

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA
Departamento de Ingeniería de Comunicaciones



TESIS DOCTORAL

Nuevas Técnicas de Simulación y Optimización
de Circuitos Osciladores y Lazos de Enganche en
Fase de Microondas

Jacobo Domínguez Mosquera

Santander, Marzo de 2009

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA
Departamento de Ingeniería de Comunicaciones



TESIS DOCTORAL

NUEVAS TÉCNICAS DE SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN
DE CIRCUITOS OSCILADORES Y LAZOS DE ENGANCHE EN FASE
DE MICROONDAS

Tesis Doctoral presentada por **Jacobo Domínguez Mosquera**
para la obtención del grado de Doctor por la **Universidad de Cantabria**

Autor: Jacobo Domínguez Mosquera
Director: Sergio Sancho Lucio

Santander, Marzo de 2009

UNIVERSITY OF CANTABRIA
Communication Engineering Department



PHD THESIS

NEW TECHNIQUES FOR THE SIMULATION AND OPTIMIZATION OF
MICROWAVE OSCILLATOR CIRCUITS AND PHASE-LOCKED LOOPS

PhD Thesis presented by **Jacobo Domínguez Mosquera**
to obtain the doctor degree by the **University of Cantabria**

Author: Jacobo Domínguez Mosquera
Supervisor: Sergio Sancho Lucio

Santander, March 2009

CERTIFICADO DEL DIRECTOR DE TESIS

D. Sergio Sancho Lucio, Profesor Contratado Doctor del Área de Teoría de la Señal y Comunicaciones del Departamento de Ingeniería de Comunicaciones de la Universidad de Cantabria.

HACE CONSTAR:

Que el trabajo titulado “Nuevas Técnicas de Simulación y Optimización de Circuitos Osciladores y Lazos De Enganche en Fase de Microondas” presentado por Jacobo Domínguez Mosquera para optar al título de Doctor por la Universidad de Cantabria, ha sido realizado en el Departamento de Ingeniería de Comunicaciones de la Universidad de Cantabria bajo su dirección y que reúne las condiciones exigidas a los trabajos de doctorado.

Santander, Marzo 2009

Fdo. Sergio Sancho Lucio

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría expresar mis agradecimientos a todas las personas que de una forma u otra han hecho posible este trabajo.

A mi director de tesis Sergio Sancho por su esfuerzo y dedicación a este trabajo de investigación, así como por su apoyo y valor humano. La calidad de esta tesis es sin lugar a dudas resultado de su influencia.

A la profesora Almudena Suárez por sus consejos, contribuciones y continuo apoyo en toda la extensión de este trabajo. Al resto de miembros del grupo de investigación, a Mabel Pontón por su ayuda y amistad, a Franco Ramírez por sus aportaciones y a Elena Fernandez por su reciente ayuda. También agradecer a Elena de Cos las contribuciones realizadas durante su trabajo en este grupo, y su amistad. Gracias a todos por darme la posibilidad de realizar esta tesis con vuestra compañía.

Al profesor José Luis García García, por ofrecerme la posibilidad de colaborar con otros miembros de la Universidad de Cantabria en el inicio de mi incorporación al Departamento de Ingeniería de Comunicaciones.

I would like to thank Profesor Thomas J. Brazil, Dr. Anding Zhu and Dr. John Dooley of the Electronic and Electrical Engineering Department of the University College Dublin, for his support and hospitality during my stage.

A todos los miembros del Departamento de Ingeniería de Comunicaciones (DICOM) con los que he compartido estos años y que me han comunicado su conocimiento en diferentes etapas de mi formación.

A lo miembros y amigos de ACORDE S.A., en especial al departamento de I+D+i. Por su apoyo y consejos que han ofrecido sin dudarlos y permitirme contemplar otro punto de vista de la labor de la investigación.

A Guillermina López y Justo Arruti por el continuo soporte que dan a todo el departamento y su trato humano.

A Eva Cuerno y Sandra Pana por su trabajo y colaboración en la fabricación y montaje de los circuitos que se presentan en este trabajo.

A todos los miembros del CDTUC y de mi puesto de trabajo actual, con los que he compartido trabajo y amistad a lo largo de estos años.

Igualmente, se agradece a la Universidad de Cantabria y a la Fundación Leonardo Torres Quevedo la concesión al autor y financiación de una beca predoctoral para la realización de esta tesis.

A mi familia, en especial a mis padres, Demetrio y Mari Carmen que me han apoyado en los caminos que he tomado y siempre han sido los mejores padres. A mi hermana Mari Carmen, y a Gorka, por tantos buenos momentos que hemos compartido y compartiremos. Al nuevo miembro de la familia, Yago, por sus sonrisas incondicionales.

A Laura, por tantas cosas. Resumir todos los buenos momentos y sentimientos que hemos compartido, me obligaría a adjuntar a este trabajo otro documento, el cual sería de extensión todavía desconocida. Gracias por su apoyo incondicional y por lo que nos pueda deparar el futuro juntos.

A todos mis amigos en especial a David Abia, Rafael Palacio, Horacio de Vega, Juan Alonso, Diego Abia, Hernán Sainz, David Hernández, Adolfo del Barrio, Agustín Mier, Jaime Puich,... y todos los que me dejo en el tintero. Por todos los buenos momentos que hemos compartido desde hace tantos años y los que quedan por venir.

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es el desarrollo de técnicas para la simulación y optimización del diseño de circuitos osciladores y lazos de enganche en fase de microondas. La intención de estas técnicas es que puedan ser utilizadas por el diseñador para optimizar las prestaciones de este tipo de circuitos durante la etapa de diseño. Por este motivo, se ha intentado que en todo momento las técnicas puedan ser utilizadas en combinación con un programa comercial de simulación de circuitos de microondas.

En el caso de los circuitos osciladores, inicialmente se han optimizado sus prestaciones cuando se utilizan como osciladores controlados por tensión. De esta forma, se han desarrollado una serie de técnicas que, en combinación con simulaciones en un programa comercial, permiten la linealización y extensión de la característica tensión-frecuencia. Mediante una técnica de control de estabilidad, se ha optimizado la respuesta dinámica del oscilador ante entradas variantes en el tiempo. En concreto, se ha aumentado la rapidez de respuesta eliminando transitorios lentos oscilantes que distorsionan la señal de salida deseada. Esta técnica se ha aplicado al caso particular de osciladores controlados por tensión utilizados para generar señales chirp, como puede ser en radares Frequency Modulated Continuous Wave (FMCW).

Se ha analizado también el fenómeno del ‘injection-pulling’, en el que una señal interferente desplaza la frecuencia de oscilación. Para ello, se ha desarrollado una formulación tipo transitorio de envolvente cuyos coeficientes pueden ser identificados mediante simulaciones de balance armónico en un simulador comercial. La técnica permite incrementar la robustez del circuito oscilador ante estas señales interferentes. Dados los problemas observados en el simulador comercial para simular la característica de ruido de fase en osciladores con estructuras acopladas, se ha desarrollado una técnica de simulación de ruido de fase que solventa estos problemas. La técnica obtiene la característica de ruido de fase a través de simulaciones de transitorio de envolvente en combinación con el uso de generadores auxiliares. Estas simulaciones pueden realizarse sin problemas usando un simulador comercial. Los resultados de todas las técnicas han sido corroborados mediante medidas en varios tipos de osciladores de microondas. Finalmente, se ha realizado un estudio preliminar para combinar el uso de series de Volterra con la técnica de

transitorio de envolvente para la simulación de la respuesta transitoria de los osciladores.

En el caso de los lazos de enganche en fase, se ha desarrollado un programa propio que realiza un análisis no lineal de lazos acoplados o 'Coupled Phase-Locked Loops' (CPLL). Estos sistemas son utilizados en aplicaciones tales como en control de apuntamiento de antenas 'phased-array'. El programa, basado en una formulación tempo-frecuencial del sistema, permite la obtención de los rangos de operación del CPLL mediante una caracterización no lineal de los elementos que componen el lazo. Se delimitan los rangos de histéresis, y se analiza la variación de estos rangos en función de los parámetros del sistema. Se analiza la estabilidad de las soluciones estacionarias, teniendo en cuenta parámetros tales como el retardo del lazo. Mediante el control de la estabilidad y un análisis de tipo transitorio de envolvente, se optimiza la rapidez del sistema en el seguimiento de entradas moduladas. Finalmente, se analiza el ruido de fase, separando la perturbación en fase en distintas componentes. Esta separación permite clarificar el efecto del ruido en el control de apuntamiento de un array de antenas. Las predicciones de las técnicas han sido validadas mediante medidas en un sistema CPLL a 2 GHz.

ABSTRACT

The objective of this work is the development of techniques for the simulation and optimization of the design of microwave oscillator circuits and phase-locked loops. The intention of these techniques is that they can be used by the designer to optimize the features of these kinds of circuits during the design stage. For this reason, a lot of effort has been put along this thesis to ensure that the techniques can be used in combination with commercial microwave circuit simulators.

In the case of the oscillator circuits, initially, their features have been optimized when used as voltage controlled oscillators (VCO). In this way, different techniques are proposed for the computer aided design of these circuits. The first technique allows setting the operation frequency band for specific values of the tuning voltage. The second technique imposes a linear frequency-voltage characteristic with the aid of an auxiliary generator. To follow this characteristic, the circuit is solved in terms of an ideal capacitance, synthesized, at a later stage, with the tuning varactor embedded in a linear network. In the third technique, the oscillator response to a sawtooth input, used to generate a chirp signal, is improved, eliminating spurious frequencies, not observable in steady state. To illustrate the techniques, a VCO operating in the C-band has been optimized and used to generate a chirp signal with low nonlinear frequency distortion.

The injection-pulling phenomenon in oscillator circuits has been also analyzed. Injection pulling by interference signals is an undesired phenomenon in front-end oscillators, which causes a shift of the oscillation frequency and degrades the output spectrum. A semi-analytical formulation for the insightful analysis of injection-pulling phenomena in the presence of a modulated carrier or chirp signal is presented. The formulation enables an efficient analysis of interference problems difficult to simulate with harmonic balance or standard envelope transient. It allows the modification of the original design in order to reduce the injection pulling to the desired levels. The techniques have been applied to an oscillator at 6 GHz.

Considering the problems found in commercial software to simulate the phase noise characteristic of coupled oscillator topologies, a numerical technique for the determination of the phase-noise spectrum of free-running oscillators is presented. The technique is based on envelope transient and can be applied to any commercial simulator on which this analysis method is available. The main advantage of the

technique is that it allows simulating the near carrier phase noise spectrum, including possible resonances. The elements providing the oscillator phase-noise spectrum are obtained from envelope-transient simulations of low-computational cost. Comparisons are performed between the presented technique and other existing techniques, such as the carrier modulation approach. The technique has been successfully tested on the simulation of the near carrier phase noise spectrum of an oscillator circuit at 6.3 GHz. Finally, a preliminary study has been carried out to combine the use of Volterra series with the envelope transient technique for the simulation of oscillator transients.

Regarding the phase-locked loops, in this thesis, harmonic-balance (HB) and envelope-transient formulations of coupled phase-locked loops (CPLLs) are presented. The CPLL has the added difficulty of its autonomous behavior since no reference oscillator is present. The new formulation takes into account the autonomy of the system, introducing a special set of state variables, which depend on the autonomous frequencies. The hysteresis phenomenon in CPLLs is analyzed in detail, efficiently obtaining the pull-in and hold-in ranges through HB. The pole analysis of the perturbed HB system enables an accurate prediction of instabilities and resonances. Due to the CPLL autonomy, there exists an inherent noise accumulation effect. This effect is taken into account, analyzing the perturbation in terms of accumulation and deviation components. The envelope formulation allows simulating the CPLL behavior in presence of modulation signals. The influence of the stability of the steady-state solution on the modulated signals is investigated. The simulation results have been successfully compared with the measurements in a manufactured CPLL system at 2 GHz.

ÍNDICE GENERAL

Introducción general.....	1
Bibliografía.....	5
1 Cálculo del estado estacionario en circuitos y sistemas autónomos.....	9
1.1 Introducción.....	9
1.2 Diferentes tipos de soluciones.....	9
1.3 Método de balance armónico.....	10
1.3.1 Sistemas no autónomos.....	12
1.3.2 Sistemas autónomos.....	13
1.4 Método de transitorio de envolvente.....	18
1.4.1 Resolución del sistema de envolvente.....	19
1.5 Series de Volterra.....	21
1.5.1 Series de Volterra continuas.....	21
1.5.2 Series de Volterra discretas.....	22
1.5.3 Series de Volterra de envolvente compleja.....	23
1.5.4 Extracción de los kernels de Volterra.....	24
Bibliografía.....	25
2 Análisis de estabilidad de las soluciones estacionarias de sistemas no lineales y efectos del ruido en circuitos osciladores.....	29
2.1 Introducción.....	29
2.2 Análisis de estabilidad.....	29
2.2.1 Análisis de estabilidad en el dominio del tiempo.....	29
2.2.2 Análisis de estabilidad en el dominio de la frecuencia.....	32
2.3 Ruido en osciladores.....	33
2.3.1 Separación de la perturbación en componentes de fase y amplitud....	33
2.3.2 Técnicas en el dominio de la frecuencia.....	35

2.3.3 Técnica en transitorio de envolvente.....	44
Bibliografía	47
3 Técnicas de optimización de osciladores controlados por tensión	49
3.1 Motivación y antecedentes.....	49
3.1.1 Ejemplo de radar modulado en frecuencia por onda continua (FMCW).	50
3.2 Objetivos.....	54
3.3 Análisis del circuito original.....	55
3.4 Extensión del ancho de banda.....	56
3.5 Linealización de la característica del VCO.....	58
3.6 Mejora de la respuesta dinámica.....	61
3.7 Caracterización experimental.....	64
3.8 Conclusiones.....	65
Bibliografía	67
4 Formulación semi-analítica para el análisis y la reducción del ‘injection-pulling’ en osciladores de sistemas transmisores y receptores de comunicaciones	69
4.1 Introducción.....	69
4.2 Formulación semi-analítica para injection-pulling	71
4.2.1 Interferencia por una portadora no modulada.	74
4.2.2 Interferencia por una portadora modulada.	76
4.2.3 Interferencia mediante una señal chirp.....	76
4.2.4 Reducción del efecto de ‘injection-pulling’.....	78
4.3 Conclusiones.....	80
Bibliografía	81
5 Análisis no lineal de un sistema de lazos de enganche en fase acoplados (CPLL)	83
5.1 Introducción.....	83
5.2 Análisis del PLL individual.....	86
5.2.1 Filtro de lazo.....	86
5.2.2 Oscilador controlado por tensión y divisor de frecuencia.....	88
5.2.3 Detector de fase: Modelo simple del mezclador.....	88
5.2.4 Detector de fase: Mezclador completo.....	91
5.3 Implementación del CPLL.....	91
5.4 Análisis del CPLL en estado estacionario.....	93
5.4.1 Análisis de la solución enganchada, rango de hold-in.....	94
5.4.2 Análisis de estabilidad de la solución sincronizada.....	99

5.5	Análisis de la solución desenganchada. Histéresis y rango de pull-in...	103
5.5.1	Análisis de la solución desenganchada y el fenómeno de histéresis.	103
5.5.2	Modificación de los rangos de histéresis y pull-in.....	106
5.6	Respuesta a modulación externa.....	107
5.6.1	Formulación de envolvente para el análisis del transitorio hacia el enganche.	107
5.6.2	Respuesta fuentes de modulación.	110
5.7	Análisis de ruido de fase.....	112
5.7.1	Componentes de acumulación y desviación.....	112
5.7.2	Expresiones analíticas para el espectro de ruido de fase.....	114
5.8	Conclusiones	119
	Bibliografía	121
6	Técnica de simulación de ruido de fase en circuitos osciladores de microondas basada en transitorio de envolvente	125
6.1	Introducción.....	125
6.2	Análisis tempo-frecuencial del ruido de fase.....	126
6.2.1	Técnica de transitorio de envolvente.....	126
6.2.2	Procedimiento de simulación.....	128
6.2.3	Aplicación a un HEMT-VCO.	131
6.2.4	Caracterización experimental.....	138
6.3	Modelo de una fuente de ruido flicker.....	140
6.4	Conclusiones.....	143
	Bibliografía	145
7	Modelado dinámico de osciladores controlados por tensión, combinando series de Volterra con una formulación de envolvente.....	149
7.1	Introducción.....	149
7.2	Modelado de la respuesta del VCO ante una señal de modulación.	150
7.3	Aplicación a un VCO de microondas.	154
7.3.1	Modelos de Volterra generados.....	157
7.4	Conclusiones.....	161
	Bibliografía	163
	Conclusiones generales	165
	Conclusions	167
	Publicaciones.....	169

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 (a) Representación en el espacio de fases (x, \dot{x}) de las soluciones típicas de un oscilador. (b) Plano complejo de la circunferencia de soluciones para la componente del primer armónico, se indican dos soluciones particulares para dos valores diferentes de τ	14
Figura 2 Generadores auxiliares de intensidad y de tensión. Se incluyen en la figura los filtros $Y(\omega)$, $Z(\omega)$, los cuales en análisis frecuenciales eliminan la influencia del AG a frecuencias distintas de ω_0 . También se representan los ‘switchs’ $Y_t(t)$, $Z_t(t)$ que ‘desconectan’ el efecto de los AG para $t \geq t_0$ en análisis temporales.....	15
Figura 3 Conjuntos de soluciones típicas para un oscilador sincronizado fijada la potencia de la fuente de inyección de tensión o intensidad. Se representan dos casos particulares para cada conjunto de soluciones, variando la fase para ambos conjuntos ϕ^s y ϕ^o , en el rango $[0, 2\pi]$. Para el caso no oscilatorio el cambio de fase es muy lento, siendo en el ejemplo de la figura $\phi_1^0 \approx \phi_2^0$	17
Figura 4 Envolvente compleja, señal de ejemplo: WLAN 802.11 GHz. El eje de frecuencias se referencia siempre a un cierto armónico k . En este caso, la frecuencia central de la figura, se corresponde a la frecuencia de WLAN correspondiente a la portadora ($k = 1$) $\rightarrow f_1 = 2.45$ GHz.....	18
Figura 5 Esquema del cálculo de $y(n)$ para una serie de Volterra con $P=2$ y $M=3$. Los productos de $x(n-i)$ vienen ponderados por los núcleos de Volterra. Esta dependencia de $y(n)$ con términos de $x(n-i)$ se puede expresar mediante la convolución lineal como un filtro FIR.....	23
Figura 6 Solución perturbada representada sobre una desviación del ciclo límite. La solución $x(t)$ se expresa como la perturbación sobre el ciclo límite $x^0(t+\vartheta(t))$ más una perturbación $\Delta x(t+\vartheta(t))$ transversal.....	34
Figura 7 Esquemático para el análisis de matriz de conversión sobre un elemento no lineal $I = f(V)$, a la que se aplica una perturbación v de pequeña señal sobre una tensión V_0	37
Figura 8 (a) Esquema de un circuito oscilador, dividido en parte activa y en resonador variable mediante una tensión de control V_t . (b) Circuito equivalente de un diodo varactor incluyendo parásitos de empaquetado.....	49
Figura 9 Sistema FMCW radar básico. Se utiliza una muestra de la señal transmitida modulada linealmente en frecuencia para mezclar con el eco recibido y estimar la distancia al objetivo.	50
Figura 10 Fundamentos de sistemas radar FMCW. La variación lineal de la frecuencia con el tiempo, permite estimar la distancia al objetivo conociendo la diferencia de frecuencias instantánea de transmisión-recepción.....	51
Figura 11 Sistema para simular objetivo a 1000λ mediante una línea de retardo a λ_{ref} . Los parámetros de la figura se corresponden con una caso ideal de VCO con $f_0 = 6$ GHz, y $k_v = 50$ MHz/V.....	52
Figura 12 (a) Espectro de señal chirp generada para el VCO ideal, con $BW = 300$ MHz, (b) Espectro de la mezcla de la señal en transmisión con la señal recibida tras la línea de retardo. El eje horizontal representa la distancia al objetivo en λ obtenido a partir de (3.8).....	53

Figura 13 Característica frecuencia-tensión del VCO real y ajuste realizado mediante un polinomio de grado $n = 4$.	53
Figura 14 VCO no lineal, (a) Espectro de señal chirp transmitida con el modelo no lineal, (b) Espectro de la mezcla transmisión-recepción con el eje horizontal escalado en λ , al igual que la Figura 12.	54
Figura 15 VCO basado en MESFET. Salida por drenador y resonador conectado en gate (línea discontinua). El resonador está formado por un diodo varactor embebido en una red LC, polarizado en inversa mediante la tensión de control V_t .	55
Figura 16 Simulación de la característica original tensión de control frente frecuencia al primer armónico para el VCO de la Figura 15.	56
Figura 17 Técnica para imponer diferentes bandas de operación del VCO. (a) Característica original. Desplazamiento (b) $\Delta f = 300$ MHz y (c) $2\Delta f$, del límite superior de la banda manteniendo fijo el límite inferior. Desplazamiento (d) $\Delta f = 300$ MHz y (e) $2\Delta f$, del límite inferior de la banda manteniendo fijo el límite superior.	57
Figura 18 Esquemático del VCO de la Figura 15 modificado. Se ha reemplazado la parte del resonador que incluía al varactor, por una capacidad no lineal $C(f_o, V_t)$. Además se muestra la disposición del AG que se utilizará para llevar a cabo la optimización.	58
Figura 19 Capacidades obtenidas tras el proceso de optimización descrito. Los valores unidos mediante el trazo grueso son los necesarios para que el VCO de Figura 18 exhiba una respuesta frecuencia tensión lineal. Los trazos finos muestran la reactancia de la capacidad necesaria para que cada tensión de control de lugar a una frecuencia $f_o = k_v V_t + f_{o0}$.	59
Figura 20 Red de linealización sintetizada a partir de los valores de $C(f_o, V_t)$ representados en la Figura 19. Varias topologías son posibles para esta red siempre que presenten la flexibilidad necesaria y no influyan en la polarización del circuito original.	59
Figura 21 Reactancia requerida y reactancia obtenida tras el ajuste por la red de linealización de la Figura 20.	60
Figura 22 Característica objetivo (lineal ideal) y característica obtenida tras incluir la red de linealización sintetizada al primer armónico. La linealidad mejora respecto a la respuesta inicial pero se siguen apreciando de forma clara no linealidades.	60
Figura 23 Comparación de la característica final linealizada con la respuesta inicial del VCO. Se aprecia como gracias al último paso de reoptimización multipunto, se realiza un ajuste más fino de la linealidad del VCO obteniéndose un buen resultado.	61
Figura 24 Chirp generada por VCO original, resultado de aplicar la señal diente de sierra, mostrada en primer plano en trazo oscuro, en el terminal de control de polarización del varactor.	62
Figura 25 Movimiento de los polos críticos que generan los transitorios de baja frecuencia. Se aprecia una clara sensibilidad de estos polos con la resistencia en serie R_s .	62
Figura 26 Frecuencia instantánea tras el proceso de estabilización, desplazando los polos críticos lejos del eje imaginario $R_s = 5 \Omega$. Todavía se aprecia un ligero transitorio, sólo presente tras el brusco cambio de la tensión de control en cada período negativo del diente de sierra.	63
Figura 27 Chirp generada tras el proceso de estabilización superpuesta a la chirp original. Se aprecia la reducción de transitorios en el espectro, dando lugar a una envolvente más robusta y con menores variaciones en amplitud.	63
Figura 28 Implementación del VCO original (izquierda) y con red de linealización (derecha). La red de realimentación no hace crecer apreciablemente las dimensiones del circuito.	64
Figura 29 Medidas VCO original y linealizado, se observa una muy buena mejora en la linealización de la respuesta, eliminando completamente la saturación en la banda de trabajo.	64
Figura 30 Espectro de señal chirp, del original y linealizado. El espectro del circuito linealizado tiende a un espectro plano en la banda de trabajo, al contrario que el espectro del circuito original, cuyas componentes frecuenciales principales se encuentra en la parte alta de la banda.	65
Figura 31 Esquema simplificado de un Front-End, se muestra una posible vía de acoplo de señales interferentes sobre el oscilador local.	70

Figura 32 Modelado de la inyección a un oscilador incluyendo el equivalente Norton que modela la señal interferente. Y_L e Y_N modelan la admitancia lineal y la no-lineal respectivamente.	71
Figura 33 (izquierda) Esquemático del oscilador a $f_0 = 5.9$ GHz, con dos puertos de interferencia Port 1, Port 2. (derecha) Implementación del esquemático del VCO.	74
Figura 34 Evolución de la frecuencia de batido frente a la potencia interferente para el Port 1 y el 2. Se han incluido las medidas realizadas en el Port 2, y la simulación de HB realizada en el Port 1 coincidiendo ambas con los resultados obtenidos mediante la formulación semi-analítica. Los puntos negros sobre la curva de la derecha, indican los valores de los parámetros para el análisis de las Figura 35 y Figura 36.	75
Figura 35 Espectro del oscilador de la Figura 33 en condiciones cercanas a la sincronización. Los resultados de (4.5) se comparan con los obtenidos mediante un transitorio de envolvente del simulador comercial.	75
Figura 36 Espectro de salida del oscilador debido a una interferencia con amplitud constante y fase modulada de forma periódica. La línea discontinua representa la frecuencia de oscilación en ausencia de interferencia.	76
Figura 37 Efecto sobre el espectro a la salida de la interferencia chirp a $f_{in} = 6.225$ GHz. Los parámetros de la señal chirp en (4.11) son $\Delta\omega_c = 2\pi \cdot 50$ MHz y $T_c = 10$ μ s. Las medidas están superpuestas.	77
Figura 38 Medidas y simulaciones de la (a) frecuencia de batido y (b) ancho de banda de la señal chirp a la salida para diferentes potencias de la señal inyectada en el Port 2. Cada una de las figuras ilustra dos regiones de funcionamiento. Para valores bajos de potencia no se ha producido la sincronización y el oscilador funciona en régimen de mezclador auto-oscilante (SOM). Con potencia suficiente el oscilador se sincroniza a la señal interferente con $f_o' = f_{in}$, región (S).	78
Figura 39 Reducción del 'injection-pulling' incrementando el modulo $ Y_{\omega} $. Las líneas discontinuas indican el límite $ \Delta f = f_{in} - f_0 $	79
Figura 40 Esquema general de un conjunto de p CPLLs con p-1 detectores de fase. Cada PLL incluye un filtro de lazo $F_i(s)$, un VCO _i , un divisor N_i	84
Figura 41 Esquema PLL orden 1, se muestran varios puntos intermedios para modelar la adición de fuentes de ruido n_i . Las señales ϕ_i y ϕ_o son respectivamente el oscilador de referencia y la salida del PLL.	86
Figura 42 Filtros de lazo analógicos típicos y sus funciones de transferencia. (a) Filtro pasivo RC, un polo. (b) Filtro pasivo, un polo y un cero. (c) Filtro activo, un polo en el origen y un cero.	87
Figura 43 Ejemplo de topología de sumador-restador basado en un amplificador operacional seguido de un filtro de lazo con un polo, implementado mediante un filtro pasivo RC.	87
Figura 44 Esquemático del CPLL implementado, formado por dos VCOs acoplados mediante un detector de fase basado en mezclador. Las entradas AUXREF1 y AUXREF2 permiten introducir fuentes de alta frecuencia para reemplazar cada uno de los PLLs. Las entradas MOD1 y MOD2 permiten aplicar una modulación de baja frecuencia. Se incluye en la figura las referencias de los componentes utilizados.	92
Figura 45 PCB del CPLL. Posee dos entradas de modulación de baja frecuencia (MOD1, MOD2), dos entradas auxiliares de alta frecuencia (AUXREF1, AUXREF2) y dos salidas, una por cada PLL (OUT1, OUT2).	93
Figura 46 Órbita de la solución perturbada para $\tau = 0$, y órbita de la solución tras un desplazamiento arbitrario $\tau = \tau_1$. El espacio de soluciones perturbadas se mantiene sobre la recta L, pero debido a la presencia del término suma del PD, los puntos sobre la recta se convierten en pequeñas órbitas.	97
Figura 47 Desviación de la componente de DC de la fase $\Delta\Phi_0 = \Phi_0^{1s} - \Phi_0^{2s}$ vs la frecuencia de desviación Δf de la solución sincronizada. Los puntos de retorno T_1 y T_2 delimitan el rango de hold-in. Δf ha sido modificada fijando $f_1 = 1.5$ GHz y variando f_2 . Los parámetros del CPLL implementado han sido considerados en el análisis.	99

Figura 48 Parte real de los polos frente al desplazamiento de la componente de DC de la fase, $\Delta\Phi_0$. La estabilidad viene determinada por los puntos de retorno T_1 y T_2 . Los parámetros del CPLL implementado han sido considerados en el análisis.	101
Figura 49 Evolución de la parte real de los polos para diferentes valores del retardo de propagación $\tau_d = 0$ ps, 50ps y 66ps frente a la variación de la ganancia del PD k_d	102
Figura 50 Medida del espectro de la solución enganchada. La frecuencia de resonancia $f_a = 60$ kHz debida a la existencia de un par de polos conjugados $\lambda_{2,3} = \sigma_a \pm j2\pi f_a$, aparece tal como predice el análisis de estabilidad de la Figura 49. La resonancia se reduce al decrementar la ganancia del PD desde $k_d = -17$ dB a $k_d = -23$ dB.	103
Figura 51 Distancia d_i de la colisión entre la solución cuasi-periódica y la solución periódica de tipo silla para dos casos diferentes $\Delta f_1, \Delta f_2$, con $\Delta f_2 < \Delta f_1$	105
Figura 52 Evolución de las soluciones sincronizada/desincronizada. Fenómeno de histéresis debido a la coexistencia de ambas soluciones. Rango de histéresis delimitado por los puntos de retorno T_i y las conexiones nodo-silla D_i . Medidas de los rangos de hold-in y pull-in sobre la figura.	106
Figura 53 Diagrama de bifurcación en el espacio de parámetros constituido por el polo del filtro y la desviación en frecuencia función $(f_p, \Delta f)$. Según se incrementa f_p el conjunto de valores de Δf para los cuales se produce el fenómeno de histéresis se reduce. Los parámetros utilizados son los del CPLL implementado de la Figura 41. Medidas sobre la figura para $f_p = 8$ kHz.	107
Figura 54 Simulación de envolvente del transitorio hacia el estado sincronizado para dos k_d . De acuerdo con el análisis de estabilidad de la sección 5.4.2, el comportamiento del transitorio es altamente dependiente del valor de la ganancia del PD, k_d . Se ha considerado un retardo $\tau_d = 66$ ps. Para $k_d = -17$ dB, el par de polos complejos conjugados cercanos al eje imaginario, da lugar a una frecuencia en el transitorio de $f_a = 60$ kHz. Para $k_d = -25$ dB, los polos se alejan del eje imaginario y se reduce el transitorio al enganche.	109
Figura 55 Salida del detector de fase en presencia de una modulación en $m_1(t)$ para, $k_d = -17$ dB, $\tau_d = 66$ ps. a) Simulación de $Y_0(t)$. b) Medida de tensión de salida del PD.	111
Figura 56 Salida del detector de fase en presencia de una modulación para los parámetros $k_d = -25$ dB, $\tau_d = 66$ ps. a) Simulación de $Y_0(t)$. b) Medida de tensión de salida del PD.	111
Figura 57 Espectros del CPLL modulados por una señal externa en los casos (a) enganchado, (b) fuera de enganche. En (a) se aprecia claramente el ensanchamiento del espectro debido a la modulación en frecuencia. En (b) una amplitud excesiva de la señal modulación da lugar al desenganche y la degradación del espectro de salida.	112
Figura 58 Solución perturbada $\bar{\phi}(t)$, en función de la componente de acumulación y el vector de la desviación $\alpha(t)$, $\Delta\bar{\phi}(t)$. La componente de acumulación desplaza la solución a lo largo de la recta L , mientras que el vector de la desviación modela el desplazamiento ortogonal de la solución a esta recta.	113
Figura 59 Representación en el dominio de la frecuencia del módulo de $H_A(\omega)$ para la componente de desviación.	117
Figura 60 Medidas del ruido de fase del CPLL para diferentes valores de la ganancia del PD $k_d = -20$ dB, $k_d = -15$ dB y ruido de fase del VCO libre. La ganancia de $k_d = -20$ dB ofrece mejores resultados para el ruido de fase del CPLL que para el VCO libre, se aprecia una resonancia para $k_d = -15$ dB.	118
Figura 61 Descomposición en el plano complejo de la variación temporal de la componente armónica $X_{ik}(t)$, en perturbaciones de fase y de amplitud.	128
Figura 62 Esquema de cada una de las realizaciones o “paths” que se llevan a cabo por cada fuente. La amplitud y fase de cada la fuente de ruido sigue una distribución gaussiana.	129
Figura 63 Esquemático de oscilador push-push como ejemplo de una topología que presenta dificultades en simulaciones de HB. Principalmente fallos en la convergencia para obtener la solución oscilatoria en simuladores comerciales.	130
Figura 64 Medidas y simulaciones para el circuito oscilador push-push de la Figura 63. Las simulaciones se realizaron para dos valores de la polarización con la técnica aquí presentada.	131

Figura 65 Esquema simple de realimentación negativa de baja frecuencia para reducir el ruido de fase de baja frecuencia. El circuito $R_p C_p$ toma la muestra de ruido en V_{in} . La versión invertida y escalada de la muestra de ruido, es aplicada a un nodo sensible del oscilador en V_{out}	132
Figura 66 Esquemático del VCO MESFET 6 - 6.3 GHz. Se marca en línea discontinua a la derecha, el lazo de realimentación de baja frecuencia.	133
Figura 67 Característica original frecuencia/tensión, del VCO de la Figura 66 sin aplicar la realimentación de baja frecuencia. Se aprecia una clara saturación por encima de 3 V de tensión de control.....	134
Figura 68 Esquemático del circuito realimentado y linealizado. Se muestra a la derecha en línea discontinua la realimentación de baja frecuencia. En la parte izquierda dentro de la línea punteada se representa la nueva red de linealización incluyendo al varactor.....	135
Figura 69 Modificación del ancho de banda de trabajo del VCO de la Figura 66. Izquierda: (a) banda de trabajo original, (b) trazo discontinuo nueva banda de trabajo debido a la realimentación de baja frecuencia. Derecha: (a) linealización sin red realimentación, (b) linealización con red realimentación, (c) característica objetivo.....	135
Figura 70 Esquemático de la red de realimentación basado en un BJT. Se han omitido los detalles de la redes de polarización e interconexión al circuito completo del VCO.....	136
Figura 71 (a) Representación de la variación temporal del primer armónico de la tensión de salida $X_{01}(t)$. (b) Espectro del armónico variable en el tiempo $X_{01}(t)$	136
Figura 72 Comparativa de la transferencia del ruido debido a una perturbación sinusoidal aplicada a un nodo interno del oscilador, obtenida sobre la carga de salida R_L . (a) Circuito sin realimentar. (b) Circuito con realimentación de baja frecuencia.....	137
Figura 73 Simulaciones de la mejora del ruido de fase del oscilador debido a lazo de realimentación de baja frecuencia. Se presentan simulaciones con la nueva técnica para el circuito inicial y el realimentado. Sólo se presentan simulaciones de modulación de portadora para el caso original debido a problemas de convergencia del simulador.....	138
Figura 74 Foto de VCO implementado. Comparación de una de las medidas del ruido de fase con realimentación (traza inferior), y sin él (traza superior).....	139
Figura 75 Comparación de las medidas y las simulaciones del espectro de ruido de fase en el VCO con realimentación de baja frecuencia.....	139
Figura 76 Tres realizaciones de un proceso random walk para $A = 2$, $D = 1$, (a) realizaciones hasta $t = 4000$, (b) detalle de los escalones del random walk para un intervalo comparable a D	140
Figura 77 Densidad espectral de potencia para una realización del RW de la Figura 76. Se superpone la expresión analítica aproximada (6.10).....	141
Figura 78 Realización de un BRW para $A = 1$, $D = 1$, $b = 10$, se aprecian claramente las cotas máximas y mínimas de $\pm b$	142
Figura 79 Densidad espectral de potencia de un RBW, con los parámetros $A = 1$, $D = 1$, $b = 10$	142
Figura 80 Modelos de ruido flicker contruidos a partir de 5, 10 y 20 RBW. Para cada RBW se ha utilizado $D^i = 2^i D$. El límite inferior viene condicionado por el número de RBW utilizados. Se aprecia el aplanamiento del espectro a 10^{-3} (5 BRW), 10^{-4} (10 BRW) y 10^{-5} (20 BRW).....	143
Figura 81 Desviación en frecuencia del VCO debido a los valores máximo y mínimo de $v_i(t)$. El ancho de banda aproximado de la modulación FM, viene determinado por la regla de Carson $2(f_\Delta + f_m)$, donde f_Δ es la desviación máxima en frecuencia debido a la tensión v_i y la característica del VCO, y f_m es la frecuencia máxima de la señal moduladora v_i	151
Figura 82 Esquemático del VCO a modelar mediante la técnica propuesta. Está formado por un MESFET con el resonador conectado en gate.....	154
Figura 83 (a) Potencia de los seis primeros armónicos en toda la banda de trabajo para diferentes tensiones de control, (b) característica frecuencia tensión del primer armónico.....	154

Figura 84 (a) Transitorio del arranque de la oscilación verificado mediante un análisis temporal, (b) detalle de la forma de onda a la salida donde se aprecian pequeñas componentes armónicas de orden superior.	155
Figura 85 (izquierda) Proceso de generación del modelo de Volterra mediante la señal seleccionada. (derecha) Prueba del modelo de Volterra de orden reducido con un conjunto de señales diferente de la usada en la generación.	155
Figura 86 Ejemplo de señales de entrada y salida para un tono simple. Se introduce una señal de control en banda base al VCO, obtenemos el módulo y la fase del primer armónico, generándose una modulación en frecuencia.	156
Figura 87 Espectros de dos modelos de Volterra con un buen ajuste respecto al simulador. a) v_i : tono de 10 MHz con 1 v_{pp} . Ordenes de Volterra $M = 2$, $P = 5$. Señal de prueba multi-armónica a 1,3,5,7 MHz con 0.25 v_{pp} cada tono. b) v_i : 10 MHz, 1 Vpp. Ordenes Volterra $M = 2$, $P = 5$. Señal de prueba multi-armónica 3,7 MHz, 0.5 v_{pp} cada tono.	158
Figura 88 Espectro de salida de modelo de Volterra con mal ajuste respecto simulador. Señal de generación, v_i multi-armónica a frecuencias 1,3,5,7 MHz con amplitudes de 0.25 v_{pp} para cada tono. Ordenes de Volterra $M = 2$, $P = 5$. Señal de prueba multi-armónica a 3,7 MHz con 0.5 v_{pp} cada tono.	158
Figura 89 Espectro de salida de modelo Volterra. Señal de generación ruido blanco sobre señal de DC 0.5V y $v_{t0} = 1$ V, $M = 3$. $P = 8$. Señal de prueba triangular, tiempo de subida = tiempo bajada = 1 us, $v_{t0} = 0.5$ V, $v_{pp} = 0.6$ V.	159
Figura 90 Espectro de salida de modelo Volterra. Señal de generación ruido blanco sobre señal de DC 0.5V y $v_{pp} = 0.5$ V, $M = 3$. $P = 8$. Señal de prueba, chirp obtenida con VCO de $k_v = 10$ MHz, sobre $v_{t0} = 0.5$ V y con $v_{pp} = 1$ V.	160
Figura 91 Espectro de salida de modelo Volterra. Señal de generación, chirp obtenida con VCO de $k_v = 10$ MHz, sobre $v_{t0} = 0.5$ V con $v_{pp} = 1$ V. Señal de prueba, triangular con tiempo de subida = tiempo de bajada = 1 us, $v_{t0} = 0.5$ V y $v_{pp} = 0.6$ V.	160

ACRÓNIMOS

ADS	Advanced Design System
AG	Auxiliary Generator
AM	Amplitude Modulation
BJT	Bipolar Junction Transistor
BRW	Bounded Random Walk
CPLL	Coupled Phase-Locked Loop
DDS	Direct Digital Synthesizer
FFT	Fast Fourier Transform
FIR	Finite Impulse Response
FM	Frequency Modulation
FMCW	Frequency-Modulated Continuous Wave
HB	Harmonic Balance
LFM	Linear Frequency Modulation
LNA	Low-Noise Amplifier
MESFET	Metal-Semiconductor Field-Effect-Transistor.
PD	Phase Detector
PLL	Phase-Locked Loop
PM	Phase Modulation
RADAR	RAdio Detection And Ranging
RF	Radio Frequency
RMS	Root-Mean-Square
RW	Random Walk
SOM	Self-Oscillating Mixer
STAN	STAbility ANalysis
VCO	Voltage-Controlled Oscillator
WLAN	Wireless Local Area Network

Introducción general

En los sistemas modernos de comunicaciones, existe una demanda creciente de componentes de radio-frecuencia con altas prestaciones. En el caso de los circuitos de carácter autónomo, tales como osciladores y lazos de enganche en fase, existen limitadas herramientas de diseño. Estos circuitos trabajan necesariamente en régimen no lineal, indispensable para el mantenimiento de la auto-oscilación. Como consecuencia, el análisis de estos circuitos requiere de técnicas de simulación que permitan al diseñador predecir su comportamiento no lineal. En los circuitos de microondas, las técnicas de simulación del dominio de la frecuencia son las más comúnmente utilizadas [1]-[4]. Además de permitir el uso de modelos frecuenciales de los elementos lineales, estas técnicas son capaces de converger directamente al estado estacionario, evitando los transitorios de larga duración que a menudo presentan estos circuitos.

Los simuladores comerciales actuales de circuitos de microondas proporcionan varias técnicas del dominio de la frecuencia, tales como balance armónico [5],[6] y transitorio de envolvente [7]-[10]. Estas técnicas permiten una adecuada simulación de circuitos no autónomos, como por ejemplo mezcladores y multiplicadores de frecuencia. Sin embargo, en el caso de circuitos de carácter autónomo, como los osciladores de microondas, estas técnicas no son capaces de converger por si mismas a la solución estacionaria oscilatoria. Esto es debido a la coexistencia de dicha solución con otras soluciones no oscilatorias e inestables, es decir, no observables físicamente [11]-[14]. Los algoritmos de optimización utilizados en estas técnicas convergen por defecto a las soluciones no oscilatorias [11],[15],[16], por lo que se hace necesario el uso de técnicas adicionales para asegurar la convergencia a la solución oscilatoria [11][17]-[19]. Entre estas técnicas se encuentra el uso de generadores auxiliares [11]. La combinación de generadores auxiliares con las citadas técnicas del dominio de la frecuencia evita la convergencia a las soluciones inestables no oscilatorias. Esta técnica ha significado un gran avance para la simulación de circuitos autónomos. Además de asegurar la convergencia a la solución oscilatoria, permite optimizar el diseño del circuito, fijando características tales como la frecuencia de oscilación o la potencia de salida [11],[20].

El objetivo de esta tesis ha sido avanzar en las técnicas mencionadas a fin de extender su capacidad para enfrentarse a comportamientos y sistemas más complejos.

El primer paso ha consistido en extender el uso de la técnica del generador auxiliar para hacerla aplicable a la optimización del comportamiento del circuito oscilador en un rango completo de trabajo. Esto supone un avance respecto a los trabajos realizados hasta el momento en el grupo de investigación, en los que el generador auxiliar se usaba para optimizar un punto del rango de trabajo [21],[22]. Esta nueva técnica se ha aplicado a la linealización y prefijado de los extremos de la característica frecuencia-tensión de osciladores controlados por tensión (VCO). Se ha comprobado la utilidad de esta aplicación para osciladores utilizados en radares Frequency Modulated Continuous Wave (FMCW), donde el VCO se utiliza para generar señales chirp [23]. Se ha utilizado esta técnica en combinación con la técnica de análisis de estabilidad desarrollada en la Universidad del País Vasco [24] para estabilizar la respuesta dinámica del VCO a lo largo de toda su característica, eliminando de esta forma posibles distorsiones en la señal chirp generada [25]. Siguiendo con esta línea de investigación, se ha realizado un trabajo preliminar para evaluar la posibilidad de combinar la técnica de transitorio de envolvente con el uso de series de Volterra, a fin de modelar la respuesta dinámica del oscilador controlado por tensión ante entradas moduladas.

Las técnicas del dominio de la frecuencia, combinadas con el uso de generadores auxiliares, permiten al software comercial simular con gran efectividad la solución periódica estacionaria de los circuitos osciladores. Sin embargo, existen ciertos modos de operación de estos circuitos que el simulador no es capaz de resolver con precisión. El uso de modelos comportamentales reducidos del oscilador que reproduzcan fielmente el comportamiento del circuito dentro de los rangos deseados de funcionamiento, es una buena solución a este problema. Estos modelos puede ser programado en un software propio y resolverse utilizando la técnica de simulación mas apropiada en cada caso. En este trabajo se ha utilizado la formulación semianalítica [26] desarrollada por la profesora Almudena Suárez para construir un modelo reducido del oscilador. Este modelo se ha utilizado para simular el fenómeno del injection-pulling [27], en el que una señal interferente modulada distorsiona la oscilación periódica. En este caso, el método de transitorio de envolvente sería el más indicado para la simulación del estado estacionario en presencia de la señal interferente. Sin embargo, si el ancho de banda de la señal interferente es lo suficientemente grande, el transitorio de envolvente del simulador comercial basado en una base fija de frecuencias no es capaz de simular la solución estacionaria, ni siquiera ayudado por el uso de generadores auxiliares. La formulación semianalítica proporciona un sencillo sistema de ecuaciones diferenciales en el dominio tempo-frecuencial que puede ser resuelto en un simulador propio. Por otro lado, este modelo, al presentar una dependencia clara e intuitiva con los parámetros de circuito, ha permitido aumentar la robustez del oscilador ante este tipo de interferencias.

Otra situación en la que el simulador comercial presenta problemas es el cálculo de ruido de fase en osciladores con estructuras acopladas. Estos sistemas pueden ser por ejemplo arrays de osciladores acoplados utilizados en el control de apuntamiento de antenas phased-array [28],[29], o también osciladores del tipo N-push [30], en los que la simetría del sistema cancela en el terminal de salida los N-1 primeros armónicos para dar una oscilación al N-ésimo armónico de la oscilación individual de cada oscilador. El problema proviene del hecho de que para aplicar la técnica correspondiente de cálculo de ruido de fase, bien sea matriz de conversión o modulación de portadora, el simulador necesita calcular primero la solución

estacionaria sin permitir la ayuda del generador auxiliar. En los últimos tiempos, los simuladores comerciales actuales han evolucionado de forma que son capaces de converger a la solución periódica estacionaria del oscilador individual sin necesidad de la técnica del generador auxiliar, aunque en ciertas situaciones puede presentar problemas de convergencia. Sin embargo, en el caso de las estructuras acopladas mencionadas, en ausencia de dicho generador auxiliar, el simulador suele converger a la solución no oscilatoria inestable [31][33]. Por lo tanto, en este tipo de estructuras el cálculo de ruido de fase mediante matriz de conversión o modulación de portadora suele resultar problemático. Para solventar este problema se ha desarrollado una técnica de simulación de ruido de fase basada en simulaciones de transitorio de envolvente, las cuales pueden realizarse sin problema en el simulador comercial, con la ayuda de la técnica del generador auxiliar. A partir de un conjunto de simulaciones de bajo coste computacional, la técnica proporciona el espectro de ruido de fase tanto cerca como lejos de la portadora.

Respecto a la simulación de lazos de enganche en fase o Phase-Locked Loops (PLL), la simulación eficiente de estos sistemas en simuladores comerciales presenta, a día de hoy, fuertes limitaciones. La solución estacionaria del PLL contiene componentes frecuenciales de, al menos, tres órdenes de magnitud muy distintos. Estos órdenes corresponden a la frecuencia sintetizada, que pueden ser del orden de GHz, a componentes espurias provenientes de la no linealidad del detector de fase, que suelen ser del orden de MHz, y finalmente al ruido y señales de modulación de baja frecuencia [34]-[37]. La presencia de más de dos componentes frecuenciales de órdenes diferentes limita la efectividad de la técnica de transitorio de envolvente del simulador comercial, basada en una base de altas frecuencias con armónicos lentamente variables en el tiempo. El trabajo preliminar [35] realizado por el grupo de investigación propuso una nueva formulación de las ecuaciones diferenciales del PLL, de forma que tanto la técnica de balance armónico como de transitorio de envolvente pudieran ser aplicables a este sistema, utilizando un software propio.

Continuando en esta línea de investigación, en esta tesis se ha desarrollado una nueva formulación tempo-frecuencial para la simulación de un sistema de lazos de enganche en fase acoplados o Coupled Phase-Locked Loops (CPLL). La motivación de este trabajo ha sido la reciente proposición en la literatura [38] de introducir los CPLL para el control de apuntamiento de antenas ‘phased-array’. La principal ventaja del uso de estos lazos es su robustez y estabilidad, ya que en estos sistemas las relaciones de fase entre los PLLs son independientes de la amplitud de la oscilación. Sin embargo, en la literatura no existen análisis realistas de estos sistemas, que tengan en cuenta simultáneamente las fuentes de modulación, ruido y componentes espurias. La nueva formulación tiene en cuenta la autonomía del sistema, y permite la simulación y el análisis de estabilidad del estado estacionario en presencia de ruido y modulación.

Bibliografía.

- [1] K. S. Kundert and A. Sangiovanni-Vincentelli, "Simulation of nonlinear circuits in the frequency domain," *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. CAD-5, pp. 1985, 1986.
- [2] K. Kundert. "Simulation methods for RF integrated circuits," 1997, pp. 752-765.
- [3] K. S. Kundert, "Introduction to RF simulation and its application," *IEEE J Solid State Circuits*, vol. 34, pp. 1298-1319, 1999.
- [4] V. Rizzoli, C. Cecchetti, A. Lipparini and F. Mastri, "General-purpose harmonic balance analysis of nonlinear microwave circuits under multitone excitation," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 36, pp. 1650-1660, 1988.
- [5] C. Camacho-Peñalosa, "Numerical steady-state analysis of nonlinear microwave circuits with periodic excitation," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 31, pp. 724-730, September. 1983.
- [6] V. Rizzoli, A. Lipparini, A. Costanzo, F. Mastri, C. Cecchetti, A. Neri and D. Masotti, "State-of-the-art harmonic-balance simulation of forced nonlinear microwave circuits by the piecewise technique," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, pp. 12-28, 1992.
- [7] K. Mayaram, D. C. Lee, S. Moinian, D. A. Rich and J. Roychowdhury, "Computer-aided circuit analysis tools for RFIC simulation: algorithms, features, and limitations," *Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 47, pp. 274-286, 2000.
- [8] H. G. Brachtendorf, G. Welsch and R. Laur. "Novel time-frequency method for the simulation of the steady state of circuits driven by multi-tone signals," 1997, pp. 1508-1511.
- [9] J. C. Pedro and N. B. Carvalho. "Simulation of RF circuits driven by modulated signals without bandwidth constraints," 2002, pp. 2173-2176.
- [10] E. Ngoya and R. Larcheveque, "Envelope transient analysis: A new method for the transient and steady-state analysis of microwave communication circuits and systems," *IEEE Microwave Theory and Techniques Symposium*, June. 1996.
- [11] A. Suarez and R. Quéré, "*Stability Analysis of Nonlinear Microwave Circuits*". Boston: Artech-House, 2003,
- [12] J. M. T. Thompson and H. B. Stewart, "*Nonlinear Dynamics and Chaos*", Second, ed. John Wiley & Sons, Ltd, 2002,
- [13] S. Wiggins, "Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos." New York: Springer-Verlag, 1990,
- [14] J. Guckenheimer and P. Holmes, "Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields.", New York,: Springer-Verlag, 1990,
- [15] V. Rizzoli and A. Neri, "State of the art and present trends in nonlinear microwave CAD techniques," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 36, pp. 343-356, February,. 1988.

- [16] R. Quéré, E. Ngoya, M. Camiade, A. Suarez, M. Hessane and J. Obregon, "Large signal design of broadband monolithic microwave frequency dividers and phase-locked oscillators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 41, pp. 1928-1938, November, 1993.
- [17] A. Suarez, J. Morales and R. Quéré, "Synchronization analysis of autonomous microwave circuits using new global stability analysis tools," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 46, pp. 494-504, May, 1998.
- [18] Yongnan Xuan, C. M. Snowden, "A Generalized Approach to the Design of Microwave Oscillators," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 35, no.12, pp. 1340-1347, 1987.
- [19] D. Elad, A. Madjar and A. Bar-Lev. "New approach to the analysis and design of microwave feedback oscillators," 1989, pp. 369-374.
- [20] A. Suarez, "Analysis and Design of Autonomous Microwave Circuits.", Wiley, 2009,
- [21] A. Collado, A. Suarez, "Application of Bifurcation Control for the Optimized Design of Frequency Dividers," *2006 International Workshop on Integrated Nonlinear Microwave and Millimeter-Wave Circuits*, pp. 124-127, 2006.
- [22] S. Sancho and F. Ramirez. "Stabilization techniques for microwave oscillators," *European Microwave Conference*, Paris, 2005,
- [23] K. S. Kulpa. "Focusing range image in VCO based FMCW radar," 2003, pp. 235-8.
- [24] A. Anakabe, J. -. Collantes, J. Portilla, J. Jugo, A. Mallet, L. Lapierre, J. -. Fraysse, "Analysis and elimination of parametric oscillations in monolithic power amplifiers," *Microwave Symposium Digest, 2002 IEEE MTT-S International*, vol. 3, pp. 2181-2184, 2002.
- [25] J. C. Pedro, N. B. Carvalho and R. C. Madureira, "Nonlinear distortion model for VCO-PLL FM transmission systems," *IEEE Trans. Circuits Syst. II Analog Digital Signal Process.*, vol. 46, pp. 348-52, 03. 1999.
- [26] F. Ramirez, E. de Cos and A. Suarez, "Nonlinear analysis tools for the optimized design of Harmonic-Injection Dividers," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 51, June, 2003.
- [27] B. Razavi, "A study of injection locking and pulling in oscillators," *IEEE J Solid State Circuits*, vol. 39, pp. 1415-1424, 2004.
- [28] R. A. York, P. Liao and J. J. Lynch, "Oscillator array dynamics with broadband N-port coupling networks," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol. 42, pp. 2040-2045, 1994.
- [29] T. Heath, "Beam steering of nonlinear oscillator arrays through manipulation of coupling phases," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, pp. 1833-1842, 2004.
- [30] F. X. Sinnesbichler and G. R. Olbrich, "SiGe HBT push-push oscillators for V-band operation," *IEEE Microwave Theory and Techniques Symposium*, pp. 55-59, June. 2000.

- [31] F. Ramirez, J. García, T. Fernandez and A. Suarez, "Nonlinear simulation techniques for the optimized design of push-push oscillators," *IEEE MTT-S International Microwave Symposium*, Philadelphia (USA), vol. 3, pp. 2157, 8-13 June, 2003.
- [32] F. Ramirez, M. Ponton and A. Suarez. "Nonlinear-optimization techniques for quadruple-push oscillators," *European Microwave Conference*, Munich, 2007, pp. 1169-1173.
- [33] A. Collado, F. Ramirez and A. Suarez, "Harmonic-balance analysis and synthesis of coupled-oscillator arrays," *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 14, pp. 192, May. 2004.
- [34] S. Sancho, J. Chuan and A. Suarez. "Nonlinear analysis of a microwave fractional synthesizer," *Microwave Symposium Digest, 2002 IEEE MTT-S International*, 2002, pp. 2185-2188.
- [35] S. Sancho, A. Suarez and J. Chuan, "General envelope-transient formulation of phase-locked loops using three time scales," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol. 52, pp. 1310-1320, 2004.
- [36] B. D. Smedt and G. Gielen. "Nonlinear behavioral modeling and phase-noise evaluation in phase-locked loops," *IEEE Custom Integrated Conference*, 1998, pp. 53-56.
- [37] U. L. Rohde, "Microwave and Wireless Synthesizers: Theory and Design". Wiley-Interscience, 1997,
- [38] J. F. Buckwalter, T. H. Heath and R. A. York, "Synchronization design of a coupled phase-locked loop," *IEEE Trans. On Microwave Theory Tech.*, vol. 51, pp. 952-960, 2003.

Capítulo 1

Cálculo del estado estacionario en circuitos y sistemas autónomos

1.1 Introducción.

En este capítulo se introducen las principales técnicas de simulación utilizadas durante el desarrollo de esta tesis. En primer lugar, se introduce los diferentes tipos de soluciones que se tratan a lo largo de este trabajo. Aunque existen más tipos de soluciones que las presentadas en este capítulo, como por ejemplo las caóticas, solo se tratarán aquí los que resulten de interés para comprender las técnicas desarrolladas. A continuación se introduce la técnica de balance armónico (HB), la cual nos permite obtener la solución de estado estacionario de un sistema, en general de forma eficiente, mediante un análisis en el dominio de la frecuencia. Tratamos la resolución de sistemas no autónomos y sistemas autónomos, estos últimos mediante el uso de generadores auxiliares entre otras técnicas. El generador auxiliar permite obtener y forzar la convergencia a soluciones autónomas mediante técnicas de optimización.

Seguidamente se introduce el método de transitorio de envolvente, el cual permite analizar de forma eficiente sistemas con diferentes escalas temporales y, simular entre otros regímenes señales moduladas, transitorios y estados estacionarios.

Finalmente se incluye una sección que presenta las series de Volterra. Este tipo de series permiten modelar sistemas no-lineales con efectos de memoria. Se presenta la formulación continua de las series de Volterra, así mismo como la discreta. Esta última tiene gran importancia en sistemas con técnicas digitales de simulación.

1.2 Diferentes tipos de soluciones.

Soluciones de DC.

Siendo el sistema de ecuaciones general de un circuito autónomo:

$$\dot{\bar{x}}(t) = F(\bar{x}(t)) \quad (1.1)$$

(\dot{x} , indica la derivada respecto al tiempo de la variable x)

La solución más simple se da para el caso de DC donde $\dot{\bar{x}}(t) = 0$ y la solución se corresponde con un punto fijo en el espacio de fases.

Solución periódica.

Para el caso de un circuito autónomo dado por (1.1), la solución en el espacio de fases es una órbita cerrada, denominada en el caso de los osciladores libres, ciclo límite. Si definimos la solución desplazada un tiempo τ , como $\bar{u}_\tau(t) = \bar{x}_0(t + \tau)$ tenemos:

$$\dot{\bar{u}}_\tau(t) = \dot{\bar{x}}_0(t + \tau) = F[\dot{\bar{x}}_0(t + \tau)] = F[\dot{\bar{u}}_\tau(t)] \quad (1.2)$$

Por lo tanto $\bar{u}_\tau(t)$ también es solución del sistema (1.1) para $\forall \tau \in \mathbb{R}$. Esto indica que este sistema es independiente del origen de tiempos y la solución $\bar{x}_0(t)$ tiene independencia de la fase.

En el caso de general de un circuito forzado mediante un generador periódico, tenemos una dependencia directa con el tiempo en F:

$$\dot{\bar{x}}(t) = F(\bar{x}(t), t) \quad (1.3)$$

Cumpléndose que $F(\bar{x}(t), t) = F(\bar{x}(t), t + T)$, debido a la frecuencia fundamental del generador externo $\omega_i = 2\pi/T$. Las soluciones periódicas cumplen que $\bar{x}_0(t) = \bar{x}_0(t + T)$ siendo la representación en el espacio de fases una órbita cerrada.

Solución cuasi-periódica.

Para el caso del sistema no-lineal forzado por un generador periódico (1.3), no tenemos independencia con la fase ya que, $\bar{x}_0(t + \tau)$ sólo es solución del sistema para $\tau = T$, dada por el período del generador externo. Podemos eliminar la dependencia temporal haciendo el sistema autónomo, expresando (1.3) como:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= F(\bar{x}(t), \theta) \\ \theta &= \omega_i t \end{aligned} \quad (1.4)$$

Cuando dos frecuencias tienen una relación ω_i/ω_0 irracional, se dice que las frecuencias no están relacionadas. En el caso del sistema anterior cuando la solución además de la frecuencia externa ω_i contiene una frecuencia ω_0 no relacionadas entre sí, se dice que la solución es cuasi-periódica.

1.3 Método de balance armónico.

El balance armónico [1],[2] es una técnica de simulación frecuencial para circuitos no lineales. Un sistema se puede definir identificando inicialmente el conjunto de P no-linealidades \bar{y} [3], sus Q variables de estado \bar{x} , y sus S generadores independientes \bar{g} de la forma:

$$\begin{aligned}\bar{y}(t) &= (y_1(t), y_2(t), \dots, y_P(t)) \\ \bar{x}(t) &= (x_1(t), x_2(t), \dots, x_Q(t)) \\ \bar{g}(t) &= (g_1(t), g_2(t), \dots, g_S(t))\end{aligned}\tag{1.5}$$

Si suponemos un circuito con k frecuencias fundamentales $[\omega_1, \dots, \omega_k]$, los vectores $\bar{y}(t)$, $\bar{x}(t)$, $\bar{g}(t)$, se pueden expresar en función de una nueva base formada por esas frecuencias aplicando las series de Fourier. Esta técnica supone que existe un conjunto de frecuencias reducido con el cual se puede expresar la solución estacionaria. Para poder implementar el sistema de ecuaciones (1.5) en simuladores reales, las series deben estar limitadas a un cierto orden N , además éste puede ser distinto para cada una de las frecuencias de la base:

$$\begin{aligned}\bar{y}(t) &= \sum_{n_1=-N_1}^{N_1} \dots \sum_{n_k=-N_k}^{N_k} \bar{Y}_{n_1 \dots n_k} e^{j(n_1\omega_1 + \dots + n_k\omega_k)} \\ \bar{x}(t) &= \sum_{n_1=-N_1}^{N_1} \dots \sum_{n_k=-N_k}^{N_k} \bar{X}_{n_1 \dots n_k} e^{j(n_1\omega_1 + \dots + n_k\omega_k)} \\ \bar{g}(t) &= \sum_{n_1=-N_1}^{N_1} \dots \sum_{n_k=-N_k}^{N_k} \bar{G}_{n_1 \dots n_k} e^{j(n_1\omega_1 + \dots + n_k\omega_k)}\end{aligned}\tag{1.6}$$

Por lo tanto se trabajará con $2N_i+1$ armónicos (incluido el de DC) por cada frecuencia de la base ω_i . El número de armónicos N_i necesarios es un aspecto difícil de estimar en muchos circuitos. Para simplificar este análisis, podemos suponer que es el mismo para todas las frecuencias de la base, con lo que, $N_1 = N_2, \dots = N_k = N$.

Una vez obtenidos los coeficientes de Fourier, se pueden definir tres nuevas matrices \bar{Y} , \bar{X} y \bar{G} :

$$\begin{aligned}\bar{Y} &= [(Y_{-N}^1, \dots, Y_N^1) \dots (Y_{-N}^P, \dots, Y_N^P)]^T = [\bar{Y}_{-N}, \dots, \bar{Y}_N] \\ \bar{X} &= [(X_{-N}^1, \dots, X_N^1) \dots (X_{-N}^Q, \dots, X_N^Q)]^T = [\bar{X}_{-N}, \dots, \bar{X}_N] \\ \bar{G} &= [(G_{-N}^1, \dots, G_N^1) \dots (G_{-N}^S, \dots, G_N^S)]^T = [\bar{G}_{-N}, \dots, \bar{G}_N]\end{aligned}\tag{1.7}$$

El siguiente paso, es la resolución del sistema aplicando las leyes de Kirchoff, agrupando los términos no lineales y las fuentes de ruido [4]:

$$\bar{H}(\bar{X}) = [A_x(\omega)]\bar{X} + [A_y(\omega)]\bar{Y}(\bar{X}) + [A_g(\omega)]\bar{G} = 0\tag{1.8}$$

Siendo $A_x(\omega)$, $A_y(\omega)$ y $A_g(\omega)$ matrices lineales que dependen de la frecuencia de órdenes $Q \times Q$, $Q \times P$ y $Q \times S$ respectivamente. El número total de ecuaciones del sistema es $(2N+1) \times Q$ y el número de variables desconocidas es $(2N+1) \times Q$. La solución del sistema se obtiene para un cierto \bar{X} , ya que $\bar{Y}[\bar{X}]$ depende de \bar{X} de forma no lineal.

El método de balance armónico sólo ofrece soluciones estacionarias sin evaluar su estabilidad. Por ello, podemos obtener soluciones matemáticamente correctas pero no observables bajo condiciones reales. Esto quiere decir que ante una pequeña perturbación, la solución inestable es desplazada. Además, el método de

balance armónico no analiza el transitorio de las variables de estado hacia la solución, al contrario que un análisis transitorio temporal. Por todo ello, el método de balance armónico se debe combinar con otras herramientas y técnicas de simulación, y así obtener todas las soluciones del sistema y analizar su estabilidad. Esto se puede realizar mediante el uso de generadores auxiliares, tal como se describe más adelante en este capítulo.

1.3.1 Sistemas no autónomos.

En los sistemas no autónomos la dependencia temporal viene impuesta mediante los generadores externos. Por ello, el sistema de ecuaciones diferenciales que describe el sistema en función de sus variables de estado \bar{x} , tiene la forma:

$$\dot{\bar{x}}(t) = F(\bar{x}(t), t) \quad (1.9)$$

Donde el término de la derecha tiene una dependencia explícita con el tiempo. Este sistema de ecuaciones viene descrito en el dominio de la frecuencia mediante el caso general del sistema de balance armónico (1.8). Para resolver este sistema y obtener así \bar{X}^0 , que se corresponderá con las tensiones en los nodos o las corrientes de las ramas en estado estacionario, se debe aplicar un método iterativo de minimización de la norma de \bar{H} . A continuación, se plantea una posible vía de solución mediante la aplicación del método de Newton-Raphson, utilizado para la selección del conjunto de variables de estado en cada iteración a partir de la iteración anterior.

En primer lugar se debe fijar el umbral ε , posteriormente calcular \bar{H} , y repetir este proceso de forma iterativa hasta llegar a la condición impuesta de solución $\|\bar{H}\| < \varepsilon$. Se pueden distinguir cinco etapas iniciales junto con la generalización para cada iteración:

- Calcular una estimación inicial de las variables de estado con $Y = 0$
 $\rightarrow \bar{X}^0 = -[A_x]^{-1}[A_g] \bar{G}$.
- Calcular $\bar{Y}^0 \Rightarrow \bar{x}^0 = F^{-1}(\bar{X}^0) \rightarrow \bar{y}^0 = \bar{y}(\bar{x}^0) \rightarrow \bar{Y}^0 = F^{-1}(\bar{y}^0)$
- Evaluar ambos \bar{X}^0 e \bar{Y}^0 en (1.8).
- Evaluar la norma $\|\bar{H}^0\|$.
- Decidir si se ha llegado a la solución para $\|\bar{H}^0\| < \varepsilon$. En caso contrario obtener \bar{X}^1 .

(Generalizando este proceso para la iteración j se sigue)

- Aplicar un método para seleccionar el siguiente conjunto de las variables de estado \bar{X}^{j+1} a partir de \bar{X}^j . Por ejemplo, el método de Newton-Raphson $\bar{X}^{j+1} = \bar{X}^j - [JH]_j^{-1} \bar{H}^j(\bar{X})$.
- Calcular
 $\bar{Y}^{j+1} \Rightarrow \bar{x}^{j+1} = F^{-1}(\bar{X}^{j+1}) \rightarrow \bar{y}^{j+1} = \bar{y}(\bar{x}^{j+1}) \rightarrow \bar{Y}^{j+1} = F^{-1}(\bar{y}^{j+1})$.
- Evaluar ambos \bar{X}^{j+1} e \bar{Y}^{j+1} en (1.8).
- Evaluar la norma $\|\bar{H}^{j+1}\|$.

- Decidir si se ha llegado a la solución para $\|\bar{H}^{j+1}\| < \varepsilon$. En caso contrario, proceder al paso 6.

En este proceso se podría haber utilizado otro criterio para obtener el \bar{X}^0 , el cual puede ser decisivo para asegurar la convergencia del algoritmo.

1.3.2 Sistemas autónomos.

En el caso de sistemas autónomos, no tenemos la dependencia explícita con el tiempo presente para el caso no autónomo (1.9), ya que no existen generadores externos que fueren una cierta respuesta periódica. Tenemos ahora el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales que describe la dinámica del circuito:

$$\dot{\bar{x}}(t) = F(\bar{x}(t)) \quad (1.10)$$

Se puede demostrar fácilmente que si $\bar{x}_0(t)$ es solución del sistema, una versión desplazada un tiempo τ , $\bar{u}(t)$, también es solución. Para ello, sustituimos en (1.10):

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_0(t) &= F(\bar{x}_0(t)) \\ \bar{u}(t) \equiv \dot{\bar{x}}_0(y) &= F(\bar{x}_0(y)), \quad y = t + \tau \end{aligned} \quad (1.11)$$

Calculamos el valor de $\dot{\bar{u}}(t)$ aplicando la regla de la cadena y se demuestra la indeterminación de la solución respecto el tiempo:

$$\dot{\bar{u}}(t) = \frac{d\dot{\bar{x}}_0(y)}{dy} \frac{dy}{dt} = \dot{\bar{x}}_0(y) = F(\bar{x}_0(y)) = F(\bar{x}_0(t + \tau)) = F(\bar{u}(t)) \quad (1.12)$$

La solución del oscilador se puede representar en el espacio de fases formado por algunas de sus variables de estado. En la Figura 1a se representa de forma orientativa en el espacio de fases formado por (x, \dot{x}) , dos soluciones habituales en circuitos osciladores. Teniendo ahora en cuenta la formulación (1.19) podemos expresar la solución estacionaria en una base de frecuencia que coincida con la de oscilación f_0 , teniendo:

$$\bar{x}_0(t) = \sum_{k=-N}^N \bar{x}_k e^{j2\pi k f_0 t} \quad (1.13)$$

Notar como en (1.13), las componentes armónicas no dependen del tiempo, ya que hemos alcanzado la solución estacionaria del oscilador. Por otro lado, como ya hemos demostrado, una versión desplazada también es solución del sistema (1.10), la cual expresada en la base de frecuencias anterior resulta:

$$\bar{x}_0(t + \tau) = \sum_{k=0}^N \bar{x}_k e^{j2\pi k f_0 (t + \tau)} = \sum_{k=0}^N \bar{x}_k e^{j2\pi k f_0 \tau} e^{j2\pi k f_0 t} = \sum_{k=0}^N \bar{u}_k(\tau) e^{j2\pi k f_0 t} \quad (1.14)$$

La expresión (1.14) relaciona la indeterminación respecto al tiempo, propia de circuitos osciladores, con la indeterminación respecto la fase. Este aspecto se

tratará más en profundidad en el capítulo 6 dedicado al análisis del ruido de fase en osciladores, debido a su relación directa con este fenómeno. El término exponencial función de τ , da lugar a una rotación de la solución en el plano complejo, describiendo una circunferencia de radio determinado por el módulo de cada componente armónica, Figura 1b. De esta forma, para diferentes valores de la parte real del primer armónico que cumplan $X_1^r \leq |X_1|$ se obtienen diferentes soluciones para ese armónico $X_1^r + jX_1^i$.

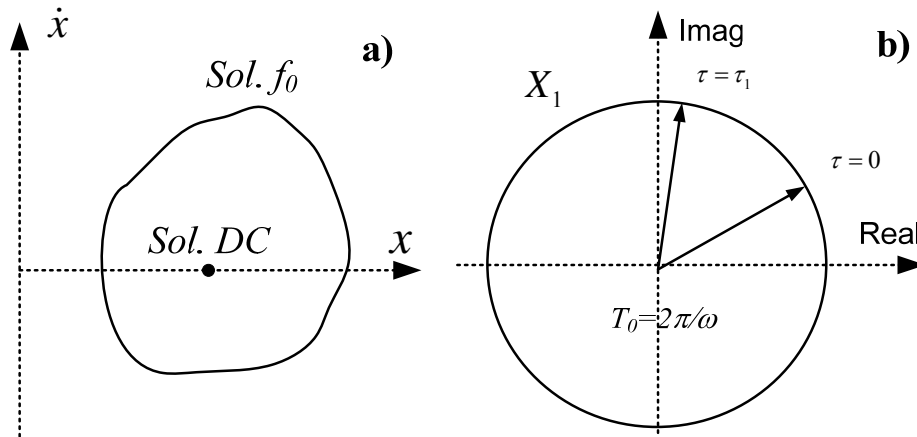


Figura 1 (a) Representación en el espacio de fases (x, \dot{x}) de las soluciones típicas de un oscilador. (b) Plano complejo de la circunferencia de soluciones para la componente del primer armónico, se indican dos soluciones particulares para dos valores diferentes de τ .

El problema fundamental a resolver cuando utilizamos el método de HB, es evitar la convergencia a soluciones inestables, como la de DC, Figura 1a. Esta solución siempre está presente en los circuitos autónomos y es fácilmente alcanzable por el simulador. La solución de DC siempre existe debido a la presencia de los generadores externos de polarización. Se demuestra fácilmente a partir de (1.10) que esa solución cumple:

$$\dot{\bar{x}}_{DC}(t) = 0 \Rightarrow F(\bar{x}_{DC}(t)) = 0 \tag{1.15}$$

Por otro lado, recordando el caso general (1.8) teníamos que, en un sistema con generadores independientes, el conjunto de variables a resolver mediante balance armónico es $(2N+1) \times Q$ con $(2N+1) \times Q$ ecuaciones. Sin embargo en el caso de sistemas autónomos, como por ejemplo un oscilador libre, se debe añadir la frecuencia de oscilación ω_0 , por lo que tendremos $(2N+1) \times Q + 1$ variables. Más aún, si tenemos k frecuencias autónomas, $\omega_1, \dots, \omega_k$, el número de variables será $(2N+1) \times Q + k$. Añadir estas nuevas incógnitas al sistema de HB (1.8) da lugar a un sistema indeterminado, por ello, necesitamos k nuevas ecuaciones para compensar el sistema. En el caso de un oscilador libre con una frecuencia autónoma, podemos fijar la parte real de uno de sus armónicos a $\bar{X}_1^r = 0$. Sin embargo, esta condición no evita que la solución converja a una solución inestable como la de DC, puesto que también para esta solución se cumple $\bar{X}_1^r = 0$. Una forma de resolver esta situación es fijar la parte real del armónico a un valor muy pequeño, $X_1^r = \varepsilon \leq |X_1|$, dejando la parte imaginaria como variable a optimizar. De esta manera se evita la convergencia a la solución de DC, siendo la condición fijada compatible con la solución oscilatoria. Se

ha representado en la Figura 1b la solución oscilatoria, la cual queda contenida en una circunferencia en el plano complejo.

El método de solución para el caso no autónomo es similar al caso general mediante Newton-Raphson, teniendo ahora en cuenta que la función de error (1.8) debe incluir las k ecuaciones añadidas, para compensar el sistema:

$$\bar{H}(\bar{X}) \rightarrow \begin{bmatrix} \bar{H}(\bar{X}) \\ \bar{H}_X(\bar{X}) \end{bmatrix}, \quad \text{con } \bar{X} = [\bar{X}_0, \omega_1, \dots, \omega_k] \quad (1.16)$$

Donde el término $\bar{H}_X(\bar{X})$ engloba las nuevas ecuaciones para evitar la convergencia a soluciones inestables.

Generadores auxiliares.

Una forma mucho más flexible de añadir ecuaciones y evitar la convergencia a la solución de DC, es el uso de generadores auxiliares (AG) [5]-[7]. El AG nos permite emplear en el proceso de optimización, una función de error más adecuada para el caso de circuitos autónomos. Por otro lado con el mismo generador auxiliar también es posible fijar las condiciones iniciales del proceso de optimización.

Se pueden plantear dos tipos de generados auxiliares, de tensión o de intensidad, Figura 2.

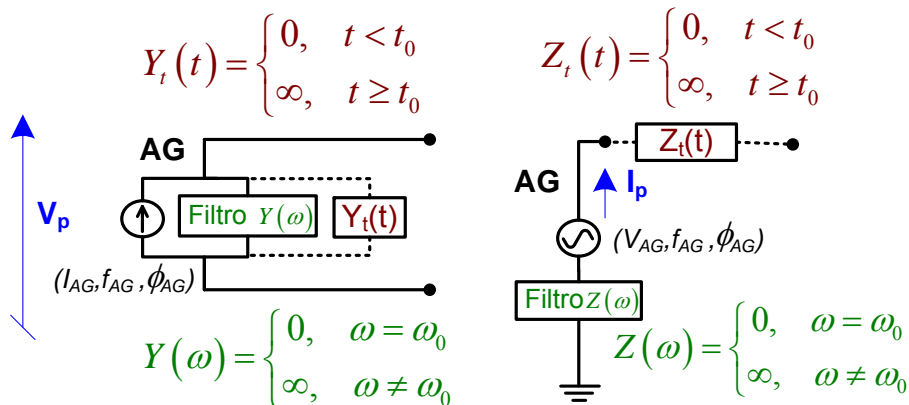


Figura 2 Generadores auxiliares de intensidad y de tensión. Se incluyen en la figura los filtros $Y(\omega)$, $Z(\omega)$, los cuales en análisis frecuenciales eliminan la influencia del AG a frecuencias distintas de ω_0 . También se representan los ‘switch’ $Y_t(t)$, $Z_t(t)$ que ‘desconectan’ el efecto de los AG para $t \geq t_0$ en análisis temporales.

Puesto que un generador de intensidad a ω_0 es un abierto para $\omega \neq \omega_0$, es necesario conectar un filtro ideal, de admitancia $Y(\omega)$, en paralelo que cierre el lazo para $\omega \neq \omega_0$, con el objeto de no perturbar el circuito a otras frecuencias. Para el caso del generador de tensión, se da una situación similar, y por ello incluye otro filtro ideal que presenta una impedancia $Z(\omega)$, la cual deja en abierto la rama del generador auxiliar para $\omega \neq \omega_0$. Del mismo modo, se utilizan dos filtros temporales en forma de “switch” temporal, cuyo propósito se explica en la sección de transitorio de envolvente.

La función de error H_{AG} más sencilla que se puede fijar mediante el AG, al sistema (1.8) determinado por \bar{H} , está formada exclusivamente por la intensidad que circula por el AG, en el caso de fuente de tensión, o por la tensión que cae en el AG, en el caso de fuente de intensidad:

$$\begin{aligned}\bar{H}_T(\bar{X}, I_{AG}, \omega_p) &= \bar{0}, \quad \text{con } H_{AG} \equiv V_p, \quad (\text{para el generador de intensidad}) \\ \bar{H}_T(\bar{X}, V_{AG}, \omega_p) &= \bar{0}, \quad \text{con } H_{AG} \equiv I_p, \quad (\text{para el generador de tensión})\end{aligned}\tag{1.17}$$

Siendo H_{AG} , las funciones de error para el caso del AG de intensidad y de tensión, y \bar{H}_T la nueva función de error a partir de la combinación de \bar{H} y H_{AG} . Esta nueva función de error, fuerza el mismo tipo de soluciones que en el caso ya comentado de $X_1^r = \varepsilon \leq |X_1|$, evitando así la solución de DC para V_p o I_p no nulos.

Otra forma de resolver el problema de convergencia a la solución inestable de DC, es incluir el término de intensidad/tensión del AG en el caso de generador de intensidad/tensión, definiendo de esta forma la función de error como una impedancia/admitancia:

$$\begin{aligned}\bar{H}_T(\bar{X}, I_{AG}, \omega_p) &= \bar{0}, \quad \text{con } H_{AG} \equiv \frac{V_p}{I_{AG}}, \quad (\text{para el generador de intensidad}) \\ \bar{H}_T(\bar{X}, V_{AG}, \omega_p) &= \bar{0}, \quad \text{con } H_{AG} \equiv \frac{I_p}{V_{AG}}, \quad (\text{para el generador de tensión})\end{aligned}\tag{1.18}$$

Con la definición en (1.18), se sigue cumpliendo la condición de no perturbación cuando $\bar{H}_T = 0$, no obstante, para la solución de DC ambos, dividiendo y divisor de H_{AG} se anulan, por lo que $\bar{H}_T \neq 0$. Esta condición no se da en el caso de la solución oscilatoria donde los denominadores, $I_{AG} \neq 0$ o $V_{AG} \neq 0$, para el generador de intensidad o el de tensión respectivamente.

Por otro lado, debido a la indeterminación en el origen de fases no es necesario tener en cuenta la fase inicial del generador auxiliar, por ello, no ha sido incluida en las expresiones anteriores y se puede fijar a un valor nulo.

Generadores auxiliares en osciladores sincronizados.

El efecto de sincronización de un oscilador libre a una fuente externa de tensión o intensidad, se puede producir dependiendo de los parámetros tensión, intensidad, frecuencia y fase ($V_g/I_g, f_g, \phi_g$) de la fuente de inyección. En este sentido, se desarrolla, en el capítulo 4, un análisis del efecto de inyección de una fuente externa a un oscilador, y en el capítulo 5, un análisis detallado de sincronización entre lazos enganchados en fase. Por las mismas razones que en un oscilador libre, no podemos aplicar la función de error (1.17) para obtener la solución sincronizada para $V_p = 0$ o $I_p = 0$.

Se representan de forma esquemática, sobre la Figura 3, los dos conjuntos de soluciones típicas en un oscilador sincronizado, dada la potencia de la fuente de inyección (V_g/I_g) y su fase ϕ_g .

Podemos ver en la Figura 3 dos conjuntos de soluciones que se dan en los osciladores sincronizados. El primer conjunto, corresponde a la solución deseada, formada por el conjunto de fases ϕ^s , para las cuales, dada la potencia del oscilador

inyectado (V_{AG} o I_{AG}), existe una cierta fase ϕ_n^s a la cual se produce sincronización a una frecuencia de inyección f_n^s . En el caso de la solución sincronizada una vez finalizado el proceso de optimización, dado por la condición de convergencia para la función de error, se cumplirá $V_{AG} = V_N$ ó $I_{AG} = I_N$, $f_{AG} = f_g$ y $\phi_{AG} = \phi^s$.

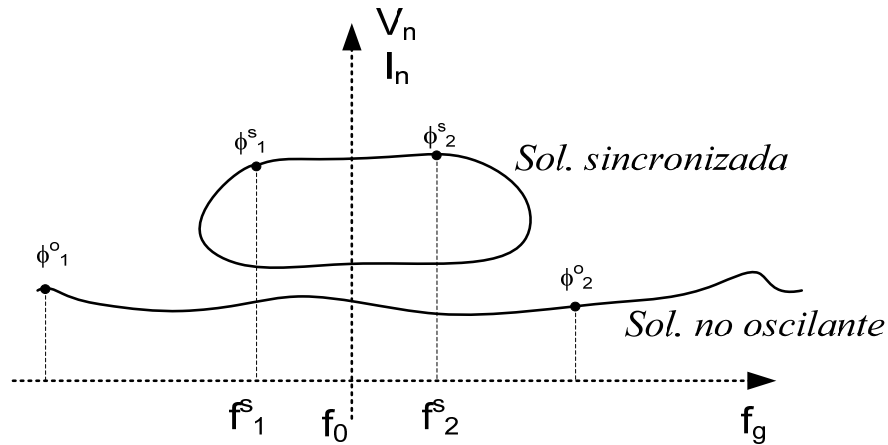


Figura 3 Conjuntos de soluciones típicas para un oscilador sincronizado fijada la potencia de la fuente de inyección de tensión o intensidad. Se representan dos casos particulares para cada conjunto de soluciones, variando la fase para ambos conjuntos ϕ^s y ϕ^o , en el rango $[0, 2\pi]$. Para el caso no oscilatorio el cambio de fase es muy lento, siendo en el ejemplo de la figura $\phi_1^o \approx \phi_2^o$.

El otro conjunto corresponde con la solución no oscilante, similar a la solución de DC en osciladores libres, pero ahora perturbada por el generador de inyección. En este segundo caso, el conjunto de fases ϕ^o varía lentamente con la frecuencia de inyección y, dos valores de frecuencia de inyección muy separados dan lugar a fases muy próximas ϕ_1^o ϕ_2^o . Esto quiere decir que, fijada una fase mediante el AG, la solución converge más fácilmente a la solución sincronizada en nuestra banda de frecuencias que a la solución no oscilante, cuya frecuencia de sincronismo puede estar extremadamente alejada.

De esta forma se puede utilizar un generador auxiliar para obtener la solución del oscilador libre, optimizando su tensión/intensidad y su frecuencia hasta cumplir la condición de no perturbación. Además se puede proceder de forma inversa, que consiste en fijar la frecuencia y amplitud de operación optimizando parámetros del circuito de forma iterativa, hasta cumplir la condición $\bar{H} = 0$. Con ello, se puede modificar la frecuencia de oscilación dentro de las limitaciones de la arquitectura de nuestro sistema.

La resolución iterativa de los parámetros a optimizar para alcanzar la condición de no perturbación, se puede realizar mediante cualquier método iterativo, como por ejemplo, el Newton-Raphson.

En el capítulo 3, se mostrará el uso de generadores auxiliares en circuitos reales, tanto para obtener soluciones estables, como para forzar algunas específicas optimizando parámetros del circuito.

1.4 Método de transitorio de envolvente.

El método de la envolvente compleja [8]-[11], ha sido utilizado a lo largo de este trabajo de investigación, por ello dedicamos esta sección para introducir sus fundamentos desde un punto de vista teórico/práctico.

Cada variable de estado se representa, al igual que en balance armónico, sobre una base formada por un conjunto de frecuencias y sus armónicos. La diferencia fundamental del transitorio de envolvente, es que ahora se permite que los coeficientes de Fourier sean variables en el tiempo. De esta forma se puede interpretar el método de transitorio de envolvente como una generalización del balance armónico, es decir, como un análisis tempo-frecuencial.

Tal como se acaba de explicar, la base de frecuencias se debe fijar previamente, pero se añade flexibilidad a la solución mediante los coeficientes complejos variables en el tiempo. El uso más directo de este método de análisis, es el estudio de modulaciones de banda estrecha. En la Figura 4 se hace una representación típica de banda estrecha, de una señal de WLAN 802.11 (2.4GHz) analizada mediante transitorio de envolvente.

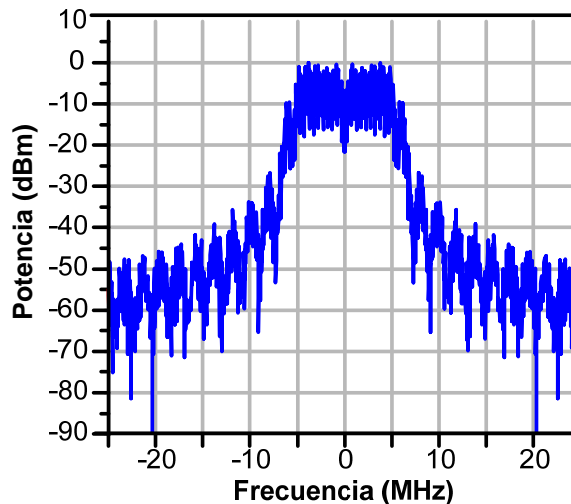


Figura 4 Envolvente compleja, señal de ejemplo: WLAN 802.11 GHz. El eje de frecuencias se referencia siempre a un cierto armónico k . En este caso, la frecuencia central de la figura, se corresponde a la frecuencia de WLAN correspondiente a la portadora ($k = 1$) $\rightarrow f_1 = 2.45$ GHz

Permitiendo esta variación temporal de los coeficientes de Fourier, la formulación para la tensión en un nodo [11],[12], se corresponde con:

$$v(t) = \sum_{k=-N}^N V_k(t) e^{j2\pi f_k t} \tag{1.19}$$

Donde los coeficientes $V_k(t)$ pueden sufrir cualquier tipo de variación de banda estrecha, lo que modela una modulación sobre la portadora f_k y sus N armónicos. Por lo tanto, aplicando la FFT, estos coeficientes $V_k(t)$, se pueden representar en el dominio frecuencial centrados en su respectiva f_k . Este análisis será más eficiente cuanto más estrecha sea la banda de cada armónico. Si la banda de un armónico es excesivamente ancha, puede llegar a solaparse con las de sus armónicos cercanos.

En un análisis de envolvente de N portadoras existen, al incluir la de DC, $N+1$ bandas. Siendo el término de DC el único cuyo coeficiente de Fourier variable en el tiempo sólo tiene parte real.

La simulación de envolvente combina características del tiempo y la frecuencia ofreciendo análisis rápidos de sistemas complejos con distintas escalas temporales. Se pueden identificar cuatro etapas diferentes en este tipo de análisis.

- Transformar la señal de entrada. Cada señal modulada puede ser representada por $A(t)e^{jf(t)}$, donde los valores de fase y amplitud son utilizados en análisis de balances armónicos.
- Análisis en el dominio del tiempo. De esta forma se obtiene una solución no estacionaria del circuito por medio de los coeficientes de la serie de Fourier que varían en el tiempo.
- Extraer datos del dominio del tiempo. Fijando la frecuencia a la que queremos obtener los resultados podemos representar valores diversos, como por ejemplo, tensión, intensidad y fase frente al tiempo o frecuencia.
- Extraer datos del dominio de la frecuencia. Aplicando el algoritmo de la FFT es posible obtener datos sobre el espectro de las señales del circuito.

A continuación profundizaremos un poco más en este método mediante su formulación teórica.

1.4.1 Resolución del sistema de envolvente.

Vamos ahora a desarrollar matemáticamente un sistema sencillo, definido por un sistema de ecuaciones diferenciales, y mostrar cada uno de los pasos necesarios para su resolución utilizando una base de Fourier con coeficientes variables en el tiempo. Analizamos un sistema con las siguientes características:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= x_3 \\
 &\dots \\
 \dot{x}_n &= f(x_1, x_2, \dots, x_n, e(t))
 \end{aligned}
 \tag{1.20}$$

El vector de las fuentes de ruido $e(t)$, el de la solución $x(t)$ y el término no lineal $f(\dots)$ pueden expresarse en función de la base formada por ω_0 , como:

$$\begin{aligned}
 e_i(t) &= \sum_{k=-N}^N E_k^i(t)e^{jk\omega_0 t}; \quad i = 1, \dots, s \\
 x_i(t) &= \sum_{k=-N}^N X_k^i(t)e^{jk\omega_0 t}; \quad i = 1, \dots, n \\
 f(x_1, x_2, \dots, x_n, e(t)) &= \sum_{k=-N}^N F_k(t)e^{jk\omega_0 t}
 \end{aligned}
 \tag{1.21}$$

Esta es la etapa 1, descrita al inicio de la sección 1.4, donde obtenemos los valores de la envolvente de cada señal. Podemos ahora definir la matriz compleja de armónicos como:

$$X(t) = \begin{bmatrix} X_o^1(t) & X_1^1(t) & \cdots & X_N^1(t) \\ X_o^2(t) & X_1^2(t) & \cdots & X_N^2(t) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ X_o^n(t) & X_1^n(t) & \cdots & X_N^n(t) \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

Para un estado $t = t_j$, substituyendo las variables de (1.21) en (1.20) y teniendo en cuenta la matriz compleja de armónicos, podemos identificar a ambos términos de la igualdad los términos que contienen los armónicos del mismo orden $k = 0, \dots, N$.

$$\begin{aligned} \dot{X}_k^1(t_j) + jk\omega_o X_k^1(t_j) &= X_k^2(t_j) \\ \dot{X}_k^2(t_j) + jk\omega_o X_k^2(t_j) &= X_k^3(t_j) \\ \dots & \\ \dot{X}_k^n(t_j) + jk\omega_o X_k^n(t_j) &= F_k(t_j) \end{aligned} \quad (1.23)$$

Este es un sistema de balance armónico pero que depende del tiempo por medio de la derivada de cada armónico. Teniendo en cuenta que estamos realizando un análisis discreto en el tiempo, la derivada en un intervalo $[0, T_f]$, se puede aproximar dividiendo el intervalo en $M+1$ puntos con un $\Delta t = T_f/M$, y su expresión resulta:

$$\dot{X}_k^i \approx \frac{X_k^i(t_j) - X_k^i(t_{j-1})}{\Delta t} \quad (1.24)$$

Expresando las derivadas de esta forma el sistema (1.23) resulta:

$$\begin{aligned} X_k^1(t_j) \left(\frac{1}{\Delta t} + j\omega_o \right) - \frac{1}{\Delta t} X_k^1(t_{j-1}) &= X_k^2(t_j) \\ X_k^2(t_j) \left(\frac{1}{\Delta t} + j\omega_o \right) - \frac{1}{\Delta t} X_k^2(t_{j-1}) &= X_k^3(t_j) \\ \dots & \\ X_k^n(t_j) \left(\frac{1}{\Delta t} + j\omega_o \right) - \frac{1}{\Delta t} X_k^n(t_{j-1}) &= F_k(t_j) \end{aligned} \quad (1.25)$$

La resolución de este sistema no lineal de $n \times (N+1)$ ecuaciones y $n \times (N+1)$ incógnitas (la matriz compleja de armónicos (1.22)), es la resolución de un balance armónico a lo largo del tiempo.

Uso de AG.

Mediante el uso de generadores auxiliares podemos obtener la solución mediante un rápido análisis de HB y posteriormente utilizar esa solución para inicializar el análisis temporal de transitorio de envolvente [13], reduciendo así los largos transitorios que puedan aparecer hasta la solución estacionaria [14]. Para

desactivar el AG tras un breve instante de inicialización se incluye un filtro temporal (ver Figura 2), el cual no influye en el AG para $t < t_0$. Sin embargo para $t \geq t_0$, en el caso del AG de intensidad, se cortocircuita la fuente de intensidad, de forma dual el AG de tensión es desconectado del resto del circuito.

1.5 Series de Volterra.

1.5.1 Series de Volterra continuas.

En los sistemas lineales invariantes en el tiempo (LTI), la salida puede expresarse en función de su entrada mediante la convolución:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau \quad (1.26)$$

donde la función $h(\tau)$ es conocida como la respuesta al impulso. La función $h(\tau)$ se define como la salida que presenta el sistema aplicando a la entrada una delta de Dirac $\delta(t)$. La relación entrada/salida (1.26) se puede interpretar de forma que, la salida del sistema es la suma de todos los infinitos valores pasados de la entrada ponderados por la función de respuesta al impulso.

Por otro lado representando la expresión (1.26) de un LTI en el dominio de la frecuencia, tenemos:

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) \quad (1.27)$$

Coincidiendo así la respuesta al impulso con la función de transferencia en el dominio de la frecuencia.

Se puede realizar una generalización de (1.26) para diversos productos retrasados de la señal de entrada [15]-[18], resultando infinitas funciones de respuesta al impulso:

$$\begin{aligned} y(t) = & \int_{-\infty}^{+\infty} h_1(\tau_1)x(t-\tau_1)d\tau_1 + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h_2(\tau_1, \tau_2)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)d\tau_1d\tau_2 + \dots \\ & + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)x(t-\tau_3)d\tau_1d\tau_2d\tau_3 + \dots \end{aligned} \quad (1.28)$$

Estas generalizaciones de la función de respuesta al impulso reciben el nombre de núcleos de Volterra [19]. Definiéndose el n-núcleo de Volterra como $h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$. De la misma forma que para la respuesta al impulso, el n-núcleo de Volterra en el dominio de la frecuencia resulta $H_n(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$, siendo este una función de transferencia multi-armónica.

Una forma más conveniente de expresar (1.28) es:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) \quad (1.29)$$

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n x(t - \tau_i) \prod_{i=1}^n d\tau_i$$

En el caso de un sistema sin memoria los núcleos de Volterra son la unidad y, añadiendo un término h_0 constante a (1.28), se convierte en una expansión en serie de potencias:

$$y(t) = h_0 + h_1(0)x(t) + h_2(0,0)x^2(t) + \dots \quad (1.30)$$

1.5.2 Series de Volterra discretas

A partir de (1.29) se puede obtener la formulación en series de Volterra discretas, más conveniente para su uso en simuladores comerciales que utilizan técnicas digitales de procesamiento. Si tomamos muestras con un intervalo de muestreo T , tenemos:

$$y(nT) = \sum_{p=1}^{\infty} y_p(nT) \quad (1.31)$$

Convertimos en (1.29), las integrales continuas a sumatorios discretos de las muestras nT , y teniendo en cuenta (1.31) eliminamos la dependencia temporal, resultando las ecuaciones discretas:

$$y(n) = \sum_{p=1}^{\infty} y_p(n) \quad (1.32)$$

$$y_p(n) = \sum_{i_1=-\infty}^{+\infty} \sum_{i_2=-\infty}^{+\infty} \dots \sum_{i_p=-\infty}^{+\infty} h_p(i_1, i_2, \dots, i_p) \prod_{j=1}^p x(n - i_j)$$

Finalmente para realizar la implementación de (1.32), lo habitual es truncar el conjunto infinito series $y_p(n)$ a un valor finito P , el cual indica el orden de la no-linealidad. Por otro lado, suponiendo el caso de sistemas causales se limitan los sumatorios en i_p a valores no negativos. Por último, es necesario limitar el máximo de muestras pasadas M , que se toman para el cálculo de la salida. Este parámetro M indica el orden de memoria de la serie de Volterra. Aplicando estas condiciones a (1.32), tenemos:

$$y(n) = \sum_{k=1}^P y_k(n) \quad (1.33)$$

$$y_k(n) = \sum_{i_1=0}^{M-1} \sum_{i_2=0}^{M-1} \dots \sum_{i_k=0}^{M-1} h_k(i_1, i_2, \dots, i_k) \prod_{j=1}^k x(n - i_j)$$

Las series de Volterra también se pueden analizar como filtros FIR, ya que la salida depende de potencias y convoluciones lineares de valores de la entrada. De

esta forma, un esquema para la representación de la serie de Volterra con $P=2$, $M=3$, se muestra en la Figura 5.

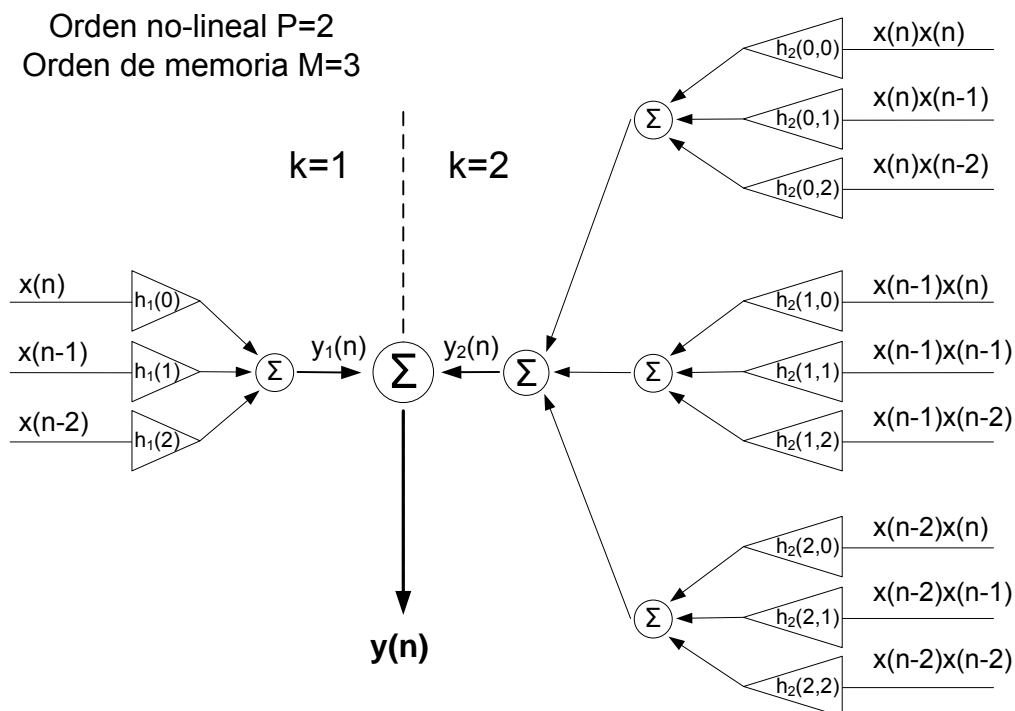


Figura 5 Esquema del cálculo de $y(n)$ para una serie de Volterra con $P=2$ y $M=3$. Los productos de $x(n-i)$ vienen ponderados por los núcleos de Volterra. Esta dependencia de $y(n)$ con términos de $x(n-i)$ se puede expresar mediante la convolución lineal como un filtro FIR.

1.5.3 Series de Volterra de envolvente compleja.

En el caso que la entrada y la salida están definidas en el dominio de la envolvente compleja, es posible emplear la versión paso-bajo de las series de Volterra. Expresamos $x(t)$ e $y(t)$ mediante la representación en envolvente compleja al primer armónico:

$$\begin{aligned} x(t) &= \text{Re}\{\tilde{x}(t)e^{j\omega_0 t}\} \\ y(t) &= \text{Re}\{\tilde{y}(t)e^{j\omega_0 t}\} \end{aligned} \quad (1.34)$$

En [18] se puede encontrar el desarrollo para llegar a la expresión equivalente de (1.33) en envolvente compleja. Es decir, suponiendo que el sistema a modelar mediante la serie de Volterra compleja es causal y podemos truncar el orden no-lineal de la serie a P , y el orden de memoria a M :

$$\begin{aligned} \tilde{y}(n) &= \sum_{k=1}^P \tilde{y}_k(n) \\ \tilde{y}_k(n) &= \sum_{i_1=0}^{M-1} \sum_{i_2=0}^{M-1} \cdots \sum_{i_{2k+1}=0}^{M-1} \tilde{h}_{2k+1}(i_1, \dots, i_{2k+1}) \prod_{r=1}^k \tilde{x}^*(n-i_r) \prod_{s=k+1}^{2k+1} \tilde{x}(n-i_s) \end{aligned} \quad (1.35)$$

Siendo $\tilde{x}(n-i_s)$ el valor la muestra pasada i_s de la envolvente compleja de la entrada. Teniendo $\tilde{x}^*(n-i_r)$ el mismo sentido pero en este segundo caso para el valor conjugado de la muestra pasada i_r . La expresión (1.35) es similar a la versión discreta (1.33), con la diferencia que ahora se calculan los productos cruzados conjugando las k primeras muestras. Para tener en cuenta estos productos cruzados el número de kernels aumenta, existiendo ahora $2k+1$ kernels para cada serie del orden no-lineal k .

1.5.4 Extracción de los kernels de Volterra.

Existen técnicas para extraer los kernels de Volterra en el dominio del tiempo, de la frecuencia o mixto. En esta sección introducimos la técnica temporal que ha sido utilizada en este trabajo y que está ampliamente detallada junto a otras técnicas en [18].

El sistema (1.33) es un sistema lineal respecto los kernels de Volterra. Podemos formar un sistema lineal de ecuaciones donde estén implicados todos los kernels de Volterra $h_p(i_1, i_2, \dots, i_n)$. El sistema tiene la forma general:

$$\bar{Y} = X \cdot \bar{H} \quad (1.36)$$

Donde $\bar{Y} = [y(M+1), \dots, y(L)]^T$, siendo L la longitud total de las muestras de la salida. El vector \bar{H} contiene todos los kernels de Volterra, y la matriz X contiene todos los productos de la forma $x(n-i_1) \cdots x(n-i_p)$ para $n=M+1, \dots, L$.

Por lo tanto, si se asume que el sistema del que se van a obtener los kernels de Volterra, presenta errores en los vectores de entrada y de salida la ecuación (1.36), pasa a convertirse en:

$$\bar{Y} = X \cdot \bar{H} + \bar{E} \quad (1.37)$$

Donde \bar{E} , es el vector de la secuencia de error $\bar{E} = [e(M+1), \dots, e(L)]^T$. El problema planteado en (1.37) tiene como solución habitual la aplicación del método de mínimos cuadrados. Con este método, se obtienen los valores de los kernels de Volterra que minimizan la norma de \bar{E} , siendo la solución de la forma:

$$\hat{\bar{H}} = (X^T X)^{-1} X^T \bar{Y} \quad (1.38)$$

Bibliografía

- [1] V. Rizzoli, A. Neri, "State of the art and present trends in nonlinear microwave CAD techniques", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. 36, no. 2, Feb. 1988, pp. 343-356.
- [2] C. Camacho-Peñalosa, "Numerical steady-state analysis of nonlinear microwave circuits with periodic excitation", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*. vol. 31, no. 9, pp. 724-730, Sep. 1983.
- [3] V. Rizzoli, A. Lipparini, A. Constanzo, F. Mastri, A. Neri, S. Massoti, "State of the art harmonic balance simulation of forced nonlinear microwave circuits by the piecewise technique", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*. Vol. MTT-40, no. 1, pp. 12-28, Jan. 1992.
- [4] R. Quéré, E. Ngoya, M. Camiade, A. Suárez, M. Hessane, and J. Obregón, "Large signal design of broadband monolithic microwave frequency dividers and phase-locked oscillators", *IEEE Trans. On Microwave Theory Tech.*, vol. 41, pp. 1928-1938, Nov. 1993.
- [5] A. Suárez, J. Morales, and R. Quéré, "Synchronization analysis of autonomous microwave circuits using new global stability analysis tools," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 46, pp. 494–504, May 1998.
- [6] A. Suárez, R. Quéré, "Stability Analysis of Nonlinear Microwave Circuits", Artech House, 2003.
- [7] A. Suárez, "Analysis and Design of Autonomous Microwave Circuits", January 2009, Wiley.
- [8] H. G. Brachtendorf, G. Welsch, R. Laur, "A novel time-frequency algorithm for the simulation of the steady state of circuits driven by multi-tone signals", *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Hong-Kong, Jun. 1997, pp. 1508-1511.
- [9] H. G. Brachtendorf, G. Welsch, R. Laur, "A time-frequency algorithm for the simulation of the initial transient response of oscillators", *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, ISCAS'98, pp. 236-239, 1998.
- [10] J. Roychordury, "Efficient methods for simulating highly nonlinear multi-rate circuits", *Design Automation Conference*, Anaheim Ca, Jun. 1997.
- [11] E. Ngoya, R. Larcheveque, "Envelope transient analysis: A new method for the transient and steady state analysis of microwave communication circuits and systems", *Proc. of IEEE MTT Symposium*, San Francisco, Jun. 1996.
- [12] J. C. Pedro, N. B. Carvalho, "Simulation of RF circuits driven by modulated signals without bandwidth constraints", *IEEE MTT-Digest*, 2002.
- [13] E. Ngoya, J. Rousset, D. Argollo, "Rigorous RF and microwave oscillator phase noise calculation by the envelope transient technique," *IEEE Microwave Theory and Techniques Symposium*, pp. 90-94, 2000.
- [14] E. de Cos, A. Suárez, S. Sancho, "Envelope transient analysis of self-oscillating mixers", *IEEE MTT*, vol. 52, no. 4, April 2004 pp 1090 – 1100.

- [15] N. Wiener, “*Nonlinear Problems in Random Theory*”, New York: Technology Press, 1958.
- [16] N. Wiener, “Response of a Nonlinear Device to Noise,” *MIT Radiation Lab. Rpt. V-16S*, April 6, 1942.
- [17] F. Giannini, G. Leuzzi, “*Nonlinear Microwave Circuit Design*”, Wiley, 2004.
- [18] A. Zhu, “Behavioural Modelling and Linearisation of RF Power Amplifiers Based on the Volterra Series”, Ph.D. Dissertation, University College Dublin, Ireland, November, 2003.
- [19] V. Volterra, “*Theory of Functionals and of Integral and Integro-Differential Equations*”, New York: Dover, 1959.

Capítulo 2

Análisis de estabilidad de las soluciones estacionarias de sistemas no lineales y efectos del ruido en circuitos osciladores

2.1 Introducción.

El análisis de estabilidad es fundamental en circuitos no lineales debido a la coexistencia de distintos tipos de soluciones estables e inestables, las cuales ya hemos presentado en el capítulo anterior. Por otra parte, en circuitos autónomos, el análisis del efecto de las fuentes de ruido ha de ser no-lineal, ya que algunas componentes de la perturbación crecen con el tiempo, y el sistema no es linealizable respecto a ellas.

En este capítulo, presentaremos en primer lugar, el análisis de estabilidad en el dominio del tiempo y de la frecuencia de las soluciones de DC y las soluciones periódicas. En segundo lugar, se introducen los efectos del ruido en circuitos osciladores. Se explicará la separación de la perturbación producida por las fuentes de ruido en componentes de fase y amplitud, y se presentan diferentes técnicas para evaluar sus contribuciones. Las técnicas tratadas en este capítulo para analizar el ruido de fase y amplitud se pueden clasificar en: técnicas en el dominio de la frecuencia, como la matriz de conversión y la modulación de portadora, o técnicas en el dominio tiempo-frecuencial, como la técnica que se presenta basada en transitorio de envolvente.

2.2 Análisis de estabilidad.

2.2.1 Análisis de estabilidad en el dominio del tiempo.

Solución de DC.

Partimos de la expresión general de un sistema autónomo:

$$\dot{\bar{x}}(t) = F(\bar{x}(t)) \quad (2.1)$$

Para analizar la estabilidad de una solución de DC, \bar{x}_0 , sustituimos $\dot{\bar{x}}_0 = 0$ en (2.1), y aplicamos una pequeña perturbación $n(t)$:

$$\dot{\bar{x}}_0 + \dot{\bar{n}}(t) = \dot{\bar{n}}(t) = F(\bar{x}_0 + \bar{n}(t)) \quad (2.2)$$

Esta pequeña perturbación puede ser debida al ruido presente en el sistema, rizados en las fuentes de alimentación, vibraciones mecánicas... Podemos realizar una linealización de (2.2) en torno a la solución de DC, despreciando los términos no lineales:

$$\dot{\bar{n}}(t) = DF(\bar{x}_0)\bar{n}(t) \quad (2.3)$$

Donde la matriz de términos constantes $DF(\bar{x}_0)$, es el Jacobiano del sistema $F(\bar{x}_0)$. El sistema (2.3) es un sistema lineal invariante en el tiempo (LTI), por lo que se puede obtener la solución a partir de sus valores y vectores propios:

$$\bar{n}(t) = \sum_{i=1}^n c_i \bar{v}_i e^{\lambda_i t} \quad (2.4)$$

Se puede distinguir para cada autovalor, tres posibles rangos de valores para la parte real de los autovalores: $\text{Re}\{\lambda_i\} = 0$, $\text{Re}\{\lambda_i\} < 0$ y $\text{Re}\{\lambda_i\} > 0$. Se pueden definir distintos tipos de soluciones en función del conjunto de autovalores obtenido del sistema (2.3):

- **Centro** $\leftrightarrow \text{Re}\{\lambda_i\} = 0, \forall i \in [1, n]$: Es decir, la parte real de todos los valores propios es nula, la solución una vez perturbada mantiene la perturbación.
- **Nodo estable** $\leftrightarrow \text{Re}\{\lambda_i\} < 0, \forall i \in [1, n]$: Todos los valores propios tienen parte real negativa, la perturbación será atenuada y la solución será físicamente observable.
- **Nodo inestable** $\leftrightarrow \text{Re}\{\lambda_i\} > 0, \forall i \in [1, n]$: Todos los valores propios tienen parte real positiva, la perturbación hace que la solución diverja y esta no será físicamente observable.
- **Silla** $\leftrightarrow (\exists i, \text{Re}\{\lambda_i\} > 0) \cap (\exists j, \text{Re}\{\lambda_j\} < 0), i, j \in [1, n]$: Este es el caso mixto donde algún autovalor tiene parte real negativa y alguno parte real positiva. Esto quiere decir que una perturbación hace que la solución diverja debido a los autovalores positivos.

Soluciones periódicas.

En esta situación nuestro sistema está forzado por un generador periódico, de periodo T:

$$\dot{\bar{x}}(t) = F[\bar{x}(t), t] = F[\bar{x}(t), t + T] \quad (2.5)$$

De la misma forma que el caso anterior, se considera una perturbación de pequeño valor $\bar{n}(t)$:

$$\dot{\bar{x}}_0(t) + \dot{\bar{n}}(t) = F[\bar{x}_0(t) + \bar{n}(t), t] \quad (2.6)$$

Podemos aproximar la expresión anterior por una serie de Taylor para valores pequeños de $\bar{n}(t)$. Despreciando los términos cuadráticos en $\bar{n}(t)$:

$$\dot{\bar{x}}_0(t) + \dot{\bar{n}}(t) \simeq F[\bar{x}_0(t), t] + D_x F[\bar{x}_0(t), t]\bar{n}(t) \quad (2.7)$$

Esta aproximación deja de tener validez si $\bar{n}(t)$ crece indefinidamente, por ello, se limita su validez a un período con $\bar{n}(t_0)$ lo suficiente pequeño. Teniendo en cuenta que $\dot{\bar{x}}_0(t)$ es solución la ecuación (2.7) resulta:

$$\dot{\bar{n}}(t) = D_x F[\bar{x}_0(t), t]\bar{n}(t) = A(t)\bar{n}(t) \quad (2.8)$$

Donde ahora tenemos una dependencia temporal en el Jacobiano de F respecto $\dot{\bar{x}}$, $D_x F$. Al igual que el caso anterior, podemos expresar la solución al sistema (2.8) como:

$$\bar{n}(t) = \sum_{i=1}^n n_i \bar{u}_i(t) e^{\lambda_i(t-t_0)} = \sum_{i=1}^n n_i \bar{u}_i(t) m_i(t) \quad (2.9)$$

Donde $\bar{u}_i(t)$ y $m_i(t)$ están definidos en función de los vectores y valores propios de $A(t)$. La estabilidad de la solución $\dot{\bar{x}}_0(t)$ se analizará en función del valor que tome $\bar{n}(t)$ para $t \rightarrow \infty$. Podemos distinguir cuatro situaciones:

- **Centro** $\leftrightarrow |m_i(t)| = 1, \forall i \in [1, n]$: Es decir, todos los multiplicadores están sobre el círculo unidad. La solución una vez perturbada mantiene la perturbación.
- **Nodo estable** $\leftrightarrow |m_i(t)| < 1, \forall i \in [1, n]$: Todos los multiplicadores están dentro del círculo unidad. La perturbación será atenuada y la solución será físicamente observable.
- **Nodo inestable** $\leftrightarrow |m_i(t)| > 1, \forall i \in [1, n]$: Todos los multiplicadores están fuera del círculo unidad. La perturbación hace que la solución diverja y esta no será físicamente observable.
- **Silla** $\leftrightarrow (\exists i, |m_i(t)| > 1) \cap (\exists j, |m_j(t)| < 1), i, j \in [1, n]$: Este es el caso mixto donde por lo menos un multiplicador está fuera del círculo unidad pero también hay multiplicadores dentro del círculo unidad. Esto quiere decir que una perturbación hace que la solución diverja debido a los multiplicadores con módulo mayor que la unidad.

Recordamos que en el caso de sistemas autónomos donde no tenemos dependencia temporal directa en F, $\dot{\bar{x}}(t) = F[\bar{x}(t)]$, se cumple que si $\bar{x}_0(t)$ es solución, $\bar{x}_0(t + \tau)$ también lo es para cualquier τ . Derivando la ecuación general respecto al tiempo y evaluándola en $\bar{x}_0(t)$ tenemos:

$$\ddot{\bar{x}}_0(t) = D_x F[\bar{x}_0(t)] \dot{\bar{x}}_0(t) \quad (2.10)$$

Esto indica que $\dot{\bar{x}}_0(t)$ es solución de (2.8) y además $\bar{x}_0(t) = \bar{x}_0(t + T)$. Por ello $\dot{\bar{x}}_0(0)$ es un vector propio de $D_x F[\bar{x}_0(t)]$ con valor propio de valor la unidad. Esto quiere decir que la solución oscilatoria de un sistema autónomo tiene siempre asociada un multiplicador $|m_1| = 1$ asociado al vector $\dot{\bar{x}}_0(0)$. Esta solución es de tipo centro y como acabamos de indicar, cualquier perturbación en el sentido del vector propio asociado a este multiplicador, en este caso en el sentido de la derivada, es decir, en el sentido del ciclo límite de la solución $\bar{x}_0(t)$, no será atenuada en un sistema autónomo. Esto tendrá implicaciones directas sobre el ruido de fase haciendo que las perturbaciones en fase no sean atenuadas en sistemas autónomos.

2.2.2 Análisis de estabilidad en el dominio de la frecuencia.

Se introduce a continuación, el análisis de estabilidad en el dominio de la frecuencia que está ampliamente detallado en [1], [2]. Este análisis permite realizar un estudio de bifurcaciones en función de algún parámetro del circuito η .

Estabilidad de la solución de DC.

Las ecuaciones de HB pueden ser evaluadas respecto algún parámetro del circuito, de esta forma la formulación de HB resulta:

$$\bar{H}(\bar{X}_{dc}, \eta) = 0 \quad \rightarrow \quad \bar{X}_{dc} \equiv \bar{X}_{dc}(\eta) \quad (2.11)$$

Siendo \bar{X}_{dc} el vector solución de las variables de estado conteniendo solo términos de DC. Este vector depende del parámetro que se va a modificar η . La estabilidad en torno a la solución de DC puede ser analizada introduciendo una pequeña perturbación en la amplitud con la frecuencia compleja $e^{(\sigma + j\omega)t}$. Podemos linealizar el sistema de ecuaciones (2.11) en torno a la solución de DC una vez aplicada la perturbación, ya que esta se considera de pequeño valor:

$$[JH(\sigma + j\omega, \bar{X}_{dc}, \eta)] \Delta \bar{X} = 0 \quad (2.12)$$

Siendo JH la matriz del Jacobiano de \bar{H} respecto a las variables de estado en torno a la solución \bar{X}_{dc} . Para analizar la estabilidad del sistema linealizado (2.12), es necesario estudiar la localización de sus polos dados por las raíces del determinante de JH:

$$\det\{JH(\sigma + j\omega, \bar{X}_{dc}, \eta)\} = 0 \quad (2.13)$$

El sistema (2.11) será estable si todos los polos tienen parte real negativa. La bifurcación se producirá cuando una variación del parámetro η de lugar al cruce de uno de los polos a la parte derecha del plano complejo.

Estabilidad de la solución oscilatoria periódica.

En este caso se considera que la solución del sistema tiene una característica periódica a una cierta frecuencia ω_o . El vector de las soluciones \bar{X}_o contiene los términos de los armónicos $k\omega_o$, siendo k el índice del armónico.

$$\bar{H}(\bar{X}_o(\eta), \eta) = 0 \quad (2.14)$$

Al igual que el caso anterior, \bar{X}_o es función del parámetro η . Teniendo en cuenta la perturbación en amplitud de la forma $e^{(\sigma+j\omega)t}$, se producen bandas laterales en torno a los armónicos de la solución periódica $k\omega_o+\omega$. Podemos linealizar el sistema de ecuaciones (2.14) en torno a la solución oscilatoria, ya que la perturbación se supone de pequeña amplitud:

$$\left[JH(\sigma + j(k\omega_o + \omega), \bar{X}_o, \eta) \right] \Delta \bar{X} = 0 \quad (2.15)$$

Para analizar la estabilidad de las soluciones periódicas se debe estudiar el signo de los polos de (2.15). Estos polos vienen dados por las raíces de la ecuación característica:

$$\det \{ JH(\sigma + j(k\omega_o + \omega), \bar{X}_o, \eta) \} = 0 \quad (2.16)$$

La solución será estable si todos los polos están situados en la parte derecha del plano complejo. Al variar el parámetro η un polo real σ , o un par de polos complejos conjugados $\sigma \pm j\omega$, pueden cruzar el eje imaginario del plano complejo dando lugar a una bifurcación.

2.3 Ruido en osciladores.

2.3.1 Separación de la perturbación en componentes de fase y amplitud.

Una de las principales características de un oscilador es su pureza espectral. Ésta viene afectada por el ruido que existe en los circuitos semiconductores. Este ruido puede modular la fase del oscilador y generar bandas de ruido laterales. El efecto es el cambio aleatorio sobre la fase del oscilador, esto es, de su frecuencia instantánea, lo que se aprecia como un ensanchamiento del espectro del oscilador.

Esta modulación aleatoria debida al ruido, degrada el funcionamiento de los sistemas de comunicación basados en modulaciones de fase o amplitud. Una posible formulación para tensión generada por un oscilador es:

$$v(t) = A(1 + \alpha(t)) \cos(2\pi f_o t + \phi(t)) \quad (2.17)$$

Esta representación de una señal sinusoidal tiene en cuenta un ruido de fase $\phi(t)$ y ruido de amplitud $\alpha(t)$. El ruido se genera principalmente en los dispositivos activos y en los elementos resistivos del oscilador. Estos dos ruidos se suponen, en

general, de baja potencia, $|\alpha(t)| \ll 1$ y $|\phi(t)| \ll 1$, que es el caso práctico de los sistemas de telecomunicación. Aunque, como veremos más adelante, el ruido de fase no tiene porque estar acotado.

Otra forma más general de representar la dinámica del ruido de fase en un oscilador libre, es utilizar su espacio de fases [3]. Si se supone la ecuación normal del circuito del oscilador como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, \varepsilon, y_1, \dots, y_M) \\ \dot{x} &= f(x) + \zeta(x) \end{aligned} \quad (2.18)$$

La primera ecuación de (2.18) está compuesta por, x que son las variables de estado del sistema, ε que describe las fuentes de ruido debido a elementos resistivos, e y_1 a y_M que representan las fuentes de ruido flicker. La segunda expresión es otra forma de representar la solución del oscilador, separando las perturbaciones de las fuentes de ruido, $\zeta(x)$. La solución del oscilador no perturbado $\zeta(t) = 0$, $x^0(t)$, es un ciclo cerrado en el espacio de fases, Figura 6.

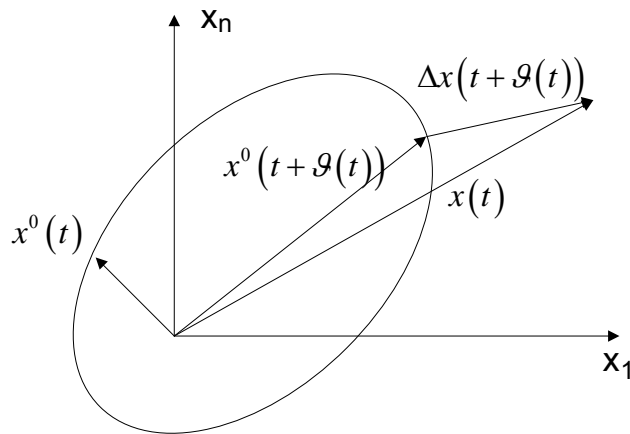


Figura 6 Solución perturbada representada sobre una desviación del ciclo límite. La solución $x(t)$ se expresa como la perturbación sobre el ciclo límite $x^0(t+\vartheta(t))$ más una perturbación $\Delta x(t+\vartheta(t))$ transversal.

Al aplicar una perturbación transversal al ciclo límite, puesto que este es estable, el efecto de la perturbación disminuirá hasta volver a converger al ciclo límite. Sin embargo, una perturbación desde $x^0(t)$ a $x(t)$ en la dirección del ciclo límite puede aumentarse indefinidamente, debido a que es un sistema autónomo, tal y como se comenta en la sección de análisis de estabilidad.

El conjunto de perturbaciones se pueden descomponer en su componente tangencial y transversal, tal como está representado en la Figura 6:

$$\begin{aligned} x(t) &= x^0(t + \vartheta(t)) + \Delta x(t + \vartheta(t)) \\ \text{con } \|\Delta x(t)\| &\ll \|x^0(t)\| \end{aligned} \quad (2.19)$$

Esta forma de descomponer la perturbación no es única debido al desplazamiento en el tiempo $\vartheta(t)$. Este desplazamiento se convierte en una

modulación en fase sobre la solución no perturbada. Por lo tanto, el efecto de la perturbación $\vartheta(t)$ describe una perturbación sobre la fase y $\Delta x(t)$ sobre la amplitud.

El oscilador es perturbado debido a dos efectos. En primer lugar, las componentes de ruido muy cercanas a la portadora, modifican ligeramente las ecuaciones de nodos del sistema lo que se traduce en una modulación del oscilador. Por otro lado existe un proceso de conversión de frecuencia entre la señal del oscilador y sus armónicos, el resto de señales presentes en el circuito y la propia DC. Este proceso sobre circuitos no lineales es similar al que se da en mezcladores, y es una importante contribución al ruido de fase del oscilador, debido principalmente al ruido 1/f presente en los dispositivos activos. Otro parámetro importante que afecta al ruido de fase, es la dependencia de la frecuencia de oscilación con la señal de alimentación.

Por todo ello, se prefiere utilizar componentes activos con bajo ruido 1/f, y resonadores con una Q alta. También se procura minimizar el efecto de las redes de polarización sobre el ruido de fase, estabilizando y filtrando las señales de alimentación.

La forma más sencilla de evaluar el ruido de fase de un sistema, es mediante su densidad espectral de potencia referida a la portadora. Esta distribución de potencia en torno a la frecuencia de oscilación libre, se integra en anchos de banda de 1Hz, y se refiere a la potencia de la portadora expresando su diferencia respecto a ella en dB llamados dBc, donde la 'c' indica 'carrier'. Esta forma de medir el ruido de fase es equivalente a realizar la transformada de Fourier sobre la expresión (2.17) y calcular su potencia a una determinada distancia de la portadora. Este método para estimar el ruido de fase no diferencia entre perturbaciones en fase y perturbaciones en amplitud. Éste es el procedimiento habitual cuando, se utiliza un analizador de espectros comercial, el cual, incluye un módulo extra para estimar ruidos de fase.

2.3.2 Técnicas en el dominio de la frecuencia.

Matriz de conversión.

El método de análisis de matriz de conversión [4]-[7], también llamado de gran-síñal/pequeña-síñal, se utiliza para otros problemas, no sólo los relacionados con el ruido de fase. Esta clase de problemas comparten todas unas características similares, en ellos un dispositivo no lineal es alimentado simultáneamente por dos señales una de alta y otra de baja potencia. El comportamiento que se desea evaluar es la respuesta lineal a la pequeña señal superpuesta a la gran señal. Este tipo de problemas tiene cierta similitud con el análisis lineal de circuitos, donde, sobre una señal de DC se aplica una pequeña señal sinusoidal, siendo éste el caso habitual de aplicación de los parámetros S. Sin embargo, en el caso de la matriz de conversión, la señal sobre la que aplicamos la sinusoidal de pequeña amplitud no es de DC, sino sinusoidal y de gran amplitud. De esta forma, el concepto de la matriz de conversión aplicado a osciladores, se entiende como una linealización de la respuesta a la señal de pequeña amplitud sobre la solución estable oscilatoria, considerada esta última la componente de alta potencia.

Teniendo en cuenta la formulación en serie de Fourier a ω_0 , la solución estable de un oscilador $x_0(t)$, se puede expresar como:

$$x_0(t) = \sum_{k=-N}^N X_k e^{j(k\omega_0 t + \varphi_k)} \quad (2.20)$$

En (2.20) cada armónico k viene definido por su término de amplitud X_k y su término de fase φ_k . Podemos extender (2.20), teniendo en cuenta ahora, las perturbaciones en fase y en amplitud, de forma similar a como se había presentado en (2.17):

$$x(t) = \sum_{k=-N}^N (X_k + \Delta A_k(t)) e^{j(k\omega_0 t + \varphi_k + \phi_k(t))} \quad (2.21)$$

La ecuación (2.21) introduce los términos $\Delta A_k(t)$ y $\phi_k(t)$, siendo ambos valores reales. Estos términos se corresponden respectivamente, con la perturbación en amplitud y la perturbación en fase del armónico k para un nodo dado. Notar, cómo la solución estacionaria toma ahora la forma de transitorio de envolvente, debido a los términos de la perturbación dependientes del tiempo.

Se recuerda que la expresión (2.21) describe el valor de la variable de estado $x(t)$, la cual puede ser la tensión en un nodo específico o la corriente a través de una rama dada. Los valores de $\Delta A_k(t)$ y $\phi_k(t)$ son en general diferentes en cada nodo o rama i . Se ha omitido por claridad en esta formulación un subíndice i que indique el nodo/rama, siendo los términos de (2.21) para el caso general en un nodo/rama i : $x^i(t), \Delta A_k^i(t), \phi_k^i(t)$.

El método de matriz de conversión supone que las perturbaciones en fase, $\phi_k(t)$ son muy pequeñas. Esto como veremos más adelante, no es necesariamente cierto. Teniendo en cuenta esta suposición podemos simplificar el término de la exponencial compleja como:

$$\phi_k(t) \downarrow \downarrow \Rightarrow e^{j\phi_k(t)} \simeq 1 + j\phi_k(t) \quad (2.22)$$

A partir de (2.22), la ecuación (2.21) se puede expresar como:

$$x(t) = x_0(t) + \sum_{k=-N}^N (\Delta A_k(t) + j\phi_k(t)X_k) e^{j(k\omega_0 t + \varphi_k)} \quad (2.23)$$

Donde en (2.23) se ha despreciado el término de segundo orden $j\phi_k(t)\Delta A_k(t)$. Si se admite que las fuentes de ruido se introducen a una frecuencia Ω :

$$n_k(t) = \Delta N_k(t) e^{jk\omega_0 t}, \text{ con } \Delta N_k(t) = N_k(\Omega) e^{jk\Omega t} \quad (2.24)$$

$\Omega \rightarrow \text{frecuencia de ruido}$

Tendremos que las perturbaciones de amplitud y fase se situarán también a la misma frecuencia de ruido Ω :

$$\Delta A_k(t) = \Delta A_k e^{jk\Omega t} + \Delta A_k^* e^{-jk\Omega t}, \quad \phi_k(t) = \Phi_k e^{jk\Omega t} + \Phi_k^* e^{-jk\Omega t} \quad (2.25)$$

Sustituyendo ahora (2.25) en (2.23), tenemos:

$$\begin{aligned}
 x(t) &= x_0(t) + \sum_{k=-N}^N (\Delta A_k + j\Phi_k X_k) e^{j(k(\omega_0 + \Omega)t + \varphi_k)} + (\Delta A_k^* + j\Phi_k^* X_k) e^{j(k(\omega_0 - \Omega)t + \varphi_k)} = \\
 &= x_0(t) + \sum_{k=-N}^N \left[e^{j\varphi_k} (\Delta A_k + j\Phi_k X_k) e^{jk(\omega_0 + \Omega)t} + e^{j\varphi_k} (\Delta A_k^* + j\Phi_k^* X_k) e^{jk(\omega_0 - \Omega)t} \right] = (2.26) \\
 &= x_0(t) + \sum_{k=-N}^N \left[x_U e^{jk(\omega_0 + \Omega)t} + x_L e^{jk(\omega_0 - \Omega)t} \right]
 \end{aligned}$$

En (2.26) se pueden identificar como los términos x_U y x_L , se corresponden con las bandas laterales debidas al ruido y situadas respectivamente por encima y por debajo de cada armónico $k\omega_0$, [8]:

$$\begin{aligned}
 x_U &= e^{j\varphi_k} (\Delta A_k + j\Phi_k X_k) \\
 x_L &= e^{j\varphi_k} (\Delta A_k^* + j\Phi_k^* X_k)
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

A partir de las bandas laterales se pueden obtener las perturbaciones de amplitud y de fase:

$$\begin{aligned}
 \Phi_k &= j \frac{e^{j\varphi_k} x_L^* - e^{-j\varphi_k} x_U}{2X_k} \\
 \Delta A_k &= e^{j\varphi_k} x_L^* + e^{-j\varphi_k} x_U
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

Con objeto de ilustrar el método de matriz de conversión en el caso de perturbaciones sobre elementos no lineales, se resume un ejemplo ampliamente detallado en [6]. Dada la ecuación general (2.26), la variable de estado x , representa ahora, en este ejemplo ilustrado por la Figura 7, el valor de la intensidad que circula a través del elemento no lineal $I = f(V)$. A continuación se detalla el proceso para obtener la matriz de conversión, la cual relaciona las componentes armónicas de la variable de estado, $i(v)$ en este caso particular, con los armónicos de la perturbación de entrada $v(t)$.

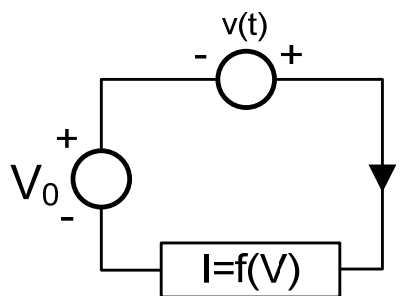


Figura 7 Esquemático para el análisis de matriz de conversión sobre un elemento no lineal $I = f(V)$, a la que se aplica una perturbación v de pequeña señal sobre una tensión V_0 .

Suponiendo que tenemos una fuente V_0 de alto valor, sobre la que se superpone una componente de pequeña amplitud $v(t)$, podemos expandir la serie de Taylor de $f(V)$ en torno a V_0 .

$$f(V_o + v) = f(V_o) + \left. \frac{d}{dV} f(V) \right|_{V=V_o} v + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2}{dV^2} f(V) \right|_{V=V_o} v^2 + \frac{1}{6} \left. \frac{d^3}{dV^3} f(V) \right|_{V=V_o} v^3 + \dots \quad (2.29)$$

La pequeña señal se corresponde con la intensidad $i(v)$ debida a la tensión v , y se puede obtener restando la contribución de la componente de gran señal:

$$i(v) = I(V_o + v) - I(V_o) \quad (2.30)$$

En primer lugar simplificamos en la serie de Taylor (2.29), los términos de segundo orden y superiores (v^2 , v^3 , ...) suponiendo que $v(t) \ll V_o$. V_o , como ya hemos mencionado, no tiene porque ser un voltaje de DC, puede ser una componente de gran señal variable en el tiempo $V_L(t)$.

$$i(t) = \left. \frac{d}{dV} f(V) \right|_{V=V_L(t)} v(t) = g(t) v(t) \quad (2.31)$$

La conductancia variable en el tiempo $g(t)$ en (2.31), es la derivada de un elemento I/V en gran señal. Se podría seguir el mismo razonamiento para más de un voltaje de control, desarrollándose en series de Taylor de n dimensiones, el resultado sería de la forma,

$$i(t) = g_1(t) v_1(t) + g_2(t) v_2(t) + g_3(t) v_3(t) + \dots$$

$$g_i(t) = \left. \frac{\partial}{\partial V_i} f(V_1, V_2, \dots, V_N) \right|_{\substack{V_1=V_{L,1}(t) \\ V_2=V_{L,2}(t) \\ \dots \\ V_N=V_{L,N}(t)}} \quad (2.32)$$

De la misma forma se podría aplicar a una capacidad $Q = f_Q(V)$, obteniéndose la carga $q(t)$ y la intensidad que la recorre $i(t)$,

$$q(t) = c_1(t) v_1(t) + c_2(t) v_2(t) + c_3(t) v_3(t) + \dots$$

$$i(t) = \frac{d}{dt} q(t) = c_1(t) \frac{d}{dt} v_1(t) + v_1(t) \frac{d}{dt} c_1(t) + c_2(t) \frac{d}{dt} v_2(t) + v_2(t) \frac{d}{dt} c_2(t) + \dots \quad (2.33)$$

Por otro lado, desde el punto de vista del dominio de la frecuencia, se aprecia de forma intuitiva que un elemento no lineal al que se le apliquen dos tonos, genera los términos de la mezcla $n\omega_0 \pm m\omega_m, \forall k, m \in \mathbb{R}$. Suponiendo que el tono a ω_m es de pequeña señal, tal como se ha tenido en cuenta a lo largo de esta sección, podemos despreciar sus armónicos. De esta forma, sólo tenemos componentes frecuenciales a $n\omega_0$ y $\pm\omega_m$. Definiendo $\omega_d = |\omega_0 - \omega_m|$, se pueden representar las frecuencias de la mezcla como:

$$\omega_n = n\omega_0 + \omega_d \quad (2.34)$$

La ecuación (2.34) incluye solo la mitad de las frecuencias de mezcla, pero la otra mitad se podría evaluar por separado, ya que el análisis es lineal. Para una conductancia variable en el tiempo $g(t)$ como la presentada en (2.32), tenemos la siguiente expresión en forma de serie de Fourier:

$$i'(t) = g(t)v'(t)$$

$$i'(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n e^{j\omega_n t}, \quad g(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} G_k e^{jk\omega_0 t}, \quad v'(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n e^{j\omega_n t} \quad (2.35)$$

Reemplazando $i'(t)$, $g(t)$ y $v'(t)$ por los términos en sumatorios tenemos,

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n e^{j\omega_n t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_k V_n e^{j\omega_{n+k} t} \quad (2.36)$$

Esta última ecuación se puede expresar en forma matricial truncándola para $n = N$ y $k = 2N$. Los elementos para $n < 0$ están expresados conjugados debido al cambio en la definición (2.34). Las tensiones y corrientes de las componentes frecuenciales, están relacionadas por medio de una matriz de conversión:

$$\begin{bmatrix} I_{-N}^* \\ I_{-N+1}^* \\ \vdots \\ I_0 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_0 & G_{-1} & \cdots & G_{-2N} \\ G_1 & G_0 & \cdots & G_{-2N+1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ G_N & G_{N-1} & \cdots & G_{-N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ G_{2N} & G_{2N-1} & \cdots & G_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{-N}^* \\ V_{-N+1}^* \\ \vdots \\ V_0 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Esta matriz relaciona fasores de la tensión de perturbación con cada componente armónica de la corriente sobre el elemento no lineal, para cada frecuencia de mezcla. El análisis de matriz de conversión linealiza los elementos no lineales del sistema, para crear elementos variables en el tiempo, lineales y de pequeña señal. Por ello, no se puede utilizar este método para analizar efectos no lineales como saturación o intermodulación.

Por otro lado, para el caso particular de elementos constantes en el tiempo pero sensibles a la frecuencia, tenemos una matriz diagonal, de la forma $I_n = G(\omega_n)V_n$ para $n \geq 0$ y $I_n^* = G(-\omega_n)V_n^*$ para $n < 0$. De esta forma se pueden integrar las herramientas conocidas aplicadas en circuitos estáticos, para circuitos cuyos elementos dependen del tiempo.

Hemos obtenido la banda superior en (2.37) y se puede aplicar el mismo proceso para obtener la banda inferior debida a la perturbación. Estas bandas pueden utilizarse junto a (2.28) para obtener las perturbaciones en fase y en amplitud presentas en (2.21).

El método de matriz de conversión presenta limitaciones debido, en primer lugar, a la aproximación en (2.22), que supone que la perturbación en fase tiene un pequeño valor. Como se menciona en el capítulo 2 dedicado al análisis de estabilidad, la perturbación en fase no es atenuada debido a la dinámica del sistema, al contrario que la perturbación en amplitud. Más adelante en el capítulo 6, dedicado al análisis

del ruido de fase en osciladores, se mostrará como una perturbación en fase cercana a la portadora, presenta claramente una respuesta no lineal en el espectro de ruido de fase. La principal consecuencia de que estas suposiciones no sean válidas para entornos cercanos a la portadora, es que el método de matriz de conversión no es recomendable para analizar ruidos de fase en esas regiones.

Por otro lado, al aplicar el método de matriz de conversión en osciladores, los simuladores comerciales presentan problemas numéricos. El proceso para analizar el ruido de fase en simuladores comerciales mediante el método de matriz de conversión, requiere en primer lugar, obtener la solución oscilatoria, lo cual puede no ser sencillo y exige técnicas especiales, como ya se ha presentado en el capítulo previo. La solución estacionaria se da para ω_0 y \bar{x}_0 , expresada en formulación de balance armónico como:

$$H(\bar{X}_0, \omega_0) = A_x(\omega_0)\bar{X}_0 + A_y(\omega_0)\bar{Y}_0 = 0 \quad (2.38)$$

La matriz A_x relaciona las componentes armónicas de los elementos lineales respecto a las variables de estado. La matriz A_y tiene el mismo sentido que A_x , pero para los términos de los elementos no lineales, cuya no linealidad viene descrita por la función $\bar{Y}_0 = \bar{Y}[\bar{X}_0]$. Las componentes armónicas de todas las variables de estado se ordenan como:

$$\bar{x}_0(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{X}_k e^{jk\omega_0 t} \Rightarrow \bar{X}_0 = \underbrace{[x_{-N}^1 \cdots x_N^1]}_{x_1(t)} \cdots \underbrace{[x_{-N}^n \cdots x_N^n]}_{x_n(t)} \quad (2.39)$$

Asumimos como en (2.25), que la solución perturbada dada en (2.26), contiene bandas laterales a la frecuencia de ruido Ω , y que estas bandas laterales son de pequeña amplitud. De esta forma la formulación en balance armónico (2.38), resulta la expresión ya presentada en el capítulo 1:

$$H(\bar{X}, \omega) = A_x(\omega)\bar{X} + A_y(\omega)\bar{Y} = A_y(\omega)\bar{G} \quad (2.40)$$

Debido a la perturbación las variables de estado (2.39) presentan bandas laterales a la frecuencia del ruido:

$$\bar{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (\bar{X}_{k,0} + \Delta\bar{X}_{T,k}(t)) e^{jk\omega_0 t} \quad (2.41)$$

donde $\Delta\bar{X}_{T,k}(t)$ son las bandas laterales complejas debidas a la perturbación. Para obtener la bandas a las frecuencias $k\omega_0 + \Omega$, podemos substituir (2.41) en (2.40) y linealizar la función \bar{Y} en torno a la solución estacionaria:

$$\begin{aligned} & \{ [A_x(k\omega_0 + \Omega)] + [A_y(k\omega_0 + \Omega)] J\bar{Y}_0 \} \Delta\bar{X}_T(k\omega_0 + \Omega) \\ & = [A_y(k\omega_0 + \Omega)] \bar{G}(k\omega_0 + \Omega) \end{aligned} \quad (2.42)$$

Donde aparece ahora el Jacobiano de las no-linealidades $J\bar{Y}_0$. Despejando las bandas laterales tenemos:

$$\begin{aligned}\bar{H}_x[\bar{X}_0, k\omega_0 + \Omega] &= \left\{ [A_x(k\omega_0 + \Omega)] + [A_y(k\omega_0 + \Omega)]J\bar{Y}_0 \right\}^{-1} \\ \Delta\bar{X}_T(k\omega_0 + \Omega) &= \bar{H}_x[\bar{X}_0, k\omega_0 + \Omega]^{-1} [A_y(k\omega_0 + \Omega)]\bar{G}(k\omega_0 + \Omega)\end{aligned}\quad (2.43)$$

De esta forma, se expresan los armónicos de las bandas laterales en función de las fuentes de ruido mediante una matriz de conversión. Para resolver (2.42) es necesario calcular la matriz inversa de $\bar{H}_x[\bar{X}_0, k\omega_0 + \Omega]$. Recordando la ecuación general de un oscilador:

$$\dot{\bar{x}}(t) = F[\bar{x}(t)] \quad (2.44)$$

Demostramos en el capítulo 2 dedicado al análisis de estabilidad, que dada una solución $x_0(t)$, $x_0(t+\tau)$ también es solución de (2.44). Ambas soluciones en el dominio de la frecuencia tienen la forma:

$$\bar{x}_0(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{X}_k e^{jk\omega_0 t} \Rightarrow \bar{x}_0(t + \tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{X}_k e^{jk\omega_0 t} e^{jk\omega_0 \tau} \quad (2.45)$$

Introduciendo la solución deslaza $x_0(t+\tau)$, en (2.38), tenemos:

$$\bar{H}[\bar{U}(\tau), \omega_0] = \underbrace{A_x(\omega_0) [e^{jk\omega_0 \tau}] \bar{X}_0}_{\bar{U}(\tau)} + A_y(\omega_0) \bar{y} \underbrace{([e^{jk\omega_0 \tau}] \bar{X}_0)}_{\bar{U}(\tau)} = 0, \forall \tau \quad (2.46)$$

En (2.46), el desplazamiento temporal queda determinado por la matriz $[e^{jk\omega_0 \tau}]$, definida como:

$$[e^{jk\omega_0 \tau}] \equiv \begin{bmatrix} [E(-N)] & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & [E(N)] \end{bmatrix}, \text{ con } E(k) = \begin{pmatrix} e^{-jk\omega_0 \tau} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & e^{-jk\omega_0 \tau} \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

Si ahora calculamos la derivada respecto τ de (2.46) obtenemos:

$$\frac{\partial \bar{H}[\bar{U}(\tau), \omega_0]}{\partial \tau} = \underbrace{[A_x(\omega_0) + A_y(\omega_0)\bar{Y}]}_{\bar{H}_x[\bar{U}(\tau), \omega_0]} [jk\omega_0 \tau] \bar{U}(\tau) = 0, \forall \tau \quad (2.48)$$

Esto indica que la función $\bar{H}_x[\bar{U}(\tau), k\omega_0]$ tiene un vector propio nulo, lo que implica que $|\bar{H}_x[\bar{X}_0, k\omega_0]| = 0$. Por lo tanto, el cálculo de la inversa de $\bar{H}_x[\bar{X}_0, k\omega_0 + \Omega]$ necesario en (2.42), para valores $\Omega \downarrow \downarrow$, esto es, para frecuencias cercanas a la portadora, presentará problemas numéricos al tratar con determinantes cercanos a 0. Dependiendo de la precisión de cálculo, para una cierta $\Omega < \Omega_L$ el determinante será independiente de Ω y constante de valor $|\bar{H}_x[\bar{X}_0, k\omega_0]| = \varepsilon$, siendo ε el valor más pequeño capaz de ser representado en ese simulador. Esto se traduce en un aplanamiento del espectro del ruido de fase en un rango de frecuencias $\pm \Omega_L$ en torno a la portadora. Esta problemática es inherente a los osciladores, y representa de nuevo su característica autónoma, esto es, la indeterminación respecto al tiempo. Por ello, cualquier desplazamiento siguiendo el espacio generado por el vector propio

$[jk\omega_0\tau]\bar{U}(\tau)$, es decir, cualquier desplazamiento de la solución en tiempo/fase, es también solución del sistema y no es atenuado por la dinámica del oscilador, la consecuencia de este fenómeno es conocido como ruido de fase.

Para el caso de señales de baja amplitud, como es generalmente el nivel del ruido, la matriz de conversión es un método muy eficiente para evaluar el efecto de conversión del ruido sobre la portadora, aunque es necesario combinarlo con otras técnicas. Sus limitaciones principales son dos, en primer lugar, evaluar ruidos de fase en osciladores en entornos de frecuencia cercanos a la portadora, y en segundo lugar, requieren la obtención previa de la solución estacionaria de un oscilador, lo cual puede no ser sencillo.

Modulación de portadora.

A continuación se desarrollan brevemente las bases teóricas la técnica de modulación de portadora [9].

Si tomamos la ecuación nodal de un oscilador no perturbado dada en [10] tenemos:

$$\bar{i}[\bar{x}(t)] + \frac{d}{dt}\bar{q}[\bar{x}(t)] + \int_{-\infty}^t \bar{p}(t-\tau)\bar{x}(\tau) + \bar{i}_s = \bar{0} \quad (2.49)$$

Por un lado, las intensidades \bar{i} dependen de las variables de estado $\bar{x}(t)$, además tenemos la influencia de las cargas que puedan existir \bar{q} . También se incluyen en esta expresión, $\bar{p}(t)$ la matriz de respuesta al impulso de los elementos distribuidos y las fuentes independientes \bar{i}_s . Se puede expresar $\bar{x}(t)$ en la forma habitual de Fourier, con una base formada por los armónicos de ω_0 :

$$\bar{x}(t) = \sum_{k=-N}^N \bar{X}_k e^{jk\omega_0 t} \quad (2.50)$$

Reemplazando (2.50) en (2.49), obtenemos la función de error H, que es solución para ω_0 y sus armónicos:

$$\bar{H}[\bar{X}, jk\omega_0] = \bar{I}[\bar{X}] + [jk\omega_0] Q[\bar{X}] + P(jk\omega_0)\bar{X} + \bar{I}_s = \bar{0} \quad (2.51)$$

Del mismo modo se puede obtener la ecuación nodal para el oscilador perturbado:

$$\bar{i}[\bar{x}(t)] + \frac{d}{dt}\bar{q}[\bar{x}(t)] + \int_{-\infty}^t h(t-\tau)\bar{x}(\tau) + \bar{i}_s(t) = \bar{g}[\bar{x}(t)]\bar{n}(t) \quad (2.52)$$

Ahora tenemos en cuenta en la parte derecha de (2.49), las fuentes de ruido $\bar{n}(t)$ y el Jacobiano de ellas respecto a las variables de estado, $\bar{g}[\bar{x}(t)]$. Para expresar ahora las variables de estado (2.50), se tiene en cuenta que la solución reflejará ahora una perturbación en fase y en amplitud, con $\Delta\omega(t) \equiv \Delta\dot{\phi}(t)$:

$$\bar{x}(t) = \sum_{k=-N}^N [\bar{X}_k + \Delta\bar{X}_k(t)] e^{j(k\omega_0 t + \Delta\phi(t))} \quad (2.53)$$

La técnica de modulación de portadora supone que las frecuencias de ruido son bajas por lo que $\Delta\dot{\bar{X}}_k(t) \approx \bar{0}$. Si sustituimos (2.53) en (2.52), teniendo en cuenta la suposición anterior, tenemos:

$$\bar{H}[\bar{X} + \Delta\bar{X}(t), j\bar{k}\omega_0 + \Delta\omega(t)] = T \bar{N}(t) \quad (2.54)$$

Es una expresión similar al caso sin perturbar teniendo en cuenta las perturbaciones y el Jacobiano frente a las fuentes de ruido, T. Extendiendo la serie de Taylor para las dos variables y despreciando los términos de segundo orden:

$$\begin{aligned} \bar{H}[\bar{X} + \Delta\bar{X}(t), j\bar{k}\omega_0 + \Delta\omega(t)] &\approx \bar{H}[\bar{X}, j\bar{k}\omega_0] + \bar{H}_{\bar{X}\omega} \Delta\dot{\bar{X}}(t) + \bar{H}_{\bar{X}} \Delta\bar{X}(t) + \bar{H}_{\omega} \Delta\omega(t) \Rightarrow \\ \bar{H}_{\bar{X}} \Delta\bar{X}(t) + \bar{H}_{\omega} \Delta\omega(t) &= T \bar{N}(t) \end{aligned} \quad (2.55)$$

Es un sistema con n variables de estado con N armónicos cada una, lo que da lugar a $n \times (2N+1)$ ecuaciones y $n \times (2N+1)+1$ incógnitas debido al término $\Delta\omega(t)$. Para resolverlo es necesario fijar un rango de libertad. Si fijamos la perturbación de la parte real del primer armónico, $\Delta X_1^r = 0$ tal como se sugiere en [6], la solución de este sistema de ecuaciones tiene la forma:

$$\begin{aligned} \Delta\omega(t) &= S_{\omega} [\bar{H}_{\bar{X}} \quad \bar{H}_{\omega}]^{-1} T \bar{N}(t) \\ \Delta\bar{X}(t) &= S_A [\bar{H}_{\bar{X}} \quad \bar{H}_{\omega}]^{-1} T \bar{N}(t) \end{aligned} \quad (2.56)$$

Donde las perturbaciones en fase y en amplitud están desacopladas. Ambas ecuaciones poseen términos constantes que multiplican a las fuentes de ruido $\bar{N}(t)$. Para expresar el ruido de fase en el dominio de la frecuencia es necesario aplicar la transformada de Fourier, obteniendo:

$$\begin{aligned} \Delta\omega(\Omega) &= S [\bar{H}_{\bar{X}} \quad \bar{H}_{\omega}]^{-1} T \bar{N}(\Omega) = \bar{J}_{\omega} \bar{N}(\Omega) \\ \Delta\bar{X}(\Omega) &= S_A [\bar{H}_{\bar{X}} \quad \bar{H}_{\omega}]^{-1} T \bar{N}(\Omega) = \bar{J}_A \bar{N}(\Omega) \end{aligned} \quad (2.57)$$

Estas expresiones se pueden utilizar para evaluar el ruido de fase teniendo en cuenta que $\Delta\dot{\phi}(t) = \Delta\omega(t)$. Habitualmente el ruido de fase viene expresado en términos estadísticos, por lo que se utilizan sus densidades espectrales de potencia, $|\Delta\phi(\Omega)|^2$ y $|\Delta X_k(\Omega)|^2$.

Como ya se ha mencionado, esta técnica sólo es aplicable para valores pequeños de las fuentes de ruido y cercanas a la portadora. Además, al igual que el método de matriz de conversión, es necesario un cálculo previo para obtener la solución estacionaria del oscilador.

2.3.3 Técnica en transitorio de envolvente.

A continuación desarrollamos brevemente la técnica de análisis de ruido de fase presentada en [11]. Recordando la formulación de transitorio de envolvente presentada en el capítulo 1, para un nodo dado tenemos:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k(t) e^{jk\omega_0 t} \quad (2.58)$$

En el caso de un oscilador, podemos descomponer el armónico variable en el tiempo en su solución estacionaria y un término variable en el tiempo:

$$X_k(t) = X_{k0} + \Delta X_k(t) \quad (2.59)$$

De esta forma, modelamos la variable de estado a partir de su solución estacionaria X_{k0} y perturbaciones en torno a ella $\Delta X_k(t)$:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (X_{k0} + \Delta X_k(t)) e^{jk\omega_0 t} \quad (2.60)$$

Podemos expresar el término de perturbación en función de una perturbación en fase $\Delta\phi_k(t)$ y una perturbación de amplitud $\Delta V_k(t)$:

$$\Delta X_k(t) = \Delta V_k(t) e^{j\Delta\phi_k(t)} \quad (2.61)$$

De forma similar a la técnica de matriz de conversión en el dominio de la frecuencia, suponemos que las fuentes de ruido están situadas a una frecuencia Ω . Por lo tanto, las perturbaciones se pueden expresar en función de la frecuencia de ruido como:

$$\begin{aligned} \Delta V_k(t) &= \Delta V_k^- e^{-j\Omega t} + \Delta V_k^+ e^{j\Omega t} \\ \Delta\phi_k(t) &= \Delta\phi_k^- e^{-j\Omega t} + \Delta\phi_k^+ e^{j\Omega t} \end{aligned} \quad (2.62)$$

Reemplazando (2.62) en (2.60) obtendríamos una expresión similar a (2.26) con dos bandas laterales:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (X_{k0} e^{jk\omega_0 t} + X_U(t) e^{jk(\omega_0 + \Omega)t} + X_L(t) e^{jk(\omega_0 - \Omega)t}) \quad (2.63)$$

En [11], se presenta la expresión para el ruido de fase de un oscilador, en función de los voltajes de las bandas laterales en un nodo:

$$\overline{\Delta\phi_k^2(\Omega)} = \frac{|\overline{\tilde{V}_k^+}|^2 + |\overline{\tilde{V}_{-k}^+}|^2 - 2\Re\left\{ \overline{\tilde{V}_{-k}^+ (\tilde{V}_{-k}^+)^*} e^{j2\theta_{V_{k0}}} \right\}}{V_{k0}} \quad (2.64)$$

donde $\theta_{V_{k0}}$ y V_{k0} son la fase y la amplitud del armónico $k\omega_0$ en estado estacionario sin perturbación. Siendo \tilde{V}_k^+ la envolvente compleja de la banda lateral positiva Ω del armónico k . Dada por la expresión:

$$\tilde{V}_k^+ = \Delta V_k^+ + \frac{kV_{k0}}{2\Omega} \Delta\omega_0 \quad (2.65)$$

Con $\Delta\omega_0$ la frecuencia del jitter y ΔV_k^+ la componente de frecuencia de la banda lateral positiva al armónico k (2.62).

De esta técnica [11], cabe destacar que toma como variable la frecuencia de oscilación por medio de un término de jitter $\Delta\omega_0(t)$, y además, utiliza un simulador propio.

Bibliografía

- [1] A. Suárez, R. Quéré, “Stability Analysis of Nonlinear Microwave Circuits”, Artech House, 2003.
- [2] A. Suárez, “Analysis and Design of Autonomous Microwave Circuits”, January 2009, Wiley.
- [3] F.X. Kaertner, “Analysis of White and f^{α} Noise in Oscillators”, *Int. J. Circuit Theory Applications*, vol. 18, pp. 485--519, 1990.
- [4] J. M. Paillot, J. C. Nallatamby, M. Hessane, R. Quéré, M. Prigent, and J. Rousset, “A general program for steady state, stability, and FM noise analysis of microwave oscillators,” *IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Dig.*, 1990, pp. 1287–1290.
- [5] P. Bolcato, J. Nallatamby, R. Larcheveque, M. Prigent, and J. Obregon, “A unified approach of PM noise calculation in large RF multitone autonomous circuits,” *IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Dig.*, 2000, pp. 417–420.
- [6] Stephen A. Mass, “*Nonlinear Microwave and RF Circuits*”, Artech House, 1988.
- [7] F. Giannini, G. Leuzzi, “*Nonlinear Microwave Circuit Design*”, Wiley, 2004.
- [8] J.M. Paillot, C.A.O. des circuits analogiques non-linéaires: realisation d’un simulateur pour l’analyse des spectres de bruit des oscillateurs, Ph.D. Dissertation, University of Limoges, France, 1991.
- [9] V. Rizzoli, F. Mastri, and D. Massotty, “General noise analysis of nonlinear microwave circuits by the piecewise harmonic-balance technique”, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol.42, no. 5, pp. 807-819, May 1994.
- [10] S. Sancho, A. Suarez, F. Ramirez, “Phase and Amplitude Noise Analysis in Microwave Oscillators Using Nodal Harmonic Balance”, *IEEE Tran. on Microwave Theory and Techniques*, vol. 55, no.7, July 2007.
- [11] E. Ngoya, J. Rousset, D. Argollo, “Rigorous RF and microwave oscillator phase noise calculation by envelope transient technique”, *Microwave Symposium Digest., 2000 IEEE MTT-S International*, vol. 1, 11-16 June 2000 pp. 91 - 94

Capítulo 3

Técnicas de optimización de osciladores controlados por tensión

3.1 Motivación y antecedentes.

En circuitos autónomos la frecuencia de oscilación depende de todos los parámetros del circuito, por lo tanto, es difícil controlar la banda completa de operación de un oscilador controlado por tensión (VCO). Un VCO es un circuito oscilador cuya frecuencia de salida puede ser controlada, típicamente mediante una tensión externa. Está formado típicamente por una red resonadora que contiene un elemento de capacidad variable función de la tensión aplicada. La parte activa del resonador amplifica una señal de entrada, ruido blanco en el caso de osciladores. Esta amplificación sólo se da para aquellas frecuencias incluidas en el rango de trabajo de la parte activa. Sobre toda la banda de frecuencias, la parte resonadora actúa de filtro, seleccionando una banda estrecha, la cual pasa a ser de nuevo amplificada cerrándose así el lazo del sistema, Figura 8a.

En el caso de los VCOs, la red resonante se diseña como un filtro variable controlado por tensión, mediante el cual se puede seleccionar la frecuencia de oscilación del circuito. El parámetro que permite controlar la resonancia es habitualmente una capacidad. Uno de los dispositivos más utilizados, que presenta una capacidad variable con la tensión, es el diodo varactor o varicap, Figura 8b. Este diodo funciona polarizado en inversa y está diseñado para ofrecer un rango de capacidades específico.

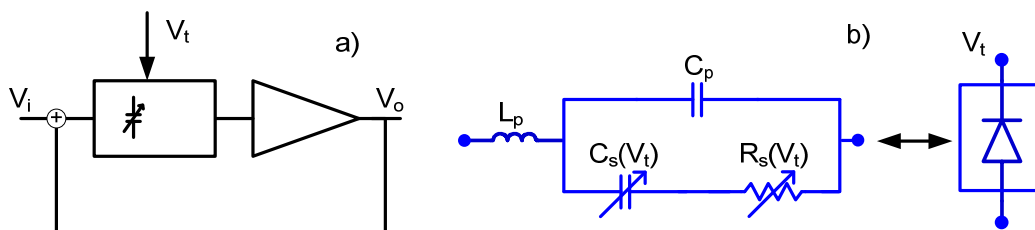


Figura 8 (a) Esquema de un circuito oscilador, dividido en parte activa y en resonador variable mediante una tensión de control V_t . (b) Circuito equivalente de un diodo varactor incluyendo parásitos de empaquetado.

El modelo de diodo varactor de la Figura 8b, incluye una bobina L_p , y capacidad C_p , que tienen en cuenta los elementos parásitos del empaquetado. La resistencia serie del diodo, $R_s(V_t)$, también presenta una variación con la tensión inversa aplicada. El parámetro de interés para implementar circuitos resonadores con posibilidad de sintonía, es la capacidad variable con la tensión $C_s(V_t)$. Esta capacidad presenta una característica de la forma:

$$C_s = \frac{C_0}{(V_t/\Phi + 1)^\gamma} \quad (3.1)$$

El parámetro Φ es debido al potencial interno del diodo y depende de la tecnología utilizada de fabricación tomando valores en torno a 0.7 V (silicio) y 1.3 V (arseniuro de galio). El exponente γ tiene un valor ideal de 0.5 y C_0 modela la capacidad para $V_t = 0$. Teniendo en cuenta la relación no lineal (3.1), C_s es proporcional a la inversa de V_t , tomando valores iniciales desde C_0 y decreciendo con la tensión de control aplicada.

La frecuencia de salida del VCO viene determinada por la frecuencia de resonancia, la cual es debida principalmente a la capacidad del varactor C_s , y su relación con el resto de capacidades y las inductancias presentes. Por este motivo, los VCOs presentan habitualmente una característica frecuencia frente tensión, no lineal ya que la propia dependencia de C_s es no lineal. En sistemas radar, donde se desea la mayor linealidad posible, se puede resolver aplicando lazos enganchados en fase mediante métodos de corrección digitales sobre la tensión de control del VCO, o generando las señales ‘chirp’ a partir de sintetizadores digitales (DDS), ejemplos de estas técnicas se resumen en [1].

3.1.1 Ejemplo de radar modulado en frecuencia por onda continua (FMCW).

Para mostrar la problemática de la no-linealidad frecuencia/tensión de un VCO, podemos evaluar cualitativamente el impacto que tiene si se utiliza directamente sobre un sistema radar modulado en frecuencia por onda continua (FMCW) sencillo, Figura 9.

A continuación se presenta un breve resumen, sobre las bases de los sistemas radar de FMCW, un tratamiento más detallado se puede encontrar en [2]. Las señales implicadas en estos sistemas son la señal del VCO local, y un eco recibido debido a la señal reflejada sobre el objetivo.

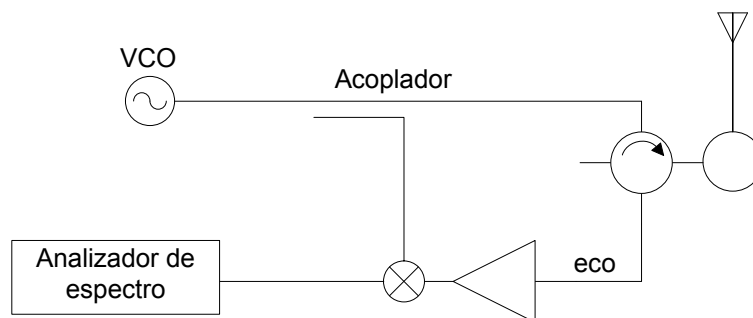


Figura 9 Sistema FMCW radar básico. Se utiliza una muestra de la señal transmitida modulada linealmente en frecuencia para mezclar con el eco recibido y estimar la distancia al objetivo.

Tal como se muestra en la Figura 10, transmitimos la señal del sistema local continuamente, y a la vez, recibimos los ecos reflejados. Aunque no vamos a realizar un estudio sobre potencia del eco recibido, lo habitual, es que el eco recibido tenga muy baja potencia lo que complica su recepción. En [3] se presenta un estudio de los efectos de ruido y los valores de la potencia recibida tras ser reflejada en un objetivo de cierta superficie.

En un sistema FMCW, se genera una señal modulada linealmente en frecuencia, Figura 10, por lo tanto, para la derivada de la fase tenemos:

$$\dot{\phi}(t) = \omega_c + A_b t \quad (3.2)$$

Siendo A_b la pendiente de la variación en frecuencia. La señal ‘chirp’ generada tiene la expresión temporal:

$$v_{chirp}(t) = A_c \cos\left(\int \dot{\phi}(t)\right) = A_c \cos\left(\omega_c t + \frac{A_b}{2} t^2\right) \quad (3.3)$$

Donde A_c indica la amplitud de la señal transmitida. Si calculamos la mezcla de la señal original por una copia suya retrasada T_p , tenemos:

$$v_{out}(t) = v_{chirp}(t)v_{chirp}(t - T_p)$$

$$v_{out}(t) = \frac{A_c^2}{2} \left[\begin{array}{l} \cos\left(2\omega_c - A_b T_p t + A_b t^2 + \left(\frac{A_b}{2} T_p^2 - \omega_c T_p\right)\right) \\ + \cos\left(A_b T_p t + \left(\omega_c T_p - \frac{A_b}{2} T_p^2\right)\right) \end{array} \right] \quad (3.4)$$

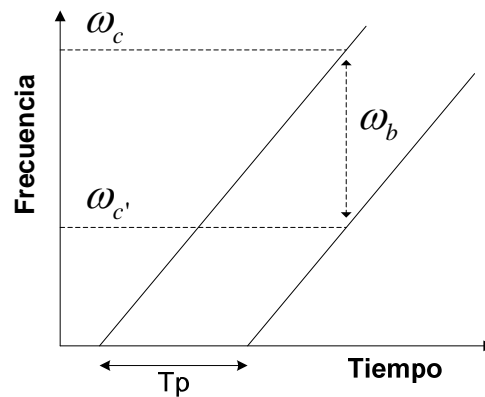


Figura 10 Fundamentos de sistemas radar FMCW. La variación lineal de la frecuencia con el tiempo, permite estimar la distancia al objetivo conociendo la diferencia de frecuencias instantánea de transmisión-recepción.

El primer término de (3.4), es una señal chirp de alta frecuencia a $2\omega_c$, el cual no es de interés para la detección y será filtrado. El segundo término, por el contrario, es de baja frecuencia y tiene una frecuencia fija de valor:

$$f_b = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \left[A_b T_p t + \left(\omega_c T_p + \frac{A_b}{2} T_p^2 \right) \right] = \frac{A_b}{2\pi} T_p \quad (3.5)$$

Si tenemos en cuenta que la pendiente de la modulación de la chirp, se puede expresar según su excursión total en frecuencia Δf y su duración T_b , tenemos:

$$f_b = \frac{A_b}{2\pi} T_p = \frac{\Delta f}{T_b} T_p \quad (3.6)$$

Por otro lado, se puede expresar la frecuencia de batido f_b (3.6), en función de la distancia R , desarrollando T_p como el tiempo de tránsito que tarda la señal en ir y volver en el caso ideal a la velocidad de la luz:

$$T_p = \frac{2R}{c} \rightarrow f_b = \frac{\Delta f}{T_b} \frac{2R}{c} \quad (3.7)$$

Es decir, podemos calcular la distancia al objetivo y su resolución, a partir de la frecuencia de batido f_b , despejando R de (3.7) y derivando respecto f_b :

$$R = \frac{T_b c}{2\Delta f} f_b \quad (3.8)$$

$$\delta R = \frac{T_b c}{2\Delta f} \delta f_b, \quad \delta f_b \approx 1/T_b, \rightarrow \delta R = \frac{c}{2\Delta f}$$

Para ilustrar el efecto de la no linealidad frecuencia-tensión de un VCO particular, realizamos simulaciones de envolvente para estimar la distancia al objetivo situado a 1000λ , con una frecuencia $F = 6.15$ GHz, Figura 11. Utilizamos una línea de retardo para simular la distancia al objetivo. El VCO utilizado, en el caso ideal, presenta una respuesta lineal con una sensibilidad de 50 MHz y la chirp generada varía en el rango 6 - 6.3 GHz.

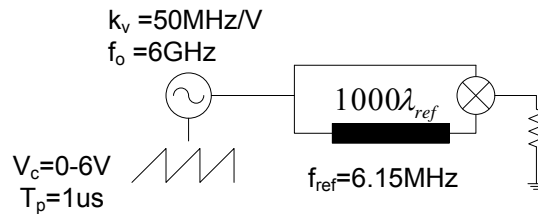


Figura 11 Sistema para simular objetivo a 1000λ mediante una línea de retardo a λ_{ref} . Los parámetros de la figura se corresponden con una caso ideal de VCO con $f_o = 6 \text{ GHz}$, y $k_v = 50 \text{ MHz/V}$.

En los resultados de la simulación, mediante el método del transitorio de envolvente Figura 12, podemos observar la señal chirp generada y el resultado de la mezcla con una copia suya retrasada en el tiempo. El espectro de una señal chirp ideal se aproxima a un espectro plano entre las frecuencias mínima y máxima de variación de la chirp. Esto es debido a que la energía se distribuye de forma uniforme en el tiempo a lo largo de todas las frecuencias. Realizando la mezcla en recepción obtenemos el espectro de la Figura 12b. Se aprecia claramente la frecuencia de batido, en torno a 1000λ , para este caso ideal.

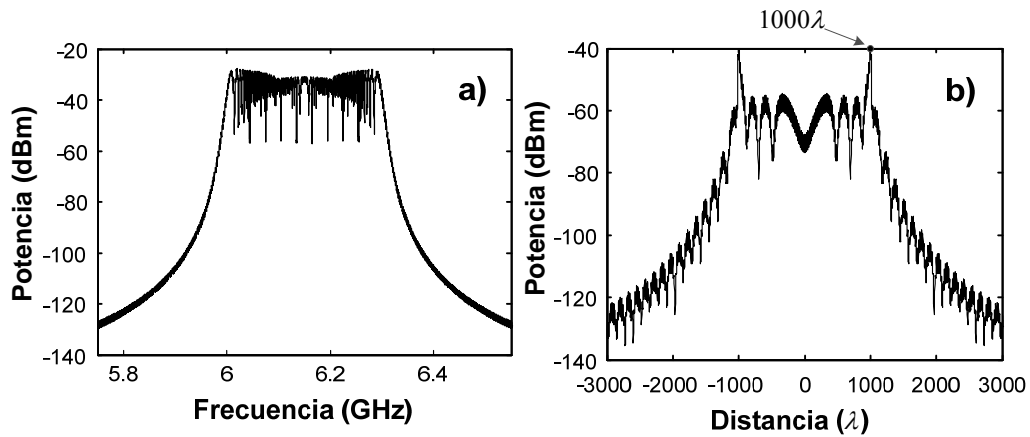


Figura 12 (a) Espectro de señal chirp generada para el VCO ideal, con $BW = 300$ MHz, (b) Espectro de la mezcla de la señal en transmisión con la señal recibida tras la línea de retardo. El eje horizontal representa la distancia al objetivo en λ obtenido a partir de (3.8).

A continuación, obtuvimos la característica frecuencia tensión de un VCO real no lineal y desarrollamos un sencillo modelo comportamental que ajusta esa característica mediante un polinomio de grado cuatro:

$$f_0(v) = 6000 + 317.9v - 130.0v^2 + 23.72v^3 - 1.57v^4 \quad (MHz) \quad (3.9)$$

En la Figura 13, se puede ver la característica original del VCO con línea negra punteada, y el buen ajuste del modelo del VCO obtenido, línea continua. En este caso, el espectro de la señal chirp ya no presenta un espectro plano, ya que la energía se concentra en mayor medida en la zona de saturación del VCO.

Es necesario comentar que el modelo comportamental no reproduce el cambio en la amplitud de salida con la frecuencia/tensión de control. Este es otro problema que presenta la generación de señales chirp mediante VCOs reales que se puede mitigar añadiendo un búfer de salida.

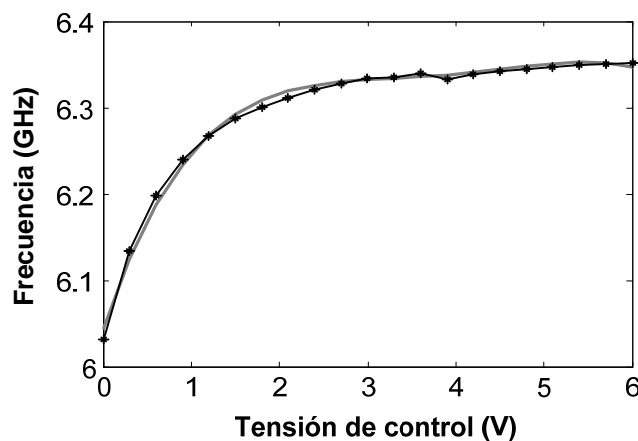


Figura 13 Característica frecuencia-tensión del VCO real y ajuste realizado mediante un polinomio de grado $n = 4$.

Reemplazado el modelo de VCO ideal del sistema radar, por este VCO no lineal, obtenemos la siguiente señal chirp y frecuencia de batido, Figura 14.

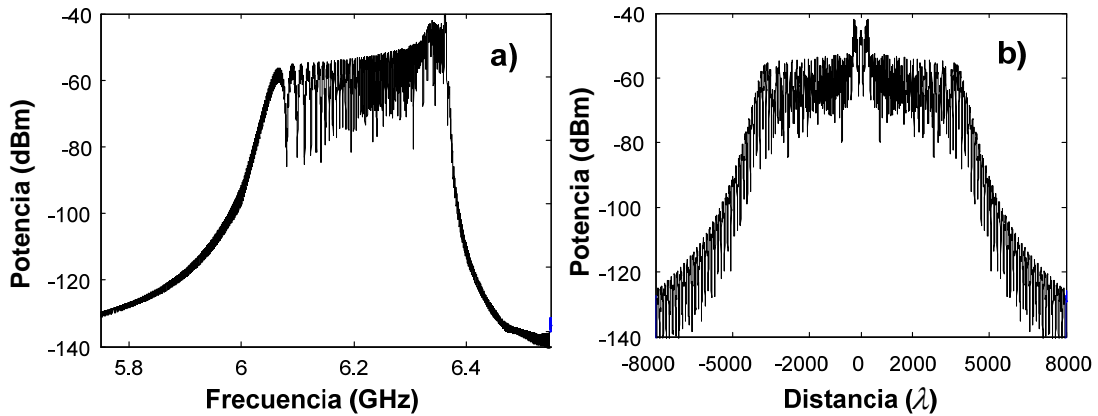


Figura 14 VCO no lineal, (a) Espectro de señal chirp transmitida con el modelo no lineal, (b) Espectro de la mezcla transmisión-recepción con el eje horizontal escalado en λ , al igual que la Figura 12.

Como se puede observar la degradación en la señal detectada debido a la no-linealidad del VCO es demasiado grande para estimar una distancia correcta. Por ello los VCO utilizados en este tipo de sistemas deben presentar características muy lineales en frecuencia y además ser estables en amplitud.

3.2 Objetivos.

En la literatura se han propuesto diferentes técnicas con balance armónico para el diseño óptimo de circuitos osciladores [4]-[6]. En algunos de ellos, por medio de técnicas basadas en un generador auxiliar (AG) se impone la frecuencia de oscilación, la potencia de salida, se reduce el transitorio de la oscilación o se eliminan frecuencias espurias [5],[6]. Sin embargo, estas técnicas solo tienen en cuenta osciladores con frecuencia fija.

El objetivo de este capítulo es desarrollar un conjunto de técnicas aplicables a osciladores controlados por tensión (VCOs), para optimizar el comportamiento en todo el rango de frecuencias.

Aspectos esenciales como, la banda de frecuencia, la linealidad, o la respuesta dinámica frente a señales de modulación, serán tenidos en cuenta. Una diferencia fundamental frente a los trabajos desarrollados anteriormente, es que se tiene en cuenta la banda completa de oscilación con todas sus soluciones estacionarias

Se describirán tres técnicas diferentes. La primera de ellas sirve de introducción, y tendrá como objetivo la extensión del ancho de banda de trabajo del VCO, definido como la diferencia en frecuencia para dos valores extremos de tensión de control del varactor. Esta primera técnica se extenderá a toda la banda de trabajo lo que nos permitirá fijar una cierta relación (V, f), que suele ser habitualmente lineal [7].

La segunda técnica, tiene como objetivo fijar una cierta respuesta frecuencia/tensión en toda la banda de trabajo. Por ejemplo, la ganancia de lazo de un PLL, depende, entre otros factores, de la respuesta del VCO. La función más habitual con la que se aproxima esta ganancia, es una pendiente constante k_v (MHz/V), a pesar de que el comportamiento real suele saturarse a partir de una cierta

tensión de control siguiendo una forma de tangente hiperbólica. Esta variación de la ganancia del VCO afecta directamente a la ganancia del PLL, y puede para algunas aplicaciones, ser una limitación importante del sistema. En el caso de la generación de señales chirp, es deseable la mayor linealidad posible del VCO aunque se compense con lazos de linealización, tal como se demuestra en [3]. Esta segunda técnica combina los principios experimentales propuestos en [8] con el uso de AGs. Con objeto de fijar la característica lineal de frecuencia de oscilación frente a tensión de control, mediante el generador auxiliar, se deberá desarrollar un método de optimización para cumplir la condición de oscilación en toda la banda de operación.

La tercera técnica mejora la respuesta dinámica temporal del VCO frente a señales moduladas, como las diente de sierra o ‘sawtooth’, utilizadas para la generación de señales ‘chirp’. Incluso cuando el oscilador es estable, su respuesta dinámica frente a la tensión de control puede dar lugar a frecuencias transitorias que no se atenúan suficientemente rápido. Estas frecuencias espurias, observadas sobre la frecuencia de oscilación, son debidas a su pequeño margen de estabilidad en el estado estacionario. Se mostrará una técnica para corregir la respuesta transitoria de un generador de señales ‘chirp’ y eliminar los espurios presentes en amplitud y las modulaciones de la frecuencia de salida.

3.3 Análisis del circuito original.

Las técnicas desarrolladas en este capítulo serán aplicadas sobre un VCO basado en un MESFET en la banda 4.5 - 5.3 GHz, el cual se muestra en la Figura 15.

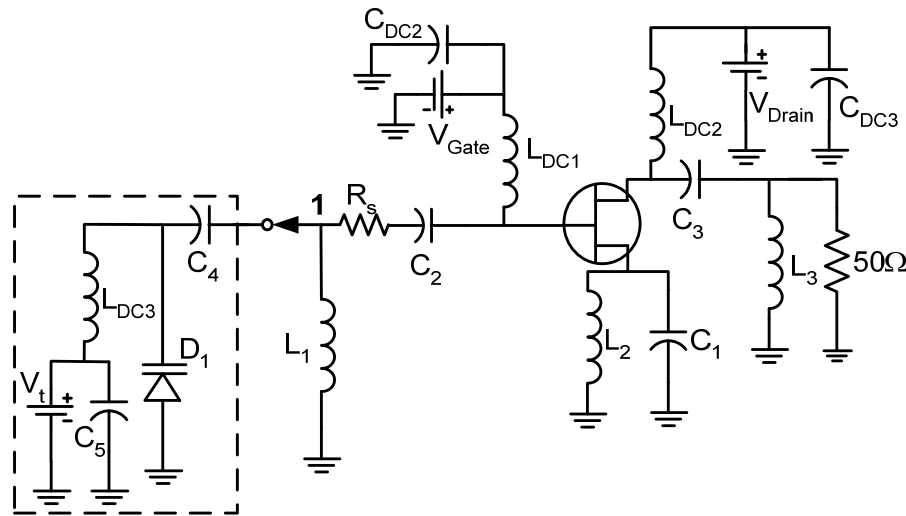


Figura 15 VCO basado en MESFET. Salida por drenador y resonador conectado en gate (línea discontinua). El resonador está formado por un diodo varactor embebido en una red LC, polarizado en inversa mediante la tensión de control V_t .

Para obtener el estado estacionario del oscilador se ha utilizado el simulador comercial ADS© en combinación con un generador auxiliar (AG) [9]. El AG se conecta en la puerta de MESFET a la frecuencia de oscilación ($f_{AG} = f_0$). La respuesta original tensión frente frecuencia se calcula barriendo la señal de control V_t , indicada en la Figura 15. Se optimiza para cada valor de V_t , la amplitud V_{AG} y frecuencia f_{AG} con el objetivo de cumplir la condición de no perturbación. Esta

condición se alcanza, como ya se ha presentado en el capítulo 1, cuando se anula la relación de la intensidad de entrada que circula a través del AG, frente a la tensión en el nodo donde está conectado, es decir, $Y_{AG} = 0$. La característica inicial se representa en la Figura 16.

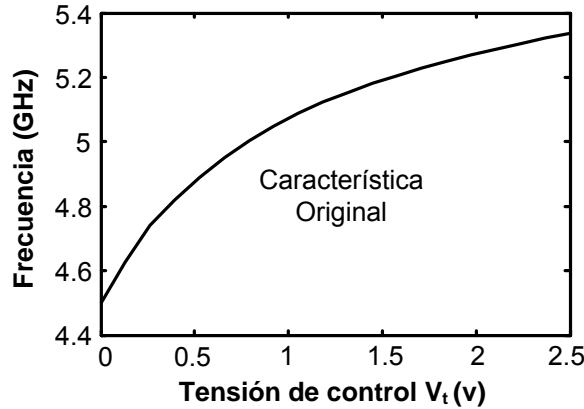


Figura 16 Simulación de la característica original tensión de control frente frecuencia al primer armónico para el VCO de la Figura 15.

Tal como se puede ver en la característica original, se aprecia la no linealidad alcanzando la saturación para una tensión de control, en torno a $V_t = V_s \equiv 2.5$ V. Por ello, nuestra banda práctica de operación se limita a las frecuencias entre 4.3 - 5.34 GHz.

3.4 Extensión del ancho de banda.

Esta primera técnica permite imponer la banda de operación del VCO. Para este propósito se fijan dos puntos de la característica del VCO con los valores deseados de tensión y frecuencia. El límite inferior se obtiene para el valor máximo de capacidad del varactor, obtenido con una tensión inversa de polarización $V_t = 0$. El límite superior lo fijaremos para una tensión de control $V_t = V_s = 2.5$ V, para el cual ya se aprecia una saturación en el valor de la frecuencia de salida debido a la saturación de la capacidad del varactor.

Para optimizar simultáneamente los dos puntos ($V_t = 0, f_1$) y ($V_t = V_s, f_2$), se duplica el circuito del VCO, y se introduce un AG para cada copia. En el primero de los VCOs se fija, mediante su AG, el extremo inferior de la banda ($V_t = 0, f_1$). Para el segundo VCO, de igual forma mediante el AG se fija, en este caso, el extremo superior de la banda ($V_t = V_s, f_2$). Ambos circuitos sin embargo, comparten los mismos parámetros de sus componentes.

Las frecuencias son fijadas mediante los AGs, por lo tanto, las condiciones de no perturbación se alcanzan por medio de la optimización simultánea de parámetros sensibles del circuito para esas dos soluciones frecuencia/tensión. Para nuestro VCO particular, se seleccionó el conjunto de parámetros $\bar{p} = [L_1, L_2, L_3, C_1]$ tal como aparecen en la Figura 15. Se lleva a cabo una optimización de HB con el objetivo:

$$H(\bar{p}) \equiv \sum_{i=1}^2 |Y_{AG}(V_t = V_i, f_i, \bar{p})|^2 = 0, \quad \text{con} \quad V_i = \begin{cases} 0, & i = 1 \\ V_s, & i = 2 \end{cases} \quad (3.10)$$

A pesar que sólo se fijan dos puntos sobre la característica del VCO, es de esperar obtener entre ellos un comportamiento suave. Para resolver la ecuación (3.10) se utiliza un método de optimización por gradiente. En cada iteración k , los parámetros del circuito son fijados a un valor $\bar{p} = \bar{p}_k$, comenzando desde el valor inicial \bar{p}_o . Se calcula la función de error $H(\bar{p}_k)$ fijando los parámetros (V_i, f_i) correspondientes y obteniendo el valor de $Y_{AG}(V_i, f_i, \bar{p}_k)$. Debido a la naturaleza cuadrática de $H(\bar{p})$, la solución se obtendrá cuando se anule el gradiente $\partial H(\bar{p})/\bar{p}$.

Para mostrar la capacidad de esta técnica, la banda del VCO se ha modificado de varias formas.

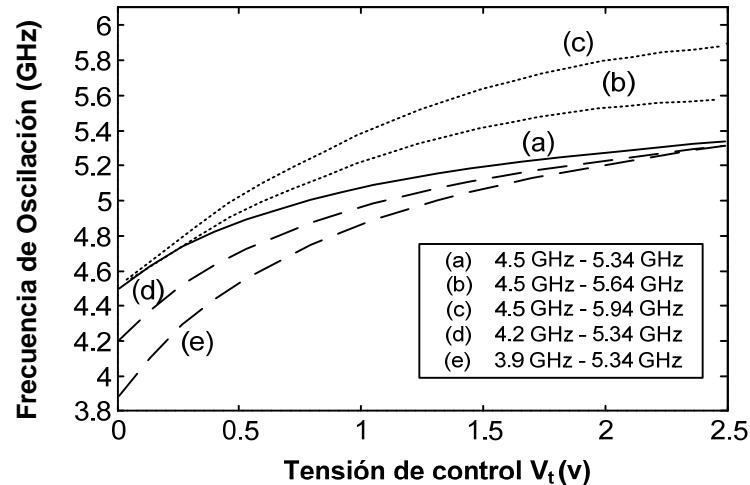


Figura 17 Técnica para imponer diferentes bandas de operación del VCO. (a) Característica original. Desplazamiento (b) $\Delta f = 300$ MHz y (c) $2\Delta f$, del límite superior de la banda manteniendo fijo el límite inferior. Desplazamiento (d) $\Delta f = 300$ MHz y (e) $2\Delta f$, del límite inferior de la banda manteniendo fijo el límite superior.

En la Figura 17 mostramos las diferentes bandas de operación seleccionadas. Se muestra la característica original del VCO, (a)(ver Figura 17). Aplicando esta técnica se modifican los parámetros del circuito, y con ello se extiende el límite superior un cierto $\Delta f = 300$ MHz (b), y $2\Delta f$ (c), manteniendo en todo el proceso fijo el límite inferior. Del mismo modo, se desplaza el límite inferior de la banda ese Δf (d) y $2\Delta f$ (e) manteniendo de la misma forma el límite superior fijo. De esta forma, demostramos cómo se puede optimizar un cierto parámetro como es el límite superior o inferior de frecuencia de oscilación del VCO, manteniendo estable el resto de su comportamiento.

Puesto que esta técnica no modifica la disposición de los componentes de nuestro circuito, puede darse el caso de que la respuesta deseada no sea alcanzable debido a las propias limitaciones impuestas por la topología del circuito. En ese caso, se pueden aplicar otras técnicas de diseño conocidas para incrementar los grados de libertad de nuestro diseño, como por ejemplo, introducir una inducción en paralelo con el diodo varactor [10]. Posteriormente, se puede volver a aplicar la técnica aquí presentada del mismo modo.

Se obtuvieron como se ha mostrado, diferentes respuestas, y como era de esperar, con una progresión suave entre los límites de la banda. Forzando estos límites también se cambió la linealidad de la característica pero sin tener un verdadero control sobre ella.

3.5 Linealización de la característica del VCO.

La segunda técnica presentada aquí tiene por objetivo la linealización del VCO y es una extensión natural de la técnica anterior. En [8], se presenta un trabajo que determina experimentalmente la reactancia requerida en la conexión del diodo para mejorar la linealidad. Tomando esta idea como punto inicial, el circuito varactor y su polarización son reemplazados momentáneamente por una capacidad no lineal C , introducida en paralelo.

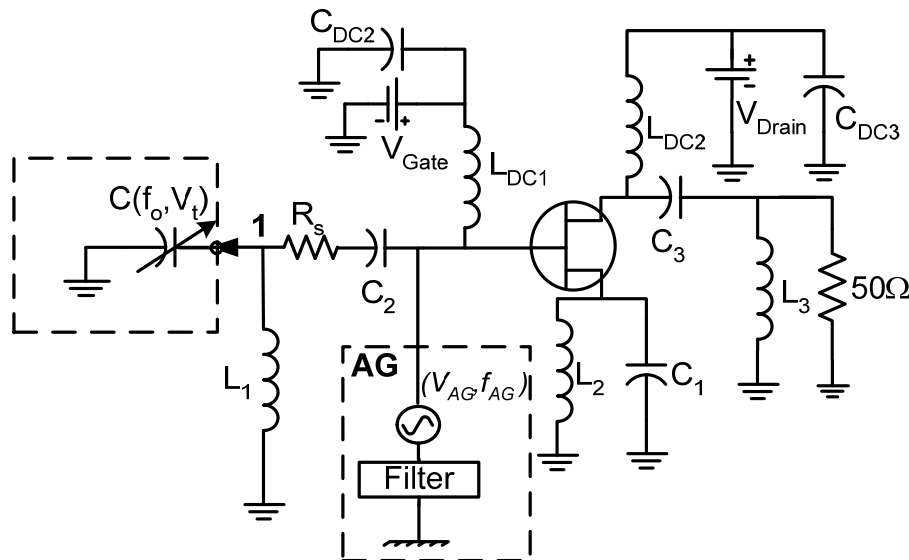


Figura 18 Esquemático del VCO de la Figura 15 modificado. Se ha reemplazado la parte del resonador que incluía al varactor, por una capacidad no lineal $C(f_o, V_t)$. Además se muestra la disposición del AG que se utilizará para llevar a cabo la optimización.

Esta capacidad será sintetizada más adelante por el diodo varactor incluido dentro de una red lineal. A continuación, se detalla el proceso para obtener esta red lineal. En primer lugar, elegimos una característica lineal como objetivo de esta técnica, teniendo en cuenta las razones que ya se comentaron en los antecedentes y motivaciones sobre sistemas radar. Ésta tendrá la forma:

$$f_o = k_v V_t + f_{o0} \quad (3.11)$$

Esta relación será impuesta fijando la frecuencia del AG de la misma forma $f_{AG}(V_t) = k_v V_t + f_{o0}$. Se variará V_t , optimizando la capacidad no lineal C , con el objetivo de cumplir la condición de no perturbación $Y_{AG}[C, V_{AG}] = 0$, para cada uno de las frecuencias $f_{AG}(V_t)$. Este proceso de optimización se realiza al primer armónico y permite obtener un conjunto de valores de la capacidad no lineal $C(f_o, V_t)$.

El siguiente paso será utilizar este conjunto de capacidades para sintetizar una red, que contenga al diodo varactor original, de forma que se ajuste a la reactancia deseada $R(f, V_n) = 1/(j\omega C(f_o, V_t))$. Notar, que aunque la capacidad depende de dos parámetros diferentes, f_o y V_t , ambos están relacionados a través de la relación (3.11). Finalmente la red sintetizada a partir de la capacidad ideal, será optimizada de nuevo incluyéndola dentro del VCO original, mediante un análisis armónico multipunto.

Para ilustrar este proceso, se implementará un caso particular. Tomamos una sensibilidad de $k_v = 336 \text{ MHz/V}$ y deseamos una linealización de la banda entre 4.5 y 5.34 GHz. Resolviendo para $Y_{AG}=0$ con $f_o = k_v V_t + f_{o0}$ frente a V_t , obtenemos la capacidad C deseada.

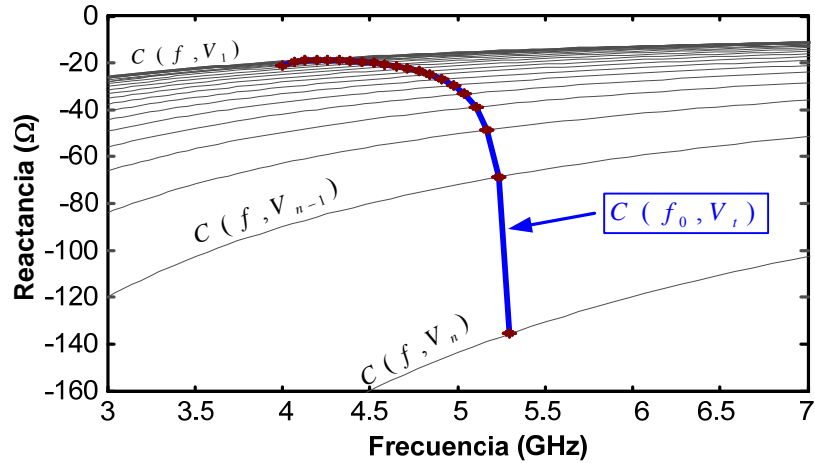


Figura 19 Capacidades obtenidas tras el proceso de optimización descrito. Los valores unidos mediante el trazo grueso son los necesarios para que el VCO de Figura 18 exhiba una respuesta frecuencia tensión lineal. Los trazos finos muestran la reactancia de la capacidad necesaria para que cada tensión de control de lugar a una frecuencia $f_o = k_v V_t + f_{o0}$.

En la Figura 19, se muestra en trazo grueso la reactancia deseada para que el VCO muestre una característica lineal sobre las capacidades equivalentes necesarias para cada punto de tensión. Cada una de las curvas indicadas mediante trazos finos muestran la reactancia para cada una de las capacidades obtenidas en el proceso de optimización. El valor de capacidad obtenido para cada valor de V_t es el necesario para fijar la frecuencia de salida definida por la relación impuesta $f_o = k_v V_t + f_{o0}$.

Puesto que los valores obtenidos de reactancia/frecuencia, trazo grueso Figura 19, no pueden ser reproducidos mediante una capacidad lineal, es necesario sintetizar una red que ajuste esa reactancia. Para ello, se incluye el varactor junto con sus elementos parásitos en una red lineal similar a la propuesta en [8]. Esta red se muestra en la Figura 20.

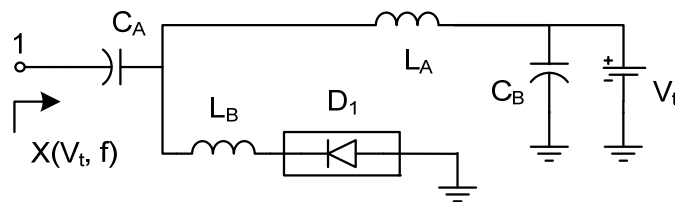


Figura 20 Red de linealización sintetizada a partir de los valores de $C(f_o, V_t)$ representados en la Figura 19. Varias topologías son posibles para esta red siempre que presenten la flexibilidad necesaria y no influyan en la polarización del circuito original.

La reactancia asociada al primer armónico $-1/(2\pi f_o C(f_o, V_t))$ y la red sintetizada tras ser optimizada sólo al primer armónico, se muestra en la Figura 21. Como se observa se ha obtenido un buen ajuste.

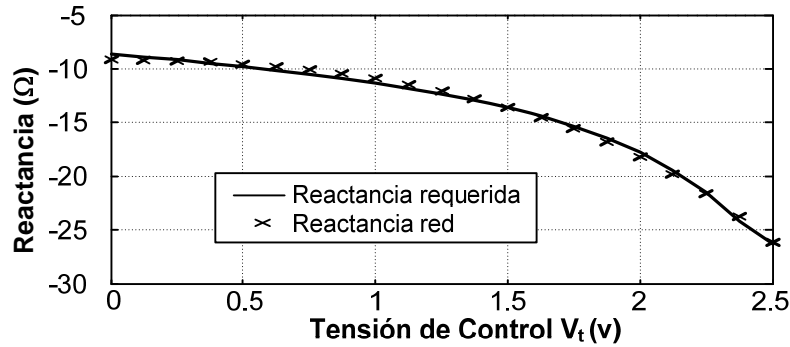


Figura 21 Reactancia requerida y reactancia obtenida tras el ajuste por la red de linealización de la Figura 20.

Tras obtener esta primera solución para la red de linealización, se procede a incluirla dentro del VCO. Tras evaluar el resultado no se obtiene toda la linealidad que se había previsto, Figura 22, esto es debido a que la red sintetizada sólo tenía en cuenta el primer armónico en la optimización, y no podía evaluar de forma completa, el efecto de introducir esa red sobre el VCO.

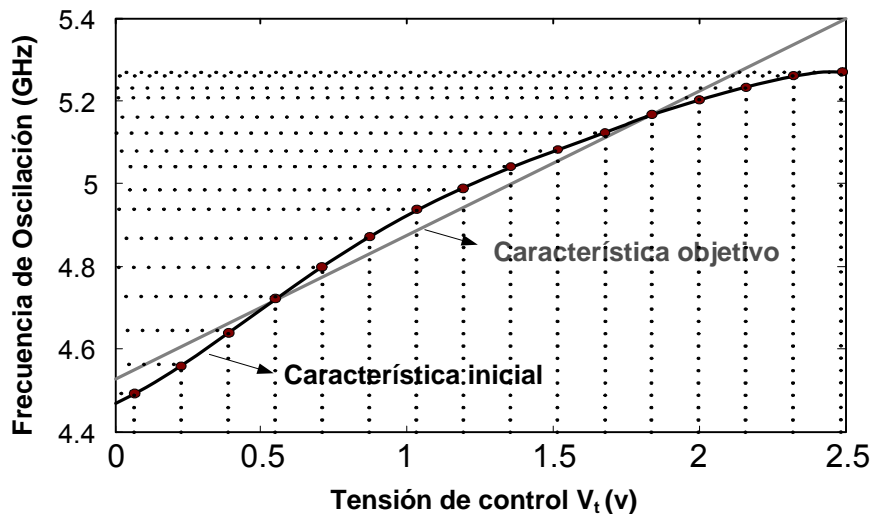


Figura 22 Característica objetivo (lineal ideal) y característica obtenida tras incluir la red de linealización sintetizada al primer armónico. La linealidad mejora respecto a la respuesta inicial pero se siguen apreciando de forma clara no linealidades.

A continuación, se optimiza la red de linealización de nuevo, por medio de un HB teniendo en cuenta ahora los armónicos superiores dentro del circuito del VCO. Al igual que en el inicio de esta técnica, se utiliza el AG para imponer la relación $f_o = k_v V_t + f_{o0}$, optimizando ahora, los parámetros de la red lineal.

$$H(\overline{p_L}) \equiv \sum_{i=1}^N |Y_{AG}(V_t = V_i, f_i, \overline{p_L})|^2 = 0 \quad (3.12)$$

La ecuación (3.12) es la función de error que se obtiene en la optimización de la red de linealización, por medio del AG, para algunos valores de V_t en la banda de trabajo. Los parámetros relevantes de esta ecuación son:

- (V_i, f_i): son los puntos en los que se impone una relación f_o(V_t).

- N: es el número de puntos en que se impone.
- $\overline{p_L}$: contiene los parámetros de la red de linealización para ser optimizados.

Este proceso que se ha detallado, se ha desarrollado en los dos pasos explicados, primero obteniendo la reactancia deseada, y luego reajustándola dentro del VCO mediante una optimización multipunto. Es necesario realizar estas dos aproximaciones de forma consecutiva, puesto que, es muy difícil obtener una estructura de red de linealización adecuada, cuyos parámetros iniciales estén cerca de la solución final deseada. El paso previo con la optimización de la capacidad no lineal C, nos permite obtener unos buenos valores iniciales para sintetizar la red de linealización.

Se muestra en la Figura 23 los resultados del proceso de linealización. Se presenta por un lado la característica inicial, y superpuesta en trazo grueso la linealización mediante la red sintetizada tras varias iteraciones.

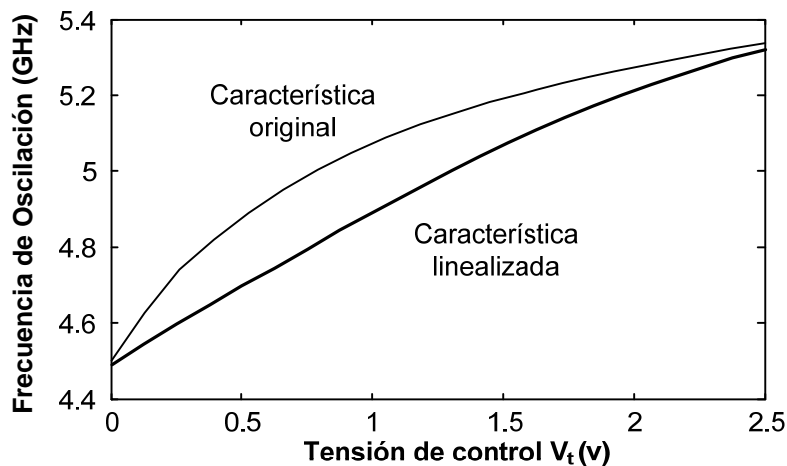


Figura 23 Comparación de la característica final linealizada con la respuesta inicial del VCO. Se aprecia como gracias al último paso de reoptimización multipunto, se realiza un ajuste más fino de la linealidad del VCO obteniéndose un buen resultado.

3.6 Mejora de la respuesta dinámica.

Un VCO puede utilizarse para generar una señal de frecuencia modulada lineal (LFM) o señal chirp. Para ello, es necesario utilizar una señal diente de sierra o triangular en el terminal de control del diodo varactor. Esta señal tendrá típicamente una alta amplitud, para aprovechar así todo el recorrido en frecuencia disponible hasta la saturación del varactor, y en el caso de señales diente de sierra, presentará una abrupta caída. Por ello, la calidad de la señal chirp dependerá de forma importante de las dinámicas internas del VCO.

Como ejemplo, el VCO linealizado en la sección anterior, se ha utilizado para generar una señal chirp con un tensión de diente de sierra $V_t(t)$ de período $T_s = 50\text{ns}$, cubriendo el rango 0 - 2.5 V. Tal como se muestra en la Figura 24.

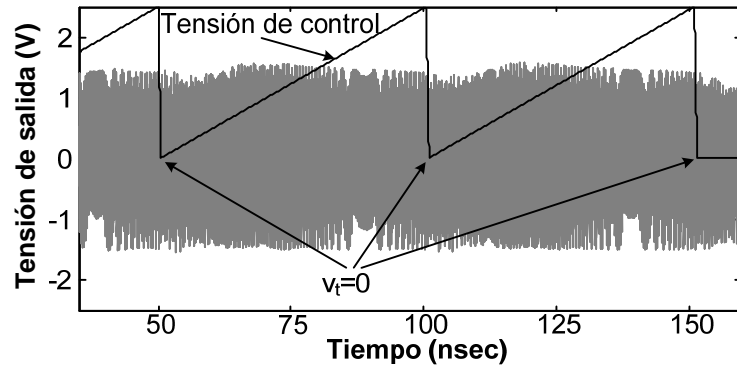


Figura 24 Chirp generada por VCO original, resultado de aplicar la señal diente de sierra, mostrada en primer plano en trazo oscuro, en el terminal de control de polarización del varactor.

Se puede observar en el análisis temporal de la respuesta del VCO, la presencia de transitorios no deseados que degradan la amplitud y frecuencia de la chirp generada. Estos transitorios no deseados son observables, debido a la caída brusca en la tensión de control.

Para estudiar este fenómeno, se lleva a cabo un análisis de estabilidad en torno al punto $V_t = 0$ donde se produce la caída de tensión, por medio de la técnica de identificación de polos y ceros desarrollada en el software STAN [11]. Para realizar esta identificación, en primer lugar utilizamos el AG para obtener la solución oscilatoria estacionaria. En segundo lugar, obtenemos la función de transferencia para una perturbación de corriente de pequeña señal $Z(\omega) = V(\omega)/I(\omega)$. A partir de esa impedancia $Z(\omega)$, se realiza la identificación de polos y ceros mediante STAN [11]. Además de un par de polos imaginarios a la frecuencia de oscilación $j\omega_0$, debido a la solución autónoma, hay un par de polos críticos a $f_a \approx 10\text{MHz}$ con una parte real negativa de valor absoluto muy pequeño, $|\sigma|$. Estos son los responsables del lento transitorio que se atenúa con una constante temporal $\alpha = 1/|\sigma|$.

Para reducir la duración de este transitorio no deseado, debemos alejar el par de polos conjugados del eje imaginario. Su parte real depende de muchos parámetros del circuito, pero tras analizar el circuito, la dependencia más importante es respecto a la resistencia R_s .

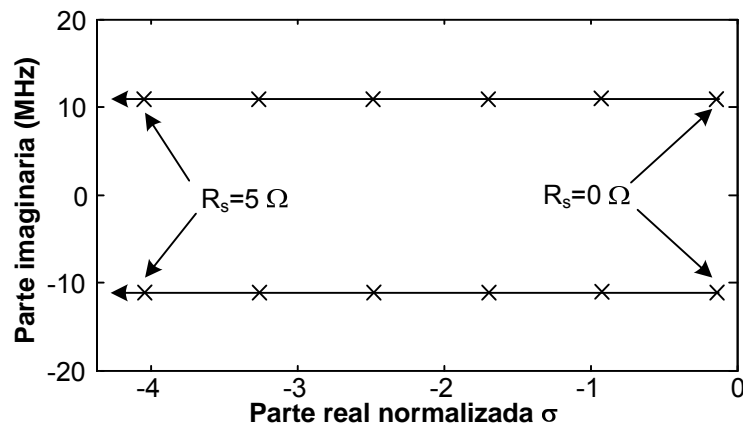


Figura 25 Movimiento de los polos críticos que generan los transitorios de baja frecuencia. Se aprecia una clara sensibilidad de estos polos con la resistencia en serie R_s .

Con objeto de mantener la amplitud y frecuencia de la oscilación original, se reoptimiza el circuito, fijando el AG a $V_{AG} = V_0$ y $f_{AG} = f_0$. Una vez se ha modificado el valor de R_S , se reajustan dos parámetros del circuito, C_1 y L_3 , obteniendo una condición de oscilación de la forma $Y_{AG}(C_1, L_3) = 0$. Se muestra en la Figura 25, el movimiento de par de polos conjugados con R_S variando desde 0 Ohm a 5 Ohm.

Aumentando R_S reducimos la constante de tiempo del transitorio. Se puede ver ese efecto observando la frecuencia instantánea de la señal chirp, Figura 26. Cómo se puede ver el transitorio debido a la caída brusca es muy pequeño, así se comprobará más adelante en la señal de salida cómo se ha mejorado la característica temporal de la oscilación.

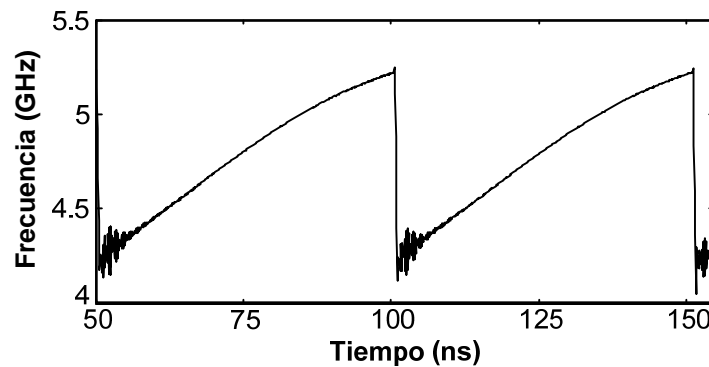


Figura 26 Frecuencia instantánea tras el proceso de estabilización, desplazando los polos críticos lejos del eje imaginario $R_S = 5 \Omega$. Todavía se aprecia un ligero transitorio, sólo presente tras el brusco cambio de la tensión de control en cada período negativo del diente de sierra.

Los resultados de la estabilización se presentan en la Figura 27. La señal temporal de la chirp generada tras el proceso de optimización del VCO, se superpone con la chirp original de la Figura 26. Se aprecia claramente la mejora en la estabilidad de la amplitud, debido a la reducción del transitorio obteniendo una amplitud mucho más constante sin armónicos apreciables a f_a .

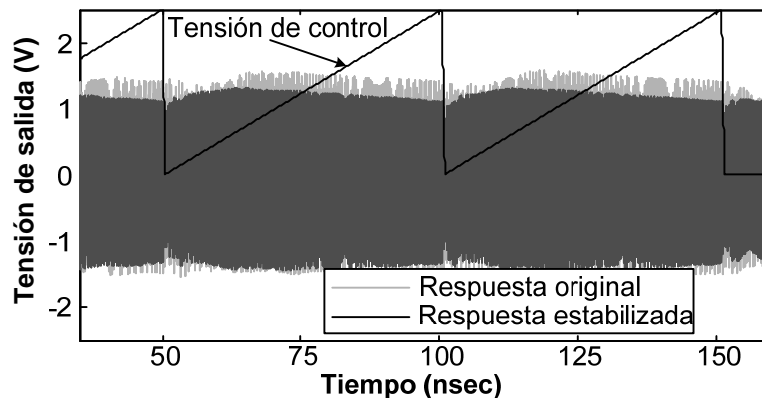


Figura 27 Chirp generada tras el proceso de estabilización superpuesta a la chirp original. Se aprecia la reducción de transitorios en el espectro, dando lugar a una envolvente más robusta y con menores variaciones en amplitud.

3.7 Caracterización experimental.

Se realizó la implementación mediante software comercial y la fabricación de ambos circuitos, linealizado y original. Seguidamente se compararon las características frecuencia-tensión entre ambos osciladores. En la Figura 28 se muestran ambos circuitos, la red de linealización no aumenta de forma apreciable las dimensiones del circuito.

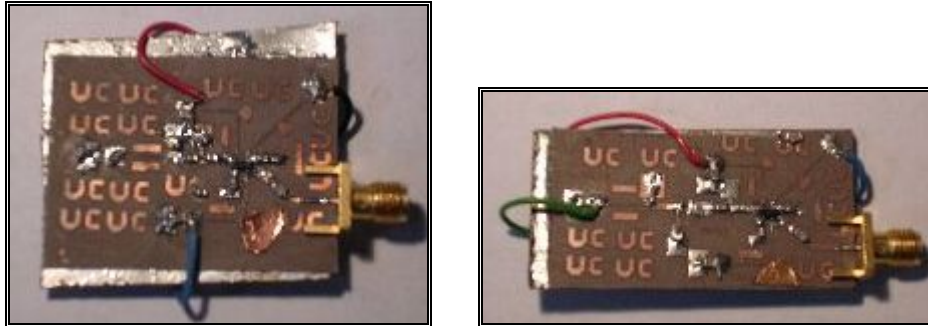


Figura 28 Implementación del VCO original (izquierda) y con red de linealización (derecha). La red de realimentación no hace crecer apreciablemente las dimensiones del circuito.

Como se puede observar en las medidas de la característica del VCO, se ha incrementado con muy buenos resultados la linealidad del VCO.

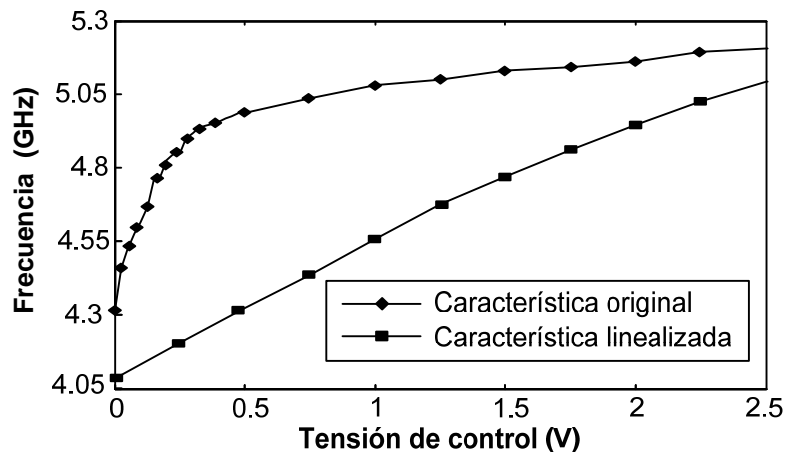


Figura 29 Medidas VCO original y linealizado, se observa una muy buena mejora en la linealización de la respuesta, eliminando completamente la saturación en la banda de trabajo.

Con objeto de evaluar la generación de señales chirp se introdujo una señal diente de sierra como moduladora del VCO. Esta señal variaba entre 0 - 2.5 V con una frecuencia de cientos de kHz. En la Figura 30 se representan las medidas obtenidas con el analizador de espectros.

Se aprecia como el espectro del VCO linealizado, trazo grueso, se aproxima más al caso ideal de una señal LFM, que consiste en un espectro rectangular en la banda de trabajo. Las frecuencias espurias presentadas en simulación no son observables debido a la técnica de estabilización y a la lenta variación de la señal diente de sierra aplicada.

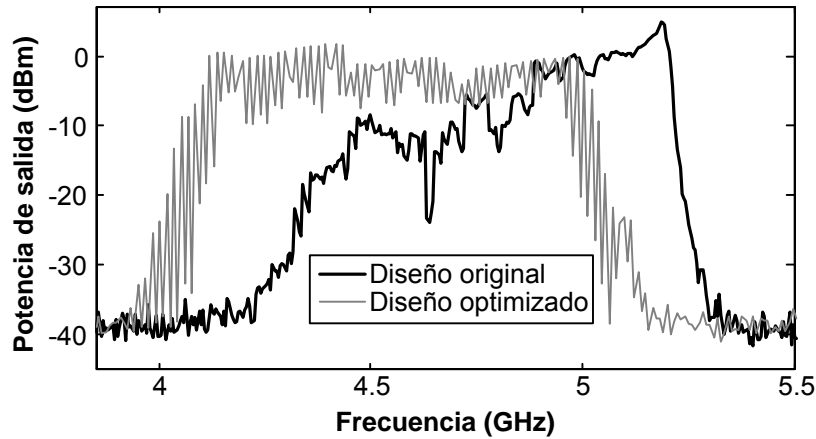


Figura 30 Espectro de señal chirp, del original y linealizado. El espectro del circuito linealizado tiende a un espectro plano en la banda de trabajo, al contrario que el espectro del circuito original, cuyas componentes frecuenciales principales se encuentra en la parte alta de la banda.

3.8 Conclusiones.

En este capítulo se han presentado tres técnicas multipunto basadas en balance armónico, y el uso de un generador auxiliar, para mejorar el comportamiento y facilitar el diseño de osciladores controlados por tensión. El generador auxiliar es aplicado con diferentes objetivos, lo que nos permite fijar la banda de operación frecuencia-tensión y linealizar esa respuesta en la banda deseada.

También se ha mostrado la problemática del análisis de la respuesta dinámica del VCO cuando se utilizan señales diente de sierra muy abruptas. Finalmente se eliminan las frecuencias transitorias responsables de la degradación de la señal chirp generada, mediante combinación de la técnica de identificación de polos y ceros [11] con el AG. De esta forma, se incrementa el margen de estabilidad del circuito en su estado estacionario.

Bibliografía

- [1] Andreas Stelzer, Stefan Schuster, Stefan Scheibhofer, “Readout Unit for Wireless SAW Sensors and ID-Tags” *Institute for Communications and Information Engineering*, Johannes Kepler University Linz, Austria.
- [2] Graham M Brooker, “Understanding Millimetre Wave FMCW Radars”, *Australian Centre for Field Robotics*, University of Sydney, Australia.
- [3] K. S. Kulpa, “Focusing range image in VCO based FMCW Radar”, *Proceedings of the International Radar Conference*, 2003.
- [4] M. Lee et al., “High efficiency harmonic loaded oscillator with low bias using a nonlinear design approach”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Tech.*, vol. 47, no. 9, Sep. 1999.
- [5] F. Ramírez, E. De Cos, A. Suárez, “Nonlinear Analysis Tools for the Optimized Design of Harmonic-Injection Dividers,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Tech.*, vol. 51, June 2003.
- [6] F. Ramírez, A. Suárez, S. Sancho, “Harmonic-Balance Technique for the Shortening of Initial Transient of Microwave Oscillators”, *IEEE MTT-S*, 2005.
- [7] J. C. Pedro, N. B. Carvalho, R. C. Madureira, “Nonlinear distortion model for VCO-PLL FM transmission systems”, *IEEE Transactions on C.A.S -II*, vol. 46, no.3, March, 1999.
- [8] E. Marazzi, V. Rizzoli, “The design of Linearizing Networks for High-Power Varactor-Tuned Frequency Modulators”, *IEEE Trans. on MTT*, vol. 28, no. 7, July 1980, pp. 767 – 773.
- [9] A. Suárez, R. Quéré, “Stability Analysis of Nonlinear Microwave Circuits”, Artech House, 2003.
- [10] R. Soares et al., “Applications des Transistors a Effet de Champ en Arséniure de Gallium”, *Eyrolles*, Paris, 1984.
- [11] Anakabe, A. Collantes, J.-M. Portilla, J. Jugo, J. Mallet, A. Lapierre, L. Fraysse, J.-P., “Analysis and elimination of parametric oscillations in monolithic power amplifiers”, *IEEE MTT-S*, 2002.

Capítulo 4

Formulación semi-analítica para el análisis y la reducción del ‘injection-pulling’ en osciladores de sistemas transmisores y receptores de comunicaciones

4.1 Introducción.

En este capítulo vamos a tratar el efecto no deseado de ‘injection-pulling’. Este fenómeno, se produce por ejemplo, en los osciladores de los front-end de los sistemas de comunicaciones, cuando una señal interferente con frecuencias cercanas a la del oscilador, desplaza la frecuencia de oscilación y degrada el espectro de salida [1]-[3].

Mediante un trabajo de colaboración con la profesora Almudena Suárez, se ha utilizado su formulación semi-analítica [4]-[6], con objeto de analizar el problema del injection-pulling en el caso de portadoras moduladas o señales chirp. La formulación utilizada permite un análisis eficiente del caso de señales interferentes. Este análisis sería más complejo de realizar con balance armónico o transitorio de envolvente. Además permite de forma intuitiva, la modificación del diseño original para reducir el efecto de injection-pulling.

En general, ante la presencia de una señal interferente $v_i(t)$ un oscilador de microondas a f_0 , operará como un mezclador auto-oscilante. En el caso que el espectro de $v_i(t)$ esté relativamente cerca de f_0 , se producirá un efecto de desplazamiento de la frecuencia de oscilación [1], conocido como ‘injection-pulling’. Además, el espectro del oscilador también sufrirá una degradación debido a la interferencia.

La interferencia puede acoplarse al oscilador mediante radiaciones electromagnéticas. Sin embargo, en general los osciladores poseen un apantallado adecuado, por lo que la contribución más importante de la interferencia se produce a través de los puertos entrada/salida. Otra posible vía de interferencia se da a través de las líneas de alimentación, causada por la conexión de otros elementos del sistema, o un acoplo electromagnético no deseado sobre esas líneas.

En la Figura 31 se representa un esquema del Front-End de un sistema de comunicaciones y una posible vía para las interferencias externas sobre el oscilador local.

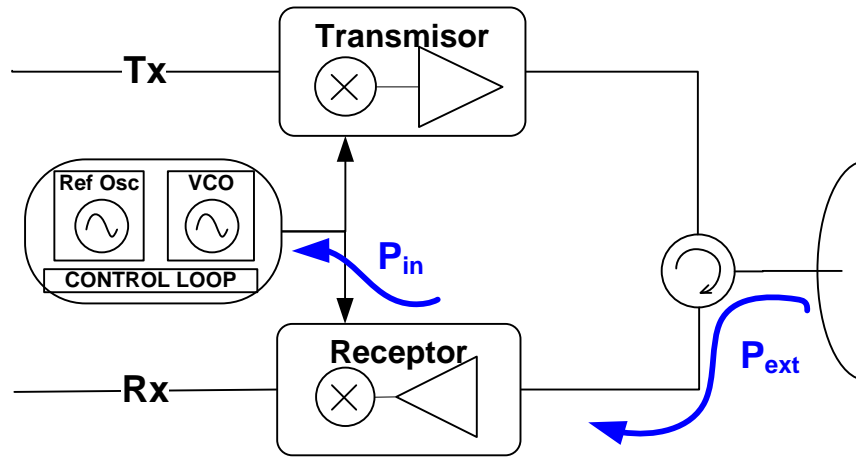


Figura 31 Esquema simplificado de un Front-End, se muestra una posible vía de acoplo de señales interferentes sobre el oscilador local.

En este esquema, una señal interferente P_{ext} en la banda de trabajo, es amplificada por el amplificador de recepción (LNA). Un pequeño nivel de interferencia P_{in} , alcanza finalmente al oscilador a través del mezclador de bajada [2]. Esta situación se puede dar por ejemplo, en un sistema iluminado por un radar de onda continua (FMCW) cercano. En este caso, la señal interferente es una señal ‘chirp’ modulada linealmente en frecuencia (LFM) dentro del ancho de banda de operación, y es esa señal modulada la que interfiere sobre el oscilador local [3].

El análisis de injection-pulling, se ha realizado habitualmente, sobre modelos simplificados del circuito oscilador [1]. Por el contrario, también es posible utilizar balance armónico para simular el régimen de mezclador auto-oscilante, tal como opera el oscilador frente a los tonos de interferencia. Este análisis requiere una simulación multitono de HB, con una inicialización adecuada de la auto-oscilación [7],[8]. Sin embargo, cerca de la condición de sincronización, se incrementan los errores de este método, debido principalmente, a la pequeña diferencia entre las frecuencias presentes en el sistema y al alto número de productos de intermodulación requeridos para obtener un espectro preciso. El uso del transitorio de envolvente resuelve este problema, ya que la frecuencia f_{in} , debido a la señal interferente posiblemente modulada, y la frecuencia del oscilador f_o , se pueden analizar como un conjunto de envolventes complejas en torno a los armónicos $k \cdot f_{in}$. Por otro lado, el transitorio de envolvente implementado en la mayoría de los simuladores, mantiene una frecuencia fundamental constante a lo largo de todo el intervalo de análisis. Esto hace más complejo el análisis de señales chirp, en las cuales la frecuencia f_{in} varía periódicamente siguiendo una forma triangular o de diente de sierra [9].

En este capítulo se presenta un procedimiento diferente. En primer lugar, se tiene en cuenta que, la potencia de la señal interferente posee habitualmente mucha menor potencia que la fundamental del oscilador libre. En segundo lugar, se emplea una formulación de transitorio de envolvente de orden reducido, basada en una expansión en serie de Taylor de la función impedancia o admitancia, en el nodo donde la interferencia se inyecta en el circuito. Los diferentes términos de las

derivadas de impedancia/admitancia, se obtienen mediante simulaciones de HB [4]. Al contrario que trabajos previos [4], [5], analizaremos el circuito oscilador en régimen de mezclador auto-oscilante. Más aún, dado que la desviación en frecuencia con respecto a la interferencia, puede ser relativamente grande, se usarán un orden superior de derivadas [10]. El sistema de transitorio de envolvente de orden reducido, será resuelto externamente al simulador de HB, esto permitirá un estudio intuitivo de los efectos de diferentes tipos de señales interferentes, incluyendo señales chirp. Los fenómenos de injection-pulling, ‘quasi-locking’ y sincronización serán analizados sobre un oscilador a 6 GHz.

4.2 Formulación semi-analítica para injection-pulling.

La señal interferente, de frecuencia ω_{in} , puede estar modulada tanto en fase como en amplitud, y será modelada mediante su circuito equivalente Norton, con corriente $i_s(t)$. Puede tratarse, sin pérdida de generalidad, de una señal de banda ancha tal como las señales chirp de un radar FMCW. En este trabajo no se pretende estimar el valor equivalente de corriente de interferencia. Por el contrario, el objetivo es analizar el efecto de la interferencia sobre el oscilador. La interferencia dará lugar a una modulación de las variables del circuito, que se podrá expresar en su forma paso banda. En la Figura 32 se representa la inyección que sufre un oscilador de una señal interferente en un cierto nodo n, modelada mediante una fuente externa I_s .

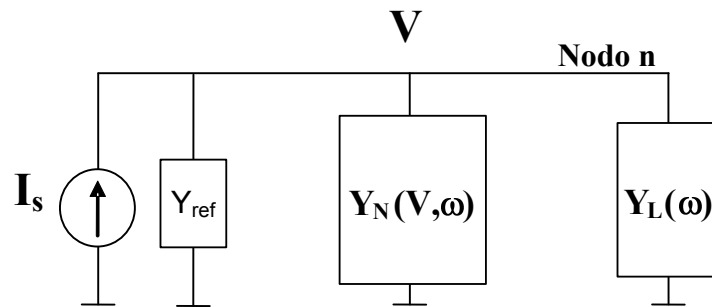


Figura 32 Modelado de la inyección a un oscilador incluyendo el equivalente Norton que modela la señal interferente. Y_L e Y_N modelan la admitancia lineal y la no-lineal respectivamente.

En la Figura 32 tenemos Y_L , que representa la admitancia del bloque lineal, e Y_N , la función corriente-voltaje que modela la parte no lineal. La inyección se modela por el equivalente Norton formado por una fuente de intensidad equivalente, con una modulación en fase $\phi_m(t)$, junto a una admitancia en paralelo Y_{ref} . Esta admitancia se puede incluir, sin pérdida de generalidad, dentro de Y_L , por lo que no se tendrá en cuenta a lo largo del análisis.

Podemos fijar la referencia de fase respecto al oscilador por lo que la fuente de intensidad tendrá la forma:

$$i_s(t) = \text{Re}[I_s e^{j(\phi_m(t) + \omega_m t)}] \quad (4.1)$$

La tensión en el nodo n tiene un cierto desplazamiento en la frecuencia $\phi(t)$, que es el valor que se quiere obtener:

$$v(t) = \text{Re}[V(t)e^{j(\phi(t)+\omega_m t)}] \quad (4.2)$$

En el estado estacionario, en ausencia de inyección podemos plantear la suma de intensidades en los nodos:

$$Y[V_0, \omega_0]V_0 = 0 \quad (4.3)$$

A continuación, tenemos en cuenta la interferencia por medio de una fuente I_s . Para valores pequeños de I_s , la solución del oscilador puede expresarse por $V(t) = V_0 + \Delta V(t)$, donde V_0 es la amplitud de voltaje de la oscilación libre. Al introducir I_s , la ecuación perturbada en el dominio de la envolvente de la Figura 32, es ahora [7],[10]:

$$Y(V_0 + \Delta V(t), j\omega_{in} + s)(V_0 + \Delta V(t))e^{j\phi(t)} = I_s(t)e^{j\phi_m(t)} \quad (4.4)$$

Con, $Y(V, j\omega)$ la relación corriente-tensión al primer armónico, la cual incluye a Y_N , Y_L e Y_{ref} , y s un derivador temporal. Siendo $\Delta V(t)$ y $\phi(t)$, el incremento en amplitud y la fase del voltaje respectivamente. Se supone que $\Delta V(t)$ y $\phi(t)$ varían lentamente en el tiempo. A continuación, podemos expresar la función admitancia alrededor del estado estacionario en una serie de Taylor [10] en $(\Delta V, s)$, obteniendo:

$$\begin{aligned} H_Y[\Delta V(t), \phi(t)] = & \left[Y_V \Delta V(t) + Y_\omega (\omega_{in} - \omega_0 - j\Delta\dot{V}(t)/V_0) + \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^M \frac{1}{i!} \frac{\partial^i Y}{\partial \omega^i} \bigg|_0 \frac{d^i \phi(t)}{dt^i} \right] (V_0 + \Delta V(t)) e^{j\phi(t)} = I_s(t) e^{j\phi_m(t)} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Donde la frecuencia libre de oscilación ω_0 , $Y_V = \partial Y / \partial V|_0$, $Y_\omega = \partial Y / \partial \omega|_0$ y la condición $Y(V_0, j\omega_0) = 0$, se han tenido en cuenta. La diferencia entre $\omega_{in} - \omega_0$, es la llamada frecuencia de ‘detuning’ [12]. La ecuación compleja (4.5), está compuesta por dos ecuaciones diferenciales de orden M . Esta ecuación se resuelve externamente al software de HB mediante una técnica numérica de integración, e.g., Backward-Euler.

En el caso general de una interferencia modulada, el espectro del oscilador estará situado en la banda $[\omega_1, \omega_2]$. La derivada temporal de la perturbación de la fase será expresada como:

$$\dot{\phi}(t) = \dot{\phi}_m(t) + \Delta\omega + \dot{\phi}_d(t), \quad \Delta\omega = \omega_0' - \omega_{in} \quad (4.6)$$

Donde, ω_0' está definida como la media aritmética de $[\omega_1, \omega_2]$, $\Delta\omega$ se define como la frecuencia de batido, $\phi_m(t)$ es la modulación en fase de la interferencia y $\dot{\phi}_d(t)$ es una desviación adicional de la frecuencia. Un orden mayor de las derivadas temporales de las componentes de la fase permite la consideración de modulaciones PM o FM de banda-ancha.

Siguiendo la técnica de [4],[7] para obtener estas derivadas, simulamos el oscilador libre con la ayuda de un generador auxiliar (AG), ya presentado en los capítulos previos. Se debe cumplir la condición de no perturbación, es decir, que la admitancia Y_{AG} , relación entre la corriente del AG y la tensión en el nodo aplicado,

alcance un valor $Y_{AG} = 0$. A partir de la solución libre de oscilación se calcularán las derivadas de la admitancia total Y , que coinciden con Y_{AG} , mediante incrementos [4]. Teniendo en cuenta que los valores en estado estacionario son V_0 y ω_0 , la derivada de Y_V se calcula considerando un incremento en la amplitud $V_0 + \Delta V$, manteniendo la frecuencia constante a ω_0 . Las derivadas con respecto a la frecuencia se calculan por medio de la función $Y(V_0, j\omega)$, obtenida del simulador HB, manteniendo la tensión del nodo a V_0 y variando ω en torno a ω_0 . Se realiza un ajuste polinomial sobre esta función del que se obtienen directamente las derivadas.

Hay que tener en cuenta que el efecto de la interferencia depende del nodo donde se inyecta al circuito, por lo tanto, el análisis de (4.5) se aplica en ese punto. Este nodo suele ser la entrada y salida de la RF. Dependiendo de la arquitectura particular de nuestro oscilador, obtendremos diferentes precisiones utilizando un AG de tensión o un AG de corriente. Cuando utilicemos un AG de corriente, la formulación será la dual de (4.5), reemplazando Y con la función impedancia Z , V con la corriente de la rama I , e I_s con la tensión de entrada V_s .

Para tener una estimación de los rangos de sincronización del oscilador, asumiremos una interferencia no modulada y el estado estacionario sincronizado, haciendo las derivadas de la fase cero en la expresión (4.5). Esta expresión pasa a ser la ecuación del oscilador en régimen sincronizado [13],[14]. Este estado se ha analizado en [13],[14], mediante modelos aproximados, sin embargo, en este caso, las derivadas se calculan de forma precisa mediante HB en el puerto donde se inyecta la interferencia al circuito. La variación del ancho de banda de sincronización $\omega_0 \pm \Delta\omega_s$, con I_s es:

$$2\Delta\omega_s(I_s) = \frac{2I_s}{(|Y_\omega| \sin\alpha_{vw})}, \quad \alpha_{vw} = \text{argumento}\{Y_V^* Y_\omega\} \quad (4.7)$$

En presencia de una modulación, el ancho de banda de sincronización se modifica con respecto a la predicción estática $2\Delta\omega_s(I_s)$.

En las secciones siguientes, la formulación (4.5), se ha aplicado a un oscilador a 5.9 GHz, Figura 33. El oscilador tiene dos puertos de RF. En el caso del Puerto 1, el análisis se ha realizado en términos de la admitancia total Y , con la interferencia modelada como un generador de corriente en paralelo con R_L (incluida en Y). En el caso del puerto 2, el análisis ha tenido en cuenta la impedancia total Z (formulación dual de (4.5)).

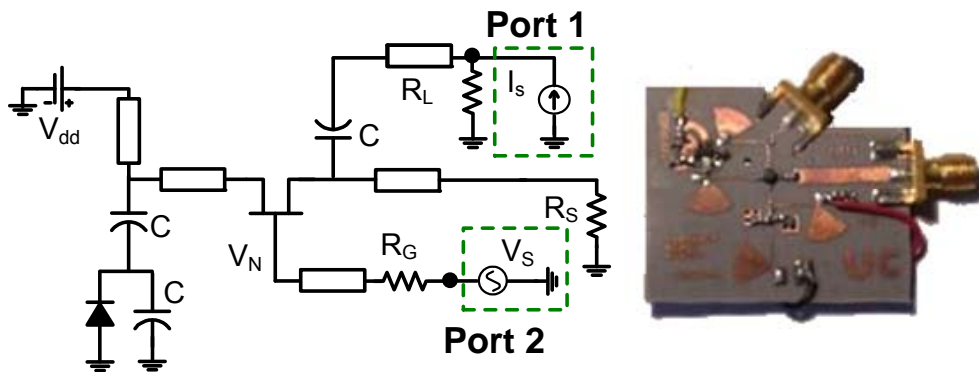


Figura 33 (izquierda) Esquemático del oscilador a $f_0 = 5.9$ GHz, con dos puertos de interferencia Port 1, Port 2. (derecha) Implementación del esquemático del VCO.

4.2.1 Interferencia por una portadora no modulada.

Con objeto de realizar una validación inicial de la formulación propuesta, consideraremos una interferencia debido a una sola portadora sin modulación. De esta forma, compararemos los resultados con medidas y con la simulación de HB. En (4.5) la componente de fase y de amplitud de la interferencia toma valores constantes, ϕ_m e I_s respectivamente. Entonces, la desviación en frecuencia en (4.6), es periódica conteniendo una frecuencia de batido $\Delta\omega$:

$$\dot{\phi}_a(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{k=1}^N \Phi_k e^{jk\Delta\omega t} \right\} \quad (4.8)$$

Según se incrementa la potencia de la interferencia a una ω_{in} fija, la frecuencia de batido $\Delta\omega$ disminuye, y la nueva frecuencia de oscilación ω_0' , finalmente se sincroniza a ω_{in} , en una bifurcación nodo-silla [7]. A partir de ese punto, la frecuencia instantánea sigue a la de la interferencia, cumpliéndose $\dot{\phi}(t) = \dot{\phi}_m(t) = 0$. Por otro lado, para un ‘detuning’ $\omega_{in} - \omega_0$ demasiado grande, la frecuencia de oscilación ω_0' , prácticamente no es afectada por la interferencia y la frecuencia de batido tiende al valor $\omega_{in} - \omega_0$.

Se han considerado dos situaciones diferentes:

- 1 Una interferencia a $f_{in} = 5.901$ GHz, inyectada a través del Port 1.
- 2 Una interferencia a $f_{in} = 6.225$ GHz, inyectada a través del Port 2.

Se ha considerado un ‘detuning’ más pequeño en el Port 1, debido a su menor sensibilidad a las interferencias. La Figura 34, muestra la variación de la frecuencia de batido $\Delta\omega$, frente a la potencia de interferencia P_{in} , en las dos situaciones diferentes. A través de la expresión (4.5), se puede obtener $\Delta\omega$ de la componente de DC de $\dot{\phi}(t)$, como se puede ver en (4.6). El oscilador se sincroniza a la interferencia cuando $\Delta\omega = 0$. También se puede observar que para valores bajos de P_{in} , $f_o' = f_o = 5.9$ GHz, y la frecuencia de salida no sufre desplazamiento. Los resultados se comparan con, los obtenidos en una simulación HB de dos tonos, utilizando un AG a la frecuencia de oscilación [7], y con medidas.

También se han incluido en la Figura 34, los resultados de las medidas realizadas para diferentes potencias de una señal interferente inyectada en el Port 2. Del mismo modo se han añadido, los resultados de una simulación HB para varias potencias de inyección sobre el Port 1. Ambas medidas y simulaciones tienen una buena correspondencia con los resultados obtenidos en este trabajo mediante la formulación semi-analítica.

Para $\Delta\omega \rightarrow 0$, la simulación HB multitono falla en la convergencia, esto es debido a la complejidad del espectro para una condición cercana a la sincronización. La simulación temporal del sistema (4.5), evita este problema, manteniendo un coste computacional bajo, puesto que sólo es necesario muestrear la frecuencia de batido $\Delta\omega$.

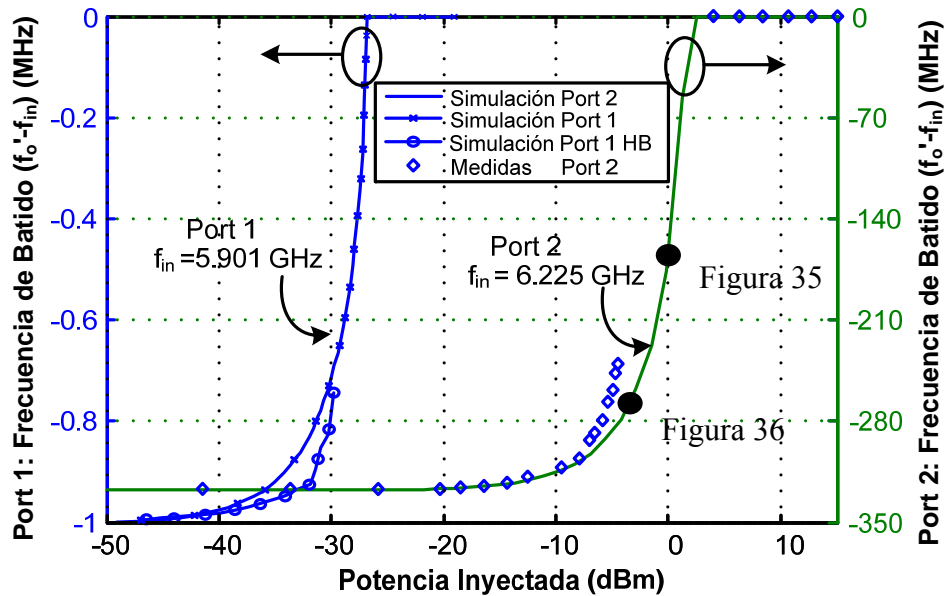


Figura 34 Evolución de la frecuencia de batido frente a la potencia interferente para el Port 1 y el 2. Se han incluido las medidas realizadas en el Port 2, y la simulación de HB realizada en el Port 1 coincidiendo ambas con los resultados obtenidos mediante la formulación semi-analítica. Los puntos negros sobre la curva de la derecha, indican los valores de los parámetros para el análisis de las Figura 35 y Figura 36.

La Figura 35 muestra el espectro obtenido integrando (4.5), con el oscilador cerca de la condición de sincronización, en la presencia de una señal interferente con $f_{in} = 6.225$ GHz y $P_{in} = 0$ dBm, acoplada a través del Port 1. Los resultados se comparan con los obtenidos de una simulación de transitorio de envolvente en un simulador comercial (utilizando un AG para iniciar la oscilación). Se puede ver como el espectro denso, típico de una situación cerca de la sincronización, es predicho correctamente por medio de la formulación (4.5).

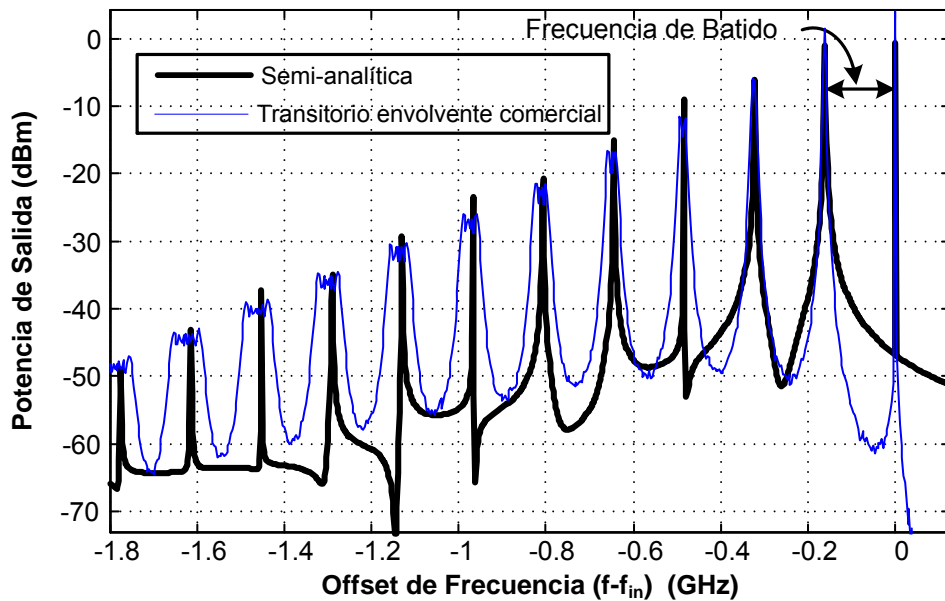


Figura 35 Espectro del oscilador de la Figura 33 en condiciones cercanas a la sincronización. Los resultados de (4.5) se comparan con los obtenidos mediante un transitorio de envolvente del simulador comercial.

4.2.2 Interferencia por una portadora modulada.

En este segundo caso, se ha considerado una interferencia con una amplitud constante y una modulación periódica de la fase:

$$\dot{\phi}_m(t) = k_m \cos(2\pi f_m t) \quad (4.9)$$

Con k_m el índice de modulación y f_m la frecuencia de modulación. En esta situación fuera del sincronismo, la desviación de la frecuencia en (4.6), se puede expresar en una serie de Fourier con dos frecuencias fundamentales:

$$\dot{\phi}_d(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{k,l} \Phi_{k,l} e^{j(k\Delta\omega + l\omega_m) t} \right\} \quad (4.10)$$

Donde ω_m y $\Delta\omega$ son la frecuencia de modulación y de batido, respectivamente. La Figura 36 muestra el espectro en presencia de una interferencia en el Port 2, con una potencia $P_{in} = -4$ dBm y una portadora a $f_{in} = 6.225$ GHz. La modulación en frecuencia y el índice de modulación son $f_m = 50$ MHz y $k_m = 0.1$. Esta interferencia da lugar a un desplazamiento de la frecuencia de oscilación y la aparición de dos bandas espurias a una frecuencia de offset f_m .

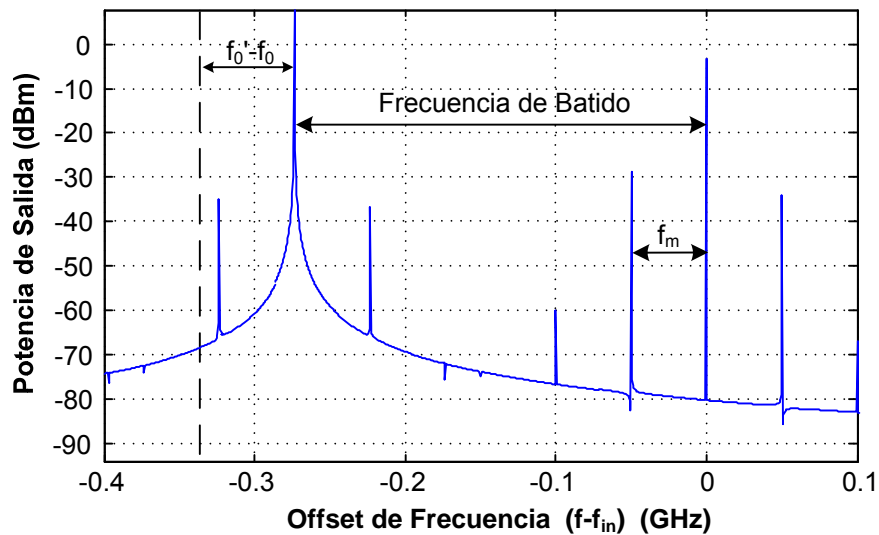


Figura 36 Espectro de salida del oscilador debido a una interferencia con amplitud constante y fase modulada de forma periódica. La línea discontinua representa la frecuencia de oscilación en ausencia de interferencia.

4.2.3 Interferencia mediante una señal chirp.

La interferencia de la señal chirp se modela mediante una amplitud constante I_s , y con una frecuencia instantánea que sigue una forma de diente de sierra $\dot{\phi}_m(t)$:

$$\dot{\phi}_m(t) = 2 \frac{\Delta\omega_c}{T_c} (t - kT_c) - \Delta\omega_c, \quad kT_c < t < (k+1)T_c, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (4.11)$$

Tal como se ha explicado previamente, este tipo de interferencia es difícil aplicarla en la mayoría de los simuladores comerciales de transitorio de envolvente,

los cuales tienen como base una frecuencia fija. El caso que aquí se trata presenta problemas en el simulador comercial ADS©. Esto es principalmente, debido a la generación y procesado de la señal chirp, la cual presenta una frecuencia instantánea variable con un ancho de banda total elevado.

Se ha simulado el efecto de la interferencia chirp a través del Port 2 por medio de la integración de (4.5), con los resultados que se presentan en la Figura 37. Se ha representado el espectro de la señal de salida para varias P_{in} , mientras ω_{in} , $\Delta\omega_c$ y T_c se mantienen constantes a los valores $\omega_{in} = 2\pi \cdot 6.225$ GHz, $\Delta\omega_c = 2\pi \cdot 50$ MHz y $T_c = 10$ μ s. Según crece la potencia de interferencia P_{in} , desde $P_{in} = -25$ dBm, se observan dos fenómenos. En primer lugar, la frecuencia libre de oscilación ω_0' es atraída hacia ω_{in} . En segundo lugar, el espectro alrededor de ω_0' , evoluciona hacia un rectángulo de anchura $2\Delta\omega_c$, que corresponde a la señal chirp interferente. Utilizando la representación en (4.6), la desviación en frecuencia instantánea $\dot{\phi}_d(t)$ es la responsable de ese espectro pseudo-chirp alrededor de ω_0' . Finalmente cuando ω_0' se sincroniza con ω_{in} , ambos $\Delta\omega$ y $\dot{\phi}_d(t)$ desaparecen y $\dot{\phi}(t) \approx \dot{\phi}_m(t)$.

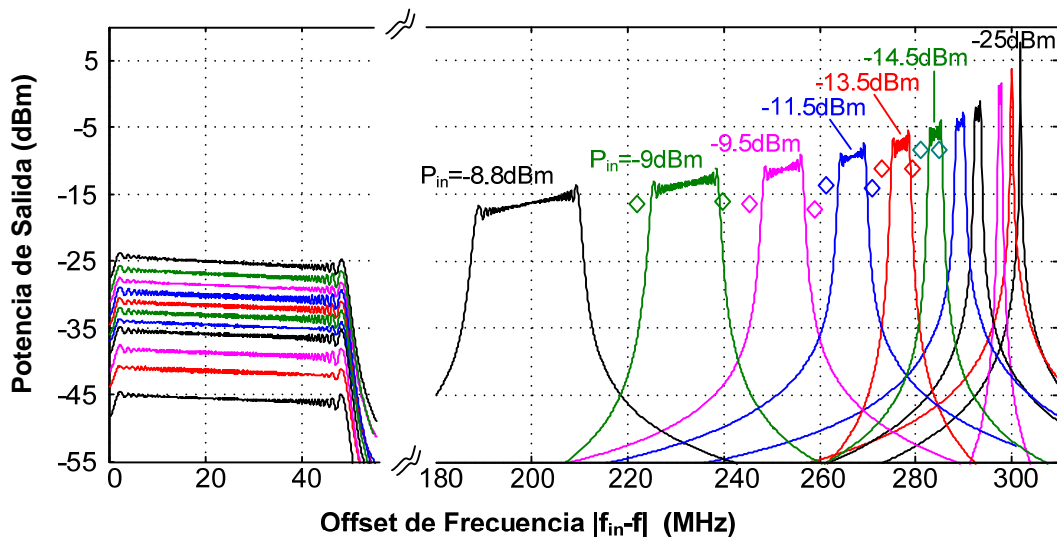


Figura 37 Efecto sobre el espectro a la salida de la interferencia chirp a $f_{in} = 6.225$ GHz. Los parámetros de la señal chirp en (4.11) son $\Delta\omega_c = 2\pi \cdot 50$ MHz y $T_c = 10$ μ s. Las medidas están superpuestas.

De igual forma al caso de una señal modulada, podemos representar la frecuencia de batido y su ancho de banda, para diferentes potencias de la chirp inyectada, Figura 38. La frecuencia de batido en este caso, se obtiene como la media aritmética de la frecuencia mayor y menor del espectro modulado a la salida. En la Figura 38 se delimitan dos regiones de funcionamiento. Para valores bajos de la señal inyectada, el sistema funciona en régimen auto-oscilante (SOM). Cuando la señal inyectada supera un cierto umbral de potencia, el oscilador se sincroniza (S).

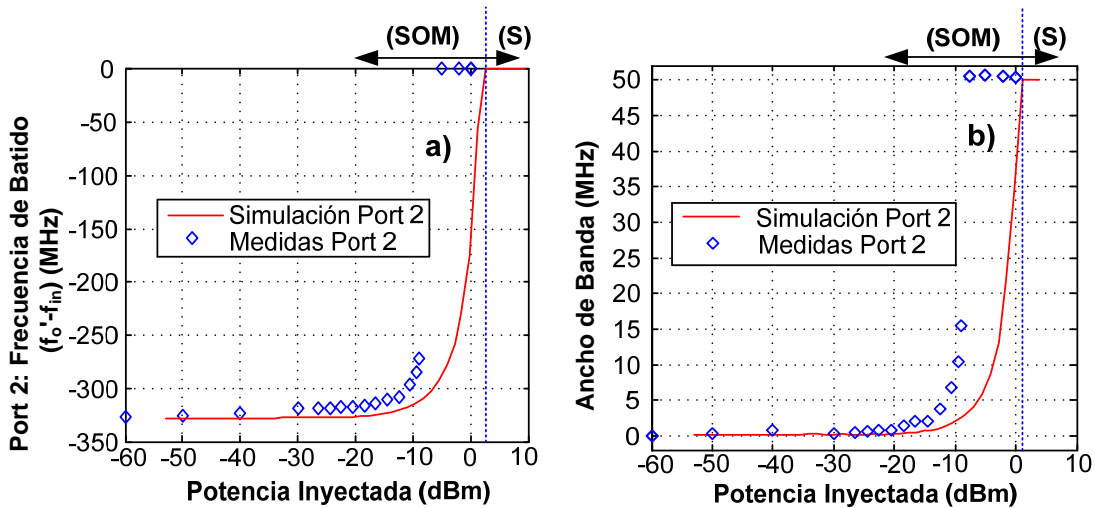


Figura 38 Medidas y simulaciones de la (a) frecuencia de batido y (b) ancho de banda de la señal chirp a la salida para diferentes potencias de la señal inyectada en el Port 2. Cada una de las figuras ilustra dos regiones de funcionamiento. Para valores bajos de potencia no se ha producido la sincronización y el oscilador funciona en régimen de mezclador auto-oscilante (SOM). Con potencia suficiente el oscilador se sincroniza a la señal interferente con $f_o' = f_{in}$, región (S).

4.2.4 Reducción del efecto de ‘injection-pulling’.

En (4.7) se puede ver que la sensibilidad de la frecuencia libre de oscilación f_0 a la interferencia, disminuye con el módulo de la derivada de la admitancia, $|Y_{\omega}|$. Despreciando la perturbación en amplitud del sistema (4.5), y fijando el orden $M = 1$, para un tono interferente ω_{in} , se obtiene:

$$H_Y[\Delta V(t), \phi(t)] = [Y_V \Delta V(t) + Y_{\omega}(\omega_{in} - \omega_0 - j\Delta \dot{V}(t)/V_0 + \dot{\phi}(t))](V_0 + \Delta V(t))e^{j\phi(t)} = I_s(t)e^{j\phi_m(t)} \quad (4.12)$$

Se puede aproximar el término $V_0 + \Delta V(t) \cong V_0$, y despreciar $\Delta \dot{V}(t)$:

$$H_Y[\Delta V(t), \phi(t)] = [Y_V \Delta V(t) + Y_{\omega}(\omega_{in} - \omega_0 + \dot{\phi}(t))]e^{j\phi(t)} = I_s(t)/V_0 e^{j\phi_m(t)} \quad (4.13)$$

Podemos expresar la ecuación mediante los vectores complejos y resolver aplicando la regla de Kramer:

$$\bar{Y}_V = (Y_V^r, Y_V^i), \quad \bar{Y}_{\omega} = (Y_{\omega}^r, Y_{\omega}^i), \quad \tilde{e}^{j\phi} = (\cos(\phi), \sin(\phi)) \quad (4.14)$$

Despejando de esta forma se obtiene la derivada de la fase:

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dt} &= \omega_0 - \omega_{in} + \frac{I_s \bar{Y}_V \times \tilde{e}^{-j\phi}}{V_0 (\bar{Y}_V \times \bar{Y}_{\omega})} \\ &= \omega_0 - \omega_{in} + \frac{I_s \sin(\phi + \alpha_v)}{V_0 |Y_{\omega}| \sin(\alpha_{vw})} = \omega_0 - \omega_{in} + 2\pi F \sin(\phi + \alpha_v) \end{aligned} \quad (4.15)$$

donde α_v es el argumento de Y_v , y \times denota el producto definido como $a \times b = a^r b^i - a^i b^r = |a||b|\sin(\angle b - \angle a)$ entre vectores. Siguiendo una derivación similar a la presentada en [1], la frecuencia de batido obtenida en (4.15) es:

$$|\Delta\omega| = \sqrt{(\omega_0 - \omega_{in})^2 - F^2} \quad (4.16)$$

Por lo tanto, según se incrementa $|Y_{o}|$, F^2 disminuye, y se demuestra así que la frecuencia de batido es menos sensible a la interferencia. De esta forma podemos reducir el fenómeno de ‘injection-pulling’ incrementando el módulo $|Y_{o}|$, en el nodo n en el cuál se inyecta la interferencia al circuito. La admitancia en ese nodo es modificada introduciendo una componente adicional en paralelo, $Y + Y_r$. De esta manera (4.5) se convierte en:

$$H_Y [V(t), \phi(t)] + H_{Y_r} [V(t), \phi(t)] = I_s(t)e^{j\phi_m(t)} \quad (4.17)$$

donde la nueva función de admitancia debe cumplir la condición $|\partial(Y + Y_r)/\partial\omega|_0 > |\partial Y/\partial\omega|_0$. Esta modificación se realiza de forma externa al simulador de HB, con un coste computacional bajo y gran flexibilidad. Recordar que, dependiendo de la localización de la interferencia, se debe realizar, bien un análisis en admitancia o en impedancia. Para mostrar esta reducción de la sensibilidad frente a interferencias, se ha añadido un resonador ideal compuesto por líneas $\lambda/4$ en paralelo con el nodo interferente. Se ha considerado una interferencia de $P_{in} = -16$ dBm inyectada a través del Port 2, Figura 39. Los resultados se comparan con los de un simulador comercial basado en HB.

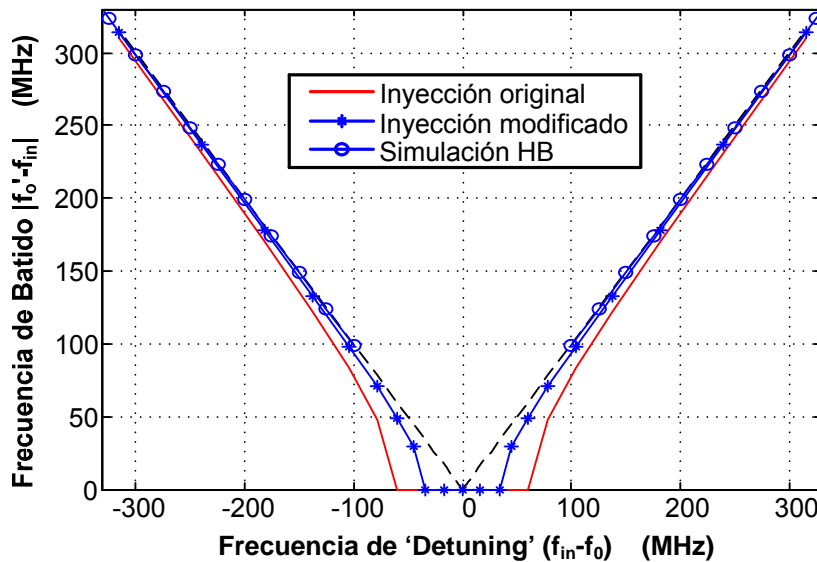


Figura 39 Reducción del ‘injection-pulling’ incrementando el módulo $|Y_{o}|$. Las líneas discontinuas indican el límite $|\Delta f| = |f_{in} - f_o|$.

En la Figura 39 se aprecia la reducción en el ancho de banda de sincronización debido a la modificación del oscilador original. De esta forma, para valores pequeños de $f_{in} - f_o$, el oscilador permanece sincronizado, pero al aumentar esta diferencia se produce el desenganche, siendo en un intervalo la frecuencia del oscilador f_o' , distinta de la frecuencia libre de oscilación f_o . Para una separación

suficiente de f_{in} , el desplazamiento que causa esa inyección sobre f_o' es despreciable, tendiendo la curva de sincronización a la recta de pendiente unidad, ya que $|f_{in}-f_o| = |f_o' \approx f_o - f_{in}|$. Se distinguen en la figura dos bandas de sincronización, una para el caso original y otra para el modificado. Estas bandas reciben habitualmente el nombre de “lenguas de Arnold” [7], y dentro de ellas el circuito funciona en régimen sincronizado.

4.3 Conclusiones

Se ha presentado una formulación semi-analítica para el análisis y reducción de los efectos de ‘injection-pulling’ presentes en los osciladores de los front-ends de comunicaciones. La formulación exhibe un bajo coste computacional y cubre, de forma eficiente, las situaciones de interferencias que son difíciles de analizar por medio de balance armónico o transitorio de envolvente. Los casos de una interferencia sin modular, una interferencia modulada en fase y una señal chirp han sido tenidos en cuenta, comparando sus efectos cuando son inyectadas a través de distintos puertos. Se ha obtenido una buena concordancia entre las simulaciones de HB (cuando ha sido posible realizarlas) y las medidas.

Bibliografía

- [1] B. Razavi, “A study of injection locking and pulling in oscillators”, *IEEE J. of Solid-State Circuits*, vol. 39, no. 9, Sep. 2004.
- [2] B. Razavi, “*RF Microelectronics*”, Prentice Hall, NJ 1998.
- [3] Z. Li, Ke Wu, “On the leakage of FMCW radar front-end receiver”, *Global Symposium on Millimeter Waves*, 2008.
- [4] F. Ramirez, M.E. de Cos, A. Suarez, “Nonlinear analysis tools for the optimized design of harmonic-injection dividers”, *IEEE Trans. On MTT*, vol. 51, no. 6, June 2003, pp. 1752–1762.
- [5] F. Ramirez, M. Pontón, S. Sancho, A. Suárez, “Phase-Noise Analysis of Injection-Locked Oscillators and Analog Frequency Dividers”, *IEEE Trans. On MTT*, vol. 56, no. 2, Feb. 2008, pp. 393 – 407.
- [6] A. Suárez, “Analysis and Design of Autonomous Microwave Circuits”, Wiley, January 2009.
- [7] A. Suárez and R. Quéré, “Stability Analysis of Nonlinear Microwave Circuits”, Artech House, 2003.
- [8] V. Rizzoli, D. Masotti, F. Mastri, “Computer-aided noise analysis of integrated microwave front-ends”, *IEEE MTT-S*, 1995.
- [9] E. Ngoya, J. Rousset, D. Argollo, ”Rigorous RF and Microwave Oscillator Phase Noise Calculation by Envelope Transient Technique”, *IEEE MTT-S*, 2000, pp. 91-94.
- [10] V. Rizzoli et al. “Distortion analysis of RF links by means of circuit-level nonlinear/EM front-end simulation and realistic channel description”, *36th European Microwave Conference*, 2006.
- [11] K. Kurokawa, “Some basic characteristics of broadband negative resistance oscillator circuits”, *Bell System Tech. J.*, 48, pp. 1937-1955 (1969).
- [12] R. Adler, “A study of locking phenomena in oscillators”, *Proceedings of the IEEE*, vol. 61, no. 10, Oct. 1973, pp. 1380–1385.
- [13] P. F. Combes, J. Graffeuil, J. Sautereau, ”*Microwave Components, Devices and Active Circuits*”, Wiley, 1987.
- [14] Soares, R.; Graffeuille, J.; Obregon, J. “Applications des transistors a effet de champ en arseniure de gallium”, *Eyrolles, Paris*, 1984.

Capítulo 5

Análisis no lineal de un sistema de lazos de enganche en fase acoplados (CPLL)

5.1 Introducción.

Los lazos enganchados en fase, conocidos generalmente por PLLs (“Phase-Locked Loops”) son ampliamente utilizados en diversas aplicaciones, tales como síntesis de frecuencias, recuperación de reloj, demodulación FM, detección AM, acondicionamiento de señales mejorando el ruido de fase de VCOs... Todas estas aplicaciones se basan, de una u otra forma, en las características de control que ofrecen los PLLs, realimentando la señal de la salida y corrigiendo convenientemente la frecuencia del VCO. En su dinámica de funcionamiento coexisten señales de alta y baja frecuencia, que originan soluciones de diferentes tipos debido a diversos parámetros y a sus condiciones iniciales. Esto hace de los PLLs, ser elementos ampliamente utilizados pero, debido a su dinámica, ofrecen un comportamiento complejo. Esto último obliga a aplicar a estos sistemas diversas técnicas de simulación.

Presentaremos en primer lugar la formulación en el caso de un PLL de orden 1, para posteriormente generalizarla al caso de PLLs acoplados. Los sistemas de lazos enganchados acoplados en fase, de aquí en adelante CPLLs, ya han sido presentados en otros trabajos [1]-[7] para aplicaciones de barrido de haz (“Beam-Steering”) o sincronización de reloj. La idea de introducir los osciladores en sistemas de CPLL para el control de apuntamiento de antenas ‘phased-array’ ha sido propuesta recientemente en la literatura [4]. La principal motivación para el uso de estos lazos es su robustez y estabilidad, ya que en estos sistemas las relaciones de fase entre los PLLs son independientes de la amplitud de la oscilación [6]. Sin embargo, en la literatura no existen análisis realistas de estos sistemas, que tengan en cuenta simultáneamente las fuentes de modulación, ruido y componentes espurias. La dificultad de este análisis es debida, por una parte, a la autonomía del sistema, y por otra, a la presencia en la solución de varias componentes frecuenciales de muy diferentes órdenes de magnitud. El objetivo de esta línea de investigación es desarrollar una formulación tempo-frecuencial para el análisis riguroso de un sistema CPLL. La nueva formulación se basará en los resultados obtenidos en trabajos anteriores del grupo en el análisis de lazos enganchados en fase (PLL).

Para el caso de CPLLs, el trabajo presentando en [4] ofrece una configuración adecuada para aplicaciones de barrido de haz, Figura 40. Se puede observar como cada PLL está acoplado a sus vecinos por medio de los detectores de fase (digitales o analógicos). En el caso de detectores de fase digitales será de interés añadir divisores de frecuencia tal como se indica en la figura. Por otro lado, cada PLL introduce un retardo debido a la disposición física del sistema y los retardos propios de los componentes. Esto puede dar lugar a variaciones de la dinámica del PLL [4]-[8].

En [4]-[6], se han llevado a cabo análisis de la dinámica del CPLL en el dominio temporal, utilizando modelos simples de los componentes y despreciando las frecuencias espurias generadas por el detector de fase. Estas frecuencias pueden ser debidas a las variaciones de la carga, en el caso de un detector digital, o a los términos de mezcla en el caso de un detector analógico. El análisis en el tiempo de un PLL teniendo en cuenta estas componentes espurias es ineficiente, ya que requiere en primer lugar, de un pequeño paso de integración para muestrear correctamente esas frecuencias no deseadas, y además de un largo tiempo de simulación, dado el estrecho ancho de banda habitual de los PLLs.

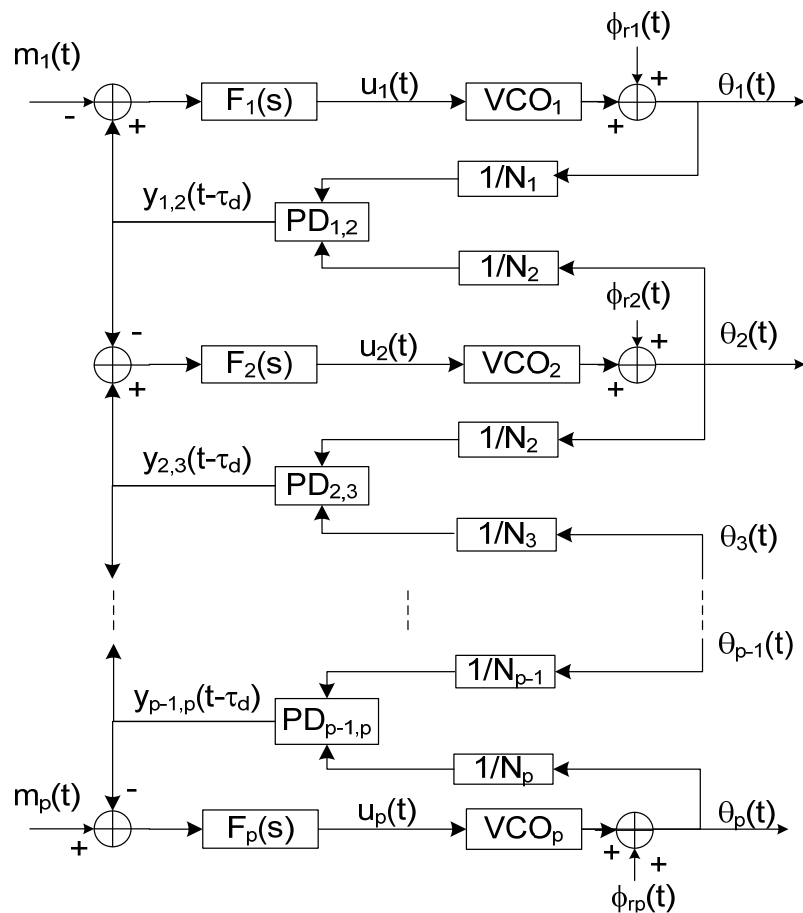


Figura 40 Esquema general de un conjunto de p CPLLs con p-1 detectores de fase. Cada PLL incluye un filtro de lazo $F_i(s)$, un VCO_i, un divisor N_i .

Debido a los espurios generados, la solución sincronizada en fase del PLL, corresponde a una diferencia de fase periódica entre las dos entradas del detector de fase, en lugar de una diferencia de fase constante. Este cambio en la naturaleza de la solución puede tener una influencia importante en la dinámica del sistema [9]-[12].

En este capítulo, se presenta una nueva técnica tempo-frecuencial para una simulación eficiente del comportamiento no lineal de los sistemas CPLL, con un bajo coste computacional. El punto de partida es la formulación en balance armónico del lazo enganchado en fase (PLL) presentado por los autores [12]. En [12] la frecuencia fundamental de la solución enganchada es determinada por una referencia externa. Sin embargo, en el CPLL no hay oscilador de referencia, ya que como se ha mencionado, la entrada de cada detector de fase corresponde a la salida del PLL vecino más cercano. Por lo tanto, el sistema es autónomo y la frecuencia fundamental de la solución periódica de enganche es una incógnita del sistema.

Se presentará una formulación de balance armónico (HB) adecuada para este sistema autónomo. Esta formulación utiliza un conjunto particular de variables de estado que dependen de las frecuencias autónomas. El primer objetivo será calcular de forma precisa las soluciones enganchadas en fase, teniendo en cuenta los componentes armónicos de las frecuencias espurias. La formulación de balance armónico, también será extendida para simular la señal cuasi-periódica autónoma correspondiente a la solución desincronizada.

Para el análisis preciso de la estabilidad de la solución sincronizada, se considerará una perturbación en frecuencia [13], realizando una linealización de la formulación de HB y obteniendo los polos asociados. Un objetivo, será analizar la influencia del retardo de propagación τ_d del CPLL sobre la estabilidad de la solución sincronizada, sin restricciones sobre el valor de τ_d , eliminando así la necesidad de cualquier tipo de aproximación, como Padé [14].

El fenómeno común de histéresis en los sistemas de PLL será analizado en detalle mediante la formulación de HB. El rango de histéresis está delimitado por dos tipos diferentes de bifurcaciones: nodo-silla y conexión silla, asociadas al rango de hold-in y de pull-in del CPLL, respectivamente. El análisis en el dominio de la frecuencia de este fenómeno supone una mejora significativa respecto a las simulaciones temporales. En el dominio del tiempo este fenómeno es detectado mediante el análisis de la forma de onda, lo cual puede llevar a errores. Debido a la lenta dinámica del PLL, es difícil determinar si la solución ha alcanzado el estado estacionario al finalizar el tiempo de análisis, por lo tanto, una solución de enganche puede ser fácilmente identificada como desenganchada y viceversa.

Otro objetivo, será el análisis preciso del ruido de fase del CPLL. Se tendrá en cuenta un análisis basado en la descomposición de la perturbación en fase en dos componentes:

- Componente de acumulación.
- Componente de desviación.

Esta descomposición será de gran interés para el análisis del efecto del ruido de fase del CPLL en aplicaciones de barrido de haz. La componente de acumulación, que es igual para todos los PLLs, puede incrementarse arbitrariamente de una forma similar a como sucede en los osciladores libres [15]. A su vez, la componente de desviación mide la perturbación de la diferencia de fase entre dos PLLs adyacentes. Esta componente es decisiva en las aplicaciones de barrido de haz, debido a que el desfase entre los PLLs, determina la dirección principal de radiación.

Finalmente, se analizará la respuesta del sistema de CPLL a señales de modulación a través de una formulación de transitorio de envolvente, derivada del

sistema HB previo. Para ello, se integrara un sistema de ecuaciones diferenciales en las componentes armónicas de las variables de estado del CPLL, teniendo en cuenta la lenta variación de las señales de modulación [16]-[18], lo que permite un análisis eficiente en presencia de estas señales de baja frecuencia.

Estas diferentes técnicas serán verificadas sobre un sistema de dos lazos acoplados en fase a 2GHz. Este sistema ha sido desarrollado y medido verificando conjuntamente los aspectos teóricos y prácticos.

5.2 Análisis del PLL individual.

En primer lugar, analizaremos la estructura de un PLL de orden 1, mostrada en la Figura 41. En esta estructura sencilla se tienen en cuenta los principales elementos que conforman un PLL: un detector de fase analógico o digital, un filtro de lazo que fija el orden del lazo, el VCO que limita la banda de frecuencias y potencia de salida, y un divisor, generalmente digital, que nos permite cerrar el lazo y utilizar en ϕ_i señales de menor frecuencia que ϕ_o .

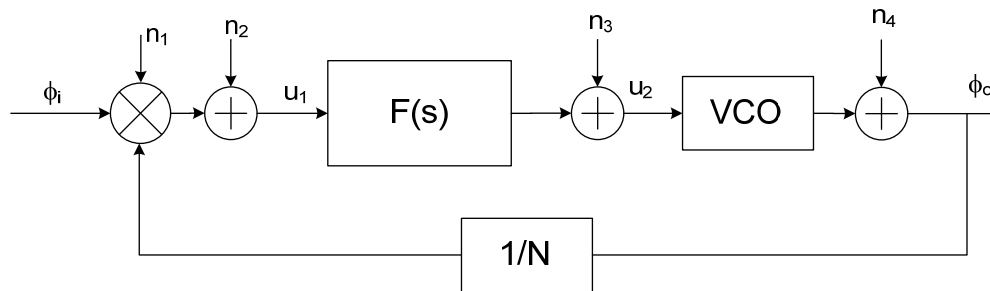


Figura 41 Esquema PLL orden 1, se muestran varios puntos intermedios para modelar la adición de fuentes de ruido n_i . Las señales ϕ_i y ϕ_o son respectivamente el oscilador de referencia y la salida del PLL.

Se incluyen en la figura las posibles fuentes de ruido que intervienen en el sistema, aunque en este análisis de un PLL simple, no se analizará el ruido. Sin embargo, estas fuentes nos sirven de introducción para el caso del CPLL, el cual forma el núcleo de este capítulo, y donde estudiará el ruido de fase del sistema. En primer lugar, detallaremos los modelos tenidos en cuenta para los distintos componentes del sistema mostrado en la Figura 41. El caso del detector de fase será tratado más en profundidad, analizándose la dinámica del PLL para dos modelos diferentes, teniendo en cuenta o no el término suma.

5.2.1 Filtro de lazo.

El modelo más habitual para los filtros de lazo es representar su función de transferencia en el dominio de la frecuencia, $F(j\omega)$, o Laplace, $F(s)$. Esta función de transferencia, en el caso de un mezclador utilizado como un detector de fase analógico, se define mediante la relación entre la tensión de salida aplicada sobre el VCO y la tensión de entrada generada por el mezclador relación V_o/V_i . En el caso de los detectores de fase digitales, puesto que están basados en fuentes de intensidad ‘charge-pump’, esta relación se define en función de la tensión de salida y la intensidad de entrada generada por el detector de fase V_o/I_i . Por lo tanto, en ese caso

la función de transferencia tiene dimensiones de impedancia, y coincide con la definición del parámetro Z_{21} de la red de dos puertos formada por el filtro.

El filtro de lazo siempre tiene una característica de filtro paso bajo, con el objetivo de filtrar el término suma. Por lo tanto, su frecuencia de corte se sitúa siempre por debajo de dos veces la frecuencia de referencia y para casos prácticos en torno al 5% - 10% de la frecuencia de referencia.

En la Figura 42 se muestran algunos filtros de lazo típicos. En general, su implementación se realiza mediante inductancias, capacidades y resistencias para el caso pasivo. Por otro lado, si se desea una ganancia del filtro mayor de la unidad, se utilizan filtros activos implementados mediante amplificadores operacionales. Puesto que los filtros de lazo trabajan habitualmente a muy bajas frecuencias, no se requiere que los amplificadores operacionales exhiban características muy exigentes en su respuesta en frecuencia.

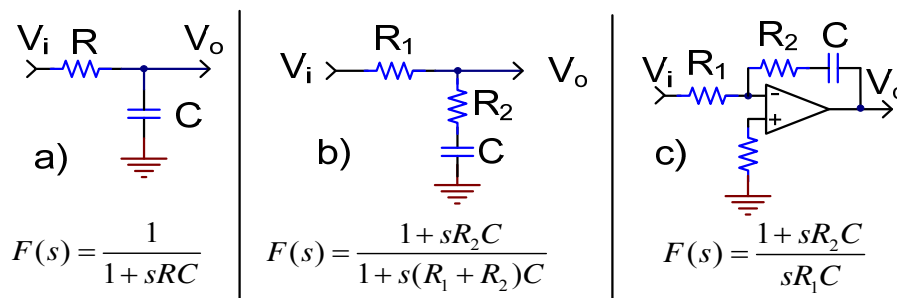


Figura 42 Filtros de lazo analógicos típicos y sus funciones de transferencia. (a) Filtro pasivo RC, un polo. (b) Filtro pasivo, un polo y un cero. (c) Filtro activo, un polo en el origen y un cero.

Aunque se implementará un filtro de lazo basado en un filtro con un polo como el de la Figura 42a, en el análisis teórico del sistema se tendrá en cuenta un caso más general. En ese análisis se modelará el filtro de lazo mediante una función de transferencia con un polo $-1/\tau_2$, un cero $-1/\tau_1$ y una ganancia α :

$$F(s) = \alpha \frac{\tau_1 s + 1}{\tau_2 s + 1} \quad (5.1)$$

En nuestro caso del CPLL, además del filtro de lazo, es necesario incluir un elemento sumador-restador, para añadir las modulaciones $m_i(t)$ mostradas en la Figura 40. La topología del sumador-restador será implementada mediante un amplificador operacional, Figura 43.

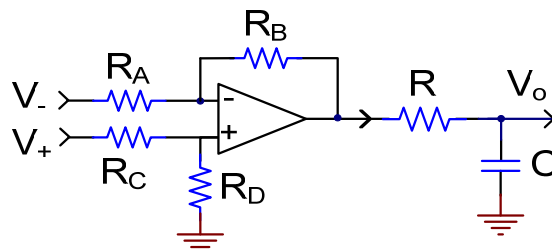


Figura 43 Ejemplo de topología de sumador-restador basado en un amplificador operacional seguido de un filtro de lazo con un polo, implementado mediante un filtro pasivo RC.

Teniendo en cuenta el mismo valor para las resistencias del operacional en su configuración sumador-restador y la función $F(s)$ para el filtro RC, tenemos:

$$V_o(s) = F(s) \left[V_+ \frac{(R_B + R_A)R_D}{(R_C + R_D)R_A} - V_- \frac{R_B}{R_A} \right] \underset{R_A=R_B=R_C=R_D}{\stackrel{=}{\downarrow}} \frac{V_+ - V_-}{1 + sRC} \quad (5.2)$$

En el caso del operacional no tendremos en cuenta la influencia de su frecuencia de corte sobre la función de transferencia (5.2), por ser dominante el polo del RC.

5.2.2 Oscilador controlado por tensión y divisor de frecuencia.

En el caso del oscilador controlado por tensión, no vamos a entrar en detalles, ya que este tipo de componente, se trata más ampliamente en el capítulo 3 de este trabajo. Sólo comentar que utilizaremos un modelo sencillo basado en una característica lineal $f_0 = K_v V_t$, con f_0 la frecuencia de salida al primer armónico, y V_t la tensión de control a la entrada. El componente comercial que utilizaremos en la implementación, presenta una característica muy lineal para un amplio rango de tensiones de trabajo, por lo que este modelo es suficiente para analizar el sistema del PLL. Como se verá, la formulación permite la extensión a una característica del VCO que incluya la saturación de la frecuencia de salida con la tensión de control.

El modelo del divisor de frecuencia, en nuestro caso, tomará una expresión sencilla definida sólo por una constante de división N . Siendo por lo tanto $f_o = f_{in}/N$, donde f_{in} la frecuencia de entrada y f_o la frecuencia de salida. La implementación habitual para el divisor de lazo y el detector de fase es mediante circuitos digitales. Como veremos, utilizaremos un detector de fase basado en mezclador y no será necesario integrar un divisor de frecuencia, aunque lo tendremos en cuenta en el estudio teórico para no perder generalidad.

5.2.3 Detector de fase: Modelo simple del mezclador.

Para este planteamiento inicial consideraremos un modelo del mezclador sin término suma y no tenemos en cuenta las fuentes de ruido n_i que aparecen en la Figura 41. La salida del detector de fase viene dada por:

$$u_1 = K_d \sin(\phi_1), \quad \phi = \phi_i - \frac{\phi_o}{N} \quad (5.3)$$

Dominio de Laplace

El sistema de ecuaciones que modela el comportamiento del PLL Figura 41, resulta:

$$\begin{aligned} \phi_o(s) &= \omega_o / s^2 + K_v u_2(s) / s \\ (\tau_1 s + 1) u_1(s) &= (\tau_2 s + 1) u_2(s) \end{aligned} \quad (5.4)$$

Agrupando ambas ecuaciones en función de u_1 y la diferencia de fases ϕ , tenemos:

$$\tau_2 s^2 \phi(s) + s \left(\phi(s) + \frac{\alpha K_v \tau_1}{N} u_1(s) \right) + \frac{\alpha K_v}{N} u_1(s) = (\tau_2 s + 1) \left(s \phi_i(s) - \frac{\omega_0}{sN} \right) \quad (5.5)$$

Dominio del Tiempo

Si tenemos en cuenta una señal sinusoidal de frecuencia $\omega_i/2\pi$ para la referencia del PLL, tenemos que $\dot{\phi}_i = \omega_i$. Podemos convertir (5.5) al dominio del tiempo teniendo en cuenta el derivador s , resultando:

$$\tau_2 \ddot{\phi} + \left[1 + \frac{\alpha K \tau_1}{N} \cos(\phi) \right] \dot{\phi} + \frac{\alpha K}{N} \sin(\phi) = \Delta \omega \quad (5.6)$$

donde la ganancia de lazo resulta $K = K_d K_v$ y $\Delta \omega = \omega_i - \frac{\omega_0}{N}$.

Dominio de la Frecuencia

Por otro lado, a partir de (5.5) mediante los cambios de variable $x_1 = \phi$, $x_2 = \dot{\phi}$, $s = j\omega_0$, obtenemos el sistema de HB del PLL individual:

$$\begin{pmatrix} D(\omega_0) & -I \\ 0 & \tau_2 D(\omega_0) + I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_1 D(\omega_0) + I \end{pmatrix} Y[X] + \begin{pmatrix} 0 \\ -I \end{pmatrix} \Omega = 0 \quad (5.7)$$

Los vectores de esta expresión matricial corresponden a los armónicos de las variables:

$$\begin{aligned} X_i &\Leftrightarrow x_i \\ Y &\Leftrightarrow y = \frac{\alpha K}{N} \sin \phi \\ \Omega &\Leftrightarrow \Delta \omega \end{aligned} \quad (5.8)$$

De esta forma, el sistema matricial (5.7) queda expresado de la forma:

$$A(\omega_0)X + B(\omega_0)Y[X] + G(\omega_0)E = 0 \quad (5.9)$$

Transitorio de Envolvente

Por último, a partir de (5.5) podemos obtener la formulación en transitorio de envolvente del PLL individual. Para ello, tenemos en cuenta que $s = j\omega_0 + Dt$, siendo Dt un derivador temporal. Así mismo, se toman las siguientes expresiones en transitorio de envolvente para las variables de estado $x_i(t)$ y la función no lineal $y(t)$:

$$\begin{aligned} x_i(t) &= \sum_k x_{ik}(t) e^{jk\omega_0 t} \\ y(t - \tau_d) &= \sum_k Y_k(t - \tau_d) e^{jk\omega_0(t - \tau_d)} \simeq \sum_k Y_k(t) e^{jk\omega_0 t} e^{-jk\omega_0 \tau_d} \end{aligned} \quad (5.10)$$

En $y(t)$ se ha añadido un parámetro τ_d , el cual modela un cierto retardo del lazo de realimentación. Para realizar la aproximación en (5.10), se ha tenido en cuenta

que el retardo es despreciable frente a la variación temporal de los armónicos: $Y_k(t - \tau_d) \simeq Y_k(t)$. Siendo la ecuación del sistema en transitorio de envolvente:

$$\begin{aligned} A(j\omega_0 + Dt)\bar{x}(t) + B(j\omega_0 + Dt)\bar{y}(t) + G(j\omega_0 + Dt)\bar{e}(t) &= 0 \Rightarrow \\ A(j\omega_0)\bar{x}(t) + A_\omega(j\omega_0)\dot{\bar{x}}(t) + B(j\omega_0)\bar{y}(t) + G_\omega\dot{\bar{y}}(t) + G(j\omega_0)\bar{e}(t) + G_\omega\dot{\bar{e}}(t) &= 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Es importante que la no linealidad Y no dependa de la frecuencia. Para ello, se puede reemplazar la matriz B del sistema por la matriz $B(\tau_d)$, que tiene la forma:

$$B(\tau_d) = B \cdot R(\tau_d), \quad R(\tau_d) = e^{-D(\omega_0\tau_d)} \quad (5.12)$$

donde R es una matriz diagonal de orden $2N + 1$ cuyos elementos son $e^{-jk\omega_0\tau_d}$.

Análisis de la solución desenganchada. Rotación.

Para el caso enganchado la diferencia de fases ϕ es constante. Por otro lado para el caso de desenganche, en ausencia de término suma, tenemos una frecuencia autónoma. La variable ϕ diferencia de fases viene expresada como una rotación de la forma:

$$\phi(t) = \omega_a t + \sum_k \Phi_k e^{jk\omega_a t} \quad (5.13)$$

En este caso, es necesario un cambio a variables periódicas, el cual permite plantear el sistema de ecuaciones diferenciales de una forma más conveniente:

$$x_1 = \phi - \omega_a t, \quad x_2 = \dot{x}_1 = \dot{\phi} - \omega_a \quad (5.14)$$

Sustituyendo ϕ y $\dot{\phi}$ en (5.6) llegamos a la expresión:

$$\tau_2 \dot{x}_2 + \left[1 + \frac{\alpha K \tau_1}{N} \cos(x_1 + \omega_a t) \right] (x_2 + \omega_a) + \frac{\alpha K}{N} \sin(x_1 + \omega_a t) = \Delta\omega \quad (5.15)$$

Que se puede simular de la misma forma que el sistema (5.7) en el dominio de la frecuencia, teniendo en cuenta:

$$Y \rightarrow y = \frac{\alpha K}{N} \sin(\phi + \omega_a t), \quad \Omega \rightarrow \Delta\omega - \omega_a \quad (5.16)$$

Todas estas expresiones presentadas hasta ahora, de una forma breve para un PLL, se pueden extender al caso del CPLL, que será tratado en las siguientes secciones. Este análisis previo permite comprender mejor el núcleo de este capítulo sobre los CPLLs.

5.2.4 Detector de fase: Mezclador completo.

En este caso se tiene en cuenta la contribución del término suma en el detector de fase.

$$u_1 = K_d \cos(\phi_i) \cos\left(\frac{\phi_o}{N}\right) = \frac{K_d}{2} [\cos(\phi) + \cos(2\phi_i - \phi)],$$

$$\phi = \phi_i - \frac{\phi_o}{N}$$
(5.17)

El sistema que modela el sistema en el dominio de Laplace es el mismo que (5.4) con la diferencia de la expresión de la función del detector de fase $u_1(s)$. La expresión en el dominio del tiempo de este sistema, equivalente a (5.6) pero ahora con el término suma, resulta:

$$\tau_2 \ddot{\phi} + \dot{\phi} - \frac{\alpha K \tau_1}{2N} [\dot{\phi} \sin(\phi) + (2\dot{\phi}_i - \dot{\phi}) \sin(2\phi_i - \phi)] +$$

$$+ \frac{\alpha K}{2N} [\cos(\phi) + \cos(2\omega_i t - \phi)] = \Delta\omega$$
(5.18)

En el dominio de la frecuencia este término suma, modifica la matriz de la función no lineal Y que se presentó en (5.7).

5.3 Implementación del CPLL.

Una vez presentada la formulación utilizada para el caso de un PLL simple vamos a presentar, en primer lugar, el esquema del CPLL utilizado para verificar cada uno de análisis teóricos presentados a lo largo de este capítulo.

La implementación del CPLL ha sido realizada mediante componentes comerciales. Para ello, se ha optado por utilizar divisores de fase analógicos en lugar de digitales con objeto de simplificar el lazo de realimentación. A continuación, se comentan algunos de sus elementos mostrados en la Figura 44.

Los dos filtros considerados en la implementación $F_i(s) = (1 + s\tau_i)/(1 + s\tau_p)$ ($i = 1, 2$), tienen un polo, con $\tau_p = 1/(2\pi \cdot 8 \cdot 10^3)$ (s) y ningún cero, $\tau_1 = \tau_2 = 0$. Sin embargo en el análisis teórico, se planteará un caso más general, para filtros con un polo y un cero. El mayor inconveniente del uso de un detector de fase analógico en nuestro sistema, será la dependencia de la ganancia del detector de fase con las amplitudes de sus señales de entrada. Estas señales, se corresponden con una muestra de la señal de salida de los VCOs, los cuales presentan una pequeña variación en su potencia a lo largo de la banda de trabajo.

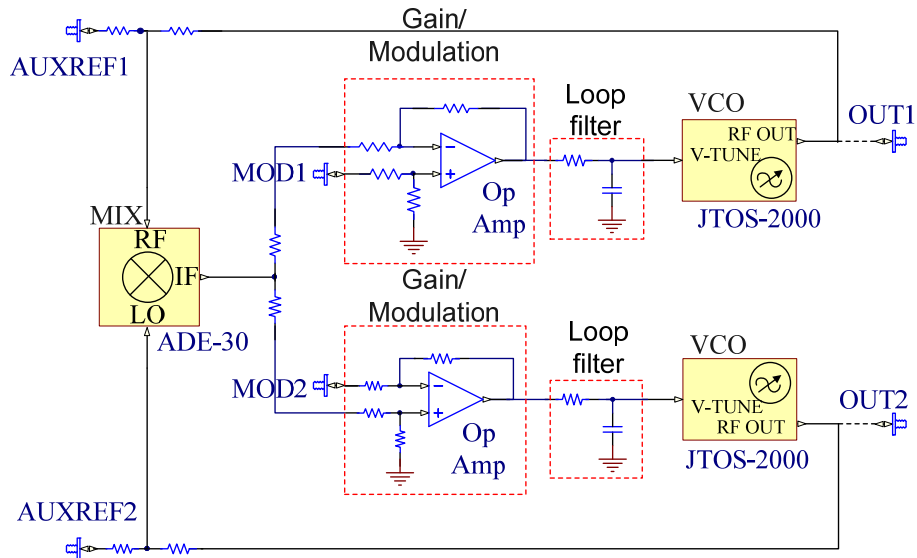


Figura 44 Esquemático del CPLL implementado, formado por dos VCOs acoplados mediante un detector de fase basado en mezclador. Las entradas AUXREF1 y AUXREF2 permiten introducir fuentes de alta frecuencia para reemplazar cada uno de los PLLs. Las entradas MOD1 y MOD2 permiten aplicar una modulación de baja frecuencia. Se incluye en la figura las referencias de los componentes utilizados.

Como elemento sumador-restador previo al filtro, se utiliza una estructura de baja frecuencia con amplificadores operacionales de ganancia unidad, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$. Estos amplificadores añadirán otro polo al sistema, aunque será a una frecuencia mucho mayor que la del filtro, por lo que no se tendrá en cuenta.

El detector de fase implementado mediante un mezclador tiene una ganancia k_d con una pequeña variación a lo largo de la banda de trabajo, y como ya se ha comentado, dependiente de la potencia de entrada. Un valor medio para nuestro caso es $k_d = 177.6 \text{ mV/rad}$. Posteriormente, en el análisis teórico se tendrá en cuenta esta variación.

El VCO posee una característica frecuencia/tensión con poca variación respecto al caso ideal de pendiente constante. En nuestro caso, este valor está en torno a $k_v = 2\pi \cdot 4 \cdot 10^7 \text{ (s} \cdot \text{v)}^{-1}$, la variación en torno a este valor medio se puede incluir dentro de la variación de k_d .

Por último, indicar que estimamos un retardo debido a la geometría del sistema en torno a $\tau_d = 66 \text{ ps}$ y puesto que no utilizamos divisores digitales, tenemos $N_1 = N_2 = 1$.

Las entradas del mezclador se pueden conectar al resto del circuito o a un conector externo cambiando la orientación de resistencias auxiliares. De esta forma, podemos verificar independientemente el enganche de cada PLL con una fuente externa.

Se muestra en la Figura 45 el circuito fabricado del CPLL diseñado. Se han añadido un par de divisores de potencia a la salida de los VCOs, cuyo objetivo es tomar una muestra para realimentar los detectores de fase y además obtener la salida del sistema en un conector externo.

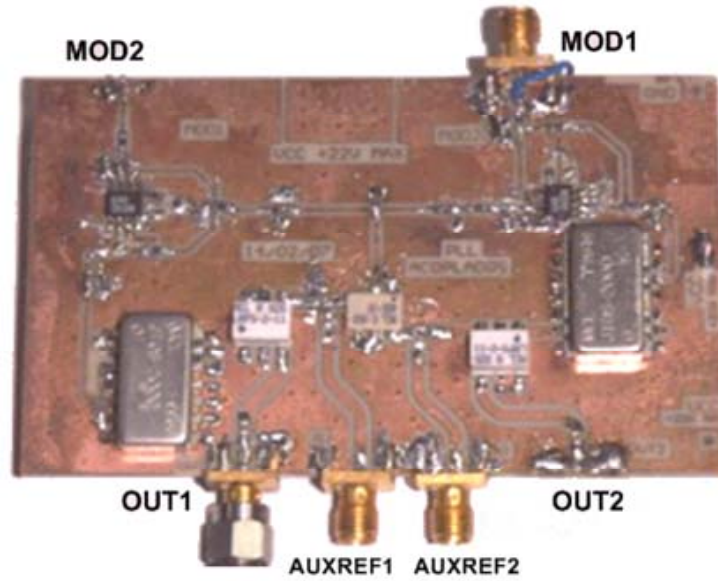


Figura 45 PCB del CPLL. Posee dos entradas de modulación de baja frecuencia (MOD1, MOD2), dos entradas auxiliares de alta frecuencia (AUXREF1, AUXREF2) y dos salidas, una por cada PLL (OUT1, OUT2).

5.4 Análisis del CPLL en estado estacionario.

El CPLL considerado Figura 40, como ya se ha presentado, se compone en cada rama por un filtro de lazo $F_i(s)$, un oscilador controlado por tensión VCO_i y un divisor de frecuencia $1/N_i$. Cada par de PLL, está acoplado mediante un detector de fase analógico/digital. Por ello se incluyen, en este análisis teórico, los divisores de frecuencia para contemplar el posible caso de detectores de fase digitales. El retardo de propagación τ_{di} de cada lazo, será modelado como un único retardo en la realimentación tras el detector de fase, tal como se realiza en [4].

El sistema es autónomo con entradas de modulación $m_i(t)$, donde $m_i = 0$, $i \neq 1, p$. El ruido de fase de cada VCO_i está modelado mediante las componentes $\Phi_{ri}(t)$. Considerando esta estructura, la dinámica de las fases de salida de los VCOs, $\theta_i(t)$, viene dada por el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales, expresadas en el dominio de Laplace:

$$\begin{aligned}
 s\theta_i(s) &= \frac{\omega_i}{s} + k_v u_i(s) + s\phi_{ri}(s) = \\
 &= \frac{\omega_i}{s} + k_v F_i(s) [e^{-\tau_{di}s} (y_{i,i+1}(s) - y_{i,i-1}(s)) + \Upsilon(i)m_i(s)] + \phi_{ri}(s), \\
 &\text{con,} \\
 &i=1, \dots, p, \quad \Upsilon(1) = -1, \quad \Upsilon(p) = 1 \\
 &y_{i,j} = y_{j,i}, \quad \forall i, j \\
 &y_{i,j} = 0, \quad \text{si } i < 1, i > p, j < 1, j > p
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

Donde el número de PLLs p y la función de transferencia de cada filtro de lazo $F_i(s) = p_i(s)/q_i(s)$, determinan el orden del sistema. En (5.19) la característica de los VCOs ha sido considerada lineal, con pendiente constante k_v , y en general diferente frecuencia libre ω_i . La salida del detector de fase $y_{i,j}(t)$ es una función no

lineal de las fases de entrada. Nosotros tratamos aquí el caso de un detector de fase mediante mezclador con término suma, tal como se había introducido en la sección del PLL individual. Por tanto la función $y_{i,j}(t)$ se puede expresar por:

$$y_{i,j}(t) = k_d \cos \frac{\theta_i}{N_i} \cos \frac{\theta_j}{N_j} = \frac{k_d}{2} \left\{ \cos \left(\frac{\theta_i}{N_i} + \frac{\theta_j}{N_j} \right) + \cos \left(\frac{\theta_i}{N_i} - \frac{\theta_j}{N_j} \right) \right\} \quad (5.20)$$

A lo largo de estas secciones se compararán los resultados teóricos con las medidas realizadas sobre el CPLL implementado de la Figura 44. En el caso teórico tenemos la siguiente función de transferencia para los filtros:

$$F_i(s) = \alpha_i \frac{\tau_i s + 1}{\tau_p s + 1} = \frac{P_i(s)}{Q_i(s)}, \quad i=1,2 \quad (5.21)$$

Tenemos dos posibles soluciones para el CPLL:

- Sincronizado o “enganchado en fase”.
- Desincronizado o “desenganchado”.

A lo largo de este capítulo se estudiarán estas soluciones, en primer lugar, sin tener en cuenta el efecto del ruido y las modulaciones externas. Posteriormente, introduciremos los efectos debido a las modulaciones en la sección 5.6 y el ruido en la 5.7. Habitualmente las especificaciones de ruido de fase de los PLLs requieren filtros de lazo muy estrechos. Esto da lugar a transitorios demasiado largos en la simulación. Por ello, se presentará con una formulación en balance armónico (HB), mucho más eficiente para estos casos.

5.4.1 Análisis de la solución enganchada, rango de hold-in.

En el estado estacionario, las frecuencias de ambos VCOs están sincronizadas a un valor común ω_s . Vamos a analizar en este apartado el rango de hold-in o sincronización. Este rango se define donde existen condiciones de enganche. Se puede identificar en los PLLs variando la ganancia de lazo. Para ello se parte del estado enganchado, y con los parámetros del PLL constantes, modificamos gradualmente el orden de división N , hasta el punto que la señal de salida no puede seguir a la de entrada y se produce el desenganche. Al rango de valores de N para el cual el sistema se ha mantenido enganchado se denomina Hold-in o sincronización.

Más adelante en este capítulo, analizaremos el rango de pull-in, definido por el conjunto de frecuencias para el cual siempre se produce el enganche independientemente de la condición inicial, es decir, en ese rango sólo existe la condición enganche. Para obtener este rango partimos del estado de desenganche, manteniendo los parámetros del PLL constantes. En primer lugar, se parte del estado desengancho con un alto valor del orden de división N , el cual disminuimos gradualmente, hasta que se produzca el enganche. Este primer valor de N para el cual se produce el enganche delimita el límite superior del rango de pull-in. En segundo lugar, repetimos el mismo proceso comenzando también en el estado de desenganche pero ahora con un bajo valor de N . El valor de N será incrementado progresivamente hasta que se produzca el enganche. Este primer valor de N para el cual se produce el enganche delimita el límite inferior del rango de pull-in.

Cuando el rango de hold-in es mayor que el rango de pull-in se da un fenómeno de histéresis, debido al cual el estado enganchado/desenganchado final del sistema depende del estado previo.

En el caso del CPLL enganchado tendremos en la fase del PLL_i una rampa modulada, cuya pendiente viene definida por la frecuencia de sincronización ω_s :

$$\frac{\theta_i(t)}{N_i} = \omega_s t + \phi_i(t), \quad i=1,2 \quad (5.22)$$

Donde las componentes $\phi_i(t)$ tienen una dependencia periódica con el período $T_s = 2\pi/\omega_s$. Esta dependencia viene dada debido al término suma de salida del detector de fase (5.20). Si no hubiéramos tenido en cuenta el término suma estas componentes serían constantes en el tiempo. Aunque este término es parcialmente atenuado por el filtro de lazo, su influencia es importante en la estabilidad del sistema [11], tal y como se mostrará en el siguiente apartado 5.4.2.

Para analizar la solución de enganche se utilizarán las nuevas variables periódicas $\phi_i(t)$, en lugar de $\theta_i(t)$. Puesto que $\phi_i(t)$ son periódicas, esto las hace convenientes para ser utilizadas en un análisis de HB o de transitorio de envolvente. La expresión de estas nuevas variables en su serie de Fourier es:

$$\phi_i(t) = \sum_{k=-N}^N \Phi_k^{is} e^{jk\omega_s t}, \quad i=1,2 \quad (5.23)$$

Donde el superíndice ‘s’ indica que los armónicos corresponden a la solución enganchada. Si evaluamos la ecuación (5.19) para $p = 2$ PLLs, se obtiene el sistema:

$$\begin{aligned} s\theta_1(s) &= \frac{\omega_1}{s} + k_v u_1(s) + s\phi_{r1}(s) = \\ &= \frac{\omega_1}{s} + k_v F_1(s) [y_{1,2}(s) e^{-\tau_{d1}s} - m_1(s)] + s\phi_{r1}(s) \\ s\theta_2(s) &= \frac{\omega_2}{s} + k_v u_2(s) + s\phi_{r2}(s) = \\ &= \frac{\omega_2}{s} + k_v F_2(s) [m_2(s) - y_{2,1}(s) e^{-\tau_{d2}s}] + s\phi_{r2}(s) \end{aligned} \quad (5.24)$$

Utilizando (5.23), podemos expresar el sistema (5.24) en el dominio de la frecuencia para el armónico \mathbf{k} , de cada una de las nuevas variables periódicas $\phi_i(t)$. Anulando las señales de modulación y las fuentes de ruido tenemos:

$$\begin{aligned} (\omega_s \delta(k) + j\omega_k \Phi_k^{1s}) N_1 &= \omega_1 \delta(k) + k_v \frac{p_1(j\omega_k)}{q_1(j\omega_k)} e^{-\tau_{d1}j\omega_k} Y_k(\Phi^{1s}, \Phi^{2s}) \\ (\omega_s \delta(k) + j\omega_k \Phi_k^{2s}) N_2 &= \omega_2 \delta(k) - k_v \frac{p_2(j\omega_k)}{q_2(j\omega_k)} e^{-\tau_{d2}j\omega_k} Y_k(\Phi^{1s}, \Phi^{2s}) \end{aligned} \quad (5.25)$$

Con $\omega_k = k\omega_s$. Agrupando términos y generalizando para $p = i$ tenemos:

$$q_i(j\omega_k) j\omega_k \Phi_k^{is} = \left(\frac{\omega_i}{N_i} - \omega_s \right) \delta(k) + k_v p_i(j\omega_k) (-1)^i e^{-\tau_{di}j\omega_k} Y_k(\Phi^{1s}, \Phi^{2s}) \quad (5.26)$$

Ahora podemos extender esta expresión para N armónicos:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} q_i(-j\omega_s N) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & q_i(j\omega_s N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -j\omega_s N & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & j\omega_s N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{-N}^{is} \\ \vdots \\ \vdots \\ \Phi_N^{is} \end{bmatrix} = \Delta\bar{\omega}_i + \\
 & +k_v \begin{bmatrix} p_i(-j\omega_s N) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_i(j\omega_s N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\tau_{d1}j\omega_s N} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & e^{-\tau_{d1}j\omega_s N} \end{bmatrix} \bar{Y}(\Phi^{1s}, \Phi^{2s}) \quad (5.27)
 \end{aligned}$$

Que se puede expresar de forma compacta como:

$$Q_i(\bar{\omega})D(\bar{\omega})\bar{\Phi}^{is} = \Delta\bar{\omega}_i + \frac{k_v}{N_i} P_i(\bar{\omega})e^{D(-\bar{\omega}\tau_{d1})}\bar{Y}[\bar{\Phi}^{1s}, \bar{\Phi}^{2s}], \quad i=1,2 \quad (5.28)$$

Con $\bar{\omega}$ el vector de frecuencias y $\Delta\bar{\omega}_i$:

$$\begin{aligned}
 \bar{\omega} &= [\omega_{-N} \cdots \omega_N], & \omega_k &= k\omega_s \\
 \Delta\bar{\omega}_i &= [0 \cdots 0 \Delta\omega_i 0 \cdots 0], & \Delta\omega_i &= \omega_i / N_i - \omega_s
 \end{aligned} \quad (5.29)$$

El sistema de balance armónico (5.28) está compuesto por las matrices diagonales $D(\bar{\omega})$, $P_i(\bar{\omega})$, $Q_i(\bar{\omega})$, cuyos elementos k-ésimos son ω_k , $p_i(j\omega_k)$, $q_i(j\omega_k)$, respectivamente. Los componentes de los vectores $\bar{\Phi}^i$, \bar{Y} , $\Delta\bar{\omega}_i$, contienen los $2N+1$ armónicos de las variables periódicas $\phi_i(t)$, la salida del detector de fase $y(\phi_1, \phi_2)$ y la componente constante $\Delta\omega_i = \omega_i / N_i - \omega_s$, respectivamente. Reseñar, que aunque en el CPLL implementado se tuvieron en cuenta filtros de orden uno, en la formulación no se han impuesto restricciones, y se permite especificar funciones genéricas del numerador $p_i(\omega)$, y el denominador $q_i(\omega)$, de los filtros.

Se mostrará en la siguiente sección, que es deseable modelar el CPLL por un sistema de primer orden en la variable ω , con objetivo de realizar un análisis de estabilidad más eficiente. Para obtener un sistema de primer orden, se introducen las derivadas temporales $\dot{\phi}_1(t), \dot{\phi}_2(t)$ como variables de estado. El sistema (5.28) puede expresarse como:

$$A(\bar{\omega})\bar{\Phi}^s + B(\bar{\omega})\bar{Y}[\bar{\Phi}^s] + \bar{G}(\omega_s) = \bar{0} \quad (5.30)$$

Con $\bar{\Phi}$ el vector de armónicos de las nuevas variables de estado $[\phi_1(t), \dot{\phi}_1(t), \phi_2(t), \dot{\phi}_2(t)]$ y:

$$\begin{aligned}
 A(\bar{\omega}) &= \begin{pmatrix} A_1(\bar{\omega}) & 0 \\ 0 & A_2(\bar{\omega}) \end{pmatrix} & A_i(\bar{\omega}) &= \begin{pmatrix} D(\bar{\omega}) & -I \\ 0 & Q_i(\bar{\omega}) \end{pmatrix} \\
 B(\bar{\omega}) &= \begin{pmatrix} B_1(\bar{\omega}) \\ B_2(\bar{\omega}) \end{pmatrix} & B_i(\bar{\omega}) &= \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{k_v}{N_i} P_i(\bar{\omega}) e^{D(-\bar{\omega}\tau_d)} \end{pmatrix} \\
 \bar{G}(\omega_s) &= \begin{pmatrix} \bar{G}_1(\omega_s) \\ \bar{G}_2(\omega_s) \end{pmatrix} & \bar{G}_i(\omega_s) &= \begin{pmatrix} \bar{0} \\ \Delta\bar{\omega}_i \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

Tal como se muestra en las matrices (5.31), la ecuación (5.30) es una ecuación de primer orden de ω para $\tau_d = 0 \rightarrow e^{D(-\bar{\omega}\tau_d)} = 1$. Esto será muy adecuado al realizar el análisis de estabilidad de la siguiente sección.

Podemos definir una función de error en función de (5.30) como:

$$\bar{H}[\omega_s, \bar{\Phi}^s] = A(\bar{\omega}) \bar{\Phi}^s + B(\bar{\omega}) \bar{Y}[\bar{\Phi}^s] + \bar{G}(\omega_s) \tag{5.32}$$

La solución enganchada viene determinada por la frecuencia de sincronización $f_s = 2\pi\omega_s$ y el vector de armónicos, cumpliendo:

$$\bar{H}[\omega_s, \bar{\Phi}^s] = \bar{0} \tag{5.33}$$

Debido a que la frecuencia ω_s es una incógnita, el sistema anterior a resolver (5.33), contiene $4(2N+1)+1$ incógnitas y $4(2N+1)$ ecuaciones. Por otro lado, $e^{D(-\bar{\omega}_s\tau_d)}$ da lugar a una rotación sobre la solución con término suma $\Phi^{is}(\tau)$. Esta solución en las tensiones de salida, es ahora cuasi-periódica debido a la presencia de armónicos de ω_s generados por el término suma. Este término es de baja potencia ya que, ha sido fuertemente filtrado por el filtro de lazo. En las variables $\phi_1(t), \phi_2(t)$ la solución sincronizada es periódica. La forma de esta solución en el espacio de fases se ha representado en la Figura 46.

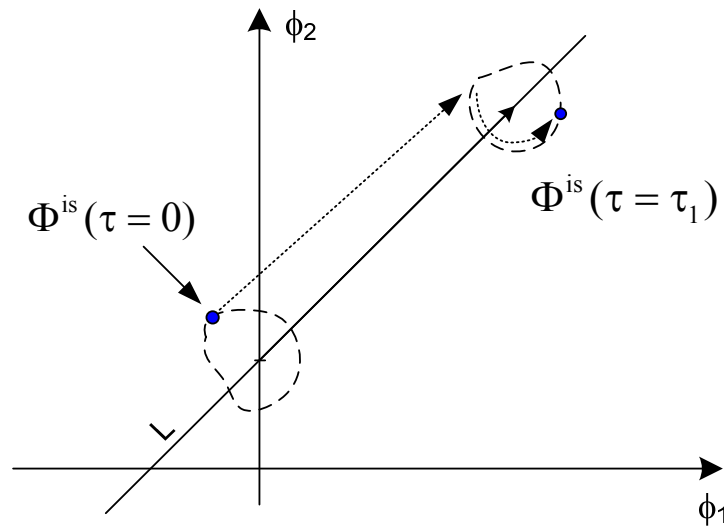


Figura 46 Órbita de la solución perturbada para $\tau = 0$, y órbita de la solución tras un desplazamiento arbitrario $\tau = \tau_1$. El espacio de soluciones perturbadas se mantiene sobre la recta L, pero debido a la presencia del término suma del PD, los puntos sobre la recta se convierten en pequeñas órbitas.

En este caso, debido al término suma del PD, la solución de DC no es solución del sistema, pero existe un grado de libertad como en cualquier sistema autónomo. Para entender este grado de libertad, dada una solución de enganche $\theta_i(t)$, se define la función desplazada como $\theta_{i\tau}(t)$:

$$\theta_{i\tau}(t) \equiv \theta_i(t + \tau) = N_i [\omega_s \cdot (t + \tau) + \phi_i(t + \tau)] , \quad i=1,2 \quad (5.34)$$

Debido a la autonomía del sistema, la función desplazada $\theta_{i\tau}(t)$, también es solución del sistema para cualquier τ . La correspondiente solución en términos de las variables de fase periódica es:

$$\phi_{i\tau}(t) = \frac{\theta_{i\tau}(t)}{N_i} - \omega_s t = \omega_s \tau + \phi_i(t + \tau) , \quad i=1,2 \quad (5.35)$$

Como se puede observar, las soluciones en términos de las variables de fase periódicas (5.35), además del desplazamiento en el tiempo, contienen un incremento de la forma $\omega_s \tau$. Esto añade una ecuación más al sistema (5.33):

$$\begin{aligned} \bar{H}[\omega_s, \bar{\Phi}^s(\tau)] &= \bar{0} , \quad \forall \tau ; \\ \bar{\Phi}^{is}(\tau) &\equiv e^{D(\bar{\omega}_s \tau)} \bar{\Phi}^{is} + \bar{\Phi}_{DC}(\omega_s \tau), \quad i=1,2 \end{aligned} \quad (5.36)$$

Donde $\bar{\Phi}_{DC}(\omega_s \tau)$ es el vector de armónicos de la señal de DC $\phi(t) = \omega_s \tau$ y recordamos que $e^{D(\bar{\omega}_s \tau)}$ es una matriz diagonal con los armónicos de $\omega_s \tau$. Para determinar la solución del sistema de forma única, podemos fijar un valor τ , de forma que $\Phi_0^{1s}(\tau) = \varepsilon$, siendo ε un valor próximo a cero. El sistema se reduce ahora a:

$$\bar{H}[\omega_s, \bar{\Phi}^s] = \bar{0} , \quad \Phi_0^{1s} = \varepsilon, \quad \text{con } \varepsilon \downarrow \downarrow \quad (5.37)$$

Ahora el sistema (5.37) queda determinado y la solución de enganche $(\omega_s, \bar{\Phi}^s)$ puede ser obtenida por cualquier método de optimización, como Newton-Raphson.

Esta formulación ha sido aplicada para obtener el rango de hold-in del CPLL de la Figura 44. Este rango se compone del conjunto de valores de desviación en frecuencia libre $\Delta f = f_1/N_1 - f_2/N_2$ para las cuales, comenzando desde una solución en el enganche, el sistema permanece sincronizado [9]. Desde un punto de vista dinámico, esto corresponde a los valores de Δf para los cuales existe una solución estable. Este conjunto de soluciones han sido obtenidos resolviendo (5.37) mediante un método de continuación. De esta forma, la solución del punto anterior de Δf , sirve como condición inicial para el nuevo punto que se está calculando. Los resultados se muestran en la Figura 47.

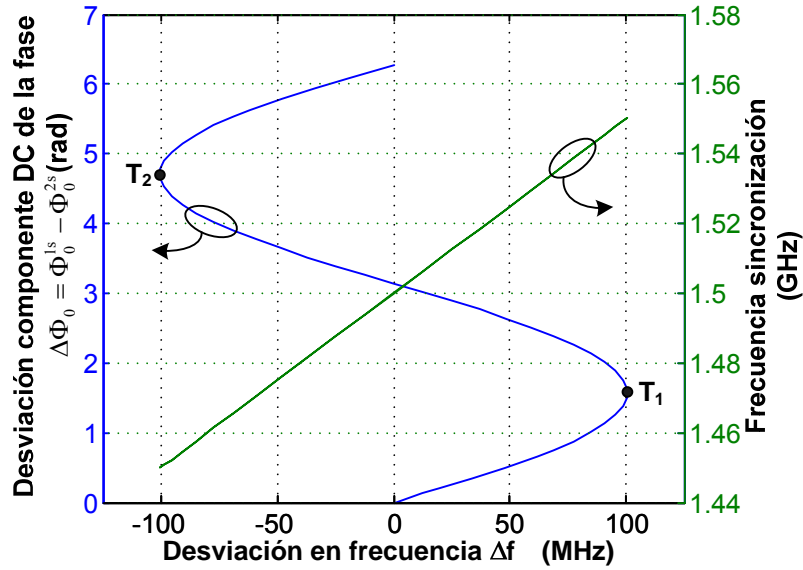


Figura 47 Desviación de la componente de DC de la fase $\Delta\Phi_0 = \Phi_0^{1s} - \Phi_0^{2s}$ vs la frecuencia de desviación Δf de la solución sincronizada. Los puntos de retorno T_1 y T_2 delimitan el rango de hold-in. Δf ha sido modificada fijando $f_1 = 1.5$ GHz y variando f_2 . Los parámetros del CPLL implementado han sido considerados en el análisis.

La solución sincronizada ha sido representada por la desviación en la componente de DC de las fases ϕ_1 y ϕ_2 , $\Delta\Phi_0 = \Phi_0^{1s} - \Phi_0^{2s}$. Teniendo en cuenta la definición (5.22) de las variables de fase periódicas, $\Delta\Phi_0$ determina el desplazamiento de fase entre las señales de los VCO. En la Figura 47 se representa $\Delta\Phi_0$ y la frecuencia de sincronización f_s , frente a la desviación en frecuencia Δf . El rango de desviación en frecuencia libre Δf se ha obtenido fijando $f_1 = 1.5$ GHz barriendo f_2 . El resto de parámetros considerados han sido los dados en la implementación. Se aprecia claramente la variación de la desviación de la fase según variamos la diferencia de frecuencia entre los dos PLLs.

El rango de hold-in completo se cubre barriendo $\Delta\Phi_0$ en $[0, 2\pi]$. Como puede verse en Figura 47, dos soluciones periódicas coexisten para cada valor de Δf . Estas soluciones limitan el rango de hold-in colisionando en dos puntos de retorno T_1 y T_2 . La estabilidad de estas soluciones será analizada en la siguiente sección.

Teniendo en cuenta el retardo de propagación τ_d , se ha analizado la dependencia no lineal del sistema (5.37). De esta forma se ha concluido que, para el tipo de filtro utilizado (5.21), el rango de hold-in permanece invariante frente a τ_d . Sin embargo, la estabilidad del sistema es altamente dependiente de este parámetro, como se muestra en la siguiente sección.

5.4.2 Análisis de estabilidad de la solución sincronizada.

La estabilidad de la solución sincronizada $(\omega_s, \bar{\Phi}^s)$ se determina en el dominio de la frecuencia por los polos de la solución. Estos polos son las raíces de la transformada de Laplace de la respuesta del sistema al impulso linealizada [19], tal y como se explica en el capítulo 2. La solución de los polos λ , coincide con las raíces del polinomio característico del determinante [13]:

$$\det \{ H_{\Phi}[\omega_s + \lambda, \bar{\Phi}^s] \} = 0 \quad (5.38)$$

Donde, H_{Φ} es la matriz Jacobiana de la función de error \bar{H} respecto a las componentes armónicas del vector $\bar{\Phi}$. Por medio de las funciones matriciales (5.30) la ecuación (5.38) se puede expresar como:

$$\det \{ A(\omega_s + \lambda) + B(\omega_s + \lambda)Y_{\Phi}[\bar{\Phi}^s] \} = 0 \quad (5.39)$$

Teniendo en cuenta la estructura Toeplitz de las matrices en (5.39), los polos solución vienen dados por un conjunto $\{ \lambda_i^r \}$ que puede expresarse como:

$$\lambda_i^r = \sigma_i \pm j(\omega_i + r\omega_s), \quad r = -N, \dots, N \quad (5.40)$$

Donde N es el número de términos armónicos considerados. La solución es estable si la parte real de los polos cumple $\sigma_i < 0, \forall i$. Como se puede ver en la ecuación (5.40), el conjunto de los polos solución pueden dividirse por un factor r en bandas de frecuencia de longitud ω_s . Los polos estables e inestables se repiten de una banda de frecuencia a la siguiente, por lo tanto, para analizar la estabilidad de la solución enganchada, es suficiente obtener los polos para una de estas bandas de frecuencia. En adelante, se analizará la banda de frecuencia en el intervalo $[-\omega_s/2, \omega_s/2]$. A continuación se presentarán dos técnicas para obtener los polos solución, considerando o no, el retardo temporal τ_d .

1) Retardo temporal $\tau_d = 0$

En este caso la matriz exponencial $e^{D(-\bar{\omega}\tau_d)}$ es reemplazada en (5.31) por la matriz identidad I . Las matrices de la ecuación (5.39) pasan a ser lineales en la variable frecuencia, y pueden substituirse por la serie de Taylor de primer orden.

$$\begin{aligned} 0 &= \det \{ A(\omega_s + \lambda) + B(\omega_s + \lambda)Y_{\Phi}[\bar{\Phi}^s] \} = \\ &= \det \{ A(\omega_s) + B(\omega_s)Y_{\Phi}[\bar{\Phi}^s] + \{ A_{\omega}(\omega_s) + B_{\omega}(\omega_s)Y_{\Phi}[\bar{\Phi}^s] \} \lambda \} = \\ &= \det \{ H_{\Phi}[\omega_s, \bar{\Phi}^s] + H_{\Phi\omega}[\omega_s, \bar{\Phi}^s] \lambda \} = \det \{ -H_{\Phi\omega}[\omega_s, \bar{\Phi}^s]^{-1} H_{\Phi}[\omega_s, \bar{\Phi}^s] - \lambda I \} \end{aligned} \quad (5.41)$$

Donde los subíndices ω, Φ , representan derivadas con respecto a la variable frecuencia y los armónicos de ϕ , respectivamente. El subíndice $\Phi\omega$ representa la derivada encadenada primero respecto Φ y después respecto ω . La ecuación (5.41) muestra que los polos solución vienen dados por los autovalores de la matriz $JH_s \equiv -H_{\Phi\omega}[\omega_s, \bar{\Phi}^s]^{-1} H_{\Phi}[\omega_s, \bar{\Phi}^s]$. El cálculo de estos polos se reduce a un simple problema de autovalores. La matriz JH_s tiene estructura Toeplitz. Por ello la dimensión $n(2N+1) \times n(2N+1)$ de JH_s , indica que hay n polos repetidos en $2N+1$ bandas de frecuencia. Utilizando la notación presentada para un sistema de CPLL, tenemos $n = 2p$, con p el número de PLLs.

Este análisis ha sido aplicado para obtener los polos correspondientes a las soluciones del rango del hold-in de la Figura 47. La parte real de los $n = 4$ polos en $[-\omega_s/2, \omega_s/2]$ se muestra en la Figura 48.

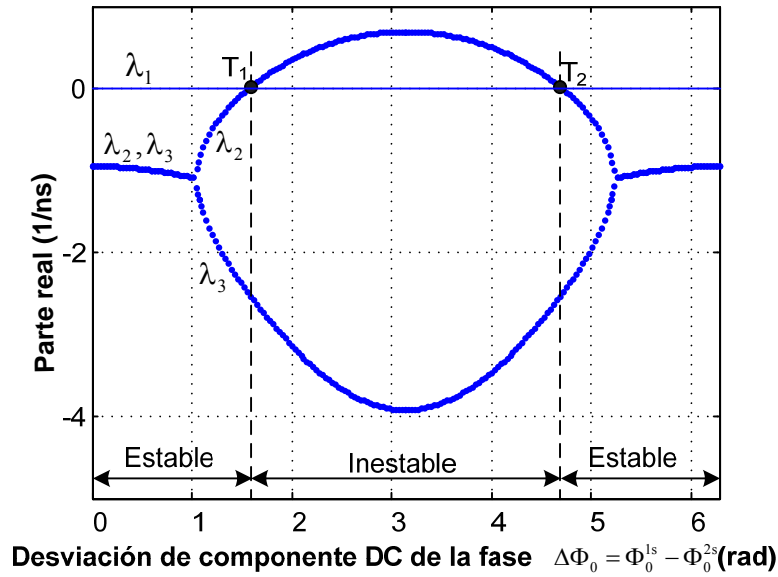


Figura 48 Parte real de los polos frente al desplazamiento de la componente de DC de la fase, $\Delta\Phi_0$. La estabilidad viene determinada por los puntos de retorno T_1 y T_2 . Los parámetros del CPLL implementado han sido considerados en el análisis.

En esta figura se representan los polos de la solución sincronizada frente al desplazamiento de la componente de DC de la fase, $\Delta\Phi_0$. En la banda de frecuencia analizada $[-\omega_s/2, \omega_s/2]$, se han obtenido $n = 4$ polos para cada solución, en acuerdo con las dimensiones del sistema. A lo largo del rango de hold-in, uno de estos polos permanece a la izquierda de plano complejo, lejos del eje imaginario. Comparando con los tres polos restantes, este polo tiene poca influencia en la estabilidad de la solución y no ha sido representado en Figura 48.

En toda la banda de sincronización, hay un polo $\lambda_1 = 0$. Este polo es debido a la autonomía del sistema, e indica que cualquier perturbación que desplace la solución en un sentido (5.35) no será atenuada. El polo λ_1 no afecta la estabilidad de las soluciones, pero tiene grandes implicaciones en el ruido de fase como se mostrará en la sección 5.7. Teniendo en cuenta el resto de polos previos al primer punto de retorno T_1 , se observa que la parte real es negativa. Esto significa que en este rango la solución sincronizada es estable de tipo nodo. La solución pasa a ser inestable en T_1 , donde el polo (λ_2) cruza el eje imaginario a la derecha del plano complejo. Entre T_1 y T_2 la solución es inestable de tipo silla, puesto que no todos los polos son inestables. Después del segundo punto de retorno T_2 , la solución sincronizada recobra la estabilidad. Este análisis muestra que la solución sincronizada es estable en el rango $\Delta\Phi_0 \in [-\pi/2, \pi/2]$. En particular, la solución en fase, correspondiente a $\Delta\Phi_0 = 0$, es estable de tipo nodo, mientras que la solución en contrafase ($\Delta\Phi_0 = \pi$) es inestable de tipo silla. Como puede verse en la Figura 47, las soluciones de tipo nodo y de tipo silla coexisten para cada valor de desviación en frecuencia Δf . La solución silla no es físicamente observable, y determina el rango de hold-in en las conexiones nodo-silla T_1 y T_2 .

2) Retardo temporal $\tau_d \neq 0$

Ahora se tendrá en cuenta el caso más general de $\tau_d \neq 0$. En esta situación, debido a la dependencia trigonométrica de la función matricial $B(\omega)$ en la variable

frecuencia ω , esta función no puede aproximarse satisfactoriamente por una serie de Taylor finita. En su lugar, las raíces del polinomio característico dado por el determinante (5.38), han sido obtenidas mediante un procedimiento de optimización.

Como demostración, se ha analizado la estabilidad de la solución en fase en función del retardo temporal τ_d . Para este análisis, se utiliza un método de continuación, realizando un barrido en τ_d y utilizando los polos obtenidos para $\tau_{d,i-1}$ como valor inicial para $\tau_{d,i}$. Donde el subíndice i indica el paso de iteración del barrido. Este procedimiento comienza obteniendo la solución para $\tau_{d,i=0} = 0$.

En el análisis previo se mostró que la solución para $\tau_d = 0$ era estable de tipo nodo, con el conjunto de polos $\tilde{\lambda}_0 = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\}$. Esta solución se puede utilizar como valor inicial para $\tau_{d,1} = \tau_{d,0} + \Delta\tau_d$. Los polos de la nueva solución son calculados obteniendo las raíces que minimizan el valor absoluto del determinante (5.38), fijando $\tilde{\lambda}_0$ como condición inicial de la optimización. Una vez los polos correspondientes a $\tau_{d,1}$ han sido determinados, constituyen el valor inicial para $\tau_{d,2}$. Este procedimiento se aplica de forma iterativa hasta el valor final considerado τ_d . Los resultados de este análisis se muestran en la Figura 49.

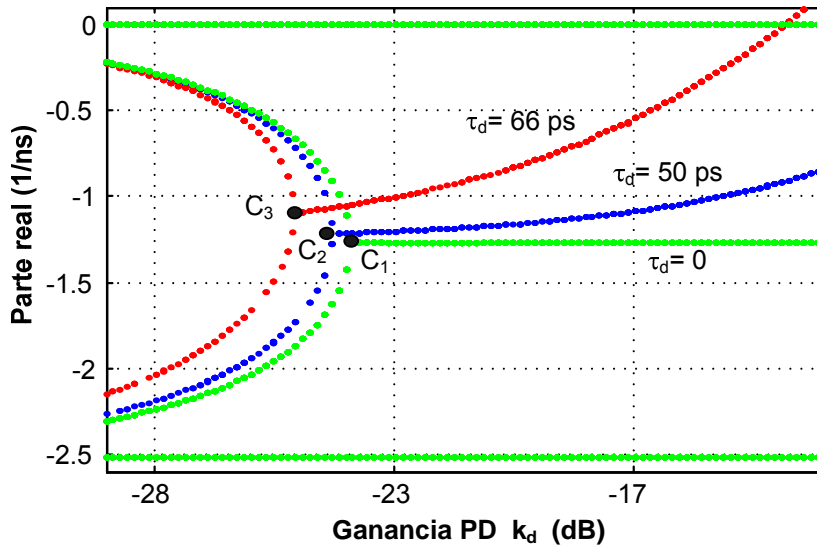


Figura 49 Evolución de la parte real de los polos para diferentes valores del retardo de propagación $\tau_d = 0$ ps, 50ps y 66ps frente a la variación de la ganancia del PD k_d .

En esta figura, se han calculado los polos de la solución en fase en función de dos parámetros: el retardo temporal τ_d y la ganancia k_d , del PD. El procedimiento de continuación se ha aplicado a ambos parámetros. Como puede verse, para $\tau_d = 0$, la solución en fase permanece estable para todos los valores de k_d . En el punto C_1 , dos polos reales se funden y pasan a ser complejos conjugados. Más allá de este punto, la parte real de estos polos permanece constante. Cuando se incrementa τ_d , se observan dos fenómenos. En primer lugar, los puntos de fusión C_i tienen lugar para un bajo valor de k_d . En segundo lugar, tras estos puntos la parte real de los polos complejos conjugados crece según se incrementa τ_d , y finalmente se pierde la estabilidad.

La existencia de un par complejo de polos conjugados $\lambda_{i,j} = \sigma_a \pm j2\pi f_a$ cerca del eje imaginario, reduce el margen de estabilidad de la solución e implica la existencia de una larga oscilación transitoria a frecuencia f_a . Como se mostrará en las secciones

5.6 y 5.7, este transitorio tiene grandes implicaciones en el tiempo de respuesta del sistema a la modulación y el ruido. En la presencia de ruido, este pequeño margen de estabilidad genera un par de bandas laterales u “hombros” de ruido a una distancia f_a de la portadora [9], [20]. Este fenómeno se comprobó de forma experimental en el CPLL de la Figura 44, obteniendo los resultados mostrados en la Figura 50.

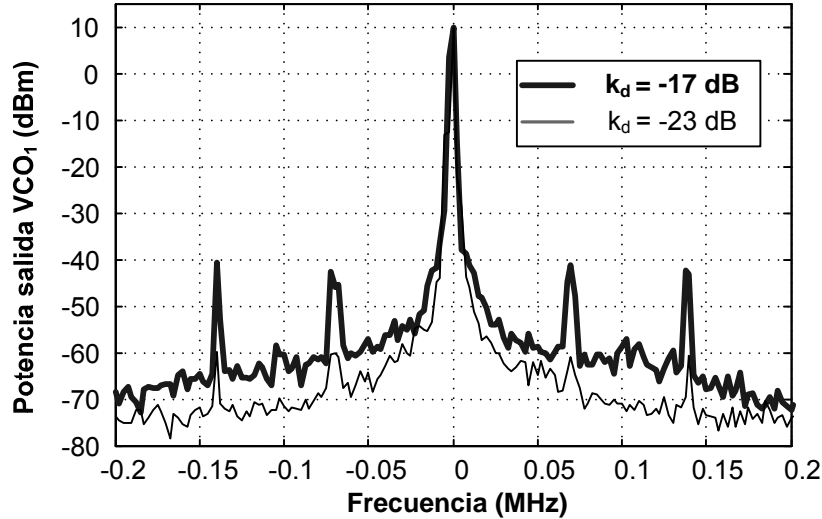


Figura 50 Medida del espectro de la solución enganchada. La frecuencia de resonancia $f_a = 60$ kHz debida a la existencia de un par de polos conjugados $\lambda_{2,3} = \sigma_a \pm j2\pi f_a$, aparece tal como predice el análisis de estabilidad de la Figura 49. La resonancia se reduce al decrementar la ganancia del PD desde $k_d = -17$ dB a $k_d = -23$ dB.

En esta figura, se ha medido para dos valores de k_d , el espectro de ruido de la solución en fase del VCO₁. En la Figura 49 existen un par de polos complejos conjugados $\lambda_{2,3} = \sigma_a \pm j2\pi f_a$ para los valores $k_d = -17$ dB y $\tau_d = 66$ ps, cerca del eje imaginario. En consecuencia, en el espectro medido de la Figura 50, aparecen unos “hombros” de ruido a un offset de frecuencia $f_a = 60$ kHz, de la portadora. Cuando reducimos la ganancia del PD a un valor de $k_d = -23$ dB, estos polos se alejan del eje imaginario y se reducen las bandas laterales.

El margen de estabilidad de la solución sincronizada también se modifica a lo largo del rango del hold-in, tal como se muestra en la Figura 48. Esta figura muestra cómo según se aumenta $\Delta\Phi_0$ de cero a los puntos de retorno $T_{1,2}$, los polos complejos conjugados pasan a ser reales. Por lo tanto, la resonancia será más apreciable en el medio de la banda de sincronización.

5.5 Análisis de la solución desenganchada. Histéresis y rango de pull-in.

5.5.1 Análisis de la solución desenganchada y el fenómeno de histéresis.

Cuando el sistema está desenganchado, ambos PLLs están desincronizados, y la señal estacionaria es cuasi-periódica con dos frecuencias autónomas fundamentales f_{i1} y f_{i2} . Tal como mencionamos en 5.4.1, se define el rango de pull-in, para el conjunto de frecuencias donde sólo existen condiciones de enganche.

Cuando el rango de hold-in es mayor que el rango de pull-in se produce el fenómeno de histéresis, el cual vamos a estudiar en esta sección.

En el caso del desenganche, la fase dividida $\theta_i(t)/N_i$ tiene la forma:

$$\frac{\theta_i(t)}{N_i} = \omega_{ui}t + \phi_i(t), \quad i=1,2 \quad (5.42)$$

Con $\omega_{ui} = 2\pi f_{ui}$. Debido a la estructura acoplada, las variables de la fase $\phi_i(t)$, son cuasi-periódicas con dos frecuencias f_{u1} y f_{u2} . Su expresión en serie de Fourier resulta:

$$\phi_i(t) = \sum_{k_1, k_2 = -N}^N \Phi_{k_1, k_2}^i e^{j\omega_{k_1, k_2} t}, \quad i=1,2 \quad (5.43)$$

donde $\omega_{k_1, k_2} = k_1\omega_{u1} + k_2\omega_{u2}$. Introduciendo (5.43) en la expresión (5.19) podemos obtener el sistema de HB, ahora en una base cuasi-periódica. La solución del sistema puede ser obtenida de forma similar a la solución enganchada, definiendo la función de error:

$$\bar{H}[\omega_{u1}, \omega_{u2}, \bar{\Phi}^u] = A(\bar{\omega}) \bar{\Phi}^u + B(\bar{\omega}) \bar{Y}[\bar{\Phi}^u] + \bar{G}(\omega_{u1}, \omega_{u2}) \quad (5.44)$$

Donde el vector de frecuencias $\bar{\omega}$ está ahora compuesto por los productos de intermodulación de las frecuencias fundamentales f_{u1} y f_{u2} , reordenados para cumplir:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\omega} &= [\omega_{-N} \dots \omega_N] \\ \omega_i &= \omega_{k_1^i, k_2^i} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \omega_{-i} &= -\omega_i \\ \omega_{-N} &< \dots < \omega_N \end{aligned} \quad (5.45)$$

Para N el número de productos de intermodulación considerados. Por otro lado, el vector $\bar{\Phi}^u$ contiene los armónicos de las variables de estado $[\phi_1(t), \dot{\phi}_1(t), \phi_2(t), \dot{\phi}_2(t)]$, reordenadas del mismo modo que $\bar{\omega}$. En el caso de la solución sincronizada, cada variable periódica ϕ_i había sido relacionada con cada fase dividida por la frecuencia de sincronización f_s en (5.22). Tal como se puede observar en la ecuación (5.42), cada variable cuasi-periódica ϕ_i está relacionada con su fase dividida correspondiente, por medio de las frecuencias fundamentales f_{ui} . Este cambio se refleja en la dependencia en frecuencia del vector \bar{G} en (5.44), que ahora tiene la forma:

$$\bar{G}(\omega_{u1}, \omega_{u2}) = \begin{pmatrix} \bar{G}_1(\omega_{u1}) \\ \bar{G}_2(\omega_{u2}) \end{pmatrix}, \quad \bar{G}_i(\omega_{ui}) = \begin{pmatrix} 0 \\ (\omega_i/N_i - \omega_{ui})\mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (5.46)$$

La solución desenganchada viene determinada por las frecuencias fundamentales f_{u1} y f_{u2} y el vector de armónicos $\bar{\Phi}^u$. Esta solución cumple:

$$\bar{H}[\omega_{u1}, \omega_{u2}, \bar{\Phi}^u] = \bar{0} \quad (5.47)$$

Debido a la existencia de dos frecuencias fundamentales autónomas f_{u1} , f_{u2} , existen dos grados de libertad asociados a la solución desenganchada [21]. Esto

permite imponer dos condiciones adicionales para determinar el sistema (5.47), el cual contiene $2(2N+1)+2$ incógnitas y $2(2N+1)$ ecuaciones:

$$\bar{H}[\omega_{u1}, \omega_{u2}, \bar{\Phi}^u] = \bar{0} \quad , \quad \text{Re}\{\Phi_1^{1u}\} = 0 \quad , \quad \text{Re}\{\Phi_1^{2u}\} = 0 \quad (5.48)$$

El sistema (5.48) puede resolverse como (5.37) mediante un método de optimización, como Newton-Raphson. La solución desincronizada aparece típicamente según se aumenta la desviación en frecuencia. Siguiendo un método de continuación, en primer lugar se ha obtenido la solución desenganchada comenzando por un valor alto de la desviación en frecuencia Δf , posteriormente se ha reducido este valor hasta que la solución desaparece de forma abrupta, en lo que se conoce como una bifurcación de conexión silla [11], [22]. El 2-torus que representa la solución cuasi-periódica en el espacio de fases, colisiona con la solución periódica de tipo silla que pertenece al rango de hold-in [22], que fue calculada en la sección 5.4.1. Esta colisión puede ser modelada mediante la distancia entre ambas soluciones en el espacio de fases:

$$d_i \equiv \min |\dot{\phi}_i(t) - A\{\dot{\phi}_s^i(t)\}|_t = 0 \quad , \quad i=1,2 \quad (5.49)$$

Donde el término $A\{\dot{\phi}_s^i(t)\}$ representa la amplitud de la derivada de la solución periódica de tipo silla. Debido a esta simetría del sistema, si la ecuación (5.49) se satisface para un valor del índice i , implica que se satisface para el resto de valores de i . Se presenta en la Figura 51 una representación de la distancia de colisión d_i para dos Δf arbitrarios.

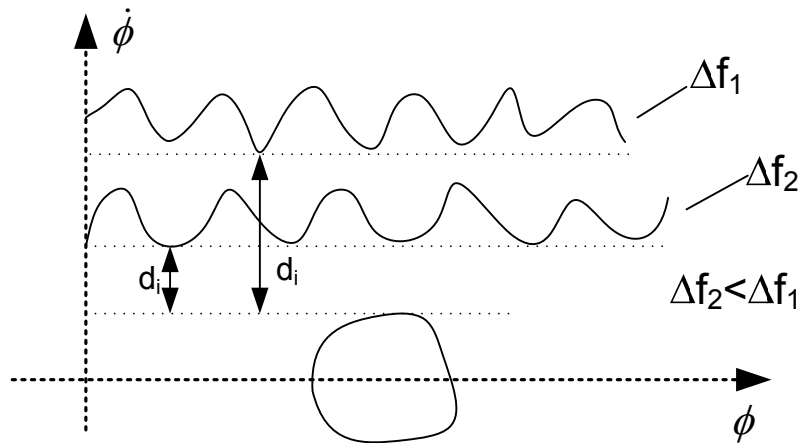


Figura 51 Distancia d_i de la colisión entre la solución cuasi-periódica y la solución periódica de tipo silla para dos casos diferentes $\Delta f_1, \Delta f_2$, con $\Delta f_2 < \Delta f_1$.

Haciendo uso del sistema (5.48), se ha obtenido el camino seguido por la solución. Los resultados se muestran en la Figura 52, donde el parámetro d_1 se ha trazado junto al rango de hold-in obtenido en la Figura 47. Para valores elevados de la desviación en frecuencia Δf , más allá del rango de hold-in, sólo existe la solución desincronizada. Según se decrementa Δf hacia la región de hold-in, la solución desincronizada se aproxima a la solución sincronizada de tipo silla. En algún momento la solución desincronizada desaparece por una bifurcación de tipo conexión-silla, cumpliendo $d_i = 0$, especificado en la figura por el punto D_1 .

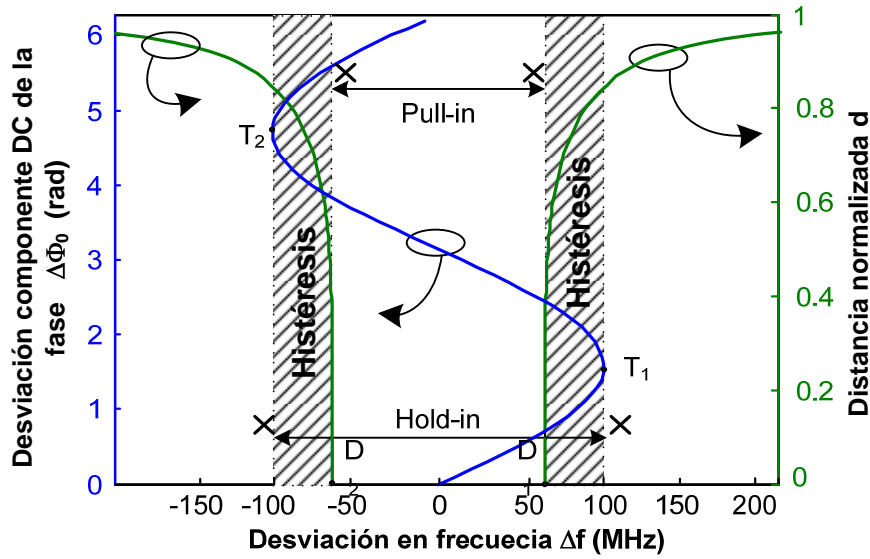


Figura 52 Evolución de las soluciones sincronizada/desincronizada. Fenómeno de histéresis debido a la coexistencia de ambas soluciones. Rango de histéresis delimitado por los puntos de retorno T_i y las conexiones nodo-silla D_i . Medidas de los rangos de hold-in y pull-in sobre la figura.

Más allá de este punto, para valores pequeños de Δf , sólo existen las soluciones periódicas correspondientes a la solución enganchada. Entrando en el área de las desviaciones de frecuencia Δf negativas, la solución desincronizada aparece en torno al punto D_2 , de forma similar al proceso de bifurcación D_1 .

El rango de frecuencias entre D_1 y D_2 , corresponde al rango de pull-in [23]. En esta región, solo la solución sincronizada existe, y el sistema de CPLL siempre alcanza el enganche. Por otro lado, en las regiones $D_1 - T_1$ y $D_2 - T_2$, la solución sincronizada y la solución desincronizada coexisten, y el estado final del CPLL dependerá de las condiciones iniciales. En la práctica, entrar en estas regiones desde el estado sincronizado o desincronizado, implica que la solución permanecerá en esos estados, dando lugar al fenómeno de histéresis [11].

5.5.2 Modificación de los rangos de histéresis y pull-in

La formulación en HB puede utilizarse para determinar la influencia de los parámetros del CPLL en los límites de la región de histéresis. Uno de los límites de esta región viene dado por los puntos de retorno $T_{1,2}$ que delimitan el rango de hold-in. Estos puntos pueden obtenerse resolviendo el sistema (5.37) tal como ya se ha descrito. El otro límite viene determinado por los puntos de la conexión silla $D_{1,2}$ que puede obtenerse directamente resolviendo el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} \bar{H}[\omega_{u1}, \omega_{u2}, \bar{\Phi}^u, \beta] &= \bar{0} \quad , \quad \text{Re}\{\Phi_1^{1u}\} = 0 \quad , \quad \text{Re}\{\Phi_1^{2u}\} = 0 \\ d_1(\omega_{u1}, \omega_{u2}, \bar{\Phi}^u, \beta) &= 0 \end{aligned} \quad (5.50)$$

En el sistema (5.50), se ha impuesto la ecuación adicional para d_1 (conexión silla, punto D_1). Para equilibrar el sistema, se añade un parámetro adicional β , al conjunto de las variables de optimización $(\omega_{u1}, \omega_{u2}, \bar{\Phi}^u, \beta)$. Esta solución al sistema especifica el valor de las variables $(\omega_{u1}, \omega_{u2}, \bar{\Phi}^u, \beta)$ en el punto de conexión nodo-silla.

A continuación, resolviendo el sistema variando un parámetro del CPLL, se puede obtener la evolución de los puntos de bifurcación T_i y D_i que delimitan el rango de histéresis.

Para mostrar esta técnica, se ha resuelto el sistema (5.50) mediante un procedimiento de continuación, para un barrido de la distancia del polo del filtro al origen $f_p = 1/\tau_p$. Los resultados se muestran en la Figura 53, donde se traza la evolución del parámetro $\beta = \Delta f$ en el punto D_1 frente a f_p . El valor de Δf en el punto T_1 que delimita el rango de hold-in, no es sensible a este parámetro.

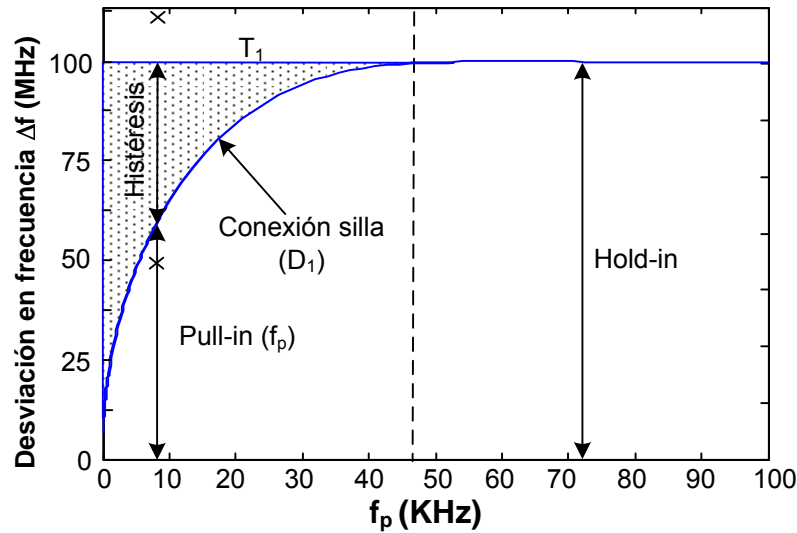


Figura 53 Diagrama de bifurcación en el espacio de parámetros constituido por el polo del filtro y la desviación en frecuencia función ($f_p, \Delta f$). Según se incrementa f_p el conjunto de valores de Δf para los cuales se produce el fenómeno de histéresis se reduce. Los parámetros utilizados son los del CPLL implementado de la Figura 41. Medidas sobre la figura para $f_p = 8$ kHz.

Como se puede ver en esta figura, el tamaño de la zona de histéresis se reduce según el polo se aleja del origen. Esto sin embargo también incrementa el ancho de banda y el ruido de fase del CPLL [9], por lo tanto es necesario llegar a un compromiso. Para $f_p > 47$ kHz, la colisión de la solución desincronizada con la solución silla se produce en el límite del rango de hold-in. Más allá de este punto la histéresis desaparece y el rango de pull-in es igual al rango de hold-in. En la figura se representa además el valor $f_p = 8$ kHz considerado para el CPLL implementado.

5.6 Respuesta a modulación externa.

En esta sección, se estudiará la respuesta al comportamiento dinámico del sistema (5.19). En primer lugar, se presentará una formulación en transitorio de envolvente permitiendo el análisis del transitorio hasta el enganche. Los resultados obtenidos serán aplicados en la segunda parte, y se analizará la respuesta del estado sincronizado a señales de modulación.

5.6.1 Formulación de envolvente para el análisis del transitorio hacia el enganche.

Cuando el CPLL presenta un estado de transitorio hacia el enganche, varias constantes de tiempo están presentes en la solución del sistema. El pequeño ancho de

banda requerido por el filtro introduce una pequeña constante de tiempo, la cual, junto a la alta frecuencia de la solución de fase enganchada, sugiere el uso de la técnica de transitorio de envolvente. Recordar, que en la simulación de envolvente, el paso de tiempo requerido viene sólo determinado por las constantes de tiempo contenidas en las componentes armónicas, evitando simular la frecuencia de sincronización ω_s . La solución en transitorio de envolvente para las variables periódicas (5.23) toma la siguiente expresión en serie de Fourier con coeficientes variables en el tiempo:

$$\phi_i(t) = \sum_{k=-N}^N \bar{\Phi}_k^{is}(t) e^{jk\omega_s t}, \quad i=1,2 \quad (5.51)$$

Donde las componentes armónicas varían lentamente en el tiempo. El sistema que gobierna la dinámica de estas componentes armónicas se obtiene introduciendo las variables de fase (5.51) en (5.19), y agrupando los términos correspondientes a la misma componente exponencial de la serie de Fourier:

$$A(\omega_k) \bar{\Phi}_k^s(t) + B(\omega_k) \bar{Y}_k[\bar{\Phi}^s(t)] + \bar{G}_k(\omega_s) + \sum_{q=1}^Q A_{\omega}^q(\omega_k) \frac{d^q \bar{\Phi}_k^s(t)}{dt^q} + B_{\omega}^q(\omega_k) \frac{d^q \bar{Y}_k[\bar{\Phi}^s(t)]}{dt^q} = \bar{0}, \quad k = -N, \dots, N \quad (5.52)$$

Donde $\bar{\Phi}_k(t)$ es el vector que contiene el k -ésimo armónico del conjunto de variables de estado $[\phi_1(t), \dot{\phi}_1(t), \phi_2(t), \dot{\phi}_2(t)]$. El subíndice ω en las matrices A y B , indica derivadas con respecto a la frecuencia ω_k , y el superíndice q , indica el orden de derivada. Los términos derivados respecto al tiempo, se obtienen utilizando la transformada de Fourier de cada componente armónica $\bar{\Phi}_k(t)$ variable en el tiempo [12], [24]. En este análisis, se realiza una expansión en serie de Taylor de las matrices que dependen de la frecuencia. Cada término de orden q de esta expansión, contiene la derivada temporal del mismo orden.

La formulación de envolvente permite introducir el retardo temporal del siguiente modo:

$$\phi_i(t - \tau_d) = \sum_{k=-N}^N e^{-jk\omega_s \tau_d} \bar{\Phi}_k^{is}(t - \tau_d) e^{jk\omega_s t} \simeq \sum_{k=-N}^N e^{-jk\omega_s \tau_d} \bar{\Phi}_k^{is}(t) e^{jk\omega_s t}, \quad i=1,2 \quad (5.53)$$

Como puede verse en la ecuación (5.53), la formulación considera el retardo temporal τ_d sólo en el dominio de la frecuencia, debido a que es típicamente mucho más pequeño que la tasa de variación de los armónicos. Esta expresión es similar al caso del PLL simple (5.10), teniendo ahora en cuenta los armónicos de las variables periódicas $\bar{\Phi}_k^{is}(t)$ y la base en la frecuencia de sincronización ω_s . Por lo tanto, el efecto de retardo está incluido en (5.52) mediante la matriz B . Notar que, en ausencia del retardo temporal ($\tau_d = 0$), las matrices que dependen de la frecuencia A y B son lineales en ω , y el sistema se reduce a orden uno ($q = 1$).

Para que esta técnica sea de interés computacional comparada con las técnicas habituales de integración temporal, existe una limitación inherente en el ancho de banda de las envolventes $\bar{\Phi}_k(t)$. Esta limitación se cumple cuando se utiliza la

técnica para simular el transitorio del estado enganchado. Esto es debido a que las componentes armónicas varían lentamente en el tiempo, dado el estrecho ancho de banda del sistema. En este caso, el estrecho ancho de banda permite despreciar las derivadas de órdenes $q > 1$, resultando en un sistema de primer orden:

$$A(\omega_k)\bar{\Phi}_k^s(t) + B(\omega_k)\bar{Y}_k[\bar{\Phi}^s(t)] + \bar{G}_k(\omega_s) + \\ + A_\omega^1(\omega_k)\dot{\bar{\Phi}}_k^s(t) + B_\omega^1(\omega_k)\dot{\bar{Y}}_k[\bar{\Phi}^s(t)] = \bar{0}, \quad k = -N, \dots, N \quad (5.54)$$

Se ha simulado por medio de este sistema, el transitorio para llegar a la solución en fase del CPLL. El resultado de la simulación se muestra en la Figura 54, donde se ha representado la evolución de la componente de DC de la diferencia de fases.

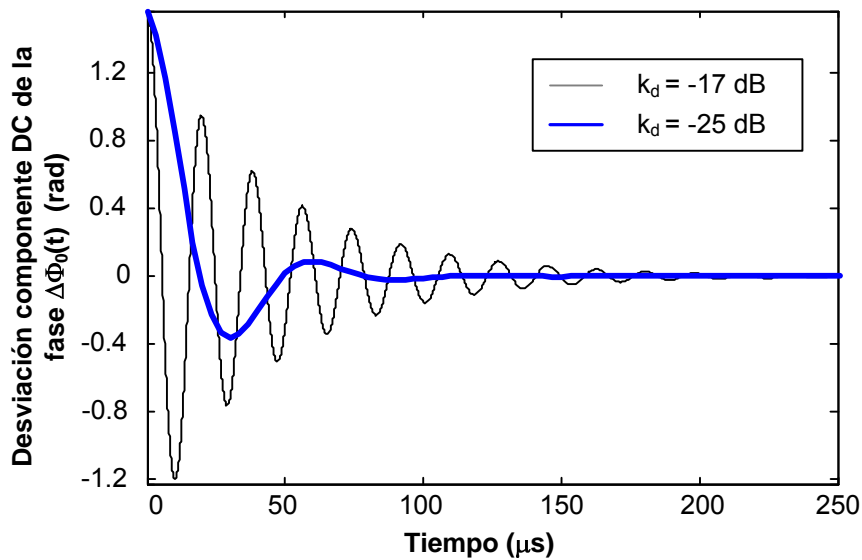


Figura 54 Simulación de envolvente del transitorio hacia el estado sincronizado para dos k_d . De acuerdo con el análisis de estabilidad de la sección 5.4.2, el comportamiento del transitorio es altamente dependiente del valor de la ganancia del PD, k_d . Se ha considerado un retardo $\tau_d = 66$ ps. Para $k_d = -17$ dB, el par de polos complejos conjugados cercanos al eje imaginario, da lugar a una frecuencia en el transitorio de $f_a = 60$ kHz. Para $k_d = -25$ dB, los polos se alejan del eje imaginario y se reduce el transitorio al enganche.

Se han considerado dos casos, en relación al valor de ganancia del detector de fase. También se ha tenido en cuenta un retardo temporal de $\tau_d = 66$ ps. En el primer caso, para $k_d = -17$ dB, el estado transitorio se compone de una lenta oscilación decreciente, que converge al estado estacionario de valor $\Delta\Phi_0$, el cual se había calculado en el dominio de la frecuencia en la sección 5.4.1. El análisis de estabilidad de la solución enganchada realizado en 5.4.2, explica el carácter oscilatorio del transitorio. De hecho, esta oscilación es debido a un par dominante de polos complejos conjugados $\sigma_a \pm j2\pi f_a$, cerca del eje imaginario, con $f_a \approx 60$ kHz. Tal como se comentó en la Figura 49, esta oscilación se puede eliminar decrementando la ganancia del PD a un valor $k_d = -25$ dB, para la cual los polos se alejan del eje imaginario. Además la duración de este transitorio se reduce con la disminución de la parte real de los polos σ_a . El estado transitorio para $k_d = -25$ dB se ha superpuesto en la misma figura.

Se muestra así la facilidad de simulación de estados transitorios que contienen bajas frecuencias, con la formulación (5.54). En el caso de utilizar las simulaciones temporales habituales, la presencia en la solución de la frecuencia de sincronización $f_s = 1.5$ GHz, incrementaría el coste computacional excesivamente.

5.6.2 Respuesta fuentes de modulación.

La formulación dada en (5.54) también permite simular el comportamiento dinámico del CPLL en presencia de modulaciones de baja frecuencia. En este caso, cada una de las fuentes $m_i(t)$ de la Figura 40, introduce una señal que lentamente modula la fase del estado sincronizado. Estas fuentes se pueden expresar en términos de los armónicos:

$$m_i(t) = \sum_{k=-N}^N M_k^i(t) e^{jk\omega_s t}, \quad i = 1, 2 \quad (5.55)$$

Donde las componentes armónicas $M_k^i(t)$ contienen la señal moduladora. Típicamente la modulación se introduce en banda base, lo que implica que $M_k^i(t) = 0$, para $k \neq 0$. El sistema de orden uno (5.54) se puede utilizar para simular la lenta variación de la modulación externa $M_0^i(t)$. Con este objetivo, se ha introducido el término correspondiente a las fuentes de modulación (5.55) en (5.54), resultando:

$$\begin{aligned} & A(\omega_k) \bar{\Phi}_k^s(t) + B(\omega_k) \bar{Y}_k[\bar{\Phi}^s(t)] + C(\omega_k) \bar{M}_k(t) + \bar{G}_k(\omega_s) + \\ & + A_\omega(\omega_k) \dot{\bar{\Phi}}_k^s(t) + B_\omega(\omega_k) \dot{\bar{Y}}_k[\bar{\Phi}^s(t)] + C_\omega(\omega_k) \dot{\bar{M}}_k(t) = \bar{0}, \quad (5.56) \\ & k = -N, \dots, N \end{aligned}$$

con:

$$C(\bar{\omega}) = \begin{pmatrix} C_1(\bar{\omega}) \\ C_2(\bar{\omega}) \end{pmatrix}, \quad C_i(\bar{\omega}) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{k_v}{N_i} P_1(\bar{\omega}) (-1)^i \end{pmatrix} \quad (5.57)$$

Debido a la estructura del CPLL (Figura 40), cada fuente $m_i(t)$, modula la señal de control del VCO_i. Esta variación de la señal del control modula la frecuencia libre $f_i(t)$ de cada VCO_i, resultando en una modulación en frecuencia $\Delta f(t)$. Como resultado de la modulación, se produce un desplazamiento temporal respecto a la solución estacionaria a lo largo del rango de hold-in.

Para ilustrar el efecto de las fuentes de modulación, se ha introducido en $m_1(t)$ una señal de pulsos de frecuencia $f_m = 0.15$ kHz y amplitud $A_m = 0.4$ V, fijando a la vez $m_2 = 0$ V. En ausencia de modulación, la desviación en frecuencia permanece constante a un valor $\Delta f = 60$ MHz, debido a un voltaje de offset aplicado al VCO₁.

El sistema ha sido simulado utilizando la formulación (5.56). Los resultados obtenidos del armónico de DC $Y_0(t)$, se muestran en la Figura 55. Dos procesos determinan la variación de este armónico. En primer lugar los armónicos $Y_k(t)$ son modulados por la fuente $m_1(t)$. Por otro lado, como ya se ha comentado, $m_1(t)$ desplaza la desviación en frecuencia $\Delta f(t)$, lo que hace evolucionar al CPLL en cada

instante a una solución estacionaria diferente, seguida de un estado transitorio. Estas frecuencias transitorias también modulan a los armónicos $Y_k(t)$.

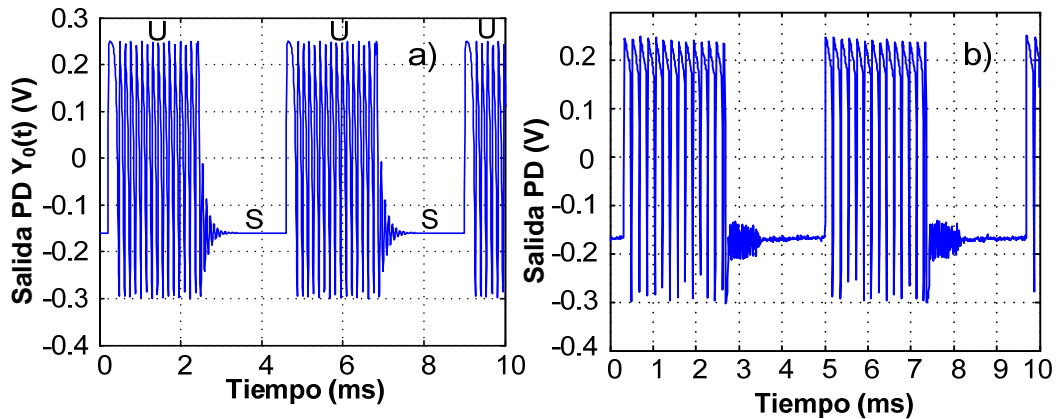


Figura 55 Salida del detector de fase en presencia de una modulación en $m_1(t)$ para, $k_d = -17$ dB, $\tau_d = 66$ ps. a) Simulación de $Y_0(t)$. b) Medida de tensión de salida del PD.

Con objeto de mostrar la capacidad de simulación de estas técnicas, la amplitud A_m de la señal de pulsos, ha sido seleccionada para desplazar Δf por encima del límite superior de la región de hold-in. En esta zona el CPLL está desincronizado, siendo $y(t)$ una señal cuasi-periódica, tal y como se explicó en la sección 5.5. Puede verse en la Figura 55 como el armónico $Y_0(t)$ oscila en estas regiones (U). Para los valores más bajos de $m_i(t)$, Δf entra en el rango de hold-in y el sistema evoluciona a la solución sincronizada. En esta región (S) (ver Figura 55) $y(t)$ es periódica, e $Y_0(t)$ después de un transitorio decreciente, alcanza finalmente un valor constante. Como ya se ha indicado en la sección anterior, este transitorio es debido a la presencia de un par de polos complejos conjugados $\sigma_a \pm j2\pi f_a$, con una pequeña parte real, con $f_a \approx 60$ kHz siendo $k_d = -17$ dB y $\tau_d = 66$ ps. Los resultados de la simulación concuerdan con la tensión de salida del PD medida en el dominio del tiempo, Figura 55b. Como se había mostrado en la Figura 50, este transitorio genera un par de resonancias a frecuencia $f_a = 60$ kHz de la portadora. Del estudio realizado en las secciones 5.4.2 y 5.6.1, se deriva que la oscilación puede ser suprimida reduciendo la ganancia del detector de fase a un valor $k_d = -25$ dB. Esta reducción puede verse en la Figura 56.

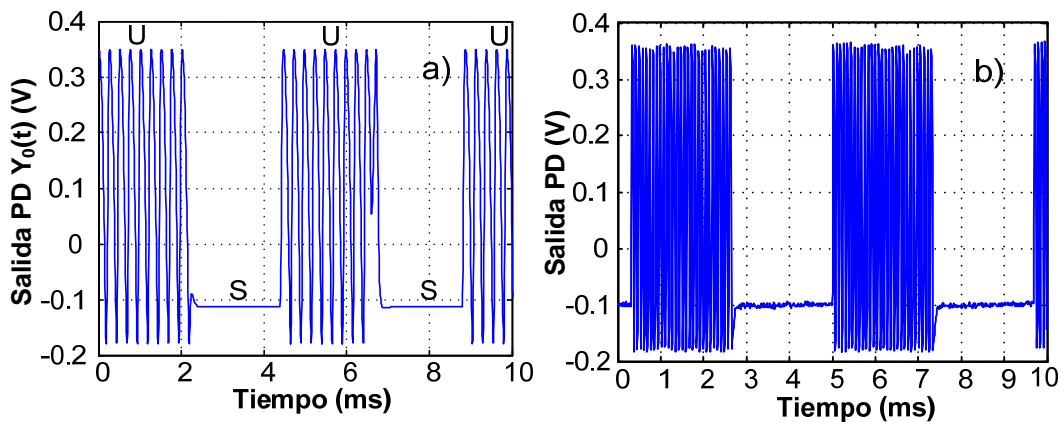


Figura 56 Salida del detector de fase en presencia de una modulación para los parámetros $k_d = -25$ dB, $\tau_d = 66$ ps. a) Simulación de $Y_0(t)$. b) Medida de tensión de salida del PD.

A la salida de los VCOs se puede observar fácilmente mediante un analizador de espectros Figura 57, el efecto de la modulación cuando nos desplazamos dentro del rango de hold-in, y cuando se produce el desenganche por un exceso de modulación.

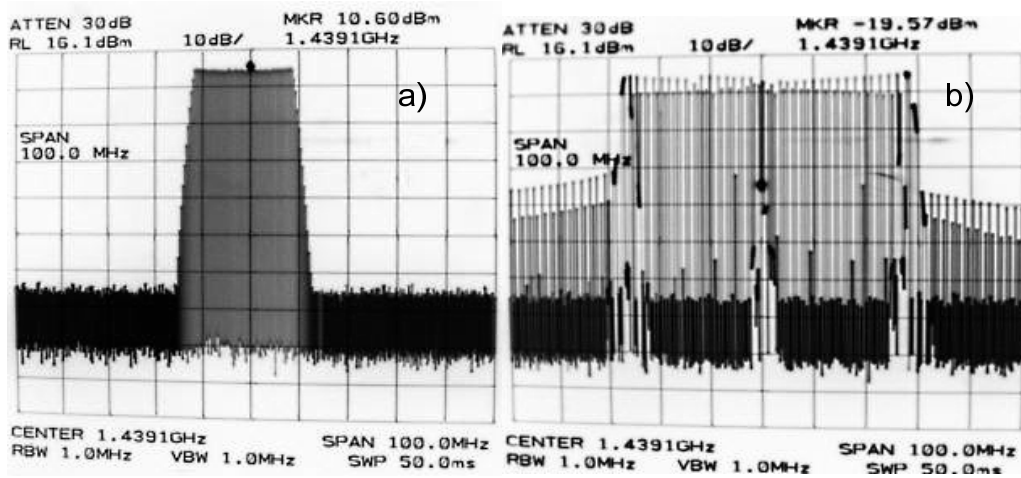


Figura 57 Espectros del CPLL modulados por una señal externa en los casos (a) enganchado, (b) fuera de enganche. En (a) se aprecia claramente el ensanchamiento del espectro debido a la modulación en frecuencia. En (b) una amplitud excesiva de la señal modulación da lugar al desenganche y la degradación del espectro de salida.

5.7 Análisis de ruido de fase.

A continuación, se obtendrá una expresión analítica para la fase de salida de los VCO. Para este análisis se considerarán las fuentes de ruido $\phi_{ri}(t)$ mostradas en la Figura 40. La formulación que se va a presentar se puede extender fácilmente a otras fuentes de ruido, como las del detector de fase o el divisor de frecuencia. En nuestro caso se desarrollará para dos PLLs acoplados ($p = 2$).

5.7.1 Componentes de acumulación y desviación.

Para analizar las perturbaciones sobre el estado estacionario, se despreciará el término suma del detector de fase, siendo la salida del detector de fase $y(t) = K_d \cos(\phi_2 - \phi_1)$. Por lo tanto, en ausencia de fuentes de modulación, la solución estacionaria del sistema (5.19) se puede expresar en términos de las variables de fase definidas en (5.22), expresadas ahora como:

$$\bar{\phi}(\alpha) = \bar{\phi}_0 + \alpha \bar{R}, \quad \bar{R} = [1 \ 1]^t, \quad \bar{\phi}_0 = [0 \ \Delta\phi_0]^t, \quad \alpha \in \mathbb{R} \quad (5.58)$$

Donde $\bar{\phi} = [\phi_1 \ \phi_2]^t$ y $\Delta\phi_0$ se pueden derivar fácilmente de (5.19) en función de la desviación en fase Δf :

$$\Delta\phi_0 = \text{acos} \frac{2\pi\Delta f}{k_d k_v \left(\frac{\alpha_1}{N_1} + \frac{\alpha_2}{N_2} \right)} \quad (5.59)$$

La ecuación (5.58) es similar a la expresión dada en (5.36) para el estado estacionario cuando se considera el término suma. La presencia del parámetro α en (5.58), indica que debido a la autonomía del sistema CPLL, la función $\bar{\phi}(\alpha)$ es una solución del sistema (5.19) para cualquier valor real de α . Este conjunto de posibles soluciones caen dentro de una recta L , en el plano de fases $(\phi_1 - \phi_2)$, tal como se representa en la Figura 58.

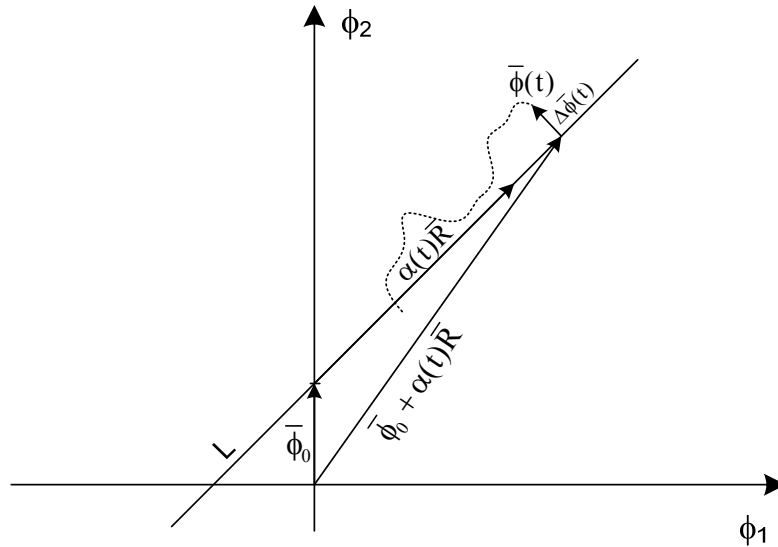


Figura 58 Solución perturbada $\bar{\phi}(t)$, en función de la componente de acumulación y el vector de la desviación $\alpha(t), \Delta\bar{\phi}(t)$. La componente de acumulación desplaza la solución a lo largo de la recta L , mientras que el vector de la desviación modela el desplazamiento ortogonal de la solución a esta recta.

Cualquier perturbación en el sentido de la línea L no será atenuada. Para poder utilizar los métodos de perturbación, la solución estacionaria en presencia de fuentes de ruido se expresará en componentes separadas como:

$$\bar{\phi}(t) = \bar{\phi}_0 + \alpha(t)\bar{R} + \Delta\bar{\phi}(t) \quad (5.60)$$

Siendo $\alpha(t)$ y $\Delta\bar{\phi}(t)$ lo que llamaremos, la componente de acumulación y el vector de desviación, respectivamente. Se muestra en la Figura 58, la representación gráfica de la descomposición de la solución perturbada $\bar{\phi}(t)$ en estas dos componentes. La componente de acumulación representa la perturbación en la dirección de la recta solución, y por lo tanto puede incrementarse arbitrariamente. El vector de desviación definido en el espacio ortogonal a \bar{R} tiende a ser atenuado por el sistema. Por lo tanto, el ruido de fase viene dado principalmente por la componente $\alpha(t)$, que es común a todos los PLLs del sistema. Por otro lado, el vector de desviación $\Delta\bar{\phi}(t)$, es responsable de perturbaciones en la fase entre los PLLs. El análisis de este componente es de gran importancia en los sistemas para aplicaciones de barrido de haz, donde la diferencia de fase entre los PLLs, determina la dirección del haz principal de radiación [4]-[7]. Puesto que este vector se sitúa en el subespacio ortogonal de \bar{R} se puede expresar como:

$$\bar{R}^t \Delta \bar{\phi}(t) = 0, \forall t \Rightarrow \Delta \bar{\phi}(t) = \Delta A(t) \bar{V}, \quad \bar{V} = [1 \quad -1]^t \quad (5.61)$$

donde $\Delta A(t)$, será designada como la componente de desviación. En lo siguiente, mediante métodos de perturbación, se desarrollaran expresiones analíticas para estas dos componentes de perturbación en términos de los parámetros del CPLL.

En el análisis de ruido utilizaremos, como ya se ha mencionado, el modelo del detector de fase sin término suma. La forma que tomaría la solución perturbada de la Figura 58, en el caso de considerar este término, se puede analizar teniendo en cuenta (5.36). En esa expresión para la solución del sistema, la componente $\bar{\Phi}_{DC}(\omega_s \tau)$ desplazará la solución un término constante a lo largo de la recta solución. Por medio del Teorema del Promedio [25] - [27], se demuestra que, para pequeños valores de potencia de los armónicos debidos al término suma, las soluciones de la Figura 58, pasan a convertirse en órbitas con el mismo tipo de estabilidad y de pequeña amplitud en torno a la recta, tal como se mostraba en la Figura 46.

5.7.2 Expresiones analíticas para el espectro de ruido de fase.

Expresando el sistema inicial (5.19) en términos de las variables de fase $\bar{\phi} = [\phi_1 \quad \phi_2]^t$ e introduciendo la expresión de la perturbación (5.60), se obtiene el siguiente sistema perturbado:

$$\begin{aligned} & \tau_p [\ddot{\alpha}(t) \bar{R} + \Delta \ddot{A}(t) \bar{V}] + \dot{\alpha}(t) \bar{R} + \Delta \dot{A}(t) \bar{V} + \\ & + \bar{F} [\phi_0 + \alpha(t - \tau_d) \bar{R} + \Delta A(t - \tau_d) \bar{V}, \dot{\alpha}(t - \tau_d) \bar{R} + \Delta \dot{A}(t - \tau_d) \bar{V}] = \\ & = \bar{N}(t) \end{aligned} \quad (5.62)$$

donde:

$$\begin{aligned} \bar{F} [\bar{\phi}(t - \tau_d), \dot{\bar{\phi}}(t - \tau_d)] &= \begin{pmatrix} -\frac{k_v \alpha_1}{N_1} [\tau_1 \dot{y}(t - \tau_d) + y(t - \tau_d)] - \Delta \omega_1 \\ \frac{k_v \alpha_2}{N_2} [\tau_2 \dot{y}(t - \tau_d) + y(t - \tau_d)] - \Delta \omega_2 \end{pmatrix} \\ \bar{N}(t) &= \begin{pmatrix} \frac{1}{N_1} (\tau_d \ddot{\phi}_{r1} + \dot{\phi}_{r1}) \\ \frac{1}{N_2} (\tau_d \ddot{\phi}_{r2} + \dot{\phi}_{r2}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.63)$$

con $y(t)$ la salida del detector de fase. Para realizar una expansión en serie de Taylor de la función no lineal \bar{F} en torno a la solución estacionaria, es deseable eliminar la dependencia de la componente de acumulación $\alpha(t)$, ya que, no se puede suponer pequeña. Esto se puede realizar considerando en la definición (5.63), que la función \bar{F} permanece invariante respecto los incrementos en la dirección \bar{R} :

$$\bar{F} [\bar{\phi}(t) + \nu_1 \bar{R}, \dot{\bar{\phi}}(t) + \nu_2 \bar{R}] = \bar{F} [\bar{\phi}(t), \dot{\bar{\phi}}(t)], \quad \forall \nu_1, \nu_2 \quad (5.64)$$

Por lo tanto, la función \bar{F} del sistema (5.62), puede aproximarse por una serie de Taylor de orden uno, en la pequeña perturbación $\Delta A(t)$:

$$\begin{aligned} & \tau_p [\ddot{\alpha}(t)\bar{R} + \Delta\ddot{A}(t)\bar{V}] + \dot{\alpha}(t)\bar{R} + \Delta\dot{A}(t)\bar{V} + \\ & + \left. \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{\phi}} \right|_{\bar{\phi}_0, \bar{0}} \Delta A(t-\tau_d)\bar{V} + \left. \frac{\partial \bar{F}}{\partial \dot{\bar{\phi}}} \right|_{\bar{\phi}_0, \bar{0}} \Delta \dot{A}(t-\tau_d)\bar{V} = \bar{N}(t) \end{aligned} \quad (5.65)$$

Donde $\partial \bar{F}/\partial \bar{\phi}|_{\bar{\phi}_0, \bar{0}}$ y $\partial \bar{F}/\partial \dot{\bar{\phi}}|_{\bar{\phi}_0, \bar{0}}$ son matrices Jacobianas de la función no lineal \bar{F} , calculadas en el punto de equilibrio $(\bar{\phi}_0, \bar{0})$. Esta función se anula en el punto de equilibrio. La expresión analítica de las matrices Jacobianas, se puede derivar fácilmente de la expresión (5.63):

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{\phi}} \right|_{\bar{\phi}_0, \bar{0}} &= \begin{pmatrix} -c_1 & c_1 \\ c_2 & -c_2 \end{pmatrix}, \quad \left. \frac{\partial \bar{F}}{\partial \dot{\bar{\phi}}} \right|_{\bar{\phi}_0, \bar{0}} = \begin{pmatrix} -c_1\tau_1 & c_1\tau_1 \\ c_2\tau_2 & -c_2\tau_2 \end{pmatrix} \\ \text{con } c_i &= \frac{k_d k_v \alpha_i}{N_i} \cos \Delta\phi_0 \end{aligned} \quad (5.66)$$

El sistema (5.65) está compuesto por dos ecuaciones diferenciales de segundo orden acopladas. Para obtener expresiones separadas para las componentes de acumulación y de desviación, se puede proyectar este sistema en los subespacios ortogonales dados por \bar{R} y \bar{V} obteniendo:

$$\begin{aligned} \tau_p \ddot{\alpha} + \dot{\alpha} + \bar{R}^t \left. \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{\phi}} \right|_{\bar{\phi}_0, \bar{0}} \bar{V} \Delta A(t-\tau_d) + \bar{R}^t \left. \frac{\partial \bar{F}}{\partial \dot{\bar{\phi}}} \right|_{\bar{\phi}_0, \bar{0}} \bar{V} \Delta \dot{A}(t-\tau_d) &= \bar{N}_R \\ \tau_p \Delta \ddot{A} + \Delta \dot{A} + \bar{V}^t \left. \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{\phi}} \right|_{\bar{\phi}_0, \bar{0}} \bar{V} \Delta A(t-\tau_d) + \bar{V}^t \left. \frac{\partial \bar{F}}{\partial \dot{\bar{\phi}}} \right|_{\bar{\phi}_0, \bar{0}} \bar{V} \Delta \dot{A}(t-\tau_d) &= \bar{N}_V \end{aligned} \quad (5.67)$$

Con $\bar{N}_R = \bar{R}^t \bar{N}(t)$ y $\bar{N}_V = \bar{V}^t \bar{N}(t)$, representando las componentes de ruido de cada subespacio considerado. A continuación introducimos las matrices del Jacobiano (5.66) en (5.67).

$$\begin{aligned} \tau_p \ddot{\alpha} + \dot{\alpha} + (\tau_2 c_2 - \tau_1 c_1) \Delta \dot{A}(t-\tau_d) + (c_2 - c_1) \Delta A(t-\tau_d) &= \bar{N}_R \\ \tau_p \Delta \ddot{A} + \Delta \dot{A} - (\tau_1 c_1 + \tau_2 c_2) \Delta \dot{A}(t-\tau_d) - (c_1 + c_2) \Delta A(t-\tau_d) &= \bar{N}_V \end{aligned} \quad (5.68)$$

La ecuación anterior en el dominio de Laplace resulta:

$$\begin{aligned} (\tau_p s^2 + s) \alpha(s) + (p_\tau s + p) e^{-\tau_d s} \Delta A(s) &= (\tau_p s^2 + s) n_+(s) \\ [\tau_p s^2 - (q_\tau e^{-\tau_d s} - 1) s - q] \Delta A(s) &= (\tau_p s^2 + s) n_-(s) \end{aligned} \quad (5.69)$$

Definiendo los términos:

$$\begin{aligned} p &= c_1 - c_2, & p_\tau &= \tau_1 c_1 - \tau_2 c_2, & n_+(s) &= \phi_{r1}/(N_1 \sqrt{2}) + \phi_{r2}/(N_2 \sqrt{2}) \\ q &= c_1 + c_2, & q_\tau &= \tau_1 c_1 + \tau_2 c_2, & n_-(s) &= \phi_{r1}/(N_1 \sqrt{2}) - \phi_{r2}/(N_2 \sqrt{2}) \end{aligned} \quad (5.70)$$

Podemos despejar de (5.69), las componentes de acumulación y de desviación:

$$\alpha(s) = n_+(s) - \frac{(p_\tau s + p)e^{-\tau_d s}}{\tau_p s^2 + (1 - q_\tau e^{-\tau_d s})s - qe^{-\tau_d s}} n_-(s) = n_+(s) - H_\alpha(s)n_-(s) \quad (5.71)$$

$$\Delta A(s) = \frac{\tau_p s^2 + s}{\tau_p s^2 + (1 - q_\tau e^{-\tau_d s})s - qe^{-\tau_d s}} n_-(s) = H_A(s)n_-(s)$$

Agrupando las componentes por las fuentes de ruido:

$$\alpha(s) = \frac{1 - H_\alpha(s)}{N_1 \sqrt{2}} \phi_{r1} + \frac{1 + H_\alpha(s)}{N_2 \sqrt{2}} \phi_{r2}, \quad \Delta A(s) = \frac{H_A(s)}{N_1 \sqrt{2}} \phi_{r1} - \frac{H_A(s)}{N_2 \sqrt{2}} \phi_{r2} \quad (5.72)$$

Se pueden suponer las fuentes de ruido ϕ_{r1} y ϕ_{r2} incorreladas. En el dominio de la frecuencia, la expresión que relaciona las componentes de acumulación y de desviación con las fuentes de ruido de fase es:

$$\langle \alpha(\omega) \rangle^2 = \frac{|1 - H_\alpha(\omega)|^2}{4N_1^2} \langle \phi_{r1}(\omega) \rangle^2 + \frac{|1 - H_\alpha(\omega)|^2}{4N_2^2} \langle \phi_{r2}(\omega) \rangle^2 \quad (5.73)$$

$$\langle \Delta A(\omega) \rangle^2 = \frac{|H_A(\omega)|^2}{4N_1^2} \langle \phi_{r1}(\omega) \rangle^2 + \frac{|H_A(\omega)|^2}{4N_2^2} \langle \phi_{r2}(\omega) \rangle^2$$

donde las funciones que dependen de la frecuencia son:

$$H_\alpha(\omega) = \frac{(p_\tau j\omega + p)e^{-j\omega\tau_d}}{-\tau_p \omega^2 + (1 + q_\tau e^{-j\omega\tau_d})j\omega + qe^{-j\omega\tau_d}} \quad (5.74)$$

$$H_A(\omega) = \frac{-\tau_p \omega^2 + j\omega}{-\tau_p \omega^2 + (1 + q_\tau e^{-j\omega\tau_d})j\omega + qe^{-j\omega\tau_d}}$$

Por simplicidad, se asume que las densidades de potencia de ambas fuentes de ruido de fase en los VCOs son iguales: $\langle \phi_{r1}(\omega) \rangle^2 = \langle \phi_{r2}(\omega) \rangle^2 \equiv \langle \phi_r(\omega) \rangle^2$.

En primer lugar, se tendrá en cuenta el caso para el cual los divisores de frecuencia y los filtros de lazo de ambos PLLs son iguales. Para esta situación la función de transferencia cumple $H_\alpha(s) = 0$, y la densidad espectral de potencia de la componente de acumulación viene dada directamente por las fuentes de ruido:

$$\langle \alpha(\omega) \rangle^2 = \frac{1}{2} \frac{\langle \phi_r(\omega) \rangle^2}{N^2} \quad (5.75)$$

Esta ecuación indica que, en este caso, el ruido de fase a la salida de cada PLL debido a la componente de acumulación, es exactamente el ruido de fase de oscilación libre dividido por el número de PLLs que constituyen el sistema. En otro caso la componente de desviación viene dada por:

$$\langle \Delta A(\omega) \rangle^2 = \frac{1}{2} \frac{|H_A(\omega)|^2}{N^2} \langle \phi_r(\omega) \rangle^2 \quad (5.76)$$

La función $H_A(\omega)$ corresponde a un filtro paso alto cumpliendo $\lim_{\omega \rightarrow \infty} H_A(\omega) = 1$, que indica que ΔA sigue las componentes de alta frecuencia de las fuentes de ruido del mismo modo que (5.75).

De acuerdo con las ecuaciones (5.73) y (5.74), estas resonancias vienen dadas por las raíces del polinomio denominador de $H_A(\omega)$. Notar, que ambas componentes de acumulación y de desviación, poseen el mismo denominador. Como se ha mostrado en [15] y [28], las raíces que determinan las ecuaciones que gobiernan la dinámica de las componentes de perturbación, concuerdan con los polos del denominador. Por lo tanto, en un caso general, considerando el modelo completo del detector de fase (5.20), estas raíces coinciden con la solución de los polos obtenidos en 5.4.2. El análisis realizado en esta sección considera el modelo simple para el detector de fase, que ha sido útil para obtener una expresión analítica del espectro de la componente de desviación. Las raíces de la función $H_A(\omega)$ en (5.74) ofrecen una aproximación a los polos de la solución ya obtenidos en la sección 5.4.2 mediante una técnica rigurosa.

En la Figura 59, se ha representado el módulo de $H_A(\omega)$, frente a la frecuencia de offset respecto a la portadora $f = \omega/2\pi$. Se presentan además tres casos en función del conjunto de parámetros ($k_d, \Delta\Phi_0$).

Para el conjunto de parámetros (1) (ver Figura 59), existen un par de polos complejos conjugados $\lambda_{1,2} = \sigma_a \pm j2\pi f_a$, que dan lugar a una resonancia a $f_a \approx 30$ kHz. Al incrementar la ganancia del detector de fase k_d (2), se observan dos fenómenos. Primero, los polos se aproximan al eje imaginario, dando lugar a una resonancia más alta f_a . Este fenómeno concuerda con los resultados de la Figura 49. En segundo lugar, se incrementa la frecuencia de corte de $H_A(\omega)$, reduciendo el ruido que afecta a la componente de desviación.

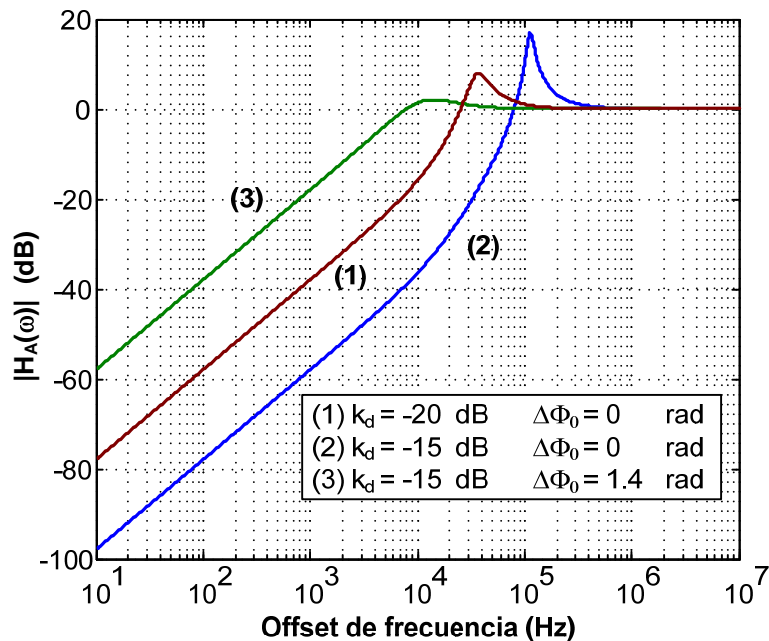


Figura 59 Representación en el dominio de la frecuencia del módulo de $H_A(\omega)$ para la componente de desviación.

Al incrementar la desviación en fase $\Delta\Phi_0$ (3), nos acercamos al punto de retorno T_1 de la Figura 48, y se reduce la frecuencia de corte de $H_A(\omega)$, incrementando la proporción de ruido que modula a ΔA . Al mismo tiempo, tal como se mostraba en la Figura 48, los polos complejos conjugados ya mencionados, pasan

a ser reales y la resonancia desaparece. Este fenómeno ha sido medido en el sistema del CPLL con los resultados que se presentan en la Figura 60.

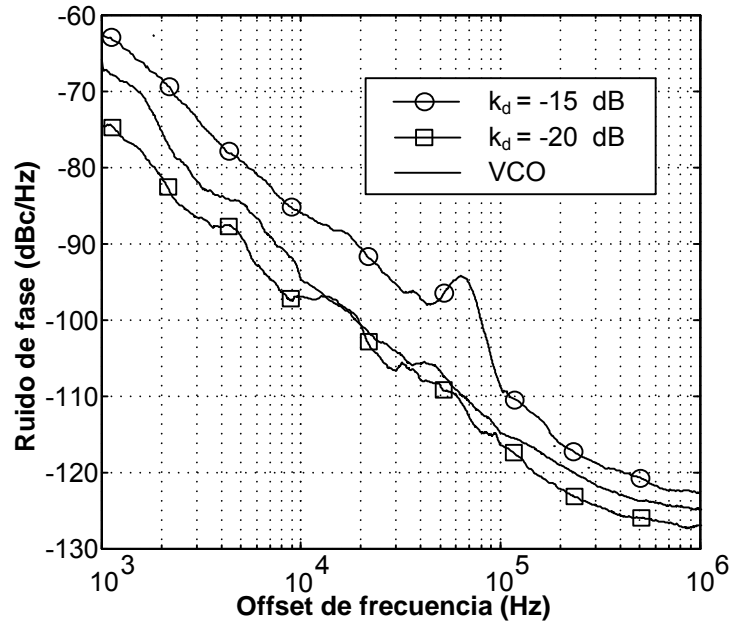


Figura 60 Medidas del ruido de fase del CPLL para diferentes valores de la ganancia del PD $k_d = -20$ dB, $k_d = -15$ dB y ruido de fase del VCO libre. La ganancia de $k_d = -20$ dB ofrece mejores resultados para el ruido de fase del CPLL que para el VCO libre, se aprecia una resonancia para $k_d = -15$ dB.

En esta figura, se presentan medidas del CPLL para dos valores diferentes de la ganancia del PD. Como comparación, se ha incluido la medida de ruido de fase para un VCO libre. Estas medidas fueron obtenidas mediante el analizador de espectros E4407B de Agilent©. Con el objetivo de minimizar el desplazamiento de la frecuencia del CPLL durante la adquisición de los datos, se tomaron precauciones para estabilizar el sistema. En primer lugar, el sistema se dejó en funcionamiento hasta que se estabilizó su temperatura. Se añadieron capacidades extras a las fuentes de alimentación. Finalmente, ambos sistemas fueron apropiadamente aislados de interferencias electromagnéticas. Para evitar que los lentos desplazamientos de la frecuencia de salida afectaran a las medidas, se utilizó la característica de “signal tracking” que ofrece este analizador de espectros. Además para cada valor de k_d , se realizaron diversas medidas de ruido de fase, mostrando en la Figura 60 los valores medios de los espectros de ruido de fase medidos.

Tal como se puede ver, para $k_d = -20$ dB, la característica de ruido de fase del sistema de CPLL presenta una mejora apreciable frente al VCO. Cuando la ganancia del PD es incrementada a $k_d = -15$ dB, aparece una resonancia en el espectro, tal como se predecía en el análisis de estabilidad previo.

Finalmente, si los valores de los divisores de frecuencia o los filtros no son los mismos en todos los PLLs, la función $H_\alpha(\omega)$ no desaparece de la expresión (5.73) y la componente de acumulación es afectada por esta función. Como se deriva de la ecuación (5.74), $H_\alpha(\omega)$ modela un filtro paso bajo, con valor máximo en $\omega = 0$:

$$H_\alpha(0) = \frac{\alpha_2 N_1 - \alpha_1 N_2}{\alpha_2 N_1 + \alpha_1 N_2} \ll 1 \quad (5.77)$$

Por lo tanto, la componente $H_\alpha(\omega)$, perturba ligeramente las expresiones dadas en (5.75) para $\langle \alpha(\omega) \rangle^2$. Puesto que esta función tiene el mismo denominador que H_A , esta perturbación solo es apreciable cuando existen las resonancias analizadas previamente. En ese caso las resonancias, será apreciable tanto en el espectro de la componente de acumulación como de desviación.

5.8 Conclusiones

En este trabajo se ha presentado una formulación en balance armónico para lazos de fase enganchados en fase. La autonomía de estos sistemas requiere considerar la frecuencia fundamental de oscilación como una incógnita a determinar, por lo tanto la formulación de balance armónico es de tipo mixto. Esta formulación utilizando las nuevas variables periódicas permite, de una forma eficiente y precisa, analizar los CPLLs teniendo en cuenta la presencia de frecuencias espurias generadas intrínsecamente por el detector de fase.

El análisis de estabilidad está basado en la determinación de los polos asociados que perturban el sistema de HB. El sistema de CPLL muestra un fenómeno significativo de histéresis, que viene delimitado por dos tipos de bifurcaciones: nodo-silla y conexión silla. Este rango de histéresis se analiza de forma eficiente en este capítulo con la formulación de HB presentada.

El análisis de ruido de fase está basado en la descomposición de la perturbación en una componente de acumulación y otra de desviación. Esto es conceptualmente similar al análisis de ruido de fase de osciladores libres, basado en descomposición de Floquet. Por lo tanto, esta nueva técnica generaliza este tipo de análisis a lazos enganchados en fase. Finalmente, también ha sido presentada una formulación en transitorio de envolvente para el análisis de CPLLs que contienen señales de modulación. Todas estas técnicas han sido exitosamente contrastadas con un sistema de CPLL implementado a 2 GHz.

Bibliografía

- [1] T. Endo and L. O. Chua. "Chaos from phase-locked loops", *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. 35, 1988, pp. 1983-1986.
- [2] V. Gutnik and A. P. Chandrakasan, "Active GHz clock network using distributed PLLs", *IEEE J Solid State Circuits*, vol. 35, pp. 1553-1560, Nov 2000.
- [3] R. J. Pogorzelski, P. F. Maccarini and R. A. York, "Continuum modeling of the dynamics of externally injection-locked coupled oscillator arrays", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, vol. 47, pp. 471-478, April 1999.
- [4] J. F. Buckwalter, T. H. Heath and R. A. York, "Synchronization design of a coupled phase-locked loop", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, vol. 51, pp. 952-960, March 2003.
- [5] P. F. Maccarini, J. Buckwalter and R. A. York. "Coupled phase-locked loop arrays for beam steering", *IEEE MTT-S*, June 2003, pp. 1689-1692.
- [6] H. Chang, "Analysis of coupled phase-locked loops with independent oscillators for beam control active phased arrays", *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, vol. 52, pp. 1059-1066, March 2004.
- [7] R. D. Martinez and R. C. Compton, "Electronic beamsteering of active arrays with phase-locked loops", *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 4, pp. 166-168, June 1994.
- [8] J. Buckwalter and R. A. York. "Time delay considerations in high-frequency phase-locked loops", *IEEE MTT-S*, 2002, pp. 181-184.
- [9] U. L. Rohde, "Microwave and Wireless Synthesizers: Theory and Design. Wiley-Interscience", 1997.
- [10] B. D. Smedt and G. Gielen. "Nonlinear behavioral modeling and phase-noise evaluation in phase-locked loops", *IEEE Custom Integrated Conference*, 1998, pp. 53-56.
- [11] S. Sancho, A. Suarez and T. Fernandez, "Nonlinear dynamics of microwave synthesizers - Stability and noise", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, vol. 49, pp. 1792-1803, Oct 2001.
- [12] S. Sancho, A. Suarez and J. Chuan, "General envelope-transient formulation of phase-locked loops using three time scales", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol. 52, pp. 1310-1320, April 2004.
- [13] V. Rizzoli and A. Lipparini, "General Stability Analysis of Periodic Steady-State Regimes in Nonlinear Microwave Circuits", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, vol. 33, pp. 30-37, January. 1985.
- [14] P. Feldmann and R. W. Freund, "Efficient linear circuit analysis by Pade approximation via the Lanczos process", *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 14, pp. 639-649, May 1995.
- [15] F. X. Kaertner, "Analysis of white and f^α noise in oscillators", *Int. Journal of Circuit Theory and Applications*, vol. 18, pp. 485-519, 1990.

- [16] E. Ngoya, J. Rousset and D. Argollo. "Rigorous RF and microwave oscillator phase noise calculation by envelope transient technique", *IEEE MTT-S*, June 2000, pp. 91-94.
- [17] J. C. Pedro and N. B. Carvalho. "Simulation of RF circuits driven by modulated signals without bandwidth constraints", *IEEE MTT-S*, June 2002, pp. 2173-2176.
- [18] A. Suarez and S. Sancho, "Application of the envelope-transient method to the analysis and design of autonomous circuits", *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, vol. 15, pp. 523-535, 2005.
- [19] K. Ogata, "*Modern Control Engineering*". Englewood Cliffs, NJ,: Prentice-Hall, 1980.
- [20] S. Ver Hoeye, A. Suarez and S. Sancho, "Analysis of noise effects on the nonlinear dynamics of synchronized oscillators", *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 11, pp. 376-378, Sept 2001.
- [21] A. Suarez and R. Quéré, "Stability Analysis of Nonlinear Microwave Circuits", Artech House, 2003.
- [22] M. Odyniec and L. O. Chua, "Josephson-junction circuit analysis via integral manifolds", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. CAS-30, pp. 308-320, May 1983.
- [23] H. Meyr and G. Ascheid, "*Synchronization in Digital Communications*", vol. 1, New York: Wiley, 1989.
- [24] E. Ngoya and R. Larcheveque, "Envelope transient analysis: A new method for the transient and steady-state analysis of microwave communication circuits and systems", *IEEE MTT-S*, June 1996, pp.1365-1368.
- [25] S. Wiggins, "Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos", Springer Verlag, New York, 1990.
- [26] J.K., "*Ordinary Differential Equation*", Huntington, New York. 1980.
- [27] Sanders & Verhulst, "Averaging methods in nonlinear dynamical systems", Springer, 1985.
- [28] S. Sancho, A. Suarez and F. Ramirez, "Phase and Amplitude Noise Analysis in Microwave Oscillators Using Nodal Harmonic Balance", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 55, pp. 1568-1583, July 2007.

Capítulo 6

Técnica de simulación de ruido de fase en circuitos osciladores de microondas basada en transitorio de envolvente

6.1 Introducción.

En este capítulo se presenta una nueva técnica para analizar el ruido de fase basada en transitorio de envolvente.

En primer lugar, se repasa brevemente el concepto de ruido de fase en circuitos osciladores ya presentado en el capítulo 2. Seguidamente se presenta una nueva técnica que se ha desarrollado para evaluar el ruido de fase en estos circuitos, basada en transitorio de envolvente, aplicable con software comercial. Esta nueva técnica no necesita de la convergencia de HB a la solución estacionaria. Esta convergencia presenta problemas en simuladores comerciales para ciertos circuitos autónomos, basados en estructuras acopladas (push-push).

La validez de la técnica desarrollada, es evaluada mediante su aplicación a un VCO concreto, al cual se ha reducido su ruido de fase utilizando una realimentación de baja frecuencia. De esta forma se evalúa la mejora producida. Para ello, primero se aplican las técnicas ya conocidas de análisis de ruido de fase. Posteriormente se comparan esas técnicas con la propuesta en este capítulo, para ambos diseños con y sin reducción de ruido de fase.

Finalmente, se implementa el VCO con la reducción del ruido de fase junto con el diseño original sin reducción. Se comprueba de forma experimental la validez del método de reducción de fase, realizando una comparativa entre las medidas, las simulaciones y la nueva técnica de análisis basada en transitorio de envolvente.

Se presenta también un modelo de una fuente de ruido flicker en el dominio del tiempo, útil para futuros análisis.

6.2 *Análisis tempo-frecuencial del ruido de fase.*

Existen diversos trabajos cuyo objetivo es predecir el ruido de fase de una forma precisa a cualquier frecuencia de la portadora. Los trabajos en el dominio del tiempo [1],[2], se basan en una detallada caracterización estocástica de la desviación de la ecuación temporal del oscilador debido a las fuentes de ruido. El problema con estos cálculos, es que requieren un complicado análisis de perturbaciones del circuito oscilador. Por otro lado, en el dominio de la frecuencia, la técnica de modulación de portadora [3], no puede predecir las resonancias adicionales, que tienen lugar en un circuito oscilador [4]. Ya que, como se resume en el capítulo 2, está basada en una aproximación en serie de Taylor de primer orden de las ecuaciones de HB en torno a la solución libre a f_0 , donde se desprecian los términos de la derivada de la perturbación de amplitud, $\Delta\dot{X}(t)$. Estas resonancias pueden ser obtenidas mediante la aproximación de matriz de conversión [5]. Sin embargo, la determinación precisa del ruido cerca de la portadora, utilizando esta técnica, es problemática [7], tal como hemos comentado en el capítulo 2. La técnica frecuencial [8], permite determinar las funciones necesarias, de sensibilidad al ruido de fase, para el cálculo del ruido de fase, por medio de un análisis de HB por partes. Sin embargo, esta técnica requiere que el usuario tenga acceso explícito a las ecuaciones del oscilador, o a la matriz del Jacobiano de la ecuación de HB, lo cual no es habitual en simuladores comerciales.

El objetivo de este trabajo es ofrecer una técnica numérica de fácil aplicación en simuladores comerciales, con precisión similar a la de la caracterización temporal estocástica [1],[2], y con la propiedad de predecir resonancias en el espectro del ruido de fase. Esta técnica está basada en simulaciones de transitorio de envolvente [7], y no requiere que el simulador de HB, obtenga la solución estacionaria aplicando sus técnicas internas de convergencia, como el caso del “oscpport” del simulador ADS©. Esto permite aplicar la técnica aquí presentada a los casos donde los simuladores comerciales presentan problemas de convergencia, como por ejemplo en osciladores acoplados, n-push, ...

En la siguiente sección, obtendremos las ecuaciones para extraer el espectro del ruido de fase y de amplitud, a través de los resultados de las simulaciones de transitorio de envolvente. A continuación, se presentará la técnica numérica que obtiene los parámetros necesarios para calcular el espectro de ruido de fase, también mediante simulaciones de transitorio de envolvente. Los resultados de esta nueva técnica se comparan con aquellos obtenidos mediante la técnica de matriz de conversión y modulación de portadora. Analizaremos el ruido de fase de un circuito oscilador a una frecuencia de 6.3GHz, comparando los resultados de los simuladores comerciales, las medidas y nuestra técnica.

6.2.1 *Técnica de transitorio de envolvente.*

La técnica aquí presentada, se basa en el análisis de transitorio de envolvente para analizar el ruido de fase. Existen trabajos previos muy rigurosos que también apuestan por el uso de este método de análisis [7]. La diferencia principal de esta técnica, es que se puede aplicar directamente en simuladores comerciales. Más aún, podemos combinar las simulaciones con el uso de generadores auxiliares (AG), con objetivo de evitar la convergencia a soluciones inestables.

La solución estacionaria de un oscilador libre de período T_0 , en ausencia de perturbaciones viene dada por un conjunto de n variables de estado, $\{x_i(t)\}_{i=1}^n$, las cuáles pueden expresarse en serie de Fourier como:

$$x_i^0(t) = \operatorname{Re} \sum_{k=0}^N \bar{V}_{ik}^0 e^{jk\omega_0 t} = \operatorname{Re} \sum_{k=0}^N V_{ik}^0 e^{(jk\omega_0 t + \varphi_{ik}^0)}, \quad i=1, \dots, n \quad (6.1)$$

Donde $\omega_0 = 2\pi/T_0$, \bar{V}_{ik}^0 son los términos complejos de los armónicos y V_{ik}^0, φ_{ik}^0 , son valores reales de las amplitudes y de las fases en el estado estacionario. Al introducir las fuentes de ruido, ambas fase y amplitud, de cada componente armónica de las variables de estado, se modulan de la forma:

$$\begin{aligned} x_i(t) &= \operatorname{Re} \sum_{k=0}^N [\bar{V}_{ik}^0 + \Delta \bar{V}_{ik}(\theta + t)] e^{(jk\omega_0 t + jk\omega_0 \theta(t))} = \\ &= \operatorname{Re} \sum_{k=0}^N [V_{ik}^0 + \Delta V_{ik}(t)] e^{(jk\omega_0 t + \varphi_{ik}^0 + \Delta \varphi_{ik}(t))}, \quad i=1, \dots, n \end{aligned} \quad (6.2)$$

La primera expresión, considera una desviación temporal común $\theta(t)$ para todo el circuito, tal como se ha hecho en [1],[2]. En la segunda expresión de (6.2) $\Delta V_{ik}^0(t), \Delta \varphi_{ik}^0(t)$ son, respectivamente, el valor real de la amplitud y las perturbaciones de fase totales, en las cuales las perturbaciones de fase comunes han sido incluidas. Cuando utilizamos el método de transitorio de envolvente, la respuesta del circuito a las perturbaciones del ruido se obtiene en una forma más compleja:

$$x_i(t) = \operatorname{Re} \sum_{k=0}^N X_{ik}(t) e^{jk\omega_0 t} \quad (6.3)$$

Si igualamos las dos formulaciones (6.2), (6.3) tenemos:

$$\operatorname{Re} \sum_{k=0}^N [V_{ik}^0 + \Delta V_{ik}(t)] e^{(jk\omega_0 t + \varphi_{ik}^0(t))} = \operatorname{Re} \sum_{k=0}^N X_{ik}(t) e^{jk\omega_0 t} \quad (6.4)$$

Teniendo en cuenta que en (6.4), $\varphi_{ik}(t) = \varphi_{ik}^0 + \Delta \varphi_{ik}(t)$. Los armónicos variables en el tiempo $X_{ik}(t)$, se pueden descomponer en sus perturbaciones en amplitud y en fase (ver Figura 61). Las componentes de perturbación se puede extraer de $X_{ik}(t)$ a partir de (6.4):

$$\Delta \varphi_{ik}(t) = \arg X_{ik}(t) - \varphi_{ik}^0 \quad \Delta V_{ik}(t) = X_{ik}(t) e^{-j\varphi_{ik}(t)} - V_{ik}^0 \quad (6.5)$$

Las variables temporales de la perturbación $\Delta V_{ik}(t), \Delta \varphi_{ik}(t)$, son procesos estocásticos que dependen del ruido a través de un sistema acoplado de ecuaciones diferenciales estocásticas [8]. Debido al acoplamiento las resonancias de la perturbación en amplitud afectarán a la perturbación en fase. Esta perturbación en la fase se relaciona con las fuentes de ruido mediante una ecuación no lineal en la variable fase, $\Delta \varphi_{ik}(t)$ [8]. El efecto de la no-linealidad es más importante a frecuencias cercanas a la portadora. Esta no-linealidad es tenida en cuenta de forma directa, en los análisis de transitorio de envolvente del circuito.

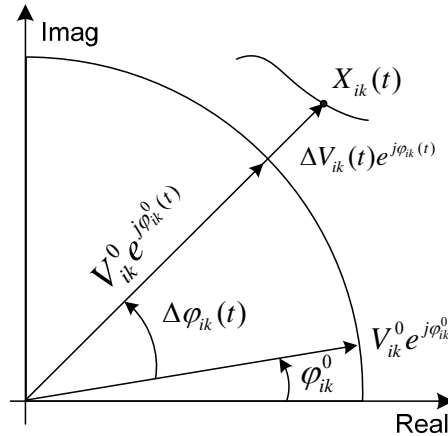


Figura 61 Descomposición en el plano complejo de la variación temporal de la componente armónica $X_{ik}(t)$, en perturbaciones de fase y de amplitud.

La obtención de $\Delta V_{ik}(t)$, $\Delta\phi_{ik}(t)$, para una realización o “path” dada de las fuentes de ruido, puede realizarse utilizando simuladores comerciales de transitorio de envolvente, tal como se explica en la siguiente sección. Una vez las perturbaciones de fase y amplitud son obtenidas para diferentes paths de las fuentes de ruido, el espectro de fase y de amplitud [1], [2] se puede calcular como:

$$S_{\phi_{ik}}(\Omega) = |V_{ik}^0|^2 F \left\langle e^{j(\Delta\phi_{ik}(t+\tau) - \Delta\phi_{ik}(t))} \right\rangle \quad S_{\Delta V_{ik}}(\Omega) \simeq F \left\langle \Delta V_{ik}(t) \Delta V_{ik}(t + \tau) \right\rangle \quad (6.6)$$

Donde, los operadores F y $\langle \rangle$, indican la transformada de Fourier y el promediado sobre el ensamblado. Recordar, que como se ha mencionado anteriormente, la perturbación en fase viene dada por una ecuación no lineal en la variable $\Delta\phi_{ik}(t)$ [8]. Cuando simulamos el ruido de fase cerca de la portadora, los pequeños valores de Ω , darán lugar a elevados valores en la perturbación en fase. Este fenómeno se mostrará más adelante en la aplicación práctica realizada sobre un oscilador de microondas. Para un pequeño offset de frecuencia, los análisis numéricos basados en linealización, pueden resultar muy inexactos. Por el contrario, el procedimiento que se presenta aquí, tiene en cuenta la dependencia no-lineal de las ecuaciones del sistema respecto al proceso fase $\Delta\phi_{ik}(t)$.

6.2.2 Procedimiento de simulación.

Los espectros de fase y de amplitud se obtienen siguiendo un procedimiento iterativo, el cual calcula las perturbaciones de fase y de amplitud para diferentes realizaciones de las fuentes de ruido. En un primer paso, se obtiene la solución estacionaria (6.1), en ausencia de fuentes de ruido por medio de un análisis de HB con ayuda de un generador auxiliar (AG), tal como se ha detallado en los capítulos iniciales. Recordar, que el uso de un AG evita la convergencia a la solución inestable de DC, que siempre coexiste con la solución oscilatoria [9]. Este análisis previo solo es necesario para conocer la frecuencia libre de oscilación ω_0 , y ajustar así los parámetros del análisis de transitorio de envolvente para mejorar su eficiencia computacional. Al contrario que otros métodos de simulación de ruido de fase en el dominio frecuencia, no tenemos una dependencia con las expresiones de HB y por ello no es precisa la convergencia del método de HB para encontrar la solución estable del oscilador. Esto quiere decir que se puede realizar un análisis de transitorio

de envolvente, asistido también por un AG [6], para eliminar el transitorio inicial, y obtener de forma eficiente ω_0 junto a una estimación de los armónicos en estado estacionario.

A continuación, se introducen las fuentes de ruido en el circuito. Cada uno de los armónicos variables en el tiempo de la fuente de ruido s , se expresa, como el sumatorio de diferentes sinusoidales de amplitud y fase aleatorias con frecuencia determinista Ω [7]:

$$n_s(t) = \text{Re} \sum_{k=-N}^N [N_{sk}^- e^{-j\Omega t} + N_{sk}^+ e^{j\Omega t}] e^{jk\omega_0 t} = \text{Re} \sum_{k=-N}^N N_{sk}(t) e^{jk\omega_0 t} \quad (6.7)$$

Cada armónico variable en el tiempo $N_{sk}(t)$, introduce en $n_s(t)$, un par de bandas laterales aleatorias a una frecuencia de offset Ω respecto la portadora $k\omega_0$. Al final de este capítulo se describirá otro modelo estadístico que se puede aplicar para el caso específico de una fuente de ruido flicker. Para cada Ω , se llevan a cabo un conjunto de simulaciones de transitorio de envolvente:

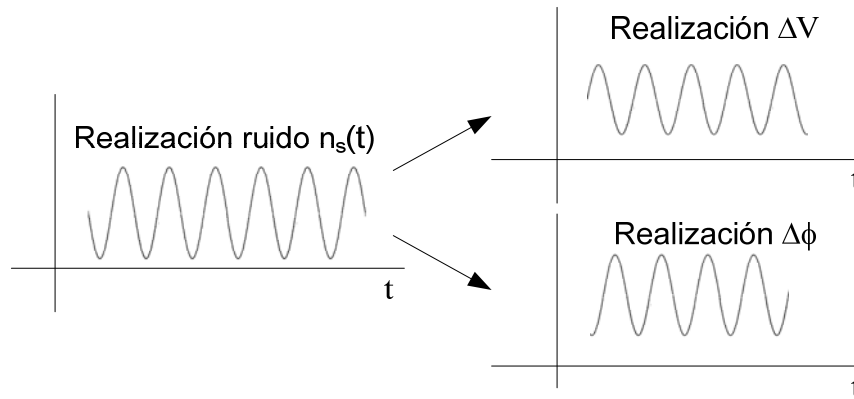


Figura 62 Esquema de cada una de las realizaciones o “paths” que se llevan a cabo por cada fuente. La amplitud y fase de cada la fuente de ruido sigue una distribución gaussiana.

De cada simulación se obtiene un conjunto de envolventes periódicas $X_{ik}(t)$, con período $T = 1/(2\pi\Omega)$, que corresponde a una realización particular de las fuentes de ruido. La amplitud y fase de N_{sk}^-, N_{sk}^+ , de cada fuente de ruido, varía siguiendo una distribución gaussiana. Debido a la periodicidad de las fuentes de ruido, para cada realización las perturbaciones de amplitud y fase se pueden expresar como:

$$\Delta V_{ik}(t) = \text{Re} \{ \Delta A_{ik} e^{j\Omega t} \}, \quad \Delta \varphi_{ik}(t) = \text{Re} \{ \Delta \Phi_{ik} e^{j\Omega t} \} \quad (6.8)$$

Con ΔA_{ik} y $\Delta \Phi_{ik}$ amplitudes complejas constantes. En la formulación de transitorio de envolvente, la variación temporal de los armónicos $X_{ik}(t)$, es sólo a la frecuencia $\Omega = 2\pi/T_\Omega$ dada por los armónicos $N_{sk}(t)$. Esto permite el uso de un paso temporal $\Delta t = T_\Omega/M$, donde M , es el número de muestras por período. Además se evita el transitorio inicial gracias al uso del AG, conectado al circuito solamente durante el primer paso temporal, permite inicializar la solución para cada realización de las fuentes de ruido. Esto último, reduce el tiempo total de simulación, T_s , a un pequeño número P de períodos T_Ω . Por lo tanto, el coste computacional de cada

simulación de envolvente es $C = M \cdot P$, y no varía cuando se reduce la frecuencia de offset Ω . Más aún, el número de muestras M , se reduce de forma significativa considerando que para cada simulación, los armónicos $N_{sk}(t)$ contienen sólo sinusoidales de período T_{Ω} .

Teniendo en cuenta (6.5), se extraen las perturbaciones de fase y de amplitud de $X_{ik}(t)$ para cada realización. Seguidamente, se calculan las funciones de densidad espectral de potencia $S_{\varphi_{ik}}(\Omega)$, $S_{\Delta V_{ik}}(\Omega)$, de acuerdo a (6.6).

Aplicación a un circuito oscilador push-push.

Esta técnica, se puede aplicar, en circuitos complejos donde las técnicas habituales de HB fallen en la convergencia previa para obtener la solución oscilatoria. Como ejemplo de un circuito [10] que presenta dificultades en su simulación tenemos el mostrado en la Figura 63. La topología de este oscilador push-push hace muy difícil obtener la solución oscilatoria utilizando el componente “oscpport” en un análisis de HB, dentro del simulador comercial ADS©.

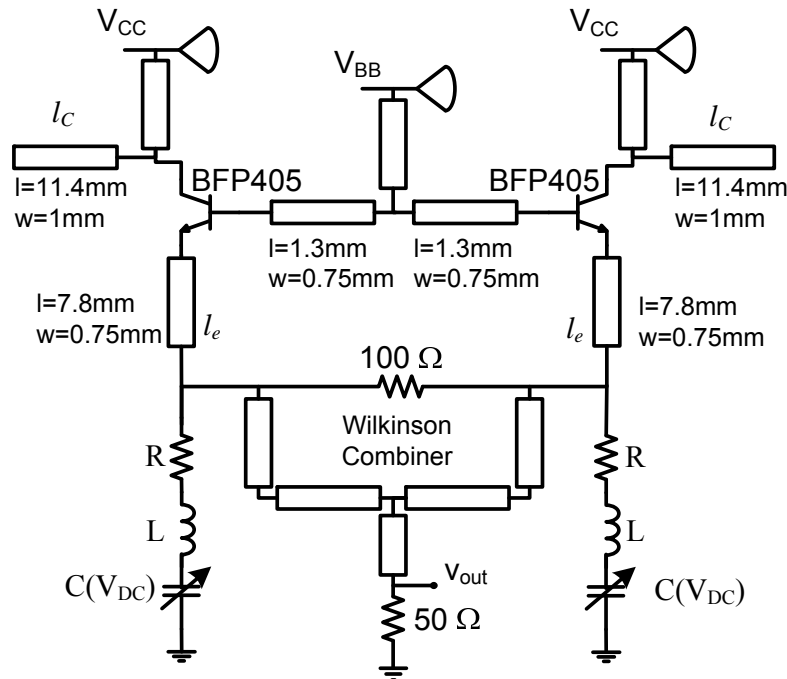


Figura 63 Esquemático de oscilador push-push como ejemplo de una topología que presenta dificultades en simulaciones de HB. Principalmente fallos en la convergencia para obtener la solución oscilatoria en simuladores comerciales.

A partir de la topología anterior del oscilador push-push, y aplicando la técnica aquí presentada, se obtuvieron la simulaciones de ruido de fase que se presentan en la Figura 64.

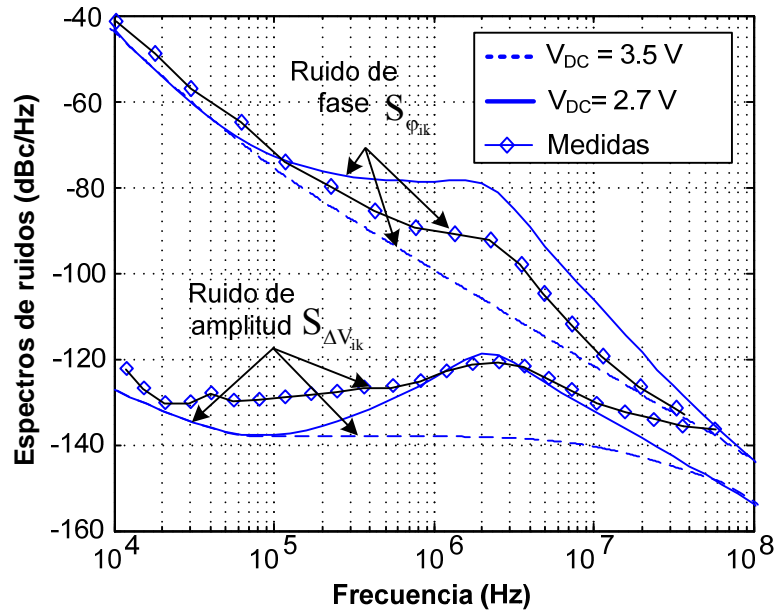


Figura 64 Medidas y simulaciones para el circuito oscilador push-push de la Figura 63. Las simulaciones se realizaron para dos valores de la polarización con la técnica aquí presentada.

6.2.3 Aplicación a un HEMT-VCO.

El objetivo de este capítulo, no es estudiar los diferentes diseños y técnicas para reducir el ruido de fase en osciladores. Sin embargo, con el objetivo de poner a prueba la nueva técnica aquí presentada, aplicaremos una técnica de reducción de ruido de fase y evaluaremos la mejora obtenida.

Se propone este ejemplo por que funciona el “oscport” del simulador comercial ADS© y eso hace posible comparar los resultados de la técnica presentada, con las simulaciones de ruido de fase mediante modulación de portadora, y las medidas.

Diseños para la reducción de ruido de fase.

Uno de los métodos más directos para la reducción del ruido de fase es la mejora del factor de calidad del circuito resonante, aunque esto no siempre es posible debido a razones de coste, tamaño... Para evitar la influencia de los cambios de temperatura sobre la deriva en frecuencia, se puede utilizar un circuito estabilizador externo que controle la temperatura. De esta forma, mediante un elemento activo que disipe suficiente potencia y un termistor, se puede formar un sistema de control realimentado, siendo la temperatura el parámetro a estabilizar. Este circuito de control de temperatura, establece una temperatura constante de trabajo, habitualmente superior a la temperatura ambiente. Una forma más compleja, pero con mejor reducción del ruido de fase, podría servirse de celdas Peltier para controlar la temperatura a un valor más bajo que la temperatura ambiente. Se evitan, en cualquier caso, las fluctuaciones de la temperatura debida al calentamiento y enfriamiento durante el tiempo que el dispositivo está activo, y con ello, sus efectos sobre las lentas desviaciones de la frecuencia de oscilación. El problema de estas técnicas es que requieren un diseño cuidadoso de la parte de control de temperatura, así como de las características térmicas asociada al oscilador. Además el consumo

total crece considerablemente debido al calor generado/disipado para mantener el control de temperatura.

Uno de los métodos más habituales es no utilizar osciladores libres aislados, ya que debido a su comportamiento autónomo, es difícil obtener una frecuencia de oscilación lo suficiente estable. Por esta razón y la posibilidad de sintonizar diferentes frecuencias se implementan lazos enganchados en fase (PLLs). Recordamos que la arquitectura de un PLL se basa en un oscilador de referencia, el cual genera una oscilación de baja frecuencia y muy estable. A partir de esta referencia se estabiliza, mediante un sistema de control, el oscilador controlado por tensión (VCO) que provee la potencia a la salida del PLL. Este VCO trabaja, habitualmente a una frecuencia mucho mayor que la referencia. Mediante el enganche en fase, o también llamado sincronización, del VCO a la referencia, se consigue una mejora del ruido de fase del VCO para valores cercanos a la portadora. La señal de error de este sistema realimentado viene dada por un detector de fase, el cual compara la frecuencia de la referencia y la del VCO. Para poder comparar estas dos fases en el caso que sean de bandas de frecuencia diferentes, la señal del VCO es dividida por un cierto factor N ($f_{VCOlibre}/N = f_{ref}$), usualmente mediante técnicas digitales. La señal de error es filtrada y aplicada para corregir la frecuencia de salida del VCO. El resultado es un sistema más complejo con una buena mejora del ruido de fase, principalmente debido a una buena señal de referencia. Otro aspecto importante, es que la adición de un divisor N variable, añade una gran flexibilidad al sistema, permitiendo sintetizar un amplio conjunto de frecuencias.

Para evitar la complejidad de los sintetizadores de frecuencia basados en PLLs, y mejorar el ruido de fase mediante señales de referencia, se aplican técnicas de inyección de osciladores. De esta forma se puede mejorar el ruido de fase, sincronizando directamente osciladores libres a osciladores externos, de forma similar a los PLLs, pero sin necesidad de añadir nuevos elementos al sistema.

Se han presentado en otros trabajos [11]-[14] la viabilidad del uso de lazos de realimentación del ruido de baja frecuencia en circuitos desde la banda VHF a UHF. La base de esta técnica es, añadir un circuito que realimente el ruido de baja frecuencia a la salida del oscilador, hacia un terminal de la entrada del elemento activo. Esta es una realimentación negativa, dando lugar a una reducción del ruido de fase para frecuencias cercanas a la portadora.

La realimentación consiste, en un filtro de baja frecuencia, el cual toma la muestra de ruido a la salida, y en una parte activa inversora. En la Figura 65, se presenta un circuito de realimentación sencillo.

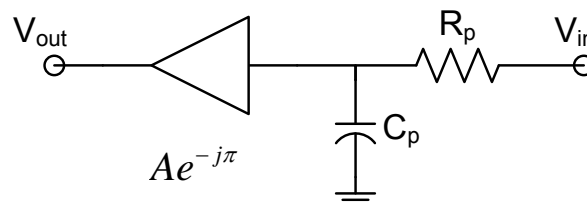


Figura 65 Esquema simple de realimentación negativa de baja frecuencia para reducir el ruido de fase de baja frecuencia. El circuito $R_p C_p$ toma la muestra de ruido en V_{in} . La versión invertida y escalada de la muestra de ruido, es aplicada a un nodo sensible del oscilador en V_{out} .

Mediante R_p y C_p se forma un filtro paso bajo que controla el rango de frecuencias de realimentación, similar al filtro de lazo de un PLL. El amplificador, se selecciona para ofrecer bajo ruido y puede tener características relajadas, ya que trabajará a muy baja frecuencia.

Se debe cumplir que Z_{in} sea lo mayor posible para no perturbar el circuito original que estará conectado en V_{in} . Se debe prestar especial atención a la carga de la salida de la realimentación, la cual condicionará la ganancia necesaria del amplificador de realimentación. También, aunque no se muestra en el esquemático, la red de polarización de la realimentación debe diseñarse para no modificar el comportamiento del VCO. La red que conecte este lazo de realimentación al oscilador, debe aislar ambos en alta frecuencia. Esta será la técnica aplicada para reducir el ruido de fase sobre un oscilador de microondas, al cual se aplicarán los diferentes métodos de simulación de ruido de fase junto a la nueva técnica aquí presentada.

Se presenta en la Figura 66, el VCO [15], al cual se aplico la técnica de reducción de ruido de fase mediante realimentación de baja frecuencia. Está formado por un MESFET polarizado por drenador, donde se conecta el resonador basado en varactor.

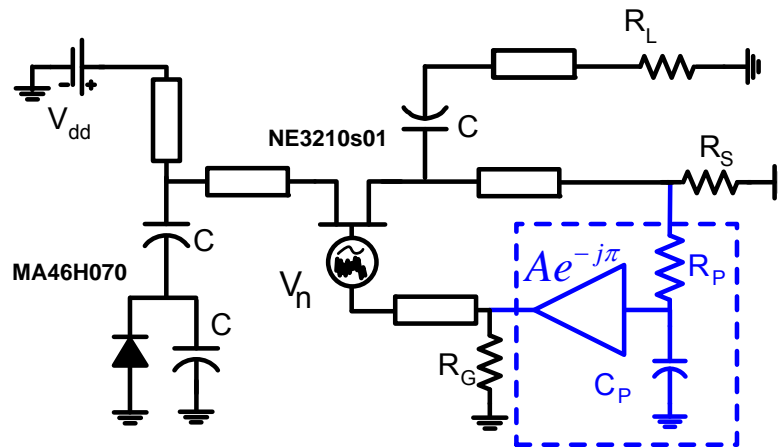


Figura 66 Esquemático del VCO MESFET 6 - 6.3 GHz. Se marca en línea discontinua a la derecha, el lazo de realimentación de baja frecuencia.

Se han añadido fuentes de ruido de tensión en serie con la puerta del transistor, para modelar el efecto del ruido ‘flicker’. Por otro lado, para el ruido ‘shot’, se incluye una fuente de corriente con densidad espectral $2qI_{gs}$, en paralelo con el diodo Schottky a la entrada del transistor. También se incluyen generadores de ruido térmico con todos los elementos resistivos del circuito.

Presentamos inicialmente una pequeña caracterización del VCO propuesto, en primer lugar sin tener en cuenta el lazo de realimentación. La característica frecuencia/tensión inicial para este VCO se muestra en la Figura 67. Como se puede observar, tenemos un ancho de banda de operación de unos 300 MHz para una variación de la tensión aplicada al varactor de 0-6 V. Su característica frecuencia/tensión es típicamente no lineal, saturando en torno a una tensión inversa del diodo varactor de 3 V.

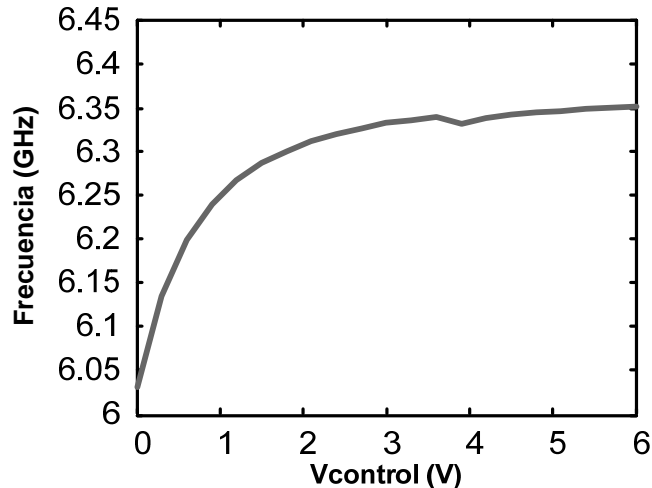


Figura 67 Característica original frecuencia/tensión, del VCO de la Figura 66 sin aplicar la realimentación de baja frecuencia. Se aprecia una clara saturación por encima de 3 V de tensión de control.

El lazo de realimentación aplicado, tal como se presenta en la Figura 66 en trazo discontinuo, está compuesto por un amplificador inversor, R_p y C_p . Si optimizamos los parámetros de la realimentación A , C_p y R_p , con el objetivo de reducir el ruido de fase para frecuencias cercanas a la portadora, podemos obtener configuraciones que modifican la banda de operación. El objetivo de la realimentación es reducir el ruido de fase, pero es deseable que el lazo de realimentación no interfiera en el resto del comportamiento del VCO original. Otra característica propia de la técnica de reducción de ruido de fase mediante realimentación de baja frecuencia, es que la mejora en ruido de fase no suele ser gratuita. Lo habitual es elevar el ruido de fase lejos de la portadora debido a los nuevos elementos introducidos.

Tras diversas simulaciones se seleccionaron un conjunto de valores $\{A, C_p, R_p\}$, que ofreciendo una buena reducción del ruido $1/f$, no empeoran excesivamente el ruido de fase a otras frecuencias. Los criterios orientativos de diseño se pueden resumir en:

- La ganancia del amplificador modifica el ancho de banda del lazo de realimentación, de forma similar a como afecta la ganancia de lazo a un PLL. Un valor inadecuado pueden aumentar el ruido de fase total en lugar de reducirlo.
- La resistencia R_p debe ser lo más pequeña posible para no añadir excesivo ruido térmico, pero con valor suficiente como para no influir en el circuito original. En este caso particular, un valor pequeño de R_p modificaría el punto de trabajo del VCO, ya que esta resistencia está en paralelo con una resistencia de polarización.
- La capacidad C_p tiene, al igual que R_p , control sobre el ancho de banda del lazo. Es deseable un valor elevado, para reducir el ancho del filtro.

Para unos valores en torno a $R_p = 1 \text{ KOhm}$, $C_p = 47 \text{ }\mu\text{F}$ y $A = 10 \text{ dB}$, se obtiene una reducción del ruido de fase en simulación, mayor a 10 dB cerca de la

portadora. Es necesario comprobar cual ha sido el efecto de la nueva red de realimentación, Figura 68, sobre el VCO original. El resultado es que la red de realimentación modifica la característica frecuencia/tensión de nuestro VCO extendiéndola, en este caso, de forma no deseada, tal como se muestra en la Figura 69.

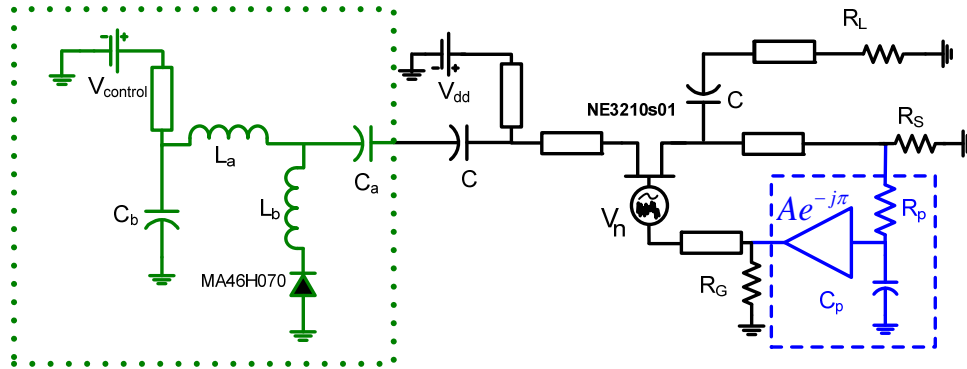


Figura 68 Esquemático del circuito realimentado y linealizado. Se muestra a la derecha en línea discontinua la realimentación de baja frecuencia. En la parte izquierda dentro de la línea punteada se representa la nueva red de linealización incluyendo al varactor.

Suponiendo que la modificación de la banda de trabajo no fuera un efecto deseado, se podría aplicar la técnica de linealización, presentada en el capítulo 3 dedicado a la linealización y optimización de VCOs. El circuito obtenido linealizado, siguiendo una característica lineal en la banda 6.5-6.8GHz, y realimentado, presentaría la topología mostrada en la Figura 68.

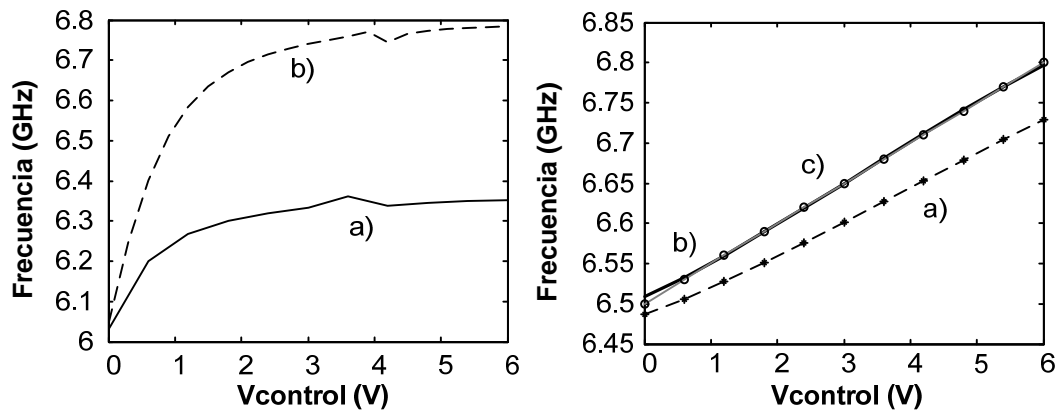


Figura 69 Modificación del ancho de banda de trabajo del VCO de la Figura 66. Izquierda: (a) banda de trabajo original, (b) trazo discontinuo nueva banda de trabajo debido a la realimentación de baja frecuencia. Derecha: (a) linealización sin red realimentación, (b) linealización con red realimentación, (c) característica objetivo.

En la parte derecha de la Figura 69, se muestra la característica frecuencia/tensión resultante del circuito realimentado y linealizado. Se ha añadido la característica que presentaría el circuito eliminando la red de realimentación y manteniendo la de linealización (a). Una vez incluida la red de realimentación, se aprecia como la red de linealización (b) ajusta de forma precisa, la característica objetivo (c).

El esquemático presentando en la Figura 68, no ha sido utilizado a lo largo de este capítulo, principalmente para no elevar la complejidad de implementación. El circuito original, es más adecuado para analizar los efectos de la red de realimentación sobre el ruido de fase para una tensión de control constante, y evaluar la nueva técnica. Por lo tanto, puesto que la técnica aquí presentada se centra en el análisis del ruido de fase, eliminaremos de aquí en adelante, la red de linealización de nuestro estudio. Analizaremos con nuestra técnica basada en transitorio de envolvente, los efectos sobre el ruido de fase de la realimentación de baja frecuencia. Por otro lado, tal como se explica en la próxima sección, para realizar la caracterización experimental del VCO implementado, se fija una tensión de control constante, $V_{control} = 0$, por lo que la linealidad en toda la banda no tiene relevancia.

Un paso previo necesario a la implementación es reemplazar el amplificador ideal de la realimentación por un modelo real, en nuestro caso utilizamos un esquema basado en un BJT, Figura 70.

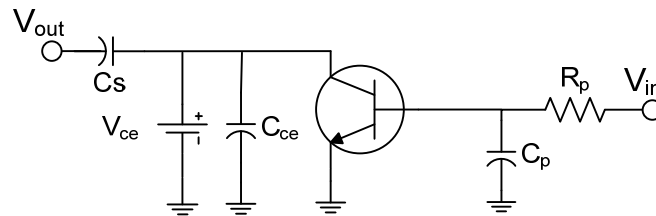


Figura 70 Esquemático de la red de realimentación basado en un BJT. Se han omitido los detalles de las redes de polarización e interconexión al circuito completo del VCO.

Simulación de ruido con la nueva técnica.

Para ilustrar en primer lugar la naturaleza no lineal del ruido de fase, se ha aplicado la técnica de envolvente considerando dos valores diferentes para la frecuencia de ruido Ω , para los mismos valores de N_{sk}^-, N_{sk}^+ en (6.7). Se ha representado en el plano complejo, el primer armónico de la tensión de salida $X_{01}(t)$, Figura 71a, utilizando la misma representación que en la Figura 61. Con $\Omega = 2\pi \cdot 10$ MHz, el armónico perturbado sigue una pequeña curva cerrada con pequeñas desviaciones en amplitud $\Delta V_{01}(t)$, y en fase $\Delta \phi_{01}(t)$.

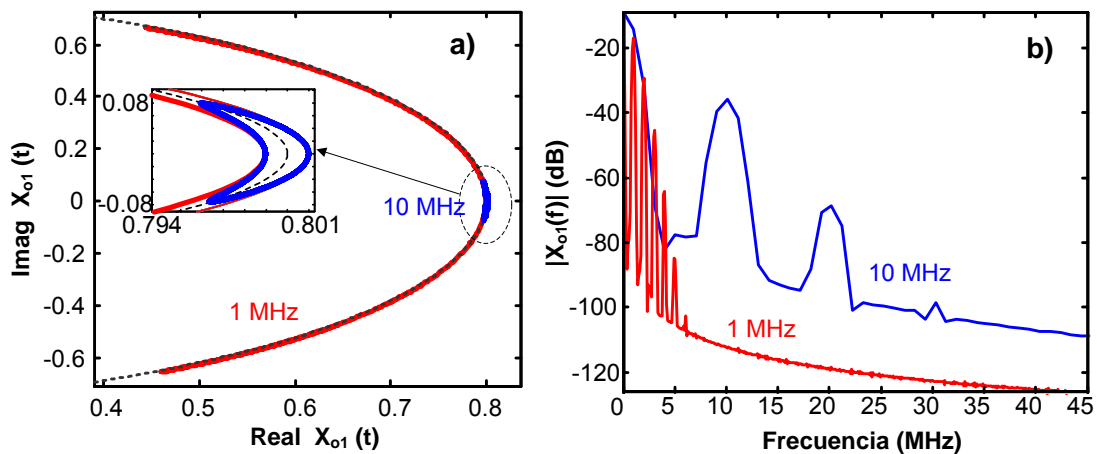


Figura 71 (a) Representación de la variación temporal del primer armónico de la tensión de salida $X_{01}(t)$. (b) Espectro del armónico variable en el tiempo $X_{01}(t)$

En el espectro correspondiente al armónico $X_{01}(t)$ representado en la Figura 71b, la componente de DC se corresponde al valor del estado estacionario del armónico $X_{01}^0 = V_{01}^0 e^{j\varphi_{01}}$. Las bandas laterales a $n\Omega$ son debidas a la modulación inducida por el ruido. En el segundo análisis, se ha reducido la frecuencia de las fuentes de ruido a $\Omega = 2\pi \cdot 1$ MHz. Tal como se puede ver en la Figura 71a, la perturbación en fase, sufre un largo recorrido, mientras que la perturbación en amplitud se mantiene pequeña. Como consecuencia de este fenómeno, el espectro de $X_{01}(t)$, presenta un alto número de bandas laterales de magnitud comparable a la fundamental, Figura 71b.

Para ilustrar un ejemplo de una realización de las fuentes de ruido, introducimos una fuente de ruido a 100 kHz y representamos el transitorio del primer armónico variable en el tiempo. Podemos eliminar el transitorio inicial y comparar los valores de la amplitud del primer armónico variable en el tiempo, Figura 72. Se aprecia claramente el efecto de modulación debido a la fuente de ruido. El lazo de realimentación reduce la influencia de las perturbaciones de ruido sobre la modulación generada, atenuando su amplitud.

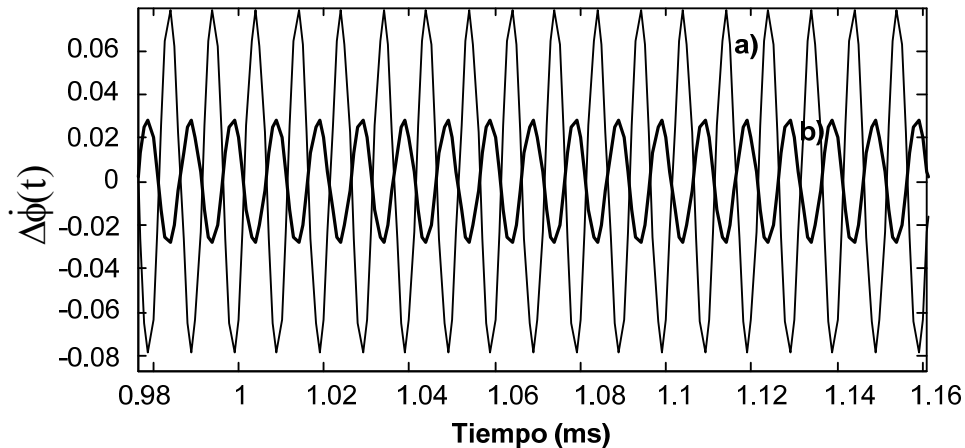


Figura 72 Comparativa de la transferencia del ruido debido a una perturbación sinusoidal aplicada a un nodo interno del oscilador, obtenida sobre la carga de salida R_L . (a) Circuito sin realimentar. (b) Circuito con realimentación de baja frecuencia.

Este proceso se repite siguiendo el proceso descrito en este capítulo para diferentes amplitudes, fases y frecuencias de las fuentes de ruido. La nueva técnica de análisis de ruido de fase se ha aplicado al VCO realimentado y los resultados de los diferentes análisis se representan en la Figura 73.

Se han incluido en la Figura 73 los resultados obtenidos mediante la técnica de modulación de portadora para el circuito original. No se ha incluido el ruido de fase para el circuito mejorado. Esto es debido a que se encontraron problemas de convergencia en el análisis de HB y el “oscport”.

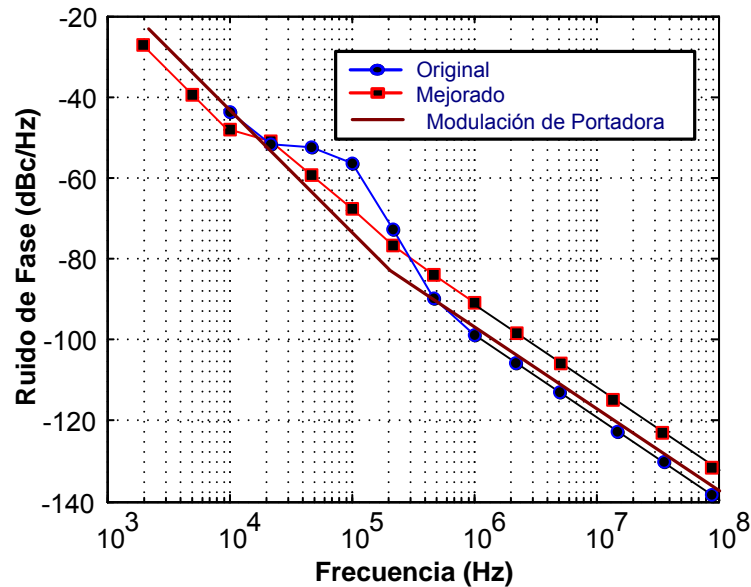


Figura 73 Simulaciones de la mejora del ruido de fase del oscilador debido a lazo de realimentación de baja frecuencia. Se presentan simulaciones con la nueva técnica para el circuito inicial y el realimentado. Sólo se presentan simulaciones de modulación de portadora para el caso original debido a problemas de convergencia del simulador.

Como se puede apreciar en los resultados, la nueva técnica prevé la reducción del ruido de fase cerca de la portadora (10 kHz). No hemos podido acercarnos más a la portadora debido a problemas con los transitorios presentes en este oscilador, ya que el análisis de transitorio de envolvente debe utilizar un paso lo suficiente pequeño como para muestrear la resonancia que aparece en torno a 100 kHz. Por otro lado, esta nueva técnica es capaz de obtener la presencia de precursores, tal como se ve en este ejemplo a la frecuencia de 100 kHz.

6.2.4 Caracterización experimental.

Se llevó a cabo la implementación del VCO realimentado y sin realimentar de la sección anterior, 6.2.3. Mostramos en la Figura 74, una foto del VCO así como una captura de una de las medidas del ruido de fase, empleadas para estimar el ruido de fase.

Cabe reseñar la dificultad para realizar estas medidas del ruido de fase sobre el VCO libre, ya que presenta lentos cambios en su frecuencia de salida debido a acoplos con otras señales de RF, cambios en temperatura, oscilaciones de la fuente de alimentación... Para conseguir unas medidas fiables se apantalló el VCO de los posibles acoplos de RF y se utilizó alimentación por batería para evitar fluctuaciones o interferencias de la red eléctrica.

Los análisis de ruido de fase en torno a 10 kHz comienzan a presentar fluctuaciones debido a los lentos cambios en frecuencia del oscilador libre. En la Figura 74 se muestra una de las medidas de ruido de fase realizadas. Se aprecia un aplanamiento para valores cercanos a la portadora debido a la problemática ya mencionada. Se planteó aplicar técnicas de medida más complejas como la comentada en [14] pero complicaban demasiado el sistema de medida.

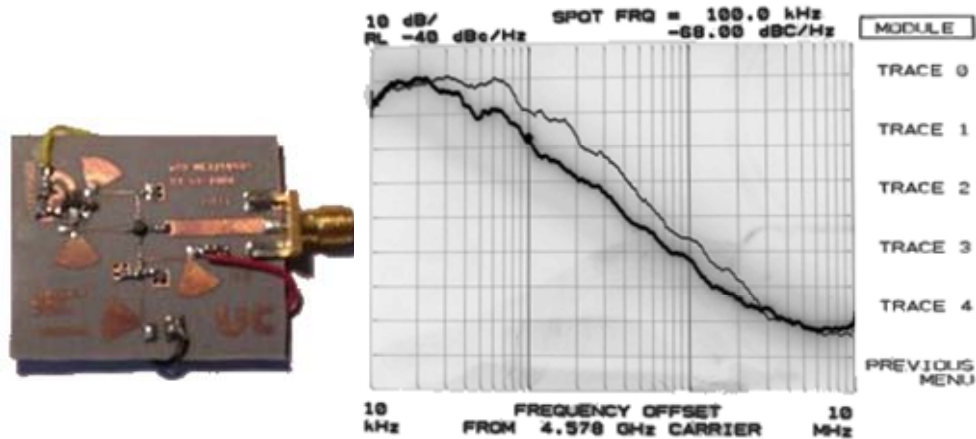


Figura 74 Foto de VCO implementado. Comparación de una de las medidas del ruido de fase con realimentación (traza inferior), y sin él (traza superior).

Con el objetivo de compensar los posibles errores debidos a la técnica de medida de ruido de fase del analizador de espectros y las fluctuaciones de la frecuencia del oscilador, se realizaron diversas medidas desechando aquellas que se alejaban excesivamente del valor medio. El conjunto restante de espectros de ruido de fase ha sido promediado, y se corresponde con la medida de ruido de fase que se presenta en la Figura 75.

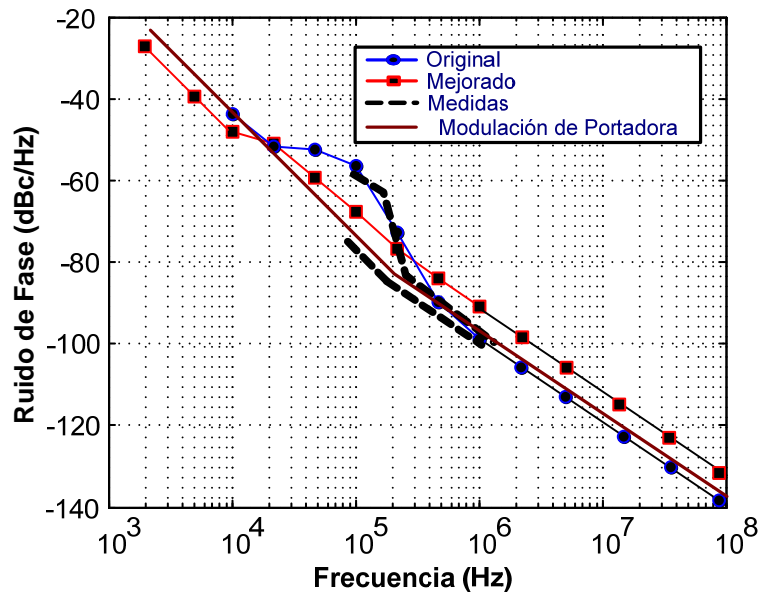


Figura 75 Comparación de las medidas y las simulaciones del espectro de ruido de fase en el VCO con realimentación de baja frecuencia.

Las medidas fueron tomadas en el rango de 10 kHz - 10 MHz. La reducción de ruido de fase obtenida en el laboratorio, es coherente con los resultados de las simulaciones tal como se ve en la Figura 75. Más aún, la nueva técnica es capaz de predecir la resonancia medida en el espectro de ruido de fase en torno a 100 kHz.

6.3 Modelo de una fuente de ruido flicker.

Las fuentes de ruido flicker, o como también son conocidas $1/f$, presentan una densidad espectral de potencia con una pendiente $1/f$. Este tipo de fuentes están presentes en muchos procesos de la naturaleza, en particular en la atmósfera, transistores, diodos, semiconductores La medida y el modelado de este tipo de fuente de ruido es un proceso complejo debido a sus características estadísticas [16]. En este sentido, se han realizado medidas durante largos períodos de tiempo para comprobar la naturaleza no estacionaria de este tipo de procesos [16].

El modelo que se va a introducir aquí hace uso de procesos que presentan un movimiento browniano, o como son también conocidos en la bibliografía, “random walks” (RW). A partir de un número infinito de este tipo de procesos se puede reproducir el comportamiento de las fuentes de ruido $1/f$ en un cierto rango. Estos procesos $x_i(t)$ cumplen las siguientes principios:

- $x_i(0) = 0$
- Para un cierto $t > t_{s_i}$, son estacionarios:
 - $\langle x_i(t) \rangle = m$, es independiente del tiempo
 - $\langle x_i(t)^2 \rangle = n$, es independiente del tiempo

A continuación vamos a describir brevemente algunas de las características de los “random walks”. Un desarrollo más detallado se puede encontrar en [17].

Random walks.

Una señal que describe un RW, sufre un cambio $\pm A$ con igual probabilidad, sobre su valor actual cada D segundos. De esta forma, describe una función escalonada tal como se muestra en la Figura 76.

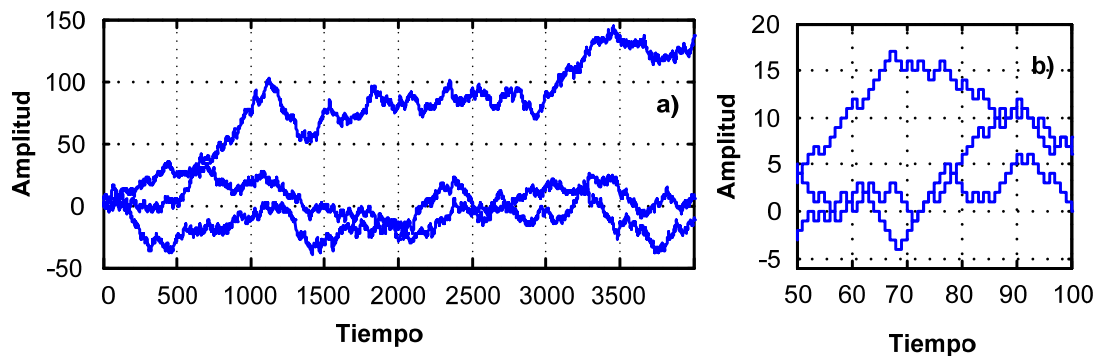


Figura 76 Tres realizaciones de un proceso random walk para $A = 2$, $D = 1$, (a) realizaciones hasta $t = 4000$, (b) detalle de los escalones del random walk para un intervalo comparable a D .

La expresión formal que modela un RW en el intervalo $[0, T]$ tiene la forma:

$$x(\alpha_1, \dots, \alpha_N, t) = A \sum_{i=1}^N \alpha_i u(t - iD), \alpha_i \in S_{\Gamma} \quad (6.9)$$

Donde u es la función escalón, $T = (N+1)D$, α_i son realizaciones de una variable aleatoria discreta S_Γ que toma el valor ± 1 de forma equiprobable. Podemos calcular la densidad espectral de potencia de estas señales tal como se realiza en [17], y simplificarla suponiendo, $f \gg 1/T$ y $N \gg 1$:

$$G_X(T, f) \approx \begin{cases} \frac{\sigma_\Gamma^2}{2\pi^2 f^2 D} & f \gg 1/T, f \neq k/D, k \in \mathbb{Z} \\ 0 & f = k/D, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (6.10)$$

Con σ_Γ la varianza de S_Γ . Como vemos la expresión (6.10) tiene una pendiente $1/f^2$, esto se puede apreciar también si calculamos numéricamente su densidad espectral de potencia (ver Figura 77), a partir de uno de los paths de la Figura 76.

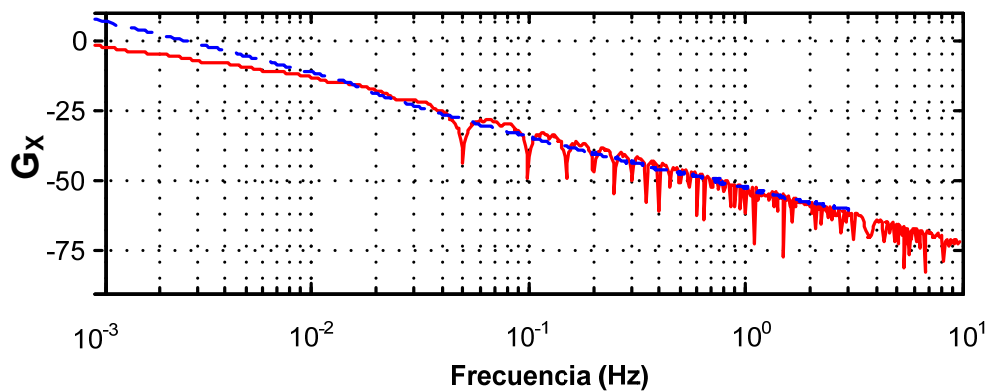


Figura 77 Densidad espectral de potencia para una realización del RW de la Figura 76. Se superpone la expresión analítica aproximada (6.10).

Bounded Random Walks.

La diferencia de los “Bounded Random Walks“ (BRW), con los RW, es que en los primeros se acota el valor máximo y mínimo que pueden alcanzar. Para ello, los pulsos a partir de los cuales se construye, ya no son escalones ideales de duración infinita, si no pulsos de una cierta duración $b \cdot D$.

$$x_B(\alpha_1, \dots, \alpha_N, t) = A \sum_{i=1}^N \alpha_i \eta(t - iD), \alpha_i \in S_\Gamma \quad (6.11)$$

Siendo ahora η una función que genera un pulso cuadrado desde $t = iD$, hasta $t = (i+b)D$. De esta forma, el valor en cada instante es la suma de a lo sumo b pulsos anteriores, por lo que los valores máximos que puede tomar un RBW son $\pm bA$.

La representación gráfica de un RBW se muestra en la Figura 78, donde se aprecia claramente los límites en la amplitud a $\pm bA = \pm 10 \times 1$.

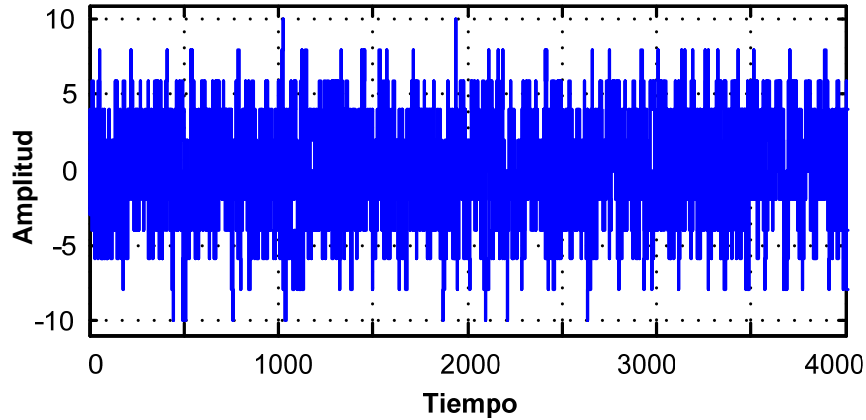


Figura 78 Realización de un BRW para $A = 1$, $D = 1$, $b = 10$, se aprecian claramente las cotas máximas y mínimas de $\pm b$.

De igual modo al caso anterior, se puede obtener la densidad espectral de potencia de un RBW suponiendo $T \gg T_b$ [17], con $T_b = b \cdot D$:

$$G_{BX}(T, f) \approx \frac{b\sigma_f^2}{1 + 1/N} T_b \text{sinc}^2(fT_b), \quad T \gg T_b \quad (6.12)$$

El espectro por tanto tiene forma de sinc con nulos a $1/T_b$, Figura 79. Se puede observar que la recta que mejor aproxima este espectro decrece con pendiente $1/f^2$.

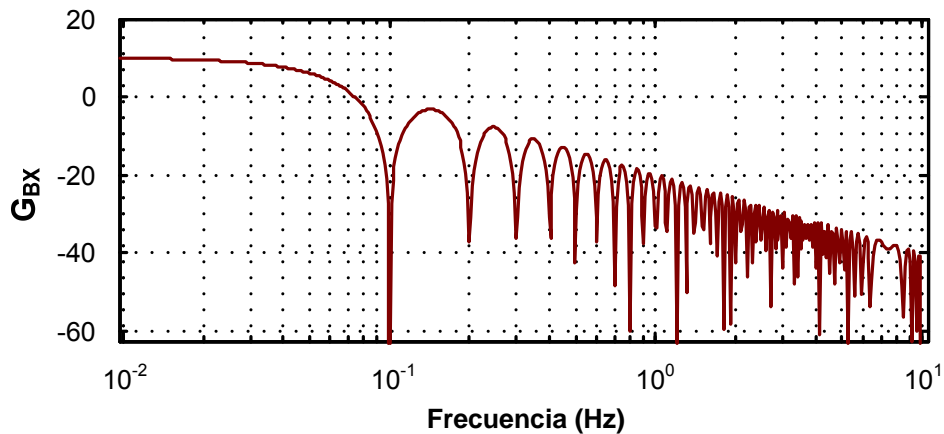


Figura 79 Densidad espectral de potencia de un RBW, con los parámetros $A = 1$, $D = 1$, $b = 10$.

Los espectros de ambos, RW y BRW vienen condicionados por las características de sus parámetros, en particular D que indica la velocidad de cambio de la señal, por ello es necesario modificar los tiempos y pasos de simulación si queremos analizar de forma eficiente, RW o BRW.

Ruido 1/f.

Para modelar el ruido $1/f$ vamos a utilizar un sumatorio infinito de RBW. Cada uno de estos BRW tendrá un valor D_i diferente, en [17] se propone una

variación de la forma $D_i = 2^i D$. De esta forma podemos modelar el ruido flicker como:

$$n(t) = \sum_{i=0}^{\infty} x_B(\alpha_1, \dots, \alpha_N, t, D_i), \quad D_i = 2^i D$$

$$N(f) = \sum_{i=0}^{\infty} G_{B_i}(T, f)$$
(6.13)

Dado un instante de tiempo t_s , tendremos paths de infinitos BRW cuya variación es más lenta que t_s , y por lo tanto no afectarán al espectro. Este hecho se observa en el aplanamiento que se produce en el espectro del ruido a bajas frecuencias, modelado mediante BRW. Sin embargo, este fenómeno también se produce al realizar medidas del ruido flicker, que están limitadas en baja frecuencia por el tiempo total de medida [16]. En la Figura 80 se aprecia la frecuencia máxima de validez del modelo en torno a 10^{-1} .

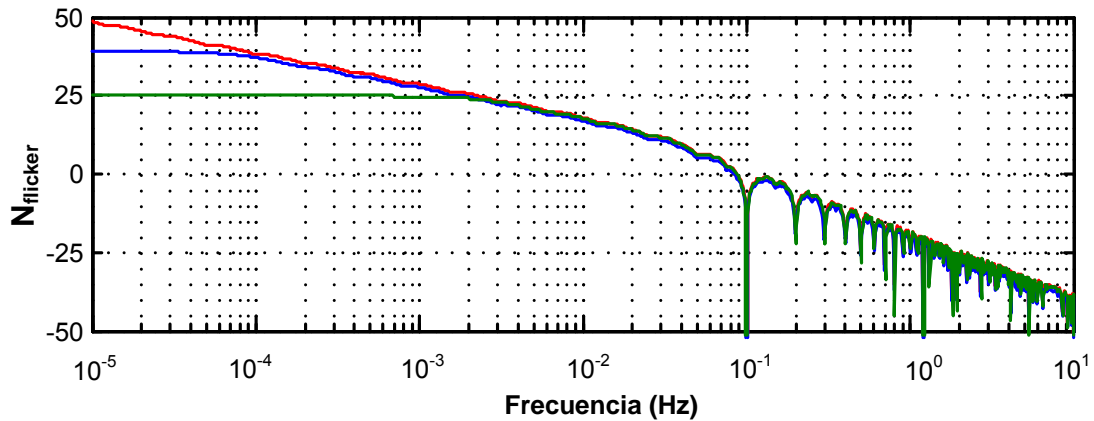


Figura 80 Modelos de ruido flicker construidos a partir de 5, 10 y 20 BRW. Para cada BRW se ha utilizado $D^i = 2^i D$. El límite inferior viene condicionado por el número de BRW utilizados. Se aprecia el aplanamiento del espectro a 10^{-3} (5 BRW), 10^{-4} (10 BRW) y 10^{-5} (20 BRW).

La frecuencia mínima válida de este modelo está relacionada con la frecuencia de cambio del BRW más lento, dada en este caso por D_i . Ese efecto se observa en el aplanamiento del espectro de la Figura 80, para la cual se han utilizado 5, 10 y 20 BRW, con $D_i = 2^i D$ para cada uno de los BRW. De esta forma el modelo con 10 BRW, incluye más componentes frecuenciales de baja frecuencia respecto al modelo con 5 BRW. Esto es debido por los BRW más lentamente variables en el tiempo, $D_4 = 2^4 D$, $D_5 \dots$, $D_9 = 2^9 D$.

6.4 Conclusiones.

Se ha presentado una nueva técnica para el análisis del ruido de fase. Esta nueva técnica predice el espectro del ruido de fase a partir de las perturbaciones en amplitud y en fase obtenidas con el método de transitorio de envolvente, presente en muchos simuladores comerciales. La técnica predice el espectro del ruido de fase a cualquier distancia de la portadora, siendo posible también identificar posibles resonancias, con un bajo coste computacional.

Puesto que esta técnica se basa en el transitorio de envolvente, no es necesario obtener mediante un análisis HB del simulador, la solución de estado estacionario, paso previo de otras técnicas de análisis de ruido de fase en la frecuencia, como por ejemplo el “oscport” en el simulador ADS©. También se han resumido aquí técnicas para reducir el ruido de fase, en particular la de realimentación de baja frecuencia, y un modelo para las fuentes de ruido flicker.

La nueva técnica aquí presentada, ha sido aplicada a la evaluación de la reducción de ruido de fase debida a un lazo de realimentación de baja frecuencia introducido en un VCO. Los resultados presentan una buena concordancia entre las técnicas habituales de estimación de ruido de fase, las medidas y la técnica presentada.

Bibliografía

- [1] F.X. Kaertner, "Analysis of White and $f^{-\alpha}$ Noise in Oscillators", *Int. J. Circuit Theory Applications*, vol. 18, pp. 485-519, 1990.
- [2] A. Demir, "Phase noise in oscillators: DAEs and colored noise sources", *IEEE/ACM Int. Conference on Computer-Aided Design*, 1998, pp. 170-177.
- [3] V. Rizzoli, F. Mastri, D. Masotti, "General noise analysis of nonlinear microwave circuits by the piecewise harmonic balance technique", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 42, no.5, May. 1994.
- [4] S. V. Hoeye, A. Suárez and S. Sancho, "Analysis of noise effects on the nonlinear dynamics of synchronized oscillators", *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 11, pp. 376-378, September. 2001.
- [5] J. M. Paillot, J. C. Nallatamby, M. Hessane, R. Quéré, M. Prigent and J. Rousset, "A general program for steady state, stability, and FM noise analysis of microwave oscillators", *IEEE MTT-S*, 1990, pp. 1287-1290.
- [6] E. de Cos, A. Suárez, S. Sancho, "Envelope transient analysis of self-oscillating mixers", *IEEE MTT*, vol. 52, no. 4, April 2004 pp 1090 – 1100.
- [7] E. Ngoya, J. Rousset, D. Argollo, "Rigorous RF and Microwave Oscillator Phase Noise Calculation by Envelope Transient Technique", *IEEE MTT-S*, 2000.
- [8] S. Sancho, A. Suarez, F. Ramirez, "Phase and Amplitude Noise Analysis in Microwave Oscillators Using Nodal Harmonic Balance", *IEEE Tran. On Microwave Theory and Techniques*, vol. 55, no.7, July 2007.
- [9] A. Suarez, S. Sancho, "Application of the envelope-transient method to the analysis and design of autonomous circuits", *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, vol. 15, 2005.
- [10] M. Ponton, E. Fernandez, A. Suarez, F. Ramirez, "Harmonic-balance design and analysis of an injection-locked push-push oscillator", *INMMIC 2008*.
- [11] Ulrich L. Rohde, "Nonlinear Effects In Oscillators and Synthesizers", *Synergy Microwave Corporation*, Paterson, New Jersey.
- [12] Yi Lin, K.H. To, J.J. Hame, W.M. Huang, "Fully Integrated 5GHz CMOS, VCOs with On Chip Low Frequency Feedback Circuit for $1/f$ Induced Phase Noise Suppression", *28th European Solid-State Circuits Conference*, September 24 - 26 2002, Firenze, Italy.
- [13] Andrei Grebennikov, "Noise Reduction in Transistor Oscillators: Part 2—Low Frequency Loading and Filtering", *High Frequency Electronics*, June 2005.
- [14] Chung Ming Yuen and Kim Fung Tsang, "Phase Noise Measurement of Free-Running VCO Using Spectrum Analyzer", *Department of Electronic Engineering*, City University of Hong Kong, China.
- [15] A. Georgiadis, A. Collado, A. Suarez, "New Techniques for the Analysis and Design of Coupled-Oscillator Systems", *IEEE Tran. on Microwave Theory and Techniques*, Volume 54, Nov. 2006.

[16] M. S. Keshner, “1/f Noise”, *Proceedings of the IEEE*, vol. 70, no. 3, March 1982.

[17] R. M. Howard, “Principles of Random Signal Analysis and Low Noise Design”, Wiley-Interscience, 2002.

Capítulo 7

Modelado dinámico de osciladores controlados por tensión, combinando series de Volterra con una formulación de envolvente

7.1 Introducción.

Una simulación completa del oscilador, requiere utilizar modelos complejos del circuito oscilador, ampliando por ejemplo los modelos de las redes de alimentación o completando los modelos de los transistores. Aunque el coste temporal de estas simulaciones complejas no es prohibitivo, si se tiene en cuenta el comportamiento autónomo del circuito, que hace necesaria una búsqueda dentro del espacio de soluciones, encontrar la solución estable puede ser bastante complicado.

Una vez finalizado el diseño del oscilador de microondas, es necesario integrarlo con el resto del sistema. Pueden aparecer nuevos problemas debido a la interacción entre los componentes que forman nuestro dispositivo, tales como otros osciladores, mezcladores, amplificadores... Teniendo en cuenta la complejidad del oscilador aislado, simularlo conjuntamente con el resto de elementos no es un proceso sencillo y tampoco rápido. La solución habitual es desacoplar los principales parámetros que afectan al oscilador, como por ejemplo, la impedancia de carga, para comprobar sus efectos sobre la solución original del oscilador. Además, en el sistema completo se substituye el modelo del oscilador, por un modelo simplificado que reproduzca fielmente sus características principales. Una solución habitual es emplear modelos con diferentes niveles de detalle. Se analiza de esta forma, los problemas que puedan aparecer en las fases de diseño, simulando el sistema a distintos niveles de abstracción: físico, circuito, sistema...

Una primera aproximación para un modelo sencillo de un oscilador controlado por tensión (VCO), podría estar formado por una tabla de 'look-up' que relacione la frecuencia de salida con la tensión de control aplicada. Aunque este modelo es muy sencillo y por lo tanto presenta un bajo coste computacional, no predice muchos fenómenos que están presentes en los VCO tales como, efectos de memoria, comportamientos dinámicos no-lineales, variación de la amplitud de salida con la frecuencia, efectos de las redes de polarización...

Se han desarrollado varios trabajos basados en modelado de amplificadores de potencia, una comparativa detallada [1]. Algunos de estos modelos emplean series de Volterra [2]-[4], esta herramienta matemática permite modelar funciones no lineales con memoria. En este capítulo, se realizará un estudio preliminar para emplear las series de Volterra, en particular las conocidas como “Deviation-Reduction” [2], para el modelado de la respuesta dinámica de un VCO. Se presentará una técnica para obtener este modelo, el cual puede ser utilizado en simulaciones de transitorio de envolvente. Esta técnica permite identificar los kernels de Volterra [5], a partir de las simulaciones de un software comercial o mediante medidas de un VCO real, siendo este último caso el más interesante para aplicaciones prácticas. Este modelo de Volterra se utilizará para simular las dinámicas de los VCO de microondas en presencia de señales de control.

7.2 Modelado de la respuesta del VCO ante una señal de modulación.

Uno de los parámetros principales de un VCO es la frecuencia libre de oscilación f_0 . Esta frecuencia varía en función del voltaje de control v_t . Además, debido a la naturaleza autónoma del VCO, cualquier cambio en los componentes del circuito, puede modificar la solución del VCO. En este capítulo se modelará la dinámica del VCO, cuando se aplican señales de modulación lentamente variables en el tiempo $v_t(t)$. La señal moduladora estudiada, posee una componente de DC v_{t0} , que corresponde con la frecuencia libre de oscilación, junto con una señal lentamente variable en el tiempo que genera la modulación en frecuencia. En el caso de un VCO ideal sinusoidal el voltaje de salida para el primer armónico resulta:

$$\begin{aligned} v(t) &= A_1(t) \cos(\Phi_1(t)) = A_1(t) \cos(\omega_0 t + \phi_1(t)) \\ \dot{\phi}_1 &= F[v_t(t)], \quad v_t(t) = v_{t0} + v_m(t) \end{aligned} \quad (7.1)$$

Donde ω_0 , es la frecuencia libre de oscilación y la función no-lineal F relaciona los cambios en la tensión de control $v_t(t)$ con el cambio en frecuencia. Ambas amplitud y fase de (7.1), poseen una relación dinámica con la señal de entrada v_t . Por un lado, se produce un efecto no deseado de variación de la amplitud, el cuál se puede compensar en los VCOs añadiendo un búfer de salida. Por otro lado, se genera una modulación en frecuencia debida a la señal de control del VCO.

En el modelo del VCO se pueden distinguir tal como se plantea en [7],[8] una parte estática y una parte dinámica. La primera, se relaciona con la característica habitual frecuencia/tensión constate presentada para los VCOs. La segunda, modela como los cambios de la tensión de control modulan la frecuencia de salida.

Por otro lado, en la formulación de transitorio de envolvente, utilizada por los simuladores comerciales, la salida del VCO para todos sus armónicos resulta:

$$v(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{V}_K(t) e^{j2\pi k f_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_K(t) e^{j\Phi_k(t)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_K(t) e^{j(2\pi k f_0 t + \phi_k(t))} \quad (7.2)$$

Donde f_0 , es la frecuencia libre de oscilación del VCO, correspondiente al valor de DC v_{t0} del voltaje de control v_t . El voltaje de modulación $v_m(t)$ generará una desviación en frecuencia máxima f_Δ determinada por la relación frecuencia/tensión del VCO, ver Figura 81.

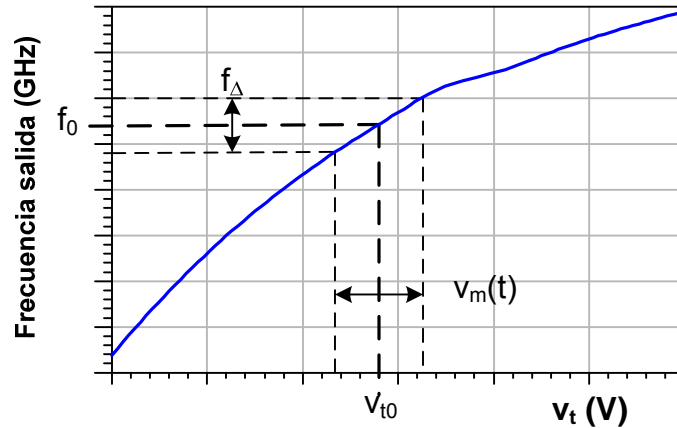


Figura 81 Desviación en frecuencia del VCO debido a los valores máximo y mínimo de $v_t(t)$. El ancho de banda aproximado de la modulación FM, viene determinado por la regla de Carson $2(f_\Delta + f_m)$, donde f_Δ es la desviación máxima en frecuencia debido a la tensión v_t y la característica del VCO, y f_m es la frecuencia máxima de la señal moduladora v_t .

Teniendo en cuenta la regla de Carson para una modulación FM, el ancho de banda del primer armónico en torno a la portadora f_0 , es aproximadamente $2(f_\Delta + f_m)$ [6]. Para que la banda de modulación generada sea pequeña respecto a la portadora, se debe cumplir que, $2(f_\Delta + f_m) \ll f_0$. Por lo tanto, con el objetivo de que las componentes armónicas $v_k(t) = A_k(t)e^{j\phi_k(t)}$, definidas en (7.2), presenten una banda estrecha respecto f_0 , se limitarán las características de la señal de entrada v_m . Se fijará, el valor máximo de la frecuencia de modulación f_m de $v_m(t)$, así como, su valor pico a pico v_{pp} , el cual, dada la respuesta frecuencia/tensión del VCO, determinará la desviación en frecuencia f_Δ . Teniendo esto en cuenta, podemos evitar construir un modelo estático que cubra toda la banda de frecuencia de trabajo del VCO. Por lo tanto, enfocaremos nuestro modelo comportamental a la respuesta dinámica en una pequeña banda en torno a un valor particular de la frecuencia libre f_0 .

Una posible representación de la dinámica del VCO, se presenta en [7] utilizando derivadas de primer orden y una función de mapeado. El modelo presentado en [7], tiene en cuenta los efectos de memoria presentes en los VCO con un modelo de 2° orden en la frecuencia instantánea f_1 :

$$\begin{aligned} f_1 &= \dot{\Phi}_1 = f_0 + \dot{\phi} \\ \ddot{f}_1 &= g(f_1, \dot{f}_1, v_t, \dot{v}_t) \end{aligned} \quad (7.3)$$

Donde la frecuencia de salida f_1 , depende tanto de sí misma como del voltaje de control y derivadas de orden uno. La función no-lineal g pondera sus parámetros de entrada y se identifican sus coeficientes a partir de datos obtenidos de simulaciones o medidas en el dominio de la frecuencia. Los efectos de memoria entre la frecuencia de salida y la tensión de control también se utilizan en [9] para construir un modelo completo estático/dinámico del VCO.

Agrupando los términos de (7.3), podemos expresar esa relación en función de la fase, más conveniente para realizar un modelado en transitorio de envolvente (7.2). Esto da lugar a un modelo de 3° orden en la variable fase:

$$\ddot{\phi}_1 = h(\dot{\phi}_1, \ddot{\phi}_1, v_t, \dot{v}_t) \quad (7.4)$$

La ecuación (7.4) muestra los efectos de memoria que presenta ϕ_1 . En nuestro caso, modelaremos estos efectos de memoria y las no-linealidades presentes mediante series de Volterra. Modelaremos la frecuencia instantánea de salida de manera similar a como se presenta en [9], suponiendo una dependencia sólo con la señal de control v_t . De esta forma, expresaremos la relación entre la frecuencia instantánea de salida al primer armónico ϕ_1 , con los términos de v_t^p y sus derivadas:

$$\dot{\phi}_1 = h(v_t, \dot{v}_t, \ddot{v}_t, \dots, v_t^2, \dot{v}_t^2, \ddot{v}_t^2, \dots) \quad (7.5)$$

Las series de Volterra se usan habitualmente para construir modelos de caja negra entrada/salida de amplificadores de potencia. En nuestro caso, utilizaremos el modelo discreto de las series de Volterra, más conveniente para ser implementado en el simulador. En el caso general, la expresión discreta que modela un sistema no-lineal con efectos de memoria utilizando la teoría de series de Volterra es:

$$y(n) = \sum_{p=1}^P \sum_{i_1=0}^{M-1} \dots \sum_{i_p=0}^{M-1} h_p(i_1, \dots, i_p) \prod_{j=1}^p x(n-i_j) \quad (7.6)$$

Con P el orden no-lineal, M el orden de memoria y h_p el p-ésimo kernel de Volterra. El problema fundamental de las series de Volterra es la identificación de los kernels de Volterra una vez establecidos los órdenes M y P. La expresión (7.6) es lineal respecto estos kernels, lo que permite obtenerlos mediante algún método directo de optimización de sistemas lineales. Por ejemplo, mediante un método iterativo de minimización de la función de error formada por el sistema (7.6), tal como se ha presentado en el capítulo 1.

En relación a los órdenes de la serie de Volterra, valores bajos de M y P generarán un modelo más sencillo que puede no poseer la suficiente flexibilidad para ajustar la respuesta real. Por el contrario, aumentar estos órdenes, complica en primer lugar, la obtención del número creciente de kernels h_p que aparecen, y por otro lado la complejidad computacional del modelo generado.

A partir de la expresión (7.6), en [3], se aplican algunas transformaciones matemáticas dividiendo las series de Volterra en dos sumatorios en p de la forma:

$$y(n) = \underbrace{\sum_{p=1}^P h_{p,0}(0, \dots, 0) x^p(n)}_{H_n} + \underbrace{\sum_{p=1}^P \left\{ \sum_{r=1}^p \left[x^{p-r}(n) \sum_{i_1=1}^M \dots \sum_{i_r=i_{r-1}}^M h_{p,r}(0, \dots, 0, i_1, \dots, i_r) \prod_{j=1}^r x(n-i_j) \right] \right\}}_{H_{n-i}} \quad (7.7)$$

El primer sumatorio H_n , modela el comportamiento instantáneo del sistema, ya que no depende de términos pasados, siendo una expansión en serie de Taylor habitual. El segundo sumatorio H_{n-i} , añade un nuevo parámetro r . Este nuevo parámetro, fija el número posible de productos cruzados de las muestras retardadas de la señal de entrada $x(n-i_j)$ [3]. Este parámetro incrementa el control sobre el modelo, permitiendo así aplicar una reducción eficiente del número de kernels de Volterra. En [3], la expresión (7.7) se conoce como “Dynamic Deviation Reduction-Based Volterra series”, la cual divide a la serie de Volterra (7.6), en su parte instantánea y dinámica. El parámetro r añade un grado de libertad que no estaba disponible en las serie de Volterra originales y permite controlar la complejidad de la parte dinámica del modelo generado. Aplicaremos este modelo de las series de Volterra modificadas para reproducir un modelo de transitorio de envolvente para VCOs.

Con el objetivo de verificar el modelo construido se compararán las características de la señal de salida del modelo con la señal de salida del simulador, ambas en el dominio de la envolvente. Situaciones más complejas, propias de circuitos osciladores como el ruido de fase, o valores extremos para la frecuencia de salida, la tensión de control y la frecuencia de entrada, no serán tenidas en cuenta en este modelo.

Para obtener los kernels de Volterra, utilizaremos como entrada $x(n)$, muestras de la señal de control $v_t(n)$, y como salida una señal compleja determinada por el módulo del primer armónico y su frecuencia instantánea $y(n) = A_1(n)e^{jf_1(n)}$. Utilizamos la frecuencia instantánea en lugar de la fase debido a que ϕ_1 en la simulación de transitorio de envolvente presenta términos rampa. Estos términos rampa, son debidos a un desajuste entre la base de frecuencia del análisis y la frecuencia media de oscilación f_0 . Además los modelos [9][10] utilizan también la frecuencia instantánea de salida en lugar de la fase. En nuestro caso, incluimos también el módulo de la salida $A_1(n)$ en el modelo. El modelo que se presenta, se puede expresar de formar compacta como:

$$Y(n) = A_1(n)e^{jf_1(n)} = H[\bar{v}_t(n), \bar{v}_t(n-1), \dots, \bar{v}_t(n-M)] \quad (7.8)$$

$$\bar{v}_t(n-i) = [v_t(n-i), v_t^2(n-i), v_t^3(n-i), \dots, v_t^p(n-i)]$$

Siendo H la expresión compacta de las series de Volterra (7.7). Nuestro modelo tendrá en cuenta el caso de una señal modulada en banda base sobre una tensión constante v_{t0} que dará lugar a una frecuencia constante f_0 . Por ello, no extraeremos una característica frecuencia/tensión completa en toda la banda.

Por otro lado, si se tiene en cuenta el caso general donde la señal de entrada v_t , estuviera a su vez modulada, sería necesario utilizar el modelo de envolvente compleja de las series de Volterra modificadas [4] y ya presentado en el capítulo 1 de este trabajo. En nuestro caso, particularizaremos para una señal de control real de pequeña variación y desarrollaremos el modelo al primer armónico.

7.3 Aplicación a un VCO de microondas.

Esta técnica se ha aplicado para modelar la dinámica del VCO mostrado en la Figura 82. Este circuito se ha diseñado con una arquitectura similar a la presentada en [10].

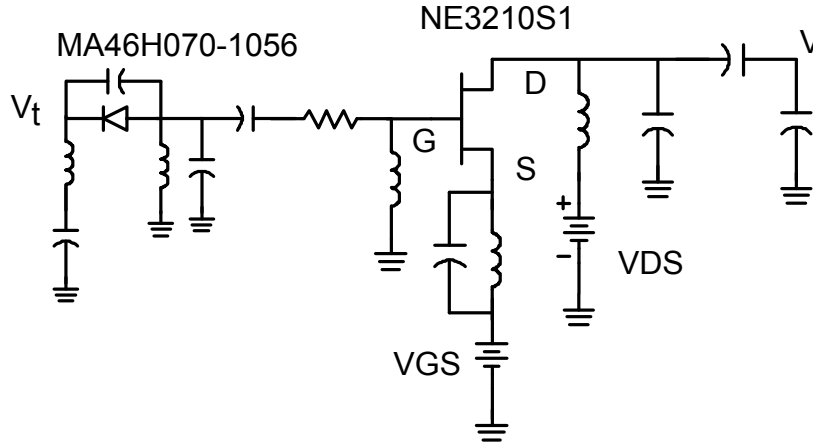


Figura 82 Esquemático del VCO a modelar mediante la técnica propuesta. Está formado por un MEFET con el resonador conectado en gate.

Con objeto de mostrar las características del VCO de la Figura 82, se han realizado algunas simulaciones en un software comercial (ADS Agilent©). En la Figura 83, se muestran la respuesta frecuencia/tensión del VCO diseñado para varios armónicos en la banda de trabajo:

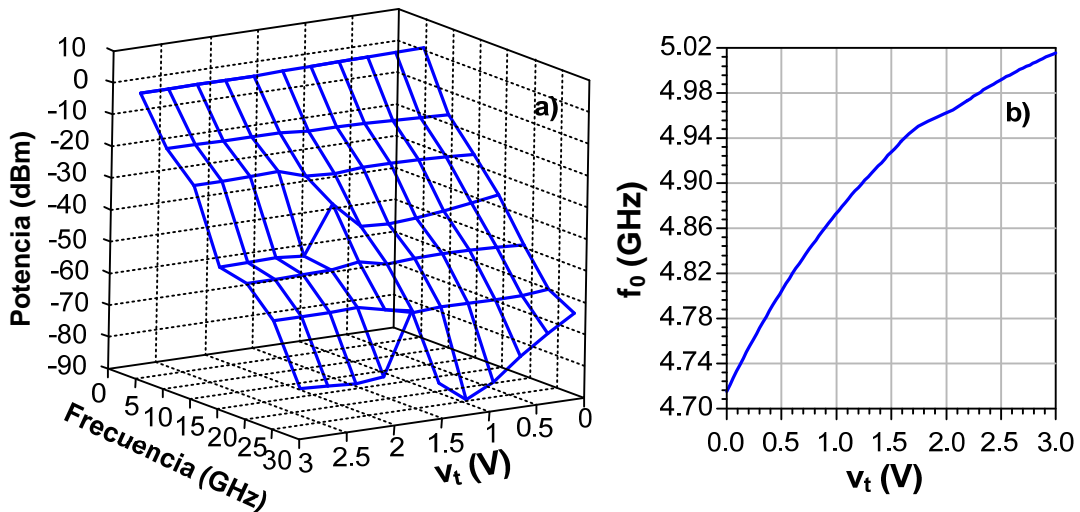


Figura 83 (a) Potencia de los seis primeros armónicos en toda la banda de trabajo para diferentes tensiones de control, (b) característica frecuencia tensión del primer armónico.

En la Figura 83a, se muestra la potencia para los seis primeros armónicos para doce valores de la tensión de control. La proyección del primer armónico sobre el plano inferior Frecuencia/Tensión, da lugar a la gráfica de la Figura 83b. Esta representación se corresponde con la relación habitual frecuencia f_0 vs tensión de control v_t .

Finalmente, también se muestra en la Figura 84, un análisis temporal que muestra el arranque del oscilador y su forma de onda.

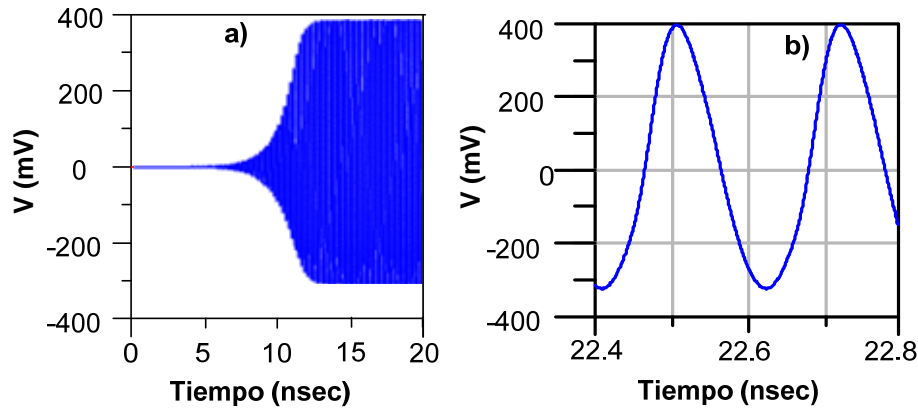


Figura 84 (a) Transitorio del arranque de la oscilación verificado mediante un análisis temporal, (b) detalle de la forma de onda a la salida donde se aprecian pequeñas componentes armónicas de orden superior.

Con el objetivo de ilustrar esta técnica, el modelo de Volterra ha sido aplicado al caso más sencillo de un armónico ($k = 1$). El procedimiento precisa, la aplicación de una señal a la tensión de control del VCO, y mediante un software comercial (o si disponemos de medidas), obtener la salida de la magnitud y fase de la envolvente del primer armónico, Figura 85. Posteriormente, se obtienen los kernels del modelo de Volterra mediante algún método de optimización, por ejemplo el presentado en el capítulo 1 aplicando mínimos cuadrados (LS), u otras técnicas como el algoritmo “recursive least squares” (RLS) o el “least mean squares” (LMS).

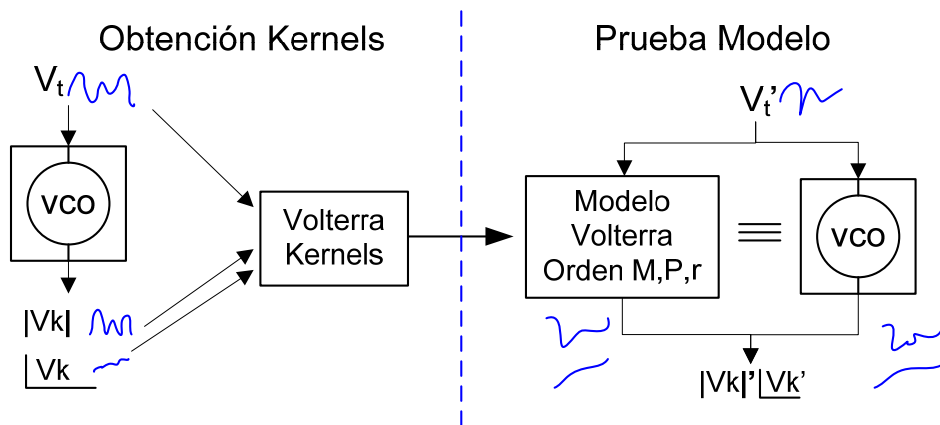


Figura 85 (izquierda) Proceso de generación del modelo de Volterra mediante la señal seleccionada. (derecha) Prueba del modelo de Volterra de orden reducido con un conjunto de señales diferente de la usada en la generación.

Una vez obtenido los kernels de (7.7) que presentan mejor ajuste a las señales de generación, es necesario utilizar un conjunto diferente de señales de entrada para verificar la validez del modelo construido. Tras diferentes simulaciones con diversas señales de entrada, se fijó un orden de memoria $M = 2$ y un orden no lineal $P = 5$. En nuestro caso, ampliar estos órdenes generaba excesiva sensibilidad para algunos tipos de señales de prueba que daban lugar a inestabilidades en la señal de salida.

Para construir el mejor modelo de Volterra, se evaluaron diferentes señales de modulación. Los conjuntos de las señales de control evaluadas en este proceso se podrían dividir en: tonos simples, multi-armónicos, ruido blanco filtrado paso bajo, dientes de sierra, triangulares, señales cuadradas... La utilización de señales excesivamente complejas no fue adecuada para obtener un conjunto aceptable de kernels de Volterra. Esto es debido posiblemente, a que el proceso de optimización presentaba demasiados rangos de libertad. Los kernels obtenidos capaces de ajustar señales complejas eran incapaces de reproducir el comportamiento del VCO para señales simples.

Un ejemplo de la aplicación de una señal modulada sobre la tensión de control del VCO se muestra en la Figura 86.

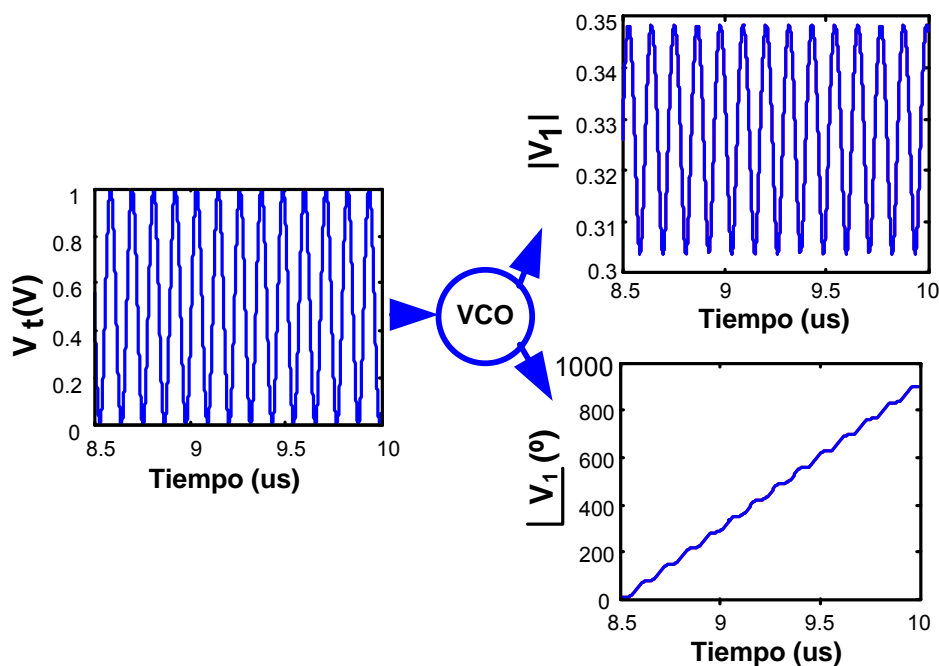


Figura 86 Ejemplo de señales de entrada y salida para un tono simple. Se introduce una señal de control en banda base al VCO, obtenemos el módulo y la fase del primer armónico, generándose una modulación en frecuencia.

El proceso de obtención de los kernels de Volterra se resume como:

1. Seleccionar una señal con la complejidad “suficiente” para obtener las principales características dinámicas del VCO a modelar.
2. Corregir la base de frecuencia y de tiempos: Es necesario corregir el desplazamiento respecto la base de envolvente para fijarla a la frecuencia libre de oscilación. También es necesario realizar un remuestreo de la envolvente temporal con un paso constante y ajustar la fase inicial aplicando un retraso entrada/salida.
3. Obtener conjuntos de kernels de Volterra para diferentes órdenes de memoria (M), no linealidad (P) y productos de memoria (r), para diferentes órdenes del sistema lineal (7.7).
4. Obtener el conjunto de ordenes mínimos (M,P,r) que, para el conjunto de señales de generación, de lugar a modelos con error mínimo y complejidad aceptable.

5. Probar el modelo de Volterra con el tipo de señales de entrada para las cuales se desarrolla este modelo.

Los puntos fundamentales de este proceso son, primero la selección de la “mejor” señal para generar el modelo de Volterra, y en segundo lugar, fijar M, P y r basándose en las simulaciones iniciales y la dinámica que se prevé, presenta nuestro VCO. Otra fuente de complejidad, viene dada por la resolución del sistema indeterminado (7.7) respecto a los kernels de Volterra.

7.3.1 Modelos de Volterra generados.

A continuación, se muestran un conjunto de modelos de Volterra generados y validados con diferentes tipos de señales. Para cada modelo se especifica el tipo de señal utilizada para generarlo, así como las señales para validarlo. En todos los casos la señal de entrada al VCO no excede el rango 0-1V. Todas las señales se aplican sobre un valor de DC v_{t0} , para fijar la tensión media dentro de ese rango. Se indican así mismo, los valores pico a pico, v_{pp} , de las señales modulada $v_m(t)$ aplicadas sobre ese valor medio de DC para cada caso.

Para todos los modelos generados utilizamos un orden dinámico $r=2$, ya que ofrecía buenos resultados sin aumentar excesivamente la complejidad. Se indica para cada modelo el orden de memoria M, y el orden no-lineal P seleccionados, para ese tipo de señales. Se utilizaron otras combinaciones de señales que las mostradas a continuación, pero no se obtuvieron modelos de Volterra aceptables.

Modelo: sinusoidal 10 MHz/Multi-armónica M = 2, P = 5.

Señal de generación (tono 10 MHz, $v_{t0} = 0.5$ V, $v_{pp} = 0.5$ V).

La señal de generación tiene la forma:

$$v_t(t) = 0.5 + 0.5 \cos(2\pi 10^6 t) \quad (7.9)$$

Una vez construido el modelo, se aplican tonos de diferentes frecuencias a la entrada y se comparan la salida del modelo y del simulador.

Señales de validación (multi-armónica 1,3,5,7 MHz, 5,7 MHz).

Las dos señales utilizadas para validar este modelo están compuestas por varios armónicos y tienen la forma:

$$\begin{aligned} (a) \quad v_t(t) &= 0.5 + 0.125 \cdot \sum_{i=0}^3 \left[\cos(2\pi \cdot (2i+1) \cdot 10^6 t) \right] \\ (b) \quad v_t(t) &= 0.5 + 0.25 \cdot \sum_{i=2}^3 \left[\cos(2\pi \cdot (2i+1) \cdot 10^6 t) \right] \end{aligned} \quad (7.10)$$

En la Figura 87, se muestran los resultados de dos modelos diferentes junto con los órdenes y los parámetros de las señales utilizadas para construirlos y para evaluarlos.

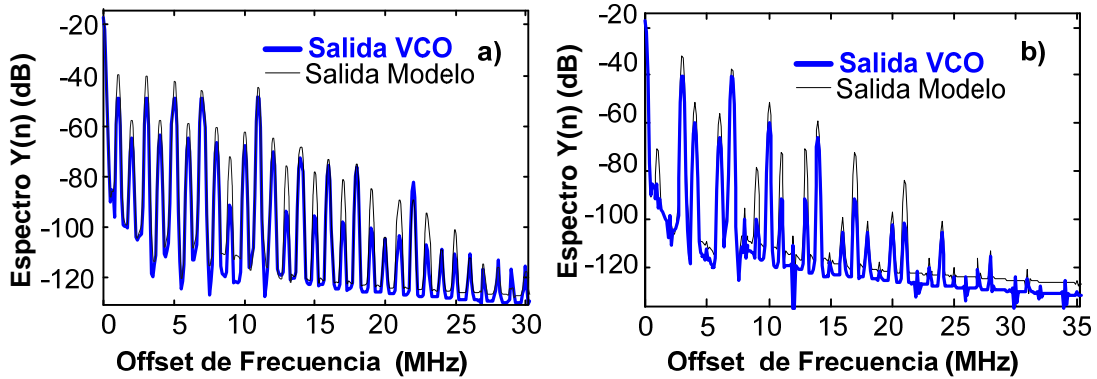


Figura 87 Espectros de dos modelos de Volterra con un buen ajuste respecto al simulador. a) v_t : tono de 10 MHz con $1 v_{pp}$. Ordenes de Volterra $M = 2$, $P = 5$. Señal de prueba multi-armónica a 1,3,5,7 MHz con $0.25 v_{pp}$ cada tono. b) v_t : 10 MHz, $1 V_{pp}$. Ordenes Volterra $M = 2$, $P = 5$. Señal de prueba multi-armónica 3,7 MHz, $0.5 v_{pp}$ cada tono.

Este modelo se presentaba muy adecuado para reproducir el comportamiento del VCO frente a señales multi-armónicas.

Modelo: Multi-armónica/Multi-armónica $M = 2$, $P = 5$.

En este modelo se han utilizado las señales de generación y la señal de validación (a) del modelo anterior pero intercambiadas. Esto es, se utiliza como señal de generación la multi-armónica (a) y como señal de validación la sinusoidal de frecuencia 10 MHz. Se muestra en la Figura 88 los resultados obtenidos.

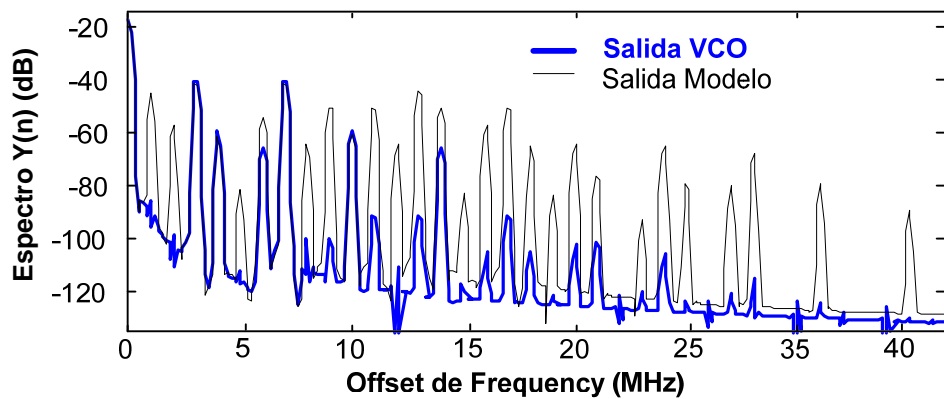


Figura 88 Espectro de salida de modelo de Volterra con mal ajuste respecto simulador. Señal de generación, v_t multi-armónica a frecuencias 1,3,5,7 MHz con amplitudes de $0.25 v_{pp}$ para cada tono. Ordenes de Volterra $M = 2$, $P = 5$. Señal de prueba multi-armónica a 3,7 MHz con $0.5 v_{pp}$ cada tono.

Se aprecia un peor ajuste que el modelo anterior a pesar de que la señal para generar el modelo presenta mayor complejidad, Figura 87.

Modelo: Ruido blanco, $M = 3$, $P = 8$.

Señal generación (ruido blanco $v_{rms}=4\mu V/\sqrt{Hz}$).

En este modelo se utilizó para generar los kernels de Volterra, una realización de una fuente de ruido blanco sobre una señal de DC, $v_{t0} = 0.5 V$. La potencia del

ruido fue ajustada para que no sobrepasara un valor $v_{pp} = 1$ V. El orden de memoria seleccionado fue $M = 3$, con un orden no-lineal $P = 8$ y un orden dinámico $r = 2$.

(a) Señal validación (señal triangular $t_{subida} = t_{bajada} = 1$ us, $v_{pp} = 0.6$ V).

La señal de entrada es una señal triangular periódica. Un período de esta señal en el intervalo $[0, T]$ viene definido por:

$$\begin{aligned} v_t(t) &= 0.5 + 0.3 \cdot v_{tri}(t) \\ v_{tri}(t) &= 1/2 - |t/T_S|, \quad \forall |t| < T_S \\ T/2 &= T_S = T_B = 1 \text{ us} \end{aligned} \quad (7.11)$$

Con T el período de la señal, T_S el tiempo de subida y T_B el tiempo de bajada.

El espectro de la Figura 89 muestra los resultados obtenidos de este modelo.

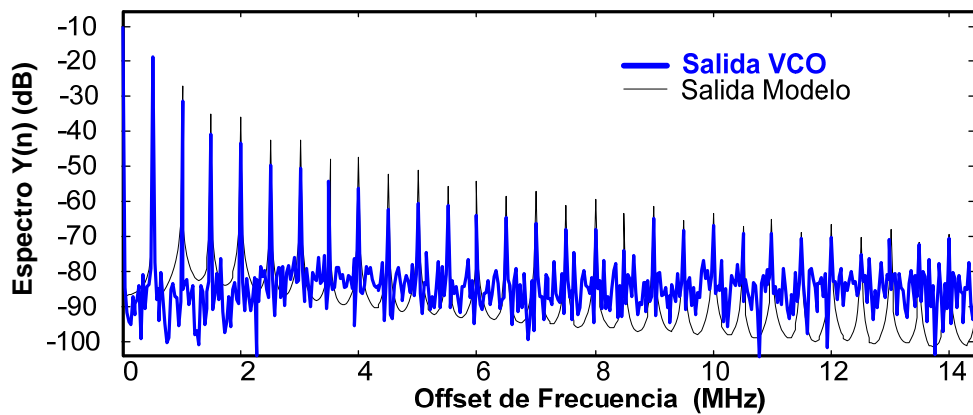


Figura 89 Espectro de salida de modelo Volterra. Señal de generación ruido blanco sobre señal de DC 0.5V y $v_{t0} = 1$ V, $M = 3$, $P = 8$. Señal de prueba triangular, tiempo de subida = tiempo bajada = 1 us, $v_{t0} = 0.5$ V, $v_{pp} = 0.6$ V.

Los resultados de este modelo fueron muy buenos para la señal triangular, tal como se aprecia en la figura anterior.

(b) Señal validación (señal chirp generada con VCO ideal, $k_v = 10$ MHz/V).

Se utilizó una señal chirp generada a partir de un VCO ideal de la forma:

$$\begin{aligned} v_t(t) &= 0.5 + 0.5 \cdot \cos(\phi(t)) \\ \dot{\phi}(t) &= k_v \cdot v_{tri}(t) \end{aligned} \quad (7.12)$$

Donde $v_{tri}(t)$ es la señal triangular del modelo anterior. Esta señal de prueba chirp banda base, ha sido obtenida a partir de un VCO ideal con $k_v = 10$ MHz/V. Para generar la chirp se ha aplicado la señal triangular del caso (a) al VCO ideal. En la Figura 90 se muestra los resultados.

Para esta segunda señal de validación, existe mayor discrepancia entre la salida del modelo y la salida del simulador que en el caso (a). Este modelo es capaz de reproducir el comportamiento del VCO para una señal con muchas componentes armónicas como (a), pero no tan adecuado en el caso de señales de entrada con modulaciones más complejas como (b).

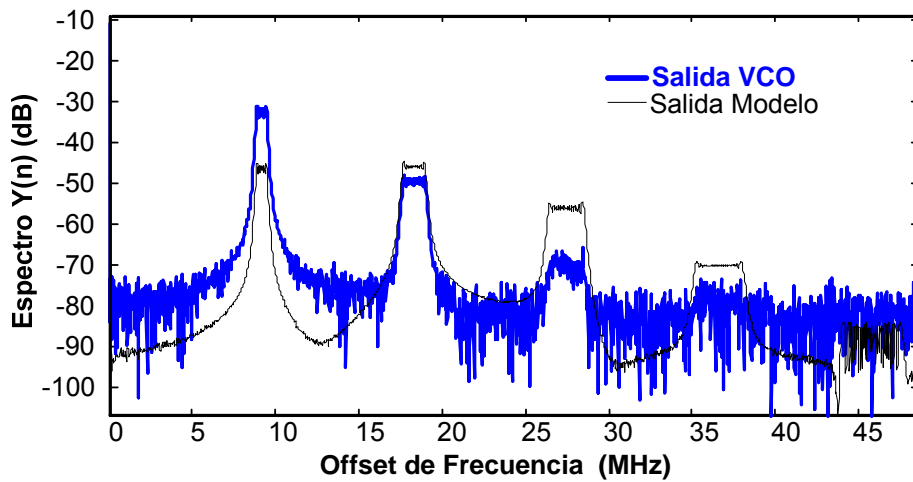


Figura 90 Espectro de salida de modelo Volterra. Señal de generación ruido blanco sobre señal de DC 0.5V y $v_{pp} = 0.5$ V, $M = 3$, $P = 8$. Señal de prueba, chirp obtenida con VCO de $k_v = 10$ MHz, sobre $v_{t0} = 0.5$ V y con $v_{pp} = 1$ V.

Modelo: Señal chirp, $M = 4$, $P = 5$.

Este modelo ha sido generado a partir de la señal chirp con los mismos parámetros que el utilizado para la señal de validación del ejemplo anterior (b). Para validar este modelo se ha utilizado una señal triangular como la utilizada para validar el modelo anterior (a).

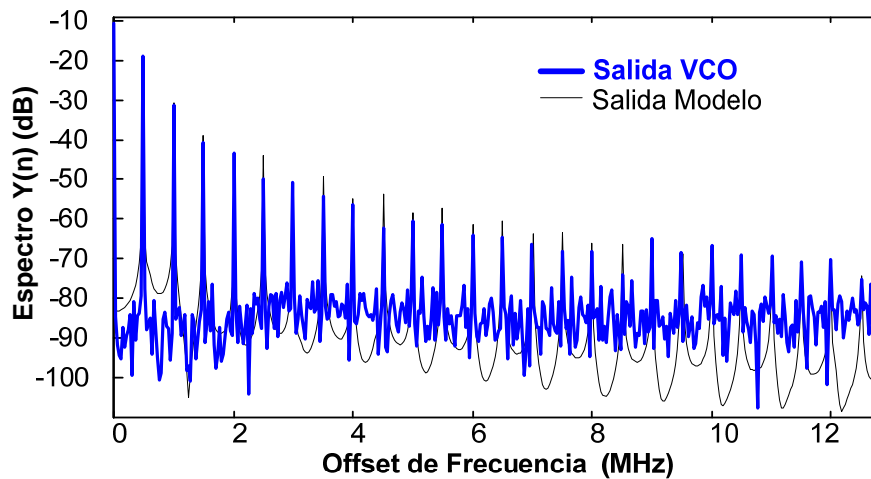


Figura 91 Espectro de salida de modelo Volterra. Señal de generación, chirp obtenida con VCO de $k_v = 10$ MHz, sobre $v_{t0} = 0.5$ V con $v_{pp} = 1$ V. Señal de prueba, triangular con tiempo de subida = tiempo de bajada = 1 μ s, $v_{t0} = 0.5$ V y $v_{pp} = 0.6$ V

Este modelo presenta buenos resultados para modulaciones en frecuencia pero no ofrece un buen ajuste a señales de entrada multi-armónicas.

7.4 Conclusiones.

Se ha presentado la aplicación de un modelo de Volterra con una formulación de transitorio de envolvente sobre un VCO modulado en frecuencia. Este modelo de caja negra, está basado en un tipo de series de Volterra modificadas [2]. Se relaciona por medio del modelo, la magnitud y fase del envolvente de los armónicos a la salida con la señal moduladora, aplicada esta última a la tensión de control del VCO. Los principales problemas al aplicar esta técnica a diferentes VCOs son, encontrar los órdenes convenientes de las series de Volterra y escoger la señal adecuada para reproducir todo el comportamiento dinámico que se quiere modelar en el VCO. Una vez fijados estos parámetros se convierte en un problema de resolución de un sistema lineal indeterminado.

Nos gustaría expresar nuestro agradecimiento al Prof. T. J. Brazil, Dr. A. Zhu y Dr. J. Dooley de la “University College Dublin” por su ayuda técnica y orientación, así como por sus trabajos [2]-[3]. De igual manera, expresamos nuestro agradecimiento al Prof. J. C. Pedro de “Universidade de Aveiro”, por sus aportaciones [1]-[3], las cuales han tenido una fuerte influencia en este trabajo.

Bibliografía

- [1] J. C. Pedro and S.A. Maas, “A Comparative Overview of Microwave And Wireless Power-Amplifier Behavioral Modeling Approaches”, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol.53, no.4, pp. 1150-1163, Apr. 2005
- [2] Anding Zhu José C. Pedro, Thomas J. Brazil, “Dynamic Deviation Reduction-Based Volterra Behavioral Modeling of RF Power Amplifiers”, *IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques*, Vol. 54, No. 12, December 2006.
- [3] Anding Zhu, José Carlos Pedro, Telmo Reis Cunha, “Pruning the Volterra Series for Behavioral Modeling of Power Amplifiers Using Physical Knowledge”, *IEEE Transactions On Microwave Theory And Techniques*, Vol. 55, No. 5, May 2007.
- [4] Anding Zhu, John Dooley, Thomas J. Brazil, “Simplified Volterra Series Based Behavioral Modeling of RF Power Amplifiers Using Deviation-Reduction”, *Microwave Symposium Digest, 2006. IEEE MTT-S International*, June 2006 pp. 1113–1116.
- [5] V. Volterra, “The Theory of Functionals and of Integral-Diferential Equations”. New York: Dover, 1959.
- [6] Jerry D. Gibson, “*The Mobile Communications Handbook*”, CRC Press, 1999.
- [7] Rohan Batra, Peng Li, Lawrence T. Pileggi, Wan-ju Chiang, “A Behavioral Level Approach for Nonlinear Dynamic Modeling of Voltage-Controlled Oscillators”, *IEEE 2005 Custom Integrated Circuits Conference*.
- [8] Rafael Cignani, Alberto Costantini, Giorgio Vannini, “VCO Behavioral Model Based on the Nonlinear-Discrete Convolution Approach”, *11th GAAS Symposium*, Munich 2003.
- [9] Alberto Constantini, Corrado Florian, Giorgio Vannini, “VCO Behavioral Modeling Based on the Nonlinear Integral Approach”, *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, 2002. ISCAS 2002., vol. 2, 26-29 May 2002 pp:II-137 - II-140 vol.2.
- [10] C.-H. Lee, S. Han, B. Matinpour, and J. Laskar, “A Low Phase Noise X-Band MMIC GaAs MESFET VCO”, *IEEE Microwave And Guided Wave Letters*, Vol. 10, No. 8, August 2000.

Conclusiones generales

A lo largo de esta tesis se han desarrollado una serie de técnicas para el análisis y la optimización del diseño de circuitos osciladores y lazos de enganche en fase de microondas. Todas las técnicas tienen en cuenta la dinámica no lineal de los dispositivos y se basan en formulaciones del dominio de la frecuencia, idóneas para este tipo de circuitos.

Las técnicas presentadas para los circuitos osciladores presentan la ventaja adicional de poder ser utilizadas en combinación con un simulador comercial de circuitos de microondas. En el caso de los osciladores controlados por tensión, se han presentado varias técnicas de linealización y relocalización de la característica frecuencia-tensión. Las técnicas se han aplicado para mejorar la calidad de la señal chirp generada por un oscilador utilizado en aplicaciones de radar Frequency Modulated Continuous Wave (FMCW). Se ha trabajado en una línea de investigación dirigida al desarrollo de modelos comportamentales de los circuitos osciladores. En esta línea, se ha presentado un modelo comportamental del oscilador que permite la simulación del efecto de una señal interferente modulada sobre la solución estacionaria periódica, fenómeno denominado ‘injection-pulling’. Este modelo está basado en una formulación semianalítica en forma de sistema de ecuaciones diferenciales, cuyos coeficientes pueden ser identificados a través de simulaciones en un simulador comercial. La clara relación de estos coeficientes con los parámetros del circuito ha permitido una identificación clara e intuitiva de los factores que incrementan la robustez del oscilador ante la señal interferente. Siguiendo con esta línea de investigación, se ha realizado un estudio preliminar para combinar el uso de series de Volterra con la técnica de transitorio de envolvente para la simulación de la respuesta transitoria de los osciladores.

Se ha presentado una técnica de análisis de ruido de fase de osciladores en el dominio tempo-frecuencial. Esta técnica utiliza simulaciones de transitorio de envolvente realizadas en un simulador comercial para calcular las características de ruido de fase y amplitud. Se ha mostrado la utilidad de la técnica para calcular dichas características en osciladores con estructuras acopladas, en los que los métodos tradicionales del dominio de la frecuencia implementados en el simulador comercial suelen presentar problemas de convergencia.

Otra de las líneas principales ha sido el desarrollo de técnicas de análisis de la dinámica no lineal y efectos del ruido de lazos de enganche en fase. En esta línea, se ha presentado una formulación tempo-frecuencial de un sistema de lazos acoplados o Coupled Phase-Locked Loops (CPLL). Estos sistemas son utilizados en aplicaciones tales como en control de apuntamiento de antenas phased-array. Haciendo uso de esta formulación se han obtenido los rangos de operación del CPLL, determinando las zonas de histéresis, y se ha analizado la variación de estos rangos en función de los parámetros del sistema. Se ha analizado la estabilidad de las soluciones estacionarias, teniendo en cuenta parámetros tales como el retardo del lazo. Mediante el control de la estabilidad y un análisis de tipo transitorio de envolvente, se ha

optimizado la rapidez del sistema en el seguimiento de entradas moduladas. La formulación también ha permitido el análisis del ruido de fase, separando la perturbación en fase en distintas componentes. Esta separación ha permitido clarificar el efecto del ruido sobre el control de apuntamiento de un array de antenas. Las predicciones de las técnicas han sido validadas mediante medidas en un sistema CPLL a 2 GHz.

Como líneas futuras, se pretende avanzar en el desarrollo de modelos comportamentales de circuitos osciladores. Los análisis que se han llevado a cabo en la tesis han mostrado que estos modelos pueden ser de gran utilidad para la optimización de los diseños, dada su sencillez y fiabilidad. Otra línea de interés es la extensión de las técnicas presentadas al análisis de los circuitos en presencia de señales aleatorias, bien de ruido o modulación. Para ello, será necesaria la incorporación de modelos estadísticos de las señales, y el análisis estocástico de los modelos comportamentales utilizados.

Conclusions

In this thesis, new techniques for the analysis and optimization of the design of microwave oscillator circuits and phase-locked loops (PLL) are presented. The non-linear devices dynamics is taken into account by these techniques, which are based in frequency domain formulations, more suitable for this type of circuits.

The presented techniques for oscillator circuits exhibit the additional benefit of being applicable in combination with a commercial microwave circuit simulator. A new technique based on a multi-point harmonic-balance optimization, using an auxiliary generator, has been proposed for the computer-aided design of voltage-controlled oscillators. The auxiliary generator (AG) performs different actions, depending on the particular design goal. It allows setting the operation frequency band versus the tuning voltage and also enables imposing a linear frequency-voltage characteristic, such as the one required in chirp-signal generators. Attention is also paid to the dynamical response of voltage controlled oscillators (VCO) when a sawtooth input is introduced for chirp-signal generation. Spurious frequencies are eliminated by increasing the stability margin of the oscillator circuit in its nonlinear steady-state regime. These techniques improve the quality of chirp signals generated by an oscillator in Frequency Modulated Continuous (FMCW) radars.

A research line in the field of behavioral modelling of oscillator circuits has been followed. A semi-analytical formulation for the analysis and reduction of injection-pulling effects in front-end oscillators has been presented. The formulation has very low computational cost and efficiently covers interference situations which are difficult to analyze with either harmonic balance or standard envelope-transient. The cases of a non-modulated interferer, a phase-modulated (PM) interferer and a chirp signal have been investigated, comparing their effects when leaking into the circuit through different ports. The direct relation between the formulation coefficients and the circuit parameters allows and insightful identification of the factors that increase the robustness of the oscillator to the interferer signal. Following this research line, a preliminary study has been performed to combine the use of Volterra series with the transient envelope technique for the simulation of the transient response of oscillators to modulation entries.

A new time-frequency domain technique for the analysis of phase noise has been proposed. The new technique can use commercial envelope transient to simulate the phase and amplitude perturbation variables from which the phase noise spectrum is calculated. The technique predicts the near phase noise spectrum, including possible resonances, with low computational cost. It has been illustrated in the phase noise simulation of a MESFET VCO. The practical application of this technique has been proved for the phase-noise characterization in coupled topologies, where traditional methods implemented in the frequency domain in commercial simulator exhibit convergence problems.

The other main research line has been the developing of simulation techniques for the analysis of the non-linear dynamics and noise effects in phase-locked loops. A harmonic-balance formulation of Coupled Phase-Locked Loops (CPLL) has been presented. These systems are used in targeting control for phased-array antennas. The autonomy of these coupled systems requires considering the fundamental frequency of the phase-locked regime as an unknown to be determined, so the HB formulation is of mixed type. This formulation enables a very efficient and accurate analysis of the CPLLs, taking into account the presence of the spurious frequency, intrinsically generated by the phase detector (PD). The stability analysis is based on the determination of the poles associated to the perturbed HB system. The CPLL systems exhibit a significant hysteresis range, which is delimited by two different types of bifurcation: saddle node and saddle connection. This hysteresis range is efficiently analyzed with the HB formulation. The phase-noise analysis is based on the decomposition of the perturbation into accumulation and deviation components. This is conceptually similar to the phase-noise analysis of free-running oscillators based on Floquet decomposition. Thus, the new technique generalizes this type of analysis to PLLs. Finally, an envelope transient formulation has also been presented for the analysis of CPLL containing modulation signals. All the different techniques have been successfully applied to a manufactured CPLL system at 2 GHz.

As future work, we have the intention of advancing in the development of behavioral models for oscillator circuits. The analyses that have been carried out in this thesis have shown that these models are of great utility for the optimization of the designs, due to its simplicity and reliability. Another research line is the extension of the presented techniques for the analysis of microwave circuits in presence of random signals, such as noise or modulation. To accomplish this, it is needed the integration of statistical models of the signals and the stochastic analysis of the behavioral model used.

Publicaciones

J. Domínguez, S. Sancho, A. Suárez, “VCO Linearization Using Harmonic Balance”, *IEEE MTT-S International, Microwave Symposium Digest*, Page(s): 864-867. California, 11-16 June, 2006.

J. Domínguez, S. Sancho, A. Suárez, “Time-Frequency Formulation for the Nonlinear Analysis of Coupled Phase-Locked Loops”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Volume 56, Issue 12, Part 1, Dec. 2008 Page(s):2838 – 2850.

J. Domínguez, S. Sancho, A. Suárez, “Nonlinear Analysis of Phase Noise in Microwave Oscillators Using Standard Envelope Transient Technique”, INMMiC November 24th - 25th, 2008. Málaga, Spain.

J. Domínguez, S. Sancho, A. Suárez, “Modeling the dynamics of Voltage-Controlled Oscillators by combining modified Volterra series with an envelope transient formulation”, *8th WSEAS International Conference on Simulation, Modelling and Optimization*, Santander, Spain, September 23-25, 2008

J. Domínguez, A. Suárez, S. Sancho, “Semi-analytical formulation for the analysis and reduction of injection-pulling in front-end oscillators”, *IEEE MTT-S International*, Boston, June, 2009.

S. Sancho, A. Suárez, J. Domínguez, F. Ramírez, “Analysis and reduction of oscillator near carrier phase noise spectrum, due to white and colored noise sources”, enviado a *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* en Marzo 2009.