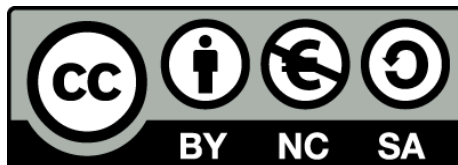


L'activitat matemàtica a l'aula virtual i presencial Estudi comparatiu a primer cicle d'ESO

Lluís Mora Cañellas



Aquesta tesi doctoral està subjecta a la llicència **Reconeixement- NoComercial – Compartir Igual 3.0. Espanya de Creative Commons.**

Esta tesis doctoral está sujeta a la licencia **Reconocimiento - NoComercial – Compartir Igual 3.0. España de Creative Commons.**

This doctoral thesis is licensed under the **Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0. Spain License.**



Pàgines en blanc



DEPARTAMENT DE DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES EXPERIMENTALS I LA MATEMÀTICA

Tesi Doctoral

L'activitat matemàtica a l'aula virtual i presencial.
Estudi comparatiu a 1r cicle d'ESO

Lluís Mora Cañellas

Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i la Matemàtica
Programa de doctorat en Didàctica de les Ciències Experimentals i la Matemàtica
Bienni: 2006-2008

Directora : Dra. Núria Rosich Sala

Barcelona 2012



Agraïments

Agraïments

Per començar vull agrair la col·laboració dels estudiants de l'Ins Llavaneres pel seu ajut a l'hora de desenvolupar el treball. També agraeixo a la professora Amèlia Prieto la seva ajuda i idees en el moment de dissenyar les activitats, és evident que sense cap d'ells hauria estat possible desenvolupar aquest estudi. No cal dir que el suport de tot el departament ha ajudat a poder fer la tasca que ens havíem proposat.

La realització d'aquest treball ha estat possible també, gràcies a una llicència retribuïda que em va ser concedida pel Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya (DOGC núm.: 4968 de 14.09.2007). També agrair al Ministerio d'Educación y Ciencia que ens va donar l'ajut EDU2008- 05050/EDUC.

A tots els meus companys de l'INS Llavaneres on he treballat durant aquests darrers anys i al seu equip directiu, pel seu recolzament i ajuda.

Als professors i companys del projecte PDTR, que amb les seves crítiques i consells m'han ajudat a millorar els resultats del que inicialment era un projecte.

A la Dra Núria Rosich per les hores de discussió, consell i crítiques constructives que han permès la millora del treball.

Fonamentalment a la meva família, que malgrat al temps que he deixat de compartir amb ells, no han deixat de donar-me els ànims i el recolzament necessari.



Agraïments

Índex

Agraïments.....	5
Índex.....	7
Presentació	11
Capítol 1. Context i problemàtica de la recerca.....	18
1.1 Introducció.....	18
1.2 El context de l'estudi.....	19
1.2.1 Currículum de matemàtiques a l'ESO.....	19
1.2.2 Pas de primària a secundària.....	20
1.2.3 Competències matemàtiques a l'ensenyament secundari.....	21
1.3 La tecnologia a l'aula de matemàtiques.....	22
1.3.1 La tecnologia com a eina per aprendre matemàtiques.....	22
1.3.2 Internet com a eina per aprendre matemàtiques.....	23
1.4 Interès del tema des de l'àmbit científic i social de l'educació matemàtica.....	27
1.5 Presentació de la problemàtica de la investigació.....	30
1.5.1 El problema de la investigació.....	31
1.5.2 Els objectius de la investigació.....	33
1.5.3 Les hipòtesis de treball.....	33
Capítol 2.- Marc referencial.....	37
2.1 Introducció.....	38
2.2 Les competències bàsiques en l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques.....	39
2.2.1 El projecte KOM.....	40
2.2.2 El projecte PISA i les competències.....	42
2.2.3 Les competències matemàtiques i el nou disseny curricular.....	49
2.2.4 Diferències i semblances entre el projecte KOM i el curricular	52
2.3.- Matemàtiques i resolució de problemes.....	59
2.3.1 La resolució de problemes	60
2.3.2 La resolució de problemes en els estàndards del NCTM.....	69
2.3.3 La resolució de problemes en el currículum.....	72
2.4 Aprenentatge amb mitjans virtuals: e-learning.....	73
2.4.1 Les competències digitals.....	74
2.4.2 Estàndards i especificacions en e-learning.....	76
2.4.3 Models d'aprenentatge: implicacions en el procés d'aprenentatge.....	82
2.4.4 Procés d'avaluació de webs educatius.	86
2.4.5 Avaluació i gestió de l'aula.....	88
Capítol 3. Metodologia.....	91
3.1 Introducció	92
3.2 Primera etapa de la recerca. Justificació metodològica i tipus d'investigació.....	93

3.2.1 Fases de la investigació.....	95
3.2.2 Poblacions de l'estudi.....	96
3.2.2.1 Població general de la primera etapa.....	96
3.2.2.2 Població de l'estudi de la primera etapa.....	97
3.2.2.3 Criteris de selecció de la població	98
3.2.3 Disseny de l'estudi de camp.....	98
3.2.4 Instruments de la recerca.....	99
3.2.4.1 Prova inicial	100
3.2.4.2 Disseny de les activitats	102
3.2.4.3 Procés de recollida de dades.....	103
3.2.4.4 Categories d'anàlisi de les proves inicial i final.....	103
3.2.4.5 Categories d'anàlisi de les activitats matemàtiques.....	104
3.2.5 Segona etapa de la recerca.....	105
3.2.6 Població de la segona etapa de la recerca.....	107
3.2.7 Instruments de la recerca i categories d'anàlisi.....	108
Capítol 4. Unitat didàctica.....	116
4.1 Introducció.....	116
4.2 Disseny de la unitat	116
4.2.1 Objectius de la unitat.....	117
4.2.2 Estructura de la unitat.....	120
4.2.3 Les activitats.....	127
4.3 Eina d'assignació competencial a les activitats.....	139
4.5 Valoració general d'un mòdul didàctic.....	168
Capítol 5.- Disseny de l'espai web.....	174
5.1 Introducció.....	174
5.2 Continguts del portal web "Investigar les matemàtiques".....	176
5.2.1 Adequació de les activitats matemàtiques al portal web.....	176
5.2.2 Objectius de les activitats.....	184
5.2.3 Avaluació de les activitats.....	184
5.2.4 Situem del problema.....	185
5.3 Eines digitals utilitzades.....	186
5.3.1 Eines de suport al treball matemàtic.....	187
5.3.2 Eines de gestió dels continguts.....	197
5.4 Avaluació de l'espai web.....	200
5.4.1 Identificació de l'espai web: "Investigar les Matemàtiques".....	201
5.4.2 Desenvolupament del portal.....	202
5.5 Criteris de qualitat de l'espai web.....	214
5.5.1 Aspectes funcionals.....	214
5.5.2 Aspectes tècnics i estètics.....	215
5.5.3 Aspectes psicològics.....	216
Capítol 6. Resultats de la primera fase de la recerca.....	220
6.1 Introducció.....	220
6.2 Resultats de la prova inicial	220

6.2.1 Resultats de la prova inicial a tota la població de 1r de secundària220

6.2.1 Resultats de la prova inicial a tota la població de 1r de secundària....	220
6.2.2 Resultats de la prova inicial a la població de l'estudi.....	226
6.2.3 Comparació dels resultats de la prova inicial de tot l'alumnat amb els alumnes de la mostra	229
6.3. Resultats de la implementació de les activitats.....	231
6.3.1 Resultats de les activitats.....	231
6.3.2 Resultats de les enquestes.....	242
6.4 Resultats de la prova final.....	244
6.4.1 Valoració competencial de la prova final.....	244
6.4.2 Comparació dels resultats dels estudiants de 1r d'ESO amb els estudiants que han participat a l'estudi.....	247
6.5 Valoració de l'espai web pel que fa a funcionament i activitats	251
 Capítol 7. Resultats de la 2n fase de la recerca.....	256
7.1 Introducció.....	256
7.2 Canvis en el disseny de l'espai web.....	256
7.2.1 Canvis en l'estructura de les activitats.	257
7.2.1.1 Exemples de canvis.....	258
7.2.1.1.1 Activitat: Anem d'un lloc a un altre.....	259
7.2.1.1.2 Activitat: Truites a l'estany.....	264
7.2.1.1.3 Activitat: El jardí de les coníferes. Estudi de rectes i paràboles.....	269
7.2.2 Fòrum.....	276
7.2.3 Nous ítems a les activitats.....	277
7.2.3.1 Activitats prèvies.....	277
7.2.3.2 Activitats finals.....	280
7.2.4 Ampliació del portal web per a professors.....	281
7.3 Resultats de la implementació de les noves activitats	285
7.3.1 Resultats del treball dels estudiants en la segona fase.....	285
7.3.1.1 Prova inicial.....	285
7.3.1.2 Activitats de treball dels estudiants.....	297
7.3.1.3 Prova final. Millores, justificació i exemples.....	309
7.3.1.4 Resultats de la prova final.....	323
7.3.1.5 Resultats prova final comparats GD i GnD.....	326
 Capítol 8 Conclusions	339
8.1 Introducció.....	340
8.2 Conclusions de la primera etapa de la recerca.....	341
8.2.1 Conclusions pel que fa a la prova inicial.....	341
8.2.2 Conclusions pel que fa al primer mòdul didàctic.....	344
8.2.2.1 Conclusions de la implementació de les activitats.....	344
8.2.2.2 Conclusions de les enquestes.....	348
8.2.3 Conclusions de la prova final.....	349
8.2.3.1 Conclusions de la primera activitat de la prova.....	349
8.2.3.2. Conclusions pel que fa a la segona pregunta de la prova.....	350
8.2.4 Conclusions pel que fa al disseny d'un lloc	



web per a l'aprenentatge de les matemàtiques.....	352
8.2.5 Limitacions i reflexions de la primera etapa de la recerca.....	353
8.3 Conclusions de la segona etapa de la recerca.....	355
8.3.1 Conclusions de la prova inicial.....	356
8.3.2 Conclusions de la implementació de les activitats	358
8.3.3 Conclusions de la prova final.....	362
8.3.3.1 Valoració de l'estructura de la prova.....	363
8.3.3.2 Valoració general dels resultats dels estudiants.....	363
8.3.3.3 Valoració comparativa dels dels resultats del GnD i GD	367
8.3.4 Conclusions pel que fa al disseny d'un lloc web per a l'aprenentatge de les matemàtiques.....	370
8.3.5 Valoració de les hipòtesis i dels objectius proposats a l'inici de la recerca.....	371
8.3.6 Limitacions i perspectives de noves recerques	375
REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES.....	379
Annex 1. Prova inicial.....	393
Annex 2. Prova final primera etapa.....	394
Annex 3. Prova final segona etapa	395
Annex 4. Recull de respostes en format de taula a una de les activitats.....	396
Annex 5. Respostes activitat fòrum.....	397
Annex 6. Índex de gràfics.....	398
Annex 7. Índex de taules.....	401

Presentació

Aquest treball d'investigació respon a la meua inquietud per intentar millorar l'ensenyament de les matemàtiques després del treball durant vint anys en diversos instituts i escoles d'ensenyament secundari.

El problema de la investigació ens planteja la pregunta de si un material informàtic utilitzat de manera eficient i dissenyat adequadament pot permetre als estudiants de primer de secundària un aprenentatge significatiu de les matemàtiques en aquest nivell. Caldrà tenir present dos aspectes en aquest disseny, primer de tot el disseny de les activitats i en segon lloc el disseny de la pàgina web.

Estem davant d'un camp relativament nou, tant pel treball en el web com pel tipus de treball que pretenem que realitzin els estudiants. Internet en el món educatiu és un camp amb pocs anys d'experiència i que està evolucionant de manera molt ràpida i efectiva. En els darrers anys estem observant un creixement exponencial de l'ús del web, tant pel que fa al nombre d'usuaris com pel que fa a la tipologia d'aplicacions que hi podem trobar. Per altra banda, estem davant d'un canvi metodològic en l'ensenyament, motivat entre d'altres per l'estudi PISA, que ens porta cap a una escola més orientada a l'aprenentatge en contraposició amb aquella escola centrada en la transmissió de coneixements. Un canvi que sembla que comporta fixar els nostres objectius en l'aprenentatge dels estudiants en lloc del professor i la matèria com és la transmissió de coneixements.

Hi ha diverses experiències educatives centrades en internet, que utilitzant aplicacions que permeten una certa interactivitat, com poden ser el CABRI, GEOGEBRA, o el FLASH. Amb aquests programes s'han dissenyat activitats o conjunts d'activitats que els professors i els estudiants poden utilitzar en el seu treball diari. El nostre propòsit és anar una mica més enllà i dissenyar mòduls didàctics integrats en un curs de matemàtiques a primer de secundària. A més,



aprofitant l'anomenada web 2.0, intentarem convertir l'ordinador connectat a internet en un quadern de treball pels estudiants. D'aquesta manera aconseguirem que l'ordinador i el web siguin totes les eines que els nostres estudiants necessitaran per a desenvolupar el seu treball.

El disseny de les activitats s'ha fet en base al treball previ desenvolupat a l'INS Llanerres i s'ha adaptat al web 2.0 i a la competència matemàtica que treballa l'estudi PISA i que s'ha introduït durant el 2007 en el currículum de matemàtiques a Catalunya.

En el primer capítol presentarem els contextos de l'estudi, referits a les competències matemàtiques i a la tecnologia necessària per a la seva implementació en les aules de matemàtiques. Així com la problemàtica específica que intentarem respondre amb la recerca.

En el segon capítol presentarem el marc de referència de la investigació. Aquesta recerca vindrà suportada per tres branques:

- a) Les competències matemàtiques en l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques.
- b) La resolució de problemes (Problem solving)
- c) Aprenentatge virtual

En el capítol tres mostrarem la metodologia que hem fet servir en les dues etapes de la recerca així com la població d'estudi. També mostrem les tècniques procedimentals que hem utilitzat i els elements d'anàlisi. També mostrem el disseny de l'estudi que inclou les proves, inicial i final, així com el disseny dels mòduls didàctics utilitzats.

Presentació

En el capítol quatre aprofundim en el disseny de la unitat i mòdul didàctic. Inclou, en la primera etapa, tot el material que hauran de treballar els estudiants durant un curs escolar. També inclou el disseny d'un instrument que ens ha de permetre determinar el grau de competències d'aquestes activitats d'acord amb l'estudi PISA i seguint els criteris que estableix el disseny curricular establert a Catalunya.

El capítol cinc el dediquem a les eines que hem utilitzat per desenvolupar el portal web i els criteris que hem seguit per fer-ho. Finalitzarem el capítol mostrant els criteris de qualitat que segueix.

En el capítol sis es presenten els resultats de les diverses activitats realitzades en la primera etapa de la recerca. En primer lloc mostrem els resultats sobre la prova inicial, després sobre la implementació del primer mòdul didàctic, i per finalitzar sobre la prova final realitzada. I Compararem els resultats obtinguts pels estudiants que realitzant les tasques amb eines digitals amb els que no.

En el capítol set mostrarem els resultats obtinguts en la segona etapa de la recerca. Veurem els canvis produïts en el portal com a conseqüència de les conclusions obtingudes en la primera etapa, els canvis en les activitats. I analitzarem els resultats dels treballs desenvolupats pels estudiants que participen en la recerca, ja siguin en el grup digital com en el grup no digital.

El capítol 8 el reservem a les conclusions, que estaran dividides en dues parts, les que fan referència a la primera etapa de la recerca, que mostraran els punts de partida de la segona etapa, i les corresponents a la segona etapa. Finalitzarem el capítol mostrant perspectives de noves recerques i les limitacions de la que hem desenvolupat.

Annexos i referències bibliogràfiques completen el treball realitzat.





CAPÍTOL 1.-

CAPÍTOL 1.-

CONTEXT I PROBLEMÀTICA DE LA RECERCA



CONTEXT I PROBLEMÀTICA DE LA RECERCA

Capítol 1. Context i problemàtica de la recerca

Capítol 1. Context i problemàtica de la recerca

1.1 Introducció

1.2 El context de l'estudi

1.2.1 Currículum de matemàtiques a l'ESO

1.2.2 Pas de primària a secundària

1.2.3 Competències matemàtiques a l'ESO

1.3 La tecnologia a l'aula de matemàtiques

1.3.1 La tecnologia com a eina per aprendre matemàtiques

1.3.2 Internet com a eina per aprendre matemàtiques

1.3 Interès del tema des de l'àmbit científic i social de l'educació matemàtica

1.4 Presentació de la problemàtica de la investigació

1.4.1 El problema de la investigació

1.4.2 Els objectius de la investigació

1.4.3 Les hipòtesis de treball



Capítol 1. Context i problemàtica de la recerca

1.1 Introducció

El funcionament de les classes de matemàtiques a secundària manté en general una estructura molt constant al llarg dels anys. La implantació de la primera reforma (LOGSE) i la creació de grups de treball de matemàtiques va aconseguir introduir canvis en el model d'ensenyament tradicional. La introducció de materials a l'aula va ser un dels seus elements fonamentals. Així, es va aconseguir introduir un canvi de model en el funcionament d'una classe tradicional: el professor a la pissarra explica, els alumnes asseguts en els pupitres escolten, el tema, l'activitat, l'exercici, el problema o qualsevol altra situació que se'ls explica. L'ús generalitzat de les calculadores i el seu abaratiment, han obert un altre forat en aquesta estructura i ja no se'ns fa estrany veure que aquest aparell és una eina més de treball a l'àrea de Matemàtiques, tal com pot ser-ho el llapis, l'escaire o el transportador d'angles. La previsió és que s'han d'obrir més aspectes i els ordinadors han de ser els elements fonamentals d'aquesta nova etapa. El Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya està dotant als centres de multitud d'ordinadors i d'equips multimèdia a l'aula, també hem de dir que altres comunitats a l'estat espanyol han anat molt més enllà i disposen d'aules amb un ordinador per cada dos estudiants. Però amb això no n'hi ha prou, ens cal formació i conèixer quins són els materials multimèdia que ens poden ajudar millor en el treball matemàtic a l'aula. En aquest sentit cal dir que dins l'XTEC i el portal educatiu EDU365 del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, o en el projecte DESCARTES del Ministerio de Educación, es poden trobar a l'abast del professorat molts materials multimèdia per utilitzar a les classes, però cal anar un pas més enllà en la tipologia del material a utilitzar, el web2.0 ja ha fet la seva aparició, els weblog, els wiki, els gestors de continguts, com el moodle, i moltes altres eines estan apareixent a les nostres mans i dotant d'una interactivitat molt més elevada a la xarxa.

Aquesta recerca comença amb el desenvolupament d'un projecte que pretén treballar diversos aspectes. Elaborar materials per poder treballar a l'aula i testar i comprovar que facin allò pel que s'han dissenyat. Els materials que utilitzarem els hem desenvolupat durant els darrers anys a l'INS Llanerres de a Sant Andreu de Llanerres.

1.2 El context de l'estudi

En tota recerca un aspecte essencial és el context on es durà a terme. Donat que la recerca es farà amb alumnat de secundària parlarem primer del currículum que s'estudia actualment a Catalunya i farem una comparació amb el currículum de primària per veure com es fa la transició dels estudiants des d'aquest nivell fins a l'ensenyament secundari.

1.2.1 Currículum de matemàtiques a l'ESO

En el curs 2007-08 s'implanta el nou currículum de matemàtiques, adaptat a la nova llei d'educació desenvolupada pel govern de l'estat. En aquest currículum apareix per primera vegada molt desenvolupat el terme competència matemàtica. Així com en el currículum LOGSE predominaven els continguts, separats en procediments, fets, conceptes i sistemes conceptuals i valors, actituds i normes, en aquest nou currículum el pes rau en la competència matemàtica que han de tenir els estudiants al finalitzar l'ESO. Això és important atès que implica que el focus d'atenció es troba localitzat sobre els estudiants i no tant sobre els continguts de l'àrea. La conceptualització parteix del projecte Kom realitzat Niss(1999).

Un altre dels elements nous que apareixen en aquest currículum són les referències a les competències bàsiques. Tot i que des de l'any 2002 s'han vingut realitzant



aquestes proves, aquesta és la primera vegada que apareixen referenciades en el currículum com a tal. En aquest sentit és considerat que tot el treball que es realitzi, a banda d'aconseguir que els nostres estudiants siguin competents matemàticament parlant, hauran de ser competents en el coneixement i interacció amb el món físic, hauran de tenir competència en tractament de la informació i competència digital, ser competents en autonomia i iniciativa personal, tenir capacitat per aprendre a aprendre, competents en comunicació lingüística i en expressió cultural i artística i finalment tenir competència social i ciutadana.

Pel que fa l'estructuració dels continguts d'aquest currículum se'ns plantegen cinc grans blocs de contingut, molt relacionats amb els de primària. Aquests blocs són: Numeració i càlcul, Cavi i relacions, espai i forma, mesura i estadística i atzar.

A banda del fet d'uns continguts fonamentals que s'hauran de treballar al llarg de tots els cursos de l'ESO, es consideren una sèrie de processos que s'han de treballar sempre. Aquest són: la resolució de problemes, el raonament i la prova i la comunicació i la representació. No oblidem en cap cas la connexió que hi ha entre les matemàtiques i la resta de les àrees que treballen els nostres estudiants.

Veient aquest darrer apartat podem observar una clara semblança amb el projecte dels Estàndards (2000) del NCTM nord americà, amb la substitució del bloc de canvi i relacions pel d'àlgebra.

Si veiem la formulació dels continguts d'aquest nou currículum ens adonarem del que representa el que hem exposat en aquest apartat. El contingut s'estructura a partir del que han de ser capaços de fer els estudiants a cada nivell.

1.2.2 Pas de primària a secundària

Pel que fa al pas de primària a secundària amb aquest nou currículum no ha de suposar, per als estudiants, cap canvi en la manera de treballar. Atès que els mateixos fonaments es plantejant en ambdós nivells educatius. Però això no serà

de manera immediata, atès que el Departament d'Educació, actualment Departament d'Ensenyament, va plantejar que el nou currículum LOE es començarà a aplicar en el cicle superior de primària durant el curs 2009-2010.

En aquest sentit cal entendre que durant un període de 3 o 4 anys s'ha treballant a primer de secundària amb alumnes que procedeixen d'un ensenyament que manté una estructura i una manera de treballar, diferent de la que hem trobat a partir del curs 2010-2011.

1.2.3 Competències matemàtiques a l'ensenyament secundari

El mot competència matemàtica comença a aparèixer públicament als inicis de l'actual segle, a nivell local atès que s'introdueixen les proves de competències bàsiques en l'ensenyament i a nivell més acadèmic apareix a finals del segle passat amb els treballs de Niss(1999) sobre la competència matemàtica.

Però, què en quin sentit hem de parlar de competència matemàtica? La definició més habitual del mot competència fa referència a la rivalitat entre dues entitats, poden ser persones, empreses, pobles, etc. Però quan parlem de competència en sentit educatiu estem fent referència a aquell *“repertori de conductes que un individu posseeix i que estan relacionades amb un desenvolupament superior o reeixit en un treball concret dins d'una organització determinada”*, segons el diccionari de la Real Academia Española de la Lengua.

És en aquest sentit en què el projecte PISA, que té els seus inicis l'any 1997, defineix el mot competència matemàtica, projecte en el qual ha participat activament Mogen Niss. La definició de competència matemàtica que s'estableix en aquest projecte és:



“La capacitat de l'estudiant per identificar, comprendre el paper que tenen les matemàtiques al món, per fer judicis ben fonamentats i per utilitzar les matemàtiques i participar-hi d'una manera que satisfaci les necessitats de la vida d'aquest individu com un ciutadà reflexiu, constructiu i compromès”. (Estudi PISA 2000/2003)

Hem de dir que a més de la terminologia competència matemàtica també s'utilitza la d'alfabetització matemàtica, encara que segons els autors prefereixen usar un més que altre. Val a dir que per diverses raons, el mateix Mogen Niss prefereix parlar d'alfabetització matemàtica per sobre del terme competència matemàtica.

1.3 La tecnologia a l'aula de matemàtiques

Tot i que la tecnologia sempre ha estat present a l'aula de matemàtiques, només hem de pensar en els àbacs, el quipu pel càlcul aritmètic, o el compàs, regles i transportadors d'angles per a la mesura en geometria. Les eines digitals han entrat en força en el món, i com no podia ser d'una altra manera, intenten fer-se un lloc a les aules, segurament amb més força i amb més claredat que les calculadores.

1.3.1 La tecnologia com a eina per aprendre matemàtiques

Sembla que darrerament amb la implantació dels ordinadors hem començat a parlar de la tecnologia com una eina per aprendre matemàtiques, les TIC, NTIC o TAC en funció del moment, poden arribar a ser una eina fonamental per aprendre.

Però no descobrim res si diem que la tecnologia sempre s'ha utilitzat per a l'aprenentatge en general, i aprenentatge de les matemàtiques en particular. Les calculadores ens han ajudat a calcular, però els àbacs han fet durant molt de temps la mateixa tasca. Ara tenim programes que ens ajuden a dibuixar amb precisió però sempre hem disposat del compàs, de les regles per dibuixar corbes etc.

La pissarra i el guix segurament són les eines tecnològiques més utilitzades amb diferència en el món de l'ensenyament. Probablement el fet de poder utilitzar la pissarra ens ha fet deixar de banda molts altres recursos, tecnològics, que ens podien facilitar l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques. Això també té a veure amb el tipus de matemàtiques que s'ensenyaven. Durant els darrers 30 anys l'ensenyament de les matemàtiques ha evolucionat des de una disciplina entesa en un sentit molt restrictiu, una disciplina científica teòrica, unificada, estructurada en un seguit de sub-disciplines, on l'ús d'eines tecnològiques no era necessària, a una disciplina que inclou tot el que hem comentat anteriorment i a més una ciència aplicada, un sistema d'eines socials i tecnològiques, un tema educatiu i fins i tot un camp estètic i de joc. És en aquesta darrera interpretació on la importància de la tecnologia ha anat guanyant adeptes. Entenem tecnologia en un sentit molt ampli. Els materials que s'havien fet servir temps enrere tornen a tenir sentit en la seva utilització didàctica. Però això no representa cap novetat, Félix Klein ja parlava en els inicis del S. XX de la necessitat del treball amb eines concretes per tal d'aprofundir en el coneixement dels conceptes matemàtics. Podem trobar molts més exemples d'aquestes tesis, Puig Adam, Santaló, o De Guzman proposen situacions semblants a les descrites.

1.3.2 Internet com a eina per aprendre matemàtiques

El e-learning és l'aprenentatge realitzat a partir de mitjans electrònics, l'ús de la tecnologia i les NTIC són el suport d'aquest nou concepte d'educació. Però no és tan nou com sembla, des del moment que s'han anat introduint aparells a l'aula, vídeo, àudio, projecció d'imatges el e-learning ja fa la seva aparició.

Segons l'article “Estado actual de los sistemas e-learning” de Francisco José García Peñalvo de la Universidad de Salamanca actualment, el e-learning es fonamenta en tres aspectes:

1. El e-learning treballa en xarxa, això fa que pugui ser immediatament actualitzat, emmagatzemat, recuperat, distribuït i permet compartir instrucció o informació.
2. S'entrega a l'usuari a partir dels ordinadors utilitzant la tecnologia d'internet.
3. Dona una visió més ampla de l'aprenentatge.

En el llibre “EDUCAR EN RED” del qual en son editors José Ignacio Aguaded i Julio Cabero podem trobar els elements fonamentals que ha de tenir una pàgina web per tal que compleixi el seu objectiu pedagògic. Han de ser els següents:

- 1) Textos, gràfics i animacions.
- 2) Vídeo i àudio
- 3) Connexions a bases de dades
- 4) Interactivitat
- 5) Fòrums de discussió
- 6) Correu electrònic
- 7) Xat

No tots aquests seran realitzables en cadascuna de les unitats temàtiques que formen part del projecte que hem desenvolupat per diferents motius. Però pretenem que la interactivitat sigui un element present de manera permanent en cadascuna d'elles, així com elements multimèdia que faran molt més atractiva la web.

Un dels altres aspectes fonamentals que volem que es manifesti en el treball, per tal de poder estudiar la seva viabilitat, té a veure amb la possibilitat que els estudiants amb algun tipus de deficiència puguin accedir amb el mínim de limitacions possibles als continguts de la web. Dit d'altra manera, volem que la pàgina web sigui accessible per a persones amb deficiències. Els elements que ens han de permetre fer això seran els següents:

- a) Imatges: Sempre han d'anar acompanyades d'un text explicatiu.

b) Animacions: S'ha de mirar d'ometre el màxim possible l'ús d'aquests recursos, o si apareixen buscar-ne de complementaris per tal de poder fer arribar la informació a tothom de manera adequada.

c) color: No hem de fer notar els canvis de color per tal de fer notar la informació important.

d) Hipertext: Han de tenir sentit per ells mateixos.

e) Idioma: Haurem d'especificar clarament en quin idioma està feta la web i si apareix un canvi fer-ho notar.

f) I sempre s'han d'organitzar els continguts de manera clara i lògica.

g) Evitar l'ús de taules. Si les fem servir caldrà fer notar els encapçalaments.

Quina mena d'activitats podem trobar actualment a internet? Fent una revisió del web podem trobar, entre d'altres, els següents portals educatius relacionats amb les matemàtiques. Aquests portals estan escrits en català o castellà. Si afegíssim altres llengües, francès o anglès, ampliarem molt el llistat però les línies generals amb el que estan dissenyats seria la mateixa.

Autors	Nom	Adreça web	Àmbit	Tecnologia	Comentaris
Departament d'Educació	INTERM@TES	http://www.edu365.cat/aulanet/intermates/	Matemàtiques a la ESO	Java i Flash	Conjunt d'activitats de matemàtiques que poden ser aplicables als 4 cursos de la ESO. Són activitats aïllades que s'han d'entendre com a reforç o ampliació d'altres activitats que es fan a la classe. S'hauria d'actualitzar
Roger Rey y Fernando Romero.	GENMAGIC	http://genmagic.org/	Diverses àrees educatives ESO i Primària	Flash i Java script	Conjunt d'aplicacions educatives
	Jugar amb els números	http://www.xtec.cat/~dcastell/webnumeros/index.htm	Activitats sobre números: dels naturals als reals. Tota la ESO i Primària.	Flash	Conjunt d'activitats interactives desenvolupades amb flash per treballar tots els conjunts numèrics. Sobre tot treballa la part operativa dels nombres
Departament d'Educació, Francesc Busquets	Jclic	http://www.edu365.cat/aulanet/intermates/	Primària, ESO i BAT	Java	Programa que permet generar aplicacions educatives adreçades a qualsevol àmbit. El programa no és un entorn, però degut a la enorme quantitat d'aplicacions és pot considerar com a tal.
Ministerio de Educación y ciencia	DESCARTES	http://descartes.cnice.mecd.es/	Primària, ESO i BAT	Java	Applet Java que permet generar activitats educatives que es poden insertar en qualsevol pàgina web. De concepció semblant al Jclic, però amb lleugeres diferències, sobre tot que aquest només s'aplica a matemàtiques. El volum d'activitats és enorme.

Taula 1: Portals educatius presents a la xarxa

Aquests portals educatius es caracteritzen per estar elaborats en llenguatge flash o Java. Presenten tots ells un conjunt d'activitats per tal que els estudiants puguin treballar-les. Presenten diferents graus d'interactivitat i disposen de diferents recursos multimèdia.

Una de les coses que cap d'aquests portals presenten és una manera de poder recollir el material que generen els mateixos estudiants quan realitzen les activitats que se'ls proposen. Actualment en el web 2.0 s'estan desenvolupant productes que permeten recollir la feina dels estudiants. Podem parlar de wikis, blogs o fòrums. Això és possible gràcies a l'ús del llenguatge PHP, que permet relacionar les pàgines HTML amb les bases de dades, que permeten l'enregistrament en el servidor de la tasca feta.

Per tal de cobrir aquest aspecte que queda buit, hem decidit elaborar les activitats que formen el treball, en aquest llenguatge, PHP. Això ens permet considerar cadascuna de les activitats com un formulari i recollir, en una base de dades o en un fitxer de text, els treballs que realitzin els estudiants. En aquesta mena de pàgina també es pot realitzar un sistema d'avaluació de les activitats realitzades. Com moltes de les activitats no són de resposta única hem optat per no utilitzar aquest sistema. Per altra banda, com no deixa de ser una pàgina web, també ens permet inserir diversos elements multimèdia: *flash*, *java* etc.

El programari que utilitzarem per elaborar el conjunt d'activitats que complementarà els fitxers elaborats en php que permeti l'aprenentatge telemàtic, tipus *EXE*, *JCLIC*, applets *java*, *javascript*, *GEOGEBRA* etc. Val a dir, que molt programari lliure destinat a usos educatius està apareixen contínuament, per tant aquest llista no pretén ser en cap cas exhaustiva ni completa.

1.4 Interès del tema des de l'àmbit científic i social de l'educació matemàtica

Durant els darrers anys s'estan instal·lant en els nostres centres educatius ordinadors, ja sia en aules d'informàtica o en forma de kits multimèdia a les aules ordinàries. Aquesta inversió representa una quantitat molt important de diners i d'esforços. Des del punt de vista social hem de procurar que tota aquesta inversió sigui útil en el sentit que ha estat previst: què aquestes eines puguin ésser



utilitzades a les aules per allò que han estat comprades, per ajudar a l'aprenentatge dels nostres estudiants.

Com ja hem dit, hi ha molts materials disponibles en el web, però acostumen a ser materials que tracten temes molt concrets, com per exemple el *GEOCLIC*, excel·lent material que permet treballar la geometria a l'ensenyament secundari, o d'altres conjunts d'activitats realitzats amb el programa CLIC: Nombres racionals, equacions etc. Tots ells amb un determinat tipus d'interactivitat. Per altra banda hi ha materials elaborats amb programes tipus flash, que poden donar molta més interactivitat que el JCLIC, però que la seva corba d'aprenentatge és molt alta, i cal tenir present que aquests materials un cop elaborats només el seu autor els pot modificar i en el cas que el seu codi fos accessible, cal tenir un bon coneixement del programa i del seu llenguatge de programació (Actionscript) per poder millorar les activitats desenvolupades

Però això haurem de tenir present en primer lloc, la utilitat d'aquestes eines per a l'aprenentatge de les matemàtiques, i en segon lloc, que malgrat hi ha un volum prou extens d'activitats, per exemple recursos de matemàtiques de la XTEC o el projecte INTERM@TES a l'EDU365, aquests encara no es troben organitzats per poder ser utilitzats a les aules. Això no representa cap problema per aquells professors més motivats, que poden navegar per la xarxa a la recerca de continguts per poder aplicar a les seves aules, organitzant així els continguts del que treballaran a l'aula, però per altra banda, fa que aquells professors amb menys motivació i/o disponibilitat no s'acostin a aquestes eines i romanguin utilitzant a les aules, metodologies més tradicionals, llibre de text i pissarra fonamentalment. Pensem que un material de l'estil que hem desenvolupat afavoriria la possibilitat que molts professors s'acostessin a les TIC com a material habitual de treball.

Aquesta tecnologia i aquests materials s'han dissenyat per què els nostres estudiants aprenguin matemàtiques. Però estem davant d'una situació relativament nova, és la primera vegada que els nostres centres educatius disposen d'aquest

volum d'equipament informàtic per ser utilitzat de manera habitual a les nostres classes i no de manera esporàdica, com venia passant fins ara, on una aula d'informàtica donava servei a tot un institut de secundària. Per tant, també és la primera vegada que els materials que es dissenyin per treballar amb els ordinadors seran utilitzats de manera habitual pels professors dels nostres centres, i fins i tot pels estudiants fóra dels centres escolars, atès que gràcies a internet l'accés a aquesta mena d'activitats serà global.

És molt important doncs, conèixer com interactuen els estudiants amb els ordinadors i amb els materials que es dissenyen. Això ens haurà de permetre crear aquests materials de manera eficient per al propòsit que pretenen i també ens haurà d'ajudar a conèixer quina ha de ser la millor distribució d'aquestes eines informàtiques en els nostres centres. Per altra banda, hi ha també un element que vindrà influenciat per aquesta tecnologia i que ens caldrà conèixer, i fa referència a com ha de canviar l'estructura habitual de les classes que es desenvolupen en els nostres centres degut a aquesta tecnologia.

Existeixen treballs que estan valorant l'ús de les TIC en l'aprenentatge dels alumnes, Podem citar-ne els següents:

a) “Sobre el desarrollo del sentido geométrico y el uso del software dinámico” , (Camacho, M.i Manuel, L, 2006) on plantegen en la seva recerca dos problemes que no només afavoreixen la construcció de relacions matemàtiques, sinó també l'exploració i recerca de connexions o extensions dels problemes.

b) “La utilización de los medios virtuales para la formación geométrica del alumnado con déficit auditivo”. (Muria, S. i Rosich, N., 2007) que mostren el treball de tres unitats didàctiques en la xarxa i presenten les dificultats que té l'alumnat deficient auditiu envers els seus companys.



Tot i que no té a veure amb entorns virtuals, es interessant el treball de (Chamorro, C.,2003) sobre las dificultats de lectura i comprensió dels problemes matemàtics on es determinen algunes de les característiques dels alumnes que fracassen en la resolució de problemes i es proporcionen pautes didàctiques per al tractament d'aquestes dificultats específiques.

Cal assenyalar també, que l'any 2004 dins les sessions de la universitat d'estiu de Cantabria es va realitzar a Santander el curs: “Usos matemàtics de Internet” , on diversos especialistes van dictar conferències sobre l'ensenyament de les matemàtiques i internet. La visió d'aquestes conferències es troba accessible des de internet a la adreça

http://www.campusred.net/aulaabierta/Asp/usos_matematicos.asp#enlace2

que ens ha servit d'orientació en la planificació del treball.

1.5 Presentació de la problemàtica de la investigació

Les transformacions socials i els avenços tecnològics, repercuteixen en els mitjans educatius, de manera que s'han de repensar les noves formes d'ensenyar i d'aprendre. Com veurem en el marc teòric, en general, són pocs els estudis que s'han dedicat a la comparació entre l'ensenyament i aprenentatge dels coneixements matemàtics utilitzant les noves tecnologies i amb llapis i paper.

Si que hi ha treballs que estableixen l'existència de nous paradigmes en l'ensenyament en general i de les matemàtiques en particular. Barr i Tagg (1995) on estableixen que *hi ha l'escola que proveeix instrucció enfront de l'escola que produeix aprenentatge*.

Respecte a la utilització de la tecnologia en l'ensenyament de les matemàtiques amb alumnat de diferents nivells, les investigacions s'han centrat en els aspectes següents: sobre l'ús de l'ordinador com a mediador de l'ensenyament presencial (Arcavi i Hadas 2000). Per professors trobem els treballs de la utilització de

Capítol 1. Context i problemàtica de la recerca

programari educatiu específic, *cabri geometrie*, *Suposer*, etc. i d'altres programes utilitzats (Sutherland y Balacheff, 1999). Sobre la utilització del entorn *Cabri* els interessos han estat variats, així Laborde(2001) va investigar els escenaris d'aprenentatge dissenyant activitats geomètriques, Murillo (2001) va analitzar les teleintervencions desenvolupades semipresencialment. També l'entorn INTERMATES, (Fortuny i Giménez 2002) té mini unitats didàctiques (MUD) per què els alumnes de secundària puguin treballar-hi. Rodríguez (2002) fa un estudi sobre l'aprenentatge matemàtic com a construcció social del coneixement en un entorn web, els quals van demostrar l'efectivitat del mateix en la formació matemàtica.

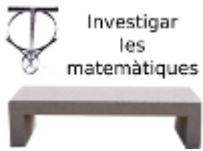
Si bé el caràcter innovador i diversitat dels diferents interessos mostrats en les investigacions anteriors es troben en un estadi molt inicial, els treballs que es dediquin a la comparació entre el treball presencial i el telemàtic poden aportar moltes dades d'utilitat per als professors per poder implementar l'ús dels ordinadors i d'Internet a les seves aules.

1.5.1 El problema de la investigació

Una vegada hem plantejat el tema i els contextos del problema al qual volem intentar donar resposta, cal que ens plantegem el problema de la recerca

Un material informàtic elaborat seguin els criteris exposats i donats per (Aguaded, J.I. i Cabrero, 2002) pot ser utilitzat de manera eficient en les classes de matemàtiques de primer de secundària per alumnes que tinguin diversos ritmes d'aprenentatge?

L'estructura de les classes de matemàtiques que pretenem treballar en la recerca es fonamenten en el que s'anomena classe laboratori (Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, JM, 1991). Segons aquestes autors en tota classe, ja sigui virtual o



presencial ha d'haver-hi:

- 1.- Una introducció al tema,
- 2.- Donar a conèixer els objectius
- 3.- Una presentació de les investigacions
- 4.- Discussió i contrast en gran grup,
- 5.- Exercicis d'utilització i consolidació i de problemes d'extensió i ampliació.

Amb aquesta estructura de classe la pregunta inicial, molt extensa per si mateixa, la podem descompondre en una pregunta per les dues primeres parts, i una per les altres tres parts. Ara bé, l'objectiu d'aquest treball no és valorar un material digital i un treball per part dels alumnes en absència absoluta de professor. Entenem que la introducció al tema i els objectius de l'activitat a realitzar necessiten, virtualment i presencialment, la intervenció del professor de la classe. Així com els fòrums poden ser útils per a la discussió i contrast, sembla interessant no deixar de banda mai la possibilitat de realitzar aquesta activitat en gran grup personalment. Tot i que el material informàtic existirà.

Altres qüestions que es planteja la recerca:

1. Petites investigacions matemàtiques poden ser portades a terme de manera eficient amb alumnes de primer d'ESO amb l'ajut de suport informàtic?
2. La realització d'exercicis d'utilització i consolidació realitzats davant d'un ordinador poden ser més útils que els realitzats davant de paper i/o pissarra?
3. La possibilitat de treballar amb ordinador afavoreix que els alumnes puguin treballar a diferents ritmes i tots amb possibilitat d'èxit?

1.5.2 Els objectius de la investigació

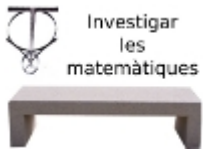
Els objectius de la recerca són:

- O1) Implementar un sistema de treball telemàtic que permeti als estudiants de primer d'ESO desenvolupar les activitats matemàtiques corresponents a aquest curs.
- O2) Dissenyar una eina que ens permeti establir el grau en que es treballen les competències matemàtiques en les activitats proposades.
- O3) Identificar els criteris que ens han de permetre modificar el disseny de les activitats per tal de potenciar el treball matemàtic dels estudiants.
- O4) Realitzar una proposta de disseny de material per treballar les matemàtiques adaptat a la diferent diversitat d'alumnat que podem tenir en un centre educatiu.

Com a ampliació del que hem explicat, dels objectius del projecte és crear un portal web on les activitats dissenyades es puguin trobar en català, castellà i anglès i així puguin ser utilitzades per una diversitat d'alumnes i professors.

1.5.3 Les hipòtesis de treball

Pensem que l'estructura de les activitats que realitzaran els estudiants afavoriran el seu aprenentatge. Una activitat inicial que motivi el treball dels estudiants, un seguit d'activitats que permetin fonamentar les idees introduïdes en aquest problema inicial i elements històrics que facin situar en una temps i un context allò que s'està treballant, fa que els estudiants millorin el seu aprenentatge de les



matemàtiques. En aquest sentit les hipòtesis del treball faran referència sobre tot a l'aplicació d'aquests materials amb eines informàtiques.

H1) L'ús d'eines informàtiques interactives amb els estudiants proporcionen un element de motivació molt important per als estudiants de primer d'ESO.

H2) El grau de treball dels estudiants amb els ordinadors serà superior al dels estudiants que treballen amb llapis i paper.

H3) Les activitats realitzades permeten el treball de la diversitat d'alumnat que podem trobar a les aules de secundària.

H4) Les interaccions entre els estudiants ens han de permetre modificar les activitats que es realitzen per tal de fer-les més funcionals.

CAPÍTOL 2.

CAPÍTOL 2.

MARC REFERENCIAL



MARC REFERENCIAL

Capítol 2.- Marc referencial

2.1 Introducció

2.2 Les competències bàsiques en l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques

2.2.1 El projecte KOM (Mogen Niss)

2.2.2 El projecte PISA i les competències

2.2.2.1 El procés matemàtic: la matematització

2.2.2.2 El contingut matemàtic

2.2.2.3 Caracterització de les competències matemàtiques i els nivells

de dificultat

2.2.3 Les competències matemàtiques i el nou disseny curricular

2.2.4 Diferències i semblances entre el projecte KOM i el curricular

2.3. Resolució de problemes

2.3.1 La resolució de problemes

2.3.2 La resolució de problemes en els estàndards del NCTM

2.3.3 La resolució de problemes en el currículum

2.4. Aprenentatge amb mitjans virtuals: e-learning

2.4.1 Les competències digitals

2.4.2 Estàndards i especificacions en e-learning

2.4.3 Model d'aprenentatge: implicacions en el procés d'aprenentatge

2.4.4 Procés d'avaluació de webs educatives. Alguns exemples

2.4.5 Avaluació i gestió d'aula



Capítol 2.- Marc referencial

2.1 Introducció

En aquest apartat del treball presentarem el marc teòric en el qual fonamentarem el treball que presentem. Aquest marc referencial té tres branques que el sustenten:

- a) Les competències matemàtiques
- b) La resolució de problemes i,
- c) Aprenentatge amb mitjans virtuals.

Pel que fa a les competències matemàtiques, a partir del projecte KOM presentarem les competències utilitzades en el projecte PISA per tal de mesurar la competència matemàtica dels estudiants de 15 anys als països de la OCDE. Però no podem oblidar que durant l'any 2007 es va establir un nou currículum a Catalunya fonamentat també en l'assoliment de la competència matemàtica. No podem acabar aquest apartat sense comparar ambdós projectes per veure les semblances i diferències entres els dos.

La segona branca on es fonamenta el treball és la resolució de problemes. Aquí ens hem de referir necessàriament als treballs inicials sobre resolució de problemes, hem de veure la seva aplicació a les matemàtiques i després revisar les opinions i treballs de dos personatges fonamentals sobre aquesta disciplina: Polya i Schoenfeld. L'any 2000 el NCTM publica els seus principis i estàndards. Un dels pilars de la seva proposta és la resolució de problemes. Podrem veure una gran semblança entre tres propostes que mostrem en aquest treball: projecte PISA, Currículum del Departament d'Educació i Principis i estàndards del NCTM. Un altre treball que ens ha de servir de referència, tot i ser publicat l'any 1986 és l'informe Cockroft, publicat a Espanya amb el nom de "Las matemáticas si cuentan". Atès que

Capítol 2.- Marc referencial

aquest treball pretén treballar al voltant del currículum hem de finalitzar aquest apartat fent una revisió dels processos de resolució de problemes que s'estableixen en l'actual currículum del sistema educatiu, comparant-lo amb les teories exposades anteriorment.

La darrera branca del treball és l'aprenentatge amb mitjans digitals, e-learning o b-learning. En aquest apartat caldrà veure, primer de tot què entenem per competències digitals, i a partir d'aquí, quins són els estàndards i especificacions pel que fa al e-learning o al b-learning, veurem quines són les línies de treball, les eines que ens permeten disposar. Per acabar revisarem les anomenades comunitats d'aprenentatge.

2.2 Les competències bàsiques en l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques

L'estudi de les competències en l'educació és relativament recent. Anteriorment es parlava més d'habilitats en sentit ampli, hi ha autors que ho assimilaven al terme competència com si fossin sinònims. En l'ús quotidià, ambdós termes tenen significats propis que permet diferenciar-los: capacitat i volum; competència i rivalitat. Però també existeixen accepcions similars que fan que, molt sovint, s'utilitzin indistintament. Un d'aquests significats comuns és el que fa referència a la possessió d'autoritat per realitzar algun acte, i l'altre és el que s'ocupa de descriure la qualitat o coneixement que pot tenir una persona sobre algun tema. En el seu compendi de termes de psicologia, Dorsch (1985) descriu el terme general *capacitat*, com el conjunt de condicions necessàries per portar a terme una activitat concreta. Són qualitats complexes, adquirides progressivament, i que controlen la realització d'aquesta activitat (p. 96). En el cas de les matemàtiques el projecte KOM ha marcat un abans i un després, ja que ha establert la noció de competència.

2.2.1 El projecte KOM

Aquest projecte tenia com a objectiu establir un currículum de matemàtiques fonamentat en les competències matemàtiques. Aquest projecte implica un canvi important en la manera de plantejar els currículums. En general, els currículums han donat sempre més importància als continguts de les àrees més que posar l'accent en l'adquisició per part dels estudiants. En aquesta nova situació el focus es trasllada als estudiants i no tant en els continguts.

Per tal de poder portar a terme aquesta idea cal, primer de tot, determinar quins són els problemes que s'hauran d'afrontar, (Niss, 2002) els divideix en tres grans blocs:

1. Problemes de justificació social.

Es detecta que tot i que les matemàtiques són un coneixement rellevant socialment, no s'acaba de veure la importància que tenen a nivell individual.

2. Problemes d'aplicació de l'assignatura per part del professorat.

En aquest apartat considera dos nivells, per una part la dels professors o mestres que treballen amb estudiants fins a 14 anys (8é grau o 2n d'ESO), on predomina el coneixement de com cal ensenyar, i de la resta de professors on predomina allò que s'ha d'ensenyar.

3. Problemes d'avaluació

No hi ha instruments validats per avaluar aquest procés.

La qüestió fonamental que es van plantejar els membres del projecte KOM va ser:

QUÈ SIGNIFICA SABER MATEMÀTIQUES?

La resposta que donen a aquesta qüestió és que, per saber matemàtiques cal tenir competència matemàtica. I quan es posseeix la competència matemàtica? Doncs quan una persona és capaç d'entendre, jutjar, fer i utilitzar les matemàtiques en situacions contextuals dins de l'àrea de les matemàtiques i en situacions contextuals de fora de l'àrea de les matemàtiques, i en qualsevol situació on les matemàtiques poden jugar un paper.

El coneixement de fets i les tècniques bàsiques s'inclouen en aquest saber matemàtiques, en aquesta competència matemàtica.

El projecte pren com a base de sortida el treball en competències de Niss(1999). Aquest estableix 8 competències agrupades en dos grans grups:

Segons aquest projecte, aquestes competències han de ser un element més per elaborar els currículums i els sistemes d'avaluació.

Pel que fa al currículum s'ha de cercar una interrelació entre els seus elements i les competències matemàtiques, de manera que puguem establir una taula de doble entrada on en la primera columna hi trobarem els elements del currículum i en la primera fila les competències matemàtiques, de manera que a primera vista podem relacionar els diversos elements del currículum amb les competències matemàtiques que treballen. Recordem que el currículum ha de recollir també, aquells aspectes històrics del seu desenvolupament i els aspectes que en són propis de les matemàtiques.

Pel que fa als sistemes d'avaluació el projecte estableix que cadascuna de les competències tenen tres dimensions:

a) La primera fa referència al grau d'assoliment de la competència. S'han de dominar els aspectes de la competència.



b) El seu radi d'acció, en quin ventall de contextos i situacions es pot activar la competència.

c) Nivell tècnic, en quin grau conceptual i tècnic de les eines i entitats que s'han activat en la competència.

Fixem-nos que aquest procés que acabem de descriure ens ha de permetre establir el sistema curricular, descriure la pràctica educativa i proporcionar instruments per controlar l'ensenyament i l'aprenentatge que en fan els professors i els estudiants.

2.2.2 El projecte PISA i les competències

Atesa la importància que ha adquirit aquest projecte d'avaluació durant els darrers anys, prenent-se com un referent a l'hora de mesurar la competència matemàtica dels nostres estudiants, cal destacar els aspectes més interessants i importants d'aquest projecte, a l'hora ús que em farem en la nostra recerca.

Aquest projecte té el seu origen en el treball “Measuring Student Knowledge and Skills. A new framework for Assessment” publicat per la OCDE l'any 1999. Entre els seus autors hi havia Mogen Niss, que va complementar aquest treball amb l'article “Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM Project”(2002).

Un dels altres elements importants que fonamenten el treball és l'enfocament realista (Holanda, Dinamarca, EEUU), tendència didàctica en que prenen especial rellevància els processos de matematització a partir de situacions reals i de la dinàmica de la resolució de problemes com a motor de l'aprenentatge, coneguda com educació matemàtica realística (RME) . Aquesta idea també la trobem expressada per Wolfram C. (2011).

En aquest projecte les matemàtiques s'avaluen a partir dels següents aspectes:

a) **El procés matemàtic o matematització**, definit amb l'ajuda de les competències. Aquestes inclouen l'habilitat de formular bones preguntes, l'ús del llenguatge matemàtic, la construcció de models matemàtics i les habilitats de resolució de problemes situats en contextos determinats.

La resolució de problemes és la base de l'estudi PISA. El procés fonamental que els estudiants utilitzant per a treballar aquesta activitat rep el nom de matematització.

El cicle de la matematització s'inicia en un problema emmarcat a la realitat. S'identifiquen les matemàtiques que hi són aplicables. És redueix la realitat potenciant els trets matemàtics de la situació, transformant el problema real en un problema matemàtic. Es resol el problema matemàtic. Es dona sentit al problema real a partir de la solució trobada. No podem menysprear la importància del problema inicial a partir del qual es treballa, problema que sortirà d'una pregunta que ens fem al voltant d'un tema que ens interessa. És per tant important assenyalar la importància de fer bones preguntes.

b) **Les competències**, segons la definició de competència matemàtica segons PISA es considera la competència com:

“L'aptitud d'un individu per identificar i comprendre el paper que desenvolupen les matemàtiques en el món, assolir raonaments ben fonamentats i utilitzar i participar en les matemàtiques amb les necessitats de la seva vida com a ciutadà constructiu, compromès i reflexiu.”(pàg 6)

I sempre segons PISA, per assolir la competència matemàtica cal

- Pensar i raonar

Formular preguntes característiques de les matemàtiques. («Hi ha...?», «En aquest cas, quants?», «Com puc trobar...?»); conèixer els tipus de respostes que donen les matemàtiques a aquestes preguntes; diferenciar entre els diferents tipus d'afirmacions (definicions, teoremes, conjectures, hipòtesi, exemples, asseveracions condicionades); i entendre i tractar l'amplitud i els límits dels conceptes matemàtics donats

- Argumentar

Saber el que són les demostracions matemàtiques i en què es diferencien d'altres tipus de raonament matemàtic; seguir i valorar l'encadenament d'arguments matemàtics de diferents tipus; tenir un sentit heurístic («Què pot o no pot passar i per què?»); i crear i plasmar arguments matemàtics.

- Formular i resoldre de problemes

Representar, formular i definir diferents tipus de problemes matemàtics (per exemple, “pur”, “aplicat”, “obert” i “tancat”); i la resolució de diferents tipus de problemes matemàtics de diverses maneres.

- Construir de models

Estructurar el camp o situació que es vol modelar; traduir la realitat a estructures matemàtiques; interpretar els models matemàtics en termes de “realitat”; treballar amb un model matemàtic; validar el model; reflexionar, analitzar i criticar un model i els seus resultats; comunicar opinions sobre el model i els seus resultats (incloent les limitacions de tals resultats); i supervisar i controlar el procés de construcció de models.

Capítol 2.- Marc referencial

- Utilitzar operacions i un llenguatge simbòlic i tècnic

Descodificar i interpretar el llenguatge formal i simbòlic i comprendre la seva relació amb el llenguatge natural, traduir del llenguatge natural al llenguatge simbòlic/formal; manejar afirmacions i expressions amb símbols i formules; utilitzar variables, resoldre equacions i realitzar càlculs.

- Utilitzar materials de suport i eines

Tenir coneixements i ser capaç d'utilitzar diferents materials i eines de suport (incloses les tecnologies de la informació) que poden ajudar en la realització de l'activitat matemàtica; i conèixer les seves limitacions.

- Representar

Descodificar i codificar, traduir, interpretar i diferenciar entre les diverses formes de representació de les situacions i objectes matemàtics i les interrelacions entre les diverses representacions; seleccionar i canviar entre diferents formes de representació depenent de la situació i el propòsit.

- Comunicar

Això comporta saber expressar-se de diferents maneres, tant oralment com per escrit, sobre temes de contingut matemàtic i entendre les afirmacions orals i escrites de terceres persones sobre els esmentats temes.

Font: Marc Conceptual per a l'avaluació. PISA 2003. Consell Superior d'Avaluació

A més, aquestes competències poden mostrar diferents nivells de complexitat. Aquest apartat es interessant, atès que fins aquest punt hi ha força semblança entre el currículum aprovat pel departament i el projecte PISA, aquests nivells de complexitat no apareixen representats en el currículum.

Aquests nivells de complexitat son:

1. **Grup de Reproducció:** Exigeix reiterar coneixements que ja s'han treballat, dur a terme procediments rutinaris. Exemple: Llegir el valor d'un gràfic, fer càlculs aritmètics senzills, ordenar un nombre reduït de números, identificar i llistar resultats combinatoris senzills.

És important assenyalar que aquestes activitats són aquelles que per resoldre-les no cal aplicar una línia de raonament. És clar el que s'ha de fer, i només amb en un pas arribarem a trobar allò que se'ns demana. No hi ha una seqüència de passos per arribar a un resultat. És interessant assenyalar que gran part de les activitats incloses en els llibres de text estan incloses en aquest grup.

2. **Grup de connexions:** per resoldre problemes no rutinaris en entorns coneguts. Exigeixen interpretacions de situacions poc conegudes i comporten una cadena de raonaments. Exemples: Interpretar gràfics relacionats, interpretar un text i relacionar-lo amb informació d'una taula o gràfica, utilitzar escales de conversió.

En aquest grup hi trobarem problemes que no es poden resoldre amb un únic pas, amb l'aplicació d'una única estratègia, i que moltes vegades ens porta a trobar més d'una solució a la qüestió plantejada, no acostumen a ser problemes tancats. Per tant aquí trobarem problemes que impliquen un raonament més profund que les activitats del grup de reproducció. Però també hi podem trobar activitats que atès que estn col·locades en un context real primer s'hauran de traduir a llenguatge matemàtic, buscar un model que ens permeti poder fer la comparació amb el món matemàtic, realitzar els càlculs que siguin necessaris, reconvertir el procés el món real, justificar-los i explicar als companys el procés seguit. El que és un procés de matematització tal com ja hem assenyalat anteriorment.

3. **Grup de reflexió**, son tasques que requereixen un cert grau d'aprofundiment i reflexió, i creativitat a l'hora d'interpretar conceptes matemàtics. Normalment són activitats més imaginatives que les dels grups anteriors i la dificultat pot venir donada pel fet d'haver de combinar diverses fonts d'informació per elaborar-ne una de nova. Normalment ha de generalitzar i explicar i justificar els resultats. Exemples: Construcció matemàtica per a una situació real i l'us de processos de modelització matemàtica.

Una activitat exemple d'aquest grup seria la realització de petits projectes d'investigació. En podria ser un exemple la següent activitat:

a) El joc de cartes. En un joc de cartes, el jugador paga 1€ per agafar dues cartes de la baralla. Per guanyar el jugador ha de tenir:

- o dues cartes del mateix pal
- o dues cartes del mateix valor.

Assaja diferents jocs i després calcula el benefici teòric del joc

Veiem que aquest problema és troba situat en un context de joc de cartes on per resoldre'l primer hem d'entendre el seu enunciat, matematitzar-lo, resoldre'l i després traduir-lo al llenguatge del problema.

c) El contingut matemàtic, definit en 4 sub-apartats o dimensions,

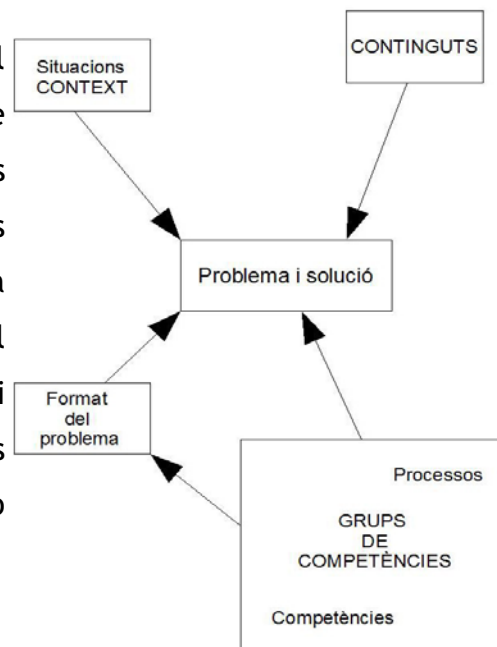
- 1) Quantitat, centrat en comprensió de la mesura, patrons numèrics i utilització dels números per representar quantitats i atributs dels objectes del món real
- 2) Espai i forma, se centra en l'estudi dels patrons geomètrics, estudi de les formes, propietats dels objectes.
- 3) Canvi i relacions, els fenòmens naturals són una manifestació de canvi, i aquests processos de canvi impliquen l'estudi de funcions matemàtiques simples, en forma d'equacions o d'altres.
- 4) Incertesa, estudi de les dades i atzar, aquest bloc permet als estudiants el raonament matemàtic a partir de dades empíriques.

Ja hem comentat la importància que tenen els contextos. De fet ens interessa conèixer e interpretar el món real ja que aquest és la base dels aprenentatges. Aquest plantejament del PISA es coherent amb el plantejament de les activitats atès que un dels fonaments del projecte és l'enfocament matemàtic realista, teoria desenvolupada per Freudental en la dècada dels 70, que parteix de la mateixa idea que les matemàtiques s'han de connectar amb la realitat i són una activitat humana, en tot el que comporta.

La matemàtica realista es diferencia de la matemàtica no realista en que utilitza els problemes en context com a element fonamental de l'aprenentatge de les matemàtiques, en contraposició amb la matemàtica no realista que utilitza els problemes en context com a element final del procés d'aprenentatge, entenen que aquests són una aplicació de les activitats que s'han realitzat prèviament.

Tots aquests elements és relacionen de manera com és mostra en el següent gràfic

L'element central del projecte PISA és el problema i la seva resolució. El problema ha de recollir els tres aspectes comentats anteriorment, els continguts distribuïts en les quatre sub-dimensions, que per altra banda ja hem vist que estan molt relacionats i es fa difícil separar-los; els contextos, les situacions reals i realistes en les que es plantejaran aquests problemes, i les competències que treballarem o en el cas de PISA que es pretenen avaluar.



Gràfic 1: Font Marc Conceptual per a l'avaluació PISA 2003. Generalitat de Catalunya

2.2.3 Les competències matemàtiques i el nou disseny curricular

A Catalunya es va dissenyar i començar a aplicar el curs 2007-08 un nou disseny curricular adaptat al darrer canvi del sistema educatiu. En aquest nou currículum s'estableix que els estudiants han d'assolir la competència matemàtica i per aconseguir-ho cal assolir determinades subcompetències matemàtiques.

Aquestes són:

- Pensar matemàticament. Construir coneixements matemàtics a partir de situacions on tinguin sentit, experimentar, intuir, relacionar conceptes i realitzar abstraccions.
- Raonar matemàticament. Realitzar induccions i deduccions, particularitzar i generalitzar; argumentar les decisions preses, així com l'elecció dels processos seguits i de les tècniques utilitzades.
- Plantejar-se i resoldre problemes. Llegir i entendre l'enunciat, generar preguntes relacionades amb una situació-problema, planificar i desenvolupar estratègies de resolució i verificar la validesa de les solucions.
- Obtenir, interpretar i generar informació amb contingut matemàtic.
- Utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques (per comptar, operar, mesurar, situar-se a l'espai i organitzar i analitzar dades) i els instruments (calculadores i TIC, de dibuix i de mesura) per a fer matemàtiques.
- Interpretar i representar a través de paraules, dibuixos, símbols, nombres i materials, expressions, processos i resultats matemàtics.
- Comunicar el treball i els descobriments als altres, tant oralment com per escrit, utilitzant de manera progressiva el llenguatge matemàtic.

Taula 2: Subcompetències matemàtiques en el currículum català (2007)

Cal fer notar la semblança amb els blocs de contingut de l'estudi PISA. A partir d'aquests fonaments es desenvolupa una proposta de distribució del treball matemàtic en els 4 cursos de l'ESO.



Segons aquest currículum, hi ha diferents elements que són fonamentals per assolir aquestes competències, però un dels que té més pes són els contextos, atès que aquests permetran donar un sentit de funcionalitat als estudis que s'estan fent, això serà important per facilitar a l'alumnat l'ús d'allò que aprèn i per capacitar-lo per continuar aprenent, idea fonamental de la competència matemàtica. També s'estableix que el nucli fonamental de l'aprenentatge ha de ser la resolució de problemes.

A més hi ha tot un seguit de processos que es consideren fonamentals per assolir la competència matemàtica i que ajuden a posar en moviment les competències bàsiques que ha d'utilitzar un ciutadà modern, i que també es troben recollits en el currículum. Aquests processos són:

- a) Resolució de problemes
- b) El raonament i la prova,
- c) La comunicació i la representació de la informació,
- d) La connexió entre els diferents continguts de les matemàtiques i amb altres àrees.

Per tal d'assolir la competència matemàtica amb l'ajut dels processos esmentats anteriorment, s'estableixen diversos grans blocs de contingut que aniran apareixent al llarg de tot l'ensenyament obligatori, des de l'ensenyament primari fins a l'ESO.

Aquests blocs de contingut són:

1. Numeració i càlcul
2. Canvi i relacions
3. Espai i forma
4. Mesura
5. Estadística i atzar

Cal fer notar la semblança amb els blocs de contingut de l'estudi PISA. El bloc PISA “quantitat”, en aquest nou currículum s'ha dividit en dos: Numeració i càlcul, i mesura.

A partir d'aquests fonaments es desenvolupa una proposta de distribució del treball matemàtic en els 4 cursos de l'ESO.

En aquesta proposta es mostren els 5 blocs que s'han mencionat anteriorment i a més, allò que els estudiants hauran de saber fer al finalitzar el curs. És interessant remarcar el fet del “saber fer” en front d'una divisió dels “continguts matemàtics” que es el que es venia fent tradicionalment. Per exemple pel que fa al bloc dels nombres a primer curs d'ESO el currículum especifica diversos aspectes:

NUMERACIÓ I CÀLCUL

Cal que els alumnes compreguin els nombres i les diferents formes de representació i reconeguin el significat de diferents tipus de nombres en contextos diversos.

Hi podem veure el títol del bloc, en majúscules i negreta; a continuació una de les coses que pretenem que els estudiants aprenguin i per finalitzar aquest exemple, un dels aspectes que haurem de treballar per garantir que aquest aprenentatge sigui efectiu. Pensem que és important insistir en l'aspecte que aquest currículum manté aquesta estructura al llarg de tot el ensenyament obligatori, dotant-lo realment de continuïtat.

Una de les coses que podem observar en aquest currículum és el canvi de perspectiva que representa aquesta nova proposta. Estem passant d'un currículum que posava l'èmfasi en els continguts que s'havien d'ensenyar, on la importància estava centrada en les àrees, fins a un currículum on la qüestió important és allò que s'ha d'aprendre, això implica un canvi important en la manera com es proposa

ensenyar les matemàtiques. Quan parlem d'aprendre, el focus l'estem posant en els estudiants en canvi, quan parlem d'ensenyar el focus esta col·locat en l'assignatura. Per tant, amb aquesta nova manera de plantejar el currículum s'estan acostant plantejaments amb els del projecte PISA i amb els de molts investigadors que portant molts anys proposant aquest canvi en el paradigma de formació dels estudiants. Anar d'un procés instructiu cap a un procés d'aprenentatge. No només en els treballs de Niss es planteja aquest canvi de paradigma, també el podem trobar en el treball (Barr i Tagg, 1995), on es planteja la següent dualitat, *l'escola és el lloc on es produeix instrucció per l'escola és el lloc on es produeix aprenentatge*. I l'element fonamental de l'aprenentatge és l'aprenent. Un aspecte que ens interessa és veure quines aspectes del projecte Kom han quedat reflectits en el disseny curricular, és per això que compararem els dos.

2.2.4 Diferències i semblances entre el projecte KOM i el curricular

Per assolir la competència matemàtica cal:

Segons el nou currículum	Segons PISA(Niss)
<p>– Pensar matemàticament. Construir coneixements matemàtics a partir de situacions on tingui sentit, experimentar, intuir, formular, comprovar i modificar conjectures, relacionar conceptes i realitzar abstraccions.</p>	<p>Pensar i raonar Formular preguntes característiques de les matemàtiques. («Hi ha...?», «En aquest cas, quants?», «Com puc trobar...?»); conèixer els tipus de respostes que donen les matemàtiques a aquestes preguntes; diferenciar entre els diferents tipus d'afirmacions (definicions, teoremes, conjectures, hipòtesi, exemples, asseveracions condicionades); i entendre i tractar l'amplitud i els límits dels conceptes matemàtics donats</p>

Taula 3: Equivalència competències currículum-PISA (1)

<p>– Raonar matemàticament. Realitzar induccions i deduccions, particularitzar i generalitzar, reconèixer conceptes matemàtics en situacions concretes; argumentar les decisions preses, així com l'elecció dels processos seguits i de les tècniques utilitzades.</p>	<p>Argumentació Saber el que són les demostracions matemàtiques i en què es diferencien d'altres tipus de raonament matemàtic; seguir i valorar l'encadenament d'arguments matemàtics de diferents tipus; tenir un sentit heurístic («Què pot o no pot passar i per què?»); i crear i plasmar arguments matemàtics.</p>
---	---

Taula 4: Equivalència competències currículum-PISA (2)

<p>– Plantejar-se i resoldre problemes. Llegir i entendre l'enunciat, generar preguntes relacionades amb una situació-problema, plantejar i resoldre problemes anàlegs, planificar i desenvolupar estratègies de resolució, verificar la validesa de les solucions, cercar altres resolucions, canviar les condicions del problema, sintetitzar els resultats i mètodes emprats, i estendre el problema, recollint els resultats que poden ser útils en situacions posteriors.</p>	<p>Formulació i resolució de problemes Representar, formular i definir diferents tipus de problemes matemàtics (per exemple, “pur”, “aplicat”, “obert” i “tancat”); i la resolució de diferents tipus de problemes matemàtics de diverses maneres.</p>
---	--

Taula 5: Equivalència competències currículum-PISA (3)

<p>– Obtenir, interpretar i generar informació amb contingut matemàtic.</p>	<p>Construcció de models Estructurar el camp o situació que es vol modelar; traduir la realitat a estructures matemàtiques; interpretar els models matemàtics en termes de “realitat”; treballar amb un model matemàtic; validar el model; reflexionar, analitzar i criticar un model i els seus resultats; comunicar opinions sobre el model i els seus resultats (incloent les limitacions de tals resultats); i supervisar i controlar el procés de construcció de models.</p>
--	---

Taula 6: Equivalència competències currículum-PISA (4)

<p>– Utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques (per comptar, operar, mesurar, situar-se a l’espai i organitzar i analitzar dades) i els instruments (calculadores i recursos TIC, de dibuix i de mesura) per a fer matemàtiques.</p>	<p>7.- Utilització d’operacions i d’un llenguatge simbòlic i tècnic Descodificar i interpretar el llenguatge formal i simbòlic i comprendre la seva relació amb el llenguatge natural, traduir del llenguatge natural al llenguatge simbòlic/formal; manejar afirmacions i expressions amb símbols i fórmules; utilitzar variables, resoldre equacions i realitzar càlculs.</p>
	<p>8.- Utilització de suport i eines Tenir coneixements i ser capaç d'utilitzar diferents materials i eines de suport (incloses les tecnologies de la informació) que poden ajudar en la realització de l'activitat matemàtica; i conèixer les seves limitacions.</p>

Taula 7: Equivalència competències currículum-PISA (5)

<p>– Interpretar i representar (a través de paraules, gràfics, símbols, nombres i materials) expressions, processos i resultats matemàtics.</p>	<p>6.- Representació Descodificar i codificar, traduir, interpretar i diferenciar entre les diverses formes de representació de les situacions i objectes matemàtics i les interrelacions entre les diverses representacions; seleccionar i canviar entre diferents formes de representació depenent de la situació i el propòsit.</p>
--	--

Taula 8: Equivalència competències currículum-PISA (6)

<p>– Comunicar als altres el treball i els descobriments realitzats, tant oralment com per escrit, utilitzant el llenguatge matemàtic.</p>	<p>3.- Comunicació Això comporta saber expressar-se de diferents maneres, tant oralment com per escrit, sobre temes de contingut matemàtic i <u>entendre</u> les afirmacions orals i escrites de terceres persones sobre els esmentats temes.</p>
---	---

Taula 9: Equivalència competències currículum-PISA (7)

En el quadre anterior hem comparat les competències tal com es plantegen en els dos documents. Les competències curriculars s'han col·locat en l'ordre del disseny curricular. Pel que fa a les competències PISA s'ha mantingut la numeració però s'han col·locat de manera que estiguin paral·leles a les seves corresponents competències curriculars.

Podem veure la gran semblança que hi ha entre ambdós conjunts de competències, però també veiem diferències en dos aspectes, en quantitat i en qualitat.

En quantitat, hi ha 8 competències PISA i 7 competències en el disseny curricular català. Creiem que això afecta a dues competències PISA,

- a) La número 7.- Utilització d'operacions i d'un llenguatge simbòlic i tècnic i
- b) La número 8.- Utilització de suport i eines.

En el desenvolupament curricular aquestes dues semblen haver estat substituïdes per la següent : *“Utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques i els instruments”*. Però en el següent apartat on fem una comparació entre les seves formulacions, podrem veure que aquesta semblança és més de forma que de contingut. Pel que fa als aspectes qualitius podem dir, en una primera lectura comparativa, que les competències PISA estan molt més desenvolupades i aprofundeixen molt més en el treball que s'haurà de realitzar.

En les següents taules fem una comparació molt més detallada de les competències d'ambdós documents per tal de veure més clarament les seves diferències i semblances.

1)

<p>– Obtenir, interpretar i generar informació amb contingut matemàtic.</p>	<p>4.- Construcció de models Estructurar el camp o situació que es vol modelar traduir la realitat a estructures matemàtiques; interpretar els models matemàtics en termes de “realitat”; treballar amb un model matemàtic validar el model; reflexionar, analitzar i criticar un model i els seus resultats; comunicar opinions sobre el model i els seus resultats (incloent les limitacions de tals resultats); i supervisar i controlar el procés de construcció de models.</p>
---	---

Taula 10: Comparació competències currículum-PISA (1)

Hem establert un paral·lelisme entre aquestes dues competències en el moment que hem entès que la construcció de models implica utilitzar els tres aspectes dels que parla la competència en el disseny curricular: obtenir, interpretar i generar informació. Però veiem que la competència PISA va molt més enllà, atès que a banda dels anteriors, implica reflexionar sobre aquesta informació que s'ha creat, criticar-la i també comunicar sobre el model. Entenem que el procés de construcció de models va molt més enllà del que parla la competència curricular atès que implica que els estudiants no només han d'obtenir, interpretar i generar la informació, sinó que quan ho han fet, l'han d'analitzar per després, comunicar el resultat del seu anàlisi. Això implicarà revisar la interpretació que han fet de les observacions realitzades. Alguns dels aspectes que inclou la competència PISA, sembla que també han estat inclosos en la competència curricular que fa referència a la resolució de problemes. Però clar, una cosa és aplicar els criteris anteriors a la resolució d'un problema i l'altre, molt més complexa, a models per explicar els fenòmens.

2)

<p>– Utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques (per comptar, operar, mesurar, situar-se a l'espai i organitzar i analitzar dades) i els instruments (calculadores i recursos TIC, de dibuix i de mesura) per a fer matemàtiques.</p>	<p>7.- Utilització d'operacions i d'un llenguatge simbòlic i tècnic Descodificar i interpretar el llenguatge formal i simbòlic i comprendre la seva relació amb el llenguatge natural, traduir del llenguatge natural al llenguatge simbòlic/formal; manejar afirmacions i expressions amb símbols i fórmules; utilitzar variables, resoldre equacions i realitzar càlculs.</p>
	<p>8.- Utilització de suport i eines Tenir coneixements i ser capaç d'utilitzar diferents materials i eines de suport (incloses les tecnologies de la informació) que poden ajudar en la realització de l'activitat matemàtica; i conèixer les seves limitacions.</p>

Taula 11: Comparació competències currículum-PISA (2)

Hi ha grans diferències entre aquests conjunts de competències. Tal com està plantejada la competència curricular fa referència a tècniques matemàtiques bàsiques: comptar, operacions amb números, mesurar etc., i per tant ha d'acabar utilitzant determinats instruments que recolzin aquestes tècniques. Per la banda de les competències PISA, s'inclouen aquestes destreses dels estudiants però s'ha afegien situacions que van molt més enllà de les habilitats. Es pot interpretar que la utilització de les operacions van lligades clarament a una situació contextual, si s'ha de descodificar i interpretar, comprendre, traduir, per resoldre equacions o càlculs s'ha de fer en un context. D'aquí ve la potència d'aquestes dues competències comparades amb la competència que s'estableix el disseny curricular.

3)

<p>– Interpretar i representar (a través de paraules, gràfics, símbols, nombres i materials) expressions, processos i resultats matemàtics.</p>	<p>6.- Representació Descodificar i codificar, traduir, interpretar i diferenciar entre les diverses formes de representació de les situacions i objectes matemàtics i les interrelacions entre les diverses representacions; seleccionar i canviar entre diferents formes de representació dependent de la situació i el propòsit.</p>
---	---

Taula 12: Comparació competències currículum-PISA (3)

Ens sembla interessant comentar dos aspectes d'aquesta competència, la competència PISA estableix dos elements que la competència curricular no té en compte: les interrelacions entre representacions i el canvi entre les diferents formes de representació. Introdueix la descodificació i codificació de les situacions i objectes, per tant ens està donant la idea, tal com succeïa en una competència comentada anteriorment, dels contextos. Cosa que de la competència curricular no s'infereix.

4)

<p>– Comunicar als altres el treball i els descobriments realitzats, tant oralment com per escrit, utilitzant el llenguatge matemàtic.</p>	<p>3.- Comunicació Això comporta saber expressar-se de diferents maneres, tant oralment com per escrit, sobre temes de contingut matemàtic i <u>entendre</u> les afirmacions orals i escrites de terceres persones sobre els esmentats temes.</p>
---	---

Taula 13: Comparació competències currículum-PISA (4)

Pel que fa a aquesta competència podem observar el mateix que ja hem comentat anteriorment. Tot i que el nom és el mateix la competència PISA aprofundeix molt més en el concepte de comunicació que no pas la competència que s'estableix en el disseny curricular. Evidentment les dues inclouen el fet que els estudiants ha de saber expressar-se de diferents maneres però la competència PISA inclou un aspecte que el disseny curricular no té present, l'estudiant també ha d'entendre les afirmacions fetes per terceres persones.

2.3.- Matemàtiques i resolució de problemes

Donat que aquest treball de recerca té com un dels objectius l'estudi de la resolució de problemes matemàtics amb alumnat de secundària, en aquest apartat revisarem les principals línies de la resolució de problemes, així com els principals autors que han marcat una un abans i un després en aquest camp, com són Pólya, Schoenfeld i d'altres sobre aquest procés. També es revisaran el tractament que té la resolució de problemes en el currículum català i els estàndards del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

2.3.1 La resolució de problemes

El “Problem Solving” es considera que forma part important de la cognició. Segons (Goldstein et Levin, 1987), vindria a representar la més complexa de les funcions intel·lectuals, atès que per ser desenvolupada requereix el control de rutines i habilitats fonamentals.

Els inicis de l'estudi de la resolució de problemes es poden situar en el corrent Gestalt en l'Alemanya dels anys 30. La recerca típica anomenada “Problem solving” en terminologia anglesa, utilitza situacions relativament simples, però que presenten determinades característiques que els fan representar situacions del món real, per exemple, han de tenir una òptima solució, es pot resoldre en un temps relativament curt, els investigadors poden refer els camins que han seguit els participants en l'experimentació, etc. La idea fonamental era que per resoldre problemes cal reorganitzar i reagrupar els coneixements.

Un exemple de les activitats que s'utilitzen en aquesta mena d'investigacions és el joc de les Torres de Hanoi, on una sèrie de discos s'han de canviar de posició seguint unes determinades normes.



Gràfic 2: Torres de Hanoi Font: Wikipèdia

Alguns autors donen suport a aquesta tesi quan destaquen que aquesta manera de treballar implica que en la resolució de problemes s'utilitzen aspectes creatius que poden permetre una comprensió ràpida de la situació. Això pot suposar conèixer la solució abans de posar-la en pràctica. En aquest sentit Mayer (1983), destaca que el procés de resolució de problemes és “*un intent de relacionar un aspecte d'una*

Capítol 2.- Marc referencial

situació problemàtica amb un altre, obtenint com a resposta una comprensió de l'estructura del problema, que implica reorganitzar-lo de manera que això ens permeti resoldre'l".

Són molts els camps on s'aplica aquesta teoria del pensament, uns camps on hi tenen aplicació són:

- a) Lectura i escriptura, Stanovich-Cunningham, 1991,
- b) Com es prenen les decisions polítiques, Voss, Wolfe, Lawrence, Engle, 1991
- c) Electrònica, Lesgold-Lajoie, 1991
- d) Computació, Kay, 1991
- e) Matemàtiques, Polya 1945 i Schoenfeld, 1985

Hi ha moltes aproximacions a la resolució de problemes, podem citar:

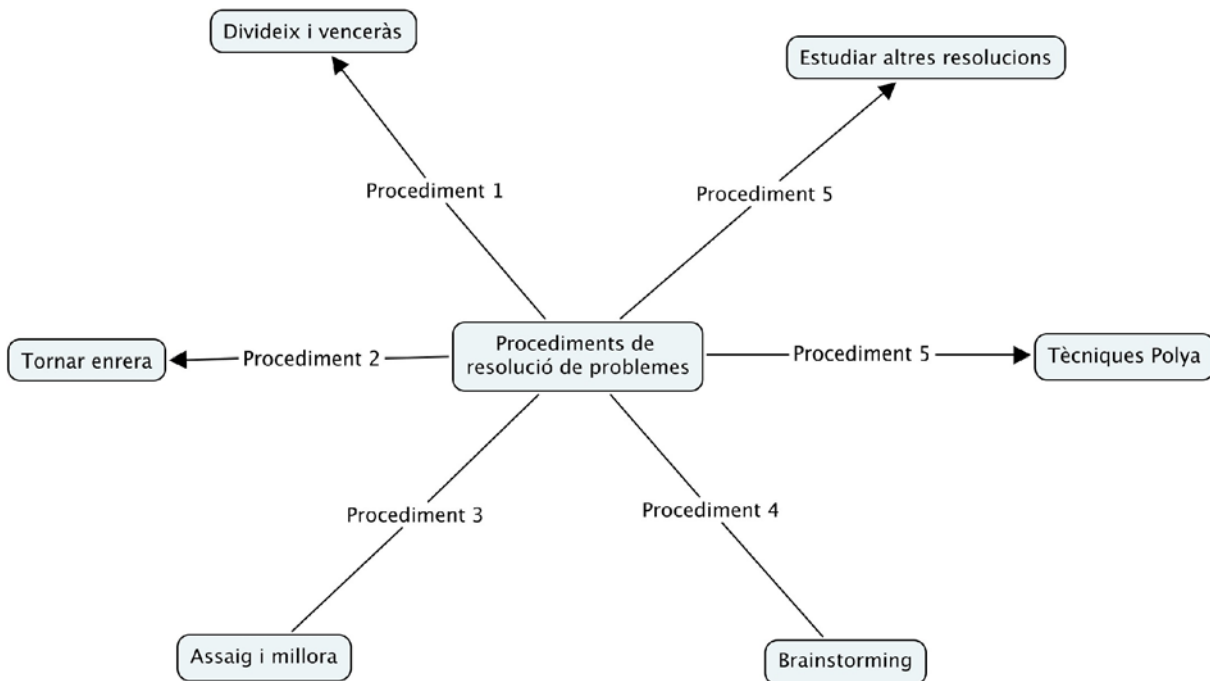
“Problema es la recerca conscient, amb alguna acció, apropiada per aconseguir un objectiu al qual no hi podem arribar de manera immediata”. (G.Polya, 1962).

“Una tasca difícil per al individu que està tractant de resoldre-la” (A.Schoenfeld, 1985).

“ És una situació en la que s'intenta aconseguir un objectiu i es fa necessari trobar un mitjà per aconseguir-ho.”

El mètode més tradicional consisteix a descriure el problema, analitzar-ne les causes, identificar alternatives, avaluar cadascuna d'aquestes, escollir-ne una, desenvolupar-la i avaluar si el problema s'ha resolt o no. Cal tenir present que per nosaltres un problema es el resultat de les nostres pròpies perspectives sobre un fenomen concret.

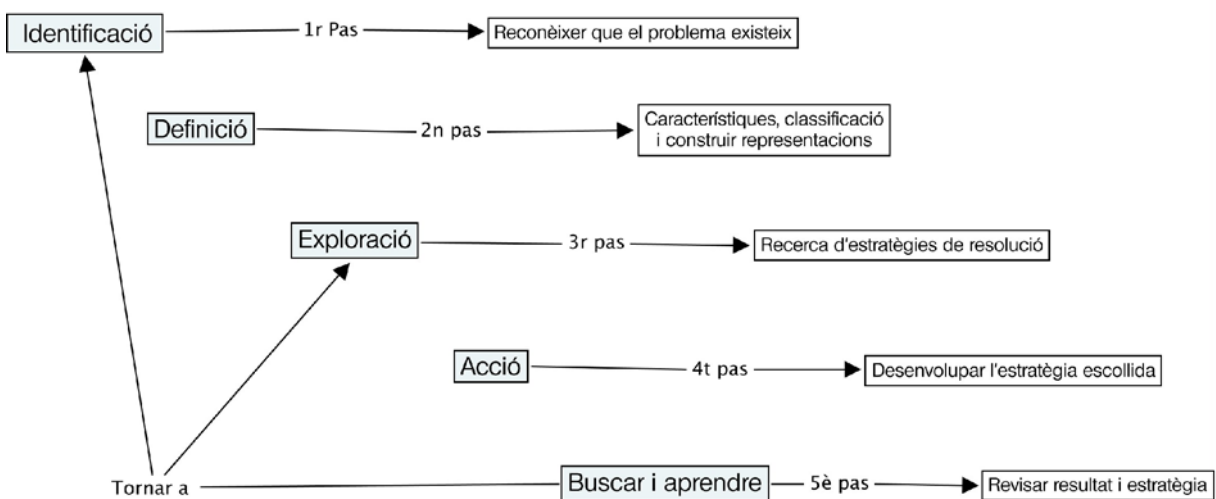
Hi ha diferents maneres d'afrontar la resolució de problemes, en el següent gràfic en podem veure algunes d'elles:



Gràfic 3: Estratègies per a la resolució de problemes

Segons Bransford-Stein, un procés de resolució de problemes té 5 etapes diferents, que podem veure representades en el següent gràfic:

Processos de resolució dels problemes segons Bransford-Stein



Gràfic 4: Processos de resolució de problemes

Primer cal identificar el problema, definir-lo adequadament, explorar diverses estratègies de resolució, posar en marxa l'estratègia escollida i revisar el resultat obtingut i l'estratègia utilitzada, per tal de si cal, tornar a l'exploració d'estratègies o si cal reiniciar el procés si la identificació del problema no ha estat l'adequada o si cal ampliar-lo o reduir-lo.

Com relacionem les matemàtiques amb la resolució de problemes? Les activitats que desenvolupem a les classes ens han de portar a la resolució de problemes? O Els problemes ens han de portar a les Matemàtiques? En aquest sentit Lluís Santaló defensava la tesi que l'ensenyament de la resolució de problemes ha de ser l'element fonamental de l'ensenyament de les matemàtiques. La resolució de problemes ha de ser la pedra angular de l'ensenyament de les matemàtiques.

Si agafem aquesta idea com a pedra angular del que entenem per ensenyar matemàtiques, ràpidament ens adonem que l'ensenyament de les matemàtiques en el nostre ensenyament secundari obligatori està molt lluny d'aquesta idea. Els llibres de text, aquells manuals que utilitzen abastament molts professors de matemàtiques, es troben farcits d'allò que podríem anomenar exercicis, on difícilment podem trobar problemes en el sentit ric de la paraula. Arribats a aquest punt ens cal fer una distinció important, que és la que hem utilitzat en el paràgraf anterior,

Què entenem per exercici? Què entenem per problema?

Quan parlem d'exercici estem parlant d'una activitat que pot portar-se a terme a partir de l'aplicació de rutines amb un cert grau d'automatisme. En serien exemples les activitats destinades a resoldre equacions de primer grau, càlcul de fraccions, Sumar, restar, multiplicar i dividir números naturals per exemple. Però també podem dir que aquesta diferència no es tant obvia com hem presentat en el paràgraf anterior. Dins d'un problema hi podrem trobar exercicis, però no a l'inrevés.

Així per exemple per un nen petit realitzar la suma $3+2$ pot ser considerada un problema, en canvi per estudiants d'edat més avançada no deixaria de ser un exercici rutinari. D'alguna manera la distinció entre exercici i problema pot dependre també, del moment en que es planteja l'activitat. En aquest sentit és interessant parlar d'activitats que fins a un determinat nivell són considerades problemes i a partir d'aquest moment poden ser considerades com a simples exercicis.

Un problema és quelcom més elaborat, d'entrada ens situa davant d'una situació desconeguda que normalment implica la presència de dades situades dins d'un determinat context. En principi no hi ha cap rutina automàtica que ens permeti trobar la solució o solucions de l'activitat. Això implica que si pretenem resoldre el problema haurem de reflexionar, prendre decisions i dissenyar estratègies.

Per a la resolució de problemes hem de fer referència necessàriament a Georges Pólya, i el seu llibre “How to solve it” publicat l'any 1945. En aquest llibrer ens re-introdueix el terme heurística. Podríem parlar d'heurística com “la capacitat que té un sistema d'aportar innovacions positives per al propi sistema”. Val a dir que la paraula “heurística” té la mateixa arrel que la paraula “Eureka” de tots coneguda en un episodi científic protagonitzat per Arquímedes. En aquest sentit podríem interpretar aquesta paraula com el descobriment d'alguna cosa amagada que ens afectarà de manera positiva. Hi ha una certa equivalència entre els descobriments en ciència i la resolució de problemes. En aquest entit podrem veure en el següent apartat com els processos de resolució de problemes que planteja Pólya s'acosten a l'anomenat mètode científic.

Anem a profunditzar una mica més en el treball de Pólya. Pólya va arribar a escriure prop de 250 articles sobre educació matemàtica i matemàtiques en general, també va escriure força llibres, entre ells tres que han estat força importants, “How to solve it”, “Mathematics and plausible reasoning”, and “Mathematical Discovery”. En ells destacava el “Problem solving” i la importància del “guessing and proving” (conjecturar i provar).

Capítol 2.- Marc referencial

El problem solving fa referència als processos que fem servir en la resolució de problemes, i ens porta cap a l'habilitat que tenim o que podem aconseguir, de resoldre problemes. Resoldre un problema és trobar un mètode d'organitzar i fer servir la informació que tenim per obtenir el resultat que volem (la solució), una nova informació.

Segons Pólya, ensenyar és un art, no una ciència i ha de ser un procés actiu, no podem aprendre només llegint, o escoltant o mirant. El professor ha d'assistir als alumnes en el naixement de les seves idees, els ha de guiar en l'assoliment de les bones estratègies per abordar els problemes. Els seus plantejaments anaven encaminats a l'abandonament de l'antic mètode d'ensenyament, centrat en el professorat, cap a un mètode centrat en l'alumne. També especificava que la millor manera de treballar era el treball en grup.

En els seus articles suggereix tres etapes en el procés de resolució de problemes:

1.- Cada estudiant hauria de donar un problema per resoldre en la sessió de classe.

2.- Després cal intentar resoldre els problemes, comprovar el treball realitzat, revisar i, si es possible, simplificar la solució per tal de dominar completament el problema.

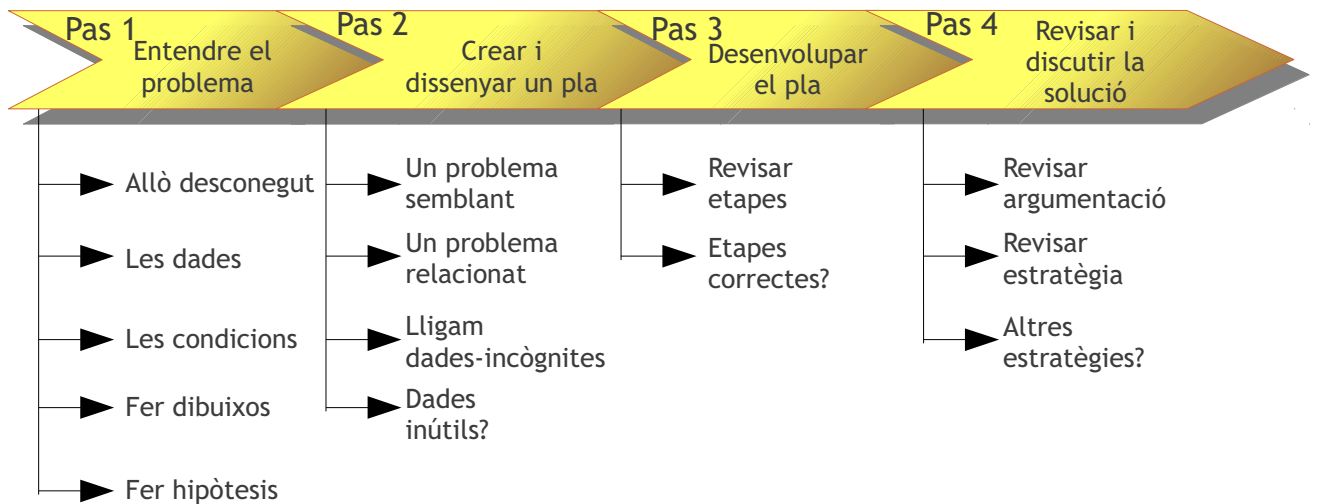
3.- En el següent període de discussió en grups de 4 persones, cada estudiant haurà d'explicar el seu problema de la manera més completa possible, tal com si fos un professor.

També oferia recomanacions per als professors, en la línia dels decàlegs que van presentar diversos professors, com Lluís Santaló per exemple:

Decàleg del professor de matemàtiques (George Pólya)

1. Cal que t'interessi la matèria
2. Coneix la matèria
3. Coneix diferents maneres d'ensenyar: La millor manera d'aprendre qualsevol cosa és descobrir-ho per tu mateix
4. Llegeix les cares dels teus estudiants, les expectatives i dificultats, posat en el seu lloc.
5. Dóna'ls l'hàbit del treball metòdic, no només informació.
6. Deixa'ls aprendre fent conjectures
7. Deixa'ls aprendre fent proves
8. Busca aquelles característiques que puguin ser aplicables a altres situacions problemàtiques. Intenti buscar la regla general per cada situació concreta.
9. No donis la solució abans que els teus alumnes la descobreixin. Deixa'ls provar sempre que sigui possible.
10. Fes suggeriments abans que imposicions.

Pel que fa al procés de resolució de problemes en el llibre “How to solve it”, suggereix 4 etapes en la resolució dels problemes. Les podem veure en el següent gràfic, amb alguns dels suggeriments que fa en cadascuna de les etapes per tal de reeixir en la resolució del problema.



Gràfic 5: Processos de resolució de problemes segons Polya

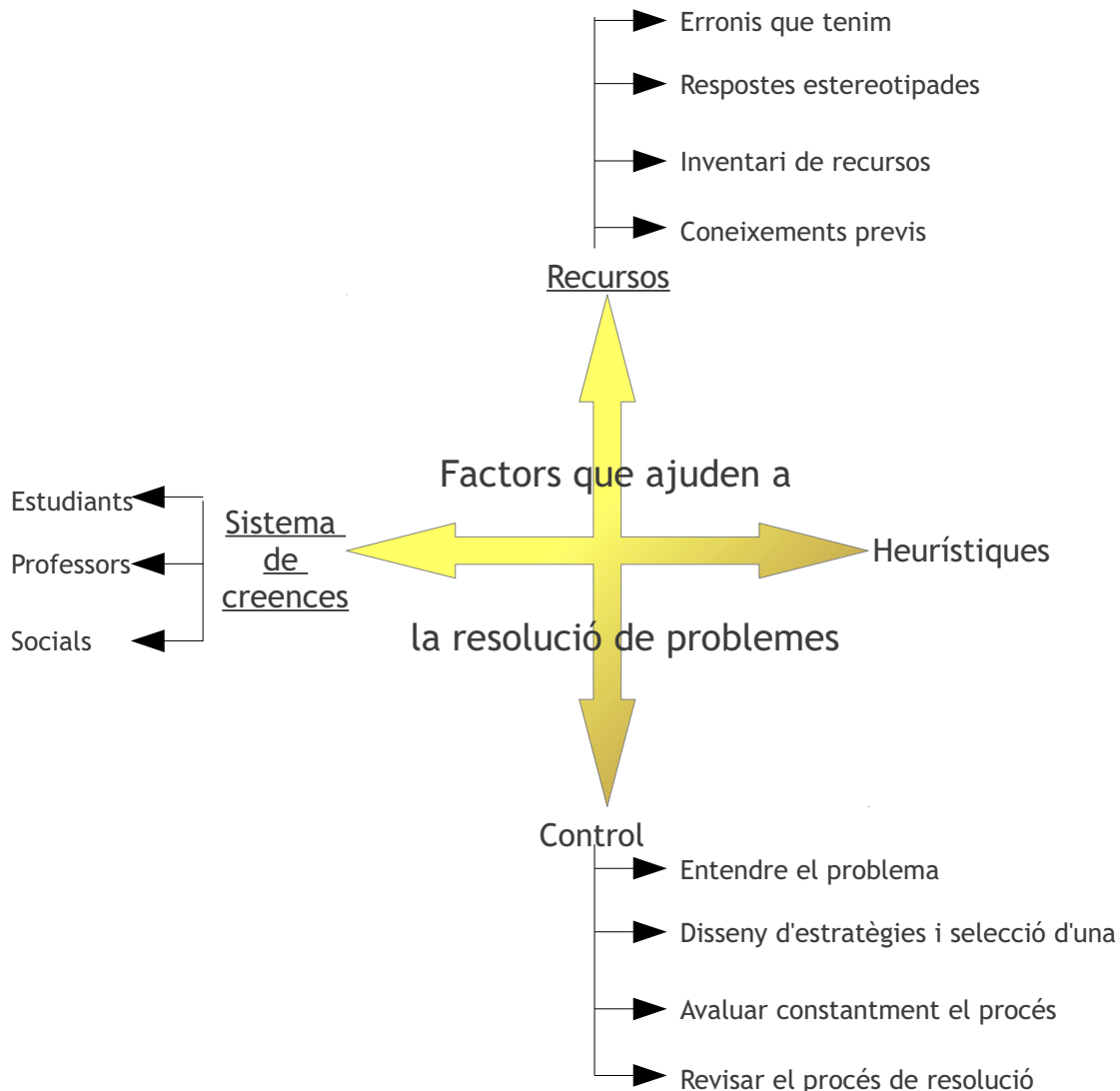
Podem veure la gran semblança amb els 5 processos que estableixen Brandsford&Stein per afrontar un problema.

Per tal de completar aquest treball Pólya va escriure un altre llibre, *Mathematics and Plausible Reasoning* (1954), aquest llibre es va dividir en dos volums, en el primer Pólya treballa sobre les conjectures, quins serien els criteris que fan que ens puguem refiar i quines no. Aquest primer volum és el referent que el serveix més endavant per publicar l'article "Guessing and Proving" (1978), on com a resum, és pot establir la idea "Primer conjectura, i després comprova". Idea que hauriem d'aplicar a les classes de matemàtiques des de els nivells més elementals.

Schoenfeld va estar en contacte amb el llibre de Pólya, "*How to solve it*", i es va plantejar el fet que tot i estar publicat l'any 1945, no era utilitzat en les facultats de matemàtiques ni pels professors que preparaven estudiants per a les olimpíades matemàtiques.

Schoenfeld va publicar el llibre "*Mathematical Problem Solving*" el 1985, i aquest es fonamentava en els treballs realitzats durant la primera meitat de la dècada de 1980. En aquests treballs proposava problemes, suficientment difícils, a estudiants

amb suficients coneixements per resoldre'ls i amb el suport de professors preparats. Filmava als estudiants mentre resolien els problemes en parelles, els demanava els seus apunts i feia anotacions sobre tot el procés de treball.



Gràfic 6: Factors que ajuden a la resolució de problemes. Schoenfeld

La idea general que va obtenir és que tot i que l'element heurístic és important, cal introduir altres factors que el complementin. Factors importants que cal tenir present que ajuden a la resolució de problemes:

Hi ha moltes semblances entre els treballs de Polya i Schoenfeld, però també hi ha lleugeres diferències, com per exemple:

a) En l'apartat de les heurístiques Schoenfeld considera que cada heurística particular té el seu camp d'aplicació, i no podem aplicar-les totes a qualsevol situació.

b) Introdueix l'apartat de creences on Shoefeld planteja una sèrie de creences, prejudicis, sobre les matemàtiques que tenen els estudiants:

i) Els problemes matemàtiques tenen una i només una resposta correcte.

ii) Només existeix una manera correcta de trobar l'única solució correcte.

iii) Els estudiants normals no poden esperar entendre matemàtiques, només poden memoritzar-la i aplicar-la mecànicament quan ho han fet.

iv) L'activitat matemàtica es fa en solitari.

v) Les matemàtiques de l'escola no tenen res a veure amb el món real.

Però també cal tenir present les creences que tenen els professors de matemàtiques i la societat en general. En definitiva, la resolució de problemes és un procés força complex on intervenen molts factors.

2.3.2 La resolució de problemes en els estàndards del NCTM

L'any 1998 van finalitzar els treballs de la comissió del NCTM que revisava les propostes fetes anys anteriors per tal de millorar l'ensenyament de les matemàtiques. El llibre resultant, "Principles and Standards for School Mathematics". Llibre que es va publicar l'any 2000. NCTM reconeix que aquests elements han de ser periòdicament revisat. Als USA no existeix un currículum estatal que indiqui quines matemàtiques s'han de realitzar a les aules. Aquest document pretenia donar indicacions a les diverses comunitats del seu país i oferir una guia als professors de matemàtiques per desenvolupar rigorosament un currículum de matemàtiques.



En aquest document s'estableixen sis principis per a les matemàtiques escolars:

1. Equitat. Que no vol dir que tots els estudiants han de rebre les mateixes matemàtiques, sinó que han de rebre les matemàtiques que necessiten a partir de les seves personals característiques personals, orígens o capacitats físiques. I en qualsevol han d'anar acompanyades d'altres expectatives i sobre tot, de tot el suport que necessitin.
2. Currículum. En aquest apartat estem parlant d'alguna cosa més que d'activitats, cal incloure-hi coherència, tenir present les matemàtiques d'alt contingut i adequadament articulades al llarg dels diferents cursos de l'ensenyament.
3. Ensenyar. L'ensenyament efectiu de les matemàtiques requereix conèixer i entendre que coneixent els estudiants i les seves necessitats en quant a suport
4. Aprenentatge. Els estudiants han d'aprendre matemàtiques entenent el que fan, construint activament el seu coneixement i ho han de fer a partir de la seva experiència i dels seus coneixements previs.
5. Avaluació. L'avaluació ens ha de servir per l'aprenentatge dels estudiants, proporcionant informació sobre les actuacions dels professors i el progrés dels estudiants.
6. Tecnologia. És essencial en l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques. Ha de permetre l'aprenentatge dels estudiants.

Aquests són els principis, però quins són els continguts i processos que els estudiants haurien de conèixer i ser capaços d'utilitzar, en el seu pas per les escoles i, dominar al finalitzar aquest?

Estableixen 5 continguts estàndard que detallem a continuació:

- 1.- Números i operacions
- 2.- Àlgebra
- 3.- Geometria

Capítol 2.- Marc referencial

- 4.- Mesura
- 5.- Anàlisi de dades i probabilitat

I s'estableixen tot un seguit de processos que ens hauran de permetre adquirir i aplicar aquests coneixements. Aquests són:

- 1.- Resolució de problemes
- 2.- Raonament i prova
- 3.- Comunicació
- 4.- Connexions
- 5.- Representacions

El que farem en aquest darrer apartat és revisar els plantejaments que es fan des d'aquesta proposta sobre la resolució de problemes en les matemàtiques.

Què és un problema? És una tasca de la qual no coneixem el mètode de resolució a priori. Per intentar resoldre'l els estudiants han de recorre al seus coneixements i sovint n'acaben elaborant de nous. Aquesta ha de ser una de les principals maneres d'aprendre matemàtiques. En aquestes activitats seran molt importants els contextos, que poden anar des del seu entorn més immediat fins al científic o laboral, poden tenir un caire més lúdic o més realista, però han de formar part important de l'aprenentatge de les matemàtiques. No cal oblidar les mateixes matemàtiques com a font important de contextos, la seva història en pot ser un exemple molt clar.

Quins són els elements importants que s'han de tenir presents per a resoldre els problemes i que els professors han de facilitar per tal d'afavorir l'aprenentatge dels estudiants?



Pel que fa a les actituds dels estudiants:

1.- Confiança en les seves capacitats

2.- Voluntat per arribar a un compromís i per explorar els diversos problemes que se'ns plantejant.

3.- Perseverança en la recerca de les seves solucions

Pel que fa a la resolució dels problemes, aspectes adaptats de Pólya:

1.- Aplicar i adaptar les estratègies necessàries per a resoldre un problema.

2.- Utilitzar diagrames, buscar patrons, considerar totes les possibilitats, provar amb valors o casos determinats, anar enrere, fer tempteigs i comprovar, crear un problema equivalent i un altre de més senzill.

3.- Controlar el procés de resolució dels problemes matemàtics i reflexionar sobre ell.

Una de les conclusions d'aquest apartat i amb la qual acabem la referència al NCTM en aquest treball és la següent:

“Molts estudis ens porten a pensar que molts estudiants no resolen adequadament els problemes atès que no saben utilitzar eficaçment allò que saben.”(pàg.57)

2.3.3 La resolució de problemes en el currículum

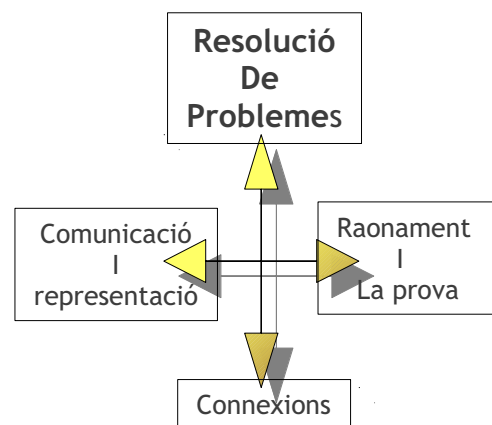
A banda de les competències matemàtiques i dels diversos blocs de continguts, dels

Capítol 2.- Marc referencial

quals ja hem tingut ocasió de parlar-ne anteriorment, el currículum de matemàtiques publicat en el decret 143/2007 en el DOGC núm 4915., estableix una sèrie de processos matemàtics que han de desenvolupar mentre treballen uns continguts concrets. Això es fa així, segons s'explica en aquest document, per tal d'atendre els tres vessants de les matemàtiques: formatives, aplicables i instrumentals. Aquests processos hauran de capacitar als nostres estudiants fer matemàtiques a l'aula.

Aquests processos són:

- a) Resolució de problemes
- b) El raonament i la prova
- c) La comunicació i la representació
- d) Les connexions



Gràfic 7: Processos que han d'asolir els estudiants

Pel que fa a la resolució de problemes, s'estableix com el nucli del treball de matemàtiques, atès, tal com ja comenta els estàndards del NCTM, permet la construcció de nous coneixements entre d'altres.

Pel que es diu en aquest document, a diferència d'altres documents on s'estableix que la resolució de problemes ha de ser l'element fonamental de l'aprenentatge de les matemàtiques, la resolució de problemes està subordinada als continguts determinats que es treballen. Així com moltes propostes pretenen utilitzar els problemes de matemàtiques com el punt de partida per aprendre matemàtiques, sembla que el currículum segueix un camí més tradicional, evidentment s'han de resoldre problemes, però aquests problemes van després dels continguts que hem de treballar en cadascun dels cursos escolars de l'ensenyament obligatori.

2.4 Aprenentatge amb mitjans virtuals: e-learning

En aquest apartat parlarem de la competència digital, aquelles habilitats que hauríem de tenir els ciutadans per tal de transformar la informació disponible en el web en coneixement. Desenvoluparem els estàndards i de les especificacions que s'utilitzen de manera habitual en allò que anomenem teleformació, e-learning, o aprenentatge virtual. Tot i que sempre que es parla d'aprenentatge amb l'ajut dels ordinadors o de les eines que classifiquem amb l'acrònim TIC, es pensa de manera immediata amb l'e-learning, es convenient aclarir que aquesta referència no és del tot completa, i normalment hauríem d'entendre, i en aquest treball ho hem considerat d'aquesta manera, com b-learning (blended-learning), model mixt d'aprenentatge. Recercadors de la UOC, referent a Catalunya en la implantació del e-learning universitari, han arribat a la següent definició de e-learning

Una Modalitat d'ensenyament i aprenentatge que pot representar tot o una part del model educatiu en el que s'aplica, que explota els mitjans i dispositius electrònics per a facilitar l'accés, l'evolució i la millora de la qualitat de la educació i la formació.

Sangrà, A.; Vlachopoulos, D., Cabrera, N., Bravo, S. (2011)

Entenem en el nostre cas, ensenyament secundari obligatori, que el suport del professor és fonamental a l'hora de realitzar els aprenentatges corresponents, segurament amb un rol diferent del que s'ha utilitzat tradicionalment. Podria ser objecte d'un altre estudi, veure com hauria d'anar evolucionant al llarg dels estudis obligatoris la dependència dels estudiants amb el professor.

2.4.1 Les competències digitals

Dins el currículum per a la ESO, i dins del paràgraf dedicat a les competències metodològiques, s'inclou la competència en el tractament de la informació i

Capítol 2.- Marc referencial

digital. En resum s'estableix que el tractament de la informació i la competència digital implica “anar desenvolupant metodologies de treball que afavoreixin que els nois i les noies puguin esdevenir persones autònomes, eficaces, responsables, crítiques i reflexives en la selecció, tractament i utilització de la informació i les

seves fonts, en diferents suports i tecnologies”. Tot i que el departament d'ensenyament la separa de les anteriors, també cal fer esment de la competència comunicativa lingüística i audiovisual. Intentar entendre la competència digital oblidant la capacitat comunicativa es eliminar una part molt important d'aquesta competència.

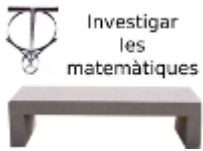
Aquesta competència digital va molt lligada a la transformació de la informació en coneixement. De la mateixa manera que la competència matemàtica implica transformar els coneixements matemàtics per tal de poder ser aplicats en situacions pràctiques de la vida.

Per altra banda, i amb molt més detall, la International Society for Technology in Education (ISTE) publica el 2007 els seus estàndards per a estudiants, per tal d'intentar veure que haurien de saber i ser capaços de fer per aprendre efectivament i viure productivament en un món cada vegada més digital.

Fonamenta aquesta tasca en 6 aspectes:

1. Creativitat i innovació
2. Comunicació i col·laboració
3. Investigació i ús d'informació
4. Pensament crític, solució de problemes i presa de decisions
5. Ciutadania digital
6. Funcionament i conceptes de les TIC.

Si avaluem aquests 6 aspectes que hem de tenir en compte per tal que els



estudiants siguin competents digitalment parlant, veurem que no hi ha massa diferència amb el que volem aconseguir des del punt de vista de les matemàtiques.

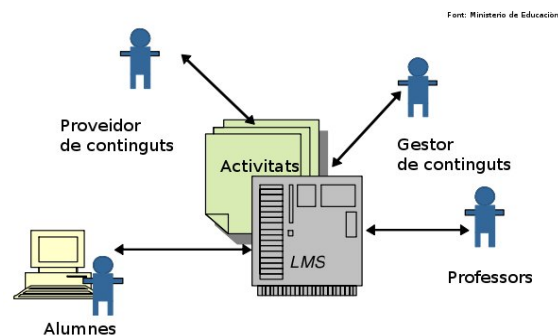
Els dos darrers apartats són genèrics a qualsevol àrea, i els 4 primers encaixen perfectament amb una visió de la feina que han de fer els estudiants a les aules al voltant de la resolució de problemes.

2.4.2 Estàndards i especificacions en e-learning

Des dels seus inicis els ordinadors s'han utilitzat en l'ensenyament. Però sobre tot, gràcies a la generalització d'internet, el volum de continguts i les eines que s'han posat a disposició de professors i alumnes han anat creixent de manera exponencial en els darrers 10 últims anys. Hem passat de l'ordinador com una eina individual a l'ordinador com a eina de treball col·lectiu i col·laboratiu. Per exemple, en el moment que encarreguem un treball a un grup d'estudiants, aquests poden fer consultes a les diverses enciclopèdies a les que poden accedir, a les pàgines web que poden tractar sobre el tema de la investigació, o fins i tot buscar en determinades webs treballs ja realitzats per altres estudiants. Però també poden comunicar-se entre ells, amb eines de comunicació instantània, per tal de compartir i/o completar la informació de la que disposen.

En aquestes circumstàncies cal tornar a definir els rols dels estudiants i dels professors, i tenir presents que apareixen noves tasques que abans no es tenien presents, com poden ser els proveïdors de continguts i l'administrador del sistema.

La relació entre ells es pot veure a partir del gràfic següent:



Gràfic 8: Rols al voltant de les eines digitals
 Font: "Uso de estándares aplicados a Tic en educación", Baltasar Fernández Manjón, Pablo Moreno Ger, José Luis Sierra Rodríguez, Iván Martínez Ortiz. CNICE

La diferència fonamental s'estableix en les funcions que tenen assignades els protagonistes d'aquest procés.

Així els proveïdors de continguts són els actors que proporcionen el material amb el que haurem de treballar a l'aula. Actualment aquests proveïdors són els autors dels llibres de text i les editorials que els editen i gestionen. Responsables també d'elaborar les diverses guies didàctiques on s'exemplifica les propostes de treball per a ser realitzades a l'aula.

El paper dels professors no desapareix amb l'e-learning, sinó que es transforma. Tradicionalment el paper d'aquest professor ha estat transmetre coneixements. En aquest nou procés, el paper del professor es transforma en el de un dinamitzador del treball dels estudiants. Val a dir que també pot ser proveïdor de continguts. En aquest sentit podem veure com moltes associacions de professors arreu del món, universitats o organismes dependents dels departaments d'ensenyament de diferents governs s'han preocupat d'aquest aspecte amb la creació d'espais web on es recullen moltes activitats dissenyades per professors. Exemples d'això que diem en són el web [Iluminations](#), creat pel NCTM; o [NRICH](#) creat per un grup de professors associat a la Universitat de Cambridge i l'aplicatiu ARC-CERCAMAT,



aplicació de recobriment curricular dissenyada pel CREAMAT, entitat relacionada amb el Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya.

Els estudiants són el centre de l'aprenentatge, això representa un canvi, atès que durant molt temps el paper central de l'ensenyament el tenien els continguts i per tant, els professors que eren els dipositaris d'aquest coneixement. El paper dels estudiants haurà de ser sempre actiu, com correspon a un procés d'autoaprenentatge. Serà tasca del professor procurar que s'estableixi un relació adequada entre professor i estudiants i estudiants entre ells. És clar que en aquest procés l'establiment de relacions, sobre tot entre estudiants, pot venir afectat per la manera de treballar.

En el cas de l'e-learning, o b-learning, apareix un nou actor que no existia en els processos d'aprenentatge, el gestor dels continguts. Segurament es un paper més tècnic que no pas pedagògic. Serà l'encarregat de gestionar els cursos que ofereixen els centres, horaris, recursos etc. I no oblidem que aquests rols poden ser permeables entre ells, pot donar-se el cas que el professor juguin al mateix temps el paper de proveïdor de continguts i el de gestor d'aquest, a banda de professors. I que els estudiants també siguin proveïdors de continguts.

En el centre d'aquest procés hi trobem el LMS, el Learning Management System (Sistema de Gestió de l'Aprenentatge). Aquest sistema permet l'accés als continguts, als recursos del sistema i la comunicació entre tots els usuaris. Un dels problemes amb que es trobarà el gestor de continguts serà el que comporta l'ús d'internet. Les diferents velocitats d'accés, el diferent tipus de maquinari amb el que treballem, la dificultat de re-utilització dels continguts en el moment que es produeixen canvis en el context educatiu o en el programari o en el maquinari. Recordem per exemple, quan fa uns anys es va viure el boom del cd-rom o del dvd-rom interactiu. Molts esforços es van abocar a una tecnologia que tot i comportar millors materials i millor accés als continguts que presentava, pensem en les enciclopèdies multimèdia, s'ha vist abandonada amb l'aparició d'internet d'alta velocitat i del web 2.0. Aquests materials no s'han adaptat al nou format. Exemples

de LMS els podem trobar en el *Moodle*, *Joomla*, *Sukai* o d'altres.

Aquest problema s'hauria d'evitar intentant sistematitzar la creació de materials educatius per tal de poder-los actualitzar i tornar-los a utilitzar durant un llarg període de temps. La idea fonamental és la de la programació en llenguatges informàtics. Cal treballar amb mòduls que siguin independents i que es puguin reutilitzar en diversos moments, i en diverses propostes de treball. Atesa la gran diversitat de LMS existents és molt important l'establiment de recomanacions i estàndards majoritàriament acceptats per tal d'assegurar la re-utilització i la interacció dels diferents sistemes sense problemes. Aquests estàndards ajuden als dissenyadors de materials educatius i als seus usuaris, en el moment en que

estableixen un marc d'actuació general per a tothom, afavorint un seguit d'activitats que seran compatibles. Per altra banda faciliten també, l'intercanvi de continguts entre diversos sistemes. Pensem per exemple, en el llenguatge de programació JAVA, que permet elaborar programes que poden funcionar sota els diferents sistemes operatius existents en el mercat.

Quins són els avantatges dels estàndards? En el document del CNICE, "Uso de los estándares aplicados a TIC en Educación", podem llegir-ne les següents, relacionades amb l'empresa SUN (2002):

a) L'ús d'estàndards evita quedar atrapat en tecnologies propietàries, tipus flash, de les quals no en podem controlar l'evolució. Evidentment els costos es redueixen i un centre pot canviar de LMS, sense perdre tot el que té desenvolupat i haver de començar de zero.

b) L'existència de mètodes estandarditzats simplifica la integració de diferents materials.

c) Els estàndards permeten que el format de producció sigui únic i pugui ser utilitzat en qualsevol plataforma de distribució. A més, se'n facilita la feina atès que permet l'existència de magatzems de continguts per mantenir i actualitzar les



propostes d'activitats.

d) Els estàndards permeten als estudiants i als professors més possibilitats a l'hora d'escollir diferents productes educatius.

És important, per tal que un estàndard tingui èxit tenir present tres nivells de treball:

1. Nivell d'especificació, en aquest primer procés es treballa en l'elaboració de recomanacions basades en el treball dels participants. A partir d'aquí caldrà experimentar, corregir i actualitzar les especificacions en funció de les noves necessitats detectades.
2. Nivell de validació, en aquesta segona fase o nivell es desenvolupen aplicacions d'acord amb les especificacions elaborades en el nivell anterior, i s'inicien programes pilot per tal de valorar l'efectivitat i aplicabilitat de les especificacions. Es creen models que exemplifiquen com funcionen les especificacions.
3. Nivell d'estandardització, en aquest darrer procés les especificacions es converteixen en estàndards. Normalment impliquen una clarificació dels requisits d'aquestes especificacions. Aquest pas implica l'elaboració d'un "producte" estable i amb pocs canvis.

Existeixen diversos organismes que participen en els processos d'estandardització. Els més importants són:

a) Aviation Industry CBT Committee (AICC). Els seus orígens es troben en l'estandarització dels productes que s'utilitzen en aviació.

b) Advanced Distributed Learning (ADL). Iniciativa del Departament de defensa dels EEUU i la Casa Blanca. El propòsit de ADL és desenvolupar el e-learning per garantir l'accés a materials educatius i d'alta qualitat que puguin ser adaptats a les necessitats individuals i que es puguin distribuir de manera senzilla.

Capítol 2.- Marc referencial

c) IMS Global Consortium. Un grup independent sense ànim de lucre. Hi participen institucions educatius d'arreu del món. Actualment té desenvolupades 16 especificacions sobre, entre d'altres, el format d'empaquetament, la informació que s'ha de lliurar a l'usuari, o el disseny de les activitats educatives.

d) European Committee for Standardization/Information Society Standardization System (CEN/ISSS). El Comité Europeu de Normalització disposa d'un subcomissió de sistemes d'estandardització de la societat de la informació amb l'objectiu de contribuir a l'èxit de la societat de la informació. També recull informació sobre les principals iniciatives, organismes i institucions que realitzen treballs en aquest camp.

Per tal d'aconseguir la total interoperabilitat s'han identificat 8 capes sobre les quals s'han d'establir els estàndards.

Aquestes capes s'encarreguen de:

- 1.- Aspectes tecnològics.
- 2.- Formats amb els que es creen els continguts educatius: xml, html, pdf, flash, php.
- 3.- Com representem la informació complementaria que afegim als objectes educatius, i faciliten els processos de cerca, selecció i recuperació, xml.
- 4.- Els esquemes anteriors s'agrupen d'acord a una serie de categories de caràcter jeràrquic.
- 5 i 6.- fan referència a la necessitat d'estructurar els objectes en unitats superiors de continguts (cursos) i garantir que els podem traslladar per la web en forma de fitxers.
- 7.- Homogeneïtzar l'estructura dels elements implicats en el procés d'ensenyament i la forma d'utilitzar didàcticament els recursos educatius.
- 8.- En aquesta capa es tenen en compte els aspectes lingüístics, culturals i socials.

Val a dir que no hi ha estàndards que puguin cobrir la gran diversitat de possibles aplicacions educatives que podem desenvolupar dins el web, però en qualsevol cas, seguir aquests estàndards ens pot permetre elaborar materials que siguin realment útils per a tota la comunitat educativa, amb l'objectiu d'establir un marc comú d'actuació on tots els professionals de l'ensenyament participin en l'elaboració de materials de gran qualitat i que siguin realment útils per a l'aprenentatge, ja sigui a nivell informàtic (e-learning o b-learning), o exclusivament presencial.

Un dels altres aspectes que cal tenir presents, és que malgrat la seva necessitat els estàndards no poden evolucionar a la mateixa velocitat que ho fa la tecnologia. Així ens trobem que en un primer moment, els estàndards no han previst la interacció i comunicació entre els estudiants, atès que aquests elements no eren previstos en el web1.0. Actualment, amb el web 2.0, la presència de wikis, blogs i altres eines sí que permeten aquesta interactivitat entre usuaris, però encara no hi ha establerts estàndards que estableixin sistemes generals d'actuar. Segurament en un temps molt proper els trobarem, però el més probable és que llavors el web hagi viscut una nova evolució.

2.4.3 Models d'aprenentatge: implicacions en el procés d'aprenentatge

L'aparició del web 2.0, segons denominació establerta per (O'Reilly, 2005) implica molts canvis en el model d'aprenentatge que s'ha vingut desenvolupant des de fa molt temps. Però aquest canvi no respon només a les exigències i possibilitats que ens presenta el web, són canvis que també s'han de donar en l'ensenyament presencial. (Downes, 2005) planteja quines poden ser les idees fonamentals d'aprenentatge que regeix el web 2.0:

a) L'aprenentatge no es fonamenta en objectes i continguts que estan guardats com poden estar-ho en una biblioteca, sinó que flueixen com en un riu en el qual podem entrar en el moment que vulguem i en el lloc que més ens agradi.

b) És tracta d'un aprenentatge centrat en l'usuari. Ell pot escollir els temes

Capítol 2.- Marc referencial

que vol estudiar, l'ordre amb que ho farà, els materials que utilitzarà, l'estil d'aprenentatge que seguirà, etc.

c) La idea es aprendre fent, el que s'anomena aprenentatge per immersió, (learning by doing), veure (Shank; 2009).

d) És un aprenentatge on té molta importància la comunicació i la interacció, és un aprenentatge connectat.

e) En moltes ocasions es pot fonamentar en el joc, recursos multimèdia, simulació.

En les primeres etapes de la educació amb ordinador, aquestes idees no s'han tingut en compte i s'han utilitzat aquestes eines per desenvolupar classes tradicionals. Per

exemple, quan es va introduir el vídeo s'utilitzava igual que si estiguéssim davant d'un professor en una classe magistral. Durant el curs 2011-12 s'introduiran de manera general, si es compleixen els plans del govern català, les pissarres digitals, (PDI) . Com es treballarà amb aquestes PDI? El professor davant la pissarra transmetrà als alumnes la informació important? Un estudiant podrà resoldre una activitat davant la resta dels seus companys? Si es fa així no haurem realitzat cap mena de canvi en el sistema educatiu, ni aprofitarem la enorme potencialitat d'aquestes eines digitals que estem introduint. Existeixen molts portals que utilitzen aquesta potencialitat del web. Segurament el més important actualment és Khan Academy, on hi ha exposats prop de 2600 vídeos sobre temes diversos, fonamentalment matemàtics, on un professor explica mitjançant un vídeo com es desenvolupen certes tècniques matemàtics. Sembla que aquest mètode expositiu s'ajusta força bé a l'ús del vídeo a internet.

S'han de desenvolupar sistemes de classe més dinàmics i immersius tal com correspon a les enormes possibilitats que ens presenta el web 2.0.

En aquesta línia, Xambó(2000) exposa algunes de les raons per les quals hi ha dipositades altes expectatives en els sistemes de e-learning.

“L'accés és possible des de qualsevol lloc i en qualsevol moment”, això dona molta flexibilitat a aquests sistemes. En correspondència, els professors també poden estar en qualsevol lloc i poden portar a terme la seva feina en qualsevol moment. Això pot permetre activitats sincròniques entre el professor i el grup, val a dir també que l'audiència d'una classe pot ser molt més alta que la d'una classe normal. L'avaluació pot estar automatitzada i integrada en el sistema informatiu de les escoles, tot i que entenem que aquest es el procés més difícil de portar a terme. Els materials d'aprenentatge són més fàcils de mantenir i d'actualitzar. És fàcil entendre que en aquestes situacions, l'ensenyament es desenvolupa de manera més profunda i la retenció del que s'està treballant és més forta.

Per altra banda, com ja hem comentat, la tele-formació incorpora un canvi en la manera d'ensenyar, centrat molt més en l'aprenentatge que en l'ensenyament. Això presenta una diferència fonamental amb l'ensenyament tradicional que posa el focus en l'ensenyament d'una determinada àrea. D'aquesta manera, l'ensenyament telemàtic s'acosta molt a l'ensenyament per competències, que s'ha introduït el 2007 a l'actual sistema educatiu. Marcelo, Puente(2002) assenyalen que aquest tipus d'ensenyament ha de ser fonamentat en la resolució de problemes.

Tot i que els avantatges de l'aprenentatge telemàtic són evidents, hi ha aspectes amb els quals s'ha de tenir especial cura a l'hora de tractar-les. Com assenyalen Pallof i Prat(2002) cal prestar molta atenció al sentiment de comunitat que es desenvolupa de manera natural en les sessions presencials, i de manera no tan evident en les sessions telemàtiques. És important, per assegurar que el procés d'aprenentatge tingui èxit, que aquest sentiment existeixi. No hem d'oblidar que l'aprenentatge és una activitat emocional, i com a tal, el suport d'una comunitat al teu voltant és fonamental per a l'èxit de la teva tasca. Pel que fa a aquest aspecte, caldrà tenir present tres dimensions a l'hora de pensar i estudiar les activitats: la dimensió social, la dimensió didàctica i la dimensió cognitiva.

La dimensió social fa referència a totes aquelles declaracions d'alumnes i/o tutors

Capítol 2.- Marc referencial

en les que es treballa la creació d'una dinàmica grupal, on es promouen les relacions socials, s'expressen emocions. Salutacions, bromes etc, formen part d'aquesta dimensió.

La dimensió didàctica fa referència al fet que els docents han de dirigir l'aprenentatge dels estudiants. Les interaccions també serveixen per formular preguntes, exposar problemes o idees, respondre les preguntes etc.

La dimensió cognitiva permet valorar en quina mesura els estudiants entenen i construeixen nous significats i elaborant un pensament crític, En aquest aspecte es podrien tenir en compte 4 fases semblants a les fases dels processos de resolució de problemes: Iniciació, Exploració, Integració i Resolució.

A més a més, es convenient tenir present, que l'aprenentatge telemàtic ens ha de permetre dominar unes habilitats, ja molt utilitzades i que ho seran molt més en els propers anys, que els nostres estudiants no aprenen en les institucions educatives. A les nostres aules els estudiants no utilitzen els mòbils, internet, les calculadores, ni la resta de gadgets que aviat seran indispensables per assegurar una adequada alfabetització tecnològica, una adequada competència digital.

El web ens ha de permetre (Arina, 2008) educar els estudiants en el context actual, proporcionant-los les adequades eines descentralitzades, i procurant-los mètodes adequats de treball per tal que puguin ser ells els que controlin el seu aprenentatge.

Dins dels possibles canvis que pot provocar l'ús de la tecnologia en l'aprenentatge cal tenir present els conceptes d'aprenentatge policrònic en front d'aprenentatge monocrònic.

En la següent taula, (Arina 2008) podem veure les diferències entre aquests dos conceptes d'aprenentatge.

Aprentatge monocrònic	Aprentatge policrònic
Una cosa a cada moment	Diverses coses al mateix temps
Plans d'estudi pre establerts	Adaptable a l'entorn
lineal	En xarxa
Les tasques són l'element important	Les relacions són l'element fonamental
Ús de la repetició i memorització	Resolució de problemes i creativitat
Una única manera de fer les coses	Diversos camins per fer les coses
Sense context	Molt contextualitzat
Comunicació sincrònica	Comunicació asincrònica
Learning Management systems	Programari social: Wikis,...
Informació	Interacció
Selecció d'eines basades en el disseny	Selecció d'eines que afavoreixen els processos
Els resultats són importants	Els processos són importants

Taula14 : Aprentatge monocrònic en front d'aprenentatge policròmic (Arina, 2008)

L'evolució del tipus d'ensenyament que es proposa amb l'ajut de les eines tecnològiques està evolucionant cap a l'ensenyament policrònic. En aquest aspecte l'aprenentatge assistit per ordinador hi juga un paper fonamental. Cal veure també, que moltes de les característiques d'aquest tipus d'aprenentatge s'adapten, o s'escauen perfectament, amb un aprenentatge per competències, que és el que s'està proposant actualment en el sistema educatiu català.

2.4.4 Procés d'avaluació de webs educatius.

Diversos autors han dissenyat criteris per avaluar els espais web dissenyats amb l'objectiu de desenvolupar tasques d'ensenyament-aprenentatge. Els espais web educatius han de ser capaços de continuar una acció d'ensenyament-aprenentatge en un context on els ordinadors o altres eines digitals, estan fent la seva aparició.

Capítol 2.- Marc referencial

No entenem com a lloc habitual de treball l'anomenada aula d'ordinadors, atès que no és un espai de treball habitual dels estudiants. Cal utilitzar uns criteris que ens indiquin si l'espai web compleix la funció per la qual s'ha dissenyat: ser eficaç en la intervenció educativa. Aquests criteris ens indicaran la qualitat de l'espai web que hem dissenyat. En aquests criteris no han d'incloure aspectes relatius als continguts d'una matèria determinada, sinó que han de ser genèrics a qualsevol tipus de contingut. (Marquès, 2001) estableix que per tal de valorar un espai web cal tenir en compte tres aspectes:

A) Identificació de l'espai web, en aquest apartat cal incloure aquells elements descriptius que permeten caracteritzar l'espai, el títol, l'adreça web per exemple. Els requisitis tècnics també seran elements a tenir en compte.

B) Indicadors de qualitat

- funcionals: Eficàcia, facilitat d'ús, interacció professor -alumne, alumne-alumne, professor-professor, Accés a altres espais web
- tècnics i estètics: Elements multimèdia, navegació, interacció, originalitat: Ús d'elements tecnològics nous
- psicològics: Atractiu, adequat als destinataris

C) Valoració global

Per fer la valoració global es planteja una valoració estadística dels aspectes tècnics, estètics i funcionals del portal web

D) Anàlisi valoratiu de la proposta.

En aquest apartat cal relacionar la proposta de valoració didàctica que es proposa al portal amb els aspectes que s'han valorat en els apartats anteriors. En aquest aspecte final haurem de veure com la proposta de treball en el web ha de permetre als estudiants desenvolupar les seves capacitats matemàtiques i tecnològiques per tal d'arribar a ser competents en ambdós aspectes.



2.4.5 Avaluació i gestió de l'aula

Actualment hi ha poques experiències de treball fetes exclusivament amb ordinador amb estudiants de secundària. Durant el programa EDUCAT1x1 a Catalunya diversos centres van fer aquestes experiències. No tenen res publicat de manera oficial però en diverses conferències realitzades, on explicaven la seva experiència¹, exposaven les següents conclusions:

- Cal integrar projectes, la tasques que es desenvolupen han d'integrar han de ser multidisciplinars
- El treball ha d'implicar treball cooperatiu per part de professorat i alumnat
- Cal un canvi d'estructura física dels espais. No té sentit una aula d'informàtica
- Canvis en els rols de professor i alumnat

¹ És pot trobar una síntesi d'aquesta experiència a EDUCAT 1X1.



CAPÍTOL 3.-

CAPÍTOL 3.-

METODOLOGIA



METODOLOGIA

Capítol 3. Metodologia

3.1 Introducció

3.2 Primera etapa de la recerca. Justificació metodològica i tipus d'investigació

3.2.1 Fases de la investigació.

3.2.2 Poblacions de l'estudi

3.2.3.1 Població general de la primera etapa

3.2.3.2 Població d'estudi de la primera etapa

3.2.3.3 Criteris de selecció de la població

3.2.3 Disseny de l'estudi de camp

3.2.4 Instruments de la recerca.

3.2.4.1 Prova inicial

3.2.4.2 Disseny de les activitats

3.2.4.3 Procés de recollida de dades

3.2.4.4 Categories d'anàlisi de les proves inicial i final

3.2.4.5 Categories d'anàlisi de les activitats matemàtiques

3.2.5 Segona etapa de la recerca.

3.2.6 Població de la segona etapa de la recerca

3.2.7 Instruments de la recerca i categories d'anàlisi

3.2.8 Procés de recollida de dades

Capítol 3. Metodologia

3.1 Introducció

En aquest capítol presentem la metodologia de la recerca que farem servir per tal d'assolir els objectius que ens hem proposat. Volem estudiar les activitats web que hem d'implantar en un portal web de treball matemàtic i quin és el comportament que tenen els estudiants davant de les activitats que hi implementem, ja sigui els estudiants digitals en format web i els estudiants no digitals amb la mateixa tipologia d'activitats.

En el procés general hem optat per una metodologia d'investigació-acció, Latorre (2003) atès que es farà en un centre en el qual l'investigador és alhora professor i recercador, amb la finalitat de que la recerca porti instruments de millora en l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques amb mitjans digitals. També entenem que el treball que desenvolupem en la recerca ens ha de portar primer a dissenyar un portal web, experimentar-lo, re-elaborar-lo i poder conèixer com els estudiants aprenen les matemàtiques amb aquest mitjans i veure les diferències amb un ensenyament que no els utilitzi. Per tal de valorar els resultats aplicarem una metodologia mixta, qualitativa-quantitativa amb diversitat de tècniques de recollida de dades, Hopkins, 1989, Winter, 1989 . I sempre haurem de tenir present que el portal que dissenyem està destinat a professors.

Per tal d'assolir els nostres objectius ens cal treballar amb estudiants de secundària. Aquests estudiants constituïran les diferents poblacions de la recerca i en aquest capítol presentarem les seves característiques.

La metodologia d'investigació-acció requereix l'ús de diversitat de tècniques de recollida de dades. Mostrarem les que hem utilitzat en els diversos cicles del procés d'investigació-acció que hem desenvolupat.

Els instruments de la recerca formen una part fonamental d'aquest capítol, així

com el disseny de l'estudi de camp que inclou totes aquelles eines que hem utilitzat. Per finalitzar, acabarem amb les categories per l'anàlisi.

3.2 Primera etapa de la recerca. Justificació metodològica i tipus d'investigació

En qualsevol recerca que vulguem portar a terme, el tipus de problema al qual ens enfrontem i el grau d'implicació ens ha d'indicar quina és la millor metodologia que hem d'utilitzar. En el nostre cas ens hem plantejat desenvolupar un portal web per a treballar les matemàtiques a primer d'ESO, activitats que estaran adaptades a un currículum dissenyat a partir del concepte de competència matemàtica Niss(1995).

Volem treballar amb aquestes activitats des de dos punts de vista, en format web i en format no digital, per després veure i comparar com els estudiants hi treballen per trobar-ne les diferències i les semblances, encara que en aquest moments hi ha bastants estudis que senyalen el valor del treball digital, però quan es revisen podem veure que s'han utilitzat diferents activitats d'aprenentatge amb les quals la comparació dels dos tipus de treball no és homogènia. En aquest sentit serà una recerca amb una orientació clarament professional.

Entenem que per analitzar el treball dels estudiants utilitzarem un estudi de casos, però també utilitzarem tècniques quantitatives per tal de veure el rendiment d'aprenentatge dels estudiants. En el procés d'estudi caldrà veure com evolucionen els nois i noies en el treball digital i no digital. Un treball estudiant tots els alumnes de primer de secundària del centre ens podria portar a valoracions globals fetes de manera descriptiva sobre el treball realitzat. No és l'objectiu de l'estudi. Volem que els nois i noies s'involucrin en la investigació que s'està portant a terme. La investigació-acció comporta una doble tasca per part de les persones que la duen a terme, la persona que fa la recerca i la de professor implicat en l'aprenentatge dels estudiants. Entenem que es important buscar també la col·laboració dels estudiants en el procés de la recerca, ja que amb ella



aconseguirem que siguin els mateixos nois i noies els que donin ajudes sobre cap on han d'evolucionar les activitats digitals per tal d'afavorir el seu propi aprenentatge.

La investigació-acció (I-A) és un instrument metodològic que parteix d'un procés de revisió, diagnòstic, planificació, posada en acció i control dels efectes produïts en relació amb una situació problemàtica de l'aula o l'escola, per tal de millorar la qualitat d'ensenyament i promoure el desenvolupament professional de l'equip docent. Aquesta metodologia, més lligada als models simbòlics i crítics, rebutja les nocions positives de racionalitat, objectivitat i veritat, i afavoreix un enfocament dialèctic que utilitza les categories interpretatives dels professors per tal d'explorar i desenvolupar les seves pròpies teories.

Per a Stenhouse (1987) el desenvolupament professional dels professors depèn de la seva capacitat per adoptar una postura investigadora en relació amb el seu exercici docent, la qual cosa exigeix que els professors:

- a) Portin un control escrit de les seves reflexions
- b) Rebin suport per investigar sobre un tema o problema comú
- c) Fent que de la investigació es derivin conseqüències per a la política educativa del centre
- d) Seguin processos d'investigació a partir d'accions cooperatives entre col·legues
- e) Puguin accedir al conjunt de coneixements comuns generats a partir de l'intercanvi i la discussió del informes de tots
- f) Arribin a ser conscients de la relació existent entre els problemes docents i els factors contextuals.

Els professors necessitem, per tant, desenvolupar el paper d'investigador en l'aula, ja que la tasca docent exigeix una anàlisi contínua de la realitat, així com un estudi en profunditat del que passa a classe, considerant que el coneixement que tenim és imperfecte i incomplet, i que es troba en un continu estat de compromís estratègic de supervivència. Segons D.C. Lortie (1975): "La major part de la

comprensió que tenen els professors de la seva realitat prové de les percepcions i experiències que com a estudiants van tenir dels seus mestres, i que això és impermeable a la seva formació posterior; per això, el professor ha de tenir una personalitat reflexiva, qüestionadora de les bases de les mancances pròpies, que pren distància del paper propi i identifica els prejudicis. A més ha de posseir capacitat per poder reflexionar sobre els seus problemes de manera col·lectiva amb altres col·legues." J. Goetz i M.D. Lecompte (1988).

3.2.1 Fases de la investigació

La recerca s'ha realitzat en diferents fases. Presentem en forma resum una taula del procés següent:

1ª Fase	any 2007-2008	Revisió bibliogràfica i delimitació del marc teòric
2ª Fase	any 2007-2008	Concreció del problema a investigar i de la metodologia
3ª Fase	any 2008-2009	Implementació de la primera etapa de la recerca: Disseny del portal web, Prova inicial, activitats d'aprenentatge i prova final. Revisió i redisseny del espai web.
4ª Fase	Any 2010-2012	Implementació de la segona etapa de la recerca: Disseny del portal web, Prova inicial, activitats d'aprenentatge i prova final.

Taula 15: Fases de la recerca

El procés d'investigació-acció s'ha efectuat en dues etapes. En la primera etapa, es



van dissenyar les activitats matemàtiques que han de formar el portal web i es van implementar a la xarxa per tal de poder ser utilitzades en la recerca. Un grup d'estudiants va treballar directament amb aquestes activitats amb l'ajut dels ordinadors i un altre grup de estudiants va treballar amb les mateixes activitats en el format no digital. Així vam poder comparar la manera com treballaven les activitats des de dos punts de vista, estudiants que utilitzen ordinadors i estudiants que treballen amb llapis i paper. S'analitzen la prova inicial, la implementació d'algunes activitats i la prova final. A partir dels resultats i de les entrevistes amb els alumnes es redissenya l'espai web i la proposta d'activitats que si presenta.

En la segona etapa, es reproduïx el procés amb nous grups d'estudiants i amb les modificacions fetes en l'espai web i en les activitats. S'analitzen la prova inicial, algunes activitats de la implementació i la prova final.

3.2.2 Poblacions de l'estudi

En la recerca s'han tractat diverses poblacions. En la primera etapa han intervingut una població general constituïda per tots els alumnes de primer de Secundària de l'Institut (5 grups de 25 alumnes). El grup de l'estudi l'han constituït 2 grups de classe (un que va treballar amb material digital GD i un altre que ho fa en material no digital GnD). Atès que la prova inicial i final no són proves estàndards, per poder valorar els resultats del grup d'estudi es va agafar una població amplia de tots el grups de primer d'ESO de l'Institut.

En la segona etapa s'ha escollit una població d'estudi constituïda per tres grups classe de la matèria de matemàtiques del mateix Institut.

3.2.2.1 Població general de la primera etapa

La població general de la primera part de la etapa la constitueixen els alumnes de primer de secundària de l'IES Llanereres de Sant Andreu de Llanereres. Aquests estudiants provenien de tres centres educatius, dos de Sant Andreu de Llanereres i un d'una població veïna, Sant Vicenç de Montalt. En el moment d'iniciar-la aquesta

població general estava formada per 132 alumnes. Dins aquest grup hi havia 15 repetidors de curs.

El centre disposa de 4 línies concedides pel Departament d'Ensenyament però degut a un projecte de centre per atendre la diversitat aquestes 4 línies s'havien redistribuït en 6. Això feia que la ràtio d'alumnes en els 6 grups-classe reals era de 22 alumnes.

Aquests estudiants desenvolupaven, i segueixen fent-ho atès que la distribució horària curricular fixada pel Departament d'Educació (actualment Ensenyament) no ha canviat, l'assignatura de matemàtiques en blocs de 3 hores setmanals de 55 minuts de durada. La distribució setmanal d'aquestes tres hores de classe és diferent per cadascun dels grups. El que si podem assegurar és que mai es fan dues sessions en el mateix dia.

3.2.2.2 Població de l'estudi de la primera etapa

Els alumnes amb els quals vam treballar formaven part d'una optativa de matemàtiques que el centre ofería en el primer trimestre de 1r d'ESO. Amb el pas del temps aquesta matèria optativa va desaparèixer de la distribució horària del centre. L'alumnat que cursa aquesta matèria no estava sotmès a cap mena de selecció. El centre disposa de diversos fulls de demanda, i són els estudiants amb l'ajut de la seva família, els que fan la selecció de l'optativa que volen cursar.

Per fer la matèria optativa es disposava d'un total de 2 hores de classe setmanal, una diferència d'1 hora respecte la resta dels estudiants de la població, que treballen 3 hores setmanals de Matemàtiques. Serà un element a tenir en compte a l'hora de fer l'anàlisi dels resultats.



Dins d'aquest procés, han optat per cursar aquesta assignatura un total de 20 estudiants. D'aquests 20, hi ha 9 nois i 11 noies. Dels 20 estudiants n'hi ha 5 que han repetit curs, tots ells nois.

3.2.2.3 Criteris de selecció de la població

Atès que la tria dels estudiants del grup de treball ens ha vingut donat pel procés d'elecció d'aquesta assignatura, podem considerar que és un grup aleatori. Una de les tasques inicials que haurem de fer serà comprovar si aquest grup es representatiu dels alumnes de primer de secundària de l'institut. Per a terme aquesta tasca vam aprofitar que el centre, des de feia anys, realitzava una prova inicial per als estudiants de primer. Aquesta prova ens va servir per comparar el grup de treball amb tot el grup d'estudiants.

Hem de dir també, que tot i que l'elecció per cursar l'optativa és lliure, molts d'aquests estudiants no la seleccionen de manera voluntària, sinó que la fan degut a reorganitzacions del centre. Així es garanteix un nombre mínim i un nombre màxim d'estudiants en totes les optatives que es fan.

3.2.3 Disseny de l'estudi de camp.

En aquest apartat mostrarem de quina manera abordarem els objectius que ens hem plantejat per tal de donar resposta a les preguntes que ens hem formulat.

El primer objectiu és dissenyar un sistema telemàtic per treballar les matemàtiques. Caldrà definir quin tipus de treball matemàtic hem de desenvolupar, i caldrà veure exemples de portals on es porti a terme aquest treball matemàtic.

El segon objectiu pretén dissenyar una eina per tal de conèixer el grau de treball competencial que poden arribar a desenvolupar les activitats matemàtiques que

implementarem en el portal i a l'aula tradicional. Caldrà veure les competències matemàtiques, com s'han treballat i qui ho ha fet, com es relacionen amb la resolució de problemes, i a partir d'aquesta informació, elaborar la nostra eina d'avaluació de les activitats.

El tercer objectiu objectiu ens ha d'obligar a observar com els estudiants treballen amb els materials disponibles en el portal. Així podrem trobar aquells elements que ens han de permetre modificar les activitats matemàtiques que hem dissenyat. Haurem de fer un seguiment de la tasca que realitzen i com la realitzen. A partir de les dades que obtindrem podrem fer una anàlisi per tal de modificar les activitats del portal. A partir d'aquest procés esperem que les activitats produïdes i implementades en el portal també permetin assolir el 4 objectiu de la recerca, que les activitats estiguin adaptades a la diferent diversitat d'alumnes de les nostres aules.

3.2.4 Instruments de la recerca

En tota recerca hem d'utilitzar diferents instruments, cadascun d'ells amb una funció específica, en el nostre cas mostren a continuació els que hem utilitzat.

- Prova inicial: Per conèixer la situació inicial que ens donara una fotografia del moment sobre alguns coneixements i habilitats matemàtiques que haurien d'haver adquirit. També ens serveix per comparar la mostra amb la població del centre i veure si aquesta es representativa.
- Disseny de les activitats: Implica introduir els mitjans digitals per treballar les matemàtiques, al voltant de la resolució de problemes i a poder comparar com treballen els estudiants amb aquesta tipologia d'activitats.

- Enquestes amb valoració numèrica després de cada activitat: eina que ens permetrà conèixer el grau d'acceptació de les activitats.
- Prova final: Per conèixer la situació final que ens permetrà saber els coneixements i habilitats matemàtiques que han adquirit. També ens possibilitarà comparar el treball dels estudiants.
- Enregistrament de vídeo i d'àudio: S'han enregistrat algunes sessions dels estudiants treballant amb l'ordinador i exposant la feina feta, això ens ha permès revisar alguns continguts i reflexionar sobre ells.

3.2.4.1 Prova inicial

Dins del pla d'atenció a la diversitat a l'IES Llavaneres, als alumnes de primer se'ls hi fa una prova de coneixements previs, amb la finalitat de conèixer el bagatge matemàtic amb el qual arriben. Aquesta prova va començar a realitzar-se el curs 2002-03, dins l'àmbit d'un procés de tractament de la diversitat que es va iniciar aleshores. La prova es fonamentava en una de molt similar que apareixia publicada en el llibre “De 12 a 16. Un proyecto de currículum de matemàtiques” del “Grupo Cero”. En el llibre apareixen comentats diversos tests que van passar el curs (1983-84) a alumnes de 7è, 8è d'EGB i 1r i 2n de BUP. Els tests es classificaven en: numèric, de fraccions, algebraic (només a BUP), d'operacions formals i d'habilitat lògica (només 2n BUP).

Es va decidir que la base del test inicial serien les proves numèriques i de fraccions. I amb el temps s'han anat afegint qüestions més relacionades amb la resolució de problemes que no hi eren. Val a dir que no és una prova que tingui com a objectiu la realització d'un diagnòstic exhaustiu de l'estat matemàtic dels alumnes quan arriben a l'IES. És una prova que es realitza el primer dia de classe després de l'aturada estival i això pot desvirtuar les dades si es pretén realitzar un

estudi molt exhaustiu. Per altra banda, com ja hem dit, l'objectiu de la prova no és fer una descripció detallada, sinó que s'acostaria més a fer una fotografia d'un moment determinat que ens hauria de permetre poder detectar aquells alumnes amb més dificultats per a la realització de les tasques matemàtiques dins del marc d'un projecte d'atenció a la diversitat. Quan s'iniciava el curs els alumnes amb més dificultats, observades a partir de la prova i amb l'ajut de la informació que arribava dels centres de primària, entraven a formar part d'un pla d'atenció específic.

La prova consta de 9 activitats. D'aquestes, tres es dediquen a l'operativitat amb nombres, naturals i racionals (decimals i fraccionaris). Altres dues es dediquen al coneixement del sistema de numeració, nomenclatura i ordre amb números decimals. Una altre de les activitats és dedica al coneixement dels múltiples i divisors. I les dues últimes és dediquen al procés de resolució de problemes. En la primera de les activitats de resolució de problemes es plantegen dues activitats tancades, situades en un context extern a les matemàtiques. Pel que fa a la darrera activitat plantegem dues situacions obertes, amb més d'una solució. Es demana als estudiants que desenvolupin aquestes dues activitats. En el moment d'adaptar la prova no es treballava per competències, això fa que sigui un tipus de prova més d'operacions que de competències. Pensem també, que només pretenia donar un cert coneixement al voltant de la promoció que arribava a l'IES.

La valoració dels resultats d'aquesta prova la farem en el capítol 6. La farem a partir de dos nivells. En el primer estudiarem les respostes dels estudiants a les preguntes del test i en la segona valorarem per separat cadascuna de les 23 activitats. Per cada cas presentarem dos conjunts de dades, una correspondrà al conjunt de la població de 1r de secundària de l'IES i l'altre a la població objecte d'estudi.



El model de prova que es continua passant en aquesta escola és pot veure en (l'annex 1)

3.2.4.2 Disseny de les activitats

Pel disseny de les activitats hem tingut en compte l'estructura de la classe de matemàtiques que es coneix com aula taller (Alsina, Burgués, Fortuny, 1986). Acostant-nos així a la idea de laboratori de Matemàtiques i seguint aquesta idea, ja sigui virtual o presencial, considerem que ha d'haver-hi:

- 1.- Una introducció al tema,
- 2.- Donar a conèixer els objectius
- 3.- Una presentació de les investigacions
- 4.- Discussió i contrast en gran grup
- 5.- Exercicis d'utilització i consolidació i de problemes d'extensió i ampliació.

A banda d'aquesta estructura de classe, hem dividit el curs en 9 mòduls didàctics, tres per trimestre, i cada mòdul està format per tres parts diferenciades però relacionades.

En cadascun dels mòduls didàctics hi haurà una activitat inicial del tipus de resolució de problemes, o de petites investigacions, atès que entenem que els problemes formen la base de l'aprenentatge matemàtic. Un segon aspecte més clàssic de resolució d'exercicis, i per finalitzar l'activitat, introduïrem diversos elements d'història de les matemàtiques, aquests elements d'història hauran d'anar relacionats amb la investigació inicial plantejada en l'activitat i amb els exercicis que ens hauran de servir per dominar les estratègies bàsiques introduïdes.

Les sessions d'aula s'inicien amb un problema que pretén donar a conèixer allò que volem treballar dins del currículum, en un context real o no, però sempre estarà situat en un context.

Podem veure les exemplificacions de les diferents unitats didàctiques en el capítol 4 on mostrarem algunes activitats i de forma més ampla en el (Annex 2).

3.2.4.3 Procés de recollida de dades

El procés de recollida de dades va tenir lloc durant el primer trimestre del curs 2007-08, mentre els estudiants desenvolupaven la matèria optativa. En les sessions de classe els estudiants GD distribuïts per parelles treballaven davant de l'ordinador en les activitats proposades. El grup GnD seguia la mateixa dinàmica de treball sense ordinador. Algunes d'aquestes sessions eren enregistrades en àudio i vídeo. Les activitats del portal web van quedar registrades en una base de dades creada amb aquest objectiu. I el grups estudiants GnD és va recollir els seus dossiers de treball.

3.2.4.4 Categories d'anàlisi de les proves inicial i final

Per tal de poder veure l'evolució dels estudiants que han format part de l'estudi hem dissenyat una prova final per poder contrastar els resultats de l'aprenentatge comparant les competències inicials amb les finals. Aquesta prova consta de dues activitats i la podem veure en l'annex 2.

La primera és una activitat que demanda de l'alumne fer una petita investigació sobre una situació problemàtica en un context. En aquest cas és el procés d'organització d'un petit torneig en una classe.



En la segona activitat és demanda als estudiants un determinat conjunt d'operacions que mantenen una determinada relació. Es pretén que els estudiants siguin capaços de realitzar les operacions, i de trobar-ne la relació i poder explicar-la.

Pel que fa a la nostra recerca, volem saber si la població amb la que treballarem pot representar adequadament a tots els estudiants de 1r d'ESO de l'IES i també valorar el seu nivell operatiu i competencial.

Respecte del primer objectiu es valoraran dos aspectes de la prova inicial:

- a) La valoració global de la prova, el número total d'ítems contestats correctament
- b) La valoració i comparació de cadascun dels 23 ítems de les 9 preguntes de la prova.

Pel que fa al segon objectiu, la anàlisi dels 23 ítems ens donarà informació del nivell operacional i competencial d'inici de tots els estudiants.

El fet de poder realitzar aquesta prova anualment ens obra la possibilitat de poder comparar els resultats que obtenen diverses promocions d'estudiants en els aspectes valorats per la prova. L'objectiu de la prova final és comparar els resultats obtinguts dels estudiants dels GnD i GD.

En aquesta prova s'analitzaran el grau d'assoliment de les vuit subcompències matemàtiques de Niss (1999).

3.2.4.5 Categories d'anàlisi de les activitats matemàtiques

Les activitats matemàtiques que implementarem en el portal són activitats que ja fa un cert temps que s'estan desenvolupant a l'aula. Algunes d'aquestes activitats, tal com podem veure en el capítol 4, ja estan adaptades per a portar a terme un

treball per competències i es valoraran segons les subcompetències matemàtiques Niss (1999). Les categories d'anàlisi de les activitats de la primera etapa de la recerca han estat per una part veure la correcció o no de les mateixes i per l'altre l'adequació de les argumentacions donades dels alumnes sobre les activitats que feien d'aprenentatge, ja que com professor d'aula havia de donar una valoració. Per valorar l'aprenentatge de les activitats de la web "Investigar les matemàtiques" en la primera etapa de la recerca s'han valorat: a) la correcció de les activitats i b) els tipus d'argumentació que utilitzaven, a partir d'aquí s'han comparat els resultats dels dos grups d'estudi: els digitals i no digitals.

3.2.5 Segona etapa de la recerca.

L'estudi realitzat a la primera fase de la recerca ens ha indicat els aspectes que podem modificar i millorar en aquesta segona.

a) Aspectes referits al portal web

- Estructura de curs. Fer alguns canvis en organització general del curs.
- Reorganització de continguts: matemàtics, digitals de suport a les matemàtiques i digitals de suport a l'organització de les activitats
- Canvis en les eines de creació de les activitats i del portal. S'han incorporat noves eines digitals.

Hi ha diversos elements que justifiquen aquests canvis (capítol 7), podem indicar que hem vist que les activitats del portal es poden desenvolupar en diversos nivells acadèmics, a diferència del que havíem proposat inicialment, hi ha un ventall important de nivells on poden ser aplicades. L'estructura de curs pressuposa una limitació per a estudiants i professors innecessària. Cal posar a disposició de professorat i també, d'estudiants, les eines digitals que s'utilitzen per a la realització de les activitats, per aquest motiu cal presentar les eines digitals que s'han utilitzat en l'elaboració de les activitats i el portal al professorat. Eines digitals que s'han de presentar en dues vessants: de suport al treball matemàtic i

de suport a la organització de les activitats matemàtiques. Les eines digitals estan evolucionant de manera constant, i n'estan apareixent de noves amb unes corbes d'aprenentatge molt baixes, ràpidament ens les podem fer nostres. Cal adaptar la tasca realitzada a aquestes noves eines.

b) Aspectes referits a les activitats de treball i d'avaluació que conformen el portal web

- Adequació de les activitats matemàtiques a realitzar pels estudiants en petites recerques o aprenentatge basat en problemes (ABP).
- Modificació de la prova final per tal de millorar l'avaluació de les vuit subcompetències de Niss (1999)
- Incloure activitats de fòrum telemàtic
- Reducció de les activitats d'aplicació algorísmica

Tot i que la base del treball matemàtic que desenvolupem a l'aula es fonamenta en la resolució de problemes, en la primera versió del portal hi ha força activitats dedicades a l'aplicació d'algorismes. Aquestes activitats les hem reduït de manera important en la segona versió. De fet, hem treballat fonamentalment en activitats de resolució de problemes, això ha fet que les hagem d'adaptar al treball per competències o a crear-ne de noves. Amb la prova final també ho hem fet. Un tipus d'activitat que vam trobar a faltar en la primera fase, eren activitats telemàtiques per a realitzar conjuntament tota la classe. És per aquest motiu que hem introduït un fòrum en aquesta segona fase de la recerca.

No hem modificat la prova inicial. Ens ha semblat que calia mantenir-ne l'estructura per tal de poder comparar els resultats de la primera fase amb la segona fase de la recerca.

3.2.6 Població de la segona etapa de la recerca

En la segona part de l'estudi, la població l'han constituït tres grups classe de l'INS Llanerres. Un d'ells treballarà digitalment i els altres dos grups classe sense ordinadors. Els criteris que vam explicar en la primera fase es mantenen en aquesta. La diferència fonamental rau en el fet que, mentre en la primera fase treballàvem amb estudiants que formaven part d'una matèria optativa, ara treballarem amb grups classe. Un altre aspecte a tenir en compte és que en el moment de realitzar la segona fase de la recerca, curs 2010-11, al centre només hi van estudiants de Sant Andreu de Llanerres, ja que a Sant Vicenç de Montalt hi van construir un nou centre de secundària.

Aquests 3 grups que anomenarem A, B i C estan formats per 20, 19 i 19 estudiants. El grup A està format per 12 noies i 8 nois. Hi ha dues alumnes de famílies desestructurades amb força problemes familiars i un dels nois és sord. El grup B està format per 10 noies i 9 nois. En aquest grup hi ha un noi que repeteix curs, no per capacitat sinó per problemes familiars. Hi ha un noi diagnosticat amb TDHA i dues noies procedents de famílies desestructurades, relacionades familiarment amb les alumnes del grup A. El grup C està format per 10 noies i 8 nois. En aquesta classe hi ha una noia en tractament psicològic, 3 noies d'origen immigrant però ben integrats a la classe i al poble en general.

Aquests tres grups no són tots els estudiants de la promoció, atès que hi ha dos grups el D i el E que no participen en el projecte. Des de sempre, és criteri de l'institut no distribuir els estudiants en "nivells acadèmics", seguint els estudis que han dit que la separació dels alumnes amb nivells no afavoreix l'aprenentatge. Cal tenir en compte, que a Catalunya, segons dades de la Fundació Bofill(2011) un de cada tres centres de secundària opta per agrupacions anomenades homogènies. Aquest és un criteri que mai s'ha seguit de manera global en el nostre IES. Per aquest motiu, la proporció de nois i noies, d'alumnes repetidors, d'alumnes amb dificultats o amb circumstàncies especials es manifesten per igual en tots els grups

del centre. Val a dir que, com en qualsevol agrupació es poden donar dinàmiques que facin que els grups es comportin de manera diferent.

3.2.7 Instruments de la recerca i categories d'anàlisi

En aquesta segona fase de la recerca utilitzarem tres instruments per a realitzar-la:

a) Prova inicial. Seguirem utilitzant la prova que ja vam utilitzar en la primera fase de la recerca. Entenem que compleix adequadament els objectius que ens vam plantejar amb ella i no veiem motiu per canviar-la. És una prova que permet avaluar la situació inicial de l'alumnat en l'arribada a l'IES i ens permet comparar els resultats dels diversos grups de treball. A més podem comparar els resultats d'aquesta promoció amb els resultats de la promoció d'estudiants que va participar en la primera fase de la recerca.

b) Les noves activitats. A partir dels resultats de la primera fase, hem provocat canvis en l'estructura del portal web i de les activitats. Així mateix hem introduït canvis en les activitats. Valorarem el treball dels estudiants amb aquestes noves activitats.

c) La nova prova final. Així com en la prova inicial no hem fet canvis, si ho hem fet amb la prova final. Hem reduït la seva llargada per adaptar-la al temps real de durada d'una classe i hem potenciat el treball per competències a partir de l'eina que hem dissenyat, i que veurem en el capítol 4. (Annex 3)

La prova planteja una situació contextual i al voltant d'ella, es desenvolupen 8 activitats. Està pensada per tal de ser realitzada en aproximadament 55 minuts, que és el temps que acostuma a dura una sessió de classe en un centre de secundària.

Al modificar la prova hem intentat que apareguin reflectides, i que puguem comptabilitzar, les 8 subcompetències matemàtiques proposades per Niss. A més, hem intentat que també apareguin els diferents graus d'aprofundiment en el

treball per competències competencial dels estudiants, per tal de poder comparar els resultats obtinguts pels estudiants que han treballat digitalment amb els que no.

La prova és una activitat única que proposa seguir un procés de matematització, primer caldrà comprendre la situació, traduir-la a llenguatge matemàtic amb taules i fórmules, i després utilitzar aquestes taules i fórmules per tal de respondre a les preguntes que ens formulem sobre la situació problemàtica. Aquesta darrera fase implicarà tancar el procés de matematització que porta incorporada l'activitat. L'anàlisi de competències el farem a dos nivells: a) Globalment, b) Individualment.

a) **Globalment**

És una activitat que relaciona entre ells diversos elements de dos blocs de continguts matemàtics diferents: numeració i càlcul i relació i canvi, i situats en un context extern a les matemàtiques. Estem treballant la **subcompetència 3** (Construcció de models) en tots els seus nivells.

És una activitat que permet que els diferents elements que hi intervenen puguin ser representats de diverses maneres, des dels noms dels participants, l'estructura de la competició i la presentació de resultats. Hi ha un treball general a partir de la **subcompetència 5 (Representació)**.

Implica en diverses activitats la necessitat de comunicar els resultats de la tasca realitzada en els seus tres nivells. **Subcompetència 7**, en tots els seus nivells atès que es demana diversos tipus d'explicacions i justificacions.

b) Individualment

Pregunta 1

Es planteja una situació nova diferent de la plantejada en l'enunciat del problema. Les dues tenen relació però aquesta pregunta implica l'ús d'una estratègia diferent a la proposada. A més, poden haver-hi diferents maneres de respondre-la. Es treballa la **competència 1**, en el nivell de reflexió.

Pregunta 2

Aquesta pregunta **reproduceix** coneixements, atès que es respon de manera única. I demana **explicar** coneixements. Implica la utilització de les **competències 1, 2 i 7** en el nivell de reproducció.

Pregunta 3

Aquesta pregunta és una continuació de la segona i pretén preparar per les següents activitats.

Pregunta 4

En aquesta pregunta es demana als estudiants que construeixin una **taula** amb les dades obtingudes en les activitats anteriors, on es pugui relacionar el número de jugadors amb el número de partides del campionat. Un cop construïda, caldrà veure si les dades segueixen algun patró, caldrà **reconèixer-lo** i **explicar-lo**. Aquí es poden construir diversos tipus de taula. La que ens porta al nivell de reflexió és la que ens permet trobar la pauta que segueixen els resultats en funció dels jugadors. Altres taules no arriben a aquest nivell. En aquesta activitat es treballa la **subcompetència 8**, estableix que s'ha d'utilitzar una taula, i es podria realitzar un gràfic per completar la recerca del patró. El nivell serà de reproducció i/o de reflexió. La **subcompetència 3** també apareix en el grau de reflexió en el moment de reconeixement de la pauta que segueixen els resultats.

Pregunta 5

Demana dues proves d'una situació donada. **Subcompetència 4** en els seus tres graus. Si l'estudiant utilitza el mètode de l'activitat 1, estarà utilitzant el grau de reproducció. Si utilitza la taula el grau de connexió i si fa servir la fórmula el grau de reflexió.

Pregunta 6

Al treballar amb fórmules matemàtiques es veu implicada la **subcompetència 6**. Planteja fórmules en contextos poc coneguts i nous pel que fa als estudiants. És treballa al nivell de connexions i reflexió.

Pregunta 7

Cal utilitzar el treball fet fins ara per intentar fer una previsió d'una situació nova. Entrem en la fase final del procés de matematització. Implica l'aparició de les **subcompetències 7, 3, 2 i 1** en el nivell de reflexió. En aquesta pregunta i la següent els estudiants poden arribar al nivell més alt de la subcompetència en el moment que utilitzin la fórmula de l'activitat 6 per respondre la pregunta de l'activitat.

Pregunta 8

En aquesta pregunta els estudiants hauran d'utilitzar les fórmules, les taules o altres eines que hagin utilitzat per tal d'esbrinar la resposta a l'activitat. **subcompetència 2** en el grau de reflexió. **Subcompetència 3** en el mateix grau. **subcompetència 7**, en el grau de connexió i/o reflexió. **Subcompetència 8**, en el grau de reflexió.

En la taula següent podem veure un resum de les subcompetències que apareixen en l'activitat proposada com avaluació del procés i del grau d'aprofundiment de cadascuna d'elles.



Podem veure que de les 24 possibles combinacions subcompetència-nivell d'aprofundiment, n'apareixen representades 20. La qual cosa ens fa pensar que es una bona activitat per tal de poder avaluar el nivell competencial dels estudiants que la realitzin.

3.2.8 Procés de recollida de dades

El procés de recollida de dades per aquesta segona fase va tenir lloc al llarg del curs 2010-2011 i primer trimestre del 2011-12 mentre els estudiants realitzaven les tres hores de matemàtiques incloses en el currículum de primer d'ESO i de segon d'ESO i no van poder utilitzar els ordinadors tant com haurien volgut, però l'estudi es va poder portar a terme tal com estava previst.

En aquesta segona etapa s'ha millorat el procés d'enregistrament digital de les activitats dels alumnes. Les seves produccions s'han enregistrat en dos formats diferents: a) en un full de càlcul o b) en un programa de tractament de textos situats ambdós en el núvol informàtic. Aquestes modalitats tenen més avantatges que el sistema utilitzat en la primera etapa de la recerca ja que tenen una facilitat d'ús superior i major fiabilitat en la recol·lecció de les dades. Per altra banda permet guardat les produccions de cadascun dels estudiants en una carpeta virtual o e-portofoli.



CAPÍTOL 4.-

CAPÍTOL 4.-

UNITAT DIDÀCTICA



UNITAT DIDÀCTICA

Capítol 4. Unitat didàctica

Capítol 4. Unitat didàctica

4.1 Introducció

4.2 Disseny de la unitat

4.2.1 Objectius de la unitat

4.2.2 Estructura de la unitat

4.2.3 Les activitats

4.3 Eina d'assignació de competències a les activitats

4.4 Assignació de competències a cada unitat

4.5 Valoració general d'un mòdul didàctic



Capítol 4. Unitat didàctica

4.1 Introducció

En aquest capítol presentem primer el disseny de les unitats didàctiques que formen la programació didàctica del curs, atès que són un instrument fonamental pel treball docent i per la investigació que duem a terme. Per unitat didàctica entenem aquell conjunt d'activitats que permeten organitzar, articular i ajustar la tasca educativa d'un període de temps. En el nostre cas proposem que la programació didàctica estarà formada per 9 unitats didàctiques. Veurem quins en són els seus objectius, la seva estructura i en veurem alguns exemples de les unitats que en formen part.

Un dels objectius de l'estudi es veure des del punt de vista competencial si el treball amb el portal "Investigar les matemàtiques" facilita més o menys l'aprenentatge matemàtic. És, per això, que també presentem el disseny d'una eina que hem elaborat per conèixer quin és el nivell competencial potencial que tenen les activitats.

Finalitzarem aquesta capítol mostrant exemplificacions de l'eina que hem dissenyat amb algunes de les activitats que formen part de la recerca.

4.2 Disseny de la unitat

En aquest apartat presentem els objectius que volem que assoleixin els estudiants al finalitzar el treball amb les activitats del portal, hem de tenir en compte que els objectius s'han d'adequar al disseny curricular del Departament d'Educació. Mostrarem també l'estructura dels tres trimestres del curs escolar, i de cadascun dels trimestres, així com la seqüència dels continguts i el mapa conceptual indicant com es relacionen els continguts. Al final de l'apartat veure'm

com a exemple el primer bloc d'activitats del primer trimestre per tal de poder veure'n la seva estructura; atès que aquestes activitats s'hauran de treballar també amb mitjans informàtics, dedicarem el darrer apartat a veure quins seran els elements que ens permetran implementar aquestes activitats en un servidor web per poder fer-se per via telemàtica. Val a dir que malgrat que les activitats es podran realitzar via internet, la proposta de treball preveu que els estudiants realitzin les activitats en presència del professor de l'àrea, en un procés de b-learning.

4.2.1 Objectius de la unitat

La unitat pretén que els estudiants assoleixin els objectius previstos en el disseny curricular elaborat pel Departament d'Ensenyament. La matèria de matemàtiques de l'educació secundària obligatòria té com a objectiu el desenvolupament de les capacitats següents:

1. Valorar les matemàtiques com a part de la cultura, tant des del punt de vista de la història com des de la diversitat cultural del món actual, i utilitzar la competència matemàtica per analitzar tot tipus de fenòmens del nostre món i per actuar de manera reflexiva i crítica en els diferents àmbits de la vida.
2. Plantejar i resoldre problemes, abordables des de les matemàtiques, que sorgeixin en situacions de l'entorn, en altres disciplines i en les pròpies matemàtiques, aplicant i adaptant diverses estratègies i justificant-ne l'elecció.
3. Reconèixer el raonament, l'argumentació i la prova com aspectes fonamentals de les matemàtiques, així com el valor d'actituds com la perseverança, la precisió i la revisió.
4. Organitzar i consolidar el pensament matemàtic propi i comunicar-lo als companys/es, professors/es i altres persones amb coherència i claredat, utilitzant i creant representacions matemàtiques que possibilitin aquesta comunicació.
5. Reconèixer i aplicar les matemàtiques en contextos no matemàtics, tot integrant-les en el conjunt de sabers que ha anat adquirint des de les diferents matèries així com des de la perspectiva del seu paper a la societat actual.
6. Mostrar confiança en la pròpia capacitat per resoldre problemes, afrontar-ne la resolució amb actitud positiva i assolir un nivell d'autoestima que li permeti gaudir dels aspectes creatius, manipulatius, estètics i útils de les matemàtiques.
7. Comprendre el significat dels diferents tipus de nombres i de les operacions. Calcular amb fluïdesa, fer estimacions raonables i utilitzar els mitjans tecnològics per obtenir, tractar i representar informació, així com per calcular.
8. Utilitzar diferents llenguatges (verbal, numèric, gràfic i algèbric) i models matemàtics per a identificar, representar i dotar de significat relacions quantitatives de dependència entre variables.
9. Identificar les formes i relacions espacials presents en l'entorn, i utilitzar la visualització, el raonament matemàtic i la modelització geomètrica per a descobrir i provar propietats geomètriques i per a resoldre problemes.
10. Reconèixer la importància de la mesura tant en la vida quotidiana com en el desenvolupament de la ciència i aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiades per a obtenir mesures (de manera directa i indirecta) i fer estimacions raonables, en contextos diversos.
11. Identificar els elements matemàtics presents en tot tipus d'informacions per tal d'analitzar-les críticament, i formular preguntes abordables amb dades, utilitzant els mètodes estadístics apropiats (recollida, organització, anàlisi i presentació de dades) per poder respondre-les.

Taula 16: Currículum educació secundària obligatòria - Decret 143/2007 DOGC núm. 4915

Aquests objectius es pretenen que els alumnes els assoleixin a partir de les activitats que han de desenvolupar en un aprenentatge constructiu. Per una banda hi ha un conjunt de processos generals que s'han de realitzar de manera en tots els cursos de la secundària obligatòria i uns altres específics de cada curs.

a) **Processos generals.** Aquests processos generals fan referència a l'organització del pensament matemàtic propi, a la confiança de les capacitats per afrontar situacions problemàtiques i a la perseverança per cercar solucions, i saber connectar els diferents blocs de les matemàtiques i d'altres matèries.

Creiem que aquests processos han de permetre als nostres estudiants actuar amb una mirada científica davant dels problemes, per tant d'alguna manera, aquests processos generals ens han de permetre introduir activitats, similars als projectes, on els estudiants han posar en pràctica una actitud científica, particularment, matemàtica, davant de noves situacions problemàtiques.

b) **Processos específics del primer curs de la ESO (segons el decret 2007 de Departament d'Ensenyament):** resolució de problemes, raonament i prova, comunicació i representació i Connexions.



Gràfic 9: Processos inclosos en el currículum

Gràfic 9: Processos inclosos en el currículum

Entenem que aquests processos concreten i precisen els processos generals que s'han de treballar al llarg de tota la secundària obligatòria.

4.2.2 Estructura de la unitat

La unitat s'estructura com un treball de matemàtiques per desenvolupar al llarg d'un curs escolar dividit en tres trimestres. En cada trimestre treballem un total de 3 unitats didàctiques. L'estructura d'aquestes unitats sempre és la mateixa. Primer iniciem la unitat amb un problema inicial que ens servirà per iniciar els continguts que volem treballar, després aprofundim sobre aquests continguts amb activitats relacionades; en segon lloc treballem un conjunt d'activitats més de tipus reproductiu (segons nomenclatura PISA, 2003) per aconseguir una consolidació dels continguts que apareixen en el bloc, en el tercer apartat s'introdueixen un seguit d'activitats que relacionen els continguts que treballem amb elements històrics de les matemàtiques.

La metodologia que es segueix és l'aula taller, es basa en les idees de matemàtics tant il·lustres com són (Puig Adam, 1958), (Polya, 1967) entre d'altres. Aquesta dinàmica és la següent:

- a) Una introducció al tema
- b) Donar a conèixer els objectius
- c) Presentar les investigacions
- d) Discussió i contrast en gran grup
- e) Realització d'exercicis i de problemes

Aquesta estructura es també la que proposen també per Alsina C., Burgués C, Fortuny JM (1988). A més de les activitats que es proposen cal tenir present que també han de realitzar sessions en gran grup per tal de contrastar de manera efectiva les diferents maneres de realitzar les activitats i els diferents resultats trobats pels grups de treball.

Capítol 4. Unitat didàctica

A continuació presentem els continguts que treballarem i els mapes conceptuals corresponents a la programació didàctica del curs. Presentem les activitats que formen cada unitat en una taula de doble entrada i en un mapa conceptual la relació que s'estableix entre els continguts que es treballen.

PRIMER TRIMESTRE

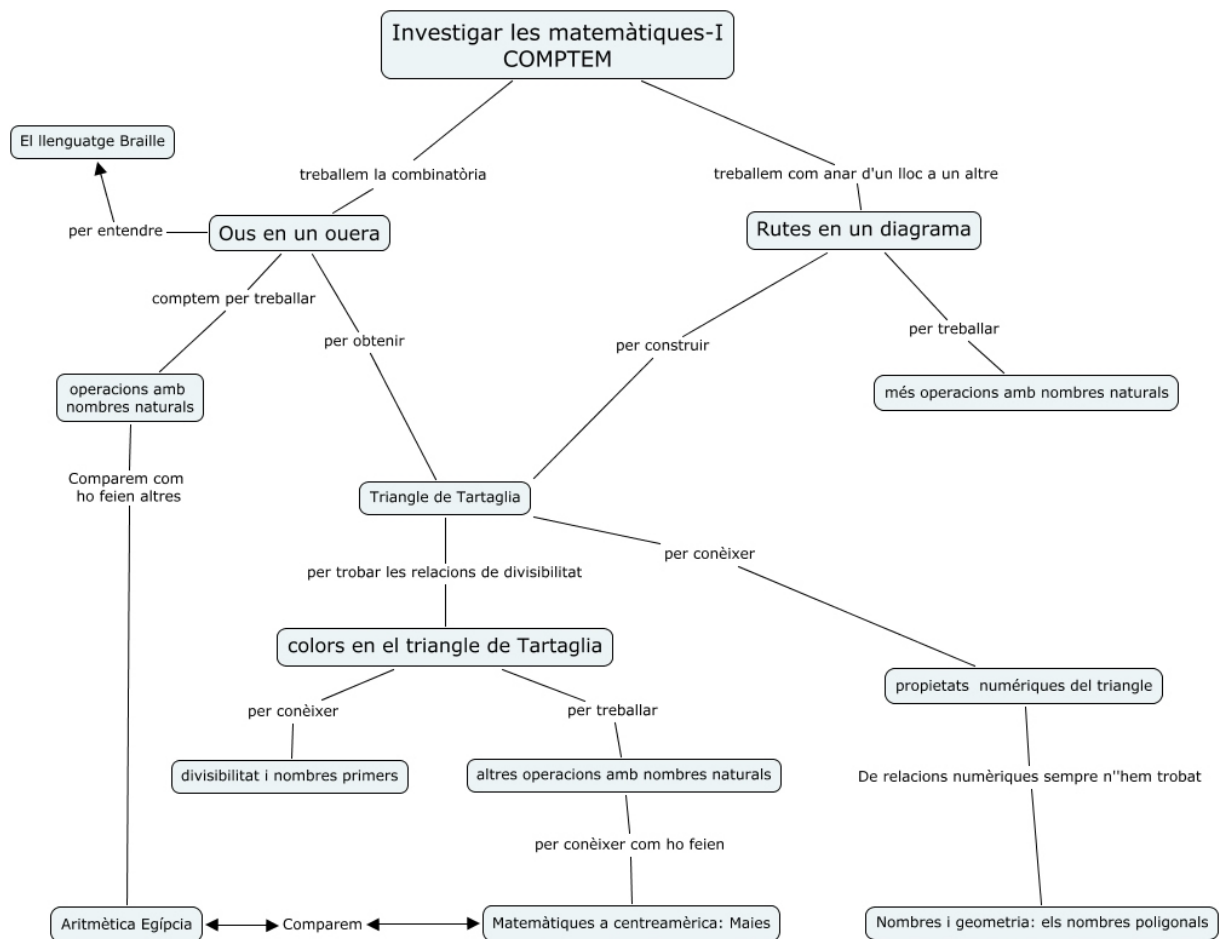
Taula de continguts i mapa conceptual corresponent al primer trimestre

1r TRIMESTRE		
UNITAT 1	UNITAT 2	UNITAT 3
<p>Introducció</p> <ul style="list-style-type: none"> Ous en un cistell: Introducció a la combinatòria Triangle de Pascal Braille i l'escriptura: Més combinatòria 	<p>Introducció</p> <ul style="list-style-type: none"> Rutes en un diagrama: Obtenció del triangle de Pascal Construcció del triangle: Propietats 	<p>Introducció</p> <ul style="list-style-type: none"> Colors en el triangle: Criteris de divisibilitat Divisibilitat i nombres primers
<p>Operacions amb nombres naturals:</p> <ul style="list-style-type: none"> Sumes i restes sense parèntesi Propietat distributiva Problemes 	<p>Operacions amb nombres naturals:</p> <ul style="list-style-type: none"> Operacions combinades amb claudàtors i parèntesis Curiositats numèriques Potències 	<p>Operacions amb nombres naturals:</p> <ul style="list-style-type: none"> Descomposició en factors primers Màxim comú divisor Mínim comú múltiple Problemes
<p>Elements d'història de les matemàtiques: Aritmètica Egípcia</p>	<p>Elements d'història de les matemàtiques: Nombres poligonals</p>	<p>Elements d'història de les matemàtiques: Matemàtiques Maies</p>

Taula 17: Continguts matemàtiques del primer trimestre

Capítol 4. Unitat didàctica

A continuació podem veure el mapa conceptual de les tres primeres unitats didàctiques.



Gràfic 10: Mapa conceptual dels continguts del primer trimestre

SEGON TRIMESTRE

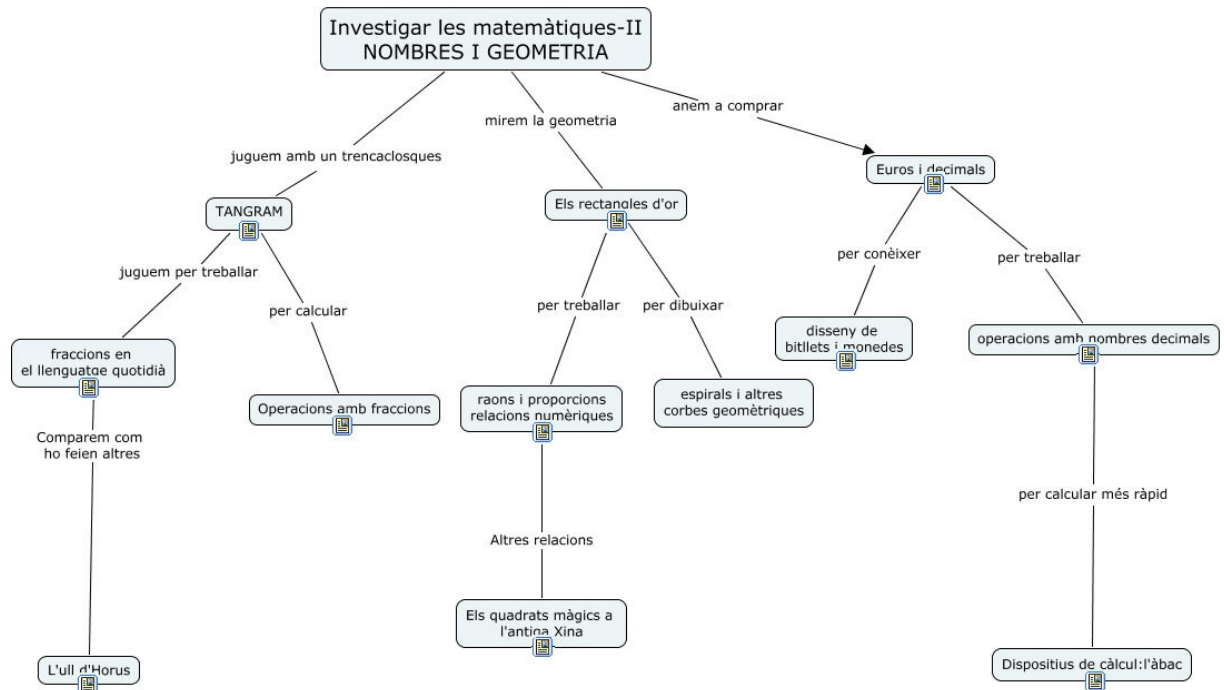
Taula de continguts i mapa conceptual corresponent al segon trimestre

2n TRIMESTRE		
UNITAT 1	UNITAT 2	UNITAT 3
<p>Introducció</p> <p>Els dominis del tangram:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fraccions • Percentatges • Decimals 	<p>Introducció</p> <p>Els rectangles d'or:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Successió de Fibonacci, Raó • Raons i proporcions • Altres sèries numèriques 	<p>Introducció</p> <p>Anem a comprar amb euros:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La comunitat econòmica europea • Els bitllets i les monedes: • Construcció i disseny
<p>Operacions amb fraccions</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicació i • Divisió de fraccions 	<p>Geometria</p> <ul style="list-style-type: none"> • Espirals • Successió de Fibonacci 	<p>Operacions amb decimals:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicació i • Divisió de nombres decimals
<p>Elements d'història de les matemàtiques</p> <p>Fraccions a l'antic Egipte: L'ull d'horus</p>	<p>Elements d'història de les matemàtiques</p> <p>El món matemàtic de l'antiga Xina: Els quadrats màgics</p>	<p>Elements d'història de les matemàtiques</p> <p>Dispositius de càlcul: àbac</p>

Taula 18: Continguts matemàtiques del segon trimestre

Capítol 4. Unitat didàctica

Pel que fa al mapa conceptual,



Gràfic 11: Mapa conceptual dels continguts del segon trimestre

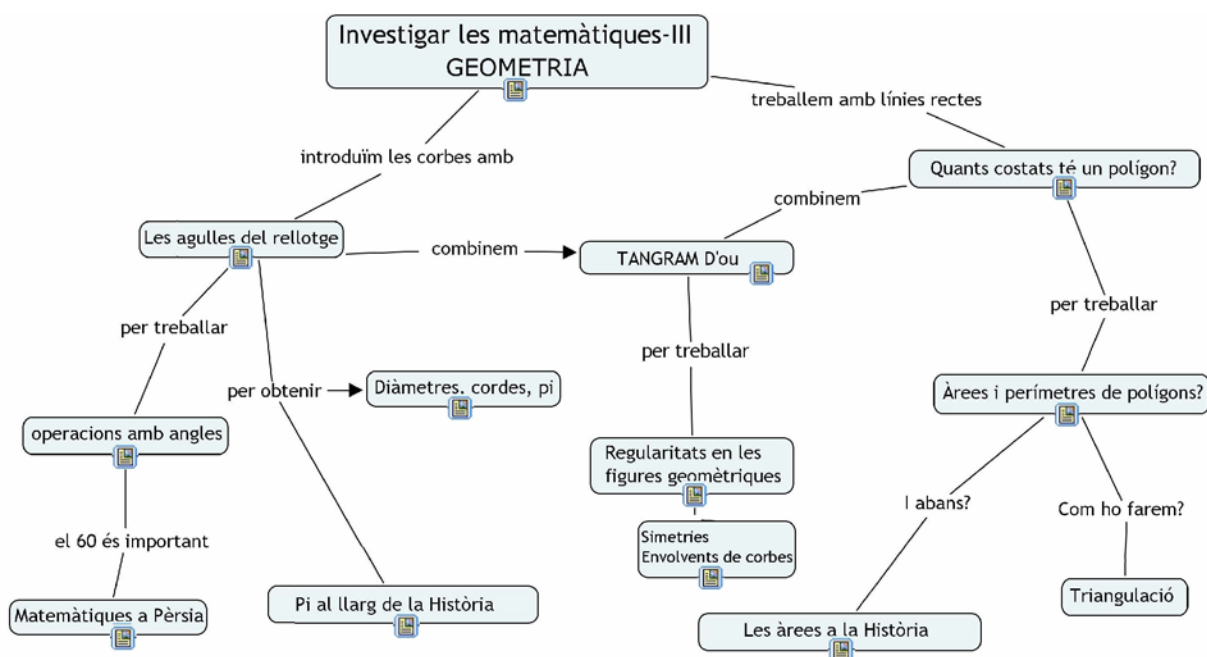
TERCER TRIMESTRE

Taula de continguts i mapa conceptual corresponent al tercer trimestre

3r TRIMESTRE		
UNITAT 1	UNITAT 2	UNITAT 3
Introducció Les agulles del rellotge: <ul style="list-style-type: none"> • Angles • Circumferència: diàmetre, cordes • El número Pi 	Introducció Quants costats? <ul style="list-style-type: none"> • Polígons • Classificació de polígons • Construcció de polígons 	Introducció <ul style="list-style-type: none"> • Simetria: El Tangram d'ou • Regularitats de les figures • Eixos de simetria • La simetria en l'art
Operacions amb angles: <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicació • Divisió 	Càlcul d'àrees i perímetres de Polígons Triangulació	Dibuixos islàmics Flocs de neu
Elements d'història de les matemàtiques: Babilònia: Les matemàtiques de 60	Elements d'història de les matemàtiques: Les àrees al llarg de la història i d'indret	Elements d'història de les matemàtiques: El número (Pi). Evolució al llarg de la història

Taula 19: Continguts matemàtiques del tercer trimestre

El mapa conceptual corresponent a aquest trimestre serà



Gràfic 12: Mapa conceptual dels continguts del tercer trimestre

4.2.3 Les activitats

Les activitats que formen les unitats didàctiques s'han treballat en l'IES on hem realitzat l'experiència des de fa molts anys. Moltes s'han dissenyat des de zero, i d'altres s'han dissenyat a partir d'activitats existents. Aquestes darreres s'han anat modificant amb els anys de treball a les aules.

Per veure les relacions entre els tres tipus d'activitats mostrarem el primer bloc d'activitats del primer trimestre. La que hem anomenat "OUS EN UN CISTELL".

En aquesta primera unitat didàctica del curs, es treballen diversos continguts. El problema inicial té com objectiu la recerca de patrons i regularitats amb nombres naturals, per tant ens trobem davant d'una unitat que ens ha de permetre treballar



els blocs de numeració i càlcul i el de canvi i relacions del currículum d'ensenyament secundari. Dins d'aquests dos apartats és important treballar el significat dels nombres en diversos contextos i la seva expressió, tant verbal, gràfica com numèrica. Pel que fa al canvi i les relacions, cal treballar sobre tot la representació dels patrons i les regularitats amb activitats adequades amb números naturals.

No hem d'oblidar que les activitats han d'incloure els processos generals que hem descrit i han d'estar presents en totes les activitats que hem de treballar en el nivell de la secundària obligatòria: Resolució de problemes, Raonament i prova, Comunicació i representació i Connexions.

En les activitats que mostrem com exemple, hem eliminat l'espai que deixem als estudiants per tal que responguin les qüestions en el mateix dossier de treball. En l'elaboració dels materials, tant els virtuals com els de paper, s'ha disposat d'espai per poder respondre les activitats que se'ls plantegen. L'estructura de les activitats digitals, tal com mostrem en el capítol 5, s'han construït seguint la mateixa estructura de les activitats en paper, enunciat amb espai per respondre la qüestió plantejada, i la introducció si cal dels elements digitals necessaris per tal d'ajudar a la resposta, tal com podrien necessitar per treballar les activitats en paper. Mostrarem una activitat de cadascuna de les tipologies presentades.

ACTIVITAT 1: Ous en un cistell

Avui en Pep i la Laura han anat al mercat. En la polleria han vist que tenien una ouera amb un sol ou, i s'han posat a pensar de quantes maneres diferents podien



col·locar aquest ou en l'ouera.

La Laura creu que hi ha 6 maneres diferents de col·locar l'ou a l'ouera. Cosa amb la que està d'acord en Pep. Per què?







En Pep ha afegit, com amb un ou hi ha 6 maneres diferents, si hi haguera dos ous n'hi hauria 12, de maneres diferents de col·locar els dos ous.

Té raó en Pep fent aquesta afirmació?

Hem de tenir present que en una ouera de les que podem trobar a les botigues hi caben 6 ous.

2.- I si tens tres ous, de quantes maneres diferents els podem col·locar dins l'ouera?

3.- I si tens quatre ous? Completa la següent taula on tindrem en compte totes els possibilitats, des dels casos que ja hem estudiat fins als casos de 5 i 6 ous.

Ous en l'ouera	0						
		1	2	3	4	5	6
Maneres possibles							

Explica el raonament que has seguit per omplir la taula anterior

Què en pots dir dels resultats?

Observes alguna semblança entre les dues imatges següents:



I en entre les següents imatges?



Quantes maneres diferents hi ha en total de col·locar 6 ous en l'ouera?

4.- Què passaria si enlloc de tenir oueres de 6 ous tinguéssim oueres de 12 ous de capacitat?

5.- Perquè creieu que els ous es mesuren en dotzenes o mitges dotzenes, enlloc d'utilitzar les desenes, com en les monedes per exemple?

ACTIVITAT 2: Braille i l'escriptura

En les pàgines de la wikipèdia podem trobar una ressenya sobre la vida de Louis Braille, en anglès, molt complerta.

http://ca.wikipedia.org/wiki/Louis_Braille

http://en.wikipedia.org/wiki/Louis_Braille



Quan Louis Braille va inventar el seu sistema de lectura per tacte per a persones amb ceguera, o amb una discapacitat visual important, va descobrir que necessitava una sèrie de col·locacions diferents de punts dins d'una figura en particular.

El nombre de col·locacions havia de ser suficient per tal de poder escriure-hi 24 lletres. Louis Braille va escollir un rectangle de 2×3 per col·locar 1, 2, 3, 4, 5 o 6 punts en relleu dins de la figura.

Preguntes:

- Per quin motiu creieu que Louis Braille va escollir un rectangle amb aquesta forma?
- Podria haver utilitzat un quadrat 2×2 o un rectangle 5×1 per construir el seu alfabet?
- Quantes combinacions són possibles amb un rectangle 7×1 ?

Anem a aprendre a conèixer els nombres en Braille. Accediu a la següent pàgina web <http://www.afb.org/braillebug/default.asp> i realitzeu les activitats de COUNTDOWN per conèixer com s'escriuen els nombres en aquest alfabet.

En aquesta mateixa pàgina web hi podeu trobar un sistema per escriure missatges secrets en aquest llenguatge. Entreu-hi i escriviu un missatge per enviar-lo per correu electrònic a un dels vostres companys de classe.

ACTIVITAT 3: Operacions matemàtiques amb nombres naturals

Multiplicar i sumar

1.- Completa la següent taula de multiplicacions.

X	2	3	5	7
11				
13				
17				
19				

2.- Completa la següent taula de multiplicacions. Per fer-ho dedueix primer el valor de les lletres.

X	a	b	c	d
w	15		45	
x		24		48
y	9			36
z			18	

Explica quin és el procediment que has seguit per determinar el valor de les lletres de la taula anterior.

3.- En la següent figura has de col·locar els números de l'1 al 4 en les caselles buides, seguint les següents condicions:

a) en una fila o columna no poden haver-hi dos números repetits

b) els nombres que estan en el quadrat negre són el resultat de la suma de tots els nombres que tenen al seu voltant.

Explica el procediment seguit a l'hora d'intentar resoldre el problema.

4	23		10
			2
	12		6

ACTIVITAT 6: Operacions diverses amb números naturals

8.- Operacions matemàtiques diverses

Un segle té 100 anys. Podem formar el número 100 amb les xifres de l'1 al 9 i les 4 operacions matemàtiques, +, -, x i ÷.

Per exemple:

$123 - 4 \times 5 + 6 - 7 + 8 - 9 = 101$ quasi ho aconseguim. Hem de continuar provant.

Hi ha més d'una solució. A veure quantes en podeu trobar.

9.- Quin valor s'obté al realitzar les operacions indicades? Pots explicar perquè?

Pots preveure el resultat de les dues últimes línies sense fer el càlcul.

$$\begin{array}{rcl} 9 - 1 & & = \\ 98 - 21 & & = \\ 987 - 321 & & = \\ 9876 - 4321 & & = \\ 98765 - 54321 & & = \\ 987654 - 654321 & & = \\ 9876543 - 7654321 & & = \\ 98765432 - 87654321 & & = \\ 987654321 - 987654321 & & = \end{array}$$

10.- Respon les mateixes preguntes de la pregunta anterior pel següent càlcul:

$$\begin{array}{rcl} 0 & \times 9 + 8 & = \\ 9 & \times 9 + 7 & = \\ 98 & \times 9 + 6 & = \\ 987 & \times 9 + 5 & = \\ 9876 & \times 9 + 4 & = \\ 98765 & \times 9 + 3 & = \\ 987654 & \times 9 + 2 & = \\ 9876543 & \times 9 + 1 & = \\ 98765432 & \times 9 + 0 & = \\ 987654321 & \times 9 - 1 & = \\ 9876543210 & \times 9 - 2 & = \end{array}$$

11.- A les caselles buides col·loca els nombres que corresponguin per tal d'assegurar que les igualtats són certes.

ACTIVITAT 7: Elements d'història de les matemàtiques

ARITMÈTICA EGÍPCIA

El sistema *de* numeració de l'antic Egipte (III mil·lenni a.C.) era decimal o de base 10, és a dir, comptaven per unitats, desenes, centenes, etc., i tenien un símbol per a cada valor, però a diferència del nostre on 32 és diferent de 23, la posició no tenia importància en la manera d'escriure els nombres, no era posicional. La unitat, la desena, la centena, el miler, etc., eren representats, respectivament amb els símbols de la taula següent:


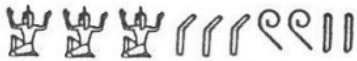
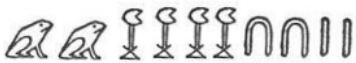






Un nombre qualsevol era representat escrivint els símbols fins que la suma dels valors dels signes escrits era igual al nombre. Cada símbol es podia repetir fins a 9 vegades. Perquè?

a) Per exemple, el nombre 20 = nn

Escriu amb símbols egipcis els nombres 313, 1714, 1992, 2007, 87654321

b) Quins són els nombres representats per:

c) El sistema no era posicional, qualsevol combinació dels mateixos símbols equivalia als mateixos nombres. Quants nombres de 4 símbols diferents pots escriure amb els símbols  i  ? I amb els símbols  i  ?

Escriu-les totes i digues quants nombres diferents representen.

e) Quants nombres diferents de dos dígitos pots escriure utilitzant els tres primers símbols de la taula? I fent servir els quatre primers símbols? Escriu-los tots i digues els nombres que representen.

MULTIPLICACIÓ EGÍPCIA

Un dels grans mèrits de la multiplicació i divisió egípcia és que només requereix el coneixement previ de la suma, i també, de la multiplicació per 2. L'operació fonamental a l'Egipte era la suma, però van haver de fer càlculs i operacions més complexes. Multiplicaven amb duplicacions successives. La nostra multiplicació ve de la paraula múltiple que suggereix el procés que utilitzaven els egipcis.

Per exemple: 17×13

13 1 vegada 13
26 2 vegades 13
52 4 vegades 13
104 8 vegades 13
208 16 vegades 13

Per saber quant era 17 vegades 13 sumaven $208 + 13 = 221$. Perquè?

Multiplica seguint el mètode egipci les següents parelles de nombres:

13x7	25x13	37x19	41x14	35x12
------	-------	-------	-------	-------

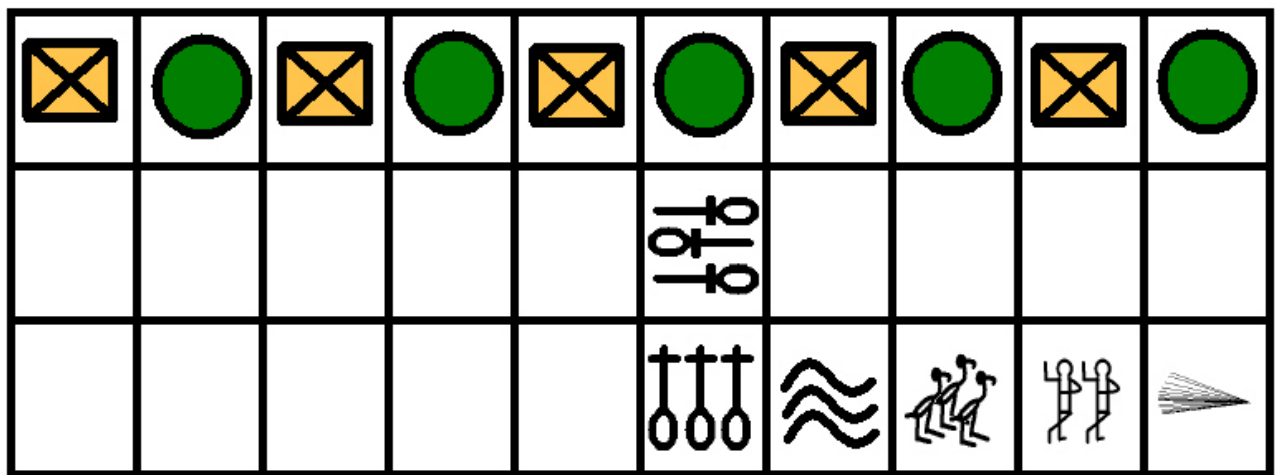
JOCS A L'ANTIC EGIPT

El senet

Normes per jugar al senet

Com jugar a Senet

El senet és una cursa entre dos contrincants, tu i el deu Seth. És juga en un tauler de 3x10 (3 files i 10 columnes. La següent imatge mostra la posició de sortida.



casa de l'alegria.



casa del renaixement



Casa de Re-Atoum



casa de l'aigua



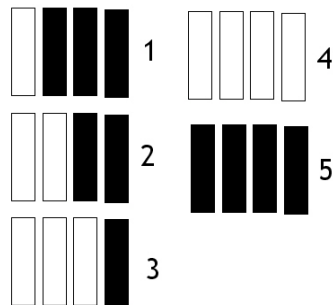
casa de les tres veritats



A la casa de l'alegria si ha d'arribar amb una tirada exacte i és obligatori passar-hi. Si caus en la casa de l'aigua has d'anar a la casa del renaixement. De la casa de l'alegria fins al final has de moure sempre amb un a tirada exacte. Si estàs en la casa de les tres veritats i treus un tres sortiràs del tauler, de la casa de re-Atoum surts amb un dos, i de la casa que té el símbol surts amb un 1.

En la primera fila et mous d'esquerra a dreta, de dreta a esquerra en la segona i tornes a moure't d'esquerra a dreta en la tercera. Guanya el jugador que treu les seves peces del tauler en primer lloc.

Els egipcis no disposaven de daus per obtenir els punts, ho feien amb amb 4 palets plans amb les cares decorades, una blanca i l'altra negra. Seguien les següents regles:



Abans de començar a jugar, només cal tenir present que només una peça pot ocupar una casella.

1. El jugador u (quadrats) juga contra el dos (cercles).
2. Comença el torn tirant els escuradents. Tens una tirada per tanda.
3. Selecciona la peça que vols moure. Selecciona una destinació. A la primera fila es mou d'esquerra a dreta, en la segona, de dreta a esquerra, i en la tercera, d'esquerra a dreta.
4. Pots moure a qualsevol quadre buit, o a un quadre amb peça enemiga sense defensa (Una peça està defensada, si té una altra de peça del mateix jugador en un quadre contigu) Pots saltar sobre qualsevol nombre de peces.
5. Si una peça cau sobre un quadre enemic sense defensa, les peces intercanvien les seves posicions.
6. Hauràs de moure la distància sencera de la teva tirada, intentant primer moure cap a endavant. Si no pots moure cap a endavant, pots moure cap a enrere. Si no pots fer un moviment vàlid, has de passar el teu torn.
7. Has d'haver tret una tirada exacta per moure la Casa de l'alegria. Has de parar sobre la Casa de l'alegria en el teu camí cap a a les últimes Cases; no

Capítol 4. Unitat didàctica

- pots passar-la per alt.
8. Pots moure des de la Casa de l'alegria a una de les últimes cases amb qualsevol tirada.
 9. No pots moure cap a enrere des d'una de les últimes Cases, si no tens un moviment cap a endavant. Si aquestes són les teves úniques peces restants, has de passar torn.
 10. Per portar una peça fora del tauler ho has de fer amb una tirada exacte.
 11. El jugador que primer treu totes les seves peces fora del tauler és el guanyador.

Pots trobar més informació sobre el joc del senet a

<http://es.wikipedia.org/wiki/Senet> (castellà)

<http://en.wikipedia.org/wiki/Senet> (anglès)

<http://www.egiptomania.com/jeroglificos/articulo/senet.htm>

Possibles investigacions que ens podem plantejar a partir del joc del SENET:

1. És possible un partida on ambdós jugadors aconseguen treure del tauler les 10 peces? Si fos possible, quina seria la seqüència de moviments més breu que ens permetria fer-ho.
2. Quantes posicions possibles hi ha després de 2 moviments? I després de 3 moviments?
3. Considerem un tauler amb menys fitxes o menys posicions, i estudiem les qüestions anteriors en aquesta nova situació.
4. Estudia el seu sistema de tirades, quin et sembla que és el valor que pot aparèixer més sovint? Fes un estudi de les diverses situacions que poden donar-se.

Aquestes activitats han d'estar implementades per al treball amb ordinadors. Recordem que l'experiència pretén treballar amb les activitats en paper i amb ordinador al mateix temps per comparar els resultats. Per tant quan fem la traducció haurem de procurar que tot el que trobem en paper ho tinguem també disponible a l'espai web.

Per implementar aquestes activitats al web hem escollit el llenguatge PHP. Aquest llenguatge ens permet considerar les activitats com un formulari. Aquest llenguatge necessita la connexió amb una base de dades, MySQL, que proporciona el Departament d'Educació en l'espai Phobos. La connexió d'aquests dos elements permetrà als estudiants que treballin les activitats amb l'ordinador enregistrant totes les seves produccions de la mateixa manera que ho faran els estudiants que ho fan en paper. Aquestes produccions quedaran enregistrades en la base de dades i permet l'accés del professor-recercador a les dades de manera ràpida i fàcil, i també als estudiants.

L'espai web hem procurat que tot aquell material que els estudiants puguin necessitar per a realitzar les activitats estigui al seu abast. Així han de ser importants la inclusió d'ajudes animades, o dibuixos, o accessos a altres webs informatius, tipus wikipèdia i d'altres. Els recursos que hem utilitzat per elaborar aquestes ajudes interactives són els següents: Eines de vídeo, Applets JAVA generats amb el projecte *DESCARTES* del MNICE, applets generats amb el programari d'ús lliure *GEOGEBRA*, *CMAPS* per tal d'elaborar els mapes conceptuals que mostren la relació entre les activitats que hi ha en cada trimestre, *MACROMEDIA flash* per tal d'elaborar algunes animacions que ens ajudaran a realitzar les activitats que plantegem. També hem utilitzat *ARDORA* per a la creació d'alguns dels materials presentats.

4.3 Eina d'assignació competencial a les activitats

Tant el nou disseny curricular, com l'estudi PISA, utilitzen abastament les competències matemàtiques per avaluar la capacitat dels estudiants. La pregunta que ens hem de formular ara és:

Com podem saber si les activitats que hem dissenyat són útils per tal que els estudiants puguin assolir les competències matemàtiques? Com podem fer a més, que aquestes activitats siguin el més riques possible i permetin als estudiants arribar al grau de reflexió, veure estudi PISA, en aquelles activitats que desenvolupin a classe?

Per tal de poder respondre aquestes preguntes a l'hora d'avaluar les competències matemàtiques que estan involucrades en les activitats de l'espai web (be siguin dissenyades de nou o bé siguin adaptades) era disposar d'una eina que ens permetés conèixer-les, i el grau d'aprofundiment que es pot arribar a assolir. Evidentment aquesta eina també ens ha de deixar poder millorar les activitats, en el moment en que ens indicarà quines competències estan poc treballades.

Els elements de partida de que disposaven per al disseny d'aquest instrument eren: a) les competències incloses en el disseny curricular, b) les competències definides per Niss, (2000) incloses en el PISA c) el document de treball elaborat pel CREAMAT (Centre de Recursos per Ensenyar i Aprendre Matemàtiques) depenent del Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya, que consta de 10 preguntes inicials per tal de valorar el nivell de riquesa competencial d'una activitat.

Per dissenyar aquest nou instrument hem partit d'una taula de doble entrada, on en les dues primeres columnes hi col·locarem les competències, PISA i disseny curricular.

Hem escollit com a criteri primordial per elaborar l'eina, les competències PISA² (Niss, 2000) ordenades tal com apareixen. Niss divideix les 8 competències en dos grans grups:

A) Sobre aspectes que facin referència a les matemàtiques i utilitzant matemàtiques.	B) Aquelles que fan referència a l'habilitat per utilitzar el llenguatge i les eines matemàtiques
Pensar matemàticament	Entendre i utilitzar diferents representacions de conceptes matemàtics.
Plantejar i solucionar problemes matemàtics	Utilitzar símbols matemàtics i la seva representació
Models matemàtics	Comunicar
Raonar matemàticament	Fer ús de suports i d'eines

Taula 20: Subcompetències matemàtiques (Niss)

Amb la eina que hem dissenyat i que mostrarem, pretenem avaluar si una activitat permet treballar les 8 subcompetències matemàtiques mostrades en la taula. Però al mateix temps, avaluar el possible grau d'aprofundiment, reproducció, connexió o reflexió, de les activitats proposades. Aquesta eina es presenta en forma de taula. En la primera columna hi trobarem les preguntes que utilitzarem per valorar si la subcompetència matemàtica apareix en l'activitat proposada. El punt de partida d'aquestes columna és el següent document elaborat pel CREAMAT, per avaluar la riquesa competencial d'una activitat. Per completar la taula, hi haurà tres columnes més que mostraran el grau d'aprofundiment competencial de l'activitat proposada.

² En l'article “Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish Kom Project” (Niss, 2000) trobem les competències ben definides.

Preguntes que poden servir d'indicadors del nivell de riquesa competencial d'una activitat

Les següents preguntes ens poden orientar sobre el grau en què dins d'una activitat es poden desenvolupar les competències de l'alumnat. Que una activitat sigui rica per desenvolupar les competències de l'alumnat depèn de com es planteja l'activitat, és a dir de les seves característiques, però també de com es gestiona a l'aula. Per això s'agrupen les preguntes en dos blocs:

A) PEL QUÈ FA AL PLANTEIG ÉS INTERESSANT PREGUNTAR-SE

- És una activitat que té per objectiu respondre a una pregunta? La pregunta pot referir-se a un context quotidià, o pot ser sobre un joc, o pot tractar d'una regularitat o fet matemàtic.
- Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer alguns nous aprenentatges?
- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?
- És una activitat que es pot desenvolupar de diferents formes i estimula la curiositat i la creativitat de l'alumnat?
- Implica l'ús d'instruments diversos com material manipulatiu, eines de dibuix, programari, calculadora...?

B) EN LA GESTIÓ DE L'ACTIVITAT ÉS INTERESSANT PREGUNTAR-SE

- És fomenta l'autonomia dels alumnes?
- S'intervé a partir de preguntes adequades més que amb explicacions?
- Es posa en joc el treball i l'esforç individual però també el treball en parelles o en grups que porta a parlar, argumentar, convèncer, consensuar, etc.?
- Implica raonar sobre el què s'ha fet i justificar els resultats?
- S'avança en la representació de manera cada vegada més precisa i usant progressivament llenguatge matemàtic més acurat?

Font CREAMAT: Indicadors competencials

I finalment, les tres columnes següents ens permetran distingir en quin grup de competències està inclosa l'activitat. Sempre haurem de tenir present, tal com s'estableix en el marc de referència del projecte PISA, que les competències mai apareixen deslligades les unes de les altres, per tant haurem de valorar el document completament per tal de valorar la riquesa competencial de l'activitat.

Per classificar aquestes tres columnes utilitzarem els següents criteris:

El tipus de resposta, ens permetrà veure si l'activitat està englobada segons la solució: en el grup de reproducció, o en el grup de connexions i/o segons les estratègies de resolució emprades en el grup de reflexió.

L'aspecte que tindrà la nostra eina serà

Competències		Objectiu	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
PISA	Currículum	Pregunta per valorar la riquesa competencial de l'activitat	Pregunta que ens permet veure si l'activitat està inclosa en el grup de reproducció.	Pregunta que ens permet veure si l'activitat està inclosa en el grup de reproducció.	Pregunta que ens permet veure si l'activitat està inclosa en el grup de reproducció.
			Espai per indicar si la pregunta es respon positivament o no.	Espai per indicar si la pregunta es respon positivament o no.	Espai per indicar si la pregunta es respon positivament o no.

Taula 21: Estructura base de l'eina de valoració de competències

Ara desenvoluparem l'eina de valoració. A cada competència li assignarem tres preguntes que ens haurem de permetre identificar el grau que la competència que

està treballant. Per exemplificar el que estem fent, aplicarem les preguntes que definim a tres activitats extretes de tres llibres de text de primer d'ESO de diferents editorials.

PENSAR I RAONAR: Pensar matemàticament

Pensar i raonar es fa a partir de preguntes, Hi ha ...? En aquest cas, quants? Com podem trobar? Però no podem oblidar que les preguntes van acompanyades de les respostes. Caldrà tenir present els diversos tipus de respostes matemàtiques que podem donar a aquestes preguntes, exemples, teoremes, hipòtesi etc.

La pregunta que ens hem de formular per valorar la competència és :

1.- És una activitat que està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar-ne la resposta única o no?

Si la mena de resposta que es demana és una resposta única estarem davant d'una activitat englobada en el grup de reproducció. També haurem de considerar que l'activitat està inclosa en aquest grup si les preguntes donen una ajuda directa per a la resolució de l'activitat.

Si les preguntes poden tenir més d'una solució i orienten, però no dirigeixen cap a la resposta estarem en una activitat que pertany al grup de connexions.

Si per trobar les respostes cal buscar noves estratègies de resolució respecte de les ja conegudes i el seu plantejament obre noves vies de treball, estarem dins del grup de reflexió.

Per tant per aquesta primera competència l'eina de treball restaria com es mostra en l'exemple:

Competències		Objectiu	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
Pensar i raonar	Pensar matemàtica ment	1.- Està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar-ne la resposta?	És respon de manera única? Dona ajudes directes?	Hi ha més d'una solució? Orienta més que dirigeix?	Implica noves estratègies de resolució? Obre vies d'investigació?

Taula 22: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 1

Per tant si volem saber en quin grau una determinada activitat treballar aquesta competència simplement haurem de marcar quina de les tres graelles respon positivament a la pregunta que ens formulem. Hem de tenir present que pot donar-se el cas que estiguin marcades més d'una casella, amb la qual cosa conclourem que l'activitat tindrà el grau més alt que hagi aparegut. Per tant, per veure si el criteri és correcte el confrontem amb problemes de llibres de text.

Consultant llibres de text de diverses editorials, podem trobar activitats com les següents, catalogades de dificultat elevada o d'ampliació. Totes tres activitats s'han obtingut de la primera unitat temàtica del llibre de text.

En Pol i l'Anna estan preparant una festa i són els encarregats de la beguda. Compren 12 ampolles de taronjada, 12 més de llimonada i 12 més de cola, totes de 2 litres.

a) quants litres han comprat?

b) Si cada ampolla de 2 litres val 2€, quants diners s'han gastat?

(Matemàtiques PRÀCTICA. Editorial Santillana)

En un viatge de fi de curs hi participen 20 estudiants. A l'hora de pagar el bitllet, n'hi ha quatre que s'adonen que s'han deixat els diners a casa. Si els altres decideixen pagar-los-el i, per fer-ho, cadascun hi ha d'aportar 3€, quant val cada bitllet? (Matemàtiques 1. Editorial Casals)

En Pere, en col·locar les seves fotos a l'àlbum , s'ha adonat que si en posa 4 en cada pàgina, només li'n quedaran dos a l'última pàgina. El mateix passa si col·loca 5 o 6 fotos en cada pàgina.

a) Quantes fotos té en Pere?

b) Quantes n'ha de col·locar en cada pàgina perquè totes tinguin el mateix nombre de fotos i no en sobri cap? (*Matemàtiques 3-16. Editorial Cruïlla*)

Taula 23: Problemes de matemàtiques extrets de llibres de text de 1r d'ESO

Si apliquem les tres preguntes a aquestes activitats trobem:

Totes tres activitats es responen de manera única, tenen una solució. I totes tenen una única via de resolució. Per tant estem parlant d'activitats que estan en el grau de reproducció o de baix nivell, pel que fa a aquesta competència.

L'activitat	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
1.- Està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar-ne la resposta?	És respon de manera única? Dona ajudes directes?	Hi ha més d'una solució? Orienta més que dirigeix?	Implica noves estratègies de resolució? Obre vies d'investigació?
	x		

Taula 24: Valoració de la subcompetència 1 dels tres problemes de la taula 23

FORMULACIÓ I RESOLUCIÓ DE PROBLEMES: Plantejar i resoldre problemes

Entenem per problema, “una situació -més o menys definida- que estem en condicions d’entendre i que ens dóna una determinada informació a partir de la qual hem de deduir-ne una de nova, però que per fer aquest pas hem d’anar del conegut al desconegut, no tenim un camí clar a recórrer. Això farà que s’hagin de cercar estratègies, fer tempteigs, pensar en una altra situació similar... per tal de resoldre-la”.

A partir d'aquesta proposta podem partir de la següent pregunta per tal de començar a valorar la competència en l'activitat.

2.- És una activitat que està dissenyada per aplicar coneixements ja adquirits?

En aquest cas, la separació entre els tres grups vindria donada per les preguntes següents:

L'activitat només reproduïx coneixements? Si és així estaria inclosa en el grup de reproducció.

Si en canvi l'activitat relaciona aspectes matemàtics diversos però senzills, ja estarem en el segon grup, el de connexions. El grup de reflexió ha de permetre als estudiants utilitzar diverses estratègies de resolució, relacionar diverses idees matemàtiques en contextos no coneguts o no habituals dels estudiants. Per tant proposem que l'eina resti de la següent manera:

Competències		Objectiu	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
Formulació i resolució de problemes	Plantejar i resoldre problemes	2.- Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer nous aprenentatges?	Reproduïx coneixements?	Relaciona aspectes matemàtics diversos en contextos nous?	Permet utilitzar diverses estratègies en contextos nous?

Taula 25: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 2

Seguim en l'estudi de les tres activitats proposades per tal d'aplicar-hi l'eina creada, primer de tot mirarem si les activitats només reproduïxen coneixements. En aquest cas veiem que totes tres ho fan. Anem al següent nivell de la competència, és relacionen aspectes matemàtics diversos? Introdueixen contextos nous propers als estudiants on apliquen els coneixements ja adquirits i treballats.

El que no aconsegueixen cap de les tres es arribar al grau màxim de la competència, sobre tot pel fet, que cap d'elles no permeten l'ús de diverses estratègies de resolució.

L'activitat	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
2.- Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer nous aprenentatges?	Reprodueix coneixements?	Relaciona aspectes matemàtics diversos en contextos nous??	Permet utilitzar diverses estratègies en contextos nous?
	x	x	

Taula 26: Valoració de la subcompetència 2 dels tres problemes de la taula 23

CONTRUCCIÓ DE MODELS: Obtenir, interpretar i generar informació

Podem entendre un model matemàtic com una representació matemàtica d'una relació entre dues variables o més, rellevants en una situació donada.

En aquest sentit el grau d'assoliment d'aquesta competència vindrà donat pel grau de relació de les variables que apareguin en l'activitat que estiguem realitzant i també, dels tipus de contextos que estiguem treballant. La pregunta que ens permet fer la introducció és:

3.- L'activitat ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?

Podrem discriminar el grau de treball de la competència en funció del número de variables o de coneixements que estiguem relacionant. Per exemple, si l'activitat demana relacions entre variables que ja hem treballat a l'aula en els mateixos contextos treballats, ens estem movent en el grup de reproducció. Quan ja canviem els contextos, i fins i tot, podem introduir nous coneixements o variables avancem fins al grup de connexió. El grup de reflexió ens ha de permetre fer

deduccions i treure'n conclusions a partir de les relacions que hem treballat.

Competències		Objectiu	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
Construcció de models	Obtenir, interpretar i generar informació	3.- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?	És relacionen coneixements en contextos coneguts	És relacionen coneixements en contextos nous però senzills	Inclou una reflexió sobre els coneixements

Taula 27: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 3

Pel que fa a les tres activitats anteriors, en totes tres activitats estem parlant d'uns coneixements que es pressuposa que els estudiants ja han treballat a classe i el que estem canviant són els contextos que els hem presentat. Totes tres activitats ens porten fins al grau mig de la competència. Cap d'elles permet reflexionar sobre els coneixements aplicats i/o adquirits. Les preguntes són directes i només ens demanen un resultat, no permeten la discussió, el resultat està bé o malament.

L'activitat	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
3.- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?	És relacionen coneixements en contextos coneguts	És relacionen coneixements en contextos nous però senzills	Inclou una reflexió sobre els coneixements
	x	x	

Taula 28: Valoració de la subcompetència 3 dels tres problemes de la taula 23

ARGUMENTAR: Raonar matemàticament

Podem entendre per argumentar o raonar matemàticament aquell procés que ens permet trobar relacions entre cadenes d'arguments. A partir d'aquest aspecte fonamental podrem anar més enllà per descobrir-ne les idees bàsiques,

transformar els arguments en proves, i evidentment, conèixer que és una demostració.

El grau màxim d'assoliment de la competència s'obté quan l'activitat demani d'obtenir-ne una prova o fer-ne una demostració. El procés d'argumentació serà baix si l'activitat només segueix i justifica un sol procés. En el grup de connexions haurem de treballar més d'una cadena d'arguments. La proposta quedaria reflectida en el següent quadre.

Competències		Objectiu	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
Argumentar	Raonar matemàticament	4.- Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?	Es segueix i justifica un procés estàndard?	El procés d'argumentació implica diverses etapes?	Demana obtenir una prova?

Taula 29: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 4

Pel que fa a les tres activitats que estem exemplificant, els resultats d'aquesta competència són clars. En cap d'elles es demana d'obtenir una prova, per tant no estem en el grau màxim de la competència. Podem veure que les activitats 1 i 3 segueixen processos estàndard, per tant no superen el grau baix de la competència. En canvi en la segona el grau d'argumentació és més alt que en les activitats 1 i 3, atès que cal concatenar diversos arguments. Per tant l'activitat 2 aconsegueix arribar al grau mig de la competència.

Per l'activitat 1 i 3

L'activitat	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
4.- Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?	Es segueix i justifica un procés estàndard? x	El procés d'argumentació implica diverses etapes?	Demana obtenir una prova?

Taula 30: Valoració de la subcompetència 4 dels problemes 1 i 2 de la taula 23

Per l'activitat 2

L'activitat	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
4.- Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?	Es segueix i justifica un procés estàndard? x	El procés d'argumentació implica diverses etapes? x	Demana obtenir una prova?

Taula 31: Valoració de la subcompetència 4 dels problemes 3 de la taula 23

REPRESENTACIÓ: Interpretar i representar

L'aspecte fonamental d'aquesta competència fa referència sobre tot a la codificació i descodificació de les diferents maneres de representar situacions i objectes matemàtics.

Un cop establertes aquestes representacions podem establir relacions entre elles i inventar-ne de noves. Per tant, aquests aspectes ens permetran discriminar la potència del treball en la competència representació. Si només treballem amb situacions i objectes estàndard estarem en el nivell de reproducció, si els objectes o situacions són coneguts però n'hi ha de diversos tipus, estarem en el grup de connexió. I per situacions no estàndard, estarem en el grup de reflexió.

Competències		Objectiu	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
Representació i representació	Interpretar i representar	5.- És una activitat que permet treballar amb diversos tipus d'objectes matemàtics?	Treballa amb situacions i objectes estàndard?	Utilitza diferents representacions?	Permet objectes o representacions no estàndards

Taula 32: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 5

En les activitats d'exemple és pot comprovar que totes tres activitats treballen objectes estàndard, utilitzant un sol tipus d'objecte matemàtic i no utilitzant diferents representacions, per no parlar ja d'objectes no estàndards.

Per tant les tres activitats es presenten en el grau baix de la competència.

L'activitat	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
5.- Permet treballar amb diversos tipus d'objectes matemàtics?	Treballa amb situacions i objectes estàndard?	Utilitza diferents representacions?	Permet objectes o representacions no estàndards
	x		

Taula 33: Valoració de la subcompetència 5 dels tres problemes de la taula 23

UTILITZACIÓ D'OPERACIONS I D'UN LENGUATGE SIMBÒLIC I TÈCNIC: Utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques i els instruments

Amb aquesta competència es pretén treballar la relació que hi ha entre el llenguatge natural, aquell que utilitzem de manera habitual, i el llenguatge simbòlic. Caldrà que les activitats que dissenyem permetin traduir des del llenguatge natural fins al llenguatge simbòlic i/o formal, i també a la inversa, ens

haurà de permetre la descodificació i interpretació del llenguatge simbòlic en llenguatge natural. L'element fonamental de treball d'aquesta competència seran els símbols i les fórmules. L'ús de variables, la resolució d'equacions, la realització de càlculs a partir de les fórmules seran els elements que ens hauran de permetre assolir aquesta competència.

La discriminació del nivell de la competència el farem a partir de l'ús que en fem de les fórmules en les activitats que dissenyem, entenent per fórmules el pas del llenguatge natural al llenguatge simbòlic. Les fórmules les podem utilitzar en els mateixos contextos que hem treballat de manera habitual, contextos familiars, així assolirem la competència en el seu grau més baix. Amb el canvi en els contextos de les activitats, menys coneguts, augmentarem el grau de la competència. Si els contextos són completament nous ja estarem en el grau màxim de la competència.

L'eina, pel que fa a aquesta competència, presentarà el següent aspecte:

Competències		Objectiu	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
Utilització d'operacions i d'un llenguatge simbòlic i tècnic	Utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques i els instruments	6.- Permet treballar amb llenguatge natural i llenguatge simbòlic?	Planteja fórmules en contextos molt familiars	Planteja fórmules en contextos menys coneguts	Planteja fórmules en contextos nous

Taula 34: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 6

Pel que fa a les activitats que esten exemplifica'n, tot i que no utilitzen fórmules en el context clàssic del que s'entén per fórmules, si que podem interpretar que impliquen una matematització d'una situació contextual. El que si podem concloure és que ens estem movent en els contextos menys coneguts del grau mig de la competència. En resum,

L'activitat	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
6.- Permet treballar amb llenguatge natural i llenguatge simbòlic?	Planteja fórmules en contextos molt familiars	Planteja fórmules en contextos menys coneguts	Planteja fórmules en contextos nous
	x	x	

Taula 35: Valoració de la subcompetència 6 dels tres problemes de la taula 23

COMUNICACIÓ

Per tal de valorar aquesta activitat haurem de tenir present que els estudiants hauran de saber expressar-se oralment i per escrit. Les activitats que dissenyem hauran de tenir en compte aquest aspecte. Un altre element important que inclou aquesta competència és la capacitat de comprendre les afirmacions orals i escrites que facin terceres persones. Dos aspectes importants, expressar-se i comprendre. Per tant per treballar l'activitat haurà d'haver-hi treball individual i en grup i necessitat de comunicar els resultats dels treballs a la resta de companys.

Per discriminar el grau d'assoliment de la competència haurem de parar atenció als resultats que demani l'activitat. Si no s'ha de justificar el que s'ha fet, si només s'ha d'explicar el que s'ha fet estem en el grau més elemental de la competència. Si l'activitat ja va més enllà i demana explicar propietats i justificar processos estarem en el grau mig de la competència. El grau més alt de la competència el trobarem quan es demani als estudiants explicar relacions més complexes, del tipus de relació lògica per exemple.

Competències		Objectiu	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
Comunicació	Comunicar	7.-Implica treball individual i en grup i la necessitat de comunicar els resultats?	Demana el que s'ha fet sense justificar.	Demana explicar propietats i justificar processos	Demana explicar relacions més complexes.

Taula 36: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 7

En aquesta competència, les tres activitats d'observació no són excessivament ambicioses. Només ens demanen el que s'ha fet. Per tant ens estem movent en el nivell baix de la competència. Si que es podria interpretar que en el desenvolupament de l'activitat el professor demanarà a l'estudiant justificació del que ha fet, però cal recordar que el que estem fent es valorar l'activitat tal com està plantejada en el llibre de text.

L'activitat	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
7.-Implica la necessitat de comunicar els resultats?	Demana el que s'ha fet sense justificar.	Demana explicar propietats i justificar processos	Demana explicar relacions més complexes.
	x		

Taula 37: Valoració de la subcompetència 7 dels tres problemes de la taula 23

UTILITZACIÓ DE SUPORTS I EINES

L'activitat matemàtica des de sempre s'ha realitzar amb estris diversos. Llapis i paper han estat els fonamentals, però sempre han anat acompanyats d'estris de dibuix, eines de càlcul, i d'altres instruments tipus taules, que facilitaven l'activitat matemàtica. Darrerament les eines informàtiques s'han afegit amb força al conjunt

d'eines que complementen el treball matemàtic. Ens haurem de preguntar si l'activitat que planifiquem implica l'ús d'aquestes eines o no, i fins a quin grau.

Quan l'activitat demani l'ús d'una determinada eina, estarem en el grau de reproducció de la competència. Amb el canvi de context augmentarem la potència de la competència treballada i aquesta arribarà al màxim quan dissenyem activitats que es puguin treballar amb eines però hagi de ser l'estudiant aquell que esculli l'eina que utilitzarà en cada moment.

L'eina que utilitzarem serà:

Competències		Objectiu	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
Utilització de suport i eines	Utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques i els instruments	8.- Implica l'ús d'instruments diversos?	Estableix quina eina s'ha d'utilitzar?	Demana l'ús d'eines en contextos diferents dels treballats?	No demana l'ús de l'eina però es pot treballar amb alguna d'elles

Taula 38: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 8

Si l'apliquem a les activitats que estem observant veurem que la seva realització no implica l'ús de cap eina a banda del llapis i paper, o altres estris d'escriptura.

L'activitat		Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
8.- Implica l'ús d'instruments diversos?	Sí No x	Estableix quina eina s'ha d'utilitzar?	Demana l'ús d'eines en contextos diferents dels treballats?	No demana l'ús de l'eina però es pot treballar amb alguna d'elles

Taula 39: Valoració de la subcompetència 8 dels tres problemes de la taula 23



En resum, hem elaborat preguntes que ens han de permetre determinar les competències que es treballen en les activitats que proposem als estudiants i, com que les competències es poden assolir en diferent grau, aquestes preguntes ens han de permetre determinar en quin grau estem treballant-les.

Al aplicar aquesta eina a tres activitats, hem vist que en tots tres casos aquestes activitats estaven catalogades amb un nivell de dificultat alt, segons les editorials. Però el que hem obtingut utilitzant l'eina és que malgrat que la dificultat de realització de les activitats és elevada, el nivell competencial de les activitats no ho és. És evident, que això mereix un estudi més detallat, sobre el nivell de treball competencial en les activitats que es desenvolupen en els llibres de text, que ara per ara són la font fonamental de molta de l'activitat matemàtica que realitzen els nostres estudiants.

Fixem-nos en el resum que mostrem a continuació per entendre millor el paràgraf anterior:

Capítol 4. Unitat didàctica

L'activitat		Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
1.- Està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar-ne la resposta?		<p>És respon de manera única? Dona ajudes directes? x</p>	<p>Hi ha més d'una solució? Orienta més que dirigeix?</p>	<p>Implica noves estratègies de resolució? Obre vies d'investigació?</p>
2.- Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer nous aprenentatges?		<p>Reprodueix coneixements? x</p>	<p>Relaciona aspectes matemàtics diversos en contextos nous? x</p>	<p>Permet utilitzar diverses estratègies en contextos nous?</p>
3.- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?		<p>És relacionen coneixements en contextos coneguts x</p>	<p>És relacionen coneixements en contextos nous però senzills x</p>	<p>Inclou una reflexió sobre els coneixements</p>
4.- Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?		<p>Es segueix i justifica un procés estàndard? x</p>	<p>El procés d'argumentació implica diverses etapes?</p>	<p>Demana obtenir una prova?</p>
5.- Permet treballar amb diversos tipus d'objectes matemàtics?		<p>Treballa amb situacions i objectes estàndard? x</p>	<p>Utilitza diferents representacions? x</p>	<p>Permet objectes o representacions no estàndards</p>
6.- Permet treballar amb llenguatge natural i llenguatge simbòlic?		<p>Planteja fórmules en contextos molt familiars x</p>	<p>Planteja fórmules en contextos menys coneguts</p>	<p>Planteja fórmules en contextos nous</p>
7.- Implica la necessitat de comunicar els resultats?		<p>Demana el que s'ha fet sense justificar. x</p>	<p>Demana explicar propietats i justificar processos</p>	<p>Demana explicar relacions més complexes.</p>
8.- Implica l'ús d'instruments diversos?	<p>Sí No x</p>	<p>Estableix quina eina s'ha d'utilitzar?</p>	<p>Demana l'ús d'eines en contextos diferents dels treballats?</p>	<p>No demana l'ús de l'eina però es pot treballar amb alguna d'elles</p>

Taula 40: Resum de la valoració de competències dels problemes de la taula 23



Determinació del grau competencial d'una activitat.

Per tenir una informació adequada sobre una activitat cal que aquesta la considerem globalment. També és important l'ordre amb el que es plantegen les activitats. Les competències treballades no són les mateixes en funció de l'ordre amb el que hem plantejat el procés de resolució.

L'eina que utilitzarem per saber les competències i el grau que entren en joc en una activitat seran valorades a partir de complimentar la taula següent:

NOM DE L'ACTIVITAT:

L'activitat	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
1.- Està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar-ne la resposta?	És respon de manera única? Dona ajudes directes?	Hi ha més d'una solució? Orienta més que dirigeix?	Implica noves estratègies de resolució? Obre vies d'investigació?
2.- Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer nous aprenentatges?	Reprodueix coneixements?	Relaciona aspectes matemàtics diversos en contextos nous?	Permet utilitzar diverses estratègies en contextos nous?
3.- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?	És relacionen coneixements en contextos coneguts	És relacionen coneixements en contextos nous però senzills	Inclou una reflexió sobre els coneixements
4.- Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?	Es segueix i justifica un procés estàndard?	El procés d'argumentació implica diverses etapes?	Demana obtenir una prova?
5.- Permet treballar amb diversos tipus d'objectes matemàtics?	Treballa amb situacions i objectes estàndard?	Utilitza diferents representacions?	Permet objectes o representacions no estàndards
6.- Permet treballar amb llenguatge natural i llenguatge simbòlic?	Planteja fórmules en contextos molt familiars	Planteja fórmules en contextos menys coneguts	Planteja fórmules en contextos nous
7.- Implica la necessitat de comunicar els resultats?	Demana el que s'ha fet sense justificar	Demana explicar propietats i justificar processos	Demana explicar relacions més complexes.
8.- Implica l'ús d'instruments diversos?	Sí No	Estableix quina eina s'ha d'utilitzar?	Demana l'ús d'eines en contextos diferents dels treballats? No demana l'ús de l'eina però es pot treballar amb alguna d'elles

Taula 41: Estructura de l'eina de valoració de competències



4.4 Assignació de competències a cada unitat

En aquest apartat mostrem com apliquem l'eina dissenyada per veure les competències i el seu grau en algunes activitats que hem dissenyat i es poden veure en el web i que ja hem presentat en l'apartat 4.2.3.

Capítol 4. Unitat didàctica

L'activitat : Ous en una ouera		Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
1.- Està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar-ne la resposta?		És respon de manera única? Dona ajudes directes?	Hi ha més d'una solució? Orienta més que dirigeix? x	Implica noves estratègies de resolució? Obre vies d'investigació? <input type="checkbox"/> x
2.- Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer nous aprenentatges?		Reprodueix coneixements? x	Relaciona aspectes matemàtics diversos en contextos nous? x	Permet utilitzar diverses estratègies en contextos nous? <input type="checkbox"/> x
3.- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?		És relacionen coneixements en contextos coneguts	És relacionen coneixements en contextos nous però senzills x	Inclou una reflexió sobre els coneixements x
4.- Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?		Es segueix i justifica un procés estàndard?	El procés d'argumentació implica diverses etapes? x	Demana obtenir una prova? x
5.- Permet treballar amb diversos tipus d'objectes matemàtics?		Treballa amb situacions i objectes estàndard?	Utilitza diferents representacions? x	Permet objectes o representacions no estàndards x
6.- Permet treballar amb llenguatge natural i llenguatge simbòlic?		Planteja fórmules en contextos molt familiars x	Planteja fórmules en contextos menys coneguts	Planteja fórmules en contextos nous
7.- Implica la necessitat de comunicar els resultats?		Demana el que s'ha fet sense justificar	Demana explicar propietats i justificar processos x	Demana explicar relacions més complexes. x
8.- Implica l'ús d'instruments diversos?	Sí x No	Estableix quina eina s'ha d'utilitzar? x	Demana l'ús d'eines en contextos diferents dels treballats?	No demana l'ús de l'eina però es pot treballar amb alguna d'elles

Taula 42: Valoració competencial de l'activitat: ous en una ouera

L'activitat Operacions Matemàtiques amb nombres naturals		Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
1.- Està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar-ne la resposta?		És respon de manera única? Dona ajudes directes? x	Hi ha més d'una solució? Orienta més que dirigeix?	Implica noves estratègies de resolució? Obre vies d'investigació?
2.- Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer nous aprenentatges?		Reprodueix coneixements? x	Relaciona aspectes matemàtics diversos en contextos nous?	Permet utilitzar diverses estratègies en contextos nous?
3.- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?		És relacionen coneixements en contextos coneguts	És relacionen coneixements en contextos nous però senzills <input checked="" type="checkbox"/> x	Inclou una reflexió sobre els coneixements
4.- Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?		Es segueix i justifica un procés estàndard? x	El procés d'argumentació implica diverses etapes?	Demana obtenir una prova?
5.- Permet treballar amb diversos tipus d'objectes matemàtics?		Treballa amb situacions i objectes estàndard? x	Utilitza diferents representacions?	Permet objectes o representacions no estàndards
6.- Permet treballar amb llenguatge natural i llenguatge simbòlic?		Planteja fórmules en contextos molt familiars x	Planteja fórmules en contextos menys coneguts	Planteja fórmules en contextos nous
7.- Implica la necessitat de comunicar els resultats?		Demana el que s'ha fet sense justificar.	Demana explicar propietats i justificar processos <input checked="" type="checkbox"/> x	Demana explicar relacions més complexes.
8.- Implica l'ús d'instruments diversos?	Sí x No	Estableix quina eina s'ha d'utilitzar? x	Demana l'ús d'eines en contextos diferents dels treballats?	No demana l'ús de l'eina però es pot treballar amb alguna d'elles

Taula 43: Valoració competencial de l'activitat: Operacions matemàtiques amb nombres naturals

Capítol 4. Unitat didàctica

L'activitat: Cadenes numèriques sense parèntesi		Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
1.- Està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar-ne la resposta?		És respon de manera única? Dona ajudes directes? x	Hi ha més d'una solució? Orienta més que dirigeix? x	Implica noves estratègies de resolució? Obre vies d'investigació?
2.- Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer nous aprenentatges?		Reprodueix coneixements? x	Relaciona aspectes matemàtics diversos en contextos nous?	Permet utilitzar diverses estratègies en contextos nous?
3.- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?		És relacionen coneixements en contextos coneguts x	És relacionen coneixements en contextos nous però senzills	Inclou una reflexió sobre els coneixements
4.- Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?		Es segueix i justifica un procés estàndard? x	El procés d'argumentació implica diverses etapes?	Demana obtenir una prova?
5.- Permet treballar amb diversos tipus d'objectes matemàtics?		Treballa amb situacions i objectes estàndard? x	Utilitza diferents representacions?	Permet objectes o representacions no estàndards
6.- Permet treballar amb llenguatge natural i llenguatge simbòlic?		Planteja fórmules en contextos molt familiars x	Planteja fórmules en contextos menys coneguts	Planteja fórmules en contextos nous
7.- Implica la necessitat de comunicar els resultats?		Demana el que s'ha fet sense justificar.	Demana explicar propietats i justificar processos x	Demana explicar relacions més complexes
8.- Implica l'ús d'instruments diversos?	Sí x No	Estableix quina eina s'ha d'utilitzar? x	Demana l'ús d'eines en contextos diferents dels treballats?	No demana l'ús de l'eina però es pot treballar amb alguna d'elles

Taula 44: Valoració competencial de l'activitat: Cadenes numèriques sense parèntesi

L'activitat: Propietat distributiva de la multiplicació envers la suma	Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
1.- Està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar-ne la resposta?	És respon de manera única? Dona ajudes directes? x	Hi ha més d'una solució? Orienta més que dirigeix?	Implica noves estratègies de resolució? Obre vies d'investigació?
2.- Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer nous aprenentatges?	Reprodueix coneixements? x	Relaciona aspectes matemàtics diversos en contextos nous?	Permet utilitzar diverses estratègies en contextos nous?
3.- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?	És relacionen coneixements en contextos coneguts x	És relacionen coneixements en contextos nous però senzills x	Inclou una reflexió sobre els coneixements x
4.- Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?	Es segueix i justifica un procés estàndard? x	El procés d'argumentació implica diverses etapes? x	Demana obtenir una prova?
5.- Permet treballar amb diversos tipus d'objectes matemàtics?	Treballa amb situacions i objectes estàndard? x	Utilitza diferents representacions? x	Permet objectes o representacions no estàndards
6.- Permet treballar amb llenguatge natural i llenguatge simbòlic?	Planteja fórmules en contextos molt familiars x	Planteja fórmules en contextos menys coneguts	Planteja fórmules en contextos nous
7.- Implica la necessitat de comunicar els resultats?	Demana el que s'ha fet sense justificar.	Demana explicar propietats i justificar processos x	Demana explicar relacions més complexes.
8.- Implica l'ús d'instruments diversos?	Sí x No	Estableix quina eina s'ha d'utilitzar? x	Demana l'ús d'eines en contextos diferents dels treballats? No demana l'ús de l'eina però es pot treballar amb alguna d'elles

Taula 45: Valoració competencial de l'activitat: Propietat distributiva

Capítol 4. Unitat didàctica

L'activitat: Operacions diverses amb números naturals		Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
1.- Està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar-ne la resposta?		És respon de manera única? Dona ajudes directes? x	Hi ha més d'una solució? Orienta més que dirigeix? x	Implica noves estratègies de resolució? Obre vies d'investigació? x
2.- Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer nous aprenentatges?		Reprodueix coneixements? x	Relaciona aspectes matemàtics diversos en contextos nous?	Permet utilitzar diverses estratègies en contextos nous?
3.- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?		És relacionen coneixements en contextos coneguts x	És relacionen coneixements en contextos nous però senzills	Inclou una reflexió sobre els coneixements x
4.- Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?		Es segueix i justifica un procés estàndard? x	El procés d'argumentació implica diverses etapes? x	Demana obtenir una prova?
5.- Permet treballar amb diversos tipus d'objectes matemàtics?		Treballa amb situacions i objectes estàndard? x	Utilitza diferents representacions? x	Permet objectes o representacions no estàndards
6.- Permet treballar amb llenguatge natural i llenguatge simbòlic?		Planteja fórmules en contextos molt familiars x	Planteja fórmules en contextos menys coneguts	Planteja fórmules en contextos nous
7.- Implica la necessitat de comunicar els resultats?		Demana el que s'ha fet sense justificar.	Demana explicar propietats i justificar processos x	Demana explicar relacions més complexes x
8.- Implica l'ús d'instruments diversos?	Sí x No	Estableix quina eina s'ha d'utilitzar? x	Demana l'ús d'eines en contextos diferents dels treballats?	No demana l'ús de l'eina però es pot treballar amb alguna d'elles

Taula 46: Valoració competencial de l'activitat: Operacions diverses amb números naturals

L'activitat: Aritmètica i multiplicació egípcia		Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
1.- Està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar-ne la resposta?		És respon de manera única? Dona ajudes directes? x	Hi ha més d'una solució? Orienta més que dirigeix? x	Implica noves estratègies de resolució? Obre vies d'investigació? x
2.- Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer nous aprenentatges?		Reprodueix coneixements? x	Relaciona aspectes matemàtics diversos en contextos nous? x	Permet utilitzar diverses estratègies en contextos nous? x
3.- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?		És relacionen coneixements en contextos coneguts	És relacionen coneixements en contextos nous però senzills x	Inclou una reflexió sobre els coneixements x
4.- Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?		Es segueix i justifica un procés estàndard? x	El procés d'argumentació implica diverses etapes? x	Demana obtenir una prova?
5.- Permet treballar amb diversos tipus d'objectes matemàtics?		Treballa amb situacions i objectes estàndard? x	Utilitza diferents representacions? x	Permet objectes o representacions no estàndards
6.- Permet treballar amb llenguatge natural i llenguatge simbòlic?		Planteja fórmules en contextos molt familiars	Planteja fórmules en contextos menys coneguts	Planteja fórmules en contextos nous x
7.- Implica la necessitat de comunicar els resultats?		Demana el que s'ha fet sense justificar.	Demana explicar propietats i justificar processos x	Demana explicar relacions més complexes x
8.- Implica l'ús d'instruments diversos?	Sí x No	Estableix quina eina s'ha d'utilitzar?	Demana l'ús d'eines en contextos diferents dels treballats?	No demana l'ús de l'eina però es pot treballar amb alguna d'elles x

Taula 47: Valoració competencial de l'activitat: Elements d'història de les matemàtiques

Capítol 4. Unitat didàctica

L'activitat: El SENET		Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
1.- Està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar-ne la resposta?		És respon de manera única? Dona ajudes directes?	Hi ha més d'una solució? Orienta més que dirigeix? x	Implica noves estratègies de resolució? Obre vies d'investigació? x
2.- Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer nous aprenentatges?		Reprodueix coneixements?	Relaciona aspectes matemàtics diversos en contextos nous? x	Permet utilitzar diverses estratègies en contextos nous? x
3.- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?		És relacionen coneixements en contextos coneguts	És relacionen coneixements en contextos nous però senzills x	Inclou una reflexió sobre els coneixements x
4.- Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?		Es segueix i justifica un procés estàndard?	Elprocés d'argumentació implica diverses etapes? x	Demana obtenir una prova?
5.- Permet treballar amb diversos tipus d'objectes matemàtics?		Treballa amb situacions i objectes estàndard?	Utilitza diferents representacions? x	Permet objectes o representacions no estàndards x
6.- Permet treballar amb llenguatge natural i llenguatge simbòlic?		Planteja fórmules en contextos molt familiars	Planteja fórmules en contextos menys coneguts	Planteja fórmules en contextos nous x
7.-Implica la necessitat de comunicar els resultats?		Demana el que s'ha fet sense justificar.	Demana explicar propietats i justificar processos x	Demana explicar relacions més complexes. x
8.- Implica l'ús d'instruments diversos?	Sí x No	Estableix quina eina s'ha d'utilitzar?	Demana l'ús d'eines en contextos diferents dels treballats?	No demana l'ús de l'eina però es pot treballar amb alguna d'elles x

Taula 48: Valoració competencial de l'activitat: Jocs a l'antic egipte: El senet

4.5 Valoració general d'un mòdul didàctic

Una cop feta la valoració de cadascuna de les activitats que formen el mòdul didàctic cal estudiar la profunditat d'aquest, de manera global, pel que fa al treball competencial. En aquest sentit cal establir una eina que ens permeti assignar un valor al mòdul didàctic vist de manera global. Estem seguint la mateixa línia que amb cadascuna de les activitats individuals, no mirem les preguntes de manera aïllada, sinó que ho fem tenint una visió global de l'activitat que estem treballant. Vist des d'aquesta perspectiva, presentem la següent taula amb la funció de mostrar la capacitat competencial del mòdul didàctic número 1. Aquesta taula de doble entrada, presenta en cada fila de la primera columna les activitats que formen el mòdul didàctic. En la fila corresponent a cadascuna de les activitats hi ha la valoració competencial d'aquesta activitat obtinguda a partir de l'eina establerta anteriorment. Les valoracions de les competències s'estableixen tenint present els tres apartats, estratègies de resolució, a la qual assignem el valor de A, segons la solució, valor B i segons el tipus de resposta, valor C. Per tal de poder realitzar una valoració general del mòdul assignarem un valor 3 a la A, 2 a la B i 1 a la C. Això ens permetrà assignar un valor a cadascuna de les activitats i un valor global al mòdul didàctic. Per tal de realitzar aquest càlcul assignarem el mateix valor a cadascuna de les 8 competències establertes en el treball. No és l'objectiu d'aquest treball establir gradacions entre les 8 competències matemàtiques treballades. La mitjana aritmètica dels valors anteriors ens permet obtenir un valor competencial, entre 1 i 3 a cadascuna de les activitats que formen el mòdul didàctic. Aquest valor el podem veure en la columna global a la dreta de la taula.

Però el fet d'utilitzar una taula de doble entrada ens permet anar més enllà en l'anàlisi inicial de l'activitat, podem valorar la manera com es treballen cadascuna de les competències en el mòdul didàctic. Per fer-ho cal fixar-nos en la darrera fila de la taula. En ella hi podem veure el valor que assignem a cadascuna de les 8 competències a partir dels valors de cadascuna de les activitats.

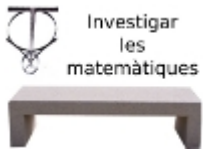
I per acabar, en la darrera cel·la de la taula, podem veure el valor competencial que assignem a l'activitat. Valor numèric que surt de la mitjana aritmètica de la darrera columna o de la darrera fila.

	Competències								Global
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	
Ous en un cistell	A	A	A	A	A	C	A	C	2,5
Operacions matemàtiques amb nombres naturals	C	C	B	C	C	C	B	C	1,3
Cadenes numèriques sense parèntesi	B	C	C	C	C	C	B	C	1,3
Propietat distributiva de la multiplicació envers la suma	A	C	A	B	B	C	A	C	2
Operacions diverses amb nombres naturals	A	C	A	B	B	C	A	C	2
Elements d'història de les matemàtiques	A	A	A	B	B	C	A	A	2,5
El Senet	A	A	A	B	A	A	A	A	2,9
	2,6	1,9	2,6	1,9	2	1,3	2,7	1,6	2,1

Taula 49: Valoració general del primer mòdul didàctic

Aquesta taula ens possibilita analitzar, a priori, la capacitat competencial del mòdul didàctic que planifiquem, i ens permet veure els seus punts febles i els seus punts forts. També poden veure quines competències hem de millorar i en quines activitats podem fer-ho.

Per exemple, pel que fa a l'activitat anterior, caldria millorar les activitats “Operacions matemàtiques amb nombres naturals” i “Cadenes numèriques sense parèntesi”, amb una valoració de 1,3, però veient que les competències 6 i 8 són les que tenen una valoració més baixa caldria buscar la manera que aquest mòdul aprofundeixi en el treball d'aquestes dues competències. Així milloraríem el valor de l'activitat i potenciaríem les competències que en la darrera fila podem veure que tenen un cert dèficit. Per altra banda, fent això, també valorarem el valor



mitjà del mòdul didàctic. Això ens ha de permetre tenir una visió global dels aprenentatges que estem intentant que els estudiants assoleixin. Per altra banda, la valoració competencial de l'activitat ens ha de permetre utilitzar una varietat d'activitats a l'aula adequades als diversos nivells d'estudiants que podem tenir a l'aula, en el sentit que no cal que totes les activitats siguin de nivell A en totes les competències, el que cal és que globalment el mòdul didàctic permeti treballar les 8 competències als nivells més alts possibles.

CAPÍTOL 5.

DISSENY DE L'ESPAI WEB



Capítol 5.- Disseny de l'espai web

5.1 Introducció

5.2 Continguts matemàtics del portal web “Investigar les matemàtiques

5.2.1 Adequació de les activitats matemàtiques al portal web

5.2.2 Objectius de les activitats

5.2.3 Avaluació de les activitats

5.2.4 Situem el problema

5.3 Eines digitals utilitzades

5.3.1 Eines de suport al treball matemàtic

5.3.2 Eines de gestió dels continguts

5.4 Avaluació de l'espai web.

5.4.1 Identificació de l'espai web: “Investigar les matemàtiques”

5.4.2 Desenvolupament del portal

5.5 Criteris de qualitat de l'espai web: Avaluació

5.5.1 Aspectes funcionals

5.5.2 Aspectes tècnics i estètics

5.5.3 Aspectes psicològics

Capítol 5.- Disseny de l'espai web

5.1 Introducció

La introducció de mitjans digitals a les aules a Catalunya va començar fa molt de temps. Aquestes comporten canvis en el funcionament de les aules i en el materials didàctics amb els que hauran de treballar els nostres estudiants, en aquest sentit Mitra (1999) pensa que la introducció dels ordinadors pot fer que els estudiants siguin els que condueixin l'adquisició dels seus aprenentatges a partir de les indicacions dels seus professors. L'ús d'aparells mòbils ja es present a les aules des de fa molt temps, pensem en les calculadores, reproductors de mp3 (mp4 o mp5) o darrerament, els *smartphones* amb més capacitats, i sobre tot, connexió a internet que seguiran provocant més canvis en la forma d'aprendre i d'ensenyar. Aquesta tecnologia també està permeten canviar la manera de treballar les activitats, introduint més creativitat i permeten personalitzar l'ensenyament, fent-lo al mateix temps més col·laboratiu segons l'estudi de Leadbeater et Wong (2010). Ambdós autors ens deixen entreveure el fet que l'ús de la tecnologia pot obligar a canviar els espais d'aprenentatge, les classes.

Un dels objectius fonamentals que ens hem plantejat en aquesta recerca és la comparació de l'activitat matemàtica real i virtual, però de forma que les activitats fossin les mateixes per a tots els alumnes. És per això que un element essencial és l'elaboració i anàlisi d'un portal web on els estudiants puguin accedir a les activitats que hauran de realitzar per desenvolupar els continguts del curs. Entenem que l'ordinador ha de ser l'element material fonamental en el treball dels estudiants, això vol dir que volem que aquest portal els permeti accedir als continguts, realitzar les activitats individual o col·lectivament, i també, emmagatzemar les seves produccions, treballs que realitzin, en la línia del web2.0, on la interactivitat i la participació són elements que marquen les diferències amb l'anterior versió de l'espai web. Entenem que aquesta línia de treball s'emmarca també en el procés

per assolir la competència matemàtica per part dels nostres estudiants. Els professors també hauran de poder accedir a aquests continguts, amb un doble objectiu, per una banda actualitzar-los i millorar-los, i per l'altre, accedir a les produccions dels estudiants per tal de poder fer-ne el seguiment, avaluació i regulació. En resum, volem que sigui un espai que permeti als estudiants i professors desenvolupar les activitats habituals d'un curs acadèmic a 1r de Secundària Obligatoria.

En aquest capítol explicarem la tipologia dels continguts que volem implementar en l'espai web, la manera com els volem treballar i com volem avaluar-los. Aquests tres aspectes seran molt importants en el moment de decidir primer el tipus de programari que utilitzarem pel seu desenvolupament, en segon lloc l'organització i finalment els criteris que haurem de seguir en el seu disseny. Tenint en compte el gran ventall de recursos informàtics disponibles, hem donat la màxima prioritat a aquells que provinguin de fonts lliures, programari lliure, amb la convicció que així podem facilitar la distribució i l'ús dels materials que es podran trobar en el portal. Aquestes eines ens han de permetre el treball en dos nivells.

1.- Permetre el treball matemàtic fonamentat en la resolució de problemes, i el treball cooperatiu d'estudiants i professors, i

2.- Permetre un fàcil accés als continguts matemàtics que inclourem en el portal.

I pel que fa a la seva facilitat d'ús i aprenentatge, hauran de ser eines amb una corba d'aprenentatge relativament baixa, que requereixin poc temps per garantir un bon ús del portal, atès que els coneixements tècnics de professors i estudiants són molt diversos.



Per finalitzar aquest capítol mostrarem exemples d'aquesta implementació de l'espai web i també, elements que ens permetin avaluar-lo.

5.2 Continguts del portal web “Investigar les matemàtiques”

Primer presentarem la classe de matemàtiques que volem desenvolupar a l'aula. En funció d'aquesta decisió haurem d'utilitzar unes eines informàtiques o unes altres, per tant hem de decidir primer de tot, quines són les matemàtiques que volem treballar i a partir de d'aquesta opció triar unes eines o unes altres, les quals es mostraran en els apartats següents. Al final del capítol el dediquen a mostrar el tipus d'avaluació matemàtica que farem la qual cosa també ens implica l'ús d'unes eines o unes altres.

5.2.1 Adequació de les activitats matemàtiques al portal web

El web és planteja com un recull de material didàctic de la matèria de matemàtiques per al seu ús *online* de manera interactiva i que aquesta també pugui ser usada de forma tradicional (llapis i paper). Per tant, dins del món divers dels diferents tipus de web que existeix a la xarxa, segons Marquès (2001) aquest és un web de material educatiu, el qual també el podem plantejar com un web temàtic educatiu per la seva extensió.

Abans de plantejar-nos l'estructura i les eines que utilitzarem per a desenvolupar el portal, el que cal plantejar primer és quines matemàtiques volem desenvolupar a l'aula, sigui aquesta digital o no, el punt de partida és evidentment el curricular donat pel Departament d'Ensenyament. Entenem que si bé les eines digitals seran un element important en el treball que estem desenvolupant, hem de tenir molt clar el tipus de contingut matemàtic que volem treballar. Però no n'hi ha prou amb aquest coneixement, hem de decidir com el volem treballar i com l'avaluarem. Així doncs hi ha tres elements previs que hem de decidir: a) Tipus de continguts, b) com treballar-los i c) com avaluar-los, elements que entenem molt importants de cara a

garantir l'adquisició de la competència matemàtica per part dels estudiants. Aquests tres aspectes formaran la gestió de l'aula Teixidó (2011).

El nostre punt de partida per tal de desenvolupar l'aprenentatge matemàtic és la resolució de problemes ja que considerem que es una font important per l'adquisició dels continguts matemàtics. D'acord el que ja en dit en el marc teòric segons NCTM la resolució de problemes “és una part principal de l'aprenentatge de les matemàtiques i per aquest motiu no hauria de ser una part aïllada del programa d'aquesta disciplina . En aquests principis hi podem llegir:

*“La resolució de problemes significa implicar-se en una tasca per la que el mètode de resolució no es coneix d'antuvi. Per trobar una solució, els estudiants tenen que utilitzar els seus coneixements i, a través d'aquest procés, moltes vegades adquireixen nocions matemàtiques noves. Resoldre problemes no es només un objectiu de l'aprenentatge de les matemàtiques, sinó també una de las principals maneres de fer-ho”*³

National Council of Teachers (NCTM) (2000) pàg. 5

També poden veure que PISA (2003) defineix el problema com:

“Situació real o transversal en la qual el camí de sortida no es evident d'immediat i en les quals les àrees curriculars que es puguin aplicar no provinguin només d'un camp determinat”

PISA, (2003) pàg. 171

Per la seva banda Lluís Santaló gran matemàtic català, en el seu moment, ens deia: *“El fi de les ciències, especialment de la Matemàtica, no és pas tant el de descriure fenòmens, com el de predir-ne l'evolució. Això equival a contestar preguntes, és a dir, a resoldre problemes”*

Santaló (1975)

³Extret de la pàgina web http://issuu.com/creamat/docs/1_resolucio_n_de_problemas

Compartim les idees anteriors i entenem com a problema qualsevol situació que ens porti a enfrontar-nos a noves situacions amb la totalitat de les eines que disposem, situacions que trobarem dins d'un context i per a la qual no disposem d'una resposta immediata i estàndard. I que ens poden portar a fer nous aprenentatges. Per tant, aquest procés ens requerirà entendre la informació rebuda, reflexionar-hi, prendre decisions, dissenyar estratègies, desenvolupar-les mitjançant eines matemàtiques, desenvolupar simbologies i comunicar els resultats.

Pretenem doncs, que el nostre web estigui fonamentat en la resolució de problemes, i que ha partir d'ells es vagin introduint els diferents continguts matemàtics que està previst treballar a primer d'ESO.

Si atenem els llibres de text que estan en el mercat o més en general, els portals telemàtics de treball matemàtic que hi ha, podem veure que els problemes, tal com els hem definit, no són situacions didàctiques habituals a les classes de matemàtiques. Predominen el que podem anomenar exercicis, tasques que es poden portar a terme aplicant de manera directa algorismes, tècniques o rutines⁴. Són el que es pot qualificar d'exercicis, que segons Pólya, aquesta mena de tasques porta als alumnes al desinterès i impedeix el seu desenvolupament intel·lectual en el seu sentit més ampli.

Atès que la resolució de problemes i les competències matemàtiques es el fonament del treball matemàtic que volem desenvolupar com a professors, aquests seran els elements claus que es desenvoluparan el nostre portal. Entenem que la major part de les competències matemàtiques plantejades per Niss(2001) apareixen reflectides en els problemes i en el seu procés de resolució, fins i tot l'apartat de modelització (què és el més complex de tots), aquestes poden

⁴És poden veure exemples del que diem en l'article Mora, LL & Rosich, N. (2011) "[El valor competencial de les activitats matemàtiques](#)", pàg 9

aparèixer en alguns problemes complexos. Niss (2001) divideix les competències generals en dos blocs:

A. Formular preguntes i respondre-les sobre les matemàtiques i amb les matemàtiques.

1. Pensar matemàticament: Fer preguntes i saber el diferent tipus de respostes matemàtiques que es poden donar
2. Plantejar i solucionar problemes matemàtics
3. Models matemàtics
4. Raonar matemàticament: Relacionar cadenes d'arguments, conèixer que es una demostració, descobrir-me les idees bàsiques, transformar arguments en proves.

B. Habilitat per tractar el llenguatge matemàtic

- 1) Entendre i utilitzar la representació de conceptes matemàtics.
Descodificar, interpretar i distingir.
- 2) Utilitzar símbols matemàtics i la seva representació: entendre la natura i les normes dels sistemes matemàtics, traduir, utilitzar i manipular expressions amb símbols i fórmules.
- 3) Comunicar: Expressar-se ell mateix i entendre els altres
- 4) Fer ús de suports i d'eines: Conèixer la existència i propietats i fer-ne un ús reflexiu.

Fent una breu anàlisi d'aquestes competències podem veure com alguns problemes complexos permeten treballar-les totes. Vegem a continuació un parell d'exemples de problemes complexos que permeten treballar la competència matemàtica de diferents etapes del nostre sistema educatiu i que es treballen la majoria de competències. Començarem amb un problema que es pot desenvolupar a la classe a partir de 14-15 anys i després en presentarem un altre aplicable a partir de 10-11 anys.

Comencem amb una activitat adaptada de «Trout Pond» proposada dins del web Illuminations (2011) del NCTM per a estudiants de 15 anys. Aquesta activitat es pot veure implementada en el portal que hem dissenyat sota el nom de “L'estany de les truites”

Cada primavera un estany és repoblat amb truites. És a dir, la població disminueix cada any per causes naturals, però al final de cada any s'afegeixen més peixos. Les dades que ens cal saber són:

- Actualment hi ha 3.000 truites a l'estany.
- A causa de la pesca, la mort natural o altres causes, la població disminueix en un 20% cada any, independentment de la reposició.
- Al final de cada any, 1.000 truites s'afegeixen a la llacuna.

a) Quantes truites hi ha després del primer any de començar el procés a l'estany? I al final del segon any, quantes truites hi tindrem?

b) Com creieu que la població canviarà en el temps si els paràmetres inicials canvien? És a dir, que succeirà si es realitza un canvi en el nombre inicial de peixos, la velocitat a la qual la població disminueix o en el nombre de truites que es reposa cada any? Justifiqueu la vostra resposta.

Taula 50: Activitat truites a l'estany

Al treballar amb competències matemàtiques una de les primeres condicions que sorgeix és saber quines són les que entren en joc i per tant una tasca important és com analitzar-les. Són poques les formes d'anàlisi que disposem per saber les competències que entren en joc en les activitats matemàtiques, és per això que (Mora, L., Rosich, N., 2011) dissenyen una eina de valoració competencial⁵ i que utilitzarem per a l'anàlisi competencial de les activitats matemàtiques.

⁵ En l'article (Mora, & Rosich, 2011) “[El valor competencial de les activitats matemàtiques](#)” s'expliciten amb més detall les característiques d'aquesta eina.

' activitat: truites a l'estany		Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
1.- ¿Està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar la resposta?		Es respon de manera única? L' enunciat dona ajudes directes? <input checked="" type="checkbox"/>	Hi ha més d'una solució? Sobre tot orienta l'estudiant? <input checked="" type="checkbox"/>	Implica noves estratègies de resolució? Obre vies de investigació? <input checked="" type="checkbox"/>
2.- Pretén aplicar coneixements ja adquirits i permet realitzar nous aprenentatges?		Reprodueix coneixements? <input checked="" type="checkbox"/>	Relaciona aspectes matemàtics diversos en contextos nous? <input checked="" type="checkbox"/>	Permet utilitzar diverses estratègies en contextos nous? <input checked="" type="checkbox"/>
3.- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins de la matemàtica o con altres matèries?		Es relacionen coneixements en contextos coneguts? <input type="checkbox"/>	Es relacionen coneixements en contextos nous però senzills? <input checked="" type="checkbox"/>	Inclou una reflexió sobre els coneixements? <input checked="" type="checkbox"/>
4.- Implica raonar sobre el que se ha fet i justifica els resultats?		Es segueix i justifica un procés estàndard? <input type="checkbox"/>	El procés de argumentació, implica varies etapes? <input checked="" type="checkbox"/>	Demana obtenir una prova? <input type="checkbox"/>
5.- Permet treballar amb varis tipus de objectes matemàtics?		Treballa amb situacions i objectes estàndard? <input type="checkbox"/>	Utilitza diferents representacions? <input checked="" type="checkbox"/>	Permet objectes o representacions no estàndards? <input checked="" type="checkbox"/>
6.- Permet treballar amb llenguatge natural i amb llenguatge simbòlic?		Planteja fórmules en contextos molt familiars? <input type="checkbox"/>	Planteja fórmules en contextos menys coneguts? <input checked="" type="checkbox"/>	Planteja fórmules en contextos nous? <input checked="" type="checkbox"/>
7.- Implica la necessitat de comunicar els resultats?		Demana el que se ha fet sense necessitat de justificar-ho? <input type="checkbox"/>	Demana explicar processos i justificar propietats? <input checked="" type="checkbox"/>	Demana explicar relacions mes complexes? <input type="checkbox"/>
8.- Implica l'ús de instruments?	Sí <input checked="" type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/>	Estableix clarament quin ferramenta hem d'utilitzar? <input type="checkbox"/>	Sol·licita l'uso de una ferramenta però en un context diferent del treballat? <input type="checkbox"/>	No exigeix l'uso de ferramentes però podem utilitzar-les. <input checked="" type="checkbox"/>

Taula 51. Anàlisi competències «L'estany de les truites»



En cada fila de l'eina anterior podem veure, primer una pregunta que està associada a una competència matemàtica determinada. La resposta positiva o no a aquesta pregunta ens permetrà conèixer si la competència matemàtica a que es refereix es treballa en l'activitat que proposem. Però també ens permet saber el nivell d'aprofundiment competencial de l'activitat . A continuació tenim tres preguntes més, cadascuna d'elles relacionada amb el grau d'aprofundiment en el treball de la competència. Aquest aprofundiment fa referència als tres grups de competència que es proposen en l'estudi PISA: reproducció, connexió i reflexió. Per tant, una activitat amb un grau de treball alt en la competència matemàtica permetria contestar positivament les preguntes de la darrera columna. Podem veure doncs, que el problema anterior implica l'ús de totes les competències matemàtiques establertes per Niss, i a més, dins dels tres nivells d'aprofundiment que es plantegen en l'estudi PISA, (Marc PISA 2003) permet el seu treball en un nivell molt alt en pràcticament totes elles.

Veiem un segon exemple de problema que es pot portar a l'aula amb estudiants a partir de 10 anys. Aquesta activitat anomenada "Ous en un cistell" està inclosa en el portal "Investigar les Matemàtiques".

Avui en Pep i la Laura han anat al mercat. En la polleria han vist que tenien una ouera amb un sol ou, i s'han posat a pensar de quantes maneres diferents podien col·locar aquest ou en la ouera.

La Laura creu que hi ha 6 maneres diferents de col·locar l'ou a la ouera. Cosa



amb la que està d'acord en Pep. Per què?

En Pep ha afegit, com amb un ou hi ha 6 maneres diferents, si hi haguessin dos ous n'hi hauria 12, de maneres diferents de col·locar els dos ous.

Té raó en Pep fent aquesta afirmació?

Hem de tenir present que en una ouera de les que podem trobar a les botigues hi caben 6 ous.

2.- I si tens tres ous, de quantes maneres diferents els podem col·locar dins la ouera?

3.- I si tens quatre ous? Completa la següent taula on tindrem en compte totes els possibilitats, des dels casos que ja hem estudiat fins als casos de 5 i 6 ous.

Ous en la ouera	0	1	2	3	4	5	6
Maneres possibles							

Explica el raonament que has seguit per omplir la taula anterior

4.- Quantes maneres diferents hi ha en total de col·locar 6 ous en la ouera?

5.- Què passaria si enlloc de tenir oueres de 6 ous tinguéssim oueres de 12 ous de capacitat?

D'aquesta activitat hem mostrat la valoració de competències en la taula 42 de la pàgina 157. En ella podem veure que és una activitat que permet treballar les 8 subcompetències matemàtiques de Niss, en diversos graus de profunditat.

5.2.2 Objectius de les activitats

Aquest tipus d'activitat matemàtica que plantegem, com les que hem pogut veure implica una gestió de l'aula diferent de la tradicional i cal tenir-ho molt present. La introducció d'eines informàtiques provocarà canvis en el funcionament de l'aula i hauréu d'intentar que no hi hagi conflictes entre el tipus de gestió d'aula que proposem i els canvis que provocaran les noves eines que introduïrem. L'aula no deixa de ser un sistema viu, i qualsevol introducció d'un nou factor pot provocar canvis importants en el seu funcionament i hem de preveure'ls.

Com hem dit, el tipus d'activitat matemàtica proposat implica un funcionament diferent de l'aula comparat amb la gestió de l'aula de les activitats més clàssiques de resolució d'exercicis, on el professor actua com a transmissor de coneixements i els estudiants com a receptors. En aquesta situació cal que el professor plantegi la situació problemàtica i els objectius a assolir amb ella, i després els estudiants organitzats en grups, les desenvolupin col·laborativament, atès que aquesta mena de problemes implica la generació de nous continguts, també caldrà que tots els estudiants tinguin accés a les produccions de la resta d'estudiants.

Estem parlant d'una gestió de classe que s'acostaria a la classe taller- laboratori, on els estudiants desenvolupant les activitats com si es tractessin de petites recerques.

5.2.3 Avaluació de les activitats

Els criteris que utilitzarem per a l'avaluació dels estudiants són els següents:

a) Totes les activitats han de ser avaluables. Això ha de ser així si volem que els nostres estudiants assoleixin la competència matemàtica dins un procés de treball sistemàtic i constructiu. Aquesta avaluació ens haurà de permetre reorientar el nostre treball i el dels estudiants.

b) Les activitats hauran d'incloure un ampli ventall de treballs: activitats orals, escrites, individuals, en grup, pràctiques i teòriques.

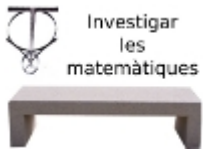
c) Els estudiants han de poder accedir a aquesta informació per tal de ser conscients de l'estat real del seu aprenentatge i poder fer aquells canvis o reorientacions que calguin.

d) També caldrà disposar d'activitats d'autoavaluació per anar fent conscient als alumnes del seu grau d'aprenentatge.

5.2.4 Situem del problema

Pel que fa a les matemàtiques que treballarem, entenem que el fet d'utilitzar les noves tecnologies ha de comportar una millora del potencial competent de les activitats que desenvoluparem, si no és així considerem que la introducció d'aquestes eines, no és necessària. Dit d'altra manera, només considerem que cal introduir noves eines per a fer matemàtiques o altres coneixements, si aquestes ens permeten una millora evident de les competències matemàtiques que permet assolir l'activitat. També hem de tenir en compte que, pot donar-se el cas que les eines no millorin l'activitat de manera directa, però si que ajudin a l'assoliment de competències en altres àrees, en aquests cas també ho tindrem en consideració. Coincidim amb Mayes (1995), que considera que les tecnologies que només s'encarreguen de transmetre continguts als estudiants acaben essent abandonades atès que no impliquen cap canvi en el procés d'aprenentatge. Per aquest autor, aquestes tecnologies han d'incloure tres aspectes: presentació de continguts, afavorir la construcció de coneixements i, promoure i facilitar el diàleg entre estudiants.

Per tant, quan ens plantejem l'ús de les eines digitals en l'aprenentatge de les matemàtiques, haurem de valorar que aquestes eines millorin el nivell de



competència matemàtica que permet assolir les activitats que dissenyem. Però també hem de tenir en compte altres aspectes que van més enllà de les matemàtiques, les eines que escollim han d'afavorir tots els tipus d'activitats que hauran de realitzar els estudiants a l'aula. Eines que permetin el treball de col·laboració dels estudiants, eines que permetin els processos comunicatius dels estudiants amb els seus companys, en l'àmbit de la classe o en àmbits més globals, com pot ser la presentació de treballs en el web, permeten comunicar-se amb la resta del món.

Tinguem present doncs, que les eines tecnològiques ens han de permetre aprofundir i millorar les competències que treballem. I haurem de mirar que aquestes eines potenciïn la comunicació entre estudiants a tots els nivells, i també, afavoreixin la construcció d'aprenentatges.

5.3 Eines digitals utilitzades

Les eines digitals que utilitzarem les podem classificar en dos grans grups: a) Eines que donaran suport als continguts matemàtics que volem treballar, al tipus de classe que volem gestionar i a l'avaluació que en pretenem fer, b) Eines que donaran suport a la organització del material. Hem de tenir present que sempre hi haurà eines que es trobaran en la frontera entre aquesta divisió que em plantejat.

En qualsevol cas, el que volem és que aquestes eines facilitin als estudiants el desenvolupament de la seva capacitat matemàtica. En aquest sentit coincidim amb Adell (2011) quan planteja que *“Allò important no es la tecnologia, sinó el que els teus alumnes poden fer amb ella”*.

Atès que a banda de treballar la competència matemàtica, els estudiants treballaran amb eines informàtiques, també desenvoluparan la competència tecnològica, per tant hem de cercar eines que permetin el treball en els dos àmbits, Segons la International Society for Technology in Education (ISTE) en

“NETS for Students” (2007) de EEUU, les millors eines seran aquelles que permetin als estudiants:

- Demostrar creativitat i innovació
- Comunicar i col·laborar
- Dur a terme investigacions i utilitzar informació
- Pensar críticament, resoldre problemes i prendre decisions.
- Utilitzar la tecnologia de manera eficaç i productiva

Taula 52. Potencialitats que han de tenir les eines digitals per als estudiants (ISTE)

Però no hem d'oblidar que aquestes eines també les utilitzaran els professors que facin ús del portal educatiu. Per tant hauran de tenir una doble vessant, primer adreçat als estudiants i una segona, adreçada al professorat. Segons la nostra opinió, aquestes eines hauran de permetre als professors:

- Disposar de materials per facilitar l'aprenentatge dels estudiants i de recursos per desenvolupar a l'aula
- Una facilitat d'integració amb altres eines
- Recollir informació dels treballs realitzats pels estudiants
- Compartir informació amb els estudiants i altres professors

Taula 53. Potencialitats que han de tenir les eines digitals per als professors

5.3.1 Eines de suport al treball matemàtic

A l'hora de desenvolupar el portal hem utilitzat fonamentalment les següents eines matemàtiques: *Geogebra*, *Applet Descartes*, *Applets Java i javascript*, pàgines web diverses de recursos digitals.

La primera eina important que compleix bona part dels requisits tecnològics establerts per a estudiants i per a professor és *Geogebra*. Programari lliure de Geometria Dinàmica dissenyat per Markus Hohenwarter, i actual Project Director del projecte, que darrerament s'ha estes molt degut a associacions formades en



diversos països i fins i tot, regions. És un programari que permet manipular la geometria des de l'ordinador. En aquest sentit permet als estudiants demostrar creativitat i innovació, dur a terme investigacions i utilitzar informació, i pot ser molt útil en el plantejament i resolució de problemes. No té en compte els processos de comunicació de les tasques realitzades ni el treball de col·laboració entre estudiants. Aquests serien aspectes a millorar. I pel que fa al professorat veiem que de les 4 premisses que hem establert, 3 d'elles estan suficientment treballades. Podem veure més exemples en diferents pàgines personals ⁶.

Encara que amb el *Geogebra* disposem d'una eina molt completa, els aspectes que fan referència a recollir informació del treball dels estudiants i compartir aquesta informació poden ser millorables.

Podem resumir aquesta informació en la taula següent:

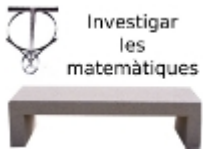
⁶ Pàgina personal de [Manuel Sada](#)

Pàgina personal de Daniel Mentrard: [Mathematiques et Sciences Physiques](#)

Associació catalana de Geogebra: [ACA](#)

Per als estudiants	Possibilitats que ofereix
Demostrar creativitat i innovació	Permet crear dibuixos, macros per personalitzar treballs
Comunicar i col·laborar	És una eina de treball individual, tot i que permet que amb un treball determinat hi poden interactuar amb altres persones.
Dur a terme investigacions i utilitzar informació	Permet l'avaluació de diverses situacions fent canvis en les condicions dels problemes plantejats.
Pensar críticament, resoldre problemes i prendre decisions.	Es poden resoldre problemes geomètrics i en el moment que podem canviar la situació, ens pot ajudar a prendre decisions.
Utilitzar la tecnologia de manera eficaç i productiva	Segur que si.
Per als professors	Possibilitats que ofereix
Disposar de materials per facilitar l'aprenentatge dels estudiants i de recursos per desenvolupar a l'aula	Les associacions de geogebra i professors posen a disposició de professors multitud de materials per al treball amb aquesta eina. Ja hem mostrat alguns exemples.
Una facilitat d'integració amb altres eines	És poden inserir els treballs creats en blogs, pàgines web o altres.
Recollir informació dels treballs realitzats pels estudiants	No permet fer-ho
Compartir informació amb els estudiants i altres professors	La informació es pot compartir però no permet la interacció. És comparteix l'ús.

Taula 54. Valoració del geogebra



Una nova eina que podem incloure en aquest apartat de suport als continguts és «WolframAlpha» un cercador d'informació semblant als tradicionals però que enlloc d'adreçar-nos a pàgines web, ens dona dades obtingudes de bases de dades oficials que poden respondre a la cerca que hem plantejat. Els seus autors la defineixen com a Computational Knowledge engine, una màquina de coneixement computacional. Tot i que estem davant d'una eina que no es lliure, la seva potència ens ha portat a incloure-la en aquest ventall d'eines de suport als continguts. Els seus autors són els mateixos del programa «Mathematica», liderats per Stephen i Conrad Wolfram. Aquest darrer en una conferència a TED: Ideas worth spreading, manifestava que calia invertir «més temps en els conceptes matemàtics i menys en el càlcul a mà en les escoles atès que el càlcul manual no deixa de ser una part de la matemàtica que pot ser treballada molt més eficientment amb l'ús d'ordinadors i calculadores».

Podem valorar aquesta eina a partir de la taula que hem mostrat anteriorment:

Per als estudiants	Possibilitats que ofereix
Demostrar creativitat i innovació	Permet crear ginys per personalitzar i sistematitzar cerques
Comunicar i col·laborar	És una eina individual, tot i que permet compartir cerques amb altres persones.
Dur a terme investigacions i utilitzar informació	Treballa amb informació que s'ha d'obtenir i gestionar
Pensar críticament, resoldre problemes i prendre decisions.	Presenta informació. Tot i que pot ajudar a prendre decisions amb ella.
Utilitzar la tecnologia de manera eficaç i productiva	Segur que si. Amb una bona cerca els estudiants poden treballar productivament, i molt més si pot produir ginys (widgets)
Per als professors	Possibilitats que ofereix
Disposar de materials per facilitar l'aprenentatge dels estudiants i de recursos per desenvolupar a l'aula	Pots disposar de cerques automàtiques desenvolupades per altres, però no es poden considerar materials i recursos per treballar a l'aula. Tot i que en el seu web es poden trobar materials desenvolupats per i per a professors.
Una facilitat d'integració amb altres eines	És poden inserir els widgets creats en blogs, pàgines web o altres
Recollir informació dels treballs realitzats pels estudiants	No permet fer-ho
Compartir informació amb els estudiants i altres professors	La informació es pot compartir però no permet la interacció. És comparteix l'ús.

Taula 55. Valoració de wolfram alpha

Veiem que és una eina que compleix més de la meitat dels requisits que hem plantejat per a les eines de suport als continguts de matemàtiques, però necessàriament haurà de ser complementada amb altres eines. Cal pensar que serà molt difícil trobar alguna eina, que els compleixi tots. Per tant ja veiem que necessàriament haurem de compartir el treball amb diverses eines.



Fins ara hem vist un tipus determinat d'eines, un programa de geometria dinàmica i un cercador computacional, però en el web podem trobar altres eines que ens permetin treballar les matemàtiques de la manera com pretenem.

Una altra eina que hem utilitzat en el projecte és l'*applet* creat en el projecte *Descartes*. Segons es defineix com un web que ofereix materials didàctics per a l'aprenentatge de les matemàtiques de l'ensenyament secundari.

Si accedim al web del projecte podem veure que el defineix com:

- 1) son controlables pel professor en un temps raonable
- 2) son fàcils d'usar per els alumnes, no tenen que utilitzar temps en el seu aprenentatge.
- 3) Cobreix els continguts del currículum corresponent al curs on s'ha d'utilitzar.
- 4) Són adaptables per cada professor a la didàctica i metodologia que cregui més convenient per els alumnes que treballarà.

Segons el projecte a més, d'utilització d'aquests materials afavoreixen la possibilitat d'utilitzar metodologies actives, on l'alumne és el protagonisme del seu procés d'aprenentatge, també permet als alumnes a ser creatius i també possibilita el treball cooperatiu.

La taula d'anàlisi és

Per als estudiants	Possibilitats que ofereix
Demostrar creativitat i innovació	Permet ésser utilitzat pels estudiants de dues maneres diferents, com a usuaris i com a creadors. En aquest darrer apartat es pot utilitzar des de dues vessants: modificant-ne un de ja construït o construint-ne un de nou.
Comunicar i col·laborar	És una eina individual, tot i que pot ser utilitzat per dos o més estudiants des d'ordinadors diferents
Dur a terme investigacions i utilitzar informació	Treballa amb la informació que ens dóna, però pot ser modificable, i permet experimentar.
Pensar críticament, resoldre problemes i prendre decisions.	Pot ajudar a prendre decisions
Utilitzar la tecnologia de manera eficaç i productiva	Segur que sí.
Per als professors	Possibilitats que ofereix
Disposar de materials per facilitar l'aprenentatge dels estudiants i de recursos per desenvolupar a l'aula	Presenta un espai web amb recopilatori de materials creats per professors i per a diversos nivells escolars. Hi ha molta diferència de nivell entre les activitats i evidentment, com en tot, cal utilitzar un procediment selectiu del material que haurem d'utilitzar.
Una facilitat d'integració amb altres eines	Com a bon applet es pot inserir en blogs, pàgines web o altres amb uns coneixements mínims
Recollir informació dels treballs realitzats pels estudiants	No permet fer-ho
Compartir informació amb els estudiants i altres professors	La informació obtinguda és individual. Tot i que en determinades circumstàncies es pot utilitzar de manera global a tot el grup classe. Entenem que l'eina no està pensada amb aquesta funcionalitat.

Taula 56. Valoració del applet DESCARTES

Ens agradaria comentar altres espais web que fonamenten la seva manera de treballar les matemàtiques amb ordinador amb l'ajut d'applets d'estils diversos. Són



espais que fonamentalment presenten activitats matemàtiques de diversos estils i que treballen diversos aspectes dels continguts matemàtics a diferents nivells, i que en algunes d'aquestes activitats els applets hi juguen un paper important. Per dir-ho d'una altra manera, l'element important són les matemàtiques que treballem i quan poden ser útils, apareixen els applets per potenciar l'activitat matemàtica que es presenta. Aquests webs són:

- Illuminations, espai web del NCTM que presenta activitats i unitats didàctiques complertes elaborades per professors per treballar a l'aula, algunes d'elles amb applets interactius que es poden inserir de manera fàcil en altres pàgines web. Hi podem trobar activitats i unitats adreçades a tots els nivells educatius.
- Nrich, Espai enfocat a la presentació d'activitats matemàtiques amb un alt potencial de treball de la competència matemàtica. Amb el suport de la University of Cambridge. Hi podem trobar activitats adreçades a estudiants des d'Educació Infantil fins a Batxillerat, i amb diversos nivells de treball matemàtic.
- Estadística para todos, Espai amb applets per treballar estadística i probabilitat. Inclou també activitats que poden ser treballades amb full de càlcul.

Tots aquests espais web, tenen generalment les mateixes característiques i totes tenen una valoració molt semblant a la que hem fet del projecte Descartes.

Hem deixat pel final el que anomenem *Webquest*, creades per Dodge et March (1995) Professors de Tecnologia Educacional a la San Diego State University. En l'espai web de l'associació catalana de webquest podem trobar la següent definició:

Una WebQuest és una proposta didàctica de recerca guiada, que utilitza principalment recursos d'Internet. Té en compte el desenvolupament de les competències bàsiques, contempla el treball cooperatiu i la responsabilitat individual, prioritza la construcció del coneixement mitjançant la transformació de la informació en la creació d'un producte i conté una avaluació directa del procés i dels resultats.

Definició consensuada a les segones jornades de Webquest (2006)

Cal dir que una webquest no és un programari a l'ús com pot ser el *Geogebra*, o un applet per treballar les matemàtiques, com pot ser-ho el Descartes o d'altres, la *WebQuest* és una manera de treballar, i com a tal pot fer ús de totes les eines anteriors i d'altres, en aquest sentit el dissenyador de la webquest serà el que decidirà totes les eines i processos que s'involucran en el desenvolupament de la webquest. Cal dir que podem dissenyar webquest de qualsevol àrea de coneixement.

De la mateixa manera que hem avaluat els portals que treballen els continguts matemàtics escolars, també volem avaluar amb els mateixos criteris les webquest.

Avaluem les webquests.

Pel que fa als estudiants	Possibilitats que ofereix
Demostrar creativitat i innovació	Atès que es treballa amb problemes oberts, la creativitat i la innovació són elements importants en el desenvolupament d'aquestes activitats.
Comunicar i col·laborar	És una eina de treball col·lectiu en aquest sentit implica la col·laboració de tots els integrants del grup de treball, també permet la comunicació individual i en grup.
Dur a terme investigacions i utilitzar informació	La metodologia d'aquest tipus de treball fomenta l'obtenció d'informació per a la realització d'investigacions. És el seu objectiu.
Pensar críticament, resoldre problemes i prendre decisions.	La metodologia implica la resolució de problemes, element que va molt lligat a pensar i a prendre decisions, justament per a resoldre aquests problemes.
Utilitzar la tecnologia de manera eficaç i productiva	Pot utilitzar molts tipus diferents de tecnologia
Pel que fa als professors	Possibilitats que ofereix
Disposar de materials per facilitar l'aprenentatge dels estudiants i de recursos per desenvolupar a l'aula	Presenta un espai web amb recopilació de materials creats per professors diversos i per a diversos nivells escolars. Hi ha molta diferència de nivell entre les activitats i evidentment, com en tot, cal utilitzar un procediment selectiu del material que haurem d'utilitzar.
Una facilitat d'integració amb altres eines	Com a bon applet es pot inserir en blogs, pàgines web o altres amb uns mínims de coneixements
Recollir informació dels treballs realitzats pels estudiants	Els estudiants hauran d'utilitzar tractament de textos, fulls de càlcul, eines de presentació per mostrar el resultat del seu treball,
Compartir informació amb els estudiants i altres professors	La informació obtinguda és de grup i es finalitza amb una presentació en gran grup de la tasca realitzada.

Taula 57. Valoració de la proposta didàctica WEBQUEST

Tal com podem veure la metodologia de treball de les Webquest permet treballar tots els elements que creiem són importants en les eines que han de donar suport als continguts matemàtics que han d'assolir els estudiants. Però tinguem en compte que la Webquest és una metodologia, i com a tal pot incloure diverses eines (editor de pàgines web en llenguatge html i php, eines ofimàtiques, etc.) de treball, que combinades permeten el treball de totes les competències a nivell digital.

De la mateixa manera que amb el Geogebra s'han format diverses comunitats de webquest a diversos països, la inicial creada per Dodge, la podem trobar a webquest.org , també existeix l'[associació catalana de webquest](#) i moltes altres. En totes elles hi podem trobar eines per crear-les, un repositori de webquest creades per altres professors i consells i articles relacionats.

De ben segur que podrem trobar moltes altres eines que ens donaran suport a l'ensenyament aprenentatge de les matemàtiques però aquests són les que hem considerat més interessants per al treball matemàtic. També cal dir que l'evolució de les eines tecnològiques hores d'ara és molt ràpid i cal estar molt atent a l'aparició de noves eines.

5.3.2 Eines de gestió dels continguts

Un cop definit el tipus de treball matemàtic que volem desenvolupar i de les eines digitals que podrem utilitzar, ens cal trobar un contenidor per totes elles. El contenidor habitual seria una pàgina web. Per dissenyar-lo tenim diverses possibilitats:

- Utilitzar un editor html, tipus el compozer o el dreamweaver, i dissenyar l'espai completament.
- Utilitzar espai gratuït dels disponibles al web que ens poden mostrar múltiples ajudes per tal de dissenyar l'espai sense necessitat de ser programador.

Inicialment van començar aquest treball utilitzant el primer mètode atès que així tenim molt més control sobre el que fem i podem dissenyar el nostre espai de manera que compleixi totes les especificacions que volem sobre ell, sense cap mena de limitacions. Per altra banda, això mateix requereix d'un coneixement important sobre el disseny de pàgines web i una inversió de temps molt elevada. Per aquest tipus de treball cal disposar d'un editor de pàgines web que permeti el treball amb el llenguatge html i php. Són bones opcions el *Dreamweaver* o *BlueFish* Editor, el primer de pagament i el segon desenvolupat en programari lliure. L'ús d'aquestes eines, i el coneixement del llenguatge de programació ens permetrà dissenyar les unitats de la manera que considerem més adequada, ens obrirà la possibilitat d'inserir-hi aquells applets que considerem interessants per al treball que vulguem desenvolupar i convertir l'espai web, gràcies a l'ajut del php, en un quadern de treball per als estudiants, on professor i estudiant podran fer un seguiment del treball desenvolupat per aquest últim. Com ja hem comentat anteriorment, el principal problema d'aquest tipus de treball, tot i que molt potent, és que requereix d'un coneixement important de disseny de pàgines web i d'ús del llenguatge php. Tot i que també podem dir, que estan apareixen moltes eines que permeten combinar aquests dos llenguatges de manera relativament fàcil.



Gràfic 13: Logo Blue Fish editor



Gràfic 14: Logo Macromedia DreamWeaverMX

En el segon cas, el disseny de l'espai web és molt més fàcil i ràpid a partir d'un nivell baix de coneixements per part del professor-dissenyador, i té com a part limitant, que haurem d'utilitzar les plantilles i formats especificats en l'espai que ens hostatgi les activitats i applets.

Des d'aquest punt de vista és molt més assequible el disseny de l'espai que utilitza espais que afavoreixen la seva creació i la seva integració amb les eines mencionades sense necessitat de tenir coneixements de programació. El disseny de l'espai queda limitat per la imaginació de l'autor i per les possibilitats de les plantilles que ens ofereixin. Una de les que hem trobat més interessant són les eines que el portal GOOGLE posa a disposició dels internautes:

Google Sites i Google Docs. La primera d'aquestes eines ens permet crear pàgines web, de manera individual o en col·laboració, amb la mateixa funcionalitat que un editor de pàgines web com els que hem mencionat anteriorment.



Gràfic 15: Logo Google Sites

L'avantatge fonamental és la simplicitat de construcció de l'espai i la manera de posar-lo a disposició de tots els usuaris del web atès que es treballa directament en l'espai web, el que darrerament s'anomena el núvol. Tot i que no l'hem utilitzat en el disseny del nostre portal n'existeixen molts altres, anomenades Gestors de continguts que permeten el mateix tipus de funcionalitat. Exemples d'aquestes eines són: Moodle, Joomla, WordPress i d'altres.



Gràfic 16: Logo Google Docs

Google docs és un conjunt de moltes funcionalitats que permeten editar documents de text, fulls de càlcul, presentacions i sobre tot, atès que el tipus de portal ha de permetre recollir les activitats que desenvolupin els estudiants, la creació de formularis on aquestes produccions quedaren recollides. Podem concloure que aquesta eina compleix tots els requisits que demanem a aquelles eines que donen suport a les matemàtiques que volem treballar i a les eines digitals que podem utilitzar.



Gràfic 17:
Logo EXE
Learning

Una altra eina que podem utilitzar per al disseny de la pàgina web és el programari EXE Learning, un programari que ja no es desenvolupa però que la darrera versió disponible ofereix una potencialitat important en molts aspectes. Permet el disseny de pàgines web



fàcilment, pàgines web que podran incloure qüestionaris, imatges, vídeos, applets java, i sobre tot, la integració d'aquests dissenys amb gestors de continguts eines, moodle per exemple.

La darrera eina que presentarem en aquest espai és el CMAP Tools.

Eina creada pels Drs. Joseph D. Novak i Alberto Cañas, del Institute for Human Machine. Amb aquesta eina podem dissenyar els mapes conceptuais referits al conjunt de les activitats, i també ens permet



Gràfic 18: Logo CMAP Tools

dissenyar espais web que faciliten les accés a les activitats digitals dissenyades. Entenem que és una eina que ens pot ser útil en dues vessants. En la primera ens ajudarà a organitzar l'espai web de manera que faciliti l'accés a les unitats didàctiques, i en la segona serà una eina que els estudiants hauran d'utilitzar per tal de donar resposta i organitzar les activitats desenvolupades.

Les darreres versions d'aquestes eines presenten una característica molt important, permeten el treball en col·laboració entre persones estiguin o no compartint ordinadors o espai físic. I sempre hem de tenir present que no en tindrem prou amb l'ús d'una sola eina d'aquestes eines. Per a desenvolupar tot el treball que volem fer, serà molt important utilitzar una combinació d'eines per obtenir els millors resultats possibles.

5.4 Avaluació de l'espai web.

En aquest espai tipificarem el nostre espai web. En aquesta identificació entenem que hem d'incloure les dades d'accés a l'espai web, el títol, una breu presentació i del idioma en que està desenvolupada. En farem una catalogació, a partir dels criteris establerts per Marquès (2001), ja comentats en el capítol 2. I també indicarem els requisits tècnics necessaris per la seva correcta visualització i intentarem mostrar quins són els valors que presenta i en mostrarem alguns exemples d'activitats.

5.4.1 Identificació de l'espai web: “Investigar les Matemàtiques”

Títol	Investigar les Matemàtiques
Adreça web	http://phobos.xtec.cat/lmora1/investigar/
Idioma	Català
Presentació	En aquest portal web es presenten un conjunt de materials didàctics per poder treballar les matemàtiques de primer i segon d'ESO de manera virtual, és a dir, l'ordinador serà l'eina fonamentalment per a desenvolupar el nostre treball. La resolució de problemes és l'eix vertebrador del projecte. Les eines digitals s'adapten al procés de resolució de problemes per tal d'afavorir que els estudiants assoleixin la competència matemàtica.
Requisits tècnics	El conjunt de les activitats funcionen adequadament en els navegadors més usuals. Cal que tinguin actualitzat el programari JAVA. Es recomana una resolució de pantalla de 1024x768 pixels. Cal que el servidor on estigui hostatjat permeti el treball amb llenguatge PHP si s'utilitza la versió dissenyada en PHP.
Continguts que es presenten	Matemàtiques per estudiants de 1r i 2n d'ESO adaptades al currículum català del 2007
Destinatari	Estudiants i professors d'aquests nivells educatius
Valors que potencia	Treball en resolució de problemes de manera cooperativa
Lliure Accés	Sí
Mapa de Navegació	Índex Aspectes rellevants del projecte Fitxers de les activitats Mapa de les activitats Investigar les Matemàtiques 1r Trimestre

	<p>Fitxers en pdf i odt</p> <p>Mapa Conceptual (Permet accés a les activitats)</p> <p>Seqüència Temporal (Permet accés al mapa conceptual del trimestre)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.- Comptem amb nombres naturals 2.- Anem d'un lloc a un altre 3.- Colors en el triangle de Pascal <p>2n Trimestre</p> <p>Fitxers en pdf i odt</p> <p>Mapa Conceptual (Permet accés a les activitats)</p> <p>Seqüència Temporal (Permet accés al mapa conceptual del trimestre)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.- El Tangram 2.- Els trectangles d'or 3.- Anem a comprar <p>3r Trimestre</p> <p>Fitxers en pdf i odt</p> <p>Mapa Conceptual (Permet accés a les activitats)</p> <p>Seqüència Temporal (Permet accés al mapa conceptual del trimestre)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.- Les agulles del rellotge 2.- Els ostats dels polígons 3.- El Tangram d'ou
--	--

Taula 58. Identificació del portal web "Investigar les matemàtiques"

5.4.2 Desenvolupament del portal

Per tal de dissenyar el portal hem utilitzat una combinació d'eines informàtiques. A continuació mostrarem un seguit d'aquestes activitats per tal de poder-ne veure la seva construcció i la seva funcionalitat.

Investigar les matemàtiques

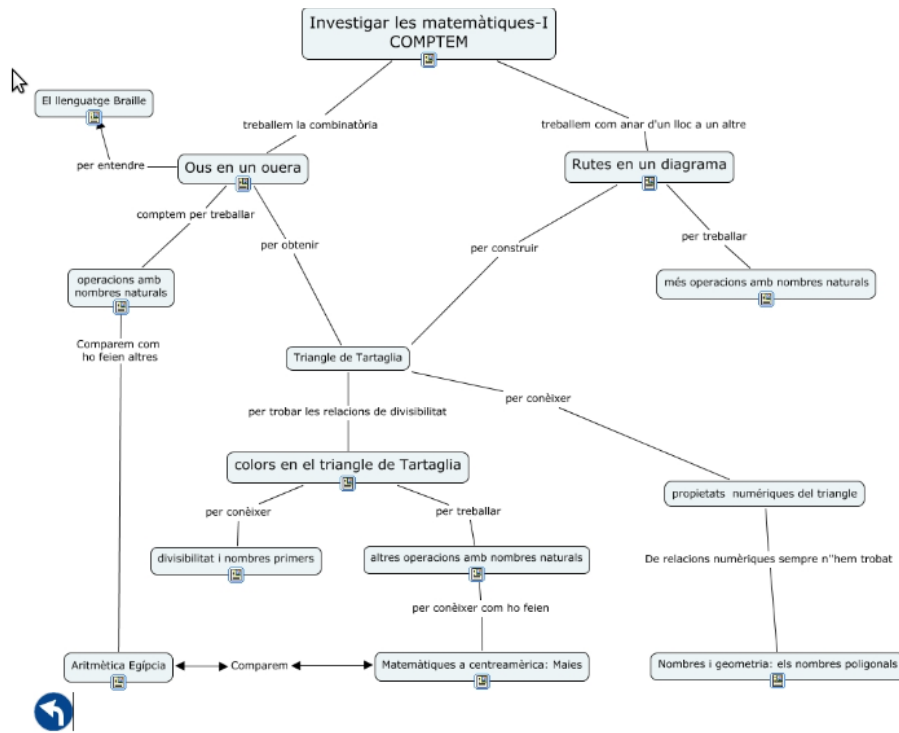
1r TRIMESTRE			2n TRIMESTRE			3r TRIMESTRE		
Mapa conceptual		Seqüència temporal	Mapa conceptual		Seqüència temporal	Mapa conceptual		Seqüència temporal
accés a les activitats interactives			accés a les activitats interactives			accés a les activitats interactives		
Unitats didàctiques	petits conceptes	Durada aproximada	Unitats didàctiques	petits conceptes	Durada aproximada	Unitats didàctiques	petits conceptes	Durada aproximada
Ous en un cistell pdf odt	Introducció a la combinatòria Operacions amb nombres naturals Aritmètica egípcia	3 setmanes 9 sessions	El TANGRAM pdf odt	TANGRAM Operacions amb fraccions decimals percentatges Fraccions a Egipte	3 setmanes 9 sessions	Les agulles del rellotge pdf odt	Angles Operacions amb mesures d'angles Diàmetres, cordes pi Sistemes base 60	3 setmanes 9 sessions
El triangle de Pascal pdf odt	Nombres combinatòris Més operacions amb naturals Nombres geomètrics	3 setmanes 9 sessions	Els rectangles d'or pdf odt	Número d'or Fibonacci Tales i proporcions Quadrats màgics xinesos	3 setmanes 9 sessions	Els costats dels polígons pdf odt	Pentàmines Hexàmines Àrees i perímetres Pick càlcul de pi	3 setmanes 9 sessions
Colors en el triangle pdf odt	Regularitat Divisibilitat: Factors mcd i mcm Matemàtica Maia	3 setmanes 9 sessions	Anem a comprar pdf odt	Plà de treball Operacions amb nombre decimals Potències de 10 Àbacs	3 setmanes 9 sessions	Simetria El tangram d'ou pdf odt	Dibuix de corbes Simetries dissenys i altres Càlcul d'àrees en el temps	3 setmanes 9 sessions



Gràfic 19: Portal "Investigar les Matemàtiques"

En la imatge superior podem veure la pantalla inicial del portal on hi trobem la seqüència d'activitats a desenvolupar distribuïdes per trimestres. En aquesta pantalla es poden descarregar els materials de treball en format pdf o odt, o accedir als materials de treball interactius elaborats pel portal.

Dins de cada trimestre podem accedir a la distribució d'activitats de dues maneres diferents, la primera a partir del mapa conceptual de la distribució de les activitats o a partir de la seva seqüència temporal. A continuació podem veure les imatges d'aquestes dues maneres diferents d'accedir a les activitats.



Gràfic 20: Mapa conceptual de les activitats per a desenvolupar en el primer trimestre.

Capítol 5.- Disseny de l'espai web

ACTIVITATS PRIMER TRIMESTRE

Seqüència temporal

1.- Comptem amb nombres naturals

1, 2, 3, 4, 5

Treball d'introducció a la combinatòria
Ous en un cistell

Treball d'aplicació
L'alfabet Braille

Més treball operatiu amb nombres naturals
Sumes i restes, multiplicacions i divisions
Cadenes numèriques
Propietat distributiva de la multiplicació envers la suma
Busquem regularitats en les operacions

Elements d'història de les matemàtiques
El sistema de numeració egipci
Multiplicació egípcia
El senet: Un joc de tauler mil·lenari

[Accés al mapa conceptual](#)

Com escrivien els egipcis els seus nombres?



2.- Anem d'un lloc a un altre

Treball d'introducció a la combinatòria
Rutes en un diagrama.

Treball d'aplicació
Regularitats en el triangle

Més treball operatiu amb nombres naturals
Multiplicacions i divisions
Parèntesis i claudàtors
Potències d'exponent natural.
Busquem regularitats en les operacions

Elements d'història de les matemàtiques
Nombres triangulars, quadrats i pentagonals
Teoremes

3.- Colors en el triangle de Pascal

Treball de divisibilitat
Pintem el triangle.

Molt més treball operatiu amb nombres naturals
Divisibilitat
Múltiples i divisors
Nombres primers i nombres compostos
El màxim i el mínim. Divisor o múltiple?

Elements d'història de les matemàtiques:
Matemàtica centreamericana
Sistema de numeració maia
Addició i substracció



Gràfic 21: Seqüència temporal de les activitats que s'hauran de desenvolupar el primer trimestre

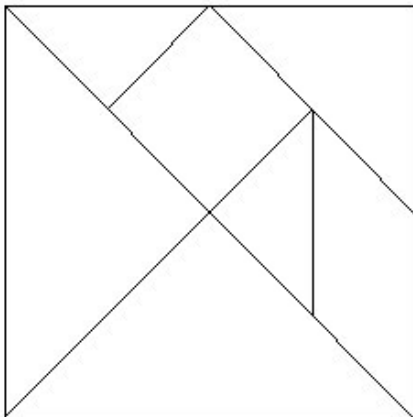
El mapa conceptual s'ha elaborat amb CMAP Tools i permet accedir a les activitats que vulguem treballar sense respectar cap ordre temporal preexistent. En canvi en la seqüència temporal, les activitats es presenten seguint el que seria l'ordre temporal d'un curs acadèmic.

A continuació presentem una de les activitats dissenyades per al segon trimestre al voltant del trencaclosques geomètric anomenat TANGRAM.

EL TANGRAM: El trencaclosques de set peces.

Diuen les males llengües que "El Tangram" és un joc mil·lenari d'origen xinès. El creador d'aquesta llegenda és el creador de jocs d'entreteniment nord-americà Sam Lloyd. Sembla que tota aquesta faula va ser publicada pel Lloyd l'any 1903 en un llibre anomenat "El vuitè llibre del TAN". Martin Gardner en el seu excel·lent llibre "Viajes por el tiempo y otras perplejidades matemáticas", recull d'articles publicats a "Investigación y ciencia", fa una breu però interessant passejada per l'història d'aquest trencaclosques geomètric. Anem a utilitzar el joc del TANGRAM per treballar les fraccions, els nombres decimals i els percentatges.

TANGRAM DE SET PECES

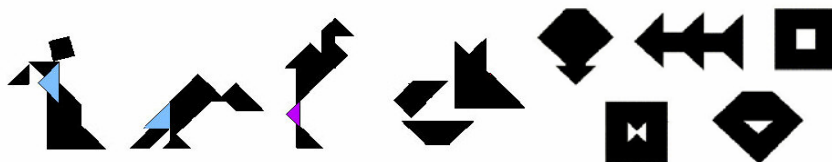


Comencem per familiaritzar-nos amb el joc. En la figura annexa hi ha les set peces del tangram. Pots utilitzar-les per construir-te un tangram. Quan ho hagis fet podràs realitzar les següents activitats.

1.- La següent figura mostra 4 figures que es poden construir amb les 7 peces. En algunes ja n'hi tenim col·locada una, de peça. Completa les figures amb les peces que falten.

Ha estat fàcil aconseguir-ho? Quin figura t'ha donat més dificultats?

2.- Observa els següents tangrames.



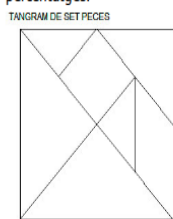
Tots es poden construir excepte un. Podries dir quin? Explica el procediment que has seguit per trobar-les.

Gràfic 22: Exemple d'activitat del 2n trimestre

En el portal web s'ha implementat aquesta pàgina intenta'n mantenir la seva estructura i la seva forma. Aprofitant les funcionalitat del web s'ha introduït so, atès que hem observat la importància de donar als estudiants dues vies per obtenir informació, una via escrita i l'altre via oral. El fet d'utilitzar el php, ens ha permès convertir aquesta pàgina en un formulari associat a una base de dades, de manera que quan els estudiants responguin les activitats les tindrem recollides en la base de dades i associades a l'estudiant que les ha desenvolupat.

I atès que el treball s'ha desenvolupat amb les peces del tangram, hem enllaçat les activitats a un tangram interactiu que permet manipular les peces i construir les figures demanades, o investigar les activitats proposades. Però no acaba aquí la interactivitat, amb l'ajut del Geogebra hem creat un tangram que hem inserit en la pàgina web i que permet als estudiants utilitzar les eines de mesura d'aquest programari per tal de trobar les relacions que s'estableixen entre les diferents peces que formen el TANGRAM.

Diuem les males llengües que "El Tangram" es un joc mil·lenari d'origen xinès. El creador d'aquesta llegenda es el creador de jocs d'entreteniment nordamericà Sam Lloyd. Sembla que tota aquesta fàula va ser publicada pel Lloyd l'any 1903 en un llibre anomenat "El vuitè llibre del TAN". Martin Gardner en el seu excel·lent llibre "Viajes por el tiempo y otras perplejidades matemáticas", recopilatori d'articles publicats a "Investigación y ciencia", fa una breu però interessant passejada per l'història d'aquest trencaclosques geomètric. Anem a utilitzar el joc del TANGRAM per treballar les fraccions, els nombres decimals i els percentatges.



Comencem per familiaritzar-nos amb el joc. En la figura annexa hi ha les set peces del tangram. Pots utilitzar-les per construir-te un tangram. Quan ho hagis fet podràs realitzar les següents activitats.

[descarregar la figura](#)

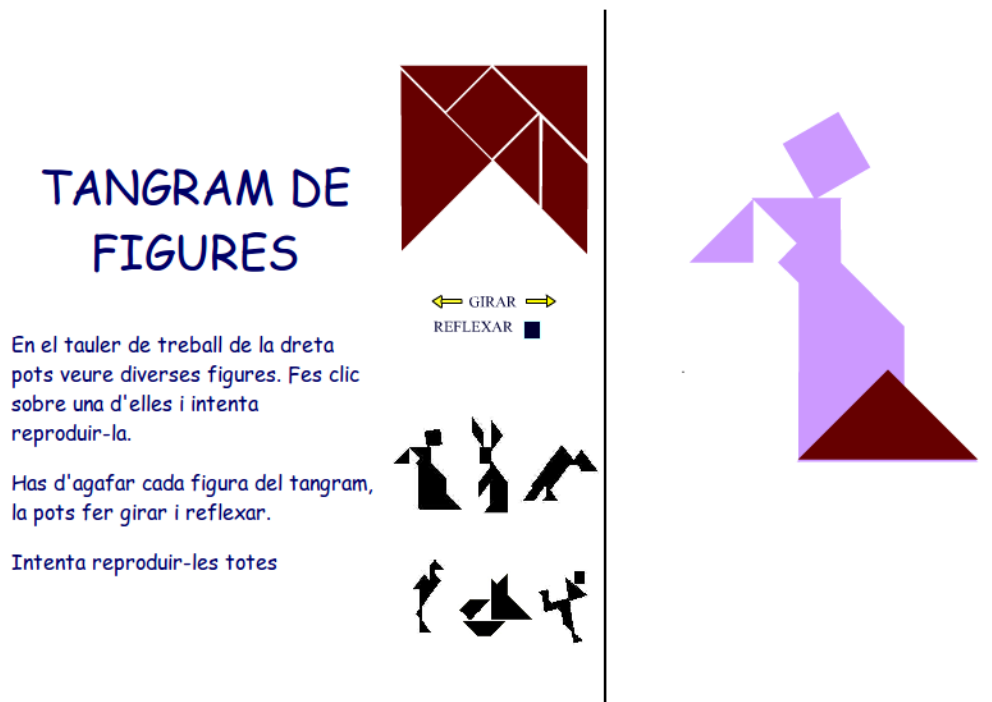
1.- La següent figura mostra 4 figures que és poden construir amb les 7 peces. En algunes ja n'hi tenim col·locada una, de peça. Completa les figures amb les peces que falten.



[Intentar-ho](#)

Ha estat fàcil aconseguir-ho? Quin figura t'ha donat més dificultats?

Gràfic 23. Mostra de l'activitat digital on hi podem veure el text de l'activitat, el reproductor de so de l'activitat i l'espai del que disposen els estudiants per respondre les preguntes que se'ls hi fan.



Gràfic 24. Tangram interactiu, en aquest espai els estudiants poden experimentar la construcció d'algunes figures amb les set peces del tangram. A l'esquerra de la imatge hi ha les figures que han de construir i les peces del tangram, i a la dreta hi ha el tauler de treball per a la seva construcció

Pel disseny general d'aquesta activitat s'han utilitzat 6 tipus d'elements digitals diferents:


- 1) Llenguatge html per al disseny general de l'activitat
- 2) Llenguatge PHP pel disseny dels qüestionaris que han de completar els estudiants.
- 3) Reproductor de só
- 4) Geogebra per a desenvolupar alguna de les activitats que s'han de realitzar.
- 5) Llenguatge Flash
- 6) Disseny gràfic per a l'elaboració d'imatges.

Així podem veure un exemple d'integració d'eines informàtiques per a la realització d'activitats.

Capítol 5.- Disseny de l'espai web

Un altre exemple d'activitat dissenyada amb una de les altres eines mostrades és “L'estany de les truites”. En la imatge següent podem veure diferents imatges d'aquesta activitat digital.

L'estany de les truites


 **Objectius**

- Treballar en un problema on intervenen tres variables: truites en un estany, percentatge de disminució i increment absolut d'aquesta població.
- Utilitzarem formularis, full de càlcul, taules i gràfics per tal de treballar i comprendre el problema
- Veure que un fenomen es pot estudiar simbòlicament, gràficament i analíticament.
- Realitzar una petita recerca, amb canvis en les tres variables, per tal de conèixer la variació de la població a l'estany.
- Elaborar un informe que reculli el treball realitzat
- Finalitzar la tasca amb la redacció de les conclusions sobre la tasca realitzada.

INFORMACIÓ DEL PROBLEMA

Cada primavera, un estany de truites és repoblat amb aquests peixos. És a dir, la població disminueix cada any a causa de causes naturals, però al final de cada any, s'afegeixen més peixos. Les dades que ens cal saber són:

- Actualment hi ha 3.000 truites a l'estany.
- A causa de la pesca, la mort natural o altres causes, la població disminueix en un 20% cada any, independentment de la reposició d'existències.
- Al final de cada any, 1.000 truites s'afegeixen a la llacuna.

 **Hipòtesi inicial de la situació**

1.- Explica i intenta justificar com creus que creixerà la població de truites de la llacuna. Has d'explicar si creus que creixerà indefinidament, creixerà fins arribar a un límit, o la població anirà augmentant i disminuint alternativament, o si anirà disminuint fins a desaparèixer.
Es possible predir la població de la llacuna després d'un nombre determinat d'anys, 50 per exemple? Com es podria fer tal predicció?

[Reflexiona i respon](#)

Gràfic 25. En aquesta imatge de l'activitat hi podem trobar els objectius que pretenem aconseguir amb el treball amb aquesta activitat. Atès que aquesta activitat es pot desenvolupar fora de l'escola és important disposar dels objectius de l'activitat. També hi ha la informació del problema i la primera activitat que hauran de desenvolupar els estudiants, amb un enllaç a un formulari realitzat amb google docs, que hauran de respondre.

Des de la direcció del parc natural que gestiona l'estany ens han encarregat un informe sobre la població de truites que hi ha a l'estany. Per fer-ho hem d'estudiar els tres paràmetres importants: La població inicial, el factor de creixement i la reposició de peixos.

Hem de respondre les següents qüestions: Com creieu que la població canviarà en el temps si els paràmetres inicials canvien? És a dir, que succeirà si es realitza un canvi en el nombre inicial de peixos, la velocitat a la qual la població disminueix, o en el nombre que es reposa cada any?

Les següents preguntes us poden ajudar:

1. Si la població inicial es duplica, que succeirà a la població a llarg termini? I si és triplica? I si ...
2. Si la quantitat de reposició d'existències anual es duplica, que succeirà a la població a llarg termini? I si és triplica? I si ...
3. Si la taxa de disminució anual de la població es duplica, que succeirà a la població a llarg termini? I si és reduït a la meitat? I si és triplica? I si ...

Activitat

Hauereu d'elaborar un informe per escrit, elaborat amb un document de google docs, on respongueu detalladament totes les preguntes formulades anteriorment i d'altres que se us puguin acudir. Ha de ser el màxim de complet, atò vol dir que heu d'utilitzar taules, gràfics, etc.

Per acabar hauereu d'elaborar una presentació amb la finalitat de fer arribar aquesta informació als responsables del parc.

Mostra Realimentació

$A(n) = r A(n-1) + b, \quad A(0) = s$

Directions:
Change the values of each of the following:

- s = Initial Population Size
- b = Yearly Restocking Amount
- r = Growth Factor

Gràfic 26. En aquesta imatge de l'activitat hi podem trobar la recerca que hauran de fer els estudiants sobre canvis en les dades del problema i un applet que els ajudarà en les seves investigacions, applet que s'ha inserit en l'espai web. Així com l'activitat anterior requereix un treball individual de l'estudiant, aquesta implica un treball col·laboratiu d'un petit grup d'estudiants, atès que el producte final que hauran de lliurar és un document de text explicant les seves troballes. Aquest treball el fan amb google docs atès que els permet desenvolupar el document conjuntament, treballant tots amb el seu ordinador.

En aquesta activitat s'ha utilitzat l'editor EXE Learning pel disseny de l'espai web, Google Docs en les vessants de: formularis per recollir les respostes a les activitats, en la de full de càlcul per tal d'experimentar amb els valors inicials que planteja l'activitat i en la de tractament de textos per tal d'elaborar les conclusions finals del treball.

En les imatges 9 i 10 podem veure un exemple que mostra les respostes d'un dels estudiants a les activitats plantejades

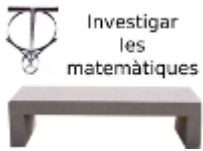
Capítol 5.- Disseny de l'espai web

Has d'explicar si creus que creixerà indefinidament, creixerà fins arribar a un límit, o la població anirà augmentant i disminuint alternativament, o si anirà disminuint fins a desaparèixer.	Explica els motius de la resposta anterior.	És possible predir la població de la llacuna després d'un nombre determinat d'anys, 50 per exemple?	Si has contestat que si, explica com creus que es podria fer. I si has contestat, no, explica'n els motius.	Creus que és possible predir la població de truites de la llacuna després d'un nombre determinat d'anys, 50 per exemple?	Justifica la teva resposta
La població anirà augmentant i disminuint alternativament	A causa de la pesca la població nirà disminuint però com les truites també és reproduïen doncs nirà creixen. Nira seguint la seqüència de augmentant i disminuint.	No	Doncs perquè pot haver una temporada de pesca molt gran i que es quedí sense molts peixos o es poden reproduir molt i també creixerà molt.	No	Perquè pot haver èpoques de molta reproducció i poca pesca, o poca reproducció i molta pesca. Per tant, no es pot saber

Gràfic 27. Mostra de respostes

La paraula SEGÜENT representa la població de l'any que ve, i ARA representa la població d'aquest any. Escriu una equació usant SEGÜENT i ARA per representar les hipòtesis donades anteriorment.	Expliqueu per quin motiu la vostra equació explica el procés que succeeix a l'estany.	Podeu trobar una manera més funcional de representar l'equació?	L'heu confirmada o no?	Expliqueu-ne els motius d'una cosa o de l'altre.	Describeu les característiques del gràfic	Explica quina informació et dona de la població de truites a l'estany.
$(Ara-20\%)+1000=$ Seguent	Per què per destrosses es redueix un 20% i després s'afageixen unes 1000 truites a l'estany	$(X-20\%)+1000=y$	Si	No, perquè pensava que no es podia saber, però si segueixes la fórmula i no hi ha cap destrossa natural que afecti es pot calcular el nombre de peixos que hi haurà en 50 anys.	vermeia, i quan ja està al límit es manta fins a arribar el final. Podem assegurar observan aquest gràfic que podríem fer una estimació sobre el nombre de truites que hi haurà en el estany dintre de 50 anys.	El nombre de truites que hi haurà dintre de 50 anys. El factor de creixament, quantitat restituida i la població inicial

Gràfic 28. Respostes



En les dues imatges anteriors veiem les respostes d'un estudiant tal com queden recollides després de contestar el formulari que se'ls planteja sobre l'activitat. En cadascuna de les files apareix la resposta d'un estudiant, de manera que en finalitzar l'activitat tindrem un fitxer de dades que ens permetrà comparar les respostes de tots els estudiants a l'activitat.

L'activitat també ens permet recollir les conclusions finals de l'activitat en forma de fitxer de text, per tal de compartir-ho amb la resta d'estudiants. És pot veure un exemple de mostra d'aquest document a [conclusions truites a l'estany.](#) A continuació podem veure un exemple de resposta a les conclusions

1. Si la població inicial es duplica, que succeirà a la població a llarg termini? I si és triplica?

duplica: El nombre de truites el principi disminueix però després es manté. Dintre de 50 anys la població de truites estrà al voltant de 5000 truites, el nombre de truites respecte el nombre inicial ha disminuït 1000 truites, per morts, pesca....



Triplica: El nombre de truites disminueix molt fins a arriba a 5036 truites, i a partir d'aquí es manté fins a arribar a 5000 truites.



Gràfic 29. Mostra d'informe final d'una activitat realitzada amb google docs

En aquest moment cal recordar que utilitzant el llenguatge php també es poden realitzar aquestes operacions, però requereixen un coneixement de fonaments de programació i de treball amb bases de dades. Aquest mètode és més fàcil i ràpid d'utilitzar.

5.5 Criteris de qualitat de l'espai web

Pensem que els espais web educatius han de ser capaços de continuar una acció d'ensenyament- aprenentatge en un context on els ordinadors o altre eines digitals, estan fent la seva aparició. No entenem com a lloc habitual de treball l'anomenada aula d'ordinadors atès que és un espai no habitual en el treball dels estudiants. Cal utilitzar uns criteris que ens indiquin si l'espai web compleix la funció per la qual s'ha dissenyat: ser eficaç en la intervenció educativa. Aquests criteris ens indicaran la qualitat de l'espai web que hem dissenyat. En aquests criteris no inclourem aspectes relatius als continguts matemàtics que s'han d'incloure en l'espai web.

Per avaluar l'espai web seguirem Marquès(2001). Aquest autor estableix que per tal de valorar un espai web cal tenir en compte els següents aspectes:

- funcionals
- tècnics i estètics
- psicològics

5.5.1 Aspectes funcionals

L'espai web s'ha dissenyat amb l'objectiu que permeti un fàcil accés a les activitats que es plantegen, de manera que faciliti l'aprenentatge dels estudiants, que n'és l'objectiu primordial.

En el disseny de cadascuna de les activitats, s'han inclòs enllaços a altres pàgines web com la viquipèdia per exemple, vídeos a youtube o a activitats interactives. També s'ha facilitat l'accés al material no telemàtic, per tal de treballar les

activitats sense l'ordinador.

L'accés a la informació s'ha mostrat de dues maneres diferents, escrita i oral per tal de permetre l'accés a tothom, els vídeos que inclouen descripció oral del que passa s'han subtitulat. Cal destacar la enorme quantitat d'enllaços que permeten l'ampliació de la informació relacionada amb l'activitat que s'està desenvolupant.

5.5.2 Aspectes tècnics i estètics

En aquest apartat parlarem d'alguns aspectes que ens ajudaran a valorar qüestions tècniques i estètiques: l'entorn audiovisual, els elements multimèdia, qualitat i estructuració dels continguts, qualitat i estructuració dels continguts, hipertextos, execució i originalitat de l'ús de la tecnologia.

La visualització òptima de les activitats requereix una resolució de pantalla de 1024x768. S'ha intentat que en les activitats no hi hagi excés de text, amb un intent de ressaltar que allò del text que és més important, però atès que aquesta és una activitat important en el procés de resolució de problemes, no ho hem fet en totes les unitats didàctiques i activitats del portal, els estudiants també han d'esbrinar aquests aspectes per ells mateixos.

Disposem d'una pàgina inicial que presenta l'estructura de totes les activitats incloses en el portal (<http://phobos.xtec.cat/lmora1/investigat/esquema.html>), a partir d'aquesta pàgina inicial i en cascada, van apareixent la resta de subpàgines, que detallen les activitats que es desenvolupen en cadascun d'aquests subapartats. Per exemple, la pàgina que permet l'accés a les activitats del primer trimestre és, [http://phobos.xtec.cat/lmora1/investigat/primer trimestre.html](http://phobos.xtec.cat/lmora1/investigat/primer_trimestre.html) .

S'han integrat en les pàgines web els elements multimèdia necessàries per desenvolupar les activitats. Quan aquests elements són vídeos, aquests s'han col·locat al youtube i s'han inserit en la pàgina en el lloc on feien falta. Aquest



criteri s'ha seguit sempre en tots els elements multimèdia que s'han afegit, s'han col·locat allà on feien falta, de manera que l'estudiant hi té accés en el moment en que els necessita. A banda de vídeos s'han inclòs applets java, aplicacions flash, taules i gràfics etc.

Entenem que un dels elements originals del portal rau en la conversió de l'ordinador en un quadern de treball de l'estudiant, quadern que va més enllà del "fes clic i segueix", sinó que permet que els estudiants puguin desenvolupar les seves respostes adequadament.

Vista l'experiència hem de considerar que cal millorar alguns aspectes de la navegació dels elements del portal. Atès que hi ha inclosa molta informació i en algun moment podem tenir la sensació de no saber exactament on estem situats.

5.5.3 Aspectes psicològics

Pel que fa a aquests aspectes l'espai web sigui especialment atractiu als estudiants als quals va adreçat. S'ha intentat que les activitats que s'han de desenvolupar siguin prou atractives per elles mateixes per crear en els estudiants el interès pel treball amb elles. S'han evitat els dibuixos i animacions que no aportin res al contingut que treballem. No s'han utilitzat dibuixos animats atès que entenem que tracten de manera excessivament infantil als destinataris del web.

Entenem tal com hem comentat anteriorment que l'ús de so i text per obtenir informació per treballar les activitats són un element de motivació afegit a les activitats dissenyades. Hem intentat sempre que ha sigut possible dissenyar ajudes visuals, subtítolades, per complementar el desenvolupament de les activitats.

CAPÍTOL 6.-

CAPÍTOL 6.-

RESULTATS DE LA PRIMERA FASE DE LA RECERCA



RESULTATS DE LA PRIMERA FASE DE LA RECERCA

Capítol 6. Resultats de la primera fase de la recerca

6.1 Introducció

6.2 Resultats de la prova inicial

6.2.1 Resultats de la prova inicial a tota la població de 1r de secundària

6.2.2 Resultats de la prova inicial a la població de l'estudi

6.2.3 Comparació dels resultats de la prova inicial de tot l'alumnat amb els alumnes de la mostra

6.3 Resultats de la implementació de les activitats

6.3.1 Resultats de les activitats

6.3.2 Resultats de les enquestes

6.4 Resultats de la prova final

6.4.1 Valoració competencial de la prova final.

6.4.2 Comparació dels resultats dels estudiants de 1r d'ESO amb els estudiants que han participat a l'estudi

6.5 Valoració de l'espai web pel que fa a funcionament i activitats



Capítol 6. Resultats de la primera fase de la recerca

6.1 Introducció

En aquest capítol presentarem els resultats que han obtingut els estudiants de la prova inicial, del desenvolupament de les activitats i de la prova final. També es mostra la comparació dels resultats de tota la població amb els de la mostra en cadascuna d'aquestes activitats.

6.2 Resultats de la prova inicial

Anem a valorar els resultats obtinguts pels estudiants a prova inicial. Valoprem primer els resultats de tota la població de secundària de l'IES, després els resultats de la població del estudi i finalitzarem aquest apartat comparant els resultats de les dues poblacions.

6.2.1 Resultats de la prova inicial a tota la població de 1r de secundària

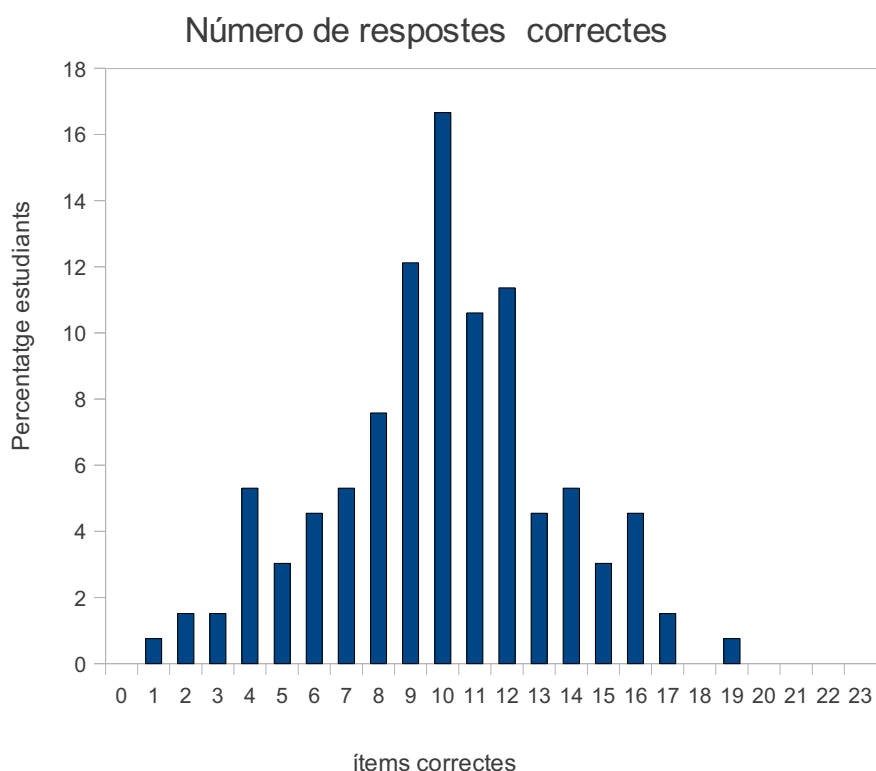
L'anàlisi dels resultats s'han fet en dos nivells: a) un de general a partir del total de respostes realitzades correctament per els estudiants i b) un altre de més concret, comentat cadascuna de les qüestions ja que així ens dona una visió molt més detallada de la dificultat argumentació i processos seguits pels alumnes.

a) De forma global

En el gràfic següent podem veure la distribució de respostes dels estudiants del estudi. Hem pres com a variable el total d'encerts en les respostes a les qüestions proposades. La variable pren valors entre 0 i 23, que són els valors que podem veure en l'Eix X del gràfic. En l'eix de les Y hi ha el percentatge d'estudiants que

Capítol 6. Resultats de la primera fase de la recerca

han contestat correctament les preguntes indicades per la variable. En el gràfic hi podem veure representades aquestes dades.



Gràfic 30. Percentatge de respostes correctes de tota la població d'estudiants

En l'eix de les X hi hem disposat el número de ítems resolts correctament i en l'eix de les Y el percentatge de la població que els assoleix. Així veiem que el 17% de la població respon correctament 10 ítems de la prova.

En el gràfic podem observar que respon a una campana de Gauss amb un valor central de 10 respostes correctes. Malgrat això, aquesta campana mostra un cert biaix cap a la banda esquerra dels resultats. Tot i que el 10 seria el valor central de les respostes correctes, el pes dels alumnes a la dreta del valor central es lleugerament inferior al pes dels valors que es troben a l'esquerra d'aquest valor.

També podem veure que pràcticament el 50% dels alumnes es troben distribuïts al voltant de l'interval que va de 9 a 12 activitats resoltes correctament.

No hi ha estudiants amb 20 o més de 20 preguntes respostes correctament. En canvi per la banda baixa podem trobar alumnes amb només una, dues o tres activitats resoltes correctament.

Atès que la mostra objecte d'estudi, està formada per 20 estudiants és interessant agrupar les dades de la taula anterior per tal de poder comparar les distribucions de dades corresponents als estudiants que participen en l'estudi i les dels estudiants de primer d'ESO de l' Institut. Ho hem fet en agrupacions de rang 5, valor inicial 0 per a la primera classe i valor final 4. I així fins a distribuir totes les dades. Els valors corresponents a aquesta agrupació són

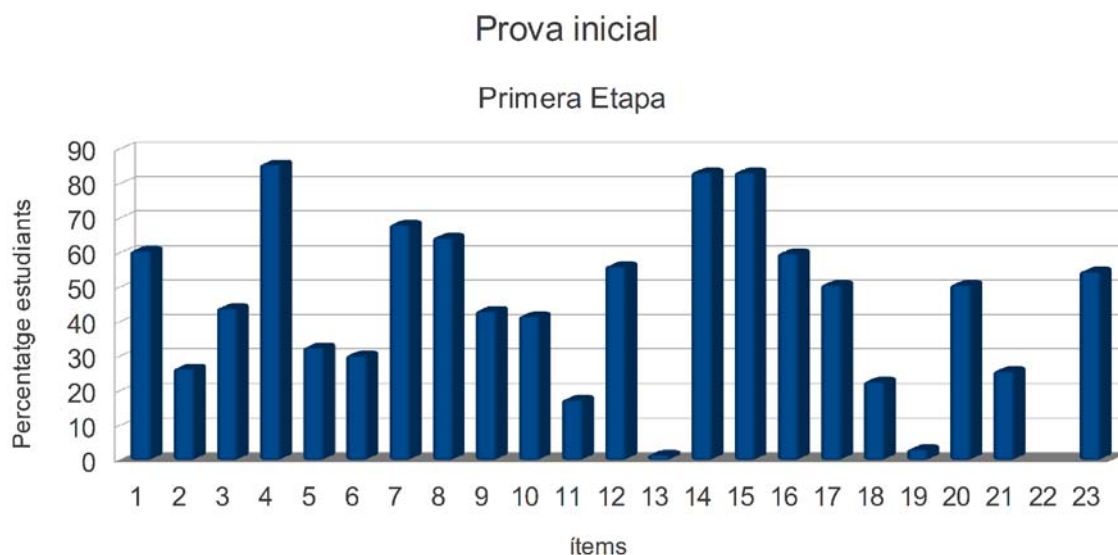
respostes correctes	[0,4]	[5,9]	[10,14]	[15,19]
Total alumnes (%)	9,1	32,6	48,5	9,9

Taula 58: Taula de freqüències dels resultats de la prova inicial a la població

El 9% dels estudiants de l'estudi han contestat correctament menys de 5 preguntes. Aquest resultat és preocupant, ja que estem parlant de 12 estudiants que només son capaços de respondre correctament a un màxim de 4 preguntes d'un total de 23 on se'ls demana qüestions senzilles com són sumar decimals, ordenar-los i d'altres operacions elementals. D'altra banda és interessant tenir present que una mica menys del 60% dels estudiants són capaços de respondre correctament més de 10 preguntes.

b) Per ítems

Pel que fa a les respostes que donen a les preguntes considerades individualment, podem veure la distribució de respostes en el gràfic següent:



Gràfic 31. Percentatge d'estudiants que responen correctament cadascun dels ítems de la prova

Dels resultats obtinguts podem destacar que:

- a) Hi ha tres activitats que pràcticament ningú resol correctament, menys del 5%. Aquestes són les activitats que fan referència a trobar un divisor comú de dos nombres (5b), una diferència de fraccions (7c) i la resolució d'un problema relativament obert (9a).

5b) El nombre més petit que es pot dividir alhora per 6 i 8 és:

7c) Calculeu la fracció que resulta de fer les operacions següents:

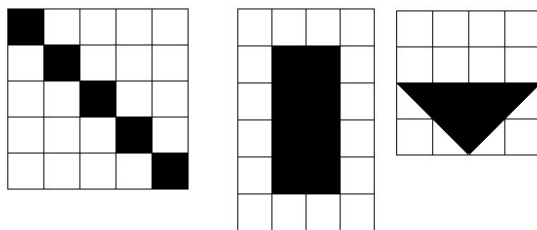
c) $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$

9. a) El producte de les edats en anys, de tres persones, és de 260. Quines poden ser les seves edats? Hi ha més d'una solució?

Si tenim present que un dels objectius de les matemàtiques, és el de resoldre problemes, és evident que aquest objectiu els estudiants no el tenen assolit, atès que cap dels estudiants és capaç de resoldre correctament l'activitat nº 9. El més preocupant en qualsevol cas, és que en molts casos, ni tal sols ho han provat. Pensem que això també es manifesta en els cursos superiors de la secundària obligatòria quan molts dels estudiants rebutgen intentar resoldre activitats matemàtiques amb enunciat. Aquests resultats ens porten a pensar que aquest tipus d'activitats s'ha treballat poc a Educació Primària en benefici d'activitats de contingut més algorísmiques.

Només hi ha tres activitats que hagin estat resoltes per més del 70% dels alumnes. Són les activitats referides a quina fracció d'una determinada figura geomètrica està ombrejada (6a i 6b) i la realització d'una determinada operació matemàtica (2b).

6. Escriviu la fracció que indica quina és la part ombrejada de cada figura.



2b) Calculeu $3 \times 4 + 2 =$

En l'activitat 6 veiem que els dos primers casos són resolts per més del 80% dels estudiants. En la tercera aquest percentatge d'encert es redueix fins a un 60%. Això sembla indicar una treball força assolit però que pel fet d'introduir elements inclinats o esbiaixats fa augmentar el grau de dificultat.

No deixa de ser curiós el resultat de les preguntes 2a i 2b. Tot i ser la mateixa operació amb un canvi d'ordre, els resultats de l'activitat 2b doblen en èxit els resultats de l'activitat 2a. Aquestes activitats són la realització del següents càlculs:

a) $1 + 2 \times 3 =$

b) $3 \times 4 + 2 =$

La segona activitat la responent correctament el 85% dels estudiants, en canvi l'altra ho fa el 45%. Tot i ser la mateixa operació. Sembla evident que els estudiants llegeixen les operacions d'esquerra a dreta, de manera lineal, sense tenir en compte la prioritat de les operacions. Com sabem del cert que aquestes activitats s'han treballat en cursos anteriors, caldria intentar trobar una manera més efectiva de portar a terme el seu estudi.

Només 11 de les 23 activitats han estat resoltes correctament per més del 50% dels alumnes. Hi ha un seguit d'activitats, 8, que resolen menys del 30% dels alumnes. A banda de les tres mencionades anteriorment, aquestes activitats són:

1a) b) El número que és tres desenes major que 9981 és:

2c) Calculeu: $5 \cdot (2+2) =$

4d) Calculeu els resultats d'aquestes operacions $120 : 2,5 =$

7b) Calculeu la fracció que resulta de fer les operacions següents:

b) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$

8b) Un camió porta 35 sacs de ciment. En una de les parades, es descarrega una setena part dels sacs. Quants en queden al camió?



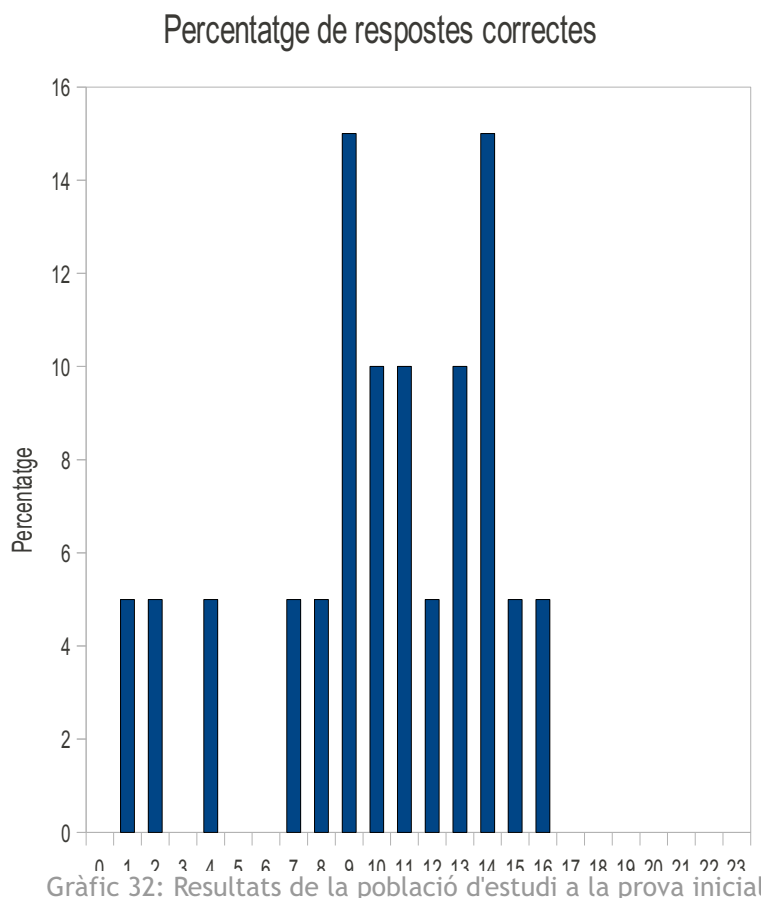
Els resultats de la resta d'activitats es troba situat entre el 50 i el 70%. Tot i que inicialment podem pensar que els resultats de la prova són dolents també cal tenir present que aquesta prova es realitza després de l'aturada estiuenca i sense previ avis. Hi ha moltes activitats que són aplicació de qüestions tècniques i que normalment convé recordar-les. Segurament els resultats de la prova serien diferents si aquesta es realitzes durant el curs escolar.

6.2.2 Resultats de la prova inicial a la població de l'estudi

En aquest apartat valorarem els resultats de la prova inicial dels estudiants que participen en l'estudi. Recordem que són 20 estudiants de l'assignatura optativa de matemàtiques. En aquest grup tot i que és una optativa hi ha alumnes que l'han escollit i alumnes que no ho han fet. És un grup format per 9 noies i 11 nois. D'aquests nois, 4 en son repetidors de curs.

a) De forma global

Resultats a la prova dels alumnes d'aquest grup. L'estructura d'aquest gràfic es correspon amb el gràfic número 1 taula correspon a la valoració general amb tots els estudiants.



Aquest gràfic correspon a les 20 proves realitzades pels alumnes que van participar en l'estudi. Atès que 20 dades no són suficients per a poder realitzar una comparació amb les dades de tots els alumnes de la promoció hem decidit fer una agrupació de dades per a realitzar la comparació. Per fer l'agrupació hem considerat les preguntes de la 0 a la 20 i les hem estructurat en 4 intervals, $[0,4]$ preguntes correctes, $[5,9]$, $[10,14]$ i $[15,19]$, de la mateixa manera que ho vàrem fer amb els resultats de tota la població.

Aquesta agrupació la podem veure en la següent taula:

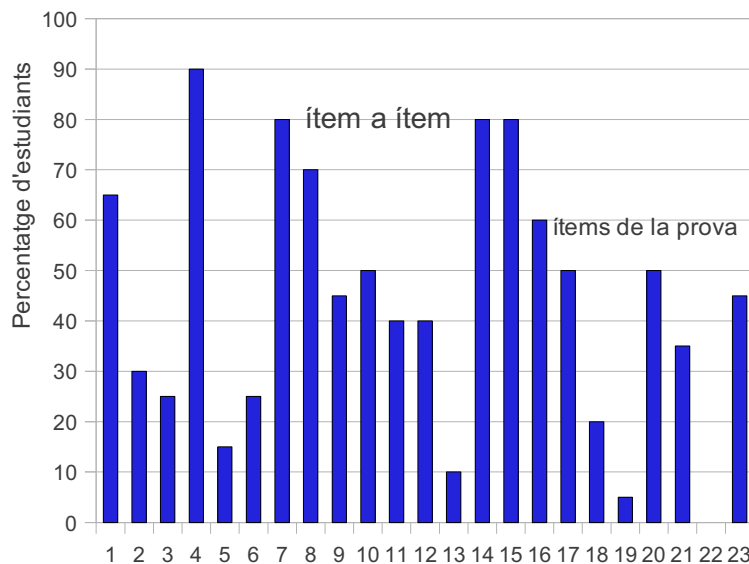
5 respostes correctes	$[0,4]$	$[5,9]$	$[10,14]$	$[15,19]$
Mostra d'alumnes	15	25	50	10

Taula 60: Agrupació de dades de la mostra dels resultats de la prova inicial

Com a dades interessants de remarcar podem dir que el 60% de la mostra respon correctament a més de 10 preguntes i que el 15% en respon menys de 5.

b) Per ítems

En el gràfic següent podem observar les respostes dels estudiants de la mostra als 23 ítems de la prova inicial realitzada.



Respostes de la població de l'estudi a la prova inicial

Gràfic 33: Respostes de la mostra a la prova inicial

Si fem l'estudi a partir de les respostes a les preguntes individuals obtenim el gràfic anterior. En ell podem veure el percentatge d'encert per a cadascun dels 23 ítems de la prova de la mostra. En l'apartat anterior comentarem més detalladament aquest gràfic comparant-lo amb el resultat de tots els estudiants de 1r d'ESO a l'IES en aquesta mateixa prova. Fixem-nos que només 7 dels 23 ítems de la prova són contestats adequadament per més del 50% dels estudiants. Fixem-nos que també hi ha 7 ítems que com a molt el 30% dels estudiants els responen adequadament. Destaquem en aquest sentit l'ítem 9b, que cap estudiant respon correctament.

6.2.3 Comparació dels resultats de la prova inicial de tot l'alumnat amb els alumnes de la mostra

En aquest apartat compararem els resultats de la mostra i de la població de l'estudi en els dos aspectes de la prova inicial que hem portat a terme. En primer lloc pel que fa al número de ítems amb resposta correcta i, en segon lloc ítem a ítem.

Pel que fa les respostes, en la següent taula podem veure comparats els resultats de la població i de la mostra. Fent aquesta agrupació podem comparar les dues sèries de dades :

respostes correctes	[0,4]	[5,9]	[10,14]	[15,19]
Total alumnes	9,1	32,6	48,5	9,9
Mostra d'alumnes	15	25	50	10

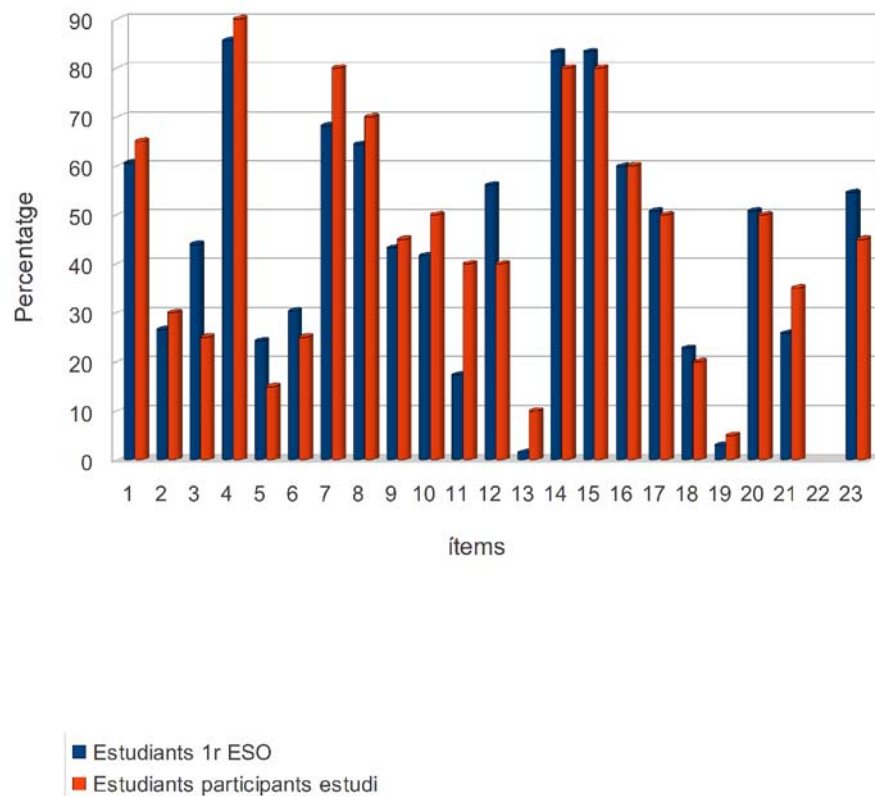
Taula 60 : Resultats comparats prova inicial, mostra i població

Podem veure, si comparem les dues files, que en ambdós casos aproximadament el 60% dels estudiants responent adequadament més de 10 preguntes. Només hi ha lleugeres diferències pel que fa a les dues primeres columnes. En la primera, el percentatge d'estudiants que respon com a molt a 4 preguntes de manera correcta és 6 punts més alt que en tota la població, però aquest augment es pot compensat amb els 7 punts de diferència en el següent interval. No hi ha diferències significatives en els altres dos intervals estudiats. Pel que fa a aquest aspecte, podem considerar que la mostra representa força bé la totalitat dels alumnes de primer de secundària d'aquest centre.

Pel que fa al segon aspecte, en el següent gràfic podem veure comparats els encerts de població i mostra en cadascun dels ítems proposats en la prova.

Gràfic comparatiu

Estudiants 1r ESO - Estudiants participants en l'estudi



Gràfic 34: Resultats comparats estudiants 1r ESO de l'IES i dels participants en l'estudi

Podem veure que, si exceptuem tres preguntes, que la diferència percentual entre les respostes de la població i de la mostra sempre és menor del 10%. La qual cosa ens fa pensar que en la prova inicial, hi ha una relació important entre el total d'alumnes de primer d'ESO i els 20 alumnes de la mostra. El paral·lelisme entre les dues gràfiques és bastant gran. A partir d'aquests resultats creiem que podem considerar que, tot i que la mostra ha estat escollida d'acord a l'assignatura i no per notes dels alumnes, aquesta pot reflectir bastant bé els resultats del grup complet d'alumnes de primer d'ESO d'aquest institut.

6.3. Resultats de la implementació de les activitats

En aquest apartat inclourem reculls de les activitats realitzades pels estudiants. La unitat que mostrarem és “OUS EN LA OUERA”, i presentarem comparativament els treballs realitzats pels estudiants que treballen directament amb l'ordinador i dels que ho fan de la manera tradicional.

6.3.1 Resultats de les activitats

Hem seleccionat la primera unitat didàctica per tal de comparar els treballs que han realitzat els estudiants que han treballat amb mitjans digitals amb els que no ho han fet.

Per cadascuna de les activitats valorades en aquesta unitat presentarem una taula on compararem les respostes dels estudiants del GD amb els del GnD. Valorem la correcció de les respostes i les argumentacions que elaboren per desenvolupar-les.

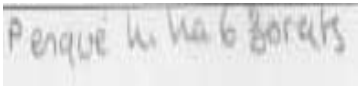
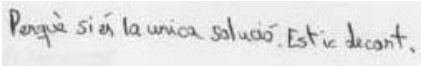
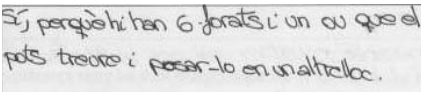
Per tal de simplificar la taula utilitzarem la següent codificació en la primera fila de les taules:

Els codis que utilitzarem en la taula són els següents:

RT:	Resposta telemàtica
c:	correcció
TA :	Tipus Argumentació
RP:	Resposta presencial

OUS EN UNA OUERA

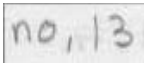
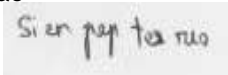

1.a) La Laura creu que hi ha 6 maneres diferents de col·locar l'ou a la ouera. Cosa amb la que està d'acord en Pep. Per què?

RT	c	TA	RP	C	TA
Eloi G. Marc G. Per que hi han 6 furats per posar els ous de 6 maneres diferents	1	Relació ous-forats	 Ana: "Perquè hi ha 6 forats?"	1	Relació ous- forats
Maria C. Diego C. Si, perquè hi han 6 forats i l'ou només ocupa un forat.	1	Relació ous-forats	Àngel: "Perquè si és la única solució. Estic d'acord." 	1	No argumenta
			 Marta: "Si perquè hi ha 6 forats i un ou que el pots treure i posar-lo en un altre lloc"	1	Relació ous- forats

Taula 61: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat ous en la ouera

Exceptuant un dels estudiants, la resta han argumentat la relació existent entre els forats i els llocs on podem posar els ous.

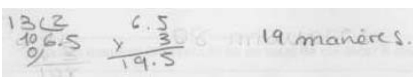
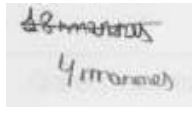

1. b) En Pep ha afegit, com amb un ou hi ha 6 maneres diferents, si hi haguessin dos ous n'hi hauria 12, de maneres diferents de col·locar els dos ous. Té raó en Pep?

RT	c	TA	RP	C	TA
Eloi G. Marc G. El Pep te raó per que multiplica'n 2X6 dona 12 per hi ha 6 caselles i dos ous. 12	0	Busca una operació que justifiqui el resultat	Anna: no, 13 	0	No hi ha argumentació
Maria C. Diego C. No, perquè hem fet diferents formes: 3 en vertical, 4 en horitzontal, 4 em diagonal, i 2 en una punta i en una altre. 15	1	Han comptat les possibles maneres de realitzar l'activitat	Àngel: "Si en Pep té raó" 	0	No hi ha argumentació, però ell creu que si.
			 Marta.	1	No hi ha argumentació.

Taula 62: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat ous en la ouera(2)

En aquest apartat hi ha diferències substancials entre el que responen els membre del GD amb els del GnD. Cap membre del GnD argumenta la resposta. En canvi, el GD, responen i argumenten el que diuen. El primer grup ho relaciona amb una operació matemàtica. En aquest cas pensen que si amb un ou n'hi ha 6, amb dos han de trobar una operació matemàtica que permeti justificar allò que consideren que és cert. Aquest és una raonament força habitual, intentar buscar una operació matemàtica que resolgui el problema, encara que no sigui possible o immediat. En aquest cas, és la multiplicació per 2. L'altre grup utilitza les eines manipulatives digitals per tal d'intentar trobar totes les disposicions possibles, fins a trobar el resultat correcta.

2.- I si tens tres ous, de quantes maneres diferents els podem col·locar dins la ouera?




RT	c	TA	RP	C	TA
Eloi G. Marc G. La operació es 3X6 per que hi han 3 ous i 6 caselles18	0	Segueixen en la línia de buscar operacions. Però argumenten el motiu	Anna 	0	Busquen una operació però no l'argumenten.
Maria C. Diego C. Posem lletres a les caselles a, b, c, d, e, f. La primera és: abc,def,ade,abd,dbf,a ce,acf,acb,cfe,def,be a,fea,fda 21	1	Busquen una resposta sistemàtica per resoldre el problema	Àngel 	0	No hi ha argumentació
			Marta 	1	No hi ha argumentació

Taula 63: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat ous en la ouera(3)

Sembla clar que sempre hi ha un grup d'estudiants que intenten buscar una operació matemàtica per resoldre altres activitats, ja sigui treballant amb mitjans digitals o no. Un grup digital, manté una certa coherència amb la resposta anterior, si amb dos ous calia multiplicar per 2, amb tres ous cal multiplicar per 3. Cal esperar aquest criteri es posi en contradicció en les següents activitats. Anna, que també busca operacions, utilitza una combinació de divisions i multiplicacions sense cap mena d'argumentació. Caldrà revisar el tipus de treball de resolució de problemes fet fins aquest moment. Veiem que hi ha un membre del GnD que codifica la situació per tal d'arribar a la resposta, val a dir que no és la correcta, però allò interessant d'aquesta resposta és el procés de codificació que han utilitzat per trobar-la.

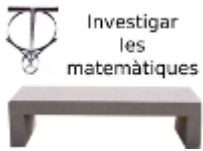
Capítol 6. Resultats de la primera fase de la recerca

3.- I si tens quatre ous? Completa la següent taula on tindrem en compte totes els possibilitats, des de els tres cassos que ja hem estudiat fins als casos de 5 i 6 ous.

RT	c	TA	RP	C	TA
Eloi G. Marc G. Per col·locar els 6 ous a la ouera només hi ha 1a manera de posar els ous a la ouera. RAONAMENT DEL 5: Em fet servir el de 1 per comparar el de cinc i em col·locat el ou 1 a on falta dels ous 5. Sol: 1 6 12 18 8 6 1	No és correcta del tot	Fan referència als valors que han trobat prèviament en les anteriors activitats	<p>Anna</p> 	1	No hi ha argumentació
Maria C. Diego C. No la van poder fer			 <p>Àngel</p>	0	No hi ha argumentació
			 <p>Marta</p>	1	No hi ha argumentació

Taula 64: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat ous en la ouera(4)

La diferència fonamental rau en l'argumentació. En el treball amb ordinador és usual, utilitzar l'argumentació, correcta o no, de les activitats que realitzen. En aquesta activitat, un grup no la va poder fer, l'Eloi i el Marc, han aturat el seu raonament multiplicar els 6 espais pel número d'ous. Per completar la part final de la taula han introduït un nou argument, situacions equivalents, 1 ou i 5 forats és equivalent a 5 ous i un forat, i això els ha permès completar les dues darreres caselles. En qualsevol cas no han reflexionat sobre el procediment seguit en la situació de 2 i 3 ous.



El GD tot i que dos membres completant la taula correctament , Anna no es replanteja el càlcul realitzat en les activitats anteriors. SEmbla interessant introduir preguntes que obliguin als estudiants a explicar el que han fet i a revisar les activitats que han realitzat anteriorment.

OPERACIONS MATEMÀTIQUES AMB NOMBRES NATURALS

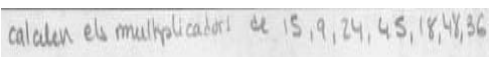
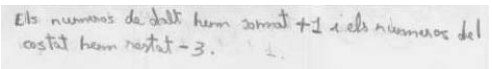
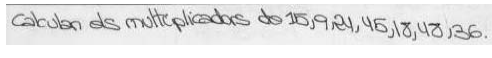
Multiplicar i sumar: Només presentarem els resultats de les dues darreres activitats atès que la primera només demana la realització d'un càlcul matemàtic senzill sense cap altre pretensió.

2.- Completa la següent taula de multiplicacions. Per fer-ho dedueix primer el valor de les lletres.

X	a	b	c	d
w	15		45	
x		24		48
y	9			36
z			18	

Explica quin és el procediment que has seguit per determinar el valor de les lletres de la taula anterior

Capítol 6. Resultats de la primera fase de la recerca

RT	c	TA	RP	C	TA
Helena C. ho he provat amb $5 \cdot 3$ i $3 \cdot 5$ però no m'ha sortit bé perquè no m'encaixaven i després he provat $15 \cdot 1$ i m'ha començat a encaixar	1	Assaig i millora	Anna: "Calculem els multiplicadors de 15,9,24,45, 18, 48, 36" 	1	Re formula la pregunta
Marc G. i Diego C. hem resolt primer la primera fila , intentant veure que quadrin totes les operacions amb el resultat i després hem anat multiplicant amb els números de la primera fila	1	Assaig i millora	Àngel: "Els números de dalt hem sumat +1 i els números del costat hem restat 3" 	0	Procés matemàtic sense justificació
			Marta: "Calculant els multiplicadors de 15, 9 ,24, 45, 18, 48, 36" 	1	Re formula la pregunta

Taula 65: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat Operacions matemàtiques amb nombres naturals

A banda dels resultats que podem veure en la taula, l'error més habitual en aquesta activitat correspon al fet que els estudiants assignen el mateix valor a lletres diferents, tot i que el professor va manifestar-ho de manera explícita. Les explicacions dels estudiants de l'estudi són més extenses i complertes. I també ho és l'estratègia que utilitzen.

4	23		10
			2
	12		6

3.- En la següent figura has de col·locar els números de l'1 al 4 en les caselles buides, seguint les següents condicions: a) en una fila o columna no poden haver-hi dos números repetits b) els nombres que estan en el quadrat negre són el resultat de la suma de tots els nombres que tenen al seu voltant. Explica el procediment

seguit a l'hora d'intentar resoldre el problema

RT	c	TA	RP	C	TA
Helena C He decidit començar per el què hi havia menys opcions he dubtat entre el 1 i el 3, després he tirat per la del 1a la tercera fila a la tercera casella hi he començat a comptar hi m'han enquadrat els números.	1	Dona una raó a la manera com comença a intentar resoldre el problema.	Anna : No respon	1	No hi ha argumentació
Marc G i Diego C Hem anat ficant els números en cada forat, primer em ficat els números 2,1 i 3, a veure si podien sumar el numero que ens demanen i al final em pogut sumar tots el números sense repetir cap numero en la mateixa columna.	1	Fan una prova inicial i després van millorant el procés.	Àngel: "Hem anat probant números de l'1 al 4" <i>Hem anat probant numeros de l'1 al 4.</i>	1	No és una raó com a tal. Entenen que provar ja explica el procediment seguit per resoldre el problema.
			<i>Perquè vaig començar pel 6 perquè tenien menys opcions.</i> Marta: "Perquè vaig començar pel 6 perquè tenien menys opcions"	1	Planteja l'inici i en raona el motiu

Taula 66: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat Operacions


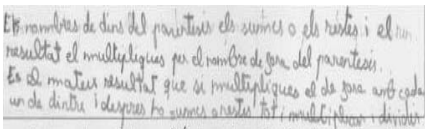
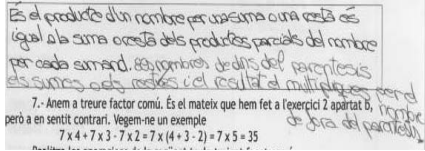
Capítol 6. Resultats de la primera fase de la recerca

matemàtiques amb nombres naturals(2)

A banda que les raons expressades puguin ser més o menys encertades, els estudiants que utilitzant el material telemàtic per treballar tenen una tendència molt més gran per explicar allò que fan. Un espai fix per escriure la resposta, i la facilitat per escriure en poden ser la causa. Les seves explicacions són més complertes i extenses que les que realitzen els estudiants que treballant de la manera tradicional.

Propietat distributiva de la multiplicació envers la suma.

L'activitat anterior és una aplicació de la propietat distributiva. Escriu, amb les teves paraules, una definició d'aquesta propietat.

RT	c	TA	RP	C	TA
<p>Maria i Sergi</p> <p>La propietat distributiva de la multiplicació en vers la suma és que fas un parèntesis que hi ha una suma u sumes i et dona un resultat i fas la multiplicació que correspongui.</p> <p>$5 \cdot (3+5)=40$</p>		<p>Descripció del procés matemàtic indicat en el primer terme de la igualtat</p>	<p>Anna: “Un nombre multiplicat per una suma o una resta”</p> 		<p>Descripció del procés matemàtic indicat en el primer terme de la igualtat.</p>
<p>Diego i Helena</p> <p>La propietat distributiva és que per exemple poses un parèntesis i primer fem el parèntesis i després hem de multiplicar, dividir, sumar o restar sempre abans es té que fer l'operació del parèntesi com per exemple:</p> <p>$8+(3*4) =$ primer el parèntesi que dóna 12 però poses $8+12=20$.</p>		<p>Descripció del procés matemàtic indicat en el primer terme de la igualtat</p>	<p>Àngel: “Els nombres de dins del parèntesis els sumes o els restes i el resultat el multipliques per el nombre de fora del parèntesi. És el mateix resultat que si multipliques el de fora amb cada un de dintre i després sumes o restes tot i multiplicar i dividir.</p> 		<p>Descripció dels dos membres de la igualtat que s'estableix en la propietat</p>
			<p>Marta: “És el producte d'un nombre per una suma o una resta és igual a la suma o resta dels productes parcials del nombre per cada sumand. Els nombres de dins del parentesis els sumes o els restes i el resultat el multipliques per el nombre de fora del parentesis”</p> 		<p>Descripció dels dos membres de la igualtat que s'estableix en la propietat</p>

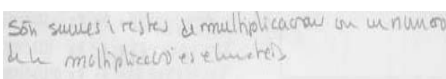
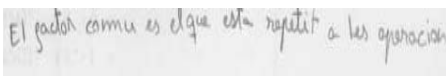
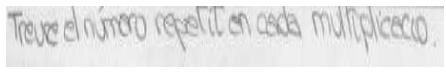
Taula 67: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat Propietat distributiva de la multiplicació envers la suma

Capítol 6. Resultats de la primera fase de la recerca

En general el procés de descripció és el mateix en els dos casos. Alguns estudiants presencials descriuen els dos membres de la igualtat, mentre que els telemàtics només descriuen el primer membre. En aquesta qüestió no valorem la correcció o incorrecció de la resposta.

Anem a treure factor comú

Explica amb les teves paraules que és treure factor comú en una operació matemàtica

RT	c	TA	RP	C	TA
Maria i Sergi Treure factor comú és simplificar una operació		Dona una interpretació de la operació matemàtica	Anna J. 		Descripció del procés matemàtic indicat en el primer terme de la igualtat
Diego i Helena En el parèntesi primer s'ha de fer el parèntesi i després la multiplicació o divisor i finalment la resta o suma.		Descripció del procés matemàtic indicat en el primer terme de la igualtat	Àngel 		Explica el significat del "factor comú"
			Marta 		Dona una interpretació de la operació matemàtica

Taula 68: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat Anem a treure factor comú

Si tenim present que factor comú i propietat distributiva són dues visions de la mateixa propietat, sorprèn una mica la diversitat de respostes que hi ha quan es tracta d'explicar que es treure factor comú si el comparem amb l'explicació de la propietat distributiva. De fet, l'experiència a l'aula, a diversos nivells educatius, situa el fet de treure factor comú com un concepte especialment difícil en el camp de les operacions matemàtics.

Pel que podem veure, la diferència fonamental entre els estudiants que realitzen les activitats amb ordinador respecte els que ho fan a la manera tradicional rau en el fet que els primers justifiquen les seves respostes, correctes o incorrectes, de manera habitual, en contrast amb els altres que no ho fan. Ara bé, hi ha altres elements que també hem de tenir en compte, alguns estudiants del GD han utilitzat processos de resolució de problemes molt més elaborats que els estudiants del GnD. Alguns dels membres d'aquest grup han utilitzat sistemes de codificació per tal de resoldre algunes de les activitats proposades, el que pressuposa un nivell alt de competència matemàtica, cosa que els estudiants del GnD no han assolit.

6.3.2 Resultats de les enquestes

Juntament amb les activitats els alumnes havien d'omplir una enquesta sobre la valoració que en feien de les mateixes. En l'enquesta se'ls demanava que valoressin l'activitat de 0 a 10 i argumentessin sobre la puntuació donada.

Pel que fa als 20 estudiants que formen la mostra, el resultat mitjà ha estat un 7. Lleugerament inferior al resultat que presenten sobre les mateixes activitats els alumnes que han desenvolupat aquestes activitats en suport electrònic, en aquest cas li han assignat un 7,5. Segurament aquesta diferència pot venir motivada per l'ús dels ordinadors per a la realització de l'activitat.

Les respostes a l'enquesta es poden veure en l'annex , però en general el que s'observa és el fet que consideren les activitats divertides però difícils. Podríem dir que consideren la dificultat com un valor afegit a les activitats que les millora. Cosa que podria inicialment sorprendre, atès que vol dir que la dificultat no és un element important per qualificar una activitat com atractiva o no.

Els estudiants que han realitzat aquesta primera activitat opinen el següent:

Diego C., que valora amb un 7 l'activitat: “Trobo una mica absurda o no, perquè treballar amb ous, és una mica ridícul però a la vegada aprens millor a poder ficar els ous de diferents maneres, es entretingut.”

També opina el Diego que “Jo prefereixo fer-ho tot a l'ordinador perquè es molt més divertit que fer-ho amb la nova tecnologia, a mi m'agrada també fer les coses jo, però en les hores d'ordinador la meua companya no em deixava fer res, així doncs que no m'agrada massa perquè quasi mai no hem deixen fer res.”

Maria C. Que valora amb un 8 l'activitat: “Era fàcil perquè ja sàvia com es feia encara que ni havien que costaven mes”.

Eloi G., que valora amb un 10 l'activitat: “Trobo original la manera i l'objecte que han representat el problema”.

Després de la realització de l'activitat és proposa la realització d'una sessió en gran grup per tal de presentar els resultats del seu treball. Se'ls pregunta la seva opinió sobre aquesta sessió. En aquesta sessió utilitzàvem els mitjans audiovisuals per a fer la presentació de la tasca realitzada.

Diego C: “Es molt interessant escoltar als meus companys explicar lo que ells han fet als ordinadors com jo, es molt interessant quan feien els exercicis egipcis era semblant als ous, es important fer els exercicis tots junts i treballar en grup, a mi a part m'agrada explicar-ho tot lo que he fet per que tothom ho pugui saber.”

Eloi C.: “Treballant amb tot el grup hem après diferents tipus d'explicacions i cadascun dona la seva opinió i no he posat un 10 perquè hi ha algunes coses de les mates que no m'agraden”



Maria C., valora que: “Era lo més xulu, que tots participàvem i explicàvem”

En resum podem concloure que aquesta activitat es força ben acceptada pels estudiants tot i que la consideren difícil. La valoració final del treball en grup és excel·lent per part dels estudiants. Segurament atès que es un treball que s'acostuma a realitzar de manera habitual a l'ensenyament primari però a ensenyament secundari és una activitat que no ho és tant.

6.4 Resultats de la prova final

En aquest apartat presentarem la prova final, el grau de treball competencial que valoren les activitats que formen part de la prova i els resultats que s'han obtingut a nivell de tota la població i de la mostra que participa en el treball.

6.4.1 Valoració competencial de la prova final

Per tal de valorar l'aprenentatge dels estudiants es va realitzar una prova final que van realitzar tots els alumnes de 1r d'ESO de l'IES. Del total de 132 alumnes de la promoció van realitzar la prova 122. D'aquest 122, 19 formaven part del nostre estudi. Podeu veure la prova comentada en el capítol 3. A continuació veiem la valoració competencial dels dos ítems de la prova:

Capítol 6. Resultats de la primera fase de la recerca

L'activitat: ítem 1 de la prova		Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
1.- Està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar-ne la resposta?		És respon de manera única? Dona ajudes directes? x	Hi ha més d'una solució? Orienta més que dirigeix? x	Implica noves estratègies de resolució? Obre vies d'investigació?
2.- Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer nous aprenentatges?		Reprodueix coneixements?	Relaciona aspectes matemàtics diversos en contextos nous?? x	Permet utilitzar diverses estratègies en contextos nous? x
3.- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?		És relacionen coneixements en contextos coneguts x	És relacionen coneixements en contextos nous però senzills x	Inclou una reflexió sobre els coneixements x
4.- Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?		Es segueix i justifica un procés estàndard? x	El procés d'argumentació implica diverses etapes? x	Demana obtenir una prova?
5.- Permet treballar amb diversos tipus d'objectes matemàtics?		Treballa amb situacions i objectes estàndard? x	Utilitza diferents representacions?	Permet objectes o representacions no estàndards
6.- Permet treballar amb llenguatge natural i llenguatge simbòlic?		Planteja fórmules en contextos molt familiars	Planteja fórmules en contextos menys coneguts x	Planteja fórmules en contextos nous
7.- Implica la necessitat de comunicar els resultats?		Demana el que s'ha fet sense justificar.	Demana explicar propietats i justificar processos x	Demana explicar relacions més complexes.
8.- Implica l'ús d'instruments diversos?	Sí x No	Estableix quina eina s'ha d'utilitzar?	Demana l'ús d'eines en contextos diferents dels treballats?	No demana l'ús de l'eina però es pot treballar amb alguna d'elles x

Taula 69: Valoració de competències de la prova final activitat 1

L'activitat: ítem 2 de la prova		Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
1.- Està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar-ne la resposta?		És respon de manera única? Dona ajudes directes? x	Hi ha més d'una solució? Orienta més que dirigeix?	Implica noves estratègies de resolució? Obre vies d'investigació?
2.- Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer nous aprenentatges?		Reprodueix coneixements? x	Relaciona aspectes matemàtics diversos en contextos nous??	Permet utilitzar diverses estratègies en contextos nous?
3.- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?		És relacionen coneixements en contextos coneguts x	És relacionen coneixements en contextos nous però senzills	Inclou una reflexió sobre els coneixements
4.- Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?		Es segueix i justifica un procés estàndard? x	El procés d'argumentació implica diverses etapes? x	Demana obtenir una prova?
5.- Permet treballar amb diversos tipus d'objectes matemàtics?		Treballa amb situacions i objectes estàndard? x	Utilitza diferents representacions?	Permet objectes o representacions no estàndards
6.- Permet treballar amb llenguatge natural i llenguatge simbòlic?		Planteja fórmules en contextos molt familiars x	Planteja fórmules en contextos menys coneguts	Planteja fórmules en contextos nous
7.- Implica la necessitat de comunicar els resultats?		Demana el que s'ha fet sense justificar.	Demana explicar propietats i justificar processos x	Demana explicar relacions més complexes.
8.- Implica l'ús d'instruments diversos?	Sí No X	Estableix quina eina s'ha d'utilitzar?	Demana l'ús d'eines en contextos diferents dels treballats?	No demana l'ús de l'eina però es pot treballar amb alguna d'elles

Taula 70: Valoració de competències de la prova final activitat 2

Capítol 6. Resultats de la primera fase de la recerca

Podem veure que el primer ítem d'aquesta prova treballa fonamentalment sobre competències de nivell mig, permeten treballar algunes d'elles a nivell més alt. Atenent a les activitats, podem dir que el grau més alt es concentra les darreres tres activitats. Les competències de nivell més baix es treballarien en les primeres dues activitats.

El segon ítem de la prova es centra molt més en el que representen els tipus de respostes que pot donar l'estudiant a l'activitat. Competencialment ens estem situant en el nivell de reproducció.

6.4.2 Comparació dels resultats dels estudiants de 1r d'ESO amb els estudiants que han participat a l'estudi

- Valoració de la primera activitat.

	Respostes correctes			
	Població		Estudi	
	total	%	total	%
Pregunta 1	92	75%	15	79%
Pregunta 2	80	66%	14	74%
Pregunta 3	63	52%	13	68%
Pregunta 4	38	31%	11	58%
Pregunta 5	35	29%	7	37%
Pregunta 6	43	35%	6	32%

Taula 71: Comparació resultats població- població de l'estudi prova final

A partir de la taula anterior podem veure que els resultats obtinguts pels estudiants que han participat en l'estudi han estat superiors en 5 de les 6 preguntes de que consta aquesta primera activitat de la prova als resultats de la resta de la població.

Pot haver-hi diversos factors que hagin influït en aquests resultats. No hem d'oblidar que els estudiants de l'estudi han realitzat, durant el trimestre que ha durat l'experiència, 5 hores setmanals de matemàtiques en contraposició als altres que només n'han realitzat 3. Un altre element a tenir present seria la tipologia d'aquest primer problema. Recordem que els estudiants que participen en l'estudi formen part d'una matèria optativa que ofereix el centre a primer d'ESO.

Comptar, és l'argumentació fonamental que els estudiants escriuen en les seves respostes. De les argumentacions correctes n'hi ha que ho aconsegueixen aparellant els noms dels contrincants, escrivint totes les partides una a una. Per altra banda hi ha estudiants que utilitzen diversos sistemes de representació dels jugadors. El més utilitzat era disposar els noms dels jugadors en un triangle o en la figura geomètrica plana adient, en funció del nombre de jugadors que hi ha i unir-los amb línies rectes, a manera d'un graf. Pocs estudiants, només 6 són capaços de calcular el resultat a partir de la suma de nombres naturals que permeten obtenir els nombres triangulars.

L'argumentació fonamental dels que donaven respostes errònies era que per obtenir el nombre de partides calia multiplicar el nombre de jugadors pel número de rivals que tenien cadascun, no tenint en compte que d'aquesta manera duplicaven el nombre de partides jugades. Pel que sembla una manera habitual d'intentar resoldre els problemes és intentar buscar una operació matemàtica que ens doni el resultat. Dona la impressió que si un problema no es resolt utilitza'n una operació no és un problema matemàtic.

Hi ha alumnes que han respost incorrectament l'activitat, atès que no han comprès adequadament l'activitat que tenien que realitzar. Per exemple, en un cas l'estudiant ha fet jugar partides 1 contra 1, dos contra dos etc.

➤ Valoració de la segona activitat

Pel que fa a la segona activitat, 110 dels 122 estudiants han resolt correctament la sèrie de multiplicacions que formaven aquesta pregunta. Cal remarcar que 12 dels estudiants, no han estat capaços de realitzar el càlcul demanat de manera correcta. Aquests estudiants no formen part del grup d'estudi. No han sabut realitzar el càlcul i no han deduït el patró que segueixen els resultats d'aquesta.

Respecte a l'argumentació de les dues preguntes plantejades podem dir que només 11 estudiants contesten les dues preguntes, 58 només en contesten 1 i la resta no en contesten cap. 2 d'aquests 11 estudiants formen part del grup de l'estudi i 11 dels restants argumenten una de les preguntes.

El resum el podem veure en la següent taula:

	Cap pregunta		1 pregunta		2 preguntes	
Argumenten						
Població	53	43%	58	48%	11	9%
Estudi	6	32%	11	58%	2	10%

Taula 72: Comparació resultats població- població de l'estudi prova final pel que fa a l'argumentació

Les dades ens indiquen que els estudiants que participen en l'estudi tenen una tendència important a l'hora d'argumentar les respostes a les preguntes que els plantejem.

Pel que fa la explicació sobre el tipus de resultats que s'obtenen podem veure els resultats en la següent taula:

Per la pregunta 1

Argumenten la resposta 1			Tipus d'argumentacions		
Estudiants 1r ESO			Població		
Sí	45	37%	19	Múltiples de 3	3
No	77	63%	5	Múltiples	1
Estudiants Estudi			3	Raons diverses	
Sí	6	32%	1	Utilitza les unitats, desenes i centenes	
No	13	68%	10	Només realitzen el càlcul	1
			7	Donen la raó correcta	1

Taula 73: Tipus d'argumentacions observats en la prova final comparats població-estudi activitat 1

El primer que podem observar és que el percentatge d'argumentació en aquesta pregunta és una mica més alt en els estudiants de la població que no pas en el dels estudiants de l'estudi.

La majoria de les respostes, 19 de 45 en la població o 3 de 6 en l'estudi, expliquen el resultat de les operacions indicades assenyalant que els resultats són tots múltiples de 3, amb això donen per explicat el resultat de les operacions. La segona raó més utilitzada és la realització dels càlculs que ens condueixen al resultat de les operacions. 7 dels estudiants donen la resposta adequada, entenen que relacionen el resultat de l'operació amb el producte de 111 pels nombres naturals, 2, 3, 4... La resta de raons són minoritàries i s'allunyen de les anteriors.

Per la pregunta 2

Argumenten la resposta 2			Tipus d'argumentacions		
Estudiants 1r ESO			Població		Estudi
Sí	35	29%	12	Afegir xifres	3
No	87	71%	10	Xifres iguals	3
Estudiants Estudi			1	capicues	
Sí	9	47%	2	Ho veuen	
No	19	53%	10	Suma la mateixa quantitat	2

Taula 74: Tipus d'argumentacions observats en la prova final comparats població-estudi activitat 2

Podem veure que pel que fa a aquesta pregunta el nivell d'argumentació és molt més alt en els estudiants que han participat en l'estudi. Pràcticament el 50% dels estudiants argumenta la resposta. Recordem que en aquesta pregunta se'ls demanava de fer una previsió per al resultat de les operacions que es tenien que realitzar. Les raons que presenten els estudiants es reparteixen de manera proporcional entre:

- a) afegir xifres, en aquest cas podem interpretar que afegir xifres vol dir augmentar cada xifra en una unitat,
- b) xifres iguals, els resultats de les operacions són xifres iguals.
- c) Per passar d'un número al següent cal sumar la mateixa quantitat.

6.5 Valoració de l'espai web pel que fa a funcionament i activitats

Hi ha alguns aspectes al voltant del treball amb les activitats que hem inclòs en el portal web i del espai web mateix que requereixen un moment de reflexió.



Pel que fa al portal hem detectat alguns problemes de funcionament. Sobre tot, en el moment d'emmagatzemar els treballs dels estudiants en la base de dades. El fet d'haver de programar la relació entre els formularis i les taules de la base de dades on aquestes s'enregistren és la responsable d'aquestes errades. Caldria buscar un mecanisme que facilites aquest enregistrament, per tal d'augmentar-ne la facilitat de creació dels formularis de treball dels estudiants i del seu l'ús.

Per altra banda, pensem que cal afegir activitats introductòries a les dissenyades. Una conjunt d'activitats prèvies que situïn als estudiants prop del treball que hauran de realitzar posteriorment. Això faria que, després de l'exposició dels objectius del treball, els estudiants es situessin més ràpidament en la feina que hauran de realitzar.

El fet que els estudiants responguin a enquestes al voltant de les activitats que han realitzat ens sembla interessant, però atès que el portal ha de ser utilitzat pel treball amb els estudiants, considerem que seria bo afegir-les al final de l'activitat. Per tal que el professor que les treballi pugui utilitzar-les per tal d'adequar la feina a la tipologia d'estudiants amb la que es trobarà a l'aula.

I per acabar, hi ha un altre aspecte que considerem interessant. La primera fase de la recerca s'ha fet amb estudiants treballant per parelles, i interactuant entre ells només en la part comuna, al final de l'activitat. Trobem a faltar algun tipus d'activitat que permeti a tots els estudiants interactuar entre ells mentre treballen amb l'ordinador.

CAPÍTOL 7.-

CAPÍTOL 7.-

RESULTATS DE LA 2n FASE DE LA RECERCA



RESULTATS DE LA 2n FASE DE LA RECERCA

Capítol 7. Resultats de la 2n fase de la recerca

7.1 Introducció

7.2 Canvis en el disseny de l'espai web

7.2.1 Canvis en l'estructura de les activitats.

7.2.1.1 Exemples de canvis

7.2.1.1.1 Activitat: Anem d'un lloc a un altre

7.2.1.1.2 Activitat: Truites a l'estany

7.2.1.1.3 Activitat: Estudi de rectes i paràboles

7.2.2 Fòrum

7.2.3 Nous ítems a les activitats

7.2.3.1 Activitats prèvies

7.2.3.2 Activitats finals

7.2.4 Ampliació del portal web per a professors

7.3 Resultats de la implementació de les noves activitats

7.3.1 Avaluació del treball dels estudiants en la segona fase

7.3.1.1 Prova inicial

7.3.1.2 Activitats de treball dels estudiants

7.3.1.3 Prova final. Millores, justificació i exemples.

7.3.1.4 Resultats globals de la prova final

7.3.1.5. Resultats prova final comparats GD i GnD

7.3.2 Avaluació del treball dels estudiants en la nova situació

Capítol 7. Resultats de la 2n fase de la recerca

7.1 Introducció

La tasca realitzada en la primera fase de la recerca ens ha mostrat la direcció cap on hem de treballar, tant en l'aspecte que presenta el portal web com en l'estructura que hem de donar a les activitats. Així hem pogut observar algunes debilitats en el disseny del portal web i algunes mancances en el disseny de les activitats.

En aquest apartat inclourem dos aspectes. Per una banda veurem com hem modificat l'estructura del portal i de les activitats matemàtiques que hi hem inclòs per tal d'adaptar-les a les observacions realitzades en la primera part de l'experiència. I després presentarem les modificacions que hem realitzat en les activitats matemàtiques i el treball realitzat pels estudiants a partir d'elles. Un altre aspecte que hem inclòs en aquest apartat, té a veure amb l'aparició de noves eines digitals que faciliten el treball digital per part d'estudiants i professors. No podem oblidar que aquesta tecnologia evoluciona molt ràpidament i l'aparició de noves eines és pràcticament constant.

7.2 Canvis en el disseny de l'espai web

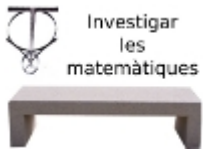
En aquest apartat cal parlar dels resultats obtinguts en la primera experiència, i valorar algunes de les mancances que s'hi trobaven. Aquestes, ja esmentades en el punt 6.5 eren :

- Afegir a les activitats unes qüestions prèvies per preparar l'activitat, que complementin l'explicació que ha fet el professor sobre els objectius del treball a realitzar i que permetin a l'estudiant recordar elements que els poden ser útils de cara al treball posterior.

- Afegir, a tall de conclusió, un qüestionari de valoració que permeti avaluar el que s'ha aconseguit així com conèixer la valoració que els estudiants fan sobre la tasca feta i sobre les activitats desenvolupades. Aquestes preguntes han de valorar dues situacions, primer que els estudiants elaborin una conclusió sobre la tasca feta, i segon que manifestin la seva opinió sobre les activitats treballades.
- Afegir un fòrum telemàtic com espai comú de resolució d'activitats, que permeti el treball conjunt de tots els estudiants al voltant d'una tasca. En la primera part de l'experiència aquest treball conjunt es limitava a la presentació de l'activitat i a l'elaboració de les conclusions sobre la tasca feta. La resta de l'activitat es realitzava en parelles, i pràcticament no hi havia interacció entre elles..

7.2.1 Canvis en l'estructura de les activitats.

De la primera etapa de la recerca podem veure que cal reduir la càrrega de treball dels aspectes més mecànics i de càlcul, aquells aspectes que inclouen un excessiu treball algorímic. En aquest sentit pensem que aquest tipus de treball s'ha de realitzar si porta alguna finalitat incorporada. Per tant en la nova versió del portal desapareixeran aquelles activitats que només tractin sobre l'aplicació d'algorismes matemàtics sense cap altra propòsit. De manera que en la segona versió del portal, desenvolupem al màxim la idea que tenim que el procés de resolució de problemes ha de ser l'element fonamental de treball matemàtic dels estudiants. I dins d'aquest treball amb problemes s'haurà d'incloure tot el treball algorímic que es consideri necessari. L'ús d'eines digitals haurà de ser important de cara aquest treball. En aquest sentit aprofundirem en l'ús dels fulls de càlcul com a eina tecnològica, atès que ens permeten la reproducció de l'algorisme evitant els càlculs repetitius. En aquest sentit estariem en la línia de (Wolfram 2011) quan planteja que cal utilitzar les eines digitals, els computadors, per a la realització de les tasques de càlcul matemàtic que habitualment es fan a mà a les escoles i instituts.



Cal substituir el treball matemàtic manual pel treball amb els ordinadors o calculadores, o computadors. I els estudiants han de profunditzar en el procés de matematització de situacions problemàtiques.

També hem introduït dos ítems més a les activitats. Per una banda un seguit d'activitats prèvies al nucli de treball, amb l'objectiu de situar la tasca que es farà posteriorment i que complementa l'exposició prèvia per part del professorat dels objectius a assolir amb el treball a realitzar amb l'activitat. El segon ítem que introduïm, el col·locarem al final de l'activitat i haurà de cobrir dos objectius. Per una banda haurà de fer que els estudiants elaborin les conclusions de la tasca que han realitzat i per l'altra, haurà de permetre que els estudiants valorin les activitats que han realitzat.

7.2.1.1 Exemples de canvis

Ara mostrarem tres activitats per tal de veure els canvis que es proposen en el disseny de les activitats matemàtiques incloses en el portal.

Aquestes activitats són:

- a) Anem d'un lloc a un altre
- b) Truites a l'estany
- c) El jardí de pomers i coníferes: Estudi de rectes i paràboles

7.2.1.1.1 Activitat: Anem d'un lloc a un altre

Anem d'un lloc a un altre


Anem d'un lloc a un altre

[Rutas en un triangle](#)

[Curiositats sobre el triangle](#)

[Conclusions sobre l'activitat](#)


Anem d'un lloc a un altre



Activitat

En aquesta activitat treballarem les rutes en un diagrama. Esbrinarem les diferents maneres que tenim d'anar d'un lloc a un altre en una xarxa reticulada. A partir d'aquests resultats veurem la relació que existeix entre aquests camins i la relació que tenen amb el triangle de Pascal.

Aquest triangle ens obrirà el camí al treball amb la divisibilitat entre números naturals.



Coneixements previs

Per fer les activitats que apareixen en aquesta unitat serà interessant que recordis l'activitat dels ous en una ouera. [Anar-hi](#).

No és absolutament necessari, però serà bo que tinguis present les activitats que tenen relació amb la regularitat de les operacions matemàtiques. [Per exemple](#).

[Següent »](#)

Llicenciat sota la [Creative Commons Attribution Non-commercial Share Alike 3.0 License](#)

Gràfic 35: Introducció de l'activitat Rutes en un triangle

Aquesta activitat ha estat reconstruïda utilitzant dues eines que no havíem utilitzat en la primera versió del porta: EXE Learning, pel disseny de l'espai web i l'eina formularis de google docs per construir els espais de resposta i enregistrament de dades. A l'esquerra de la pàgina hi ha un menú per situar estudiant i professor sobre les activitats a desenvolupar. En aquesta pàgina inicial s'informa de manera general del que s'ha de treballar a l'activitat i de quins serien els coneixements previs que seria interessant recordar per a portar a terme el que volem fer.

Anem d'un lloc a un altre

Anem d'un lloc a un altre

Rutas en un triangle

Curiositats sobre el triangle

Conclusiones sobre l'activitat

Rutas en un triangle

Objectius

En aquesta activitat treballarem:

- a) Els diferents recorreguts que podem fer en un camí reticulat a partir de determinades normes
- b) la recerca de pautes i regularitats entre números
- c) el triangle de Pascal i aspectes numèrics i geomètrics relacionats

Preguntes inicials de l'activitat

Com creus que podem anar d'un lloc a un altre? Quin és el camí més curt per anar-hi?

Series capaç de trobar alguna regularitat en la següent sèrie numèrica: 1, 3, 5, 7, 9 ...

Què és un triangle? Què creus que pot ser un triangle numèric? I un quadrat numèric?

[Contestar les preguntes](#)

[Prem ací](#)

Gràfic 36: Objectius de l'activitat i Preguntes inicials

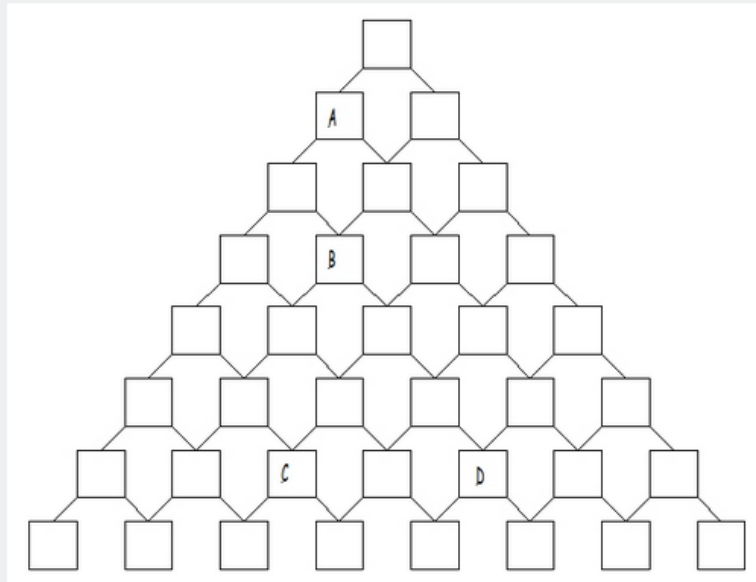
En aquesta segona captura mostrem els objectius de l'activitat i les preguntes inicials per situar el problema.

Si ens fixem en el menú lateral veurem que ens hem desplaçat a l'apartat RUTES EN UN TRIANGLE.

En la imatge següent veurem dues captures més on podem veure com es desenvolupa l'activitat. En la primera veurem com s'ha inserit una imatge per donar suport al text del problema i una activitat on els estudiants hauran d'assenyalar la resposta adequada.

Activitat 1

Fixa't en el diagrama següent. Has d'anar de la casella inicial, la que es troba situada en el vèrtex superior del triangle fins a la casella amb la lletra A. Només et pots moure sobre les línies. Pots anar cap a l'esquerra o cap a la dreta, però mai cap amunt, ni en cap cas, tornar enrere.



Activitat 1

De quantes maneres diferents pots anar des del vèrtex superior del triangle fins a la casella A?

- De 3 maneres diferents
- De dues maneres diferents.
- D'una manera.

Gràfic 37: Activitat de comptar camins

? Anem a completar el triangle

I des de la sortida fins a la casella B, de quantes maneres diferents hi podem anar?

- D'una manera
- De dues maneres diferents
- De tres maneres diferents
- De quatre maneres diferents
- De cinc maneres diferents

De quantes maneres diferents pots anar des de la casella de sortida fins a la casella C?

- De 6 maneres diferents
- De 9 maneres diferents
- De 12 maneres diferents
- De 15 maneres diferents
- De 18 maneres diferents

I finalment, per anar de la sortida fins a la casella D, De quantes maneres diferents pots anar-hi?

- De 27 maneres diferents
- De 24 maneres diferents
- De 21 maneres diferents
- De 18 maneres diferents
- De 15 maneres diferents

[ENVIAR RESPOTES](#)

? El triangle complet

Ara has de completar el triangle numèric. A cada casella has d'escriure el número que correspon a les maneres que hi ha d'arribar-hi des de la casella de sortida.

1

[Puntuació aconseguida](#) [Mostra/Amaga Realimentació](#)

★ Reflexió

Acabes d'escriure un triangle numèric. Busca regularitats, pautes o patrons en aquest triangle.

[Reflexiona i contesta](#)

[Prem aci](#)

Gràfic 38: Diferents tipus d'activitats

En la imatge anterior es pot veure tres maneres diferents d'enregistrar les respostes. En la primera activitat els alumnes assenyalen la resposta correcta d'entre 5 possibles. En la segona, els estudiants omplen els quadres per tal de donar resposta a la pregunta formulada. Si aquesta es incorrecta els hi marcarà en vermell i si és la encertada ho farà en verd.

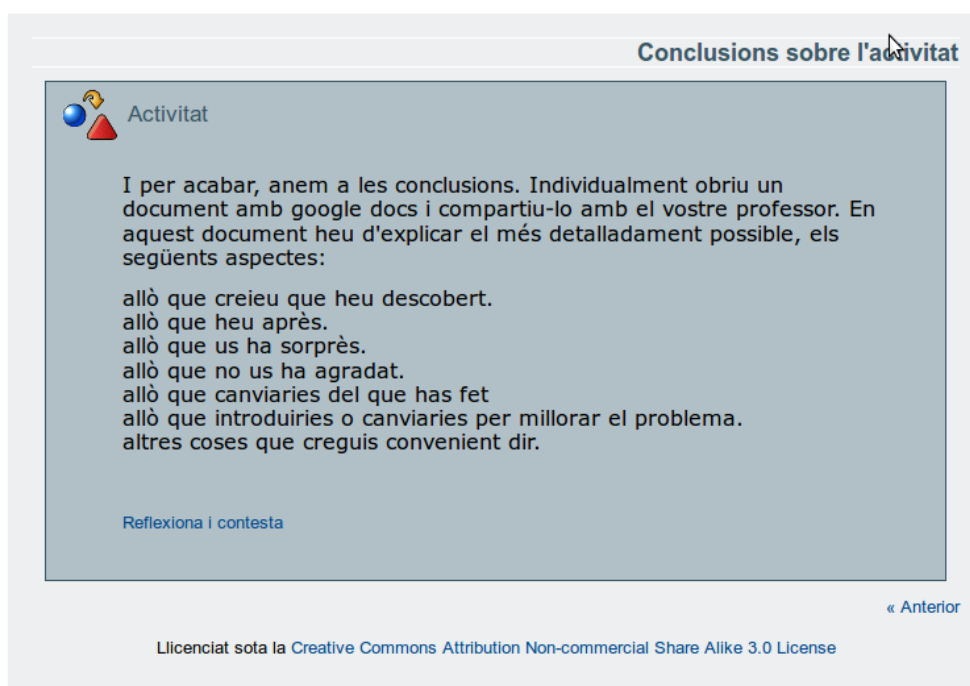
Capítol 7. Resultats de la 2n fase de la recerca

La darrera qüestió de reflexió, obre un formulari de google docs per tal de respondre les preguntes que es plantegen. Aquestes preguntes queden emmagatzemades en un full de càlcul. Així podem accedir al conjunt de respostes s per poder fer-ne una valoració, individual o conjunta.

No mostrem els continguts de l'espai "Curiositats sobre el triangle", atès que utilitza les mateixes eines que les comentades anteriorment: Espais de resposta, i formularis de registre de les respostes.

Anem d'un lloc a un altre

[Anem d'un lloc a un altre](#)
[Rutas en un triangle](#)
[Curiositats sobre el triangle](#)
[Conclusions sobre l'activitat](#)



Conclusions sobre l'activitat

Activitat

I per acabar, anem a les conclusions. Individualment obriu un document amb google docs i compartiu-lo amb el vostre professor. En aquest document heu d'explicar el més detalladament possible, els següents aspectes:

- allò que creieu que heu descobert.
- allò que heu après.
- allò que us ha sorprès.
- allò que no us ha agradat.
- allò que canviaries del que has fet
- allò que introduiries o canviaries per millorar el problema.
- altres coses que creguis convenient dir.

[Reflexiona i contesta](#)

[« Anterior](#)

Licenciat sota la [Creative Commons Attribution Non-commercial Share Alike 3.0 License](#)


Gràfic 39: Conclusions de l'activitat

La darrera tasca d'aquesta activitat, demana la formulació de conclusions sobre els treballs realitzats. També intenta anar més enllà sobre el que s'ha fet demanant la opinió sobre l'activitat que ha portat a terme, per tal de millorar-la o ampliar-la.

7.2.1.1.2 Activitat: Truites a l'estany

Aquesta activitat està construïda sobre la base del programa EXE Learning, igual que l'anterior. Però a banda d'integrar formularis, integra la possibilitat de treballar amb un full de càlcul o amb un applet per tal d'experimentar amb les dades del problema.

L'estany de les truites
L'estany de les truites


 **Objectius**

- Treballar en un problema on intervien tres variables: truites en un estany, percentatge de disminució i increment absolut d'aquesta població.
- Utilitzarem formularis, full de càlcul, taules i gràfics per tal de treballar i comprendre el problema
- Veure que un fenomen es pot estudiar simbòlicament, gràficament i analíticament.
- Realitzar una petita recerca, amb canvis en les tres variables, per tal de conèixer la variació de la població a l'estany.
- Elaborar un informe que reculli el treball realitzat
- Finalitzar la tasca amb la redacció de les conclusions sobre la tasca realitzada.

INFORMACIÓ DEL PROBLEMA

Cada primavera, un estany de truites és repoblat amb aquests peixos. És a dir, la població disminueix cada any a causa de causes naturals, però al final de cada any, s'afegeixen més peixos. Les dades que ens cal saber són:

- Actualment hi ha 3.000 truites a l'estany.
- A causa de la pesca, la mort natural o altres causes, la població disminueix en un 20% cada any, independentment de la reposició d'existències.
- Al final de cada any, 1.000 truites s'afegeixen a la llacuna.

 **Hipòtesi inicial de la situació**

1.- Explica i intenta justificar com creus que creixerà la població de truites de la llacuna. Has d'explicar si creus que creixerà indefinidament, creixerà fins arribar a un límit, o la població anirà augmentant i disminuint alternativament, o si anirà disminuint fins a desaparèixer. És possible predir la població de la llacuna després d'un nombre determinat d'anys, 50 per exemple? Com es podria fer tal predicció?

[Reflexiona i respon](#)

Gràfic 40: Objectius de l'activitat i informació del problema

En aquesta primera part de l'activitat es plantegen els objectius, es dona informació rellevant del problema i es demana la formulació d'una hipòtesi, que quedarà recollida en un formulari de *google docs*.

Capítol 7. Resultats de la 2n fase de la recerca

? 2.- Trites a l'estany

Quantes trites hi ha després del primer any de començar el procés a l'estany?

- 3100
- 3200
- 3300
- 3400
- 3500

I al final del segon any, quantes trites i tindrem?

- 3710
- 3720
- 3730
- 3740
- 3750

3.- Reflexió

Icona iDevice

3. Creus que és possible predir la població de trites de la llacuna després d'un nombre determinat d'anys, 50 per exemple? Com es podria fer tal predicció?

Reflexiona i respon.

4.- Reflexió

Icona iDevice

La paraula SEGÜENT representa la població de l'any que ve, i ARA representa la població d'aquest any. Escriu una equació usant SEGÜENT i ARA per representar les hipòtesis donades anteriorment. Expliqueu per quin motiu la vostra equació explica el procés que succeïx a l'estany. Podeu trobar una manera més funcional de representar l'equació?

Reflexiona i contesta

Gràfic 41: Exemple de combinació de formulari amb eines de google docs

En aquesta segona imatge de l'activitat hi podem veure tres activitats diferents.

La primera és un exercici d'aplicació directa d'un càlcul. Als estudiants se'ls donen diverses possibles respostes i ells hauran d'assenyalar aquella que considerin adequada. Quan responen apareix una retroalimentació que els informa de la validesa de la seva resposta. Aquesta part de l'activitat finalitza amb dues activitats de reflexió. Primer, ara que ja han treballat amb les dades del problema, han de fer una predicció a llarg termini del número de trites que hi haurà a l'estany. I en la segona, se'ls demana que trobin una fórmula de recurrència que els permeti obtenir el número de trites en un any concret a partir de les trites que hi havia l'any anterior.

INFORMACIÓ

Per tal de realitzar les activitats següents pots utilitzar el següent full de càlcul. L'hauréu de guardar en el vostre espai de documents de google per tal de poder treballar-hi. Si feu el treball en grup, haureu de compartir el fitxer amb tots els membres del grup.

[Full de càlcul.](#)

5.- Reflexió

Icona iDevice

Primer de tot, amb aquest full avalueu la vostra conjectura inicial. L'heu confirmada o no? Expliqueu-ne els motius d'una cosa o de l'altre.

[Reflexiona i conte sta](#)

[Prem aci](#)



Activitat: la representació gràfica

Ara anirem a representar gràficament les dades que hem obtingut. Això ho farem a partir del full de càlcul anterior. En el full de càlcul hem inserit un gràfic amb l'eina "Insereix un gràfic". Si has completat les dades fins a la fila 50 pots veure el gràfic que correspon.

Contesta ara les següents preguntes:

1. Descriu les característiques del gràfic
2. Explica quina informació et dona de la població de truites a l'estany.
3. Com s'indica en el gràfic la població a llarg termini de les truites a l'estany.

[Reflexiona i respon](#)

Gràfic 42: Activitats al voltant de les truites

En aquest apartat de l'activitat utilitzarem un full de càlcul. S'ha d'utilitzar per elaborar una taula del número de truites en funció dels anys i un gràfic que representi aquestes dades. Amb aquesta informació s'ha de validar la hipòtesi formulada i intentar raonar si és adequada o no.

Finalment es demana que descriure el gràfic que han obtingut amb la idea de relacionar-lo amb la fórmula trobada.

Capítol 7. Resultats de la 2n fase de la recerca

Cas d'estudi: La població de truites a l'estany

Des de la direcció del parc natural que gestiona l'estany ens han encarregat un informe sobre la població de truites que hi ha a l'estany. Per fer-ho hem d'estudiar els tres paràmetres importants: La població inicial, el factor de creixement i la reposició de peixos.

Hem de respondre les següents qüestions: Com creieu que la població canviarà en el temps si els paràmetres inicials canvien? És a dir, que succeirà si es realitza un canvi en el nombre inicial de peixos, la velocitat a la qual la població disminueix, o en el nombre que es reposa cada any?

Les següents preguntes us poden ajudar:

1. Si la població inicial es duplica, que succeirà a la població a llarg termini? I si és triplica? I si ...
2. Si la quantitat de reposició d'existències anual es duplica, que succeirà a la població a llarg termini? I si és triplica? I si ...
3. Si la taxa de disminució anual de la població es duplica, que succeirà a la població a llarg termini? I si és redueix a la meitat? I si és triplica? I si ...

Activitat

Haureu d'elaborar un informe per escrit, elaborat amb un document de google docs, on respongueu detalladament totes les preguntes formulades anteriorment i d'altres que se us puguin acudir. Ha de ser el màxim de complet, això vol dir que heu d'utilitzar taules, gràfics, etc.

Per acabar haureu d'elaborar una presentació amb la finalitat de fer arribar aquesta informació als responsables del parc.

Mostra Realimentació

$$A(n) = r A(n-1) + b, \quad A(0) = s$$

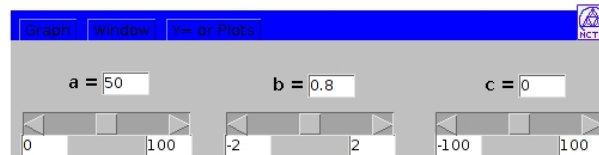
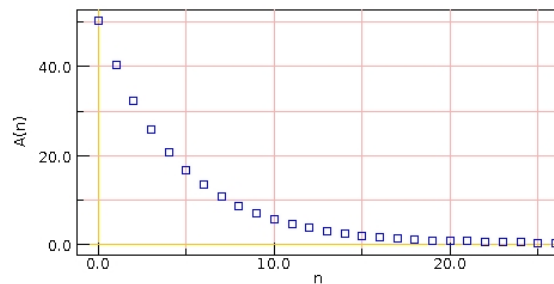
Directions:

Change the values of each of the following:

s = Initial Population Size


b = Yearly Restocking Amount

r = Growth Factor



Gràfic 43: Applet que ajuda a treballar la comprensió de la situació

Aquesta activitat es planteja com una petita recerca. Cal elaborar un informe on s'expliqui com evolucionarà el número de truites a l'estany en funció dels tres paràmetres que poden anar variant. Sempre estudiant-los d'un en un. Podrem canviar la població inicial, la quantitat de truites que reposedem i el factor de creixement. Per fer-ho podran disposar d'un *applet* per tal de poder fer els canvis que necessiten per obtenir respostes. També, si ho prefereixen, poden utilitzar el full de càlcul que han dissenyat.

 Activitat final: trobem la fórmula

Ara intenta trobar la fórmula explícita.

La fórmula explícita és una expressió del tipus:


$A(n)$ = alguna expressió que inclou n però no $A(n-1)$, on n són els anys (el temps) i $A(n)$ representa el número de truites en el riu. Inclou n (número d'anys que han passat) i $A(n-1)$ és el número de truites que hi havia l'any anterior. Heu de trobar una expressió del tipus

$A(n)$ (n° truites) = algunes operacions matemàtiques al voltant de n

Ha d'incloure: la població inicial (3000), el factor de creixement (0,8) i la quantitat de repoblament (1000). I evidentment la n .

Expliqueu també el procés que heu seguit per obtenir-la

Reflexiona i respon.

 Conclusions

I per acabar, anem a les conclusions. Individualment obriu un document amb google docs i compartiu-lo amb el vostre professor. En aquest document heu d'explicar el més detalladament possible, els següents aspectes:

allò que creieu que heu descobert.

allò que heu après.

allò que us ha sorprès.

allò que no us ha agradat.

allò que canviaries del que has fet

allò que introduiries o canviaries per millorar el problema.

altres coses que creguis convenient dir.

Gràfic 44: Activitat final i conclusions

I per finalitzar l'activitat només resta intentar trobar una fórmula que expliqui el la distribució de truites al llarg del temps en funció dels tres factors, i l'elaboració d'un informe on es recullin les descobertes realitzades i altres aspectes al voltant de la tasca realitzada.

7.2.1.1.3 Activitat: El jardí de les coníferes. Estudi de rectes i paràboles

En aquesta activitat els estudiants han de desenvolupar diverses tasques. S'inicia amb una adaptació-ampliació del problema "LES POMES", problema alliberat de l'estudi PISA 2003. Aquesta activitat es complementa amb un treball més acadèmic sobre l'estudi de les funcions de primer i segon grau, i finalitza amb un tasca més plàstica, on les funcions de segon grau donen lloc a situacions més artístiques que els estudiants han de reproduir a partir del seu coneixement sobre les funcions de segon grau. Per realitzar aquesta activitat s'han utilitzat tres eines tecnològiques: *geogebra*, *google docs*, el processador de textos i el full de càlcul, i el programari *graphmatica*. El tractament de textos els ha de permetre enregistrar el seu treball en el mateix moment que el produeixen. Amb el full de càlcul els estudiants podran representar gràficament rectes i paràboles a partir de les seves fórmules. Aquesta eina permet realitzar les taules de valors, que usualment es fan a mà, amb la introducció prèvia de les fórmules que s'han de representar. Cal insistir en aquest aspecte, el full de càlcul permet que els estudiants puguin fer la representació gràfica de les funcions sense necessitat de repetir els càlculs moltes vegades. La feina fonamental l'han d'orientar a introduir correctament la fórmula que ha de fer el càlcul, La representació gràfica d'aquestes dades és immediata, els estudiants han de seleccionar aquella eina que més s'ajusta a les dades que tenim. Per finalitzar l'activitat, caldrà utilitzar el programa *graphmatica* per reproduir certes imatges obtingudes a partir de la combinació de paraules fent ús del coneixement que tenen sobre els paràmetres que apareixen a la seva fórmula, la qual cosa els obligarà a comprendre el significat dels diferents paràmetres que apareixen a les fórmules de rectes i paràboles.

Aquesta activitat es va lliurar als estudiants en format paper i la van elaborar en format digital.

JARDINS DE POMERS I CONÍFERES

Activitat inicial

El disseny de jardins sempre ha estat una important tasca geomètrica. No és que els jardiners siguin matemàtics, però han d'utilitzar un cert sentit geomètric per fer els seus dissenys.

En la taula següent podem veure alguns jardins famosos i el castell o palau on es troben. Però estan desordenats. Heu de relacionar cada jardí amb la imatge que el correspon:

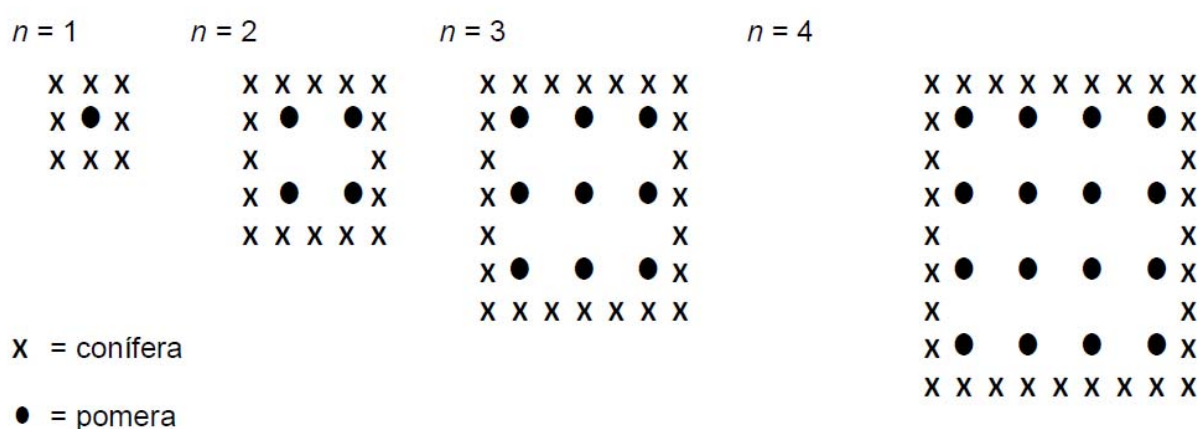
Imatge	Jardí
	Château de Courances
	Palau Pitti
	Rikugien Gardens
	Yu Gardens
	Jardins Egeskov
	Jardins de Versailles

Situeu aquests jardins en una mapa del món amb l'ajut de *google maps*.

Activitat

Un pagès planta pomers en un terreny quadrat. Per tal de protegir els pomers del vent, planta coníferes al voltant de l'hort. Què és una conífera?

En la imatge següent podeu veure un esquema d'aquesta situació on es pot apreciar la col·locació de els pomers i les coníferes per a qualsevol nombre (n) de files dels pomers:



Pregunta 1

Dibuixeu com serà un jardí que tingui 11 coníferes a la primera fila

Pregunta 2

Completeu la taula:

N =	Nombre de pomers	Nombre de coníferes
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		
6		

Pregunta 3

Representeu gràficament els resultats de la taula anterior. Expliqueu el que observeu, sobre tot les semblances i les diferències amb l'aspecte que tindrà la línia que dibuixeu.

Per respondre les preguntes 3 i 4 podeu utilitzar un full de càlcul



Pregunta 4

Per calcular el nombre de pomers i el de coníferes amb el plantejament descrit anteriorment es poden utilitzar dues fórmules:

a) $n^2 - 1$ o b) $7n + 1$ o c) n^2 o d) $8n$

essent n el nombre de files de pomers o de coníferes

Quina fórmula correspon a cadascun dels casos anteriors?

Expliqueu com ho heu esbrinat.

Per respondre aquesta pregunta podeu accedir al web: [wolfram alpha](http://www.wolframalpha.com/)

<http://www.wolframalpha.com/>

Pregunta 5

Existeix alguna plantació que tingui exactament 74 coníferes? I 82 pomers?

Justifica la teva resposta

Pregunta 6

Pot existir una plantació que tingui 104 coníferes i 144 pomers?

Justifica la teva resposta

Pregunta 7

Existeix un valor de “ n ” per al qual el nombre de pomers coincideix amb el de coníferes.

Trobeu aquest valor i mostreu el mètode utilitzat per calcular-lo.

Pregunta 8

Existeix algun valor de “ n ” a partir del qual el nombre de pomers és més gran que el nombre de coníferes?

Pregunta 9

Suposem que el pagès vol plantar un hort molt més gran, amb moltes files d'arbres. A mesura que vagi creixent la grandària de l'hort, què augmentarà més de pressa: el nombre de pomers o el de coníferes? Expliqueu com heu trobat la resposta.

Pregunta 10

Conclusions

Explica que has après, quines matemàtiques has utilitzat, que t'ha sorprès, que canviaries de l'activitat, que ampliaries.

LES RECTES I LES PARÀBOLES

Anem a estudiar les rectes i les paràboles amb l'ajut del full de càlcul.

Comencem per les rectes. La seva fórmula és $y = ax + b$. El que farem serà, primer de tot, estudiar que passa quan el valor de a canvia. Aquest valor podrà ser positiu, negatiu, sencer o fraccionari. Per exemple: $y = 3x$, $y = -4x$ etc. El full de càlcul ens ajudarà a fer la seva taula de valors i, a partir d'ella, farem el seu gràfic perquè té en el gràfic els canvis en el valor del paràmetre a . Després farem el mateix amb el valor del paràmetre b . Atenció, hem de procurar sempre que l'ordinador treballi per nosaltres. Per tant, haurem d'introduir les fórmules per tal que el full de càlcul faci els gràfics. A continuació estudiarem les paràboles. La seva fórmula és $y = a(x+p)^2 + q$. Per cada paràmetre haurem d'estudiar, igual que amb les rectes, quins són els efectes gràfics dels canvis que es produeixen en cadascun d'ells. Haurem d'introduir la fórmula de cadascuna per diversos valors dels paràmetres, i veure els seus efectes en els gràfics.

Un cop hagi fet l'estudi, i amb el seu ajut, hauràs de contestar les següents preguntes. Intenteu explicar totes les vostres respostes el millor possible.

- Quina recta està més inclinada, la que té per fórmula $y = 3x$ o $y = 4x + 1$?
- Quina diferència hi ha entre les funcions $y = x$ i $y = x^2$?
- Com són entre si les rectes $y = -2x + 10$ i la recta $y = 2x + 10$?
- Digues quina diferència hi ha entre $y = 4x^2$ i $y = 4x^2 - 10$
- Quines semblances hi ha entre $y = 2x^2$ i $4x^2$?
- Quina està més amunt $y = 6x - 10$ i $y = 6x + 90$? Quina distància hi ha?
- De les tres següents, $y = x^2$, $y = 3x^2 + 1$ i $y = x^2 / 2 + 4$ quina paràbola té la obertura més petita?
- Ara tens la paràbola $y = 3x^2$. Quin efecte tindrà introduir un signe negatiu en el 3? ($y = -3x^2$)
- Si tenim la paràbola $y = 2x^2$ i la transformem amb $y = 2x^2 - 10$. Com canvia el gràfic?
- Ara transformarem aquesta la paràbola $y = x^2 + 10$ en la paràbola $y = (x + 10)^2$. Quins efectes tindrà en el gràfic?

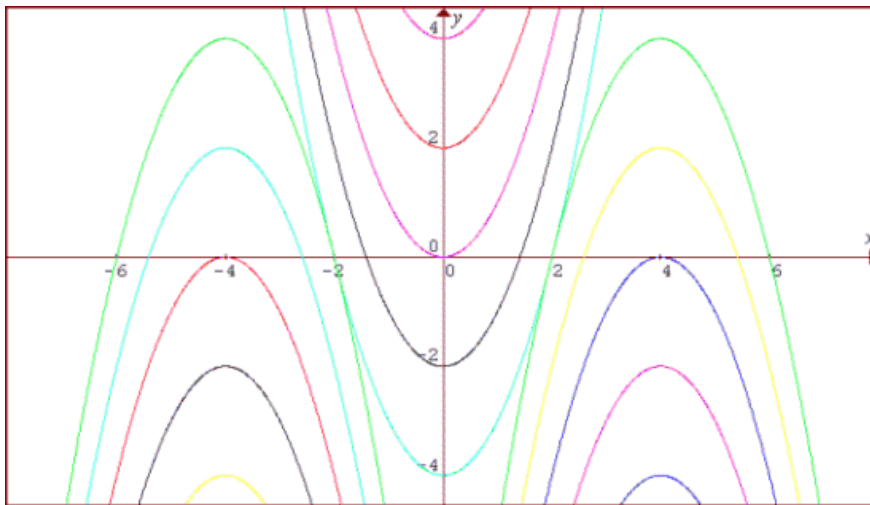
ACTIVITAT D'AMPLIACIÓ

1.- El gràfic inferior mostra el gràfic de 15 paràboles. Dues d'elles tenen per gràfics

$$y = x^2$$

$$y = -(x-4)^2$$

Utilitzeu el programa *Graphmatica* per repetir el dibuix i localitzar-les.



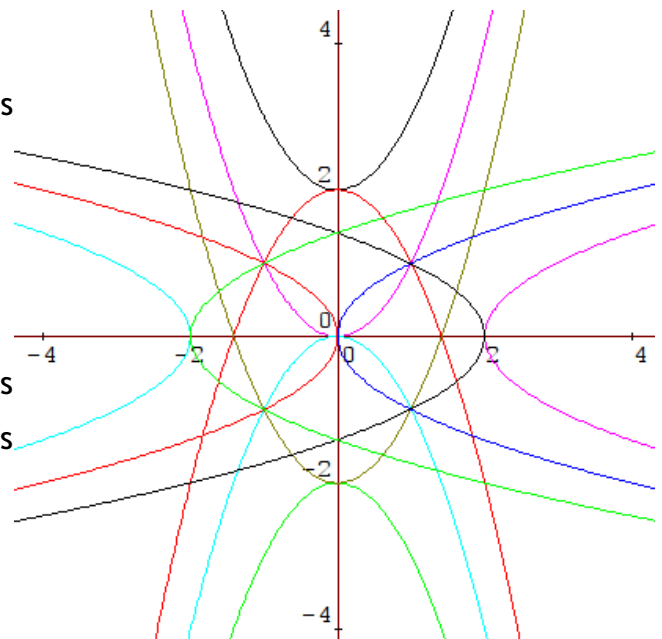
2.- El gràfic inferior mostra 12 funcions. Tres d'elles tenen per fórmules

$$y = x^2$$

$$x = y^2$$

$$x = -y^2 + 2$$

Reproduïu el dibuix i localitzeu les tres funcions anteriors. Escriviu les fórmules de totes les funcions que apareguin en el dibuix.



Capítol 7. Resultats de la 2n fase de la recerca

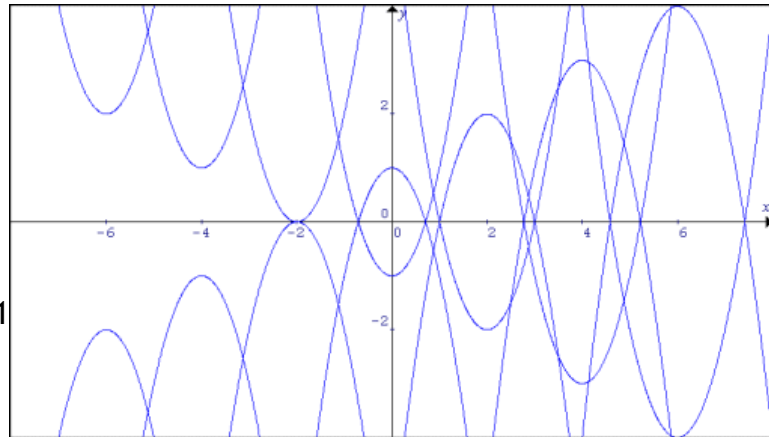
3.- Anem per la tercera. Ara hi tenim 14 funcions. Entre elles hi ha les tres següents:

$$y = 2(x-6)^2 - 4$$

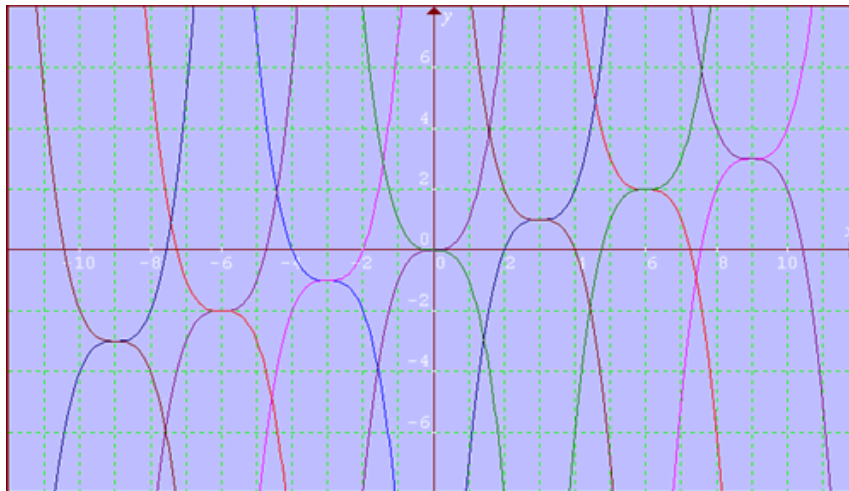
$$y = 2x^2 - 1$$

$$y = -2(x - 4)^2 + 3$$

Trobeu les altres 11 funcions.



4.- Investiguem altres gràfics i patrons.



Aquest patró s'ha fet utilitzant funcions de tercer grau, elevades al cub. Entre elles hi ha les següents:

$$y = (x + 6)^3 - 2$$

$$y = -(x - 9)^3 + 3$$

Trobeu els altres 12 gràfics.

7.2.2 Fòrum

Un dels aspectes que es van trobar a faltar en el projecte inicial era un espai d'intercanvi on els estudiants poguessin compartir maneres de treballar i opinions sobre els problemes que se'ls hi proposaven. Per tal d'incloure activitats amb la idea d'assolir aquest objectiu, vam utilitzar l'eina “grups” del entorn *google apps*. Vam partir de la idea que un fòrum de resolució de problemes té sentit si aquestes tasques s'han de realitzar fora del centre escolar. Vam utilitzar-lo per tal de proposar problemes que s'havien de resoldre a casa, i on tots els estudiants haurien de participar-hi. No hi havia instruccions prèvies, es formulava el problema i se'ls demanava que en el termini màxim d'una setmana enviessin la seva resposta. Si calia podien contestar a les respostes d'altres estudiants amb l'objectiu d'establir un diàleg entre ells.

En la imatge següent veiem una captura de pantalla d'una de les activitats que es van desenvolupar amb el fòrum.



Matemàtiques 1r ESO A

Cerca en aquest grup Cerca grups

Bestioles [Opcions](#)

17 missatges - [Contrau-ho tot](#) - [Tradueix-ho tot a Català](#) - [Informa d'aquest debat com a correu brossa](#)

Lluís Mora [Veure perfil](#) [Més opcions](#) 12 Oct 2010, 20:12

La Rosa col·lecciona llangardaixos, escarabats i cucs. Té més cucs que llangardaixos i escarabats junts. En total, té en la col·lecció dotze caps i sis potes. Quants llangardaixos té Rosa?
Data límit de resposta: dimarts de la setmana vinent.

[Respon a l'autor](#) [Reenvia](#)

eric barragan martinez [Veure perfil](#) [Més opcions](#) 13 Oct 2010, 15:35

0 llangardaixos, 1 escarbat i 11 cucs

El 12 d'octubre de 2010 21:12, Lluís Mora <lluis.mora...@gmail.com> ha escrit:

- [Amaga el text entre cometes](#) -

> La Rosa col·lecciona llangardaixos, escarabats i cucs. Té més cucs que
> llangardaixos i escarabats junts. En total, té en la col·lecció dotze
> caps i sis potes. Quants llangardaixos té Rosa?
> Data límit de resposta: dimarts de la setmana vinent.

[Respon a l'autor](#) [Reenvia](#) [Marca com a brossa](#)

eric barragan martinez [Veure perfil](#) [Més opcions](#) 15 Oct 2010, 14:14

El 13 d'octubre de 2010 16:35, eric barragan martinez <eric.barragan.martinez@gmail.com> ha escrit:

- [Amaga el text entre cometes](#) -

> 0 llangardaixos, 1 escarbat i 11 cucs per que les sis potes son de
> l'escarbat i els caps son un de l'escarbat i onze dels cucs.

> El 12 d'octubre de 2010 21:12, Lluís Mora <lluis.mora...@gmail.com> ha
> escrit:
>> La Rosa col·lecciona llangardaixos, escarabats i cucs. Té més cucs que
>> llangardaixos i escarabats junts. En total, té en la col·lecció dotze
>> caps i sis potes. Quants llangardaixos té Rosa?
>> Data límit de resposta: dimarts de la setmana vinent.

Pàgina d'inici

Debats
[+ nou missatge](#)

Membres

Quant a aquest grup
Edita la meua pertinença
Configuració del grup
Tasques de gestió
Convida membres

Visualitzeu aquest grup a la nova versió de Google Grups

Gràfic 45: Fòrum de problemes

Un dels primers reptes que es plantejava als estudiants era:

La Rosa col·lecciona llangardaixos, escarabats i cucs. Té més cucs que llangardaixos i escarabats junts. En total, té en la col·lecció dotze caps i sis potes. Quants llangardaixos té la Rosa?

Tots els estudiants tenien que fer com a mínim una intervenció en el termini d'una setmana.

7.2.3 Nous ítems a les activitats

Un dels altres aspectes que vam observar en la primera part de l'experiència era que calia completar les activitats de resolució de problemes que proposàvem en el portal. Calia introduir dos nous tipus d'ítems en les activitats. Per una banda calia incloure activitats inicials, per tal de plantejar els objectius que volíem treballar i si feia falta, per situar prèviament els continguts que es treballaran en l'activitat. Però també vam veure que no només calia introduir aquests ítems, sinó que era molt recomanable finalitzar les activitats amb una avaluació de l'activitat en sí mateixa i una autoavaluació de la tasca que han realitzat els estudiants. De la mateixa manera que finalitzem un treball de recerca a Batxillerat. Dit d'altra manera, la idea seria convertir les activitats que desenvoluparan els estudiants en petites recerques matemàtiques.

Ara veurem alguns exemples de les activitats inicials i de cloenda proposades per ser afegides a les activitats matemàtiques.

7.2.3.1 Activitats prèvies

Entenem que és important que quan anem a treballar una activitat la situem en algun bloc de contingut de l'àrea de matemàtiques. Cal situar prèviament quins aspectes dels continguts matemàtics es treballaran en aquella activitat. Cal saber si una activitat pertany al bloc de continguts de geometria, de mesura, de dades i



atzar, de numeració i càlcul i/o de relació i canvi. El fet de treballar a partir de problemes pot fer que els estudiants no tinguin clara aquesta situació i cal aclarir-ho de bon començament. Aquesta informació, en la primera etapa de l'estudi el professor la feia arribar als estudiants en la presentació inicial de l'activitat. Entenem que aquesta activitat cal continuar fent-la, però amb el complement de la part escrita que formarà part de l'activitat.

Seguint aquesta línia hem d'incloure en la presentació de l'activitat aquells objectius que volem que els estudiants assoleixin amb ella. D'aquesta manera aconseguim que els estudiants coneguin el que hauran de fer i assolir en el desenvolupament de l'activitat.

Activitat inicial de lectura

En aquesta activitat treballarem les rutes en un diagrama. Esbrinarem les diferents maneres que tenim d'anar d'un lloc a un altre en una xarxa. A partir d'aquests resultats veurem la relació que existeix entre aquests camins i la relació que tenen amb el triangle de Pascal. Aquest triangle ens obrirà el camí al treball amb la divisibilitat entre números naturals.

Per exemple, en l'activitat “Anem d'un lloc a un altre” hem inclòs una activitat de lectura, on els estudiants veuran allò que investigaran en l'activitat.

Aquesta activitat la complementarem amb una referència als coneixements previs que es recomana que tinguin a l'inici.

Coneixements previs

Per fer les activitats que apareixen en aquesta unitat serà interessant que recordis l'activitat dels ous en una ouera. [Anar-hi](#).

No és absolutament necessari, però serà bo que tinguis present les activitats que tenen relació amb la regularitat de les operacions matemàtiques. [Per exemple](#).

Com l'activitat està instal·lada en un portal web, podem afegir enllaços que permetin l'accés a les activitats de referència. Així, si fem clic a la “Anar-hi” o a “Per exemple”, que veiem d'un altre color, podrem anar a aquestes activitats per

tal de revisar els seus continguts.

Objectius

- Treballar en un problema on intervenen tres variables: truites en un estany, percentatge de disminució i increment absolut d'aquesta població.
- Utilitzarem formularis, full de càlcul, taules i gràfics per tal de treballar i comprendre el problema
- Veure que un fenomen es pot estudiar simbòlicament, gràficament i analíticament.
- Realitzar una petita recerca, amb canvis en les tres variables, per tal de conèixer la variació de la població a l'estany.
- Elaborar un informe que reculli el treball realitzat
- Finalitzar la tasca amb la redacció de les conclusions sobre la tasca realitzada.

Creiem que no cal que totes les activitats es presentin de la mateixa manera. Per exemple en l'activitat "Truites a l'estany" hem introduït els objectius que volem que assoleixin els estudiants, la informació rellevant del problema i un parell d'exercicis per tal que els nois i noies puguin fer una manipulació inicial del problema.

Hipòtesi inicial de la situació

1.- Explica i intenta justificar com creus que creixerà la població de truites de la llacuna. Has d'explicar si creus que creixerà indefinidament, creixerà fins arribar a un límit, o la població anirà augmentant i disminuint alternativament, o si anirà disminuint fins a desaparèixer.

És possible predir la població de la llacuna després d'un nombre determinat d'anys, 50 per exemple? Com es podria fer tal predicció?

[Reflexiona i respon](#)

INFORMACIÓ DEL PROBLEMA

Cada primavera, un estany de truites és repoblat amb aquests peixos. És a dir, la població disminueix cada any a causa de causes naturals, però al final de cada any, s'afegeixen més peixos. Les dades que ens cal saber són:

- Actualment hi ha 3.000 truites a l'estany.
- A causa de la pesca, la mort natural o altres causes, la població disminueix en un 20% cada any, independentment de la reposició d'existències.
- Al final de cada any, 1.000 truites s'afegeixen a la llacuna.

Dins de la petita recerca que han de realitzar en aquest situació problemàtica, les activitats prèvies dissenyades els permeten realitzar una reflexió prèvia sobre la tasca a fer, formular les seves hipòtesis i plantejar-se diverses situacions que l'ajudaran a comprendre la situació que se'ls planteja per tal de poder elaborar a continuació la recerca que han de realitzar. A partir d'aquestes dades inicials, i amb l'ajut d'eines digitals, full de càlcul i/o applet, hauran de treballar el cas d'estudi de manera més profunda.

2.- Truites a l'estany

Quantes truites hi ha després del primer any de començar el procés a l'estany?

3100	3200	3300	3400	3500
------	------	------	------	------

I al final del segon any, quantes truites i tindrem?

3710	3720	3730	3740	3750
------	------	------	------	------

7.2.3.2 Activitats finals

No hi ha activitat de recerca que acabi sense desenvolupar un apartat dedicat a obtenir conclusions sobre la tasca feta, avaluar el treball realitzat i reflexionar sobre allò que s'ha estat realitzant i s'ha après. Aquest és l'objectiu que és pretén assolir amb aquestes activitats de cloenda afegides al final de les activitats, que els estudiants reflexionin sobre els resultats obtinguts, sobre les activitats realitzades i sobre la tasca feta.

A continuació mostrem un exemple del que diem:

I per acabar, anem a les conclusions. Individualment obriu un document amb google docs i compartiu-lo amb el vostre professor. En aquest document heu d'explicar el més detalladament possible, els següents aspectes:

Allò que creieu que heu descobert o après

Allò que heu trobat fàcil o difícil

Allò que us ha sorprès

Allò que no us ha agradat

Allò en que us faria falta una mica més d'ajuda

Allò que canviaries del treball que has fet

Allò que introduiries o canviaries per millorar el problema

Allò que t'agradaria aprofundir

Altres coses que creguis convenient dir.

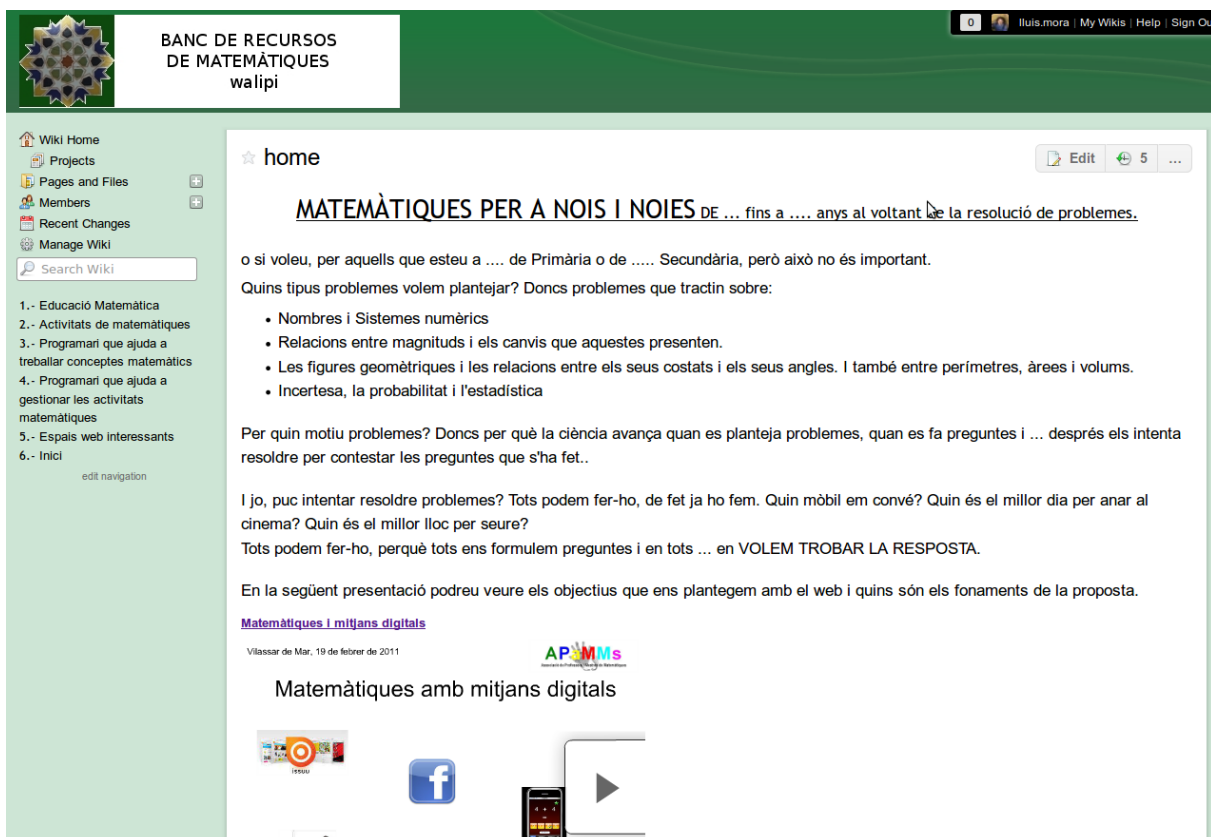
RECORDEU: Sempre heu de justificar el que dieu

7.2.4 Ampliació del portal web per a professors

Inicialment el portal web es va plantejar com un espai tancat a activitats de primer de secundària. Mentre desenvolupàvem les activitats amb estudiants, vam poder veure que moltes d'aquestes activitats es podien proposar també a segon de secundària. En converses mantingudes amb professors i professores d'altres nivells educatius es posava de manifest que moltes d'elles també eren utilitzables, altre nivells educatius. A la vista d'això, hem proposat una nova estructura, complementària del portal inicial, adreçada a professors, per tal que el professorat dels diversos nivells pugui accedir al banc de totes les activitats que proposem. No podem oblidar també, que així podem afegir activitats que no estarien incloses dins el nivell de primer de secundària.

Aquest nou espai, que complementa l'anterior, l'hem anomenat "BANC DE RECURSOS DE MATEMÀTIQUES", i es troba hostatjat en l'adreça web <http://recursosmatematicas.wikispaces.com/> i en ell hi col·locarem totes les activitats matemàtiques que utilitzem. Però entenem que ha de comptar amb alguna cosa més que les activitats a desenvolupar pels estudiants. Els professors

necessitaran conèixer els mitjans digitals que s'han agafat com a base per a treballar les matemàtiques i per organitzar les activitats que hem proposat en el portal i que proposarem en un futur. Per tant hem inclòs un espai on hem inclòs totes aquestes eines. No hem oblidar que hi ha molts espais web que proporcionen activitats, normalment associades a universitats i a associacions de professors. També hem inclòs un espai amb informació rellevant en aquest sentit.



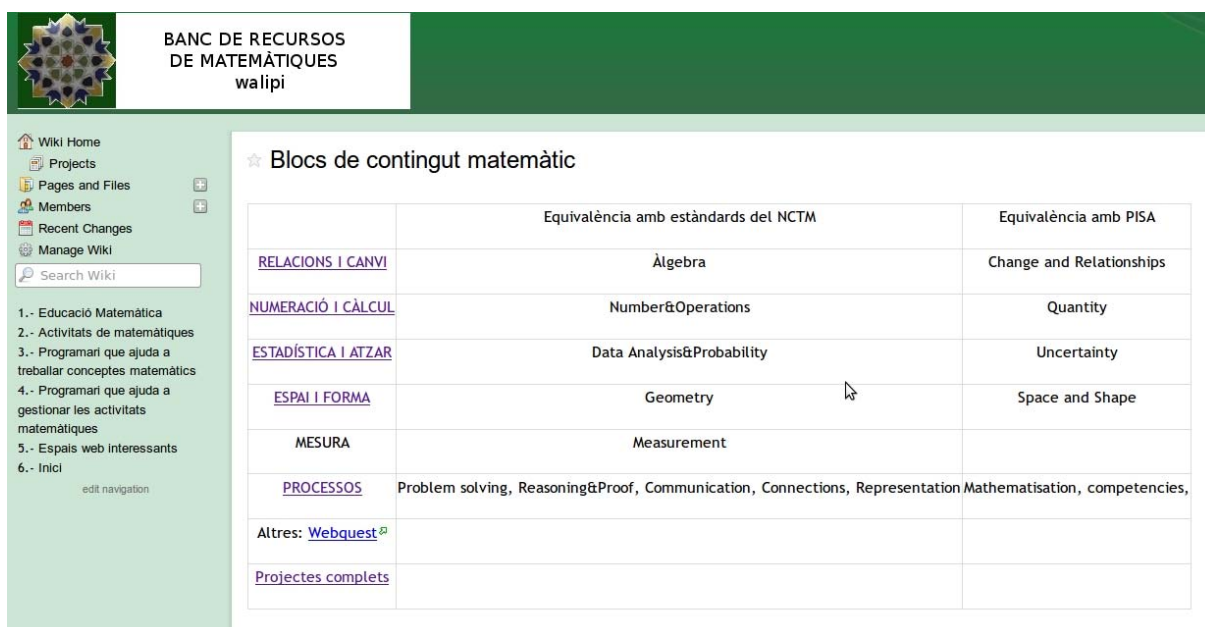
Gràfic 46: Espai d'entrada al portal web

Pantalla inicial del nou portal per a professors. En la barra de navegació, a l'esquerra de la pantalla, podem veure els diferents apartats en que està dividit l'espai. L'apartat 1, fa referència a aspectes genèrics al voltant de la educació matemàtica. En l'apartat 2, "Activitats de Matemàtiques" incloem les activitats matemàtiques inicials i les noves activitats que anem afegint. Aquesta manera de fer ens ha de permetre incloure activitats adreçades a diversos nivells, i no només

Capítol 7. Resultats de la 2n fase de la recerca

per als primers cursos de la secundària obligatòria. El criteri de classificació seguit per a les activitats és el que proposa l'actual currículum català amb les equivalències corresponents en la proposta del NCTM i la de l'estudi PISA.

Amb la qual cosa augmentarem el ventall de possibilitats de treball del portal. Hi podrem incloure activitats que es poden adreçar a estudiants d'altres nivells que l'estructura de la fase inicial del portal feia impossible. Quan parlem d'altres nivells ens estem referint a educació primària, secundària i per què no, a la universitat. La primera part del projecte queda inclosa en aquest nou portal.



	Equivalència amb estàndards del NCTM	Equivalència amb PISA
RELACIONS I CANVI	Àlgebra	Change and Relationships
NUMERACIÓ I CÀLCUL	Number&Operations	Quantity
ESTADÍSTICA I ATZAR	Data Analysis&Probability	Uncertainty
ESPAI I FORMA	Geometry	Space and Shape
MESURA	Measurement	
PROCESSOS	Problem solving, Reasoning&Proof, Communication, Connections, Representation Mathematization, competencies,	
Altres: Webquest		
Projectes complets		

Gràfic 47: Blocs de contingut matemàtic

La imatge anterior mostra l'apartat del portal dedicat a la organització de les activitats matemàtiques, on hi podem veure els blocs de contingut matemàtic, els processos i nous apartats que s'aniran afegint al portal.

Els apartats 3 i 4 fan referència a les eines digitals que hem utilitzat per configurar les activitats matemàtiques i el mateix portal. Aquestes eines estan classificades, en eines que ens ajuden a treballar les matemàtiques i eines que ens ajuden a organitzar el portal i les activitats que hi hem inclòs.

Nom Programari	Pàgina web d'accés	Associacions i/o similars	Característiques
Geoebra ^P	www.geogebra.org	Associació catalana de Geoebra ^P Instituts de Geoebra ^P	Aplicació per treballar, entre d'altres, la geometria de manera dinàmica Projecte EDAO ^P Projecte GAUSS ^P Projecte CANALS ^P
ARDORA	http://webardora.net/ ^P		Creació d'activitats escolars pel web
Applet DESCARTES	http://recursostic.educacion.es/descartes/web/ ^P	Ministeri d'Educació	Petita aplicació que pot ajudar a treballar de manera interactiva els diversos aspectes de les matemàtiques del currículum.
Wolfram Alpha ^P 	http://www.wolframalpha.com/ ^P	Mathematica	Cercador computacional Funcionament ^P i les possibles utilitats
Scratch	http://scratch.mit.edu/ ^P	MIT ^P Cursos online	Llenguatge de programació que facilita la creació de petites històries, utilitats, jocs etc.
Graphmatica	http://graphmatica.com/ ^P		És una eina que permet la realització del gràfic de qualsevol tipus de funció, i la visualització de moltes de les seves propietats. És una eina gratuïta.

Gràfic 48: Programari per treballar les matemàtiques

La imatge anterior mostra el programari que ens servirà per donar un èmfasi important a les idees matemàtiques que treballem en les activitats. En la imatge següent mostrem el programari que ens serà útil per elaborar les activitats matemàtiques, organitzar el portal i organitzar les tasques que realitzin els estudiants.

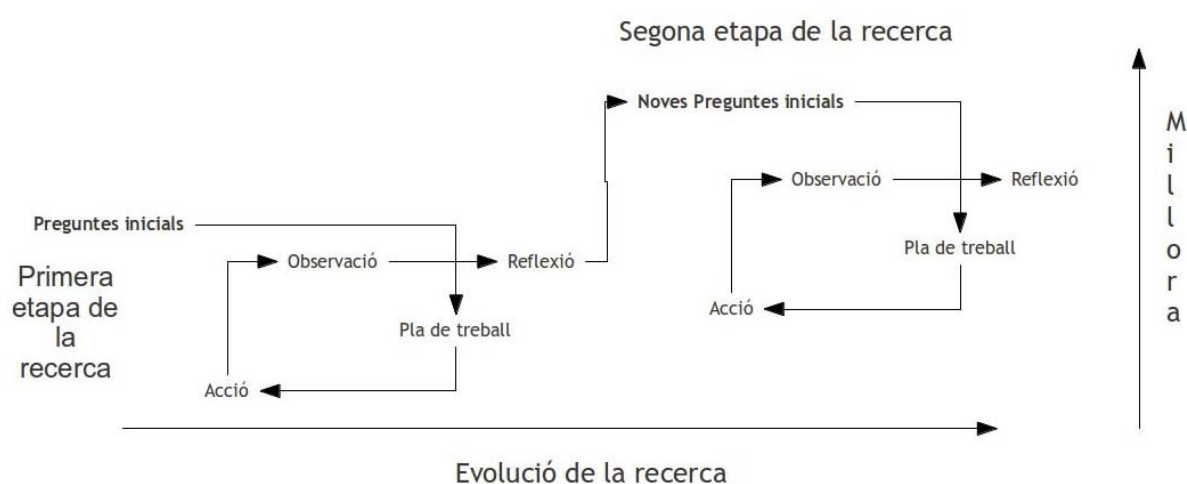
Programari	Descripció	Exemples d'utilitat de l'eina
Google docs ^P	Documents de text, full de càlcul, espai web, formularis...	
EXE Learning ^P 	Creació d'espais web amb moltes característiques del web2.0	Organització d'una activitat matemàtica "Rutes en un triangle" ^P
Wikispaces 	Espai que pot servir de contenidor de documents, i sobre tot, que permet la confecció de material de manera col·laborativa.	Aquest espai està organitzat a Wikispaces
Blogs ^P	Espai que podem utilitzar com a diari de classe on recullim les tasques realitzades. També pot ser utilitzat per plantejar qüestions i debatre els comentaris que si vagin fent.	
CMAP Tools ^P 	Creador de mapes mentals, però que també podem utilitzar per dissenyar espais interactius	Mapa de relació d'activitats ^P
Facebook ^P 	Gestió de grups d'alumnes, organització d'activitats, aplicacions.	
Twitter ^P	Sistema de comunicació que es pot utilitzar entre estudiants i professors per tal de compartir pàgines web, pluja d'idees i per tal de facilitar el fluxe d'informació.	

Gràfic 49: Programari per gestionar les activitats

7.3 Resultats de la implementació de les noves activitats

A partir dels canvis efectuats com a conseqüència de la revisió i la reflexió feta mostrarem a continuació els resultats obtinguts durant aquesta etapa.

Esquema del procés seguit a partir del procés d'investigació-acció.



Gràfic 50: Evolució de les etapes de la recerca

7.3.1 Resultats del treball dels estudiants en la segona fase

En aquest apartat, valorarem tres aspectes: Prova inicial, activitats treballades i prova final tal com ja vàrem fer en la primera etapa de la recerca. Aquesta doble valoració ens ha permès poder comparar els resultats de les dues etapes per tal de veure'n l'evolució de les tasques desenvolupades. Mostrarem també les tasques que van desenvolupar els estudiants amb el fòrum de problemes que vam proposar de realitzar.

7.3.1.1 Prova inicial

Recordem que en la primera etapa de la recerca es va passar als estudiants una prova inicial amb l'objectiu de conèixer el punt de partida en que es trobaven i de verificar que el grup d'estudi representava els grups de primer de secundària de

l'INS de Llavanes. En aquesta segona etapa hem seguit el mateix criteri, als estudiants que participen a l'estudi, formant el grup digital i el no digital, un total de tres grups dels 5 que formen la promoció, se'ls ha passat la mateixa prova. Com ja vam explicar en el capítol 3 aquesta és una pràctica habitual i no s'han fet canvis en el tipus de prova que es fa.

En aquest apartat veurem els resultats d'aquests tres grups, prop de 60 alumnes d'una promoció de 100 estudiants.

S'han seguit els mateixos criteris per avaluar els resultats que vam seguir en la primera etapa, així veurem dos aspectes de la prova:

- a) Valoració de forma global, a partir de les respostes contestades correctament
- b) Valoració ítem a ítem, on compararem els resultats obtinguts per la totalitat dels estudiants en cadascuna de les qüestions de la prova.

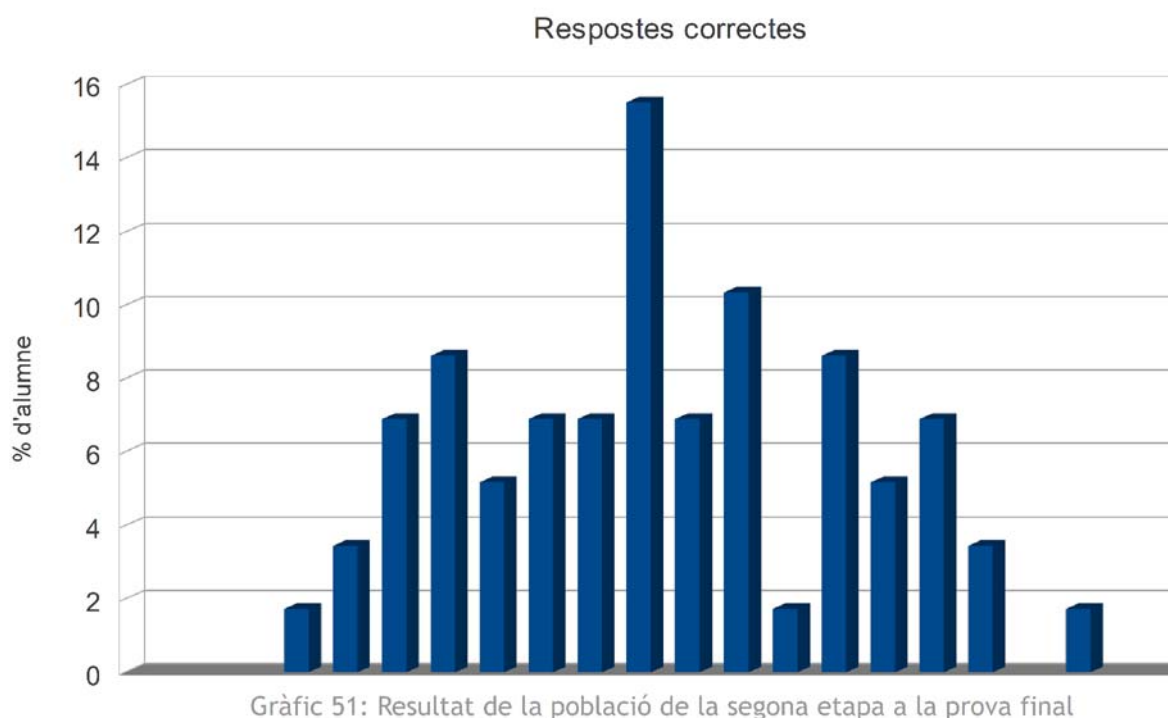
Atès que és la mateixa prova que es va passar en dues promocions d'estudiants diferents compararem aquests resultats generals entre totes dues per veure'n les semblances i diferències.

També farem la distinció entre els resultats de la prova del que anomenem Grup Digital (GD), que treballa fonamentalment amb eines digitals les activitats i el Grup no Digital (GnD) grup que no les utilitza. Compararem els resultats dels dos grups.

a) Valoració de forma global i comparació amb la primera etapa de la recerca

En el gràfic següent veiem la distribució de respostes dels estudiants de la segona etapa de la recerca a la prova inicial. Igual que en la primera etapa, la variable és el total d'encerts. Aquesta pren un valor entre 0 i 23, que són els ítems de la prova. L'Eix de les Y indica el percentatge d'estudiants que han contestat correctament la pregunta corresponent.

Resultats de la població de la segona etapa



Gràfic 51: Resultat de la població de la segona etapa a la prova final

En el gràfic podem veure:

a) Les respostes es troben concentrades a l'interval que va des de 3 fins a 19 respostes correctes. Podem destacar que no hi ha estudiants que responguin totes les preguntes correctament, ni estudiants que no en responguin cap.

b) Aproximadament el 16% dels estudiants responen correctament 10 preguntes, és el valor predominant. Els resultats de la variable amb 9 i 11 encerts són més baixos del que caldria esperar en una campanya de Gauss.

c) Aproximadament el 40% dels estudiants es troben distribuïts al voltant de l'interval que va des de 9 fins a 12 preguntes.

d) Aproximadament un 20 % d'estudiants responen 6 o menys preguntes adequadament.

e) Aproximadament un 20% responen 14 o més preguntes correctament.

Seguint el mateix criteri de confecció que la taula de la primera etapa, agrupem les dades que hem obtingut en una taula de classes,

respostes correctes	[0,4]	[5,9]	[10,14]	[15,19]
Total alumnes %	5,17	34,48	43,1	17,24

Taula 75: Taula de freqüències de la població a la prova inicial

Un 5% dels estudiants responen com a molt 4 preguntes correctament. Aproximadament el 60% dels estudiants contesten més de 10 preguntes. Parlaríem doncs, d'un 40% de nois i noies que responen correctament menys de 10 de les 23 preguntes.

Però també podem mirar les dades tenint present que treballarem amb dos grups de nois i noies, per una banda el GD i per l'altre el GnD. Podem separar aquestes dades per tal de poder comparar el comportament en aquesta prova inicial dels dos grups d'estudiants.

respostes correctes	[0,4]	[5,9]	[10,14]	[15,19]
Total alumnes GD%	5,56	38,89	33,33	22,22
Total alumnes GnD%	5	32,5	47,5	15

Taula 76: Taula de freqüències del grups de treball GD i GnD

Podem veure dos aspectes en la taula: i) si mirem en primer lloc els intervals determinats en els que la tenim estructurada, ii) si mirem en segon lloc aspectes globals determinats.

- i) En el primer cas podem veure que:
- primer interval: menys de 5 respostes correctes, els resultats percentuals són els mateixos en ambdós grups
 - segon interval: entre 5 i 9 respostes encertades, el grup GD presenta un 6% superior al GnD
 - tercer interval: els resultats s'inverteixen i és el GnD que està 15 punts per

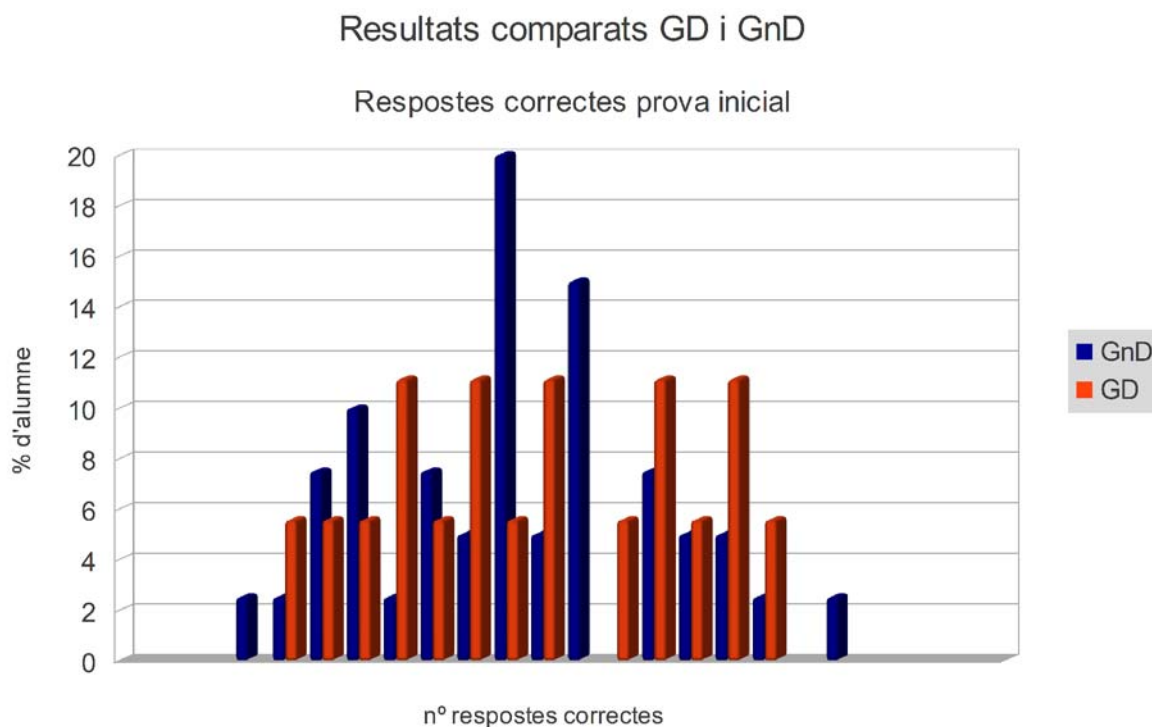
Capítol 7. Resultats de la 2n fase de la recerca

sobre el GD,

- Quart interval: el GD torna a estar per sobre del GnD 7 punts.

ii) Però pot ser més interessant veure els resultats que presenten els dos grups d'estudiants si tenim present només dues franges, la franja de 0 a 9 respostes encertades i la franja de 10 a 19 respostes. En aquest sentit veurem que els resultats del GnD estan 7 punts per sobre dels del GD en aquesta darrera franja. Tendència que s'inverteix en la franja de 0 a 9, on el grup GnD està 7 punts per sota. Cal recordar que aquesta prova es realitza el primer dia de curs després de les vacances d'estiu. Aquestes circumstàncies poden donar un cert matis als resultats obtinguts.

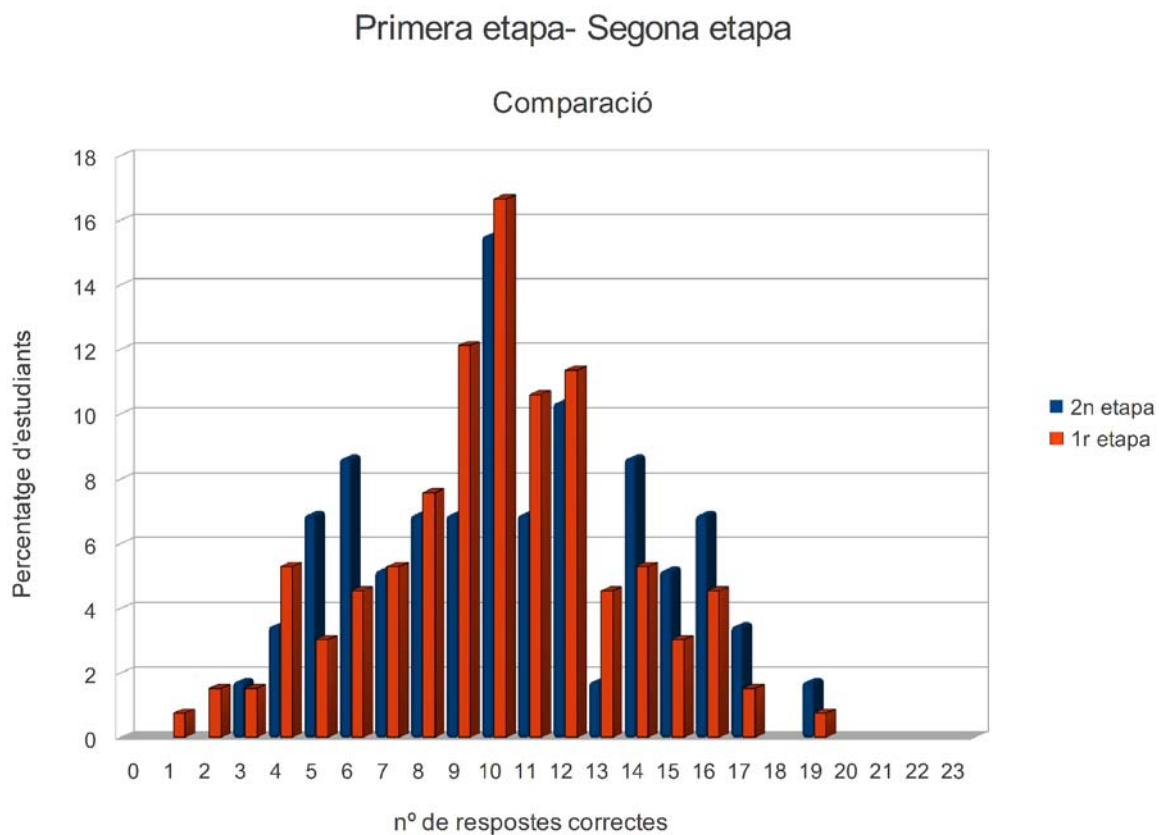
La representació de les dades obtingudes en la prova inicial pel que fa a aquest apartat el podem veure en el gràfic següent:



Gràfic 52: Resultat comparats GD i GnD prova inicial

D'aquest gràfic el que podem dir és que el GD presenta menys diversitat de resultats que el GnD en el sentit que no té màxims o mínims únics. Així com el GnD presenta un màxim acusat a 10 respostes correctes i un segon màxim relatiu a 12 respostes correctes, el GnD presenta un seguit de número de respostes correctes que es va repetint. Així podem dir que una mica més del 10% d'estudiants d'aquest grup responen correctament, 7, 9, 11, 14 i 16 preguntes i la resta de casos que apareix en el gràfic, el percentatge d'estudiants que el compleix sempre és aproximadament el 5%. En els altres casos no hi ha estudiants que responguin el número de preguntes que indica la variable.

Podem anar una mica més enllà i comparar aquestes dades amb les de la primera etapa de la recerca.



Gràfic 53: Resultat comparats 1 etapa i 2 etapa de la recerca. prova inicial

En el gràfic anterior podem veure comparats els resultats dels estudiants de la

primera etapa de la recerca i els de la segona.

a) En els estudiants de la primera etapa hi ha més dispersió, atès que hi ha estudiants amb només una resposta correcta. Aquesta dispersió és manifesta més en la banda dels resultats baixos.

b) Totes dues tenen un màxim al voltant del 16% d'estudiants que responen correctament 10 preguntes.

c) Els estudiants de la primera etapa presenten una distribució al voltant del màxim important. Amb això volem dir que en aquesta etapa els estudiants que responen 9, 11 i 12 preguntes correctament és molt més a prop percentualment del màxim que en els resultats de la primera etapa.

d) Sembla que els estudiants de la segona etapa tenen resultats percentuals una mica superiors als dels estudiants de la primera etapa. Veiem que a partir de 14 respostes correctes predominen els estudiants de la segona etapa.

e) Tot i que els estudiants de la segona etapa no tenen resultats tan baixos com els de la primera, hi ha més estudiants d'aquesta amb 6 o menys respostes correctes.

f) La primera etapa presenta una distribució més clàssica al voltant del valor central, 10 respostes correctes, i la segona etapa presenta una distribució diferent al voltant d'aquest màxim, 10.

Si comparem les taules de freqüències per tal d'acabar la comparació, trobem,

respostes correctes	[0,4]	[5,9]	[10,14]	[15,19]
% alumnes 2n etapa	5,17	34,48	43,1	17,24
% alumnes 1r etapa	9,1	32,6	48,5	9,9

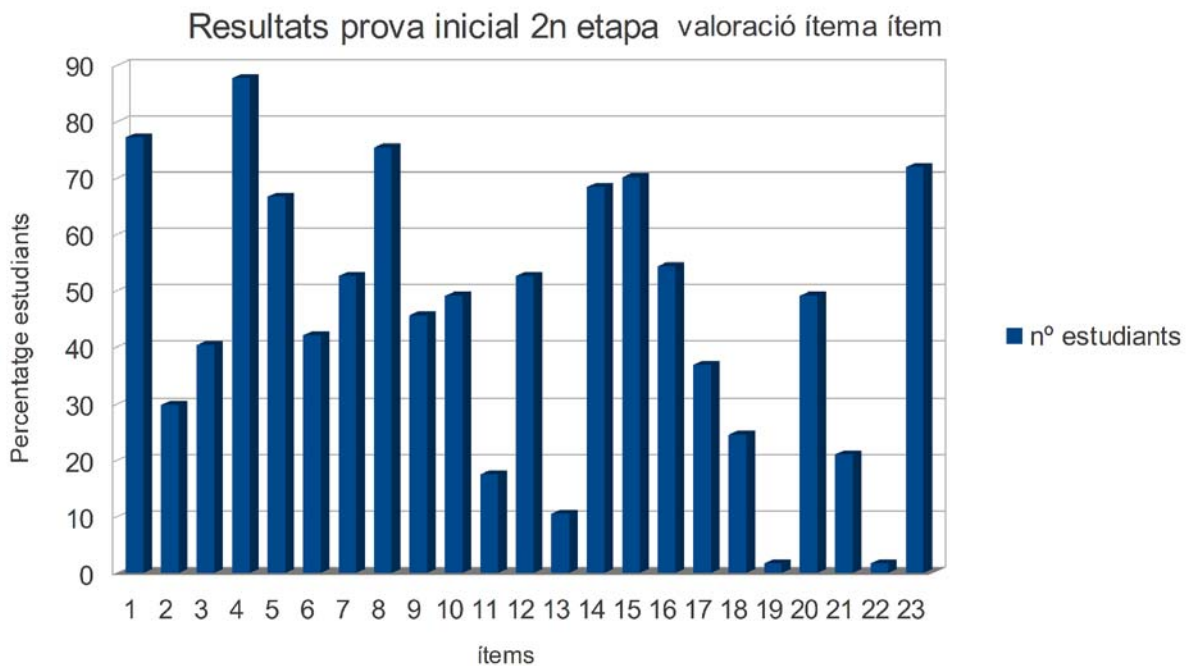
Taula 77: Comparació taula freqüències 1^a etapa- 2^a etapa

Veiem que la taula confirma que sembla ser que els resultats de la 2n etapa han sigut una mica millors en l'interval més alt de les respostes, 15 a 19, i una mica més baix en la banda baixa. Els valors dels intervals de 5 a 9 i de 10 a 14 són molt semblants amb lleugeres diferències entre una promoció i l'altre.

b) Valoració ítem a ítem i comparació amb la primera etapa de la recerca

El segon criteri d'avaluació dels resultats de la prova inicial fa referència a estudiar que fan els estudiants pel que fa a a cadascun dels ítems. Valorarem els resultats ítem a ítem dels estudiants que han participat n la recerca, compararem els resultats del GD amb els del GnD i per acabar, farem el mateix amb els resultats dels estudiants de la segona i primera etapa de la recerca.

Els resultats dels participants en la segona etapa de la recerca els veiem representats en el gràfic següent



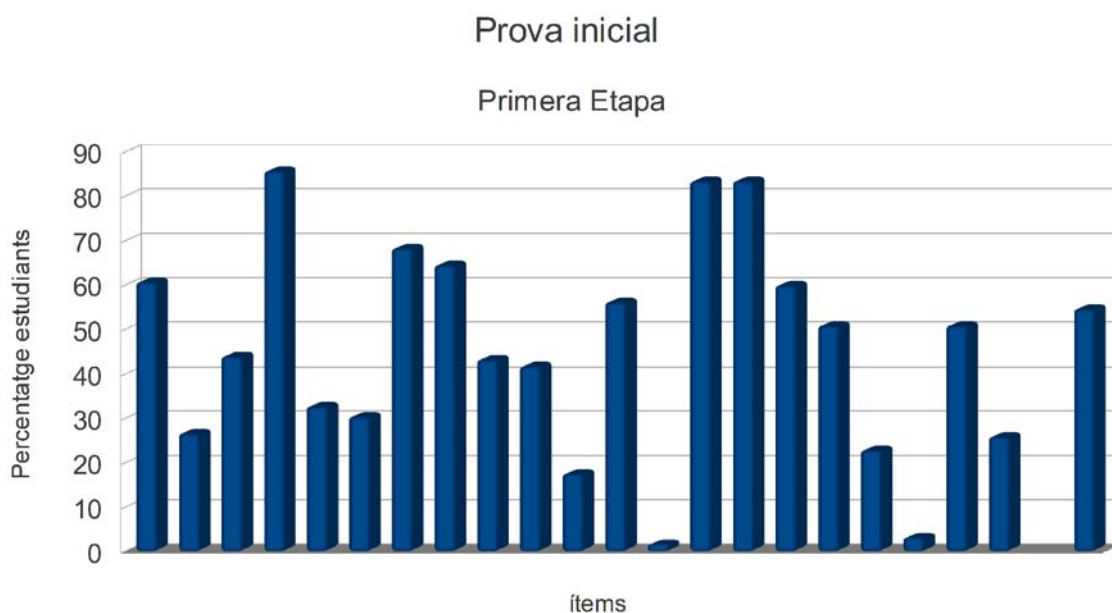
Gràfic 54: Resultats prova inicial 2n etapa. Valoració ítem a ítem

A partir de les dades del gràfic podem veure que hi ha un seguit de preguntes que els estudiants no responen correctament. Les activitats són la 11, la 13, la 19, la 21 i la 22. En cap d'aquestes preguntes més del 20% d'estudiants les resolen correctament.

Capítol 7. Resultats de la 2n fase de la recerca

En l'altre extrem les preguntes 1, 4, 8, 15 i 23 són les úniques que responen correctament més del 70% d'estudiants.

Per veure més profundament el significat del gràfic farem ara la comparació amb els resultats que van obtenir els estudiants de la primera etapa de la recerca. Així podrem veure la relació existent entre ambdues promocions pel que fa a aquesta prova.

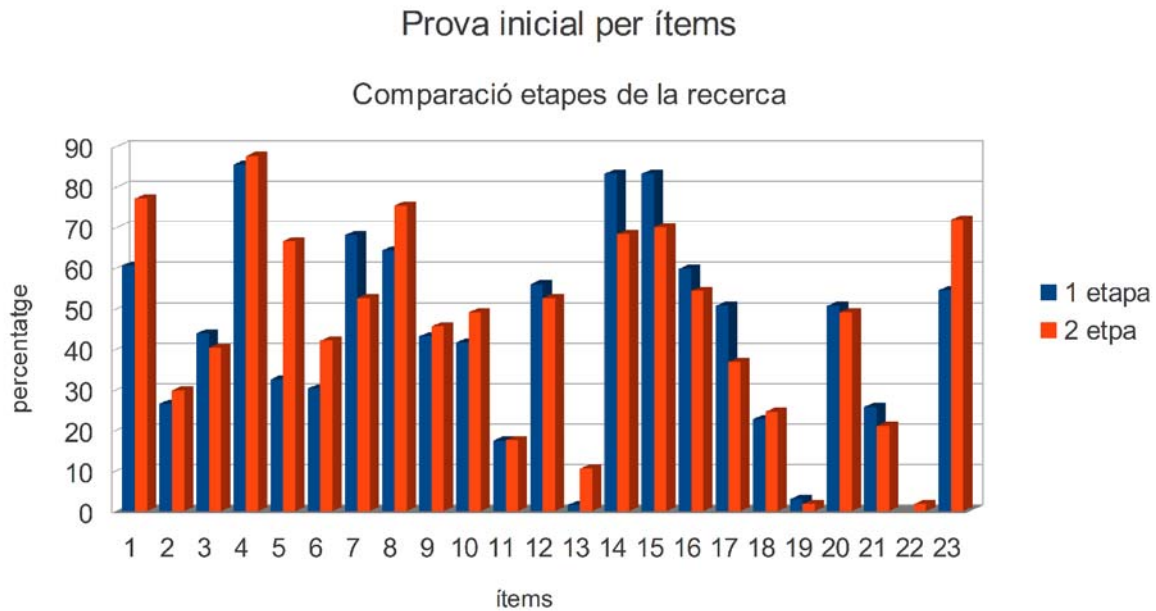


Gràfic 55: Resultats prova inicial 1r etapa. Valoració ítem a ítem

Recordem que aquestes dades ja les havíem comentat en el capítol 6. Podem veure que les preguntes menys contestades pels estudiants són: la 11, la 13, la 19 i la 22. Podem veure que són les mateixes que no contesten els estudiants de la segona etapa de la recerca, així podem interpretar que o bé són les menys treballades en la etapa primària o bé són les que els hi costen més.

Les que els estudiants contesten amb més encert són la 4, la 14 i la 15. La 14 i la 15 també són les més contestades en la 2^a etapa.

Podem fer una comparativa amb més detall si comparem els dos gràfics anteriors per veure les semblances i les diferències.



Gràfic 56: Resultats comparats 1r etapa-2n etapa prova inicial. Valoració ítem a ítem

Exceptuant la pregunta 5, que percentualment presenta diferències importants, la resta presenten resultats lleugerament semblants. Per tant podem interpretar que ambdues promocions d'estudiants són semblants pel que fa a aquesta prova inicial.

La taula de freqüències d'aquests resultats ens permet acabar de corroborar això que estem dient,

Capítol 7. Resultats de la 2n fase de la recerca

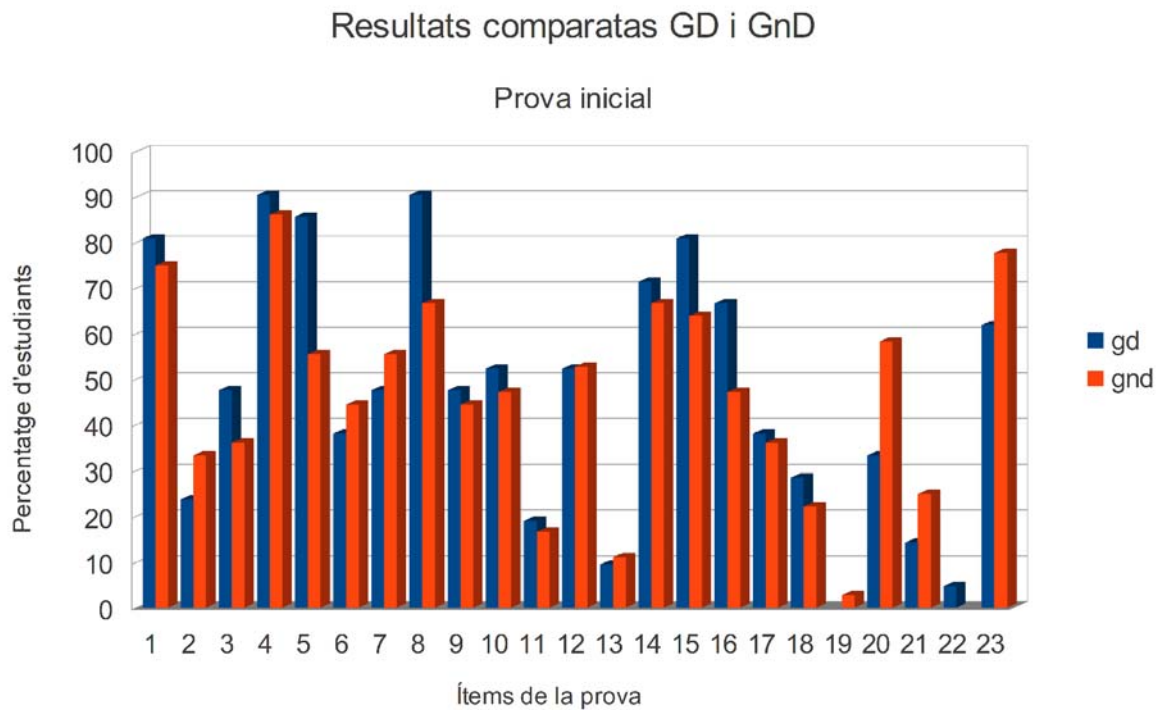
ítems	1 etapa	2 etapa
1	60,61	77,19
2	26,52	29,82
3	43,94	40,35
4	85,61	87,72
5	32,58	66,67
6	30,3	42,11
7	68,18	52,63
8	64,39	75,44
9	43,18	45,61
10	41,67	49,12
11	17,42	17,54
12	56,06	52,63
13	1,52	10,53
14	83,33	68,42
15	83,33	70,18
16	59,85	54,39
17	50,76	36,84
18	22,73	24,56
19	3,03	1,75
20	50,76	49,12
21	25,76	21,05
22	0	1,75
23	54,55	71,93

Taula 78. Taula de freqüències comparativa resultats 1^a i 2^a etapa

Veiem que hi ha molts ítems amb resultats coincidents, i no precisament en la banda alta del número de respostes correctes.

Tornem doncs als estudiants que han participat en la segona etapa de la recerca i anem a comparar els resultats del GD i del GnD. L'objectiu d'aquesta comparació és tenir una referència clara inicial de l'estructura dels dos grups d'estudi de la segona etapa de la recerca. Cal recordar que la prova inicial té com a objectiu, ja explicat en el capítol 3, fer una fotografia del moment inicial en que els estudiants arriben a l'institut, i si en la primera etapa comparàvem la població general de primer de secundària de l'INS Llanerres amb la població de l'estudi, els alumnes de la optativa de matemàtiques, ara volem comparar els estudiants del GD amb els estudiants del GnD, per tal de conèixer la situació inicial d'aquests dos grups d'estudiants.

El gràfic dels resultats dels dos grups es



Gràfic 57: Resultats comparats GD iGnD prova inicial. Valoració ítem a ítem 286

Exceptuant algunes preguntes, com la 2c, 4a, 6c i 8a, en la resta d'ítems no es presenten diferències significatives, no més grans del 10%. Cal destacar l'ítem 9a, el de la resolució de problemes, on en ambdós grups el resultat es pràcticament nul. En els tres primers ítems el GD obté millors resultats i en el 8a és el GnD.

Si veiem la taula de freqüències podem comprovar això que diem

ítems	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
GnD	75	33	36	86	56	44	56	67	44	47	17	53	11	67	64	47	36	22	3	58	25	0	78
GD	81	24	48	90	86	38	48	90	48	52	19	52	10	71	81	67	38	29	0	33	14	5	62

Taula 79. Ccomparativa resultats GD i GnD ítem a ítem

Les activitats on les diferències són més significatives són:

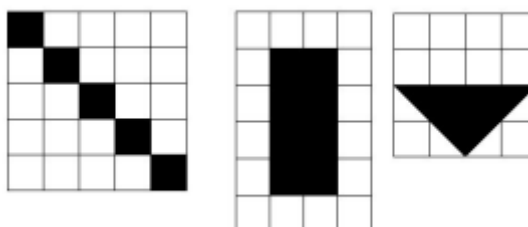
2. Calculeu

c) $5 \cdot (2+2) =$

4. Calculeu els resultats d'aquestes operacions

a) $42,3 + 19,41 =$

6. Escriviu la fracció que indica quina és la part ombrejada de cada figura.



8.a) Si em bec $\frac{3}{4}$ d'una llauna de suc de llimona que és de 40 cm^3 , quants cm^3 de suc bec?

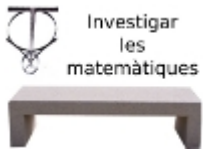
7.3.1.2 Activitats de treball dels estudiants

Per valorar com han treballat els estudiants amb el nou disseny de les activitats analitzarem els treballs realitzats per estudiants en les tres activitats ja esmentades anteriorment i la seva participació en el fòrum.

a) Anem d'un lloc a un altre

Aquesta activitat consta de

- a) Preguntes inicials
- b) Preguntes al voltant de com obtenir el Triangle de Pascal
- c) Reflexió sobre la manera d'aconseguir els objectius



Podeu accedir a l'activitat completa, tal com la realitzen els estudiants a la següent adreça electrònica:

http://walipi.webatu.com/unitat2/rutes/rutes/rutas_en_un_triangle.html

En el nou disseny d'activitats una de les eines que s'utilitzen per enregistrar les respostes dels estudiants són els formularis de *google docs*. En aquesta activitat veurem com dos estudiants del GD responen aquesta activitat.

a) Preguntes inicials

Al respondre les activitats aquestes queden enregistrades en una base de dades. I aquestes queden recollides en un full de càlcul.

Preguntes inicials de l'activitat

En la següent imatge podem veure aquestes activitats i les respostes d'un dels estudiants i les compararem amb les del GD.

Com creus que podem anar d'un lloc a un altre? Quin és el camí més curt per anar-hi?	Series capaç de trobar alguna regularitat en la següent sèrie numèrica: 1, 3, 5, 7, 9 ...	Què és un triangle? Què creus que pot ser un triangle numèric? I un quadrat numèric?	Nom
amb cotxe		Una figura geomètrica de tres costats, tres arestes i tres vertex.	
anar sempre recte	cada vegada se li sumen 2 al resultat anterior	Un triangle on surtin tots els numeros triangulars en cada una de les seves files, en que cada vegada s'afageix un numero a cada fila. El mateix que el triangular, tansols que no se afageix cada vegada un numero, i es igual tan de filas com de columnes (Ex: 4x4)	Pol M.

Taula 80: Respostes activitat inicial rutes en un triangle

En aquesta activitat es pretén iniciar l'estudi del triangle de Pascal a partir de l'estudi dels recorreguts en un triangle. Per tant les preguntes inicials van referides a introduir aquestes idees.

Veiem que aquest estudiant associa a anar d'un lloc a un altre amb un vehicle mecànic i amb línia recta. Aquesta és una resposta que altres estudiants també han escrit. El “sempre recte” de Pol M, és acompanyat per “depèn d'on vagis” introduint una variant de la forma del trajecte que s'ha de recorre.

Pel que fa a la segona pregunta, aquesta intenta plantejar als estudiants la recerca d'una pauta, senzilla, per tal de donar una idea del que poden haver de buscar en l'activitat posterior. Pol M. detecta que aquesta sèrie va de dos en dos, com la majoria de companys, no detecta que són els números imparells . Només hi ha un company seu que si detecta que són els números imparells.

En la tercera pregunta se'ls demana la seves referències pel que fa als triangles i triangles numèrics. En aquest sentit en Pol fa referència al seu coneixement previ dels números, dels triangles i els relaciona amb aquesta activitat. Tota la resta de respostes dels estudiants fan referència sobre tot a explicar que és un triangle.

Un dels avantatges que té treballar amb aquestes eines és que el professor, o el professor-recercador, pot veure les respostes de tots els estudiants i comparar-les entre si.

b) Preguntes al voltant del nucli de l'activitat com obtenir el Triangle de Pascal i de les seves propietats

La següent taula recull les respostes d'una estudiant a totes les activitats plantejades en, sobre i al voltant del triangle de Pascal.

Has vist aquests números o alguns d'ells, abans?	Com es passa d'una fila a la següent?	Si afegeixes una fila més al triangle, quantes caselles hauries de dibuixar-hi?	Quins nombres hi hauria en aquestes caselles? Fes-ho.	Quin és el primer número de cada fila? i el segon?	Hi ha números que es repeteixin? Sempre?	Nom	Què observes en els resultats que has escrit en la taula anterior?	Ets capaç d'escriure quina serà la suma dels números que ocupen la fila 10 del triangle de Pascal?	Explica com calcularies la suma de qualsevol fila del triangle de Pascal?	Què veus?
tot són cadenes numèriques llavors nomé has de trobar la relació que hi ha entre els números.	sumant.	Moltes	1 8 28 78 28 8 1	el primer es 1 el segon el 8	si, sempre perquè el triangle es una mena de cap i cua	mireia a	que sempre es el doble del resultat anterior. no he vist alguns números en activitats anteriors.	128 x 4	fent el doble de 128 i després el doble del resultat que m'agues donat	que la suma dels numeros sempre dona el doble de l suma dels numeros de la fila anterior

Taula 81 : Respostes nucli activitat rutes en un triangle

En finalitzar l'activitat disposem d'un full de càlcul on podem veure i comparar les respostes a totes qüestions de l'activitat per part de tots els estudiants (Annex 4). La importància d'aquesta base de dades és doble. És útil pel professor per tal d'organitzar una sessió conjunta de valoració de la tasca feta on es podran comentar les respostes de tots els estudiants, no només el procés de resolució, sino també el procés que ha portat a un estudiant en concret, a una resposta determinada. En aquesta sessió tots els estudiants podran aprendre dels seus encerts i errors i dels encerts i errors dels seus companys. Però també serà útil al professor com a recercador. Poder tenir a l'abast totes les respostes el pot ajudar a millorar les tasques que com a professor proposa als estudiants.

Tres aspectes hem observat en el procés de realització d'aquestes activitats: a) Hi ha més estudiants en el GD que en el GnD que finalitzen completament les seves tasques, b) en tots els grups hi ha estudiants que aconsegueixen finalitzar les activitats molt abans que la resta dels companys, i c) Ho fan més ràpid els estudiants del GD que els del GnD.

Després de realitzar aquestes tasques és important la realització d'una sessió conjunta per tal de posar en comú els resultats dels treballs dels estudiants. Això és molt més fàcil de gestionar en el GD que en el GnD. El treball digital ens ha

permès realitzar sessions de grup que han enriquit molt el treball realitzat pels estudiants.

c) Reflexió sobre la manera d'aconseguir els objectius

En finalitzar l'activitat hem afegit com a conclusió, un seguit de preguntes, incloses en l'activitat, que han de permetre fer-ne un seguiment de la tasca feta. Seguiment que tindrà dos nivells: estudiants i professors. De cara als estudiants, els ha de servir de reflexió de la feina feta, d'autoavaluació, i de valoració de l'activitat com a tal. Pels professors els serà útil per avaluar l'activitat feta pels estudiants, valorar l'activitat com a tal i utilitzar les reflexions dels estudiants per tal de millorar la tasca educativa.

Una altra estudiant del GD ha contestat aquesta part final de l'activitat de la següent manera

allò que creieu que heu descobert.	allò que heu après.	allò que us ha sorprès.	allò que no us ha agradat.	allò que canviaries del que has fet	allò que introduiries o canviaries per millorar el problema.	altres coses que creguis convenient dir.	Nom
que les solucions sempre tenen truc	que sempre es el doble el resultat de le files i que les files són sèries numèriques.	que es puguin fer tantes coses amb un triangle	sem feia molt llarg	les respostes de l'activitat que he tret un 25% perquè la segona part no me la he pensat prou i podria haver-ho fet millor.	res	res	Mireia A.

Taula 82 : Respostes conclusió activitat, rutes en un triangle

En la primera columna ens explica el que ha descobert, una idea genèrica: “les solucions sempre tenen truc” , sembla que reflexa la idea que per resoldre una activitat cal utilitzar algun aspecte no metodològic. En la segona columna ha après que la suma d'una fila és el doble de l'anterior i que apareixen sèries numèriques en el triangle. Després observa la quantitat de coses (matemàtiques)

que poden haver-hi dins un triangle. Reconeix que hi ha determinades activitats que no ha pensat prou i cas que tornés a fer l'activitat milloraria. No canvia ni afegeix res a l'activitat.

Revisant les respostes de tots els estudiants podem veure que en general allò que han descobert coincideix amb allò que creuen que han après. Hi ha poques respostes al fet del que canviarien de la seva tasca, desplacen el focus d'atenció a l'activitat i a les preguntes.

Poques intervencions hi ha que intentin aportar ampliacions de les activitats realitzades. Destacar el que diu Oriol, “mes gran el triangle per treballar-lo més perquè no l'hem estudiat mai” , planteja una ampliació de l'activitat que s'ha realitzat. “Res” és una resposta força utilitzada per molts dels estudiants.

b) L'estany de les truites

Aquesta activitat consta de

- a) Preguntes inicials
- b) Preguntes al voltant del estudi que han de realitzar
- c) Reflexió sobre la manera d'aconseguir els objectius

Podeu accedir a l'activitat completa, tal com la realitzen els estudiants a la següent adreça electrònica:

http://walipi.webatu.com/nous_projectes/lestany_truites/index.html

Mostrem alguns dels resultats obtinguts en el treball d'aquesta activitat atès que presenta l'ús de nous recursos que no s'utilitzaven en la primera activitat. Així en la primera activitat els estudiants treballaven fonamentalment en un espai web creat amb el programari *EXE Learning* i amb el recurs dels formularis de *google docs*. El punt de partida d'aquesta activitat continua essent un espai web dissenyat amb el programari *EXE Learning* amb l'ajut de formularis, però s'ha afegit el full de càlcul,

un applet generat en java i un tractament de textos. Per qüestió de comoditat hem escollit les eines de tractament de textos i de full de càlcul del *google docs*.

a) Preguntes inicials

En aquest cas les activitats inicials consten de 3 aspectes: la informació que necessitaran els estudiants per realitzar l'activitat, que desenvolupin una hipòtesi del que pot passar i que realitzin càlculs d'aplicació immediata al voltant del que se'ls demana, exercicis d'aplicació directa d'un algorisme.

La primera activitat requereix la lectura amb detall de les dades inicials del problema. Han de llegir i entendre el que diu. Les altre dues requereix un altre tipus de participació. En la creació d'una hipòtesi els estudiants han de elaborar nova informació a partir de l'anterior i argumentar-la. Aquesta l'hem dissenyat per tal de recollir les opinions dels estudiants en una arxiu informàtic. En la darrera han d'aplicar una fórmula i acompanyar el resultat d'una reflexió.

Fonamentalment responen una de les quatre possibles respostes que es proposen :

- a) Població augmenta i disminueix alternativament
- b) Població creixerà indefinidament
- c) Població disminuirà fins a desaparèixer
- d) Població creixerà fins arribar a un límit

Això era d'esperar, però ens fixem en els dos tipus d'argumentacions que presenten, aquells que utilitzen els càlculs matemàtics per argumentar la seva resposta, i aquells que argumenten a partir d'altres dades menys objectives. Aquesta darrera predomina per sobre de la primera.

És interessant assenyalar que en la tercera activitat prèvia, quan se'ls demana de fer una previsió després d'haver realitzat uns càlculs previs, els arguments

predominants són aquells que utilitzen dades matemàtiques.

Tots els estudiants argumenten les seves opinions i ho fan a partir del suport que els donen les diferents eines digitals que han utilitzat: full de càlcul, o l'aplet java. Els estudiants no digitals inverteixen més temps en la realització de les taules i dels gràfics atès que ho fan a mà.

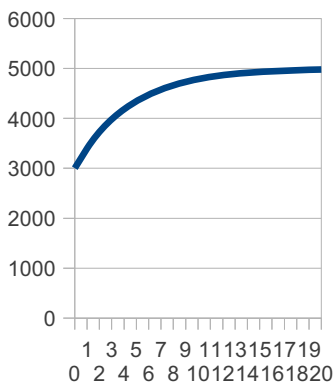
b) Preguntes al voltant del estudi que han de realitzar

La major part de respostes s'obtenen a partir de treball que fan al voltant del full de càlcul. Veiem a continuació un exemple de l'ús que en fan els estudiants del full de càlcul

Població inicial	3000	n	A(n)
Factor de creixement	0,8	0	3000
Quantitat restituida	1000	1	3400
		2	3720
		3	3976

Fixeu-vos en la fórmula de les cel·les de la columna D

Allargueu la taula fins a la fila 50



4	4180,8
5	4344,64
6	4475,712
7	4580,5696
8	4664,45568
9	4731,564544
10	4785,2516352
11	4828,20130816
12	4862,56104653
13	4890,04883722
14	4912,03906978
15	4929,63125582
16	4943,70500466
17	4954,96400373
18	4963,97120298
19	4971,17696238
20	4976,94156991

Taula 83 : Investigació lligada a les truites a l'estany

Capítol 7. Resultats de la 2n fase de la recerca

Després de realitzar els primers càlculs, utilitzen el full de càlcul per completar la taula de dades i el gràfic. Així poden veure la tendència de les dades. Però poden anar més enllà, poden ajustar les dades de la població inicial, del factor de creixement i de la quantitat restituïda per tal de dedicar-se a estudiar les variacions que esdevenen quan hi ha canvis en aquestes condicions inicials. Aquest tipus de treball és molt més difícil de fer amb mitjans no digitals. Mentre els estudiants del GD inverteixen molt més temps en trobar les relacions i els canvis que s'estableixen, els estudiants del GnD inverteixen aquest temps en mecanismes de càlcul, i en cap cas arriben a la quantitat de dades que poden obtenir els estudiants del GD.

El càlcul en les activitats que treballem deixen de ser un problema atès que els mitjans digitals ens ajuden a realitzar-los.

c) Reflexió sobre les conclusions finals

Mostrarem el treball d'una estudiant al voltant del informe final de l'activitat i de les conclusions que mostra, atès que creiem que pot ser representatiu de la major part de treballs presentats.

Informe de les truites de l'estany

En un estany d'un Parc Natural tenim una població de 3.000 truites, però cada any el 20% mor i han d'afegir-hi 1.000 truites més per reposar-les. A partir d'aquí ens demanen d'elaborar una sèrie de càlculs per veure com evolucionaria la població amb unes altres dades.

Començarem modificant la població inicial de truites:

- Si la població inicial es duplica, és a dir, si hi haguessin 6.000 truites, quan passessin aproximadament 12 anys la població disminuiria fins arribar als 5000, on finalment s'aturaria.
- Si la població es triplica passaria més o menys el mateix, en arribar als 14 anys s'estanca i deixa de disminuir, quedant-se en 5.000.
- Si la població es redueix a la meitat, és a dir 1.500 truites, creixeria fins als 18 anys i després s'estancaria en arribar a les 5.000 truites.

Ara modificarem la quantitat de reposició de truites al final de l'any:

- Si en comptes de reposar 1.000 truites al final de l'any en reposéssim 2.000, el nombre de truites augmentaria fins als 40 anys on s'estancaria en 10.000 truites, és a dir, que per cada 1.000 truites que afegim, el nombre de truites augmenta 5.000 truites més.
- Si es triplica la població de reposició, creixeria fins als 43 anys i després s'aturaria a les 15.000 truites.
- Si la quantitat de reposició es redueix a la meitat, la població disminuiria en 27 anys, i després s'aturaria a les 2.500 truites.

Finalment modificarem la taxa de factor de creixement:

- Si la taxa de disminució anual es duplica, és a dir si fos 1,6, fins als 40 anys no hi hauria gairebé creixement, però a partir d'aquest punt creixeria molt ràpidament i de manera descomunal.
- Si la taxa de factor de creixement es redueix a la meitat, és a dir, a 0,4, la població disminuiria durant 10 anys fins arribar als 1.666, on s'aturaria.
- Si la taxa de factor de creixement es triplica, és a dir si fos 2,4, quan passessin 43 anys la població començaria a créixer molt ràpidament i de forma descomunal, fins a la xifra de 65 trilions de truites.

Conclusions

L'activitat proposada ha sigut més interessant que altres que hem fet al llarg del trimestre, tot i que aquesta ha suposat que haguéssim de pensar més en certa manera. També ens ha agradat treballar amb gràfiques.

Hem après que seguint uns patrons determinats es pot arribar a estimar el que creixerà aproximadament una població al llarg dels anys, encara que no s'hagi calculat amb tots els factors.

Gràfic 58: Informe de l'activitat truites a l'estany

Fixem-nos que el que fa és contestar les preguntes que han sortit en l'enunciat de les activitats. Això és general. Allò que inicialment apareix formulat com a exemple del que poden buscar, ho agafen al peu de la lletra. Caldria formular les preguntes de manera més oberta. Altres estudiants han inclòs també els gràfics que han obtingut a partir del treball amb el full de càlcul. Ara bé, utilitzen les eines de que disposen tenen per a explicar el que passaria de manera molt completa. Cosa difícil de trobar en un estudiant del GnD en el temps que tenen previst per fer-ho.

Una opinió generalitzada en tots els estudiants, a banda del treball digital o no, és que aquests activitats, problemes situats en un context, són interessants. Malgrat el fet que hagin de pensar. El plus d'interès augmenta si a més, poden utilitzar eines, com fulls de càlcul, que faciliten el treball que han de realitzar. És important que els estudiants puguin programar els càlculs que l'ordinador ha de fer. Així garantim la comprensió del algorisme que s'ha de realitzar.

c) El jardí de pomers i coníferes

Aquesta activitat consta de

- a) Preguntes inicials
- b) Preguntes al voltant del estudi que han de realitzar
- c) Reflexió sobre la manera d'aconseguir els objectius

Podeu accedir a l'activitat completa, tal com la realitzen els estudiants a la següent adreça electrònica: <https://docs.google.com/open?id=1b8wlfD0FR9vnRtz2Meuyz646VCipXIMG8UAIKheDvo7m3JfyM040p9uY8frl>

Aquesta activitat està fonamentada en una activitat alliberada del PISA 2003. La mecànica de treball es diferent de les anteriors. Els estudiants disposen d'un document de treball en el web, i a partir d'aquest els estudiants han de desenvolupar l'activitat exclusivament a l'ordinador. Per tal de fer-ho necessiten



utilitzar les eines de *google docs*, tractament de textos i full de càlcul, i a més, hauran d'utilitzar altres eines, el *Geogebra*, per fer dibuixos i el *graphmatica* per tal de, en l'ampliació de l'activitat, dibuixar funcions a partir de les seves fórmules.

A més, en la situació inicial, atès que l'activitat gira al voltant dels jardins, es demana als estudiants que localitzin mitjançant *google maps*, les fotografies de diversos jardins dels quals coneixem els seus noms.

a) Preguntes inicials

De recerca de jardins i de situar en el mapa del món

En aquesta activitat els estudiants fan recerca d'imatges per internet i les situen en un mapa que obren expressament per situar-hi aquests indrets. Són indrets distribuïts de manera irregular al voltant del món.

b) Preguntes al voltant del estudi que han de realitzar

En general utilitzen els dibuixos fets per preveure noves situacions, a partir d'aquestes dades són capaços de deduir les fórmules que les justifiquin i les introdueixen en un full de càlcul per tal de fer gràfics i contestar les preguntes que se'ls hi han fet. Aquestes preguntes van des de trobar el punt d'intersecció de dues corbes, fins a determinar quina creix de manera més ràpida. En aquesta activitat, com partim d'una situació concreta i no s'ha d'experimentar cap situació, el nivell de treball dels estudiants del GD i del GnD és molt semblant així com les produccions que han realitzat.

c) Reflexió sobre la manera d'aconseguir els objectius

Les reflexions finals de l'activitat segueixen les línies del que ja hem assenyalat en els apartats anteriors.

d) fòrum

Primer de tot, no hem utilitzat aquesta eina exhaustivament. Vam arribar a plantejar dues activitats, de les que mostrarem la primera (annex 6) . Aspectes que podem destacar del que vam veure:

- No tots els estudiants participen en l'activitat. Alguns no tenien connexió a internet a casa seva en aquell moment. La biblioteca del poble n'oferia, però no hi anaven.
- Fonamentalment contesten la pregunta sense argumentar allò que estan dient. O donen la raó a una resposta anterior que els sembla correcta.
- Apareixen algunes interaccions entre ells, normalment per reafirmar que creuen que una resposta és la correcta. Algú fa una pregunta però ningú la contesta.
- Finalment hi ha una interpel·lació directa al professor per tal que aquest aclareixi algunes qüestions del problema

7.3.1.3 Prova final. Millores, justificació i exemples.

Per tal d'avaluar la tasca realitzada pels estudiants objectes d'estudi, els que han treballat de manera telemàtica i els que no ho han fet, hem realitzat modificacions en la prova final realitzada en la primera fase de l'estudi. Aquests canvis venen marcats per dos motius:

a) Aconseguir que la prova avaluï el màxim possible de subcompetències i en tots els seus nivells.

b) Adaptar la durada de la prova al temps del qual disposaran realment els estudiants en una sessió d'aula, tenint present la diversitat d'estudiants que aquesta té. Menys d'una hora per tal de ser realitzada.



Capítol 7. Resultats de la 2n fase de la recerca

Podeu veure la primera versió de la prova a la pàgina 15 del capítol 3. Amb les adaptacions realitzades la prova final es mostra en la pàgina següent.

Per tal de realitzar aquestes modificacions hem realitzat un estudi competencial a partir de l'eina que hem dissenyat. A partir d'aquesta avaluació del primer projecte de prova, hem anat completant el treball competencial que desenvolupa l'activitat fins aconseguir el resultat que mostrem a la pàgina següent:

PROVA FINAL D'AVUACIÓ DE COMPETÈNCIES

A la classe hem fet una competició del joc anomenat caixes i rodones. Al començament només hi volien jugar tres persones, la Clara, l'Antoni i el Pau. Van jugar tots entre tots: Clara vs Antoni, Antoni vs Pau i Pau vs Clara. Un total de 3 partides.

- 1) Més endavant si va afegir en Manel, i en Pau va proposar una manera diferent d'organitzar el campionat, jugant tots 4, també amb tres partides. Com va fer-ho?
- 2) Després, els 4, van tornar a jugar tots contra tots. Quantes partides van jugar en total? Explica com has obtingut la resposta.
- 3) Després s'hi va afegir l'Anna i en Carles. Quantes partides va haver-hi ara amb els 6 jugadors tots contra tots?
- 4) Expressa els resultats que has trobat, número de jugadors-número de partides, en una taula. Segueixen alguna pauta? Cas que la segueixin explica-la.
- 5) Proveu de dues maneres diferents que si participen 7 jugadors en el campionat hi haurà un total de 21 partides.
- 6) El número de jugadors és x i el número de partides és P . Quina de les següents fórmules explica els resultats? Justifica la teva resposta

$$\text{a) } P = x^2 \quad \text{b) } P = x(x+1) \quad \text{c) } P = \frac{x(x-1)}{2} \quad \text{d) } P = 2x$$

7) Quantes partides es jugaran si hi participen els 21 estudiants de la classe? Justifica la teva resposta.

8) És possible dissenyar una competició, jugant tothom contra tothom, on es juguin exactament 150 partides? Justifica la teva resposta.

L'activitat : Prova final		Tipus de resposta	Segons la solució	Estratègies de resolució
1.- Està plantejada a partir de preguntes amb l'objectiu de buscar-ne la resposta?		És respon de manera única? Dona ajudes directes?	Hi ha més d'una solució? Orienta més que dirigeix?	Implica noves estratègies de resolució? Obre vies d'investigació?
		x		x
2.- Porta a aplicar coneixements ja adquirits i a fer nous aprenentatges?		Reprodueix coneixements?	Relaciona aspectes matemàtics diversos en contextos nous??	Permet utilitzar diverses estratègies en contextos nous?
		x		x
3.- Ajuda a relacionar coneixements diversos dins la matemàtica o amb altres matèries?		És relacionen coneixements en contextos coneguts	És relacionen coneixements en contextos nous però senzills	Inclou una reflexió sobre els coneixements
		x	x	x
4.- Implica raonar sobre el que s'ha fet i justificar els resultats?		Es segueix i justifica un procés estàndard?	El procés d'argumentació implica diverses etapes?	Demana obtenir una prova?
		x	x	x
5.- Permet treballar amb diversos tipus d'objectes matemàtics?		Treballa amb situacions i objectes estàndard?	Utilitza diferents representacions?	Permet objectes o representacions no estàndards
		x	x	x
6.- Permet treballar amb llenguatge natural i llenguatge simbòlic?		Planteja fórmules en contextos molt familiars	Planteja fórmules en contextos menys coneguts	Planteja fórmules en contextos nous
			x	x
7.- Implica la necessitat de comunicar els resultats?		Demana el que s'ha fet sense justificar.	Demana explicar propietats i justificar processos	Demana explicar relacions més complexes.
		x	x	x
8.- Implica l'ús d'instruments diversos?	Sí	Estableix quina eina s'ha d'utilitzar?	Demana l'ús d'eines en contextos diferents dels treballats?	No demana l'ús de l'eina però es pot treballar amb alguna d'elles
	x			
	No			x
		x		

Taula 84 : Valoració de competències nova prova final

Anem a justificar-ho veient els elements d'anàlisi que ens proposa l'activitat.

L'activitat proposa seguir un procés de matematització, primer caldrà comprendre la situació, traduir-la a llenguatge matemàtic amb taules i fórmules, i després utilitzar aquestes taules i fórmules per tal de respondre a les preguntes que ens formulem sobre la situació problemàtica. Aquesta darrera fase implicarà tancar el procés de matematització que porta incorporada l'activitat. L'anàlisi de competències el farem a dos nivells:

- a) Globalment, i
- b) Individualment.

Valoració Global

És una activitat que relaciona entre ells diversos elements de dos blocs de continguts matemàtics diferents: numeració i càlcul i relació i canvi, i situats en un context extern a les matemàtiques. Estem treballant la **subcompetència 3** (Construcció de models) en tots els seus nivells. En funció

És una activitat que permet que els diferents elements que hi intervenen puguin ser representats de diverses maneres, des dels noms dels participants, l'estructura de la competició i la presentació de resultats. Hi ha un treball general a partir de la **subcompetència 5 (Representació)**.

Implica en diverses activitats la necessitat de comunicar els resultats de la tasca realitzada en els seus tres nivells. **Subcompetència 7**, en tots els seus nivells atès que es demana diversos tipus d'explicacions i justificacions.

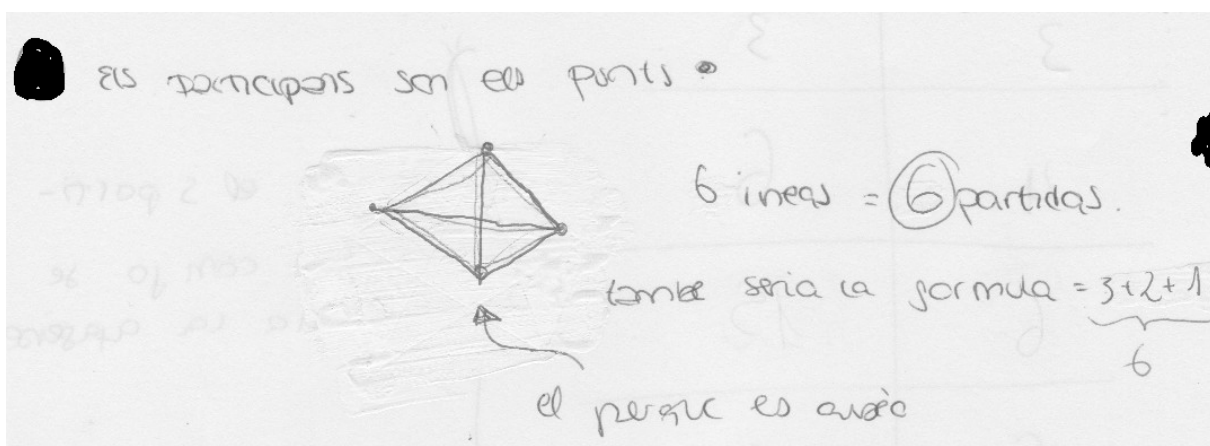
Valoració individual de cadascuna de les 8 qüestions plantejades

Pregunta 1

Recordem que es planteja una situació nova diferent de la plantejada en l'enunciat del problema. Les dues tenen relació però aquesta pregunta implica una estratègia diferent d'actuació de la plantejada inicialment en el problema. A més, poden haver-hi diferents maneres de respondre-la. Es treballa la **subcompetència 1**, en el nivell de reflexió.

Pregunta 2

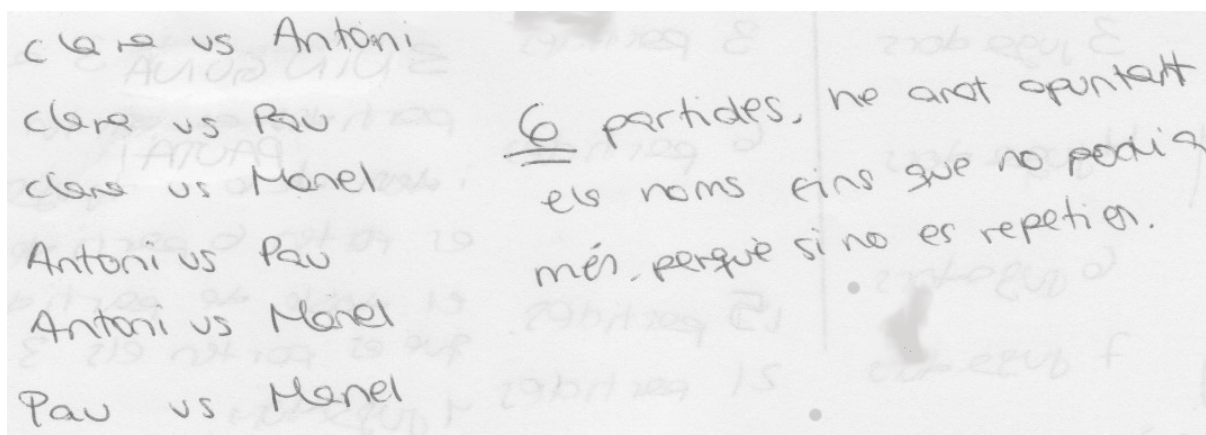
Aquesta pregunta **reproduceix** coneixements, atès que es respon de manera única. I demana **explicar** coneixements. Implica la utilització de les **subcompetències 1, 2 i 7** en el nivell de reproducció. Això no és impediment per que algunes respostes puguin assolir nivells més profunds de les subcompetències i també, d'altres subcompetències. Un exemple d'això que diem el podem veure en la següent resposta:



Gràfic 59: Representació del problema del campionat amb línies i formes geomètriques

L'estudiant representa els participants com a punts i estableix les partides com las

línies que uneixen aquests punts. Esta resolent l'activitat amb un nivell alt de la subcompetència i utilitzant diferents representacions. Podem comparar-ho amb aquesta resposta que reproduïx la informació del problema,



Gràfic 60: Resposta més clàssica al problema del campionat

Pregunta 3

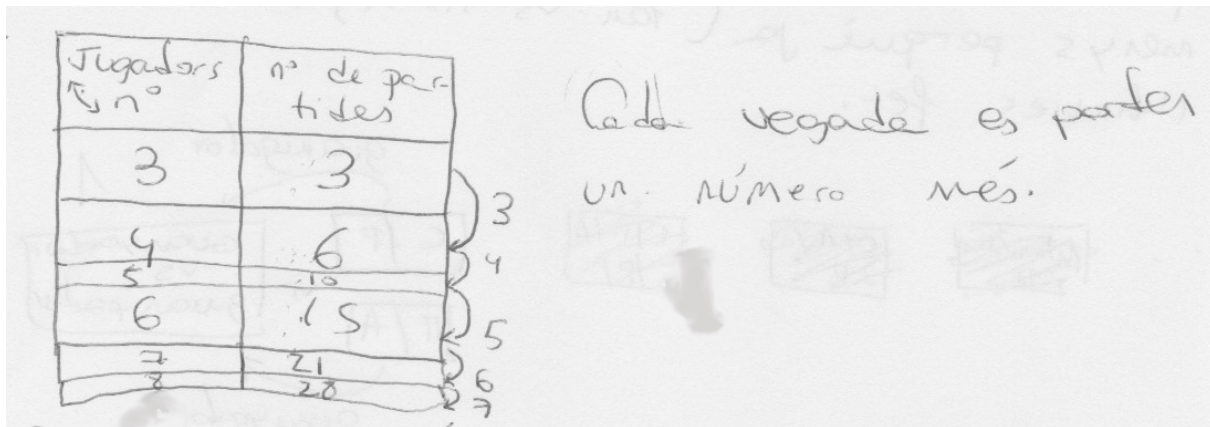
Aquesta pregunta és una continuació de la segona i pretén preparar per les següents activitats.

Pregunta 4

En aquesta pregunta es demana als estudiants que construeixin una **taula** amb les dades obtingudes en les activitats anteriors, on es pugui relacionar el número de jugadors amb el número de partides del campionat. Un cop construïda, caldrà veure si les dades segueixen algun patró, caldrà **reconèixer-lo** i **explicar-lo**. Aquí es poden construir diversos tipus de taula. La que ens porta al nivell de reflexió és la que ens permet trobar la pauta que segueixen els resultats en funció dels jugadors. Altres taules no arriben a aquest nivell. En aquesta activitat es treballa la **subcompetència 8**, estableix que s'ha d'utilitzar una taula, i es podria realitzar un gràfic per completar la recerca del patró. El nivell serà de reproducció i/o de reflexió. La **subcompetència 3** també apareix en el grau de reflexió en el moment

de reconeixement de la pauta que segueixen els resultats.

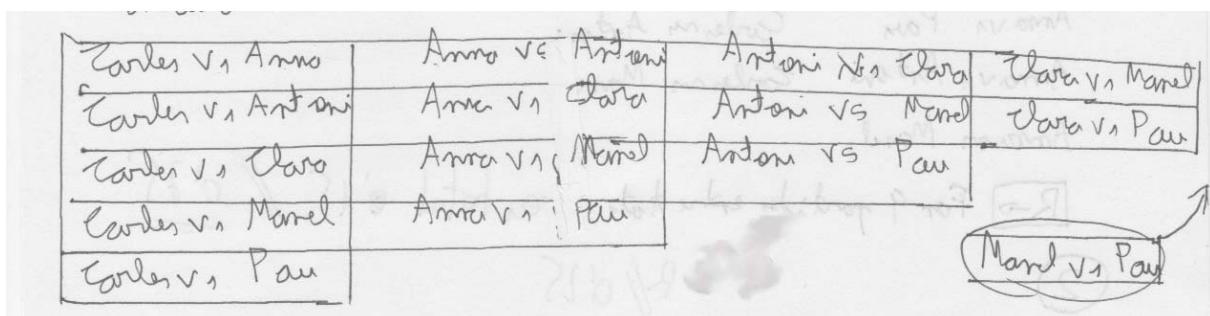
Un exemple del que diem el podem veure en aquesta resposta



Gràfic 61: Taula que representa les dades del problema i la pauta que segueixen

L'estudiant construeix una taula on representa el n° de jugadors i el n° de partides, treballa amb les dades de les preguntes formulades anteriorment i, afegeix dades, atès que les pot necessitar. Utilitza la taula per a representar la pauta que segueixen els números de la taula.

Altres estudiants han seguit altres vies, interessants, però potser no tan clares i evidents con l'anterior, per exemple,

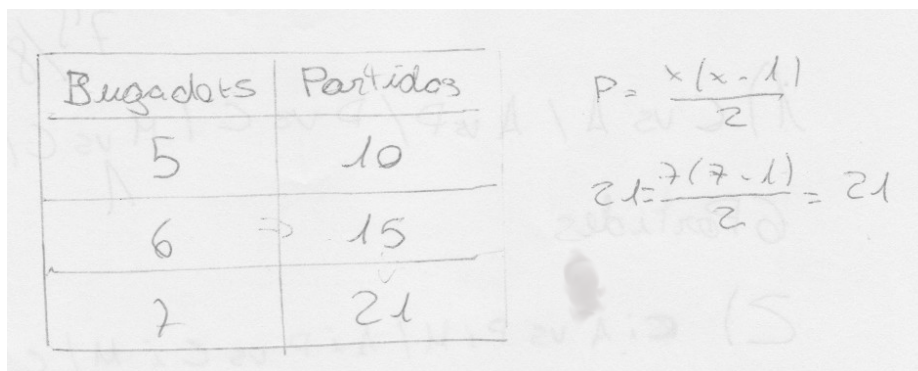


Gràfic 62: Altra tipus de taula per representar la situació

En aquesta taula l'estudiant ha representat les partides que juga cadascun dels participants en el campionat. No apareixen números, però s'intueix perfectament la pauta que segueixen les partides que es jugaran.

Pregunta 5

Demana dues proves d'una situació donada. **Subcompetència 4** en els seus tres graus. Si l'estudiant utilitza el mètode de l'activitat 1, estarà utilitzant el grau de reproducció. Si utilitza la taula el grau de connexió i si fa servir la fórmula el grau de reflexió.



Bugadots	Partidos
5	10
6	15
7	21

$$P = \frac{x(x-1)}{2}$$

$$21 = \frac{7(7-1)}{2} = 21$$

Gràfic 63: Ús de la taula i la fórmula per provar una afirmació

Veiem-ne un exemple de resposta que utilitza la taula i la fórmula, tot i que aquesta fórmula no se'ls demana fins a la següent pregunta.

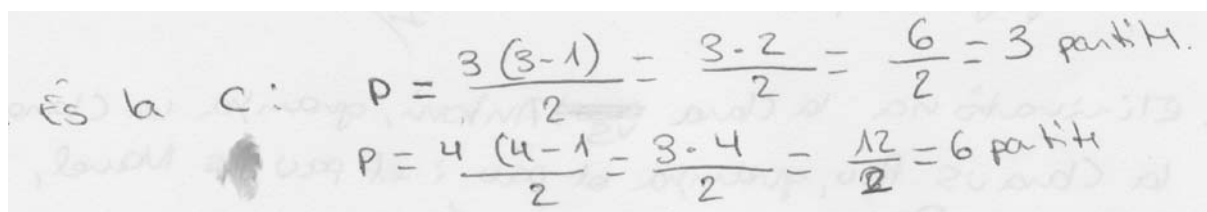
Pregunta 6

Al treballar amb fórmules matemàtiques es veu implicada la **subcompetència 6**. Planteja fórmules en contextos poc coneguts i nous pel que fa als estudiants. És treballa al nivell de connexions i reflexió.

Es poden fer dues proves per tal de comprovar quina és la resposta correcta. Cal relacionar la taula de dades, o simplement les dades que tenim, amb la fórmula correcta.

Pregunta 7

Cal utilitzar el treball fet fins ara per intentar fer una previsió d'una situació nova. Entrem en la fase final del procés de matematització. Implica l'aparició de les **subcompetències 7, 3, 2 i 1** en el nivell de reflexió. En aquesta pregunta i la següent els estudiants poden arribar al nivell més alt de la subcompetència en el moment que utilitzin la fórmula de l'activitat 6 per respondre la pregunta de l'activitat. Entenem que aquest serà el procés més alt de la matematització.



Es la c: $P = \frac{3(3-1)}{2} = \frac{3-2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ partit.}$
 $P = \frac{4(4-1)}{2} = \frac{3-4}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ partit.}$

Gràfic 64: Ús de la fórmula per retornar un procés de matematització a la situació real.

Pregunta 8

En aquesta pregunta els estudiants hauran d'utilitzar les fórmules, les taules o altres eines que hagin utilitzat per tal d'esbrinar la resposta a l'activitat. **Subcompetència 2** en el grau de reflexió. **Subcompetència 3** en el mateix grau. **Competència 7**, en el grau de connexió i/o reflexió. **Subcompetència 8**, en el grau de reflexió.

A continuació veiem com una taula els permet contestar les dues preguntes anteriors simultàniament, error de càlcul inclòs, però que no afecta al procés de resolució.

jugadors	
7 jugadors	21
8 jugadors	$21 + 7 = 28$
9	$28 + 8 = 36$
10	$36 + 9 = 46$
11	$46 + 10 = 57$
12	$57 + 11 = 69$
13	$69 + 12 = 82$
14	$82 + 13 = 96$
15	$96 + 14 = 110$
16	$110 + 15 = 125$
17	$125 + 16 = 141$
18	$141 + 17 = 158$
19	$158 + 18 = 176$
20	$176 + 19 = 195$
21	$195 + 20 = 215$

Gràfic 65: Ús d'una taula per resoldre el problema

També es pot trobar la resposta utilitzant la fórmula.

En la taula següent podem veure un resum de les subcompetències que apareixen en l'activitat proposada com avaluació del procés i del grau d'aprofundiment de cadascuna d'elles.

Podem veure que de les 24 possibles combinacions subcompetència-nivell d'aprofundiment, n'apareixen representades 20. La qual cosa ens fa pensar que es una bona activitat per tal de poder avaluar el nivell competencial dels estudiants que la realitzin.

TAULA D'ELEMENTS D'ANÀLISI DE L'ACTIVITAT FINAL

Llegenda

P Pregunta

Com: Competència

Rp: Reproducció; C: Connexió; Rf: Reflexió

P	Com 1			Com 2			Com 3			Com 4			Com 5			Com 6			Com 7			Com 8		
	Rp	C	Rf	Rp	C	Rf	Rp	C	Rf	Rp	C	Rf	Rp	C	Rf	Rp	C	Rf	Rp	C	Rf	Rp	C	Rf
1	x			x															x					
2			x																					
3																								
4							x		x													x		x
5										x	x	x												
6																	x	x						
7			x			x			x													x		
8						x			x													x		x
G							x	x	x				x	x	x				x	x	x			
T	X		X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X		X

Taula 85: Resum de valoració competencial de la prova final

Per tal de poder fer una valoració de la tasca realitzada pels estudiants, hem assignat els següents valors numèrics a les competències assignades a les preguntes. Si la competència s'assoleix el grau de reproducció se li assigna el valor 1, 2 si és a nivell de connexió i 3 si el nivell és de reflexió. Amb aquest criteri, la taula de valoracions seria:

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8											
Subcompetència	1	2	7	1	1	2	7	3	8	4	6	1	2	3	7	2	3	7	8
Valoració	1	1	1	3	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Taula 86: Relació de les competències amb les preguntes de la prova final

La subcompetència 5 es valora de manera global en tota l'activitat sobre 1,2 o 3.

A partir d'aquesta taula valorarem les 8 subcompetències. Els valors que es poden obtenir i la seva interpretació els podem veure indicats en la taula:

Subcompetència	Valoració total	Reproducció	Connexió	Reflexió
1	8	3(37,5%)	6(75%)	8(100%)
2	8	3(37,5%)	6(75%)	8(100%)
3	9	3(33%)	3(66%)	3(100%)
4	3	1(33%)	2(66%)	3(100%)
5	3	1(33%)	2(66%)	3(100%)
6	3	1(33%)	2(66%)	3(100%)
7	7	3(33%)	5(71%)	7(100%)
8	6	2(33%)	2(66%)	2(100%)

Taula 87: Gradació del treball competència de la prova final

7.3.1.4 Resultats de la prova final

Amb aquestes condicions la distribució dels resultats obtinguts per tots els estudiants que han participat en l'estudi, digital o no, han estat els següents:

Assoliment competència	Subcompetències							
	% subcomp 1	% subcomp 2	% subcomp 3	% subcomp 4	% subcomp 5	% subcomp 6	% subcomp 7	% subcomp 8
Menys 10%	1,7	1,7	24,1	34,5	1,7	63,8	8,6	22,4
Entre 10 i 20%	6,9	10,3	15,5				36,2	13,8
Entre 20 i 30%	22,4	34,5	6,9				10,3	0,0
Entre 30 i 40%	13,8	8,6	19,0	19,0	46,6	8,6	0,0	12,1
Entre 40 i 50%	0,0	0,0	3,4				12,1	0,0
Entre 50 i 60%	6,9	10,3	8,6				13,8	31,0
Entre 60 i 70%	13,8	13,8	8,6	22,4	44,8	1,7	0,0	3,4
Entre 70 i 80%	15,5	10,3	8,6				8,6	0,0
Entre 80 i 90%	6,9	1,7	3,4				1,7	13,8
Entre 90 i 100%	12,1	8,6	1,7	24,1	6,9	25,9	8,6	3,4

Taula 88: Resultats competencials obtinguts pels grups digitals i no digitals en la prova final

Si ens fixem en la subcompetència 1, en podem fer el següent anàlisi. Els estudiants situats per sota del 30% ($1,7\% + 6,9\% + 22,4\% = 31\%$) no haurien arribat a assolir completament el nivell de reproducció. Podem valorar el fet que el 22,4% estarien molt aprop d'assolir-lo. El 13,8% estarien situats just en aquest nivell i la resta, aproximadament el 56%, estan situats entre els nivells de connexió i de reflexió de la competència.

Pel que fa a la subcompetència 2, mostra una distribució semblant a la competència 1. La subcompetència 3 mostra un percentatge important d'estudiants que no arriben al nivell de reproducció. Aspecte que s'haurà de treballar millor en les activitats d'aula.

Les subcompetències 4, 5 i 6 hem de valorar-les de manera diferent atès que només presenten 4 possibles valors: 0, 1, 2 i 3. Les competències 4 i 6 mostren que molts estudiants, amb les dades que tenim, no assoleixen el nivell de reproducció.

En la subcompetència 4, veiem que tot i que el 34,5% no assoleixen el nivell de reproducció, hi ha un percentatge important d'estudiants situats en el nivell de connexió o reflexió. Aspecte força interessant. Els números serien comparables als de les tres primeres subcompetències.

La subcompetència 5 mostra el 90% dels estudiants situats o bé en el nivell de reproducció o el de connexió.

Pel que a la número 6, el 63,8%, no assoleix el nivell de reproducció. Aquesta subcompetència es refereix a l'ús de fórmules, segurament un dels nivells més abstractes de la prova.

La subcompetència 7 mostra un 50% del estudiants per sota del nivell de reproducció i la resta per sobre.

I per acabar la número 8, amb un percentatge d'estudiants alt que no assoleixen, igual que la subcompetència 7, el nivell de reproducció.

En general podem dir que hi ha un percentatge important d'estudiants, sempre proper al 50%, situats en el nivell de connexió o reflexió. Cal revisar i potenciar el treball en les subcompetències 4, 6 7 i 8 atès que mostren un percentatge

important d'estudiants que no arriben al nivell de reproducció.

Podem afinar una mica més els resultats anteriors agrupant en menys classes les dades que tenim

Podem agrupar les dades en 5 nivells. Per una banda tenim aquells estudiants que en la prova final assoleixen menys del 20% de la competència, que podem qualificar de nivell baix. Aquells estudiants que estarien en un nivell mitjà-baix, amb valors en la prova entre el 20% i el 40% d'assoliment de la competència. Després tenim el nivell mitjà amb un assoliment de la competència entre el 40 i el 60% de la competència. En aquest cas els estudiants estarien per sobre el nivell de reproducció (PISA) de la competència. Nivell mitjà-alt, assoliment entre el 60 i el 80% de la competència. I per acabar el nivell alt de la competència per sobre del 80% d'assoliment.

Amb aquests criteris podem presentar els resultats de la següent manera:

Nivell	Assoliment competència	% comp 1	% comp 2	% comp 3	% comp 4	% comp 5	% comp 6	% comp 7	% comp 8
NIVELL BAIX	<20%	8,6	12,1	39,7	34,5	1,7	63,8	44,8	36,2
NIVELL MITJÀ_BAIX	20<x<40	36,2	43,1	25,9	19,0	46,6	8,6	10,3	12,1
NIVELL MITJÀ	40<x<60	6,9	10,3	12,1				25,9	31,0
NIVELL MITJÀ_ALT	60<x<80	29,3	24,1	17,2	22,4	44,8	1,7	8,6	3,4
NIVELL ALT	80<x<100	19,0	10,3	5,2	24,1	6,9	25,9	10,3	17,2

Taula 89: Assoliment de subcompetències per nivells

Mirem els resultats per nivells:

Nivell Baix	Destaca la subcompetència 6 amb un 63% d'estudiants que es situen en aquest nivell. Seguida per la subcompetència 7 amb un 45% d'estudiants. En les subcompetències 3, 4 i 8 al voltant del 35% d'estudiants es troben situats en aquest nivell. Els resultats de les subcompetències 1, 2 i 5 és troben com a molt al voltant del 10%.
-------------	---

Nivell Mitjà-Baix	Les subcompetències 6,7 i 8 presenten el menor percentatge d'estudiants en aquest nivell, per la 6 és lògic atès que el percentatge d'estudiants en el nivell baix és molt alt. La resta de subcompetències mostra percentatges d'estudiants en aquest nivell per sobre del 20%. Destaquen les subcompetències 1, 2 i 5 amb valors per sobre del 40%.
Nivell Mitjà	Les subcompetències 4,5 i 6 no apareixen reflexades en aquest nivell. Els percentatges de les subcompetències 1,2, i 3 en aquest nivell es troba al voltant del 10%. Les subcompetències 7 i 8 presenten percentatges per sobre del 25% d'estudiants.
Nivell Mitjà-Alt	Les subcompetències 6,7 i 8 presenten els % més baixos dels estudiants en aquest nivell. Les altres subcompetències presenten valors per sobre del 20%, excepte la subcompetència 3 (17,2%). La subcompetència 5 presenta el % més alt, el 44%.
Nivell Alt	Exceptuant les subcompetències 3 i 5, totes tenen més del 10% d'estudiants situats en aquest nivell. Destaquen la 4 i la 6 al voltant del 25%.

Taula 90: Resum de resultats: Assoliment de subcompetències

7.3.1.5 Resultats prova final comparats GD i GnD

En aquest apartat mostrarem per cadascuna de les subcompetències la taula dels resultats obtinguts en la prova final per cadascun dels grups de treball, digital i no digital. Presentarem els resultats tres maneres, una taula i gràfic amb valors obtinguts en classes del 10% i després una taula amb els valors agrupats en nivells tal com ja hem indicat. I finalitzem l'apartat amb la comparació entre ambdós grups.

Subcompetència 1

Taula de resultats: Grup no digital- Grup digital

	Grup no digital	Grup digital
Menys 10%	2,6	0
Entre 10 i 20%	6,9	5
Entre 20 i 30%	22,4	25
Entre 30 i 40%	13,8	15
Entre 40 i 50%	0,0	0
Entre 50 i 60%	6,9	5
Entre 60 i 70%	13,8	10
Entre 70 i 80%	15,5	5
Entre 80 i 90%	6,9	15
Entre 90 i 100%	12,1	20

Taula 91: Comparació resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 1

Si fem un agrupament per nivells tan com hem mostrat en l'apartat anterior, podem fer la comparació entre GD i GnD.

Nivell	Assoliment competència	GnD	GD
BAIX	<20%	10,53	5,00
MITJÀ_BAIX	$20 < x < 40$	34,21	40,00
MITJÀ	$40 < x < 60$	7,89	5,00
MITJÀ_ALT	$60 < x < 80$	36,84	15,00
ALT	$80 < x < 100$	10,53	35,00

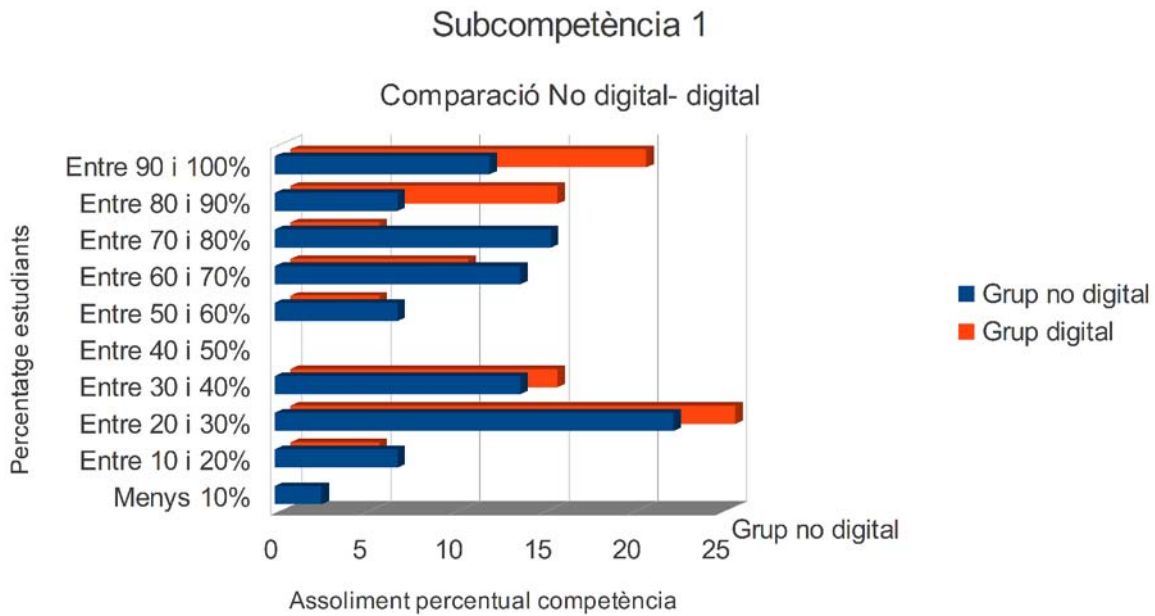
Taula 92: Comparació per nivells resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència

1

En el nivell mitjà es situa aproximadament el mateix percentatge d'estudiants. Per sota d'aquest nivell el 40 % dels estudiants del GD és situen en el nivell mitjà-baix, en front del 34,71% del GnD. En el nivell baix hi troben el 10,53% d'estudiants del GnD per només un 5% d'estudiants del GD.

Pel que fa al nivell Mitjà-alt, mentre el GnD hi situa el 36,84%, el percentatge del GD és del 15%. Aquests valors s'inverteixen en el nivell Alt de la subcompetència, on s'hi situen el 35% dels estudiants del GD en front del 10,53% del GnD.

Gràfic comparatiu ambdós grups



Gràfic 66: Subcompetència 1, Comparació GD i GnD

Ambdós grups segueixen una distribució semblant en forma, un gruix important d'estudiants en el nivell de reproducció o inferior i un segon bloc en els nivells de connexió i reflexió. Però es veu una diferència en la manera com s'han distribuït. En el grup Digital (GD) hi ha més estudiants en nivells més alts de la subcompetència.

Subcompetència 2

Taula de resultats: Grup no digital- Grup digital

Menys 10%	2,6	0,0
Entre 10 i 20%	13,2	5,0
Entre 20 i 30%	28,9	45,0
Entre 30 i 40%	10,5	5,0
Entre 40 i 50%	0,0	0,0
Entre 50 i 60%	10,5	10,0
Entre 60 i 70%	13,2	15,0
Entre 70 i 80%	10,5	10,0
Entre 80 i 90%	0,0	5,0
Entre 90 i 100%	10,5	5,0

Taula 93: Comparació resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 2

Distribució per nivells

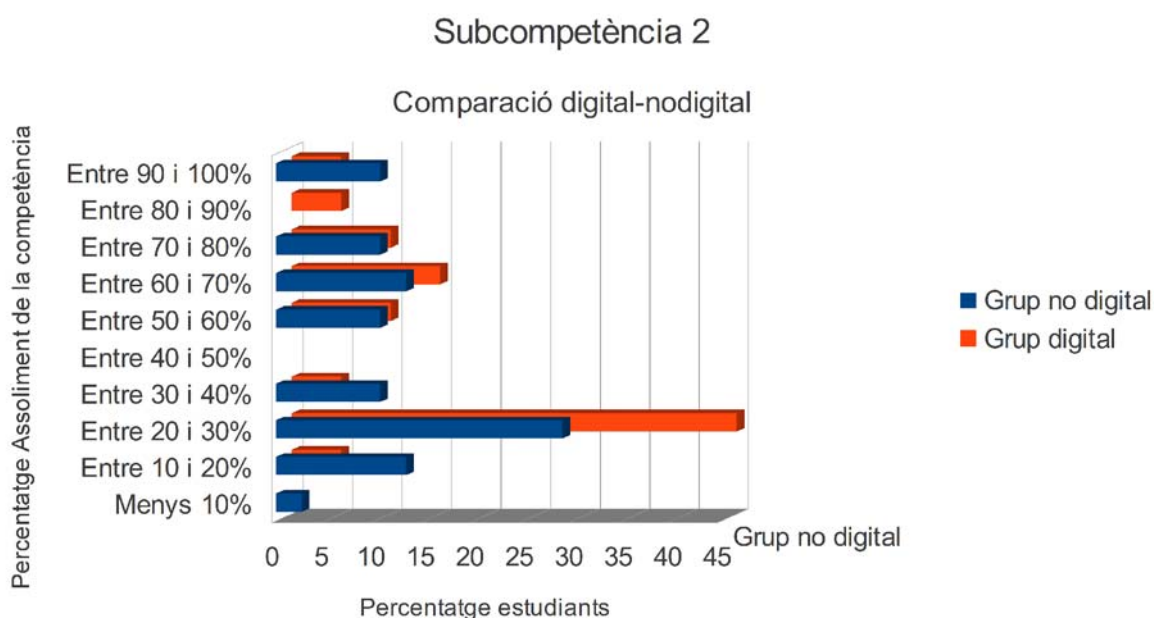
Nivell	Assoliment competència	GnD	GD
NIVELL BAIX	<20%	15,79	5,00
NIVELL MITJÀ_BAIX	20<x<40	39,47	50,00
NIVELL MITJÀ	40<x<60	10,53	10,00
NIVELL MITJÀ_ALT	60<x<80	23,68	25,00
NIVELL ALT	80<x<100	10,53	10,00

Taula 94: Comparació per nivells resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència

2

En aquesta subcompetència veiem que tots els nivells presenten resultats paral·lels exceptuant els nivells mitjà-baix i baix. El GD presenta un 50% d'estudiants en aquest nivell en front del 39,47% del GnD. En el nivell baix de la subcompetència, el GnD hi té un 15,79% en front del 5% del GD.

Gràfic comparatiu ambdós grups



Gràfic 67: Subcompetència 2, Comparació GD i GnD

Hi ha dos blocs importants clarament separats, igual que en l'anterior subcompetència. El bloc de reproducció i el de connexió-reflexió. Percentualment

són equivalents, però s'observa un cert desplaçament dels estudiants del GD cap un assoliment més alt de la competència. Aquestes dues subcompetències mostren un comportament força similar.

Subcompetència 3

Taula de resultats: Grup no digital- Grup digital

	Grup no digital	Grup digital
Menys 10%	28,9	15,0
Entre 10 i 20%	10,5	25,0
Entre 20 i 30%	10,5	0,0
Entre 30 i 40%	15,8	25,0
Entre 40 i 50%	5,3	0,0
Entre 50 i 60%	7,9	10,0
Entre 60 i 70%	10,5	5,0
Entre 70 i 80%	7,9	10,0
Entre 80 i 90%	2,6	5,0
Entre 90 i 100%	0,0	5,0

Taula 95: Comparació resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 3

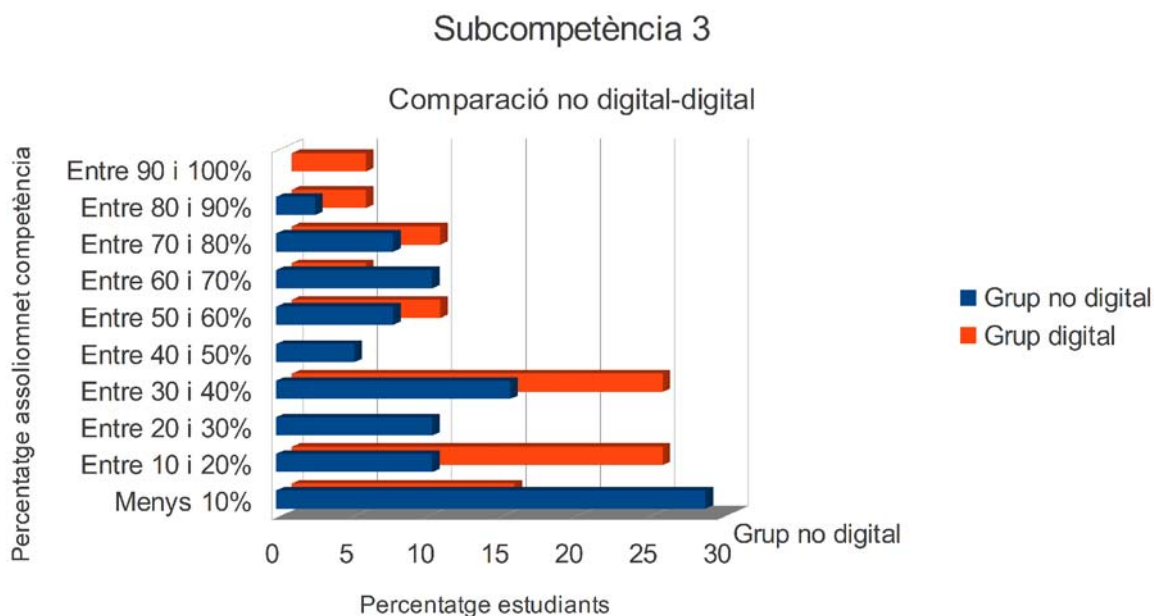
Distribució per nivells

Nivell	Assoliment competència	GnD	GD
BAIX	<20%	39,47	40,00
MITJÀ_BAIX	20<x<40	26,32	25,00
MITJÀ	40<x<60	13,16	10,00
MITJÀ_ALT	60<x<80	18,42	15,00
ALT	80<x<100	2,63	10,00

Taula 96: Taula de nivells de la subcompetència 3

Amb aquest criteri veiem que tots els nivells són equivalents excepte el nivell alt de la subcompetència que hi mostra el 10% dels estudiants del GD en front del 2,63% del GnD.

Gràfic comparatiu ambdós grups



Gràfic 68: Subcompetència 3, Comparació GD i GnD

Pel que fa al GD veiem les dades distribuïdes en dos grups, el primer situat majoritàriament en la banda alta del grup de reproducció i el segon situat en la banda alta del grup de connexió i reflexió. De la mateixa manera que en les subcompetències 1 i 2 els valors percentuals d'assoliment de les subcompetències són més alts en els GD que en el GND.

Subcompetència 4

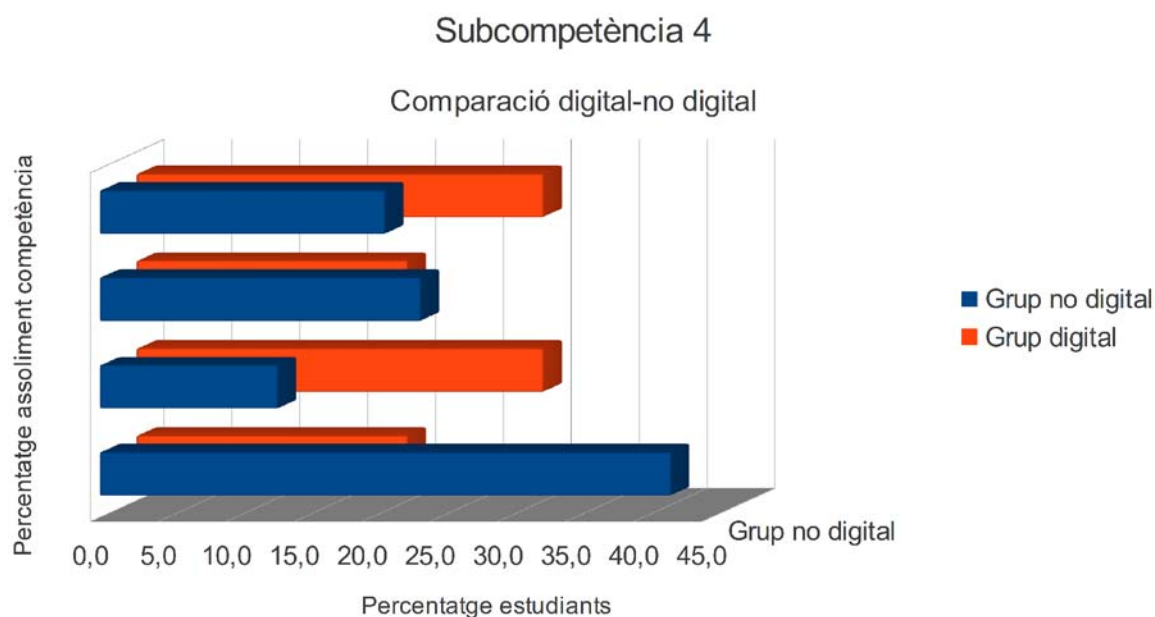
Taula de resultats: Grup no digital- Grup digital

	Grup no digital	Grup digital
0,00%	42,1	20,0
33,00%	13,2	30,0
66,00%	23,7	20,0
100,00%	21,1	30,0

Taula 97 : Comparació resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 4

En aquesta subcompetència i en les dues següents no farem la distribució per nivells atès que no presenta diferències en els resultats.

Gràfic comparatiu ambdós grups



Gràfic 69: Subcompetència 4, Comparació GD i GnD

La pauta observada en els resultats de les tres primeres subcompetències continua mantenint-se en aquesta quarta. Els estudiants del GD tenen una certa tendència a obtenir un assoliment de la subcompetència més alt que els del GND. En qualsevol cas, continua sent preocupant que al voltant del 50% d'estudiants no superin el nivell de reproducció.

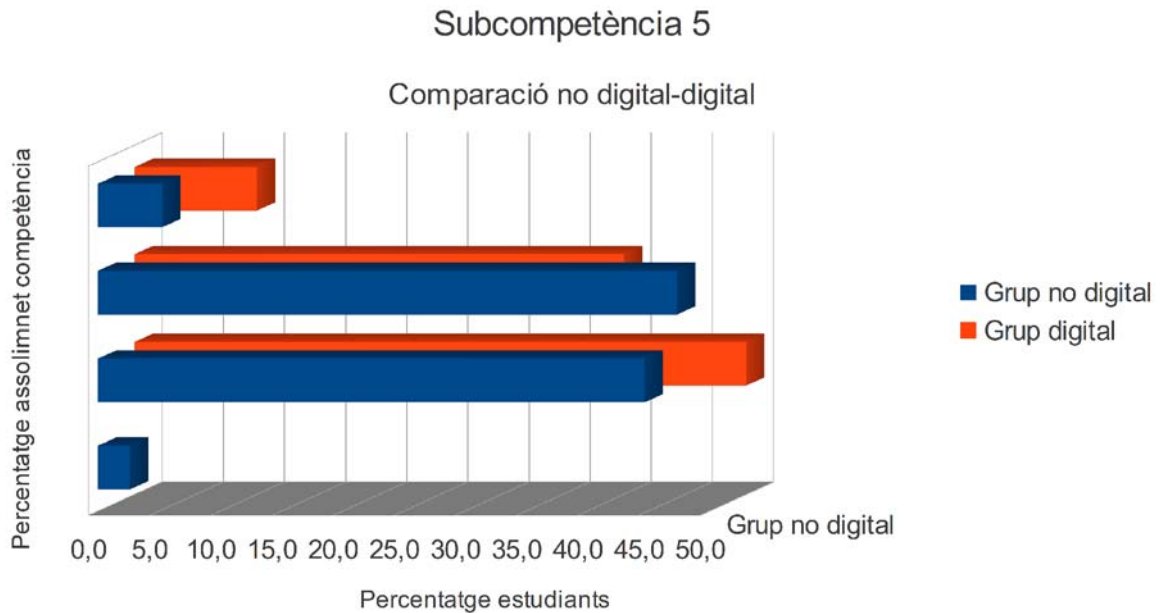
Subcompetència 5

Taula de resultats: Grup no digital- Grup digital

	Grup no digital	Grup digital
0,00%	2,6	0,0
33,00%	44,7	50,0
66,00%	47,4	40,0
100,00%	5,3	10,0

Taula 98: Comparació resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 5

Gràfic comparatiu ambdós grups



Gràfic 70: Subcompetència 5, Comparació GD i GnD

Pensem que els resultats d'aquesta competència no són excessivament significatius per treure'n alguna conclusió, en qualsevol cas si podem assenyalar que en la franja més baixa no hi ha estudiants del GD i que en el nivell de reflexió, el més alt, el percentatge dels estudiants de GD dobla el dels estudiants del GND.

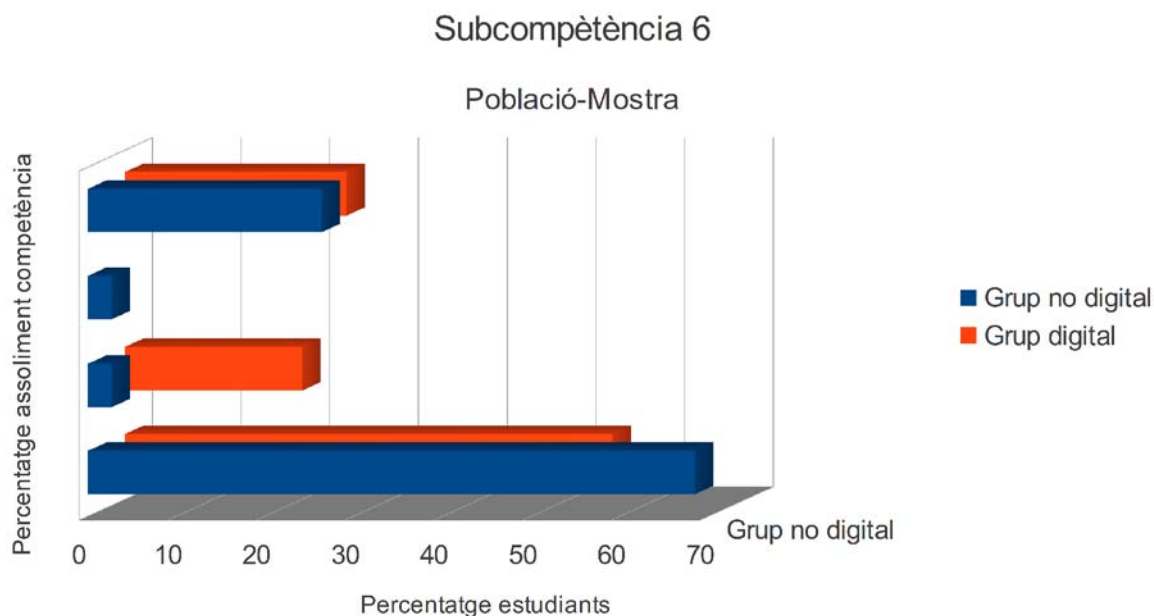
Subcompetència 6

Taula de resultats: Grup no digital- Grup digital

	Grup no digital	Grup digital
0,00%	68,4	55,0
33,00%	2,6	20,0
66,00%	2,6	0,0
100,00%	26,3	25,0

Taula 99: Compàració resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 6

Gràfic comparatiu ambdós grups



Gràfic 71: Subcompetència 6, Comparació GD i GnD

En aquesta subcompetència, ens passa una cosa el mateix que en la subcompetència 5. Hi ha molt igualtat en les dades per tal de poder concloure alguna cosa. En qualsevol cas, ens quedem amb la dada que en el nivell més baix 0%, el percentatge d'estudiants del GD és menor que la dels estudiants del GND.

Subcompetència 7

Taula de resultats: Grup no digital- Grup digital

	Grup no digital	Grup digital
Menys 10%	13,2	0,0
Entre 10 i 20%	31,6	45,0
Entre 20 i 30%	10,5	10,0
Entre 30 i 40%	0,0	0,0
Entre 40 i 50%	13,2	10,0
Entre 50 i 60%	13,2	15,0
Entre 60 i 70%	0,0	0,0
Entre 70 i 80%	7,9	10,0
Entre 80 i 90%	0,0	5,0
Entre 90 i 100'	10,5	5,0

Taula 100: Comparació resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 7

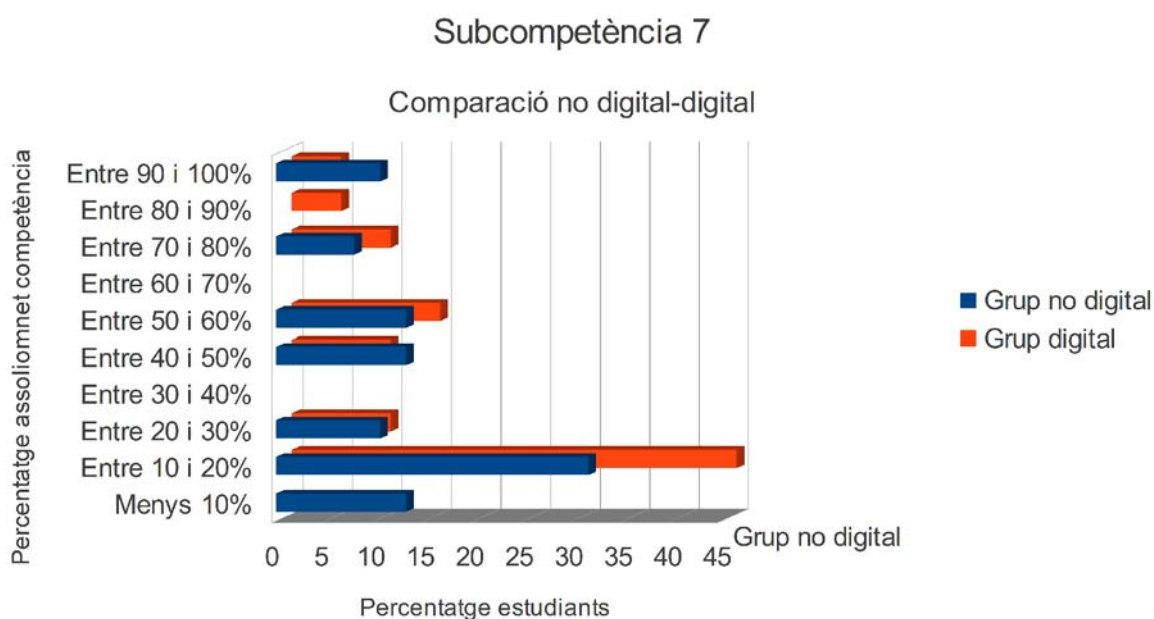
Distribució per nivells

Nivell	Assoliment competència	GnD	GD
NIVELL BAIX	<20%	44,74	45,00
NIVELL MITJÀ_BAIX	20<x<40	10,53	10,00
NIVELL MITJÀ	40<x<60	26,32	25,00
NIVELL MITJÀ_ALT	60<x<80	7,89	10,00
NIVELL ALT	80<x<100	10,53	10,00

Taula 101: Taula de nivells de la subcompetència 7

En aquesta subcompetència no s'observen diferències entre els resultats dels dos grups d'estudiants del estudi en aquest tipus d'agrupament.

Gràfic comparatiu ambdós grups



Gràfic 72: Subcompetència 7, Comparació GD i GnD

En aquest gràfic veiem tres blocs diferenciats, amb aproximadament el mateix percentatge global del GD i del GND. En els dos primers blocs de dades, els estudiants del GD sempre estan percentualment per sobre dels estudiants del GnD. En aquest cas el grup de reflexió representaria una petita excepció a la pauta que estem observant.

Subcompetència 8

Taula de resultats: Grup no digital- Grup digital

	Grup no digital	Grup digital
Menys 10%	26,3	15,0
Entre 10 i 20%	5,3	30,0
Entre 20 i 30%	0,0	0,0
Entre 30 i 40%	18,4	0,0
Entre 40 i 50%	0,0	0,0
Entre 50 i 60%	28,9	35,0
Entre 60 i 70%	5,3	0,0
Entre 70 i 80%	0,0	0,0
Entre 80 i 90%	13,2	15,0
Entre 90 i 100%	2,6	5,0

Taula 102: Comparació resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 8

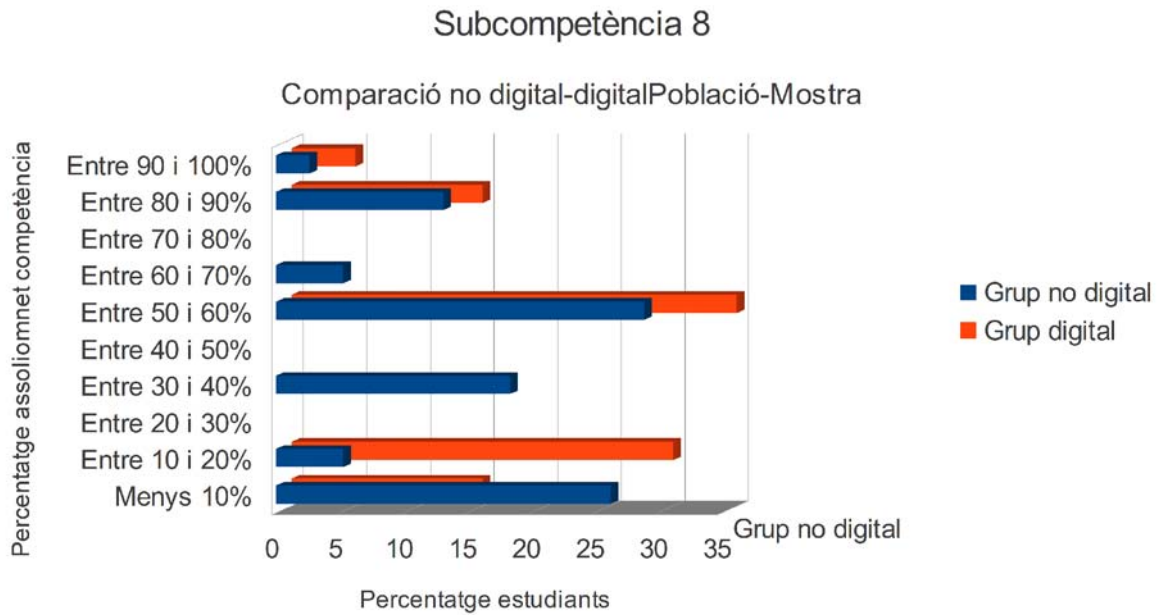
Distribució per nivells

Nivell	Assoliment competència	GnD	GD
NIVELL BAIX	<20%	31,58	45,00
NIVELL MITJÀ_BAIX	20<x<40	18,42	0,00
NIVELL MITJÀ	40<x<60	28,95	35,00
NIVELL MITJÀ_ALT	60<x<80	5,26	0,00
NIVELL ALT	80<x<100	15,79	20,00

Taula 103: Taula de nivells de la subcompetència 8

Aquesta subcompetència és l'única on el percentatge d'estudiants en el nivell baix és més alt en el GD. Però en el nivell alt, El GD també hi situa un percentatge d'estudiants més alt.

Gràfic comparatiu ambdós grups



Gràfic 73: Subcompetència 8, Comparació GD i GnD

Sembla que en aquesta darrera subcompetència hem tornat a la pauta on els estudiants del GD estan percentualment per sobre dels estudiants del GND, però només en el cas de la reflexió i en el nivell més baix de reproducció. Però en la resta de situacions aquesta subcompetència mostra un comportament diferent de les anteriors.



CAPÍTOL 8.-

CAPÍTOL 8.-

CONCLUSIONS



CONCLUSIONS

Capítol 8 Conclusions

8.1 Introducció

8.2 Conclusions de la primera etapa de la recerca

8.2.1 Conclusions pel que fa a la prova inicial

8.2.2 Conclusions pel que fa al primer mòdul didàctic

8.2.2.1 Conclusions de la implementació de les activitats

8.2.2.2. Conclusions de les enquestes

8.2.3 Conclusions de la prova final

8.2.3.1 Conclusions de la primera activitat de la prova

8.2.3.2 Conclusions pel que fa a la segona pregunta de la prova

8.2.4 Conclusions pel que fa al disseny d'un lloc web per a l'aprenentatge de les matemàtiques

8.2.5 Limitacions i perspectives de noves recerques

8.3 Conclusions de la segona etapa de la recerca

8.3.1 Conclusions de la prova inicial

8.3.2 Conclusions de la implementació de les activitats

8.3.3 Conclusions de la prova final

8.3.3.1 Valoració de l'estructura de la prova

8.3.3.2 Valoració general dels resultats dels estudiants

8.3.3.3 Valoració comparativa dels dels resultats del GnD i GD

8.3.5 Conclusions pel que fa al disseny d'un lloc web per a l'aprenentatge de les matemàtiques

8.3.6 Limitacions i perspectives de noves recerques

8.3.7 Valoració de les hipòtesis realitzades

Capítol 8 Conclusions

8.1 Introducció

En aquest capítol presentarem les conclusions dels diferents resultats sobre les diverses activitats que hem desenvolupat en les dues etapes de la recerca.

En primer lloc presentarem conclusions al voltant de la primera etapa. Començarem amb la prova inicial que va realitzar tota la població d'estudiants. Recordem que la finalitat d'aquesta prova era proporcionar informació als professors de matemàtiques de l'institut sobre els coneixements i les habilitats que els estudiants tenen assolits quan arriben a l'institut procedents de diverses escoles de primària.

En segon lloc explicarem les conclusions sobre les activitats que els estudiants han realitzat en el primer mòdul didàctic del portal web "Investigar les matemàtiques" dels alumnes que formen part de l'estudi. Presentarem les conclusions pel que fa a les activitats que formen part d'aquest primer mòdul didàctic, des de l'activitat "ous en la ouera", fins a l'activitat sobre l'aritmètica egípcia. Y també es mostraran les conclusions sobre les valoracions presentades pels estudiants en l'enquesta que van respondre en finalitzar aquest primer mòdul.

En tercer lloc es presentaran les conclusions sobre la prova final realitzada a tota la població de l'IES objecte d'estudi i de la mostra.

En quart lloc es mostren les reflexions de quines són les condicions que creiem que s'han de tenir presents quan elaborem el disseny d'un lloc web que afavoreixi l'aprenentatge de les matemàtiques dels estudiants de secundària que segueixi la línia de les competències matemàtiques establertes per Niss(2000).

En últim terme, pel que fa a la primera etapa de la recerca, presentarem les limitacions que creiem que presenta l'estudi així com les perspectives de futures investigacions en aquest camp.

Pel que fa a la segona etapa de la recerca, no hem d'oblidar que el procés de la recerca ens ha portat a aplicar millores en els punts de partida que ens vam plantejar a l'inici de la recerca. A partir dels objectius i hipòtesis inicials, hem aplicat canvis en les proves, inicial i final, en les activitats que han desenvolupat els estudiants i en l'estructura del portal web. Les conclusions de la segona etapa giraran al voltant d'aquests canvis i la seva implementació.

8.2 Conclusions de la primera etapa de la recerca

Centrarem les conclusions de la primera etapa de la recerca en els següents aspectes: La prova inicial, la implementació de les activitats del primer mòdul didàctic i en el treball que els estudiants hi han realitzat, les seves opinions i la prova final que van realitzar. I finalitzarem avaluant el disseny de l'espai web.

8.2.1 Conclusions pel que fa a la prova inicial

La prova inicial es planteja als estudiants amb l'objectiu inicial de conèixer quins són els coneixements i habilitats matemàtiques que presenten en el pas de sisè de primària a 1r de secundària. Aquesta prova té lloc el primer dia de classe i tots els estudiants la realitzen en el mateix instant. Hem utilitzat aquesta prova per comprovar que la mostra seleccionada per a l'estudi reflexava de manera adequada al total de la població. Però a banda, també ens ha estat útil per una fotografia del moment inicial d'aquestes estudiants quan entren a la secundària i hem vist coses que creiem convenient assenyalar.

Aquesta prova es pot classificar en els següents apartats:

1. Activitats que tenen per objectiu comprovar el coneixement de qüestions numèriques: sistema de numeració i propietats de les operacions. Activitats 1 i 2.
2. Activitats que tenen per objectiu comprovar el coneixement sobre els nombres decimals i les operacions amb ells. Activitats 3 i 4.
3. Activitats que tenen per objectiu comprovar el coneixement sobre divisibilitat i fraccions. Activitats 5, 6 i 7.
4. Activitats que tenen per objectiu comprovar la capacitat dels estudiants en la resolució de problemes amb enunciat. Activitats 8 i 9.
5. Sistemes de numeració i propietats de les operacions

Pel que mostra la prova, els resultats d'aquest apartat són força baixos atès el temps que es dedica en les escoles de primària al treball d'aquests conceptes. Haurien d'estar molt més automatitzats i assolits. Només en dues de les cinc qüestions els estudiants superen el 60% d'encert en les respostes. Els resultats mostren un resultat força baix pel que fa al coneixement dels sistemes de numeració i de les operacions bàsiques amb nombres naturals. Pensem que seria interessant revisar els processos i metodologies que s'utilitzen a primària en el treball en aquests camps. Pensem que els baixos resultats poden ser explicats considerant el fet que és el primer dia de classe després de l'estiu, però també pensem, que hi ha situacions que impliquen la comprensió del fet que presenten resultats molt baixos, i en aquest cas no podem apel·lar a la memòria i al pas de tres mesos d'estiu com a explicació de la situació. Pensem que el problema és més profund.

Nombres decimals i operacions

Els resultats d'aquests ítems mostren un grau d'assoliment del concepte de nombre decimal baix. Només en una de les operacions amb nombres decimals els resultats superen el 50%. Ordenar nombres decimals és l'ítem amb els resultats més positius de tots els relacionats amb aquests nombres, i no supera el 70% de respostes correctes.

Sembla que aquestes resultats responen a que són nombres que es treballen menys temps a les escoles de primària. Tot i així el que hem dit pels nombres naturals també és vàlid pels nombres decimals.

Divisibilitat i fraccions

Els resultats d'aquests apartats són millors que els anteriors, la part de reconeixement visual de fraccions està molt assolida en tots els estudiants, però la part operativa de fraccions i la part de divisibilitat difícilment supera el 50% en cap dels apartats, igual que en la part operativa. Caldria esbrinar el temps dedicat al treball visual en comparació al temps dedicat al treball aritmètic, però sigui quin sigui el resultat d'aquesta comparació, pensem que totes aquelles activitats que impliquen manipulació, ja sigui manual o visual, comporten una major consolidació per part dels estudiants dels conceptes que es treballen.

Els pitjors resultats es presenten en en el càlcul de múltiples i en la resta de fraccions. Segurament lligat a la manca de comprensió dels conceptes.

Resolució de problemes

Els pitjors resultats s'obtenen en aquests ítems. Només en una de les activitats es supera el 50% del resultats positius, aquella en que es demana als estudiants

escriure l'enunciat d'un problema que es resolgui amb una operació determinada. Cap dels 132 estudiants es capaç de resoldre adequadament una de les activitats.

Cal tenir present que, com ja hem comentat, que aquesta prova es realitza el primer dia de curs després de les vacances d'estiu, i això pot crear distorsions en els resultats dels estudiants. En qualsevol cas, com els resultats no son massa bons, s'hauria de fer un estudi molt més extens per tal de comprovar realment el grau d'assoliment dels aspectes que hem valorat en aquesta prova inicial, atès que cap d'ells sembla que estan prou assolits. I també caldria estudiar quines són les diverses metodologies de treball que s'utilitzen a les escoles de primària pel treball d'aquests temes. Pensem que molts d'aquests ítems, atès la inversió de temps i esforç, haurien d'estar assolits per part d'una gran majoria dels estudiants.

A la vista dels resultats no s'ha de donar per pressuposat que aquesta operativa bàsica està assolida per la majoria dels estudiants. Cal tornar a treballar aquests aspectes de la matemàtica amb una nova metodologia. La resolució de problemes és el resultat més fluix d'aquesta prova. Pensem que caldria dedicar molt més temps del que es dedica a aquesta pràctica matemàtica.

8.2.2 Conclusions pel que fa al primer mòdul didàctic

En aquest apartat presentarem les conclusions dels treballs realitzats pels estudiants en el primer mòdul didàctic, tant pel que fa al treball digital com a l no digital. També hem inclòs una valoració de les respostes a les enquestes que els vam lliurar en finalitzar l'activitat.

8.2.2.1 Conclusions de la implementació de les activitats

En aquest punt podem parlar primer de tot de la part tècnica de les activitats i de la manera com els estudiants treballen amb elles.

Pel que fa a la part tècnica dir primer de tot, que es necessari la utilització d'una introducció del funcionament de les activitats. Aquesta introducció s'ha d'incloure també en sistemes que permetin la audició de les activitats. La informació per la realització de les activitats està en format escrit i en format àudio. Hem observat que els estudiants en una gran majoria sempre seleccionen el format àudio per tal de conèixer les tasques que han de realitzar. Això pot ser degut a diversos aspectes: una formulació inadequada de la pregunta, una comprensió inadequada de la pregunta escrita o simplement, la comoditat. Pensem que l'aspecte fonamental és la manca de comprensió de la pregunta escrita. Aquest aspecte també pot explicar els baixos resultats en la prova inicial de la resolució de problemes. Una reformulació de les preguntes també pot tenir un cert pes en aquesta qüestió.

Un altre aspecte que haurem de potenciar en l'aspecte tècnic és la visualització dels exemples de realització que trobem a les activitats. Cal intentar que els estudiants parin atenció a aquests exemples, atès que poden ser un element important per a la realització d'algunes de les activitats per alguns dels estudiants. És important establir mecanismes per tal de potenciar la visualització d'aquests exemples o en la seva substitució, que els professors que treballin les activitats, en facin esment per tal de col·locar un focus d'atenció sobre ells. La possibilitat d'utilitzar animacions flash o petits vídeos, per mostrar aquests exemples poden ser un element important a tenir present per donar la necessària importància a aquests exemples.

Quan treballem activitats més obertes, per exemple “Ous en la ouera” o “Aritmètica egípcia”, és molt important la seva correcció-comentari en gran grup.

En canvi, en activitats més mecàniques, com poden ser les de resolució d'operacions matemàtiques, l'aplicatiu ha de portar incorporat la resolució de les

activitats. Així els estudiants només en finalitzar les activitats podran comprovar la correcció de les tasques fetes. Per altra banda, això permetria també alliberar les classes presencials de la realització d'aquesta tipologia d'activitats. No caldrà que la seva realització sigui presencial. Podem trobar eines digitals que ens permeten realitzar en poc temps qüestionaris autocorregibles, que cobriren perfectament aquesta idea.

En les activitats hi ha enllaços a diferents pàgines web que permeten ampliar idees sobre les activitats que s'han de realitzar. Hem observat que els estudiants difícilment consulten aquestes pàgines, tot i que pot ser molt interessant la seva visita. Això ho diem atès que els estudiants que han participat en l'estudi s'han limitat a treballar les activitats que se'ls proposaven. Seria interessant que els professors, no importa el nivell on estiguin treballant, fomentin en els seus estudiants la curiositat per ampliar, consultar, buscar noves dades sobre les activitats que estan realitzant. Pensem que el fet d'utilitzar llibres de text, una font única d'informació, comporta que mai hagin tingut la necessitat de tenir-ne altres fonts d'informació. No sembla que aquesta sigui la manera adequada d'actuar, sobre tot en un món on l'accés a informació, de qualsevol tipus, cada vegada és més generalitzat.

Pel que fa al a manera de treballar, hem vist dues actituds a l'hora de fer les tasques amb l'ordinador: els que interaccionen amb l'ordinador i l'utilitzen com una eina més i els que l'utilitzen de la manera tradicional: el teclat i el ratolí són manipulables, es poden tocar i la pantalla només es mira. La diferència fonamental la veiem en l'ús de la pantalla de l'ordinador, els segons només la miren i els primers la usen, per assenyalar, per entendre la informació, per comunicar-la al seu company, per reforçar les seves opinions etc. Aquesta darrera manera de treballar és més efectiva de cara al treball en parella atès que la comunicació entre els seus membres és molt més alta. Això ens obre un camp molt interessant de cara a la generalització, segur que en molt poc temps, de les pantalles tàctils. De fet, les pantalles tàctils en els centres educatius poden

facilitar aquesta comunicació en les activitats que realitzem en gran grup i millorar per tant el procés d'ensenyament-aprenentatge.

Pel que fa a la realització de les activitats podem dir:

Quan s'ha de resoldre un problema o una activitat hi ha la tendència a buscar l'operació que s'ha de fer servir per resoldre l'activitat, encara que aquesta no existeixi. Es pregunten, com s'ha de fer això? multiplicant, sumant, restant o dividint és la resposta ràpida. Creuen que així resolen l'activitat més ràpidament. Això pot ser degut al tipus de treball que han realitzat de manera habitual en l'ensenyament primària, on l'ensenyament de les matemàtiques s'acosta molt a la realització de moltes activitats mecàniques i que les activitats que impliquen una dificultat afegida, com poden ser les activitats que impliquen la lectura d'un enunciat, es resolen de manera habitual amb l'aplicació d'una o dues operacions matemàtiques. Les més complexes són les que utilitzen una combinació d'operacions. Per tant, sembla lògica aquesta resposta dels estudiants atès que ha estat la manera habitual de treballar. Caldria introduir en l'ensenyament primari activitats de resolució de problemes molt més oberts dels que es resolen, pel fet d'intentar que els estudiants adquireixin unes noves habilitats que no sembla que tots tinguin assolides.

Pel que hem pogut veure els estudiants que realitzen les activitats amb ordinador tenen una tendència més elevada a argumentar les respostes que donen a les activitats que fan. Recordem que tant en les activitats digitals com en les no digitals reservem un espai per respondre les tasques que se'ls plantegen, però el treball amb eines digitals facilita la possibilitat d'escriure i poder borrar immediatament el que has escrit, cas que vulguis modificar-ho. Aquesta situació té molt a veure amb els processos de comunicació. Podem dir que moltes de les conclusions obtingudes en aquest treball fan referència a la comunicació, a la comunicació del professor envers els estudiants en la presentació de les activitats,

a la comunicació entre els estudiants per comentar, entendre i explicar el que han fet, i a la comunicació entre els estudiants i els professors per tal d'explicar el procés de treball o de raonament que han seguit. El que hem pogut observar és que els costa molt explicar allò que han fet i sobre tot, allò que han entès. Per altra banda també tenen tendència a demanar la conformitat del professor o la seva aprovació per tal de continuar la seva tasca. És important en aquest punt que el professor no respongui mai directament les preguntes que els fan els estudiants lligades a les activitats. Cal contestar les seves preguntes amb altres preguntes que els facin pensar i analitzar el que estan dient. Aquesta idea respon al fet de canvi de rol en el paper del professor, ha d'actuar més com a inquisidor per intentar que els estudiants expliquin i redactin, en definitiva, comuniquin, que no pas com a transmissor de coneixements.

Aquest darrer aspecte podria confirmar la hipòtesi dos que ens hem plantejat a l'inici del treball:

H2) El grau de treball dels estudiants amb els ordinadors serà superior al dels estudiants que treballen amb llapis i paper.

8.2.2.2 Conclusions de les enquestes

En les enquestes demanàvem als estudiants la seva valoració numèrica dels diferents apartats que formen part del mòdul didàctic, i la justificació de la valoració que assignaven a aquests.

El primer aspecte que hem de tenir present és que els estudiants que han realitzat el mòdul didàctic amb ordinador han valorat lleugerament millor les activitats realitzades. Això confirmaria la hipòtesi 1 del treball.

H1) L'ús d'eines informàtiques interactives amb els estudiants proporcionen un element de motivació molt important per als estudiants de primer de secundària.

Val a dir que el conjunt d'activitats ha estat valorat de manera positiva i que si ens fixem en les activitats amb valoració més alta, el motiu que donen fa referència al fet que comporten una novetat i dificultat important respecte les activitats tradicionals més mecàniques. Els estudiants prefereixen els reptes importants abans que aquelles activitats repetitives.

S'hauria de plantejar als estudiants activitats que suposin per a ells un repte important i que al mateix temps els permetin treballar aquells procediments més mecànics que, pel que podem veure en la prova inicial, no estan perfectament assolits.

8.2.3 Conclusions de la prova final

En aquest apartat presentarem les conclusions que podem treure de la prova final que vam realitzar a tota la població de primer d'ESO de l'IES Llavaneres. Aquesta prova final estava formada per dues activitats, una de més oberta on es demanava als estudiants la realització d'una petita recerca i una segona activitat on es demanava als estudiants la realització d'un petit càlcul matemàtic, intenta esbrinar un patró i argumentar el resultat. Les conclusions les plantejarem per cadascuna de les dues preguntes.

8.2.3.1 Conclusions de la primera activitat de la prova

Observant els resultats obtinguts per la població en aquesta primera activitat podem veure que els resultats obtinguts pels estudiants que han participat en l'estudi han estat superiors en tots els apartats excepte en un, als estudiants que no han participat en l'estudi. D'alguna manera sembla que això ens porta a confirmar la hipòtesi 2 que hem plantejat en aquest estudi.

H2) El grau de treball dels estudiants amb els ordinadors serà superior al dels estudiants que treballen amb llapis i paper.

Cal tenir presents algunes característiques dels estudiants que han participat en l'estudi i que ja hem plantejat en el capítol 5, en el període de recollida de dades han fet 5 hores setmanals de classe de matemàtiques en comparació amb les 3 hores que han fet els que no hi han participat. Això pot ser un element que tingui influència en els resultats obtinguts. Un altre element que pot distorsionar els resultats és el tipus de treball, més tradicional, que han desenvolupat.

Tenint present aquestes limitacions podem dir que davant d'una activitat que estaria inclosa en el grup de connexió i reproducció de les competències matemàtiques que valora el projecte PISA, els estudiants que han participat en l'estudi obtenen millors resultats que els que no ho han fet. Creiem que hi ha dos aspectes que poden explicar això i que tenen influència en la intensitat del treball que desenvolupen els estudiants. Per una banda tenim la diferent metodologia de classe que implica el treball digital que han realitzat. Aquesta metodologia comporta una actitud més activa per part dels estudiants que la dels estudiants que assisteixen a classes més expositives, i un grau de concentració més gran davant de les tasques que han de realitzar.

8.2.3.2. Conclusions pel que fa a la segona pregunta de la prova

En la segona part de la prova final presentàvem als estudiants un seguit de multiplicacions que seguien un criteri lògic.

$$37 \cdot 6 =$$

$$37 \cdot 9 =$$

$$37 \cdot 12 =$$

$$37 \cdot 15 =$$

$$37 \cdot 18 =$$

$$37 \cdot 21 =$$

Els estudiants tenien que realitzar els càlculs, sense l'ajut de la calculadora, explicar el perquè dels resultats i intentar preveure el resultats de les darreres operacions.

Hem vist que 12 dels 110 estudiants no han estat capaços de realitzar correctament el càlcul. Estem parlant del 10% dels estudiants que no han realitzat el càlcul adequadament.

Pel que fa a les hipòtesis de treball podem veure que la hipòtesis h2, el grau de treball dels estudiants amb els ordinadors serà superior al dels estudiants que treballen amb llapis i paper, queda corroborada per les respostes dels estudiants a aquesta pregunta. Els estudiants de l'estudi responent adequadament a la primera activitat de la segona pregunta, argumenten de manera correcta la segona pregunta aproximadament en la mateixa proporció que els estudiants que no formen part de l'estudi i ho fan de manera molt més complerta en la tercera qüestió de l'activitat.

Podem concloure que és interessant incloure en els plans d'estudi, tant de secundària com de primària, activitats que impliquin l'ús de raonaments i sobre tot, que se'ls demani el tipus d'argument que estan utilitzant. Cal insistir al professorat, de secundària i de primària, que siguin exigents en la demanda d'aquestes argumentacions i explicacions. Atès que el 10% d'estudiants no aconsegueix resoldre adequadament les operacions de càlcul i que més del 50% de la població no aconsegueix argumentar les raons de les seves respostes, caldria invertir molt més temps en la realització d'aquestes darreres activitats. I a la vista dels resultats obtinguts pels estudiants en aquest estudi, l'ús dels ordinadors ens ajudarà a aconseguir aquest objectiu.

La hipòtesi 3 també ve confirmada pels resultats que hem plantejat en aquest treball,

H3) Les activitats realitzades permeten el treball de la diversitat d'alumnat que podem trobar a les aules de secundària.

Atès que la mostra es representativa dels estudiants de la població, la diversitat d'aquesta es troba representada en la mostra. Com els resultats que hem pogut veure són millors en el grup mostra que en la població, la diversitat millora en el moment en què ho fa tota la població també. En aquest estudi entenem diversitat com tota la tipologia d'estudiants que podem trobar en els nostres centres. Cal tenir present però, que en aquest estudi no han participat estudiants nous.

8.2.4 Conclusions pel que fa al disseny d'un lloc web per a l'aprenentatge de les matemàtiques

Pel que fa al lloc web on està instal·lat l'aplicatiu, podem dir que és un espai que necessita suport *php*, cosa força habitual darrerament. Molts llocs ofereixen suficient espai de manera gratuïta per tal de poder instal·lar-hi un portal web. Seria important que les universitats es responsabilitzessin de garantir aquesta mena d'espais de la mateixa manera que el Departament d'Educació ho fa per als centres educatius de secundària.

En aquest mateix sentit cal seguir l'evolució del programari lliure per tal d'estar alerta sobre les possibles actualitzacions i novetats de programari que vagin apareixen. Molts estudiants d'universitats utilitzen els seus programes de doctorat per tal d'elaborar projectes que donin suport a l'aprenentatge virtual, recordem el mateix *MOODLE*, que apareix com a treball de la tesi doctoral de Martin Dougamas de la Universitat de Perth. Cal seguir l'evolució de programari tipus *EXE*, *hotpotatoes*, quaderns virtuals i d'altres, per tal de ser utilitzats en propostes educatives a diversos nivells.

Evidentment el següent pas del treball ha de ser la integració dels espais web elaborats amb un gestor de continguts. Som de la opinió, que aquests espais han de ser oberts a estudiants, professors i recercadors per tal de facilitar-hi l'accés a les activitats i documents que aportin. Això facilitarà la seva millora i diversificació.

8.2.5 Limitacions i reflexions de la primera etapa de la recerca

En aquest apartat valorarem les limitacions que ens hem trobat a l'hora de desenvolupar el treball en els aspectes següents:

- a) prova inicial
- b) implementació de les activitats
- c) prova final
- d) eina de determinació del grau competencial de les activitats
- e) interaccions entre els estudiants

A partir de les reflexions i les anàlisis fetes mostrarem algunes idees que s'han integrat en la segona etapa de la recerca.

La prova inicial, que es porta desenvolupant en el centre des de fa prop de 10 anys, treballa amb un seguit de ítems força limitats dins el camp de la matemàtica que han treballat els estudiants en l'ensenyament primari. El treball es centra sobre tot, en el camp numèric i en la resolució de problemes. Atès que la intenció del centre es continuar amb aquest treball a l'inici del curs escolar es podrien ampliar els ítems que es proposen en ella. Afegir algunes qüestions de contingut geomètric o d'incertesa podrien portar informació important sobre

aquests dos camps de la matemàtica. Per altra banda, és una prova on no es demana en cap moment argumentacions ni justificacions del que fan els estudiants. Aquest seria un altre aspecte per afegir a la prova. En funció del desenvolupament que vagi agafant aquesta prova inicial, podrà ser utilitzada també com a prova final per tal de comprovar el grau de millora dels estudiants. En aquest sentit pot substituir també la prova final. Si tenim present que el departament d'Ensenyament està elaborant proves per tal de valorar l'assoliment de competències bàsiques per part dels estudiants, entenem que aquestes poden ser un bon punt de partida per elaborar-ne de noves. Entenem que es un bon moment realitzar aquesta prova a l'inici de curs, ens permet valorar la comprensió dels conceptes que se'ls demanen, i que ja fa un cert temps que s'han treballat a l'aula.

En el cas que es mantingués la prova final diferenciada, caldria complementar aquesta amb altres activitats que permetessin valorar el grau de millora dels estudiants. Un element que ens hauria de permetre millorar aquestes dues proves seria l'eina que hem dissenyat per comprovar el grau de competències al qual poden arribar les activitats. Caldria dissenyar activitats d'avaluació, com les activitats de treball a l'aula, amb la possibilitat de treball competencial dins els tres grups: reproducció, connexió i reproducció.

Pel que fa a la implementació de les activitats en una pàgina web es presenten diverses possibilitats. La més clara sembla la utilització de manera complementaria dels materials desenvolupats amb gestors de continguts(LMC). D'aquesta manera podríem ampliar el ventall d'activitats que realitzen els estudiants amb la participació en fòrums, l'elaboració de wikis o de blogs on es recullin les tasques que ells realitzen. Això també es pot fer sense la necessitat d'utilitzar els gestors de continguts, però atès que aquestes eines els porten incorporats, facilitaran la tasca al professor que planteja les activitats a l'aula o al recercador que estudia la manera com els estudiants poden interactuar de manera virtual. Serà una manera d'estudiar elements comunicatius i d'interacció entre estudiants i estudiants i professor. En aquesta mateixa línia, creiem que no s'ha d'oblidar el treball que s'ha

de fer en les sessions en gran grup. Aquestes sessions són importants, i molt ben valorades pels mateixos estudiants, atès que el seu grau de participació és important i els permet discutir i comparar els seus arguments.

Els diversos tipus d'interaccions que s'estableixen en el treball poden conduir a noves recerques. Les interaccions d'estudiants que treballen per parelles davant d'un ordinador, les interaccions dels estudiants en una sessió en gran grup, ja comentades, o les interaccions que s'estableixen quan es participa en un fòrum virtual o en l'elaboració de *wikis* o *blogs*, entesos com a eines de col·laboració, poden significar un camp de recerca molt important de cara al futur.

Com que en l'estudi no han participat estudiants nous, una possible ampliació de l'estudi seria treballar amb una mostra d'estudiants que els inclogui. Per tal de valorar l'actuació dels estudiants en les situacions que planteja l'estudi.

I per finalitzar, caldria validar adequadament l'eina d'assignació de competències. Per fer-ho s'hauria de fer una assignació a priori del grau competencial de les activitats que pretenem treballar i després validar-ho amb un grup d'estudiants més gran del que ha participat en aquest estudi.

8.3 Conclusions de la segona etapa de la recerca

Tres aspectes destacarem en aquest apartat, conclusions pel que fa a la prova inicial, a les noves tasques que hem dissenyat a partir de les originals, sobre tot, activitats inicial i final, i conclusions sobre els resultats obtinguts en la prova final per la població d'estudi de la recerca. No hem inclòs el treball que es va desenvolupat amb el forum, atès que no va ser prou profund per obtenir cap conclusió que ens sembles rellevant, però entenem que ha de ser un element que s'haurà de potenciar en futures recerques. Segurament integrat en una les xarxes socials existents.

8.3.1 Conclusions de la prova inicial

i) Valoració general de la prova inicial

Atès que els resultats de les dues promocions són molt semblants, el que vam dir per la primera etapa de la recerca continua essent vàlid en aquest moment. De 23 ítems el número màxim d'encerts és situa en 19. I amb molts pocs estudiants en aquests valors més alts. Sempre amb la puntualització prèvia que la prova es realitza el primer dia de classe després de les vacances d'estiu, podem entreveure que el treball que es realitza no crea unes bases prou sòlides en els estudiants dels conceptes treballats, com a mínim en els de mecanismes de càlcul. Segurament en el moment de treballar a les escoles els continguts que apareixen en la prova els estudiants els realitzen correctament, però després moltes d'aquestes idees s'obliden. Això explicaria que només el 20% d'estudiants contestessin adequadament 14 o més ítems. Pressuposant que hi ha poc treball de resolució de problemes i molt de resolució d'exercicis, entenem que caldria potenciar el treball comprensiu enfront d'aquest treball més mecànic que segurament es deu realitzar a les aules.

Cal potenciar la resolució de problemes i la comprensió, també en el treball amb algorismes, del treball matemàtic a l'aula. Pensem que no s'han de treballar els processos de càlcul com un pur mecanisme de repetició. Cal anar a la comprensió del procés que s'està desenvolupant.

Si comparem la població de la primera etapa de la recerca amb la de la segona veiem que no hi ha canvis importants entre en els resultats d'una i de l'altra. Com a pauta veiem pocs estudiants en el nivell d'excel·lència, i la majoria al voltant del valor central, 10. En ambdós casos prop del 20% d'estudiants en els nivells baixos de respostes. Com no hi ha canvis en les maneres de treballar els estudiants continuen amb els mateixos encerts i errors. Si fem la comparació entre ítems, veurem que aquelles preguntes amb baixos índexs d'encert són les mateixes en ambdues poblacions d'estudiants.

Ens sembla que el treball d'exercicis i activitats repetitives no condueix a facilitar l'adquisició de l'excel·lència matemàtica en els estudiants.

ii) Valoració de les preguntes a nivell individual

En aquesta valoració exposarem les conclusions que podem obtenir en diverses situacions, a) els resultats obtinguts per la població de la primera etapa de la recerca amb la població de la segona etapa, i b) els resultats obtinguts en comparar el GnD amb el GD.

a) els resultats obtinguts per la població de la primera etapa de la recerca amb la població de la segona etapa.

Les qüestions 13, 19 i 22 continuen essent les respostes amb menys encerts per part dels estudiants, i la pregunta 4 la que té el percentatge d'encert més elevat. Veiem que tot i que entre la primera etapa de la recerca i la segona hi ha dos anys de diferència, els resultats en aquesta prova inicial són equivalents en les dues promocions. Si tenim present que en la primera etapa de la recerca es va implantar el currículum per competències en els centres, sembla que aquest no ha tingut un efecte destacable en els resultats que obtenen els estudiants. Podem pensar que dos anys es poc temps per notar diferències significatives en la manera de treballar dels estudiants, o per altra banda, que no hi ha hagut canvis destacables en la metodologia de treball de les matemàtiques, malgrat la introducció d'un currículum per competències en contraposició al currículum existent fins aleshores. En aquest darrer aspecte pensem que hauria fet falta una major i millor comunicació del significat d'aquest currículum als mestres i professors per part de les autoritats educatives. Entenem que caldria, en aquesta situació, millorar els processos de formació i actualització didàctica del professorat.

b) els resultats obtinguts en comparar el GnD amb el GD

Amb aquesta comparativa volíem situar el punt de partida dels grups d'estudi. En aquest sentit els resultats indiquen que, amb alguna excepció els resultats del GnD i GD són perfectament comparables. Això ens indica que la distribució dels grups-classe objecte d'estudi és heterogènia, i que els resultats que hem obtingut són comparables i ens han de permetre obtenir conclusions interessants i vàlides pel que fa als objectius d'aquesta recerca.

8.3.2 Conclusions de la implementació de les activitats

En aquest apartat valorarem els resultats en la implementació de les activitats. Ens centrarem sobre tot en els nous ítems introduïts en les activitats: Activitats prèvies al nucli del treball i en les conclusions finals de les activitats. Això haurem de fer-ho a dos nivells, primer l'individual i després el grupal. Per una banda els estudiants realitzen aquestes tasques individualment o en parella, i per l'altra, cal fer una sessió en gran grup en finalitzar les activitats per tal de situar el que s'ha fet en cadascun dels casos.

A partir dels resultats en les activitats realitzades, digitals o no, mantenim la idea que el procés d'explicació i desenvolupament de les respostes es més elaborat en els estudiants que treballen amb ordinador, tal com havíem valorat al finalitzar la primera etapa de la recerca. Creiem que això pot ser degut a diversos aspectes:

- Espai en les activitats per contestar les preguntes lligat a la obligació de fer-ho si els camps on han de respondre els hi demana.
- Facilitat d'escriptura amb els ordinadors en front de l'escriptura manual. Poden respondre més ràpidament que fent-ho a mà. I el que pensem que també és molt important, la facilitat de correcció d'allò que han fet. Les eines digitals permeten un procés d'error i millora, molt més ràpid i efectiu que el treball manual. Això presenta el risc que s'atreveixin a contestar coses que poden semblar poc

relacionades amb el que se'ls demana. Els professors han d'estar atents als significats d'aquestes respostes, atès que poden indicar que fa falta una formulació nova de l'activitat que s'està desenvolupant o més informació.

Pel que fa a les activitats prèvies:

- Han de ser de diversos tipus:
 - Activitats de recerca d'informació per tal de situar el problema que treballarem. Informació que pot mostrar activitats prèvies, definicions o altres aspectes que considerem interessants.
 - Activitats que obliguin als estudiants a la presentació i defensa d'una hipòtesi. En funció del tipus d'activitat i del moment, serà interessant demanar algun tipus d'argumentació mostrant-ne algun exemple.
 - Activitats que mostrin algun aspecte d'alguna altra àrea que tingui relació amb el que aniran a treballar. Interdisciplinarietat o etapa 1 de la matematització de situacions.

- Tant en el cas de les preguntes inicials com en els de les conclusions, cal una reflexió dialogada posterior en gran grup. Volem resaltar la importància de sessions grupals de diàleg i contraposició d'opinions. Pensem que això fa reflexionar als estudiants sobre el que han escrit comparant-lo amb les respostes dels seus companys o amb les seves intervencions orals. Segurament aquí trobem la importància de les eines digitals, els estudiants poden comparar el seu treball amb els dels seus companys i això ajuda al grup a funcionar millor. Entenc que si el grup funciona millor, els resultats individuals dels seus membres milloren.

Pel que fa a les activitats

- Tots els estudiants responen les preguntes que se'ls plantegen en les activitats. Ja hem valorat aquesta qüestió, però cal aprofundir-hi una mica més.

Aquest fet ens dona respostes a totes les activitats per part de tots els estudiants, i d'això en tenim que els mitjans digitals ens permeten disposar d'elles en el moment que vulguem. Això provocarà canvis en la gestió de les aules en diversos aspectes. Per exemple en les sessions de resolució d'activitats a la pissarra, digital o no, sessions a les quals normalment els professors hi dediquen molt temps. En aquestes sessions normalment un estudiant, o a vegades dos, escriuen la solució al problema o activitat proposada. La resta d'estudiants asseguts al seu lloc, o revisen el seu resultat o copien la solució si no hohan fet o fan altres coses. No tenim dades de l'eficàcia d'aquestes sessions, personalment crec representen un ús poc eficaç del temps de classe. Treballar amb mitjans digitals ens ha de permetre gestionar de manera diferent aquest tipus de sessions. És important dedicar temps a reflexionar sobre les respostes dels estudiants als treballs que realitzen, i els mitjans digitals ens permeten fer-ho de manera més eficient atès que ens permeten tenir a l'abast les respostes de tots els estudiants al voltant de les tasques lliurades pels professors. Tots els estudiants veuen les seves respostes i les poden comparar amb les de la resta de companys. No cal tenir-ho escrit, poden accedir a les respotes de tots i elaborar les seves pròpies conclusions, seleccionant aquelles que considerin oportú. Això permet la discussió i el contrast de les idees i la reflexió sobre el que tu has escrit. Ens permet localitzar errors i aprendre d'ells, ens permet localitzar diferents maneres treballar i resoldre les activitats proposades. Entenem que l'ús de mitjans digitals ens permet fer més eficient i millorar les sessions de discussió de les activitats que realitzen els estudiants.

- Cal afegir activitats d'ampliació per als estudiants que resolen amb més rapidesa les tasques proposades ja sigui dins el GD o el GnD. Tractament de la diversitat a la recerca de l'excel·lència a les aules.
- L'ús d'eines digitals afavoreix la realització d'activitats de nivell competent més alt per part dels estudiants atès que la part de computació, realització de càlculs o de gràfics, es realitzada per les eines digitals. Poden dedicar més temps

a les altres tres parts del procés de matematització.

Procés de matematització	
1.- Fer-nos preguntes	
2.- Món real --> Món matemàtic	
3.- Resolució del problema	Part on les eines digitals són de molta ajuda
4.- Món matemàtic --> Món real	

Taula 104: Procés de matematització: influència de les eines digitals

- Amb els mitjans digitals a l'aula, el fet de treball a un determinat nivell acadèmic un determinat contingut, perd el seu significat. Podem portar a terme activitats a l'aula que, sense aquests mitjans, degut a la problemàtica del càlcul abans no hauriem pogut introduir. Els responsables d'elaborar els currículums escolars haurien de pensar en la possibilitat d'introduir flexibilitat en la seva formulació.

Pel que fa a les conclusions

- Les conclusions són importants en el moment en què els estudiants han de reflexionar sobre el que han fet, com ho han fet, i el que han après. Si ens falta aquesta reflexió el procés d'avaluació estarà mancat del procés d'autoavaluació fonamental en les tasques d'ensenyament-aprenentatge. Per això les preguntes que han de situar-se en aquest apartat han d'estar pensades de manera molt curiosa. Els estudiants no contesten preguntes genèriques, tipus "Allò que canviaries en l'activitat". La resposta habitual a aquesta pregunta es "res" o un tòpic semblant. Aquestes conclusions han de seguir un procés, en el seu d'inici han de ser més dirigides i a mesura que avança el procés d'aprenentatge dels estudiants cal anar deixant més llibertat en les respostes.

- Cal millorar les preguntes que es proposen als estudiants en l'apartat de les conclusions. En la formulació actual molts estudiants es limiten a contestar "res".

Entenem que això ho fan seguint un cert principi de comoditat. Una formulació més acurada de la pregunta els pot ajudar a reflexionar sobre el que han fet i com ho han fet.

- De les conclusions dels estudiants veiem que cal potenciar l'ús a la classe d'activitats que impliquin “pensar”, utilitzant les seves paraules. Són activitats que consideren un repte important, encara que també les consideren difícils. En aquest direcció, l'ús d'eines digitals afavoreix aquesta tasca atès que ajuden en els processos de càlcul que s'han de realitzar. Cal comentar que el fet d'utilitzar una eina de càlcul no implica que els estudiants no compreguin els processos de càlcul que s'estan utilitzant. Aquestes eines permeten la programació d'activitats algorísmiques, el que implica una comprensió important del que s'ha de fer. Entenem que cal integrar les eines de programació en el treball matemàtic habitual a l'aula.
- Pel que fa a l'ús del fòrum cal treballar en la línia de potenciar aquesta activitat, atès que pensem que pot donar molts bons fruits de cara a fomentar la col·laboració entre els estudiants i la discussió de situacions problemàtiques. Aquest sembla un objectiu interessant per a desenvolupar. Però en aquest sentit pensem que encara cal treballar molt en el tipus d'activitats que se'ls proposin. La nostra opinió és que han de ser activitats força més obertes que les que vam proposar en aquesta segona etapa de la recerca per tal de fomentar el debat i la discussió.

8.3.3 Conclusions de la prova final

Valorarem dos aspectes en aquest apartat, primer la nova prova dissenyada per aquesta segona etapa de la recerca i després, i més extensament, els resultats obtinguts en la realització de la prova pels estudiants separats per competències. Finalitzarem amb les conclusions que podem observar de la comparativa de resultats entre els estudiants del GD i els del GnD.

8.3.3.1 Valoració de l'estructura de la prova

Hem millorat el disseny de la prova per fer-la més competencial, per fer-ho hem utilitzat l'eina de valoració de competències que hem dissenyat. Això ens ha de permetre valorar on pot portar als estudiants el treball amb aquesta activitat. El seu ús permet millorar competencialment les activitats, però com ja observàvem en la primera etapa de la recerca, cal utilitzar aquesta eina amb d'altres que ens permetin tenir una visió global de l'activitat que volem treballar. En aquest sentit es molt important observar la taula d'elements d'anàlisi de l'activitat final, taula 93. Si estem parlant d'unitats didàctiques això encara és més important per tal de tenir-ne una visió completa de l'activitat. L'ús combinat d'aquests instruments ens pot ajudar a elaborar eines per tal que els estudiants autoavaluin les tasques que desenvolupen i que serveixin d'ajuda als seus professors per tal de portar a terme un procés d'avaluació que sigui realment útil per tal d'ajudar als estudiants a assolir els màxims nivells de competència matemàtica.

Cal continuar el procés de desenvolupament d'aquesta prova atès que hi ha algunes subcompetències amb pocs elements d'avaluació, i això podria crear distorsions en els resultats obtinguts.

8.3.3.2 Valoració general dels resultats dels estudiants

a) Subcompetència 1: Pensar matemàticament

El tipus de treball que desenvolupen els estudiants els porta a que més del 50% d'ells es situa per sobre el nivell de reproducció de la subcompetència. Atès que el 36% dels estudiants es situaria en el nivell de reproducció, entenem que el de resolució de problemes i de realització de petites investigacions afavoreix l'assoliment d'aquesta subcompetència. Tot i així caldria analitzar les causes del 8% que no arriba a assolir el aquest nivell.

b) Subcompetència 2: Plantejar i solucionar problemes matemàtics

Els resultats d'aquesta competència són pràcticament equivalents als de l'anterior. El grau de correlació és molt elevat entre elles dues. De fet podem entendre que en el moment que formulem preguntes matemàtiques i intentem donar-li-hi resposta estem plantejant i resolent problemes matemàtics. Segurament caldria filar més prim en la definició d'ambdues, per tal de poder distingir-les millor.

c) Subcompetència 3: Models matemàtics

Els resultats d'aquesta subcompetència són inferiors als obtinguts en les dues primeres. Establir models matemàtics representa un grau de dificultat important per a molts estudiants, que pot anar lligat a diversos factors: tipus d'activitat que desenvolupem a les aules, desenvolupament del pensament abstracte, treball que hagin realitzat anteriorment els estudiants o factors externs als centres educatius. Caldria potenciar a les aules l'ús d'activitats que afavoreixin el procés de matematització. Això podria ser degut a que en el procés de matematització, a) Fer-nos preguntes sobre el món real, b) Formular el problema de manera matemàtica, c) Realitzar els càlculs i d) Retornar el problema al món real, no aprofundim prou en la segona etapa. En això poden influir diversos aspectes. Pensem que n'hi ha dos que poden ser capitals: el tipus d'activitats matemàtica que es proposen als estudiants: problemes rutinaris i exercicis, i l'estructura de les sessions de les classes de matemàtiques: explicació per part del professor i després activitats al voltant d'allò que s'ha explicat. En el primer cas no es té en compte aquesta etapa i en el segon cas entenem que el procés de matematització el realitza el professor quan desenvolupa la seva exposició inicial a l'aula enlloc dels estudiants. Aquesta explicació inicial fa que els estudiants es saltin l'etapa de matematització del problema. La taula següent indica el canvi que pot representar en el procés de matematització una metodologia expositiva:

Procés de matematització	Metodologia expositiva
1.- Fer-nos preguntes	1.- Món matemàtic
2.- Món real --> Món matemàtic	2.- Fer-nos preguntes
3.- Resolució del problema	3.- Resoldre el problema
4.- Món matemàtic --> Món real	4.- Món real

Taula 105: Procés de matematització en metodologia expositiva

d) Subcompetència 4: Raonar matemàticament

En aquesta subcompetència hi ha dos aspectes, primer ens tornem a acostar a valors semblants a les dues primeres subcompetències, i segon, però en el nivell de l'assoliment de les subcompetències els resultats són semblants als de la subcompetència 3. El 50% dels estudiants es situaria per sobre el nivell de connexió. Les raons donades, tipologia d'activitats i metodologia de treball a l'aula, poden explicar l'alt percentatge d'estudiants que no arriben a assolir un nivell de reproducció. Però també cal dir que pensem que cal millorar l'eina de valoració de l'assoliment d'aquesta competència. El mateix ens passa amb les subcompetències 5 i 6.

e) Subcompetència 5: Representar conceptes matemàtics

El tipus de treball desenvolupat ha permès que pràcticament la totalitat dels estudiants estiguin per sobre del nivell de reproducció. El baix percentatge d'estudiants en el nivell més alt és paral·lel a la subcompetència 3, pensem que hi ha una relació interessant entre aquestes dues subcompetències, com a mínim en aquest nivell. Per tal d'arribar a un nivell alt de comprensió del procés de matematització s'ha d'assolir un nivell alt de representació de conceptes matemàtics. Podem suposar que si volem aprofundir en la matematització, prèviament haurem de treballar molt la representació d'idees i conceptes matemàtics.

f) Subcompetència 6: Utilitzar símbols i fórmules

El percentatge d'assoliment d'aquesta competència és molt baix. Pensem que això pot ser degut a una falta de comprensió de la representació matemàtica de la situació problema. Això lliga amb els baixos resultats de la subcompetència 3. Si els estudiants no relacionen el problema matemàtic amb el model que se'ls proposa, difícilment utilitzaran la representació matemàtica de manera adequada. Pensem també que amb el tipus de treball que en general es realitza a les aules, té una certa coherència que el resultat d'aquesta subcompetència sigui baix.

g) Subcompetència 7: Comunicar

El resultat d'aquesta subcompetència, observat globalment, és un dels més baixos de totes. El 80% dels estudiants estaria igual o per sota del nivell mitjà. Aquesta subcompetència implica explicar tot allò que han fet per tal de poder-ho comunicar. L'ús del llenguatge, oral o escrit, és un dels déficits importants que presenten els nostres estudiants. Aquests resultats ho confirmen, són capaços de fer les coses, però tenen dificultats importants en explicar-ho. Per tant, caldrà fomentar i desenvolupar activitats on els estudiants hagin d'exposar les seves idees. Presentacions orals, amb suport digital o no, i treballs escrits, entre d'altres haurien de ser elements habituals en la classe de matemàtiques.

h) Subcompetència 8: Fer ús de suports i eines

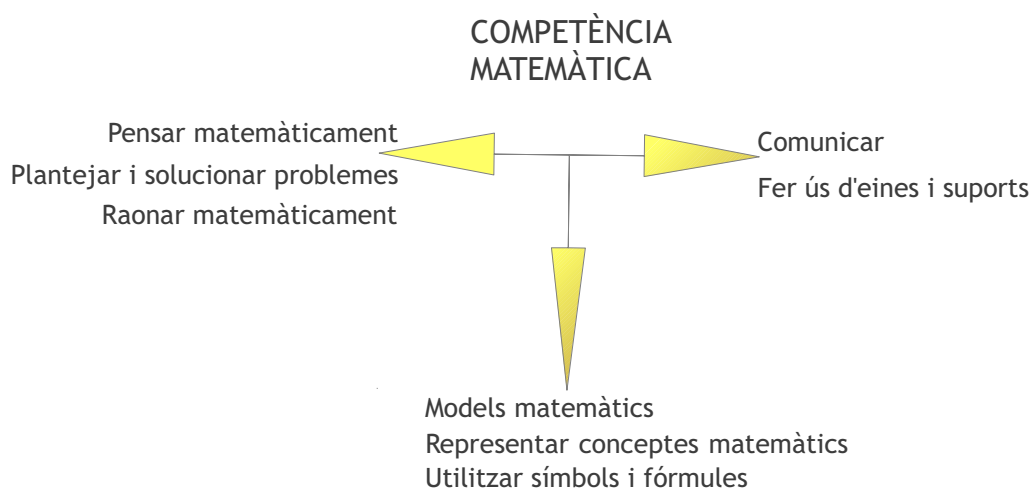
L'anterior subcompetència i aquesta són les que presenten resultats més baixos. A més, són perfectament comparables. Coneixen les eines però no les utilitzen per donar suport a les seves idees o realitzacions. D'alguna manera hi ha un lligam molt important entre aquesta subcompetència i l'anterior.

El que podem observar en aquests resultats és un certa agrupació de subcompetències. Per una banda tindriem les subcompetències 7 i 8, comunicar i ús de suports i eines. Podem interpretar que d'alguna manera poden representar els mateixos aspectes del treball matemàtic. I també la subcompetències 3, 5 i 6, Models, Representació i utilització de símbols i fórmules, i finalment les

subcompetències 1, 2 i 4 , pensar, plantejar i raonar. Podem concloure que serà molt important treballar a tots nivells, des d'infantil fins a secundària, activitats matemàtiques que desenvolupin i aprofundeixin aquests tres Sub-blocs competencials.

Podem dir que podem agrupar les subcompetències matemàtiques en tres aspectes:

a) Ús d'eines, b) treball matemàtic interdisciplinari i c) treball matemàtic pur.



Gràfic 74: Agrupació de subcompetències a partir dels resultats dels estudiants

8.3.3.3 Valoració comparativa dels dels resultats del GnD i GD

Seguirem la mateixa dinàmica que hem seguit en l'apartat anterior. Farem un recorregut pels resultats obtinguts en els dos grups d'estudi i analitzarem els resultats.

a) Subcompetència 1: Pensar les Matemàtiques

Podem dividir els resultats en dos blocs, per sota del nivell mitjà i per sobre. En ambdós casos el GD presenta millors resultats que el GnD. El GD presenta menys estudiants en el nivell més baix de la subcompetència i més estudiants en el seu nivell més alt. Interpretem que hi ha hagut un desplaçament dels resultats dels

estudiants del nivell baix al mitjà-baix i del mitjà-alt al alt. Podem interpretar que quan els estudiants treballen, ja sigui en parelles o bé de manera individual, en activitats que estan implementades en un sistema informàtic, estan més centrats en les tasques que estan realitzant, això comporta que el grau d'aprofitament de la tasca que estan fent es superior al treball sense ordinador en l'aspecte de pensar matemàticament. Sembla que el temps invertit en el treball amb ordinadors tingui un rendiment més alt que el treball no digital.

b) Subcompetència 2: Plantejar i solucionar problemes matemàtics

En aquest subcompetència es segueix una pauta molt semblant a l'anterior, tot i que només es manifesta en els nivells baix i mitjà-baix. L'argument establert en la subcompetència 1 també seria aplicable en aquest cas. I de fet, lliga amb la tendència que hem observat quan hem analitzat els resultats de tota la població. Les dues subcompetències estan relacionades i sembla que afecta amb més profunditat als estudiants en nivells baixos d'assoliment de les subcompetències. Això pot ser degut a que poden tenir problemes de concentració en les activitats que desenvolupen i el treball amb ordinador els ajudaria a centrar-se en el que estan fent. Pensem que pot haver-hi implicacions importants per als estudiants per als estudiants amb problemes d'aquest tipus.

c) Subcompetència 3: Models Matemàtics

Aquesta subcompetència presentava resultats globals força diferents de les dues primeres la qual cosa ens feia pensar en una certa distància entre elles, però la tendència que existeix entre el GD i el GnD sembla que és manté, però només en els nivells alts d'assoliment de la subcompetència. En el procés de modelització matemàtic, l'ordinador pot ajudar a aquells estudiants que ja tinguin desenvolupada la capacitat de raonament matemàtic, atès que els resultats del GD augmenten respecte els del GnD. Per als estudiants amb capacitats no tan desenvolupades caldria treballar amb altres materials que els ajudessin a desenvolupar-la aquesta capacitat. Per ells, els ordinadors serien molt interessants per tal de desenvolupar les subcompetències 1 i 2. Aquest pot ser un element important de tractament de la diversitat a l'aula.

d) Subcompetència 4: Raonar matemàticament

Segueix la tendència de nivells competencials més alts en el GD en front del GnD. Amb una disminució important dels estudiants situats en el nivell més baix de la competència del GD en front del GnD.

e) Subcompetència 5: Representar conceptes matemàtics

En aquesta subcompetència, s'observa la mateixa tendència que en la subcompetència 3, de fet, en la valoració global ja s'observava una correlació entre les dues subcompetències, Hi ha un augment significatiu en el nivell alt de la competència, però en els altres els resultats no ens permeten discriminar altres situacions. Caldria afinar més el procés d'avaluació de la subcompetència. Sembla que en algunes subcompetències el treball amb ordinador afavoreix l'aprofundiment en l'assoliment en aquells estudiants que ja estan en un nivell mitjà-alt. En els altres estudiants no aportaria cap canvi.

f) Subcompetència 6: Utilitzar símbols i fórmules

En aquest cas la millora de resultats es produeix en el nivell baix de la subcompetència. Hi ha una migració important d'estudiants del nivell baix al nivell mitjà-baix. Els altres valors no aporten diferències. Aquest resultat sembla entrar en conflicte amb el que hem dit al relacionar la subcompetència 6 amb la 5 i la 3. En aquests la millora implicava la zona alta del assoliment de la subcompetència. En aquest cas pren més força la necessitat de millorar la prova d'avaluació creada.

g) Subcompetència 7: Comunicar

En la classificació que hem fet per nivells els resultats obtinguts no ens permeten discriminar entre un grup i l'altre.

h) Subcompetència 8: Fer ús de suports i eines

Aquesta és l'única subcompetència on el GD presenta més estudiants en el nivell més baix de l'assoliment de la competència que el GnD. No passa el mateix en els

nivells mitjà i alt, on el GD té resultats superiors. De fet l'ordinador és una eina i això afavoreix a aquells estudiants que ja tenen tendència a utilitzar-les. Encanvi aquells estudiants que no ho fan l'ordinador no estimula el seu ús.

En síntesi, pensem que els ordinadors afavoreixen la capacitat de focalització dels estudiants en les tasques que estan realitzant, el que comporta, en general, que aprofitin millor el temps de treball que aquells estudiants que no els utilitzen. Observem que no totes les subcompetències es comporten de la mateixa manera. Així hi ha subcompetències on els estudiants poden millorar encara que tinguin molt poc desenvolupada la capacitat, i n'hi ha d'altres on l'ordinador actuar com a catalitzador de l'assoliment de la competència però requereix una certa capacitat prèvia per part dels estudiants. Aquest pot ser un element interessant per tal de desenvolupar activitats de tractament de la diversitat a l'aula. Per exemple, es podran desenvolupar activitats on els ordinadors seran útils per treballar amb aquells estudiants que tinguin les subcompetències 1, 2, 4, 6 poc assolides, i es podran desenvolupar activitats amb ordinador per tal de millorar les subcompetències 3 i 5, pels estudiants que ja tinguin un cert nivell en el seu assoliment. La resta d'estudiants hauria de realitzar activitats prèvies amb altres eines per tal d'aprofundir el seu nivell competencial.

8.3.4 Conclusions pel que fa al disseny d'un lloc web per a l'aprenentatge de les matemàtiques

Amb el nou disseny de l'espai web hem intentat que fos més accessible al professorat que haurà d'utilitzar el material i valorar-ne les seves potencialitats i debilitats. En aquest sentit hem, i ja hem explicat els motius, separat els tres elements que entenem que són fonamentals en el disseny de les activitats digitals: les activitats matemàtiques, les eines digitals de suport a les activitats matemàtiques i les eines d'organització d'aquests dos elements. Entenem que així el professorat podrà adaptar-los a les necessitats específiques de les seves aules. No hem d'oblidar, que amb les eines actuals, el disseny d'un portal web és

accessible a qualsevol persona amb interès per crear-lo.

Amb aquesta nova estructura presentem activitats matemàtiques dissenyades per treballar amb eines digitals, i també de manera no digital, i per intentar que els estudiants puguin assolir el màxim nivell de les seves capacitats matemàtiques. Aquestes activitats estan classificades segons els blocs de contingut que apareixen en el currículum català, però al mateix temps es mostren les equivalències amb els blocs de contingut treballats en l'estudi PISA i en els estàndards del NCTM. Els professors hauran de seleccionar les eines que necessiten i adaptar-les a les seves necessitats. Això és independent del nivell de competència digital que tinguin. Aquells més competents podran agafar els tres elements i adaptar-los al seu gust completament, afegint-ne si cal de nous. I aquells professors amb menys competència, podran seleccionar les activitats ja dissenyades i aplicar-les a les aules.

A més en aquest portal, és dona accés a altres pàgines web de recursos matemàtics. Amb això pensem que el portal, amb el temps, pot convertir-se en una font de formació i d'informació per al professorat de diferents nivells. En aquests moments el portal registra prop de 400 visites mensuals la qual cosa ens indica que aquest objectiu va camí d'assolir-se. Val a dir també, que les activitats matemàtiques de la primera etapa de la recerca, que es troben dipositades en el lloc web issuu des de l'any 2008, han tingut fins ara unes 27000 visites.

8.3.5 Valoració de les hipòtesis i dels objectius proposats a l'inici de la recerca

En iniciar aquesta tesi ens vam plantejar uns objectius i proposar unes hipòtesis al seu voltant. Ha arribat el moment de valorar-los a la llum dels resultats que hem obtingut en aquests anys de treball, tan en la primera com en la segona etapa de la recerca.

En el primer objectiu ens proposàvem Implementar un sistema de treball telemàtic que permeti als estudiants de primer de secundària desenvolupar les activitats

matemàtiques corresponents a aquest curs. S'ha cobert aquesta possibilitat i s'ha anat una mica més enllà. Tal com ja hem explicat, el portal original s'ha convertit en un banc de recursos on, a banda de les activitats del portal original, s'hi han inclòs activitats de matemàtiques adreçades a altres nivells educatius i eines digitals per tal d'implementar aquestes activitats en un espai web. Aquest espai és obert a la participació d'altres professors-recercadors per tal d'ampliar la seva capacitat.

En el segon objectiu volíem dissenyar una eina per tal de valorar el grau en que es treballen les competències matemàtiques en les activitats que dissenyàvem. Hem desenvolupat aquesta eina i l'hem aplicat a les activitats i a la prova de valoració de final de l'activitat. Hem identificat, a partir d'ella, els criteris que haurien de complir les activitats matemàtiques per tal de desenvolupar la competència matemàtica dels estudiants. La prova és un exemple del que diem. Hem entès, en el procés de recerca, que a banda de valorar les activitats matemàtiques, també cal valorar les eines digitals que utilitzem en el nostre treball. No totes les eines tenen la mateixa potencialitat de cara al treball matemàtic a l'aula. Hem intentat desenvolupar criteris per a seleccionar les millors eines per tal d'ajudar als estudiants a desenvolupar la seva competència matemàtica i digital. Hem entès que ambdues van lligades.

Aquesta eina de valoració de competències ens ha permès identificar criteris per millorar les activitats matemàtiques que desenvolupem a l'aula, n'hem mostrat exemples. La introducció d'activitats inicials i finals a les activitats matemàtiques seguien aquesta idea. Però fonamentalment hem vist que activitats matemàtiques que potenciïn la competència matemàtica en els estudiants han d'incloure preguntes que facin pensar i raonar a partir d'un context, preguntes que facin als estudiants superar-lo i finalitzar, amb tasques que obliguin als estudiants a comunicar els resultats del seu treball amb l'ajut de les eines que siguin necessàries, matemàtiques o no, digitals o no.

En el darrer objectiu de la recerca volíem que el material de treball dissenyat estigués adaptat a la diferent diversitat d'alumnat que hi ha a les nostres aules. Entenem que el material que s'ha dissenyat, amb l'ajut de l'eina de valoració competencial dissenyada, compleix aamb aquest objectiu. Cal entendre també que no és un procés finalitzat. En el “Banc de Recursos de Matemàtiques” s'hi aniran emmagatzemant activitats que compleixin amb els requisits que hem establert. Sabem que hi ha diferents ritmes d'aprenentatge a l'aula, amb les matemàtiques i amb els mitjans digital. Cal doncs que les activitats que dissenyem incloguin en elles mateixes aquest tractament de la diversitat. Entenem que les activitats amb les quals treballem a les aules, han d'incloure activitats emmarcades en els blocs de reproducció, de connexió i de reflexió, l'eina que hem dissenyat ens permet fer-ho. Però també hem d'incloure activitats d'ampliació en les nostres activitats per tal de potenciar allò que s'ha anomenat excel·lència. Entenem que aquesta excel·lència no passa per avançar continguts més ràpidament, entesos en al manera clàssica, sinó per proposar als estudiants engrescadores i que potenciïn la seva competència matemàtica.

Per altra banda, també hem de comentar les hipòtesis que ens vam plantejar a l'inici de la nostra recerca.

La primera hipòtesi de treball feia referència a que l'ús d'eines informàtiques interactives amb estudiants proporcionen un element de motivació molt important per als estudiants de primer de secundària. Entenem que aquesta hipòtesi s'ha complert en el moment en què el ritme de treball dels estudiants del GD és més alt que els estudiants del GnD. Entenem que també és més alt el grau de concentració en la feina que estan fent i això porta a una major eficàcia en la gestió del temps de treball a l'aula. Entenem doncs, que també s'ha complert la la segona hipòtesi proposada, el grau de treball dels estudiants del GD és major que els del GnD. Cal esmentar també, com a element de reforç d'aquesta idea, el major nivell d'argumentació i d'explicació que desenvolupen els estudiants que treballen amb

eines digitals.

En aquest sentit entenem que també té una importància cabdal la gestió del funcionament de les aules que es fa quan s'utilitzen els mitjans digitals. No podem utilitzar les mateixes metodologies amb el treball digital que amb el treball no digital. L'ús dels ordinadors fa que determinades metodologies resultin poc eficients per tal d'afavorir l'aprenentatge dels estudiants. En la recerca hem utilitzat una determinada metodologia, aula-taller. Entenem que aquesta s'acosta més que les altres a la metodologia adequada per a l'aprenentatge digital. Però cal veure com integrar-les adequadament en el funcionament de les aules. Pensem per exemple en les sessions en gran grup on disposem de totes les respostes dels estudiants.

A partir del nivell d'assoliment de les subcompetències que mostra la prova final, podem indicar que el GD mostra un nivell una mica més alt, mostra un cert biaix cap l'assoliment més alt de les competències, que el GnD. La qual cosa ens fa pensar que el treball amb eines digitals millora de manera important l'assoliment de competències per part de tots els estudiants. Entenem que hi ha diverses causes que fan això possible. A banda de les que hem mencionat anteriorment, pensem que el treball amb eines digitals afavoreix el tractament de la diversitat a les nostres aules. Cal potenciar aquest línia de treball, atès que la diversitat que trobem a les aules de l'INS Llanerres, no és la mateixa diversitat que podem trobar a altres centres de Catalunya.

Pel que fa a H4, si bé les idees dels estudiants han tingut una certa influència en la modificació de les activitats, cal potenciar aquesta línia de treball per tal de millorar la seva participació en la confecció de noves activitats i millora de les ja existents.

8.3.6 Limitacions i perspectives de noves recerques

Al llarg de les dues etapes de la recerca, la investigació ha aportat diverses eines. Entenem que les més importants són:

a) Activitats de matemàtiques dissenyades pel treball competencial a l'aula. Inicialment previstes per a primer de secundària, però aplicables a diversos nivells acadèmics. Dins d'aquestes activitats hi hem inclòs proves d'avaluació dels nivells de competències adquirits pels estudiants i el fòrum d'activitats.

b) Eina de valoració competencial de les activitats matemàtiques que desenvolupem a l'aula. Permet la seva avaluació i l'establiment de criteris per tal de desenvolupar-les.

c) Criteris per seleccionar eines digitals que afavoreixin el treball competencial dels estudiants.

d) Portal web, d'ús per a estudiants i professors.

Les perspectives de noves recerques han d'anar, sobre tot, a millorar i desenvolupar aquestes eines dissenyades. Hem de tenir present que hem treballat fonamentalment a 1r i 2n de secundària obligatòria. Entenem per tant, que una manera d'anar més enllà consistirà en desenvolupar recerques semblants als nivells que no hem tocat en la nostra, Ensenyament Primari o el cursos superiors de l'ensenyament secundari, obligatori i post-obligatori. Per fer-ho primer caldrà desenvolupar activitats matemàtiques per aquests nivells adaptades al treball per competències, seleccionar eines digitals adequades. S'han desenvolupat currículums seguin aquestes idees, però falten activitats matemàtiques per portar a les aules. En aquest sentit podem destacar la tasca del CREAMAT, amb el desenvolupament d'una base de dades d'activitats matemàtiques per a ús dels professors i de la FEEMCAT, que des de fa anys desenvolupen concursos de matemàtiques de resolució de problemes, tan a primària com a secundària, que segueixen aquesta manera de treballar a l'aula.

Les eines digitals estan avançant molt ràpidament, la tecnologia està superant amb escreix la capacitat imaginativa que tenim. Sense anar tan lluny, només hem de pensar en els tablets i els smartphones, que aviat seran un gadget més dels nostres estudiants. En aquest sentit cal dir que la recerca l'hem planificat per al treball amb ordinadors de sobretaula. Caldrà veure com podem adaptar el nostre treball a aquestes noves eines. El disseny d'apps educatives per aquests telèfons intel·ligents han de formar part d'una nova línia de recerca. Això podria superar el problema generat amb la desaparició del programa EDUCAT1x1, que garantia que els nostres estudiants poguessin disposar d'un ordinador a l'aula en el moment que fes falta per a desenvolupar el treball matemàtic, superant el fet d'haver de disposar de l'aula d'ordinadors general per a tot els centres educatius. De la mateixa manera que poder disposar d'una calculadora ajuda a treballar matemàtiques a l'aula.

Al llarg de la recerca, sobre tot en la segona etapa, hem anat deixant les activitats més algorísmiques i les hem substituït per activitats de resolució de problemes en context. Com a científics no podem sentir-nos contents del tot amb aquesta decisió. Els algorismes en matemàtiques són estratègies que han tingut la seva importància història i que no podem oblidar. Formen part del bagatge científic. Cal buscar mecanismes per introduir aquests algorismes en el treball matemàtic habitual dels estudiants. Però no de la manera com s'ha vingut fent fins ara, treball mecànic i fet a mà. Pensem que una eina molt important per treballar-los a l'aula ha de ser la programació amb llenguatges específics d'ordinadors. Hem vist en la recerca que el treball amb un full de càlcul o amb programes de representació de funcions ajuda als nostres estudiants a comprendre els mecanismes de càlcul que estan aplicant. Anar més enllà en aquest aspecte vol dir endinsar-nos en la programació. Ja fa alguns anys es va introduir en les aules el LOGO, són molts els estudiants que recorden la tortugueta que el representava. Actualment, el seu hereu SCRATCH, llenguatge desenvolupat pel MIT Media Lab, s'està introduint en les nostres aules a partir de grups de professors de primària i secundària. Cal veure com podem aplicar-lo, o altres, per tal de sistematitzar el treball sobre algorismes dels nostres estudiants. I quan diem aplicar-ho a la realització d'algorismes

entenem que aquest és un primer pas, després caldrà veure com s'haurà de poder aplicar també als processos de resolució de problemes que hem desenvolupat en aquest treball, i que considerem la base del treball matemàtic.

Un altra aspecte on s'ha de mantenir una certa continuïtat i ampliació en la recerca és en el tractament de la diversitat. La diversitat de l'INS de Llavaneres no és la mateixa que la que poden tenir altres centres a Catalunya. De fet, cada centre presenta les seves particularitats. Per tant, entenem que aquesta recerca hauria de ser un procés molt més extens i general que no la que acabem de desenvolupar molt centrada en un sol INS.

I per finalitzar, un darrer aspecte que entenem que la recerca no ha tocat suficientment, és l'avaluació i l'autoavaluació dels estudiants amb l'ajut de mitjans digitals. Segurament aquest és un tema molt important, per no dir el més important dels que estem plantejant. En aquest sentit entenem que cal veure com podem implementar un sistema d'avaluació digital que permeti que totes les activitats que realitzin els estudiants a l'aula siguin avaluable. L'avaluació dels estudiants no ha de quedar reduïda a una prova o dues a final de trimestre. Introduir més varietat en el tipus d'activitats, per tal de valorar altres elements importants en la formació d'estudiants: orals, escrites, individuals, en grup, etc. Com podem fer-ho per tal que els estudiants disposin de tota la informació necessària per tal de ser ells els gestors del seu aprenentatge. Cal estudiar com podem fer això a diferents nivells educatius. Aquesta pot ser una línia de recerca força engrescadora.



Capítol 8 Conclusions

REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES



REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

Adell, Jordi. edu&tec. [en línia] 2012. [maig 2011].
<http://elbonia.cent.uji.es/jordi/2011/05/01/web-2-0-y-educacion-%C2%BFel-dia-de-la-marmota%E2%80%9D/>

Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, JM, (1988). *Materiales para construir la geometria*, Madrid: Editorial SINTESIS

Arcavi A., Hadas N., (2000). Computer mediated learning: An example of an approach. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5 pàg 25-45.

Barba C., Capella S. (Coord) (2010). *Ordenadores en las aulas. La clave es la metodologia*. Ed. Graó

Barr, R.B. and J.Tagg (1995). From teaching to learning - A new paradigm for undergraduate education. *Change Magazine*, Vol. 4. pàg 13-25.

Berry, J.; Houston, K. (1995). *Mathematical Modelling*. London: Edward Arnold.

Blàzquez, F. (1991). *La Investigación-acción y Técnicas de investigación Cualitativa*, O. SAENZ *Practicas de Enseñanza*, Marfil. Alacant.

Burgos, D. i Koper, R. (2005). Comunidades virtuales, grupos y proyectos de investigación sobre ims learning design. Status quo, factores clave y retos inmediatos. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, v. 11 , n. 2. http://www.uv.es/RELIEVE/v11n2/RELIEVEv11n2_6.htm Darrera visita (maig 2012).



Callejo, M.L., Vila, A. (2003). Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas. Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la educación secundaria. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol. X, no. 2, 173-194.

Callejo, M.L.; Llinares, S. & Valls, J. (2007). El uso de videoclips para una práctica reflexiva. Comunicación en las XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas - JAEM. Granada, Julio.

Camacho M., Santos de Cionvestav, LM. (2006). Sobre el desarrollo del sentido geométrico y el uso del software dinámico. *UNO Revista de Didáctica de la Matemática*, 42, pàg 20-33

Chamorro MC., (2003). Las dificultades de lectura y comprensión de los problemas matemáticos escolares. *UNO Revista de Didáctica de la Matemática*, 33, pàg 99-119

Chapman O.,(1997). Metaphors in the Teaching of Mathematical Problem Solving *Educational Studies in Mathematics* Vol. 32, No. 3, pp. 201-228

Cook, T.D. Reichardt. Ch.S. (1986). *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa*. Madrid: Ediciones Morata.

De Ketele, JM., Gerard, FM.,(2005). La validation des épreuves d'Avaluation selon l'approche par les compétences. *Mesure et évaluation en education*, VOL . 28, N° 3, 1-26

Dodge, B. (1995a, October 27, 2001). The WebQuest Page at San Diego State University [Internet web site]. Retrieved March 23, 2002, from the World Wide Web: <http://webquest.sdsu.edu/>

REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

[Downes Stephen, E-learning 2.0, eLearn, v.2005 n.10, October 2005 \[doi>10.1145/1104966.1104968\]](#)

Downes Stephen. Stephen's Web. [en línia] 1995-2012. [abril 2012]
<http://www.downes.ca/>

Elliot, J. (1990). *La investigación-Acción en educación*. Morata, Madrid

Fernández Manjón, B., Moreno Ger, P., Sierra Rodríguez, JL., Martínez Ortiz, I. Uso de estándares aplicados a TIC en educación.
<http://ares.cnice.mec.es/informes/16/index.htm> [en línia] [maig 2012]

Fundación Manuel Piedrahita. "EDUTEKA". [en línia] 2001-2012. [abril 2012].
<http://www.eduteka.org/>

García Peñalvo, F.J. "Estado actual de los sistemas e-learning" [en línia] 2012. [abril 2012]
http://campus.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_06_2/n6_02_art_garcia_penalvo.htm

Generalitat de Catalunya, Departament d'Educació. Currículum educació secundària obligatòria. [en línia] 2012, [abril 2012]
http://www.xtec.cat/alfresco/d/d/workspace/SpacesStore/fe124c3b-2632-44ff-ac26-dfe3f8c14b45/curriculum_eso.pdf

Generalitat de Catalunya INTERM@TES, 2012, [abril de 2010],
<http://www.edu365.cat/aulanet/intermates/>



Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. "CREAMAT". [En línia]. 2012. [abril 2012]. <http://phobos.xtec.cat/creamat/joomla/>

Generalitat de Catalunya, Departament d'Educació. Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu. (2005). *PISA 2003. Ítems alliberats*

Griffiths, D., Blat, J., Garcia, R. & Sayago, S. (2004). La aportación de IMS Learning Design a la creación de recursos pedagógicos reutilizables". [en línia] http://spdece.uah.es/papers/Griffiths_Final.pdf [cited]

Goldstein F. C., & Levin H. S. (1987). Disorders of reasoning and problem-solving ability. In M. Meier, A. Benton, & L. Diller (Eds.), *Neuropsychological rehabilitation*. London: Taylor & Francis Group.

Goetz, L. I Lecompte, H.D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en Investigación educativa*. Madrid: Ediciones Morata.

Gómez Chacón, I.M., (1997). *Procesos de aprendizaje en matemáticas con poblaciones de fracaso escolar en contextos de exclusión social. Las influencias afectivas en el conocimiento de las matemática*. Tesis Doctoral.

Goñi J.M.,(2009). El desarrollo de la competencia matemática en el currículo escolar de la Educación Básica". *Educatio Siglo XXI*, Vol. 27.1, pàg. 33-58.

Guzmán, M. de (1993). *Tendencias Innovadoras en Educación Matemática*. [En línia]. 2012. [abril 2012] <http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm>.

Hmelo-Silver C, Duncan RG, Chinn CA (2007). Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: a response to Kirschner, Sweller, and Clark. *Educational Psychologist* v42 n2, pàg 99-107.

REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

ISTE. International Society for Technology in Education. 2012. [abril 2012].
<http://www.iste.org/welcome.aspx>

Kay, D. S. (1991). Computer interaction: Debugging the problems. In R. J. Sternberg & P. A. Frensch (Eds.), *Complex problem solving: Principles and mechanisms*, pàg. 317-340. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Klein, F. (2006). *Matemática elemental desde un punto de vista superior*. Madrid: Editorial Nivola.

Kemmis, S. I McTaggart, R. (1988). *Como planificar la Investigación-acción*. Barcelona: Editorial Laertes.

Lange, J. de (1996). Using and Applying Mathematics in Education. A A.J. Bishop, K. Clements; C. Keitel; J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education*, pàg 49-97. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Martin A. (2005). DigEuLit - a European Framework for Digital Literacy: a Progress Report, *Journal of eLiteracy*, Vol 2, 130-136.

Latorre, A. (2003). *La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelona: Editorial Graó

Leadbeater Ch.(2010). *Cloud Culture. The future of global cultural relations*. Counterprint: British Council.

Lesgold, A., & Lajoie, S. (1991). Complex problem solving in electronics. In R. J. Sternberg & P. A. Frensch (Eds.), *Complex problem solving: Principles and mechanisms*, pàg. 287-316. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.



Marquès, Pere. Tecnologia educativa. Web de Pere Marquès. 2012 [Abril 2012]
<http://peremarques.pangea.org/>

Mason, J. Burton, L. i Stacey, K (1992). *Pensar matemàticament*. Barcelona: Ed. Labor i MEC

Mayes, J.T. (1995). Learning technology and Groundhog Day. En W. Strang, V.B. Simpson, and D. Slater (eds.) (1995). *Hypermedia at work: Practice and theory in higher education*, pág. 21-35. Canterbury: University of Kent Press, .

McKernan, J. (1999). *Investigación-Acción y currículum*. Madrid: Ediciones Morata.

Merrill, M. D. (2002). A pebble-in-the-pond model for instructional design. *Performance Improvement*, Vol 41, nº 7, 39-44.

MIT Media Lab. “Lifelong Kindergarten”. [en línia] 2012. [abril 2012]
<http://llk.media.mit.edu/>

Mitra S., Rana V. (2001). Children and the Internet: experiments with minimally invasive education in India . *British Journal of Educational Technology*, Vol 32, nº 2, pages 221-232,

Murillo Ramón, J., Fortuny Aymemi, JM., (2004). Interactividad en la red con actividades cabri. *Contextos educativos: Revista de educación*, 6-7, pàg 295-316

National Council of Teachers of Mathematics (2003). Principios y estándares para la Educación Matemática. Granada Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES. (Versión original en inglés: Principles and standards for school mathematics. 2000.)

REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

NCTM. “Illuminations. Resources for teaching math”, [en línia]. 2000-2012, [maig 2012]. <http://illuminations.nctm.org/>

NRICH team, University of Cambridge. “NRICH. Enriching mathematics”, 2007-2012. [abril 2012]. nrich.maths.org/

Niss. M., (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the danish KOM project*. Technical report, IMFUFA, Roskilde University .

Niss. M., (2003). Quantitative Literacy and Mathematical Competencies , a *QUANTITATIVE LITERACY: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*, Bernard L. Madison (Editor) , pàg. 215-220. [en línia] Princeton 2003.

Novak J.D., Cañas AJ. (2007). Theoretical origins of Concept Maps, How to construct them, and uses in education . *Reflecting Education. Vol. 3, No. 1*, November pàg. 29-42 [en línia]
www.reflectingeducation.net/index.php/reflecting/article/.../41/43

Novelino J., Tecnologia i Imaginació. Consideracions sobre l'ús de les eines en l'educació. Quaderns digitals.net [en línia] 2012. [abril 2012]
http://www.quadernsdigitals.net/index.php?accionMenu=hemeroteca.VisualizaNumeroRevistaU.visualiza&numeroRevista_id=773

Organization for Economic Cooperation and Development (OECD). 2000. *Measuring Student Knowledge and Skills: The PISA 2000 Assessment of Reading, Mathematical and Scientific Literacy*. Paris: OECD. Consultat Abril 2012 a
<http://www.pisa.oecd.org/>.



REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

Pérez Serrano, G. (1990) . *Investigación-acción aplicada al campo social y educativo*. Madrid: Dykinson.

Polya, G. (1990). *Cómo plantear i resolver problemas*. México. ED Trillas. (versió original en anglés: *How to solve it*. Princeton, New Jersey. Princeton University Press)

Popkewitz, Th. S (1988). *Paradigma e Ideología en investigación educativa*. Madrid: Mondadori.

Rico, L. (2007). “La competencia matemática en PISA”. *PNA*, Vol 1,. no 2, pàg 47-66.

Roegiers, X. (1999). Savoirs, capacités et compétences à l'école : une quête de sens, *Forum-pédagogies*, 24-31.

Roig, A. I. (2004). “Dimensiones de la competencia matemática al finalizar la educación secundaria obligatoria. Caracterización y análisis”. Final report of DEA.

Rosich N, Muria S. (2007). La utilización de los medios virtuales para la formación geométrica del alumnado con déficit auditivo. *UNO Revista de Didáctica de la Matemática*, 44, pàg 76-93

Rosich, N.; Mora, Ll. (2010). Las actividades matemáticas de los libros de texto y su valor competencial. Una propuesta de evaluación. Revista números. [en línia] (maig 2012). http://www.sinewton.org/numeros/numeros/76/Articulos_03.pdf

Rychen, D. S., & Salganik, L. H. (2002). *Definition and Selection of Competencies (DESECO): Theoretical and Conceptual Foundations*. Strategy Paper: OECD.

REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

Sangrà, A.; Vlachopoulos, D., Cabrera, N., Bravo, S. (2011). *Hacia una definición inclusiva del e-learning*. Barcelona: eLearn Center. UOC.

Sol Puig, M., (2009). “Anàlisi de les competències i habilitats en el treball de projectes matemàtics amb alumnes de 12-16 anys a una aula heterogènia”. Tesi Doctoral.

Siemens George. “ELEARNSPACE”. [En línia]. 2002-2012. [abril 2012].
<http://www.elearnspace.org/>

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press.

Stanovich, K. E., & Cunningham, A. E. (1991). Reading as constrained reasoning. In R. J. Sternberg & P. A. Frensch (Eds.), *Complex problem solving: Principles and mechanisms*, pàg. 3-60. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

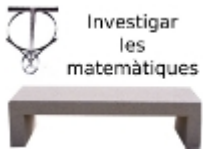
Stenhouse, L (1987). *La investigación como base de la enseñanza*. Madrid: Ediciones Morata.

Sutherland, R., Balacheff N., (1999). Didactical complexity of computational environments for the learning of mathematics. *International Journal of Computer for Mathematical Learning*, Vol 4, no 1, pàg 1-26.

TED CONFERENCES. “TED. Ideas worth spreading: How we learn”. [en línia] 2012.
http://www.ted.com/themes/how_we_learn.html

Voss, J. F., Wolfe, C. R., Lawrence, J. A., & Engle, R. A. (1991). From representation to decision: An analysis of problem solving in international relations. In R. J. Sternberg & P. A. Frensch (Eds.), *Complex problem solving: Principles and mechanisms*. pàg. 119-158. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Wittmann, E. Ch. (2005). Realistic Mathematics Education, past and present. Nieuw



REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

Archief voor Wiskunde, Vol 5/6, no 4, pàg. 294-296.

Wolfram Research. “math \neq calculating. It's a much bigger subject”. [en línia] 2012. [abril 2012] <http://www.computerbasedmath.org/>

Wolfram Research. “Wolfram Alpha. computational knowledge engine” . [en línia] 2011-2012. [abril 2012] <http://www.wolframalpha.com/>

REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES



Annexos

Annexos

Annex 1. Prova inicial

Prova inicial de matemàtiques.

12 de Setembre de 2007

1.a) El número que és una unitat menor que 2010 és: _____

b) El número que és tres desenes major que 9981 és: _____

2. Calculeu

a) $1 + 2 \times 3 =$

b) $3 \times 4 + 2 =$

c) $5 \cdot (2+2) =$

3.a) Quin número és 10 vegades més gran que 0.5?

b) Col·loqueu els següents nombres decimals ordenats de menor a major:

0,07 0,23 0,1 0,2

4. Calculeu els resultats d'aquestes operacions

a) $42,3 + 19,41 =$

b) $62,23 - 54,8 =$

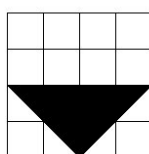
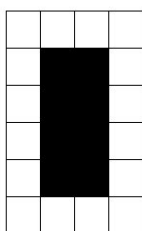
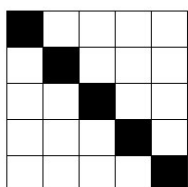
c) $12,5 \times 2,4 =$

d) $120 : 2,5 =$

5. a) El nombre més gran que divideix alhora a 12 i 18 és:

b) El nombre més petit que es pot dividir alhora per 6 i 8 és:

6. Escriuiu la fracció que indica quina és la part ombrejada de cada figura.



7. Calculeu la fracció que resulta de fer les operacions següents:

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}$

b) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$

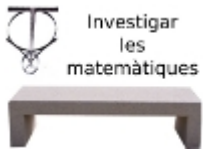
c) $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$

8.a) Si em bec $\frac{3}{4}$ d'una llauna de suc de limona que és de 40 cm^3 , quants cm^3 de suc bec?

b) Un camió porta 35 sacs de ciment. En una de les parades, es descarrega una setena part dels sacs. Quants en queden al camió?

9. a) El producte de les edats en anys, de tres persones, és de 260. Quines poden ser les seves edats? Hi ha més d'una solució?

b) Inventat l'enunciat d'un problema que es resolgui mitjançant la multiplicació de 12×5 .



Annex 2. Prova final primera etapa

Activitat 1

A la classe hem fet una competició del joc anomenat caixes i rodones. Al començament només hi volien jugar tres persones, la Clara, l'Antoni i el Pau.

1. Tots van jugar contra tots. Quantes partides va haver-hi en total?
2. Després s'hi va afegir l'Anna. Quantes partides va haver-hi en aquesta competició?
3. Com que el joc va anar agradable, en la següent competició s'hi van afegir en Carles i la Marta. Quantes partides va haver-hi?
4. Segueixen algun criteri els resultats anteriors?
5. Quantes partides hi hauria d'haver si en total hi haguessin 10 jugadors en la competició?
6. És possible dissenyar una competició, jugant tothom contra tothom, on es juguin exactament 50 partides?

Activitat 2

Quin valor s'obté al realitzar les operacions indicades? Pots explicar perquè? Pots preveure el resultat de les últimes línies sense fer el càlcul.

$$37 \cdot 3 =$$

$$37 \cdot 6 =$$

$$37 \cdot 9 =$$

$$37 \cdot 12 =$$

$$37 \cdot 15 =$$

$$37 \cdot 18 =$$

$$37 \cdot 21 =$$

Annex 3. Prova final segona etapa

PROVA FINAL D'AVALUACIÓ DE COMPETÈNCIES

A la classe hem fet una competició del joc anomenat caixes i rodones. Al començament només hi volien jugar tres persones, la Clara, l'Antoni i el Pau. Van jugar tots entre tots: Clara vs Antoni, Antoni vs Pau i Pau vs Clara. Un total de 3 partides.

1) Més endavant si va afegir en Manel, i en Pau va proposar una manera diferent d'organitzar el campionat, jugant tots 4, també amb tres partides. Com va fer-ho?

2) Després, els 4, van tornar a jugar tots contra tots. Quantes partides van jugar en total? Explica com has obtingut la resposta.

3) Després s'hi va afegir l'Anna i en Carles. Quantes partides va haver-hi ara amb els 6 jugadors tots contra tots?

4) Expressa els resultats que has trobat, número de jugadors-número de partides, en una taula. Segueixen alguna pauta? Cas que la segueixin explica-la.

5) Proveu de dues maneres diferents que si participen 7 jugadors en el campionat hi haurà un total de 21 partides.

6) El número de jugadors és x i el número de partides és P . Quina de les següents fórmules explica els resultats? Justifica la teva resposta

a) $P = x^2$ b) $P = x(x+1)$ c) $P = \frac{x(x-1)}{2}$ d) $P = 2x$

7) Quantes partides es jugaran si hi participen els 21 estudiants de la classe? Justifica la teva resposta.

8) És possible dissenyar una competició, jugant tothom contra tothom, on es juguin exactament 150 partides? Justifica la teva resposta.

Annex 4. Recull de respostes en format de taula a una de les activitats

Annex 4. Recull de respostes en format de taula a una de les activitats

<p>Has d'explicar si creus que creixerà indefinidament, creixerà fins arribar a un límit, o la població anirà augmentant i alternativament i disminuint</p> <p>Eplica els motius de la resposta anterior.</p> <p>50 per exemple?</p>	<p>Explicar-me els motius d'una cosa o de l'altre.</p> <p>Describeu les característiques del gràfic</p> <p>Explica quin informació et dona de la població de truites a l'estany.</p>
<p>Si has contestat que sí, explica com creus que es podrà fer. I si has contestat, no, explica els motius.</p> <p>50 per exemple?</p> <p>Justifica la teva resposta</p> <p>La paraula SEGÜENT representa la població de l'any que ve, i ARA representa la població d'aquest any. Escriptura una població d'aquest any. Escriptura una població d'aquest any. Escriptura una població d'aquest any. Escriptura una població d'aquest any.</p> <p>Explicar-me per quin motiu la vostra equació explica el procés que succeeix a l'estany.</p> <p>Podeu trobar una manera més funcional de representar l'equació?</p> <p>L'heu confirmada o no?</p>	<p>Doncs que primer paja molt la línia vermella, i quan ja està el límit es manté fins a arribar el final.</p> <p>Podem assegurar observant aquest gràfic que podríem fer una estimació sobre el nombre de truites que hi haurà en 50 anys.</p> <p>El nombre de truites que hi haurà d'ara en 50 anys. El factor de creixement, quantitat restada i la població inicial</p>
<p>A causa de la pesca la població està disminuint però com les truites també es reproduïxen doncs creixerà. N'ha seguit la tendència de augmentar i alternativament i disminuint.</p> <p>Doncs perquè pot haver una temporada de pesca molt gran i que es quedi sense molta població o es poden reproduir molt i també creixerà molt.</p> <p>No</p> <p>Perquè pot haver èpoques de molta reproducció i poca pesca, o poca reproducció i molta pesca. Per tant, no es pot saber</p> <p>Següent</p> <p>(Ara 20%) + 1000 = Següent</p> <p>Per que per destrosses es reduïx un 20% i després s'afegixen unes 1000 truites a l'estany</p> <p>(X-20%)+1000=y</p> <p>SI</p>	<p>perquè si cada any disminuïx la població un 20% i augmenta en mil es pot fer una fórmula perquè tenim un patró igual cada any.</p> <p>X = Y - 20% + Y + 1000</p> <p>SI</p> <p>Item confirmada perquè ha augmentat fins a un límit</p> <p>que arriba creixent fins a estancarse.</p>
<p>perquè cada any se li resta un 20 per cent i se li suma 1000 per tant augmenta i disminuint que el 20 per cent serà més que 1000 alternativament</p> <p>SI</p> <p>si, calculant la població d'aquest any augmentant i restant el vint per cent per mil truites per cada any (a part intercalant "20 per cent / més mil")</p> <p>SI</p> <p>No, perquè en uns 30 anys poden haver passat moltes coses, com que les truites de nu s'extingirien, el llac pot estar més sec, el seu aliment desapareix, o de sobte les truites de nu augmenten en nombre...</p> <p>Per tant no ho podem seguir. D'altra banda si l'estany continués igual que fins ara següent si que ho podríem seguir.</p> <p>No</p> <p>SI I NO</p> <p>No, perquè en uns 30 anys no pots predir-ho ja que en 50 anys pot passar de tot: espot gelar el llac causant la mort de les truites, poden introduir una espècie de nou peix que se les menja, les corrents canvien i les truites es mouen a causa de la calor... Però si es llac continués igual, després d'aquest temps si que ho podríem saber.</p> <p>ara 20% x ara + 1000 = següent</p> <p>Perquè l'equació que he fet representa les disminucions i augment del nombre de truites en una any següent</p> <p>x-20% x ara + 1000 = y</p> <p>No</p>	<p>El gràfic representaria la població de les truites i les variacions. És un gràfic lineal amb dades del 0 al 5.000. És una estimació del nombre de truites en un estany, d'entre de 30 anys.</p> <p>La informació que interpeto de aquest gràfic és que les truites de l'estany, a partir de l'any 2.700 aproximadament, comença a pujar el nombre de truites però a partir del 5000 la població de truites de l'estany es queda igual, no creix ni disminuïx.</p>
<p>La població anirà augmentant i alternativament</p> <p>Es possible predir la població de la llacuna després d'un nombre determinat d'anys, 50 per exemple?</p> <p>SI</p> <p>SI</p> <p>No, perquè en uns 30 anys poden haver passat moltes coses, com que les truites de nu s'extingirien, el llac pot estar més sec, el seu aliment desapareix, o de sobte les truites de nu augmenten en nombre...</p> <p>Per tant no ho podem seguir. D'altra banda si l'estany continués igual que fins ara següent si que ho podríem seguir.</p> <p>No</p> <p>SI I NO</p> <p>No, perquè en uns 30 anys no pots predir-ho ja que en 50 anys pot passar de tot: espot gelar el llac causant la mort de les truites, poden introduir una espècie de nou peix que se las menja, les corrents canvien i les truites es mouen a causa de la calor... Però si es llac continués igual, després d'aquest temps si que ho podríem saber.</p> <p>ara 20% x ara + 1000 = següent</p> <p>Perquè l'equació que he fet representa les disminucions i augment del nombre de truites en una any següent</p> <p>x-20% x ara + 1000 = y</p> <p>No</p>	<p>o sigui abans opinava que no es podria fer fins l'any 50 o si, si no canvia res, ara com no a canviat res, si que es pot fer fins als 50 anys</p> <p>El gràfic representaria la població de les truites i les variacions. És un gràfic lineal amb dades del 0 al 5.000. És una estimació del nombre de truites en un estany, d'entre de 30 anys.</p> <p>La informació que interpeto de aquest gràfic és que les truites de l'estany, a partir de l'any 2.700 aproximadament, comença a pujar el nombre de truites però a partir del 5000 la població de truites de l'estany es queda igual, no creix ni disminuïx.</p>

Annex 5. Respostes activitat 1 fòrum

La Rosa col·lecciona llangardaixos, escarabats i cucs. Té més cucs que llangardaixos i escarabats junts. En total, té en la col·lecció dotze caps i sis potes. Quants llangardaixos té la Rosa?

Estudiant	Resposta
Alba V.	hi ha 2 llangardaixos però 1 només amb 2 potes llavors de escamarlans 3 i i de cucs ni ha 7 perquè $3+2$ fan 5 i diu que tenen que ser mes cucs llavors son 7 cucs com que hi ha 6 potes i els cucs no tenen potes i els escamarlans si que en tenen però molt primes llavors les hi he posat als llangardaixos i queden 2 un amb 2 potes.
Axel C.	Hi ha 11 cucs, 1 escarbat i cap llangardaix. Els escarabats tenen 6 potes.
Mireia A.	pero a veure que hi ha escamarlans o escarabats?
Alba V.	molt be Axel!! tens rao no sa mevia acudit pas!!
Arnau L.	Jo crec que te 1 escarabat, 11 cucs i cap llangardaix. XK si té un escarabat ja té sis potes i 12 caps.
Andrea I.	jo penso que Hi han 11 cucs, 1 escarabat i cap llangardaix. perquè els escarabats tenen 6 potes.
Mireia A.	l'axel te raó hi han 11 cucs i 1 escarabat et felicito
Alexandra L.	No hi ha cap llangardaix, perquè diu que hi ha 6 potes ,llavors no pot ser un llangardaix perquè un llangardaix son 4 potes hi 2 llangardaixos son 8potes. Llavors com 1 escarabat te 6 potes i els cucs no en tenen cap hi haurà 1 escarabat i 11 cucs
Pol M.	Caps en total: 12 Potes en total:6 Cuc:1 cap, 0 potes Llangardaix: 1 cap, 4 potes Escarabat: 1 cap, 6 potes Resposta: 11 cucs i 1 escarabat Un cuc te un cap, per onze= $11+1$ cap de el escarabat= 12 caps . Els cucs no tenen potes, i el escarabat en te 6. O sigui 11 per $0= 0+6$ del escarabat= 6 potes
Oscar V.	jo crec que te 11 cucs i un escarabat però no te cap llangardaix perquè si tingues un llangardaix tindria 13 caps i 10 potes.
Marina R.	Jo crec que i han 11 cucs i 1 escarabat i 0 llangardaixos
George V.	No ho entenc. A classe ho podràs explicar si us plau

Annex 6. Índex de gràfics

Pàgina	
	Gràfic 1: Marc Conceptual per a l'avaluació PISA 2003.
	Generalitat de catalunya 48
	Gràfic 2: Torres de Hanoi. Wikipèdia 60
	Gràfic 3: Estratègies per a la resolució de problemes 62
	Gràfic 4: Processos de resolució de problemes 62
	Gràfic 5: Processos de resolució de problemes segons Polya 66
	Gràfic 6: Factors que ajuden a la resolució de problemes. Schoenfeld 68
	Gràfic 7: Processos que han d'asolir els estudiants 73
	Gràfic 8: Rols al voltant de les eines digitals 76
	Gràfic 9: Processos inclosos en el currículum 119
	Gràfic 10: Mapa conceptual dels continguts del primer trimestre 123
	Gràfic 11: Mapa conceptual dels continguts del segon trimestre 125
	Gràfic 12: Mapa conceptual dels continguts del tercer trimestre 127
	Gràfic 13: Logo Blue Fish editor 198
	Gràfic 14: Logo Macromedia DreamWeaverMX 198
	Gràfic 15: Logo Google Sites 199
	Gràfic 16: Logo Google Docs 199
	Gràfic 17: Logo EXE Learning 199
	Gràfic 18: Logo CMAP Tools 200
	Gràfic 19: Portal "Investigar les Matemàtiques" 203
	Gràfic 20: Mapa conceptual de les activitats per a desenvolupar 204
	Gràfic 21: Seqüència temporal de les activitats que s'hauran de desenvolupar el primer trimestre. 205
	Gràfic 22: Exemple d'activitat del 2n trimestre 206
	Gràfic 23. Mostra d'activitat digital 207
	Gràfic 24. Tangram interactiu 208
	Gràfic 25. Objectius que pretenem aconseguir 209

Annex 6. Índex de gràfics

Gràfic 26. Recerca que cal desenvolupar	210
Gràfic 27. Mostra de respostes	211
Gràfic 28. Respostes	211
Gràfic 29. Informe final d'activitat amb google docs	213
Gràfic 30. Percentatge respostes correctes de tota la població d'estudiants	221
Gràfic 31. Percentatge d'estudiants responen correctament ítems de la prova	223
Gràfic 32: Respostes de la mostra a la prova inicial	227
Gràfic 33: Respostes de la població d'estudi prova inicial	228
Gràfic 34: Resultats comparats estudiants 1r ESO de l'IES i els de l'estudi	230
Gràfic 35: Introducció de l'activitat Rutes en un triangle	259
Gràfic 36: Objectius de l'activitat i Preguntes inicials	260
Gràfic 37: Activitat de comptar camins	261
Gràfic 38: Diferents tipus d'activitats	262
Gràfic 39: Conclusions de l'activitat	263
Gràfic 40: Objectius de l'activitat i informació del problema	264
Gràfic 41: Exemple de combinació de formulari amb eines de google docs	265
Gràfic 42: Activitats al voltant de les truites	266
Gràfic 43: Applet que ajuda a treballar la comprensió de la situació	267
Gràfic 44: Activitat final i conclusions	268
Gràfic 45: Fòrum de problemes	276
Gràfic 46: Espai d'entrada al portal web	282
Gràfic 47: Blocs de contingut matemàtic	283
Gràfic 48: Programari per treballar les matemàtiques	284
Gràfic 49: Programari per gestionar les activitats	284
Gràfic 50: Evolució de les etapes de la recerca	285
Gràfic 51: Resultat de la població de la segona etapa a la prova final	287
Gràfic 52: Resultat comparats GD i GnD prova inicial	289
Gràfic 53: Resultat comparats 1 etapa i 2 etapa de la recerca. prova inicial	290
Gràfic 54: Resultats prova inicial 2n etapa. Valoració ítem a ítem	292
Gràfic 55: Resultats prova inicial 1r etapa. Valoració ítem a ítem	293
Gràfic 56: Resultats comparats 1r etapa-2n etapa. Valoració ítem a ítem	294

Gràfic 57: Resultats comparats GD iGnD prova inicial.	
Valoració ítem a ítem	296
Gràfic 58: Informe de l'activitat truites a l'estany	306
Gràfic 59: Representació del problema del campionat amb línies i formes geomètriques	314
Gràfic 60: Resposta més clàssica al problema del campionat	315
Gràfic 61: Taula que representa les dades del problema i la pauta que segueixen	316
Gràfic 62: Altra tipus de taula per representar la situació	316
Gràfic 63: Ús de la taula i la fórmula per provar una afirmació	317
Gràfic 64: Ús de la la fórmula per retornar un procés de matematització a la situació real.	318
Gràfic 65: Ús d'una taula per resoldre el problema	319
Gràfic 66: Subcompetència 1, Comparació GD i GnD	326
Gràfic 67: Subcompetència 2, Comparació GD i GnD	327
Gràfic 68: Subcompetència 3, Comparació GD i GnD	329
Gràfic 69: Subcompetència 4, Comparació GD i GnD	323
Gràfic 70: Subcompetència 5, Comparació GD i GnD	330
Gràfic 71: Subcompetència 6, Comparació GD i GnD	331
Gràfic 72: Subcompetència 7, Comparació GD i GnD	332
Gràfic 73: Subcompetència 8, Comparació GD i GnD	333
Gràfic 74: Agrupació de subcompetències a partir dels resultats dels estudiants	335

Annex 7. Índex de taules

Taula 1: Portals educatius presents a la xarxa	26
Taula 2: Subcompetències matemàtiques en el currículum català (2007)	49
Taula 3: Equivalència competències currículum-PISA (1)	52
Taula 4: Equivalència competències currículum-PISA (2)	53
Taula 5: Equivalència competències currículum-PISA (3)	53
Taula 6: Equivalència competències currículum-PISA (4)	54
Taula 7: Equivalència competències currículum-PISA (5)	54
Taula 8: Equivalència competències currículum-PISA (6)	55
Taula 9: Equivalència competències currículum-PISA (7)	55
Taula 10: Comparació competències currículum-PISA (1)	56
Taula 11: Comparació competències currículum-PISA (2)	57
Taula 12: Comparació competències currículum-PISA (3)	58
Taula 13: Comparació competències currículum-PISA (4)	59
Taula14 : Aprenentatge monocròmic-aprenentatge policròmic (Arina, 2008)	86
Taula 15: Fases de la recerca	95
Taula 16: <i>Currículum educació secundària obligatòria</i> <i>Decret 143/2007 DOGC núm. 4915</i>	118
Taula 17: Continguts matemàtiques del primer trimestre	122
Taula 18: Continguts matemàtiques del segon trimestre	124
Taula 19: Continguts matemàtiques del tercer trimestre	126
Taula 20: Subcompetències matemàtiques (Niss)	140
Taula 21: Estructura base de l'eina de valoració de competències	142
Taula 22: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 1	144
Taula 23: Problemes de matemàtiques extrets de llibres de text de 1r d'ESO	145
Taula 24: Valoració de la subcompetència 1 dels tres problemes de la taula 23	145
Taula 25: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 2	146

Taula 26: Valoració de la subcompetència 2 dels tres problemes de la taula 23	147
Taula 27: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 3	148
Taula 28: Valoració de la subcompetència 3 dels tres problemes de la taula 23	148
Taula 29: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 4	149
Taula 30: Valoració de la subcompetència 4 dels problemes 1 i 2 de la taula 23	150
Taula 31: Valoració de la subcompetència 4 dels problemes 3 de la taula 23	150
Taula 32: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 5	151
Taula 33: Valoració de la subcompetència 5 dels tres problemes de la taula 23	151
Taula 34: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 6	152
Taula 35: Valoració de la subcompetència 6 dels tres problemes de la taula 23	153
Taula 36: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 7	154
Taula 37: Valoració de la subcompetència 7 dels tres problemes de la taula 23	154
Taula 38: Estructura base de l'eina de valoració de competències per la subcompetència 8	155
Taula 39: Valoració subcompetència 8 dels tres problemes de la taula 23	155
Taula 40: Resum valoració de competències dels problemes de la taula 23	157
Taula 41: Estructura de l'eina de valoració de competències	159
Taula 42: Valoració competencial de l'activitat: ous en una ouera	161
Taula 43: Valoració competencial de l'activitat: Operacions matemàtiques amb nombres naturals	162
Taula 44: Valoració competencial de l'activitat: Cadenes numèriques sense parèntesi	163
Taula 45: Valoració competencial de l'activitat: Propietat distributiva de la multiplicació envers la suma.	164
Taula 46: Valoració competencial de l'activitat: Operacions diverses amb números naturals.	165

Annex 7. Índex de taules

Taula 47: Valoració competencial de l'activitat: Elements d'història de les matemàtiques	166
Taula 48: Valoració competencial de l'activitat: Jocs a l'antic egipte: El senet	167
Taula 49: Valoració general del primer mòdul didàctic	169
Taula 50: Activitat truites a l'estany	180
Taula 51. Anàlisi competències «L'estany de les truites»	181
Taula 52. Potencialitats que han de tenir les eines digitals per als estudiants(ISTE)	187
Taula 53. Potencialitats que han de tenir les eines digitals per als professors	187
Taula 54. Valoració del geogebra	189
Taula 55. Valoració WolframAlpha	191
Taula 56 Valoració del applet DESCARTES	193
Taula 57. Valoració de la proposta didàctica WEBQUEST	196
Taula 58. Identificació del portal web “Investigar les matemàtiques”	222
Taula 59: Taula de freqüències dels resultats de la prova inicial a la població	217
Taula 60: Agrupació de dades de la mostra dels resultats de la prova inicial	227
Taula 60 : Resultats comparats prova inicial, mostra i població	229
Taula 61: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat ous en la ouera	232
Taula 62: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat ous en la ouera(2)	233
Taula 63: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat ous en la ouera(3)	234
Taula 64: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat ous en la ouera(4)	234
Taula 65: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat Operacions matemàtiques amb nombres naturals	237
Taula 66: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat Operacions matemàtiques amb nombres naturals(2)	238
Taula 67: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat Propietat diostributiva de la multiplicació envers la suma	240

Taula 68: Resultats comparats dels estudiants del GD i del GnD a l'activitat Anem a treure factor comú	241
Taula 69: Valoració de competències dela prova final activitat 1	245
Taula 70: Valoració de competències dela prova final activitat 2	246
Taula 71: Comparació resultats població- població de la prova final	247
Taula 72: Comparació resultats població- població de laprova final pel que fa a l'argumentació	249
Taula 73: Tipus d'argumentacions observats en la prova final comparats població-estudi resposta 1	250
Taula 74: Tipus d'argumentacions observats en la prova final comparats població-estudi activitat 2	251
Taula 75: Taula de freqüències de la població a la prova inicial	288
Taula 76: Taula de freqüències del grups de treball GD i GnD	288
Taula 77: Comparació taula freqüències 1 ^a etapa- 2 ^a etapa	291
Taula 78. Taula de freqüències comparativa resultats 1 ^a i 2 ^a etapa	295
Taula 79. Ccomparativa resultats GD i GnD ítem a ítem	296
Taula 80: Respostes activitat inicial rutes en un triangle	298
Taula 81 : Respostes nucli activitat rutes en un triangle	300
Taula 82 : Respostes conclusió activitat, rutes en un triangle	302
Taula 83 : Investigació lligada a les truites a l'estany	304
Taula 84 : Valoració de competències nova prova final	312
Taula 85: Resum de valoració competencial de la prova final	320
Taula 86: Relació de les competències amb les preguntes de la prova final	320
Taula 87: Gradació del treball competència de la prova final	321
Taula 88: Resultats competencials obtinguts pels grups digitals i no digitals en la prova final	321
Taula 89: Assoliment de subcompetències per nivells	323
Taula 90: Resum de resultats: Assoliment de subcompetències	324
Taula 91: Compàració resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 1	325

Annex 7. Índex de taules

Taula 92: Compàració per nivells resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 1	325
Taula 93: Compàració resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 2	326
Taula 94: Compàració per nivells resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 2	327
Taula 95: Compàració resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 3	328
Taula 96: Taula de nivells de la subcompetència 3	328
Taula 97 : Comparació resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 4	329
Taula 98: Compàració resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 5	330
Taula 99: Compàració resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 6	331
Taula 100: Compàració resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 7	332
Taula 101: Taula de nivells de la subcompetència 7	333
Taula 102: Compàració resultats grup digital amb el grup no digital per la subcompetència 8	334
Taula 103: Taula de nivells de la subcompetència 8	334
Taula 104: Procés de matematització: influència de les eines digitals	361
Taula 105: Procés de matematització en metodologia expositiva	365

