

**ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ARQUITECTURA DE  
BARCELONA**

**TRAÇAT DE PERSPECTIVA  
CURVILÍNIA DE PANTALLA  
CILÍNDRICA MITJANÇANT  
SISTEMES INFORMÀTICS**

Autor: Joan Font i Comas  
Directors: Enric Martínez-Quintanilla  
Joan Trias i Pairó

Barcelona, febrer del 1987

**introducció**

## INTRODUCCIÓ.

En aquests últims anys, en el si del Departament d'Expressió Gràfica Arquitectònica de la E.T.S.A.B. -més concretament, de la Càtedra de Geometria Descriptiva-, s'han vingut realitzant un seguit d'estudis, formalitzats com a tesis doctorals, amb un mateix fil conductor: les projeccions sobre superfícies no planes (en particular esfera i cilindre), [35], [33], [36], [45].

En aquesta línia, s'inscriu la tesi "Perspectiva curvilínea de pantalla cilíndrica", [33], presentada pel professor Enric Martínez-Quintanilla l'any 1983. En ella, l'autor, a més d'exposar els conceptes generals d'aquest tipus de perspectiva i fer una reflexió crítica sobre com ha d'ésser interpretada i llegida en relació amb d'altres sistemes de representació, proposa -després de constatar-ne l'absència d'un estudi metodològic documentat- un sistema per al traçat manual de la perspectiva curvilínea de pantalla cilíndrica, de forma àgil i operativa.

El treball de Martínez-Quintanilla -com, més recentment, el de J. Regot, sobre perspectiva esfèrica, [45]- tingué la virtut de posar sobre la taula uns dibuixos suggeridors de noves formes de veure, que si bé eren ja conegudes a través de la fotografia i de l'obra de determinats artistes plàstics, l'estudi del seu traçat sistematitzat, no havia anat gaire més enllà d'una visió intuïtiva. Martínez-Quintanilla, amb el seu treball, racionalitzà aquesta intuïció i demostrà que l'obtenció d'aquelles imatges tan suggerents estava al nostre abast.

El mètode proposat per Martínez-Quintanilla es basa, en essència, en una projecció sobre una pantalla prèvia formada per un prisma de 12 cares, procedint, després del desenvolupament d'aquest prisma, a una interpolació gràfica que permet aproximar la pantalla prismàtica a la cilíndrica desitjada. És a dir, doncs, que la representació en perspectiva de pantalla cilíndrica s'obté a partir d'un procés d'integració d'un seguit de perspectives lineals.

Com és sabut, el traçat rigorós de la perspectiva lineal comporta un procés que, per bé que és habitual en la pràctica professional de l'arquitecte, resulta certament laboriós, com ho prova el gran nombre de sistemes i aparells de dibuix que s'han ideat per facilitar-lo i garantir-ne la precisió. El traçat rigorós de la perspectiva curvilínea de

pantalla cilíndrica, com integració d'un cert nombre de perspectives lineals, a més de domini del sistema, requereix un cert entrenament en el seu ús, o, altrament, l'esforç que comportarà pot generar el refús, envers el sistema, per part dels seus usuaris potencials. Tenint en compte que, ateses les seves característiques especials, la perspectiva de pantalla cilíndrica no pot ser d'ús habitual, sinó ocasional en un despatx d'arquitectura, l'esforç requerit per al seu traçat representa un seriós obstacle per a una major difusió d'aquesta projecció.

De fet, un considerable esforç de traçat és característica comuna a tots els treballs d'aplicació de la projecció sobre superfícies no planes a què ens hem referit, especialment als dedicats a perspectives curvilínies. Sembla clar que l'important treball de grup de l'E.T.S.A.B. podria malbaratar-se si no es plantegen alternatives que, amb el suport de l'eina informàtica, obrin noves possibilitats d'expansió i difusió a aquests estudis.

L'objectiu bàsic del present treball és, doncs, el de, partint de l'estudi de Martínez-Quintanilla, plantejar un sistema informatitzat per al traçat de la perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica, capaç de poder representar, amb una qualitat gràfica raonablement alta, conjunts arquitectònics o urbanístics d'una certa complexitat. És a dir, de bon principi quedà clar que, perquè el treball reixís en els seus objectius, calia que el sistema permetés la consecució de dibuixos en perspectiva de pantalla cilíndrica, representats sobre paper amb eliminació de línies ocultes i amb el grau de complexitat normalment exigible per a un tipus de perspectiva panoràmica com aquesta.

A més a més del plantejament d'un sistema alternatiu -susceptible d'ésser informatitzat- per a l'obtenció de la perspectiva de pantalla cilíndrica, la consecució dels objectius marcats ha comportat: l'estudi del problema de l'eliminació de línies ocultes en dibuixos de traçat vectorial, adaptat a les característiques especials d'una perspectiva curvilínia; i la construcció d'un sistema de modelatge suficientment ampli per generar la representació interna dels conjunts arquitectònics a representar.

Cal advertir que el treball no intenta plantejar un sistema òptim, des del punt de vista informàtic, sinó que és només una alternativa a un sistema manual. La seva vocació és més aviat la d'obrir solcs en el camp del tractament informàtic de temes específicament arquitectònics com ara el de les perspectives curvilínies. Així, malgrat que el cos principal del treball s'ocupa de la descripció detallada dels dos sistemes desenvolupats (modelatge i visualització), -els quals han estat, òbviament, programats i han permès la realització dels exemples que s'acompanyen-, al llarg del

text és evitada la referència a aspectes concrets de la programació. En efecte, l'aportació d'aquest treball no rau en aspectes merament informàtics, sinó en el seguit d'algorismes de base geomètrica que fan possible d'arribar als resultats assolits.

En el treball han pesat més els aspectes qualitatius que no pas els quantitius. El temps de processat i l'ocupació de memòria són contemplats com a temes de rerafons, però en absolut com un fi. En cap moment es planteja el treball com una lluita per esgarrapar uns milisegons de temps o uns bytes de memòria. De fet, això hauria estat impossible ja que, per bé que en aquests darrers mesos la infraestructura informàtica de l'E.T.S.A.Vallès ha iniciat un procés de millora certament espectacular -vista la situació de partida-, aquest treball ha hagut de realitzar-se encara en unes condicions d'equip absolutament modestes. En efecte, per al treball s'ha comptat amb un ordinador IBM.PC de 448 K i dues unitats de disc de 362 K, i s'ha disposat, per a la programació, únicament de llenguatge BASIC interpretat. No podem dir, doncs, que es tracti ni de la màquina més apropiada ni, encara menys, del llenguatge idoni, però no ens en lamentem tampoc. No és aquest el terreny on ha d'interpretar-se aquest estudi, sinó el dels algorismes que, basats fonamentalment en la geometria, permeten informatitzar processos i construir sistemes adaptats als requeriments de l'expressió gràfica arquitectònica. Per tant, el fet que aquests sistemes es programin en una màquina més o menys capaç o en un llenguatge més o menys apropiat no té una transcendència directa, als efectes d'aquest treball.

Malgrat la concreció dels objectius, s'ha procurat no perdre de vista, en cap moment, la globalitat d'un camp molt més ampli com és el de la informatització del treball de l'Arquitecte. Així, per exemple, el problema de la creació del model s'ha enfocat per una via poc usual com és la de l'encolatge, ja que, després d'una reflexió raonada, s'ha considerat que reunia algunes característiques que la feien especialment apropiada per al disseny arquitectònic (recentment, d'altres arquitectes s'han interessat també per aquesta via [15], [39]). Igualment, en plantejar la visualització de la perspectiva curvilínia, s'opta per un tipus d'expressió gràfica plenament respectuosa amb les convencions usuals en el dibuix arquitectònic actual, la qual cosa ens porta al terreny dels algorismes d'espai objecte, per a l'eliminació de línies ocultes.

El treball s'estructura en cinc capítols:

En el Primer Capítol s'exposen els conceptes generals de la perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica i, seguint l'estudi de Martínez-Quintanilla, es fa una breu repassada als seus antecedents històrics, acabant per una exposició

dels trets bàsics del sistema manual proposat per Martínez-Quintanilla.

El Capítol 2 analitza els grans temes que cal afrontar per tal de plantejar el tractament informàtic de la perspectiva de pantalla cilíndrica. Un repàs a les alternatives possibles permet prendre un seguit d'opcions que configuren ja l'esquelet de l'aproximació que farem al tema. El Capítol acaba amb una descripció detallada de l'estructura d'informació que s'adopta per al plantejament informàtic del problema, punt -no cal dir-ho- d'importància cabdal per al seguiment de la resta del treball.

El Capítol 3 s'ocupa de la descripció del sistema desenvolupat per a la creació dels models a representar, i hi són estudiades un gran nombre de situacions compromeses, exposant-se algorismes apropiats per a la seva resolució.

El Capítol 4 estudia la visualització dels models mitjançant perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica. En concret s'hi estudia l'obtenció i representació interna de la projecció, i l'eliminació de línies ocultes per a tragat vectorial, considerant les característiques específiques d'una perspectiva en què la major part de les rectes apareixen com a corbes i en la qual desapareix el concepte de pla d'esvaïment.

Per últim, en el Capítol 5 s'exposen un seguit de consideracions i optimitzacions deduïdes de les primeres experiències d'utilització dels Sistemes, experiències encara un tant restringides, ateses les limitacions de l'equip utilitzat, però que permeten extreure conclusions certament importants, de cara a la programació d'una segona versió dels Sistemes, ja sobre els nous equips de l'E.T.S.A.Vallès.

capitol 1

## **1.-PERSPECTIVA CURVILÍNIA DE PANTALLA CILÍNDRICA.**

### **1.1.CONCEPTES GENERALS.**

#### **Concepte geomètric.**

Geomètricament, la perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica és la resultant d'una projecció cònica, sobre un cilindre de revolució amb centre de projecció sobre l'eix d'aquest (fig. 1.1). El posterior desenvolupament del cilindre permet obtenir dibuixos plans que presenten una característica curvatura en totes les rectes no paral·leles al cilindre, les quals, pel procés de projecció i desenvolupament, es transformen en sinusoides (fig. 1.2).

#### **Lectura de la perspectiva de pantalla cilíndrica.**

Pot sobtar, en el nostre entorn cultural, visualment educat en la perspectiva lineal, l'interés per una proposta com la de la perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica. L'origen d'aquesta possible sorpresa és la consideració popular de la perspectiva lineal com la vertadera imatge de la realitat.

Com funciona, realment, la nostra percepció visual?. Aquest és un tema certament debatut i complex. No entrarem en el debat, però sembla fora de dubte que, a través de la simple percepció, no s'arribaria a la perspectiva lineal. Com diu Panofsky [40], la perspectiva porta implícita la concepció d'un espai infinit, constant i homogèni (és a dir, un espai matemàtic), l'estructura del qual és totalment oposada a la de l'espai psicofisiològic, el qual ni és infinit ni és homogeni, ja que els seus punts no són buits de continguts com ho són, en canvi, els de l'espai abstracte de la geometria.

és clar que la interpretació de la perspectiva lineal comporta l'acceptació d'unes determinades regles de joc, acceptació que fem d'una forma inconscient, per influència de la nostra cultura.



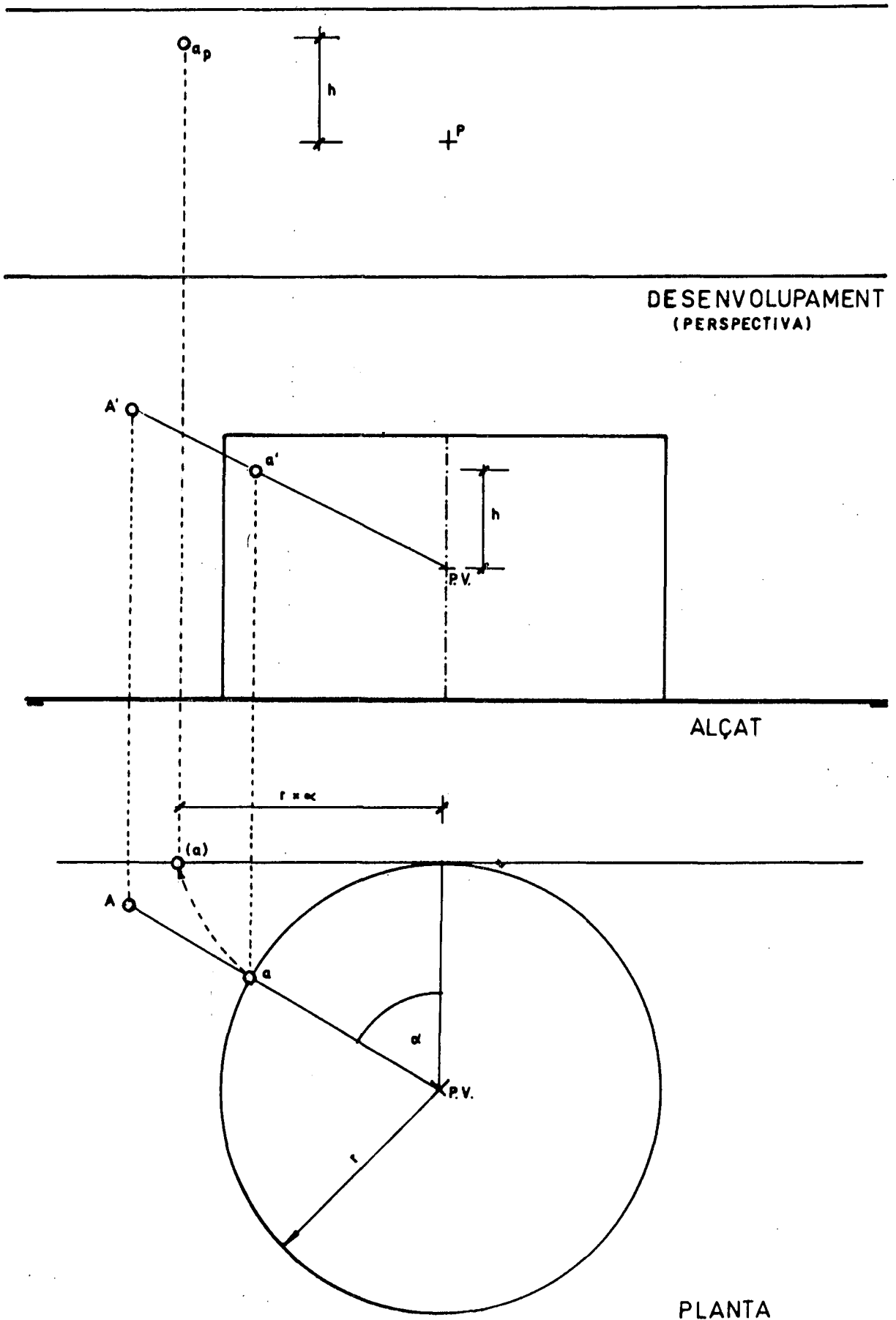


Figura 1.1 Obtenció de la perspectiva de pantalla cilíndrica d'un punt.

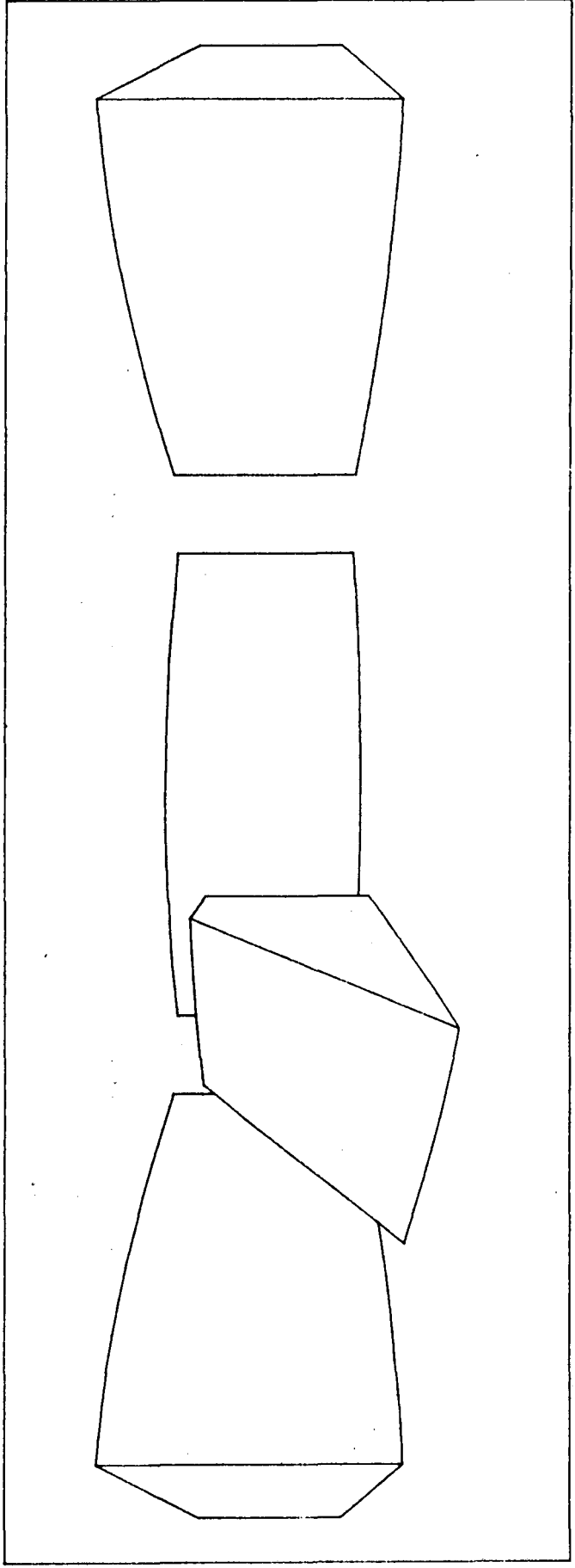


Figura 1.2 Perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica d'un conjunt de poliedres. Noti's la curvatura sinusoidal de les arestes no paral·leles a la direcció del cilindre.

La perspectiva lineal, per ser vista correctament, requerix que l'observador se situï a la distància deguda, tanqui un ull i dirigeixi la mirada perpendicularment al centre del quadre, mantenint l'ull immòbil (fig. 1.3). Només així, la perspectiva serà vista correctament.



Figura 1.3 Alguns dels aparells ideats per Durero per representar correctament en perspectiva.

Si bé és cert que normalment transgredim aquestes normes, la nostra educació visual ens permet corregir la transgressió, però tots sabem, per exemple, que el cinema es veu millor des de l'amfiteatre i al mig de la fila que no pas des d'un lateral. Cal, igualment, estar en el joc de la perspectiva lineal per assimilar les distorsions marginals que inevitablement s'hi produeixen [54].

Martínez-Quintanilla [33], basant-se en aquests criteris, proposà d'acceptar la perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica com una convenció més dins dels sistemes gràfics basats en la projecció cònica. Certament, creiem que aquesta perspectiva, com la lineal, té les seves pròpies regles de joc, i només l'hàbit o un esforç intel·lectual d'interpretació ens permetran transgredir-les.

Per llegir correctament una perspectiva de pantalla cilíndrica, l'espectador no ha d'adoptar la mateixa postura que per a la perspectiva lineal, buscant el centre i la distància des d'on pugui veure, amb un sol ull immòbil, la totalitat del dibuix. La perspectiva de pantalla cilíndrica requereix una lectura itinerant. Idealment, l'espectador, situat a una distància tal que li permeti veure la dimensió menor del dibuix amb l'ull immòbil, ha de desplaçar-se paral·lelament al quadre.

Si, en comptes d'estendre el dibuix sobre un pla, es restitueix la forma cilíndrica original, l'espectador haurà de situar el seu ull sobre l'eix, a l'altura del punt de vista i girar sobre si mateix per tal de contemplar la perspectiva.

### El problema de la distorsió.

La figura 1.4 mostra un esquema en planta de la projecció cònica de tres columnes iguals. Si la projecció s'efectua sobre un pla del quadre (P.Q.) paral·lel al pla dels eixos de les columnes, veiem que, malgrat que l'angle visual és menor per a les columnes laterals que per a la central, la longitud de la seva projecció sobre P.Q. és major per a les primeres que per a aquesta última. Aquest increment de longitud, que contradiu el sentit perceptiu que indica que les coses semblen més petites a mesura que s'allunyen de l'observador, va en augment segons que s'incrementa la distància entre la columna i la normal a P.Q. des del centre de projecció (P.V.).

Si la projecció s'efectua sobre una pantalla cilíndrica (P.C.) d'eix paral·lel als de les columnes i passant pel P.V., les longituds obtingudes són directament proporcionals als angles visuals, la qual cosa s'adiu molt més amb la nostra experiència perceptiva.

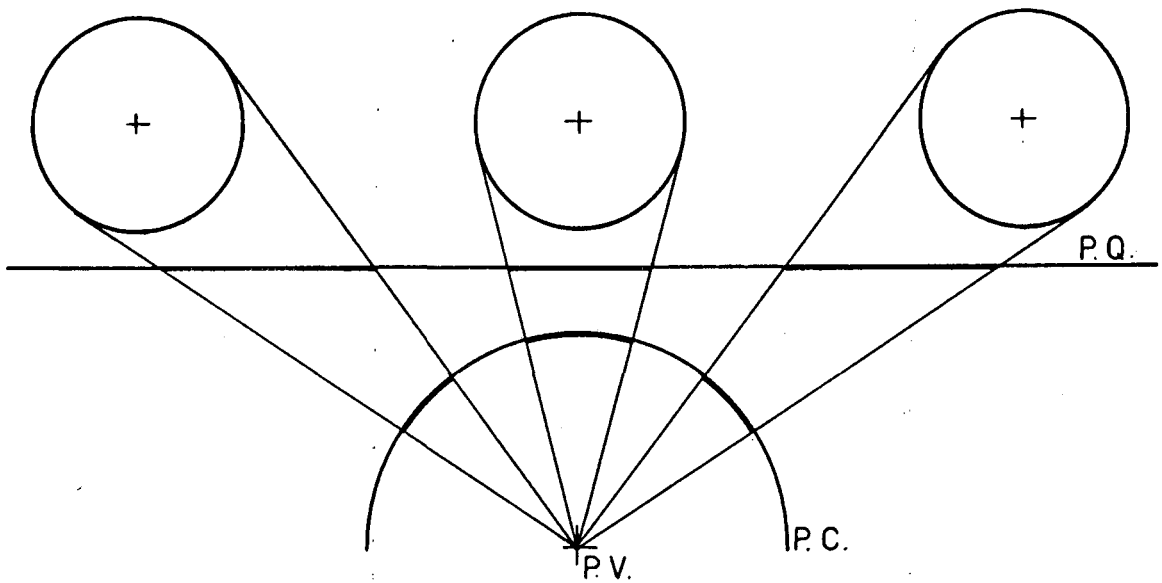


Figura 1.4

Les figures 1.5, 1.6 i 1.7 reproduïxen sengles dibuixos de Martínez-Quintanilla [33] mitjançant els quals il·lustra un estudi comparatiu del comportament, enfront del problema de la distorsió, de les tres pantalles usades per a la projecció cònica : pla, cilindre i esfera. L'estudi consisteix en comparar les projeccions, sobre les diferents pantalles, de dues rectes horitzontals  $r_1$  i  $r_2$  entre les quals s'han disposat quatre segments verticals.

En projectar aquest sistema sobre una pantalla plana paral·lela a les rectes (fig. 1.5), Martínez-Quintanilla [33] observa que :

\* La separació entre les verticals consecutives, que era constant, es manté constant també a la projecció, quan, segons el nostre sentit perceptiu, hauria d'anar-se reduint a mesura que augmenta la seva distància al Punt de Vista.

\* La longitud dels segments verticals es manté igual per a tots, per més que s'allunyin de l'observador.

\* Els segments, que dues verticals consecutives defineixen sobre les horitzontals, es projecten amb igual longitud, malgrat que  $r_2$  està més a prop de l'observador que no pas  $r_1$ .

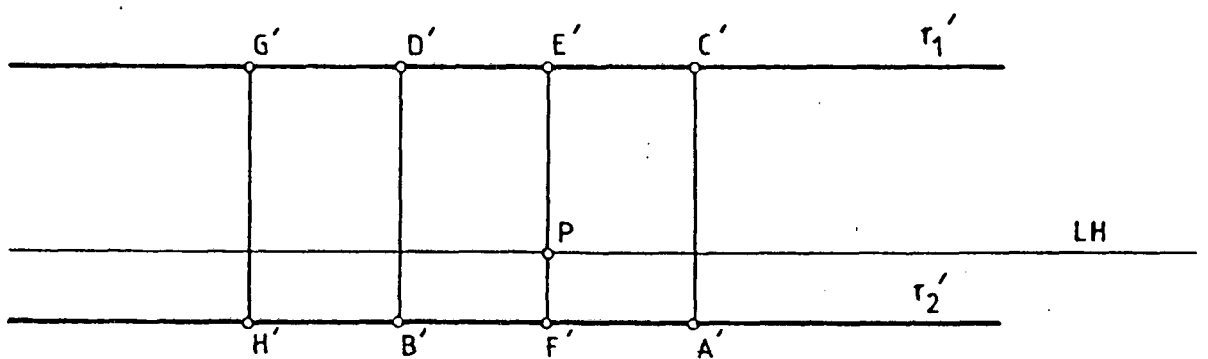
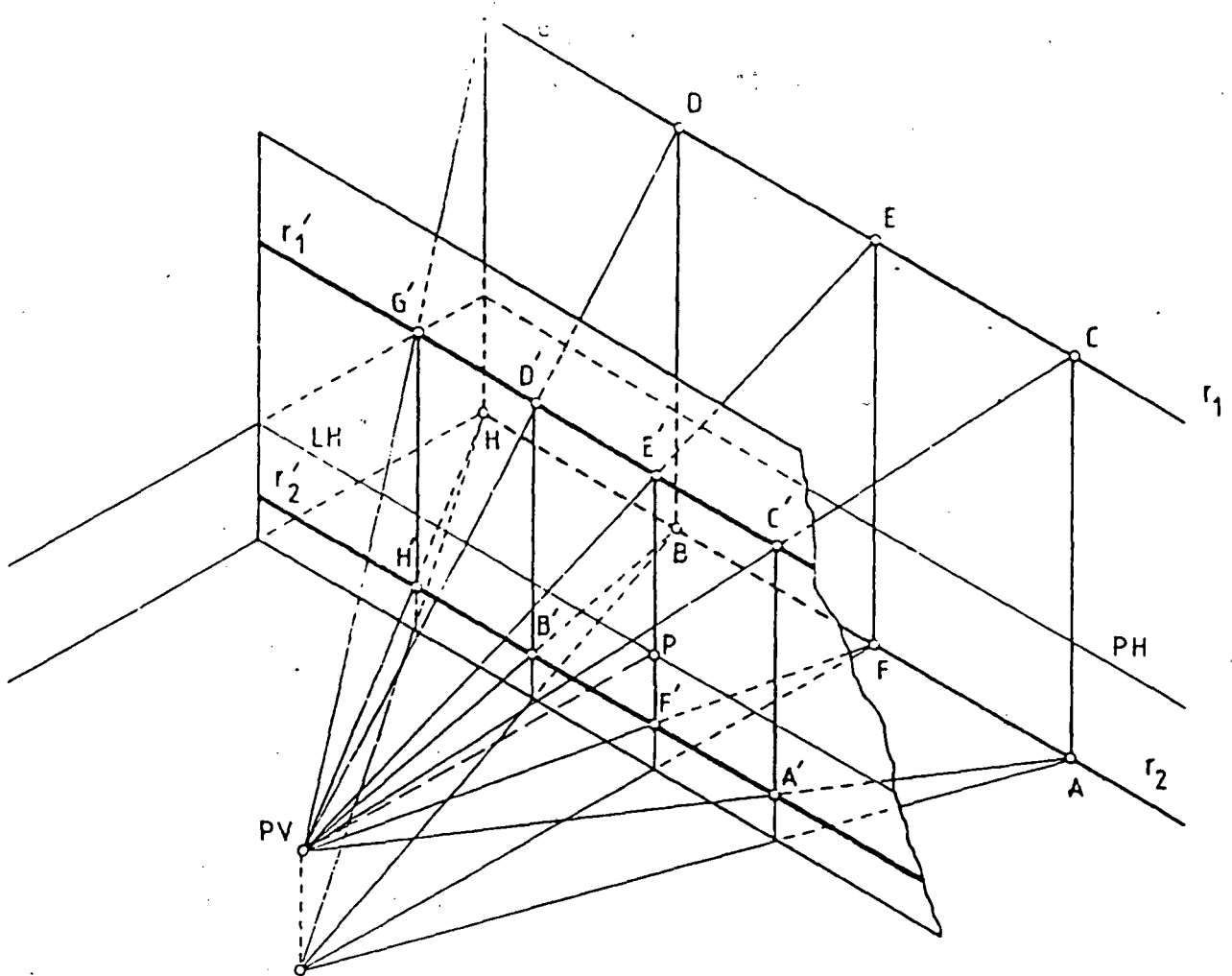


Figura 1.5 Projecció de rectes paral·leles sobre pantalla plana. Dibuix de Martínez-Quintanilla, sobre una experiència de Barre i Flocon [8].

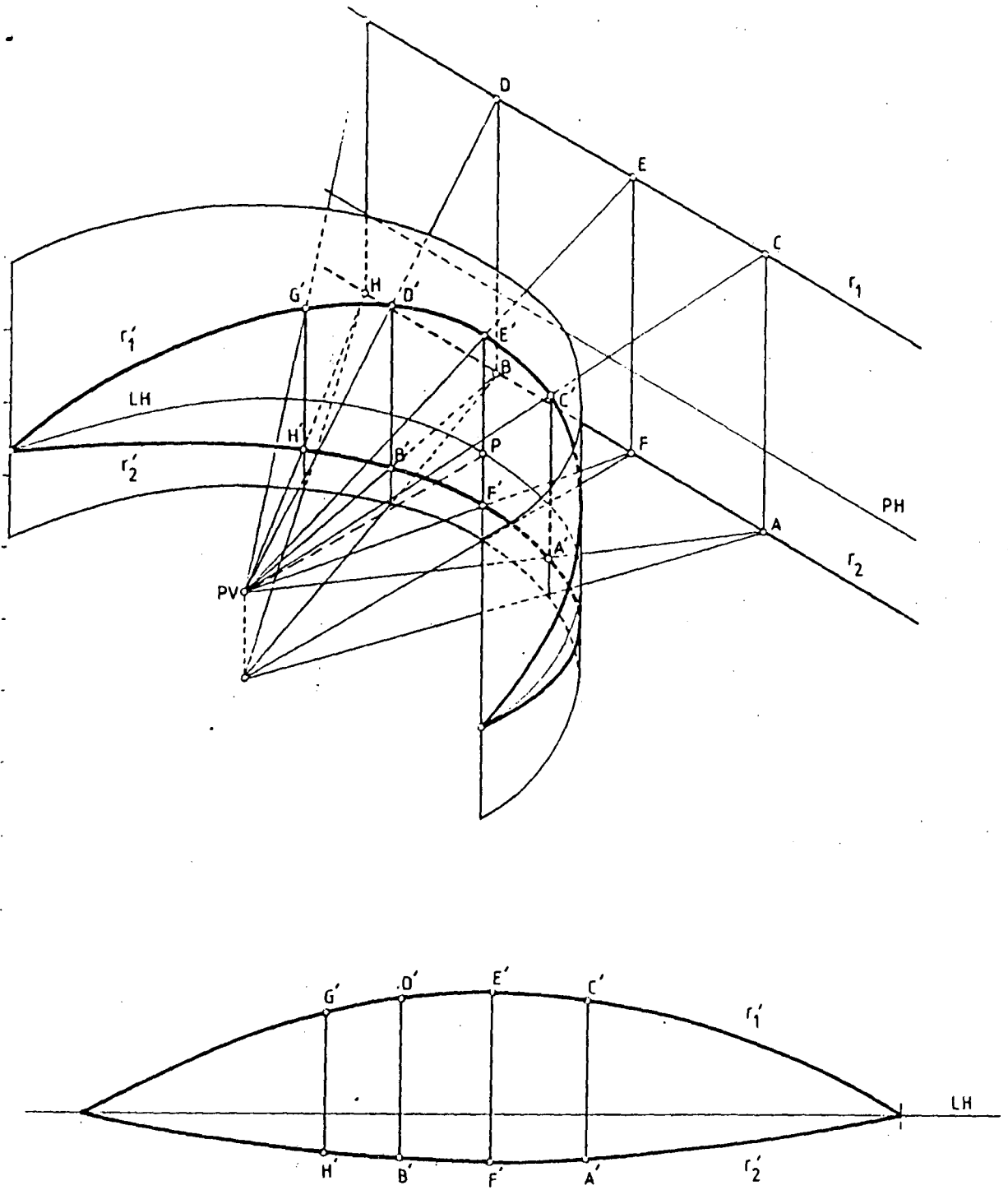


Figura 1.6 Projecció de rectes paral·leles sobre pantalla cilíndrica. Dibuix de Martínez-Quintanilla.

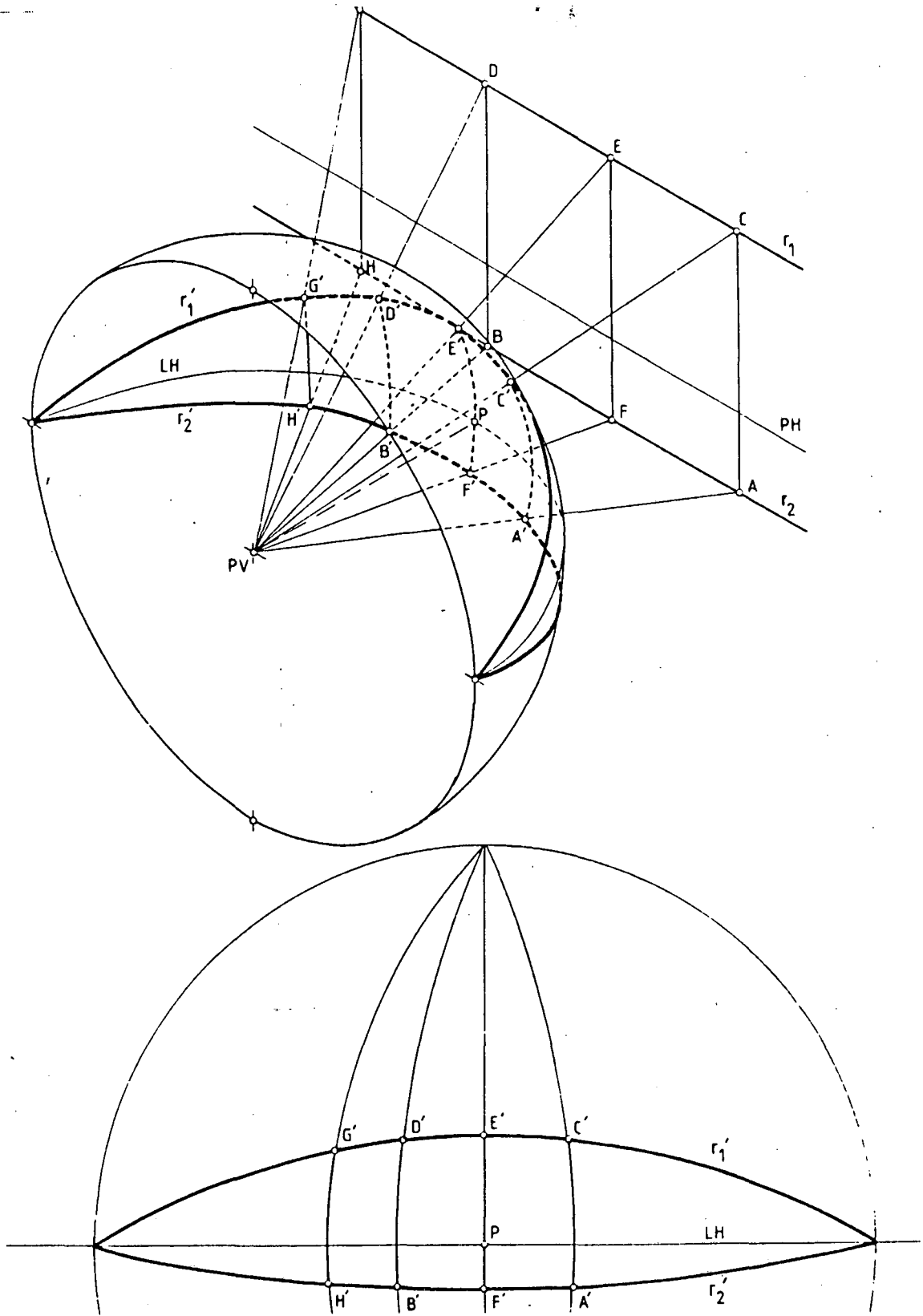


Figura 1.7 Projecció de rectes paral·leles sobre pantalla esfèrica. Dibuix de Martínez-Quintanilla.



En el cas de pantalla cilíndrica d'eix vertical (fig. 1.6), pot observar-se que :

\* La separació entre verticals minva, en projecció, a mesura que augmenta la distància al P.V., cosa que resulta coherent amb la nostra percepció.

\* La longitud dels segments verticals decreix en augmentar la distància al P.V., seguint també el nostre hàbit perceptiu.

\* Dels dos segments definits sobre  $r_1$  i  $r_2$  per dues verticals consecutives, té més longitud, en projecció, el de  $r_1$  que el de  $r_2$ . Això entra en clara contradicció amb la percepció, ja que  $r_1$  està més allunyada del P.V. que no pas  $r_2$ .

En el cas de pantalla esfèrica (fig. 1.7), s'observa que els tres paràmetres a què ens hem referit tenen longituds proporcionals als respectius angles visuals. És clar, doncs, que la pantalla esfèrica no presenta distorsió en cap de les direccions, ja que la projectant de cada punt és normal a la superfície de projecció.

Malgrat la constatació anterior, el cert és que, llevat dels casos de representacions pictòriques sobre cúpules esfèriques, les perspectives han de realitzar-se sobre quadres plans. Llavors, la condició de l'esfera d'ésser una superfície no desenvolupable comporta la necessitat de definir una nova projecció que transporti al pla la imatge obtinguda sobre la pantalla esfèrica. Les diferents opcions per a aquesta segona projecció donen lloc a les diverses modalitats de perspectiva esfèrica [45], [16], [8] i [9].

La perspectiva de pantalla cilíndrica està a un nivell intermig entre les de pantalla plana i pantalla esfèrica, ja que no presenta distorsions en el pla normal a l'eix, però en canvi sí que les presenta quan les projectants se separen del pla d'horitzó. Té, però, l'avantatge de la condició de superfície desenrotllable que té el cilindre, la qual cosa fa possible la imatge plana sense el requisit d'una projecció auxiliar.

Quant a la perspectiva de pantalla plana, com hem vist, la distorsió apareix així que ens apartem de la visual normal al pla (visual principal). És sabut, per exemple, que en total contradicció amb la nostra experiència perceptiva, la perspectiva lineal d'una esfera és una el·lipse, excepte en el cas que tingui el seu centre sobre la visual principal.

## Amplitud de camp.

L'aparició de distorsions obliga a limitar el camp visual de la perspectiva lineal a una zona dins la qual aquelles resultin tolerables i no impedeixin el reconeixement de la forma representada. Aquesta limitació de camp es tradueix en l'establiment d'un con visual limit, de manera que no sigui projectat cap punt exterior a aquest con. L'obertura d'aquest con és fixada de forma empírica. Els valors més comunment adoptats per a la semiobertura del con oscil·len entre 20° i 30° [23], [44], [52], [55], [59] i [60]. Aquests valors -fixats per l'experiència de pintors, arquitectes i dibuixants- són modernament corroborats per la fotografia, la qual fa servir uns objectius òptics que correponen a semiobertures de con visual que oscilen entre els 20° i els 32,5°.

Aquesta limitació de l'amplitud del camp visual no té sentit, en principi, en el cas de perspectiva esfèrica, però la impossibilitat de desenrotllar la pantalla obliga a establir un pla d'esvaïment i, per tant, a limitar la representació al semiespai situat davant de l'observador.

Per contra, la perspectiva de pantalla cilíndrica no té límits en el pla normal al cilindre, gràcies a la manca de distorsió en aquest pla i a la possibilitat de desenvolupar la pantalla. En canvi, sí que cal limitar l'obertura del camp en direcció paral·lela al cilindre, ja que en ella apareixen distorsions.

## 1.2 PRECEDENTS HISTÒRICS.

### L'òptica de l'Antiquitat Clàssica

La perspectiva cònica plana prescindeix del fet que veiem amb dos ulls en moviment constant, cosa que determina un camp visual perceptiu esferoidal. Els antics eren molt més conscients d'aquesta curvatura visual, que no pas nosaltres, formats com estem en la perspectiva lineal. Els òptics i teòrics de l'art de l'Antiquitat fan, a les seves obres, freqüents referències a conceptes com: Allò que és recte es veu corbat i el que es corb és veu recte.

Així, com és sabut, l'entasi de les columnes dòriques tenia la intenció d'evitar la curvatura aparent del fust. Igualment, per evitar una curvatura visual, eren construïts corbs l'epistili i l'estilòbat dels temples.

L'Antiguitat sostingué amb fermesa que les dimensions visuals no venen determinades per les distàncies ull-objectes, sinó per la mesura dels respectius angles visuals. El teorema VIII de l'"Òptica" d'Euclides [28] estableix, precisament, que l'aparent diferència entre dues dimensions iguals vistes a distàncies desiguals, ve determinada per la relació dels corresponents angles visuals. Panofsky [40] fa notar com aquest teorema VIII s'oposa frontalment a la concepció visual del Renaixement, i com, quan els renaixentistes citen o tradueixen Euclides, o bé suprimeixen aquest teorema o el retoquen fins a fer-li perdre tot sentit.

### De l'eix de fugues al Renaixement.

Panofsky, basant-se en aquest teorema d'Euclides i en un passatge de Vitruvi [61] en què parla de l'"escenografia", formula una possible interpretació del fonament de les representacions en espina de peix, -és a dir, amb una estructura basada en un eix de fugues-, que són tan freqüents en la pintura pompeiana i medieval (figs. 1.8 i 1.9).

La interpretació de Panofsky es basa en suposar que tant amplades com alçaries i fondàries són projectades des d'un punt central sobre dues pantalles cilíndriques, l'una horitzontal i l'altra vertical. La perspectiva resulta de substituir la longitud dels corresponents arcs de cercle obtinguts, per les cordes respectives. (fig. 1.10).

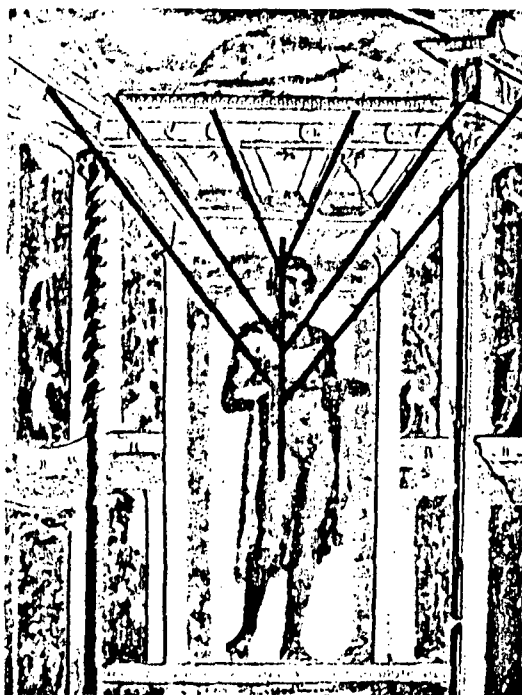


Figura 1.8 Pintura mural de Boscoreale, S.I d. C.. Estudi de fugues, segons Panofsky.



Figura 1.9 "Presentació de les taules de la llei", miniatura del S.IX. Estudi de fugues, segons Panofsky.

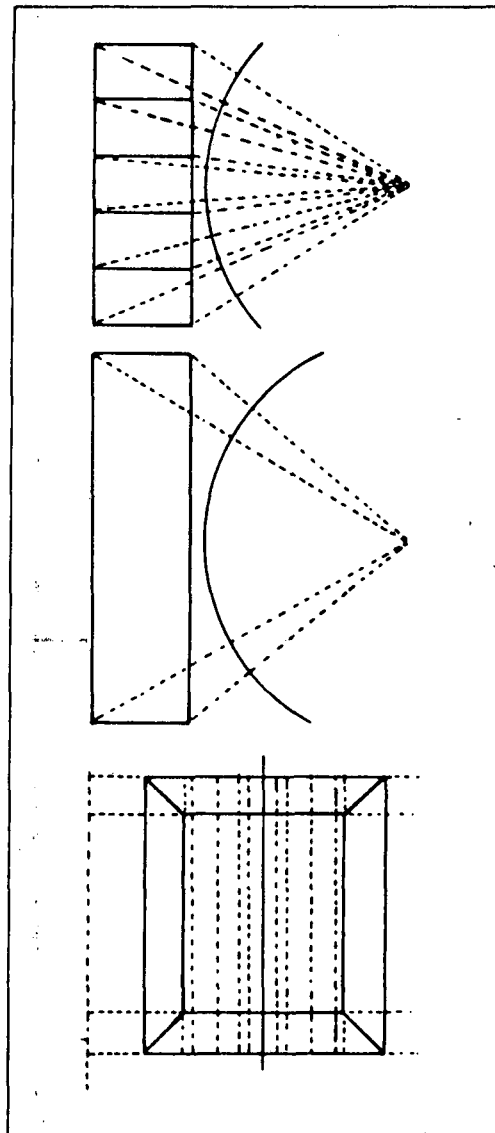


Figura 1.10 Construcció, segons Panofsky, de la perspectiva d'eix de fugues.

La presència de l'esquema d'eix de fugues, amb diverses variants, s'intensifica al final de l'Edat Mitjana en un llarg viatge envers la Perspectiva lineal, que apareix, en principi, únicament en forma de perspectiva frontal. Durant aquest període trobem però, encara, algunes pintures que mostren una preocupació evident pel problema de la curvatura perceptiva, com són les obres de Jean Fouquet, en les quals és usada la pantalla cilíndrica d'una forma intuïtiva (figs. 1.11 i 1.12).

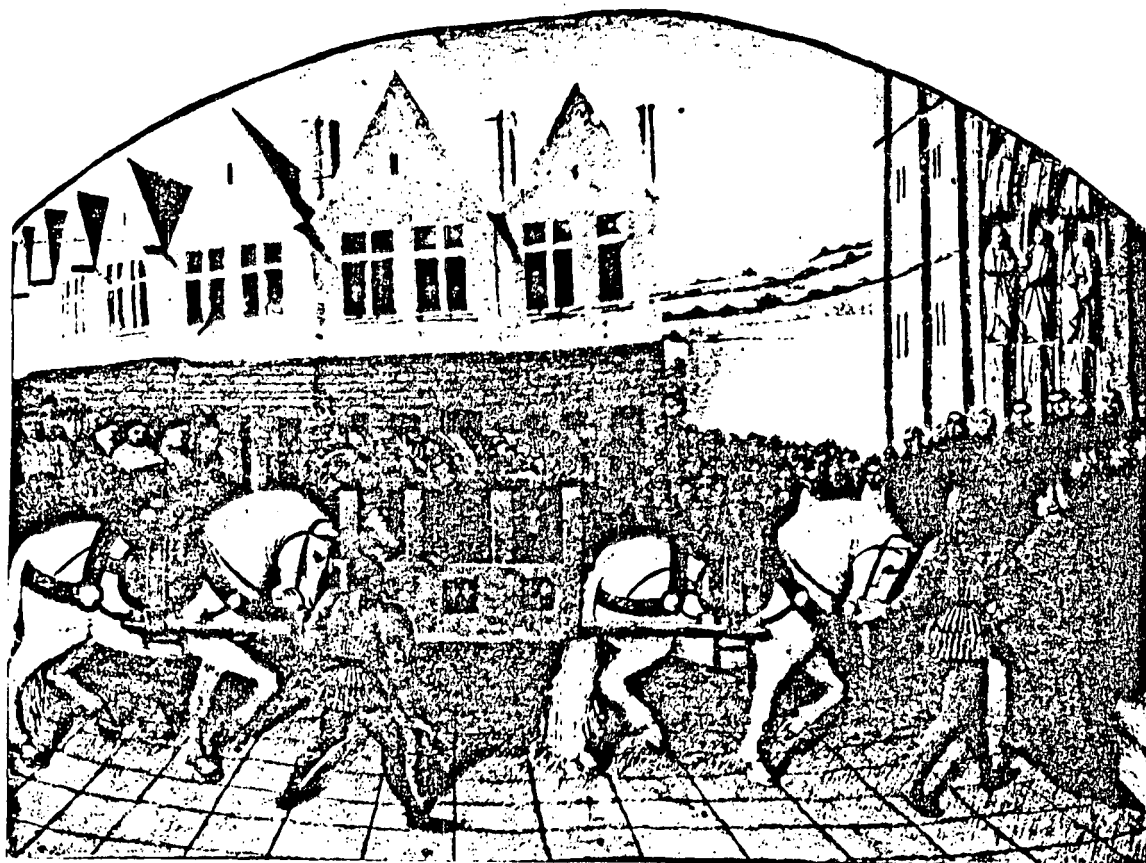


Figura 1.11 Jean Fouquet, "L'emperador a Saint Denis". Paris, Biblioteca Nacional.

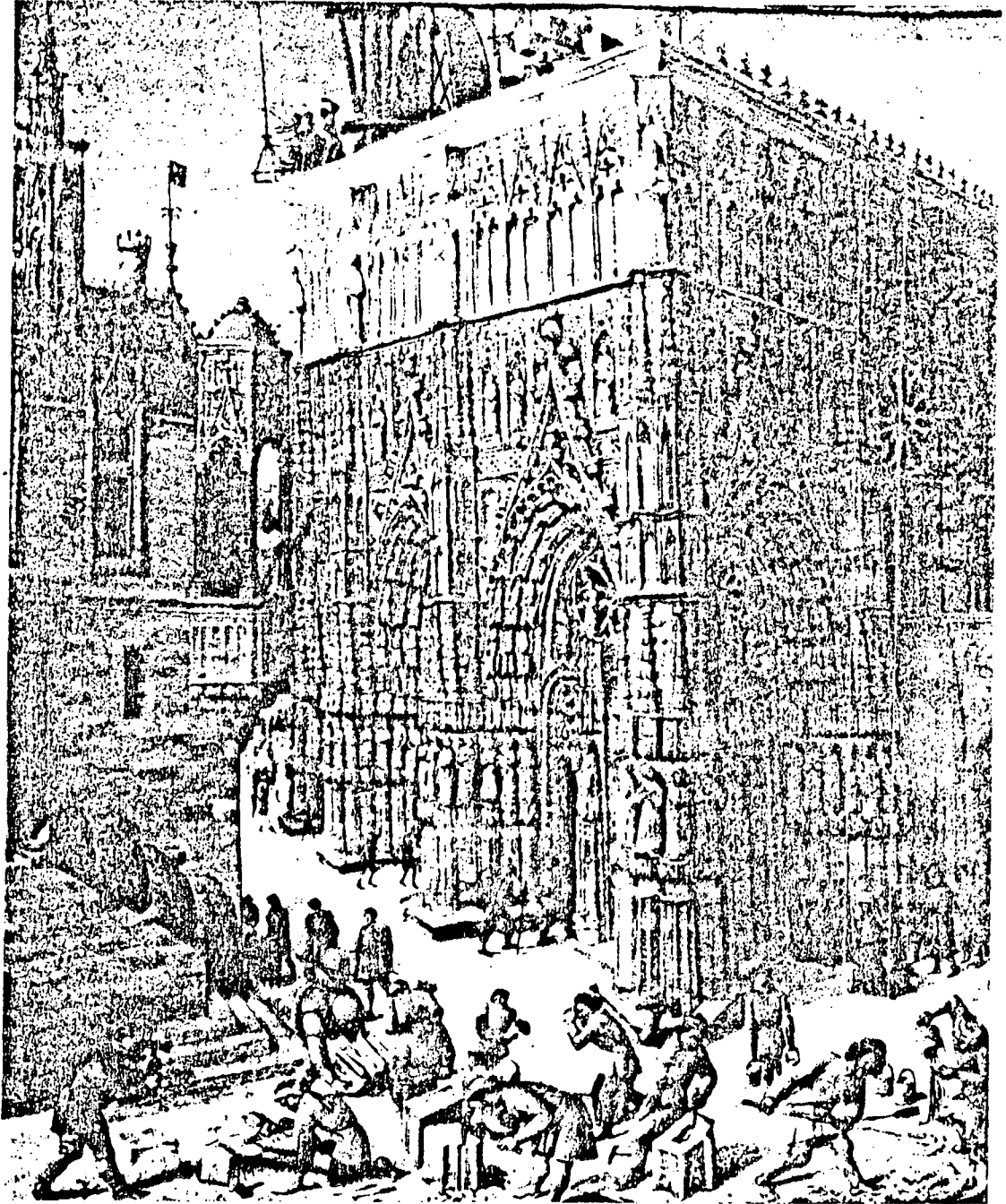


Figura 1.12 Jean Fouquet, "La construcció del temple". París, Biblioteca Nacional.

L'ús de la pantalla cilíndrica està implícit, també, en la construcció gràfica proposada per Durero per aconseguir la percepció d'igual grandària de les lletres contingudes en línies d'escriptura paral·leles i superposades (fig. 1.13).

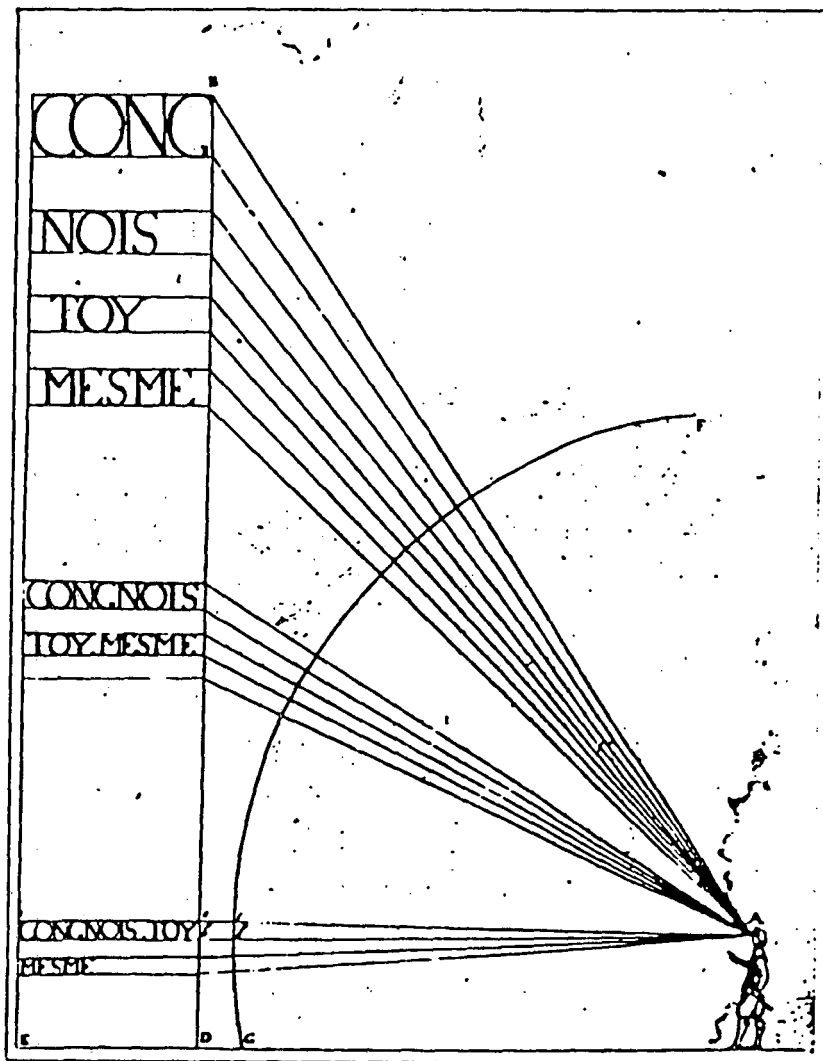


Figura 1.13 A. Durero. Construcció gràfica per determinar la grandària que han de tenir les lletres en línies d'escriptura superposades.

Per últim, cal ressenyar els estudis que els renaixentistes efectuaren entorn a la realització de pintures sobre voltes cilíndriques, per bé que, en aquest cas, situant el Punt de Vista fora de l'eix del cilindre (fig. 1.14).

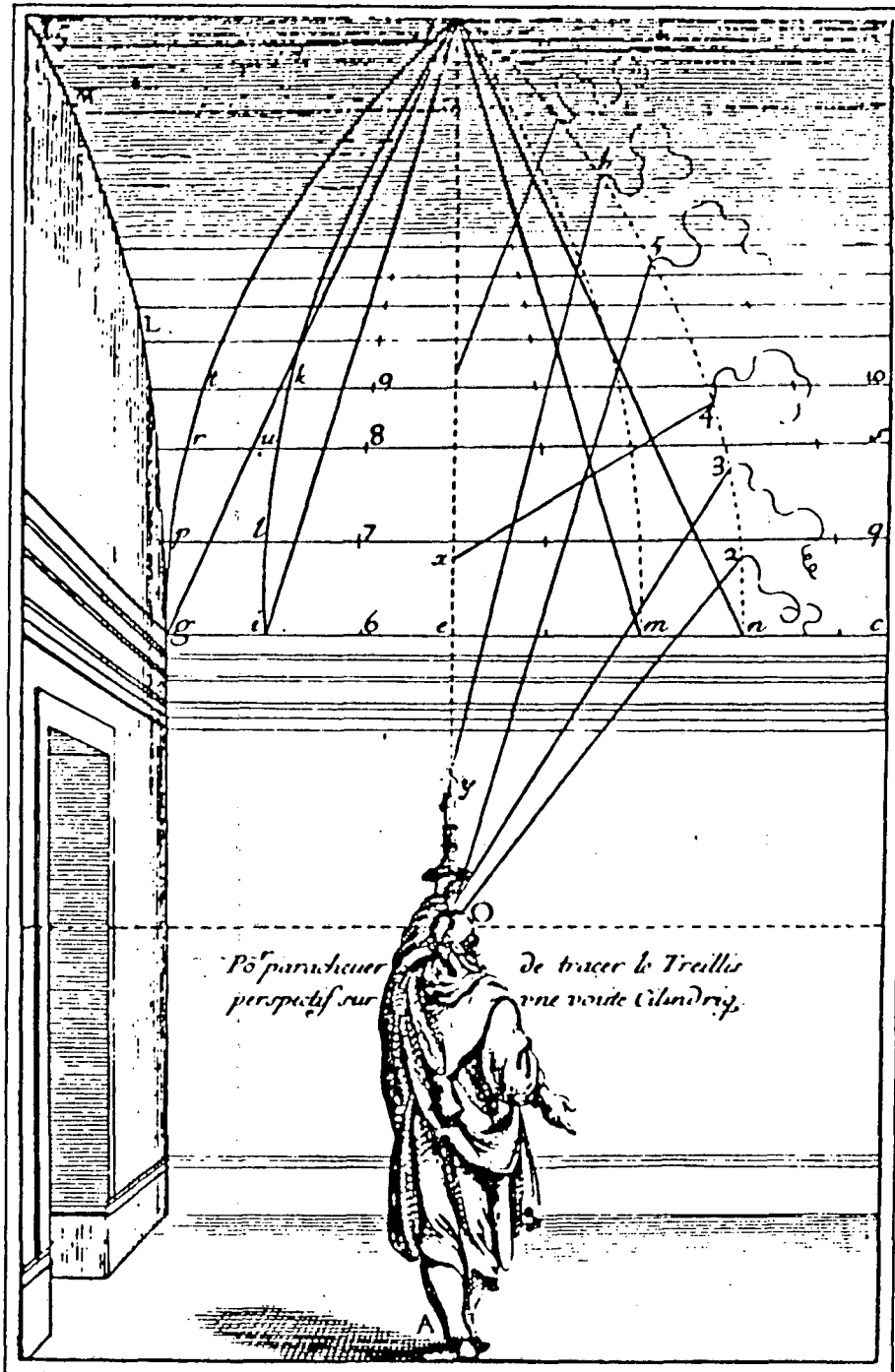


Figura 1.14 Abraham Bosse. Gravet amb projecció sobre volta.



### Els panorames.

A finals del segle XVIII, retrobem representacions sobre pantalla cilíndrica en forma dels anomenats panorames. Aquests consisteixen en pintures realitzades sobre un suport cilíndric, basant-se en l'observació i l'habilitat del pintor. La tècnica bàsica per a la construcció és la de l'ús d'una retícula transparent, a la manera de les dels pintors renaixentistes.

La contemplació dels panorames requeria una certa posta en escena: L'espectador s'havia de situar en les proximitats de l'eix del cilindre, en un punt suficientment elevat i mig a les fosques. Alguns objectes reals eren disposats a manera de barrera, a fi d'impedir la visió del terra; i la il·luminació del quadre era, generalment, zenital.

La representació, mitjançant panorames, de vistes de ciutats i de grans escenes bèl·liques, esdevingué un espectacle que es perllongà fins a finals del segle passat.

Modernament, el cinema ha fet ús també de la pantalla cilíndrica en el cinerama i el vistarama.

### L'obra de M.C. Escher.

La utilització més recent de la perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica en el camp de les arts plàstiques, la trobem en l'obra del pintor i grabador holandès Maurits Cornelis Escher (1898-1972), la qual ha estat estudiada amb profunditat per Bruno Ernst [20].

En una època de la seva obra, Escher s'interessa per les perspectives de quadre fortament inclinat (figs. 1.15 i 1.16). Aquest joc de la perspectiva amb diferents inclinacions de quadre, deslligat per tant d'una referència a l'horizontalitat, és reflectit en obres posteriors com les de les figures 1.17 i 1.18.

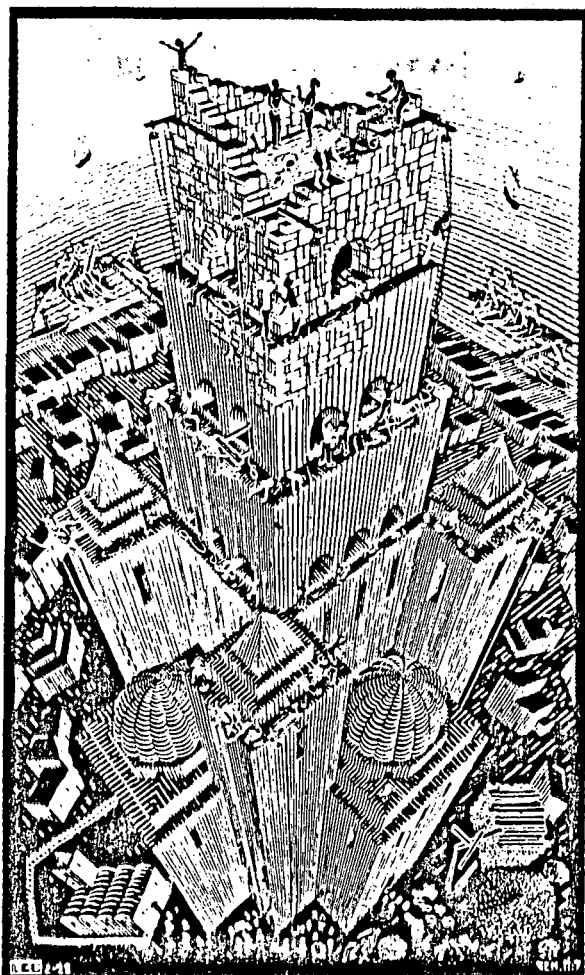


Figura 1.15 M.C. Escher, "Torre de Babel". 1928

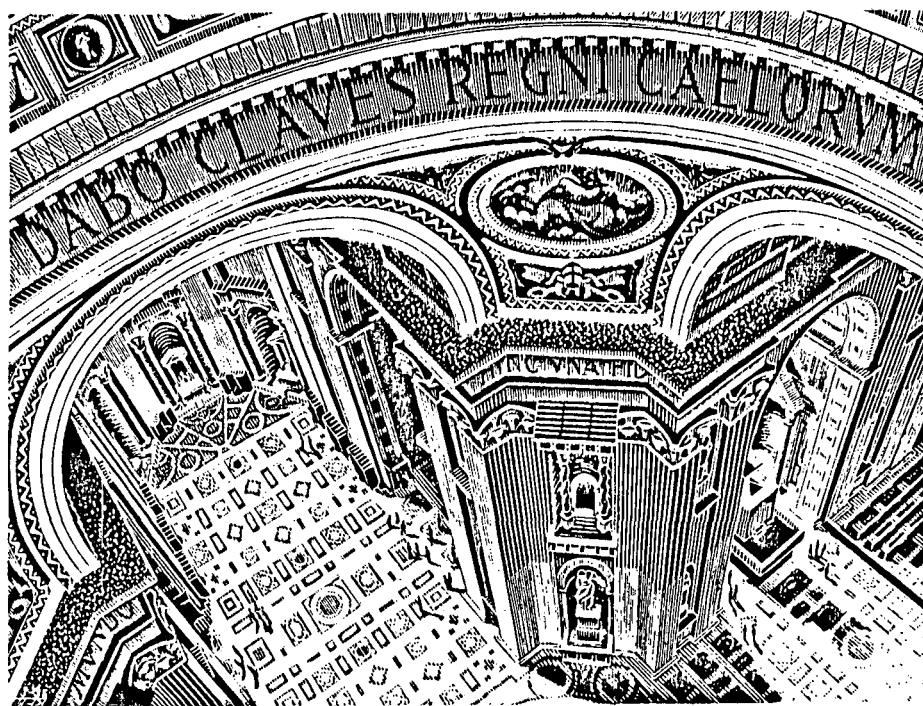


Figura 1.16 M.C. Escher, "S. Pere de Roma". 1935

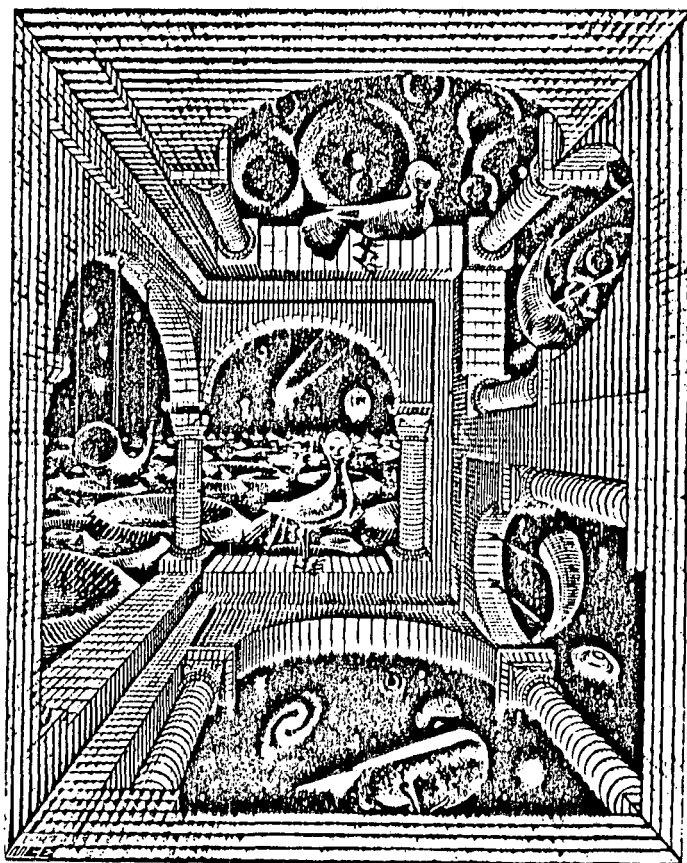


Figura 1.17 M.C. Escher, "Altres mons". 1947

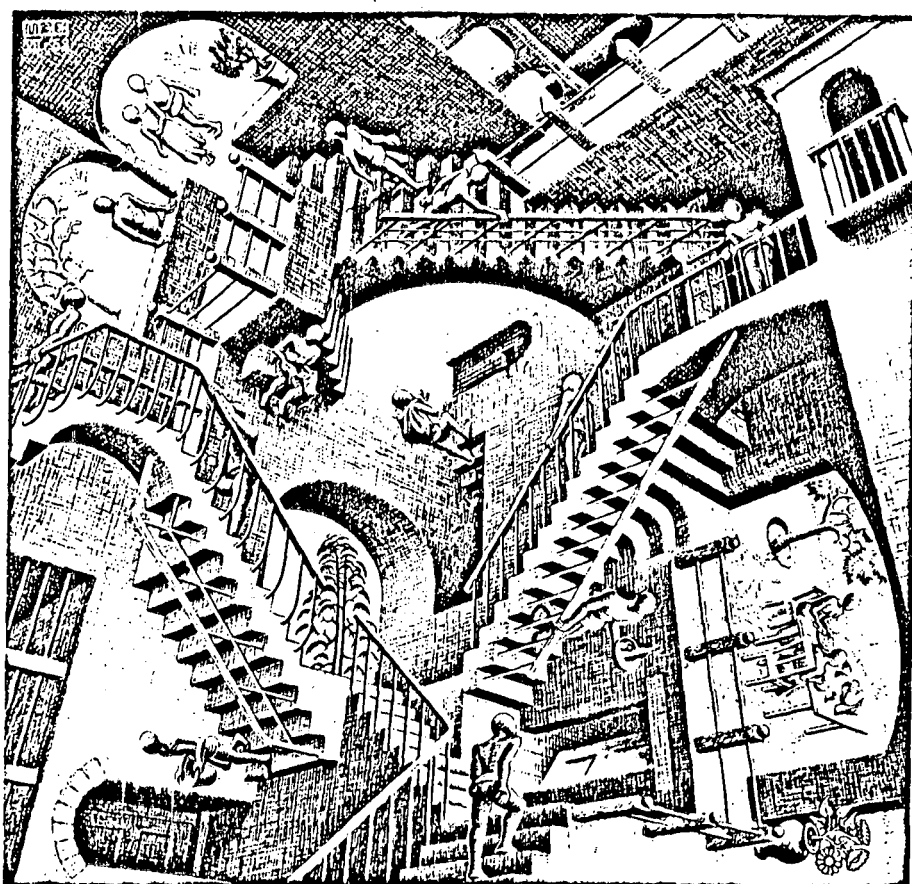


Figura 1.18 M.C. Escher, "Relativitat". 1953

El treball d'Escher, amb perspectives a vista d'ocell i a vista de granota, el porta, d'una manera experimental i intuïtiva, a l'ús de la pantalla cilíndrica. El propi pintor explica el seu raonament sobre l'exemple de la visió que des d'una finestra del pis vintè d'un gratacels, tindríem del gratacels del davant. Si mirem cap avall veurem que les línies convergeixen cap el carrer; si mirem frontalment, les línies de l'edifici apareixeran paral·leles; mentre que, quan mirem amunt, les veurem convergir cap al cel. A partir d'aquesta observació, Escher proposa integrar les tres visions en una sola imatge per mitjà de corbes tangents a les rectes corresponents als tres estadis (fig. 1.19).

Aquest concepte intuïtiu de la pantalla cilíndrica és l'utilitzat per Escher per a la realització de les obres reproduïdes a les figures 1.20, 1.21 i 1.22.

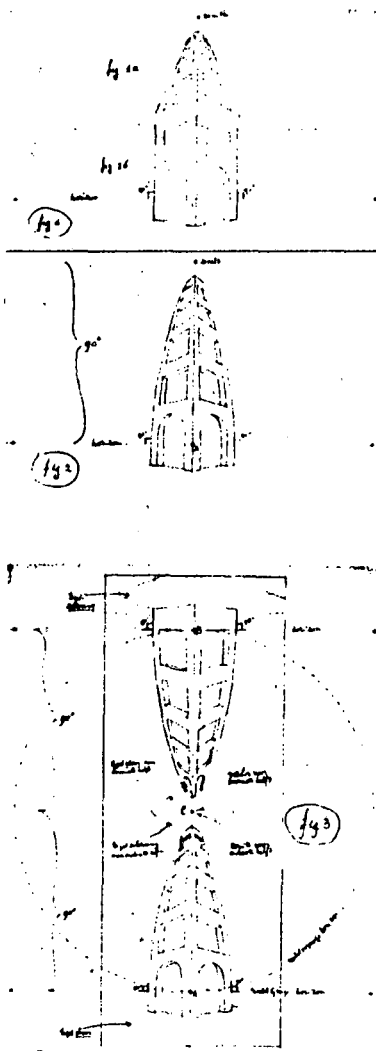
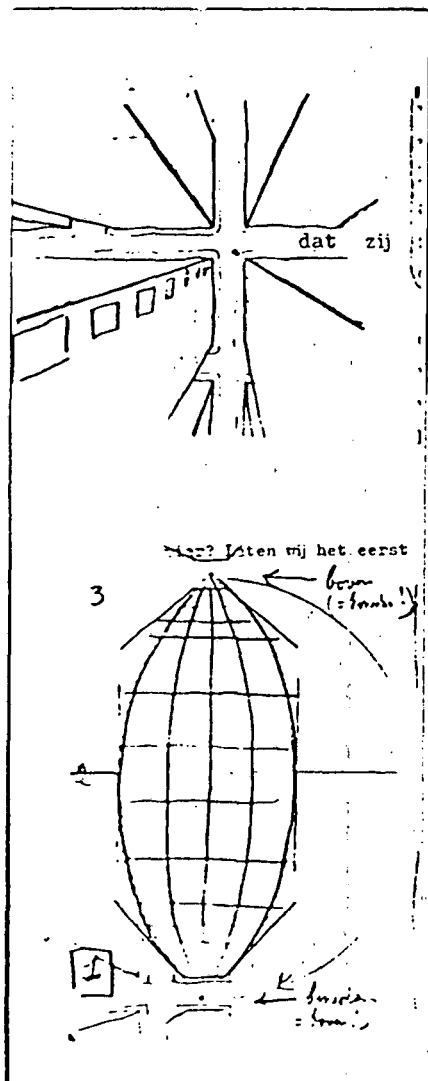
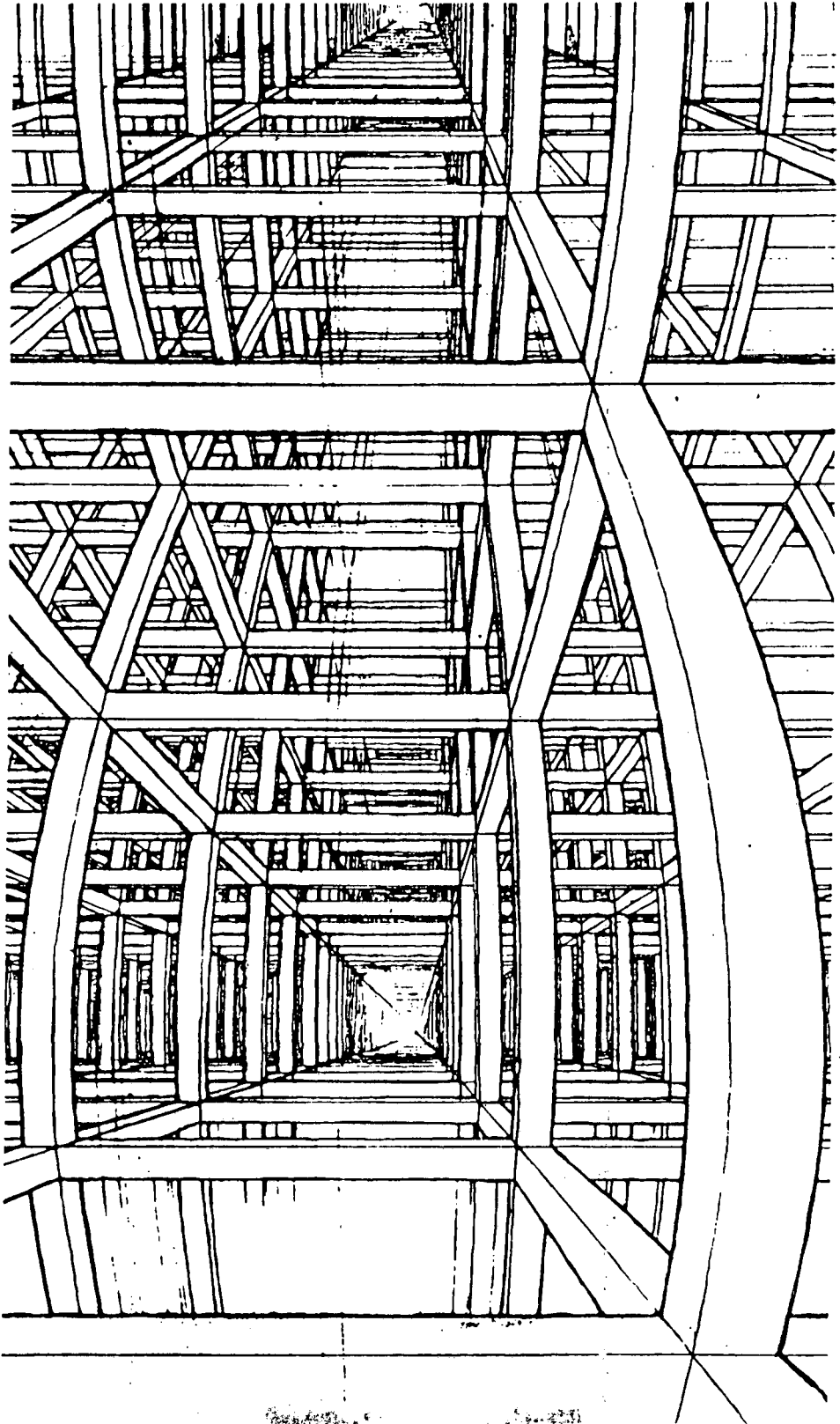


Figura 1.19 Croquis de M.C. Escher, raonant la curvatura de la perspectiva de pantalla cilíndrica.



Figura 1.20 M.C. Escher, "Dalt i baix". 1947

Figura 1.21 M.C. Escher, estudi per a "Casa amb escales", 1951



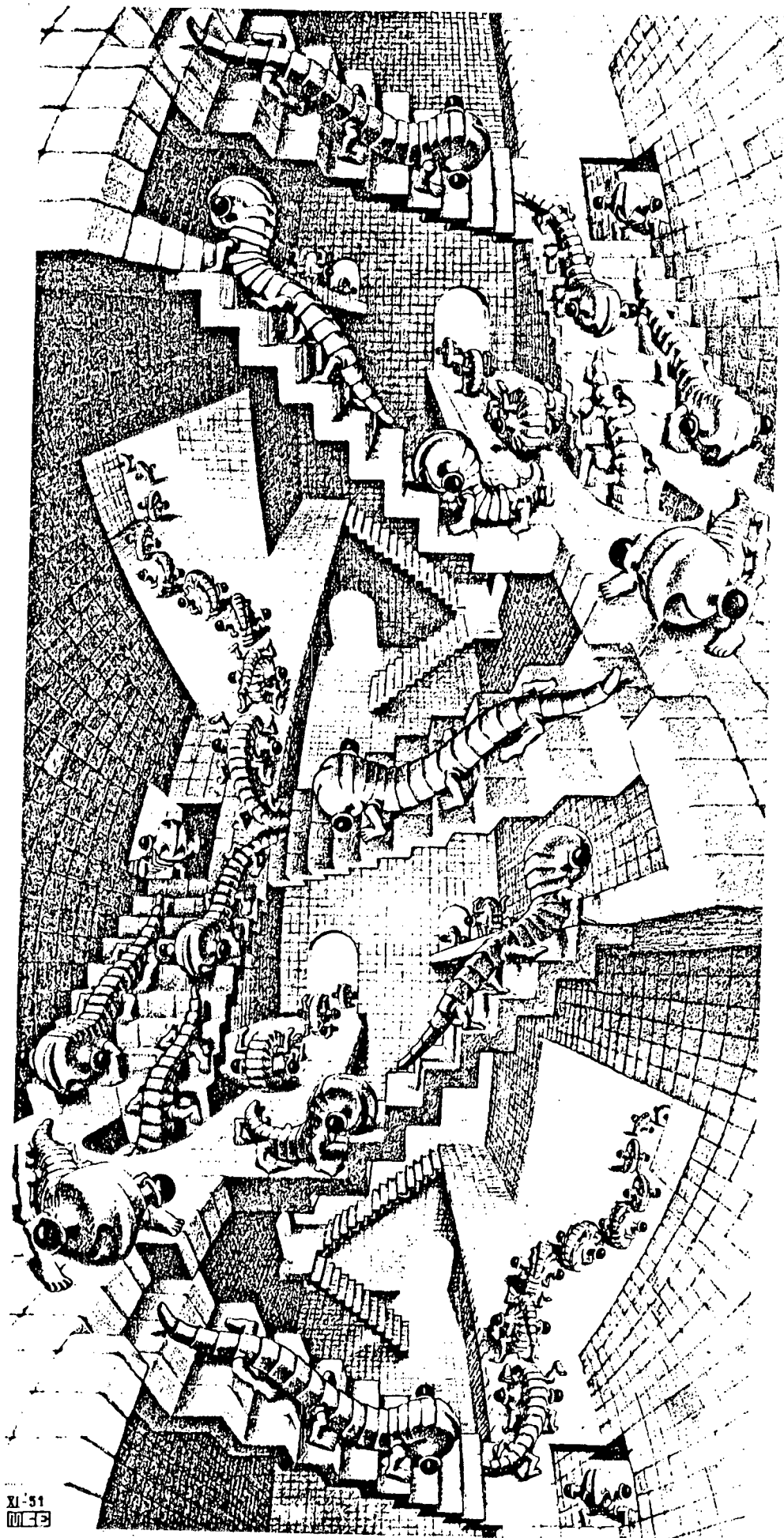


Figura 1.22 M.C. Escher, "Casa amb escales". 1951

### 1.3 EL SISTEMA DE MARTÍNEZ-QUINTANILLA.

Com hem vist, les diferents aproximacions realitzades al tema de la perspectiva de pantalla cilíndrica s'han basat en la intuïció i en mètodes empírics. Per contra, Martínez-Quintanilla [33] elabora un sistema geomètric per a la construcció racionalitzada d'aquesta perspectiva. Sense entrar en detalls, comentarem, en aquesta secció, els aspectes més característics del sistema per ell desenvolupat.

#### Pantalla prismàtica.

Com ja hem esmentat, el sistema de Martínez-Quintanilla es basa en una integració de perspectives lineals. Per això fa ús d'una pantalla prèvia, consistent en un prisma de 12 cares, sobre la qual projecta cada recta, obtenint una poligonal formada per les respectives projeccions de la recta sobre cada cara.

La posició de la pantalla prismàtica no és estàtica respecte de l'escena sinó que, per a cada recta a representar, la pantalla gira entorn del seu eix per tal que una de les cares del prisma quedi paral·lela a la recta.

D'aquesta manera, per a cada recta, el pla vertical que la conté té les mateixes orientacions respecte dels plans de la pantalla.

Així, si ara considerem com a referència un pla axial perpendicular al pla vertical de la recta, les respectives rectes límit d'aquest pla, per a cada un dels plans de la pantalla, estan a distàncies invariables de la referència.

#### Regleta de fugues.

Les esmentades distàncies de les diferents rectes límits del pla de la recta al seu pla axial normal són únicament funció del radi del cilindre, el qual depèn només de la grandària del dibuix desitjat. En conseqüència, Martínez-Quintanilla confecciona una regleta amb aquestes distàncies de manera que, per a qualsevol recta, l'orientació de la pantalla es tradueix en una translació de la regleta, centrant-la en el punt corresponent a la visual normal al pla vertical de la recta (fig. 1.23).

Si la recta és horitzontal, la regleta dona, directament, les seves fugues respecte de cada un dels plans. En el cas de tractar-se d'una recta inclinada, les seves fugues són fàcilment determinades, sobre les respectives rectes límit,



partint dels corresponents abatiments del pla axial paral·lel a la recta (pla d'orientació) i de la posició, en cada un d'aquests abatiments, del Punt de Vista.

D'aquesta manera, coneguda la projecció d'un punt de la recta, la projecció d'aquesta és de traçat immediat.

La poligonal així obtinguda pot ésser aproximada mitjançant el sistema d'interpolació gràfica que Martínez-Quintanilla proposa (fig. 1.24).

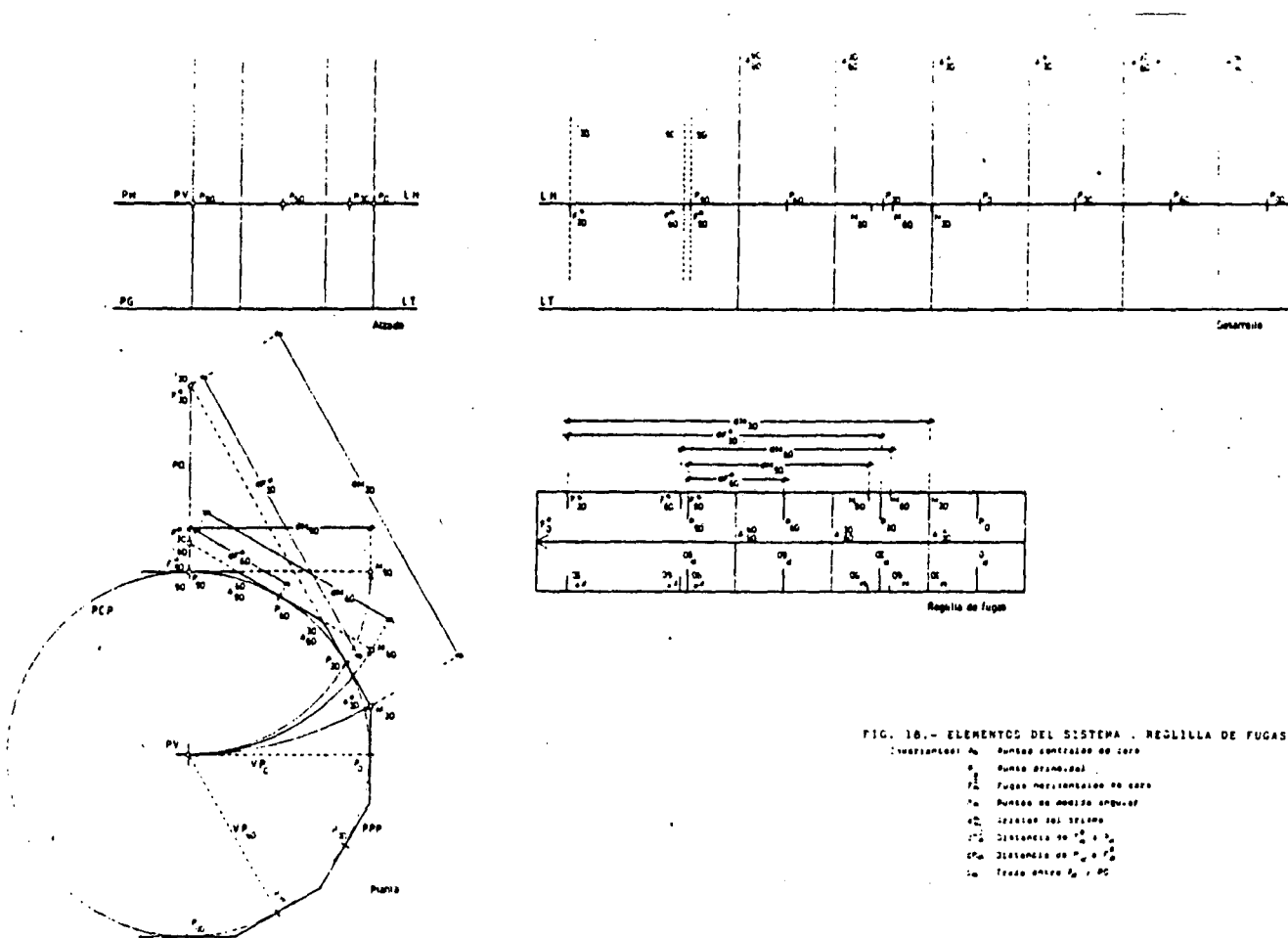


Figura 1.23 Fonaments de la Regleta de Fugues. Dibuix de Martínez-Quintanilla.

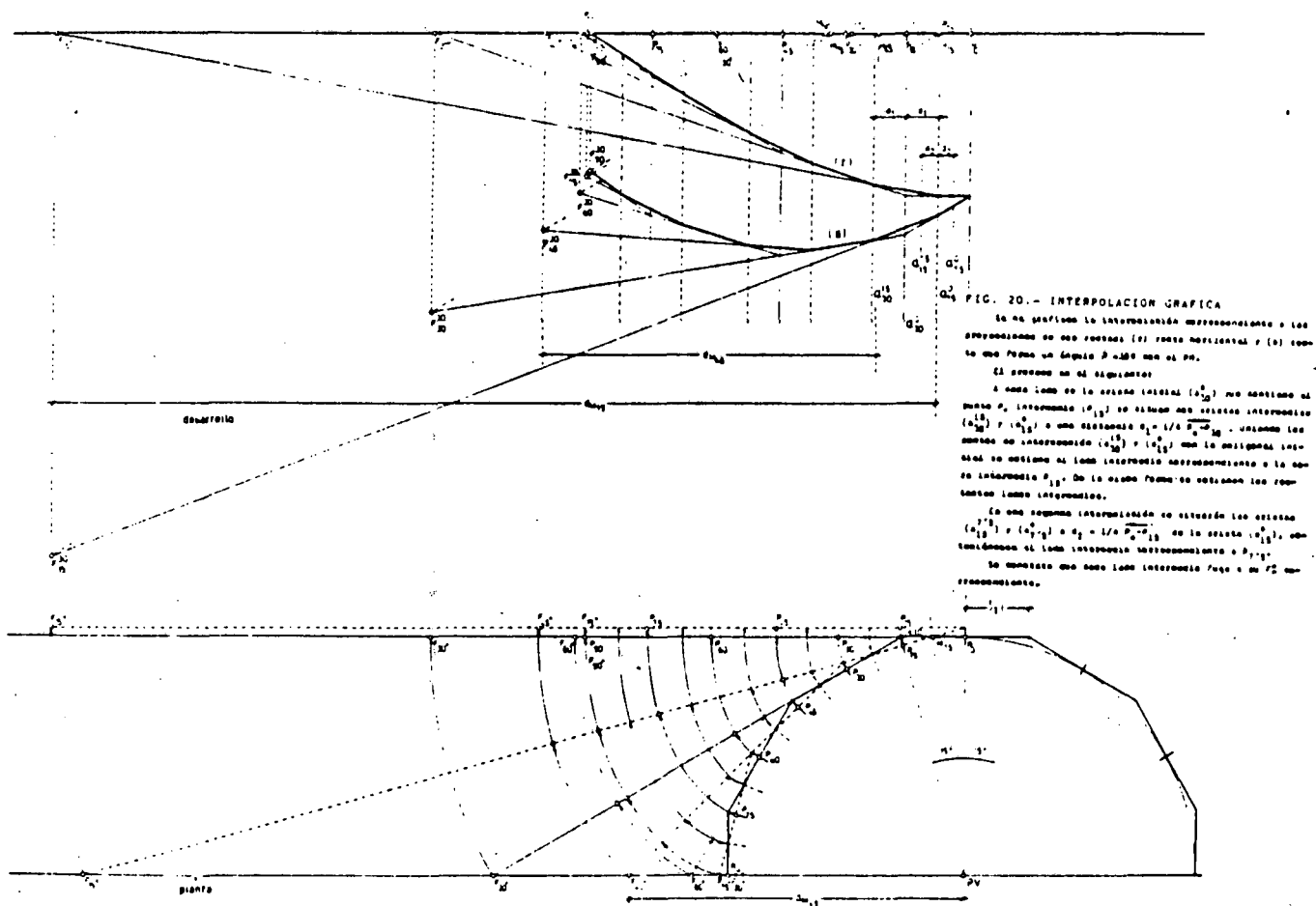


Figura 1.24 Procés d'interpolació gràfica. Dibuix de Martínez-Quintanilla.

Control de l'espai.

Per controlar les tres dimensions i poder situar els diferents elements en projecció, el mètode requereix l'ús d'un pla geomètric auxiliar, de manera similar a la perspectiva lineal. D'aquesta manera, els elements queden representats per la seva perspectiva directa i per la de la seva projecció sobre el geomètric (fig.1.25).



FIG. 26.1.- DIVISION PROPORCIONAL DE UN SEGMENTO HORIZONTAL

Para dividir en partes proporcionales un segmento horizontal, que tomemos el proyectado  $AB$ , se hace un arco cualquiera de centro  $A$  y radio que está contenido en el plano vertical proyectante de la recta  $AB$  y que forme un ángulo  $\beta$  con el  $AB$ , determinando en función de dicho ángulo los puntos  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$  correspondientes.

Continuando se traza la recta que pertenece al haz vertical auxiliar, desde  $P_1$  el punto  $Q_1$  sobre la vertical  $AB$  desde  $B$ , otro extremo  $Q_2$  del segmento en el punto  $Q_3$ , se divide el segmento  $AB$  en las partes proporcionales requeridas, se trasladan las divisiones al  $AB$ , haciendo rectas paralelas de la dirección elegida.

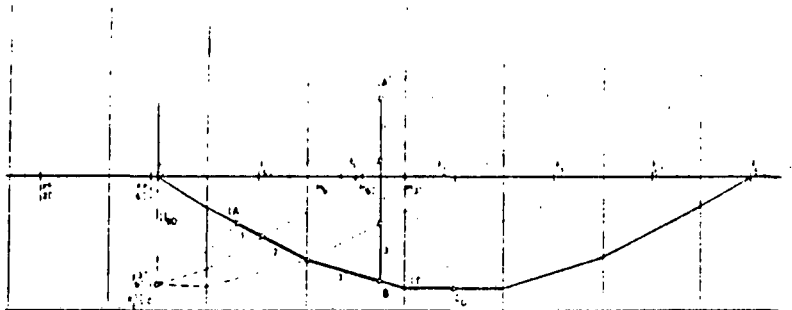


FIG. 26.2.- DIVISION PROPORCIONAL DE UN SEGMENTO DE PENDIENTE DADA

Para dividir en partes proporcionales un segmento  $AB$  contenido en una recta  $r$  que forme un ángulo  $\beta$  con el  $AB$ , se procede de la misma forma que para una recta horizontal.

En la práctica se suele dividir proporcionalmente la proyección  $ab$  del segmento sobre el  $2D$  y llevar estas divisiones al segmento  $AB$ , haciendo las generatrices correspondientes.

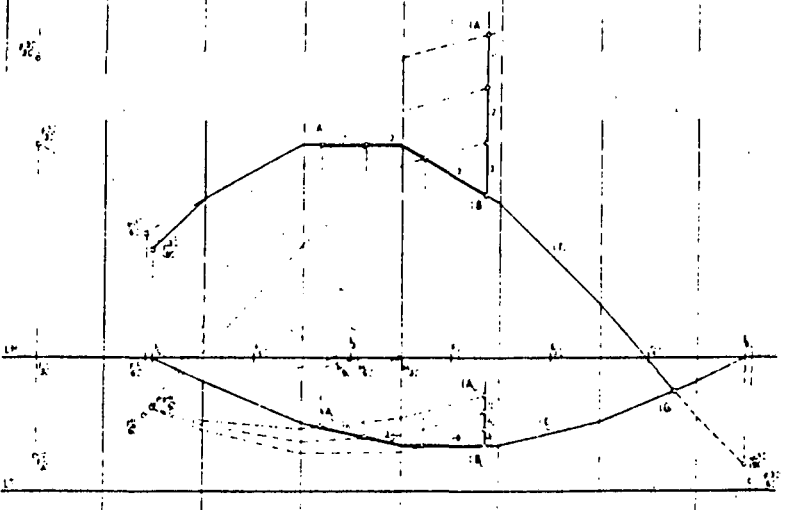


Figura 1.26 Divisió de segments en parts proporcionals. Dibuix de Martínez-Quintanilla.

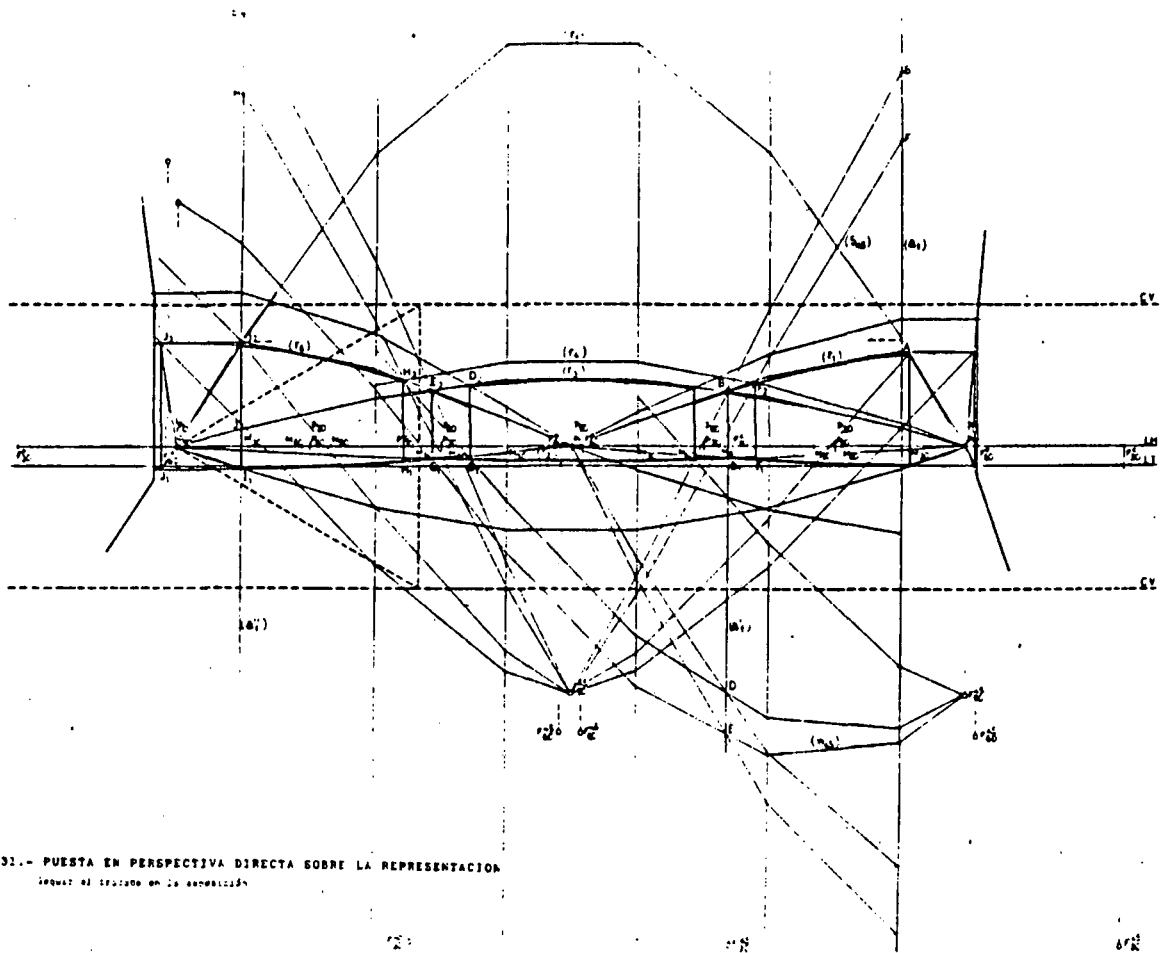


FIG. 31.- PUESTA EN PERSPECTIVA DIRECTA SOBRE LA REPRESENTACION  
SEGMENTOS DE UN OBJETO EN LA REPRESENTACION

Figura 1.27 Col·locació de segments per amidament directe sobre la projecció. Dibuix de Martínez-Quintanilla.

## Conclusió.

El mètode desenvolupat per Martínez-Quintanilla constitueix, sens dubte, un sistema rigorós per al traçat de la perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica. És clar, però, que malgrat fonamentar-se en conceptes clàssics de la perspectiva lineal, la seva assimilació no és immediata i la posta en pràctica requereix no solament l'ampli coneixement del sistema, sinó també un bon entrenament en el seu ús.

És clar, també, que els diferents traçats són laboriosos, ja que cal operar de manera simultània amb múltiples plans del quadre, i encara, posteriorment, cal realitzar una interpolació gràfica. Aquesta laboriositat dels traçats pot comportar, a més d'una important despesa de temps de treball, l'aparició d'inexactituds per acumulació d'errors gràfics i un evident risc d'errors humans per confusions de punts o línies.

Aquests aspectes, que fan difícil l'aplicació del Sistema, són els que poden ésser clarament millorats amb l'ús de l'eina informàtica, construint un sistema alternatiu de més fàcil assimilació per l'usuari, que no requereixi un entrenament especial, i que, amb un esforç de treball considerablement menor, permeti l'obtenció de representacions en perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica amb un màxim de rigor i precisió de traçat.

El plantejament d'aquest sistema alternatiu requereix una aproximació al tema de la perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica completament diferent de la realitzada per Martínez-Quintanilla, ja que la seva sistematització, apta per al traçat manual, no és susceptible d'ésser informatitzada. Aquest és, doncs, l'objectiu del present treball.