

CAPITULO 3

CONFORMADOR DE HAZ DE REFERENCIA POR CÓDIGO DE DOS ETAPAS

INTRODUCCIÓN

El objetivo de este capítulo es el análisis de las diferentes técnicas que permiten la estimación de la segunda etapa del conformador de haz de referencia por código "Code Reference Beamformer" (CRB) propuesto en el capítulo anterior para la recepción de señales con modulación de saltos frecuenciales (Figura 2.17). Esta estimación podrá realizarse, sin otra información previa que la secuencia de frecuencias portadoras utilizada en la modulación FH, a partir de la señal a la salida de la primera etapa $\mathbf{x}(t)$:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{x}_{ol}(t) \quad (3.1)$$

siendo \mathbf{R}_{nd}^{-1} la inversa de la matriz de ruido más interferencias, estimada en el procesador anticipado durante el salto anterior, que constituye la primera etapa del conformador y $\mathbf{x}_{ol}(t)$ el vector de señal recibida tras la conversión a frecuencia intermedia realizada con el "Dehopping" directo:

$$\mathbf{x}_{ol}(t) = a_d(t) \mathbf{s}_d + \mathbf{S}_i \mathbf{a}_i(t) + \mathbf{n}(t) \quad (3.2)$$

donde $a_d(t)$ y \mathbf{S}_i son la señal analítica y el vector de dirección de la señal deseada, respectivamente; \mathbf{S}_i es la matriz formada por la concatenación de los vectores de dirección de las fuentes interferentes y $\mathbf{a}_i(t)$ es el vector constituido por sus señales analíticas; finalmente, las componentes de ruido recibidas en cada uno de los sensores conforman el vector $\mathbf{n}(t)$.

La inversa de la matriz de covarianza de ruido más interferencias, ortogonal al espacio constituido por las señales interferentes de nivel muy superior al de ruido (2.33), bloquea las direcciones de incidencia de las interferencias, tanto más cuanto mayor sea el nivel de éstas (2.41). En consecuencia, la señal preprocesada $\mathbf{x}(t)$ puede considerarse compuesta, únicamente, por señal deseada y ruido:

$$\mathbf{x}(t) \approx \mathbf{a}_d(t)\mathbf{R}_{nd}^{-1}\mathbf{s}_d + \mathbf{R}_{nd}^{-1}\mathbf{n}(t) \tag{3.3}$$

La segunda etapa del conformador debe proporcionar máxima SINR a su salida, siendo su valor óptimo igual al vector de dirección de la señal deseada \mathbf{s}_d . Por consiguiente, los criterios de optimización para conformación de haz estudiados en el capítulo anterior serán aplicables para la obtención de este vector de enfoque. En primer lugar, en la Sección 3.1, se estudia la minimización del error cuadrático medio "Mean Square Error" (MSE) entre la señal a la salida del array y una señal de referencia que puede extraerse de la propia señal recibida, gracias a la presencia de la primera etapa del conformador de haz. A continuación, en la Sección 3.2, se estudia la maximización directa de la relación señal a ruido más interferencias "Signal to Interference plus Noise Ratio" (SINR) a la salida del array; nuevamente, el preprocesado utilizado en la primera etapa del conformador permite una simplificación en la aplicación del criterio de optimización, no requiriéndose la separación entre señal deseada y no deseada propia del conformador de MSINR. En ambas secciones se consideran los procesadores anticipado y directo perfectamente sincronizados con la señal recibida. Seguidamente, en la Sección 3.3 se evalúa el comportamiento del CRB ante posibles errores de sincronismo del procesador anticipado, en cuyo caso, la matriz inversa estimada a la salida de este procesador no es idénticamente igual a la inversa de la matriz de covarianza de ruido más interferencias, sino que contiene un residuo de la señal deseada. Finalmente, en la Sección 3.4, se propone una posible inicialización para la estimación de la segunda etapa del CRB a partir de la focalización del vector de enfoque estimado durante el salto anterior, permitiéndose un incremento en la velocidad de convergencia y una reducción de la caída de la SINR en los instantes en los que se producen los saltos frecuenciales.

3.1 MINIMIZACIÓN DEL ERROR CUADRÁTICO MEDIO

La minimización del error cuadrático medio entre la señal a la salida del array $y(t)$ y una señal de referencia $d(t)$ produce el vector de enfoque definido por la solución de Wiener-Hopf (2.9):

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_x^{-1}\mathbf{p} \tag{3.4}$$

El vector de enfoque estimado se aplica a la señal a la salida de la primera etapa del conformador de haz $\mathbf{x}(t)$, completándose así el procesador directo (Figura 3.1).

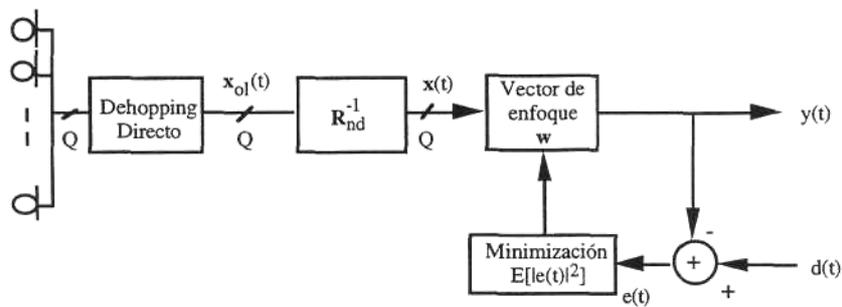


Figura 3.1 Estimación de la segunda etapa del conformador de haz de referencia por código según el criterio de MMSE.

La matriz de covarianza de la señal preprocesada \mathbf{R}_x puede expresarse en función de la matriz de covarianza de la señal convertida a frecuencia intermedia en el procesador directo \mathbf{R}_{ol} , como:

$$\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^H] = \mathbf{R}_{nd}^{-1} E[\mathbf{x}_{ol}(t)\mathbf{x}_{ol}(t)^H] \mathbf{R}_{nd}^{-1} = \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{R}_{ol} \mathbf{R}_{nd}^{-1} \quad (3.5)$$

El vector de correlación cruzada entre la señal $\mathbf{x}(t)$ y la referencia $d(t)$, suponiendo la referencia correlada con la señal deseada con correlación $\rho = E[d(t)a_d(t)]$ e incorrelada con el ruido, puede expresarse, a partir de la ecuación (3.3), como:

$$\mathbf{p} = E[d(t)^* \mathbf{x}(t)] = \rho \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{s}_d \quad (3.6)$$

Es importante destacar que no es necesaria la incorrelación entre la referencia y las señales interferentes ya que éstas prácticamente no aparecen en la señal preprocesada. Es decir, las interferencias son canceladas en la primera etapa del conformador de haz independientemente de si están incorreladas o no con la señal deseada; mientras que, el conformador clásico de referencia temporal "Time Reference Beamformer" (TRB) precisa incorrelación entre las señales interferentes y la señal deseada.

El vector de enfoque óptimo que constituirá la segunda etapa del conformador de haz, obtenido bajo el criterio de MMSE, a partir de las ecuaciones (3.5) y (3.6), resulta:

$$\mathbf{w}_{opt} = \rho \mathbf{R}_{nd} \mathbf{R}_{ol}^{-1} \mathbf{s}_d \quad (3.7)$$

La matriz de covarianza de la señal a la salida del "Dehopping" del procesador directo puede formularse, en función de la dirección de la señal deseada y de la matriz de ruido más interferencias, como:

$$\mathbf{R}_{ol} = \sigma_d^2 \mathbf{s}_d \mathbf{s}_d^H + \mathbf{R}_{nd} \quad (3.8)$$

donde σ_d^2 es el nivel de potencia de la señal deseada.

Aplicando el lema de la inversión sobre la matriz anterior se

$$\mathbf{R}_{ol}^{-1} = \mathbf{R}_{nd}^{-1} - \frac{\sigma_d^2 \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{s}_d \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{nd}^{-1}}{1 + \sigma_d^2 \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{s}_d} \quad (3.9)$$

Sustituyendo la expresión de la matriz inversa \mathbf{R}_{ol}^{-1} en la ecuación (3.7), se deduce que el vector de enfoque óptimo es igual al vector de dirección de la señal deseada modificado por un escalar:

$$\mathbf{w}_{opt} = \rho \frac{1}{1 + \text{SINR}_d} \mathbf{s}_d \quad (3.10)$$

donde $\text{SINR}_d = \sigma_d^2 \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{s}_d$ es la relación señal a ruido más interferencias en la dirección de incidencia de la señal deseada según el estimador de Capón o estimador de máxima verosimilitud (ML). Por consiguiente, queda demostrado que la aplicación del criterio de MMSE a la salida del array permite la estimación de la segunda etapa del conformador de haz.

La estimación del vector de enfoque que minimiza el MSE puede realizarse adaptativamente mediante el algoritmo de gradiente, cuya regla de adaptación puede escribirse como:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu(\mathbf{p} - \mathbf{R}_x \mathbf{w}(n)) \quad (3.11)$$

siendo μ la constante de adaptación.

La velocidad de convergencia de este algoritmo es inversamente proporcional a la dispersión de autovalores "eigenvalue spread" de la matriz \mathbf{R}_x [Haykin-96]. A continuación, se reproduce el análisis de esta convergencia, dada su utilidad posterior en este capítulo.

Demostración 3.1

Se define el vector de error de los pesos en cada iteración, como la diferencia entre los vectores de enfoque estimado y óptimo:

$$\mathbf{c}(n) = \mathbf{w}(n) - \mathbf{w}_{\text{opt}} \quad (3.12)$$

Sustituyendo en la ecuación (3.11) el vector de correlación cruzada por su valor en función del vector de pesos óptimo $\mathbf{p} = \mathbf{R}_x \mathbf{w}_{\text{opt}}$, deducido de la ecuación (3.4), la regla de adaptación puede formularse como:

$$\mathbf{c}(n+1) = (\mathbf{I} - \mu \mathbf{R}_x) \mathbf{c}(n) \quad (3.13)$$

Utilizando la descomposición en autovalores de la matriz de covarianza $\mathbf{R}_x = \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^H$ y premultiplicando ambos términos de la ecuación (3.13) por \mathbf{Q}^H , dado que $\mathbf{Q}^H \mathbf{Q} = \mathbf{I}$, se obtiene:

$$\mathbf{Q}^H \mathbf{c}(n+1) = (\mathbf{I} - \mu \mathbf{\Lambda}) \mathbf{Q}^H \mathbf{c}(n) \quad (3.14)$$

A partir de la ecuación anterior se define un nuevo conjunto de coordenadas:

$$\mathbf{v}(n) = \mathbf{Q}^H \mathbf{c}(n) = \mathbf{Q}^H (\mathbf{w}(n) - \mathbf{w}_{\text{opt}}) \quad (3.15)$$

Reformulándose, en función del vector \mathbf{v} , la regla de adaptación puede escribirse como una ecuación exponencial:

$$\mathbf{v}(n) = (\mathbf{I} - \mu \mathbf{\Lambda})^n \mathbf{v}(0) \quad (3.16)$$

Despejando el vector de pesos estimado en la iteración n -ésima de la ecuación (3.15), resulta:

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}_{\text{opt}} + \mathbf{Q} \mathbf{v}(n) = \mathbf{w}_{\text{opt}} + \mathbf{Q} (\mathbf{I} - \mu \mathbf{\Lambda})^n \mathbf{v}(0) \quad (3.17)$$

La convergencia de la estimación al vector de enfoque óptimo queda garantizada eligiendo un valor de la constante de adaptación adecuado, de forma que para cada uno de los autovalores de la matriz \mathbf{R}_x se cumpla:

$$-1 < 1 - \mu \lambda_q < 1 \quad (3.18)$$

Resultando una constante de adaptación que debe ser positiva y menor que el doble del inverso del autovalor máximo:

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\text{max}}} \quad (3.19)$$

Bajo esta restricción, para valores de n suficientemente elevados, $(\mathbf{I} - \mu \mathbf{\Lambda})^n$ tiende a cero y por tanto el vector de pesos estimado tiende al valor óptimo.

La velocidad de convergencia depende del tiempo τ_q que tarde en anularse cada uno de los términos $(1 - \mu \lambda_q)^n$. Suponiendo como unidad de tiempo la duración de una iteración, la constante τ_q , que define el tiempo requerido para que la amplitud del modo v_q decaiga a $1/e$ de su valor inicial $v_q(0)$, puede escribirse como:

$$\tau_q = \frac{-1}{\ln(1 - \mu\lambda_q)} \quad (3.20)$$

Si la constante de adaptación es pequeña, la expresión anterior puede aproximarse según:

$$\tau_q \approx \frac{1}{\mu\lambda_q} \quad \mu \ll 1 \quad (3.21)$$

El algoritmo habrá convergido cuando lo hayan hecho cada uno de los modos; por tanto, la velocidad de convergencia viene determinada por el modo correspondiente al autovalor mínimo y es inversamente proporcional al valor de la constante de adaptación elegida. En consecuencia, según la restricción (3.19), el tiempo de convergencia mínimo requerido es proporcional a la dispersión de autovalores de la matriz de covarianza de señal $\chi(\mathbf{R}_x)$:

$$\tau_{\min} = \frac{\lambda_{\max}}{2\lambda_{\min}} = \frac{\chi(\mathbf{R}_x)}{2} \quad (3.22)$$

□

Seguidamente, se estudia la dispersión de autovalores de la matriz de covarianza \mathbf{R}_x , la cual, sustituyendo la ecuación (3.8) en la ecuación (3.5), puede escribirse como:

$$\mathbf{R}_x = \sigma_d^2 \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{s}_d \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{nd}^{-1} + \mathbf{R}_{nd}^{-1} \quad (3.23)$$

Descomponiendo en autovalores la inversa de la matriz de ruido más interferencias $\mathbf{R}_{nd}^{-1} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H$ y definiendo el vector $\mathbf{z} = \mathbf{U}^H \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{s}_d$, se obtiene:

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{U} (\sigma_d^2 \mathbf{z} \mathbf{z}^H + \mathbf{\Delta}) \mathbf{U}^H \quad (3.24)$$

La descomposición en autovalores de la matriz \mathbf{R}_x puede obtenerse a partir de los autovalores λ y autovectores \mathbf{e} de la matriz entre paréntesis de la ecuación anterior:

$$(\sigma_d^2 \mathbf{z} \mathbf{z}^H + \mathbf{\Delta}) \mathbf{e} = \lambda \mathbf{e} \quad (3.25)$$

Los autovalores de ambas matrices son iguales, mientras que los autovectores de \mathbf{R}_x resultan del producto de la matriz \mathbf{U} por cada uno de los autovectores \mathbf{e} . Por consiguiente, se recurre a la estimación de los autovalores λ , los cuales se obtienen resolviendo la siguiente ecuación [Ortigueira-91]:

$$\frac{1}{\sigma_d^2} = \sum_{q=1}^Q \frac{|z_q|^2}{\lambda - \delta_q} \quad (3.26)$$

donde δ_q son los autovalores de la inversa de la matriz de ruido más interferencias \mathbf{R}_{nd}^{-1} y z_q son las componentes del vector \mathbf{z} .

La resolución de esta ecuación consiste en la extracción de los ceros de una función racional $f(\lambda) - 0$, donde cada cero λ_q se localiza en un intervalo abierto $]\delta_{q+1}, \delta_q[$, definido por dos autovalores consecutivos de la matriz \mathbf{R}_{nd}^{-1} , excepto si ésta presenta N autovalores múltiples δ_i , en cuyo caso $N-1$ autovalores de la matriz \mathbf{R}_x coincidirán en el mismo valor $\lambda_i = \delta_i$.

La dispersión de autovalores de la matriz de covarianza de señal \mathbf{R}_x , igual a la relación entre sus autovalores máximo y mínimo, determinará la velocidad de convergencia del algoritmo de gradiente (3.22). Dado que los autovalores mínimo λ_{\min} y máximo λ_{\max} de la matriz \mathbf{R}_x son mayores que los autovalores mínimo δ_{\min} y máximo δ_{\max} de \mathbf{R}_{nd}^{-1} , respectivamente, el caso más desfavorable para la convergencia del algoritmo se tiene considerando λ_{\min} prácticamente igual a δ_{\min} y λ_{\max} mucho mayor que δ_{\max} , entonces, el autovalor máximo puede obtenerse de la ecuación (3.26) aproximada:

$$\frac{1}{\sigma_d^2} \approx \frac{1}{\lambda_{\max}} \sum_{q=1}^Q |z_q|^2 \quad (3.27)$$

En general, esta aproximación es válida ya que los autovalores δ_q son los inversos de los autovalores de la matriz de covarianza de ruido más interferencias, siendo su valor máximo el inverso de la potencia de ruido $1/\sigma_n^2$ si se considera el ruido espacialmente blanco.

Despejando λ_{\max} en la ecuación anterior, éste resulta igual a $\sigma_d^2 \mathbf{z}^H \mathbf{z}$, que, sustituyendo el vector \mathbf{z} por su valor y aplicando que $\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{I}$, queda:

$$\lambda_{\max} \approx \sigma_d^2 \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{nd}^{-2} \mathbf{s}_d \quad (3.28)$$

En conclusión, la dispersión máxima de autovalores es igual a:

$$\chi(\mathbf{R}_x)_{\max} = \frac{\sigma_d^2 \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{nd}^{-2} \mathbf{s}_d}{\delta_{\min}} \quad (3.29)$$

Si la potencia de las señales interferentes es muy elevada, δ_{\min} será muy pequeño, derivando en una gran dispersión de autovalores y por tanto en una velocidad de convergencia muy reducida. Como se vio en el capítulo anterior, cuando los niveles de las interferencias son muy superiores al nivel de ruido, la primera etapa del conformador de haz es ortogonal al espacio de señal interferente, produciendo una disminución del rango de la matriz de covarianza de señal \mathbf{R}_x igual a la dimensión del espacio interferente. Esta matriz presentará, por consiguiente, un número de autovalores despreciables igual al número de interferencias de elevada potencia presentes en el escenario.

Simulación 3.1: Dispersión de autovalores de la matriz \mathbf{R}_x para el análisis de la convergencia del CRB de dos etapas.

A fin de clarificar el comportamiento de la ecuación (3.26), se ha realizado una representación gráfica de la misma en la Figura 3.2. Los puntos de discontinuidad de la figura coinciden con los autovalores de la inversa de la matriz de covarianza de ruido más interferencias δ_q . La recta dibujada a trazos representa el nivel $1/\sigma_d^2$, cuyos puntos de intersección con la función, a trazo continuo, indican los autovalores δ_q de la matriz \mathbf{R}_x , representados con 'x'.

El escenario considerado estaba constituido por una señal deseada con 3 dB de relación señal a ruido, dos señales interferentes y ruido espacialmente blanco. El array estaba compuesto por cuatro sensores, en consecuencia, la inversa de la matriz de covarianza de ruido más interferencias \mathbf{R}_{nd}^{-1} presenta un autovalor doble igual a la unidad, correspondiente al espacio de ruido; por tanto, uno de los autovalores de la matriz de covarianza

de señal será también igual a la unidad. En la figura a) se han considerado las señales interferentes con -2 y 0 dB de relación interferencia a ruido, mientras que en la figura b) la relación interferencia a ruido era igual a 20 dB para ambas. De la observación de esta última gráfica puede concluirse que, mientras que el autovalor máximo se mantiene prácticamente igual al de la figura a), los autovalores mínimos se reducen prácticamente a cero, no apareciendo representados en la figura.

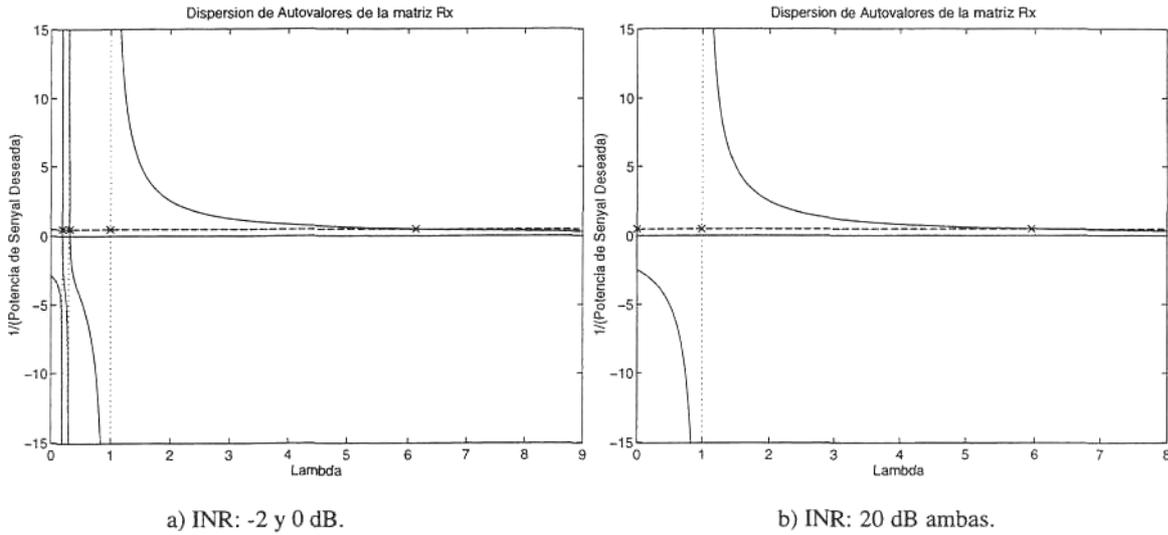


Figura 3.2 Representación gráfica de la ecuación (3.26) que muestra los autovalores de la matriz de señal R_x (V) a partir de los autovalores de la inversa de la matriz de covarianza de ruido más interferencias (puntos de discontinuidad) y del nivel de potencia de la señal deseada igual a 3 dB de relación señal a ruido ($1/\sigma_d^2$ a trazo discontinuo).

A continuación, se evalúa el comportamiento del algoritmo de gradiente para el caso límite en que los autovalores de la matriz R_x correspondientes al espacio interferente sean nulos; es decir, para el caso en que el nivel de las interferencias recibidas sea suficientemente elevado como para poder considerar la matriz R_{nd}^{-1} ortogonal al espacio interferente. En este caso y según el análisis realizado, el tiempo de convergencia requerido por el algoritmo sería infinito, ya que, independientemente del valor de μ , no se anulará la matriz $(I - \mu\Lambda)^n$ (3.17), quedando un valor residual añadido al vector de enfoque óptimo. En consecuencia, el vector de pesos no convergerá al vector de enfoque óptimo, sino al expresado en la ecuación siguiente:

$$w(n) = w_{opt} + QDv(0) \tag{3.30}$$

donde $D = (I - (\mu\Lambda)^n)$ es una matriz diagonal con todos los elementos nulos excepto los correspondientes a autovalores nulos de la matriz R_x que serán igual a la unidad.

Suponiendo el valor inicial del vector de pesos w igual al vector nulo, el valor inicial del vector v , a partir de (3.15) es igual a $-Q^H w_{opt}$, quedando:

$$w(n) = w_{opt} - QDQ^H w_{opt} \tag{3.31}$$

Si se define \mathbf{Q}_{int} como una matriz cuyas columnas son los autovectores que conforman el espacio interferente, la matriz resultante del producto $\mathbf{Q}\mathbf{D}\mathbf{Q}^H$ puede escribirse como $\mathbf{Q}_{\text{int}}\mathbf{Q}_{\text{int}}^H$, que, dada la propiedad de ortonormalidad de los autovectores $\mathbf{Q}_{\text{int}}^H\mathbf{Q}_{\text{int}} = \mathbf{I}$, es igual a un operador de proyección al espacio interferente.

En consecuencia, el vector de pesos resultante es la proyección ortogonal al espacio interferente del vector de enfoque óptimo.

$$\mathbf{w}(n) = [\mathbf{I} - \mathbf{Q}_{\text{int}}\mathbf{Q}_{\text{int}}^H]\mathbf{w}_{\text{opt}} \quad (3.32)$$

Otra forma de interpretar este resultado es a partir de la ecuación de Wiener-Hopf:

$$\mathbf{R}_x\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mathbf{p} \quad (3.33)$$

Si el espacio nulo de la matriz \mathbf{R}_x es distinto de cero, es decir, si existe un vector \mathbf{w} distinto del vector nulo tal que:

$$\mathbf{R}_x\mathbf{w} = \mathbf{0} \quad (3.34)$$

La solución de la ecuación (3.33) no es única, ya que se cumple que:

$$\mathbf{R}_x(\mathbf{w}_{\text{opt}} \pm \mathbf{w}) = \mathbf{p} \quad (3.35)$$

Según la ecuación (3.5), la matriz de covarianza de la señal $\mathbf{x}(t)$ es igual a $\mathbf{R}_{\text{nd}}^{-1}\mathbf{R}_{\text{ol}}\mathbf{R}_{\text{nd}}^{-1}$ de forma que un vector ortogonal a la inversa de la matriz de ruido más interferencias será también ortogonal a la matriz \mathbf{R}_x . Dado que $\mathbf{R}_{\text{nd}}^{-1}$ es ortogonal al espacio interferente, cualquier vector contenido en el espacio interferente será ortogonal a esta matriz y por tanto formará parte del espacio nulo de la matriz \mathbf{R}_x . En consecuencia, el vector de pesos obtenido en la ecuación (3.32) es también una solución de la ecuación de Wiener-Hopf, ya que el segundo término es la proyección en el espacio interferente del vector de pesos óptimo. Por consiguiente, el error cuadrático medio obtenido con este vector de enfoque debe ser también mínimo.

El MSE en la iteración n -ésima, a partir de la ecuación (2.8) [Haykin-96], es igual a:

$$J(n) = R_{\text{dd}}(0) + \mathbf{w}(n)^H\mathbf{R}_x\mathbf{w}(n) - \mathbf{p}^H\mathbf{w}(n) - \mathbf{w}(n)^H\mathbf{p} \quad (3.36)$$

Esta expresión puede escribirse en función del valor mínimo del error cuadrático medio, obtenido con el

$$J(n) = J_{\text{min}} + (\mathbf{w}(n) - \mathbf{w}_{\text{opt}})^H\mathbf{R}_x(\mathbf{w}(n) - \mathbf{w}_{\text{opt}}) \quad (3.37)$$

Descomponiendo en autovalores la matriz de covarianza y utilizando el vector $\mathbf{v}(n)$ definido en (3.15), resulta:

$$J(n) = J_{\text{min}} + \mathbf{v}(n)^H\mathbf{\Lambda}\mathbf{v}(n) \quad (3.38)$$

vector de enfoque óptimo, como:

siendo \mathbf{A} la matriz diagonal formada por los autovalores λ_q de la matriz \mathbf{R}_x . La expresión anterior puede formularse, en función de dichos autovalores y de las componentes del vector $\mathbf{v}(n)$, como:

$$J(n) = J_{\text{min}} + \sum_{q=1}^Q \lambda_q |v_q(n)|^2 \quad (3.39)$$

Expresando las componentes $v_q(n)$ en función de sus valores iniciales, a partir de la ecuación (3.16), se obtiene:

$$J(n) = J_{\min} + \sum_{q=1}^Q \lambda_q (1 - \mu\lambda_q)^{2n} |v_q(0)|^2 \quad (3.40)$$

Si la constante de adaptación μ cumple la restricción de convergencia deducida en (3.19), los términos $(1 - \mu\lambda_q)^{2n}$ tienden a cero a medida que n tiende a infinito, excepto para autovalores nulos; mientras que los sumandos del segundo término de la ecuación (3.40) correspondientes a autovalores nulos se anulan para cualquier n .

En conclusión, a pesar de que la matriz \mathbf{R}_x sea de rango defectivo conteniendo, por tanto, autovalores nulos, queda garantizada la convergencia del algoritmo de gradiente a una solución de MMSE, representada en la ecuación (3.32), la cual producirá máxima SINR a la salida del array. A efectos del tiempo de convergencia requerido para obtener esta solución, puede considerarse una dispersión máxima de autovalores de la matriz de covarianza de señal resultante de considerar como autovalor mínimo de la matriz \mathbf{R}_{nd}^{-1} inverso de la potencia de ruido, considerado éste espacialmente blanco:

$$\chi(\mathbf{R}_x)_{\max\text{-conv}} = \sigma_d^2 \sigma_n^2 \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{nd}^{-2} \mathbf{s}_d \quad (3.41)$$

A continuación, se procede a la comparación de la velocidad de convergencia de la estimación del conformador de haz CRB de dos etapas propuesto en esta tesis, con la del conformador clásico de referencia temporal (TRB) de una etapa (Figura 2.4), cuya regla de adaptación, mediante el algoritmo de gradiente, puede escribirse como:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu(\mathbf{p} - \mathbf{R}_{ol}\mathbf{w}(n)) \quad (3.42)$$

En consecuencia, la velocidad de convergencia es, en este caso, inversamente proporcional a la dispersión de los autovalores de la matriz de covarianza de la señal a la salida del "Dehopping" directo \mathbf{R}_{ol} (3.8):

$$\mathbf{R}_{ol} = \sigma_d^2 \mathbf{s}_d \mathbf{s}_d^H + \mathbf{R}_{nd} \quad (3.43)$$

Siguiendo el mismo desarrollo realizado en (3.24)-(3.26) para la matriz \mathbf{R}_x , se obtiene que los autovalores de \mathbf{R}_{ol} son las soluciones de la ecuación:

$$\frac{1}{\sigma_d^2} = \sum_{q=1}^Q \frac{|r_q|^2}{\lambda - \zeta_q} \quad (3.44)$$

donde ζ_q son los autovalores de la matriz de covarianza de ruido más interferencias y r_q son las componentes del vector $\mathbf{r} = \mathbf{V}^H \mathbf{s}_d$, siendo las columnas de la matriz \mathbf{V} igual a los autovectores de \mathbf{R}_{nd} .

El autovalor máximo, aproximando nuevamente $\Lambda_{\max} \gg \zeta_q$, resulta igual a:

$$\lambda_{\max} = \sigma_d^2 \mathbf{r}^H \mathbf{r} = \sigma_d^2 Q \quad (3.45)$$

Sin embargo, si el nivel de las señales interferentes es elevado esta aproximación no será válida y se tendrá que $\Lambda_{\max} > \zeta_{\max}$. En consecuencia, la dispersión máxima de autovalores de \mathbf{R}_{ol} , teniendo en cuenta que el

autovalor mínimo ζ_{\min} es igual a la potencia de ruido, considerando éste espacialmente blanco, puede formularse como:

$$\chi(\mathbf{R}_{ol})_{\max} \geq \max \left[\frac{\sigma_d^2 Q}{\sigma_n^2}, \chi(\mathbf{R}_{nd})_{\max} \right] \quad (3.46)$$

Comparando este resultado con el deducido en la ecuación (3.41) puede concluirse que $\chi(\mathbf{R}_{ol})_{\max}$ es mayor $\chi(\mathbf{R}_x)_{\max\text{-conv}}$ siendo, por consiguiente, la velocidad de convergencia de la estimación del vector de enfoque del conformador de haz CRB de dos etapas superior a la del conformador TRB de una etapa.

Simulación 3.2: Dispersión de autovalores de la matriz \mathbf{R}_{ol} para el análisis de la convergencia del TRB.

En la siguiente figura se representa gráficamente la ecuación (3.44) para los dos casos considerados anteriormente en la Simulación 3.1; es decir, para un escenario constituido por una señal deseada con relación Et/No igual a 3 dB y dos señales interferentes de -2 y 0 dB en la figura a) y 20 dB en la figura b). Los valores de X en que la función presenta discontinuidades coinciden con los autovalores de la matriz de covarianza de ruido más interferencias ζ_q , mientras que los puntos de intersección con la recta a trazo discontinuo ($1/\sigma_d^2$) indican los autovalores de la matriz de covarianza de señal a la salida del "Dehopping" directo λ_q , representados con 'x'. En estas figuras puede observarse el gran incremento en la dispersión de autovalores que sufre la matriz \mathbf{R}_{ol} con el aumento de la potencia de las interferencias.

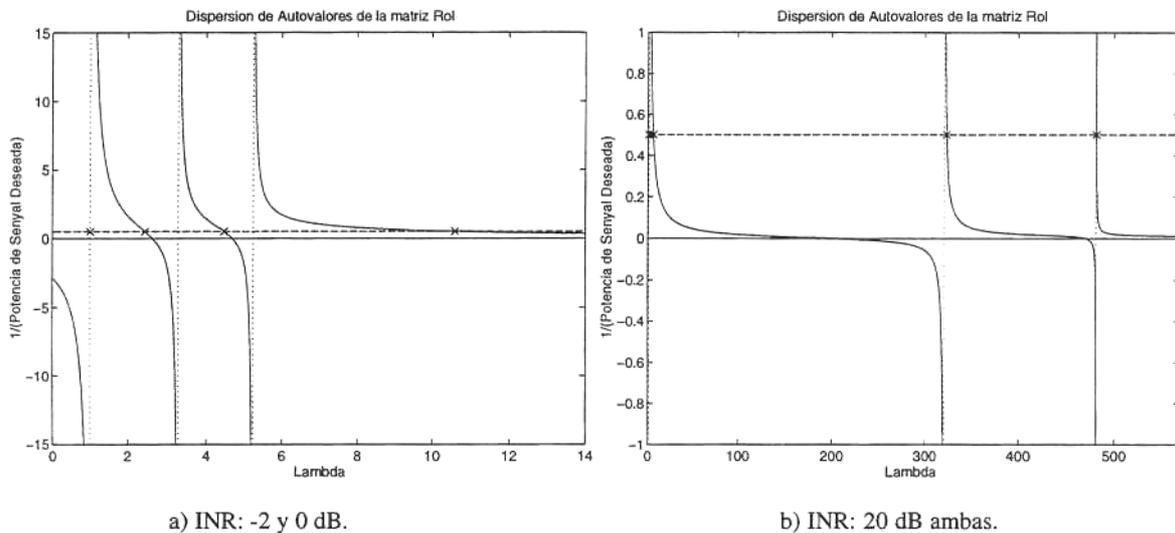


Figura 3.3 Representación gráfica de la ecuación (3.44) que muestra los autovalores de la matriz de señal \mathbf{R}_{ol} ('x') a partir de los autovalores de la matriz de covarianza de ruido más interferencias (puntos de discontinuidad) y del nivel de potencia de la señal deseada igual a 3 dB de relación E_b/N_0 ($1/\sigma_d^2$ a trazo discontinuo).

Seguidamente, se presentan los resultados obtenidos en distintas simulaciones utilizando el algoritmo adaptativo "Normalised Least Mean Square" (NLMS) para la minimización del MSE, siendo la regla de adaptación del vector de enfoque la siguiente:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\alpha}{a + \|\mathbf{x}(n)\|^2} \mathbf{x}(n)e(n)^* \quad (3.47)$$

donde la constante de adaptación considerada es igual a una constante a que indica el desajuste del algoritmo, normalizada por un estimador de la potencia de la señal $\mathbf{x}(t)$ y a es una constante positiva que evita problemas numéricos cuando la potencia instantánea de la señal recibida se hace cero. Los valores seleccionados para α y a han sido 0.1 y 1, respectivamente.

Simulación 3.3: Convergencia del CRB de dos etapas.

En primer lugar, suponiendo el conocimiento de una señal de referencia idéntica a la señal deseada, se ha evaluado la convergencia de la adaptación del vector de enfoque, que constituye la segunda etapa del CRB, a la solución de MMSE. El array considerado fue un array lineal con cuatro sensores equiespaciados la mitad de la longitud de onda a la frecuencia central. La señal deseada era una señal con modulación de frecuencia "Minimum Shift Keying" (MSK) centrada a 900 MHz, la cual incidía en el array desde un ángulo de elevación igual a 20 grados, con 5 dB de relación E_b/N_0 . El espectro de la señal se ensanchó uniformemente con un ancho de banda relativo del 50%, relación entre el ancho de banda total de los saltos y la frecuencia central. La duración de cada salto era igual a la duración de 156 símbolos, que, como se vio anteriormente, son los símbolos contenidos en un burst en el sistema digital de comunicaciones móviles GSM. En el escenario simulado se consideraron dos tonos interferentes presentes a cada una de las posibles frecuencias de salto, ambos con 20 dB de relación interferente a ruido. Una de las interferencias radiaba desde una dirección perteneciente a la zona de lóbulos secundarios del diagrama de radiación, igual a -30 grados y la otra desde una dirección perteneciente al lóbulo principal, 40 grados. En los gráficos a) y b) de la Figura 3.4 se representan, a trazo sólido, las evoluciones durante un salto de la relación señal a ruido más interferencias a la salida del array y del vector de pesos estimado, respectivamente. En las mismas figuras, a trazo semipunteado, se representan el valor de la SINR obtenido con el conformador de haz óptimo $\mathbf{R}_{nd}^{-1}\mathbf{s}_d$, así como la proyección ortogonal del vector de enfoque óptimo \mathbf{s}_d al espacio interferente. De la observación de estas figuras se concluye que la velocidad de convergencia en la estimación de un vector de pesos para la segunda etapa del CRB que produzca mínimo MSE y por tanto máxima SINR es considerablemente rápida, siendo el vector resultante el obtenido en la ecuación (3.32). En los gráficos c) y d) de la Figura 3.4 se comparan los diagramas de radiación obtenidos tras la estimación con sus valores óptimos. En la representación de los diagramas de radiación de la figura c) se ha considerado la segunda etapa del conformador de haz como conformador aislado; es decir, se compara el diagrama de radiación obtenido con el vector de enfoque resultante de la minimización del MSE, a trazo continuo, con su valor óptimo, igual al vector de dirección de incidencia de la señal deseada \mathbf{s}_d (3.10), a trazo semipunteado. Se observa que el vector de pesos obtenido en la estimación bloquea las direcciones de incidencia de las señales interferentes por ser éste ortogonal al espacio interferente (3.32). Los diagramas de radiación de la figura d) se han obtenido considerando el

conformador de haz completo estimado (trazo continuo) y óptimo (trazo semipunteado), incluyendo las dos etapas descritas para el CRB. Puede concluirse que, a pesar de que el vector de enfoque estimado adaptativamente para la segunda etapa del conformador de haz no coincide con el valor teórico (figura c), el conformador resultante es muy cercano al óptimo en el sentido de MSINR, cancelando las señales interferentes y enfocando, simultáneamente, a la señal deseada.

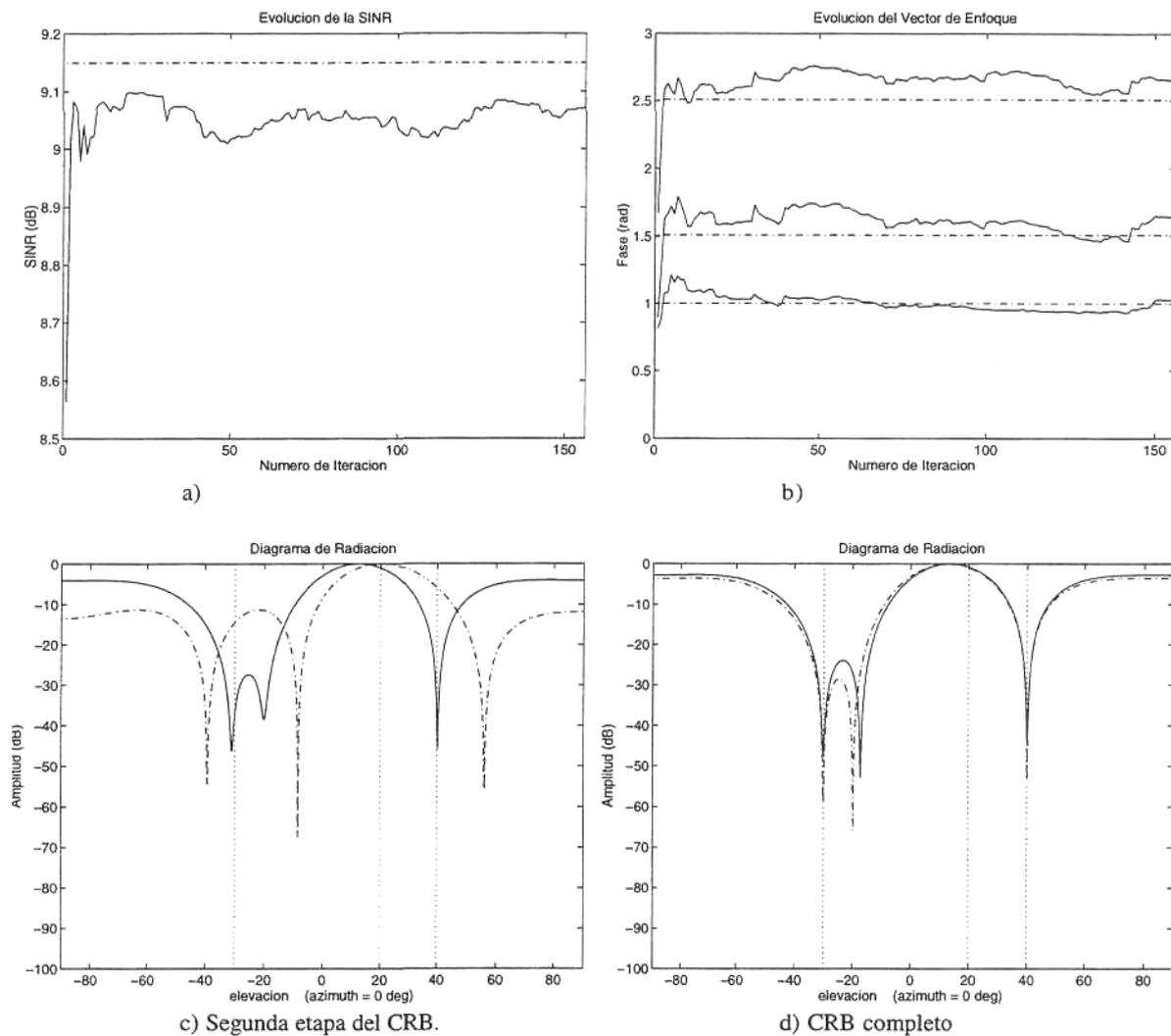


Figura 3.4 Simulación en escenario constituido por una señal deseada MSK (dirección de incidencia igual a 20 grados y relación E_B/N_0 igual a 5 dB) y dos interferencias sinusoidales (direcciones de incidencia igual a -30 y 40 grados, ambas con relación interferente a ruido igual a 20 dB). Trazo continuo: valores resultantes de la estimación adaptativa. Trazo semipunteado: valores teóricos.

□

Simulación 3.4: Comparación de las convergencias del CRB de dos etapas y del TRB (NLMS-RLS).

En la figura 3.5 se comparan los resultados obtenidos con los conformadores CRB de dos etapas y TRB, siendo el array y escenario considerados idénticos a los de la Simulación 3.3. En las figuras a) y b) se representan

las evoluciones de la SINR y del MSE, respectivamente. Los distintos trazos se corresponden con diferentes valores de la constante de adaptación para el conformador TRB: continuo ($\alpha = 0.1$), discontinuo ($\alpha = 0.5$) y punteado ($\alpha = 1$); mientras que a trazo grueso punteado aparecen los resultados obtenidos con el conformador CRB de dos etapas y a trazo semipunteado los valores teóricos. Claramente, la velocidad de convergencia y la estabilidad del conformador CRB son muy superiores a las del conformador TRB. Además, gracias al preprocesado de la primera etapa del conformador CRB, se evita la fuerte caída de la SINR producida por las interferencias al inicio del salto en el conformador TRB. En la figura c) se representan las distintas evoluciones del vector de enfoque y en la d) los diagramas de radiación resultantes en cada caso, con los trazos correspondientes.

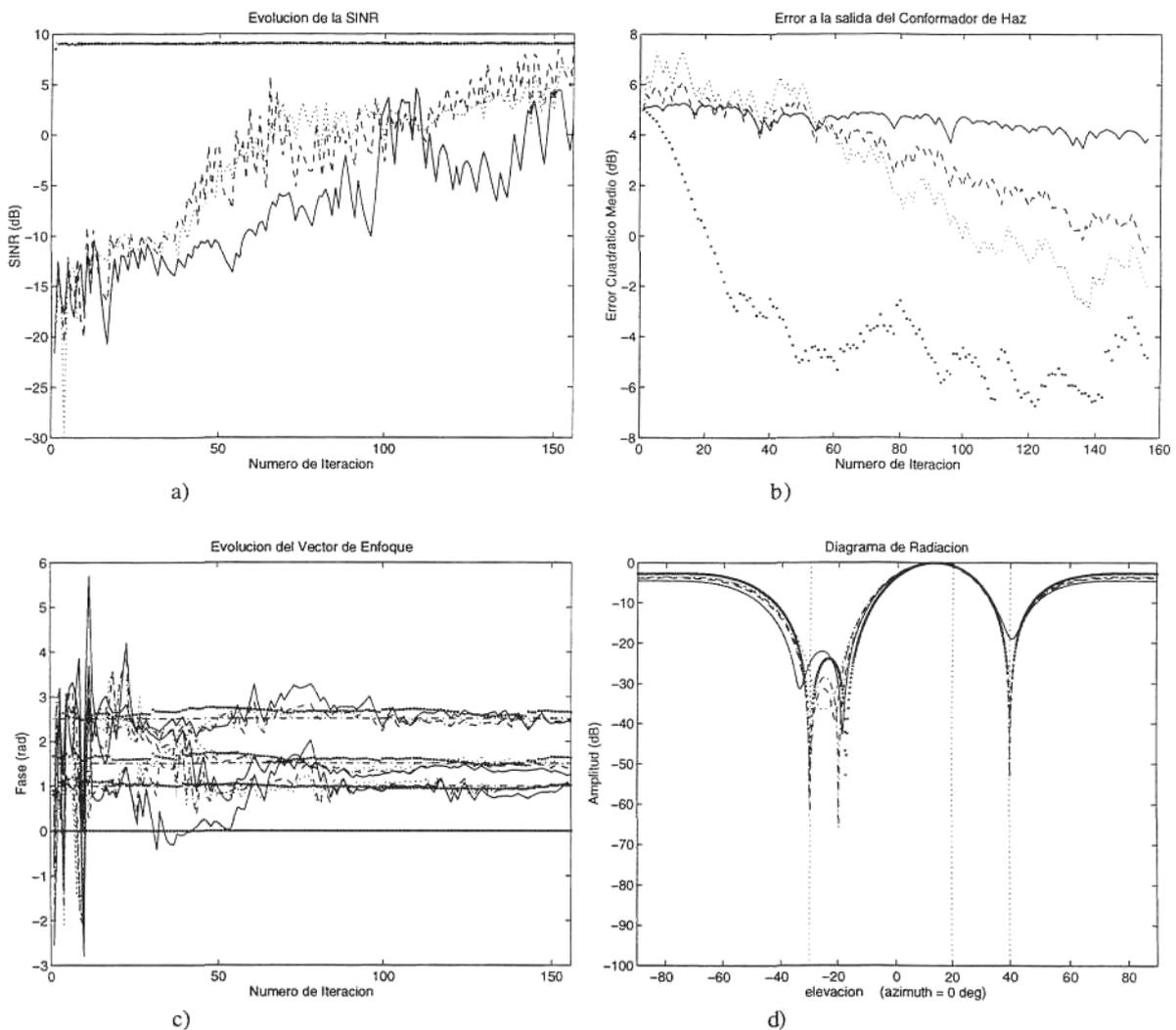


Figura 3.5 Simulación en escenario constituido por una señal deseada MSK (dirección de incidencia igual a 20 grados y relación E_b/N_0 igual a 5 dB) y dos interferencias sinusoidales (direcciones de incidencia igual a -30 y 40 grados, ambas con relación interferente a ruido igual a 20 dB). Trazo grueso punteado: CRB de dos etapas ($\alpha = 0.1$). Trazo continuo: TRB ($\alpha = 0.1$). Trazo discontinuo: TRB ($\alpha = 0.5$). Trazo punteado: TRB ($\alpha = 1$). Trazo semipunteado: vector de enfoque óptimo.

La minimización del MSE podría realizarse con otros algoritmos adaptativos como por ejemplo el "Recursive Least Square" (RLS), el cual ofrece una velocidad de convergencia considerablemente mayor y prácticamente independiente de la dispersión de autovalores. No obstante, la selección del algoritmo NLMS es adecuada para la estimación del conformador de haz CRB de dos etapas, ya que la convergencia en la estimación del vector de enfoque es muy rápida una vez aplicado el preprocesado por \mathbf{R}_{nd}^{-1} , presentando menor carga computacional que el RLS. Sin embargo, la aplicación del algoritmo RLS resulta conveniente en la estimación del conformador TRB de una etapa, dada la lenta convergencia que presenta el NLMS en este caso.

En la Figura 3.6 se comparan, nuevamente, los conformadores de haz CRB (trazo discontinuo) y TRB (trazo punteado), utilizando en esta ocasión el algoritmo RLS para la adaptación del vector de enfoque en ambos casos.

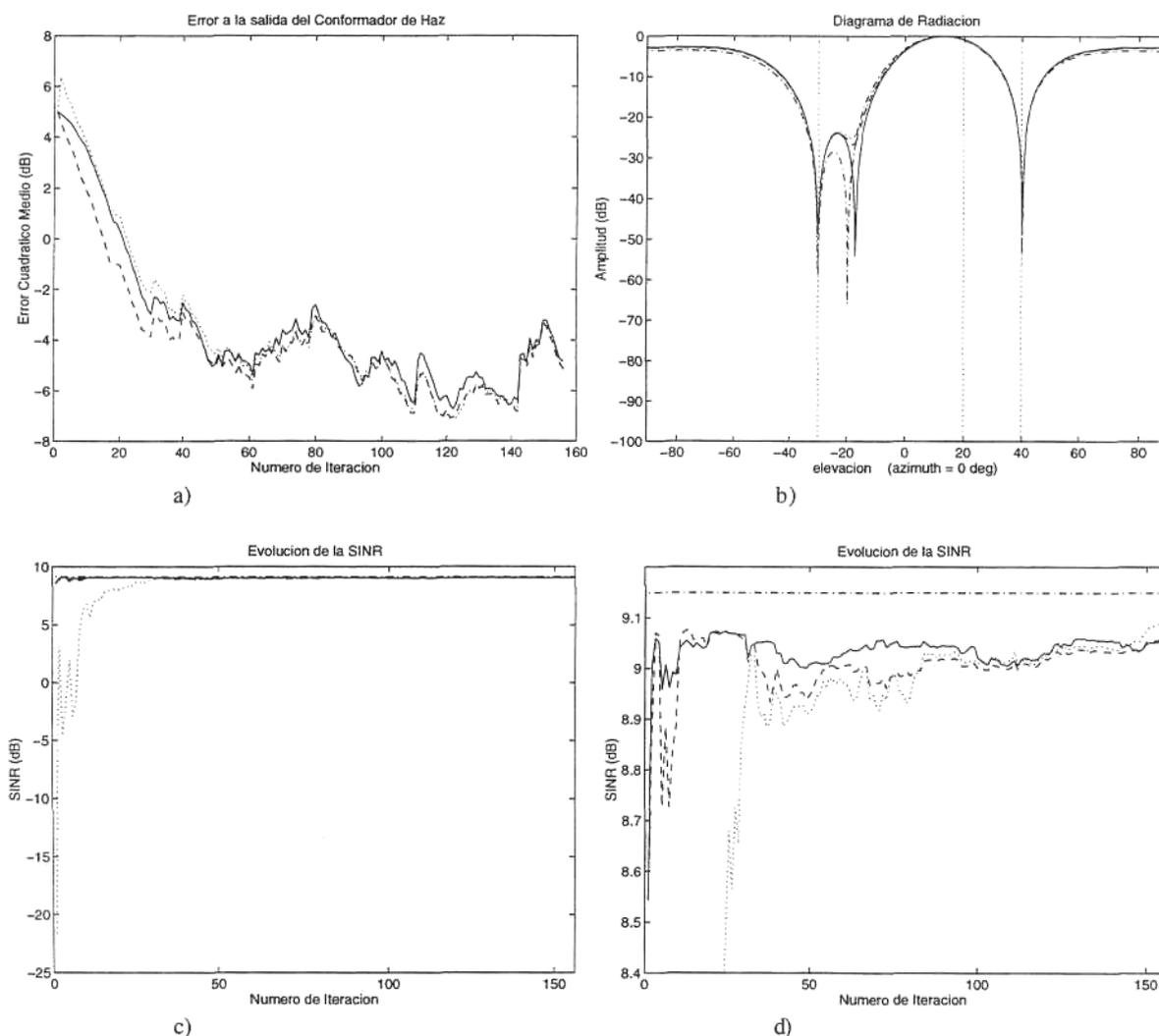


Figura 3.6 Simulación en escenario constituido por una señal deseada MSK (dirección de incidencia igual a 20 grados y relación E_b/N_0 igual a 5 dB) y dos interferencias sinusoidales (direcciones de incidencia igual a -30 y 40 grados, ambas con relación interferente a ruido igual a 20 dB). Trazo continuo: CRB-NLMS ($\alpha = 0.1$). Trazo discontinuo: CRB-RLS. Trazo punteado: TRB-RLS. Trazo semipunteado: vector de enfoque óptimo.

A trazo continuo se representan los resultados obtenidos anteriormente con el algoritmo NLMS para la estimación del vector de enfoque del conformador CRB y a trazo semipunteado los resultados teóricos. Tras la observación de la figura a) puede concluirse que la velocidad de convergencia del algoritmo RLS es prácticamente la misma para ambos conformadores, coincidiendo con la del algoritmo NLMS para el conformador CRB de dos etapas y derivando las tres estimaciones consideradas en diagramas de radiación similares (figura b). No obstante, en la figura c) puede observarse la fuerte caída de la SINR que presenta el conformador de haz TRB al inicio del salto; mientras que el conformador CRB, gracias al preprocesado de la primera etapa estimada previamente en el procesador anticipado, produce una caída insignificante. En consecuencia, la probabilidad de error de bit del conformador TRB de una etapa será superior a la del CRB de dos etapas. Finalmente, en la figura d) se muestra un zoom de la figura c) que permite notar como no hay apenas diferencia entre los valores resultantes de la SINR para los distintos casos evaluados.

□

Simulación 3.5: Comparación de los comportamientos del CRB de dos etapas y del TRB frente a una interferencia coherente.

A continuación, se evalúa el comportamiento de ambos conformadores, TRB y CRB, frente a una interferencia coherente con la señal deseada. Esta situación puede encontrarse cuando, en un sistema de acceso múltiple como por ejemplo el GSM, un usuario salta a una frecuencia que está siendo utilizada por otro usuario con mismo protocolo o secuencia de entrenamiento. En esta simulación se ha considerado el mismo array y misma señal deseada de la simulación anterior y una única interferencia, idéntica a la señal deseada, incidiendo en el array desde una dirección igual a -30 grados con 20 dB de relación E_b/N_0 . En la Figura 3.7 se representan, a trazo sólido, la evolución de la relación señal a ruido más interferencias durante un salto, figura a), y el diagrama de radiación resultante, figura b), obtenidos con el CRB de dos etapas y, a trazo discontinuo, los obtenidos con el conformador clásico TRB. En la misma figura, a trazo semipunteado, se representan el valor de la SINR y el diagrama de radiación obtenidos con el vector de enfoque óptimo $\mathbf{R}_{nd}^{-1}\mathbf{s}_d$. Puede observarse como con el conformador TRB no es posible la cancelación de la señal interferente, por ser ésta coherente con la señal deseada; mientras que, con el conformador CRB, la interferencia es cancelada al inicio del salto, gracias al bloqueo producido por la primera etapa del conformador de haz. El algoritmo adaptativo únicamente se dedica al apuntamiento de la señal deseada, siendo, por tanto, muy rápida la convergencia e insignificante la fluctuación de la SINR producida al inicio del salto. Cabe destacar que esta consideración no es aplicable a la supresión de las interferencias ocasionadas por propagación multicamino "multipath", dado que éstas únicamente estarán presentes en el salto actual pero no en el anterior, de forma que no pueden cancelarse con la primera etapa del CRB. No obstante, ante un escenario con "multipath", el vector de pesos resultante será un combinador de los diferentes caminos de propagación de forma que la SINR a la salida del array sea máxima.

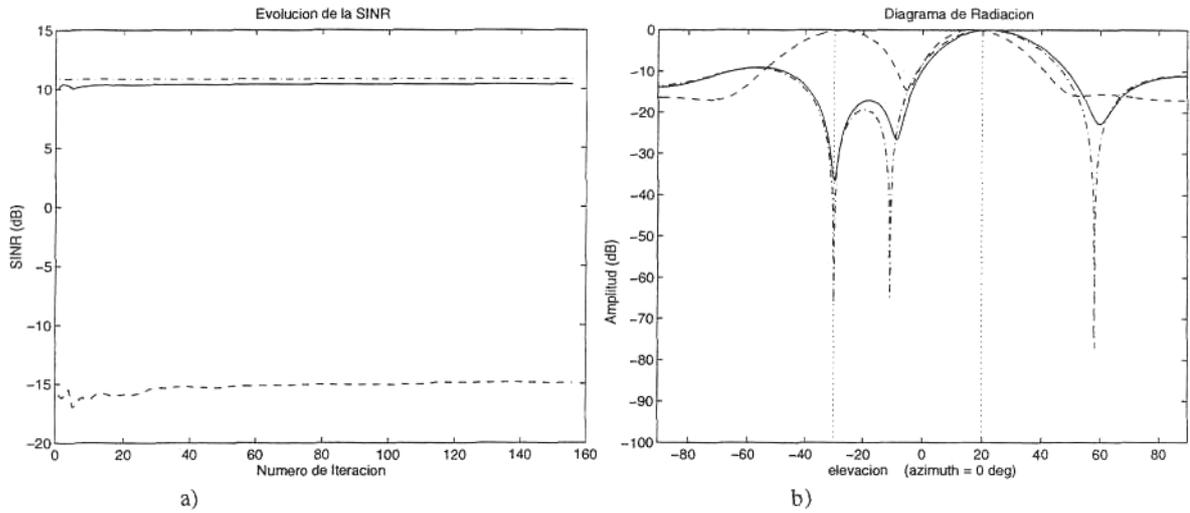


Figura 3.7 Simulación en escenario constituido por una señal deseada MSK y una interferencia coherente, con direcciones de incidencia igual a 20 y -30 grados y relaciones E_b/N_0 igual a 5 y 20 dB, respectivamente Trazo continuo: CRB de dos etapas. Trazo discontinuo: TRB. Trazo semipunteado: vector de enfoque óptimo.

□

En la demostración y simulaciones anteriores se ha supuesto el conocimiento de una referencia correlada con la señal deseada e incorrelada con el ruido. Sin embargo, gracias a la primera etapa del conformador de haz, esta señal de referencia, requerida para la estimación del vector de enfoque mediante la minimización del MSE, puede extraerse fácilmente de la propia señal a la salida del array (Figura 3.8).

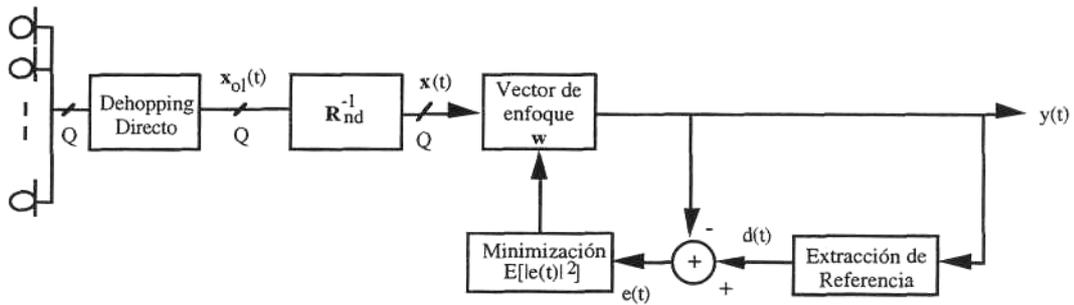


Figura 3.8 Extracción de la señal de referencia a partir de la señal a la salida del array.

En los apartados siguientes, se estudiarán y evaluarán las diferentes técnicas que permiten la extracción de dicha señal de referencia y la consiguiente estimación del vector de enfoque.

3.1.1 Demodulación-Remodulación

La señal a la salida de la primera etapa del conformador de haz $x(t)$, formulada en (3.3), es igual a la señal deseada, habitualmente modulada con modulación FSK, contaminada por ruido. La demodulación de esta señal, seguida de una remodulación, proporciona la señal de referencia necesaria para la minimización del MSE y la adaptación del vector de enfoque w (Figura 3.9).

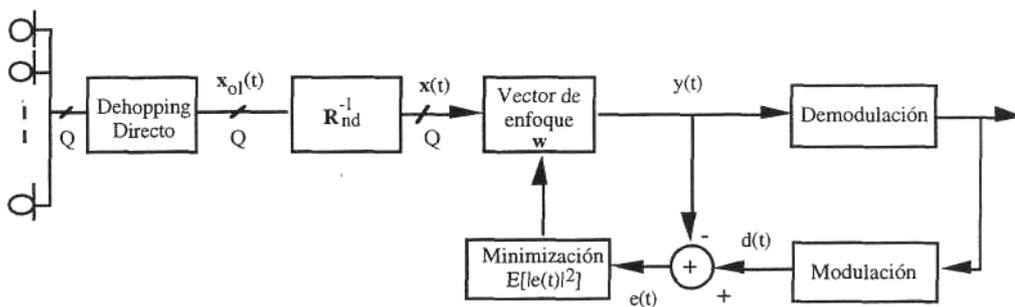


Figura 3.9 Extracción de la señal de referencia mediante demodulación y remodulación de la señal a la salida del array.

Dado que los sistemas FH deben operar en un amplio rango de frecuencias, generalmente no mantienen coherencia de fase en saltos de frecuencia sucesivos. En consecuencia, será conveniente utilizar la demodulación FSK incoherente (Figura 3.10), siendo necesaria una separación mínima entre frecuencias igual a la velocidad de bit ($1/T_b$). Esta demodulación presenta una probabilidad de error de bit (BER) igual a [Sklar-88]:

$$P_b = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{2N_0}\right) \tag{3.48}$$

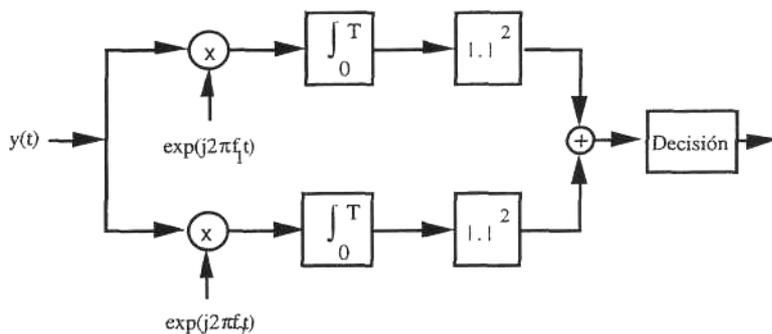


Figura 3.10 Demodulación incoherente para señales con modulación FSK-binaria.

Una vez demodulada, la señal es remodulada nuevamente con el fin de generar una señal de referencia $d(t)$. La diferencia entre esta señal y la salida del array $y(t)$ es la señal de error $e(t)$, cuyo valor cuadrático medio debe ser minimizado (Figura 3.9).

Simulación 3.6: Extracción de la señal de referencia mediante demodulación incoherente-remodulación.

A continuación, en la Figura 3.11, se representan los resultados obtenidos en una simulación con recuperación de la señal de referencia a partir de la señal recibida, mediante demodulación incoherente. El escenario estaba constituido por la señal deseada (8 muestras por símbolo), con 5 dB de relación E_5/N_0 , modulada con modulación FSK binaria con frecuencias $f_c \pm 1/2T_b$ ($T_b = 3,6 \mu s$), donde la frecuencia central f_c varía cada 156 símbolos según la secuencia de saltos frecuenciales en una banda del 50% respecto a 900 MHz. Las señales interferentes consideradas en la simulación fueron dos tonos a frecuencias $f_c \pm 1/2T_b$, con relación interferencia a ruido igual a 20 dB. Las direcciones de incidencia, al igual que en las simulaciones anteriores eran 20 grados de elevación para la señal deseada y -30 y 40 grados para las interferencias. Sin otro conocimiento de la

señal deseada que la secuencia de saltos frecuenciales utilizada en la modulación FH y el tipo de modulación FSK empleada, se obtiene la señal de referencia $d(t)$ mediante demodulación incoherente de la señal a la salida del array y la remodulación posterior. El algoritmo adaptativo utilizado para la minimización del MSE fue, nuevamente, el NLMS (3.47) con α igual a 0.1 ya igual a 1. En la figura a), a trazo discontinuo, puede observarse la rápida convergencia de la SINR durante uno de los saltos hacia su valor óptimo, señalado a trazo semipunteado. La evolución de la SINR obtenida con el mismo escenario suponiendo conocimiento exacto de la señal de referencia se ha representado a trazo sólido en la misma figura. La comparación entre ambas curvas permite afirmar que, gracias a la primera etapa del CRB, el vector de enfoque que constituye la segunda etapa puede estimarse sin necesidad de una señal de referencia conocida a priori, sin observarse pérdida de prestaciones en el sistema. En la figura b) se representan los distintos diagramas de radiación obtenidos con el valor óptimo del vector de enfoque, a trazo semipunteado, con extracción de referencia, a trazo discontinuo y con referencia exacta, a trazo continuo, coincidiendo totalmente los dos últimos.

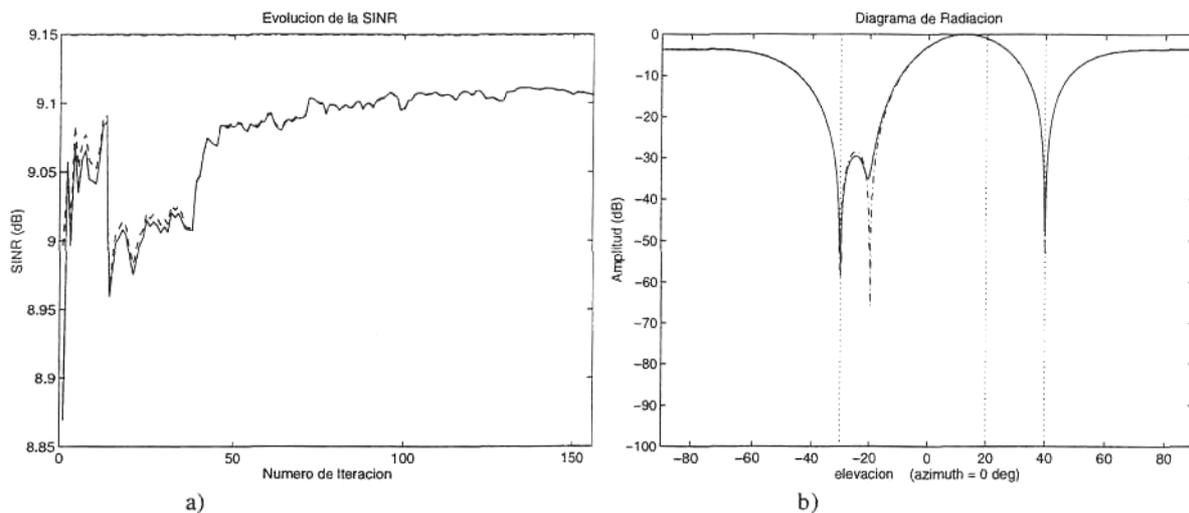


Figura 3.11 Simulación en escenario constituido por una señal deseada FSK (dirección de incidencia igual 20 grados y relación E_b/N_0 igual a 5 dB) y dos interferencias sinusoidales (direcciones de incidencia igual a -30 y 40 grados, ambas con relación interferente a ruido igual a 20 dB). Trazo discontinuo: extracción de la señal de referencia mediante demodulación incoherente-remodulación. Trazo continuo: referencia exacta. Trazo semipunteado: vector de enfoque óptimo.

□

A menudo, las señales moduladas con saltos frecuenciales lentos "Slow Frequency Hopping" SFH se modulan previamente con modulación "Minimum Shift Keying" (MSK). Esta modulación puede interpretarse de dos formas distintas: bien como un caso especial de modulación de frecuencia con continuidad de fase "Continuous Phase Frequency Shift Keying" (CPFSK) con índice de modulación igual a 0.5, es decir, con separación de frecuencias igual a la mitad de la velocidad de bit ($1/2T_b$); bien como un caso especial de la modulación "Off-set Quadrature Phase Shift Keying" (OQPSK) con pulso conformador sinusoidal en lugar de

rectangular. Las señales MSK presentan la ventaja de poder utilizar demodulación coherente diferencial [Yongacoglu-88] (Figura 3.12). Esta demodulación se basa en la detección de los datos a partir de la diferencia de fases entre símbolos consecutivos sin necesidad de estimar la fase absoluta de cada portadora en la secuencia de saltos, resolviéndose así, el problema de las discontinuidades de fase introducidas por los saltos frecuenciales. La demodulación coherente diferencial permite una reducción de 3 dB en la relación E_b/N_0 necesaria para obtener la misma probabilidad de error de bit que con demodulación FSK incoherente:

$$P_b = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{N_0}\right) \tag{3.49}$$

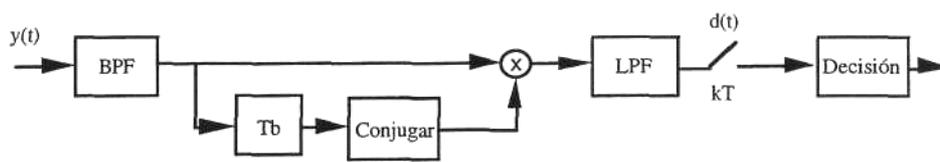


Figura 3.12 Demodulación coherente diferencial para señales MSK.

Simulación 3.7: Extracción de la señal de referencia mediante demodulación coherente diferencial-remodulación.

Con la finalidad de evaluar el comportamiento del CRB con extracción de la señal de referencia mediante demodulación coherente diferencial, se ha realizado una nueva simulación. En este caso, la señal deseada se moduló con modulación MSK con frecuencias $f_c \pm 1/4T_b$ y las señales interferentes consideradas fueron dos tonos a frecuencias $f_c \pm 1/4T_b$. El resto de los parámetros de la simulación no se modificaron respecto a la simulación anterior.

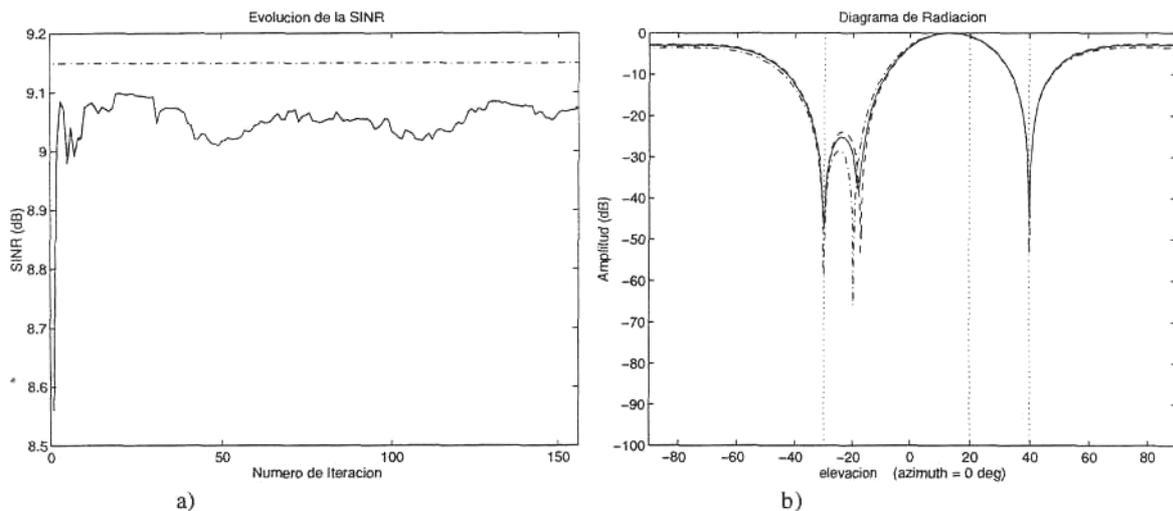


Figura 3.13 Simulación en escenario constituido por una señal deseada MSK (dirección de incidencia igual 20 grados y relación E_b/N_0 igual a 5 dB) y dos interferencias sinusoidales (direcciones de incidencia igual a -30 y 40 grados, ambas con relación interferente a ruido igual a 20 dB). Trazo discontinuo: extracción de la señal de referencia mediante demodulación coherente diferencial-remodulación. Trazo continuo: referencia exacta. Trazo semipunteado: vector de enfoque óptimo.

La evolución de la SINR y los diagramas de radiación resultantes se representan en la Figura 3.13, sin observarse diferencias apreciables respecto a los resultados de la Simulación 3.7. En consecuencia, cualquiera de las dos alternativas de demodulación FSK, incoherente o coherente diferencial, seguida de remodulación, es válida para su aplicación a conformación de haz adaptativa de MMSE con modulación FH. No obstante, dado que la SINR obtenida en ambos casos es la misma, cabe esperar una tasa de error mayor en el caso incoherente (3.48) que en el coherente diferencial (3.49)

□

3.1.2 Algoritmo de Módulo Constante Normalizado (NCMA)

Dada la característica habitual de módulo constante de las señales utilizadas para modulación FH, una alternativa a la extracción de la señal de referencia es la utilización del algoritmo de módulo constante "Constant Modulus Algorithm" (CMA) [Treichler-83]. Este algoritmo basa la adaptación del vector de enfoque en el error que el ruido o las señales interferentes producen en la envolvente de la señal deseada, suponiendo ésta normalizada a la unidad (Figura 3.14).

La regla de adaptación, resultante de la minimización del error cuadrático medio de la envolvente mediante el algoritmo de gradiente, es igual a:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu[1 - \|y(n)\|^2]y^*(n)\mathbf{x}(n) \tag{3.50}$$

siendo μ la constante de adaptación.

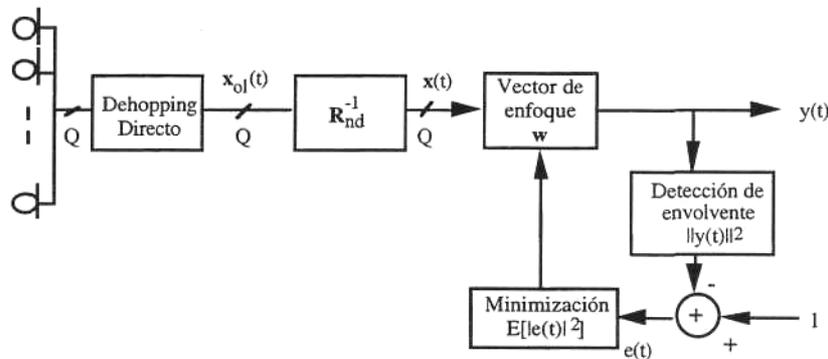


Figura 3.14 Algoritmo de módulo constante (CMA).

En [Treichler-85(1)] y [Gooch-86], el CMA fue propuesto para su aplicación a la conformación adaptativa de haz cuando la señal deseada presenta módulo constante. En esta última referencia se analizó el comportamiento de este algoritmo frente a posibles señales interferentes también de módulo constante, como por ejemplo, interferencias sinusoidales. La conclusión del análisis fue que el CMA asegura la cancelación de las interferencias y el enfoque de la señal deseada, siempre y cuando, la potencia de ésta sea mayor que la de las señales interferentes. Esta condición se cumple siempre en la estimación de la segunda etapa del conformador de haz CRB, ya que el algoritmo de módulo constante se aplica sobre la señal preprocesada por la primera etapa, en la cual, gracias al carácter ortogonal de \mathbf{R}_{nd}^{-1} , han sido suprimidas las interferencias. Por consiguiente, la

aplicación del CMA es una opción totalmente válida para la obtención del vector de enfoque sin estimación previa de la señal de referencia.

La regla de adaptación resultante con el CMA (3.50) es equivalente a la del algoritmo NLMS, considerando la señal de error igual al producto de la señal a la salida del array $y(t)$ por el error de la envolvente $[1-|y(t)|^2]$. Es posible, por tanto, la normalización del algoritmo de módulo constante (NCMA) utilizando la constante de desajuste a normalizada con respecto a la potencia estimada de la señal de entrada más una constante positiva a :

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\alpha}{a + \|\mathbf{x}(n)\|^2} [1 - |y(n)|^2] y^*(n) \mathbf{x}(n) \quad (3.51)$$

Esta normalización evita la amplificación del ruido del gradiente que tiene lugar para valores elevados de la señal de entrada en los algoritmos adaptativos de gradiente no normalizados.

Simulación 3.8: Algoritmo de módulo constante normalizado (NCMA).

El comportamiento del algoritmo de módulo constante se ha evaluado con el mismo escenario utilizado en la simulación anterior. En la Figura 3.15 a) se representa la evolución de la SINR con un valor de α igual a 0.3, a trazo discontinuo, comparándola con la obtenida con el algoritmo NLMS, con a igual a 0.1, suponiendo conocimiento previo de la referencia exacta, a trazo continuo. La convergencia del algoritmo NCMA es considerablemente rápida, a pesar de que la caída de la SINR al inicio del salto es superior a la observada para demodulación-remodulación. En la figura b) pueden observarse los diagramas de radiación obtenidos con el NCMA, a trazo discontinuo, y con el NLMS con referencia exacta, a trazo continuo.

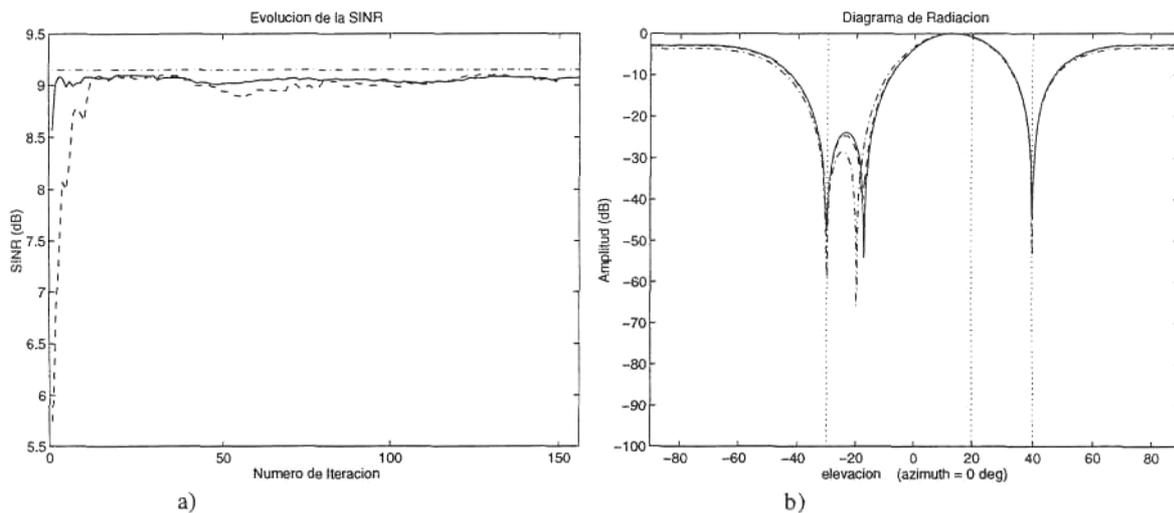


Figura 3.15 Simulación en escenario constituido por una señal deseada MSK (dirección de incidencia igual 20 grados y relación E_b/N_0 igual a 5 dB) y dos interferencias sinusoidales (direcciones de incidencia igual a -30 y 40 grados, ambas con relación interferente a ruido igual a 20 dB). Trazo discontinuo: NCMA. Trazo continuo: referencia exacta (NLMS). Trazo semipunteado: vector de enfoque óptimo.

3.2 MAXIMIZACION DE LA RELACION SEÑAL A RUIDO MAS INTERFERENCIAS

La maximización de la SINR es otra de las técnicas aplicables a la estimación del vector de enfoque, analizadas en el capítulo anterior, que derivaban en la conformación de haz óptima. El inconveniente que presentaba esta técnica era la necesidad de estimar separadamente las componentes de señal deseada y no deseada, recibidas en el array. Sin embargo, este problema desaparece en la estimación de la segunda etapa del CRB (Figura 3.16), como se verá a continuación.

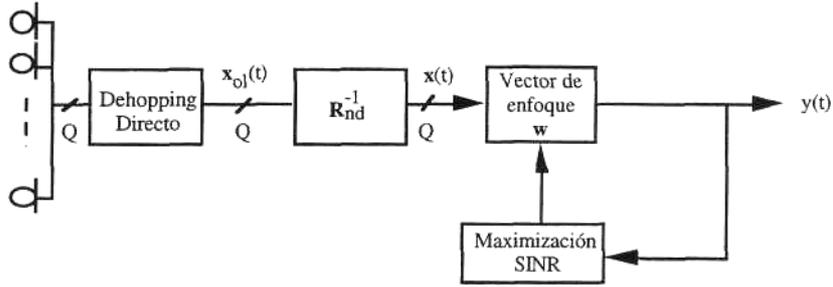


Figura 3.16 Estimación de la segunda etapa del conformador de haz de referencia por código según el criterio de MSINR.

La SINR a la salida del array puede expresarse, en función de la potencia total P_y y de la potencia de señal no deseada P_{nd} , como:

$$SINR = \frac{P_y}{P_{nd}} - 1 \tag{3.52}$$

La potencia total P_y , en función del vector de enfoque w y de la matriz de covarianza de la señal preprocesada R_x es igual a:

$$P_y = E[|y(t)|^2] = w^H R_x w \tag{3.53}$$

La potencia de señal no deseada P_{nd} vendrá dada por:

$$P_{nd} = E[|y_{nd}(t)|^2] = w^H R_{xnd} w \tag{3.54}$$

donde R_{xnd} es la matriz de covarianza de señal no deseada a la salida de la primera etapa del CRB. Esta matriz, obtenida a partir de la ecuación (3.23), resulta igual a la inversa de la matriz de covarianza de ruido más interferencias R_{nd}^{-1} utilizada en el preprocesado.

En consecuencia, la maximización de la SINR es equivalente a la maximización del cociente de Rayleigh del vector de enfoque:

$$\frac{P_y}{P_{nd}} = \frac{w^H R_x w}{w^H R_{nd}^{-1} w} \tag{3.55}$$

Esta maximización puede interpretarse como una maximización con restricciones:

$$w^H R_x w |_{\max} \tag{3.56}$$

$$\text{sujeta a } w^H R_{nd}^{-1} w = 1 \tag{3.57}$$

Por consiguiente, la ecuación (3.55) puede formularse mediante el Lagrangiano definido en la siguiente ecuación, donde λ , es el multiplicador de Lagrange:

$$L = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} - \lambda (\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{w} - 1) \quad (3.58)$$

Derivando el Lagrangiano respecto a \mathbf{w}^H e igualando a cero, la maximización de la SINR se reduce al problema de estimación de un autovector generalizado:

$$\mathbf{R}_x \mathbf{w} = \lambda \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{w} \quad (3.59)$$

Multiplicando la ecuación anterior por \mathbf{w}^H a la izquierda e imponiendo la restricción (3.57), el autovalor generalizado o multiplicador de Lagrange λ , resulta igual a la potencia de señal a la salida del array:

$$\lambda = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} \quad (3.60)$$

Dado que esta expresión es igual a la expresión a maximizar (3.56), el vector de enfoque óptimo en el sentido de máxima SINR, es el autovector generalizado del par $(\mathbf{R}_x, \mathbf{R}_{nd}^{-1})$ correspondiente al autovalor generalizado máximo.

Con el objetivo de obtener cuál es el vector de enfoque óptimo resultante de la ecuación (3.59) se recurre a la expresión de la matriz de covarianza de señal \mathbf{R}_x derivada en (3.23):

$$\mathbf{R}_x = \sigma_d^2 \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{s}_d \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{nd}^{-1} + \mathbf{R}_{nd}^{-1} \quad (3.61)$$

Multiplicando dicha ecuación por el vector de dirección de incidencia de la señal deseada \mathbf{s}_d , a la derecha, se obtiene:

$$\mathbf{R}_x \mathbf{s}_d = (\text{SINR}_d + 1) \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{s}_d \quad (3.62)$$

donde $\text{SINR}_d = \sigma_d^2 \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{s}_d$ es la relación señal a ruido más interferencias en la dirección de incidencia de la señal deseada, definida anteriormente.

Se concluye, por tanto, que \mathbf{s}_d es el autovector generalizado del par $(\mathbf{R}_x, \mathbf{R}_{nd}^{-1})$ correspondiente al autovalor generalizado máximo $\lambda_{\max} = \text{SINR}_d + 1$. Por tanto, ésta será la solución para el vector de enfoque óptimo en (3.59).

Numerosos algoritmos adaptativos han sido propuestos para el cálculo de la descomposición en autovalores de una matriz de covarianza. Algunos de estos algoritmos se basan en la modificación de los métodos clásicos para su utilización adaptativa tales como: la iteración QR transpuesta (TQR) [Dowling-94], la rotación de Givens [Vanpoucke-95], la rotación de Jacobi [Moonen-94], la iteración de potencias [Haimovich-94], el método de Lanczos [Comon-90] y el método de las perturbaciones [Champagne-94]. Otros algoritmos consideran la descomposición en autovalores como un problema de optimización con la restricción de que la norma de los autovectores sea unitaria, siendo posible la obtención del autovalor máximo o mínimo y sus correspondientes autovectores: en [Owsley-78] y [Thompson-79], este problema fue resuelto mediante el algoritmo de gradiente, siendo éste el primer algoritmo de descomposición adaptativa de autovalores presentado en la literatura, cuya convergencia es estudiada en [Larimore-83]; a continuación en [Yang-88] se generaliza el algoritmo de gradiente para la obtención de todo el subespacio de señal o de ruido. Recientemente, se ha planteado la estimación de

autovectores como un problema de optimización sin restricciones consistente en la resolución, por diferentes métodos, de distintas funciones de coste: en [Mathew-95], la función de coste propuesta se deriva de la restricción de norma unidad sobre los autovectores, la cual se optimiza mediante un algoritmo basado en las iteraciones de Newton; mientras que la función de coste propuesta en [Yang-95] no impone restricciones en la norma de los autovectores y es optimizada mediante el algoritmo de gradiente o el algoritmo denominado de seguimiento del subespacio aproximado por proyección "Projection Approximation Subspace Tracking" (PAST). Por último, otros algoritmos utilizados en el seguimiento de los subespacios de señal y de ruido son los algoritmos reveladores de rango: "Rank Revealing URV decomposition" propuesto en [Stewart-92] y "Rank Revealing QR factorization" en [Bischof-92].

Todos los algoritmos adaptativos referenciados en el párrafo anterior se dedican a la descomposición de una matriz de covarianza en autovalores, pero ninguno de ellos trata la descomposición en autovalores generalizados, siendo éste el problema a resolver en la estimación del vector de enfoque mediante maximización de la SINR (3.59). El único trabajo previo que resuelve de forma adaptativa el problema generalizado es el presentado en [Chen-86], en el cual se propone la técnica del gradiente conjugado para la estimación del autovector generalizado correspondiente al mínimo autovalor generalizado, derivando en una considerable complejidad computacional. En el presente trabajo se formula la estimación del autovector generalizado correspondiente al autovalor generalizado máximo como un problema de optimización sin restricciones.

La regla de adaptación se obtiene calculando el gradiente respecto a \mathbf{w}^H del Lagrangiano definido en (3.58):

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu(\mathbf{R}_x - \lambda_{\max}\mathbf{R}_{nd}^{-1})\mathbf{w}(n) \quad (3.63)$$

Al igual que se analizó la convergencia del algoritmo de gradiente para la minimización del MSE, se estudia ahora la convergencia del algoritmo propuesto para la maximización de la SINR. En este caso, la regla de

$$\mathbf{w}(n) = [\mathbf{I} - \mu(\lambda_{\max}\mathbf{R}_{nd}^{-1} - \mathbf{R}_x)]^n \mathbf{w}(0) \quad (3.64)$$

Descomponiendo en autovalores la diferencia de matrices $\lambda_{\max}\mathbf{R}_{nd}^{-1} - \mathbf{R}_x = \mathbf{Q}\mathbf{\Gamma}\mathbf{Q}^H$ y aplicando que $\mathbf{Q}\mathbf{Q}^H = \mathbf{I}$, la ecuación anterior puede reformularse:

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{Q}(\mathbf{I} - \mu\mathbf{\Gamma})^n \mathbf{Q}^H \mathbf{w}(0) \quad (3.65)$$

adaptación puede reescribirse directamente como ecuación exponencial:

En consecuencia, la convergencia del algoritmo de gradiente definido en (3.63) viene determinada por los elementos de la matriz diagonal $\mathbf{\Gamma}$ o autovalores de la matriz diferencia $\mathbf{M} = \lambda_{\max}\mathbf{R}_{nd}^{-1} - \mathbf{R}_x$. Uno de estos autovalores, el correspondiente al autovector generalizado principal del par $(\mathbf{R}_x, \mathbf{R}_{nd}^{-1})$ o valor óptimo del vector de enfoque \mathbf{w}_{opt} , es nulo; el resto de los autovalores son positivos, como se demuestra a continuación:

Sea y, el auto valor de la matriz \mathbf{M} correspondiente al autovector \mathbf{q}_i :

$$(\lambda_{\max}\mathbf{R}_{nd}^{-1} - \mathbf{R}_x)\mathbf{q}_i = \gamma_i \mathbf{q}_i \quad (3.66)$$

Premultiplicando por \mathbf{q}_i^H ambos términos de la ecuación anterior y teniendo en cuenta que $\mathbf{q}_i^H \mathbf{q}_i = 1$:

$$\lambda_{\max}\mathbf{q}_i^H \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_i^H \mathbf{R}_x \mathbf{q}_i = \gamma_i \quad (3.67)$$

El autovalor γ_i es siempre mayor o igual que cero ya que, por definición :

$$\lambda_{\max} \geq \frac{\mathbf{q}_i^H \mathbf{R}_x \mathbf{q}_i}{\mathbf{q}_i^H \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{q}_i} \quad (3.68)$$

Por consiguiente, la convergencia de la estimación al vector de enfoque óptimo queda garantizada eligiendo un valor adecuado para la constante de adaptación, de forma que, para cada uno de los autovalores γ_i distintos de cero, se cumpla:

$$-1 < 1 - \mu \gamma_i < 1 \quad (3.69)$$

Es decir:

$$0 < \mu < \frac{2}{\gamma_{\max}} \quad (3.70)$$

Bajo esta restricción, para valores de n suficientemente elevados, $(\mathbf{I} - \mu \Gamma)^n$ tiende a una matriz con un único elemento, el correspondiente al autovalor nulo de \mathbf{M} , distinto de cero e igual a la unidad. Así, el vector de pesos estimado tiende al vector de enfoque óptimo con una constante de proporcionalidad dependiente de la inicialización del algoritmo $\mathbf{w}(0)$:

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}_{\text{opt}} \mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{w}(0) = k \mathbf{w}_{\text{opt}} \quad (3.71)$$

Siguiendo las mismas aproximaciones de la Demostración 3.1, la velocidad de convergencia del algoritmo es inversamente proporcional al autovalor mínimo no nulo, denotado como $\gamma_{\min-1} > 0$ y al valor de la constante de adaptación elegida. En consecuencia, según la restricción (3.70), el tiempo de convergencia mínimo requerido es proporcional a la dispersión de autovalores de la matriz \mathbf{M} , definida como $\chi(\mathbf{M}) = \gamma_{\max}/\gamma_{\min-1}$:

$$\tau_{\min} = \frac{\gamma_{\max}}{2\gamma_{\min-1}} = \frac{\chi(\mathbf{M})}{2} \quad (3.72)$$

A continuación, se estudia la dispersión de autovalores de la matriz \mathbf{M} , la cual, a partir de la ecuación (3.61) puede escribirse como:

$$\mathbf{M} = (\lambda_{\max}-1)\mathbf{R}_{nd}^{-1} - \sigma_d^2 \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{s}_d \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{nd}^{-1} \quad (3.73)$$

De la misma forma que, en las ecuaciones (3.23)-(3.26), se obtuvieron los autovalores de la matriz \mathbf{R}_x a partir de los autovalores de la inversa de la matriz de ruido más interferencias $\mathbf{R}_{nd}^{-1} = \mathbf{U} \Lambda \mathbf{U}^H$, se obtienen ahora los autovalores de la matriz \mathbf{M} :

$$\mathbf{M} = \mathbf{U} \left((\lambda_{\max}-1)\Delta - \sigma_d^2 \mathbf{z} \mathbf{z}^H \right) \mathbf{U}^H \quad (3.74)$$

definiéndose $\mathbf{z} = \mathbf{U}^H \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{s}_d$.

Los autovalores de la matriz \mathbf{M} son las soluciones de la siguiente

$$\frac{1}{\sigma_d^2} = \sum_{q=1}^Q \frac{-|z_q|^2}{\gamma - (\lambda_{\max}-1)\delta_q} \quad (3.75)$$

La resolución de esta ecuación, a diferencia de la ecuación (3.26), consiste en la extracción de los ceros de una función creciente. Cada uno de los autovalores γ_q se localiza en un intervalo abierto $](\lambda_{\max-1})\delta_{q-1}, (\lambda_{\max-1})\delta_q[$, definido por dos autovalores consecutivos de la matriz \mathbf{R}_{nd}^{-1} . En consecuencia, el autovalor máximo de la matriz \mathbf{M} viene limitado por el autovalor máximo de \mathbf{R}_{nd}^{-1} , igual al inverso de la potencia de ruido $1/\sigma_n^2$ en el caso de ruido espacialmente blanco, y por la relación señal a ruido más interferencias máxima $\text{SINR}_d = (\delta_{\max-1})$:

$$\gamma_{\max} \leq \delta_{\max} \text{SINR}_d \quad (3.76)$$

Tal como se vio anteriormente, el autovalor mínimo es igual a cero, sin embargo, el autovalor que determina la velocidad de convergencia del algoritmo es el inmediatamente anterior, quedando limitado éste por el autovalor mínimo de la matriz \mathbf{R}_{nd}^{-1} , $\gamma_{\min-1} \geq (\lambda_{\max-1})\delta_{\min}$. Por consiguiente, la dispersión de autovalores máxima de la matriz \mathbf{M} coincide con la dispersión de autovalores de la inversa de la matriz de ruido más interferencias:

$$\chi(\mathbf{M})_{\max} = \chi(\mathbf{R}_{nd}^{-1}) \quad (3.77)$$

La matriz \mathbf{R}_{nd}^{-1} puede presentar autovalores muy reducidos, tanto menores cuanto mayor sea el nivel de las señales interferentes presentes en el escenario. En particular, si este nivel es muy superior al nivel de ruido, \mathbf{R}_{nd}^{-1} puede considerarse ortogonal al espacio interferente (2.33) presentando, por tanto, autovalores prácticamente nulos. En este caso la dispersión de autovalores de la matriz \mathbf{M} y, por consiguiente, la velocidad de convergencia del algoritmo de gradiente presentado sería prácticamente infinita. Considerando, al igual que en la evaluación del algoritmo de MMSE, el caso extremo en que los autovalores de \mathbf{M} correspondientes al espacio interferente sean nulos, el vector de enfoque estimado para n tendiendo a infinito resulta igual a:

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{QDQ}^H \mathbf{w}(0) \quad (3.78)$$

siendo \mathbf{D} una matriz diagonal con todos los elementos nulos excepto los correspondientes al espacio completo de señal, deseada e interferencias, que serán igual a la unidad.

De la misma forma que se definió la matriz \mathbf{Q}_{int} en (3.32) se define ahora \mathbf{Q}_s como una matriz cuyas columnas son los autovectores que conforman el espacio de señal. El producto \mathbf{QDQ}^H puede escribirse como $\mathbf{Q}_s \mathbf{Q}_s^H$ que dada la propiedad de ortonormalidad de los autovectores $\mathbf{Q}_s^H \mathbf{Q}_s = \mathbf{I}$, es igual a un operador de proyección al espacio generado por las columnas de \mathbf{Q}_s . En conclusión, el algoritmo adaptativo propuesto para la estimación del autovector generalizado correspondiente al autovalor generalizado máximo, en un escenario con interferencias de elevada potencia, converge a la proyección al espacio de señal del vector inicial $\mathbf{w}(0)$. Por consiguiente, el vector de enfoque resultante para la segunda etapa del conformador de haz dependerá de la inicialización del algoritmo. Sin embargo, el CRB completo, considerando el carácter ortogonal al espacio interferente de la primera etapa, resulta en el vector de enfoque óptimo independientemente del vector de inicialización $\mathbf{w}(0)$, salvo una constante de proporcionalidad:

$$\mathbf{w}_{\text{CRB}}(n) = \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{Q}_s \mathbf{Q}_s^H \mathbf{w}(0) = \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{w}_{\text{opt}} \mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{w}(0) = k \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{s}_d \quad (3.79)$$

En consecuencia, a efectos del tiempo de convergencia requerido para obtener esta solución óptima, puede considerarse una dispersión de autovalores de la matriz \mathbf{M} resultante de considerar como autovalor mínimo de \mathbf{R}_{nd}^{-1} el inverso del mínimo autovalor de ruido, igual a δ_{max} en el caso de ruido espacialmente blanco:

$$\chi(\mathbf{M})_{max-conv} = 1 \tag{3.80}$$

La utilización del algoritmo de gradiente es adecuada por la escasa carga computacional que presenta frente al resto de algoritmos de descomposición en autovalores, así como, por la facilidad de extensión a la descomposición generalizada. El único inconveniente de este algoritmo respecto a algunos de los referenciados anteriormente es la menor velocidad de convergencia que ofrece. No obstante, al igual que ocurría con la aplicación del algoritmo de gradiente en la minimización del MSE y tal como se ha demostrado aquí, este inconveniente deja de serlo en la estimación de la segunda etapa del CRB gracias a la aplicación previa de la primera etapa.

Simulación 3.9: Dispersión de autovalores de la matriz \mathbf{M} para el análisis de la convergencia del CRB de dos etapas.

En la siguiente figura se ha realizado una representación gráfica de la ecuación (3.75). Los puntos de discontinuidad de la figura coinciden con el producto de los autovalores de la inversa de la matriz de covarianza de ruido más interferencias δ_q por el valor (λ_{max-1}) . La recta dibujada a trazos representa el inverso de la potencia de señal deseada $1/\sigma_d^2$, cuyos puntos de intersección con la función, a trazo continuo, indican los autovalores γ_q de la matriz \mathbf{M} , representados con 'x'.

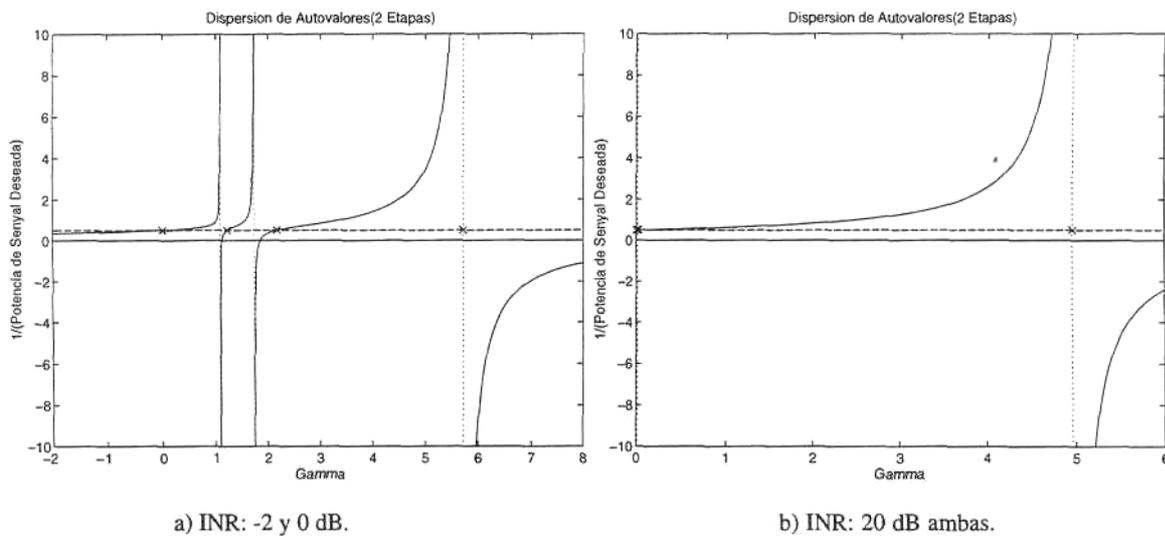


Figura 3.17 Representación gráfica de la ecuación (3.75) que muestra los autovalores de la matriz \mathbf{M} ('x') a partir del producto de los autovalores de la inversa de la matriz de covarianza de ruido más interferencias por (λ_{max-1}) (puntos de discontinuidad) y del nivel de potencia de la señal deseada igual a 3 dB de relación señal a ruido ($1/\sigma_d^2$ a trazo discontinuo).

El escenario considerado en esta simulación fue idéntico al de la Simulación 3.1: una señal deseada con 3 dB de relación señal a ruido espacialmente blanco y dos señales interferentes con -2 y 0 dB de relación

interferencia a ruido (figura a) y 20 dB de relación interferencia a ruido para ambas (figura b). En la figura a) puede observarse la presencia de un único autovalor nulo, el correspondiente a la solución óptima; en cambio en la figura b) los autovalores mínimos se reducen prácticamente a cero, debido al elevado nivel de las señales interferentes.

□

A fin de reducir la carga computacional, la regla de adaptación (3.63) se sustituye por la resultante de obtener la estimación instantánea del gradiente del primer término del Lagrangiano. Sobre el segundo término, sin embargo, se mantiene el gradiente estadístico, ya que el valor de la covarianza de ruido más interferencias se conoce a priori gracias a la estimación realizada en el procesador anticipado. La regla de adaptación resultante es la siguiente:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\alpha}{\lambda(n)-1} \left(\mathbf{x}(n)y(n)^* - \lambda(n)\mathbf{R}_{nd}^{-1}\mathbf{w}(n) \right) \quad (3.81)$$

donde el coeficiente de adaptación considerado es igual a una constante $\alpha = 0.1$, normalizada por el valor $(\lambda(n)-1)$, siendo éste el autovalor generalizado máximo (3.60) que se corresponde con la potencia de la señal estimada a la salida del array:

$$\lambda(n) = \beta\lambda(n-1) + (1-\beta) |y(n)|^2 \quad (3.82)$$

Esta normalización se deriva del valor máximo para la constante de adaptación μ derivada en (3.76).

Simulación 3.10: Convergencia del CRB de dos etapas.

La convergencia de este algoritmo se evalúa en la Figura 3.18 con un array y escenario iguales a los utilizados en las simulaciones de la sección anterior: array lineal con cuatro sensores equiespaciados la mitad de la longitud de onda a la frecuencia central; señal deseada con modulación de frecuencia MSK centrada a 900 MHz, incidiendo desde un ángulo de elevación igual a 20 grados con 5 dB de relación Eb/No y dos interferencias sinusoidales con 20 dB de relación interferencia a ruido, radiando desde -30 y 40 grados.

Las diferentes curvas representadas con los distintos trazos reflejan los resultados obtenidos con distintas inicializaciones del vector de enfoque $\mathbf{w}(0)$: continuo ($\mathbf{w}(0) = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$), discontinuo ($\mathbf{w}(0) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$), punteado ($\mathbf{w}(0) = [0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$) y a trazo semipunteado los resultados teóricos. En las figuras a) y b), las evoluciones de la SINR y del vector de enfoque completo $\mathbf{R}_{nd}^{-1}\mathbf{w}(n)$, respectivamente, permiten notar la rápida convergencia del algoritmo propuesto, prácticamente independiente de la inicialización considerada. En la figura c) se representan los distintos diagramas de radiación obtenidos con los vectores de enfoque estimados según las distintas inicializaciones. Finalmente, en la figura d) puede observarse la unicidad del diagrama de radiación resultante con el CRB completo, a pesar de las diferentes soluciones encontradas para la segunda etapa.

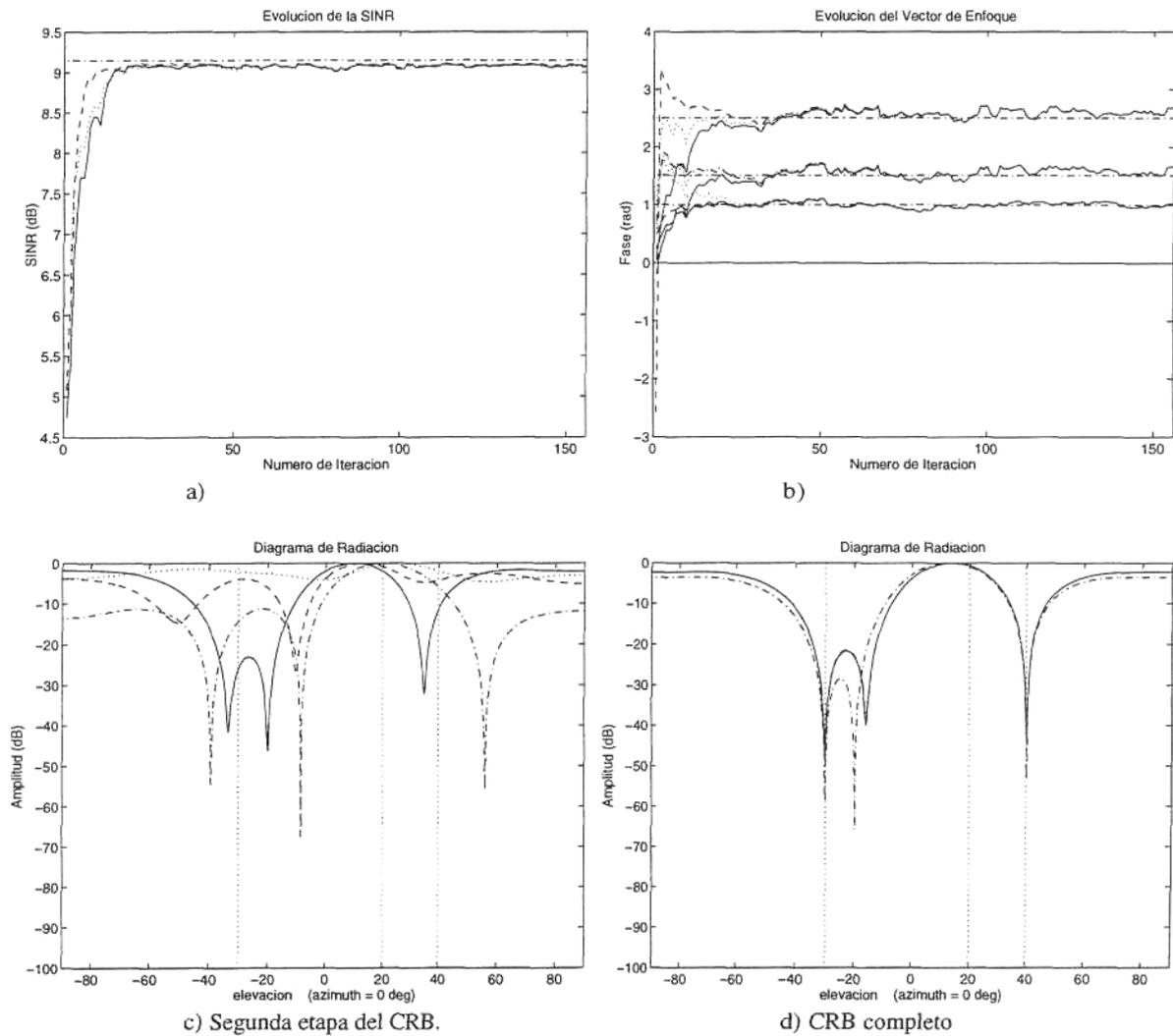


Figura 3.18 Simulación en escenario constituido por una señal deseada MSK (dirección de incidencia igual a 20 grados y relación E_b/N_0 igual a 5 dB) y dos interferencias sinusoidales (direcciones de incidencia igual a -30 y 40 grados, ambas con relación interferente a ruido igual a 20 dB). Trazo continuo: $\mathbf{w}(0) = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$. Trazo discontinuo: $\mathbf{w}(0) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$. Trazo punteado: $\mathbf{w}(0) = [0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$. Trazo semipunteado: valores teóricos.

Los distintos vectores de enfoque obtenidos mediante la maximización de la SINR se deben, como se demostró anteriormente (3.78), a la consideración de niveles de señal interferente muy superiores al nivel de ruido; así como a la consideración de un número reducido de muestras utilizadas en la estimación y de elementos del array. Sin embargo, si las potencias interferentes son comparables a la potencia del ruido la solución obtenida para la segunda etapa del conformador de haz es única, salvo constantes (3.71), e igual al vector de dirección de incidencia de la señal deseada \mathbf{s}_d . En las siguientes gráficas se han representado, con diferentes trazos, los diagramas de radiación obtenidos con los vectores de enfoque estimados en simulaciones con distintas relaciones interferente a ruido: continuo (20 dB), punteado (10 dB), discontinuo (5 dB), trazo grueso (2 dB) y a trazo semipunteado el diagrama de radiación obtenido con el valor exacto de \mathbf{s}_d . En la figura a) se consideró una inicialización para el vector de pesos igual a $\mathbf{w}(0) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, mientras que en la b) fue $\mathbf{w}(0) = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$.

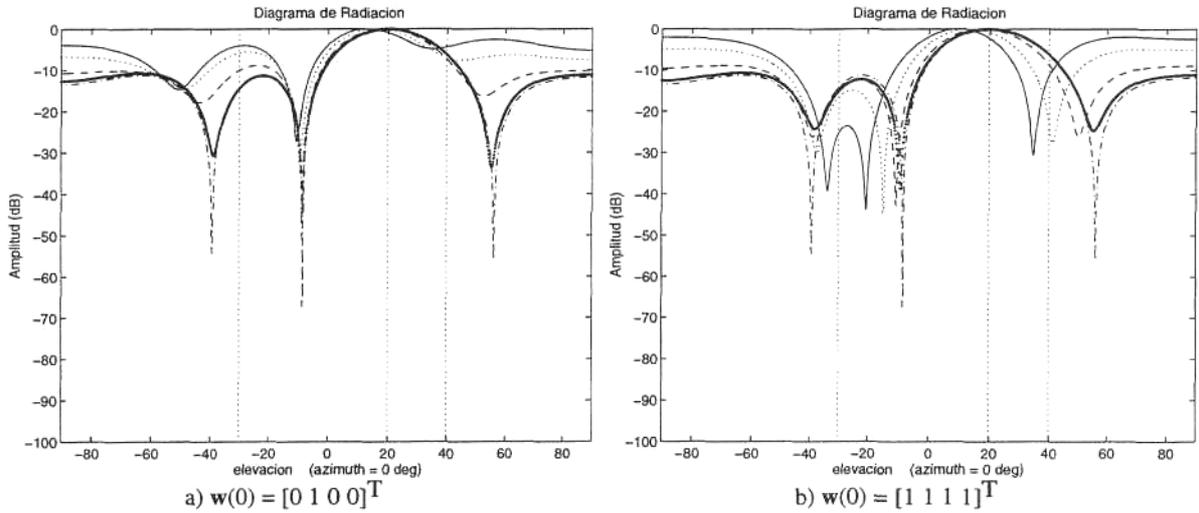


Figura 3.19 Simulación en escenario constituido por una señal deseada MSK (dirección de incidencia igual a 20 grados y relación E_b/N_0 igual a 5 dB) y dos interferencias sinusoidales (direcciones de incidencia igual a -30 y 40 grados, ambas con la misma relación interferente a ruido (INR)). Trazo continuo: INR = 20 dB. Trazo punteado: INR: 10 dB. Trazo discontinuo: INR = 5 dB. Trazo grueso: INR = 2 dB. Trazo semipunteado: valores teóricos.

□

La matriz de covarianza de ruido más interferencias ha sido utilizada por otros autores en la conformación de haz. En primer lugar, en [Viberg-89] se planteó el problema de la estimación de la señal deseada, considerada ésta inactiva en determinados instantes de tiempo, en los cuales se obtiene la matriz de covarianza debida, exclusivamente, a la contribución del ruido y de las señales interferentes. A partir del método de máxima verosimilitud (ML) se deriva un método basado en la estimación de los subespacios de señal y de ruido. El vector de enfoque resultante es el autovector correspondiente al autovalor máximo del producto de una matriz de proyección ortogonal al espacio interferente por la matriz de covarianza de señal recibida en el array cuando está presente la señal deseada. La matriz de proyección ortogonal al espacio constituido por las señales interferentes se obtiene de la descomposición en autovalores de la matriz de ruido más interferencias, suponiendo conocido el número de señales interferentes. Con el fin de evitar la doble descomposición en autovalores requerida en la referencia anterior, recientemente, en [Souloumiac-95], se propone la obtención del vector de enfoque óptimo a partir de la estimación del autovector generalizado correspondiente al autovalor generalizado máximo del par compuesto por dos matrices de covarianza estimadas en intervalos diferentes, siendo la potencia de la señal deseada distinta de un intervalo a otro.

La aplicación de este método a la estimación del CRB para la recepción de señales FH consistiría en la estimación del autovector generalizado correspondiente al autovalor generalizado máximo del par $(\mathbf{R}_{ol}, \mathbf{R}_{nd})$, siendo \mathbf{R}_{ol} la matriz de covarianza de señal a la salida del "Dehopping" directo y \mathbf{R}_{nd} la matriz de covarianza de ruido más interferencias estimada en el procesador anticipado. El autovector resultante es el vector de enfoque

óptimo del conformador de haz de una única etapa $\mathbf{R}_{nd}^{-1}\mathbf{s}_d$ y el autovalor generalizado máximo coincide con $\lambda_{\max} = \text{SINR}_d + 1$.

Seguidamente, se evalúa la velocidad de convergencia de la estimación de esta descomposición generalizada en autovalores con el algoritmo de gradiente propuesto, cuya regla de adaptación será:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu(\mathbf{R}_{o1} - \lambda_{\max}\mathbf{R}_{nd})\mathbf{w}(n) \quad (3.83)$$

Seguendo el mismo desarrollo de las ecuaciones (3.64)-(3.72), el tiempo mínimo requerido para la convergencia del vector de enfoque a su valor óptimo viene determinado por la dispersión de autovalores de la matriz \mathbf{N} , la cual, a partir de la ecuación (3.43), puede escribirse como:

$$\mathbf{N} = \lambda_{\max}\mathbf{R}_{nd} - \mathbf{R}_{o1} = (\lambda_{\max}-1)\mathbf{R}_{nd} - \sigma_d^2\mathbf{s}_d\mathbf{s}_d^H \quad (3.84)$$

La ecuación que permite la obtención de los autovalores de la matriz \mathbf{N} es la siguiente:

$$\frac{1}{\sigma_d^2} = \sum_{q=1}^Q \frac{-|r_q|^2}{\gamma - (\lambda_{\max}-1)\zeta_q} \quad (3.85)$$

donde ζ_q son los autovalores de la matriz de covarianza de ruido más interferencias y r_q son las componentes del vector $\mathbf{r} = \mathbf{V}^H\mathbf{s}_d$, siendo las columnas de la matriz \mathbf{V} los autovectores de \mathbf{R}_{nd} .

A partir de la ecuación anterior se deriva que la dispersión de autovalores máxima de la matriz \mathbf{N} que define la convergencia del algoritmo es igual a la dispersión de autovalores de la matriz de covarianza de ruido más interferencias:

$$\chi(\mathbf{N})_{\max} = \chi(\mathbf{R}_{nd}) \quad (3.86)$$

Esta dispersión es igual a la obtenida para la matriz \mathbf{M} (3.77), ya que la dispersión de autovalores de una matriz y la de su inversa coinciden. En consecuencia, las velocidades de convergencia para la estimación del autovector generalizado principal de los pares $(\mathbf{R}_x, \mathbf{R}_{nd}^{-1})$ y $(\mathbf{R}_{o1}, \mathbf{R}_{nd})$ son teóricamente idénticas. Sin embargo, para niveles elevados de potencia de las señales interferentes esta dispersión puede incrementarse considerablemente, reduciéndose así la velocidad de convergencia de este método frente a la del método propuesto en esta tesis, que en esta situación depende de la dispersión unitaria definida en (3.80).

Simulación 3.11: Dispersión de autovalores de la matriz \mathbf{N} para el análisis de la convergencia del conformador de haz propuesto en [Souloumiac-95].

En la siguiente figura se representa gráficamente la ecuación (3.85) para los dos casos considerados anteriormente en la Simulación 3.9; es decir, para un escenario constituido por una señal deseada con relación E_b/N_0 igual a 3 dB y dos señales interferentes de -2 y 0 dB en la figura a) y 20 dB en la figura b). Los valores de γ en que la función presenta discontinuidades coinciden con el producto de los autovalores de la matriz de covarianza de ruido más interferencias ζ_q por el valor $(\lambda_{\max}-1)$, mientras que los puntos de intersección con la recta a trazo discontinuo $(1/\sigma_d^2)$, representados con 'x', indican los autovalores de la matriz \mathbf{N} . En estas figuras puede observarse el gran incremento en la dispersión de autovalores con el aumento de la potencia de las interferencias.

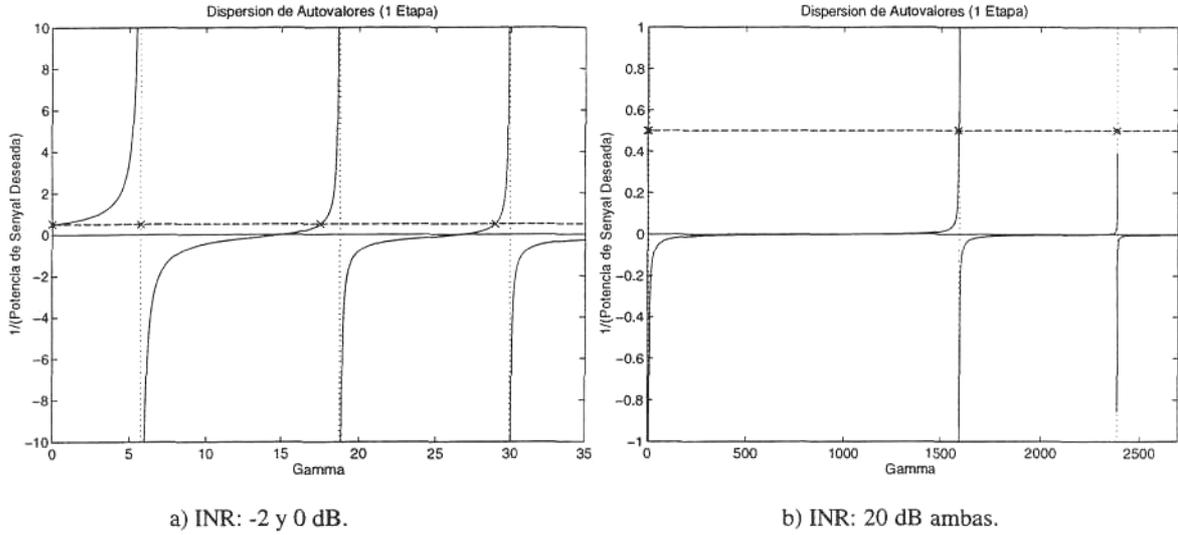


Figura 3.20 Representación gráfica de la ecuación (3.85) que muestra los autovalores de la matriz \mathbf{N} ('x') a partir del producto de los autovalores de la matriz de covarianza de ruido más interferencias por $(\lambda_{\max}-1)$ (puntos de discontinuidad) y del nivel de potencia de la señal deseada igual a 3 dB de relación señal a ruido ($1/\sigma_d^2$ a trazo discontinuo).

□

Además de la lenta convergencia de este método, la supresión del preprocesado de la señal recibida en el array con la inversa de la matriz de ruido más interferencias producirá una caída de la SHSTR al inicio de cada uno de los saltos, tanto más brusca cuanto mayor sea la potencia de las señales interferentes, que redundará en un aumento de la probabilidad de error de bit.

Simulación 3.12: Comparación de las convergencias del CRB de dos etapas y del conformador de haz propuesto en [Souloumiac-95].

En esta simulación se compara el comportamiento del CRB de una única etapa propuesto en [Souloumiac-95] con el de dos etapas presentado en esta tesis. El algoritmo de gradiente formulado en la ecuación (3.83) para la estimación del vector de enfoque del CRB de una etapa ha sido modificado, debido al elevado tiempo requerido para la convergencia en el caso de señales interferentes de elevada potencia (3.86). Esta modificación se basa en la conversión del problema de la descomposición en autovalores generalizados del par $(\mathbf{R}_{o1}, \mathbf{R}_{nd})$ en el problema de la descomposición en autovalores de la matriz $\mathbf{R}_{nd}^{-1}\mathbf{R}_{o1}$. La carga computacional de la nueva regla de adaptación es mayor, ya que aparece un producto de matrices, siendo además necesaria la estimación de la matriz de covarianza \mathbf{R}_{o1} :

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\alpha}{\lambda(n)} (\mathbf{R}_{nd}^{-1}\mathbf{R}_{o1}(n) - \lambda(n)\mathbf{I})\mathbf{w}(n) \quad (3.87)$$

donde \mathbf{I} es la matriz identidad de dimensión igual al número de sensores del array y $\lambda(n)$ y $\mathbf{R}_{o1}(n)$ se estiman como sigue:

$$\lambda(n) = \mathbf{w}(n)^H \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{R}_{o1}(n) \mathbf{w}(n) \quad (3.88)$$

$$\mathbf{R}_{01}(n) = \beta \mathbf{R}_{01}(n-1) + (1-\beta) \mathbf{x}_{01}(n) \mathbf{x}_{01}^H(n) \tag{3.89}$$

En la Figura 3.21, los distintos trazos utilizados en la representación de la evolución de la SINR, figura a), y del diagrama de radiación resultante, figura b), se corresponden con distintas constantes de adaptación utilizadas para el CRB de una etapa según el algoritmo adaptativo descrito en (3.87)-(3.89): discontinuo ($\alpha = 0.1$), punteado grueso ($\alpha = 0.5$) y punteado ($\alpha = 1$); mientras que a trazo continuo se representan los resultados obtenidos con el CRB de dos etapas ($\alpha = 0.1$) aplicando el algoritmo de gradiente instantáneo (3.81)-(3.82). A fin de poder visualizar con claridad las distintas velocidades de convergencia, la SINR se ha representado únicamente para las 60 primeras iteraciones de un salto.

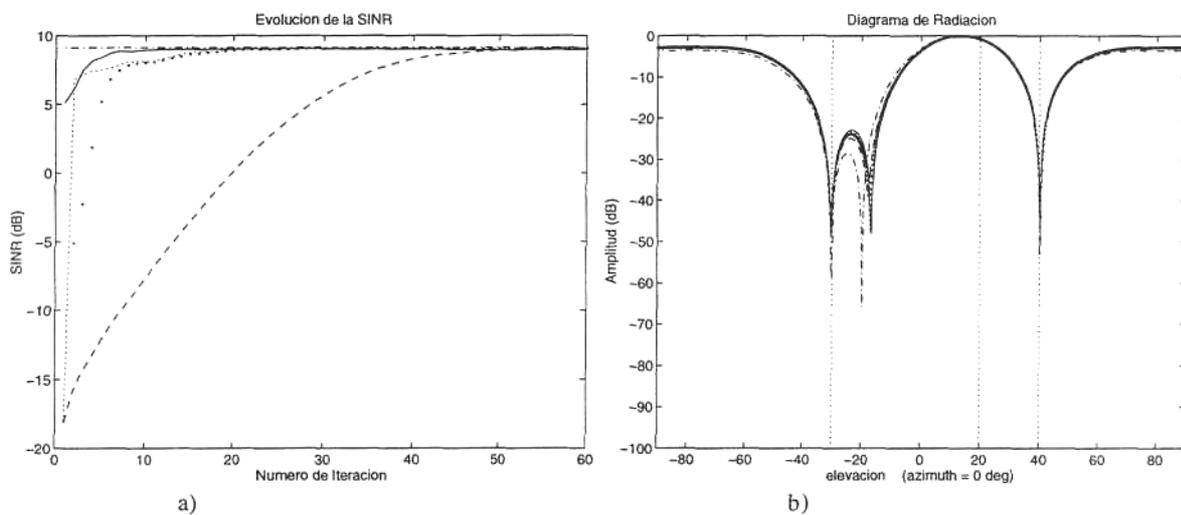


Figura 3.21 Simulación en escenario constituido por una señal deseada MSK (dirección de incidencia igual a 20 grados y relación E_b/N_0 igual a 5 dB) y dos interferencias sinusoidales (direcciones de incidencia igual a -30 y 40 grados, ambas con relación interferente a ruido igual a 20 dB). Trazo continuo: CRB de dos etapas ($\alpha = 0.1$). Trazo discontinuo: CRB de una etapa ($\alpha = 0.1$). Trazo punteado grueso: CRB de una etapa ($\alpha = 0.5$). Trazo punteado: CRB de una etapa ($\alpha = 1$). Trazo semipunteado: valores teóricos.

□

Otro método para la obtención de un conformador de haz basado en la estimación de dos matrices de covarianza diferentes es el propuesto en [Suard-93]. En esta referencia, se considera un array de antenas aplicado a un sistema de comunicaciones móviles celulares con multiplexado por división en código por modulación síncrona de secuencia directa (DS-CDMA). Las dos matrices de covarianza utilizadas se obtienen antes y después de correlar el vector de señal recibido con el código utilizado en el ensanchamiento del espectro de la señal deseada. Se supone que los términos debidos a ruido e interferencias de ambas matrices son idénticos, mientras que el nivel de potencia de la señal deseada es modificado por la ganancia de proceso (factor de ensanchamiento). Por consiguiente, la matriz diferencia entre estas dos matrices depende exclusivamente de la señal deseada, siendo el autovector principal igual al vector de dirección de la señal deseada. La matriz de covarianza de ruido más

interferencias se obtiene también como combinación de ambas matrices, pudiéndose implementar, entonces, el vector de enfoque óptimo.

Extendiendo este método al presente trabajo, se observa que una de las dos matrices estimadas es, directamente, la matriz de covarianza de ruido más interferencias; así, la única estimación necesaria es la del vector de dirección de incidencia de la señal deseada igual al autovector correspondiente al autovalor máximo de la matriz diferencia $\mathbf{R}_{o1}-\mathbf{R}_{nd}$, siendo la regla de adaptación del algoritmo de gradiente:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu[(\mathbf{R}_{o1}-\mathbf{R}_{nd}) - \lambda_{\max}\mathbf{I}]\mathbf{w}(n) \quad (3.90)$$

La velocidad de convergencia viene ahora definida por la dispersión de los autovalores de la matriz \mathbf{T} , definida, a partir de la ecuación (3.8) como:

$$\mathbf{T} = \lambda_{\max}\mathbf{I} - (\mathbf{R}_{o1}-\mathbf{R}_{nd}) = \lambda_{\max}\mathbf{I} - \sigma_d^2\mathbf{s}_d\mathbf{s}_d^H \quad (3.91)$$

Independientemente del nivel de las señales interferentes, la matriz \mathbf{T} presenta un autovalor nulo correspondiente al vector de enfoque óptimo y un autovalor de multiplicidad $(Q-1)$ igual a λ_{\max} , definidos ambos por las soluciones de la siguiente ecuación

$$\frac{1}{\sigma_d^2} = \sum_{q=1}^Q \frac{-|s_q|^2}{\omega - \lambda_{\max}} \quad (3.92)$$

Por consiguiente, la dispersión máxima de autovalores que define la convergencia de la estimación del vector de enfoque según este método es igual a la unidad:

$$\chi(\mathbf{N})_{\max} = \chi(\mathbf{I}) = 1 \quad (3.93)$$

Según este análisis, la velocidad de convergencia de la estimación adaptativa del autovector correspondiente al autovalor máximo de la matriz diferencia $\mathbf{R}_{o1}-\mathbf{R}_{nd}$ será mayor o igual a la del método propuesto en esta tesis. Sin embargo, la regla de adaptación (3.90) presenta problemas de inestabilidad que se deben al carácter definido negativo que puede tomar la estimación de la matriz diferencia, ya que mientras que \mathbf{R}_{nd} es estimada en el procesador anticipado durante el salto anterior, $\mathbf{R}_{o1}(n)$ debe ser estimada en cada iteración.

Simulación 3.13: Dispersión de autovalores de la matriz \mathbf{T} para el análisis de la convergencia del conformador de haz propuesto en [Suard-93]

En la siguiente figura se representa gráficamente la ecuación (3.92) para los dos casos considerados anteriormente en las Simulaciones 3.9 y 3.11. Un único punto de intersección con la recta a trazo discontinuo $(1/\sigma_d^2)$, representado con 'x', indica el autovalor nulo de la matriz \mathbf{T} , el resto de los autovalores coinciden con el autovalor máximo λ_{\max} (punto de discontinuidad) por corresponderse al autovalor múltiple de la matriz \mathbf{I} , independientemente de la potencia de las señales interferentes.

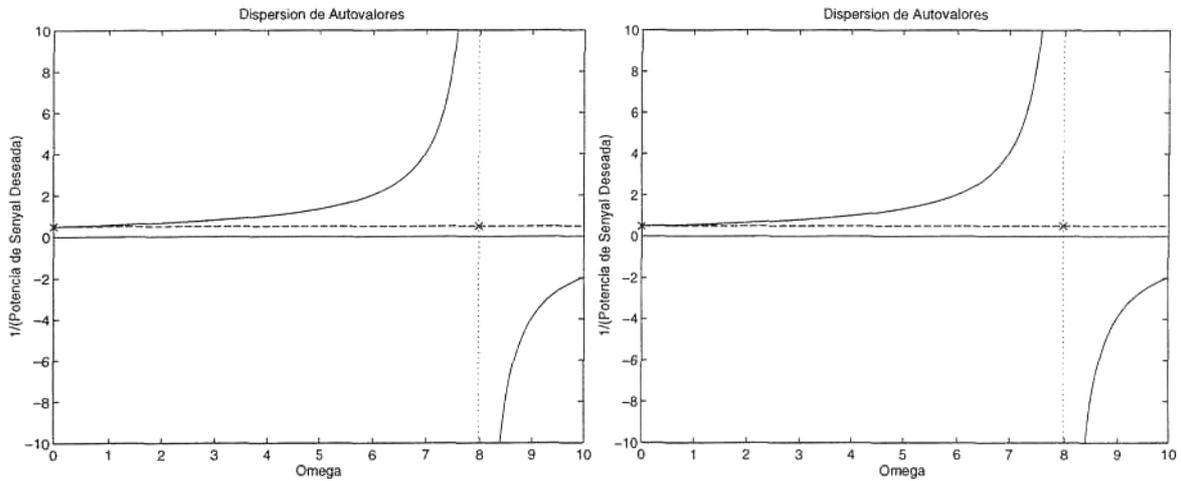


Figura 3.22 Representación gráfica de la ecuación (3.92) que muestra los autovalores de la matriz \mathbf{T} ('x') a partir del autovalor λ_{\max} (punto de discontinuidad) y del nivel de potencia de la señal deseada igual a 3 dB de relación señal a ruido ($1/\sigma_d^2$ a trazo discontinuo).

□

Simulación 3.14: Convergencia del conformador de haz propuesto en [Suard-93].

En esta simulación se evalúa la velocidad de convergencia y estabilidad del conformador de haz propuesto en [Suard-93] mediante el algoritmo de gradiente:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\alpha}{\lambda(n)} [(\mathbf{R}_{oI}(n) - \mathbf{R}_{nd}) - \lambda(n)\mathbf{I}] \mathbf{w}(n) \tag{3.94}$$

$$\lambda(n) = \mathbf{w}(n)^H (\mathbf{R}_{oI}(n) - \mathbf{R}_{nd}) \mathbf{w}(n) \tag{3.95}$$

En la Figura 3.23 se muestran las evoluciones de la SINR (figura a) y los diagramas de radiación (figura b) obtenidos con este algoritmo para distintas inicializaciones del autovector: trazo continuo ($\mathbf{w}(0) = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$), trazo discontinuo ($\mathbf{w}(0) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$), trazo punteado ($\mathbf{w}(0) = [0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$) y a trazo semipunteado los resultados teóricos. Las potencias de las señales deseada e interferentes y sus direcciones de incidencia fueron igual a las consideradas en la Simulación 3.10. Puede observarse que el algoritmo presenta una fuerte inestabilidad al principio del salto, la cual depende además de la inicialización considerada. En consecuencia, la velocidad de convergencia a la solución de MSINR resulta considerablemente lenta.

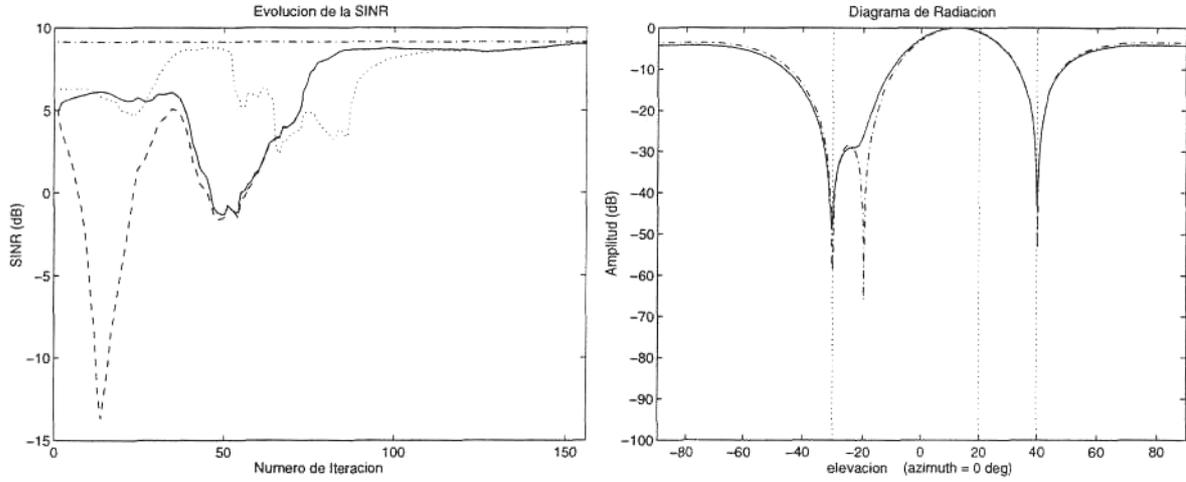


Figura 3.23 Simulación en escenario constituido por una señal deseada MSK (dirección de incidencia igual a 20 grados y relación E_b/N_0 igual a 5 dB) y dos interferencias sinusoidales (direcciones de incidencia igual a -30 y 40 grados, ambas con la misma relación interferente a ruido) con CRB a partir de la diferencia de matrices $\mathbf{R}_{ol} - \mathbf{R}_{nd}$. Trazo continuo: $\mathbf{w}(0) = [1 \ 1 \ 1]^T$. Trazo discontinuo: $\mathbf{w}(0) = [1 \ 0 \ 0]^T$. Trazo punteado: $\mathbf{w}(0) = [0 \ 1 \ 0]^T$. Trazo semipunteado: valores teóricos.

□

Además del problema de inestabilidad que presenta la estimación del vector de dirección de la señal deseada \mathbf{s}_d a partir de la matriz diferencia $\mathbf{R}_{ol} - \mathbf{R}_{nd}$, este método es más sensible a posibles errores en la estimación de la matriz de covarianza de ruido más interferencias que los métodos de descomposición generalizada presentados anteriormente. En la siguiente sección se analizará como afectan estos errores, debidos a desajustes entre el procesador anticipado y el procesador directo, a la estimación del CRB propuesto en esta tesis. De momento, se considera el caso más simple en el que la matriz estimada en el procesador anticipado sea proporcional pero no exactamente igual a la real $\mathbf{R}_{ant} = k\mathbf{R}_{nd}$.

En este caso, la matriz de covarianza de la señal preprocesada por la matriz \mathbf{R}_{ant}^{-1} es igual a:

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{R}_{ant}^{-1} \mathbf{R}_{ol} \mathbf{R}_{ant}^{-1} = k^{-2} \left(\sigma_d^2 \mathbf{R}_{nd}^{-1} \mathbf{s}_d \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{nd}^{-1} + \mathbf{R}_{nd}^{-1} \right) \quad (3.96)$$

En consecuencia el auto vector generalizado del par $(\mathbf{R}_x, \mathbf{R}_{ant}^{-1})$ correspondiente al auto valor generalizado máximo sigue siendo el vector de dirección de incidencia de la señal deseada:

$$\mathbf{R}_x \mathbf{s}_d = k^{-1} (1 + \text{SINR}_d) \mathbf{R}_{ant}^{-1} \mathbf{s}_d \quad (3.97)$$

Sin embargo, este vector de "steering" \mathbf{s}_d no es un autovector de la diferencia de matrices $\mathbf{R}_{ol} - \mathbf{R}_{ant}$:

$$\mathbf{R}_{ol} - \mathbf{R}_{ant} = \sigma_d^2 \mathbf{s}_d \mathbf{s}_d^H + (1-k) \mathbf{R}_{nd}^{-1} \quad (3.98)$$

Simulación 3.15: Comparación de los comportamientos del CRB de dos etapas y del conformador de haz propuesto en [Suard-93] frente a un error en la estimación del procesador anticipado $\mathbf{R}_{ant} = k\mathbf{R}_{nd}$.

En la siguiente figura, se representan los diagramas de radiación obtenidos con la segunda etapa aislada, figura a) y con el conformador de haz completo, figura b). A trazo continuo se muestran los resultados obtenidos con la estimación del autovector generalizado a partir de la señal preprocesada por la matriz \mathbf{R}_{ant}^{-1} y a trazo discontinuo los resultantes de la estimación del autovector correspondiente al autovalor máximo de la diferencia de matrices $\mathbf{R}_{ol} - \mathbf{R}_{ant}$. En ambos casos, los resultados se corresponden a las soluciones teóricas; es decir, las matrices de covarianza de señal y de covarianza de ruido más interferencias han sido formuladas, directamente, a partir de los vectores de dirección de incidencia de las dos señales interferentes \mathbf{s}_1 y \mathbf{s}_2 , así como del de la señal deseada \mathbf{s}_d :

$$\mathbf{R}_{nd} = \sigma_1^2 \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_1^H + \sigma_2^2 \mathbf{s}_2 \mathbf{s}_2^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \tag{3.99}$$

$$\mathbf{R}_{ol} = \sigma_d^2 \mathbf{s}_d \mathbf{s}_d^H + \mathbf{R}_{nd} \tag{3.100}$$

De la observación de la figura 3.21 puede concluirse que el factor de proporcionalidad k considerado en la matriz de covarianza de ruido más interferencias estimada \mathbf{R}_{ant} no afecta al método propuesto en esta tesis, cuyos resultados se superponen totalmente con los óptimos, representados a trazo semipunteado; mientras que, distorsiona considerablemente los diagramas de radiación obtenidos con el método propuesto en [Suard-93].

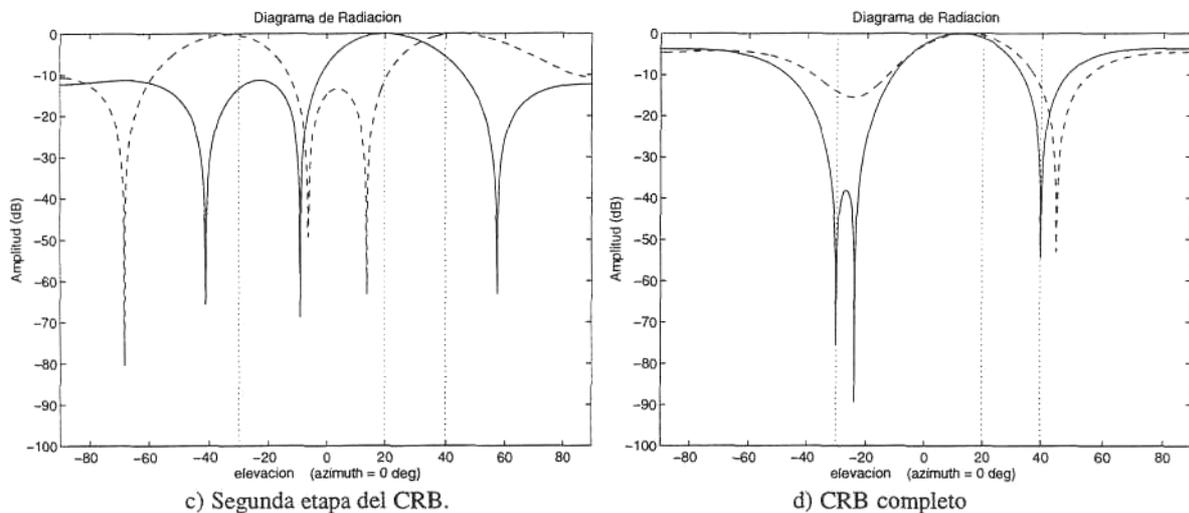


Figura 3.24 Simulación en escenario constituido por una señal deseada MSK (dirección de incidencia igual a 20 grados y relación E_b/N_0 igual a 5 dB) y dos interferencias sinusoidales (direcciones de incidencia igual a -30 y 40 grados, ambas con 20 dB de relación interferente a ruido) con error en la estimación de la matriz \mathbf{R}_{nd} . Trazo discontinuo: CRB a partir de la diferencia de matrices $\mathbf{R}_{ol} - \mathbf{R}_{nd}$. Trazo continuo: CRB de dos etapas. Trazo semipunteado (superpuesto al trazo continuo): valores teóricos.

□

3.3 ASINCRONÍSIMO DEL PROCESADOR ANTICIPADO

A excepción de la última simulación de la sección anterior, hasta ahora, tanto en las demostraciones teóricas como en las simulaciones presentadas, se ha considerado un ajuste perfecto entre los procesadores anticipado y directo, estando éstos totalmente sincronizados con la señal recibida y siendo ambos de igual ganancia. Así, la matriz de covarianza estimada en el procesador anticipado coincidía con la matriz de covarianza de ruido más interferencias presentes en el procesador directo. Un factor de ganancia distinto para ambos procesadores se traduce en una constante multiplicativa que hace diferir la matriz estimada de la real. Este efecto, evaluado al final de la Sección 3.2 no afecta a la estimación del vector de enfoque que constituye la segunda etapa del conformador, resultando máxima, por tanto, la SINR a la salida del array. A continuación, se estudia el comportamiento del conformador de haz CRB de dos etapas ante la falta de sincronismo del procesador anticipado manteniendo el sincronismo del procesador directo. Como se vio en el capítulo anterior, la señal deseada es cancelada en el procesador anticipado tras el "Dehopping" realizado con una portadora de frecuencia igual a la frecuencia intermedia más la frecuencia del salto siguiente (Figura 2.17). Sin embargo, si el sintetizador de frecuencias del procesador anticipado no está perfectamente sincronizado con la señal recibida, presentando un cierto retardo respecto a los saltos frecuenciales de la misma (Figura 3.25), la señal convertida a frecuencia intermedia en este procesador contendrá un residuo de señal deseada, siendo la matriz de covarianza estimada:

$$\mathbf{R}_{ant} = \sigma_{ant}^2 \mathbf{s}_d \mathbf{s}_d^H + \mathbf{R}_{nd} \tag{3.101}$$

donde σ_{ant}^2 indica el valor medio de la potencia de la señal deseada a la salida del "Dehopping" anticipado en el tiempo de observación.

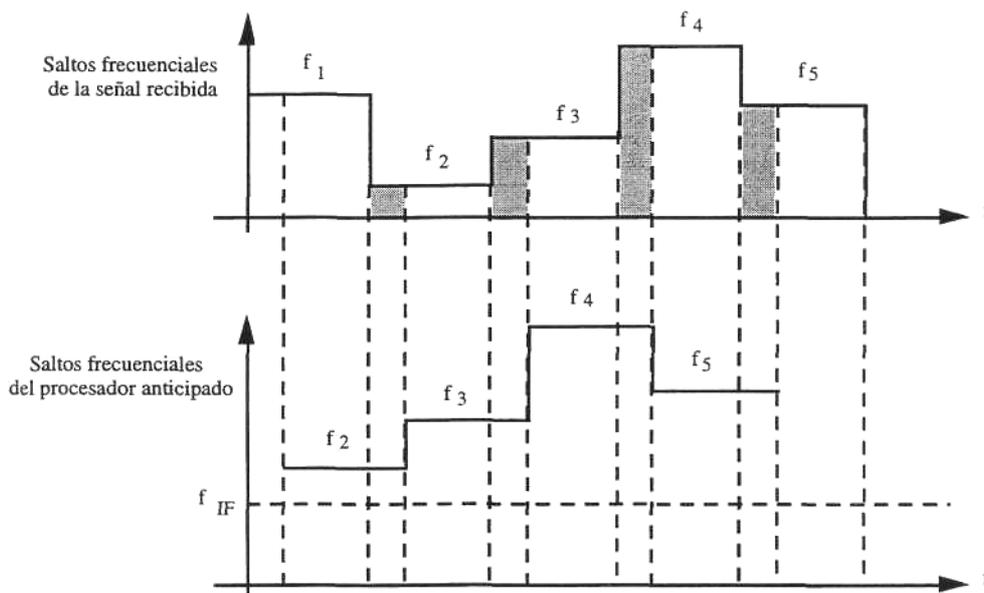


Figura 3.25 Asincronismo del procesador anticipado.

La inversa de esta matriz de covarianza que conformará la primera etapa del CRB, aplicando el lema de la inversa, puede escribirse como:

$$\mathbf{R}_{\text{ant}}^{-1} = \mathbf{R}_{\text{nd}}^{-1} - \frac{\sigma_{\text{ant}}^2 \mathbf{R}_{\text{nd}}^{-1} \mathbf{s}_d \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{\text{nd}}^{-1}}{1 + \sigma_{\text{ant}}^2 \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{\text{nd}}^{-1} \mathbf{s}_d} \quad (3.102)$$

A fin de analizar las consecuencias de esta falta de sincronismo, se procede a evaluar los vectores de enfoque resultantes de la minimización del MSE y de la maximización de la SINR.

3.3.1 Minimización del Error Cuadrático Medio (MMSE)

El vector de enfoque resultante de la minimización del MSE entre la señal a la salida del array $y(t)$ y una señal de referencia $d(t)$, viene definido por la solución de Wiener-Hopf (3.4):

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p} \quad (3.103)$$

donde $\mathbf{R}_x = \mathbf{R}_{\text{ant}}^{-1} \mathbf{R}_{\text{ol}} \mathbf{R}_{\text{ant}}^{-1*}$ es la matriz de covarianza de la señal preprocesada por la primera etapa del CRB y $\mathbf{p} = \rho \mathbf{R}_{\text{ant}}^{-1} \mathbf{s}_d$ es el vector de correlación cruzada entre la señal $\mathbf{x}(t)$ y la referencia $d(t)$, siendo ρ la correlación entre ambas señales.

En consecuencia, el vector de enfoque óptimo resulta igual a:

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \rho \mathbf{R}_{\text{ant}} \mathbf{R}_{\text{ol}}^{-1} \mathbf{s}_d \quad (3.104)$$

Sustituyendo la inversa de la matriz de covarianza de señal a la salida del "Dehopping" directo por su expresión según el lema de la inversa (3.9) y la matriz de covarianza estimada en el procesador anticipado por su valor (3.101), se obtiene que el vector de enfoque que constituirá la segunda etapa del CRB, resultante de la minimización del MSE, es proporcional al vector de dirección de la señal deseada:

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \rho \frac{1 + \sigma_{\text{ant}}^2 \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{\text{nd}}^{-1} \mathbf{s}_d}{1 + \sigma_{\text{d}}^2 \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{\text{nd}}^{-1} \mathbf{s}_d} \mathbf{s}_d \quad (3.105)$$

Por tanto, el CRB completo formado por la concatenación de las dos etapas, a partir de las ecuaciones (3.102) y (3.105), es igual a:

$$\mathbf{w}_{\text{CRB}} = \mathbf{R}_{\text{ant}}^{-1} \mathbf{w}_{\text{opt}} = \rho \frac{1}{1 + \text{SINR}_d} \mathbf{R}_{\text{nd}}^{-1} \mathbf{s}_d \quad (3.106)$$

donde $\text{SINR}_d = \sigma_{\text{d}}^2 \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{\text{nd}}^{-1} \mathbf{s}_d$ es, nuevamente, la relación señal a ruido más interferencias en la dirección de la señal deseada.

Se concluye que, a pesar de la falta de sincronismo del procesador anticipado, el CRB de dos etapas, resultante del preprocesado con la matriz de covarianza inversa estimada y del enfoque realizado con el vector obtenido mediante la aplicación del criterio del MMSE, coincide con el conformador de haz óptimo. No obstante, la velocidad de convergencia del algoritmo de gradiente en la estimación adaptativa de la segunda etapa del CRB disminuye a medida que aumenta la contribución de la potencia de la señal deseada a la salida del procesador anticipado. Este efecto es debido al bloqueo de señal deseada que produce la primera etapa del CRB, tanto mayor cuanto mayor sea el nivel de potencia deseada σ_{ant}^2 en la matriz \mathbf{R}_{ant} . Esta cancelación produce una reducción del autovalor correspondiente al espacio de señal deseada de la matriz de autocorrelación de señal \mathbf{R}_x , que se traduce en una reducción de la velocidad de convergencia. Además, si el nivel de bloqueo es elevado, la extracción de la señal de referencia requerida para la minimización del MSE a partir de la demodulación de los datos recibidos

(Subsección 3.1.1) o, en su defecto, la aplicación del algoritmo de módulo constante (Subsección 3.1.2), puede producir errores que dificulten la estimación del vector de enfoque.

Simulación 3.16: Tolerancia del algoritmo de MMSE al asincronismo del procesador anticipado.

En la Figura 3.26 se muestra la pérdida de SINR experimentada con el CRB estimado respecto a su valor óptimo, promediada a lo largo de un salto determinado, en función del error de sincronismo indicado en número de símbolos; es decir, en función del número de símbolos de señal deseada que se reciben a la salida del procesador anticipado y que, por tanto, contribuyen al incremento del nivel de potencia σ_{ant}^2 . El array y escenario simulados coinciden con los de las simulaciones anteriores, considerando diferentes relaciones E_b/N_0 para la señal deseada. La señal de referencia requerida para la minimización del MSE ha sido extraída de los datos mediante demodulación coherente diferencial. Puede observarse la elevada tolerancia al error de sincronismo que presenta la estimación del CRB para señales de potencia reducida, mientras que, para señales de potencia elevada, la pérdida de SINR es considerablemente mayor para errores de sincronismo menores.

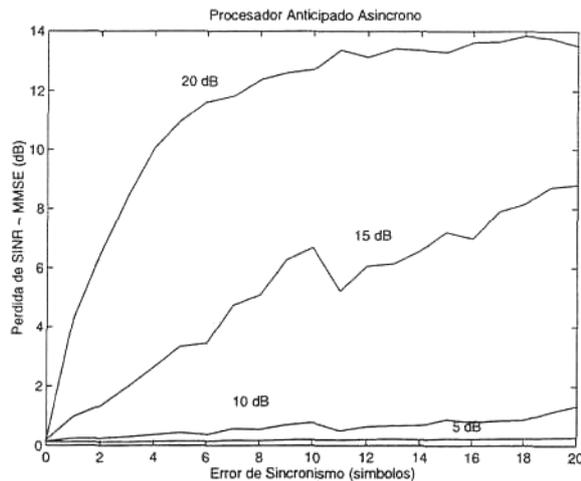


Figura 3.26 Evaluación de la tolerancia del algoritmo adaptativo de minimización del MSE al error de sincronismo del procesador anticipado para diferentes relaciones E_b/N_0 de señal deseada.

□

3.3.2 Maximización de la Relación Señal a Ruido más Interferencias (MSINR)

Como se vio en la sección anterior, el problema de la maximización de la SINR a la salida del array quedaba reducido a la estimación del autovector generalizado correspondiente al autovalor generalizado máximo del par de matrices $(\mathbf{R}_x, \mathbf{R}_{nd}^{-1})$. Si, debido a errores de sincronismo, la matriz de covarianza estimada en el procesador anticipado es \mathbf{R}_{ant} (3.101), la ecuación (3.59) se modifica como sigue:

$$\mathbf{R}_x \mathbf{w} = \lambda \mathbf{R}_{ant}^{-1} \mathbf{w} \tag{3.107}$$

La matriz de covarianza de señal a la salida del "Dehopping" directo \mathbf{R}_{ol} (3.8) puede escribirse, a partir de la matriz \mathbf{R}_{ant} , como:

$$\mathbf{R}_{\text{ol}} = (\sigma_d^2 - \sigma_{\text{ant}}^2) \mathbf{s}_d \mathbf{s}_d^H + \mathbf{R}_{\text{ant}} \quad (3.108)$$

A partir de esta expresión, la matriz de covarianza de la señal preprocesada puede formularse como:

$$\mathbf{R}_x = (\sigma_d^2 - \sigma_{\text{ant}}^2) \mathbf{R}_{\text{ant}}^{-1} \mathbf{s}_d \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{\text{ant}}^{-1} + \mathbf{R}_{\text{ant}}^{-1} \quad (3.109)$$

Multiplicando esta matriz a la derecha por el vector de dirección de la señal deseada, se obtiene:

$$\mathbf{R}_x \mathbf{s}_d = \left((\sigma_d^2 - \sigma_{\text{ant}}^2) \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{\text{ant}}^{-1} \mathbf{s}_d + 1 \right) \mathbf{R}_{\text{ant}}^{-1} \mathbf{s}_d \quad (3.110)$$

En consecuencia, aunque la matriz utilizada para el preprocesado y cálculo del autovector generalizado no coincide con la inversa de la matriz de covarianza de ruido más interferencias, el vector de dirección de la señal deseada \mathbf{s}_d sigue siendo el autovector generalizado correspondiente al autovalor generalizado máximo:

$$\lambda_{\text{max}} = \left((\sigma_d^2 - \sigma_{\text{ant}}^2) \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{\text{ant}}^{-1} \mathbf{s}_d + 1 \right) \quad (3.111)$$

el cual puede escribirse en función de las relaciones señal a ruido más interferencia, en la dirección de la señal deseada, a la salida de los procesadores directo $\text{SINR}_d = \sigma_d^2 \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{\text{nd}}^{-1} \mathbf{s}_d$ y anticipado $\text{SINR}_{\text{ant}} = \sigma_{\text{ant}}^2 \mathbf{s}_d^H \mathbf{R}_{\text{nd}}^{-1} \mathbf{s}_d$:

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{1 + \text{SINR}_d}{1 + \text{SINR}_{\text{ant}}} \quad (3.112)$$

El conformador de haz completo compuesto por las dos etapas es, al igual que en el caso anterior, proporcional a $\mathbf{R}_{\text{nd}}^{-1} \mathbf{s}_d$:

$$\mathbf{w}_{\text{CRB}} = \mathbf{R}_{\text{ant}}^{-1} \mathbf{s}_d = \frac{1}{1 + \text{SINR}_{\text{ant}}} \mathbf{R}_{\text{nd}}^{-1} \mathbf{s}_d \quad (3.113)$$

Por consiguiente, la falta de sincronismo en el procesador anticipado no afecta al cálculo teórico del conformador óptimo. Sin embargo, la velocidad de convergencia de la estimación adaptativa del autovalor generalizado correspondiente al autovalor generalizado máximo del par $(\mathbf{R}_x, \mathbf{R}_{\text{ant}}^{-1})$ disminuye, al igual que sucedía en la minimización del MSE, a medida que aumenta el nivel de potencia de la señal deseada a la salida del procesador anticipado σ_{ant}^2 .

Simulación 3.17: Tolerancia del algoritmo de MSINR al asincronismo del procesador anticipado.

En la Figura 3.27 se representa, nuevamente, la reducción de SINR obtenida en función del error de sincronismo considerado y para diferentes valores de relación E_b/N_0 de la señal deseada. La pérdida de SINR resultante tras la aplicación del criterio de MSINR para potencias de señal deseada elevadas es más progresiva que la obtenida tras la minimización del MSE. La razón es que esta pérdida se debe exclusivamente a un aumento del tiempo requerido para alcanzar la convergencia al valor óptimo, mientras que, en el caso anterior, a la reducción de la velocidad de convergencia se le añadía un error en la extracción de la señal de referencia, la cual no se suponía conocida a priori.

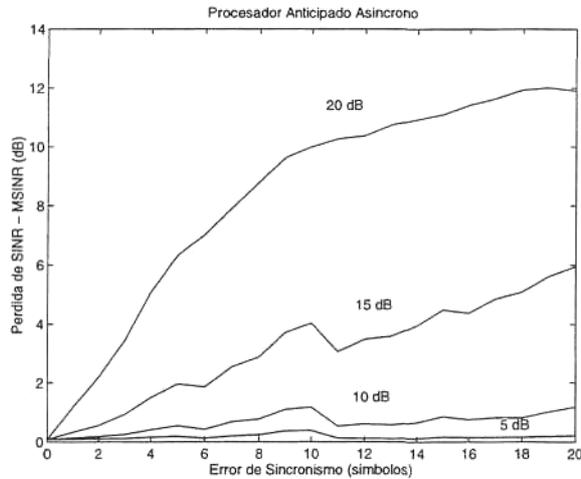


Figura 3.27 Evaluación de la tolerancia del algoritmo adaptativo de maximización de la SINR al error de sincronismo del procesador anticipado para diferentes relaciones E_t/N_0 de señal deseada.

De esta sección se deriva una importante conclusión para el diseño de un conformador de haz en dos etapas: la estimación adaptativa de la segunda etapa del conformador que maximice la SINR a la salida del array es posible a partir de la señal recibida y preprocesada por la primera etapa, aún cuando la señal convertida a frecuencia intermedia en el procesador anticipado contenga un residuo de señal deseada. Es decir, la estimación de la segunda etapa del conformador puede realizarse a partir de la señal recibida y preprocesada por la inversa de una matriz de covarianza de la forma (3.101), donde σ_{ant}^2 es la potencia de la señal deseada distinta al nivel de la señal recibida σ_d^2 , pero que no necesariamente debe ser nula. Esta conclusión será de gran utilidad en la extensión del CRB de dos etapas, descrito en este capítulo para la recepción de señales FH, a un conformador de haz autocalibrado para señales de espectro no ensanchado, presentado en el Capítulo 5, el cual no requerirá conocimiento previo de ninguna referencia temporal ni espacial.

3.4 FOCALIZACION DEL ESTIMADOR DE LA SEGUNDA ETAPA DEL CRB

En las secciones anteriores de este capítulo se ha evaluado el comportamiento de los distintos algoritmos adaptativos disponibles para la aplicación de los criterios de MMSE y de MSENK al CRB de dos etapas, frente a los mismos algoritmos aplicados al conformador de haz clásico de una etapa. Esta evaluación, limitada a la duración de un único salto (156 símbolos), ha permitido concluir que el preprocesado de la primera etapa del CRB permite incrementar la velocidad de convergencia y reducir la caída de la SINR al inicio del salto. En esta sección se procede al análisis de la segunda etapa del CRB durante la consecución de varios saltos frecuenciales. Si en el instante en el que se produce un salto frecuencial el vector de enfoque se reinicializa, independientemente de la convergencia conseguida para la estimación de éste en el salto anterior, el comportamiento del algoritmo adaptativo empleado será semejante para todos los saltos, existiendo una ligera discontinuidad de la SINR al inicio de los mismos. No obstante, es posible mejorar la velocidad de convergencia y disminuir la caída de la

SINR al inicio de cada uno de los saltos frecuenciales, aprovechando la información obtenida en el salto anterior. Se solventa de esta manera uno de los problemas más frecuentes en los sistemas de arrays con FH.

La convergencia de la estimación del vector de enfoque a su valor óptimo para un salto determinado, asegura la estimación del vector de dirección de incidencia de la señal deseada \mathbf{s}_d , según las ecuaciones (3.10) y (3.62). La expresión genérica para este vector de dirección, indicada anteriormente en (2.2), es igual a:

$$\mathbf{s}(\mathbf{k}_{di}) = [g_{1i}\exp(\psi_{1d}), g_{2i}\exp(\psi_{2d}), \dots, g_{Qi}\exp(\psi_{Qd})]^T \quad (3.114)$$

donde g_{qi} es la ganancia que presenta el elemento q -ésimo a la frecuencia i -ésima y $\psi_{qd} = -j\mathbf{k}_{di} \cdot \mathbf{x}_q + \varphi_{qi}$ es la fase que introduce en función de su posición $\mathbf{x}_q = (x_q, y_q, z_q)$ y del vector número de onda de la fuente de señal deseada $\mathbf{k}_{di} = 2\pi f_i/c (\sin\theta_d \cos\phi_d, \sin\theta_d \sin\phi_d, \cos\theta_d)$, el cual depende de la dirección de incidencia y de la frecuencia del salto i -ésimo.

En el caso en que la fase φ_{qi} introducida por cada uno de los sensores sea nula o conocida, es decir, en el caso de un array calibrado en cuanto a los errores de fase de sus elementos se refiere, la fase del vector de "steering" obtenido en un determinado salto será directamente proporcional a la frecuencia del salto en cuestión f_i , módulo 2π . En consecuencia, la focalización o conversión de las fases del vector de dirección estimado al final del presente salto mediante el producto por la relación de frecuencias f_{i+1}/f_i , permite predecir el vector de enfoque óptimo para el salto siguiente. Esta focalización no requiere conocimiento previo acerca de las posiciones de los sensores del array ni de la dirección de incidencia de la señal deseada. Sin embargo, si los sensores presentan errores de calibración en la fase, el factor de focalización se verá afectado por estos errores, de forma que el nuevo vector de "steering" no coincidirá exactamente con el vector de dirección a la frecuencia f_{i+1} . No obstante, aún en este caso resulta conveniente la focalización para obtener el vector de enfoque a utilizar como inicialización del algoritmo adaptativo para el salto siguiente.

Simulación 3.18: Focalización.

Continuando con el array y el escenario considerados hasta el momento, se ha evaluado el comportamiento del algoritmo NCMA para la minimización del MSE y del estimador del autovector generalizado correspondiente al autovalor generalizado máximo, propuesto para la maximización de la SINR, durante la recepción de la señal correspondiente a cuatro saltos frecuenciales. En primer lugar, en la Figura 3.28 se representan los resultados obtenidos considerando que el array no presenta errores de fase y que no existen interferencias radiando a la frecuencia del primer salto. Las figuras a) y b) se corresponden a las evoluciones de la SINR resultantes de la aplicación de los criterios de MMSE y MSINR, respectivamente: a trazo discontinuo, reiniciando el vector de enfoque al principio de cada salto; a trazo continuo, focalizando la estimación del salto anterior y; a trazo semipunteado, se muestran los valores de SINR óptimos para cada salto. Puede observarse como la caída de SINR propia del inicio de cada salto se suprime con la focalización aplicada. En las figuras c) y d) se muestran los diagramas de radiación, correspondientes a los vectores de enfoque constituyentes de la segunda etapa del CRB, estimados en cada uno de los saltos frecuenciales según el criterio utilizado: MMSE o MSINR. Con los trazos indicados anteriormente aparecen representados los diagramas óptimos y los obtenidos con y sin focalización. Puede concluirse que la focalización del vector de dirección de la señal deseada a las distintas frecuencias a partir

del valor estimado en el primer salto, en el cual la convergencia es completa, permite la predicción de los vectores de enfoque necesarios en cada uno de los saltos, siendo nulos los tiempos de convergencia requeridos. En cambio, la reinicialización de la segunda etapa del conformador en los instantes en que se producen los saltos conlleva la necesidad de unos tiempos de convergencia de los vectores de enfoque hacia las distintas proyecciones estudiadas en la Sección 3.1 para el MMSE (3.32) y en la Sección 3.2 para el MSINR (3.78).

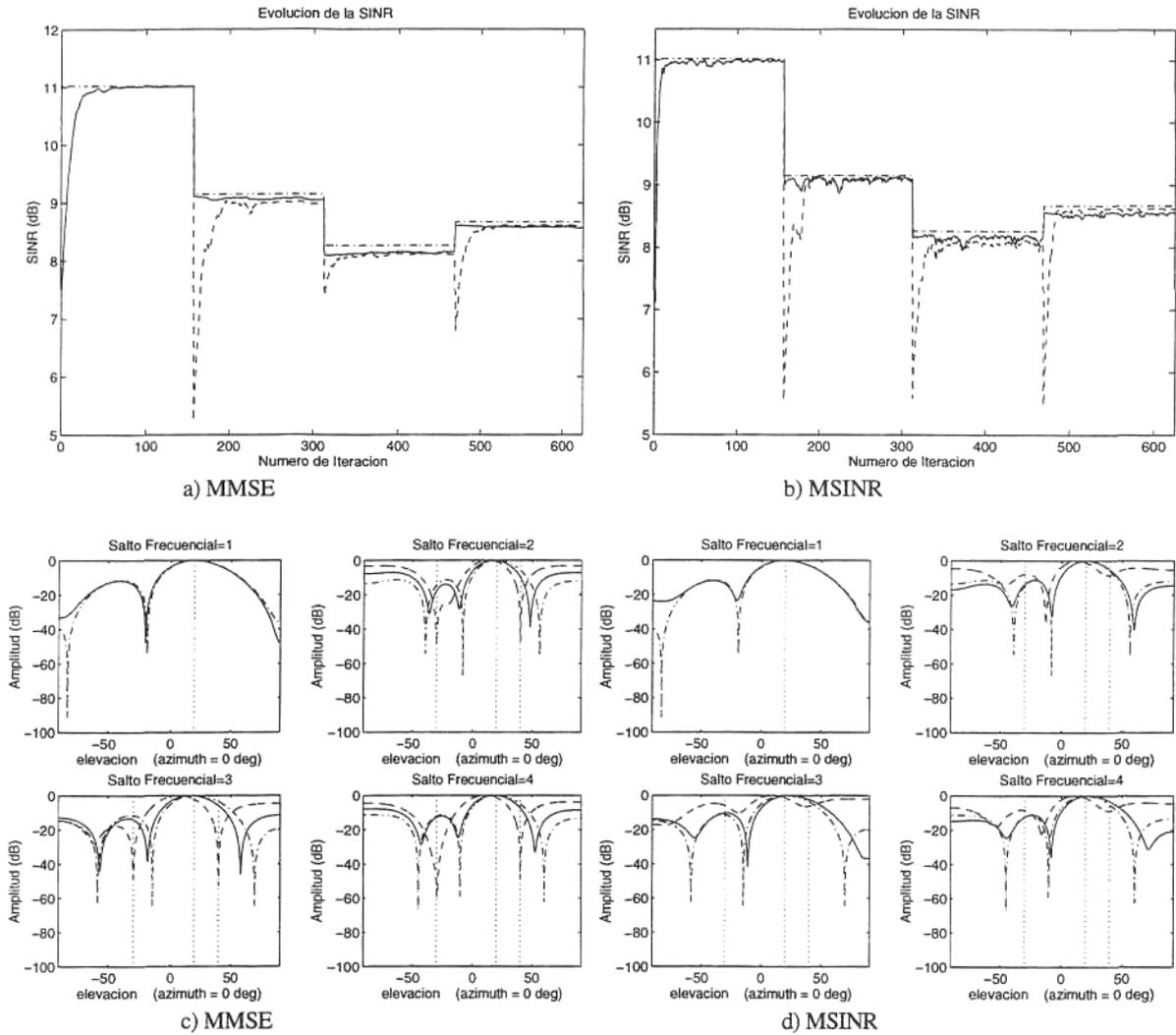


Figura 3.28 Simulación en escenario constituido por una señal deseada MSK (dirección de incidencia igual a 20 grados y relación E_b/N_0 igual a 5 dB) y dos interferencias sinusoidales presentes en cada uno de los saltos, excepto en el primero, (direcciones de incidencia igual a -30 y 40 grados, ambas con relación interferente a ruido igual a 20 dB). Trazo continuo: valores resultantes focalizando el vector de enfoque. Trazo discontinuo: valores resultantes reinicializando el vector de enfoque. Trazo semipunteado: valores teóricos.

□

Simulación 3.19: Focalización con error de calibración.

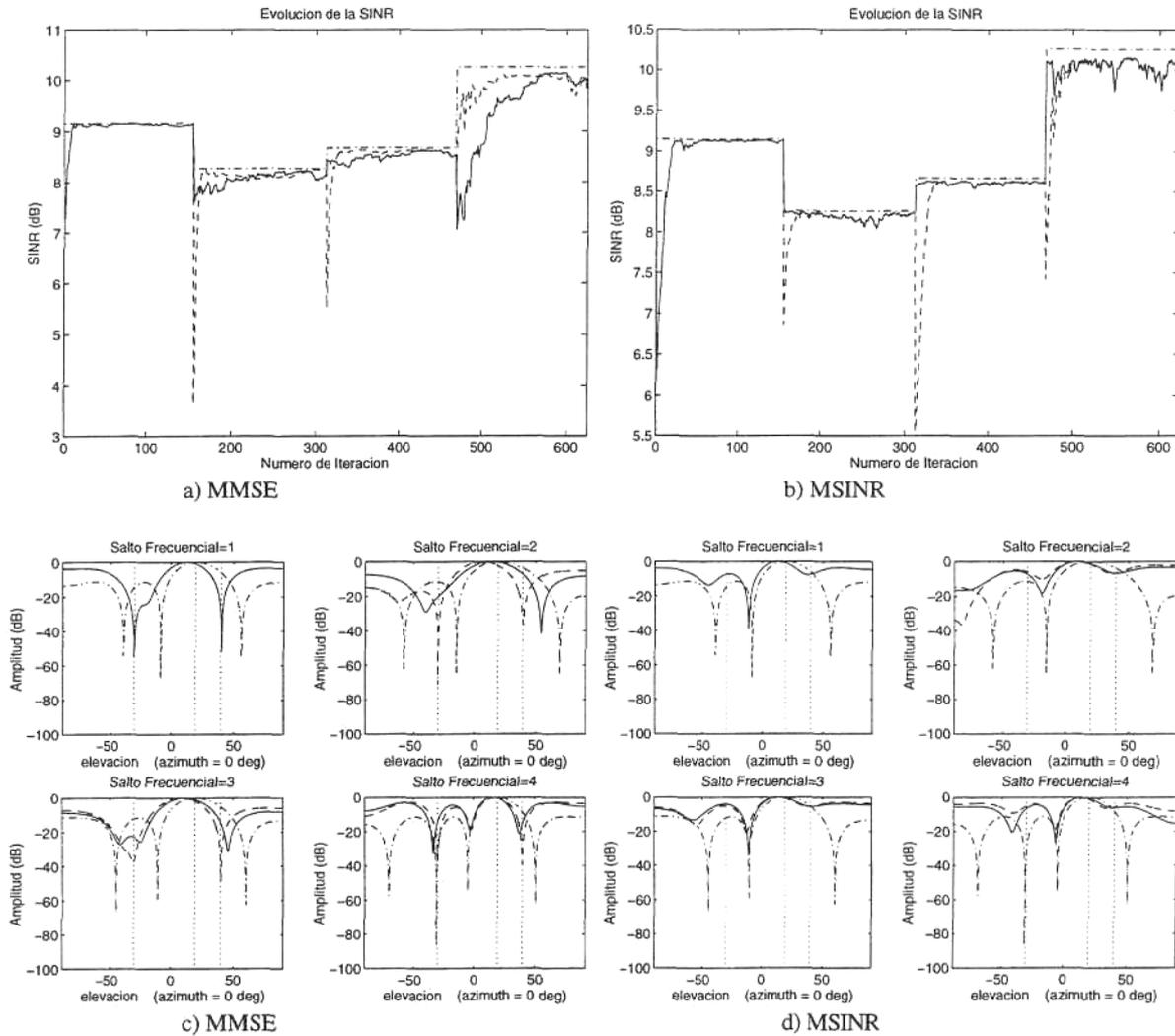


Figura 3.29 Simulación en escenario constituido por una señal deseada MSK (dirección de incidencia igual a 20 grados y relación E_B/N_0 igual a 5 dB) y dos interferencias sinusoidales presentes en cada uno de los saltos (direcciones de incidencia igual a -30 y 40 grados, ambas con relación interferente a ruido igual a 20 dB). Error de calibración en las fases de los sensores del array ($\pi/2, -\pi/5, \pi/3$ y π). Trazo continuo: valores resultantes focalizando el vector de enfoque. Trazo discontinuo: valores resultantes reinicializando el vector de enfoque. Trazo semipunteado: valores teóricos.

En la Figura 3.29 se repite la simulación anterior pero ahora considerando que el array presenta errores de fase: $\pi/2, -\pi/5, \pi/3$ y π , respectivamente para cada uno de los sensores. Los valores de estos errores se han tomado deliberadamente muy superiores a los habituales a fin de evaluar un caso extremadamente desfavorable. Además, en este caso la focalización se inicia a partir de un salto en el cual también estaban presentes las dos señales interferentes con 20 dB de potencia frente al nivel de ruido. Estas consideraciones implican que los vectores estimados al final de cada uno de los saltos no coincide con los vectores de dirección de incidencia de la señal deseada, como puede observarse en las figuras c) y d). No obstante, la focalización de estos vectores resulta

en un decremento de la caída de la SINR al inicio del salto, mostrado en las figuras a) y b). En estos gráficos puede observarse que el comportamiento del algoritmo utilizado para la maximización de la SINR con focalización es más robusto frente a errores en la estimación del "steering" que el algoritmo utilizado para la minimización del MSE.

□

CONCLUSIONES

De los análisis teóricos y simulaciones realizadas en este capítulo se concluye que el CRB de dos etapas, propuesto para la recepción de señales con modulación FH, presenta una elevada velocidad de convergencia en la estimación del vector de enfoque óptimo, superior a la que ofrecen los conformadores de haz clásico de una única etapa. A partir de la señal preprocesada por la primera etapa del conformador de haz, obtenida en el procesador anticipado, se estima adaptativamente la segunda etapa aplicando el criterio de MMSE o de MSINR. En cualquiera de los dos casos, el vector de enfoque estimado converge a la solución óptima en un intervalo de tiempo reducido. En escenarios con señales interferentes de elevada potencia, este vector estimado no coincide con el teórico, igual al vector de dirección de incidencia de la señal deseada; sino que, en el caso de MMSE, resulta igual a la proyección ortogonal de éste al espacio interferente y, en el caso de MSINR, igual a la proyección del vector de inicialización del algoritmo al espacio de señal deseada e interferente. En ambos casos, el CRB de dos etapas resultantes es óptimo, produciendo máxima SINR a la salida del array, sin necesidad de ninguna información previa acerca del array ni del escenario salvo la secuencia de frecuencias utilizada en la modulación FH. No obstante, el criterio de MSINR resulta ventajoso dado que consiste en la estimación directa del autovector generalizado principal del par: matriz de covarianza de señal, preprocesada por la primera etapa, y matriz estimada en el procesador anticipado; mientras que la aplicación del criterio de MMSE requiere la regeneración previa de una señal de referencia mediante modulación y remodulación de la señal recibida. Una alternativa a esta demodulación es la utilización del algoritmo NCMA. Sin embargo, este algoritmo será susceptible a la interferencia de posibles señales de módulo constante de aparición posterior al salto, tal como se verá en el capítulo siguiente.

En la Sección 3.3 se analizó el comportamiento del CRB de dos etapas frente a problemas de sincronismo en el procesador anticipado. Este análisis permite concluir que la estimación del conformador de haz óptimo es posible aún cuando a la salida del "Dehopping" anticipado esté presente la señal deseada, siempre y cuando el nivel de ésta sea inferior al nivel de señal deseada a la salida del "Dehopping" directo. Esta conclusión será de gran importancia en el diseño de un conformador autocalibrado de aplicación general, que se presentará en el Capítulo 5.

Finalmente, en la Sección 3.4 se ha presentado un método de focalización del estimador de la segunda etapa del CRB para la inicialización de los algoritmos adaptativos de estimación, que permite incrementar la velocidad de convergencia de éstos. La aplicación de esta focalización suprime prácticamente las caídas de SINR al inicio de cada uno de los saltos frecuenciales propias de los conformadores de haz para FH.

En el Capítulo 4 se analizará el comportamiento de los sistemas propuestos ante la aparición de "follower jammers". Es evidente que estas señales interferentes, que no están presentes en el escenario antes de que se produzca el salto, no serán canceladas por la primera etapa del conformador de haz. En consecuencia, la segunda etapa ya no coincidirá con el vector de dirección de la señal deseada, debiendo ser modificado de forma que sea capaz de suprimir estas interferencias. En el caso del conformador de MMSE, bajo ciertas restricciones de potencia de las señales interferentes, esta modificación se realizará automáticamente; mientras que el conformador de MSINR debe ser completado de forma que pueda responder a los escenarios con "follower jammers". Este complemento consiste en la implementación de un conformador de haz de mínima varianza MV basado en la minimización de la potencia de salida del array condicionada a respuesta unidad en la dirección deseada, resultando, lógicamente, en un conformador de haz de referencia espacial (SRB). Sin embargo, el conformador propuesto no presenta la sensibilidad a errores de calibración propia de los conformadores de referencia espacial. La razón es que el vector de dirección de la señal deseada \mathbf{s}_d , requerido para la implementación del SRB, es obtenido en cada salto durante el periodo de tiempo en el que aún no han aparecido nuevas interferencias. De esta forma el sistema no precisa del conocimiento de la dirección de la señal deseada ni de las posiciones, fases, ganancias y factores de acoplamiento de los sensores del array.