

UNIVERSITAT DE BARCELONA



APRENDER A ENSEÑAR TRANSFORMACIONES
GEOMÉTRICAS EN PRIMARIA DESDE UNA
PERSPECTIVA CULTURAL

-Tesis Doctoral-

Presentada por:

Xhevdet THAQI

Realizada bajo dirección de:

Nuria ROSICH y Joaquim GIMENEZ

Barcelona, Marzo de 2009

UNIVERSITAT DE BARCELONA

Departament de didàctica de les CC. Experimentals i les
Matemàtiques

Programa de Doctorat: DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES EXPERIMENTALS I
LES MATEMÀTIQUES (Bienni 2003-2005)

Memoria de la Tesis Doctoral

**APRENDER A ENSEÑAR TRANSFORMACIONES
GEOMÉTRICAS EN PRIMARIA DESDE UNA
PERSPECTIVA CULTURAL**

Para optar al Título Doctor en Ciencias de la Educación Matemática

El tribunal de la defensa y evaluación:

President: **Josep M. Fortuny Aymemy** – Universitat Autònoma de Barcelona

Secretari: **Pedro Manuel Baptista Palhares** – Universitat de Minho

Vocal: **Carme Burgues Flamarich** - Universitat de Barcelona

Qualificació: **exel·lent “cum laude”**

Presentada por:

Xhevdet THAQI

Realizada bajo dirección de:

Nuria ROSICH y Joaquim GIMENEZ

Barcelona, marzo de 2009

Dedico esta investigación a los estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Prishtina que afronten el problema de establecer una Enseñanza de las Matemáticas a futuras generaciones de la Nueva Sociedad Kosovar.

Agradecimientos

Hace ya un tiempo, los coordinadores del Proyecto de Cooperación entre Xarxa d'Universitats IJLV y la Universidad de Prishtina - Dolors Camats y Ramon Usall, me propusieron venir a Barcelona, a conocer diversas instituciones de Educación en Catalunya y empezar mi tesis doctoral sobre la formación de profesores en la UB, lo cual me entusiasmó y cautivó este inmenso campo, tan duro y tan lleno de posibilidades al mismo tiempo. A ellos les debo la confianza inicialmente depositada en mí, enseñándome lo necesario para salir adelante. Para mí ha sido un verdadero honor.

Entre las personas que más directamente han contribuido en todo el proceso incluido la toma de decisión de empezar hacer la Tesis en el DMCE de UB, son la profesora Nuria Rosich y el profesor Joaquim Giménez.

Hace más de cinco años vine a Barcelona pensando que enseñar matemáticas bastaba conocerla bien para enseñarla correctamente. Gracias principalmente a Nuria y a Joaquim aprendí una nueva filosofía de trabajo y un nuevo acercamiento al problema de educación y especialmente a la educación matemática, que enseñar matemáticas es un proceso complejo de conocimientos de integración de varias áreas, hasta entonces desconocido por mi parte. Junto con ellos hemos iniciado la realización de la investigación y la tesis. Ni por momento me ha faltado su ayuda en conocer el proceso de investigación, y sus ánimos en los momentos más difíciles no me han faltado para concluir este trabajo.

El trabajo experimental sobre la formación inicial de profesores de Primaria en dos países diferentes, ha requerido la participación de un grupo de estudiantes de ambos países. Un grupo de estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Prishtina y un grupo de los estudiantes de la FFP de la UB, que han participado con gusto en la investigación realizando el test inicial, la práctica de formación profesional sobre cómo aprender a enseñar las transformaciones y el test final que forman parte del estudio. Sin su participación este trabajo no habría podido realizarse, ni tendría sentido. Quiero agradecer, pues su participación, su interés y colaboración en la realización de la investigación.

Gracias a profesora Raquel Calonge por su interés, colaboración, apoyo y participación en la revisión lingüística, aportando en todo momento solución más adecuada, en todo el estudio que aquí se presenta. .

La ayuda financiera de mi Universidad de Prishtina me ha comprometido a trabajar con más esfuerzo en acabar mi perfeccionamiento profesional-científico en el área de la educación matemática.

Finalmente, quiero acabar este agradecimiento refiriéndome a mi familia que me ha acompañado durante todo el proceso con ilusión. Especialmente a Imran, a mis hijos Getoar y Bashkim, a mis padres y a mi hermano Ibrahim, que han participado de manera decisiva compartiendo todos los momentos buenos y también difíciles, animándome, soportando en todo momento mi prolongada dedicación a las obligaciones que comporta la elaboración de una trabajo como este.

Gracias a los doctores que aceptaron participar en el tribunal y así contribuir con mi desarrollo profesional.

Gracias a los profesores y funcionarios del Departamento de Ciencias Experimentales y de las Matemáticas de la UB. por su colaboración, amabilidad y su constante ánimo.

A todos ellos ¡mi agradecimiento cordial!

Barcelona, Marzo 2009

Prologo

Quizás la mejor manera de describir mi experiencia haciendo matemáticas sea comparándola con entrar en una mansión oscura. Entrás en la primera habitación, y está a oscuras, completamente a oscuras. Vas dando tumbos, tropezando con los muebles. Poco a poco aprendes dónde está cada mueble, y finalmente, después de más o menos seis meses, encuentras el interruptor de la luz y lo conectas. De repente todo se ilumina, y puedes ver exactamente dónde estás. Entonces entras en la siguiente habitación oscura...

(Andrew Wiles en El último teorema de Fermat, programa Horizon de la cadena de TV BBC, 2 de octubre de 1997)

Entre las diversas experiencias que yo he vivido como profesor, algunas de ellas son las que me han influido para hacer este trabajo, como profesor-formador de futuros maestros de primaria en la Universidad de Prishtina.

Además de la “preocupación oficial” que existe sobre la educación primaria, también hay otra preocupación “no-oficial” especialmente la de las familias, para que la sociedad tenga unos buenos maestros de primaria.

Los padres de los niños de la sociedad de Kosova piensan que la educación preescolar no es tan importante como la educación primaria para el desarrollo de sus niños. Esto explica el interés que tienen los padres cuando sus niños han de pasar de educación infantil al primer ciclo de primaria. Todos “buscan” informaciones sobre los maestros de primaria con el fin de encontrar el mejor y poderlo solicitar para que sea él, el maestro de su niño.

Un hecho que me ocurrió hace años, ha marcado mi reflexión profesional y es el que voy a relatar a continuación. Unos padres me preguntaron que si el maestro A era mejor que el maestro B para que lo solicitaran como maestro de su hijo. La primera respuesta que se me ocurrió fue que los dos eran buenos maestros porque ambos habían sido alumnos míos. Aunque en realidad yo pensaba que era mejor el alumno A porque cuando hizo la asignatura de matemáticas conmigo, este alumno había obtenido mejores notas que el B. Los padres no conocían este detalle, y lo que les interesaba en el fondo era el resultado que obtenían estos alumnos en su trabajo profesional en primaria. Para saber esta opinión, pregunté a los padres ¿Cuál de los dos era mejor para ellos? Sin duda, los padres respondieron que el B, y dieron argumentos del por qué era mejor el maestro B que el A.

Este hecho me llevó a reflexionar de cómo preparamos los alumnos en la Universidad, y especialmente a los futuros maestros. La preparación de los maestros en la Universidad debe de estar en consonancia con la formación inicial y los resultados profesionales de estos maestros, por tanto en la formación de futuros docentes faltaban algunos elementos que no teníamos en cuenta. Este caso me ha preocupado, y esto ha hecho que indagara porque se tenía esta opinión. Está claro que la opinión de los padres no es “la evaluación profesional” y por eso quería hacer mi “post-evaluación”. Después, he visto que el maestro A – que era buen estudiante – se ha convertido en un no tan buen maestro de primaria y el B que no fue mejor estudiante de profesión, se ha convertido en un mejor maestro del instituto de educación.

Esta conclusión me ha preocupado y soy consciente de que algo no funcionaba bien. ¿Qué es lo que no funciona bien en la fase de preparación de los futuros profesores de primaria en Kosova y cómo se puede mejorar esta situación? ¿Qué funciona bien en Catalunya, que permita que aprendamos en Kosova? ¿Qué pueden aprender los colegas de Catalunya de los valores matemáticos de nuestra cultura de Kosova con este trabajo y que permita que el futuro maestro establezca puentes interculturales ante la incorporación que esperamos de Kosova a la Unión Europea?

Espero que esta tesis aporte además, elementos importantes sobre la formación inicial de profesores de primaria en matemáticas que también sirvan a los demás formadores de la comunidad internacional.

INDICE

PARTE I. PROBLEMÁTICA, BASES TEORICAS Y METODOLOGIA	17
Capitulo 1. Descripción del área problemática y definición del problema de la investigación	19
1.1. Introducción	19
1.2 El interés de aprender a enseñar transformaciones geométricas	21
1.2.1. Enseñanza y aprendizaje de transformaciones geométricas	23
1.2.2. Transformaciones geométricas y formación de profesores	26
1.3. Interés y motivación de la investigación	28
1.3.1. Identificación del problema de la investigación	32
1.3.2. Objetivos de la investigación	35
Capitulo 2 Contexto sociocultural y curricular	39
2.1. Introducción	39
2.2. Características curriculares en el marco del estudio	41
2.2.1. Características de educación en Catalunya	41
2.2.2. Características de educación en Kosova	55
2.2.3. Las comparaciones entre características de educación en Catalunya y de Kosova	68
2.3. Las trasformaciones geométricas en los currículos escolares	74
2.4. Las transformaciones geométricas en los libros de texto de primaria en Catalunya y Kosova	80
2.5. Sobre aspectos profesionales docentes	96
2.5.1. Características de la formación de Profesores de Educación Primaria en Catalunya y Kosova.	96
2.6. Hacia un análisis comparativo de programas de estudio en España y Kosova	98
2.6.1. Lo matemático en Edumat y FEUP	100
2.6.1.1. El enfoque euclidiano geométrico en los programas de formación de profesores de primaria	105
2.6.1.2. Sobre desarrollo de formas y propiedades	107
2.6.1.3. Sobre el tratamiento del espacio de tres dimensiones	111
2.6.2. Aprender transformaciones geométricas planas	112
2.6.2.1. Sobre los métodos geométricos y la enseñanza de transformaciones	114
2.6.2.2. Tratamiento diferenciado del conocimiento didáctico	118
2.6.3. Aprender a enseñar la construcción del conocimiento geométrico	121
2.6.3.1. Los materiales como mediadores	122
2.6.3.2. Competencia interpretativa del espacio geométrico	123
2.6.3.3. Sobre los procesos de construcción geométrica	124
2.6.3.4. Sobre la comunicación geométrica	125
2.6.3.5. La consideración de lo visual y lo analítico	126
2.6.4. Sobre la componente actitudinal en lo profesional	127

Capitulo 3. Marco teórico	131
3.1. Introducción	131
3.2. Lo cultural y la practica matemática	133
3.2.1. Escritura cultural y enculturación	136
3.2.2. Currículo y conocimiento institucional	137
3.3. Lo matemático. El objeto transformación	140
3.3.1. Análisis epistemológico de transformación	140
3.3.2. Las geometrías y la noción de transformación	142
3.4. Lo cognitivo. Construcción de concepto: transformación geométrica	146
3.4.1. Imágenes, esquemas conceptuales y desarrollo cognitivo	148
3.4.2. Atribuciones, definición y estructura conceptual	151
3.4.3. Estudios sobre isometrías desde la perspectiva cognitiva	153
3.5. Desarrollo y práctica profesional	155
3.5.1. Los referentes de una práctica de enseñanza	159
3.5.2. Sobre desarrollar el contenido matemático	162
3.5.3. La trayectoria de construcción de conocimiento sobre aprendizaje de transformación geométrica	165
3.5.4. Desarrollando el contenido didáctico estratégico	168
3.5.5. Sobre competencias profesionales	170
Capitulo 4. Metodología de la investigación	169
4.1. Introducción	169
4.2. Justificación metodológica y tipo de investigación	170
4.3. Fases de la investigación	175
4.4. La población del estudio	176
4.5. Los instrumentos	177
4.6. El proceso de recogida de datos	179
4.7. Elementos para el análisis	180
4.7.1. Sistemas de categorías de análisis sobre el contenido matemático y cultural	183
4.7.2. Categorías sobre conocimiento didáctico	192
4.7.3. El proceso de análisis de los datos	199
PARTE 2. ESTUDIO EMPIRICO. DISEÑO Y RESULTADOS DE LA INVESTIGACION	209
Capitulo 5. Diseño de la práctica de formación docente	211
5.1. Introducción	211
5.2. Justificación curricular	213
5.3. Selección y organización de las practicas	213
5.4. Tareas profesionales. Descripción	220

5.4.1. Isometría y la vida cotidiana	221
5.4.2. Aprender el uso y valor de los recursos para aprender a enseñar las transformaciones	228
5.4.3. Proyecciones y sombras	239
5.4.4. Razonar, justificar y argumentar mediante transformaciones	246
Capítulo 6. Resultados sobre conocimientos iniciales de futuros profesores	253
6.1. Introducción	253
6.2. Diseño de una prueba de conocimientos iniciales.	254
6.2.1. Descripción y justificación de los ítems	256
6.3. Resultados sobre el aspecto matemático de la transformación geométrica	264
6.3.1. Sobre el objeto transformación, terminología y tipos.	264
6.3.2. Sobre el sistema conceptual. Caracterizaciones y Ejemplos	277
6.3.3. Sobre transformación como proceso o cambio.	283
6.3.4. Sobre la comunicación y razonamiento con transformaciones	291
6.3.5. Sobre los elementos culturales e históricos	297
6.4. Conocimiento iniciales sobre componente estratégico en la formación de profesores.	305
6.4.1. Sobre el aprendizaje de transformaciones.	307
6.4.2. Sobre la instrucción de transformaciones.	312
6.4.3. Sobre contenido profesional en el comportamiento actitudinal	318
Capítulo 7. Análisis y resultados en el proceso de implementación	321
7.1. Introducción	321
7.2. El futuro profesor y las transformaciones geométricas	323
7.2.1. El proceso de aprender el concepto de transformación, terminología y tipos. Momento 1	325
7.2.2. El proceso de aprender el concepto de transformación, terminología y tipos. Momento 2	335
7.2.3. El proceso de aprender el concepto de transformación, terminología y tipos. Momento 3. Transformaciones no isométricas	347
7.2.4. El proceso de aprender relaciones y estructuras sobre transformación	356
7.2.5. Comprensión instrumental de transformación. La transformación como proceso	368
7.2.6. Comunicación y razonamiento con transformaciones geométricas	394
7.2.7. Elementos culturales incorporados como contextualización en transformaciones geométricas	405
7.3. Componente estratégico-didáctico	411
7.3.1. Sobre las estrategias de transformaciones	411
7.3.2. Sobre los componentes estratégicas de instrucción de transformaciones	416

Capítulo 8 Análisis y resultados de la prueba final	423
8.1. Introducción	423
8.2. Diseño de la prueba final sobre aprender a enseñar las transformaciones geométricas	424
8.2.1. Descripción de los ítems de la prueba final	425
8.3. Conocimientos sobre contenido matemático de la transformación geométrica en la prueba final	436
8.3.1. Conocimientos sobre el objeto transformación, terminología y tipos en la PF	436
8.3.2. Conocimientos sobre las relaciones y jerarquía en la noción de transformación en la PF	445
8.3.3. Conocimientos en la PF sobre transformación como proceso o cambio	453
8.3.4. Conocimientos en la PF sobre comunicación y razonamiento con transformaciones	463
8.3.5. La incorporación de los elementos culturales e históricos en transformaciones geométricas en las producciones de la PF	475
8.4. Sobre el componente estratégico en la formación de profesores en la PF	488
8.4.1. Sobre el aprendizaje de transformaciones geométricas en las producciones de la PF	490
8.4.2. Sobre la instrucción de transformaciones en las producciones de los estudiantes en la PF	496
8.5. Sobre el contenido profesional en el comportamiento actitudinal en la PF	504
8.5.1. Futuros profesores y la asunción de la actividad profesional en la PF	504
8.5.2. Las actitudes críticas y reflexivas de los futuros profesores en la PF.	509
Parte III – CONCLUSIONES, IMPLICACIONES, ANEXOS Y BIBLIOGRAFÍA	513
Capítulo 9. Sumario, conclusiones e implicaciones del estudio	515
9.1 Introducción	515
9.2. Sumario general de los resultados sobre aspectos socioculturales de la educación en Kosova y Catalunya	516
9.2.1. Sobre los elementos curriculares de la educación	516
9.2.2. Tratamiento del contenido matemático en la formación de profesores de primaria y en el diseño	522
9.3. Tratamiento de la transformación geométrica en la formación de profesores de primaria	523
9.3.1. Situación inicial del profesorado. Implicación para el diseño	525
9.3.1.1. Situación inicial sobre el contenido matemático	525
9.3.1.2. Situación inicial sobre el contenido didáctico-estratégico	528
9.3.2. Sobre el diseño de una propuesta de formación de profesores	529
9.3.3. Resumen de los resultados obtenidos sobre aprender a enseñar las transformaciones geométricas en primaria	530

9.3.3.1. Resumen de los resultados obtenidos sobre el desarrollo del contenido matemático de transformación geométrica	530
9.3.3.2. Resumen de los resultados obtenidos sobre el desarrollo del conocimiento del contenido didáctico	544
9.3.4. Resumen de los resultados obtenidos sobre el componente cultural en la enseñanza/aprendizaje de transformaciones	546
9.4. Limitaciones e implicaciones para los procesos de formación de profesores	550
Referencias bibliográficas	553
Significado de iniciales	569
Anexos	571
1. Libros de texto de Primaria – Kosova	572
2. Libros de texto de Primaria – Catalunya	573
3. La Prueba Inicial – un ejemplo del grupo FEUP	574
4. La Prueba Inicial – un ejemplo del grupo FFPUB	578
5. Las fichas de trabajo en la práctica de formación profesional – un ejemplo de FEUP	582
6. Las fichas de trabajo en la práctica de formación profesional – un ejemplo de FFPUB	585
7. La Prueba Final – un ejemplo del grupo FEUP	587
8. La Prueba Final – un ejemplo del grupo FFPUB	590
9. Diseño de la clase en Primaria - ejemplo del grupo FEUP	592
10. Diseño de la clase en Primaria - ejemplo del grupo FFPUB	596
11. Algunos momentos durante la investigación	600

