

**ADVERTIMENT.** La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX ([www.tesisenxarxa.net](http://www.tesisenxarxa.net)) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

**ADVERTENCIA.** La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR ([www.tesisenred.net](http://www.tesisenred.net)) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

**WARNING.** On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX ([www.tesisenxarxa.net](http://www.tesisenxarxa.net)) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author

# Efectos de los esfuerzos cortantes biaxiales en la respuesta sísmica de columnas de hormigón armado

tesis doctoral realizada por:

Edison Osorio Bustamante

dirigida por:

Antonio Marí Bernat

Jesús Miguel Bairán García

Barcelona, [noviembre de 2012](#)

Universitat Politècnica de Catalunya

Departament d'Enginyeria de la Construcció

**TESIS DOCTORAL**

*A Sonia y Sofía.*

## *Agradecimientos*

Esta tesis ha sido posible gracias a la participación, colaboración y apoyo de diversas personas, entidades y empresas, a las cuales quiero hacer reconocimiento y expresar mis agradecimientos:

A mis directores de tesis, Antonio Marí y Jesús Bairán, por brindarme la oportunidad de participar en este proyecto de investigación; por sus enseñanzas, conocimientos, aportaciones, gestión y compromiso que han sido fundamentales durante todo el desarrollo de la investigación; por permitirme participar en diversos proyectos del departamento y en la tutoría de tesinas; por velar en todo momento por mi bienestar y el de mi familia y lo más importante, por su amistad. Mil gracias! Toni y Jesús.

El desarrollo de esta investigación se realizó gracias al apoyo de los proyectos de investigación “Evaluación sismorresistente de estructuras de hormigón. Modelo teórico, verificación experimental y aplicaciones a proyecto. Rehabilitación y refuerzo” (BIA2006-05614) y “Evaluación de los efectos del deterioro reparación y refuerzo en estructuras. Modelo teórico y verificación” (BIA2009-11764) del Ministerio de Ciencia e Innovación de España.

Contamos con la vinculación de las empresas Prefabricats Pujol S.A., Celsa y BASF que pusieron a disposición su personal técnico, sus instalaciones y materiales en la fabricación de los modelos experimentales.

Al director del Laboratorio de Tecnología de Estructuras “Luís Agulló”, Tomás García, y al personal técnico, Carlos Hurtado, Jordi Lafuente, Jordi Cabrerizo, Camilo Bernad y Robert Mc- Aloon por su gestión, trabajo y valiosas aportaciones en la realización de las campañas experimentales.

La participación de Teresa Jori, Josep M<sup>a</sup> Solé, José Rico, Javier Muñoz y Nuria Besorà fue invaluable en la ejecución de las campañas experimentales. Su trabajo fue punto de partida para sus tesinas de especialidad de la Escuela de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos de Barcelona [JORI G. 2009; RICO A. 2010; SOLÉ 2010; BESORA T. 2011; MUÑOZ G. 2011].

Igualmente, agradezco la colaboración de mi compañera de grupo de investigación Mireia Pujol en las labores instrumentación de los modelos experimentales.

A los profesores del Departamento de Ingeniería de la Construcción por sus enseñanzas, atención a mi trabajo y sus palabras de ánimos siempre oportunas.

Gracias al personal administrativos del Departamento de Ingeniería de la Construcción, Montserrat Santos, Carmen Góngora, Mercedes González y Carmen Longas, por su valiosa gestión y colaboración en todo momento.



A los profesores jóvenes del departamento, una guía siempre cerca, Rolando Chacón, Eva Oller y Sergio Pialarissi.

Al profesor Carlos Aire Untiveros por facilitar el acceso a los archivos digitales de los experimentos de su tesis doctoral.

La desinteresada gestión de Alvaro Viviescas que vislumbró el camino para mi vinculación a esta investigación. A él junto con Angélica y Sarita por acogerme en su hogar a mí llegada a la ciudad de Barcelona y a esos magníficos momentos que compartimos en familia.

En este camino ha sido fundamental contar con la amistad de Anna, Noemí, María Delia, Oriol, Juan Carlos y su familia y Miguel, con quienes hemos compartido momentos muy especiales, que están marcados en nuestros corazones.

A mis compañeros de grupo de investigación Denise, Steffen, Raúl y Nacho por escuchar, discernir y compartir sus conocimientos sobre estos “entretenidos” temas del cortante.

A mis compañeros de despacho Ana, Nayara, Yohei e Izelman, por escucharme y compartir el día a día durante este tiempo. También hago extensivo este agradecimiento a todos mis compañeros del programa de doctorado.

Gracias a las personas que de manera especial siempre estuvieron pendientes de mi familia, por sus palabras de ánimo y apoyo, por su compañía y hospitalidad, Montse Bernaus, Rosangel Moreno, Oriol, Yessie y Denis, Verónica y José.

A Gregorio por estar siempre atento a mis progresos.

Gracias a Iovanni y Zully y a quienes desde Colombia, siempre me han enviado su voz de ánimo.

A Daniel Mauricio y Juan Carlos que a pesar de la distancia, siempre pude contar con su apoyo incondicional.

Un agradecimiento especial a mi madre Leonor, mis hermanos, Xiomara, Yuseline, Durley y Ferney, mis suegros y cuñados, Delfina, José, Erik, Angélica y Sergio, por su invaluable ayuda, sus palabras de apoyo y su compañía permanente.

El amor, apoyo, compañía y paciencia de mi esposa Sonia, ha sido esencial durante este largo camino.

## *Resumen*

Durante un terremoto, las columnas de hormigón armado pueden verse sometidas a movimientos bidireccionales que pueden afectar su capacidad resistente y ductilidad. Sin embargo, las normas de diseño y evaluación sísmica no aportan recomendaciones explícitas para cuantificar el comportamiento de las columnas bajo dichas cargas. Esta investigación busca contribuir al análisis y cuantificación de los efectos de los esfuerzos cortantes biaxiales en la respuesta sísmica de columnas de hormigón armado.

Con este objetivo, se realizó una recopilación del estado del conocimiento orientado a la revisión de los estudios experimentales y las estrategias de modelización numérica disponibles. De los estudios experimentales se concluyó que las columnas bajo cargas laterales bidireccionales ven reducida su capacidad resistente y ductilidad en comparación a las cargadas en una dirección. La deformación lateral del hormigón bajo cargas de compresión se ha estudiado pero no se encontró un modelo de su comportamiento bajo cargas cíclicas.

En esta investigación, se estudió el comportamiento de la deformación lateral del hormigón mediante la ejecución de una primera campaña experimental en probetas cilíndricas de hormigón con cargas de compresión uniaxial cíclica. Con este estudio se aportaron curvas experimentales de tensión - deformación longitudinal y lateral con carga monótona y cíclica en hormigones de resistencia normal y alta. A partir de la interpretación de los datos experimentales, se propuso un modelo conceptual del comportamiento de la deformación lateral del hormigón.

De forma paralela, se revisó y estudió el comportamiento de la deformación lateral del hormigón en un estado en compresión triaxial con base en resultados experimentales publicados en la literatura. Con las conclusiones de este estudio y el modelo conceptual en compresión uniaxial, se formuló un modelo analítico de la dilatación del hormigón en compresión cíclica que se implementó en una ecuación constitutiva 3D. Los resultados se verificaron con los datos experimentales del hormigón en diferentes estados de compresión triaxial y diferentes materiales de confinamiento.

Con la finalidad de alcanzar el objetivo general de la investigación, se diseñó, implementó y ejecutó una segunda campaña experimental en columnas con cargas unidireccionales y bidireccionales. Diez columnas circulares de hormigón armado se diseñaron y fabricaron con una disposición de armadura transversal insuficiente para que presentaran un nivel de ductilidad baja a media y un fallo por un mecanismo de cortante-flexión. Cuatro de estas columnas, fueron encamisadas con polímeros reforzados con fibras; dos con fibra de carbono (CFRP) y dos con fibra de aramida (AFRP). En los ensayos bajo carga bidireccional, la demanda de deformación en la armadura transversal fue mayor respecto al de carga unidireccional debido a que las deformaciones por esfuerzos cortantes y por la acción de confinamiento se acumulan. Las

columnas con menor cuantía de armadura transversal y menor cuantía de FRP presentaron un incremento de la longitud de la rótula plástica.

Dentro de esta investigación, se realizaron análisis de las columnas ensayadas con modelo seccional TINSA (Total-Interaction-Nonlinear-Section). El modelo seccional representa el decremento de resistencia y ductilidad y la mayor deformación de los cercos que se presentó en los experimentos con cargas bidireccionales.

Por último, los efectos de los esfuerzos cortantes se analizaron a nivel material, seccional y de elemento. Se derivaron expresiones analíticas para considerar los efectos de los esfuerzos cortantes en el diagrama tensión-deformación del hormigón, la relación momento - curvatura y la longitud de la rótula plástica. Las expresiones analíticas encontradas se usaron en un modelo de análisis de rótula concentrada para obtener la curva de capacidad de la columna. Los resultados del modelo se corroboraron con los resultados experimentales de esta investigación.

## *Summary*

During an earthquake, reinforced concrete columns may be subjected to bi-directional displacements undermining their strength and ductility. However, the current codes for the seismic design and assessments of structures do not provide explicit provisions for the quantification of the effects of biaxial shear forces on the seismic response of reinforced concrete columns. This investigation is aimed at contributions to the analysis and quantification of the effects of biaxial shear forces on the seismic response of reinforced concrete columns.

With this purpose, a state of the art review about the available experimental studies and numerical modeling strategies was performed. From the experimental studies, it is concluded that both the strength and ductility of the columns subjected to biaxial shear forces are reduced with respect to those subjected to uniaxial shear forces. The lateral deformation of concrete under compressive loads has been studied but has not formulated a model of its behavior under cyclic loading.

In this research, a first experimental program on cylindrical concrete specimens subjected to cyclic compression was carried out in order to study the lateral deformation behavior. Experimental longitudinal stress- longitudinal and lateral strain curves, under monotonic and cyclic loading were provided, for normal and high strength concrete specimens. A conceptual model of the lateral behavior of concrete was proposed since interpretation of experimental data. Subsequently, the lateral behavior of concrete under a triaxial compression stress was reviewed and studied based on the experimental results available in the literature. Based on conclusions findings and using the conceptual model for uniaxial compression, an analytical model for the dilatancy of concrete under cyclic compression was formulated, which incorporate the above mentioned phenomena. The model was implemented into a 3D constitutive equation and their results were verified with experimental results under different triaxial stress states and different confinement materials.

With the purpose of reaching the general objective of the investigation, a second experimental program on columns subjected to uniaxial and biaxial lateral forces and axial load was performed. Ten reinforced concrete circulars columns were designed and built, with an inadequate transverse reinforcement arrangement, providing insufficient ductility level so that a shear-flexure failure mechanism would take place. With the purpose of studying the behavior of strengthened columns under biaxial loading, four specimens were wrapped with carbon fiber reinforced polymers (FRP): two with carbon fiber (CFRP) and two with aramid fiber (AFRP). Under cyclic

biaxial shear loading, the demand of strains in the transverse reinforcement was bigger than uniaxial loading because the strain by shear and the action of confinement were accumulated. The columns with smaller transverse reinforcement ratios and smaller FRP ratios showed increase of plastic hinge length.

In this investigation, sectional analyses of the experimental behavior of the columns tested were performed with TINSA (Total-Interaction-Nonlinear-Section). The sectional model reproduces the decrement of strength and ductility as well as the greater strain in the hoops that was experimentally observed under biaxial tests.

Finally, the effect of shear forces was analyzed at the material, section and structure levels. Analytical expressions were derived to consider the influence of the shear forces on the concrete stress-strain relationships, moment-curvature diagrams and on the plastic hinge length. The obtained analytical expressions were used in an analysis model of concentrated plastic hinges in order to obtain the capacity curve of the column. The model results were validated by comparing them satisfactorily with the experimental results presented in this investigation.

# CONTENIDO

<b>1</b>	<b>Introducción</b> .....	<b>1</b>
1.1	MOTIVACIÓN .....	1
1.2	OBJETIVOS .....	2
1.3	METODOLOGIA UTILIZADA .....	3
1.4	CONTENIDO DE ESTE DOCUMENTO .....	4
<b>2</b>	<b>Estado del conocimiento</b> .....	<b>7</b>
2.1	EFFECTOS BIDIRECCIONALES EN LAS ESTRUCTURAS .....	8
2.2	ESTUDIOS EXPERIMENTALES DE COLUMNAS DE HORMIGÓN ARMADO .....	10
2.2.1	Ensayos de columnas bajo cargas bidireccionales .....	11
2.2.2	Ensayos bidireccionales pseudo-dinámicos (PsD) .....	16
2.2.3	Ensayos en mesa vibrante .....	16
2.2.4	Ensayos de columnas reforzadas y reparadas bajo carga lateral bidireccional .....	17
2.3	ESTRATEGIAS DE MODELIZACIÓN NUMÉRICA DE COLUMNAS BAJO CARGAS BIDIRECCIONALES .....	17
2.3.1	Análisis seccionales con interacción total de esfuerzos .....	19
2.4	CONCLUSIONES .....	21
<b>3</b>	<b>Deformación lateral del hormigón con carga de compresión uniaxial cíclica</b> .....	<b>23</b>
3.1	CAMPAÑA EXPERIMENTAL .....	24
3.1.1	Materiales, dosificación y fabricación de probetas .....	24
3.1.2	Equipos e instrumentación .....	25
3.1.3	Control de carga .....	27

---

3.1.4	Procedimiento experimental.....	29
<b>3.2</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTALES .....</b>	<b>29</b>
3.2.1	Ensayos con carga monótona.....	30
3.2.2	Ensayos con carga cíclica.....	31
<b>3.3</b>	<b>INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES .....</b>	<b>33</b>
3.3.1	Parámetros de la curva envolvente.....	33
3.3.2	Deformación plástica longitudinal y degradación de la rigidez longitudinal .....	35
3.3.3	Dilatancia de descarga y recarga.....	37
<b>3.4</b>	<b>DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.....</b>	<b>39</b>
3.4.1	Discusión.....	39
3.4.2	Conclusiones.....	40
<b>4</b>	<b>La dilatancia del hormigón en estado triaxial de compresión .....</b>	<b>41</b>
<b>4.1</b>	<b>LA DILATANCIA Y FENOMENOS QUE AFECTAN SU COMPORTAMIENTO .....</b>	<b>42</b>
4.1.1	La dilatancia en hormigones con confinamiento constante .....	46
4.1.2	La dilatancia en hormigones con confinamiento proporcional.....	49
4.1.3	La dilatancia bajo condiciones de confinamiento asimétricas ( $\sigma_2 > \sigma_3$ ).....	54
<b>4.2</b>	<b>PROPUESTA PARA UN MODELO DE DILATANCIA.....</b>	<b>57</b>
4.2.1	Planteamiento general .....	57
4.2.2	Parámetros en compresión uniaxial.....	58
4.2.3	Parámetros en compresión triaxial con simetría cilíndrica.....	59
4.2.4	Parámetros para la contención de la dilatancia.....	61
4.2.5	Dilatancia en descarga y recarga.....	62
4.2.6	Rotación de la dilatancia en estado de tensiones de confinamiento asimétricas ...	64
<b>4.3</b>	<b>IMPLEMENTACIÓN EN EL MODELO CONSTITUTIVO.....</b>	<b>66</b>
4.3.1	Hipótesis de deformación .....	67
4.3.2	Comportamiento a compresión .....	67
4.3.3	Comportamiento a tracción .....	69

4.3.4	Efectos tridimensionales .....	70
4.3.5	Matriz constitutiva .....	78
4.3.6	Diagrama de flujo para el cálculo de la dilatación.....	79
<b>4.4</b>	<b>VERIFICACIÓN DEL MODELO DE DILATANCIA PROPUESTO .....</b>	<b>81</b>
4.4.1	Hormigones de mediana y alta resistencia confinados con presión hidráulica constante.....	81
4.4.2	Hormigones confinados con tubos de acero.....	82
4.4.3	Hormigones confinados con materiales compuestos .....	84
4.4.4	Hormigón bajo cargas de compresión biaxiales.....	85
4.4.5	Hormigón bajo tensiones de confinamiento asimétricas .....	86
4.4.6	Hormigón confinado con presión hidráulica bajo cargas cíclicas.....	87
4.4.7	Hormigones confinados con materiales compuestos bajo cargas cíclicas.....	88
<b>4.5</b>	<b>DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES .....</b>	<b>89</b>
4.5.1	Discusión .....	89
4.5.2	Conclusiones.....	90
<b>5</b>	<b>Experimentos de columnas sometidas a esfuerzos cortantes biaxiales cíclicos.....</b>	<b>91</b>
<b>5.1</b>	<b>MODELOS EXPERIMENTALES, DESCRIPCIÓN Y DETALLES .....</b>	<b>92</b>
5.1.1	Geometría de los modelos experimentales .....	92
5.1.2	Disposición de la armadura .....	92
5.1.3	Disposición del refuerzo .....	93
5.1.4	Fabricación y materiales.....	94
<b>5.2</b>	<b>VALORES DE DISEÑO Y CONSIDERACIONES ANALÍTICAS DESDE EL PUNTO DE VISTA DE CÁLCULO ESTRUCTURAL.....</b>	<b>101</b>
5.2.1	Pilares no reforzados.....	101
5.2.2	Diseño del refuerzo de los pilares .....	110
<b>5.3</b>	<b>EQUIPOS E INSTRUMENTACIÓN .....</b>	<b>117</b>
5.3.1	Equipos .....	118
5.3.2	Instrumentación .....	120



---

5.3.3	Mecánica del ensayo .....	124
5.3.4	Historia, trayectoria y control de carga.....	128
5.3.5	Procedimiento experimental.....	131
<b>5.4</b>	<b>OBSERVACIONES Y RESULTADOS EXPERIMENTALES.....</b>	<b>133</b>
5.4.1	Ensayos bajo carga unidireccional.....	134
5.4.2	Ensayos de pilares no reforzados bajo carga bidireccional.....	137
5.4.3	Ensayos de pilares reforzados bajo carga bidireccional.....	142
5.4.4	Análisis comparativo de los resultados experimentales .....	150
5.4.5	Comparación de los resultados experimentales con los valores de diseño.....	153
5.4.6	Efectos de los esfuerzos cortantes en la zona de plastificación.....	155
<b>5.5</b>	<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>161</b>
<b>6</b>	<b>Análisis seccional de columnas con cortantes cíclicos biaxiales .....</b>	<b>163</b>
<b>6.1</b>	<b>MODELO DE ANÁLISIS.....</b>	<b>164</b>
6.1.1	Discretización .....	164
6.1.2	Ecuaciones constitutivas .....	164
6.1.3	Cargas y resultados de los análisis seccionales .....	169
6.1.4	Resultados de análisis seccionales bajo cargas monótonas.....	170
6.1.5	Resultados de análisis seccionales bajo cargas cíclicas.....	175
<b>6.2</b>	<b>DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.....</b>	<b>177</b>
6.2.1	Discusión.....	177
6.2.2	Conclusiones.....	178
<b>7</b>	<b>Contribuciones orientadas a la evaluación y diseño sísmico .....</b>	<b>179</b>
<b>7.1</b>	<b>EFFECTOS DE LOS ESFUERZOS CORTANTES EN EL HORMIGÓN EN COMPRESIÓN .....</b>	<b>180</b>
7.1.1	Efecto del esfuerzo cortante en las tensiones de confinamiento .....	180
7.1.2	Efecto de los esfuerzos cortantes bidireccionales en la ductilidad del hormigón .	181
<b>7.2</b>	<b>EFFECTO DEL ESFUERZO CORTANTE SOBRE LA ARMADURA LONGITUDINAL .....</b>	<b>186</b>
7.2.1	Efecto del esfuerzo cortante sobre la relación momento-curvatura .....	188

7.2.2	Efecto del esfuerzo cortante sobre la longitud de la rótula plástica .....	189
7.2.3	Implementación numérica de las recomendaciones en el modelo de rótula concentrada .....	192
<b>7.3</b>	<b>VERIFICACIÓN NÚMÉRICA DE LAS RECOMENDACIONES .....</b>	<b>194</b>
7.3.1	Valores de cálculo del hormigón con efectos del esfuerzo cortante .....	194
7.3.2	Relaciones momento – curvatura con efectos del esfuerzo cortante .....	195
7.3.3	Curvas cortante – desplazamiento con efectos del esfuerzo cortante.....	196
<b>7.4</b>	<b>DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES .....</b>	<b>198</b>
7.4.1	Discusión .....	199
7.4.2	Conclusiones.....	199
<b>8</b>	<b>Conclusiones y perspectivas.....</b>	<b>201</b>
<b>8.1</b>	<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>202</b>
8.1.1	Conclusiones relativas al “Estado del conocimiento” .....	202
8.1.2	Conclusiones relativas a la “Deformación lateral del hormigón con carga de compresión uniaxial cíclica” .....	203
8.1.3	Conclusiones relativas a “La dilatancia del hormigón en estado triaxial de compresión” .....	203
8.1.4	Conclusiones relativas a los “Experimentos de columnas sometidas a esfuerzos cortantes biaxiales cíclicos” .....	204
8.1.5	Conclusiones relativas al “Análisis seccional de columnas con cortantes cíclicos biaxiales”.....	206
8.1.6	Conclusiones relativas a las “Contribuciones orientadas a la evaluación y diseño sísmico” .....	207
<b>8.2</b>	<b>APORTACIONES ORIGINALES DE ESTA TESIS.....</b>	<b>207</b>
<b>8.3</b>	<b>FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACION.....</b>	<b>209</b>
8.3.1	Respecto al modelo de deformación lateral .....	209
8.3.2	Respecto a las columnas sometidas a cargas laterales bidireccionales.....	210
<b>9</b>	<b>Referencias.....</b>	<b>213</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2-1 Espectro de aceleraciones para el sismo del Centro, Imperial Valley (1940)	9
Figura 2-2 Fallas de columnas con esfuerzos cortantes biaxiales	9
Figura 2-3 Configuración de un ensayo de columna sometido a carga lateral unidireccional	10
Figura 2-4 Configuración de un ensayo de columna sometido a carga lateral cuasi-estática bidireccional	11
Figura 2-5 Reducción de la contribución del hormigón al esfuerzo cortante – ductilidad de desplazamiento, adaptado de [PRIESTLEY, et al. 1994b].	13
Figura 2-6 Configuración de un ensayo de columna sobre mesa vibrante [HACHEM, et al. 2003]	17
Figura 2-7 Estrategias de modelización numérica	18
Figura 3-1 Instrumentación y montaje	27
Figura 3-2 Configuración general del ensayo	27
Figura 3-3 Rotación de ejes para control del ensayo, adaptado de [VAN MIER et al. 1997]	28
Figura 3-4 Resultados experimentales característicos con carga monótona	31
Figura 3-5 Daños en probetas con carga monótona	31
Figura 3-6 Curvas tensión - deformación longitudinal ( $\epsilon_1$ ) y lateral ( $\epsilon_2$ )	32
Figura 3-7 Curvas de deformación lateral -longitudinal normalizadas	32
Figura 3-8 Daños de probetas con carga cíclica	33
Figura 3-9 Comportamiento de la deformación lateral	34

---

Figura 3-10 Valores medios de $\psi_{v0}$ y $\psi_u$ – resistencia	35
Figura 3-11 Degradación de la rigidez por cargas cíclicas de compresión	35
Figura 3-12 Daño por compresión	36
Figura 3-13 Comparación de la ecuación propuesta para $dc$ con los datos experimentales de [LEE & WILLAM 1997]	37
Figura 3-14 Daño equivalente para dilatación de descarga	38
Figura 3-15 Daño equivalente para dilatación en $\sigma=f_c$	39
Figura 4-1 Curvas experimentales de tensión - deformación longitudinal y lateral para hormigones de 35, 45 y 60MPa	43
Figura 4-2 Cambios volumétricos del hormigón bajo cargas de compresión uniaxial y resistencias de 35, 45 y 60MPa	44
Figura 4-3 Dilatación del hormigón en carga uniaxial	44
Figura 4-4 Relación entre ángulo del plano de falla, ángulo de fricción y dilatación [HANSEN 1995]	45
Figura 4-5 Comportamiento del hormigón confinado con presión hidráulica [IMRAN & PANTAZOPOULOU 1996].	46
Figura 4-6 Deformación longitudinal para deformación volumétrica nula - deformación longitudinal para resistencia pico [IMRAN & PANTAZOPOULOU 1996].	47
Figura 4-7 Deformación lateral y dilatación en hormigón confinado con presión hidráulica [LU & HSU 2007b].	48
Figura 4-8 Dilatación en rama de reblandecimiento ( $\psi_u$ ) para diferentes niveles de confinamiento [HANSEN 1995]	49
Figura 4-9 Hormigón de $f_c=115\text{MPa}$ confinado con presión hidráulica y tubos metálicos. Curvas tensión - deformación longitudinal y lateral [LAHLOU, et al. 1992]	50
Figura 4-10 Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral de hormigón confinadas con presión hidráulica y FRP [TENG & LAM 2004]	51
Figura 4-11 Curvas de tensión - deformación volumétrica de hormigón confinado con presión hidráulica y FRP [TENG & LAM 2004]	51
Figura 4-12 Curvas de deformación lateral - deformación longitudinal de hormigón confinadas con presión hidráulica y FRP [TENG, et al. 2007]	52

---

Figura 4-13 Idealización del mecanismo de contención de la dilatancia	53
Figura 4-14 Curvas de deformación lateral - deformación longitudinal de hormigón confinado con presión hidráulica y FRP [TENG & LAM 2004]	54
Figura 4-15 Curvas tensión - deformación de hormigón ( $f_c=32\text{MPa}$ ) bajo tensiones biaxiales [KUPFER, et al. 1969]	55
Figura 4-16 Curvas tensión - deformación de hormigón ( $f_c=50\text{MPa}$ ) bajo tensiones de confinamiento asimétricas ( $\sigma_2 > \sigma_3$ ) [VAN MIER 1984]	55
Figura 4-17 Rotación de la dilatancia en función de las tensiones de confinamiento	56
Figura 4-18 Deformaciones en el plano 2-3 con cargas de confinamiento asimétricas	56
Figura 4-19 Esquema general del comportamiento de la deformación lateral	57
Figura 4-20 Parámetros para la deformación lateral y dilatancia en compresión uniaxial	58
Figura 4-21 Parámetros para la dilatancia en compresión triaxial con simetría cilíndrica	59
Figura 4-22 Reducción de la dilatancia en función del incremento de resistencia confinada	60
Figura 4-23 Contención de la dilatancia	61
Figura 4-24 Curvas obtenidas con la función propuesta para la contención de la dilatancia	62
Figura 4-25 Parámetros para la deformación lateral y dilatancia en estados de descarga y recarga	63
Figura 4-26 Modelo conceptual de daño equivalente para dilatancia en descarga y recarga	63
Figura 4-27 Representación del modelo del daño equivalente de dilatancia para descarga y recarga	64
Figura 4-28 Ángulo de rotación de dilatancia para tensiones de confinamiento asimétricas	65
Figura 4-29 Rotación de la dilatancia plástica en el plano normal a la carga	66
Figura 4-30 Curva característica del modelo del comportamiento del hormigón en compresión	68
Figura 4-31 Curva característica del parámetro del daño por compresión	69

Figura 4-32 Curva característica del modelo del comportamiento del hormigón en tracción	70
Figura 4-33 Parámetros de la superficie de falla	71
Figura 4-34 Meridianas de compresión para los valores de la Tabla 4-2 y datos experimentales en espacio Haigh-Westergaard	74
Figura 4-35 Meridianas de tracción para los valores de la Tabla 4-2 y datos experimentales en espacio Haigh-Westergaard	74
Figura 4-36 Meridianas resultantes del análisis por mínimos cuadrados	75
Figura 4-37 Parámetros de la propuesta de Meridiana	76
Figura 4-38 Propuesta de Meridianas	77
Figura 4-39 Incremento de deformación longitudinal en estados de carga biaxial y con simetría cilíndrica	78
Figura 4-40 Diagrama de flujo del modelo de dilatación	80
Figura 4-41 Hormigón H41 y H61 confinado con presión hidráulica constante. Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral analíticas y experimentales	81
Figura 4-42 Hormigón H73 y H103 confinado con presión hidráulica constante. Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral analíticas y experimentales	82
Figura 4-43 Hormigón H41 confinado con presión hidráulica constante. Resultados analíticos del comportamiento de la deformación volumétrica	82
Figura 4-44 Hormigón confinado con tubos de acero. Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral analíticas y experimentales	83
Figura 4-45 Hormigón confinado con tubos de acero. Curvas analíticas y experimentales	84
Figura 4-46 Hormigón H37 confinado con 1, 2 y 3 capas de CFRP de $t=0.165\text{mm}$ . Resultados analíticos y experimentales	85
Figura 4-47 Hormigón bajo cargas biaxiales. Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral analíticas y experimentales	86
Figura 4-48 Hormigón con cargas de confinamiento asimétricas cargas tipo (a) y (b). Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral analíticas y experimentales	86
Figura 4-49 Hormigón con cargas de confinamiento asimétricas cargas tipo (c) y (d). Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral analíticas y experimentales	87

---

Figura 4-50 Hormigón H67 confinado con presión hidráulica constante y carga cíclica. Curvas tensión deformación analítica y experimental	87
Figura 4-51 Hormigón confinado con CFRP bajo cargas de compresión cíclica. Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral analíticas y experimentales	88
Figura 5-1 Dimensiones generales de los modelos experimentales	92
Figura 5-2 Disposición de la armadura en el pilar	93
Figura 5-3 Disposición del refuerzo con CFRP	94
Figura 5-4 Disposición del refuerzo con AFRP	94
Figura 5-5 Fabricación de los modelos experimentales	95
Figura 5-6 Instalación del refuerzo de pilares con CFRP y AFRP	97
Figura 5-7 Recuperación del hormigón afectado en el pilar reparado	97
Figura 5-8 Curvas carga unitaria - alargamiento de la armadura	99
Figura 5-9 Curva carga unitaria - alargamiento de barra $\phi=16\text{mm}$ y $L=80\text{mm}$ , bajo carga cíclica	99
Figura 5-10 Diagramas tensión - deformación de cálculo	103
Figura 5-11 Diagramas de interacción momento – axil para los diferentes valores de cálculo	103
Figura 5-12 Diagramas momento – curvatura para la carga de axil y separaciones de cercos de la Tabla 5-9	105
Figura 5-13 Resistencia a cortante disminuida por la ductilidad con y sin coeficientes de seguridad	108
Figura 5-14 Curvas cortante – desplazamiento teóricas para los pilares no reforzados	110
Figura 5-15 Diagrama tensión-deformación de diseño para el hormigón confinado con FRP [TENG, et al. 2009]	112
Figura 5-16 Diagrama de flujo para diseño de FRP por demanda de ductilidad	113
Figura 5-17 Diagrama cortante – desplazamiento para determinar la demanda de deformación del hormigón a compresión.	113
Figura 5-18 Diagramas tensión – deformación de hormigón con valores dados por el fabricante del FRP	114
Figura 5-19 Diagrama cortante – desplazamiento con hormigón confinado con FRP	114

---

Figura 5-20 Diagramas tensión – deformación de hormigón con valores medios de FRP	115
Figura 5-21 Relaciones Momento-curvatura y Cortante-desplazamiento para pilares reforzados	115
Figura 5-22 Fotografía del montaje del ensayo	117
Figura 5-23 Configuración del montaje del ensayo	118
Figura 5-24 Sistema de tesado y anclaje de barras para carga axil	119
Figura 5-25 Localización de las galgas en la armadura	120
Figura 5-26 Galgas en la armadura previo al cierre del molde	120
Figura 5-27 Potenciómetros adosados al pilar	121
Figura 5-28 Guía de perforación para localización de elementos conectores para los potenciómetros	121
Figura 5-29 Transductores para medir rotación de la base del pilar	122
Figura 5-30 Galgas en el FRP	122
Figura 5-31 Transductores de desplazamiento en el capitel (+1.50m)	123
Figura 5-32 Transductores de desplazamiento en la zapata	123
Figura 5-33 Células de carga para la medición del axil	124
Figura 5-34 Historia de carga en ensayos unidireccionales	124
Figura 5-35 Esfuerzos en la base del pilar	125
Figura 5-36 Esquema de la cinemática del ensayo en alzado	126
Figura 5-37 Esquema de la cinemática del ensayo en planta	126
Figura 5-38 Desplazamientos por la traslación y rotación de la base	127
Figura 5-39 Desplazamientos por rotación del capitel en la dirección Y	128
Figura 5-40 Historia de carga en ensayos unidireccionales	128
Figura 5-41 Criterios de desplazamiento de referencia $\Delta Y$ para historia de carga	129
Figura 5-42 Trayectoria de carga en ensayos bidireccionales	130
Figura 5-43 Esquema del movimiento sincronizado de los actuadores	130
Figura 5-44 Pilar metálico usado en las pruebas de control de carga bidireccional	131
Figura 5-45 Actividades para el emplace del pilar en el sitio de ensayo	132



---

Figura 5-46 Alineación de los actuadores al pilar	132
Figura 5-47 Curva cortante – desplazamiento del pilar U1-945-300-N	134
Figura 5-48 Daños en el último ciclo de carga del pilar U1-945-300-N	135
Figura 5-49 Daños en el último ciclo de carga del pilar U3-1100-200-N	136
Figura 5-50 Curva cortante – desplazamiento del pilar U3-1100-200-N	136
Figura 5-51 Daños en el último ciclo de carga del pilar U4-550-200-N	137
Figura 5-52 Curva cortante – desplazamiento del pilar U4-550-200-N	137
Figura 5-53 Daños en el último ciclo de carga del pilar B2-945-300-N	138
Figura 5-54 Curva cortante – desplazamiento del pilar B2-945-300-N	138
Figura 5-55 Curva cortante X – cortante Y del pilar B2-945-300-N	139
Figura 5-56 Daños en el último ciclo de carga del pilar B5-1100-200-N	140
Figura 5-57 Curva cortante – desplazamiento del pilar B5-1100-200-N	140
Figura 5-58 Curva cortante X – cortante Y del pilar B5-1100-200-N	140
Figura 5-59 Daños en el último ciclo de carga del pilar B6-550-200-N	141
Figura 5-60 Curva cortante – desplazamiento del pilar B6-550-200-N	142
Figura 5-61 Curva cortante X – cortante Y del pilar B6-550-200-N	142
Figura 5-62 Curva cortante – desplazamiento del pilar B8-1100-200-CFRPx2	143
Figura 5-63 Curva cortante X – cortante Y del pilar B8-1100-200-CFRPx2	143
Figura 5-64 Estado del FRP en el último ciclo de carga del pilar B8-1100-200-CFRPx2	144
Figura 5-65 Estado de la FRP en el último ciclo de carga del pilar B9-1100-200-CFRPx6	144
Figura 5-66 Curva cortante – desplazamiento del pilar B9-1100-200-CFRPx6	145
Figura 5-67 Curva cortante X – cortante Y del pilar B9-1100-200-CFRPx6	145
Figura 5-68 Estado del FRP en el último ciclo de carga del pilar B7-1100-200-AFRPx2	146
Figura 5-69 Curva cortante – desplazamiento del pilar B7-1100-200-AFRPx2	146
Figura 5-70 Curva cortante X – cortante Y del pilar B7-1100-200-AFRPx2	146
Figura 5-71 Pilar B7-1100-200-AFRPx2 durante le ensayo	147
Figura 5-72 Estado del FRP en el último ciclo de carga del pilar B10-1100-200-AFRPx4	147
Figura 5-73 Curva cortante – desplazamiento del pilar B10-1100-200-AFRPx4	148

---

Figura 5-74 Curva cortante X – cortante Y del pilar B10-1100-200-AFRPx4	148
Figura 5-75 Estado del FRP en el último ciclo de carga del pilar B1R-945-300-CFRPx2	149
Figura 5-76 Curva cortante – desplazamiento del pilar B1R-945-300-CFRPx2	149
Figura 5-77 Curva cortante X – cortante Y del pilar B1R-945-300-CFRPx2	149
Figura 5-78 Comparación de los ensayos unidireccionales con los bidireccionales no reforzados	150
Figura 5-79 Comparación de las curvas envolventes de los resultados experimentales de los ensayos bajo carga bidireccional	152
Figura 5-80 Comparación de las curvas envolventes de los resultados experimentales con las predicciones de diseño con el modelo de rótula concentrada	154
Figura 5-81 Comparación de las curvas envolventes de los resultados experimentales del modelo de rótula concentrada	155
Figura 5-82 Diagrama altura de pilar- curvatura en los pilares no reforzados bajo carga unidireccional	157
Figura 5-83 Diagrama altura del pilar - curvatura en los pilares no reforzados bajo carga bidireccional y axil de <b>1100kN</b>	157
Figura 5-84 Diagrama altura del pilar - curvatura en los pilares no reforzados bajo carga bidireccional y axil de <b>550kN</b>	157
Figura 5-85 Diagrama altura del pilar - curvatura en los pilares reforzados con CFRP	158
Figura 5-86 Diagrama altura del pilar - curvatura en los pilares reforzados con AFRP	159
Figura 5-87 Diagrama deformación transversal - desplazamiento en los pilares no reforzados bajo carga unidireccional y bidireccional	160
Figura 5-88 Diagramas deformación transversal - desplazamiento en los pilares reforzados con CFRP y AFRP	160
Figura 6-1 Mallas empleadas en los modelos de análisis seccional	164
Figura 6-2 Respuesta de la ecuación constitutiva del hormigón en compresión con el confinamiento proporcionado a los pilares en estudio	165
Figura 6-3 Modelo mecánico del acero	165
Figura 6-4 Modelo conceptual y parámetros de la ecuación constitutiva del acero	166
Figura 6-5 Gráfica de la función propuesta para evaluar $\varepsilon_B$	167

---

Figura 6-6 Resultado de la calibración del modelo para el ensayo de la barra $\phi 16\text{mm}$	168
Figura 6-7 Esquema del modelo constitutivo empleado para el FRP	169
Figura 6-8 Historia y trayectoria de curvaturas utilizadas en los análisis seccionales bidireccionales	170
Figura 6-9 Resultados de los análisis seccionales con y sin esfuerzo cortante del pilar no reforzado y axil de 1100kN	171
Figura 6-10 Resultados de los análisis seccionales con y sin esfuerzo cortante del pilar no reforzado y axil de 945kN	171
Figura 6-11 Resultados de los análisis seccionales con y sin esfuerzo cortante del pilar no reforzado y axil de 550kN	171
Figura 6-12 Tensiones en el cerco para resistencia pico con y sin esfuerzo cortante del pilar no reforzado y axil de 1100kN	172
Figura 6-13 Deformaciones en el cerco para resistencia pico con y sin esfuerzo cortante del pilar no reforzado y axil de 1100kN	173
Figura 6-14 Resultados de los análisis seccionales con y sin esfuerzo cortante del pilar reforzado con CFRPx6 y axil de 1100kN	174
Figura 6-15 Tensiones en el cerco para resistencia última de cálculo con y sin esfuerzo cortante del pilar reforzado con CFRPx6 y axil de 1100kN	174
Figura 6-16 Deformaciones en el cerco para resistencia última de cálculo con y sin esfuerzo cortante del pilar reforzado con CFRPx6 y axil de 1100kN	175
Figura 6-17 Resultados de los análisis seccionales del pilar no reforzado y axil de 1100kN bajo carga cíclica unidireccional y bidireccional	175
Figura 6-18 Resultados de los análisis seccionales del pilar no reforzado y axil de 945kN bajo carga cíclica unidireccional y bidireccional	176
Figura 6-19 Resultados de los análisis seccionales del pilar no reforzado y axil de 550kN bajo carga cíclica unidireccional y bidireccional	176
Figura 6-20 Resultado del análisis seccional del pilar reforzado con CFRPx6 y axil de 1100kN bajo carga cíclica bidireccional	177
Figura 7-1 Modelo conceptual para el cálculo de las tensiones de confinamiento	180
Figura 7-2 Reducción de la deformación última del hormigón en compresión por pre-deformación lateral	182

---

---

Figura 7-3 Reducción de la deformación última del hormigón en compresión por pre-deformación lateral	183
Figura 7-4 Mecanismo plástico de rotación de la biela de compresión	185
Figura 7-5 Deformación equivalente considerando igualdad de energía potencial	185
Figura 7-6 Contribución del axil a la resistencia al esfuerzo cortante dada por [PRIESTLEY, et al. 1994b]	186
Figura 7-7 Esquema de cuerpo libre para determinar el incremento de tracción en la armadura longitudinal	187
Figura 7-8 Relación momento curvatura considerando efecto del esfuerzo cortante	188
Figura 7-9 Longitud de plastificación considerando el efecto del esfuerzo cortante	192
Figura 7-10 Diagrama de flujo para calcular el efecto del cortante en la curva de capacidad	193
Figura 7-11 Curvas tensión-deformación del hormigón para carga lateral unidireccional y bidireccional considerando los efectos del esfuerzo cortante	194
Figura 7-12 Curvas teóricas de tensión-deformación del hormigón para carga lateral unidireccional y bidireccional considerando los efectos del esfuerzo cortante	195
Figura 7-13 Curvas teóricas de cortante - desplazamiento para carga lateral unidireccional y bidireccional considerando los efectos del esfuerzo cortante	196
Figura 7-14 Comparación de las curvas teóricas de cortante - desplazamiento para pilares con axil de 550kN	197
Figura 7-15 Comparación de las curvas teóricas de cortante - desplazamiento para pilares con axil de 1100kN	197
Figura 7-16 Comparación de las curvas teóricas de cortante - desplazamiento para pilares con axil de 945kN	198

## LISTA DE TABLAS

Tabla 3-1 Dosificación y propiedades mecánicas del hormigón .....	25
Tabla 3-2 Parámetros de la envolvente .....	34
Tabla 3-3 Constantes para el daño equivalente para dilatación .....	38
Tabla 4-1 Parámetros de la superficie de falla de [WILLAM & WARNKE 1975].....	73
Tabla 4-2 Valores de los cinco parámetros dados en la literatura.....	73
Tabla 4-3 Valores de los parámetros obtenidos por mínimos cuadrados .....	75
Tabla 4-4 Valores de los parámetros para la propuesta de curvas de meridianas .....	77
Tabla 5-1 Dosificación del hormigón.....	95
Tabla 5-2 Datos técnicos del fabricante de la fibra de refuerzo .....	96
Tabla 5-3 Resultados de ensayos del hormigón.....	98
Tabla 5-4 Resultados de ensayos de las barras de acero .....	99
Tabla 5-5 Resultados de ensayos de FRP .....	100
Tabla 5-6 Valores característicos de resistencia de los materiales para cálculo .....	101
Tabla 5-7 Valores de deformación de los materiales para cálculo .....	101
Tabla 5-8 Resistencia y deformación contabilizando el confinamiento por la armadura transversal.....	103
Tabla 5-9 Valores de eje de estudio .....	104
Tabla 5-10 Valores característicos de los diagramas momentos curvatura .....	105
Tabla 5-11 Resistencia a cortante para valores medios $f_{cv} = f_{cm}$ y coeficientes parciales de seguridad iguales a la unidad $\gamma_c, \gamma_s = 1.0$ .....	107

Tabla 5-12 Resistencia a cortante de pilares reforzados .....	116
Tabla 5-13 Capacidad mecánica de los actuadores.....	119
Tabla 5-14 Identificación y características de los modelos experimentales .....	133
Tabla 5-15 Resultados experimentales característicos de pilares sin reforzar .....	151
Tabla 5-16 Resultados experimentales característicos de pilares reforzados .....	153
Tabla 7-1 Comparación de valores característicos de las curvas cortante-desplazamiento.....	198

# 1 Introducción

## 1.1 MOTIVACIÓN

Los terremotos que han tenido lugar en la última década muestran la vulnerabilidad de muchas infraestructuras ante estos eventos. Ello ha llevado a que los principales objetivos actuales de la ingeniería estructural sean proveer estructuras que presenten daños menores para sismos frecuentes y reducir la probabilidad de colapso ante un terremoto. Pero la tarea no es sencilla, dada la aleatoriedad natural de los movimientos sísmicos, la dificultad de predecir la respuesta dinámica de la estructura así como su interacción con el terreno y el sismo.

Un sinnúmero de estructuras de hormigón armado existe y continúan construyéndose en todo el mundo, por su bondad como material de construcción y por las ventajas de sus propiedades físico-mecánicas. Sin embargo, predecir la respuesta estructural ante eventos sísmicos representa una gran dificultad por la complejidad mecánica del hormigón, del material compuesto hormigón-acero, así como de los elementos estructurales que la conforman. Por ello, se han realizado cuantiosas investigaciones experimentales a fin de intentar entender su comportamiento mecánico ante los terremotos y cuyos resultados han sido fundamentales para la redacción de recomendaciones y formulaciones de las normas de diseño sísmico actuales así como para la validación de modelos de análisis numérico.

En relación al comportamiento sísmico de las columnas, marco de esta investigación, se han estudiado experimentalmente múltiples aspectos tales como materiales, geometría, niveles de axil, cuantías de armadura y disposición de la misma, entre otras. Sin embargo, la gran mayoría de estos ensayos se han llevado a cabo con carga lateral en una sola dirección, cuando realmente es muy probable que ante un evento sísmico las columnas se vean sometidos a cargas laterales bidireccionales ya sea por naturaleza del movimiento sísmico, la orientación de la estructura con respecto a la dirección principal del sismo y/o sus réplicas, la propia respuesta dinámica de la

estructura, etc. Por otro lado, en los pocos resultados experimentales disponibles bajo cargas bidireccionales se advierte la posibilidad de que se presente una reducción de la capacidad resistente y de la ductilidad, lo cual indica la necesidad de más estudios en este sentido.

No obstante, las normativas de diseño sísmico vigentes no proveen metodologías ni formulaciones para cuantificar los efectos bidireccionales en el comportamiento sísmico de las columnas. Esta situación puede deberse a la complejidad de la mecánica del problema y a la dificultad ante la aleatoriedad de las cargas bidireccionales. Llegado a este punto, surgió el objetivo general de esta tesis.

## 1.2 OBJETIVOS

De acuerdo a lo expuesto en el apartado anterior, el objetivo general es *contribuir al análisis y cuantificación de los efectos de los esfuerzos cortantes biaxiales en la respuesta sísmica de columnas de hormigón armado*.

Para lograr este objetivo global, se han planteado una serie de objetivos específicos, algunos de los cuales han sido identificados a lo largo del desarrollo del trabajo:

- Estudiar y cuantificar experimentalmente el comportamiento de la deformación lateral del hormigón en compresión uniaxial cíclica.
- Realizar una revisión del comportamiento de la deformación lateral del hormigón en un estado de compresión triaxial.
- Proponer un modelo analítico que reproduzca el comportamiento de la deformación lateral del hormigón.
- Implementar el anterior modelo en una ecuación constitutiva 3D para ser usado en el modelo seccional de esfuerzos acoplados.
- Verificar que el modelo de deformación lateral reproduzca de forma adecuada la expansión del hormigón en un estado de compresión triaxial.
- Estudiar y analizar la respuesta estructural de columnas circulares de hormigón armado con cargas bidireccionales.
- Estudiar y analizar la respuesta estructural de columnas circulares de hormigón armado reforzadas con materiales compuestos con cargas bidireccionales.
- Realizar un estudio analítico de la respuesta de columnas circulares de hormigón armado con la finalidad de corroborar las observaciones experimentales y apoyar los modelos conceptuales desarrollados.



- Proponer recomendaciones para evaluar de forma simplificada los efectos de los cortantes biaxiales en la respuesta sísmica de columnas de hormigón armado.

### 1.3 METODOLOGIA UTILIZADA

Con la finalidad de estudiar experimentalmente el comportamiento de la deformación lateral del hormigón en compresión uniaxial cíclica, se diseñó y realizó una primera campaña experimental en probetas cilíndricas de hormigón de resistencias normal y alta de 100mm de diámetro y 200mm de altura, al cual se le implementó un control de carga mixto de fuerza y desplazamiento. Con los resultados se identificó un comportamiento que fue base para proponer y caracterizar un modelo conceptual.

De manera paralela, se hizo una recopilación, estudio y análisis de datos experimentales acerca del comportamiento de la deformación lateral del hormigón en un estado de compresión triaxial publicados en la literatura científica. A partir de estos estudios y del modelo conceptual de la deformación lateral del hormigón en compresión uniaxial cíclica, se propuso un modelo analítico que reproduce el comportamiento lateral de la deformación del hormigón en un estado triaxial de esfuerzos a compresión.

El modelo analítico propuesto se implementó en el código computacional de una ecuación constitutiva 3D formulada con base en un modelo de fisuración distribuida rotacional. Esta ecuación es parte del programa de análisis seccional de interacción de esfuerzos TINSA desarrollado en la plataforma de programación Matlab®. Los resultados del modelo analítico se verificaron a través de un análisis comparativo con la información de los datos experimentales recopilados.

De forma paralela se diseñó e implementó el montaje para realizar ensayos de columnas bajo cargas laterales bidireccionales. Para ello fue necesario diseñar, fabricar y montar dos muros de reacción verticales y los accesorios necesarios para acoplar los dispositivos de carga, así como la implementación y puesta a punto de un control sincronizado para las cargas bidireccionales.

El estudio de la respuesta experimental de columnas bajo cargas laterales se realizó mediante el diseño y ejecución de ensayos sobre diez columnas circulares de hormigón armado de 350mm de diámetro y 1500mm de altura. Las columnas se diseñaron con armadura transversal insuficiente para elevar los efectos de los esfuerzos cortantes. Se establecieron como parámetros de estudio dos separaciones de la armadura transversal y tres niveles de axil para el cual se ejecutó un ensayo bajo carga unidireccional y otro bajo carga bidireccional. Cuatro de las columnas se reforzaron con polímeros reforzados con fibras de carbono (CFRP) o aramida (AFRP); dos para

cada tipo de fibra. Las columnas reforzadas se ensayaron con carga bidireccional y un axil constante. Una de las columnas sin reforzar previamente ensayadas con carga unidireccional, se reparó y reforzó con CFRP para posteriormente ser ensayada bajo carga bidireccional.

A continuación, se modeló numéricamente la respuesta de las columnas en estudio con el programa TINSA, incorporando el modelo analítico de la deformación lateral en la ecuación constitutiva del hormigón. Adicionalmente, se implementó un modelo uniaxial cíclico de múltiple superficie para el acero. Se realizaron análisis de la sección crítica de la columna observada en los experimentos para carga monótona, unidireccional cíclica y bidireccional cíclica.

Por último, se realizó un sumario de los mecanismos identificados en los resultados experimentales y analíticos a nivel de material, seccional y elemento, los cuales sirvieron para proponer formulaciones deducidas de las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y energía para evaluar de forma simplificada los efectos de los esfuerzos cortante biaxiales en la respuesta sísmica de columnas.

#### **1.4 CONTENIDO DE ESTE DOCUMENTO**

El cuerpo de esta tesis se compone de ocho capítulos. El primer capítulo contiene la introducción, de la cual este apartado forma parte. También se presenta la motivación que suscitó esta investigación, los objetivos que se pretenden alcanzar y la metodología empleada.

En el capítulo 2 se presenta "*Estado del conocimiento*" donde se describen los antecedentes publicados en la literatura científica y se enuncian las posibles estrategias de modelización numérica que podrían usarse en el estudio.

En el capítulo tres, "*Deformación lateral del hormigón con carga de compresión uniaxial cíclica*", se describen los componentes de la primera campaña experimental, se muestran los resultados representativos y se realiza la interpretación de resultados con base en un modelo conceptual propuesto.

El siguiente capítulo denominado "*La dilatación del hormigón en estado triaxial de compresión*", trata sobre los fenómenos que afectan la expansión del hormigón en compresión triaxial. Se presenta la propuesta de un modelo analítico de la dilatación con base en la conceptualización del capítulo anterior y las conclusiones de los fenómenos antes mencionados. Además, describe el proceso para su implementación en una ecuación constitutiva 3D y se muestran los resultados de su verificación con los datos experimentales del hormigón en compresión triaxial en diferentes estados.

Posteriormente, se describe en detalle la concepción y el desarrollo de la segunda campaña experimental de los ensayos de columnas de hormigón armado y columnas reforzadas con materiales compuestos en el capítulo “*Experimentos de columnas sometidas a esfuerzos cortantes biaxiales*”. Asimismo, se presentan los resultados relevantes de los experimentos a fin de visualizar los efectos de los esfuerzos cortantes.

El capítulo seis, “*Análisis seccional de columnas con cortantes cíclicos biaxiales*”, detalla los parámetros usados en el modelo seccional y sus ecuaciones constitutivas. También se exponen los resultados de interés para la investigación.

En las “*Contribuciones orientadas a la evaluación y diseño sísmico*”, capítulo 7, se hace una interpretación mecánica de los efectos de los esfuerzos cortantes a nivel material, seccional y de elemento. Se presenta una metodología y formulaciones para cuantificarlos de manera simplificada. Además, se realiza un análisis comparativo de los resultados obtenidos con las formulaciones propuestas y los datos experimentales presentados en el capítulo cinco.

Finalmente, se presentan las “*Conclusiones y perspectivas*” en el capítulo 8, donde se expresan las conclusiones de la investigación, las aportaciones originales de la misma y las posibles líneas de investigación que pueden emprenderse en el futuro.

## 2 Estado del conocimiento

Las edificaciones y los puentes son estructuras vulnerables a los terremotos y prueba de ello son los sismos que han ocurrido en las últimas décadas (Lorca (2011) en España; Aquila (2009) y Emilia (2012) en Italia; San Fernando (1971), Loma Prieta (1989) y Northridge en (1994) en California, EE.UU.; Kobe (1995), Honshu (2004) y Tohoku (2011) en Japón; Chi-Chi (1999) y Kaohsiung (2010) en Taiwan; Izmit (1999) y Duzce (1999) en Turquía; Wenchuan (2008) en China; Concepción (2010) en Chile; Armenia (1999) en Colombia) y otros. Un fallo estructural, además de poner en peligro las vidas humanas, puede ocasionar grandes pérdidas económicas por el cierre ó la paralización del servicio que presta.

En el último siglo, el diseño sísmico de las estructuras ha pasado de prácticamente obviarse a establecerse prescripciones y recomendaciones para predecir el movimiento sísmico y el comportamiento dinámico de la estructura, concebir la estructura, detallar los elementos que le conforman y definir elementos o dispositivos disipadores de energía, entre otros. Las normas de diseño sísmico actualmente dan requerimientos con el objetivo de que la estructura ostente un comportamiento cuasi-elástico con mínimos daños para los sismos frecuentes y presente un comportamiento dúctil con ausencia de colapso, parcial o total, en caso de ocurrir el sismo de diseño (sismo último de cálculo) [NCSP 2007]. Por lo tanto, es de esperar que la estructura presente un comportamiento inelástico bajo este tipo de acciones.

Las normas de diseño sísmico aceptan el método de *Fuerzas de Diseño* como procedimiento principal de cálculo. De esta manera, los elementos estructurales se diseñan con las fuerzas que se obtienen con base en modelos de análisis elásticos, las cuales se reducen por un factor de comportamiento  $q$ , que representa la ductilidad característica de la estructura. Posteriormente, se verifica que los desplazamientos estén dentro de unos límites establecidos por las propias normas. El uso de modelos elásticos y del factor  $q$  permite que el cálculo estructural se realice de forma equivalente al que se realiza con las acciones permanentes y cuasi-permanentes. No obstante, la prestación esperada de la estructura, en términos de riesgo de daños y colapso bajo

la acción del sismo no se cuantifica. Otras carencias de este método son discutidas por [PRIESTLEY 2000; PRIESTLEY et al. 2007].

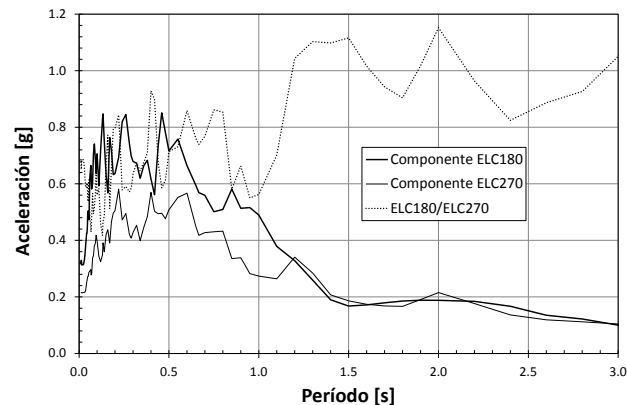
En respuesta a este vacío, se desarrolla la metodología del *Diseño Sísmico Basado en Prestaciones* (PBSD, por el acrónimo en inglés de Performance Based Seismic Design) para evaluar estructuras existentes y diseñar nuevas estructuras [SEAOC 1995]. El PBSD tiene como objetivo predecir de manera confiable el desempeño de las estructuras bajo la acción de los movimientos sísmicos. Con ello, el propietario u organización podrá obtener la relación riesgo-coste de la propiedad en su conjunto y elegir, a partir de un nivel básico de seguridad, un nivel de desempeño que se ajuste a sus necesidades [EERI 2000; ATC 2006]. Con el mismo objetivo del PBSD, se plantea el método del *Diseño Sísmico por Desplazamientos* (DBSD, por su acrónimo en inglés Displacement Based Seismic Design). El método se basa en el concepto de que la prestación de una estructura dúctil sólo se puede cuantificar con el cálculo de las deformaciones. Las diferentes formulaciones para su implementación se pueden ver en [NEWMARK & HALL 1972; KOWALSKY et al. 1995; FIB 2003a; JARA 2004; PRIESTLEY, et al. 2007; HUAMAN 2010; BONO 2011].

No obstante, la tarea de predecir el comportamiento inelástico de las estructuras de hormigón bajo la acción de los movimientos sísmicos es compleja, debido a la aleatoriedad que gobierna el fenómeno sísmico y a las limitaciones propias de los modelos de análisis para reproducir la respuesta dinámica de la propia estructura y de su interacción con el suelo y el sismo. De ahí la necesidad de realizar estudios experimentales, que aporten información para cuantificar el comportamiento estructural ante cargas sísmicas y que sus resultados sirvan de referencia para desarrollar y calibrar los modelos de análisis. En este capítulo se refieren la experimentación en columnas bajo cargas bidireccionales realizada y se enuncian las estrategias de modelización numérica disponibles para este tipo de problemas.

## 2.1 EFECTOS BIDIRECCIONALES EN LAS ESTRUCTURAS

Durante un terremoto, las estructuras se ven sometidas al movimiento de la superficie del terreno. Los movimientos del terreno pueden tener componentes en más de una dirección por la propia naturaleza de las ondas, que se originan desde el epicentro del sismo. Las magnitudes de las componentes del movimiento dependen de la distancia al epicentro y de las características morfológicas del terreno. La dirección principal del sismo puede ser distinta al de sus réplicas así como de los modos principales de vibración de la propia estructura. Por ejemplo, en la Figura 2-1 se puede ver el espectro de aceleraciones de las dos componentes normales registradas en el sismo del Centro en Imperial Valley (1940). Esta misma figura muestra el cociente entre las dos componentes y se puede observar que para períodos mayores a 1.2s las aceleraciones en ambas

direcciones son prácticamente de igual magnitud y para períodos menores se obtienen relaciones mayores al 80% en varios tramos.



**Figura 2-1 Espectro de aceleraciones para el sismo del Centro, Imperial Valley (1940)**

Las columnas son los elementos estructurales que directamente se ven sometidos a los desplazamientos del terreno y por tanto son los más vulnerables a los efectos direccionales del sismo. En las vigas, dichos efectos son menos ya que por el efecto pórtico y el diafragma trabajan en flexión plana. Las columnas también pueden verse sometidas a desplazamientos en más de una dirección cuando el modo de vibración predominante de la estructura es el de torsión, tal y como es el caso de edificaciones con irregularidades en planta y puentes curvos o con esviaje. Lo anterior conlleva a que en las columnas se originen esfuerzos cíclicos y combinados de flexo-compresión, cortantes bidireccionales y de torsión. En la fotografías de la Figura 2-2 se pueden ver dos ejemplos de fallas de columnas con cortantes biaxiales.



(a) Fallo de columna en edificación (Izmit, sismo en Turquía 1999)

(Fotografía por Elwood, Kenneth J, Cortesía de NISSE)



(b) Fallo de columna en viaducto de tren de alta velocidad (Niigata, sismo en Japón 2004) [ASHFORD & KAWAMATA 2004]

**Figura 2-2 Fallas de columnas con esfuerzos cortantes biaxiales**

## 2.2 ESTUDIOS EXPERIMENTALES DE COLUMNAS DE HORMIGÓN ARMADO

En las columnas, el hormigón armado se usa ampliamente como material de construcción de edificaciones y puentes por sus cualidades constructivas y favorables propiedades mecánicas. Sin embargo, predecir analíticamente la respuesta estructural presenta dificultades por la complejidad de la mecánica de los materiales constituyentes, los elementos que la conforman. Por ello, valorar el comportamiento sísmico de estructuras de hormigón armado demanda la realización de experimentos.

La respuesta sísmica de las columnas de hormigón armado se ha estudiado ampliamente con ejecución de experimentos con cargas laterales unidireccionales, como se puede ver en la Figura 2-1. Dentro de los parámetros investigados se encuentran: el tipo de sección transversal, las relaciones geométricas, los niveles de carga axial, las cuantías de armadura longitudinal y transversal, la disposición de la armadura, los materiales, entre otros. Una cantidad importante de experimentos están recopilados en las siguientes bases de datos: [TAYLOR & STONE 1993; TAYLOR et al. 1997; UNIVERSITY OF WASHINGTON 1999; PEER 2003; KAWASHIMA 2007]. Estos ensayos han sido esenciales para redactar las recomendaciones de las normas de diseño sísmico y la validación de los modelos de análisis disponibles al presente [CEB 1996a; CEB 1996b].



**Figura 2-3 Configuración de un ensayo de columna sometido a carga lateral unidireccional**

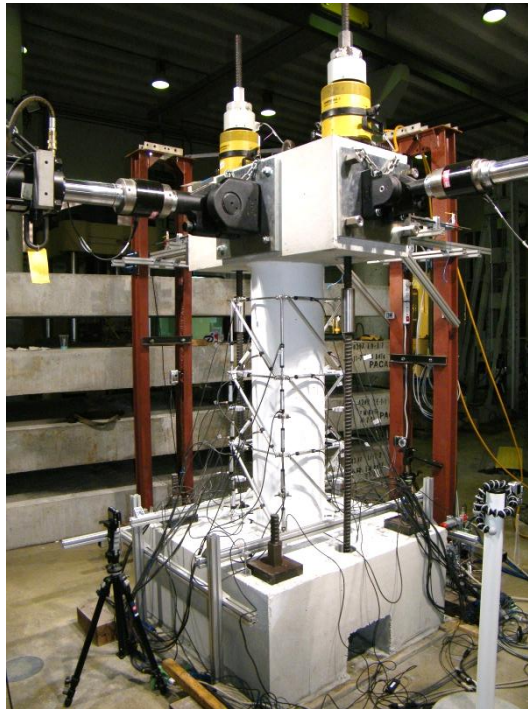
Por el contrario, son muchos menos los ensayos disponibles de columnas de hormigón armado con cargas laterales bidireccionales. No obstante, los primeros estudios experimentales fueron realizados en los años setenta por [FUJII 1974]. Posteriormente, [TAKIZAWA & AOYAMA 1976; OTANI et al. 1978; TAKIGUCHI et al. 1980; OTANI et al. 1981; KOBAYASHI et al. 1984; SAATCIOGLU 1984; UMEHARA & JIRSA 1984; LOW & MOEHLE 1987; LI et al. 1988; SAATCIOGLU & OZCEBE 1989; BOUSIAS et al. 1995] realizaron ensayos bajo cargas bidireccionales de columnas rectangulares con diferentes

trayectorias de carga (circulares, elípticas, rectangulares, entre otras). Estos ensayos se encuentran recopilados en [CEB 1996b] y la principal conclusión es que los efectos biaxiales cíclicos conllevan a una reducción de la capacidad de la columna, acelerando el deterioro de rigidez, resistencia y la ductilidad con los ciclos de carga; pero, a pesar de este conocimiento cualitativo, no se facilitan metodologías para cuantificar la reducción esperada.

En los siguientes apartados se resumen los ensayos recientes de columnas bajo cargas laterales bidireccionales y las estrategias generales para la modelización.

### 2.2.1 Ensayos de columnas bajo cargas bidireccionales

La respuesta sísmica de columnas bajo cargas bidireccionales se ha estudiado con diferentes tipos de ensayos. Los ensayos más comunes son con carga cuasi-estática, pero también se ha experimentado con ensayos de tipo pseudo-dinámicos y mesa vibrante.



**Figura 2-4 Configuración de un ensayo de columna sometido a carga lateral cuasi-estática bidireccional**

#### 2.2.1.1 Ensayos con carga bidireccional cuasi-estática

Este tipo de ensayo se usa para determinar el desempeño de los materiales y elementos estructurales bajo una carga repetitiva con ciclos de carga y descarga tal como ocurre durante un sismo. No obstante, el comportamiento dinámico se no está representado debido a que la velocidad de carga es lenta y constante en cada ciclo. Este tipo de ensayos son una herramienta

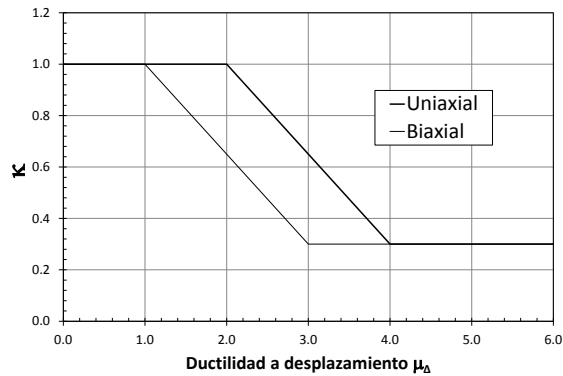


de indudable valor (en términos de costo-beneficio) para ingeniería sísmica, particularmente para la validación de modelos analíticos a nivel de elemento o para la verificación de la respuesta de nuevos materiales [CARVALHO 1998].

#### **2.2.1.2 Ensayos realizados por [WONG et al. 1993]**

Los investigadores [WONG, et al. 1993] realizaron dieciséis ensayos de columnas circulares de hormigón armado de 400mm de diámetro y 800mm de altura. La armadura longitudinal consistió en veinte barras de 16mm de diámetro y la armadura transversal en espirales de 6 ó 10mm de diámetro con separaciones entre 30 y 80mm. La carga axial se aplicó en dos niveles, produciendo tensiones normales del 20 y 40% de la resistencia a compresión del hormigón. Las columnas se ensayaron a flexo-compresión con cargas laterales cíclicas unidireccionales y bidireccionales. En las cargas bidireccionales se impusieron desplazamientos en la parte alta de columna con tres tipos de trayectorias: ortogonal, cuadrangular y aleatorio. El patrón ortogonal consistió en realizar ciclos en dos únicas direcciones normales entre sí, el patrón cuadrangular trazaba un cuadrado y la trayectoria aleatoria resultó de hacer previamente un análisis dinámico en el tiempo, de una columna sujeta a un sismo real con componentes en las dos direcciones.

Los investigadores concluyeron que en las columnas sometidas a desplazamientos laterales biaxiales, la degradación de la rigidez y la resistencia de la columna era mayor respecto a los ensayos bajo carga uniaxial y el desplazamiento último de los ensayos de las columnas con carga biaxial fue un 5 a 10% menor, dependiendo del axial, respecto a su referente uniaxial. Los autores consideraron que los ensayos con trayectoria ortogonal son representativos para futuros estudios con este tipo de cargas porque reprodujeron el comportamiento que se observó con los otros tipos de trayectorias bidireccionales. Así mismo, propusieron que la contribución del hormigón a la resistencia cortante se reduce en función de la demanda de ductilidad y en mayor proporción cuando las cargas son bidireccionales, ver Figura 2-5. Este último concepto se refinó posteriormente por [PRIESTLEY et al. 1994b; KOWALSKY & PRIESTLEY 2000] y lo ha acogido actualmente la norma de diseño [EHE 2008].



**Figura 2-5 Reducción de la contribución del hormigón al esfuerzo cortante – ductilidad de desplazamiento, adaptado de [PRIESTLEY, et al. 1994b].**

### 2.2.1.3 Ensayos realizados por [QIU et al. 2002]

Los investigadores [QIU, et al. 2002] realizaron siete ensayos de columnas cuadradas de hormigón armado de  $200 \times 200 \text{ mm}$ . Las columnas se ensayaron en una configuración de voladizo y la carga lateral se aplicó a  $800 \text{ mm}$  de altura. La armadura longitudinal consistió en 12 barras de diámetro de  $12 \text{ mm}$ . La armadura transversal consistió en dos cercos cuadrados, uno orientado con la sección y otro rotado  $45^\circ$ , de  $6 \text{ mm}$  de diámetro y separados  $50 \text{ mm}$ . Las columnas se sometieron a cargas unidireccionales y bidireccionales. Las cargas bidireccionales se aplicaron con trayectorias de desplazamiento ortogonal, cuadrada, rectangular y elíptica. La carga axial fue constante y correspondió a la resultante de una tensión normal a la sección entre 21 y el 23% de la resistencia del hormigón. Los investigadores obtienen menor resistencia a flexión y capacidad de deformación en las columnas bajo carga biaxial. La trayectoria cuadrada de desplazamientos fue más crítica; sin embargo, la carga axial fue 15% menor en esta columna. Con los resultados experimentales, calculan la energía de disipación de los ciclos de histéresis acumulada y obtienen aparentemente mayor energía total disipada en los ciclos con carga biaxial.

### 2.2.1.4 Ensayos realizados por [KAWASHIMA et al. 2003]

Los investigadores [KAWASHIMA, et al. 2003] realizaron cinco ensayos de columnas cuadradas de hormigón armado, sección  $400 \times 400 \text{ mm}$  y una altura efectiva en voladizo de  $1350 \text{ mm}$ . Las columnas se diseñaron con los criterios de la norma Japonesa de diseño sísmico de puentes de 1996. La carga axial correspondió a la resultante de una tensión normal de  $1.0 \text{ MPa}$  sobre la sección transversal. Las columnas fueron armadas longitudinalmente con 16 barras de diámetro  $13 \text{ mm}$ , distribuidas uniformemente alrededor del cerco. La armadura transversal consistió en cercos cuadrados de diámetro  $6 \text{ mm}$  cerrados y separados cada  $50 \text{ mm}$ . Las columnas se sometieron a cargas laterales cíclicas unidireccionales y bidireccionales. Para las cargas

bidireccionales se usaron trayectorias de desplazamiento ortogonales, cuadradas, circulares y elípticas. Los investigadores midieron experimentalmente que la resistencia a flexión y la ductilidad se deterioran más rápido en los ensayos con carga bidireccional.

#### **2.2.1.5 Ensayos realizados por [TSUNO & PARK 2004]**

Los investigadores [TSUNO & PARK 2004] ensayaron cinco columnas cuadradas de  $550 \times 550 \text{ mm}$ . La carga lateral se aplicó a una altura de  $2250 \text{ mm}$  de la base de la columnas con trayectorias unidireccionales en tres pilares y trayectorias bidireccionales en dos pilares. Las trayectorias bidireccionales fueron ortogonales y cuadradas. La carga axil fue de  $311 \text{ kN}$ , la cual produce una tensión normal a la sección de  $1.03 \text{ MPa}$  aproximadamente. La armadura longitudinal consistió en 51 barras de  $10 \text{ mm}$  distribuidas de forma uniforme alrededor del cerco perimetral. La armadura transversal se dispuso en cercos cuadrados cerrados de  $6 \text{ mm}$  de diámetro y cuatro ganchos suplementarios, dos por lado, del mismo diámetro. La separación de los cercos fue  $50 \text{ mm}$  en toda la altura del pilar. En los resultados experimentales, las columnas bajo cargas laterales unidireccionales alcanzan ductilidades a desplazamiento superiores a diez, mientras que los pilares con cargas bidireccionales la ductilidad a desplazamiento fue de seis. Los investigadores identificaron la longitud de la rótula plástica de las mediciones experimentales y concluyeron que esta longitud de plastificación no se ve influenciada por los efectos bidireccionales.

#### **2.2.1.6 Ensayos realizados por [KHALED et al. 2011]**

Los investigadores [KHALED, et al. 2011] ensayaron cuatro columnas de hormigón armado rectangulares con el objetivo de evaluar su comportamiento bajo carga sísmica bidireccional. Los modelos experimentales se diseñaron con las disposiciones de la norma de Canadá (Canadian Standards Association CSA-S6-06). La sección transversal era rectangular de  $1.2 \times 0.6 \text{ m}$  y una altura de  $3.0 \text{ m}$ . La carga axil fue constante y correspondió a una tensión normal sobre la sección del 4.5 y 9.3% de la resistencia del hormigón. La armadura longitudinal se dispuso con las cuantías geométricas de 0.41, 0.57, 0.94 y 1.72% con barras de 19, 25 y  $31 \text{ mm}$  de diámetro, respectivamente. La armadura transversal se conformó con cercos cerrados y ganchos de diámetro  $9 \text{ mm}$  y separaciones de 45, 45, 40 y  $45 \text{ mm}$ , respectivamente a la cuantía longitudinal anteriormente expuestas. La carga lateral se aplicó, en una configuración de voladizo, imponiendo una trayectoria de desplazamientos con forma de “mariposa” (dos triángulos equiláteros encarados sobre un vértice); ensayos con carga unidireccional se omitieron. Las columnas mostraron una respuesta cíclica inelástica bidireccional de alta ductilidad de desplazamiento, alcanzando ductilidades de desplazamiento entre 6 y 11. Los daños de la

columna se limitaron a desprendimientos del hormigón de recubrimiento y fisuras bien distribuidas de flexión en el primer tercio desde la base de la columna. Las columnas fallaron a flexión, producido por la rotura de las barras longitudinales cerca a la base de la misma.

#### **2.2.1.7 Ensayos realizados por [KAWASHIMA et al. 2011]**

Los investigadores [KAWASHIMA, et al. 2011] realizaron tres ensayos de columnas de hormigón armado, hormigón armado más fibras de polipropileno y hormigón armado más fibra de acero. Las columnas tenían una sección transversal cuadrada de  $400 \times 400 \text{ mm}$  con las esquinas redondeadas. La armadura longitudinal consistió en 36 barras de  $10 \text{ mm}$  distribuidas uniformemente alrededor del cerco. La armadura transversal se suministró en cercos cerrados más cuatro ganchos, dos por lado, de diámetro de  $6 \text{ mm}$  y separación de  $45 \text{ mm}$ . Las tres columnas se sometieron a cargas bidireccionales siguiendo una trayectoria de desplazamientos elíptica. Las columnas tuvieron una capacidad de desplazamiento similar. No obstante, las columnas con adición de fibras en el hormigón presentaron menor daño respecto a la de hormigón armado. Las fibras de polipropileno presentaron mejor comportamiento que las fibras de acero, ya que la mayor capacidad de deformación de las fibras de polipropileno evitó su rotura, mientras que las fibras de acero alcanzaban la rotura con las repeticiones de apertura y cierre de la fisura.

#### **2.2.1.8 Ensayos realizados por [RODRIGUES et al. 2012]**

Los investigadores [RODRIGUES, et al. 2012] realizaron ensayos sobre veinticuatro columnas de hormigón armado de sección rectangular de  $200 \times 400 \text{ mm}$ ,  $300 \times 300 \text{ mm}$ ,  $300 \times 400 \text{ mm}$  y  $300 \times 500 \text{ mm}$ . La carga lateral se aplicó en configuración de voladizo, imponiendo desplazamientos con trayectorias unidireccionales y bidireccionales a una altura de  $1500 \text{ mm}$ . Se usaron trayectorias bidireccionales de tipo ortogonal, rombos, cuadradas y circulares. La armadura longitudinal era de diámetro  $12 \text{ mm}$  y se instalaron 6, 8, 10 y 14 barras, respectivamente a las secciones antes mencionadas. La armadura transversal consistió en cercos rectangulares de diámetro  $6 \text{ mm}$  y con una separación de  $75 \text{ mm}$  para la columna de  $200 \times 400 \text{ mm}$  y  $150 \text{ mm}$  para las restantes. La carga axial fue constante durante cada ensayo y se estudiaron valores normalizados a la resistencia del hormigón entre 4.0 y 20%. Los investigadores midieron menor ductilidad de desplazamiento en las columnas bajo carga bidireccional con respecto al unidireccional y en mayor medida en las columnas rectangulares, donde las ductilidades de desplazamiento estuvieron entre 50 y 70% aproximadamente en la dirección del eje menor y 35% aproximadamente más bajo en la dirección del eje mayor.

### 2.2.2 Ensayos bidireccionales pseudo-dinámicos (PsD)

El ensayo pseudo-dinámico se conoce también como ensayo en línea y se desarrolló gracias a un programa cooperativo entre EEUU y Japón a inicio de los años ochenta. En este tipo de ensayos, al modelo experimental se le aplican desplazamientos lentamente. La diferencia con un ensayo cuasi-estático normal radica en que los desplazamientos impuestos se calculan con el ordenador en línea mediante un método de integración paso a paso, para tener en cuenta la respuesta y degradación de la estructura que se está ensayando. Las fuerzas resultantes resistentes son medidas y retroalimentan el modelo numérico como un dato para el cálculo del próximo paso [WILLIAMS & BLAKEBOROUGH 2001].

Los investigadores [KAWASHIMA et al. 2004; DHAKAL et al. 2007; CHANG 2010] realizaron ensayos pseudo-dinámicos en columnas con cargas bidireccionales. Las conclusiones y observaciones experimentales expuestas en estas investigaciones son similares a las que se llegaron en los ensayos con carga cuasi-estática bidireccional.

### 2.2.3 Ensayos en mesa vibrante

En este tipo de ensayos el modelo experimental se ubica sobre una plataforma rígida, la cual se mueve por medio de actuadores para simular el sismo. La mesa vibrante es la técnica más realista para el ensayo sísmico de estructuras debido a que la excitación se induce con un movimiento de la base a la velocidad real y la estructura es verdaderamente deformada por las fuerzas inerciales debidas a la masa distribuida de la misma estructura y las características de la respuesta dinámica varían a medida que la estructura se deteriora. No obstante, este tipo de ensayos se encuentran condicionados a las prestaciones de la mesa y del sistema hidráulico [WILLIAMS & BLAKEBOROUGH 2001], lo cual suele limitar su aplicación a modelos de masas reducidas o moderadas.

Los investigadores [HACHEM et al. 2003; CORREAL et al. 2004; NISHIDA & UNJOH 2004; SAKAI & UNJOH 2006; KAWASHIMA et al. 2008; MATSUMOTO et al. 2008; ARIAS-ACOSTA & SANDERS 2010] realizaron ensayos de columnas sobre mesa vibrante bajo excitación bidireccional. Una conclusión relevante es que la deformación residual de las columnas bajo carga sísmica bidireccional fue superior al caso unidireccional [HACHEM, et al. 2003].



**Figura 2-6 Configuración de un ensayo de columna sobre mesa vibrante [HACHEM, et al. 2003]**

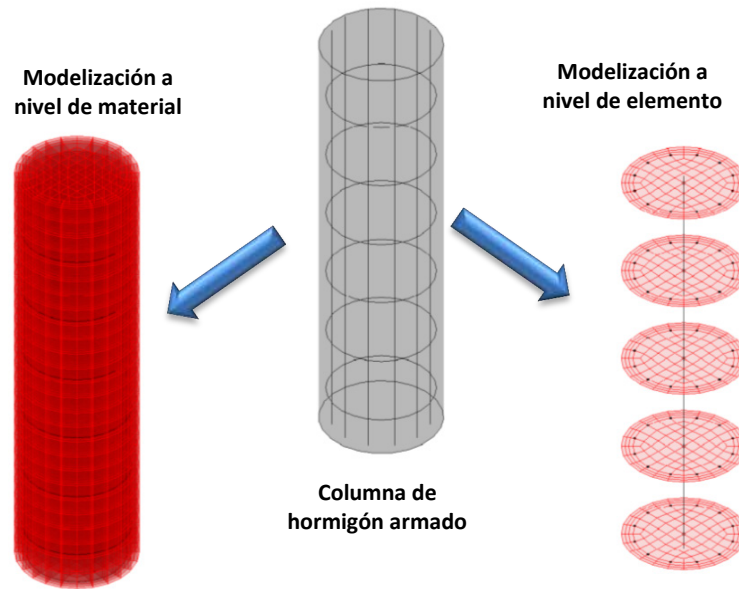
#### **2.2.4 Ensayos de columnas reforzadas y reparadas bajo carga lateral bidireccional**

En el ámbito de la ingeniería estructural es frecuente la necesidad de reforzar estructuras existentes y dentro de las posibles razones se encuentra la actualización de la estructuras a cargas sísmicas. En el refuerzo sísmico de columnas de hormigón armado se puede optar por diferentes técnicas y en vía de mejorar su ductilidad, confinando el hormigón, las más usuales son: recrecidos de hormigón armado, encamisados de acero, encamisados con materiales compuestos [BUCKLE et al. 2006; FIB 2007]. La respuesta sísmica de columnas reforzadas se ha estudiado mediante ensayos experimentales realizados por [PRIESTLEY 1996; SAADATMANESH et al. 1996; XIAO & MA 1997; XIAO et al. 1999; UNJOH et al. 2000; JÚLIO et al. 2003; SAATCIOGLU & YALCIN 2003; XIAO & WU 2003], entre otros. No obstante, los anteriores ensayos se llevaron a cabo sólo con carga lateral unidireccional.

### **2.3 ESTRATEGIAS DE MODELIZACIÓN NUMÉRICA DE COLUMNAS BAJO CARGAS BIDIRECCIONALES**

La modelización numérica del comportamiento inelástico de columnas de hormigón armado bajo cargas laterales bidireccionales, se puede abordar con dos posibles vías: modelización a nivel del material ó modelización a nivel del elemento (ver Figura 2-7). En la modelización a nivel del material, la estructura de interés se divide en numerosos elementos finitos para representar el hormigón, las armaduras (longitudinal y transversal) y los efectos de interacción entre los mismos. Con ello, se puede lograr resolver el campo tridimensional de deformaciones y tensiones de la estructura a escala del material. Sin embargo, los altos recursos computacionales que demandan

este tipo de análisis restringen su uso. Los fundamentos teóricos y las formulaciones para aplicaciones en estructuras de hormigón armado se pueden ver en [CHEN 1982; HOFSTETTER & MANG 1995; MAEKAWA et al. 2003; FIB 2008], entre otros.



**Figura 2-7 Estrategias de modelización numérica**

En la modelización a nivel de elemento, la estructura se divide en elementos unidimensionales que representan las vigas y las columnas. La estrategia de esta formulación es reducir el campo tridimensional de deformaciones de una longitud del elemento a un campo unidimensional sobre la sección transversal del elemento. Esto se conoce como análisis seccional [PARK & PAULAY 1975; MARÍ 1984]. Los análisis seccionales tradicionalmente se han formulado considerando la hipótesis de Navier-Bernoulli, en el que las secciones planas permanecen planas, lo que conlleva a considerar sólo las deformaciones por flexión y axil. De esta manera, la sección transversal se divide en pequeños elementos denominados fibras, que representan el material (el hormigón ó la armadura longitudinal). La respuesta mecánica de cada fibra se modela con una ecuación constitutiva uniaxial equivalente; es decir, bajo un estado tensional en el plano de la sección previamente deducido o asumido. Las deformaciones del elemento se obtienen integrando a lo largo de toda su longitud las deformaciones seccionales. La teoría y desarrollos en este tema se pueden consultar con detalle en [MARÍ 1984; TAUCER et al. 1991; ROCA et al. 2005], entre otros.

Sin embargo, la restricción del campo de deformaciones que produce la hipótesis de Navier-Bernoulli acarrea que el cortante y la torsión se traten de forma independiente a la flexión; por lo tanto, no se contabiliza la concomitancia de tensiones tangenciales y normales sobre el material, hormigón ó acero y sus posibles secuelas a escala del elemento. Los efectos de la interacción de esfuerzos fueron identificados experimental y analíticamente por [PARK & PAULAY 1975]. Ellos

comprobaron que cuando las vigas de hormigón se fisuran diagonalmente, producto de los esfuerzos cortantes, la armadura longitudinal pasa a formar parte del mecanismo resistente al esfuerzo cortante, lo cual acarrea un aumento de la fuerza de tracción sobre la misma. Este mecanismo se considera en el cálculo estructural cuando la ley de momentos flectores de cálculo se decala con el fin proveer resistencia más allá del resultante de los análisis de flexión [EHE 2008; ACI 2011].

Recientemente, se han encaminado esfuerzos para introducir la interacción flexo-cortante en la modelización de elementos unidimensionales, como se puede ver en [VECCHIO & COLLINS 1988; BENTZ 2000; BAIRAN 2005; BAIRAN & MARI 2007a; CERESA et al. 2007; NAVARRO et al. 2007; MARTINELLI 2008; MOSTAFAEI & VECCHIO 2008; CERESA et al. 2009; MOHR et al. 2010; MULLAPUDI & AYOUB 2010; GUNER & VECCHIO 2011; XU & ZHANG 2012; FERREIRA et al. 2013], entre otros.

### 2.3.1 Análisis seccionales con interacción total de esfuerzos

Los investigadores [BAIRAN & MARI 2007a] formularon un modelo que resuelve el campo tridimensional de tensiones y deformaciones de la sección transversal. La idea de esta formulación parte de adicionar al campo de deformaciones de la sección plana ( $u^{ps}$ ) los modos de alabeo y distorsión de la sección ( $u^w$ ), ver 2.1.

$$u = u^{ps} + u^w \quad ( 2.1 )$$

Con ello, además del equilibrio de la sección plana se introduce el equilibrio entre fibras. Con el fin de ser usado en aplicaciones de elementos tipo viga, los investigadores consideraron que las deformaciones causadas a lo largo del eje del elemento por el alabeo y la distorsión son despreciables. De este modo, el campo  $u^w$  no produce tensiones normales a la sección pero sí tensiones tangenciales y normales en el plano de la sección transversal. Como resultado, se obtiene el campo de tensiones y deformaciones tridimensionales en toda la sección transversal. Los detalles del desarrollo se pueden ver en [BAIRAN 2005; BAIRAN & MARI 2006a; BAIRAN & MARI 2006b; BAIRAN & MARI 2007b; BAIRAN et al. 2010].

La formulación se resolvió numéricamente usando elementos finitos y se implementó en un programa denominado TINSA (Total Interaction Nonlinear Section Analysis). La librería de este programa consta de elementos tipo superficie, punto y línea; los cuales representan en una sección de hormigón armado, el hormigón, la armadura longitudinal y la armadura transversal, respectivamente.



### 2.3.1.1 Modelos constitutivos de los materiales

La formulación del modelo seccional se resuelve usando ecuaciones constitutivas 3D para el hormigón y 1D para el acero. Para el acero se implementó un modelo cíclico bilineal elastoplástico con endurecimiento cinemático [MARÍ 1984]. Otros modelos para el acero pueden ser consultados en [CEB 1996a].

Para el hormigón se implementó una ecuación constitutiva 3D con la hipótesis de fisuración distribuida y un comportamiento uniaxial equivalente en las direcciones principales. Desarrollos basados en elasticidad no lineal, elastoplasticidad, teoría de daño, mecánica de la fractura y combinación de los mismos pueden ser consultados en [CHEN 1982; FIB 2008], entre otros.

La respuesta mecánica uniaxial del hormigón en compresión se modela con una curva envolvente característica, por ejemplo [COLLINS & PORASZ 1989]. En la descarga y recarga se consideró un comportamiento lineal con módulo tangente sin degradación. Asimismo, la respuesta en tracción se modela especificando el comportamiento de la curva envolvente, por ejemplo [CERVENKA 1985] y para la descarga y recarga se implementó con un comportamiento lineal de daño total, es decir sin deformación plástica remanente. Además, el hormigón en un estado de tensiones triaxiales de compresión (confinado) presenta un incremento de resistencia y ductilidad. Estos dos efectos tridimensionales se cuantificaron en la ecuación constitutiva con la superficie de [WILLAM & WARNKE 1975] para la resistencia y con la expresión de deformación de resistencia máxima dada por [MANDER et al. 1988].

Igualmente, el hormigón se deforma lateralmente bajo cargas de compresión. Este otro efecto tridimensional se cuantificó con la expresión del módulo de secante de deformación lateral ( $\nu_i$ ) dada por [ELWI & MURRAY 1979], ver 2.2.

$$\nu_i = \nu_0 \left[ 1.0 + 1.3763 \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{cc}} - 5.360 \left( \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 + 8.586 \left( \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{cc}} \right)^3 \right] < 0.50 \quad ( 2.2 )$$

Donde,  $\nu_0$  es el módulo de Poisson;  $\varepsilon_i$  es la deformación uniaxial en la dirección  $i$ ;  $\varepsilon_{cc}$  es la deformación de resistencia pico.

Esta expresión y otras dadas en la literatura, [OTTOSEN 1979; VECCHIO 1992; IMRAN & PANTAZOPOULOU 1996; CANDAPPA et al. 2001; BINICI 2005; LOKUGE et al. 2005; MONTOYA et al. 2006; LU & HSU 2007b; TENG et al. 2007; SAMANI & ATTARD 2011], caracterizan el comportamiento de la deformación lateral únicamente para cargas monótonas, faltando un modelo analítico adecuado para cargas cíclicas.

## 2.4 CONCLUSIONES

El comportamiento sísmico de las columnas se ha estudiado extensamente con experimentos bajo cargas laterales unidireccionales. Estos estudios han sido la base para las recomendaciones de normas sísmicas actuales y la validación de modelos analíticos. Por el contrario, los estudios experimentales de columnas con cargas laterales bidireccionales son pocos, comparados con la cantidad de ensayos unidireccionales. Una conclusión general de estos estudios es que las columnas sometidas a cargas bidireccionales presentan una menor resistencia y ductilidad en comparación con los ensayos unidireccionales.

En las normas de diseño y evaluación sísmica actuales y en la literatura científica no se prescriben recomendaciones específicas para cuantificar la reducción de resistencia y ductilidad que se evidencia en los experimentos de columnas con cargas laterales bidireccionales, excepto la recomendación de la reducción de la contribución de la resistencia a cortante del hormigón sugerida por [WONG, et al. 1993; PRIESTLEY, et al. 1994b; KOWALSKY & PRIESTLEY 2000]. Ello puede deberse a la complejidad mecánica del problema sumado a la aleatoriedad de las cargas.

La modelización numérica de este tipo de problemas puede abordarse con el programa seccional de interacción de esfuerzos, TINSA. Este programa tiene la capacidad de resolver el campo 3D de tensiones y deformaciones de la sección transversal. La ecuación constitutiva 3D del hormigón implementada en el modelo seccional requiere de una formulación para cuantificar los efectos de expansión del hormigón en compresión (efecto Poisson) y las propuestas en la literatura solo brindan el comportamiento para carga monótona. Por lo tanto, se necesita una formulación que simule el comportamiento de la deformación lateral del hormigón bajo cargas cíclicas de compresión.



### 3 Deformación lateral del hormigón con carga de compresión uniaxial cíclica

En las estructuras de hormigón armado bajo cargas sísmicas, el hormigón se somete a estados tensionales multiaxiales y cíclicos. El cometido principal del hormigón es soportar las cargas de compresión y ante estas cargas, se expande lateralmente; esta deformación lateral se cuantifica con el módulo Poisson en la fase de comportamiento elástico. Sin embargo, el hormigón deja de comportarse como un material lineal elástico a tensiones muy bajas ( $<30\%f_c$ ), por los procesos de microfisuración que se inician y conlleva a que el hormigón presente un comportamiento inelástico tanto para deformaciones longitudinales como laterales.

La deformación lateral juega un papel muy importante en el comportamiento del hormigón, dado que, en caso de ser coaccionada, se introducen tensiones de confinamiento que modifican la respuesta tenso deformacional del mismo. El hormigón aumenta su resistencia y ductilidad a mayores tensiones de confinamiento.

Los investigadores [RICHART et al. 1929; HOGNESTAD et al. 1955; KUPFER et al. 1969] midieron experimentalmente la deformación lateral del hormigón en compresión uniaxial con carga monótona. Con base en estos ensayos, los investigadores [ELWI & MURRAY 1979; OTTOSEN 1979; VECCHIO 1992] propusieron ecuaciones empíricas para cuantificar el efecto Poisson y los investigadores [SINHA et al. 1964] y [KARSAN & JIRSA 1969] realizaron ensayos de compresión cíclica con probetas cilíndricas y prismáticas, respectivamente. Ambos estudios concluyeron que la rigidez del hormigón se degrada con los procesos plásticos, pero ninguno midió la deformación lateral del hormigón.

Posteriormente, [LEE & WILLAM 1997] realizaron estudios experimentales con hormigón de  $30.7\text{MPa}$  en compresión uniaxial en probetas de  $76\text{mm}$  de diámetro y alturas de  $137.2$ ,  $91.4$ , y  $45.7\text{mm}$  y pese a que midieron la deformación lateral, no dieron una caracterización de su

comportamiento. Los investigadores [BAHN et al. 1998] estudiaron experimentalmente el comportamiento del hormigón bajo carga cíclica y formularon expresiones matemáticas para modelizar el comportamiento cíclico sólo en la dirección de la carga.

Dados estos antecedentes y con miras al desarrollo de esta investigación, es necesario previamente realizar un estudio experimental y análisis del comportamiento cíclico de la deformación lateral en hormigones de mediana y alta resistencia bajo carga de compresión uniaxial cíclica, tanto en rama de endurecimiento como en rama de reblandecimiento. Este capítulo presenta la descripción de la campaña experimental, los resultados obtenidos y la interpretación de dichos resultados.

### **3.1 CAMPAÑA EXPERIMENTAL**

La deformación lateral del hormigón en compresión uniaxial se estudió mediante la ejecución de una campaña experimental con probetas cilíndricas de diámetro  $100\text{mm}$  y altura  $200\text{mm}$ . La resistencia en compresión uniaxial fue una variable de estudio; para ello, se elaboraron probetas con cuatro resistencias, 35, 45, 60, y  $80\text{MPa}$ . La fabricación de las probetas y los ensayos se llevaron a cabo en el Laboratorio de Tecnología de Estructuras adscrito al Departamento de Ingeniería de la Construcción de la Universidad Politécnica de Cataluña. En términos generales se siguieron las recomendaciones dadas por el comité técnico 148 del RILEM [RILEM-TC-148-SSC 2000].

#### **3.1.1 Materiales, dosificación y fabricación de probetas.**

Se usaron dos tipos de cemento, en referencia a [AENOR 2005], en la dosificación del hormigón: Portland (CEM I) para los hormigones con resistencias de 60 y  $80\text{MPa}$ , y Portland (CEM II/ A-L) con caliza para los hormigones de 35 y  $45\text{MPa}$ , respectivamente. Las arenas y los áridos son de origen calizo y el tamaño máximo del árido fue de  $20\text{mm}$ . En la producción del hormigón se usó un aditivo de tipo súper-plastificante para obtener una consistencia fluida. La descripción de cada una de las dosificaciones se puede ver en la Tabla 3-1.

Las probetas se elaboraron según las especificaciones de la norma [AENOR 2001b]. El vibrado se realizó de manera manual [AENOR 2001a]. El desmolde se realizó pasadas 24 horas para ser puestas a continuación en cámara húmeda con una temperatura de  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  y una humedad relativa mayor o igual al 95%. Con una edad no menor a siete días, las probetas se retiraron de la cámara humedad para realizar el pulido de la cara de hormigonado de acuerdo a [AENOR 2003c]; una vez se finalizó la actividad, las probetas se regresaban a la cámara a la espera de los ensayos.

Las propiedades mecánicas características de resistencia y módulo de Young se obtuvieron mediante la realización de los ensayos normalizados [AENOR 1996; AENOR 2003c] sobre el mismo tipo de probetas con una edad no menor a 28 días; los valores que se obtuvieron se pueden ver en la Tabla 3-1.

**Tabla 3-1 Dosificación y propiedades mecánicas del hormigón**

Material / Hormigón	Tipo/Dosificación			
	35	45	60	80
Procedencia	LTE	LTE	LTE	LTE
Tipo de cemento <sup>(a)</sup>	CEM II/A-L	CEM II/A-L	CEM I	CEM I
	42.5N	42.5N	52.5N	52.5N
Cantidad de cemento kg/m <sup>3</sup>	275	300	400	450
Relación a/c	0.60	0.50	0.40	0.30
Arena ( $\leq 4.0\text{mm}$ ) kg/m <sup>3</sup>	856	851	787	811
Gravilla ( $\leq 11.2\text{mm}$ ) kg/m <sup>3</sup>	644	639	591	609
Grava ( $\leq 20.0\text{mm}$ ) kg/m <sup>3</sup>	456	453	418	431
Superplastificante <sup>(b)</sup> kg	1.4	3.1	5.0	15.5
Densidad del hormigón kg/m <sup>3</sup>	2399	2396	2361	2442
	Propiedades mecánicas			
Edad, días	28	30	52	42
# de Probetas	3	3	3	2
Resistencia, MPa	37.4	46.0	63.2	85.3
Desv. típica, MPa	1.7	2.7	2.1	0.7
Edad, días	28	30	52	42
# de Probetas	6	5	6	5
Módulo de Young, MPa	34535	37718	39561	44606
Desv. típica, MPa	3155	1256	1251	1027

(a) Designación de acuerdo a la norma UNE-EN 197 [AENOR 2005]

(b) El producto comercial correspondió a Sika ViscoCrete 5920

### 3.1.2 Equipos e instrumentación

Los ensayos a compresión se realizaron en una máquina universal servo controlada de 2.0MN de capacidad. La carga de compresión se midió con una célula de carga de 2.0MN clase 05. Las deformaciones longitudinales se midieron con referencia a la altura total de la probeta y con tres

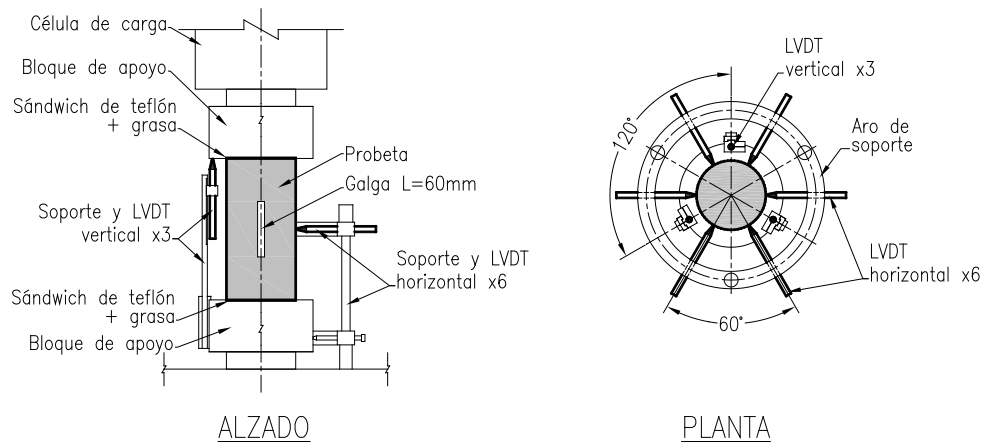
transductores de desplazamiento tipo LVDT (Linear Variable Differential Transformer) de  $\pm 5mm$  de rango y distribuidos a  $120^\circ$  alrededor de la probeta hormigón.

Para medir la expansión lateral de una probeta cilíndrica en compresión existen diferentes técnicas y dispositivos y los más recientes se basan en la medición de la deformación circunferencial. Investigadores como [WEDDING et al. 1981; SHAH & SANKAR 1987; JANSEN et al. 1995; CANDAPPA, et al. 2001; STANTON & OWEN 2006] utilizaron extensómetros circunferenciales y [LI & ANSARI 2001] realizaron mediciones circunferenciales con fibra óptica. La idea de los dispositivos mecánicos es envolver la probeta con un elemento rígido (por ejemplo una cadena) y unir sus extremos con equipo de medición. Sin embargo, el contacto directo del dispositivo con la probeta produce una fricción que afecta la medición en rangos pequeños. Como alternativa, se recomienda utilizar un método alternativo para la medición de las deformaciones en dichos rangos; por ejemplo, galgas extenso métricas [CANDAPPA, et al. 2001].

En esta campaña experimental las deformaciones laterales de la probeta se midieron con seis LVDT localizados radialmente y distribuidos cada  $60^\circ$  en planta. Todos los aditamentos que se usaron en el montaje fueron de diseño y fabricación específica para este ensayo, ver (Figura 3-1).

En las probetas se pegaron dos galgas de  $60mm$  de longitud en dirección de la carga axial para determinar el módulo de Young. Además, con ayuda de esta medición se corrigieron las deformaciones, medidas de plato a plato, de los efectos que inducen la flexibilidad del sistema de carga y la influencia de las condiciones de apoyo [MANSUR et al. 1995].

La restricción en los apoyos, debido a la fricción, condiciona los resultados del ensayo principalmente en la rama de reblandecimiento [VAN MIER et al. 2000]. Con el fin de minimizar dicha fricción, se instaló un sándwich de dos láminas de teflón de espesor de  $100\mu m$  y una fina capa de grasa entre ellas [RILEM-TC-148-SSC 2000]. La Figura 3-2 muestra una fotografía con la puesta a punto para el inicio del ensayo.



**Figura 3-1 Instrumentación y montaje**



**Figura 3-2 Configuración general del ensayo**

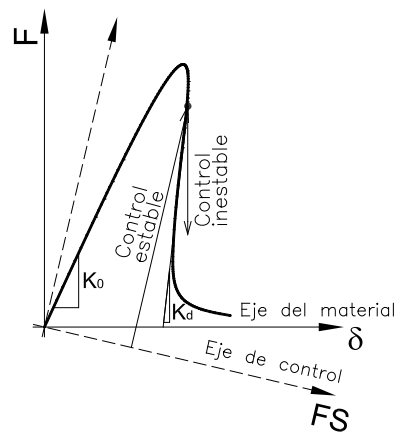
### 3.1.3 Control de carga

En ensayos de compresión uniaxial de hormigones con resistencias superiores a  $35\text{MPa}$ , la rotura es súbita y explosiva. Adicionalmente, para hormigones de alta resistencia ( $>50\text{MPa}$ ) en rama de reblandecimiento, suceden fenómenos de inestabilidad por desplazamiento y puntos de retroceso (snap back) [TAERWE 1993]. Estas particularidades hicieron necesario implementar un control de carga mixto, dado que el control sólo por carga o desplazamiento era insuficiente para las resistencias en estudio.



El comité técnico 148 del RILEM [RILEM-TC-148-SSC 2000] recomienda tres posibles controles para el ensayo: un control por deformación circunferencial o deformación lateral, un control sobre una función que combina la deformación longitudinal y la deformación lateral o un control retroalimentado (feedback control) con una función que combina la deformación longitudinal y la carga axial. En esta campaña, se optó por este último método.

El control mixto con una función de fuerza y desplazamiento (FS) la presenta originalmente Okubo & Nishimatsu [OKUBO & NISHIMATSU 1985] para ensayos en rocas sometidas a cargas de compresión y se denomina “método de substracción elástica” [JANSEN, et al. 1995]. La idea de este método es realizar una rotación de los ejes tensión - deformación de modo que la curva del material que se observa en los nuevos ejes no presente la inestabilidad al desplazamiento (Figura 3-3). La rotación de los ejes se realiza por medio de la expresión (3.1) y asimismo es la función de control del ensayo FS.



**Figura 3-3 Rotación de ejes para control del ensayo, adaptado de [VAN MIER et al. 1997]**

$$FS = \delta - \alpha \frac{F}{K_0} \quad ( 3.1 )$$

Donde,  $\delta$  es el desplazamiento,  $F$  es la fuerza,  $K_0$  es la rigidez tangente de la probeta y  $\alpha$  es la fracción de respuesta elástica de la probeta a substraer ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ). El factor  $\alpha$  se debe escoger de tal forma que  $K_0 \leq K_0/\alpha \leq K_d$ ; donde  $K_d$  es la rigidez de descarga. Además, dicho factor varía dependiendo de las características mecánicas de cada máquina de ensayos. Los investigadores [JANSEN & SHAH 1997] recomiendan un valor de  $\alpha = 0,85$ . A pesar de que en la literatura científica sólo se tiene referencia de la utilización de este método de control para cargas monótonas, se decidió extender su uso a ensayos cíclicos en esta campaña.

### 3.1.4 Procedimiento experimental

La campaña se inició con los ensayos normalizados de resistencia a compresión y módulo de Young, con el cual, se obtuvo el valor de la rigidez tangente  $K_0$  de la  $FS$ . Posteriormente, se realizaron los ensayos con carga monótona y cíclica. Para ambos tipos de carga, previo al inicio del ensayo, se aplicó una tensión de compresión sobre la probeta con un valor de  $0.3f_c$  y la rótula axial libre para permitir un adecuado ajuste del plato de carga. Una vez alcanzado este valor, se bloqueó la rótula y se descargó a un valor no inferior a  $5.0kN$ . Los ensayos se comenzaron con tres ciclos de carga a una tensión de  $0.3f_c$  para minimizar los efectos de acomodamiento de la instrumentación y la histéresis mecánica del sistema. Terminados estos ciclos, se continuaba con el ensayo según el tipo de carga que correspondiera, monótona o cíclica.

Con los ensayos con carga monótona se realizaron pruebas para obtener el valor de  $\alpha$  y se consiguió control con valores de  $\alpha = 0.80$ ;  $0.65$  y  $0.30$  para los H80, H65, H45 y menores respectivamente. Además, se registro el valor de  $FS$  en carga máxima, el cual, se tomó como referencia para definir las descargas en rama de reblandecimiento en los ensayos cíclicos.

La historia de carga del ensayo con carga cíclica constaba de dos etapas. La primera etapa consistió en realizar los ciclos en rama de endurecimiento. Para ello se establecieron valores incrementales de tensión  $40$ ,  $60$ ,  $80$ ,  $90$  y  $95\%$  respecto a la tensión de resistencia máxima. En la segunda etapa se realizaron ciclos en la rama de reblandecimiento y para ello se definieron valores de  $FS$  con relaciones de  $2.0$ ,  $2.5$ ,  $3.0$ ,  $4.0$  y  $5.0$ , respecto al valor de  $FS$  en tensión máxima. Una vez se alcanzó cada valor de carga se procedió a la descarga hasta un valor mínimo de carga de  $5.0kN$ .

El control se realizó con  $FS$  en los segmentos de carga y un control por desplazamientos en los segmentos de descarga. La velocidad de  $FS$  fue de  $0.5\mu m/s$  en carga y de  $10\mu m/s$  en descarga. El desplazamiento para la función de control y el control de descarga correspondió a la lectura media de los tres LVDT en la dirección longitudinal.

## 3.2 RESULTADOS EXPERIMENTALES

Las deformaciones que se obtuvieron con el promedio de las lecturas de los LVDT longitudinales ( $\varepsilon'_1$ ) incluyen las deformaciones debidas a la flexibilidad del sistema de carga y condiciones de apoyo, lo cual se corrige con la expresión (3.2) [MANSUR, et al. 1995]. Donde,  $E'_0$  es el módulo tangente inicial que se obtuvo con la medida de los LVDT;  $E_0$  es el módulo de Young (galgas);  $\sigma_1$  es la tensión y  $\varepsilon_1$  es la deformación longitudinal real.

$$\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 - \frac{(E_0 - E'_0)}{E_0 E'_0} \sigma_1 \quad ( 3.2 )$$

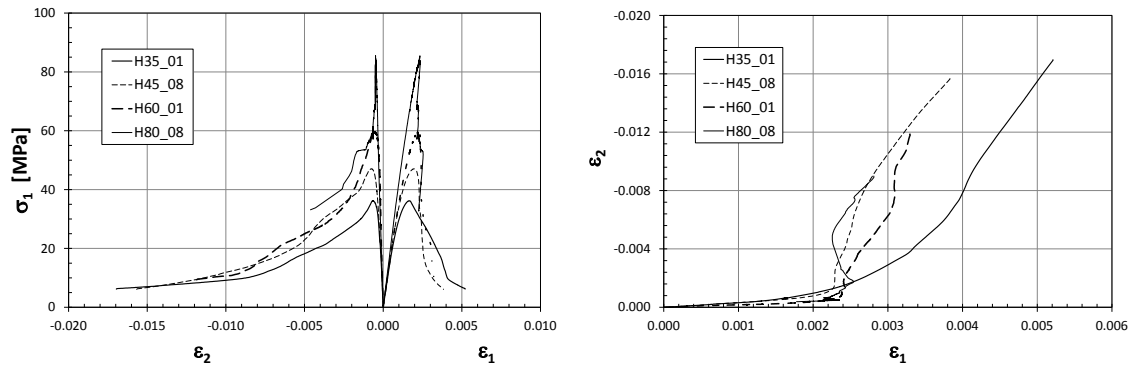
### 3.2.1 Ensayos con carga monótona

En la Figura 3-4a se presentan las curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral con carga monótona. Como era de esperar, el hormigón pierde ductilidad a medida que aumenta la resistencia del hormigón. Las deformaciones laterales en rama de reblandecimiento alcanzan valores superiores a las deformaciones longitudinales. La inestabilidad al desplazamiento (snap-back) es evidente en el hormigón H80.

En las curvas de deformación longitudinal - deformación lateral (Figura 3-4b) se observa un comportamiento característico de tres tramos:

- El primer tramo tiene un comportamiento lineal con un módulo tangente que corresponde al módulo de Poisson.
- El tramo final es aproximadamente una recta cuyo módulo tangente es la dilatación última ( $\psi_u = d\varepsilon_2/d\varepsilon_1$ ). De acuerdo a este comportamiento se puede deducir que el valor de la dilatación depende de la resistencia del hormigón; a mayor resistencia mayor dilatación.
- El tramo intermedio es una curva que empalma las dos rectas anteriores. La curvatura de este tramo depende de la resistencia del hormigón; a mayor resistencia mayor radio de curvatura.

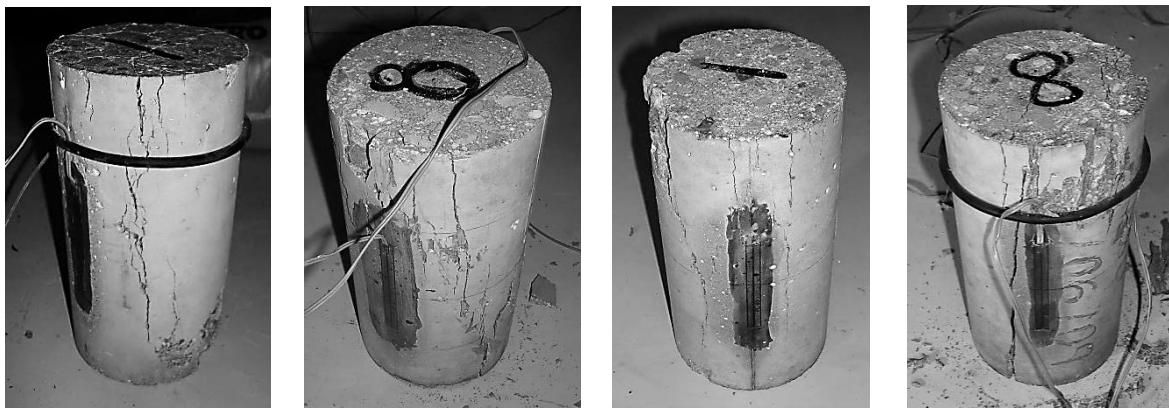
La Figura 3-5 muestra las fotografías de las probetas con los daños que se presentaron al finalizar cada ensayo con carga monótona. Las grietas son cuasi-verticales en toda la altura de la probeta. En la fotografía para hormigón H80 se observan daños que se concentran en el extremo de la probeta y podrían justificarse por la expansión del teflón. En consecuencia, la medición de la deformación lateral para la resistencia H80 no corresponde a la zona de mayor expansión para el inicio de la rama de reblandecimiento.



(a) Curvas de tensión - deformación longitudinal ( $\varepsilon_1$ ) y lateral ( $\varepsilon_2$ )

(b) Curvas de deformación lateral ( $\varepsilon_2$ ) - deformación longitudinal ( $\varepsilon_1$ )

**Figura 3-4 Resultados experimentales característicos con carga monótona**



(a) H35\_01

(b) H45\_08

(c) H60\_01

(d) H80\_08

**Figura 3-5 Daños en probetas con carga monótona**

### 3.2.2 Ensayos con carga cíclica

El comportamiento de la curva envolvente que se observa en las curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral (Figura 3-6) es similar al que se obtuvo en los ensayos con carga monótona. En las descargas hay una degradación del módulo de rigidez tanto longitudinal como lateral, a medida que aumentan las deformaciones. Además, la degradación de la rigidez lateral es mayor a la longitudinal. En consecuencia, el módulo de tangente de descarga ( $d\varepsilon_2/d\varepsilon_1$ ), es decir, la dilatación de descarga ( $\psi_d$ ), aumenta con la deformación longitudinal y la degradación de la resistencia, ver Figura 3-7.

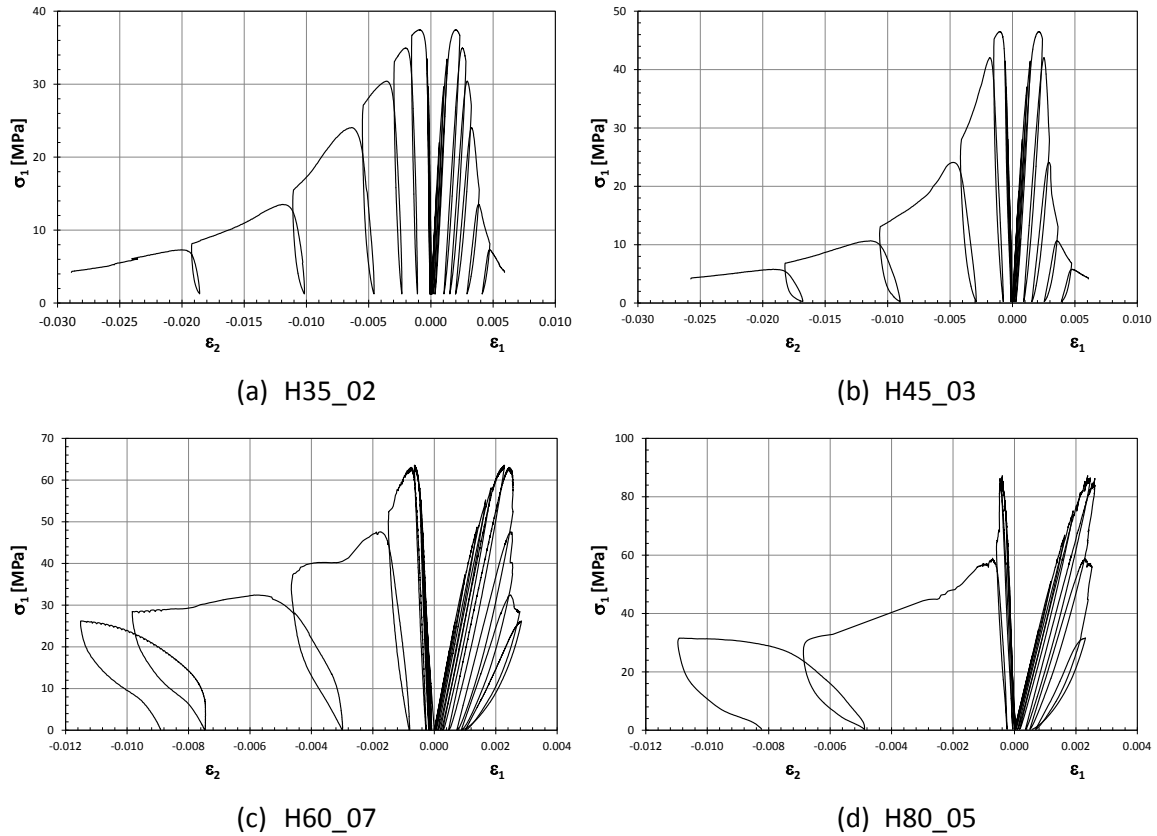


Figura 3-6 Curvas tensión - deformación longitudinal ( $\epsilon_1$ ) y lateral ( $\epsilon_2$ )

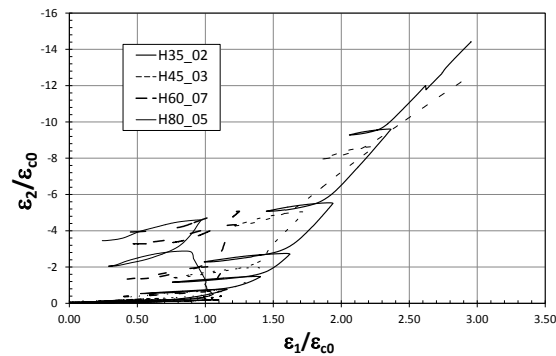


Figura 3-7 Curvas de deformación lateral -longitudinal normalizadas

Las fisuras de las probetas una vez finalizado el ensayo con carga cíclica (Figura 3-8) son predominantemente verticales, similares a las de los ensayos con carga monótona. En algunas probetas se observó una interconexión entre ellas formando una banda de fisuración a cortante (Figura 3-8a y Figura 3-8b). En el hormigón H80 se observa que el daño se concentra en los apoyos, similar a lo ocurrido con los ensayos con carga monótona para esta misma resistencia.



(a) H35\_02

(b) H45\_03

(c) H60\_07

(d) H80\_05

**Figura 3-8 Daños de probetas con carga cíclica**

### 3.3 INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

En los ensayos experimentales se observó un comportamiento característico de la deformación lateral respecto a la deformación longitudinal. Como se puede ver en la ver la Figura 3-9a, el comportamiento se idealiza en una curva envolvente para carga monótona compuesta por dos tramos rectos empalmados por una curva y las descargas y recargas con una recta. Para cada uno de estos tramos se definieron parámetros para su caracterización, como se puede ver en la Figura 3-9b.

#### 3.3.1 Parámetros de la curva envolvente

El módulo de Poisson ( $\nu$ ), la dilatancia para deformación volumétrica nula ( $\psi_{v0}^0$ ) y la dilatancia última ( $\psi_u$ ), se determinaron con las curvas de deformación de cada probeta. Los valores medios de los parámetros se presentan en la Tabla 3-2. La dilatancia para deformación volumétrica nula y dilatancia última aumentan a mayor resistencia del hormigón de forma exponencial, ver Figura 3-11. Los valores medios se ajustan con un análisis de regresión a una curva exponencial con la resistencia del hormigón como variable independiente, ver expresiones (3.3) y (3.7).

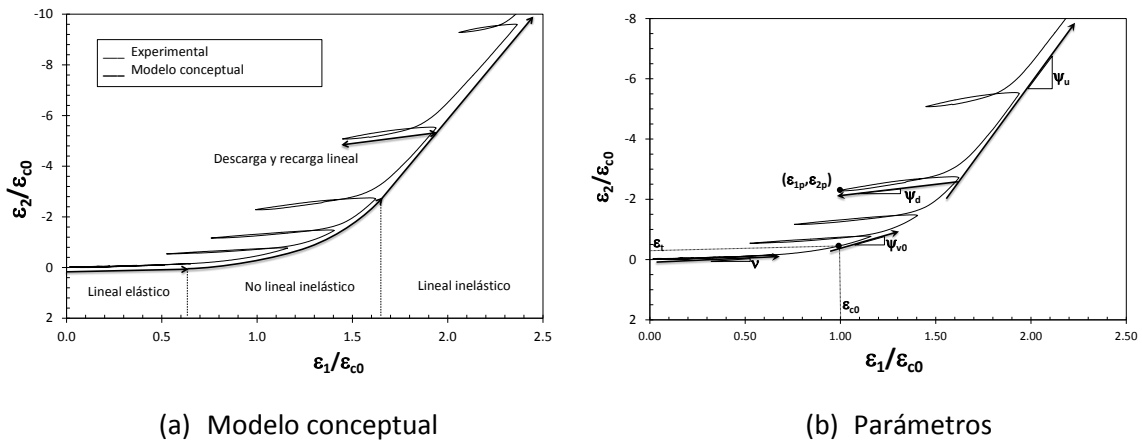


Figura 3-9 Comportamiento de la deformación lateral

Tabla 3-2 Parámetros de la envolvente

Hormigón	# Prob.	$f_c$ MPa	$E_0$ MPa	$\epsilon_c$	$\epsilon_t$	$\nu$	$\psi_{v0}^0$	$\psi_u$
H35	8	37.3	34820.8	0.0019	0.0009	0.23	1.58	6.50
Desv típ		1.5	2690.1	0.0001	0.0002	0.10	0.70	1.30
H45	8	45.9	37604.6	0.0020	0.0007	0.25	2.92	7.74
Desv típ		1.5	1066.0	0.0001	0.0002	0.08	1.00	2.40
H60	7	61.0	38589.2	0.0022	0.0006	0.18	6.27	15.50
Desv típ		4.0	1975.2	0.0001	0.0001	0.03	1.75	8.21
H80	8	84.3	44315.5	0.0023	0.0005	0.20	(*)	(*)
Desv típ		2.4	943.3	0.0001	0.0001	0.07	(*)	(*)

(\*) Se excluye su cálculo por la medición fuera de la zona de daño y la inestabilidad al desplazamiento.

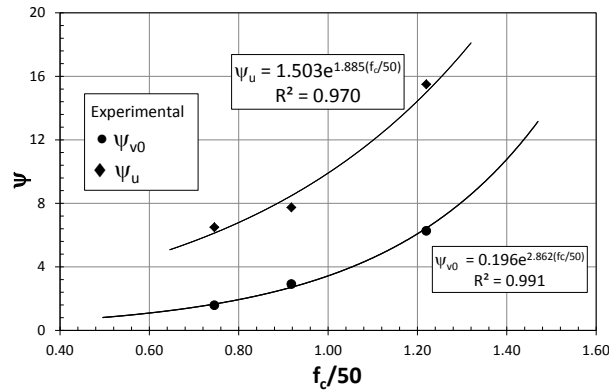


Figura 3-10 Valores medios de  $\psi_{v0}$  y  $\psi_u$  – resistencia

$$\psi_{v0}^0 = 0.196e^{2.862(f_c/50)} \quad ( 3.3 )$$

$$\psi_u = 1.503e^{1.885(f_c/50)} \quad ( 3.4 )$$

### 3.3.2 Deformación plástica longitudinal y degradación de la rigidez longitudinal

En descarga el hormigón presenta deformaciones residuales para un estado nulo de tensión, tanto en la deformación longitudinal como en la deformación lateral. Es posible obtener la deformación plástica en la dirección de la carga axial para cualquier punto de la curva tensión deformación con la expresión (3.5). El módulo tangente de descarga ( $E_d$ ), que para régimen elástico es el módulo Young, presenta una degradación por los procesos plásticos en carga de compresión, ver Figura 3-11. El fenómeno de degradación es posible simularlo introduciendo un parámetro de daño por compresión ( $d^c$ ) que representa la fracción de material que se ha dañado. Bajo este concepto, el módulo tangente de descarga es calculado con la expresión (3.6).

$$\varepsilon^p = \varepsilon - \frac{\sigma}{E_d} \quad ( 3.5 )$$

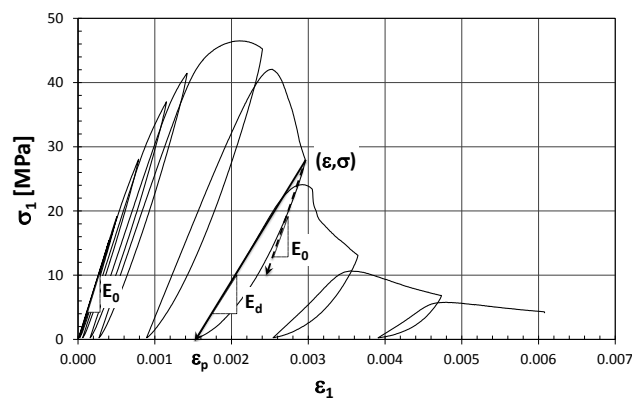


Figura 3-11 Degradación de la rigidez por cargas cíclicas de compresión



$$E_d = E_0(1 - d^c) \quad ( 3.6 )$$

En el daño por compresión experimental se observaron dos tendencias que dependen si el hormigón está en la rama de endurecimiento o en la rama de reblandecimiento, con variables independientes distintas; una variable de deformaciones para la rama de endurecimiento y otra de decremento de resistencia para la rama de reblandecimiento, ver expresión (3.7). Los valores experimentales del daño por compresión, en función de las variables independientes antes mencionadas, se ven en la Figura 3-12.

$$d^c = \begin{cases} d^c(\varepsilon/\varepsilon_c) & \varepsilon \leq \varepsilon_c \\ d^c(2 - \sigma/f_c) & \varepsilon > \varepsilon_c \end{cases} \quad ( 3.7 )$$

Los datos experimentales se ajustan a la función (3.8), donde la constante  $a$  es el daño para la deformación correspondiente a la resistencia pico,  $b$  es la potencia en la rama de endurecimiento y el producto de las dos constantes  $a \cdot b$ , es la pendiente en la zona de reblandecimiento. Con un análisis de regresión se obtiene  $a = 0.15$  y  $b = 4.85$ , con un  $R^2 = 0.97$ .

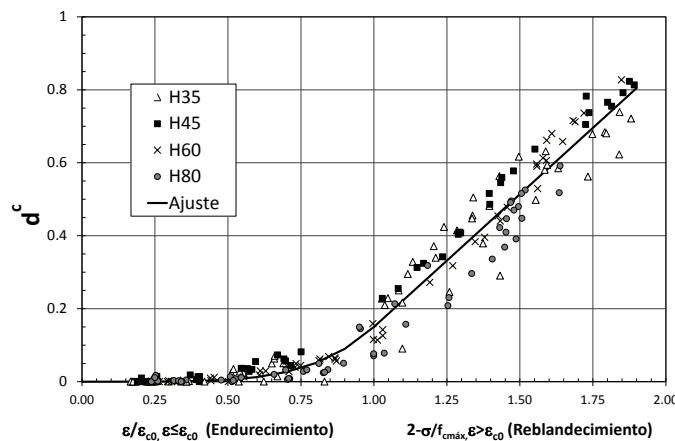
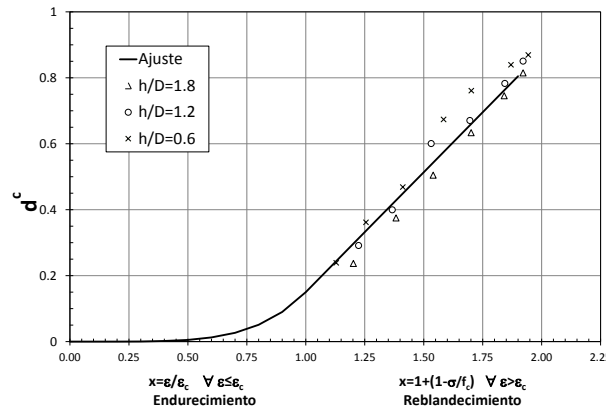


Figura 3-12 Daño por compresión

$$d^c = \begin{cases} ax^b & \varepsilon \leq \varepsilon_c, \quad x = \varepsilon/\varepsilon_c \\ a \cdot b(x - 1) + a & \varepsilon > \varepsilon_c, \quad x = 2 - \sigma/f_c \end{cases} \quad ( 3.8 )$$

La ecuación propuesta para  $d^c$  se compara en la Figura 3-13 con los datos experimentales obtenidos por [LEE & WILLAM 1997] con probetas con de diferentes alturas y un hormigón de 37.3MPa; como se puede ver, la ecuación da un ajuste adecuado  $R^2 = 0.95$ .



**Figura 3-13 Comparación de la ecuación propuesta para  $d^c$  con los datos experimentales de [LEE & WILLAM 1997]**

**3.3.3 Dilatación de descarga y recarga**

De igual modo, el módulo de descarga en la dirección lateral ( $E_{td}$ ) se expresa en función del parámetro de daño ( $d^t$ ) para cuantificar la degradación respecto al módulo tangente lateral inicial ( $E_{td}$ ), ver ecuación (3.9).

La dilatación de descarga ( $\psi_d$ ) es la relación entre el módulo de descarga longitudinal y el módulo de descarga lateral, ver función (3.10). Reemplazando las expresiones (3.6) y (3.7) en la ecuación (3.10), se obtiene la expresión (3.11). La relación entre los módulos tangentes iniciales es el módulo de Poisson, valor constante. Por consiguiente, la dilatación de descarga queda en función del daño por compresión (longitudinal) y el daño por tracción (lateral). Esta relación se simplifica para obtener un único parámetro, daño equivalente para dilatación ( $d^\psi$ ), como se presenta en la ecuación (3.12).

$$E_{td} = E_{t0}(1 - d^t) \tag{ 3.9 }$$

$$\psi_d = E_d/E_{td} \tag{ 3.10 }$$

$$\psi_d = \frac{E_0(1 - d^c)}{E_{t0}(1 - d^t)} = \nu \frac{(1 - d^c)}{(1 - d^t)} \tag{ 3.11 }$$

$$\psi_d = \frac{\nu}{(1 - d^\psi)} \tag{ 3.12 }$$

De forma similar al daño por compresión, en el daño equivalente experimental se observan dos tendencias dependiendo de la rama de comportamiento y de las variables independientes diferentes; deformaciones para la rama de endurecimiento y decremento de tensiones para la rama de reblandecimiento.

En la Figura 3-14 se presentan los valores de daño equivalente experimental en función de las variables antes mencionadas. Los datos experimentales de hormigón se ajustan a la expresión (3.13); donde, la constante  $c$  corresponde al daño cuando el material alcanza la resistencia máxima ( $d^{\psi_0}$ ), la constante  $d$  es la potencia en rama de endurecimiento y  $c \cdot d$  es la pendiente para el punto de resistencia máxima. Los valores de las constantes  $c$  y  $d$  se obtienen con un análisis de regresión (Tabla 3-3). El daño equivalente en resistencia máxima ( $d^{\psi_0}$ ) decrece a mayor resistencia de forma exponencial, como se puede ver Figura 3-15; la ecuación que resulta del análisis de regresión se puede ver en (3.14).

$$d^{\psi} = \begin{cases} c \cdot x^d & \varepsilon \leq \varepsilon_c, \quad x = \varepsilon/\varepsilon_c \\ 1 - (c - 1) \exp\left(\frac{c \cdot d}{c - 1}(x - 1)\right) & \varepsilon > \varepsilon_c, \quad x = 2 - \sigma/f_c \end{cases} \quad (3.13)$$

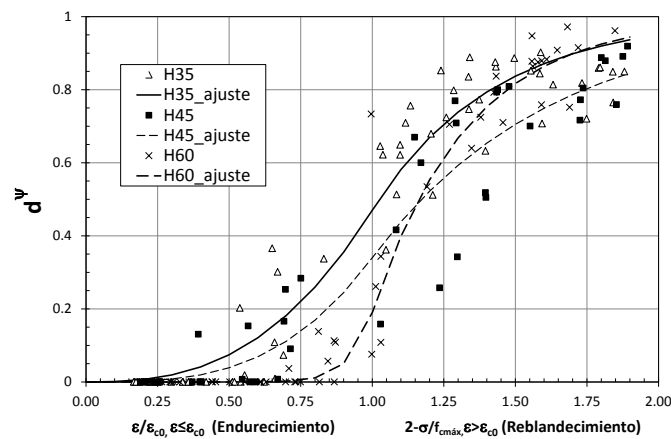


Figura 3-14 Daño equivalente para dilatación de descarga

Tabla 3-3 Constantes para el daño equivalente para dilatación

Hormigón	$c$	$d$	$R^2$
H35	0.47	2.66	0.94
H45	0.34	3.13	0.91
H60	0.19	12.68	0.98

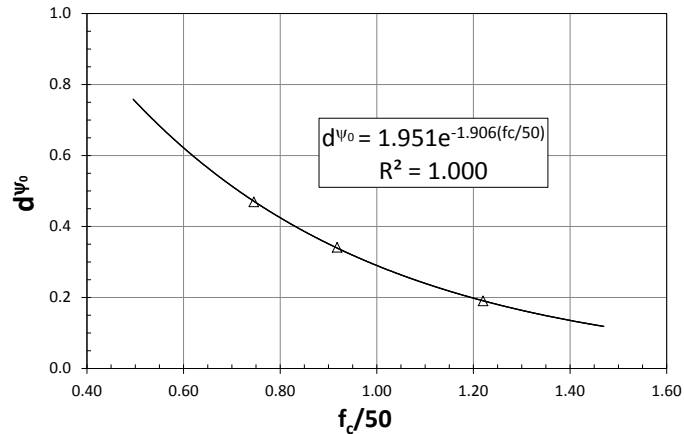


Figura 3-15 Daño equivalente para dilatación en  $\sigma=f_c$

$$d^{\psi_0} = 1.951e^{-1.906(f_c/50)} \quad ( 3.14 )$$

### 3.4 DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Este capítulo presenta los resultados experimentales con probetas de hormigón de 35, 45, 60 y 80MPa en compresión uniaxial cíclica, con el objetivo principal de estudiar el comportamiento de la deformación lateral. Con los ensayos se obtuvieron curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral tanto en la rama de endurecimiento como en la rama de reblandecimiento con carga monótona y cíclica. Con los datos experimentales se determinaron relaciones matemáticas para cuantificar el comportamiento de las deformaciones laterales. Por último, se propuso un modelo matemático de la deformación lateral del hormigón en compresión uniaxial.

#### 3.4.1 Discusión

En la campaña experimental se utilizaron probetas de 100mm de diámetro y 200mm de altura (relación de esbeltez 2.0) y dado que los resultados en la rama de reblandecimiento, principalmente, dependen del tamaño de la probeta y la relación de esbeltez, dicho fenómeno podría afectar los resultados.

Se podría decir que se obtuvieron resultados satisfactorios en hormigones menores de 60MPa, dado que en la probeta de hormigón de 80MPa se observó una mayor expansión del Teflón® que propició que los daños se concentrarán inicialmente en los extremos de la probeta. Esta situación se puede justificar en que el módulo de Poisson del Teflón® es mayor al del hormigón; con lo cual, se recomienda estudiar otro material o método para próximos ensayos y además medir la deformación lateral en dichas zonas.

La interpretación de los resultados se realizó con base en los datos de la experimentación en compresión uniaxial; pero dado que el comportamiento del hormigón cambia en un estado de compresión triaxial por su naturaleza friccional, el modelo conceptual será ampliado en el próximo capítulo para incluir dicho estado de tensiones.

### 3.4.2 Conclusiones

De acuerdo a los resultados de la campaña experimental y a la interpretación de los resultados presentada en este capítulo se puede concluir que:

Es posible resumir el comportamiento de la envolvente de la deformación lateral del hormigón respecto a la deformación longitudinal, en compresión uniaxial, en tres partes: la primera parte es lineal y elástica y corresponde al comportamiento en fase cuasi-elástica del hormigón; la segunda parte es no lineal e inelástica en la cual el hormigón se encuentra en fase de endurecimiento e inicio del reblandecimiento y la última parte es lineal e inelástica y corresponde a un comportamiento en fase avanzada de reblandecimiento.

La dilatación en compresión uniaxial depende de la resistencia del hormigón; a mayor resistencia, mayor dilatación y por lo tanto, una mayor expansión lateral.

En las probetas de hormigón bajo carga cíclica, la rigidez longitudinal y lateral se degradan con el incremento de las deformaciones plásticas; la degradación lateral es mayor con respecto longitudinal.

El módulo de dilatación de descarga, que en fase elástica es el módulo de Poisson, aumenta con el incremento de las deformaciones plásticas y su comportamiento depende de la resistencia del hormigón.

El módulo de deformación longitudinal se degrada cerca de un 15% para carga máxima. La degradación del mismo módulo en rama de reblandecimiento se pudo relacionar con el decremento de tensiones respecto a su resistencia máxima.

## 4 La dilatancia del hormigón en estado triaxial de compresión

En el estudio experimental del capítulo anterior se formuló un modelo conceptual del comportamiento cíclico de la deformación lateral del hormigón bajo cargas de compresión uniaxial. En este estado singular de carga, el hormigón se expande sin restricción. Sin embargo, hay ocasiones en las que la deformación lateral se encuentra confinada por tensiones laterales resultantes de la interacción con otros materiales o acciones externas; es el caso de los elementos estructurales en los que el hormigón se confina porque se requiere potenciar su capacidad mecánica frente a cargas de compresión. Para ello, en la actualidad, se disponen de diferentes técnicas y materiales. Por ejemplo, las columnas se confinan usualmente mediante el zunchado a través de cercos, estribos o espirales de acero. En el refuerzo y reparación de columnas se utilizan encamisados con chapas de acero o de materiales compuestos, cables de pretensado u otros [FIB 2003b; BUCKLE, et al. 2006; FIB 2007].

El comportamiento del hormigón confinado depende de la compatibilidad de deformaciones entre la matriz del hormigón y el material de confinamiento. El hormigón ante cargas de compresión se expande lateralmente, pero al estar confinado por un material, las deformaciones laterales generan fuerzas de confinamiento y estas a su vez modifican la respuesta tenso-deformacional del hormigón. Además, la deformación última del hormigón confinado dependerá, en casos de restricción total, del agotamiento de la capacidad de deformación del material de confinamiento. Por otro lado, las tensiones de confinamiento en el hormigón conllevan un aumento de la resistencia y ductilidad. Esta última propiedad es de especial interés para el diseño de las estructuras en estado límite último, como es el caso del diseño para cargas sísmicas.

En la literatura se encuentran formulaciones para cuantificar los cambios volumétricos del hormigón por medio de un módulo secante de la deformación lateral respecto a la longitudinal.

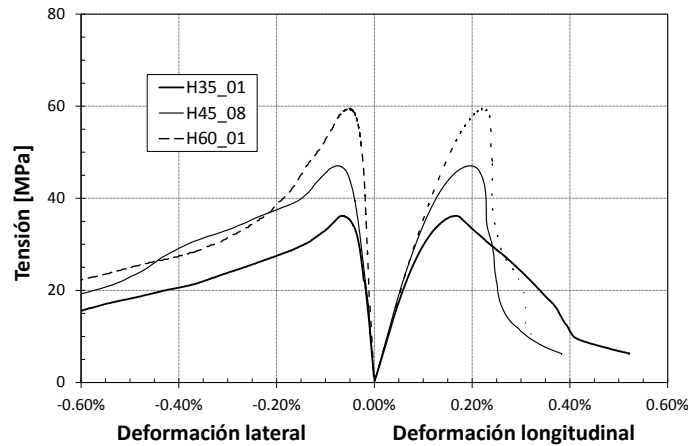
Por ejemplo, [ELWI & MURRAY 1979; VECCHIO 1992] e [IMRAN & PANTAZOPOULOU 1996] propusieron expresiones matemáticas en función de la deformación longitudinal. El investigador [OTTOSEN 1979] formuló una ecuación en función de la relación de la tensión respecto a la tensión máxima. Los investigadores [CANDAPPA, et al. 2001] completaron la ecuación de Otossen incluyendo el comportamiento en la rama de reblandecimiento. Los investigadores [LOKUGE, et al. 2005] presentaron una expresión en función de la deformación longitudinal y la resistencia del hormigón en compresión uniaxial. Los investigadores [BINICI 2005; MONTOYA, et al. 2006] y [SAMANI & ATTARD 2011] formularon expresiones donde introducen la tensión de confinamiento. Los investigadores [LU & HSU 2007b] presentaron una expresión similar a la de [OTTOSEN 1979] para obtener el módulo tangente en vez del módulo secante. Todos los modelos anteriores se deducen de ensayos de compresión uniaxial o compresión triaxial con presión hidráulica y cargas monótonas.

Por otro lado, [MIRMIRAN & SHAHAWY 1997; XIAO & WU 2000; FAM & RIZKALLA 2001; HARRIES & KHAREL 2003; TENG, et al. 2007] y [AIRE et al. 2010] dedujeron expresiones para ser aplicadas en hormigones confinados con materiales compuestos. Por lo tanto, no se cuenta con una formulación generalizada que compile todos los mecanismos involucrados en dicho fenómeno.

Así, para el cumplimiento de los objetivos de esta investigación, fue necesario proponer un modelo para representar el comportamiento de las deformaciones laterales del hormigón confinado ante cargas de compresión cíclicas e introducirlo en una ecuación constitutiva 3D. Para ello, en este capítulo se estudian los fenómenos que gobiernan el problema en ensayos experimentales; luego se plantea el modelo y se implementa en un modelo constitutivo 3D y por último se realiza una verificación con datos de ensayos experimentales publicados en la literatura científica.

#### **4.1 LA DILATANCIA Y FENOMENOS QUE AFECTAN SU COMPORTAMIENTO**

Bajo cargas de compresión uniaxial y estado límite último, el hormigón presenta una expansión lateral y en consecuencia cambios volumétricos inelásticos, como muestra la Figura 4-1. Dicho fenómeno, denominado dilatación, es característico de los materiales friccionales y es atribuido a la microfisuración y posterior enlace de fisuras que sufre el hormigón en comportamiento inelástico [CHEN 1982].



**Figura 4-1 Curvas experimentales de tensión - deformación longitudinal y lateral para hormigones de 35, 45 y 60MPa**

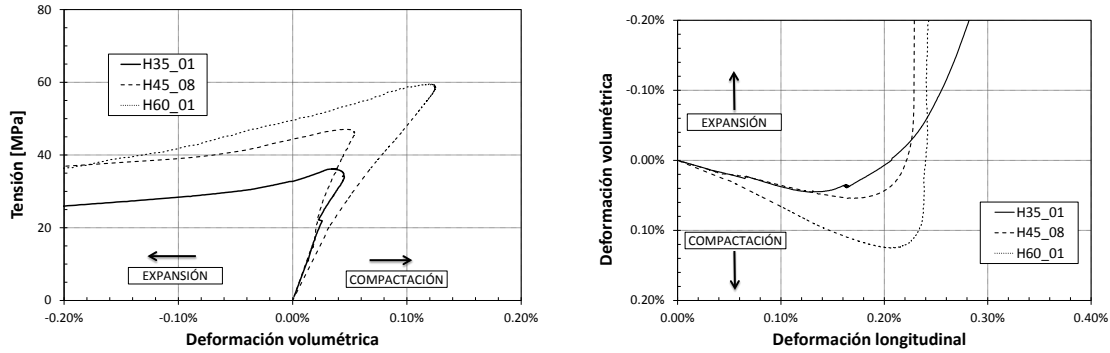
Los cambios de volumen se cuantifican a través de la deformación volumétrica ( $\varepsilon_v$ ), que para simetría cilíndrica se calculan mediante la expresión (4.1), donde,  $\varepsilon_1$  es la deformación longitudinal y  $\varepsilon_2$  es la deformación lateral.

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 \quad ( 4.1 )$$

Con ello, es posible obtener curvas tensión - deformación volumétrica y curvas de deformación volumétrica - deformación longitudinal, ver Figura 4-2. En estas gráficas se observa que los cambios volumétricos del hormigón son de compactación para cargas menores a un 80-90% (dependiendo de la resistencia del hormigón) de la resistencia máxima. Una vez alcanzado este punto se observa disminución de la compactación, lo cual se relaciona al inicio de la microfisuración. A partir de allí, la deformación volumétrica aumenta rápidamente; tanto, que alcanza un valor nulo para la carga máxima [RICHART, et al. 1929; HOGNESTAD, et al. 1955; KUPFER, et al. 1969] para después entrar en fase de expansión. Dicha tendencia de expansión se mantiene en la rama de reblandecimiento.

Para introducir los cambios volumétricos en una ecuación constitutiva es conveniente expresarlo en forma incremental. Para ello, se realiza la diferenciación de la deformación volumétrica con respecto a la deformación longitudinal, como se puede ver en la expresión (4.2). Nótese que el incremento de la deformación volumétrica depende únicamente de la relación tangente entre la deformación lateral y la deformación longitudinal, la cual se denomina parámetro de dilatancia ( $\psi$ ) o simplemente dilatancia. La dilatancia es igual al módulo de Poisson ( $\nu$ ) cuando el material se comporta en régimen lineal elástico.





(a) Curvas de tensión - deformación volumétrica

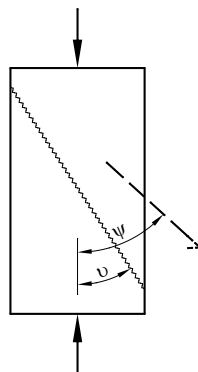
(b) Curvas de deformación volumétrica - deformación longitudinal

**Figura 4-2 Cambios volumétricos del hormigón bajo cargas de compresión uniaxial y resistencias de 35, 45 y 60MPa**

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1} = 1 + 2 \frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1} = 1 + 2 \psi \quad ( 4.2 )$$

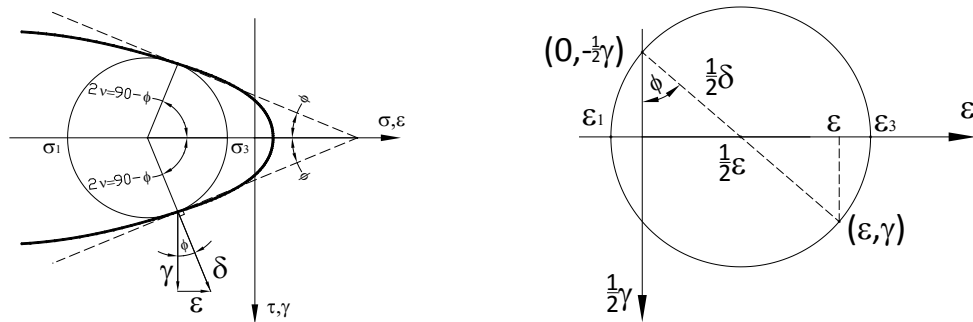
$$\psi = \frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1} \quad ( 4.3 )$$

Para visualizar el significado físico de las expresiones anteriores, considérese la Figura 4-3 en la que se representa un esquema de una probeta de hormigón próxima al inicio de la expansión bajo carga de compresión uniaxial. Para carga máxima, la probeta se divide hipotéticamente en dos cuñas. La línea con rugosidad es el plano de falla y forma un ángulo  $\nu$  con respecto a la línea vertical. La flecha con línea discontinua representa la dirección del movimiento de la cuña superior y el ángulo con respecto a la línea vertical es el ángulo de dilatación. El desvío del movimiento respecto al plano de falla, la diferencia entre  $\psi$  y  $\nu$ , es el ángulo de fricción, el cual representa la rugosidad de la fractura del hormigón.



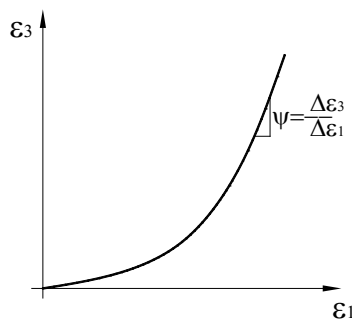
**Figura 4-3 Dilatación del hormigón en carga uniaxial**

Los ángulos de dilatancia ( $\psi$ ), del plano de falla ( $\nu$ ) y de la fricción ( $\phi$ ) se pueden relacionar entre sí, por ejemplo, con un criterio de falla de Coulomb y una regla de flujo asociada [HANSEN 1995; NIELSEN & HOANG 2010], como se puede ver en la Figura 4-4 y en las expresiones (4.4), (4.5) y (4.6); la deducción de las ecuaciones se puede encontrar en las referencias citadas. Nótese que el ángulo de dilatancia y el ángulo del plano de falla tienen el mismo valor ( $45^\circ$ ) para un ángulo de fricción nulo y como, a medida que incrementa el ángulo de fricción, el plano de falla disminuye y el ángulo de dilatancia aumenta. Dichas expresiones serán de gran utilidad para entender el comportamiento de la dilatancia en un estado triaxial de tensiones de compresión.



(a) Criterio de falla Coulomb y una regla de flujo asociada

(b) Circulo de Mohr para deformaciones



(c) Deformación lateral - deformación longitudinal

$$\begin{aligned} \epsilon_3 &= \frac{1}{2} \delta (1 + \sin \phi) \\ \epsilon_1 &= -\frac{1}{2} \delta (1 - \sin \phi) \\ -\psi &= \frac{\epsilon_3}{\epsilon_1} = -\frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \\ \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) &= \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \end{aligned}$$

Figura 4-4 Relación entre ángulo del plano de falla, ángulo de fricción y dilatancia [HANSEN 1995]

$$\nu = 45 - \frac{\phi}{2} \tag{ 4.4 }$$

$$\psi = \tan^2(90 - \nu) \tag{ 4.5 }$$

$$\psi = \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) \tag{ 4.6 }$$

A continuación se estudia la dilatación en estado de tensiones triaxiales de compresión en experimentos publicados en la literatura científica de hormigón confinado con presión hidráulica, acero y materiales compuestos.

#### 4.1.1 La dilatación en hormigones con confinamiento constante

El hormigón confinado con presión hidráulica se ha estudiado ampliamente con el objetivo de establecer criterios de resistencia, siendo pionero en este tema [RICHART et al. 1928]. Estudios recientes incorporan hormigones de alta resistencia, además de nuevas tecnologías en equipos de ensayos y aparatos de medición [DAHL 1992; HANSEN 1995; XIE et al. 1995; IMRAN & PANTAZOPOULOU 1996; BAHN, et al. 1998; CANDAPPA, et al. 2001; AIRE 2002; SFER et al. 2002; LU & HSU 2007a].

En el estudio de [IMRAN & PANTAZOPOULOU 1996] se proporcionan curvas de tensión - deformación longitudinal y deformación volumétrica - deformación longitudinal para hormigones de resistencia en compresión uniaxial ( $f_c$ ) de 20, 40 y 60MPa y tensiones de confinamiento desde 0.0 hasta el valor de  $f_c$  aproximadamente, ver Figura 4-5. En estas curvas se observa el aumento de la resistencia pico ( $f_{cc}$ ) y ductilidad con el incremento de la tensión de confinamiento. Adicionalmente, el incremento de la deformación volumétrica respecto al incremento de deformación longitudinal disminuye a medida que se aumenta la tensión de confinamiento; es decir, la dilatación disminuye con el aumento de la tensión de confinamiento.

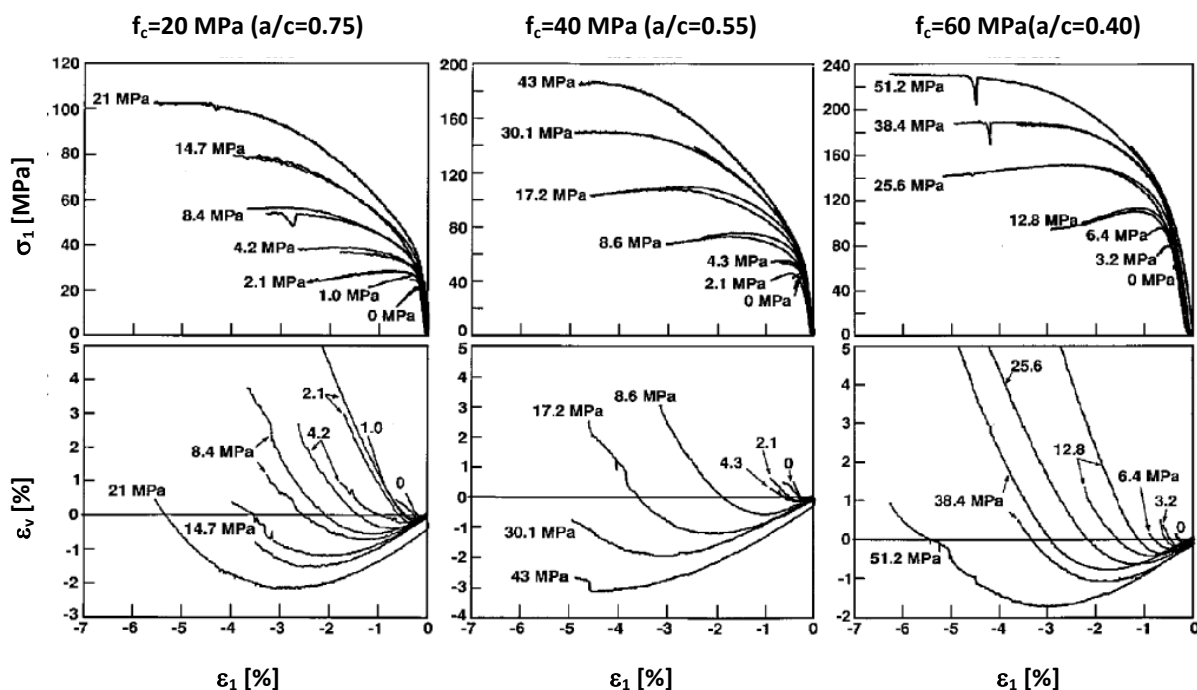
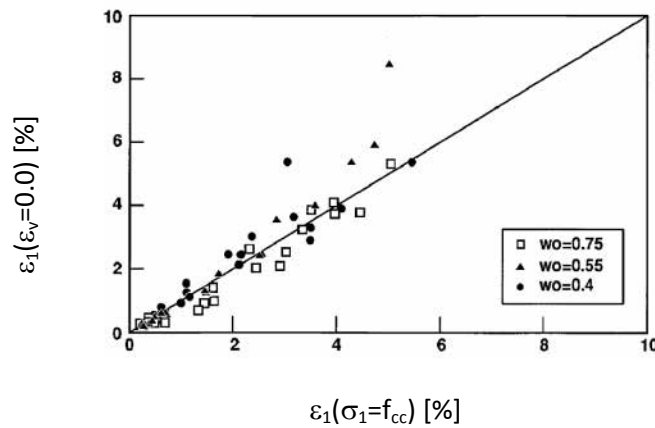


Figura 4-5 Comportamiento del hormigón confinado con presión hidráulica [IMRAN & PANTAZOPOULOU 1996].

En la Figura 4-6 se presenta la correlación entre la deformación longitudinal correspondiente a la deformación volumétrica nula ( $\epsilon_1(\epsilon_v = 0.0)$ ) - deformación para resistencia pico ( $\epsilon_1(\sigma_1 = f_{cc})$ ) con una dispersión baja.



**Figura 4-6 Deformación longitudinal para deformación volumétrica nula - deformación longitudinal para resistencia pico [IMRAN & PANTAZOPOULOU 1996].**

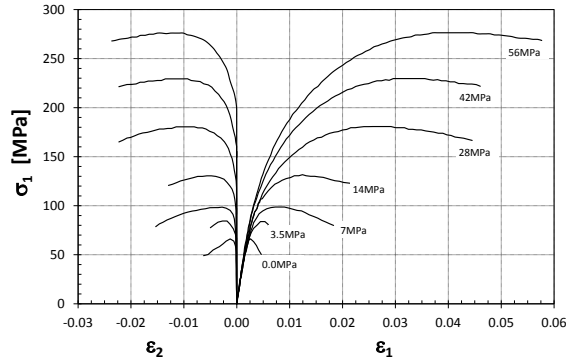
Los datos publicados por [LU & Hsu 2007b] presentan un comportamiento similar para hormigón de resistencia en compresión uniaxial de 60MPa y tensiones de confinamiento de 0.0 a 56MPa. En las curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral, la expansión lateral inicia en la rama de endurecimiento y se prolonga hasta la rama de reblandecimiento (Figura 4-7a).

En la Figura 4-7b, curvas de deformación longitudinal - deformación lateral, se puede visualizar la disminución de la dilatación con el aumento de las tensiones de confinamiento. Además, se observa que la dilatación disminuye a mayor tensión de confinamiento; para resistencia pico, la dilatación alcanza valores de 0.6 hasta 1.4 con tensiones de confinamiento de 56MPa a nula respectivamente, ver Figura 4-7c.

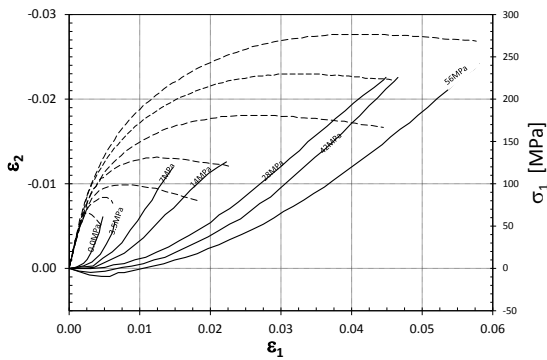
Con lo anterior, [LU & Hsu 2007b] propusieron un expresión para cuantificar la dilatación en función de la ratio de tensión, de forma similar a la aproximación elíptica propuesta por [OTTOSEN 1979], ver expresión (4.7).

$$\psi = \begin{cases} \nu_0 & 0 \leq \beta_j \leq 0.5 \\ \psi_f - (\psi_f - \nu_0) * \sqrt{1 - 8(\beta_j - 0.5)} & 0.5 \leq \beta_j \leq 1.0 \\ \psi_u & \end{cases} \quad ( 4.7 )$$

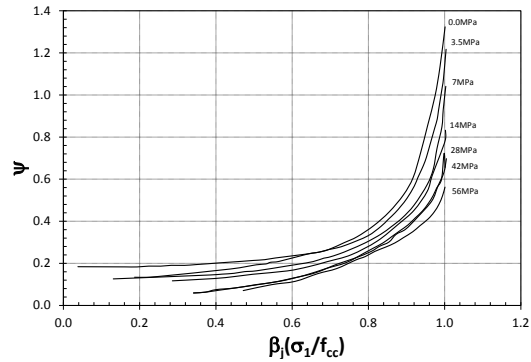
Donde,  $\nu_0$  es el módulo de Poisson,  $\beta_j$  es la ratio de tensiones ( $\sigma_1/f_{cc}$ ),  $\psi_f$  es la dilatación para resistencia máxima y  $\psi_u$  es la dilatación en reblandecimiento. Los autores proponen un valor medio constante para  $\psi_f$  y  $\psi_u$  igual a la unidad (1.0) excluyendo su variabilidad en función de la tensión de confinamiento.



(a) Curvas tensión - deformación longitudinal y lateral



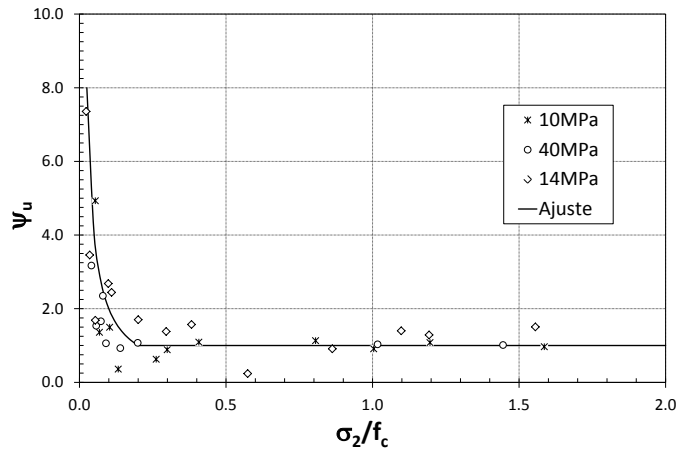
(b) Curvas de deformación lateral - deformación longitudinal



(c) Curvas de dilatación - tensión normalizada con resistencia máxima

**Figura 4-7 Deformación lateral y dilatación en hormigón confinado con presión hidráulica [Lu & Hsu 2007b].**

Por otro lado, [HANSEN 1995] realizó una campaña experimental con probetas cilíndricas de pasta de cemento de 10, 14 y 40MPa y hormigones de 35 y 40MPa con presiones de confinamiento entre 0.0 y  $0.30f_c$ , con el objetivo de encontrar los parámetros para definir un criterio de falla de Coulomb. El estudio proporcionó valores de la dilatación  $\psi_u$  (Figura 4-4c) en función de las tensiones de confinamiento normalizadas ( $\sigma_2/f_c$ ) para los ensayos de las pastas de cemento, ver Figura 4-8. Los valores correspondientes al hormigón no fueron dados por problemas en la medición durante los ensayos.



**Figura 4-8 Dilatancia en rama de reblandecimiento ( $\psi_u$ ) para diferentes niveles de confinamiento [HANSEN 1995]**

Adicionalmente, [HANSEN 1995] propuso la expresión (4.8) para calcular la dilatancia  $\psi_u$ . Se puede observar que para tensiones de confinamiento muy bajas, la dilatancia presenta valores muy altos y para tensiones de confinamiento normalizadas superiores a 0.2 la dilatancia es 1.0. De acuerdo a las expresiones (4.4) y (4.5), el ángulo del plano de rotura es  $\nu = 45^\circ$  y el ángulo de fricción es  $\varphi = 0$  para un valor de  $\psi_u = 1.0$ . Por consiguiente, la superficie del plano de falla es más lisa a medida que aumenta el confinamiento, lo cual es consecuencia de una fractura limpia que atraviesa los áridos. En conclusión, con tensiones de confinamiento normalizadas menores a 0.2, la dilatancia en rama de reblandecimiento ( $\psi_u$ ) depende de la magnitud de la tensión de confinamiento y para valores de tensiones confinamiento normalizadas mayores a 0.2 la dilatancia ( $\psi_u$ ) tiende a un valor constante de 1.0.

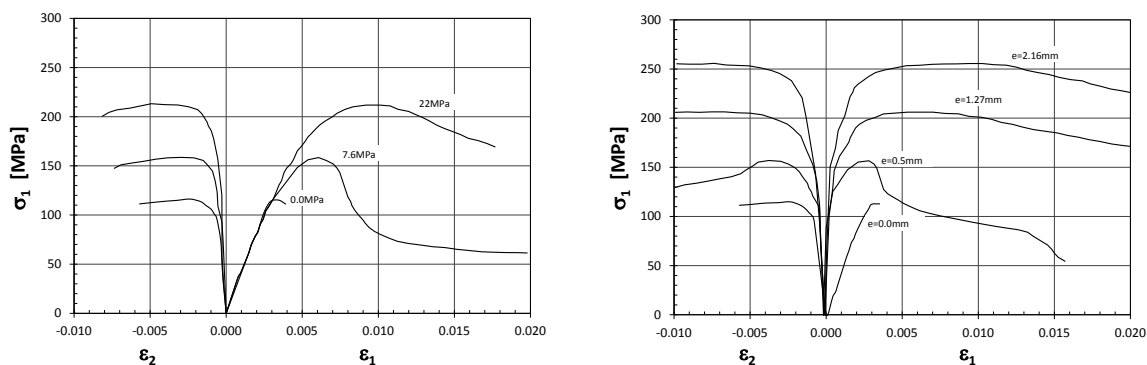
$$\psi_u = \begin{cases} \frac{0.2}{(\sigma_2/f_c)} & \sigma_2/f_c \leq 0.2 \\ 1.0 & \sigma_2/f_c > 0.2 \end{cases} \quad ( 4.8 )$$

**4.1.2 La dilatancia en hormigones con confinamiento proporcional**

En el apartado anterior se estudió el comportamiento en condiciones de confinamiento constante con base en ensayos de compresión triaxial con presión hidráulica o confinamiento activo. Ahora bien, el hormigón en los elementos estructurales, como columnas, se puede confinar por medio de diferentes técnicas y materiales. Por ejemplo, el confinamiento se consigue tradicionalmente por medio de la armadura transversal con forma de estribos cerrados, cercos o espirales de acero. En intervenciones de refuerzo y reparación de estructuras se utilizan encamisados de acero, envolturas con materiales compuestos, etc.

Para estas técnicas, las tensiones de confinamiento producidas son el resultado de la compatibilidad de deformaciones entre la deformación lateral del hormigón y la deformación del material confinante. El hormigón en compresión se expande lateralmente por el efecto Poisson y el material de confinamiento restringe la deformación e induce tensiones de confinamiento proporcionales a su rigidez, confinamiento pasivo. Asimismo, dichas tensiones de confinamiento modifican la respuesta tenso-deformacional del hormigón.

La Figura 4-9 presenta los resultados experimentales obtenidos por [LAHLOU et al. 1992] en hormigones de alta resistencia confinados con presión hidráulica y tubos metálicos bajo cargas de compresión. En dichos ensayos se observa que el comportamiento del hormigón confinado con tubos metálicos es aparentemente similar al hormigón confinado con presión hidráulica. Por otro lado, las deformaciones laterales son de expansión para rama de endurecimiento y reblandecimiento y con valores del mismo orden de magnitud. Esta similitud puede explicarse basándose en que el material de confinamiento (acero) presenta un comportamiento plástico bien definido después del límite elástico. De igual forma, la rigidez del acero (200GPa) hace que este se plastifique relativamente pronto. Una vez superado este punto, la tensión de confinamiento es prácticamente constante, al igual que en el caso de presión hidráulica.



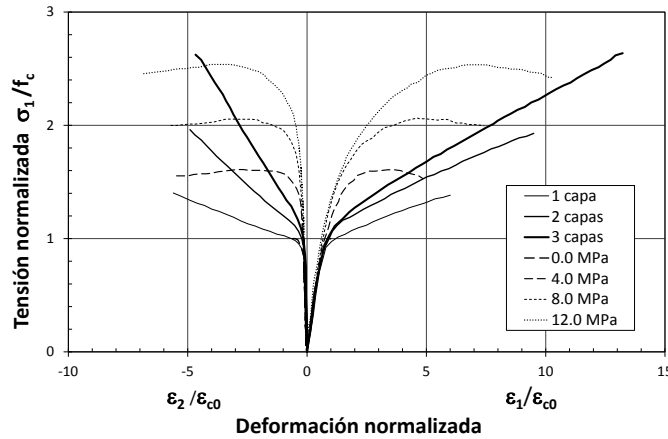
(a) Hormigón confinado con presión hidráulica

(b) Hormigón confinado con tubería metálica

**Figura 4-9 Hormigón de  $f_c=115\text{MPa}$  confinado con presión hidráulica y tubos metálicos. Curvas tensión - deformación longitudinal y lateral [LAHLOU, et al. 1992]**

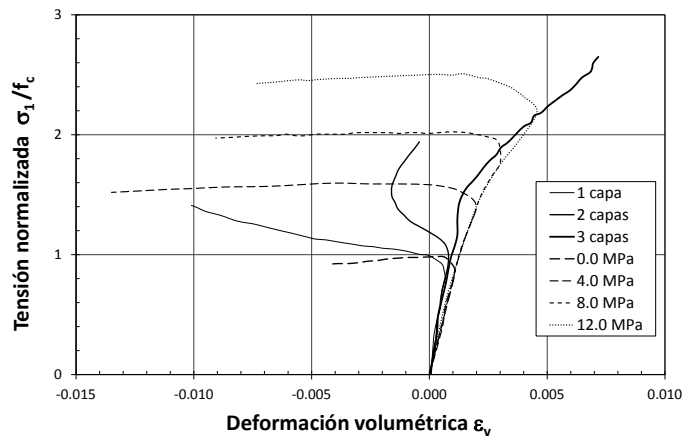
Sin embargo, para hormigones confinados con materiales compuestos, que no tienen una componente plástica, presentan fuertes diferencias con los confinados con presión hidráulica en el comportamiento tenso-deformacional. Por ejemplo, en la Figura 4-10 se presenta los resultados experimentales de probetas confinadas con polímeros reforzados con fibras de carbono (CFRP) [TENG & LAM 2004], comparados con los obtenidos con presión hidráulica [CANDAPPA, et al. 2001]. En el hormigón confinado con CFRP se observa un proceso de expansión cuando la tensión de compresión supera la resistencia en compresión uniaxial. Pasado este

punto, el hormigón presenta un comportamiento de endurecimiento con un módulo tangente aproximadamente constante y su valor aumenta con el número de capas; es decir, con la rigidez total del material confinante.



**Figura 4-10 Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral de hormigón confinadas con presión hidráulica y FRP [TENG & LAM 2004]**

De acuerdo al apartado anterior, la deformación volumétrica en hormigones confinados con presión hidráulica inicia un proceso de expansión y es incremental hasta la falla. De forma similar, se observa que la deformación volumétrica inicia un proceso de expansión en el hormigón confinado con CFRP y tensiones cercanas a la resistencia de compresión uniaxial ( $f_c$ ), ver Figura 4-11. Sin embargo, la expansión es contenida e incluso se inicia un proceso de compactación a mayor número de capas.

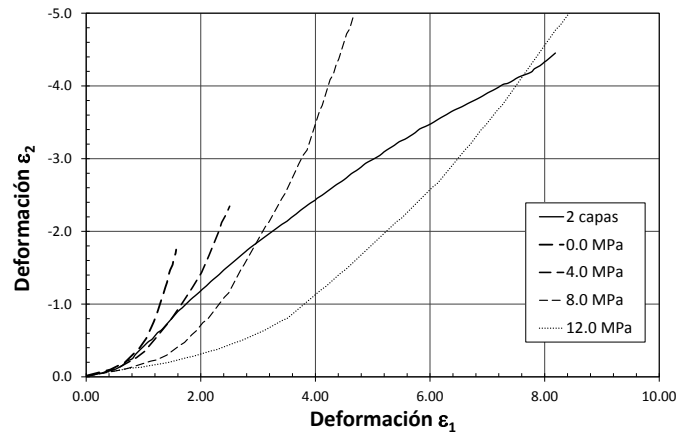


**Figura 4-11 Curvas de tensión - deformación volumétrica de hormigón confinado con presión hidráulica y FRP [TENG & LAM 2004]**

En la Figura 4-12 se observa la evolución de la dilatación e inicialmente su comportamiento es similar a un hormigón confinado hidráulicamente. Sin embargo, la dilatación empieza a disminuir



con el incremento de las deformaciones a partir de un punto que se denomina deformación volumétrica plástica crítica.



**Figura 4-12 Curvas de deformación lateral - deformación longitudinal de hormigón confinadas con presión hidráulica y FRP [TENG, et al. 2007]**

#### 4.1.2.1 Deformación volumétrica plástica crítica

Se define la deformación volumétrica plástica crítica ( $\kappa_f$ ) como aquella que ocurre cuando el hormigón presenta un plano de falla o umbral de fractura [GRASSL 2004]. La deformación volumétrica crítica se puede determinar a partir de un ensayo de compresión uniaxial con las siguientes hipótesis: a) el plano de falla se produce en carga máxima; b) la deformación volumétrica se descompone en una parte plástica y otra elástica (expresión (4.9)) y c) la deformación volumétrica es nula para carga máxima (ecuación (4.10)). Por lo tanto, la deformación volumétrica plástica crítica es igual a la deformación elástica volumétrica para compresión uniaxial con signo inverso, como muestra la expresión (4.11).

$$\varepsilon_v = \varepsilon_v^p + \varepsilon_v^e \quad (4.9)$$

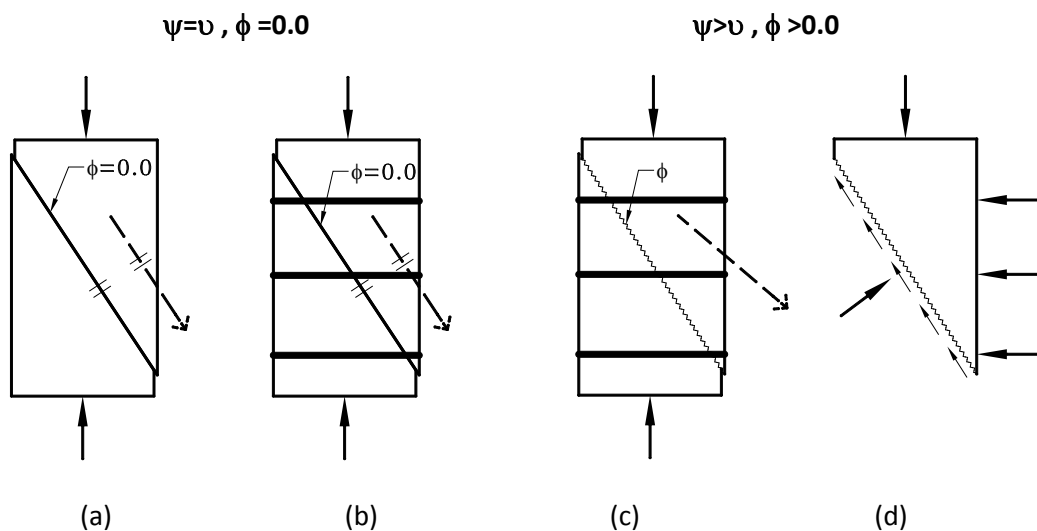
$$\varepsilon_v(\sigma_{max} = f_c) = 0 = \varepsilon_v^p + \frac{f_c}{E}(1 - 2\nu) \quad (4.10)$$

$$\kappa_f = -\frac{f_c}{E}(1 - 2\nu) \quad (4.11)$$

#### 4.1.2.2 Contención de la dilatación

El mecanismo de la probeta de hormigón confinada con materiales compuestos puede ser explicado mediante un método racional y con ayuda de los esquemas de la Figura 4-13. El bloque de hormigón se divide hipotéticamente en dos cuñas cuando se produce el plano de falla. La dilatación es la ratio del incremento del desplazamiento horizontal respecto al incremento del

desplazamiento vertical de la cuña que se moviliza. La dilatancia del sistema es un valor constante e igual a la tangente del ángulo del plano de falla cuando la superficie es lisa, ver Figura 4-13a. En la Figura 4-13b las cuñas están confinadas con un material de comportamiento lineal elástico e igualmente, la dilatancia es constante cuando la fricción es nula en la superficie del plano de falla. El movimiento de la cuña tiene la misma dirección pero es restringido por el material de confinamiento en función de su rigidez.



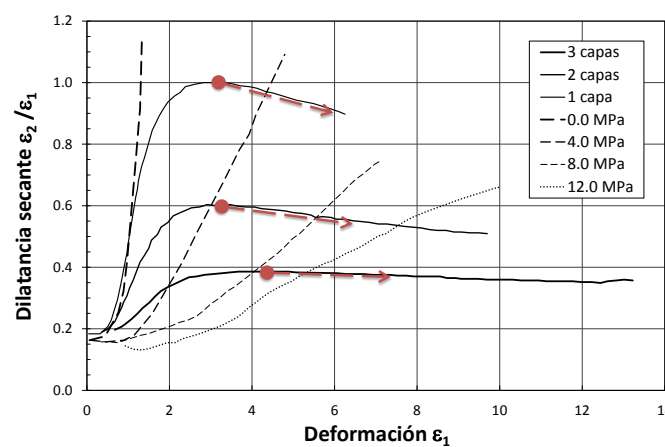
**Figura 4-13 Idealización del mecanismo de contención de la dilatancia**

Sin embargo, la mecánica del sistema cambia cuando la superficie del plano de falla es rugosa. Primero, la dirección del movimiento deja de ser paralela al plano de falla debido al ángulo de fricción (Figura 4-13c) y segundo, en el equilibrio interno aparece la fuerza de fricción (Figura 4-13d). La fuerza de fricción depende de la fuerza resultante normal al plano de falla y el coeficiente de fricción de la superficie. La fricción es el primer mecanismo resistente para tensiones de confinamiento nulas. Cuando el mecanismo resistente por fricción es superado por el aumento de la carga de compresión se produce un deslizamiento que es restringido por el material de confinamiento en razón a su rigidez. Asimismo en el sistema se introducen tensiones de confinamiento que aumentan la fuerza resultante normal a la superficie de falla y por lo tanto la fuerza de fricción. La fuerza de fricción aporta resistencia al sistema y a su vez impide el deslizamiento de la cuña. El movimiento de la cuña puede llegar a ser totalmente contenido por la fuerza de fricción si el material de confinamiento es lo suficientemente resistente. Por consiguiente, la fuerza de fricción en el plano de falla es el mecanismo que ocasiona la contención de la dilatancia.

La dilatancia puede estar afectada por el fenómeno de alisado (desgaste) de la superficie. Dicho fenómeno es característico de un material granular en un estado de esfuerzos de corte. No

obstante, en la experimentación en probetas de hormigón en un estado de tensiones de compresión triaxial no se evidencia, a priori, este fenómeno.

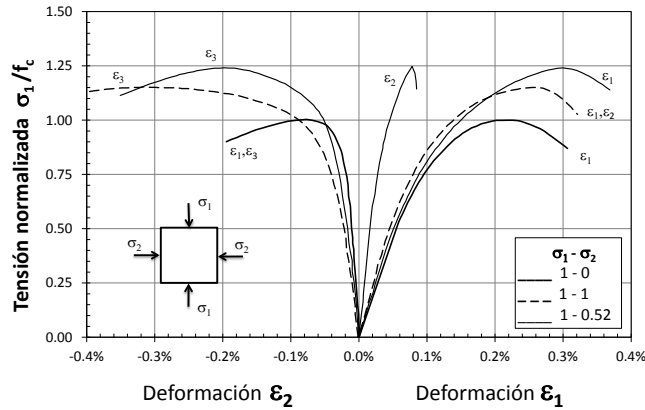
En el apartado 4.1.1 se concluyó que el ángulo de fricción es función de las tensiones de confinamiento; a menores fuerzas de confinamiento el ángulo de fricción es mayor y viceversa. Así, se puede intuir que la capacidad de contención de la dilatancia es mayor cuando el plano de falla se produce con tensiones de confinamiento bajas. En la Figura 4-14, curva módulo de dilatancia secante ( $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ ) - deformación longitudinal obtenida por [TENG & LAM 2004], se observa como el módulo tangente en la rama post-pico de las curvas aumenta a menor número de capas de FRP y lo cual corrobora el razonamiento anterior.



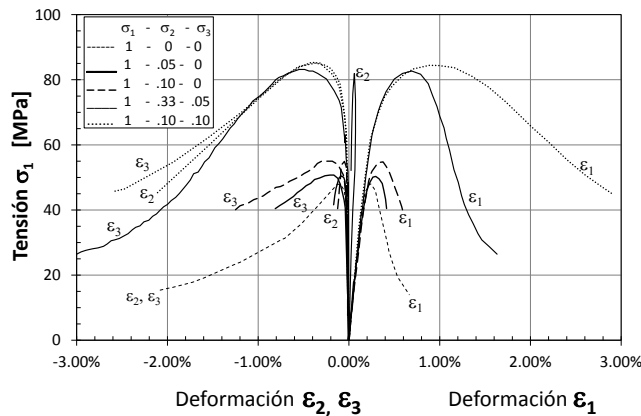
**Figura 4-14 Curvas de deformación lateral - deformación longitudinal de hormigón confinado con presión hidráulica y FRP [TENG & LAM 2004]**

#### 4.1.3 La dilatancia bajo condiciones de confinamiento asimétricas ( $\sigma_2 > \sigma_3$ )

En los apartados anteriores se estudiaron los cambios volumétricos del hormigón en compresión triaxial con base en ensayos sobre probetas cilíndricas, donde existe una simetría cilíndrica en las tensiones de confinamiento. Sin embargo, es posible que las tensiones de confinamiento difieran en su magnitud, lo cual es un estado tensional irreproducible con probetas cilíndricas. Por esta razón, se recurre a los datos publicados en la literatura sobre probetas prismáticas o cúbicas. De esta manera, [KUPFER, et al. 1969] ensayó probetas prismáticas con cargas biaxiales (Figura 4-15) y [VAN MIER 1984] lo hizo sobre probetas cúbicas con diferentes relaciones entre tensiones de confinamiento (Figura 4-16). En ambas investigaciones se observa que la deformación lateral del hormigón es mayor para la cara con menor tensión de confinamiento.

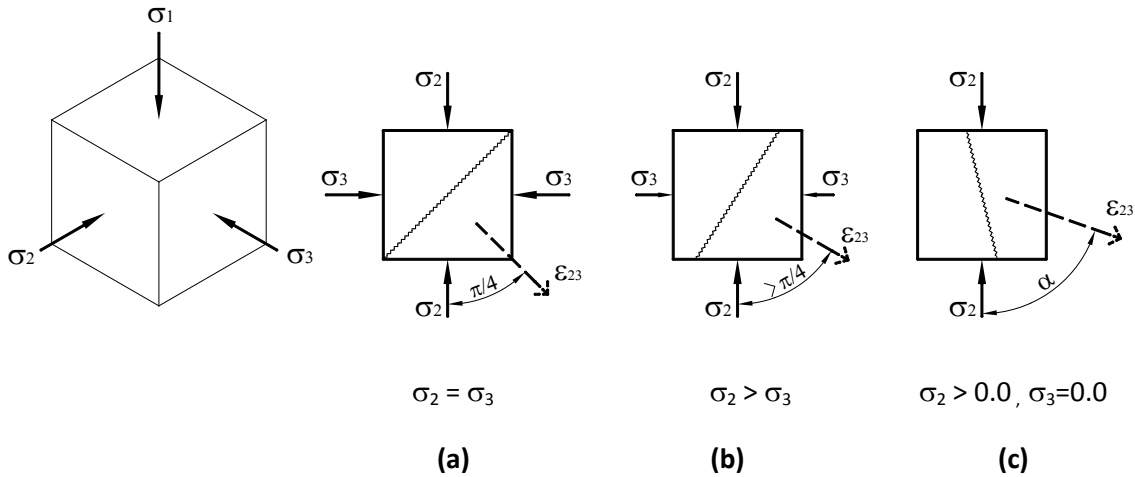


**Figura 4-15** Curvas tensión - deformación de hormigón ( $f_c=32\text{MPa}$ ) bajo tensiones biaxiales [KUPFER, et al. 1969]



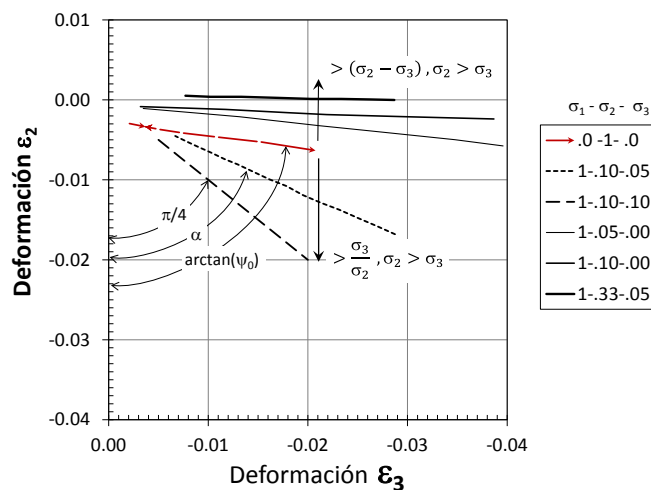
**Figura 4-16** Curvas tensión - deformación de hormigón ( $f_c=50\text{MPa}$ ) bajo tensiones de confinamiento asimétricas ( $\sigma_2 > \sigma_3$ ) [VAN MIER 1984]

La relación entre tensiones de confinamiento y las deformaciones laterales se puede interpretar con ayuda de la Figura 4-17. Los vectores con línea continua representan las tensiones de confinamiento  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$  y la tensión de compresión, normal al plano 2-3, es  $\sigma_1$ . El vector con línea discontinua es la deformación lateral resultante en el plano 2-3. Para tensiones de confinamiento simétricas, el vector de deformaciones forma un ángulo con respecto al eje 2 de  $45^\circ$  y es normal al plano de falla; en consecuencia, la deformación  $\epsilon_2$  es idéntica a la deformación  $\epsilon_3$ , como se puede ver la Figura 4-17a. Lo anterior es coherente con los resultados experimentales de la Figura 4-16 (1.0 - .10 - .10). Cuando la tensión  $\sigma_2$  es mayor a la tensión  $\sigma_3$ , el plano de falla y la resultante de deformaciones rotan hacia el eje 3. Sin embargo, el ángulo de rotación no es igual para los dos casos debido a las deformaciones en los ejes 2 y 3 causadas por las propias tensiones en el plano ( $\sigma_2, \sigma_3$ ) y el ángulo de fricción en la fractura.



**Figura 4-17 Rotación de la dilatancia en función de las tensiones de confinamiento**

En la Figura 4-18 se pueden ver las curvas de deformación lateral en el eje 2 - deformación lateral en el eje 3 de los resultados experimentales presentados en la Figura 4-16. En esta gráfica se observan dos comportamientos: el primero, cuando la relación de tensiones de confinamiento ( $\sigma_3/\sigma_2$ ) se aproxima al valor de 1.0, el ángulo del vector de deformaciones  $\epsilon_{23}$  respecto al eje 2 se acerca a  $\pi/4$ ; el segundo, cuando la diferencia de las tensiones de confinamiento ( $\sigma_2 - \sigma_3$ ) aumenta, el ángulo del vector  $\epsilon_{23}$  se aproxima a  $\pi/2$ . El primer mecanismo se puede atribuir a la rotación del plano de falla y el segundo a las deformaciones causadas por las tensiones coplanares. Adicionalmente, entre los dos comportamientos se observa un ángulo de referencia que corresponde al ángulo de dilatancia en compresión uniaxial y que de forma racional es el estado de cargas que se observa en la Figura 4-17c.



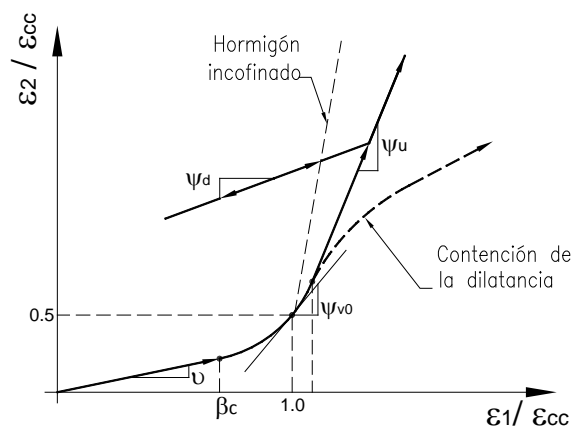
**Figura 4-18 Deformaciones en el plano 2-3 con cargas de confinamiento asimétricas**

## 4.2 PROPUESTA PARA UN MODELO DE DILATANCIA

Como se ha visto en el apartado anterior, los cambios volumétricos inelásticos del hormigón en compresión triaxial dependen de las tensiones de confinamiento y de su evolución. Adicionalmente, los cambios volumétricos pueden ser cuantificados por medio de un parámetro llamado dilatación. El objetivo de este apartado es desarrollar un modelo analítico de la dilatación para posteriormente ser incluido en una ecuación constitutiva 3D del hormigón.

### 4.2.1 Planteamiento general

El modelo analítico de la dilatación se formula a partir de una curva hipotética que define el comportamiento de la deformación lateral respecto a la deformación longitudinal en una condición de compresión triaxial con simetría cilíndrica. En los ensayos de probetas en compresión se observó que las deformaciones laterales presentan un comportamiento característico: en rama elástica, las deformaciones laterales aumentan linealmente a razón del módulo de Poisson ( $\nu$ ); en rama de endurecimiento y principio de reblandecimiento, las deformaciones laterales son inelásticas y crecen de forma no lineal, formando una curva que conecta la rama elástica y rama de reblandecimiento restante; y en la rama restante del reblandecimiento, estado límite último, las deformaciones laterales son inelásticas y aumentan linealmente a razón de la dilatación última ( $\psi_u$ ), ver Figura 4-19.



**Figura 4-19 Esquema general del comportamiento de la deformación lateral**

El punto de cambio de rama elástica a rama de endurecimiento se denomina índice de no linealidad ( $\beta_c$ ). La deformación volumétrica es aproximadamente nula para carga pico; en consecuencia, se asume que la deformación lateral es la mitad de la deformación longitudinal para resistencia máxima, ver Figura 4-19. La tangente de la curva de deformaciones en este punto, carga pico, se denomina dilatación para resistencia máxima ( $\psi_{v0}$ ). La curva de transición

entre la rama elástica y rama reblandecimiento se modela con una función potencial que debe cumplir con las condiciones de  $\psi_{v0}$  y  $\beta_c$ . Para estados de descarga y recarga, se asume un comportamiento lineal con un módulo tangente denominado dilatancia de descarga ( $\psi_d$ ).

Además, en hormigones confinados de forma pasiva (materiales compuestos) surge el mecanismo de la contención de la dilatancia que depende de como evolucionan las tensiones y las deformaciones. Una vez definido el comportamiento en un estado de tensiones en simetría cilíndrica se aborda el problema de tensiones de confinamiento asimétricas. Para ello, se propone una rotación de la dilatancia en función de las tensiones de confinamiento. Los parámetros que definen el comportamiento de la deformación lateral dependen del tipo de hormigón y el estado de tensiones. A continuación se estudian los estados de tensiones de referencia y los diferentes mecanismos expuestos anteriormente.

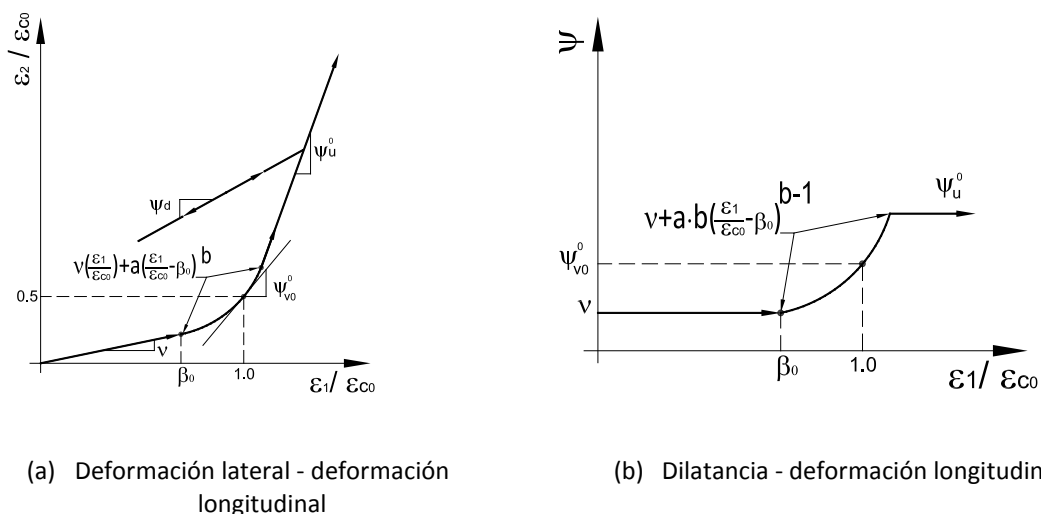
#### 4.2.2 Parámetros en compresión uniaxial

Si el estado es de compresión uniaxial, el modelo analítico (Figura 4-19) se simplifica como se presenta en la Figura 4-20a. La deformación lateral y la dilatancia en la rama de endurecimiento se pueden calcular con las expresiones (4.12) y (4.13) respectivamente.

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{c0}} = v \cdot \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{c0}} \right) + a \cdot \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{c0}} - \beta_0 \right)^b \quad (4.12)$$

$$\psi = \frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_{c0}} = v + a \cdot b \cdot \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{c0}} - \beta_0 \right)^{b-1} \quad (4.13)$$

Donde,  $\beta_0$  es el índice de no linealidad en compresión uniaxial y  $\psi_u^0$  es la dilatancia última en compresión uniaxial. La constante  $a$  se despeja de las expresiones (4.12) y (4.13) evaluadas para deformación pico ( $\varepsilon_1 = \varepsilon_{c0}$ ;  $\varepsilon_2 = 0.5\varepsilon_1$ ), con lo cual se obtiene la expresión (4.14).



**Figura 4-20 Parámetros para la deformación lateral y dilatancia en compresión uniaxial**

$$\psi_{v0}^0 - \nu = b \frac{0.5 - \nu}{1 - \beta_0} \tag{ 4.14 }$$

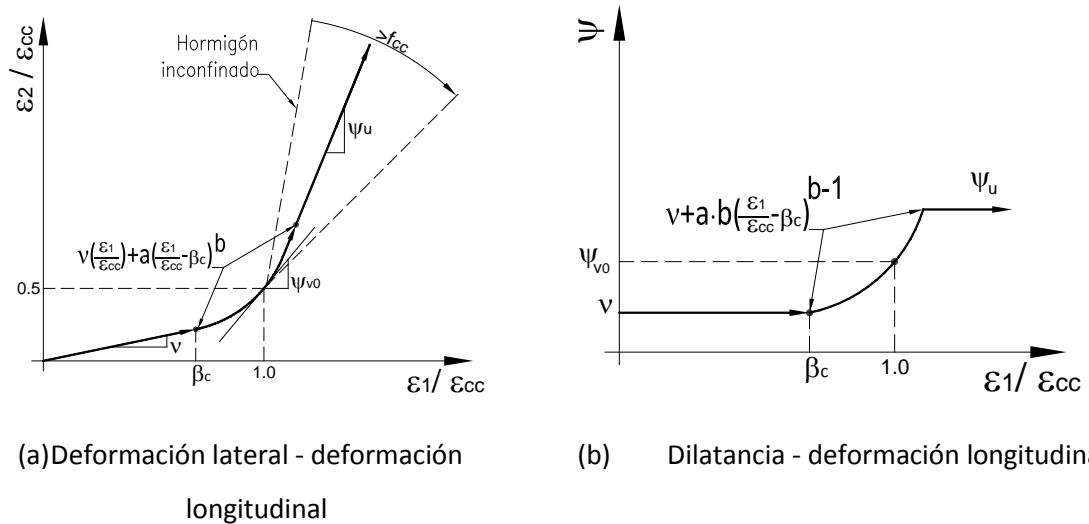
Donde,  $\psi_{v0}^0$  es la dilatación para resistencia máxima en compresión uniaxial y  $b$  es el exponente de la función potencial. En el capítulo anterior, con base en una campaña experimental que forma parte de esta tesis, se determinó que la dilatación  $\psi_{v0}^0$  y  $\psi_u^0$  depende de la resistencia en compresión uniaxial del hormigón ( $f_c$ ). La relación encontrada para  $\psi_{v0}^0$  se presenta en la ecuación (4.15) y la dilatación  $\psi_u^0$  es aproximadamente  $2.5\psi_{v0}^0$ . Un exponente cúbico ( $b = 3$ ) es acertado para el hormigón en compresión uniaxial según recomiendan [ELWI & MURRAY 1979] y el índice de no linealidad para compresión uniaxial puede ser determinado con la expresión (4.16).

$$\psi_{v0}^0 = 0.196e^{2.816(\frac{f_c}{50})} \tag{ 4.15 }$$

$$\beta_0 = 1 - 3 \frac{0.5 - \nu}{\psi_{v0}^0 - \nu} \tag{ 4.16 }$$

**4.2.3 Parámetros en compresión triaxial con simetría cilíndrica**

En la Figura 4-21 se presenta los parámetros del modelo analítico en compresión triaxial con simetría cilíndrica. El modelo es conceptualmente equivalente al estado uniaxial; la diferencia sólo radica en que los parámetros  $\psi_{v0}$  y  $\beta_c$  dependen del estado tensional.



**Figura 4-21 Parámetros para la dilatación en compresión triaxial con simetría cilíndrica**

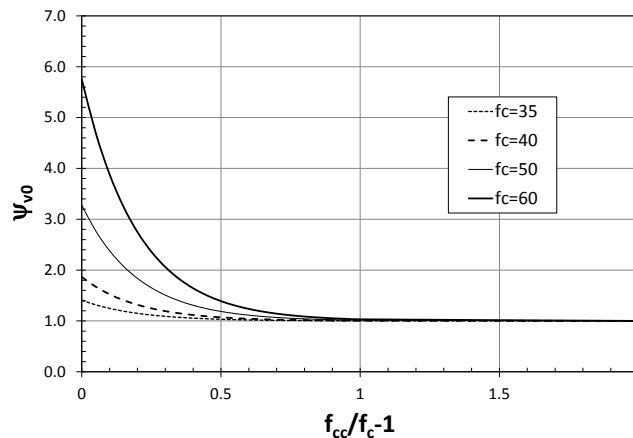
El índice de no linealidad ( $\beta_c$ ) es una relación aproximadamente constante a nivel de tensiones [OTTOSEN 1979]; por consiguiente, la relación se extrapola del caso de compresión uniaxial, como se presenta en la ecuación (4.17).



$$\beta_c = \beta_0 \frac{\varepsilon_{c0} f_{cc}}{\varepsilon_{cc} f_c} \quad (4.17)$$

La dilatancia para la deformación pico ( $\psi_{v0}$ ) es función de la tensión de confinamiento. En los datos experimentales publicados se observa que la dilatancia ( $\psi_{v0}$ ) se reduce desde el valor obtenido en compresión uniaxial ( $\psi_{v0}^0$ ) hasta un valor de 1.0 para tensiones de confinamiento mayores al 20% de la resistencia en compresión uniaxial (Apartado 4.1.1). Es conveniente expresar la reducción de la dilatancia en función de la relación entre la resistencia confinada y la resistencia en compresión uniaxial ( $\frac{f_{cc}}{f_c}$ ), con el fin de incluir el caso en que las tensiones de confinamiento difieren ( $\sigma_2 \neq \sigma_3$ ). La relación  $\frac{f_{cc}}{f_c}$  equivalente para una tensión de confinamiento del 20% de la resistencia a compresión uniaxial es aproximadamente 1.8 de acuerdo con el criterio de Richart et al [RICHART, et al. 1929]. La reducción de la dilatancia ( $\psi_{v0}$ ) se cuantifica con una función exponencial, como se presenta en la ecuación (4.18).

$$\psi_{v0} = 1 + (\psi_{v0}^0 - 1)e^{-5\left(\frac{f_{cc}}{f_c} - 1\right)} \quad (4.18)$$



**Figura 4-22 Reducción de la dilatancia en función del incremento de resistencia confinada**

Definidos  $\beta_c$  y  $\psi_{v0}$ , el grado de la potencia se puede encontrar despejando  $b$  de la expresión (4.16), como se presenta en la ecuación (4.19). Así, la dilatancia bajo carga monótona se puede obtener para un estado de tensión-deformación dado con la expresión (4.20).

$$b = \frac{\psi_{v0} - \nu}{0.5 - \nu} (1 - \beta) \quad (4.19)$$

$$\psi = \begin{cases} \nu & \varepsilon/\varepsilon_{cc} \leq \beta_c \\ \nu + b \frac{0.5 - \nu}{(1 - \beta_c)^b} (\varepsilon/\varepsilon_{cc} - \beta_c)^{b-1} & \varepsilon/\varepsilon_{cc} > \beta_c \end{cases} \leq \psi_u \quad (4.20)$$

Donde, la dilatancia última  $\psi_u$  es  $2.5\psi_{v0}$ .

La dilatación puede descomponerse en dos partes cuando las deformaciones superan el índice de no linealidad, una parte elástica (módulo de Poisson) y otra plástica. La dilatación se expresa de forma generalizada como se presenta en la ecuación (4.21). La dilatación plástica ( $\psi^p$ ) es una parte que puede ser afectada por otros mecanismos, como se verá en los apartados siguientes.

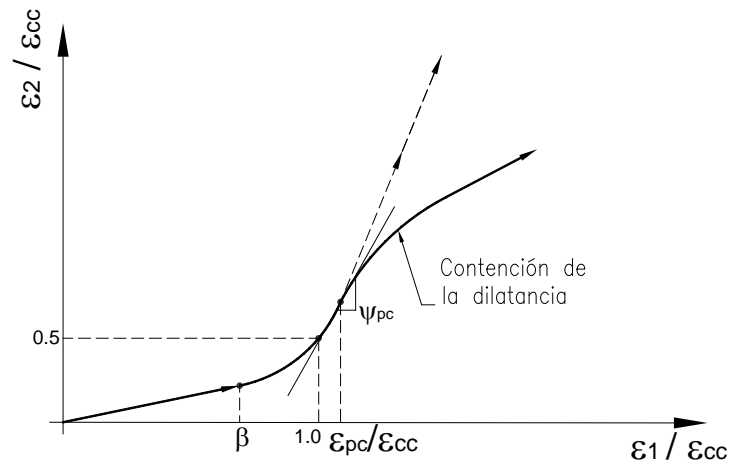
$$\psi = \psi^p + \nu \tag{ 4.21 }$$

**4.2.4 Parámetros para la contención de la dilatación**

La contención de la dilatación (Figura 4-23) sucede si se cumplen dos condiciones. La primera, que la deformación volumétrica plástica (ver expresión (4.22)) supere la deformación volumétrica plástica crítica (ver expresión (4.23)). Y la segunda, que las tensiones de confinamiento continúen en aumento una vez se cumpla la condición anterior, es decir, que sean proporcionales. Por lo tanto, se trata de un fenómeno esencial en la modelización del confinamiento con materiales cuasi frágiles o no plásticos, por ejemplo, las fibras de carbono, vidrio, etc.

$$\epsilon_v^p = \epsilon_v - \epsilon_v^e \tag{ 4.22 }$$

$$\epsilon_v^p > \kappa_f = -\frac{f_c}{E} (1 - 2\nu) \tag{ 4.23 }$$



**Figura 4-23 Contención de la dilatación**

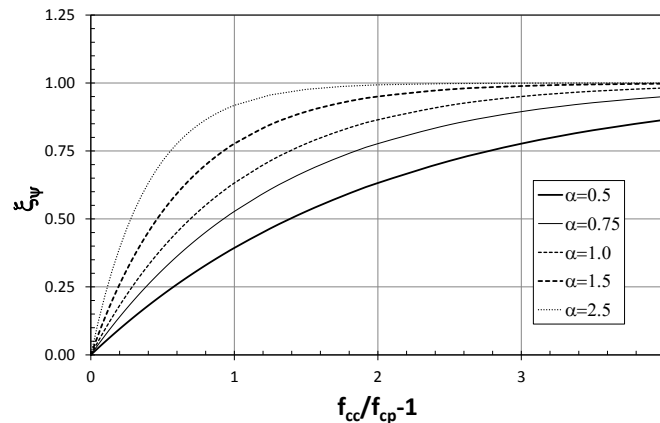
Para modelizar el fenómeno se utiliza un parámetro denominado contención de la dilatación ( $\xi_{\psi}$ ) como se presenta en la ecuación (4.24). Nótese que la contención sólo actúa sobre la parte plástica dado que es la fracción que representa el deslizamiento sobre el plano de falla. Si la contención es total, el material retornaría a un comportamiento cuasi-elástico y las deformaciones laterales aumentarían hipotéticamente a razón del módulo de Poisson.

$$\psi = (1 - \xi_{\psi}) \psi^p + \nu \quad (4.24)$$

El parámetro  $\xi_{\psi}$  es un valor que oscila entre 0.0 y 1.0. La dilatancia no es contenida para un valor nulo, totalmente contenida para un valor de 1.0 y es parcialmente contenida para valores intermedios. La contención depende del aumento de las tensiones de confinamiento posterior a la formación del plano de fractura y de la fricción en la superficie del mismo, ver expresión (4.25).

$$\xi_{\psi} = 1 - e^{-\alpha \left( \frac{f_{cc}}{f_{cp}} - 1 \right)} \quad (4.25)$$

Donde,  $(f_{cc})$  es la resistencia máxima,  $(f_{cp})$  es la resistencia máxima donde ocurre la deformación volumétrica plástica crítica y la constante  $\alpha$  es la tangente en el origen de la curva y, en consecuencia, la capacidad de contención de la dilatancia (Figura 4-24). Asimismo, la dilatancia para el punto donde se fractura el hormigón, implícitamente define la capacidad de contención de la dilatancia; es decir, el ángulo de fricción. Por ende, la constante  $\alpha$  se propone sea la dilatancia para el punto donde se establece el plano de falla ( $\psi_{cp}$ ), ver ecuación (4.26).

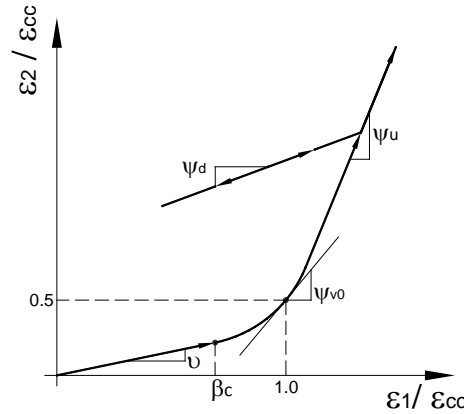


**Figura 4-24 Curvas obtenidas con la función propuesta para la contención de la dilatancia**

$$\xi_{\psi} = 1 - e^{-\psi_{cp} \left( \frac{f_{cc}}{f_{cp}} - 1 \right)} \quad (4.26)$$

#### 4.2.5 Dilatancia en descarga y recarga

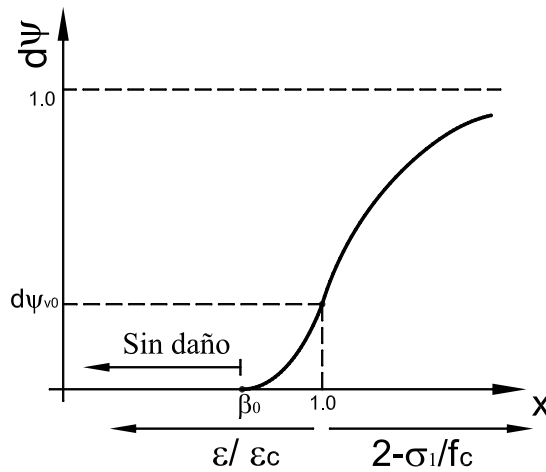
Las deformaciones de descarga y recarga se modelan con un comportamiento lineal con un módulo tangente denominado dilatancia de descarga ( $\psi_d$ ), ver Figura 4-25. En el capítulo anterior (apartado 3.3.3) se encontró una relación entre la dilatancia de descarga y el módulo de Poisson a través de un parámetro que se denominó “daño equivalente para dilatancia” ( $d\psi$ ), ver expresión (4.27).



**Figura 4-25 Parámetros para la deformación lateral y dilatación en estados de descarga y recarga**

$$\psi^d = v / (1 - d\psi) \quad ( 4.27 )$$

Para el parámetro de descarga se determinó una relación en función de una variable independiente de deformaciones para rama de endurecimiento y una variable independiente de decremento de resistencia para reblandecimiento. Esta relación debe ser acoplada con el modelo de dilatación expuesto en el apartado anterior. Para ello se incluye el índice de no linealidad, ver Figura 4-26; con lo cual, el daño equivalente para dilatación puede ser evaluado con la función a trozos presentada en la expresión (4.28).



**Figura 4-26 Modelo conceptual de daño equivalente para dilatación en descarga y recarga**

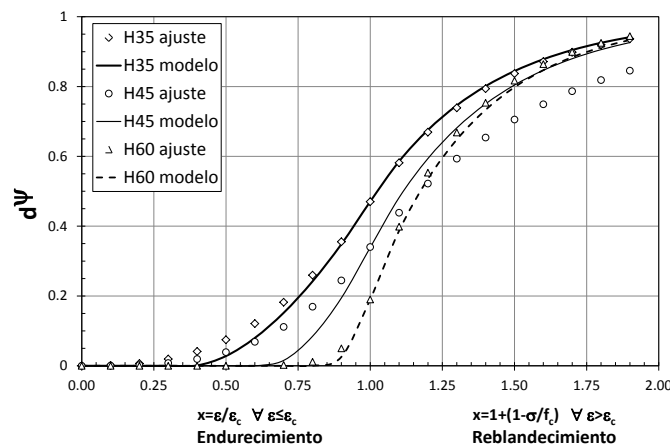
El índice de no linealidad se definió en la expresión (4.17). La constante  $m$  puede hallarse conocido el daño equivalente para resistencia máxima ( $d\psi_{v0}$ ), con la ecuación (4.29), que depende de la resistencia del hormigón en compresión uniaxial, ver expresión (4.30). La potencia  $n$  se ajusta a un único valor constante de 1.7 por simplicidad; en la Figura 4-26 se puede observar

que con la expresión propuesta se obtienen resultados representativos a los obtenidos en los experimentos (apartado 3.3.3).

$$d\psi = \begin{cases} 0.0 & \varepsilon/\varepsilon_{cc} \leq \beta_c \\ m \cdot x^n & \beta_c < \varepsilon/\varepsilon_{cc} \leq 1.0, x = \varepsilon/\varepsilon_{cc} - \beta_c \\ 1 - (d\psi_{v0} - 1) \exp\left[\frac{m \cdot (1 - \beta_c)^{n-1}}{d\psi_{v0} - 1} (x - 1)\right] & \varepsilon/\varepsilon_{cc} > 1.0, x = 2 - \sigma/f_{cc} \end{cases} \quad (4.28)$$

$$m = \frac{d\psi_{v0}}{(1 - \beta_c)^n} \quad (4.29)$$

$$d\psi_{v0} = 1.951e^{-1.906\left(\frac{f_c}{50}\right)} \geq 0.10 \quad (4.30)$$



**Figura 4-27 Representación del modelo del daño equivalente de dilatación para descarga y recarga**

#### 4.2.6 Rotación de la dilatación en estado de tensiones de confinamiento asimétricas

En los apartados anteriores se definieron los parámetros para calcular la dilatación en una condición de tensiones de confinamiento y deformaciones laterales con simetría cilíndrica ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ;  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ ). Sin embargo, las tensiones de confinamiento en el hormigón pueden diferir por la propia forma del elemento estructural, por diferente disposición del material de confinamiento, por la acción de esfuerzos combinados, condiciones de contorno, etc.

En el apartado 4.1.3 se planteó que las deformaciones laterales en condiciones de confinamiento asimétricas son afectadas por dos mecanismos principales: las deformaciones derivadas por las propias tensiones en el plano normal a la carga y una rotación del plano de falla y la dilatación. El primero se obtiene del propio modelo constitutivo en el cálculo de los efectos de Poisson con las leyes de Lamé-Hooke. Para el segundo, se propone que la porción plástica de la dilatación en

condición de simetría cilíndrica se rote el ángulo entre los vectores de deformación lateral en condición asimétrica y cilíndrica.

Experimentalmente se observó que el ángulo del vector de deformación lateral puede variar desde un ángulo de  $\pi/4$ , estado de simetría cilíndrica ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ), a un ángulo de referencia, estado biaxial ( $\sigma_2 > 0.0$ ;  $\sigma_3 = 0.0$ ), el cual se puede aproximar al ángulo de la dilatación para compresión uniaxial, ver Figura 4-28. Para determinar el ángulo del vector deformación lateral con relaciones de tensiones de confinamiento entre estos dos límites, se propone realizar una interpolación lineal; por consiguiente, el ángulo de rotación de la dilatación ( $\theta_{23}^v$ ) se puede obtener con la expresión (4.31).

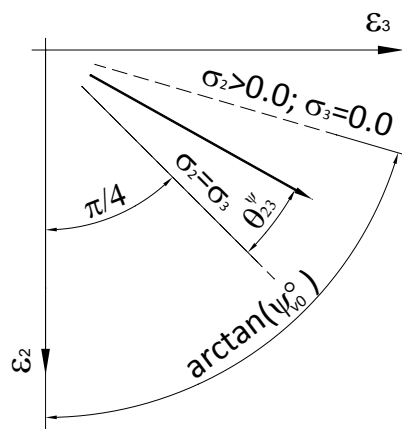


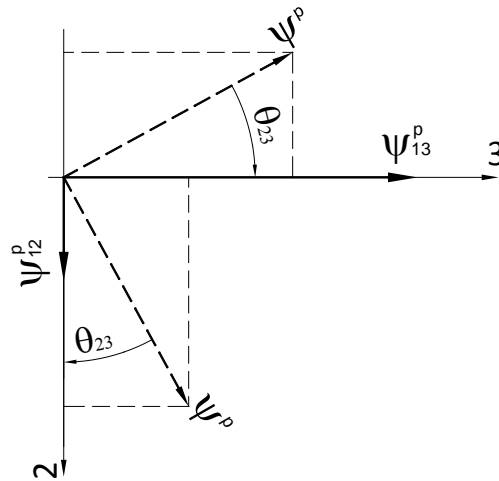
Figura 4-28 Ángulo de rotación de dilatación para tensiones de confinamiento asimétricas

$$\theta_{23}^v = \left(\frac{\pi}{4} - \theta_{23}^{\sigma}\right) \frac{\arctan(\psi_{v0}^0) - \frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}} \quad ( 4.31 )$$

$$\theta_{23}^{\sigma} = \arctan\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_2}\right), \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad ( 4.32 )$$

Donde,  $\theta_{23}^{\sigma}$  es el ángulo del vector resultante de las tensiones de confinamiento  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$  con respecto al eje 2 (expresión (4.32)) y  $\psi_{v0}^0$  es la dilatación para un estado de tensiones de compresión uniaxial.

Así, las componentes de la dilatación plástica en los ejes de las tensiones de confinamiento asimétricas ( $\psi_{12}^p, \psi_{13}^p$ ) se calculan rotando el ángulo  $\theta_{23}^v$  la porción plástica de la dilatación ( $\psi^p$ ) de simetría cilíndrica, como se puede ver en la Figura 4-29. Con ello, la dilatación del hormigón en un estado de tensiones de confinamiento asimétrica se puede calcular con las expresiones (4.33) y (4.34).



**Figura 4-29 Rotación de la dilatación plástica en el plano normal a la carga**

$$\psi_{12} = (\psi - \nu)(\sin \theta_{23}'' + \cos \theta_{23}'') + \nu \quad (4.33)$$

$$\psi_{13} = (\psi - \nu)(\cos \theta_{23}'' - \sin \theta_{23}'') + \nu \quad (4.34)$$

Donde,  $\psi_{12}$  y  $\psi_{13}$  son la dilatación en los ejes de las tensiones de confinamiento 2 y 3, respectivamente.

### 4.3 IMPLEMENTACIÓN EN EL MODELO CONSTITUTIVO

El modelo propuesto permite caracterizar el comportamiento cíclico de las deformaciones laterales del hormigón confinado en todo el rango de carga no lineal. En este apartado se mostrará como este modelo se puede incorporar en una ecuación constitutiva 3D del hormigón con base en una respuesta uniaxial equivalente en las direcciones principales. La teoría e hipótesis fueron dadas primeramente por [DARWIN & PECKNOLD 1974] y posteriormente han sido complementadas y modificadas por otros autores [ELWI & MURRAY 1979; VECCHIO 1992; BALAN et al. 1997; BINICI 2005; BAIRAN & MARI 2007a]. El modelo de dilatación se incorpora específicamente en la ecuación constitutiva desarrollado por [BAIRAN 2005; BAIRAN & MARI 2007a]. Por consiguiente, las principales hipótesis de este modelo se retoman para poder incluir el modelo de dilatación propuesto. Adicionalmente, la ecuación constitutiva se complementa con la inclusión de la degradación de la rigidez para cargas de compresión, se modifica el criterio de deformación para carga máxima de compresión y se realiza una calibración de las meridianas de la superficie de falla.

La ecuación constitutiva se formuló bajo una aproximación de fisuración distribuida rotacional. El hormigón es modelado como un material ortótropo, bajo la hipótesis de que los ejes principales de las tensiones coinciden con los ejes principales de las deformaciones. El comportamiento del

material se incorpora en cada una de las direcciones principales como un modelo uniaxial equivalente e independiente para compresión y tracción.

#### 4.3.1 Hipótesis de deformación

La ecuación constitutiva parte de la hipótesis de que el tensor de deformaciones totales se puede descomponer en tensor de deformación mecánica ( $\varepsilon^m$ ) y tensor de deformación no mecánica ( $\varepsilon^{nm}$ ), como se presenta en la ecuación (4.35).

$$\varepsilon = \varepsilon^m + \varepsilon^{nm} \quad ( 4.35 )$$

La deformación mecánica es el resultado directo de los cambios tensionales y la deformación no mecánica es un incremento elástico de deformación donde se pueden incluir tensiones secundarias debidas a temperatura, fluencia y retracción.

Los cambios volumétricos debidos al efecto Poisson, o dilatación, son incluidos como un incremento elástico y es una estrategia para compatibilizar el efecto tridimensional debido a que el modelo constitutivo es uniaxial equivalente. Los incrementos de deformación debido a los cambios volumétricos se calculan como se presenta a continuación:

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_1^v \\ \Delta\varepsilon_2^v \\ \Delta\varepsilon_3^v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \psi_{21} & \psi_{31} \\ \psi_{12} & 0 & \psi_{32} \\ \psi_{13} & \psi_{23} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_1^m \\ \Delta\varepsilon_2^m \\ \Delta\varepsilon_3^m \end{bmatrix} \quad ( 4.36 )$$

Donde,  $\Delta\varepsilon_i^v$  son los incrementos elásticos debidos a la dilatación,  $\Delta\varepsilon_i^m$  es el incremento de deformaciones mecánicas en las direcciones principales y  $\psi_{ij,k}$  son los coeficientes de dilatación en las direcciones  $j$  ó  $k$  debidas a la tensión de compresión en la dirección  $i$  calculadas con las ecuaciones (4.33) y (4.34). El proceso de cálculo de  $\psi_{ij,k}$  se resume en un diagrama de flujo en el apartado 4.3.6.

Por otro lado, la deformación mecánica se descompone en dos partes: una parte elástica ( $\varepsilon^e$ ) que se recupera totalmente para un estado tensional nulo y otra parte plástica ( $\varepsilon^p$ ) que es la deformación residual para descarga, ver expresión (4.37). Las demás hipótesis del modelo constitutivo se exponen a continuación.

$$\varepsilon^m = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad ( 4.37 )$$

#### 4.3.2 Comportamiento a compresión

El comportamiento del hormigón se modela con la expresión propuesta por [COLLINS & PORASZ 1989] para cargas de compresión. La ecuación define una curva envolvente y su principal cualidad



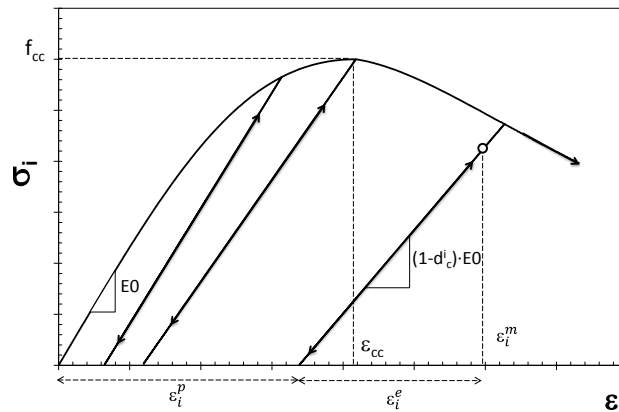
es que su forma cambia con la resistencia del hormigón. La expresión y los parámetros que la definen se presentan en las expresiones (4.38) a (4.40).

$$\sigma_i = f_{cc,i} \left( \frac{\varepsilon_i^m}{\varepsilon_{cc,i}} \right) \left( \frac{n}{n-1 + (\varepsilon_i^m / \varepsilon_{cc,i})^{n-k}} \right) \quad (4.38)$$

$$n = \frac{E_0}{E_0 + \frac{f_{cc,i}}{\varepsilon_{cc,i}}} \quad (4.39)$$

$$k = \begin{cases} 1.0 & \varepsilon_i^m / \varepsilon_{cc,i} \leq 1 \\ 0.67 + \frac{f_c [\text{MPa}]}{62} & \varepsilon_i^m / \varepsilon_{cc,i} > 1 \end{cases} \quad (4.40)$$

La deformación plástica que corresponde para cada punto de la envolvente se calcula con la expresión (4.41). El parámetro de daño por compresión ( $d_i^c$ ) se introduce para reproducir la pérdida de rigidez que presenta el hormigón durante los procesos plásticos en carga de compresión, ver Figura 4-30. El comportamiento del hormigón para estados de descarga y recarga se modela lineal, como se puede ver en la expresión (4.42).



**Figura 4-30** Curva característica del modelo del comportamiento del hormigón en compresión

$$\varepsilon_i^p = \varepsilon_i^m - \frac{\sigma_i}{(1 - d_i^c) E_0} \quad (4.41)$$

$$\sigma_i = (1 - d_i^c) E_0 (\varepsilon_i^m - \varepsilon_i^p) = (1 - d_i^c) E_0 \varepsilon_i^e \quad (4.42)$$

En el capítulo anterior (apartado 3.3.2) se propuso la expresión (4.43) para calcular el daño por compresión con los valores de  $a = 0.15$  y  $b = 4.85$ , los cuales se encontraron de un análisis estadístico de los datos obtenidos en experimentos de probetas de hormigón en compresión uniaxial. En la Figura 4-31 se puede ver la curva característica de este parámetro.

$$d_i^c = \begin{cases} ax^b & \varepsilon^m \leq \varepsilon_{cc,i}, & x = \varepsilon^m / \varepsilon_{cc,i} \\ ab(x - 1) + a & \varepsilon^m > \varepsilon_{cc,i}, & x = 2 - \sigma_i / f_{cc,i} \end{cases} \quad ( 4.43 )$$

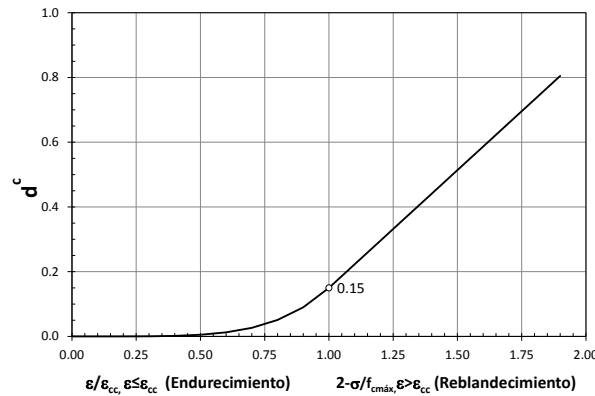


Figura 4-31 Curva característica del parámetro del daño por compresión

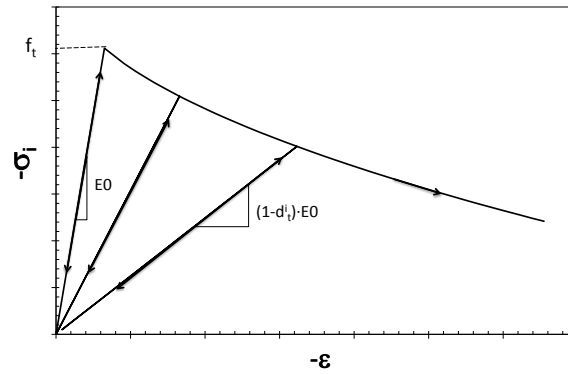
### 4.3.3 Comportamiento a tracción

El comportamiento del hormigón se considera lineal y elástico para un estado de tensión principal menor a la resistencia de tracción del hormigón (ecuación (4.44)). Una vez se supera la resistencia a tracción, el hormigón entra a fase de reblandecimiento. El comportamiento en esta última fase se modela con la curva envolvente propuesta por [CERVENKA 1985], ver expresión (4.45). La constante  $c$  define la deformación donde la tensión principal de tracción se reduce a cero y la constante  $k_2$  define la forma. [CERVENKA 1985] propone los valores de  $k_2 = 0.5$  y  $c$  en un rango entre 0.004 y 0.005 [CEB 1996a]. Por otro lado, [MOHR 2011] recomienda utilizar un valor  $c$  igual a la deformación correspondiente al límite elástico del acero ( $\varepsilon_y$ ) para evitar que la rigidización por tensión retrase la plastificación del acero.

$$\sigma_i = E_0 \varepsilon_i^e \quad ( 4.44 )$$

$$\sigma_i = f_{t,i} \left[ 1 - \left( \frac{\varepsilon_i^e}{c} \right)^{k_2} \right] \geq 0, \forall \varepsilon_i^e > \frac{f_{t,i}}{E_0} \quad ( 4.45 )$$

Adicionalmente, el hormigón en tracción presenta un decremento progresivo de la rigidez por la microfisuración y fractura del material con el incremento de la deformación en reblandecimiento. Los estados tensionales de descarga y recarga se modelan con un comportamiento lineal elástico y un módulo secante al origen; es decir, sin deformación remanente para estado de tensión nulo. El decremento de la rigidez se cuantifica por medio de un parámetro denominado daño a tracción ( $d_i^t$ ), el cual se calcula con la expresión (4.46). Con ello, la tensión en descarga y recarga se calcula con la ecuación (4.47).



**Figura 4-32** Curva característica del modelo del comportamiento del hormigón en tracción

$$d_i^t = 1 - \frac{\sigma_i}{E_0 \varepsilon_i^e} \quad ( 4.46 )$$

$$\sigma_i = (1 - d_i^t) E_0 \varepsilon_i^e \quad ( 4.47 )$$

#### 4.3.4 Efectos tridimensionales

El hormigón por ser un material friccional exhibe aumento de resistencia y aumento de ductilidad en estados triaxiales de compresión. Los cambios volumétricos tienen cabida en este apartado pero se mencionaron previamente en la hipótesis de deformación. De esta manera, el criterio de resistencia triaxial y su respectiva deformación son presentados a continuación.

##### 4.3.4.1 Criterio de resistencia en estado triaxial de tensiones

En el desarrollo original [BAIRAN 2005], la resistencia pico del hormigón en un estado triaxial de tensiones se cuantifica con la superficie de falla de cinco parámetros propuesta por [WILLAM & WARNKE 1975]. La superficie es de forma cuasi-cónica y está formada por tres folios simétricos con respecto al eje hidrostático ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ). La superficie tiene dos meridianas de referencia, la meridiana de compresión ( $\sigma_1 < \sigma_2 = \sigma_3$ ) y la meridiana de tracción ( $\sigma_1 = \sigma_2 < \sigma_3$ ), como se puede ver en la Figura 4-33.

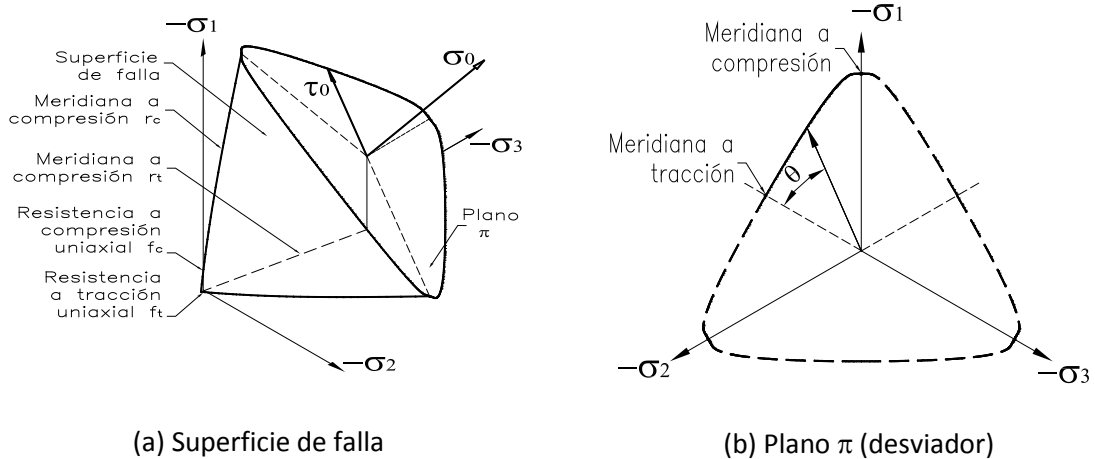


Figura 4-33 Parámetros de la superficie de falla

Las meridianas son funciones parabólicas como se presenta a continuación:

La meridiana a compresión es constante para los ángulos 60°, 180° y 300° y se calcula con:

$$\frac{\tau_{mc}}{f_c} = \frac{r_c}{\sqrt{5}f_c} = b_0 + b_1 \frac{\sigma_m}{f_c} + b_2 \left(\frac{\sigma_m}{f_c}\right)^2 \quad ( 4.48 )$$

La meridiana a tracción es constante para los ángulos 0°, 120° y 240° y se calcula con:

$$\frac{\tau_{mt}}{f_c} = \frac{r_t}{\sqrt{5}f_c} = a_0 + a_1 \frac{\sigma_m}{f_c} + a_2 \left(\frac{\sigma_m}{f_c}\right)^2 \quad ( 4.49 )$$

Donde,

$$\sigma_m = \sigma_{oct} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{I_1}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \xi \quad ( 4.50 )$$

$$\tau_m^2 = \frac{3}{5} \tau_{0ct}^2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{2}{5} J_2 = \frac{1}{5} r^2 \quad ( 4.51 )$$

Y en tensiones principales

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad ( 4.52 )$$

$$\tau_m = \frac{1}{\sqrt{15}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{\frac{1}{2}} \quad ( 4.53 )$$

Donde,  $\sigma_{oct}$  y  $\tau_{oct}$  son tensiones octaédricas,  $I_1$  y  $J_2$  son los invariantes de tensiones y  $r$  y  $\xi$  son la coordenada hidrostática y desviadora (espacio Haigh-Westergaard) respectivamente. Los coeficientes  $a_{0,1,2}$  y  $b_{0,1,2}$  dependen de los cinco parámetros a los que hace mención el nombre de la superficie y son resistencias características del hormigón en estados de carga localizados sobre las meridianas, ver Tabla 4-1. Los coeficientes  $a_{0,1,2}$  y  $b_{0,1,2}$  pueden encontrarse

sustituyendo progresivamente las condiciones dadas por los cinco parámetros en las ecuaciones de las meridianas, tal y como lo presentan los autores [WILLAM & WARNKE 1975]:

Los parámetros  $a_2$ ,  $a_1$  y  $a_0$  de la meridiana a tracción, son:

$$a_2 = \frac{\sqrt{\frac{6}{5}} \bar{\xi}_1 (\bar{f}_t - \bar{f}_{bc}) - \sqrt{\frac{6}{5}} \bar{f}_t \bar{f}_{bc} + \bar{r}_1 (2\bar{f}_{bc} + \bar{f}_t)}{(2\bar{f}_{bc} + \bar{f}_t) \left( \bar{\xi}_1^2 - \frac{2}{3} \bar{f}_{bc} \bar{\xi}_1 + \frac{1}{3} \bar{f}_t \bar{\xi}_1 - \frac{2}{9} \bar{f}_t \bar{f}_{bc} \right)} \quad (4.54)$$

$$a_1 = \frac{1}{3} (2\bar{f}_{bc} - \bar{f}_t) a_2 + \sqrt{\frac{6}{5}} \left( \frac{\bar{f}_t - \bar{f}_{bc}}{2\bar{f}_{bc} + \bar{f}_t} \right) \quad (4.55)$$

$$a_0 = \frac{2}{3} \bar{f}_{bc} a_1 - \frac{4}{9} \bar{f}_{bc}^2 a_2 + \sqrt{\frac{2}{15}} \bar{f}_{bc} \quad (4.56)$$

El vértice,

$$\rho = \frac{-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}}{2a_2} \quad (4.57)$$

Los parámetros  $b_2$ ,  $b_1$  y  $b_0$  de la meridiana a compresión, son:

$$b_2 = \frac{\bar{r}_2 \left( \rho + \frac{1}{3} \right) - \sqrt{\frac{2}{15}} \left( \rho + \bar{\xi}_2 \right)}{\left( \bar{\xi}_2 + \rho \right) \left( \bar{\xi}_2 - \frac{1}{3} \right) \left( \rho + \frac{1}{3} \right)} \quad (4.58)$$

$$b_1 = \left( \bar{\xi}_2 + \frac{1}{3} \right) b_2 + \frac{\sqrt{\frac{6}{5}} - 3\bar{r}_2}{\left( 3\bar{\xi}_2 - 1 \right)} \quad (4.59)$$

$$b_0 = -\rho b_1 - \rho^2 b_2 \quad (4.60)$$

La superficie se genera mediante una interpolación elíptica entre las meridianas sobre el plano desviador y para un par de coordenadas, tensión media ( $\sigma_m$ ) y ángulo de Lode ( $\theta$ ), se calcula con la siguiente expresión:

$$r(\sigma_m, \theta) = \frac{c_1 + c_2 c_3}{c_4} \quad (4.61)$$

$$c_1 = 2r_c \cdot (r_c^2 - r_t^2) \cos \theta \quad (4.62)$$

$$c_2 = r_c \cdot (2r_t - r_c) \quad (4.63)$$

$$c_3 = [4(r_c^2 - r_t^2) \cos^2 \theta + 5r_t^2 - 4r_t r_c]^{\frac{1}{2}} \quad (4.64)$$

$$c_4 = 4(r_c^2 - r_t^2) \cos^2 \theta + (r_c - 2r_t)^2 \quad ( 4.65 )$$

$$\cos(3\theta) = \frac{\sqrt{2}J_3}{\tau_{0ct}^3} \quad ( 4.66 )$$

Y con tensiones principales,

$$\cos(\theta) = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{\frac{1}{2}}} \quad ( 4.67 )$$

**Tabla 4-1 Parámetros de la superficie de falla de [WILLAM & WARNKE 1975]**

Parámetro	$\theta$	Valor
Resistencia en compresión uniaxial	60°	$f_c$
Resistencia en tracción uniaxial	0.0°	$\bar{f}_t = \frac{f_t}{f_c}$
Resistencia en compresión biaxial simétrica	0.0°	$\bar{f}_{bc} = \frac{f_{bc}}{f_c}$
Punto sobre la meridiana de tracción para compresiones altas	0.0°	$(\bar{\xi}_1, \bar{r}_1) = \left(\frac{\sigma_m}{f_c}, \frac{\tau_m}{f_c}\right)$
Punto sobre la meridiana de compresión para compresiones altas	60°	$(\bar{\xi}_2, \bar{r}_2) = \left(\frac{\sigma_m}{f_c}, \frac{\tau_m}{f_c}\right)$

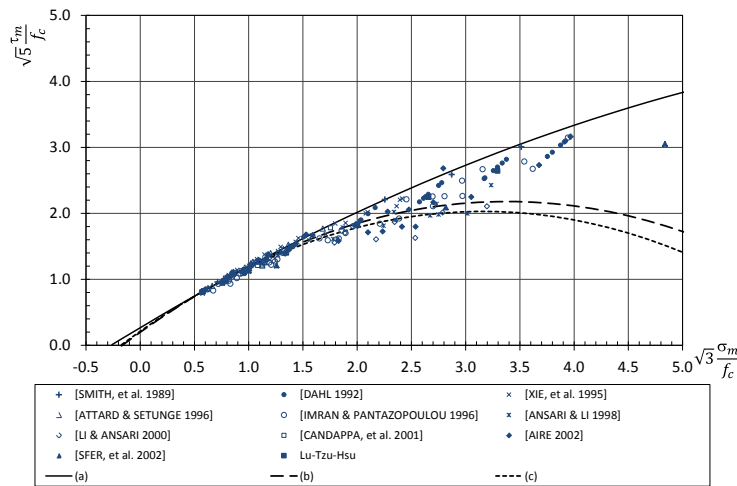
Los investigadores [WILLAM & WARNKE 1975] calibraron la superficie con los datos experimentales obtenidos por [LAUNAY & GACHON 1972]. Posteriormente, [ELWI & MURRAY 1979] proporcionaron dos ajustes de la superficie a los datos publicados por [KUPFER, et al. 1969] y [SCHICKERT & WINKLER 1977], ver Tabla 4-2. Esta última la utilizó [MANDER 1984] para definir el criterio de resistencia en el modelo de hormigón confinado.

**Tabla 4-2 Valores de los cinco parámetros dados en la literatura**

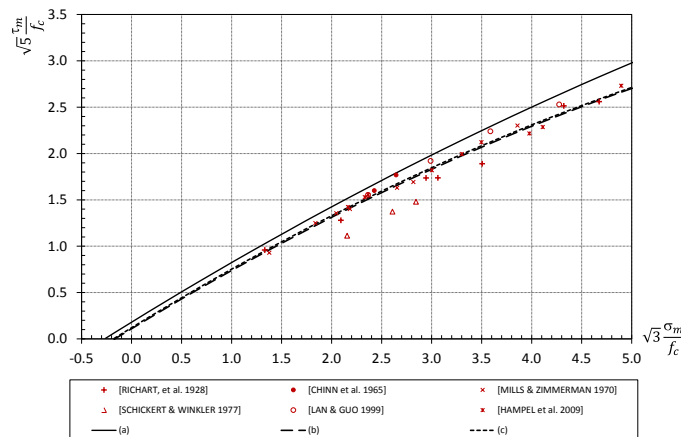
Parámetro	[WILLAM & WARNKE 1975]	[ELWI & MURRAY 1979]	
	[LAUNAY & GACHON 1972] (a)	[KUPFER, et al. 1969] (b)	[SCHICKERT & WINKLER 1977] (c)
$f_c$ [MPa]	36	32.1	30.6
$\bar{f}_t$	0.15	0.091	0.10
$\bar{f}_{bc}$	1.8	1.15	1.21
$(\bar{\xi}_1, \bar{r}_1)$	(3.67,1.59)	(3.67,1.42)	(3.67,1.42)
$(\bar{\xi}_2, \bar{r}_2)$	(3.67,1.94)	(3.67,0.29)	(3.67,0.07)
$(\Sigma e_{rr}^2, R^2)$ para $r_c$	(9.94,0.88)	(14.54,0.83)	(22.11,0.74)
$(\Sigma e_{rr}^2, R^2)$ para $r_t$	(1.88,0.921)	(0.75,0.969)	(0.77,0.967)

#### 4.3.4.1.1 Ajuste de las meridianas de la superficie de [WILLAM & WARNKE 1975]

Las meridianas de compresión obtenidas con los valores de la Tabla 4-2 se compararon con los datos experimentales de probetas cilíndricas de hormigón de normal y alta resistencia [10-120MPa] dados por [SMITH et al. 1989; DAHL 1992; XIE, et al. 1995; ATTARD & SETUNGE 1996; IMRAN & PANTAZOPOULOU 1996; ANSARI & LI 1998; LI & ANSARI 2000; CANDAPPA, et al. 2001; AIRE 2002; SFER, et al. 2002; LU & HSU 2007a], los cuales se recopilaron en una base de datos [GUERRERO 2010], ver Figura 4-34. Asimismo, las meridianas a tracción se comparan con los datos experimentales de probetas de hormigón cilíndricas [RICHART, et al. 1928; CHINN et al. 1965] y cúbicas [MILLS & ZIMMERMAN 1970; SCHICKERT & WINKLER 1977; LAN & GUO 1999; HAMPEL et al. 2009], ver Figura 4-35.



**Figura 4-34 Meridianas de compresión para los valores de la Tabla 4-2 y datos experimentales en espacio Haigh-Westergaard**



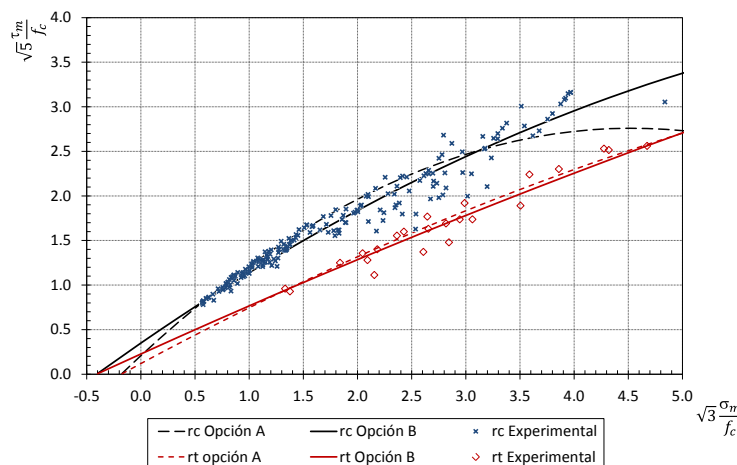
**Figura 4-35 Meridianas de tracción para los valores de la Tabla 4-2 y datos experimentales en espacio Haigh-Westergaard**

Para la meridiana a compresión, las curvas se ajustan a los datos experimentales para valores menores a 1.3 aproximadamente (equivalente a tensiones de confinamiento de  $0.20f_c$  aprox.); sin embargo, la curva (a) sobrestima la resistencia para altas tensiones de confinamiento, mientras que, las curvas (b) y (c) son conservadoras. En la meridiana a tracción, la curva (a) sobrestima la resistencia por un desfase debido, principalmente, al valor de la resistencia biaxial dado. Las curvas (b) y (c) son apropiadas de acuerdo al coeficiente de correlación ( $R^2$ ) de la Tabla 4-2.

Por lo tanto, ninguna de las tres opciones proporciona resultados satisfactorios para los datos experimentales de la meridiana de compresión; por consiguiente, se realiza un ajuste por el método de mínimos cuadrados. Para ello, se opta por dos estrategias: la primera, es suponer un valor constante de resistencia biaxial ( $f_{cb} = 1.15 f_c$ ) y de la resistencia a tracción ( $f_t = 0.10f_c$ ) para conseguir el valor de referencia para tensiones altas; la segunda es dejar constante sólo la resistencia biaxial ( $f_{cb} = 1.15 f_c$ ) y obtener los dos puntos restantes. Los valores de los parámetros se presentan en la Tabla 4-3 y las respectivas meridianas se ven en la Figura 4-36.

**Tabla 4-3 Valores de los parámetros obtenidos por mínimos cuadrados**

Parámetro	Opción A	Opción B
$\bar{f}_t$	0.10	0.20
$\bar{f}_{bc}$	1.15	1.15
$(\bar{\epsilon}_1, \bar{r}_1)$	(3.67,1.47)	(3.67,1.47)
$(\bar{\epsilon}_2, \bar{r}_2)$	(3.67,1.07)	(3.67,0.07)
$(\Sigma e_{rr}^2, R^2)$ para $r_c$	(5.39,0.94)	(3.26,0.96)
$(\Sigma e_{rr}^2, R^2)$ para $r_t$	(0.57,0.98)	(0.58,0.976)



**Figura 4-36 Meridianas resultantes del análisis por mínimos cuadrados**



Ambas opciones dan errores menores a las anteriores; la opción A sobrestima en el rango [1.3, 2.5] y la opción B es conservadora [0.8, 1.7]. Además, la resistencia a tracción de la opción B del análisis numérico alcanza dos veces el valor característico. La dificultad para llegar a resultados adecuados radica en que la curvatura de la función de la meridiana está gobernada por la resistencia a tracción; si bien, en los datos experimentales se observa una curvatura pronunciada en tensiones de confinamiento bajas, la curvatura aparentemente se atenúa para tensiones altas.

#### 4.3.4.1.2 Propuesta de modificación de las meridianas de la superficie de Willam & Warnke

Con base en lo anterior, se propone modificar la curva de la meridiana a compresión por una función a trozos. La primera parte es la misma función parabólica original y la segunda es una función lineal (Figura 4-37), así:

$$\frac{\tau_{mc}}{f_c} = \frac{r_c}{\sqrt{5}f_c} = \begin{cases} b_0 + b_1 \frac{\sigma_m}{f_c} + b_2 \left(\frac{\sigma_m}{f_c}\right)^2, & \frac{\sigma_m}{f_c} \leq \bar{\xi}_2 \\ \bar{r}_2 + m_2 \left(\frac{\sigma_m}{f_c}\right), & \frac{\sigma_m}{f_c} > \bar{\xi}_2 \end{cases} \quad (4.68)$$

Donde,

$$m_2 = b_1 + 2b_2 \left(\frac{\sigma_m}{f_c}\right) \quad (4.69)$$

$$\bar{r}_2 = b_0 + b_1 \bar{\xi}_2 + b_2 (\bar{\xi}_2)^2 \quad (4.70)$$

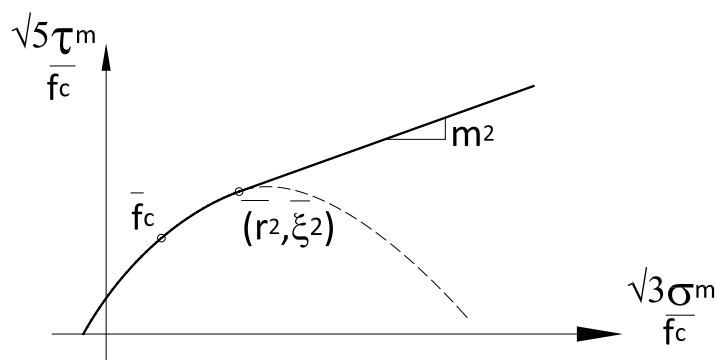
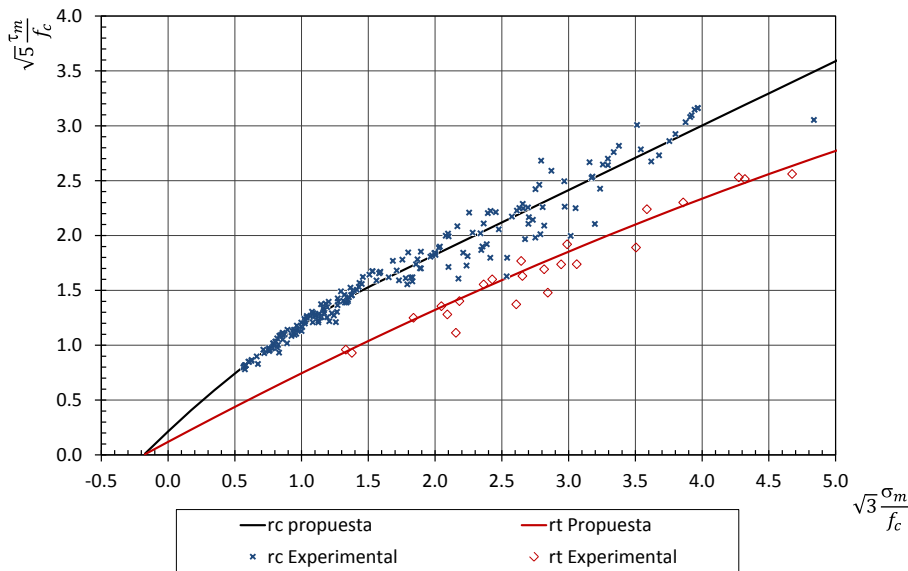


Figura 4-37 Parámetros de la propuesta de Meridiana

Los valores de los parámetros obtenidos por el método de mínimos cuadrados para la propuesta se exponen en la Tabla 4-4 y en la Figura 4-38 se presentan las meridianas correspondientes. Se observa como la meridiana a compresión se ajusta satisfactoriamente para tensiones de confinamiento bajas y está equilibrada para tensiones de confinamiento medias y altas.

**Tabla 4-4 Valores de los parámetros para la propuesta de curvas de meridianas**

Parámetro	Propuesta
$\bar{f}_t$	0.10
$\bar{f}_{bc}$	1.15
$(\bar{\xi}_1, \bar{r}_1)$	(3.67, 1.46)
$(\bar{\xi}_2, \bar{r}_2)$	(0.90, 0.70)
$m_1$	0.266
$m_2$	0.453
$(\Sigma e_{rr}^2, R^2)$ para $r_c$	(2.94, 0.97)
$(\Sigma e_{rr}^2, R^2)$ para $r_t$	(0.58, 0.977)



**Figura 4-38 Propuesta de Meridianas**

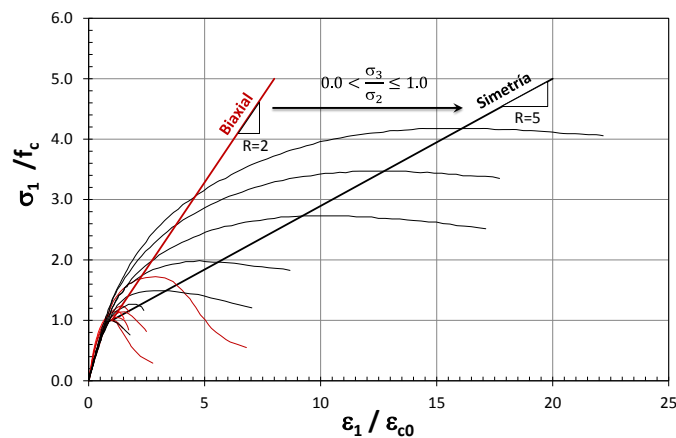
**4.3.4.2 Criterio de deformación para resistencia máxima**

La deformación para resistencia máxima aumenta para un estado triaxial de compresión. En la propuesta original se cuantifica con la relación (4.71) con un  $R = 5$  y corresponde al dado por [MANDER, et al. 1988]; la relación se obtuvo de un ajuste de los resultados experimentales de pilares circulares de hormigón confinado con armadura transversal bajo carga uniaxial. Sin embargo, en su tesis [MANDER 1984] expone que dicho valor puede variar entre 3 para un estado de cargas biaxial [DARWIN & PECKNOLD 1974] y 5 para uno con simetría cilíndrica. En la Figura 4-39 se observan los ensayos de compresión triaxial con simetría cilíndrica [LU & Hsu 2007a] y carga biaxial [KUPFER, et al. 1969; VAN MIER 1984], donde es evidente que un solo valor de  $R$  no es apropiado para ambos casos. Además, se puede ver una relación de dependencia entre  $R$  y las

tensiones de confinamiento para valores intermedios. Por consiguiente, se propone fraccionar el valor de  $R$  en dos partes: un valor constante de (2.00) y un valor de (3.00) que es afectado por la relación entre las tensiones de confinamiento, ver expresión (4.72). Nótese que para un estado de simetría cilíndrica ( $\sigma_2 = \sigma_3$ )  $R$  es igual a 5. Igualmente se propone que el exponente del cociente de tensiones sea un valor de ( $r = 0.5$ ), como un valor de ajuste.

$$\varepsilon_{cc,i} = \varepsilon_0 \left[ 1 + R \left( \frac{f_{cc,i}}{f_c} - 1 \right) \right] \quad (4.71)$$

$$R = 2.0 + 3.00 \left( \frac{\sigma_3}{\sigma_2} \right)^r, \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 > 0 \quad (4.72)$$



**Figura 4-39 Incremento de deformación longitudinal en estados de carga biaxial y con simetría cilíndrica**

#### 4.3.5 Matriz constitutiva

La matriz constitutiva es definida en el sistema de ejes principales para el cual se ha especificado el comportamiento del material en cada una de las tres direcciones. Los coeficientes de la matriz constitutiva dependen del estado de cargas (compresión o tracción). El coeficiente es el módulo secante para un estado de compresión de carga localizado en la curva envolvente, como se presenta en la ecuación (4.73). El coeficiente para un estado de carga de compresión en descarga y recarga es el módulo tangente reducido por el daño en compresión, ver expresión (4.74).

$$E_i = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i^m} \quad (4.73)$$

$$E_i = (1 - d_i^c) E_0 \quad (4.74)$$

Los coeficientes para un estado de cargas de tracción en todos los estados de carga se calculan con la ecuación (4.75).

$$E_i = (1 - d_i^t)E_0 \quad ( 4.75 )$$

Para completar la matriz constitutiva queda sólo por definir los coeficientes correspondientes al módulo de corte. El investigador [BAŽANT 1983] propone la expresión (4.76) para que las tensiones y deformaciones principales coincidan antes y después de cada incremento de carga (Condición de coaxialidad para modelos de fisura rotacional).

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_i - \sigma_j}{\varepsilon_i^m - \varepsilon_j^m} \quad ( 4.76 )$$

Adicionalmente, dicho concepto permite prescindir del tratamiento de la matriz constitutiva como material homogéneo, donde el módulo de Poisson se limita a valores menores de 0.5 para evitar singularidades en la matriz [CHEN 1982]; lo que conllevaría a sesgar la cuantificación de la expansión del hormigón como ocurre en el desarrollo de [BALAN et al. 2001].

#### 4.3.6 Diagrama de flujo para el cálculo de la dilatación

Los coeficientes  $\psi_{ij}$  de dilatación pueden ser calculados para cada una de las direcciones principales del estado de tensiones y deformaciones obtenido de la ecuación constitutiva. Los datos de entrada son las propiedades físico mecánicas del hormigón, tales como la resistencia del hormigón en compresión uniaxial ( $f_c$ ), la deformación para resistencia máxima ( $\varepsilon_c$ ) y el módulo de Poisson ( $\nu$ ). Además, se calcula, para un estado de deformación en ejes de tensiones principales, las deformaciones totales ( $\{\dot{\varepsilon}\}$ ), deformaciones mecánicas ( $\{\dot{\varepsilon}_m\}$ ), deformaciones elásticas ( $\{\dot{\varepsilon}_e\}$ ), deformaciones plásticas ( $\{\dot{\varepsilon}_p\}$ ), tensiones ( $\{\dot{\sigma}\}$ ), resistencias máximas ( $\{\dot{f}_{cc}\}$ ) y deformaciones para resistencias máximas ( $\{\dot{\varepsilon}_{cc}\}$ ). Así mismo, se requiere conocer si el estado tensional es de carga o descarga y una variable de estado para saber si previamente se ha iniciado el proceso de contención de la dilatación ( $\{SC\}$ ).

El modelo de dilatación se plantea como una subrutina para ser incluida en el modelo constitutivo general. Para ello, el proceso se resume en el diagrama de flujo que se presenta en la Figura 4-40. Entre paréntesis, se encuentran las ecuaciones que han sido expuestas en el apartado anterior y que deben utilizarse para evaluar los parámetros y coeficientes. La subrutina termina con el cálculo del incremento de deformaciones debidas a la dilatación.

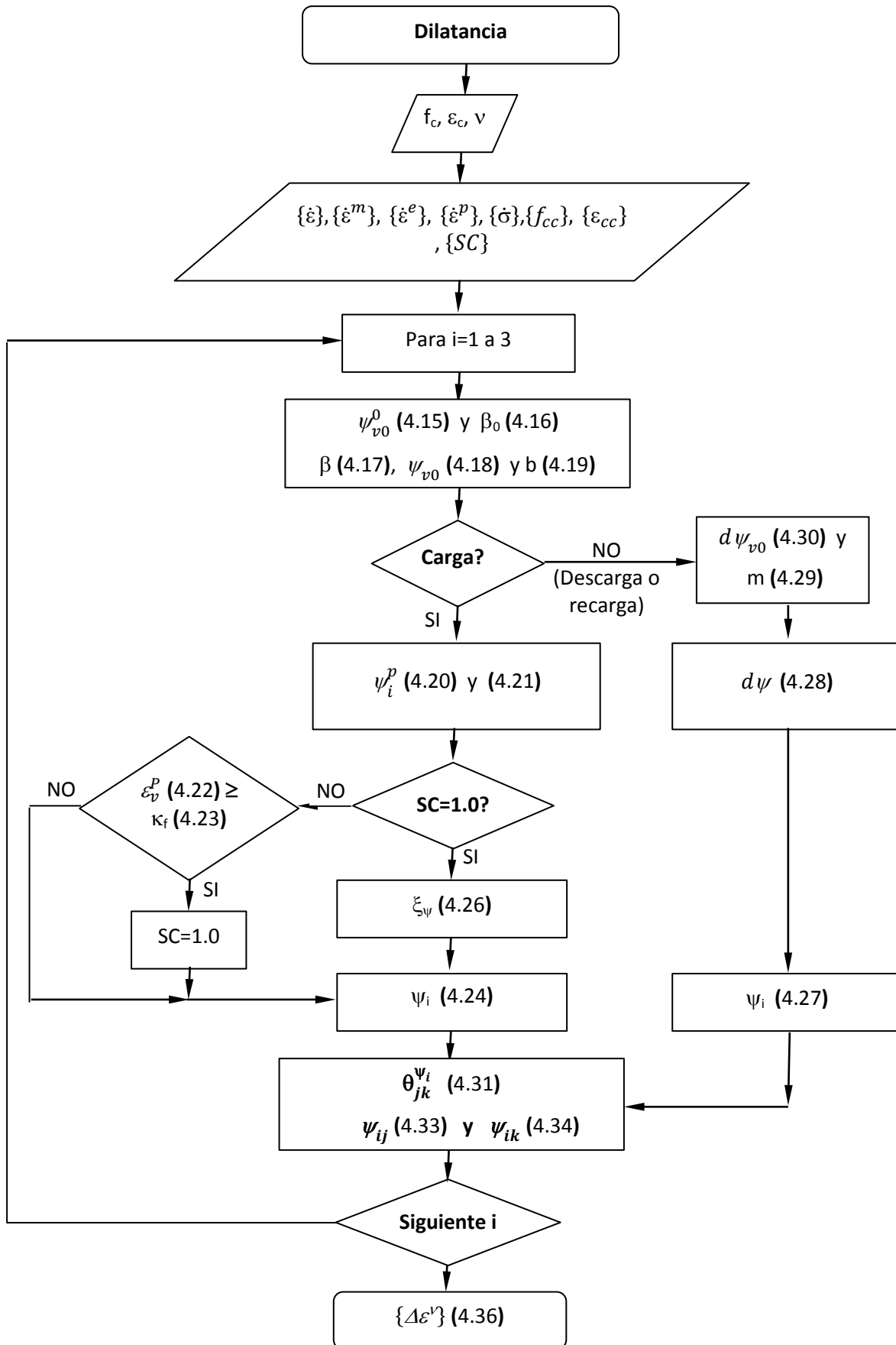


Figura 4-40 Diagrama de flujo del modelo de dilatación

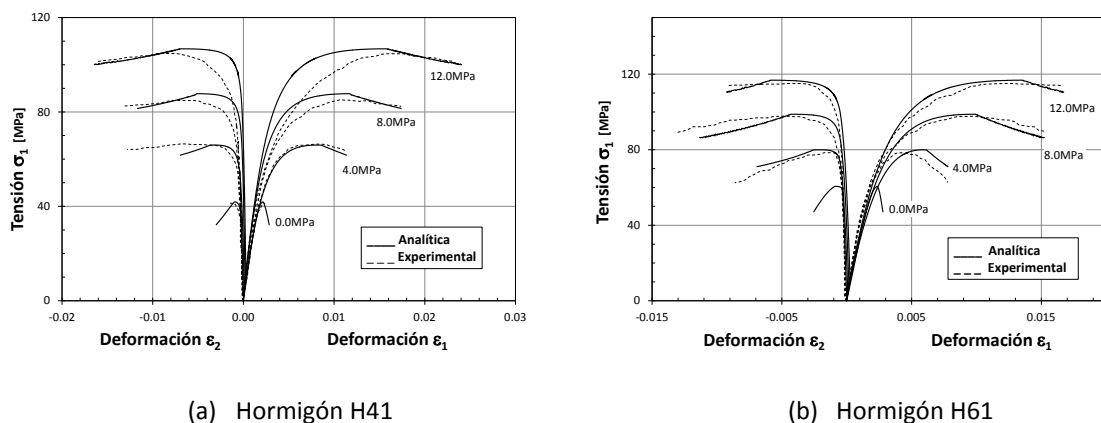
#### 4.4 VERIFICACIÓN DEL MODELO DE DILATANCIA PROPUESTO

En este apartado se verifican los resultados obtenidos del modelo constitutivo con el modelo de dilatancia. Para ello, los resultados de los análisis son contrastados con datos publicados en la literatura científica de ensayos de probetas cilíndricas de hormigón sometidas a cargas de compresión y confinadas con presión hidráulica, tubos de acero y materiales compuestos. La verificación se extiende para un estado de tensiones de confinamiento asimétricas de probetas prismáticas y cúbicas. Por último, los resultados del modelo se comparan con datos experimentales de probetas de hormigón confinadas bajo cargas cíclicas.

##### 4.4.1 Hormigones de mediana y alta resistencia confinados con presión hidráulica constante.

El modelo de dilatancia se verificó para hormigones confinados con presión hidráulica con los datos experimentales dados por [CANDAPPA, et al. 2001]. Los experimentos se realizaron con probetas de hormigón de  $100\text{mm}$  de diámetro y  $200\text{mm}$  de altura. El estudio incluyó hormigones con resistencias en compresión uniaxial de 41, 61, 73 y  $103\text{MPa}$  y presiones de confinamiento de 0.0, 4.0, 8.0 y  $12.0\text{MPa}$ . Las curvas experimentales de tensión - deformación longitudinal y lateral se comparan con las obtenidas con el modelo analítico en las Figura 4-41 y Figura 4-42. Nótese como el modelo analítico reproduce la expansión lateral que es medida en los experimentos.

Adicionalmente, en la Figura 4-43 se presentan las curvas de tensión - deformación volumétrica y deformación volumétrica - deformación longitudinal. El modelo analítico reproduce los cambios volumétricos inelásticos observados en experimentos con probetas confinadas con presión hidráulica.



**Figura 4-41 Hormigón H41 y H61 confinado con presión hidráulica constante. Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral analíticas y experimentales**

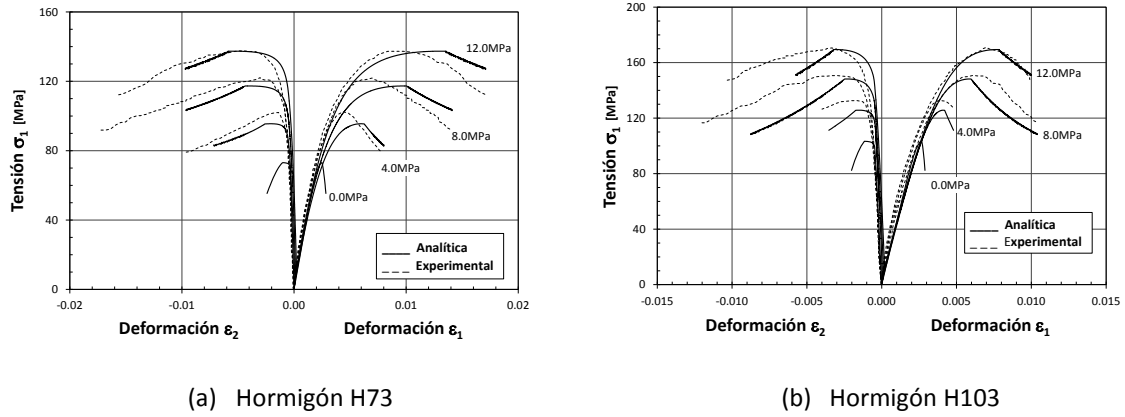


Figura 4-42 Hormigón H73 y H103 confinado con presión hidráulica constante. Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral analíticas y experimentales

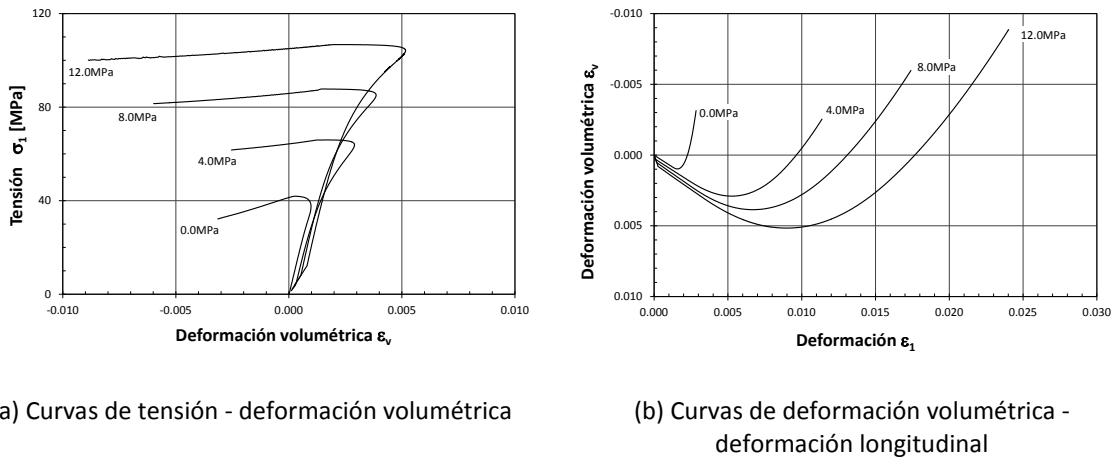
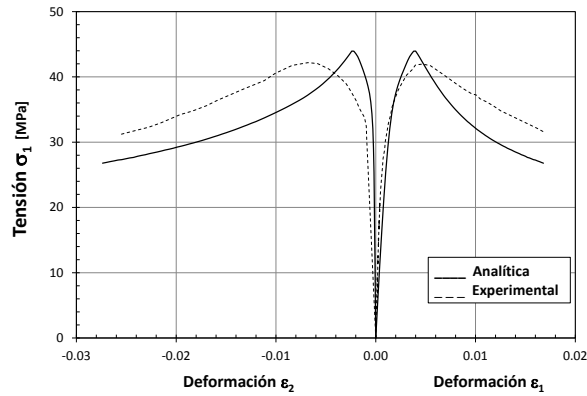


Figura 4-43 Hormigón H41 confinado con presión hidráulica constante. Resultados analíticos del comportamiento de la deformación volumétrica

#### 4.4.2 Hormigones confinados con tubos de acero

La comprobación del modelo analítico para hormigón confinado con tubos de acero se realizó con datos publicados por [AHMAD & SHAH 1981] y [KINOSHITA et al. 1994]. Los investigadores [AHMAD & SHAH 1981] realizaron ensayos con probetas de  $76\text{mm}$  de diámetro y  $223\text{mm}$  de altura. El hormigón presentó una resistencia en compresión uniaxial de  $37.2\text{MPa}$  y el tubo acero de confinamiento de  $0.145\text{mm}$  de espesor tenía una tensión de plastificación y tensión máxima de  $350$  y  $420\text{MPa}$ , respectivamente. Entre el tubo y el hormigón se instalaron dos hojas de polietileno para reducir la fricción entre los materiales. Los resultados del modelo analítico con las características físico-mecánicas de los materiales antes expuesta se presentan en la Figura 4-44. La expansión lateral obtenida en los análisis es equivalente a la medida en el ensayo experimental.



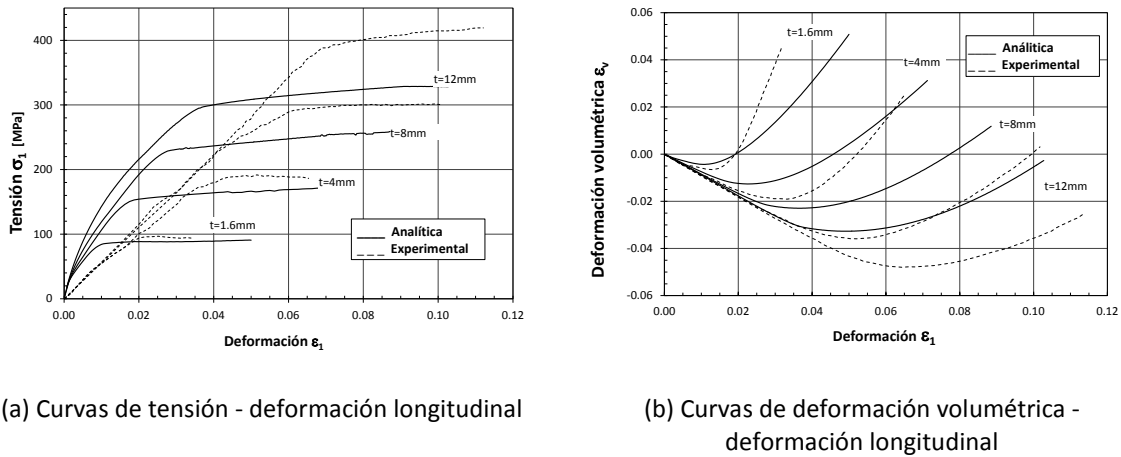
**Figura 4-44 Hormigón confinado con tubos de acero. Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral analíticas y experimentales**

Los investigadores [KINOSHITA, et al. 1994] hicieron ensayos con probetas de  $88.9\text{mm}$  de diámetro y  $177.8\text{mm}$  de altura. El hormigón presentó  $33\text{MPa}$  de resistencia del hormigón en compresión uniaxial. Los tubos de acero tenían espesores de  $1.6$ ,  $4.0$ ,  $8.0$  y  $12.0\text{mm}$ , tensión de plastificación  $315\text{MPa}$  y tensión máxima de  $580\text{MPa}$ .

Los análisis se finalizaron cuando la deformación lateral alcanzó el valor de  $0.05$ , criterio que corresponde al usado en los experimentos. En la Figura 4-45a se observa que la rigidez entre los resultados de los análisis es considerablemente más alta que la de los datos experimentales. El módulo de elasticidad del hormigón puede ajustarse hasta encontrar un valor que se aproxime a los datos experimentales; sin embargo, el valor obtenido experimentalmente es muy bajo respecto a los valores medios de las normas. Esto puede atribuirse a que la deformación longitudinal se obtuvo de la medición entre platos sin hacerse una medición previa para posteriormente hacer una corrección y obtener el módulo en el tercio medio de la probeta [JANSEN & SHAH 1997].

También se observa que la superficie de falla para altas presiones de confinamiento no está debidamente calibrada. No obstante, el interés de este estudio es verificar si el modelo reproduce los cambios volumétricos del hormigón y efectivamente, en la parte (b) de la Figura 4-45 se puede ver como el modelo de dilatancia reproduce adecuadamente los cambios volumétricos de expansión.





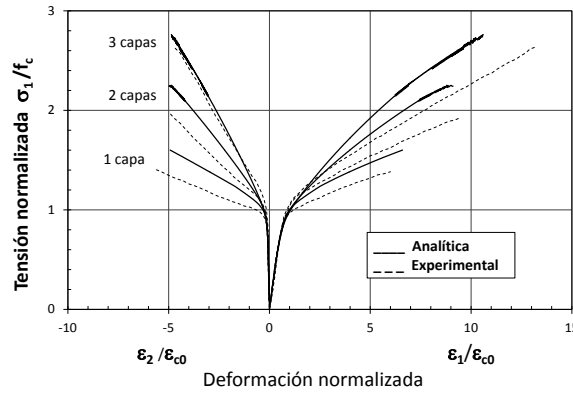
**Figura 4-45 Hormigón confinado con tubos de acero. Curvas analíticas y experimentales**

#### 4.4.3 Hormigones confinados con materiales compuestos

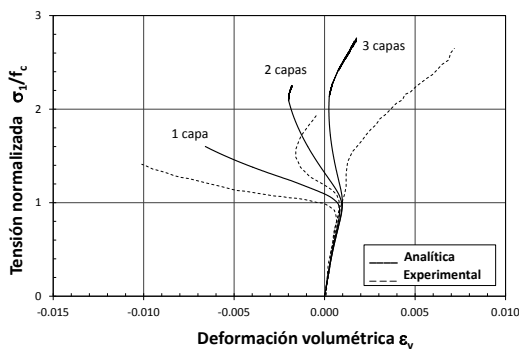
El modelo de dilatación se verificó con los ensayos de [TENG & LAM 2004] con hormigones confinados con polímero reforzados con fibras de carbono (CFRP). Los experimentos se realizaron con probetas cilíndricas de  $152\text{mm}$  de diámetro y  $304\text{mm}$  de altura y envueltas con 1, 2 y 3 capas de CFRP de espesor nominal de  $0.165\text{mm}$ . Para los hormigones confinados con una y dos capas, el hormigón presentó  $35.9\text{MPa}$  de resistencia en compresión uniaxial y deformación para resistencia pico  $0.00203$ . Para el hormigón confinado con tres capas, la resistencia en compresión uniaxial y la deformación pico son de  $34.3\text{MPa}$  y  $0.00188$ , respectivamente. La deformación última de la fibra de carbono es de  $1.52\%$  y el módulo de elasticidad de  $250\text{GPa}$ .

Los análisis se realizaron con dichas propiedades geométricas y físico-mecánicas; sin embargo, hay que notar que el material compuesto se rompe a una deformación menor que la resistencia nominal por efectos de la curvatura de la probeta o por fractura localizada en el hormigón o solapes o por la suma de estas causas [LAM & TENG 2004]. Por consiguiente, La deformación de rotura del CFRP utilizada en los análisis es  $0.01$ . Dicho valor corresponde a las mediciones de los ensayos.

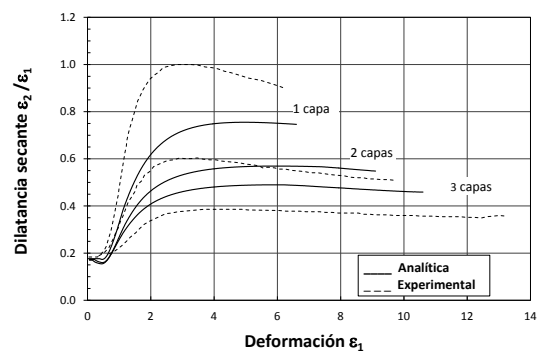
En la Figura 4-46a se presentan las curvas de tensión - deformación lateral obtenidas de los análisis de los resultados. Nótese como el modelo capta la expansión del hormigón bajo cargas de compresión. En la Figura 4-46b, tensión - deformación volumétrica, se observa el proceso de contención de la dilatación característico en hormigones confinados con materiales compuestos. Esta respuesta es un resultado directo del modelo en función de las características del material confinante; es decir, el mismo modelo aplicado a los diferentes tipos de confinamiento. El proceso antes mencionado y la evolución de la dilatación se pueden ver en la Figura 4-46c, dilatación secante - deformación longitudinal.



(a) Curvas tensión - deformación longitudinal y lateral



(b) Curvas de tensión - deformación volumétrica

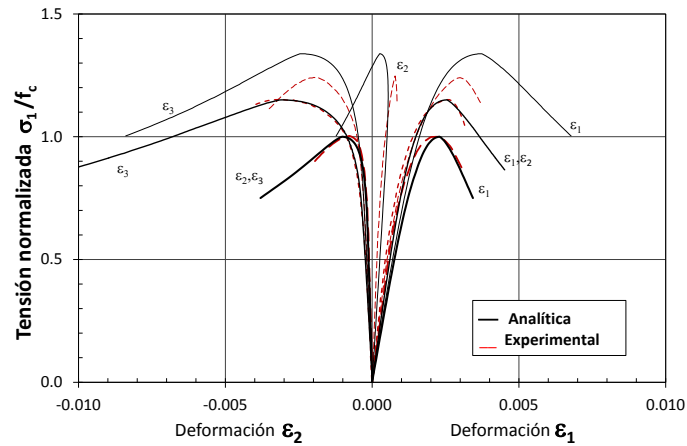


(c) Curvas de dilatancia secante - deformación longitudinal

**Figura 4-46 Hormigón H37 confinado con 1, 2 y3 capas de CFRP de t=0.165mm. Resultados analíticos y experimentales**

#### 4.4.4 Hormigón bajo cargas de compresión biaxiales

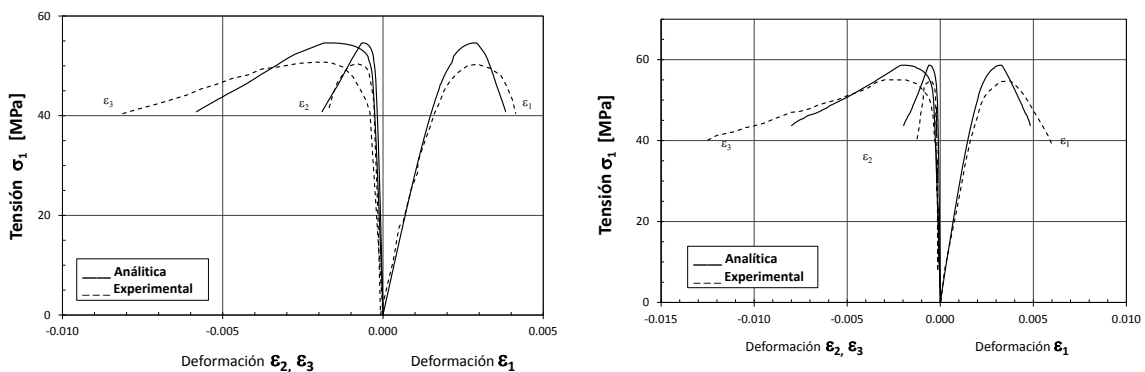
Los resultados del modelo de dilatancia se contrastaron con los ensayos realizados por [KUPFER, et al. 1969] para hormigones bajo cargas de compresión biaxiales. Estos se realizaron con probetas prismáticas de  $200 \times 200 \times 50 \text{ mm}$  y hormigón con resistencia en compresión uniaxial de  $32 \text{ MPa}$ . En la Figura 4-47a se presentan los resultados analíticos y en la Figura 4-47b los resultados reportados del experimento. El modelo de dilatancia reproduce las deformaciones laterales para los diferentes estados de carga en forma adecuada.



**Figura 4-47 Hormigón bajo cargas biaxiales. Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral analíticas y experimentales**

#### 4.4.5 Hormigón bajo tensiones de confinamiento asimétricas

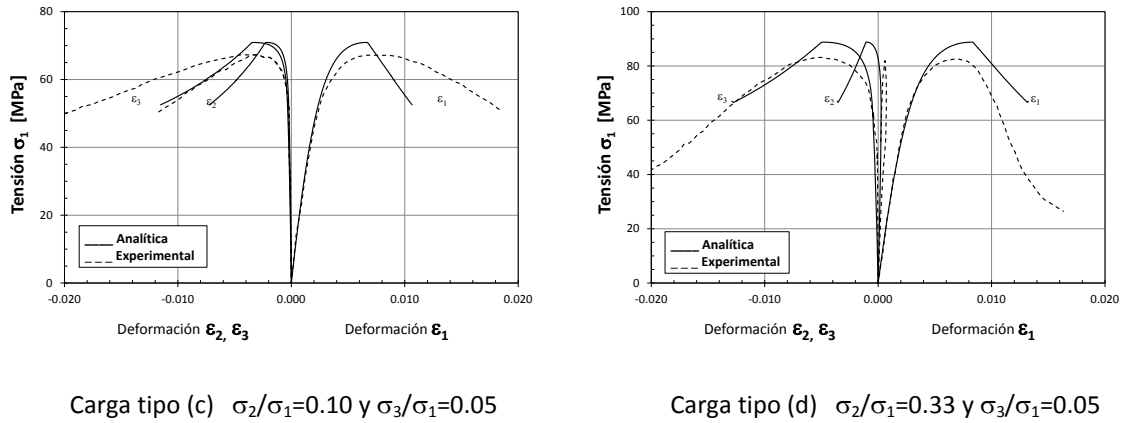
Los resultados experimentales publicados por [VAN MIER 1984] se emplearon para corroborar los resultados del modelo de dilatación en hormigones con tensiones de confinamiento asimétricas. Los ensayos se realizaron con probetas cúbicas de 150mm de lado y hormigón de resistencia en compresión uniaxial de 50MPa. Las probetas se ensayaron en una máquina triaxial que aplicaba la carga por medio de tres actuadores servo-controlados ubicados ortogonalmente a la probeta. De modo que, en una dirección se cargaba hasta la falla, mientras que, en las otras dos se aplicaban tensiones de confinamiento a una razón previamente establecida. Los análisis se realizaron para condiciones de carga equivalente. El modelo reproduce las deformaciones laterales asimétricas de forma equivalente al experimento, ver Figura 4-48 y Figura 4-49.



Carga tipo (a)  $\sigma_2/\sigma_1=0.05$  y  $\sigma_3/\sigma_1=0.00$

Carga tipo (b)  $\sigma_2/\sigma_1=0.10$  y  $\sigma_3/\sigma_1=0.00$

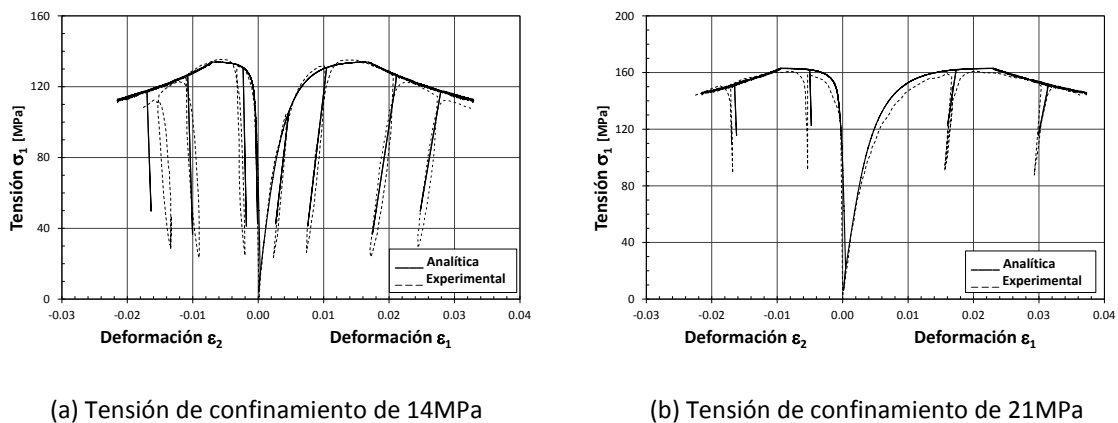
**Figura 4-48 Hormigón con cargas de confinamiento asimétricas cargas tipo (a) y (b). Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral analíticas y experimentales**



**Figura 4-49** Hormigón con cargas de confinamiento asimétricas cargas tipo (c) y (d). Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral analíticas y experimentales

**4.4.6** Hormigón confinado con presión hidráulica bajo cargas cíclicas.

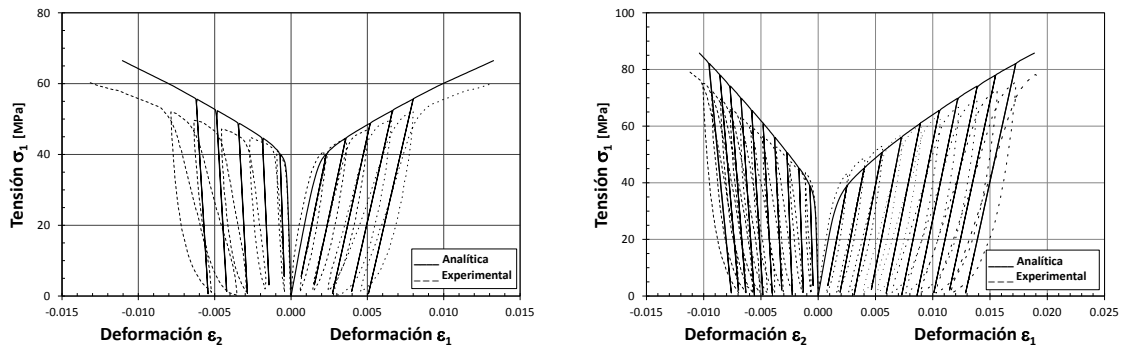
Los resultados del modelo de dilatancia en cargas cíclicas se contrastó con los datos experimentales de [LU & Hsu 2007a]. Los ensayos se realizaron con probetas de hormigón cilíndricas de 100mm de diámetro y 200mm de altura, resistencia en compresión uniaxial de 67MPa y confinadas con presiones hidráulicas de 14 y 21MPa. Los análisis se hicieron con las propiedades mecánicas descritas para el hormigón y la historia de carga correspondió a la deformación longitudinal y la presión de confinamiento de cada ensayo. El modelo reproduce adecuadamente las deformaciones laterales en estado de descarga y recarga. Las diferencias en la deformación lateral para el último ciclo de la Figura 4-50a son principalmente consecuencia del menor decremento de resistencia del modelo analítico. El modelo reproduce de forma consistente las descargas y recargas en hormigones confinados con presión hidráulica.



**Figura 4-50** Hormigón H67 confinado con presión hidráulica constante y carga cíclica. Curvas tensión deformación analítica y experimental

#### 4.4.7 Hormigones confinados con materiales compuestos bajo cargas cíclicas.

Por último, el modelo de dilatación se verificó con probetas confinadas con CFRP bajo cargas cíclicas. Para ello, se usaron los datos de los ensayos realizados por [LAM et al. 2006] con probetas cilíndricas de  $152\text{mm}$  de diámetro y  $304\text{mm}$  de altura y hormigones con resistencias en compresión uniaxial de  $41.1$  y  $38.9\text{MPa}$ . Las probetas se confinaron con una capa de CFRP para el hormigón de  $41.1\text{MPa}$  y dos capas para el hormigón de  $38.9\text{MPa}$ . Cada capa de CFRP tenía  $0.165\text{mm}$  de espesor nominal,  $250\text{GPa}$  de módulo de elasticidad y  $1.52\%$  de deformación última. Los análisis se llevaron a cabo con las propiedades del hormigón y del CFRP y la historia de carga correspondió a la deformación longitudinal de los experimentos. El modelo de dilatación representa las deformaciones residuales laterales en hormigones confinados con materiales compuestos, como se puede ver en la Figura 4-51.



(a) H41 confinado con una capa de CFRP

(b) H39 confinado con dos capas de CFRP

**Figura 4-51 Hormigón confinado con CFRP bajo cargas de compresión cíclica. Curvas de tensión - deformación longitudinal y lateral analíticas y experimentales**

## **4.5 DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES**

En este capítulo se desarrolló un modelo analítico del comportamiento de la dilatación del hormigón en estado triaxial de compresión con base en la observación de ensayos experimentales realizados en esta investigación y con los publicados en la literatura científica.

### **4.5.1 Discusión**

El modelo de dilatación se desarrolló con base en el análisis de datos de experimentales con probetas cilíndricas de hormigón de  $\phi 100 \times 200 \text{ mm}$  y  $\phi 150 \times 300 \text{ mm}$ . Sin embargo, el comportamiento del hormigón es gobernado por efectos de tamaño tanto para cargas en tracción como en compresión. Estos efectos en el hormigón son especialmente evidentes en la respuesta en la rama de reblandecimiento para cargas de compresión. La propuesta del modelo de dilatación no incluye aún los efectos de tamaño.

En el desarrollo del modelo de dilatación se identificaron mecanismos que gobiernan los cambios volumétricos del hormigón bajo cargas triaxiales cíclicas de compresión. Para cuantificar dichos mecanismos se definieron diferentes parámetros. Fue posible deducir todos ellos a partir de datos experimentales, excepto el parámetro de contención de la dilatación que fue propuesto conceptualmente; por lo cual, es necesario un estudio adicional para calibrar apropiadamente dicho parámetro.

La curva tensión - deformación utilizada es la propuesta por [COLLINS & PORASZ 1989], la cual es una modificación de la curva originalmente propuesta por Popovics [POPOVICS 1973]. Esta curva tiene la cualidad de que su forma depende de la resistencia del hormigón. En los resultados de verificación se visualiza que la forma de la curva también puede depender de las tensiones de confinamiento tanto para rama de endurecimiento como para rama de reblandecimiento.

La ecuación constitutiva se formula bajo una aproximación distribuida rotacional y el hormigón es modelado como un material ortótropo con un modelo uniaxial equivalente en cada una de sus direcciones. La principal ventaja de este tipo de modelos es su simplicidad tanto teórica como su implementación numérica. Sin embargo, el modelo tiene limitaciones para una aplicación generalizada en análisis con elementos finitos, las cuales son descritas por [BAŽANT 1983]. La razón principal es que las propiedades de los materiales, la matriz tangente y la degradación de los mismos rotan de acuerdo con la rotación de los ejes principales, la cual depende de la secuencia de cargas. Lo anterior es físicamente cuestionable. Ahora bien, para historias de carga reales en problemas de ingeniería de estructuras de hormigón armado y pretensado la dirección

principal de las tensiones no rota, con lo cual, es factible su uso para el análisis de dichas estructuras [HOFSTETTER & MANG 1995].

#### 4.5.2 Conclusiones

El módulo de dilatación del hormigón en compresión triaxial disminuye con el aumento de las tensiones de confinamiento, debido a que se produce un ángulo mayor del plano de falla respecto al eje principal de carga y a una disminución de la rugosidad de la superficie del mismo plano (ángulo de fricción), producto de una fractura más limpia.

En casos de tensiones de confinamiento proporcionales a la deformación lateral, la dilatación del hormigón bajo compresión puede ser contenida por un mecanismo post-fractura que depende del ángulo de fricción de la superficie del plano de la falla y la evolución de las tensiones de confinamiento; el mecanismo de contención de la dilatación se presenta en el hormigón confinado con materiales compuestos en compresión.

La dilatación del hormigón se ve afectada por la asimetría de las tensiones de confinamiento. En los datos experimentales se observa que la resultante de las deformaciones laterales rota hacia el eje con menor tensión como consecuencia de las deformaciones producidas por las propias tensiones de confinamiento y de la rotación del plano de falla.

En los datos experimentales se observa que la deformación lateral del hormigón en un estado triaxial de compresión con tensiones de confinamiento constantes, presenta un comportamiento análogo al modelo conceptual que se presentó en el capítulo dos. Por ello, se propuso extender el modelo conceptual de la deformación lateral – deformación longitudinal, introduciendo una disminución de la dilatación en función del incremento de la ganancia de resistencia por confinamiento.

Se propuso un modelo analítico para cuantificar la deformación lateral del hormigón en compresión triaxial que incluyó los mecanismos y fenómenos identificados experimentalmente. Este modelo se implementó en una ecuación constitutiva 3D y los resultados se corroboraron con datos experimentales publicados en la literatura científica del hormigón en diferentes estados triaxiales de compresión y hormigón confinado con diferentes materiales tanto para carga monótona como cíclica.

## 5 Experimentos de columnas sometidas a esfuerzos cortantes biaxiales cíclicos

Las acciones debidas al sismo en las estructuras de hormigón armado ocasionan que los elementos estructurales que las conforman estén sometidos a múltiples esfuerzos. Por ejemplo, los soportes de las esquinas de las edificaciones y las pilas de puentes con un trazado horizontal en curva pueden verse sometidos a esfuerzos cíclicos combinados de flexo-compresión, cortante y torsión. Adicionalmente, los esfuerzos cortantes se pueden presentar en cada dirección y sus magnitudes pueden alcanzar valores similares dependiendo de la respuesta dinámica de la propia estructura, de la orientación de la estructura respecto a la dirección del sismo, de la distancia al epicentro y de las réplicas del mismo entre otros factores.

Las consecuencias de las cargas bidireccionales se evidenciaron en los daños excesivos en los soportes del edificio “Imperial County Services” que ocasionó el terremoto de Imperial Valley en 1979 [SHEPHERD & PLUNKETT 1983]. Además, en los pocos ensayos experimentales disponibles sometidos a cargas bidireccionales se evidencian mayores daños y una disminución de la ductilidad y de la resistencia en relación a los ensayos con cargas unidireccionales [CEB 1996b]. A pesar de esto, las recomendaciones y normas de diseño sísmico actuales tienen fundamentos en la experimentación con cargas unidireccionales, por lo que no considera de forma explícita los efectos de sollicitaciones bidireccionales, ello demuestra la necesidad de más estudios con cargas multidireccionales

A fin de cubrir, al menos parcialmente, esta laguna, en esta investigación se diseñó, implementó y desarrolló una campaña experimental con pilares de hormigón armado y pilares reforzados con materiales compuestos sometidos a flexo-compresión con cortantes cíclicos en una y dos direcciones. El número total de modelos experimentales fue de diez. Los parámetros del estudio fueron: dos separaciones de armadura transversal, tres niveles de carga axial y dos tipos de material



de refuerzo con cuatro cuantías diferentes. En este capítulo se describe la campaña experimental y se presentan los datos relevantes para el objetivo general de la tesis.

## 5.1 MODELOS EXPERIMENTALES, DESCRIPCION Y DETALLES

### 5.1.1 Geometría de los modelos experimentales

Los modelos experimentales se concibieron de sección circular de 350mm de diámetro y una altura de 1.50m, sometidos a curvatura simple. Así representan medio soporte de edificación en escala 1:1 (altura libre entre forjados de 3.00m) o a media pila de un paso elevado vehicular, tipo puente integral, en escala 1:2 (pilar de 6.00m). Si se supone que el pilar real sometido a carga lateral tiene el punto de inflexión localizado a media altura, asumiendo restricción al giro tanto en la parte inferior como superior, se ha modelado la parte inferior a curvatura simple. Los modelos experimentales se fabricaron junto con una zapata y un capitel, ver Figura 5-1. La zapata se utilizó como empotramiento de la base del pilar y como elemento de conexión a la losa de reacción; además, junto con el capitel, se daba apoyo a dos barras de pretensado con las que se aplicaba la carga de compresión. Al capitel también se acoplaban los actuadores (gatos) que cargaban lateralmente el pilar. El número de piezas fabricadas fue de diez (10).

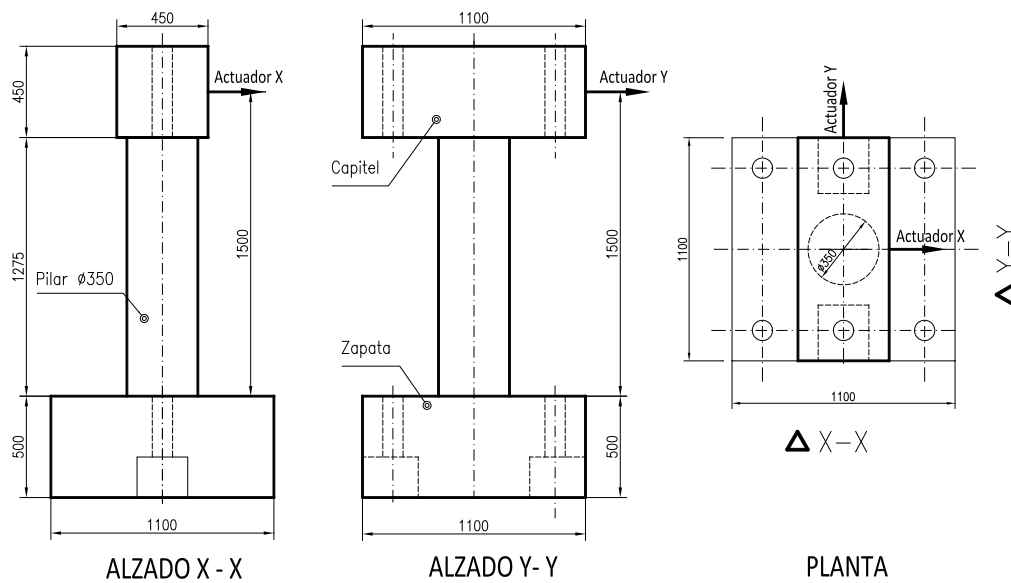
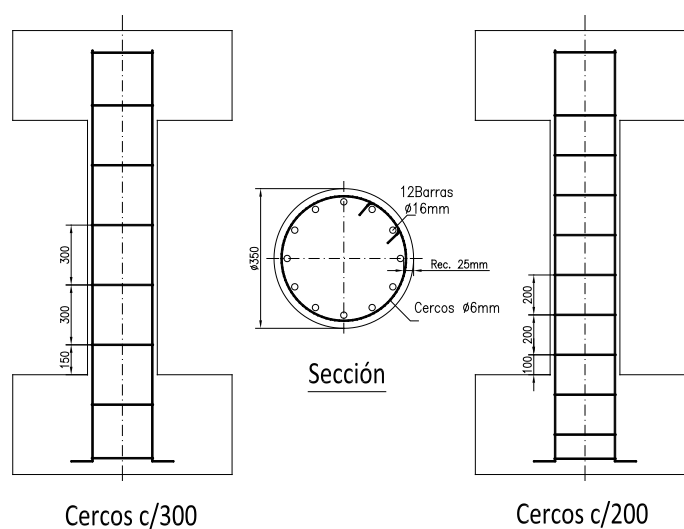


Figura 5-1 Dimensiones generales de los modelos experimentales

### 5.1.2 Disposición de la armadura

La armadura longitudinal consistió en doce barras de  $\phi 16\text{mm}$  y la armadura transversal en cercos de  $\phi 6\text{mm}$ . Los cercos se dispusieron con dos separaciones distintas, ocho pilares con separación de 200mm y dos pilares con separación de 300mm; excepto, el primer cerco instalado inmediatamente

después del borde superior de la zapata que quedó, en ambos casos, con una separación de  $100\text{mm}$  y  $150\text{mm}$  respectivamente de la base del pilar. El hormigón de recubrimiento se especificó con un espesor  $25\text{mm}$  medido desde el paramento al borde exterior de barra longitudinal, ver Figura 5-2.



**Figura 5-2 Disposición de la armadura en el pilar**

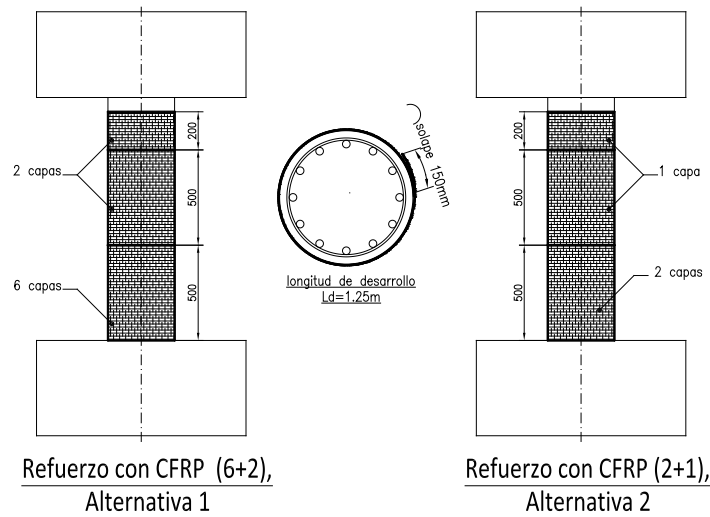
### 5.1.3 Disposición del refuerzo

La separación de la armadura transversal, en ambos casos, incumplía las recomendaciones de la actual Instrucción de Hormigón Estructural [EHE 2008]. Por ende, se esperaba que los pilares tal y como estaban contruidos, tuvieran un nivel de ductilidad bajo y una rotura frágil en los ensayos, lo cual motivaría el refuerzo a cortante del mismo.

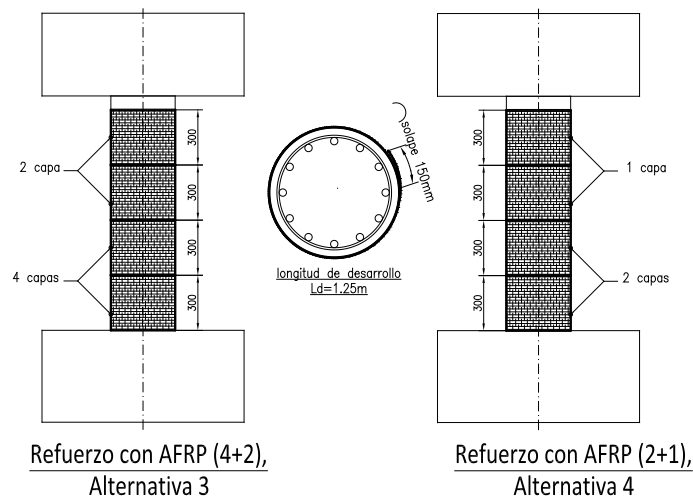
Cuatro de los pilares con separación de cercos cada  $200\text{mm}$  se reforzaron para aumentar su ductilidad y resistencia a cortante. Además, un pilar previamente ensayado, con cercos cada  $300\text{mm}$  y carga unidireccional, se reparó y reforzó para ser ensayado nuevamente. El refuerzo de los pilares se realizó con polímeros reforzados con fibras (FRP, Fiber Reinforced Polymers) y se utilizaron dos opciones de fibra, carbono (CFRP) o aramida (AFRP). Las fibras se instalaron manualmente envolviendo el pilar con hojas tejidas con fibras en una dirección (“wrapping method”).

Se dispusieron cuatro alternativas de refuerzo, dos de fibra de carbono y dos de fibra de aramida. Con fibra de carbono, la alternativa 1 consistió en (CFRP 6+2) seis capas de refuerzo en la zona de rótula plástica y dos capas en el resto del pilar y la alternativa 2 consistió en (CFRP 2+1) dos capas y una capa, respectivamente, ver Figura 5-3. En cuanto a la fibra de aramida, la alternativa 3 (AFRP 4+2) se reforzó la zona plastificación con cuatro capas y a continuación con una capa en el resto del pilar y para la alternativa 4 (AFRP 2+1) se dispuso dos capas en la zona plástica y una capa en la parte faltante, ver Figura 5-4.

Adicionalmente, un pilar con cercos cada 300mm previamente ensayado se reforzó con una disposición de refuerzo (CFRP 2+1). En el apartado 5.4, junto con los resultados, se puede encontrar la Tabla 5-14 que resume las características de los modelos experimentales y sus refuerzos correspondientes.



**Figura 5-3 Disposición del refuerzo con CFRP**



**Figura 5-4 Disposición del refuerzo con AFRP**

#### 5.1.4 Fabricación y materiales

##### 5.1.4.1 Proceso constructivo y especificaciones

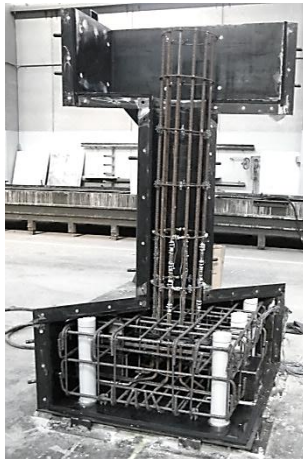
Los pilares se elaboraron en una planta de prefabricados (Prefabricados Pujol) y para su producción se usó un molde metálico, como se puede ver en la Figura 5-5. Cada pilar se construyó de forma independiente y sus tres componentes, zapata, pilar y capitel, se hormigonaron en conjunto. El control de la ejecución fue intenso y las tolerancias de fabricación de los pilares correspondieron a la

especificación de piezas prefabricadas de la [EHE 2008]. El hormigón se especificó como HA-40/F/20/I ( $f_{ck}=40\text{MPa}$ ), sin embargo, la fabricación se realizó dentro de la cadena de producción de la planta y por motivos de logística sugirieron utilizar la dosificación de la Tabla 5-1 correspondiente a un hormigón autocompactante y de mayor resistencia característica ( $f_{ck}=48\text{MPa}$ ).

**Tabla 5-1 Dosificación del hormigón**

Material	Tipo/Dosificación	Observación
Tipo de cemento	52.5N	
Cantidad de cemento	$275\text{kg/m}^3$	
Relación a/c	0.52	
Áridos		
Arena 0/2	$500\text{kg/m}^3$	60% Silicica y 40% caliza
Arena 0/5	$422\text{kg/m}^3$	Superior al 90% caliza
Grava 5/12	$840\text{kg/m}^3$	Superior al 90% caliza
Finos (Filler) <0.125	$245\text{kg/m}^3$	
Superfluidificante	4.4 kg	Chryso Premia 196
Esparcimiento (Torta)	74 cm	según [AENOR 2006]

El acero de la armadura longitudinal y transversal se solicitó con calidad B500SD ( $f_{yk}=500\text{MPa}$ ) y lo suministró la empresa siderúrgica CELSA en rollos. La ferralla se fabricó manualmente mediante el uso de una plantilla de armado en la misma planta de prefabricados. Para la elaboración y montaje se especificó la mitad de las tolerancias recomendadas en la norma para elementos prefabricados.



(a) Molde y armadura



(b) Pilar desencofrado

**Figura 5-5 Fabricación de los modelos experimentales**

El material de refuerzo se realizó con la tecnología MBrace® [BASF 2010], marca comercial de la compañía BASF, que es material compuesto de fibras, carbono (CF130) o aramida (AR 112/3000),

adheridas y homogenizadas por resinas (MBrace® PRIMER y MBrace® FIBRE SATURANT). En la Tabla 5-2 se presentan los datos técnicos del fabricante de la fibra de carbono y aramida.

**Tabla 5-2 Datos técnicos del fabricante de la fibra de refuerzo**

Características	Unidades	MBrace® FIBRE	MBrace® FIBRE
		CF 130	AR 112/3000 440/30 (Kevlar®)
Espesor diseño	mm	0.170	0.303
Peso hoja	g/m <sup>2</sup>	300	440
Ancho hoja	mm	500	300
Densidad fibra	g/cm <sup>3</sup>	1.76	1.44
Módulo elástico	GPa	221	112
Resistencia a tracción	MPa	4510	3000
Elongación última	%	1.9	2.4

La instalación del refuerzo de los cuatro (4) modelos experimentales se realizó de acuerdo a las recomendaciones del fabricante del FRP, que se transcriben a continuación:

1. Se retira la capa superficial de lechada de cemento de aproximadamente 3mm con método mecánico (pulidora más disco abrasivo para hormigón) y se aspira el polvo producido.
2. La superficie se encola con una imprimación epoxi, MBrace® PRIMER, con el fin sellar los poros y oquedades del pilar y garantizar la oclusión de las burbujas y una buena adherencia, ver Figura 5-6a.
3. Pasados 30min y antes de 48 horas se aplica una primera capa de resina epoxi, MBrace® FIBRE SATURANT (ver Figura 5-6b).
4. La hoja tejida de fibra, MBrace® FIBRE; se instala presionándola con un rodillo especial de teflón y ranuras hasta que se embeba la fibra en la resina aplicada (Figura 5-6c).
5. Se aplica una segunda capa de resina epoxi pasados 30min y antes de 60min de la instalación de la fibra (ver Figura 5-6d).
6. Para más de una capa de fibras se repiten los pasos 4 y 5 alternado las zonas de solape.
7. Se deja al menos 48 horas de curado.



a) Imprimación

b) Resina epoxi

c) Instalación de fibra

d) Resina epoxi

**Figura 5-6 Instalación del refuerzo de pilares con CFRP y AFRP**

La reparación del pilar se realizó con un mortero tixotrópico de alta resistencia ( $f_{ck} \geq 60 \text{MPa}$ ) y el sistema de FRP. Para ello, se removió mecánicamente (martillo ligero percutor más cincel) el hormigón deteriorado y desprendido de la matriz del pilar, como se puede ver en la Figura 5-7. Las zonas afectadas se recuperaron con el mortero EMACO® Nanocrete R4 y pasado siete (7) días, se procedió a instalar el FRP siguiendo el procedimiento antes descrito.



**Figura 5-7 Recuperación del hormigón afectado en el pilar reparado**

#### 5.1.4.2 Propiedades mecánicas del Hormigón

Dentro de las actividades del control de la ejecución se elaboraron probetas cilíndricas de 150mm diámetro y 300mm de altura para cada una de las amasadas; se hicieron cinco probetas, tres para control a los 28 días y dos para control el día del ensayo del pilar. Las probetas fueron curadas en cámara húmeda [AENOR 2001a]. Además, para tres pilares (1, 6 y 8) se elaboraron cuatro probetas para control de resistencias a 3 y 7 días y cuatro probetas que se dejaron junto al pilar para control en condiciones de obra. La caracterización de las propiedades mecánicas consistió en ensayos de

resistencia a compresión [AENOR 2003c], módulo de Young a compresión [AENOR 1996], módulo de Poisson y tracción indirecta [AENOR 2003b], ver Tabla 5-3.

**Tabla 5-3 Resultados de ensayos del hormigón**

Pilar Nº	Fabricación Día/Mes/Año	Nº de Probetas	Tipo de Curado <sup>(a)</sup>	Día de ensayo	Nº de días	Resistencia a compresión [MPa]	Módulo de Young [MPa]	Módulo de Poisson	Tracción indirecta [MPa]
1	09/02/2010	2	CH	12-02-10	3	38.0			5.2
		2	CH	16-02-10	7	44.4			
		3	CH	09-03-10	30	51.7			
		2	CH	13-06-10	124	61.6			
		2	JP	13-06-10	124		39037		
		<b>2</b>	<b>JP</b>	<b>13-06-10</b>	<b>124</b>	<b>58.1</b>	<b>36468</b>		
2	11/02/2010	3	CH	11-03-10	30	48.4			
		2	CH	04-08-10	173	65.3	38352		
3	15/02/2010	3	CH	15-03-10	30	43.9			
		2	CH	04-08-10	169	64.3	37664		
4	17/02/2010	3	CH	17-03-10	30	47.8			
		2	CH	04-08-10	167	60.9	39387		
5	19/02/2010	3	CH	19-03-10	30	55.5			
		2	CH	04-08-10	165	64.6	39980		
6	23/02/2010	2	CH	26-02-10	3	38.9			
		2	CH	02-03-10	9	42.3			
		3	CH	23-03-10	30	56.2			
		3	CH	04-08-10	161	70.2	39637		
		2	JP	23-03-10	30	49.9			
		<b>2</b>	<b>JP</b>	<b>04-08-10</b>	<b>161</b>	<b>58.4</b>	<b>38023</b>		
7	25/02/2010	3	CH	25-03-10	30	57.2	37338		
		2	CH	02-02-11	337	70.5	38264	0.25	
8	01/03/2010	2	CH	04-03-10	3	32.1			
		2	CH	08-03-10	7	38.9			
		3	CH	29-03-10	28	47.8	36968		
		2	CH	02-02-11	331	67.3	38257	0.26	
		2	JP	29-03-10	28	47.9			
		<b>2</b>	<b>JP</b>	<b>02-02-11</b>	<b>331</b>	<b>55.5</b>	<b>36485</b>	0.30	
9	03/03/2010	3	CH	31-03-10	27	53.2	37071		
		2	CH	28-12-10	295	71.4	40209		
		2	CH	02-02-11	329	72.2	39830	0.28	
10	10/03/2010	3	CH	07-04-10	27	52.8	36411		
		2	CH	28-12-10	288	63.2	39962	0.30	
Resistencia media a 28 días						51.5 ± 4.1			
<b>Valores adoptados en esta tesis para modelos numéricos</b>						<b>57.3</b>	<b>36992</b>		

(a) CH es curado en cámara húmeda y JP es curado junto al pilar

Para valores de cálculo se tomó el promedio de los ensayos correspondientes a las probetas curadas junto a los pilares 1, 6 y 8 y se obtuvo una resistencia media de  $f_{cm} = 57.3 \text{ MPa}$  y un módulo de Young  $E_c = 36992 \text{ MPa}$ .

#### 5.1.4.3 Propiedades mecánicas de la armadura

Las propiedades mecánicas de las barras de acero se corroboraron con ensayos de tracción [AENOR 2003a] de los dos diámetros, 6mm y 16mm, utilizados en la armadura del pilar. En la Figura 5-8 se pueden ver las curvas características de las barras de acero y en la Tabla 5-4 las propiedades mecánicas promedio de tres muestras para cada barra. Además, se realizó un ensayo bajo carga cíclica para la barra de 16mm, con una longitud entre mordazas de 80mm. Los resultados de este ensayo se pueden ver en la Figura 5-9.

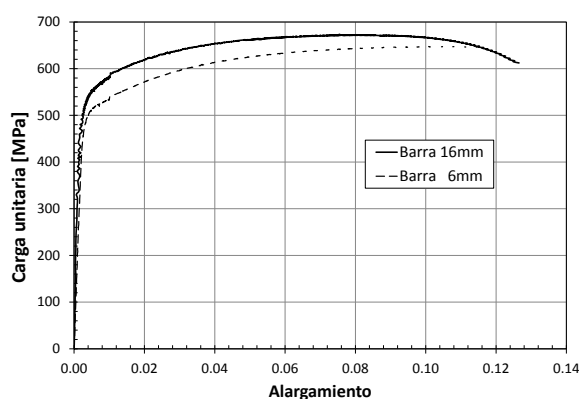


Figura 5-8 Curvas carga unitaria - alargamiento de la armadura

Tabla 5-4 Resultados de ensayos de las barras de acero

Diámetro de Barra	$f_y$ 0,2% [MPa]	$f_{m\acute{a}x}$ [MPa]	Módulo de elasticidad E [GPa]	$\epsilon_{su}$ [%]
16	546	632	193.1	11.6
6	507	621	199.0	13.0

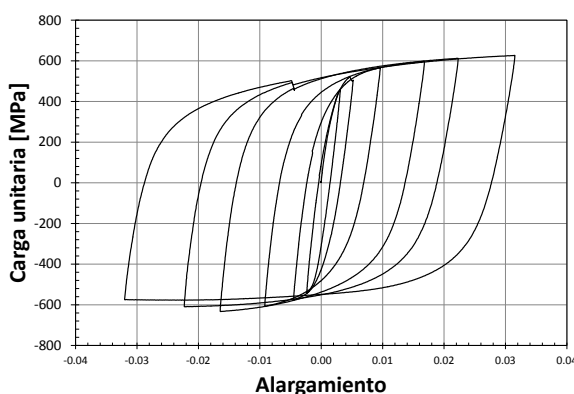


Figura 5-9 Curva carga unitaria - alargamiento de barra  $\phi=16\text{mm}$  y  $L=80\text{mm}$ , bajo carga cíclica



#### 5.1.4.4 Propiedades mecánicas del material compuesto

Las propiedades mecánicas del FRP se estudiaron con ensayos de tracción [ASTM 2008] para los dos tipos de fibra, carbono y aramida. Para ello, se tomaron muestras de las hojas utilizadas en el refuerzo y se fabricaron probetas de una y dos capas que se adhirieron y homogenizaron con resina epoxi. Los ensayos se realizaron en una máquina universal y las deformaciones se midieron con un extensómetro de 100mm. En los ensayos se observó una rotura secuencial del CFRP y una rotura súbita en el AFRP. En la Tabla 5-5 se presentan los resultados en cuanto al módulo de Young, carga unitaria y deformación de rotura. La resistencia del CFRP difiere aproximadamente 10% entre una y dos capas mientras que para la carga la AFRP la diferencia es mínima en ambos casos.

Con respecto a las propiedades dadas por el fabricante para la fibra sola (ver Tabla 5-2), el módulo de elasticidad es mayor 22% para el CFRP y 15% para el AFRP. Además, la resistencia de rotura es menor un 18% para el CFRP y 36% para el AFRP. Las diferencias tanto para el caso del módulo de elasticidad como para la resistencia pueden deberse a la propia mecánica de la interacción de los materiales constituyentes, la aleatoriedad en la distribución de las fibras y la resina, concentraciones de tensiones, la medida de base de la deformación, entre otros factores.

**Tabla 5-5 Resultados de ensayos de FRP**

Tipo de fibra	Capas	No de Probetas	Módulo de Young $E_{frp}$ [GPa] <sup>(a)</sup>	Carga unitaria $f_{frp}$ [MPa] <sup>(a)</sup>	Alargamiento de rotura $\epsilon_{frp}$ <sup>(b)</sup>
Aramida	1	8	<b>130.7</b> (11.8)	<b>1947.9</b> (148.9)	<b>1.50</b> (0.14)
Aramida	2	6	<b>133.9</b> (16.1)	<b>1934.4</b> (156.8)	<b>1.46</b> (0.19)
Carbono	1	7	<b>276.1</b> (12.0)	<b>4046.6</b> (371.0)	<b>1.47</b> (0.17)
Carbono	2	7	<b>271.7</b> (22.5)	<b>3678.1</b> (410.9)	<b>1.36</b> (0.15)
Valores adoptados en esta tesis para modelos numéricos					
Aramida			<b>133.9</b>	<b>1934.4</b>	<b>1.44</b>
Carbono			<b>271.7</b>	<b>3678.1</b>	<b>1.35</b>

Desviación estándar entre paréntesis.

(a) Datos calculados con el espesor nominal de la fibra (0.17mm para carbono y 0.303mm para aramida)

(b) Alargamiento con base en una medida de 100mm

## 5.2 VALORES DE DISEÑO Y CONSIDERACIONES ANALÍTICAS DESDE EL PUNTO DE VISTA DE CÁLCULO ESTRUCTURAL

En este apartado se presentan los valores de diseño, las consideraciones analíticas y las predicciones del comportamiento de los pilares desde el punto de vista de cálculo estructural.

### 5.2.1 Pilares no reforzados

#### 5.2.1.1 Valores de cálculo de los materiales

De acuerdo a la [EHE 2008], la resistencia de cálculo del hormigón ( $f_{cd}$ ) es:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad ( 5.1 )$$

Donde,  $\alpha_{cc}$  es el factor que tiene en cuenta el cansancio del hormigón que según la Instrucción EHE 08 es 1.0;  $\gamma_c$  es el coeficiente parcial de seguridad, 1.5 para carga persistente o transitoria y 1.3 para carga accidental;  $f_{ck}$  es la resistencia del hormigón característica de proyecto.

La resistencia de cálculo para el acero es:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad ( 5.2 )$$

Donde,  $\gamma_s$  es el coeficiente parcial de seguridad, 1.15 para carga persistente o transitoria y 1.0 para carga accidental;  $f_{yk}$  es la resistencia del acero característica de proyecto.

En las Tabla 5-6 y Tabla 5-7 se resumen los valores de resistencia y deformación, respectivamente, para el acero y el hormigón.

**Tabla 5-6 Valores característicos de resistencia de los materiales para cálculo**

Hormigón	$f_{ck}$	$f_{cd}/(\gamma_c = 1.5)$	$f_{cd}/(\gamma_c = 1.3)$	$f_{cm}$	$E_c$
[MPa]	48	32	36.9	57.3	$37 \times 10^3$
Acero	$f_{yk}$	$f_{yd}/(\gamma_s = 1.15)$	$f_{yd}/(\gamma_s = 1.00)$	$f_{ym}$	$E_s$
[MPa]	500	434.8	500	546	$200 \times 10^3$

**Tabla 5-7 Valores de deformación de los materiales para cálculo**

Hormigón	$\epsilon_c$	$\epsilon_{cu,d}$	$\epsilon_{cu,m}$
	0.002	0.0035	0.004
Acero	$\epsilon_y$	$\epsilon_{su,d}$	$\epsilon_{su,m}$
	$f_y/E_s$	0.01	0.10

La armadura transversal aumenta la capacidad resistente y la ductilidad del hormigón; la resistencia y las deformaciones del hormigón confinado se pueden estimar con el modelo de [MANDER, et al. 1988]:

$$f_{cc} = \lambda_c f_{cm} \quad ( 5.3 )$$

$$\lambda_c = 2.254 \sqrt{1 + 7.94 \frac{\sigma_e}{f_{cm}} - \frac{2\sigma_e}{f_{cm}} - 1.254} \quad ( 5.4 )$$

Donde,  $f_{cc}$  es la resistencia máxima del hormigón confinado y  $\sigma_e$  es la tensión efectiva de confinamiento que para pilares confinados con cercos circulares se puede calcular con:

$$\sigma_e = \frac{1}{2} \alpha \cdot \rho_s \cdot f_{ym} \quad ( 5.5 )$$

$$\alpha = \left(1 - \frac{s_t}{d_c}\right)^2 \quad ( 5.6 )$$

$$\rho_s = \frac{4A_{st}}{s_t d_c} \quad ( 5.7 )$$

Donde,  $\alpha$  es el factor de efectividad de confinamiento;  $\rho_s$  es la cuantía geométrica volumétrica de los cercos circulares;  $s_t$  es la separación de entre cercos;  $d_c$  el diámetro medio del cerco y  $A_{st}$  es el área de acero del cerco.

La deformación para tensión máxima ( $\varepsilon_{cc}$ ) y la deformación última ( $\varepsilon_{cu}$ ) del hormigón confinado se estiman con:

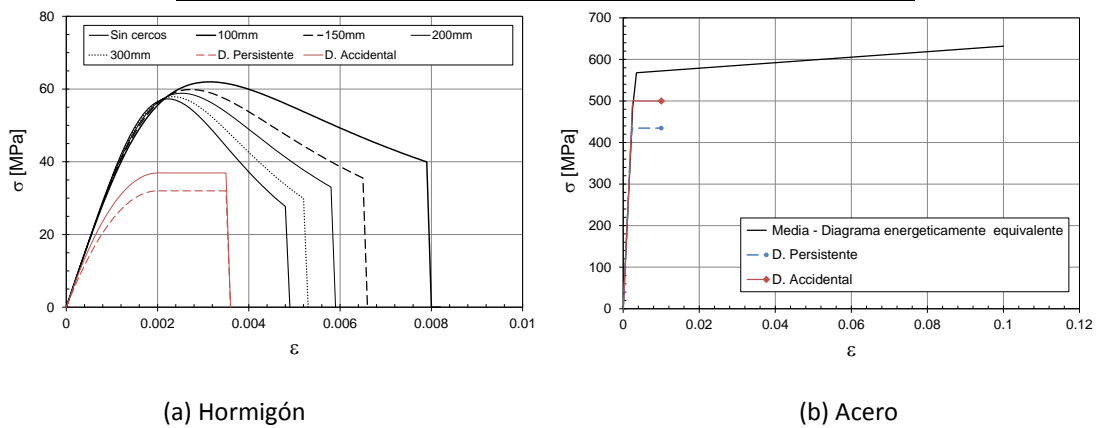
$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_c \left[1 + 5 \left(\frac{f_{cc}}{f_{cm}} - 1\right)\right] \quad ( 5.8 )$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4 \cdot \alpha \cdot \rho_s \cdot f_{ym} \cdot \varepsilon_{su}}{f_{cc}} \quad \forall f_{ccu} \geq 0.5 f_{cc} \quad ( 5.9 )$$

Los valores de resistencia del hormigón teniendo en cuenta la contribución de la armadura transversal al confinamiento se resumen en la Tabla 5-8 y los diagramas de tensión – deformación de cálculo se presentan en la Figura 5-10; se observa que el aumento de ductilidad y resistencia no es significativa dado que la cuantía volumétrica es muy baja, fruto de la separación entre cercos, poco adecuada para condiciones sísmicas. Es de tener en cuenta que las normas actualmente recomiendan separaciones de cercos menores a seis veces el diámetro de la barra longitudinal en la zona de plastificación [EHE 2008], para evitar el pandeo de las armaduras.

**Tabla 5-8 Resistencia y deformación contabilizando el confinamiento por la armadura transversal**

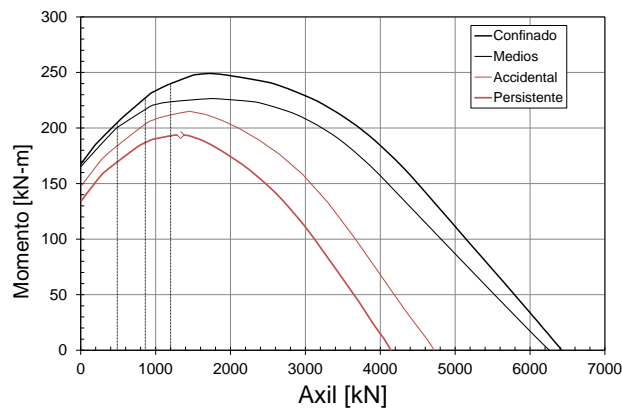
St [mm]	$f_{cc}$	$\epsilon_{cc}$	$f_{cu}$	$\epsilon_{cu}$
Sin cercos	57.3	0.00223	28.7	0.0048
100	62.0	0.0028	39.8	0.0079
150	60.0	0.0025	35.1	0.0066
200	59.0	0.0023	29.7	0.0052
300	57.9	0.0023	29.0	0.0035



**Figura 5-10 Diagramas tensión - deformación de cálculo**

**5.2.1.2 Resistencia a flexo compresión de los pilares**

Los diagramas de interacción del pilar se calcularon con los valores de cálculo de los materiales dados en el apartado anterior. En la Figura 5-11 se puede ver el diagrama con coeficientes parciales de seguridad para acciones persistentes (Persistente) y accidentales (Accidental), con valores de resistencia media de los materiales (Medios) y con la consideración de los efectos del confinamiento en el hormigón para un separación de cercos 100mm (Confinado).



**Figura 5-11 Diagramas de interacción momento – axil para los diferentes valores de cálculo**

En la práctica, un criterio de diseño es optimizar la sección hasta conseguir la máxima resistencia a flexión para acciones persistentes y transitorias; es decir, hacer coincidir la falla crítica para la situación máxima. Para la sección del pilar en estudio, el punto óptimo sería (1350kN, 194kN-m) (Figura 5-11 ) con coeficientes de seguridad para situaciones persistentes. Las acciones con las que se aplica el criterio de diseño incluyen coeficientes parciales de seguridad  $\gamma_G = 1.35$  y 1.50 para acciones persistentes y transitorias respectivamente; sin ellos, la carga axil se encontraría cerca de 1000kN. Dado lo anterior, se estudiaron los siguientes valores de axil:

**Tabla 5-9 Valores de axil de estudio**

St [mm]	Axil [kN]	$v_m = \frac{Axil}{A_c f_{cm}}$	$v_{d,p} = \frac{Axil}{A_c f_{cd,p}}$
200	1100	0.20	0.36
200	550	0.10	0.18
300	945	0.17	0.30

Los diagramas momento - curvatura de las secciones transversales de los pilares se pueden ver en la Figura 5-12 tanto para la sección característica St=200 ó 300mm como para la sección de la base St=100 ó 150mm; se observa el aumento del momento flector resistente con el incremento del axil (porque éste es inferior al axil que provocaría la rotura crítica), mayor ductilidad a menor axil y menor ductilidad a mayor separación de los cercos. En la Tabla 5-10 se resumen los valores característicos de dichos análisis.

En la misma Tabla 5-10 se presenta el valor del esfuerzo cortante  $V_y$  y  $V_{rd,máx}$  correspondientes a los momentos flectores  $M_y$  y  $M_{máx}$  en la sección transversal de estudio a una distancia  $L$ ; es decir, el resultante del calculado como  $V = \frac{M}{L}$ . Observando los valores de  $V_y$  y  $V_{rd,máx}$  y sin tener en cuenta la posible rotura por cortante, la sección transversal crítica por flexo-compresión es la correspondiente a la base, dado que los valores del esfuerzo cortante resultante son menores para los de la sección característica en todos los tres casos.

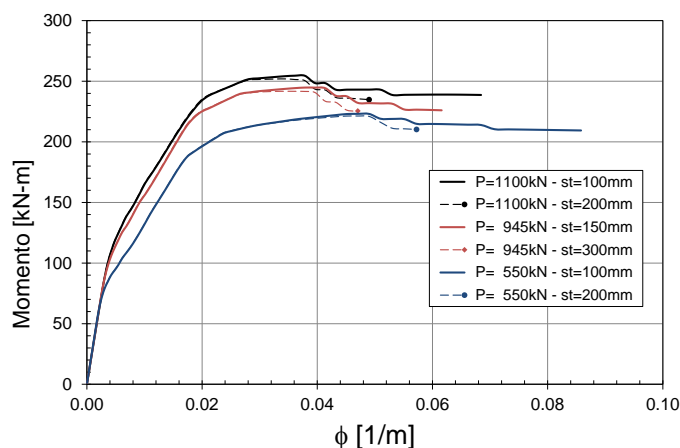


Figura 5-12 Diagramas momento – curvatura para la carga de axil y separaciones de cercos de la

Tabla 5-9

Tabla 5-10 Valores característicos de los diagramas momentos curvatura

Axil	St	L	$M_y$	$M_{m\acute{a}x}$	$\phi_y$	$\phi_u$	$V_y$	$V_{rd,m\acute{a}x}$
[kN]	[mm]	[m]	[kN-m]	[kN-m]	[1/m]	[1/m]	[kN-m]	[kN-m]
1100	100	1.50	216.5	254.6	0.019	0.068	155.7	169.7
	200	1.30	220.6	251.9	0.019	0.049	198.5	193.8
945	150	1.50	213.6	244.8	0.017	0.062	154.4	163.2
	300	1.20	214.6	241.7	0.017	0.047	178.8	201.4
550	100	1.50	172.2	223.1	0.016	0.086	114.8	148.7
	200	1.30	172.7	221.3	0.016	0.057	132.8	170.2

### 5.2.1.3 Resistencia a cortante bajo cargas unidireccionales

Los mecanismos que contribuyen a la resistencia a cortante de elementos de hormigón son complejos y más aún en elementos circulares y bajo cargas sísmicas. Las recomendaciones de diseño al respecto tienen una base filosófica afín pero varían drásticamente de una norma a otra [ATC 1996; AASHTO 2010; EUROCÓDIGO 2 2010; ACI 2011; MODEL CODE 2012] y una de las principales razones se debe a las diferentes simplificaciones a las que se recurre para facilitar su cálculo.

Adicionalmente, en la literatura científica se encuentran propuestas para determinar la resistencia a cortante de pilares de sección circular[GHEE et al. 1989; PRIESTLEY, et al. 1994b; PRIESTLEY & BENZONI 1996; XIAO, et al. 1999; KOWALSKY & PRIESTLEY 2000; TURMO et al. 2009]. Lo anterior da pie a una amplia discusión de los diferentes enfoques; sin embargo, el objetivo de este apartado es dar un valor de referencia para los experimentos. La resistencia a cortante se calcula según la recomendaciones de la Instrucción de Hormigón [EHE 2008], así:

El esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma se calcula como la contribución del hormigón ( $V_{cu}$ ) más la contribución de la armadura transversal ( $V_{su}$ ):

$$V_u = V_{cu} + V_{su} \quad ( 5.10 )$$

- La contribución de cercos circulares a la resistencia cortante se calcula con:

$$V_{su} = 0.85 \cdot z \cot \theta \sum A_{\alpha} f_{y\alpha,d} \quad ( 5.11 )$$

Donde el factor de 0.85 tiene en cuenta la pérdida de eficacia de los cercos circulares, debido a la inclinación transversal de las ramas que la conforman;  $A_{\alpha}$  es área por unidad de longitud de la armadura transversal perpendicular a la directriz de la pieza;  $f_{y\alpha,d}$  es la resistencia de cálculo de la armadura transversal;  $\theta$  es el ángulo entre las bielas de compresión del hormigón y el eje de la pieza y  $z$  es el brazo mecánico. Para este último, la norma da una expresión para un cálculo aproximado pero también se puede determinar con mayor exactitud con un análisis seccional.

- La contribución del hormigón a la resistencia a cortante se calcula como:

$$V_{cu} = \left[ \kappa \frac{0.15}{\gamma_c} \xi (100 \rho_l f_{cv})^{1/3} + 0.15 \alpha_l \sigma'_{cd} \right] \beta b_0 d \quad ( 5.12 )$$

Donde,

$f_{cv}$  es la resistencia efectiva del hormigón a cortante,  $f_{cv} = f_{ck} < 60 \text{MPa}$  para control directo.

$\gamma_c$  es el coeficiente parcial de seguridad.

$\xi$  es un coeficiente de efecto tamaño que se calcula con:

$$\xi = \left( 1 + \sqrt{200/d} \right) \leq 2.0 \quad ( 5.13 )$$

$\rho_l$  es la cuantía geométrica de la armadura longitudinal principal en tracción:

$$\rho_l = \frac{A_s}{b_0 d} \leq 0.02 \quad ( 5.14 )$$

$\kappa$  es un coeficiente que reduce la contribución del hormigón a la resistencia cortante en función del nivel de ductilidad por desplazamiento; toma el valor de 0.8 para estructuras con demanda de ductilidad baja y moderada ( $\mu_{\Delta} = 2$ ) 0.5 para alta ( $\mu_{\Delta} = 3$ ) y 0.2 para muy alta ( $\mu_{\Delta} = 4$ ).

$\sigma'_{cd}$  es la tensión media en el alma de la sección

$$\sigma'_{cd} = \frac{N_d}{A_c} < 0,30 f_{cd} \quad ( 5.15 )$$

$N_d$  es el axil de cálculo.  $A_c$  es el área de la sección.

$d$  es el canto útil de la sección referido a la armadura longitudinal de flexión en tracción; para secciones circulares con armadura longitudinal distribuida uniformemente se puede aproximar como  $0.8D$ ;

$D$  es el diámetro de la sección;

$b_0$  es el ancho de alma, para secciones con ancho variable se adopta el menor ancho que presente la sección: en el alma, a una altura de tres cuartos del canto útil ó a la altura de la resultante de la armadura a tracción; para secciones circulares se puede calcular como:

$$b_0 = 2 \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^2 - \left( \frac{D}{2} - \frac{d}{4} \right)^2 \right]^{1/2} < 2 \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^2 - \left( d - \frac{D}{2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad ( 5.16 )$$

$\beta$  es el coeficiente que relaciona el ángulo de las bielas ( $\theta$ ) con el ángulo de las fisuras ( $\theta_e$ ) adoptando un valor de 1.0 cuando estos coinciden; Para el cálculo se considera  $\theta = \theta_e$  y el ángulo de las bielas se calcula con:

$$\theta_e = 29 + 7000 \varepsilon_x \quad ( 5.17 )$$

Donde,  $\varepsilon_x$  es la deformación en el alma y puede obtenerse considerando la interacción con otros esfuerzos en estado límite último con la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_x = \frac{\frac{M_d}{z} + V_{rd} - 0.5N_d}{2E_s A_s} > 0.0 \quad ( 5.18 )$$

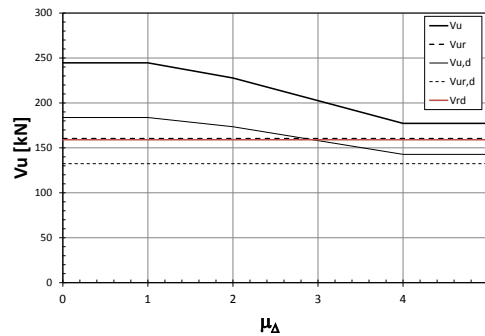
Los valores resultantes para axiles y separaciones de cercos en estudio se presentan en la Tabla 3-1; los cuales resultan de considerar las resistencias medias del hormigón ( $f_{cv} = f_{cm}$ ), sin coeficientes parciales de seguridad ( $\gamma_c, \gamma_s = 1.0$ ) y sin la reducción por ductilidad ( $\kappa = 1.0$ ). Además, la contribución del hormigón se desglosa en la contribución del hormigón propiamente dicha  $V_{cu}^c$  y la contribución por la tensión de compresión  $V_{cu}^p$ . La resistencia a cortante  $V_u$  bajo las anteriores consideraciones, es mayor al cortante ( $V_{rd,máx}$ ) que se requiere para desarrollar el momento máximo, es decir, se produciría un fallo por flexo-compresión.

**Tabla 5-11 Resistencia a cortante para valores medios ( $f_{cv} = f_{cm}$ ) y coeficientes parciales de seguridad iguales a la unidad ( $\gamma_c, \gamma_s = 1.0$ )**

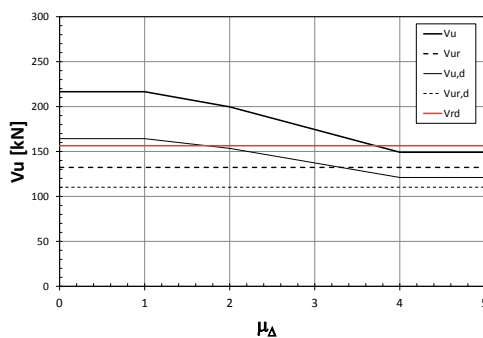
Axil [kN]	St [mm]	$V_{rd,máx}$ [kN]	Md [kN-m]	$z$ [mm]	$\theta_e$ [°]	$V_{cu}^c$ ( $\kappa = 1.0$ ) [kN]	$V_{cu}^p$ [kN]	$V_{su}$ [kN]	$V_u$ [kN]
1100	200	169.7	254.6	195.3	42.1	84.2	134.5	26.0	244.6
945	300	162.9	244.8	197.2	43.2	84.2	115.5	16.8	216.6
550	200	148.7	223.1	204.2	44.2	84.2	67.2	25.2	176.7



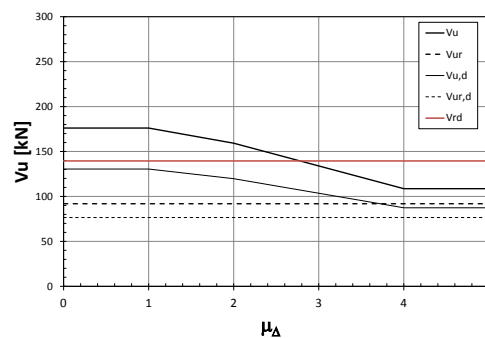
En la Figura 5-13 se presenta la resistencia a cortante disminuida por la ductilidad y la resistencia a cortante de diseño  $V_{u,d}$  considerando los coeficientes de seguridad  $\gamma_c = 1.3$ ; valores de diseño para los materiales  $f_{cv} = f_{cd}$  y reducida con el factor de sobrerresistencia  $\gamma_{sr} = 1.2$ ; además, se da la resistencia a cortante residual; es decir, con una contribución nula de la resistencia cortante del hormigón ( $\kappa = 0.0$ ).



(a) Axil=1100kN y cercos a 200mm



(b) Axil=945kN y cercos a 300mm



(c) Axil=550kN y cercos a 200mm

### Figura 5-13 Resistencia a cortante disminuida por la ductilidad con y sin coeficientes de seguridad

En la Figura 5-13a (axil de 1100kN), se ve que la resistencia de cálculo  $V_u$  es mayor a  $V_{rd,m\acute{a}x}$  y  $V_{u,d}$  es mayor a  $V_{rd,m\acute{a}x}$  para ductilidades menores a 3.0. En la Figura 5-13b, axil de 945kN, se observa que la resistencia  $V_u$  es mayor a  $V_{rd,m\acute{a}x}$  para ductilidades menores a 3.6 y  $V_{u,d}$  es mayor a  $V_{rd,m\acute{a}x}$  para ductilidades menores a 1.7. En la Figura 5-13c, axil de 550kN, se ve que la resistencia  $V_u$  es mayor a  $V_{rd,m\acute{a}x}$  para ductilidades menores a 2.8 y  $V_{u,d}$  es menor a  $V_{rd,m\acute{a}x}$ . De acuerdo a estos cálculos, sería más probable una rotura por cortante en el pilar con menor carga axil y es de notar que esto se debe principalmente a la menor contribución del hormigón a la resistencia cortante producto de la tensión de compresión, según la formulación de la Instrucción EHE.

#### 5.2.1.4 Resistencia a cortante bajo cargas bidireccionales

Actualmente las normas de diseño sísmico de estructuras de hormigón no exponen ninguna recomendación de forma explícita para evaluar la resistencia a cortante de pilas de puentes o columnas de edificios bajo cargas bidireccionales. Sin embargo, en la literatura científica se encontró que [WONG, et al. 1993] propuso, con base en observaciones experimentales, una reducción de la contribución del hormigón a la resistencia a cortante de pilas para esfuerzos cortantes unidireccionales y bidireccionales en función de la demanda de ductilidad. El coautor (Priestley) conserva la idea y la simplifica en formulaciones posteriores [PRIESTLEY et al. 1994a; PRIESTLEY, et al. 1994b; PRIESTLEY 1996; KOWALSKY & PRIESTLEY 2000]. La reducción de la contribución del hormigón en función a la demanda de ductilidad fue adoptada por la Instrucción [EHE 2008] y los factores acogidos fueron los menores; es decir, los propuestos para cargas bidireccionales. La resistencia a cortante que se determinó en el apartado anterior podría ser conservadora para cargas unidireccionales y tendría en cuenta la reducción de resistencia para cargas bidireccionales.

#### 5.2.1.5 Desplazamientos

El desplazamiento en el punto de aplicación de la carga se puede calcular como el sumatorio de los desplazamientos por flexión ( $\Delta_f$ ), por cortante ( $\Delta_s$ ) y la rotación de la base del pilar ( $\Delta_\theta$ ) debida a las deformaciones de las barras longitudinales de acero dentro de la zapata.

$$\Delta_T = \Delta_f + \Delta_s + \Delta_\theta \quad ( 5.19 )$$

El desplazamiento debido a la flexión y rotación de la base se puede calcular con un modelo simplificado de rótula concentrada, tal como el propuesto por [PRIESTLEY & PARK 1987]. Este procedimiento ha sido adoptado por las recomendaciones dadas [CALTRANS 2010] y [EUROCODE 8 2012] para análisis no lineales de columnas de puentes. El desplazamiento se calcula como la suma de la componente elástica ( $\Delta_y$ ) más la componente plástica ( $\Delta_p$ ), así:

$$\Delta_f + \Delta_\theta = \Delta_y + \Delta_p \quad ( 5.20 )$$

Las dos componentes, elástica y plástica, se pueden calcular con la porción de la curvatura correspondiente:

$$\Delta_y = \phi_y \frac{L^2}{3} \quad ( 5.21 )$$

$$\Delta_p = \phi_p L_p \left( L - \frac{L_p}{2} \right) \quad ( 5.22 )$$

Donde,  $\phi_y$  es la curvatura que corresponde a la plastificación de la primera barra longitudinal a tracción;  $\phi_p$  es la porción plástica de la curvatura ( $\phi_p = \phi - \phi_y$ );  $L$  es la altura del pilar y  $L_p$  es la longitud de la rótula plástica equivalente y se puede aproximar con:

$$L_p = 0.08L + 0.022f_{ym}d_b \leq 0.044f_{ym}d_b \quad ( 5.23 )$$

Donde,  $f_{ym}$  y  $d_b$  son el límite elástico del acero y el diámetro de las barras longitudinales respectivamente. El [EUROCODE 8 2012] cambia los coeficientes de 0.08 y 0.022 por 0.10 y 0.015, respectivamente.

Las deformaciones debidas a esfuerzos cortantes en este tipo de modelos se prescinden obteniéndose valores de desplazamiento lateral conservadores; los investigadores [PRIESTLEY & PARK 1987] expusieron que dichas deformaciones se contabilizan al aproximar las curvaturas de la rótula plástica a un diagrama rectangular. Los investigadores [HINES et al. 2002b] inicialmente aproximaron dichas deformaciones a un 20% de las deformaciones debidas a la flexión; sin embargo, de forma experimental, comprobaron que podían alcanzar hasta un 30%. De acuerdo a esto, las deformaciones por cortante se contabilizaron como un 20% de las deformaciones por flexión, por ser un valor más conservador.

En la Figura 5-14 se pueden ver las curvas teóricas de cortante-desplazamiento calculadas con los diagramas de curvatura presentados en la Figura 5-12 y el procedimiento antes descrito; los niveles de ductilidad de desplazamiento según el modelo teórico son de 2.6, 2.5 y 3.6 para los pilares con carga axil de 1100, 945 y 550kN, respectivamente.

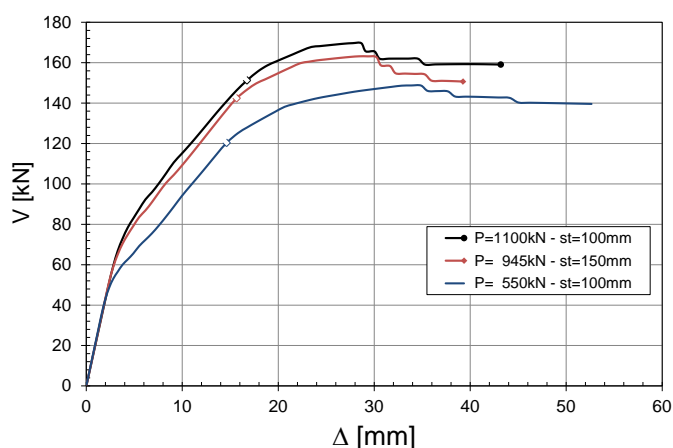


Figura 5-14 Curvas cortante – desplazamiento teóricas para los pilares no reforzados

### 5.2.2 Diseño del refuerzo de los pilares

Como se vio en el apartado anterior, se esperaba un nivel de ductilidad bajo o medio (según el axil y la separación de cercos) en los pilares tal y como estaban contruidos. Esto era previsible, dado que el diseño de los detalles del armado no cumplen con las recomendaciones de las normas actuales para elementos de hormigón de alta ductilidad: separación de cercos menores a 6 veces el diámetro de la barra longitudinal en la zona de plastificación, cuantía volumétrica mínima de armadura transversal y diseño por capacidad, entre otros. En este apartado se dimensiona el refuerzo con FRP

de fibras de carbono y aramida en los pilares con carga de 1100kN para conseguir un nivel de ductilidad alto ( $\mu_{\Delta} > 4$ ).

### 5.2.2.1 Dimensionamiento del refuerzo a flexo-compresión

De acuerdo a los análisis anteriores, la rotura de los pilares no reforzados está condicionada por el agotamiento por deformación del hormigón a compresión y por la insuficiente armadura para esfuerzos cortantes; con lo cual, la estrategia a seguir es confinar el hormigón para aumentar su capacidad de deformación y posteriormente hacer un diseño a cortante apropiado bajo el principio de diseño por capacidad. En la literatura científica se encuentran diferentes propuestas de modelos orientados al diseño de hormigón confinado con materiales compuestos [NANNI & BRADFORD 1995; PRIESTLEY 1996; SAMAAAN et al. 1998; SPOELSTRA & MONTI 1999; FAM & RIZKALLA 2001; HARRIES & KHAREL 2003; LAM & TENG 2003; LEE & HEGEMIER 2009]. El modelo de diseño de Lam & Teng es una formulación empírica con base en una amplia campaña experimental de probetas de hormigón confinadas con FRP en compresión uniaxial. La propuesta la adoptó el [ACI 2008] y el [CONCRETE-SOCIETY 2004] para el diseño de refuerzo con FRP de elementos de hormigón armado en compresión, flexo-compresión y mejora de ductilidad. Posteriormente, los mismos autores presentaron un refinamiento del modelo [TENG, et al. 2009] para incluir el comportamiento con bajas cuantías de FRP. De acuerdo al modelo de diseño, la deformación última ( $\varepsilon_{cu}$ ) y la resistencia última del hormigón confinado ( $f_{cc}$ ) con FRP se puede determinar con las siguientes expresiones:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_c} = 1.75 + 6.5\rho_K^{0.8}\rho_\varepsilon^{1.45} \quad ( 5.24 )$$

$$\frac{f_{cc}}{f_c} = \begin{cases} 1.0 & \rho_K < 0.01 \\ 1 + 3.5(\rho_K - 0.01)\rho_\varepsilon & \rho_K \geq 0.01 \end{cases} \quad ( 5.25 )$$

Donde,

$$\rho_K = \frac{2 \cdot E_f \cdot t}{(f_c/\varepsilon_c)D} \quad ( 5.26 )$$

$$\rho_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{fe}}{\varepsilon_c} \quad ( 5.27 )$$

$\varepsilon_{cu}$  es la deformación última del hormigón confinado;  $\varepsilon_c$  es la deformación para resistencia pico del hormigón en compresión uniaxial;  $E_f$  es el módulo de elasticidad del FRP;  $t$  es el espesor del FRP;  $f_c$  es la resistencia en compresión uniaxial;  $D$  es el diámetro del pilar y  $\varepsilon_{fe}$  es la deformación de diseño del FRP ( $\varepsilon_{fe} = 0.55\varepsilon_{fu}$ ). El diagrama tensión-deformación del hormigón confinado con FRP, ver Figura 5-15, se puede determinar con:

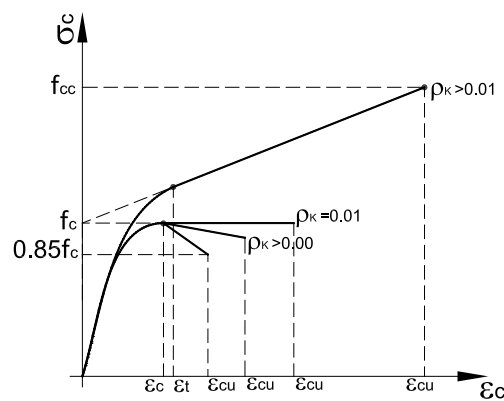
$$\sigma_c = \begin{cases} E_c \varepsilon - \frac{(E_c - E_2)^2}{4f_c} & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cf} \\ \left. \begin{cases} f_c + E_2 \varepsilon & \forall \rho_K \geq 0.01 \\ f_c - \frac{f_c - f_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_c} (\varepsilon - \varepsilon_c) & \forall \rho_K < 0.01 \end{cases} \right\} \varepsilon_{cf} < \varepsilon \leq \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad ( 5.28 )$$

Donde,

$$\varepsilon_{cf} = \frac{2 \cdot f_c}{E_c - E_2} \quad ( 5.29 )$$

$$E_2 = \frac{f_{cc} - f_c}{\varepsilon_{cu}} \quad ( 5.30 )$$

$$f_{cu} = \begin{cases} 1 + 3.5(\rho_K - 0.01)\rho_\varepsilon \geq 0.85f_c & \forall \rho_K > 0.01 \\ 0.85f_c & \forall \rho_K = 0.0 \end{cases} \quad ( 5.31 )$$



**Figura 5-15 Diagrama tensión-deformación de diseño para el hormigón confinado con FRP [TENG, et al. 2009]**

El modelo anterior se escogió para calcular el refuerzo de los pilares. La deformación del hormigón que satisface la demanda de ductilidad se determinó mediante el diagrama de flujo de la Figura 5-16.

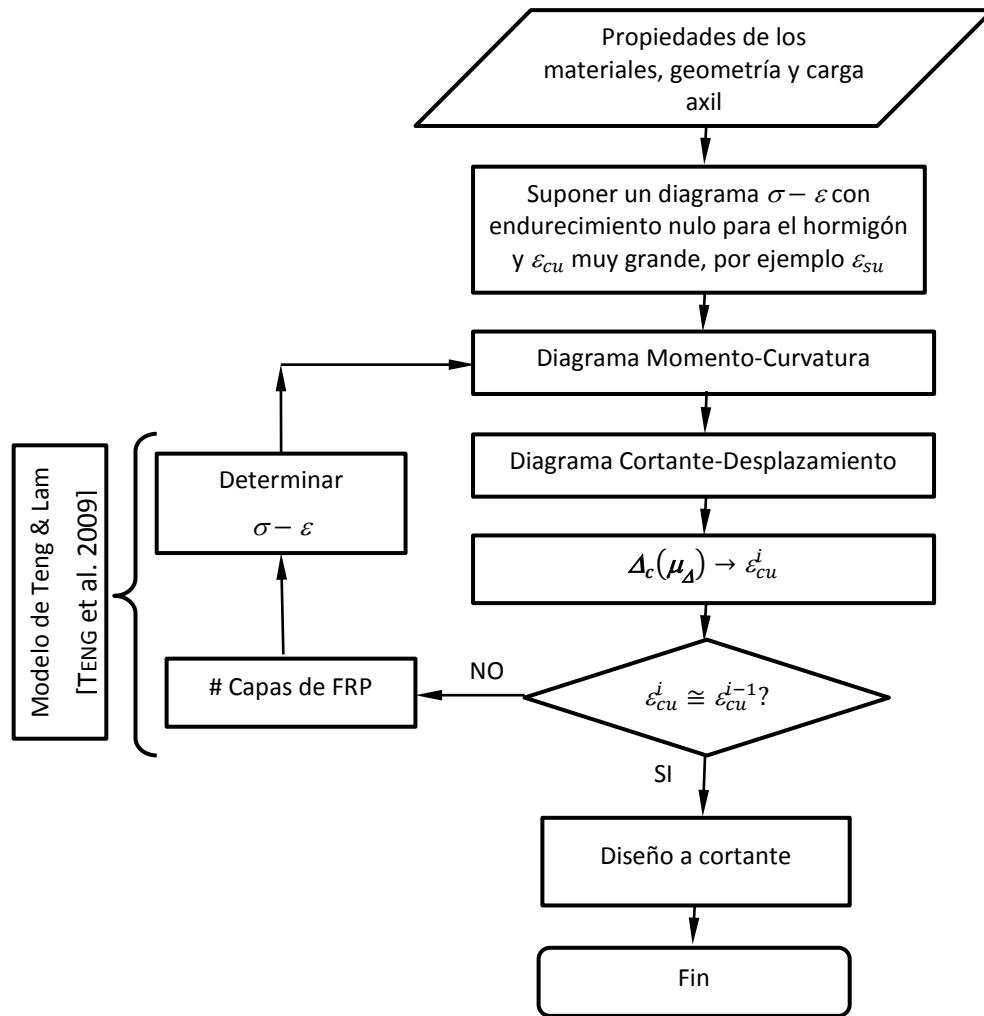


Figura 5-16 Diagrama de flujo para diseño de FRP por demanda de ductilidad

El diagrama cortante-desplazamiento para la primera iteración se ve en la Figura 5-17; se observa que para el desplazamiento de 66mm correspondiente a la ductilidad objetivo, la demanda de deformación de la fibra extrema del hormigón a compresión es de 0.0158.

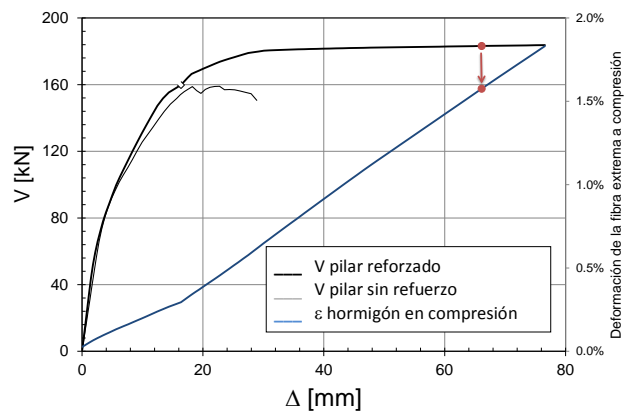
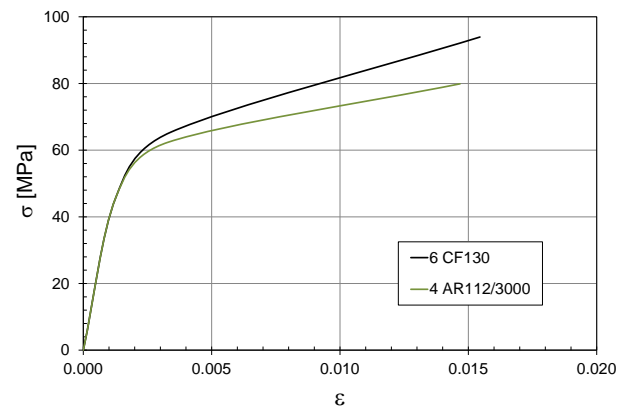
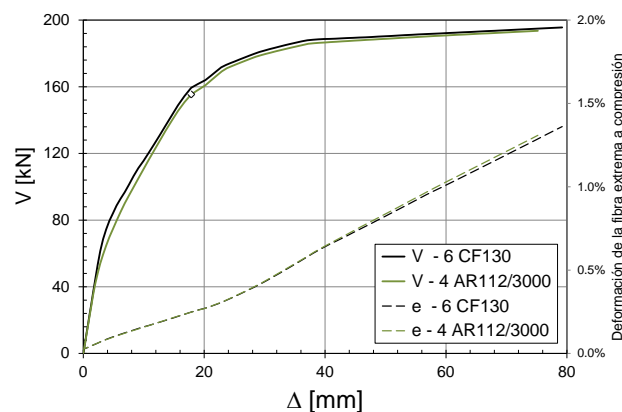


Figura 5-17 Diagrama cortante – desplazamiento para determinar la demanda de deformación del hormigón a compresión.

Con las propiedades físico mecánicas dadas por el fabricante, ver Tabla 5-2, se requieren seis capas de fibra de carbono (CF130) o cuatro capas de fibra de aramida (AR 112/3000) para satisfacer la demanda de deformación del hormigón. Los diagramas tensión-deformación de diseño para el hormigón confinado, según [TENG, et al. 2009], se pueden ver en la Figura 5-18. Los diagramas de cortante – desplazamiento considerando el confinamiento del hormigón se presentan en la Figura 5-19 y se observa que los pilares reforzados alcanzan teóricamente un nivel de ductilidad alto ( $\mu_{\Delta} > 4$ ).



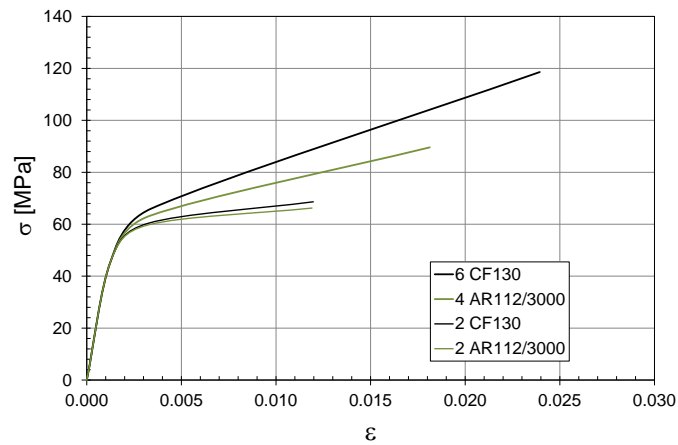
**Figura 5-18 Diagramas tensión – deformación de hormigón con valores dados por el fabricante del FRP**



**Figura 5-19 Diagrama cortante – desplazamiento con hormigón confinado con FRP**

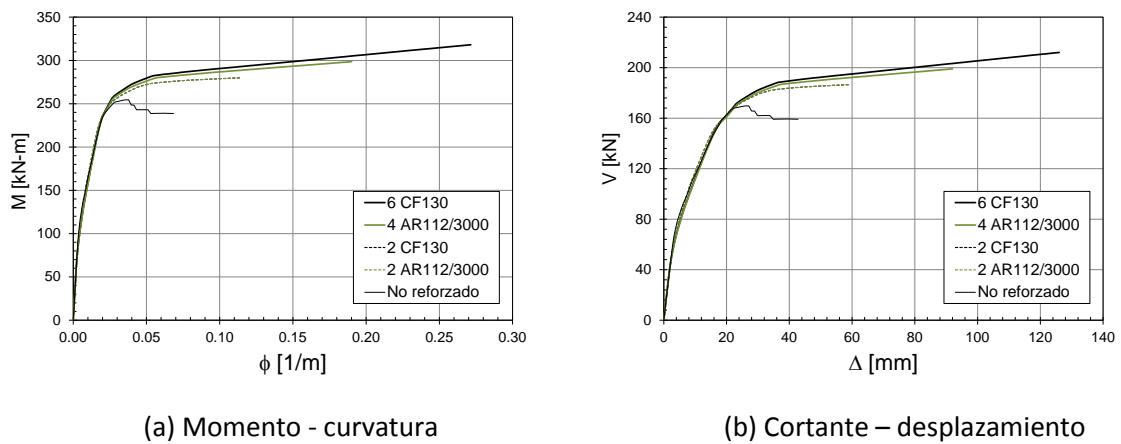
Los cálculos de diseño se realizaron con las propiedades físico-mecánicas dadas por el fabricante, es decir, con valores característicos. En la Figura 5-20 se observan los diagramas tensión-deformación para el hormigón confinado FRP utilizando los valores medios de los ensayos de caracterización de los materiales (Tabla 5-5). Además, se ven dos alternativas planteadas con un menor número de capas: dos de CF130 y dos de AR 112/3000. Se observa que la capacidad de deformación del hormigón confinado con valores medios se incrementa un 67% para el CFRP y 24% para AFRP respecto a la deformación resultante con valores característicos y para las alternativas con sólo dos

capas; con lo cual, se estima que la deformación del hormigón confinado alcance un valor muy cercano a 0.012 en ambos casos.



**Figura 5-20 Diagramas tensión – deformación de hormigón con valores medios de FRP**

En la Figura 5-21 se ven los diagramas momento-curvatura y cortante-desplazamiento calculados con los diagramas tensión-deformación antes mencionados; se observa el incremento de capacidad de desplazamiento en todas las alternativas respecto al pilar sin reforzar con ductilidades teóricas de 6.5 para 6 capas de CF130, 4.7 para 4 capas AR112/3000, 3.4 para 2 capas de CF130 y 3.3 para dos capas de AR112/3000.



**Figura 5-21 Relaciones Momento-curvatura y Cortante-desplazamiento para pilares reforzados**

**5.2.2.2 Diseño a esfuerzos cortantes de los pilares reforzados**

Para elementos reforzados a cortante, el esfuerzo a cortante de agotamiento por tracción en el alma se calcula como el sumatorio de la contribución del hormigón ( $V_{cu}$ ), la contribución de la armadura transversal ( $V_{su}$ ) y la contribución del refuerzo a cortante ( $V_{fu}$ ), en este caso el FRP:



$$V_u = V_{cu} + V_{su} + V_{fu} \quad ( 5.32 )$$

El cálculo de  $V_{cu}$  y  $V_{su}$  se presentó en el apartado 5.2.1.3 y la contribución de las capas circulares de FRP se pueden calcular como:

$$V_{fu} = 0.85 \cdot z \cot \theta \sum A_f f_{f,d} \quad ( 5.33 )$$

Donde, el factor de 0.85 tiene en cuenta la pérdida de eficacia del FRP por la forma circular;  $\theta$  es el ángulo entre las bielas de compresión de hormigón y el eje de la pieza;  $z$  es el brazo mecánico,  $A_f$  es el área por unidad de longitud del FRP perpendicular a la directriz de la pieza;  $f_{f,d}$  es la resistencia de cálculo del FRP, cuyo valor recomendado por [SEIBLE et al. 1997] es:

$$f_{f,d} = 0.004E_f < f_{fu} \quad ( 5.34 )$$

En la Tabla 5-12 se presenta un resumen de los resultados de los cálculos que se realizaron con  $f_{cv} = f_{ck}$ ,  $f_y = f_{yk}$ ,  $\gamma_c = 1.3$ ,  $\gamma_s = 1.0$  y  $\kappa = 0.2$ ; además, se considera la sobrerresistencia ( $\gamma_{SR}$ ) a flexo-compresión, con lo cual se obtienen relaciones de  $V_u/V_{rd}$  mayores a 1.14.

**Tabla 5-12 Resistencia a cortante de pilares reforzados**

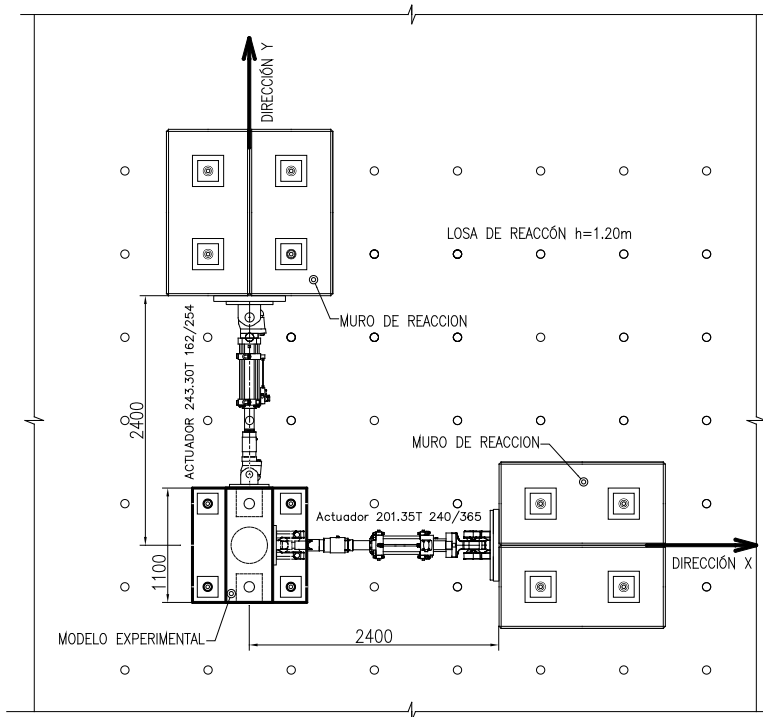
Axil [kN]	St [mm]	FRP	$M_{rd}$ [kN-m]	$V_{rd}$ [kN]	$M_d$ [kN-m]	$z$ [mm]	$\theta_e$ [°]	$V_{cu} + V_{su}$ [kN]	$V_{fu}$ [kN]	$V_u$ [kN]	$V_u/V_{rd}$
1100	200	2CF130	307.8	205.2	250.3	198.1	45.0	168.8	99.8	268.6	1.31
1100	200	2AR112	293.4	195.6	238.6	201.8	45.0	169.5	85.7	255.2	1.30
1100	200	1CF130	281.6	187.7	229.0	201.7	45.0	169.5	51.5	221.1	1.18
1100	200	1AR112	279.9	186.6	227.7	201.6	45.0	169.5	42.8	212.3	1.14

### 5.3 EQUIPOS E INSTRUMENTACIÓN

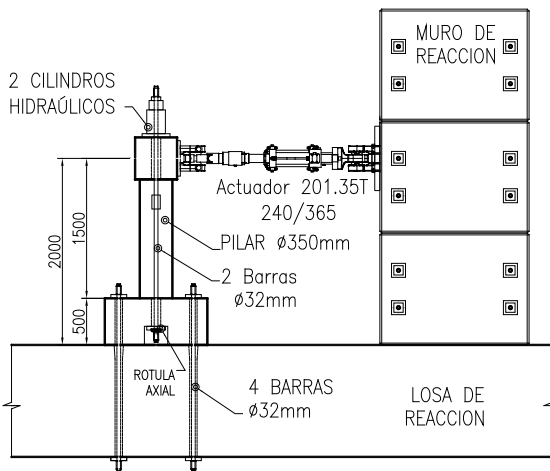
Los ensayos de los modelos experimentales se realizaron en el Laboratorio de Tecnología de Estructuras adscrito al Departamento de Ingeniería de la Construcción de la Universidad Politécnica de Cataluña. En la Figura 5-22 se puede observar una fotografía general de un montaje previo al ensayo. La disposición del modelo experimental junto con los equipos usados se presenta en la Figura 5-23. Con el fin de facilitar la localización de los componentes y del control del ensayo, se estableció un sistema de referencia ( $X, Y, Z$ ) con origen en el baricentro de la sección del pilar y a la altura de la zapata, ver Figura 5-23a. En este apartado se describen los equipos de carga, equipos de control y la instrumentación.



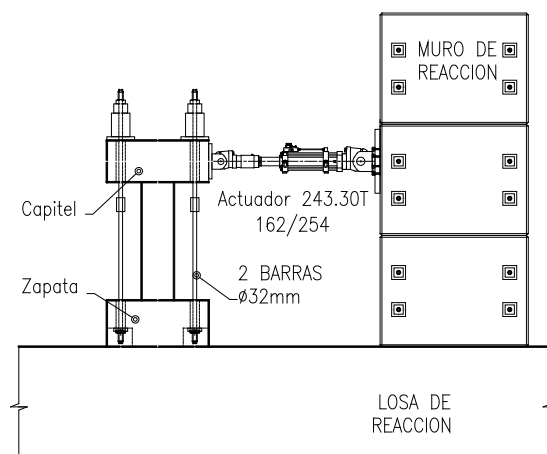
**Figura 5-22 Fotografía del montaje del ensayo**



(a) Planta general



(b) Alzado en la dirección X



(c) Alzados en la dirección Y

**Figura 5-23 Configuración del montaje del ensayo**

**5.3.1 Equipos**

La carga lateral se aplicó con uno o dos actuadores para el caso de carga unidireccional o bidireccional, respectivamente; las capacidades mecánicas de los actuadores se dan en la Tabla 5-13. En los actuadores se dispusieron de dos rótulas esféricas, una en cada extremo, para permitir el libre giro en las tres dimensiones ante los desplazamientos del pilar. Los actuadores se operaban mediante el controlador MTS 494 FlexTest y el software de control MTS 793.

Tabla 5-13 Capacidad mecánica de los actuadores

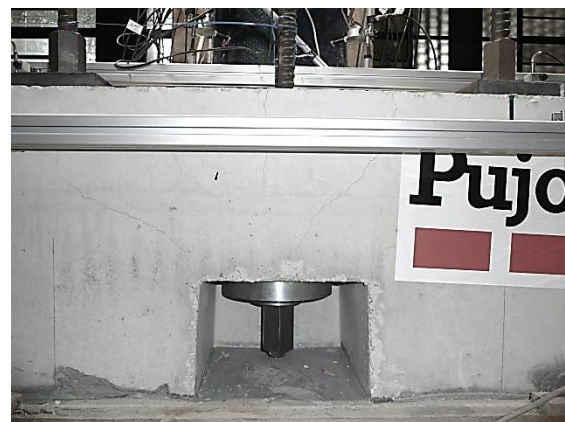
EJE	Referencia MTS	Capacidad a tracción [kN]	Capacidad a Compresión [kN]	Carrera [mm]
X	201.35T	240	365	500
Y	243.30T	162	254	500

Cada actuador se conectó en un extremo al capitel del pilar y en el otro a un muro de reacción; la conexión en ambos puntos se realizó por medio de chapas de acero y barras de alta resistencia tesadas a una carga mayor de la capacidad a tracción de los actuadores para evitar el despegue. El muro de reacción se erigió con bloques prefabricados de hormigón unidos entre sí y a la losa de reacción mediante barras de alta resistencia pretensadas. El muro de reacción se fabricó para esta campaña experimental y se diseñó para una carga de  $350kN$  aplicada a  $6.00m$  de altura. La zapata se fijó a la losa de reacción (hormigón armado de  $1.20m$  de espesor), por medio de 4 barras pretensadas de alta resistencia de  $\phi 32mm$ .

La carga axil se aplicó mediante dos barras de alta resistencia de  $\phi 32mm$ , con capacidad a la rotura de  $850kN$ , tesadas por medio de dos cilindros hidráulicos huecos de simple efecto (Enerpac RCH-1003) con  $931kN$  de capacidad (ver Figura 5-24a). Los cilindros huecos fueron servo-controlados por presión con una central hidráulica (Ibertex MDA-700). Este control de carga axil fue necesario para garantizar un esfuerzo axil constante durante el ensayo, dado que el desplazamiento del capitel ocasiona un cambio de longitud entre los anclajes de cada barra. En el extremo inferior (zapata) de cada barra se instaló una rótula esférica axial (ver Figura 5-24b) para permitir el libre giro y en el extremo superior (capitel) se sujetó con un anclaje fijo.



(a) Anclaje fijo en extremo superior



(b) Rótula axial en el extremo inferior

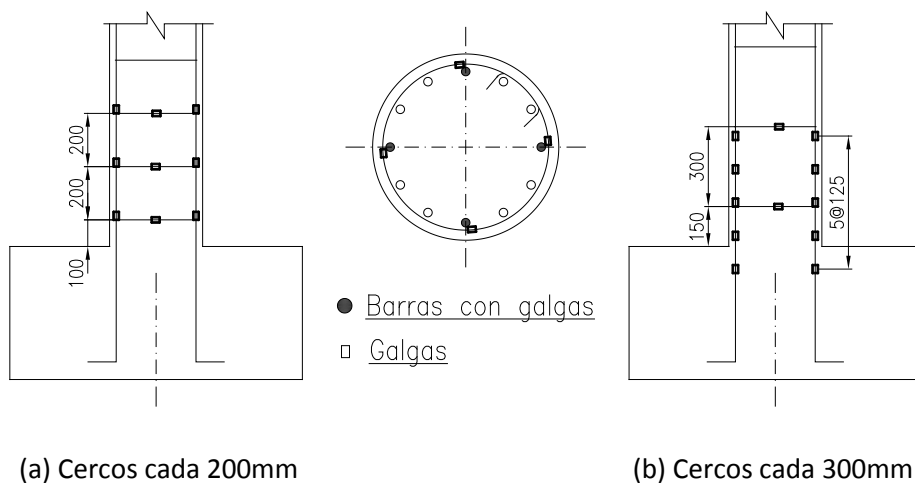
Figura 5-24 Sistema de tesado y anclaje de barras para carga axil

### 5.3.2 Instrumentación

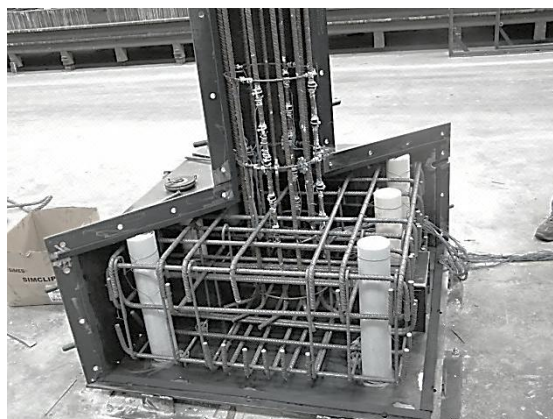
La instrumentación que se instaló en el pilar se puede dividir en dos grupos: la orientada a estudiar la deformación local y el desplazamiento del modelo global y la requerida para resolver la mecánica del ensayo, estática y cinemática en este caso; ambas se describirán a continuación.

#### 5.3.2.1 Instrumentación para deformaciones locales en el pilar

Para el estudio de las deformaciones en el pilar se instalaron galgas extensométricas unidireccionales (3mm de longitud) en la armadura, tanto en las barras longitudinales como en los cercos. La localización se observa en la Figura 5-25a y Figura 5-25b para los pilares con cercos separados cada 200mm (24 galgas) y 300mm (28 galgas), respectivamente. En la Figura 5-26 se observan las galgas en un pilar con cercos cada 300mm previo al cierre del molde.



**Figura 5-25 Localización de las galgas en la armadura**

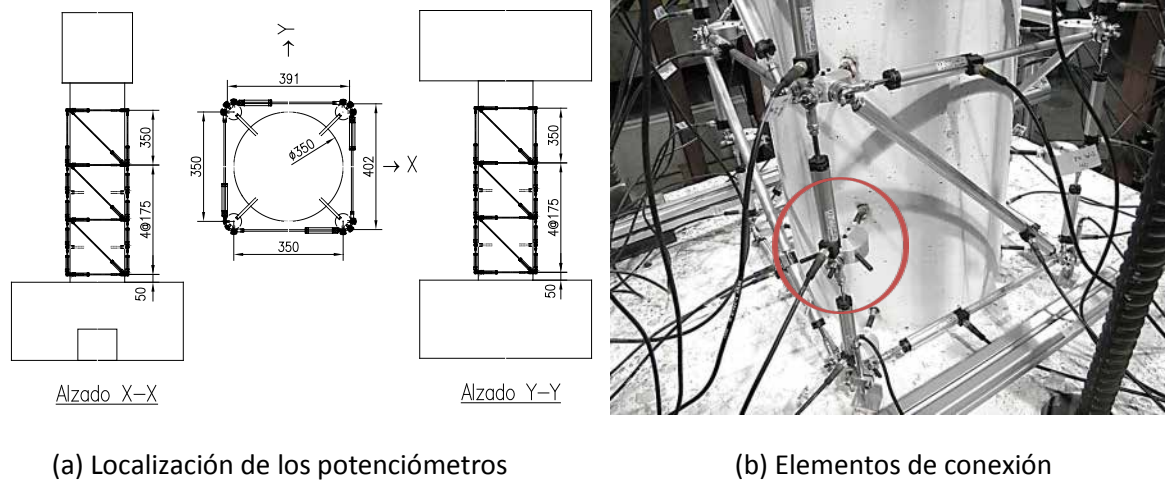


**Figura 5-26 Galgas en la armadura previo al cierre del molde**

Adicionalmente, se dispuso de un entramado tridimensional compuesto por 48 transductores de desplazamiento, potenciómetros Novotechnik TEX-50mm, adosados al pilar hasta una altura de



1.10m, ver Figura 5-27a. El entramado se acopló mediante unos elementos conectores (piruletas) que se fijaron al pilar con tornillos anclados perforando el pilar (30mm) y adheridos con una resina epoxi, como ve en la Figura 5-27b.



**Figura 5-27 Potenciómetros adosados al pilar**

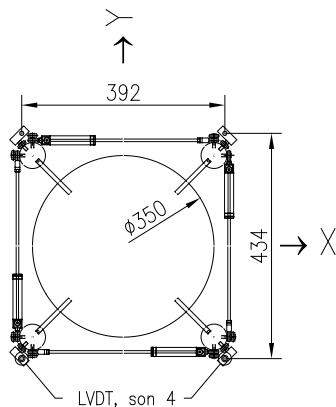
Las perforaciones se realizaron con la ayuda de una guía de acero para facilitar su correcta localización. Este procedimiento también se usó en los pilares reforzados pese a las recomendaciones del fabricante del sistema de refuerzo de no perforar la fibra, sin embargo, se consideró necesario para el objetivo de la campaña experimental.



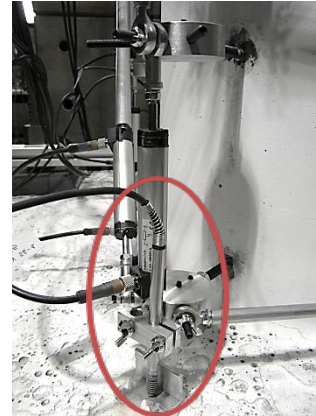
**Figura 5-28 Guía de perforación para localización de elementos conectores para los potenciómetros**

La rotación del pilar debida a las deformaciones del acero dentro de la zapata se midió indirectamente mediante cuatro transductores de desplazamiento, tecnología inductiva (LVDT) de

10mm de rango, orientados verticalmente. Los transductores se fijaron en el elemento de conexión más cercano a la base (+50mm), como se ve en la Figura 5-29.



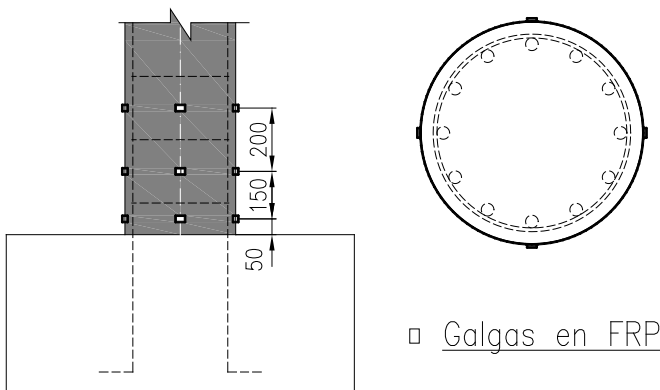
(a) Localización en planta



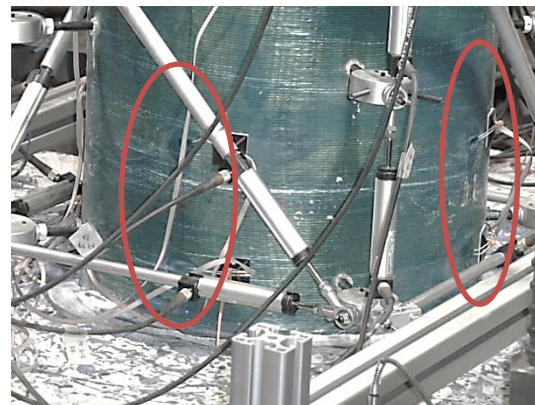
(b) Vista del montaje

**Figura 5-29 Transductores para medir rotación de la base del pilar**

En los pilares reforzados, las deformaciones del FRP se midieron mediante galgas extensométricas unidireccionales (12 galgas) orientadas en dirección de la fibra; se situaron en tres alturas (+50, +200, +400mm), una en cada cuadrante de los ejes de carga lateral, como se observa en esquema de la Figura 5-30a y en la fotografía in situ de la Figura 5-30b.



(a) Localización de galgas en el FRP



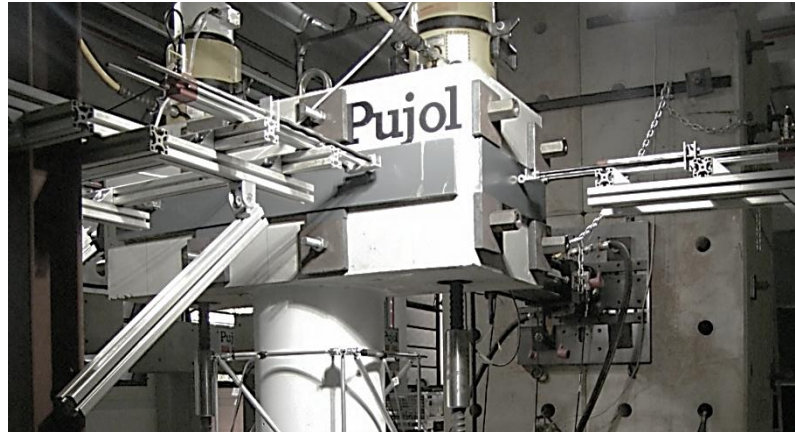
(b) Vista de galgas in situ

**Figura 5-30 Galgas en el FRP**

### 5.3.2.2 Instrumentación para el modelo global

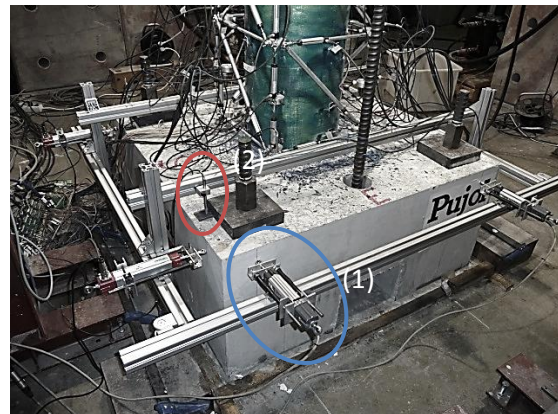
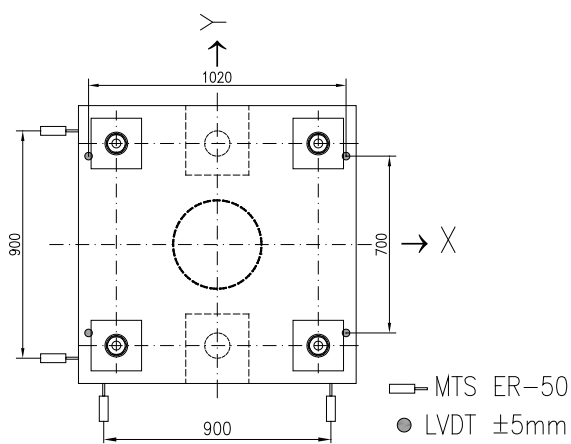
Los actuadores dan medidas de fuerza y desplazamiento en su propio eje. Adicionalmente, se midieron los desplazamientos de la cabeza del pilar mediante transductores de desplazamiento tecnología magnetorresistiva y con 300mm de rango (MTS-ER-300). Los transductores se ubicaron

paralelos a los ejes de referencia del ensayo y a una altura de 1.50m respecto a la base del pilar, dos en la dirección  $X$  y uno en la dirección  $Y$ , ver Figura 5-31.



**Figura 5-31 Transductores de desplazamiento en el capitel (+1.50m)**

Los posibles movimientos de la zapata se registraron por medio de transductores de desplazamiento (MTS-ER-50), dos en cada una de las direcciones de referencia,  $X$  e  $Y$ . Además, se midieron indirectamente los posibles giros alrededor de esos mismos ejes mediante cuatro transductores de desplazamiento (LVDT de 10mm) orientados verticalmente ( $Z$ ). En la Figura 5-32a se ve la localización en planta de los transductores y en la Figura 5-32b se observa su montaje in situ (MTS (1) y LVDT (2)).

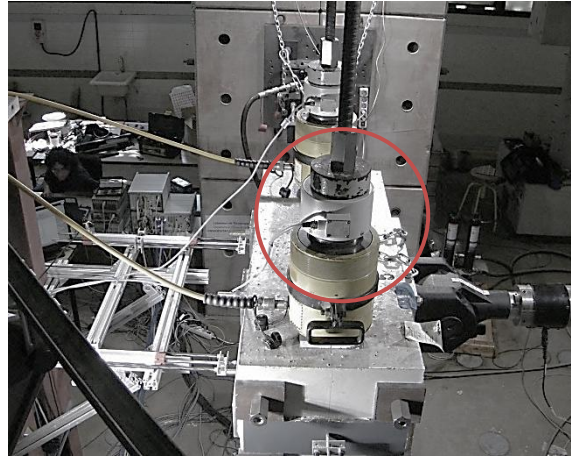


(a) Localización en planta de los transductores      (b) Vista del montaje de los transductores in situ

**Figura 5-32 Transductores de desplazamiento en la zapata**

La carga axial se midió con dos células de carga, una en cada barra, de clase V (Figura 5-33). Adicionalmente, se registro la presión en el circuito hidráulico por medio de un transductor para este fin.





**Figura 5-33 Células de carga para la medición del axil**

### 5.3.2.3 Adquisición de datos

El total de la instrumentación se conectó a un sistema de adquisición de datos, MGCplus, el cual se operaba con el software CATMAN, ambos de la casa comercial HBM. Las mediciones se registraron a una velocidad de 0.5Hz.



**Figura 5-34 Historia de carga en ensayos unidireccionales**

### 5.3.3 Mecánica del ensayo

En este apartado se resuelve la mecánica del ensayo a partir de las ecuaciones de equilibrio y cinemática del mismo. El objetivo de este apartado es determinar los esfuerzos actuantes en la base del pilar a partir de los datos de las mediciones de fuerza y desplazamientos registrados. El problema se plantea para el caso de carga bidireccional, dado que, el caso carga unidireccional es una solución particular del anterior.

### 5.3.3.1 Equilibrio

En la base del pilar, los esfuerzos pueden ser determinados con las ecuaciones de equilibrio estático, ver ecuación 5.35 y Figura 5-35; donde,  $F^i$  son las fuerzas externas aplicadas por los actuadores ( $F^1 = \text{actuador en } X; F^2 = \text{actuador en } Y$  y las barras verticales ( $F^{3,4} = \text{barras en } Z$ );  $r^i$  son los vectores posición de los puntos de aplicación de la fuerza. Los esfuerzos cortantes equivalentes con referencia al punto de aplicación de carga lateral ( $L = 1.5m$ ) se pueden determinar con las ecuaciones en 5.36. El axil en cualquier instante del ensayo se puede calcular con 5.37.

$$M = [M_x \quad M_y \quad T_z]^T = \sum_{i=1}^4 r^i \times F^i \quad ( 5.35 )$$

$$V_x = \frac{M_y}{L} ; V_y = \frac{-M_x}{L} \quad ( 5.36 )$$

$$P = \sum_{i=1}^4 F_z^i \quad ( 5.37 )$$

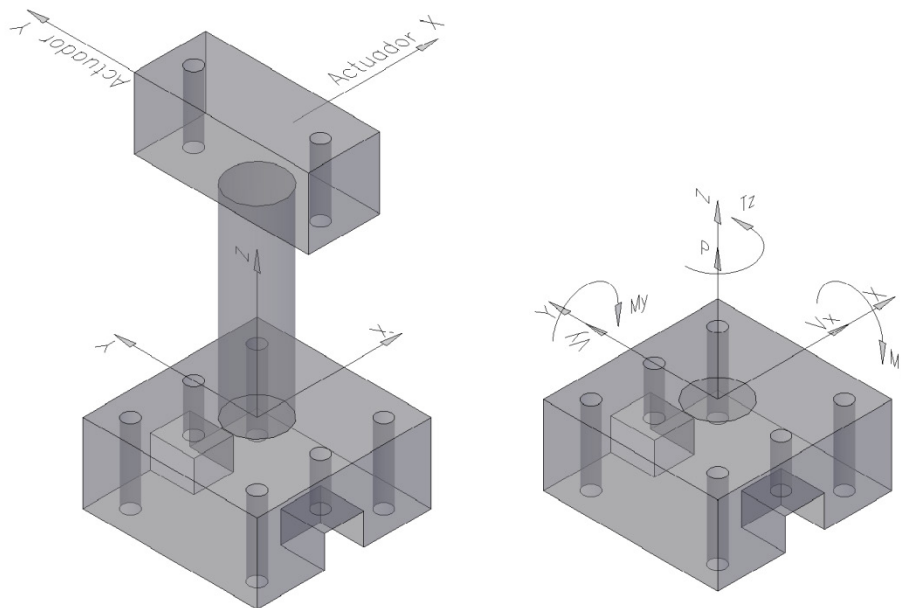
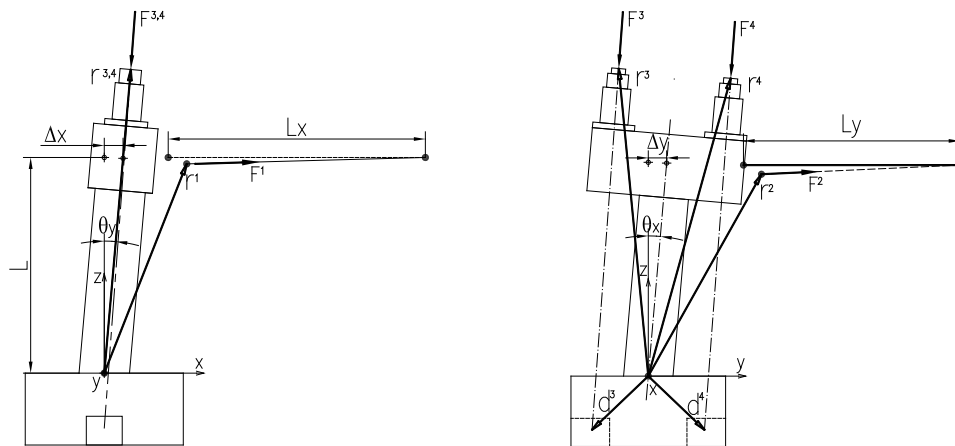


Figura 5-35 Esfuerzos en la base del pilar

### 5.3.3.2 Cinemática

El desplazamiento lateral del modelo experimental, producido por la aplicación de las cargas laterales, causa desviaciones de las fuerzas, así como un reposicionamiento del punto de aplicación de las mismas (efecto P-delta), es decir, de los vectores  $r^i$ . En la Figura 5-36 se observa que para una

deflexión dada en el plano XZ ó XY ( $\Delta_x, \Delta_y$ ), los vectores de posición de las fuerzas rotan un ángulo, bajo la consideración de cuerpo rígido, de igual magnitud a la rotación del pilar. Estos vectores se corrigieron en cada incremento de desplazamiento con la ecuación 5.38. Donde,  $r_0^i$  es el vector posición inicial;  $R_y$  es la matriz de rotación para un ángulo  $\theta_y$  y  $R_x$  es la matriz de rotación para un ángulo  $\theta_x$ , ambos ángulos definidos en 5.41. Los vectores fuerza corregidos por la nueva posición se pueden calcular con las ecuaciones 5.42 y 5.43.



(a) Alzado en el plano XZ

(b) Alzado en el plano YZ

Figura 5-36 Esquema de la cinemática del ensayo en alzado

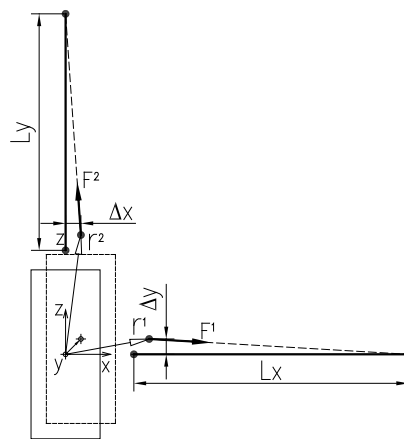


Figura 5-37 Esquema de la cinemática del ensayo en planta

$$r^i = R_y R_x r_0^i \tag{ 5.38 }$$

$$R_x(\theta_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & \sin \theta_x \\ 0 & -\sin \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix} \tag{ 5.39 }$$

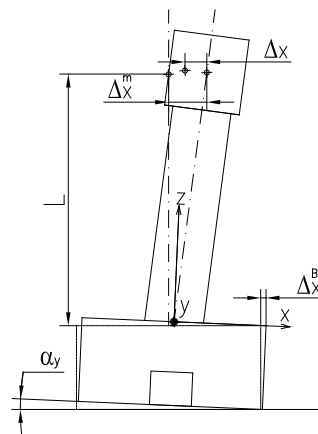
$$R_y(\theta_y) \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & \sin \theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y \end{bmatrix} \quad ( 5.40 )$$

$$\tan \theta_x = \frac{-\Delta_y}{L} ; \tan \theta_y = \frac{\Delta_x}{L} \quad ( 5.41 )$$

$$F^1 = |F^1| \frac{\begin{bmatrix} L_x & 0 & L]^T - (r_0^1 - r^1) \\ |L_x & 0 & L]^T - (r_0^1 - r^1)| \end{bmatrix}; F^2 = |F^2| \frac{\begin{bmatrix} 0 & L_y & L]^T - (r_0^2 - r^2) \\ |0 & L_y & L]^T - (r_0^2 - r^2)| \end{bmatrix} \quad ( 5.42 )$$

$$F^{3,4} = |F^{3,4}| \frac{d^{3,4} - r^{3,4}}{|d^{3,4} - r^{3,4}|} \quad ( 5.43 )$$

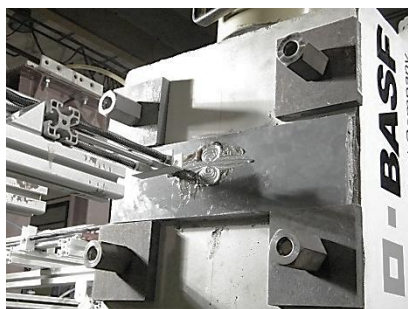
Las magnitudes de las fuerzas  $|F^i|$  son los valores correspondientes a las medidas registradas por las células de carga de los actuadores y las puestas en las barras para el axil. Los desplazamientos  $\Delta_x$  y  $\Delta_y$  son los desplazamientos relativos de la cabeza del pilar con respecto a la base (Figura 5-38), ver 5.44. Donde,  $\Delta_{x,y}^m$  son los desplazamientos medidos en la cabeza del pilar;  $\Delta_{x,y}^B$  son las traslaciones medidas de la base y  $\Delta_{x,y}^{\alpha_{y,x}^B}$  son los desplazamientos en la cabeza del pilar por la rotación de la base.



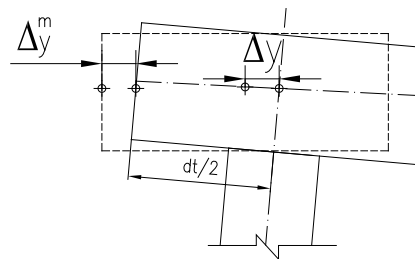
**Figura 5-38 Desplazamientos por la traslación y rotación de la base**

$$\Delta_{x,y} = \Delta_{x,y}^m - \left( \Delta_{x,y}^B + \Delta_{x,y}^{\alpha_{y,x}^B} \right) \quad ( 5.44 )$$

La medida del desplazamiento en la cabeza del pilar en la dirección  $Y$  también se ve afectada por la rotación del capitel (Figura 5-39a) y aunque el error para un desplazamiento de  $100\text{mm}$  sólo alcanza un 4%, el desplazamiento ( $\Delta_y$ ) se puede obtener con la medida registrada ( $\Delta_y^m$ ) y la geometría del capitel con la ecuación 5.45 (ver Figura 5-39b). La ecuación depende del ángulo de rotación ( $\theta_x$ ), el cual a su vez depende de  $\Delta_y$  (definido en 5.41), pero con sustituciones sucesivas de  $\Delta_y$  es posible encontrar una solución satisfactoria (error  $<0.1\%$ ) con tres iteraciones.



(a) Desviación de la medida



(b) Alzado en el plano YZ

**Figura 5-39 Desplazamientos por rotación del capitel en la dirección Y**

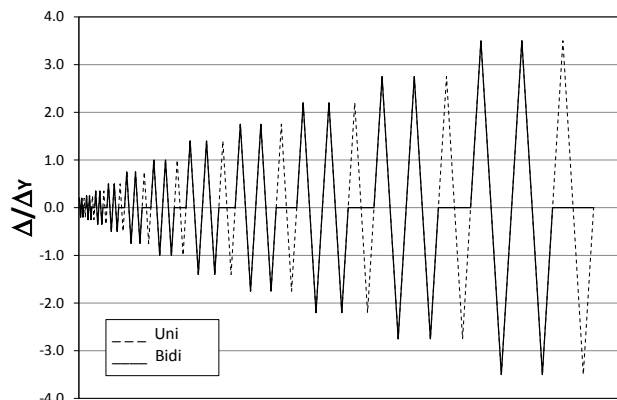
$$\Delta_y = \Delta_y^m + \frac{dt \sin^2 \theta_x}{2 \cos \theta_x} \quad ( 5.45 )$$

### 5.3.4 Historia, trayectoria y control de carga

En todos los ensayos de los pilares, la carga lateral fue de tipo cuasi-estática y se realizó un control por desplazamientos. El axil se mantuvo constante durante todo el ensayo y su control se realizó manteniendo una presión constante en el sistema hidráulico.

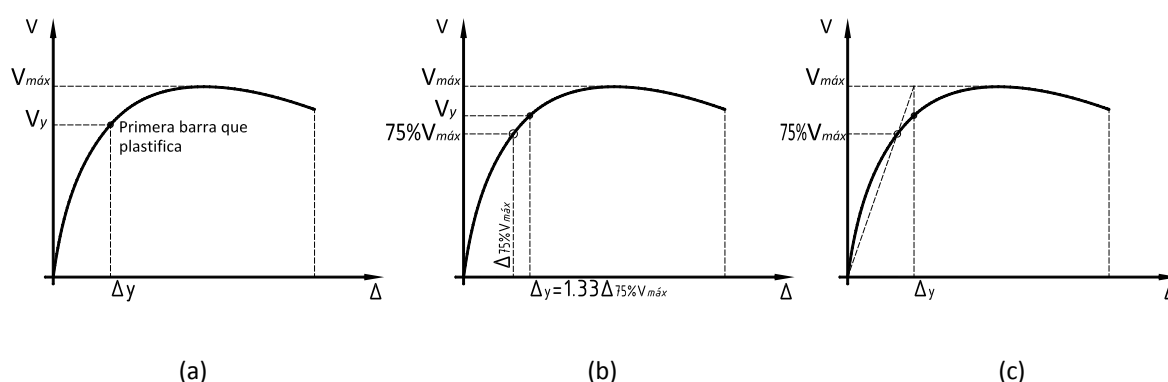
#### 5.3.4.1 Historia de carga en los ensayos unidireccionales

La historia de carga en los ensayos unidireccionales consistió en ciclos de desplazamientos centrados en el origen y con amplitud creciente. La amplitud de cada ciclo, que representa un nivel de ductilidad por desplazamiento, se estableció en razón a un desplazamiento de referencia ( $\Delta_y$ ) y el número de repeticiones fue de tres veces. [ACI 2005; ATC 2007] recomiendan que el incremento de la amplitud entre ciclos sea aproximadamente un 40% del inmediatamente anterior, como se ve en la Figura 5-40. Los ciclos se realizaron hasta la rotura del pilar, la cual se consideró se alcanzaba cuando su resistencia en rama de reblandecimiento disminuía un 20% respecto a la carga máxima.

**Figura 5-40 Historia de carga en ensayos unidireccionales**

En la literatura se encuentran diferentes criterios para definir el desplazamiento de referencia en este tipo de ensayos, tres de ellos son:

- El desplazamiento correspondiente a la plastificación de la primera barra longitudinal [ACI 2005], ver Figura 5-41a.
- Un 33% más del desplazamiento correspondiente al 75% de la carga máxima [KRAWINKLER 1992], ver Figura 5-41b.
- El desplazamiento correspondiente a la intersección de la recta que pasa por origen y el punto del 75% de la carga máxima con la recta horizontal del valor de la carga máxima [YOUAKIM & GHALI 2003], ver Figura 5-41c.



**Figura 5-41 Criterios de desplazamiento de referencia  $\Delta_y$  para historia de carga**

Este último es el criterio que puede dar resultados más próximos a los de referencia en las recomendaciones de diseño [CALTRANS 2010; EUROCODE 8 2012]. Sin embargo, en esta campaña experimental se optó por utilizar el primer criterio que ofrece un valor muy similar en todos los pilares, tanto en los reforzados como en los no reforzados. El valor del desplazamiento de referencia es de  $\Delta_y = 16\text{mm}$ , ver Figura 5-14 y Figura 5-19.

### 5.3.4.2 Trayectoria de carga en los ensayos bidireccionales

En la literatura científica se encuentra que se han utilizado diferentes trayectorias de carga para el estudio del comportamiento de pilares bajo cargas sísmicas multidireccionales, entre otras: elípticas, circulares, rombos, cuadrados, ortogonales, cuadrifolios, multifolios, multidireccionales [JIRSA et al. 1978; WONG, et al. 1993; BOUSIAS, et al. 1995; SCHOETTLER et al. 2005]. Sin embargo, [WONG, et al. 1993] concluyó que las trayectorias ortogonales aportan información suficiente para el estudio del comportamiento mecánico. De acuerdo a lo anterior, en los ensayos aquí descritos se decantó por una trayectoria de carga bidireccional con forma de cuadrifolio, ver Figura 5-42. El número de ciclos para cada nivel de ductilidad, en este caso, fue de dos y se repitieron aumentando su amplitud hasta la rotura de forma similar al caso unidireccional. La velocidad de aplicación de la carga fue de

0.20mm/s con un aumento de 0.025mm/s por cada incremento de amplitud hasta un máximo de 0.5mm/s, tanto para los unidireccionales como para los bidireccionales.

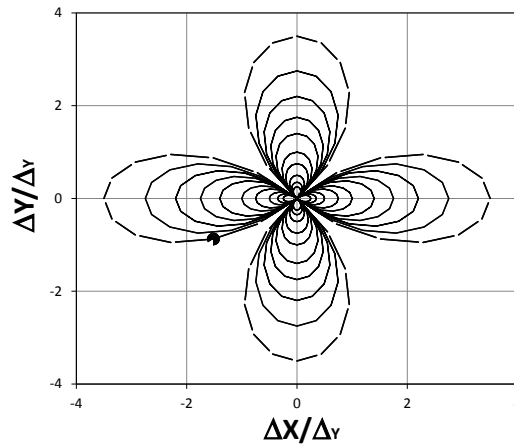


Figura 5-42 Trayectoria de carga en ensayos bidireccionales

### 5.3.4.3 Sincronización de actuadores para trayectorias bidireccionales

Aunque no se precisaba su implementación para estos ensayos en particular, en los ensayos bidireccionales los actuadores se sincronizaron para responder a los desplazamientos demandados en las direcciones principales establecidas; dado que, cuando se demanda un desplazamiento, por ejemplo en la dirección  $Y$ , el actuador en la dirección  $X$  debe corregir la posición del pistón con el fin de evitar esfuerzos por deformaciones impuestas, ver Figura 5-43. El desplazamiento del pistón ( $\delta_{x,y}$ ) se calcula mediante la ecuación 5.46. Donde,  $\Delta_{x,y}$  son los desplazamientos en las direcciones principales y  $L_{x,y}$  es la distancia inicial entre rótulas, es decir, para  $\Delta_{x,y}=0$ , en las direcciones  $X$  e  $Y$  correspondientes.

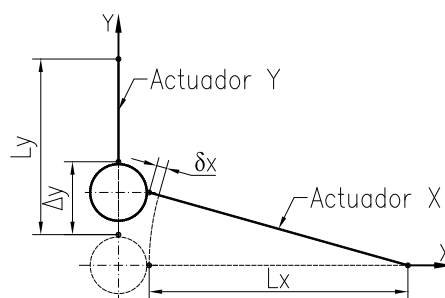


Figura 5-43 Esquema del movimiento sincronizado de los actuadores

$$\delta_{x,y}^a = \Delta_{x,y} + \left( L_{x,y} - \sqrt{(L_{x,y})^2 + (\Delta_{y,x})^2} \right) \quad ( 5.46 )$$

Alternativamente, los desplazamientos demandados de cada actuador se hubieran podido calcular previamente para la trayectoria deseada. No obstante, con la sincronización se obvia el pre-proceso

y se da un paso para futuras realizaciones en el control de cargas en ensayos pseudo-dinámicos bajo cargas bidireccionales.

Por otro lado, antes de la utilización del control sincronizado en los ensayos de los modelos de interés, su desempeño se comprobó realizando pruebas con un pilar metálico. Para ello, los actuadores se acoplaron al pilar de forma similar a las columnas, ver Figura 5-44. Con el libre giro del pilar en su base, se impusieron diferentes trayectorias comprobando que no se produjese un incremento de carga en las células de los actuadores. En las diferentes pruebas, los incrementos de carga registrados fueron despreciables.



**Figura 5-44 Pilar metálico usado en las pruebas de control de carga bidireccional**

#### **5.3.4.4 Límites en el control**

En el programa de carga se introdujeron límites de control a fin de prevenir una sobrecarga en los equipos, proteger la instrumentación y el modelo experimental. En los actuadores se limitó la carga y el desplazamiento a la capacidad mecánica máxima especificada por el fabricante. Por otro lado, se creó un límite para el caso en el que se produjera una descarga ó sobrecarga de más o menos un 5% del axil. De este modo, si en algún momento se hubiera sobrepasado alguno de los límites, el controlador automáticamente detendría el ensayo.

#### **5.3.5 Procedimiento experimental**

Es este apartado se describe el proceso del montaje y puesta a punto del ensayo. La primera actividad era emplazar el pilar en el lugar destinado al ensayo. Para ello, previamente se elaboraba una mortero (15:1, A/C=0.4 y 5% de superfluidificante) que se vertía sobre un molde adherido a la losa de reacción situado en el sitio de interés, ver Figura 5-45a. Aún con el mortero en estado fluido, el pilar se ponía en el sitio con la intención de proporcionar un contacto total entre las superficies de



la losa de reacción y la base del pilar. Lo anterior fue necesario dado que la actividad subsiguiente, pasados mínimo tres días, era vincular la base del pilar con la losa de reacción por medio del pretensado de cuatro barras a 350KN de carga cada una, ver Figura 5-45b. Si el contacto entre las superficies es parcial, se pueden inducir en la base esfuerzos diferentes a los de compresión al pretensar; además, la estabilidad al deslizamiento de la base se podía ver comprometida y su rigidez rotacional disminuida.



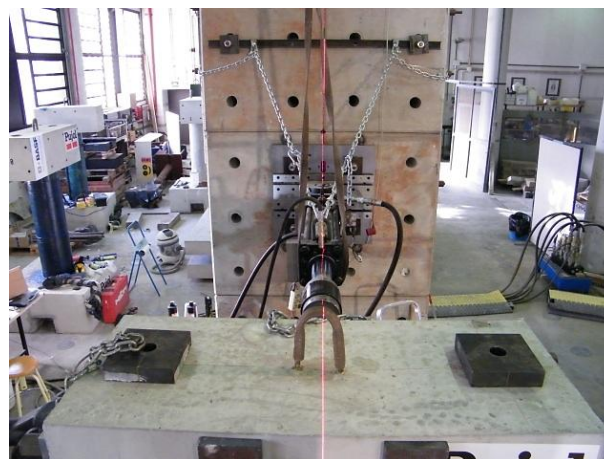
(a) Pasta de calce



(b) Pretensado de la base del pilar a la losa

**Figura 5-45 Actividades para el emplace del pilar en el sitio de ensayo**

La siguiente actividad consistió en instalar los dispositivos de carga, tanto los de carga axial como los de carga lateral. Para la carga axial se dispusieron las dos barras con sus correspondientes cilindros hidráulicos y elementos de anclaje; el o los actuadores, según fuera el caso, se alinearon perpendicularmente al modelo experimental con la ayuda de un dispositivo láser, como se ve en la Figura 5-46. Los actuadores se vincularon completamente al pilar después de la aplicación del axil de modo que si se presentaba alguna excentricidad en la aplicación de la misma, la deflexión podía ser registrada y si estaba fuera de tolerancia ( $\pm 0.5\text{mm}$ ), se tomaba alguna medida de corrección.



**Figura 5-46 Alineación de los actuadores al pilar**

El siguiente paso fue instalar la instrumentación y conectarla al sistema de adquisición de datos con las pertinentes pruebas de lecturas de cada dispositivo de medición (más de 100). Logrado este hito, el ensayo podía iniciarse.

La carga axil se aplicaba por escalones de  $120kN$  aproximadamente, hasta alcanzar la carga especificada en cada caso. Llegado a este punto, se esperaban mínimo 30 minutos antes de iniciar la carga lateral con el fin de disipar algún efecto dinámico en la respuesta de los materiales en la aplicación de la carga axil. A continuación se acoplaban los actuadores al pilar para dar inicio a la carga lateral. Los ciclos de una misma amplitud se realizaban de forma continua y entre cambios de amplitud se realizaba una pausa para revisar el estado del modelo experimental. Una vez finalizado el ensayo, se procedía a retirar equipos de carga, la instrumentación y el modelo experimental para preparar el siguiente pilar.

#### 5.4 OBSERVACIONES Y RESULTADOS EXPERIMENTALES

En este apartado se describen las observaciones y los resultados experimentales de los ensayos de pilares. Los datos identificativos de cada pilar junto con sus características relevantes de armadura, refuerzo y cargas se ven en la En la Tabla 5-14. De cada pilar se presenta una breve descripción de la evolución de la fisuración con los ciclos de carga, así como los diagramas de fuerza cortante equivalente ( $V_x, V_y$ ) – desplazamiento calculados de acuerdo a la mecánica del ensayo presentada en el apartado 5.3.3.

**Tabla 5-14 Identificación y características de los modelos experimentales**

Pilar Nº	Axil [kN]	St [mm]	Tipo de Refuerzo	Nº de capas	Tipo de carga	Identificativo
1	945	300	-	-	Unidireccional	U1-945-300-N
2	945	300	-	-	Bidireccional	B2-1100-300-N
3	1100	200	-	-	Unidireccional	U3-1100-200-N
4	550	200	-	-	Unidireccional	U4-1100-200-N
5	1100	200	-	-	Bidireccional	B5-1100-200-N
6	550	200	-	-	Bidireccional	B6-1100-200-N
7	1100	200	AFRP	2	Bidireccional	B7-1100-200-AFRPx2
8	1100	200	CFRP	2	Bidireccional	B8-1100-200-CFRPx2
9	1100	200	CFRP	6	Bidireccional	B9-1100-200-CFRPx6
10	1100	200	AFRP	4	Bidireccional	B10-1100-200-AFRPx4
1R	945	300	CFRP	2	Bidireccional	B1R-1100-200-CFRPx2

### 5.4.1 Ensayos bajo carga unidireccional

#### 5.4.1.1 Pilar 1, U1-945-300-N

El pilar 1 mostró una fisuración por flexión a partir de un desplazamiento de  $0.5\Delta_y$ , fisuras normales al eje longitudinal con una separación de 100mm aprox. En la amplitud de  $1.75\Delta_y$ , las fisuras por flexión se propagaron en dirección diagonal con un ángulo de  $45^\circ$  aproximadamente respecto al eje longitudinal. En los ciclos posteriores  $2.20$  a  $3.50\Delta_y$ , se generaron nuevas fisuras diagonales con ángulos, respecto al eje longitudinal, menores con cada ciclo, alcanzando un valor de  $20^\circ$  aproximadamente. Además, en el ciclo  $2.20\Delta_y$  se observó un aplastamiento del hormigón de recubrimiento de la base del pilar hasta una altura de 150mm en las zonas de compresión normales a la carga.

En este pilar se utilizó una lámina delgada (3mm) de neopreno entre la base de mortero y la zapata del modelo experimental, con el cual se pretendía corregir las imperfecciones entre los superficies y poder garantizar un adecuado contacto. Sin embargo, la zapata presentó un pequeño deslizamiento (de 10% a un 20% del desplazamiento medido) que crecía con la carga. Pese a que se tenía la medición de deslizamiento, el ensayo se detuvo en el primer ciclo con una amplitud de  $3.50\Delta_y$ . En este punto, la resistencia a carga lateral presentaba un decremento del 5%, es decir que el estado de falla establecido no se había alcanzado (20%). Posteriormente, este mismo pilar se reparó para ser de nuevo ensayado con carga bidireccional. Para los ensayos posteriores, se dejó de usar la lámina y se optó por disponer de un mortero según el proceso descrito en la apartado 5.3.5.

En el último ciclo, las fisuras por cortante se extendieron a casi toda la altura; además, se presentó un salto del hormigón en la mitad superior del pilar cuando dicha zona estuvo bajo tracción, ver Figura 5-48. En la Figura 5-47 se puede ver la curva cortante - desplazamiento correspondiente al ensayo.

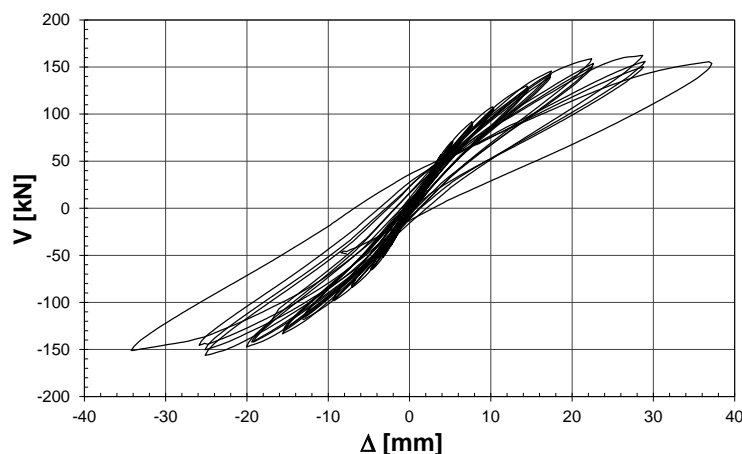
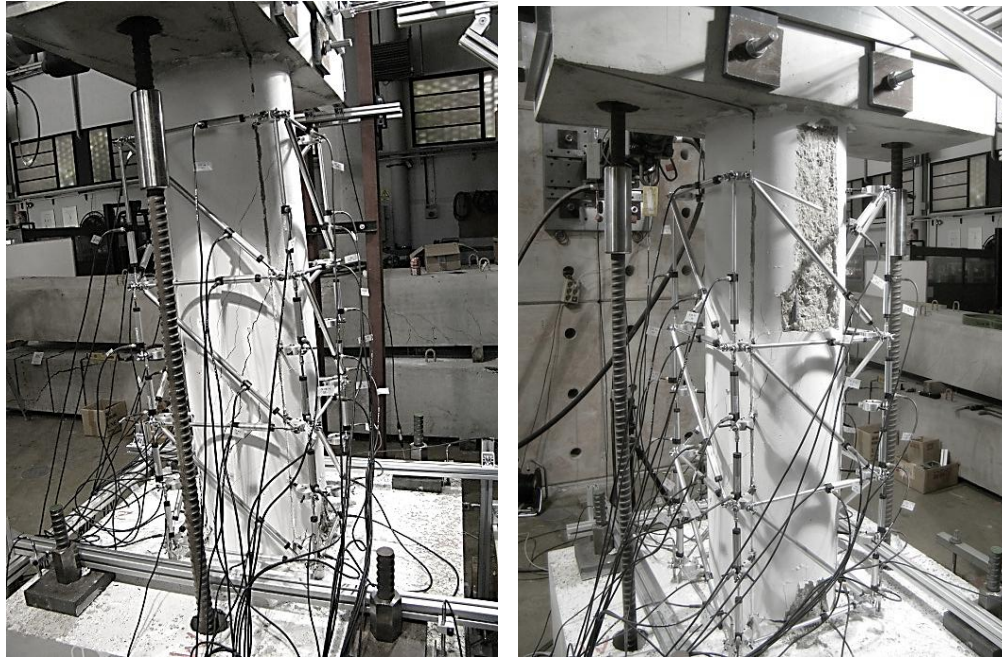


Figura 5-47 Curva cortante – desplazamiento del pilar U1-945-300-N



**Figura 5-48 Daños en el último ciclo de carga del pilar U1-945-300-N**

#### **5.4.1.2 Pilar 3, U3-1100-200-N**

El pilar 3 presentó fisuras con un ángulo alrededor de  $77^\circ$  respecto al eje longitudinal y separadas cerca de  $80\text{mm}$ , incluso en el ciclo con amplitud de  $0.75\Delta_y$ . En el siguiente ciclo ( $1.0\Delta_y$ ), las fisuras por flexión se propagaron diagonalmente con un ángulo de  $45^\circ$ . En el ciclo con amplitud  $1.4\Delta_y$ , se observó un desprendimiento del hormigón de recubrimiento en la base del pilar por compresión y nuevas fisuras diagonales con ángulos entre  $35$  y  $40^\circ$ . Por otro lado, tuvo lugar la aparición de grietas verticales que se propagaron en los subsiguientes ciclos. A continuación, con  $1.75\Delta_y$ , aparecieron nuevas fisuras diagonales con ángulo de alrededor de  $30^\circ$  respecto al eje longitudinal, que se extendieron hasta la zona de tracción. El ensayo se detuvo completados los tres ciclos con amplitud  $2.2\Delta_y$ , porque se presentó un decremento de la carga lateral mayor al 20%, debido al desprendimiento del hormigón seguido de pandeo de la armadura longitudinal a una distancia de la base entre  $200$  y  $450\text{mm}$ , ver Figura 5-49. La curva cortante – desplazamiento del pilar se presenta en la Figura 5-50.

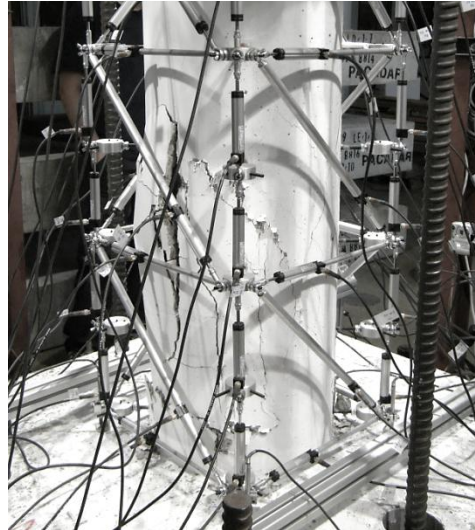


Figura 5-49 Daños en el último ciclo de carga del pilar U3-1100-200-N

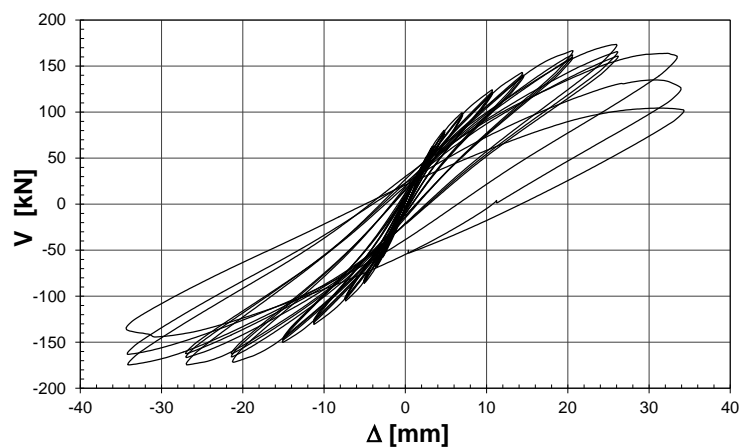


Figura 5-50 Curva cortante – desplazamiento del pilar U3-1100-200-N

#### 5.4.1.3 Pilar 4, U4-550-200-N

En el pilar 4 se observó hasta los ciclos con amplitud  $1.4\Delta_y$  una fisuración por flexión con separación de 80mm aproximadamente. En el siguiente ciclo,  $1.75\Delta_y$ , las fisuras por flexión se propagaron diagonalmente con un ángulo aproximado de  $44^\circ$  respecto al eje longitudinal. En el ciclo  $2.20\Delta_y$  se evidencia un agotamiento del hormigón en las caras normales a la carga, además de fisuras paralelas al eje longitudinal formando una cuadrícula con las de flexión. En el ciclo con amplitud  $2.75\Delta_y$  se vio en las caras paralelas a la carga un mapeado de fisuras diagonales y una interconexión vertical de las mismas que se propagaron a casi toda la altura del pilar. El ensayo se finalizó en el segundo ciclo de  $2.75\Delta_y$  de amplitud, por una caída de la resistencia lateral propiciada u originada por un desprendimiento del hormigón y pandeo de las barras longitudinales a una distancia de la base 100 y 350 mm en las caras normales a las carga lateral. Los daños del pilar en el último ciclo de carga se pueden ver en la Figura 5-51 y la curva cortante- desplazamiento se presenta en la Figura 5-52.



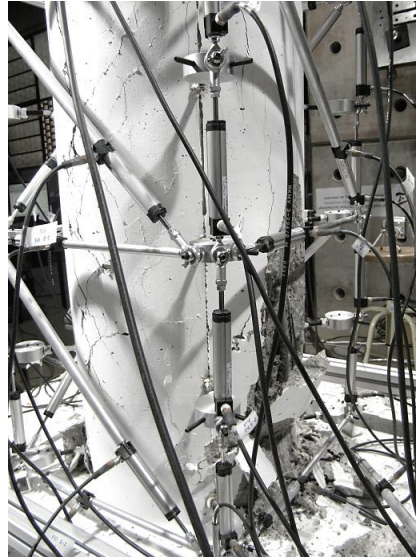


Figura 5-51 Daños en el último ciclo de carga del pilar U4-550-200-N

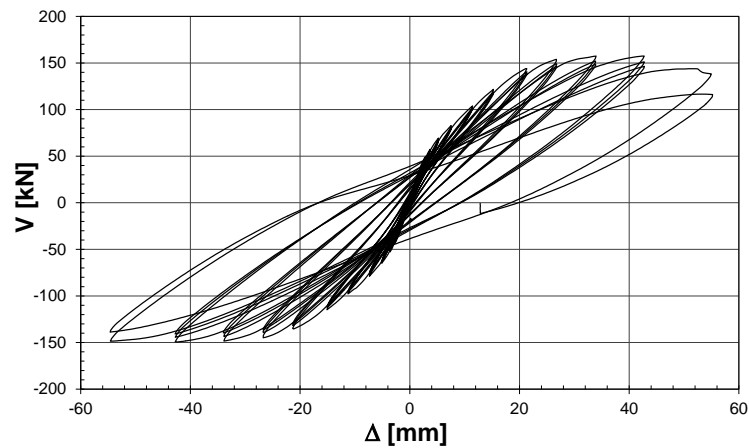


Figura 5-52 Curva cortante – desplazamiento del pilar U4-550-200-N

## 5.4.2 Ensayos de pilares no reforzados bajo carga bidireccional

### 5.4.2.1 Pilar 2, B2-945-300-N

En el pilar 2, hasta el ciclo  $0.75\Delta_y$ , se observaron fisuras horizontales separadas  $80\text{mm}$  alrededor de todo el pilar. En el subsiguiente ciclo ( $1.0\Delta_y$ ), se evidenció un agotamiento del hormigón a una distancia de la base entre  $0.0$  y  $200\text{mm}$ . A continuación ( $1.4\Delta_y$ ), las fisuras por flexión se propagan diagonalmente con un ángulo medio de  $35^\circ$ ; además, se observaron fisuras verticales formando una cuadrícula con las horizontales. En el primer ciclo con amplitud  $1.75\Delta_y$ , se ven fisuras diagonales con un ángulo de aproximadamente de  $20^\circ$  e interconectadas con las fisuras verticales. El ensayo se finalizó en el segundo ciclo de la misma amplitud por una disminución de la resistencia lateral superior al 20% de la carga máxima, debido a un desprendimiento de lajas de hormigón a una

distancia de la base entre 100 y 750mm y al pandeo de la armadura longitudinal entre 100 y 400mm de la misma referencia, como se puede ver en la Figura 5-53.



Figura 5-53 Daños en el último ciclo de carga del pilar B2-945-300-N

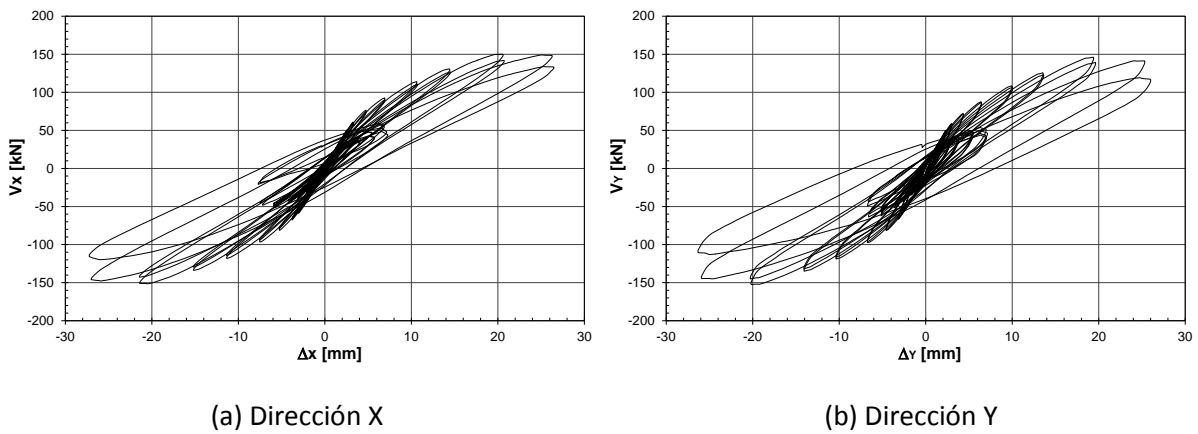


Figura 5-54 Curva cortante – desplazamiento del pilar B2-945-300-N

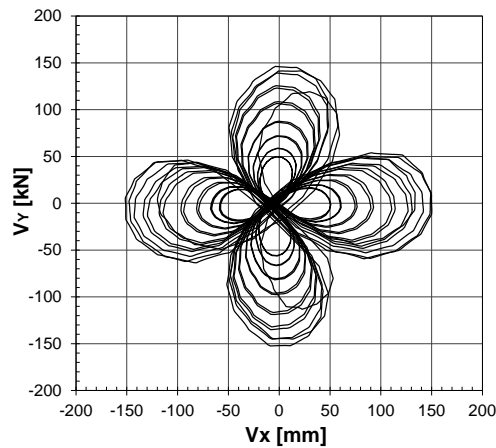


Figura 5-55 Curva cortante X – cortante Y del pilar B2-945-300-N

#### 5.4.2.2 Pilar 5, B5-1100-200-N

En el pilar 5 se vieron fisuras por flexión incluso en el ciclo  $0.75\Delta_y$ . A continuación, en  $1.0\Delta_y$ , se observó un agotamiento del hormigón cerca a la base y la aparición de fisuras paralelas al eje del pilar, además se produjo el salto de delgadas láminas de hormigón. En el ciclo  $1.4\Delta_y$ , las fisuras de flexión se propagaron diagonalmente y se interconectan rápidamente con las fisuras verticales formando un ángulo medio aproximado de  $20^\circ$ . El ensayo se detiene finalizados los ciclos con amplitud  $1.75\Delta_y$ , dado que la carga lateral cae más de un 20% respecto a la carga máxima, lo cual se produjo por un desprendimiento del hormigón y pandeo de la armadura longitudinal a una distancia de la base entre 100 y 400mm, como se puede observar en la Figura 5-56. Las curvas de fuerza cortante –desplazamiento se pueden ver en la Figura 5-57 y la curva fuerza cortante X – fuerza cortante Y en la Figura 5-58.



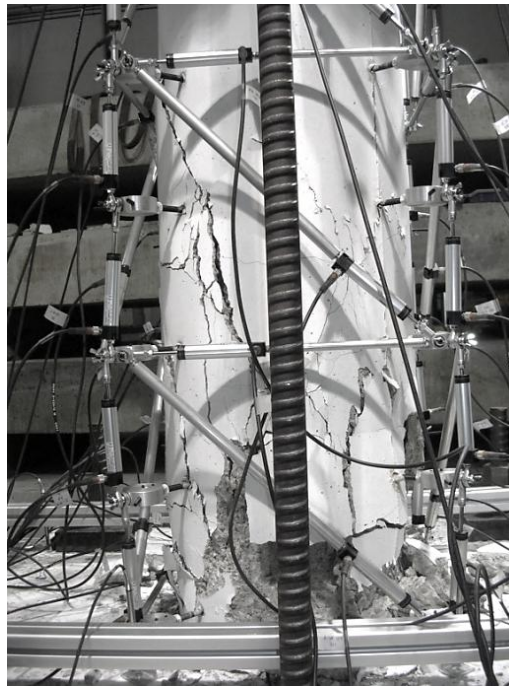


Figura 5-56 Daños en el último ciclo de carga del pilar B5-1100-200-N

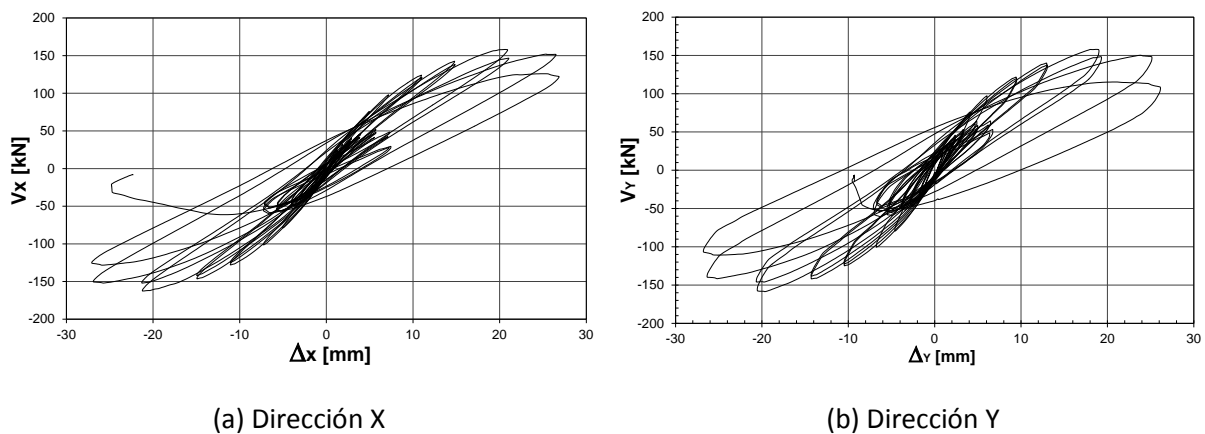


Figura 5-57 Curva cortante – desplazamiento del pilar B5-1100-200-N

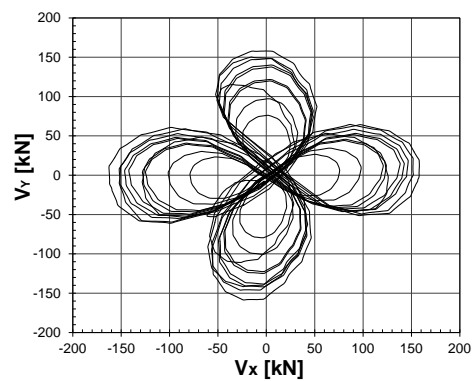


Figura 5-58 Curva cortante X – cortante Y del pilar B5-1100-200-N

### 5.4.2.3 Pilar 6, B6-550-200-N

En el pilar 6 se observaron fisuras normales al eje longitudinal del pilar hasta el ciclo  $0.75\Delta_y$ . En el siguiente ciclo ( $0.75\Delta_y$ ), se presentó agotamiento del hormigón y desprendimiento del hormigón de recubrimiento; además se vieron fisuras verticales. En el ciclo  $1.0\Delta_y$ , las fisuras por flexión se propagan diagonalmente con un ángulo cercano a  $40^\circ$  con interconexión con las fisuras verticales.

En este ensayo se presentó un contratiempo en el ciclo con amplitud de  $1.75\Delta_y$  y cerca de  $1 a 2mm$  antes de alcanzar la amplitud dada en la dirección  $Y$ . El problema consistió en que se notó un incremento repentino de carga en el actuador en dicha dirección y en la célula de la barra vertical opuesta al sentido de desplazamiento. La situación se solventó aumentando la carrera del cilindro hidráulico dado que esta era insuficiente para compensar el incremento de desplazamiento por el giro. Sin embargo, es de notarse que en el proceso de la identificación de la causa, el ciclo se repitió dos veces más de las previstas.

El ensayo se suspendió en el primer cuadrante del ciclo con amplitud  $2.75\Delta_y$  porque la caída de la resistencia superó el valor del 20% respecto a la carga lateral máxima; la cual se produjo por el desprendimiento de fragmentos de hormigón y pandeo de la armadura longitudinal a una distancia de la base entre  $100$  y  $400mm$ , ver Figura 5-59. En la Figura 5-60 y Figura 5-61 se ven la curva cortante – desplazamiento para cada dirección y la curva fuerza cortante  $X$ - fuerza cortante  $Y$ , respectivamente.

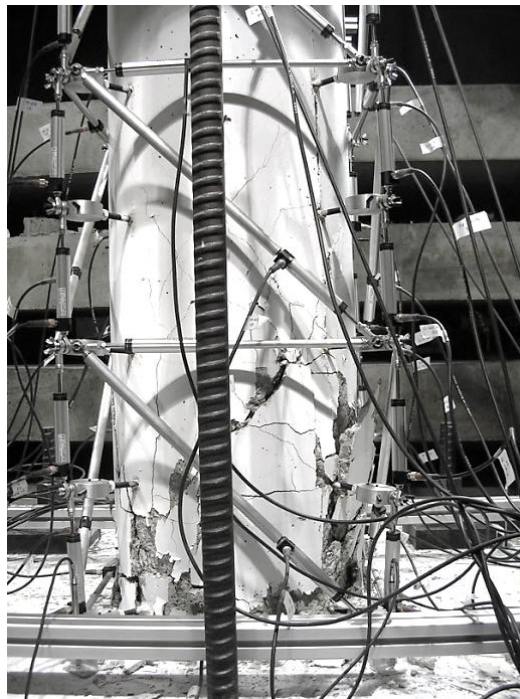
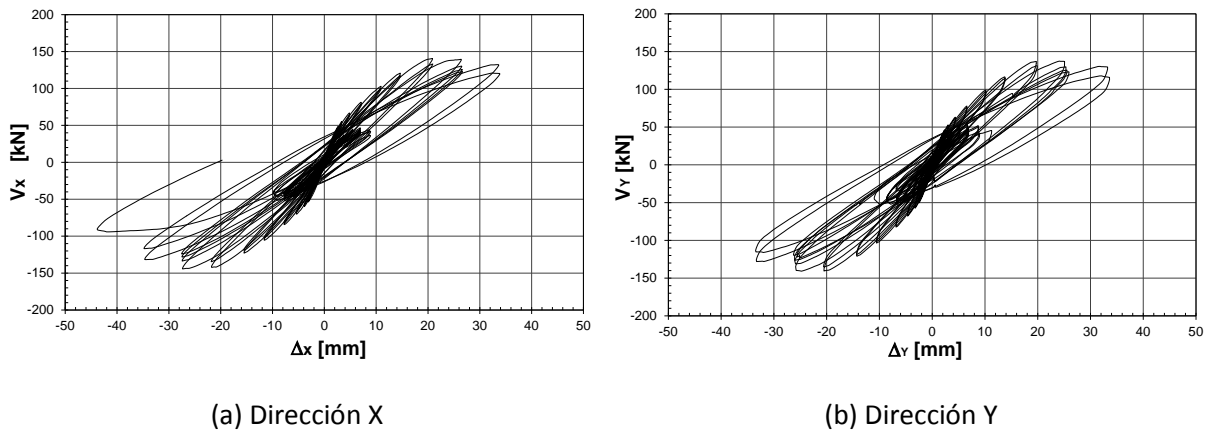
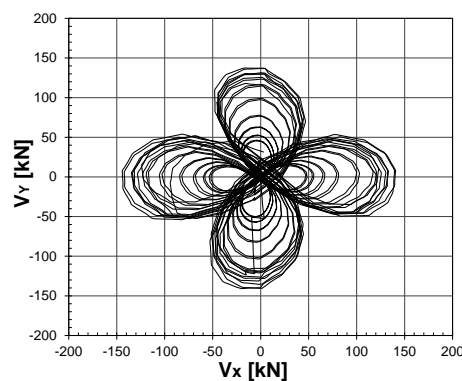


Figura 5-59 Daños en el último ciclo de carga del pilar B6-550-200-N



**Figura 5-60 Curva cortante – desplazamiento del pilar B6-550-200-N**



**Figura 5-61 Curva cortante X – cortante Y del pilar B6-550-200-N**

### 5.4.3 Ensayos de pilares reforzados bajo carga bidireccional

Los ensayos de los pilares reforzados con FRP se realizaron con carga bidireccional hasta alcanzar el desplazamiento de ductilidad de diseño, es decir hasta  $4.2\Delta_y$ . A continuación se realizaron ciclos con amplitudes superiores pero con carga sólo en la dirección  $X$ , dado que se alcanzó la carga máxima del actuador en la dirección  $Y$ . El máximo desplazamiento al que se podía someter el pilar era de  $125\text{mm}$  por las limitaciones físicas de la rotación de las barras verticales.

Por otro lado, en los modelos experimentales reforzados no era posible ver los daños en el hormigón dado que estaban envueltos por la fibra. De forma general, sólo se veía una apertura del FRP en la dirección del eje longitudinal del pilar ocasionada por esfuerzos de flexión y algunos cambios de color de la resina posiblemente producto de una concentración de deformación en esas zonas. En los posteriores apartados se presentan las curvas resultantes de los experimentos y una fotografía del estado en el último ciclo de carga. A continuación se presentan los resultados de los ensayos de los pilares reforzados con CFRP, AFRP y el pilar reparado con CFRP.

### 5.4.3.1 Pilar 8, B8-1100-200-CFRPx2

En este pilar se alcanzaron ciclos con amplitudes de  $7.81\Delta_y$  y  $4.2\Delta_y$  en la dirección  $X$  e  $Y$ , respectivamente. En el ciclo con amplitud  $4.2\Delta_y$  dirección  $X$ , se observó un ligero descenso del esfuerzo cortante resistente en el cuadrante de los valores negativos. No obstante, en el siguiente ciclo, la resistencia lateral vuelve a ser creciente. En el último ciclo de la dirección  $X$  se escuchó un estruendo, probablemente producto de la rotura de una barra longitudinal, dado que a su vez se observó una caída de la carga lateral, ver Figura 5-62 y Figura 5-63. El estado final del FRP se puede ver en la fotografía de la Figura 5-64.

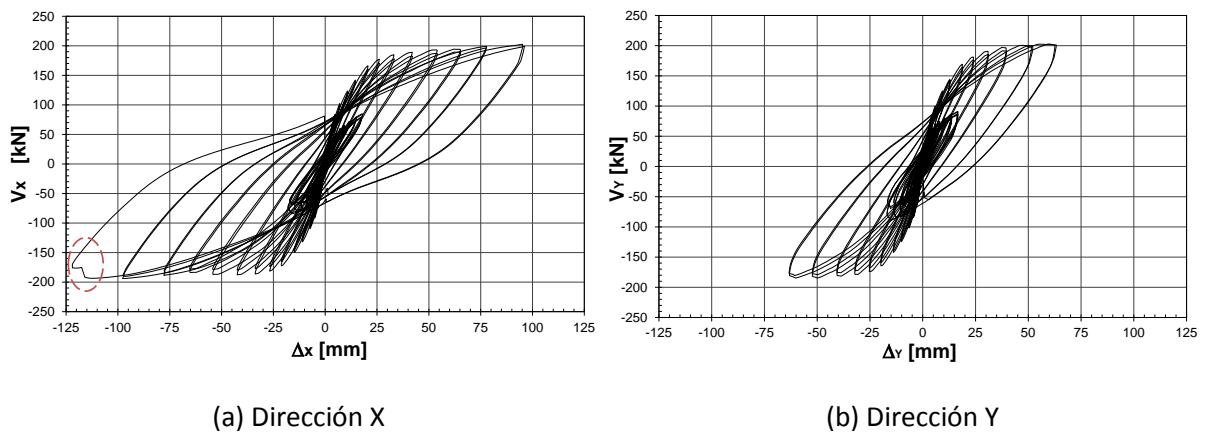


Figura 5-62 Curva cortante – desplazamiento del pilar B8-1100-200-CFRPx2

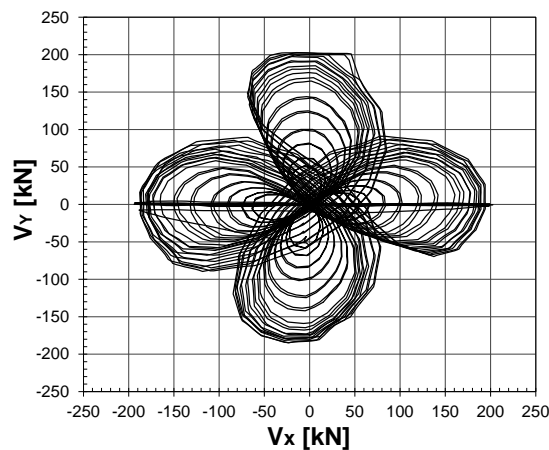
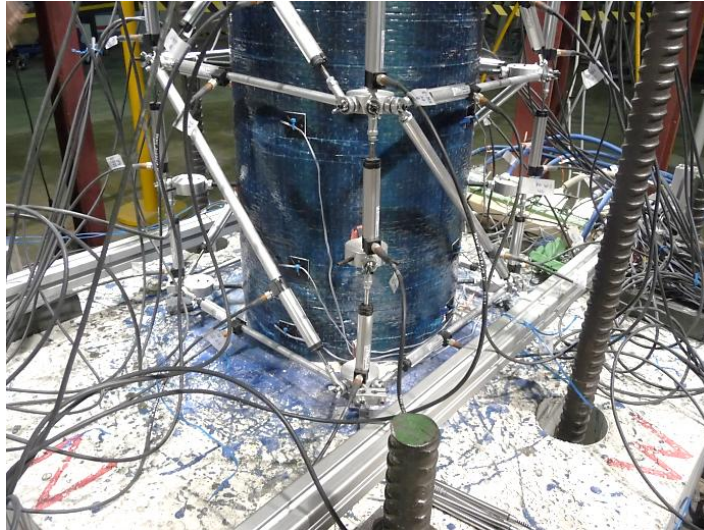


Figura 5-63 Curva cortante X – cortante Y del pilar B8-1100-200-CFRPx2



**Figura 5-64 Estado del FRP en el último ciclo de carga del pilar B8-1100-200-CFRPx2**

#### **5.4.3.2 Pilar 9, B9-1100-200-CFRPx6**

El ensayo del pilar 9 se finalizó en el ciclo correspondiente a  $6.25\Delta_y$  en la dirección  $X$  y  $5.0\Delta_y$  en la dirección  $Y$ . En la fibra no se observó ningún daño adicional a las aperturas en la dirección longitudinal del pilar producto de los esfuerzos de flexión, ver Figura 5-65. Las curvas resultantes del ensayo se pueden ver en la Figura 5-66 y la Figura 5-67, donde se observa que la carga lateral resistente en la dirección  $X$  es creciente hasta el último ciclo. El ensayo se detuvo sin alcanzar la falla en ningún material.



**Figura 5-65 Estado de la FRP en el último ciclo de carga del pilar B9-1100-200-CFRPx6**

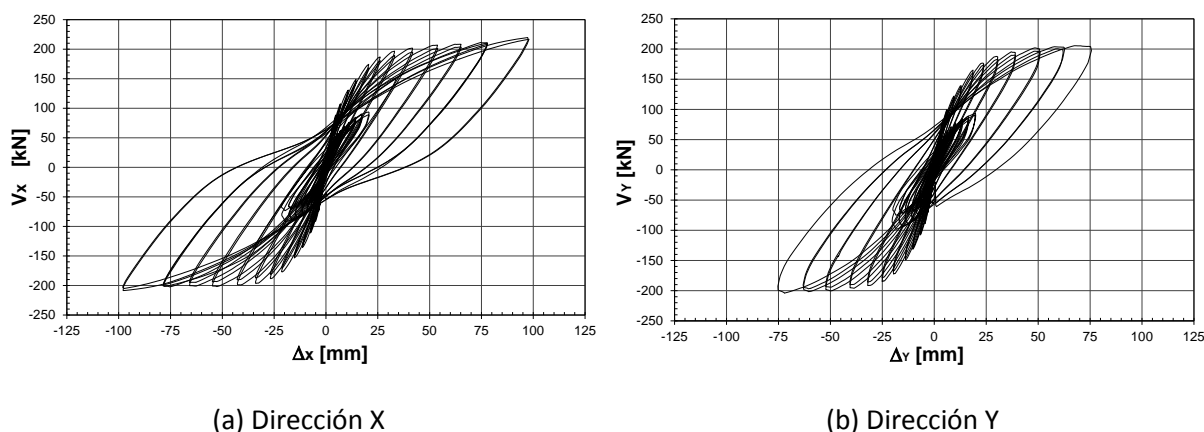


Figura 5-66 Curva cortante – desplazamiento del pilar B9-1100-200-CFRPx6

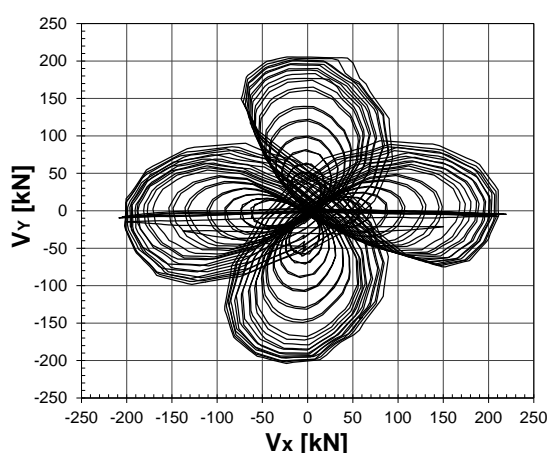


Figura 5-67 Curva cortante X – cortante Y del pilar B9-1100-200-CFRPx6

#### 5.4.3.3 Pilar 7, B7-1100-200-AFRPx2

En el pilar 7 se observó en los ciclos con amplitud  $6.25\Delta_y$  una rotura del FRP a una distancia de la base de alrededor de  $100\text{mm}$  en las caras normales a la carga en la dirección  $X$ . En el siguiente ciclo,  $7.81\Delta_y$  la rotura de las fibras se acrecentó a una distancia de la base entre  $50$  y  $200\text{mm}$ , ver Figura 5-68; además, la resistencia de la carga lateral presentó una leve caída, como se puede ver en la Figura 5-69 y la Figura 5-70; el ensayo se culmina en este mismo ciclo. En la dirección  $Y$  se llegó a una amplitud de  $4.2\Delta_y$ . En la Figura 5-71 se ven dos fotografías durante el ensayo donde se observa el pilar deformado en cada una de las direcciones principales de carga.





Figura 5-68 Estado del FRP en el último ciclo de carga del pilar B7-1100-200-AFRPx2

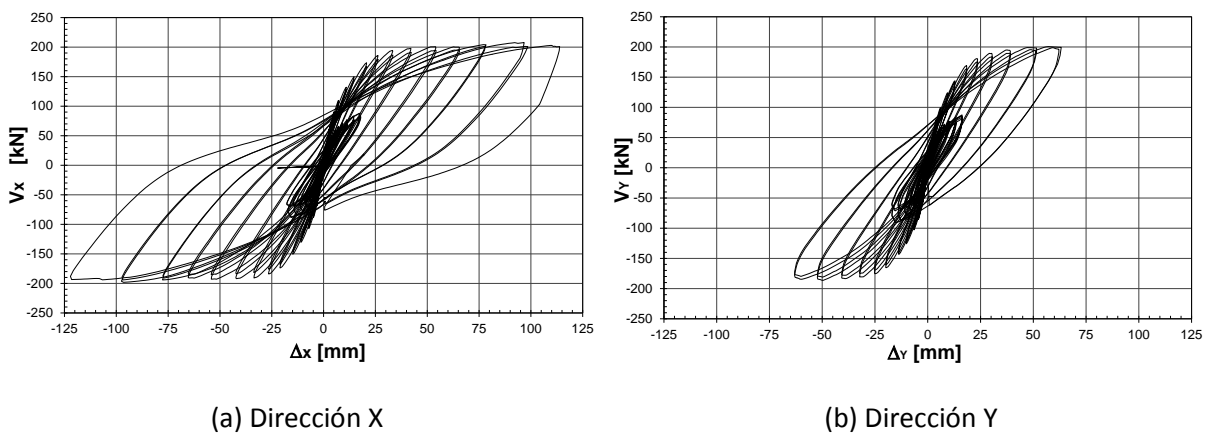


Figura 5-69 Curva cortante – desplazamiento del pilar B7-1100-200-AFRPx2

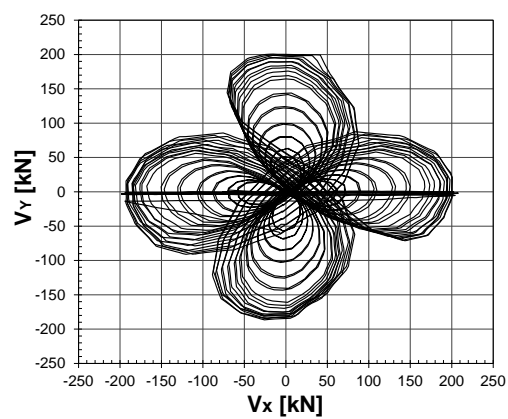
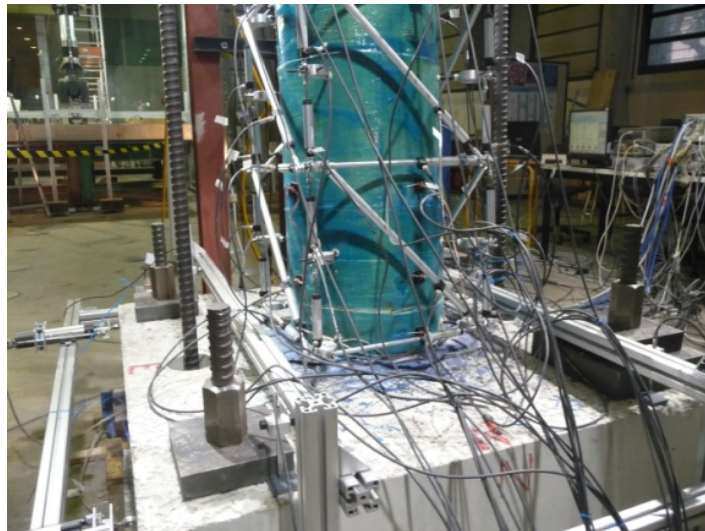


Figura 5-70 Curva cortante X – cortante Y del pilar B7-1100-200-AFRPx2

(a) Dirección  $X$ (b) Dirección  $Y$ **Figura 5-71 Pilar B7-1100-200-AFRPx2 durante le ensayo**

#### 5.4.3.4 Pilar 10, B10-1100-200-AFRPx4

En el pilar 10, el ensayo alcanzó ciclos con amplitudes de  $7.81\Delta_y$  en la dirección  $X$  y  $4.2\Delta_y$  en la dirección  $Y$ . En la Figura 5-72 se puede ver que el FRP no presentó daños diferentes a las aperturas en dirección longitudinal del pilar ocasionadas por los esfuerzos de flexión. En todos los ciclos se observó un aumento de la carga lateral resistente, excepto en el último ciclo donde se observó una caída de la carga debido a la rotura de una barra longitudinal, ver Figura 5-73 y Figura 5-74.

**Figura 5-72 Estado del FRP en el último ciclo de carga del pilar B10-1100-200-AFRPx4**



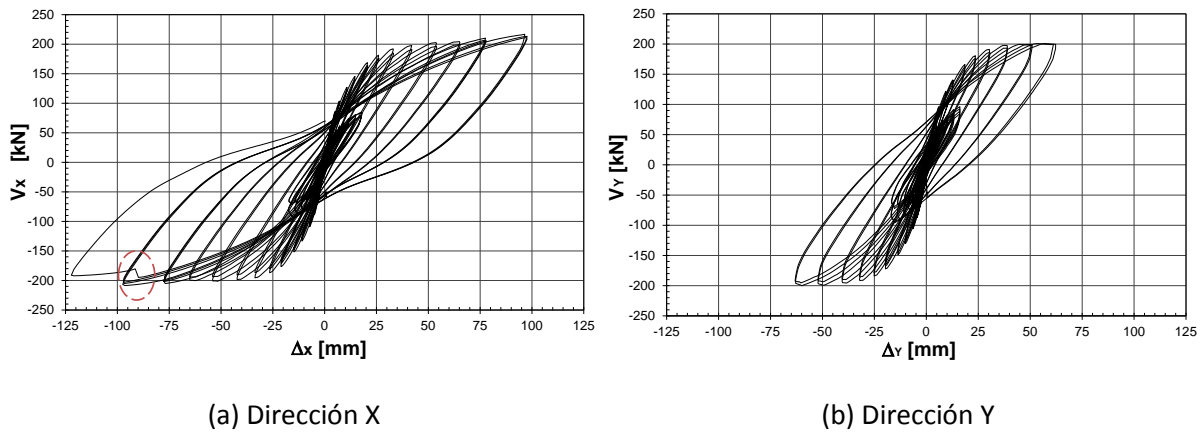


Figura 5-73 Curva cortante – desplazamiento del pilar B10-1100-200-AFRPx4

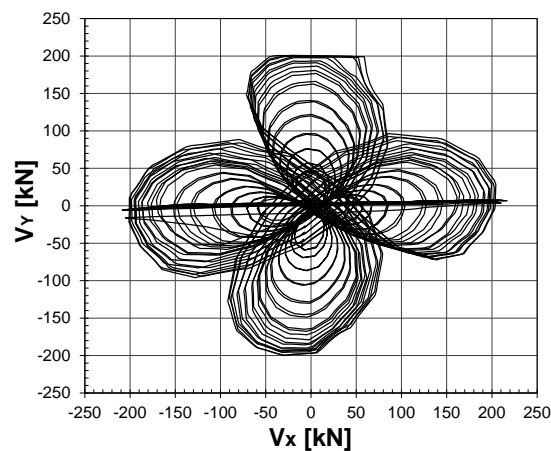
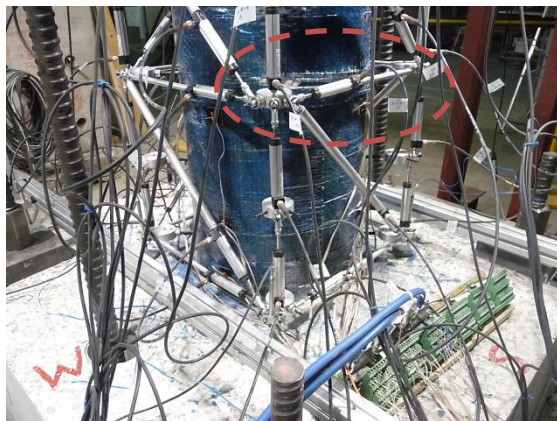


Figura 5-74 Curva cortante X – cortante Y del pilar B10-1100-200-AFRPx4

#### 5.4.3.5 Pilar 1R, B1R-945-300-CFRPx2

El pilar 1R (pilar 1, reparado y reforzado) se ensayó hasta alcanzar ciclos con amplitudes  $7.81\Delta_y$  y  $4.2\Delta_y$  en la dirección  $X$  e  $Y$ , respectivamente. En el ciclo con amplitud  $6.25\Delta_y$ , se observó una rotura del FRP a una distancia de  $400\text{mm}$  de la base, en las caras normales al eje  $X$ , como se puede ver en la Figura 5-75a y coincidente con las perforaciones realizadas para la instrumentación. En el último ciclo, se presentó una ruptura del FRP a una distancia de la base entre  $0.0$  y  $50\text{mm}$ , en las caras normales al eje  $X$ , ver Figura 5-75b. A pesar de la rotura de la fibra, la resistencia de la carga lateral se mantuvo, como se puede ver en la Figura 5-76 y la Figura 5-77; ello puede atribuirse a la contribución del confinamiento del FRP contiguo que no presentó rotura.

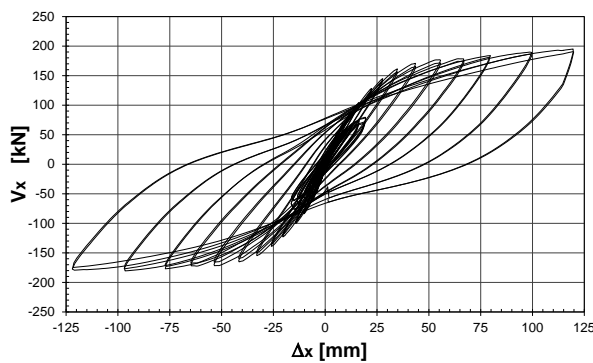


(a) Ruptura del CFRP a unos 400mm de la base

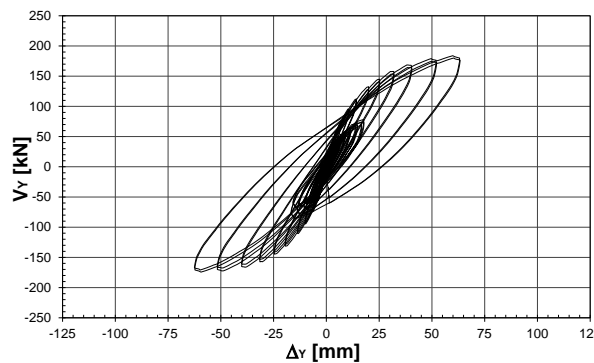


(b) Ruptura del CFRP entre 0.0 y 50mm de la base

**Figura 5-75 Estado del FRP en el último ciclo de carga del pilar B1R-945-300-CFRPx2**

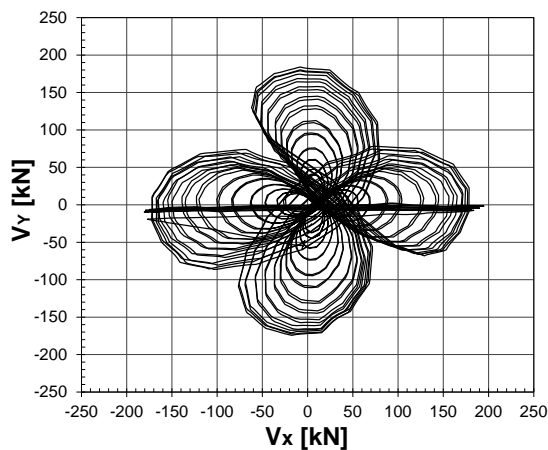


(a) Dirección X



(b) Dirección Y

**Figura 5-76 Curva cortante – desplazamiento del pilar B1R-945-300-CFRPx2**



**Figura 5-77 Curva cortante X – cortante Y del pilar B1R-945-300-CFRPx2**

#### 5.4.4 Análisis comparativo de los resultados experimentales

En este apartado se comparan las curvas envolventes de los ensayos unidireccionales con su correspondiente ensayo bidireccional, tanto para los ensayos con pilares no reforzados como de los pilares reforzados con FRP.

##### 5.4.4.1 Curvas envolventes de los ensayos unidireccionales y bidireccionales no reforzados

En la Figura 5-78a se pueden ver las curvas envolventes de cortante - desplazamiento de los experimentos con los pilares bajo carga unidireccional, en las cuales se observan algunos comportamientos mecánicos típicos de estos elementos estructurales descritos en la literatura [PARK & PAULAY 1975]. Por ejemplo, el incremento de la carga axial en valores menores cercanos a  $0.4f_c A_c$ , aumenta la capacidad a flexión y su rigidez inicial, pero reduce la ductilidad a desplazamiento.

Las curvas envolventes de los pilares bajo carga bidireccional confrontadas con el correspondiente ensayo unidireccional se presentan en las gráficas b, c y d de la Figura 5-78; en ellas se observa que los pilares con cargas bidireccionales tienen aproximadamente un 90% de la resistencia unidireccional.

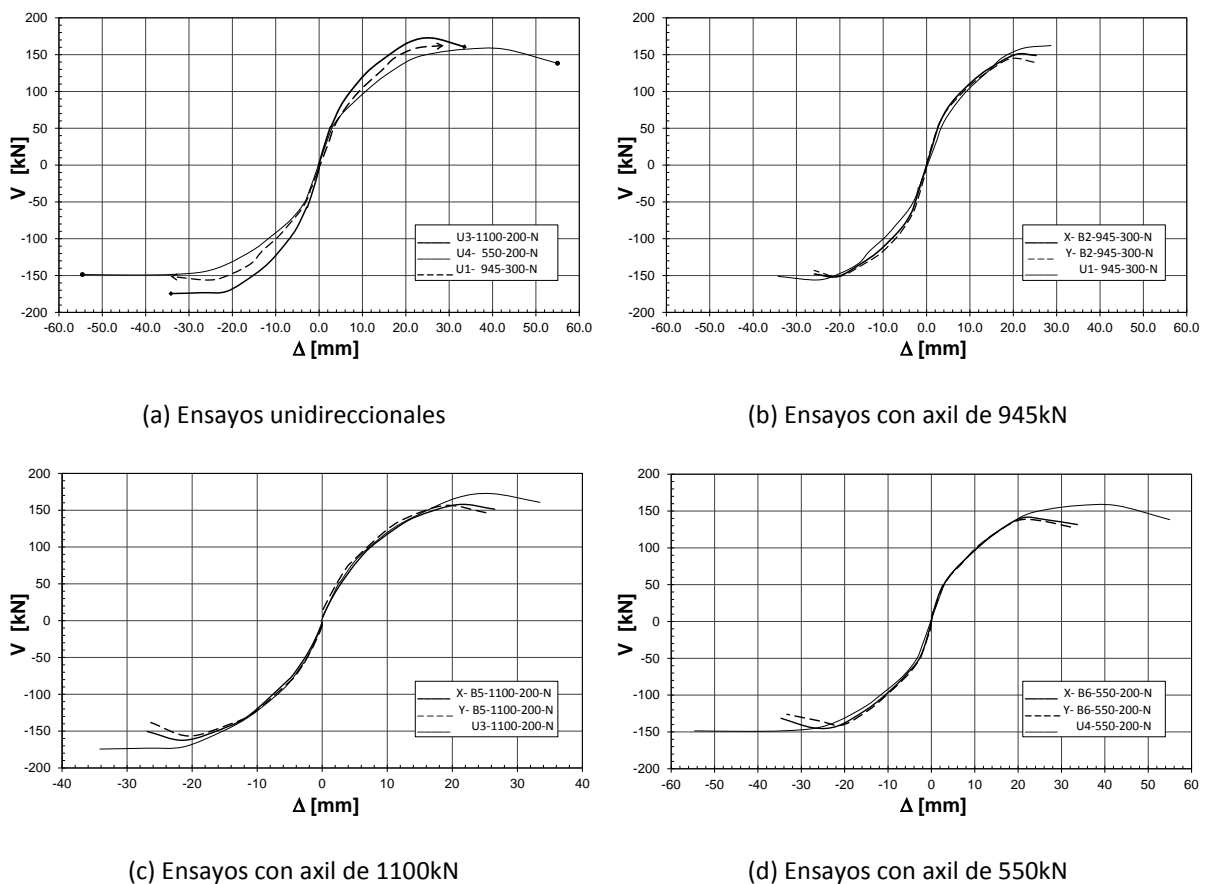


Figura 5-78 Comparación de los ensayos unidireccionales con los bidireccionales no reforzados

Así mismo sufren una reducción importante de la capacidad de desplazamiento, estando entre 61 y 72% de la ductilidad del elemento con carga unidireccional. Además, se debe notar que la mayor reducción de la capacidad de desplazamiento (61%), corresponde al pilar con menor carga axial (550kN), ver Tabla 5-15. Las posibles causas que conllevan a la reducción de resistencia y ductilidad de los pilares bajo carga bidireccional se discutirán en los siguientes apartados.

**Tabla 5-15 Resultados experimentales característicos de pilares sin reforzar**

Pilar	$\Delta_{m\acute{a}x}$ [mm]	$V_{m\acute{a}x}$ [kN]	$\Delta_u$ [mm]	$V_u$ [kN]	$\mu_{\Delta}$
U1-945-300-N <sup>(a)(c)</sup>	26.9	159.2	35.5	153.4	2.21
B2-945-300-N <sup>(b)</sup>	20.2	149.3	25.6	144.7	1.60
B/U	(75%)	(94%)	(72%)	(94%)	
U3-1100-200-N <sup>(a)</sup>	26.5	172.8	33.8	167.5	2.11
B5-1100-200-N <sup>(b)</sup>	20.4	158.3	26.2	146.7	1.64
B/U	(77%)	(92%)	(78%)	(88%)	
U4-550-200-N <sup>(a)</sup>	42.7	153.3	54.8	143.4	2.88
B6-550-200-N <sup>(b)</sup>	20.7	140.1	33.7	138.6	2.11
B/U	(48%)	(91%)	<b>(61%)</b>	(97%)	

(a) Promedio de los dos sentidos

(d)

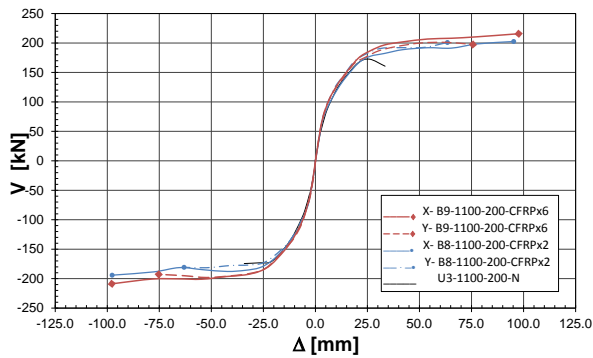
(b) Promedio de cuatro valores, dos direcciones y dos sentidos

(c) Adoptado como último, ver apartado 5.4.1.1

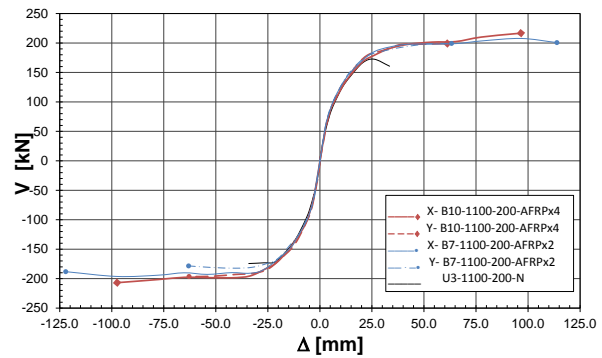
#### 5.4.4.2 Comparación de los resultados de los ensayos unidireccionales con los bidireccionales reforzados

En la Figura 5-79a y la Figura 5-79b se confrontan los resultados experimentales del pilar bajo carga unidireccional con los pilares bajo carga bidireccional reforzados con CFRP y AFRP, respectivamente. En los cuatro pilares se puede ver que se superó el desplazamiento objetivo de 62mm sometido a carga bidireccional y bajo carga unidireccional se alcanzaron desplazamientos de al menos 95mm.

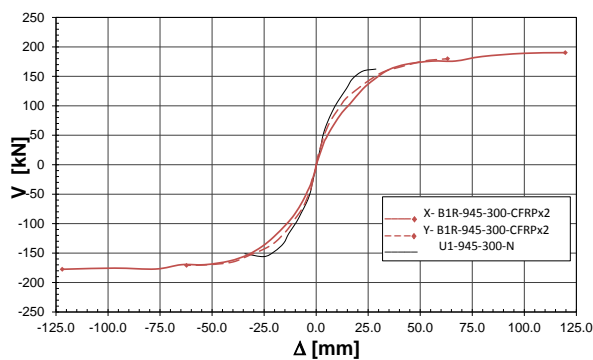
Por otro lado, en la Figura 5-79a se puede ver que el pilar reforzado con dos capas de CFRP presentó una resistencia a carga lateral menor aproximadamente un 7% al reforzado con seis capas de CFRP. De forma similar, en la Figura 5-79b se puede observar que el pilar reforzado con dos capas de AFRP presentó una resistencia menor aproximadamente de 5%, en relación al pilar reforzado con cuatro capas de AFRP.



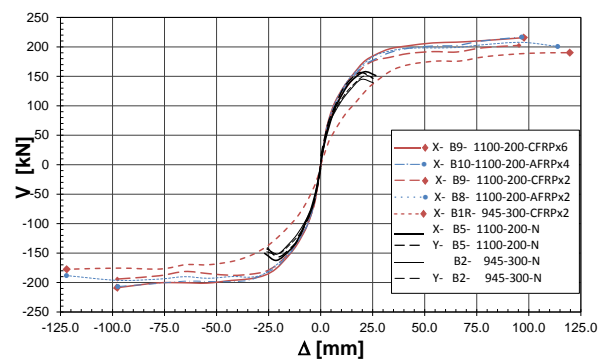
(a) Unidireccional no reforzado y bidireccionales reforzados con CFRP



(b) Unidireccional no reforzado y bidireccionales reforzados con AFRPP



(c) Unidireccional no reforzado y bidireccional reparado y reforzado con CFRP



(d) Bidireccionales no reforzados y reforzados

**Figura 5-79 Comparación de las curvas envolventes de los resultados experimentales de los ensayos bajo carga bidireccional**

En el pilar reparado y reforzado (B1R-945-300-CFRPx2), Figura 5-79c, también se presentó un aumento significativo de capacidad de desplazamiento ( $121\text{mm}$  y  $63\text{mm}$  en la dirección  $X$  e  $Y$ , respectivamente). Sin embargo, la rigidez inicial en este pilar es menor en relación al pilar original, lo cual puede ser atribuido al daño previo que existía tras el primer ensayo.

Las curvas envolventes de los resultados experimentales de los pilares reforzados se confrontan en la Figura 5-79d; en esta, se puede observar que con ambos materiales de refuerzo, CFRP y AFRP, se lograron comportamientos dúctiles similares. En la Tabla 5-16 se puede ver el desplazamiento y la carga última de los pilares reforzados y su relación respecto al pilar no reforzado bajo carga unidireccional.

**Tabla 5-16 Resultados experimentales característicos de pilares reforzados**

Pilar	$\Delta_u$ [mm]	$V_{m\acute{a}x}$ [kN]	$\mu_{\Delta}$
U3-1100-200-N	33.8	167.5	2.11
B9-1100-200-CFRPx6 (B/U)	97.7 (2.89)	212.2 (1.27)	6.11
B8-1100-200-CFRPx2	96.5 (2.85)	198.3 (1.18)	6.03
B10-1100-200-AFRPx4 (B/U)	97.0 (2.87)	211.8 (1.26)	6.06
B7-1100-200-AFRPx2 (B/U)	118.0 (3.49)	194.4 (1.16)	7.37
U1-945-300-N	35.5	153.4	2.22
B1R-945-300-N (B/U)	118.0 (3.32)	194.4 (1.27)	7.37
Ente paréntesis relación (B/U)			

#### 5.4.5 Comparación de los resultados experimentales con los valores de diseño

En este apartado se confrontan la curva experimental de fuerza cortante – desplazamiento con las predicciones de diseño que se realizaron en el apartado 5.2 usando el modelo de rótula concentrada.

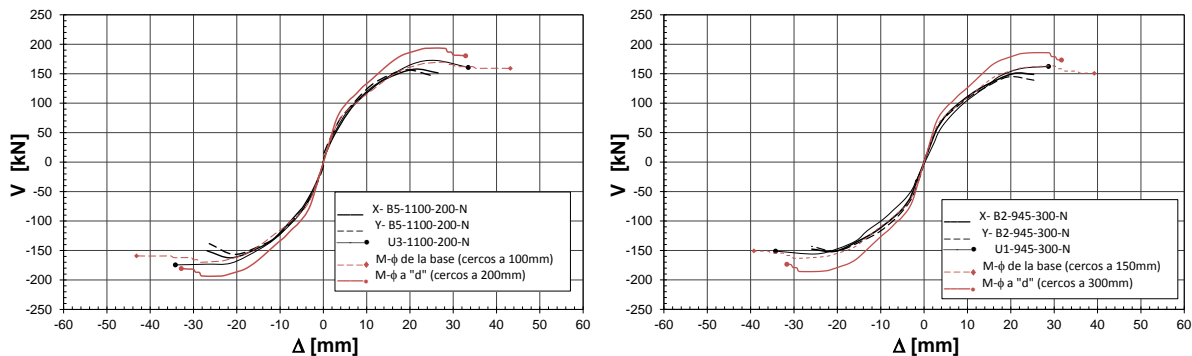
##### 5.4.5.1 Comparación de los resultados experimentales con las predicciones de diseño

En la Figura 5-80 se pueden ver las curvas experimentales contrastadas con las predicciones de diseño, tanto las obtenidas con los diagramas momento - curvatura para la sección de la base, (cercos cada 100 y 150mm) como para los calculados con el diagrama momento - curvatura a una distancia “d” de la base (cercos cada 200 y 300mm); en esta última es donde experimentalmente se observó el fallo.

Con respecto a la curva analítica correspondiente a una distancia “d” de la base, se puede ver que la predicción de diseño comparada con la curva experimental con carga unidireccional sobrevalora el esfuerzo cortante resistente de los tres pilares e infravalora los desplazamientos; siendo esto último más notorio (40%) en el pilar con menor axil (Figura 5-80d). Para carga bidireccional, se puede observar que la curva analítica sobrevalora la resistencia entre un 15 y 25% y el desplazamientos entre un 20 y 30%.

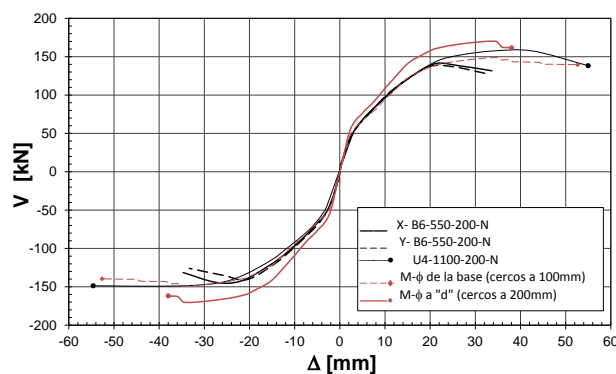
Con respecto a la curva analítica correspondiente a la sección de la base, se puede ver que la predicción de diseño comparada con los resultados experimentales se aproxima mejor la resistencia; no obstante, los valores de desplazamiento son sobrestimados entre 30% y 5% para los pilares con carga axil de 1100kN y 950kN y menor un 3.0% aproximadamente para el pilar con carga axil de

550kN. Para cargas bidireccionales, la resistencia se infravalora entre 5.0% y 15% y el desplazamiento entre un 70% y 90%. Adicionalmente, se debe hacer notar que esta sección no corresponde a la sección de fallo de los ensayos experimentales; sin embargo, se ha tomado de referencia para mantener el procedimiento habitual en los modelos de inelasticidad concentrada.



(a) Carga axial de 1100kN

(b) Carga axial de 945kN



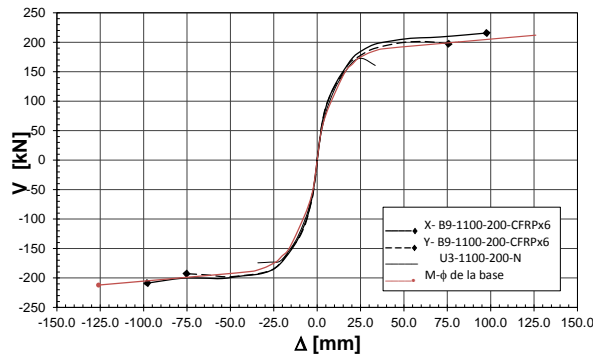
(c) Axil de 550kN

**Figura 5-80 Comparación de las curvas envolventes de los resultados experimentales con las predicciones de diseño con el modelo de rótula concentrada**

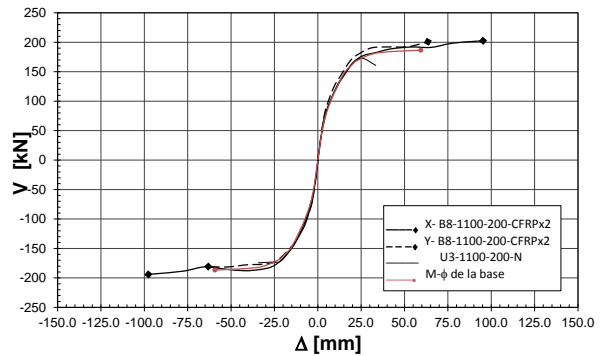
#### 5.4.5.2 Comparación de los resultados experimentales de los pilares reforzados con FRP con las predicciones de diseño

En la Figura 5-81 se comparan las curvas envolventes experimentales cortante-desplazamiento con las curvas teóricas calculadas con el modelo de rótula concentrada y valores medios de las propiedades mecánicas del FRP. En ellas se puede ver que la curva analítica se ajusta razonablemente a los resultados experimentales en la rigidez inicial y para endurecimiento plástico. No obstante, se puede observar que la curva analítica infravalora el desplazamiento último en los pilares con dos capas de CFRP y AFRP, ver Figura 5-81b y Figura 5-81d. En la Figura 5-81a, pilar reforzado con seis capas de CFRP, el ensayo se suspende en 100mm sin alcanzar fallo en algún material, teóricamente se podía esperar un desplazamiento máximo de 125mm con la falla del

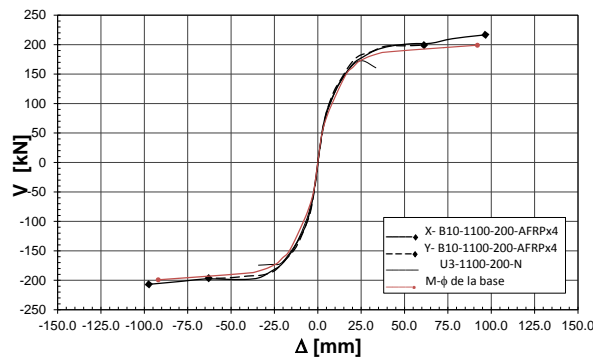
hormigón. En la Figura 5-81c, pilar reforzado con cuatro capas de AFRP, se puede ver que el desplazamiento último teórico se aproxima al resultado experimental, pero es de aclarar que la falla del pilar se produjo por rotura de una barra longitudinal, mientras que en el modelo analítico se produce por agotamiento de la capacidad de deformación del hormigón.



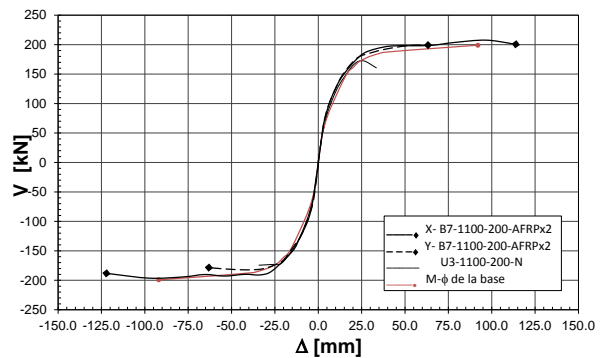
(a) Reforzado con 6 capas de CFRP



(b) Reforzado con 2 capas de CFRP



(c) Reforzado con 4 capas de AFRP



(d) Reforzado con 2 capas de AFRP

**Figura 5-81 Comparación de las curvas envolventes de los resultados experimentales del modelo de rótula concentrada**

#### 5.4.6 Efectos de los esfuerzos cortantes en la zona de plastificación

En el apartado anterior se observó que los modelos de rótula concentrada en los pilares no reforzados discrepan de los resultados experimentales en lo siguiente:

- la zona de falla en el experimento se produce a una distancia "d" o superior, mientras que en el modelo se asume que está en la base del pilar;
- los resultados del modelo analítico para la sección de fallo dan un esfuerzo cortante considerablemente superior a los resultados experimentales y
- los desplazamientos del modelo analítico para la sección de fallo con respecto a los medidos experimentalmente, son menores en los ensayos unidireccionales y superiores en los ensayos bidireccionales.



No obstante, como era de esperar, el modelo de rótula concentrada se aproxima de forma más adecuada en la modelización de los pilares reforzados con FRP, lo cual tiene sentido dado que están adecuadamente diseñados a cortante. Sin embargo, llama la atención que el desplazamiento último medido en los experimentos de los pilares reforzados con dos capas, tanto de CFRP como de AFRP, sea entre un 20% y 50% mayor a los de la predicción de diseño. Se debe tener en cuenta, por otro lado, que el fallo en los modelos analíticos ocurre por agotamiento de la deformación del hormigón, mientras que en los experimentos, el fallo ocurre por la rotura de una barra longitudinal.

En este apartado se examinarán las mediciones experimentales de dos aspectos que se consideran relevantes en los cálculos con el modelo de rótula concentrada: la longitud de plastificación y la deformación en los cercos. El primero es relevante para el cálculo del desplazamiento y el segundo por su contribución a la ductilidad y resistencia del hormigón.

#### 5.4.6.1 Longitud de plastificación

Las curvaturas y su evolución durante los ciclos de carga se pueden calcular a partir de las mediciones de los potenciómetros instalados a lo largo de la altura del pilar con 5.47.

$$\phi_x = \frac{\bar{\Delta}_{z,+y} - \bar{\Delta}_{z,-y}}{z_0 y_{+y,-y}} ; \phi_y = -\frac{\bar{\Delta}_{z,+x} - \bar{\Delta}_{z,-x}}{z_0 x_{+x,-x}} \quad ( 5.47 )$$

Donde,  $\phi_{x,y}$  son las curvaturas en los ejes  $x$  e  $y$ ;  $\bar{\Delta}_z$  es el promedio de dos potenciómetros situados verticalmente en cada uno de los cuadrantes ( $+y$ ;  $-y$ ;  $+x$ ;  $-x$ );  $z_0$  es la distancia inicial en el eje  $z$  entre los puntos de apoyo de los potenciómetros;  $y_{+y,-y}$  y  $x_{+x,-x}$  son las distancias entre los puntos de apoyo de los potenciómetros en los ejes  $y$  ó  $x$ , según corresponda.

En la Figura 5-82 se puede ver la evolución de las curvaturas para los pilares no reforzados con carga axil de 1100 y 550kN bajo carga unidireccional. En ellas, se puede observar que la curvatura de plastificación, valor que está entre  $0.015$  y  $0.020 m^{-1}$ , alcanza alturas de 600 a 700mm; estas alturas indican la longitud que ha plastificado. De la misma manera, en la Figura 5-84 y Figura 5-85 se pueden ver los ensayos correspondientes bajo carga bidireccional; en ella se puede observar que las curvaturas superan la curvatura de plastificación en alturas de hasta 400mm para el caso de carga axil de 1100kN y hasta 700mm en el caso de carga axil de 550mm, indicando que la longitud plastificada es menor que en el caso de carga unidireccional.

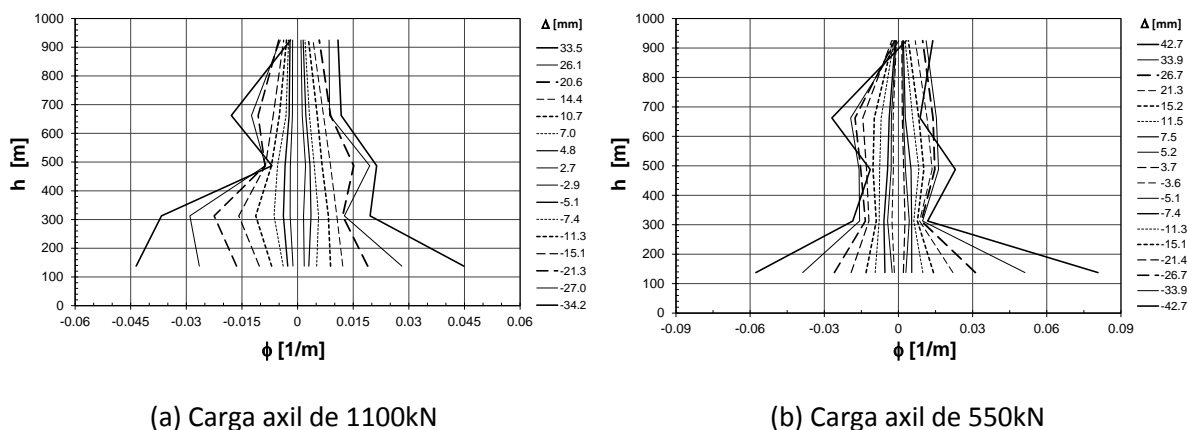


Figura 5-82 Diagrama altura de pilar- curvatura en los pilares no reforzados bajo carga unidireccional

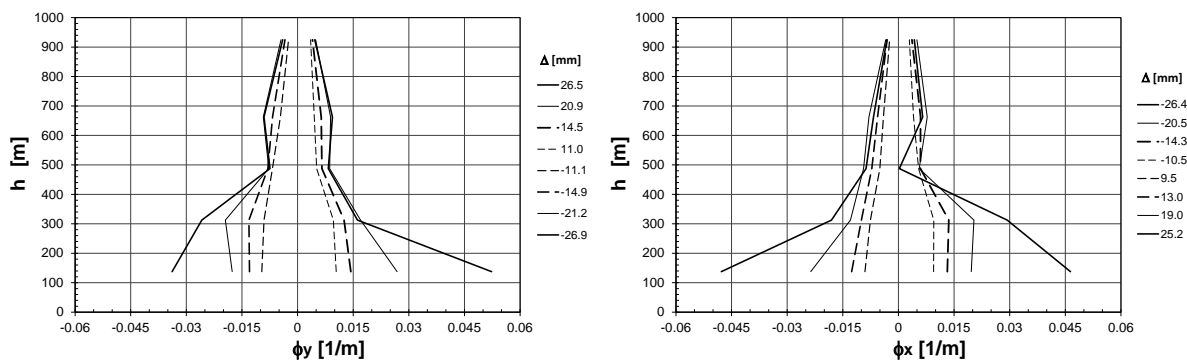


Figura 5-83 Diagrama altura del pilar - curvatura en los pilares no reforzados bajo carga bidireccional y axil de 1100kN

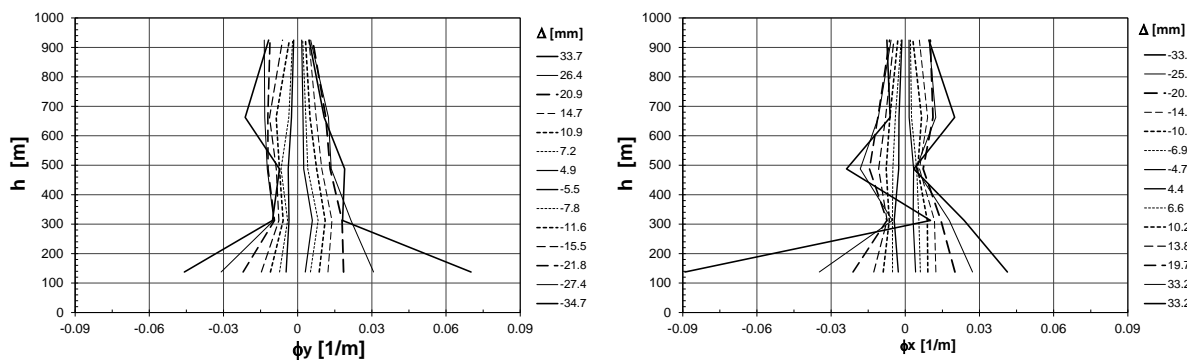


Figura 5-84 Diagrama altura del pilar - curvatura en los pilares no reforzados bajo carga bidireccional y axil de 550kN

En los pilares reforzados, a diferencia de los anteriores, las curvaturas que superan el límite de plastificación se concentran en alturas menores a 300mm en los reforzados con CFRPx6 y a 400mm en los reforzados con CFRPx2, como se puede ver en la Figura 5-85; lo cual indica, cómo a mayor capacidad a cortante, la longitud plástica es menor. En los pilares reforzados con AFRP se puede observar un comportamiento similar, ver Figura 5-86. De acuerdo a lo anterior, se puede concluir que la longitud de plastificación se incrementa a menor cuantía de armadura o refuerzo transversal.

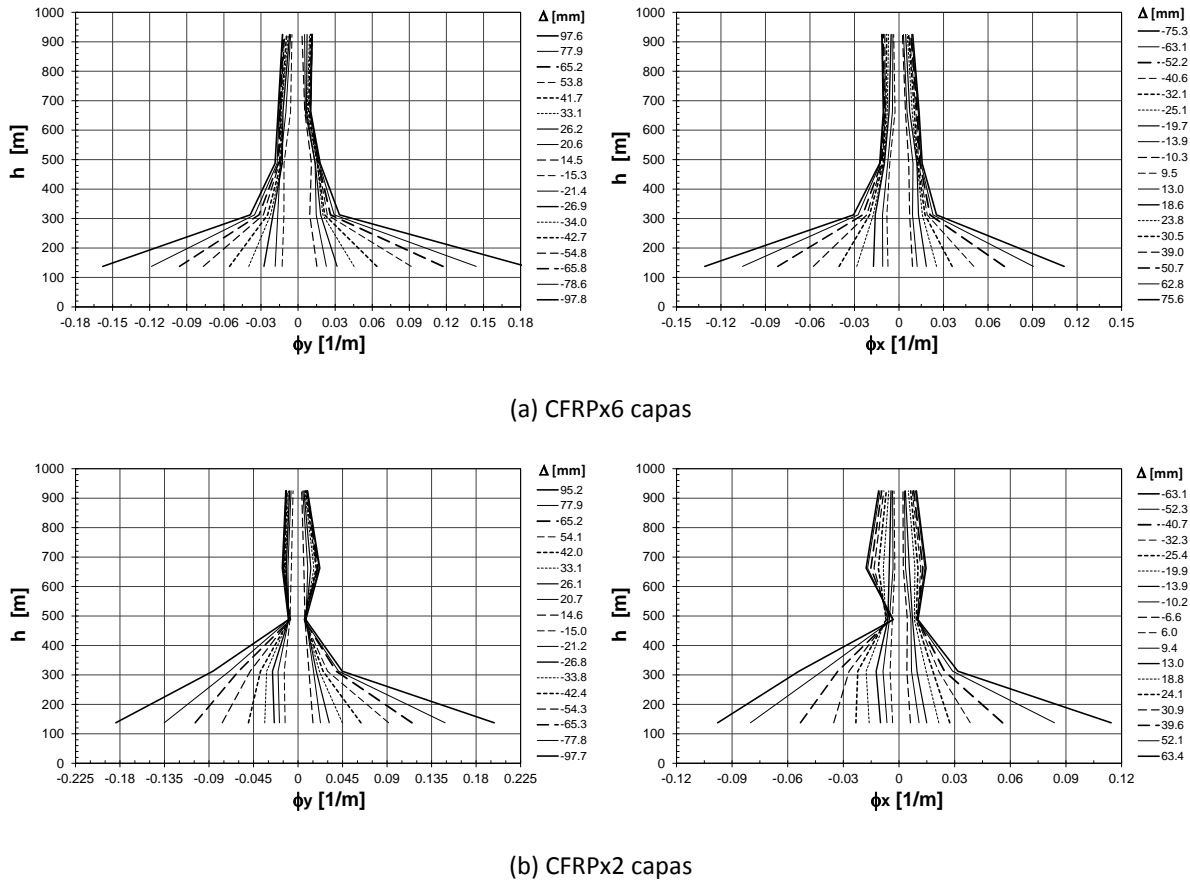
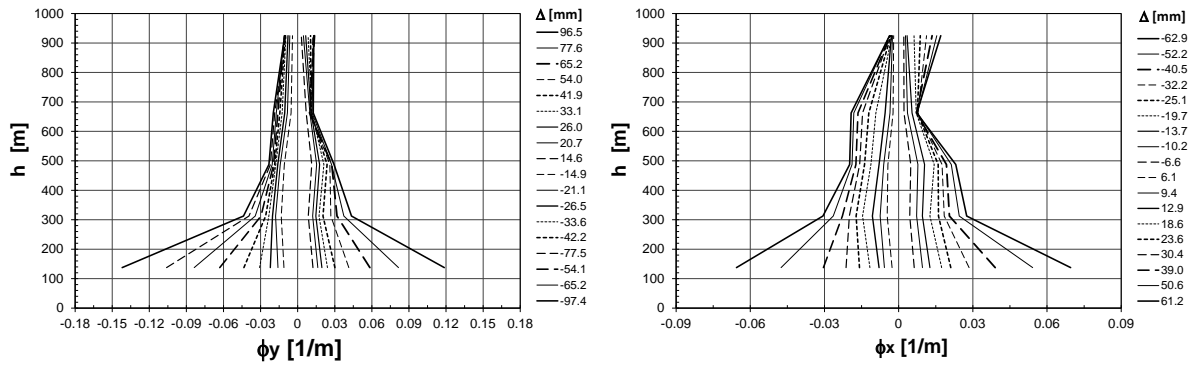
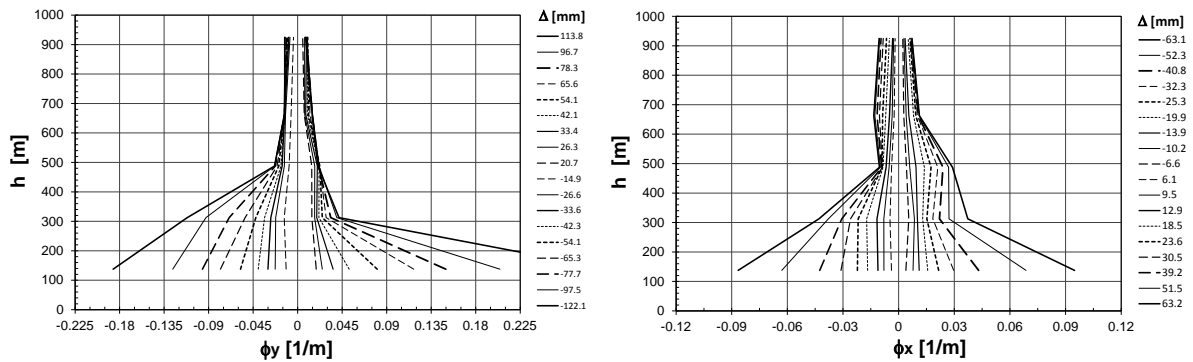


Figura 5-85 Diagrama altura del pilar - curvatura en los pilares reforzados con CFRP



(a) AFRPx4 capas

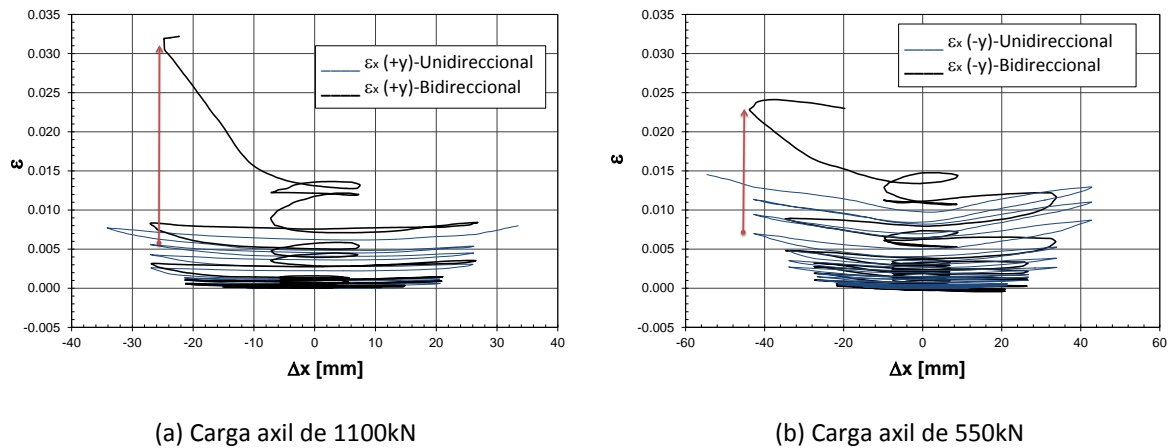


(b) AFRPx2 capas

Figura 5-86 Diagrama altura del pilar - curvatura en los pilares reforzados con AFRP

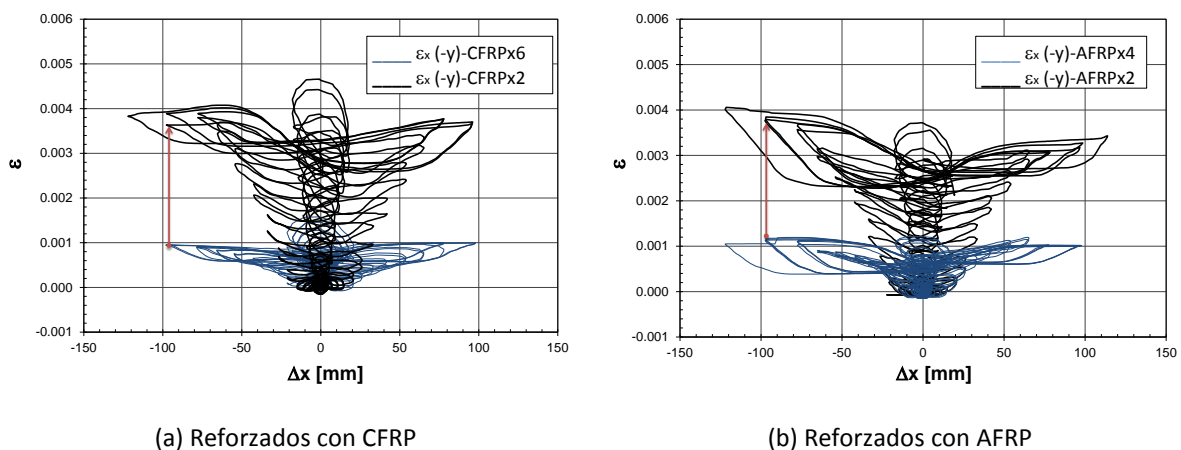
5.4.6.2 Deformación transversal

A continuación se examinarán las deformaciones transversales paralelas al eje  $X$  medidas por los potenciómetros ubicados a una altura de  $400\text{mm}$  de la base. En la Figura 5-87a y la Figura 5-87b se ven las curvas para los pilares no reforzados bajo cargas unidireccionales y bidireccionales con carga axial de  $1100\text{kN}$  y  $550\text{kN}$ , respectivamente. En todos los casos se puede observar que las deformaciones transversales sobrepasan la deformación de plastificación de la armadura transversal ( $\epsilon_y \cong 0.0026$ ). Asimismo, las deformaciones total y residual se incrementan con los ciclos de carga. En los dos casos bidireccionales, se puede ver que las deformaciones transversales son de mayor magnitud con respecto al caso unidireccional para un mismo desplazamiento, al igual que la deformación transversal también se incrementa cuando la carga actúa en la dirección normal a la medición dada.



**Figura 5-87 Diagrama deformación transversal - desplazamiento en los pilares no reforzados bajo carga unidireccional y bidireccional**

En los pilares reforzados con CFRPx6 y AFRPx4, las deformaciones transversales no superan  $\varepsilon_y$  (Figura 5-88), mientras que, los pilares reforzados con CFRPx2 y AFRPx2, la deformación transversal alcanza magnitudes mayores a  $\varepsilon_y$  pero menores a  $2\varepsilon_y$ . Asimismo, se puede ver que para estos últimos (CFRPx2 y AFRPx2) la deformación transversal aumenta con la carga en dirección normal a la medida dada. En todos los casos, las deformaciones total y residual se incrementan con los ciclos de carga. No obstante, la magnitud de la deformación transversal es del orden de 10 veces menor a la que se observó en los experimentos de los pilares no reforzados.



**Figura 5-88 Diagramas deformación transversal - desplazamiento en los pilares reforzados con CFRP y AFRP**

Lo anterior demuestra que la armadura transversal desempeña las dos funciones mecánicas: contribuir a la resistencia a cortante y confinar el hormigón; las cuales, producen deformaciones permanentes en la armadura transversal. En los pilares bajo cargas bidireccionales, la deformación en la armadura transversal producida por el esfuerzo cortante y/o dilatación del hormigón se suman

con la alternancia de dirección de las cargas. Esto conlleva a que la demanda de deformación sobre la armadura transversal sea mayor respecto al caso con carga unidireccional. Además, la deformación en la armadura transversal es una deformación lateral o fisura del hormigón, lo que produce una disminución de las capacidades mecánicas a compresión del mismo cuando este no está confinado.

## 5.5 CONCLUSIONES

En este capítulo se presentó la concepción, desarrollo y resultados de una campaña experimental de diez pilares de hormigón armado de sección circular ( $D=350\text{mm}$ ), cuatro de ellos reforzados con materiales compuestos. Los cuales fueron sometidos a flexo-compresión con cargas laterales cíclicas en una y dos direcciones, aplicadas a  $1500\text{mm}$  en un esquema de curvatura simple. Los pilares se concibieron para conseguir un comportamiento de ductilidad baja con falla por flexión - cortante. El refuerzo de los pilares se diseñó de acuerdo a recomendaciones y normas vigentes. Se estudiaron dos separaciones de armadura transversal, tres axiles y dos tipos de material de refuerzo con cuatro cuantías diferentes del mismo.

De acuerdo a los resultados de la campaña experimental y a la interpretación de los resultados presentada en este capítulo se puede concluir que:

Con respecto a la realización de los ensayos, se puede decir que la configuración del ensayo y el control de carga funcionaron adecuadamente. No se presentó ningún percance ni con el personal que colaboró en la realización de los mismos, ni con los equipos e instrumentación. Además, los ensayos sobre todos los modelos experimentales que se fabricaron se culminaron con éxito.

En los ensayos de los pilares no reforzados bajo carga unidireccional se presentaron ductilidades de desplazamiento bajas o medias en función del nivel de axil. La rotura se produjo por un mecanismo de flexión - cortante localizado a una distancia de la base del pilar de entre  $200$  y  $600\text{mm}$ .

Los pilares no reforzados bajo carga bidireccional presentaron una ductilidad de desplazamiento y resistencia menor a sus homólogos con carga unidireccional. La rotura se ocasionó por un mecanismo de flexión - cortante localizado a una distancia de la base del pilar de entre  $100$  y  $400\text{mm}$ .

Los pilares reforzados con FRP se ensayaron con carga bidireccional hasta una ductilidad de desplazamiento de cuatro. Los ensayos se continuaron con carga unidireccional alcanzándose ductilidades de desplazamiento mayores a seis. En dos pilares, la falla se produjo por la rotura de una barra longitudinal y en los dos restantes no se alcanzó un mecanismo de fallo. En el pilar reforzado AFRPx2 se observaron roturas del material compuesto en la zona de plastificación en ciclos de ductilidad de desplazamiento mayores a seis, aunque esto no causó el fallo del pilar.

El pilar reparado y reforzado con CFRP alcanzó una ductilidad de desplazamiento alta, similar a la obtenida en los pilares no dañados y reforzados, aunque la rigidez tangente inicial fue menor a la que se presentó en el ensayo sin daño.

La curva esfuerzo cortante – desplazamiento de los experimentos se compararon con los resultados de un modelo de rótula concentrada. En los pilares no reforzados, el modelo analítico no identifica la sección donde se presenta la rotura. Asimismo, los resultados analíticos referidos a la sección crítica dan esfuerzos cortantes superiores y desplazamientos menores a los observados experimentalmente.

En los pilares no reforzados con cargas bidireccionales, la curva esfuerzo cortante – desplazamiento analítica resultante del modelo de rótula concentrada tal y como se plantea su derivación, es idéntica al caso con carga unidireccional. Debido a ello, se obtuvo que el esfuerzo cortante y la capacidad de desplazamiento analíticos son mayores al experimental.

En los pilares reforzados, la curva analítica de esfuerzo cortante – desplazamiento se aproxima mejor a lo observado experimentalmente; ello se puede asociar a que el mecanismo gobernante es el de flexión gracias al adecuado diseño a cortante. No obstante, en los pilares con menor cuantía de FRP el desplazamiento último analítico es considerablemente menor al medido experimentalmente; esto se puede aducir a la mayor longitud de la rótula plástica, como se corroboró con las mediciones experimentales de la misma.

Con las mediciones experimentales se indagó sobre la longitud de plastificación y la deformación transversal. En los pilares no reforzados se observó que la longitud de plastificación se puede extender hasta una altura de  $700\text{mm}$ , la cual es muy superior a los cerca de  $300\text{mm}$  que se usó en los cálculos que fueron estimados con la expresión de [PRIESTLEY & PARK 1987]. En los pilares reforzados con menor cuantía de FRP se observa una longitud de plastificación aproximadamente de 1.5 veces mayor a la medida en las columnas reforzadas con mayor cuantía de FRP.

Con las mediciones de la deformación transversal, se puede concluir que en el caso de cargas bidireccionales las deformaciones en la armadura transversal producida por los esfuerzos cortantes y por la acción de confinamiento se acumulan. Esto hace que se aumente la demanda de deformación de la misma ante cargas bidireccionales.

## 6 Análisis seccional de columnas con cortantes cíclicos biaxiales

En el capítulo anterior se observó experimentalmente que en los pilares con insuficiencia de armadura transversal bajo esfuerzos cortantes en dos direcciones, aumenta la demanda de la deformación sobre la armadura transversal; se ha considerado, en esta tesis, la principal causa de la precipitada caída de ductilidad y resistencia respecto a ensayos similares sometidos sólo a carga unidireccional. En este capítulo, se plantea una verificación numérica del comportamiento observado experimentalmente con la finalidad de contribuir a entender los fenómenos observados y validar las hipótesis que relacionan el aumento de la dilatación con la pérdida de resistencia de ductilidad y resistencia a cortante.

Tradicionalmente, los análisis seccionales se han realizado considerando sólo las deformaciones por flexión y axil a fin de simplificar el problema. De esta manera, la sección transversal es dividida en pequeños elementos, denominados fibras, cuya respuesta mecánica se caracteriza con una ecuación constitutiva uniaxial equivalente del material que la constituye en un estado tensional asumido. La respuesta seccional integrada suele plasmarse en la relación momento – curvatura para un esfuerzo de axil dado.

De este modo, los efectos por cortante y torsión no son considerados. Actualmente, se han desarrollado nuevas formulaciones y estrategias para considerar los efectos por cortante [VECCHIO & COLLINS 1988; BENTZ 2000; BAIRAN 2005; BAIRAN & MARI 2007a; CERESA, et al. 2007; NAVARRO, et al. 2007; MARTINELLI 2008; MOSTAFAEI & VECCHIO 2008; CERESA, et al. 2009; MOHR, et al. 2010; MULLAPUDI & AYOUB 2010; GUNER & VECCHIO 2011; XU & ZHANG 2012; FERREIRA, et al. 2013].

El estado tridimensional de cargas (axil, momentos y cortantes biaxiales y torsión) sobre la sección transversal se puede resolver mediante un modelo de análisis seccional que considera la interacción total de esfuerzos, TINSA [BAIRAN & MARI 2007a], la formulación soluciona el campo



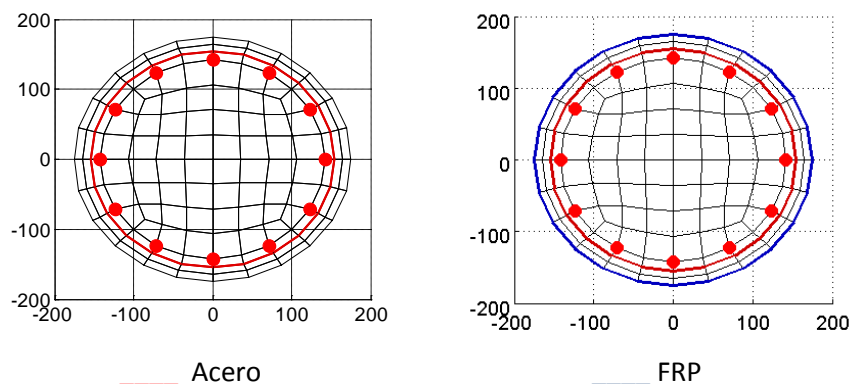
tridimensional de tensiones y deformaciones de la sección transversal. En este capítulo se presentan la descripción y consideraciones de las simulaciones numéricas con el modelo de análisis seccional TINSA, así como los resultados de interés para esta investigación.

## 6.1 MODELO DE ANÁLISIS

Una breve descripción de la formulación del modelo de análisis de interacción total de esfuerzos se encuentra descrita en el apartado 2.3.1; sin embargo, si es de interés del lector, los detalles del desarrollo pueden encontrarse en [BAIRAN 2005; BAIRAN & MARI 2006a; BAIRAN & MARI 2006b; BAIRAN & MARI 2007b; BAIRAN, et al. 2010]. A continuación, se presenta la discretización, las ecuaciones constitutivas y las cargas usadas en los análisis del modelo numérico.

### 6.1.1 Discretización

La sección transversal de los pilares, con sus dimensiones nominales, se dividió en elementos de tipo área, línea y punto, los cuales representan el hormigón, la armadura transversal (acero ó FRP) y la armadura longitudinal, respectivamente. En el caso de los pilares no reforzados, la sección transversal se dividió en un total de 168 elementos, 132 áreas, 24 líneas y 12 puntos (ver Figura 6-1a); en el caso de los pilares reforzados con FRP se añadieron 24 elementos tipo línea en el contorno de la sección a la malla anterior, ver Figura 6-1b.



(a) Malla de la sección no reforzada

(b) Malla de la sección reforzada con FRP

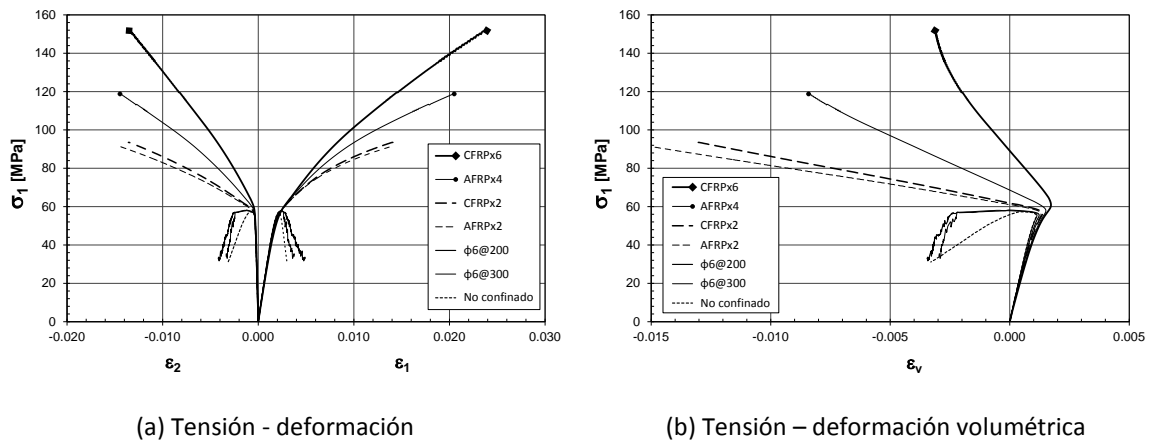
**Figura 6-1 Mallas empleadas en los modelos de análisis seccional**

### 6.1.2 Ecuaciones constitutivas

#### 6.1.2.1 Hormigón

La respuesta mecánica del hormigón se modeló con la ecuación constitutiva 3D descrita en la sección 0 y que incluyó el modelo de dilatancia cíclica propuesto en ese mismo capítulo. En la

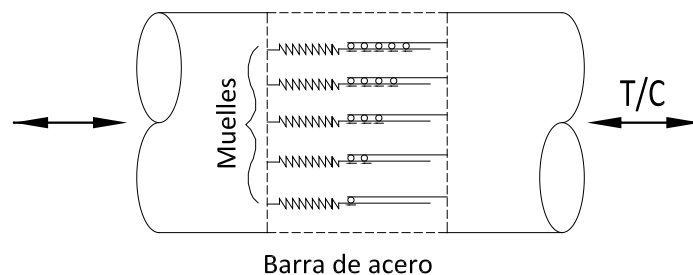
Figura 6-2 se pueden ver la respuesta de la ecuación constitutiva del hormigón en compresión teniendo en cuenta el confinamiento proporcionado por el material dispuesto en los pilares ensayados y bajo un estado de tensiones de simetría cilíndrica. En la Figura 6-2a se observa el aumento de ductilidad del hormigón confinado con los materiales compuestos y en la Figura 6-2b se puede ver como se reproduce el comportamiento de la deformación volumétrica característico del hormigón confinado con estos mismo materiales, según predice el módulo de dilatacia.



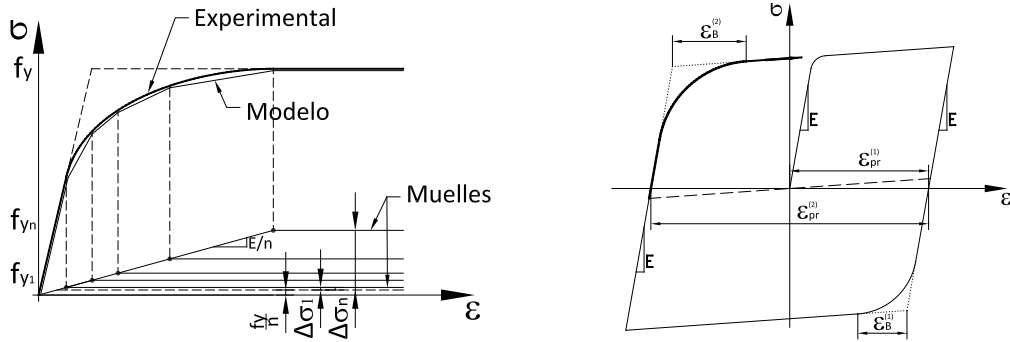
**Figura 6-2** Respuesta de la ecuación constitutiva del hormigón en compresión con el confinamiento proporcionado a los pilares en estudio

### 6.1.2.2 Acero

La respuesta mecánica del acero longitudinal y transversal bajo cargas cíclicas se reproduce con una ecuación constitutiva 1D y que se formuló a partir de un modelo de plasticidad de múltiples superficies, como se describe en [MAEKAWA, et al. 2003; CHEN & HAN 2007]; otras estrategias pueden encontrarse en [CEB 1996a]. La idea de esta formulación es considerar que la barra de acero la conforman múltiples muelles que representan el material a nivel microscópico de modo que la respuesta mecánica global se obtiene del sumatorio de los mismos, como se puede ver en la Figura 6-3. Asimismo, el reblandecimiento que sufre el acero por la deformación plástica bajo cargas cíclicas, efecto Bauschinger, se puede obtener con una redistribución del límite elástico de cada muelle, como se describe a continuación y es representado en la Figura 6-4a.



**Figura 6-3** Modelo mecánico del acero



(a) Modelo conceptual de redistribución del límite elástico en cada muelle

(b) Parámetros para el efecto Bauschinger

**Figura 6-4 Modelo conceptual y parámetros de la ecuación constitutiva del acero**

La ecuación constitutiva se implementó considerando un comportamiento elasto-plástico con endurecimiento cinemático en cada muelle; los detalles de implementación pueden verse en [MARÍ 1984; BAIRAN 2005]. La redistribución de los límites elásticos se consiguió mediante una progresión geométrica en la que el límite elástico del muelle  $i$  ( $f_{yi}$ ) se obtiene con la expresión (6.1).

$$f_{yi} = \frac{f_{y0}}{n} + \Delta\sigma_1 \cdot r^{(i-1)} \quad ( 6.1 )$$

Donde,  $f_{yi}$  es el límite elástico para el muelle  $i$ ;  $f_{y0}$  es el límite de proporcionalidad el cual debe ser mayor o igual a  $0.5f_y$  para conseguir una descarga con el módulo tangente igual al módulo de elasticidad del acero ( $E$ );  $n$  es el número total de muelles;  $\Delta\sigma_1$  es el primer término de la progresión geométrica y  $r$  es la razón de la misma.

La suma de los límites elásticos de cada muelle debe alcanzar el límite elástico del acero ( $f_y$ ) de modo que se obtiene la expresión (6.2). La deformación de plastificación del último muelle corresponde a la deformación donde finaliza la curvatura producida por el efecto Bauschinger ( $\epsilon_B$ ), como se puede ver Figura 6-4a. En consecuencia, es conveniente expresar (6.2) en función del último término de la progresión geométrica (ecuación 6.3), con lo cual se obtiene la expresión (6.4). Esta última, permite calcular el valor de la razón de la progresión ( $r$ ) por medio de métodos numéricos.

$$f_y = f_{y0} + \sum_{i=1}^n \Delta\sigma_1 \cdot r^{(i-1)} = f_{y0} + \Delta\sigma_1 \frac{r^n - 1}{r - 1} \quad ( 6.2 )$$

$$\Delta\sigma_1 = \frac{\Delta\sigma_n}{r^{(n-1)}} \quad ( 6.3 )$$

$$f_y - f_{y0} = \frac{\Delta\sigma_n}{r^{(n-1)}} \frac{r^n - 1}{r - 1} \quad ( 6.4 )$$

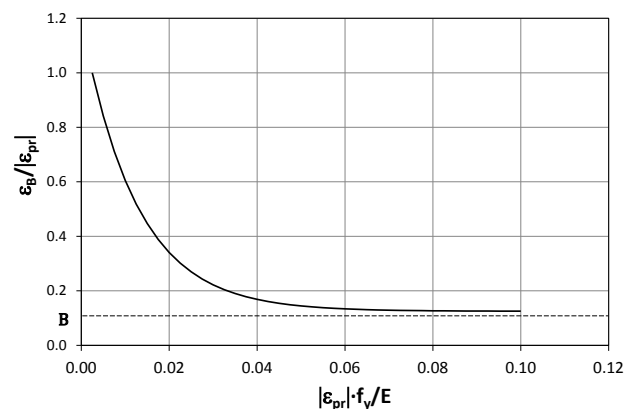
Donde,

$$\Delta\sigma_n = \frac{E}{n} \left( \varepsilon_B + \frac{f_y}{E} \right) - \frac{f_y}{n} \quad ( 6.5 )$$

Experimentalmente se ha observado que la deformación donde finaliza la curvatura producida por el efecto Bauschinger ( $\varepsilon_B$ ) es función de la deformación plástica acumulada en el estado previo de tensiones con signo opuesto ( $\varepsilon_{pr}$ ) [CEB 1996a], ver Figura 6-4b. Para cuantificarlo, se propone la expresión (6.6).

$$\frac{\varepsilon_B}{|\varepsilon_{pr}|} = B + (1 - B)e^{-\chi \frac{|\varepsilon_{pr}| f_y}{E}} \quad ( 6.6 )$$

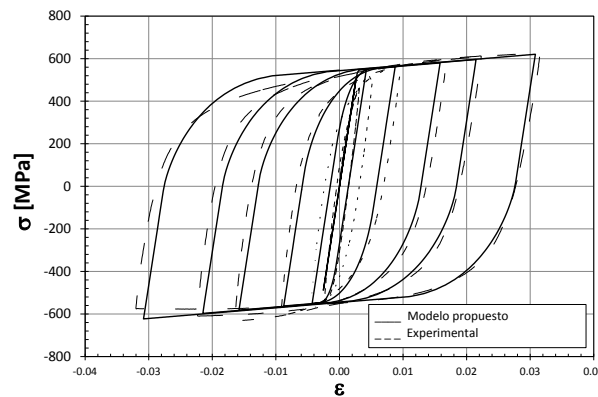
Donde,  $B$  es la mínima relación  $\frac{\varepsilon_B}{\varepsilon_{pr}}$  y  $\chi$  es un factor de ajuste. En la Figura 6-5 se puede visualizar la gráfica característica de la expresión (6.6).



**Figura 6-5 Gráfica de la función propuesta para evaluar  $\varepsilon_B$**

Como se mencionó en el apartado 5.1.4, en los pilares se usó acero B500SD producido con tecnología TEMPCORE® y suministrado en rollos. El acero fabricado con tecnología TEMPCORE® bajo cargas cíclicas se estudió y se caracterizó ampliamente por [CARVALHO & COELHO 1997], entre otros. Sin embargo, el proceso de doblado y desdoblado de la barra que conllevan el suministro en rollo afecta a las propiedades mecánicas finales de la barra, tales como, modificación del límite elástico, reducción de la meseta de plastificación, reducción de la ductilidad así como la curva tensión-deformación propiamente dicha; los cuales son más significativos cuanto mayor sea la relación entre diámetro de la barra y el radio de la bobina [BAIRAN et al. 2011]. También, es de esperarse que este proceso de fabricación afecte al comportamiento de la barra bajo cargas cíclicas, en especial a lo referente al efecto Bauschinger, pero falta experimentación al respecto.

No obstante, el modelo propuesto se calibró con los datos experimentales del ensayo de la barra  $\phi 16\text{mm}$  bajo cargas cíclicas realizado en la caracterización de los materiales, ver apartado 0. En la Figura 6-6 se pueden ver los resultados del modelo propuesto con  $B = 0.125$ ,  $\chi = 0.2$  y  $n = 50$ .



**Figura 6-6 Resultado de la calibración del modelo para el ensayo de la barra  $\phi 16\text{mm}$**

Como puede verse, el modelo propuesto logra reproducir de forma adecuada el comportamiento de una barra de acero bajo carga cíclica, con una implementación relativamente sencilla; las diferencias en abscisas negativas se debe al inicio del pandeo de la barra en el experimento. El ajuste a la curvatura depende del número de muelles por los que se opte.

En los análisis seccionales se omitieron los fenómenos de pandeo de las barras por compresión, el deslizamiento por adherencia imperfecta y la expansión del hormigón por el anclaje de las barras longitudinales.

### 6.1.2.3 Material compuesto

En los pilares reforzados, la fibra unidireccional se instaló en dirección normal al eje longitudinal del pilar. Por esta razón, se simuló la respuesta mecánica del material compuesto con una ecuación constitutiva 1D, desestimándose cualquier contribución de la resina en la dirección longitudinal del pilar, dado que su resistencia y rigidez son bajas en relación al hormigón en tracción. El material compuesto se modeló como un material elástico con falla frágil al alcanzar su máxima resistencia (Figura 6-7) y sus propiedades mecánicas corresponden a las obtenidas experimentalmente, ver apartado 5.1.4.4.

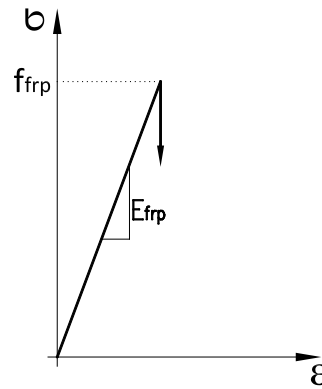
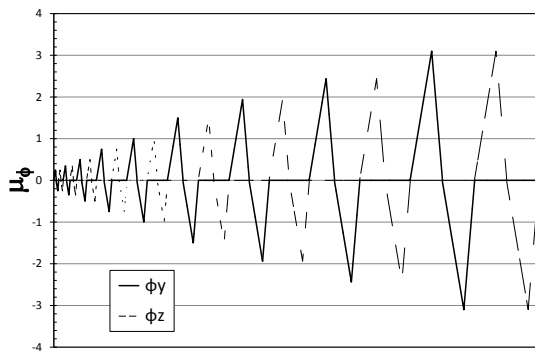


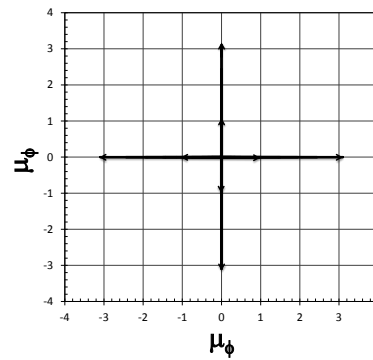
Figura 6-7 Esquema del modelo constitutivo empleado para el FRP

### 6.1.3 Cargas y resultados de los análisis seccionales

En este apartado se presentan los resultados de los análisis seccionales de los pilares no reforzados y reforzados con las cargas similares a las aplicadas a los modelos experimentales. Se realizaron análisis con carga monótona con y sin esfuerzo cortante concomitante y carga cíclica en una y dos direcciones. Las secciones transversales de estudio correspondió a las zonas donde se propicio la falla de los pilares, con lo cual la relación momento/cortante es la altura media de la primera sección con los cercos a mayor separación; es decir, una relación de  $M/V = 1.30m$  para los pilares con axil de  $550kN$  y  $1100kN$  y una relación de  $M/V = 1.20m$  para los pilares con axil de  $945kN$ . En los análisis cíclicos se utilizó una historia de curvaturas equivalentes a los desplazamientos aplicados en los experimentos (Figura 6-8a). Para los análisis bidireccionales se empleó la historia anterior en dos direcciones normales, aplicando un ciclo en una dirección y luego en otra (Figura 6-8b). En ambos casos, por simplicidad y para reducir el tiempo de cálculo, se realizó sólo un ciclo para cada incremento de carga. Los análisis se realizaron en el clúster de cálculo intensivo (ALIEN) de la Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Cataluña.



(a) Historia de curvaturas

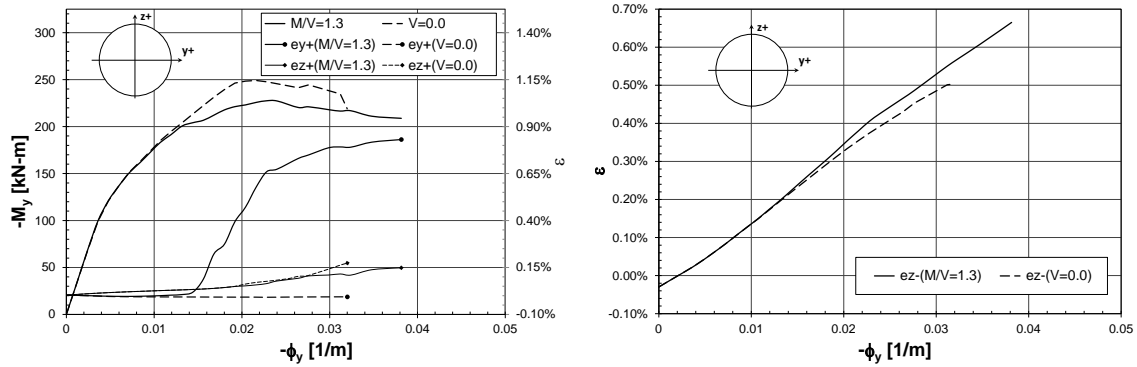


(b) Trayectoria de curvaturas

**Figura 6-8 Historia y trayectoria de curvaturas utilizadas en los análisis seccionales bidireccionales**

#### 6.1.4 Resultados de análisis seccionales bajo cargas monótonas

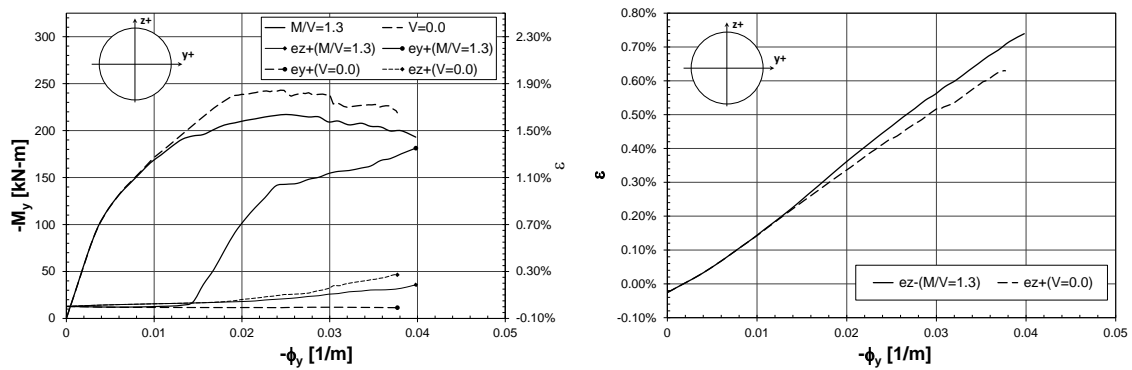
En la Figura 6-9 se puede ver los resultados de los análisis para el pilar no reforzado con axil de  $1100\text{kN}$ ; en ella se observa que el momento resistente es menor cuando se considera el esfuerzo cortante concomitante respecto al análisis sin el mismo (Figura 6-9a). Asimismo, se aprecia el crecimiento de deformación en el cerco en ambas situaciones de carga. Cuando se considera el esfuerzo cortante, el cerco alcanza deformaciones plásticas superiores a 0.8% en dirección paralela a la carga ( $ey+$ ) y en la dirección normal a la carga ( $ez+$ ), el cerco permanece en fase elástica. Cuando no se considera el esfuerzo cortante, la deformación en el cerco en dirección paralela a la carga ( $ey+$ ) es prácticamente nula y en la dirección normal a la carga ( $ez+$ ), el crecimiento de deformación es ligeramente mayor respecto al caso con esfuerzo a cortante; no obstante, el cerco en este punto permanece en fase elástica. En la Figura 6-9b se compara el crecimiento de deformación de la armadura longitudinal respecto a la curvatura para los dos casos, con y sin esfuerzo cortante concomitante. En ellas se ve como la deformación es similar en los dos casos hasta el punto donde el cerco plastifica; sobrepasado este punto, el crecimiento de la deformación de la barra longitudinal es mayor para el caso donde se considera el esfuerzo cortante. Resultados similares se obtuvieron para los pilares no reforzados con carga axil de  $945\text{kN}$  y  $550\text{kN}$ , ver Figura 6-10 y Figura 6-11 respectivamente.



(a) Momento/deformaciones en cercos –curvatura

(b) Deformación en la barra longitudinal a tracción-curvatura

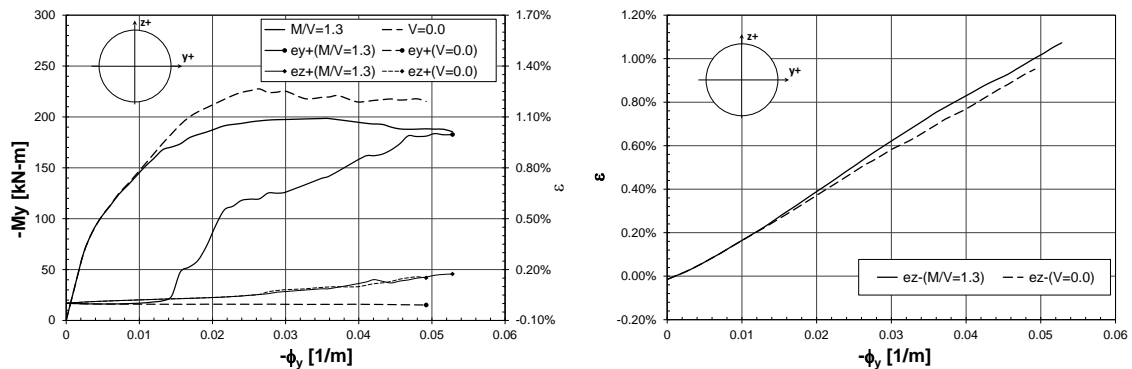
**Figura 6-9 Resultados de los análisis seccionales con y sin esfuerzo cortante del pilar no reforzado y axil de 1100kN**



(a) Momento/deformaciones en cercos –curvatura

(b) Deformación en la barra longitudinal a tracción-curvatura

**Figura 6-10 Resultados de los análisis seccionales con y sin esfuerzo cortante del pilar no reforzado y axil de 945kN**



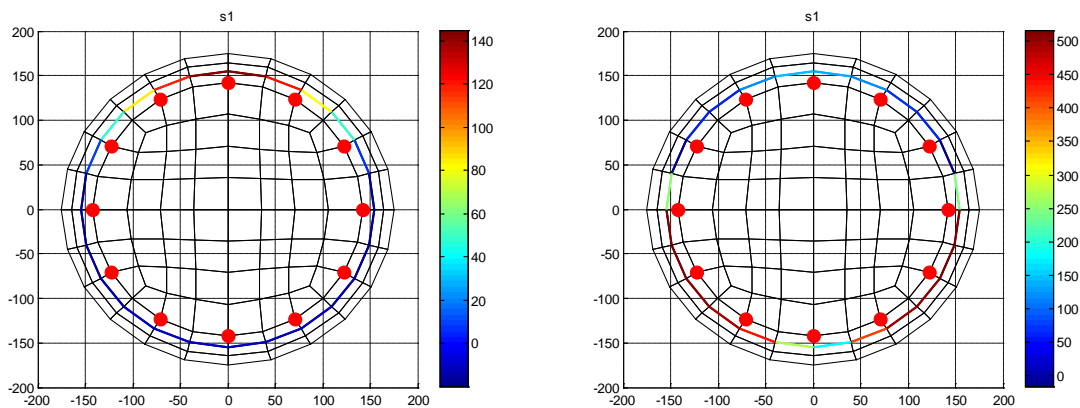
(a) Momento/deformaciones en cercos –curvatura

(b) Deformación en la barra longitudinal a tracción-curvatura

**Figura 6-11 Resultados de los análisis seccionales con y sin esfuerzo cortante del pilar no reforzado y axil de 550kN**



En la Figura 6-12 se puede ver la distribución de tensiones en el cerco en el punto de resistencia pico para el pilar no reforzado y axil de  $1100\text{kN}$ ; en la Figura 6-12a para el análisis donde se omite el esfuerzo cortante y en la Figura 6-12b el análisis con esfuerzo cortante concomitante. En la Figura 6-12a, se observa que las máximas tensiones en el cerco, aun en fase elástica, corresponden a la zona de la cabeza de compresión (parte superior) consecuencia de la acción de confinamiento. Cuando el esfuerzo cortante se incluyó en los análisis, las máximas tracciones en el cerco, ya en fase plástica, se presentan en la parte media-inferior; es decir, en la zona a tracción sobre el eje normal.

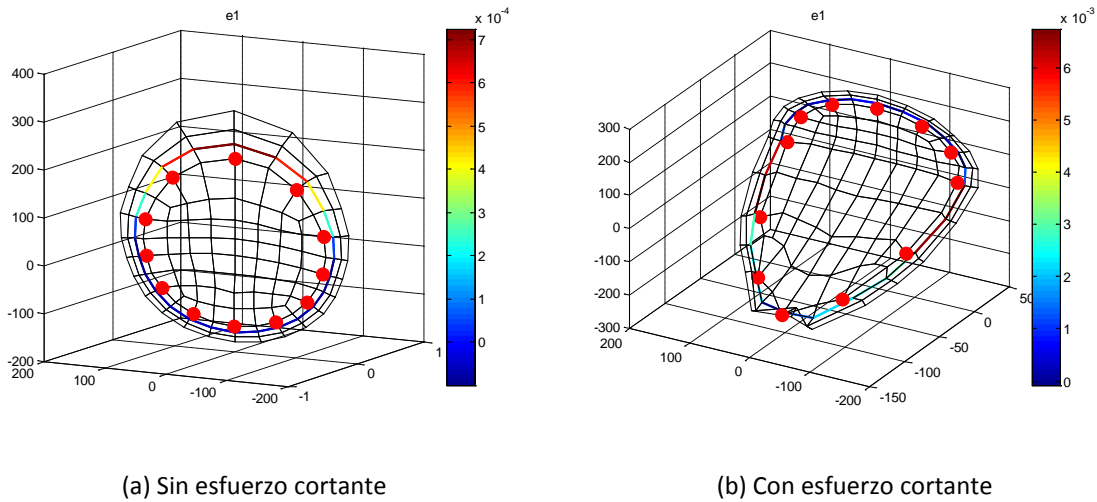


(a) Sin esfuerzo cortante

(b) Con esfuerzo cortante

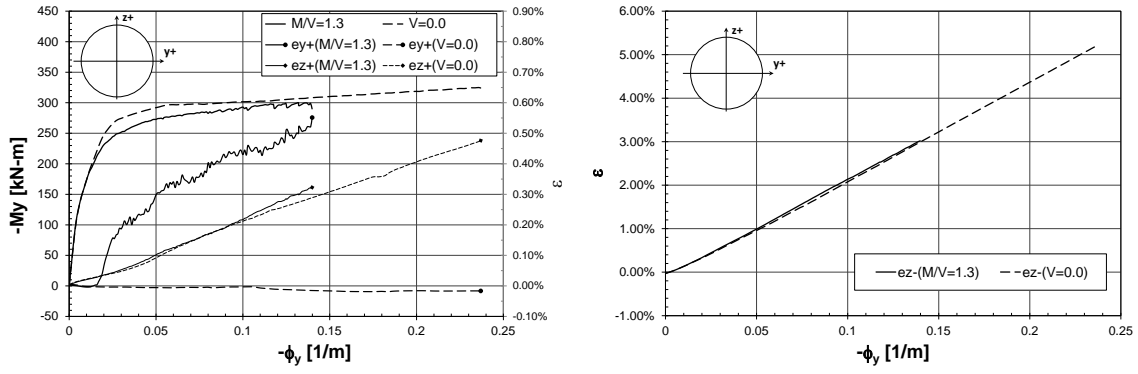
**Figura 6-12 Tensiones en el cerco para resistencia pico con y sin esfuerzo cortante del pilar no reforzado y axil de  $1100\text{kN}$**

En la Figura 6-13 se presentan la distribución de deformaciones correspondientes en el mismo punto de carga (resistencia pico) sobre el campo de deformaciones por distorsión. En la Figura 6-13a (sin incluir el esfuerzo cortante), se visualizan las deformaciones en el plano de la sección causadas por la expansión del hormigón debido a las tensiones de compresión. Cuando se incluyó el esfuerzo cortante en los análisis (Figura 6-13b), se observa además de las deformaciones en el plano, las deformaciones normales al plano producidas por el esfuerzo tangencial.



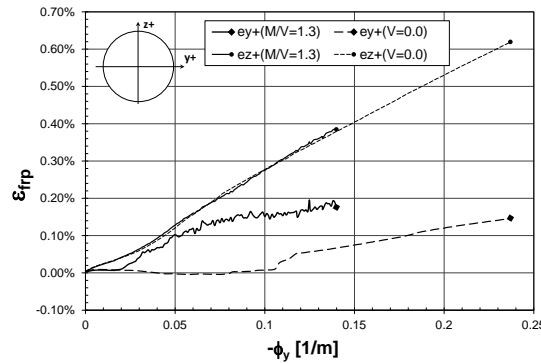
**Figura 6-13 Deformaciones en el cerco para resistencia pico con y sin esfuerzo cortante del pilar no reforzado y axil de 1100kN**

En la Figura 6-14 se ven los resultados de los análisis para el pilar reforzado con seis capas de CFRP; en la curva momento curvatura se observa un momento de plastificación menor cuando en el análisis se considera el esfuerzo cortante concomitante; no obstante, a diferencia de los casos de los pilares no reforzados, la diferencia de momento flector entre las dos curvas se estrecha a medida que avanza en la rama plástica, ver Figura 6-14a. En la misma gráfica, se ve que los cercos plastifican bajo la acción del esfuerzo cortante pero el crecimiento de la deformación es aproximadamente un 50% menor que en el caso no reforzado. Asimismo, se observa que el crecimiento de deformación en la barra longitudinal a tracción es ligeramente mayor cuando no se considera el esfuerzo cortante concomitante, ver Figura 6-14. En la Figura 6-14c se puede ver las deformaciones en el FRP para ambos casos de carga; se observa la contribución del FRP al confinamiento del hormigón ( $\epsilon_{z+}$ ) como a la resistencia a cortante ( $\epsilon_{y+}$ ) en el caso donde el mismo es considerado. Adicionalmente, en la Figura 6-15 se puede observar la distribución de tensiones en el FRP y en el cerco para las situaciones de carga sin y con esfuerzo cortante concomitante y en la Figura 6-16 la distribución de deformaciones en el FRP y en el cerco para las mismas situaciones de carga.



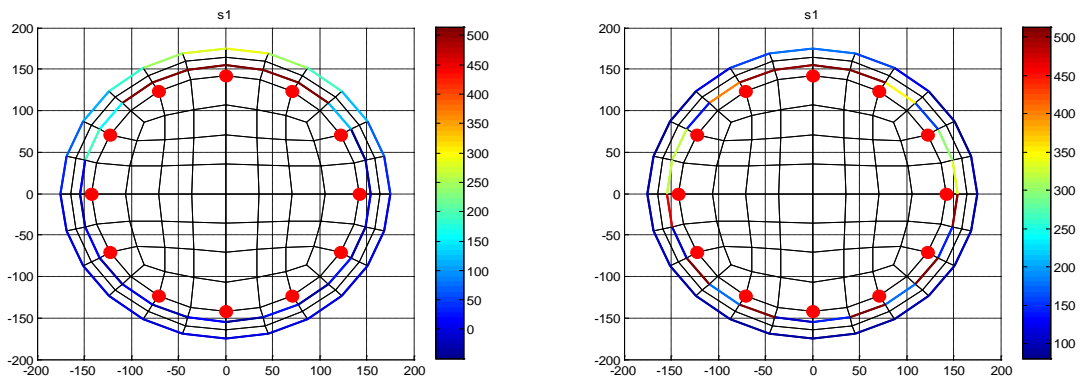
(a) Momento/deformaciones en cercos–curvatura

(b) Deformación en la barra longitudinal a tracción–curvatura



(c) Deformación en el CFRP

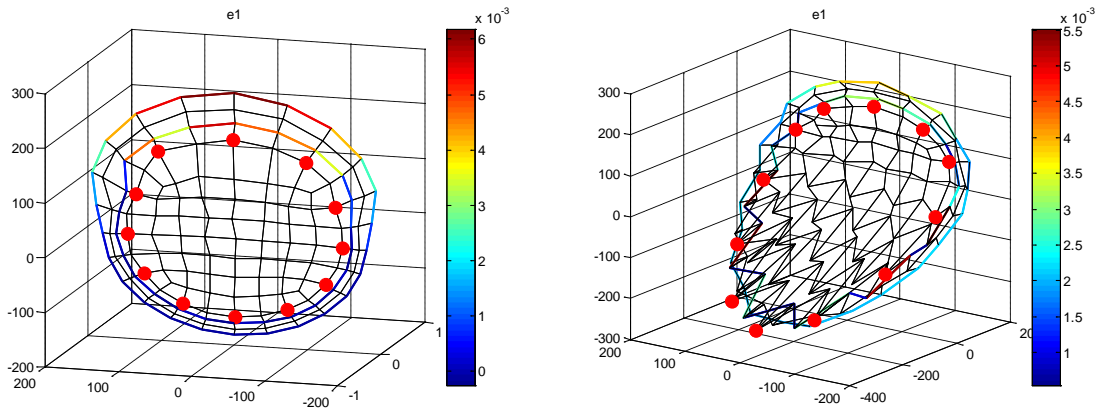
**Figura 6-14 Resultados de los análisis seccionales con y sin esfuerzo cortante del pilar reforzado con CFRPx6 y axil de 1100kN**



(a) Sin esfuerzo cortante

(b) Con esfuerzo cortante

**Figura 6-15 Tensiones en el cerco para resistencia última de cálculo con y sin esfuerzo cortante del pilar reforzado con CFRPx6 y axil de 1100kN**



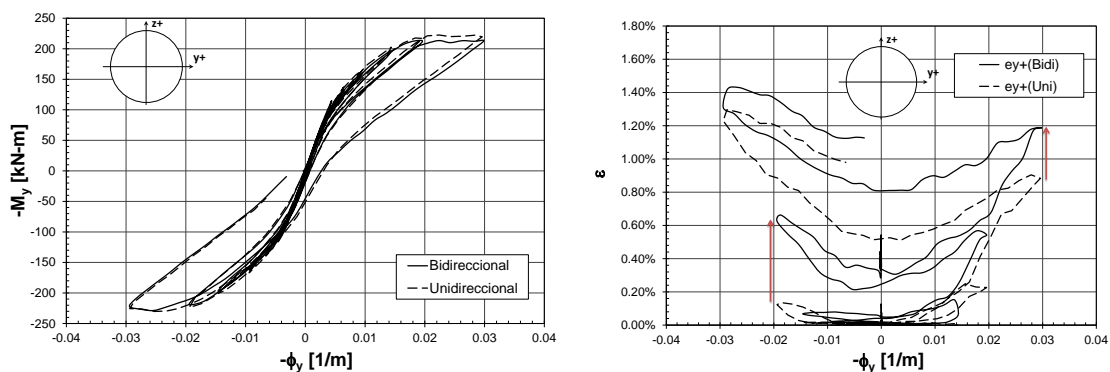
(a) Sin cortante

(b) Con cortante

**Figura 6-16 Deformaciones en el cerco para resistencia última de cálculo con y sin esfuerzo cortante del pilar reforzado con CFRPx6 y axil de 1100kN**

**6.1.5 Resultados de análisis seccionales bajo cargas cíclicas**

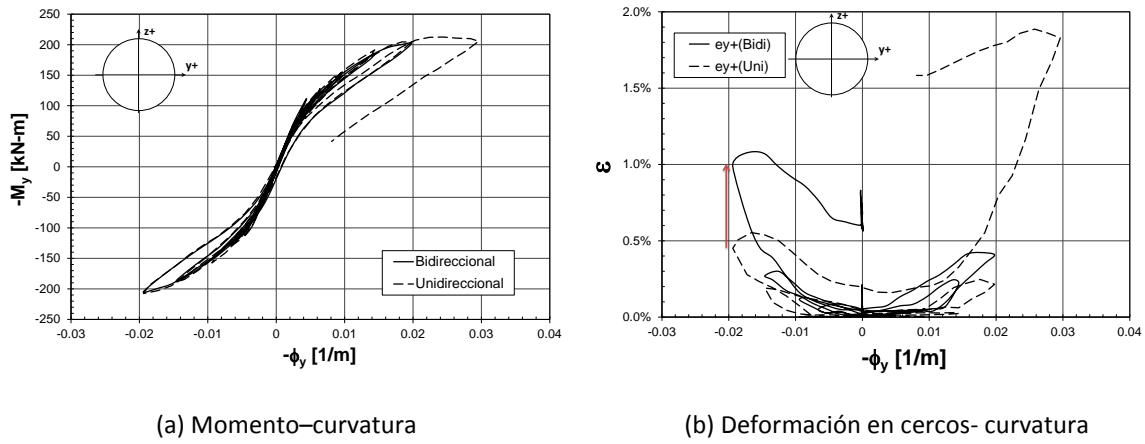
En la Figura 6-17 se ven los resultados de los análisis para el pilar no reforzado y axil de 1100kN bajo carga cíclica en una y dos direcciones. En las curvas momento-curvatura de la Figura 6-17a se observa una menor resistencia en el caso de carga bidireccional respecto al unidireccional. Además, en la Figura 6-17b se ve como el crecimiento de la deformación en los cercos en dirección Y es mayor en el caso bidireccional. Un comportamiento similar se obtuvo en los análisis seccionales para los pilares no reforzados con axil de 945kN (Figura 6-18) y 550kN (Figura 6-19). Asimismo, el comportamiento resultante de los análisis corresponde al observado experimentalmente en todos los tres casos, ver 5.4.6.2.



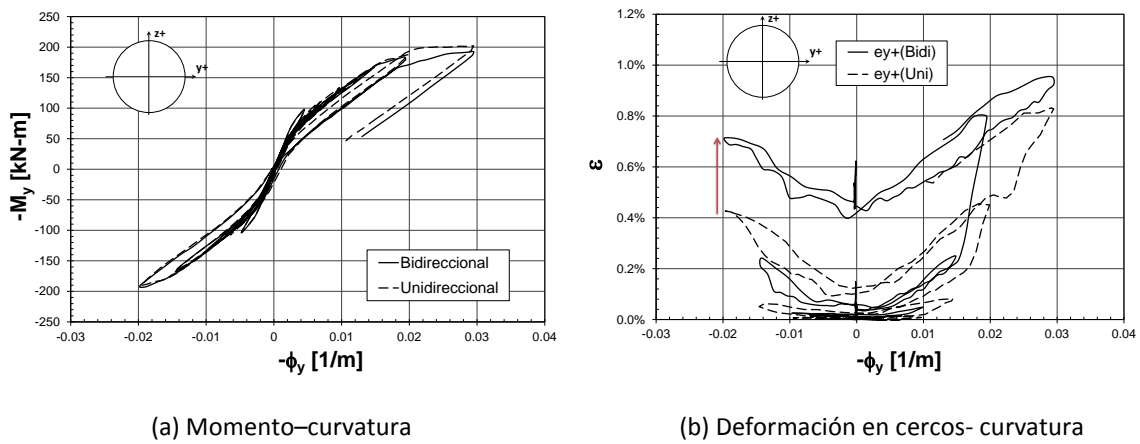
(a) Momento-curvatura

(b) Deformación en cercos- curvatura

**Figura 6-17 Resultados de los análisis seccionales del pilar no reforzado y axil de 1100kN bajo carga cíclica unidireccional y bidireccional**

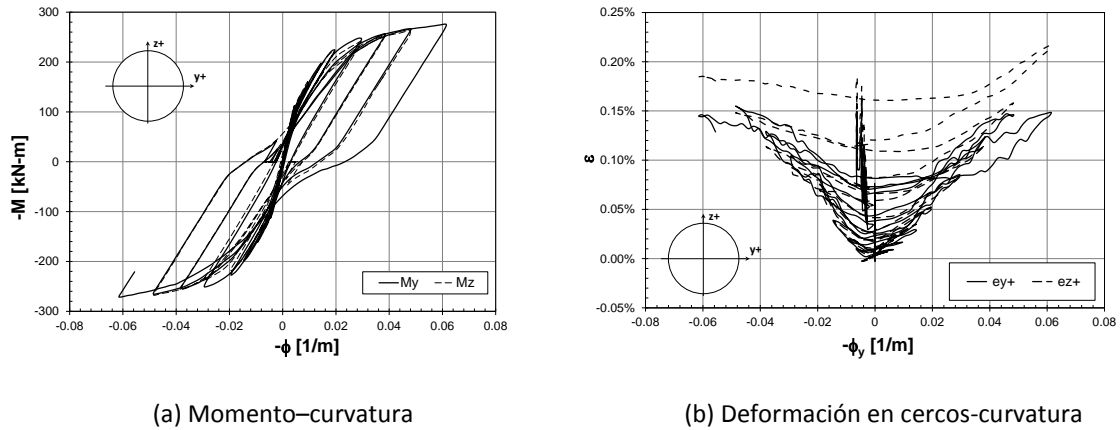


**Figura 6-18 Resultados de los análisis seccionales del pilar no reforzado y axil de 945kN bajo carga cíclica unidireccional y bidireccional**



**Figura 6-19 Resultados de los análisis seccionales del pilar no reforzado y axil de 550kN bajo carga cíclica unidireccional y bidireccional**

En la Figura 6-20 se pueden observar los resultados del análisis seccional del pilar reforzado con seis capas de CFRP. El momento flector resistente se mantiene prácticamente constante ante la alternancia de las cargas en las dos direcciones. Además, se ve que el crecimiento de la deformación en el FRP es mayor por la acción de confinamiento con respecto a la producida por el esfuerzo cortante. Ambos resultados analíticos concuerdan con lo observado en los experimentos, ver apartados 5.4.3 y 5.4.6.2.



**Figura 6-20 Resultado del análisis seccional del pilar reforzado con CFRP<sub>x6</sub> y axil de 1100kN bajo carga cíclica bidireccional**

## 6.2 DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este capítulo se presentaron los resultados de los análisis seccionales con interacción total de esfuerzos (programa TINSAs). Se realizaron análisis para los pilares no reforzados y reforzados con FRP bajo cargas monótonas con y sin considerar el esfuerzo cortante concomitante, así como bajo cargas cíclicas en una y dos direcciones. En los análisis se usó el modelo de deformación lateral del hormigón bajo cargas de compresión que se propuso en el Capítulo 5. Adicionalmente, para el acero, se implementa un modelo de plasticidad de múltiple superficie para reproducir el ablandamiento que sufre el acero por la deformación plástica bajo cargas cíclicas.

### 6.2.1 Discusión

De acuerdo a los resultados presentados en este capítulo, con la formulación de interacción total de esfuerzos (programa TINSAs), se logra reproducir analíticamente a nivel seccional la respuesta estructural de pilares bajo esfuerzos cortante en una y dos direcciones. Al mismo tiempo, los resultados analíticos han contribuido a entender el comportamiento mecánico seccional ante este tipo de cargas, lo cual ratifica su enorme potencial para este tipo de problemas. No obstante, el tiempo que demandan actualmente los análisis es considerable, siendo la principal razón para no abordar el problema a nivel elemento. Es claro que, se hubiera podido optar por usar el concepto de rótula concentrada junto con este modelo seccional, pero dadas las simplificaciones que esto conlleva no es la solución apropiada de análisis estructural para un modelo seccional tan sofisticado.

En el desarrollo de esta tesis se ha contribuido a su progreso con la implementación de los modelos constitutivos descritos. Con ello, se ha conseguido reproducir la dilatancia del hormigón en compresión en el modelo seccional así como alcanzar rangos de deformaciones a nivel sección,

requeridos en los análisis con cargas sísmicas, que al inicio de esta investigación presentaban dificultades, en esencia por temas del referentes al modelo constitutivo.

Por otro lado, el grupo de investigación continúa trabajando para acelerar el tiempo de cálculo implementando la formulación en un lenguaje de programación más robusto, explorando nuevas estrategias numéricas para reducir los grados de libertad del problema a nivel sección. Los avances en este sentido son prometedores pero han sido para modelos de análisis en el plano [MOHR, et al. 2010; FERREIRA, et al. 2013]

### 6.2.2 Conclusiones

De acuerdo a las modelaciones numéricas y a la interpretación de los resultados presentada en este capítulo se puede concluir que:

En los análisis seccionales con carga monótona de los pilares no reforzados considerando el esfuerzo a cortante concomitante, el momento resistente se reduce, los cercos plastifican en las caras paralelas a la carga lateral y la deformación de la armadura longitudinal a tracción se incrementa con respecto a los análisis donde no se considera dicho esfuerzo.

En los análisis seccionales de los pilares no reforzados con carga cíclica bidireccional, la deformación en la armadura transversal es mayor y el momento resistente es menor en relación al caso unidireccional, lo cual reproduce el comportamiento experimental observado.

En el análisis seccional del pilar reforzado con CFRPx6 cuando se considera el esfuerzo a cortante, el momento de plastificación se reduce aproximadamente 10% respecto al análisis cuando dicho esfuerzo se omite. No obstante, la diferencia de momento resistente se reduce en la zona de endurecimiento a magnitudes inferiores al 5% respecto al análisis donde no se consideró esfuerzo cortante. La deformación de la armadura longitudinal a tracción aumenta de forma similar, con y sin esfuerzo cortante. En el análisis con esfuerzo a cortante, la armadura transversal permanece prácticamente en fase elástica.

En el análisis seccional del pilar reforzado con carga cíclica bidireccional, la deformación en el FRP es mayor por la acción de confinamiento con respecto a la producida por el esfuerzo cortante; además, se obtiene un momento resistente de igual magnitud en ambas direcciones. Ambos resultados concuerdan con lo medido experimentalmente.

## 7 Contribuciones orientadas a la evaluación y diseño sísmico

En un pilar sometido a acciones sísmicas, el hormigón las armaduras longitudinales y transversales contribuyen a resistir de forma conjunta las sollicitaciones de flexo-compresión y cortante simultáneas que se producen. La armadura transversal no sólo resiste el esfuerzo cortante sino que además sirve para aumentar la resistencia y la ductilidad del hormigón cuando lo confina. Asimismo, las armaduras longitudinales y el hormigón no sólo resistencia la flexión sino que también contribuye a la resistencia a cortante. Este hecho, conocido, fue también observado en los trabajos experimentales de esta Tesis (Capítulo 5) y captado perfectamente por el modelo seccional de interacción de esfuerzos, TINSA, como se ha mostrado en el Capítulo 6 de esta Tesis.

La presencia de fuertes esfuerzos cortantes concomitantes con la flexión y el axil demanda resistencia y deformación de los materiales. En el caso de los cercos, parte de su capacidad de resistencia de deformación se utiliza para resistir el cortante y, por tanto, queda mermada su capacidad para confinamiento del hormigón, reduciendo la capacidad a flexión. Este efecto es más acusado, como se ha visto en el caso de los esfuerzos cortantes bidireccionales.

Actualmente las normas de diseño sísmico no dan recomendaciones para la evaluación y diseño de pilares sometidos a esfuerzos cortantes bidireccionales, excepto la disminución de la contribución de resistencia cortante del hormigón dada por [WONG, et al. 1993; KOWALSKY & PRIESTLEY 2000]. En consecuencia, el objetivo de este capítulo es recopilar e introducir los conceptos mecánicos que intervienen en el comportamiento de los pilares sometidos a esfuerzos cortantes bidireccionales de forma simplificada con el fin de que puedan ser empleadas en las normas y recomendaciones de evaluación y diseño sísmico en el futuro.





Donde,  $A_{st}$  es el área del cerco o espiral;  $f_{ym}$  valor medio del límite elástico;  $\sigma_{su}$  es la tensión en la armadura transversal por esfuerzos cortante;  $s$  es la separación de los cercos;  $D_c$  es el diámetro de los cercos;  $\alpha$  es factor de efectividad del confinamiento que depende de la forma de la sección y del atado de los cercos y su separación en relación al canto.

Nótese que, en un pilar circular confinado con cercos o espirales, las tensiones con el modelo de compresión uniaxial dan una condición de simetría cilíndrica. Con la consideración del esfuerzo cortante, las tensiones de confinamiento pueden ser asimétricas.

Asimismo, el concepto puede ser extendido para una sección rectangular así:

$$\sigma_e = \alpha \frac{A_{sw} \cdot (f_{ym} - \sigma_{su})}{s \cdot b} \quad ( 7.2 )$$

Donde,  $A_{sw}$  es el área total del cerco y horquillas en la dirección en estudio;  $s$  es la separación de los cercos y horquillas en la dirección en estudio;  $b$  es la dimensión del núcleo confinado perpendicular a la dirección en estudio.

### 7.1.2 Efecto de los esfuerzos cortantes bidireccionales en la ductilidad del hormigón

Bajo esfuerzos cortantes cíclicos en dos direcciones ( $X, Y$ ), experimental y analíticamente se observó que las deformaciones en la armadura transversal producida por los esfuerzos cortantes ( $\varepsilon_{sv}^{x,y}$ ) se acumulan con las deformaciones producidas por la dilatancia del hormigón en compresión ( $\varepsilon_{sc}^{y,x}$ ), con lo cual la deformación total en el cerco  $\varepsilon_{st}^{x,y}$  se puede expresar con la ecuación (7.3).

$$\varepsilon_{st}^{x,y} = \varepsilon_{sv}^{x,y} + \varepsilon_{sc}^{y,x} \quad ( 7.3 )$$

Lo anterior puede ser interpretado y cuantificado por dos vías diferentes:

- En estado límite último, la rotura del hormigón confinado en compresión se produce cuando se agota la capacidad de deformación de la armadura transversal y las expresiones dadas para determinar la deformación última del hormigón confinado ( $\varepsilon_{cu}$ ) se dan en función de la deformación de rotura del acero, por ejemplo la dada por [MANDER, et al. 1988]:

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4 \cdot \alpha \cdot \rho_s \cdot f_{ym} \cdot \varepsilon_{su}}{f_{cc}} \quad ( 7.4 )$$

Donde,  $f_{cc}$  es la resistencia máxima del hormigón confinado;  $f_{ym}$  es límite elástico medio del acero de la armadura transversal;  $\rho_s$  es la cuantía geométrica volumétrica de armadura transversal;  $\varepsilon_{su}$  es la deformación última de acero de la armadura transversal.

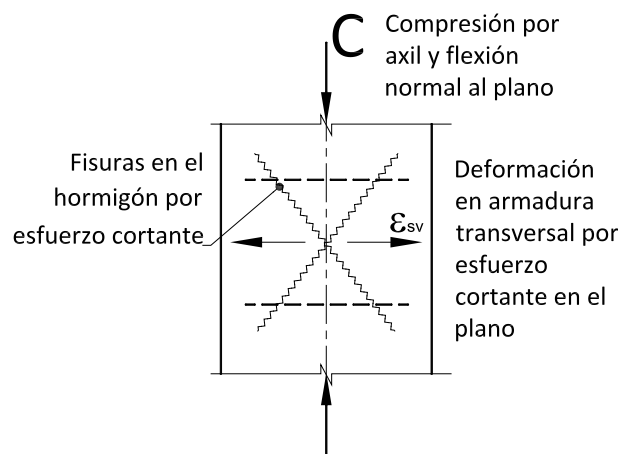
Considerando los efectos por el esfuerzo cortante, la capacidad de deformación efectiva para confinamiento ( $\epsilon_{sc}^{x,y}$ ) es la deformación unitaria de rotura del cerco ( $\epsilon_{su}$ ) menos la deformación que produce el esfuerzo cortante ( $\epsilon_{sv}^{y,x}$ ), como se expresa en la ecuación (7.5).

$$\epsilon_{sc}^{x,y} = \epsilon_{su} - \epsilon_{sv}^{y,x} \quad ( 7.5 )$$

Por lo tanto, este término reemplaza ( $\epsilon_{sc}^{x,y}$ ) la deformación  $\epsilon_{su}$  en la expresión propuesta por [MANDER, et al. 1988], como se puede ver en la ecuación (7.6).

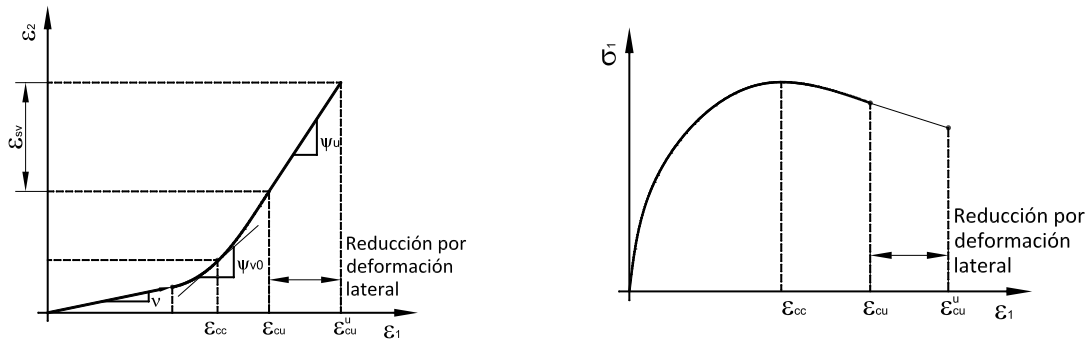
$$\epsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4 \cdot \alpha \cdot \rho_s \cdot f_{ym} \cdot \epsilon_{sc}}{f_{cc}} \quad ( 7.6 )$$

- De otro modo, la deformación en la armadura transversal producida por los esfuerzos cortantes puede interpretarse como una deformación lateral en el hormigón. Así, cuando el mismo hormigón es cargado a compresión por la flexo-compresión en la dirección normal (ver Figura 7-3), la deformación lateral debido a las fisuras reduce la resistencia del hormigón si este no está confinado por armadura transversal [VECCHIO & COLLINS 1986] y reduce la deformación última cuando está confinado y no confinado.



**Figura 7-2 Reducción de la deformación última del hormigón en compresión por pre-deformación lateral**

A partir de la Figura 7-3a retomada de los capítulos 3 y 4, se puede determinar la deformación última del hormigón en compresión considerando la reducción por deformaciones laterales ( $\epsilon_{cu}^{x,y}$ ) por medio del módulo de dilatación ( $\psi$ ), ver Figura 7-3b y ecuación (7.7). Para el cálculo estructural se propone usar el módulo de dilatación para carga máxima ( $\psi_{v0}$ ), amplificado un factor de 1.25, dado que brinda una mayor seguridad que la dilatación en estado límite último.



(a) Diagrama deformación lateral -longitudinal      (b) Diagrama tensión-deformación longitudinal

**Figura 7-3 Reducción de la deformación última del hormigón en compresión por pre-deformación lateral**

$$\epsilon_{cu}^{x,y} = \epsilon_{cu}^u - \frac{\epsilon_{sv}^{y,x}}{\psi} = \epsilon_{cu}^u - \frac{\epsilon_{sv}^{y,x}}{1.25 \cdot \psi_{v0}} \quad ( 7.7 )$$

Bajo tensiones de confinamiento constantes, el módulo de dilatación depende del tipo de hormigón y de la magnitud de las propias tensiones, con lo cual, se pueden adoptar el uso de las expresiones (3.4) y (4.18) al hormigón confinado con acero; es de recordar que el diagrama de la Figura 7-3a, es una idealización del comportamiento que se observó en el hormigón en compresión uniaxial y el hormigón con confinamiento constante.

Sin embargo, el módulo de dilatación en hormigón con confinamiento proporcional, como es el caso del hormigón confinado con FRP, es variable y depende principalmente de la rigidez material confinante. En consecuencia, el valor sugerido del módulo de dilatación de  $1.25 \cdot \psi_{v0}$  no puede obtenerse de forma explícita. Este caso, utilizado primordialmente para el refuerzo de columnas con FRP, es de esperarse que el material de refuerzo permanezca en fase elástica y con deformaciones debidas a esfuerzos cortantes menores a 0.004, de acuerdo a las recomendaciones de diseño actuales. En consecuencia, los efectos del cortante sobre el núcleo confinado, en función del FRP dispuesto, podrían ser menores y lo cual corresponde a las observaciones experimentales expuestas en el apartado 5.4.6.2. No obstante, en este tema se puede ahondar como parte de una futura investigación.

Por otro lado, las deformaciones en la armadura transversal ( $\epsilon_{sv}^{y,x}$ ) causadas por los esfuerzos cortantes se pueden aproximar, dada la contribución de la armadura, a la resistencia para dichos esfuerzos, con las siguientes hipótesis:

La resistencia a cortante en pilares bajo cargas sísmicas se obtiene de la suma de la contribución de la armadura transversal ( $V_{su}$ ) y la contribución de la carga axial ( $V_{pu}$ ); con lo cual se prescinde de la contribución del hormigón en su totalidad al tratarse de una aplicación sísmica.

$$V_u = V_{su} + V_{pu} \quad ( 7.8 )$$

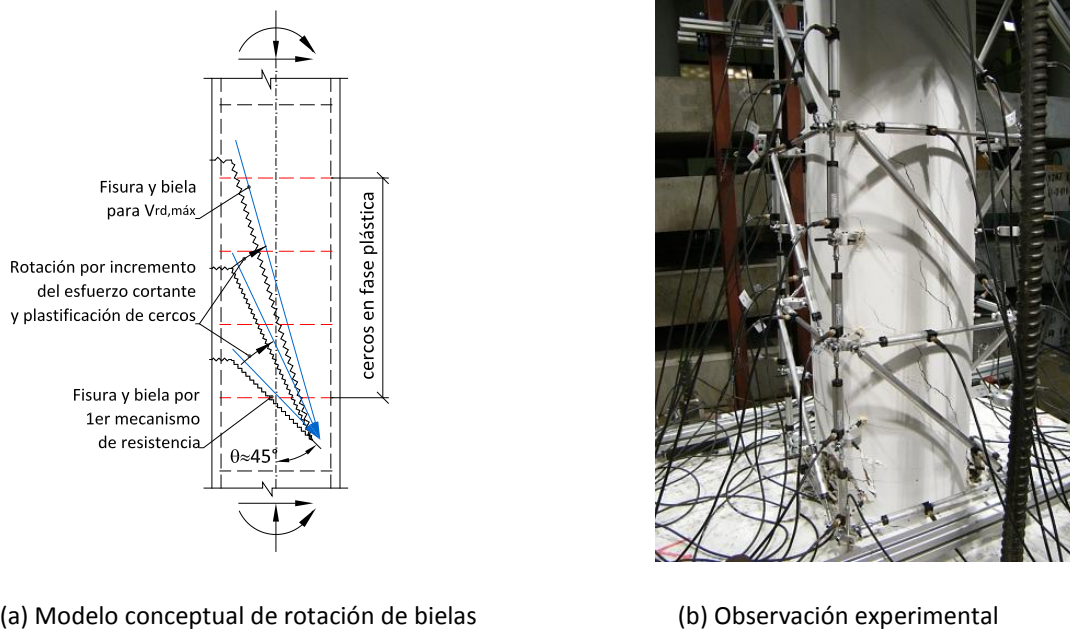
Además, se asume que la armadura transversal contribuye a la resistencia cortante ( $V_{su}^{\theta=45^\circ}$ ) con la formación de un primer mecanismo resistente con bielas de compresión con un ángulo de  $45^\circ$ ; el ángulo de las bielas de este primer mecanismo depende del axil, la resistencia a tracción del hormigón y otros, para un cálculo más exacto podrían usarse los métodos propuestos por la Instrucción [EHE 2008]. Cuando la resistencia a cortante  $V_{su}^{\theta=45^\circ}$  es superior al esfuerzo cortante requerido ( $V_{rd} - V_{pu}$ ), la armadura transversal se encuentra en fase elástica y la deformación se puede calcular con (7.9) para el caso de armadura transversal consista en cercos, espirales ó en cercos más horquillas. Asimismo, la tensión sobre los cercos ( $\sigma_{sv}$ ) se puede calcular con la (7.10).

$$\varepsilon_{sv} = \frac{V_{rd} - V_{pu}}{2A_{st}E_s} \quad \forall \quad V_{su}^{\theta=45^\circ} \geq (V_{rd} - V_{pu}) \quad ( 7.9 )$$

$$\sigma_{sv} = \frac{V_{rd} - V_{pu}}{z \cdot \sum A_\alpha} \quad \forall \quad V_{su}^{\theta=45^\circ} \geq (V_{rd} - V_{pu}) \quad ( 7.10 )$$

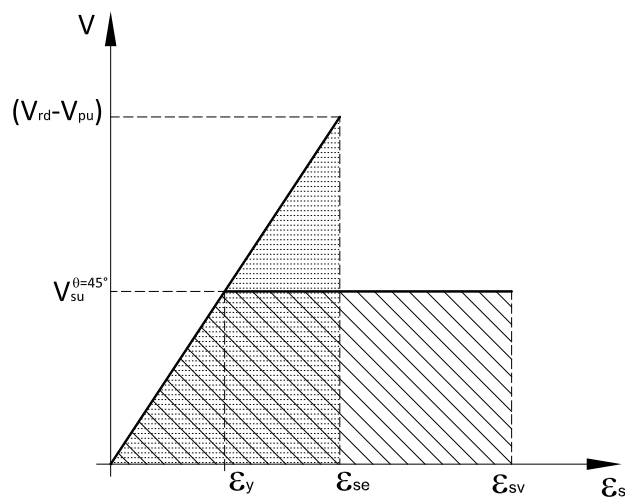
Donde,  $\sum A_\alpha$  es el área de armadura transversal por unidad de longitud y  $z$  es el brazo mecánico.

Cuando la resistencia a cortante  $V_{su}^{\theta=45^\circ}$  es insuficiente para el esfuerzo requerido, la armadura transversal de este primer mecanismo resistente plastifica; en consecuencia, las bielas de compresión rotan hasta encontrar un nuevo mecanismo resistente, si es físicamente posible; la rotación podría limitarse a valores de mínimos de  $\theta$  recomendados por las normas [EHE 2008; EUROCÓDIGO 2 2010; MODEL CODE 2012]. A partir de este punto, se produce una nueva fisura con un ángulo menor del primer mecanismo, que atraviesa cercos más distanciados, produciéndose así un aumento de la contribución de la armadura transversal a la resistencia cortante, como se puede ver en el esquema de la Figura 7-4. Lo anterior se repite sucesivamente en la medida que el esfuerzo cortante aumente y la armadura transversal que contribuye a la resistencia plastifique.



**Figura 7-4 Mecanismo plástico de rotación de la biela de compresión**

No obstante, los cercos del primer mecanismo siguen acumulando deformación en régimen plástico, lo cual resta capacidad de deformación cuando este actúe en el mecanismo de confinamiento para la carga lateral en dirección normal. En este caso, se propone calcular la deformación de la armadura transversal como la deformación que proporciona una energía potencial equivalente a la energía potencial si la armadura transversal se mantuviese en régimen elástico, ver Figura 7-5 y ecuación (7.11).



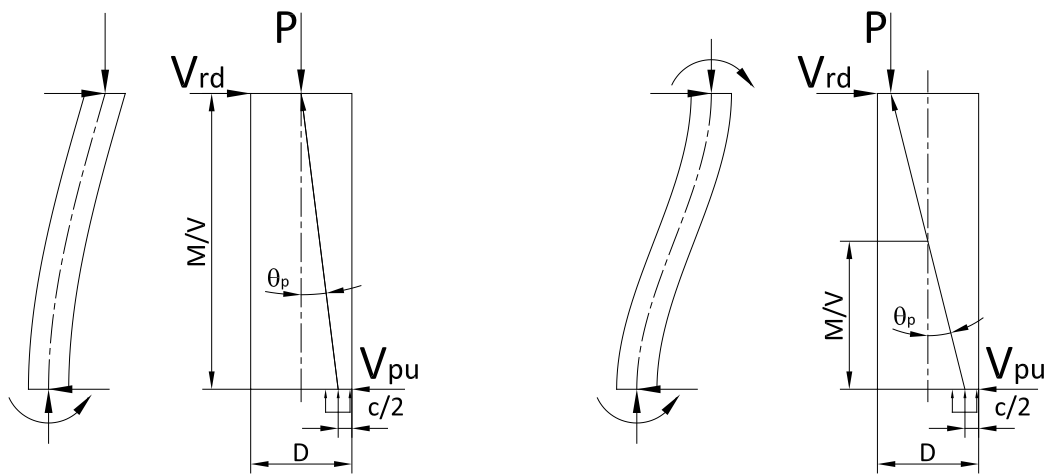
**Figura 7-5 Deformación equivalente considerando igualdad de energía potencial**

$$\epsilon_{sv} = \frac{1}{2} \epsilon_y \left[ \frac{(V_{rd} - V_{pu})^2}{(V_{su}^{\theta=45^\circ})^2} + 1 \right] \quad \forall (V_{rd} - V_{pu}) > V_{su}^{\theta=45^\circ} \quad ( 7.11 )$$

Para la contribución del axil a la resistencia a cortante ( $V_{pu}$ ), se acoge el modelo dado por [PRIESTLEY, et al. 1994b]. En el cual propusieron que la contribución por el axil es una aportación independiente de la contribución a la resistencia a cortante del hormigón y resulta de considerar una biela de compresión diagonal entre el punto de aplicación de la carga y el baricentro de la cabeza de compresión del mecanismo de flexión ( $c/2$ ), ver Figura 7-6. En consecuencia, se obtiene:

$$V_{pu} = P \tan \theta_p \quad ( 7.12 )$$

Donde,  $P$  es la carga axil y  $\alpha_p$  es el ángulo que forma la biela con la directriz del pilar.



(a) Carga lateral en esquema de simple curvatura

(b) Carga lateral en esquema de doble curvatura

**Figura 7-6 Contribución del axil a la resistencia al esfuerzo cortante dada por [PRIESTLEY, et al. 1994b]**

## 7.2 EFECTO DEL ESFUERZO CORTANTE SOBRE LA ARMADURA LONGITUDINAL

El mecanismo plástico de rotación de bielas para resistir el esfuerzo a cortante, expuesto en el apartado anterior, se equilibra con la armadura longitudinal produciendo una tracción de la misma. En estado límite último, este incremento de tracción conlleva a que la misma plastifique para un momento flector menor y por ende un aumento de la longitud de plastificación. A partir del diagrama de cuerpo libre de la Figura 7-7, se obtiene por medio del equilibrio de momentos, en el punto medio de la cabeza de compresión, la expresión 7.13. Una deducción generalizada del problema se puede consultar en [BAIRAN 2005]:

$$\Delta T \cdot z = V_{su} \cdot \frac{x}{2} \quad ( 7.13 )$$

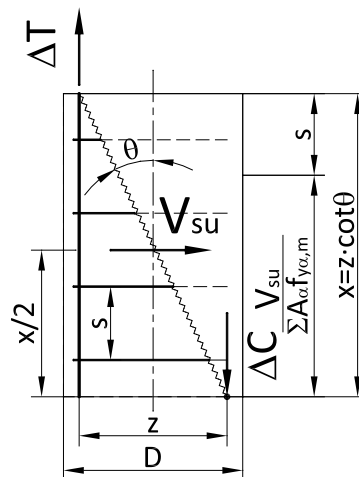
Donde,  $\Delta T$  es el incremento de tracción en la armadura transversal;  $z$  es el brazo mecánico en ELU y  $V_{su}$  es la contribución de la armadura necesaria para resistir el esfuerzo:

$$V_{su} = V_{rd} - V_{pu} \quad ( 7.14 )$$

$x$  es la distancia requerida para se produzca  $V_s$ ; considerando que las armaduras transversales son normales a la pieza ( $\alpha = 90^\circ$ ), se puede aproximar con:

$$x = z \cot \theta \cong \frac{V_{su}}{\sum A_\alpha f_{y\alpha,m}} + s \quad ( 7.15 )$$

$A_\alpha$  es el área por unidad de longitud de las armaduras transversales;  $f_{y\alpha,m}$  es la tensión del límite elástico medio de la armadura transversal y  $s$  es la separación de la armadura transversal. Este último término se introduce por dos posibles razones: garantizar que todos los cercos que cruzan la fisura aporten resistencia a cortante cuando el ángulo de inclinación de las bielas es pequeño y contabilizar los incrementos del ángulo de la biela por aumento de la longitud de anclaje de las barras longitudinales cuando los cercos están muy separados. En piezas armadas con cercos circulares, el término  $\sum A_\alpha f_{y\alpha,m}$  se debe multiplicar por un factor de 0.85 para tener en cuenta la pérdida de eficacia de la armadura a cortante debido a la inclinación transversal de los cercos[EHE 2008].



**Figura 7-7 Esquema de cuerpo libre para determinar el incremento de tracción en la armadura longitudinal**

El producto  $\Delta T \cdot z$  se puede interpretar como un incremento de momento flector interno en la sección transversal producido por el esfuerzo cortante ( $\Delta M_v$ ). El mismo se puede expresar en función de la contribución de la armadura transversal a la resistencia a cortante reemplazando las expresiones (7.14) y (7.15) en la ecuación (7.13), con lo cual se obtiene:



$$\Delta M_v = \Delta T \cdot z = \frac{1}{2} \frac{(V_{rd} - V_{pu})^2}{\sum A_{\alpha} f_{y\alpha, m}} + \frac{1}{2} (V_{rd} - V_{pu}) \cdot s \quad \forall V_{rd} \geq V_{pu} \quad (7.16)$$

De acuerdo a lo anterior, el incremento del momento flector debido al esfuerzo cortante en la sección transversal crece de forma cuadrática con respecto a la contribución de la armadura transversal a la resistencia a cortante (la carga) y es inversamente proporcional a la cuantía de armadura transversal dispuesta (la capacidad). Por otro lado, La resistencia a flexión efectiva ( $M_{fv}$ ) se puede obtener como momento flector resistente a flexión ( $M_f$ ) menos el incremento de momento flector debido al esfuerzo cortante:

$$M_{fv} = M_f - \Delta M_v \quad (7.17)$$

Estos conceptos se pueden introducir en los modelos de rótula concentrada de manera que puedan utilizarse para obtener la curva de capacidad de un pilar, como se verá en los siguientes apartados.

### 7.2.1 Efecto del esfuerzo cortante sobre la relación momento-curvatura

Con lo expuesto en el apartado anterior, la relación momento-curvatura de una sección transversal se puede recalculer considerando el cortante concomitante en cada punto, como se puede ver en la Figura 7-8a. Esto se refleja cuando el esfuerzo cortante concomitante sobrepasa la contribución del esfuerzo axial a la resistencia del mismo ( $V_{pr} > V_{pu}$ ). Para efectos prácticos, la relación momento-curvatura se puede aproximar rotando todo el diagrama por medio de la ecuación (7.18); la simplificación induce una desviación para valores de esfuerzo cortante  $V_{pr}$  menores a  $V_{pu}$ , como se puede observar en la Figura 7-8b.

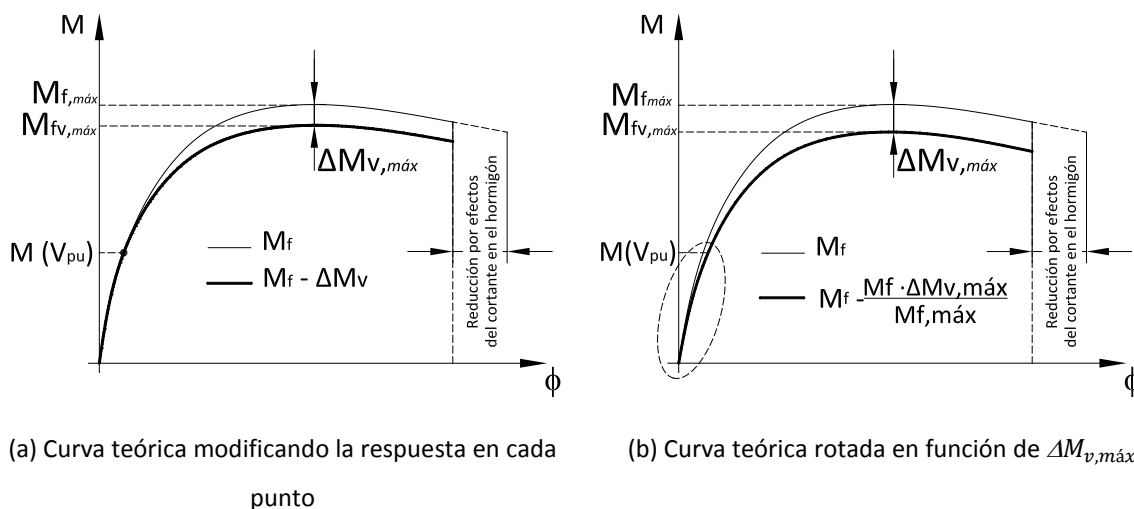


Figura 7-8 Relación momento curvatura considerando efecto del esfuerzo cortante

$$M_{fv} = M_f - \Delta M_{v,m\acute{a}x} \frac{M_f}{M_{f,m\acute{a}x}} \quad ( 7.18 )$$

### 7.2.2 Efecto del esfuerzo cortante sobre la longitud de la rótula plástica

En los modelos de rótula concentrada, la longitud de la rótula plástica es un parámetro en discusión por parte de la comunidad científica, por lo que en la literatura se encuentran una variedad de expresiones propuestas para su cuantificación; un resumen de las mismas se puede ver en [BAE & BAYRAK 2008; MORTEZAEI & RONAGH 2011]. No obstante, las recomendaciones y normas de diseño como [AASHTO 2009; CALTRANS 2010; EUROCODE 8 2012], sugieren la propuesta de [PAULAY & PRIESTLEY 1992]:

$$L_p = \left(1 - \frac{M_y}{M_{m\acute{a}x}}\right)L + \alpha_b f_{ym} d_b \quad ( 7.19 )$$

Donde,  $L$  es el brazo mecánico calculado como  $L = \frac{M}{V}$ ;  $d_b$  es el diámetro de la barra longitudinal y  $f_{ym}$  es el límite elástico de la armadura longitudinal.

El primer término de esta expresión teóricamente representa, en un diagrama de momentos flectores, la distancia entre el momento flector máximo ( $M_{m\acute{a}x}$ ) y el momento flector de plastificación ( $M_y$ ). El segundo término representa las deformaciones de las barras longitudinales en tracción dentro de la zapata. Los investigadores [PAULAY & PRIESTLEY 1992] propusieron los coeficientes de 0.08 y 0.022 para  $\left(1 - \frac{M_y}{M_{m\acute{a}x}}\right)$  y  $\alpha_b$ , respectivamente. Estos coeficientes se obtuvieron de mediciones en campañas experimentales realizadas en los años ochenta. Los investigadores [PANAGIOTAKOS & FARDIS 2001; FARDIS 2007] propusieron 0.10 y 0.015, respectivamente; los cuales resultan de un análisis estadístico de una base de datos con más de 1000 ensayos recopilados. Posteriormente, [PRIESTLEY, et al. 2007] propusieron calcular el coeficiente correspondiente a  $\left(1 - \frac{M_y}{M_{m\acute{a}x}}\right)$  como  $\left(\frac{f_{u,m}}{f_{y,m}} - 1\right) \leq 0.08$ .

El efecto del cortante en la longitud de la rótula plástica fue expuesto por [PARK & PAULAY 1975]; ellos demostraron que cuando el hormigón fisura diagonalmente por los esfuerzos cortantes, la tracción en la armadura longitudinal se incrementa; en consecuencia, la longitud de la rótula plástica también se incrementa. Para el cálculo de resistencia de esfuerzos, las normas de diseño han aceptado este mecanismo decalando la ley de momentos flectores de cálculo, aumentando así la longitud de las barras longitudinales para soportar los incrementos de tracción antes mencionados; el incremento de la longitud de la rótula plástica aumenta la capacidad de rotación plástica y el nivel admisible de redistribución de esfuerzos [EHE 2008; ACI 2011].

Sin embargo, el efecto del esfuerzo cortante en la propuesta de la longitud de plastificación de la ecuación (7.19) no se incluye de forma explícita; los propios investigadores [PRIESTLEY & PARK 1987; PAULAY & PRIESTLEY 1992; PRIESTLEY, et al. 2007] reafirman el incremento de la longitud por los efectos del cortante; no obstante, expusieron que los desplazamientos por dicho efecto se cuantifican al considerarse, en la zona de plastificación, una curvatura constante (diagrama rectangular) en vez de la curvatura teórica que es decreciente.

Posteriormente, en campañas experimentales sobre pilas con dimensiones seccionales donde el canto es considerablemente mayor a su ancho (muros), se evidenció que la longitud plástica dada por la ecuación (7.19) era inferior a la medida experimentalmente, como resultado del incremento de la deformación plástica en la armadura longitudinal producida por los esfuerzos cortantes [HINES et al. 2002a; HINES, et al. 2002b; HINES et al. 2006]; en consecuencia, los investigadores propusieron expresiones para calcular la longitud de la articulación plástica en este tipo de elementos [R.K.DOWELL & E.M.HINES 2002; HINES et al. 2004].

Los investigadores [MARÍ & BAIRÁN 2010] deducen la expresión 7.20 para calcular la longitud de la rótula plástica a partir de la formulación del decalaje dada por la [EHE 2008] y la consideración de una inclinación de la biela de  $\theta = 45^\circ$ , la cual usaron en la formulación de un método de diseño no lineal de estructuras de hormigón.

$$L_p = \frac{M_u - M_y}{V_d} + \beta \cdot z \quad ( 7.20 )$$

Donde,  $V_d$  es el esfuerzo cortante de cálculo cortante producido por las acciones exteriores y para el cual proponen usar  $V_{su}$ , es decir, despreciar cualquier contribución a la resistencia a cortante del hormigón y el axil;  $\beta$  es 0.5 para piezas con cercos normales al eje longitudinal y 1.0 para piezas sin armadura transversal.

Además, los investigadores [ELMENSRAWI et al. 2012] realizaron un estudio experimental en vigas de  $250 \times 350$  ( $h \times b$ ) y hormigones de resistencia a compresión uniaxial de 30, 70 y 160 MPa. Ellos midieron un incremento de la longitud de la rótula plástica, respecto a la dada en la expresión (7.19) en todas las probetas ensayadas. Se concluyó que en la longitud de la rótula plástica no había influencia la resistencia del hormigón y que el incremento se debía a los efectos del esfuerzo cortante. De forma racional propusieron que la longitud de la rótula plástica es la presentada en la ecuación (7.21). Esta expresión es la misma presentada en la ecuación (7.19) más un término ( $l_s$ ) que representa el aumento de longitud producido por el esfuerzo cortante. Para calcular ( $l_s$ ) adoptaron la expresión (7.22) obtenida por [PARK & PAULAY 1975], la cual se deriva de un modelo de celosía para esfuerzos cortantes.

$$L_p = \left(1 - \frac{M_y}{M_{m\acute{a}x}}\right)L + \alpha_b f_{ym} d_b + l_s + \quad ( 7.21 )$$

$$l_s = \left[ \cot \theta - \frac{\eta}{2} (\cot \theta + \cot \alpha) \right] d \geq 0.0 \quad ( 7.22 )$$

Donde,  $\theta$  es el ángulo entre la biela de compresión y el eje de la pieza;  $\alpha$  es el ángulo de las armaduras con el eje de la pieza;  $d$  es el canto efectivo de la viga y  $\eta$  es la relación entre la tensión en la armadura longitudinal y tensión de cálculo producida por las acciones  $\left(\frac{\sigma_s}{\sigma_{rd}}\right)$ . De acuerdo a la propuesta de [ELMENSRAWI, et al. 2012], para  $\alpha = 90^\circ$  y con una inclinación de bielas de  $\theta = 45^\circ$  se obtiene:

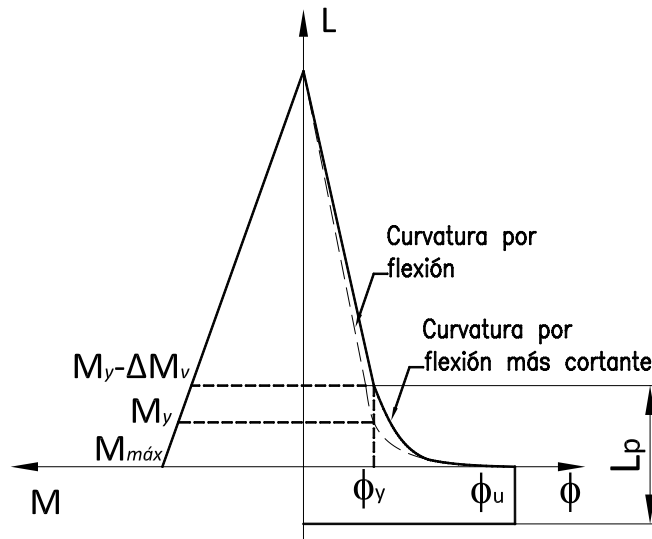
$$l_s = \left(1 - \frac{\sigma_s}{2\sigma_{rd}}\right)d \geq 0.0 \quad ( 7.23 )$$

Retomando lo expuesto en el apartado 7.2 y con base en la Figura 7-9, el incremento ( $\Delta M_v$ ) del momento flector por el esfuerzo cortante se puede introducir en la ecuación (7.19), así:

$$L_p = \left(1 - \frac{M_y - \Delta M_v}{M_{m\acute{a}x}}\right)L + \alpha_b f_{ym} d_b = \left(1 - \frac{M_y}{M_{m\acute{a}x}}\right)L + \alpha_b f_{ym} d_b + \frac{\Delta M_v}{M_{m\acute{a}x}}L \quad ( 7.24 )$$

Remplazando (7.16) en (7.24) y  $M_{m\acute{a}x} = V_{rd} \cdot L$ ,

$$L_p = \left(1 - \frac{M_y}{M_{m\acute{a}x}}\right)L + \alpha_b f_{ym} d_b + \frac{1}{2} \left[ \frac{(V_{rd} - V_{pu})^2}{V_{rd} \cdot \sum A_{\alpha f_{y\alpha, m}}} + \frac{(V_{rd} - V_{pu})}{V_{rd}} s \right] \quad \forall V_{rd} \geq V_{pu} \quad ( 7.25 )$$



**Figura 7-9 Longitud de plastificación considerando el efecto del esfuerzo cortante**

En relación a la expresión 7.25, se puede decir que la longitud de la rótula plástica se incrementa debido al esfuerzo cortante, por una mayor demanda sobre la contribución de la armadura transversal y disminuye si aumenta la capacidad mecánica de la misma. Además, se puede interpretar que si  $V_{pu}$  aumenta, la porción de la longitud de la rótula plástica debida a esfuerzos cortantes disminuye.

### 7.2.3 Implementación numérica de las recomendaciones en el modelo de rótula concentrada

En el apartado anterior se dan expresiones para poder calcular el efecto del esfuerzo cortante en los tres aspectos enunciados al inicio de este capítulo:

- el diagrama tensión-deformación del hormigón;
- la relación momento-curvatura y
- la longitud de plastificación.

Todas las expresiones se dan en función de  $V_{rd}$ , el cortante correspondiente al momento flector en la columna ( $M_{fv}$ ). Dado que existe una relación de dependencia entre los dos esfuerzos,  $V_{rd}$  y  $M_{fv}$ , se requiere de un proceso iterativo para resolver el problema. En la Figura 7-10 se presenta un diagrama de flujo a fin de facilitar su implementación.

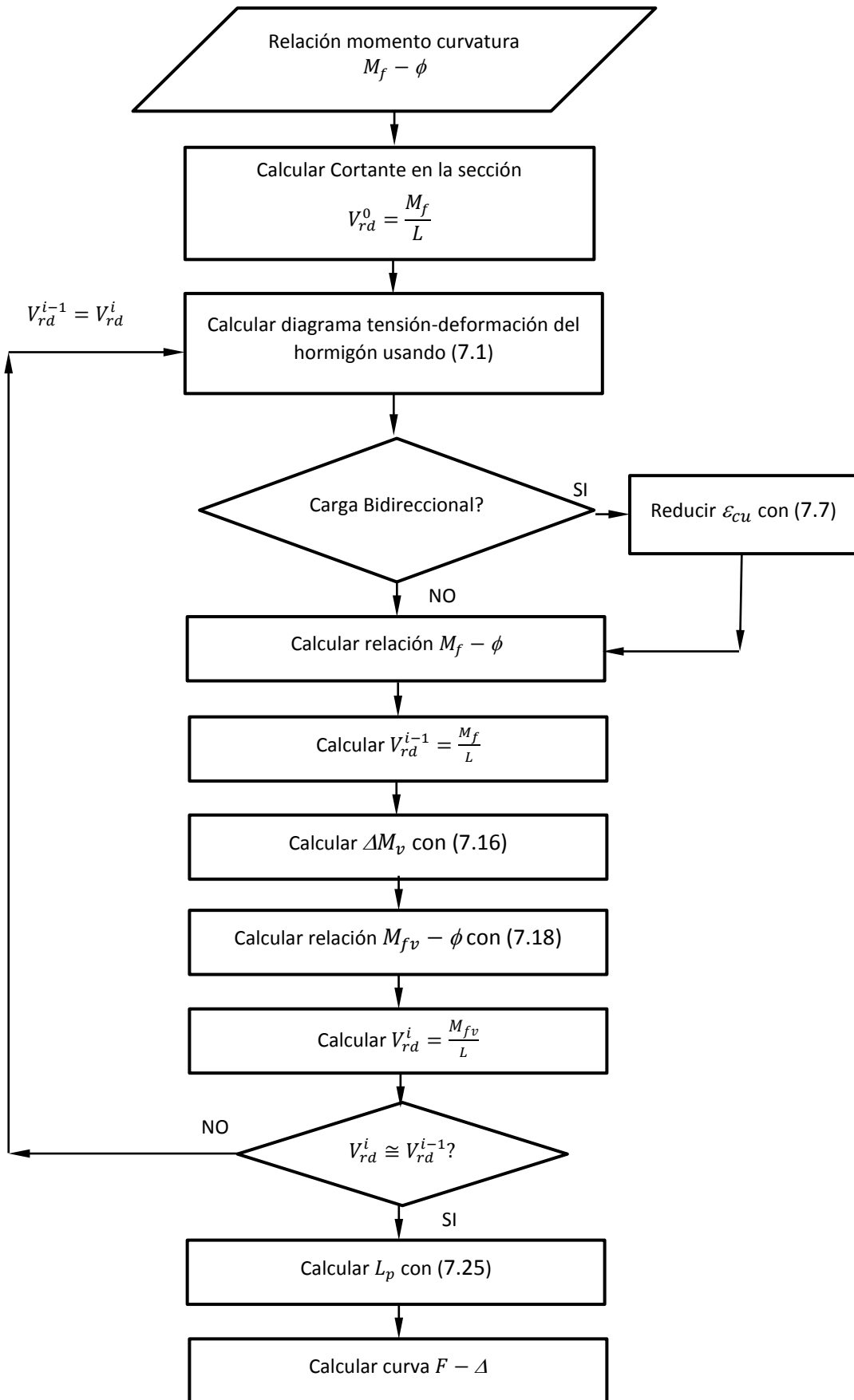


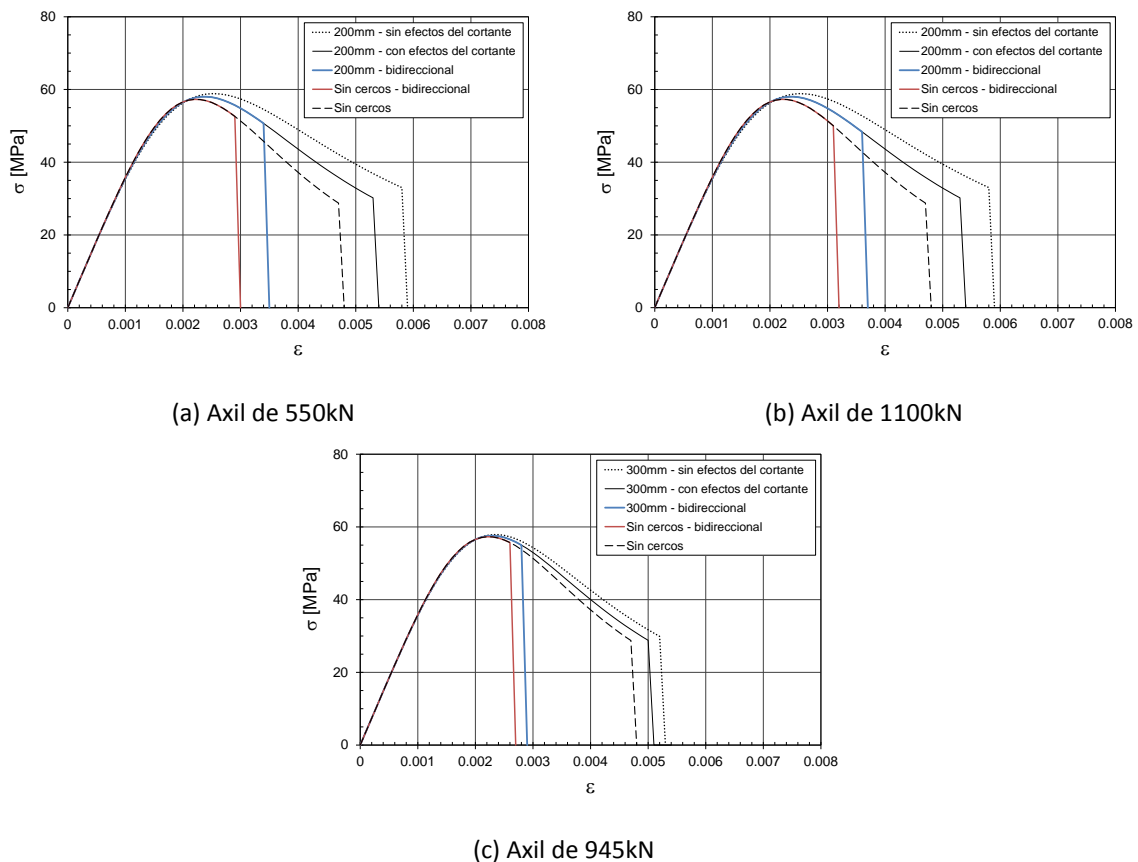
Figura 7-10 Diagrama de flujo para calcular el efecto del cortante en la curva de capacidad

### 7.3 VERIFICACIÓN NÚMERICA DE LAS RECOMENDACIONES

Con lo dado anteriormente, se calculan las curvas fuerza-desplazamiento de los pilares ensayados en esta investigación teniendo en cuenta los efectos del esfuerzo cortante en el diagrama de cálculo del hormigón, en la relación momento - curvatura y en la longitud de plastificación usando el modelo de rótula concentrada descrito en el apartado 5.2.1.5.

#### 7.3.1 Valores de cálculo del hormigón con efectos del esfuerzo cortante

En Figura 7-11 se pueden ver las curvas tensión- deformación del hormigón con el efecto del esfuerzo cortante. Para los tres axiles, 550, 1100 y 945kN, el esfuerzo cortante que se desarrolla da lugar a que la armadura transversal plastifique. En consecuencia, la tensión de confinamiento sobre el hormigón en la dirección de la carga lateral se considera nula, produciéndose un estado biaxial de compresión en el hormigón, en vez del estado triaxial que se consideró en los cálculos preliminares. En las tres gráficas de la figura antes enunciada se puede ver la disminución por dicho efecto en las curvas nombradas como “200mm – con efectos del cortante” y “300mm – con efectos del cortante” en comparación con su homologa “... sin efectos del cortante”.

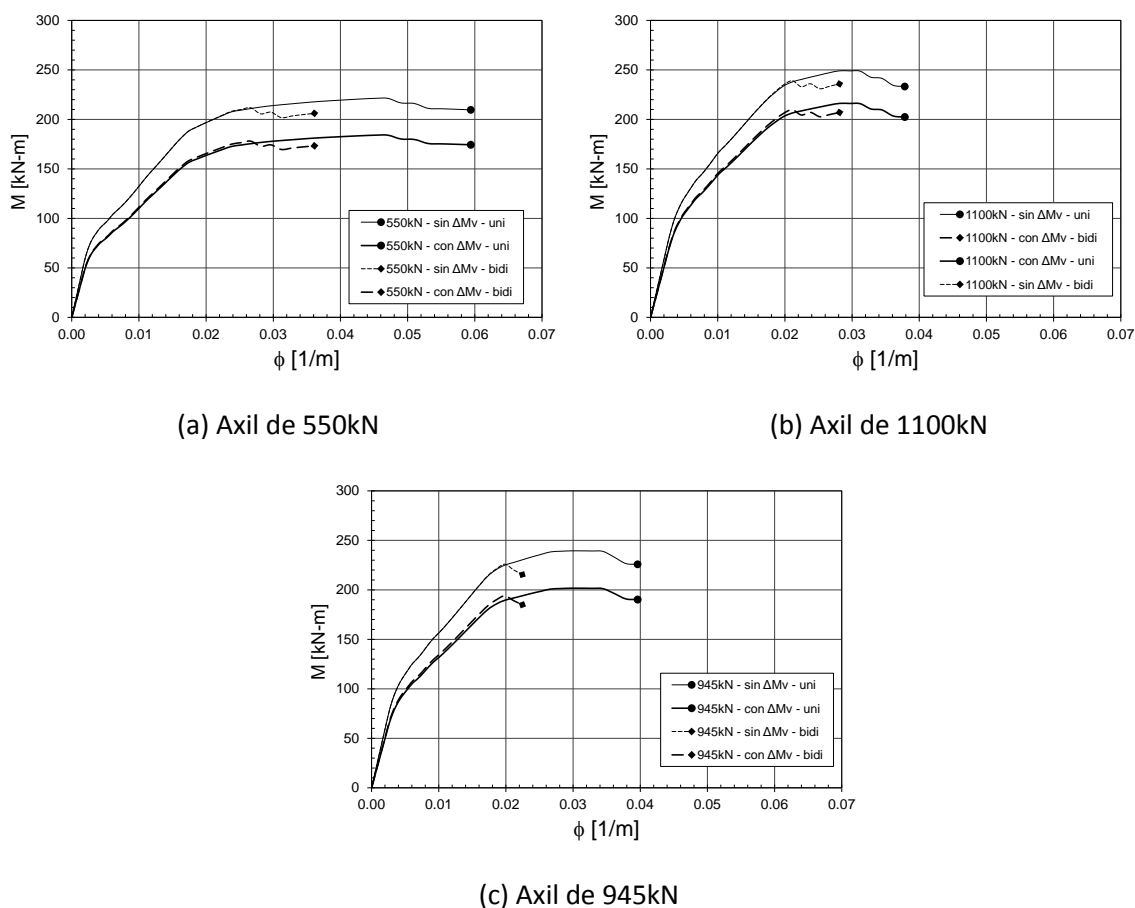


**Figura 7-11 Curvas tensión-deformación del hormigón para carga lateral unidireccional y bidireccional considerando los efectos del esfuerzo cortante**

Para el caso de carga bidireccional, a la deformación última con efectos del esfuerzo cortante en una dirección se le resta la deformación axial derivada de la deformación lateral producida por el esfuerzo cortante en la dirección normal. En la Figura 7-11 se pueden ver los resultados para los tres casos de axil, tanto para el hormigón del núcleo confinado como el de recubrimiento en las curvas nombradas como “200 o 300mm – bidireccional” y “Sin cercos – bidireccional”, respectivamente.

### 7.3.2 Relaciones momento – curvatura con efectos del esfuerzo cortante

En la Figura 7-12 se puede ver la reducción del momento resistente por los efectos del esfuerzo cortante en la armadura longitudinal ( $\Delta M_v$ ) para carga lateral unidireccional y bidireccional; en ellas se puede observar la disminución de la capacidad de deformación del bidireccional respecto al unidireccional.

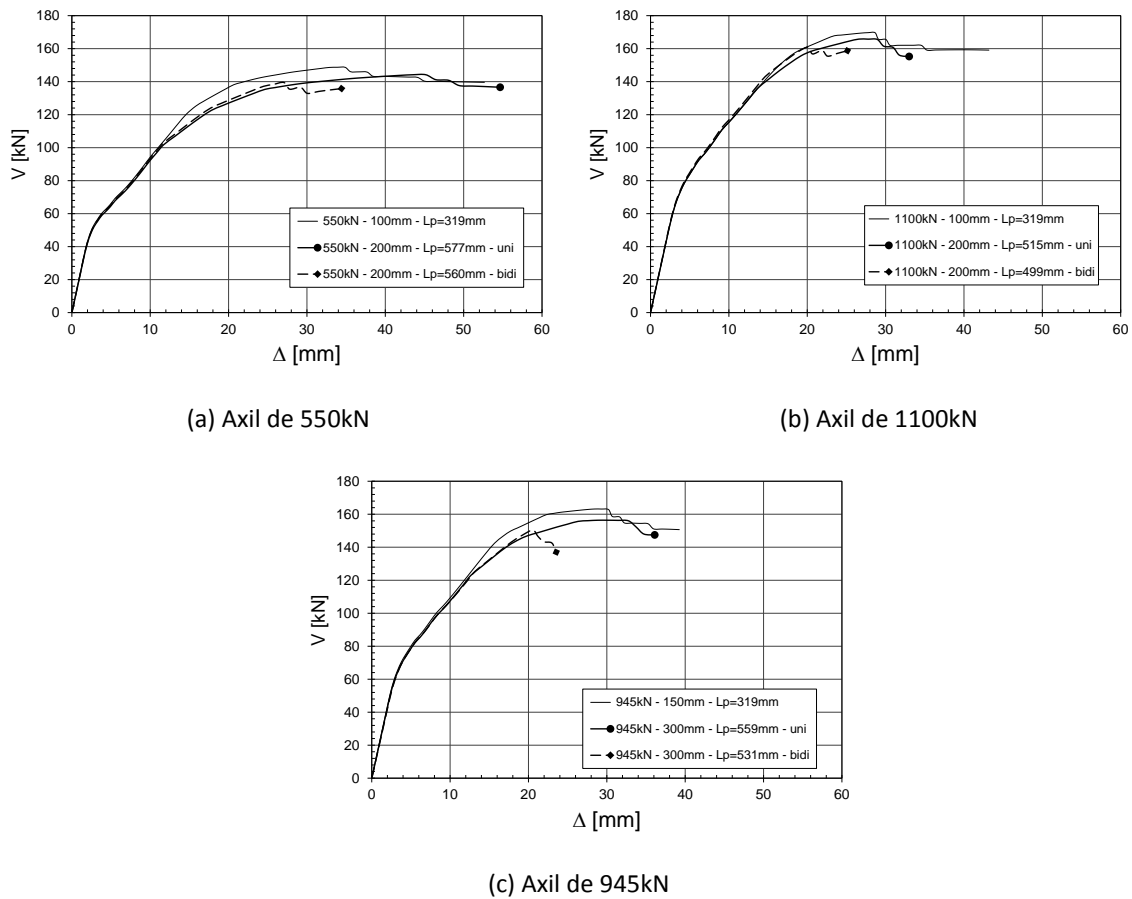


**Figura 7-12 Curvas teóricas de tensión-deformación del hormigón para carga lateral unidireccional y bidireccional considerando los efectos del esfuerzo cortante**



### 7.3.3 Curvas cortante – desplazamiento con efectos del esfuerzo cortante

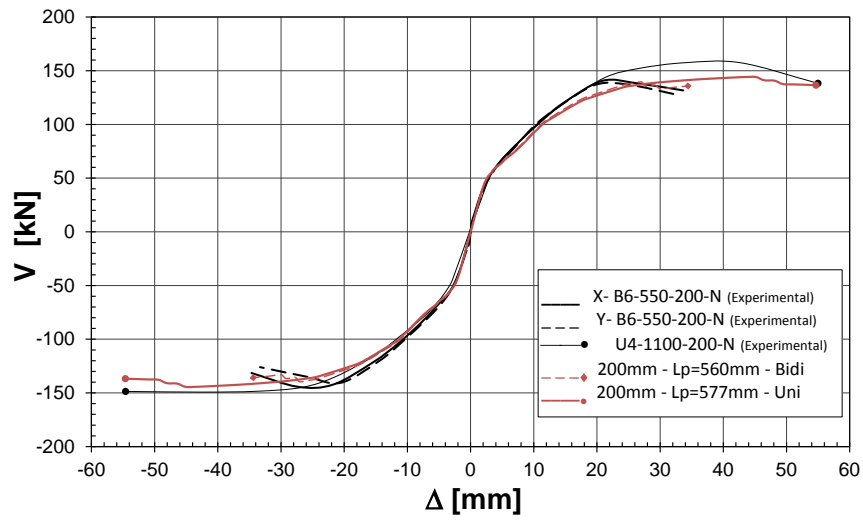
Con las anteriores relaciones momentos-curvatura, se obtienen las curvas cortante–desplazamiento considerando los efectos por el esfuerzo cortante en las longitudes de la rótula plástica. Los resultados se contrastan en la Figura 7-13 con la curva correspondiente a la base del pilar; es decir, con cercos distanciados a la mitad de separación y sin los efectos del esfuerzo cortante ni en los materiales ni en el diagrama momento curvatura. En ella se observa que el cortante resistente, en las curvas con efecto del cortante, es menor respecto al que se obtiene en la sección en la base. En consecuencia, la sección teórica donde se produce la rotura es la que tiene los cercos con mayor distancia de separación, lo cual se corresponde con lo observado experimentalmente.



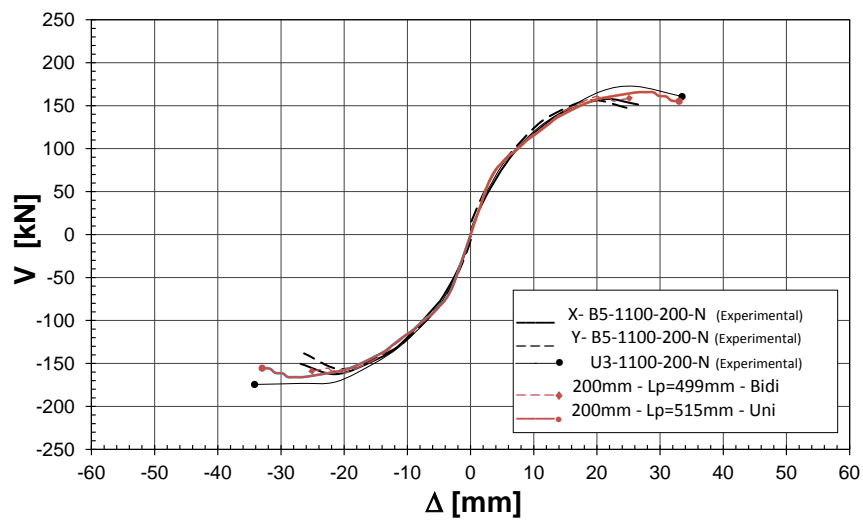
**Figura 7-13 Curvas teóricas de cortante - desplazamiento para carga lateral unidireccional y bidireccional considerando los efectos del esfuerzo cortante**

En la Figura 7-14 a la Figura 7-16 se comparan las curvas analíticas de cortante-desplazamiento con las curvas experimentales. Se puede ver que las curvas reproducen el comportamiento observado en los experimentos en ambos casos de carga, unidireccional y bidireccional. Los

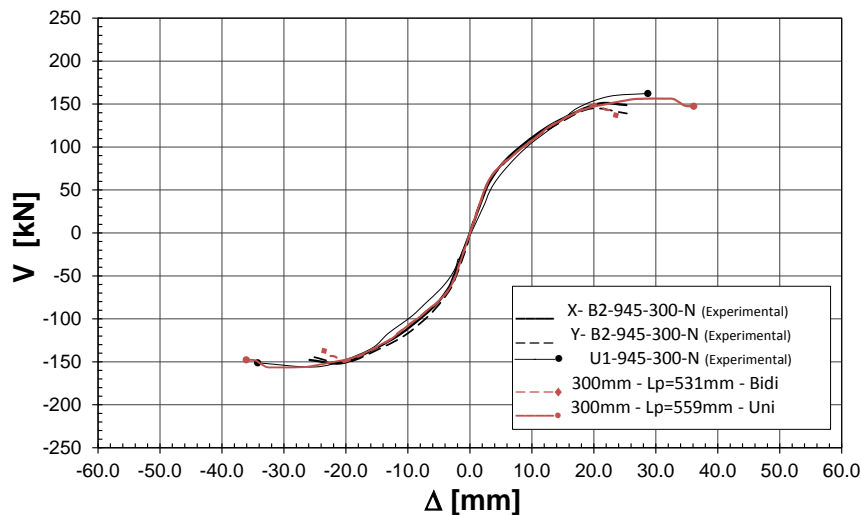
valores de carga máxima, carga última y sus correspondientes desplazamientos se aproximan de forma certera ( $error < 8\%$ ) en todos los casos estudiados, ver Tabla 7-1.



**Figura 7-14 Comparación de las curvas teóricas de cortante - desplazamiento para pilares con axil de 550kN**



**Figura 7-15 Comparación de las curvas teóricas de cortante - desplazamiento para pilares con axil de 1100kN**



**Figura 7-16 Comparación de las curvas teóricas de cortante - desplazamiento para pilares con axil de 945kN**

**Tabla 7-1 Comparación de valores característicos de las curvas cortante-desplazamiento**

Pilar	Experimental o Analítica	$\Delta_{m\acute{a}x}$ [mm]	E/A	$V_{m\acute{a}x}$ [kN]	E/A	$\Delta_u$ [mm]	E/A	$V_u$ [kN]	E/A
U4-550-200-N	Experimental	42.7		153.3		54.8		143.4	
	Analítica	45.1	(0.95)	144.3	(1.06)	54.6	(1.00)	136.7	(1.05)
B6-550-200-N	Experimental	20.7		140.1		33.7		138.6	
	Analítica	27.1	(0.76)	139.6	(1.00)	34.4	(0.98)	135.9	(1.02)
U3-1100-200-N	Experimental	26.5		172.8		33.8		167.5	
	Analítica	26.6	(1.00)	165.9	(1.04)	33.0	(1.02)	155.3	(1.08)
B5-1100-200-N	Experimental	20.4		158.3		26.2		146.7	
	Analítica	20.1	(1.01)	160.9	(0.98)	25.1	(1.04)	158.1	(0.93)
U1-945-300-N	Experimental	26.9		159.2		35.5		153.4	
	Analítica	28.3	(0.95)	156.4	(1.02)	36.1	(0.98)	147.5	(1.04)
B2-945-300-N	Experimental	20.2		149.3		25.6		144.7	
	Analítica	20.5	(0.99)	150.4	(0.99)	23.5	(1.09)	137.1	(1.06)

## 7.4 DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este capítulo se expusieron conceptos mecánicos para introducir los efectos de los esfuerzos cortantes en el cálculo de la curva de capacidad de pilares de hormigón armado sometidos a cargas laterales en una y dos direcciones. Los efectos de los esfuerzos cortantes se analizaron sobre tres niveles: material, seccional y de elemento. Se derivaron expresiones analíticas para considerar los efectos de los esfuerzos cortantes en el diagrama tensión-deformación del hormigón, la relación momento - curvatura y la longitud de la rótula plástica. Las expresiones analíticas dadas se usaron en el modelo de análisis de rótula concentrada para obtener la curva

de capacidad del pilar. El modelo analítico se comparó con los experimentos dados en esta investigación. El modelo reproduce el comportamiento observado en los experimentos de los pilares con esfuerzos cortantes en una y dos direcciones.

#### **7.4.1 Discusión**

El comportamiento mecánico de los pilares de hormigón armado bajo cargas laterales ya de por sí es complejo por el componente hormigón y se acrecienta aún más cuando las cargas laterales son multidireccionales. Las expresiones dadas aquí pretenden vislumbrar un camino para cuantificar, a nivel macro-estructural, el efecto del esfuerzo cortante en una y dos direcciones en el comportamiento sísmico de dichos elementos. No obstante, en estado límite último se producen múltiples mecanismos que interactúan con los efectos expuestos, tanto a nivel micro como a nivel macro, que modifican evolutivamente la respuesta estructural de las columnas; por ejemplo, efectos de tamaño y forma, detalles de armado (solapes), adherencia y anclaje, pandeo de la armadura, interacción con la torsión, entre otros. Algunos de estos temas se podrán estudiar con el programa TINSA; sin embargo, se deben seguir encaminando esfuerzos para continuar con campañas experimentales con cargas multidireccionales y orientadas a estudiar los mecanismos antes mencionados.

#### **7.4.2 Conclusiones**

En los pilares de hormigón armado, la armadura transversal confina el hormigón y contribuye a la resistencia de esfuerzos tangentes. Bajo cargas laterales, los esfuerzos cortantes demandan cierta capacidad de la armaduras transversal y por consecuencia la tensión de confinamiento se ve mermada, lo que conlleva a reducir la resistencia y ductilidad del núcleo confinado. En este capítulo se dedujeron expresiones para cuantificar de forma simplificada este mecanismo a partir del equilibrio.

Bajo cargas bidireccionales, los esfuerzos cortantes demandan deformación sobre la armadura transversal, lo cual produce una disminución de su capacidad de deformación para el confinamiento del hormigón cuando la carga lateral cambia de sentido. El decremento de deformación longitudinal del hormigón confinado y de recubrimiento se puede obtener por medio del módulo de dilatación, bajo la hipótesis de que la deformación de la armadura transversal por esfuerzos cortantes anteriores es una deformación lateral permanente en el hormigón.

Los esfuerzos cortantes en la sección transversal producen un incremento de la tensión en la armadura longitudinal, produciendo que el momento flector de plastificación y el momento

resistente sean menores respecto al que se obtiene con la omisión de los esfuerzos cortantes y un incremento de la longitud de plastificación. El decremento del momento flector producido por el esfuerzo cortante se puede aproximar por medio de un modelo de celosía. Se propone usar este modelo para corregir la relación momento curvatura y evaluar la longitud de plastificación.

## 8 Conclusiones y perspectivas

Bajo la acción de un terremoto es muy probable que las columnas en las estructuras de hormigón sean sometidas a movimientos bidireccionales, ya sea por la naturaleza de los movimientos sísmicos o la respuesta dinámica de la estructura. Aunque se evidencia una reducción de su capacidad resistente y de la ductilidad, según estudios experimentales disponibles con cargas bidireccionales, las normas de diseño y evaluación sísmica no aportan recomendaciones explícitas para cuantificar el comportamiento de las columnas bajo dichas cargas. Esta tesis pretende contribuir al avance del análisis y cuantificación de los efectos de los esfuerzos cortantes biaxiales en la respuesta sísmica de columnas de hormigón armado. Para ello, se ha realizado un estudio teórico y experimental que ha consistido en:

- La elaboración de un estado del conocimiento orientado a la revisión de los estudios experimentales sobre el comportamiento de columnas bajo cargas laterales bidireccionales y las estrategias de modelización numérica disponibles. Con la información recopilada, se detectó la necesidad de realizar un estudio acerca del comportamiento de la deformación lateral del hormigón en compresión.
- Se ejecutó una primera campaña experimental con el objetivo de caracterizar y cuantificar dicha deformación bajo carga uniaxial cíclica.
- Se realizó una revisión del comportamiento de la deformación lateral del hormigón en un estado de compresión triaxial con la finalidad de proponer un modelo analítico que reproduzca el comportamiento de la deformación.
- Se implementó el anterior modelo en una ecuación constitutiva 3D para ser usado en el modelo seccional TINSA y se verificó que el modelo de deformación lateral cuantificara de forma adecuada la expansión del hormigón en un estado de compresión triaxial.

- De manera paralela se estudió y analizó la respuesta estructural de columnas circulares de hormigón armado con y sin refuerzo de material compuesto a través de una segunda campaña experimental en la que se les sometió a cargas laterales bidireccionales.
- Para las mismas columnas ensayadas, se hace un estudio analítico de la respuesta seccional utilizando el modelo TINSA.
- Finalmente, se propusieron recomendaciones para evaluar de forma simplificada los efectos de los cortantes biaxiales en la respuesta sísmica de columnas de hormigón armado.

## 8.1 CONCLUSIONES

De los estudios teóricos y experimentales realizados y de los resultados obtenidos, cabe extraer las siguientes conclusiones:

### 8.1.1 Conclusiones relativas al “Estado del conocimiento”

- El comportamiento sísmico de las columnas se ha estudiado extensamente con experimentos bajo cargas laterales unidireccionales. Estos estudios han sido la base para las recomendaciones de normas sísmicas actuales y la validación de modelos analíticos. Por el contrario, los estudios experimentales de columnas con cargas laterales bidireccionales son pocos, comparados con la cantidad de ensayos unidireccionales. Una conclusión general de estos estudios es que las columnas sometidas a cargas bidireccionales presentan una menor resistencia y ductilidad en comparación con los ensayos unidireccionales.
- En las normas de diseño y evaluación sísmica actuales y en la literatura científica no se prescriben recomendaciones específicas para cuantificar la reducción de resistencia y ductilidad que se evidencia en los experimentos de columnas con cargas laterales bidireccionales, excepto la recomendación de la reducción de la contribución de la resistencia a cortante del hormigón sugerida por [WONG, et al. 1993; PRIESTLEY, et al. 1994b; KOWALSKY & PRIESTLEY 2000]. Ello puede deberse a la complejidad mecánica del problema sumado a la aleatoriedad de las cargas.
- La modelización numérica de este tipo de problemas puede abordarse con el programa seccional de interacción de esfuerzos, TINSA. Este programa tiene la capacidad de resolver el campo 3D de tensiones y deformaciones de la sección transversal. La ecuación constitutiva 3D del hormigón implementada en el modelo seccional requiere de una formulación para cuantificar los efectos de expansión del hormigón en compresión (efecto Poisson) y las propuestas en la literatura solo brindan el comportamiento para

carga monótona. Por lo tanto, se necesita una formulación que simule el comportamiento de la deformación lateral del hormigón bajo cargas cíclicas de compresión.

### **8.1.2 Conclusiones relativas a la “Deformación lateral del hormigón con carga de compresión uniaxial cíclica”**

De acuerdo a los resultados de la campaña experimental y a la interpretación de los resultados presentada en este capítulo se puede concluir que:

- Es posible resumir el comportamiento de la envolvente de la deformación lateral del hormigón respecto a la deformación longitudinal, en compresión uniaxial, en tres partes: la primera parte es lineal y elástica y corresponde al comportamiento en fase cuasi-elástica del hormigón; la segunda parte es no lineal e inelástica en la cual el hormigón se encuentra en fase de endurecimiento e inicio del reblandecimiento y la última parte es lineal e inelástica y corresponde a un comportamiento en fase avanzada de reblandecimiento.
- La dilatancia en compresión uniaxial depende de la resistencia del hormigón; a mayor resistencia, mayor dilatancia y por lo tanto, una mayor expansión lateral.
- En las probetas de hormigón bajo carga cíclica, la rigidez longitudinal y lateral se degradan con el incremento de las deformaciones plásticas; la degradación lateral es mayor con respecto longitudinal.
- El módulo de dilatancia de descarga, que en fase elástica es el módulo de Poisson, aumenta con el incremento de las deformaciones plásticas y su comportamiento depende de la resistencia del hormigón.
- El módulo de deformación longitudinal se degrada cerca de un 15% para carga máxima. La degradación del mismo módulo en rama de reblandecimiento se pudo relacionar con el decremento de tensiones respecto a su resistencia máxima.

### **8.1.3 Conclusiones relativas a “La dilatancia del hormigón en estado triaxial de compresión”**

- El módulo de dilatancia del hormigón en compresión triaxial disminuye con el aumento de las tensiones de confinamiento, debido a que se produce un ángulo mayor del plano de falla respecto al eje principal de carga y a una disminución de la rugosidad de la superficie del mismo plano (ángulo de fricción), producto de una fractura más limpia.
- En casos de tensiones de confinamiento proporcionales a la deformación lateral, la dilatancia del hormigón bajo compresión puede ser contenida por un mecanismo post-



fractura que depende del ángulo de fricción de la superficie del plano de la falla y la evolución de las tensiones de confinamiento; el mecanismo de contención de la dilatación se presenta en el hormigón confinado con materiales compuestos en compresión.

- La dilatación del hormigón se ve afectada por la asimetría de las tensiones de confinamiento. En los datos experimentales se observa que la resultante de las deformaciones laterales rota hacia el eje con menor tensión como consecuencia de las deformaciones producidas por las propias tensiones de confinamiento y de la rotación del plano de falla.
- En los datos experimentales se observa que la deformación lateral del hormigón en un estado triaxial de compresión con tensiones de confinamiento constantes, presenta un comportamiento análogo al modelo conceptual que se presentó en el capítulo dos. Por ello, se propuso extender el modelo conceptual de la deformación lateral – deformación longitudinal, introduciendo una disminución de la dilatación en función del incremento de la ganancia de resistencia por confinamiento.
- Se propuso un modelo analítico para cuantificar la deformación lateral del hormigón en compresión triaxial que incluyó los mecanismos y fenómenos identificados experimentalmente. Este modelo se implementó en una ecuación constitutiva 3D y los resultados se corroboraron con datos experimentales publicados en la literatura científica del hormigón en diferentes estados triaxiales de compresión y hormigón confinado con diferentes materiales tanto para carga monótona como cíclica.

#### **8.1.4 Conclusiones relativas a los “Experimentos de columnas sometidas a esfuerzos cortantes biaxiales cíclicos”**

De acuerdo a los resultados de la campaña experimental y a la interpretación de los resultados presentada en este capítulo se puede concluir que:

- Con respecto a la realización de los ensayos, se puede decir que la configuración del ensayo y el control de carga funcionaron adecuadamente. No se presentó ningún percance ni con el personal que colaboró en la realización de los mismos, ni con los equipos e instrumentación. Además, los ensayos sobre todos los modelos experimentales que se fabricaron se culminaron con éxito.
- En los ensayos de los pilares no reforzados bajo carga unidireccional se presentaron ductilidades de desplazamiento bajas o medias en función del nivel de axil. La rotura se produjo por un mecanismo de flexión - cortante localizado a una distancia de la base del pilar de entre 200 y 600mm.

- Los pilares no reforzados bajo carga bidireccional presentaron una ductilidad de desplazamiento y resistencia menor a sus homólogos con carga unidireccional. La rotura se ocasionó por un mecanismo de flexión - cortante localizado a una distancia de la base del pilar de entre 100 y 400mm.
- Los pilares reforzados con FRP se ensayaron con carga bidireccional hasta una ductilidad de desplazamiento de cuatro. Los ensayos se continuaron con carga unidireccional alcanzándose ductilidades de desplazamiento mayores a seis. En dos pilares, la falla se produjo por la rotura de una barra longitudinal y en los dos restantes no se alcanzó un mecanismo de fallo. En el pilar reforzado AFRPx2 se observaron roturas del material compuesto en la zona de plastificación en ciclos de ductilidad de desplazamiento mayores a seis, aunque esto no causó el fallo del pilar.
- El pilar reparado y reforzado con CFRP alcanzó una ductilidad de desplazamiento alta, similar a la obtenida en los pilares no dañados y reforzados, aunque la rigidez tangente inicial fue menor a la que se presentó en el ensayo sin daño.
- La curva esfuerzo cortante – desplazamiento de los experimentos se compararon con los resultados de un modelo de rótula concentrada. En los pilares no reforzados, el modelo analítico no identifica la sección donde se presenta la rotura. Asimismo, los resultados analíticos referidos a la sección crítica dan esfuerzos cortantes superiores y desplazamientos menores a los observados experimentalmente.
- En los pilares no reforzados con cargas bidireccionales, la curva esfuerzo cortante – desplazamiento analítica resultante del modelo de rótula concentrada tal y como se plantea su derivación, es idéntica al caso con carga unidireccional. Debido a ello, se obtuvo que el esfuerzo cortante y la capacidad de desplazamiento analíticos son mayores al experimental.
- En los pilares reforzados, la curva analítica de esfuerzo cortante – desplazamiento se aproxima mejor a lo observado experimentalmente; ello se puede asociar a que el mecanismo gobernante es el de flexión gracias al adecuado diseño a cortante. No obstante, en los pilares con menor cuantía de FRP el desplazamiento último analítico es considerablemente menor al medido experimentalmente; esto se puede aducir a la mayor longitud de la rótula plástica, como se corroboró con las mediciones experimentales de la misma.
- Con las mediciones experimentales se indagó sobre la longitud de plastificación y la deformación transversal. En los pilares no reforzados se observó que la longitud de plastificación se puede extender hasta una altura de 700mm, la cual es muy superior a los

cerca de 300mm que se usó en los cálculos que fueron estimados con la expresión de [PRIESTLEY & PARK 1987]. En los pilares reforzados con menor cuantía de FRP se observa una longitud de plastificación aproximadamente de 1.5 veces mayor a la medida en las columnas reforzadas con mayor cuantía de FRP.

- Con las mediciones de la deformación transversal, se puede concluir que en el caso de cargas bidireccionales las deformaciones en la armadura transversal producida por los esfuerzos cortantes y por la acción de confinamiento se acumulan. Esto hace que se aumente la demanda de deformación de la misma ante cargas bidireccionales.

### **8.1.5 Conclusiones relativas al “Análisis seccional de columnas con cortantes cíclicos biaxiales”**

De acuerdo a las modelaciones numéricas y a la interpretación de los resultados presentada en este capítulo se puede concluir que:

- En los análisis seccionales con carga monótona de los pilares no reforzados considerando el esfuerzo a cortante concomitante, el momento resistente se reduce, los cercos plastifican en las caras paralelas a la carga lateral y la deformación de la armadura longitudinal a tracción se incrementa con respecto a los análisis donde no se considera dicho esfuerzo.
- En los análisis seccionales de los pilares no reforzados con carga cíclica bidireccional, la deformación en la armadura transversal es mayor y el momento resistente es menor en relación al caso unidireccional, lo cual reproduce el comportamiento experimental observado.
- En el análisis seccional del pilar reforzado con CFRPx6 cuando se considera el esfuerzo a cortante, el momento de plastificación se reduce aproximadamente 10% respecto al análisis cuando dicho esfuerzo se omite. No obstante, la diferencia de momento resistente se reduce en la zona de endurecimiento a magnitudes inferiores al 5% respecto al análisis donde no se consideró esfuerzo cortante. La deformación de la armadura longitudinal a tracción aumenta de forma similar, con y sin esfuerzo cortante. En el análisis con esfuerzo a cortante, la armadura transversal permanece prácticamente en fase elástica.
- En el análisis seccional del pilar reforzado con carga cíclica bidireccional, la deformación en el FRP es mayor por la acción de confinamiento con respecto a la producida por el

esfuerzo cortante; además, se obtiene un momento resistente de igual magnitud en ambas direcciones. Ambos resultados concuerdan con lo medido experimentalmente.

#### **8.1.6 Conclusiones relativas a las “Contribuciones orientadas a la evaluación y diseño sísmico”**

- En los pilares de hormigón armado, la armadura transversal confina el hormigón y contribuye a la resistencia de esfuerzos tangentes. Bajo cargas laterales, los esfuerzos cortantes demandan cierta capacidad de las armaduras transversales y por consecuencia la tensión de confinamiento se ve mermada, lo que conlleva a reducir la resistencia y ductilidad del núcleo confinado. En este capítulo se dedujeron expresiones para cuantificar de forma simplificada este mecanismo a partir del equilibrio.
- Bajo cargas bidireccionales, los esfuerzos cortantes demandan deformación sobre la armadura transversal, lo cual produce una disminución de su capacidad de deformación para el confinamiento del hormigón cuando la carga lateral cambia de sentido. El decremento de deformación longitudinal del hormigón confinado y de recubrimiento se puede obtener por medio del módulo de dilatación, bajo la hipótesis de que la deformación de la armadura transversal por esfuerzos cortantes anteriores es una deformación lateral permanente en el hormigón.
- Los esfuerzos cortantes en la sección transversal producen un incremento de la tensión en la armadura longitudinal, produciendo que el momento flector de plastificación y el momento resistente sean menores respecto al que se obtiene con la omisión de los esfuerzos cortantes y un incremento de la longitud de plastificación. El decremento del momento flector producido por el esfuerzo cortante se puede aproximar por medio de un modelo de celosía. Se propone usar este modelo para corregir la relación momento curvatura y evaluar la longitud de plastificación.
- Con la metodología propuesta se consigue cuantificar los efectos de los esfuerzos cortantes biaxiales en la respuesta sísmica de columnas de hormigón armado, lo que ofrece la posibilidad al ingeniero estructural de incluir dichos efectos en la evaluación y diseño sísmico de estructuras.

## **8.2 APORTACIONES ORIGINALES DE ESTA TESIS**

A través del trabajo realizado para la consecución del objetivo general de esta tesis, se obtuvieron las siguientes aportaciones:

- Metodología para el ensayo de probetas cilíndricas de hormigón de alta resistencia bajo cargas uniaxiales cíclicas mediante la implementación de transductores de desplazamiento orientados radialmente para la medición de la deformación lateral del hormigón y la utilización de un control de carga mixto de fuerza y desplazamiento bajo este tipo de cargas.
- Obtención de datos experimentales del comportamiento del hormigón de resistencia normal y alta bajo carga uniaxial cíclica.
- Presentación práctica conceptual del mecanismo de contención de dilatación en hormigón confinado bajo tensiones proporcionales a la deformación lateral.
- Propuesta de un modelo analítico para cuantificar la deformación lateral del hormigón en estado de compresión uniaxial y triaxial.
- Diseño, montaje y puesta a punto de la configuración de un ensayo de columnas bajo cargas bidireccionales.
- Obtención de datos experimentales del comportamiento de columnas de hormigón armado sometidas a cargas unidireccionales y bidireccionales cíclicas.
- Obtención de datos experimentales del comportamiento de columnas de hormigón armado reforzadas con materiales compuestos (CFRP y AFRP) bajo cargas bidireccionales.
- Identificación de la posible causa de la reducción de la resistencia y la ductilidad en columnas bajo cargas laterales bidireccionales, respecto a las unidireccionales, atribuida a la acumulación de deformaciones en la armadura transversal por esfuerzos cortantes y el mecanismo de confinamiento.
- Propuesta para el uso del módulo de dilatación para la cuantificar la reducción de la capacidad de deformación longitudinal última por deformaciones laterales en el hormigón confinado y no confinado.
- Propuesta para que se tenga en cuenta la efectividad de la armadura transversal en el mecanismo de confinamiento cuando esta misma debe contribuir a la resistencia a esfuerzos cortantes.
- Propuesta para utilizar un mecanismo plástico de rotación de bielas para cuantificar de forma simplificada el decremento de la resistencia a flexión y el aumento de la longitud de la rótula plástica por esfuerzos cortantes.

### 8.3 FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACION

#### 8.3.1 Respecto al modelo de deformación lateral

El modelo de dilatación responde a un planteamiento general del problema. El fenómeno es complejo y se propone profundizar en algunos aspectos que se presentan a continuación.

- Dado que los efectos de tamaño influyen en el comportamiento del hormigón en fase de reblandecimiento y la dilatación se ve afectada por este fenómeno, se recomienda llevar a cabo un estudio con el objetivo de incluir estos efectos en el modelo de dilatación.
- El parámetro de la contención de la dilatación se formuló de forma conceptual y el comportamiento se ajustó a lo observado experimentalmente. No obstante, en este aspecto existe la posibilidad de profundizar de forma analítica y experimental para poder cuantificar las variables que intervienen en el problema desde la mecánica del material.
- El modelo de dilatación se confrontó con datos experimentales de probetas normalizadas. En la literatura es posible encontrar datos experimentales de columnas de hormigón armado en compresión de diferentes secciones transversales y confinadas con diferentes cuantías de armadura transversal. En consecuencia, se puede proponer un estudio para corroborar los resultados analíticos con dichos resultados experimentales usando el modelo numérico TINSA.
- El hormigón confinado se ha estudiado primordialmente en condiciones de confinamiento de simetría cilíndrica. No obstante, cuando una columna se ve sometida a múltiples esfuerzos es muy probable que en el hormigón se presente un estado de confinamiento asimétrico; lo cual es más desfavorable para la resistencia y ductilidad. Si bien existe la posibilidad de usar criterios de resistencia, estos han sido calibrados mediante ensayos de presiones de confinamiento activas. En consecuencia, se abre la posibilidad de una investigación experimental y analítica del hormigón confinado asimétricamente con acero y materiales compuestos para obtener criterios de resistencia y deformación.
- El hormigón también se puede expandir cuando sirve de mecanismo de anclaje de la armadura longitudinal. Este fenómeno podría ser estudiado y analizado, para ser implementado en el modelo de análisis seccional TINSA.
- La deformación lateral que se cuantifica en el modelo seccional TINSA puede ser un punto de partida para introducir el fenómeno del pandeo de la armadura longitudinal.

### 8.3.2 Respetto a las columnas sometidas a cargas laterales bidireccionales

A continuación, sólo se exponen en consideración algunas posibles líneas de investigación consideradas por el autor como prioritarias. Sin embargo, dado que este tema está totalmente abierto en cuanto a experimentación, existen otros aspectos susceptibles de ser investigados:

- El montaje del ensayo para columnas con carga bidireccional realizado en el desarrollo de esta investigación se encuentra disponible en el Laboratorio de Tecnología de Estructuras “Luis Agulló” de la UPC. Con ello se pueden emprender nuevas campañas experimentales incluyendo otros parámetros de estudio como son: la sección transversal, las relaciones geométricas, los materiales, los niveles de axil ó axil variable, incluyendo el esfuerzo de torsión, etc. El montaje se puede usar en ensayos con carga lateral bidireccional y torsión con la incorporación de un nuevo actuador para poder proporcionar control sobre el giro en el eje vertical. En próximas campañas experimentales de este tipo se recomienda adicionar un sistema de captación de imágenes digitales de alta resolución sincronizado con la adquisición de datos. Mediante el tratamiento de la imagen digital es posible obtener la distribución de la deformación, lo cual es de interés para el estudio de los mecanismos dentro de la zona plástica.
- La interpretación de los datos experimentales presentada en esta tesis se realizó a fin de conseguir el objetivo general de la investigación. No obstante, se podrá indagar sobre otros aspectos que se consideren de interés para modelos mecánicos o numéricos.
- Las formulaciones expuestas para la evaluación simplificada de los efectos de los esfuerzos cortantes en columnas con cargas laterales se corroboraron con los ensayos presentados en esta tesis. No obstante, se puede emprender una labor para extender su verificación con datos en la literatura con otras secciones, relaciones de aspecto y disposición de armadura. Adicionalmente, se puede hacer estudio teórico-experimental para incluir el efecto de la torsión en la resistencia y ductilidad partiendo de las formulaciones conseguidas, dado que no se disponen de prescripciones explícitas para su cuantificación.
- Se pueden iniciar estudios de la respuesta sísmica de la estructura bajo cargas bidireccionales usando las formulaciones y metodología propuestas al incluirlas en programas de análisis inelásticos formulados a partir de la respuesta seccional, ya sea de plasticidad distribuida o concentrada.
- Las cuantías volumétricas de armadura transversal mínimas prescritas por las normas para columnas donde se requieren ductilidades de desplazamiento altas, producen una cantidad tal de armadura que dificulta su disposición y en muchas ocasiones puede ser

excesiva para esfuerzos cortantes. Por tanto, se propone abordar estudios orientados a la optimización de disposiciones de armaduras transversal mediante el uso sistemático del programa de análisis seccional TINSA.

- Se puede hacer uso de los resultados experimentales en el desarrollo de metodologías de diseño basado en prestaciones como modelos de control de daño y/o definición de los umbrales de daño en situaciones reparadas y no reparadas.





## 9 Referencias

AASHTO. Guide specifications for LRFD seismic bridge design. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials, 2009.

AASHTO. LRFD bridge design specifications. American Association of State, Highway Transportation, Officials, 2010.

ACI, Innovation Task Group 1. 374.1-05: Acceptance Criteria for Moment Frames Based on Structural Testing and Commentary. 2005. American Concrete Institute.

ACI. 440.2R-08 Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures. Farmington: American Concrete Institute, 2008.

ACI. ACI 318-11 Building code requirements for structural concrete and commentary. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2011.

AENOR. Ensayos de hormigón. In *Determinación del módulo de elasticidad en compresión*. Madrid: 2001, 1996, vol. UNE 83316, p. 5.

AENOR. UNE-EN 12390-2 Ensayos de hormigón endurecido. *Parte 2: Fabricación y curado de probetas para ensayos de resistencia*. Madrid: 2001, 2001a, p. 8.

AENOR. UNE-EN 12390-1 Ensayos de hormigón endurecido. *Parte 1: Forma, medidas y otras características de las probetas y moldes*. Madrid: 2005, 2001b, p. 15.

AENOR. UNE-EN ISO 15630-1 Aceros para el armado y el pretensado del hormigón. Métodos de ensayo. *Parte 1: Barras, alambres y alambres para hormigón armado*. Madrid: AENOR, 2003a, p. 20.

AENOR. UNE-EN 12390-6 Ensayos de hormigón endurecido. *Parte 6: Resistencia a tracción indirecta de probetas*. Madrid: 2001, 2003b, p. 13.

AENOR. UNE-EN 12390-3 Ensayos de hormigón endurecido. *Parte 3: Determinación de la resistencia a compresión de probetas*. Madrid: 2003, 2003c, p. 19.

AENOR. UNE-EN 197-1:2000/A1 Cemento. *Parte 1: Composición, especificaciones y criterios de conformidad de los cementos comunes*. Madrid: AENOR, 2005, p. 12.

AENOR. UNE-EN 12350-3 Ensayos de hormigón fresco. *Parte 3: Mesa de sacudidas*. Madrid: AENOR, 2006, p. 11.

AHMAD, S. & SHAH, S.P. *Complete triaxial stress-strain curves for concrete*. Chicago: University of Illinois at Chicago Circle, Dept. of Materials Engineering, 1981.

AIRE, C., GETTU, R., CASAS, J.R., MARQUES, S. & MARQUES, D. Estudio experimental y modelo teórico del hormigón confinado lateralmente con polímeros reforzados con fibras (FRP). *Mater. Constr. Materiales de Construcción*, 2010, vol. 60, no. 297, p. 19-31.

AIRE, C.M. *Estudio experimental del comportamiento del hormigón confinado sometido a compresión*. Tesis doctoral. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2002. Available from Internet: <<http://hdl.handle.net/10803/6168>>.

ANSARI, F. & LI, Q. High-Strength Concrete Subjected to Triaxial Compression. *ACI materials journal*, 1998, vol. 95, no. 6, p. 747-747.

ARIAS-ACOSTA, J.G. & SANDERS, D.H. Shake Table Testing of Bridge Columns under Combined Actions. In *Structures Congress 2010*. 2010, p. 1805-1816.

ASHFORD, S.A. & KAWAMATA, Y., Department of Structural Engineering, University of California, San Diego. Photo reconnaissance report on the 2004 Niigata-Chuetsu earthquakes. 2004. Earthquake Engineering Research Institute (Eeri) and Pacific Earthquake Engineering Research Center (Peer).

ASTM. ASTM D3039 / D3039M Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials. *Standard ASTM D3039 / D3039M* Pennsylvania: 2008, 2008, p. 13.

ATC *ATC-40 Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings*. Redwood City, Calif.: Applied Technology Council, 1996.

ATC, Federal Emergency Management Agency. FEMA 445 Next-Generation Performance Based Seismic Design Guidelines. 2006.

ATC, Federal Emergency Management Agency. FEMA 461 Interim testing protocols for determining the seismic performance characteristics of structural and nonstructural components. 2007. ATC-52. Text in English.

ATTARD, M.M. & SETUNGE, S. Stress-Strain Relationship of Confined and Unconfined Concrete. *ACI materials journal*, 1996, vol. 93, no. 5, p. 432-432.

BAE, S. & BAYRAK, O. Plastic Hinge Length of Reinforced Concrete Columns. *ACI Structural Journal*, May 1, 2008 2008, vol. 105, no. 3, p. 290-300.

BAHN, B.Y., TZU, C. & HSU, T. Stress-Strain Behavior of Concrete under Cyclic Loading. *ACI Materials Journal*, 1998, vol. 95, no. 2, p. 178-193.

BAIRAN, J.M. *A non-linear coupled model for the analysis of reinforced concrete sections under bending, shear, torsion and axial forces*. Doctoral thesis. Barcelona: Technical University of Catalonia, 2005. 229 p. Available from Internet:<<http://hdl.handle.net/10803/6177>>.

BAIRAN, J.M. & MARI, A. Coupled model for the non-linear analysis of anisotropic sections subjected to general 3D loading. Part 1: Theoretical formulation. *Computers & Structures*, 2006a, vol. 84, no. 31-32, p. 2254-2263.

BAIRAN, J.M. & MARI, A. Coupled model for the nonlinear analysis of sections made of anisotropic materials, subjected to general 3D loading. Part 2: Implementation and validation. *Computers & Structures*, 2006b, vol. 84, no. 31-32, p. 2264-2276.

BAIRAN, J.M. & MARI, A. Multiaxial-coupled analysis of RC cross-sections subjected to combined forces. *Engineering Structures*, 2007a, vol. 29, no. 8, p. 1722-1738.

BAIRAN, J.M. & MARI, A. Shear-Bending-Torsion Interaction in Structural Concrete Members: A Nonlinear Coupled Sectional Approach. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2007b, vol. 14, no. 3, p. 249-278.

BAIRAN, J.M., MARI, A.R. & MOHR, S. Estudio del comportamiento del hormigón armado ante esfuerzos normales y tangentes mediante modelos seccionales de interacción completa. *Inf. Constr. Informes de la Construcción*, 2010 2010, vol. 62, no. 518, p. 65-77.

BAIRAN, J.M., MARÍ, A.R., ORTEGA, H. & ROSA, J.C. Efecto del enrollado y enderezado en las propiedades mecánicas de barras de acero de diámetro medio y grande fabricadas en rollo. *Materiales de Construcción*; Vol 61, No 304 (2011), 2011.

BALAN, T., FILIPPOU, F. & POPOV, E. Constitutive Model for 3D Cyclic Analysis of Concrete Structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 1997, vol. 123, no. 2, p. 143-143.

BALAN, T.A., SPACONE, E. & KWON, M. A 3D hypoplastic model for cyclic analysis of concrete structures. *Engineering Structures*, 2001, vol. 23, no. 4, p. 333-342.

BASF, BASF Construction Chemicals España. MBrace FIBRE. FT 2.6.05. Edition, 2010. Barcelona. Available from Internet:<<http://www.mbrace.es/refuerzo-estructuras>>.

BAŽANT, Z.P. Comment on Orthotropic Models for Concrete and Geomaterials. *Journal of Engineering Mechanics*, 1983, vol. 109, no. 3, p. 849-865.

BENTZ, E.C. *Sectional analysis of reinforced concrete members*. Totonto: University of Toronto, 2000.

BESORA T., N. *Estudi experimental del comportament de pilars de formigó armat confinats amb FRP, sotmesos a carregues cícliques bidireccionals*. Universitat Politècnica de Catalunya, 2011.

BINICI, B. An analytical model for stress–strain behavior of confined concrete. *Engineering Structures*, 2005, vol. 27, no. 7, p. 1040-1051.

BONO, V. *Evaluación del comportamiento sísmico de edificios altos diseñados mediante el método de diseño de desplazamientos*. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2011. Available from Internet: <<http://upcommons.upc.edu/pfc/handle/2099.1/12325>>.

BOUSIAS, S.N., VERZELETTI, G., FARDIS, M.N. & GUTIERREZ, E. Load-Path Effects in Column Biaxial Bending with Axial Force. *Journal of Engineering Mechanics*, 1995, vol. 121, no. 5, p. 596-605.

BUCKLE, I., FRIEDLAND, I., MANDER, J., MARTIN, G., NUTT, R. & POWER, M. *Seismic Retrofitting Manual for Highway Structures: Part 1 - Bridges*. Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research-Federal Highway Administration, 2006. 656p p.

CALTRANS. Caltrans seismic design criteria, version 1.6. Sacramento, CA: California Dept. of Transportation, 2010.

CANDAPPA, D.C., SANJAYAN, J.G. & SETUNGE, S. Complete Triaxial Stress-Strain Curves of High-Strength Concrete. *J. Mat. in Civ. Engrg. Journal of Materials in Civil Engineering*, 2001, vol. 13, no. 3.

CARVALHO, E.C. & COELHO, E., European Consortium of Earthquake Shaking Tables - Human Capital and Mobility Programme. Numerical investigations on the seismic response of R.C. frames designed in accordance with Eurocode 8. 1997. Lisbon: Laboratório Nacional De Engenharia Civil. ISSN 9724917223.

CARVALHO, E.G. 1998. Seismic testing of structures. In *Proceedings of the Eleventh European Conference on Earthquake Engineering*, Paris, 6-11 September 1998 1998, Philippe Bisch, Pierre LabbeAlain Pecker. Eds. Balkem, Rotterdam, 53-64.

CEB, Comité euro-international du béton RC elements under cyclic loading: state of the art report. 1996a. London: Thomas Telford, bulletin d'information 230. ISSN 9780727720863.

CEB, Comité euro-international du béton. RC Frames under Earthquake Loading: State of the Art Report. 1996b. London: Thomas Telford, bulletin d'information 231. ISSN 0727720856.

CERESA, P., PETRINI, L. & PINHO, R. Flexure-Shear Fiber Beam-Column Elements for Modeling Frame Structures Under Seismic Loading — State of the Art. *Journal of Earthquake Engineering*, 2007, vol. 11, no. sup1, p. 46-88.

CERESA, P., PETRINI, L., PINHO, R. & SOUSA, R. A fibre flexure–shear model for seismic analysis of RC-framed structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2009, vol. 38, no. 5, p. 565-586.

CERVENKA, V. Constitutive Model for Cracked Reinforced Concrete. ACI Structural Journal, November 1 1985, vol. 82, no. 6, p. 877-882.

COLLINS, M.P. & PORASZ, A. Shear Design for High Strength Concrete. In Comité Euro-International Du BéTon. *Proceeding of Workshop on Design Aspects of High Strength Concrete*. Paris, 1989, vol. 193, p. 77-83.

CONCRETE-SOCIETY. TR55 Design guidance for strengthening concrete structures using fibre composite materials. London: The Concrete Society, 2004.

CORREAL, J.F., SAIIDI, M. & SANDERS, D.H., Center for Civil Engineering Earthquake Research, University of Nevada. Seismic performance of RC bridge columns reinforced with two interlocking spirals. 2004. Reno, Nev.: California. Dept. Of Transportation.

CHANG, S.-Y. Experimental Studies of Reinforced Concrete Bridge Columns under Axial Load Plus Biaxial Bending. *Journal of Structural Engineering*, 2010, vol. 136, no. 1, p. 12-25.

CHEN, W.-F. *Plasticity in Reinforced Concrete*. New York: McGraw-Hill, 1982. ISBN 0-07-010687-8.

CHEN, W.F. & HAN, D.J. *Plasticity for structural engineers*. Fort Lauderdale, Fla.: J. Ross Publishing, 2007. ISBN 9781932159752 1932159754.

CHINN, J., ZIMMERMAN, R.M. & AIR FORCE WEAPONS, L. *Behavior of plain concrete under various high triaxial compression loading conditions*. Kirtland Air Force Base, N.M.: Air Force Weapons Laboratory, 1965.

DAHL, K.K.B. *A constitutive model for normal and high strength concrete. Projekt 5 : Rapport 5.7*. Lyngby: Danmarks Tekniske Højskole. ABK, 1992.

DARWIN, D. & PECKNOLD, D.A.W. *Inelastic model for cyclic biaxial loading of reinforced concrete*. Urbana, Ill.: University of Illinois, 1974.

DHAKAL, R.P., MANDER, J.B. & MASHIKO, N. Bidirectional Pseudodynamic Tests of Bridge Piers Designed to Different Standards. *Journal of Bridge Engineering*, 2007, vol. 12, no. 3, p. 284-295.

EERI, Federal Emergency Management Agency. FEMA 349 Action Plan for Performance Based Seismic Design. 2000.

EHE. Real Decreto 1247/2008 Instrucción de hormigón estructural : EHE-08. Madrid: Ministerio de Fomento, 2008.

ELMENSRAWI, A., BROWN, T. & EL-METWALLY, S. Plastic Hinge Length Considering Shear Reversal in Reinforced Concrete Elements. *Journal of Earthquake Engineering*, 2012, vol. 16, no. 2, p. 188-210.

ELWI, A.A. & MURRAY, D.W. A 3D Hypoelastic Concrete Constitutive Relationship. *Journal of Engineering Mechanics*, July/August 1979, vol. 105, no. 4, p. 623-641.

EUROCODE 8. UNE-EN 1998-2:2012 Design provisions for earthquake resistance of structures : Part 2 Bridges. Madrid: AENOR, 2012.

EUROCÓDIGO 2. UNE-ENV 1992-1-2 : proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-2, Reglas generales : proyecto de estructuras frente al fuego. Madrid: Asociación Española de Normalización y Certificación, 2010.

FAM, A.Z. & RIZKALLA, S.H. Confinement Model for Axially Loaded Concrete Confined by Circular Fiber-Reinforced Polymer Tubes. *ACI Structural Journal*, 2001, vol. 98, p. 451-461.

FARDIS, M.N., LESSLOSS-Risk Mitigation for Earthquakes and Landslides. Guidelines for Displacement-Based Design of Buildings and Bridges. 2007. Pavia, Italy: Iuss Press. ISSN 9788861980099.

FERREIRA, D., BAIRÁN, J. & MARÍ, A. Numerical simulation of shear-strengthened RC beams. *Engineering Structures*, 2013, vol. 46, no. 0, p. 359-374.

FIB, Fédération internationale du béton. Task Group 7.2. Displacement-based seismic design of reinforced concrete buildings: state-of-art report. 2003a. Lausanne, Switzerland: International Federation for Structural Concrete. ISSN 9782883940642.

FIB, Fédération internationale du béton. Task Group 7.1. Seismic assessment and retrofit of reinforced concrete buildings : state-of-art report. 2003b. Lausanne, Switzerland: International Federation for Structural Concrete. ISSN 9782883940642.

FIB, Fédération internationale du béton. Task Group 7.4. Seismic bridge design and retrofit: structural solutions. 2007. Lausanne, Switzerland: International Federation for Structural Concrete, bulletin 14. ISSN 9782883940796.

FIB, Fédération internationale du béton. Task Group 4.4. . Practitioners' guide to finite element modelling of reinforced concrete structures : state-of-art report. 2008. Lausanne: International Federation for Structural Concrete (Fib), bulletin 45.

FUJII, S. *Study on reinforced columns subjected to biaxial flexure*. Tokyo: University of Tokyo, 1974.

GHEE, A.B., PRIESTLEY, M.J.N. & PAULAY, T. Seismic Shear Strength of Circular Reinforced Concrete Colum. *ACI Structural Journal*, January 1 1989, vol. 86, p. 45-59.

GRASSL, P. Modelling of dilation of concrete and its effect in triaxial compression. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2004, vol. 40, no. 9-10, p. 1021-1033.

GUERRERO, A.L. *Comportamiento confinado de hormigones de resistencia normal y alta. Base de datos experimental y calibración de modelo analítico*. Master thesis. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2010. Available from Internet:<<http://hdl.handle.net/2099.1/13498>>.

GUNER, S. & VECCHIO, F. Analysis of Shear-Critical Reinforced Concrete Plane Frame Elements under Cyclic Loading. *Journal of Structural Engineering*, 2011, vol. 137, no. 8, p. 834-843.

HACHEM, M.M., MOEHLE, J.P. & MAHIN, S.A., Pacific Earthquake Engineering Research Center. Performance of circular reinforced concrete bridge columns under bidirectional earthquake loading. 2003. Berkeley.

HAMPEL, T., SPECK, K., SCHEERER, S., RITTER, R. & CURBACH, M. High-Performance Concrete under Biaxial and Triaxial Loads. *Journal of Engineering Mechanics*, 2009, vol. 135, no. 11, p. 1274-1280.

HANSEN, T.C. *Triaxial tests with concrete and cement paste*. Dept. of Structural Engineering, Technical University of Denmark, 1995. ISBN 9788777401565.

HARRIES, K.A. & KHAREL, G. Experimental investigation of the behavior of variably confined concrete. *Cement and Concrete Research*, 2003, vol. 33, no. 6, p. 873-880.

HINES, E.M., DAZIO, A. & SEIBLE, F., University of California, San Diego. Seismic performance of hollow rectangular reinforced concrete piers with highly-confined boundary elements phase III web crushing tests. 2002a. La Jolla, CA: California Department Of Transportation.

HINES, E.M., DAZIO, A. & SEIBLE, F. Structural Testing of New East Bay Skyway Piers. *ACI Structural Journal*, January 1 2006, vol. 103, no. 1, p. 103-112.

HINES, E.M., RESTREPO, J.I. & SEIBLE, F. Force-Displacement Characterization of Well-Confined Bridge Piers. *ACI Structural Journal*, July 1 2004, vol. 101, no. 4, p. 537-548.

HINES, E.M., SEIBLE, F. & PRIESTLEY, M.J.N., University of California, San Diego. Seismic performance of hollow rectangular reinforced concrete piers with highly-confined boundary elements phase I: flexural tests, phase II: shear tests. 2002b. La Jolla CA: California Department Of Transportation.

HOFSTETTER, G. & MANG, H.A. *Computational mechanics of reinforced concrete structures*. Wiesbaden: Vieweg, 1995. ISBN 3528063904 9783528063900.

HOGNESTAD, E., HANSON, N.W. & MCHENRY, D. *Concrete stress distribution in ultimate strength design*. Skokie, Ill.: Portland Cement Association, Research and Development Laboratories, 1955.

HUAMAN, V.M. *Proyecto y evaluación del comportamiento sísmico de estructuras de hormigón armado basado en desplazamientos*. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2010. Available from Internet: <<http://upcommons.upc.edu/pfc/handle/2099.1/12350>>.

IMRAN, I. & PANTAZOPOULOU, S.J. Experimental Study of Plain Concrete under Triaxial Stress. *ACI materials journal*, 1996, vol. 93, no. 6, p. 589.

JANSEN, D.C. & SHAH, S.P. Effect of Length on Compressive Strain Softening of Concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, 1997, vol. 123, no. 1, p. 25-35.



JANSEN, D.C., SHAH, S.P. & ROSSOW, E.C. Stress-Strain Results of Concrete from Circumferential Strain Feedback Control Testing. *ACI Materials Journal*, July 1 1995, vol. 92, no. 4, p. 419-428.

JARA, M. *Procedimiento de diseño sísmico basado en desplazamientos, para puentes con aisladores de base histeréticos*. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2004.

JIRSA, J.O., MARUYAMA, K. & RAMIREZ, H., Civil Engineering Structures Research Laboratory, Department of Civil Engineering, University of Texas. Development of loading system and initial tests-short columns under bidirectional loading. 1978. Austin, Texas.

JORI G., T. *Determinación experimental del módulo de deformación transversal del hormigón sometido a carga cíclica*. Universitat Politècnica de Catalunya. , 2009. Available from Internet:<<http://hdl.handle.net/2099.1/8515>>.

JÚLIO, E.S., BRANCO, F. & SILVA, V.D. Structural rehabilitation of columns with reinforced concrete jacketing. *Progress in Structural Engineering and Materials*, 2003, vol. 5, no. 1, p. 29-37.

KARSAN, I.D. & JIRSA, J.O. Behavior of concrete under compressive loadings. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 1969, vol. 95, no. 12, p. 2543-2563.

KAWASHIMA, K., UKON, H. & KAJIWARA, K. E-Defense experiment on the seismic performance of bridge column built in 1970s. In *Proceedings of 14th World Conference on Earthquake Engineering*. Beijing, China, 2008.

KAWASHIMA, K., WATANABE, G. & HAYAKAWA, R. Seismic Performance of RC Bridge Columns subjected to Bilateral Excitation. In *Proc. 35th Joint Meeting, Panel on Wind and Seismic Effects, UJNR*, . Tsukuba Science City: Public Works Research Institute, 2003, vol. 35, p. 193-207.

KAWASHIMA, K., WATANABE, G., OGIMOTO, H. & HAYAKAWA, R. Flexural Strength and Ductility of RC bridge Columns under Bilateral Excitation. In *Proc. 20th US-Japan Bridge Workshop on Design, Modeling, Experimentation, and Performance, UJNR, US-Japan Panel on Wind and Seismic Effects* Washington, D.C., USA 2004, vol. 20, p. 13-26

KAWASHIMA, K., ZAFRA, R., SASAKI, T., KAJIWARA, K. & NAKAYAMA, M. Effect of Polypropylene Fiber Reinforced Cement Composite and Steel Fiber Reinforced Concrete for Enhancing the Seismic Performance of Bridge Columns. *Journal of Earthquake Engineering*, 2011, vol. 15, no. 8, p. 1194-1211.

KAWASHIMA, R.G. Cyclic Loading Test Data of Reinforced Concrete Bridge Piers [online]. [Tokyo, Japan]: Kawashima Laboratory, Department of Civil Engineering, Tokyo Institute of Technology, 2007. Available from World Wide Web:<<http://seismic.cv.titech.ac.jp/en/titdata/titdata.html>>.

KHALED, A., MASSICOTTE, B. & TREMBLAY, R. Cyclic Testing of Large-Scale Rectangular Bridge Columns under Bidirectional Earthquake Components. *Journal of Bridge Engineering*, 2011, vol. 16, no. 3, p. 351-363.

- KINOSHITA, M., KOTSOVOS, M.D. & PAVLOVIC, M.N. Behaviour of concrete under passive confinement. *J. Materials, Conc. Struct., Pavements.*, 1994, vol. 1994, no. No. 502/V-25, p. 131-142.
- KOBAYASHI, K., KOKUSHO, S., TAKIGUCHI, K. & BOO, C.Y. Study on the Restoring Force Characteristics of R/C Column to Bi-Directional Deflection History. In *Proceedings of 8th World Conference on Earthquake Engineering*. San Francisco, California, 1984.
- KOWALSKY, M.J. & PRIESTLEY, M.J.N. Improved Analytical Model for Shear Strength of Circular Reinforced Concrete Columns in Seismic Regions. *ACI Structural Journal*, 2000, vol. 97, p. 388-396.
- KOWALSKY, M.J., PRIESTLEY, M.J.N. & MACRAE, G.A. Displacement-based design of RC bridge columns in seismic regions. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1995 1995, vol. 24, no. 12, p. 1623-1643.
- KRAWINKLER, H. *ATC 24 Guidelines for cyclic seismic testing of components of steel structures*. Redwood City, Calif.: Applied Technology Council, 1992.
- KUPFER, H., HILSDORF, H.K. & RUSCH, H. Behavior of concrete under biaxial stress. *ACI Structural Journal*, 1969, vol. 66, no. 8, p. 656-666.
- LAHLOU, K., AİTCIN, P.C. & CHAALLAL, O. Behaviour of high-strength concrete under confined stresses. *Cement and Concrete Composites*, 1992, vol. 14, no. 3, p. 185-193.
- LAM, L. & TENG, J.G. Design-oriented stress–strain model for FRP-confined concrete. *Construction and Building Materials*, 2003, vol. 17, no. 6–7, p. 471-489.
- LAM, L. & TENG, J.G. Ultimate Condition of Fiber Reinforced Polymer-Confined Concrete. *Journal of Composites for Construction*, 2004, vol. 8, no. 6, p. 539-548.
- LAM, L., TENG, J.G., CHEUNG, C.H. & XIAO, Y. FRP-confined concrete under axial cyclic compression. *Cement and Concrete Composites*, 2006, vol. 28, no. 10, p. 949-958.
- LAN, S. & GUO, Z. Biaxial Compression Behavior of Concrete under Repeated Loading. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 1999, vol. 11, no. 2, p. 105-115.
- LAUNAY, P. & GACHON, H. Strain and Ultimate Strength of Concrete Under Triaxial Stress. *ACI Special Publication*, 1972, vol. 34, p. 269-282.
- LEE, C.-S. & HEGEMIER, G.A. Model of FRP-Confined Concrete Cylinders in Axial Compression. *Journal of Composites for Construction*, 2009, vol. 13, no. 5, p. 442-454.
- LEE, Y.H. & WILLAM, K. Mechanical Properties of Concrete in Uniaxial Compression. *ACI Materials Journal*, November 1 1997, vol. 94, no. 6, p. 457-471.

LI, K.-N., AOYAMA, H. & OTANI, S. Reinforced concrete columns under varying axial load and bi-directional lateral load reversals. In *Proceedings of 9th World Conference on Earthquake Engineering*. Tokyo, Japan, 1988.

LI, Q. & ANSARI, F. High-Strength Concrete in Triaxial Compression by Different Sizes of Specimens. *ACI Materials Journal*, 2000, vol. 97, p. 684-689.

LI, Q. & ANSARI, F. Circumferential strain measurement of high strength concrete in triaxial compression by fiber optic sensor. *International Journal of Solids and Structures*, 2001, vol. 38, no. 42-43, p. 7607-7625.

LOKUGE, W.P., SANJAYAN, J.G. & SETUNGE, S. Stress-Strain Model for Laterally Confined Concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2005, vol. 17, no. 6, p. 607-607.

LOW, S.S. & MOEHLE, J.P., Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley. Experimental study of reinforced concrete columns subjected to multi-axial cyclic loading 1987. Berkeley: U.S. Dept. Of Commerce National Technical Information Service.

LU, X. & HSU, C.-T.T. Stress-Strain Relations of High-Strength Concrete under Triaxial Compression. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2007a, vol. 19, no. 3, p. 261-268.

LU, X. & HSU, C.T.T. Tangent Poisson's ratio of high-strength concrete in triaxial compression. *Magazine of Concrete Research*, 2007b, vol. 59, no. 1, p. 69-77.

MAEKAWA, K., PIMANMAS, A. & OKAMURA, H. *Nonlinear mechanics of reinforced concrete*. London; New York: Spon Press, 2003. ISBN 0415271266 9780415271264.

MANDER, J.B. *Seismic design of bridge piers*. Thesis (Ph. D.). Christchurch, N.Z.: University of Canterbury, 1984.

MANDER, J.B., PRIESTLEY, M.J.N. & PARK, R. Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete. *Journal of Structural Engineering*, 1988, vol. 114, no. 8, p. 1804-1826.

MANSUR, M.A., WEE, T.H. & CHIN, M.S. Derivation of the complete stress-strain curves for concrete in compression. *Magazine of Concrete Research*, 1995, vol. 47, no. 173, p. 285-290.

MARÍ, A.R., Dept. of Civil Engineering, University of California. Nonlinear geometric, material and time dependent analysis of three dimensional reinforced and prestressed concrete frames. 1984. Berkeley, Calif. ISSN UCB/SESM-1984/12.

MARÍ, A.R. & BAI RÁN, J.M., Departamento de ingeniería de la construcción - UPC. Proyecto de estructuras de hormigón armado con armaduras de alta ductilidad. 2010. Barcelona: Instituto Para La Promoción De Armaduras Certificadas (Ipac).

MARTINELLI, L. Modeling Shear-Flexure Interaction in Reinforced Concrete Elements Subjected to Cyclic Lateral Loading. *ACI Structural Journal*, November 1 2008, vol. 105, no. 6, p. 675-684.

MATSUMOTO, T., OKSTAD, E., KAWASHIMA, K. & MAHIN, S.A. Seismic performance of rectangular columns and interlocking spiral columns. In *Proceedings of 14th World Conference on Earthquake Engineering*. Beijing, China, 2008.

MILLS, L.L. & ZIMMERMAN, R.M. Compressive Strength of Plain Concrete Under Multiaxial Loading Conditions. *ACI Journal*, 1970, vol. 67, no. 10, p. 802-807.

MIRMIRAN, A. & SHAHAWY, M. Dilation characteristics of confined concrete. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 1997, vol. 2, no. 3, p. 237-249.

MODEL CODE, Fédération Internationale du Béton fib / International Federation for Structural Concrete. Model Code 2010 - Final draft, Volume 1. 2012. Lausanne. ISSN 978-2-88394-105-2.

MOHR, S. *Nonlinear static and dynamic model for the analysis of reinforced concrete frames under high shear forces*. Doctoral thesis. Barcelona: Technical University of Catalonia, 2011. 267 p.

MOHR, S., BAIRÁN, J.M. & MARÍ, A.R. A frame element model for the analysis of reinforced concrete structures under shear and bending. *Engineering Structures*, 2010, vol. 32, no. 12, p. 3936-3954.

MONTOYA, E., VECCHIO, F.J. & SHEIKH, S.A. Compression Field Modeling of Confined Concrete: Constitutive Models. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2006, vol. 18, no. 4, p. 510-510.

MORTEZAEI, A. & RONAGH, H.R. Plastic hinge length of reinforced concrete columns subjected to both far-fault and near-fault ground motions having forward directivity. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 2011, p. n/a-n/a.

MOSTAFAEI, H. & VECCHIO, F. Uniaxial Shear-Flexure Model for Reinforced Concrete Elements. *Journal of Structural Engineering*, 2008 2008, vol. 134, no. 9, p. 1538-1547.

MULLAPUDI, T.R. & AYOUB, A. Modeling of the seismic behavior of shear-critical reinforced concrete columns. *Engineering Structures*, 2010/11// 2010, vol. 32, no. 11, p. 3601-3615.

MUÑOZ G., J. *Estudio experimental del comportamiento de soportes de hormigón armado sometidos a esfuerzos cortantes cíclicos bidireccionales*. Universitat Politècnica de Catalunya, 2011.

NANNI, A. & BRADFORD, N.M. FRP jacketed concrete under uniaxial compression. *Construction and Building Materials*, 1995, vol. 9, no. 2, p. 115-124.

NAVARRO, J., MIGUEL, P., FERNÁNDEZ, M.A. & FILIPPOU, F.C. A 3D numerical model for reinforced and prestressed concrete elements subjected to combined axial, bending, shear and torsion loading. *Engineering Structures*, 2007, vol. 29, no. 12, p. 3404-3419.

NCSP. Real Decreto 637/2007 Norma de construcción sismorresistente : puentes (NCSP-07). Ministerio De Fomento. Madrid: Centro de Publicaciones Secretaría General Técnica Ministerio de Fomento, 2007.

NEWMARK, N.M. & HALL, W.J. Procedures and criteria for earthquake resistant design. In *National Workshop on Building Practices for Disaster, Mitigation*. Urbana: Standards National Bureau of United States, Consulting Engineering Service, 1972.

NIELSEN, M.P. & HOANG, L.C. *Limit analysis and concrete plasticity*. edited by Taylor & Francis. 3 ed., 2010. ISBN 9781439803967.

NISHIDA, H. & UNJOH, S. Dynamic Response Characteristic of Reinforced Concrete Column Subjected to Bilateral Earthquake Ground Motions. In *Proceedings of 13th World Conference on Earthquake Engineering*. Vancouver, Canada, 2004.

OKUBO, S. & NISHIMATSU, Y. Uniaxial compression testing using a linear combination of stress and strain as the control variable. *International journal of rock mechanics and mining sciences*, 1985, vol. 22, no. 5, p. 323-330.

OTANI, S., CHEUNG, V.W.-T. & UNIVERSITY OF TORONTO. DEPT. OF CIVIL, E. *Behaviour of reinforced concrete columns under biaxial lateral load reversals . II, Test without axial loads*. Toronto: University of Toronto, Dept. of Civil Engineering, 1981.

OTANI, S., TANG, C.S. & UNIVERSITY OF TORONTO. DEPT. OF CIVIL, E. *Behaviour of reinforced concrete columns under biaxial lateral load reversals. (I), Pilot test*. Toronto, Ont.: Dept. of Civil Engineering, University of Toronto, 1978.

OTTOSEN, N. A Failure Criterion for Concrete. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1979, vol. 103, no. 4, p. 527-535.

PANAGIOTAKOS, T.B. & FARDIS, M.N. Deformations of Reinforced Concrete Members at Yielding and Ultimate. *ACI Structural Journal*, March 1 2001, vol. 98-S13, no. 2, p. 135-148.

PARK, R. & PAULAY, T. *Reinforced concrete structures*. New York: Wiley, 1975. ISBN 0471659177 9780471659174.

PAULAY, T. & PRIESTLEY, J.N. *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*. Wiley, 1992. ISBN 9780471549154.

PEER. Structural Performance Database [online]. Pacific Earthquake Engineering Research Center, 2003. Available from World Wide Web:<<http://nisee.berkeley.edu/spd/index.html>>.

POPOVICS, S. A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete. *Cement and Concrete Research*, 1973, vol. 3, no. 5, p. 583-599.

PRIESTLEY, M.J.N. *Seismic design and retrofit of bridges*. edited by F. Seible G. M. Calvi. New York : : Wiley, 1996. ISBN 047157998X (cloth : alk. paper).

PRIESTLEY, M.J.N. Performance based seismic design. In New Zealand Society for Earthquake Engineering. *Proceedings of 12th World Conference on Earthquake Engineering*. New Zealand: Upper Hutt, 2000.

PRIESTLEY, M.J.N. & BENZONI, G. Seismic Performance of Circular Columns with Low Longitudinal Reinforcement Ratios. *ACI Structural Journal*, July 1 1996, vol. 93, no. 4, p. 474-485.

PRIESTLEY, M.J.N., CALVI, G.M. & KOWALSKY, M.J. *Displacement-based seismic design of structures*. Pavia, Italy: IUSS Press : Distributed by Fondazione EUCENTRE, 2007. ISBN 8861980007 9788861980006.

PRIESTLEY, M.J.N. & PARK, R. Strength and Ductility of Concrete Bridge Columns Under Seismic Loading. *ACI Structural Journal*, January 1 1987, vol. 84, p. 61-76.

PRIESTLEY, M.J.N., SEIBLE, F., BENZONI, G., CALIFORNIA. DEPT. OF, T. & STRUCTURAL SYSTEMS RESEARCH, P. *Seismic performance of circular columns with low longitudinal steel ration*. La Jolla, Calif.: Structural Systems Research, University of California, San Diego, 1994a.

PRIESTLEY, M.J.N., VERMA, R. & XIAO, Y. Seismic Shear Strength of Reinforced Concrete Columns. *Journal of Structural Engineering*, 1994b, vol. 120, no. 8, p. 2310-2329.

QIU, F., LI, W., PAN, P. & QIAN, J. Experimental tests on reinforced concrete columns under biaxial quasi-static loading. *Engineering Structures*, 2002, vol. 24, no. 4, p. 419-428.

R.K.DOWELL & E.M.HINES 2002. Plastic Hinge Length of Reinforced Concrete Bridge Columns. In *Proceedings of the Proceedings of the Third National Seismic Conference and Workshop on Bridges and Highways*, Portland, Oregon 2002, R. NimisM. Bruneau Eds. MCEER.

RICO A., J. *Estudio de pilares de hormigón armado bajo cargas cíclicas unidireccionales*. Universitat Politècnica de Catalunya, 2010. Available from Internet: <<http://hdl.handle.net/2099.1/12638>>.

RICHART, F.E., BRANDTZÆG, A. & BROWN, R.L. *A study of the failure of concrete under combined compressive stresses*. Urbana, Ill.: University of Illinois, 1928.

RICHART, F.E., BRANDTZÆG, A. & BROWN, R.L. *The failure of plain and spirally reinforced concrete in compression*. Urbana, Ill.: University of Illinois, 1929.

RILEM-TC-148-SSC. Test method for measurement of the strain-softening behaviour of concrete under uniaxial compression. In *Materials and Structures*. 2000, vol. 33, p. 347-351.

ROCA, P., MOLINS, C. & MARÍ, A. Strength Capacity of Masonry Wall Structures by the Equivalent Frame Method. *Journal of Structural Engineering*, 2005, vol. 131, no. 10, p. 1601-1610.

RODRIGUES, H., ARÊDE, A., VARUM, H. & COSTA, A.G. Experimental evaluation of rectangular reinforced concrete column behaviour under biaxial cyclic loading. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2012, p. n/a-n/a.

SAADATMANESH, H., EHSANI, M.R. & JIN, L. Seismic strengthening of circular bridge pier models with fiber composites 1996, vol. 93, p. p. 639-647.

SAATCIOGLU, M. Reinforced Concrete Columns Subjected to Uniaxial and Biaxial Load Reversals. In *Proceedings of 8th World Conference on Earthquake Engineering*. San Francisco, California, 1984.

SAATCIOGLU, M. & OZCEBE, G. Response of Reinforced Concrete Columns to Simulated Seismic Loading. *ACI Structural Journal*, January 1 1989, vol. 86-S01, no. 1, p. 3-12.

SAATCIOGLU, M. & YALCIN, C. External Prestressing Concrete Columns for Improved Seismic Shear Resistance. *Journal of Structural Engineering*, 2003, vol. 129, no. 8, p. 1057-1070.

SAKAI, J. & UNJOH, S. Earthquake simulation test of circular reinforced concrete bridge column under multidirectional seismic excitation. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2006, vol. 5, no. 1, p. 103-110.

SAMAAN, M., MIRMIRAN, A. & SHAHAWY, M. Model of Concrete Confined by Fiber Composites. *Journal of Structural Engineering*, 1998, vol. 124, no. 9, p. 1025-1031.

SAMANI, A.K. & ATTARD, M.M. Lateral Behavior of Concrete. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 2011, no. 59, p. 940-945.

SCHICKERT, G. & WINKLER, H. *Results of test concerning strength and strain of concrete subjected to multiaxial compressive stresses*. Berlin: W. Ernst, 1977. ISBN 3433007780 9783433007785.

SCHOETTLER, M.J., RESTREPO, J.I., SEIBLE, F. & MATSUDA, E. Seismic Performance of Retrofitted Reinforced Concrete Bridge Pier. *ACI Structural Journal*, November 1, 2005 2005, vol. 102, no. 6, p. 849-859.

SEAOC, Structural Engineers Association of California - Vision 2000 Committe. *Performance Based Seismic Engineering of Buildings*. 1995. Sacramento, CA.

SEIBLE, F., PRIESTLEY, M.J.N., HEGEMIER, G.A. & INNAMORATO, D. Seismic Retrofit of RC Columns with Continuous Carbon Fiber Jackets. *Journal of Composites for Construction*, 1997, vol. 1, no. 2, p. 52-62.

SFER, D., CAROL, I., GETTU, R. & ETSE, G. Study of the Behavior of Concrete under Triaxial Compression. *Journal of engineering mechanics /*, 2002, vol. 128, no. 2, p. 156-156.

SHAH, S.P. & SANKAR, R. Internal Cracking and Strain Softening Response of Concrete Under Uniaxial Compression. *ACI materials journal.*, 1987, vol. 84, no. 3, p. 200-212.

SHEPHERD, R. & PLUNKETT, A.W. Damage Analyses of Imperial County Services Building. *Journal of Structural Engineering*, 1983, vol. 109, no. 7, p. 1711-1726.

SINHA, B.P., GERSTLE, K.H. & TULIN, L.G. Stress-Strain Relations for Concrete Under Cyclic Loading. *Journal Proceedings*, February 1 1964, vol. 61, no. 2, p. 195-212.

SMITH, S.S., WILLIAM, K.J., GERSTLE, K.H. & STURE, S. Concrete over the top, or: Is there life after peak? *ACI Materials Journal*, 1989, vol. 86, no. 5, p. 491-497.

SOLÉ, J.M. *Model teòric i verificació experimental de la deformació transversal del formigó sota càrrega cíclica*. Minor thesis. Universitat Politècnica de Catalunya. , 2010. Available from Internet:<<http://hdl.handle.net/2099.1/12642>>.

SPOELSTRA, M.R. & MONTI, G. FRP-Confined Concrete Model. *Journal of Composites for Construction*, 1999, vol. 3, no. 3, p. 143-150.

STANTON, J.F. & OWEN, L.M. SP-238-21: The Influence of Concrete Strength and Confinement Type on the Response of FRP-Confined Concrete Cylinders. *ACI Special Publication*, 2006, no. 238, p. 347-362.

TAERWE, L.R. Influence of Steel Fibers on Strain-Softening of High-Strength Concrete. *ACI Materials Journal*, January 1 1993, vol. 89, no. 1, p. 54-60.

TAKIGUCHI, K., KOKUSFOO, S., KOBAYASHI, K. & KIMURA, M. Response of R/C column to horizontal bi-directional deflection history. In *Proceedings of 7th World Conference on Earthquake Engineering*. Istanbul, Turkey, 1980.

TAKIZAWA, H. & AOYAMA, H. Biaxial effects in modelling earthquake response of R/C structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1976, vol. 4, no. 6, p. 523-552.

TAUCER, F., SPACONE, E. & FILIPPOU, F.C., Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California. A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structures. 1991. Berkeley, Calif.: California Department of Transportation and National Science Foundation.

TAYLOR, A.W., KUO, C., WELLENIUS, K. & CHUNG, D.M., National Institute of Standards and Technology. A summary of cyclic lateral load tests on rectangular reinforced concrete columns. 1997. Gaithersburg, Maryland.

TAYLOR, A.W. & STONE, W.C., National Institute of Standards and Technology. A summary of cyclic lateral load tests on spiral reinforced concrete columns. 1993. Gaithersburg, Maryland.

TENG, J. & LAM, L. Behavior and Modeling of Fiber Reinforced Polymer-Confined Concrete. *Journal of Structural Engineering*, 2004, vol. 130, no. 11, p. 1713-1713.

TENG, J.G., HUANG, Y.L., LAM, L. & YE, L.P. Theoretical Model for Fiber-Reinforced Polymer-Confined Concrete. *Journal of Composites for Construction*, 2007, vol. 11, no. 2, p. 201-210.

TENG, J.G., JIANG, T., LAM, L. & LUO, Y.Z. Refinement of a Design-Oriented Stress-Strain Model for FRP-Confined Concrete. *Journal of Composites for Construction*, 2009, vol. 13, no. 4, p. 269-278.



TSUNO, K. & PARK, R. Experimental study of reinforced concrete bridge piers subjected to bi-directional quasi-static loading. *STRUCTURAL ENGINEERING / EARTHQUAKE ENGINEERING*, 2004, vol. 21, no. 1, p. 11s-26s.

TURMO, J., RAMOS, G. & APARICIO, A.C. Shear truss analogy for concrete members of solid and hollow circular cross section. *Engineering Structures*, 2009, vol. 31, no. 2, p. 455-465.

UMEHARA, H. & JIRSA, J. Short Rectangular RC Columns Under Bidirectional Loadings. *Journal of Structural Engineering*, 1984, vol. 110, no. 3, p. 605-618.

UNIVERSITY OF WASHINGTON. Structural Performance Database [online]. University of Washington, 1999. Available from World Wide Web:<<http://www.ce.washington.edu/~peera1/>>.

UNJOH, S., TERAYAMA, T., ADACHI, Y. & HOSHIKUMA, J.I. Seismic retrofit of existing highway bridges in Japan. *Cement and Concrete Composites*, 2000, vol. 22, p. 1-16.

VAN MIER, J. *Strain-softening of concrete under multiaxial loading conditions*. Technische Hogeschool Eindhoven, 1984. 349 p. Available from Internet:<<http://alexandria.tue.nl/extra1/PRF4B/8411400.pdf>>.

VAN MIER, J., SHAH, S., ARNAUD, M., BALAYSSAC, J., BASCOUL, A., CHOI, S., DASENBROCK, D., FERRARA, G., FRENCH, C., GOBBI, M., KARIHALOO, B., KÖNIG, G., KOTSOVOS, M., LABUZ, J., LANGE-KORNBÄK, D., MARKESET, G., PAVLOVIC, M., SIMSCH, G., THIENEL, K.C., TURATSINZE, A., ULMER, M., VAN GEEL, H., VAN VLIET, M. & ZISSOPOULOS, D. Strain-softening of concrete in uniaxial compression. *Materials and Structures*, 1997, vol. 30, no. 4, p. 195-209.

VAN MIER, J., SHAH, S.P., ARNAUD, M., BALAYSSAC, J.P., BASCOUL, A., CHOI, S., DASENBROCK, D., FERRARA, G., FRENCH, C., GOBBI, M.E., KARIHALOO, B.L., KÖNIG, G., KOTSOVOS, M.D., LABUZ, J., LANGE-KORNBÄK, D., MARKESET, G., PAVLOVIC, M.N., SIMSCH, G., THIENEL, K.-C., TURATSINZE, A., ULMER, M., GEEL, H.J.G.M.V., VLIET, M.R.A.V. & ZISSOPOULOS, D. Test method for measurement of the strain-softening behaviour of concrete under uniaxial compression. *Materials and Structures*, 2000, vol. 33, no. 6, p. 347-351.

VECCHIO, F.J. Finite Element Modeling of Concrete Expansion and Confinement. *Journal of Structural Engineering*, 1992, vol. 118, no. 9, p. 2390-2406.

VECCHIO, F.J. & COLLINS, M.P. The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. *ACI Structural Journal*, March 1 1986, vol. 83, p. 219-231.

VECCHIO, F.J. & COLLINS, M.P. Predicting the Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear using the Modified Compression Field Theory. *ACI Structural Journal*, May 1 1988, vol. 85, no. 3, p. 258-268.

WEDDING, P.A., SHAH, S.P., GOKOZ, U. & ANSARI, F. An Experimental Technique for Obtaining Complete Stress-Strain Curves for High Strength Concrete. *Cement, Concrete, Aggr. Cement, Concrete and Aggregates*, 1981, vol. 3, no. 1.

---

WILLIAM, K.J. & WARNKE, E.P. Constitutive Model for the Triaxial Behaviour of Concrete. In Comité Euro-International Du BéTon. *Proc. Intl. Assoc. Bridge Structl. Engrs.* Zurich, 1975, p. 1-30.

WILLIAMS, M.S. & BLAKEBOROUGH, A. Laboratory testing of structures under dynamic loads: an introductory review. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, September 15, 2001 2001, vol. 359, no. 1786, p. 1651-1669.

WONG, Y.-L., PAULAY, T. & PRIESTLEY, M.J.N. Response of Circular Reinforced Concrete Columns to Multi-Directional Seismic Attack. *ACI Structural Journal*, March 1 1993, vol. 90, no. 2, p. 180-191.

XIAO, Y. & MA, R. Seismic retrofit of RC circular columns using prefabricated composite jacketing. *Journal of Structural Engineering*, 1997, vol. 123, p. 1357-1364.

XIAO, Y. & WU, H. Compressive Behavior of Concrete Confined by Carbon Fiber Composite Jackets. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2000, vol. 12, no. 2, p. 139-139.

XIAO, Y. & WU, H. Retrofit of Reinforced Concrete Columns Using Partially Stiffened Steel Jackets. *Journal of Structural Engineering*, 2003, vol. 129, no. 6, p. 725-732.

XIAO, Y., WU, H. & MARTIN, G.R. Prefabricated composite jacketing of rc columns for enhanced shear strength. *Journal of Structural Engineering*, 1999, vol. 125, p. 255-264.

XIE, J., ELWI, A.E. & MACGREGOR, J.G. Mechanical Properties of Three High-Strength Concretes Containing Silica Fume. *ACI materials journal.*, 1995, vol. 92, no. 2, p. 135-135.

XU, S.-Y. & ZHANG, J. Axial-shear-flexure interaction hysteretic model for RC columns under combined actions. *Engineering Structures*, 2012, vol. 34, no. 0, p. 548-563.

YOUAKIM, S.A. & GHALI, A. Behavior of Concrete Columns with Double-Head Studs Under Earthquake Loading: Parametric Study. *ACI Structural Journal*, November 1, 2003 2003, vol. 100, no. 6, p. 795-803.