

Universitat de Barcelona

Departament de Didàctica de les CC. Experimentals i les
Matemàtiques

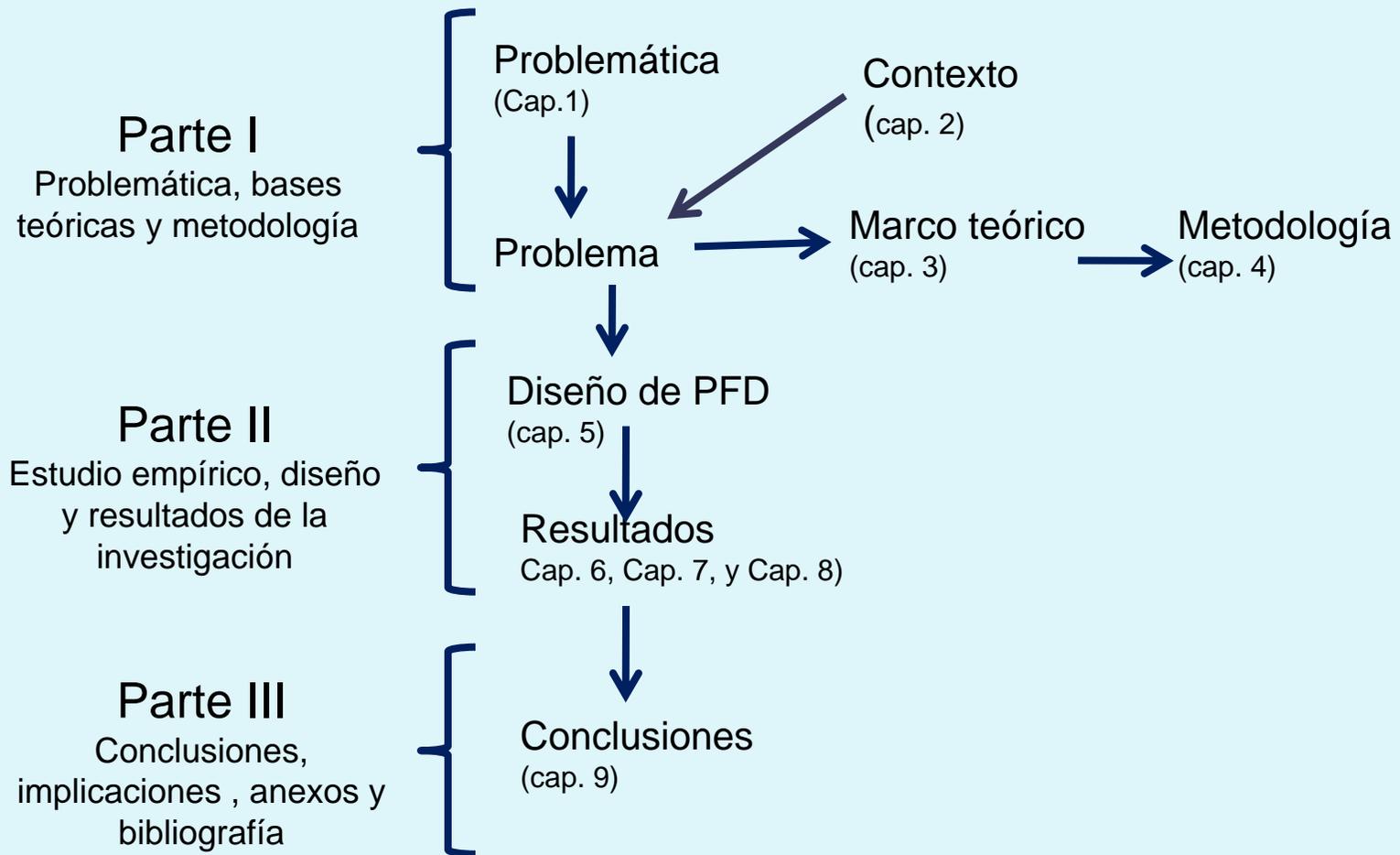
**APRENDER A ENSEÑAR TRANSFORMACIONES
GEOMÉTRICAS EN PRIMARIA DESDE UNA
PERSPECTIVA CULTURAL**

Presentado: Xhevdet **Thaqi**

Dirección: Nuria **Rosich** & Joaquim **Gimenez**

BARCELONA, 2009

Estructura del estudio



PARTE I

Problemática

Contexto

Objetivos

Marco teórico

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones

-¿Qué elementos matemáticos, didácticos y profesionales pueden favorecer una buena formación de docentes de Primaria en la enseñanza de las transformaciones geométricas?

Contexto sociocultural y curricular

PARTE I

Problemática
Contexto
Objetivos
Marco teórico
Metodología

PARTE II

P. Inicial
Proceso
P. Final

PARTE III

Conclusiones
Aportaciones
Limitaciones



El proceso de formación docente de profesores de Primaria

Precedentes recientes

PARTE I

Problemática

Contexto

Objetivos

Marco teórico

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

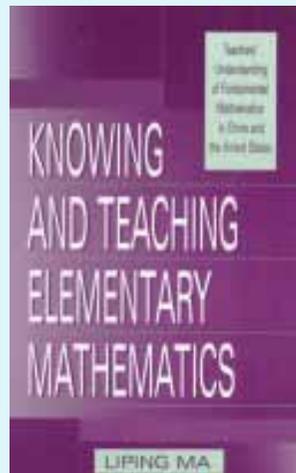
Limitaciones

Los profesores deberían reconocer que las habilidades de visualización espacial necesarias para el aprendizaje de la geometría ya han empezado a desarrollarse desde niños , durante la escuela elemental.

Contrastando con las ideas de la teoría piagetiana, los más jóvenes parecen poseer cuando menos una comprensión implícita de las facetas básicas de los conceptos euclidianos. De todos modos, es necesaria una instrucción formal para asegurar que los niños construyen sobre ese conocimiento para aprender geometría.

National Mathematics Advisory Panel 2008

<http://www.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/report/final-report.pdf>



El aspecto importante no es si el profesor comprende o no sino que puede explicar matemáticas

(Liping Ma 1999)

Interés y objetivos del estudio

PARTE I

Problemática

Contexto

Objetivos

Marco teórico

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones

Comparar elementos curriculares, e identificar aspectos socioculturales de la F P de Catalunya y Kosova

Liping MA, 1999

Diseño planificación e implementación sobre las transformaciones geométricas.

Identificar diferencias y semejanzas entre prácticas culturalmente diferentes de formación docente de futuros profesores de primaria

Llinares, 1998, 1999

Shulman 2002

Identificar el tratamiento del contenido matemático y didáctico de las transformaciones geométricas

Vinner 1984 , Gutierrez-Jaime 1993, Harper 2002, Gomes, 2003

Caracterizar elementos del desarrollo profesional de los futuros profesores

Marco teórico

Marco teórico

PARTE I

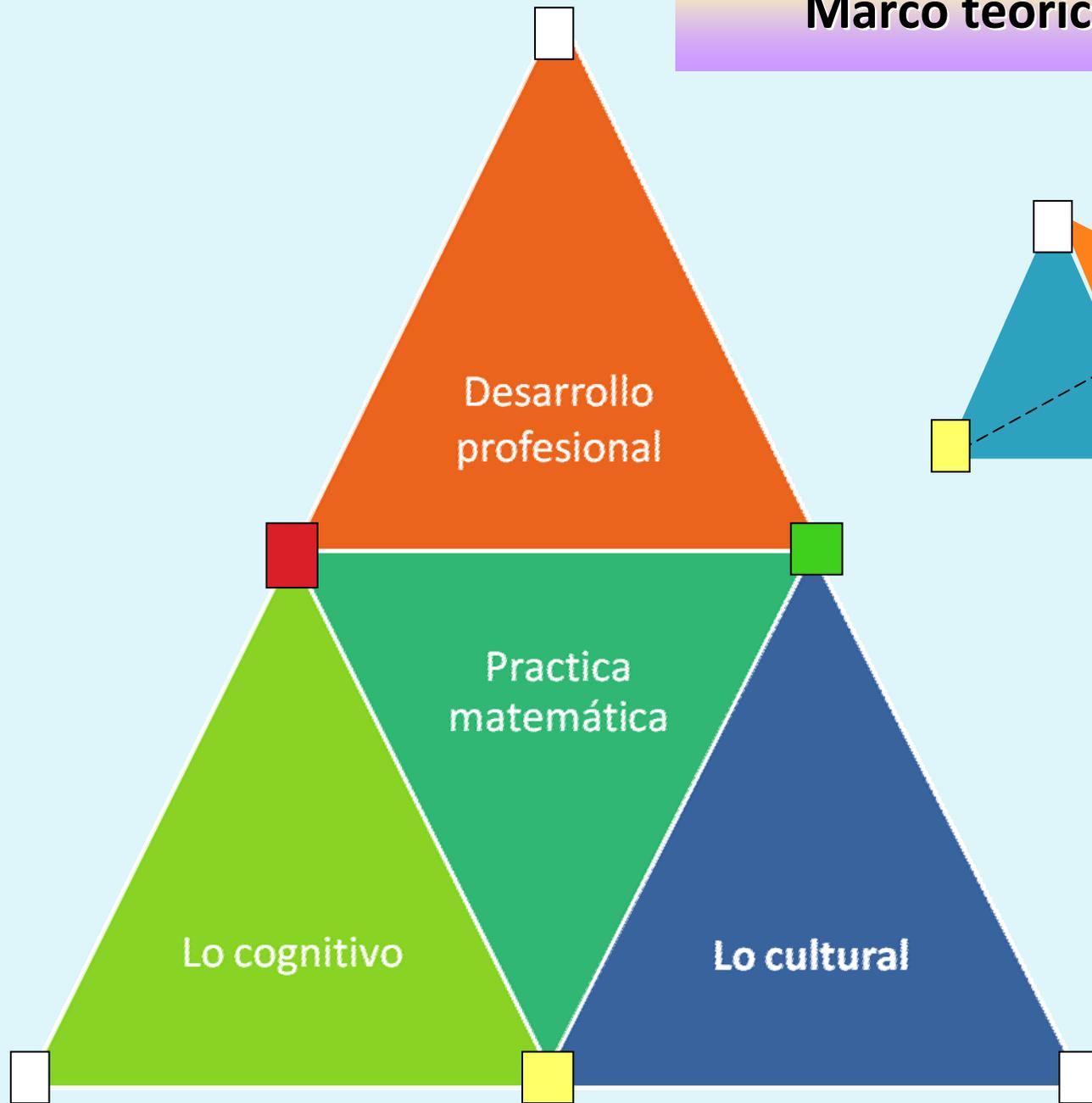
- Problemática
- Contexto
- Objetivos
- Marco teórico
- Metodología

PARTE II

- P. Inicial
- Proceso
- P. Final

PARTE III

- Conclusiones
- Aportaciones
- Limitaciones



Lo cultural y la practica matemática

PARTE I

Problemática

Contexto

Objetivos

Marco teórico

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones

¿Bajo que paradigmas podemos explicar lo que ocurre cuando los individuos tienen formas comunes de conocer ?

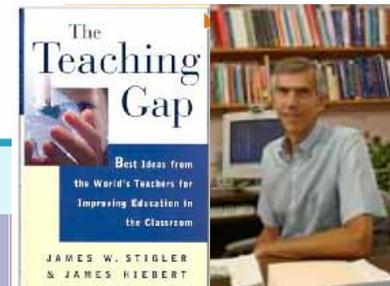
Bishop 1989

La visión constructivista-social (Ernest, 1997)
El sistema integrado de significados (Geddes, 1999)

Actividad matemática como practica social cultural que se construye sobre los acontecimientos que residen en los participantes representa **la escritura cultural**.

Las escrituras se aprenden implícitamente por la observación y la participación.

Stiegler & Hiebert, 1999



Lo matemático: el objeto transformación geométrica

PARTE I

Problemática

Objetivos

Contexto

Marco teórico

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones



- Enseñanza de diferentes transformaciones es un modo de comprender diferentes geometrías..
- **Hilbert:** No hay objetos matemáticos – hay símbolos ostensivos....
- Formalismo domino en las instituciones de educación.

Lo cognitivo:

Construcción de concepto de transformación

PARTE I

Problemática

Objetivos

Contexto

Marco teórico

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones

Identificamos las características de la construcción conceptual de los estudiantes basándonos en las ideas de **Tall y Vinner** sobre concepto - imagen



PARTE I

Problemática

Contexto

Objetivos

Marco teórico

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones

Elementos de los conocimientos del contenido profesional:

1. Interpretación y reconocimiento
2. Comunicación-expresión- razonamiento
3. Representaciones y recursos



Metodología

PARTE I

Problemática

Contexto

Objetivos

Marco teórico

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

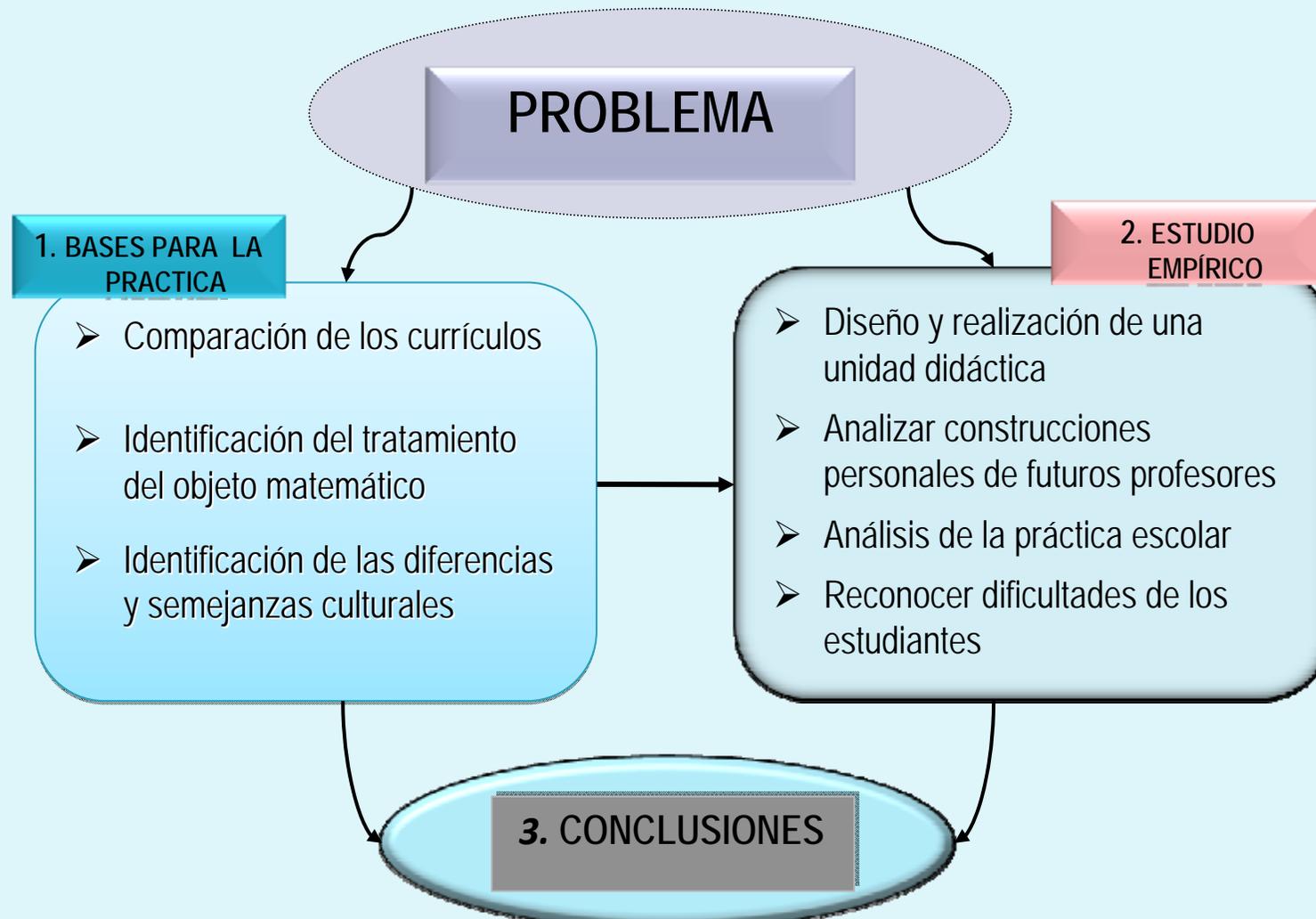
Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones

Tipo:

teórico-formal dentro del enfoque interpretativo y cualitativo etnográfico de estudio de casos.



La población del estudio

PARTE I

Problemática

Objetivos

Contexto

Marco teórico

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones

LA POBLACIÓN DEL ESTUDIO

Catalunya

Universidad de Barcelona



Kosova

Universidad de Prishtina

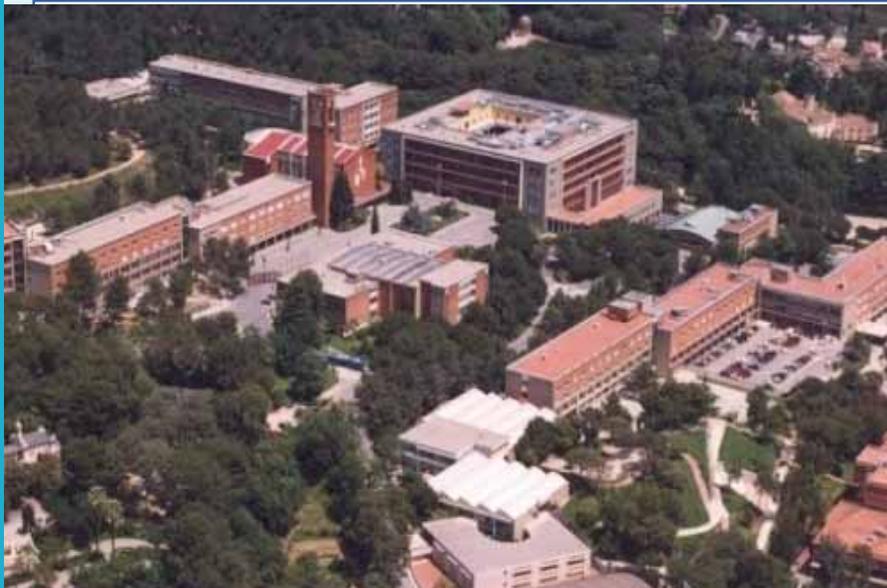


Facultad de Formación de Profesores

Faculteti i Edukimit

13 estudiantes de segundo curso

14 estudiantes del tercer curso



Cultura escolar diferente

PARTE I	Catalunya	Kosova		
Problemática	Educación Primaria	6 años	5 años	
Objetivos	Formación de profesores	Facultad de Formación de Profesores	Facultad de Educación	
Contexto	La enseñanza de matemáticas en primaria (según Currículo)	Se considera que contribuye a la adquisición de un conjunto de instrumentos para explorar la realidad.	Hace énfasis en el desarrollo de las capacidades y procesar características del mundo para adquirir el nivel abstracto, símbolos y operaciones matemáticas.	
Marco teórico	Las transformaciones geométricas	Transformación como operación manipulativa	Transformación como un cambio de posición	
Metodología		Uso de contexto en la construcción del significado de transformación		
PARTE II	P. Inicial	Libros de texto de primaria y transformaciones geométricas	Se inicia con el uso de recursos manipulativo	se inicia construyendo lo simétrico
		P. Final	Uso de visualización	Uso de términos matemáticos
PARTE III	Conclusiones		Tratamiento de transformación en la formación de profesores	Trata la enseñanza informativa
		Aportaciones	Limitaciones	1-2- asignaturas trimestrales

Los instrumentos

PARTE I

Problemática

Contexto

Objetivos

Marco teórico

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones

Instrumentos

Finalidades

Aportaciones de educación geométrica

Definición del problema

Currículos de los dos países
Aspectos culturales en los libros de texto y en currículos

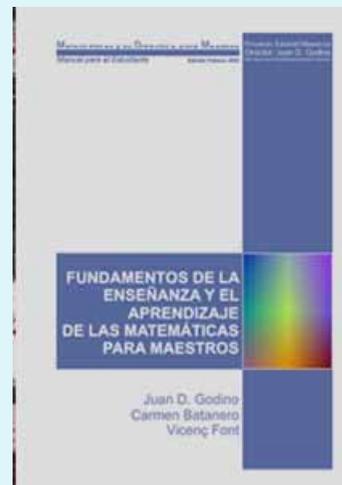
Comparar elementos curriculares y socioculturales

Programa docente
Test (inicial y final) de conocimientos
Videograbaciones de las clases
Fichas de trabajo de los estudiantes

Tratamiento del contenido matemático de transformación
La practica de formación Docente
Análisis de las construcciones de significados sobre transformación

Resultados

Síntesis de resultados y aportaciones



Diseño de la PFD

sobre aprender a enseñar las transformaciones geométricas

PARTE I

Problemática
Contexto
Objetivos
Marco teórico
Metodología

Realización de la PFD

Prueba Inicial

Actividades de las sesiones de la practica

Prueba final

PARTE II

P. Inicial
Proceso
P. Final

Recogida de los datos

Test Inicial, Test final

Videograbaciones de las actividades

Transcripciones de videograbaciones

Fichas de trabajo en las actividades de sesiones

Análisis de los datos

sobre conocimiento matemático

Clasificación mediante categorías

sobre conocimiento didáctico

Comparación de conocimientos entre dos grupos

PARTE III

Conclusiones
Aportaciones
Limitaciones

Resultados de análisis

Reconocimiento de trayectorias

Elaboración de los resultados

Aportaciones y conclusiones

Estructura de la PFD

PARTE I

Problemática

Objetivos

Marco teórico

Metodología

1. La prueba inicial (PI)

2. Isometrías y la vida cotidiana (SI)

3. Aprender el uso y valor de los recursos para aprender a enseñar transformaciones (SR)

4. Proyecciones y sombras (SP)

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

5. Razonar, argumentar y justificar transformaciones geométricas (SA)

6. La prueba final (PF)

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones

Contexto

Actividad	Elementos considerados
<p>SIA1. Comparamos dos fenómenos conocidos y analizamos:</p> <p><i>a) Viendo simetría en un lago y tomando la foto b) hacer el simétrico con un espejo en una mesa y tomando la foto ¿La diferencia existe? Explica que diferencias ves entre uno y otro.</i></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p><i>¿Donde está el valor didáctico de la tarea, cuando se realiza con alumnado de 5º grado de Primaria?</i></p>	<p>CPc3</p> <p>CPr3</p> <p>CC2</p> <p>CC3</p> <p>CAr1</p>

Un ejemplo de análisis

PARTE I

Problemática

Actividad: SAA5

Objetivos

Observa esta esta transformación.

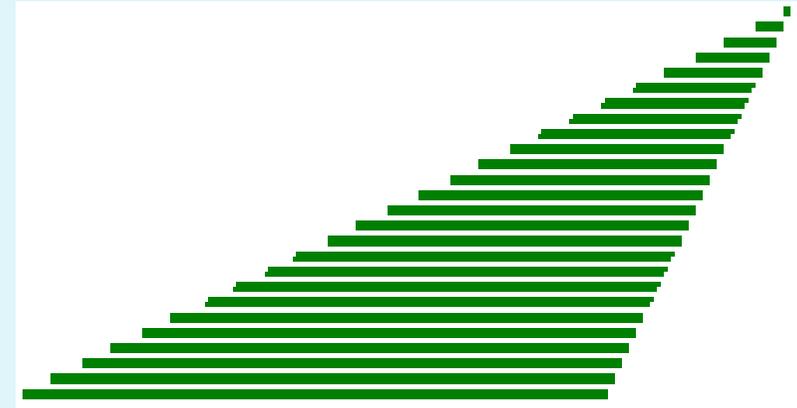
Contexto

(Se reconocen triángulos con la misma base y la misma altura?)

Marco teórico

Metodología

Explica la propiedad que veas que se observa en a transformación.



PARTE II

P. Inicial

Una respuesta:

Proceso

P. Final

Ad: Tenemos la transformación de triángulo en triángulo.

Cambia: los ángulos, lados, y posición del vértice.

PARTE III

Conclusiones

No cambian la altura y área del triángulo.

Aportaciones

Que área no cambia, demuestra la formula $S=b \cdot h/2$

Limitaciones

Un ejemplo de análisis

PARTE I

Problemática

Objetivos

Contexto

Marco teórico

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones

	Categoría	Grado	Indicadores
Contenido matemático	CMt (6)	A	Identificación correcta de las características de deformación explicando que se transforma
	CMj (6)	B	Identificación correcta de invariante (no identifica el tipo de deformación- transformación equivalente)
	CPc (6)	C	No identifica explícitamente la determinante del cambio que es la trayectoria del vértice.
	CPr (6)	A	Demostración y justificación del resultado como función entre elementos determinados de deformación y apoyándola en otras proposiciones conocidas
Contenido didáctico - estratégico	CC (6)	A	Asocia o interpreta el fenómeno desde perspectiva matemática utilizando las formulas...
	CEa1	A	Utiliza esquemas relacionadas de deformación dentro las matemáticas
	CEi2	B	Muestra coherencia entre actividad y el contenido de transformación

Resultados iniciales

PARTE I

Problemática

Objetivos

Contexto

Marco teórico

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

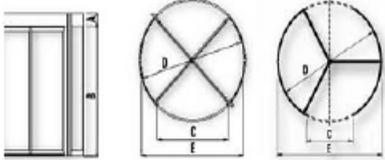
Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones

Actividad 2

Por qué consideras que han puesto estas fotografías, ¿Para venderlo mejor?

¿Qué tiene que ver estas imágenes en una clase de matemáticas?

Elementos

- CMT5
- CPc5
- CPf5
- CC1
- CEi1
- CEi2
- CEa1
- CAa3

FEUP

*transformación \leftrightarrow repetición o movimiento que presenta la relación entre **dos conjuntos de puntos** o otros elementos en cuestión*

La semejanza (homotecia) - aplicación de puntos, cambio de tamaño, conservación de la forma.

Repetición - fenómeno que se utiliza en la construcción de la imagen de isometría

Conocimiento débil de transformaciones no-isométricas

Mayoría no reconocen la importancia del contexto en la comprensión de transformación...

Resultados
(Aspecto matemático)

Grado	CM	
	FEUP %	FFPUB %
A	0	0
B	43	40
C.	57	60

FFPUB

*transformación significa el sentido común de la palabra presentando como relación entre el **objeto y su estado**, con el cambio de alguna característica*

La semejanza (homotecia) – reduce en relación entre dos objetos parecidos.

Respuestas más consolidadas sobre no-isometrias

Actividad 5	Elementos
Observa un bordado típico kosovar como en la figura 	CMt2,3,5 CMj2 CPc2,3,5 CPr3 CPr5 CC2,3,5 CE1 CE2 CE4 CEa3 CAa3

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Aprendizaje de transformación

La instrucción de transformación geométrica

Resultados (componente didáctico-estratégico)	
FEUP	FFPUB
- Atención superficial a las dificultades en aprendizaje de transformación - Identificación superficial de relaciones, propiedades y dificultades en aprendizaje de transformación.	
Domina un nivel bajo de identificación de organización del aprendizaje de transformación geométrica	Hay intentos en la organización del proceso de aprendizaje de transformación geométrica
No hay identificación de los procesos importantes en la construcción de significado de transformación geométrica	
Materiales y recursos didácticos para asociar al significado de transformación	
Posesión de conocimiento sobre transformación, ausencia de la capacidad de relacionar con los fenómenos de la vida real.	Falta de conocimiento sobre transformación, → identificación incorrecta de procesos de transformación.
UB - Tesis doctoral - Xh.Thaqi	

"...Yo por movimiento entiendo coger cualquier objeto o imagen y desplazar de sitio, pero sin que por ello el objeto sufra alteración.

(Mc, p3: 2-3)

Resultados del proceso

Resultados

(contenido matemático)

PARTE I

Problemática

Objetivos

Contexto

Marco teórico

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

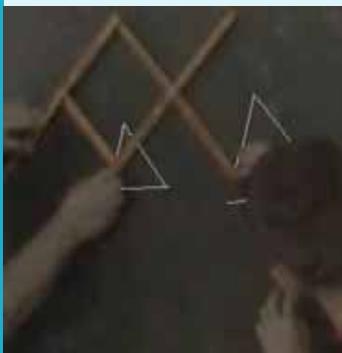
P. Final

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones



Avances

Simetría como característica común de figuras formadas por repetición.



Repetición como característica común de las figuras isométricas.

La isometría como un desplazamiento físico, un doblado o coincidencia



Transformar significa una “acción” “actuación” bajo unos condiciones que determinan el tipo de transformación

La sombra y la luz como elementos principales y únicos de proyección



La proyección –un cambio determinado por la luz, el objeto, y lugar de la sombra

Identificación visual de transformación en situaciones cotidianas



Identificación de las propiedades relevantes y la relación.

Dificultades

La distinción entre distintos isometrías

La construcción de figura simétrica como función punto a punto.

Con los dibujos en la pizarra, no es suficiente distinguir la diferencia entre proyección central y paralelo.

Hay descripción de fenómenos sin argumentación justificativa.

Resultados

(componente estratégico-didactico)

PARTE I			
Problemática	FEUP	FFPUB	
Objetivos	CEa1 tratamiento	Intervención de otro estudiante afecta a otros estudiantes en tener en cuenta el tratamiento de noción de transformación .	La presentación de una experiencia hace posible el tratamiento de transformación geométrica
Contexto			
Marco teórico			
Metodología	CEa2 apertura	<i>Las intervenciones y discusiones en el desarrollo de las actividades, posibiliten ejemplificar correctamente procesos de aprendizaje, aumentar apertura y confianza para negociación docente sobre el aprendizaje/enseñanza de transformación</i>	
PARTE II			
P. Inicial	CEi1 Elementos de metodología	Se muestra que es imprescindible utilizar los recursos y otro materia didáctico para mejorar el aprendizaje de transformación geométrica en Primaria.	La necesidad de identificar los procesos de aprendizaje de transformación para poder introducir correctamente el concepto de transformación
Proceso			
P. Final			
PARTE III			
Conclusiones	CEi2 Consideración	La identificación de la adaptación de los materiales y recursos didácticos	
Aportaciones	CEi3 Formas instruccionales	Identificación del marco referencial, las comparaciones entre diferentes modos del trabajo, diálogos, materiales visuales	
Limitaciones			

**Resultados al final
del proceso**

Resultados (aspecto matemático)

PARTE I

Problemática

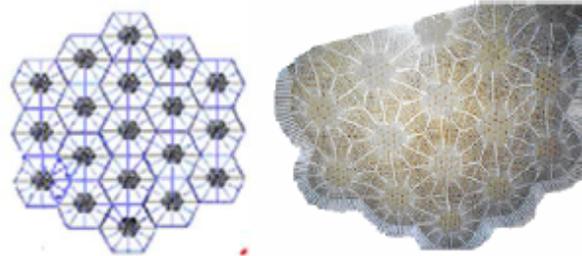
Objetivos

Contexto

Marco teórico

Metodología

10. Vamos a tratar de ver un MODULO de la figura. Es lo que se repite. Usa los espejos para ver donde los pones para ver si se repite.
- Pinta lo que piensas que podría ser un modulo mínimo de la figura que permite repetir este bordado.
 - Dibuja donde crees que deberías colocar dos espejos para ver la figura entera.



CMj2
CPr2
CPr3
CC2,3
CEa1
CEa3
CEi1
CEi3
CEi4
CAa2
CAr2

Grad o	Prueba	CM	
		FEUP %	FFPUB %
A	PI	0	0
	PF	31	23
B	PI	43	40
	PF	66	73
C.	PI	57	60
	PF	3	4

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones

FEUP

transformación - aplicación de conjuntos de puntos

Reconocimiento de propiedades de deformaciones

Mayoría reconocen la relación entre simetría e isometría

Pocos identifican los elementos y propiedades de composición...

Pocos utilizan la simbolización adecuado en justificación de conjeturas

Reconocimiento de contextos asociados a significados de la transformación con el fin de comprender las propiedades de tr.

FFPUB

transformación – aplicación de la figura en la figura

Dificultad en reconocer las propiedades de deformaciones

La mayoría reconocen la relación entre simetría e isometría

No identifiquen los elementos y propiedades de composición....

Domina la argumentación figural identificando las propiedades de cambio

Resultados

(componente didáctico - estratégico)

PARTE I

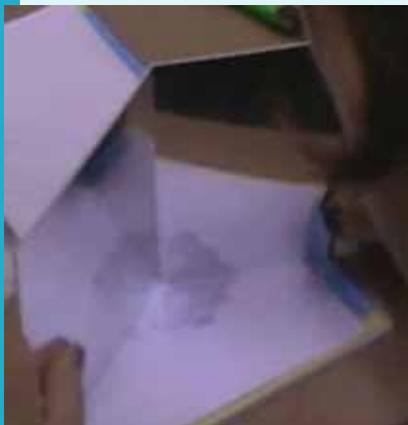
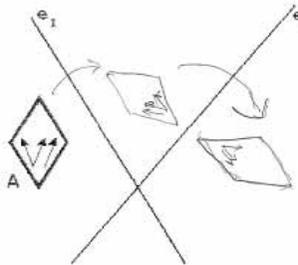
Problemática

Objetivos

Contexto

Marco teórico

Metodología



PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

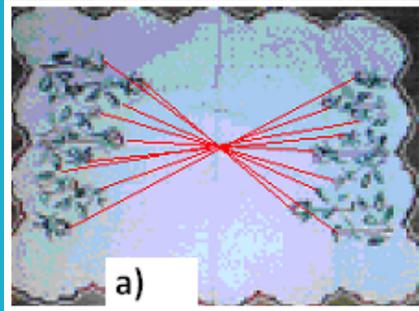


PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones



	FEUP	FFPUB
CEa	El aprendizaje de transformación simétrica: -Imágenes conocidos -Identificación del eje --construcción de imagen simétrico	
CEi	<i>La instrucción de transformación geométrica caracterizado: -introducción de actividades basados en contexto conocido -actividades de construcción detalle de transformación y sus propiedades Actividades de verificación y profundización.</i>	
	<i>- Papel del maestro</i>	<i>Papel del alumno</i>
CAa	-Aprovechar de la experiencia de formación -- aprovechamiento de los ideas de otros	
	Reconocimiento y favorización de la acción docente en la clase de primaria actividades	Reconoce y da valor explicita al protagonismo del alumno en la clase

Conclusiones

Conclusiones (resultados)

PARTE I

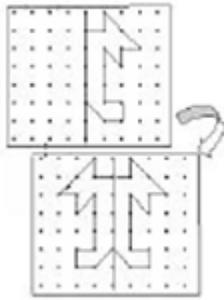
Problemática

Objetivos

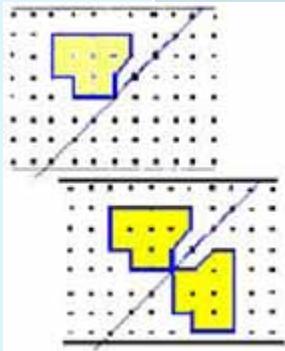
Contexto

Marco teórico

Metodología



PI → . PF



Trayectorias

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

Conclusiones

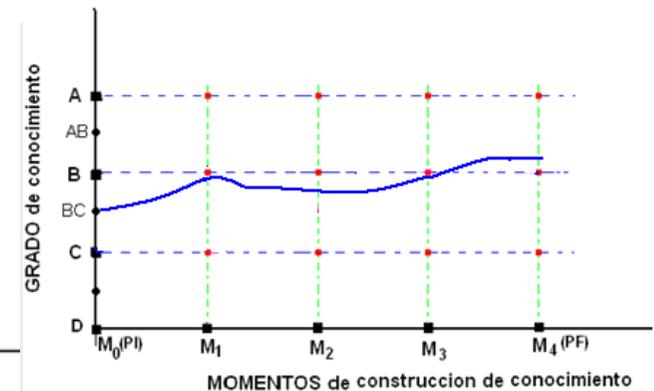
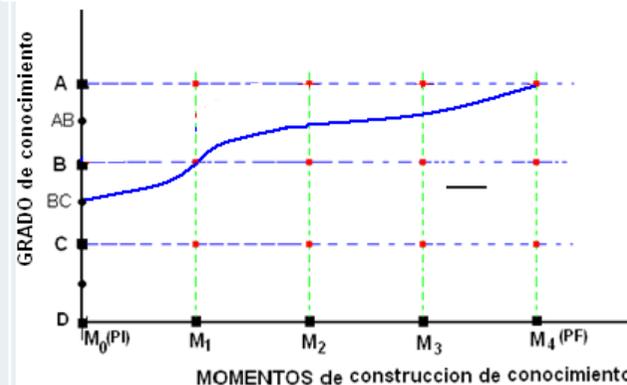
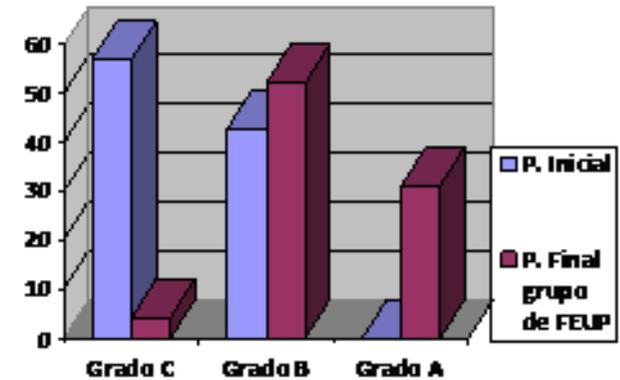
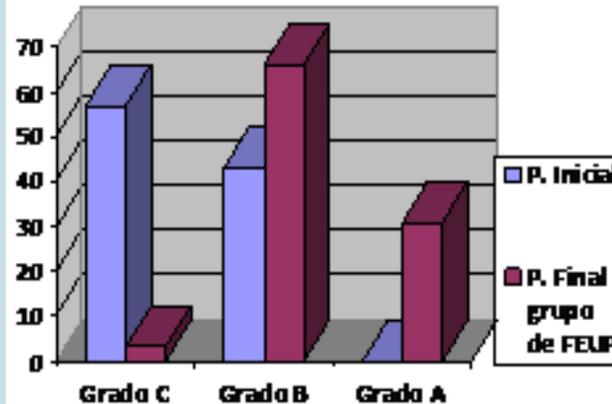
Aportaciones

Limitaciones

20/05/2009

FEUP

FFPUB



Transformación: **punto a punto** => identificación de la dependencia funcional entre posiciones, las propiedades importantes (...) consiguiendo establecer la imagen conceptual completa sobre transformación.

Transformación: un plegado, cambio de posición o repetición de un objeto o una figura (**figura a figura**) => resulta difícil establecer los elementos importantes del proceso de transformación, dificultades en identificación del invariante de deformaciones.

Conclusiones

(escrituras culturales)

PARTE I

Problemática

Objetivos

Contexto

Marco teórico

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Escritura cultural del estudiante de FEUP

Escritura cultural del estudiante de FFPUB

Formación universitaria de profesores de primaria

Transformación geométrica como función de conjuntos de **puntos**

*Transformación geométrica como un cambio - función de **figura** en otra figura.*

Identificación de las propiedades **relevantes** de transformación,

*Identificación de propiedades **visuales** de transformación.*

Reconocimiento de la composición de dos simetrías - **identificación de elementos.**

*Reconocimiento de la composición de dos simetrías - **no identificación de elementos.***

Ausencia de conocimientos sobre la definición conceptual de proyección.

Proyección – el fenómeno de **la sombra**

Utilizar **los instrumentos de dibujo** es habitual en la clase de geometría, mientras que otro material (espejos, ...) sirve como material secundario (verificación, curiosidad, atraktividad...).

Utilización y manejo de **diferentes materiales** didácticos es habitual (espejo, y otro material). No se nota importancia de los instrumentos del dibujo (regla, compas,...).



Conclusiones

(escrituras culturales)

PARTE I

Problemática

Objetivos

Contexto

Marco teórico

Metodología

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Escritura cultural del estudiante de FEUP

Escritura cultural del estudiante de FFPUB

Influencia de las experiencias de formación en los diseños de las clases en primaria.

Atención superficial a las dificultades de los alumnos ante las actividades en primaria

Ante las actividades en Primaria propone situaciones **según dificultades** de los alumnos

Trabajo individual es preferible.

Trabajo en grupo es habitual.

En el trabajo de primaria : "primero maestro luego alumno".

En la clase de Primaria: "primero alumno y luego alumno".

El aprendizaje de transformación: – contexto conocido, identificación del eje, construcción de la imagen de transformación.

La introducción de transformación en la clase de primaria: identificación de propiedades,(en un contexto conocido), construcción del concepto (actividad principal), verificación y profundización de conocimiento (actividad final).



Aportaciones del estudio

La importancia de comparación

PARTE I

Problemática

Objetivos

Contexto

Marco teórico

Metodología

En lo matemático

Estructuramos diferente desde la transformación

No nos centramos en niveles , se analiza la construcción no sólo isometrías
Análisis cognitivo, ampliamos el trabajo de Harper-reducido en V. Hiele.

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

En lo didáctico- profesional :

Diseño de una práctica docente globalizada, propia, para poder investigar el proceso de construcción del concepto de transformación;

Respecto a lo teórico-cultural

El concepto de cultura y cognición permite organizar diferencias

Se reconocen escrituras culturales además de voces y ecos

Lo cultural se implica con lo cognitivo.

Nos situamos en compatibilidad con el EEES

PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

Limitaciones y perspectivas en futuro

PARTE I

Problemática

Objetivos

Contexto

Marco teórico

Metodología

Limitaciones

- Diseño metodológico
- La temporalización de la recogida de datos
- Contexto cultural y lingüístico específico.
- Instrumentos apropiados a las peculiaridades de la situación.

Perspectivas

- Metodología distinta permitiría asimismo el seguimiento de los futuros profesores:
 - durante un tiempo más prolongado
 - hacer entrevistas para asegurar conocimiento intuitivo
 - establecer resultados con profundidad respecto al contenido actitudinal
- Realizar un estudio similar que incluya otros ámbitos matemáticos
- Realizar un análisis sociocultural, que permitiría reconocer las normas y técnicas en las interacciones del proceso de implementación de la práctica escolar

PARTE II

P. Inicial

Proceso

P. Final

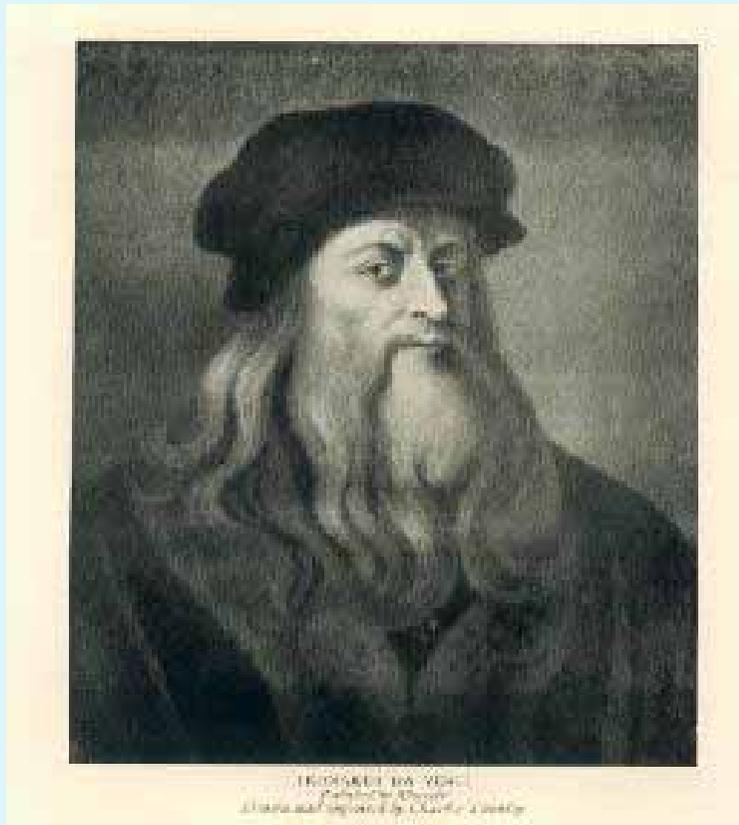
PARTE III

Conclusiones

Aportaciones

- *"No existen conocimientos más elevados o más bajos, sino un conocimiento único que emana de la experimentación."*

LEONARDO DA VINCI (1452-1519)



Gracias por su atención

Gràcies per la seva atenció

Thank you for your attention

Faleminderit për përcjelljen tuaj