CAPÍTOL IV

RESOLUCIÓ D'UNA ESTRUCTURA HIPERELÀSTICA

En els dos capítols anteriors hem definit, primer al pla i després a l'espai, què és una estructura hiperelàstica. En el present capítol tractarem la resolució d'aquest tipus d'estructures.

4.1 ESTAT DE CÀRREGUES.

Sia una estructura espacial hiperelàstica determinada, formada per m nusos hiperelàstics. Aquests nusos, forçosament, seran d'un dels tipus establerts a l'apartat 3.6 del capítol anterior. D'acord, doncs, amb aquesta tipologia, apliquem a cada un d'ells un desplaçament dO de components dOx ; dOy ; dOz.

(Exemple: Si el nus en qüestió fos tipus "xy", caldria que dOx = dOy = zero)

A continuació, sotmetem cada nus a una força PO, de components POx ; POy ; POz , altra vegada compatibles amb la tipologia del nus afectat.

(Exemple: En un nus com el d'abans tipus "xy", necessàriament POz = zero)

A aquest conjunt de desplaçaments previs i forces aplicades als nusos (evidentment compatibles amb la seva tipologia), l'anomenarem Estat de Càrregues.

4.2 ESTAT D'ESFORÇOS.

Donada una estructura espacial hiperelàstica sotmesa a un estat de càrregues determinat, el pas següent, al fi i efecte d'arribar a la resolució d'aquesta estructura, serà la comprovació de si l'estructura es troba o no en estat d'equilibri.

És per això que anem a definir el què entenem per Estat d'Esforços d'una estructura hiperelàstica.

Sia, doncs, una estructura hiperelàstica espacial de m nusos sotmesa a un estat de càrregues, a la qual apliquem a cada un dels seus m nusos les equacions 3.16 ; 3.17 ; 3.18 . Obtenim així 3m equacions del tipus:

$$\left.\begin{array}{l} TOxi = \Sigma\ Tjx \quad (j = 1,\dots,n) \\ TOyi = \Sigma\ Tjy \quad (j = 1,\dots,n) \\ TOzi = \Sigma\ Tjz \quad (j = 1,\dots,n) \end{array}\right\} \quad i = 1,\dots,m$$

sent "n" el nombre de barres concorrents al nus "i" i "m" el nombre total de nusos existents.
(Potser anirà bé recordar que Tjx és la component segons l'eix x de la tensió Tj a que està sotmesa la barra j concorrent al nus i i per tant Tj = (Ltj/Lj - 1).Kj).

Es pot apreciar que totes aquestes equacions venen a dependre de les diferents Ltj, és a dir, de la longitud actual de cada barra i aquesta depèn de la situació dels seus nusos extrems, és a dir, de les coordenades actuals dels diversos nusos hiperelàstics que formen l'es tructura, situació que òbviament haurà estat modificada durant l'aplicació de l'estat de càrregues, a l'introduir els desplaçaments dO a cada un dels nusos.

En aquest moment tindrem en compte les forces PO aplicades a cada nus que contrarestaran els valors TO trobats abans. Així obtindrem:

$$\left.\begin{aligned} QOxi &= TOxi - POxi \\ QOyi &= TOyi - POyi \\ QOzi &= TOzi - POzi \end{aligned}\right\} \quad i = 1,\ldots,m$$

Sent QOi els esforços resultants al nus i una vegada aplicat totalment un estat de càrregues (desplaçaments i forces) determinat.

D'acord amb la tipologia pròpia de cada nus, aquests esforços resultants tindran una diferent consideració. Diferenciarem, així, dos conceptes diferents: Reaccions i Esforços Desequilibrats.

Un esforç **resultant** QOix ; QOiy ; QOiz serà considerat REACCIO quan el nus "i" en qüestió tingui impedit (d'acord amb la seva tipologia) el lliure desplaçament segons l'eix x ; y ; z respectivament. En el cas contrari, aquest esforç resultant serà considerat com ESFORÇ DESEQUILIBRAT.

El conjunt de Reaccions i Esforços Desequilibrats d'una estructura hiperelàstica constituiran l'Estat d'Esforços de l'esmentada estructura.

4.3 ESTAT D'EQUILIBRI.

Quan en una estructura hiperelàstica ens trobem en un Estat d'Esforços tal que:

Tots els esforços desequilibrats siguin nuls o més petits, en valor absolut, que una determinada magnitud, que anomenarem precisió, direm que l'estructura es troba en Estat d'Equilibri.

$$\left.\begin{array}{lll} QOix \leqslant Pr & \text{ò} & QOix = \text{Reacció} \\ QOiy \leqslant Pr & \text{ò} & QOiy = \text{Reacció} \\ QOiz \leqslant Pr & \text{ò} & QOiz = \text{Reacció} \end{array}\right\} \quad i = 1,\ldots,m$$

4.4 PROCÉS DE RESOLUCIÓ.

Així, havent definit l'Estat de Càrregues, l'Estat d'Esforços i l'Estat d'Equilibri, podem començar a desenvolupar el procés de resolució d'aquest tipus d'estructures. Aquest procés haurà de ser de tal manera que permeti arribar a l'Estat d'Equilibri a una estructura espacial hiperelàstica que no ho estigui, és a dir, d'una estructura que estigui en estat d'esforços.

Vet aquí el procés:

Partim d'una estructura espacial hiperelàstica formada per m nusos en un estat d'esforços determinat que no sigui un estat d'equilibri, això vol dir que del conjunt d'esforços desequilibrats QOix ; QOiy ; QOiz n'hi ha alguns que no són, en valor absolut, més petits que la precisió.

Apliquem a continuació, als nusos que ho tinguin permès (d'acord amb la seva tipologia), un conjunt de desplaçaments dOxi ; dOyi ; dOzi. Així els nusos tipus "x" , "y" , "z" només podran sofrir un sol desplaçament, els del tipus "xy" , "xz" , "yz" en podran sofrir dos, els nusos lliures tindran tots tres desplaçaments possibles i els nusos fixes no en tindran cap.

Si aquests desplaçaments fossin molt petits, a través de les equacions 3,40 ; 3.41 ; 3.42 podrem establir un conjunt d'equacions d'aquest tipus:

dTOxi = f (dOxi,dOyi,dOzi,... etc ...)
dTOyi = f (dOxi,dOyi,dOzi,... etc ...)
dTOzi = f (dOxi,dOyi,dOzi,... etc ...)

on "etc" significa el conjunt de desplaçaments dOx ; dOy ; dOz dels nusos que estan connectats amb el nus "i" que s'estudia, mitjantçant les corresponents barres hiperelàstiques. (Recordem la figura 3.2).

Si cada increment de tensió dTOxi ; dTOyi ; dTOzi obtingut abans, resultant a cada nus coincidís amb signe contrari amb l'esforç desequilibrat corresponent QOxi ; QOyi ; QOzi respectiu d'aquest mateix nus, resultaria que els nous esforços desequilibrats QO d'aquest nus serien nuls, és a dir, estariem a l'Estat d'Equilibri que estem cercant.

Es tracta, doncs, de trobar uns desplaçaments dOxi ; dOyi ; dOzi de cada nus tals que provoquin aquells resultats, el que vol dir, ni més ni menys, que es compleixin aquestes igualtats:

- QOxi = f (dOxi,dOyi,dOzi, ... etc ...) (eq. 4.1)
- QOyi = f (dOxi,dOyi,dOzi, ... etc ...) (eq. 4.2)
- QOzi = f (dOxi,dOyi,dOzi, ... etc ...) (eq. 4.3)

on "etc" segueix tenint el mateix valor que l'indicat abans. Evidentment, resulta que dOxi ; dOyi ;dOzi i el conjunt de desplaçaments representats per "etc" són les incògnites del conjunt o sistema d'equacions format amb les eq. 4.1 ; 4.2 ; 4.3.

Els coeficients d'aquest sistema d'equacions, si ens fixem en les equacions 3.40 ; 3.41 ; 3.42, veiem que no són altres que les rigideses lineals i transversals dels nusos hiperelàstics i de les barres hiperelàstiques que formen l'estructura que és objecte d'estudi.

Podem concloure, així, que el procés de resolució d'una estructura hiperelàstica no és res més que el procés de resolució d'un sistema d'equacions, on les incògnites són els desplaçaments dels nusos i els coeficients les rigideses de les barres i els nusos de l'estructura, mentre que els termes independents d'aquestes equacions estan formats pels esforços desequilibrats.

4.5 MATRIU DE RIGIDESA

El sistema d'equacions format per les 4.1 ; 4.2 ; 4.3 de cada nus conté un munt de coeficients (ja hem vist què són aquests coeficients) que agrupats adequadament formen el que anomenem la Matriu de Rigidesa de l'estructura en un determinat estat d'esforços, és a dir, una Matriu de Rigidesa que, a diferència de les estructures molt rígides estàndard, no és pròpia d'una estructura hiperelàstica determinada, sinó que depèn de l'estat concret de l'estructura en el moment de calcular-la.

La manera de formar la Matriu de Rigidesa d'una estructura en un moment determinat és la següent:

Per columnes ordenarem tots els esforços desequilibrats de cada nus, d'una manera ordenada, començant pel nus 1 fins al nus m ; i dins de cada nus ordenarem de "x" a "z". El resultat serà doncs el següent: Q0x1;Q0y1;Q0z1;Q0x2;Q0y2;Q0z2;Q0x3;...;Q0xm;Q0ym;Q0zm. Ja hem dit que d'aquests esforços resultants només prendrem els esforços desequilibrats i saltarem les reaccions.

Per files ordenarem tots els desplaçaments possibles de cada nus, saltant-nos aquells que no són factibles d'acord amb la tipologia del nus (que coincidiran precisament amb les reaccions de les columnes), també des del nus 1 fins al m i dins de cada nus del desplaçament segons l'eix x fins a l'eix z. Així: d0x1;d0y1;d0z1;d0x2;d0y2;d0z2;d0x3;...;d0xm;d0ym;d0zm.

	d0x1	d0y1	d0z1	...	d0zm
Q0x1	r11	r12	r13	...	r1t
Q0y1	r21	r22	r23	...	r2t
Q0z1	r31	r32	r33	...	r3t
...	...	...	...	...	...
Q0zm	rt1	rt2	rt3	...	rtt

MATRIU DE RIGIDESA "R"

Aquesta matriu serà, doncs, una matriu quadrada de t^2 termes, sent $t = 3m$ - nº de deformacions restringides en total.

Exemple:

Una estructura espacial hiperelàstica amb 13 nusos, dos dels quals fossin fixes, un altre fos del tipus "z" i tots els restants fossin lliures, faria una

$$t = 3 \times 13 - 8 = 31$$

4.5.1 Coeficients.

Un coeficient determinat "Rab" de la matriu de rigidesa "R", situat a la fila "a" i a la columna "b" correspondrà al valor que relaciona el desplaçament determinat per la columna 'b' de la matriu de rigidesa amb l'esforç determinat per la fila 'a' de la mateixa matriu.

És evident que si aquest desplaçament i esforç no corresponen a un mateix nus, o a dos nusos que estiguin units entre si mitjançant una barra hiperelàstica, la relació entre ells serà nul.la i per tant, el valor del coeficient 'Rab' serà zero. (eq. 3.40;3.41;3.42)

Sigui ara el coeficient 'Rab' tal que a=b. Ens trobem en aquest cas amb un coeficient que relaciona un desplaçament d'un nus determinat en una direcció determinada, amb l'augment de la tensió d'aquest mateix nus amb la mateixa direcció. Per pròpia definició, i així queda corroborat a les eq. 3.40;3.41;3.42, aquest valor és la rigidesa lineal del nus en qüestió en la direcció també en qüestió. Per tant tota la diagonal principal (esquerra-dreta;dalt-baix) de la matriu de rigidesa està composta per les rigideses lineals dels nusos hiperelàstics de l'estructura estudiada.

Sia ara el coeficient 'Rab' tal que $a \neq b$.
En aquest cas la relació s'ha establert entre un desplaçament d'un nus en una direcció determinada, amb l'augment de la tensió d'aquest mateix nus, però en una altra direcció, o bé amb l'augment de la tensió d'un altre nus en qualsevol direcció. Vegem doncs, aquests dos casos:

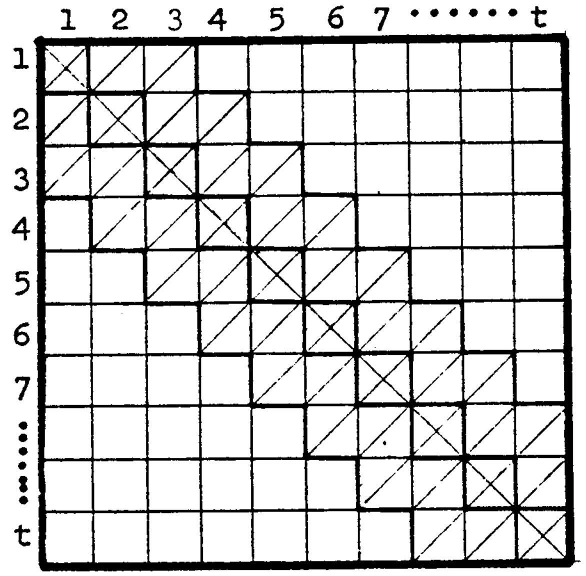
a) es tracta d'un mateix nus en el que relacionem l'augment de la tensió en una direcció determinada amb el desplaçament en una altra direcció. Per a que succeeixi això és condició necessària però no suficient que

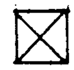
$$a = b \pm 1 \qquad \text{ò} \qquad a = b \pm 2$$

En aquests casos el coeficient no serà altre que la rigidesa transversal corresponent del nus en qüestió, el valor de les quals els trobem a les eq. 3.31;3.32;3.33.

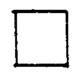
b) es tracta de relacionar el desplaçament d'un nus en una determinada direcció amb l'augment de la tensió d'un altre nus diferent en qualsevol direcció. Si aquestes dues direccions dels nusos diferents coincideixen el valor buscat, per pròpia definició (apartat 3.1.1), serà la rigidesa lineal corresponent de la barra hiperelàstica que uneix aquests dos nusos. Si la direcció no coincideix, pel mateix raonament, el valor buscat serà la rigidesa transversal corresponent de la barra que uneix els dos nusos.

De tot això que hem exposat, podem concloure que la matriu de rigidesa d'una estructura espacial hiperelàstica corresponent a un estat d'esforços determinat tindrà la següent imatge:




Rigidesa lineal d'un nus.


Rigidesa transversal d'un nus o rigidesa lineal o transversal d'una barra.


Rigidesa lineal o transversal d'una barra.

COMPOSICIÓ DE LA MATRIU DE RIGIDESA

4.5.2 Simetria.

La matriu de rigidesa d'una estructura hiperelàstica serà sempre simètrica respecte de la diagonal principal. És a dir:

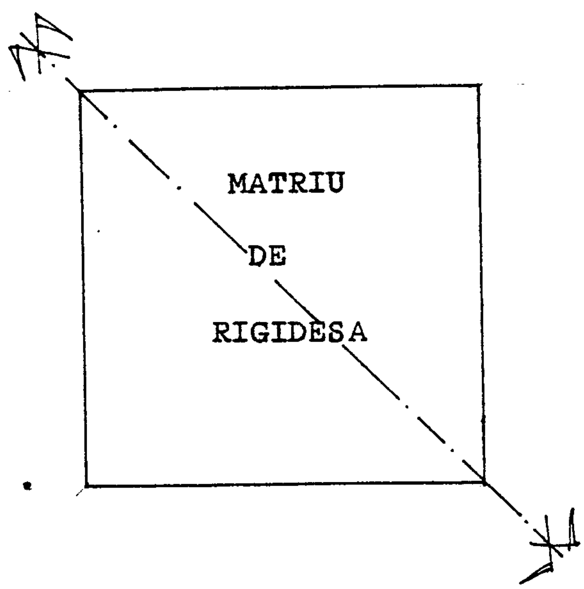
Rab = Rba

Anem-ho a demostrar. 'Rab' és el coeficient que relaciona el desplaçament d'un nus en una direcció determinada amb l'augment de la tensió d'aquest mateix nus o d'un altre en una certa direcció, i ja s'ha vist que el seu valor és la rigidesa transversal d'aquest nus o bé la rigidesa lineal o transversal d'una barra hiperelàstica que uneix ambdós nusos. És evident que si alterem aquesta relació i canvio el desplaçament del nus per l'augment de la tensió d'aquest mateix nus en la direcció del desplaçament anterior, i fem el procés invers a l'altre nus, la nova relació deformació-tensió seguirà sent la mateixa ja que s'ha demostrat al capítol anterior que tant a les rigideses transversals d'un nus com en les rigideses transversals d'una barra es compleix sempre:

$$Rtxy = Rtyx \quad ; \quad Rtxz = Rtzx \quad ; \quad Rtyz = Rtzy$$

i si es tractés de la rigidesa lineal d'una barra la relació és encara més directa:

$$Rlx = Rlx \quad ; \quad Rly = Rly \quad ; \quad Rlz = Rlz$$



4.5.3 Ample de banda.

Donada una matriu de rigidesa d'una estructura hiperelàstica, de 't' x 't' termes. Al màxim valor $v \leq t$, tal que tots els valors o termes 'Rab' que compleixin:

$$a + b - 2 \geq t$$

siguin iguals a zero, l'anomenarem ample de banda "v".

Exemple: Sigui una matriu de 5 x 5 termes, si R14 ; R15 ; R25 són iguals a zero (i per simetria també ho seran R41 ; R51 ; R52) direm que v=3.

4.5.4 Matriu Transformada.

Donada una matriu de rigidesa 'R' d'una estructura hiperelàstica de t^2 termes i el seu ample de banda 't' , podem construir una altra matriu no quadrada 'S' de t files i v columnes, tal que la seva primera columna es correspongui amb la diagonal principal de la matriu de rigidesa 'R' , és a dir:

$$S_{i1} = R_{ii} \qquad i = 1,\ldots,t$$

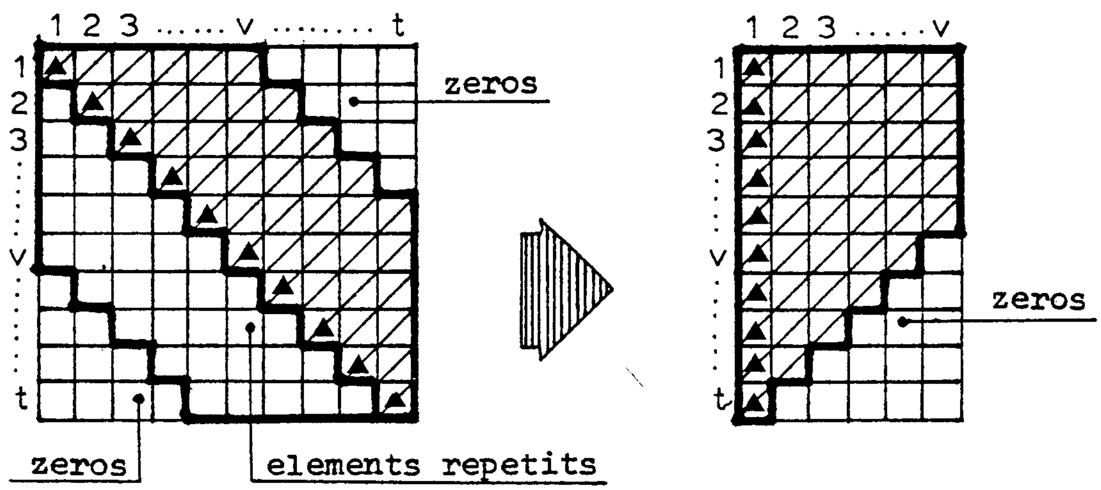
i que les files es corresponguin d'una matriu amb l'altra a partir precisament d'aquesta diagonal, és a dir:

$$S_{im} = R_{i\ i+m-1} \qquad i = 1,\ldots,t$$

Per la pròpia definició d'ample de banda és evident que tots els termes que queden exclosos al passar de la matriu de rigidesa a aquesta nova matriu seran nuls.

A aquesta nova matriu "S" l'anomenarem matriu Transformada de la matriu de Rigidesa d'una estructura i la seva utilitat consisteix en guardar amb el menor nombre possible de dades tots els termes significatius no repetits de la matriu de rigidesa, tant per facilitar la resolució del sistema d'equacions establert amb les formules eq. 4.1 ; 4.2 ; 4.3 , com per a limitar l'ocupació de memòria en la posterior utilització d'ordenadors o altres sistemes electrònics de resolució de sistemes d'equacions.

Vet aquí el concepte del què significa la matriu Transformada, a través d'un gràfic explicatiu:



MATRIU DE RIGIDESA

MATRIU TRANSFORMADA

4.6 RESOLUCIÓ D'UN SISTEMA D'EQUACIONS.

Els mètodes de resolució de sistemes d'equacions són molts i variats, sobretot a partir de l'existència d'ordenadors electrònics que han fet que el conjunt immens d'operacions que s'han de realitzar, esdevingui una tasca factible i no quimèrica, com era abans.

Tots aquests mètodes, tanmateix, podem dir que es reuneixen en dos grans grups:

a) els que, d'alguna manera, utilitzen la inversió de la matriu de Rigidesa, i a partir d'aquesta matriu inversa, mitjançant un producte matricial amb la columna dels termes independents, troben les incògnites del sistema d'equacions.

b) els que utilitzen el sistema d'eliminació d'incognites, mitjançant successives comparacions (de dues en dues), fins aïllar l'última incògnita i a partir d'aquí obtenir-la, i tot tornant enrera, anar obtenint les demés incògnites, fins arribar a la primera.

Bé, de fet això només és l'última essència d'aquests dos grans grups, però aprofundir més no és el tema d'aquesta Tesi ni cercar brillants mètodes o algoritmes de resolució de sistemes d'equacions. Altra gent s'hi ha dedicat i pot ser s'hi dedica encara i l'únic que es farà aquí és servir-se'n de tot aquest treball en quant ens pugui ser útil i aplicable.

Tornant, tanmateix, a aquells grups, direm que els mètodes del tipus a) es caracteritzen per la seva extremada exactitud, a pesar del tamany del sistema d'equacions a resoldre, però tenen dos grans inconvenients, l'un és la gran capacitat de memòria d'ordinador que ocupen, i l'altre la impossibilitat d'inversió de certs tipus de matrius corresponents a estructures que teòricament són inestables i que a la realitat són factibles. Contràriament, aquells pertanyents al tipus b) tenen com a inconvenient principal la falta de precisió, sobretot en grans estructures, ja que la recerca de la solució de les incògnites del sistema és progressiu i, per tant, els errors d'unes s'acumulen en les altres. Aquest inconvenient se salva mitjançant la utilització de la Doble

Precisió a l'hora de calcular a través d'aquests mètodes, que, tanmateix, significa un augment considerable de les necessitats de memòria, sense arribar, però, a quantitats importants que no puguin ser assumides per ordinadors de capacitat mitjana, ni, sobretot, a casos irresolubles d'estructures factibles a la realitat.

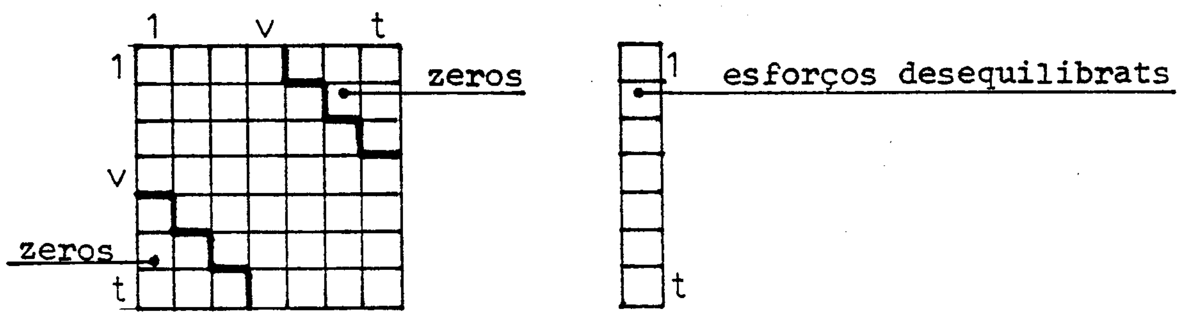
És davant aquest conjunt d'avantatges i d'inconvenients, que s'ha optat en aquesta Tesi per un mètode de resolució de sistemes d'equacions pertanyent al segon grup.

4.6.1 Mètode "TES37"

Aquest mètode de resolució de sistemes d'equacions es desenvolupa a partir de la Matriu Transformada d'una estructura hiperelàstica de 't' files i 'v' columnes i d'una columna de termes independents amb 't' esforços desequilibrats. El resultat final és un conjunt de 't' solucions corresponents a les 't' deformacions que han sofert els nusos de l'estructura. Aquestes 't' solucions es corresponen ordenadament i biunívocament amb els esforços desequilibrats.

Vet aquí el mètode:

Partim de la Matriu de Rigidesa d'una estructura hiperelàstica i del conjunt d'esforços desequilibrats



Mitjançant un mètode elemental de reducció, comparant la 1ª i 2ª fila de la Matriu de Rigidesa, juntament amb el primer i segon termes de la columna d'esforços desequilibrats, eliminem el terme R21 de la Matriu de Rigidesa i substituïm tota la segona fila per uns nous valors obtinguts; el mateix farem amb el segon terme de la columna d'esforços desequilibrats.

Explicació succinta del mètode de reducció.

Donades dues equacions:

a11.x + a12.y + a13.z + ... + a1n.w = A1
a21.x + a22.y + a23.z + ... + a2n.w = A2

Es tracta de substituir la segona equació per una altra que no tingui terme en 'x'. Per això, multipliquem la primera equació pel quocient a12/a11 i el resultat el restem a la segona equació, de tot això ens queda:

(a21-a11.a12/a11).x + (a22-a12.a12/a11).y +
+ (a23-a13.a12/a11).z + ... +
+ (a2n-a1n.a12/a11).w = A2 - A1 . a12/a11

i com que (a21-a11.a12/a11) = (a21 - a12) i a21 = a12 per pertànyer a una matriu simètrica, a21-a12=zero ; amb el que ens hem quedat amb una equació sense terme en 'x', tal com desitjàvem.

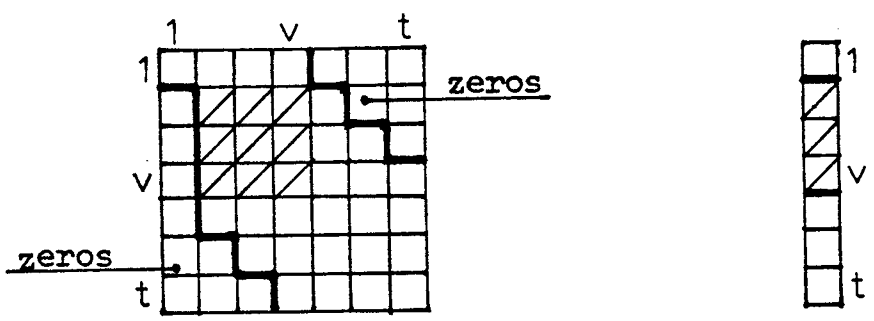
Anirem fent el mateix amb les parelles de files 1ª-3ª ; 1ª-4ª ; ..... ; fins a la 1ª-vª, ja que el terme $R_{1,v+1}$ ja és igual a zero i, per tant, no cal eliminar-lo.

Al final d'aquestes successives reduccions ens trobarem amb una nova Matriu de Rigidesa que només tindrà en comú amb l'anterior la 1ª fila i les files (v+1)ª ; (v+2)ª ; ... ; tª amb la particularitat de que tots els termes

$$R_{1i} = \text{zero} \quad ; \; i = 2,\ldots,t$$

De la columna d'esforços desequilibrats hauran canviat també des del segon fins al vè termes.

Vet aquí el gràfic de la situació en aquest moment del procés:



termes que han variat en el darrer pas.

. Hem de fer, encara, més comentaris del procés que estem portant a terme fins aquest moment. Fixem-nos que el nombre de termes significatius que han sofert un canvi és simètric respecte de la diagonal principal. A continuació demostrarem que a més a més cada un dels termes canviats es manté simètric respecte d'aquesta mateixa diagonal.

Sia el terme 'Rab' . Per pertànyer a la fila 'a' haurà quedat modificat pel valor:

Rab - R1b . R1a/R11

El terme 'Rba', per pertànyer a la fila 'b' haurà quedat modificat pel valor:

Rba - R1a . R1b/R11

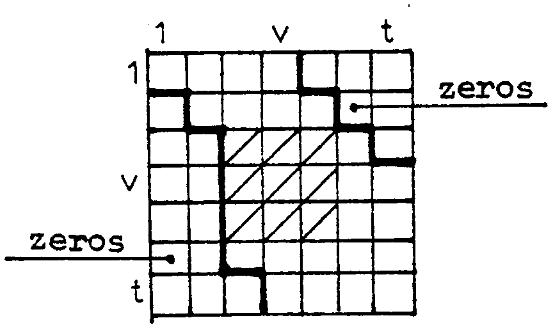
i com que Rab=Rba, degut a la simetria de la Matriu de Rigidesa, els nous termes Rab ; Rba també seran iguals.

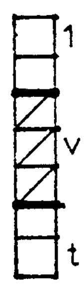
(Rab - R1b.R1a/R11) = (Rba - R1a.R1b/R11)

....

Una vegada en aquest punt, tornem a recomençar el procés de reducció, però aquesta vegada comparant les files 2ª-3ª ; 2ª-4ª ; 2ª-5ª ; ... ; fins a 2ª-(v+1)ª eliminant sempre el terme de la 2ª columna de les files 3ª ; 4ª ; 5ª ; ... ; (v+1)ª.

L'estat de la Matriu després d'aquesta segona volta serà el següent:



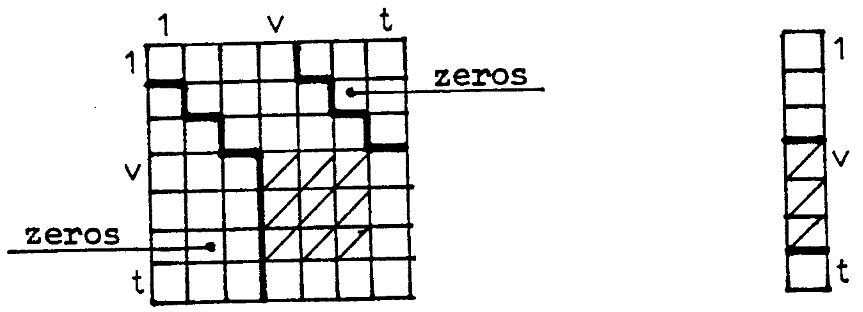


termes que han variat en aquesta 2ª volta.

De la mateixa manera que ho hem fet abans, podriem ara demostrar que els termes significatius que han estat modificats en aquesta segona volta, segueixen sent simètrics respecte de la diagonal principal.

....

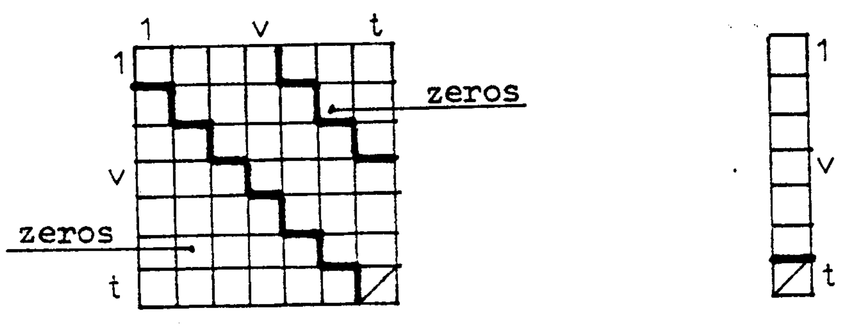
Aquest seria l'aspecte de la matriu en una tercera volta:



termes que han variat a la tercera volta.

....

Si repetim aquest procés de reducció (t-1) vegades, arribarem a conseguir que tots els termes que es troben a l'esquerra de la diagonal principal siguin tot zeros. Tindriem una matriu d'aquest tipus:



☒ termes que han variat a la (t-1)ª volta.

....

Fixem-nos que tots els termes significatius han quedat circumscrits als llocs o posicions que tenen un corresponent biunívoc dins la Matriu Transformada, (vegi's la figura de l'apartat 4.5.4), això vol dir que podem, tranquilament, realitzar tot el procés anterior amb la Matriu Transformada enlloc de treballar amb la Matriu de Rigidesa, atès que els valors inicials de la meitat esquerra de la diagonal principal són coneguts per simetria (la qual hem vist que es manté) amb els valors de la dreta, i en canvi, els valors finals són tots zero i per tant innecessaris.

A partir d'aquest moment la incògnita 't' és immediata, ja que dividint el valor tè de la columna d'esforços desequilibrats pel valor R_{tt} de la Matriu de Rigidesa (o el seu idèntic S_{tv} de la Matriu Transformada), s'obté directament, puix que l'última fila de la Matriu i el darrer terme independent formen una equació d'una sola incògnita.

Trobada aquesta incògnita passem a la fila (t-1)ª on tenim, juntament amb el terme (t-1)è de la columna d'esforços desequilibrats, una equació amb dues incògnites, de les quals la 2ª ja ens és coneguda, per tant trobar la incògnita (t-1)ª es també immediat.

Si anem fent el mateix amb les files (t-2) ; (t-3) ; .... ; 2ª ; 1ª anirem trobant tots els valors de totes les incògnites fins arribar a la primera. És a dir, tindrem resolt totalment el sistema d'equacions. "Hem obtingut tots els desplaçaments permesos en els nusos hiperelàstics que formen l'estructura estudiada."

Si, amb la idea d'estalviar memòria, hem anat substituint, a mesura que trobàvem les diferents incògnites, els valors dels esforços desequilibrats per les noves solucions (d'una manera biunívoca), al final la columna dels esfporços desequilibrats s'haurà transformat amb la columna dels desplaçaments-solucions del sistema.

....
....

A continuació s'adjunta el programa en FORTRAN que desenvolupa aquest mètode. Cal indicar que la Matriu Transformada, a efectes d'un millor aprofitament de la memòria, s'organitza a través d'una columna de valors ordenats de la següent forma:

S11;S12;S13;...;S1v;S21;S22;S23;...;S2v;...;St1;St2;...;Stv.

És a dir, una columna de (T.v) termes.

"TES37"

```
C      "OESTES37.FR"
C
       COMPILER DOUBLE PRECISION
       SUBROUTINE TES37
       REAL L,K
       COMMON N,NTN,NTB,NTIN,IAMB,NPROB(40),PR,NV,NVX,
      *        X(100),Y(100),Z(100),XI(100),YI(100),ZI(100),KIN(100,3),
      *        PX(100),PY(100),PZ(100),NEX(200,2),L(200),K(200),
      *        A(3000),Q(160)
       IJ(I,J)=(I-1)*(IAMB+1)+J
C
       IAMBT=IAMB
       DO 270 INC=1,NTIN
       AINV=1./A(IJ(INC,1))
       FINC=Q(INC)
       Q(INC)=AINV*FINC
       IF(INC.EQ.NTIN) GO TO 230
       A(IJ(INC,1))=AINV
       IF(INC+IAMB.LE.NTIN) GO TO 260
       IAMBT=IAMBT-1
  260  DO 270 I=1,IAMBT
       WS=A(IJ(INC,I+1))*AINV
       II=INC+I
       DO 280 J=I,IAMBT
       JJ=J-I+1
       A(IJ(II,JJ))=A(IJ(II,JJ))-WS*A(IJ(INC,J+1))
  280  CONTINUE
       Q(II)=Q(II)-WS*FINC
       A(IJ(INC,I+1))=WS
  270  CONTINUE
C
C      SUBSTITUCIO FINAL
C
  230  CONTINUE
       NTIN1=NTIN-1
       DO 410 INCT=1,NTIN1
       INC=NTIN-INCT
       DO 430 I=1,IAMB
       II=INC+I
       IF (II.GT.NTIN) GO TO 410
       Q(INC)=Q(INC)-A(IJ(INC,I+1))*Q(II)
  430  CONTINUE
  410  CONTINUE
       RETURN
       END
```