

**Universitat Politècnica de Catalunya  
Dep. Teoria del Senyal i Comunicacions  
E.T.S. d'Enginyers de Telecomunicació**

**SECCION RECTA DE  
BLANCOS RADAR COMPLEJOS  
EN TIEMPO REAL**

**Juan Manuel Rius Casals**

**Director: Dr. Miguel Ferrando Bataller**

**Tesis doctoral presentada a la  
Universitat Politècnica de Catalunya  
para la obtención del título de  
Doctor Ingeniero de Telecomunicación**

**Barcelona, Julio de 1991**

QUALIFICACIÓ : APTA "CUM LAUDE" PER UNANIMITAT

Barcelona 8 juliol 1991

PRESIDENT : Lluís Jofre

~~M. Felipe Catedra~~

VOCAL : M. Felipe Catedra

VOCAL : Rafael Gomez

~~Miguel Colvo~~

VOCAL : Miguel Colvo

~~Rafael Gomez~~

SECRETARI : Angel Cardama

~~Miguel Colvo~~

Angel Cardama

**Universitat Politècnica de Catalunya  
Dep. Teoria del Senyal i Comunicacions  
E.T.S. d'Enginyers de Telecomunicació**

**SECCION RECTA DE  
BLANCOS RADAR COMPLEJOS  
EN TIEMPO REAL**

**Juan Manuel Rius Casals**

**Director: Dr. Miguel Ferrando Bataller**

**Tesis doctoral presentada a la  
Universitat Politècnica de Catalunya  
para la obtención del título de  
Doctor Ingeniero de Telecomunicación**

**Barcelona, Julio de 1991**



*A mis padres  
y hermanos*



*Mientras la ciencia a descubrir no alcance  
las fuentes de la vida,  
y en el mar o en el cielo haya un abismo  
que al cálculo resista;*

*mientras la humanidad, siempre avanzando,  
no sepa a dó camina;  
mientras haya un misterio para el hombre  
¡habrá poesía!*

**"Rimas", Gustavo Adolfo Becquer**

*Where the world ceases to be the stage  
for personal hopes and desires, where we,  
as free beings, behold it in wonder,  
to question and to contemplate,  
there we enter the realm of art and science.*

*If we trace out what we behold and experience  
through the language of logic,  
we are doing science;  
if we show it in forms whose interrelationships  
are not accessible to our conscious thought  
but are intuitively recognized as meaningful,  
we are doing art.*

*Common to both is the devotion to something  
beyond the personal, removed from the arbitrary.*

**Albert Einstein**

---





El trabajo realizado en esta tesis ha sido subvencionado por la ACCION ESPECIAL PRONTIC:

*"Programa de investigación aplicada para el desarrollo y validación de métodos de cálculo numérico para la predicción y análisis de las características de los ecos radar (RCS) y su reducción"*

TIC 88-288E

de la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología

Gestor: Dirección General de Telecomunicaciones

Coordinador: Empresa C.A.S.A.



## AGRADECIMIENTOS

Quisiera expresar mi más sincero agradecimiento al director de esta tesis Miguel Ferrando, por sus brillantes ideas, a Angel Cardama por su incondicional ayuda y valiosos consejos, a Lluís Jofre por su constante apoyo, a Mercè Vall-llossera por su paciencia y comprensión y, en general, a todos los compañeros del Grupo A.M.R. por el soporte profesional y humano que me han proporcionado.

También quisiera mencionar a los colegas del proyecto "*Programa de investigación aplicada para el desarrollo y validación de métodos de cálculo numérico para la predicción y análisis de las características de los ecos radar (RCS) y su reducción*" por sus discusiones, sugerencias y comentarios a lo largo del desarrollo de este trabajo.

Finalmente, debo agradecer a todas aquellas personas, que de alguna manera, han contribuido a la elaboración y conclusión del manuscrito de esta tesis.



# INDICE

<b>1 INTRODUCCION</b> .....	1 - 1
<b>1.1 ANTECEDENTES</b> .....	1 - 1
1.1.1 Importancia del cálculo de la sección recta radar .....	1 - 1
1.1.2 Solución analítica .....	1 - 2
1.1.3 Métodos numéricos de baja frecuencia .....	1 - 2
1.1.4 Métodos asintóticos de alta frecuencia .....	1 - 3
1.1.5 Modelado del blanco .....	1 - 4
<b>1.2 PLANTEAMIENTO DE LA TESIS</b> .....	1 - 5
1.2.1 Objetivos .....	1 - 5
1.2.2 Solución .....	1 - 6
1.2.3 Desarrollo del método de procesado gráfico .....	1 - 6
1.2.4 Reflexión en superficies no metálicas .....	1 - 8
1.2.5 Difracción en aristas .....	1 - 8
1.2.6 Estudio de las reflexiones múltiples .....	1 - 9
1.2.7 Modelado geométrico del blanco .....	1 - 10
1.2.8 Paquete integrado para predicción de sección recta .....	1 - 10
<b>1.3 CONTENIDO DE LA TESIS</b> .....	1 - 11
1.3.1 Parte I .....	1 - 12
1.3.2 Parte II .....	1 - 12
1.3.3 Parte III .....	1 - 13
1.3.4 Conclusiones .....	1 - 13

## PARTE I

### METODOS DE PREDICCIÓN DE SECCIÓN RECTA RADAR

<b>2</b>	<b>CONCEPTO DE SECCIÓN RECTA RADAR</b>	2 - 1
2.1	SECCIÓN RECTA DE FORMAS SIMPLES	2 - 3
2.2	FENÓMENOS DE DIFRACCIÓN EN ALTA FRECUENCIA	2 - 7
2.3	CENTROS DE ECO EN BLANCOS RADAR	2 - 10
<b>3</b>	<b>MÉTODOS DE BAJA FRECUENCIA</b>	3 - 1
3.1	MÉTODOS INTEGRALES	3 - 2
3.1.1	Método de los momentos	3 - 3
3.1.2	Método de los elementos de contorno	3 - 4
3.1.3	Método del gradiente conjugado + FFT	3 - 5
3.2	MÉTODOS DE DIFERENCIAS FINITAS	3 - 6
3.2.1	Diferencias finitas en el dominio de la frecuencia	3 - 6
3.2.2	Diferencias finitas en el dominio del tiempo	3 - 6
3.3	MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	3 - 7
3.4	APLICACIÓN A LA PREDICCIÓN DE RCS	3 - 8
3.4.1	Superficie perfectamente conductora	3 - 8
3.4.2	Superficie con recubrimiento absorbente	3 - 9
<b>4</b>	<b>MÉTODOS DE ALTA FRECUENCIA</b>	4 - 1
4.1	ÓPTICA GEOMÉTRICA	4 - 2
4.2	ÓPTICA FÍSICA	4 - 5
4.2.1	Teoría	4 - 5
4.2.2	Aplicación a cuerpos geométricos sencillos	4 - 9
4.2.3	Limitaciones	4 - 11
4.3	TEORÍA GEOMÉTRICA DE LA DIFRACCIÓN	4 - 15
4.4	TEORÍAS DE DIFRACCIÓN UNIFORMES	4 - 18
4.5	TEORÍA FÍSICA DE LA DIFRACCIÓN	4 - 19
4.6	MÉTODOS DE CORRIENTES EQUIVALENTES	4 - 21
4.7	ONDAS DE SUPERFICIE	4 - 26
4.8	VALIDEZ DE LOS COEFICIENTES DE DIFRACCIÓN	4 - 28
4.8.1	Cuñas de caras curvadas y arista recta	4 - 28
4.8.2	Líneas de discontinuidad de curvatura	4 - 30
4.8.3	Vértices	4 - 31

---

4.8.4 Difracción en zonas de sombra de superficies curvadas .....	4 - 33
4.8.5 Difracción de ondas de superficie en discontinuidades .....	4 - 34
4.8.6 Conclusiones .....	4 - 35
4.9 APLICACION A LA PREDICCIÓN DE RCS .....	4 - 35
<b>5 NUEVOS METODOS Y PERSPECTIVAS DE FUTURO .....</b>	<b>5 - 1</b>
5.1 INCONVENIENTES DE LOS METODOS CLASICOS .....	5 - 2
5.2 NUEVOS METODOS .....	5 - 3
5.3 METODO DE PROPAGACION ESPECTRAL .....	5 - 4
5.3.1 Algoritmo de propagación espectral incremental (SIP) .....	5 - 4
5.3.2 Inconvenientes del SIP .....	5 - 7
5.3.3 Algoritmo propuesto .....	5 - 8

## PARTE II

### MODELADO Y VISUALIZACION DE BLANCOS RADAR

<b>6</b>	<b>MODELADO GEOMETRICO TRIDIMENSIONAL .....</b>	<b>6 - 1</b>
6.1	MODELADO GEOMETRICO DE SOLIDOS .....	6 - 2
6.1.1	Propiedades de los modelos geométricos .....	6 - 2
6.1.2	Clasificación de modelos .....	6 - 3
6.1.3	Modelado por fronteras .....	6 - 4
6.1.4	Geometría constructiva de sólidos .....	6 - 7
6.1.5	Arboles octales .....	6 - 8
6.2	MODELADO DE BLANCOS RADAR COMPLEJOS .....	6 - 9
6.3	MODELOS MATEMATICOS PARA CURVAS Y SUPERFICIES ..	6 - 17
6.3.1	Curvas paramétricas B-spline no racionales .....	6 - 17
6.3.2	Curvas paramétricas B-spline racionales .....	6 - 19
6.3.3	Superficies paramétricas B-spline .....	6 - 21
6.3.4	Curvas definidas sobre superficies B-spline .....	6 - 23
6.3.5	Continuidad entre superficies paramétricas .....	6 - 24
6.3.6	Superficies algebraicas .....	6 - 26
<b>7</b>	<b>VISUALIZACION REALISTA PARA PROCESADO GRAFICO .....</b>	<b>7 - 1</b>
7.1	VISUALIZACION GRAFICA REALISTA .....	7 - 2
7.1.1	Generación de imágenes realistas .....	7 - 2
7.1.2	Representación tridimensional .....	7 - 4
7.1.3	Modelos de iluminación local .....	7 - 5
7.1.3.1	Fuentes de luz .....	7 - 6
7.1.3.2	Reflexión de la luz en las superficies .....	7 - 7
7.1.3.3	Suavizado de la imagen .....	7 - 9
7.1.4	Memoria de pantalla (Frame-Buffer) .....	7 - 9
7.1.5	Eliminación de partes ocultas (Z-Buffer) .....	7 - 10
7.2	GENERACION DE LA IMAGEN POR HARDWARE GRAFICO ..	7 - 11
7.2.1	Librería gráfica y controlador de dispositivo .....	7 - 13
7.2.2	Transformaciones geométricas .....	7 - 13
7.2.3	Generación de pixels .....	7 - 14
7.2.4	Visualización de la imagen .....	7 - 14
7.2.5	Primitivas especiales implementadas en hardware .....	7 - 15



## PARTE III

### PROCESADO GRAFICO EN TIEMPO REAL

<b>8 OPTICA GEOMETRICA .....</b>	<b>8 - 1</b>
8.1 DETECCION DE PUNTOS BRILLANTES MEDIANTE VISUALIZACION GRAFICA REALISTA .....	8 - 2
8.2 CALCULO DE SECCION RECTA: OPTICA GEOMETRICA .....	8 - 5
8.2.1 Obtención de radios de curvatura en base de datos .....	8 - 5
8.2.2 Cálculo de radios de curvatura por procesado gráfico .....	8 - 6
8.2.3 Cálculo directo de RCS por procesado gráfico .....	8 - 7
8.3 LIMITACIONES Y MARGENES DE VALIDEZ .....	8 - 10
8.3.1 Limitaciones de óptica geométrica .....	8 - 11
8.3.2 Limitaciones del procesado gráfico .....	8 - 11
8.3.3 Limitaciones del hardware gráfico .....	8 - 12
8.3.4 Margen de validez .....	8 - 14
8.4 PRUEBAS Y RESULTADOS DE VALIDACION .....	8 - 15
8.4.1 Un punto brillante .....	8 - 15
8.4.2 Varios puntos brillantes .....	8 - 19
8.5 CONCLUSIONES .....	8 - 20
<b>9 OPTICA FISICA .....</b>	<b>9 - 1</b>
9.1 MODELADO POR FACETAS PLANAS .....	9 - 3
9.2 PROCESADO GRAFICO .....	9 - 5
9.2.1 Cálculo de la integral de superficie de óptica física .....	9 - 5
9.2.2 Aplicación del principio de fase estacionaria .....	9 - 7
9.2.3 Algoritmo de procesado gráfico .....	9 - 12
9.3 VALIDACION DEL PROCESADO GRAFICO .....	9 - 14
9.3.1 Eliminación de superficies eclipsadas .....	9 - 15
9.3.2 Superficies doblemente curvadas .....	9 - 20
9.3.3 Superficies simplemente curvadas .....	9 - 22
9.3.4 Superficies planas .....	9 - 24
9.4 LIMITACIONES DE OPTICA FISICA .....	9 - 27
9.4.1 Superficies de pequeño radio de curvatura .....	9 - 27
9.4.2 Difracción en aristas .....	9 - 30
9.4.3 Difracción en vértices .....	9 - 38
9.4.4 Reflexiones múltiples .....	9 - 42

9.5 APLICACION A BLANCOS RADAR REALES .....	9 - 45
9.5.1 Perfiles de ala y estabilizadores .....	9 - 46
9.5.2 Misil .....	9 - 54
9.5.3 Boeing 727 .....	9 - 57
9.6 CONCLUSIONES .....	9 - 64
<b>10 REFLEXION EN SUPERFICIES NO METALICAS .....</b>	<b>10 - 1</b>
10.1 DIFRACCION EN MEDIOS MATERIALES .....	10 - 2
10.1.1 Condición de contorno de impedancia .....	10 - 4
10.1.2 Optica física .....	10 - 7
10.1.3 Superficie metálica con recubrimiento RAM .....	10 - 9
10.1.4 Validez de la IBC con materiales RAM .....	10 - 10
10.2 ALGORITMO DE PROCESADO GRAFICO .....	10 - 13
10.3 RESULTADOS .....	10 - 15
10.3.1 Cilindro ojival .....	10 - 15
10.3.2 Cilindro triangular .....	10 - 19
10.3.3 Perfil de ala .....	10 - 22
10.3.4 Cono-esfera .....	10 - 25
10.4 CONCLUSIONES .....	10 - 28
<b>11 DIFRACCION EN ARISTAS .....</b>	<b>11 - 1</b>
11.1 METODO DE LAS CORRIENTES EQUIVALENTES .....	11 - 2
11.1.1 Coeficientes de difracción PTD .....	11 - 5
11.1.2 Coeficientes de difracción de Mitzner .....	11 - 10
11.1.3 Elección entre los coeficientes de PTD o de Mitzner .....	11 - 14
11.2 ALGORITMO DE PROCESADO GRAFICO .....	11 - 16
11.2.1 Cálculo de la normal a la superficie .....	11 - 16
11.2.2 Detección gráfica de aristas .....	11 - 18
11.2.3 Cálculo de los ángulos característicos .....	11 - 20
11.2.3.1 Incidencia perpendicular a la arista .....	11 - 20
11.2.3.2 Incidencia oblicua .....	11 - 22
11.2.4 Cálculo de la integral de línea por procesado gráfico .....	11 - 24
11.3 VALIDACION DEL PROCESADO GRAFICO .....	11 - 26
11.3.1 Placa plana .....	11 - 27
11.3.2 Objetos bidimensionales .....	11 - 33
11.3.2.1 Cilindro ojival .....	11 - 35

11.3.2.2 Cilindro triangular .....	11 - 39
11.3.2.3 Perfil de ala .....	11 - 43
11.4 APLICACION A BLANCOS RADAR COMPLEJOS .....	11 - 47
11.4.1 Perfil de ala NACA 3317 .....	11 - 48
11.4.2 Misil .....	11 - 54
11.5 CONCLUSIONES .....	11 - 58
<b>12 REFLEXIONES MULTIPLES .....</b>	<b>12 - 1</b>
12.1 MODELOS DE ILUMINACION GLOBAL .....	12 - 2
12.1.1 Ray-Tracing .....	12 - 3
12.1.2 Radiosity .....	12 - 5
12.1.2.1 Equilibrio energético global .....	12 - 5
12.1.2.2 Generación de la imagen .....	12 - 6
12.1.2.3 Cálculo de los factores de forma .....	12 - 7
12.1.2.4 Refinamiento progresivo de la imagen .....	12 - 9
12.1.3 Conclusiones .....	12 - 9
12.2 APLICACION A LA PREDICCIÓN DE RCS .....	12 - 10
12.2.1 Trazado de rayos .....	12 - 10
12.2.2 Radiosity .....	12 - 11
12.3 RESULTADOS .....	12 - 15
12.3.1 Calibración con diedros de ángulo recto .....	12 - 16
12.3.2 Validación con diedros de ángulo no recto .....	12 - 20
12.3.3 Blancos radar complejos .....	12 - 21
12.4 CONCLUSIONES .....	12 - 23

## CONCLUSIONES

Aplicación al diseño interactivo de formas de baja detectabilidad ..... 3

## BIBLIOGRAFIA



## CAPITULO 1

### INTRODUCCION

#### 1.1 ANTECEDENTES

##### 1.1.1 Importancia del cálculo de la sección recta radar

En los últimos años, tanto la industria aeronáutica como algunos grupos de trabajo de diversas universidades han realizado un gran esfuerzo en la aplicación de las técnicas numéricas del electromagnetismo para el cálculo de sección recta radar [Cátedra Sem'90].

La sección recta radar, abreviadamente RCS, es una medida de la energía que refleja un cierto blanco, al ser iluminado por un radar, hacia la antena receptora. Lógicamente, la sección recta es una característica propia de cada blanco radar y depende tanto de los parámetros de la onda iluminante, es decir, frecuencia y dirección de incidencia, como de la forma, constitución y materiales del propio blanco [Knott'85, cap.6].

Los programas de tecnología avanzada que se están desarrollando actualmente en la industria aeronáutica requieren disponer de métodos de cálculo numérico y modelización para la obtención de la sección recta radar. Dichos métodos permitirían, por una parte, analizar la sección recta de un cierto blanco radar concreto y, por otra, modificarla hacia un valor deseado a través de las siguientes técnicas [Knott'85, cap.7]:

- Modificación de la forma de la superficie del blanco.
- Empleo de materiales de baja reflectividad a frecuencias radar [Knott'89, cap.9].

Para el diseño de aviones con una ciertas especificaciones de sección recta, es muy importante poder predecirla mediante cálculo numérico en la fase temprana del diseño preliminar, en la cual no es económicamente rentable la realización de medidas de RCS con maquetas. De esta forma puede obtenerse una valiosa información para el diseño de formas de baja o alta detectabilidad radar que sean compatibles con los requerimientos aerodinámicos y estructurales habituales en aeronáutica, antes de que estos últimos fijen definitivamente la forma del avión.

### **1.1.2 Solución analítica**

La solución analítica del problema electromagnético para el cálculo de RCS consiste en resolver las ecuaciones de Maxwell con las condiciones de contorno impuestas por la superficie exterior del blanco radar [Knott'85, cap.3]. Este procedimiento sólo es posible para algunos objetos con geometría canónica muy sencilla, pero resulta totalmente inviable para estudiar cuerpos genéricos con formas complejas. Realizando una aproximación asintótica cuando el blanco es eléctricamente grande, pueden obtenerse soluciones analíticas, en este caso aproximadas, para un espectro más amplio de objetos y formas [Knott'85, cap.5].

En general, la dificultad que aparece al resolver este problema reside en que el campo eléctrico reflejado por el blanco se expresa como la integral de convolución de las corrientes inducidas sobre la superficie del mismo, y estas últimas dependen a su vez del campo reflejado. Aparecen por ello ecuaciones con la incógnita presente simultáneamente dentro de los operadores integro-diferenciales y fuera de los mismos [Stratton'41]. Además, el problema se complica en gran medida al tener en cuenta las formas extremadamente complejas de los blancos radar reales.

### **1.1.3 Métodos numéricos de baja frecuencia**

A causa de las razones anteriormente expuestas, para obtener la RCS de objetos genéricos con formas arbitrariamente complejas es necesario recurrir al cálculo numérico con ordenador [Knott'85, cap.4]. Para ello se realiza una discretización, tanto de las ecuaciones integrales o diferenciales que gobiernan el comportamiento de los campos electromagnéticos como de la superficie del blanco, sobre la que se aplican las condiciones de contorno [Harrington'68] [Kong'90] [Paulsen'88] [Ström'89]. Esta discretización conduce a un sistema matricial de ecuaciones lineales, cuya solución permite obtener los campos reflejados por el blanco hacia el radar, y de ellos la sección recta. A pesar de no realizarse ningún tipo de aproximación, la solución del problema presenta los errores debidos a la discretización de los campos y de la superficie del objeto, condicionamiento del sistema matricial a resolver y truncamiento de números reales.

La principal limitación del método reside en que el orden del sistema de ecuaciones lineales a resolver es proporcional al número de elementos en la discretización de la superficie del blanco. Esto impone un límite al tamaño máximo del objeto que se puede analizar, dado por la capacidad de memoria y velocidad de cálculo del ordenador utilizado. En la práctica, el coste computacional es prohibitivo cuando el volumen del objeto es mayor que, aproximadamente,  $1 \lambda^3$  [Yaghjian'85], por lo que no es aplicable a blancos radar reales, salvo en el caso particular de radares de VHF o HF. Por ello, a los métodos matriciales se les denomina métodos de baja frecuencia.

Sin embargo, el rápido avance de la tecnología informática en la actualidad permite, por una parte, disponer de velocidades de cálculo cada vez más elevadas en arquitecturas multiprocesador y, por otra, la introducción de la tecnología RISC en el ámbito de las estaciones de trabajo ha posibilitado la aparición de máquinas de sobremesa que ofrecen, a un precio muy asequible, prestaciones que hasta hace pocos años se podían conseguir únicamente con superordenadores. Por este motivo, aumenta día a día el tamaño eléctrico de los objetos que es posible analizar con métodos de baja frecuencia, lo cual justifica la intensa investigación que actualmente se está desarrollando en este campo. En esta línea, no se puede descartar la posibilidad de que en un futuro más o menos lejano sea posible analizar un avión completo con métodos de baja frecuencia.

Recientemente se ha estudiado la aplicación de métodos numéricos rigurosos no matriciales basados en la resolución de las ecuaciones diferenciales en el dominio del tiempo, que siguen la evolución temporal de la interacción de la onda electromagnética con la superficie del blanco y su posterior dispersión [Taflove'89]. Aunque su coste computacional aumenta con el tamaño eléctrico del blanco, por lo que también son considerados métodos de baja frecuencia, éste es inferior al de los métodos matriciales para algunos problemas concretos, como, por ejemplo, cuerpos dieléctricos con pérdidas en alta frecuencia [Borup'87].

#### **1.1.4 Métodos asintóticos de alta frecuencia**

Dadas las limitaciones computacionales de la formulación rigurosa y la posterior discretización del problema, para el cálculo de la sección recta de blancos radar eléctricamente grandes es necesario utilizar métodos aproximados que proporcionen resultados aceptables con un esfuerzo computacional razonablemente reducido. Cuando las dimensiones características del objeto, como longitud, anchura y radios de curvatura de las superficies, son grandes comparados con la longitud de onda, para el cálculo de los campos difractados pueden aplicarse aproximaciones asintóticas de alta frecuencia [Knott'85, cap.5]. La región de alta frecuencia es de gran importancia, pues incluye la mayoría de los blancos radar de interés a las frecuencias más habituales (UHF y microondas).

La simplicidad de los métodos asintóticos se debe a que la difracción es un fenómeno local en alta frecuencia: cada parte del blanco difracta los campos incidentes de forma independiente de los demás centros de difracción [Knott'85, cap.5]. De esta forma, pueden aproximarse las corrientes inducidas en una región del blanco como debidas únicamente al campo incidente, sin incluir el campo reradiado por otras partes del mismo. Así se evita que la incógnita del problema, el campo reflejado, aparezca en el interior de los operadores integro-diferenciales, con lo que pueden obtenerse soluciones analíticas para una serie bastante amplia de formas sencillas.

Estas soluciones analíticas se derivan del desarrollo asintótico de las integrales de radiación para cuerpos canónicos infinitos [Sommerfeld'1896] del que se toma el primer término significativo. El campo reflejado por un objeto finito sencillo se obtiene a partir del resultado asintótico para un cuerpo canónico infinito cuya forma sea similar a la del objeto a analizar. La diversidad de métodos para la realización del desarrollo asintótico, aplicados sobre distintos cuerpos canónicos, ha dado lugar a un amplio espectro de técnicas de alta frecuencia, aplicables cada una de ellas a diferentes situaciones y con distintas condiciones de validez [Keller'57] [Kouyoumjian'74] [Lee'76] [Ufimtsev'57] [Knott'84] [Michaeli'84] [Mitzner'74].

La utilización de los métodos de alta frecuencia se basa en la descomposición del blanco en una serie de centros de eco, de los que se conoce una solución asintótica analítica o bien una solución numérica. Los campos reflejados hacia el radar se calculan para cada centro de eco por separado, y se obtiene el campo total como la suma coherente de los campos reflejados por todos los centros de eco. La sección recta calculada mediante este procedimiento es correcta siempre que la interacción entre los centros de eco sea despreciable, lo cual no sucede en algunos casos importantes en aeronáutica, como, por ejemplo, las cavidades en la entrada y la salida de las turbinas [Pathak'89].

Cuando alguno de los centros de eco presenta dimensiones características del orden de la longitud de onda, puede calcularse el campo difractado por este centro de eco utilizando métodos de baja frecuencia y sumar coherentemente el resultado al obtenido para los demás centros de eco por métodos de alta frecuencia. Este último procedimiento da lugar a métodos híbridos entre los de alta y los de baja frecuencia [Medgyesi'89].

### **1.1.5 Modelado del blanco**

La aplicación a blancos reales de las técnicas de predicción de sección recta radar precisa de un modelo realista del blanco, para poder imponer las condiciones de contorno del problema electromagnético sobre la superficie del mismo. Antes de que se desarrollara el software actual de diseño gráfico y modelado geométrico, existían técnicas de modelado en las que se hacía uso de primitivas básicas de



construcción (esferas, cilindros, paralepípedos, etc.), generando modelos muy simplificados que proporcionaban una cierta aproximación de la sección recta [Crispin'65][Crispin'68].

El método más utilizado en la actualidad es el de aproximar la superficie del objeto mediante facetas planas, con lo que la superficie modelada se asemeja mucho más a la real y se obtienen resultados de predicción muy superiores [Youssef'89] [Abad'90]. Sin embargo, la realización del modelo resulta difícil cuando el blanco radar presenta superficies de forma muy compleja. Además, el elevado número de facetas, caracterizada cada una de ellas por las coordenadas espaciales de sus vértices, constituye una cantidad muy elevada de información a procesar, requiriendo un esfuerzo computacional considerable incluso con técnicas de alta frecuencia, aunque muy inferior al requerido por la discretización con métodos de baja frecuencia.

Por ello, para obtener resultados con blancos radar arbitrariamente complejos, de tamaño eléctrico muy grande, en un tiempo razonablemente reducido, suelen utilizarse procesadores vectoriales trabajando en paralelo, cuyo coste económico es muy elevado.

## 1.2 PLANTEAMIENTO DE LA TESIS

### 1.2.1 Objetivos

El objetivo de este trabajo es el cálculo aproximado en tiempo real de la sección recta monoestática de blancos radar complejos eléctricamente grandes, utilizando una estación de trabajo de altas prestaciones, cuyo coste económico es muy inferior al de los procesadores vectoriales que se utilizan habitualmente.

El estudio se va a restringir a superficies perfectamente conductoras en la región de alta frecuencia, incluyendo las principales contribuciones a la sección recta: reflexión en grandes superficies, difracción en aristas y reflexiones múltiples entre superficies. Además, debe estudiarse la viabilidad de considerar el efecto de las superficies no metálicas, particularmente los recubrimientos absorbentes radar (RAM) y los materiales *composites*, de creciente utilización en la industria aeronáutica moderna.

El cálculo aproximado de la sección recta debe permitir obtener resultados para aviones reales similares a las medidas con modelos a escala, en las bandas de alta frecuencia (UHF y microondas).

Para alcanzar estos objetivos debe descartarse la utilización de métodos numéricos de baja frecuencia, pues no permiten el estudio de objetos eléctricamente grandes e, incluso con objetos pequeños, su coste computacional hace inviable el cálculo en tiempo real. Deben utilizarse por ello aproximaciones asintóticas de alta frecuencia. Sin embargo, quedan por resolver las siguientes cuestiones:

- Qué aproximaciones de alta frecuencia utilizar.
- Cómo modelar el avión, para generar una base de datos compatible con el software de cálculo de sección recta.
- Cómo acceder de forma óptima a la base de datos.

### **1.2.2 Solución**

La respuesta que en esta tesis vamos a dar a las tres preguntas arranca básicamente de la respuesta a la tercera: **procesar gráficamente** la imagen presente en la pantalla de la estación gráfica, que corresponde a una visualización tridimensional del modelo geométrico del avión. Esto significa que la base de datos procesada por el algoritmo de cálculo será la memoria de pantalla de la estación gráfica, el modelo geométrico será el mismo que utiliza el paquete de modelado y la aproximación de alta frecuencia debe ser tal que permita obtener la sección recta mediante el procesado de la imagen en pantalla.

La innovación que presenta este trabajo reside en la aplicación de técnicas correspondientes a disciplinas tan diferentes como modelado geométrico [Brunet'89], visualización gráfica [Dewey'88] y cálculo numérico en electromagnetismo para obtener la sección recta de blancos radar. Además, se presenta un algoritmo de procesado gráfico de imágenes que, mediante un número muy reducido de operaciones, permite calcular las integrales de superficie o de línea de algunas aproximaciones de alta frecuencia sobre la superficie y aristas del avión, obteniéndose el valor de la sección recta en tiempo real [Rius'91c].

Debe destacarse el hecho de que para obtener una velocidad de cálculo similar con los métodos clásicos de modelado geométrico por facetas planas, y utilizando las mismas aproximaciones de alta frecuencia para procesar la base de datos generada, es necesario un super-ordenador vectorial de un coste económico enormemente superior al de la estación de trabajo gráfica.

### **1.2.3 Desarrollo del método de procesado gráfico**

La idea inicial para obtener la sección recta mediante procesado gráfico surgió al observar en la pantalla de la estación gráfica una visualización tridimensional de un modelo de avión, en la que el software de visualización gráfica [I-DEAS]

simulaba la reflexión de una fuente de luz sobre la superficie del avión: si se hacía coincidir la dirección de iluminación con la de observación, la situación era la misma que en el caso de sección recta radar monoestática, de forma que podían observarse sobre la superficie del avión zonas brillantes correspondientes a los puntos de reflexión especular del frente de onda incidente.

La única diferencia entre ambas situaciones residía en la frecuencia de la onda electromagnética incidente: frecuencia óptica (casi infinita) en un caso y frecuencia de microondas en el otro. De esta forma, un procesado adecuado de la imagen en pantalla debería permitir calcular la sección recta utilizando una aproximación asintótica que supusiera frecuencia infinita, como es el caso de la aproximación de óptica geométrica [Knott'85, cap.5].

La aproximación de óptica geométrica se basa en calcular la sección recta a partir del producto de los radios principales de curvatura de la superficie en los puntos de reflexión especular. Precisamente en la detección numérica de los puntos de reflexión especular reside la gran dificultad que surge al aplicar dicha aproximación a objetos muy complejos. Sin embargo, los puntos de reflexión especular son los puntos brillantes de la imagen presente en la pantalla de la estación gráfica. Por ello, la idea inicial fue, por una parte, procesar la memoria de pantalla para obtener los radios de curvatura en los puntos de reflexión especular y, por otra, conociendo las coordenadas de dichos puntos, acceder a la base de datos del modelo para extraer otros parámetros necesarios de la superficie.

Posteriormente se comprobó que no era necesario calcular los radios principales de curvatura ni acceder a la base de datos, pues la sección recta obtenida según óptica geométrica es directamente proporcional al área del punto brillante sobre la pantalla [Rius URSI'89]. Por ello bastaba contar el número de pixels de pantalla con luminosidad mayor que un cierto umbral para obtener la sección recta. Sin embargo, el método desarrollado no era todavía válido para cumplir los objetivos propuestos, pues la aproximación de óptica geométrica no es aplicable a superficies planas. Para resolver este problema era necesario utilizar una aproximación diferente, que no fuera independiente de la frecuencia.

Por ello, se pensó en añadir la información de la frecuencia de trabajo, en lugar de suponerla infinita. ¿Cómo? La idea definitiva fue utilizar la información de la distancia de cada pixel de pantalla al observador, presente en una zona de memoria llamada "*z-buffer*", de forma que, conociendo la frecuencia de trabajo, podía obtenerse la distancia eléctrica al observador y, de ella, la fase de la contribución de cada elemento de superficie al campo reflejado total. De esta forma, al calcular el área de los puntos brillantes sumando coherentemente la fase de los pixels iluminados [Rius Dallas'90][Rius JINA'90], se obtiene una cantidad proporcional al campo eléctrico reflejado, incluso en el caso de superficies planas.

El resultado obtenido coincide con la aproximación de óptica física [Knott'85, cap.5], también de alta frecuencia. Dicha aproximación permite calcular la contribución a la sección recta debida a la reflexión de primer orden en las grandes superficies, que habitualmente es la contribución principal. Con ello se cumple el objetivo fundamental de la tesis: el cálculo aproximado de la sección recta en tiempo real mediante procesado gráfico de una imagen del blanco en la pantalla de la estación gráfica.

#### **1.2.4 Reflexión en superficies no metálicas**

El método de procesado gráfico anterior se basa en una formulación de la aproximación de óptica física válida únicamente para superficies perfectamente conductoras. Ello constituye un inconveniente importante para analizar blancos radar reales, debido a la creciente utilización de recubrimientos absorbentes radar (RAM) y materiales *composites* en la industria aeronáutica actual.

Dadas las dificultades en el análisis exacto de la reflexión en superficies dieléctricas y/o magnéticas, se plantea una condición de contorno aproximada: la IBC o condición de contorno de impedancia, basada en la definición de una impedancia superficial equivalente. La teoría de alta frecuencia en combinación con la IBC da lugar a una formulación muy simple de la aproximación de óptica física, basada en ponderar la contribución de cada diferencial de superficie con los coeficientes de reflexión de Fresnel, que se calculan para un plano tangente de impedancia igual a la impedancia superficial equivalente. Esta última puede obtenerse fácilmente en el dominio de la frecuencia a través de un modelo de circuito equivalente.

Para incluir la IBC en el algoritmo de procesado gráfico de óptica física, basta calcular por técnicas gráficas los coeficientes de reflexión de Fresnel para cada pixel de la imagen en función de su luminosidad. Teniendo en cuenta que la aproximación de óptica física sólo considera la reflexión superficial y que la IBC es válida únicamente para direcciones de incidencia próximas a la normal a la superficie, cabe esperar que el algoritmo resultante sea válido solamente cuando exista algún punto de reflexión especular sobre la superficie del blanco. Si bien esta es la situación más habitual con blancos radar, no lo es en el caso particular de los aparatos *stealth*, en los que se minimiza la sección recta evitando deliberadamente la aparición de puntos de reflexión especular.

#### **1.2.5 Difracción en aristas**

Al aproximarse la sección recta exacta, teniendo en cuenta todos los mecanismos de difracción, por la contribución principal, debida a la reflexión en grandes superficies, cabe esperar que el resultado obtenido no sea válido para

aparatos de baja reflectividad "*stealth*". Ello es debido a que estos últimos se diseñan de forma que la reflexión en las grandes superficies se reduce al máximo, hasta hacerla similar a la contribución de otros mecanismos de difracción, con lo que las grandes superficies dejan de ser la contribución principal, y en el cálculo de sección recta debe tenerse en cuenta, además, la difracción en aristas.

Para el cálculo de la difracción en aristas mediante procesado gráfico de una imagen del blanco se ha utilizado la formulación más general en la región de alta frecuencia: el método de las corrientes equivalentes. Para ello, se detectan las aristas presentes en la imagen del blanco a través de las discontinuidades de la normal a la superficie que, con las fuentes de iluminación adecuadas, se traducen en discontinuidades en la iluminación de los pixel de la imagen. A partir de esta información, se calculan los ángulos internos de la cuña y su posición relativa al radar, lo cual permite obtener los coeficientes de difracción adecuados. La integral de línea del método de las corrientes equivalentes se calcula, de forma análoga a la integral de superficie de óptica física, mediante la suma coherente de los coeficientes de difracción.

### 1.2.6 Estudio de las reflexiones múltiples

También se ha estudiado la posibilidad de obtener la contribución de las reflexiones múltiples entre superficies mediante la aplicación de métodos de iluminación global [Burgoon'89] para el procesado gráfico. Este tipo de iluminación permite tener en cuenta las reflexiones de los rayos entre las superficies del objeto, consiguiendo, con un procesado más costoso, imágenes más realistas que los métodos de iluminación local [Phong'73], que sólo tienen en cuenta las primeras reflexiones.

Los métodos de iluminación global más utilizados son el de trazado de rayos o "*ray-tracing*", que se basa en la generación del árbol de rayos reflejados que intervienen en la escena, y el método de radiancia o "*radiosity*", que se basa en la conservación de la energía reflejada por todas las superficies. El método de trazado de rayos es extraordinariamente costoso, pues genera un árbol de rayos para cada pixel de pantalla [Glassner'89], con lo que su utilización queda descartada si se pretenden obtener resultados en tiempo real.

El método de *radiosity* [Cohen'86][Greenberg'86] genera la imagen del blanco en tiempo casi-real, lo cual permite aproximar la sección recta con reflexiones múltiples en un tiempo reducido, similar al requerido por los métodos clásicos implementados en super-ordenador vectorial. Sin embargo, el método de *radiosity* supone frecuencia infinita, pues se basa en consideraciones de equilibrio energético a frecuencia óptica, de forma que la imagen en pantalla corresponde a una suma incoherente de todos los rayos múltiplemente reflejados, y la sección recta obtenida por procesado gráfico [Rius JINA'90] es una aproximación de la real por exceso.

### **1.2.7 Modelado geométrico del blanco**

Entre los distintos métodos de modelado geométrico disponibles [Brunet'89], que generan bases de datos conteniendo muy diferentes tipos de información, se ha escogido el basado en superficies paramétricas [Farin'88]. La aplicación de superficies paramétricas al cálculo de sección recta es una innovación importante, introducida recientemente, y en paralelo, por varios grupos de trabajo españoles [Rius URSI'89] [Rius Dallas'90] [Rius JINA'90] [Hermida Dallas'90] [Hermida'90] [Pizarroso'90] [Hermida'91].

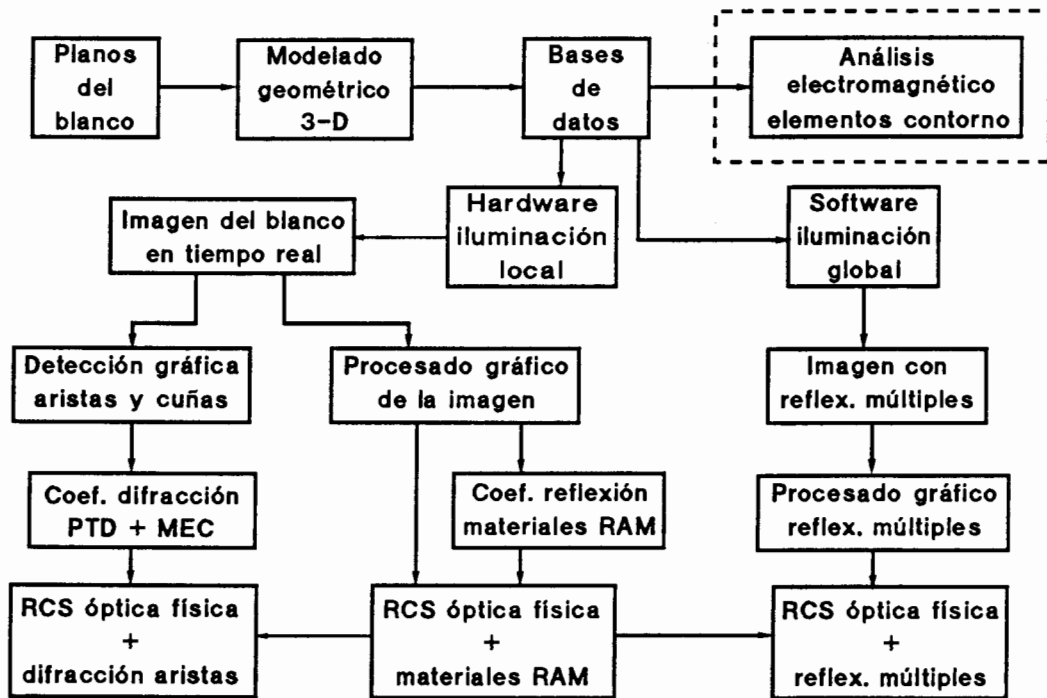
El modelado mediante superficies paramétricas presenta numerosas ventajas sobre el método clásico de las facetas planas, entre las que merecen citarse las siguientes:

- Mejor aproximación del modelo a la superficie real, cuando la forma de ésta es complicada.
- El número de superficies paramétricas necesarias para modelar un objeto es varios órdenes de magnitud inferior al de facetas planas, con lo que la cantidad de información a almacenar en la base de datos y a procesar posteriormente es muy inferior, reduciéndose significativamente el tiempo de procesado.
- Las estaciones de trabajo con acelerador gráfico 3-D disponen de hardware dedicado específicamente al procesado de superficies paramétricas, con lo que la visualización de éstas es mucho más rápida que la de las facetas planas. Se acelera así enormemente el cálculo de sección recta mediante procesado gráfico, haciendo posible la obtención de resultados en tiempo real.

### **1.2.8 Paquete integrado para predicción de sección recta**

El diagrama de bloques de la figura 1-1 proporciona una visión general del paquete integrado de procesado gráfico en tiempo real desarrollado la presente tesis para el cálculo aproximado de sección recta de blancos radar complejos. En él se muestran las distintas fases del proceso de modelado geométrico, visualización de una imagen del blanco y cálculo de la sección recta por procesado gráfico.

Además, se ha incluido un bloque no correspondiente al trabajo desarrollado en esta tesis, que en la figura se encuentra enmarcado por una línea de puntos. Dicho bloque muestra la situación de las técnicas de análisis electromagnético clásico dentro de la globalidad del problema de predicción de sección recta radar e ilustra su relación con la fase de modelado geométrico del blanco.



*Figura 1-1: Diagrama de bloques del método de procesamiento gráfico*

En el proyecto que da base a nuestro trabajo participan varios grupos de investigación españoles, por lo que se ha realizado un esfuerzo para hacer compatibles los distintos métodos numéricos de cada grupo con la misma base de datos de modelado geométrico [I-DEAS]. En este contexto, se pueden enumerar los siguientes métodos para la predicción de sección recta radar que se han desarrollado recientemente en España: de baja frecuencia, método de momentos (MM) [Heras'90], gradiente conjugado con transformada rápida de Fourier (CG + FFT) [Cátedra'89] [Cátedra'90a] [Cátedra'90b], métodos de elementos finitos (FE) y elementos de contorno (BEM) [Alvarez'90] [Duffo'90], método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD) [Gonzalez'90a] [Gonzalez'90b]; y de alta frecuencia, teorías geométrica y física de la difracción (GTD) [Villar'90], óptica física con teoría física de la difracción (PO + PTD) [Abad'90] [Domingo'90], óptica geométrica en cavidades [Hermida Dallas'90] [Hermida'90] [Hermida'91].

### 1.3 CONTENIDO DE LA TESIS

El contenido del presente trabajo se ha repartido en tres partes claramente diferenciadas: la primera revisa los métodos más habitualmente utilizados para la predicción de sección recta radar, la segunda se dedica a las técnicas de modelado

geométrico y visualización tridimensional, mientras que la tercera presenta los algoritmos de procesamiento gráfico que se han desarrollado y que constituyen la innovación de esta tesis.

Cada uno de los capítulos que presentan un nuevo método de procesamiento gráfico, además de resumir la teoría en que se basa y describir el algoritmo, contienen un proceso de validación del método aplicado sobre cuerpos geométricos sencillos, así como resultados sobre blancos radar complejos. Finalizan con un extenso apartado de conclusiones, en el que se resumen los fundamentos teóricos, la implementación práctica y las limitaciones de cada algoritmo, juntamente con las enseñanzas que deben extraerse de los resultados obtenidos.

### **1.3.1 Parte I**

La primera parte está dedicada a los métodos clásicos de predicción de sección recta radar.

En primer lugar, se define el concepto de sección recta y se comentan los mecanismos de difracción que intervienen en el caso de blancos radar complejos en alta frecuencia. En el siguiente capítulo se relacionan brevemente los métodos de baja frecuencia más utilizados para el análisis de difracción electromagnética. No se les concede mayor atención debido a que no tienen aplicación en los trabajos de la presente tesis.

Posteriormente, se realiza una exposición resumida de los métodos de alta frecuencia disponibles en la actualidad. Se incluyen únicamente los métodos que se han aplicado en los algoritmos de procesamiento gráfico, así como otros métodos estrechamente relacionados con los anteriores. En la exposición se ha preferido evitar el desarrollo detallado de la formulación, enfatizando únicamente las conclusiones finales de cada método y proporcionando multitud de referencias bibliográficas. El capítulo finaliza con el análisis de la aplicabilidad de los métodos de alta frecuencia a la predicción de sección recta de blancos radar complejos, a la que está dedicada esta tesis, y se estudian sus limitaciones y regiones de validez.

En el último capítulo de la primera parte, se intentan preveer las tendencias futuras en el desarrollo de métodos numéricos para el análisis de objetos complejos eléctricamente grandes y, en esta línea, se propone un método original de propagación espectral iterativa.

### **1.3.2 Parte II**

En la segunda parte se presentan las técnicas de modelado geométrico y visualización tridimensional en las que se basa el algoritmo de procesamiento gráfico.



En primer lugar se expone la teoría básica del modelado geométrico y los diversos métodos existentes. Tras estudiar la posible aplicación de cada método al modelado de blancos radar, se justifica la elección del modelado por fronteras con superficies paramétricas. Posteriormente, se desarrolla la formulación matemática de las curvas y superficies paramétricas.

El siguiente capítulo está dedicado a la visualización realista de objetos tridimensionales. Se exponen los algoritmos de iluminación local y de eliminación de partes ocultas en los que se fundamenta la teoría del procesado gráfico. El capítulo finaliza presentando brevemente la herramienta básica que se va a utilizar para conseguir resultados en tiempo real: el hardware del acelerador gráfico de la estación de trabajo.

### **1.3.3 Parte III**

La tercera parte está dedicada a los algoritmos de procesado gráfico en tiempo real y casi-real, que constituyen la innovación introducida por esta tesis.

Los tres primeros capítulos presentan los algoritmos de procesado gráfico para la predicción de la reflexión en grandes superficies según las aproximaciones de óptica geométrica y óptica física, para superficies perfectamente conductoras; y de óptica física con la condición de contorno de impedancia, para superficies no metálicas.

El siguiente capítulo presenta un nuevo algoritmo de procesado gráfico para el análisis de difracción en aristas, basado en el método de las corrientes equivalentes. Finalmente, el último capítulo está dedicado al estudio de las reflexiones múltiples mediante el algoritmo de iluminación global "*radiosity*".

### **1.3.4 Conclusiones**

La tesis finaliza con un breve capítulo de conclusiones, en el que se resumen, desde un punto de vista global, las conclusiones parciales que se han presentado de forma detallada en cada capítulo, y se propone la aplicación de los métodos de procesado gráfico al diseño interactivo de formas de baja detectabilidad.



## **PARTE I**

### **METODOS DE PREDICCIÓN DE SECCIÓN RECTA RADAR**



## CAPITULO 2

### CONCEPTO DE SECCION RECTA RADAR

La sección recta de un blanco radar es una medida de la energía electromagnética que el blanco dispersa o reradía en una cierta dirección, normalizada respecto a la densidad de potencia de la onda plana incidente desde el radar. Su definición más habitual es la siguiente:

$$\text{Problema 3-D: } \sigma_{3D} = 4\pi \lim_{R \rightarrow \infty} R^2 \frac{|\vec{E}^r|^2}{|\vec{E}^i|^2} = 4\pi \lim_{R \rightarrow \infty} R^2 \frac{|\vec{H}^r|^2}{|\vec{H}^i|^2} \quad (2-1)$$

$$\text{Problema 2-D: } \sigma_{2D} = 2\pi \lim_{R \rightarrow \infty} R \frac{|\vec{E}^r|^2}{|\vec{E}^i|^2} = 2\pi \lim_{R \rightarrow \infty} R \frac{|\vec{H}^r|^2}{|\vec{H}^i|^2} \quad (2-2)$$

donde  $\vec{E}^i, \vec{H}^i$  son los campos eléctrico y magnético incidentes sobre el blanco,  $\vec{E}^r, \vec{H}^r$  son los campos dispersados y  $R$  es la distancia entre el blanco y el radar. El factor multiplicativo  $R$  se introduce para contrarrestar del decaimiento que experimentan los campos dispersados al aumentar la distancia.

El límite cuando  $R$  tiende a infinito introduce el concepto de campo lejano: el campo radiado por el radar puede considerarse como una onda localmente plana en el espacio ocupado por el blanco, y los campos dispersados por éste se evalúan a grandes distancias, en la zona de Fraunhofer.

Conceptualmente, la sección recta de un blanco radar es igual al área proyectada de un objeto isotrópico (esfera) que refleja la misma densidad de potencia

en la dirección de observación. Desde un punto de vista más riguroso, puede definirse como la potencia dispersada isotrópica equivalente normalizada respecto a la densidad de potencia incidente.

Las unidades de la sección recta radar son  $L^2$  para el problema tridimensional y  $L$  para el problema bidimensional. Normalmente en los problemas 3-D se suele expresar en  $m^2$ , en escala lineal, o bien en  $dBsm$ , en escala logarítmica:

$$\sigma_{dBsm} = 10 \log \sigma_{m^2} \quad (2-3)$$

Por el contrario, en los problemas 2-D la sección recta suele expresarse normalizada respecto a la longitud de onda  $\lambda$ , tanto en escalas lineal como logarítmica (ambas adimensionales).

La sección recta radar es una función de:

- Forma y materiales que constituyen la superficie del blanco.
- Frecuencia de operación del radar.
- Direcciones de incidencia y observación relativas al blanco.
- Polarización de la onda incidente sobre el blanco.
- Polarización de la antena receptora del radar.

Debido a la dependencia de la sección recta con las polarizaciones en transmisión y recepción del radar, puede lograrse una descripción más completa del blanco a través de la "matriz de *scattering*" [S], que relaciona los campos incidente y dispersado componente a componente:

$$\begin{bmatrix} E_V^r \\ E_H^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{VV} & S_{VH} \\ S_{HV} & S_{HH} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_V^i \\ E_H^i \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

donde los subíndices  $H$  y  $V$  representan las componentes horizontal y vertical de los campos, respectivamente, en las que se puede descomponer cualquier otra polarización.

Los parámetros  $S_{VV}$  y  $S_{HH}$  caracterizan la respuesta copolar del blanco -misma polarización que el campo incidente-, mientras que  $S_{HV}$  y  $S_{VH}$  representan la respuesta contrapolar o *cross-polar* -polarización ortogonal a la del campo incidente-.

En general, la sección recta radar depende de las direcciones de incidencia y observación. En los radares monoestáticos la dirección de observación es igual a la de incidencia, con sentido contrario. Esta es la situación más habitual y la única que se va a considerar en la presente tesis. La situación más general, en la que la dirección de observación es arbitraria, se denomina biestática.

En el caso monoestático, la sección recta depende de una sola dirección y, para el problema tridimensional, puede expresarse de la forma:

$$\sqrt{\sigma_{ij}(\theta, \phi)} = \sqrt{4\pi R^2} S_{ij}(\theta, \phi) \quad (2-5)$$

donde  $i, j$  representan las componentes horizontal o vertical y  $(\theta, \phi)$  la dirección de incidencia u observación.

En la práctica, la sección recta de un blanco radar presenta importantes fluctuaciones debidas a las siguientes causas:

- Movimientos del blanco relativos al radar
- Vibraciones del blanco respecto a la dirección de incidencia
- Variación en el apuntamiento de la(s) antena(s) del radar
- Fluctuaciones de la frecuencia de trabajo
- Clutter
- Variaciones de la atenuación en la propagación electromagnética entre el radar y el blanco a través de la atmósfera

Por este motivo, en rigor la sección recta debe caracterizarse en función de sus parámetros estadísticos y de su función de probabilidad. Sin embargo, en la presente tesis se va a realizar un estudio puramente determinista en el que no se van a considerar los efectos anteriores.

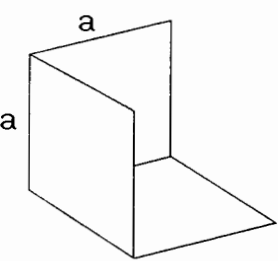
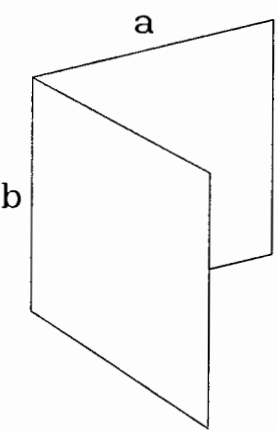
## 2.1 SECCION RECTA DE FORMAS SIMPLES

Según la teoría de alta frecuencia, un blanco radar presenta distintos centros de eco independientes (ver capítulo 4), de forma que la sección recta total puede calcularse a partir de la suma de los campos dispersados por los distintos centros de eco. Como muchas veces estos centros de eco son semejantes a formas simples o formas canónicas que pueden estudiarse por procedimientos analíticos, para estas últimas es interesante conocer el orden de magnitud de su contribución a la sección recta y cómo varía ésta con la frecuencia de trabajo y las dimensiones características.

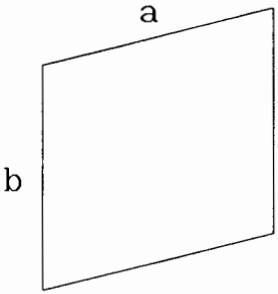
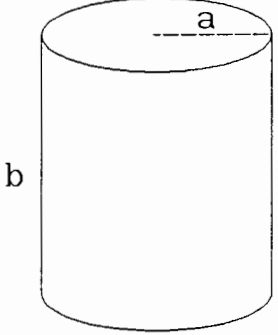
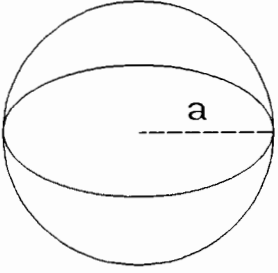
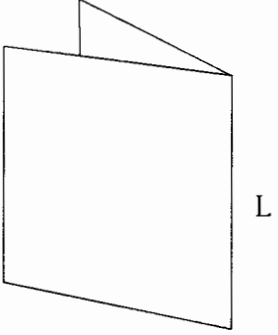
En general, la variación de la sección recta con la frecuencia  $F$  y las dimensiones  $L$  es igual al producto de las variaciones correspondientes a cada uno de los radios principales de curvatura de la superficie, que se presentan en la siguiente tabla ordenada de mayor a menor contribución a la sección recta:

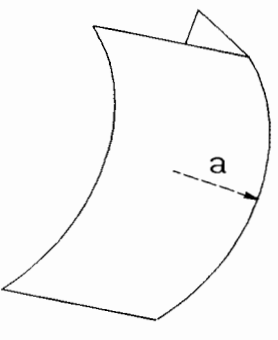
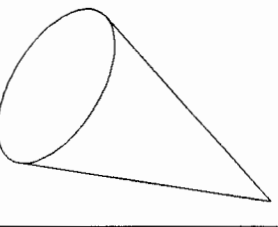
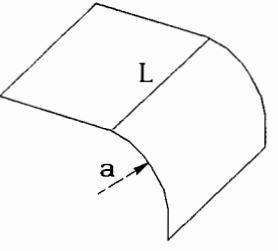
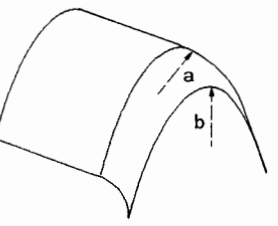
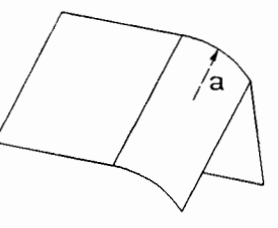
Radio de curvatura infinito	$F^1 L^2$
Radio de curvatura finito	$F^0 L^1$
Radio de curvatura nulo	$F^{-1} L^0$
Discontinuidad de curvatura	$F^{-3} L^{-2}$

La siguiente tabla presenta una serie de geometrías simples ordenadas de mayor a menor magnitud de su contribución a la sección recta. La variación con la frecuencia  $F$  y con las dimensiones características  $L$  se obtiene a partir del producto de las variaciones correspondientes a cada uno de los radios principales de curvatura:

Geometría	Descripción		RCS máxima
	Triedro de caras planas	$F^2 L^4$	$\sigma = 12\pi \frac{a^4}{\lambda^2}$
	Diedro de caras planas	$F^2 L^4$	$\sigma = 8\pi \frac{a^2 b^2}{\lambda^2}$



	<p>Placa plana</p>	$F^2 L^4$	$\sigma = 4\pi \frac{\alpha^2 b^2}{\lambda^2}$ <p>Normal a la superficie</p>
	<p>Cilindro</p>	$F^1 L^3$	$\sigma = 2\pi \frac{\alpha b^2}{\lambda}$ <p>Plano normal a la superficie</p>
	<p>Esfera</p>	$F^0 L^2$	$\sigma = \pi \alpha^2$ <p>Todas direcciones</p>
	<p>Arista recta</p>	$F^0 L^2$	$\sigma \propto L^2$ <p>Plano normal a la arista</p>

	Arista curva	$F^{-1} L^1$	$\sigma \propto a \lambda$ Todas direcciones
	Vértice de cono o esquina de placa	$F^{-2} L^0$	$\sigma \propto \lambda^2$ Eje de revolución
	Discontinuidad de un radio de curvatura. El otro es infinito (línea recta)	$F^{-2} L^0$	$\sigma \propto \frac{L^2}{a^2} \lambda^2$ Incidencia rasante (onda de superficie)
	Discontinuidad de un radio de curvatura. El otro es finito (línea curva)	$F^{-3} L^{-1}$	$\sigma \propto \frac{b}{a^2} \lambda^3$ Incidencia rasante (onda de superficie)
	Discontinuidad de un radio de curvatura. El otro es nulo (arista)	$F^{-4} L^{-2}$	$\sigma \propto \frac{\lambda^4}{a^2}$ Incidencia rasante (onda de superficie)

Los tres primeros objetos de la tabla anterior tienen los dos radios principales de curvatura infinitos, por lo que el punto de reflexión especular ocupa toda la superficie y su sección recta es máxima. Cuando se produce una reflexión simple en la superficie, la energía radiada se concentra en la dirección de reflexión especular, por lo que, en el caso monoestático, aparece un pico de sección recta de gran magnitud en la dirección normal a la superficie.

Por el contrario, en los diedros y triedros se producen dobles y triples reflexiones. Si los ángulos entre las caras son de  $90^\circ$ , el resultado de las reflexiones múltiples se produce siempre en dirección paralela a la de incidencia y, por tanto, en el caso monoestático estas formas presentan una sección recta muy importante para un amplio margen de ángulos de aspecto.

Las siguientes formas simples son, por orden de importancia, las superficies simplemente curvadas (cilindros o troncos de cono) y las doblemente curvadas. En el primer caso, se produce la máxima contribución a la sección recta monoestática en el plano normal al radio de curvatura infinito. Para las superficies esferoidales, aparece un punto de reflexión especular para todas las direcciones de incidencia.

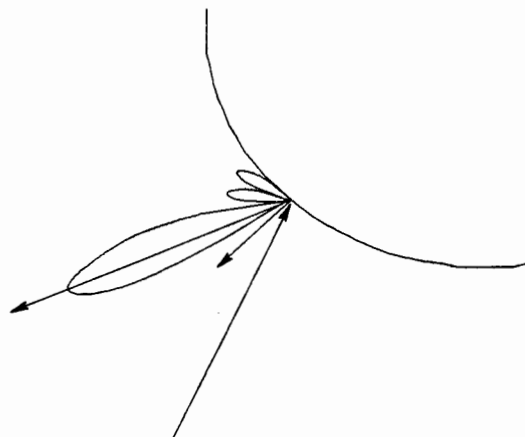
En los tres casos siguientes, la superficie presenta uno de los radios principales de curvatura nulo, mientras que el otro es infinito, finito o nulo. En el primer caso, para incidencia normal a la arista aparece una línea de reflexión especular y, en el segundo, para cualquier dirección de incidencia aparece un punto de reflexión especular sobre la arista curvada. Nótese que la sección recta del vértice es independiente de las dimensiones: ello es debido a que el vértice es una forma no caracterizada por dimensiones, sino por ángulos.

Las tres últimas formas simples presentan una discontinuidad en uno de los radios de curvatura, mientras que el otro es infinito, finito o nulo. La contribución a la sección recta es máxima para incidencia rasante, situación en que aparece una onda de superficie que se difracta en la discontinuidad. Los campos dispersados por una discontinuidad de curvatura son proporcionales al salto en el inverso del radio de curvatura a ambos lados de la discontinuidad. Por ello, la discontinuidad entre una línea recta y una curva de radio  $\alpha$  genera campos difractados de amplitud proporcional a  $1/\alpha$  y, por tanto, sección recta proporcional a  $1/\alpha^2$ .

## 2.2 FENOMENOS DE DIFRACCION EN ALTA FRECUENCIA

Como se ha indicado anteriormente, en alta frecuencia puede descomponerse el campo dispersado total como la suma de las contribuciones de distintos centros de eco independientes. En estos centros de eco pueden producirse una amplia variedad de fenómenos de difracción. Los fenómenos de difracción más importantes en alta frecuencia son:

- **Reflexión especular:** Se produce en las superficies con ambos radios de curvatura mayores que la longitud de onda, cuando existe un punto de reflexión especular o punto de fase estacionaria. La energía reflejada se concentra en la dirección de reflexión especular (ver figura 2-1) que, en el caso monoestático, coincide con la dirección de observación cuando la incidencia es normal a la superficie.



*Figura 2-1: Reflexión especular en superficie curvada*

- **Difracción en discontinuidades:** En este contexto, se entiende por difracción una dispersión de la energía electromagnética en infinitas direcciones. Cuando el campo incidente alcanza una discontinuidad de cualquier tipo, debe aparecer un campo dispersado para que el campo total cumpla las condiciones de contorno en la discontinuidad de la superficie. Este fenómeno se produce principalmente en:

Discontinuidades de la normal a la superficie (aristas).

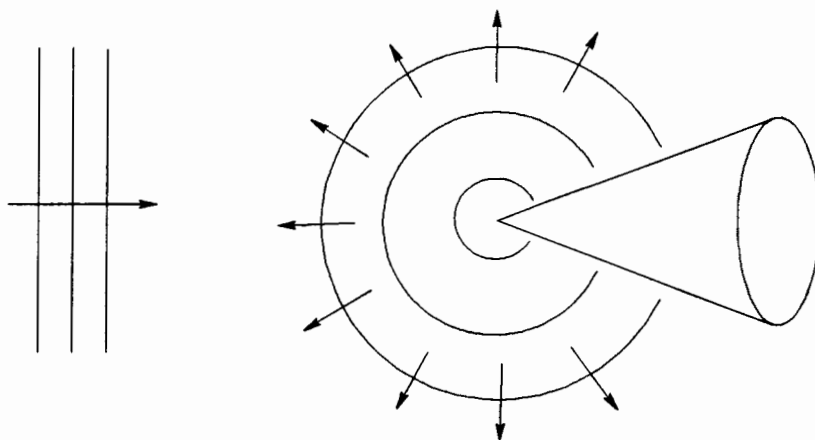
Discontinuidades de la curvatura de la superficie.

Discontinuidades en el material de la superficie.

Ranuras o agujeros en la superficie.

Vértices (figura 2-2).

Cualquier tipo de discontinuidad o irregularidad (figura 2-3).



*Figura 2-2: Difracción en vértice*

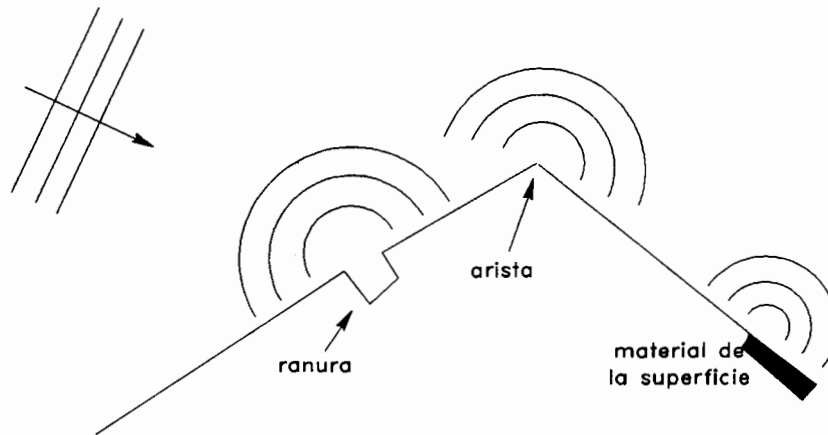


Figura 2-3: Difracción en discontinuidades

- **Ondas de superficie:** Si la dirección de incidencia es casi rasante sobre la superficie, con la polarización adecuada puede aparecer una onda de superficie (ver figura 4-8), que radía en dirección casi end-fire de forma análoga a las antenas de onda progresiva (ver 4.7). Esta energía se dispersa si la onda de superficie alcanza cualquier tipo de discontinuidad (figura 2-4). La reflexión de la onda de superficie en una terminación brusca de la estructura sobre la que se propaga, da lugar a radiación end-fire en el sentido contrario, lo cual puede producir una respuesta importante en el caso monoestático (ver figura 4-9).

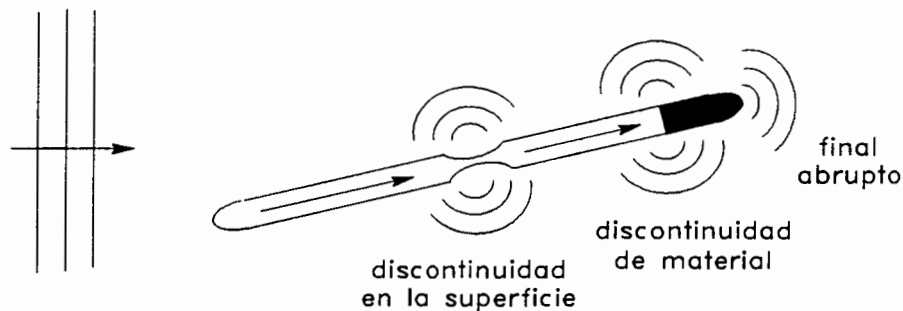


Figura 2-4: Difracción de onda de superficie

- **Creeping waves:** Son ondas de superficie que se propagan por la zona de sombra o región no iluminada directamente por el campo incidente. Aparecen en superficies de curvatura suave y radían en infinitas direcciones (figura 2-5). La energía que propagan se dispersa si aparece cualquier tipo de discontinuidad en su camino. La importancia de las *creeping waves* es muy pequeña si el objeto sobre cuya superficie se propagan es eléctricamente grande.

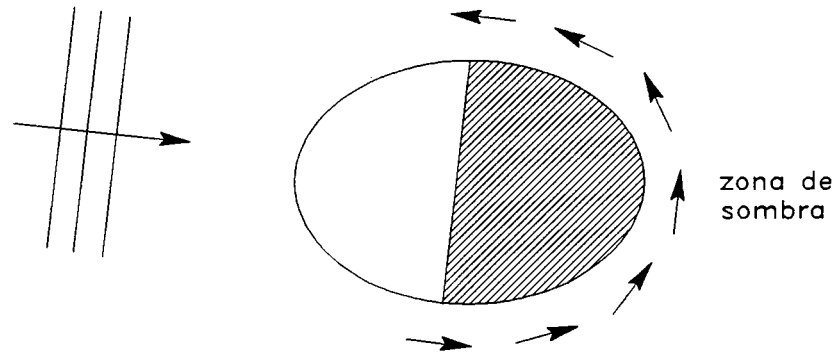


Figura 2-5: *Creeping wave*

- **Cavidades:** Las cavidades pueden absorber, reflejar o dispersar toda la energía incidente, en función de sus propiedades de resonancia. En general, suelen presentar comportamientos intermedios, que dependen de la forma de su superficie interna, dirección de incidencia, polarización, frecuencia, etc.

### 2.3 CENTROS DE ECO EN BLANCOS RADAR

En blancos radar complejos aparecen una serie de fenómenos de difracción (ver 2.2) concentrados en centros de eco que, frecuentemente, pueden asimilarse a formas canónicas o a formas simples (ver 2.1) cuya sección recta es conocida. Es importante tener en cuenta que, según la teoría de alta frecuencia, únicamente contribuyen a la sección recta los centros de eco directamente iluminados por el campo incidente y no lo hacen los que se encuentran en la zona de sombra. La excepción a esta norma son las *creeping waves*, pero su importancia es mínima en objetos complejos eléctricamente grandes.

En la figura 2-6 se muestran los centros de eco más habituales en blancos radar:

- 1- Radomo de proa: si es transparente a la frecuencia de trabajo, el compartimiento del radar se comporta como una cavidad y las antenas parabólicas pueden producir reflexiones muy importantes. Si el radomo es opaco, se produce difracción en el vértice y *creeping waves* en su superficie.
- 2- *Creeping waves* alrededor del fuselaje. Su contribución es pequeña si el perímetro del fuselaje es eléctricamente grande.

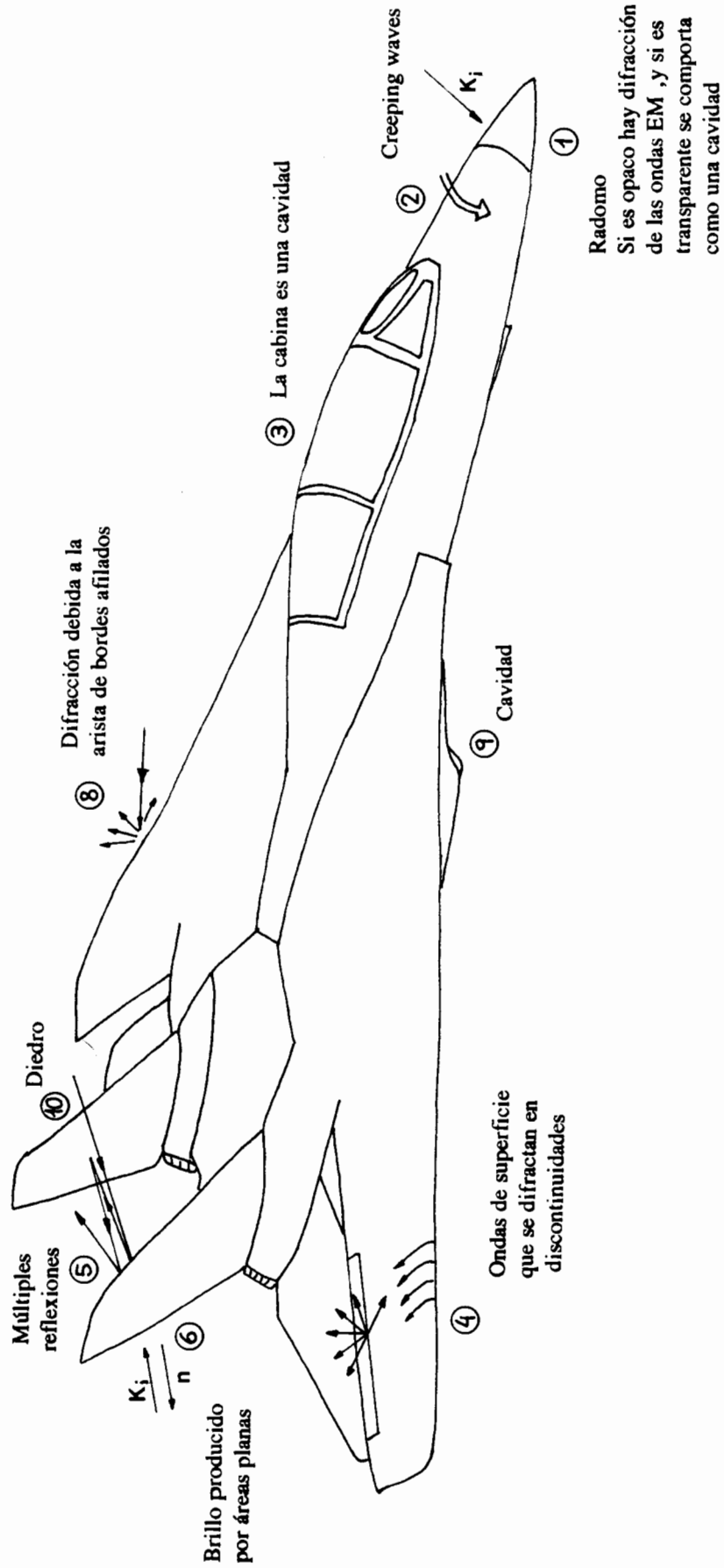


Figura 2-6: Centros de eco en un blanco radar

- 3- Cabina del piloto: Se comporta como una cavidad. El casco del piloto produce reflexión especular. Su contribución es muy importante, por lo que en aparatos *stealth* las ventanas de la cabina deben introducir una gran atenuación a frecuencias de microondas.
- 4- Ondas de superficie, que producen difracción en discontinuidades de cualquier tipo: aristas, ranuras, cambio de material de la superficie, etc.
- 5- Reflexiones múltiples entre superficies. Pueden ser muy importantes en el caso biestático.
- 6- Puntos de reflexión especular en superficies de gran radio de curvatura. Es la principal contribución en los blancos radar más habituales, por lo que se reduce al mínimo en aparatos *stealth*. Las superficies planas producen una contribución mayor, pero sólo en la dirección perpendicular.
- 7- Ondas de superficie a lo largo de los depósitos de combustible o material bélico. Pueden producirse reflexiones muy importantes en la antena del radar presente en determinados tipos de misiles.
- 8- Difracción en aristas. Es particularmente importante en el borde de salida de alas y estabilizadores. No suele producirse en el borde de ataque, que presenta una curvatura suave del orden de la longitud de onda, por lo que se comporta como una superficie cilíndrica de pequeño radio de curvatura (ver 9.4.1).
- 9- Cavidades en las tomas de aire o toberas de salida de los reactores. Difracción y efecto Doppler en las turbinas y compresores. Su contribución es importante para ciertas direcciones de incidencia, por lo que en aparatos *stealth* las tomas y salidas de aire se sitúan sobre los planos de las alas, en una zona invisible al radar.
- 10- Diedro en los estabilizadores horizontal y vertical si forman un ángulo recto. Su contribución a la sección recta es máxima para un amplio margen de direcciones de incidencia. Por ello, los aviones de combate más modernos presentan doble estabilizador vertical inclinado, que forma un ángulo mayor que  $90^\circ$  con los estabilizadores horizontales. Algunos aparatos *stealth* carecen de estabilizador vertical, por lo que su estabilización se realiza por medio de servosistemas controlados por ordenador.

En los aparatos de baja detectabilidad, o *stealth*, se eliminan o reducen las contribuciones de los principales centros de eco, consiguiendo reducciones muy importantes de sección recta. Para ello suelen utilizarse, entre otras, las siguientes técnicas:

- Eliminar puntos de reflexión especular.



- 
- Redireccionar la reflexión especular en direcciones alejadas de la de observación.
  - Situar centros de eco en zonas de sombra.
  - Evitar los reflectores diédricos y triédricos.
  - Evitar discontinuidades abruptas.
  - Absorber la energía electromagnética incidente utilizando materiales con pérdidas (RAM).
  - Utilizar técnicas de cancelación activa o pasiva del campo dispersado



## CAPITULO 3

### METODOS DE BAJA FRECUENCIA

La solución del problema electromagnético para el cálculo de RCS consiste en resolver las ecuaciones de Maxwell con las condiciones de contorno impuestas por la superficie exterior del blanco radar. Este procedimiento sólo es posible analíticamente para algunos objetos con geometría canónica muy sencilla, pero resulta totalmente inviable para estudiar cuerpos genéricos con formas complejas como, por ejemplo, los blancos radar.

Por este motivo, para obtener la sección recta de objetos genéricos con formas arbitrariamente complejas es necesario recurrir al cálculo numérico con ordenador. Para ello se realiza una discretización, tanto de las ecuaciones integrales o diferenciales que gobiernan el comportamiento de los campos electromagnéticos como de la superficie del blanco, sobre la que se aplican las condiciones de contorno. Dicha discretización puede realizarse en los dominios del tiempo o de la frecuencia, lo cual conduce a los métodos del mismo nombre.

Debido a la necesidad de discretizar las variables del problema en fracciones pequeñas de la longitud de onda, el coste computacional de estos métodos aumenta enormemente con el tamaño eléctrico del blanco. Esta limitación, juntamente con el estado actual de la tecnología informática, hace a este tipo de métodos poco adecuados para el análisis de blancos radar complejos, pero, sin embargo, son los únicos métodos capaces de estudiar con rigor objetos eléctricamente pequeños o de tamaño resonante. Por este motivo, a los métodos numéricos de resolución de las ecuaciones de Maxwell se les denomina métodos de baja frecuencia.

Los métodos numéricos pueden plantearse directamente a partir de las ecuaciones de Maxwell en su forma diferencial, o bien a partir de ecuaciones integrales derivadas de las ecuaciones de Maxwell. Según el planteamiento

escogido, se trata de métodos integrales o de diferencias finitas. Además, también puede plantearse el problema a partir de un funcional cuadrático de tipo integro-diferencial, cuya discretización conduce al método de los elementos finitos.

Las ecuaciones electromagnéticas que se discretizan pueden formularse en el dominio del tiempo, considerando la variable temporal como independiente, o bien en el dominio de la frecuencia suponiendo una variación armónica  $e^{j\omega t}$ .

### 3.1 METODOS INTEGRALES

Las ecuaciones integrales que definen el comportamiento de los campos electromagnéticos, fueron obtenidas por Stratton y Chu a partir de las ecuaciones de Maxwell y del teorema de Green vectorial [Stratton'41]. Para el caso particular de superficies metálicas, desarrollando las ecuaciones de Stratton-Chu se llega a las conocidas integrales del campo eléctrico (EFIE)

$$\hat{n} \times \vec{E}^i = \hat{n} \times \oint_S [jK\eta \vec{J}_s G - (\hat{n} \cdot \vec{E}) \nabla' G] ds' = L_E(\vec{J}_s) \quad (3-1)$$

y del campo magnético (MFIE)

$$\hat{n} \times \vec{H}^i = \frac{\vec{J}_s}{2} - \hat{n} \times \oint_S [\vec{J}_s \times \nabla' G] ds' = L_H(\vec{J}_s) \quad (3-2)$$

donde  $\hat{n}$  es el vector unitario normal a la superficie hacia el exterior,  $K$  el número de onda,  $\eta$  la impedancia de onda del vacío y  $G$  la función de Green en el espacio libre.

Para la resolución del problema de difracción electromagnética con las ecuaciones integrales (3-1) ó (3-2), el campo incidente  $\vec{E}^i$  ó  $\vec{H}^i$  es conocido y la incógnita es la corriente eléctrica superficial inducida  $\vec{J}_s$ . Una vez resueltas las ecuaciones integrales, el campo dispersado por el objeto puede obtenerse a partir de la integral de radiación de las corrientes  $\vec{J}_s$ .

La dificultad de esta formulación reside en que la incógnita aparece en el interior del operador integral. La EFIE es una ecuación integral de Fredholm de primera especie porque la incógnita aparece únicamente en el interior del operador integral, mientras que la MFIE es de segunda especie porque la incógnita también aparece en el exterior.

En general, puede utilizarse cualquiera de las ecuaciones (3-1) ó (3-2). Sin embargo, para objetos muy finos, como hilos o tiras, la dificultad en calcular numéricamente el gradiente de la función de Green obliga a utilizar la EFIE. Por otra parte, para superficies con curvatura suave suele utilizarse la MFIE.

La combinación lineal de la EFIE con la MFIE da lugar a la ecuación integral de los campos combinados (CFIE), que presenta la ventaja de eliminar soluciones espúreas que aparecen con la EFIE y la MFIE cuando la matriz a invertir está mal condicionada a causa de resonancias internas en el objeto difractante.

La expresión de la CFIE es:

$$L_H(\vec{J}_S) + \frac{\alpha}{\eta} L_E(\vec{J}_S) = \hat{n} \times \vec{H}^i + \frac{\alpha}{\eta} \hat{n} \times \vec{E}^i \quad (3-3)$$

donde  $\alpha$  es un parámetro ajustable que determina el peso relativo de la MFIE y la EFIE.

Existe una formulación alternativa de la EFIE y la MFIE en el dominio del tiempo. Para la resolución numérica de la ecuación integral en el dominio del tiempo debe realizarse un muestreo tanto espacial como temporal, obteniendo la solución mediante un proceso escalonado en el tiempo de forma consistente con el principio de causalidad.

Como no se realiza ningún tipo de aproximación, la solución numérica del problema electromagnético únicamente presenta los errores debidos a la discretización de los campos y de la superficie del objeto, condicionamiento del sistema matricial a resolver y truncamiento de números reales.

### 3.1.1 Método de los momentos

La idea de discretizar una ecuación de funcionales lineales y representarla por medio de un sistema de ecuaciones matricial es relativamente antigua. Los fundamentos de los métodos numéricos actuales se establecieron en la primera mitad de este siglo: Galerkin desarrolló su conocido método alrededor de 1915 y, en los años 20, empezaron a aplicarse los conceptos de espacios lineales de funciones y su extensión a espacios de Hilbert en el campo de la mecánica cuántica.

Sin embargo, estos métodos no se hicieron populares hasta la llegada de los ordenadores de alta velocidad. A mediados de los años 60, empezaron a resolverse problemas de electromagnetismo por métodos numéricos basados en el concepto de reacción de Rumsey o en el método variacional de Rayleigh-Ritz. No fue hasta 1968, cuando la publicación de la conocida obra de R.F. Harrington "*Field Computation by Moment Methods*" disparó el desarrollo y la aplicación de los métodos matriciales a gran escala, convirtiéndose, posiblemente, en la herramienta de análisis electromagnético más difundida en la actualidad.

La discretización de las ecuaciones integrales en el dominio del tiempo o de la frecuencia por el método de los momentos puede resumirse en los siguientes pasos:

- Se desarrolla la incógnita  $\vec{J}_s$  en una serie de funciones base con coeficientes desconocidos.
- Se muestrean las ecuaciones integrales con ayuda de funciones de prueba o funciones peso.
- El resultado es un sistema de ecuaciones matricial de la forma:

$$[A] \cdot [J] = [E^i] \quad (3-4)$$

para la EFIE, o bien un sistema análogo para la MFIE.

- Inversión de la matriz  $[A]$ . Puede realizarse por técnicas directas (descomposición LU) o iterativas (gradiente conjugado).
- Cálculo de las corrientes inducidas a partir del campo incidente:

$$[J] = [A]^{-1} \cdot [E^i] \quad (3-5)$$

- Cálculo del campo dispersado por el objeto a partir de la radiación de las corrientes inducidas  $\vec{J}_s$ .
- Cálculo del campo difractado total como suma del incidente más el dispersado.

Para la discretización de las ecuaciones integrales es necesario modelar geoméricamente el objeto. Las técnicas más utilizadas son:

- Modelado por hilos.
- Modelado por facetas o celdillas superficiales.
- Modelado por celdillas tridimensionales.

Los dos primeros métodos sólo se aplican cuando la superficie del blanco es homogénea: perfectamente conductora o con una impedancia superficial equivalente (ver capítulo 10). Cuando el blanco es inhomogéneo, se modela mediante celdillas tridimensionales.

Para una discretización adecuada de las ecuaciones integrales y de las variables que intervienen en ellas, el tamaño máximo de las celdillas es del orden de  $\lambda/8$ .

### 3.1.2 Método de los elementos de contorno

El método de los elementos de contorno (BEM) ha sido utilizado durante largo tiempo en ingeniería civil para cálculo de estructuras, habiéndose introducido recientemente su aplicación al problema electromagnético [Yashiro'85]. Se basa en las ecuaciones integrales del teorema de reciprocidad de Lorentz, las cuales

están formuladas en términos de campos y no de corrientes. La discretización se realiza sobre superficies que separan regiones homogéneas, utilizando técnicas propias del método de elementos finitos.

Este método permite resolver de forma eficiente un problema tridimensional homogéneo a trozos. Para ello se realiza un planteamiento adecuado de las ecuaciones integrales y de las condiciones de contorno, forzando la continuidad de los campos tangenciales en la superficie de separación entre regiones homogéneas. De esta forma, puede realizarse una discretización superficial en celdillas bidimensionales, cuyo coste computacional es muy inferior al de la discretización en celdillas tridimensionales habitual en los problemas inhomogéneos. Para el caso particular de un objeto difractante de superficie perfectamente conductora, la formulación del método de los elementos de contorno coincide con la del método de momentos si en ambos se consideran las mismas funciones base y peso.

A pesar de ciertas diferencias en los orígenes históricos, en la formulación integral para regiones homogéneas a trozos y en la elección de funciones base y peso, muchos autores consideran que, desde un punto de vista conceptual, el método de los elementos de contorno puede considerarse como un caso particular del método de momentos.

### **3.1.3 Método del gradiente conjugado + FFT**

La filosofía de este método se basa en que la EFIE es una integral de convolución de las corrientes inducidas con la función de Green. Si la discretización de la ecuación integral se realiza de tal manera que el sistema discreto resultante conserva la forma de una convolución, puede realizarse ésta de forma muy eficiente en el dominio espectral utilizando la transformada rápida de Fourier (FFT).

Aplicando el método iterativo del gradiente conjugado sobre el operador integro-diferencial, puede conseguirse un importante ahorro de memoria y velocidad respecto a los métodos directos de inversión de matrices. El método resultante de aplicar el gradiente conjugado y la FFT requiere un coste computacional muy inferior al del método de los momentos, suponiendo que ambos se apliquen sobre la misma discretización del objeto.

Sin embargo, el precio que se paga para poder utilizar la FFT es la necesidad de realizar una discretización tridimensional en celdillas regulares equiespaciadas. Esta característica hace al método muy apropiado para el análisis de objetos muy inhomogéneos, pero, por el contrario, al analizar objetos homogéneos u homogéneos a trozos no permite utilizar una discretización superficial que reduciría en una dimensión el problema a resolver y, por tanto, el orden de las matrices resultantes.

## 3.2 METODOS DE DIFERENCIAS FINITAS

Se basan en la discretización de las ecuaciones de Maxwell en forma diferencial utilizando la técnica de las diferencias finitas. El problema puede plantearse en el dominio del tiempo o de la frecuencia.

### 3.2.1 Diferencias finitas en el dominio de la frecuencia

La discretización de las ecuaciones de Maxwell en el dominio de la frecuencia por el método de las diferencias finitas da lugar a un sistema matricial que presenta algunas diferencias respecto a los obtenidos por métodos integrales:

- Los operadores diferenciales son de tipo local, mientras que los operadores integrales son de tipo global. Por este motivo, en lugar de matrices llenas los métodos diferenciales generan matrices en banda, que pueden invertirse por algoritmos especializados muy eficientes y requieren menor cantidad de memoria para su almacenamiento.
- Los métodos de diferencias finitas se basan en una discretización tridimensional, incluso en el caso de objetos homogéneos u homogéneos a trozos, lo cual no permite reducir la dimensión del problema.
- La discretización tridimensional en celdillas regulares los hace muy adecuados para el análisis de objetos muy inhomogéneos.
- Los métodos integrales incluyen de forma implícita la condición de radiación de Sommerfeld. Sin embargo, no es así en los métodos diferenciales, por lo que debe imponerse externamente una condición de radiación.

### 3.2.2 Diferencias finitas en el dominio del tiempo

Recientemente se ha estudiado la aplicación de métodos numéricos rigurosos que no precisan la inversión de una ecuación matricial, basados en la resolución de las ecuaciones diferenciales en el dominio del tiempo por el método de diferencias finitas (FDTD).

Este método sigue la evolución temporal de la interacción de la onda electromagnética con la superficie del blanco y su posterior dispersión [Taflove'89]. Al tratarse de un operador diferencial, debe asegurarse la condición de radiación evitando que el campo dispersado se refleje de nuevo hacia el objeto al alcanzar los límites de la región discretizada.



Aunque su coste computacional aumenta con el tamaño eléctrico del blanco, por lo que también es considerado como un método de baja frecuencia, presenta ciertas ventajas sobre los métodos matriciales para algunos problemas concretos, como, por ejemplo, cuerpos biológicos inhomogéneos discretizados con muy alta resolución [Borup'87].

La aplicación de este método al estudio de la sección recta radar en el dominio del tiempo es de gran interés por los siguientes motivos:

- A partir de los resultados temporales es posible obtener las frecuencias internas de resonancia del objeto que, por estar relacionadas con la forma y tamaño del blanco, facilitan su identificación.
- Si el campo incidente es un pulso temporal muy estrecho, en la respuesta del blanco pueden separarse las contribuciones debidas a distintos centros de eco.
- La transformada de Fourier de la respuesta obtenida para un pulso muy estrecho proporciona información de sección recta en un amplio espectro de frecuencias.

### 3.3 METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

El método de los elementos finitos (FEM) ha sido tradicionalmente utilizado en la resolución de problemas mecánicos. Se basa en la definición de funcionales de tipo integro-diferencial, cuya minimización conduce a la solución del problema. En este sentido, se trata de una técnica variacional.

La discretización del espacio requiere un mallado tridimensional en celdillas denominadas "elementos finitos", sobre las que se aplican de forma analítica o numérica los operadores integrales y diferenciales del funcional. El resultado es un método con las mismas características que el FDFD (ver 3.1.2), es decir, matrices en banda, discretización tridimensional, condición de radiación externa, etc.

La aplicación del FEM a problemas abiertos, que requiere la imposición de una condición de radiación, puede realizarse fácilmente en combinación con el método de los elementos de contorno [Lynch'86] [Paulsen'88]: en el interior de una superficie que envuelve al objeto inhomogéneo se aplica el FEM y sobre la propia superficie se aplica el BEM, que, por tratarse de un método integral, lleva implícita la condición de radiación. Las soluciones de ambos métodos se acoplan en la superficie que separa el problema interno del externo.

Es un aspecto característico del FEM la utilización de técnicas de discretización propias, basadas en modelar el contorno de las celdillas a partir de un desarrollo en serie de funciones base, de forma análoga a la discretización de las variables y funciones del problema. Este tipo de discretización es también utilizado por el método de los elementos de contorno (BEM) que, en cuanto a su origen histórico, es un método derivado del FEM.

### 3.4 APLICACION A LA PREDICCIÓN DE RCS

La principal limitación de los métodos numéricos reside en que el número de incógnitas del problema es proporcional al número de elementos en la discretización de la superficie del blanco. Esto impone un límite al tamaño máximo del objeto que se puede analizar, dado por la capacidad de memoria y velocidad de cálculo del ordenador utilizado. En la práctica, el coste computacional es prohibitivo cuando el volumen del objeto es mayor que, aproximadamente,  $1 \lambda^3$  [Yaghjian'85], por lo que no es aplicable a blancos radar reales, salvo en el caso particular de radares de VHF o HF.

Sin embargo, el rápido avance de la tecnología informática en la actualidad permite, por una parte, disponer de velocidades de cálculo cada vez más elevadas en arquitecturas multiprocesador y, por otra, la introducción de la tecnología RISC en el ámbito de las estaciones de trabajo ha posibilitado la aparición de máquinas de sobremesa que ofrecen, a un precio muy asequible, prestaciones que hasta hace pocos años se podían conseguir únicamente con superordenadores. Por este motivo, aumenta día a día el tamaño eléctrico de los objetos que es posible analizar con métodos de baja frecuencia, lo cual justifica la intensa investigación que actualmente se está desarrollando en este campo. En esta línea, no se puede descartar la posibilidad de que en un futuro más o menos lejano sea posible analizar un avión completo con métodos de baja frecuencia.

En cualquier caso, la aplicación de los distintos métodos numéricos a la predicción de sección recta de blancos radar debe tener en cuenta los siguientes aspectos:

#### 3.4.1 Superficie perfectamente conductora

Mediante la discretización de la superficie del blanco puede reducirse en una dimensión el coste computacional del problema. Por este motivo, suelen utilizarse los métodos de elementos de contorno o de momentos con modelado por facetas o por hilos. No son aconsejables los métodos que realizan discretizaciones tridimensionales como, por ejemplo, FEM, FDFD, o GC+FFT. Con éste último método, el de mayor eficiencia numérica, en la actualidad sólo pueden analizarse objetos de tamaño resonante [Cátedra'89].

### 3.4.2 Superficie con recubrimiento absorbente

El problema consiste en una superficie perfectamente conductora recubierta por una o varias capas de material dieléctrico y/o magnético con pérdidas, por lo que se trata de un problema homogéneo a trozos. En este contexto, los métodos más eficientes son los de elementos finitos (FEM), elementos de contorno (BEM) y gradiente conjugado con FFT. Las diferencias que aparecen entre los distintos métodos son:

	EF	BEM	CG + FFT
Integrales	- De volumen - Cálculo numérico o analítico - No singulares	- De superficie - Cálculo numérico - Singulares	- De volumen - Cálculo numérico - Convolución mediante FFT
Discretización	- Elem. finitos 3-D - Mallado adaptado al contorno	- Elem. finitos 2-D - Mallado adaptado al contorno	- Celdillas 3-D - Parrilla regular
Matrices	- En banda	- Llenas	Método iterativo CG: no precisa almacenar ni invertir grandes matrices

Con objeto de conseguir la máxima eficiencia, la investigación se está dirigiendo en la actualidad hacia los métodos híbridos. En este contexto, es interesante la propuesta de [Collins'90], que combina el FEM con el BEM y aplica el método del gradiente conjugado + FFT para la resolución de los operadores integro-diferenciales.



## CAPITULO 4

### METODOS DE ALTA FRECUENCIA

Para alcanzar el objetivo de esta tesis, consistente en el cálculo de la sección recta de blancos radar complejos en tiempo real, no son adecuados los métodos numéricos de baja frecuencia, pues requieren un tiempo de CPU y cantidad de memoria prohibitivos cuando el volumen del objeto a analizar es mayor que, aproximadamente,  $\lambda^3$ . Por ello, dadas las limitaciones en la formulación exacta del problema, es necesario utilizar métodos aproximados que proporcionen resultados aceptables con un esfuerzo computacional reducido.

Cuando las dimensiones características del objeto, como longitud, anchura y radios de curvatura de las superficies, son grandes comparados con la longitud de onda, para el cálculo de los campos difractados pueden aplicarse aproximaciones asintóticas de alta frecuencia. La región de alta frecuencia es de gran importancia, pues incluye la mayoría de los blancos radar de interés a las frecuencias más habituales (UHF y microondas).

La simplicidad de los métodos de alta frecuencia se debe a que consideran la difracción como un fenómeno local: cada parte del blanco difracta los campos incidentes de forma independiente de los demás centros de difracción. De esta forma, pueden aproximarse los campos inducidos en una región del blanco como debidos únicamente al campo incidente, sin incluir el campo reradiado por otras partes del mismo. Sin embargo, existen algunas excepciones a la teoría de alta frecuencia, en las que la interacción entre superficies eléctricamente grandes es muy importante. Ejemplos típicos serían los reflectores diédricos y las cavidades en la entrada y la salida de las turbinas.

La teoría de alta frecuencia permite descomponer el blanco en una serie de centros de eco, calcular los campos reflejados hacia el radar por cada uno de ellos por separado y obtener el campo total como la suma coherente de los campos reflejados por todos los centros de eco. Cuando alguno de los centros de eco presenta dimensiones características del orden de la longitud de onda, puede calcularse el campo difractado por este centro de eco utilizando métodos de baja frecuencia, y sumar coherentemente el resultado al obtenido para los demás centros de eco por métodos de alta frecuencia.

## 4.1 OPTICA GEOMETRICA

El método de óptica geométrica es el más antiguo de los de alta frecuencia. Se desarrolló originalmente para analizar la propagación de la luz a frecuencias ópticas, en las que no es necesario considerar la naturaleza ondulatoria de los campos electromagnéticos. De hecho, la teoría de óptica geométrica proviene de considerar el transporte de energía a lo largo de un tubo de rayos, sin precisar si la energía se propaga en forma de ondas o de partículas.

Al no tenerse en cuenta la naturaleza ondulatoria de los campos en ningún punto del desarrollo teórico, cabe esperar que el método de óptica geométrica no sea capaz de predecir la difracción en los obstáculos, sino únicamente la reflexión en superficies de curvatura suave, y que obtenga siempre regiones de sombra con transiciones abruptas.

La teoría de óptica geométrica, aplicada a la predicción de sección recta radar de objetos metálicos, se basa en los siguientes conceptos:

- Las líneas de flujo de energía o *rayos* son rectas en un medio homogéneo. En medios no homogéneos, siguen el camino longitud óptica estacionaria, es decir, máxima o mínima (principio de Fermat).
- Los rayos son reflejados por la superficie conductora según la ley de Snell (rayos incidente, reflejado y normal a la superficie en el mismo plano, con ángulos de incidencia y reflexión iguales). Por tanto, la teoría no será aplicable a aristas ni vértices, en los que la normal a la superficie no está definida.
- La variación de la amplitud del campo a lo largo de un tubo de rayos está determinada por la ley de conservación de la energía. Por tanto, la amplitud del campo es inversamente proporcional a la sección recta transversal del tubo. Esta última es nula cuando el tubo de rayos converge en una recta o un punto. Este conjunto de puntos del espacio en los que converge un número infinito de rayos se llama *cáustica*, y en ellos la amplitud del campo predecida por las técnicas de trazado de rayos es infinita.

Para el cálculo de la sección recta de una superficie metálica curvada se hace incidir sobre la misma una onda plana, que, al no sufrir atenuación con la distancia, corresponde a un tubo de rayos de sección recta transversal constante. Al ser la superficie curvada los rayos se reflejarán en distintas direcciones, por lo que si la superficie es convexa el tubo de rayos reflejados será divergente: su sección recta transversal aumentará con el cuadrado de la distancia y la amplitud del campo disminuirá de la misma forma.

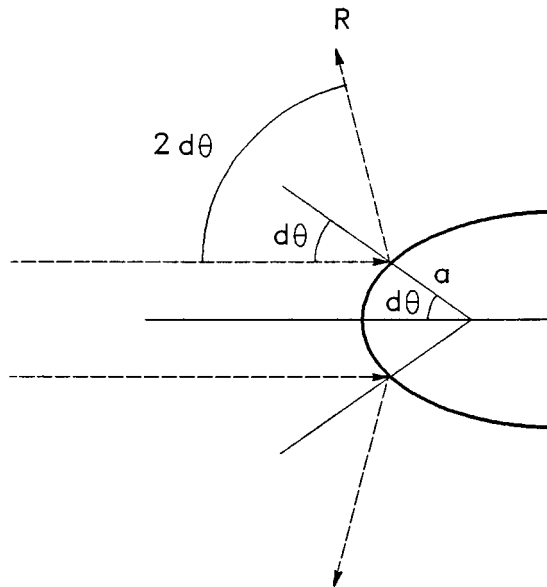


Figura 4-1: Tubos de rayos incidente y reflejado

La sección recta monoestática del blanco está determinada por los rayos que se reflejan en la misma dirección que el tubo de rayos incidente, los cuales provienen del *punto de reflexión especular*, en el que la normal a la superficie es paralela a la dirección de incidencia. Si los radios principales de curvatura de la superficie en el punto de reflexión especular son  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , resulta que la sección recta transversal del tubo de rayos incidente es:

$$ds^i = \pi(\alpha_1 d\theta)(\alpha_2 d\theta)$$

y la del tubo de rayos reflejado:

$$ds^r = \pi(R 2d\theta)(R 2d\theta)$$

donde  $R$  es la distancia a la superficie medida en campo lejano.

Obsérvese que, como consecuencia directa de la ley de Snell, la curvatura de divergencia del tubo de rayos reflejado es doble que la curvatura de la superficie en el punto de reflexión especular.

Si toda la energía incidente se refleja -superficie metálica- y si la energía se conserva a lo largo del tubo de rayos:

$$|E^r|^2 ds^r = |E^i|^2 ds^i \quad (4-1)$$

y por tanto:

$$\frac{|E^r|^2}{|E^i|^2} = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{4R^2} \quad (4-2)$$

de forma que la sección recta radar monoestática es:

$$\sigma = 4\pi R^2 \frac{|E^r|^2}{|E^i|^2} = \pi \alpha_1 \alpha_2 \quad (4-3)$$

Obsérvese que si alguno de los radios de curvatura es infinito, la sección recta será también infinita. Esto es debido a que cuando el tubo de rayos reflejado no diverge en alguna dirección, contiene una cáustica por la que pasan todos los rayos que no divergen, de forma que el campo reflejado, según óptica geométrica, es infinito. Esta limitación es de gran importancia, pues afecta a todas las superficies planas, cilíndricas y cónicas.

Siguiendo el mismo razonamiento, es evidente que la fórmula anterior también es válida para la sección recta biestática, siempre que la dirección de incidencia no se aleje excesivamente de la normal. Nótese que la aproximación de óptica geométrica para la sección recta radar es independiente de la frecuencia, resultado lógico si tenemos en cuenta que la aproximación prescinde de la naturaleza ondulatoria de los campos, lo cual es equivalente a considerar la frecuencia infinita. Por ello, la aproximación sólo es aplicable cuando la longitud de onda es mucho menor que los radios de curvatura. Sin embargo, el error cometido es pequeño para radios de curvatura mayores que una o dos longitudes de onda.

A pesar de la sencillez de la fórmula, el cálculo de la sección recta radar de un objeto arbitrario por óptica geométrica no es un problema trivial. Las principales dificultades que aparecen al intentar resolver el problema por métodos analíticos o numéricos son la identificación del punto de reflexión especular y el cálculo de los radios principales de curvatura en ese punto. Sin embargo, el problema puede resolverse de forma muy sencilla y en tiempo real por procesamiento gráfico (ver capítulo 8 y [Rius URSI'89]).



Por todo ello, la aproximación de óptica geométrica no es utilizada en la práctica para el cálculo de sección recta radar de objetos complejos, salvo casos muy particulares como, por ejemplo, cavidades en alta frecuencia [Hermida'90].

En resumen, las principales características de la aproximación de óptica geométrica son:

- Formulación muy sencilla.
- Aplicación difícil.
- Resultado infinito en cáusticas.
- Considera solamente observación en la dirección de reflexión especular.
- Resultados no dependientes de la polarización.
- Válida sólo para superficies con dos radios de curvatura finitos y mayores que la longitud de onda.
- No aplicable a superficies planas, cilíndricas o cónicas, ni en las proximidades de aristas o vértices.

## 4.2 OPTICA FISICA

La teoría de óptica física se basa en calcular los campos dispersados a partir de la radiación de las corrientes inducidas sobre la superficie del obstáculo, aplicando el teorema de equivalencia. Para ello se aproximan los valores reales de las corrientes por los que predice la teoría de óptica geométrica (aproximación del plano tangente). Consecuentemente, las limitaciones de ambas teorías son las mismas, con la diferencia de que óptica física, por ser un método integral, obtiene campos reflejados finitos para superficies con algún radio de curvatura infinito. En este sentido, la aproximación de óptica física es una mejora de la de óptica geométrica.

### 4.2.1 Teoría

Los campos radiados se obtienen a partir de la resolución de la ecuación integral de Stratton-Chu en campo lejano mediante la aproximación del plano tangente. Según el principio de equivalencia, podemos obtener los campos electromagnéticos en una región libre de fuentes a partir del conocimiento de las componentes tangenciales de los campos sobre una superficie cerrada que envuelva todas las fuentes. Las ecuaciones de Stratton-Chu permiten aplicar directamente el principio de equivalencia sobre superficies cerradas. Para superficies abiertas, deben añadirse términos adicionales que incluyen la integral de línea de los campos

tangenciales sobre el contorno [Stratton'41]. Las ecuaciones integrales de Stratton-Chu nos dan el campo dispersado por el obstáculo a partir del campo total sobre la superficie del mismo:

$$\vec{E}^r = \oint_S [-jK\eta(\hat{n} \times \vec{H})G + (\hat{n} \times \vec{E}) \times \nabla G + (\hat{n} \cdot \vec{E})\nabla G] ds \quad (4-4)$$

$$\vec{H}^r = \oint_S \left[ jK \frac{1}{\eta} (\hat{n} \times \vec{E})G + (\hat{n} \times \vec{H}) \times \nabla G + (\hat{n} \cdot \vec{H})\nabla G \right] ds \quad (4-5)$$

donde  $\hat{n}$  es el vector unitario normal a la superficie hacia el exterior,  $K$  el número de onda,  $\eta$  la impedancia de onda del vacío y  $G$  la función de Green en el espacio libre:

$$G = \frac{1}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} e^{-jK|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (4-6)$$

con la definición habitual del punto de observación de campo  $\vec{r}$  y el punto de fuentes  $\vec{r}'$ .

Las ecuaciones de Stratton-Chu (4-4) y (4-5) representan la formulación de los campos radiados en el espacio libre por las corrientes equivalentes eléctrica  $\vec{J} = \hat{n} \times \vec{H}$  y magnética  $\vec{M} = -\hat{n} \times \vec{E}$ , y las densidades superficiales de carga equivalentes  $\sigma = \hat{n} \cdot \vec{E}$  y  $\tau = \hat{n} \cdot \vec{H}$ .

La gran dificultad del problema estriba en que las corrientes equivalentes dependen de los campos difractados sobre la superficie del objeto, que son precisamente la incógnita del problema.

Para calcular los campos difractados por un objeto conductor, se aplica el teorema de equivalencia sobre la superficie del objeto. La condición de contorno sobre una superficie conductora es la nulidad de componentes tangenciales del campo eléctrico y normales del campo magnético:

$$|\hat{n} \times \vec{E}| = \hat{n} \cdot \vec{H} = 0 \quad (4-7)$$

La aproximación del plano tangente consiste en suponer que la componente tangencial del campo magnético sobre cada elemento de superficie es similar a la que habría si la superficie fuera un plano infinito tangente a la misma en el punto de interés. En este caso, la componente tangencial del campo magnético difractado será el doble que la componente tangencial del incidente:

$$\hat{n} \times \vec{H} = 2\hat{n} \times \vec{H}^i \quad (4-8)$$

Sustituyendo (4-7) y (4-8) en la expresión integral (4-5) del campo magnético, y realizando la integral únicamente sobre la superficie del objeto iluminada por el campo incidente, tenemos:

$$\vec{H}^r = \int_S 2(\hat{n} \times \vec{H}^i) \times \nabla G ds \quad (4-9)$$

Para la predicción de sección recta debe evaluarse la integral (4-9) en campo lejano con una onda plana incidente, en la que definimos  $\hat{e}$ ,  $\hat{h}$  como los vectores unitarios en las direcciones de campo eléctrico y magnético, y  $\hat{r}$  en la del punto de observación. En estas condiciones, para el caso monoestático:

$$\nabla G = -jKG\hat{r} \quad (4-10)$$

Sustituyendo en la expresión del campo (4-9) y desarrollando el producto vectorial

$$\hat{r} \times (\hat{n} \times \vec{H}^i) = (\hat{r} \cdot \vec{H}^i)\hat{n} - (\hat{r} \cdot \hat{n})\vec{H}^i$$

como para una onda plana incidente en el caso monoestático es  $\vec{H}^i \cdot \hat{r} = 0$ , se obtiene:

$$\vec{H}^r = - \int_S 2jKH^iG(\hat{n} \cdot \hat{r})\hat{h} ds \quad (4-11)$$

y por dualidad

$$\vec{E}^r = - \int_S 2jKE^iG(\hat{n} \cdot \hat{r})\hat{e} ds \quad (4-12)$$

Con la aproximación habitual de la función de Green en campo lejano

$$G = \frac{e^{-jK|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} \approx \frac{e^{-jKr}}{4\pi r} e^{jK\hat{r} \cdot \vec{r}'}$$

definiendo  $\theta$  como el ángulo que forman la dirección de observación monoestática y la normal a la superficie, y sustituyendo  $K = 2\pi/\lambda$  resulta el campo eléctrico reflejado:

$$\vec{E}^r = -j\hat{e} \frac{e^{-jKr}}{\lambda r} \int_S E^i \cos\theta e^{jK\hat{r} \cdot \vec{r}'} ds' \quad (4-13)$$

Si sustituimos el campo eléctrico incidente en dirección  $\hat{i}$ , que en el caso monoestático es  $\hat{i} = -\hat{r}$ :

$$E^i = E_0 e^{-jK\hat{t}\cdot\vec{r}'} = E_0 e^{jK\hat{t}\cdot\vec{r}'} \quad (4-14)$$

resulta

$$\vec{E}^r = -jE_0 \hat{e} \frac{e^{-jKr}}{\lambda r} \int_s \cos\theta e^{2jK\hat{t}\cdot\vec{r}'} ds'$$

y recordando la definición de sección recta radar

$$\sigma = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{|E^r|^2}{|E^i|^2} \quad (4-15)$$

para el caso monoestático resulta, definiendo  $z = \hat{t} \cdot \vec{r}'$  como la "profundidad" del  $ds$  en la dirección de observación:

$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left[ \int_s \cos\theta e^{2jKz} ds \right]^2 \quad (4-16)$$

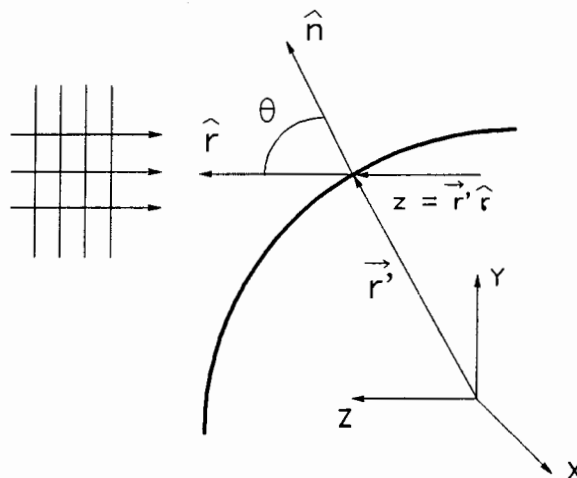


Figura 4-2: Aproximación de óptica física

La gran simplicidad de la ecuación (4-16) y el amplio margen de validez de la aproximación de óptica física, la hacen muy adecuada para el análisis de objetos muy complicados en alta frecuencia con un coste computacional razonable (ver capítulo 9).

### 4.2.2 Aplicación a cuerpos geométricos sencillos

En la integral de óptica física es habitual que la fase del integrando varíe muy rápidamente sobre la superficie. Las partes real e imaginaria del integrando varían aproximadamente como sinusoides, y los ciclos negativos tienden a cancelar los positivos. Sobre las superficies curvadas suele haber un punto de *fase estacionaria* en el que la variación de fase se anula y cambia de signo. Como el valor del integrando en este punto no puede cancelarse, como sucede en los puntos de variación rápida, ésta es la contribución principal al valor de la integral. Los puntos de fase estacionaria son precisamente los puntos de reflexión especular que, según la aproximación de óptica geométrica, permiten calcular la sección recta de una superficie curvada a partir de la ecuación (4-3).

Desarrollando la función fase en serie de Taylor y tomando el primer término significativo, se demuestra que [Knott'85], [Mathews'79], [Maffet'89]:

$$\int g(\theta) e^{jf(\theta)} d\theta \approx \left[ \frac{2\pi}{-jf''(\theta_0)} \right]^{1/2} g(\theta_0) e^{jf(\theta_0)} \quad (4-17)$$

donde  $\theta_0$  es el punto de fase estacionaria tal que  $f'(\theta_0) = 0$ . Aplicando el método de fase estacionaria a la integral de línea que aparece en (4-16):

$$I_l = \int_l \cos\theta e^{-2jkz} dl \quad (4-18)$$

para una línea curvada con radio de curvatura  $R$  en el punto de reflexión especular se obtiene:

$$I_l = \sqrt{\frac{\lambda R}{2}} \quad (4-19)$$

mientras que para una línea recta de longitud  $L$ ,  $\theta$  es constante en todo el camino de integración e igual al ángulo de incidencia  $\theta_i$ , por lo que no es necesario aplicar el principio de fase estacionaria, pues el resultado es bien conocido:

$$I_l = L \sin\theta_i \frac{\sin(KL \cos\theta_i)}{KL \cos\theta_i} \quad (4-20)$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (4-16) puede obtenerse la sección recta de algunos cuerpos geométricos sencillos:

**- Placa plana rectangular:**

La sección recta de una placa plana rectangular de lados  $A$  y  $B$  en las direcciones de los ejes  $x$  e  $y$ , respectivamente, es:

$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} A^2 B^2 \cos^2 \theta_i \left[ \frac{\sin(K A \sin \theta_i \cos \phi_i)}{K A \sin \theta_i \cos \phi_i} \right]^2 \left[ \frac{\sin(K B \sin \theta_i \sin \phi_i)}{K B \sin \theta_i \sin \phi_i} \right]^2 \quad (4-21)$$

donde  $\theta_i$  y  $\phi_i$  definen la dirección de observación monoestática en coordenadas esféricas.

**- Placa plana circular:**

La sección recta de una placa plana circular de radio  $R$  situada sobre el plano  $xy$  es, en coordenadas esféricas:

$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left[ 2\pi R^2 \cos \theta_i \frac{J_1(2KR \sin \theta_i)}{2KR \sin \theta_i} \right]^2 \quad (4-21 \text{ bis})$$

**- Superficie cilíndrica:**

La sección recta de una superficie cilíndrica de radio  $R$  y longitud  $L$  con simetría de revolución alrededor del eje  $z$  es, en coordenadas esféricas:

$$\sigma = \frac{2\pi}{\lambda} R L^2 \sin^2 \theta_i \left[ \frac{\sin(K L \cos \theta_i)}{K L \cos \theta_i} \right]^2 \quad (4-22)$$

**- Superficie doblemente curvada:**

La sección recta de una superficie con dos radios de curvatura finitos  $R_1$  y  $R_2$  en el punto de reflexión especular es:

$$\sigma = \pi R_1 R_2 \quad (4-23)$$

Lógicamente, este último resultado coincide con la aproximación de óptica geométrica, mientras que los anteriores son la extensión de la aproximación de óptica geométrica cuando alguno de los radios de curvatura es infinito.

Los resultados obtenidos para objetos sencillos, ecuaciones (4-21) a (4-23), se van a utilizar en el capítulo 9 para validar el cálculo de la integral de óptica física (4-16) por procesado gráfico.

### 4.2.3 Limitaciones

Debido a que se aproximan las componentes tangenciales del campo por las que habría sobre un plano infinito, se comete un error apreciable en aquellos elementos de superficie en los que algún radio de curvatura sea menor que la longitud de onda, y en las proximidades de las aristas. Evidentemente, la limitación de la aproximación del plano tangente se encuentra en el radio de curvatura paralelo a la polarización del campo eléctrico incidente. Habitualmente los resultados son aceptables (error menor que unos 0.5 dB) cuando el radio de curvatura paralelo al campo eléctrico es mayor que  $\lambda$  y el paralelo al campo magnético mayor que  $\lambda / 4$  [Knott'85].

Además, como no se tienen en cuenta corrientes lineales sobre las aristas, sino que la corriente eléctrica se supone siempre en la dirección de la proyección del campo eléctrico incidente sobre el plano tangente, se obtiene el campo difractado paralelo a la proyección de las corrientes sobre el plano perpendicular a la dirección de observación. Por ello sólo puede obtenerse información de polarización (distinta RCS con distinta polarización) en el caso biestático, y en ningún caso puede obtenerse la respuesta dependiente de la polarización debida a las aristas.

Por ello, los resultados de la aproximación serán buenos en direcciones "broadside", en las que la contribución principal proceda de las grandes superficies perpendiculares a la dirección de observación. Sin embargo, en direcciones de incidencia rasante sobre las superficies, su contribución a la sección recta es menor que la contribución de la difracción en aristas, con lo que los resultados aproximados de óptica física serán muy inferiores a los exactos.

En la figura 4-3 se muestra la sección recta monoestática de una placa plana en función del ángulo de observación respecto a la normal a la placa [Ross'66]. La gráfica compara medidas experimentales con las predicciones de óptica física y teoría geométrica de la difracción (ver 4.3). Nótese que para ángulos de aspecto próximos a la normal, predomina la reflexión superficial calculada correctamente por óptica física. Para incidencia rasante predomina la reflexión en aristas, que óptica física no considera, y a la que se dedican los siguientes apartados de este capítulo. Posteriormente, en el capítulo 11 (11.3.1) se analizarán con detalle las medidas y resultados de [Ross'66].

Otra fuente de error aparece al suponer que las corrientes equivalentes en la zona de sombra (no iluminada directamente por el campo incidente) son nulas, lo cual sólo es cierto en muy alta frecuencia. Esto significa que se desprecia el efecto de las "creeping waves", u ondas de superficie que dan la vuelta al objeto por la zona de sombra, y producen interferencias constructivas o destructivas con el campo reflejado en la zona iluminada y, por tanto, oscilaciones en el campo difractado.

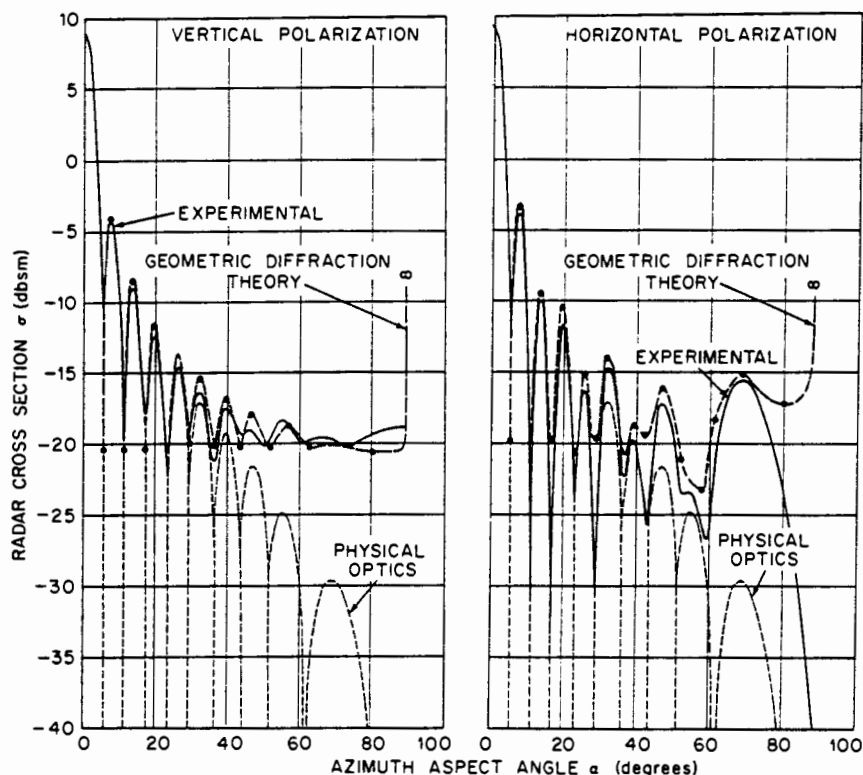


Figura 4-3: Sección recta de una placa plana de lado  $5\lambda$  y grosor  $0.024\lambda$  a una frecuencia de 9.227 GHz [Ross'66].

La importancia de las *creeping waves* es mayor cuando la polarización del campo eléctrico incidente es tal que las corrientes inducidas se dirigen hacia la zona de sombra del objeto. Por ejemplo, en el caso de un cilindro, un campo eléctrico incidente perpendicular al eje (polarización H o TE) genera una onda de superficie que se propaga hacia la zona de sombra, dando lugar a las *creeping waves* (ver figura 4-4a). Sin embargo, el campo eléctrico paralelo al eje (polarización E o TM) no produce *creeping waves*.

La influencia de las *creeping waves* en el caso de una esfera de radio  $a$  decrece con la frecuencia de la forma  $e^{-K^a}$  [Maffet'89] (ver figura 4-4b), por lo que su contribución es despreciable cuando el perímetro del objeto es mayor que 10 ó 15 longitudes de onda [Knot'85].

Al considerar sólo las corrientes sobre la zona iluminada del objeto se introduce una discontinuidad artificial en la zona de transición, la cual produce oscilaciones espúreas en el valor calculado de la integral (ver figura 4-5). Comparando con la figura 4-4a, puede observarse que la amplitud y el período de las oscilaciones es diferente del de las debidas a las *creeping waves*.



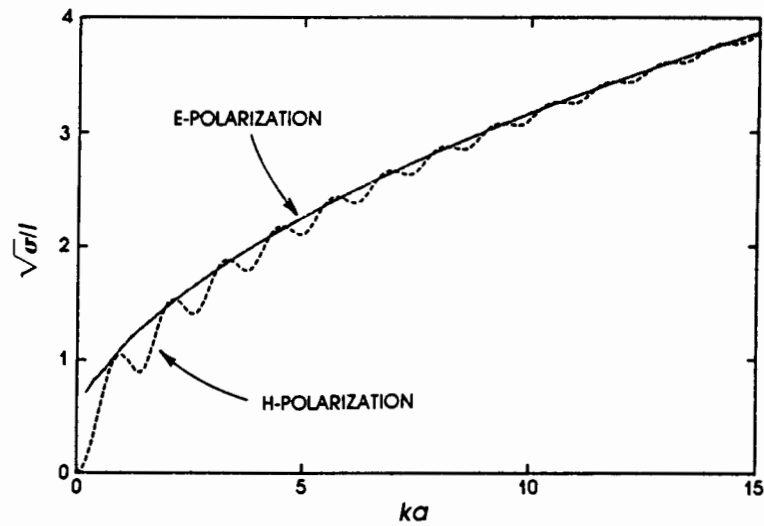


Figura 4-4a: Resultados exactos para un cilindro circular infinito

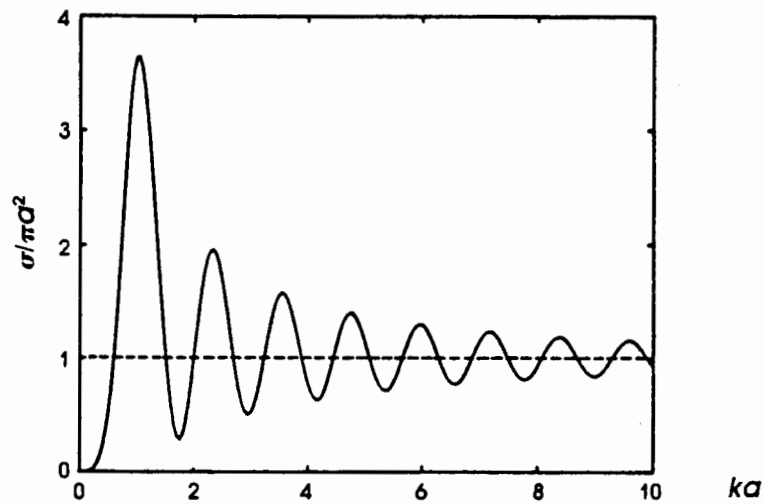


Figura 4-4b: Resultado exacto para una esfera

Las oscilaciones espúreas no aparecen al aplicar el principio de fase estacionaria (ver figura 4-5), según el cual sólo contribuyen a la integral los elementos de superficie en los que la variación espacial de fase de las corrientes no es demasiado rápida. La contribución principal proviene de los elementos de superficie con la normal próxima a la dirección de incidencia, es decir, cercanos al punto de reflexión especular, por lo que no intervienen los elementos próximos a la transición abrupta.

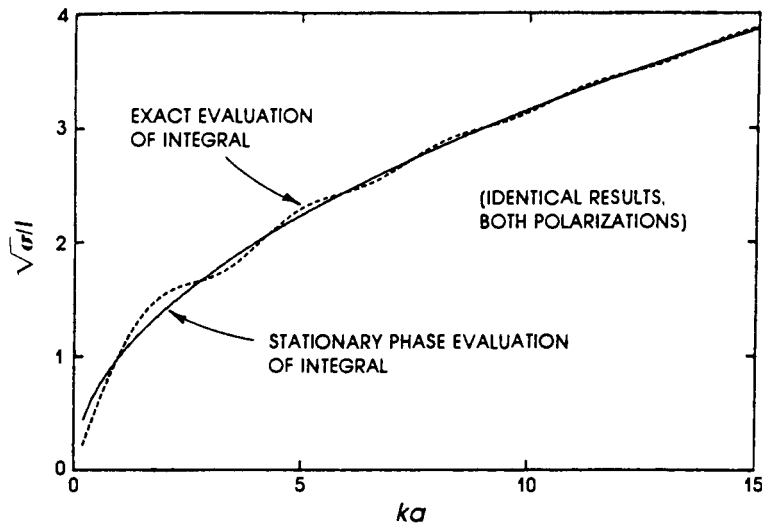


Figura 4-5: Resultado de óptica física para un cilindro infinito

En resumen, los errores cometidos con la aproximación de óptica física en el caso monoestático son:

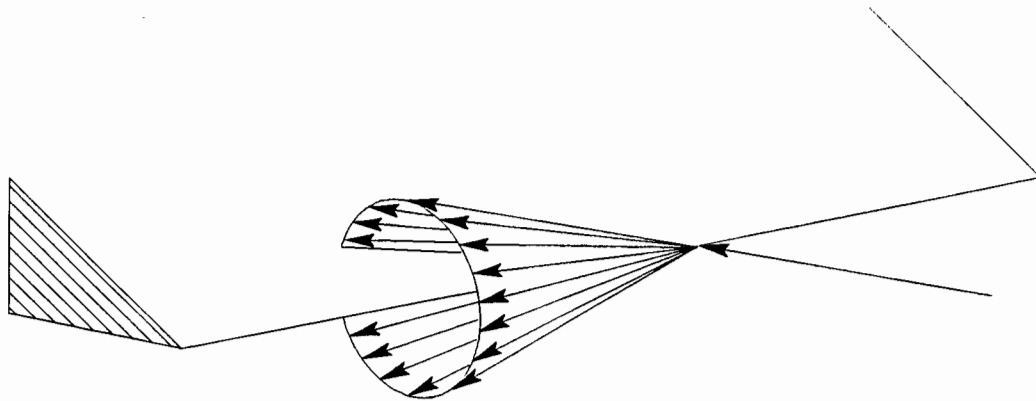
- Al no considerar la difracción en las aristas, no obtiene información de polarización: es una aproximación escalar. De todas formas, la contribución de las aristas es varios órdenes de magnitud inferior a la de las superficies de gran radio de curvatura iluminadas perpendicularmente, y crece más despacio con la frecuencia.
- No incluye la contribución de las zonas de sombra (*creeping waves*). Este efecto es despreciable en blancos radar a las frecuencias de trabajo habituales.
- La discontinuidad de las corrientes en la transición entre zona iluminada y oscura produce oscilaciones espúreas, pero su amplitud es pequeña y pueden eliminarse mediante la aproximación de fase estacionaria.
- Sólo proporciona resultados con muy buena aproximación cuando domina la reflexión especular de grandes superficies. Sin embargo, ésta es la situación más frecuente.

Teniendo en cuenta la importancia relativamente pequeña de los errores cometidos al estimar RCS de blancos radar en alta frecuencia, la simplicidad de la formulación de óptica física, y su fácil implementación en un sistema de procesamiento gráfico por hardware (ver capítulo 9), ésta es la aproximación ideal para estimar sección recta radar en tiempo real con una estación de trabajo de altas prestaciones de coste moderado, sin necesidad de recurrir a super-ordenadores.

### 4.3 TEORIA GEOMETRICA DE LA DIFRACCION

Keller introdujo a mediados de los años 50 la teoría geométrica de la difracción (GTD) [Keller'57]. Su objeto es el cálculo de los campos difractados en aristas en alta frecuencia en función de la polarización, los cuales no pueden obtenerse con las aproximaciones de óptica geométrica ni óptica física.

La teoría geométrica de la difracción también se basa en el trazado de rayos, como óptica geométrica, pero ahora se introducen los rayos difractados por las aristas. Al incidir un rayo sobre una cuña conductora se difracta formando un ángulo de reflexión con la arista igual al de incidencia. A diferencia de lo que sucede en las superficies planas, en las que hay una sola dirección de reflexión, ahora hay infinitas direcciones que forman con la arista un ángulo igual al ángulo de incidencia. Estas direcciones de difracción se encuentran sobre la superficie del denominado "cono de Keller" (figura 4-6).



*Figura 4-6: Cono de Keller de rayos difractados en una arista*

Análogamente a las teorías de óptica geométrica y óptica física, las direcciones de reflexión en una arista (cono de Keller) son aquellas en las que el punto de reflexión es de fase estacionaria. Se han llevado a cabo experimentos con rayos laser incidiendo sobre una hoja de afeitarse, y se ha observado que la luz difractada se encuentra confinada en el cono de Keller.

Si no tenemos en cuenta la presencia de las superficies laterales de la cuña, la arista se reduce a un filamento. En este caso, la amplitud de los rayos difractados en todas direcciones sobre el cono de Keller será la misma. Sin embargo, al considerar la presencia de las superficies formando un cierto ángulo, será mayor la amplitud de los rayos cercanos a la superficie iluminada que la de los próximos a la zona de sombra. Para determinar la amplitud de los rayos difractados en todas direcciones, Keller recurrió a la solución canónica exacta de la cuña infinita, debida a Sommerfeld y Pauli.

A finales del siglo pasado, Sommerfeld analizó la difracción de un semiplano infinito perfectamente conductor [Sommerfeld'1896]. La expresión de Sommerfeld, que proporciona las amplitudes de los rayos difractados en todas direcciones al incidir un rayo perpendicularmente a la arista, tiene la forma de una integral de Fresnel, y es exacta a todas las frecuencias. Posteriormente Pauli extendió el resultado a una cuña infinita de ángulo arbitrario [Pauli'38]. La mayoría de las técnicas de alta frecuencia se basan en realizar un desarrollo asintótico de la expresión exacta cuando la longitud de onda tiende a cero, y tomar el primer término significativo.

De esta forma, adaptando la solución de Sommerfeld al caso de incidencia arbitraria, Keller obtuvo la expresión del campo difractado a grandes distancias en alta frecuencia:

$$\vec{E}^r = -\frac{\Gamma e^{-jKr}}{\sin^3 \beta} [(\hat{t} \cdot \vec{E}^i)(X - Y)\hat{r} \times (\hat{r} \times \hat{t}) + \eta(\hat{t} \cdot \vec{H}^i)(X + Y)(\hat{r} \times \hat{t})] \quad (4-24)$$

donde  $\Gamma$  es un factor de divergencia en función de la naturaleza de la onda incidente,  $\beta$  el ángulo de incidencia (o ángulo del cono de Keller),  $\hat{t}$  el vector unitario con la dirección de la arista y  $X$  e  $Y$  los coeficientes de difracción de Keller.

Se definen los planos de incidencia y reflexión como los planos formados por las direcciones de incidencia o reflexión con la arista, respectivamente. Obsérvese que la diferencia de los coeficientes de difracción ( $X - Y$ ) nos da una componente del campo paralela al plano de reflexión, debida a la componente del campo eléctrico incidente paralela a la arista. A su vez, la suma de los coeficientes ( $X + Y$ ) da una componente de campo eléctrico perpendicular al plano de reflexión, debida a la componente del campo eléctrico incidente perpendicular a la arista (o paralela del campo magnético). La primera puede asumirse como radiada por la corriente eléctrica inducida que fluye por la arista, mientras que la segunda estaría producida por la corriente magnética.

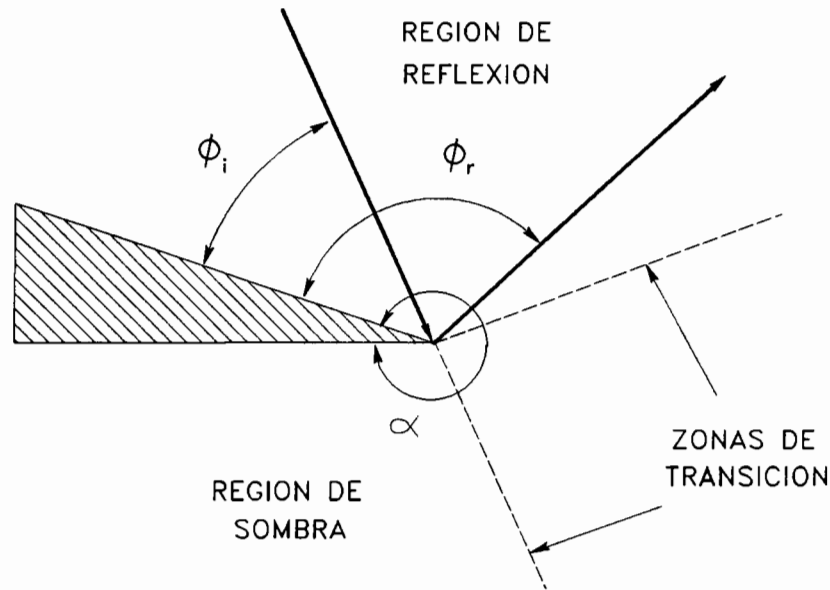
De esta forma, la teoría geométrica de la difracción incluye la dependencia con la polarización, solventando así la principal deficiencia de la aproximación de óptica física.

Las expresiones de los coeficientes de difracción son:

$$X = \frac{(1/n) \sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - \cos[(\phi_r - \phi_i)/n]} \quad (4-25)$$

$$Y = \frac{(1/n) \sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - \cos[(\phi_r + \phi_i)/n]} \quad (4-26)$$

donde  $n = \alpha / \pi$  es el ángulo exterior de la cuña normalizado, mientras que  $\phi_i$  y  $\phi_r$  son, respectivamente, la proyección del ángulo de incidencia y del de reflexión sobre el plano normal a la arista. (ver figura 4-7).



*Figura 4-7: Geometría de la difracción en aristas*

Para aplicar la ecuación (4-24) al cálculo de campos difractados por objetos con aristas, en primer lugar es necesario localizar las aristas cuyo cono de Keller contenga alguna dirección que apunte hacia el punto de observación. Por ello la teoría geométrica de la difracción es de tipo especular, de la misma forma que óptica geométrica y, en general, todas las técnicas de trazado de rayos.

El hecho de poder calcular los campos únicamente para las direcciones contenidas en conos de Keller constituye una limitación importante, común a todas las técnicas de trazado de rayos, como óptica geométrica. En éstas no se obtiene el campo difractado más que en puntos de observación a los que llega algún rayo reflejado (óptica geométrica) o difractado (GTD).

Además, también tiene en común con óptica geométrica la predicción de campos infinitos en cústicas, cuando llegan infinitos rayos al punto de observación. Este fenómeno sucede con frecuencia al calcular la RCS monoestática de un cuerpo de revolución. Por ejemplo, cuando el cuerpo contiene una arista circular, un número infinito de rayos se difracta en la dirección del eje, formando así una cústica.

Otra limitación es la singularidad de los coeficientes de difracción en las proximidades de las transiciones a las regiones de sombra ( $X$ ) y de reflexión ( $Y$ ) (ver figura 4-7). Esta singularidad ya aparece en las expresiones originales de Sommerfeld para cuñas infinitas, y se debe a que en las transiciones la contribución de las superficies laterales de la cuña es proporcional al área de las mismas, y por tanto infinita. Un problema grave aparece con las placas planas, pues la dirección de reflexión especular coincide con la transición a la región de reflexión de alguna de sus aristas, y los coeficientes de difracción son singulares, obteniéndose un campo infinito en esta dirección.

En resumen, las limitaciones de la teoría geométrica de la difracción son:

- El punto de observación debe encontrarse en un cono de Keller, lo cual no incluye el problema monoestático.
- Predice resultados infinitos en cáusticas.
- Los coeficientes de difracción son singulares en los límites de las regiones de reflexión y de sombra.

#### 4.4 TEORIAS DE DIFRACCION UNIFORMES

Las singularidades en los coeficientes de difracción pueden evitarse con una formulación más exacta de los mismos. Kouyoumjian y Pahtak con la teoría uniforme de la difracción (UTD) [Kouyoumjian'74], y Lee y Deschamps con la teoría asintótica uniforme (UAT) [Lee'76] proponen distintas soluciones al problema. A su vez, Mittra propone la aplicación de esta última teoría (UAT) en el dominio espectral, [Ciarkowski'84] y [Rahmat'77], y le da el nombre de teoría espectral de la difracción (SDT).

La teoría uniforme de la difracción (UTD) obtiene una expresión en la que los coeficientes de difracción de Keller aparecen multiplicados por una integral de Fresnel, que vale cero en las zonas de transición y se aproxima a uno al alejarse de ellas, eliminando así la singularidad [McNamara'90]. La solución UAT de Lee se basa en un desarrollo asintótico diferente de la solución canónica para la cuña infinita, obteniendo resultados similares a los de Kouyoumjian y Pahtak, aunque con una formulación distinta. Puede encontrarse un estudio comparativo de ambos métodos en [Boersma'80], según el cual las diferencias en los resultados no son significativas para las aplicaciones prácticas más habituales.

Una modificación posterior de la UTD [Kouyoumjian] mejora los resultados para incidencia y observación rasantes en cuñas de caras curvadas, situación en que las teorías de GTD, UAT y la inicial UTD sólo proporcionaban una aproximación grosera a los campos difractados. La solución de Mittra tiene un

desarrollo muy riguroso en el dominio espectral, y modifica la UAT para hacerla coincidir con la solución exacta de la reflexión en un plano infinito (cuña con ángulo interno  $\pi$ ).

Sin embargo, todavía quedan pendientes de solución en las teorías uniformes el problema de las cáusticas y la restricción del cono de Keller.

## 4.5 TEORIA FISICA DE LA DIFRACCION

La teoría física de la difracción (PTD), desarrollada por Ufimtsev paralelamente a la teoría de Keller, [Ufimtsev'57], obtiene resultados equivalentes a los de Keller evitando el problema de la singularidad en las zonas de transición. Para ello también se basa en la solución canónica de Sommerfeld para la cuña infinita, de la que sustrae la contribución de los semiplanos infinitos que forman la superficie lateral de la cuña. Como la singularidad en los campos difractados en GTD proviene de esta última contribución, el resultado de PTD es finito, y contiene únicamente la difracción en la arista. Por ello, al resultado de PTD se le deben sumar los campos reflejados en las superficies, que pueden calcularse, por ejemplo, con la aproximación de óptica física.

La teoría física de la difracción puede considerarse como una corrección a la aproximación de óptica física, incluyendo la difracción en las aristas dependiente de la polarización. Según Ufimtsev, la corriente total inducida en las proximidades de la arista es la suma de la corriente de óptica física, obtenida con la aproximación del plano tangente, y un término corrector que representa corrientes concentradas en las proximidades de la arista, cuya amplitud decrece al alejarse de la misma. A estas corrientes Ufimtsev las llamó corrientes de borde ("*fringe currents*" en inglés), y son las responsables de la radiación de los campos obtenidos por PTD, que corrigen los campos reflejados en las caras laterales de la cuña, calculados por óptica física, para obtener el campo total difractado por la cuña.

Según Ufimtsev, el campo difractado por la arista sola, sin tener en cuenta la contribución superficial de óptica física, es:

$$E_z^r = E_z^i \frac{f}{\sqrt{2\pi Kr}} e^{-j(Kr + \pi/4)} \quad (4-27)$$

$$H_z^r = H_z^i \frac{g}{\sqrt{2\pi Kr}} e^{-j(Kr + \pi/4)} \quad (4-28)$$

donde  $E_z^i$  y  $H_z^i$  son las componentes del campo incidente paralelas a la arista. La primera de ellas es la responsable de la componente del campo eléctrico difractado paralelo al plano de reflexión, mientras que la segunda lo es de la componente perpendicular.

Los coeficientes de difracción de Ufimsev son:

$$f = \frac{(X-Y) - (X_1 - Y_1)}{(X-Y) - (X_2 - Y_2)} \quad \begin{array}{l} 0 \leq \phi_i \leq \alpha - \pi \\ \alpha - \pi \leq \phi_i \leq \pi \\ \pi \leq \phi_i \leq \alpha \end{array} \quad (4-29)$$

$$g = \frac{(X+Y) - (X_1 + Y_1)}{(X+Y) - (X_2 + Y_2)} \quad \begin{array}{l} 0 \leq \phi_i \leq \alpha - \pi \\ \alpha - \pi \leq \phi_i \leq \pi \\ \pi \leq \phi_i \leq \alpha \end{array} \quad (4-30)$$

con  $\alpha$  y  $\phi$  definidos en la figura 4-7.

La contribución de óptica física se obtiene por medio de tres diferentes expresiones según si la onda incidente ilumina la cara superior de la cuña, ambas caras, o la cara inferior.  $f$  y  $g$  son los coeficientes de Keller  $X - Y$  y  $X + Y$  corregidos con la contribución de óptica física:

$$X_1 = -\frac{1}{2} \tan[(\phi_r - \phi_i)/2] \quad (4-31)$$

$$Y_1 = -\frac{1}{2} \tan[(\phi_r + \phi_i)/2] \quad (4-32)$$

$$X_2 = \frac{1}{2} \tan[(\phi_r - \phi_i)/2] \quad (4-33)$$

$$Y_2 = -\frac{1}{2} \tan[\alpha - (\phi_r + \phi_i)/2] \quad (4-34)$$

Obsérvese que la contribución de óptica física también presenta singularidades en las zonas de transición, que cancelan las singularidades presentes en los coeficientes de Keller, proporcionando un valor finito:

$$X - X_1, \quad Y - Y_1, \quad X - X_2, \quad Y - Y_2 \rightarrow -\frac{1}{2n} \cot \frac{\pi}{n}$$

Puede parecer paradójico que se obtenga la difracción en las aristas sustrayendo la contribución de óptica física de la solución canónica de la cuña infinita, y posteriormente se le sume la contribución de óptica física para obtener el resultado final. Sin embargo, el resultado será finito, pues la contribución de óptica física



que se sustrae es la de los semiplanos infinitos que forman la cuña, y por tanto infinita, mientras que la que se suma es la contribución de las superficies presentes en el blanco, que son finitas.

En resumen, la teoría de física de la difracción proporciona los campos difractados únicamente por las aristas, de forma que es necesario añadir la reflexión en las superficies calculada por óptica física. De esta forma se evita el problema de las singularidades en los coeficientes de difracción de Keller, pero no las otras limitaciones de GTD:

- El punto de observación debe encontrarse en un cono de Keller.
- Predice resultados infinitos en cáusticas.

A pesar de estas limitaciones, la teoría física de la difracción se utiliza en la práctica combinada con el método de las corrientes equivalentes para corregir la aproximación de óptica física en la predicción de sección recta radar. Los resultados obtenidos por [Youseff'89], [Domingo'90], [Abad'90], [Villar'90] y en el capítulo 11 de esta tesis demuestran la eficacia del método.

## 4.6 METODOS DE CORRIENTES EQUIVALENTES

Las limitaciones comunes a los métodos de trazado de rayos (cáusticas y reflexión especular o cono de Keller) pueden evitarse con los métodos de corrientes equivalentes, que obtienen resultados correctos para direcciones de observación arbitrarias. En este sentido, los métodos de corrientes equivalentes mejoran a las teorías geométrica y física de la difracción de la misma forma como la aproximación de óptica física mejora a la de óptica geométrica.

Los métodos de corrientes equivalentes se basan en obtener una cierta distribución de corrientes ficticias sobre la arista, tal que los campos radiados por ella a grandes distancias se aproximen a la solución canónica. Si bien para superficies grandes en alta frecuencia estas corrientes son las de óptica física, la solución para las aristas no es tan sencilla, y depende no sólo de la dirección de incidencia, sino también de la de observación.

El campo eléctrico radiado a grandes distancias por un filamento de corrientes eléctrica  $I\hat{t}$  y magnética  $M\hat{t}$  es:

$$\vec{E}^r = jK \frac{e^{-jKr}}{4\pi r} \int_{dl'} [\eta I \hat{r} \times (\hat{r} \times \hat{t}) + M (\hat{r} \times \hat{t})] e^{jK\hat{r} \cdot \vec{r}'} dl' \quad (4-35)$$

donde  $t$  es el vector tangente al filamento de corriente.

Igualando el resultado de GTD (4-24) con la integral (4-35), realizada con el método de fase estacionaria y evaluada sobre el cono de Keller, puede obtenerse una expresión de las corrientes equivalentes. Con este procedimiento, Ryan y Peters [Ryan'69] resolvieron el problema de la cáustica para el caso particular de la RCS monoestática de una arista circular en la dirección del eje. Posteriormente, Knott y Senior [Knott'84] extendieron el resultado al caso más general biestático, en el que los rayos incidente y reflejado forman ángulos  $\beta_i$  y  $\beta_r$  con la arista, obteniendo las corrientes equivalentes:

$$I = \frac{2j}{K\eta} \frac{(X-Y)}{\sin\beta_i \sin\beta_r} (\hat{t} \cdot \vec{E}^i) \quad (4-36)$$

$$M = \frac{2j\eta}{K} \frac{(X+Y)}{\sin\beta_i \sin\beta_r} (\hat{t} \cdot \vec{H}^i) \quad (4-37)$$

Cuando  $\beta_r = \beta_i$ , la dirección de observación se encuentra en el cono de Keller, y el resultado de Knott coincide exactamente con la predicción de GTD. De esta forma, pueden obtenerse los campos difractados en direcciones que no pertenezcan al cono de Keller, y además se obtienen resultados finitos en cáusticas, pues en (4-35) se integra una función finita a lo largo de un camino finito. El problema que no se soluciona es el de la singularidad de los coeficientes de Keller  $X$  e  $Y$  en los límites de las regiones de sombra y reflexión, que producirán un resultado infinito de la integral (4-35).

Es importante tener en cuenta que las corrientes equivalentes de Knott y Senior, (4-36) y (4-37), se han deducido a partir de criterios intuitivos de simetría, pero sin ningún soporte analítico. En la práctica se demuestra que proporcionan resultados aceptables únicamente para direcciones de observación próximas al cono de Keller.

Una formulación más rigurosa del problema es la realizada por Michaeli [Michaeli'84], en la que considera la contribución de la arista al campo lejano como debida a dos tiras de corriente superficial sobre las caras de la cuña, a ambos lados de la arista. El valor exacto de la corriente lo obtiene de la componente tangencial del campo magnético sobre la superficie de la cuña, calculado por medio de la expresión analítica de Pauli. Al integrar las tiras de corriente superficial, en la dirección perpendicular a la arista sólo tuvo en cuenta la contribución asintótica del borde, pero no el otro límite de integración en el infinito. Expresando el resultado en la forma de la ecuación (4-35), Michaeli obtuvo las corrientes equivalentes:

$$I = \frac{-2j}{K\eta} \frac{D_o}{\sin^2\beta_i} (\hat{t} \cdot \vec{E}^i) + \frac{-2j}{K} \frac{D_{am}}{\sin\beta_i} (\hat{t} \cdot \vec{H}^i) \quad (4-38)$$

$$M = \frac{2j\eta}{K} \frac{D_m}{\sin \beta_i \sin \beta_r} (\hat{i} \cdot \vec{H}^i) \quad (4-39)$$

donde  $D_o$ ,  $D_m$  y  $D_{om}$  son los coeficientes de difracción de Michaeli. Su expresión es mucho más complicada que la de los coeficientes de Knott, y puede encontrarse, por ejemplo, en [Knott'85], [Micaheli'84] y [Maffet'89]. Lógicamente, los coeficientes de Michaeli coinciden con los de GTD cuando la dirección de observación se encuentra en el cono de Keller (ver 11.1).

Las corrientes ficticias equivalentes de Michaeli se han obtenido de forma más rigurosa que las de Knott y proporcionan resultados exactos fuera del cono de Keller. Por ejemplo, la corriente eléctrica sobre la arista incluye la dependencia con el campo magnético paralelo a la misma, la cual no aparece en la expresión de Knott y corresponde a la realidad física. De esta forma, el coeficiente  $D_{om}$  incluye una componente de polarización cruzada cuando la dirección de observación se encuentra fuera de cono de Keller. Como cabe esperar, ambos resultados coinciden con GTD cuando se evalúa el campo sobre el cono de Keller, pero también ambos son singulares en las zonas de transición a las regiones de sombra y reflexión.

La singularidad de los coeficientes de difracción en las zonas de transición puede evitarse en el caso de corrientes equivalentes de la misma forma que lo hace Ufimtsev en la teoría física de la difracción: sustrayendo de los campos difractados por la cuña infinita la contribución de óptica física. Esta idea la llevó a cabo Mitzner 10 años antes del trabajo de Michaeli, obteniendo los coeficientes de difracción de longitud incremental (ILDC) [Mitzner'74].

El resultado de Mitzner se expresa como un coeficiente de difracción diádico  $\vec{D}$  que, multiplicado por el vector unitario en la dirección del campo eléctrico incidente, en función de sus componentes paralela y perpendicular al plano de incidencia, nos da la dirección del campo difractado, expresada como componentes paralela y perpendicular al plano de difracción:

$$\begin{bmatrix} E^r \cos \gamma_r \\ E^r \sin \gamma_r \end{bmatrix} = \frac{e^{-j(Kr - \pi/4)}}{\sqrt{2\pi r}} \int_l \vec{D} \begin{bmatrix} E^i \cos \gamma_i \\ E^i \sin \gamma_i \end{bmatrix} dl \quad (4-40)$$

donde  $\gamma_i$  y  $\gamma_r$  son los ángulos que forman las direcciones de incidencia y difracción con las normales a los planos de incidencia y difracción, respectivamente. El coeficiente diádico  $\vec{D}$  es:

$$\vec{D} = \begin{bmatrix} D_m - D'_m & 0 \\ D_{em} \sin \beta_i - D'_{em} & D_e - D'_e \end{bmatrix} \quad (4-41)$$

Nótese que cada uno de los términos de  $\bar{D}$  es la diferencia entre los coeficientes de Michaeli y unos coeficientes de óptica física. Estos coeficientes de óptica física son análogos a los que se restan a GTD para obtener PTD y, además, válidos en direcciones de observación arbitrarias no pertenecientes al cono de Keller [Knott AP'85]. Para direcciones de observación en el cono de Keller, los ILDC de Mitzner coinciden con los coeficientes de PTD, mientras que en el caso monoestático sólo coinciden en la respuesta copolar al campo incidente, pero no en la contrapolar (ver 11.1). La diferencia en el caso monoestático entre los coeficientes de PTD y los de Mitzner, o los de GTD y los de Michaeli, reside en el coeficiente de polarización cruzada de componente incidente perpendicular a la arista a difractada paralela al plano de difracción.

La expresión completa de los coeficientes de difracción de longitud incremental de Mitzner puede encontrarse en [Knott'85], [Knott AP'85] y [Maffet'89].

En resumen, el cálculo de los campos difractados a grandes distancias como la integral de radiación de unas corrientes equivalentes soluciona los problemas de cústicas y trazado de rayos, y, si se utilizan los coeficientes de difracción de Mitzner, también se evita la singularidad en las zonas de transición. Además, tanto la teoría de Michaeli como la de Mitzner son válidas para direcciones de observación arbitrarias, condición indispensable para aplicar correctamente el método de las corrientes equivalentes. Sin embargo, las expresiones de las corrientes equivalentes son complicadas e incluyen la dirección de observación, con lo que su utilización se hace incómoda. Este es el precio que se paga por considerar la radiación concentrada en las corrientes equivalentes que fluyen por la arista, en lugar de las corrientes superficiales existentes en la realidad física.

La siguiente tabla resume las relaciones entre los métodos de alta frecuencia:

	<b>Trazado de rayos</b> - Infinito en cústicas - Observación en: reflex. especular cono de Keller	<b>Métodos integrales</b> - No cústicas - Válidos en todas direcciones de observación
<b>Superficies</b> - No polarización	Optica geométrica	Optica física
<b>Aristas + superficies</b> - Singulares - No singulares	GTD UTD, UAT	MEC Michaeli
<b>Aristas</b> - No singulares	PTD	MEC Mitzner

Las ventajas y limitaciones de los distintos métodos son:

METODO	VENTAJAS	LIMITACIONES
Optica geométrica		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cústicas</li> <li>- Reflexión especular</li> <li>- NO curvatura infinita</li> <li>- NO aristas</li> <li>- NO dependencia polariz.</li> </ul>
Optica física	<ul style="list-style-type: none"> <li>- NO cústicas</li> <li>- Reflex. todas direcciones</li> <li>- SI curvatura infinita</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- NO aristas</li> <li>- NO dependencia polariz.</li> <li>- Oscilaciones espúreas</li> </ul>
Optica física + fase estacionaria	<ul style="list-style-type: none"> <li>- NO cústicas</li> <li>- Reflex. todas direcciones</li> <li>- SI curvatura infinita</li> <li>- NO oscilaciones espúreas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- NO aristas</li> <li>- NO dependencia polariz.</li> </ul>
GTD (Keller)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Las de óptica geométrica</li> <li>- Difracción aristas</li> <li>- Depend. polarización</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cústicas</li> <li>- Difracc. en cono de Keller</li> <li>- Singular. reg. transición</li> </ul>
UTD (Kouyoumjian) UAT (Lee)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Las de GTD</li> <li>- NO sing. reg. transición</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cústicas</li> <li>- Difracc. en cono de Keller</li> </ul>
PTD (Ufimtsev)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Las de GTD</li> <li>- NO sing. reg. transición</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cústicas</li> <li>- Difracc. en cono de Keller</li> <li>- NO contrib. superficies</li> </ul>
MEC (Knott)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Las de óptica física</li> <li>- Difracción en aristas</li> <li>- Depend. polarización</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Singular. reg. transición</li> <li>- Aprox. fuera cono Keller</li> </ul>
MEC (Michaeli)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Las de MEC (Knott)</li> <li>- Exactos fuera cono Keller</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Singular. reg. transición</li> </ul>
MEC (Mitzner)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Las de MEC (Michaeli)</li> <li>- NO sing. reg. transición</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- NO contrib. superficies</li> </ul>

Aunque los métodos de corrientes equivalentes parecen solucionar definitivamente el problema de la difracción en aristas en alta frecuencia, en la práctica quedan todavía varios problemas por resolver:

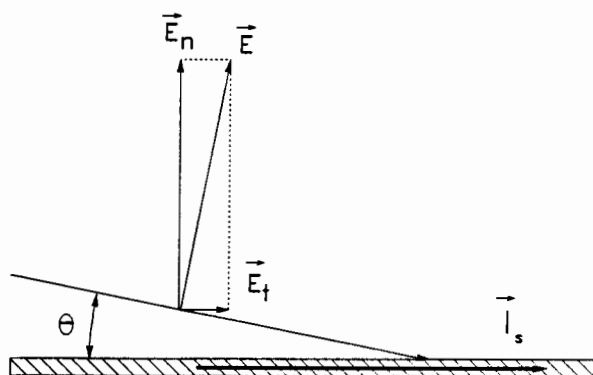
- Los coeficientes de difracción se obtienen a partir de la solución canónica de la cuña infinita, que no tiene vértices. En la práctica las aristas son finitas, y por tanto todavía falta considerar el efecto de la difracción en vértices.

Otra contribución de la misma importancia que la difracción en vértices, es la de las discontinuidades en el radio de curvatura de las superficies. Ambas se comentan en el apartado 4.8.

- Otra contribución importante a la sección recta radar en alta frecuencia es la reflexión de ondas de superficie en discontinuidades, que ninguno de los métodos anteriores tiene en cuenta. A este tema se dedica el apartado 4.7.
- Las aproximaciones de alta frecuencia suponen que la contribución de cada centro de eco (punto de reflexión especular, arista, etc.) es independiente de los demás. Sin embargo, hay situaciones en las que aparece una interacción múltiple entre dos o más centros de eco que no puede despreciarse, como sucede en el caso de diedros, triedros o cavidades.

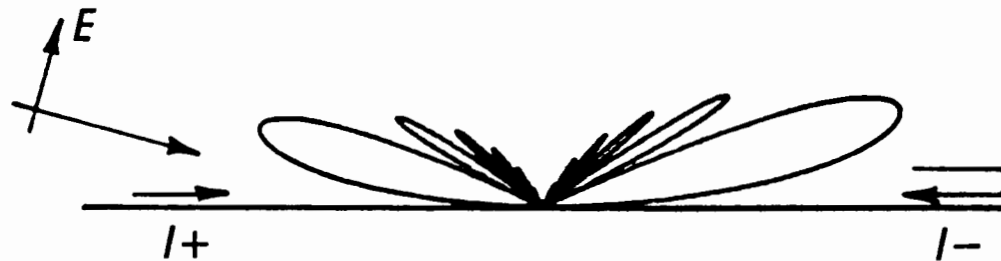
## 4.7 ONDAS DE SUPERFICIE

Al incidir una onda plana sobre una superficie eléctricamente grande con un ángulo de incidencia casi rasante, cuando hay una componente del campo eléctrico incidente tangente a la superficie en la dirección de incidencia (figura 4-8), se induce una corriente que se propaga sobre la superficie en la misma dirección que el campo incidente. Esta onda de superficie radía a su vez en dirección próxima a la dirección end-fire, de la misma forma que las antenas de hilo largo y onda progresiva.



*Figura 4-8: Incidencia rasante y onda de superficie*

En principio, la radiación de la onda de superficie hacia atrás es muy pequeña, y apenas influye en la sección recta radar monoestática. Sin embargo, cuando la onda alcanza una discontinuidad en la superficie (arista, ranura, cambio de curvatura, etc.) se refleja, de forma que la onda reflejada se propaga hacia el observador y radía en dirección casi end-fire, produciendo una contribución importante a la sección recta monoestática (ver figura 4-9).



*Figura 4-9: Radiación de la onda de superficie*

El diagrama de radiación de la onda de superficie se muestra en la figura 4-9. Al aumentar la longitud  $l$  de la superficie, el lóbulo principal se hace más estrecho, se aproxima más a la dirección end-fire y aumenta el número de lóbulos secundarios. El ángulo  $\theta$  que forma el lóbulo principal con la superficie es:

$$\theta = 49.35^\circ \sqrt{\frac{\lambda}{l}} \quad (4-42)$$

La teoría de radiación de antenas de hilo largo y onda progresiva, que conduce a la ecuación (4-42), también es aplicable a superficies suavemente curvadas [Peters'58], si se tiene en cuenta que la velocidad de fase media de la onda de superficie disminuye al aumentar el camino recorrido sobre la superficie curvada. Con el valor adecuado de una velocidad de fase equivalente [Knott'85], puede modificarse la ecuación (4-42) para calcular correctamente la dirección del máximo principal, pero no la amplitud del campo difractado hacia atrás.

Esta contribución a la sección recta es particularmente importante en superficies largas y de curvatura suave, que terminan de forma abrupta en una arista como, por ejemplo, las alas de un avión con incidencia rasante. En algunos casos particulares, como superficies muy alargadas o hilos, la sección recta debida a onda de superficie con incidencia rasante llega a ser del mismo orden de magnitud que la debida a reflexión superficial con incidencia broadside [Brookner'88].

La radiación de las ondas de superficie reflejadas no puede ser predecida por ninguna de las técnicas de alta frecuencia vistas hasta ahora, pues no consideran la interacción entre distintos centros de eco como, en este caso, la superficie y la arista en que se refleja la onda. Un problema adicional es que la onda de superficie acopla los diversos centros de difracción que pueden haber sobre la misma, de forma que ya no radían el campo incidente independientemente y las técnicas de alta frecuencia dejan de ser aplicables.

Una posible solución es la propuesta por [Ross'66], en la que se aplica repetidamente una técnica de trazado de rayos (GTD) para obtener las interacciones múltiples entre distintas aristas (ver 11.3.1). Como la teoría geométrica de la difracción ya lleva implícitas las corrientes inducidas en las superficies limitadas por las aristas, se predice bastante bien el efecto de la onda de superficie en estructuras relativamente simples. Sin embargo, cuando la estructura es compleja, como cada rayo incidente sobre una arista produce un cono de Keller con infinitos rayos difractados, la cantidad de rayos que deben considerarse en el problema de difracción múltiple crece muy rápidamente y se hace intratable.

## 4.8 VALIDEZ DE LOS COEFICIENTES DE DIFRACCION

Las técnicas de alta frecuencia de trazado de rayos de los apartados 4.3, 4.4 y 4.5, desarrolladas a partir del resultado canónico de una cuña conductora infinita de caras planas y arista rectilínea, también se suelen aplicar a otras situaciones: cuñas de caras curvas, discontinuidades en la curvatura, vértices, etc. Para ello, en cada caso particular deben utilizarse los coeficientes de difracción adecuados. En este apartado se van a comentar brevemente los diferentes tipos de coeficientes de difracción aplicables a cada situación y su dominio de validez [Molinet].

La contribución de una arista recta a la sección recta radar es de orden  $F^0 L^2$ . La contribución de las aristas curvas es de un orden inferior,  $F^{-1} L$ , y puede ser obtenida por un método de corrientes equivalentes realizando la integral de las corrientes ficticias a lo largo de la arista, o bien por métodos de trazado de rayos con los coeficientes de reflexión adecuados. Otras contribuciones de orden inferior son las de las discontinuidades en la curvatura de una superficie, y las de los vértices o esquinas, ambas de orden  $F^{-2} L^0$ . También para este tipo de centros de eco, existen coeficientes de difracción con los que se pueden utilizar las técnicas de trazado de rayos.

### 4.8.1 Cuñas de caras curvadas y arista recta

Para analizar superficies curvadas en alta frecuencia, la solución más sencilla es aproximar localmente la superficie por un plano tangente, y suponer que los coeficientes de reflexión y difracción en el punto de tangencia son los mismos para ambas geometrías. En el caso de reflexión en superficies sin discontinuidades ni aristas, esta aproximación es la de óptica física (ver 4.2). En general, esta hipótesis coincide con el resultado de tomar el primer término del desarrollo asintótico exacto de la solución. Los siguientes términos del desarrollo dependen de elementos geométricos de orden superior (radios principales de curvatura, radios de curvatura de aristas, etc.) [Molinet].



En la figura 4-10 se muestra como una cuña de caras curvadas  $C_1OC_2$  puede aproximarse por la cuña de caras planas tangente  $T_1OT_2$ , donde  $PO$  es el rayo incidente y  $OR$  y  $OS$  los límites de las regiones de reflexión y sombra, respectivamente.

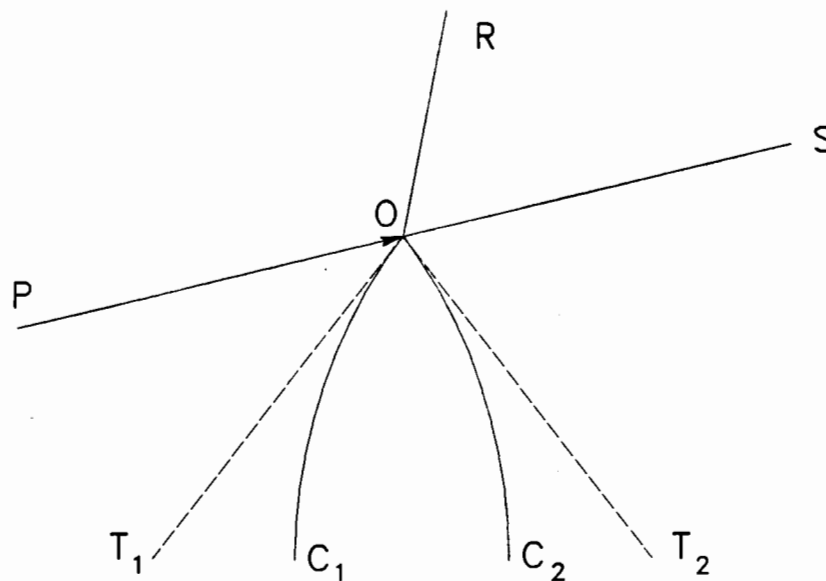


Figura 10: Cuña de caras curvadas

Para analizar el problema del diedro con caras curvas, pueden utilizarse diferentes tipos de coeficientes de difracción (ver 4.3):

- Los coeficientes de Keller (GTD)
- Los coeficientes uniformes de Kouyoumjian (UTD)
- La solución asintótica de Lee (UAS)
- La solución UTD modificada por Pathak
- La teoría espectral de Mitra (STD)

Los coeficientes no uniformes de Keller son singulares en las regiones de transición  $OR$  y  $OS$ , lo cual no sucede con los coeficientes uniformes (UTD, UAS y STD). Los resultados de estos últimos se aproximan a los de Keller al alejarnos de las regiones de transición.

En las direcciones de observación rasante, próximas a  $C_1O$  y  $C_2O$ , solamente la teoría uniforme de la difracción modificada por Pathak proporciona resultados aceptables, mientras que las demás únicamente consiguen una aproximación muy grosera.

Cuando la amplitud de la onda incidente, o de la reflejada, varían rápidamente en la vecindad de la arista en la dirección transversal a la de propagación, en la UTD aparece un pequeño error en direcciones de observación próximas a las regiones de transición. Por ello, debe considerarse el segundo término del desarrollo asintótico del que se deriva la aproximación, lo que suele hacerse a través del denominado "*slope diffraction coefficient*", introducido por Hwang [Hwang'74].

Cuando la dirección de incidencia es rasante sobre la cara  $OC_2$ , las regiones de transición se superponen, coincidiendo con la dirección de observación rasante  $C_2O$ , y en esta dirección los cinco tipos de coeficientes de difracción se hacen singulares para ambos tipos de polarización incidente. Si la incidencia es rasante a  $C_1O$ , también se superponen las regiones de transición, y también son singulares en ellas los cinco coeficientes de difracción. Sin embargo, como las regiones de transición ya no coinciden con las direcciones de observación rasante, en ellas los coeficientes de difracción son finitos, y los que proporcionan una mejor aproximación son los de UTD modificados por Pathak.

#### 4.8.2 Líneas de discontinuidad de curvatura

Para analizar la difracción en las líneas de discontinuidad de curvatura existen actualmente tres tipos de coeficientes de difracción:

- Los coeficientes no uniformes de Senior [Senior'72].
- La solución uniforme de Kouyoumjian y Pathak [Kouyoumjian'84].
- La solución uniforme de Molinet [Molinet].

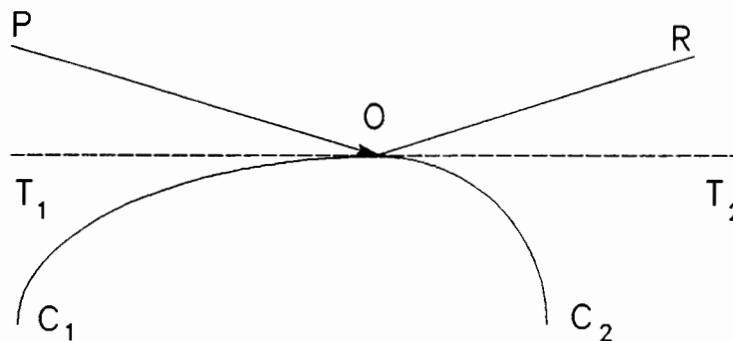


Figura 4-11: Discontinuidad en el radio de curvatura

La figura 11 presenta una discontinuidad en el radio de curvatura de una superficie  $C_1OC_2$ . La línea  $T_1OT_2$  es la tangente a la superficie en el punto de discontinuidad, y  $OR$  la dirección de reflexión especular.

Para una dirección de incidencia no rasante, el coeficiente de difracción de Senior presenta una singularidad en la dirección de reflexión especular  $OR$  y valores incorrectos en las proximidades de las direcciones de tangencia  $T_1O$  y  $OT_2$ . Esta singularidad es debida a que el punto de reflexión especular, según óptica geométrica, se encuentra en la línea de discontinuidad de curvatura, de forma que el radio de curvatura no está definido.

La solución uniforme de Kouyoumjian y Pathak se basa en el resultado de UTD para una cuña de ángulo interno  $\pi$ , ajustada con una función de transición para que coincida con la solución de Senior en su región de validez. De esta forma se obtiene, para incidencia no rasante, un resultado finito en la dirección de reflexión especular, igual a la semisuma de los campos reflejados por las dos superficies, que corresponde al primer término del desarrollo asintótico de la solución exacta. Sin embargo, esta teoría no tiene en cuenta la influencia de las fronteras luz-sombra y sombra-luz en  $T_1O$  y  $OT_2$ , y proporciona un resultado incorrecto cuando el punto de observación se encuentra sobre la línea de tangencia.

Los coeficientes de Molinet se obtienen a través del mismo desarrollo asintótico para la cuña del que se deriva la UAT de Lee, por lo que también se obtiene un resultado finito en la dirección de reflexión especular, que además coincide con el de Kouyoumjian y Pathak. Sin embargo, Molinet tiene en cuenta la influencia de las transiciones entre luz y sombra, por lo que, para incidencia no rasante, obtiene los resultados correctos en las direcciones de observación rasante.

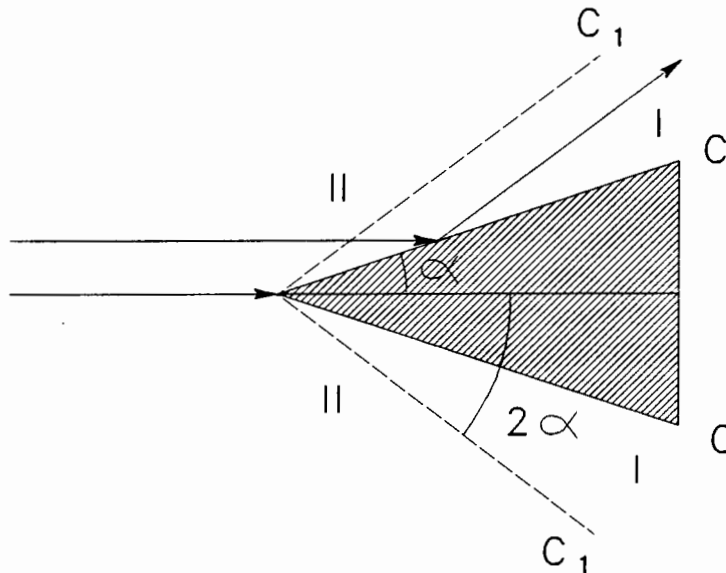
Es importante destacar que para incidencia rasante, se superpone la dirección de reflexión especular con la tangente a la superficie, y ninguna de las soluciones mencionadas es válida en esta región. Esta situación sucede con frecuencia en las aplicaciones prácticas y conduce a fenómenos de difracción importantes.

### 4.8.3 Vértices

Al incidir una onda plana sobre una punta o vértice, la difracción hacia atrás en alta frecuencia es muy débil, y por tanto su contribución a la sección recta radar monoestática es despreciable frente a otros fenómenos de difracción. Sin embargo, no sucede lo mismo con la difracción en la misma dirección del rayo incidente, que afecta fuertemente al campo difractado por las singularidades que se encuentran detrás, como aristas o discontinuidades de curvatura.

### - Difracción en el vértice de un cono

La forma canónica similar a una punta es un cono circular o elíptico. Para simplificar la representación de los rayos y zonas de transición, se va a suponer que la incidencia sobre el vértice del cono es paralela al eje (figura 4-12). El espacio exterior al cono se puede dividir en dos regiones I y II, separadas por la superficie de un cono de semiángulo  $2\alpha$ .



*Figura 4-12: Reflexión en superficie cónica*

En la región I el campo total es la suma de tres componentes: incidente, reflejado en la superficie y difractado en el vértice, mientras que en la región II no hay campo reflejado. Por ello la superficie cónica  $C_1$  es una región de transición, en la que se produce una discontinuidad del campo reflejado predecido por óptica geométrica. La formulación del campo difractado por la punta debe ser tal que el campo total sea continuo a través de la superficie límite  $C_1$ .

No existe actualmente una expresión asintótica uniforme para el problema canónico de la difracción de una onda electromagnética por un cono de revolución semi-infinito, ni siquiera en el caso de incidencia axial. Sin embargo, Felsen demostró que la aproximación de óptica física para la RCS monoestática da la solución exacta en el caso de incidencia axial, tanto para conos anchos como estrechos [Felsen'55]. Posteriormente, Goryanov comprobó que cuando la dirección de observación en la región II se aleja del eje y se acerca a la zona de transición, el error aumenta, pero nunca supera el 10% [Goryanov'61].

De estos resultados se concluye que la integral de óptica física es una buena aproximación a la solución exacta con incidencia axial, y por tanto los dominios de validez de las soluciones asintóticas dependen únicamente del procedimiento utilizado para el desarrollo asintótico de la integral. Estos desarrollos de la integral de óptica física llevan a dos tipos de coeficientes de difracción:

- Los coeficientes no uniformes de Siegel [Siegel'55].
- La solución uniforme de Molinet [Molinet]

Los primeros no son válidos en las proximidades de la frontera luz-sombra, haciéndose infinitos sobre la superficie  $C_1$ . En cambio, la solución uniforme de Molinet no presenta esta singularidad. Como las demás aproximaciones asintóticas, ninguna de ellas es válida en la vecindad de la superficie del cono  $C$ .

Muy recientemente se ha obtenido una solución de alta frecuencia [Trott'90], basada en la aproximación de óptica física y expresada en la forma de la teoría uniforme de la difracción (UTD). Esta solución es válida para conos seminfinitos y para conos finitos si se tiene en cuenta la interacción múltiple entre vértice y arista.

#### - Difracción en una esquina

La intersección de dos aristas de una superficie plana constituye una esquina. Esta singularidad se puede tratar como un efecto de borde o de terminación de la arista. Burnside y Pathak han encontrado unos coeficientes de difracción [Burnside'79] uniformes en todo el espacio exterior a la esquina, salvo en dos direcciones correspondientes a transiciones entre regiones de sombra y reflexión.

Los mismos coeficientes de difracción se aplican, con ligeras modificaciones, al campo difractado por el vértice de un tetraedro, que puede considerarse como la unión de tres esquinas como las estudiadas por Burnside y Pathak.

#### 4.8.4 Difracción en zonas de sombra de superficies curvadas

La difracción en superficies curvadas sin discontinuidades es debida a la propagación de una onda de superficie por la zona de sombra, "*creeping wave*", que explica la aparición de campos difractados en las zonas no iluminadas directamente por el campo incidente. Para estudiar este fenómeno, existen dos tipos de soluciones asintóticas en las que se aplican coeficientes de difracción:

- La solución no uniforme de Keller [Keller'56].
- La solución uniforme de Pathak [Pathak'80].

Como es bien sabido, la primera de ellas no es válida en la región de transición  $OT$  de la figura 4-11, mientras que la segunda proporciona una solución uniforme. Sin embargo, cuando la amplitud del campo incidente sobre la superficie presenta una variación en la dirección tangente a la misma y perpendicular a la de incidencia, aparece una discontinuidad en la derivada de los campos difractados en la región de transición, que puede evitarse añadiendo un nuevo coeficiente de difracción ("*Slope diffraction coefficient*") [Veruttipong'82].

En general, al incidir un rayo sobre una superficie, ninguna de las soluciones asintóticas predice correctamente la onda progresiva en las proximidades de la superficie, pero sí los campos difractados en la zona de sombra en direcciones de observación no rasantes. Sin embargo, cuando la fuente se encuentra situada sobre la superficie, existen cuatro tipos de soluciones asintóticas para puntos de observación situados también sobre la superficie:

- La de Felsen, del Instituto Politécnico de Nueva York [Chang'76], [Chang'77].
- La de la Universidad de Illinois [Lee'78], [Lee, Safavi'78].
- La de Boersma y Lee [Boersma'78].
- La de la Universidad de Ohio [Pathak'74], [Pathak'81].

Las dos primeras soluciones se limitan a cilindros y conos, mientras que las dos últimas a superficies arbitrarias. En concreto, la tercera es la más precisa en la región paraxial de un cilindro, pues contiene términos de orden superior a las demás, mientras que la última es la más completa para superficies arbitrarias.

#### 4.8.5 Difracción de ondas de superficie en discontinuidades

Para estudiar la difracción de ondas de superficie en discontinuidades, deben introducirse coeficientes de difracción híbridos. En el caso de difracción en una arista viva, pueden citarse por orden histórico los coeficientes de:

- No uniformes de Albersen y Christiansen [Albersen'78].
- Uniformes de Molinet [Molinet'77].
- Uniformes de Pathak y Kouyoumjian [Pathak'77].
- No uniformes de Idemen [Idemen'83].

Las tres primeras aproximaciones se basan en la asociación del coeficiente de difracción de una arista con el coeficiente de generación de una onda de superficie. La solución de Molinet no considera la componente del campo eléctrico paralelo a la arista, por lo que obtiene un coeficiente de difracción paralelo nulo en primer

orden. Debe destacarse que esta solución trata el problema de la difracción de una onda de superficie por una arista, con la aparición de otra onda de superficie. La solución de Pathak es idéntica a la anterior, pero utiliza el "*slope diffraction coefficient*" para obtener el término de segundo orden del coeficiente de difracción paralelo. La de Idemen se basa en el desarrollo asintótico no uniforme de la difracción de un cuerpo esférico iluminado con una fuente anular.

Las cuatro soluciones son válidas en las direcciones de observación comprendidas en las regiones de sombra profunda próximas a la superficie, aunque las dos uniformes sólo en el caso de incidencia no rasante. En el caso de incidencia rasante, ninguna de las cuatro es válida en la dirección de observación paralela a la de incidencia, que coincide con la superposición de las dos regiones de transición a zonas de sombra y reflexión. Otro problema todavía sin resolver es la difracción de una onda de superficie que alcanza una línea de discontinuidad de la curvatura con incidencia rasante.

#### 4.8.6 Conclusiones

Después de revisar los dominios de validez de los coeficientes de difracción para estructuras convexas, perfectamente conductoras, quedan en evidencia una serie de situaciones en las que no está todavía resuelta la difracción de una onda localmente plana:

- Arista de una cuña de caras curvas, con incidencia y observación rasantes a una de las caras del diedro.
- Línea de discontinuidad de la curvatura de una superficie, con incidencia rasante.
- Punta de cono con incidencia oblicua.
- Ondas de superficie con incidencia rasante sobre una discontinuidad de la curvatura.
- Zona de variación rápida de la curvatura de una superficie.

#### 4.9 APLICACION A LA PREDICCIÓN DE RCS

Como se ha indicado anteriormente, para calcular sección recta de blancos radar complejos en tiempo real en la actualidad es imprescindible utilizar técnicas de alta frecuencia. Los métodos que se han presentado en este capítulo son aplicables únicamente a objetos perfectamente conductores. Sin embargo, la teoría de alta frecuencia se puede extender a superficies dieléctricas si se conoce la relación entre los campos eléctrico y magnético en la superficie. La predicción de sección recta de blancos radar con recubrimientos absorbentes se va a tratar en el capítulo 10.

En el presente capítulo se han presentado dos tipos de métodos de alta frecuencia: los de trazado de rayos (óptica geométrica, GTD, UTD, PTD) y los basados en la integral de radiación de corrientes equivalentes (óptica física, MEC).

Las técnicas de trazado de rayos son muy útiles con objetos sencillos cuya forma sea similar a las geometrías canónicas de las que se han deducido los coeficientes de difracción. Sin embargo, su aplicación a objetos muy complejos, como los blancos radar, es difícil y no siempre es posible garantizar resultados válidos. Además, predicen resultados infinitos en las cáusticas y la dirección de observación debe estar restringida a la de reflexión especular o al cono de Keller.

Los métodos integrales son mucho más generales, pues permiten tratar superficies y aristas de formas arbitrarias que, lógicamente, se encuentren dentro de los márgenes de validez de la teoría de alta frecuencia. Además, los métodos integrales son válidos para todas las direcciones de observación y no existe el problema de las cáusticas.

La simplicidad y generalidad de la aproximación de óptica física la hacen muy adecuada para calcular la reflexión en grandes superficies, que constituye la principal contribución a la sección recta de blancos radar complejos. En el capítulo 9 se presenta un algoritmo de procesamiento gráfico en tiempo real para el cálculo de la integral de superficie de óptica física. Se obtienen excelentes resultados si se aplica sobre blancos radar normales, en los que la difracción en aristas es secundaria.

Los blancos radar que presentan una contribución de aristas importante, como es el caso de los aparatos "*stealth*", deben ser analizados por el método de las corrientes equivalentes. Como la contribución de superficies es fácilmente calculable por óptica física, se suelen utilizar métodos que únicamente consideran la contribución de las aristas.

En rigor, los coeficientes de difracción correctos para el problema más general son los ILDC de Mitzner. Sin embargo, resulta que en el caso monoestático los ILDC coinciden con los coeficientes de PTD para la respuesta copolar paralela o perpendicular a las aristas (ver 11.1). Por este motivo, y dada la gran complejidad de las expresiones de los ILDC y la simplicidad de los coeficientes de PTD, en la práctica se prefiere sustituir los ILDC de Mitzner por los coeficientes de PTD en la integral de radiación (4-35) del método de las corrientes equivalentes.

En el capítulo 11 se discute la aplicación de unos u otros coeficientes de difracción (11.1) y se presenta un algoritmo de procesamiento gráfico en tiempo real (11.2) para el cálculo de la integral del MEC con los coeficientes de PTD.

Otra contribución importante a la sección recta en alta frecuencia es la debida a las reflexiones múltiples entre superficies. A este aspecto se dedica el capítulo 12, en el que se desarrolla un algoritmo de procesamiento gráfico en tiempo casi-real.



## CAPITULO 5

### NUEVOS METODOS Y PERSPECTIVAS DE FUTURO

En el marco de la presente tesis también se ha realizado un estudio sobre la aplicabilidad de las diversas técnicas de cálculo numérico en electromagnetismo a la predicción de sección recta radar. Se han revisado los métodos clásicos habitualmente utilizados y los aparecidos más recientemente en la literatura, muchos de ellos todavía sin resultados de sección recta radar. Dado que ninguno de los métodos existentes en la actualidad proporciona la solución definitiva, el objeto de nuestro estudio reside en realizar algunas consideraciones sobre cómo deben ser los métodos numéricos a desarrollar en el futuro para su aplicación específica al problema de sección recta radar.

Las conclusiones a las que se llega son, básicamente, que debe evitarse, por una parte, aplicar soluciones excesivamente generales a un problema tan particular, como sucede con la aplicación de los métodos de baja frecuencia; y por otra parte, evitar aplicar soluciones de problemas demasiado concretos a casos más generales, como sucede con las técnicas de alta frecuencia. Por ello, la solución se encuentra, en nuestra opinión, en el desarrollo de nuevos métodos iterativos de propagación espectral, que no pueden incluirse en ninguna de las clases anteriores y que deben ser capaces de adaptarse mejor al problema particular del cálculo de sección recta radar.

## 5.1 INCONVENIENTES DE LOS METODOS CLASICOS

La generalidad de los métodos de baja frecuencia se basa en su aplicabilidad a cualquier problema definido por una ecuación integro-diferencial, por lo que para resolver cada problema concreto sólo una pequeña parte de las operaciones realizadas es significativa, salvo en casos muy particulares.

El problema básico reside en que la discretización de las funciones complejas que intervienen en el problema se realiza en células en las que el valor de la función es aproximadamente constante. Ello los hace muy poco adecuados a la resolución de la ecuación de onda de Helmholtz, cuando los campos presentan una variación rápida de fase. En particular debe evitarse descomponer una función "uniforme" desde el punto de vista electromagnético, como es una onda plana, en miles de células en las que la fase es constante: un método más adecuado, específico para resolver la ecuación de onda, debería utilizar una sola célula de gran tamaño para una zona de campo de amplitud uniforme y fase lineal como es, por ejemplo, una onda plana.

Un problema adicional de los métodos de baja frecuencia reside en que también discretizan el objeto a estudiar en células en las que la fase de los campos es constante, en lugar de discretizarlo en función de la variación de sus formas o la uniformidad de sus propiedades. Por ello, no se explotan las propiedades del objeto que podrían reducir en gran medida el número de operaciones a realizar: este número es el mismo para dos objetos de muy diferente complejidad. En este sentido, deben desarrollarse algoritmos de mallado adaptativo que reduzcan el número de operaciones en función de la complejidad del objeto. Para ello, una posible solución para generar mallados adaptativos de forma automática consiste en partir de un modelo del objeto realizado con árboles octales [Brunet'90].

Por otra parte, el problema de los métodos de alta frecuencia es precisamente el contrario: se basan en soluciones analíticas de la ecuación de onda válidas para problemas concretos. Al aplicar estas soluciones a casos más generales, aparecen problemas de validez de las aproximaciones realizadas [Molinet], lo cual da lugar a gran cantidad de técnicas de alta frecuencia, válidas para diferentes tipos de problemas.

No se dispone todavía de métodos de alta frecuencia para tratar todos los mecanismos de difracción presentes en el problema de sección recta, con lo que las soluciones obtenidas no son completas. Además, las soluciones disponibles dejan de ser válidas cuando aparecen interacciones entre los diversos centros de eco y no tratan de forma general el problema de las ondas de superficie.

Como los métodos de alta frecuencia se basan en soluciones para objetos sencillos, su aplicación a objetos complejos consiste siempre en la descomposición

de estos últimos en objetos sencillos que no interaccionen entre sí, lo cual no siempre es posible, y en todo caso se hace muy difícil cuando la complejidad del problema a resolver es grande.

## 5.2 NUEVOS METODOS

Los métodos iterativos de propagación espectral, algunos de ellos de desarrollo muy reciente [Kastner'82] [Kastner'83] [Van den Berg'84] [Anderson'85] [Cook'89] [Broquetas'89], solucionan en parte los problemas de los métodos de alta y baja frecuencia. En particular, los métodos de propagación espectral son específicos para la resolución de la ecuación de onda de Helmholtz, lo cual ya representa una ventaja sobre otros métodos más generales. Por otra parte, los métodos iterativos [Thiele'86] [Ko'77] permiten un refinamiento progresivo de la solución, realizando en primer lugar las operaciones más significativas y permitiendo detener posteriormente la iteración en el momento en que el resultado obtenido sea suficientemente válido. Otras técnicas permiten la aplicación de aproximaciones de alta frecuencia en el dominio espectral [Rahmat'77] [Ciarkowski'84].

Sin embargo, muchas de estas técnicas recientes se encuentran aún en las primeras fases de su desarrollo, todavía lejos de su madurez como métodos numéricos para electromagnetismo, mientras que otras presentan algunos de los inconvenientes de los métodos de baja frecuencia, sin llegar a optimizar totalmente el número de operaciones realizadas. Por ello, puede afirmarse que ninguna de ellas soluciona el problema de sección recta radar de forma definitiva, y es necesario seguir investigando para mejorar este tipo de métodos.

Las técnicas de propagación espectral a desarrollar en el futuro deben permitir descomponer simultáneamente los campos en sus espectros de ondas planas, cilíndricas o esféricas, y considerar únicamente aquellos términos significativos del desarrollo, con lo que se procesaría mucha menor cantidad de información que con los métodos de baja frecuencia. Estos métodos deben ser adaptativos, en el sentido de que la propagación de los espectros se adapte automáticamente a la variación de la forma de la superficie del objeto a analizar, según su complejidad. Con ello se optimizaría muy significativamente el número de operaciones realizadas. El método a desarrollar debe ser además iterativo, de forma que en cada iteración se consideren interacciones, cada vez menos importantes, entre diversas porciones de la superficie del objeto.

Como conclusión del estudio de los métodos actuales de cálculo de sección recta radar y considerando las perspectivas de futuro, debe aumentarse el esfuerzo en la búsqueda de nuevos métodos que mejoren a los ya existentes. En este sentido, los métodos iterativos de propagación espectral adaptativa prometen un futuro muy esperanzador.

## 5.3 METODO DE PROPAGACION ESPECTRAL

Las conclusiones de los apartados anteriores pueden concretarse en la siguiente propuesta de un método de propagación espectral iterativa sobre superficies conductoras. Dicha propuesta se basa en el algoritmo de propagación espectral incremental (SIP) del Profesor Anderson, de la Universidad de Sheffield, [Anderson'85] [Cook'89] y en las modificaciones que se introdujeron posteriormente en la Universidad Politécnica de Cataluña [Broquetas'89]. El algoritmo propuesto en esta tesis, si bien es muy similar al original en su modo de operación, parte de una formulación teórica más rigurosa y añade la filosofía iterativa de interacciones múltiples [Rius URSI'89] [Rius'89].

### 5.3.1 Algoritmo de propagación espectral incremental (SIP)

El algoritmo original del Prof. Anderson se basa en propagar el espectro de ondas planas del campo incidente por el interior del objeto perfectamente conductor. La propagación se realiza en incrementos muy pequeños entre planos paralelos, imponiendo sucesivamente la condición de contorno de campo nulo en el interior del conductor en cada propagación incremental (figura 5-1). De esta forma, la propagación del espectro en el dominio frecuencial fuerza al campo en el exterior del conductor a cumplir la ecuación de onda en el espacio libre, mientras que, paralelamente, en el dominio espacial se impone la condición de contorno adecuada. Finalmente, cuando se ha atravesado todo el objeto con propagaciones incrementales, se obtiene el campo difractado por el objeto hacia delante "*forward scattering*".

El campo difractado hacia atrás "*backward scattering*" se obtiene de forma análoga, pero realizando la propagación incremental en sentido inverso. Se parte de un espectro de campo nulo, pues no hay onda incidente que se propague en este sentido, y, en cada salto incremental hacia atrás a través del objeto, además de hacer nulo el campo en el interior, se añade la componente tangencial del campo eléctrico sobre la superficie que se había cancelado en la propagación hacia delante (figura 5-2). De esta forma, se calculan los campos radiados por las corrientes magnéticas equivalentes sobre la superficie del objeto que, según el teorema de equivalencia, dan lugar al campo difractado.

La eficiencia numérica de este método reside en que no resuelve los sistemas de ecuaciones típicos de los métodos de baja frecuencia, sino que únicamente propaga espectros de ondas planas en el dominio frecuencial e impone condiciones de contorno en el dominio espacial. La transición entre ambos dominios se realiza mediante transformadas rápidas de Fourier (FFT). Nótese que para resolver un problema bidimensional se manejan matrices y FFT de una dimensión, mientras que para un problema tridimensional se trabaja con FFT y matrices de dos dimensiones, reduciendo así en una dimensión el coste computacional del problema.

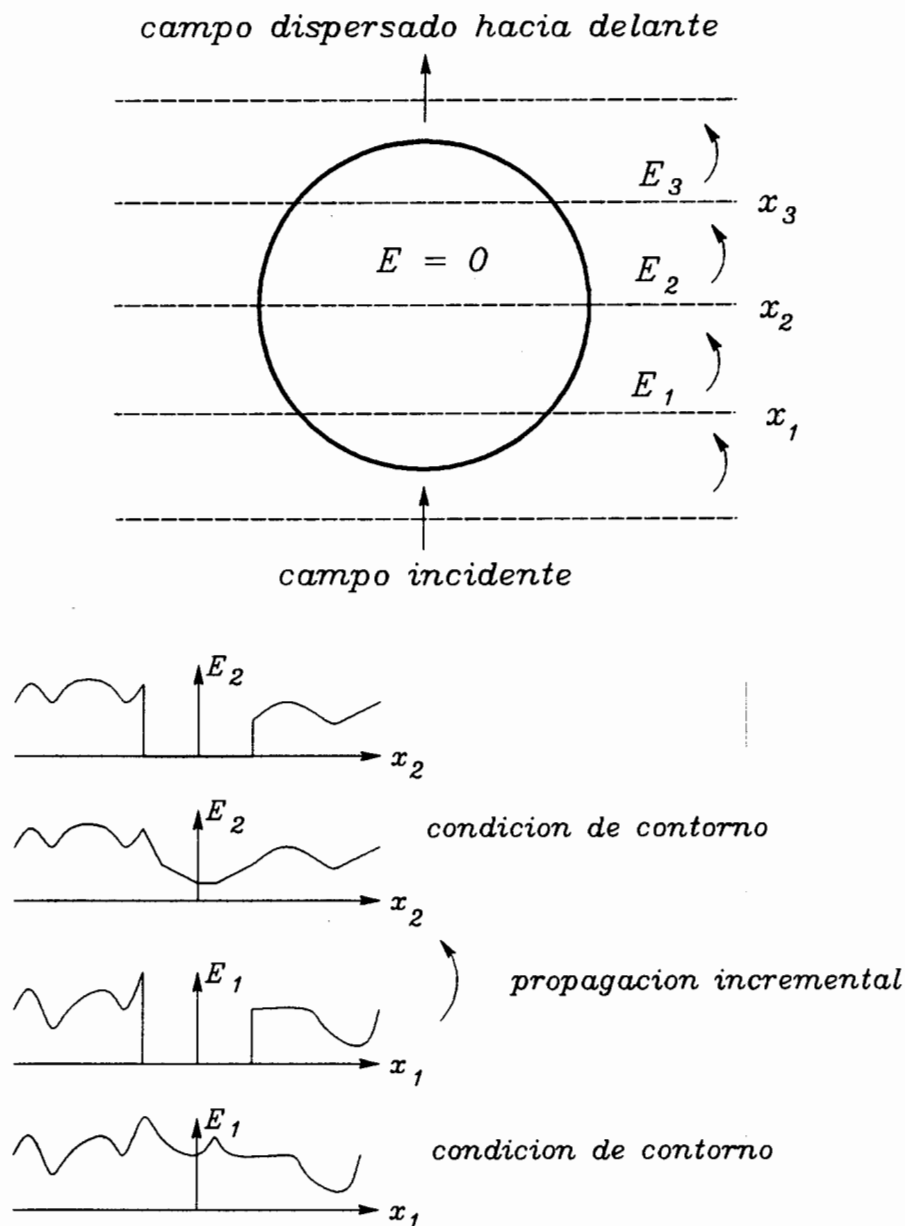
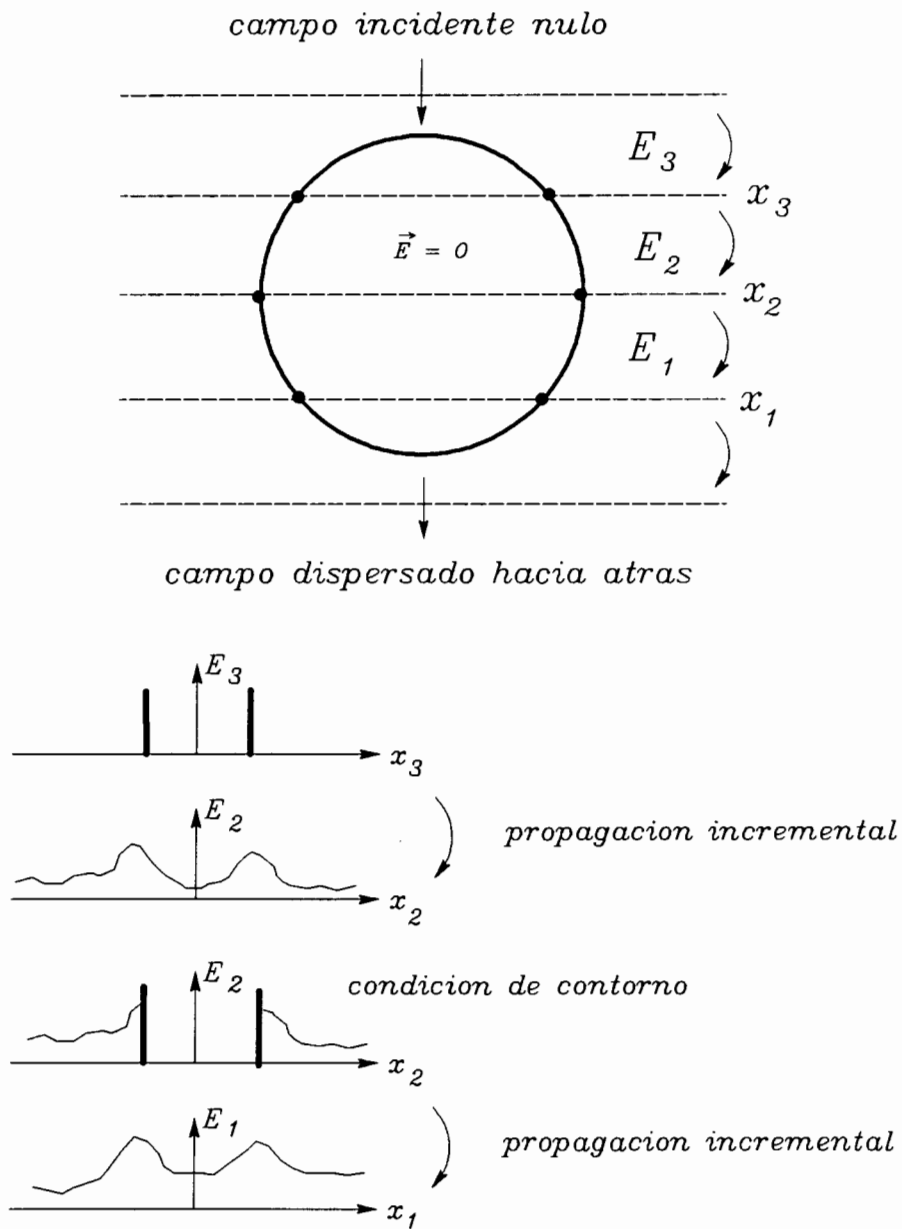


Figura 5-1: Propagación incremental hacia delante

La interpretación física de este algoritmo se basa en el teorema de unicidad y en los principios de equivalencia y de Huygens. Puede demostrarse analíticamente [Rius'89] que la propagación del espectro entre dos planos paralelos equivale exactamente a calcular los campos radiados por las corrientes equivalentes en el primer plano y particularizar el resultado en el segundo. El efecto de anular el



**Figura 5-2: Propagación incremental hacia atrás**

campo en el interior del conductor para forzar la condición de contorno equivale a calcular el campo radiado por las corrientes inducidas, que cancela el campo incidente en el interior del objeto.

### 5.3.2 Inconvenientes del SIP

El algoritmo original de propagación incremental (SIP) del Prof. Anderson se apoya en un fundamento teórico incorrecto: anular el campo en el interior del conductor y propagar el campo resultante equivale a calcular los campos radiados por unas corrientes inducidas en el interior del objeto, que son inexistentes.

Además, la propagación del espectro equivale a calcular los campos radiados por las corrientes equivalentes convolucionando con la función de Green en el espacio libre, lo cual únicamente es correcto cuando las corrientes equivalentes son componentes tangenciales del campo total, pero nunca del campo incidente. Para poder utilizar las componentes tangenciales del campo incidente, como hace el SIP, se debería convolucionar con una función de Green que incluya el objeto, es decir, calcular los campos radiados en presencia del conductor y no en el espacio libre.

Por este motivo, con el SIP sólo pueden obtenerse resultados aceptables cuando los saltos incrementales son muy pequeños, del orden de  $\lambda/10$  a  $\lambda/50$ . Estos saltos infinitesimales permiten anular aproximadamente los campos radiados por las corrientes internas del objeto al aplicar en el siguiente plano la condición de contorno de campo nulo en el interior. Con este procedimiento, las únicas corrientes cuyos campos radiados no se anulan son las de la superficie exterior del conductor, que son las que realmente dan lugar al campo difractado.

El problema de utilizar incorrectamente la función de Green del espacio libre con las componentes tangenciales del campo incidente también se soluciona tomando saltos incrementales infinitesimales: se demuestra [Rius'89] que la interferencia de los campos radiados por todas las funciones de Green en espacio libre centradas en todos los puntos de la superficie del objeto sintetiza una función de Green que tiene en cuenta la presencia del objeto. Esta síntesis será de tanta mayor calidad cuanto menor sea la separación entre los radiadores secundarios y, por tanto, cuanto menores sean los saltos incrementales.

Los principales inconvenientes del SIP que resultan de este planteamiento teórico son:

- La necesidad de realizar saltos incrementales tan pequeños aumenta extraordinariamente el coste computacional, lo hace dependiente de la longitud eléctrica del objeto y no explota las posibles ventajas de uniformidad o poca complejidad de su superficie.
- En direcciones casi perpendiculares a la propagación -paralelas a los planos que se propagan- no se anulan totalmente los campos radiados por las corrientes inducidas -o fuentes secundarias- en el interior del objeto. Como en realidad éstas sólo existen sobre la superficie, siempre se obtienen valores incorrectos del campo en la dirección perpendicular a la de propagación.

- Al realizarse una propagación hacia delante y otra hacia atrás, solamente se tienen en cuenta las interacciones de primer orden entre todos los puntos de la superficie del objeto, pero no las interacciones de orden superior. Conceptualmente, el SIP equivale a resolver por el método iterativo de Gauss-Seidel el sistema de ecuaciones resultante de aplicar el método de elementos de contorno sobre la superficie del objeto, pero se realiza únicamente una sola iteración. Este problema se soluciona realizando nuevas propagaciones hacia delante y hacia atrás, cada pareja de las cuales equivale a una nueva iteración en el método de Gauss-Seidel.
- Un nuevo problema, independiente de los fundamentos teóricos del SIP, reside en que se propagan simultáneamente en un mismo frente de onda los campos a ambos lados del objeto, aunque separados por una zona de campo nulo que fuerza la condición de contorno en el interior del conductor. Sin embargo, tras realizar la propagación incremental, el campo resultante a cada lado del objeto es debido principalmente a la radiación por las corrientes equivalentes de su mismo lado, pero también incluye una pequeña contribución de las corrientes del otro lado, que será tanto mayor cuanto más estrecho sea el objeto. Esto significa que el campo "atraviesa" el objeto conductor, lo cual no está de acuerdo con la realidad física, pues la única forma de interacción entre los campos a ambos lados de un objeto conductor son las *creeping waves*, fenómeno totalmente distinto del que genera el SIP. Este problema se soluciona fácilmente propagando por separado los campos a ambos del objeto.

### 5.3.3 Algoritmo propuesto

El algoritmo que se propone en esta tesis se basa en propagar el campo teniendo en cuenta la interacción con la superficie conductora, lo que equivale a convolucionar las corrientes equivalentes con la función de Green adecuada en presencia del objeto.

Si la superficie del conductor puede considerarse como localmente plana, se aplica en cada punto la aproximación del plano tangente. La propagación del espectro de ondas planas a lo largo del plano tangente se realiza por teoría de imágenes: basta hacer cero el campo sobre la superficie del conductor y sustituir el campo en el interior del objeto por la imagen del campo en el exterior. Se obtiene de esta forma una matriz de componentes tangenciales de campo antisimétrica respecto a la superficie del objeto, la propagación de la cual da lugar a una nueva matriz antisimétrica que cumple la condición de contorno para cualquier salto incremental.



Este procedimiento equivale a utilizar la función de Green definida para un semiespacio libre en presencia de un plano conductor infinito y permite, por tanto, realizar saltos incrementales de longitud tan grande como se desee, siempre que la superficie del objeto sea localmente plana a lo largo del salto. Si se modela el contorno de un objeto bidimensional por medio de segmentos de recta que difieran poco de la superficie curvada, se puede recorrer cada uno de los segmentos con un solo salto.

La transición entre los distintos segmentos que modelan una superficie curvada no presenta dificultades cuando el ángulo que forman se aproxima a  $180^\circ$ : basta encontrar las componentes espectrales en el plano perpendicular al segundo segmento a partir de las componentes en el plano perpendicular al primero. Esta operación se realiza por medio de un simple desplazamiento del espectro, teniendo en cuenta las imágenes antisimétricas en el interior del conductor, y equivale a despreciar el efecto de difracción en la arista, lo cual no introduce errores importantes si el ángulo interno de la cuña se aproxima a  $180^\circ$ .

En general, la longitud de los saltos incrementales será igual a la longitud de cada segmento rectilíneo. El número de saltos necesarios para recorrer la superficie del objeto y, por tanto, el coste computacional, serán proporcionales al número de segmentos. Teniendo en cuenta que una superficie curvada se puede modelar con segmentos rectos con una resolución suficientemente fina como para que los ángulos entre segmentos sean cercanos a  $180^\circ$ , el coste computacional dependerá de la curvatura e irregularidad de la superficie, pero no de su dimensión eléctrica longitudinal: se avanza muy rápido sobre una superficie bastante uniforme, mientras que sobre una superficie muy curvada o irregular se siguen todas las variaciones con incrementos pequeños.

El análisis de las aristas reales del objeto, formadas por segmentos cuyo ángulo es muy diferente de  $180^\circ$ , se realiza caracterizando la discontinuidad por medio de la matriz de *scattering* o de parámetros [S] generalizada, que relaciona el espectro en el plano anterior a la arista con el espectro en el plano posterior. Para ello se recurre a la solución canónica de la cuña infinita debida a Pauli [Pauli'38], cuya expresión es una integral de Fresnel del espectro de ondas planas. El mismo procedimiento también puede utilizarse para realizar propagaciones espectrales sobre discontinuidades o irregularidades eléctricamente pequeñas: basta caracterizarlas con la matriz de *scattering* obtenida por métodos de baja frecuencia.

Cuando el plano que se propaga a lo largo del objeto intersecciona a la superficie en dos o más puntos, las matrices antisimétricas de campo deben propagarse por separado a cada lado del objeto. De esta forma se evitan interacciones a través del conductor. Si se propaga el campo en una región limitada a ambos lados por superficies conductoras, como por ejemplo una guía de ondas o una bocina, deben tenerse en cuenta las infinitas imágenes que se generan. Para ello basta hacer el campo antisimétrico a uno de los lados: la periodicidad de la FFT

se encarga de generar las infinitas imágenes con signos alternados. De esta forma se tienen en cuenta las ondas estacionarias debidas a reflexiones múltiples entre superficies en el mismo plano de propagación. Cuando se finaliza el recorrido a lo largo del objeto, deben sumarse adecuadamente las matrices de campo que se han propagado por separado para obtener el espectro del campo difractado hacia delante o "*forward scattering*".

Como se ha indicado anteriormente, la difracción hacia atrás o "*backward scattering*" se realiza de la misma forma, pero en sentido inverso. Se considera un espectro "incidente" nulo y, en cada salto incremental, además de sustituir el campo en el interior del objeto por la imagen antisimétrica del campo en el exterior, se suman al campo en el dominio espacial las corrientes equivalentes sobre la superficie, que son iguales a las componentes tangenciales del campo que se han anulado en la propagación hacia adelante. Al realizar el siguiente salto incremental, estas corrientes son convolucionadas con la función de Green en presencia del conductor, lo que equivale a la aplicación correcta del teorema de equivalencia.

Estas dos propagaciones hacia delante y hacia atrás tienen en cuenta las interacciones de primer orden entre todos los puntos del objeto, y corresponden a la primera iteración de la resolución por el método de Gauss-Seidel del sistema de ecuaciones que se obtendría para este objeto por el método de los elementos de contorno. Las siguientes iteraciones pueden obtenerse mediante sucesivas propagaciones hacia delante y hacia atrás, partiendo de un espectro nulo y siempre sumando las componentes tangenciales del campo sobre la superficie que se han anulado en la propagación anterior al aplicar la condición de contorno. Estas corrientes equivalentes son las que permiten acumular las interacciones múltiples entre todos los puntos de la superficie obtenidas en iteraciones anteriores.

La convergencia al resultado final se realiza en un reducido número de iteraciones, igual al orden de interacciones múltiples significativas entre distintos puntos de la superficie. El procedimiento puede optimizarse cuando existen dos puntos con una fuerte interacción realizando muchas propagaciones de ida y vuelta entre ellos y una sola iteración en el resto del objeto.

Los problemas vectoriales bidimensional o tridimensional se resuelven de forma análoga al problema escalar: se aplican a cada componente de campo las condiciones de contorno adecuadas según la teoría de imágenes para un plano conductor infinito. Lógicamente, entre dos planos paralelos se propagan únicamente las componentes de campo tangenciales a los planos.

La eficiencia computacional de este algoritmo es similar a la del método original del Prof. Anderson. Únicamente se añaden operaciones para mejorar los resultados: propagación por separado del campo a ambos lados del objeto, matriz

de *scattering* en aristas, varias iteraciones, etc. Por otra parte, la posibilidad de realizar saltos de gran longitud eléctrica sobre superficies planas o de gran radio de curvatura supone un ahorro importantísimo de operaciones.

En conclusión, la eficiencia de este algoritmo reside en adaptar la longitud de los saltos incrementales a la uniformidad o irregularidad del objeto, y, sobre todo, a utilizar matrices de una dimensión inferior que el problema a resolver.

La ventaja respecto a los métodos de baja frecuencia reside en que su coste computacional depende principalmente de la complejidad o irregularidad del objeto. No depende de la dimensión eléctrica longitudinal, en la dirección en que se propaga el espectro, pero sí de la dimensión trasversal, debido al muestreo de los campos en el plano de propagación. Esta eficiencia se ha conseguido evitando la discretización de las ecuaciones integrales y condiciones de contorno, que conduce al planteamiento de un sistema de ecuaciones de orden muy elevado y cuya inversión supone un coste muchas veces prohibitivo.

La ventaja respecto a los métodos de alta frecuencia consiste en la generalidad de este algoritmo: pueden analizarse superficies arbitrarias mediante un modelado en facetas planas -problema tridimensional- o segmentos -problema bidimensional-.

Para la aplicación de este algoritmo a la predicción de sección recta de blancos radar complejos, puede combinarse muy eficientemente con los métodos de baja frecuencia. Estos últimos pueden utilizarse para caracterizar pequeñas irregularidades o discontinuidades en la superficie del avión por medio de la matriz de *scattering* generalizada, obteniendo una matriz modal de excitación/respuesta. La propagación del espectro entre las discontinuidades permite tener en cuenta las interacciones múltiples. Esta propagación de modos debe hacerse cumpliendo en todo momento las condiciones de contorno sobre la superficie conductora del blanco, por lo que debe utilizarse el algoritmo de propagación espectral de campo antisimétrico propuesto en este apartado. Con objeto de discretizar el espectro en el mínimo número posible de modos, puede pensarse en operar simultáneamente con ondas planas, cilíndricas y esféricas.

