

**ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ARQUITECTURA DE
BARCELONA**

**TRAÇAT DE PERSPECTIVA
CURVILÍNIA DE PANTALLA
CILÍNDRICA MITJANÇANT
SISTEMES INFORMÀTICS**

Autor: Joan Font i Comas
Directors: Enric Martínez-Quintanilla
Joan Trias i Pairó

Barcelona, febrer del 1987

capitol 3

3.- CREACIÓ DEL MODEL.

A l'anterior capítol, hem vist que, per arribar al tragat informatitzat de la perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica, era necessari resoldre dos sistemes informàtics, un de creació de la representació interna de l'objecte (model-3D) i un altre de visualització. Hem vist també que, per al problema que ens proposàvem d'estudiar, la representació més indicada era en model de fronteres i n'hem exposat l'estructura adoptada.

En aquest capítol, passarem a descriure amb detall el primer dels dos sistemes, és a dir, el de creació del model, o altrament dit, sistema de modelatge geomètric.

La primera secció del capítol planteja els trets fonamentals del sistema de modelatge desenvolupat, amb un èmfasi especial en aquells aspectes que més el diferencien d'altres aproximacions al tema, generalment efectuades amb uns objectius més amplis -un sistema de disseny assistit- i provinents, majoritàriament, de camps aliens a l'Arquitectura.

El plantejament del tema, que es fa en aquesta secció, porta a qüestionar la homogeneïtat del conjunt dels sòlids i, per tant, a posar també en qüestió la validesa del concepte d'operacions booleanes entre sòlids, alhora que es proposen conceptes alternatius, més adients a una disciplina com l'Arquitectura, en què la matèria prima bàsica és l'espai.

La primera secció es clou amb un esquema de l'estructura general del sistema de modelatge desenrotllat, el qual adopta la tècnica de l'escombrat per a la generació de formes primitives, i la de l'encolatge per configurar formes compostes.

La descripció detallada de cada una de les fases d'aquest sistema, amb el plantejament dels diferents algorismes que la componen, constitueix el gruix del capítol, del qual cal destacar, especialment, la descripció del procés de secció plana (eina fonamental del sistema) i la dels diferents algorismes que componen el procés de fusió.

3.1 QUESTIONS PRÉVIES.

En aquest treball -cal insistir-hi- el sistema de modelatge geomètric no constitueix una fita en si, sinó que és, més aviat, una plataforma sobre la qual cal fer peu per assolir l'objectiu final. No es vulgui veure doncs, en la solució que aquí donarem al problema, una resposta vàlida per a un sistema de CAAD. El sistema de modelatge que presentem va directament dirigit a la creació de models per ésser tractats pel sistema de visualització, en perspectiva de pantalla cilíndrica, que proposarem, i presenta, certament, limitacions importants que, si bé no impedeixen crear les formes desitjades, el priven de l'elasticitat i capacitat d'interacció que caldria exigir a un sistema destinat al disseny.

Això no obstant, en el plantejament general del sistema s'han contemplat, de forma àmplia, els requeriments d'un procés de disseny arquitectònic assistit per ordinador. De manera que, les principals limitacions del sistema no són degudes a una incapacitat inherent a la seva pròpia concepció, sinó al fet que només se n'han desenvolupat aquells aspectes indispensables per poder crear els models desitjats i, amb l'objectiu concret de la representació en perspectiva de pantalla cilíndrica.

L'aspecte més diferencial del sistema, respecte de la majoria d'aproximacions al tema, és que es tracta d'un sistema d'encolatge, és a dir, un sistema en el qual, de les operacions booleanes, només són possibles la reunió i la subtracció de sòlids que tan sols s'intersequin per la frontera. En altres paraules, el sistema no pot compondre sòlids, quan un d'ells (o tots dos) té, alhora, punts dintre i punts fora de l'altre (fig. 3.1).

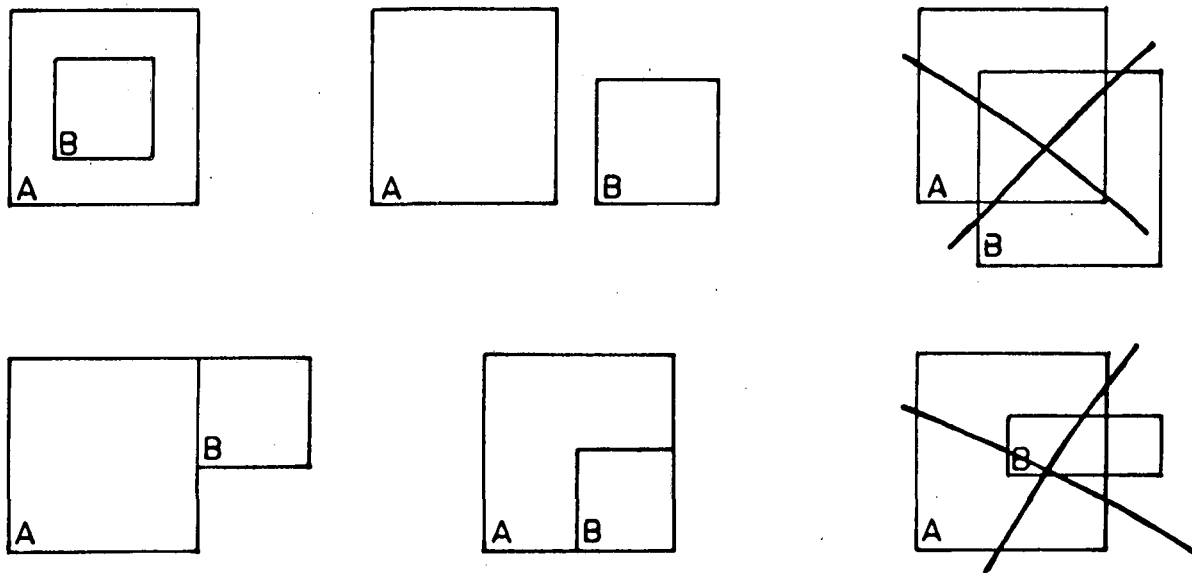


Figura 3.1 Esquema bidimensional de les possibilitats compositives de dos cossos -A i B- en un sistema d'encolatge.

és evident, que aquesta restricció limita les facilitats d'operació per part de l'usuari, però no li limita les possibilitats formals, les quals, en principi, són les mateixes per a un sistema que permeti totes les operacions booleanes que per a un sistema d'encolatge. No ha estat, però, per atzar que s'ha escollit la via de l'encolatge per al sistema de creació de models. En efecte, d'una banda, la tècnica d'encolatge es basa en un procés de composició, organitzat per plans, que analitza la inter-relació entre els cicles d'un mateix pla. Aquesta organització és plenament coherent amb les agrupacions de cicles per plans que s'han previst a l'estructura del model, per tal d'optimitzar l'eliminació de línies ocultes per algorismes d'espai objecte. És a dir, doncs, que l'estructura d'informació requerida per les operacions de modelatge és, alhora, idònia per a la visualització; fet que redueix la necessitat de noves estructures auxiliars durant el procés.

Hi ha, però, d'altres raons conceptuals que ens han portat a escollir aquesta via. Certament, la creació formal mitjançant encolatge dona al sistema un sentit més constructiu. La tècnica d'encolatge permet de fer, per part de l'usuari, les operacions habituals en la construcció d'una maqueta, afegint-hi, a més a més, una potent eina de buidat com és la subtracció. Aquesta manera d'operar implica que les diferents peces han d'ésser treballades, prèviament, per tal de poder-se encaixar (fig. 3.2). Això obliga el dissenyador a racionalitzar més la geometria de la forma dissenyada, evitant de fer formes que, si bé poden ésser de fàcil generació en model, resultin difícilment construïbles a la pràctica.

Un últim aspecte, que ha influït en la decisió d'optar per la via de l'encolatge, ha estat la consideració de la importància que té l'espai buit en el disseny arquitectònic, molt superior a la que pugui tenir en el disseny industrial. En aquest sentit, entenem que les tècniques d'encolatge ofereixen a l'usuari unes millors possibilitats de manipulació de l'espai buit.

Definicions.

Al llarg del procés, anomenarem **escena** el conjunt de la forma que s'està modelant (en la configuració que prengui en cada moment).

Anomenarem **primitiva** tota forma susceptible d'ésser introduïda a l'escena, per tal de, després de les operacions de composició, generar un nou estadi de l'escena.

Atenent a la seva procedència, les primitives poden ser:

-noves, si són generades de bell nou.

-arxivades, si foren creades en un altre moment, i, per introduir-les a l'escena, són cridades d'un arxiu.

Les primitives arxivades poden ser també de dos tipus:

-simples, si en la seva generació no hi va intervenir cap operació d'addició o subtracció.

-complexes, si provenen d'un procés de composició de primitives simples.

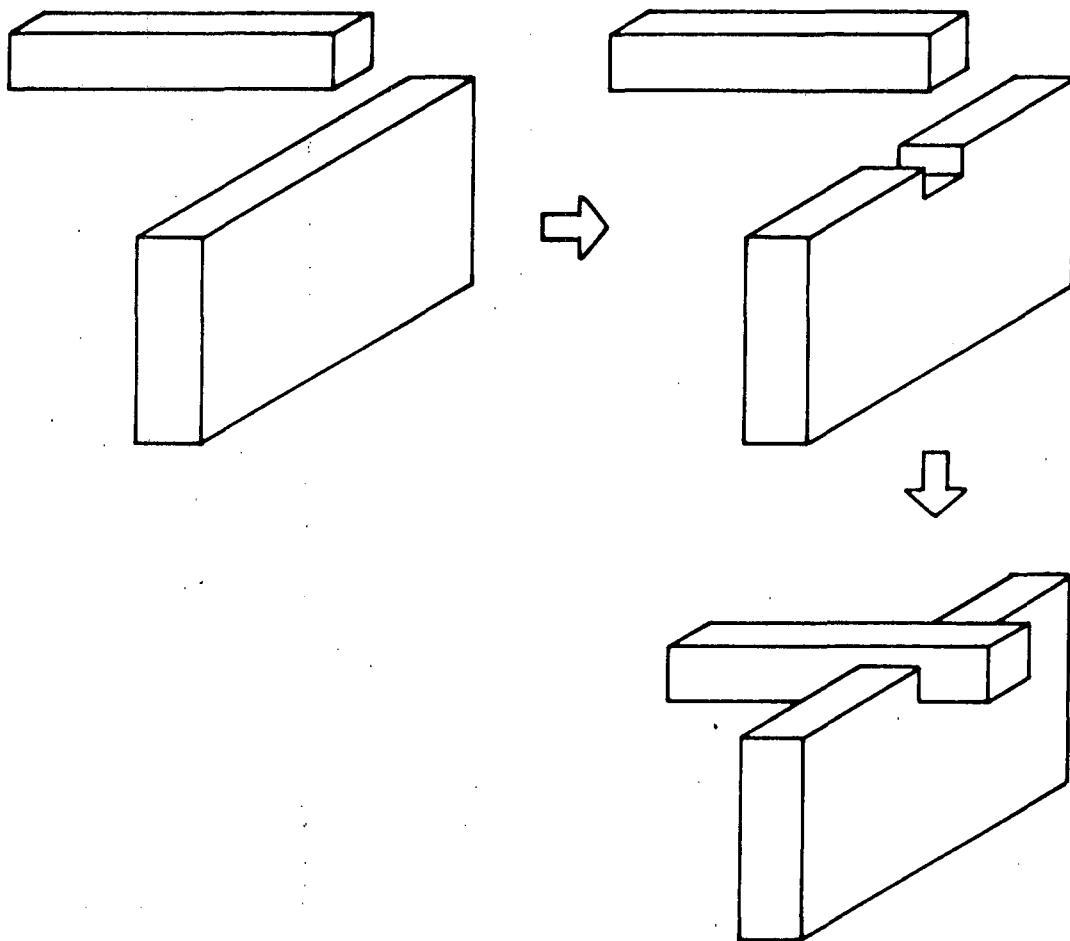


Figura 3.2 Fases d'obtenció d'una forma composta, per via d'encolatge.

Signe de les primitives.

Els treballs de Requicha [47] i d'Eastman i col.laboradors [6] han bastit un corpus teòric, matemàticament rigorós, que permet explicar i regular el concepte de sòlid i les operacions compositives entre sòlids. Cal no oblidar, però, que el producte d'un sistema de modelatge no és un sòlid, sinó un model que representa un sòlid, i, conseqüentment, les operacions de modelatge no es realitzen entre sòlids, sinó entre models de sòlids.

Fins a quin punt, en un model de fronteres, és ajustat parlar d'operacions booleanes entre primitives? El concepte d'operacions booleanes sembla escaient si ens referim a la reunió, intersecció o diferència de dos sòlids. Ara bé, en model de fronteres disposem només d'informació de les fronteres d'aquests sòlids, i, òbviament, quan parlem de la reunió de dues primitives no ens referim a la reunió de les seves fronteres, sinó a la frontera del sòlid reunió dels dos sòlids representats per les primitives. D'altra banda, ja hem vist que, fins i tot en el terreny dels sòlids, el concepte operacions booleanes és introduït de forma un tant forçada, ja que, per obtenir els resultats desitjats, cal recórrer a un nou concepte: el d'operacions booleanes regularitzades.

En lloc de parlar d'operacions booleanes entre primitives, ens decanem, més aviat, per referir-nos a les operacions de modelatge com a "operacions de modificació de la frontera", expressió que, tot i que pugui semblar tenir el mateix significat, comporta una matisació conceptual important.

Certament, el concepte "operacions booleanes entre sòlids" porta implícita una restricció de la noció de sòlid. Generalment, en parlar de sòlids, hom es refereix només a volums materials, sense contemplar com a sòlid l'espai buit. Imaginem l'espai contingut dins una habitació limitat pels paraments de les seves parets, sostre i solera. És indubtable que es tracta d'un subspai de l'espai Euclidi tridimensional, i que compleix totes les propietats que defineixen un sòlid, segons hem vist al capítol anterior. Des d'aquest punt de vista abstracte, és igualment sòlid un bloc de matèria que un bloc d'espai buit, ja que el concepte de sòlid fa referència, exclusivament, a característiques geomètriques i no pas materials.

Això no obstant, hi ha una diferència entre ambdós tipus de sòlid, no expressable directament en termes geomètrics, que apunta a la postura que hom pren enfront dels sòlids. Per a un arquitecte, l'espai buit és matèria prima fonamental en el seu treball, i un dels seus exercicis quotidians és el control i qualificació d'aquest espai buit. Per a moltes branques del disseny industrial, en canvi, el

concepte arquitectònic d'espai buit no té sentit, i aquest és contemplat, simplement, com a espai residual entre sòlids. Aquesta darrera concepció pot induir a pensar que un bloc d'espai buit és una bombolla dins d'un sòlid infinit. Res més lluny de la veritat. Com hem vist, un bloc d'espai buit és, geomètricament, un sòlid per si mateix.

La diferència entre ambdós tipus de sòlid cal expressar-la en termes relatius a l'orientació de la frontera, de manera que, un sòlid és espai buit si la frontera s'orienta cap el seu interior, i és un sòlid material si la frontera s'orienta cap a l'exterior. En termes de visualització, la frontera d'un sòlid-espai només és visible des de l'interior del sòlid, mentre que la d'un sòlid-matèria ho serà únicament des de l'exterior.

Si admetem de contemplar aquests dos tipus de sòlids -i no hi ha motius per no fer-ho així-, allò que hem vingut anomenant conjunt dels sòlids deixa de ser un conjunt homogeni i, per tant, no són definibles en ell les operacions booleanes, cosa que no impedeix realitzar operacions de modelatge o de modificació de la frontera.

Direm, doncs, que una primitiva és positiva quan la seva frontera estigui orientada a l'exterior, és a dir, els vectors normals a les cares apunten a l'exterior del sòlid i els seus vèrtexs i arestes s'ordenin en sentit antihorari, vist des de l'exterior.

Una primitiva, direm que és negativa si la seva frontera s'orienta a l'interior, i, per tant, els vectors normals a les cares apunten a l'interior i els vèrtexs i arestes giren en sentit antihorari, vist des de l'interior (fig. 3.3).

Composició de primitives.

En incorporar les primitives negatives, el sistema que presentem utilitza una única operació compositiva: l'addició; ja que la subtracció és el resultat de sumar dues primitives de signes oposats.

El cas més simple de composició de primitives és, lògicament, el de primitives disjunes, ja que, simplement, són posicionades a l'espai sense alteracions de les fronteres. Un altre cas, també molt senzill, és el d'una primitiva dintre de l'altra sense contacte entre les seves fronteres. Aquest tipus de composició permet, fàcilment, crear espai dins de sòlids materials (fig. 3.4).

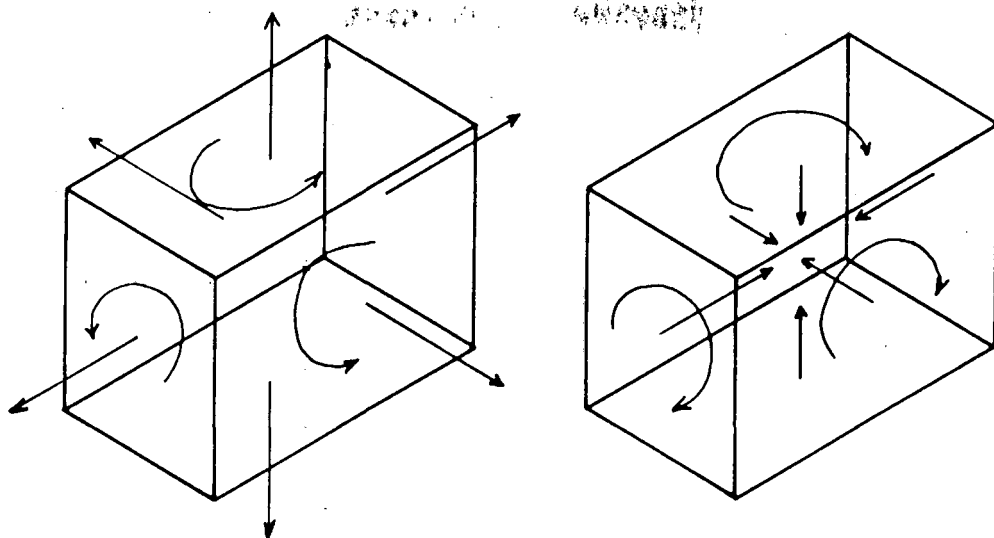


Figura 3.3 Orientació de les cares d'una primitiva positiva (a l'esquerra) i d'una de negativa (a la dreta).

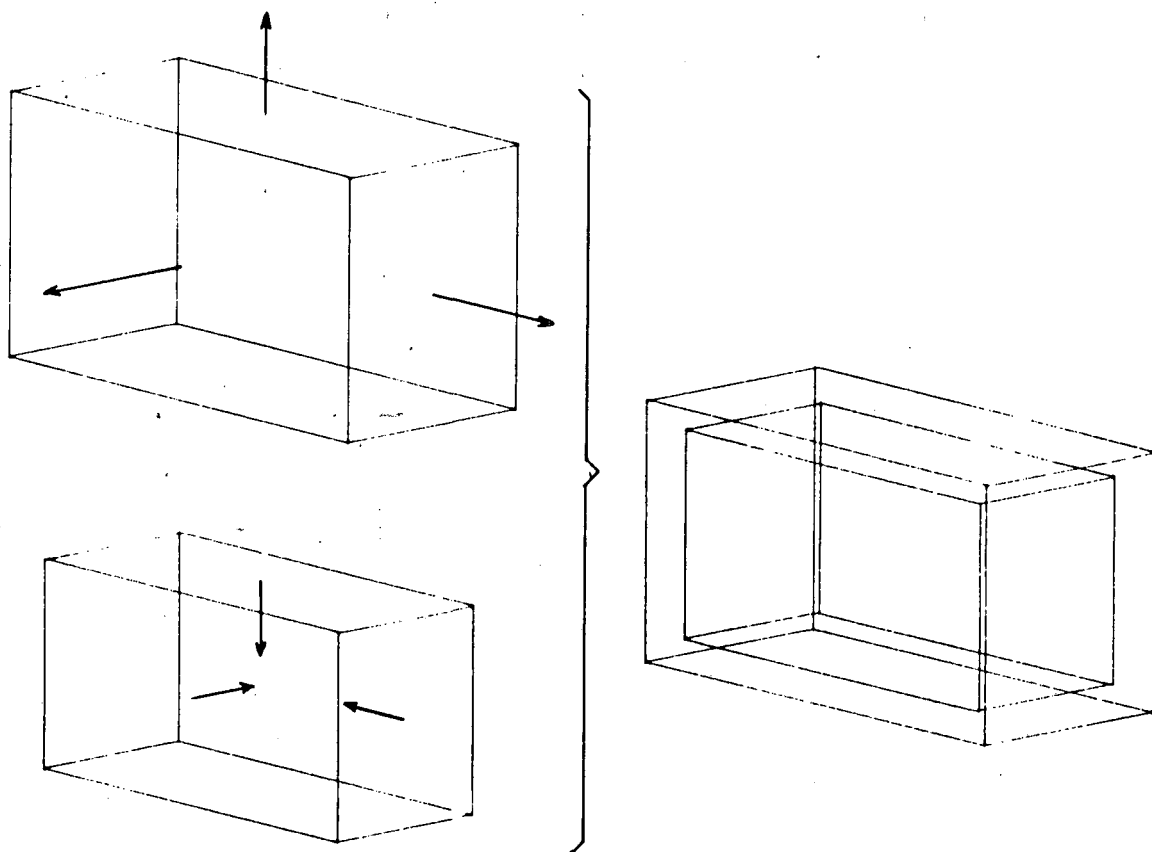


Figura 3.4 Creació d'un habitacle de 4 parets, solera i sostre, per simple posicionament d'una primitiva negativa dins d'una de positiva.

Llevat d'aquests dos casos, dos sòlids només poden compondre's si hi ha contacte entre les seves fronteres, sense que, en cap punt, la frontera de l'un travessi la de l'altre.

Lògicament, una gran part del sistema de modelatge desenvolupat s'ocupa de resoldre aquest tipus de composicions, les quals produeixen modificacions en les fronteres de l'escena, i vénen regides per la llei següent:

"Quan dues fronteres d'orientació oposada entren en contacte, la zona del contacte és destruïda."

A la figura 3.5 podem veure alguns exemples de composicions, amb modificació de frontera, entre primitives d'igual signe o de signes oposats.

Estructura del Sistema.

Exposades les característiques bàsiques del sistema de creació de models desenvolupat, plantejarem, tot seguit, el seu esquema estructural (fig. 3.6).

En un primer nivell situem, lògicament, les operacions d'entrada de primitives que han de permetre a l'usuari de definir les formes primitives a introduir a l'escena. Seguidament, un bloc d'operacions prèvies permetrà modificar la primitiva definida, per tal d'adequar-la a la forma desitjada quan aquesta no sigui directament obtenible a partir de les operacions d'entrada. A continuació, les transformacions geomètriques permetran posicionar la primitiva en l'emplaçament desitjat. Comença llavors un bloc d'operacions de fusió, destinades a integrar la informació de la primitiva en l'estructura de l'escena. Seguidament, s'inicia el procés més complex, que anomenem de fusió, el qual estudia les zones de contacte entre fronteres i les destrueix, recomponent la frontera modificada. Per últim, la informació del model ha de ser actualitzada i posada en consonància amb les modificacions generades en el procés de fusió.

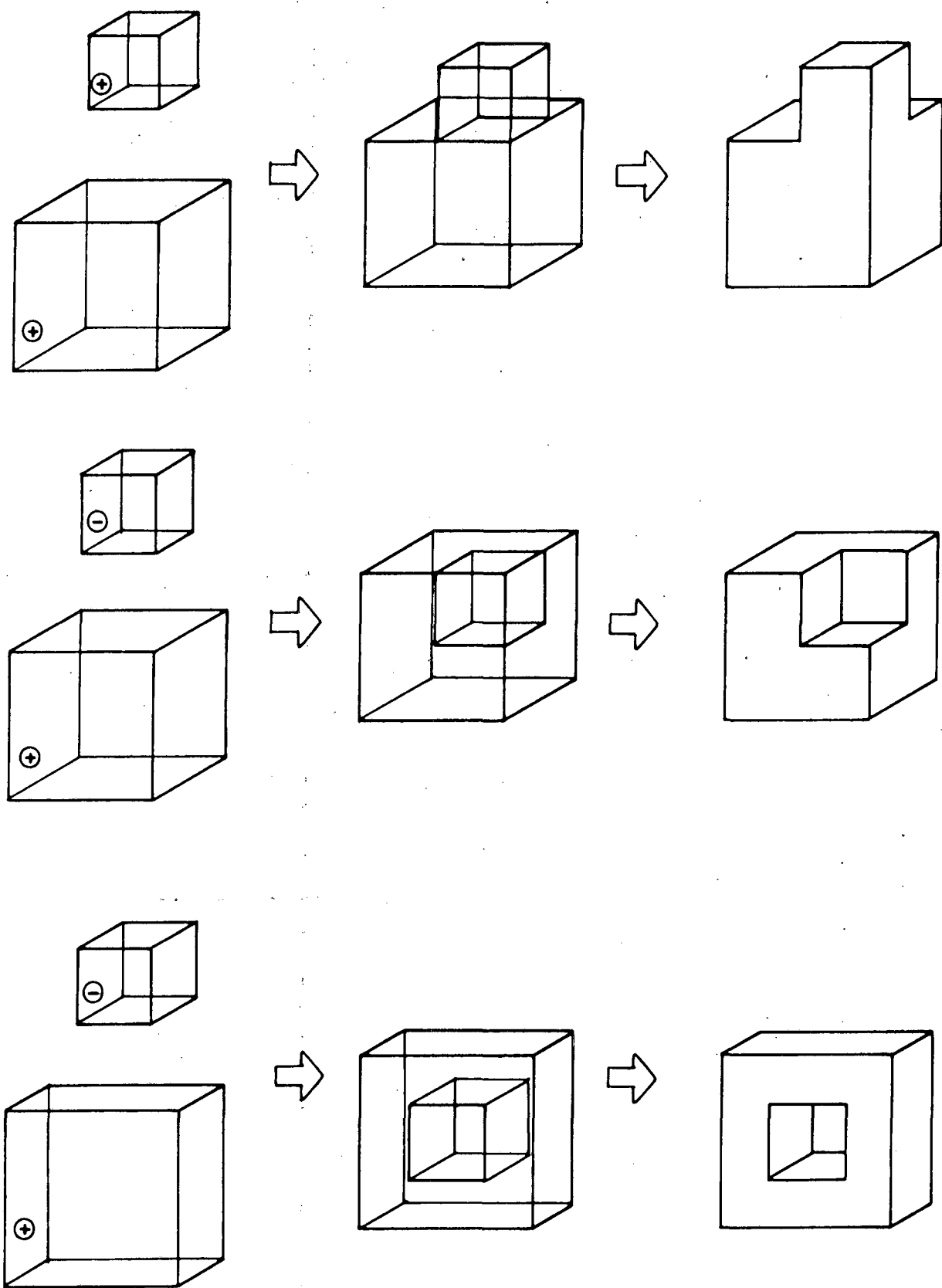


Figura 3.5 Exemples de composicions amb modificació de fronteres.

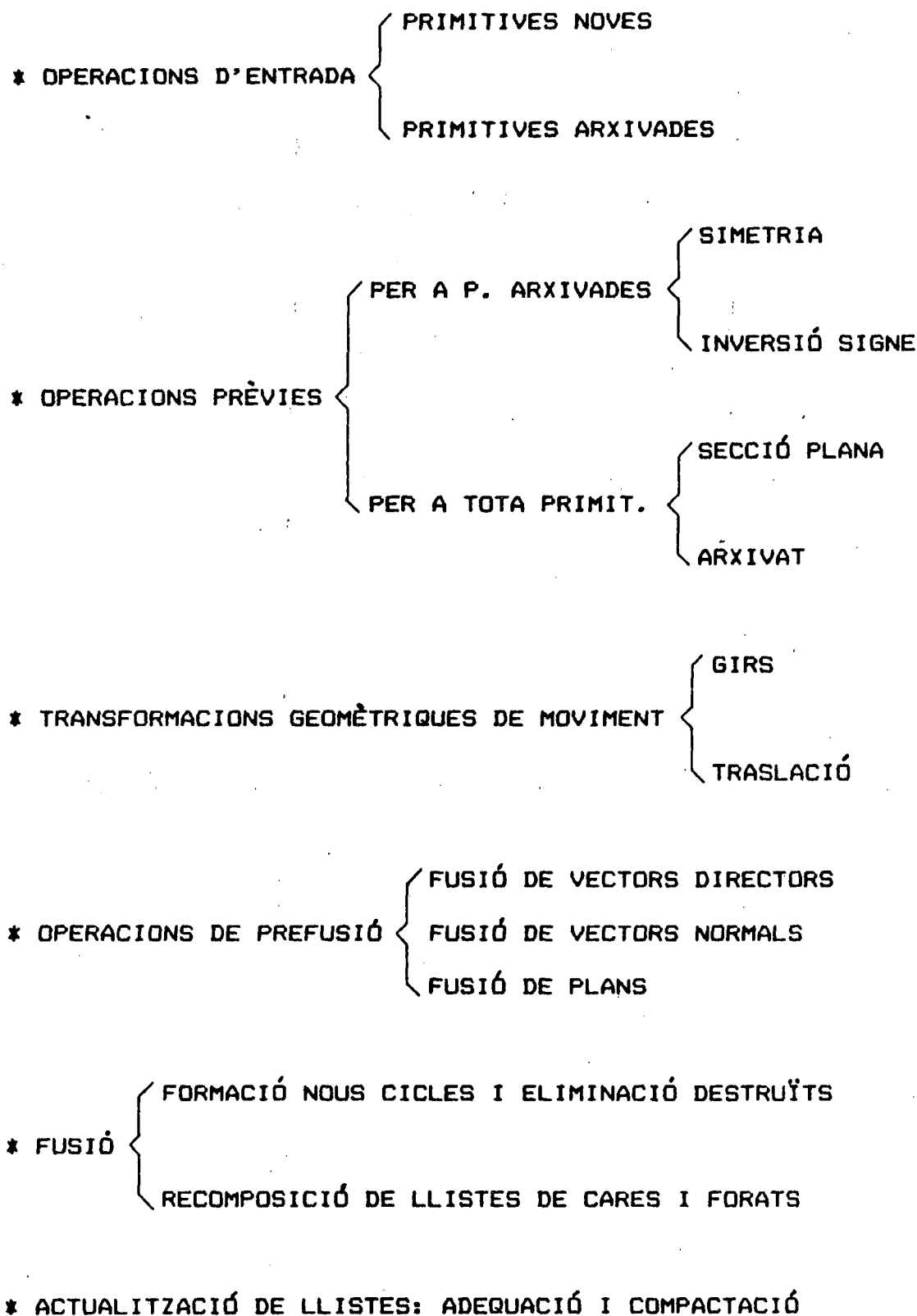


Figura 3.6 Esquema general del Sistema de creació de models.

3.2 OPERACIONS D'ENTRADA.

Les primitives poden generar-se de bell nou o recuperar-se a partir d'un arxiu. Atès que aquest darrer cas és trivial, en aquesta secció ens ocuparem, únicament, de la generació de primitives noves.

La tècnica usada és la de l'escombrat de translació, per bé que un sistema més complet hauria d'incorporar, també, escombrat de rotació. El cert però, és que en disseny arquitectònic les formes de revolució són relativament poc freqüents, i, per tant, no s'ha considerat indispensable, per als objectius concrets del treball, la incorporació d'aquest tipus d'escombrat.

L'escombrat de translació utilitzat presenta d'altres limitacions. D'una banda, el vector de translació pot ser únicament perpendicular al pla de la poligonal. Això comporta que només puguin generar-se prismes rectes de secció qualsevol. Val a dir, però, que en disseny arquitectònic és més aviat rar trobar-se amb un prisma oblic, i, encara, en cas de necessitar-lo, pot obtenir-se, fàcilment, fent ús de la secció plana. En contrapartida, la limitació a translació normal simplifica la interacció i facilita moltíssim el procés intern de creació del model.

Per altra banda, un sistema més desenvolupat hauria de permetre, almenys, situar la poligonal d'escombrat (en el nostre cas, secció recta del prisma) sobre qualsevol dels plans coordenats. En el sistema que presentem, l'esmentada secció recta només pot situar-se sobre el pla X-Y, però tampoc és aquesta una greu limitació, atès que, mitjançant les transformacions de gir, el prisma pot orientar-se en qualsevol direcció, per bé que a costa d'una major durada del procés i d'una possible pèrdua de precisió en la informació geomètrica.

Per últim, cal assenyalar que el Sistema té predefinides tres aproximacions a superfícies cilíndriques, corresponents, respectivament a: cilindre, semicilindre i quart de cilindre. El cilindre és aproximat per mitjà d'un prisma de 20 cares.

Definició per part de l'usuari.

Per tal de definir una primitiva, l'usuari n'ha de descriure, en primer lloc, la secció recta, que, com hem dit, estarà situada sobre el pla X-Y amb el primer vèrtex sobre l'origen de coordenades. Aquesta descripció pot fer-se mitjançant qualsevol sistema bidimensional, per rudimentari que sigui, tenint cura, però, de donar els vèrtexs

ordenadament en sentit horari (mirant la pantalla), a partir de l'origen o vèrtex inicial (fig. 3.7). Acabat aquest procés, el Sistema disposa del nombre de vèrtexs de la secció recta i d'una llista ordenada d'aquests, amb les seves tres coordenades: abscissa i ordenada introduïdes per l'usuari, i profunditat nul·la ja que el polígon descrit se situa sobre el pla X-Y.

Seguidament, l'usuari ha de definir el vector d'escombrat. Atès que la translació d'escombrat pot ser únicament perpendicular al pla de la secció, l'esmentat vector serà paral·lel a l'eix Z i, per tant, l'usuari només n'haurà de donar la tercera component ja que les dues primeres són nul·les.

Per últim, el Sistema demanarà que l'usuari indiqui el signe de la primitiva que vol crear, és a dir, si es tracta d'una primitiva-matèria o d'una primitiva-espai.

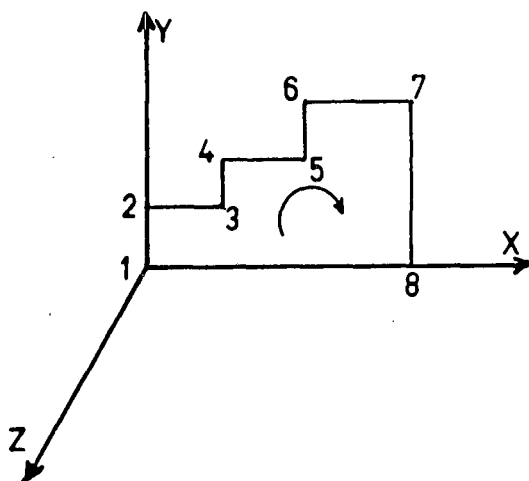


Figura 3.7 Descripció ordenada de la secció recta d'un prisma primitiu.

Formació del model de la primitiva.

Amb aquestes dades, el Sistema pot formar ja el model complet de la primitiva d'acord amb l'estructura adoptada. En efecte, és obvi que, en tractar-se de prismes, si anomenem nvs el nombre de vèrtexs de la secció recta, tindrem:

- nombre de vèrtexs primitiva = $2 * nvs$
- " d'arestes " = $3 * nvs$
- " de cares " = $2 + nvs$
- " d'elements de les llistes de paquets = $6 * nvs$

La llista de vèrtexs, en què ja teníem els nvs primers, pot ara completar-se, ja que els punts de la segona meitat de la llista tindran abscissa i ordenada idèntiques a la dels seus homòlegs de la primera meitat, i la seva fondària serà la z fixada pel vector d'escombrat. Aquesta z serà positiva si la primitiva és positiva, i negativa en cas contrari (fig. 3.8).

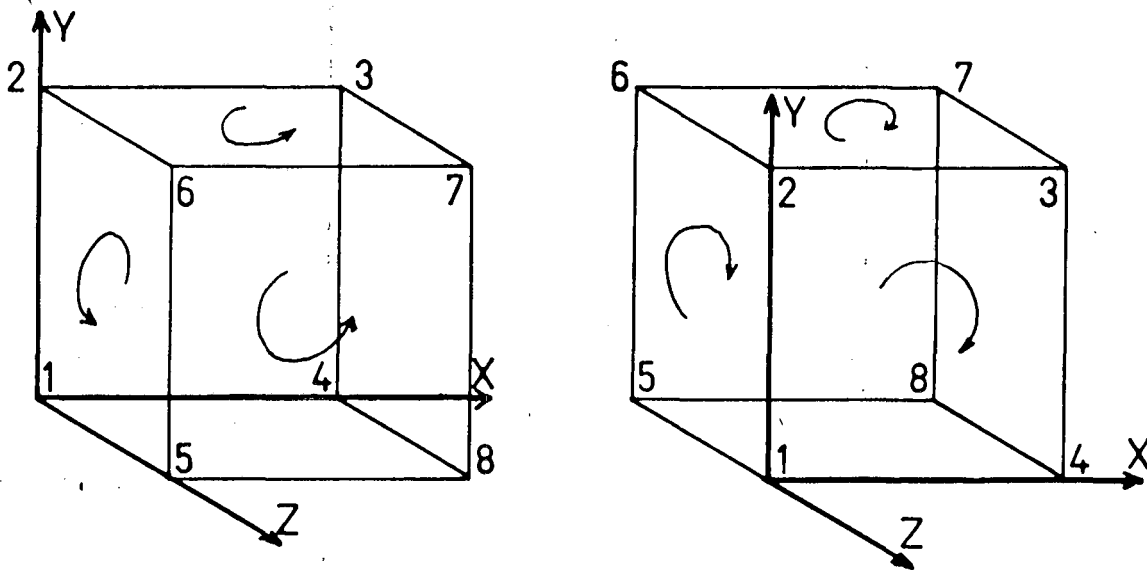


Figura 3.8 Generació de primitives: positiva, a l'esquerra, i negativa, a la dreta.

és igualment immediata la numeració d'arestes i cares, la qual es fa segons el patró que pot veure's a la figura 3.9.

Noti's també que, atès que el sentit de les arestes és fàcilment prefixable pel Sistema, l'emplenat dels 4 primers apuntadors de la informació de cada aresta és immediat. Quant als vectors directors, totes les arestes laterals són paral·leles i el seu vector director és $(0,0,1)$. Cal, doncs, calcular només els de les arestes de la poligonal de base, càlcul trivial, ja que disposem de les coordenades dels vèrtexs. Cal veure, però, si entre les nvs possibles direccions dels costats de la base hi ha repeticions, i, en cas afirmatiu, eliminar-les. D'aquesta manera, el Sistema formarà la subestructura dels vectors directors i en guardarà el corresponent apuntador per a cada aresta.

Pel que fa a les cares, una primitiva simple no pot tenir polígons interiors a les cares, de manera que no seran necessàries les llistes de cares i forats, ja que, en aquest cas, cares i cicles coincideixen.

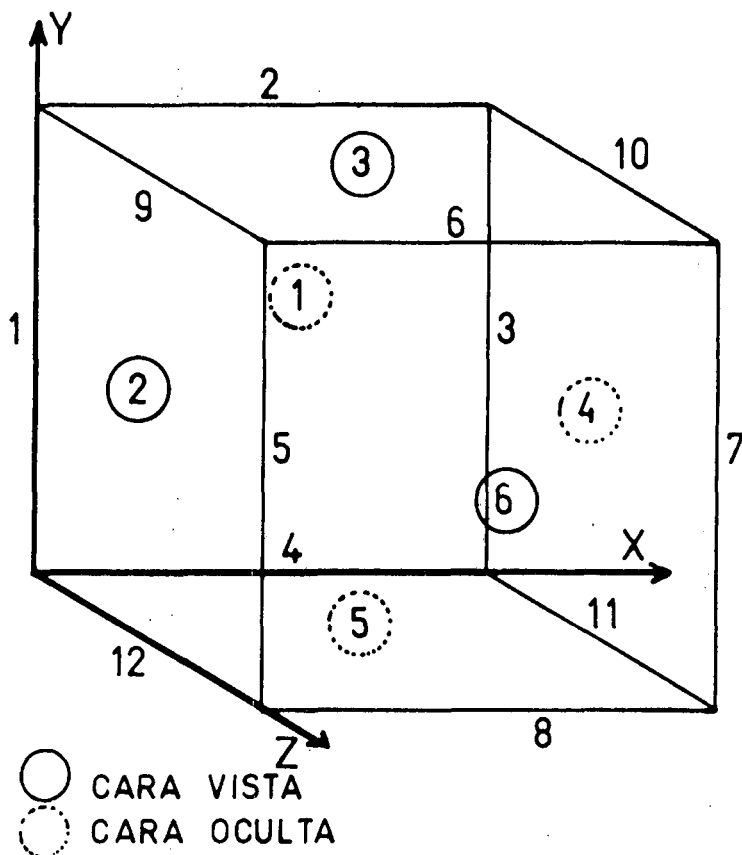


Figura 3.9 Numeració de cares i arestes d'una primitiva nova.

El nombre de vèrtexs (arestes) per cicle està predeterminat, ja que les bases tindran n_{vs} vèrtexs i, en tractar-se de prismes, les cares laterals tindran 4 vèrtexs. Resulta fàcil, doncs, la creació dels paquets de vèrtexs i arestes dels cicles.

Quant als plans, suposem, en principi, que n'hi ha tants com cares, i, com ja hem exposat, els plans queden definits pel seu vector normal i pel terme independent de la seva equació. Vegem, doncs, com poden calcular-se aquests termes: Les dues bases tenen per vector normal el $(0,0,-1)$, per bé que amb signes oposats d'una base a l'altra. Quant a les cares, en tractar-se de prismes rectes, els vectors normals seran els perpendiculars als vectors directores de les respectives arestes de la base multiplicats per 1 ó -1, segons la primitiva sigui positiva o negativa.

En efecte, sigui:

$$V(v_x, v_y, 0) = \text{vector director d'una certa aresta de la base.}$$

El seu vector normal, en el pla $z=0$, serà:

$$N(-v_y, v_x, 0).$$

La cara del prisma que conté l'aresta és, tal com s'ha definit l'escombrat, perpendicular al pla $z=0$, per tant, N representa el seu vector normal (fig. 3.10).

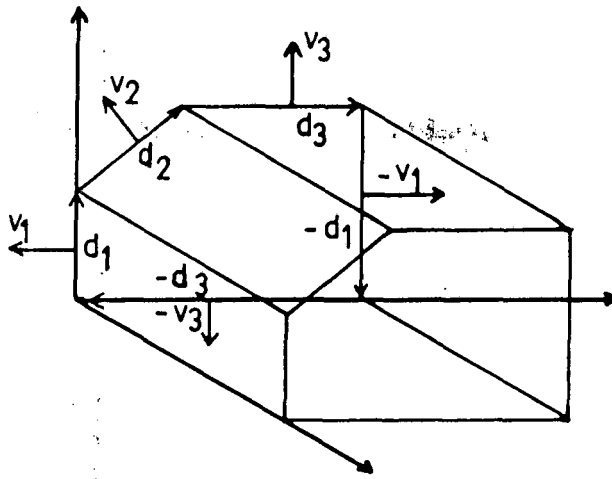


Figura 3.10 Relació entre els vectors normals a les cares laterals i els vectors directors de les arestes de la poligonal de base.

La detecció de cares paral·leles, és a dir, de vectors normals repetits és ràpida, ja que, a igual vector director de l'aresta de la base, correspon igual vector normal de les cares respectives.

Pel que fa al càlcul dels termes independents, bastarà aplicar els coeficients del vector normal a un dels vèrtexs de l'aresta de la base de cada cara. En efecte, considerant l'equació d'un pla genèric:

$$A * x + B * y + C * z = D$$

Els coeficients A, B i C corresponen a les components del vector normal al pla, per tant, donant a x, y i z els valors de les coordenades d'un punt conegut del pla, s'obtindrà el valor de D (terme independent), amb la qual cosa, l'equació del pla estarà sempre disponible en memòria, a partir dels seus vector normal i terme independent.

Per als plans de les bases, els termes independents seràn 0 i z, respectivament, on z és la fondària del vector d'escombrat.

L'últim pas consistirà en detectar la possible existència de cares coplanàries (fig. 3.11). Aquest pas serà també molt senzill: bastarà comparar els termes independents dels plans amb igual vector normal. Si coincideixen, és que són el mateix pla. Els plans repetits són eliminats i la llista de plans és comprimida, per tant, quan una coincidència és detectada, cal modificar els apuntadors de pla de les respectives cares.

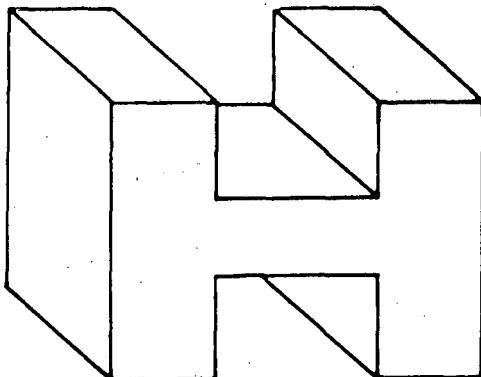


Figura 3.11 Exemple de primitiva amb 4 parelles de cares coplanàries.

3.3 OPERACIONS PRÈVIES ELEMENTALS.

Si la primitiva introduïda s'ha recuperat des d'un arxiu, pot ocórrer que el que es desitgi sigui, en realitat, una forma simètrica a l'arxivada; per tant, el Sistema incorpora la transformació simètrica respecte de qualsevol dels tres plans coordenats.

Una altra modificació, que pot ser reclamada amb certa freqüència, és la inversió de signe. L'objectiu principal d'aquesta operació és permetre correccions del model. Certament, suposem que s'ha introduït una primitiva a l'escena i, posteriorment, es desitja eliminar-la. La tècnica per fer-ho és posicionar en el mateix lloc de la primitiva a eliminar la seva primitiva inversa, i les operacions de fusió les destruiran totes dues. Aquest procés pot simplificar-se, si la primitiva fou arxivada, mitjançant l'operació d'inversió de signe.

3.4 SECCIÓ PLANA.

Una eina indispensable, per a tot sistema de modelatge, és la secció plana, la qual permet retocar, mitjançant escapçats, les primitives inicialment introduïdes. A més a més, la mateixa eina permetrà, quan calgui, obtenir visualitzacions seccionades del model i, per tant, es tracta d'un instrument imprescindible per a la consecució de projeccions tan bàsiques com ara les diferents plantes i seccions d'un edifici.

Es tracta d'un procés certament complex, no tant en l'aspecte geomètric, com per la recomposició que comporta de les diferents estructures del model. Això fa que, sobre una idea bàsica, la formulació algorísmica variï, substancialment, en funció de l'estructura adoptada. Seguidament, exposarem doncs, amb detall, els diferents algorismes que hem desenvolupat per afrontar el problema de la secció plana, adaptant-los a l'estructura adoptada per al model de fronteres.

Definició del pla sector.

El primer pas serà la definició del pla sector. Caldrà que l'usuari doni les coordenades de tres punts no alineats situats sobre el pla, en sentit antihorari de la cara vista. Naturalment, és indiferent que els tres punts estiguin o no sobre el sòlid a seccionar, si bé, generalment, és més fàcil

per a l'usuari situar-los sobre el sòlid. Quant al requisit de donar-los en sentit antihorari, té per objectiu orientar el pla i, per tant, indicar quina és la part de sòlid a salvar (fig. 3.12).

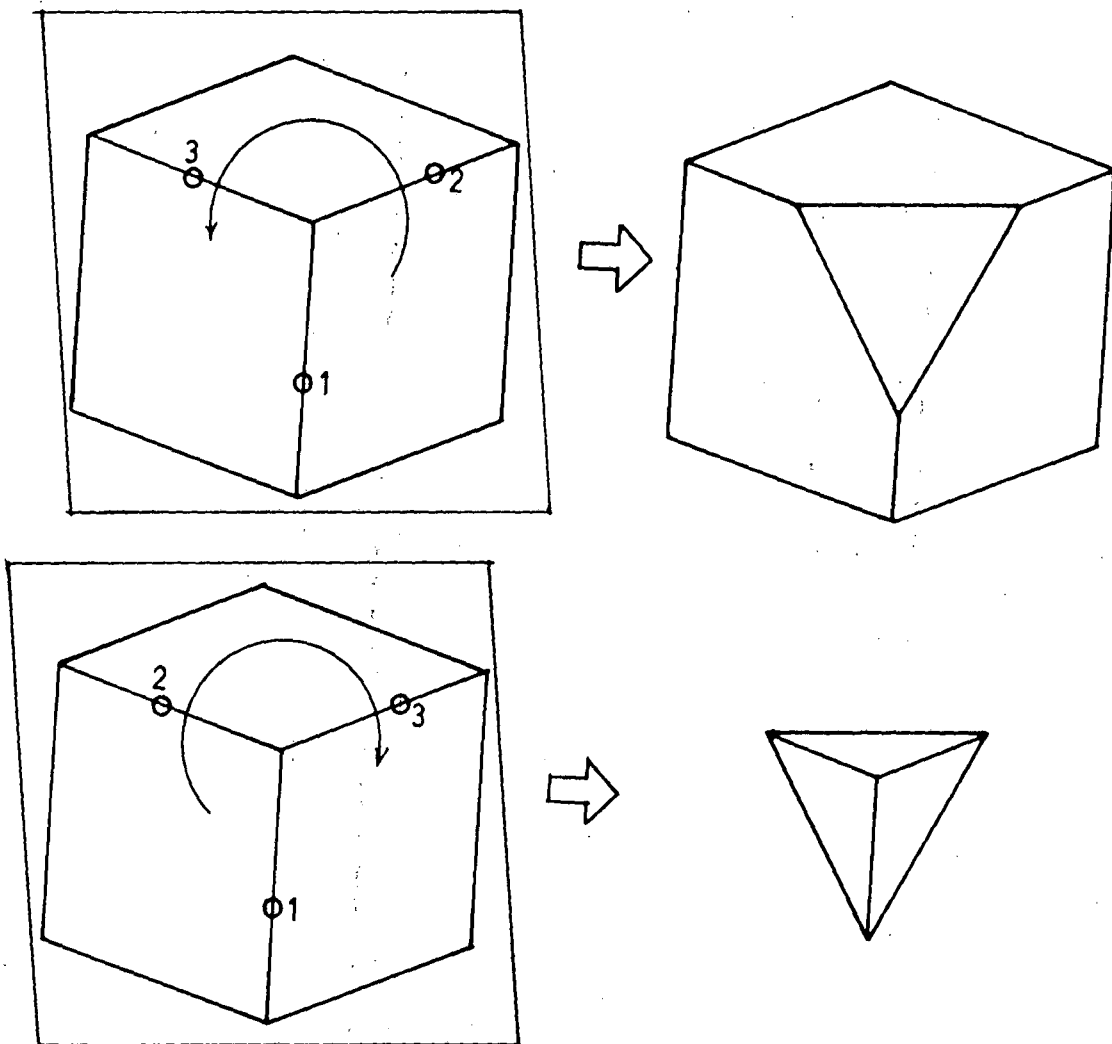


Figura 3.12 Correspondència entre l'ordre en què són donats els tres punts definidors del pla, i el poliedre resultant.

Partint de les coordenades dels tres punts, el Sistema pot calcular fàcilment l'equació del pla sector. El pas següent és integrar aquest pla a l'estructura. Per fer-ho, el vector normal al pla és comparat als vectors normals presents a la primitiva. Si no és paral·lel a cap d'ells, vector i pla són afegits al final de les respectives llistes. En canvi, si ha resultat paral·lel a algun d'ells (producte vectorial nul), s'escriu l'equació del pla en funció de les components del vector representant de la família, i el corresponent valor del terme independent és comparat amb els dels altres plans de la família. Si no coincideix amb cap d'ells, el pla és incorporat a l'estructura. En cas contrari, és que es tracta d'un pla preexistent (fig. 3.13).

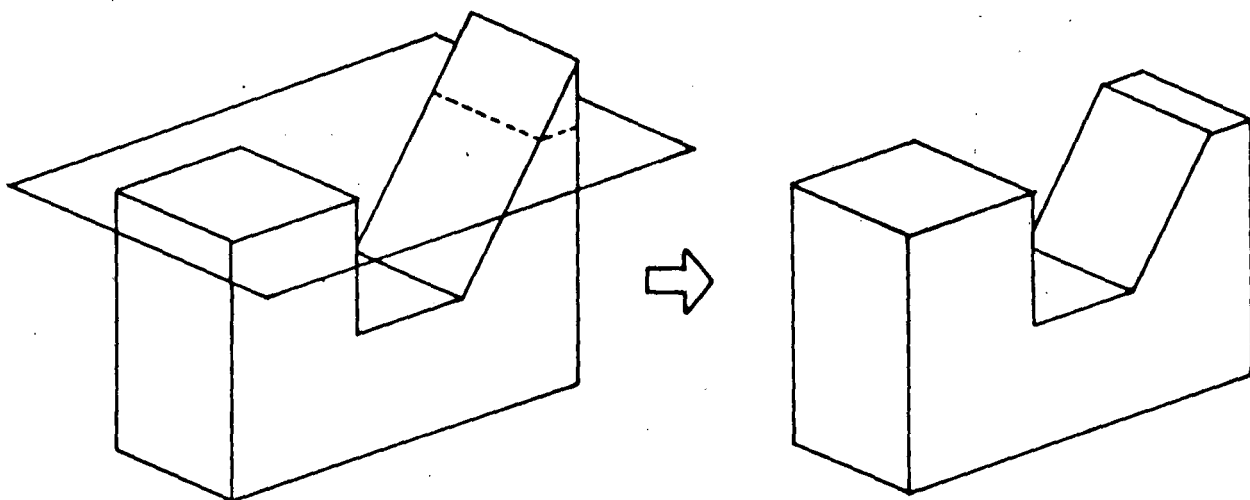


Figura 3.13 Secció d'un sòlid pel pla d'una de les seves cares (pla preexistent en el model).

Eliminació de vèrtexs.

El següent pas consisteix en eliminar els vèrtexs situats davant del pla sector. L'aspecte analític del procés és elemental; cal, només, substituir les coordenades de cada vèrtex a l'equació del pla i estudiar el signe del valor obtingut per saber quins vèrtexs són davant i quins darrere.

és a dir, sigui:

$$A * x + B * y + C * z = D$$

l'equació del pla sector, i sigui:

$$P(x_p, y_p, z_p)$$

un punt de l'objecte. Determinant:

$$F = A * x_p + B * y_p + C * z_p - D$$

tindrem:

- F > 0 =====> el punt està davant del pla.
- F = 0 =====> el punt està sobre el pla.
- F < 0 =====> el punt està darrere del pla.

Aquest esporgat de vèrtexs comporta, però, l'aparició de buits a la seva llista, buits que implicarien un malbaratament de memòria del tot inadmissible; per tant, paral·lelament a l'eliminació dels vèrtexs situats davant del pla, cal anar compactant la llista de vèrtexs remanents. És a dir, el procés va refent la llista de vèrtexs emplaçant-hi, correlativament, només els vèrtexs admesos; de manera que, a partir del primer buit, tots els vèrtexs admesos sofreixen desplaçaments cap a posicions més altes de la llista.

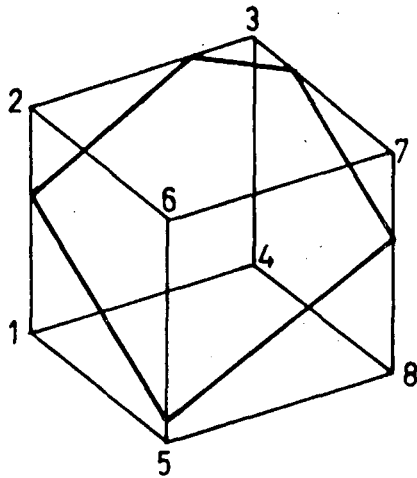
Aquests canvis de numeració de vèrtexs no són, de moment, transmesos a la resta de l'estructura, de manera que els apuntadors de vèrtexs de les arestes segueixen assenyalant les seves posicions primitives, i, a la llista de paquets de vèrtexs, aquests figuren encara amb la numeració inicial.

Per tal de, des de qualsevol d'aquestes llistes, poder determinar la nova destinació de cada vèrtex, el procés d'eliminació de vèrtexs rebutjats per la secció confecciona una llista d'apuntadors de canvi, que indica per a cada vèrtex primitiu quina és la seva nova posició a la llista. Si el vèrtex ha estat rebutjat, el seu apuntador de canvi valdrà 0 (fig. 3.14 a).

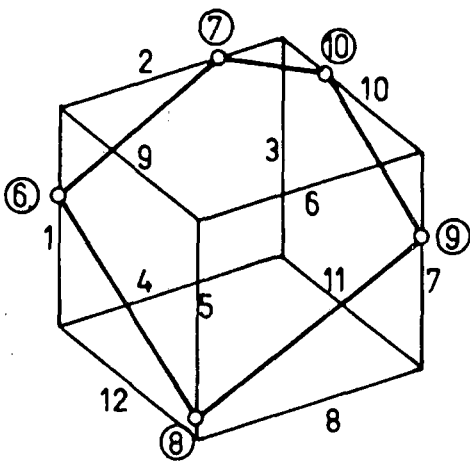
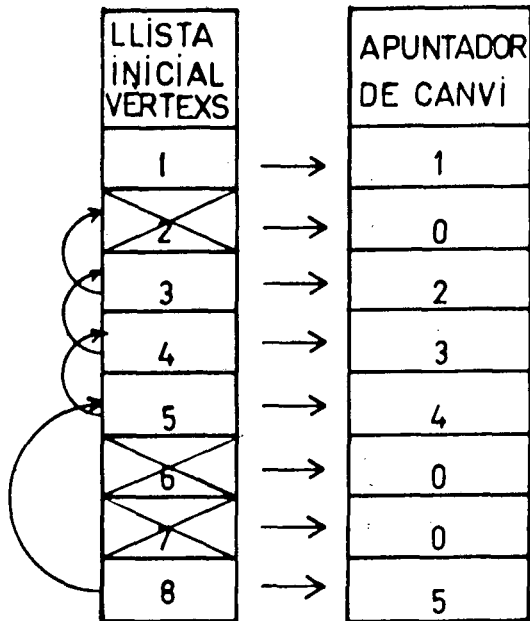
Eliminació i escapçat d'arestes.

El següent pas s'aplica a les arestes, i el seu objectiu és eliminar aquelles que estiguin totalment per davant del pla sector i escapçar les que el travessin. Igual com l'anterior, aquest procés genera buits, per tant, també en aquest cas les arestes seran desplaçades cap amunt a partir del primer buit. Igualment, una llista auxiliar d'apuntadors de canvi indicarà la destinació final de cada aresta inicial (0 si l'aresta és rebutjada).

El procés consisteix en estudiar els apuntadors de canvi dels vèrtexs de cada aresta. Si tots dos són diferents de 0, l'aresta és admesa; si ambdós són nuls, l'aresta és rebutjada; i si només un dels dos és nul, l'aresta és escapçada i, per tant, cal calcular les coordenades del seu punt d'intersecció amb el pla, punt que és afegit a la llista de vèrtexs (fig. 3.14 b). A més a més de desplaçar-se a la seva nova posició a la llista, en aquest procés, les arestes admeses han d'actualitzar els seus apuntadors de vèrtexs d'acord amb l'actual numeració d'aquests.



(a)



(b)

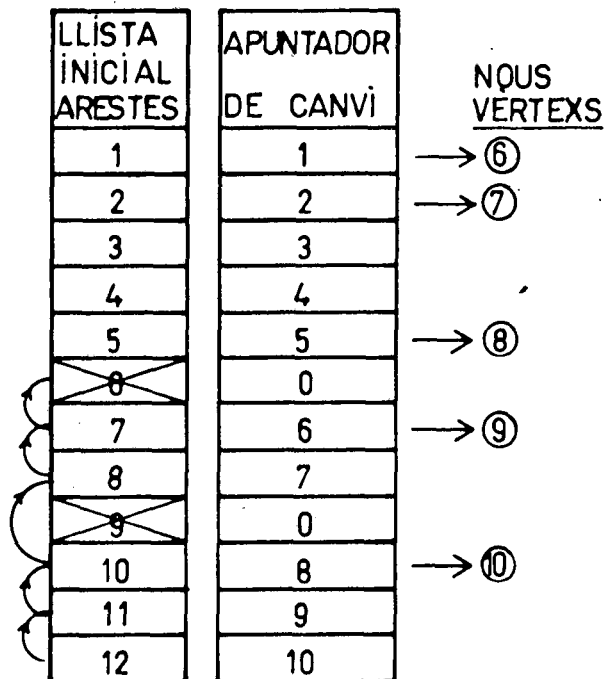


Figura 3.14 Secció d'un cub: a) procés d'eliminació de vèrtexs; b) procés d'eliminació d'arestes i determinació de nous vèrtexs.

Han d'ésser contemplades com a casos especials les arestes situades sobre el pla sector, que són fàcilment detectables perquè els seus vèrtexs -inicialment admesos- satisfan l'equació del pla. Aquestes arestes donen lloc a una àmplia casuística de detecció, complexa però necessària, si es volen evitar malfuncionaments de l'algorisme general. Per una banda, pot passar que l'aresta hagi d'incorporar-se a una cara del pla sector; en tal cas, l'aresta s'ha de guardar en una llista especial que permetrà, al final del procés, formar les cares del pla sector. Pot passar però, que l'aresta hagi salvat les seves dues cares i, per tant, no s'incorpori a cap nova cara del pla sector. Per últim, pot passar també que l'aresta i els seus vèrtexs hagin de ser rebutjats.

La figura 3.15 exposa alguns exemples d'aquesta casuística, la detecció de la qual és descrita, amb detall, a l'Annex al capítol 3.

Cal preveure, per últim, el cas en què l'aresta té un sol vèrtex acceptat, situat sobre el pla sector. En tal cas, l'aresta és, obviament, eliminada.

Tractament de les cares.

Acabat el procés d'eliminació o escapçat d'arestes, l'efecte de la secció plana s'ha de repercutir sobre la informació dels cicles. Aquest procés, sempre complex, se simplifica quan la primitiva és simple, i resulta certament enrevessat en el cas general. La causa principal d'aquesta complexitat és la possible presència de forats, tant a les cares de la primitiva com a les del pla sector.

L'algorisme requereix algunes estructures auxiliars que dupliquin, provisionalment, certes parts del model primitiu per tal de no destruir informació d'aquest que farà falta durant el procés. A més a més d'aquestes estructures paral·leles, l'algorisme incorpora una estructura auxiliar destinada a guardar informació dels punts d'intersecció entre cada cara i el pla sector. Per a cada punt d'intersecció seran guardats en aquesta estructura tres números amb el següents significats:

- 1.-Posició del punt a la llista de vèrtexs.
- 2.-Situació, en el paquet d'arestes del cicle corresponent, de l'aresta sobre la qual es troba el punt.
- 3.-Situació del cicle que conté el punt a la llista de cicles (0 si es tracta del cicle perimetral de la cara).

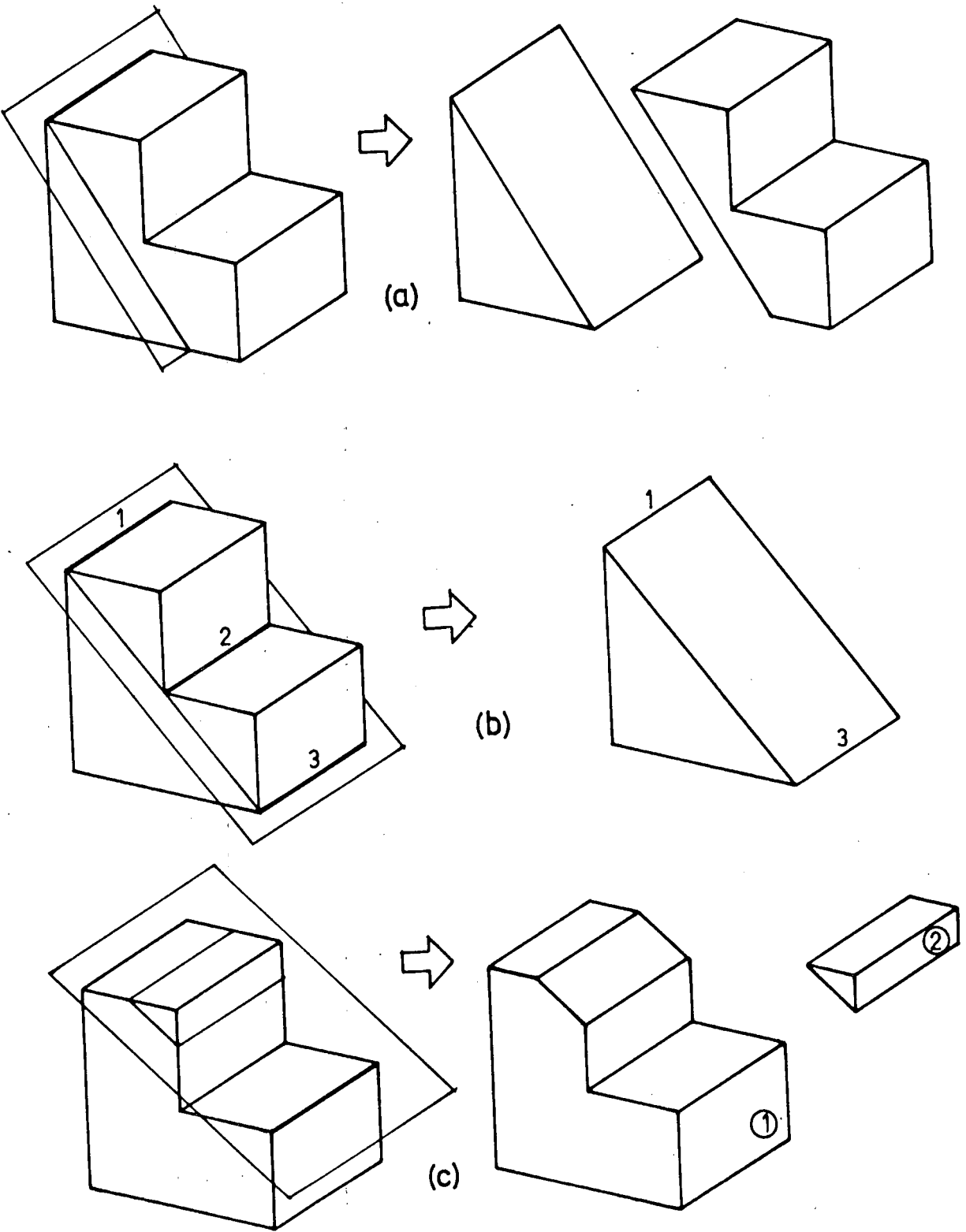


Figura 3.15 a) L'aresta continguda en el pla s'incorpora a una cara del pla sector; b) 1 i 3 són admeses, però 2 és rebutjada; c) en el cas 1 l'aresta és admesa, però no incorporada a cap nova cara, mentre que en el cas 2 l'aresta és rebutjada.

L'esquema general d'aquest procés és l'exposat a l'organigrama de la figura 3.16. Bàsicament, consisteix en un bucle que va recorrent els plans de la primitiva. Per a cada pla s'efectua una operació prèvia, no grafiada a l'esquema, consistent en comprovar que no coincideixi amb el pla sector, cas en què passariem al següent pla, ja que el pla sector és tractat al final del procés. Si no hi ha tal coincidència (cas general), es compara, encara, l'apuntador de vector normal del pla amb el del pla sector. Si coincidissin, els plans serien paral·lels i, per tant, no hi hauria intersecció possible.

En el cas general, s'obre un nou bucle que revisa cada una de les cares del pla, mirant si la cara té almenys dues arestes acceptades (apuntador de canvi no nul). Si no és així, la cara és rebutjada. Si, en canvi, han estat acceptats tots els seus vèrtexs, la cara és totalment acceptada i tots els seus cicles són reincorporats a l'estructura, per bé que poden ésser desplaçats de la seva posició inicial per tal d'omplir els buits deixats pels cicles rebutjats.

Si la cara té algun vèrtex rebutjat, és que es tracta d'una cara afectada per la secció. S'inicia, llavors, un seguit d'operacions encaminades a seccionar la cara, que descriurem amb detall en els apartats següents, i que corresponen a les diverses fases que reflecteix la figura 3.16.

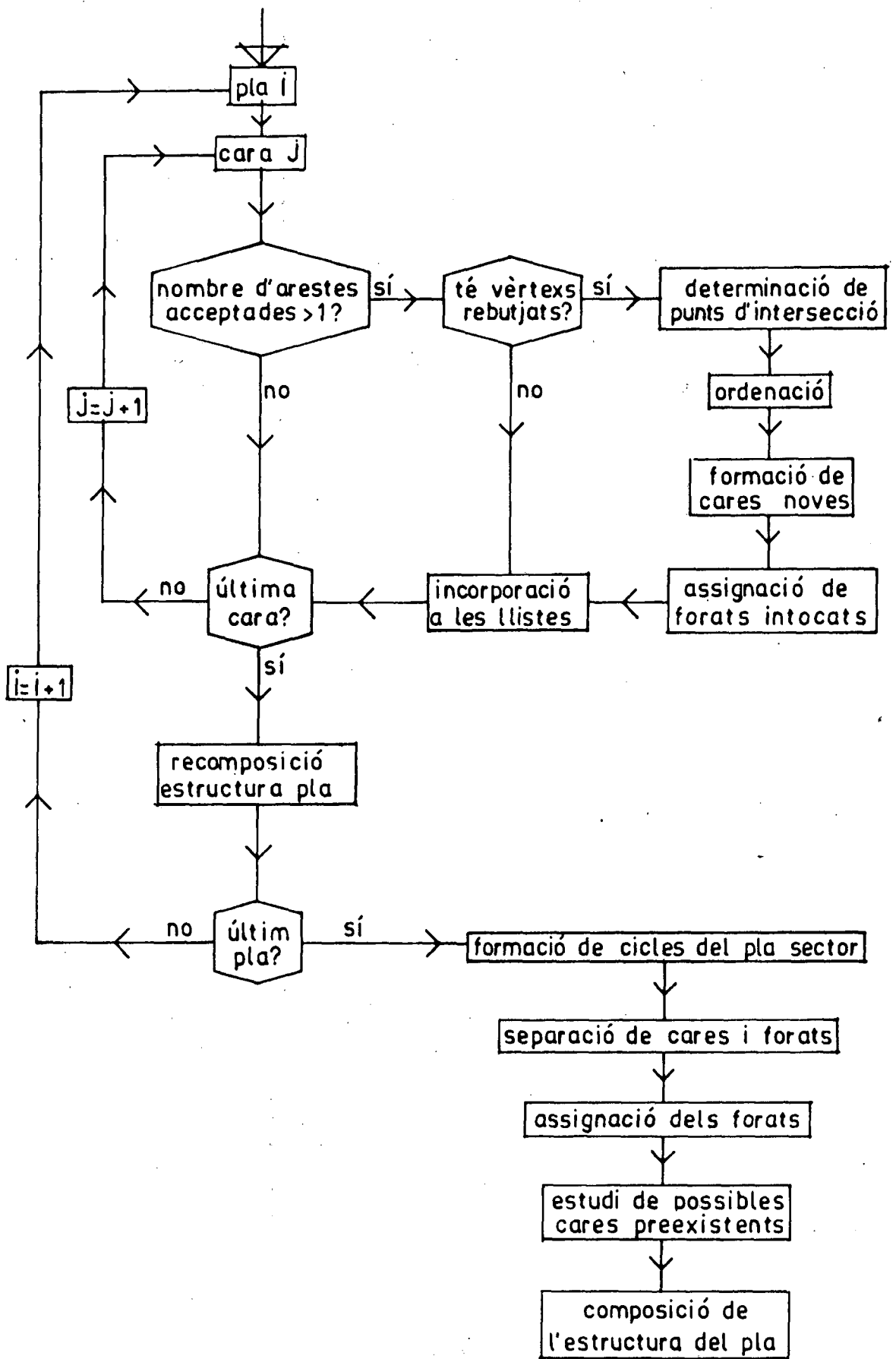


Figura 3.16

Determinació de punts d'intersecció.

L'objectiu d'aquesta operació és confeccionar la llista de tots els punts on el pla sector talli arestes dels cicles de la cara.

Poden donar-se els casos següents [58], corresponents als esquemes de la figura 3.17:

a.- L'aresta parteix del sector admès i acaba en el sector rebutjat.

b.- L'aresta neix en el sector rebutjat, però retorna el cicle al sector admès.

c.- El vèrtex inicial és admès, però l'aresta és rebutjada.

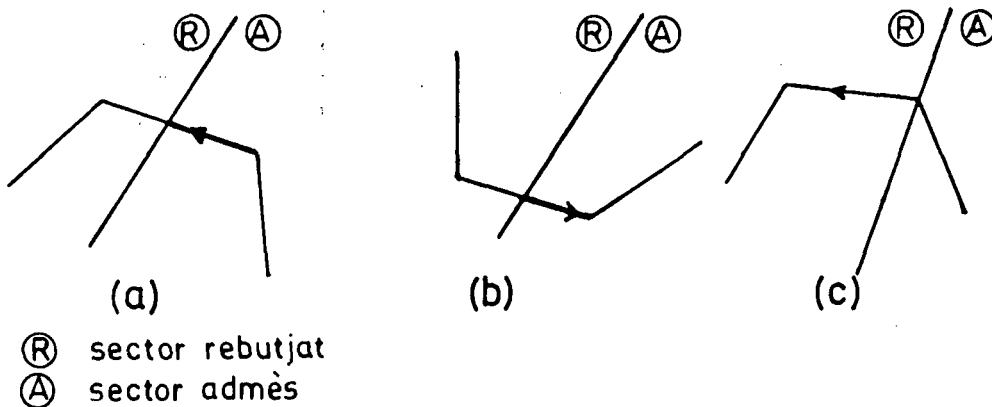


Figura 3.17

Bàsicament, el procés consisteix en un recorregut de cada cicle resseguint els seus paquets de vèrtexs i arestes. Si el procés està recorrent una part situada en sector admès, avança sobre el paquet de vèrtexs mirant-ne els corresponents apuntadors de canvi. Quan s'arriba a un vèrtex amb apuntador nul, és que l'aresta anterior ha travessat el pla sector (cas a). El paquet d'arestes indicarà quina és l'aresta anterior, la nova posició de la qual podrà localitzar-se mitjançant el seu apuntador de canvi. Localitzada l'aresta, es pot determinar el punt d'intersecció, ja que dels seus apuntadors de vèrtexs- l'un correspondrà al vèrtex anterior, sobre el cicle, i l'altre serà el punt d'intersecció buscat.

Si, venint del sector admès, resulta que el vèrtex té apuntador de canvi no nul, però l'aresta que en parteix és rebutjada, és que el vèrtex està sobre el pla sector, i, per tant, el propi vèrtex és punt d'intersecció (cas b).

Per últim, en sector rebutjat, el recorregut del cycle es fa sobre el paquet d'arestes fins que se'n troba una amb apuntador de canvi no nul que serà l'aresta de retorn al sector admès. Localitzada l'aresta, el seu vèrtex no coincident amb el següent del cycle serà el punt d'intersecció buscat (cas c).

Aquest procés de determinació de punts d'intersecció s'inicia pel cycle perimetral de la cara. Seguidament, si aquesta té forats, el procés es repeteix per a cada un d'ells. Cal tenir en compte, però, que els forats només romandran, com a tals forats, si queden íntegrament darrere del pla sector; altrament, encara que puguin salvar part dels seus elements, resultaran destruïts com a tals forats, ja que els elements salvats s'incorporaran al perímetre de la nova cara (fig. 3.18).

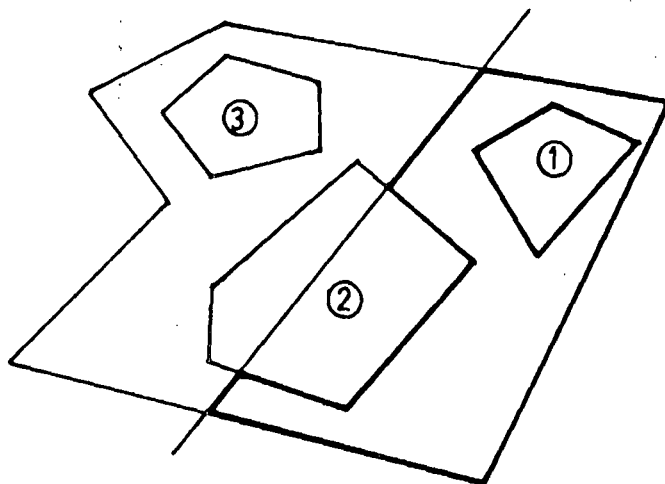


Figura 3.18 El forat 1 és admès, però 2 i 3 són destruïts.

Ordenació.

En acabar la recerca dels punts de tall sobre la cara, cal procedir a ordenar-los. Aquest procés es farà a partir de la comparació d'una coordenada qualsevol que no es mantingui constant per a tots els punts.

Quant al sentit de l'ordenació, es prendrà de manera que el primer de la llista sigui un punt de sortida de la zona admesa (fig.3.19). D'aquesta manera, totes les cares noves que puguin generar-se, començaran el seu cycle perimetral per una aresta nova (aresta del pla sector).

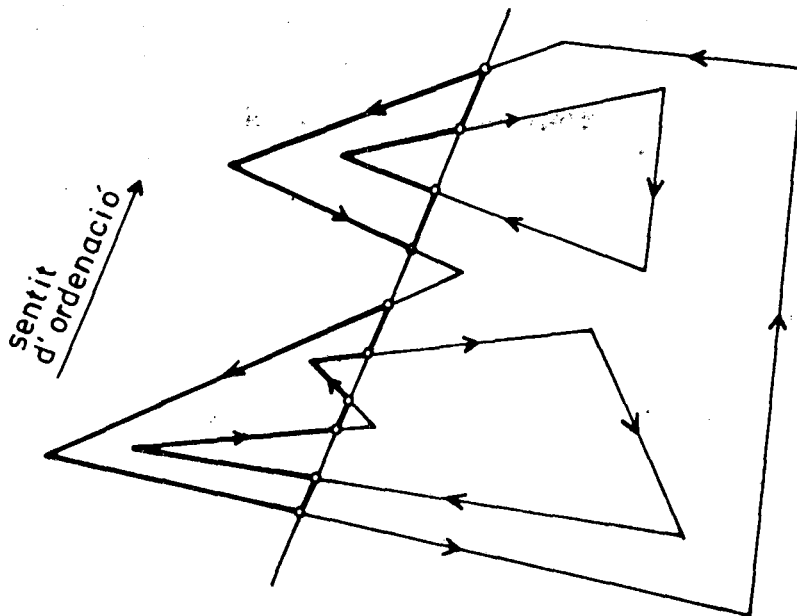


Figura 3.19 Ordenació de punts de tall, començant per un punt de sortida.

Formació de cares filials.

Ja ens hem referit a la impossibilitat que la secció plana generi nous forats, llevat de sobre el propi pla sector; per tant, tots els cicles que es generin per secció d'una cara primitiva, seran cicles perimetrals de noves cares, que anomenarem cares filials.

Cal fer notar, també, que, en cada cara filial, només poden intervenir dos punts de tall situats sobre el perímetre de la cara primitiva, que seran, respectivament, el primer i l'últim punt de tall incorporats al cicle de la cara filial.

El procés s'inicia formant la primera nova cara, a la qual s'incorpora, com a primer vèrtex, el primer punt de tall, mentre que el segon punt de la llista passa a ser el segon vèrtex del cicle. Ambdós vèrtexs defineixen la primera aresta del cicle (aresta nova), la qual, després d'omplir-ne l'estructura, s'incorpora a la llista d'arestes del pla sector. Aquest procés es repetirà cada vegada que es generi una nova aresta, i fem notar que totes les arestes noves, generades en la secció d'una mateixa cara, tenen idèntic vector director.

El segon vèrtex del cicle -segon element de la llista de punts de tall- és un punt de retorn al sector admès. Els corresponents apuntadors de cicle i aresta del punt diran, respectivament, sobre quin cicle s'ha trobat el punt i , en concret, sobre quina de les arestes del seu paquet. Si resulta que el punt es troba ja sobre el perímetre de la cara, pot assegurar-se que la cara filial no contindrà cap

més tall, per tant, pot acabar-se el recorregut sobre el cycle perimetral fins que s'arribi a l'aresta indicada per l'apuntador del primer tall, aresta que serà l'última del nou cycle (fig. 3.20). Si, per contra, el segon punt de tall ha estat trobat sobre un forat, la segona aresta a incorporar al filial serà la indicada pel corresponent apuntador del punt, i, a partir d'ella, s'aniran afegint els següents vèrtexs i arestes del forat fins que s'arribi a un vèrtex amb apuntador de canvi nul, senyal que l'última aresta afegida travessa el pla i, per tant, conté un punt de tall. Cal, llavors, localitzar l'esmentat punt a la llista dels punts de tall, punt que no ha de ser, forçosament, el tercer, ja que entremig n'hi poden haver d'altres que encara no hagin intervingut. Localitzat el punt, aquest i el seu següent a la llista definiran l'aresta a afegir seguidament al cycle nou. Si aquest punt següent es troba ja sobre el perímetre, caldrà ja, només, recorre'l fins a retrobar el punt inicial. Altrament, el punt es trobarà sobre un nou forat que caldrà recórrer d'igual forma que l'anterior, i així successivament fins arribar al perímetre (fig. 3.21).

Un cop tancat el primer cycle, cal veure si han intervingut ja tots els components de la llista de punts de tall. Si no és així, s'inicia un altre cycle nou a partir del primer punt de tall que encara no hagi intervingut i es procedeix de forma anàloga a com ho hem fet per al primer cycle nou. El procés continua fins que tots els punts de tall han estat incorporats a un cycle nou (fig. 3.22).

Assignació de forats inalterats.

Si la secció d'una cara ha deixat forats inalterats i ha generat més d'una cara filial, cal veure a quina de les filials s'assigna cada un dels forats remanents.

La prova és senzilla; per a cada un dels forats remanents es pren un vèrtex i es fa un test de pertinença d'aquest respecte de cada cara filial per saber si hi és interior o no. Quan, per a alguna de les filials, el test resulti positiu, el forat se li assignarà, ja que, si un vèrtex del forat és interior a la cara, ho ha de ser tot el forat.

Un cop assignats tots els forats remanents, les cares i forats procedents de la cara primitiva poden incorporar-se a l'estructura provisional del pla que s'està estudiant, i es passa ja a la següent cara primitiva del pla, per a la qual es repetirà tot el procés.

Acabades les cares del pla, és actualitzada tota la seva estructura de dades d'acord amb els resultats del procés, i es passa ja al tractament d'un nou pla.

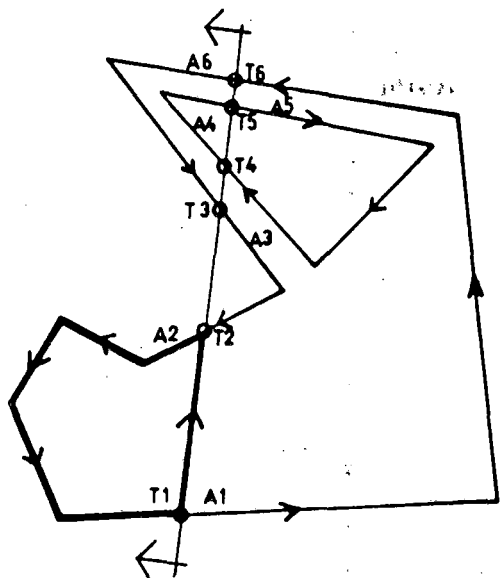


Figura 3.20 El cycle regruixat s'inicia a T1. T2 està sobre el perímetre. Per tant, el cycle no contindrà més tallis. Per completar-lo, es ressegueix el perímetre, acabant quan s'arriba a a1, aresta sobre la qual s'ha trobat T1.

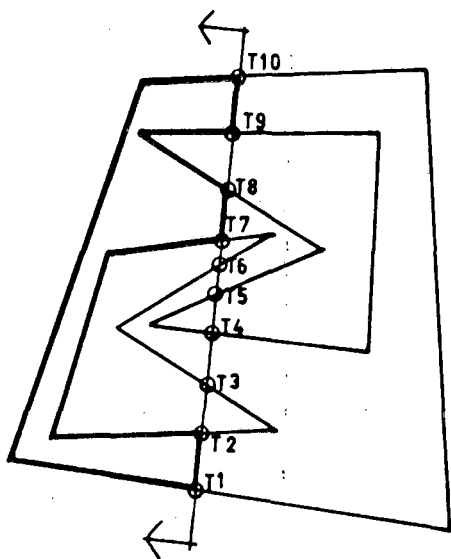


Figura 3.21 Després de T1, s'incorpora T2 i s'inicia el recorregut del primer forat. Aquest recorregut acaba a T7, punt que, òbviament, no és el següent de T2. Després de T7, T8 no està encara sobre el perímetre. Cal recórrer encara, doncs, un nou forat.

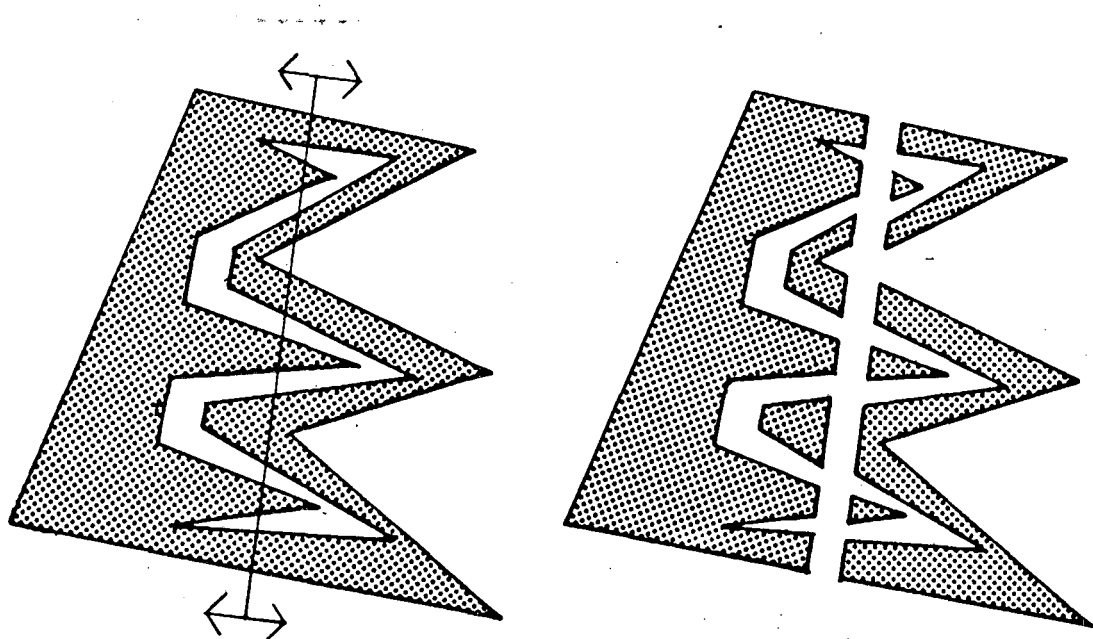


Figura 3.22 Secció completa d'un cycle amb forat.

Cicles del pla sector.

Un cop acabat el procés de repercussió de la secció sobre tots els plans de la primitiva, passem a formar els cicles del pla sector.

Durant l'anterior procés s'ha anat confeccionant una llista amb totes les arestes noves que s'han generat (arestes situades sobre el pla sector). Aquestes arestes s'han orientat sempre en sentit antihorari respecte del cicle nou al qual han estat assignades; per tant, en el pla sector quedaran sempre en sentit horari.

Atès que els cicles s'han d'orientar sempre en sentit antihorari del seu cantó vist, el procés de formació dels nous cicles serà el següent:

* Es pren la primera aresta de la llista d'arestes del pla sector.

* Es busca a la llista aquella aresta que tingui per vèrtex final el vèrtex inicial de l'anterior i s'adjunta com a segona aresta.

* Es busca, novament, l'aresta que té per vèrtex final el vèrtex inicial de l'anterior i s'afegeix al cicle.

* Es mira si el vèrtex inicial de l'aresta afegida coincideix amb el vèrtex final de l'aresta inicial (vèrtex inicial del cicle). Si no és així, es repeteix el pas anterior per afegir una nova aresta.

* Si l'últim pas resulta afirmatiu, el cicle ha quedat tancat.

Aquest procés s'haurà de repetir mentre a la llista d'arestes del pla sector quedin arestes sense assignar.

Detecció de forats.

Completada la llista de cicles del pla sector, cal ara distingir els que siguin perímetre de noves cares, d'aquells altres que corresponguin a forats, per tal de disposar-los en llistes separades. El criteri per fer-ho es basa en el fet, ja comentat, que els cicles perimetrals estan ordenats en sentit antihorari, mentre que els forats ho estan en sentit horari.

L'estratègia per saber en quin sentit gira cada cicle consisteix, bàsicament, en comparar el signe del vector

normal al pla amb el del producte vectorial -en un ordre preestablert- dels vectors directores de dues arestes consecutives del cicle. Aquest producte vectorial tindrà, lògicament, diferent signe segons el cicle giri en un o altre sentit.

Cal tenir cura, però, d'escollir, per a la prova, dues arestes que corresponguin a un vèrtex convex del cicle -és a dir, amb angle interior convex- o, altrament, s'invertiria el signe del producte vectorial, falsejant la prova. Per garantir aquesta condició bastarà escollir, com a vèrtex comú, un extrem relatiu del cicle, és a dir, per exemple, el vèrtex d'ordenada o d'abscissa mínima.

La figura 3.23 explica, gràficament, la seqüència del procés.

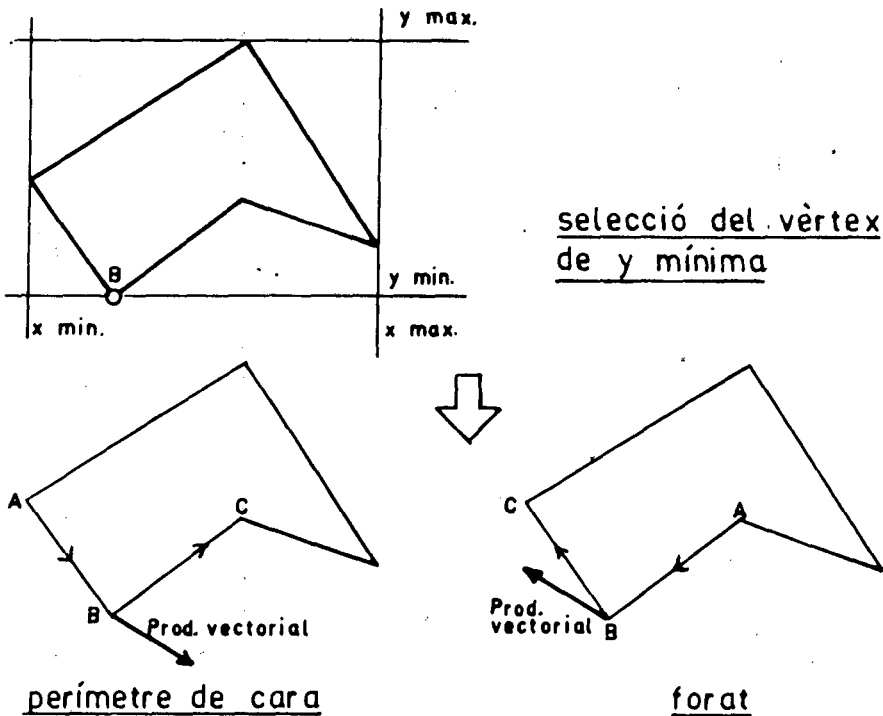


Figura 3.23 Distinció entre perímetres de cara i forats.

Assignació dels forats.

El procés anterior ha permès la formació d'una llista de cicles perimetrals de noves cares, i la d'una altra de forats. Ara bé, aquests forats no estan, de moment, assignats a cap cara i, conseqüentment, la llista no està tampoc ordenada en paquets per cares, condició necessària per formar l'estructura definitiva del pla sector.

L'objectiu d'aquest procés és, doncs, assignar cada forat a la seva cara i ordenar la llista de forats.

L'algorisme consisteix en repassar, per a cada cara, la llista de forats no assignats, fent test de pertinença per al vèrtex inicial de cada un d'ells. Quan la prova resulti positiva, el forat serà assignat a la cara i permutarà la seva posició a la llista per la del primer forat encara no assignat, i així fins arribar al final de la llista. Naturalment, aquest procés continua, cara per cara, mentre restin forats sense assignar.

Composició final de l'estructura del pla sector.

En acabar el pas anterior, disposem d'una llista de cares del pla sector, amb la seva estructura completa, i d'una llista de forats agrupats en paquets per cares. Tota aquesta informació està disposada en una estructura paral·lela provisional i, abans d'incorporar-la a l'estructura del model, cal veure si el pla sector coincideix amb un dels de la primitiva, ja que, si és així, els segments de les respectives llistes de cares i forats, reservats per al pla, no estaran buits, sinó que contindran informació relativa a cares preexistents del pla. Si és aquest el cas, la informació de l'esmentada estructura provisional no pot abocar-se directament, sinó que cal afegir-la a continuació de la preexistent.

Després d'aquesta operació, ha acabat el procés de secció, i el model de la primitiva representa ara un nou sòlid resultant de seccionar el sòlid primitiu.

3.5 OPERACIONS DE PREFUSIÓ.

Un cop definida la primitiva i realitzades -si calia- les anteriors operacions de modificació, es pot procedir a arxivar-la, si es preveu que serà necessària en un altre moment. Feta aquesta opció, la primitiva està llesta per ser introduïda a l'escena. Les transformacions de moviment permeten sotmetre-la a girs múltiples, fins a orientar-la segons el desig de l'usuari, i traslladar-la al seu emplaçament definitiu. A partir d'aquest punt, s'inicien les operacions que hem anomenat de prefusió, operacions a les quals s'han de sotmetre totes les primitives introduïdes a l'escena encara que siguin disjunctes amb ella.

Objectiu.

En formar la primitiva, els elements que componen la seva estructura de dades s'han disposat, a les respectives llistes, a continuació dels elements de l'escena. Així per exemple (fig. 3.24), si tenim una escena formada per un cub recolzat per una cara sobre un pla horitzontal, l'estructura del model consta de: 3 vectors normals, 6 plans, 6 cares, 3 vectors directors d'arestes, 12 arestes i 8 vèrtexs. Si a continuació creem un altre cub, el model passarà a tenir, provisionalment, el doble d'elements en totes les seves llistes. Si introduïm el nou cub a l'escena, de manera que adopti la posició de la figura 3.24.b, veurem que, a la nova escena no hi ha 6 vectors normals sinó 3, com 3 (i no 6) són els vectors directors d'arestes. Igualment pot veure's que dues cares de la primitiva queden sobre plans preexistents de l'escena. per tant, el nombre de plans haurà de ser 10, en lloc dels 12 comptabilitzats inicialment.

L'objectiu de les operacions de prefusió és, doncs, detectar aquestes coincidències a fi d'evitar duplicitat d'elements, comprimir les llistes on es produeixin buits i corregir els diferents apuntadors perquè quedin d'acord amb la disposició final de les llistes a què apunten.

Fusió de direccions.

En aquest procés cada un dels vectors directors introduïts és comparat amb els preexistents. La comparació es fa per producte vectorial i, quan els tres components s'anul·len (vectors coincidents), el vector afegit és suprimit. Una llista d'apuntadors de canvi guarda, en el seu lloc, el codi del vector coincident, passant a continuació a analitzar la següent direcció afegida. Si, en canvi, no apareix cap vector director preexistent a l'escena que anul·li

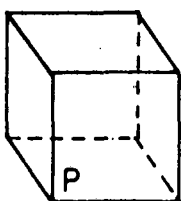
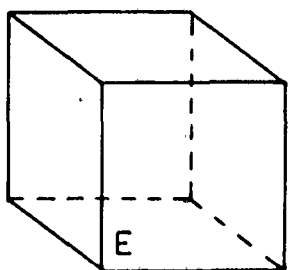
l'esmentat producte vectorial, el nou vector és incorporat definitivament al model amb un codi que resulta de restar del seu codi actual el nombre de coincidències detectades fins al moment.

És a dir, si el vector que ocupa, provisionalment, el lloc n a la llista de vectors directors no coincideix amb cap vector preexistent, i a la llista s'han produït nb buits, per coincidència de vectors de la primitiva amb vectors de l'escena, la posició final del vector serà:

$$n_f = n - n_b$$

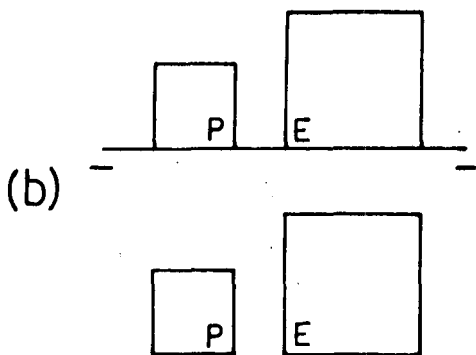
La llista d'apuntadors de canvi guardarà aquest nou codi.

Finalitzat el procés, caldrà substituir els apuntadors de vector director de les arestes de la primitiva pels respectius apuntadors de canvi.



(a)

	<u>E</u>	<u>P</u>	<u>T</u>
-vectors directors -	3	3	6
-vectors normals -	3	3	6
-plans - - - - -	6	6	12



{	vectors d. -- 3
	vectors n. -- 3
	plans - - - - 10

Figura 3.24 Operacions de prefusió.

Fusió de vectors normals.

Aquest procés es realitza de forma anàloga a l'anterior, si bé, en aquest cas, seran els plans els que hauran de substituir els seus apuntadors de vector normal pel corresponent apuntador de canvi.

Cal tenir, encara, una altra precaució, ja que els vectors anul·lats de la primitiva, per coincidència amb un de l'escena, poden no tenir idèntics components amb els seus respectius coincidents, sinó tenir-los proporcionals. Atès que, després d'aquesta fusió, els plans de la primitiva que tenien per vector normal algun dels eliminats tindran, com a tal vector normal, el vector coincident, els seus termes independents han d'ésser modificats d'acord amb la proporció entre ambdós vectors. En efecte, siguin:

$V(a,b,c)$ = vector normal preexistent.

$V'(a',b',c')$ = vector normal procedent de la primitiva.

Suposem que el procés de prefusió ha detectat la igualtat d'ambdós vectors, de manera que:

$$a' = k * a; \quad b' = k * b; \quad c' = k * c$$

Si considerem un cert pla de la primitiva, amb vector normal V' i terme independent d' , la seva equació serà:

$$a' * x + b' * y + c' * z = d'$$

Després de la prefusió, els coeficients a' , b' i c' seran substituïts per a , b i c , per tant, el terme independent serà:

$$d = \frac{d'}{k} \quad \text{on} \quad k = \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$$

Fusió de plans.

Es tracta d'un procés similar als anteriors, encara que més senzill, en principi. Per a cada pla de la primitiva, el seu terme independent és comparat amb el dels plans de l'escena que tenen igual vector normal. Si els seus termes independents són iguals (amb un marge d'error de 2 centèsimes), els plans són coincidents. Llavors el pla de la primitiva és eliminat i els seus polígons són traspassats al pla coincident. Els plans que no siguin repetits s'afegeixen

a la llista definitiva de plans, omplint els buits deixats pels plans eliminats. Una llista d'apuntadors de canvi guardarà la posició final de cada pla primitiu. Les llistes de cares i forats dels plans no eliminats són incorporades a l'estructura definitiva, mentre que les de plans eliminats són guardades en un estructura provisional.

3.6 INICI I PLANTEJAMENT GENERAL DEL PROCÉS DE FUSIÓ.

El conjunt d'operacions anteriors ha permès crear, modificar i posicionar una primitiva, i integrar-la a l'estructura de l'escena, eliminant-ne elements repetits. En totes aquestes operacions, no s'han produït, però, modificacions de les fronteres. En aquesta secció iniciem l'exposició del bloc medul·lar del sistema de modelatge, format per les operacions que han de permetre, si cal, modificar la frontera de l'escena per "encolatge" de la primitiva.

D'una forma més concreta, el procés de fusió s'ocupa de refer la informació dels plans de coincidència, la qual cosa pot comportar la formació de nous cicles, corresponents a noves cares i nous forats, o bé la destrucció de cicles preexistents. Igualment, el procés ha de detectar els vèrtexs i arestes que hagin d'ésser eliminats, alhora que determina les coordenades dels nous vèrtexs provinents d'interseccions entre cicles.

és important ressaltar que, si bé algunes proves requeriran informació de cares contigües no coplanàries, la pràctica totalitat del procés és bidimensional, ja que opera només sobre cada un dels plans de coincidència, i no és fins al final del procés general, en la fase d'actualització de llistes, que no es recuperen les tres dimensions.

Inici del procés.

El punt de partida del procés és la llista d'apuntadors de canvi generada per l'operació de fusió de plans. En efecte, el procés tractarà, exclusivament, plans de la primitiva amb apuntador de canvi menor o igual al nombre de plans preexistents a l'escena, ja que aquests són els plans que han estat eliminats per coincidir amb algun pla preexistent i, per tant, només en ells es poden produir contactes entre fronteres.

Localitzat, doncs, un pla de coincidència, són recuperades les llistes de cares i forats del pla, presents a l'escena i les seves homòlogues a la primitiva i s'inicia l'estudi de

possibles modificacions.

Per tal de simplificar el procés, és convenient operar en dues dimensions, seleccionant un pla coordinat no perpendicular al pla de coincidència en estudi, per passar, en endavant, a treballar amb la projecció ortogonal sobre aquest pla coordinat, suprimint, per tant, la tercera coordenada.

Per últim, i ja operant només amb les projeccions, la formació d'una taula de màxims i mínims de les cares del pla, tant de l'escena com de la primitiva, facilitarà les comparacions entre cares d'una i altra procedència.

Posicions relatives de dues cares coplanàries.

Dues cares coplanàries, una de l'escena i l'altra de la primitiva, poden adoptar les posicions següents:

a.-Disjunctes: si ni es toquen ni una conté l'altra. En aquesta disposició, no es produeixen modificacions mútues de les fronteres i, per tant no hi ha fusió entre les cares.

b.-Una dins l'altra sense contacte entre les arestes. Aquest cas només és possible quan les dues cares tenen orientacions oposades (fig 3.25), altrament, el Sistema donarà un missatge d'error i demanarà instruccions de l'usuari per tal d'invertir el signe de la primitiva o bé introduir-la de bell nou.

Si tenen, doncs, orientacions oposades hi ha fusió -amb modificació de frontera- però sense canvis ni a les arestes ni als vèrtexs. El resultat de la fusió es redueix a eliminar la cara continguda de la llista de cares, per taspassar-la a la llista de forats, com a forat de la cara contenidora.

c.-Adjacents: quan algunes de les arestes d'una i altra cara se superposen, del tot o en part, sense que, en cap punt, un polígon travessi l'altre. En aquesta disposició, hi haurà fusió si ambdues cares tenen igual orientació, altrament seran considerades disjunctes (fig.3.26).

d.- Intersecants: quan no són disjunctes i hi ha contacte entre els polígons frontera. Aquesta disposició només és possible si les cares tenen orientacions oposades (fig. 3.27). L'usuari ha de controlar, visualment, la no disposició dels sòlids de forma que cares d'igual signe s'intersequin.

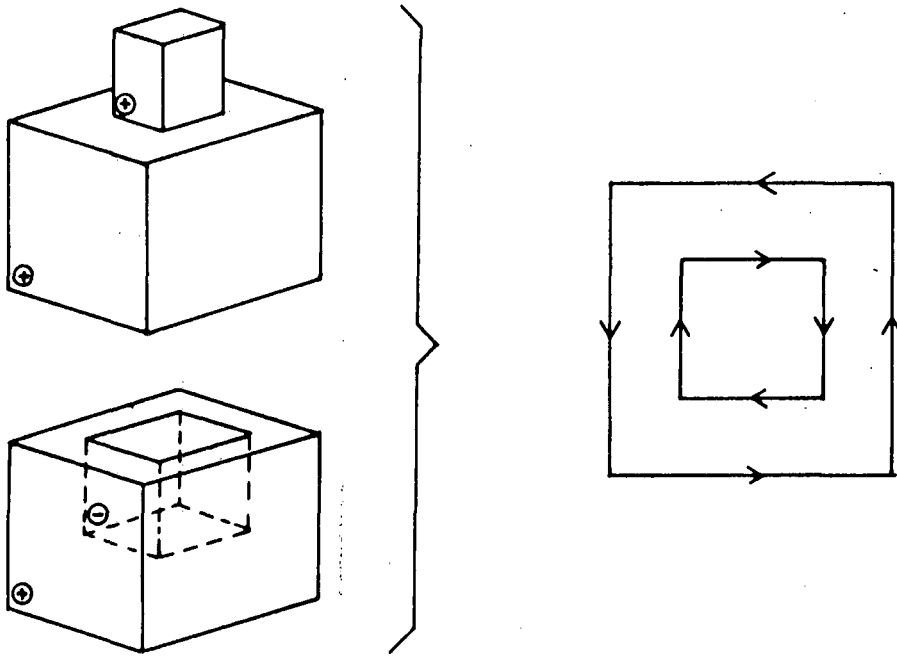


Figura 3.25 Casos vàlids de disposició d'una cara dins l'altra.

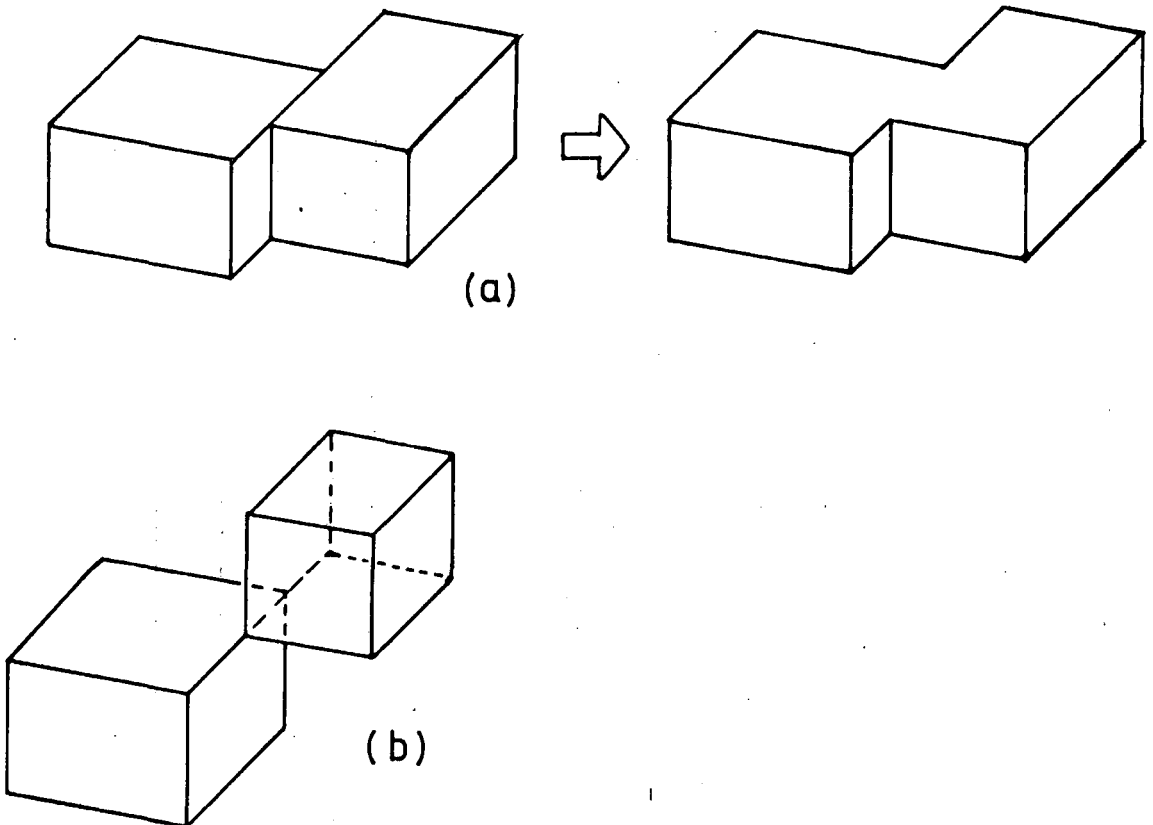


Figura 3.26 Cares adjacents: a) amb fusió; b) cares disjunctes.

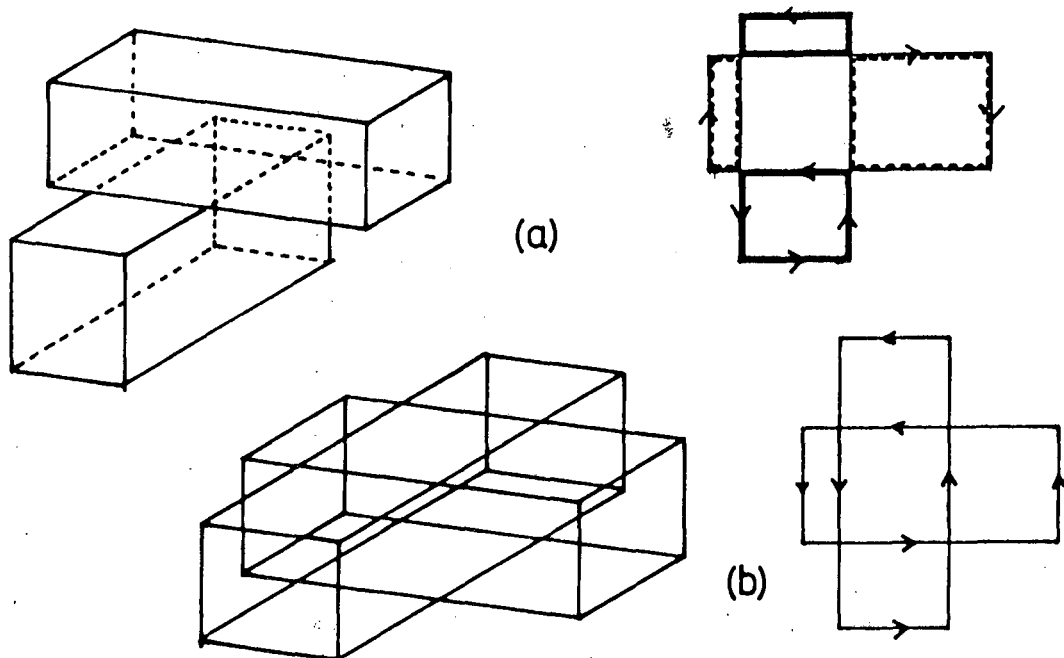


Figura 3.27 a) Fusió entre cares d'orientació oposada. b) Superposició de cares d'igual orientació: situació no permesa.

Si examinem les tres últimes disposicions, les quals donen lloc a fusió de les cares, podem establir una diferència entre elles. En efecte, mentre que la disposició c és additiva, és a dir, l'àrea de la frontera resultant equival a la suma de les àrees, les altres dues disposicions són destructives, és a dir, al final de la fusió hi ha menys superfície de frontera que abans del procés. Noti's que aquestes fusions destructives es produeixen, únicament, entre cares d'orientació oposada, mentre que les additives només tenen lloc entre cares d'igual orientació.

Limitació de l'algorisme general.

Com hem dit, la pràctica totalitat del procés de fusió es realitza -en dues dimensions- sobre cada un dels plans de coincidència. Ara bé, tota la informació resultant d'aquest procés és matèria prima per a la fase d'actualització de llistes, la qual ja torna a operar en les tres dimensions. El procés més complex d'aquesta fase -un dels més complexos de tot el Sistema- és el de recomposició d'arestes. En ell, les modificacions sofertes per cada arista afectada, sobre cada un dels seus dos plans, han d'ésser coordinades per tal que l'aresta sigui correctament dividida, allargada o suprimida. Es tracta, doncs, de conjugar alhora dues informacions bidimensionals per tal d'elaborar-ne una altra de tridimensional.

L'extensa casuística que pot presentar-se en aquesta fase requerirà, per al seu tractament, d'un algorisme d'una certa complexitat. Atès que la contemplació de tots els casos no resulta imprescindible per a la consecució dels objectius proposats, ha semblat preferible simplificar l'algorisme, de

manera que no siguin admissibles fusions que comportin la superposició de dues arestes (una de l'escena i l'altra de la primitiva), quan una de les cares d'una aresta no sigui coplanària amb cap de les de l'altra (fig. 3.28). Aquesta limitació comporta, a més a més d'una restricció del domini, una minva evident de les facilitats de creació de formes per part de l'usuari, ja que obliga a donar més voltes per obtenir un objecte. Així, per exemple, la formació d'un arc no és possible si no predefinim el "semicilindre estès", primitiva que té, per secció recta, una aproximació al semicilindre, prolongada amb dos costats verticals de longitud el 10% del radi (fig. 3.29).

Com veurem, el Sistema detecta els casos no permesos i en rebutja la primitiva introduïda. Val a dir, però, que en models arquitectònics aquests casos es presenten amb poca freqüència.

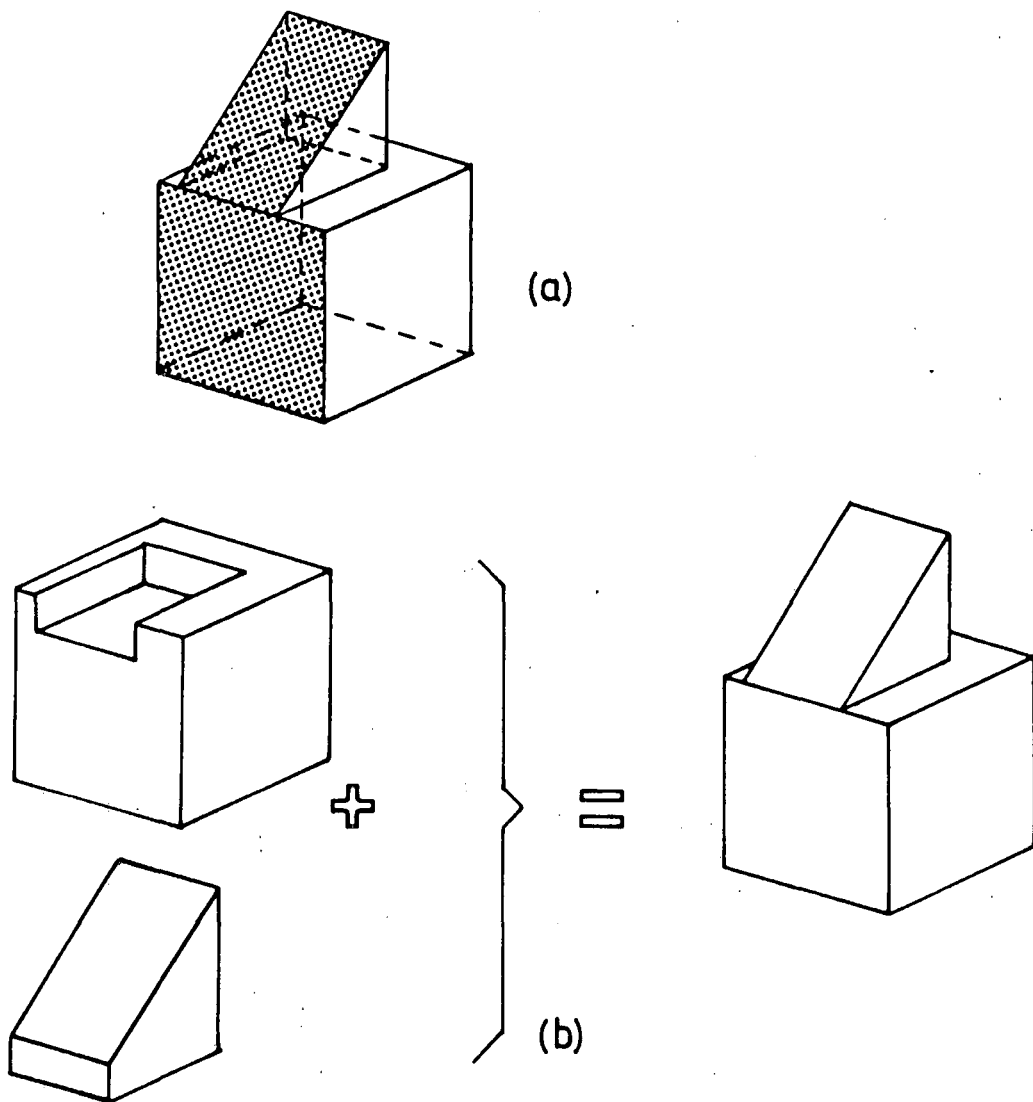


Figura 3.28 a) Fusió no permesa. Les cares tramades tenen arestes superposades però no coplanàries; b) Possible solució al cas anterior.

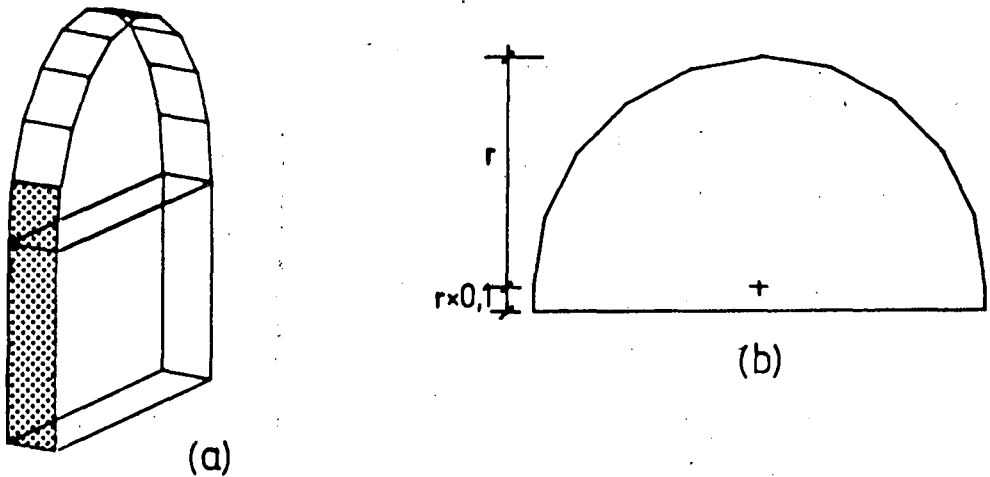


Figura 3.29 a) Creació no permesa d'un arc de mig punt. Les cares tramades no són coplanàries; b) Secció del semicilindre estès.

Esquema general del procés de fusió.

Podem plantejar ara els grans subprocessos que conformen el procés de fusió per a cada pla de coincidència (fig. 3.30).

El primer gran subprocés consisteix en determinar tots els punts de tall, o punts de contacte, entre les fronteres de les cares de l'escena i de la primitiva. Un bucle va comparant cada cara del pla -pertanyent a l'escena- amb cada una de les cares coplanàries provinents de la primitiva. Un test de minimax permet saltar els casos de cares clarament disjunts. Si el minimax és positiu, s'inicia el procés de recerca de punts de contacte entre ambdues cares. Si no se'n troben, un test de pertinença aclarirà si és que són disjunts o si és que una conté l'altra.

Un cop determinats els punts de tall o d'intersecció entre les fronteres de les cares del pla, cal formar una llista entre els diferents punts de tall agrupats en paquets per arestes. Aquest és, en realitat, un procés auxiliar previ al següent gran subprocés, consistent en la formació dels nous cicles resultants de la fusió. El següent pas és la classificació de tots els cicles obtinguts d'acord amb l'àmplia casuística que exposarem. Per acabar, podrem actualitzar la informació del pla, recomponent els seus segments de les llistes de cares i forats i, seguidament, repetirem tot el procés per al següent pla de coincidència.

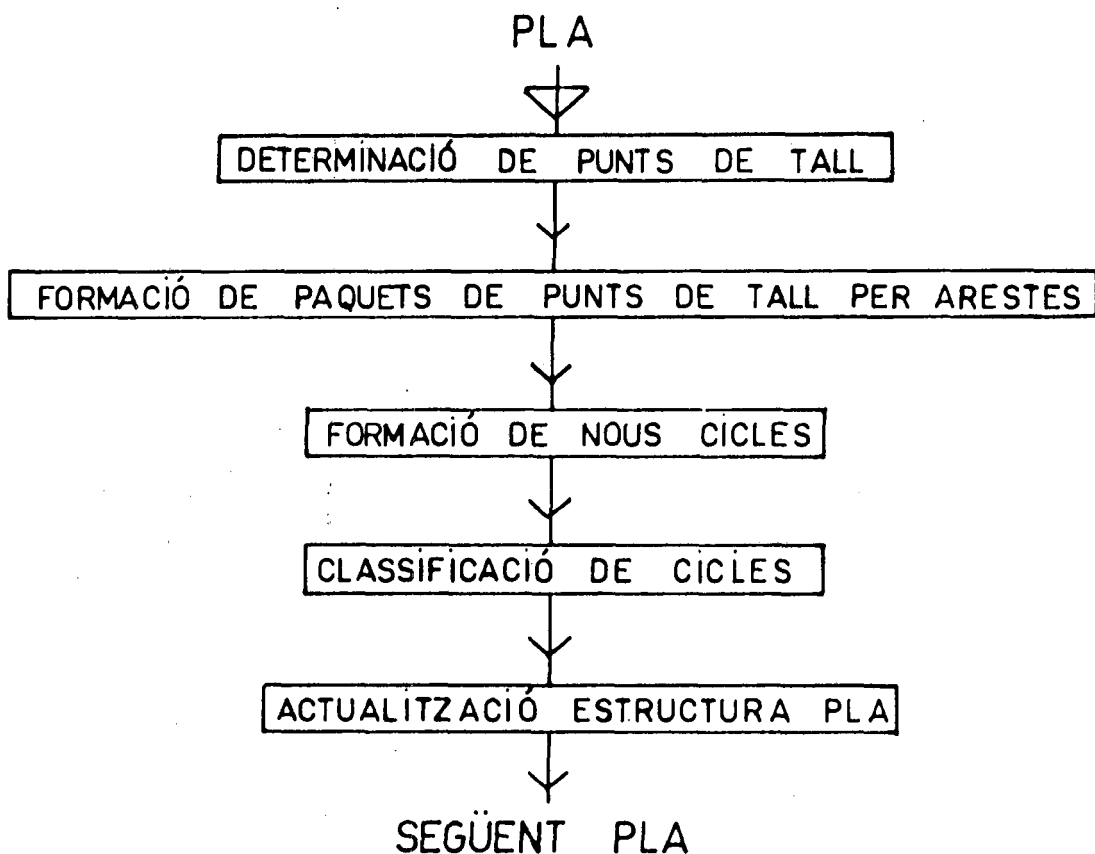


Figura 3.30 Quadre general del procés de fusió.

Estructura de la informació generada.

La informació generada pel procés de fusió requereix unes estructures auxiliars que permetin emmagatzemar-la i controlar-la en el procés final. Atès que l'objectiu bàsic de la fusió és la determinació dels nous cicles resultants de la modificació de fronteres produïda, el volum més important d'informació generada se l'endu la descripció d'aquests nous cicles. Aquesta es fa per mitjà d'unes estructures provisionals paral·leles a les del model. És a dir, una llista de vèrtexs agrupats en paquets per cicles i ordenats en sentit antihorari, i una llista anàloga per a les arestes. Igualment, cada cicle té una estructura d'informació formada per: el nombre de vèrtex del cicle; la posició del primer a la llista de paquets; i el corresponent apuntador de pla (amb signe segons l'orientació).

A més a més d'aquestes estructures paral·leles, el posterior procés de recomposició d'arestes requereix que, durant la fusió es construeixin les estructures següents:

* Una llista de cicles nous agrupats en paquets per cicles primaris. Atès que, durant el procés, cada cicle afectat per

fusió ha intervingut en la generació d'un o més cicles nous, aquesta estructura permetrà, a partir d'un cicle primari, d'accedir fàcilment a qualsevol dels seus cicles filials.

* Una llista de cicles alterats, agrupats per plans, que guarda, per a cada un d'ells, el nombre de filials que genera i la posició del primer a la llista de paquets de filials.

* Una llista de plans de coincidència que guardi, per a cada un, el nombre de cicles alterats i la posició del primer a la llista anterior.

La figura 3.31 esquematitza el funcionament d'aquestes estructures.

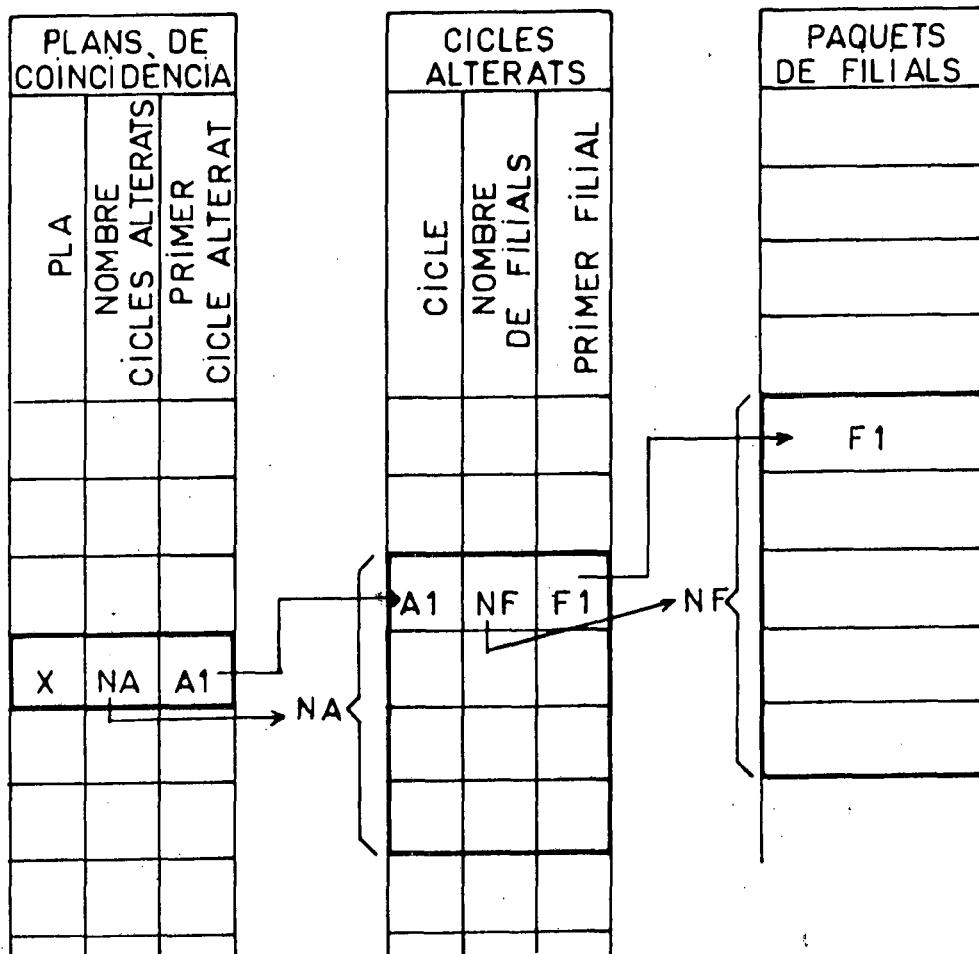


Figura 3.31

Concepte de punt de tall.

És convenient matisar, a efectes dels algorismes de fusió, el concepte de punt de tall, el qual -per bé que moltes vegades hi coincideix- no és exactament equivalent al de punt d'intersecció entre els polígons. En efecte, en aquest procés de fusió, anomenem punts de tall aquells punts que, en formar els nous cicles, desvien el recorregut del perímetre de la nova cara des del d'un cicle de l'escena al d'un de la primitiva.

Com es pot veure a la figura 3.32, quan es fusionen cares d'igual orientació, els punts de tall coincideixen sempre amb vèrtexs preexistents, ja siguin de l'escena o de la primitiva, mentre que, si les cares tenen orientacions oposades, els punts de tall són, generalment, vèrtexs nous provinents d'interseccions d'arestes d'escena i primitiva.

A la figura s'hi pot veure també una altra característica que serà considerada més endavant, i és que: si els cicles tenen igual orientació, els punts de tall seran vèrtexs d'un únic nou cicle, mentre que, en altre cas, cada punt de tall serà vèrtex de dos nous cicles. Aquest fet implica la necessitat de poder identificar ambdós tipus de punts de tall a la llista d'aquests, a l'hora de conformar els nous cicles.

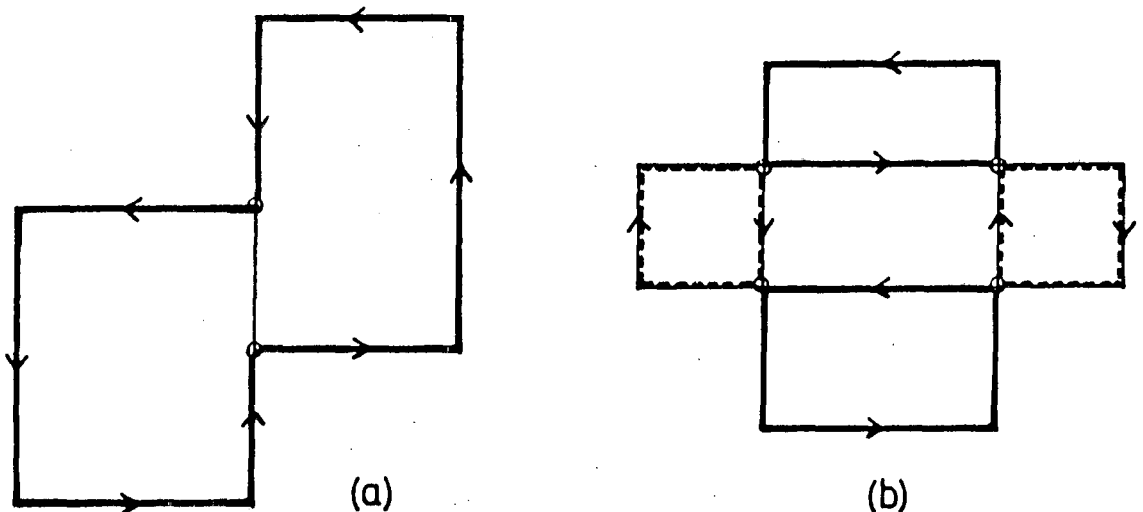


Figura 3.32 Punts de tall: a) en fusió additiva; b) en fusió destructiva.

Estructura de la informació dels punts de tall.

La informació generada pel procés de determinació de punts de tall, per a cada pla de coincidència, consisteix en:

* Una llista en què, per a cada aresta del pla de coincidència, es guarda el nombre de punts de tall que s'hi ha trobat.

* Una taula que, per a cada punt de tall, guarda:

- 1.-Posició del punt a la llista general de vèrtexs.
- 2.-Posició, a la llista de paquets del model, de l'aresta de l'escena sobre la qual s'ha trobat el punt. (Si el punt coincideix amb un vèrtex, es pren l'aresta que surt del punt.)
- 3.-Idèntic a l'anterior, referit a l'aresta de la primitiva.
- 4.-Cicle de l'escena sobre el qual s'ha trobat el punt.
- 5.-Cicle de la primitiva sobre el qual s'ha trobat el punt.
- 6.-Posició de l'aresta de l'escena a la llista d'arestes del pla.
- 7.-Idèntic a l'anterior per a l'aresta de la primitiva.
- 8.-Codi, de valor 1, si el punt prové d'una fusió de cares d'igual orientació, i 0 si són d'orientacions oposades.

3.7 DETERMINACIÓ DE TALLS EN CARES D'IGUAL ORIENTACIÓ.

Quan el test de minimax entre dues cares ha resultat positiu i, per tant, hi ha possibilitats d'intersecció, cal veure si les respectives orientacions són coincidents o oposades. La prova és simple, ja que bastarà veure si els respectius apuntadors de pla dels cicles perimetrals -que forçosament han de ser iguals en valor absolut- tenen igual o diferent signe.

La distinció entre cicles d'igual o oposada orientació és

necessària perquè, com hem vist, el primer cas dóna lloc a fusions additives i només pot produir-se si les cares són adjacents; mentre que el segon cas dóna lloc a fusions destructives i requereix que hi hagi àrees superposades. La conseqüència és que els algorismes per a la obtenció de punts de tall són diferents d'un cas a l'altre.

En aquesta secció estudiarem, doncs, només el procés de localització de punts de tall entre cares d'igual orientació.

Comparació d'arestes.

Un cop superat el test de minimax i comprovat que les cares tenen igual orientació, podran haver-hi punts de tall entre elles si hi ha arestes alineades, ja que aquest és l'únic contacte possible entre cares amb igual orientació.

Amb un bucle es ressegueix el paquet d'arestes del cicle perimetral de la cara de l'escena, comparant cada una de les arestes amb les de la frontera de la cara de la primitiva. En un primer pas, es mira si les arestes a comparar són paral·leles (igual apuntador de vector director). Si no ho són, no pot haver-hi alineament i, per tant, es passa a una altra aresta. Si, en canvi, es tracta d'arestes paral·leles, cal veure si estan alineades. Perquè ho estiguin, un vèrtex qualsevol d'una de les arestes ha de satisfer l'equació de la recta suport de l'altra, equació d'obtenció immediata, partint d'un vèrtex i del vector director.

Siguin:

$A(x_A, y_A, z_A)$ = vèrtex inicial d'una aresta de l'escena.

$B(x_B, y_B, z_B)$ = vèrtex inicial d'una aresta de la primitiva, paral·lela a l'anterior.

$V(V_x, V_y, V_z)$ = vector director d'ambdues arestes.

L'equació de la recta suport de la primera aresta pot escriure's:

$$\frac{x - x_A}{V_x} = \frac{y - y_A}{V_y} = \frac{z - z_A}{V_z}$$

i les dues arestes queden alineades si:

$x_B - x_A$	$y_B - y_A$	$z_B - z_A$
= ----- = -----		
V_x	V_y	V_z

Posicions relatives entre arestes alineades.

Un cop comprovat que dues arestes comparades queden alineades, cal analitzar les seves posicions relatives.

D'entre les dues coordenades del pla de projecció de treball, n'escollim una per a la qual la component del vector director de les arestes no s'anul·li, i aquesta serà usada com a coordenada de comparació (cc). L'estudi de les corresponents cc dels vèrtexs d'ambdues arestes permetrà detectar les seves posicions relatives.

Quan els dos vèrtexs inicials o finals d'ambdues arestes (en el sentit antihorari dels respectius cicles) tinguin igual cc, les arestes són considerades disjunts (fig 3.33, a i b).

També seran clarament disjunts quan els dos vèrtexs de l'una tinguin cc major o menor a la dels dos de l'altra (fig.3.33, c).

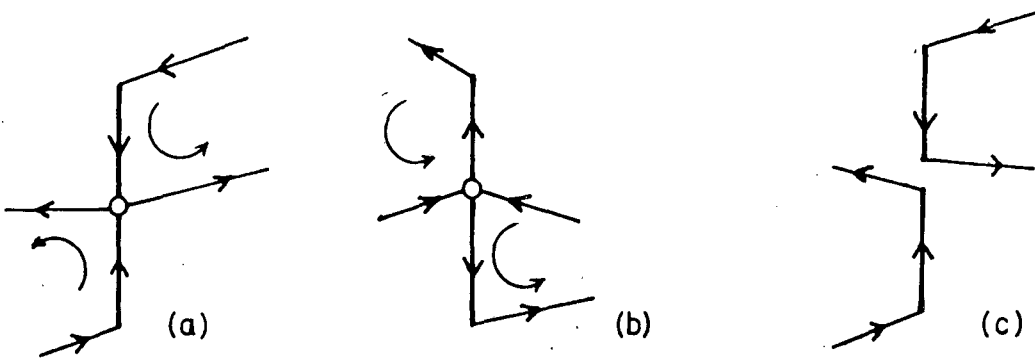


Figura 3.33 Casos d'arestes alineades però disjunts.

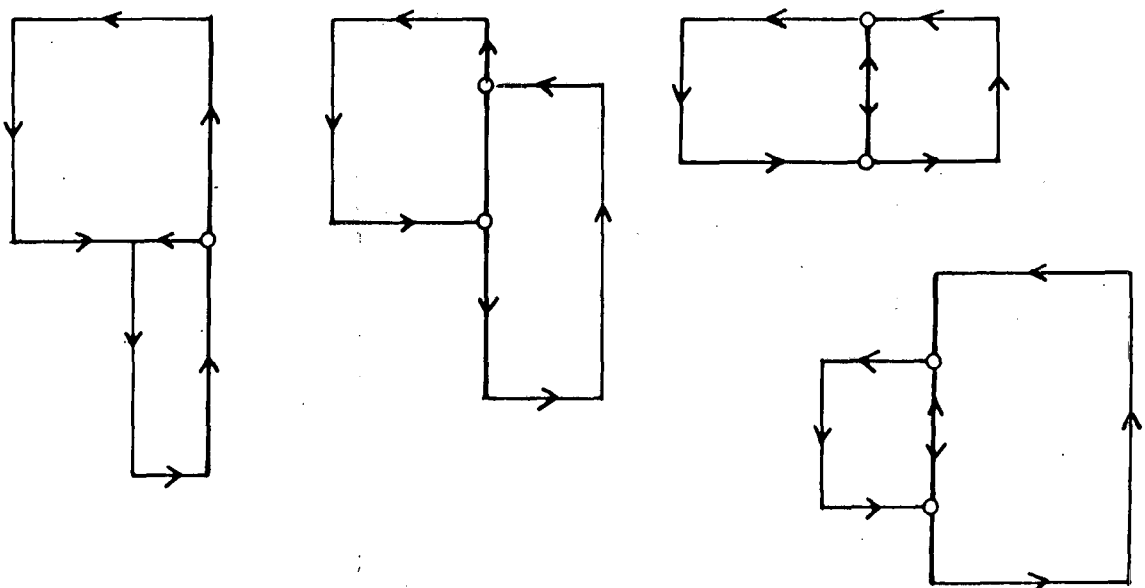


Figura 3.34 Casos d'arestes alineades, amb punts de tall.

Quan el vèrtex inicial d'una aresta coincideixi amb el final de l'altra, ambdues arestes només podran donar un punt de tall, mentre que, en els altres casos, sempre en donaran dos (fig. 3.34).

Iniciació del procés.

Comprovat que les arestes no es troben en cap de les situacions de la figura 3.33, s'estudia amb detall la inter-relació entre ambdues. Aquest estudi, al qual dedicarem els apartats següents, no pot limitar-se, únicament, al pla de les cares, sinó que cal també fer algunes proves sobre plans adjacents.

Per a tots els casos, anomenarem:

AE = aresta de l'escena.

AP = aresta de la primitiva.

VE = vector director d'AE, orientat en el sentit del cicle.

SE = signe de VE.

VP = vector director d'AP.

SP = signe de VP.

CE = "altre cicle" d'AE. (Cicle d'AE no situat sobre el pla en estudi).

CP = "altre cicle" d'AP.

E1, E2 = vèrtexs inicial i final d'AE, en el sentit del seu cicle.

P1, P2 = vèrtexs inicial i final d'AP, en el sentit del seu cicle.

Per altra banda, a cada una de les arestes del pla de coincidència se li adjunta un indicador que senyala si el vèrtex inicial de l'aresta ha estat considerat ja com a punt de tall. L'objectiu d'aquest indicador és evitar repeticions de punts de tall. En efecte, a la figura 3.35 es representen dos cicles d'igual orientació. En estudiar l'aresta 1, es troba el punt de tall T, el qual és assignat en els seus apuntadors a les arestes 2 i 1', que són les que surten del punt. Seguidament, en passar a l'estudi de l'aresta 2, l'algorisme tornarà a detectar T sobre l'origen de l'aresta, però l'indicador informarà que en aquest vèrtex ja s'hi havia trobat un tall, i el punt no serà comptabilitzat.

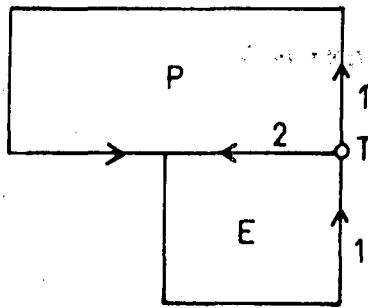


Figura 3.35

Cas d'arestes amb igual sentit.

Si $SE=3P$, les arestes només poden tenir un punt de contacte corresponent als vèrtexs $E1$ i $P2$ o $E2$ i $P1$. Les respectives coordenades de comparació diran sobre quina d'aquestes parelles es produeix el contacte.

No és segur, encara, que el punt de contacte sigui un punt de tall entre les arestes. En efecte, siguin (fig. 3.36):

$AE1$ = aresta, sobre el cicle, anterior a AE (si el contacte es produeix sobre $E1$) o aresta següent d' AE (si el contacte ocorre sobre $E2$).

$AP1$ = aresta següent d' AP (si el contacte és a $E1$) o anterior a AP (si el contacte és sobre $E2$).

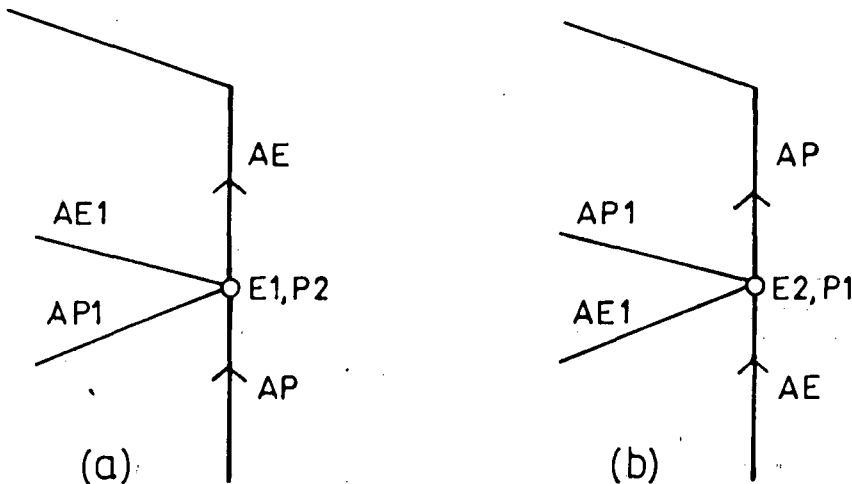


Figura 3.36 a) Contacte sobre $E1-P2$; b) Contacte sobre $E2-P1$.

Si AE1 i AP1 no se superposen, és a dir, tenen vectors directors diferents (en valor absolut), es pot assegurar que les arestes AP i AE són disjunctes i, per tant, el punt trobat no és punt de tall (fig. 3.37).

Si AE1 i AP1 se superposen, no és tampoc segur que el punt de contacte correspongui a un punt de tall. Per resoldre la indeterminació cal localitzar els respectius "altres cicles" d'AE1 i AP1 i comparar-ne els corresponents apuntadors de pla. Hi haurà intersecció, únicament, quan ambdós apuntadors coincideixin en valor absolut. Altrament, les arestes seran considerades disjunctes (fig. 3.38).

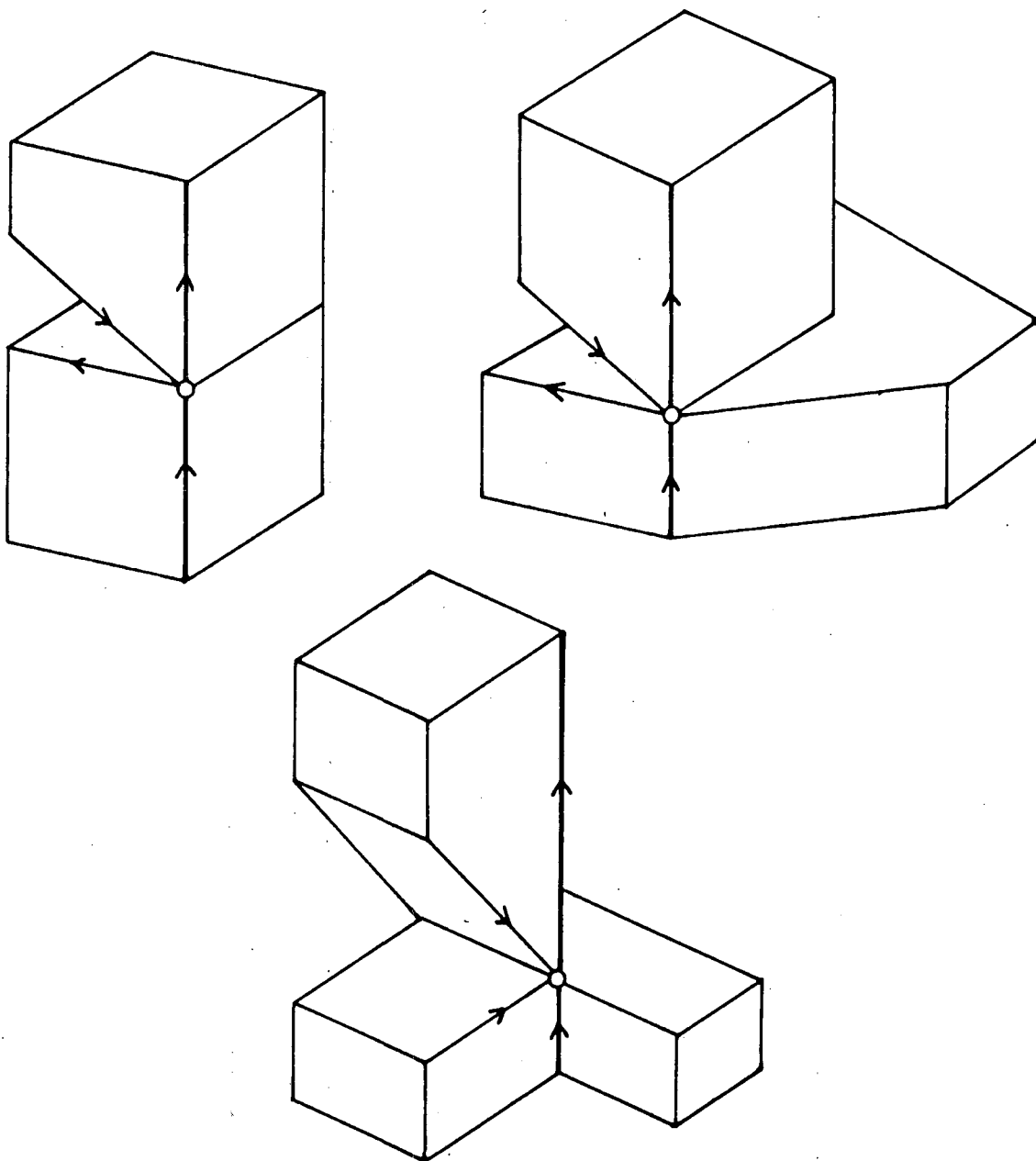


Figura 3.37

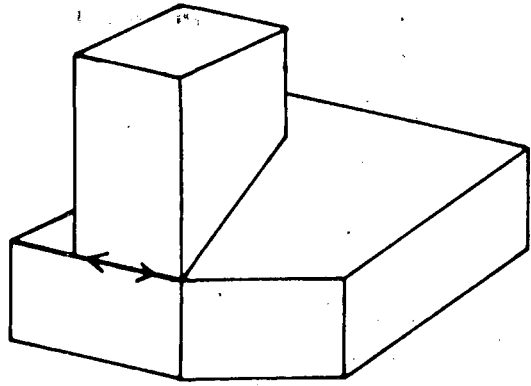
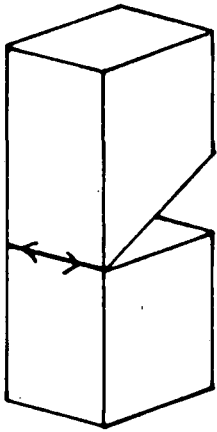
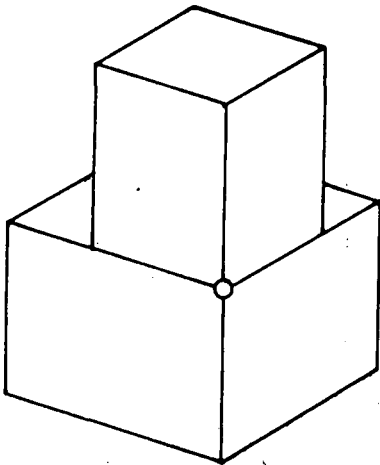
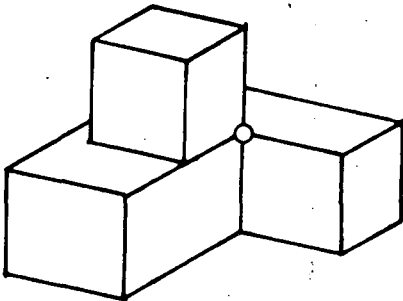
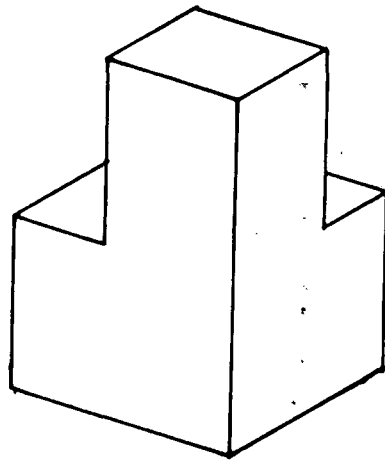


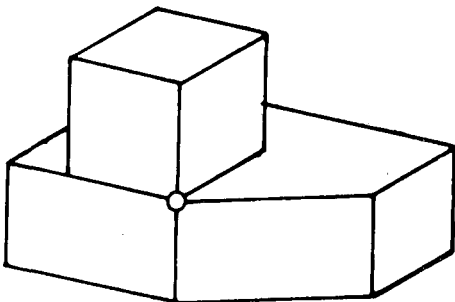
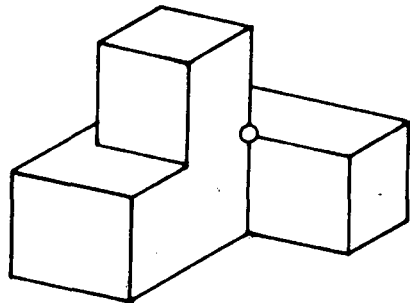
Figura 3.38



(a)



(b)



(c)

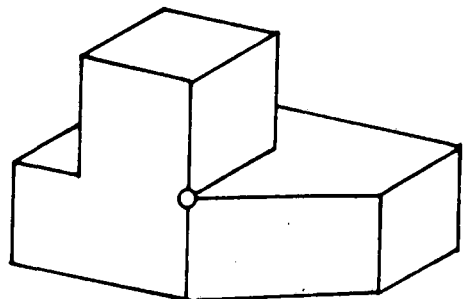


Figura 3.39 a) Els vèrtexs del punt de tall són eliminats; b) i c) Després de la fusió, segueix havent-hi un vèrtex sobre el punt de tall.

Si, superada la prova anterior, es confirma que hi ha punt de tall, cal determinar la classe de punt de tall, és a dir, veure si el punt passarà a ser vèrtex d'algun nou cicle o si només actuarà de punt de canvi de cicle en el procés de formació dels nous polígons, sense incorporar-s'hi com a vèrtex. La prova consisteix en comparar els apuntadors de pla dels "altres cicles" d'AE i d'AP (CE i CP). Si els esmentats apuntadors són idèntics, el punt s'haurà d'eliminar com a vèrtex (fig. 3.39, a), altrament, el punt serà vèrtex d'algun nou cicle (fig. 3.39, b i c).

Els punts de tall amb doble eliminació de vèrtexs han de poder-se identificar posteriorment. Per fer-ho possible, aniran precedits d'un signe menys a la llista de punts de tall.

Quant a l'eliminació de vèrtexs i arestes, es farà mitjançant uns indicadors associats a les respectives llistes, però no seran definitivament eliminats fins al procés final d'actualització de llistes, ja que poden ésser novament reclamats per a fusions amb altres cicles del mateix pla o d'un altre dels seus plans.

Quan, com en el cas de la figura 3.39.a, els 2 vèrtexs (un de l'escena i l'altre de la primitiva) han de ser eliminats, els indicadors corresponents guarden el valor -1, senyalitzador de vèrtex eliminat; però quan, com en els casos de les figures 3.39 b i c, el punt de tall segueix essent vèrtex, la cosa ja és més complicada. En efecte, sobre el punt de tall hi ha dos vèrtexs (un de l'escena i un de la primitiva), però després de la fusió només n'hi ha d'haver un, altrament, el vèrtex resultaria duplicat. Per norma, és sempre eliminat el vèrtex de la primitiva, però cal tenir present que aquest vèrtex pertany també a altres arestes i cicles de la primitiva, els quals tornaran a reclamar-lo en el procés d'actualització de llistes. Per això, en aquest cas, més que d'eliminar el vèrtex, es tracta de substituir-lo pel seu coincident a l'escena. És a dir, a partir d'aquí, l'indicador associat al vèrtex a eliminar guardarà el codi del seu coincident, de manera que, en el procés d'actualització de llistes, el vèrtex a eliminar serà substituït, a totes les llistes, pel seu coincident.

Quant a les arestes, en els casos en què els dos vèrtexs coincidents són eliminats, una de les dues arestes ha de ser també eliminada, però aquesta eliminació, per raons que veurem més endavant, no es produirà fins a l'actualització de llistes.

Cas d'arestes amb sentits oposats.

Quan SE és diferent de SP, la comparació d'arestes ha de donar 2 punts de tall.

Com a primera mesura, el Sistema comprova si hi ha coincidències de vèrtexs, ja que aquests casos han d'ésser discutits. Si les coordenades de comparació de E1 i P2 coincideixen, ambdós vèrtexs queden superposats. La discussió és la següent:

-Si l'indicador de tall en el primer vèrtex de l'aresta no és nul, és que aquest punt de tall ja havia estat trobat i, per tant, no es comptabilitza -per tal de no duplicar-lo- i es passa directament a la recerca del segon tall.

-Si els apuntadors de pla de CE i CP són diferents en valor absolut (fig.3.40), les arestes són disjunts.

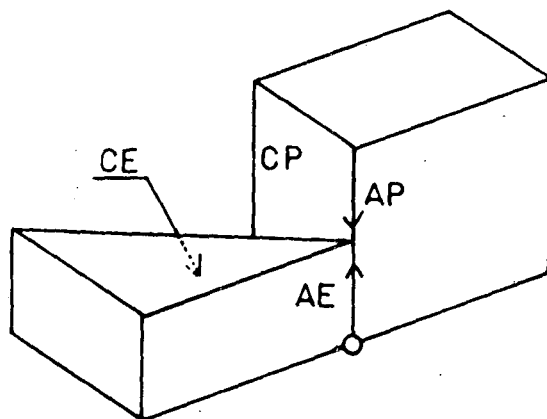


Figura 3.40

-Si les anteriors proves han estat superades, cal localitzar:

AE1 = aresta anterior a AE, sobre el cicle.

AP1 = aresta següent a AP, sobre el cicle.

Els apuntadors d'aquestes arestes permetran determinar també:

VE1 = vector director de AE1.

SE1 = signe de VE1.

VP1 = vector director de AP1.

SP1 = signe de VP1.

CE1 = altre cicle de AE1.

CP1 = altre cicle de AP1.

Llavors, si els apuntadors de pla de CE1 i CP1 són idèntics, podem afirmar que hi ha punt de tall i que els dos vèrtexs coincidents han d'ésser eliminats (fig.3.41.a).

-Si, en canvi, els apuntadors de pla de CE1 i de CP1 només coincideixen en valor absolut (orientacions oposades), podem assegurar que hi ha punt de tall i que ambdós vèrtexs han d'ésser eliminats si SE1 és contrari a SP1 (fig.3.41.b).

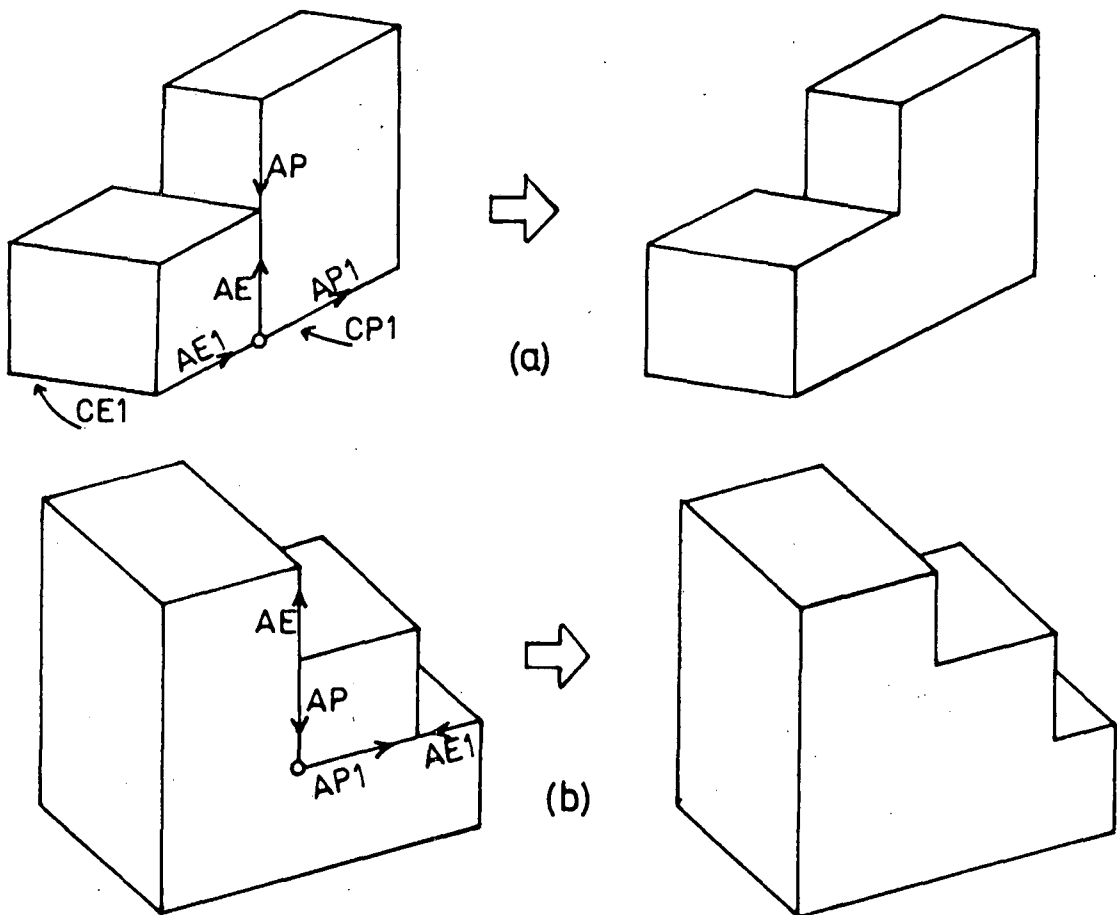


Figura 3.41

-Si no es compleix l'anterior condició o els apuntadors de pla de CE1 i CP1 no coincideixen ni en valor absolut, cal localitzar:

AE2 = aresta següent a AE sobre CE.

AP2 = aresta anterior a AP sobre CP.

VE2 = vector director de AE2.

VP2 = vector director de AP2.

SE2 = signe de VE2.

SP2 = signe de VP2.

Llavors, la comparació entre aquests vectors directors i el seus signes desfarà la indeterminació.

Així, si els apuntadors de pla de CE1 i CP1 coincideixen en valor absolut, però $SE1=SP1$, el punt de tall comportarà l'eliminació d'ambdós vèrtexs si $VE2$ i $VP2$ són iguals però de signe contrari (fig. 3.42.a), mentre que, si $SE2=SP2$, el punt de tall romandrà com a vèrtex dels nous cicles (fig. 3.42.b).

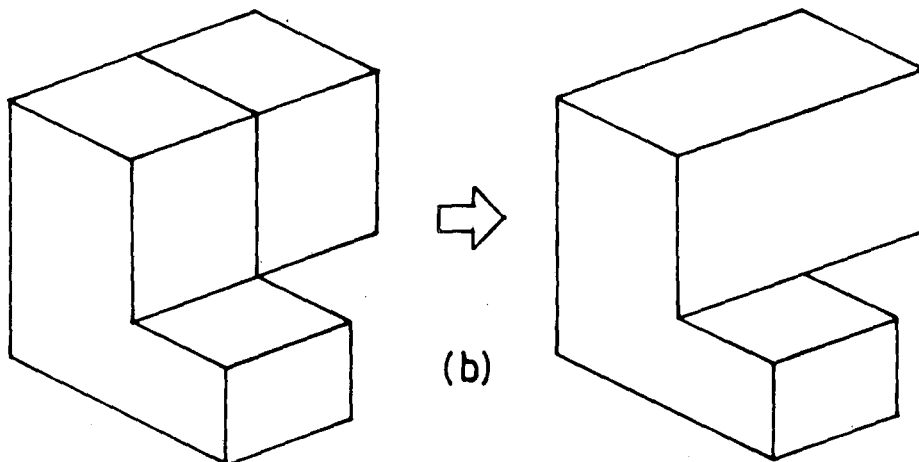
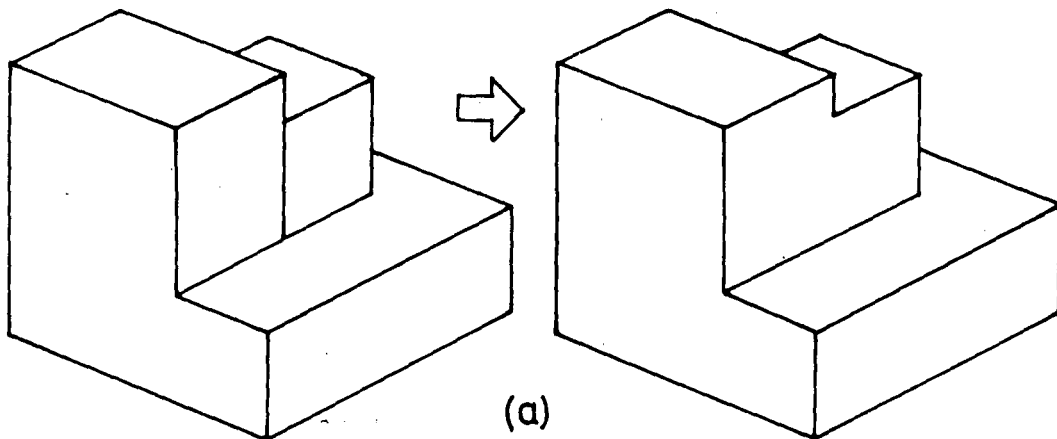


Figure 3.42

Si, en canvi, CE1 i CP1 no són coplanaris, només pot haver-hi punt de tall si VE2 i VP2 són diferents o (quan $VE2=VP2$) si $SE2=SP2$ (fig.3.43). En ambdós casos un dels vèrtexs ha de romandre a les llistes, passant a ser vèrtexs de nous cicles.

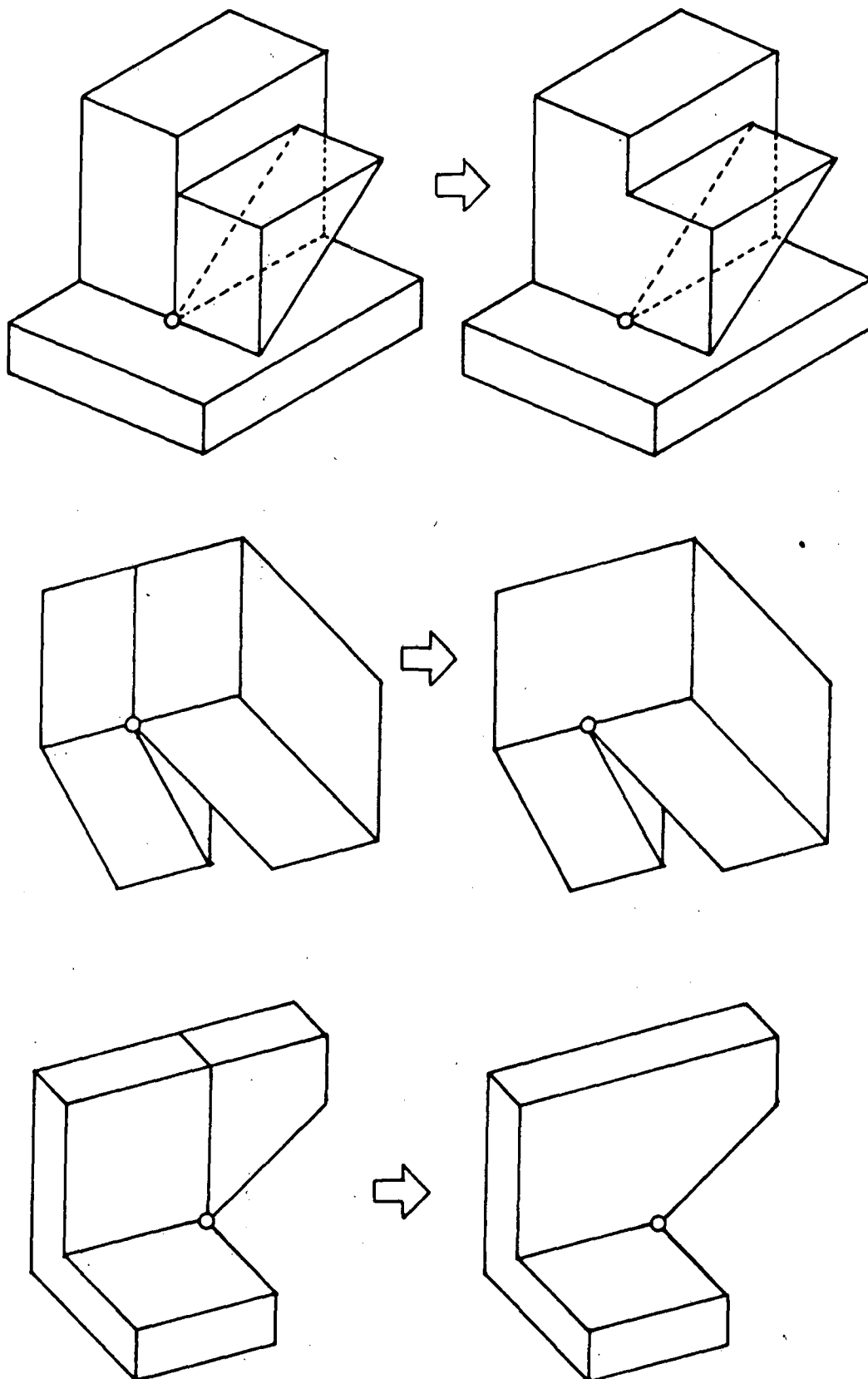


Figura 3.43

-Si les condicions anteriors no es compleixen, és que ens trobem en el cas de dues arestes coincidents amb només dues cares coplanàries, cas que, com hem dit, el Sistema no pot tractar en la seva actual configuració (fig. 3.44).

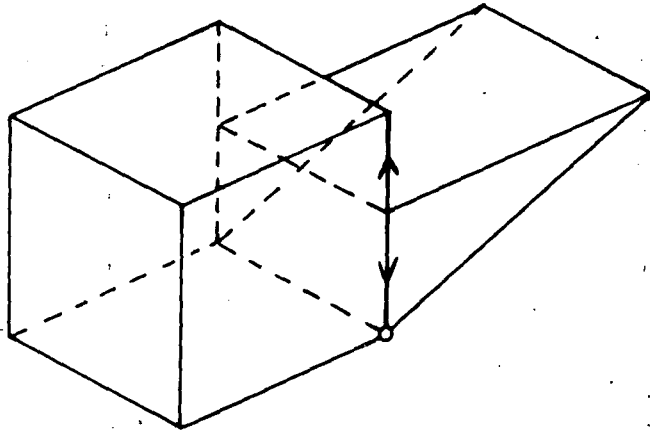


Figura 3.44 Disposició no adesa pel Sistema.

Si es produeix coincidència entre els vèrtexs E2 i P2, la discussió és anàloga a l'anterior. La figura 3.45 presenta l'organigrama de l'algorisme de determinació de punts de tall en fusions de cares d'igual orientació, quan en el punt coincideixen dos vèrtexs.

Si, o bé no es produeix cap coincidència o només se n'ha produït una, el procés continuarà fins a determinar els dos punts de tall, els quals han de correspondre a vèrtexs d'una aresta, interiors al segment de l'altra. Cal, però, en el cas que no s'hagi produït cap coincidència, comprovar primer que CE i CP siguin coplanaris o, altrament, les arestes seran disjunctes.

Pel que fa a l'eliminació d'arestes, sempre que un dels punts de tall correspongui a una coincidència de vèrtexs, una de les arestes (la que doni el segon punt) haurà d'eliminar-se. Si la coincidència és doble, caldrà eliminar les dues arestes, mentre que, si no hi ha cap coincidència però una de les arestes és totalment interior a l'altra, aquesta haurà d'ésser eliminada.

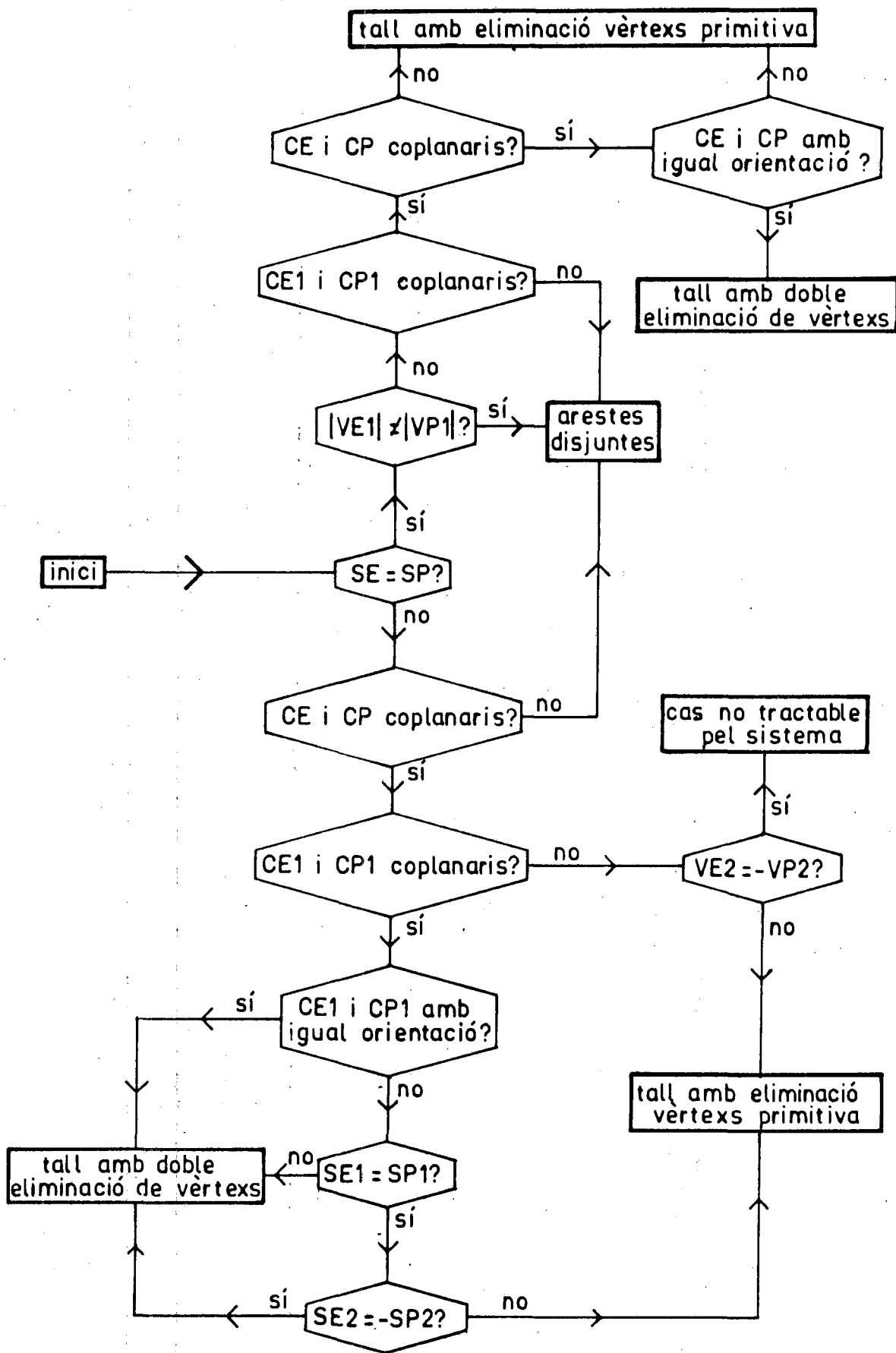


Figura 3.45

Possible composició amb forats.

Si, en acabar el procés de recerca de punts de tall entre ambdues cares, no se n'ha trobat cap, pot passar que, malgrat el resultat positiu del minimax, les cares siguin disjunctes, però també pot passar que una de les cares sigui interior a un forat de l'altra.

El procés serà el següent:

-En un primer pas es comparen els respectius rectangles envolupants (y màxima, x màxima, y mínima, x mínima). Perquè les cares no siguin disjunctes, el rectangle envolupant d'una d'elles ha d'ésser totalment interior al de l'altra.

-Si, efectivament, no són disjunctes, la cara interior és comparada amb els forats de l'exterior fins que un d'ells dona punts de tall, o bé la cara li és interior. Si no se'n troba cap o bé la cara gran no té forats, el Sistema rebutjarà la primitiva, ja que no són possibles contactes d'àrees de frontera amb igual orientació.

3.8 DETERMINACIÓ DE TALLS ENTRE CARES D'ORIENTACIÓ OPOSADA.

Quan les cares comparades tenen sentits oposats, els punts de tall corresponen a interseccions entre arestes d'un i altre cicle. Un bucle va recorrent les arestes del cicle perimetral de la cara de l'escena i, per a cada una d'elles, un altre bucle ressegueix les arestes del cicle de la primitiva. L'estructura del model permet calcular amb facilitat el punt d'intersecció d'ambdues arestes, saltant els casos d'arestes paral·leles (igual vector director). Si el punt d'intersecció trobat és interior als segments corresponents a ambdues arestes, el punt és, en principi, un punt de tall. Això no obstant, només podrem assegurar, directament, que el punt és de tall quan no coincideixi amb cap vèrtex, altrament el cas haurà d'ésser discutit.

Punts sobre un vèrtex d'un dels cicles.

A les figures 3.46.a i 3.46.b es representen sengles composicions entre cicles de signes oposats, amb un punt d'intersecció entre els polígons coincidint amb un vèrtex. Veiem però, que mentre en el cas a) l'esmentat vèrtex actua com a punt de tall i, per tant, desvia el recorregut des

d'un cycle a l'altre, en el segon cas el seu comportament és el d'un vèrtex qualsevol que no estés sobre una aresta de l'altre polígon.

La distinció entre un cas i l'altre depèn de la naturalesa de l'angle en el vèrtex discutit i de la posició relativa, respecte d'aquest angle, de l'aresta sobre la qual es col·loca el vèrtex.

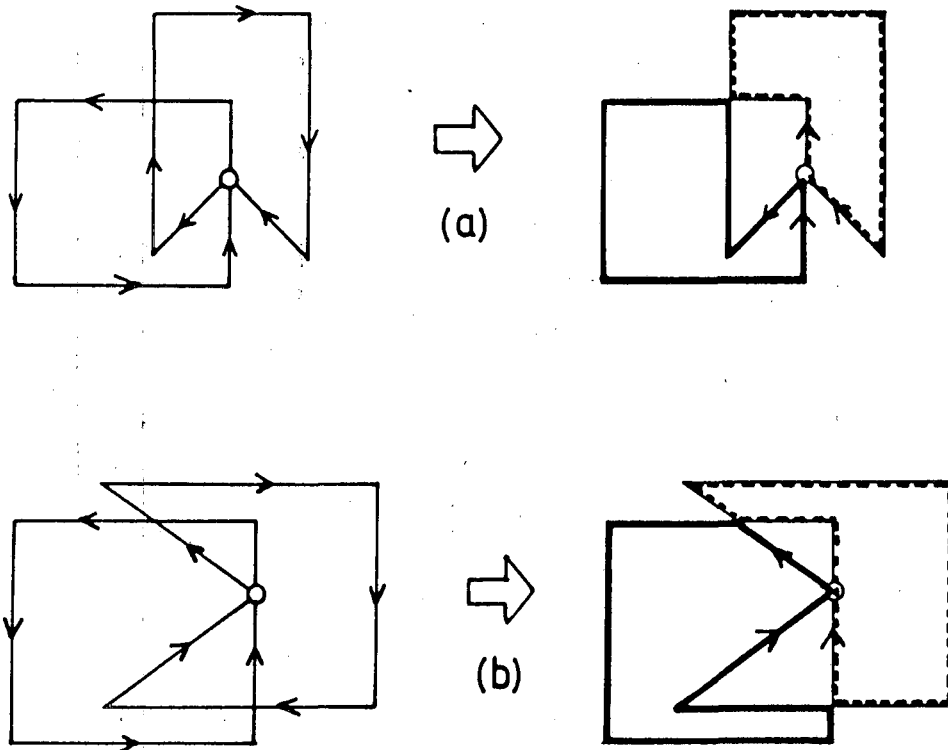
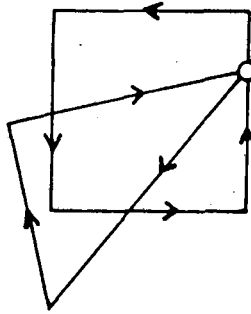


Figura 3.46

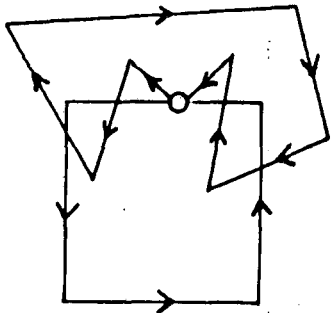
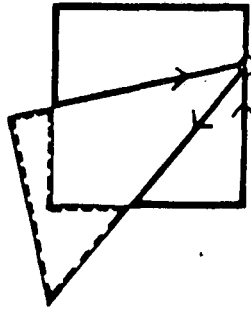
Si l'angle és convex i queda pel costat de l'aresta que és interior al seu cycle, el vèrtex serà punt de tall (fig. 3.47.a); mentre que si queda de l'altre cantó no ho serà (fig. 3.47.b).

En canvi, si l'angle és còncau i els seus costats queden per la banda interior de l'aresta, no hi ha punt de tall (fig. 3.46.b); mentre que si queden de l'altre cantó es tracta d'un punt de tall (fig 3.47.c).

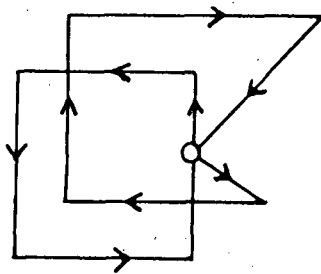
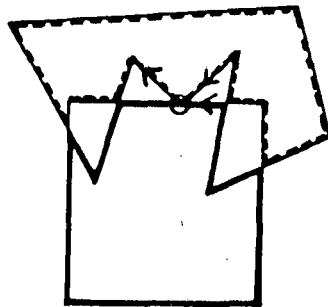
Per últim, tant si és convex com còncau, si l'aresta divideix l'angle, el punt és punt de tall (figs. 3.46.a i 3.47.d).



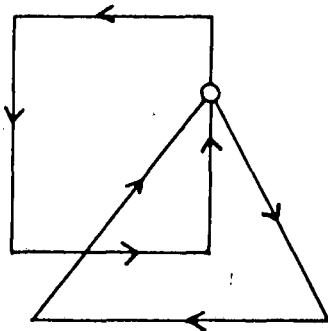
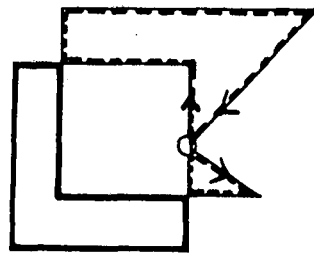
(a)



(b)



(c)



(d)

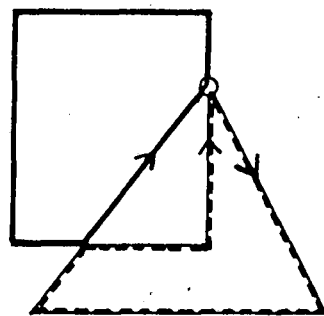


Figure 3.47

La indeterminació es resol mitjançant el següent algorisme. Siguin:

W_1 = vector director de l'aresta que s'inicia en el vèrtex.

W_2 = vector director de l'aresta que finalitza en el vèrtex.

W_3 = vector director de l'aresta sobre la qual queda el vèrtex.

(Els 3 vectors són presos en el sentit del seu cicle corresponent.)

Fem:

PV_1 = producte vectorial de W_2 per W_3 .

PV_2 = producte vectorial de W_1 per W_3 .

Si PV_1 i PV_2 tenen igual sentit, vol dir que la tercera aresta divideix l'angle. per tant, en aquest cas podem assegurar que el vèrtex és punt de tall (fig. 3.48).

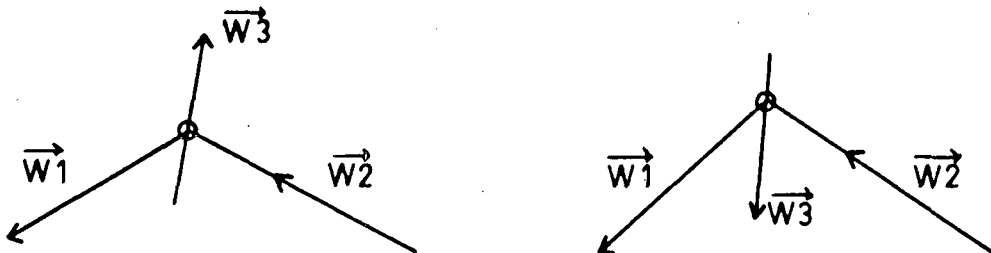


Figura 3.48

Si l'anterior igualtat de sentits no es compleix, les dues arestes del vèrtex en estudi quedaran del mateix cantó de la tercera aresta. Es obvi que, segons aquestes arestes quedin d'un cantó o de l'altre, PV_1 i PV_2 tindran un sentit o un altre. Així, per exemple, si les arestes queden a la part de fora del cicle de la tercera aresta, PV_1 tindrà sentit contrari al del vector normal a l'esmentat cicle, mentre que si les arestes queden a la part de dins, els sentits coincideixen (fig. 3.49).

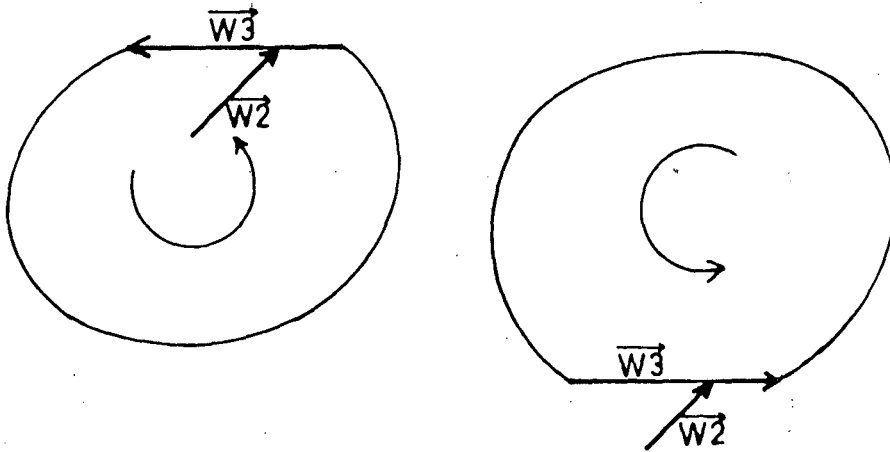


Figura 3.49

D'altra banda, si definim $PV3$ com el producte vectorial de $W1$ per $W2$, $PV3$ tindrà igual sentit que el vector normal al cicle del vèrtex si l'angle és còncau, i tindrà sentit contrari si l'angle és convex. Considerant que ambdós cicles han de tenir vectors normals oposats (per hipòtesi), tindrem que la igualtat de sentit entre $PV1$ i $PV3$ implica, forçosament, una de les dues situacions següents:

- 1.- Angle còncau i costat situat a la part de fora del cicle de la tercera aresta.
- 2.- Angle convex i costats situats a la part de dins del cicle de la tercera aresta.

Ambdues situacions corresponen als únics casos en què el vèrtex és punt de tall quan la tercera aresta no divideix l'angle.

Un cas especial és aquell en què hi ha superposició d'arestes, és a dir, una de les arestes del vèrtex queda superposada amb la tercera aresta. En aquest cas, el vèrtex és punt de tall sempre que els vectors directores de les arestes oposades tinguin sentits oposats. En cas contrari, el vèrtex serà punt de tall si l'angle és còncau (fig.3.50), la qual cosa pot saber-se comparant el sentit de $PV3$ amb el del vector normal al cicle del vèrtex.

Cal assenyalar, per últim, que les comparacions de sentits, que cal fer durant el procés de l'algorisme, s'apliquen només a la component dels esmentats productes vectorials que és normal al pla de projecció de treball

A la figura 3.51 es presenta l'esquema de l'algorisme.

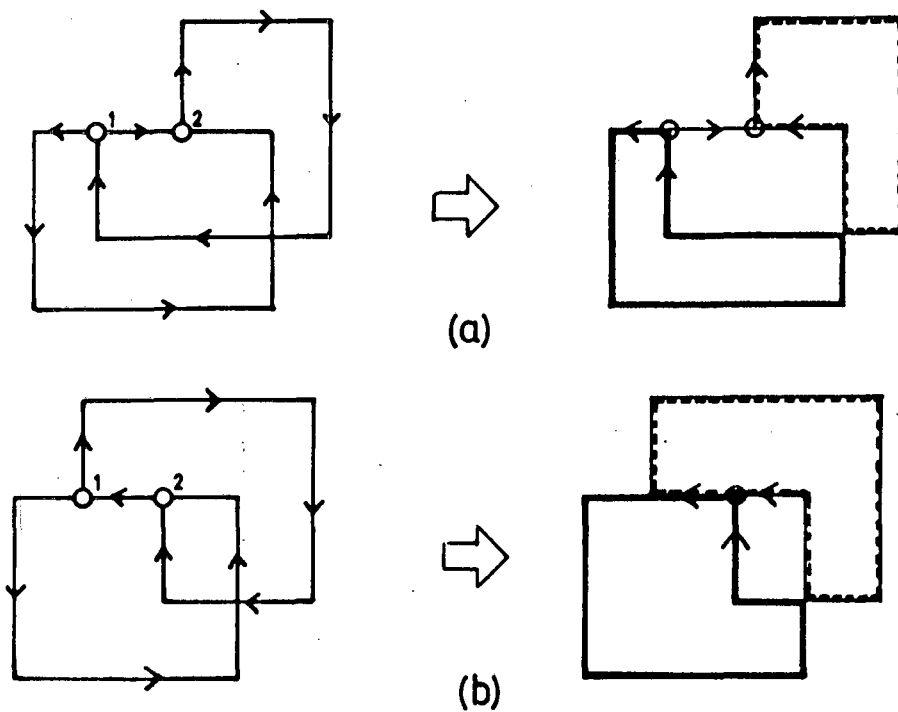


Figura 3.50 a) Tant 1 com 2 són punts de tall; b) Només 2 és punt de tall.

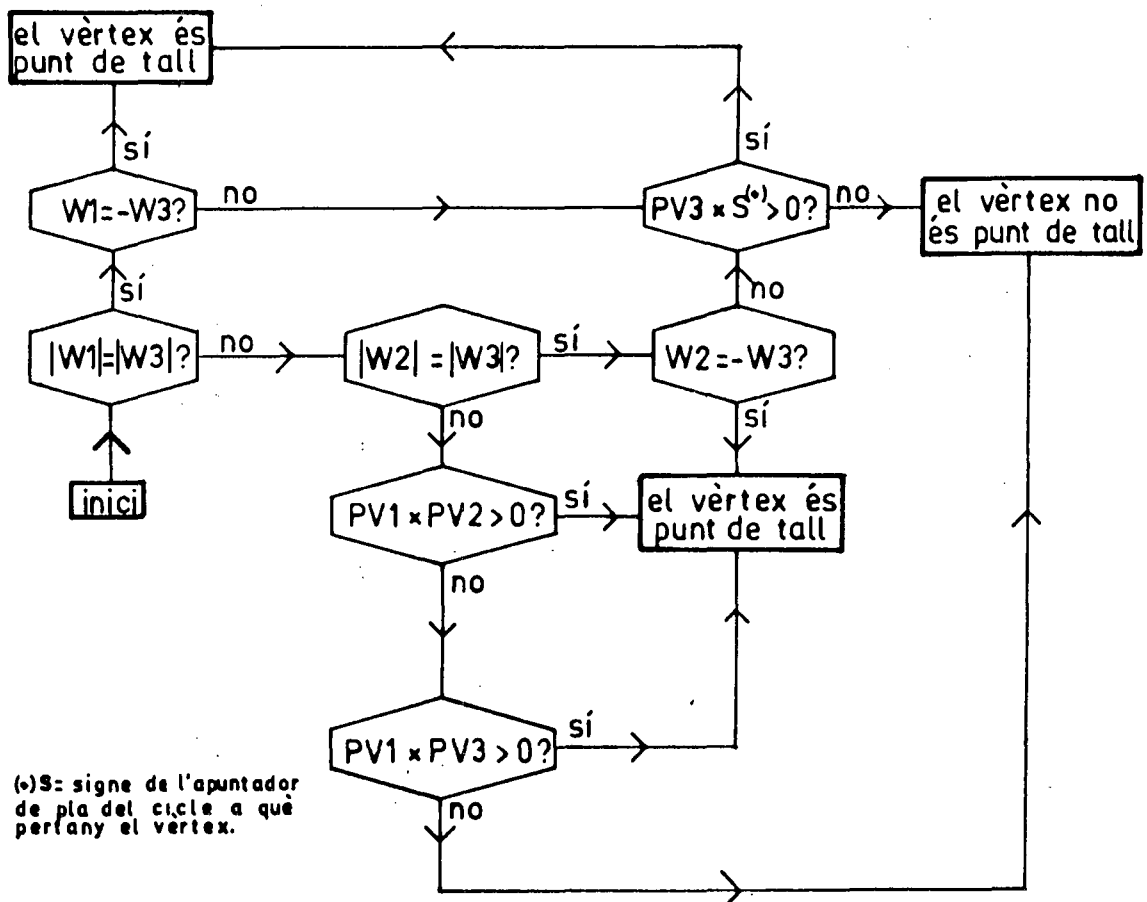


Figura 3.51

Casos de superposició de vèrtexs.

Quan es produeix un contacte entre ambdós polígons en un punt on coincideixen un vèrtex de cada un d'ells, no és tampoc immediat de saber si el punt ha d'ésser considerat com a punt de tall o no. Poden produir-se els casos següents:

1.- Els dos angles són convexos: En aquest cas hi haurà punt de tall si, i només si, almenys un dels costats de l'angle menor és interior a l'angle gran (fig. 3.52).

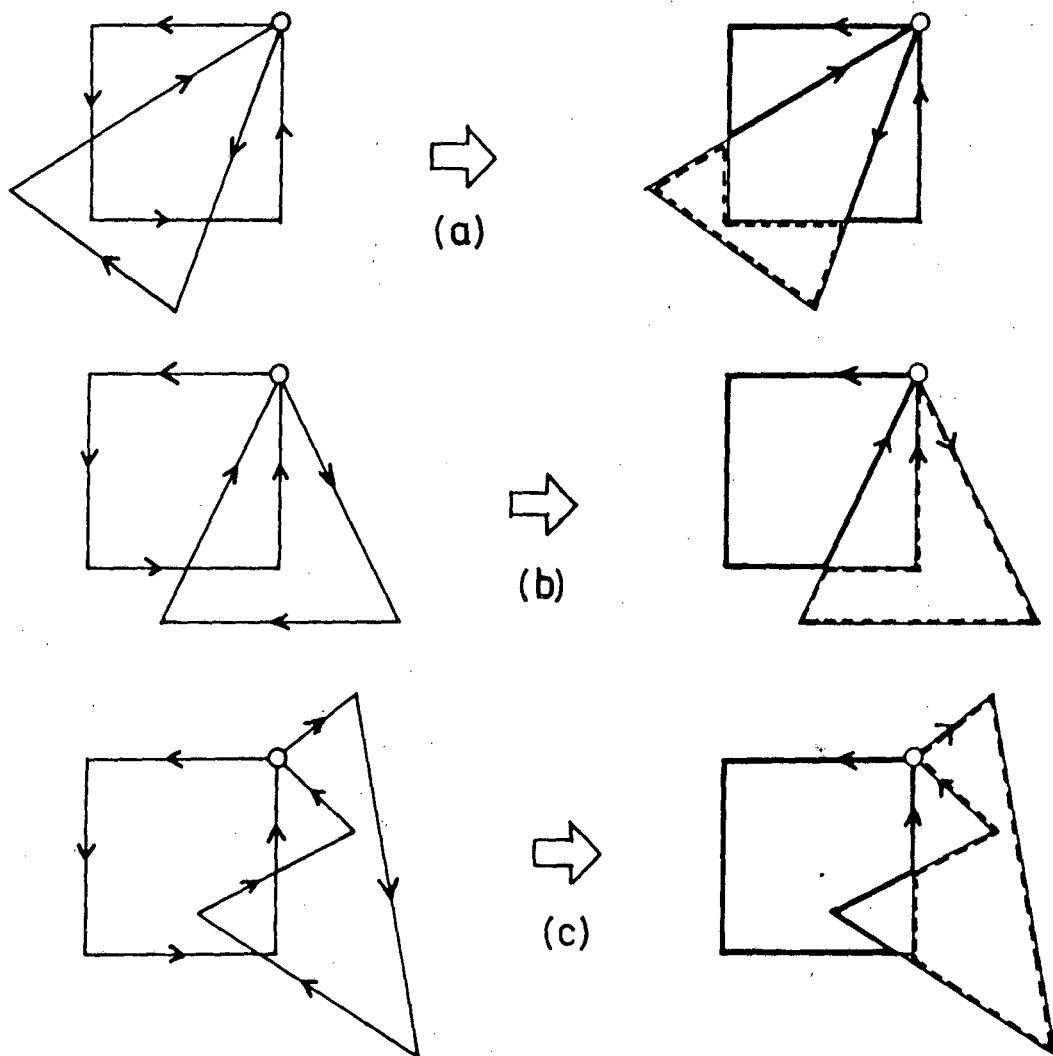


Figura 3.52 Quan un dels costats de l'angle menor és interior al gran, hi ha punt de tall -casos a) i b)-; altrament, seguirà havent-hi dos vèrtexs sobre el punt.

2.- Un angle és convex i l'altre és còncau: En aquest cas, perquè hi hagi un punt de tall, cal que ni els dos costats de l'angle còncau siguin interiors al convex ni els dos del convex siguin exteriors al còncau (fig. 3.53).

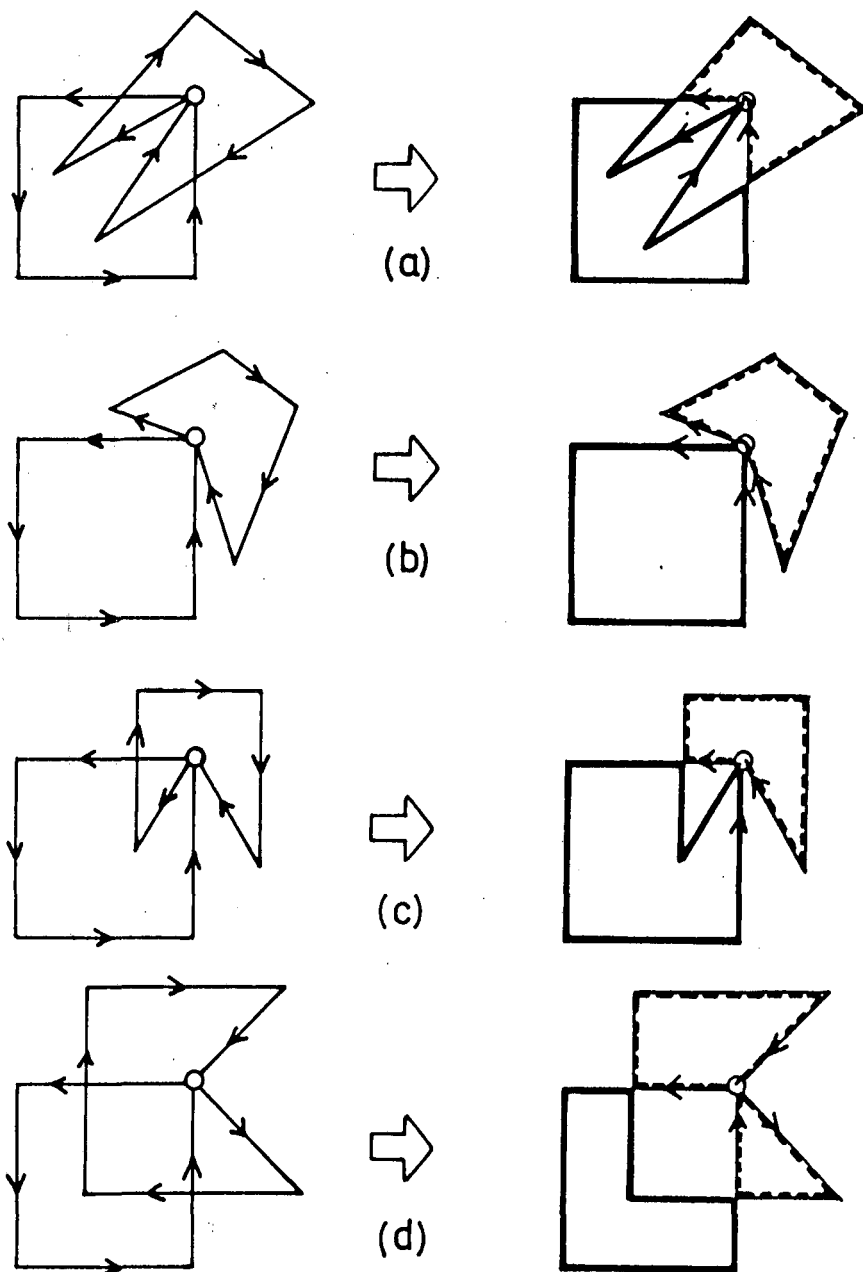


Figura 3.53 a) No hi ha punt de tall perquè els dos costats de l'angle còncau són interiors al convex; b) Els dos costats del convex són exteriors al còncau, per tant, no hi ha tall; c) i d) Hi ha punt de tall.

3.- Els dos angles són còncaus: En aquest cas hi haurà punt de tall si, i només si, almenys un dels costats de l'angle major és exterior al menor (fig. 3.54).

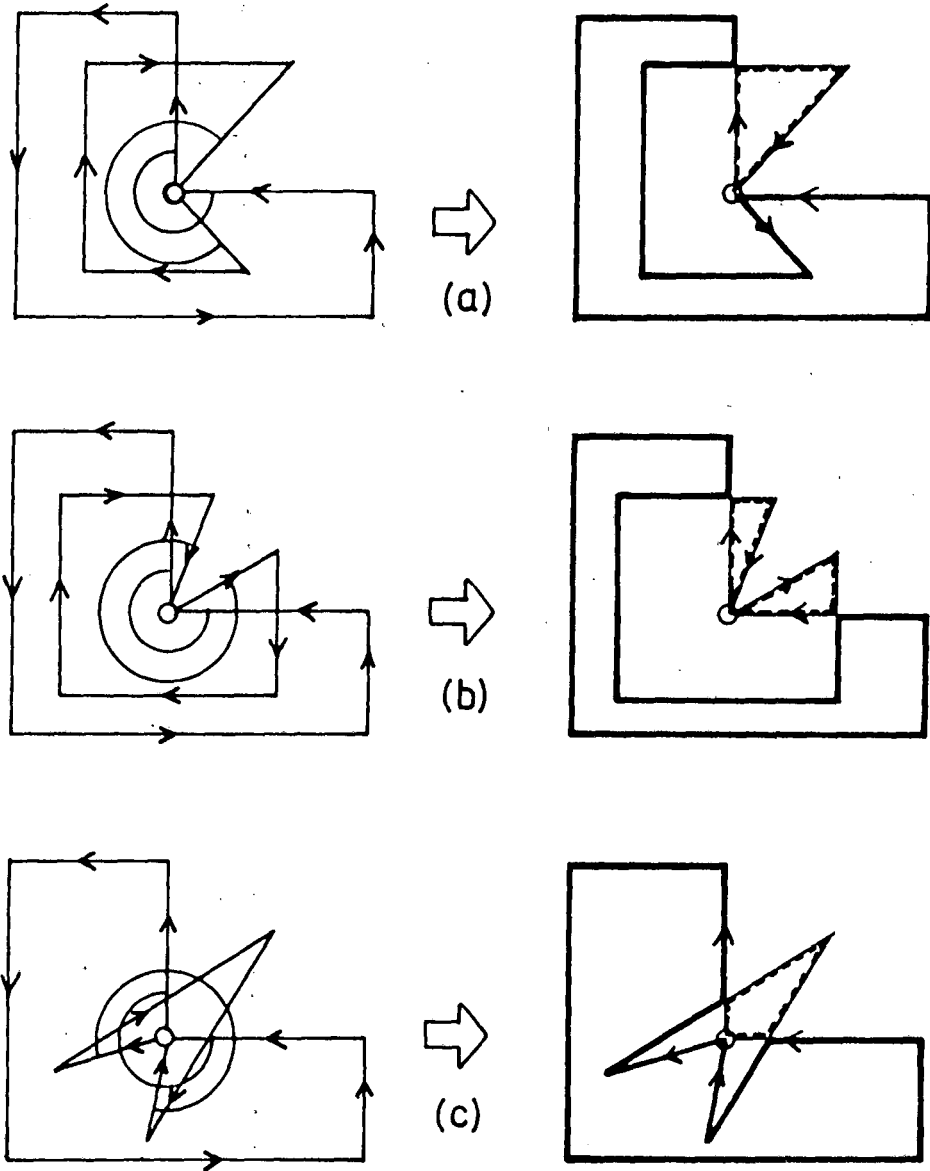


Figura 3.54 a) i b) Casos amb punt de tall; c) Els vèrtexs són disjunts, ja que els dos costats de l'angle major són interiors al menor.

L'algorisme que permet resoldre la discussió d'aquests casos requerirà:

a.-Determinar la convexitat o concavitat dels angles.

b.-Si són del mateix tipus, comparar-ne l'obertura.

c.-Detectar quan una aresta és interior o exterior a un angle.

Siguin (fig. 3.55):

$W1$ = vector director de l'aresta de l'escena que acaba en el vèrtex.

$W2$ = vector director de l'aresta de l'escena que s'inicia en el vèrtex.

$W3$ = vector director de l'aresta de la primitiva que acaba en el vèrtex.

$W4$ = vector director de l'aresta de la primitiva que s'inicia en el vèrtex.

(Tots els vectors presos en el sentit de gir del seu cicle.)

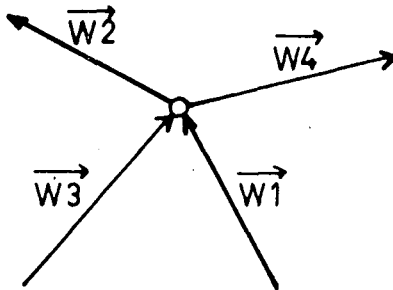


Figura 3.55

Calculem la component, normal al pla de projecció de treball, dels següents productes vectorials:

$$PV1 = W1 \wedge W2$$

$$PV2 = W3 \wedge W4$$

$$PV3 = W4 \wedge W2$$

$$PV4 = W3 \wedge W1$$

$$PV5 = W4 \wedge W1$$

$$PV6 = W3 \wedge W2$$

Llavors, la concavitat o convexitat del angles és determinada per comparació dels sentits de PV1 i PV2 amb els dels vectors normals a les seves cares respectives. Si els sentits són iguals, l'angle és convex, mentre que si són oposats és còncav.

La comparació d'obertures, entre angles d'igual tipus, es fa per mitjà dels productes escalars:

$$PE1 = W1 * W2 \quad i \quad PE2 = W3 * W4$$

La comparació s'estableix sempre entre els angles convexos, de manera que, si els angles a comparar són còncavs, caldrà llegir de forma inversa els resultats del test. És a dir, si els angles són còncavs, l'angle que el test doni per menor serà, en realitat, el major, i viceversa.

Si PE1 i PE2 tenen signes oposats, és clar que l'angle major és el que dona producte escalar negatiu, ja que aquest superarà els 90° i l'altre no. Si ambdós productes tenen igual signe, cal calcular els cosinus dels angles dividint els productes escalars pels respectius productes de mòduls. Atès que el cosinus decreix a mesura que l'angle creix (entre 0 i π), la comparació de cosinus permetrà de comparar els angles. Així si: M1, M2, M3 i M4 són els respectius mòduls de W1, W2, W3 i W4, les expressions:

$$C1 = \frac{PE1}{M1 * M2} \quad i \quad C2 = \frac{PE2}{M3 * M4}$$

donen els valors dels cosinus dels angles respectius.

Una nova comparació de signes permetrà de saber quan una aresta queda dins d'un angle o queda fora. En efecte, prenguem, per exemple, l'angle W1 i W2, i tractem de saber a quina banda de l'angle queden W3 i W4. És ben clar que, si els sentits de PV4, PV6 i PV1 són coincidents, W3 és interior a l'angle si aquest és convex, i exterior si és còncav (fig. 3.56.a). És clar també que, si PV4 i PV5 tenen sentit contrari a PV1, W4 és interior a l'angle si aquest és convex, i exterior quan sigui còncav (fig. 3.56.b).

La combinació de les tres proves descrites permet

resoldre, en cada cas, si el punt de coincidència de vèrtexs ha de ser comptabilitzat com a punt de tall o no.

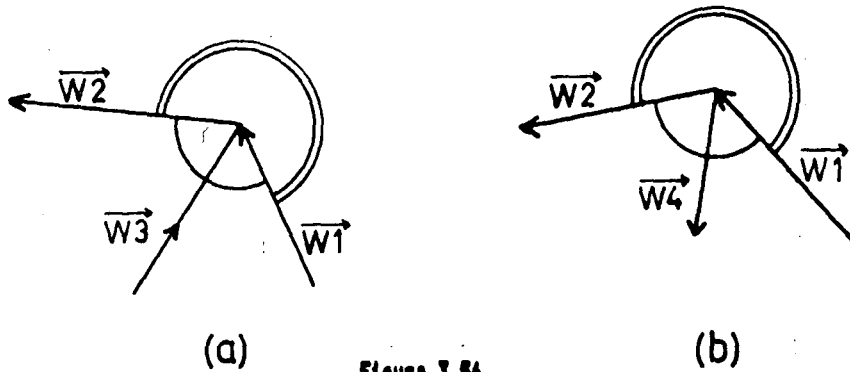


Figura 3.56

Cal considerar apart els casos en què es produeixin superposicions d'arestes, ja que, llavors hi haurà arestes que no queden ni dintre ni fora de l'altre angle.

El cas més senzill es dona quan els dos angles són convexos. En tal cas, hi haurà punt de tall sempre que un angle quedi dins l'altre. En cas contrari, els cicles seran disjunts en el vèrtex.

Com pot veure's a la figura 3.57, si els dos angles són convexos no hi podrà haver punt de tall quan hi hagi superposició entre $W3$ i $W1$, o entre $W4$ i $W2$.

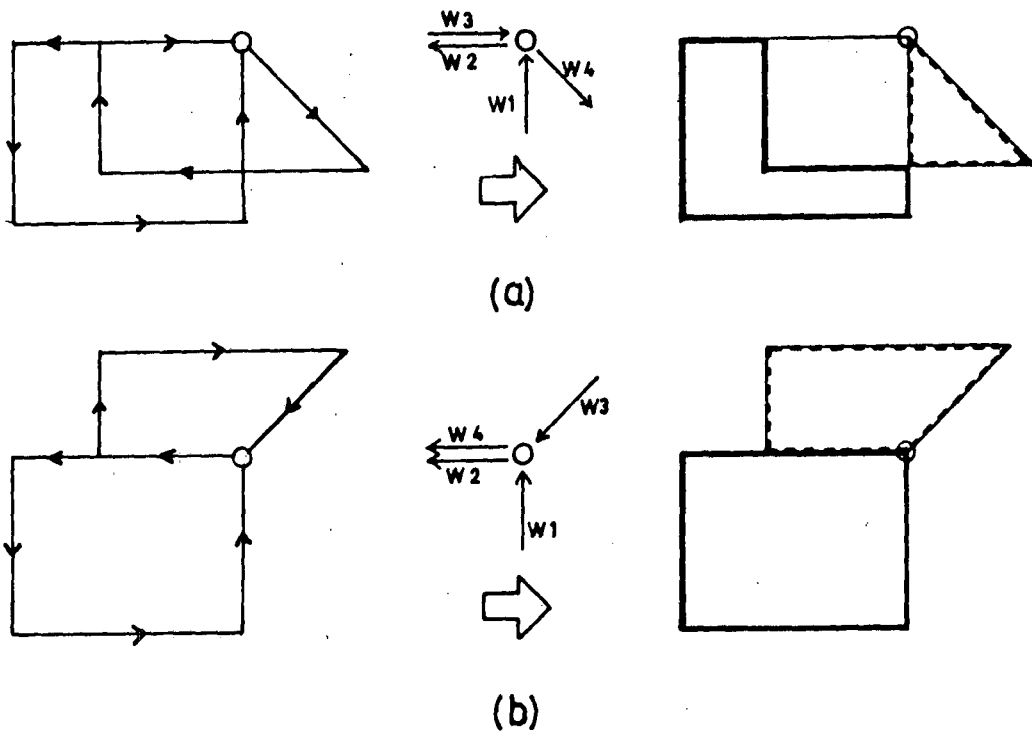


Figura 3.57

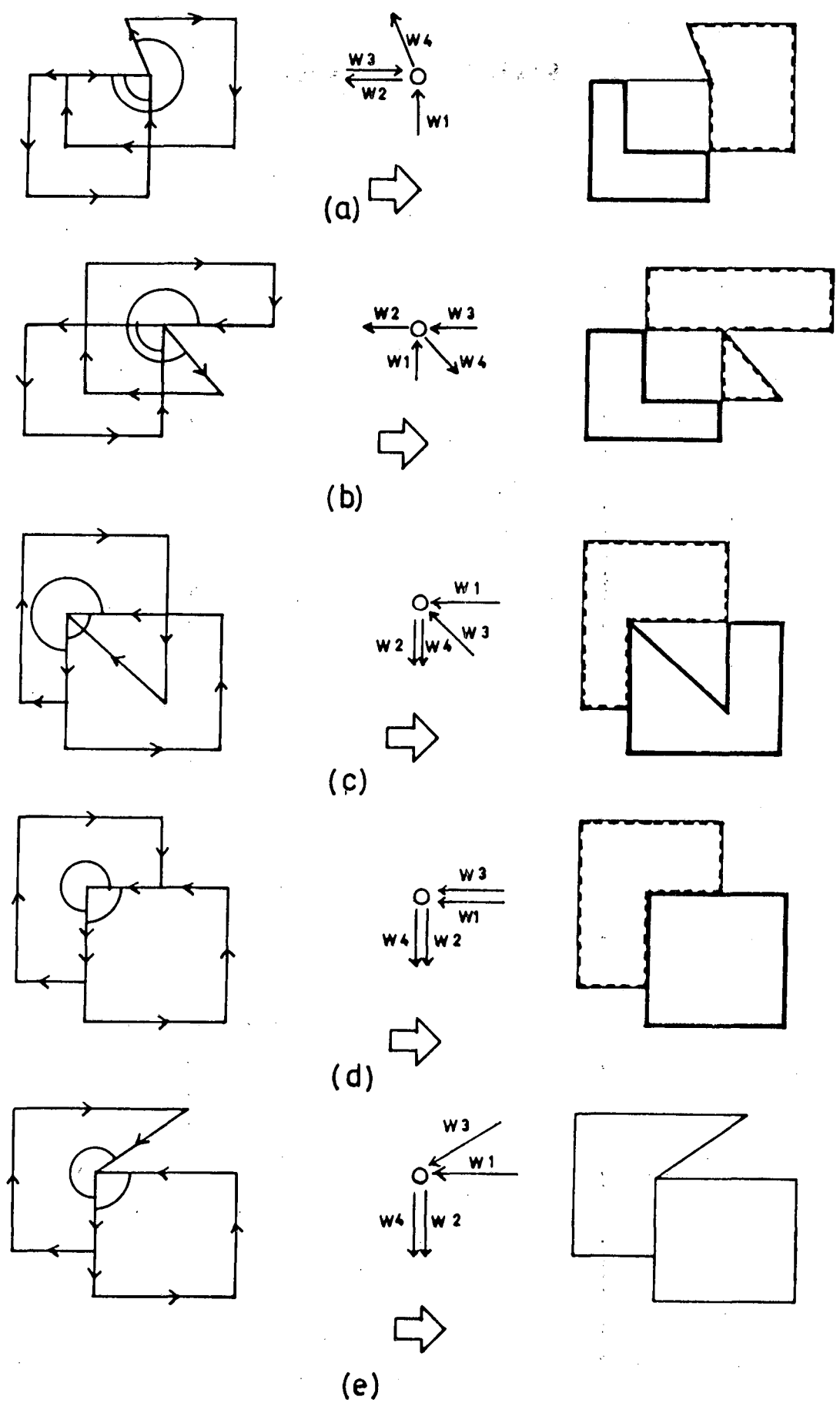


Figura 3.58

En el cas que un angle sigui convex i l'altre còncav, no hi haurà punt de tall quan hi hagi superposició entre les dues arestes "entrants" -o entre les dues "sortints"- i l'altra aresta de l'angle còncav sigui coincident o exterior al convex (figs. 3.58.d i e). En tots el altres casos, el punt serà punt de tall (figs. 3.58.a, b i c).

Així, doncs, quan un angle sigui convex i l'altre còncav, si ni w_1 és igual a w_3 , ni w_2 ho és a w_4 , podem ja afirmar que el punt és punt de tall. Si les dues parelles de vectors són coincidents, és també segur que no hi ha punt de tall, mentre que, si només hi ha coincidència en una parella, cal veure si l'altre costat del còncav és interior o exterior al convex per saber si hi ha o no punt de tall.

En els casos de concavitat dels dos angles, cal distingir entre les situacions següents:

1.-Alineament entre una aresta "entrant" i una "sortint", amb signes de vector director oposats ($w_1 = -w_4$ ó $w_2 = -w_3$). En aquests casos el vèrtex de coincidència és sempre punt de tall (fig. 3.59).

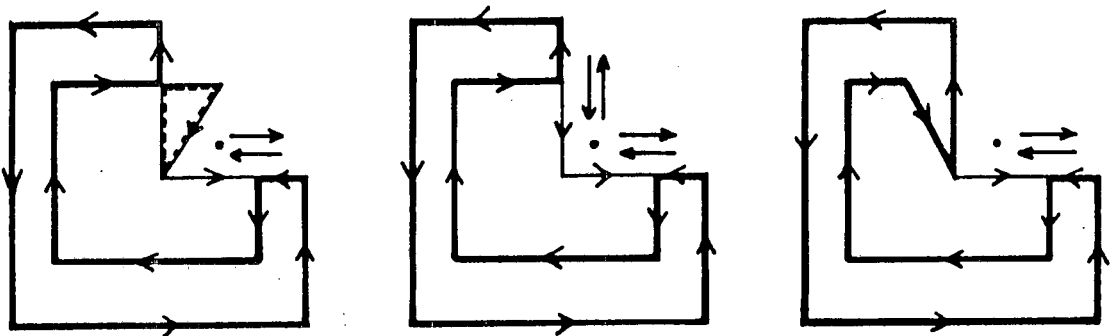


Figura 3.59 Alineament d'arestes "entrant" i "sortint" amb sentits oposats. Noti's que el cas 2) és generalitzable, ja que el punt genera dos falsos cicles (d'una sola aresta) que seran rebutjats.

2.-Alineament entre una "entrant" i una "sortint", amb iguals signes de vector director ($w_1 = w_4$ ó $w_2 = w_3$). En tal cas, és segur que el punt no és de tall (fig. 3.60.a).

3.-Alineament entre dues "entrants" o entre dues "sortints" de signes iguals ($w_1 = w_3$ ó $w_2 = w_4$). Aquests casos seran rebutjats pel Sistema perquè donen lloc a arestes de quatre cares i, per tant, a formes que no són sòlids (fig. 3.60.b).

4.-Alineament entre les arestes "entrants" o entre les arestes "sortints", amb vectors directors de signe oposat ($w_1 = -w_3$ ó $w_2 = -w_4$). En aquests casos la decisió depèn de si l'altre costat de l'angle gran és exterior o no al petit. Si ho és, hi haurà tall, i no n'hi haurà en cas contrari (fig. 3.60.c).

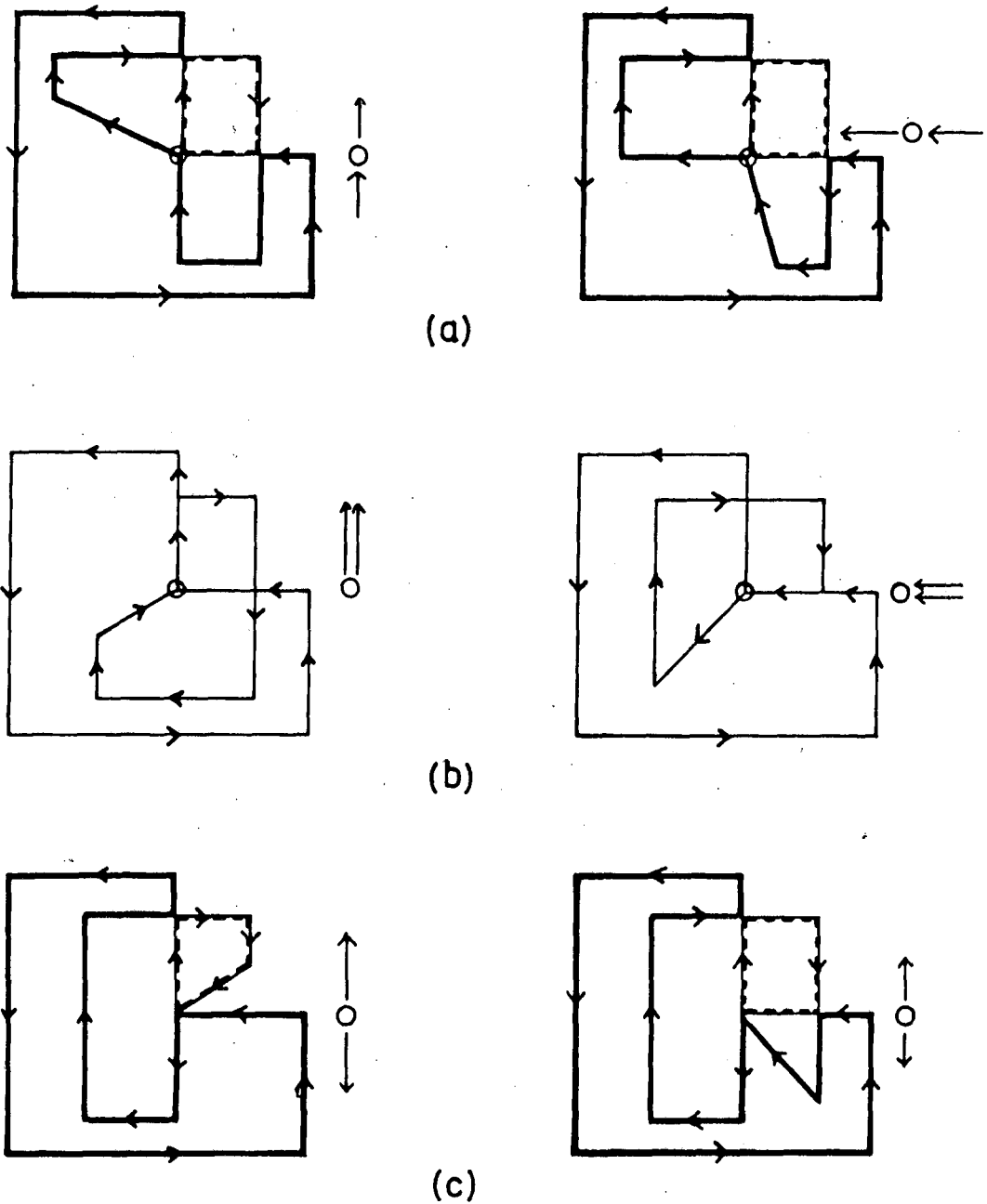


Figura 3.60 a) Alineament d'una "entrant" i una "sortint" amb iguals sentits; b) Alineament de parelles de "entrants" o "sortints" amb sentits iguals; c) alineament de les "sortints" amb sentits oposats.

Punts de tall sobre forats.

Acabat el procés entre els cicles perimetrals, si aquests han donat punts de tall, poden produir-se noves interseccions entre cada un dels esmentats cicles perimetrals i els forats de l'altra cara respectiva.

Per últim, tant si els cicles perimetrals s'han intersecat com si no, cal buscar possibles interseccions entre els forats d'una i altra cara.

Totes aquestes noves recerques de punts de tall es fan seguint el procés general descrit, tenint cura, però, d'aplicar uns inversors de signe que contemplin el fet que els forats giren en sentit invers a com ho fa el cicle perimetral de la seva cara.

Quan el cicle perimetral d'una cara i el cicle d'un forat de l'altra donen minimax negatiu, és clar que el forat és exterior a la cara. Si, malgrat un minimax positiu, el procés de determinació de punts de tall entre cares d'orientació oposada no n'ha trobat cap, pot passar que els cicles siguin, efectivament, disjunts, o que el forat sigui totalment interior al perímetre de la cara, o que ambdós polígons siguin tangents. Aquest darrer cas pot presentar-se amb freqüència, ja que, sovint, el que venim anomenant forats correspon a protuberàncies sobre la cara i, per tant, impenetrables en un sistema d'encolatge.

Aquest tipus de forats pot compondre's amb el cicle perimetral d'una cara, d'orientació oposada a la seva, seguint les lleis de les composicions de cicles d'igual orientació. Per aquest motiu, quan el minimax és positiu i no s'han trobat punts de tall entre el cicle perimetral d'una cara i un forat de l'altra, ambdós cicles han d'ésser sotmesos al procés de determinació de punts de tall per a cares d'orientació igual. Si aquest procés tampoc dona punts de tall, llavors un test de pertinença respecte de la cara, aplicat sobre un vèrtex qualsevol del forat, aclarirà si aquest li és interior o no.

Quan un forat es compon amb un altre o amb el cicle perimetral d'una cara -amb intersecció d'ambdós polígons-, el forat és destruït (fig.3.61). Si la composició es produeix per tangència amb el cicle perimetral d'una cara d'orientació oposada, el forat és engrandit o destruït segons si el cicle perimetral s'interseca o no amb el perímetre de la cara del forat (fig. 3.62).

Si un forat és totalment interior al perímetre d'una cara d'orientació oposada, el forat es transforma, íntegrament, en una cara d'orientació oposada a la d'aquella a què pertanyia (fig. 3.61).

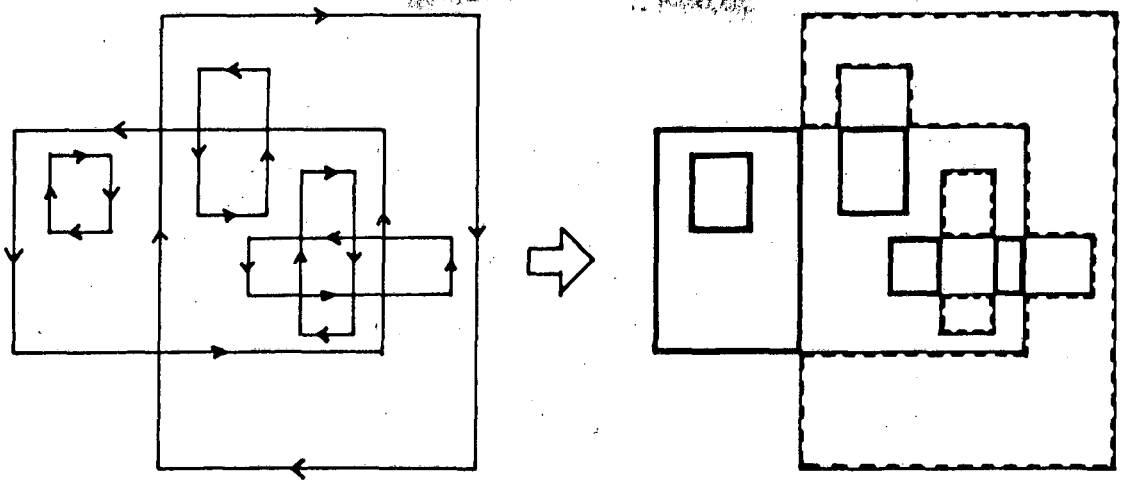


Figura 3.61 Composició de dos cicles amb forats.

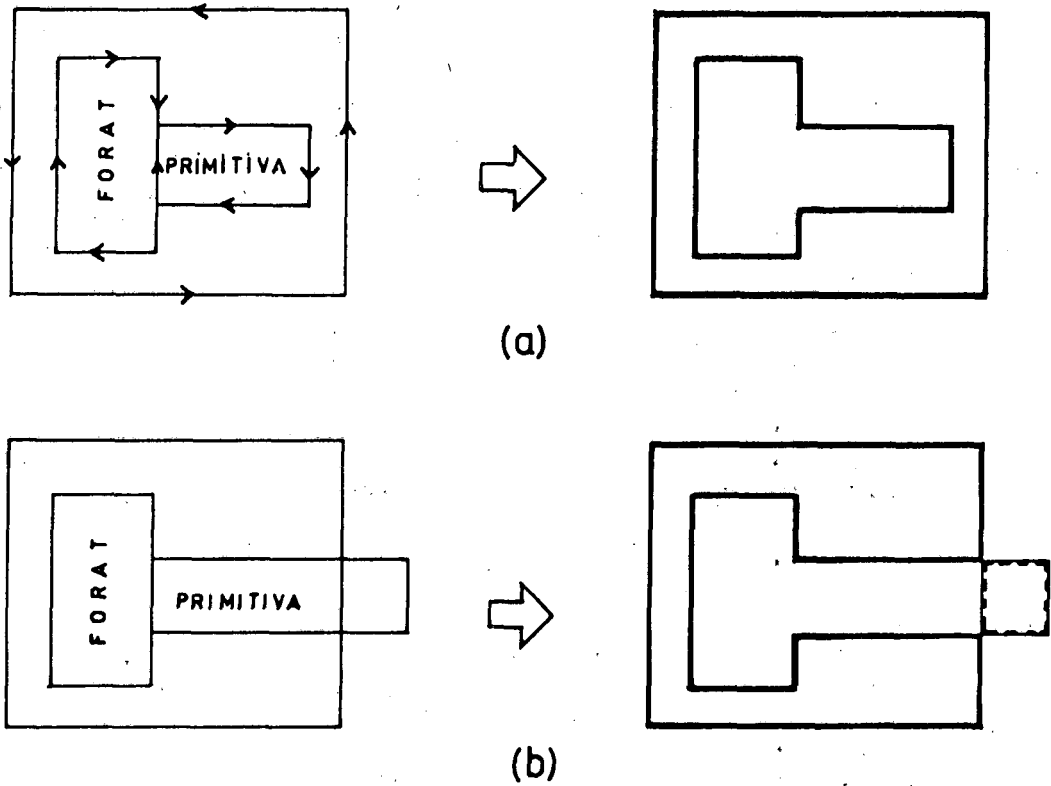


Figura 3.62 a) El forat és ampliat per la fusió; b) El forat és destruït després de la fusió.

Substitucions de vèrtexs.

El procés de determinació de tall entre cares d'orientació oposada no elimina vèrtex ni arestes, ja que tots els casos possibles d'eliminació seran detectats -i resolts- per les composicions de cares d'igual orientació que es produeixin durant la fusió.

Això no obstant, quan apareguin punts de tall sobre vèrtexs coincidents, caldrà, en la majoria de casos, substituir el vèrtex de la primitiva pel vèrtex de l'escena, de forma idèntica a com s'ha descrit en el procés de composició de cicles d'igual orientació. Aquesta substitució de vèrtexs caldrà efectuar-la sempre que hi hagi un tall sobre vèrtexs coincidents, excepte en els casos següents:

* Quan els dos angles en els vèrtexs siguin convexos i hi hagi superposició d'arestes.

* Quan un dels angles sigui còncau i hi hagi superposició entre una arista "entrant" i una de "sortint" de signes oposats.

En aquests casos, les "altres cares" de les arestes alineades tindran igual orientació i, per tant, la seva composició ja resoldrà la possible substitució o eliminació de vèrtexs.

3.9 FORMACIÓ DE PAQUETS DE PUNTS DE TALL.

Si, acabat el procés de recerca de punts de tall per a un determinat pla de coincidència, el nombre de tall no és nul, cal procedir a agrupar-los i ordenar-los en paquets per arestes.

Es tracta, en realitat, d'un pas previ necessari per a la formació dels nous cicles, i genera una estructura anàloga a la dels paquets de descripció dels cicles, referida però, en aquest cas, a les arestes que contenen punts de tall.

Procés general.

Essencialment, el procés consta de dues fases: una primera en què, per a cada arista són localitzats els seus punts de tall; i una altra en què aquests punts són ordenats en el sentit que l'aresta pren en el cicle.

Durant el procés d'obtenció de punts de tall, com es recordarà, s'ha anat omplint una estructura auxiliar que conté, entre altres informacions, sengles apuntadors de les arestes sobre les quals s'ha trobat el punt, seguint el criteri, en el cas que aquest punt sigui un vèrtex primitiu, de considerar com aresta del punt aquelles que el tenen per vèrtex inicial.

Igualment, durant el procés d'obtenció de punts de tall, s'ha anat comptabilitzant el nombre de talls trobats sobre cada aresta, alhora que un codi indica si un cicle primitiu serà modificat o destruït per intersecció o composició amb d'altres cicles, és a dir, si sobre d'ell s'han trobat punts de tall.

El procés s'organitza, doncs, repassant la llista de cicles situats sobre el pla de coincidència en estudi. Per a cada cicle de la llista, si ha sofert alguna intersecció, és revisat el seu paquet d'arestes. Quan se'n troba un amb nombre de talls no nul, es busquen, a la llista de punts de tall, els punts assignats a l'aresta, amb la qual cosa se'n forma el corresponent paquet.

El següent pas és l'ordenació del paquet format, la qual es fa en ordre creixent de la distància al vèrtex inicial de l'aresta (en el sentit del cicle).

Cas de talls dobles.

El procés d'obtenció de punts de tall s'ha encarregat d'impedir la repetició d'un mateix punt d'intersecció. Ara bé, això no vol dir que no puguin coincidir dos punts de tall sobre un mateix punt d'una aresta corresponents a una intersecció d'aquesta amb dos cicles diferents. En efecte, a la figura 3.63 veiem un exemple de fusió en el qual, en un pla de coincidència, es produeix una composició de dos cicles de l'escena, que tenen un vèrtex comú, amb un cicle de la primitiva. Si estudiem per separat la composició del cicle de la primitiva amb el primer dels de l'escena i després amb el segon, veurem que el vèrtex comú a ambdós cicles és punt de tall en els dos casos, i, per tant, l'aresta A-B té dos punts de tall diferents sobre O: un que desvia el recorregut cap a C, i un altre que ho fa cap a D.

Si examinem el resultat correcte de la fusió, veurem que el punt O té un comportament aparentment atípic en la composició dels tres cicles, ja que, si s'hi arriba sobre el cicle 2 -per exemple-, no és desviat cap al 3 sinó cap al cicle 1, sobre OD.

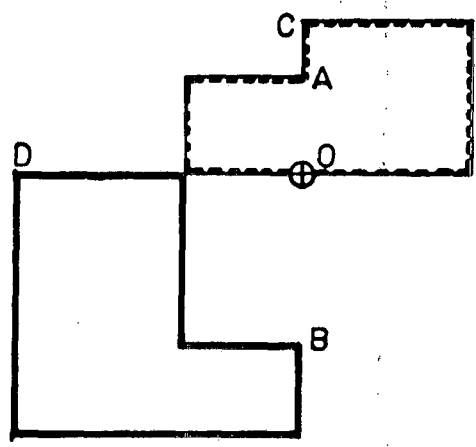
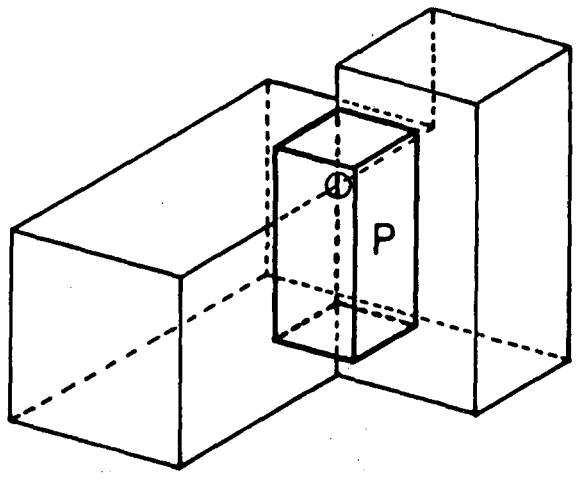
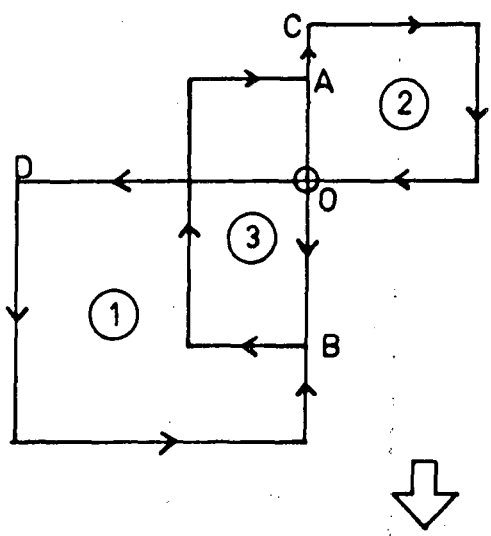


Figura 3.63 Cas de tall doble.

El problema és, doncs, determinar en quin ordre han de quedar disposats els dos punts de tall coincidents, és clar que en tractar-se d'una ordenació segons el sentit del cycle de l'aresta, aquesta dependrà del sentit de gir adoptat. Cal considerar que 1 i 2 sempre tindran orientacions oposades i, per tant, un d'ells tindrà igual orientació que 3. Perquè hi hagi punt de tall doble, el tercer cycle ha de compondre's amb el que té la seva mateixa orientació, per tant, l'aresta AB ha de quedar sempre alineada amb una de les arestes d'aquest cycle. Doncs bé, l'ordre dels dos punts de tall és funció del sentit, respecte d'O, de l'aresta alineada. Podem establir, doncs, la següent llei d'ordenació: Si l'aresta alineada amb AB, del cycle d'igual orientació que el seu, surt d'O, el tall corresponent a aquests dos cycles va primer a la llista; mentre que si aquesta aresta és "entrant" respecte d'O-, l'ordre serà l'invers (fig. 3.64).

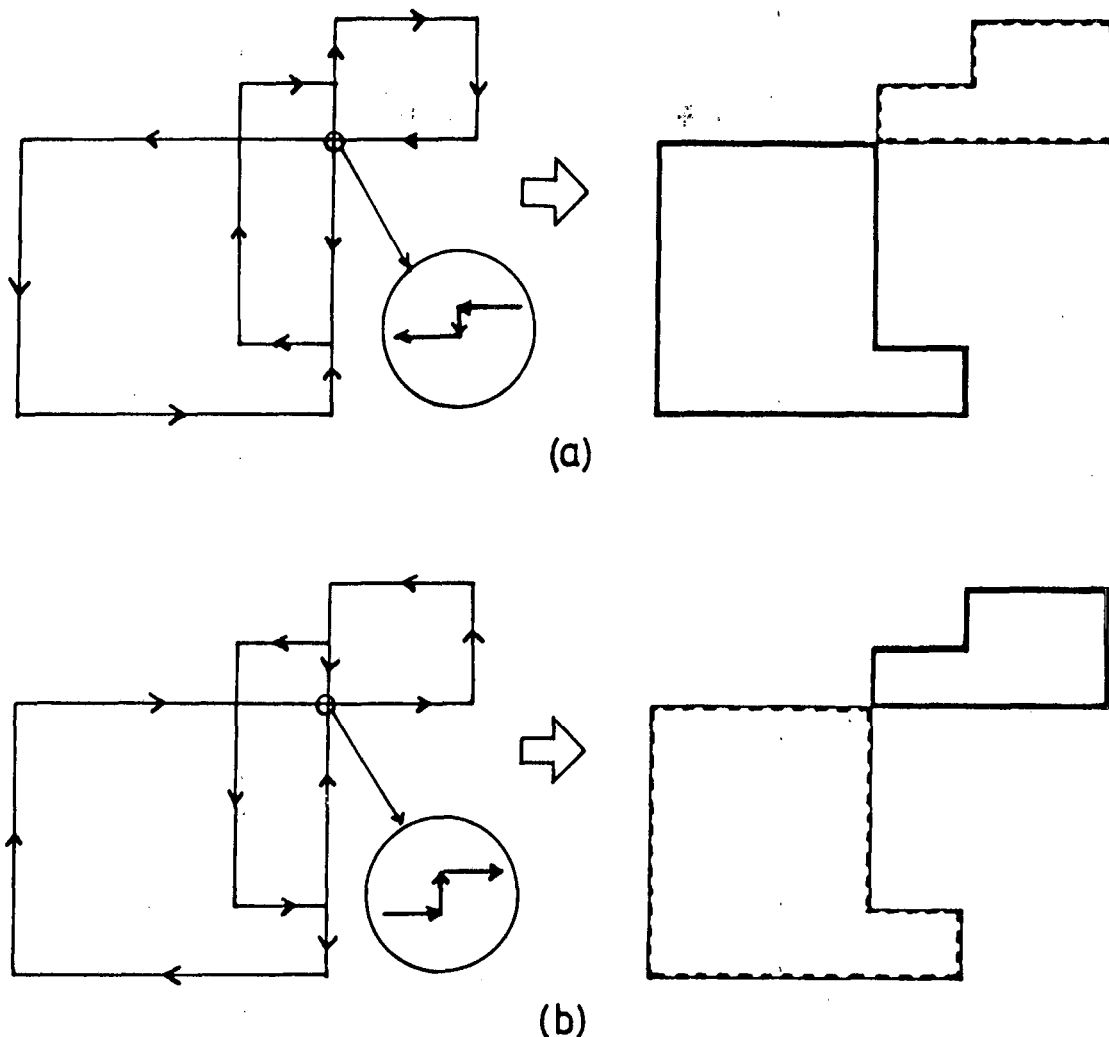


Figura 3.64 Ordenació dels dos talls coincidents segons les orientacions dels cicles.

3.10 FORMACIÓ DELS NOUS CICLES.

Acabada la formació dels paquets de punts de tall, s'entra en el procés de formació dels nous cicles, l'objectiu del qual és formar els paquets provisionals (de vèrtexs i arestes) dels nous cicles del pla i omplir-ne l'estructura pròpia, alhora que són omplertes altres estructures auxiliars destinades al procés d'actualització de llistes.

La idea bàsica del procés és resseguir un cicle fins arribar a un punt de tall i, en ell, desviar-se pel seu altre cicle i seguir per aquest fins un nou punt de tall en el qual es produirà un altre canvi de cicle. El procés continua fins a retrobar el punt inicial del seu cicle.

Els principals problemes a resoldre són: saber quan, en el recorregut d'un cicle, arribem a un punt de tall; arribats a un punt de tall, saber quin serà el següent vèrtex a afegir; evitar cicles repetits i evitar cicles de dos vèrtexs (falsos cicles); i, per últim, saber l'orientació del nou cicle. Tots aquests problemes seran àmpliament tractats en aquesta secció.

Estructures auxiliars.

Durant el procés, caldrà formar un parell de llistes necessàries per a l'actualització de les estructures del pla. Aquestes estructures auxiliars vindran formades per: una llista de cicles primitius alterats (agrupats per paquets de cicles nous); i una altra que permetrà el control d'aquests paquets.

En efecte, cada cicle nou resulta de la composició d'un cert nombre de cicles primitius. La llista d'aquests formarà, doncs, el paquet de primitius del cicle nou, i és convenient, per a processos posteriors, anotar amb signe menys els cicles del paquet amb orientació contrària a la del primer. La segona llista guardarà, per a cada cicle nou, el nombre de primitius que hi intervenen i la posició del primer a la llista de paquets de primitius.

Normes bàsiques.

Tot el procés ve regit per les següents normes bàsiques:

* Cada vèrtex d'un cicle primitiu ha d'intervenir en un sol cicle filial.

* Els punts de tall provinents de cicles de diferent orientació han de ser vèrtexs de dos, i només dos, nous cicles (fig. 3.65), ja siguin autèntics o falsos (entenen per cicles falsos els de només dos vèrtexs).

* Els punts de tall provinents de fusions de cicles d'igual orientació han de ser vèrtexs d'un, i només un, nou cicle (fig. 3.65).

* Els punts de tall senyalitzats amb signe menys (provinents de fusions de cicles d'igual orientació, amb doble eliminació de vèrtexs) fan canviar de cicle però no poden ser vèrtexs de cap nou cicle (fig. 3.65).

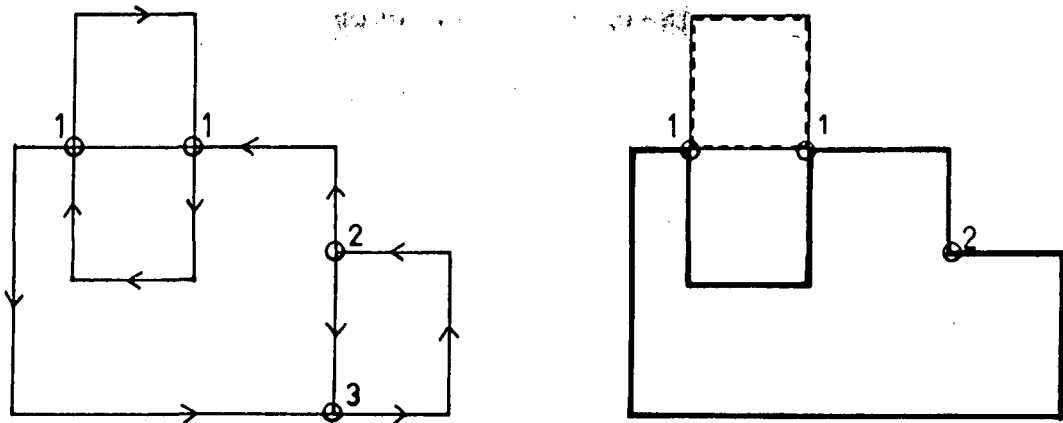


Figura 3.65 Els punts 1 són vèrtexs de dos cicles nous; el punt 2 ho és d'un sol cicle; el punt 3 desapareix en els nous cicles.

Inici d'un cicle nou.

Com es recordarà, l'estructura d'informació dels punts de tall incorpora un codi, de valor 1, si el punt s'ha trobat sobre cicles d'igual orientació, i 0, en cas contrari. Aquest codi serà utilitzat, en aquest procés, com comptador de passos del punt, de manera que, cada vegada que el punt actua com a bifurcació en la confecció d'un nou cicle, el comptador s'incrementa d'una unitat. Quan el comptador val 2, el punt ja està esgotat, és a dir, no pot participar en cap cicle nou, ja que, si es tracta d'un punt de cicles d'orientació oposada, indica que ja s'ha incorporat a dos cicles nous i, per tant, qualsevol altre cicle que passi pel punt serà un cicle repetit. Si es tracta, en canvi, d'un punt provinent de dos cicles d'igual orientació, el valor 2 del comptador indica també que el punt ja s'ha incorporat al seu únic cicle possible i, per tant, si es tornés a passar per ell, es repetiria el cicle.

Per iniciar un cicle nou, s'escull, preferentment, un punt de tall. El procés consisteix en un recorregut per la llista d'aquests punts. Per a cada punt de la llista, es mira si el seu comptador de passos és menor de 2. Si no és així, es passa al següent; però si el comptador no ha arribat encara al valor 2, s'inicia un dels seus cicles. Acabat el cicle, es passa al següent punt de tall, encara que el comptador de passos marqui 1, ja que, com veurem, sempre queda garantida la formació del segon cicle del punt.

Seleccionat un punt de tall no esgotat, per iniciar un cicle, poden produir-se els casos següents:

- 1.-El punt prové de dos cicles d'orientació oposada.
- 2.-El punt prové de dos cicles d'igual orientació, però sense doble eliminació de vèrtexs.
- 3.-El punt porta signe menys, és a dir, prové de cicles d'igual orientació amb doble eliminació de vèrtexs.

El primer cas és de detecció immediata, ja que, -com s'ha indicat- si els cicles del punt de tall tenen orientacions oposades, l'apuntador corresponent al segon cicle és negatiu. En aquest cas, el punt de tall és incorporat com a vèrtex i el cicle s'inicia, sempre, sobre l'aresta de l'escena que passa pel punt.

En prendre aquesta norma d'iniciar el cicle nou sobre una arista de l'escena, es garanteix la formació del segon cicle del punt.

En efecte, en iniciar el cicle amb una arista de l'escena, assegurem que acabarà amb una altra de la primitiva. Doncs bé, quan arribem al punt de tall anterior al considerat -sobre el seu cicle de l'escena-, el cicle que s'hi iniciï inclourà, forçosament, el punt considerat, arribant-hi a través d'una arista de l'escena. Serà, doncs, el seu segon cicle (fig. 3.66)

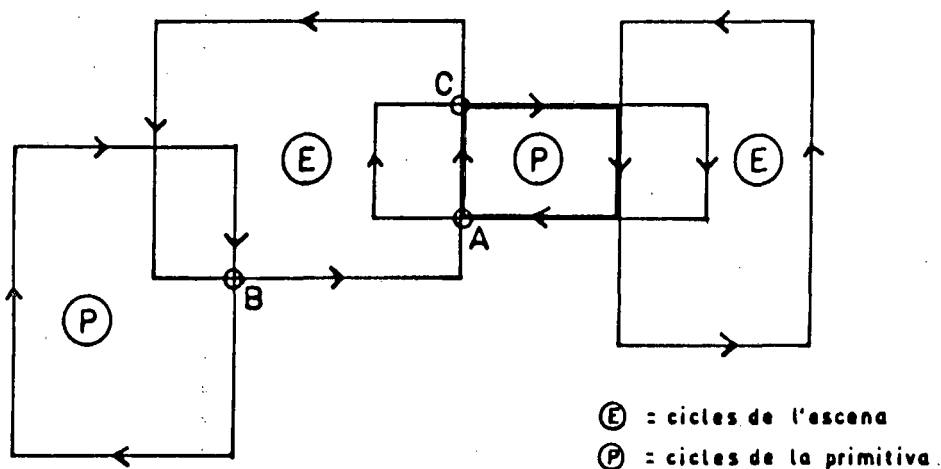


Figura 3.66 El cicle regruixat és el cicle nou iniciat en el punt A. Tot cicle que s'iniciï en B inclourà A i serà diferent del regruixat. Pot passar també que, abans d'arribar a B, s'iniciï un cicle a C, el qual arribarà a B sobre una arista de la primitiva i, per tant, acabarà inclouent també A.

El segon cas també és fàcilment detectat, ja que l'apuntador del segon cicle del punt de tall és positiu i el propi punt no va tampoc precedit de signe menys.

La correcta iniciació del cicle exigeix una discussió del punt per decidir si el nou cicle ha d'iniciar-se sobre el cicle de l'escena, que passa pel punt, o sobre la de la primitiva. Recordant que aquestes arestes s'han pres en sentit de sortida del punt i que aquest és sempre vèrtex inicial d'almenys una d'ambdues arestes, el criteri per iniciar correctament el cicle i evitar de fer-ho sobre la zona d'arestes en contacte, serà el següent:

Si les dues arestes del punt no queden alineades (vectors directors diferents), el cicle s'iniciarà per l'aresta que tingui vèrtex inicial en el punt; mentre que, si hi queden, s'iniciarà per l'aresta que no hi tingui vèrtex (fig. 3.67). Si ambdues arestes s'inicien en el punt (cas de coincidència de vèrtexs, sense eliminació), adoptem la norma d'iniciar el cicle per l'aresta de l'escena, per bé que això pot comportar la penetració en la zona de superposició d'arestes, la qual cosa donarà sempre un cicle no vàlid que no serà admès pel Sistema. Això no obstant, en aquests casos, el punt serà sempre retrobat per un cicle correctament iniciat.

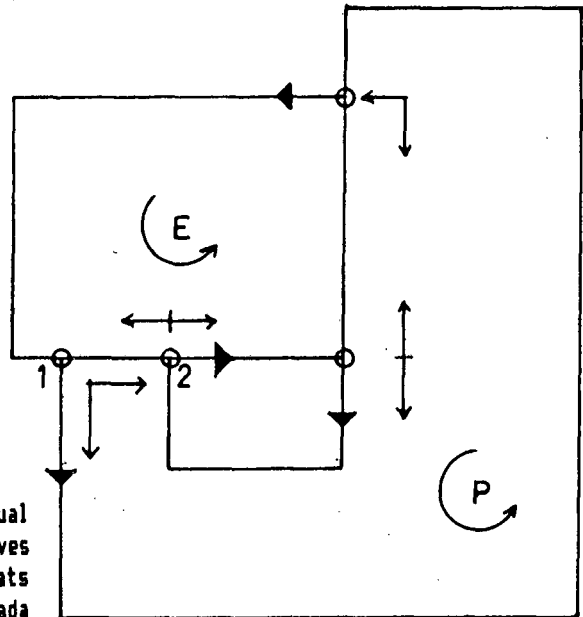


Figura 3.67 Iniciació de nous cicles d'igual orientació. Les fletxetes indiquen les respectives orientacions de les arestes de cada un dels suposats punts inicials. Les fletxes grosses indiquen, en cada cas, l'aresta inicial del nou cicle.

Si el punt de tall és negatiu, és a dir, ha comportat l'eliminació dels dos vèrtexs, la iniciació requereix un estudi més complex, ja que el nou cicle no pot iniciar-se en el punt, atès que aquest no en serà vèrtex.

En aquest casos, en un principi, és analitzada l'aresta de l'escena a la qual s'ha assignat el punt. Si aquesta aresta té més d'un tall, el cicle podrà ser iniciat sobre el següent tall del seu paquet. En efecte, considerant la norma imposada, que fa que, en cas de tall sobre vèrtex, el punt sigui assignat a les arestes "sortints", els punts de tall negatius han de correspondre sempre als vèrtexs inicials de les arestes a les quals s'han assignat. Això fa que els talls negatius ocupin sempre la primera posició del paquet de talls de qualsevol de les seves arestes, alhora que impedeix que una aresta tingui assignat més d'un tall negatiu. per tant, si l'aresta té més d'un punt de tall, bastarà cercar en el seu paquet de talls el segon punt, el qual no pot ser negatiu i, per tant, serà el vèrtex inicial del nou cicle.

Localitzat ja el vèrtex inicial, cal ara veure sobre quina de les seves dues arestes començarà el recorregut. Si el punt de tall que hem escollit com a vèrtex inicial prové d'una intersecció de cicles d'orientació oposada, el recorregut s'iniciarà per l'aresta de la primitiva. D'aquesta manera, garantim la formació dels seus dos cicles, atès que, quan sobre la llista general de punts de tall li toqui el torn al punt, hem establert la norma d'iniciar el nou cicle sobre la seva aresta de l'escena (fig. 3.68).

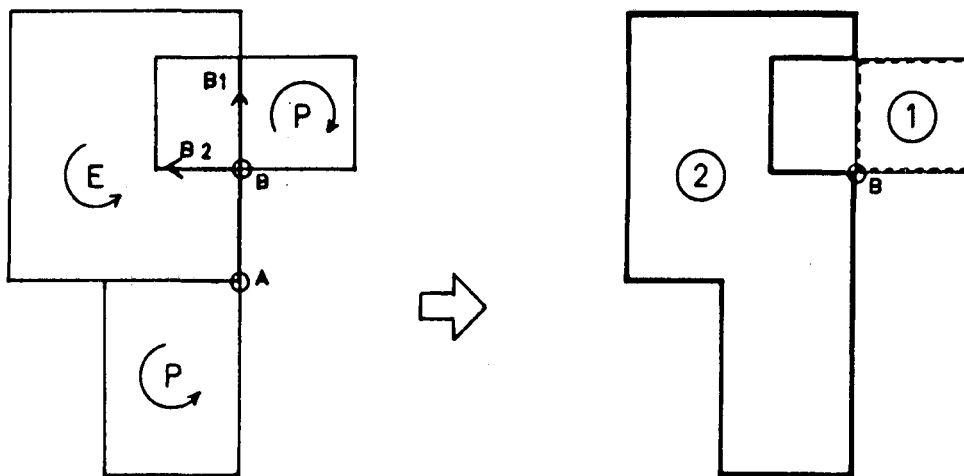


Figura 3.68 En ésser A un punt de tall negatiu, passen al següent tall de l'aresta de l'escena (B). El recorregut s'inicia per B2, formant-se el cicle 2. El cicle 1 es forma en trobar-se el tall B en el bucle de la llista de punts de tall.

Si, en canvi, el vèrtex inicial correspon a un punt de tall provinent de cicles d'igual signe, ens trobarem en una de les situacions de la figura 3.69. a) i b). Com pot veure's, en el primer cas caldrà iniciar el cicle sobre la seva arista de la primitiva, mentre que en el cas b), caldrà iniciar-lo sobre l'aresta de l'escena. La detecció d'un i altre cas és fàcil. Bastarà comparar vectors directores de les arestes assignades al punt. Si aquests vectors defineixen direccions diferents, estarem en el cas a) i, si són iguals, en el cas b).

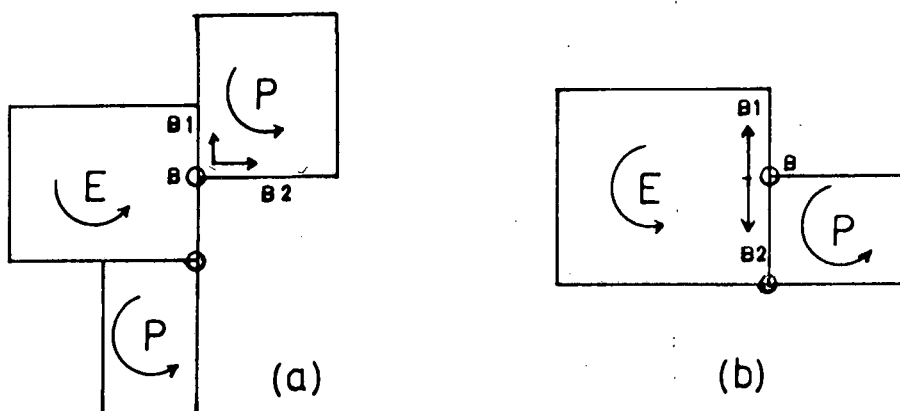


Figura 3.69 a) El nou cicle s'iniciarà sobre B2; b) el nou cicle s'iniciarà sobre B1.

Si, essent negatiu el punt de tall, l'aresta de l'escena que en parteix té un únic tall, pot passar: a) que l'aresta en qüestió hagi de ser eliminada, o b) que l'aresta vingui assenyalada com arista a eliminar.

En el cas a), passem a estudiar el vèrtex final de l'aresta, mirant si, sobre d'ell, hi ha un punt de tall corresponent a l'aresta següent. Si no n'hi ha, aquest vèrtex passarà a ser vèrtex inicial del nou cicle, el qual s'iniciarà per l'aresta que en parteix (fig. 3.70.a). Si, en canvi, el vèrtex és també punt de tall, pot passar:

1.- El tall prové de cicles d'orientació oposada. En aquest cas, el cicle nou s'inicia sobre l'aresta (del punt) corresponent a la primitiva, atès que el seu altre cicle es forma, si no ho ha fet abans, en el torn del punt en el bucle de punts de tall (fig. 3.70.b).

2.- El tall prové de cicles d'igual orientació, però no és negatiu. En aquest cas, el punt passa a vèrtex inicial del nou cicle, el qual s'inicia sobre l'aresta de l'escena (fig. 3.70.c).

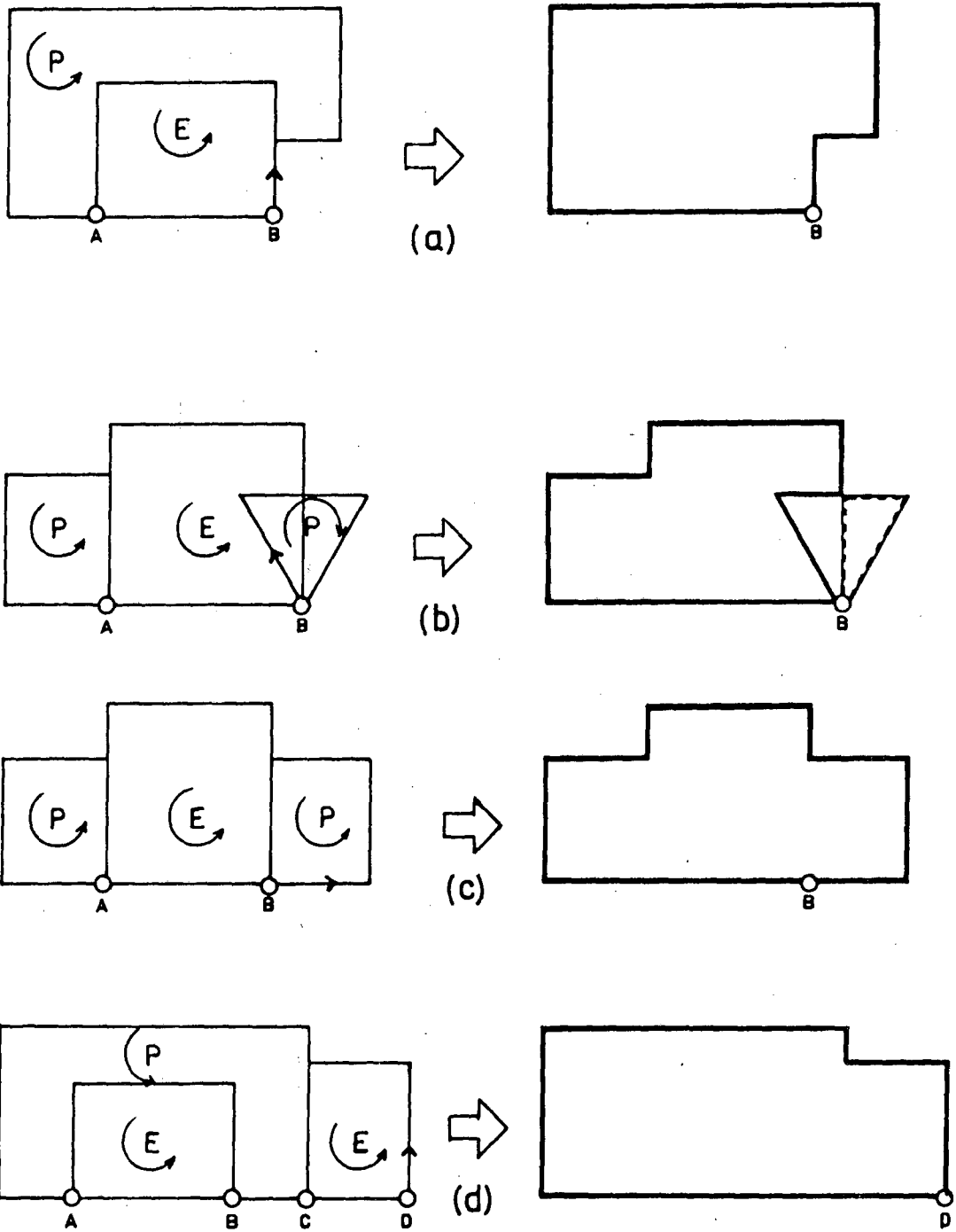


Figura 3.70 a) B no és punt de tall; b) B és tall de cicles d'orientació oposada; c) B és tall de cicles d'igual orientació, però no eliminable; d) B és també negatiu. Saltem a C, que també ho és i, d'ell, anem a D, que ja és un vèrtex vàlid per iniciar el nou cicle.

3.- El tall és negatiu. En aquest cas, passem a l'estudi del vèrtex final de l'aresta de l'escena assignada al punt, i, si no és un nou negatiu, el cicle podrà iniciar-se en ell. Si també fos negatiu, se seguiria saltant d'un cicle a l'altre fins arribar a un vèrtex vàlid per a l'inici del nou cicle (fig. 3.70.d).

En el cas b, en què l'aresta ha d'ésser eliminada, s'inicia un recorregut pel cicle (del punt) corresponent a l'escena, fins a trobar una aresta no eliminada sobre la qual s'efectua un procés anàleg al del cas a (fig 3.71).

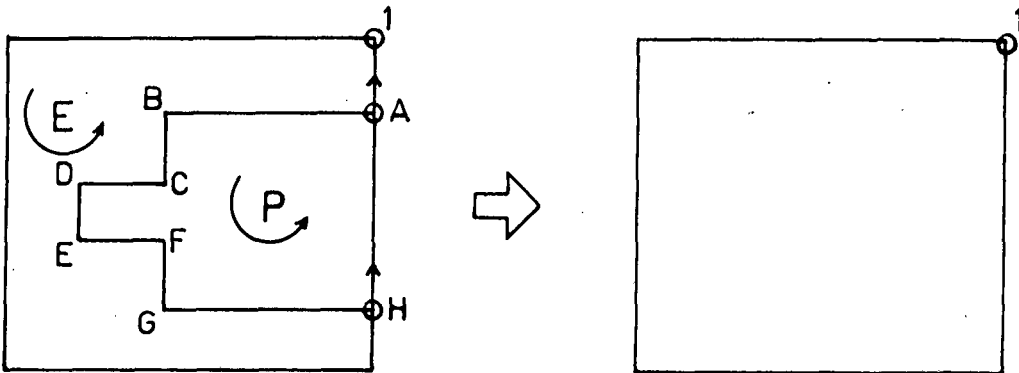


Figura 3.71 Si tractem d'iniciar el cicle per A, el tall és negatiu i l'aresta AB és eliminada. Recorrent el cicle, s'arriba a l'aresta HA, que no és eliminada i que permet d'arribar a 1 (vèrtex inicial del nou cicle).

Formació del cicle.

Un cop determinats vèrtex i aresta inicials del nou cicle, s'inicia el recorregut del cicle de l'aresta fins a trobar un punt de tall. Quan el vèrtex inicial ja és un tall (cas general), cal localitzar-lo en el paquet de talls de la seva aresta. Si no és l'últim tall del paquet, la primera aresta arribarà fins el següent punt de tall, punt en el qual es produirà un canvi de cicle. Si és l'últim tall, l'aresta arriba fins al vèrtex final de l'aresta primitiva, i se segueix pel mateix cicle. Llavors, si la següent aresta d'aquest té algun punt de tall, l'aresta arribarà fins a ell.

i s'hi produirà un nou canvi de cicle. Si no té cap tall, s'incorporarà l'aresta sencera, i així successivament, fins que es retrobi el vèrtex inicial, moment en què s'haurà completat el cicle.

Cal controlar però, que els nous vèrtexs que s'incorporin al cicle no siguin punts de tall "gastats" o vèrtexs ja incorporats a algun cicle nou, ja que això indicaria que s'està formant un cicle repetit. Quan s'esdevingui aquest fet, s'abandonarà el procés i es passarà al següent punt de tall de la llista.

Fins a retrobar el vèrtex inicial, el procés va omplint els paquets provisionals de vèrtexs i arestes del nou cicle. És important esmentar que, mentre el paquet de vèrtexs es va formant amb vèrtexs primitius i vèrtexs nous provinents de punts de tall, el paquet d'arestes va guardant-les amb el seu codi primitiu, ja que la seva subdivisió, i consegüent creació d'arestes noves, no pot produir-se fins al procés d'actualització de llistes. A la figura 3.72 podem veure un exemple de formació de paquets d'arestes. Noti's que, en ells, l'aresta 2 hi apareix tres vegades i les 6 i 8 dues vegades.

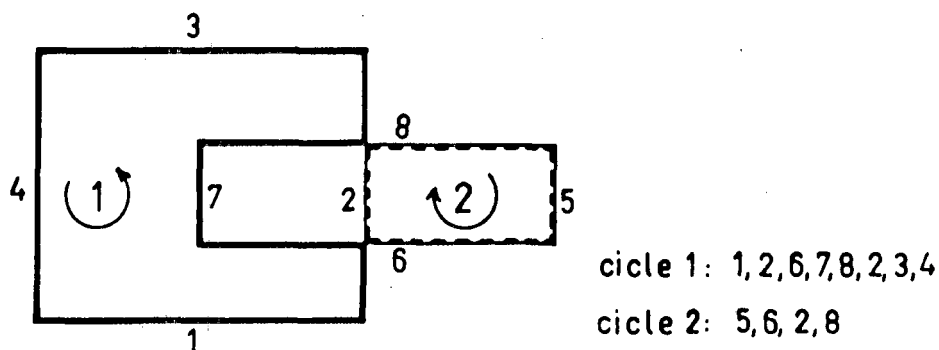


Figura 3.72 Paquets provisionals d'arestes de nous cicles.

Orientació dels nous cicles.

En formar un nou cicle, si el vèrtex inicial correspon a un punt de tall provinent de la composició de dues cares d'igual orientació, és obvi que el nou cicle tindrà la mateixa orientació. En canvi, si el vèrtex inicial és un tall provinent de la composició de dues cares d'orientació oposada, el tema ha d'ésser discutit, ja que el punt serà vèrtex de dos cicles d'orientacions oposades.

Suposant que el nou cicle s'inicia per l'aresta que, pertanyent a l'escena (altrament caldria invertir el signe), passa pel punt, el problema es limita a saber si, en el punt, aquesta arista inicial entra en la zona de la cara de la primitiva o si en surt. En el primer cas, el cicle iniciat tindrà l'orientació de la cara de la primitiva, mentre que, en el segon, tindrà la de la cara de l'escena (fig. 3.73).

Un i altre cas poden detectar-se comparant el signe del producte vectorial del vector director de l'aresta de la primitiva pel vector anàleg de l'aresta de l'escena, amb el signe del vector normal a la cara de l'escena. Si ambdós signes coincideixen, l'aresta surt de la zona del cicle de la primitiva. En cas contrari, l'aresta penetra a l'esmentada zona.

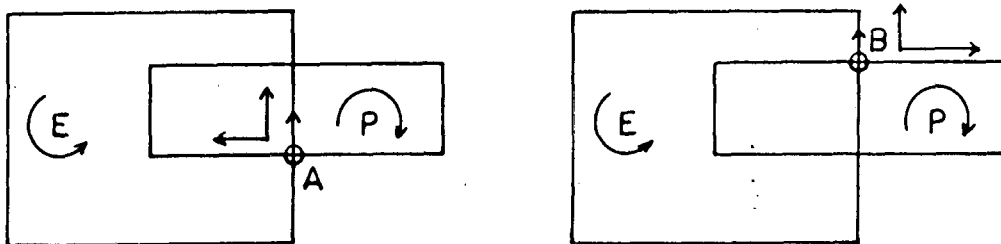


Figura 3.73 Si el nou cicle s'inicia en A, l'aresta "penetra" dins la cara de la primitiva. Si s'inicia en B, l'aresta "surt" del cicle de la primitiva.

3.11 CLASSIFICACIÓ DE CICLES. NOVES LLISTES DEL PLA.

Un cop acabat el recorregut per la llista de punts de tall, s'ha format la totalitat dels cicles nous. Cal llavors, per una banda, distingir, d'entre els cicles formats, aquells que siguin forats i aquells altres que corresponguin al perímetre de noves cares, i, per altra banda, classificar cares i forats per tal d'assignar degudament aquests a aquelles, i poder recompondre les llistes definitives de cares i forats del pla estudiat.

Detecció de forats modificats.

D'entre els cicles formats, pot haver-n'hi que corresponguin a nous forats provinents d'ampliacions o reduccions de forats primitius (figs. 3.74 i 3.62.a). La detecció d'aquests forats és possible perquè en la seva confecció no hi poden haver intervingut, alhora, cicles perimetrals de cares de l'escena i de la primitiva; altrament, el forat hauria resultat destruït.

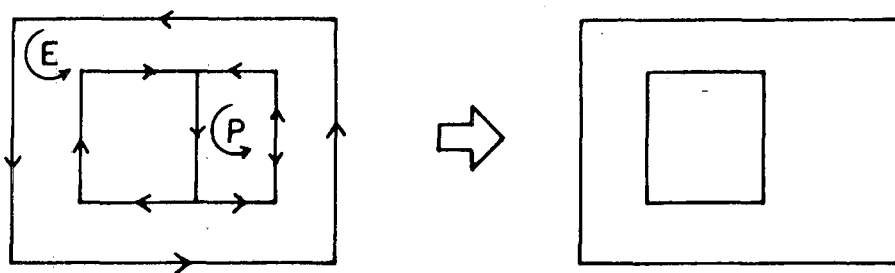


Figura 3.74 Reducció d'un forat per composició amb una cara d'igual orientació a la seva.

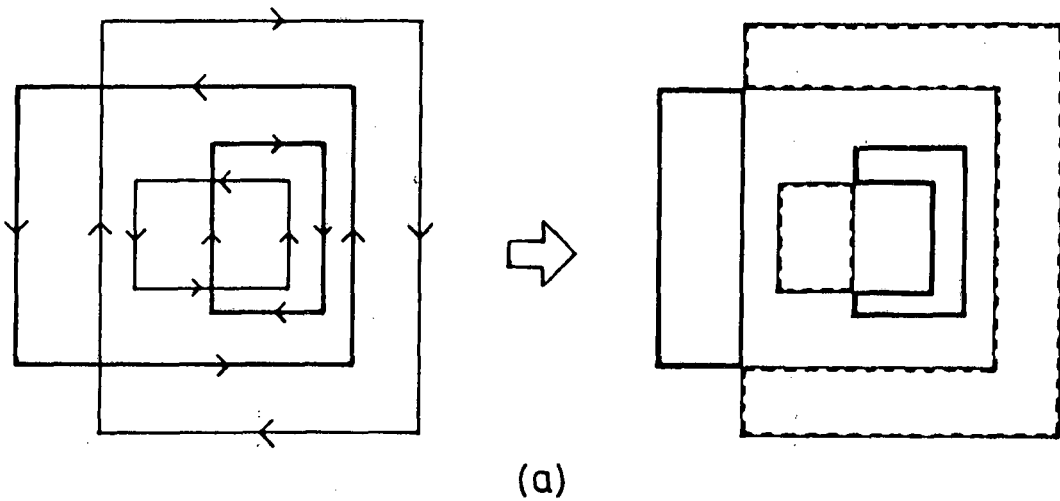
Com es recordarà, durant el procés de confecció de cicles, s'ha anat formant, per a cada cicle nou, la llista dels seus cicles primitius. De l'anàlisi d'aquesta llista pot resultar:

* Que s'hi trobin dos cicles, no forats, pertanyents a escena i primitiva, respectivament. En tal cas, ja és segur que el nou cicle no és un forat modificat.

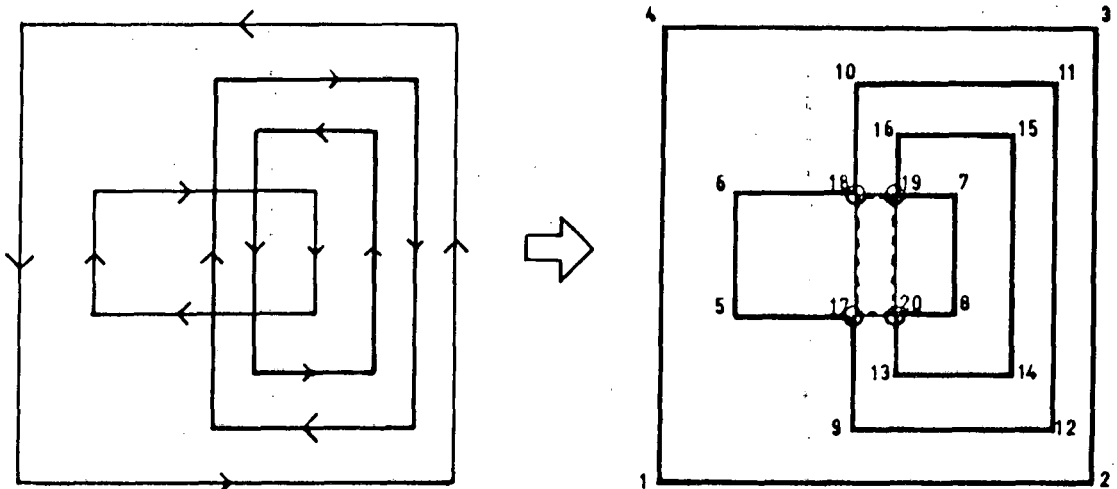
* Que només es trobin forats pertanyents a escena i primitiva. En tal cas (fig. 3.75.a), el cicle no pot ser tampoc un forat.

* Que es trobin només forats i cicles perimetrals d'igual orientació. En aquest cas, podem assegurar que es tracta d'un forat reduït.

* Que es trobin només forats i cicles perimetrals d'orientació oposada. En aquest cas, pot tractar-se d'un forat, però també podria ser una cara interior (fig.3.75.b). Per resoldre la indeterminació, s'escull una coordenada i s'en determina el seu màxim d'entre els cicles de la llista de primitius que corresponguin a perímetres de cara (recordi's que es disposa d'una taula de màxims i mínims dels cicles del pla). Si el cicle és un forat, la seva frontera haurà de correspondre a l'envolupa exterior dels seus cicles primitius i, per tant, el valor màxim, per al cicle, de la coordenada escollida ha de coincidir amb el màxim trobat per als seus primitius.



(a)



(b)

Figura 3.75 a) En compondre-se dos forats, el resultat són dos cicles disjunts sense cap forat interior; b) El cicle 5-6-18-10-11-12-17 serà comptabilitzat com a forat del 1-2-3-4, mentre que els 17-18-19-20 i 20-13-14-15-16-19-7-8 són considerats cares independents.

Quant als cicles interiors, corresponen, en realitat, a perímetres de noves cares, i no precisen cap control que les relacioni amb el forat al qual són interiors, atès que, simplement, cobreixen allò que el forat hagi pogut descobrir. Caldrà, però, tenir en compte la seva existència en aplicar algorismes d'eliminació de línies ocultes, de manera que, quan un punt hagi estat destapat per un forat, caldrà seguir mirant que no hi hagi cap altra cara que el tapi de bell nou.

Detecció de forats nous.

A més a més dels forats resultants de modificacions de forats primitius, el procés de fusió pot generar nous forats per composició de cares d'igual orientació (fig. 3.76).

Aquest tipus de forat és detectable perquè en el seu paquet de primitius només hi ha cicles perimetrals corresponents a cares d'igual orientació. Ara bé, aquesta condició, essent necessària, no és suficient; cal ara veure que el cicle sigui interior a l'envolupa dels seus primitius. Això pot provar-se comparant els respectius màxims i mínims.

Detectat que es tracta d'un forat nou, pot determinar-se, en el mateix procés, el cicle perimetral de la nova cara a què haurà d'assignar-se. En efecte, el cicle buscat serà aquell que, en el seu paquet de primitius, contingui tots els del forat (és fàcil demostrar que només hi haurà un cicle nou que satisfaci aquesta condició). Uns apuntadors guardaran, provisionalment, la relació entre cara i forat.

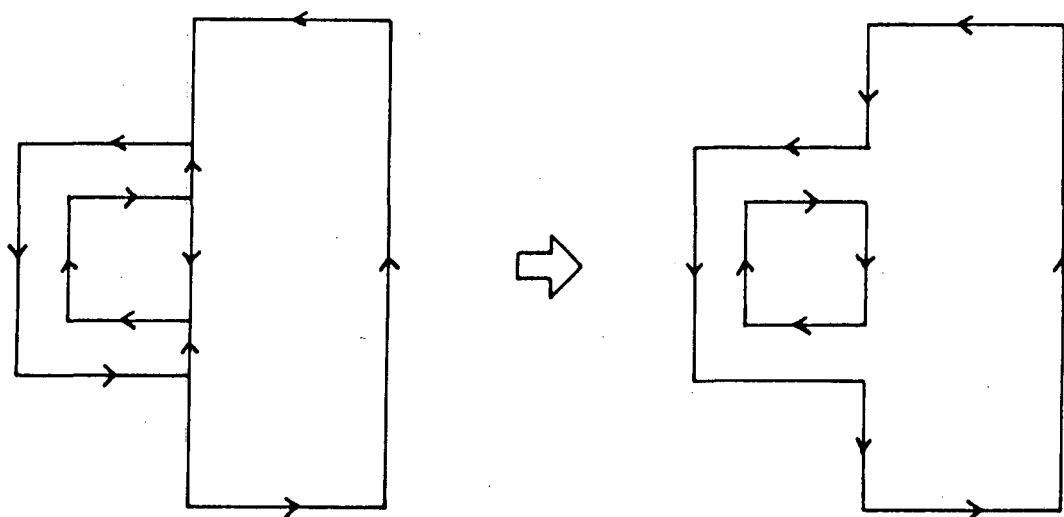


Figura 3.76

Classificació de la resta de cicles del pla.

En aquesta part del procés es prepara ja la formació de les llistes definitives de cares i forats del pla i s'assigna codi definitiu als nous cicles.

El procés de fusió pot crear nous cicles però també pot destruir-ne; com a conseqüència, pot produir buits a la llista de cicles del model, els quals hauran d'omplir-se amb cicles nous per tal de no malbaratar memòria. Aquesta operació d'emplenat no podrà efectuar-se però, d'una manera definitiva fins al moment de l'actualització de llistes -quan es formin les noves arestes-, ja que, altrament, caldria revisar els apuntadors de cicles de les arestes, cada vegada, després de realitzar les fusions corresponents a cada pla de coincidència, i ens trobaríem que una mateixa aresta té més d'un cicle sobre el pla, ja que el seu primitiu s'ha escindit en filials. Això no obstant, pot ja assignar-se codi definitiu als nous cicles, adjuntant aquest codi, com un apuntador, a cada element de la llista de punts de tall. Les llistes de cares i forats del pla, en canvi, sí que ja poden formar-se amb els codis definitius dels respectius cicles, ja que aquestes llistes no hauran de tornar a consultar-se fins durant la fusió.

Des del principi de la sessió de modelatge, s'ha encetat una llista que va guardant les posicions dels cicles destruïts (estoc de nuls), de manera que, cada vegada que cal assignar codi a un cicle nou, és consultat l'estoc de nuls i, si no és buit, s'assigna al nou cicle el codi de l'últim element de la llista. Igualment, cada vegada que un cicle és destruït, el seu codi és afegit a la llista de l'estoc de nuls.

El primer pas del procés de classificació consistirà, doncs, en revisar la llista inicial de cicles i anar passant a l'estoc de nuls tots aquells que hagin intervingut en fusions i que, per tant, han estat destruïts (si més no, en la seva configuració inicial).

La revisió de les llistes inicials permet classificar també els cicles intocats, però que han canviat de cara, en els següents grups:

* Forats positívats: són aquells forats que, en una composició de cares d'orientació oposada, han resultat totalment interiors a l'altra cara, transformant-se, íntegrament, en cares d'orientació oposada a la seva (fig. 3.77.a).

* Forats positivats amb forats: tenen la mateixa procedència que els anteriors, però amb algun forat de l'altra cara en el seu interior (fig. 3.77.b).

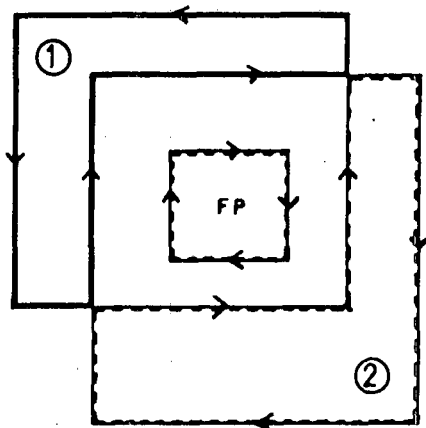
* Forats dins de positivats: són els forats que queden dintre de les cares del grup anterior (fig. 3.77.b).

* Perimetres de cara reconvertits en forats: són forats nous produïts per cares que, en compondre's amb una altra d'orientació oposada, li resulten interiors (fig. 3.77.c).

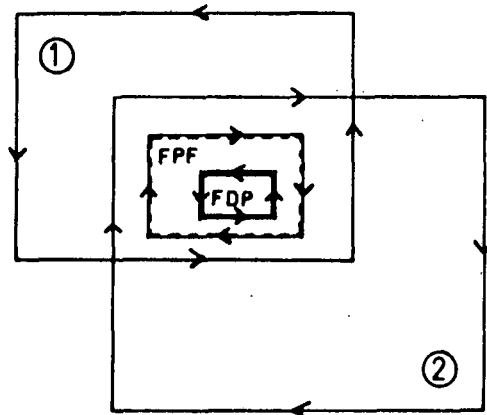
A més a més d'aquests cicles amb canvi de cara, són detectats també els següents grups:

* Forats intocats: inalterats i no reconvertits.

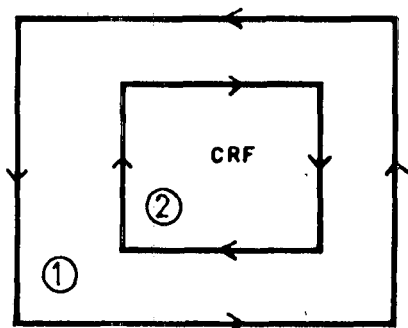
* Cicles perimetrals intocats.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.77 a) FP -forat de la cara 1- esdevé cara amb l'orientació de 2; b) FPF és un positivat, però conté FDP, que era un forat de 2; c) CRF és el cicle 2 reconvertit en forat de 1.

Quant als cicles nous, cal afegir, als tres grups detectats a l'apartat anterior, tota la resta de cicles nous. A tots ells els és assignat codi definitiu usant l'estoc de nuls. Quan aquest sigui buit, els codis s'assignaran correlativament a partir de l'últim de la llista general de cicles del model.

Recomposició de l'estructura del pla.

L'operació anterior ha permès la determinació del nombre de cares del pla. Cal ara formar-ne la llista i assignar-los els forats corresponents, alhora que aquests van omplint la llista de forats, de forma ordenada, en paquets per cares. La formació d'aquests paquets i el seu posterior control, obliga a realitzar aquesta operació de recomposició de llistes de forma sincronitzada entre cares i forats.

Els diferents grups formats en el procés de classificació van essent, ordenadament, incorporats a les llistes. El primer grup a incorporar-s'hi és el dels "forats positívats", els quals passen ara a la llista de cares i no tenen forats. Seguidament, s'incorporen els "forats positívats amb forats interiors". En aquest grup, per a cada cara incorporada, cal localitzar els seus corresponents forats, els quals es trobaran a la llista de "forats dins de positívats". La identificació és fàcil perquè, des del moment en què s'ha detectat que el forat era interior a un positívat, se li ha adjuntat un apuntador que assenyala el positívat a què pertany. Un cop trobats tots els forats d'una cara provinent d'un positívat, podem completar-ne la informació, ja que en sabem el nombre de forats i la posició on ha quedat el primer a la llista de forats.

Seguidament, són afegides a la llista les cares amb perímetre intocat. Per a cada una d'elles, cal mirar si tenia forats. En cas afirmatiu, incorporar tots aquells que hagin resultat intocats; si algun dels forats ha estat destruït, cal veure si és component de la llista dels cicles classificats com a forats ampliats o reduïts; si ho és, el cicle és també incorporat al paquet de forats de la cara. Per últim, cal veure si algun dels cicles reconvertits en forats li és interior i, si és així, afegir-lo.

Les últimes famílies a incorporar són: la de les cares noves i la de les cares noves amb forats nous. Ambdues cares poden tenir forats del grup d'intocats, del de forats ampliats o reduïts i del de reconvertits en forats. L'assignació dels forats d'aquests grups a les diferents noves cares es farà per comparació de mínims i màxims, ja que, perquè un forat pugui assignar-se a una cara, els seus mínims han d'ésser superiors al perímetre de la cara, alhora que els màxims d'aquesta són superiors als del forat (fig.

3.78).

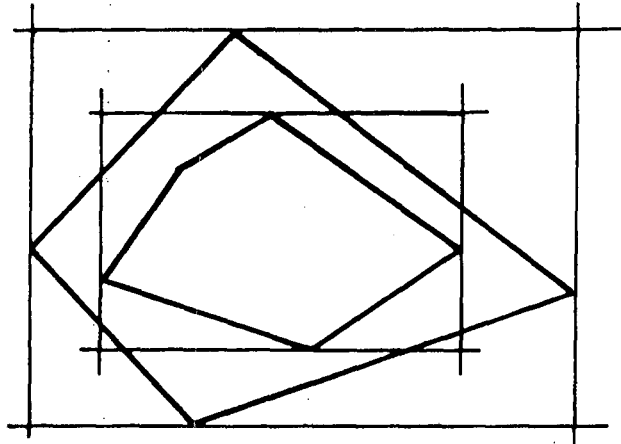


Figura 3.78 Relació entre rectangles de màxims i mínims del perímetre d'una cara i d'un forat.

Fi del procés de fusió.

La recomposició de les llistes del pla és l'última de les operacions del procés de fusió. Després d'ella, les parts de frontera de l'escena, situades sobre el pla de coincidència estudiat, han estat modificades per les parts coplanàries de la frontera de la primitiva. Els cicles nous, resultants d'aquesta operació, han quedat descrits en una estructura provisional de paquets de vèrtexs i paquets d'arestes. Igualment, per a cada un d'aquests cicles nous s'ha guardat: el nombre de vèrtexs; la posició del primer a la llista de paquets; l'apuntador del pla a què pertany, amb el signe corresponent (segons l'orientació de la cara del cicle); i el codi definitiu del cicle, és a dir, la posició que ocuparà a la llista de cicles del model, quan s'hi incorpori definitivament.

Arribats a aquest punt, el Sistema repetirà el procés de fusió per al següent pla de coincidència.

3.12 ACTUALITZACIÓ DE LLISTES.

Un cop analitzats tots els plans de coincidència, cal, per una banda, sincronitzar les modificacions produïdes en cada pla -a fi que no es produeixin discrepàncies- i, per altra banda, abocar a les llistes generals del model la informació generada durant el procés de fusió.

Actualització de la llista de vèrtexs.

El primer pas és l'actualització de la llista de vèrtexs. Com es recordarà, durant el procés de fusió s'ha anat adjuntant a cada vèrtex un apuntador que val:

0 : si el vèrtex no s'ha alterat.

-1 : si el vèrtex ha estat eliminat.

n : si el vèrtex ha estat substituït pel vèrtex n de l'escena, que ha resultat coincident amb ell.

L'eliminació definitiva dels vèrtexs destruïts o substituïts provocarà l'aparició de buits a la llista, per tant, el procés haurà d'anar-la compactant. Els esmentats apuntadors guardaran, en acabar, les posicions finals de cada vèrtex, i valdran 0 si el vèrtex és destruït, i n si és substituït.

Adequació de la llista d'arestes.

L'objectiu d'aquest procés és, en essència, eliminar definitivament de la llista les arestes que hagin resultat anul·lades pel procés de fusió, i dividir en noves arestes aquelles que, en algun dels seus plans, hagin intervingut en la confecció de més d'un cicle nou o hagin perdut algun dels seus vèrtexs. A més a més, lògicament, el procés ha de tenir cura d'omplir els buits que puguin produir-se a la llista i d'actualitzar els diferents apuntadors de cada una de les arestes remanents, atès que la llista de vèrtexs ha estat compactada, i que algunes arestes, tot i restar inalterades, ara pertanyen a cicles diferents dels seus primitius.

Val a dir, que la necessitat d'actualitzar apuntadors -particularment apuntadors de vèrtexs- converteix aquest procés en un "pas estret" del Sistema, ja que, sempre que hi hagi composicions de cicles, poden produir-se compactacions de la llista de vèrtexs, la qual cosa obligarà a revisar, una per una, totes les arestes de la llista. Per tant, la durada del procés anirà creixent en proporció al nombre

d'arestes en llista.

Com ja hem esmentat, el procés d'adequació d'aquesta llista genera noves arestes -per subdivisió d'arestes primitives- quan aquestes intervenen en més d'un cicle nou d'un mateix pla. Ara bé, cada aresta inicial pertany a dues cares no coplanàries i tant una cara com l'altra poden haver-se fusionat amb altres cares, donant lloc a nous cicles que hagin provocat divisions de l'aresta.

En general, aquestes divisions seran diferents d'una cara a l'altra, però la divisió final de l'aresta haurà de ser la composició d'ambdues divisions. És a dir que, després d'una operació de modificació de fronteres, els cicles resultants podran comptar amb arestes alineades consecutives, atès que, en una mateixa aresta, no poden confluir més de dues cares (fig.3.79).

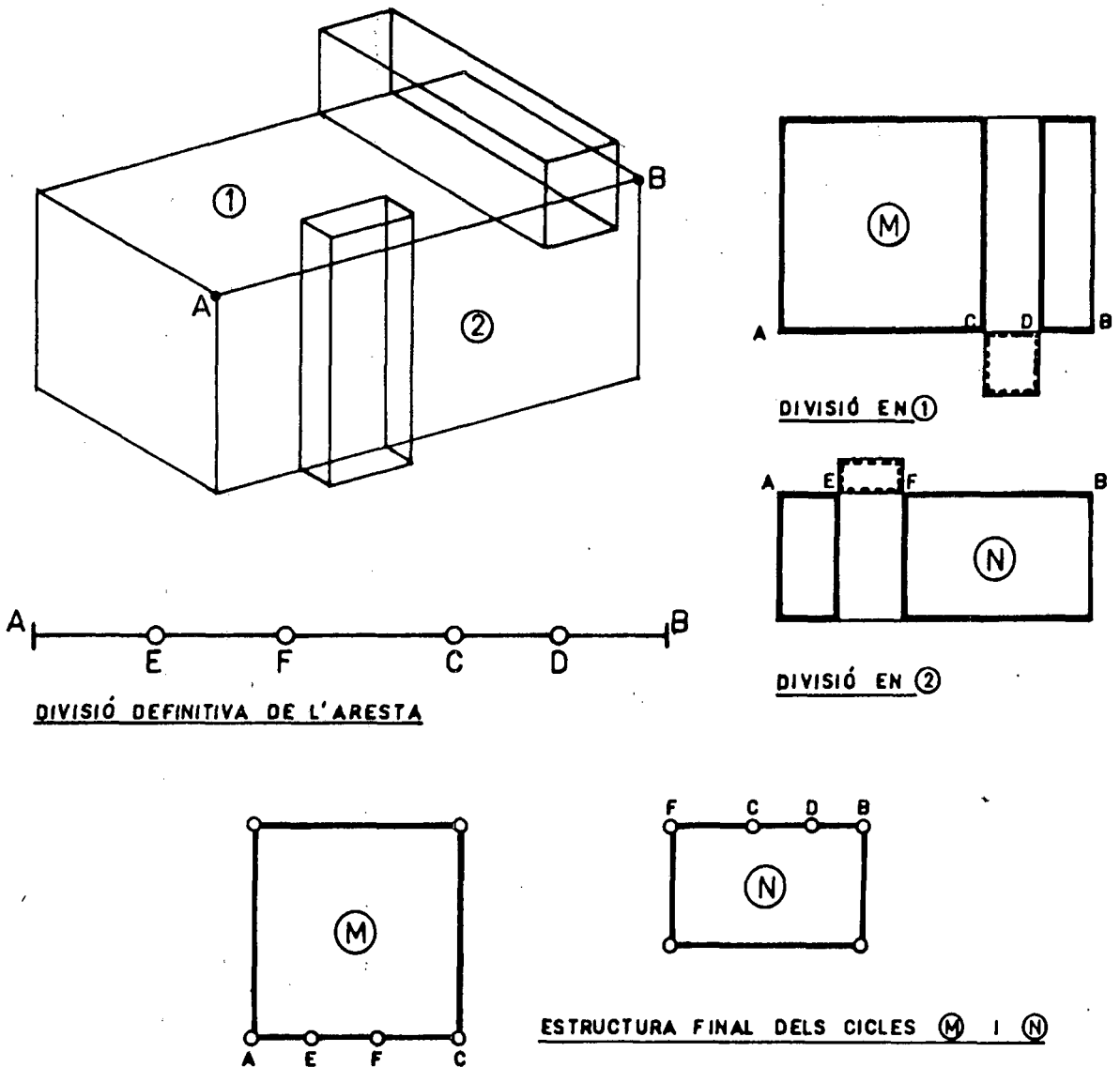


Figura 3.79

Estructures auxiliars.

La subdivisió d'arestes primitives en dues o més arestes filials té transcendència en la composició final dels cicles, ja que genera increments en el seu nombre de vèrtexs (arestes) i, per tant, en els seus paquets. Així doncs, per tal de, en un procés final, poder actualitzar les llistes de paquets de vèrtexs i arestes, durant el procés d'adequació de la llista d'arestes es crearan les següents estructures auxiliars:

* Una llista de noves arestes (arestes filials), agrupades, ordenadament, per paquets d'arestes modificades.

* Una llista d'arestes modificades, contenint, per a cada una, el nombre de filials i la posició de la primera a la llista d'arestes filials.

A més a més, per tal de fer possible l'emplenat de buits, es crea una llista d'estoc d'arestes anul·lades. Així, mentre l'estoc no estigui buit, les noves arestes en prendran el codi, i només s'incrementarà el total d'arestes quan no en quedin a l'estoc. Si, en acabar el procés, l'estoc no és buit, les últimes posicions de la llista van ocupant les posicions de les de l'estoc fins a buidar-lo del tot, moment en què la llista d'arestes haurà quedat totalment compactada.

Inici del procés.

Durant la fusió, s'ha adjuntat a cada aresta un codi que indica la repercussió que aquest procés ha tingut sobre d'ella. Els valors possibles d'aquest codi són:

0 : no ha intervingut en cap nou cicle o ho ha fet, però a partir d'un vèrtex i no d'un punt de tall.

1 : si l'aresta s'ha incorporat a algun cicle, procedent d'un punt de tall.

-1 : si l'aresta ha estat eliminada.

Aquest codi, que permetrà adequar definitivament la llista d'arestes, és reconvertit en apuntador de canvi, de manera que, al final del procés, indicarà per a cada aresta la seva situació final.

El procés s'inicia mirant, per a cada aresta, el valor de l'esmentat codi. El cas més senzill és el d'aresta eliminada

(codi=-1). En aquest cas, el procés es limita a incorporar l'aresta a l'estoc d'eliminades i a donar el valor 0 al seu apuntador de canvi. La resta de casos, per contra, requereixen un procés més ampli.

Aresta intocada.

Si l'aresta apareix intocada (codi=0), cal verificar que cap dels seus vèrtexs hagi estat eliminat, és a dir, que cap d'ells tingui un apuntador de canvi nul.

Si l'aresta ha conservat els seus vèrtexs, el procés consistirà, únicament, en substituir els apuntadors de vèrtexs pels seus respectius apuntadors de canvi.

Si, en canvi, l'aresta ha perdut algun vèrtex, pot passar:

* Que els hagi perdut tots dos. En tal cas, l'aresta ha d'eliminar-se, ja que, si no ho havia estat abans, és perquè l'eliminació dels vèrtexs l'han produït composicions amb cicles diferents o amb arestes diferents (fig. 3.80).

* Que només hagi perdut un vèrtex. Es tracta, llavors, d'un cas d'aresta allargada (fig. 3.81).

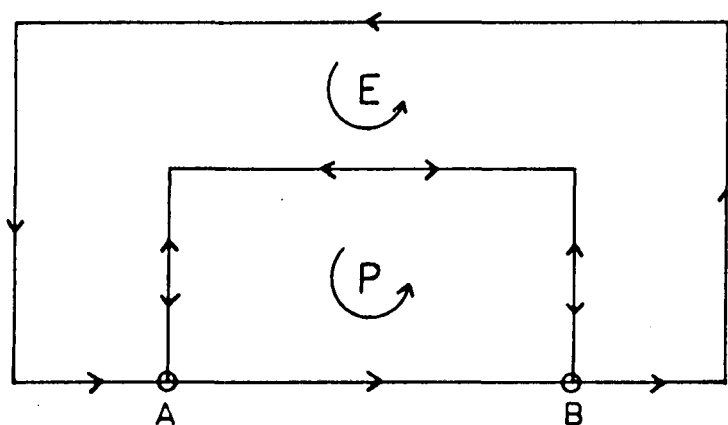


Figura 3.80 L'aresta AB no fou eliminada a l'hora de determinar els punts de tall, perquè no hi ha superposició d'arestes.

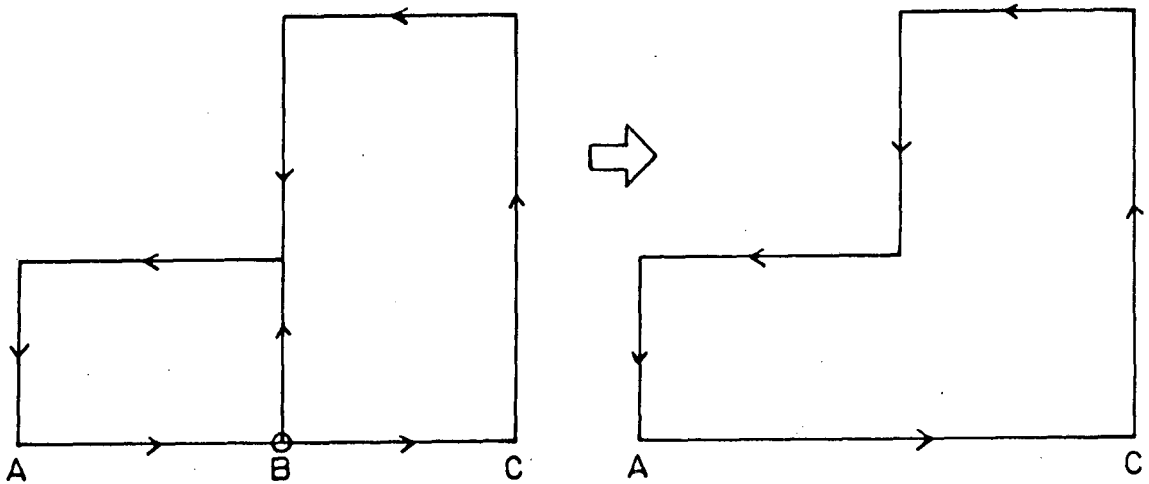


Figura 3.81 El vèrtex B ha estat eliminat, però l'aresta AB no tenia cap punt de tall, per tant, figura a la llista de les inalterades. El seu allargament fins a C comportarà l'eliminació de BC.

Cas d'aresta allargada.

Si la prova anterior detecta una aresta allargada, és clar que aquesta aresta formarà part de dos cicles nous formats en el procés de fusió, ja que, si l'aresta en estudi queda alineada amb una altra i els vèrtexs coincidents són eliminats, això només és possible si es produeix fusió sobre ambdues cares de l'aresta (fig. 3.82). Ara bé, atenent a la manera com s'han format els nous cicles, és evident que l'aresta primitiva en estudi només apareixerà en el paquet d'arestes d'un dels dos cicles nous que contenen l'allargada. Certament, si l'aresta en estudi és la AB de la figura 3.82, el seu codi apareixerà en el paquet d'arestes provisional de N1 -entre A i C-, mentre que, en el paquet de N2, hi apareixerà el codi de CB, però no el de AB.

El problema és el següent: la revisió de la llista d'arestes ha detectat una certa aresta AB, aparentment intocada, però que ha perdut el vèrtex B i, per tant, ha d'ésser allargada; per allargar-la cal determinar el nou vèrtex de l'aresta (C), que ha de substituir l'eliminat; la localització d'aquest vèrtex només és possible consultant el paquet de vèrtexs del cicle que conté, en el seu paquet d'arestes, el codi de AB, ja que el vèrtex buscat serà el següent de A, sobre l'esmentat paquet.

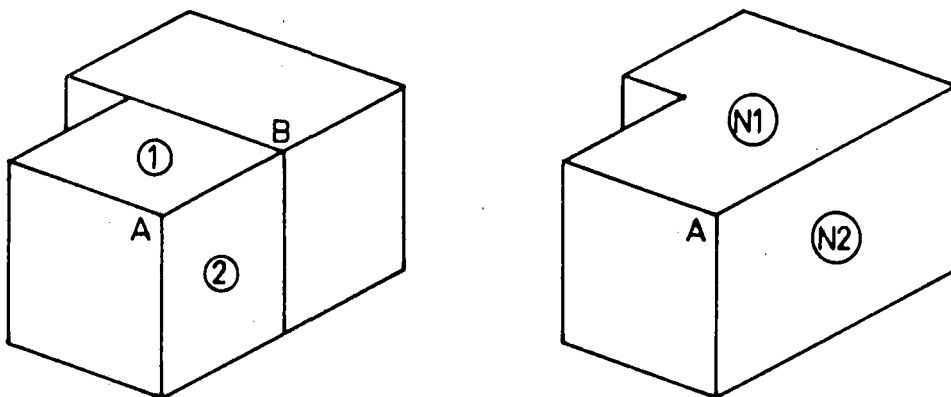


Figura 3.02 Axonometria del cas de la figura 3.01.

Vegem doncs, com, recolzant-nos en l'estructura del model i en les estructures auxiliars creades durant la fusió, pot localitzar-se el nou vèrtex:

Els apuntadors de cicle de l'aresta i els de pla dels cicles permeten localitzar:

PA = pla de la cara en què l'aresta té sentit antihorari.

PH = pla de la cara en què l'aresta té sentit horari.

En ambdós plans s'hi han produït fusions, per tant, un i altre hauran d'apareixer a la llista de plans de coincidència.

Com es recordarà, l'estructura auxiliar d'aquests plans guarda, per a cada un d'ells, el nombre dels cicles del pla que han resultat alterats i la posició del primer a la llista de cicles alterats. Amb aquestes dades, és possible localitzar, a l'esmentada llista d'alterats, els cicles antihorari i horari de l'aresta. Aquesta localització és necessària perquè la llista de cicles modificats guarda, per a cada un, el nombre de filials que ha generat i la posició del primer a la llista de filials (vegi's la figura 3.31).

Localitzat el paquet de filials del cicle antihorari de l'aresta, és revisat el paquet provisional d'arestes de cada un d'ells, en recerca del codi de l'aresta en estudi. Si, acabada la revisió de tot el paquet de filials, l'aresta no apareix, el procés es repeteix pels filials del cicle horari, i, en ells ha d'apareixer forçosament.

Un cop localitzada l'aresta en un cicle nou, el paquet de vèrtexs d'aquest donarà el vèrtex buscat. Ja es pot procedir, llavors, a l'actualització dels apuntadors de vèrtexs de l'aresta, fent ús dels respectius apuntadors de canvi del vèrtex trobat i del vèrtex remanent. Igualment, l'apuntador de cicle -horari o antihorari, segons el cas- passarà a apuntar el nou cicle sobre el qual s'ha trobat l'aresta.

Queda encara una última operació per fer. En efecte, si hem allargat l'aresta AB, convertint-la en la AC, l'aresta BC haurà d'ésser eliminada de la llista. Per localitzar BC, caldrà cercar en els cicles filials de l'altra família -horària o antihorària-, aquell que contingui, en el seu paquet de vèrtexs, els punts C i A. Entre ambdós hi haurà, en el paquet d'arestes, l'aresta buscada, la qual podrà ja ésser eliminada i substituïda en el paquet per la nova AC. Per últim, el cicle sobre el qual s'ha trobat aquesta aresta serà el segon cicle de l'allargada i l'apuntador corresponent en guardarà el codi.

Fet això, la informació de l'aresta allargada quedarà completa.

Aresta modificada en un sol pla.

Si l'aresta a estudiar ha estat incorporada a algun cicle nou a partir d'un punt de tall (codi=-1), l'aresta és considerada destruïda i, com a tal, en un primer pas, el seu codi passa a l'estoc d'arestes nul·les.

Seguidament, els apuntadors de cicle de l'aresta i els apuntadors de pla dels cicles permeten determinar els plans dels seus cicles antihorari i horari. A continuació, ambdós plans són cercats a la llista de plans de coincidència. En ella, forçosament, un dels dos hi ha d'aparèixer, ja que l'aresta és de codi -1 i, per tant, ha intervingut en alguna fusió. Pot passar però, que ambdós plans apareguin a la llista, o bé que només n'hi aparegui un. En aquest apartat ens ocuparem, únicament, del darrer cas, és a dir, el de l'aresta que ha participat en fusions en només un dels seus dos plans.

Quan una aresta ha sofert modificacions en un pla, però ha restat intocada a l'altre, haurà de dividir-se en tantes noves arestes com vegades hagi intervingut en la confecció de nous cicles en el pla de coincidència. Per tant, en el conjunt dels paquets d'arestes d'aquests nous cicles, l'aresta hi apareixerà tantes vegades com subdivisions finals tindrà. En canvi, en el paquet del cicle primitiu no modificat, l'aresta hi apareix una sola vegada, però, al

final, també en aquest cicle l'aresta haurà de quedar dividida segons la divisió generada sobre l'altre pla (fig.3.83).

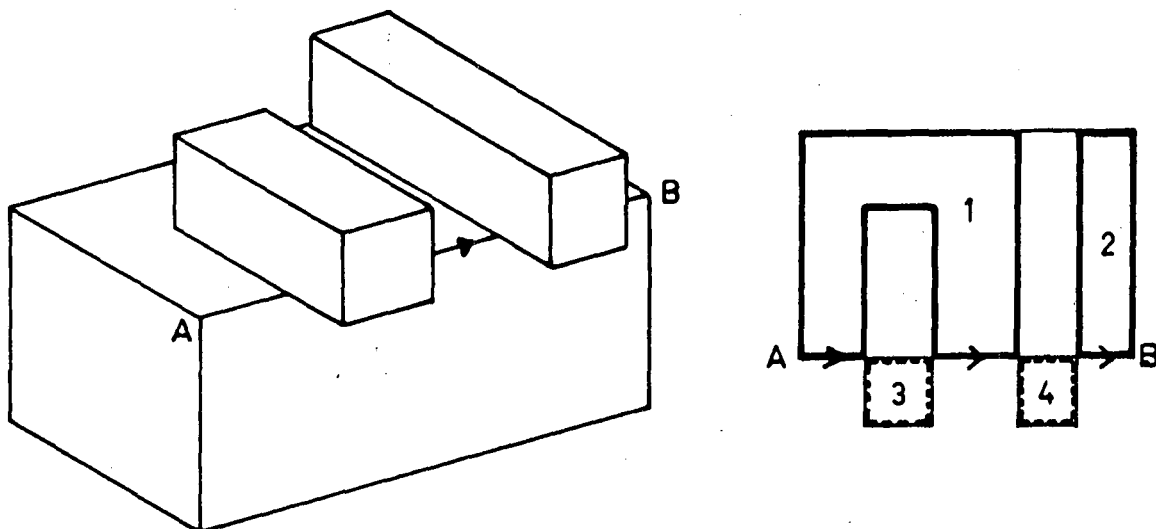


Figura 3.83 En el pla antihorari, l'aresta AB es divideix en 5 noves arestes. En el nou cicle 1, l'aresta apareix dues vegades, mentre que en els 2, 3, i 4 només hi apareix una sola vegada. Per contra, inicialment, en el cicle horari d'AB -cicle inalterat-, l'aresta només hi apareix una vegada, però, en modificar la frontera, el seu lloc en el cicle haurà d'ésser substituït per les 5 noves arestes.

En conseqüència, el cicle presumptament intoccat per la fusió haurà d'ésser modificat, en un procés posterior, per tal que l'aresta destruïda sigui substituïda per les noves arestes generades. A fi de permetre aquesta substitució, l'aresta en estudi és localitzada en el paquet del cicle intoccat, passant a guardar -en el seu lloc- la seva posició a la llista d'arestes modificades, precedida d'un signe menys. D'aquesta manera, en recompondre els cicles, el signe menys indicarà que l'aresta ha d'ésser dividida, i les estructures auxiliars de modificació d'arestes en permetran la divisió.

El següent pas consisteix en determinar els diferents trossos en què ha quedat dividida l'aresta, en el pla en què s'ha modificat. Per fer-ho, caldrà, en primer lloc, localitzar el cicle de l'aresta en el paquet de cicles modificats del pla, la qual cosa permetrà accedir al seu paquet de filials. A continuació, és revisat el paquet provisional d'arestes de cada cicle filial, en recerca de trossos de l'aresta en estudi. Una estructura auxiliar guardarà, per a cada tros trobat, la seva posició a la llista de paquets provisionals d'arestes i el cicle nou sobre el qual s'ha trobat.

Acabada la revisió de filials, haurà quedat confeccionada, doncs, la llista de trossos en què ha quedat dividida

l'aresta inicial. El pas següent és l'ordenació d'aquesta llista en el sentit de l'aresta, és a dir, en sentit vèrtex inicial-vèrtex final.

Com es deu recordar, els paquets de vèrtexs i arestes dels cicles estan sincronitzats de manera que l'aresta que ocupa el lloc i de la llista té per vèrtex inicial (en el sentit del cicle) el vèrtex i èsim de la llista de paquets de vèrtexs. Per tant, la posició, en el seu paquet, de cada tros d'aresta trobat permet localitzar-ne, amb facilitat, el vèrtex inicial, les coordenades del qual serviran per efectuar l'ordenació dels trossos.

Un cop ordenats els trossos, es passa ja a la definició de les noves arestes. Cal tenir en compte, al respecte, que, en haver estat modificada únicament en un pla, és segur que l'aresta no ha perdut cap dels seus vèrtexs primitius i, per tant, el primer tros començarà pel primitiu vèrtex inicial, mentre que l'últim acabarà en el vèrtex final primitiu. Altrament, si algun d'aquests dos vèrtexs hagués estat eliminat, l'aresta hauria d'haver estat modificada en els dos plans (fig. 3.84).

Per a cada aresta, és omplerta, doncs, la seva estructura d'apuntadors, alhora que, en els paquets provisionals, cada tros d'aresta és substituït pel seu codi definitiu. Igualment, són omplertes les estructures auxiliars formades per la llista d'arestes filials i la llista de modificades.

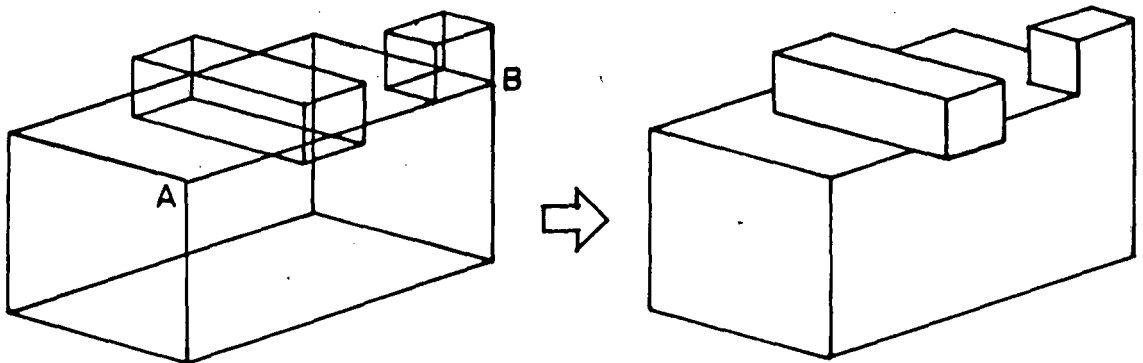


Figura 3.84 Perquè el vèrtex B desaparegui, cal que hi hagi fusions en els dos plans d'AB.

Aresta modificada en ambdós plans.

Quan els dos plans dels cicles de l'aresta són trobats a la llista de plans de coincidència, el procés és força més complex que no ho era en els casos anteriors, ja que, d'una banda, l'aresta pot haver perdut un o ambdós vèrtexs primitius, i, d'altra banda, les divisions en un i altre pla poden ésser coincidents o no o, millor dit, unes sí i altres no, cosa que farà que alguns dels trossos puguin convertir-se directament en noves arestes, mentre que d'altres hauran d'ésser novament dividits.

D'igual manera a com s'ha fet en el cas de modificació en un sol pla, són formades i ordenades les llistes de trossos d'aresta respectivament trobats sobre els filials del cycle antihorari i sobre els del cycle horari. Les posicions d'aquests trossos a la llista provisional de paquets d'arestes permeten, aplicant-les sobre la llista de paquets de vèrtexs, formar sengles llistes ordenades, tals que, entre les dues, continguin tots els vèrtexs -sense excepció ni repetició- de les noves arestes que generarà la divisió (fig. 3.85). El fet que aquestes llistes corresponguin als cycles antihorari i horari de l'aresta, respectivament, fa que la primera contingui els vèrtexs inicials dels trossos de la divisió antihorària, mentre que la segona conté els vèrtexs finals de l'horària.

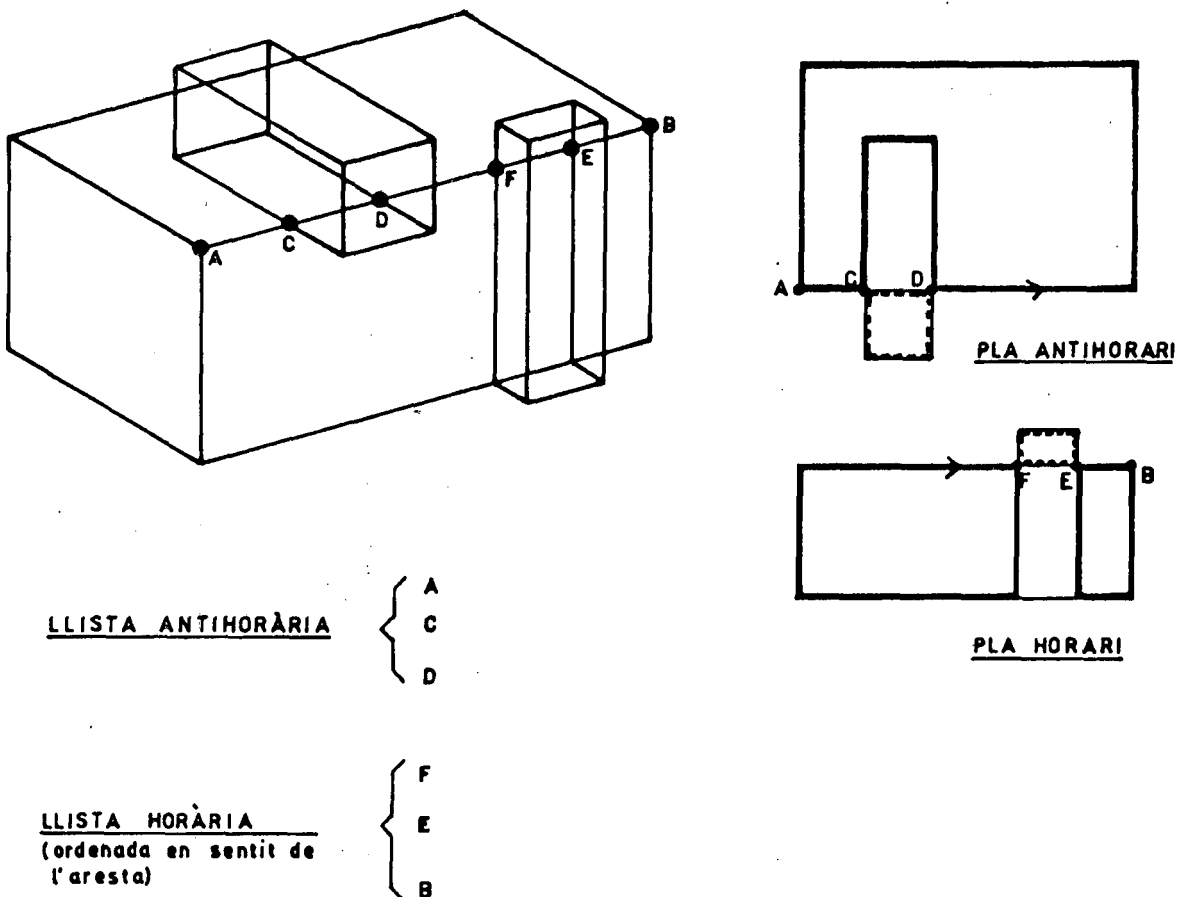


Figura 3.85 Llista de vèrtexs corresponents, sobre la llista de paquets de vèrtexs, dels trossos d'aresta detectats.

La primera nova aresta s'iniciarà; forçosament, pel primer vèrtex de la divisió antihorària. Un cop iniciada aquesta aresta, és comparat el segon vèrtex de la divisió antihorària amb el primer de l'horària, per veure quina d'elles donarà el segon vèrtex de l'aresta encetada. Pot passar:

1.- Que una de les divisions caigui, justament, sobre el vèrtex inicial de la nova aresta, amb la qual cosa aquesta resulti de dimensió nul·la. Quan això passi, indicarà que la divisió que provoca la coincidència correspon a una falsa aresta, generada per un cas de tall doble (vegi's "cas de tall doble" a la secció 3.9). Per depurar aquest tipus d'aresta, la seva posició en els paquets provisionals serà ocupada per un 0, permetent-ne així la seva eliminació de les llistes del cicle, en un procés posterior.

2.- Que el segon vèrtex de la divisió antihorària quedi més a prop del vèrtex inicial que no pas el primer de l'horària (cas de la figura 3.85). En aquest cas, la divisió antihorària donarà el segon vèrtex i, per tant, la primera nova aresta haurà quedat tancada i correspondrà exactament al primer tros de la partició antihorària. Per contra, el segment de la partició horària (AF a la figura 3.85), que resta encara obert, haurà d'ésser dividit, i, per tant, en el seu lloc a la llista de paquets s'hi col·locarà la posició de l'aresta a la llista d'arestes modificades, precedida d'un signe menys.

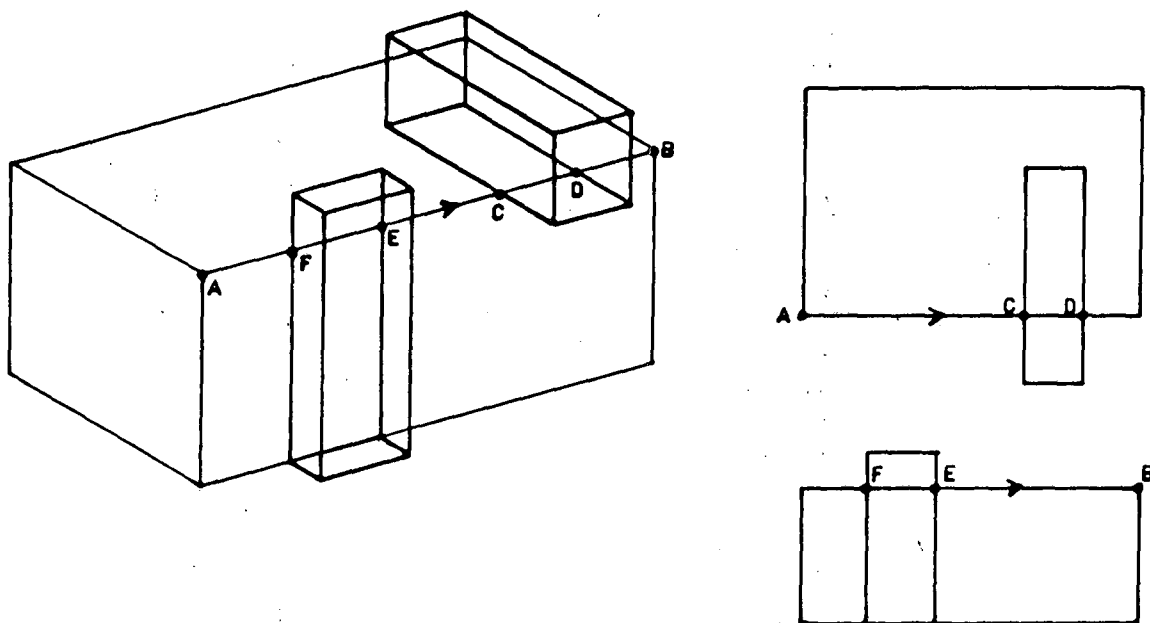
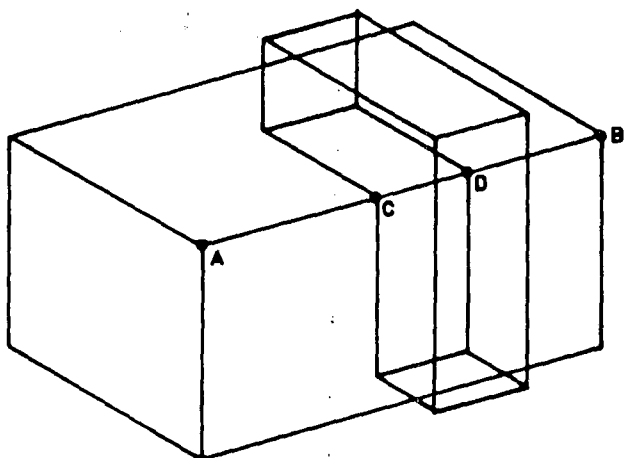


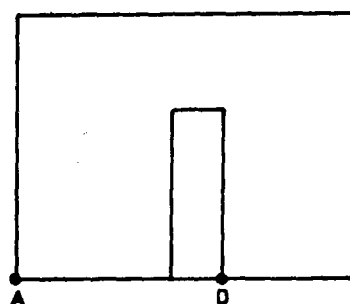
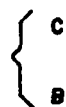
Figura 3.86



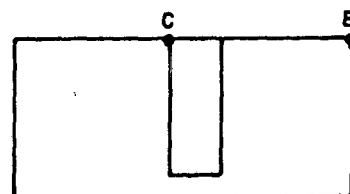
LLISTA ANTIHORÀRIA



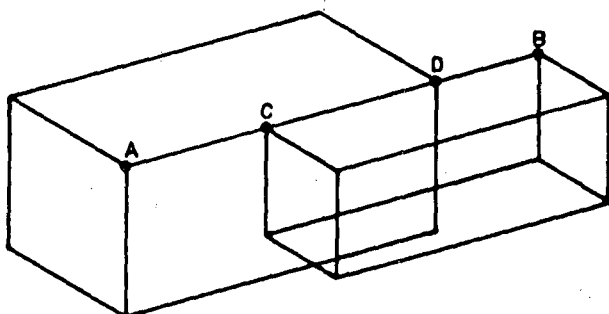
LLISTA HORÀRIA



DIVISIÓ ANTIHORÀRIA



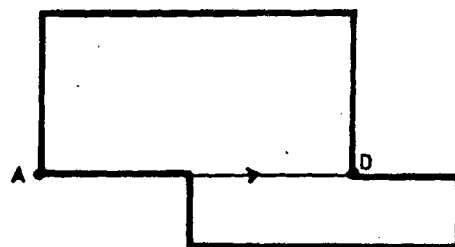
DIVISIÓ HORÀRIA



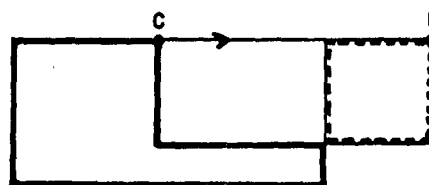
LLISTA ANTIHORÀRIA



LLISTA HORÀRIA



DIVISIÓ ANTIHORÀRIA



DIVISIÓ HORÀRIA

Figura 3.87 Exemples de discontinuïtat en la divisió d'una aresta modificada.

3.- Que el primer vèrtex de la divisió horària estigui més pròxim al vèrtex inicial que no el segon de l'antihorària (fig. 3.86). En aquest cas, l'aresta nova queda tancada i coincideix exactament amb el tros obert de la partició horària.

No és segur, però, en aquest cas, que el segment obert de la partició horària hagi d'ésser dividit, ja que pot produir-se una discontinuïtat de l'aresta. En efecte, mentre que en els casos de la figura 3.85 i 3.86 cada vèrtex de les llistes de divisions és inici d'un tros i final de l'anterior, en els de la figura 3.87 el vèrtex C no inicia cap nova aresta i el D no en tanca cap, produint-se, per tant, una discontinuïtat entre ambdós vèrtexs.

La discontinuïtat és detectable perquè requereix que el vèrtex que ha tancat la nova aresta sigui un vèrtex primitiu, és a dir, anterior a la fusió. Si és així, caldrà consultar el paquet de vèrtexs del cycle on s'ha trobat el tros obert de la divisió antihorària per determinar si el vèrtex final de la divisió coincideix amb el final de l'aresta nova. Si és així, hi ha discontinuïtat (fig. 3.88).

Quan s'arriba a un punt de discontinuïtat, queden tancades ambdues divisions i, per tant, si veniem del vèrtex inicial, la nova aresta coincideix, exactament, amb les divisions horària i antihorària.

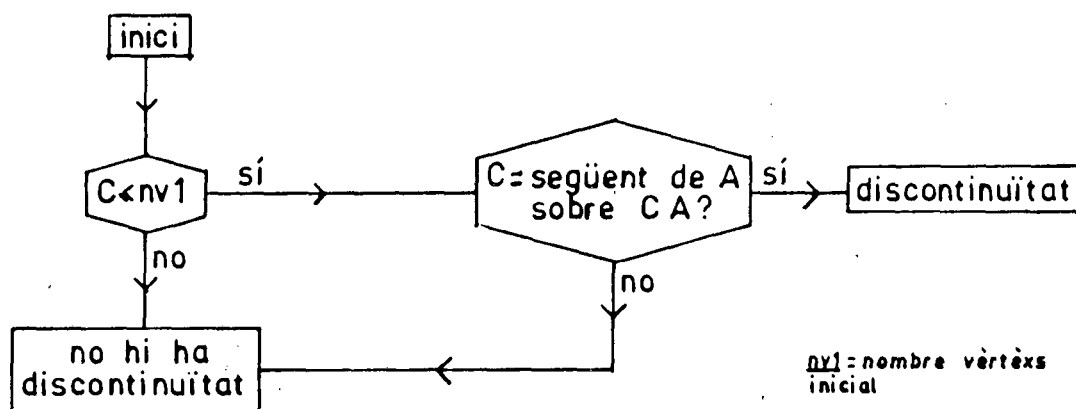


Figura 3.88 Detecció de la discontinuïtat.

Un cop tancada la primera aresta, el procés continuarà de forma diferent, segons la manera com s'hagi produït el tancament:

* En el cas 1 (tancament per falsa aresta), el procés és reiniciat, prenent la divisió següent a la que ha provocat el tancament.

* Quan l'aresta ha estat tancada pel vèrtex de la divisió antihorària (cas 2), es repeteix el procés, prenent aquest vèrtex com a inici de l'aresta nova oberta.

Si el vèrtex inicial fos ja l'últim de la divisió antihorària, l'aresta es tancarà pel vèrtex de la divisió horària oberta, i el segment de la divisió antihorària que ha quedat oberta, haurà d'ésser dividit segons la resta de divisions horàries.

* Si l'aresta nova s'ha tancat pel vèrtex de la divisió horària, sense que hi hagi discontinuïtat, el procés serà anàleg a l'anterior, però canviant antihoraris per horaris i viceversa.

* Si s'ha detectat una discontinuïtat, el procés és reiniciat exactament igual com per al primer segment, però prenent per vèrtex inicial el corresponent a la següent divisió antihorària.

Revisió dels paquets dels cicles primitius.

El pas final del procés de modificació de fronteres requereix recompondre la informació dels cicles, per tal que quedi d'acord amb les modificacions produïdes. La primera fase d'aquesta operació s'aplica sobre les llistes corresponents als cicles inicials d'escena i primitiva. En ella, són eliminats paquets corresponents a cicles modificats o destruïts, i revisats els dels cicles intocats. Aquests, per bé que no han sofert variacions en la seva configuració formal, poden contenir arestes que hagin d'ésser dividides a conseqüència de fusions sobre el seu altre cicle. Això originarà l'ampliació dels paquets dels cicles que continguin arestes a dividir, la qual cosa obliga a construir unes llistes de paquets paral·leles, per tal d'evitar que les ampliacions de paquets destrueixin informació de cicles encara no revisats. És aquesta, doncs, la fase que requerirà una major ocupació de memòria de tot el Sistema, alhora que en representa un nou pas estret, ja que, si hi ha hagut fusions, han d'ésser revisats tots els cicles preexistents.

El procés va revisant, simultàniament, els paquets de vèrtexs i d'arestes. Cada vèrtex és substituït pel valor del seu apuntador de canvi, mentre que les arestes positives són respectades. Quan s'arriba a una aresta negativa, és que es tracta d'una aresta que cal dividir. El valor absolut del seu codi indica la seva posició a la llista d'arestes modificades, la qual contindrà el nombre d'arestes en què s'ha subdividit i la posició del primer a la llista d'arestes filials.

Cal ara determinar si el cicle que s'està revisant és l'antihorari o l'horari de l'aresta (l'ordre dels apuntadors de cicle permet saber-ho). Si es tracta de l'antihorari, la llista de filials -amb els seus respectius vèrtexs inicials- pot ésser traslladada directament als paquets. Si el cicle és l'horari, caldrà traspasar als paquets la llista de filials llegida en ordre invers, alhora que, en el mateix ordre invers, seran els vèrtexs finals de cada filial els que s'hauran d'incorporar a la llista de paquets de vèrtexs.

Incorporació dels nous cicles.

En aquest procés són incorporats els cicles nous procedents de fusions, la informació dels quals està guardada encara en llistes provisionals.

El procés és anàleg al dels cicles primitius, és a dir, s'ha d'actualitzar el paquet de vèrtexs de cada cicle substituint cada vèrtex pel seu apuntador de canvi, i revisar el paquet d'arestes, subdividint les que hi apareguin amb signe menys.

Compactació de la llista de cicles.

Com es recordarà, des de l'inici de la sessió de modelatge, s'ha definit una llista d'estoc de nuls que va guardant els codis dels cicles destruïts. Segons el tipus de fusions que s'hagin produït, pot ser que, en acabar una operació de modificació de fronteres, quedin encara cicles a l'estoc de nuls, la qual cosa implica que han quedat buits a la llista de cicles. En principi, no s'ha previst procedir a una compactació d'aquestes llistes fins al moment d'arxivar la forma, per tal de no allargar el procés. Això no obstant, si la sessió de modelatge és llarga, l'acumulació de cicles nuls pot esdevenir excessiva. Per aquest motiu, s'ha previst un dispositiu de sobreixidor, tal que, quan, al final d'una operació de modificació de fronteres, el nombre de nuls en estoc rebassi un cert límit, es realitzi una compactació de la llista de cicles.

Per compactar la llista de cicles, es procedeix, com a primera mesura, a l'ordenació de l'estoc de nuls. Seguidament, la posició del primer nul de l'estoc és omplerta per l'últim cicle de la llista (sempre que aquest no sigui un nul), i així successivament fins a esgotar l'estoc. Si en algun moment resulta que l'últim cicle de la llista és un nul, ha de tractar-se, forçosament, de l'últim de l'estoc, ja que aquest està ordenat. En aquest cas, el cicle serà eliminat d'ambdues llistes i prosseguirà el procés. Un sistema d'apuntadors de canvi permetrà saber, en acabar, la posició final on ha quedat cada cicle.

Quant a les arestes, només es veuran afectades les arestes dels cicles desplaçats, per a les quals, l'apuntador del seu cicle canviat serà substituït per la nova posició d'aquest.

Pel que fa a les llistes de cares i forats, el canvi no pot ser directe, ja que, donat un cicle, no pot saber-se, fàcilment, si es tracta del perímetre d'una cara o si es tracta d'un forat. La solució serà substituir els cicles d'ambdues llistes pels seus respectius apuntadors de canvi.

3.13 CONCLUSIONES AL CAPÍTOL 3.

Fins aquí, hem exposat, en aquest capítol, l'organització i algorismes fonamentals del primer dels dos sistemes desenvolupats, sistema mitjanciant el qual seran construïts els models a representar en perspectiva de pantalla cilíndrica, però que, naturalment, són susceptibles d'ésser representats en qualsevol altra projecció.

és clar que, si bé el Sistema és suficient per a un objectiu tan concret, es queda curt per a objectius més amplis. Així, per exemple, una versió més elaborada haurà d'incloure noves variants d'escombrat que, de forma encadenada, permetin crear, de bell nou, primitives més complexes que no pas el simple prisma recte de secció qualsevol.

Un altre punt a optimitzar -força més complex, però, que l'anterior- és l'ampliació dels tipus de fusions permeses, contemplant els casos de superposició d'arestes amb una sola parella de cares coplanàries.

Quant a les redundàncies del model, el disposar de paquets de vèrtexs i d'arestes ha permès resoldre, amb certa facilitat, casos d'indeterminació que, altrament haurien resultat de resolució molt més costosa.

Una altra conclusió clara del que s'ha exposat en aquest capítol és: que el pas estret que representen les actualitzacions de les llistes d'arestes i cicles fa aconsellable d'incorporar, en primer lloc, aquelles primitives que produiran modificacions de cicles, deixant per al final les que només generen forats o protuberàncies, les quals no precisen de les esmentades actualitzacions. D'aquesta manera, els processos d'actualització de llistes es produeixen només quan els nombres d'arestes i cicles són relativament curts.

Les defenses del Sistema contra situacions no permeses no són exhaustives, per bé que se n'han previst per als descuits d'usuari més freqüents. En canvi, el Sistema incorpora múltiples possibilitats de visualització per tal de permetre una verificació ocular de la correcció geomètrica de la forma que s'està operant.

És obvi que el Sistema requereix una bona preparació geomètrica de l'usuari, i, sobretot, una àmplia capacitat de visió espacial i de manipulació de la forma tridimensional, però això no representa cap dificultat, atès que el Sistema s'ha previst per a un usuari Arquitecte.

La complexitat formal de l'objecte arquitectònic, fa impensable, al nostre entendre, la supressió del llapis i el paper en el treball de l'Arquitecte. És a dir, pensem que la concepció de les idees bàsiques del projecte requereixen, indefectiblement, del suport gràfic, expressat en forma d'esbós o croquis a mà alçada. Una planta arquitectònica és quelcom més que una projecció ortogonal d'una forma, i, a nivell de concepció només és pensable manualment. És només a partir d'un previ esquema organitzatiu de planta i d'uns esbossos que donen suport a una concepció global del projecte, que un Sistema de modelatge permet d'anar concretant la forma de manera precisa. En aquest context, la incorporació dels sòlids-espai, introduïts en el Sistema, permet extreure espais, aïlladament, per tal d'estudiar-los en detall en les seves tres dimensions, amb independència del gruix i morfologia externa del seu envoltori, el qual pot analitzar-se i treballar-se apart, sense perdre, però, la idea global del projecte que l'Arquitecte ha definit amb els seus esbossos. Aquesta opció de treball independitzat, que fan possible els sòlids-espai, permet operar amb menys informació simultània en memòria i obtenir visualitzacions més ràpides durant un procés d'anàlisi detallada, i recuperar, finalment, la globalitat del projecte, recomponent totes les peces ja elaborades.

ANNEX AL CAPÍTOL 3.

Detecció dels casos d'arestes sobre el pla sector.

Per resoldre les situacions diverses que poden presentar-se d'arestes situades sobre un pla de secció, establirem, d'entrada, una distinció entre els casos en què el pla sector és un pla qualsevol, i aquells altres en què aquest pla conté una de les cares de l'aresta.

Si el pla sector no conté cap de les cares de l'aresta, aquesta s'haurà d'incorporar a un cicle del pla sector si, i només si, el pla divideix en dos els cicles de l'aresta (fig.1).

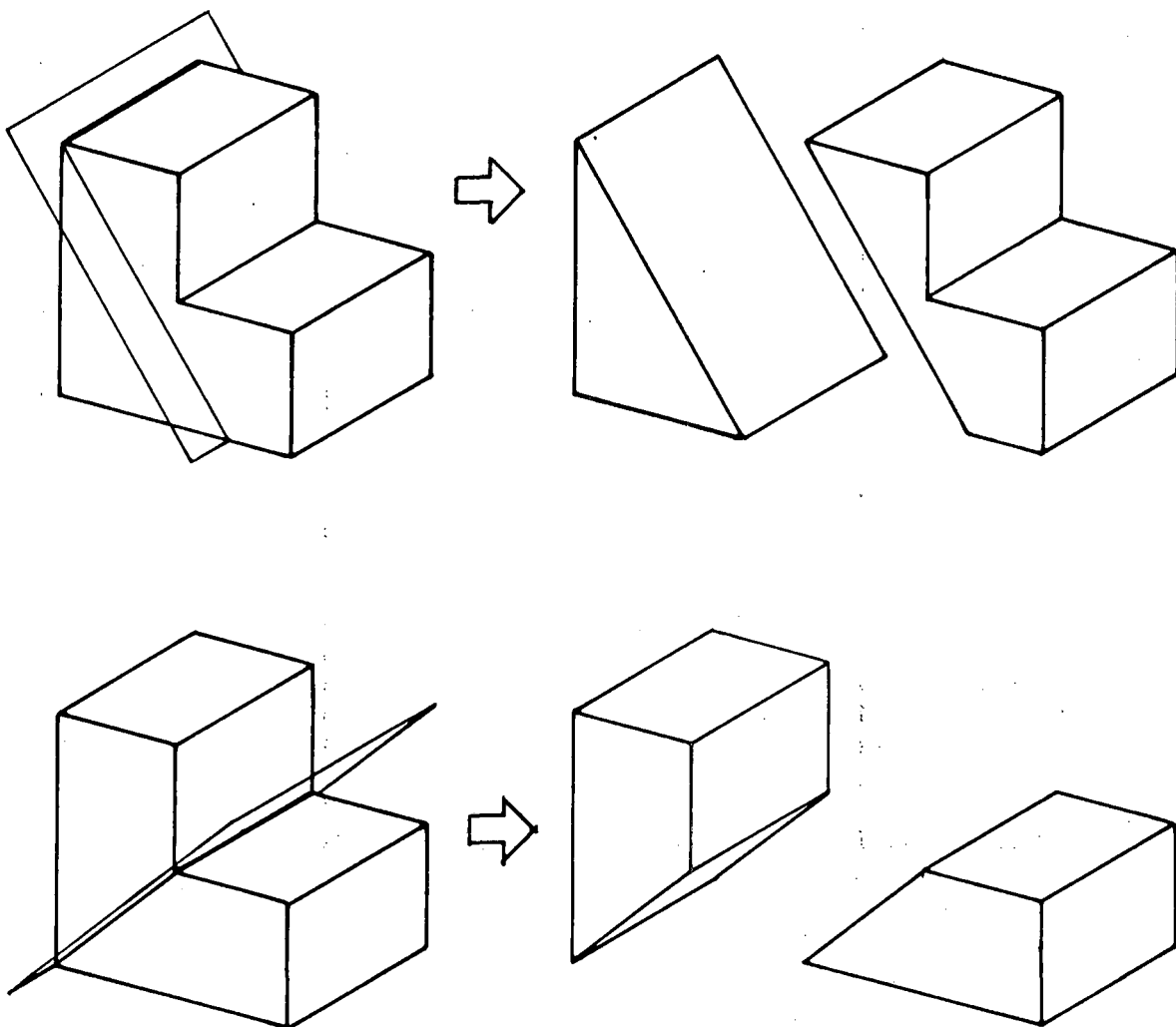


Figura 1 Casos de pla sector dividint el diedre de l'aresta.

Si el pla sector no divideix en dos el díedre de l'aresta, la discussió està en saber si l'aresta ha de conservar-se o si, per contra, ha d'ésser eliminada. La decisió és diferent segons que el díedre de l'aresta sigui convex o còncav, i depèn de l'orientació del pla sector.

En el cas de díedre convex, l'aresta serà salvada únicament si ho són les seves dues cares (fig.2). Si el díedre és còncav, l'aresta no pot ésser mai salvada però, si les seves cares ho són, el pla sector no serà admès, ja que el resultat de la secció no seria un sòlid (fig.3). En tal cas, el Sistema emetrà un missatge d'error.

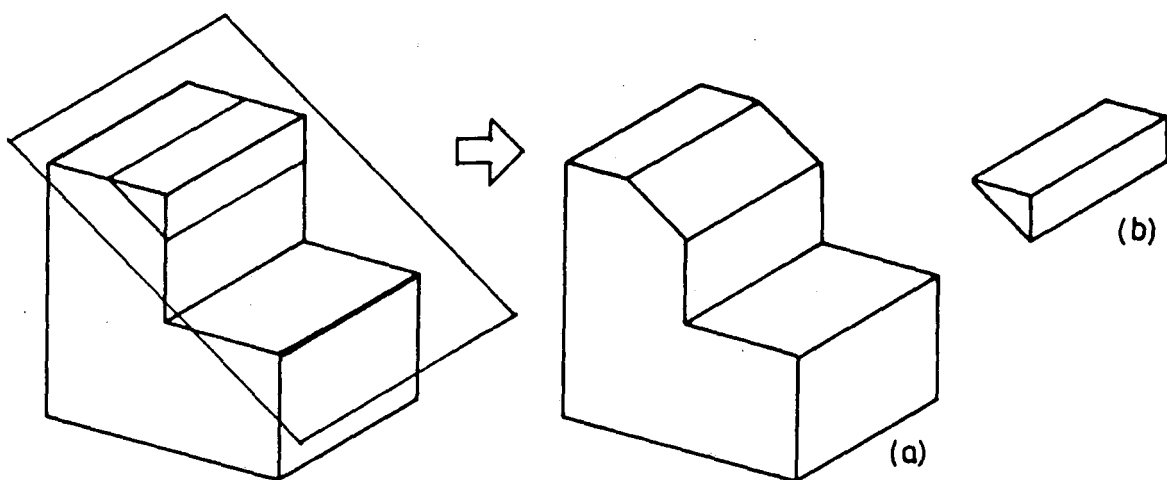


Figura 2 En el cas a), l'aresta és salvada, mentre que, en el b) és rebutjada.

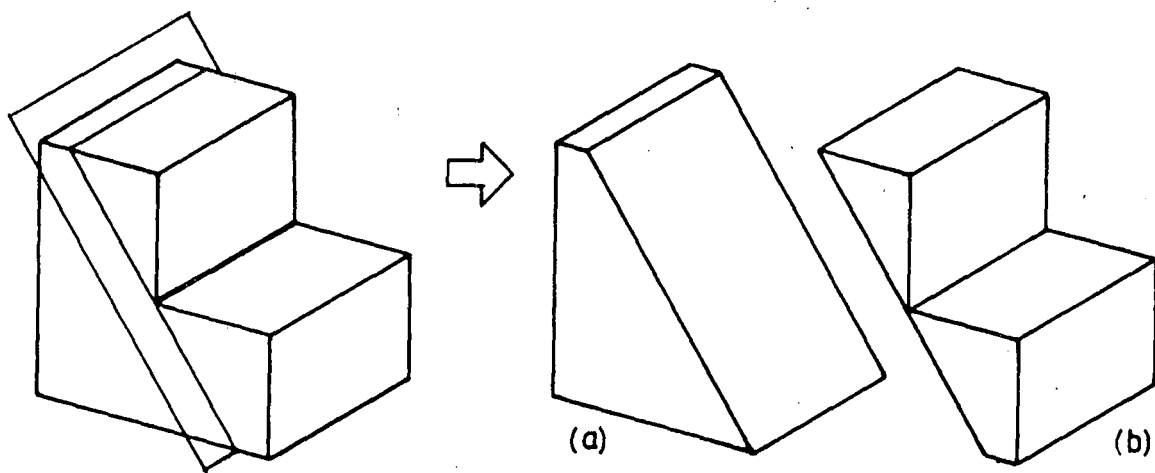


Figura 3 El cas a) és admissible, però el b) no és un sòlid.

Quan una de les cares de l'aresta queda sobre el pla sector, la decisió depèn de si la cara i el pla tenen orientacions coincidents o oposades. Si les orientacions són coincidents, l'aresta serà salvada, i incorporada a un cicle del pla sector, si el seu dièdre és convex; i serà eliminada si és còncava (fig.4.a). Quan cara i pla tinguin orientacions oposades, l'aresta se salvarà, únicament, si el seu dièdre és còncava o, altrament, serà eliminada (fig.4.b).

Fem notar que, en el cas de pla i cara amb orientacions coincidents, poden aparèixer falsos vèrtexs en algun dels cicles del pla sector, és a dir, arestes alineades, innecessàriament dividides. La reunificació d'aquestes arestes és fàcilment realitzable en una revisió dels cicles del pla sector, ja que es tracta d'arestes alineades, en les quals tots els apuntadors, excepte els de vèrtexs, són coincidents.

Per altra banda, cal remarcar també que, si cara i pla tenen orientacions oposades, la cara ha d'ésser eliminada.

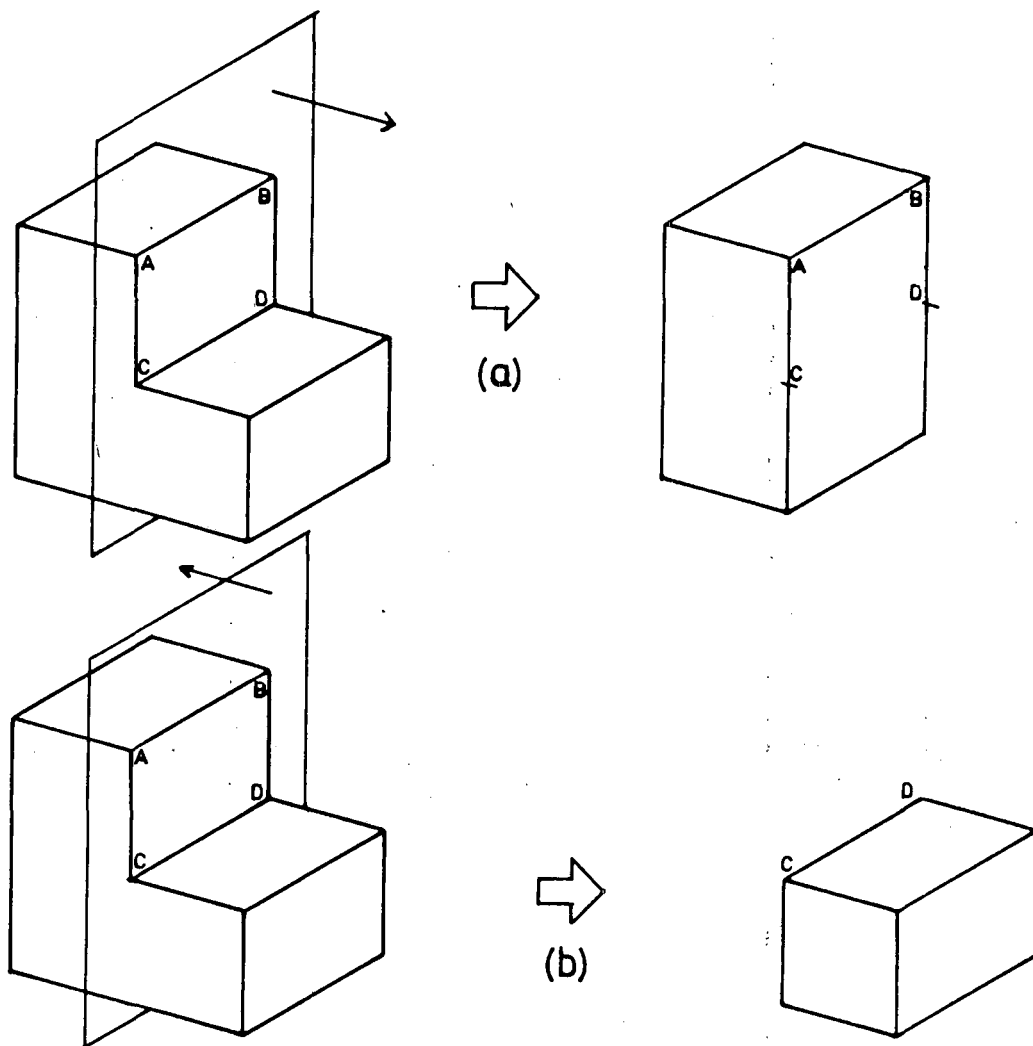


Figura 4. a) Cara i pla tenen orientacions coincidents: les arestes convexes són salvades i les còncaves eliminades; b) Cara i pla amb orientacions oposades: només són salvades les còncaves.

Vegem ara com poden detectar-se els diferents casos. Siguin:

VD = vector director de l'aresta a analitzar.

W1 = vector normal a la cara en què l'aresta queda en sentit antihorari.

W2 = vector normal a la cara en què l'aresta queda en sentit horari.

WP = vector normal al pla sector.

Calculem els següents productes vectorials:

$$PV = W1 \wedge W2$$

$$PV1 = W1 \wedge WP$$

$$PV2 = W2 \wedge WP$$

La concavitat o convexitat del diedre de l'aresta pot ésser determinada comparant els signes de VD i PV. Si aquests signes són iguals, el diedre és convex i, si són diferents, és còncav. (vegi's test de concavitat a "Selecció i classificació d'arestes" a la Secció 4.3)

Els casos en què una cara queda sobre el pla sector són detectables perquè o PV1 o PV2 són nuls. En aquests casos, la comparació de signes entre W2 i WP determinarà si les orientacions són coincidents o oposades.

Quan cap d'aquests productes vectorials s'anul·li, la detecció de si el pla sector divideix en dos o no el diedre de l'aresta serà possible comparant els sentits de PV1 i PV2. La resposta serà positiva només quan PV1 i PV2 tinguin igual sentit.

Pel que fa a la detecció -quan el pla sector no divideixi en dos el diedre- de si les cares de l'aresta són salvades o no, és obvi que, en aquesta posició del pla sector, si una cara és salvada, l'altra també ho serà. De manera que la prova pot limitar-se a una sola cara. En aquesta posició, és clar que, perquè una cara se salvi, serà suficient que el diedre format per la cara i el pla sector tingui el mateix caràcter (còncav o convex) que el diedre de l'aresta, la qual cosa és fàcil de comprovar comparant els signes de PV i PV1.

A la figura 5 s'exposa l'organigrama de l'algorisme general.

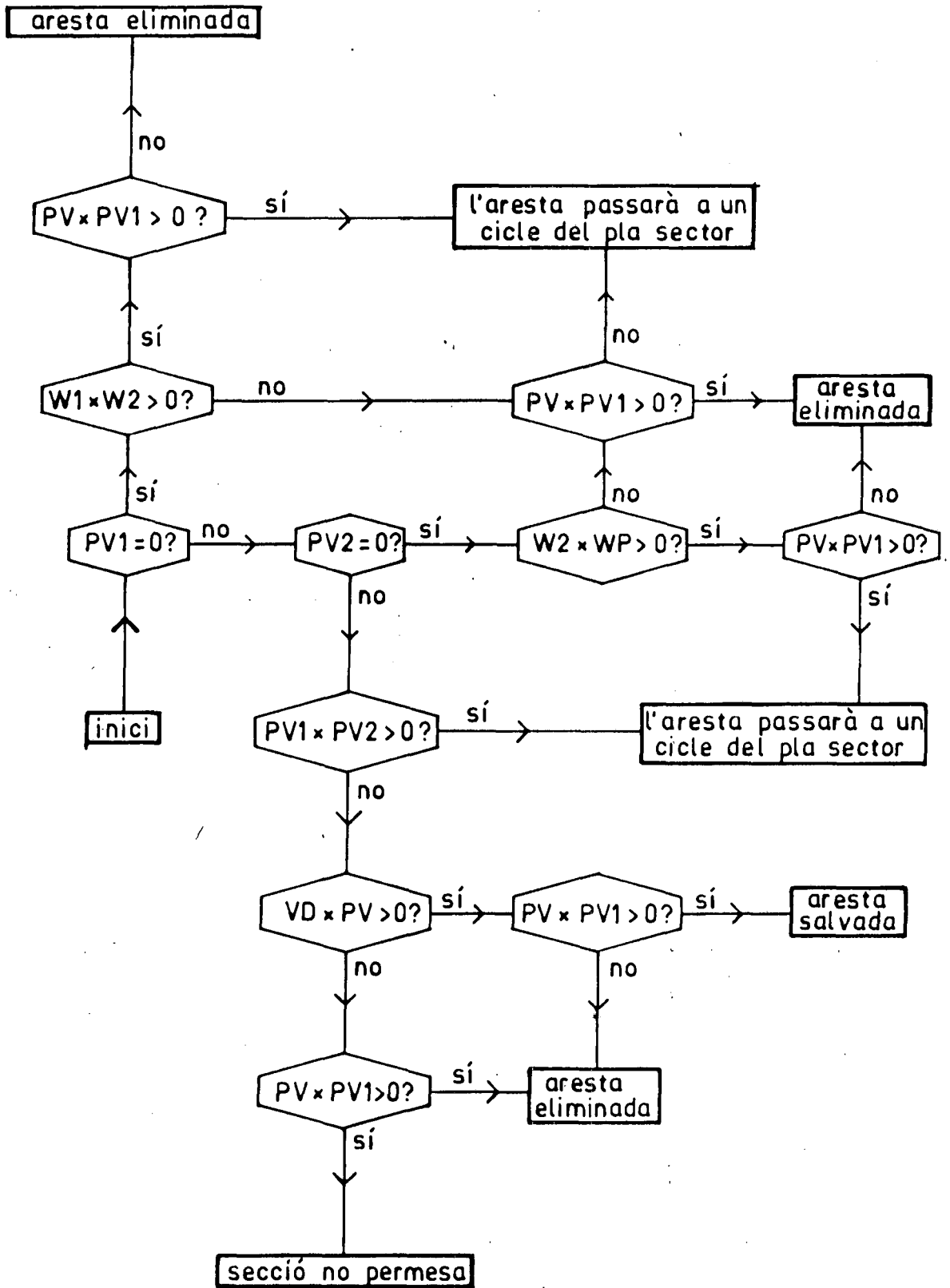


Figura 5