

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE COMUNICACIONES



TESIS DOCTORAL

**Contribución a los métodos de optimización basados
en procesos naturales y su aplicación a la medida de
antenas en campo próximo**

Jesús Ramón Pérez López

Santander, Octubre de 2005

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE COMUNICACIONES



TESIS DOCTORAL

**Contribución a los métodos de optimización basados
en procesos naturales y su aplicación a la medida de
antenas en campo próximo**

Autor: Jesús Ramón Pérez López

Director: José Basterrechea Verdeja

**Tesis Doctoral presentada en la Universidad de Cantabria para la
obtención del título de Doctor por la Universidad de Cantabria**

Santander, Octubre de 2005

Capítulo 3

Optimización local y global. Método simplex y recocido simulado

3.1 Introducción

Existe una bibliografía muy extensa que versa sobre los diferentes algoritmos de optimización convencionales existentes para afrontar la optimización de funciones. Sin embargo, los métodos convencionales de optimización, entre los cuales destacan aquellos basados en gradiente, se dirigen hacia la solución más próxima siguiendo la dirección en la que el gradiente disminuye o aumenta, según la forma de abordar el problema (minimización o maximización), y sin capacidad para discernir entre solución local y global. Como alternativa, durante las dos últimas décadas nuevos métodos heurísticos, entre los cuales destacan el recocido simulado (RS), los algoritmos genéticos (GA) y más recientemente la optimización con enjambre de partículas (PSO), han alcanzado una gran popularidad entre la comunidad electromagnética por su gran flexibilidad y capacidad para acometer la resolución de problemas complejos de naturaleza muy diversa. Los dos últimos serán objeto de estudio detallado en los siguientes capítulos. En este capítulo se pretende realizar una primera toma de contacto con la aplicación objeto de la tesis, analizando el comportamiento de dos métodos de optimización: uno de naturaleza local y otro global estocástico.

Como alternativa a los métodos de optimización local que requieren el cálculo de derivadas, los así denominados métodos directos requieren únicamente realizar evaluaciones de la función de fitness. Entre éstos, destaca el método propuesto por

Nelder y Mead en [1], de concepción puramente geométrica. Dependiendo de la naturaleza del problema, este método puede ser capaz de llegar a encontrar una solución óptima en un espacio con múltiples soluciones locales. Frente a los métodos basados en gradiente, mucho más complicados y dependientes del punto de arranque, el método basado en *simplex* ofrece una visión mucho más intuitiva del problema y de la optimización en sí.

Por otra parte, el recocido simulado, más conocido en la literatura como *Simulated Annealing* (SA), es un método de optimización global de naturaleza estocástica que imita el proceso natural del recocido de un sólido en busca del estado de mínima energía correspondiente al equilibrio térmico. En metalurgia por ejemplo, la clave reside en enfriar lentamente el sólido previamente fundido para que a cada temperatura se llegue al equilibrio y se recoloquen todos los átomos en los diferentes niveles de energía. Si el enfriamiento se hace correctamente, al final se llega al denominado estado fundamental, en el que las partículas forman retículas perfectas (cristal) y el sistema está en su nivel energético más bajo. En el caso contrario, si se enfría rápidamente, la sustancia resultante puede formar una estructura cristalina con múltiples defectos, con estructuras óptimas restringidas a zonas locales muy concretas. Trasladados estos principios al ámbito de la optimización, Kirkpatrick y otros [2] proponen un método que básicamente conjuga una búsqueda aleatoria que permite los movimientos en cualquier dirección durante las etapas iniciales, con una especie de descenso por gradiente en las últimas iteraciones, cuando la temperatura ya es muy baja y se acerca al valor nulo.

En los siguientes apartados se muestran los principios de ambos métodos de optimización local y global, *simplex* y RS respectivamente, así como un conjunto de resultados representativos obtenidos en aplicaciones de transformación de campo cercano a campo lejano, que dejan entrever el potencial y las limitaciones de cada algoritmo. Debe precisarse que se hace un estudio muy liviano, con el mero objetivo de introducir ambos algoritmos investigados, dado que el núcleo central de este trabajo gira entorno a otros métodos heurísticos como son los GA y el PSO, objeto de estudio pormenorizado en capítulos sucesivos.

3.2 Optimizador local basado en *simplex*

El método de optimización propuesto por Nelder y Mead utiliza un *simplex* para realizar la búsqueda. Básicamente, el *simplex* se define como un objeto geométrico formado por $N+1$ puntos o vértices en el espacio de búsqueda N -dimensional. Así por ejemplo, en el caso de dos dimensiones el *simplex* se identifica con un triángulo y en tres dimensiones será un tetraedro. Tal y como ya se anticipó

con anterioridad, la naturaleza del método es puramente geométrica y, en ausencia de derivadas, la optimización se efectúa mediante la aplicación sobre el símplex de las operaciones conocidas como reflexión, expansión y contracción. Sobre el espacio de soluciones en N dimensiones, el algoritmo genera iterativamente nuevos vértices del símplex que reemplazan a los peores y hacen que éste se comprima progresivamente entorno a un mínimo o máximo en la región de búsqueda.

3.2.1 Reflexión, expansión y contracción

Cada vértice del símplex representa a una posible solución potencial al problema bajo análisis. A su vez, la precisión y calidad de cada uno de los vértices se mide en base a una función de coste o función de fitness. Atendiendo al problema de transformación de campo cercano a campo lejano que nos ocupa, cada vértice del símplex quedará representado por el vector

$$C = (M_1, F_1, \dots, M_i, F_i, \dots, M_N, F_N) \quad (3.1)$$

donde M_i y F_i representan la amplitud y fase de la excitación de cada elemento de corriente del modelo equivalente (momento dipolar o densidad de corriente magnética equivalente).

Una vez se han inicializado de forma aleatoria los $N+1$ puntos que conforman el símplex, el algoritmo somete los vértices a una serie de operaciones con el objetivo de reemplazar aquellos que representan a las soluciones de menor calidad por vértices más precisos. Posteriormente y en cada iteración del algoritmo se seleccionan en base al fitness el mejor de los vértices, C_m , y los dos peores, C_{p1} y C_{p2} , y se aplican sobre ellos las operaciones de reflexión, expansión y contracción [1], [3]. Como resultado, de cada una de las operaciones se obtienen nuevos puntos que irán reemplazando al peor de todos los vértices en la iteración en curso (C_{p1}).

La operación de reflexión genera un nuevo vértice C^R , de acuerdo con (3.2),

$$C^R = (1 + \alpha)C^M - \alpha C_{p1} \quad (3.2)$$

donde α es el coeficiente de reflexión y C^M es el centroide del símplex calculado excluyendo a C_{p1} . Si el fitness en C^R mejora respecto al del vértice C_{p1} , entonces puede pensarse que una expansión más allá del punto de reflexión pudiera mejorar aún más el resultado. Esta situación se dará si estamos en una pendiente ascendente o descendente, según se trate de maximización o minimización, respectivamente. La expansión se rige por la siguiente expresión

$$C^E = \beta C^R + (1 - \beta)C^M \quad (3.3)$$

donde β es el denominado coeficiente de expansión. Si el valor del fitness en C^E mejora el valor obtenido en C_{p1} , se sustituye C_{p1} por C^E en el *simplex* y se repite el proceso. En caso contrario, si la expansión conduce a una solución peor, entonces es el vértice C^R el que se utiliza para reemplazar al C_{p1} .

Ahora bien, en el supuesto de que la reflexión no depare mejoría alguna, entonces se precisa aplicar una contracción sobre el peor punto, dado que lo más probable es que el análisis se esté llevando a cabo sobre un valle. La contracción se rige por la expresión (3.4), donde γ representa el denominado coeficiente de contracción.

$$C^C = \gamma C_{p1} + (1-\gamma) C^M \quad (3.4)$$

Si aún así existe alguna situación en la que no se contempla que con la contracción se mejore respecto al vértice C_{p1} , Nelder y Mead proponen la contracción del *simplex* en todas las direcciones y hacia el mejor punto, lo que algunos autores llaman encogimiento hacia C_m .

Las constantes α , β y γ representan el factor con el que se incide sobre el volumen del *simplex*. Los valores típicos $\alpha=1.0$, $\beta=2.0$ y $\gamma=0.5$ demuestran ser los más idóneos [1], y son los propuestos por defecto en las rutinas utilizadas como referencia para implementar el método en este trabajo [4].

A modo de ejemplo, en la Figura 3.1 se muestra para $N=2$ la interpretación gráfica de las operaciones de reflexión, expansión, contracción y encogimiento.

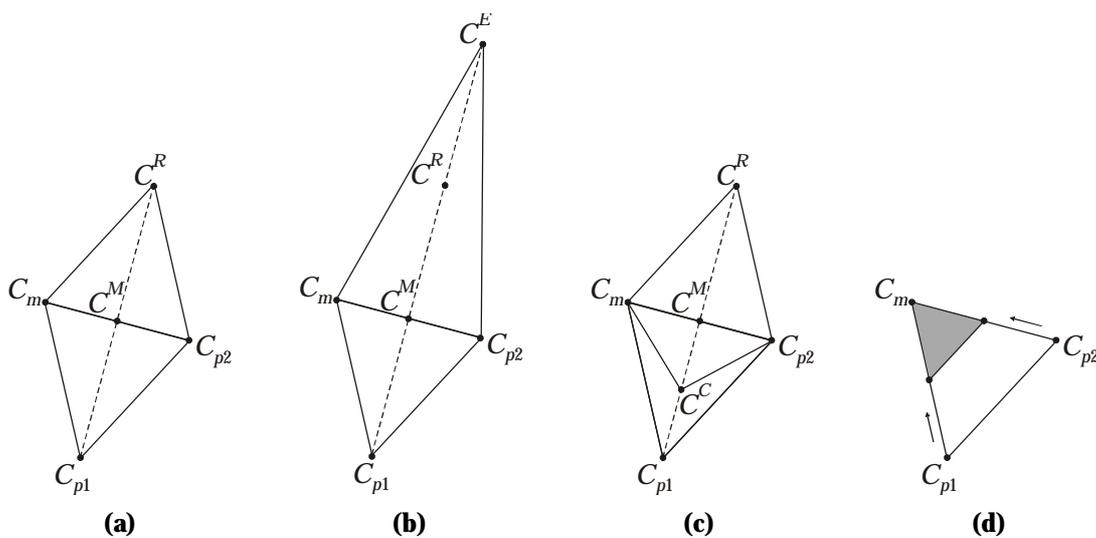


Figura 3.1. Evolución del *simplex*. (a) Reflexión. (b) Expansión. (c) Contracción. (d) Encogimiento.

3.2.2 Espacio de soluciones infinito

En una gran parte de los problemas de optimización electromagnética, el rango de variación de cada uno de los parámetros a optimizar es conocido. En estos casos, interesa que la solución final esté contenida dentro de los límites físicos impuestos por estos rangos dinámicos. Sin embargo, en el método propuesto por Nelder y Mead el espacio de búsqueda debiera de ser infinito, dado que las operaciones de reflexión, expansión y contracción pueden llevar los vértices del *simplex* a cualquier punto del espacio N -dimensional. Por este motivo, este método de optimización local no parece indicado para ser utilizado en problemas donde sea preciso imponer restricciones sobre la extensión del espacio de búsqueda.

En aplicaciones de transformación de campo cercano a campo lejano, principalmente en problemas teóricos donde se conoce el rango dinámico de variación de cada parámetro, el método basado en *simplex* carece de utilidad alguna cuando es utilizado de forma aislada, como única herramienta de optimización. Es decir, si por ejemplo se utiliza un modelo equivalente para la fuente formado por dipolos eléctricos cortos, donde se estima que el rango de variación del momento dipolar viene dado por los intervalos $[0,1]$ y $[0,360)$, para la amplitud y fase respectivamente, no tiene sentido obtener una excitación de $5 \text{ A}\times\text{m}$ para algún dipolo en concreto y una excitación prácticamente nula para todos los de alrededor. Si se reflexiona al respecto, este efecto sería extrapolable e igualmente perjudicial en problemas de síntesis de agrupaciones lineales y en otros múltiples ámbitos de la optimización electromagnética.

Aunque la solución de partida que define los vértices del *simplex* sea inicializada de forma aleatoria dentro de los límites del espacio de soluciones, se ha comprobado con múltiples pruebas que el *simplex* puede llegar a comprimirse hacia una región externa al espacio de búsqueda acotado. Para mitigar este efecto se pensó en modificar el método utilizando dos alternativas que realmente fueron puestas en práctica. Una de ellas actúa sobre el valor que toma el fitness en los vértices del *simplex* y otra propone alterar la naturaleza del método.

En primer lugar se actuó sobre el valor del fitness, dejando plena libertad de movimientos al algoritmo. Ahora bien, a aquellos vértices cuyo fitness precise ser evaluado, fruto de una reflexión, expansión o contracción, y alguna de sus dimensiones caiga fuera de su rango dinámico, se decide asignarles un error residual ficticio muy elevado (minimización). Aunque de esta forma se preserva la naturaleza del método y se penalizan las soluciones que caen fuera de los límites del espacio de soluciones, se ralentiza la búsqueda en exceso, indirectamente se condiciona la optimización y, en definitiva, el método sólo es capaz de alcanzar soluciones muy pobres.

Como segunda opción se plantea modificar las operaciones de reflexión y expansión para contener la evolución del *simplex*. En realidad, lo que se hace es limitar las reflexiones y expansiones, de tal forma que si el nuevo punto cae fuera de los límites especificados por el usuario, se omiten ambas operaciones y se aplica únicamente contracción. El problema que plantea esta solución tiene que ver con las dimensiones del problema a optimizar, pues a mayor número de dimensiones es más probable que alguna de las variables rebase los límites de su rango dinámico. Esto se traduce en múltiples contracciones que conducen al *simplex*, ineludiblemente, hacia una solución local alcanzada de forma muy precipitada.

A modo de resumen, puede concluirse que el método local de Nelder Mead, aún pudiendo ofrecer un rendimiento muy superior al de otras técnicas locales e incluso a métodos como el *random search* [5], no está indicado para trabajar de forma aislada en problemas multimodales con un espacio de soluciones acotado.

3.2.3 Aplicación en algoritmos híbridos

En problemas de optimización con múltiples variables, soluciones locales, discontinuidades y otras múltiples limitaciones que complican la obtención de una solución global o incluso discernir la región que contiene a una solución aceptable, los métodos de optimización local combinados con métodos heurísticos de naturaleza global mejoran el rendimiento. De esta forma se combina el potencial que tienen los métodos de naturaleza estocástica para explorar el espacio de soluciones y acercarse a la región que contiene a la solución global con la rapidez de convergencia del método de optimización local.

En el caso de combinar una técnica global con el método de Nelder Mead, se comprobó que el rendimiento en términos de coste computacional experimenta una mejoría significativa [6], tal y como se justificará en capítulos sucesivos. Básicamente, el método global se deja evolucionar hasta que se alcanza una solución que o bien converge muy lentamente o ya está suficientemente depurada, y posteriormente se ejecuta el optimizador local. En el caso de los métodos que utilizan una población para realizar la optimización, como es el caso de los GA y del PSO, los vértices del *simplex* se crean con los individuos de la población final de la técnica global, inicializando únicamente de forma aleatoria aquellos vértices que procedan, y sólo en el caso de que el tamaño de la población del método global sea igual o inferior al número de dimensiones ($I \leq N$). A diferencia de lo expuesto en la sección anterior, como el *simplex* parte de soluciones muy depuradas no se corre el riesgo de que la solución final caiga fuera del espacio de soluciones, salvo que el optimizador local se lance de forma prematura cuando el método global aún no se ha situado en la región de la solución óptima.

3.3 Recocido simulado

El recocido simulado se engloba dentro de los métodos heurísticos de optimización. Por analogía con la termodinámica, sus principios radican en imitar el proceso natural de recocido de una sustancia, líquidos al congelarse y cristalizar o metales al enfriarse y templarse, tal y como ya se explicó con anterioridad. A nivel computacional, el RS básicamente intenta atravesar el espacio de soluciones modelando los cambios de energía que sufre un material durante el proceso de enfriamiento. Cada estado en una determinada temperatura se corresponde con una cierta solución al problema bajo análisis, y la energía asociada se relaciona a nivel computacional con el fitness o calidad de dicha solución.

A nivel físico, el proceso comienza elevando la temperatura de la sustancia hasta su punto de fusión, para posteriormente proceder a su enfriamiento de forma muy lenta, permitiendo así a los átomos redistribuirse, alinearse y formar un cristal puro completamente ordenado, asociado con el estado de mínima energía. Tanto a nivel físico como computacional ya puede intuirse que la selección adecuada del esquema de enfriamiento es crítica.

A nivel computacional cada solución a una cierta temperatura puede verse como una colección de átomos, que no deja de ser un vector con los parámetros a optimizar, tal y como el propuesto en (3.1). En cada paso del algoritmo se perturba un átomo, es decir se cambia el valor de una variable y se calcula el cambio que experimenta la energía del sistema (ΔE), que en realidad se traduce en variaciones del fitness, ΔF . Si se trata como un problema de minimización, entonces el nuevo vector C perturbado se aceptará con una probabilidad que se rige por el criterio de Metropolis, de acuerdo con la distribución de probabilidad de Boltzmann, según

$$P(C_k \rightarrow C_{k+1}) = \begin{cases} e^{-\frac{\Delta F}{T}}, & \text{si } \Delta F \geq 0 \\ 1, & \text{si } \Delta F < 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

donde $P(C_k \rightarrow C_{k+1})$ representa la probabilidad de que el nuevo vector perturbado en la iteración $k+1$ reemplace a la solución anterior C_k , y ΔF representa la variación que experimenta el fitness, $\Delta F = F_{k+1} - F_k$.

El proceso anterior se repite durante un cierto número de iteraciones a cada temperatura, lo cual en el proceso físico tiene como objetivo permitir que la sustancia alcance el equilibrio térmico, utilizando como punto de partida las soluciones C_{k+1} o C_k , según se acepte o no la nueva solución, de acuerdo con (3.5). Por último, se baja la temperatura de acuerdo con el esquema que se esté utilizando y se repite el proceso. Son muchos los criterios que se pueden utilizar para detener

el algoritmo, entre los cuales destaca la imposición de un número máximo de iteraciones, un error residual mínimo o una cierta temperatura final.

De acuerdo con (3.5), los movimientos en la dirección del mínimo siempre se aceptan al estar asociados con una mejora en la solución. Por el contrario, aquellas soluciones asociadas con valores del fitness más altos son aceptadas con una cierta probabilidad que es función del valor de la temperatura. Así, para valores altos de temperatura la probabilidad de que se acepte cualquier movimiento es muy alta, incluso aunque conduzca a soluciones peores. A medida que desciende la temperatura la tendencia tiende progresivamente a invertirse, hasta tal punto de que para temperaturas muy bajas llegará el momento en el prácticamente todos los movimientos en sentido ascendente serán rechazados. Este comportamiento, combinando movimientos en dirección ascendente con movimientos en la dirección descendente, es el que justifica la capacidad del RS para encontrar soluciones globales en espacios de búsqueda complejos. De hecho, la expresión (3.5) dota al método de la capacidad para explorar convenientemente el espacio de soluciones en las primeras iteraciones, pasando en las últimas iteraciones a una búsqueda local. A su vez, este funcionamiento interno explica la convergencia prematura hacia una solución local si se procede a un enfriamiento muy acelerado, con transiciones rápidas y bruscas entre una temperatura inicial y una temperatura final.

A diferencia de otros métodos como los GA o el PSO, en el RS sólo se hace evolucionar una solución y no se conserva memoria alguna respecto a la historia pasada. Al igual que en los otros métodos estocásticos de optimización global, la optimización se basa en un proceso que, aún siendo simple, lleva asociado un coste computacional muy superior al de las técnicas de optimización local. La ventaja del método de RS está relacionada con el número de parámetros que se precisan ajustar para poner a punto el algoritmo, reduciéndose básicamente a definir de forma correcta el esquema de enfriamiento para el problema bajo análisis.

En la literatura existen múltiples documentos que avalan el potencial del método de RS. Así por ejemplo, en [7] el RS ofrece mejores resultados que el método basado en *simplex* y que el *random search*. A su vez, en [8] el RS aplicado a problemas concretos de síntesis de agrupaciones depara resultados mejores que los obtenidos con los GA. Así mismo, en problemas electromagnéticos complejos el método de RS permite obtener resultados directamente comparables con los obtenidos con los GA y con la optimización con una colonia de hormigas (ACO), y muy por delante del *random search* [9].

En cuanto al ámbito de aplicación del método, éste está muy extendido entre la comunidad científica. En [8], [9] y [10]-[13], el RS se aplica a la optimización de antenas y a problemas de síntesis de agrupaciones de muy diversa índole. Por otra parte, en [14] se aplica el método a la optimización de los coeficientes de filtros

digitales y en [15] y [16] se aplica a la optimización de radomos de antenas. También está muy extendido el uso del RS en microelectrónica. Así por ejemplo, en [17] se aplica RS a la colocación de componentes al generar los layouts de las PCB y en [18] se usa como herramienta de apoyo en la síntesis de circuitos VLSI.

En lo que respecta a versiones híbridas del algoritmo que combinan RS con otros métodos de optimización, en [19] se combinan el RS y el método de Nelder Mead. Adicionalmente, en [20]-[22] se utilizan de forma conjunta el RS y los GA.

3.3.1 Esquema de enfriamiento

En RS el esquema de enfriamiento condiciona la velocidad de convergencia del método y la precisión final del resultado. Este esquema tiene como objetivo sintetizar el enfriamiento progresivo y a un ritmo suficientemente lento de la solución inicial, para llegar al final a una solución óptima evitando pasar por alto regiones importantes del espacio de soluciones.

Son muchas las variantes que existen para reflejar este enfriamiento y de forma indirecta el progreso de la optimización. Así por ejemplo, en [9] se utiliza el esquema geométrico de (3.6), donde T_0 es la temperatura inicial, Γ es la tasa de enfriamiento y t es el índice de la temperatura. Otros autores proponen esquemas alternativos, tal y como el expuesto en (3.7), [11]. Existen otros múltiples esquemas como el propuesto en (3.8), donde K representa el número total de movimientos a realizar, k se identifica con el número acumulado de movimientos y α es una constante [4]. Versiones aún más sofisticadas proponen esquemas de enfriamiento adaptativos [23], con una temperatura que aumenta o disminuye según el curso de la optimización. Sin embargo, la variante más sencilla y no por ello menos eficiente pasa por reducir la temperatura con un factor RT , de acuerdo con (3.9).

$$T_t = T_0 \Gamma^t \quad (3.6)$$

$$T_t = \frac{T_0}{\ln(1+t)} \quad (3.7)$$

$$T = T_0 \left(1 - \frac{k}{K}\right)^a \quad (3.8)$$

$$T = RT \times T \quad (3.9)$$

Normalmente, la reducción de temperatura se hace a intervalos de m movimientos para lograr el equilibrio a cada valor de T . El ajuste del método se

reduce a seleccionar el número de movimientos entre transiciones de temperatura y a acondicionar correctamente los parámetros del esquema de enfriamiento utilizado.

3.3.2 Diagrama de flujo

La simplicidad del método de optimización hace que el RS pueda implementarse en unas pocas líneas de código fuente [24], aunque como ocurre con otros métodos heurísticos, la evolución del método puede llegar a derivar en versiones mucho más sofisticadas y complejas [25], [26].

Aunque hay disponibles múltiples rutinas que implementan el método de RS, la selección de una u otra debe hacerse en función de su funcionamiento interno, dado que según la forma de proceder en la optimización al perturbar las soluciones para generar nuevos puntos de estudio, pueden distinguirse dos clases de RS [27]. Por un lado está la perturbación sobre el espacio de búsqueda y, por otro, la perturbación sobre la función objetivo o función de fitness. Cuando se disponga de un espacio de búsqueda acotado y bien definido, la primera opción parece ser la más indicada. Sin embargo, cuando no se conoce la extensión del espacio de soluciones, pueden utilizarse variantes del algoritmo basadas en *simplex* [4].

La versión del RS utilizada es la propuesta por Goffe en [28], cuyo código fuente puede encontrarse en [29], y que no deja de ser una implementación del RS propuesto por Corana y otros en [7]. De forma muy parecida al esquema adaptativo propuesto en [30], y a diferencia de los esquemas básicos de RS, el algoritmo utilizado introduce una especie de control adaptativo para mantener un equilibrio entre los movimientos rechazados y los aceptados, ajustar con ello la perturbación de las soluciones temporales intermedias y optimizar la búsqueda. El diagrama de flujo del algoritmo se expone en la Figura 3.2.

Supuesta una solución X inicializada aleatoriamente, que se corresponde en problemas de transformación de campo con el vector C de (3.1), el esquema utilizado genera nuevas soluciones X' al perturbar el vector original en una de las N dimensiones, de acuerdo con un vector de paso V , que es el que en realidad gobierna la excursión del rango de búsqueda.

En el proceso de optimización se distinguen tres grandes bloques. El bloque interior, ya comentado, es el encargado de generar nuevas soluciones y de evaluar si se aceptan o no en función del fitness que tengan asociado. El segundo bloque repite el proceso anterior durante N_s ciclos sin variar la temperatura, que sería el equivalente a buscar el equilibrio térmico. Antes de bajar la temperatura, el ciclo externo ajusta durante N_t ciclos la variabilidad que puede tomar cada parámetro.

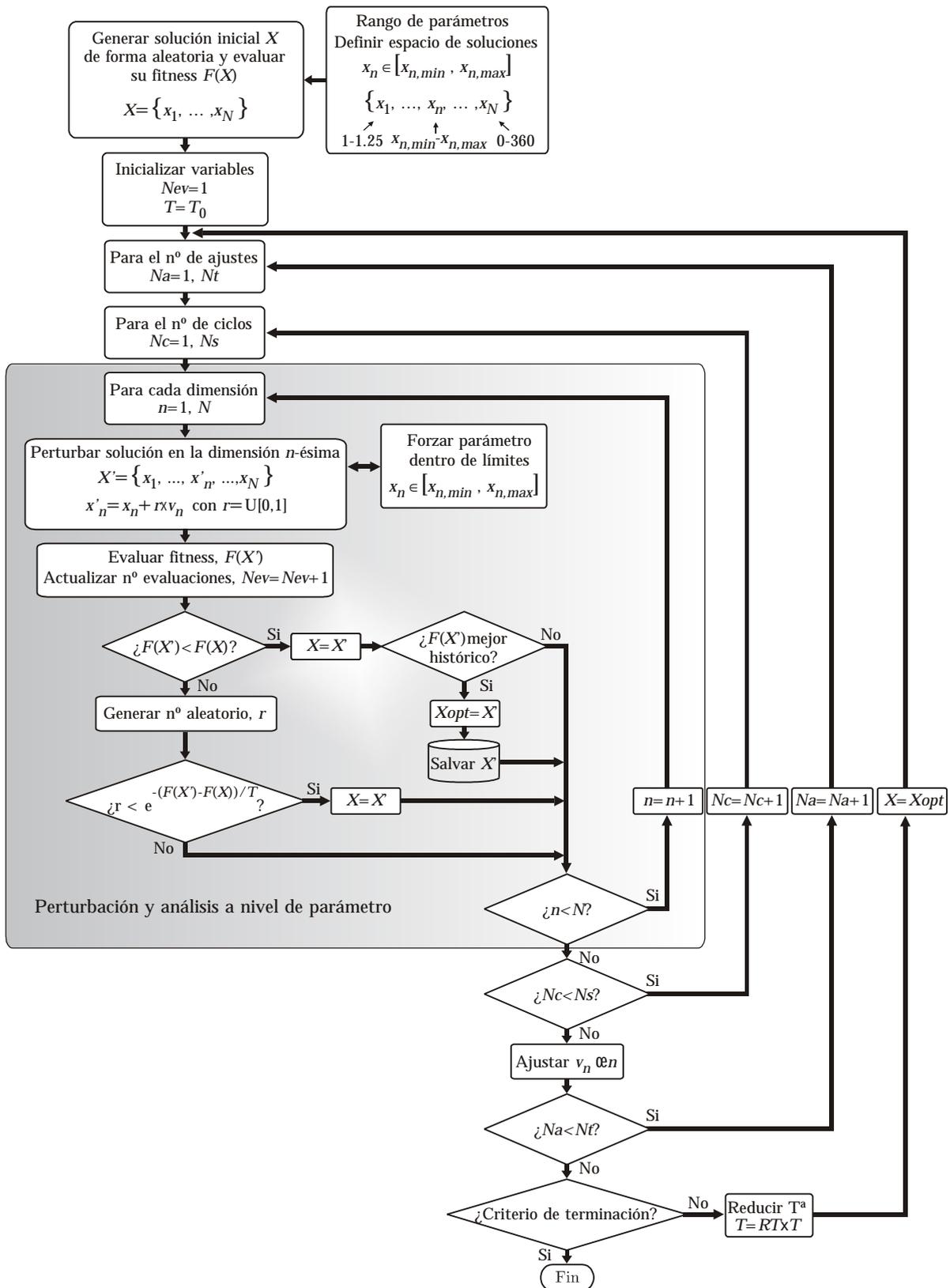


Figura 3.2. Diagrama de flujo del algoritmo RS utilizado.

En realidad, en el esquema de la Figura 3.2 la optimización gira entorno al ajuste de las componentes v_n del vector de paso V . Este vector de paso tiene como objetivo buscar el equilibrio entre el número de movimientos aceptados y el número total de perturbaciones, ajustando sus componentes mediante la siguiente expresión,

$$v'_n = \begin{cases} v_n \left(1 + c_n \frac{n_n / N_s - 0.6}{0.4} \right) & \text{si } n_n > 0.6N_s \\ \frac{v_n}{1 + c_n \frac{0.4 - n_n / N_s}{0.4}}, & \text{si } n_n < 0.4N_s \\ v_n, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.10)$$

donde n_n/N_s representa la relación entre el número de movimientos aceptados en la dimensión n -ésima y el número de ciclos, y c_n es una constante de valor típico 2.0.

Se entiende que el significado del vector V trasciende mucho más allá del mero equilibrio entre movimientos aceptados y rechazados, pues influye directamente sobre el margen de perturbación de cada parámetro. Así, a temperaturas altas el número de movimientos aceptados es muy grande, ya bien por representar a soluciones mejores o por superar el criterio de decisión impuesto por la distribución de Boltzmann y, por consiguiente, también lo son los valores de v_n . En este caso, al actualizar las componentes x'_n del vector perturbado, se permite que éstas se muevan extremo a extremo dentro de los límites del espacio de soluciones, favoreciendo así la exploración. A medida que desciende la temperatura, disminuye paralelamente el número de soluciones perturbadas que son aceptadas, reduciéndose el paso v_n y, en consecuencia, el rango de variación de los parámetros, dirigiéndose el método cada vez más hacia una búsqueda local.

La puesta a punto del algoritmo requiere seleccionar los parámetros N_s , N_t , T_0 y RT . Corana y otros recomiendan en [7] valores de $N_s=20$, $N_t=\max(100, 5 \times N)$ y $RT=0.85$. La temperatura inicial T_0 depende del problema en cuestión y deberá ser tal que el vector de paso resultante, V , permita en las iteraciones iniciales mover extremo a extremo cada parámetro del vector X a optimizar.

Atendiendo al diagrama de flujo, a cada temperatura se realizan $N_{ev}=N \times N_s \times N_t$ llamadas al fitness. Cuando el problema a analizar tiene centenares o miles de incógnitas, como puede ocurrir en problemas de transformación de campo, la configuración previa carece de utilidad práctica. Si partimos del hecho de que, por lo general, en problemas de diseño electromagnético la mayor parte del tiempo de CPU se dedica al cálculo del fitness, entonces la afirmación anterior queda plenamente justificada. Como alternativa a la configuración original, valores dentro del rango $N_s=20$, $N_t \in [1,3]$, $T_0 \in [0.025,0.1]$ y $RT \in [0.5,0.7]$ ofrecen los mejores resultados para un amplio conjunto de antenas analizadas.

3.4 Resultados

Los métodos de optimización local y global propuestos han sido aplicados a problemas de transformación de campo teóricos, utilizando múltiples antenas de apertura con distintas iluminaciones, excitaciones analíticas e incluso antenas de bocina piramidal. A modo representativo, en esta sección se muestran los resultados obtenidos al aplicar ambos algoritmos de optimización a la caracterización de la radiación de una antena de bocina piramidal. Como extensión a la reconstrucción del diagrama de radiación de la antena, se incluye un estudio pormenorizado de los aspectos más relevantes que condicionan el rendimiento de cada uno de los métodos de optimización.

La antena de bocina piramidal propuesta tiene unas dimensiones de la apertura de la bocina $a_1 \times b_1$, dimensiones de la guía de onda $a \times b$ y ángulos de apertura y_e y y_h , donde $a_1 = 5.5\lambda$, $b_1 = 2.75\lambda$, $a = \lambda/2$, $b = \lambda/4$, $y_e = 12.9^\circ$ y $y_h = 24.6^\circ$. Se utiliza un modelo equivalente para la antena formado por 255 parches de corriente ($N_x = 17$, $N_y = 15$) para representar a las densidades de corriente M_x y M_y sobre S_e , haciendo coincidir la superficie equivalente S_e con las dimensiones de la apertura de la bocina ($a_1 \times b_1$). El hecho de que el campo eléctrico en la apertura de la antena de bocina piramidal sólo tenga componente según y simplifica el problema, dado que la componente z de las densidades de corriente magnética equivalente (CME) es nula y, si se prescinde de ella en la optimización, el número de incógnitas del problema se reduce a la mitad, pasando de 1020 a 510 variables.

En lo que respecta a las geometrías de muestreo del apéndice 1, se considera que la información de campo cercano se encuentra distribuida en cinco planos, atendiendo a la geometría de la Figura A1.2(c). No se entra a valorar en esta sección las diferencias entre muestreo en un plano y en cinco planos, aspecto éste que será objeto de análisis en el siguiente capítulo, aunque como ya se demostró en el capítulo anterior, el muestreo en cinco planos aporta una información extra muy valiosa para mejorar la reconstrucción del diagrama de radiación de una fuente arbitraria. En definitiva, se utilizan como referencia las componentes complejas de campo eléctrico tangenciales a cada uno de los cinco planos, considerando $L = 16\lambda$, $\Delta_s = \lambda/4$ y un muestreo interno a cada plano con paso $\lambda/2$, con un total de $P = 3169$ puntos con información de campo cercano para proceder al ajuste. En la Figura A1.2 se puede interpretar de forma gráfica el significado de cada uno de los parámetros que identifican al modelo equivalente y a la geometría de muestreo.

El objetivo se centra en encontrar aquel modelo equivalente que genere un campo cercano similar al de la antena, en base a la información de campo cercano previamente medida o calculada de forma teórica. En definitiva, debe optimizarse el vector C en (3.1) y para ello debe utilizarse una función de fitness apropiada, que

mida eficazmente la calidad de la solución temporal en cada iteración del algoritmo. Dada la naturaleza minimizadora de ambos esquemas de optimización, se utiliza como función de fitness

$$F = P - \sum_{p=1}^P \frac{1}{1 + |E_p - E_p(C)|^2} \quad (3.11)$$

donde E_p representa al vector de campo eléctrico radiado por la antena original en cada punto de campo cercano p , y $E_p(C)$ representa el vector de campo eléctrico radiado por una cierta solución temporal del algoritmo en los mismos puntos. Por último, es preciso resaltar que durante la optimización el rango dinámico de cada uno de los parches que componen el vector C queda restringido a los intervalos $[0,1.25]$ y $[0,360]$ para el módulo y la fase de la componente M_x , respectivamente.

3.4.1 *Símplex*

En una primera aproximación se afronta la optimización utilizando como método de resolución el algoritmo basado en *símplex* de Nelder Mead. Tal y como se demostrará en las siguientes páginas, este algoritmo no está indicado para aquellos problemas en los que el espacio de soluciones sea finito y esté acotado, aunque puedan encontrarse configuraciones fuera del espacio de soluciones que deparen un fitness óptimo. Partiendo de la configuración original del algoritmo y de una versión modificada que actúa sobre el fitness y que ya fue comentada en 3.2.2, en la Figura 3.3 se muestra la evolución del error residual normalizado en función del número de llamadas al fitness.

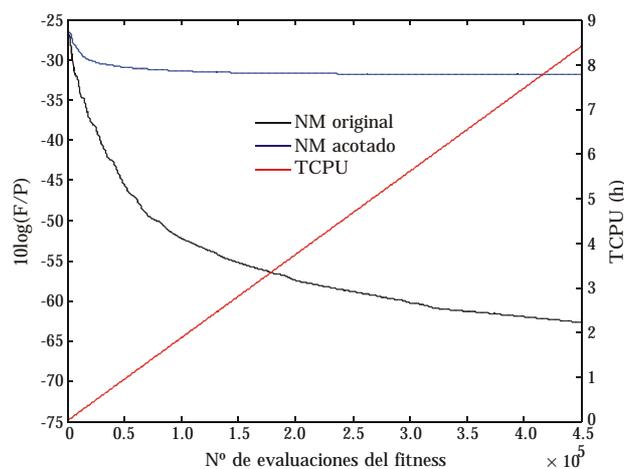


Figura 3.3. Comparación del rendimiento de dos esquemas alternativos del método de Nelder Mead, el original y una versión modificada que penaliza el fitness de aquellos vértices que rebasan los límites del espacio de soluciones especificado por el usuario. Tiempos referidos a procesador Intel PIV® a 3 GHz.

Tal y como demuestran los resultados de la Figura 3.3, el ir en contra de la propia naturaleza del método depara resultados muy pobres. Al intentar acotar los movimientos del simplex se consigue un efecto totalmente contrario al deseado. Es decir, al tener un espacio de búsqueda con 510 dimensiones es muy probable que simplemente al aplicar reflexión, alguna de las componentes del vértice caiga fuera de su rango dinámico, con la consiguiente penalización en el valor del fitness que éste lleva asociado. Esto quiere decir que durante las primeras iteraciones el simplex rechazará reflexiones y expansiones, y se contraerá tanto entorno a una primera región que con el paso de las iteraciones le resultará imposible escapar de este punto de atracción, convergiendo hacia una solución local de muy baja calidad. En la Figura 3.4 se muestran los dos cortes principales del diagrama de radiación de la antena de bocina reconstruido con ambas variantes del método. En consonancia con los resultados de la Figura 3.3, los cortes del diagrama reflejan la nula utilidad de la versión modificada del simplex.

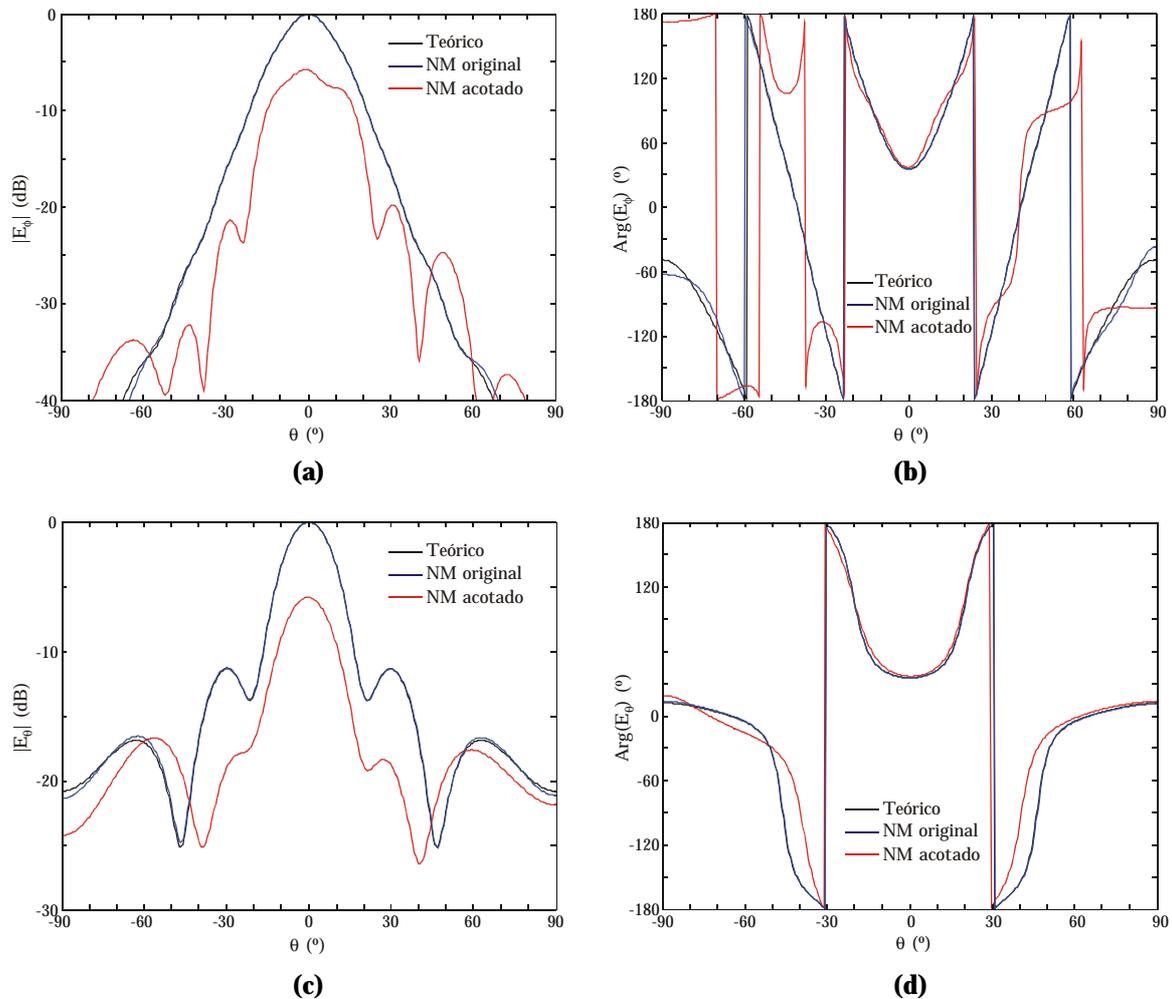


Figura 3.4. Componentes principales del diagrama de radiación reconstruido con las dos versiones del método basado en simplex. (a) Corte $\phi=0^\circ$, módulo de la componente E_θ . (b) Corte $\phi=0^\circ$, fase de la componente E_θ . (c) Corte $\phi=90^\circ$, módulo de la componente E_θ . (d) Corte $\phi=90^\circ$, fase de la componente E_θ .

Si no se impusieran restricciones sobre el rango útil de excitación de los parches del modelo equivalente, la solución obtenida con el método de Nelder Mead básico sería válida, con un error residual despreciable. Sin embargo, en este tipo de problemas teóricos donde el rango en el que están distribuidas las CME es conocido y se fuerza un margen dinámico para cada variable, las CME optimizadas con el simplex se salen de estos límites, tal y como puede observarse en la Figura 3.5. Para algunos parches del modelo el módulo de la excitación supera en más del doble el valor máximo esperado y, en general, se sobreexcitan la gran mayoría de los pulsos de corriente. En definitiva, el método propuesto por Nelder y Mead se muestra como una alternativa sencilla a otros métodos locales que utilizan derivadas, pero para este y cualesquiera otros tipos de problemas en los que se desee restringir la búsqueda a un espacio finito y acotado, el método por si solo carece de utilidad.

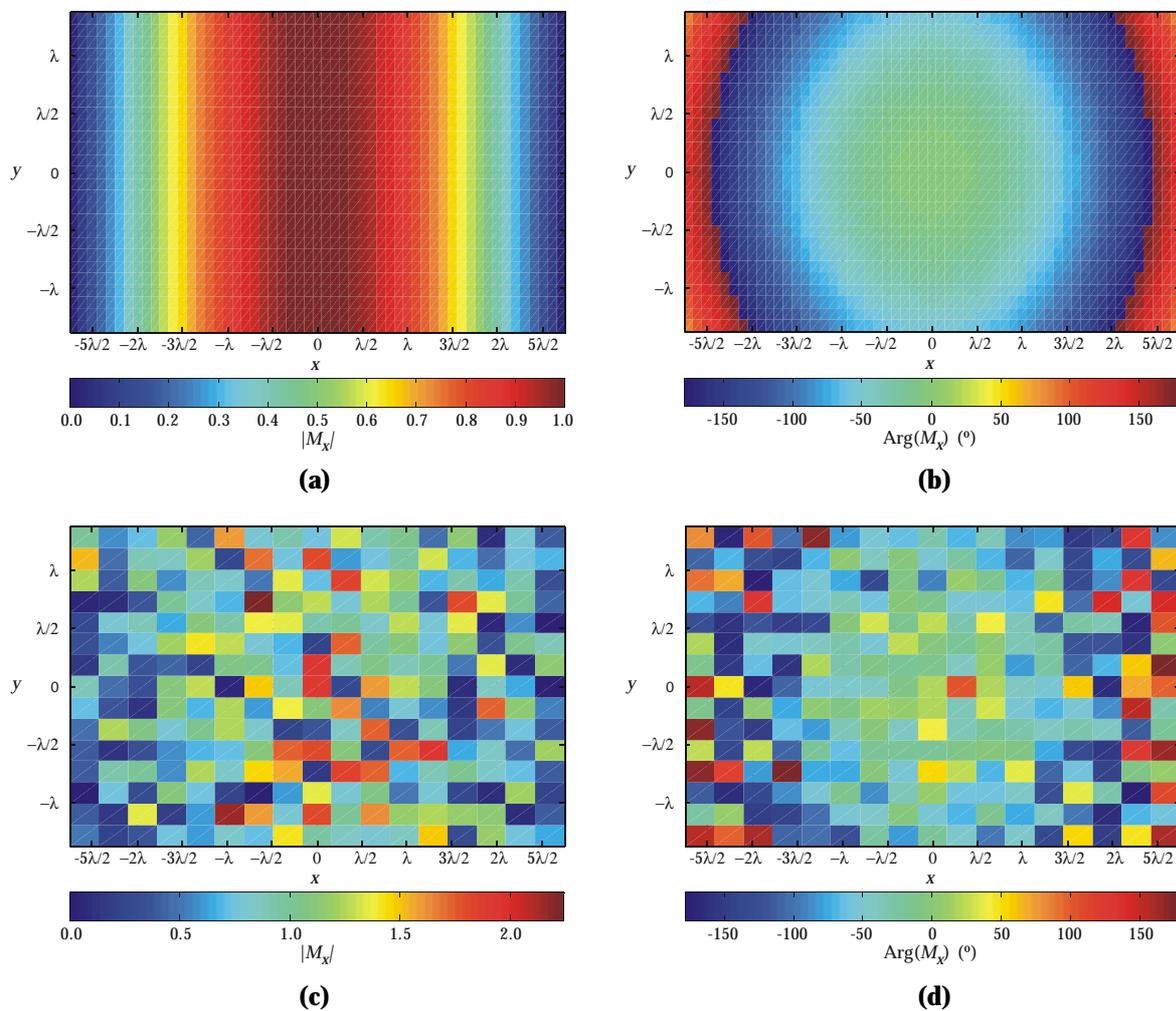


Figura 3.5. Densidad de corriente magnética equivalente en la apertura obtenida con el método original basado en simplex. (a) Distribución teórica con paso $\lambda/10$, amplitud de M_x . (b) Distribución teórica con paso $\lambda/10$, fase de M_x . (c) Distribución recuperada con el simplex, amplitud de M_x . (d) Distribución recuperada con el simplex, fase de M_x .

3.4.2 Recocido simulado

Para el problema bajo análisis se utiliza como configuración óptima del RS una temperatura inicial T_0 de valor 0.05, un factor RT de valor 0.6, con valores 20 y 2 para los ciclos N_s y N_t , respectivamente. La justificación del por qué se utiliza una temperatura inicial tan baja está intrínsecamente relacionada con la naturaleza del problema electromagnético a tratar y con el funcionamiento interno del algoritmo, mostrado en la Figura 3.2.

En la Figura 3.6(a) se muestra la evolución que sigue la optimización para distintas temperaturas. Para temperaturas excesivamente altas la convergencia es muy lenta y el comportamiento en todos los casos es muy similar. Esto se debe a que a temperaturas muy altas el valor de la exponencial en (3.5) se aproxima a 1.0, de tal forma que todos los movimientos que apuntan a soluciones peores son aceptados. En realidad, para estas temperaturas el comportamiento del método es similar al del *random search*, pues se combinan de forma aleatoria movimientos con pendiente ascendente y descendente, prescindiendo de la convergencia local en las últimas etapas, propio del RS cuando éste está bien configurado. Por el contrario, para temperaturas del orden de 0.025 a 0.05, la ganancia que se consigue en términos del número de evaluaciones del fitness para un error residual prefijado es muy significativa. Si a esto se le añade la distribución de los tiempos de CPU de la Figura 3.6(b), entonces cobra aún más importancia la necesidad de reducir el número de llamadas a la función de fitness.

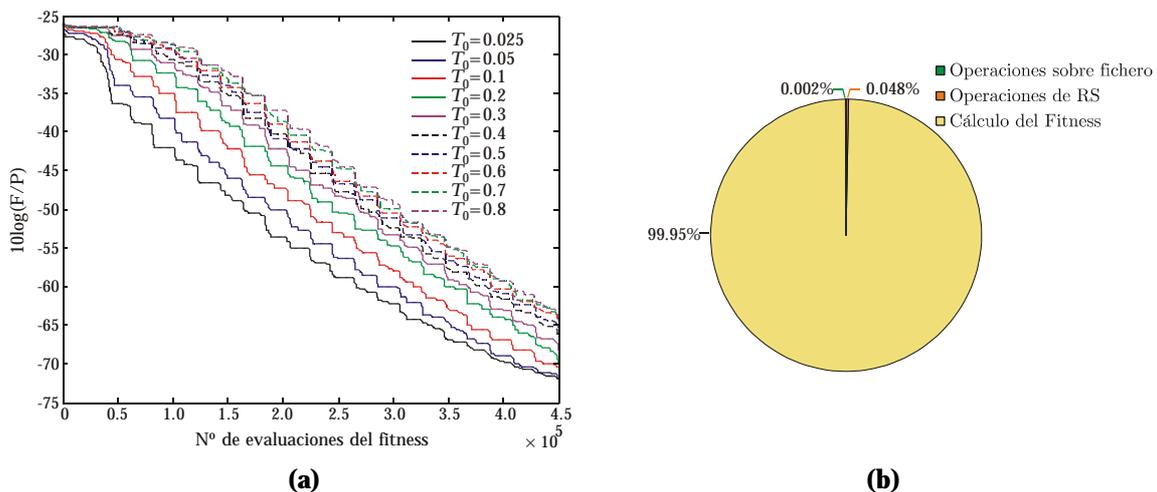


Figura 3.6. Puesta a punto del algoritmo. (a) Efecto de la temperatura inicial sobre la velocidad de convergencia. (b) Desglose porcentual del tiempo de CPU, resultado del promediado de miles de iteraciones o movimientos del RS.

El análisis de estos resultados y del propio rendimiento del RS es mucho más profundo. Podría considerarse que con una T_0 de 0.025 lo que está haciendo el

algoritmo en realidad es converger muy rápidamente hacia una solución local. No obstante, por simple inspección sobre el valor del error residual alcanzado se concluye que esto no ocurre, aunque todo apunta a que para temperaturas iniciales de este orden y menores ya no se consiguen mejoras significativas.

Profundizando en el análisis, la selección de la temperatura inicial óptima no se hace por prueba y error, sino atendiendo a la relación que existe entre las variaciones que experimenta el fitness al perturbar el vector C o X , el valor que toma la exponencial de acuerdo con la distribución de Boltzmann para soluciones X' peores, y el vector de paso V , tal y como se justifica a continuación.

De acuerdo con el diagrama de la Figura 3.2, el RS perturba la solución temporal X a nivel de dimensión, de tal forma que en cada movimiento o iteración sólo se modifica una de las variables del vector. Para el problema de optimización que nos ocupa, al perturbar la amplitud o la fase de un parche arbitrario del modelo equivalente el fitness asociado con la nueva configuración apenas sufrirá variaciones. Es decir, el campo radiado en los 3169 puntos de campo cercano no variará de forma significativa al modificar la excitación de un único pulso de corriente, del total de los 255 que componen las CME. Esto se traduce en que el numerador de la exponencial en (3.5) tomará valores muy pequeños y, tal y como ya se explicó con anterioridad, si se utilizan valores muy altos de temperatura, el valor de la exponencial se aproximará a 1.0. En esta situación, a todas las soluciones en la dirección del mínimo (aproximadamente el 50% de los movimientos), se le unen un número parecido de movimientos en sentido contrario, lo cual le confiere a la optimización un comportamiento un tanto aleatorio, sin una dirección de búsqueda concreta, desaprovechando la posibilidad de converger más rápidamente. En la Figura 3.7 se muestra dicho efecto. Las transiciones bruscas del valor de la exponencial están asociadas con cada cambio de la temperatura.

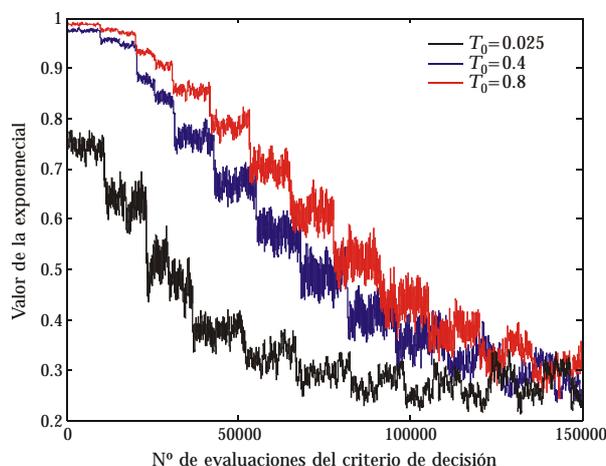


Figura 3.7. Efecto de la temperatura sobre el criterio de decisión. Para hacer inteligible la representación, los datos se promediaron utilizando una ventana deslizante con 500 muestras.

Como puede observarse en la figura anterior, para $T_0=0.025$ el RS presenta un comportamiento equilibrado. Al principio aceptará soluciones X' peores con una probabilidad de entorno al 75%, favoreciendo ampliamente la exploración del espacio de soluciones en todas las direcciones. Este valor va decreciendo paulatinamente hasta caer por debajo del 50% transcurridas del orden de unas 38.000 evaluaciones de la exponencial, que en términos de llamadas al fitness se traduce en aproximadamente 76.000 evaluaciones, y que sobre la Figura 3.6(a) se corresponde con un error normalizado de -39. A partir de este momento crece el número de nuevos vectores X' que son rechazados en el criterio de decisión, acelerando la convergencia. Por el contrario, para valores altos de temperatura el comportamiento aleatorio del RS se dilata mucho más, repercutiendo negativamente en el coste computacional.

El efecto de la Figura 3.7 se traslada también al vector de paso V y a la exploración del espacio de soluciones. Para temperaturas elevadas prácticamente no existen rechazos de soluciones que apunten en dirección contraria al mínimo. De acuerdo con (3.10), las componentes del vector de paso tomarán valores muy altos, y al generar nuevas soluciones, éstas tendrán capacidad para ocupar cualquier punto del espacio de soluciones. Es decir, el espacio de búsqueda no se contrae hasta que no decae el valor de V , y esto es imposible que ocurra con temperaturas excesivamente altas.

En lo que respecta a la configuración del número de ciclos Nt , este factor tiene sentido en problemas de baja dimensionalidad, pero al optimizar vectores con centenares de incógnitas carece de utilidad afinar el ajuste del vector de paso, pues se dispara el coste computacional. Para un número máximo de llamadas al fitness N_{ev} , el descenso de la temperatura con valores altos de Nt será mucho más lento ($N \times N_s \times Nt$ evaluaciones por temperatura) y, en consecuencia, el error residual final será mayor, tal y como se muestra en la Figura 3.8.

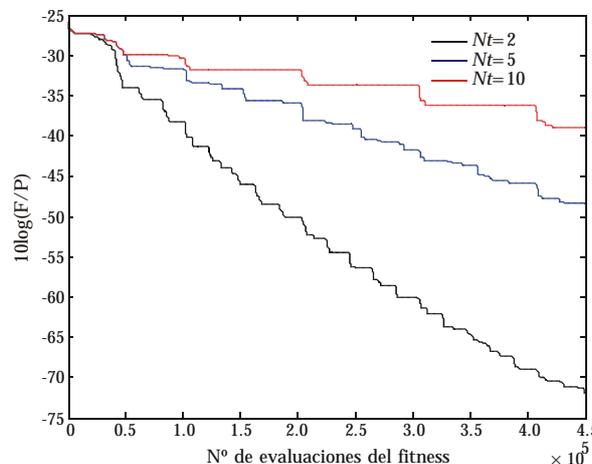


Figura 3.8. Efecto del factor Nt .

Por todo lo expuesto anteriormente, puede concluirse que el esquema de enfriamiento y en concreto la selección de la temperatura inicial, tienen una influencia crítica sobre los resultados obtenidos. Sin embargo, el análisis propuesto fue llevado a cabo con una única realización aislada. La naturaleza estocástica del método hace necesario extender el estudio con diferentes semillas de arranque del generador de números aleatorios, para así comprobar que la tendencia se mantiene estable y poder certificar la validez de los resultados y conclusiones anteriores. Con este propósito y utilizando la configuración inicial de partida se realizaron 10 simulaciones independientes, obteniendo los resultados que se muestran en la Figura 3.9. En línea con lo expuesto por Corana en [7], la tendencia de las simulaciones y el número de evaluaciones necesario para alcanzar un cierto fitness depende mucho más de la temperatura inicial que del punto de arranque del algoritmo. En la Figura 3.9 se establece también la relación entre la evolución del fitness normalizado y el coste computacional asociado. Obviamente, el tiempo de CPU es directamente proporcional al número de evaluaciones del fitness, tal y como deja entrever la distribución de tiempos mostrada con anterioridad en la Figura 3.6(b).

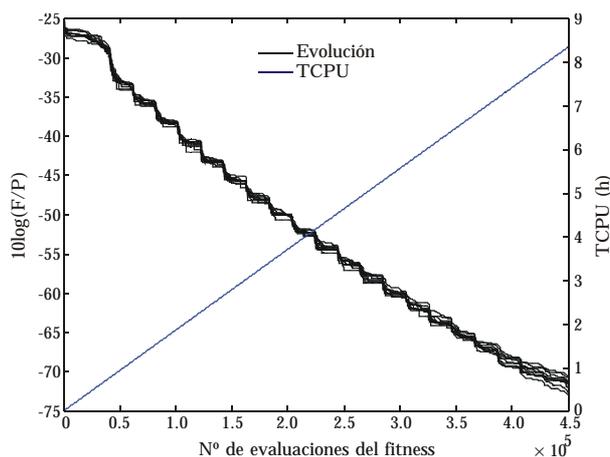


Figura 3.9. Efecto de la semilla de arranque del generador de números aleatorios. Se incluye la relación entre el error y el tiempo de CPU. (Procesador Intel PIV[®] a 3 GHz).

Hasta el momento no se ha establecido relación alguna entre el valor del error y la calidad de la solución en términos de campo radiado por el modelo equivalente optimizado. Básicamente, en función de la precisión deseada variará el número de llamadas al fitness y el tiempo de CPU requerido, tal y como justifica la Figura 3.9. A modo de ejemplo, en la Figura 3.10 se muestran los cortes principales del diagrama de la antena de bocina piramidal reconstruido con tres soluciones intermedias del RS. Para valores por debajo de 200.000 evaluaciones (3.7 h de cómputo), la capacidad de ajuste es mínima. Se ajusta bien la zona central del diagrama, pero se requieren más iteraciones para ajustar los niveles de campo en aquellas direcciones alejadas del máximo de radiación. Indirectamente, esta forma de proceder está relacionada con el tipo de función de fitness empleado.

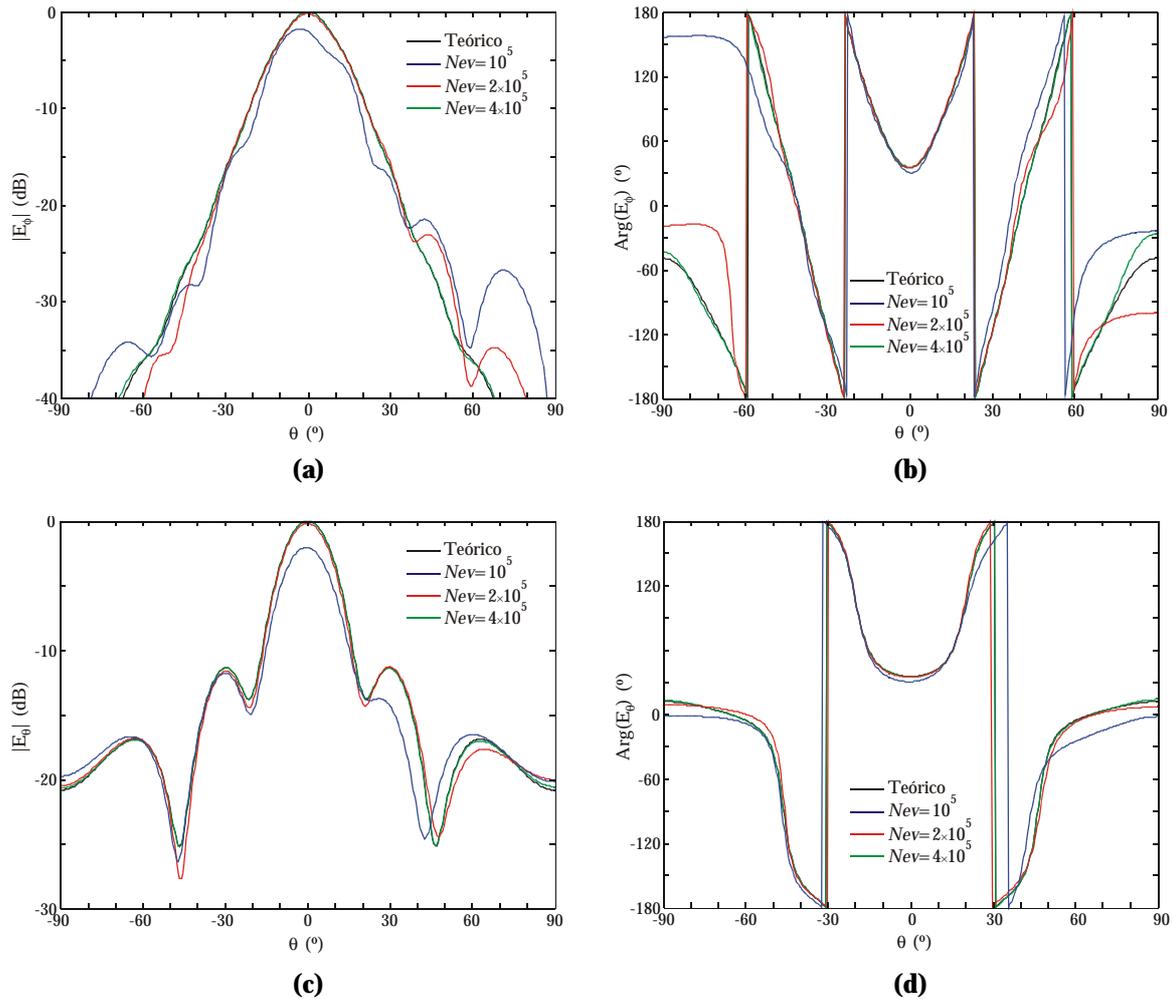


Figura 3.10. Componentes principales del diagrama de radiación reconstruido con diferentes soluciones intermedias. (a) Corte $\phi=0^\circ$, módulo de la componente E_ϕ . (b) Corte $\phi=0^\circ$, fase de la componente E_ϕ . (c) Corte $\phi=90^\circ$, módulo de la componente E_θ . (d) Corte $\phi=90^\circ$, fase de la componente E_θ .

3.5 Conclusiones

En este capítulo se han analizado con cierto detalle las características, prestaciones y limitaciones del método de optimización local basado en simplex y del recocido simulado, dos métodos de optimización de concepción opuesta. Se ha efectuado con ellos una primera aproximación para resolver el problema de transformación de campo objeto del presente trabajo.

En lo que respecta al método de Nelder Mead, su concepción geométrica le confiere a éste un atractivo extra frente a otros métodos locales que utilizan derivadas. Sin embargo, el método sólo tiene capacidad de búsqueda local, a lo cual debe añadirse la imposibilidad de limitar sus movimientos a un espacio de

soluciones finito y perfectamente acotado. No obstante, en capítulos sucesivos se demostrará el potencial del método en combinación con otros algoritmos de optimización global como los GA.

A diferencia del método basado en *simplex*, el recocido simulado se muestra como una alternativa viable para acometer la optimización del modelo equivalente de fuente. El método ha sido probado teóricamente con diferentes antenas y en una parte importante de los casos se obtuvieron resultados medianamente satisfactorios, comparables directamente con los resultados obtenidos con métodos tales como los GA y el PSO. Sin embargo, en otros muchos problemas de transformación de campo la convergencia y el coste computacional asociado con el RS hacen pensar en la necesidad de utilizar métodos de optimización alternativos, basados por ejemplo en los GA [6], cuyo análisis se plantea en el siguiente capítulo. Al igual que ocurre con otros métodos heurísticos como los mencionados GA y PSO, la principal dificultad al aplicar RS a un problema electromagnético multidimensional y multimodal reside en la puesta a punto del algoritmo. En este caso, el esquema de enfriamiento es el que condiciona el rendimiento del método de optimización.

En aplicaciones de transformación de campo con centenares de variables, el hecho de que el esquema de RS utilizado perturbe las soluciones a nivel de parámetro hace necesario utilizar temperaturas muy bajas para contrarrestar este efecto y acelerar razonablemente la convergencia. Como alternativa, se deja abierta una posible línea futura de investigación que pudiera ir encaminada a modificar el núcleo interno del RS para perturbar en cada movimiento todo el vector de variables. De esta forma, los cambios en el fitness serían más apreciables, el vector de paso tendría una trascendencia mucho mayor y podría dirigirse más rápidamente la búsqueda. Como contrapartida, se prevé una mayor inestabilidad del algoritmo y la selección de la configuración óptima del RS para un problema en concreto sería mucho más crítica y compleja.

3.6 Bibliografía

- [1] J.A. Nelder, R. Mead, "A simplex method for function minimization", *The Computer Journal*, Vol. 7, No. 4, January 1965, pp. 308-313.
- [2] S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt, M.P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing", *Science*, Vol. 220, No. 4598, May 1983, pp. 671-680.
- [3] J.H. Mathews, K.D. Fink, "Métodos numéricos con Matlab", Prentice Hall, Madrid, 2000.
- [4] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery, "Numerical recipes in Fortran 77, the art of scientific computing", Cambridge University

- Press, 2nd Edition, New York, 1992.
- [5] R.L. Haupt, Y.C. Chung, "Optimizing backscattering from arrays of perfectly conducting strips", *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 45, No. 5, October 2003, pp. 26-33.
 - [6] J.R. Pérez, J. Basterrechea, "Aplicación de algoritmos genéticos y recocido simulado a la reconstrucción del diagrama de radiación de antenas", *XIX Symposium Nacional de la URSI*, Barcelona, Septiembre 2004, Cd-rom.
 - [7] A. Corana, M. Marchesi, C. Martini, S. Ridella, "Minimizing multimodal functions of continuous variables with the "simulated annealing" algorithm", *ACM Transactions on Mathematical Software*, Vol. 13, No. 3, September 1987, pp. 262-280.
 - [8] C.A. Meijer, "Simulated annealing in the design of thinned arrays having low sidelobe levels", *Proceedings of the South African Symposium on Communications and Signal Processing*, Rondebosch (South Africa), September 1998, pp. 361-366.
 - [9] C.M. Coleman, E.J. Rothwell, J.E. Ross, "Investigation of simulated annealing, ant-colony optimization, and genetic algorithms for self-structuring antennas", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 52, No. 4, April 2004, pp. 1007-1014.
 - [10] F. Ares, S.R. Rengarajan, E. Villanueva, E. Skochinski, E. Moreno, "Application of genetic algorithms and simulated annealing technique in optimizing the aperture distributions of antenna arrays", *Proceedings of the IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Baltimore (USA), July 1996, Vol. 2, pp. 806-809.
 - [11] J. Redvik, "Simulated annealing optimization applied to antenna arrays with failed elements", *Proceedings of the IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Orlando (USA), July 1999, Vol. 1, pp. 458-461.
 - [12] V. Murino, "Simulated annealing approach for the design of equally spaced arrays", *Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Detroit (USA), May 1995, Vol. 5, pp. 3627-3630.
 - [13] A. Trucco, "Synthesizing wide-band sparse arrays by simulated annealing", *OCEANS, 2001. MTS/IEEE Conference and Exhibition*, Honolulu (USA), 2001, Vol. 2, pp. 989-994.
 - [14] R.V. Kacelenga, P.J. Graumann, L.E. Turner, "Design of digital filters using simulated annealing", *Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, New Orleans (USA), May 1990, Vol. 1, pp. 642-645.
 - [15] F. Hsu, P-R. Chang, K-K. Chan, "Optimization of two-dimensional radome boresight error performance using simulated annealing technique", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 41, No. 9, September 1993, pp. 1195-1203.
 - [16] E. Michielssen, R. Mittra, "RCS reduction of dielectric cylinders using the simulated annealing approach", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 2, No. 4, April 1992, pp. 146-148.

- [17] P.V. Kraus, D.A. Mlynski, “A new annealing strategy for the placement of macrocells”, *Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Singapore, June 1991, Vol. 5, pp. 3130-3133.
- [18] B. Mitra, S. Jha, P.P. Choudhurl, “A simulated annealing based state assignment approach for control synthesis”, *Proceedings of the IEEE International Symposium on VLSI Design*, New Delhi (India), January 1991, pp. 45-50.
- [19] C. Lin, G. Yongji, X. Kai, Y. Huiyi, “Longer-term voltage stability calculation by simulated annealing algorithm”, *Proceedings of the International Conference on Advances in Power System Control, Operation and Management*, Hong Kong (China), November 1997, Vol. 1, pp. 166-169.
- [20] Y-W. Chen, T. Enokura, Z. Nakao, “A hybrid GA/SA approach to blind deconvolution”, *Proceedings of the International Conference on Knowledge-Based Intelligent Electronic Systems*, Adelaide (Australia), April 1998, Vol. 3, pp. 144-149.
- [21] B. Jackson, J. Norgard, “A hybrid genetic algorithm for generating optimal synthetic aperture radar target servicing strategies”, *Proceedings of the IEEE Aerospace Conference*, Montana (USA), March 2001, Vol. 2, pp. 709-718.
- [22] D. Adler, “Genetic algorithms and simulated annealing: a marriage proposal”, *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, San Francisco (USA), April 1993, Vol. 2, pp. 1104-1109.
- [23] A.K. Shaw, T. Manickam, “A parameter adaptive simulated annealing algorithm for frequency estimation”, *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems Engineering*, Fairborn (USA), August 1989, pp. 213-216.
- [24] http://www.usq.de/f90/simulated_annealing.htm
- [25] L. Ingber, “Simulated annealing: practice versus theory”, *Journal of Mathematical Computation Modelling*, Vol. 18, No. 11, December 1993, pp. 29-57.
- [26] P.R.S. Mendonça, L.P. Calôba, “New simulated annealing algorithms”, *Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Hong Kong (China), June 1997, pp. 1668-1671.
- [27] S-Y. Li, M-Y. Wu, J. Zhu, “A practical simulated annealing program and its application to quantitative CBED pattern matching”, *Ultramicroscopy*, May 2000, pp. 103-109.
- [28] W.L. Goffe, G.D. Ferrier, J. Rogers, “Global optimization of statistical functions with simulated annealing”, *Journal of Econometrics*, Vol. 60, No. 1/2, January/February 1994, pp.65-99.
- [29] <http://emlab.berkeley.edu/Software/abstracts/goffe895.html>
- [30] W. Youhua, Y. Weili, “Adaptive simulated annealing for the optimal design of electromagnetic devices”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 32, No. 3, May 1996, pp. 1214-1217.