

Universitat de Barcelona
Facultat de Física
Departament de Física Aplicada i Electrònica

**OPTIMIZACIÓN DE SENSORES DE PRESIÓN
PIEZORRESISTIVOS DE SILICIO PARA
INSTRUMENTACIÓN BIOMÉDICA Y APLICACIONES A
ALTA TEMPERATURA**

Santiago MARCO COLÁS

Memoria presentada para optar
al grado de doctor en Ciencias Físicas

Barcelona, julio de 1993

más perniciosa en las estructuras con dos islas rígidas. A pesar de que el canal entre ambas islas tiene en torno a $50\ \mu\text{m}$ de ancho en la zona inferior y $70\ \mu\text{m}$ en la superior, el grabado no consigue revelarlo, realizando únicamente una ranura muy poco profunda ($1\text{-}2\ \mu\text{m}$). En este caso la variación de la rigidez de la estructura es mucho más importante: en una zona con un grosor ideal $5.5\ \mu\text{m}$, obtenemos un grosor de alrededor de $17\text{-}18\ \mu\text{m}$. La diferencia en rigidez a flexión es casi un factor 35. Ello afectará, como veremos más adelante, a la respuesta del dispositivo.

La 'cola' o zona de transición en las bases de las zonas gruesas también alterará la respuesta del dispositivo haciendo que la rigidez del diafragma en conjunto aumente. Esto disminuirá la sensibilidad del dispositivo, pero supondrá presiones de rotura del diafragma mucho mayores.

En el caso de aquellas obleas con una profundidad de unión del pozo n en la zona delgada de $7\ \mu\text{m}$, el grosor del diafragma resultó ser igualmente mayor: $8.38 \pm 0.15\ \mu\text{m}$ también con una muy buena uniformidad en toda la oblea.

Un aspecto destacable en la fabricación de los sensores fue la aparición en membranas uniformes de un fenómeno de pandeo. Este hecho, causado por los grandes esfuerzos compresivos residuales presentes en el óxido térmico, se observó únicamente en aquellos diafragmas con grosor uniforme igual a $5.5\ \mu\text{m}$, pero no en los diafragmas de $8.4\ \mu\text{m}$. Los sensores con zonas rígidas en el interior no exhibieron éste nocivo efecto en ningún caso. Mediante simulación por elementos finitos hemos estimado los niveles de esfuerzo presentes en el óxido necesarios para causar el pandeo de la membrana. El sistema simulado consistió en una bicapa cuadrada de óxido de silicio y silicio cristalino de $600\ \mu\text{m}$ de lado con los bordes perfectamente empotrados. En el sistema real, la capa de óxido de silicio está realmente compuesta por dos subcapas: $8000\ \text{Å}$ de óxido térmico más $7000\ \text{Å}$ de óxido de pasivación. El nivel de esfuerzo residual en ambas capas puede ser completamente diferente. Tras decapar la capa de pasivación con una solución de HF al 2% observamos que la membrana seguía en pandeo, mientras que el decapado completo del óxido hacía volver a ésta a su posición original. En la figura 18, se muestran los niveles mínimos de esfuerzo residual en la capa de óxido necesarios para que la membrana entre en pandeo. Se presentan dos casos correspondientes a dos grosores de óxido distintos: $8000\ \text{Å}$ y $15000\ \text{Å}$. En ambos casos se ha considerado que el nivel de esfuerzos en la capa de óxido es uniforme. Como puede observarse, a menor grosor del diafragma menor es el esfuerzo residual requerido para que la membrana pandee. Ello nos indica que este problema cobra su mayor importancia en la fabricación de sensores con diafragmas delgados. A partir de los resultados obtenidos podemos deducir que el nivel de esfuerzo biaxial, promediado sobre el espesor, en la capa de óxido térmico se sitúa entre $5.2\ \text{MPa}$ y $14.5\ \text{MPa}$. Estos valores son del mismo orden de magnitud que los hallados por Sokolov et al.¹¹

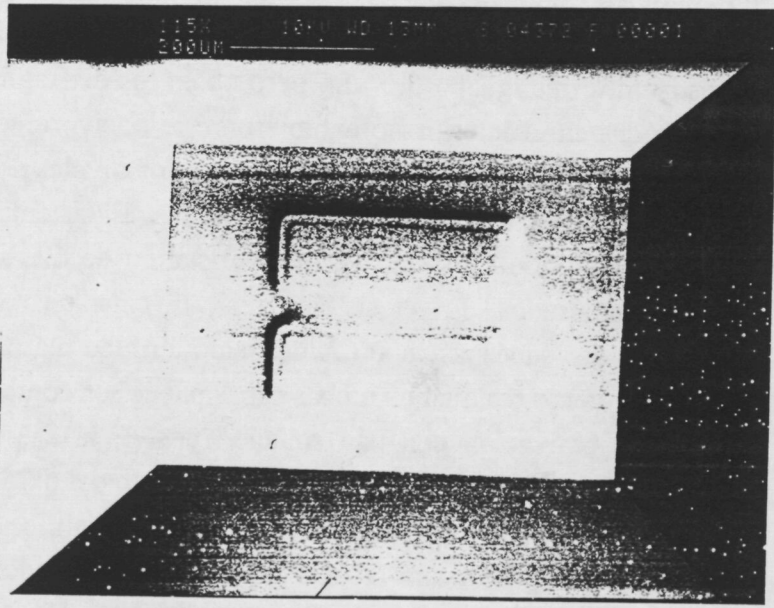
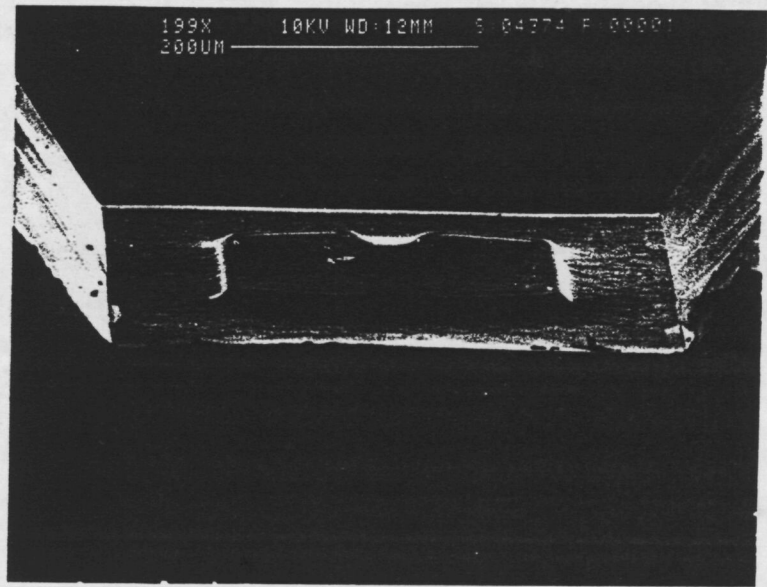


Fig. 14 Parte posterior de la membrana en los sensores de "doble-isla" rectangular o trapezoidal.

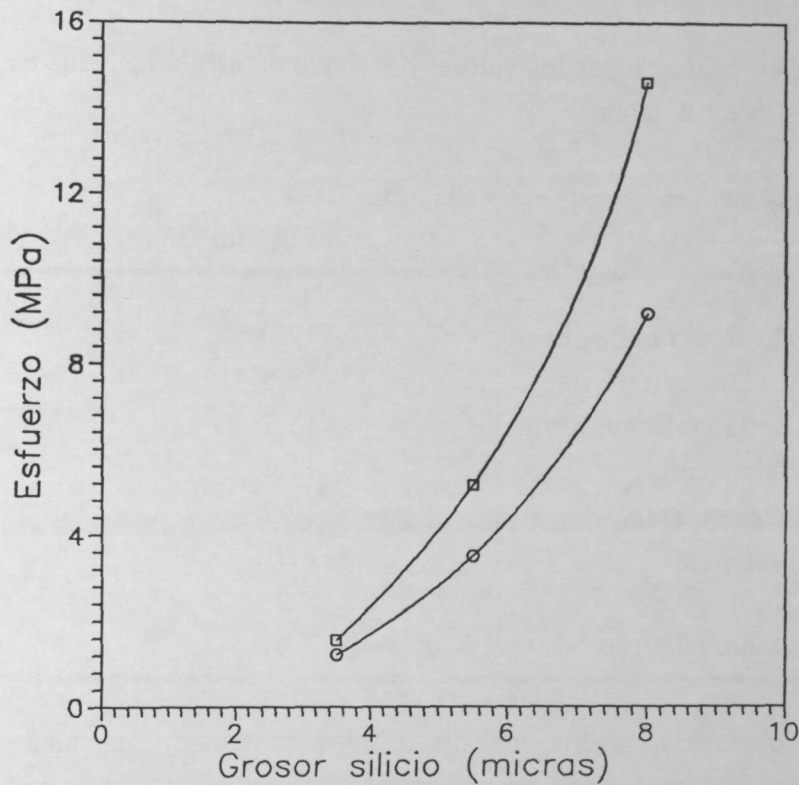


Fig. 15 Niveles mínimos de esfuerzo en el óxido para causar el pandeo de una membrana de silicio. □) 8000 Å de óxido, ○) 15000 Å de óxido.

V.1.8.3 Caracterización de los dispositivos

La caracterización de los sensores fabricados en esta segunda generación se centró en el estudio de la característica tensión de salida - presión, especialmente en la medida de la sensibilidad y no-linealidad de cada uno de los diseños con el objetivo de verificar su bondad y utilidad como sensores de alta sensibilidad y baja no-linealidad.

El equipo de medida utilizado se optimizó para realizar la medida en las mejores condiciones posibles pues la no-linealidad esperada es únicamente del orden de unas partes por mil. Se investigó también la utilidad de los sensores de presión en rangos de presión más elevados extendiéndose el rango de medida hasta 2 bar. De los valores obtenidos pudo extraerse el valor de no-linealidad para rangos de trabajo inferiores a la presión máxima aplicada.

V.1.8.3.1 Sensibilidad

Comentaremos en primer lugar los valores del fondo de escala hallados en los dispositivos, tal como aparecen en la tabla:

Tabla V: Sensibilidades experimentales y simuladas.

Clave	Tipo	FSO (mV/V)	FSO-sim (mV/V)
3	Cuadrado-uniforme	17.0	16.2
6	Cuadrado-uniforme	13.5	14.5
2	Rectangular-uniforme	15.1	16.1
1	Viga-central	11.1	8.85
9	Viga-central	12.2	9.47
7	Mariposa	8.7	12.5
4	Doble-isla	5.9	19.0
8	Doble-isla-trap	7.6	21.1

Como puede observarse todos los dispositivos presentan una alta sensibilidad. La comparación con los resultados provenientes del trabajo de simulación debe realizarse teniendo en cuenta las aproximaciones realizadas durante éste.

Evidentemente, los transductores cuya geometría es más fácil de modelizar son aquellos en los cuales el diafragma es cuadrado y uniforme. En este caso la simulación consideró el tamaño de las resistencias y su posición en el interior del diafragma. Ese aspecto queda claramente reflejado en los resultados obtenidos para los transductores tipos 3 y 6 que se diferencian únicamente en la distancia de las resistencias al borde de la membrana: $15 \mu\text{m}$ en el primer caso y $20 \mu\text{m}$ en el segundo. Tanto la simulación como los resultados experimentales muestran claramente la disminución de la sensibilidad al adentrarse los elementos sensores en el diafragma. Las pequeñas diferencias aún observadas entre la simulación y los resultados experimentales pueden ser efectos de segundo orden como:

- Desalineamiento entre la cara posterior y la cara anterior. Este aspecto fue simulado y los resultados se presentaron en el capítulo I. Desalineamientos del orden de $5 \mu\text{m}$ entre ambas caras pueden dar lugar a variaciones de la sensibilidad del orden del 5%.
- Otros factores de error son variaciones en el grosor particular de la membrana respecto al utilizado en la simulación. Las diferencias de grosor entre distintos transductores según las medidas realizadas son del orden de un 2%. Dado que la sensibilidad depende cuadráticamente del grosor del diafragma, estas variaciones pueden dar lugar a cambios en la sensibilidad del orden del 4%.

Otros efectos a considerar podrían ser ligeras variaciones en los coeficientes piezorresistivos

o la rugosidad de las membranas que implica variaciones locales del grosor.

Entre los diseños que contienen membranas estructuradas podemos diferenciar dos grupos: por un lado podemos agrupar a aquellos transductores en los cuales el diafragma está atravesado por un viga central (tipos 1,9,7), y por otro lado, los transductores con dos masas rígidas simétricas en el interior del diafragma (tipos 4,8).

Este último grupo es el que presenta una menor sensibilidad y una diferencia más marcada con los resultados de la simulación. Una inspección visual del aspecto de la membrana tras el grabado electroquímico nos puede ayudar a comprender el origen de este resultado. Como podemos observar en la figura 17 y como habíamos comentado previamente, el grabado anisótropo es incapaz de atacar el espacio entre las masas. En consecuencia las resistencias centrales tienen una sensibilidad muy inferior a las resistencias situadas cerca de los bordes de la membrana. Llevando el resultado al límite podríamos decir que el puente de Wheatstone pasa a tener solo dos ramas activas lo que implica una disminución de sensibilidad de un 50%. En estos diseños las piezorresistencias se ubican en las zonas más delgadas del diafragma, por lo que debe tenerse también en cuenta el factor de reducción de la sensibilidad derivado de la profundidad de unión de las resistencias.

Por contra, los diseños basados en la presencia de una viga central presentan una sensibilidad superior a la esperada excepto en el transductor tipo mariposa. En los tipos 1 y 9 el observado aumento de la salida a fondo de escala puede atribuirse a las leves ranuras que aparecen en la viga central precisamente en la posición de las piezorresistencias. La disminución local del grosor de la viga central en estas posiciones da lugar a una concentración de esfuerzos mecánicos en esta zona y en consecuencia incrementa la sensibilidad del sensor.

En el diseño tipo 7, o Mariposa, el origen de la disminución de la sensibilidad está nuevamente en relación con las peculiaridades del paro electroquímico. La proximidad de la zona gruesa a aquellos bordes del diafragma paralelos a las resistencias (la distancia es tan solo $25\ \mu\text{m}$) provoca que las 'alas de la mariposa' queden unidas al borde por una zona con un grosor efectivo superior a las $5.5\ \mu\text{m}$ aumentando la rigidez de la membrana y en particular disminuyendo la sensibilidad de las resistencias próximas a los bordes. Este fenómeno, causado por la suave 'cola' que se produce al pie de las zonas gruesas, puede observarse claramente en la fotografía de la figura 14, dónde el transductor es iluminado simultáneamente por la cara anterior y posterior. Debido al escaso grosor del diafragma, éste es parcialmente transparente tomando un color anaranjado excepto en las zonas más gruesas donde es claramente opaco. Un examen más detallado permite observar como existe un halo con un naranja más intenso rodeando a las zonas opacas. Este halo indica la zona de transición entre ambos niveles. Entre las alas de la mariposa y el borde de la membrana no

llega a recobrase el naranja más luminoso propio de la zona delgada del diafragma.

V.1.8.3.2 No-linealidad

Este es el punto más importante del presente estudio acerca de las prestaciones de los sensores de presión diseñados y fabricados haciendo uso de las nuevas posibilidades tecnológicas del paro electroquímico. El objetivo de los diseños era mejorar las prestaciones del diseño estándar basado en una membrana cuadrada y en una cierta disposición de las resistencias en su interior: dos bajo esfuerzo transversal y dos bajo esfuerzo longitudinal.

En la figura 19 se muestra la evolución de la no-linealidad en función de la presión para dos rangos de medida diferentes. Puede observarse claramente como la no-linealidad exhibida por los dispositivos con membrana estructurada es claramente inferior a la exhibida por el diseño estándar (tipos 3,6). Sin embargo como discutíamos en el capítulo IV, la comparación de la no-linealidad no puede hacerse de manera independiente sino que hay que tener en cuenta la sensibilidad exhibida por cada dispositivo.

La comparación entre diversos diseños estuvo basada en un método gráfico basado en unos diagramas en los cuales se representaba la salida a fondo de escala en el eje de abscisas y la no-linealidad en el eje de ordenadas.

En estos mismos diagramas (figura 17) representamos el comportamiento de los transductores fabricados en dos rangos diferentes: 0.4 bar y 2.0 bar. En el diagrama correspondiente al rango de trabajo de 0.4 bar podemos observar como los diseños 1, 9 y 2 mejoran las prestaciones de los diseños estándar representados en el diagrama por los diseños 6 y 3. A la vista de estos resultados, podemos concluir pues que efectivamente los diseños presentados, así como la tecnología utilizada para su fabricación permite mejorar la respuesta de transductores caracterizados por diafragmas delgados y con área reducida¹².

Por contra, los diseños 4 y 8 presentan un comportamiento similar o incluso inferior al que se puede lograr con el diseño estándar. Precisamente estos diseños son los que se encuentran más adversamente afectados por las peculiaridades del grabado anisótropo con paro electroquímico. Además cuando estos transductores son alimentados a voltaje constante aparece una contribución adicional a la no-linealidad. Puede demostrarse fácilmente que para disminuir el valor de esta es aconsejable que todas las ramas activas del puente tengan la misma sensibilidad. Estos diseños no sólo ven reducida su salida a fondo de escala, sino que la diferencia de sensibilidad entre las resistencias centrales y las laterales contribuye negativamente a la no-linealidad exhibida por estos dispositivos. No obstante, en estos transductores puede aplicarse un esquema de linealización para puentes completos con solo

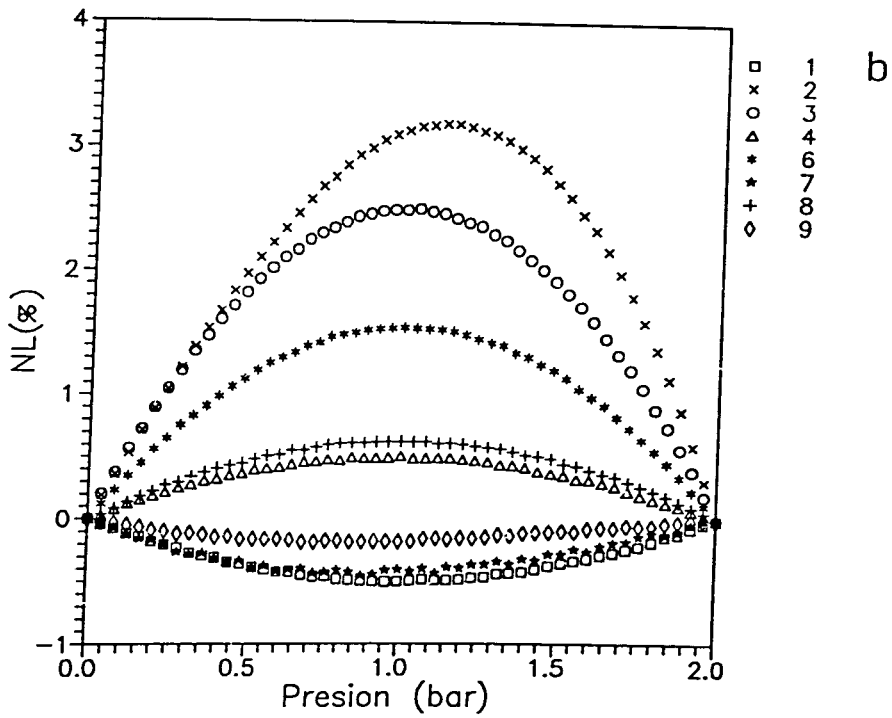
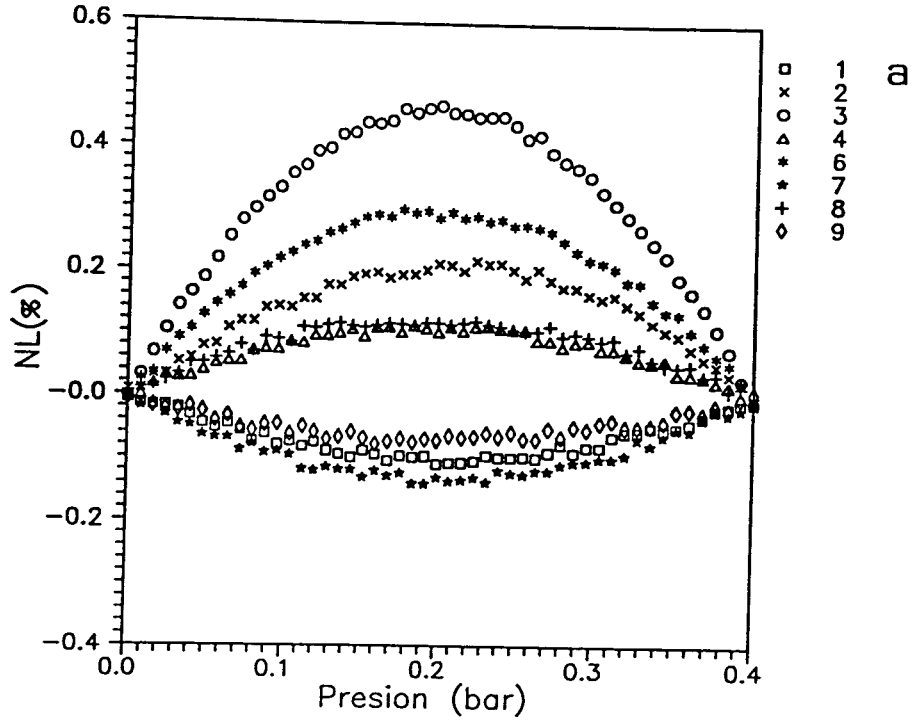


Fig. 16 No-linealidad en función de la presión: a) Rango 0-0.4 bar, b) Rango 0-2bar. (Alimentación a voltaje constante).

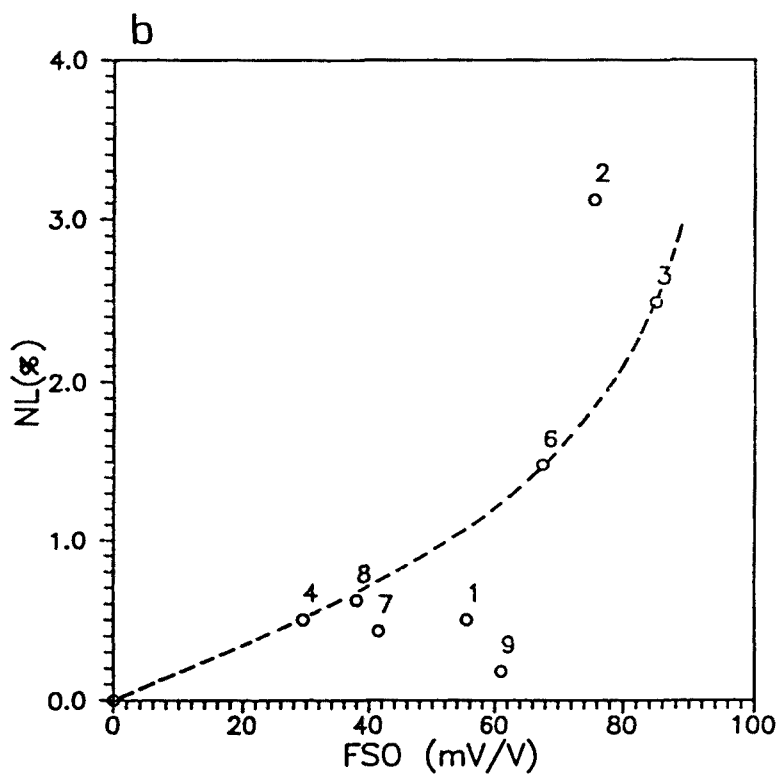
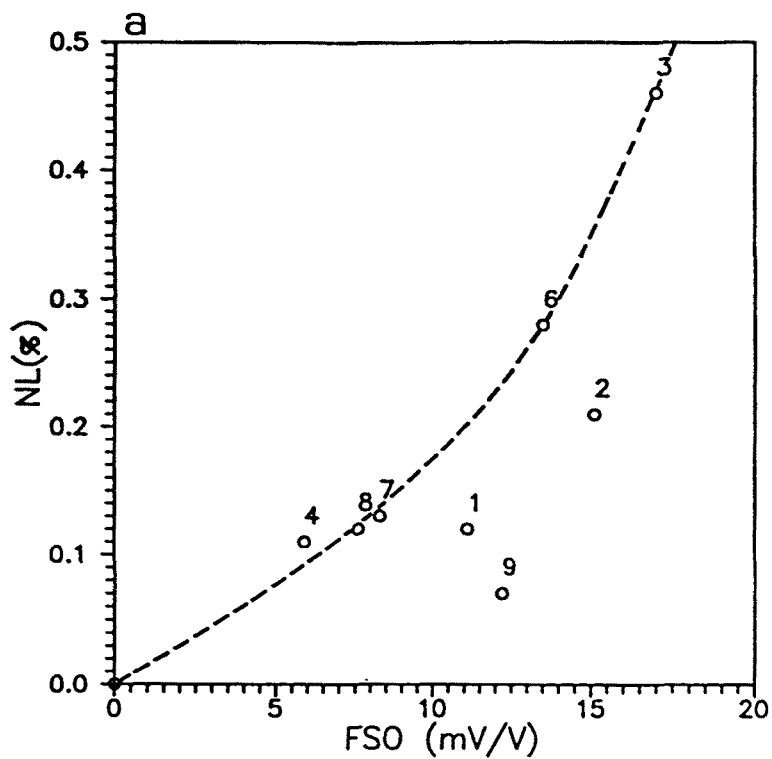


Fig. 17 Diagramas NL/FSO para los sensores fabricados en el rango de: a) 0.4 bar, b) 2 bar.

dos ramas activas basado simplemente en la alimentación del puente a intensidad constante.

El diagrama 17b presenta el comportamiento de los dispositivos fabricados en el rango de 2 bar. La posición relativa de los diferentes diseños es semejante a la presentada en el rango de 0.4 bar, excepto para el diseño número 2 que presenta un espectacular incremento de la no-linealidad.

Especialmente interesante es el comportamiento del diseño número 9 con una salida a fondo de escala de 60 mV/V (alimentado a 5 V implicaría un FSO de 300 mV) con una linealidad inferior a 0.2%, un resultado que supera con creces los habitualmente alcanzados con sensores piezorresistivos (fondo de escala entre 60 y 100 mV para esos niveles de no-linealidad) y destacando entre ellos por su reducido tamaño.

La tabla VI presenta la comparación entre los resultados de no-linealidad simulados y los experimentales. La doble columna existente en los valores de la no-linealidad simulada corresponde a los valores de no-linealidad de origen mecánico y a la total incluyendo la contribución del efecto piezorresistivo. Aunque existe un acuerdo en cuanto al orden de magnitud, se observan discrepancias del orden del 0.1% importantes a nivel relativo pero realmente pequeñas en valor absoluto. Un primer origen de estas discrepancias reside en las desviaciones entre la estructura geométrica utilizada en la simulación y la estructura real. En este sentido, la modelización debe tener en cuenta las limitaciones tecnológicas del proceso de fabricación. Por otro lado, las discrepancias entre los valores simulados y los experimentales son del mismo orden que la contribución del efecto piezorresistivo. Para obtener un valor más ajustado son necesarias medidas precisas de los coeficientes piezorresistivos de segundo y tercer orden.

Tabla VI: No-linealidades experimentales y simuladas.

Clave	Tipo	NL-exp (%)	NL-sim (%)
3	Cuadrado-uniforme	+0.46	-0.20, +0.56
6	Cuadrado-uniforme	+0.28	
2	Rectangular-uniforme	+0.21	+0.06, +0.90
1	Viga-central	-0.12	+0.03, +0.26
9	Viga-central	-0.07	+0.03, +0.50
7	Mariposa	-0.13	+0.01, +0.35
4	Doble-isla	+0.11	-0.07, +0.19
8	Doble-isla-trap	+0.12	+0.06, +0.20

V.1.9. Sumario

En este apartado se ha presentado la tecnología de fabricación de sensores de presión piezorresistivos para aplicaciones biomédicas, y la correspondiente caracterización tanto mecánica como eléctrica de los dispositivos fabricados.

Los diseños presentados basados en la tecnología del paro electroquímico permiten mejorar en gran medida la repuesta de los dispositivos. Si bien el diseño mecánico de los dispositivos parece tener una validez y proyección considerables, la tecnología basada en el paro electroquímico en difusiones estructuradas debe mejorarse para permitir al investigador una mayor libertad en el diseño. De lo contrario éste deberá tener muy en cuenta las limitaciones de la tecnología o realizar una cuidadosa simulación mecánica teniendo en cuenta la geometría de la transición entre las zonas gruesas y delgadas. para obtener valores más precisos sobre el comportamiento esperado del dispositivo.

V.2. Sensores de presión basados en silicio policristalino

V.2.1 Introducción:

En aquellas aplicaciones donde el transductor deba operar en un ambiente hostil, caracterizado por un amplio rango de temperaturas de operación, como por ejemplo aplicaciones en la automoción, los sensores de presión con piezorresistencias difundidas no resultan adecuados. El aumento de la corriente de fugas en las uniones limita el funcionamiento del sensor a temperaturas inferiores a los 120°C aproximadamente.

La utilización de piezorresistencias de polisilicio aisladas eléctricamente del sustrato por una capa de SiO₂, óxido de silicio permite combinar las excelentes propiedades mecánicas del silicio con una significativa extensión del rango de operación hasta temperaturas del orden de 200°C¹³.

Por otro lado, las resistencias de polisilicio se utilizan también en circuitos integrados de precisión y que requieran bajas derivas térmicas. El dopaje por implantación iónica más la definición geométrica de las resistencias por RIE permite alcanzar una buena reproducibilidad y bajas tolerancias¹⁴.

Aunque el factor de Gauge en el polisilicio es inferior al del silicio cristalino, es todavía considerablemente superior al exhibido por los metales. Sin embargo, su valor depende fuertemente de la estructura de la capa de polisilicio, y por lo tanto, de las condiciones tecnológicas de obtención de la capa y de su posterior procesado. Mediante la optimización de la estructura de la capa el coeficiente longitudinal puede alcanzar el 60-70% del valor en silicio policristalino para la misma concentración de impurezas¹⁵.

V.2.2 Diseño tecnológico y geométrico

Las máscaras utilizadas en la fabricación de los sensores de presión con galgas de polisilicio son geoméricamente equivalentes a las utilizadas en el capítulo I, o en este mismo capítulo V, aunque la máscara de definición de las resistencias ha sido reemplazada por su inversa. Igualmente el proceso tecnológico ha debido ser modificado para incluir el depósito de una capa de polisilicio de 4500Å de espesor. Esta capa fue implantada con boro y seguidamente las resistencias fueron definidas mediante grabado iónico reactivo.

No obstante, el punto de mayor interés radica en la selección de las condiciones tecnológicas que llevan a una optimización del factor de Gauge. Los parámetros estructurales con una mayor influencia en el valor final son el tamaño de grano y la textura¹⁶. El efecto

piezorresistivo aumenta con el tamaño de grano, probablemente debido a una menor contribución de las fronteras de grano. La textura tiene una menor influencia a no ser que las capas muestran una orientación preferencial muy marcada. A partir de los resultados del capítulo III los mayores tamaños de grano, como se puede observar en las imágenes TEM, se obtienen depositando el material en fase amorfa a 550°C y sometiendo la capa a un posterior recocido a alta temperatura: 1100°C. Las capas fueron implantadas con una dosis apropiada para obtener un nivel de dopaje uniforme de 10^{19} cm⁻². Este nivel asegura una variación mínima de las resistencias con la temperatura disminuyendo las posibles fuentes de deriva térmica del sensor.

Los valores de resistencia cuadro obtenidas para estas condiciones tecnológicas se muestran en la tabla VII. Estos valores difieren de manera importante de los que se obtienen mediante simulación SUPREM3, indicando una vez más la considerable influencia de la estructura de la capa en sus características eléctricas.

Tabla VII: Resistencia cuadro de las resistencias de polisilicio.

Oblea	R_{\square} (Ω)	n	$R_{\square}(\max)$	$R_{\square}(\min)$	Proceso ²
4	269 ± 1.9	28	266	273	A
5	268 ± 1.2	28	267	271	A
6	267 ± 1.9	28	263	269	A
10	282 ± 1.4	329	286	278	B
11	283 ± 2.0	331	288	278	B

V.2.3 Caracterización de los sensores fabricados

V.2.3.1 Efectos de la temperatura

Los transductores basados en polisilicio exhibieron un comportamiento satisfactorio hasta la máxima temperatura de test: 200°C. En la figura 18 puede observarse la variación de sensibilidad con la temperatura, caracterizada como para los sensores con galgas difundidas, por un descenso de la sensibilidad aproximadamente lineal con un coeficiente térmico de 2400 ± 200 ppm/°C. Este valor está en muy buen acuerdo con los resultados obtenidos por Schäfer et al.¹⁷.

Los sensores mostraron, por otro lado, un excelente comportamiento referente a las derivas del offset con la temperatura. Como puede observarse en la figura 19, las derivas se han

² Los procesos A y B aunque tecnológicamente iguales, distan entre si dos años en el tiempo.

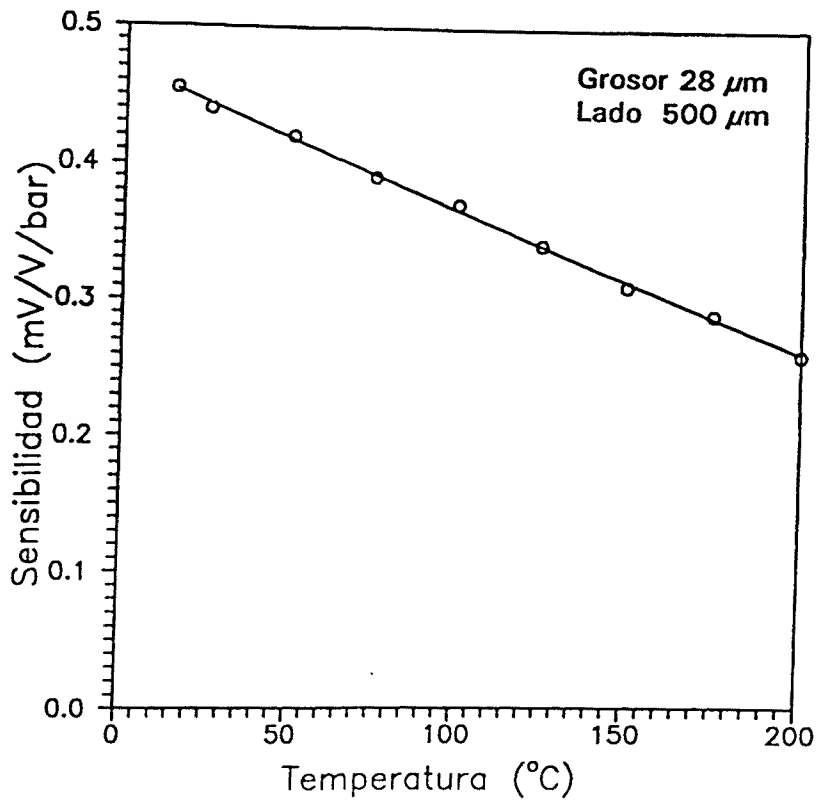


Fig. 18 Reducción de la sensibilidad con la temperatura en los sensores con galgas de polisilicio.

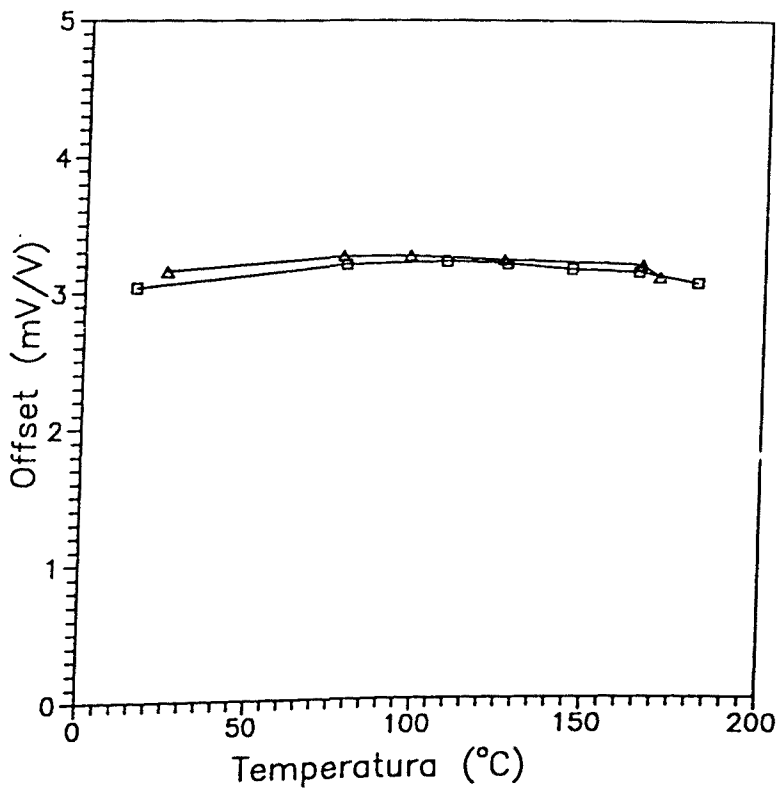


Fig. 19 Variación del offset con la temperatura. Ambas medidas difieren una semana.

reducido de manera considerable. Este comportamiento más estable puede tener su origen en la elección de un proceso tecnológico que minimiza el coeficiente térmico de las piezorresistencias.

La variación del valor de las resistencias con la temperatura puede observarse en la figura 20. El coeficiente térmico se ha reducido hasta 140 ± 80 ppm/°C.

V.2.3.2 Sensibilidad

Una vez asegurada la operatividad del sensor en el rango de temperaturas de interés la atención recae en el nivel de sensibilidad del dispositivo. Los resultados se muestran en la tabla VIII, donde se compara la sensibilidad obtenida con la simulación tomando los coeficientes piezorresistivos del silicio monocristalino para el mismo nivel de impurezas.

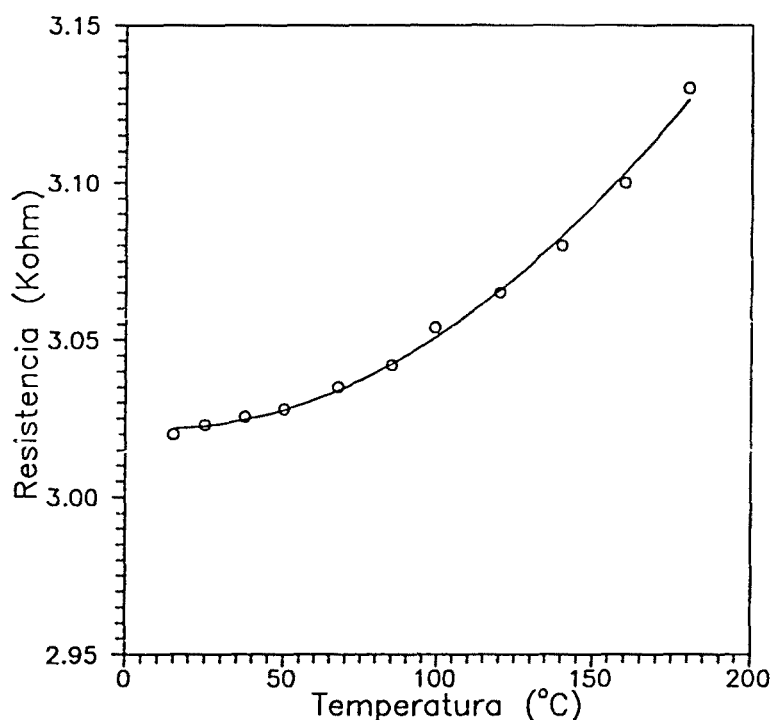


Fig. 20 Variación de las resistencias de polisilicio con la temperatura.

Tabla VIII: Caracterización de los sensores de presión basados en polisilicio.

Sensor tipo	FSO (mV/V)		Offset(mV/V)
	Exp-Si	Exp-PSi.	
2	15.1	1.0	4.5
6	13.5	3.0	2.2

Puede observarse que en los sensores de polisilicio basados en el diseño estándar la sensibilidad obtenida es de 4.5 veces inferior a la que presenta el sensor semejante con resistencias difundidas. Sin embargo, para aquellos sensores en los cuales todas las resistencias están bajo esfuerzo transversal la sensibilidad es 15 veces inferior. Esta marcada disminución de la sensibilidad está relacionada con el resultado presentado por diferentes autores según el cual el factor de gauge transversal para el polisilicio tipo p es mucho menor que el factor de gauge longitudinal¹⁸. Teniendo en cuenta los valores obtenidos podemos estimar los factores de gauge del polisilicio bajo las condiciones de depósito seleccionadas en nuestro caso: $G_t \approx 23$, $G_l \approx 4$. Estos valores están en muy buen acuerdo con los obtenidos por Obermeier et al.¹⁸.

V.2.4 Sumario

La fabricación de sensores de presión basados en galgas de polisilicio hace uso de tecnologías microelectrónicas estándar y extiende el rango de operatividad del sensor hasta altas temperaturas. La dependencia del coeficiente térmico de las resistencias con la dosis de implantación permite un mejor control del comportamiento térmico del dispositivo. Los dispositivos fabricados presentan menores derivas de offset que sus equivalentes basados en resistencias difundidas.

V.3. Referencias

1. H.L. Chau
An ultraminiature solid-state pressure sensor for a cardiovascular catheter
Tesis Doctoral, Universidad de Michigan, (1987).
2. ANSI/AAMI BP-22
American National Standard for Blood Pressure Transducers
propuesto por la Association for the Advancement of Medical Instrumentation, y aprobado por el American National Standards Institute (1986).
3. ANSI/AAMI BP23
Interchangeability and Performance of Resistive Bridge Type Blood Pressure Transducers
Propuesto por la Association for the Advancement of Medical Instrumentation y aprobado por el American National Standards Institute, 1986.
4. L. Bowman, J.D. Meindl
The packaging of Implantable Integrated Sensors
IEEE Trans. on Biomed. Eng., BME-33, 248-255, (1986).
5. M.S.R. Heynes, J.T. Wilkerson
Phosphorus Diffusion in Silicon using POCl₃
Electrochem. Technol. 5, 464-467, (1967).
6. P. Negrini, D. Nobili, S. Solmi
Kinetics of Phosphorus Predeposition in Silicon using POCl₃
J. Electrochem. Soc., 122, 1254-1260, (1975).
7. C. Burrer, comunicación privada.
8. G. Wallis, D.I. Pomerantz
Field-assisted glass-metal sealing
J. Appl. Phys. 40, 3946-3950, (1969).
9. W.H. Ko, J.T. Suminto, G.J. Yeh
Bonding Techniques for microsensors, en
Micromachining and Micropackaging of Transducers Ed. C.D. Fung, P.W. Cheung, W.H. Ko, D.G. Fleming.
Elsevier, Amsterdam 1985.
10. W.H. Ko, J.T. Suminto
Semiconductor Integrated Circuit Technology and Micromachining, en *Sensors: a Comprehensive Survey*, Vol. I. Ed. T. Grandke, W.H. Ko. VCH, (1989).
11. V.I. Sokolov, N.A. Federovich
Mechanical Stresses on the Si-SiO₂ Interface
Phys. Stat. Sol. A 99, 151-158, (1987).

12. J. Samitier, S. Marco, O. Ruiz, J.R. Morante, J. Esteve
Materials and Microstructures for Physical Sensors
EINS'93. European Interegional network on Sensors
New Concepts in Microsensors, Sitges, Febrero (1993).
13. P. Kopystynski, E. Obermeier
The Wide-Ranging Applications of Polysilicon Layers in Solid-State Sensors
Sensors and Actuators, **17**, 69-73, (1989).
14. S.M. Sze
VLSI Technology
McGraw-Hill, New York, (1988).
15. J. Suski, V. Mosser, J. Goss
Polysilicon SOI pressure sensor
Sensors and Actuators, **17**, 405-414, (1989).
16. P.J. French, A.G.R. Evans
Polycrystalline Silicon as a Strain Gauge Material
J. Phys. E: Sci. Instrum. **19**, 1055-1058, (1986).
17. H. Schäfer, V. Graeger, R. Kobs
Temperature-independent pressure sensors using polycrystalline silicon strain gauges
Sensors and Actuators, **17**, 521-527, (1989).
18. E. Obermeier, P. Kopystynski
Polysilicon as a material for microsensor applications
Sensors and Actuators, **A30**, 149-155, (1992).

Apéndice I:
Propiedades mecánicas del silicio

AI.1. Introducción

Una de las bases de la micromecánica radica en las extraordinarias propiedades mecánicas del silicio. Éste se sitúa justo bajo el carbono en la tabla periódica, cristaliza en la misma estructura diamante (Fd3m), aunque es menos resistente. Podemos encontrar una razón a este hecho en el valor de la energía de enlace: 3.6 eV para el enlace C-C, sólo 1.8 eV para el enlace Si-Si.

Aunque la experiencia cotidiana nos puede hacer pensar que el silicio es frágil, ello se debe a su tendencia a partirse (o escindirse) por los planos {111}. Este fenómeno es muy sensible a la concentración de tensiones, bien sea por imperfecciones del cristal, o bien por un daño mecánico local infringido a la muestra durante su manejo. Sin embargo, el silicio destaca por su:

- **Rigidez:** El módulo de Young del silicio: $1.7 \cdot 10^{12}$ dina/cm² es próximo al del acero $2.0 \cdot 10^{12}$ dina/cm².
- **Dureza :** La dureza del silicio (Knoop: 850 Kg/mm²) es superior a la del cuarzo (820 Kg/mm²).

- **Límite plástico en tensión:** Es superior al del acero ($7.0 \cdot 10^{10}$ dina/cm² frente a $4.2 \cdot 10^{10}$ dina/cm²).
- **Linealidad:** Al contrario que la mayoría de metales, el silicio se comporta de manera lineal hasta la fractura y no exhibe la histéris típica de la deformación plástica.

Como todos los materiales monocristalinos y a diferencia de los materiales policristalinos, las propiedades mecánicas del silicio son anisótropas. Considerar al silicio como un material isótropo puede resultar, en casos particulares, en errores en los cálculos mecánicos realizados.

AI.2. Ley de Hooke generalizada

Es bien conocido que las esfuerzos: σ_{ij} , y las deformaciones: ϵ_{ij} son tensores de rango 2. La expresión generalizada de la Ley de Hooke para materiales monocristalinos¹ es:

$$\epsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (1)$$

(donde se supone la existencia de un sumatorio sobre los índices repetidos en un mismo miembro). Las s_{ijkl} son conocidas como las constantes de deformación elástica. Alternativamente los esfuerzos pueden expresarse en función de las deformaciones:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (2)$$

Las c_{ijkl} se denominan constantes de rigidez elástica.

Dado que los estas constantes relacionan dos tensores de rango 2, constituirán un tensor de rango 4. Aunque a primera vista estos tensores están formados por 9x9 componentes, debido a diversas consideraciones, finalmente sólo un número reducido de ellas son linealmente independientes².

En primer lugar, la simetría de los tensores de esfuerzos y deformaciones implica que el tensor no varía ante una permutación del primer par de índices y/o del segundo par.

$$S_{ijkl} = S_{jikl} = S_{ijlk} = S_{jilk} \quad (3)$$

(Análogamente para los coeficientes c_{ijkl}). Esta propiedad reduce el número de componentes linealmente independientes de 81 a 36.

Así como los tensores de rango 2 pueden escribirse como una matriz cuadrada, no existe una representación espacial para los tensores de rango 4. Si bien, el desarrollar las ecuaciones manteniendo los cuatro índices muestra claramente la naturaleza del tensor (en especial como se va transformar ante un cambio de coordenadas), puede resultar incómodo en la mayoría de cálculos prácticos. La simetría anteriormente mencionada, permite introducir una notación matricial que es de uso generalizado en la literatura.

Los esfuerzos y deformaciones pasan a tener un solo índice y en consecuencia se pueden representar como vectores columna:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \sigma_1 & \sigma_6 & \sigma_5 \\ \sigma_6 & \sigma_2 & \sigma_4 \\ \sigma_5 & \sigma_4 & \sigma_3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \epsilon_1 & \frac{\epsilon_6}{2} & \frac{\epsilon_5}{2} \\ \frac{\epsilon_6}{2} & \epsilon_2 & \frac{\epsilon_4}{2} \\ \frac{\epsilon_5}{2} & \frac{\epsilon_4}{2} & \epsilon_3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Siguiendo este esquema en s_{ijkl} y en c_{ijkl} , los índices ij se condensan en uno que toma valores entre 1 y 6. De igual manera los índices kl también se condensa en un segundo índice.

Tabla I: Transformación de índices en la conversión de notación tensorial a matricial.

Notación tensorial	11	22	33	23,32	31,13	12,16
Notación matricial	1	2	3	4	5	6

Además se introducen los siguientes factores:

- $2 s_{ijkl} = s_{mn}$ cuando m o n son 4,5,6
- $4 s_{ijkl} = s_{mn}$ cuando m y n son 4,5,6
- $s_{ijkl} = s_{mn}$ cuando m y n son 1,2,3.

En la definición de c_{mn} no aparecen estos factores con lo cual:

- $c_{ijkl} = c_{nm}$ con $i,j,k,l = 1,2,3$ y $m,n = 1,2\dots 6$

Tras estas modificaciones se puede escribir:

$$\sigma_i = c_{ij}\epsilon_j \quad \epsilon_i = s_{ij}\sigma_j \quad (6)$$

o en notación expandida:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & c_{16} \\ c_{21} & c_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & c_{26} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{61} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & c_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{pmatrix} \quad (7)$$

No obstante, es importante recordar que aunque podamos escribir estos coeficientes en forma matricial, no son tensores de rango 2, y por lo tanto, no se transforman como tales, sino de una manera más compleja.

De las 36 componentes antes citadas sólo 21 son independientes (la matriz resulta ser simétrica) debido a consideraciones termodinámicas basadas en el hecho de que la energía elástica es una función de estado. El número de componentes independientes se reduce aún más si se tiene en cuenta la simetría del cristal.

Tabla II: Número de componentes independientes en los tensores elásticos en función de la simetría del material.

Sistema cristalino	Nº de componentes independientes
Triclínico	21
Monoclínico	13
Ortorómbico	9
Tetragonal	7-6*
Trigonal	7-6*
Hexagonal	5
Cúbico ¹	3
Isótropo	2

* Dependiendo del grupo espacial.

Para cristales cúbicos, y con los ejes de referencia alineados con las direcciones [100] las matrices toman la forma.

$$\begin{pmatrix}
 c_{11} & c_{12} & c_{12} & & & \\
 c_{12} & c_{11} & c_{12} & & & \\
 c_{12} & c_{12} & c_{11} & & & \\
 & & & c_{44} & & \\
 & & & & c_{44} & \\
 & & & & & c_{44}
 \end{pmatrix}
 \quad
 \begin{pmatrix}
 s_{11} & s_{12} & s_{12} & & & \\
 s_{12} & s_{11} & s_{12} & & & \\
 s_{12} & s_{12} & s_{11} & & & \\
 & & & s_{44} & & \\
 & & & & s_{44} & \\
 & & & & & s_{44}
 \end{pmatrix}
 \quad (8)$$

Imponiendo que la energía elástica de cristal debe ser siempre positiva se obtienen nuevas restricciones sobre el valor de las constantes elásticas. Para un cristal cúbico debe cumplirse: $c_{44} > 0$, $c_{11} > |c_{12}|$ y $c_{11} + 2 c_{12} > 0$.

Para materiales isótropos sólo hay dos constantes independientes, que pueden expresarse en función del módulo de Young y del número de Poisson.

¹ En teoría de elasticidad, a los materiales con simetría cúbica se les suele denominar ortótropos.

$$s_{ij} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} 1 & -\nu & -\nu & & & \\ -\nu & 1 & -\nu & & & \\ -\nu & -\nu & 1 & & & \\ & & & 2(1+\nu) & & \\ & & & & 2(1+\nu) & \\ & & & & & 2(1+\nu) \end{pmatrix} \quad (9)$$

En muchas ocasiones se utiliza también el módulo de rigidez G , y el módulo de compresión. Sus definiciones son las siguientes:

$$G \equiv \frac{1}{s_{44}} = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (10)$$

$$B = -V \frac{dp}{dV} = \frac{1}{3}(c_{11} + 2c_{12}) = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (11)$$

siendo la última igualdad solamente válida en el caso de materiales isótropos. Para estos materiales se cumple:

$$c_{44} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}) \quad s_{44} = 2(s_{11} - s_{22}) \quad (12)$$

Las siguientes igualdades expresan las relaciones entre las constantes de rigidez y las constantes de deformación elástica para cristales cúbicos:

$$\begin{aligned} c_{11} &= \frac{s_{11} + s_{12}}{(s_{11} - s_{12})(s_{11} + 2s_{12})} \\ c_{12} &= -\frac{s_{12}}{(s_{11} - s_{12})(s_{11} + 2s_{12})} \\ c_{44} &= \frac{1}{s_{44}} \end{aligned} \quad (13)$$

El valor de las constantes elásticas del silicio se muestra en la tabla III:

Tabla III: Constantes elásticas del silicio³.

$c_{11} = 1.6564 \cdot 10^{12}$ dina/cm ²	$s_{11} = 0.7691 \cdot 10^{-12}$ cm ² /dina
$c_{12} = 0.6394 \cdot 10^{12}$ dina/cm ²	$s_{12} = -0.2142 \cdot 10^{-12}$ cm ² /dina
$c_{44} = 0.7951 \cdot 10^{12}$ dina/cm ²	$s_{44} = 1.2577 \cdot 10^{-12}$ cm ² /dina

Los métodos de medida de estas constantes pueden encontrarse en una excelente revisión publicada por Hearmon⁴

AI.3. Transformación de coordenadas

Para calcular los coeficientes elásticos en un sistema de coordenadas cartesiano arbitrario, es útil expresar la rotación en función de los ángulos de Euler (figura 1).

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (14)$$

La expresión de la matriz del cambio de coordenadas es:

$$\begin{pmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\phi c\theta c\psi - s\phi s\psi & s\phi c\theta c\psi + c\phi s\psi & -s\theta c\psi \\ -c\phi c\theta s\psi - s\phi c\psi & -s\phi c\theta s\psi + c\phi c\psi & s\theta c\psi \\ c\phi s\theta & s\phi s\theta & c\theta \end{pmatrix} \quad (15)$$

donde por simplicidad se ha tomado $s\ x \equiv \sin x$ y $c\ x \equiv \cos x$.

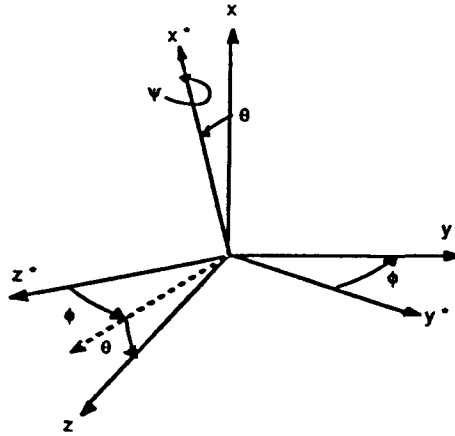


Fig. 1 Definición de los ángulos de Euler para la transformación de coordenadas.

La expresión para los coeficientes mecánicos para una rotación arbitraria es:

$$\begin{aligned}
 c'_{11} &= c_{11} + (c_{11} - c_{12} - 2c_{44}) (l_1^4 + m_1^4 + n_1^4 - 1) \\
 c'_{12} &= c_{12} + (c_{11} - c_{12} - 2c_{44}) (l_1^2 l_2^2 + m_1^2 m_2^2 + n_1^2 n_2^2) \\
 c'_{14} &= (c_{11} - c_{12} - 2c_{44}) (l_1^2 l_2 l_3 + m_1^2 m_2 m_3 + n_1^2 n_2 n_3) \\
 c'_{66} &= c_{44} + (c_{11} + c_{12} - 2c_{44}) (l_1^2 l_2^2 + m_1^2 m_2^2 + n_1^2 n_2^2) \\
 s'_{11} &= s_{11} + (s_{11} - s_{12} - \frac{s_{44}}{2}) (l_1^4 + m_1^4 + n_1^4 - 1) \\
 s'_{12} &= s_{12} + (s_{11} - s_{12} - \frac{s_{44}}{2}) (l_1^2 l_2^2 + m_1^2 m_2^2 + n_1^2 n_2^2) \\
 s'_{14} &= 2 (s_{11} - s_{12} - \frac{s_{44}}{2}) (l_1^2 l_2 l_3 + m_1^2 m_2 m_3 + n_1^2 n_2 n_3) \\
 s'_{56} &= 4 (s_{11} - s_{12} - \frac{s_{44}}{2}) (l_1^2 l_2 l_3 + m_1^2 m_2 m_3 + n_1^2 n_2 n_3) \\
 s'_{44} &= s_{44} + 4 (s_{11} - s_{12} - \frac{s_{44}}{2}) (l_2^2 l_3^2 + m_2^2 m_3^2 + n_2^2 n_3^2)
 \end{aligned} \tag{16}$$

Para obtener el resto de coeficientes de la matriz hay que tener en cuenta la siguiente tabla de equivalencias:

Tabla IV: Coeficientes equivalentes en la transformación de coordenadas.

Coeficiente	Coeficientes equivalentes
C_{11}	C_{22}, C_{33}
C_{12}	C_{13}, C_{23}
C_{14}	$C_{15}, C_{16}, C_{24}, C_{25}, C_{26}, C_{34}, C_{35}, C_{36}$
C_{66}	C_{44}, C_{55}
S_{11}	S_{22}, S_{33}
S_{12}	S_{13}, S_{23}
S_{14}	$S_{36}, S_{25}, S_{24}, S_{35}, S_{26}, S_{34}, S_{16}$
S_{56}	S_{46}, S_{45}
S_{44}	S_{55}, S_{66}

Por coeficientes equivalentes entendemos que se transforman bajo la misma expresión siempre que se modifiquen los índices de la matriz de rotación de acuerdo con la siguiente regla: se retornan los índices del coeficiente a la notación tensorial c_{ijkl} y los términos en el paréntesis que expresan la variación con la dirección contienen $(l_i, l_j, l_k, l_l, m_i, m_j, m_k, m_l, n_i, n_j, n_k, n_l)$.

Debido a la particular geometría del ataque anisótropo húmedo estaremos especialmente interesados en aplicar una rotación de 45° en torno al eje z (o dirección $\langle 001 \rangle$) a los tensores elásticos. En este caso los tensores elásticos son:

$$\left(\begin{array}{ccccccc} \frac{1}{2}(c_{11}+c_{12}+2c_{44}) & \frac{1}{2}(c_{11}+c_{12}-2c_{44}) & c_{12} & & & & \\ \frac{1}{2}(c_{11}+c_{12}-2c_{44}) & \frac{1}{2}(c_{11}+c_{12}+2c_{44}) & c_{12} & & & & \\ & c_{12} & & c_{11} & & & \\ & & & & c_{44} & & \\ & & & & & c_{44} & \\ & & & & & & \frac{1}{2}(c_{11}-c_{12}) \end{array} \right) \quad (17)$$

Los valores de los nuevos coeficientes se muestran en la tabla V:

$$\left[\begin{array}{ccccccc}
 \frac{1}{2} (s_{11} + s_{12} + \frac{s_{44}}{2}) & \frac{1}{2} (s_{11} + s_{12} - \frac{s_{44}}{2}) & s_{12} & & & & \\
 \frac{1}{2} (s_{11} + s_{12} - \frac{s_{44}}{2}) & \frac{1}{2} (s_{11} + s_{12} + \frac{s_{44}}{2}) & s_{12} & & & & \\
 & s_{12} & & s_{11} & & & \\
 & & & & s_{44} & & \\
 & & & & & s_{44} & \\
 & & & & & & 2 (s_{11} - s_{22})
 \end{array} \right] \quad (18)$$

Tabla V: Coeficientes elásticos tras una rotación de 45°.

$c'_{11} = 1.944 \cdot 10^{12} \text{ dina/cm}^2$	$s'_{11} = 0.592 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^2/\text{dina}$
$c'_{12} = 0.352 \cdot 10^{12} \text{ dina/cm}^2$	$s'_{12} = -0.038 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^2/\text{dina}$
$c'_{66} = 0.509 \cdot 10^{12} \text{ dina/cm}^2$	$s'_{66} = 1.965 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^2/\text{dina}$

Aunque estrictamente no se puede definir el módulo de Young y el número de Poisson en materiales no isótropos, en muchos casos se toma por convención la siguiente definición:

$$E \equiv \frac{1}{s_{11}} \quad (19)$$

que efectivamente es la usada en la tabla VI. Teniendo en cuenta estas relaciones se define la relación de anisotropía⁵ como:

$$R = \frac{2 (s_{11} - s_{12})}{s_{44}} \quad (20)$$

Tabla VI: Comparación entre la anisotropía de diversos materiales.

Material (monocristal)	R	$E_{\langle 100 \rangle}$ (GPa)	$E_{\langle 111 \rangle}$ (GPa)
silicio	1.56	131	188
aluminio	1.22	64	76
cobre	3.20	67	191
oro	2.86	43	117
hierro	2.51	125	273

Obsérvese que cuanto más grande es la razón de anisotropía mayor es la diferencia entre el módulo de Young en la dirección $\langle 100 \rangle$ y en la dirección $\langle 111 \rangle$, direcciones para las que presenta un máximo o mínimo. En las figuras 2 y 3 puede observarse la evolución del módulo de Young y del módulo de rigidez transversal según la dirección cristalina.

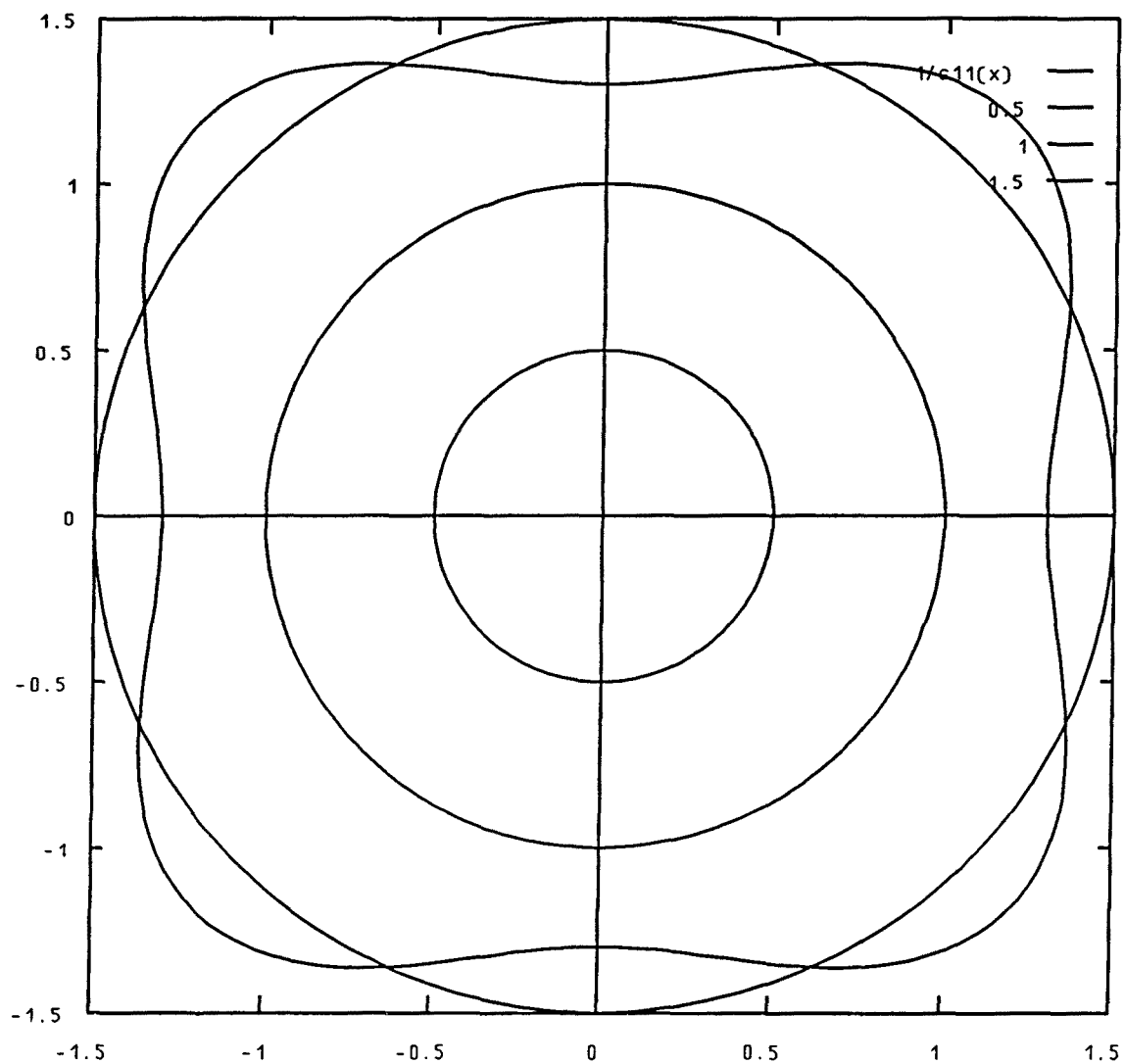


Fig. 2 Modulo de Young (10^{12} dyn/cm²) cuando el eje z, está orientado según una dirección [001].

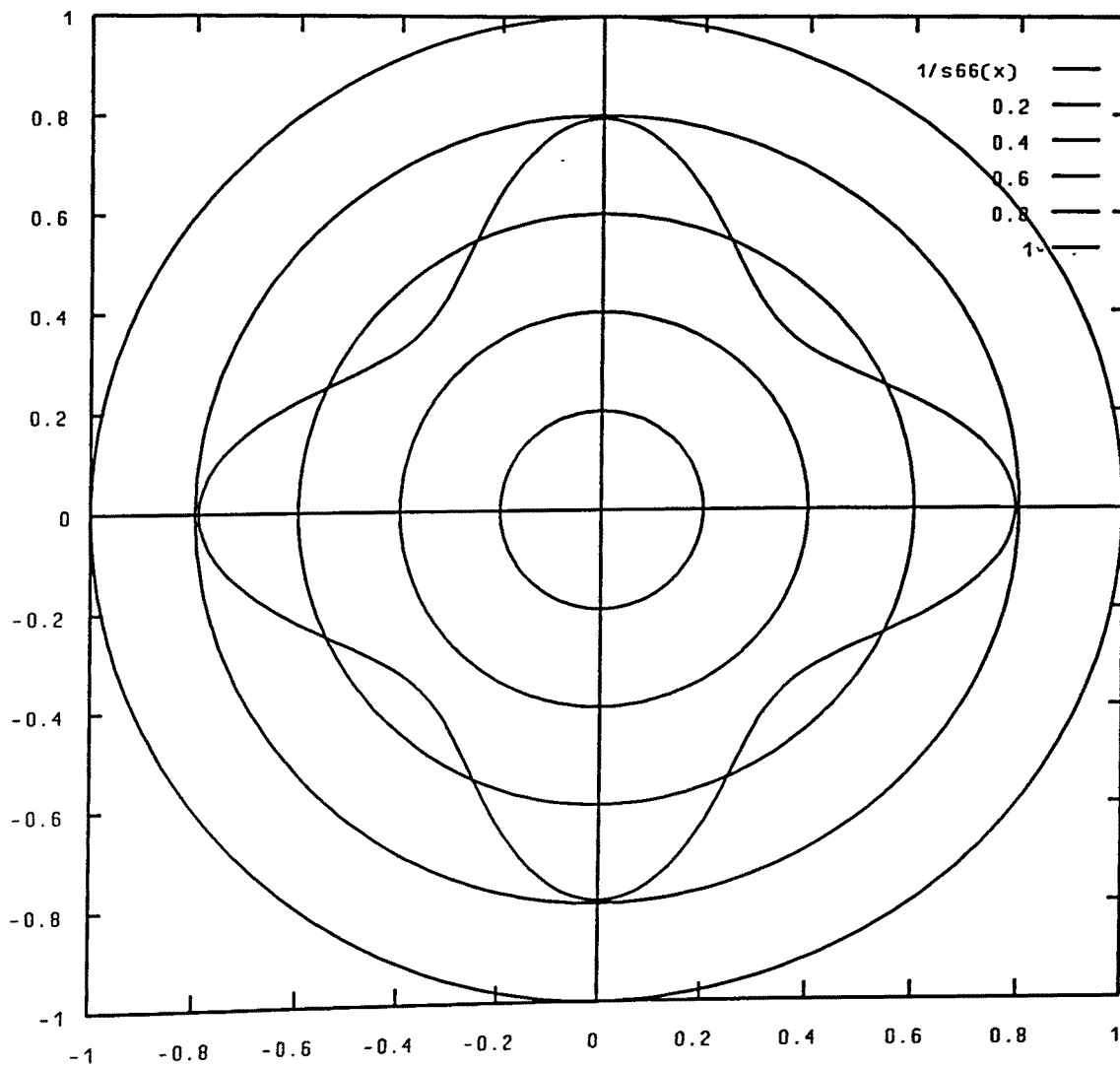


Fig. 3 Modulo de Elasticidad transversal G (Shear Modulus) (10^{12} dyn/cm²) cuando el eje z , está orientado según una dirección [001].

AI.4. Referencias

1. A.E.H. Love
The Mathematical Theory of Elasticity
Cambridge University Press. (4^a edición, 1927).
2. J.F. Nye
Physical Properties of Crystals
Oxford University Press. (1976).
3. O.H. Nielsen
Stiffness of Si en Properties of Silicon
Ed. INSPEC, London, 1988.
4. R.F.S. Hearmon
The Elastic Constants of Anisotropic Materials
Rev. Mod. Phys., **18**, 409-440 (1946).
5. I.C. Noyan, J.B. Cohen
Residual Stress
Springer-Verlag, New York (1987).

Apéndice II:
El efecto piezorresistivo en el silicio

AII.1. Introducción

En 1954 C.S. Smith descubre el efecto piezorresistivo en el silicio y en el germanio, semiconductores con una estructura de bandas altamente anisótropa¹. Aunque la variación de la resistencia en metales sometidos a esfuerzos mecánicos había sido previamente estudiada, el efecto piezorresistivo en estos semiconductores era mucho más intenso.

En los metales la variación de la resistencia tiene un origen dimensional, pero en los semiconductores la variación principal se debe a un cambio en la resistividad. Se define el factor de 'Gauge' como:

$$G \equiv \frac{\Delta R}{eR}$$

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad G = \frac{1}{e} \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta S}{S} \right) = 1 + 2\nu + \frac{\delta \rho}{\rho e} \quad (1)$$

Como hemos dicho en los metales la principal contribución a G radica en el cambio dimensional y, por lo tanto, el factor de Gauge está entre 1 y 2 (el número de Poisson no puede ser mayor que 0.5). En cambio para los semiconductores la principal contribución está en el cambio de resistividad. El factor de Gauge puede ser dos órdenes de magnitud superior al de los metales.

AII.2. Fundamento físico

Para simplificar consideremos una compresión unidireccional. La distancia interatómica debe disminuir en la dirección de compresión, mientras aumenta en la dirección perpendicular. Ello lleva a una variación en el recubrimiento de las funciones de onda y por lo tanto en el valor de la integral de intercambio. En consecuencia la posición de las bandas de conducción y valencia se modifica.

Empecemos por analizar este efecto en el silicio tipo-n. Al depender el valor de la integral de intercambio de la dirección en el cristal, la posición de la banda de conducción depende de la dirección en el espacio recíproco. Cuando el silicio está libre de esfuerzos mecánicos la banda de conducción tiene seis mínimos equivalentes situados según las direcciones $\langle 100 \rangle$ en el espacio recíproco. El desplazamiento energético causado por los esfuerzos mecánicos presentes será diferente para los 6 mínimos, y por lo tanto, la población electrónica en cada uno de los valles también será diferente (figura 1).

En el margen de temperaturas en el cual todas las impurezas están ionizadas el número de electrones presente en la banda de conducción no variará, si bien se redistribuirá entre los diversos mínimos.

$$\sum_{i=1}^6 n_i(\epsilon) = 6n_i(0) = N_D \quad (2)$$

En consecuencia, el nuevo valor de la conductividad será:

$$\sigma(\epsilon) = \sum_{i=1}^6 \sigma_i(\epsilon) = e \sum_{i=1}^6 n_i(\epsilon) \mu_i \neq \sigma(0) \quad (3)$$

Obsérvese que si los mínimos de la banda de conducción fueran esféricos, es decir, si la masa efectiva fuera escalar $\mu_i = \mu$.

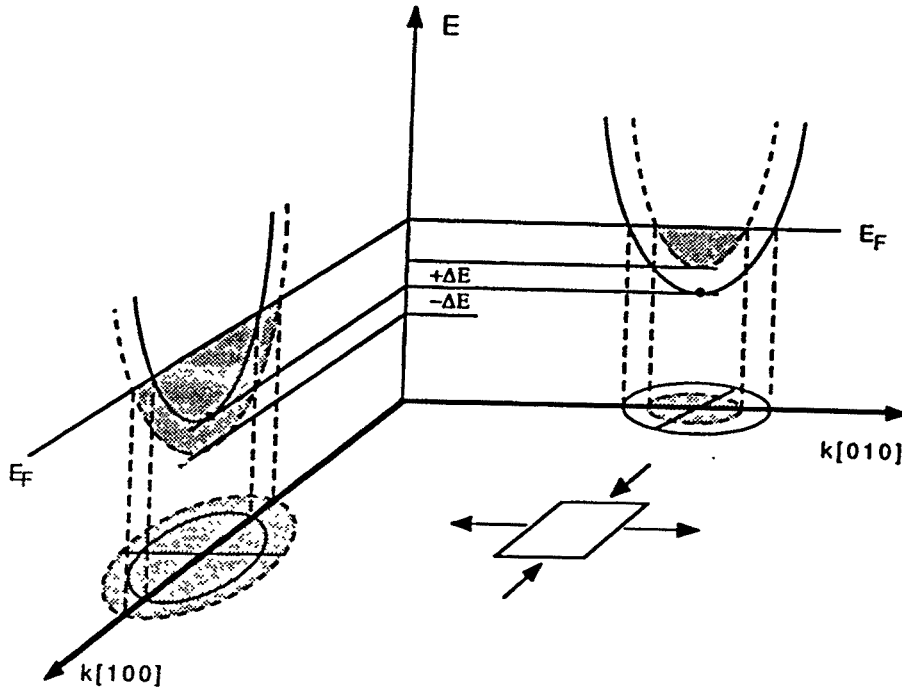


Fig. 1 Desplazamiento de los mínimos energéticos en el silicio por efecto de una deformación mecánica.

$$\sigma(\epsilon) = e\mu \sum_{i=1}^6 n_i(\epsilon) = e\mu N_D = \sigma(0) \quad (4)$$

no se produciría el efecto piezorresistivo.

Por otro lado, es bien sabido que aunque la masa efectiva de los electrones sea tensorial en el silicio, la conductividad es escalar si las poblaciones de los seis mínimos son iguales. Tras la aplicación de un esfuerzo mecánico, las poblaciones dejan de ser iguales, y en consecuencia la conductividad mantiene su carácter tensorial.

Para ilustrar el razonamiento anterior, supongamos que comprimimos un cristal de silicio a lo largo de la dirección [100]: las distancias interatómicas a lo largo de esta dirección se hacen más pequeñas y la integral de intercambio aumenta, mientras en las direcciones [010] y [001] disminuye. Como consecuencia la posición energética de la banda de conducción en la dirección [100] baja, mientras en las direcciones perpendiculares sube. La población de los mínimos situados en $(\pm k_0, 0, 0)$ aumenta, mientras disminuye la población del resto de los mínimos. No obstante, debido a la conservación del número total de electrones:

$$\sum_{i=1}^6 \delta n_i = 0 \quad (5)$$

Sea δn_1 el aumento de población en los mínimos situados en $(\pm k_x, 0, 0)$ (véase figura 1) y δn_2 el descenso de población en el resto de los mínimos (por simetría debe ser igual). Se debe cumplir pues:

$$\delta n_1 = -2\delta n_2 \quad (6)$$

Las variaciones de conductividad vienen dadas por:

$$\begin{aligned} \delta \sigma &= 2 (\delta \sigma_{[100]} + \delta \sigma_{[010]} + \delta \sigma_{[001]}) = \\ &= 2e^2 \langle \tau \rangle \left(\delta n_{[100]} \begin{pmatrix} \frac{1}{m_1^*} & & \\ & \frac{1}{m_1^*} & \\ & & \frac{1}{m_1^*} \end{pmatrix} + \delta n_{[010]} \begin{pmatrix} \frac{1}{m_1^*} & & \\ & \frac{1}{m_1^*} & \\ & & \frac{1}{m_1^*} \end{pmatrix} + \delta n_{[001]} \begin{pmatrix} \frac{1}{m_1^*} & & \\ & \frac{1}{m_1^*} & \\ & & \frac{1}{m_1^*} \end{pmatrix} \right) = \\ &= 2e^2 \langle \tau \rangle \delta n_{[100]} \begin{pmatrix} \frac{1}{m_1^*} - \frac{1}{m_1^*} & & \\ & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{m_1^*} - \frac{1}{m_1^*} \right) & \\ & & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{m_1^*} - \frac{1}{m_1^*} \right) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

Consideremos ahora el efecto piezorresistivo en el silicio tipo p. La banda de valencia del silicio se caracteriza por superficies isoenergéticas prácticamente esféricas, por lo tanto, no se puede explicar el efecto piezorresistivo por la anisotropía de la masa efectiva como en el caso de la banda de conducción. Los resultados experimentales solo se pueden explicar teniendo en cuenta la degeneración de la banda de valencia en el punto $k = (0,0,0)$. Al someter el cristal a una deformación anisótropa, la simetría de la red cristalina se rompe, y también la degeneración de la banda de valencia. Las bandas de huecos pesados y ligeros se desplazan en sentidos opuestos y una distancia diferente. Este desplazamiento modifica la

población de cada una de las bandas y da lugar a un cambio de resistencia.

$$\delta \sigma = e \delta p (\mu_p - \mu_l) \quad (8)$$

donde μ_p es la movilidad de los huecos pesados y μ_l la de los huecos ligeros.

ΑΠ.3. Los coeficientes piezorresistivos

Al igual que las propiedades mecánicas, el efecto piezorresistivo exhibe un considerable grado de anisotropía y tiene un carácter tensorial.

Para un cristal anisótropo, la resistividad es un tensor y la ley de Ohm viene dada por:

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_1 & \rho_6 & \rho_5 \\ \rho_6 & \rho_2 & \rho_4 \\ \rho_5 & \rho_4 & \rho_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Como hemos mencionado anteriormente, si el silicio está libre de esfuerzos, la resistividad es isótropa y se cumple:

$$\rho = \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 \quad \rho_6 = \rho_5 = \rho_4 = 0 \quad (10)$$

Cuando se aplican esfuerzos mecánicos sobre el silicio, esto deja de cumplirse, y la resistividad pasa a ser anisótropa:

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} = \rho \begin{pmatrix} 1 + \frac{\Delta \rho_1}{\rho} & \frac{\Delta \rho_6}{\rho} & \frac{\Delta \rho_5}{\rho} \\ \frac{\Delta \rho_6}{\rho} & 1 + \frac{\Delta \rho_2}{\rho} & \frac{\Delta \rho_4}{\rho} \\ \frac{\Delta \rho_5}{\rho} & \frac{\Delta \rho_4}{\rho} & 1 + \frac{\Delta \rho_3}{\rho} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} \quad (11)$$

El tensor que describe el efecto piezorresistivo viene descrito por:

$$\frac{\Delta \rho_{ij}}{\rho} = \pi_{ijkl} \sigma_{kl}$$

y se transforma como un tensor de rango 4. Por consideraciones similares a las descritas en el apéndice anterior, los 4 índices pueden condensarse en 2 permitiendo una visualización más compacta. Para cristales cúbicos como el silicio, solo son necesarias 3 componentes independientes. Si el sistema de coordenadas cartesiano está alineado con las direcciones $\langle 100 \rangle$ del cristal, podemos escribir:

$$\frac{1}{\rho} \begin{pmatrix} \Delta \rho_1 \\ \Delta \rho_2 \\ \Delta \rho_3 \\ \Delta \rho_4 \\ \Delta \rho_5 \\ \Delta \rho_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{12} & & & \\ \pi_{12} & \pi_{11} & \pi_{12} & & & \\ \pi_{12} & \pi_{12} & \pi_{11} & & & \\ & & & \pi_{44} & & \\ & & & & \pi_{44} & \\ & & & & & \pi_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} \quad (13)$$

Para el silicio poco dopado los valores de estos coeficientes se listan en la tabla I.

Tabla I: Coeficientes piezorresistivos en el silicio ($10^{-12} \text{ cm}^2/\text{dina}$).

	tipo p	tipo n
π_{11}	+6.6	-102.2
π_{12}	-1.1	+53.4
π_{44}	+138.1	-13.6

Obsérvese que en un estado de esfuerzos plano, como el que se produce en un diafragma de silicio que defleca por efecto de una presión uniforme, sólo Σ_{11} , σ_{22} y σ_{12} son distintas de cero. Si además el campo eléctrico y la dirección de la corriente son paralelos, sólo una de las componentes del tensor resistividad es de interés. En este caso podemos escribir:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho_1}{\rho_1} = \pi_{11} \sigma_{11} + \pi_{12} \sigma_{22} = \pi_l \sigma_l + \pi_t \sigma_t$$

siendo esta última notación la más usual. Así pues, π_{11} y π_{12} se suelen denominar coeficientes piezorresistivos longitudinal (π_l) y transversal (π_t) respectivamente.

II.4. Transformación de coordenadas

De manera análoga a la descrita para la transformación de los tensores elásticos, los nuevos

coeficientes piezorresistivos vienen dados en función de la matriz de rotación.

$$\begin{aligned}
 \pi'_{11} &= \pi_{11} - 2(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(l_1^2 m_1^2 + m_1^2 n_1^2 + n_1^2 l_1^2) \\
 \pi'_{12} &= \pi_{12} + (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(l_1^2 l_2^2 + m_1^2 m_2^2 + n_1^2 n_2^2) \\
 \pi'_{16} &= 2\pi_{61} = 2(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(l_1^3 l_2 + m_1^3 m_2 + n_1^3 n_2) \\
 \pi'_{66} &= \pi_{44} + 2(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(l_1^2 l_2^2 + m_1^2 m_2^2 + n_1^2 n_2^2)
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Al igual que para los coeficientes elásticos la regla de transformación para el resto de componentes puede hallarse a partir de la tabla II, y la regla de transformación de índices (véase apéndice anterior).

Tabla II: Coeficientes equivalentes en la transformación de coordenadas.

Coeficiente	Coeficientes equivalentes
π_{11}	π_{22}, π_{33}
π_{12}	$\pi_{13} = \pi_{31}, \pi_{23} = \pi_{32}$
π_{16}	$\pi_{14} = 2\pi_{41}, \pi_{24} = 2\pi_{42}, \pi_{34} = 2\pi_{43}, \pi_{15} = 2\pi_{51}, \pi_{25} = 2\pi_{52},$ $\pi_{35} = 2\pi_{53}, \pi_{26} = 2\pi_{62}, \pi_{36} = 2\pi_{63}, \pi_{45} = \pi_{54}, \pi_{46} = \pi_{64}, \pi_{56} = \pi_{65}$
π_{66}	π_{44}, π_{55}

Obsérvese que a diferencia de las matrices de los tensores elásticos, la matriz que representa al efecto piezorresistivo no es simétrica.

Debido a la geometría del ataque anisótropo húmedo es muy importante la expresión de la matriz del efecto piezorresistivo tras efectuar una rotación de 45° en torno al eje z (o dirección [001]):

$$\left[\begin{array}{ccc}
 \frac{1}{2}(\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44}) & \frac{1}{2}(\pi_{11} + \pi_{12} - \pi_{44}) & \pi_{12} \\
 \frac{1}{2}(\pi_{11} + \pi_{12} - \pi_{44}) & \frac{1}{2}(\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44}) & \pi_{12} \\
 & \pi_{12} & \pi_{11} \\
 & & \pi_{44} \\
 & & \pi_{44} \\
 & & 2(\pi_{11} - \pi_{22})
 \end{array} \right]
 \tag{16}$$

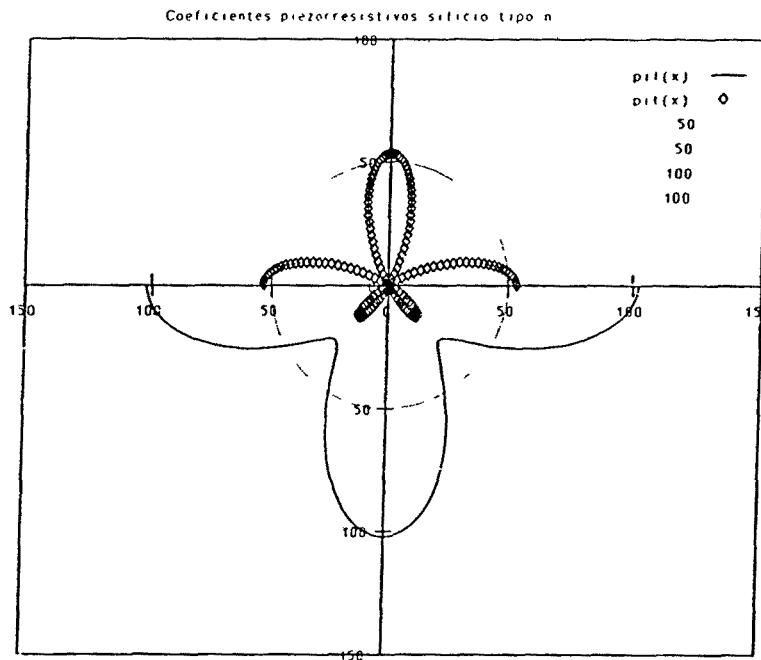
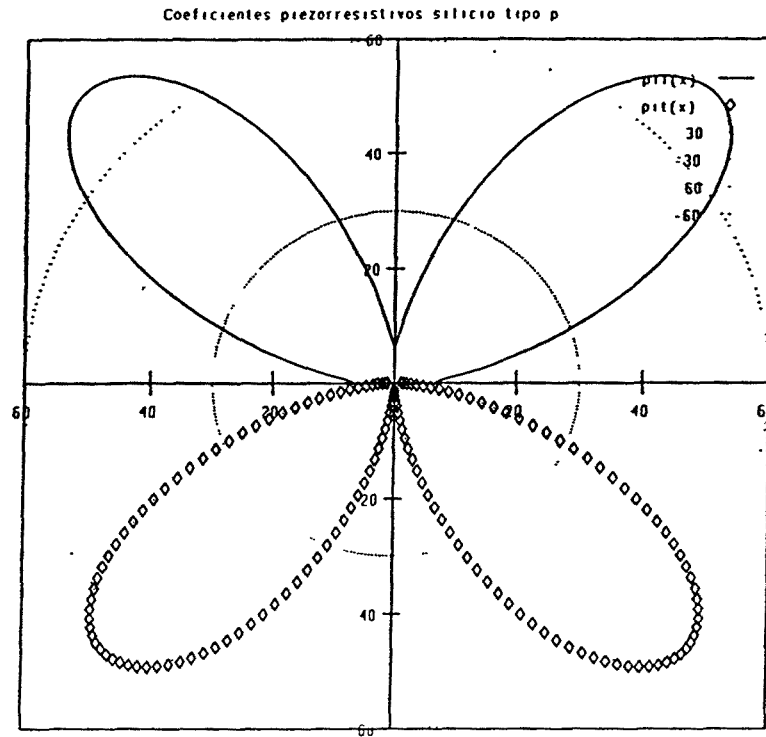


Fig. 2 Coeficientes piezorresistivos longitudinales (π_{11}) y transversales (π_{12}) en el plano $\{100\}$ (10^{-12} cm²/dina).

En la figura 2 se observa la variación de los coeficientes π_{11} y π_{12} ante una rotación arbitraria en torno al eje $\langle 001 \rangle$, tanto para silicio tipo n como silicio tipo p. Obsérvese como en este último caso ambos coeficientes presentan un máximo tras una rotación de 45° . En cambio para el silicio tipo n, los coeficientes piezorresistivos presentan un mínimo para esa misma orientación. Dada la particular geometría del grabado anisótropo (capítulo I) y para obtener la mayor sensibilidad, las piezorresistencias deben ser tipo p.

II.5. Dependencia del efecto piezorresistivo con la temperatura y con la concentración de portadores.

Experimentalmente se ha determinado que el efecto piezorresistivo disminuye con la temperatura y con la concentración de impurezas^{2,3}. El efecto relativo de la temperatura es más importante a bajas concentraciones que a altas. Kanda⁴ ha elaborado un modelo teórico (cuyos resultados para silicio tipo p se muestran en la figura 3) para explicar estas dependencias basado en la teoría de bandas. Los resultados son bastante precisos para silicio tipo n, pero el acuerdo es sólo cualitativo para silicio tipo p.

La explicación cualitativa de la dependencia del efecto piezorresistivo con la temperatura y la concentración de portadores es la siguiente: El coeficiente piezorresistivo indica la variación relativa de resistividad debida al esfuerzo aplicado. En semiconductores muy dopados, existen muchos portadores libres en las bandas de conducción o valencia y en consecuencia la variación relativa es menor. Un argumento similar se puede esgrimir respecto a la variación de los coeficientes con la temperatura. Para silicio poco dopado, el número de portadores libres depende de la temperatura a través del número de pares electrón-hueco generados térmicamente. Cuando la temperatura aumenta, crece el número de portadores libres y en consecuencia disminuye la importancia relativa del cambio introducido por el esfuerzo aplicado. Este razonamiento, explica también que el efecto de la temperatura a bajos niveles de dopaje sea mayor que a altos niveles, donde la importancia de los portadores generados térmicamente es mucho menor.

II.6. No-linealidad del efecto piezorresistivo

En el diseño de sensores piezorresistivos es muy importante tener un conocimiento detallado de la respuesta del material a un esfuerzo mecánico. Hemos visto hasta ahora como el efecto piezorresistivo daba cuenta de las variaciones de resistividad dependiendo de los esfuerzos presentes en el material.

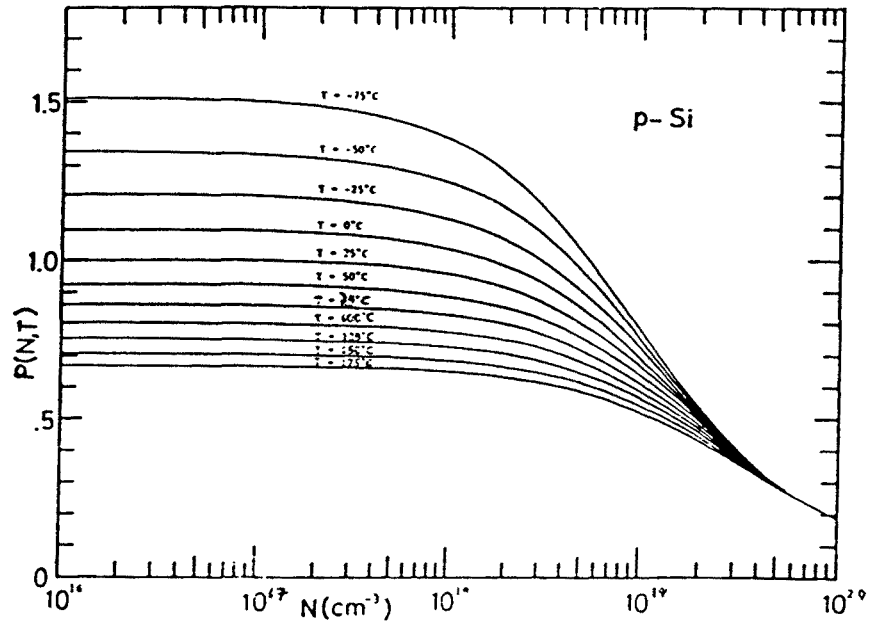


Fig. 3 Variación normalizada del efecto piezorresistivo con la concentración de impurezas y con la temperatura de acuerdo con el modelo teórico de Kanda.

$$\frac{\Delta \rho_{ij}}{\rho} = \pi_{ij} \sigma_j \tag{17}$$

Aunque la dependencia lineal es una muy buena aproximación, el comportamiento real exhibe un cierto grado de no-linealidad.

En el diseño de sensores de alta precisión, es necesario un conocimiento detallado de la no-linealidad, y su dependencia con la orientación o nivel de impurezas, de manera que su importancia se pueda minimizar. Medidas experimentales han sido presentadas por diversos autores^{5,6,7,8}. La no-linealidad para un cierto esfuerzo σ se define como:

$$NL(\sigma, \sigma_m) \equiv \frac{R(\sigma) - \left[(R(\sigma_m) - R(0)) \frac{\sigma}{\sigma_m} + R(0) \right]}{R(\sigma_m) - R(0)} \tag{18}$$

siendo σ_m el máximo esfuerzo aplicado. Para ajustar los resultados experimentales se asume una dependencia cúbica:

$$R(\sigma) = R_0(1 + P\sigma + Q\sigma^2 + S\sigma^3) \quad (19)$$

Es importante notar que si $Q\sigma^2 \gg S\sigma^3$, $NL(\sigma, \sigma_m) \approx NL(-\sigma, -\sigma_m)$, mientras que si $S\sigma^3 \gg Q\sigma^2$, $NL(\sigma, \sigma_m) \approx -NL(-\sigma, -\sigma_m)$.

Los resultados experimentales para el modo transversal (corriente y esfuerzo perpendiculares) y para el modo longitudinal (corriente y esfuerzo paralelos) en silicio tipo p se muestran en la figura 4. El esfuerzo mecánico se produce en la dirección $\langle 110 \rangle$. Lo más destacable es que mientras en el modo longitudinal la NL es del mismo signo en tensión y en compresión, la NL en el modo transversal es de signo contrario para tensión y para compresión. En el diseño de sensores de presión se tiene en cuenta este efecto para minimizar la contribución del efecto piezorresistivo a la no-linealidad total.

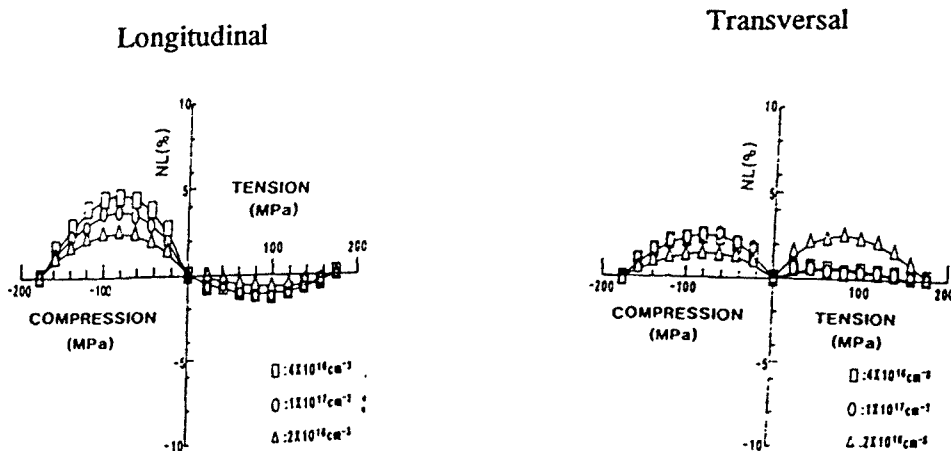


Fig. 4 No-linealidad del efecto piezorresistivo para distintas concentraciones de portadores.

7. Referencias

1. C.S. Smith
Piezoresistive Effect in Germanium and Silicon
Phys. Rev. **94**, 42-49, (1954).
2. O.N. Tufte, E.L. Stelzer
Piezoresistive properties of heavily-doped n-type silicon
Phys. Rev. **133** A1705-A1716 (1964)
3. F.J. Morin, T.H. Geballe, C. Herring
Temperature dependence of Piezoresistance of High-Purity Silicon and Germanium
Phys. Rev. **105**, 525-539 (1957).
4. Y. Kanda
A Graphical Representation of the Piezoresistance Coefficients in Silicon
IEEE Trans. Elec. Dev. **ED-29**, 64-70, (1982).
5. K. Yamada, M. Nishihara, S. Shimada, M. Tanabe, M. Shimazoe, Y. Matsuoka
Non-linearity of the piezoresistance effect of p-type diffused layers
IEEE Trans. Electron Devices **ED-29** 71-77 (1982).
6. K. Suzuki, H. Hasegawa, Y. Kanda
Origin of the nonlinear piezoresistance effects in p-type silicon
Jpn. J. Appl. Phys. **23**, L871-L874, (1984).
7. J.T. Lenkkeri
Nonlinear effects in the piezoresistivity of p-type silicon
Phys. Status Solidi (b) **136** 373-385 (1986).
8. K. Matsuda, Y. Kanda, K. Yamamura, K. Suzuki.
Nonlinearity of Piezoresistance Effect in p- and n-Type Silicon
Sensors and Actuators, **A21-A23**, 45-48, (1990).

**Apéndice III:
El método ANOVA**

El método ANOVA

El método ANOVA ("Analysis of Variance")^{1,2} es una técnica de base estadística para la validación de modelos e hipótesis. Se basa en el análisis del origen de la variación de los resultados respecto a su valor medio. Se definen las siguientes cantidades:

- Suma total de cuadrados:

$$SST = \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (1)$$

siendo:

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \quad (2)$$

el valor medio de los resultados experimentales. La cantidad SST tiene asociados N-1 grados de libertad. Esta cantidad se puede considerar la suma de dos cantidades: la

variación predicha por el modelo ajustado y la no predicha por el mismo. En este sentido se definen las cantidades:

- Suma de cuadrados predicha por la regresión:

$$SSR = \sum_{i=1}^N (Y_i^* - \bar{Y})^2 \quad (3)$$

donde Y_i^* son los valores predichos por el modelo empírico ajustado. La cantidad SSR tiene $p-1$ grados de libertad siendo p el número de parámetros ajustables del modelo.

- Suma de cuadrados no explicada por el modelo: o suma de cuadrados de los residuos: SSE tiene $N-p$ grados de libertad.

$$SSE = \sum_{i=1}^N (Y_i - Y_i^*)^2 \quad (4)$$

El test de significancia de la ecuación ajustada, es un *test de hipótesis nula*: no existe dependencia alguna entre los resultados experimentales y los factores.

$$F_{null} = \frac{\frac{SSR}{p-1}}{\frac{SSE}{N-p}} \quad (5)$$

En el caso de que la hipótesis nula fuera cierta, F sigue una distribución de probabilidad $F_{(p-1, N-p)}$. Es posible pues, dados los resultados experimentales y el modelo ajustado determinar la probabilidad $P = \text{Prob}(F > F_{null})$ de que la dependencia entre la respuesta y los factores experimentales no exista. El parámetro P nos indica precisamente la probabilidad de obtener el valor observado de F si la variable respuesta no dependiera de las variables de diseño. El proceso de ajuste debe maximizar F , minimizando P .

Para estimar la bondad del ajuste se suele utilizar el coeficiente de correlación R :

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \quad (6)$$

R^2 nos indica qué porcentaje de la varianza de los datos experimentales es explicada por el modelo. El inconveniente de R^2 como criterio es que tiende a 1 a medida que p se acerca a N . Por ello se sustituye habitualmente por el coeficiente de correlación ajustado:

$$R_A^2 = 1 - \frac{SSE/(N-p)}{SST/(N-1)} = 1 - (1-R^2) \frac{N-1}{N-p} \quad (7)$$

Para comprobar la bondad del ajuste con una mayor rigurosidad estadística se puede emplear el *test de falta de ajuste*. Utilizar este test es necesario, pues que la hipótesis de existencia de dependencia de los resultados experimentales en los factores se cumpla con un alto grado de certeza no implica necesariamente que el modelo describa adecuadamente el comportamiento de la respuesta sobre la región de interés.

En los diseños experimentales es usual repetir uno o más puntos, normalmente el punto central, varias veces para estimar el error experimental. La varianza debida únicamente al error experimental queda recogida en la suma de cuadrados de error puro:

$$SSPS = \sum_{l=1}^n \sum_{u=1}^{r_l} (Y_{lu} - \bar{Y}_l)^2 \quad (8)$$

donde r_l es el número de experimentos realizados en las mismo punto experimental l . \bar{Y}_l es la media de los valores experimentales en el punto l . Se define, asimismo la suma de cuadrados de falta de ajuste:

$$SSLF = SSE - SSPS = \sum_{l=1}^n r_l (Y_l^* - \bar{Y}_l)^2 \quad (9)$$

El número de grados de libertad asociados con SSPS es $N-n$, siendo n el número de puntos experimentales y N el número de observaciones en el conjunto de los puntos. Los grados de libertad asociados a SSLF son $n-p$. El test de falta de ajuste viene dado por:

$$F_{1f} = \frac{SSLF/(n-p)}{SSPS/(N-n)} \quad (10)$$

Esta cantidad se debe minimizar, maximizando $P = \text{Prob}(F > F_{\alpha})$. La probabilidad para obtener un valor superior a F con la hipótesis de falta de ajuste nos indica la probabilidad de que un valor proporcionado por el modelo ajustado caiga dentro de los límites de error de los valores experimentales.

Referencias

1. G.E.P. Box, W.G. Hunter, J.S. Hunter
Statistics for Experimenters: An Introduction to Design, Data Analysis and Model Building
J. Wiley, New York (1978).
2. J.A. Cornell
How to Apply Response Surface Methodology
The ASQC Basic References in Quality Control: Statistical Techniques. Vol 8. Editores J.A. Cornell, S.S. Shapiro (American Society for Quality Control) 1984.

**Apéndice IV:
Cálculo isótropo del
comportamiento mecánico de un diafragma**

Cálculo isótropo del comportamiento mecánico del diafragma

Este apéndice revisa las relaciones básicas entre presión, esfuerzos y desplazamientos para diafragmas delgados de silicio. La relación entre estas magnitudes sólo se conoce en forma cerrada para diafragmas circulares. No obstante, la tecnología del ataque anisótropo húmedo ha provocado que los sensores basados en membrana rectangular sean más apropiados para la fabricación en 'batch' obteniéndose rendimientos relativamente altos.

El análisis mecánico de este tipo de sensores hace uso de la teoría de pequeñas deflexiones en diagramas delgados¹. Las condiciones de validez de esta teoría se discuten más adelante. Ya en 1811 Lagrange obtuvo la ecuación diferencial que relaciona las deflexiones con la presión aplicada. Para materiales isótropos es:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \quad (1)$$

donde p es la presión aplicada, w la deflexión y D es la rigidez a la flexión:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2)$$

siendo E el módulo de Young y ν el número de Poisson. Aunque no daremos aquí la deducción de ésta ecuación, si al menos recordar las hipótesis utilizadas:

- i) No aparecen esfuerzos en el plano medio (superficie central del diafragma).
- ii) La deformación unitaria ϵ_{33} perpendicular al diafragma es pequeña y puede ser despreciada. El esfuerzo σ_{33} es mucho menor que σ_{11} y σ_{22} , y puede ser despreciado igualmente en las relaciones deformación-esfuerzo que se reducen a:

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} &= \frac{1}{E} (\sigma_{11} - \nu \sigma_{22}) \\ \epsilon_{22} &= \frac{1}{E} (\sigma_{22} - \nu \sigma_{11}) \\ \epsilon_{33} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

- iii) Las normales al plano medio antes de la flexión permanecen normales tras ésta. Esto implica que los esfuerzos de cizalla perpendiculares al diafragma pueden también despreciarse.

$$\begin{aligned} \epsilon_{13} &\approx 0 \\ \epsilon_{23} &\approx 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Sólo bajo estas condiciones, válidas para pequeñas deflexiones cuando los lados del diafragma a y b son mucho mayores que su grosor h , los esfuerzos pueden expresarse en función de la deformación del plano medio del diafragma w :

$$\sigma_{11} = -\frac{E}{1-\nu^2} z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right) \quad (5)$$

$$\sigma_{22} = -\frac{E}{1-\nu^2} z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \right) \quad (6)$$

$$\sigma_{12} = -\frac{E}{1+\nu} z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} \right) \quad (7)$$

Obsérvese como los esfuerzos se hacen nulos en el plano medio del diafragma ($z=0$) y son máximos y de signo opuesto a ambos lados del diafragma. En la extensión de esta teoría para placas gruesas se muestra que σ_{33} es del orden de p , σ_{13} y σ_{23} del orden de $p(L/h)$ y σ_{11} , σ_{12} , σ_{22} del orden de $p(L/h)^2$, siendo L el lado de la placa. Dado que L/h es relativamente grande para membranas delgadas las hipótesis anteriores suponen una muy buena aproximación al problema. La hipótesis de que no hay esfuerzos en el plano medio deja de cumplirse para grandes deflexiones o bien en presencia de capas con esfuerzos residuales. En estos casos aparecen efectos de membrana que dan lugar a una dependencia no-lineal de la deflexión y los esfuerzos con la presión aplicada.

La solución de la ecuación de Lagrange para membranas simplemente apoyadas (desplazamientos nulos, pero rotaciones permitidas en los bordes) fue hallada por Navier en 1820. La solución para el caso que nos ocupa, bordes empotrados, fue hallada por Levy en 1899, si bien en una forma más elegante por Timoshenko en 1938¹. No describiré aquí en el procedimiento para llegar a dicha solución, muy prolijo y que puede hallarse en la referencia anterior. Solamente recalcar que es imposible llegar a una solución en forma cerrada, sino simplemente a una suma infinita de términos cuyos coeficientes deben hallarse a través de la resolución iterativa de dos sistemas de ecuaciones acoplados infinitos. Ello obliga, a pesar de esta aproximación analítica, a utilizar finalmente un programa para el cálculo de las deflexiones y a partir de ellas la distribución de esfuerzos. Tal programa fue desarrollado y los resultados con el obtenidos se presentan a continuación. Este método ha sido utilizado por diversos autores², si bien, otros optan por la solución numérica de la ecuación de Lagrange mediante el método de las diferencias finitas^{3,4}. Los coeficientes mecánicos utilizados en estas simulaciones son: $E = 1.689 \cdot 10^{12}$ dina/cm², $\nu = 0.064$ que corresponden a los valores para el silicio en la dirección (110) (Apéndice I). Con el objeto de generalizar la solución obtenida, es muy útil presentar los resultados en forma adimensional. A partir de la ecuación de Lagrange puede demostrarse fácilmente que bajo esta forma la solución es universal:

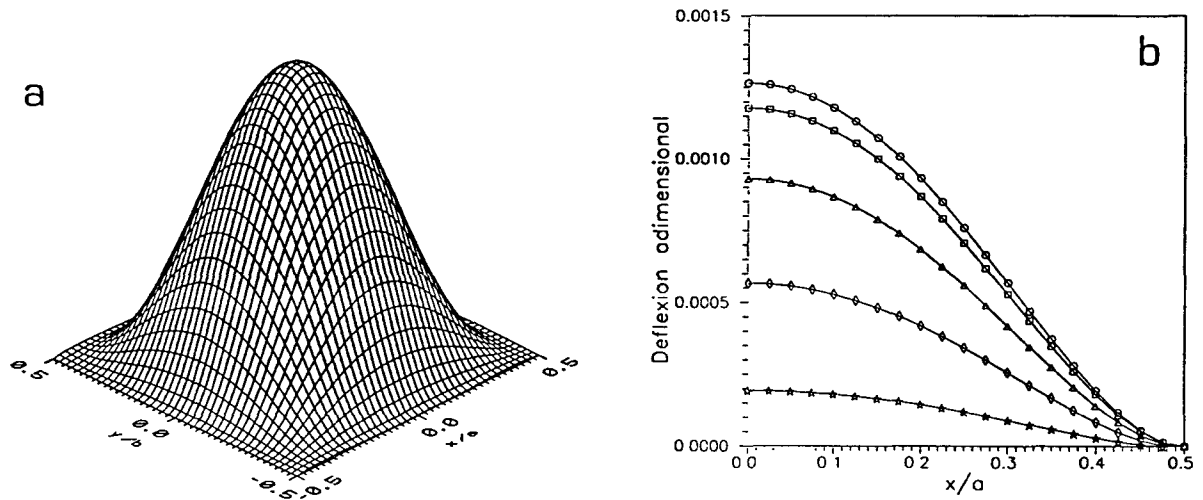


Fig. 1 Deflexión adimensional de una membrana de silicio: a) Imagen 3D, b) Cortes transversales: \circ $y=0$, \square $y=0.1$, \triangle $y=0.2$, \diamond $y=0.3$, \star $y=0.4$.

$$\bar{w} \equiv \frac{D w}{p a^4} \tag{8}$$

$$\bar{\sigma} \equiv \frac{\sigma h^2}{p a^2}$$

La figura 1 muestra una visión tridimensional de la deflexión de la membrana con los bordes empotrados. Dada la simetría de la geometría en adelante sólo presentaremos resultados para únicamente un cuadrante. La deflexión adimensional máxima es $1.26 \cdot 10^{-3}$. Por ejemplo, para un diafragma de 1.5 mm de lado y 20 micras de grosor bajo una presión de 1 bar, ello supone un desplazamiento de $5.6 \mu\text{m}$.

La figura 2 muestra la distribución de esfuerzos σ_{11} sobre la superficie superior de la membrana (los signos corresponden al caso en que la presión fuera aplicada por la parte inferior del diafragma). Aunque el esfuerzo varía suavemente con la posición en el interior del diafragma, sin embargo la variación más brusca se produce en el centro de cada uno de los lados, donde la tensión perpendicular varía rápidamente del valor máximo a cero a una distancia de aproximadamente de $2/3$ del lado respecto al centro del diafragma. Será precisamente en esta zona de esfuerzo máximo donde se colocarán las piezorresistencias. Ello provocará que la sensibilidad final del sensor varíe sensiblemente con la posición de la piezorresistencias respecto al borde de la membrana. Dada la simetría del problema, la

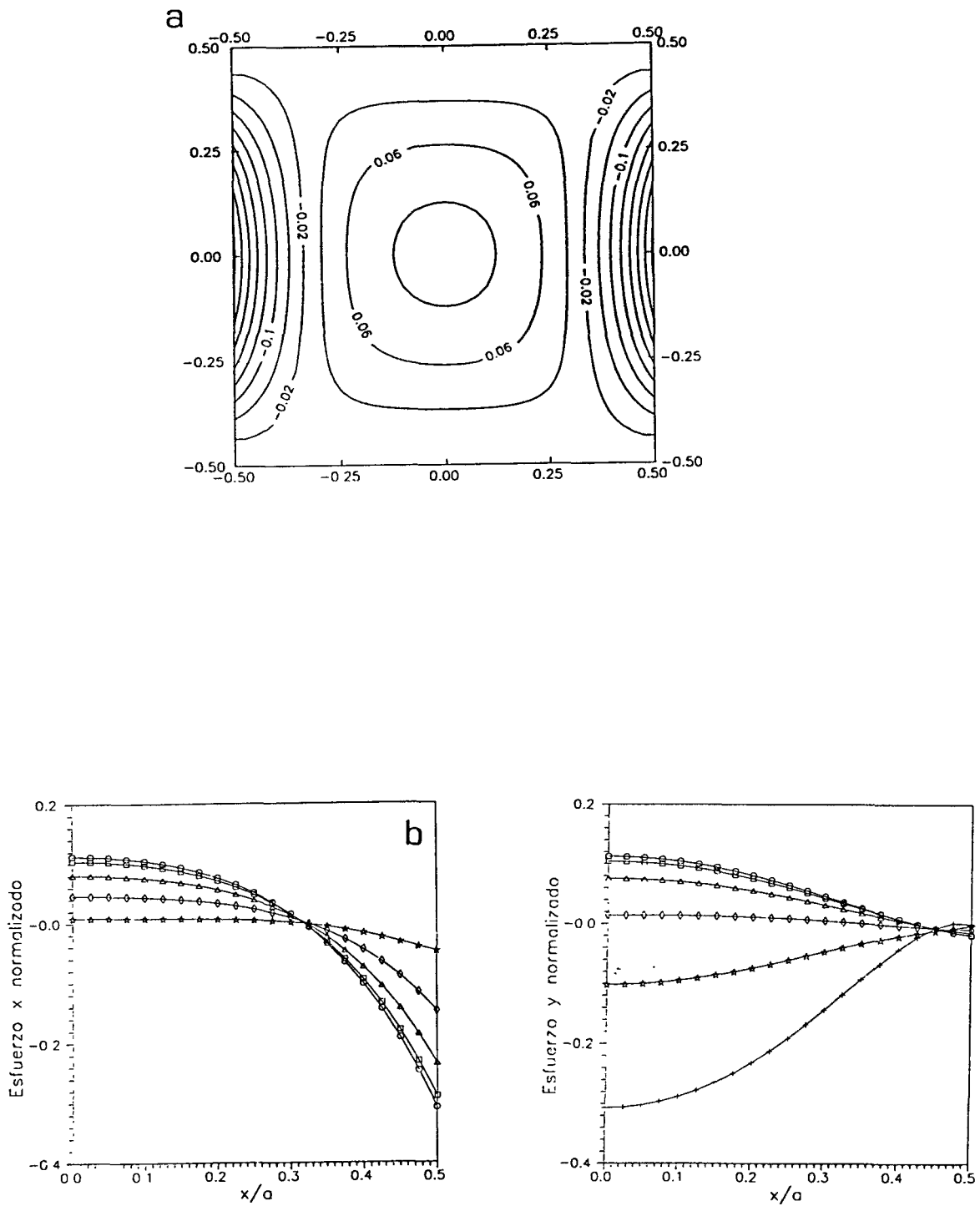


Fig. 2 Distribución de esfuerzos mecánicos: a) Imagen topográfica, b) Cortes transversales σ_{11} y σ_{22} :
 ○ $y=0$, □ $y=0.1$, △ $y=0.2$, ◇ $y=0.3$, ★ $y=0.4$, + $y=0.5$.

distribución de esfuerzos σ_{22} es idéntica a la anterior tras someterla a una rotación de 90° en el plano del diafragma.

Referencias

1. S. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger
Theory of Plates and Shells
McGraw-Hill, New York (1959).
2. D.W. Burns
Micromechanics of integrated sensors and the planar processed pressure transducer,
capítulo 4, *Plate Deflection Theory for Thin Films*
Universidad de Wiscosin-Madison, 1988.
3. S.C. Clark, K.D. Wise
Pressure Sensitivity in Anisotropically Etched Thin-Diaphragm Pressure Sensors
IEEE Trans. Electron. Dev. **ED-26**, 1887-1896, (1979).
4. K.W. Lee, K.D. Wise
SENSIM: A simulation program for Solid-State Pressure Sensors
IEEE Trans. Electron Dev. **ED-29**, 34-41, (1982).

Apéndice V:
Compensación en temperatura de la
respuesta del sensor

Compensación en temperatura de la respuesta de un sensor de presión piezorresistivo

Como mencionábamos anteriormente, el efecto de la temperatura en las características del sensor puede reducirse a tres puntos:

- variación de la sensibilidad,
- variación del valor de las resistencias,
- variación del offset.

Resumiremos a continuación diferentes métodos^{1,2} para minimizar la influencia de la temperatura en las características del sensor.

TERMISTORES

Este método se basa al igual que los que presentaremos a continuación en aumentar el voltaje de excitación del puente. Para ello se utilizan termistores con un coeficiente de temperatura negativo en serie con el puente. La integración de estos termistores en el mismo chip puede lograrse mediante resistencias de polisilicio dopadas con boro. A partir de las medidas que se presentarán en el capítulo III puede observarse como la resistividad del polisilicio está activada térmicamente y la energía de activación puede ajustarse convenientemente variando

la dosis de implantación. Sin embargo, los termistores son inherentemente no-lineales y deben ser linealizados añadiendo una resistencia en paralelo de bajo coeficiente térmico³. Esta resistencia puede obtenerse asimismo seleccionando de manera adecuada la dosis de implantación, que puede hacerse coincidir con la seleccionada para la definición de las piezorresistencias en la membrana sensora. Este método de compensación es especialmente adecuado pues para sensores con piezorresistencias de polisilicio.

CADENA DE DIODOS

Este método se basa en la disminución del voltaje en directo al aumentar la temperatura de una cadena de diodos colocada en serie con el puente. El voltaje en el puente viene dado por:

$$V_B = \frac{R_B}{R_1 + R_B} (V_S - nV_D) \tag{1}$$

siendo n el número de diodos que componen la cadena. El diseño se realiza imponiendo:

$$\frac{1}{V_B} \frac{dV_B}{dT} = -TCS \tag{2}$$

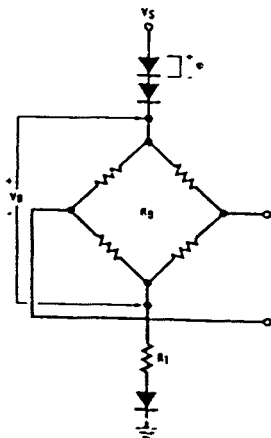


Fig. 2 Compensación mediante una cadena de diodos.

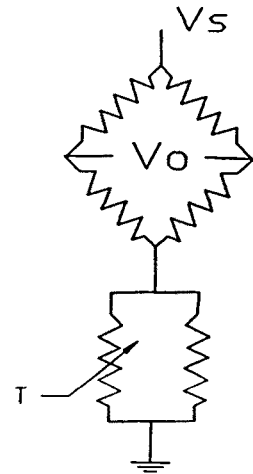


Fig. 1 Compensación mediante un termistor.

Ello permite hallar el número de diodos necesarios y el valor de la resistencia R₁. Para los diodos de silicio se cumple:

$$\frac{1}{V_D} \frac{dV_D}{dT} \approx -2500 \text{ ppm}/^\circ\text{C} \tag{3}$$

Como ejemplo práctico, para un sensor con TCS = -2600 ppm/°C, TCR = 390 ppm/°C, R_B = 2.8 KΩ, V_S = 7V y tomando V_D = 0.7 V, se consigue la compensación con n=3, R₁ = 0.97 KΩ, resultando en un voltaje sobre el

puente $V_B = 2.60 \text{ V}$.

COMPENSACIÓN UTILIZANDO UN TRANSISTOR BIPOLAR

Este método utiliza un único transistor para sustituir a la cadena de diodos. El voltaje sobre el puente será:

$$V_B = V_S - \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) V_{BE} \quad (4)$$

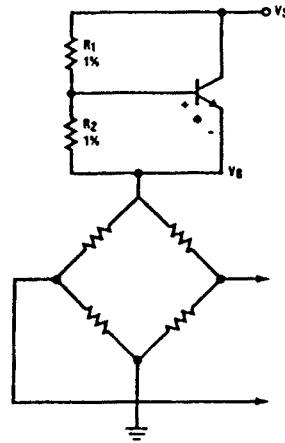


Fig. 3 Compensación utilizando un transistor bipolar.

Aplicando la misma regla de diseño que en el caso anterior puede hallarse una expresión para el cociente R_1/R_2 .

ALIMENTACIÓN A INTENSIDAD CONSTANTE

Los esquemas de compensación anteriores presentan el inconveniente de que no se puede ajustar independientemente el voltaje sobre el puente, sino que este depende de la red de compensación. Para evitar este problema se puede alimentar el sensor a intensidad constante utilizando el circuito integrado LM334 que presenta un coeficiente térmico (TCI) bien conocido y repetitivo de 3300 ppm/°C. Dado que este valor sobrecompensaría el puente y provocaría que la salida aumentara con la temperatura es necesario añadir la resistencia R_2 para disminuir el coeficiente térmico de la alimentación del puente. Las ecuaciones de diseño son en este caso:

$$V_B = \frac{R_B}{R_2 + R_B} (V_S + I_o R_2) \quad (5)$$

$$-TCS = TCR \frac{R_2}{R_2 + R_B} + TCI \left(1 - \frac{R_B}{R_2 + R_B} \frac{V_S}{V_B}\right) \quad (6)$$

La intensidad que proporciona el LM334 puede controlarse mediante la resistencia interna R_1 :

$$I_o = \frac{67.7 \text{ mV}}{R_1} \quad (7)$$

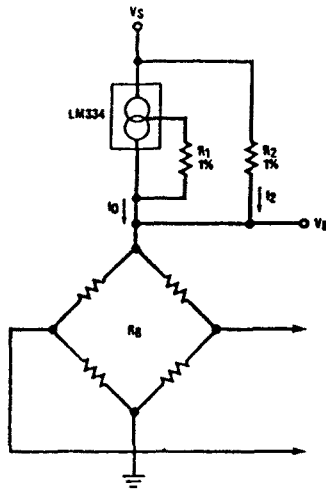


Fig. 4 Compensación mediante alimentación a intensidad constante.

COMPENSACIÓN DE LA DERIVA DEL OFFSET

Los esquemas presentados hasta el momento consideran únicamente la reducción de la sensibilidad con la temperatura, pero no la variación en el offset. Este problema requiere en general una compensación activa más sofisticada.

Un ejemplo de circuito de acondicionamiento de señal se muestra en la figura 5. El voltaje V_T en la alimentación del puente debido al circuito de compensación de la sensibilidad es sensible a la temperatura. Este valor se utiliza para sumar la tensión de corrección adecuada en el terminal sumador de la etapa de salida. Aunque en la figura 5 se muestra una

realización basada en el amplificador operacional LM324, mayor precisión puede alcanzarse utilizando amplificadores de bajo ruido y offset como el OP-27 o el LH0044.

Una mayor precisión puede alcanzarse en la corrección de las derivas del sensor utilizando un circuito de autoreferencia. Esta técnica permite compensar derivas debidas a la temperatura o inestabilidades en el tiempo mediante una corrección periódica de la señal de salida utilizando una o más presiones de referencia. Los elementos básicos de un circuito de autoreferencia como se muestra en la figura 6 son: conmutadores, un sample-and-hold y la lógica que controla el conexionado y lo sincroniza con el ciclo de presiones. A pesar del aumento de precisión que puede alcanzarse mediante este tipo de acondicionamiento, su utilidad se restringe a aquellos casos en los cuales el sensor pasa de manera cíclica por la presión de referencia.

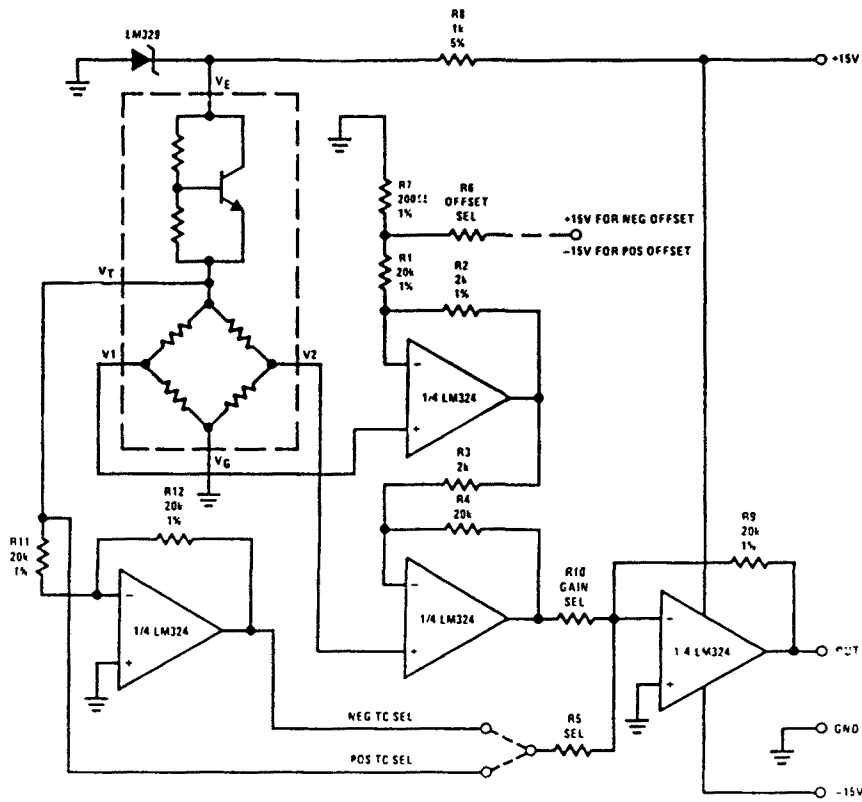


Fig. 5 Circuito de compensación en temperatura con compensación de sensibilidad y deriva de offset.

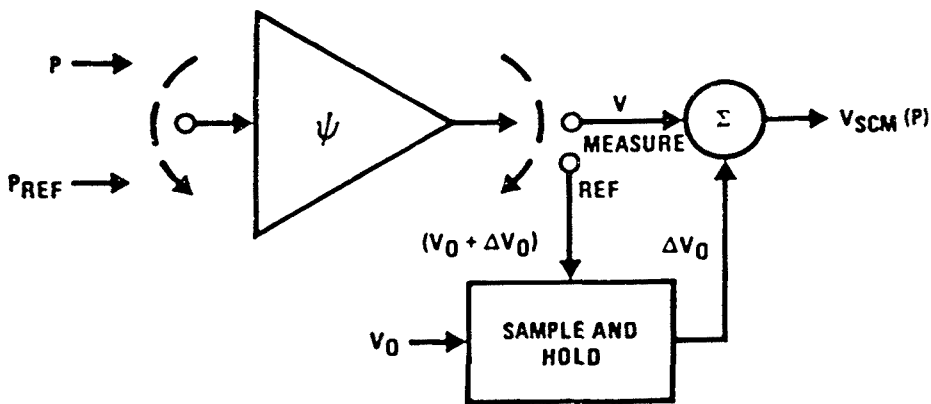


Fig. 6 Esquema básico de un circuito de autorreferencia.

Referencias

1. *Pressure Transducer Handbook*
SENSYM Inc. (1986).
2. *Pressure sensors: including liquid level and flow sensors*
Catalogue E15-Honeywell.
3. O. Zucker, W. Langheinrich, M. Hierholzer, J. Meyer
Realization of a Temperature Transducer by a Standard Polysilicon Process
Sensors and Actuators, **A21-A23**, 1015-1018, (1990).

Conclusiones

Principales aportaciones y conclusiones

- 1- Se ha caracterizado la disolución de grabado anisótropo: $\text{KOH}+2\text{-propanol}+\text{H}_2\text{O}$. Haciendo uso de la metodología de la superficie de respuesta se ha determinado la evolución de los distintos parámetros que cuantifican las características del grabado en función de la temperatura y la composición de la disolución. El estudio llevado a cabo ha permitido escoger unas condiciones de trabajo que destacan por la alta velocidad de trabajo y la reducida rugosidad residual de los diafragmas. Con esta disolución se han fabricado sensores de presión piezorresistivos constituidos por un diafragma delgado de silicio.
- 2- Se ha analizado la bondad de la absorción infrarroja para la determinación precisa del grosor de diafragmas de silicio haciendo énfasis en la distorsión del espectro inducida por la presencia de altas concentraciones de portadores libres.
- 3- Se ha puesto a punto la tecnología del paro electroquímico. Se ha logrado la fabricación de membranas mediante capas epitaxiadas y difusiones con una gran uniformidad y repetibilidad. Se ha comparado los resultados obtenidos en configuraciones con 2, 3 y 4 electrodos, estudiando además la influencia de la luz. Se ha hecho especial hincapié en la obtención de diafragmas de grosor no uniforme que se han obtenido de manera satisfactoria en las configuraciones de 4 electrodos sin luz y en la de tres electrodos bajo iluminación.
- 4- Se ha realizado una caracterización estructural y eléctrica del silicio policristalino LPCVD obtenido en condiciones no estándar. Las muestras depositadas entre 580 y 600°C, a bajas presiones de silano, presentan una marcada textura {110}. Las observaciones mediante microscopía electrónica de transmisión (TEM) han mostrado la correlación entre esta textura y la estructura columnar. Estas muestras presentan una resistividad más elevada que las depositadas en otras condiciones, pues los portadores libres deben atravesar un mayor número de fronteras de grano que se oponen a la conducción. En cambio, el polisilicio depositado a baja temperatura en fase amorfa presenta tras el posterior recocido una estructura formada por granos equiaxiados y de mayor tamaño.
- 5- El esfuerzo residual en capas de óxido LPCVD aumenta con la temperatura de recocido. Este resultado ha sido explicado en términos de la evolución de la estructura de enlaces del óxido de silicio.
- 6- A partir del método de Timoshenko de resolución de la ecuación de Lagrange se ha

elaborado un programa de simulación del comportamiento mecánico de diafragmas de silicio. Se han evaluado los errores cometidos al considerar el silicio como un material isótropo, detectándose una significativa desviación en la deflexión del diafragma.

- 7- Mediante el método de los elementos finitos se ha estudiado en profundidad el problema de la no-linealidad en sensores de presión de pequeñas dimensiones. El uso de zonas rígidas con un grosor reducido en distintos tipos de estructuras ha sido analizado y la validez como método para la reducción de la no-linealidad ha sido verificada.
- 8- Se ha propuesto un método gráfico basado en un diagrama no-linealidad/salida a fondo de escala para la comparación de las prestaciones de sensores de presión.
- 9- Utilizando las posibilidades tecnológicas de difusiones a dos niveles y el paro electroquímico se han diseñado, fabricado y caracterizado sensores de presión de alta sensibilidad y baja no-linealidad para aplicaciones biomédicas. Los dispositivos obtenidos mejoran la respuesta del diseño estándar basado en una membrana de grosor uniforme. Estos dispositivos han sido especialmente encapsulados para su incorporación a la punta de un catéter para medidas invasivas de la presión cardiovascular.
- 10- Se han fabricado sensores de presión basados en piezorresistencias de polisilicio. Este tipo de sensores ha presentado una operación satisfactoria hasta 200°C exhibiendo menores derivas térmicas que los dispositivos usuales.

