

## Capítulo 5

# Modulación compleja acoplando pantallas de transmisión. Configuración en cascada

Nuestra intención es utilizar las pantallas de cristal líquido como moduladores de luz en los que representar hologramas de Fresnel. Para ello hay que considerar un método con el que mostrar la información totalmente compleja que, en nuestro caso, compone el holograma. Como hemos visto en el capítulo anterior, las configuraciones accesibles de las pantallas no permiten una modulación del plano complejo completo. Por tanto, es necesario utilizar algún tipo de estrategia para obtener la modulación compleja completa.

Una primera aproximación es la codificación de la información compleja para ser representada en un solo dispositivo con capacidades de modulación limitadas. Para ello una posibilidad es la de utilizar hologramas generados por ordenador (CGH, *computer generated hologram*) con métodos clásicos [Lee70] [Bur70] [Tri87], que transforman la información compleja en valores reales positivos para poder representarlos, como se ha visto anteriormente. Existen nuevas aproximaciones para obtener la codificación de hologramas para ser mostrados en pantallas de cristal líquido. Birch *et al.* [BYC<sup>+</sup>00] utilizan las pantallas ferroeléctricas para codificar la información usando un macro-píxel compuesto por dos píxeles de filas consecutivas, en el primero se codifica la información real, y en el segundo la imaginaria. Haist *et al.* [HST97] utilizan una modificación del algoritmo Gerchberg-Saxton, que emplea un algoritmo iterativo para codificar un holograma de fase que recupere la información de amplitud al realizar una transformada de Fourier. Serati *et al.* [SB99] propone otro método

de codificación usando las propiedades de Fourier y utilizando cuatro píxeles de la pantalla por píxel de información compleja. Estos métodos que emplean varios píxeles para codificar la información conllevan una pérdida de resolución, que de hecho ya se halla limitada por las características de los moduladores. Noponen y Turunen [NT96] y Kettunen *et al.* [KVTN97] proponen un método que utiliza elementos difractivos transportadores de alta frecuencia que modulan tanto en amplitud como en fase del primer orden de difracción, pero estos métodos están limitados por la resolución de la pantalla. Davis *et al.* [DCC<sup>+</sup>99] emplean un método similar en el que también codifican toda la información compleja en un elemento de solo fase mediante los elementos difractivos de distinto orden. Otra posibilidad es la de ajustar los valores complejos a configuraciones altamente acopladas frente a la de utilizar configuraciones de casi amplitud o de casi fase [SBA01].

Una segunda aproximación para obtener modulación compleja completa es utilizar dos pantallas acopladas. Este es el caso que estudiaremos en este trabajo, y por tanto habrá que considerar dos aspectos del problema, la arquitectura del sistema para acoplar las dos pantallas y las capacidades de modulación de los dispositivos que se utilicen. Juday y Florence [JF91] y Gregory *et al.* [GKT92] propusieron los dos sistemas ópticos comunes para acoplar dos dispositivos: una arquitectura para combinar amplitud y fase como suma y otra para combinar ambas partes como producto. Así, en este capítulo presentamos un primer método que utiliza la multiplicación de dos pantallas para obtener la representación compleja.

## 5.1. Modulación compleja completa con amplitud y fase

Una función compleja puede ser representada por su amplitud y fase. Esta representación es la más habitual, ya que hay muchas aplicaciones que utilizan solo una de las partes, amplitud o fase, para simplificar el problema. Además, muchas de las pantallas de cristal líquido presentan modos operativos de casi solo amplitud (AM) o casi solo fase (PM). Esto hace que la primera opción natural para representar información compleja sea utilizar su amplitud y fase combinadas. Para ello utilizamos dos pantallas acopladas, lo que conlleva un primer problema, ya que el grosor de las pantallas hace imposible tener el caso ideal en el que amplitud y fase están superpuestas en el mismo plano. Por lo tanto el sistema óptico debe representar la información de ambas partes en un mismo plano, realizando la imagen de una pantalla sobre la otra uno a uno, como veremos más adelante.

En nuestro caso la información compleja a representar serán hologramas de Fresnel. Estos hologramas digitales se calculan para reconstruir un objeto a una distancia  $d$  desde donde se muestran. Para calcular el holograma retropropagamos la imagen  $f(x, y)$ , con el objeto original, hasta una distancia  $-d$  mediante la transformada de Fresnel (ecuación 2.31):

$$\begin{aligned} U(x, y, -d) &= \text{TFres}[f(x, y), -d] = \\ &= \frac{\exp(-ikd)}{i\lambda d} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp\left(\frac{-ik}{2d}((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)\right) dx_0 dy_0 \end{aligned} \quad (5.1)$$

El holograma a representar,  $U(x, y, -d)$ , es una función compleja que podemos separar en amplitud,  $A(x, y, -d)$ , y fase,  $\phi(x, y, -d)$ :

$$U(x, y, -d) = A(x, y, -d)e^{i\phi(x, y, -d)} \quad (5.2)$$

Al representar la amplitud y la fase en el mismo plano e iluminarlos con una onda plana el objeto  $f(x, y)$  se reconstruye a una distancia  $d$ , por la propagación de la luz.

Para obtener la multiplicación de las dos partes utilizaremos las dos pantallas VGA presentadas en el capítulo anterior, ya que al trabajar por transmisión facilitan el montaje experimental y además presentan las configuraciones de alto contraste y casi fase, que son las más adecuadas para representar los valores de amplitud y fase. Así, las curvas que empleamos son: la de alto contraste (HC) (figura 4.6) para los valores de la amplitud, ya que ofrece un amplio rango de niveles de gris para representar valores positivos, y por tanto es la configuración más adecuada para representar el módulo, al no disponer de una curva de casi solo amplitud para estas pantallas. Para representar la fase utilizaremos las curvas de casi fase (PM) (figura 4.7) o la de casi fase  $0 - \pi$  (SP) (figura 4.9). Ninguna de estas dos curvas ofrece una modulación de fase completa,  $(2\pi)$ , por lo que no se puede representar todo el plano complejo. Además hay que tener en cuenta que la curva HC también introduce cierta modulación en fase.

Así un primer método utiliza dos pantallas, en la primera se muestra la fase y en la segunda la amplitud. Para la amplitud utilizamos la pantalla con la configuración HC, de forma que los valores se ajustan a los valores discretos accesibles de la curva, buscando el punto con el valor de módulo más próximo, sin tener en cuenta la fase.

Al utilizar la curva HC hay que tener en cuenta que se introducen valores de fase, ya que la curva no modula solo en amplitud. Estos valores de fase que se introducen son compensados restándolos a los valores de la fase del holograma que se ha calculado previamente. De esta forma tenemos una fase compensada que es la que se mostrará en la pantalla de fase, una vez ajustada a una de las curvas de casi fase de las que disponemos. En este caso el ajuste se realiza mediante un criterio de mínima distancia Euclídea (MED, *Minimum Euclidean Distance*). En la figura 5.1 se muestra un diagrama que resume este método. En el caso de usar la curva PM los valores ajustados pueden cubrir  $1,60\pi$  de la fase del plano complejo, pero los valores de amplitud no se mantienen constantes. Por otro lado, al usar la curva SP los valores de amplitud son prácticamente constantes para fases entre  $\pi$  y  $2\pi$ , pero los valores entre  $0$  y  $\pi$  se ven binarizados a uno de estos dos puntos extremos. Finalmente las partes ajustadas se muestran en las dos pantallas, dispuestas en una configuración con la que se obtiene la multiplicación de ambas, consiguiendo la representación compleja del holograma, que al ser iluminado con una onda plana reconstruye el objeto original a una distancia  $d$ .

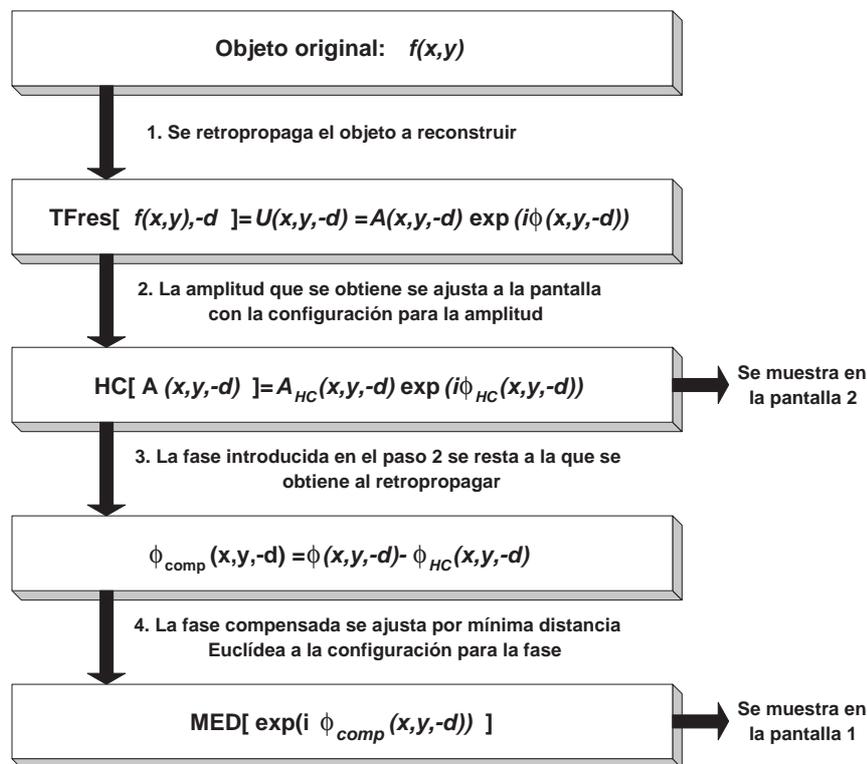


Figura 5.1: Diagrama de método para ajustar la amplitud y la fase por separado a dos pantallas

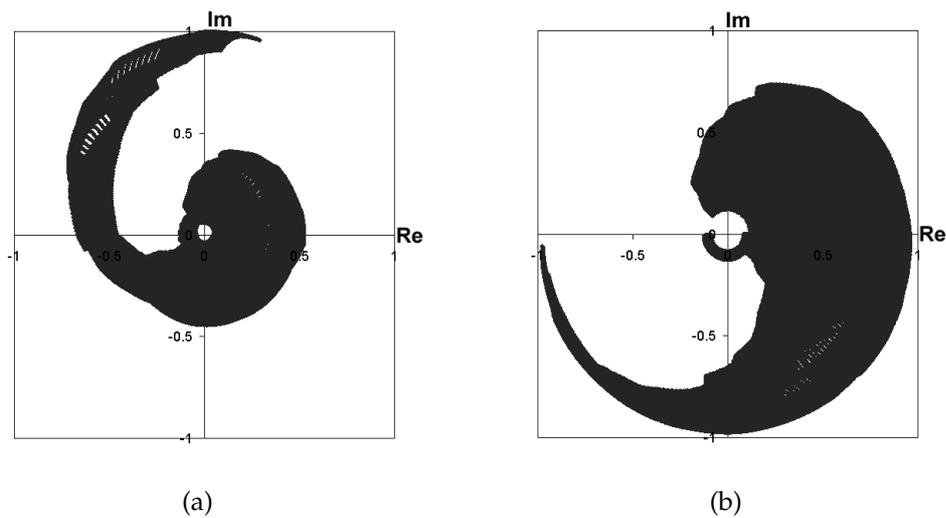


Figura 5.2: Curvas densas obtenidas multiplicando dos curvas: (a) HC por PM y (b) HC por SP

Un segundo método es el propuesto por Gonçalves *et al.* [NRS96] en el que también se usan dos pantallas multiplicadas, una trabajando en casi amplitud y otra en casi fase. Pero en este caso, en vez de considerar la amplitud y la fase por separado, se considera toda la transmitancia compleja realizable como producto de las dos configuraciones de las pantallas. Multiplicando entonces los valores accesibles de una de las curvas con los de otra se obtiene una configuración densa, con los puntos del plano complejo que se pueden representar y a los que se ajustan los valores del holograma calculado. En nuestro caso tenemos dos posibles configuraciones densas, la primera curva se obtiene al multiplicar las configuraciones HC y PM (figura 5.2(a)) y la segunda multiplicando las configuraciones HC y SP (figura 5.2(b)). Entonces cada valor del holograma se ajusta por mínima distancia a uno de los puntos accesibles de estas curvas densas, y lo que se muestra en las pantallas son los dos niveles de gris accesibles, uno de cada panel, que multiplicados dan el valor al que se ha ajustado la función. De nuevo es necesario que la configuración de fase alcance una modulación de  $2\pi$  para poder representar el plano complejo completo, pero como hemos visto, con los moduladores disponibles esto no es posible, ya que no son lo suficiente gruesos y por tanto solo se puede cubrir parte del plano complejo, ya sea empleando el primer método o el segundo.

## 5.2. Resultados simulados

Para probar los dos métodos hemos realizado una serie de experimentos simulados que tienen en cuenta las características de modulación de las pantallas. Los experimentos consisten en reconstruir una imagen a partir de un holograma de Fresnel mostrado en las pantallas VGA utilizando uno de los dos métodos. Además también realizamos las reconstrucciones considerando el caso de utilizar una sola pantalla con una de las tres configuraciones, HC, PM o SP, para mostrar el holograma. Teniendo en cuenta la resolución de las pantallas VGA las imágenes de test que hemos utilizado son de  $512 \times 512$  píxeles, la primera es la imagen de un pez (figura 5.3(a)), que presenta distintos niveles de gris y se pueden apreciar detalles como las escamas y los ojos. La segunda imagen es binaria y presenta el logo de la universidad de Barcelona, compuesto por la sombra de un edificio y las letras UB (figura 5.3(b)).

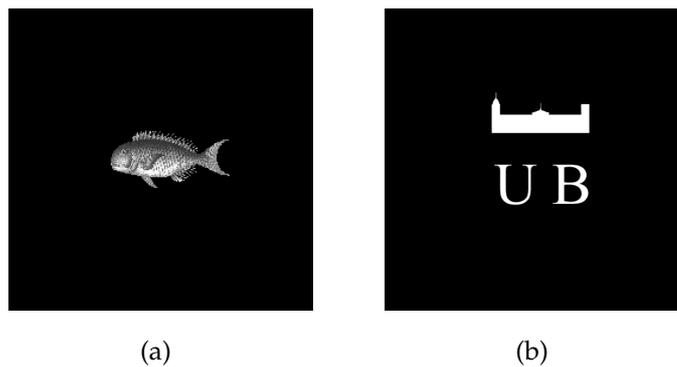
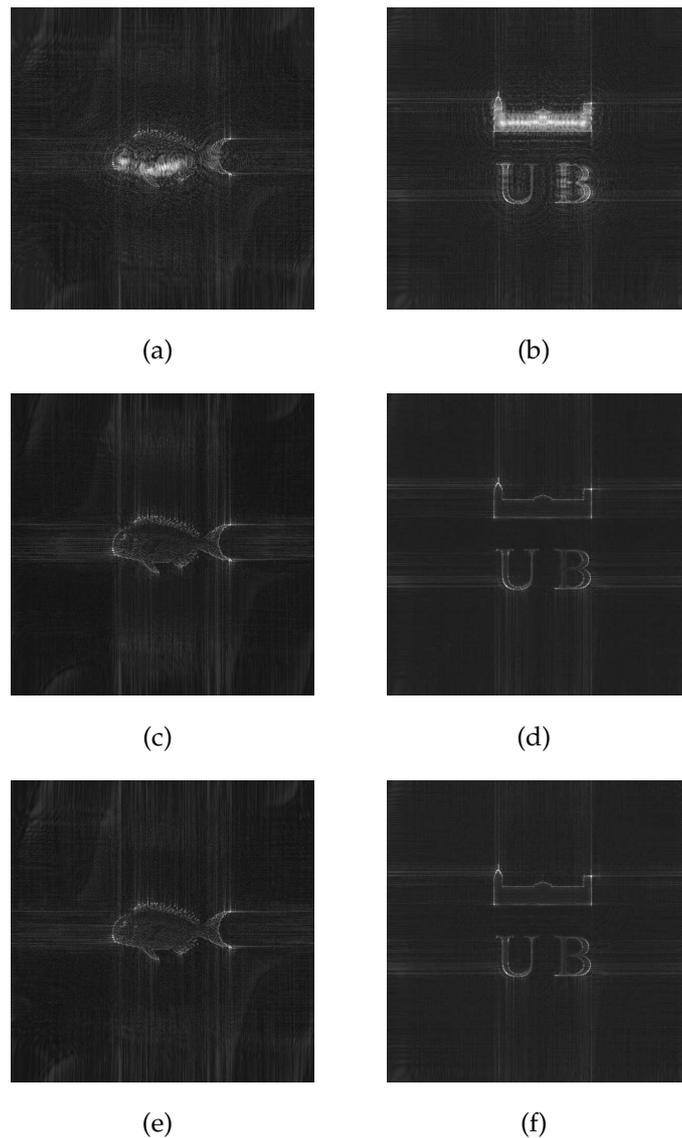


Figura 5.3: Imágenes del objeto original: (a) pez y (b) logo de la UB

Para calcular los hologramas que reconstruyen estos objetos utilizamos la transformada de Fresnel (ecuación 5.1) para retropropagar las imágenes una distancia de 500 mm, utilizando un tamaño de píxel de  $42 \times 42 \mu\text{m}$ , correspondiente al de las pantallas VGA, y una longitud de onda de 632.8 nm, que es la del láser de He-Ne que utilizaremos en los experimentos. Obtenemos así la distribución compleja que hay que ajustar a las configuraciones de las pantallas para obtener la reconstrucción de los objetos.

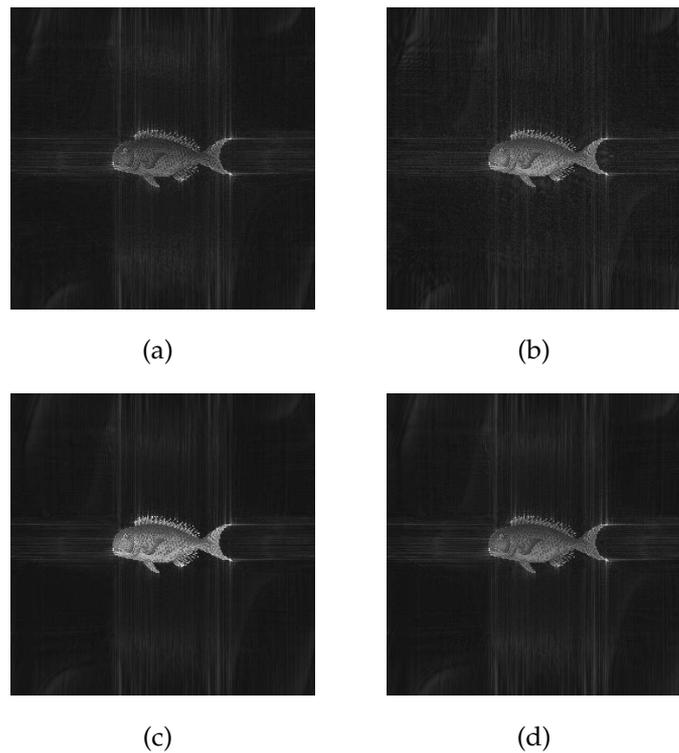
### Ajuste a una pantalla

Los primeros resultados los obtenemos ajustando la función compleja a solo una curva, es decir, consideramos el caso en el que solo se utiliza una pantalla para repre-



**Figura 5.4:** Reconstrucciones del pez y del logo a 500 mm ajustando la función compleja a solo una curva: (a) y (b) a la curva HC, (c) y (d) a la curva PM y (e) y (f) a la curva SP

sentar el holograma. El ajuste se realiza mediante mínima distancia Euclídea y esta distribución ajustada se propaga a una distancia de 500 mm usando la transformada de Fresnel, con lo que finalmente se obtiene la reconstrucción del objeto. En la figura 5.4 se muestran los resultados que se obtienen para las imágenes del pez y del logo. En el caso de utilizar solo la curva HC vemos como la reconstrucción presenta la información de baja frecuencia de los objetos, sin presentar los detalles de los objetos, como era de esperar al utilizar una curva más adecuada para representar la amplitud. En cambio las imágenes que se obtienen utilizando las curvas de casi fase, PM y SP, presentan en ambos casos solo la información de los detalles de los objetos,



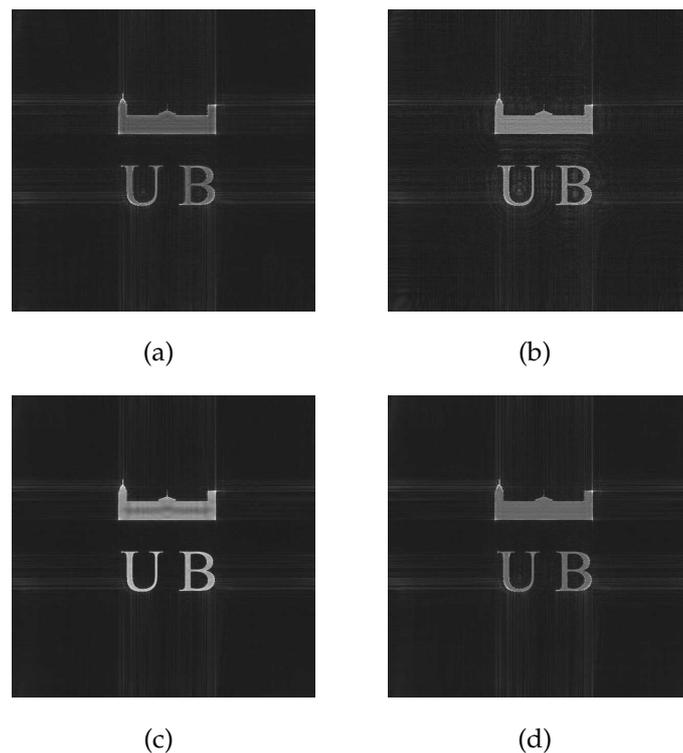
**Figura 5.5:** Reconstrucciones del pez a 500 mm usando el método con las curvas separadas: (a) HC y PM, (b) HC y SP y reconstrucciones usando el método con la curva combinada: (c) HC\*PM y (d) HC\*SP

como los bordes, ya que en este caso la información que predomina tras el ajuste es la de fase, con la que se tiene este tipo de reconstrucción, como vimos en el capítulo 2.

### Ajuste a dos pantallas

Para simular el primer método que utiliza dos pantallas, primero ajustamos la amplitud de la distribución compleja del holograma a la curva de alto contraste, HC. La fase que se obtiene de este ajuste se resta a la fase del holograma y esta fase compensada se ajusta a una de las curvas de casi fase, PM o SP. Tenemos así dos distribuciones complejas que se deben mostrar cada una en la pantalla correspondiente. Multiplicando las dos distribuciones y propagando con la transformada de Fresnel a una distancia de 500 mm obtenemos la reconstrucción del objeto. Las figuras 5.5 (a) y (b) y 5.6 (a) y (b) presentan las imágenes de la amplitud reconstruida para el pez y el logo en el caso de utilizar respectivamente la curva PM o la SP para ajustar la fase.

Para obtener los resultados con el segundo método, que combina las configuraciones



**Figura 5.6:** Reconstrucciones del logo de la UB a 500 mm usando el método con las curvas separadas: (a) HC y PM, (b) HC y SP y reconstrucciones usando el método con la curva combinada: (c) HC\*PM y (d) HC\*SP

de las dos pantallas para obtener una curva densa, lo que se hace es ajustar directamente la distribución compleja del holograma a una de estas configuraciones combinadas (figura 5.2). Así obtenemos los valores que se representan en cada pantalla, multiplicándolos y usando de nuevo la transformada de Fresnel para propagar 500 mm la distribución obtenida obtenemos la reconstrucción del objeto. Las figuras 5.5 (c) y (d) y 5.6 (c) y (d) muestran las imágenes de la amplitud reconstruida para el pez y el logo en el caso de utilizar respectivamente la curva combinada HC\*PM o la HC\*SP para ajustar la distribución compleja.

Al utilizar los dos métodos que utilizan la multiplicación de dos pantallas las reconstrucciones que se obtienen son aceptables, ya que se recuperan todos los detalles del objeto, aunque hay una pérdida de calidad debido a las capacidades limitadas de modulación de las pantallas, en especial de las configuraciones de casi fase, con las que no se puede cubrir el plano complejo completo. Comparando los dos métodos vemos que se obtienen resultados similares, aunque en el caso de utilizar dos curvas separadas se tiene una mejor reconstrucción en el caso de utilizar la curva de casi fase SP, ya

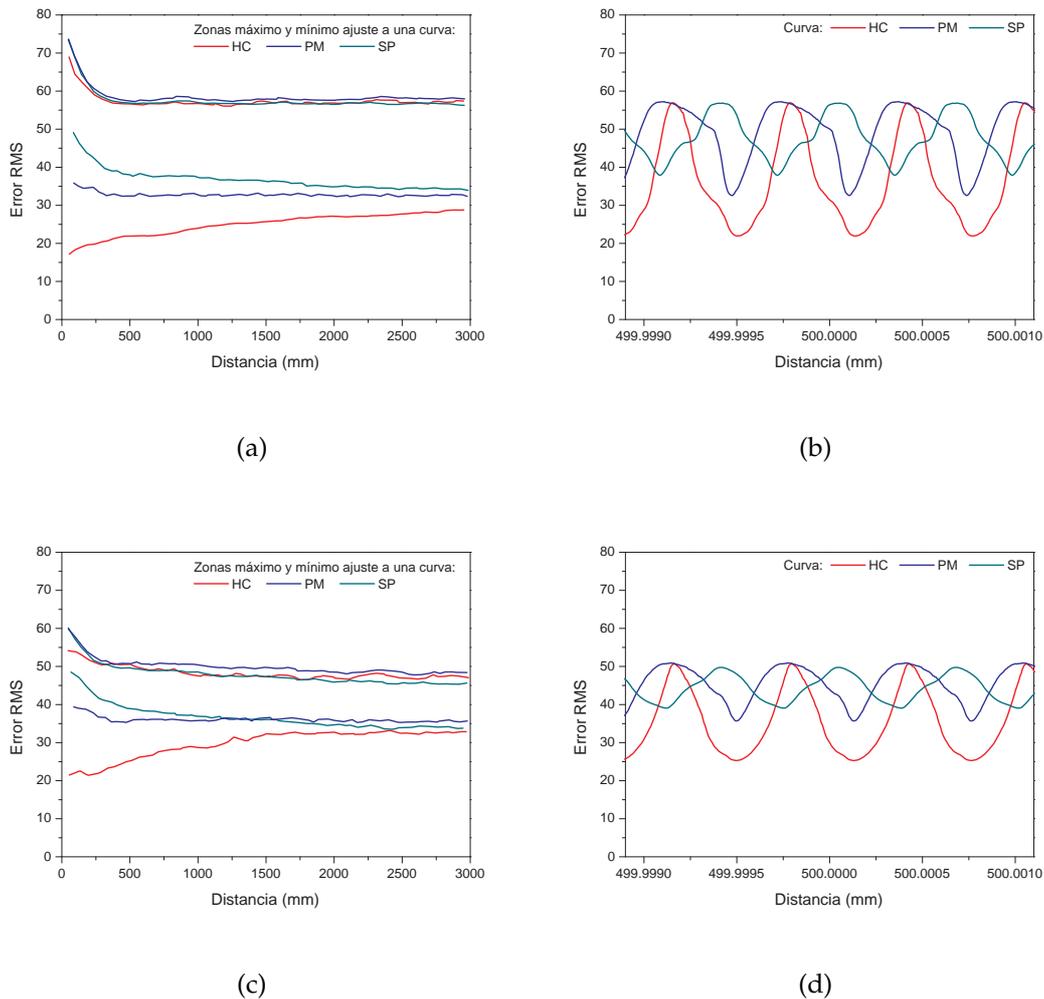
que aunque cubre menos fase también introduce menos modulación en la amplitud. En cambio con el método que utiliza la curva combinada los resultados mejores se obtienen con la curva HC\*PM, que utiliza la configuración de casi fase PM.

### 5.3. Comparación de los métodos de ajuste

Hemos realizado un estudio para analizar las diferencias de los distintos métodos para ajustar una función compleja. Para ello primero hemos calculado los errores RMS de las amplitudes reconstruidas respecto a la amplitud original, variando la distancia de propagación  $d$  de 0 a 3000 mm, y en detalle para una zona  $2\lambda$  alrededor de los 500 mm, que corresponde a la distancia de reconstrucción de los ejemplos anteriores. Los cálculos se realizan de forma similar a los del capítulo 2, considerando una longitud de onda de 632.8 nm y un tamaño de píxel de  $42 \mu\text{m}$ , pero en este caso tras retropropagar la distribución se realiza el ajuste a las configuraciones de las pantallas. Las imágenes utilizadas para realizar los cálculos son la del pez y la del logo de la UB de  $128 \times 128$  píxeles de tamaño (figuras 2.6(a) y 2.9(a), respectivamente). Se han escogido estas imágenes para reducir el tiempo de cálculo, ya que simplemente son una reducción de las imágenes de  $512 \times 512$  píxeles de la figura 5.3, utilizadas en el apartado anterior, y por tanto, presentan la misma información.

#### Ajuste a una pantalla

En todos los casos vemos que los errores que se obtienen dependen de la distancia de propagación, oscilando entre una zona de error mínimo y una zona de error máximo. En el caso de utilizar solo una de las curvas (HC, PM o SP) para ajustar la distribución compleja tenemos los errores mayores (figura 5.7). La zona de mínimo error de los ajustes a una sola pantalla se mantiene por encima de la zona de máximo error en los casos de utilizar los métodos con dos pantallas, salvo en el caso del ajuste que utiliza las curvas HC y SP por separado. Con las tres curvas los errores máximos son similares, en cambio los errores mínimos son menores para la curva HC, que modula valores de amplitud y fase. Con la curva SP se obtienen las peores reconstrucciones, ya que solo modula fase de 0 a  $\pi$ , sin introducir prácticamente modulación de amplitud. El caso de la curva PM es intermedio a las dos anteriores, ya que modula un rango de fase mayor que la curva SP y además tiene cierto rango de modulación en amplitud. Con la imagen del pez, que presenta distintos valores de gris, la amplitud

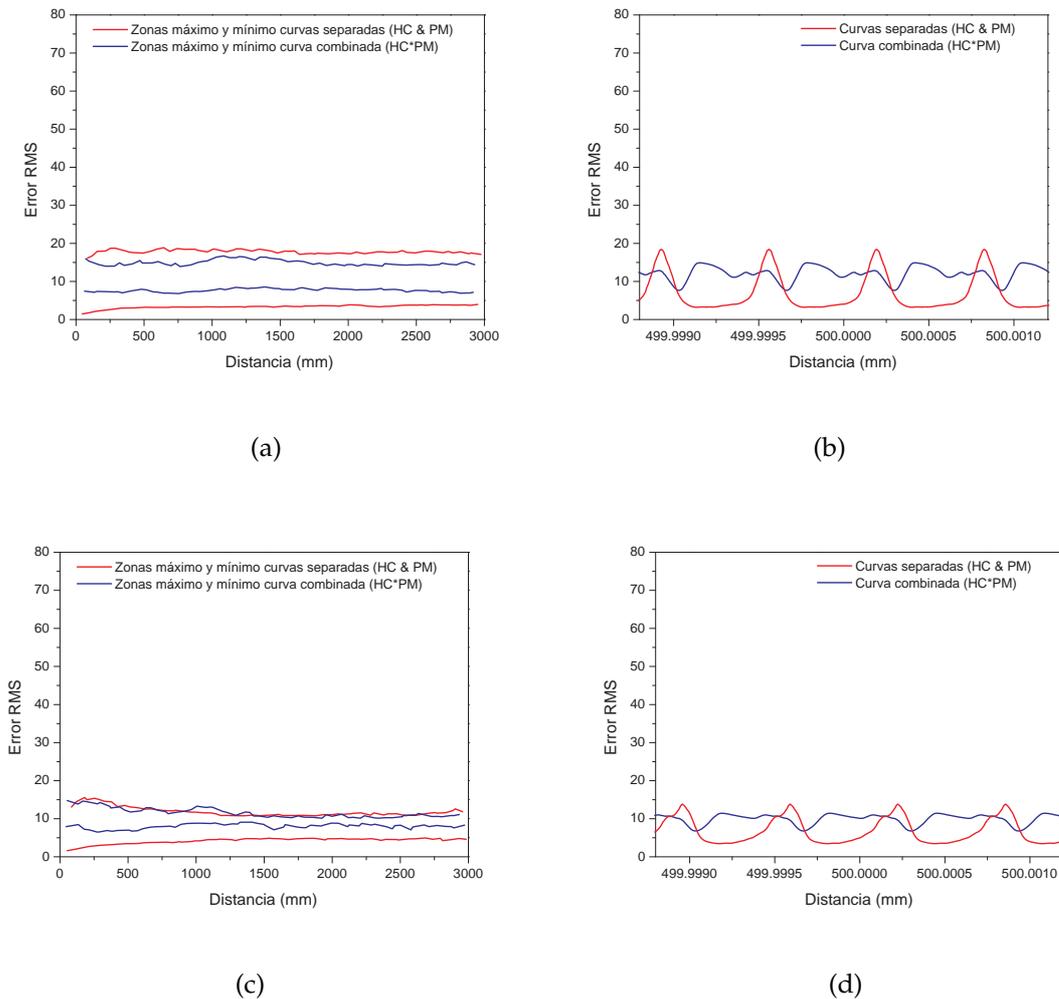


**Figura 5.7:** Gráficos del error RMS para las reconstrucciones del pez (parte superior) y el logo (parte inferior) utilizando el ajuste a sólo una curva (HC, PM o SP): (a) y (c) de 0 a 3000 mm; (b) y (d) detalle distancia  $2\lambda$  alrededor de 500 mm

de las oscilaciones del error RMS es mayor que en el caso de la imagen del logo, que solo presenta dos valores de gris y la imagen tiene una geometría más regular. Este comportamiento se puede ver también en el caso de los métodos que utilizan dos pantallas multiplicadas.

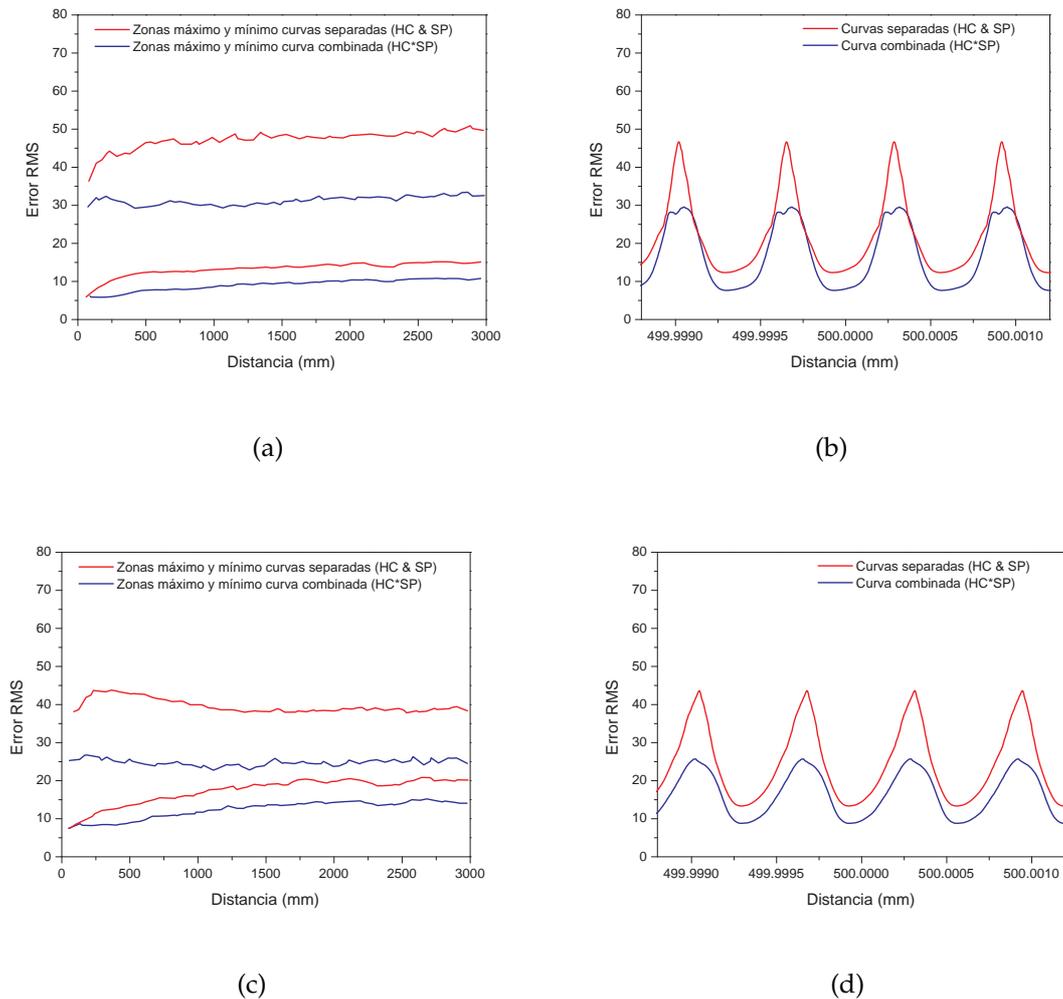
### Ajuste a dos pantallas

Al utilizar los métodos con dos pantallas los errores que se obtienen son menores que al usar solo una. Los valores de las zonas del error mínimo son pequeños en todos los casos, lo que se traduce en reconstrucciones más cercanas al objeto original. En el



**Figura 5.8:** Gráficos del error RMS para las reconstrucciones del pez (parte superior) y el logo (parte inferior) utilizando los métodos con dos pantallas y las configuraciones HC y PM: (a) y (c) de 0 a 3000 mm; (b) y (d) detalle distancia  $2\lambda$  alrededor de 500 mm

caso de utilizar las curvas HC y PM (figura 5.8) tenemos las amplitudes de las oscilaciones del error, entre las zonas máxima y mínima, menores, más pequeña en el caso de usar la curva multiplicada HC\*PM que al usar el ajuste por separado. Aunque la zona de error mínimo en el caso de la curva multiplicada tiene valores ligeramente mayores que en el ajuste por separado, la zona de error máximo es similar para ambos métodos. Cuando se usan las curvas HC y SP (figura 5.9) la amplitud de las oscilaciones de los errores es mayor, y el mínimo error se obtiene con la curva combinada HC\*SP, y no con el ajuste por separado. En las gráficas con el detalle de las oscilaciones alrededor de la distancia  $d = 500$  mm se puede observar como el período se corresponde a la longitud de onda, así este aumento del error está relacionado con



**Figura 5.9:** Gráficos del error RMS para las reconstrucciones del pez (parte superior) y el logo (parte inferior) utilizando los métodos con dos pantallas y las configuraciones HC y SP: (a) y (c) de 0 a 3000 mm; (b) y (d) detalle distancia  $2\lambda$  alrededor de 500 mm

el término de fase absoluta de la transformada de Fresnel, ya que al propagar una función real esta sólo depende de la distancia de propagación, lo que hace que los valores complejos a ajustar se distribuyan en una zona o otra del plano complejo, que cuando está cubierta por las curvas a las que se realiza el ajuste da un error mínimo, y un error máximo en la situación contraria, como explicaremos con más detalle en el capítulo 7. Esto se puede ver al comparar los picos de las oscilaciones usando las configuraciones HC y PM o HC y SP, en el primer caso la curva de casi fase cubre una zona mayor, lo que reduce la parte con fase sin cubrir totalmente, y por tanto los valores máximo del error son menores, y hay una mayor zona donde el error se mantiene estable, dando oscilaciones más suaves. En cambio, cuando la curva de casi fase

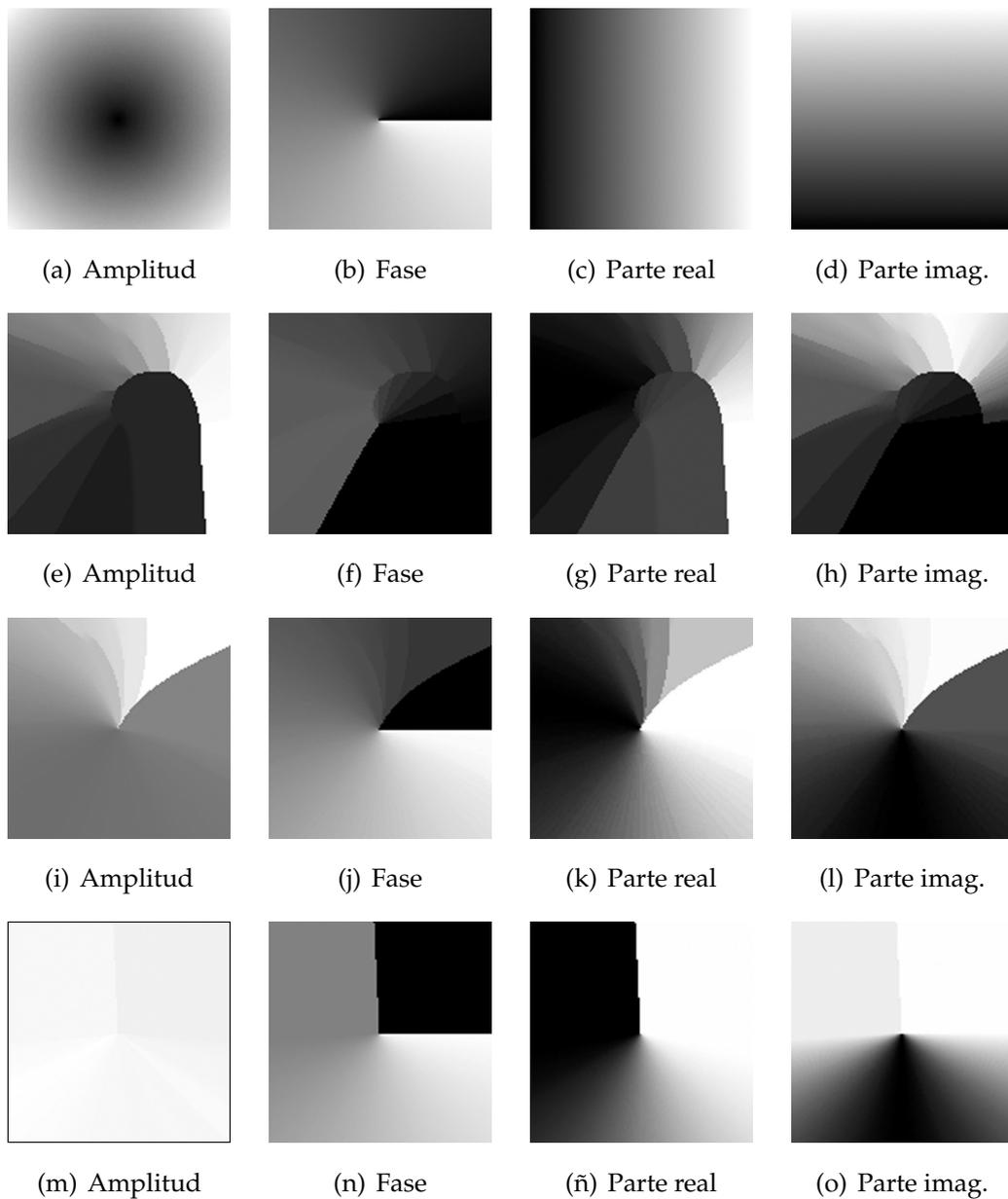
que se utiliza es la SP, los valores del error máximo son mayores y las oscilaciones más marcadas, ya que esta configuración solo cubre la fase de  $0$  a  $\pi$ , dejando medio plano sin cubrir. Cuando los valores a representar se distribuyen mayoritariamente en esta zona sin modulación en fase, el error es mayor. Al acoplar la modulación de las dos pantallas multiplicando las dos curvas los errores disminuyen ya que la configuración multiplicada a la que se realiza el ajuste cubre de una forma más uniforme el plano complejo. En el caso de las imágenes del apartado anterior podemos comprobar que las reconstrucciones a 500 mm corresponden a una zona de mínimo error.

### 5.3.1. Ajuste de la distribución test del plano complejo unidad

Para estudiar como se ajustan los valores complejos a las distintas configuraciones utilizamos una distribución test que representa el plano complejo unidad. En la figura 5.10 se muestran las imágenes de  $128 \times 128$  píxeles y 256 niveles de gris que representan las distintas partes de la distribución compleja ideal: (a) La amplitud desde  $A = 0$  (negro en el centro) hasta  $A = \sqrt{2}$  (blanco en las esquinas), (b) La fase desde  $\phi = 0$  (línea negra) hasta  $\phi = 2\pi$  (línea blanca), (c) la parte real desde  $a = -1$  (columna negra) hasta  $a = 1$  (columna blanca) y (d) la parte imaginaria desde  $b = -1$  (fila negra) hasta  $b = 1$  (fila blanca). Las siguientes imágenes de la figura 5.10 muestran las distintas partes del plano complejo tras ajustarlo a una pantalla usando las curvas HC, PM y SP. En la figura 5.11 se presentan las imágenes de las partes ajustadas con los métodos de dos pantallas, tanto con el ajuste a las curvas por separado como el ajuste a las curvas multiplicadas.

#### Ajuste a una pantalla

En el caso de utilizar solo una pantalla, vemos como el mejor ajuste de amplitud se obtiene con la configuración HC (figura 5.10(e)), aunque también introduce cierta modulación de fase (figura 5.10(f)). En el caso de las curvas de casi fase PM y SP la amplitud no se ve prácticamente modulada, la amplitud del plano complejo ajustado a la curva SP (figura 5.10(m)) solamente aparecen tres valores de amplitud próximos a 1, en cambio en la fase vemos un ajuste casi ideal para la parte inferior del plano, aunque los valores de la parte superior se ven binarizados a dos valores (figura 5.10(n)), como era de esperar. La curva PM modula en fase una mayor parte del plano complejo (figura 5.10(j)), pero lleva asociada una modulación en la amplitud (figura 5.10(i)). Así, estas curvas son más apropiadas para representar solo parte de la información

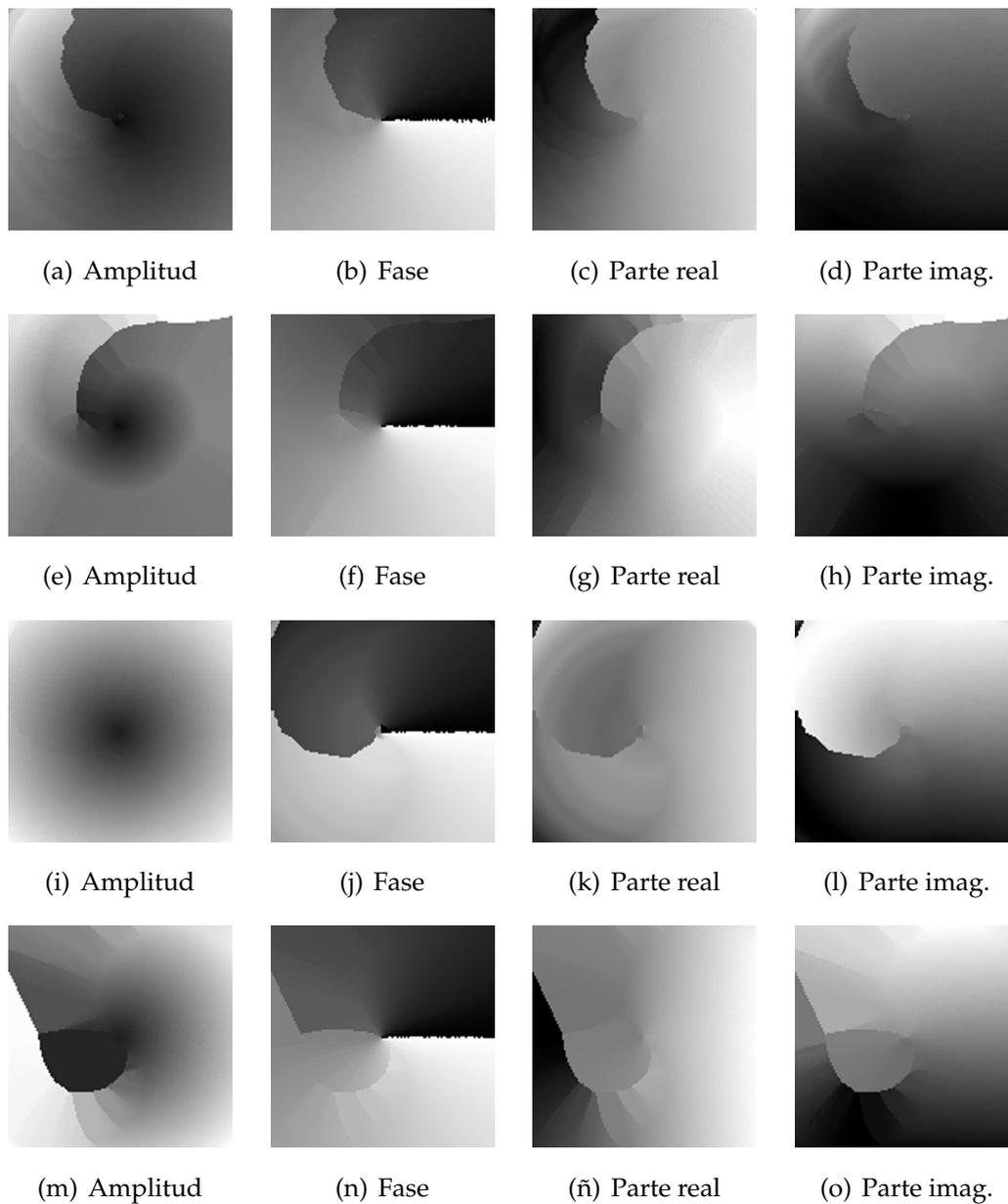


**Figura 5.10:** Imágenes de la distribución del plano complejo unidad: (a)-(d) distribución ideal; (e)-(h) ajustada a la curva HC; (i)-(l) ajustada a la curva PM; y (m)-(o) ajustada a la curva SP

compleja (amplitud o fase) pero no para representar todo el plano complejo.

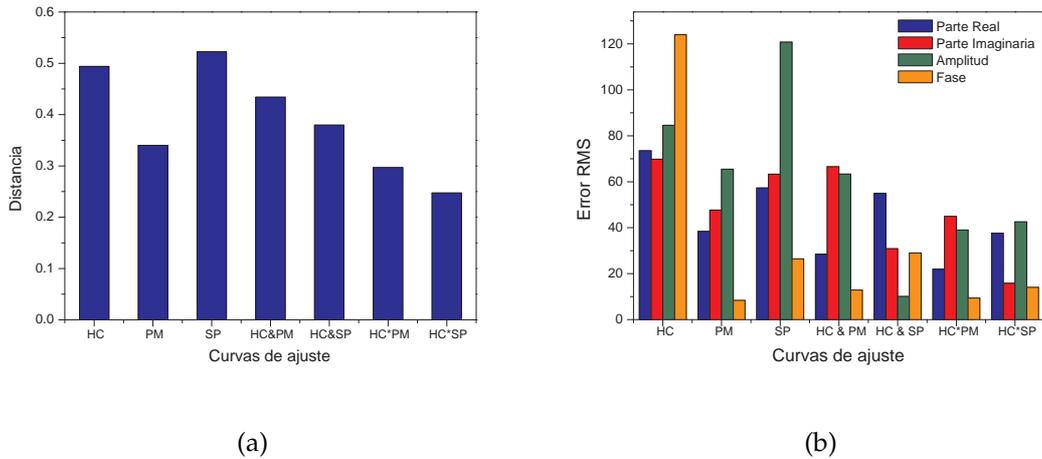
### Ajuste a dos pantallas

Si se utilizan los métodos que emplean la multiplicación de dos pantallas los resultados a la hora de obtener modulación compleja completa son mejores, como se puede observar en las imágenes de la figura 5.11, donde se muestran las imágenes de la

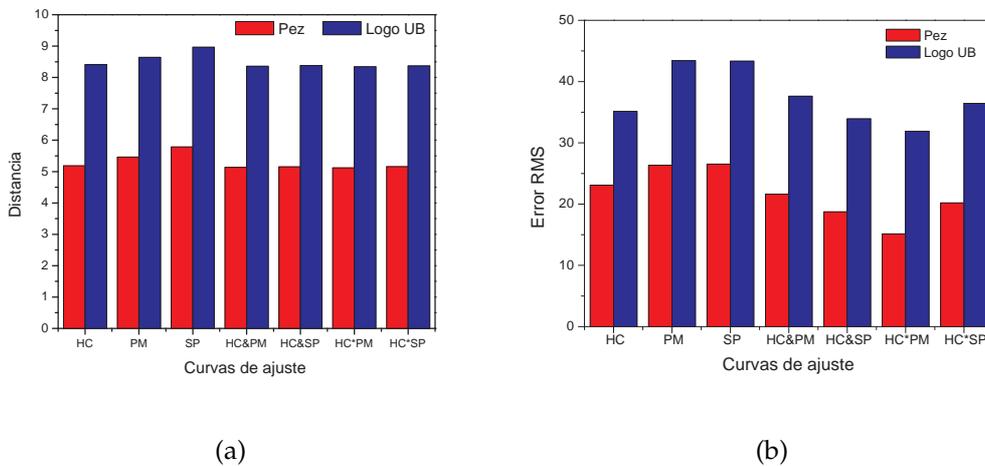


**Figura 5.11:** Imágenes de la distribución del plano complejo unidad ajustadas a los métodos combinados: (a)-(d) ajustada por separado a las curvas HC y PM; (e)-(h) ajustada a la curva combinada HC\*PM; (i)-(l) ajustada por separado a las curvas HC y SP; y (m)-(o) ajustada a la curva combinada HC\*SP

distribución del plano complejo unidad ajustado con los dos métodos combinados, usando las curvas por separado para ajustar la amplitud y la fase o la curva multiplicada para ajustar toda la distribución. En todos los casos los resultados se asemejan a las imágenes del plano ideal. El método que utiliza la curva multiplicada representa mejor la parte de la fase que en el caso de utilizar el ajuste de las dos partes por separado, mejor si se utiliza la curva PM (figura 5.11(f)) que la SP (figura 5.11(n)). Por



**Figura 5.12:** Gráficos para la distribución del plano complejo unidad: (a) de la distancia media entre la distribución ideal y la ajustada con las distintas combinaciones de curvas y (b) error RMS entre las imágenes de amplitud, fase, parte real y parte imaginaria ideales y las ajustadas con los distintos métodos



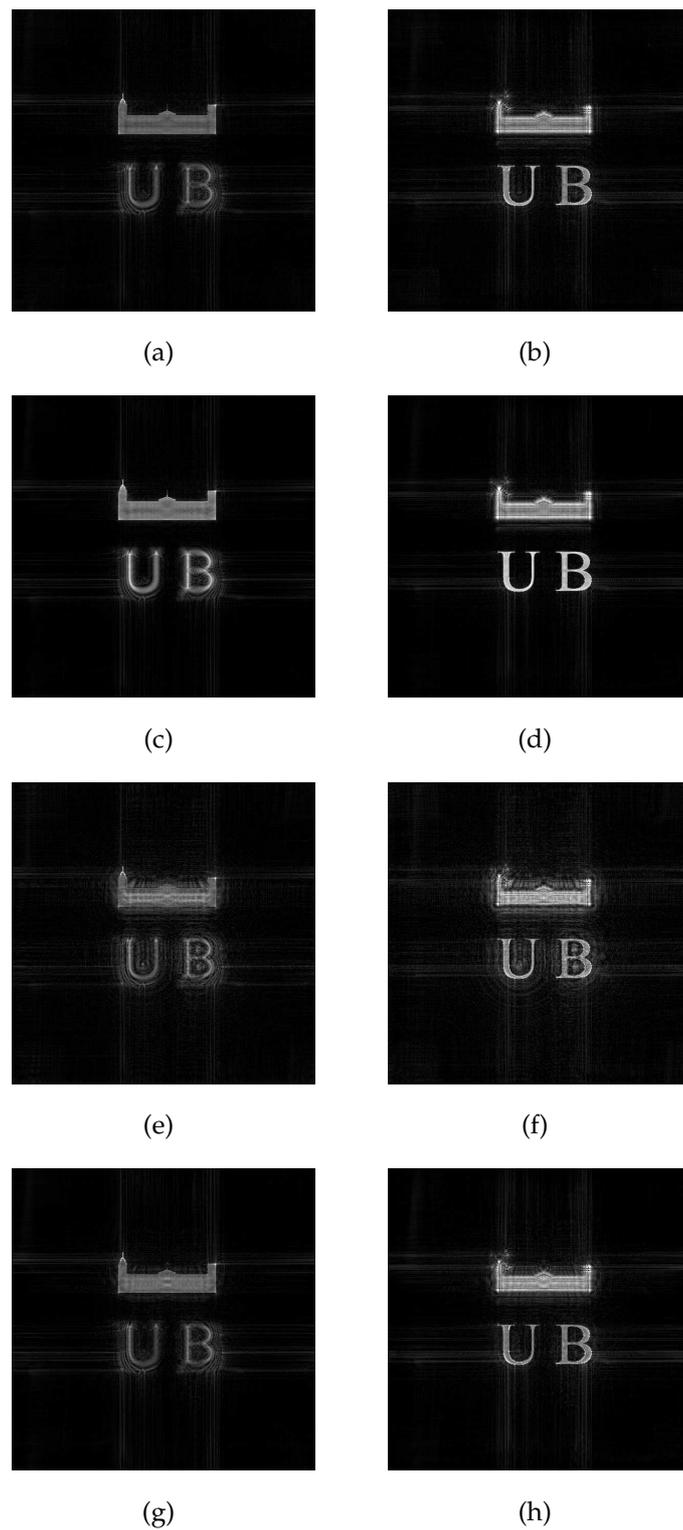
**Figura 5.13:** Gráficos para el pez y el logo: (a) de la distancia media entre la distribución ideal y la reconstruida con las distintas combinaciones de curvas y (b) error RMS entre las imágenes de amplitud de los objetos ideales y las reconstrucciones a 500 mm con los distintos métodos

el contrario, el método que ajusta las partes por separado a las dos configuraciones representa mejor la amplitud, en especial cuando se utiliza la curva SP (figura 5.11(i)).

Estos resultados se ven resumidos en los gráficos de la figura 5.12, (a) donde se presenta la distancia promedio entre los puntos del plano ideal y del plano ajustado

con los distintos métodos y configuraciones y (b) el error RMS entre las imágenes de las partes (amplitud, fase, parte real y parte imaginaria) del plano complejo unidad ideal y ajustado. En el caso de las distancias vemos que los ajustes con los métodos combinados dan resultados más próximos al ideal que al usar solo una pantalla, a excepción de la curva PM, ya que al tener una modulación en fase más amplia reduce la distancia entre los puntos. Aunque si observamos los errores RMS de las distintas partes vemos que esta mínima distancia no se corresponde a un mínimo error si se considera la amplitud o las partes real e imaginaria. En los errores RMS se ve como usando dos pantallas el ajuste a todas las partes es más uniforme, obteniendo mejores resultados para una modulación compleja completa, aunque dependiendo de la configuración escogida, se obtienen mejores resultados para la fase, con la HC\*PM, o para la amplitud, con el ajuste a la curvas HC y SP por separado. En la figura 5.13 se muestran unos gráficos similares calculados a partir de las imágenes del pez y el logo de la UB (figura 5.3) y las reconstrucciones obtenidas a partir de ellas con los distintos métodos (figuras 5.4-5.6). Con las dos imágenes se obtienen resultados similares, aunque los errores son menores en el caso del pez, ya que se trata de una imagen con grises, que hace que la distribución de energía de las dos imágenes sea diferente. Los métodos con dos pantallas presentan mejores resultados, en el caso de usar el ajuste de las partes a dos curvas separadas usando las configuraciones HC y SP, y en el caso de usar una sola curva multiplicada para el ajuste de la distribución compleja usando la curva HC\*PM.

Así, con dos pantallas acopladas para obtener el producto obtenemos resultados correctos en la modulación compleja completa, con pequeñas diferencias entre ambos métodos de ajuste. Por otro lado el tiempo de computación para ajustar la distribución compleja utilizando el método que ajusta la amplitud y la fase compensada a las curvas por separado es mucho menor al que se emplea para ajustar directamente la distribución a la curva multiplicada. Esto es debido al número de cálculos necesarios durante el ajuste. En el primer caso, la función compleja se separa en dos partes y cada parte se ajusta a los 256 valores accesibles de la curva, que se corresponden a los niveles de gris de la pantalla. En el segundo caso, se considera la función entera y se ajusta a una curva con  $256^2$  valores accesibles. En un ordenador Pentium III a 800 MHz, una función compleja de  $512 \times 512$  píxeles se ajusta en unos 20 segundos usando las curvas separadas, y tarda más de 1 hora en ajustarse a la curva multiplicada.



**Figura 5.14:** Reconstrucciones a dos distancias. La primera columna a 500 mm, donde se enfoca la casa, y la segunda columna a 600 mm, donde se enfocan las letras, usando los ajustes a 2 pantallas: (a) y (b) HC y PM por separado, (c) y (d) HC\*PM, (e) y (f) HC y SP por separado, y (g) y (h) HC\*SP

## 5.4. Reconstrucción de objetos a distintas distancias

Una de las posibilidades a la hora de codificar hologramas digitales es la de representar objetos en distintas posiciones. Como ejemplo de esta posibilidad hemos realizado la siguiente simulación, que consiste en propagar dos objetos a dos distancias distintas. Los dos objetos que se utilizan son la sombra del edificio y las letras de la imagen del logo de la UB (figura 5.3(b)). Para generar el holograma que contiene los dos objetos, primero se retropropaga el edificio una primera distancia, la distribución que se obtiene se multiplica por la del segundo objeto y se vuelve a retropropagar el resultado hasta la distancia deseada. En la figura 5.14 se muestran las imágenes de amplitud de las reconstrucciones a las distancias de 500 y 600 mm. Al propagar el holograma hasta la primera distancia se consigue reconstruir el edificio, mientras que las letras aparecen desenfocadas. Al reconstruir el holograma a una distancia de 600 mm el resultado es el inverso, las letras aparecen enfocadas mientras que el edificio no. De esta forma es posible recuperar información de un volumen a partir de un holograma bidimensional. Otra posibilidad es desplazar el objeto que se reconstruye respecto al eje de propagación de la luz, para ello se debe añadir una fase lineal a la distribución compleja que forma el holograma, de esta forma al propagar esta información el término de fase se encarga de desplazar la reconstrucción fuera del eje.

## 5.5. Montaje y resultados experimentales

Para obtener la modulación compleja completa mediante uno de los métodos que se han presentado hay que utilizar un montaje experimental que acople los dos moduladores de forma que la multiplicación de la información mostrada en ambos represente la función compleja del holograma que reconstruye el objeto. Existen distintas arquitecturas para obtener la multiplicación de dos pantallas, la más utilizada es una configuración  $4f$  en cascada, que utiliza dos lentes entre las pantallas. Amano *et al* [AMS93] utilizan esta configuración con un modulador de cristal líquido *twisted-nematic* (TNLC) para la amplitud y un dispositivo de birrefringencia controlada eléctricamente (ECB) para modular la fase. El montaje se utiliza para representar hologramas de Fourier, por lo que además utiliza otra lente tras las pantallas. El montaje se completa con otra lente encargada de colimar el haz del láser y dos espejos para reducir la longitud de todo el sistema. Gonçalves *et al* [NRS96] también utilizan un sistema  $4f$ , con dos lentes entre dos pantallas TNLC y una lente colimadora. Como se ha dicho anteriormente, utilizan este montaje para representar hologramas de Fresnel

mediante el ajuste a la curva que se obtiene de la multiplicación de las configuraciones de las dos pantallas acopladas.

En este trabajo utilizamos un montaje alternativo para acoplar las dos pantallas, que utiliza una sola lente para proyectar geoméricamente el plano de la primera pantalla sobre el de la segunda. En este caso la iluminación del sistema tiene un papel relevante. Para tener la información de la amplitud y la fase en el mismo plano utilizamos una lente colimadora de focal  $f$ . Las pantallas se sitúan entonces simétricamente a distancias  $2f$  de la lente. Esto introduce una magnificación negativa al formar la imagen de la primera pantalla sobre la segunda, que se solventa fácilmente rotando una de las imágenes o de los moduladores  $180^\circ$ .

El principal problema de este sistema es la alineación de las dos pantallas para obtener el producto correcto entre la amplitud y la fase. Para ello hay que conseguir la superposición píxel a píxel de los dos moduladores, mediante un sistema de micro-posición y la ayuda de un microscopio. Al utilizar esta arquitectura  $2f$  en cascada con la iluminación adecuada se pueden eliminar los términos de fase que aparecen en el proceso de formación de imagen. Además de utilizar menos lentes que el sistema  $4f$  y, por tanto, simplificar el montaje y evitar los problemas asociados a las fases que las lentes introducen.

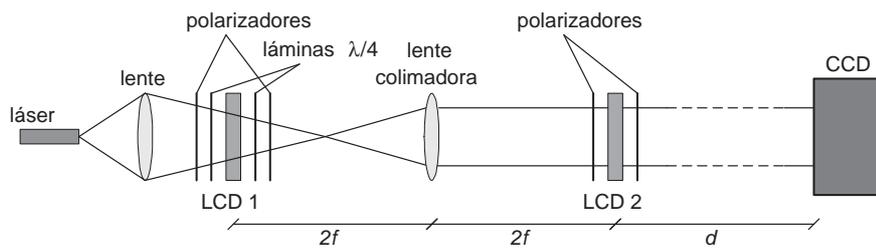
La expresión de la distribución compleja que se obtiene tras formar la imagen de un objeto  $s(x, y)$  a través de una lente tiene la forma [Van92]:

$$t(x, y) \propto s(-x, -y) \exp \left[ \frac{ik}{2f}(x^2 + y^2) \right] \quad (5.3)$$

Si se considera la iluminación del objeto, que en nuestro caso se realiza mediante una onda convergente, la función de entrada,  $s(x, y)$ , se debe reemplazar en la ecuación 5.3 por  $s(x, y) \exp[-\frac{ik}{2f}(x^2 + y^2)]$ , por tanto en el plano imagen se tiene:

$$t(x, y) \propto s(-x, -y) \quad (5.4)$$

Así, iluminando la primera pantalla con la onda convergente adecuada se cancela el factor de la fase esférica de la ecuación 5.3, y por tanto, es posible tener la información de la amplitud y la fase de la distribución compleja, que forma el holograma de Fresnel, superpuestas en el mismo plano, sin que aparezcan otros términos.



**Figura 5.15:** Esquema del montaje experimental para obtener la multiplicación de dos pantallas

Este montaje óptico lo hemos utilizado para reconstruir la imagen del logo de la UB (figura 5.3(b)) con las configuraciones SP para la fase y HC para la amplitud, utilizando el método de ajuste a las dos curvas por separado. En la figura 5.15 se muestra un esquema del montaje. Las lentes tienen una focal de 135 mm, la fase compensada se muestra en la primera pantalla y la amplitud en la segunda. La primera pantalla se encuentra entre dos polarizadores y dos láminas  $\lambda/4$  para obtener la polarización elíptica necesaria para tener la configuración SP, como se vio en el capítulo 4. El segundo modulador solo necesita dos polarizadores lineales para tener la configuración HC. El sistema se ilumina con un láser de He-Ne con una longitud de onda de 632.8 nm, y una cámara CCD se coloca a una distancia de 500 mm tras la segunda pantalla, que corresponde a la distancia con la que se ha calculado el holograma de Fresnel. La figura 5.16 muestra una imagen del sistema óptico, en la parte izquierda de la imagen se ve parte del láser, cuyo haz se dirige al banco óptico mediante un espejo. La posición de los polarizadores difiere de la del esquema debido a motivos de espacio a la hora de realizar el montaje. Además los polarizadores de entrada a las pantallas se sustituyen por láminas  $\lambda/2$  para reducir la absorción de luz.

La cámara se coloca en el plano donde se reconstruye el objeto que se ha codificado en el holograma. En la figura 5.17 se presenta la reconstrucción de la imagen del logo a una distancia de 500 mm después del segundo modulador. También se reconstruye un holograma que reconstruye el edificio a 500 mm y las letras UB a 600 mm. Los dos planos de reconstrucción respectivos se muestran en la figura 5.18 (a) y (b). En estas dos imágenes se observa como el objeto correspondiente aparece enfocado mientras que el otro está desenfocado. Estos resultados coinciden con los obtenidos en las simulaciones (figuras 5.6(b) y 5.14(e) y (f)). La pérdida de calidad que se aprecia en las imágenes es debida a dificultades experimentales como falta de uniformidad en la iluminación, ruido introducido por los elementos polarizantes, falta de paralelismo



Figura 5.16: Imagen del montaje experimental

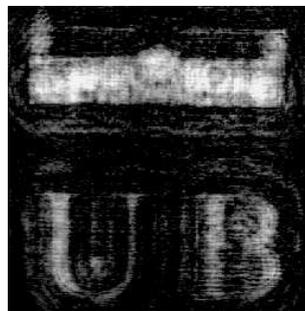


Figura 5.17: Reconstrucción experimental del logo a una distancia de 500 mm

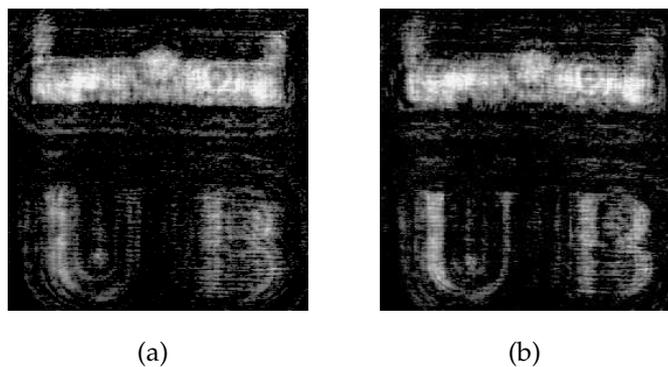


Figura 5.18: Reconstrucciones experimentales: (a) a 500 mm, enfocando la casa y (b) a 600 mm, enfocando las letras

entre los moduladores o desalineamientos en el montaje.

Así con este sistema se puede obtener la modulación compleja completa mediante la multiplicación de amplitud y fase. El montaje propuesto utiliza menos lentes que los

montajes  $4f$ , lo que hace que sea más sencillo su puesta a punto y permite realizar reconstrucciones a menores distancias de propagación que en el caso del montaje de Amako *et al* [AMS93]. La información del holograma que se representa en las pantallas puede ser ajustada mediante el método propuesto por Gonçalves *et al* [NRS96], que utiliza una sola curva obtenida de la multiplicación de las dos configuraciones de las pantallas. O se puede utilizar el ajuste a las dos configuraciones por separado, utilizando la amplitud y la fase compensada. La calidad de las reconstrucciones con los dos métodos es similar, aunque el tiempo de cálculo con el método separado es menor. En ambos casos la limitación en la representación de la información compleja completa viene dada por las capacidades de modulación de las pantallas, en especial de la configuración de fase, que no permite cubrir todo el plano complejo al dar una modulación por debajo de  $2\pi$ .