A.3. APÉNDICE 3. Análisis dimensional

Según el teorema π de Buckingham, el número de grupos adimensionales independientes que pueden emplearse para describir un fenómeno desconocido, en el que intervienen n variables, es igual al número $n-r$, siendo r, normalmente, el número de dimensiones básicas o fundamentales necesarias para expresar las variables dimensionalmente. Es evidente que los grupos adimensionales empleados son independientes y no pueden relacionarse entre sí mediante operaciones algebraicas.
En esta Tesis Doctoral, el objetivo es discernir qué variables pueden tener influencia en el coeficiente de descarga. En este caso y según lo visto en la literatura sobre el tema [16], se podrá establecer la siguiente relación:

$$f(l, D, \varepsilon, \mu, \rho, \vartheta, \gamma, R, \beta, T_u / T_d, p_u / p_d, \dot{m}) = 0$$

En primer lugar, no se cometería un error apreciable descartando la rugosidad del orificio como variable influyente para el tipo de orificio estudiado en este trabajo, puesto que puede considerarse constante. La temperatura aguas abajo no tendrá influencia en la descarga, tal y como se desprende de la literatura sobre el tema [13], y por lo tanto puede descartarse como variable en favor de la temperatura crítica, la cuál será de utilidad posteriormente en el análisis dimensional. Las variables γ, R y β pueden ser sustituidas por la velocidad del sonido c, dado que las incluye de forma implícita. De este modo,

$$f(l, D, \mu, \rho, \vartheta, c, T_u / T_c, p_u / p_d, \dot{m}) = 0$$

Una vez aplicado el principio de homogeneidad dimensional y despejando el flujo másico, queda

$$\dot{m} = \vartheta \rho D^2 f_2\left(\frac{l}{D}, M, \frac{T_u}{T_c}, \frac{p_u}{p_d}, Re\right)$$

$$\frac{\dot{m}_{real}}{\vartheta \rho D^2} = K\left(\frac{l}{D}\right)^a (M)^b \left(\frac{T_u}{T_c}\right)^c \left(\frac{p_u}{p_d}\right)^d (Re)^e$$

Donde los parámetros K, a, b, c, d y e serán determinados experimentalmente.
La dependencia del coeficiente de descarga (del conducto o del orificio) puede ser obtenida de la propia definición de éste y de la anterior expresión. Efectivamente:

$$c_D = \frac{\dot{m}_{real}}{\dot{m}_{teor}} = Cte\left(\frac{l}{D}\right)^a (M)^b \left(\frac{T_u}{T_c}\right)^c \left(\frac{p_u}{p_d}\right)^d (Re)^e$$