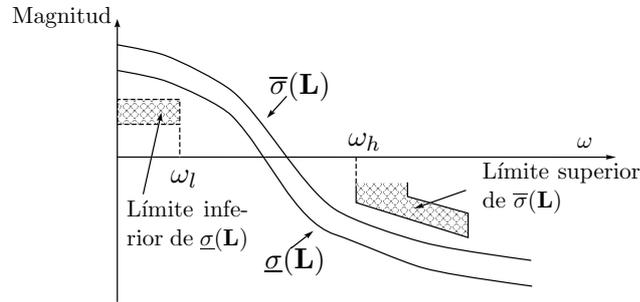


Figura 4.7: Conformación de la función de transferencia de lazo abierto.

Definiendo la frecuencia de *ancho de banda* ω_B como aquella en la cual $1/\bar{\sigma}(S(j\omega_B)) = \sqrt{2}$; bajas frecuencias como aquellas donde $0 \leq \omega \leq \omega_l \leq \omega_B$ y altas frecuencias como aquellas donde $\omega_B \leq \omega_h \leq \omega \leq \infty$, entonces los requerimientos de lazo abierto de arriba pueden establecerse gráficamente como en la figura 4.7.

La conformación de tal desempeño se puede realizar introduciendo: una función de pesado $\mathbf{W}_1^{-1}(j\omega)$ que determina el umbral superior de la función de sensibilidad $\mathbf{S}(j\omega)$; y una función de pesado $\mathbf{W}_3^{-1}(j\omega)$ que determina el umbral superior de la función de sensibilidad complementaria $\mathbf{T}(j\omega)$. $\mathbf{W}_1^{-1}(j\omega)$ tiene forma de filtro pasa-alto y su frecuencia de corte ω_l se establece cerca del ancho de banda de lazo cerrado deseado (lo suficientemente grande como para que la dinámica resultante no sea demasiado lenta), siendo su máxima atenuación el umbral inferior deseado de la función de sensibilidad. $\mathbf{W}_3^{-1}(j\omega)$ tiene forma de filtro pasa-bajo y debe tener una frecuencia de corte $\omega_h > \omega_l$ inferior a la frecuencia de las perturbaciones (por canal) para que las señales de ruido sean rechazadas efectivamente. Así, el problema a resolver consiste en obtener un control estabilizante sujeto a la restricción de garantizar el logro simultáneo de los umbrales para las dos funciones de sensibilidad definidos como,

$$\begin{aligned} |\mathbf{S}(j\omega)| &< |\mathbf{W}_1^{-1}(j\omega)| \\ |\mathbf{T}(j\omega)| &< |\mathbf{W}_3^{-1}(j\omega)|, \end{aligned} \quad (4.35)$$

4.5.2. Sensibilidad mixta y problema de control robusto

En la literatura suele utilizarse una formulación estándar para los problemas de control robusto cuya solución ha sido ampliamente estudiada y por tanto conviene describir el problema de *Loop-Shaping* de la ecuación (4.35) dentro de este estándar. Para ello las funciones de pesado que conforman la respuesta en frecuencia deseada se incluyen dentro de la planta aumentada de la figura 4.8 en la cual es fácil advertir las siguientes funciones de transferencia,

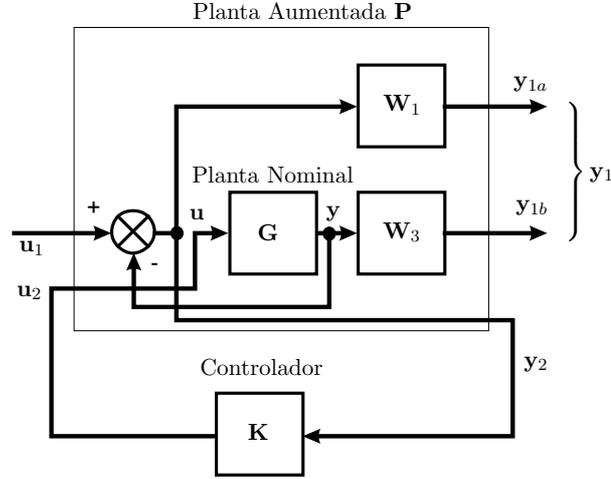


Figura 4.8: Planta aumentada para *Loop-Shaping*.

$$\mathbf{T}_{y_1 u_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \mathbf{S} \\ \mathbf{W}_3 \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{T}_{\hat{y} \hat{u}} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 & -\mathbf{W}_1 \mathbf{G} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_3 \mathbf{G} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{G} \end{bmatrix},$$

donde $\hat{y} = [y_1 \ y_2]$ y $\hat{u} = [u_1 \ u_2]$ son los vectores de salida y entrada de la planta aumentada \mathbf{P} respectivamente. La matriz $\mathbf{T}_{y_1 u_1}$ también recibe el nombre de función de sensibilidad mixta ya que pesa a ambas funciones de sensibilidad. Puede mostrarse que para garantizar el cumplimiento de los umbrales en la ecuación (4.35) se requiere,

$$\|\mathbf{T}_{y_1 u_1}\|_\infty = \sup_\omega \bar{\sigma}(\mathbf{T}_{y_1 u_1}) < 1,$$

que es justamente el problema estándar del control H_∞ . El objetivo de control es estabilizar a la planta aumentada con las funciones de pesado y de ese modo obtener buenas características de desempeño en presencia de disturbios e incertidumbre.

4.5.3. Síntesis del controlador H_∞

El problema general de control H_∞ se formula entonces como sigue: dada una planta aumentada con funciones de pesado $\mathbf{P}(s)$, encontrar una ley de control estabilizante $\mathbf{u}_2 = \mathbf{K}(s)\mathbf{y}_2(s)$ tal que la norma $\|\mathbf{T}_{y_1 u_1}\|_\infty < 1$. Los algoritmos más utilizados para resolver este problema se basan en las soluciones de espacio de estados en (Doyle et al., 1989) que involucran una realización en el espacio de estados de la matriz $\mathbf{T}_{y_1 u_1}(\mathbf{P}, \mathbf{K})$ para encontrar al conjunto de controladores estabilizantes $\mathbf{K}(s)$ que

satisfacen la restricción impuesta por la norma infinito. Estos algoritmos utilizan la solución de dos ecuaciones de Riccati dando controladores que tienen dimensión de estado igual mayor al de la planta nominal debido a la incorporación de las funciones de pesado. Ya que la solución del problema no es única, de todo el conjunto de soluciones estabilizantes conviene encontrar la que tenga menor norma. Este problema se conoce como H_∞ óptimo el cual puede resolverse encontrando un controlador H_∞ sub-óptimo, esto es $\gamma \| \mathbf{T}_{y_1 u_1} \|_\infty < 1$, que es computacionalmente más fácil de resolver y luego en forma iterativa buscar la γ más grande. Todo el proceso de síntesis del controlador óptimo puede realizarse con ayuda de la función `hinftopt` del *toolbox* de control robusto de *Matlab* cuyo algoritmo se basa en los trabajos de (Limebeer et al., 1988) y (Safonov and Limebeer, 1988). Adicionalmente, si el orden del modelo del controlador resultante es muy grande, puede introducirse un proceso de reducción de orden de modelo ya sea por una reducción de orden del modelo de la planta aumentada o por una reducción de orden del modelo del controlador obtenido (los resultados en esta tesis utilizan esta segunda opción). Es común en la teoría de control robusto la utilización de algoritmos de reducción de orden de modelos estables, detalles de tales algoritmos pueden encontrarse en (Skogestad and Postlethwaite, 1998) o (Chiang and Safonov, 1992).

Para el diseño del controlador del rectificador de puente completo mediante este enfoque (Gaviria et al., 2003) se debe partir de la respuesta en frecuencia de lazo abierto de una planta nominal en concreto. Se tomaron los datos de un rectificador en un experimento real así: $R_n = 120 \Omega$; $C = 1400 \mu\text{F}$; $r = 0,42 \Omega$; $L = 2,7 \text{ mH}$; $E = 68,16 \text{ V}$; $f = 50 \text{ Hz}$ y $V_d = 148 \text{ V}$. La figura 4.9 muestra el diagrama de Bode de la descomposición en valores singulares (SVD) de la función de transferencia en lazo abierto de la planta nominal. Aunque en la dirección del control donde se tiene el mayor ancho de banda de lazo abierto según la gráfica de la figura 4.9 el ancho de banda es de alrededor de 42 rad/s y parece ser demasiado bajo, se debe tener en cuenta que las variables GSSA corresponden a un filtrado de DC del espectro en la frecuencia de las verdaderas señales del dominio del tiempo desplazado a $\omega = 0$. Si tal filtro de DC se realiza con una ventana de análisis rectangular, como se discutió en el capítulo 3, la frecuencia del primer armónico en $\omega = 314,16 \text{ rad/s}$ es la primera frecuencia de atenuación infinita de ese filtro; con lo que se ve que el ancho de banda de lazo abierto del modelo GSSA del rectificador está dentro del ancho de banda de los filtros de Fourier en el capítulo 3.

Con lo anterior, los requerimientos de diseño para la ganancia de lazo cerrado pueden establecerse como,

- Especificación sobre la matriz \mathbf{W}_1 : Alta ganancia por lo menos hasta $\omega = 42 \text{ rad/s}$ para lograr un bajo error de estado estable.
- Especificación sobre la matriz \mathbf{W}_3 : Pendiente de caída de -40 dB/década y por lo menos -40 dB en $\omega = 4,2 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$

Las funciones de pesado utilizadas fueron,

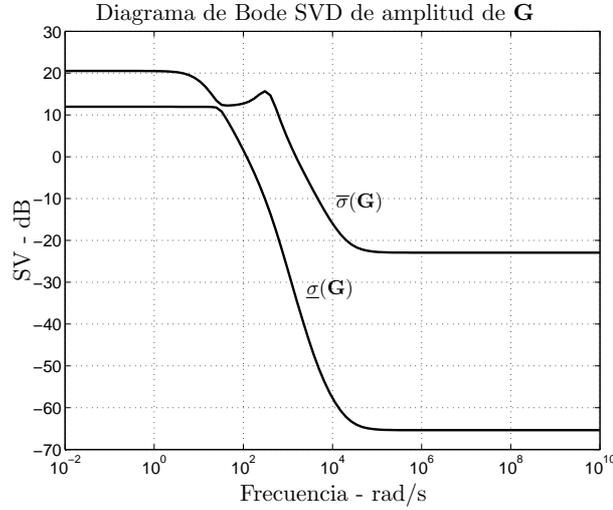


Figura 4.9: Diagrama de bode SVD de amplitud de la planta nominal.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{W}_1 &= \gamma \begin{bmatrix} 700 \left(\frac{0,0145s+0,437}{18,24s+0,437} \right) & 0 \\ 0 & 900 \left(\frac{0,0145s+0,437}{23,494s+0,437} \right) \end{bmatrix} \\
 \mathbf{W}_3 &= \begin{bmatrix} 0,667 \left(\frac{0,0195s+0,866}{0,0001s+0,866} \right)^2 & 0 \\ 0 & 0,667 \left(\frac{0,019s+0,866}{0,0001s+0,866} \right)^2 \end{bmatrix}, \quad (4.36)
 \end{aligned}$$

donde el parámetro γ debe ser iterado hasta encontrar la ley de control H_∞ cercana a la óptima. Esto puede hacerse automáticamente con las función `hinf` del *toolbox* de control robusto de *Matlab*. Ya que la ley de control debe llevarse a cabo por un algoritmo digital conviene añadir un mantenedor de orden cero a la planta nominal con un período de muestreo $T_s = 50 \mu\text{s}$ correspondiente a la frecuencia de muestreo de 20000 Hz obteniéndose una planta discretizada $\mathbf{G}(z)$. Como las especificaciones están en el plano- s , se realiza primero una transformación de la planta discretizada del plano- z al plano- w mediante la transformación bilineal $z = \frac{1}{1-T_s w}$ y entonces se sigue el procedimiento con las especificaciones descritas del plano- s . El controlador resultante se transforma nuevamente al plano- z con la transformación bilineal inversa $w = \frac{z-1}{T_s z}$ para obtener el controlador de tiempo discreto. Como la planta nominal tiene un cero de transmisión en $\omega = 4,2 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$ y el mantenedor agrega dos ceros de transmisión en $\omega = 2 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$, debe procurarse que el sistema en lazo cerrado tenga una buena atenuación en $\omega = 4,2 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$.

Siguiendo el procedimiento descrito se obtuvo $\gamma_{opt} = 0,9922$ y un controlador discreto de orden reducido $\mathbf{K} = \mathbf{T}_{y_2 u_2}$ dado por,

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{-2,5711 \cdot 10^{-4} (z+0,9939)(z-0,9994)(z-0,07319)}{(z-0,4308)(z-0,9948)(z-1)} & \frac{0,032778 (z-0,07321)(z-0,9911)(z-0,9996)}{(z-0,4308)(z-0,9948)(z-1)} \\ \frac{-5,4352 \cdot 10^{-5} (z-0,4663)(z-0,3128)(z-0,9903)}{(z-0,4308)(z-0,9948)(z-1)} & \frac{-2,5201 \cdot 10^{-4} (z-0,223)(z-0,6466)(z-0,9952)}{(z-0,4308)(z-0,9948)(z-1)} \end{bmatrix}.$$

El modelo de orden reducido del controlador se obtuvo utilizando el algoritmo de truncamiento estocástico balanceado (BST) en la versión de Schur que goza de la propiedad de poseer la misma norma H_∞ tanto para el error relativo como para el absoluto cometido por el truncamiento del modelo. Tal algoritmo está disponible en *Matlab* en la función `bstschmr`. La figura 4.10 muestra el diagrama de Bode SVD de amplitud para los pesos $\mathbf{W}_1^{-1}(j\omega)$ y $\mathbf{W}_3^{-1}(s)$, la función de sensibilidad $\mathbf{S}(j\omega)$ y la función de sensibilidad complementaria $\mathbf{T}_{\mathbf{y}_1 \mathbf{u}_1}(s)$ para el regulador obtenido. Se puede ver de esas gráficas que las funciones de sensibilidad y sensibilidad complementaria cumplen las especificaciones impuestas por las funciones de peso.

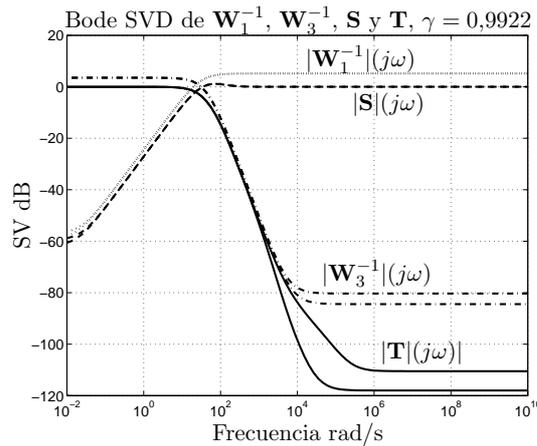


Figura 4.10: Diagramas de Bode SVD de \mathbf{W}_1^{-1} , \mathbf{W}_3^{-1} , \mathbf{S} y \mathbf{T} .

La figura 4.11 muestra el diagrama SVD del control resultante antes de la reducción de orden del modelo. Puede advertirse de su respuesta en frecuencia que tiene características cercanas a las de un integrador en un ancho de banda estrecho, de allí que se pueda esperar una acción correctora ante cambios en los parámetros de la planta nominal que tienen efecto sobre períodos prolongados de tiempo, como es el caso de un cambio de carga. El hecho que el ancho de banda del control sea muy estrecho deja ver que una reducción del orden del modelo es posible manteniendo el comportamiento deseado en ese ancho de banda, aunque ese mismo implica que los polos y ceros de la función de transferencia del controlador obtenido estén muy cercanos al círculo unitario con las consecuentes dificultades de realización, especialmente en coma fija como ya se mencionó en el capítulo 3.

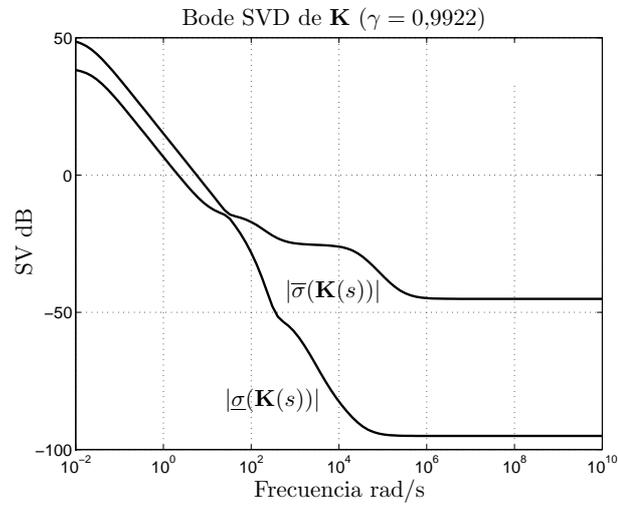
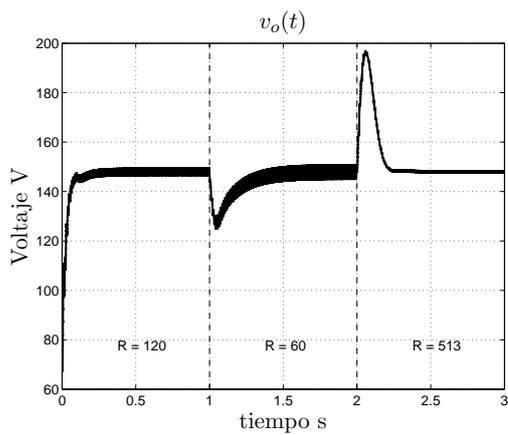
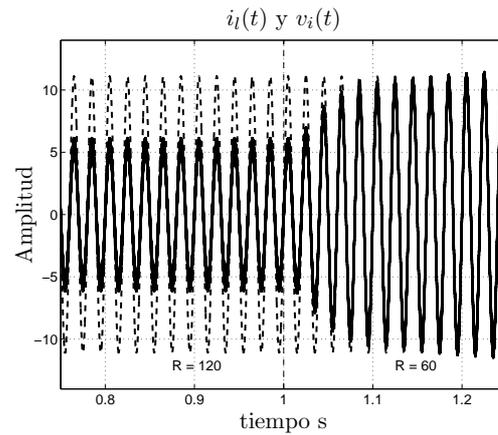


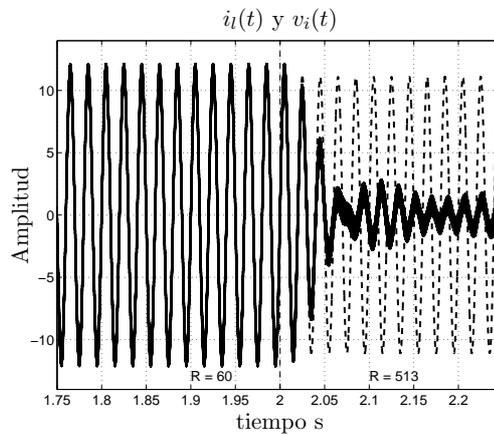
Figura 4.11: Diagramas de Bode SVD de $\mathbf{K}(s)$.



(a) Voltaje de Salida



(b) Comparación de fase en el cambio a menor R de carga. Trazo cortado: Voltaje de alimentación. Trazo sólido: Corriente de línea



(c) Comparación de fase en el cambio a mayor R de carga. Trazo cortado: Voltaje de alimentación. Trazo sólido: Corriente de línea

Figura 4.12: Resultados de simulación para el controlador basado en H_∞ ¹⁰.

4.5.4. Resultados de simulación

El regulador se simuló en el esquema propuesto usando *MATLAB* y *SIMULINK* para los datos utilizados para en diseño ¹¹. Los resultados de simulación utilizando coma fija pueden verse en la figura 4.12, donde se muestra el valor de la tensión $v_o(t)$ de salida y el voltaje de alimentación de AC $v_i(t)$ comparado con la corriente de línea $i_l(t)$ cerca de los instantes de cambio de carga. Puede verse que los objetivos de control se mantienen ante cambios bruscos de la carga, por ejemplo en $t = 2$ s donde la resistencia de carga cambia de $R = 60 \Omega$ a $R = 513 \Omega$. Estos resultados validan no sólo el esquema de control propuesto en esta tesis sino también la posibilidad de realizar diseños basados en la respuesta en frecuencia de la linealización de un modelo GSSA.

4.6. Controlador basado en IDA

Los controladores desarrollados en las secciones 4.4 y 4.5 a partir de la linealización del modelo GSSA del rectificador poseen las dificultades inherentes a tal procedimiento; en particular, requieren que el sistema se lleve cerca del punto de equilibrio alrededor del cual se ha realizado la linealización. El sistema GSSA en la ecuación (4.17) preserva la estructura PCH del sistema en la ecuación (4.7) con la destacable ventaja de un objetivo de control tipo regulación en un punto fijo. Este hecho permite el uso metódico de la aproximación IDA *Interconnection and Damping Assignment* para hallar una ley de control estabilizante en este sistema PCH. Igual que en el controlador BLQR, el inconveniente principal es que mientras para una carga conocida el estado de equilibrio es conocido en todas sus variables, si la carga se desconoce no es posible conocer la amplitud necesaria en la corriente de línea. Para solventar este problema en (Escobar et al., 2001) se recurre a una estimación adaptativa de la carga. En lo que sigue se desarrolla un controlador no lineal basado en IDA que mediante medición de la corriente en la carga logra ser robusto a sus variaciones en tanto que se prescinde de la medición de la corriente de línea para compensar el costo de este sensor.

La aproximación IDA (Ortega et al., 2002) ha sido desarrollada en los últimos cinco años siendo uno de sus atractivos principales el hecho de que el sistema en lazo cerrado obtenido con una ley IDA conserva la estructura no lineal del sistema de origen, lo que implica que las no linealidades del sistema no son canceladas por el controlador que en tal caso debería aportar altas ganancias. El control basado en pasividad (PBC) es un nombre genérico para una metodología de diseño que logra estabilización manteniendo al sistema pasivo ¹² respecto a una cierta función de almacenamiento de energía. Aunque hay muchas variaciones de esa idea básica, los

¹⁰Fuente de alimentación AC con amplitud reducida en escala para mejor comparación con la corriente de línea.

¹¹Los detalles sobre el montaje de simulación y la planta real se presentan en el capítulo 5.

¹²Un sistema pasivo es una clase particular de sistema disipativo, esto es, donde la energía almacenada siempre es inferior a la que suministra la fuente.

controladores basados en pasividad se clasifican en dos grandes grupos; los que seleccionan a priori una función de almacenamiento para luego diseñar un controlador que haga que la función de almacenamiento no incremente, y los que no asignan la función de almacenamiento pero en cambio fijan la estructura deseada del sistema de lazo cerrado para luego caracterizar todas las funciones de energía asignables compatibles con esa estructura. Esta solución se da en términos de la solución de una ecuación diferencial parcial. Uno de los ejemplos más notables es el método de asignación de las matrices de amortiguamiento e interconexión, que en sistemas físicos determinan las matrices de disipación e intercambio de energía respectivamente, y que pueden elegirse teniendo en cuenta ese tipo de consideraciones físicas. La metodología IDA-PBC está restringido a la estabilización de puntos fijos (se han reportado algunas excepciones puntuales) y se diseñó en (Ortega et al., 1999; Ortega et al., 2002) como un procedimiento para controlar sistemas físicos descritos por modelos PCH, en particular en esta tesis se trata con la forma PCH,

$$\dot{\mathbf{x}} = [J(\mathbf{u}) - \mathcal{R}(\mathbf{x})] \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}) + g \quad (4.37)$$

$$\mathbf{y} = g^T \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}), \quad (4.38)$$

donde $\mathbf{J}(\mathbf{u}) = -J^T(\mathbf{u})$ y $\mathcal{R}(\mathbf{x}) = \mathcal{R}^T(\mathbf{x})$ $g \in \mathbb{R}^m$ son las matrices de interconexión y amortiguamiento en el sistema pasivo respecto a la función de energía $H(\mathbf{x})$ que representa la energía almacenada en el sistema; \mathbf{u} es el control e \mathbf{y} se define como salida del sistema. Para mostrar que el PCH de la ecuación 4.37 es pasivo, se deriva respecto al tiempo la función de energía para obtener (teniendo en cuenta que J es antisimétrica),

$$\frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial t} = \left[\frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \dot{\mathbf{x}} = - \left(\frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \mathcal{R}(\mathbf{x}) \left(\frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right) + \left(\frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T g,$$

de donde reemplazando la salida \mathbf{y} e integrando nuevamente respecto al tiempo se obtiene la siguiente *condición de pasividad* que muestra que el sistema PCH es disipativo dado que $\mathcal{R}(\mathbf{x}) \geq 0$, pero además que en él se cumple el balance de energía,

$$\underbrace{\int_0^t \mathbf{y}}_{\text{Energía suministrada}} = \underbrace{H(x(t)) - H(x(0))}_{\text{Energía almacenada}} + \underbrace{\int_0^t \left(\frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \mathcal{R}(\mathbf{x}) \left(\frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)}_{\text{Energía disipada}}. \quad (4.39)$$

Puede comprobarse que efectivamente el término de la izquierda en la ecuación 4.39 corresponde a una función de energía en el caso del rectificador ya que a partir de los valores de la transformada inversa de Fourier de g y \mathbf{H} en la ecuación 4.17 se ve que la transformada inversa de Fourier de \mathbf{y} es la potencia instantánea suministrada por la fuente $E|i(t)| \sin(\omega_o t)^2$. El objetivo final de la aproximación IDA-PBC es diseñar

un control realimentado $\mathbf{u} = \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})$ tal que la dinámica de lazo cerrado sea el sistema de referencia pasivo,

$$\dot{\mathbf{x}} = [J_d(\mathbf{x}) - \mathcal{R}_d(\mathbf{x})] \frac{\partial H_d}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}), \quad (4.40)$$

donde $J_d(\mathbf{x}) = -J_d^T(\mathbf{x})$ y $\mathcal{R}_d(\mathbf{x}) = \mathcal{R}_d^T(\mathbf{x}) \geq 0$ son las matrices objetivo de interconexión y amortiguamiento, y la nueva función de energía $H_d(\mathbf{x}) = H(\mathbf{x}) + H_a(\mathbf{x})$ tiene un estricto mínimo local en el punto de equilibrio deseado. Siguiendo la referencia (Ortega et al., 2002), se procede en la forma estándar,

- (I) (Preservación de Estructura) Dados $J_d(\mathbf{x})$ y $\mathcal{R}_d(\mathbf{x})$, donde $J_a(\mathbf{x})$ y $\mathcal{R}_a(\mathbf{x})$ están definidas por

$$\begin{aligned} J_d(\mathbf{x}) &:= J(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})) + J_a(\mathbf{x}) = -[J(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})) + J_a(\mathbf{x})]^T, \\ \mathcal{R}_d(\mathbf{x}) &:= \mathcal{R}(\mathbf{x}) + \mathcal{R}_a(\mathbf{x}) = [\mathcal{R}(\mathbf{x}) + \mathcal{R}_a(\mathbf{x})]^T \geq 0. \end{aligned}$$

Entonces, la dinámica deseada se logra si es posible encontrar funciones $\boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{k}(\mathbf{x}) := \frac{\partial H_a(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$ satisfaciendo,

$$[J(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})) + J_a(\mathbf{x}) - (\mathcal{R}(\mathbf{x}) + \mathcal{R}_a(\mathbf{x}))] \mathbf{k}(\mathbf{x}) = -[J_a(\mathbf{x}) - \mathcal{R}_a(\mathbf{x})] \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}) + g. \quad (4.41)$$

- (II) (Integrabilidad) $\mathbf{k}(\mathbf{x})$ es el gradiente de una función escalar. Esto es,

$$\frac{\partial k_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}) = \frac{\partial k_j}{\partial x_i}(\mathbf{x})$$

- (III) (Condición de equilibrio)

$$\frac{\partial H_d}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^*) = 0$$

- (IV) (Estabilidad de Lyapunov)

$$\left. \frac{\partial^2 H_d}{\partial x^2} \right|_{\mathbf{x}^*} > 0.$$

Si se cumplen las condiciones (4.41), (II), (III) y (IV), entonces \mathbf{x}^* es un punto de equilibrio estable(localmente) del sistema de lazo cerrado. Ahora se aplicará el procedimiento descrito arriba para el rectificador de puente completo definiendo, $J_d(\mathbf{x}) = J(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}))$ y $\mathcal{R}_d(\mathbf{x}) = \mathcal{R}(\mathbf{x})$, esto es, $J_a(\mathbf{x}) = 0$ y $\mathcal{R}_a(\mathbf{x}) = 0$.

- (Preservación de Estructura)

La ecuación (4.41) lleva a,

$$0 = -I_o C \sqrt{2x_1} k_1 - u_1 k_2 - u_2 k_3 \quad (4.42)$$

$$0 = u_1 k_1 - \frac{r}{2} k_2 + \frac{\omega_o L}{2} k_3 \quad (4.43)$$

$$0 = u_2 k_1 - \frac{\omega_o L}{2} k_2 - \frac{r}{2} k_3 + \frac{E}{2}. \quad (4.44)$$

habiendo introducido $I_o = \langle i_l(t) \rangle_0$ para simplificar la notación y que corresponde a la corriente DC en la carga que se considerará una variable a medir. Entonces, de las ecuaciones (4.43)-(4.44),

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= -\frac{-r k_2 + \omega_o L k_3}{2 k_1} \\ u_2 &= \frac{\omega_o L k_2 + r k_3 - E}{2 k_1} \end{aligned} \right\}. \quad (4.45)$$

• (Integrabilidad) Reemplazando la ecuación (4.45) en (4.42) y teniendo en cuenta que $\mathbf{k}(\mathbf{x}) = \frac{\partial H_a(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$, se obtiene la siguiente ecuación diferencial:

$$2I_o C \sqrt{2x_1} \left(\frac{\partial H_a}{\partial x_1} \right)^2 = -r \left(\frac{\partial H_a}{\partial x_2} \right)^2 - \left(r \frac{\partial H_a}{\partial x_3} - E \right) \frac{\partial H_a}{\partial x_3}. \quad (4.46)$$

Como se está interesado en obtener entradas de control u_1 , u_2 , que solo dependan de la componente DC del voltaje de salida, se hace $k_2 = k_2(x_1)$ y $k_3 = k_3(x_1)$. Entonces, por la condición de integrabilidad

$$\frac{\partial k_i}{\partial x_1} = \frac{\partial^2 H_a}{\partial x_1 \partial x_i} = \frac{\partial^2 H_a}{\partial x_i \partial x_1} = 0$$

para $i = 2, 3$ y $k_2 = a_2$ y $k_3 = a_3$ de hecho son constantes. Así, la ecuación diferencial parcial es realmente ecuación diferencial ordinaria sobre x_1 , cuya solución está dada por,

$$H_a(\mathbf{x}) = -\frac{2}{3} \sqrt{-\frac{\sqrt{2x_1}}{I_o C} x_1 (a_2^2 r + a_3^2 r - a_3 E) + a_2 x_2 + a_3 x_3} \quad (4.47)$$

y

$$\mathbf{k}(\mathbf{x}) = \left[\begin{array}{c} \frac{\sqrt{2} (a_2^2 r + a_3^2 r - a_3 E)}{6 \sqrt{-I_o C \sqrt{x_1} \sqrt{2} (a_2^2 r + a_3^2 r - a_3 E)}} \\ -\frac{\sqrt{-I_o C \sqrt{x_1} \sqrt{2} (a_2^2 r + a_3^2 r - a_3 E)}}{3 I_o C \sqrt{x_1}}, a_2, a_3 \end{array} \right]. \quad (4.48)$$

• (Asignación en el punto de equilibrio)

De la ecuación (4.47) y la definición $H_a = H_d - H$, se obtienen las siguientes condiciones sobre a_2 , a_3 e I_d tales que \mathbf{x}^* , en la ecuación (4.16) sea un punto singular de H_d :

$$\frac{1}{C} + \frac{\sqrt{-2I_o C \sqrt{C^2 V_d^2} (a_2^2 r + a_3^2 r - a_3 E)}}{3I_o C \sqrt{C^2 V_d^2}} = \frac{\sqrt{2} (a_2^2 r + a_3^2 r - a_3 E)}{6 \sqrt{-I_o C \sqrt{C^2 V_d^2} (a_2^2 r + a_3^2 r - a_3 E)}}$$

$$a_2 = 0$$

$$a_3 - I_d = 0$$

Este sistema de ecuaciones tiene dos soluciones:

$$\{a_2 = 0, I_d = \frac{E + \sqrt{E^2 - 8I_o V_d r}}{2r}, a_3 = I_d\}$$

y

$$\{a_2 = 0, I_d = \frac{E - \sqrt{E^2 - 8I_o V_d r}}{2r}, a_3 = I_d\}.$$

Nótese que las soluciones obtenidas para I_d corresponden nuevamente a las obtenidas por balance de energía en estado estable, como era de esperar si se tiene en cuenta que el procedimiento IDA-PBC lleva a una estructura que satisface tal balance. Tomando la solución para I_d con el signo negativo según lo discutido al inicio de este capítulo, k_1 y el control obtenido en la ecuación (4.45) se convierten en,

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= -\frac{\sqrt{2}\sqrt{I_o^2 V_d C \sqrt{2}\sqrt{x_1}}}{2I_o C \sqrt{x_1}}, \\ u_1 &= -\frac{\omega_o L (-E + \sqrt{E^2 - 8I_o V_d r}) C \sqrt{V_o V_d}}{4r V_d} \\ u_2 &= \frac{(E + \sqrt{E^2 - 8I_o V_d r}) C \sqrt{V_o V_d}}{4V_d} \end{aligned} \right\}, \quad (4.49)$$

donde V_o denota la componente DC del voltaje de salida $\langle v_o \rangle_0$ y $\sqrt{2x_1} = \langle q \rangle_0 = C \langle v_o \rangle_0$.

- (Estabilidad de Lyapunov)

Reemplazando los valores ¹³ de k_2 , k_3 y I_d en H_a y la última a su vez en $H_d(\mathbf{x})$, el Hamiltoniano de lazo cerrado llega a ser,

$$\begin{aligned} H_d(\mathbf{x}) &= \frac{-1}{6CrL} \left(4 \cdot 2^{(3/4)} \sqrt{CV_d} x_1^{(3/4)} rL - 3x_3 CLE \right. \\ &\quad \left. + 3x_3 CL \sqrt{E^2 - 8I_o V_d r} - 6x_1 rL - 6x_2^2 Cr - 6x_3^2 Cr \right). \end{aligned}$$

Ya que la matriz Hessiana de H_d es diagonal con autovalores positivos, \mathbf{x}^* , el punto singular de H_d , es un mínimo local. Aún más, \mathbf{x}^* es un punto de equilibrio asintóticamente estable como se puede afirmar si se nota que la derivada con respecto al tiempo de H_d en el sistema PCH de lazo cerrado con $\mathcal{R}_d(\mathbf{x}) = \mathcal{R}(\mathbf{x})$ es,

$$\frac{\partial H_d(\mathbf{x})}{\partial t} = \left[\frac{\partial H_d(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \dot{\mathbf{x}} = - \left(\frac{\partial H_d(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \mathcal{R}(\mathbf{x}) \left(\frac{\partial H_d(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right),$$

y ya que $\mathcal{R}(\mathbf{x})$ es de rango completo para $I_o > 0$, y que la solución de $\frac{\partial H_d}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}) = 0$ es única, a saber, $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*$. Si $I_o = 0$ se tiene que $\frac{\partial H_d(\mathbf{x})}{\partial t} = 0$ solo en $\mathbf{x} = [x_1, x_2^*, x_3^*]$, en cuyo caso de la ecuación (4.17) se comprueba que $x_2 = 0$ y $x_3 = 0$ solo en $u_1 = u_1^*$

¹³Notar que haciendo $I_o = \frac{V_d}{R}$, se recupera el valor de I_d obtenido en la ecuación (4.11)

y $u_2 = u_2^*$ lo que lleva a $x_1 = x_1^*$. Esta última observación hace pensar que podría hacerse un diseño incluso con la primera fila de $\mathcal{R}(\mathbf{x})$ igual a cero. En efecto, si el diseño se repite con el modelo PCH GSSA del rectificador descrito con las nuevas matrices,

$$\mathcal{R}(\mathbf{x}) = \mathcal{R}_d(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & r/2 & 0 \\ 0 & 0 & r/2 \end{bmatrix}$$

$$g = \begin{bmatrix} -\langle i_l \rangle_0 \sqrt{2x_1} \\ 0 \\ -\frac{E}{2} \end{bmatrix},$$

entonces todo el método IDA-PBC puede llevarse a cabo obteniéndose,

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= -\frac{\omega_o L (-E + \sqrt{E^2 - 8I_o V_d r}) C V_o}{4r V_d} \\ u_2 &= \frac{(E + \sqrt{E^2 - 8I_o V_d r}) C V_o}{4V_d} \end{aligned} \right\}, \quad (4.50)$$

y la nueva energía,

$$H_d = \frac{1}{2r C L} (-2\sqrt{2}\sqrt{x_1} C L r V_d + x_3 C L E - x_3 C L \sqrt{E^2 - 8r I_o V_d} + 2x_1 r L + 2x_2^2 r C + 2x_3^2 r C),$$

que tiene las mismas propiedades de garantizar estabilidad asintótica en el punto de equilibrio requiriendo el cálculo de una raíz cuadrada menos respecto a la ley de la ecuación (4.49).

4.6.1. Resultados de simulación

El regulador con la ley de la ecuación (4.50) se simuló en el esquema propuesto usando *Matlab* y *Simulink* para datos de un rectificador real ¹⁴ (Gaviria et al., n.d.) con parámetros: $E = 68,16$ V, $r = 0,42$ Ω , $L = 2,7$ mH, $C = 1400$ μ F, objetivo de tensión DC deseado $V_d = 148$ V, frecuencia de conmutación de los interruptores $f_s = 20000$ Hz que es la misma de adquisición de datos. Los resultados de simulación utilizando aritmética de coma fija pueden verse en la figura 4.13, donde se muestra el valor de la tensión $v_o(t)$ de salida y el voltaje de alimentación de AC $v_i(t)$ comparado con la corriente de línea $i_l(t)$ cerca de los instantes de cambio de carga.

¹⁴Los detalles sobre el montaje de simulación y la planta real se presentan en el capítulo 5.

¹⁵Fuente de alimentación AC con amplitud reducida en escala para mejor comparación con la corriente de línea.

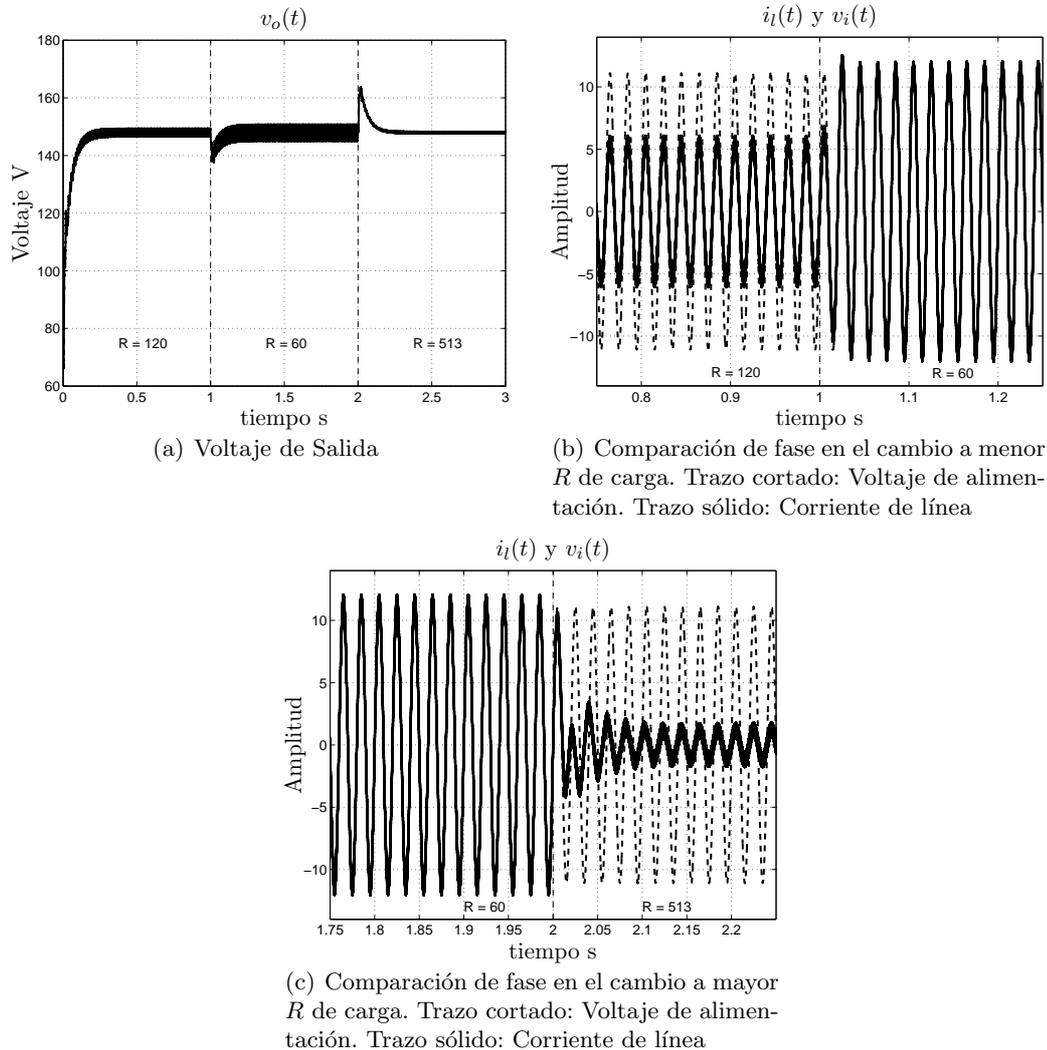
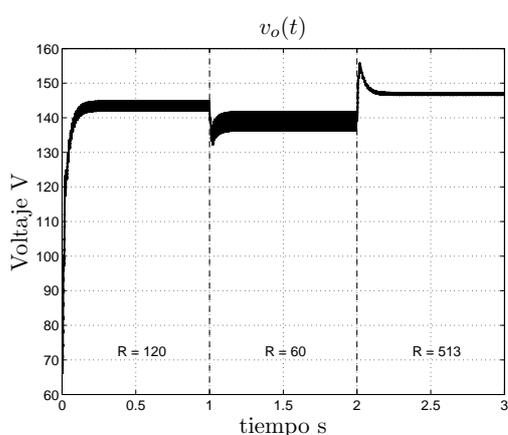


Figura 4.13: Resultados de simulación para el controlador IDA ¹⁵.

Las gráficas muestran que los objetivos de control se logran de forma robusta a variaciones de la carga con ventajas sobre los controladores de acción integral como son que los sobre impulsos de la tensión de salida DC son más pequeños y que la ley de control resultante es muy simple. Si se tiene en cuenta que en la práctica el parámetro E de esta ley de control puede medirse en línea con relativa facilidad, como se verá en el capítulo 5, y que la ley de control final después de realizar la transformada inversa se obtiene haciendo el cambio de variable $u_o(t) = -\frac{v(t)}{C v_o(t)}$, entonces los únicos parámetros ante los cuales no es robusta esta ley de control son ω_o , L y r . Dado que la frecuencia de la tensión de la red eléctrica es regulada, no es de esperar que el parámetro ω_o tenga efectos importantes. Resultados prácticos y de simulación muestran en cambio que las variaciones del parámetro r afectan

significativamente al objetivo de regulación de tensión DC deseado. Las gráficas de simulación de la figura (4.14) muestran lo que ocurre si el mismo regulador anterior diseñado para $r = 0,42 \Omega$ se utiliza en un rectificador que realmente tiene $r = 0,62 \Omega$. Simulaciones con valores de L diferentes a los nominales en cambio muestran que la sensibilidad de los objetivos ante cambios de éste parámetro es muy pequeña. Esto es coherente con el método IDA-PBC ya que el balance de energía no se cumple si hay fuentes de disipación de energía no modeladas.



(a) Voltaje de Salida

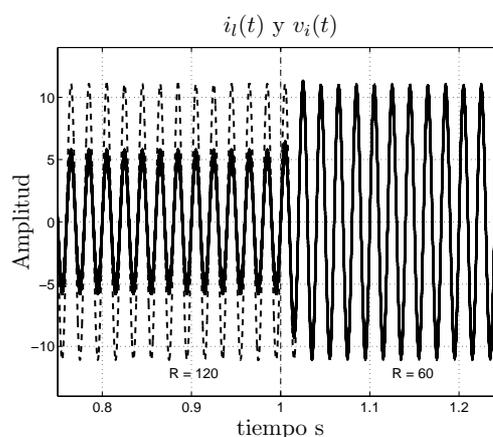
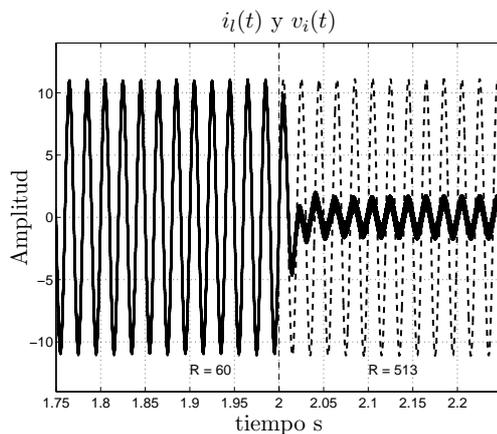
(b) Comparación de fase en el cambio a menor R de carga. Trazo cortado: Voltaje de alimentación. Trazo sólido: Corriente de línea(c) Comparación de fase en el cambio a mayor R de carga. Trazo cortado: Voltaje de alimentación. Trazo sólido: Corriente de línea

Figura 4.14: Resultados de simulación para el controlador IDA con r distinta a la de diseño.

4.7. Comparaciones y conclusiones

Las siguientes conclusiones pueden resumir los resultados obtenidos en esta sección:

- Los resultados de simulación en los diseños realizados permiten comprobar que en independencia del método de control empleado, el esquema de control propuesto en esta tesis permite el diseño de controladores simples en el dominio de las variables GSSA permitiendo convertir problemas de seguimiento o incluso problemas no estándar como es el caso del rectificador de puente completo, en problemas de regulación que pueden resolverse con probadas técnicas lineales o no lineales.
- Como se advirtió más claramente en el controlador H_∞ , el efecto de filtrado sobre las variables medidas reduce el ancho de banda disponible para el control y pone de manifiesto las dificultades reportadas en la revisión acerca de que en la práctica los filtros que se añaden en los controladores convencionales son difíciles de sintonizar e incluso pueden provocar inestabilidades en los diseños. Una de las ventajas del esquema basado en GSSA es que el efecto de tales filtros está implícito en el modelado selectivo de GSSA con lo que las dificultades en este sentido pueden aparecer en la fase de diseño en lugar de en la fase de implementación.
- Aunque los diseños para el controlador basado en H_∞ y óptimo cuadrático se realizaron en forma independiente, la respuesta de simulación muestra una gran similitud excepto por un mejor comportamiento transitorio en el caso de H_∞ . La gráfica de la figura 4.15 muestra el diagrama SVD de la respuesta de lazo cerrado del controlador óptimo cuadrático donde se hace evidente la similitud con los resultados de H_∞ . Los parámetros libres en los procedimientos de diseño de los controladores óptimo y H_∞ son difíciles de sintonizar dado que el ancho de banda reducido origina polos cercanos al eje imaginario en el dominio de s . No obstante, es mucho más fácil realizar un proceso de ensayo y error con la ganancia del controlador óptimo cuadrático que con las funciones de peso para H_∞ . Una práctica útil para la selección de las funciones de peso en H_∞ puede ser obtener primero la ley para el controlador óptimo y hacer una gráfica de la respuesta SVD de lazo cerrado resultante.
- El controlador basado en H_∞ aplicado a este problema no estándar tiene el atractivo de poner a disposición del diseñador herramientas clásicas de la teoría de control con una clara interpretación de ingeniería. Puede verse de la comparación con el resultado óptimo cuadrático, que la riqueza añadida con la ley de control H_∞ se advierte en la respuesta transitoria menos oscilante que en el controlador tipo PI. El ancho de banda reducido resultante del filtrado de Fourier permite que los modelos típicamente de orden alto de los controladores robustos puedan reducirse significativamente mediante algoritmos de reducción de modelos, aunque tal beneficio tiene el coste agregado de obtener

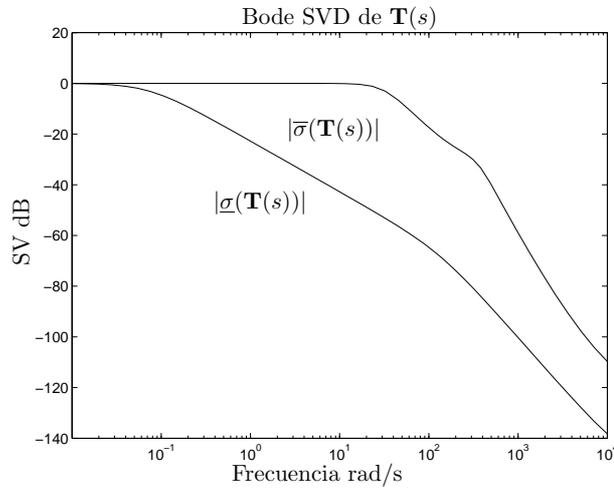


Figura 4.15: Diagrama SVD de la función de transferencia de lazo cerrado \mathbf{T} en el controlador óptimo cuadrático.

polos y ceros en racimos cercanos a $z = 1$ dificultando la realización de los algoritmos digitales.

- El control basado en IDA tiene propiedades que lo hacen bastante atractivo como son el hecho de su simplicidad, ley de control explícita en función de los parámetros del rectificador, respetar la no linealidad del sistema cuyo efecto se puede ver en las más suaves transiciones en los cambios de carga frente a las versiones linealizadas y en la fácil realización del algoritmo digital. Además, al medirse la corriente de carga se logra una verdadera robustez a sus variaciones y no es preciso asumir una carga resistiva, salvo el asumir que la componente dominante de la corriente en la carga tiene una componente armónica predominante en DC. Debe considerarse sin embargo, algún método para hacer a este diseño más robusto ante pérdidas de potencia no modeladas ya sea introduciendo términos en las matrices de amortiguamiento y/o interconexión, o introduciendo algún efecto integral.
- Aunque la ley de control resultante de GSSA origina modelos de múltiples entradas, en el caso del rectificador se comprueba que este mismo hecho puede ser de interés por cuanto permite tratar problemas con objetivos de control en señales con velocidades diferentes en un único lazo de control.

Capítulo 5

Implementación y resultados experimentales

En este capítulo se describen los detalles de la implementación práctica del esquema de control propuesto en esta tesis. Se inicia con la descripción del diagrama en bloques del entorno de simulación dedicando especial detalle al método utilizado para la sincronización necesaria de la función seno que sirve de portadora para los filtros de Fourier. Luego se describe el montaje experimental realizado y se presentan los resultados de los experimentos realizados para dos controladores: el controlador basado en IDA-PBC, y el controlador basado en H_∞ . Finalmente se hace un resumen comparando los resultados experimentales obtenidos.

5.1. Descripción detallada del esquema de control

Tanto los resultados de simulación como los experimentales que se presentan en este capítulo hacen uso del mismo esquema de control propuesto en el capítulo 2. La figura (5.1) muestra un diagrama en bloques del entorno utilizado para las simulaciones, el cual tiene una estrecha relación con el montaje experimental real y que es válido, salvo detalles puntuales, para todos los controladores diseñados. En el diagrama las variables de corriente y tensión de interés, que en el experimento real son medidas y acondicionadas en ganancia para el proceso de conversión analógica a digital (A/D), se modelan mediante los retenedores de orden cero de los bloques ZH y constantes multiplicativas de escalado s_1 , s_2 , s_3 , s_4 para el voltaje de salida DC, corriente de línea, corriente de salida y voltaje de alimentación de AC respectivamente, siendo todas reales positivas menores que la unidad (las tensiones máximas de entrada en los convertidores A/D en la tarjeta de procesamiento digital de señales (DSP) utilizada es de ± 2 V). Adicionalmente conviene hacer un escalado del vector de control principalmente para efectos de mejorar la precisión de operaciones en aritmética de

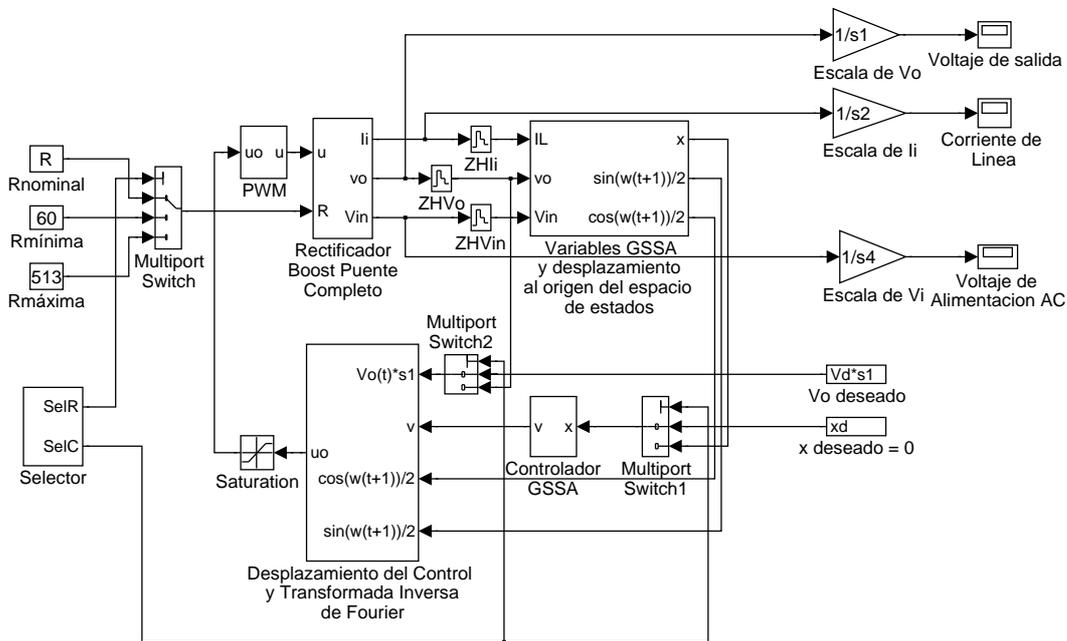


Figura 5.1: Diagrama en bloques del montaje.

coma fija, pero también por que puede mejorar el condicionamiento numérico para cálculos de la ley de control en procedimientos como por ejemplo de control robusto (Skogestad and Postlethwaite, 1998). Para entender cómo este procedimiento puede mejorar la precisión en aritmética de coma fija, nótese que si el vector de control \mathbf{v} se multiplica por la escala $s1/su$, siendo su una potencia exacta de dos, entonces al dividir por el voltaje escalado $v_o(t)s1$ para obtener la ley final $u_o(t)$ la ganancia $s1$ se cancela, evitando el proceso de desescalado de $v_o(t)$ ¹.

5.1.1. Diagrama en bloques detallado del esquema de simulación

El bloque de conformación de *variables GSSA* provee, en el caso de los controladores obtenidos por linealización, las variables GSSA desplazadas al punto de equilibrio de estado estable deseado; así como también obtiene las señales portadoras seno y coseno para los procesos de modulación y transformada inversa de Fourier, tal que la portadora seno está en fase con el voltaje de alimentación AC. Las portadoras se obtienen con amplitud 1/2 solamente para facilitar la implementación práctica en aritmética de coma fija en modo fraccional ² y en complemento a dos donde el número uno no es representable. Un detalle del bloque *variables GSSA* se observa en la figura 5.2, donde primero se realiza la transformación de variable $z_2(t) = 1/2v_o(t)$

¹Las constantes de escalado del vector de estado y del vector de control deben incluirse en los modelos mediante matrices diagonales de escalado. Ya que tal procedimiento no cambia la estructura de las leyes de control obtenidas, en esta sección se asume que tal escalado ya se ha realizado.

²El modo fraccional permite la máxima precisión decimal y los procesadores DSP de coma fija poseen muchas facilidades para operar en este modo.

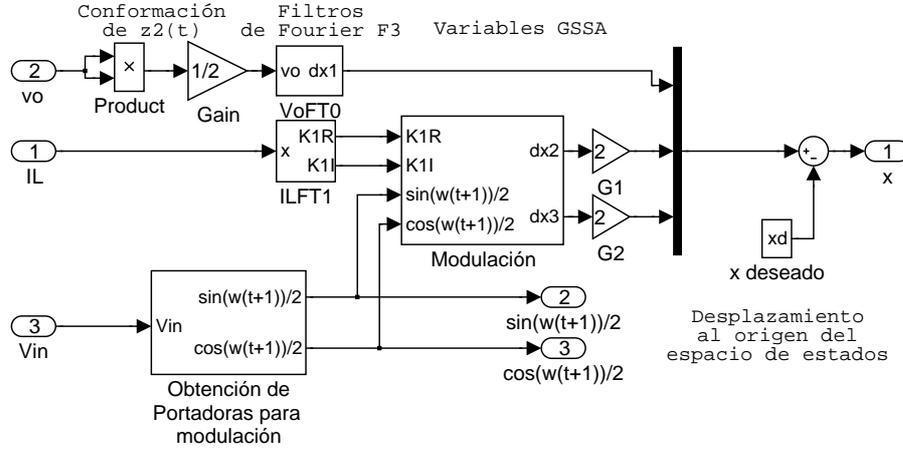


Figura 5.2: Detalle del bloque de conformación de variables GSSA.

para luego conformar la variable GSSA $\delta x_1(t) = \langle z_2(t) \rangle_0$ (este procedimiento no se requiere en la ley basada en IDA-PBC) mediante el filtro de Fourier F1 del capítulo 3. Mediante un filtro de Fourier de primer orden del tipo F3 en el capítulo 3, el cual hace uso de una *modulación* posterior al filtro digital, se obtienen las variables GSSA δx_2 y δx_3 (detalles del bloque de modulación pueden verse en la figura 5.3). Finalmente, se obtiene el vector de estado $\mathbf{x} = \delta \mathbf{x} - \mathbf{x}^*$ desplazado al punto de equilibrio deseado ³. Los filtros de Fourier utilizados también se detallan en las figuras 5.4.

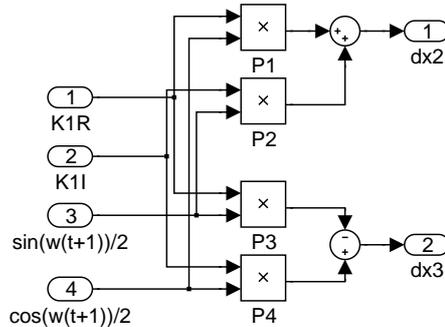


Figura 5.3: Detalle del bloque de modulación.

Nuevamente en relación al esquema general de la figura (5.1); los bloques de conmutación de múltiples puertos *Multiport switch* permiten que en el arranque, durante un tiempo determinado por la señal de temporización $Se1C$, se deje al rectificador operando en lazo abierto con la ley de control de la carga nominal para que los estados lleguen cerca al punto de equilibrio y también para que los filtros de Fou-

³Este procedimiento no se requiere en el caso del controlador basado en IDA el cual no se diseñó con variables desplazadas.

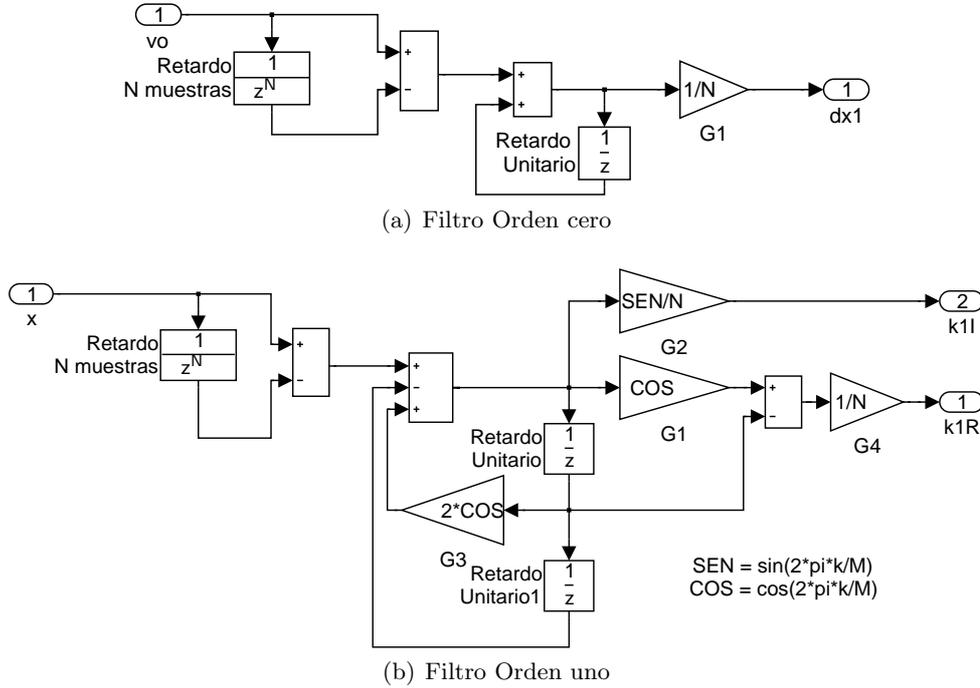


Figura 5.4: Detalle de los filtros de Fourier.

rier tengan valores correctos antes de cerrar el lazo de control. En las simulaciones este tiempo se fijó en 0,2 [s]. Este procedimiento no es necesario en un controlador no lineal pero sí debe permitirse un tiempo mínimo de un período de la fundamental, en el que los filtros de Fourier estén en ejecución antes de cerrar el lazo ⁴. En el experimento real esos bloques de conmutación se reemplazan por temporizaciones.

El bloque que realiza la *transformada inversa de Fourier* se presenta en detalle en la figura 5.5. En tal figura, se realiza el desplazamiento del vector de control \mathbf{v} conforme a $\delta\mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{v}^*$ ³. Luego se obtiene la transformada inversa de Fourier a partir de las componentes complejas de orden uno que conforman el vector \mathbf{v} mediante $v(t) = 2(\langle v(t) \rangle_1^R \cos(\omega_0 t) - \langle v(t) \rangle_1^I \sin(\omega_0 t))$. La variable escalada $v(t)$ debe desescalarse multiplicando por $\frac{su}{s1}$ así como la variable escalada $v_o(t)$ debe desescalarse multiplicando por $\frac{1}{s1}$ para resultar en el control final $u_o(t) = -\frac{su}{v_o(t)}$.

Finalmente, el bloque *PWM* realiza la modulación por ancho de pulso de $u_o(t)$ para obtener la señal de impulso para los conmutadores del rectificador cuyos valores viven en el conjunto discreto $\{-1, 1\}$. En la sección 5.2 se detallan las características de tal demodulador.

⁴Durante el primer período de la fundamental de 50 Hz los filtros de Fourier no entregan valores correctos de los promedios.

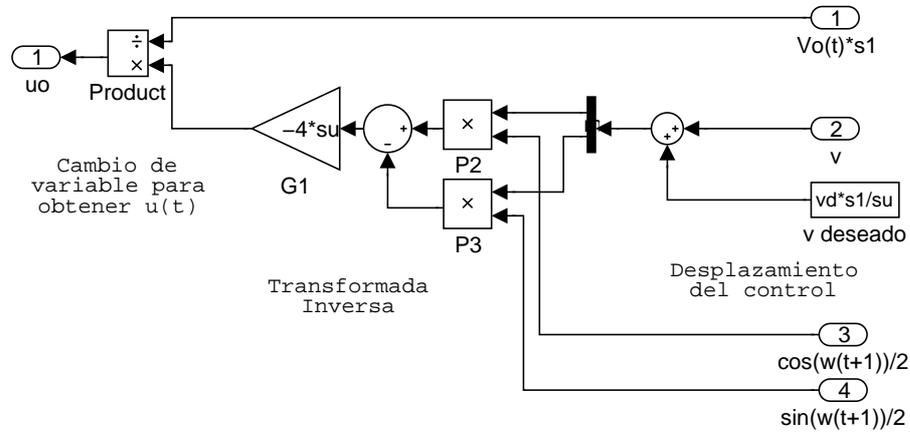


Figura 5.5: Detalle del bloque Transformada Inversa de Fourier.

5.1.2. Obtención de las portadoras

El desarrollo teórico para el bloque *Modulación* en el diagrama detallado de la sección 5.1 debe plantearse en base a problemáticas prácticas de tipo experimental. En primer lugar la fuente de alimentación no es una función sinusoidal pura, pero gracias a su periodicidad puede descomponerse en una serie de componentes armónicas de modo que sin pérdida de generalidad la componente armónica fundamental de la fuente de alimentación puede representarse tal como en los modelos usados en esta tesis como $v(t)_1 = E \sin(\omega_o t)$ asumiendo que la función $\sin(\omega_o t)$ utilizada para obtener tal armónico está en fase con $v_i(t)$. El problema práctico es que en general uno puede generar funciones $\sin(\omega_o t')$ y $\cos(\omega_o t')$ con $t' = t - t_d$, tomando t_d valores positivos o negativos que representan el adelanto o el retardo, en general no constante, de la señal generada respecto a la fuente. Una posibilidad de sincronización es buscar un método que logre mantener $t_d = 0$, o equivalentemente el ángulo de desfase $\theta = \omega_o t_d = 0$. Tal método de sincronismo es frecuente en aplicaciones de radiofrecuencia en donde se tienen dispositivos de enganche de fase *Phase Locked Loop* o PLL. Desafortunadamente, el rango de frecuencias de enganche de estos dispositivos (o los algoritmos digitales que los sintetizan) no cubre las bajas frecuencias o su adaptación puede llegar a ser compleja. Otra opción es utilizar la señal de alimentación como portadora utilizando un filtro pasa bajos y luego extraer la derivada para formar la función coseno pero pueden cometerse errores de escalamiento en ese proceso. Sin embargo, tal idea puede describirse metódicamente e implementarse eficientemente mediante los desarrollos del capítulo 3. Para hacer más general el desarrollo, considérese la fundamental del voltaje de alimentación descrito en el tiempo t' como $v(t')_1 = E \sin(\omega_o t' + \theta)$. Es fácil comprobar que esto implica que el coeficiente complejo GSSA de orden uno de $v(t')$ sea (en el tiempo discreto $t' = n'T_s$ con T_s el período de muestreo),

⁴Se ha cambiado a propósito la notación de la fuente $v_i(t)$ por $v(t)$ para evitar confusiones de notación en lo que sigue.

$$\langle v(n') \rangle_1 = V[n', 1] = -j \frac{E}{2} e^{j\theta} .$$

De otro lado, la transformada transformada-z inversa en ambos miembros de la ecuación (3.30) y utilizando V en el lugar de X se obtiene,

$$V[n', 1] e^{j \frac{2\pi}{N} (n'+1)} = (\check{V}_{sR}[n', 1] + j \check{V}_{sI}[n', 1]) ,$$

y despejando el coeficiente de Fourier de tiempo desplazado $\check{V}_{sI}[n', 1]$ se obtiene,

$$\check{V}_{sI}[n', 1] = -j V[n', 1] \frac{e^{j \frac{2\pi}{N} (n'+1)}}{N} + j \check{V}_{sR}[n', 1] . \quad (5.1)$$

Utilizando la propiedad desarrollada en el capítulo 3 en la ecuación (3.33) por la cual se obtiene el componente armónico k de una señal para $1 \leq k \leq \frac{N}{2} - 1$, entonces el componente armónico de orden uno de la fuente de alimentación puede expresarse como,

$$v[n'+1, 1] = \check{V}_{sR}[n', 1] = E \sin\left(\frac{2\pi}{N} (n'+1) + \theta\right) = -\frac{jE}{2} (e^{j(\frac{2\pi}{N} (n'+1) + \theta)} - e^{-j(\frac{2\pi}{N} (n'+1) + \theta)}) ,$$

si luego se despeja $\check{V}_{sR}[n', 1]$ y se substituye en (5.1) se obtienen el par de ecuaciones,

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{2\pi}{N} (n' + 1) + \theta\right) &= \sin\left(\frac{2\pi}{N} (n + 1)\right) = \frac{2}{E} \check{V}_{sR} \\ \cos\left(\frac{2\pi}{N} (n' + 1) + \theta\right) &= \cos\left(\frac{2\pi}{N} (n + 1)\right) = -\frac{2}{E} \check{V}_{sI} , \end{aligned} \quad (5.2)$$

La utilidad de la ecuación (5.2) es evidente si se recuerda de la figura 3.6 que los coeficientes reales de \check{V}_s se obtienen con pocas operaciones a partir de un solo filtro de Fourier de orden uno como el de la figura (5.4) que no requiere modulación previa. Si E es desconocido o se esperan variaciones importantes en su valor, éste puede ser obtenido en tiempo real de las mismas componentes del filtro si se advierte que,

$$\frac{E}{2} = \sqrt{\check{V}_{sR}^2 + \check{V}_{sI}^2} .$$

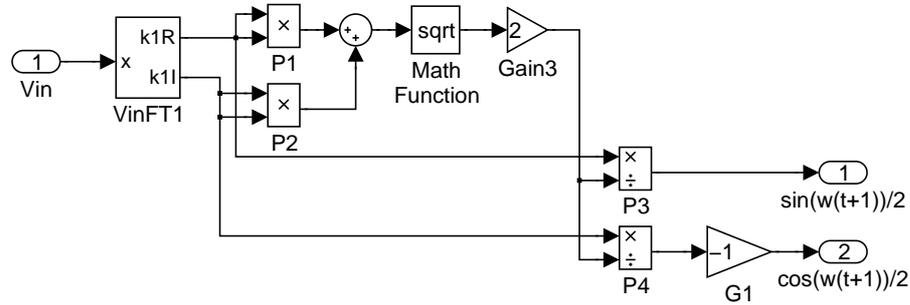


Figura 5.6: Detalle del bloque *Portadoras*.

La implementación del bloque *Modulador* se muestra en la figura 5.6 donde el valor de E es calculado en línea. El hecho que las portadoras tengan adelanto de una muestra es útil en el esquema de control descrito en la sección 5.1 por cuanto los filtros del tipo F3 del capítulo 3 justamente requieren portadoras con adelanto de una muestra.

5.2. Montaje experimental

Una fotografía del montaje experimental se muestra en la figura 5.7. Cada bloque se describe en las secciones que siguen.

5.2.1. Rectificador

El rectificador boost de puente completo utilizado para los experimentos es una adaptación del inversor trifásico IGBT 50A *SALICRU* de la figura 5.8 para actuar como rectificador boost alimentado con tensión monofásica. El inversor trifásico engloba la etapa de potencia de la figura 5.8; y una tarjeta de impulsores que incluye los *drivers* de compuerta de los IGBTs, una fuente conmutada para la alimentación de los drivers, sensores y otros. El equipo de potencia propiamente dicho consta de un convertidor AC/DC y de un ondulador trifásico comandado por las señales de compuerta complementarias $WG1$, $\overline{WG1}$ para la fase U ; $WG2$, $\overline{WG2}$ para la fase V ; y $WG3$, $\overline{WG3}$ para la fase W . Aparte del equipo de potencia, el inversor incorpora salidas con lecturas de corriente de fase y tensión del bus DC. Para la construcción del rectificador se hicieron las modificaciones pertinentes para dejar en circuito abierto a la etapa rectificadora AC/DC, al conjunto de tiristor y resistencia de $48\ \Omega$ de pre-carga de condensadores, y al IGBT en derivación CHOP utilizado para facilitar el frenado regenerativo en equipos para motores. Igualmente se deja sin utilizar la rama de la fase W . Con estas modificaciones se utilizan las dos ramas de las fases U y V como terminales de entrada al circuito; y se adaptan terminales para conexión de una carga en paralelo con los condensadores del bus DC, conformando así el esquema simplificado del rectificador en la figura 5.9.

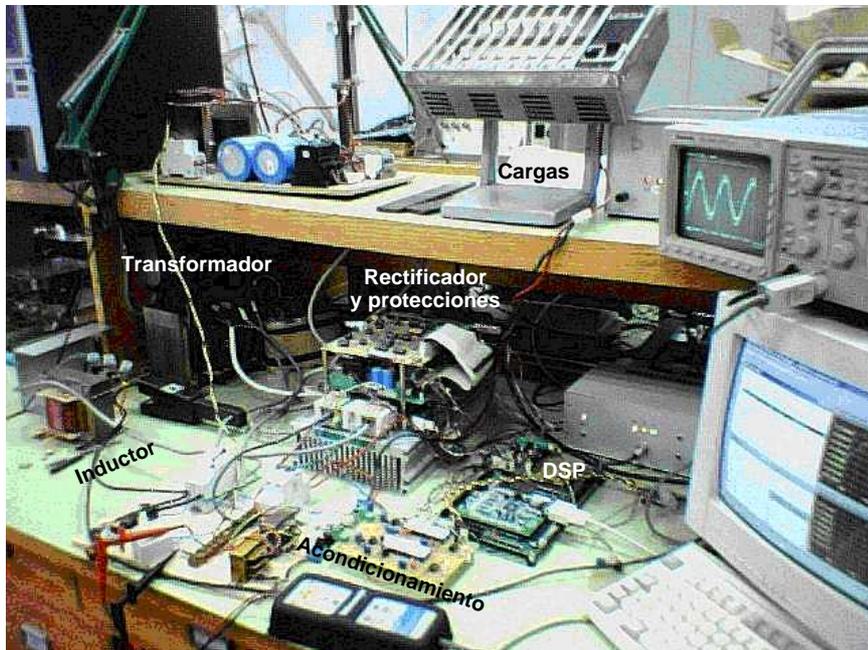


Figura 5.7: Fotografía del montaje experimental.

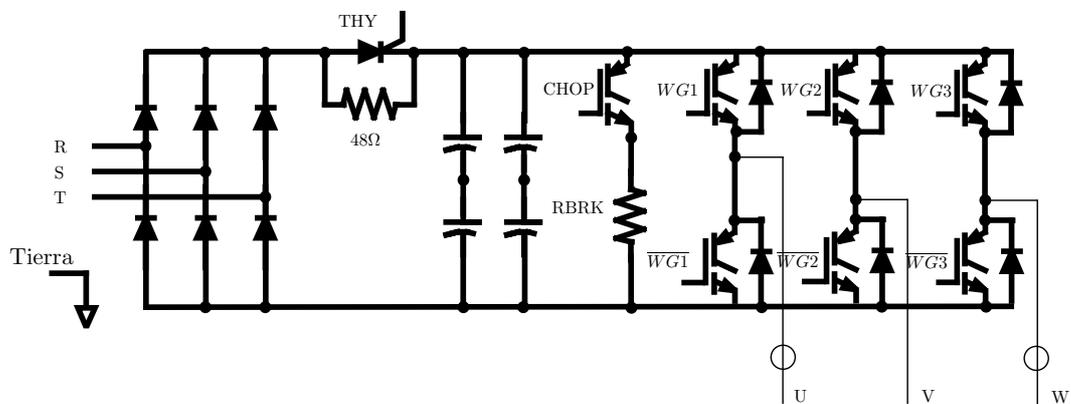


Figura 5.8: Etapa de potencia del inversor trifásico de SALICRU.

El sensor de corriente de la fase U se aprovecha como sensor de corriente de línea en el rectificador y el sensor de corriente de la fase W se libera del circuito para poder utilizarlo como sensor de corriente de carga. Nótese que los IGBTs poseen diodos dispuestos de tal modo que si la tensión del bus DC es superior a la máxima amplitud de la tensión AC en los terminales de entrada del puente, entonces estos diodos quedan inversamente polarizados y no tienen efecto en el circuito (en el rectificador

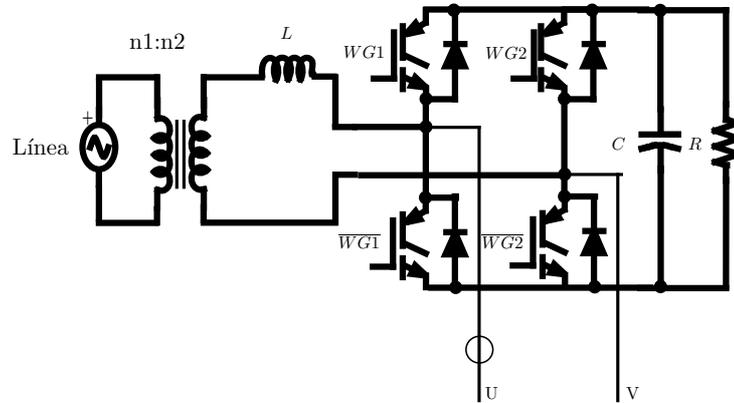


Figura 5.9: Arreglo usado para el rectificador AC/DC de puente completo.

boost este es el caso cuando el circuito está actuando como elevador de tensión); pero de otro modo estos diodos hacen actuar al circuito como un rectificador de puente de diodos convencional. Esta característica se hace servir en el rectificador boost para tener una tensión de bus DC aproximadamente del valor de la amplitud de la alimentación de AC antes cerrar el lazo de control, evitando así largos períodos de saturación del control en el instante en que se cierra el lazo.

Las características eléctricas relevantes de los elementos que conforman el rectificador en la figura 5.9 son:

- IGBTs⁵: SKM 100 GB 128 DN de *Semikron* $V_{CE(max)} = 1200V$, $I_{C(max)} = 100A$, $t_{d(on)} = 150ns$, $t_{d(off)} = 150ns$, $V_{CE(sat)} = 1,2 V$ para $I_C = 10 A$.
- Condensador del bus DC: arreglo de dos ramas en paralelo cada una con dos condensadores electrolíticos en serie, cada uno de los cuales es de $1500 \mu F$ y voltaje de ruptura de $400 V$. Adicionalmente existen condensadores de pequeño valor para compensar los efectos inductivos del cableado, mejorar las características no ideales de los condensadores electrolíticos y filtrado de ruido de alta frecuencia. La capacidad efectiva en paralelo entre los terminales del bus DC fue de $1402 \mu F$.
- Carga: arreglo de cargas resistivas obtenidas de calefactores eléctricos que se disponen para poder seleccionar, mediante conmutadores mecánicos, los valores $R = 513\Omega$, $R = 450\Omega$, $R = 121\Omega$, , $R = 62\Omega$ o circuito abierto.
- Inductor: inductor de núcleo de hierro con los siguientes parámetros medidos,

⁵Las características para este elemento dependen de las condiciones de funcionamiento, sin embargo dan una idea de las prestaciones del dispositivo.

$f = 100 \text{ Hz}$	$r = 0,0924 \ \Omega$	$L = 2,4 \text{ mH}$	$Q = 16,32$
$f = 1 \text{ kHz}$	$r = 1,5 \ \Omega$	$L = 2,19 \text{ mH}$	$Q = 9,2$
$f = 10 \text{ kHz}$	$r = 28,11 \ \Omega$	$L = 1,68 \text{ mH}$	$Q = 3,75$

- Fuente de alimentación de AC: la alimentación AC se deriva de la red eléctrica a 220Vrms y $f = 50\text{Hz}$; pero por tratarse de pruebas de tipo experimental, como medida de seguridad se prefirió trabajar con potencias bajas y aislar de la red eléctrica al circuito de potencia como se muestra en la figura 5.9. Para ello se utilizó un transformador de núcleo de hierro con capacidad de potencia de 2400W y relación de transformación 300 : 60, el primario se conecta a la red eléctrica y el secundario sirve de alimentación al rectificador AC/DC con voltaje entre terminales medido en plena carga de 48,2 Vrms, correspondientes a una amplitud pico de 68,16 V.

Con lo anterior, los parámetros utilizados para simulaciones y diseño experimental fueron: $E = 68,16 \text{ V}$, $L = 2,7 \text{ mH}$, $C = 1400 \ \mu\text{F}$, objetivo de tensión DC deseado $V_d = 148 \text{ V}$. La resistencia r debe modelar no sólo la resistencia serie equivalente del inductor sino también las pérdidas en los IGBT. Esto último es difícil de determinar especialmente por que para las corrientes que se obtienen para las cargas y tensión AC elegidas los IGBTs del inversor resultan estar sobredimensionados y trabajan cerca del codo de la curva de corriente de colector contra voltaje colector a emisor, donde además un modelo resistivo puro no es válido. A parte, los tiempos muertos que deben dejarse para la recuperación inversa de los IGBTs también suponen pérdidas de potencia que quizás no puedan modelarse efectivamente mediante una resistencia serie del lado de la línea. Un cálculo inicial que da un buen estimativo es calcular la suma en serie de la resistencia equivalente serie medida del inductor sumada con dos veces (siempre intervienen dos IGBTs del puente) la resistencia efectiva colector a emisor de los IGBTs mediante el cociente $VCE(sat)/I_C$ para las corrientes esperadas. Por ejemplo, para una corriente I_d esperada de 10 A se calcula como $r = 0,09 + 2\frac{1,2}{10} = 0,32\Omega$, donde el dato de $VCE(sat)$ debe obtenerse de las curvas de las hojas de datos del IGBT. Una posibilidad que se probó sin éxito fue aplicar la ley ideal de control $u(t)^*$ para una carga nominal conocida y determinar experimentalmente el valor de r que permita obtener la tensión de bus DC esperada para esa ley de control. Como se verá en la sección dedicada a presentar los resultados experimentales, en la práctica existen disipaciones de potencia no modeladas que quizás no sean representables mediante una resistencia serie efectiva del lado AC de la línea; por lo que da mejor resultado la estimación inicial descrita anteriormente.

5.2.2. Tarjeta de protección de la etapa de potencia

El inversor de *SALICRU* provee señales y mecanismos para la protección de la etapa de potencia que debe ser realizada por una lógica externa. Estas señales son: tensión del bus DC que se obtiene mediante divisor de tensión y un amplificador de aislamiento HPCL-7800; corrientes de fase que se obtienen mediante transformadores de corriente de efecto Hall con relación de transformación de 80 mV/A; sensor de

temperatura del puente que se obtiene mediante una fuente de corriente AD590 con relación $1 \mu\text{A}/^\circ\text{K}$; señales lógicas de desaturación de los IGBTs que indican de corrientes excesivas de colector mediante detección de umbrales de tensión colector-emisor. El objetivo de las protecciones es forzar la desactivación de los IGBTs en el mínimo tiempo posible ante la existencia de un comportamiento peligroso de las señales antes descritas. Para tal efecto se utilizó una tarjeta de protecciones diseñada específicamente para el inversor de *SALICRU* en el proyecto descrito en (Barrachina, 1997). Dicha tarjeta también proporciona una lógica para activación segura de las compuertas de los IGBTs, impidiendo la activación simultánea de dos IGBTs en una misma rama del puente; así como también proporcionar tiempos muertos entre la desactivación de un IGBT y la activación de su complementario en una rama para evitar los conflictos derivados de los tiempos de recuperación inversa de los IGBTs. No obstante, para este trabajo esta última lógica fue desactivada permitiendo que sea el sistema DSP la que programe los tiempos muertos y asegure la activación segura de los IGBTs en una misma rama.

5.2.3. Sistema de procesamiento digital de señales

El sistema DSP en este experimento realiza las funciones de conversión A/D, procesamiento computacional de los algoritmos digitales, conversión D/A para propósitos de depuración, generación PWM para la conmutación de los IGBTs del rectificador y soporte para comunicación serie con un ordenador personal en donde se desarrolla y depura el código de los programas. Se utilizó para estas funciones el equipo *ADMC401 DSP Motor Control Development Tool Kit* de *Analog devices* que incluye,

- Tarjeta *ADMC401 PROCESSOR BOARD* de *Analog devices*
- Tarjeta *ADMC CONNECTOR BOARD*
- Cable serial de 9 pines macho a hembra
- Software de depuración para el *ADMC401 MOTION CONTROL DEBUGGER*
- Manuales descriptivos y de aplicaciones.

La tarjeta *ADMC401 PROCESSOR BOARD* es una tarjeta de evaluación y desarrollo para el chip controlador de motores de arquitectura DSP *ADMC401*. El chip *ADMC401* es un sistema integrado cuyas principales características utilizadas durante este experimento son,

- 26 MIPS, aritmética de coma fija en complemento a dos y núcleo de procesamiento DSP de 16 bits.
- Memoria RAM interna de programa de $2K \times 24$ bits.

- Memoria ROM interna de programa de $2K \times 24$ bits.
- Bus de direcciones de 14 bits y bus de datos de 24 bits para expansión de memoria externa.
- 8 entradas de conversión A/D de 12 bits con tiempo de conversión inferior a $2 \mu s$. Las señales analógicas de entrada a la tarjeta deben estar (por defecto) en el rango entre $-2 V \leq Input < 2 V$ y los circuitos en tarjeta realizan eficientemente el proceso desplazamiento de nivel de para adaptarlo a los requerimientos de los convertidores en el ADMC401 de modo que una lectura analógica de $-2 V$ se traduce en la representación hexadecimal $0x8000$ (valor -1 en representación fraccional de coma fija de 11 bits más un bit de signo) y una lectura analógica de $2 V$ se traduce en en la representación hexadecimal $0x7FF0$ (valor más cercano a 1 en la representación fraccional de coma fija de 11 bits más un bit de signo).
- Generador PWM trifásico síncrono de 16 bits de resolución. En los experimentos se utilizó el modo de operación conocido como *single update* que produce pulsos centrados en la modulación PWM.
- 12 líneas I/O de propósito general configurables como entradas, salidas, fuentes de interrupción o habilitación de salidas PWM.
- Dos puertos serie síncronos.

La tarjeta *ADMC CONNECTOR BOARD* provee una plataforma de desarrollo inicial para fácil acceso a señales y además un convertidor serial de digital a analógico (DAC) de 12 bits que resulta de gran utilidad para el proceso de depuración de los algoritmos digitales.

El software de depuración *MOTION CONTROL DEBUGGER* se ejecuta bajo el sistema operativo Windows y proporciona un entorno amigable que permite descargar un programa ejecutable desarrollado para el ADMC401, a la memoria de la tarjeta de procesamiento por medio de un puerto serie del ordenador. El depurador refleja el ambiente hardware del ADMC401 a través de una serie de ventanas de modo similar al funcionamiento de un simulador pero con total acceso a los registros y memoria del ADMC401. Para la creación del código ejecutable se utilizó un editor de texto para escribir el código fuente en lenguaje ensamblador del ADSP-2171, que es la unidad de procesamiento en el corazón del ADMC401, y los correspondientes programas ensamblador y de encadenamiento para la generación de archivos objeto y el ejecutable final, respectivamente.

5.2.4. Modulación PWM en el ADMC401

El modulador PWM del ADMC401 funciona basado en temporizaciones controladas por registros contadores que pueden programarse por el usuario. La figura 5.10 muestra las formas de señal típicas de en el modo *single update*. Aquí aparecen las señales

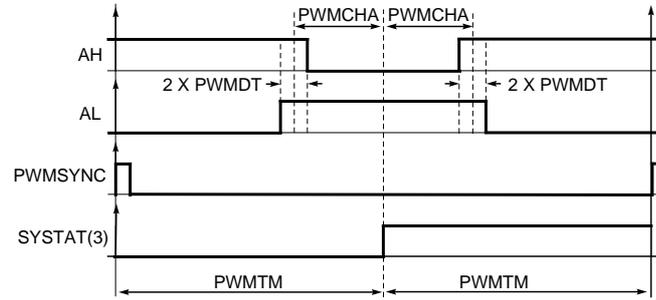


Figura 5.10: Señales en modo *single update* del PWM en el ADMC401.

lógicas complementarias de salida AH y AL del canal A del PWM (las que impulsan las compuertas de los IGBTs alto y bajo de una rama del circuito puente trifásico), la señal de sincronismo PWMSYNC que ocurre una vez al inicio del período de conmutación determinado por el registro contador PWMTM, y la señal lógica de estado SYSTAT que es cero en la primera mitad del período de conmutación y es uno en la segunda mitad. Así, una vez programados los contadores apropiados y la interrupción asociada al PWM, cada vez que se cumple el tiempo correspondiente a un período de conmutación se debe actualizar el contador PWMCHA (para los canales B y C existen los correspondientes contadores asociados), que fija el ciclo de trabajo del pulso durante el siguiente período de conmutación. En la figura 5.10 las salidas AH y AL son activas bajas, es decir, el IGBT asociado a una de estas salidas conduce cuando la señal está en bajo aunque esto puede cambiarse en la tarjeta mediante un simple *jumper*. Nótese que durante un tiempo que se programa en los contadores PWMDT, cuando el IGBT que está conduciendo se conmuta a no conducción entonces el IGBT complementario en la rama espera un tiempo antes de conmutar de no conducción a conducción, estableciendo un margen de seguridad debido al tiempo de recuperación inversa de los IGBTs. Según el dato $t_{d(off)}$ de los IGBTs del inversor de *SALICRU* este *tiempo muerto* o tiempo durante el cual no conducen ninguno de los dos IGBTs debería ser del orden del de unos 500 ns aunque puede ser menor si las corrientes son bajas. El tiempo muerto tiene un efecto neto equivalente al de una pérdida de potencia (que no se ha tenido en cuenta en los modelos de esta tesis) ya que durante ese período no se transfiere energía a la carga. La figura 5.11 muestra, para el canal A del PWM, cómo se establece la relación entre la señal de control que quiere modularse (que aquí se llama $V_{ref,A}$) y la programación del contador para el ciclo de trabajo PWMCHA. Como se observa, los triángulos ΔMPQ y ΔMST son proporcionales y se satisface la relación,

$$\left| \frac{PQ}{ST} \right| = \left| \frac{PM}{SM} \right|,$$

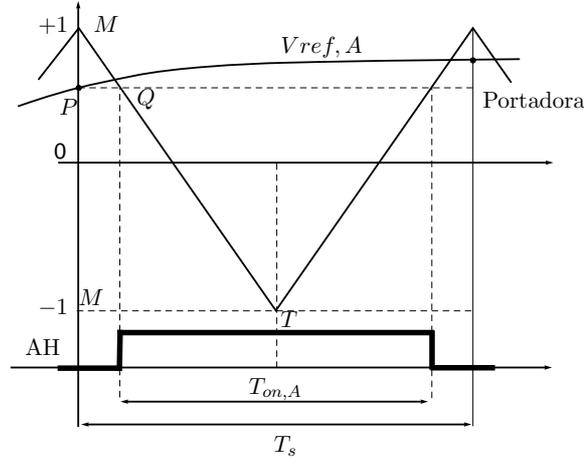


Figura 5.11: Generación de una señal PWM en el ADMC401.

de modo que,

$$\frac{\frac{1}{2}(T_s - T_{on,A})}{\frac{1}{2}T_s} = \frac{1 - V_{ref,A}}{2},$$

que lleva a,

$$T_{on,A} = \frac{T_s}{2}(1 + V_{ref,A}),$$

o lo que es igual según la figura 5.10,

$$PWMCHA = \frac{PWMTM}{2}(1 + V_{ref,A}). \quad (5.3)$$

Una descripción detallada acerca del valor entero que debe usarse para programar los contadores PWM, en función de la frecuencia del cristal utilizado se encuentra en los manuales que acompañan al software del *ADMC401 DSP Motor Control Development Tool Kit* (<http://www.analog.com>).

Cabe anotar que para el caso del rectificador AC/DC, tal como se muestra en la figura 5.9, las dos ramas de conmutadores se activan de tal modo que cuando el IGBT superior de una rama conduce también debe conducir el IGBT inferior de la otra rama y cuando el IGBT inferior de una rama conduce también debe conducir el IGBT superior de la otra rama, esto es, $WG1 = \overline{WG2}$ y se asocian a la señal lógica *AH* del ADMC401; mientras que $\overline{WG1} = WG2$ y se asocian a la señal lógica *AL* del ADMC401.

5.2.5. Sensores y adaptación de señales

A continuación se describe el tipo de sensores utilizados para la medida de las variables de tensión y corriente en el rectificador AC/DC, así como los circuitos utilizados

para adecuar estas lecturas a los niveles requeridos por el sistema DSP que las procesa.

- Voltajes de fuente y de bus DC: se utilizó una tarjeta que está basada en el amplificador de aislamiento AD215 de *Analog Devices*. Este amplificador de aislamiento permite amplificar señales con una ganancia que puede ajustarse entre 1 y 10, con salida diferencial en un amplio ancho de banda que va desde DC hasta 120 kHz, voltajes máximos de entrada entre ± 10 V con un slew rate de $6 \text{ V}/\mu\text{s}$, retardo puro de transporte de $3 \mu\text{s}$, razón de rechazo de modo común de 105 dB, entre otras características. La tarjeta proporciona los medios para reducir la ganancia a fin de poder leer tensiones altas de bus DC y convertirlos en tensiones proporcionales apropiados para los convertidores A/D, que en el caso del sistema DSP debe estar en el rango máximo de ± 2 V; así como también la posibilidad de ajustar las tensiones de offset con muy buena resolución. Para esta operación de reducción de ganancia la tarjeta utiliza divisores resistivos y un seguidor de tensión basado en un amplificador operacional en la etapa de entrada al AD215. En la etapa de salida del mismo integrado se acopla un amplificador diferencial con ganancia reductora, también basado en amplificador operacional, a fin de tener una tensión referida a tierra como se requiere en la tarjeta DSP. Esta tarjeta se utilizó por que al estar disponible facilitaba el trabajo especialmente por su flexibilidad para el acondicionamiento de ganancias y ajuste offset, sin embargo otros amplificadores de aislamiento de bajo costo podrían utilizarse; más si se tiene en cuenta que el controlador GSSA actúa sobre señales que pasan por filtros de Fourier con lo que el posible ruido introducido en los sensores se minimiza notoriamente. No obstante, una característica deseable es que, para el caso de la lectura de la tensión AC, el sensor que se utilice no introduzca un retardo de fase importante ya que en ese caso las portadoras obtenidas para el cálculo de componentes de Fourier deben ser desplazadas en fase mediante una modulación adicional a fin de compensar el retardo que pudiera introducir el sensor. Esta compensación de fase no fue necesaria dado que el retardo de transporte del AD215 es despreciable frente al período de la fundamental.
- Sensores de corriente: se utilizaron los dos transformadores de efecto Hall que provee el inversor de *SALICRU* los cuales tienen una relación de salida a entrada de 4V a 50 A y ancho de banda de 100 kHz. Los transformadores poseen potenciómetros de ajuste de ganancia y offset. Para tener una mayor flexibilidad de ajuste de rango dinámico se diseñaron amplificadores no inversores basados en operacional con ganancia ajustable entre 0,1 y 10. Teniendo en cuenta que para la corriente de entrada se esperan corrientes máximas del orden de 30 A, la ganancia total para el sensor de esta variable se buscó que fuera 30 para lecturas en el ADC del orden de 0,5 V. Del mismo modo, para el sensor de corriente de salida se tuvo en cuenta que se espera, como máximo, lecturas del orden de 2,5 A y se buscó que la ganancia total para este sensor fuera 4 para lecturas del orden de 0,3 V.

$s_1 = \frac{\langle v_o \text{ DSP} \rangle_0}{V_o \text{ real(DC)}}$	$\frac{1}{206,39}$
$s_2 = \frac{i_l \text{ DSP}(rms)}{i_l \text{ real}(rms)}$	$\frac{1}{30}$
$s_3 = \frac{\langle i_o \text{ DSP} \rangle_0}{I_o \text{ real(DC)}}$	$\frac{1}{4,147}$
$s_4 = \frac{v_{in} \text{ DSP}(rms)}{v_{in} \text{ real}(rms)}$	$\frac{1}{205,32}$

Cuadro 5.1: Ganancia total de los sensores.

Las fijación de las ganancias finales para cada sensor se hizo teniendo en cuenta que en los valores máximos esperados de las variables en el experimento, las entradas a los convertidores ADC no estuvieran próximos al máximo permitido, esto es ± 2 V. Para determinar la ganancia asociada al sensor de la tensión de bus, se almacenaron los valores en las salidas del filtro de Fourier de esa variable durante todo un período de la fundamental tomando luego el promedio de las lecturas de $\langle v_o(t) \rangle_0$ dividido por la lectura del voltaje DC en la carga; algo análogo para la corriente de salida DC. Para determinar la ganancia asociada al sensor de la corriente de línea se almacenó la lectura del ADC durante todo un período y se calculó la raíz cuadrada de la media de las lecturas al cuadrado, dividida por el valor de la lectura de la corriente rms en la línea mediante una sonda de corriente de efecto Hall y un voltímetro digital que puede leer el verdadero voltaje rms de una señal. La tabla 5.2.5 resume las ganancias de los sensores utilizadas para el diseño de los controladores.

5.2.6. Instrumentos de medida

Los siguientes fueron los instrumentos de medida utilizados en el laboratorio para calibración, medida de parámetros y de resultados.

- Medidas de resistencia y tensión de AC y DC: multímetro multipropósito, *PROMAX PD-986 true rms*.
- Medidas de impedancia (inductor y capacitor): *Precision impedance meter PROMAX MZ-805*.
- Gráficas de tensión y corriente: Osciloscopio digital *Tektronix TDS 430A* de 400 Mhz mediante la sonda de tensión diferencial de alto voltaje *Tektronix P5205* para tensiones entre -1000 a 1000 V hasta 100 Mhz y la sonda de corriente *Tektronix A622* para corrientes de 0 a 70A rms en el rango desde DC a 100 kHz; analizador de calidad de potencia *FLUKE 43*.

5.3. Estructura general del código de programa

Los bloques detallados de simulación en la sección 5.1 permiten una fácil codificación del programa que realice el esquema de control de esta tesis, siendo el bloque del controlador GSSA la codificación de ley de control que corresponda a la que se desee probar. Teniendo en cuenta que la señal de sincronismo PWMSYNC genera

una interrupción para el ADMC401 al inicio de cada período de conmutación, se asocia un código de atención a esta interrupción cuyo objetivo es calcular el ciclo de trabajo a programar en el PWM para ese período de conmutación. A continuación se muestra el algoritmo general del programa.

```

    {Programa principal}

Inicio:
    Inicio de variables;           {Buffers,contadores,punteros}
    Iniciación del PWM;           {Asigna rutina de interrupción
                                y temporizadores}

    Habilitar interrupciones;
    Inicio del ADC;               {Calibración de offsets}

Ciclo:
    Ir a Ciclo;                  {Ciclo infinito hasta la
                                finalización del programa}

    Salir;

    {Rutina de interrupción}

IniSYNC:
    Leer variables del ADC;       {Voltajes de fuente AC y bus DC}
                                {corriente de salida o de entrada}

    Variables GSSA;              {Filtros de Fourier}
    Si TINI == 0 ir a Control;    {TINI es un contador para el
                                tiempo antes de cerrar el lazo}

    Decrementar TINI;
    ir a Update;

Control:
    Acondicionamiento GSSA;      {Cambio de variable y cálculo
                                de portadoras}

    Ley decontrol GSSA;          {Según la ley que corresponda}

Inversa:
    Inversa de Fourier;          {Inversa de Fourier y cambio de
                                variable de ley de control}

Pwm:
    Programación de PWMCHA;      {Programación del ciclo de
                                trabajo del período actual}

Update:
    Actualizar de punteros;      {Actualizar punteros a Buffers
                                de las variables}

    Salir de interrupción;

```

En el algoritmo anterior se requieren *buffers* para almacenar las muestras de las señales de voltaje y corriente. Según los algoritmos de Fourier diseñados, se requiere conocer el valor de la muestra actual y el valor de la muestra N períodos de muestreo anteriores siendo $N = T/T_s$ con T_s el período de muestreo y T el período de la fundamental. En el caso que se está tratando T es igual al período de la señal de red, correspondiente a la frecuencia de 50 Hz, y T_s es igual al período de conmutación

del PWM, que se eligió para tener frecuencia constante de 20 kHz. Por ello, el tamaño de tales *buffers* es de $N + 1$ localidades de memoria y se definen del tipo circular de modo que cuando el apuntador asociado al *buffer* sobrepasa su última posición de memoria, vuelve a apuntar a la primera localidad del *buffer* descartando así automáticamente las muestras que ya no son de interés.

La finalidad del contador TINI es que antes de ejecutar el algoritmo de control se permita hacer funcionar al rectificador como un puente de diodos mientras que los filtros de Fourier comienzan a adquirir datos, de modo que cuando se inicie el controlador los valores de los filtros sean correctos. Para este temporizador sólo se precisa un tiempo de un período de la fundamental ($f = 50$ Hz).

La porción del algoritmo **Variables GSSA**; corresponde a la codificación de los bloques *Filtro de orden cero* y *Filtro de orden uno*, según sea el caso, de la figura 5.4 descrito en la sección 5.1. La porción del algoritmo **Acondicionamiento GSSA**; corresponde a la codificación del bloque *Conformación de variables GSSA* de la figura 5.2 descrito en la sección 5.1. La porción del algoritmo **Ley de control GSSA**; corresponde a la codificación del bloque *Controlador GSSA* de la figura 5.1 que es la ley de control GSSA diseñada por alguno de los métodos descritos. La porción del algoritmo **Inversa de Fourier**; corresponde a la codificación del bloque *Transformada inversa de Fourier* de la figura 5.5 descrito en la sección 5.1. Finalmente la porción del algoritmo **Programación de PWMCHA**; es la codificación de la ecuación (5.3) siendo $V_{ref,A}$ el control en la salida del bloque *Transformada inversa de Fourier*.

En el caso del controlador basado en H_∞ obtenido por linealización, los experimentos inician con una ley de control en lazo abierto y carga nominal que lleva al rectificador cerca del punto de equilibrio y luego se cierra el lazo con el controlador diseñado. Esto se hizo incluyendo en el algoritmo general antes descrito, un temporizador adicional tal que durante los primeros diez períodos de la fundamental se entrega el valor cero en las variables de entrada al controlador (recuérdese que en este diseño se desplazó el estado al origen), con lo que durante ese tiempo se tiene la ley de control en lazo abierto $u(t)^*$ para la carga nominal. En el caso del controlador basado en IDA-PBC, la temporización adicional descrita no se requiere y el control lleva al punto de equilibrio deseado partiendo de la tensión de bus DC alcanzada durante el tiempo TINI por la rectificación a diodos.

5.4. Resultados experimentales

A continuación se presentan gráficas de los resultados experimentales obtenidos con las leyes de control GSSA basada en H_∞ y basada en IDA-PBC. Las gráficas muestran capturas de pantalla del osciloscopio y del analizador de calidad de potencia.

5.4.1. Rectificador basado en H_∞

En la figura 5.12 se muestra la gráfica de osciloscopio del voltaje de salida del bus DC y un marcador denotado por el símbolo Δ sobre la tensión deseada de 148 V.

En el experimento, al tiempo de inicio el voltaje de bus DC está fijo en el nivel de rectificación de diodos con una carga resistiva de $R = 120 \Omega$. Luego, la acción de control se aplica en $t \approx 1$ s y el voltaje se incrementa hasta estabilizarse en $V_o \approx 148$ V. Posteriormente, se hacen cambios de carga desde $R = 120 \Omega$ a $R = 62 \Omega$ a $R = 450 \Omega$ y circuito abierto a aplicados en $t \approx 6,5$, $t \approx 14,5$, y $t \approx 22$ segundos, respectivamente. Como puede verse, el sistema es capaz de mantener la tensión de salida constante ante variaciones de la carga en el valor deseado de 148V.

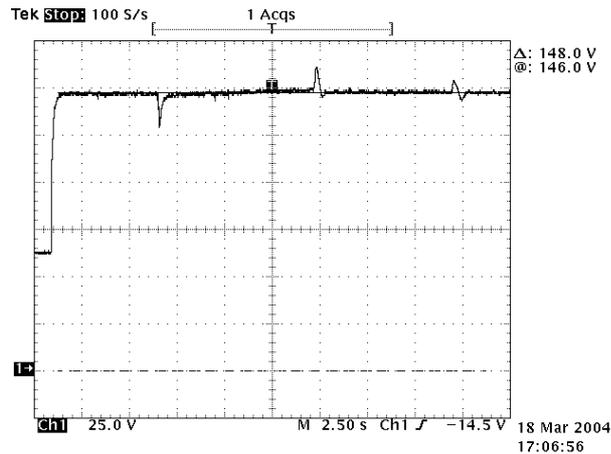


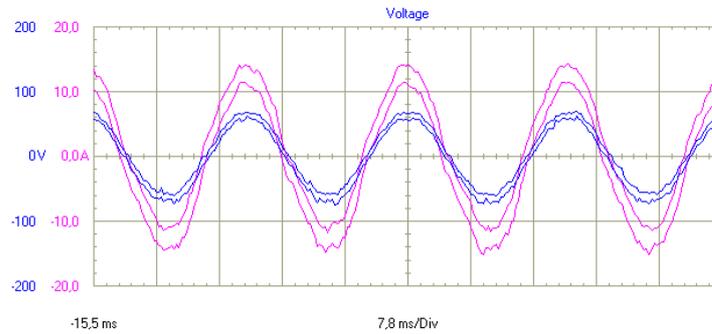
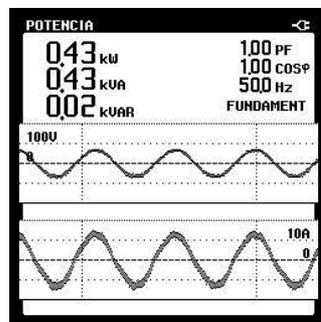
Figura 5.12: Control GSSA basado en H_∞ . Voltaje del bus DC ($v_o(t)$) para variaciones de la carga.

En las figuras 5.13, 5.14 y 5.15 se muestran las formas de la corriente de línea, tensión de línea y el valor del factor de potencia para tres condiciones de carga, a saber $R = 60\Omega$, $R = 120\Omega$ y $R = 500\Omega$.

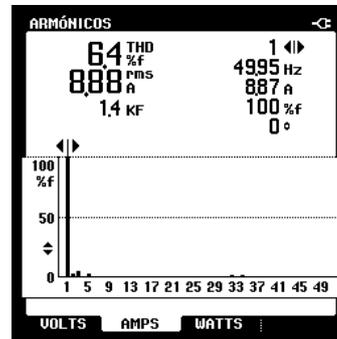
Como puede verse, a mayor potencia manejada, más cercano a la unidad es el factor de potencia destacando que el coseno del ángulo entre la tensión y corriente de línea se mantiene muy cercano a la unidad.

5.4.2. Rectificador basado en IDA-PBC

En la figura 5.16 se muestra la gráfica de osciloscopio del voltaje de salida del bus DC y un marcador denotado por el símbolo Δ sobre la tensión deseada de 148 V. En el experimento, al tiempo de inicio el voltaje de bus DC está fijo en el nivel de rectificación de diodos con una carga resistiva de $R = 120 \Omega$. Luego, la acción de control se aplica en $t \approx 1$ s manteniendo la resistencia de carga y el voltaje se incrementa hasta estabilizarse en $V_o \approx 131$ V. Posteriormente, se hacen cambios de carga desde $R = 120 \Omega$ a $R = 62 \Omega$ a $R = 450 \Omega$ y circuito abierto a aplicados en $t \approx 6,6$, $t \approx 12,5$, y $t \approx 19,5$ segundos, respectivamente. Como puede verse, aunque el sistema es capaz de mantener la tensión de salida casi constante ante variaciones de la carga, también puede verse que la tensión final de bus no llega al valor deseado de 148V. A este respecto, cabe retomar el asunto de la estimación

(a) Voltaje v_i V frente a la corriente i_l A

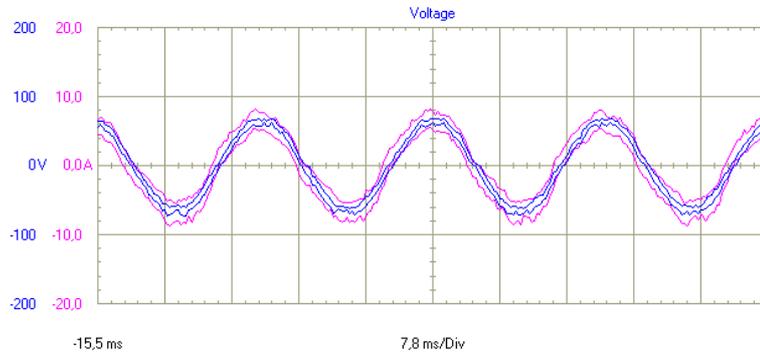
(b) Calidad de potencia



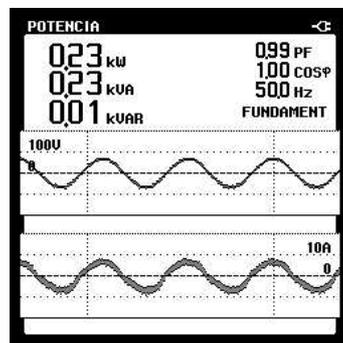
(c) Contenido armónico en la corriente de línea

Figura 5.13: Control GSSA basado en H_∞ . Voltaje de fuente de AC frente a la corriente de línea e información de la calidad de potencia en los terminales de AC para $R = 60\Omega$.

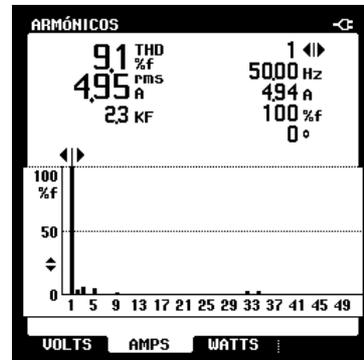
experimental de la resistencia r que modele el efecto resistivo serie total en la línea de AC. Como se describió en el apartado 5.2.1, se inició con el estimado de la resistencia serie en $r = 0,32\Omega$ calculado para la corriente de línea esperada para una carga nominal $R = 120\Omega$. Como la tensión de bus DC obtenida con la ley de control de estado estacionario en lazo abierto u^* , para ese valor de r fue inferior al esperado V_d , tal como lo sugerían los resultados de simulación se incrementó el valor de tal resistencia hasta obtener el valor $V_d = 148V$ deseado resultando del orden de $r \approx 1,2\Omega$. No obstante, subsecuentes experimentos con este cálculo de r para otros valores de carga y sus correspondientes leyes de control de estado estable esperadas mostraron grandes diferencias en los valores finales de la tensión de bus. La conclusión fue que el valor de r que mejor modela el efecto resistivo serie en la línea de AC es aquel en el cual se obtienen las menores variaciones en la tensión final del bus DC ante grandes cambios de la carga. El valor obtenido r de este modo, al probar con varias resistencias de carga e incluso circuito abierto, para el cual se obtuvo una tensión final del bus DC casi constante (cambios inferiores a 1V), con



(a) Voltaje v_i V frente a la corriente i_l A



(b) Calidad de potencia



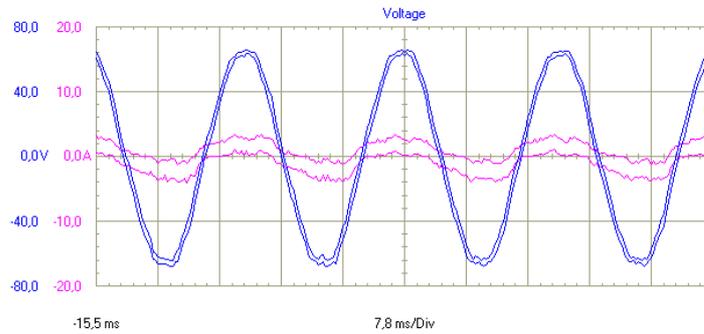
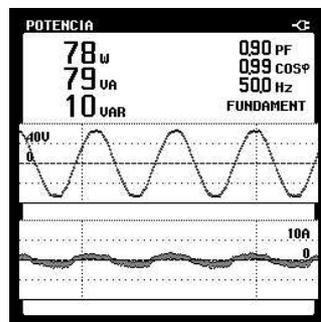
(c) Contenido armónico en la corriente de línea

Figura 5.14: Control GSSA basado en H_∞ . Voltaje de fuente de AC frente a la corriente de línea e información de la calidad de potencia en los terminales de AC para $R = 120\Omega$.

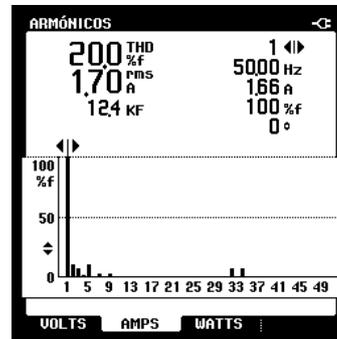
las correspondientes leyes de control de lazo abierto, fue $r = 0,42 \Omega$; que es el que se utiliza en esta tesis para resultados de simulación y cálculos de diseño. Nótese que este valor no es muy distinto del estimado inicial teórico $r = 0,32\Omega$ lo que da mayor fundamento al método expuesto. Sin embargo, para tal valor de r el valor de la tensión de bus DC de estado estable fue $V_o \approx 131V$, lo que muestra que existen efectos de pérdidas en el circuito rectificador AC/DC utilizado en los experimentos que no pueden modelarse con la resistencia r .

En las figuras 5.17, 5.18 y 5.19 se muestra las formas de la corriente de línea, tensión de línea y el valor del factor de potencia para tres condiciones de carga, a saber $R = 60\Omega$, $R = 120\Omega$ y $R = 500\Omega$.

Como puede verse, el factor de potencia se mantiene muy cercano a la unidad mientras que el coseno del ángulo entre la tensión y corriente de línea es exactamente la unidad.

(a) Voltaje v_i V frente a la corriente i_l A

(b) Calidad de potencia



(c) Contenido armónico en la corriente de línea

Figura 5.15: Control GSSA basado en H_∞ . Voltaje de fuente de AC, corriente de línea e información de la calidad de potencia en los terminales de AC para $R = 500\Omega$.

5.4.3. Comparaciones y comentarios

Del análisis de los resultados experimentales anteriores puede concluirse,

- Los resultados para el control GSSA basado en H_∞ concuerdan bastante bien con los resultados obtenidos en simulación y muestran cómo incluso un modelo linealizado alrededor del punto de equilibrio a partir de un modelo GSSA permite obtener un controlador que logra los objetivos de control deseados.
- Los resultados para el control GSSA basado en IDA-PBC difieren de los resultados de simulación en que la tensión del bus DC en la cual se obtiene el equilibrio no alcanza a ser la tensión deseada. Esta diferencia tiene su explicación en que para el controlador basado en IDA-PBC el punto de equilibrio se garantiza en el punto deseado por un método de balance de energía y no por un método robusto de corrección del error cometido en los objetivos, a diferencia del control H_∞ . Así, cualquier disipación de potencia no modelada

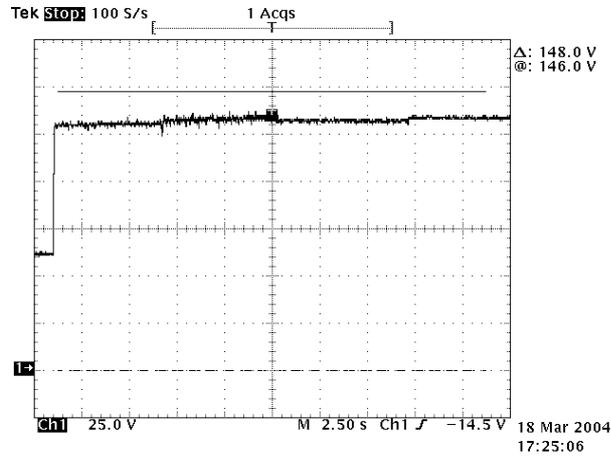


Figura 5.16: Control GSSA basado en IDA-PBC. Voltaje del bus DC ($v_o(t)$) para variaciones de la carga.

producirá un error en el punto de regulación, como también se advirtió en los resultados de simulación de la sección 4.6.1.

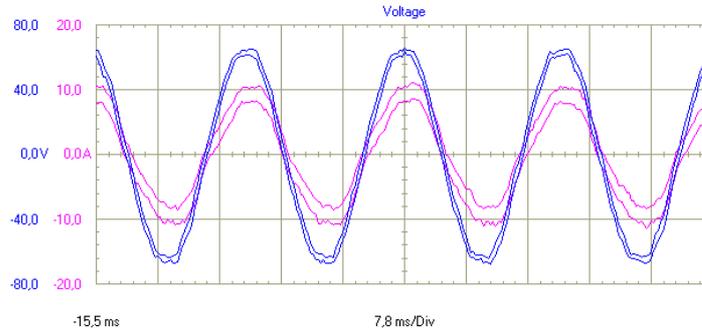
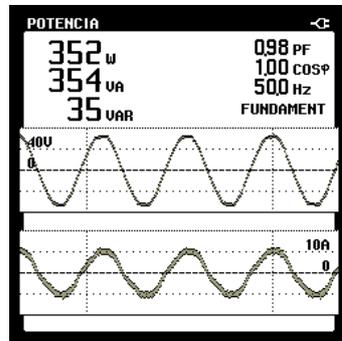
- Se observa en el rectificador basado en IDA-PBC, que no se comete error en la corrección del ángulo de fase, en cambio es importante el error en la tensión de salida del bus DC. Si se escribe la ley de control IDA de la ecuación (4.50) como función de la corriente I_d que en teoría lograría el objetivo de control de tensión se obtiene,

$$\begin{aligned} u_1 &= \omega_o L I_d \left(\frac{C V_o}{2 V_d} \right) \\ u_2 &= -(E/2 + r I_d) \left(\frac{C V_o}{2 V_d} \right). \end{aligned}$$

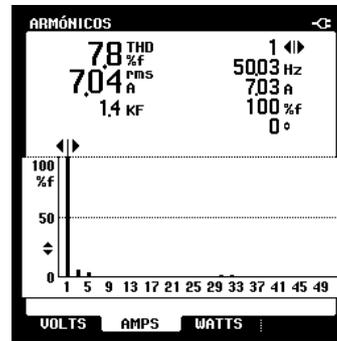
El cálculo del ángulo de fase ($\angle(u) = \arctan(-\frac{u_1}{u_2})$) y la magnitud $|u| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$ de la ley de control GSSA arroja,

$$\begin{aligned} |u| &= \sqrt{\left(\frac{\omega_o L I_d}{2} \right)^2 + (E - r I_d)^2} \left(\frac{C V_o}{2 V_d} \right) \\ \tan(\angle(u)) &= \frac{-\omega_o L I_d}{E - r I_d}, \end{aligned}$$

y las derivadas de tales valores respecto a I_d son,

(a) Voltaje v_i V frente a la corriente i_l A

(b) Calidad de potencia



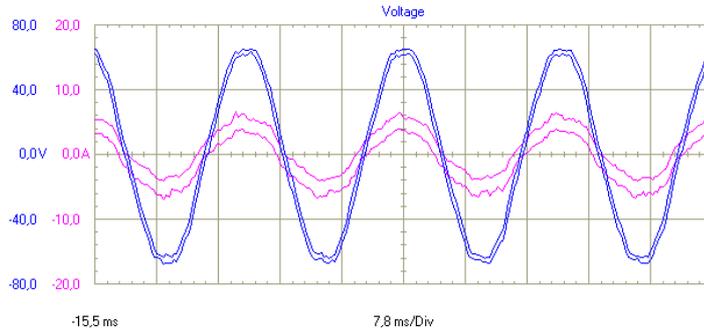
(c) Contenido armónico en la corriente de línea

Figura 5.17: Control GSSA basado en IDA-PBC. Voltaje de fuente de AC frente a la corriente de línea e información de la calidad de potencia en los terminales de AC para $R = 60\Omega$.

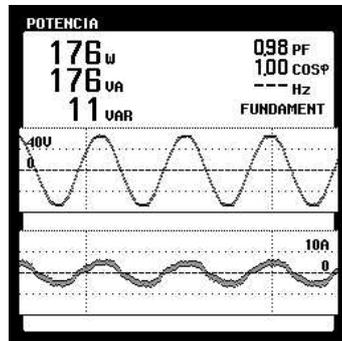
$$\frac{d|u|}{dt} = -rI_d \left(\left(\frac{\omega_o L I_d}{2} \right)^2 + (E - rI_d)^2 \right)^{-1/2} \left(\frac{C V_o}{2V_d} \right)$$

$$\frac{d \tan(\angle(u))}{dt} = -\frac{\omega_o L E}{(E - rI_d)^2},$$

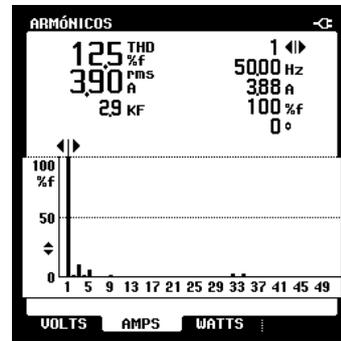
que claramente muestra una mayor dependencia del error de amplitud respecto al error de fase cometido en la ley de control IDA ante un error en la estimación de I_d , dado que el término rI_d es pequeño en comparación con E . Ya que el único parámetro incierto de I_d es r , podría pensarse que al cambiar el valor estimado para r se lograría el objetivo de tensión. Lo último en la práctica no se verificó ya que si bien los valores finales de la tensión de bus DC cambian con cambios pequeños de la r estimada, también se observó que ante cambios en la carga los valores de estabilización diferían más entre sí. Esto lleva a concluir, que el valor estimado de r con el método descrito en la sección dedicada al



(a) Voltaje v_i V frente a la corriente i_l A



(b) Calidad de potencia

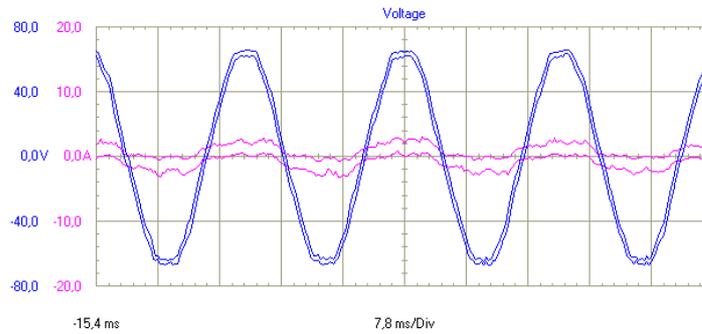
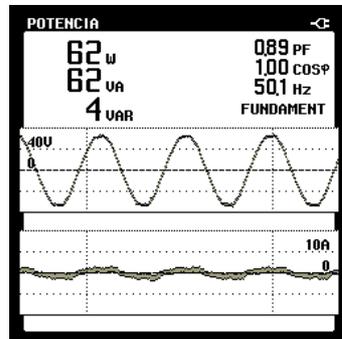


(c) Contenido armónico en la corriente de línea

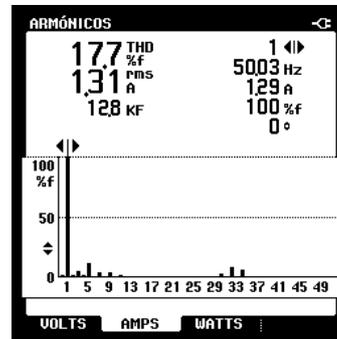
Figura 5.18: Control GSSA basado en IDA-PBC. Voltaje de fuente de AC frente a la corriente de línea e información de la calidad de potencia en los terminales de AC para $R = 120\Omega$.

rectificador 5.4.2, realmente describe la resistencia serie equivalente del circuito del lado de la línea de AC. Queda entonces plantearse que el error cometido por esta ley basada en equilibrio de energía se debe a resistencias equivalentes de pérdidas que no son modeladas efectivamente por una resistencia serie del lado de la línea. Tal suposición se basa en el hecho de la comprobación experimental de que las formas de onda en los dos controladores mejoran en distorsión armónica de la corriente de línea y factor de potencia efectivo, cuando las resistencias de carga son más pequeñas, que se relaciona con el hecho de que en esos casos las corrientes que manejan los IGBTs del rectificador son mayores; y se empieza a trabajar en la zona de bajas pérdidas de los mismos.

- Nótese también que el rectificador no lineal IDA-PBC, que además no tiene efecto integrador añadido, presenta transitorios de tensión DC suaves ante cambios de carga. En contraste; el controlador lineal H_∞ , que además incluye efecto integral, presenta transitorios impulsivos ante cambios en la carga tal como lo indicaron también las simulaciones. De otro lado, el arranque de la

(a) Voltaje v_i V frente a la corriente i_l A

(b) Calidad de potencia



(c) Contenido armónico en la corriente de línea

Figura 5.19: Control GSSA basado en IDA-PBC. Voltaje de fuente de AC frente a la corriente de línea e información de la calidad de potencia en los terminales de AC para $R = 500\Omega$.

ley de control basada en IDA-PBC no presentó ningún inconveniente de orden práctico, no así en cambio para el arranque de la ley basada en H_∞ en la cual, si no se determina con cuidado un tiempo adecuado para cerrar el lazo, se producen sobre impulsos de corriente en el arranque que impiden la estabilización del sistema. Mecanismos prácticos necesarios para abordar este último problema es la adición de los sistemas de *bumpless* y *anti-windup* que son comunes en la implementación práctica de controles con acción integral. Estos hechos animan a profundizar acerca de una ley IDA-PBC robusta a pérdidas de potencia no modeladas que en la práctica estarán siempre presentes también por los tiempos muertos necesarios en la modulación PWM.

- Es claro que las leyes de control derivadas del modelo GSSA utilizadas en esta tesis no ejercen ninguna acción correctora sobre armónicos de orden distintos a los modelados. Si el objetivo es, además, mejorar la distorsión armónica para ciertas frecuencias y para ciertas señales; éstos armónicos deben estar modeladas y quizás la ley de control deba introducir componentes en esos armónicos.

La principal fuente de distorsión armónica para los resultados experimentales mostrados, sin embargo, son las no linealidades del modulador PWM y de los IGBTs que se reducen considerablemente con magnitudes de corriente que estén acordes con los parámetros para los cuales éstos se han diseñado; como se advierte de la reducción considerable de distorsión armónica para magnitudes de corriente de línea mayores. Como se dijo, los IGBTs del inversor de *SALICRU* están sobre-dimensionados para las potencias que se utilizaron en los experimentos.

Capítulo 6

Contribuciones y conclusiones

A continuación se resumen las principales contribuciones y conclusiones generales de este trabajo de tesis. También se presentan sugerencias sobre líneas para futura investigación.

6.1. Contribuciones

- Se ha presentado y validado, mediante experimentos prácticos y de simulación, un esquema de control que implica el diseño de controladores a partir de la obtención física de los promedios GSSA que describen las variables en los convertidores electrónicos de potencia que por naturaleza son periódicas o cuasi periódicas. El controlador obtenido está descrito en el dominio de las variables GSSA y requiere de un proceso posterior de transformación inversa de Fourier para obtener la ley de control real. Este esquema de control difiere de los pocos trabajos previos que utilizan GSSA para el diseño de controladores, justamente en el hecho de que en éstos últimos no se buscó desarrollar una ley de control para objetivos descritos en las variables GSSA sino, más bien, obtener leyes de control en el dominio de las variables físicas reales derivados de las predicciones obtenidas con el modelado GSSA.
- Fruto del inherente cambio de dominio de las variables físicas reales al dominio de las variables GSSA, se ha presentado evidencia de la posibilidad de diseñar controladores lineales y no lineales con técnicas simples y ampliamente conocidas de regulación, en problemas que descritos en las variables físicas reales llevan a problemas de seguimiento o incluso no estándar como el abordado en esta tesis; y cuya solución en general requiere de técnicas de control más elaboradas. Si además las dinámicas de interés para el control tienen objetivos distintos con velocidades distintas, el esquema presentado permite diseñar

un único lazo de control que contempla los acoplamientos entre las dinámicas implicadas.

- Un ejemplo destacable de cómo el empleo de técnicas de regulación puede llevar a soluciones distintas a las conocidas tradicionalmente ha sido la obtención de una ley de control no lineal basada en la metodología IDA-PBC, desarrollada en principio para seguimiento de puntos fijos, mediante la cual se logran los objetivos combinados de regulación robusta a variaciones de la carga con factor de potencia cuasi unitario y sin necesidad de medir la corriente de línea sobre la cual está uno de los objetivos de control. Este último hecho difiere de la gran mayoría de las aproximaciones conocidas para la solución de este problema.
- Derivado del problema de implementación práctica del esquema de control propuesto, se han obtenido algoritmos digitales diseñados a medida para la extracción en tiempo real de variables GSSA que corresponden a un caso particular de componentes de Fourier dependientes del tiempo. El desempeño de tales algoritmos ha mostrado ser eficiente aún dentro de algoritmos de control en lazo cerrado. Del mismo estudio se ha obtenido un método eficiente y de bajo costo computacional para la generación de componentes sinusoidales en fase y en cuadratura de fase con la señal de la red eléctrica ¹, lo cual es un requerimiento para el esquema de control propuesto en esta tesis pero que también se requiere en otros problemas de convertidores electrónicos para la generación de señales de referencia sincronizadas con la red eléctrica.

6.2. Conclusiones generales

- El esquema de control propuesto en esta tesis implementado con los algoritmos digitales desarrollados para la extracción de componentes GSSA, ha probado ser una alternativa que puede ser de interés en el campo del control de convertidores electrónicos. Para que este esquema pueda utilizarse, el problema a tratar requiere que las variables de interés en el sistema sean de naturaleza periódica. A fin de que los algoritmos de control tengan realización práctica, se requiere que las dinámicas de interés para el control estén concentradas en unos pocos armónicos predominantes a fin de poder hacer un truncamiento de las series de Fourier. Una posibilidad para el truncamiento de armónicos que ha sido efectiva en el caso del sistema disipativo tratado en esta tesis, ha sido el establecimiento a priori de la dinámica de estado estable tanto de las variables de estado como de la ley de control, que al fin y al cabo son las que puede representarse efectivamente mediante descomposición en series de Fourier; y extraer de tal dinámica las componentes armónicas que predominen.
- El esquema propuesto tiene la desventaja de requerir el cálculo en línea de componentes GSSA y posterior transformación inversa de Fourier mediante

¹El interés de esta aplicación está en la baja frecuencia a la que se debe lograr el seguimiento de fase.

un proceso de modulación. Este costo adicional, en el caso de los convertidores electrónicos, se ve parcialmente compensado con la obtención de leyes de control que en general son más simples en el dominio GSSA por derivarse a partir de modelos promediados. Aunque en general se obtendrá un problema de control tipo MIMO, esta misma característica permite abordar de forma más eficiente los problemas con objetivos de control en dinámicas que tienen velocidades diferentes pero que están acopladas entre sí, al posibilitar el diseño de un único lazo de control que contempla los acoplamientos.

- Se ha visto en esta tesis que una dificultad en la etapa de diseño de controladores GSSA puede ser la reducción del ancho de banda en las variables por el efecto de filtrado implícito en el modelado GSSA. Sin embargo, las realizaciones prácticas con otros esquemas de control usualmente deben recurrir al filtrado de señales en una etapa posterior a la de diseño, resultando en problemas de sintonización e inestabilidades no previstas. Una ventaja de trabajar con variables GSSA en la fase de implementación, es que éstas ya están filtradas y el efecto del filtrado se ha tenido en cuenta implícitamente desde la fase de diseño.

6.3. Líneas futuras de investigación

- Los resultados obtenidos en esta tesis muestran que el modelado GSSA puede describir correctamente las dinámicas en un convertidor electrónico aún considerando pocos términos de la descomposición en series de Fourier de los sistemas. Queda por mostrar de forma analítica el buen comportamiento de la dinámica remanente no contemplada por el truncamiento de las series de Fourier. En la actualidad se ha iniciado dentro del grupo de investigación un trabajo en esta línea. Igualmente serían deseables resultados que establecieran medidas analíticas que reflejen la calidad de un modelo obtenido por truncamiento de las series de Fourier. Un punto de partida es el trabajo de (Tadmor, 2002) aunque sus resultados se limitan al caso de lazo abierto en sistemas que cumplen la propiedad de ser disipativos.
- Dadas las buenas propiedades de simplicidad, robustez real a variaciones de la carga, no linealidad de la ley de control y suaves transitorios de la tensión de bus de la ley basada en IDA-PBC para el caso del rectificador AC/DC de puente completo; conviene explorar el modo de lograr robustez de la ley obtenida ante pérdidas de potencia no modeladas. Para ello puede ser útil determinar con más precisión cómo han de modelarse dichas pérdidas ya que se ha visto que una resistencia serie del lado de la línea no modela el efecto de todas las pérdidas de potencia en el sistema. Existen trabajos reportados sobre controladores basados en IDA-PBC que añaden un integrador al sistema (Rodríguez et al., 2000), aunque es posible que de ese modo no sea pueda prescindir de la medición de la corriente de línea.

- Si bien en esta tesis se han desarrollado controladores de fácil implementación práctica para el rectificador AC/DC de puente completo utilizando el esquema de control basado en GSSA, falta establecer mediante algunos criterios de calidad, qué tan buenos son los resultados obtenidos frente a las soluciones comerciales típicas y frente a otras técnicas de control reportadas para este mismo problema.

Bibliografía

- Alonso, J., Ribas, J., Calleja, A. and Rico, M. (2000), ‘Dynamic modeling of high frequency resonant inverters for the implementation of closed loop electronic ballasts’, *IEEE Power Electronics Congress, 2000.CIEP 2000* pp. 281–286.
- Amin, M. (1996), ‘Recursive kernels for time-frequency signal representations’, *IEEE signal processing letters* **3**(1), 16–18.
- Báez, D., Cabanas, C. and Hernández, M. (1993), ‘Design consideration for very low sensitivity and very low round-off noise recursive digital filters’, *Communications, Computers and Signal Processing, IEEE Pacific Rim Conference on* **2**, 415–418.
- Barrachina, X. G. (1997), Targeta de proteccions d’un pont inversor trifàsic, Technical Report c.b.: 1400048188, IRI-Universidad Politècnica de Catalunya.
- Bass, R. and Sun, J. (1998), ‘Large-signal averaging methods under large ripple conditions’, *IEEE Power Electronics Specialists Conference* **1**, 630–632. PESC Record. 29th Annual IEEE.
- Blundell, R., Kupka, L. and Spiteri, S. (1998), ‘Ac-dc converter with unity power factor and minimum harmonic content of line current:design considerations’, *IEEE Proc. Electr. Power Appl* **145**(6), 553–558.
- Caliskan, V., Verghese, G. and Stanković, A. (1999), ‘Multi-frequency averaging of dc/dc converters’, *IEEE Trans. on Power Electronics* **14**(1), 124–133.
- Chen, C. (1984), *Linear System Theory*, Holot, Rinehart and Winston , Inc.
- Chen, W. and Griswold, N. (1994), ‘An efficient recursive time-varying fourier transform by using a half-sine wave window’, *Time-Frequency and Time-Scale Analysis, Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on* pp. 284–286.
- Chiang, R. and Safonov, M. (1992), *Robust Control Toolbox User’s Guide*, The Math Works, Inc.
- Covell, M. (1991), ‘A new, efficient structure for the short-time fourier transform, with an application in code-division sonar imaging’, *Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on* pp. 284–286.

- Doyle, J., Francis, B. and Tannenbaum, A. (1992), *Feedback control theory*, Macmillan Publishing Company.
- Doyle, J., Glover, K., Khargonekar, P. and Francis, B. (1989), 'State-space solutions to standard h_2 and h_∞ control problems', *Automatic Control, IEEE transactions on* **34**(8), 831–847.
- Draou, A., Sato, Y. and Kataoka, T. (1995), 'A new state feedback based transient control of pwm ac to dc voltaje type converters', *IEEE Transactions on Power Electronics* **10**(6), 716–724.
- Emadi, A. (2001a), 'Modelling and analysis of multi-converter dc power electronic systems using the generalized state space averaging method', *IEEE Industrial Electronics Society, 2001. IECON '01* **2**, 1001–1007.
- Emadi, A. (2001b), 'Modelling of power electronic loads in ac distribution systems using the generalized state space averaging method', *IEEE Industrial Electronics Society, 2001. IECON '01* **2**, 1008–1014.
- Escobar, G., Chevreau, D., Ortega, R. and Mendes, E. (2001), 'An adaptive passivity-based controller for a unity power factor rectifier', *IEEE Trans. on Control Systems Technology* **9**(4), 637–644.
- Escobar, G. and Sira-Ramirez, H. (1998), 'A pasivity based-sliding mode control approach for the regulation of power factor precompensators', *IEEE Proceedings of the 37th conference on Decision and control* pp. 2423–2424.
- García, O., Cobos, J., Prieto, R., Alou, P. and Uceda, J. (2001), 'Power factor correction: A survey', *IEEE 32nd Annual Power Electronics Specialists Conference, PESC. 2001* **1**, 8–13.
- Gaviria, C., Griñó, R. and Fossas, E. (2001), Modelado de convertidores electrónicos de potencia usando gssa, Report IOC-DPT-P-2001-07, Instituto de Organización y control de sistemas industriales.
- Gaviria, C., Griñó, R. and Fossas, E. (2003), 'Control scheme based on gssa modeling applied to unity power factor boost rectifier', *International conference on Control Applications, IEEE proceedings of the CCA 2003* pp. 582–587.
- Gaviria, C., Griñó, R. and Fossas, E. (n.d.), 'Robust controller for a full-bridge rectifier using the ida approach and gssa modeling', *Circuits and Systems, IEEE Transactions on* . Submitted for revision.
- Gómez, A. and Rosendo, J. (1999), 'Fast harmonic computation for digital relaying', *IEEE Power Delivery, Transactions on* **14**(4), 1263–1267.
- Griñó, R., Fossas, E. and Biel, D. (2001), 'Sliding mode control of a full-bridge unity power factor rectifier', *A. Zinober and D. Owens (Eds.): Nonlinear and Adaptive Control, LNCIS 281* pp. 139–148.

- Gutman, P. (1981), ‘Stabilizing controllers for bilinear systems’, *Automatic Control, IEEE transactions on* **AC-26**(4), 917–922.
- Hanselman, H. (1987), ‘Implementation of digital controllers-a survey’, *Automatica* **23**(1), 7–32.
- Jacobson, A., Sanders, A. and Tadmor, G. (1995), ‘Design of robust controllers for resonant dc/dc converters’, *Control Applications, Proceedings of the 4th IEEE Conference on* pp. 360–365.
- Kirk, D. (1970), *Optimal Control Theory*, 1 edn, Prentice-Hall Inc.
- Krein, P., Bentsman, J., Bass, R. and Lesieutre, B. (1990), ‘On the use of averaging for the analysis of power electronic systems’, *Power electronics, IEEE transactions on*. **5**(2), 182–190.
- Lee, D., Lee, G. and Lee, K. (2000), ‘Dc-bus voltage control of three-phase ac/dc pwm converters using feedback linearization’, *IEEE Trans. on Industry Applications* **36**(3), 826–832.
- Levine, W. (1996), *The Control Handbook*, Vol. 6, CRC Press, Inc., chapter 15, pp. 301–311.
- Limebeer, D., Kasenally, E., Jaimoukha, I. and Safonov, M. (1988), ‘All solutions to the four block general distance problem’, *Decision and control, IEEE Proceedings of the 27th conference on* pp. 875–880.
- Lin, B. and Hung, Z. (2001), ‘A single-phase bidirectional rectifier with power factor correction’, *IEEE Proceedings of the International conference on Electrical and Electronic Technology 2001. TENCON 2*, 601–605.
- Lin, B. and Hwang, T. (1995), ‘Single phase rectifier with high power factor in continuous and discontinuous conduction mode’, *IEEE proceedings of the international symposium on Industrial Electronics 1995. ISIE’95* **1**, 421–426.
- Lin, B. and Lu, H. (2000), ‘Single-phase power-factor-correction ac/dc converters with three pwm control schemes’, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems* **36**, 189–200.
- Lin, B., Tsay, S. and Liao, M. (2001), ‘Integrated power factor compensator based on sliding mode controller’, *IEEE Proceedings Electric Power Applications* **148**(3), 237–244.
- Mahdavi, J., Emaadi, A., Bellar, M. and Ehsani, M. (1997), ‘Analysis of power electronic converters using the generalized state-space averaging approach’, *IEEE Trans. on Circuits and Systems I* **44**(8), 767–770.

- Mahdavi, J., Emadi, A. and Toliyat, H. (1997), ‘Application of state space averaging method to slide mode control of pwm dc/dc converters’, *IEEE Industry Applications Conference. IAS’97* **2**, 820–827.
- Mattavelli, P. and Stanković, A. (1999), ‘Dynamical phasors in modeling and control of active filters’, *IEEE Circuits and Systems. Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on* **5**, 278–282.
- Middlebrook, R. and Cuk, S. (1976), ‘A general unified approach to modeling switching power converter stages’, *IEEE Power Electronic Specialist Conference Rec.* **26**, 18–34.
- Mitchell, D. (1988), *DC-DC Switching Regulator Analysis*, McGraw-Hill, New York.
- Mohler, R. (1991), *Nonlinear Systems*, Vol. 2, Prentice-Hall.
- Morici, R., Rossi, C. and Tonielli, A. (1994), ‘Variable structure controller for ac/dc boost converter’, *IEEE. 20th International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation* **3**, 1449–1454.
- Nishimura, S., Hirano, K. and Pal, R. (1981), ‘A new class of very low sensitivity and low roundoff noise recursive digital filter structures’, *IEEE transactions on circuits and systems* **CAS-28**(12), 1152–1158.
- Ogata, K. (1996), *Sistemas de control en tiempo discreto*, 2 edn, Prentice-Hall Inc.
- Oppenheim, A. and Schaffer, R. (1999), *Discrete-Time Signal Processing*, Prentice Hall International, Inc.
- Ortega, R., Schaft, A., Maschke, B. and Escobar, G. (1999), ‘Energy shaping of port-controlled hamiltonian systems by interconnection’, *Decision and Control, Proceedings of the 38th IEEE conference on* **2**, 1646 – 1651.
- Ortega, R., Schaft, A., Maschke, B. and Escobar, G. (2002), ‘Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled hamiltonian systems’, *Automatica* **38**, 585–596.
- Portnoff, M. (1980), ‘Time-frequency representation of digital signals and systems based on short-time fourier analysis’, *IEEE Acustics, Speech, and signal processing, Transactions on* **ASSP-28**(1), 55–69.
- Rabiner, L. (1979), ‘Short-time fourier analysis techniques for fir system identification and power spectrum estimation’, *IEEE Acustics, Speech, and signal processing, Transactions on* **ASSP-27**(2), 182–192.
- Rodriguez, H., Siguerdidjane, H. and Ortega, R. (2000), ‘Experimental comparison of linear and nonlinear controllers for a magnetic suspension’, *International conference on Control Applications, IEEE proceedings of the 2000* pp. 715–719.

- Rosendo, J. and Gómez, A. (1998), 'Efficient moving-window dft algorithms', *Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, IEEE Transactions on* **45**, 256–260.
- Rossetto, L., Spiazzi, G. and Tenti, P. (1994), 'Control techniques for power factor correction converters', *Power Electronics and motion control* pp. 1310–1318.
- Safonov, M. and Limebeer, D. (1988), 'Simplifying the h^∞ theory via loop shifting', *Decision and control, IEEE Proceedings of the 27th conference on* pp. 1399–1404.
- Salmon, J. (1993), 'Techniques for minimizing the input current distortion of current-controlled single phase boost rectifiers', *IEEE Transactions on Power Electronics* **8**(4), 509–520.
- Sanders, S., Noworolski, J., Liu, X. and Verghese, G. (1991), 'Generalized averaging method for power conversion systems', *IEEE Trans. on Power Electronics* **6**, 251–259.
- Shmilovitz, D., Czarkowski, D., Zabar, Z. and Zou, S. (2000), 'A simplified controller for a half-bridge boost rectifier', *IEEE Proceedings of the Applied Power Electronics Conference and exposition 2000. APEC 2000* **1**, 452–455.
- Skogestad, S. and Postlethwaite, I. (1998), *Multivariable Feedback Control, analysis and design*, John Wiley & Sons.
- Srinivasan, R. and Oruganti, R. (1997), 'Analysis and design of power factor correction using half bridge boost topology', *IEEE Proceedings of the Applied Power Electronics Conference and exposition 1997. APEC'97* **1**, 489–499.
- Srinivasan, R. and Oruganti, R. (1998), 'A unity power factor converter using half-bridge boost topology', *IEEE Transactions on Power Electronics* **13**(3), 487–500.
- Stanković, A. and Aydin, T. (2000), 'Analysis of asymmetrical faults in power systems using dynamic phasors', *IEEE Trans. on Power Systems* **15**(3), 1062–1068.
- Stanković, A., Lesieutre, B. and Aydin, T. (1999), 'Modeling and analysis of single-phase induction machines with dynamic phasors', *IEEE Transactions on Power Systems* **14**(1), 9–14.
- Stanković, A., Sanders, S. and Aydin, T. (2002), 'Dynamic phasors in modeling and analysis of unbalanced polyphase ac machines', *Energy Conversion, IEEE Trans. on* **17**(1), 107–113.
- Stefanov, P. and Stanković, A. (2000), 'Dynamic phasors in modeling of upfc under unbalanced conditions', *IEEE International Conference on Power System Technology. Proceedings. PowerCon 2000.* **1**, 547–552.

- Tadmor, G. (2002), ‘On approximate phasor models in dissipative bilinear systems’, *IEEE Trans. on Circuits and Systems* **49**(8), 1167–1179.
- Weinmann, A. (1991), *Uncertain models and robust control*, Springer-Verlag.
- Xu, J. and Lee, C. (1998), ‘A unified averaging technique for the modeling of quasi-resonant converters’, *IEEE Transactions on Power Electronics* **13**(3), 556–563.
- Yang, J. and Chen, F. (2002), ‘Recursive discrete fourier transform with unified iir filter structures’, *Signal Processing* **82**, 31–41.

