



Aplicació dels models de Thrustone i de Bradely-Terry a l'anàlisi de dades "ranking" obtingudes de mesures de preferència en escala ipsativa

Montserrat Girabent i Farrés

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tdx.cat) i a través del Dipòsit Digital de la UB (diposit.ub.edu) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX ni al Dipòsit Digital de la UB. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX o al Dipòsit Digital de la UB (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tdx.cat) y a través del Repositorio Digital de la UB (diposit.ub.edu) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR o al Repositorio Digital de la UB. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR o al Repositorio Digital de la UB (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tdx.cat) service and by the UB Digital Repository (diposit.ub.edu) has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized nor its spreading and availability from a site foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository is not authorized (framing). Those rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author.

$$r(y_{121}, y_{122}; y_{131}, y_{132}; y_{231}, y_{232}) =$$

$$y_{121} + y_{131}) + \lambda_{12}(y_{122} + y_{132}) +$$

Aplicació dels models de Thrustone
i de Bradely-Terry a l'anàlisi de dades
"ranking" obtingudes de mesures
de preferència en escala ipsativa

$$y_{121} - y_{231}) + \lambda_{32}(-y_{132} - y_{232}) +$$

$$y_{121}y_{131}) + \theta_{1,23|2}(y_{122}y_{132}) +$$

$$y_{121}y_{231}) + \theta_{2,13|2}(y_{122}y_{232}) +$$

Montserrat Girabent i Farrès

Universitat de Barcelona

$$y_{131}y_{231}) + \theta_{3,12|2}(y_{132}y_{232}) +$$

$$) + \beta_{13|12}(y_{131}y_{132}) + \beta_{23|12}(y_{231}y_{232})$$

Departament de Salut Pública
Unitat de Bioestadística
Facultat de Medicina



Universitat de Barcelona

Aplicació dels models de Thurstone i de
Bradely-Terry a l'anàlisi de dades "ranking"
obtingudes de mesures de preferència en escala
ipsative

Memòria de Tesi per optar al grau de Doctor
Programa de Doctorat de Medicina

Doctoranda: Montserrat Girabent i Farrés
Directora: Dra.Begoña Campos Bonilla
Linea de recerca: Fisiopatologia de les Malalties
Medicoquirúrgiques

Barcelona, 2013

Al meu avi, Martí

Pròleg

Una de les raons i motivació principal que ha conduït a la realització de la present investigació és la continua millora en la meua professió, la de professora universitària de bioestadística en graus de ciències de la salut. Aquest a més de ser un repte personal, és en l'actualitat, amb l'entrada a l'Espai Europeu d'Educació Superior (EEES), d'exigència pels sistemes de garantia de qualitat. En aquest mateix marc de l'educació superior una de les principals bases és la docència centrada en l'alumne. Així doncs, és raonable que hom vulgui conèixer les seves percepcions i preferències. Aquesta tasca no és immediata perquè planteja seriosos dubtes de com mesurar-les, i per tant inicia una cerca cap a instruments i formes de mesura.

Des de la vessant de la recerca de la meua professió, sovint em trobo amb la necessitat de poder mesurar les experiències i els estats de salut dels pacients segons les percepcions d'aquests mateixos, com també és freqüent voler conèixer quines son les seves preferències front certes decisions mèdiques. Davant aquesta necessitat esdevé una pregunta lògica: ¿quins son els instruments i formes de mesura més adequats?. La seva resposta passa per iniciar una recerca no pas diferent a la impulsada per a la millora de la qualitat en la docència universitària.

Evidentment els instruments de mesura no seran pas els mateixos, però el que si coincideix és el que es vol mesurar, "Preferències". La convergència d'aquestes inquietuds em porta a indagar com es mesura

la preferència en els diferents camps. Així, ben aviat s'intueix l'adequació d'instruments on el tipus de resposta està en escala ipsative, i se'n veuen les seves principals avantatges. Un dels aprenentatges més primerencs sobre aquestes escales fou que són específiques per conèixer l'ordre de preferència de les alternatives que són comparades i la relació que s'estableix d'una envers les altres en termes de distància. Aquestes foren usades per primera vegada per Louis Leon Thurstone en la seva dissertació de la llei dels judicis comparatius del 1927. Teoria que parla del procés discriminador de l'individu quan aquest ha d'emetre judicis comparatius, darrera dels quals subjau el continuum psicològic.

Un altre topall amb el que ens trobem ben aviat és el mètode d'anàlisi estadístic de dades de preferències observades en escala ipsative. Ara bé, més que ser un topall, aquest és un repte. Així s'unien tres o més interessos professionals en una sola investigació: la docència universitària, la millora de la salut basada en l'evidència científica i la investigació en bioestadística. Això em porta a plantejar-me fer el doctorat dins aquesta temàtica i ben aviat a formular l'objectiu principal de la present tesi, com a continuació es detalla.

L'objectiu principal d'aquesta tesi és estudiar els diferents enfocaments metodològics per analitzar observacions ranking en escala ipsative ordinal i veure'n aplicacions pràctiques dels mateixos en l'ambit de l'educació en ciències de la salut.

L'avenç en la recerca, porta a una organització de treball estructurada en capítols segons la següent,

En el capítol 1 de introducció es farà un repàs dels diferents contextos en els que es mesuren preferències amb aquest tipus de dades. S'establiran les definicions i nomenclatures usades, així com es descriuran les consideracions prèvies comunes a la resta de la memoria.

En el mateix capítol, es detallaran els principals aspectes a tenir en compte quan s'usa una escala de mesura de tipus ordinal ipsative en qüestionaris, que a mode de resum es concreten en tres,

- L'individu és forçat a escollir i a prioritzar evitant l'efecte conegut com "halo and horn", que consisteix en que l'individu tendeix a valorar tots els ítems amb el mateix valor [1, 2]. A la vegada es redueix la tendència a donar la resposta socialment acceptada, biaix conegut com "Acquiescence bias" o "Yea-saying" [3, 4].
- Les respostes observades per a cada un dels individus no és més que un dels possibles vectors de l'espai de permutacions de k , Rank Vector. Les components d'aquest vector sumen sempre la constant, $m = \frac{1}{2}k(k + 1)$.
- El judici de valors respecte un dels ítems es fa sempre en relació als altres que se li presenten a l'individu. En conseqüència la interpretació haurà d'ésser en termes relatius i no absoluts.

En el capítol 2 es faran explícites les hipòtesis i objectius.

En els capítols 3 i 4 es descriuran detalladament les dues principals estratègies analítiques que es troben a la literatura, la de Thurstone i la de Bradley-Terry, per a dades paired comparison, i després es veurà com poder aplicar aquestes quan el que s'observa són dades ranking. En ambdós capítols es segueix el mateix ordre d'exposició, primer es veuran les propostes i desenvolupaments que hi ha a la literatura, i seguidament es detallaran els models i equacions que permeten l'anàlisi estadístic. Per últim s'exposaran uns casos d'estudi, uns simulats i altres amb dades reals.

El capítol 3 estarà dedicat a la teoria i models clàssics de Thurstone: Unrestricted, III i V. De la que es destaquen els antecedents aportats per Böckenholt et al. [5–9], Chan [10–12] i Cheung [13]. Aquesta aproximació, es base en expressar les observacions ranking com a diferències de les variables latents subjacents a cada un dels ítems de comparació. Així les equacions del model per a respostes paired comparison es pot veure com un cas particular d'un model d'equacions estructurals (SEM), en el que cal imposar certes restriccions a la matriu de variàncies-covariàncies. Aquestes restriccions són treballades per Böckenholt et al. i millorades per Maydeu-Olivares [9, 14–18]. Aquesta metodologia permet estimar les mitjanes de les variables latents subjacents als ítems a ordenar. Per tancar aquesta part s'exposarà l'extensió dels models de Thurstone al que es coneix com a models factorials, pels casos en que el nombre d'ítems a ordenar sigui més gran.

L'abordatge metodològic de Thurstone que s'exposarà en el capítol 3, està pensat per a l'anàlisi d'una única pregunta amb resposta ranking. A l'hora d'ajustar les dades als diferents models de Thurstone es seguirà la seqüència de Maydeu-Olivares [9] i el principi de parsimònia.

En la última secció d'aquest capítol, es presentaran els resultats obtinguts al aplicar aquesta aproximació a dos exemples. El primer exemple és de simulació pel qual s'han generat dades en el que es força que tots els ítems tinguin la mateixa probabilitat de ser escollits, és adir no hi ha un patró de preferències. El segon exemple analitzarà les dades d'un estudi real que té com objectiu trobar el perfil de l'estil d'aprenentatge. Les observacions es van obtenir passant la versió catalana del test CLSI-Canfield [19] a un grup d'alumnes universitaris de nou ingrés de la facultat de medicina de la Universitat de Barcelona el primer dia de classe. La versió adaptada del test consta de 24 preguntes totes elles amb respostes ranking, que s'agrupen en 4 blocs conceptuals. Es donaran els resultats obtinguts al analitzar les dades cada una de les preguntes per separat amb l'aproximació de Thurstone.

El capítol 4 estarà dedicat al model de Bradley-Terry del 1952 [20–22] per a l’anàlisi de comparacions binàries, i les seves extensions i adaptacions a partir de la transformació log-lineal introduïda per Sinclair al 1982 [23] (veure figura 4.1) de la pàgina 115). Les suposicions del model bàsic de Bradley-Terry (BTM) són que la distribució de cada un dels judicis segueix una llei Binomial (o multinomial si considerem el vector de respostes) i que la comparació entre ítems és independent entre les parelles. Aquest model s’anomenarà LLBTM.

Una primera extensió del model LLBTM serà per a poder considerar el vector de respostes de totes les comparacions binàries conjuntament, donant lloc al que anomenarem model patró (PCPM). Aleshores es proposaran les extensions tant del model LLBTM com del PCPM que incorporen: les característiques dels individus, les propietats dels ítems, la possibilitat d’empat en l’elecció i la influència de l’ordre en que es presenten aquests ítems.

Per últim, es presentarà com s’ha fet l’extensió tant del model LLBTM i de les seves variants quan la suposició de independència no es dona. L’eliminació d’aquesta suposició, dona un nou paradigma que permet estendre el model patró de Bradley-Terry i les seves extensions quan la mesura de cada un dels individus es repeteix més d’una vegada, ja sigui perquè s’ordenen els mateixos ítems segons diferents atributs (múltiples respostes) o bé perquè es repeteix la mesura en diferents moments del temps o diferents condicions dels individus (mesures repetides).

Tots els models desenvolupats seran exposats en per dades paired comparison i per tant en un últim punt de l’exposició de la metodologia es veurà com usar-los per a dades ranking a través d’una simple transformació dels vectors de resposta.

Un tret distintiu del model LLBTM i de cada una de les extensions és que no seràn més que casos particulars de models lineals generals (GLM) amb funció d’enllaç log i distribució de poisson. En tots els casos, es

podran estimar els coeficients en una escala d'interval i les probabilitats associades a cada un dels ítems. Així mateix, aquests models permetran una interpretació dels paràmetres en termes de log-odds.

El procediment que s'aplicarà en aquest treball per fer la transformació log-lineal és el que varen proposar el grup de Viena encapçalat per Dittrich i Hatzinger. La transformació es fa aplicant logaritmes a la funció de versemblança de la matriu de contingències de les freqüències de les comparacions binàries, la que permet que siguin un cas particular de GLM [24–29].

En els últims apartats del capítol es presentaran els resultats obtinguts al aplicar els models LLMTM als mateixos dos exemples del capítol anterior, i s'afegirà un tercer exemple, amb dades reals. En l'exemple de dades simulades, a més de l'ajust pel model LLBTM es veurà l'ajust amb el model que incorpora una variable qualitativa, CSLLBTM. En l'estudi sobre els estils d'aprenentatge s'analitzaran les dades de aplicant el model LLBTM per a cada una de les preguntes i el model CSLLBTM quan s'incorpora la variable sexe com a possible explicativa del patró de preferències. En aquest mateix exemple es proposarà una estratègia d'anàlisi per tractar conjuntament totes les preguntes d'un mateix Bloc, considerant que responen al cas del model de múltiples respostes, MRLBTM.

El tercer exemple es dissenya a propòsit per conèixer la percepció d'alumnes universitaris envers a l'aprenentatge autònoms. Es va passar un qüestionari a inicis del semestre i un altre a finals d'aquest als estudiants de primer curs del grau de fisioteràpia de la Universitat Internacional de Catalunya. Durant aquest semestre els estudiants realitzaven activitats d'aprenentatge autònom en dues de les seves assignatures. En els dos qüestionaris, a la pregunta principal, els estudiants ordenaven 4 aspectes propis de les activitats d'aprenentatge autònom segons ells consideressin que aquests els ajudaven més o menys a l'assoliment de l'èxit acadèmic. Per tal d'analitzar si hi ha un patró de preferències, i si és diferent

abans i després de realitzar les activitats s'aplicarà l'extensió del model de Bradley-Terry per a mesures repetides, RMLLBTM. Les mateixes dades, s'analitzaran introduint la covariable sexe.

En els capítols 5 i 6 es discutiran els principals resultats trobats, tant de la revisió metodològica com dels exemples, veient-ne les limitacions trobades, possibles línies de futur i les principals conclusions.

Els qüestionaris utilitzats en els exemples i els codi que es desenvoluparà amb M-plus i R per poder aplicar els models als exemples s'ajuntaran a la memòria en un últim capítol d'annexos.

Agraïments

En un procés feixruc, solitari i de llarg recorregut, mentre fas el camí les mans amigues que t'acompanyen son moltes, a cada una d'elles voldria agrair-los tots i cada un dels seus consells, dels seus consols i dels seus ànims, tant a nivell personal com professional. Tots i cada un d'ells han deixat petjada en aquest recorregut, unes petjades que m'han acompanyat i que em seguiran acompanyant d'aquí endavant.

En primer lloc i de forma molt especial, les gràcies als meus pares, en Ton i la Dolors. Com sempre han estat la meva constant ombra. Un cop més m'han ensenyat què vol dir ser lliure i feliç, m'han deixat caure quan ha calgut, m'han recollit quan ha estat necessari. Gràcies per fer-me millor persona cada dia. ”...Tot en l'Amor s'emplena de sentit...”

Agrair la direcció de Begoña Campos, que a més d'una bona directora d'aquesta tesi doctoral s'ha convertit en una bona amiga i companya, amb qui compartir inquietuds i moments. Gràcies Begoña.

A la Cari Bagur, per ajudar-me en tot, entenent cada situació sense la necessitat de pronunciar paraules. Al Martí Casals per ser el meu animador particular, permetre'm les llargues i profundes converses. A tots dos gràcies per totes les correccions que m'heu fet i per ser moltes vegades la meva mà dreta i esquerra.

A la Luciana Moizé i al Xavi Gironés, per el seu particular sentit de l'humor, per donar-me el seu suport i facilitar-me els seus materials quan m'han calgut.

A a la Laia Monné, al Juanjo García, al Pere Rodríguez, a l'Anna German, al Pol Serra, a la Rosa Cabanes, per creure en mi, per la seva amistat i per fer fàcil la convivència en l'entorn laboral.

Al Juan Carlos Martín, a la Leila Lújan i a la Marga Gonzalvo per mantenir l'equip i ser-hi, pel seu suport incondicional i equilibrar la balança quan m'ha calgut.

Al Sergi Civit, amb el que comparteixo la forma d'entendre l'estadística, per valorar i entendre el perquè de les meves eleccions.

Al Ferran Fuertes per creure amb mi des del dia que ens vàrem conèixer, simplement per ser-hi, i per dir-ho tot amb els seus detalls en el just moment. Gràcies Ferran per la teva sensibilitat, la coherència i el sentit de l'humor.

A la M^a Victòria Roqué, per el seu suport i el seu esforç per entendre i comprendre amb amor aquesta investigació, la que dista del seu camp de coneixement. Gràcies per estar sempre amb mi.

Al Rafael Guayta per considerar-me en el seu equip i tenir-lo com a amic. Compartir amb mi l'estima a Catalunya i el Servei Social per damunt de tot. Gràcies per ensenyar-me a estar.

A la meua germana Anna, per cuidar-me i ser tant valenta.

A la Núria Aris per els seus consells psicopedagògs en el meu treball, per la seva sinceritat en els seus consells, per donar-me el seu toc particular de realisme pràctic.

A la Montserrat Figueras per el disseny gràfic i suport personal.

Agrair al Jordi Nogué i a la Mònica Franch per la seva amistat i els bons moments de distracció, per les sortides lúdic-cultural i les llargues passejades.

A tots i cada un dels meus amics de batalles per fer-me companyia.

Gràcies a tots, per el vostre gra de sorra que ha permès l'elaboració d'aquesta tesi i la superació de tots els atzucacs que m'he trobat.

Per últim gràcies a la Poesia de Miquel Martí i Pol, del que m'he apropiat aquí de les seves paraules, les que han estat un bon recurs d'escapament en molts moments. fent-me companyia en tots els meus espais de refugi i en els meus "temps d'interluni", tot recordant el somriure que em va dedicar quan el vaig conèixer.

M'aprenc en la paraula no dita...

Índex

Pròleg	1
Agraïments	iii
Índex de taules	xi
Índex de figures	xv
1 Introducció	1
1.1 Introducció a les dades ranking	4
1.1.1 Definició d'escala Ipsative	8
1.1.2 Llei dels judicis comparatius. Procés discriminador.	14
1.2 Consideracions prèvies	19
1.2.1 Ranking Data versus Rating Data	19
1.2.2 Visualització gràfica de dades ranking	21
1.2.3 Transformació de dades ranking a dades paired comparisons	23
1.2.4 Freqüències de dades ranking o paired comparison associades	24
2 Hipòtesi i Objectiu	27
2.1 Hipòtesi	27
2.2 Objectiu	28

3	Models de Thurstone	29
3.1	Teoria de Thurstone	29
3.1.1	Models de Thurstone	30
3.2	Models de Thurstone amb dades ranking	35
3.2.1	Variabls latents subjacents als ítems de comparació	36
3.2.2	Correlacions tetracòriques per a dades ranking	42
3.2.3	Restriccions de Maydeu-Olivares	44
3.2.4	Dades ranking expressades amb models SEM	46
3.2.5	Estimació de les mitjanes de les variables latents	47
3.2.5.1	Estadístic de Satorra-Bentler	49
3.2.6	Extensió a models factorials de Thurstone	52
3.2.6.1	Models factorials de Thurstone	53
3.2.6.2	Models factorials amb restriccions a les mitjanes	58
3.3	Estudi de simulació (Aproximació de Thurstone)	65
3.4	Estudi Canfield: Estils d'aprenentatge d'estudiants de medicina (Aproximació de Thurstone)	71
3.4.1	Antecedents: Test CLSI-Canfield	71
3.4.2	Material i mètodes: Estudi Canfield	80
3.4.3	Resultats: Estudi Canfield (Aproximació de Thurstone)	81
4	Models de Bradley-Terry	113
4.1	Antecedents i justificació	119
4.2	Models de Bradley-Terry	133
4.2.1	Model bàsic de Bradley-Terry (BTM)	133
4.2.2	Model log-lineal de Bradley-Terry (LLBTM)	139
4.2.3	Model de Bradley-Terry per al patró de dades Paired Comparison (PCPM)	145
4.3	Extensions del Model log-lineal de Bradley-Terry	148
4.3.1	Model log-lineal de Bradley-Terry segons característiques dels subjectes (SLLBTM)	148
4.3.1.1	Model log-lineal de Bradley-Terry segons característiques qualitatives dels subjectes (CSLLBTM)	149
4.3.1.2	Model log-lineal de Bradley-Terry segons característiques quantitatives dels subjectes (NSLLBTM)	152

4.3.2 Model log-lineal de Bradley-Terry amb opció d'empat (TLLBTM)	154
4.3.3 Model log-lineal de Bradley-Terry segons propietats dels ítems (ILLBTM)	157
4.3.4 Model log-lineal de Bradley-Terry segons característiques dels subjectes i propietats dels ítems (ISLLBTM) .	159
4.3.5 Model log-lineal de Bradley-Terry segons l'ordre de presentació dels ítems (OLLBTM)	163
4.4 Dependència en el Model log-lineal de Bradley-Terry . . .	165
4.4.1 Dependències entre els ítems de comparació (IDLLBTM)	166
4.4.2 Mesures repetides i múltiples comparacions dels mateixos ítems (RMLLBTM)	170
4.5 Models LLBTM i extensions per a dades ranking	176
4.6 Estudi de simulació (Aproximació de Bradley-Terry) . . .	180
4.6.1 Material i mètodes per a l'estimació dels paràmetres . .	180
4.6.2 Resultats: Estudi de simulació (Aproximació de Bradley-Terry)	182
4.7 Estudi Canfield: Estils d'aprenentatge d'estudiants de medicina (Aproximació de Bradley-Terry)	188
4.7.1 Material i mètodes: Estudi Canfield	188
4.7.2 Resultats: Estudi Canfield (LLBTM)	189
4.7.3 Resultats: Estudi Canfield (CSLLBTM)	212
4.7.4 Resultats per Blocs del test CLSI-Canfield (RMLLBTM)	249
4.8 Estudi Activitats d'Aprenentatge Autònom (Aproximació de Bradley-Terry)	260
4.8.1 Material i mètodes: Estudi d'Activitats d'Aprenentatge Autònom	263
4.8.2 Resultats: Estudi d'Activitats d'Aprenentatge Autònom	266
5 Discussió	275
5.1 Limitacions	285
5.2 Línees de futur	286
6 Conclusions	289

Bibliografia	293
A Annexos	323
A.1 Apèndix: Aplicació dels models de Thurstone a dades Paired Comparison data	323
A.2 Test CLSI-Canfield	327
A.3 Qüestionaris Activitats d'Aprenentatge Autònom al grau de Fisioteràpia	341
A.3.1 Qüestionari 1. Abans de realitzar les Activitats d'Aprenentatge Autònom	341
A.3.2 Qüestionari 2. Després de realitzar les Activitats d'Aprenentatge Autònom	343
A.4 Codi del MPlus	345
A.4.1 Cas Unrestricted	345
A.4.2 Cas III	348
A.4.3 Cas V	350
A.4.4 Cas 1-Factorial	353
A.4.5 Cas 1-Factorial amb mitjanes depenen de les mitjanes dels factors	356
A.5 Codis R	359
A.5.1 Simular dades ranking	359
A.5.2 Transformació de dades ranking a PC	359
A.5.3 Codi R Models de Bradley-Terry	360
A.5.3.1 Codi R per a model LLMBT	361
A.5.3.2 Codi R Model CSLBTM	365
A.5.3.3 Codi R Model MRLBTM	371
A.5.3.4 Codi R Model MRCSLBTM	382

Índex de taules

1.1	Rank Vector vs Ordered Vector	20
1.2	Matriu de transformació de dades ranking a dades paired comparison	26
1.3	Freqüència de les comparacions binàries	26
3.1	Models de Thurstone ajustats de dades simulades	67
3.2	Model acceptat per les dades simulades	69
3.3	Paràmetres estimats de les dades simulades	70
3.4	Perfil de preferències per a dades simulades. Thurstone	70
3.5	Estructura en Blocs del Test CLSI-Canfield	77
3.6	Notes d'entrada dels estudiants de medicina	81
3.7	Freqüències observades de les preguntes del Bloc 1	85
3.8	Freqüències observades de les preguntes del Bloc 2	86
3.9	Freqüències observades de les preguntes del Bloc 3	87
3.10	Freqüències observades de les preguntes del Bloc 4	88
3.11	Taula de freqüències de les comparacions binàries. Bloc 1	91
3.12	Taula de freqüències de les comparacions binàries. Bloc 2	91
3.13	Taula de freqüències de les comparacions binàries. Bloc 3	92
3.14	Taula de freqüències de les comparacions binàries. Bloc 4	92
3.15	Models de Thurstone ajustats a cada pregunta del Bloc 1	95
3.16	Models de Thurstone ajustats a cada pregunta del Bloc 2	98
3.17	Models de Thurstone ajustats a cada pregunta del Bloc 3	100
3.18	Models de Thurstone ajustats a cada pregunta del Bloc 4	103

3.19	Model acceptat segons seqüència de Maydeu-Olivares	105
3.20	Paràmetres estimats de les preguntes del Bloc 1	106
3.21	Paràmetres estimats de les preguntes del Bloc 2	107
3.22	Paràmetres estimats de les preguntes del Bloc 3	107
3.23	Paràmetres estimats de les preguntes del Bloc 4	108
3.24	Perfil de preferències dels estudiants de nou ingrés a medicina. (Thurstone)	109
3.25	Distàncies entre els ítems. Bloc 1	109
3.26	Distàncies entre els ítems. Bloc 2	110
3.27	Distàncies entre els ítems. Bloc 3	110
3.28	Distàncies entre els ítems. Bloc 4	110
4.1	Models de Bradley-Terry, extensions i equacions	117
4.2	Disseny estructural LLBTM, $k = 4$	142
4.3	Disseny estructural LLBTM, $k = 4$ simplificada	144
4.4	Disseny estructural PCPM, $k = 3$	148
4.5	Disseny estructural TLLBTM	156
4.6	Disseny estructural PCPM, $k = 3$ amb dependències	168
4.7	Disseny estructural LLBTM amb dades ranking, $k = 3$	178
4.8	Model Log-lineal de Bradley-Terry (LLBTM). Dades Simulades.	184
4.9	Coefficients i Probabilitats estimades. Dades Simulades	185
4.10	Perfil de preferències per a dades simulades. LLBTM	185
4.11	Model Log-lineal de Bradley-Terry (CSLLBTM). Dades Simulades	186
4.12	Coefficients i Probabilitats estimades. Dades Simulades i covariable qualitativa	186
4.13	Perfil de preferències per a dades simulades. CSLLBTM	187
4.14	Model Log-lineal de Bradley-Terry (LLBTM). Bloc 1	193
4.15	Coefficients i Probabilitats estimades. Bloc 1	194
4.16	Model Log-lineal de Bradley-Terry (LLBTM). Bloc 2	200
4.17	Coefficients i Probabilitats estimades. Bloc 2	201
4.18	Model Log-lineal de Bradley-Terry (LLBTM). Bloc 3	206
4.19	Coefficients i Probabilitats estimades. Bloc 3	207

4.20	Model Log-lineal de Bradley-Terry (LLBTM). Bloc 4	211
4.21	Perfil de preferències dels alumnes de nou ingrés a medicina. (Bradley-Terry)	212
4.22	Freqüències segons sexe. Bloc 1	214
4.23	Freqüències segons sexe. Bloc 2	216
4.24	Freqüències segons sexe. Bloc 3	218
4.25	Freqüències segons sexe. Bloc 4	220
4.26	Freqüències de comparacions binàries, segons sexe. Bloc 1	222
4.27	Freqüències de comparacions binàries, segons sexe. Bloc 2	223
4.28	Freqüències de comparacions binàries, segons sexe. Bloc 3	224
4.29	Freqüències de comparacions binàries, segons sexe. Bloc 4	225
4.30	Model CSLBTM (sexe). Bloc 1	227
4.31	Model CSLBTM (sexe). Bloc 1	229
4.32	Model CSLBTM (sexe). Bloc 3	232
4.33	Model CSLBTM (sexe). Bloc 1	235
4.34	Coefficients i Probabilitats estimades, segons Sexe. Bloc 1	238
4.35	Coefficients i Probabilitats estimades, segons Sexe. Bloc 2	239
4.36	Coefficients i Probabilitats estimades, segons Sexe. Bloc 3	240
4.37	Coefficients i Probabilitats estimades, segons Sexe. Bloc 4	240
4.38	Ajust models LLBT i CSLBT	241
4.39	Test Desviància pels models LLBT i CSLBT	241
4.40	Perfil de preferències dels alumnes de nou ingrés de medicina, segons Sexe. (Bradley-Terry)	248
4.41	Test de la Desviància per comparar els models de múltiples respostes amb i sense dependència entre aquestes.	249
4.42	Model RLLBTM. Bloc 1	251
4.43	Coefficients i Probabilitats amb RLLBTM. Bloc 1	252
4.44	Model RLLBTM. Bloc 2	253
4.45	Coefficients i Probabilitats amb RLLBTM. Bloc 2	254
4.46	Model RLLBTM. Bloc 3	255
4.47	Coefficients i Probabilitats amb RLLBTM. Bloc 3	255
4.48	Freqüències observades Activitats aprenentatge autònom segons Sexe	267

4.49 Test Desviància LLBTM vs RMLLBTM. Aprenentatge autònom	268
4.50 Test Desviància CSLLBTM vs CSRMLLBTM. Aprenentatge autònom	269
4.51 Coeficients i Probabilitats estimades de la percepció de les activitats d'aprenentatge autònom pels alumnes de Fisioteràpia segons moment de mesura i sexe	270
4.52 Perfil de la percepció de les activitats d'aprenentatge autònom dels estudiants de Fisioteràpia	272
A.1 Distribució de les preguntes del Test CLSI-Canfield en cada un dels Blocs	327

Índex de figures

1.1	Marc conceptual: Escales de mesura ipsative	17
1.2	Polítops	22
3.1	Ítems en el continuum psicològic	40
3.2	Variables latents. Thrustone-Unrestricted	41
3.3	Variables latents. Thrustone-1-Factorial	55
3.4	Algoritme de selecció de Maydeu-Olivares et al.	61
3.5	Models de Thurstone. Dades ranking	63
4.1	Models de Bradley-Terry i extensions	115
4.2	Models de Bradley-Terry. Dades ranking	131
4.3	LLBTM amb dependència i resposta múltiple	176
4.4	Perfil estil aprenentatge. Bloc 1	195
4.5	Perfil estil aprenentatge. Bloc 2	202
4.6	Perfil estil aprenentatge. Bloc 3	208
4.7	Perfil estil aprenentatge segons covariable sexe. Bloc 1	245
4.8	Perfil estil aprenentatge segons covariable sexe. Blocs 2-3	246
4.9	Perfil estil aprenentatge segons covariable sexe. Bloc 4	247
4.10	Perfil estil aprenentatge amb respostes múltiples. Bloc 1	256
4.11	Perfil estil aprenentatge amb respostes múltiples. Bloc 2	257
4.12	Perfil estil aprenentatge amb respostes múltiples. Bloc 3	258
4.13	Perfil de preferències sobre les activitats aprenentatge autònom	271
4.14	Relació de les probabilitats abans-després.	273

Introducció

En Ciències de la Salut és cada vegada més habitual, recollir dades que són mesures d'atributs en **escala ordinal** [30,31]. Obtenir informació sobre actituds, o preferències és d'interès tant en gestió sanitària com en estudis de qualitat de vida.

Aquesta realitat és tant comuna, que la definició metrològica oficial de **magnitud**¹ es va modificar per incloure aquelles propietats que es poden expressar quantitativament mitjançant un número i una referència, que pot ser quelcom més que unitat de mesura. Així, al 2008, s'introdueix a la definició de **magnitud ordinal** el nivell subjectiu, donant com a exemple d'aquesta, "el grau subjectiu de dolor abdominal en una escala de zero a cinc", (Vocabulari internacional de Metrologia, VIM:JCGM 200:2012) [32].

És important tenir en compte que les mesures ordinals només poden formar part de relacions empíriques i no tenen unitats de mesura ni dimensions. Per tant doncs, les diferències i els quocients (o raons) entre magnituds ordinals no tenen cap significat. Lògicament, les magnituds

¹magnitud definida mitjançant un procediment de mesura adoptat per convenció, la qual pot classificar-se amb altres magnituds de la mateixa naturalesa per ordre creixent o decreixent de quantia però per a la qual no es pot establir cap relació algebraica entre aquestes magnituds

ordinals es classifiquen segons les escales ordinals ²

En aquestes situacions el procediment de mesura consisteix en l'ús de qüestionaris. El caràcter mediador i relacional de conceptes com actituds, preferències (percepcions), no permet que les puguem mesurar i observar directament i és per això que construïm qüestionaris, enquestes, tests, etc. Aquests instruments ens permeten mesurar les percepcions preguntant als propis individus de la població d'interès segons ells manifesten.

Pot ser, però, estem més habituats a buscar la percepció del individu quan es tracta de temes de polítics, socials, d'educació, en estudis de mercat, etc., o pel que respecte a l'àmbit de ciències de la salut en psicologia, i no tant per a observar els efectes de tractaments mèdics, o millories de l'estat de salut. En canvi però, és cada vegada més creixent la corrent científica que admet com a variables de resposta, ja siguin principals o secundaries, la perspectiva del pacient. Concretament és el que es coneix com a "Patient Outcomes Reported Measures (PROM)", o bé "Patient Reported Experience Measures (PREM)" [33–38]. Dues iniciatives que destaquen en relació al desenvolupament de qüestionaris PROM son, la recent inaugurada BiblioPro, de l'IMIM de Barcelona (Febrer 2013), que vol ser una biblioteca que reculli de forma exhaustiva qüestionaris PROM, verificant-ne la seva validesa i fiabilitat (<http://www.bibliopro.org>), o bé la institució PROMIS Network Center (PROMIS®), basada en el "Patient-Reported Outcome Measurement Information System". Aquest centre, fundat al 2004 als Estats Units per "The National Institutes of Health", té com a objectiu principal proporcionar tant a clínics com a investigadors quins son els PROM's, tant per adults com per a infants, més eficients, precisos i vàlids per a la mesura de la salut i el benestar (<http://www.nihpromis.org>).

²Escala de valors: Conjunt ordenat de valors de magnituds d'una naturalesa determinada, emprat per a classificar aquestes en ordre creixent o decreixent de quantia. Escala ordinal és una escala de valors per a les magnituds ordinals, que pot establir-se mitjançant mesuraments d'acord amb un procediment de mesura.

En la primera Jornada Científica de Bibliopro del passat 21 de febrer del 2013, el Dr. Javier Rejas, comentava en la seva conferència "Recomendaciones de la FDA y EMEA para la industria Farmacéutica", la idea que, una avaluació completa dels beneficis d'una intervenció sanitària passa per incloure evidències referents a l'efecte d'aquesta sobre l'estat de la salut i la qualitat de vida del pacient (evidències que necessàriament es recullen mitjançant qüestionaris auto-administrats o per entrevista). Aquesta idea que ja és subjacent entre els clínics i també és ja utilitzada en gran quantitat d'assajos clínics en els que s'inclou com a variables principals de resultat variables recollides a partir de qüestionaris PROM, ha incentivat a les autoritats sanitàries, tant dels Estats Units com d'Europa a tenir en compte els PROM en el procés normatiu.

Així, també, el Dr. José María Valderas, del National Health Service (NHS), en la mateixa jornada científica, menciona que arreu del món s'està duent una important tasca per incloure a tots el àmbits de l'atenció sanitària en els que sigui factible els resultats PROM. Per exemple, des del 2009, al NHS ja s'usen resultats PROM en procediments quirúrgics i actualment s'estan usant en estudis pilots de revascularització coronària, càncer, demència i malalties cròniques en atenció primària.

Podem doncs estar d'acord que en opinió dels professionals de la Medicina, la Fisioteràpia o de la Infermeria, davant certes decisions terapèutiques és cada dia més important fer partícip al malalt, atenent a les preferències d'aquest front a les diferents alternatives de tractament.

Per altre banda, en altres situacions dins l'àmbit sanitari que impliquen accions de conjunt, és cada dia més important conèixer el patró d'opinió a nivell de grups de pacients amb característiques comunes. En són exemples les decisions en matèria de polítiques sanitàries o de gestió dels recursos econòmics, en les que a igual cost/benefici és necessari atendre a les prioritats de la població i/o segments d'aquesta segons ells mateixos hagin manifestat. Així com, no cal dir, que per als estudis en l'àmbit de psicologia és absolutament necessari veure quins són els patrons de comportament a nivell individual, però també cal definir patrons

grupals de comportament davant de les decisions a prendre, sobretot en el moment actual de necessitat d'estudi i modificació de comportaments psico-socials.

En resum, el interès per a mesurar "Actituds" o "Preferències", ha crescut i en conseqüència és necessari tant buscar instruments de mesura d'aquestes adequats, vàlids i fiables, com desenvolupar nous models estadístics adequats per a analitzar les escales de mesures que es desprenen d'aquests qüestionaris (veure figura 1.1, pàgina 17).

1.1 Introducció a les dades ranking

En la construcció dels mencionats qüestionaris és conegut que per ésser eficaços, i recollir el màxim d'informació possible del màxim nombre d'individus, l'ús de les preguntes tancades amb categories pre-establertes, és la forma més usada. Sigui com sigui, és clar que pràcticament la totalitat dels qüestionaris estan construïts tals que l'escala de mesura de les respostes a cada una de les preguntes que el conformen és una escala ordinal, i dins d'aquestes, sobretot en l'àmbit sanitari, les més conegudes són les anomenades escales de Likert, procedents del món de la psicometria.

Si ens centrem en els qüestionaris on les respostes es donen en escala ordinal, ja sigui una Likert o un valor numèric ordinal directament, es dona la contradicció que, mentre en aquests, es suposa que fonamentalment la puntuació d'una pregunta (ítem) sobre un únic concepte es base en que totes les persones que responen interpreten que l'escala de mesura és la mateixa, s'ha vist en múltiples exemples que aquesta suposició no és certa. Així per exemple si estem davant una escala de Likert, en que un individu ha de distingir entre les categories: "Totalment en desacord", "en desacord", "neutre", "d'acord", i "totalment d'acord", el seu anàlisi suposa que tots els individus estableixen la mateixa distància entre aquestes possibilitats, i per tant en conseqüència, assignem valors escalars de 1 a 5 respectivament. En la realitat però, no és així. Donats dos

individus diferents, per el primer d'ells la distància entre estar d'acord i totalment d'acord pot ser una lleugera diferència i en canvi per el segon haver-hi un increment substancial [39]. Cal Observar que a més, contràriament a la pròpia definició d'escala ordinal, s'acostuma a treure'n la puntuació mitjana, desviacions etc.. i fins i tot a donar una puntuació total obtinguda de la suma de les puntuacions individuals de cada una de les preguntes del qüestionari, on cada una d'elles té una possible resposta en escala ordinal. Aquesta suposició, pot afectar a la validesa de la puntuació del test, independentment de que la puntuació total s'obtingui per suma sota la Teoria Clàssica de Resposta (CTT) o bé de forma més complexa sota la Teoria de resposta a l'ítem (IRT).

A més d'aquesta suposició, hi ha una dificultat afegida quan allò que es vol mesurar té una certa component de compromís i/o opinió. L'individu coneix el que és "socialment acceptat" o "ben vist", i per tant tendeix a valorar positivament les opcions socialment bones i a la inversa, i no tant a posicionar-se. D'altre banda els individus tendeixen a contestar el mateix en cada una de les preguntes d'una mateixa escala. Per tant doncs la majoria de respostes estan esbiaixades, no donant una escala de valors real. Aquests dos problemes es coneixen respectivament com a "*acquiescence bias*" o "*Yea-saying*" [3, 4] y efecte "halo and horn" [1, 2].

Per a tal de solucionar aquest problema de biaix, una possible forma és modelar a través d'anàlisis factorials amb una intersecció aleatòria, tot i que no sempre és adequat o aplicable [4]. Una altre forma d'atendre aquesta situació, és l'ús del que es coneix com test amb format de resposta **Forced-choice** (FC). En aquests enlloc d'avaluar cada ítem en relació a una escala de qualificació, els individus han d'escollir entre aquests, forçant-los a discriminar entre les alternatives o opcions donades, per tant implica un judici comparatiu. Les avantatges d'aquestes escales, FC, versus la resta, anomenades normative de forma general, foren descrites al 1996 tant per Baron com per Bratman [40, 41] i prèviament per Bloc al 1957 [42]. També, es poden veure algunes propietats de les mesures segons tinguin una estructura de normative o Forced Choice

a l'article de Lou del 1970 [43], qui també distingeix de forma específica les anomenades Ipsative³, escales de mesura ordinals, tal i com veurem més endavant.

Per altre banda estudis més recents demostren que el format FC pot ser molt útil en contexts on es mesura l'opinió, actitud,..., ja que permeten reduir la distorsió de la resposta socialment desitjable o correcta que produeix la pregunta a un únic ítem [45–48]. No vol dir, però, que els enquestats no puguin fingir les seves respostes amb el FC, però realment és bastant més difícil, sobretot quan les seves respostes poden tenir implicacions a la decisió posterior. A més Bratman, al 2007, mostra que si s'usa el format FC la validesa dels instruments augmenta en un 50% [48], així mateix ja havien parlat de la validesa de les mesures ipsative, al 2001, Martinussen et al. [49]. En resum els judicis comparatius realitzats en els qüestionaris d'elecció forçada tenen avantatges respecte els judicis absoluts realitzats en els qüestionaris de pregunta normativa en que es valora cada ítem per si sol. Tot i aquestes avantatges, cal dir que també han estat motiu de controvèrsia a causa de la seva interpretació i de la dificultat en el càlcul de les propietats psicomètriques habituals.

Dins de les escales Forced Choice destaquem les anomenades escales de Thurstone en les que es força a l'individu a emetre un judici comparatiu, concretament se'l força a escollir entre un pannel d'alternatives, opcions. Quan aquest judici es fa respecte un únic atribut (preferència, qualitat, tractament preferit, etc.), s'anomenen escales de Thurstone unidimensionals i per el contrari són les escales de Thurstone Multidimensionals. Ara bé, aquest judici es pot realitzar de diferents formes, en primera instància, i segons les va concebre el mateix Thurstone, es presentava a l'individu un conjunt de parelles, i ell havia d'escollir l'opció preferida

³El terme Ipsative prové del llatí Ipse: "ell" o "ell mateix", i va ésser usat per primera vegada per R.B. Cattell per anomenar un tipus d'escala en la que la puntuació a un atribut és relativa a les puntuacions a altres atributs per un mateix individu [44]

de cada una de les parelles, segons cert atribut. Aquest sistema és el que es coneix com a **Paired Comparison Data (PC)**. Però una altre sistema és presentar tot el pannel d'opcions a l'individu de cop, de tal forma que el que ha de fer aquest és ordenar aquestes de més a menys segons la seva preferència respecte l'atribut considerat. Així s'obté una resposta en escala ordinal coneguda com a **Ordinal Ipsative Data** en l'àmbit de la psicologia i de la psicometria, o com a **Preference Data** a Marketing, economia o Recursos humans. Tot i que atent més a la pròpia forma de respondre dels individus, es coneixen com **escales Ranking** o **Ranking Data**. Aquesta última nomenclatura és més pròpia de l'àrees de coneixement com l'estadística, l'enginyeria etc.

Un punt a destacar, tant pel que respecte a escales ordinal ipsative com paired comparison (comparacions binàries) és que aquest tipus de mesures son relatives, és a dir que no acaben donant un valor a cada una de les opcions/alternatives, per si soles, sinó en relació a les altres opcions/alternatives del pannel o parelles d'aquestes, respecte a les que el individu fa el judici.

Aquest tipus d'escala , ordinal ipsative o ranking, presenta a nivell de tractament estadístic, certes dificultats a l'hora d'analitzar les respostes d'un conjunt d'individus. La dificultat rau essencialment en el fet que les respostes observades d'un mateix individu son dependents entre elles donat que aquestes sumen sempre una constant. Per altre banda, també s'ha vist que no tendeixen a una distribució normal. En conseqüència, dades obtingudes a partir de qüestionaris en que l'escala de resposta de les diferents preguntes d'aquests siguin de tipus ordinal ipsative (ranking), no poden ser tractades amb les tècniques estadístiques habitualment conegudes, ja que es violen les principals condicions d'aplicació.

El nostre interès, doncs, és construir qüestionaris com a instruments de mesura de les aportacions dels pacients (PROM), en els que l'escala de mesura és de tipus ordinal ipsative (ranking). Ara bé, previ a

l'ús d'aquests en estudis clínics, cal estudiar possibles models estadístics que siguin adequats per analitzar les dades que s'en deriven d'aquestes respostes. A la vegada que caldrà veure'n quines són les propietats psicomètriques d'aquests.

En aquest punt doncs, es fa necessària la definició formal d'escala ordinal ipsative.

1.1.1 Definició d'escala Ipsative

S'anomenen dades **Ipsative** si $\forall i = 1, \dots, N$, el vector d'observacions d'un individu, i

$$X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik})$$

anomenat **Rank Vector**, es compleix que

$$\sum_{j=1}^k x_{ij} = m \tag{1.1}$$

Generalment tenim dades ipsative com a conseqüència del propi disseny de la investigació, com és el cas que ens ocupa, però no sempre és així, i poden venir d'una transformació de les dades crues, aleshores parlem d'ipsatització de les dades i al vector de dades d'un individu previ s'anomena pre-ipsative. Tant en un cas com en l'altre sempre podem trobar una funció que ens doni el vector ipsative a partir del pre-ipsative;

$$X = F(Y) \tag{1.2}$$

On X és el vector ipsative i Y el pre-ipsative.

Existeixen tres tipus de dades ipsative:

- **Additive Ipsative Data (AID):** quan s'han obtingut a través de la següent transformació

$$X_{AID} = (I - 1(1'1)^{-1}1')Y = AY \quad (1.3)$$

on I és la matriu identitat $k \times k$ i 1 el vector unitari $k \times 1$; X s'ha obtingut restant la mitjana individu a cada vector.

- **Multiplicative Ipsative Data (MID):** quan els resultats són mesurats en percentatges, per tant per un mateix individu els seus valors sempre sumen 100, essent els valors que componen el vector procedents de variables contínues. Aquestes es coneixen també amb el nom de **Dades Composicionals**. En aquest cas els darrers anys i encara actualment alguns autors com Addison, Greenware, Pawlowsky-Glahn, Mateu-Figueras i Barcella-Vidal entre altres han desenvolupat models estadístics del que n'hi ha una línia de recerca a la Universitat de Girona. Per aquest tipus de dades ipsative la transformació s'expressaria amb l'equació (1.2),

$$X_{MID} = (1'Y)^{-1}Y \quad (1.4)$$

- **Ordinal Ipsative Data (OID):** quan el vector de puntuacions d'un subjecte s'obté d'ordenar diferents objectes sense empats. Aquesta tècnica d'ordenar és especialment útil quan assumir graduacions numèriques a diferents alternatives és difícil. Si el nombre d'opcions no és massa gran permet optimitzar el temps, fet que interessa especialment quan es tracta d'investigacions de mercat, recursos humans, etc... Clarament les dades formen un vector ordenat amb

propietats ipsative ja que la suma del les puntuacions (observacions) és sempre $\frac{1}{2}k(k+1)$ essent k el nombre d'objectes a ordenar [50]. De la mateixa manera que els dos casos anteriors assumim la transformació (1.2) on F és una funció vectorial que calcula l'ordenació de Y .

Tal com ja hem avançat, és en aquest últim tipus de dades en les que centrarem aquest treball. Cal dir que a vegades, es formulen petites variacions en la forma de puntuar els ítems produint el que es coneix com a "Partial-Ipsative" i que serien escales de mesura que estarien entre les ipsative i les normative, però aquestes no seran tractades en aquest treball, que es centrarà en les conegudes en alguna literatura com a "Full-Ipsative", i dins d'aquestes les que hem definit aquí com ordinal ipsative data, i de forma equivalent ranking data, sinònims que utilitzarem de forma indistinta en aquesta tesi (veure 1.1, pàgina 17).

Una observació important, és el fet que en aquest tipus de qüestionaris, en els que cada una de les preguntes té com a resposta una escala ranking, el pannel d'alternatives, opcions, ítems, objectes, aspectes, productes, estímuls, teràpies, tractaments, etc, han estat pre-establertes amb anterioritat ja bé sigui perquè són les úniques opcions possibles o bé perquè a partir d'un procés experimental previ mitjançant tècniques d'investigació (a través de grups focals, entrevistes semi-estructurades a experts o altres metodologies) s'han determinat per tal que siguin les opcions més adequades al concepte que es vol mesurar. Així doncs, partint d'aquesta suposició, no entrarem en aquest treball, a qüestionar els ítems que es mostren a l'individu per tal de estableixi un ordre entre aquestes.

Notem que hi ha molts sinònims per anomenar les "opcions" que l'individu ha d'ordenar, i que estaran d'acord amb l'àmbit d'aplicació i/o tema del que tractem, així com estaran d'acord amb l'atribut segons el qual s'estableixi l'ordre. És per això que nosaltres establírem que de forma genèrica, d'ara endavant, en direm ítems o objectes a excepció que per el context s'entengui que s'ha d'utilitzar un altre sinònim sobretot en

els apartats referents a les aplicacions pràctiques o bé en algun apartat que s'especifiqui d'altre manera, com per exemple és el cas de la paraula estímulo en les explicacions de la teoria de Thurstone, ja que aquest és el terme usat per el propi autor. Així mateix, l'atribut respecte al que se li demana l'individu que ordeni aquests ítems, també depèn del context d'aplicació. En alguns casos serà el que més m'agrada, en d'altres el més adequat, o el més important, en altres de múltiple índole, per tant establírem com a forma genèrica l'atribut de preferència, parlant així de l'ítem més o menys preferit.

Fixades doncs les alternatives observem que en aquest tipus de respostes, és impossible que tots els ítems tinguin la mateixa puntuació, obligatòriament una puntuació alta fa que inevitablement hi hagin puntuacions baixes, i en conseqüència tots els possibles patrons tindran la mateixa mitjana. Així doncs, dos individus que ordenin els ítems en les mateixes posicions ens està indicant que aquests discriminen de la mateixa forma, diem que tenen el mateix perfil ipsative, tot i que no coneixem el valor que cada un d'aquests individus donen als diferents ítems. En el cas més extrem, podria passar que al primer dels individus no li agradés cap de les opcions, però com que està forçat a escollir, l'ordre que ha decidit és com ell discrimina entre aquests, i en canvi al segon dels individus li agradessin totes les opcions que s'ofereixen, però al està també forçat a escollir en el seu judici a l'hora de decidir té la mateixa forma de discriminar que l'individu anterior, és a dir aquests individus tindrien el mateix perfil però un es situaria a l'extrem inferior de la distribució i l'altre en el superior [51, 52].

Aquesta característica fa que alguns autors com per exemple Closs, indiquin que aquest tipus de puntuacions ipsative no estiguin indicades per a les comparacions entre individus ja que no donen informació de forma absoluta [51], En canvi altres autors, com Baron indiquen que el nombre d'ítems té un impacte directe en el patró d'escala de puntuació dels individus. El mateix Baron, juntament amb Karpatschhof postulen que a partir d'un nombre d'opcions i de mida de mostra el patró que es

troba tendeix al mateix perfil que es trobaria si el qüestionari es formulés en format normative i per tant si que poden utilitzar-se aquestes escales per a les comparacions entre individus [40, 41, 53–55].

Altres autors al llarg de les últimes dècades han destacat les avantatges d'usar escales de tipus ipsative, sobretot en qüestionaris de personalitat i/o preferències [56–60]. Cal dir que ja Thurstone, de qui són originàries aquest tipus d'escales, recomanava que el nombre d'alternatives que s'ofereix, per a què l'individu ordeni, no fos massa gran, per tal d'evitar la tendència a contestar sense criteri o en blanc [61–64]. Així, amb un nombre petit d'ítems és més probable que el perfil de la persona tendeix al valor absolut veritable.

Una desavantatge d'aquest tipus de preguntes és que els resultats dependran de les alternatives mostrades. Aquest biaix, és assumit per els investigadors raonant que el conjunt d'alternatives no han estat seleccionades a l'atzar. La selecció d'aquestes ha estat tenint en compte l'objectiu del que es vol mesurar, i seguint un procés d'investigació adequat per a la construcció del qüestionari. Tant mateix també existeixen limitacions en el nombre de possibles preguntes que ha de contenir un qüestionari en el que s'usa una escala de mesura de tipus Likert o normative.

En concret però, el nostre objectiu no és només, conèixer els diferents abordatges estadístics mitjançant els quals establir l'ordre de preferència entre certes opcions i respecte cert atribut d'una població donada, a partir de qüestionaris amb escales de mesura ranking. El que es pretén és anar més enllà, buscant models que permetin veure quina és l'escala d'interval subjacent al patró de decisió dels individus. De tal forma, que es pugui determinar quines de les alternatives mostrades són discriminants i quines no, és a dir obtenir la distància existent entre aquestes. Trobar un patró de preferències és rellevant, sobretot en situacions en les que no es pot atendre, l'opinió, o percepció a nivell individual, sinó que s'ha de fer a nivell de grup. Així, com és d'interès, veure com aquest perfil o patró varia en funció de característiques dels individus (subgrups poblacionals), o de propietats les mateixes alternatives. O el que és enca-

ra més interessant, veure si determinada intervenció sobre els individus modifica, al llarg del temps, el patró de preferència.

Queda justificada la necessitat de mesurar conceptes intangibles com són percepcions, preferències etc, que tendeixen a tenir la resposta esperable, a través de preguntes amb formulacions que portin a dades ranking, així com es fa necessari de que l'anàlisi d'aquestes vagi més enllà i es trobi la variable subjacent en escala continua d'interval que ens permeti interpretar tota la informació de l'ordre dels ítems i del procés discriminador que fan els individus en emetre els seus judicis sobre els ítems pre-establerts respecte l'atribut que s'està mesurant. En aquest sentit, destacar un article de Maydeu-Olivares i Böckenholt del 2008 en el que enumeren les deu principals raons, tant des de la perspectiva d'anàlisi estadístic com conceptual, per usar aquest tipus de mesura de dades ipsative [65]. També un altre article del 2008, de Krabbe et al., destaca les avantatges de les escales de mesura de Thurstone com a mètode per quantificar respostes subjectives en l'àmbit de ciències de la Salut [66]. Cal dir que també prèviament un article del 2004 indicava com construir indicadors de salut usant escales de Thurstone, però a diferència dels altres dos aquest es centra en respostes de tipus paired comparison data [67]. Alguns exemples de tests en diferents camps dins l'àmbit de la medicina, formulats amb respostes en escala ipsative (observacions ranking) en son el "Nottinham Healt Profile", concretament la subdimensió "sleep" d'aquest, el "15FQ Global Personality Inventor" o el "DCE for Sexual Quality of Life". També és habitual usar aquest format de dades ranking en qüestionaris que volen conèixer la participació en els assaigs clínics farmacològics [68–70], o bé un altre exemple d'aplicació és en genòmica per identificar diferents expressions dels gens [71]. En tots aquests estudis, l'anàlisi estadístic és simplement descriptiu, o bé s'apliquen tècniques clàssiques d'estadística amb petites modificacions, sovint criticades.

Un fet a observar, és que de forma no explícita, però constant, hem mencionat, l'interès per trobar l'escala de mesura continua subjacent a

les observacions realitzades a partir d'escala ranking. Aquesta escala continua és la que s'associa al procés intern que fa que un individu emeti un ordre o altre dels ítems, de tal forma que les respostes observades estan en escala ordinal, és a dir el que obtenim son observacions ranking, que anomenarem dades ranking.

1.1.2 Llei dels judicis comparatius. Procés discriminador.

Aquesta idea, d'un continuum psicològic, a partir del qual els individus estableixen el seu procés discriminador fou ja establerta per Louis Leon Thurstone al 1927 en el seu principal treball titulat "A law of comparative judgment", i que exposa en els seus articles "A law of comparative judgment", "Psychophysical analysis" i "The method of paired comparison for social values" del 1927, "Attitudes can be measured" del 1928, i "Rank order as psychophysical method" del 1931, treballs en els que Thurstone postula que el continuum psicològic es pot dividir en categories, i en el que també afirma que quan es presenta un estímul a una persona per a que faci un judici respecte algun atribut es produeix en el seu organisme l'anomenat "procés discriminador", assignant un valor escalar en un continuum psicològic [61–63, 72, 73]. A més segons el mateix Thurstone, quan es realitza aquest judici respecte un estímul (objecte , ítem etc..) un nombre gran de vegades, per un mateix individu o grup d'individus, els diferents valors es distribuiran al llarg del continuum psicològic (que anomenarem d'aquí endavant variable latent subjacent a l'escala de mesura de l'individu per l'objecte I_i , i l'anotarem com X_i) segons una Normal (distribució que anomenarem d'aquí endavant, distribució discriminant) , i.e.: $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i)$.

De fet, si es pensa bé, el fet d'haver d'escollir entre diferents possibilitats és una qüestió que la practiquem tots cada dia, ja sigui en coses tant senzilles com escollir el refresc que volem prendre entre els que ens ofereix l'amfitrió, com coses de més complexitat i conseqüències com decidir si a un malalt d'edat avançada que està en un procés terminal se li prac-

tica una intervenció quirúrgica quan els facultatius ho deixen a elecció de la família. Aquesta elecció la fem a partir de múltiples factors que influeixen sobre nosaltres, des de la nostra educació, els nostres valors, els nostres gustos, el pensament social, les modes etc, a partir dels quals tenim la nostra pròpia escala de valors, el nostre continuum psicològic que mencionava Thurstone, a partir del qual categoritzem i escollim la primera de les possibilitats que hem situat en aquest continuum, i així successivament, és a dir ho materialitzem amb un llistat ordenat i per tant en forma de categories ordenades, tot i que no sempre, en la nostra escala de valors, el fet d'escollir una opció per damunt d'una altre té la mateixa facilitat. A vegades entre dues opcions de seguida tenim clar l'ordre que establírem però entre dues altres opcions ens és més difícil distingir les nostres prioritats essent igualment probable posar un ítem abans que l'altre o a la inversa (veure figura 1.1, pàgina 17).

Tot i que és Thurstone qui estableix i posa les bases a la llei del judici comparatiu ja alguns psicòlegs, a finals del segle XIX i principis del XX, havien treballat amb experimentació empírica de discriminació, buscant la similitud entre una sèrie continua física i una sèrie continua sensorial. Es volia entendre les magnituds requerides en ambdues sèries a fi de percebre diferències entre estímuls (ítems) de la mateixa manera que es percebien per a variables físiques com per exemple el pes, talla, color, etc..

La suposició bàsica subjacent a la llei dels judicis comparatius, és que el grau en que dos ítems qualsevol poden ser discriminats és una funció directa de la diferència percebuda existent en relació al atribut que s'està mesurant. Tal com s'exposa en el treball de Thurstone [62], al 1860 Fletchner proposa una relació logarítmica entre magnituds físiques i/o sensorials, basada en el treball de Weber del 1846, en el que s'estableix que si P_{ij} és la probabilitat que un ítem I_i domini a un altre ítem I_j , i anomenem μ_i i μ_j a les magnituds corresponents a aquests ítems en l'escala de mesura ipsative, es compleix la relació (1.5), expressada en termes del que al 1892 postulà el psicòleg britànic Cattell [62], i que

també esmenta David, tot i que d'una forma més amplia, en el seu llibre del 1988 titulat " *The method of paired comparisons*" [74].

$$P_{ij} = P_{mn} \Rightarrow f(\mu_i - \mu_j) = f(\mu_m - \mu_n) \quad (1.5)$$

Observem que en aquesta formulació es dona importància a la diferència entre valors, distància. Explica Thurstone, que ja al 1901 Thorndike et al., usaven experiments de comparació entre parells d'objectes per provar hipòtesis de discriminació, formulant que la diferència entre la comparació de dos parells d'ítems d'una sèrie continua psicològica, és a dir $[(\mu_i - \mu_j) - (\mu_m - \mu_n)]$, era una funció de $[\Phi^{-1}(P_{ij}) - \Phi^{-1}(P_{mn})]$, on Φ^{-1} és l'inversa de la funció de distribució de la normal, suposant que les variables aleatòries eren independents i idènticament distribuïdes.

Tot i els treballs previs és Thurstone, al 1927, el primer que mostra que els mètodes d'escalament psicofísics es poden adaptar per a la mesura d'actituds. A partir d'aquesta idea, Thurstone desenvolupa una sèrie de procediments que permeten examinar si els valors escalars dels ítems estaven en una escala d'interval, articulats com la "lleï del judici comparatiu", i la "lleï del judici Categòric" [61–63, 72, 73]. On es presuposa que quan se li pregunta a un individu que expressi la preferència entre dos ítems, el resultat es determina amb la comparació dels valors per a les dues variables aleatòries; Si X_i és la variable associada a l'objecte de l'ítem I_i i X_j a I_j , aleshores l'individu ha jutjat I_i com un atribut de més interès que I_j si $X_i > X_j$. Segons aquesta lleï, quanta més distància hi hagi en el continuum entre dos ítems qualsevol, aquesta indicarà més grau d'acord entre els individus en quin dels dos ítems és més preferit, i inversament. Les teories psicològiques i psicomètriques de l'ús de dades en format *Paired Comparisons* postulades es poden trobar resumides en els textos de Guilford al 1954, Nunnally al 1976 i Torgerson al 1958, i la perspectiva estadística en els llibres de David del 1988 i de Bock and Jones al 1968 [75], teories que es poden estendre per a dades ranking, però que és un punt al que no entrarem ja que no són objecte de la present tesi.

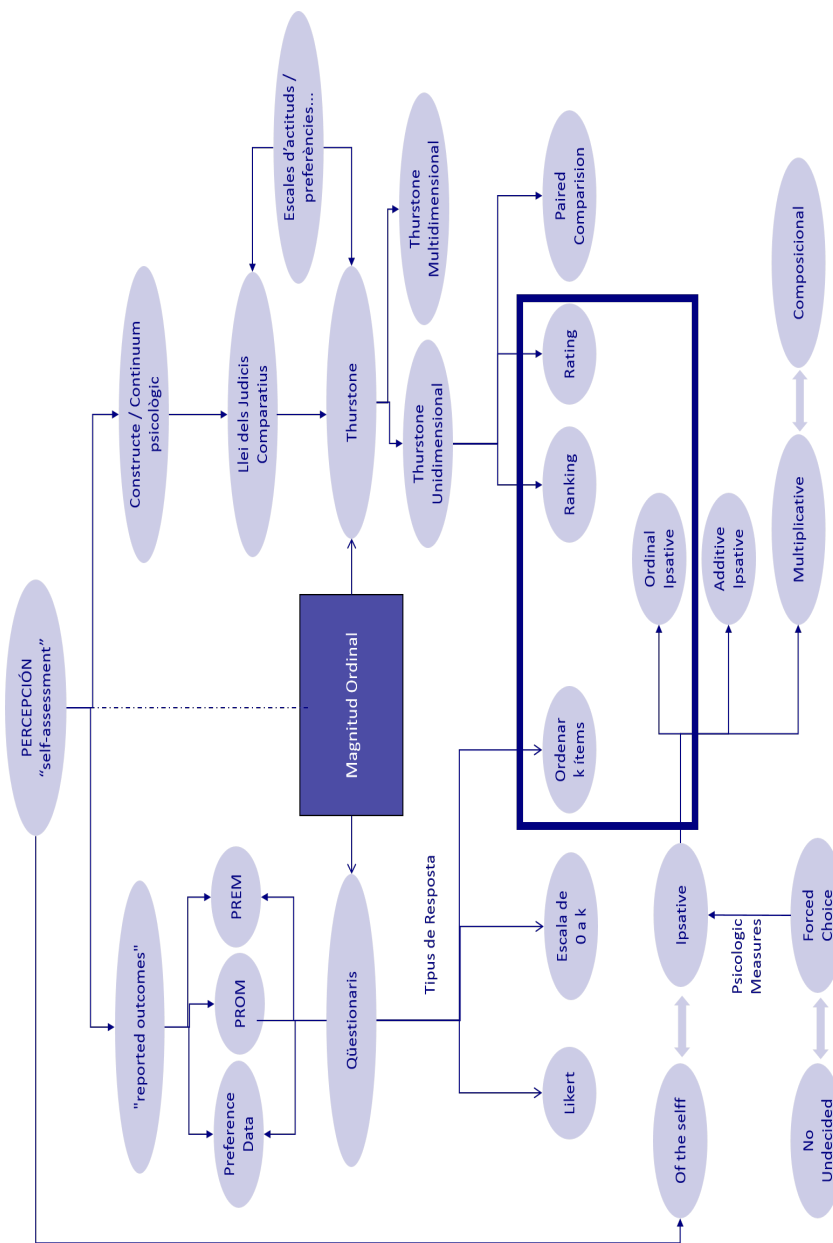


Figura 1.1: Marc Conceptual: Mesures de preferència en escala ipsative. Magnituds ordinals

1.2 Consideracions prèvies

Hi ha alguns aspectes relacionats amb les dades ranking, que es fa necessari exposar en aquest punt del treball, a fi d'aclarir algunes nomenclatures que segons diferents treballs es poden interpretar de diferent forma, o bé de definir alguns conceptes als que més endavant, al llarg d'aquesta tesi, farem referència.

1.2.1 Ranking Data versus Rating Data

És important distingir a què anomenem observacions ranking i a què anomenem observacions rating, ja que usar una forma o altre de registrar les respostes dels individus, pot conduir a confusions tant a nivell analític com a nivell d'interpretació.

Suposem, doncs que tenim k ítems o objectes, $I = \{I_1, I_2, \dots, I_k\}$, i n individus d'un població on cada un d'ells els ordena segons algun atribut, que en general anomenem "preferència".

En el cas que ens ocupa, exigirem que cada un dels individus hagi d'ordenar tots els ítems de forma forçada i que no es puguin establir empats, "full ranking". Així per a cada individu tenim un vector d'observacions segons aquesta ordenació establerta, havent-hi dues possibilitats en la forma de notar-ho, el que anomenem "**Rank Vector**", i el que anomenem "**Ordered Vector**", ambdós d'un espai de dimensió $k - 1$, ja que per la pròpia definició de l'estructura ipsative les seves components sumen la constant $m = \frac{1}{2}k(k + 1)$, tal i com s'ha definit en el cas de les "*Ordinal Ipsative Data*", que és el nostre cas.

Així doncs, si considerem el vector de respostes d'un subjecte qualsevol, i , aquell on la component j indica la posició de l'ítem I_j en l'ordenació establerta per l'individu, i , essent la puntuació que es dona a

l'ítem més preferit 1 i k al menys preferit, estem considerant l'anomenat "Rank Vector". Vector que pertany a l'espai de permutacions dels k primers nombres naturals, $R_k = \{R_1, R_2, \dots, R_{k!}\}$, vector que anotarem com $R^i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{ik})$. En canvi, si considerem el vector de respostes d'un subjecte qualsevol, i , aquell on a la component j hi ha l'ítem $I_{(j)}$, que notarem com $W_i = (I_{i(1)}, I_{i(2)}, \dots, I_{i(k)})$, on $I_{i(1)}$ indica l'objecte més preferit i consecutivament, aleshores estem considerant l'anomenat "Ordered Vector". Vector de l'espai de permutacions de k objectes, $T_k = \{T_1, T_2, \dots, T_{k!}\}$.

Per tal d'entendre millor aquestes dues formes diferents de registrar el vector d'observacions, veiem quins serien aquests en el cas de $k = 4$ opcions a ordenar, A,B,C,i D, per un individu que ha establert que la seva opció més preferida és la C, seguida de D, B, A consecutivament (veure taula 1.1).

Taula 1.1: Rank Vector vs Ordered Vector

Rank Vector	Ordered Vector
A 4	C 1
B 3	D 2
C 1	B 3
D 2	A 4
↓	↓
$R_j = (4, 3, 1, 2)$	$W_j = (C, D, B, A)$

Observem tant si usem el Rank com el Ordered Vector, que existeixen $k!$ permutacions diferents, que anomenem $R_j, j = 1, \dots, k$ (per el cas $k = 4$, podem veure les 24 formes diferents d'ordenar a la taula 1.2 de la pàgina 26, columnes 1 i 2 respectivament)

Segons el nostres plantejaments i exemples que tenim en aquest treball es parlarà i es treballarà amb el rank vector, R , ja que per altre banda si prenguéssim el Ordered Vector, W , parlariem de Rating Data i hau-

riem d'adaptar totes les equacions en funció d'aquest ja que adquireixen altres expressions substancialment diferents (es pot veure les diferències en l'article de Maydeu-Olivares, on es parla de les diferents formes de recollir les dades per a observar les preferències [76]). Per tant doncs a partir d'aquest punt ens centrarem en vectors de resposta Rank Vector provinents amb estructura de dades ranking.

1.2.2 Visiualització gràfica de dades ranking

Un cop posats d'acord en registrar les respostes dels individus amb una estructura de vector ranking, i abans de l'exposició dels mètodes analítics que es proposen a fi d'identificar la posició que ocupen cada un dels ítems en l'escala de mesura continua subjacent, és interessant visualitzar gràficament l'espai en que es representen les possibles respostes observades.

Donada la dependència entre les components per sumar una constant, per a k ítems ens situaríem en un espai de dimensió $k - 1$. Concretament les respostes pertanyen a l'espai simplex de permutacions, \mathbb{S}_k , en que cada possible permutació, correspon als vèrtexs del simplex formant el que anomenem **Polítop**⁴. Terme que van acunyar Yemelichev, Kovalev i Kravtsov al 1984.

És a dir, donat k , el polítop de les permutacions és el simplex convex dels punts $y \in S_k \subsetneq R_k$ tals que $\sum_{y \in S_k} \alpha_y y$ complint que $\forall \alpha_y \geq 0$, $\sum_{y \in S_k} \alpha_y = 1$ (veure la figura 1.2A i a la figura 1.2B, de la pàgina 22, corresponents a dues perspectives diferents del polítop per a $k = 3$, que en aquest cas el símplex és un hexàgon). El centre ve representat per

⁴*Definició de Polítop:* Conjunt de punts de l'espai \mathbb{R}^k limitat per hiperplans. La noció de polítop generalitza la de polígon i la de políedre. De fet, els polítops de \mathbb{R}^2 són els polígons i els polítops de \mathbb{R}^3 són els políedres. Un exemple de polítop a \mathbb{R}^4 és el tesseractis, que és l'hipercub de quatre dimensions.

el punt $c_m = \frac{k+1}{s} 1_k$, amb $1'_k = (1, 1, \dots, 1)$, i els punts subjacents, és a dir connectats, només difereixen per tenir intercanviades entre si dues components de la permutació, fet que serà així $\forall k$.

A partir d'aquesta representació, varis autors són els que han vist com poder representar i fer un anàlisi gràfic de les freqüències d'observació de cada vector rank en el conjunt dels individus enquestats [77–85]. Una de les més conegudes és la que proposa Thompson al 1993 en que representa a cada vèrtex la freqüència amb circumferències de radi proporcional a aquesta, tal i com es pot veure a la figura 1.2C i a la figura 1.2D per el cas de $k = 4$ [84]. Tot i que a nivell teòric existeix un polítop $\forall k$, és evident que gràficament no es pot visualitzar i per això, sense entrar en detall, el que proposa Marden al 1995 (capítol 3) és com fer una representació d'aquests a partir de projeccions dels polítops en espais de dimensió 2 i 3 [80].

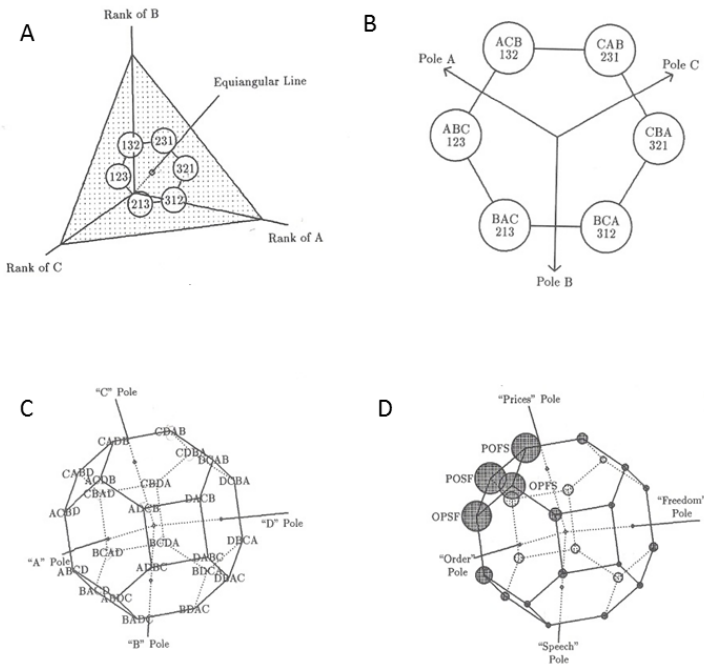


Figura 1.2: Representació gràfica de dades ranking amb polítops, Font: Marden, 1995

1.2.3 Transformació de dades ranking a dades paired comparisons

En tots els mètodes que es presentaran en el present document per a analitzar dades ranking, s'ha de realitzar una prèvia transformació de les respostes donades amb vectors ranking a respostes donades per vectors provinents de dades Paired Comparisons, ja sigui de forma explícita o implícita en la modelització. Tal transformació consisteix en el següent procés,

Signi $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ el vector d'observacions d'un individu, és a dir l'ordenació que ha establert aquest individu dels k ítems que tenia com a alternatives, I_1, I_2, \dots, I_k . Aleshores considerem totes les possibles parelles entre aquestes opcions $I_i I_j$ t.q. $i < j, \forall i, j = 1, \dots, k$ i definim el vector binari de dades paired comparison (comparacions binàries) de components 0 ó 1 t.q.

$$PC_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_i \succ x_j \\ 0 & \text{si } x_i \prec x_j \end{cases} \quad (1.6)$$

on el símbol \succ indica que l'ítem I_i és "més preferit" que l'ítem I_j i a l'inversa. Així amb aquesta transformació es forma un vector de dimensió \tilde{k} , on

$$\tilde{k} = \binom{k}{2}$$

Observem que essent aquest vector provinent d'ordenar els k ítems, no pot haver-hi empat, és a dir no es pot donar el cas $x_i = x_j$.

Així per exemple en el cas de $k = 4$, on tenim els ítems A, B, C i D, suposem un individu que ha establert el següent ordre dels 24 possibles, $x = (2, 3, 1, 4)$ és a dir,

A	2
B	3
C	1
D	4

aleshores, les variables derivades de les comparacions dels ítems de dos en dos, serien les variables que es defineixen com AB, AC, AD, BC, BD i CD (Si $k = 4$ aleshores $\tilde{k} = 6$), corresponents a variables dicotòmiques que prenen valor 1 si la primera de les opcions és preferida a la segona i 0 altrament. Així doncs en l'exemple obtindríem, (Recordem que un valor més petit indica "més preferit")

AB	AC	AD	BC	BD	CD
1	0	1	0	1	1

D'aquesta manera cada un dels 24 patrons possibles es transforma en un patró binari com podem veure a la taula 1.2 de la pàgina 26, havent-hi igualment 24 possibles vectors però de dimensió 6.

1.2.4 Freqüències de dades ranking o paired comparison associades

El primer que ens interessa a nivell descriptiu és conèixer la freqüència de cada possible resposta, així com dels vectors Paired Comparison associats. Així doncs les freqüències que considerem són les que es detallen a continuació.

Donat un conjunt de n individus que ordenen k ítems, podem definir la freqüència n_j com el numero de individus que ordenen els k ítems segons el rank vector $R_j, \forall j = 1, \dots, k!$, t.q.

$$\sum_{j=1}^{k!} n_j = n \quad (1.7)$$

Així mateix es poden definir les freqüències de totes les comparacions binàries possibles, $p_{i,j}, \forall i, j = 1, \dots, k, i \neq j$ com el nombre de individus t.q. $I_i \succ I_j$ i 0 per $i = j$, essent P_{ij} al el percentatge corresponent. Per el cas de dades ranking es compleix que,

$$p_{i,j} + p_{j,i} = n$$

ó el que és el mateix (1.8)

$$P_{i,j} + P_{j,i} = 100\%$$

Per el cas $k = 4$ tindriem la matriu de freqüències que es mostra a la taula 1.3 de la pàgina 26,

Taula 1.2: Matriu de transformació de dades ranking a dades paired comparison

Order Vector	Rank Vector	ab	ac	ad	bc	bd	cd
ABCD	1234	1	1	1	1	1	1
ABDC	1243	1	1	1	1	1	0
ACBD	1324	1	1	1	0	1	1
ACDB	1423	1	1	1	0	0	1
ADBC	1342	1	1	1	1	0	0
ADCB	1432	1	1	1	0	0	0
BACD	2134	0	1	1	1	1	1
BADC	2143	0	1	1	1	1	0
BCAD	3124	0	0	1	1	1	1
BCDA	4123	0	0	0	1	1	1
BDAC	3142	0	1	0	1	1	0
BDCA	4132	0	0	0	1	1	0
CABD	2314	1	0	1	0	1	1
CADB	2413	1	0	1	0	0	1
CBAD	3214	0	0	1	0	1	1
CBDA	4213	0	0	0	0	1	1
CDAB	3412	1	0	0	0	0	1
CDBA	4312	0	0	0	0	0	1
DABC	2341	1	1	0	1	0	0
DACB	2431	1	1	0	0	0	0
DBAC	3241	0	1	0	1	0	0
DBCA	4231	0	0	0	1	0	0
DCAB	3421	1	0	0	0	0	0
DCBA	4321	0	0	0	0	0	0

Taula 1.3: Freqüència de les comparacions binàries

λ	A	B	C	D
A	0	P_{AB}	P_{AC}	P_{AD}
B	P_{BA}	0	P_{BC}	P_{BD}
C	P_{CA}	P_{CB}	0	P_{CD}
D	P_{DA}	P_{DB}	P_{DC}	0

2.1 Hipòtesi

Un cop exposat en el capítol anterior el que entenem per dades ranking en escala ipsative i establertes les definicions i nomenclatura principals, la nostra **hipòtesi** es concreta en,

Les dades ranking, provinents d'ordenar una bateria d'ítems segons cert atribut, es poden modelar per tal de veure l'existència o no d'un patró de preferències comú a la població estudiada. Aquest patró, en cas d'existir, s'expressa en una escala de mesura continua d'interval, que permet establir la distància (procés discriminador) entre els ítems. Aquests models permeten establir un patró de preferències segons siguin les característiques associades als individus i/o al llarg del temps, i estudiar si existeixen o no diferències entre cada un d'aquest patrons.

2.2 Objectiu

L'objectiu principal d'aquesta tesi és,

Determinar els models que permeten trobar els canvis del patró de preferències d'una població, mesurades en escala ipsative, quan els individus d'aquesta realitzen cada un d'ells més d'una observació, ja sigui en diferents moments del temps i/o situacions experimentals.

D'aquesta forma es tenen com a objectius previs a fi de resoldre l'objectiu principal, els següents,

- Estudiar els models més adequats per a establir a partir d'observacions de dades ranking, provinents d'ordenar una bateria d'ítems segons cert atribut, un patró de preferències comú a la població estudiada, en cas de que aquest existeixi. Així, establir la distància entre cada un dels ítems en una escala de mesura continua d'interval subjacent al judici comparatiu que emeten els individus.
- Estudiar els models més adequats, per tal de poder establir el patró de preferències en la situació anterior, per a subgrups d'individus de la població, definits a partir de les característiques dels subjectes.
- Estudiar els models més adequats que permeten veure la influència que tenen certes propietats del ítems a ordenar en el patró de preferències dels individus de la població.

Models de Thurstone

En aquest capítol s'exposaran de forma resumida les bases teòriques que va desenvolupar Thurstone al 1927, per veure com en base a aquests conceptes es pot enfocar l'anàlisi de dades ranking. Després es presenten els aspectes metodològics per fer viable els procediments que donaran lloc a les estimacions. En particular veurem que aquests models prenen la forma d'un model SEM i per tant ser tractats amb algun dels softwares estadístics coneguts. Per últim es presenten els resultats de dos anàlisis un amb dades simulades i l'altre amb dades reals.

L'estratègia emprada en els dos estudis ha estat transformar les dades ranking a comparacions binàries (Paired Comparison, PC), tal i com s'ha exposat anteriorment a l'apartat [1.2.3](#)

3.1 Teoria de Thurstone

La Teoria de Thurstone del judici comparatiu del 1927 anava adreçada a entendre el procés que es produeix en el continuum psicològic quan un subjecte percep diferències entre estímuls.

Els models de Thurstone assumeixen que la probabilitat de confusió entre els dos ítems és una funció de la seva separació o distància psicolò-

gica, el que és el mateix, en funció de les incapacitats dels subjectes que discriminen els estímuls. Existeixen diferents models segons tractin les condicions que s'imposen a la mitjana i covariància. Una àmplia varietat d'estímuls han estat avaluats amb el model de Thurstone, la majoria dels quals involucren el cas V (un dels tipus de models de Thurstone), tot i que, tal com expressen Bock and Jones en el seu llibre [86], no els veiem en molta literatura degut a que requereixen integrals amb normals multivariants. Ara bé, degut a les recents publicacions sobre les noves formes de tractament de dades, fa que en la última dècada hagi augmentat l'interès per a models més complexes. En són exemples estudis com el de Takane sobre interessos polítics [87] i els estudis de McKenna i Hunt sobre problemes d'insomni i indicadors de salut [88, 89], que plantegen una nova forma de mesurar l'estat de salut per els clínics i epidemiòlegs. En el mateix camp de la salut, Ip et al. i Krabbe busquen com construir indicadors a través de escales de mesura d'aquest tipus [66, 67], com també ho fan Schaie que utilitza aquestes escales en temes de habilitats mentals [90], i Handley en temes de qualitat [91]. Així mateix cal destacar com clàssics els estudis que va fer el mateix Thurstone el 1927 sobre valors socials, on s'avaluaven aspectes com l'avortament i la vigilància mèdica [72, 92].

3.1.1 Models de Thurstone

Hi ha una sèrie de premises darrera dels models de Thurstone que es poden resumir en els següents punts:

- Quan a un subjecte se li presenta un estímulo (ítem) per a que faci un judici respecte algun atribut, es produeix un procés discriminant a través del qual assigna un valor subjectiu X_i , és a dir un valor en un continu psicològic.
- Un mateix estímulo no sempre produeix en el subjecte el mateix procés discriminant degut a una sèrie de factors de motivació, físics, ambientals, personals, . . . que són variables en el temps i influeixen

en els judicis d'una persona. Per tant un judici a un estímul pot variar el valor assignat si se li presenta aquest varies vegades. S'assumeix que si el nombre de vegades que s'emeta el judici és gran, podem obtenir una distribució de freqüències de tots els valors subjectius que ha assignat el subjecte a través dels diferents processos discriminants. Thurstone assumeix que en aquest cas, aquesta distribució s'ajusta a una Normal, i.e: De tots els possibles $k!$ patrons per a k ítems, si n_j és la freqüència en que ha estat observat per a una mostra de mida n cada un d'ells, clarament la distribució conjunta de les variables aleatòries $\{n_1, n_2, \dots, n_k\}$ és una distribució multivariant Hipergeomètrica, de forma que quan $n \rightarrow \infty$ es pot aproximar per una distribució Normal multivariant [14].

- La mitjana i desviació estàndard de la distribució, anomenada *distribució discriminant*, són el valor escalar de l'estímul y la dispersió discriminant respectivament.
- Quan se li presenten al subjecte dos estímuls I i J en diferents ocasions, sota les suposicions anteriors, cada un d'ells genera una distribució discriminant Normal, amb els respectius valors escalars μ_i, μ_j i les seves dispersions discriminants σ_i i σ_j respectivament.
- Si els dos estímuls es presenten a l'individu simultàniament per a que els compari i emeti un judici sobre quin d'ells és l'estímul dominant en la direcció del atribut (per exemple el judici pot ser "preferència" entre els estímuls "organització" o "autonomia" de l'estil d'aprenentatge") es produeix una diferència entre els valors subjectius assignats a cada un d'ells ($X_i - X_j$) a través dels processos discriminants, dita *diferència discriminant*. Així si es presenta aquesta comparació un nombre gran de vegades, la diferència discriminant no tindrà sempre el mateix valor, podent obtenir una distribució d'aquesta, que segons Thurstone, també segueix una distribució Normal, de mitjana $\mu_{i-j} = \mu_i - \mu_j$ i amb desviació estàndard donada per,

$$\sigma_{i-j}^2 = \sigma^2(X_i - X_j) = \sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2\sigma_{kj} = \sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j \quad (3.1)$$

- L'estimació dels valors escalars associats als estímuls a partir dels judicis emesos per el subjecte al comparar-los dos a dos, es recolza en el supòsit de la llei dels judicis comparatius que en la que s'assumeix que la distribució d'aquests és normal, sota el qual tenim que

$$Z_{ij} = \frac{(\mu_i - \mu_j)}{\sigma_{ij}} \quad (3.2)$$

de la que

$$\mu_i - \mu_j = Z_{ij} \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j} \quad (3.3)$$

Els models que es deriven de la teoria tenen difícil aplicació pràctica degut a que el sistema té més incògnites que equacions i per tant no té una única solució. Això ens porta a introduir restriccions i suposicions que donen lloc als models de Thurstone, coneguts com a casos. Un dels supòsits comú a tots els casos és que la llei del judici comparatiu es compleix tant si és un sol subjecte el que emet nombrosos judicis comparatius com si és una mostra gran de subjectes que emeten un sol judici. Tots els casos del model de Thurstone estant basats en que cada estímulo ha estat comparat amb els demés un gran nombre de vegades. Així les dades brutes que ens serveixen per a l'aplicació del model són els percentatges corresponents les comparacions de I versus J , on I resulta més preferit que J .

$$P(I > J) = P(Z_{ij}) \quad (3.4)$$

A partir d'aquestes freqüències podem obtenir les proporcions corresponents, que es transformaran en puntuacions Z , seguint les indicacions de Maydeu-Olivares [9]. Que s'explicaran més endavant a l'apartat 3.2,

basat en els models clàssics de Thurstone que fa Takane (1987-1989) i que es resumeixen en,

a) Unrestricted Thurstonian Model:

No s'imposa cap restricció al vector de mitjanes i la matriu de variàncies i covariàncies de les variables subjacents als estímuls.

b) Thurstone's Cas III model:

Aquest cas suposa que les k variables subjacents a les opcions no estan correlacionades, i donada la suposició de distribució Normal implica independència entre elles, i consegüentment les covariàncies seran 0 (Σ_t és diagonal)

c) Thurstone's Cas V model:

En aquest, a més de les suposicions del Cas III, s'hi afegeix que la variància sigui igual per a totes les variables subjacents a les opcions, així $\Sigma_t = \sigma^2 I$

Quan un test o qüestionari genera dades ranking, aquest es transforma en un model de comparacions binàries donant lloc a les mateixes avantatges. Alguns exemples recents son estudis que involucren nens petits [93, 94], d'altres que s'ocupen de les característiques del menjar [95–98], entre altres. Tres avantatges principals justifiquen l'ús d'aquest mètode, la primera d'elles és que minimitza les restriccions a imposar sobretot quan el nombre d'opcions a donar és petit; la segona, que les comprovacions de la consistència interna faciliten la identificació d'aquells subjectes que no tenen clares les seves preferències, és a dir si els enquestats són coherents en els seus judicis les mesures obtingudes i els valors predictius que s'en facin tindran una aplicació més adient. I per últim donen una font d'informació molt vàlida sobre els efectes de les diferències individuals, així com perceben quan les relacions són similars entre les alternatives a triar.

Varis autors desenvolupen mètodes per a l'anàlisi de dades ranking basats en els models Thurstonians, en concret destaquem els realitzats al 1992 per Böckenholt que posen els antecedents al treball actual. En aquests es va generalitzar el model de Thurstone per comparar judicis a un model de dades ranking parcialment multivariant, on s'assumeix que el vector de valors subjectius, $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)'$ és Normal amb mitjana μ_x i matriu de covariàncies Σ_x . En el procediment que descriu es requereix treballar amb integrals multivariants d'ordre superior [5].

Un altre treball de Böckenholt, al 2002, usa una estructura de vector auto-regressiu per a buscar les relacions entre ordenacions passades i actuals, però tot i les aportacions interessants d'aquest treball l'objectiu d'aquest és relativament diferent al nostre [8]. Uns altres estudis interessants són els de Chan and Bentler del 1993 al 1996 en els que proposaren un mètode per analitzar dades ipsative en el cas d'un sol grup [10, 12], que més tard Cheung and Chan van estendre a més grups amb el seu treball del 2002 [50], tot i que es requereixen procediments tediosos permet obtenir l'estimació dels paràmetres i els seus errors estàndards a través de models factorials. Es pot veure aquest mètode, així com algunes especificacions alternatives als dos treballs de Cheung del 2004 i 2006 respectivament en els que fa una reparametrizació del factor de primer ordre proposat per Chan and Bentler al 1993 com a un factor de segon ordre restringit [13, 99]. És interessant veure també el treball de Chan and Bentler (1998) sobre l'anàlisi de la covariància de dades ranking ordinals [11].

En el 2001 es publica l'article de Maydeu-Olivares que relaciona els models Thurstonians per a dades de comparacions binàries amb els models Thurstonians per a dades ranking, basant-se en l'assignació de probabilitat 0 a tots els patrons intransitius [15]; en el treball del 2002 es plantegen els models de Thurstone com a models normals multivariants que han estat discretitzats, partint de imposar restriccions als llinars d'aquesta discretització, com també se n'imposen a les correlacions de les variables normals subjacents als judicis que fa l'individu, així com es

proposa una formulació analítica per estimar els paràmetres a partir de les marginals de primer i segon ordre de la taula de contingència usant els estimadors proposats per Muthén al 1984 [76, 100]. En aquests articles Maydeu-Olivares mostra també un estudi de simulació on veu el problema com un cas particular de models SEM i descriu els avantatges i desavantatges entre escollir l'estimador, ULS (unweighted least squares), o DWLS (Diagonally weighted least squares) o WLS (full weighted least squares), en el procediment per a trobar-ne la solució.

El mateix Maydeu-Olivares del 2003 al 2005 amplia els seus estudis, veient que no és adequat del tot l'assignació de probabilitat 0 als patrons intransitius, i concretament al 2003 estudia el model Unrestricted de Thurstone basant-se en el model proposat per Takane al 1987 afegint un vector d'errors de cada parell específic comparat, estudia aquest model tant en el cas en que les variàncies dels errors de cada parell es suposen iguals per a tots els parells com en el cas que no [16]. Considera també un model basat en la mitjana i les correlacions i no en les variàncies com fins ara s'havia fet en tots els estudis. Al 2005 proposa un model basat en Thurstone i models d'equacions estructurals per analitzar dades binàries i ranking Data que és el mètode que utilitzarem donada la seva adequació als nostres casos [9].

3.2 Models de Thurstone amb dades ranking

D'acord a la teoria de Thurstone, quan un individu fa una comparació binària està fent servir unes variables latents anomenades utilitats associades a cada un dels ítems. Per tant tindrem tantes variables utilitats com ítems a ordenar. Així un individu respon que prefereix l'ítem i al j perquè la utilitat latent per i és més gran que la de j i conseqüentment ordena l'ítem i abans de l'ítem j . Aquesta forma de comparar dona lloc a les variables dicotòmiques, y_l , $l = 1, \dots, \tilde{k}$, codificades de la següent forma,

$$y_l = \begin{cases} 1 & \text{si } t_i \geq t_j \\ 0 & \text{si } t_i < t_j \end{cases} \quad (3.5)$$

on

$$\tilde{k} = \binom{k}{2}$$

i el signe d'igualtat és arbitrari donat que les utilitats latents, t_i es suposen contínues i per tant mai poden prendre exactament el mateix valor.

3.2.1 Variables latents subjacents als ítems de comparació

Una forma alternativa a l'equació (3.5) és expressar-ho en termes de diferència entre les utilitats latents, obtenint les variables aleatòries contínues y_l^* , variables no observades donat que tampoc ho son les t_i ,

$$y_l^* = t_i - t_j \quad (3.6)$$

de forma que la relació que s'estableix entre la resposta a les comparacions binàries i les diferències entre les utilitats latents es pot expressar mitjançant

$$y_l = \begin{cases} 1 & \text{si } y_l^* \geq 0 \\ 0 & \text{si } y_l^* < 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Cal destacar que la diferència entre les variables latents determina la resposta de preferència, és a dir, no hi ha el terme d'error en l'equació (3.6), això és així perquè les respostes de les tasques de classificació són transitives [9], és a dir donats tres ítems I_i , I_j i I_l , que provenen d'una estructura d'ordenació (ranking data) de k ítems, obligatòriament si $I_i \succ I_j$ i $I_j \succ I_k$ obliga a que $I_i \succ I_k$, mentre que si les respostes provinguessin directament de comparacions binàries, podria donar-se el cas intransitiu en el que un individu considera que $I_i \succ I_j$ i $I_j \succ I_k$ però el mateix individu també estableix que $I_i \prec I_k$. (Podem veure en l'annex A.1 com s'expressarien l'equació (3.6) i el que segueix, en el cas que observéssim directament les comparacions binàries k ítems (Paired Comparison data) i que per tant no tindríem transitivitat i en conseqüència hauríem d'afegir el terme d'error [101, 102]. Notem també que d'acord amb el model de Thurstone per a cada parell de comparacions (tant per dades ranking data com per Comparison Data) tindríem

$$\begin{aligned} Pr \left(\bigcap_{l=1}^{\tilde{k}=n} y_l \right) &= \\ &= \int \underbrace{\dots}_{R} \int \phi_{\tilde{k}}(y^* : \mu_{y^*}, \Sigma_{y^*}) dy^* = \\ &= \int \underbrace{\dots}_{R} \int \phi_{\tilde{k}}(y^* : A\mu_t A', A'\Sigma_t A + \varpi I) dy^* \end{aligned}$$

on $\phi_{\tilde{k}}(\cdot)$ és la densitat d'una distribució Normal i els intervals de l'àrea d'integració a \mathbb{R} són,

$$R_l = \begin{cases} (0, \infty) & \text{si } y_l = 0, \\ (-\infty, 0) & \text{si } y_l = 1 \end{cases}$$

expressant l'expressió (3.6) en forma matricial s'obté,

$$y^* = At \quad (3.8)$$

on y^* el vector latent diferència entre les respostes de dimensió $\tilde{k} \times 1$, t és el vector $k \times 1$ d'utilitats latents, i A és la matriu de disseny $\tilde{k} \times k$ (amb els coeficients), que ens permet escriure les \tilde{k} equacions vistes en (3.6).

Per el cas $k = 4$, surten 6 comparacions binàries que donen lloc a 6 equacions sota l'expressió (3.6). per exemple quan es compara l'ítem 1 i el 2, l'equació correspondria a

$$y_{(1,2)}^* = t_1 - t_2$$

que és justament la primera fila de la següent matriu,

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

en la que les columnes corresponent a les alternatives A,B,C,D respectivament i les files a les comparacions binàries $\{A,B\}$, $\{A,C\}$, $\{A,D\}$, $\{B,C\}$, $\{B,D\}$, $\{C,D\}$ respectivament.

Segons el mètode de Thurstone suposem que el vector de variables latents tendeix a una distribució Normal multivariant,

$$t \sim N(\mu_t, \Sigma_t) \quad (3.9)$$

on μ_t és el vector de les mitjanes de les k variables latents, i Σ_t la matriu de variàncies i covariàncies d'aquestes, de la mateixa manera y^* té també distribució Normal multivariant, donada la seva relació lineal amb t . De (3.8) i (3.9) es dedueixen el vector i matriu de variàncies i covariàncies de les diferències entre les respostes latents, essent aquestes,

$$\mu_{y^*} = A\mu_t$$

$$i \tag{3.10}$$

$$\Sigma_{y^*} = A\Sigma_t A'$$

on μ_{y^*} és el vector de mitjanes de les variables latents de la diferència entre les de resposta, y^* , i a la matriu Σ_{y^*} , hi trobem les seves variàncies a la diagonal i les covariàncies a la resta d'elements. Aquestes diferències latents estan lligades a les comparacions entre les respostes observades a través de la relació expressada a l'equació (3.7).

Així, doncs el nostre objectiu de trobar el patró de preferències sobre k ítems d'un grup de n individus, i veure quins són els ítems discriminants en un continuum psicològic (veure figura 3.1 de la pàgina 40, és equivalent al problema de trobar les estimacions del vector de mitjanes, i la matriu de covariàncies de les variables latents. Per tant podrem transformar les nostres equacions a un model d'equacions estructurals (SEM), en el que es necessita imposar certes restriccions a la matriu de covariàncies del vector de variables t per a poder ser identificada [5, 6, 10–12, 14, 103–108]

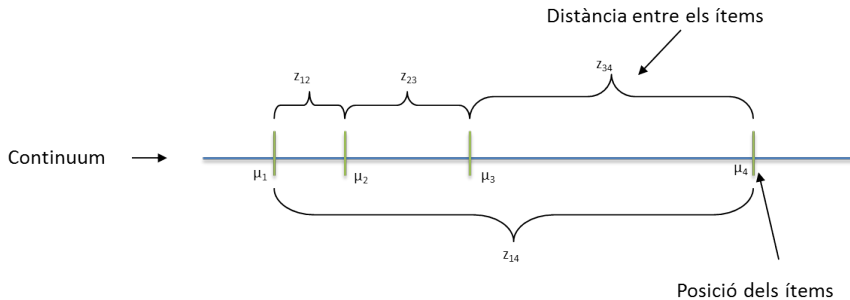


Figura 3.1: Posició dels ítems que s'ordenen en el continuum psicològic

Un punt clau és la matriu de variàncies i covariàncies, Σ_t , i les diferents imposicions sobre aquesta. Restriccions que ens permetran obtenir solucions determinades per a les mitjanes de les utilitats latents i per tant explicar diferències entre els judicis latents i el seu patró de preferències com a grup. Per a buscar les solucions als paràmetres seguirem el model que suggereix Thurstone al 1931 (resumit a l'inici del present capítol a la pàgina 29), aplicant els processos desenvolupats per Muthén al 1978 i 1993 [109, 110] per modelar sistemes d'equacions estructurals per a variables dicotòmiques tal i com els trobem descrits en diferents articles tant de Maydeu-Olivares com de Böckenholt, mètode que s'exposa a continuació.

A la figura 3.2 de la pàgina 41 es pot veure un exemple de la representació gràfica de les diferències de les utilitats latents per a $k = 4$ en el que s'han imposat certes restriccions a les variàncies i covariàncies donant lloc al cas Unrestricted (exposat a l'apartat 3.1.1) i del que més endavant desenvoluparem detalladament la forma d'aplicar-los en dades provinents d'una estructura dades ranking.

En primer lloc, abans d'exposar les diferents restriccions que s'imposen i l'esquema de seqüència que es segueix es fa necessari fer un parèntesi en relació a les correlacions tetracòriques.

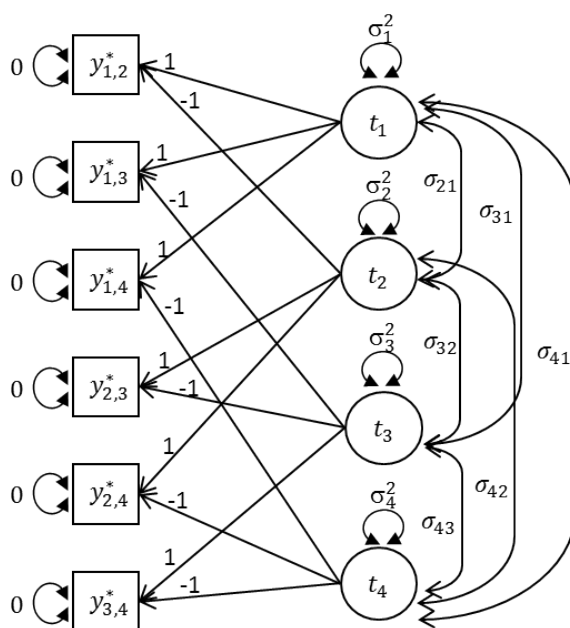


Figura 3.2: Variables latents. Cas Unrestricted del model de Thurstone (Redibuixat de les de Maydeu-Olivares)

3.2.2 Correlacions tetracòriques per a dades ranking

Cal veure com s'expressa la forma estandaritzada de les diferències de les variables latents, ja que es necessita per tal d'estimar les correlacions tetracòriques en el cas que ens ocupa. Aquestes correlacions són un cas particular de les que s'usen a la teoria de resposta al ítem (IRT), derivades de la taula de contingències 2X2, en la que s'assumeix una distribució normal bivariant ¹. Recordem que els paràmetres d'interès en els models d'equacions estructurals es fa a partir de l'estimació d'aquestes correlacions tenint en compte el llinard on cauen els punts usats com a valor límit (o llinard) per a dicotomitjar les variables latents.

Així doncs, l'expressió matricial de les diferències latents estandaritzades s'expressa a través de les equacions,

$$z^* = D(y^* - \mu_{y^*}) \quad (3.11)$$

amb z^* el vector de les respostes estandaritzades de les diferències de

¹El Coeficient de Correlació Tetracòrica (CCT), r_i per veure l'associació entre variables binàries resultants d'una distribució normal bivariant, és la correlació lineal de Pearson de les variables normals subjacents a les variables binàries, en que el càlcul es realitza a partir de una sèrie infinita de r_t donada per l'expressió

$$\begin{aligned} \frac{ad - cd}{n^2 y y'} = \\ = r_t + z' z \frac{r_t^2}{2} + (z^2 - 1)(z'^2 - 1) \frac{r_t^3}{3!} + (z^3 - 3z)(z'^3 - 3z') \frac{r_t^4}{24} + \dots \end{aligned}$$

on a, b, c, d son les freqüències corresponents a la taula de contingència, n la mida de la mostra, z la puntuació estàndard que divideix la distribució normal en dues àrees de valors $(a + c)/n$ i $(b + d)/n$, i z' és la puntuació estàndard que divideix la distribució normal en dues àrees de valors $(c + d)/n$ i $(a + b)/n$. Els valors de y i y' son les ordenades en la distribució normal corresponents a z i z' .

les variables latents i D la matriu diagonal que conté les inverses de les variàncies de y^*

$$D = [Diag(\Sigma_{y^*})]^{-1/2} \quad (3.12)$$

d'aquesta manera z^* té distribució Normal multivariant amb vector de mitjanes 0 i matriu de correlacions tetracòriques P_{z^*} , on

$$P_{z^*} = D(\Sigma_{y^*})D = D(A\Sigma_t A')D \quad (3.13)$$

per la qual la relació existent entre les diferències latents estandaritzades i el vector de comparacions binàries observades, y , es pot reescriure com,

$$y_l = \begin{cases} 1 & \text{si } z_l^* \geq \tau_l \\ 0 & \text{si } z_l^* < \tau_l \end{cases} \quad (3.14)$$

essent τ , el vector format per cada un dels límits τ_l , que permet crear la variable dicotòmica, y_l , a partir de la latent respectiva, per tant és un vector de dimensió $\tilde{k} \times 1$, corresponent a les \tilde{k} comparacions binàries. i s'expressa mitjançant l'equació (3.15)

$$\tau = -DA\mu_{t^*} \quad (3.15)$$

3.2.3 Restriccions de Maydeu-Olivares

Com s'ha vist s'han d'imposar condicions a la matriu de variàncies i covariàncies per a tal que el sistema no tingui més incògnites que equacions, aleshores a través d'un model SEM (que més endavant veurem com s'expressa aquest en el cas de dades ranking) i de les relacions establertes per les equacions que ens relacionen les intercepcions i correlacions tetracòriques podrem estimar els nostres paràmetres d'interès μ_t i Σ_t . Detallem a continuació les restriccions que imposem en cada un dels tres casos dels models de Thurstone que utilitzarem (vistes a la pàgina 33 de l'apartat 3.1.1)

- a) **Unrestricted Thurstonian Model:** Aquest model requereix tres suposicions, la mitjana de la variable latent de la última opció es fixa a 0, $\mu_k = 0$; Recordem que els judicis es fan sempre en termes relatius, per tant el que estem fent és imposar "l'origen" en la última de les opcions, i en conseqüència les mitjanes estimades seran relatives a aquesta opció, poden doncs ésser negatives en el cas que l'opció sigui menys preferida que la última. Fixem també les covariàncies que involucren la última latent a 0 i la variància d'aquesta a 1, $\sigma_{j,k} = 0 \forall j = 1, \dots, k$, $\sigma_k = 1$. També fixem la variància de la primera de les variables latents a 1, $\sigma_1 = 1$
- b) **Thurstone's Cas III model:** En aquest cas només fixem, $\mu_k = 0$ i $\sigma_k = 1$, ja que la suposició del mateix cas, variables latents incorrelacionades ja imposa que totes les covariàncies són 0.
- c) **Thurstone's Cas V model:** Per últim donades les restriccions del cas anterior i la suposició del Cas V de homogeneïtat de variàncies [111], obtindrem que $\Sigma_t = I$, i $\mu_k = 0$

En el cas $k=4$, obtindriem:

$$\mu_{\mathbf{t}} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

per el Model Unrestricted

$$\Sigma_{\mathbf{t}} = \begin{pmatrix} 1 & \sigma_{21} & \sigma_{31} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{32} & 0 \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

per el Model Cas III

$$\Sigma_{\mathbf{t}} = \begin{pmatrix} \sigma_2^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

per el Model Cas V

$$\Sigma_{\mathbf{t}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Un cop vist de quina forma es transformen les dades observades i l'estratègia de les restriccions als models de Thurstone, veurem de quina forma els models per a dades ranking es poden veure com un model d'equacions estructurals (SEM),

3.2.4 Dades ranking expressades amb models SEM

El model de thurstone expressant com un model SEM el tractarem el Software Mplus seguint la guia de L.Muthén i B. Muthén en la seva última versió [112]. Altres softwares possibles serien els de LISREL ó EQS, però no s'opta per aquests perquè no és més adequat per a SEM quan es té una sola població, tal i com aconsella Maydeu-Olivares. A més Mplus té els algoritmes adaptats a les indicacions dels articles de Muthén i Satorra. A fi de modelar les relacions lineals de \tilde{k} indicadors, y^* , en p variables latents η , utilitzarem el següent model on les variables no son exògenes [100, 109]:

$$y^* = \nu + \Lambda\eta + \varepsilon \quad (3.16)$$

$$\eta = \alpha + B\eta + \zeta \quad (3.17)$$

on a l'equació (3.16), ν és el vector de dimensió $\tilde{k} \times 1$ de components cada un dels límits que ens han permès definir els diferents líndars en les observacions, Λ la matriu $\tilde{k} \times p$ que conté els coeficients dels factors, ε el vector de residus de dimensió \tilde{k} .

I a l'equació (3.17), α el vector de dimensió $p \times 1$ de components cada un dels límits que ens han permès definir els diferents líndars per a l'equació estructural, B la matriu de dimensió $p \times p$ que conté les pendents per a la regressió de les variables latents en funció d'unes variables i ζ el vector de residus de dimensió p en l'equació estructural.

A més de seguir el model d'equacions estructurals sota les equacions (3.16) i (3.17) assumim que els vectors de residus ε i ζ tenen mitjana

0 i que entre ells son incorrelacionats, amb matrius de covariàncies Θ i Ψ respectivament.

Segons aquesta expressió del model SEM podem escriure el vector de mitjanes i la matriu de variàncies i covariàncies de y^* a través de les equacions (3.18) i (3.19) [100, 109],

$$\mu_{y^*} = \nu + \Lambda(I - B)^{-1}\alpha \quad (3.18)$$

$$\Sigma_{y^*} = \Lambda(I - B)^{-1}\Psi(I - B)^{-1}\Lambda' + \Theta \quad (3.19)$$

De tal forma que només prenent a les equacions (3.16) i (3.17) els valors $p=k$, $\eta = t$ i $\varepsilon = 0$, tenim el cas de dades ranking. A més a més si prenem com a valors, a les equacions (3.18) i (3.19), $\nu = 0$, $\Lambda = A$, $I - B = I$, $\alpha = \mu_t$, $\Psi = \Sigma_t$ i $\Theta = 0$ obtenim les equacions (3.9) vistes en els models Thurstonians de l'apartat 3.2.1, per tant aquestes últimes no son més que un cas particular d'un model SEM, tal i com havíem indicat. Així doncs, podem estimar els paràmetres, les mitjanes de les variables latents, t , seguint les indicacions per aquest tipus de models SEM, que desenvolupa Muthén entre 1978 i 1997 [100, 109, 110, 113, 114] i imposant les restriccions que imposen explicades a l'apartat 3.2.3

3.2.5 Estimació de les mitjanes de les variables latents

Un cop vista l'expressió del problema com un model d'equacions estructurals i a la vegada vist com es transformen les dades ranking a Paired Comparison, per últim veurem les etapes que es segueixen per tal de trobar els estimadors d'aquest indicadors binaris,

- 1^a Etapa: Calcular l'estimació dels diferents límits i les correlacions tetracòriques (veure apartat 3.2.2)
- 2^a etapa: Estimar els paràmetres partir de les estimacions de l'apartat anterior minimitzant la funció,

$$F = [\tilde{s} - s(\theta)]' \widehat{W} [\tilde{s} - s(\theta)] \quad (3.20)$$

essent \tilde{s} el vector de tots els límits i correlacions tetracòriques estimades, i $s(\theta)$ les restriccions que se'ls hi han imposat. Per al cas dels models Thurstonians, θ és el vector dels paràmetres μ_t i Σ_t , i.e: $s(\theta)$ conté els límits i les correlacions tetracòriques per sota de la diagonal, expressades en funció de μ_t i Σ_t tal i com s'indica a les equacions (3.13) i (3.15)

Considerant la matriu de covariàncies que s'estima a partir dels límits i les i correlacions tetracòriques definides, existeixen dues formes d'escollir \widehat{W} a l'equació (3.20) a fi de trobar l'estimació dels paràmetres i dels errors estàndards de forma asimptòtica i consistent

1. Si $\widehat{W} = \Xi^{-1}$, que seria una estimació per mínims quadrats ponderats, WLS (weighted least squares), tal com descriu B. Muthén, al 1978 i 1984 [100, 109].
2. Si $\widehat{W} = [Diag(\Xi)]^{-1}$, que seria una estimació per minis quadrats amb ponderació diagonal, WLS (diagonally weighted least squares); tal i com descriuen B. Muthén, du Toit, and Spisic al 1977, [114]

L'estadístic T és igual a $n\widehat{F}$, on n és la mida de la mostra. En conseqüència, si la mostra és suficientment grans s'usa com a estimador el

WLS i aleshores l'estadístic T segueix una distribució χ^2 . Mentre que per a mostres petites, s'usa l'estimador DWLS, i per tant la distribució T no segueix χ^2 . En aquest segon cas s'utilitzen habitualment els tests de bondat d'ajust de Satorra i Bentler [104], o la de Muthén del 1993 [100], en els que el que es fa és escalar l'estadístic T , ja sigui per la seva mitjana asimptòtica o bé per les seves mitjanes i variàncies asimptòtiques respectivament (Val a dir que aquest últim només per el cas Unrestricted).

Per el nostre tipus de dades, tal i com descriurem en el següent apartat, utilitzarem l'estimació DWLS amb la correcció de Satorra-Bentler, com a test de Bondat d'ajust, ja que per una banda, tal i com descriu Muthén [100] per tal de que l'estimació dels paràmetres i dels errors estàndards sigui adequada amb l'estimador WLS es necessiten mostres molt més grans que amb l'estimador DWLS, i per tant a la pràctica és preferible utilitzar el DWLS, i per altre banda per els models enllaçats la correcció de Muthén encara no ha estat desenvolupada, el contrari de la correcció de Satorra-Bentler descrita per aquests casos el 2001 per els mateixos Satorra i Bentler, així com per Maydeu-Olivares qui justifica el seu ús en el cas de mostra de mida mitjana i petita [15, 115] (Cal fer notar que una altre possibilitat per a mostres no molt grans fora l'estimador ULS, Unweighted least squares, però que no l'hem considerat ja que està demostrat que DWLS és lleugerament millor, [14])

3.2.5.1 Estadístic de Satorra-Bentler

Es defineix l'estadístic T_s de Satorra-Bentler com

$$T_s = \frac{t}{\hat{c}} \quad (3.21)$$

on \hat{c} és el factor de correcció

$$\hat{c} = \frac{\text{tr}U\Gamma}{r}$$

$$\text{essent } U, \quad (3.22)$$

$$U = W - W\Delta(\Delta'W\Delta)^{-1}\Delta'W$$

i on quan $N \rightarrow \infty$, s tendeix a σ i prenent \sqrt{ns} tendeix a una distribució normal amb matriu de variàncies Γ , i per tant l'estadístic de S-B, segueix una distribució χ^2 amb graus de llibertat $df = \frac{\tilde{k}(\tilde{k}+1)}{2} - q - r$ essent $\frac{\tilde{k}(\tilde{k}+1)}{2}$ la suma del nombre de llinars i del nombre de correlacions tetracòriques, (\tilde{k} i $\frac{\tilde{k}(\tilde{k}-1)}{2}$) respectivament), q el nombre de paràmetres a estimar i r el nombre de redundàncies. El nombre de paràmetres a estimar q dependrà de quin sigui el cas dels diferents entre els models de Thurstone, concretament:

- a) Unrestricted: Estimem $k - 1$ mitjanes, i $\frac{(\tilde{k}-2)(\tilde{k}+1)}{2}$ variàncies i covariàncies, que fan un total de $q = \frac{\tilde{k}(\tilde{k}+1)}{2} - 2$;
- b) Cas III: Estimem $k - 1$ mitjanes, i $k - 1$ variàncies, fent $q = 2n - 2$;
- c) Cas V: Només estimem $k - 1$ mitjanes, per tant $q = k - 1$

Tal com s'ha indicat en el cas de dades ranking s'ha de restar en els graus de llibertat, r , el nombre de redundàncies, cosa que no es faria si tinguéssim directament de comparacions binàries (en les que es fan totes les parelles possibles). Donats k ítems a ordenar aleshores les redundàncies es calculen com $r = \frac{k(k-1)(k-2)}{6}$. Així per exemple per $k = 4$, tindrem que $r = 4$, que el nombre de límits i correlacions és 21, i que q és 8 ó 6 ó 3 segons els casos Unrestricted, III ó V respectivament, i en conseqüència df serà 9 ó 11 ó 14 respectivament.

Després de determinar aquells models que segons l'estadístic de Satorra-Bentler ajustin correctament, com a índex d'ajust global ², es calcularan també altres índex per tal d'avaluar la seva bondat d'ajust. Com a índexs d'ajust absolut ³ s'utilitzaran "The Root Mean Square Error of Aproxiamtion" (RMSEA) i el "The Weighted Root Mean Square Residual" (WRMR), i com a índexs d'ajust comparatiu ⁴ es calculen el "The Comparative Fit Index" (CFI) i "The Toker-Lewis Index" (TLI), tal i com suggereixen Hu and Bentler al 1999 [118–120], que son els més indicats tenint en comte el tipus de dades i l'estimador que s'ha utilitzat en el model SEM. Com a punts de tall per tal d'establir el límit de bondat d'ajust els mateixos autors indiquen els següents,

- The Root Mean Square Error of Aproxiamtion, $RMSEA \leq 0,05$
- The Weighted Root Mean Square Residual, $WRMR \leq 0,90$
- The Comparative Fit Index, $CFI \geq 0,95$
- The Toker-Lewis Index, $TLI \geq 0,95$

Per tal de veure el millor ajust entre diferents models, Satorra i Bentler, al 2001, proposen una forma de comparar diferents models quan s'usa l'estimador DWLS [115], tal i com segueix,

²L'estadístic χ^2 expressa el grau en que un model especificat s'ajusta a les dades observades comparat amb el model saturat, i avalua en quina mesura el model representa les relacions observades [116, 117]

³Els índex d'ajust absolut son aquells que es refereixen al grau en que un model hipotètic és capaç de reproduir les dades de la mostra.

⁴Els índex d'ajust comparatiu evacuen l'augment proporcional en termes d'ajust comparant el model hipotètic amb algun altre al que haguem imposat restriccions, generalment amb els model nul en el que totes les variables observades estan relacionades entre si.

Suposem que $T_{S-B,0}$ i $T_{S-B,1}$, són els estadístics de Satorra-Benter per els models M_0 i M_1 , amb escalars de correcció c_0 i c_1 , i graus de llibertat d_0 i d_1 respectivament, aleshores l'estadístic $T_d = \frac{(d_0-d_1)(T_0-T_1)}{c_0d_0-c_1d_1}$ té una distribució χ^2 amb d_0-d_1 graus de llibertat i ens permet contrarestar els models M_0 i M_1 , indicant en el cas de que el p -valor $> 0,05$, que el model M_1 no es pot millorar amb l'estimació dels paràmetres addicionals del model M_0 . En aquest cas es prendrà el model més parsimoniós, que entre els tres és el Cas V

Un inconvenient de les estimacions trobades per un model SEM per a dades ranking pot ser que existeixin altres models equivalents que ajustin igualment bé, tal i com indica Böckenholt [121], qui defineix dos models equivalents si les matrius de covariàncies de les variables latents d'ambdós models, Σ_1 , i Σ_2 respectivament son definides positives i es poden expressar com $\Sigma_2 = c\Sigma_1 + d1' + 1d'$, on c és una constant positiva i d un vector de constants de dimensió $\tilde{k} \times 1$. És per això que sempre haurem d'interpretar les estimacions trobades en termes relatius i no absoluts i anar en compte en la comparació de diferents models. No obstant això, un criteri per escollir el model és fer ús del principi de parsimònia tal i com indica Maydeu-Olivares [9].

3.2.6 Extensió a models factorials de Thurstone

L'objectiu d'estendre els models clàssics (Unrestricted, Cas III i Cas V) a models factorials de Thurstone és a fi de representar les dependències existents entre els diferents ítems (alternatives). Aquests tenen tres avantatges destacades:

1. Són models més parsimoniosos i no tenen restriccions a la matriu de covariàncies. Els paràmetres s'estimen amb més precisió, sobretot en els caos en que el nombre de factors és petit.

2. És possible fer una representació gràfica de l'estructura subjacent a les dades que té una interpretació considerablement més fàcil que directament amb els paràmetres estimats.
3. L'avantatge més important d'aquests models és que la distància entre els ítems, en la representació gràfica mencionada, és única, és a dir quan les dades s'ajusten per un model factorial de Thurstone desapareix l'inconvenient que teníem de que la interpretació era relativa degut a l'existència de diferents models equivalents.

Aquesta extensió vista de forma més detallada per a tot tipus de dades dins de les anomenades Forced Choice es pot veure desenvolupada als articles Brown y Maydeu-Olivares publicats el 2010 i 2011 [18, 122] i prèviament al del 2003 de Wedel et al [123], tot i que ja al 1975 es parlava d'analysis factorial per a dades dicotòmiques de forma genèrica a l'article de Christoffersson [124]

A continuació exposem, igual que s'ha fet per els models clàssics, l'estructura de correlacions tetracòriques i dels límits dels llinars per aquests models factorials de Thurstone, i la interpretació de les estimacions que dona el model que s'ajusta millor a les dades.

3.2.6.1 Models factorials de Thurstone

Les variables latents subjacents, t , es poden expressar, en un model factorial de Thurstone, com un model factorial exploratori mitjançant la següent equació ,

$$t = \mu_t + \Lambda_t \xi + \varsigma \tag{3.23}$$

en la que hi ha m factors, μ_t és el vector de mitjanes de les variables latents, Λ_t és la matriu $k \times n$ que conté les càrregues factorials i ξ el vector de dimensió m dels factors comuns, dels que es suposa que tenen mitjana 0, variància 1 i son incorrelacionats (i per tant la seva matriu de covariàncies, Ψ^2 és diagonal) i ζ el vector de factors únics de dimensió k . A més es suposa que tant els factors comuns com els únics tenen distribució Normal, la qual cosa fa que la matriu de covariàncies de les variables latents es pugui escriure com,

$$\Sigma_t = \Lambda_t \Lambda_t' + \Psi_t^2 \quad (3.24)$$

De tal forma que la mitjana i covariàncies de les diferències entre les variables latents, y^* , expressades com a l'equació (3.6), poden calcular-se mitjançant les següents equacions,

$$\mu_{y^*} = A \mu_t \quad (3.25)$$

$$\Sigma_{y^*} = A(\Lambda_t \Lambda_t' + \Psi_t^2) A'$$

És important observar que el model factorial de Thurstone és similar a un model factorial analític de segon ordre, en el que les variables latents, t es poden veure com els factors de primer ordre i els factors comuns com els de segon ordre, en el que a més a més la part d'estructura per a les variables latents és confirmatòria i la part dels factors comuns és exploratòria, podem veure-ho a la figura 3.3 en el que representariem un model 1-Factorial de Thurstone,

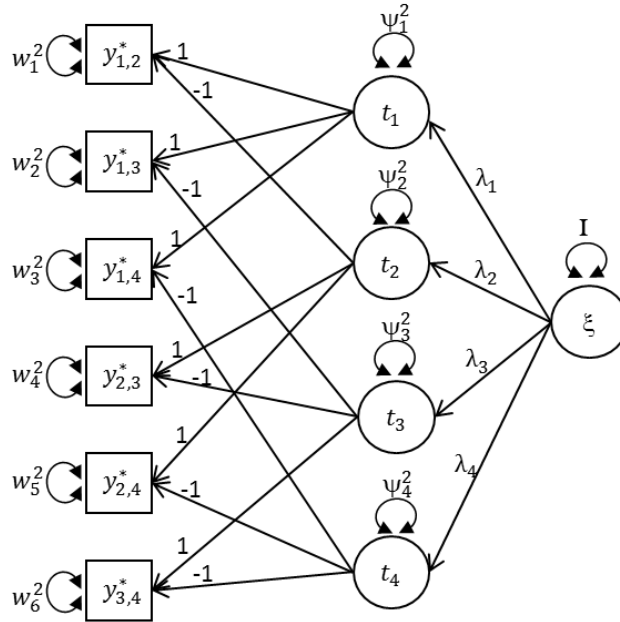


Figura 3.3: Variables latents. Cas 1-Factorial del model de Thurstone. (Redibuixat de les de Maydeu-Olivares)

Així, substituint la mitjana i la matriu de covariàncies del model factorial a les equacions (3.13) i (3.15), podem obtenir el vector de llimars a través de l'equació (3.26) i la matriu de correlació per a les diferències de les variables latents estandaritzades amb l'equació (3.27),

$$\tau = -DA\mu_{t^*} \tag{3.26}$$

$$P_{z^*} = D[A(\Lambda_t\Lambda_t' + \Psi_t^2)A']D \tag{3.27}$$

on D és la matriu,

$$D = [Diag(\Sigma_{y^*})]^{-1/2} = \{Diag[A(\Lambda_t \Lambda_t' + \Psi_t^2)A']\}^{-1/2}.$$

Per tal d'estimar les solucions d'aquests models es requereixen certes restriccions, que amb el mateix Software M-plus son fàcils d'implementar [112], Una forma simple és la que suggereix Mc Donald [125], consisteix en imposar que els elements per sobre de la diagonal de la matriu de les càrregues factorials siguin tots 0, és a dir $\lambda_{ij} = 0, i = 1, \dots, m-1; j = i+1, \dots, m$, que juntament amb la suposició feta de que els factors estan incorrelacionats entre ells dona una forma fàcil, tot i que arbitrària, d'identificar el model factorial exploratori. Per tant seran necessàries més restriccions per tal d'estimar tots els paràmetres, per els que Maydeu-Olivares proposa fixar les que segueixen, de tal forma que quedin definides l'escala de mesura de les variables latents, les càrregues factorials i les variàncies dels factors únics [9, 122], i d'aquesta forma resoldre el problema de tenir diferents models equivalents.

Les restriccions proposades per Maydeu-Olivares són,

1. Fixem a 0 la mitjana de l'últim ítem, i.e.: $\mu_k = 0$
2. Exigim que totes les càrregues factorials en les que estigui implicat l'últim ítem siguin 0, i.e.: $\lambda_{ki} = 0, i = 1, \dots, m$
3. Obliguem a que la variància de l'últim ítem sigui 1, i.e.: $\psi_k = 1$

que si les expressem en les respectives matrius equivaldrien a,

$$\mu_t = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mu_{k-1} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Lambda_t = \begin{pmatrix} \lambda_{1,1} & 0 \\ \lambda_{2,1} & \lambda_{2,2} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \lambda_{k-1,1} & \lambda_{k-1,2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.28)$$

$$\Psi_t^2 = \begin{pmatrix} \psi_1^2 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & & & & 0 \\ \cdot & & & & & \cdot \\ \cdot & & & \psi_{k-1}^2 & & 0 \\ 0 & & & 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

Una qüestió important i que ens afecta al exemples que més tard desenvoluparem i als que aplicarem aquesta teoria, és que a fi de poder aplicar aquest models factorials de Thurstone amb totes les exigències exposades com a mínim es requereixen, 5, 6, 8 i 9 ítems per tal de poder estimar els models amb 1, 2, 3, i 4 factors respectivament, ja que el nombre de càrregues factorials i de variàncies dels factors únics no pot ser més gran que el nombre d'elements a identificar a la matriu de covariàncies sense restriccions, és a dir en un model m-factorial de Thurstone amb $\Sigma_{y^*} = A(\Lambda_t \Lambda_t' + \Psi_t^2)A'$, hi ha $k-1$ paràmetres a Ψ_t^2 i $km - m - m(m-1)/2$ a Λ_t per tant el nombre total de paràmetres estimats no pot superar el nombre de paràmetres per identificar a Σ_t per els models Unrestricted, essent aquests $((k(k-1))/2) - 1$.

Per altre banda recordem que des de la perspectiva més psicològica havíem dit que es recomanava que el nombre d'ítems a ordenar no fos massa gran ja que a partir de cert nombre els individus tendien a fer aquesta ordenació de forma aleatòria, així doncs en la majoria d'exemples trobats en la literatura, com els que mostrarem en aquest treball ronden al voltant de 4 ó 5 ítems, i en conseqüència serà de difícil aplicació aquests tipus de restriccions, tot i que en aquests casos de pocs ítems tampoc és d'interès reduir la dimensió.

En els casos que si que es pot aplicar un model m-factorial de Thurstone la interpretació és fàcil ja que les càrregues factorials es poden interpretar com les coordenades en un espai de dimensió m , i com tots els models factorials exploratoris podem fer un desplaçament i/o rotació dels eixos

per tal de poder-ne fer una interpretació simple. A més a més quan en el cas de que les variàncies dels factors únics siguin iguals les distàncies entre els ítems en l'espai m -dimensional són úniques, la qual cosa en els casos en que el model que millor ajusta les dades sigui un model factorial solucionaríem el problema de tenir diferents models equivalents.

3.2.6.2 Models factorials amb restriccions a les mitjanes

Bentler i Yuan al 2000 van introduir, en els models factorials analítics, restriccions a les mitjanes de les variables observades de manera que aquestes depenguin de les mitjanes dels factors i de les càrregues factorials [107], tot i que rarament a la pràctica s'aplica. En canvi per a dades ranking o Paired Comparison, justament les mitjanes de les variables latents adquireixen rellevància ja que és just el que volem estimar, per conèixer l'ordre de les preferències del grup i la distància entre aquestes i per tant en aquests tipus de dades té sentit i practicitat el fet de plantejar-se restriccions a les mitjanes, tot modificant el model de l'equació (3.23) per la següent, en la que $\mathbf{1}$ és el vector d'1's i γ una constant.

$$t = \mathbf{1}\gamma + \Lambda_t\xi + \varsigma \quad (3.29)$$

De tal forma que les mitjanes dels factors comuns, μ_ξ , a diferència dels models factorials de Thurstone sense aquesta restricció en els que es suposaven 0, ara també s'han d'estimar, i per tant les correlacions tetracòriques s'expressaran segons l'equació,

$$\tau = -DA(\mathbf{1}\gamma + \Lambda_t\mu_\xi) \quad (3.30)$$

Quan fem una regressió de les mitjanes latents, μ_t en funció de les mitjanes μ_ξ la matriu de les càrregues factorials esdevé les pendents de la regressió i cal afegir l'estimació de la comuna intersecció [3]

El model factorial de Thurstone amb restriccions a les mitjanes s'estima amb les mateixes restriccions que els models factorials de Thurstone, però substituint a l'equació (3.30) l'últim element de 1γ per 0.

Així, fent tots els supòsits explicats en els anterior apartats, un cop estimats els paràmetres dels model SEM, podem calcular la distància entre els ítems. Si c és una constant positiva (veure últim paràgraf de la secció 3.2.5 models equivalents) qualsevol, observem que la matriu de distàncies relatives, $\frac{\Delta}{c}$, és única, ja que l'equació que expressa un model en funció d'un altres equivalent no influeix en aquesta. Cada una de les components d'aquesta matriu de distàncies la podem expressar com,

$$\delta_{ij}^2 = \frac{(\sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2\sigma_{ij})}{c} \quad (3.31)$$

que sota les condicions del model m-factorial (equació (3.24)) podem substituir-hi $\sigma_{ij} = \lambda_i \lambda_j'$ i $\sigma_l^2 = \lambda_l \lambda_l' + \psi_l^2$ per $l = i, j$, essent λ_l les càrregues factorials corresponents a l'ítem l de cada un dels m factors i ψ_l^2 la variància d'aquesta component en els factors únics. Aleshores l'equació (3.31) és,

$$\delta_{ij}^2 = \frac{(\lambda_i - \lambda_j)'(\lambda_i - \lambda_j) + \psi_i^2 + \psi_j^2}{c} \quad (3.32)$$

que en el cas de que totes les variàncies dels factors únics fossin iguals entre elles l'equació (3.32) seria la distància Euclidiana entre les càrregues factorials dels ítems I_i i I_j .

Com a conclusió de tot el que s'ha exposat en la secció 3.2, resumit a la figura 3.5 de la pàgina 63, es poden estimar els diferents models sota les restriccions exposades per a cada cas, i per l'elecció del cas que millor

ajusti es calcularan els índexs de bondat d'ajust i s'usarà un principi de parsimònia, de tal forma que es pot sistematitzar el procediment tal i com ja varen proposar Maydeu-Olivares i Böckenholt al 2005, amb l'esquema de seqüència de la figura 3.4 que es troba a la pàgina 61, i que nosaltres aplicarem en els nostres exemples degut a la seva simplicitat, i per ésser pràctic per els exemples concrets d'experiments amb dades ranking [9], així mateix per tal d'obtenir una solució en una única escala de mesura exigirem que la posició en aquesta de l'últim Ítem estigui en l'origen.

Tal i com s'ha exposat al llarg d'aquest capítol, aquesta metodologia assumeix una distribució Normal, a la que es suposa que es convergeix a partir de una mida de mostra suficientment gran. Pel contrari generalment les aplicacions tenen una mida de mostra petita o mitjana, cosa que fa que aquesta suposició es transgredeixi. I per tant a l'hora d'ajustar el model ens trobem amb dificultats, com veurem amb els dos estudis que es presenten a continuació. Per altre banda, tampoc es pot aplicar en el cas de tenir l'empat com a possibilitat de resposta, tot i els recents estudis iniciats de Peterson i Brown del 2009 [126]. Tampoc, resol el cas de tenir mesures repetides. Per aquestes raons, en el següent capítol s'estudia com a alternativa l'aproximació basada en el model de Bradley-Terry.

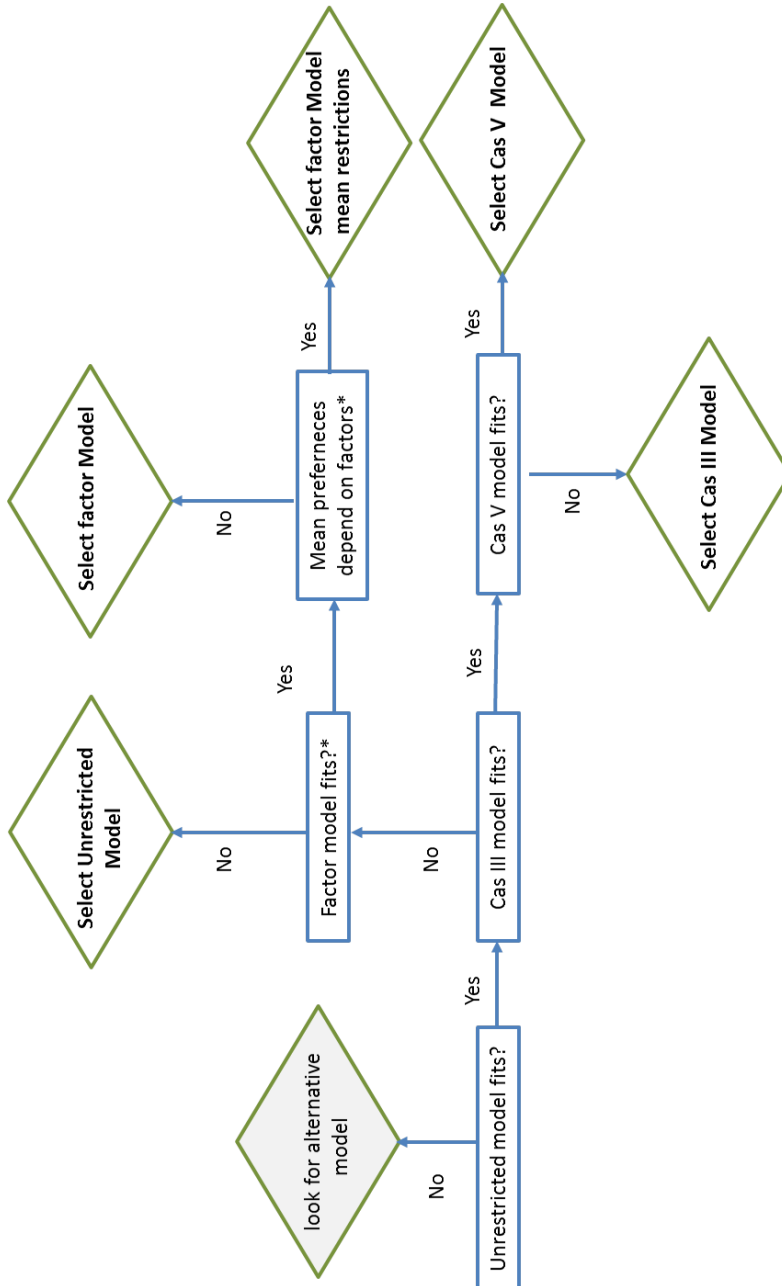


Figura 3.4: Algorisme de Selecció per a la selecció del model de Thurstone; Maydeu-Olivares and Böckenholt, 2005

Model de Thurstone

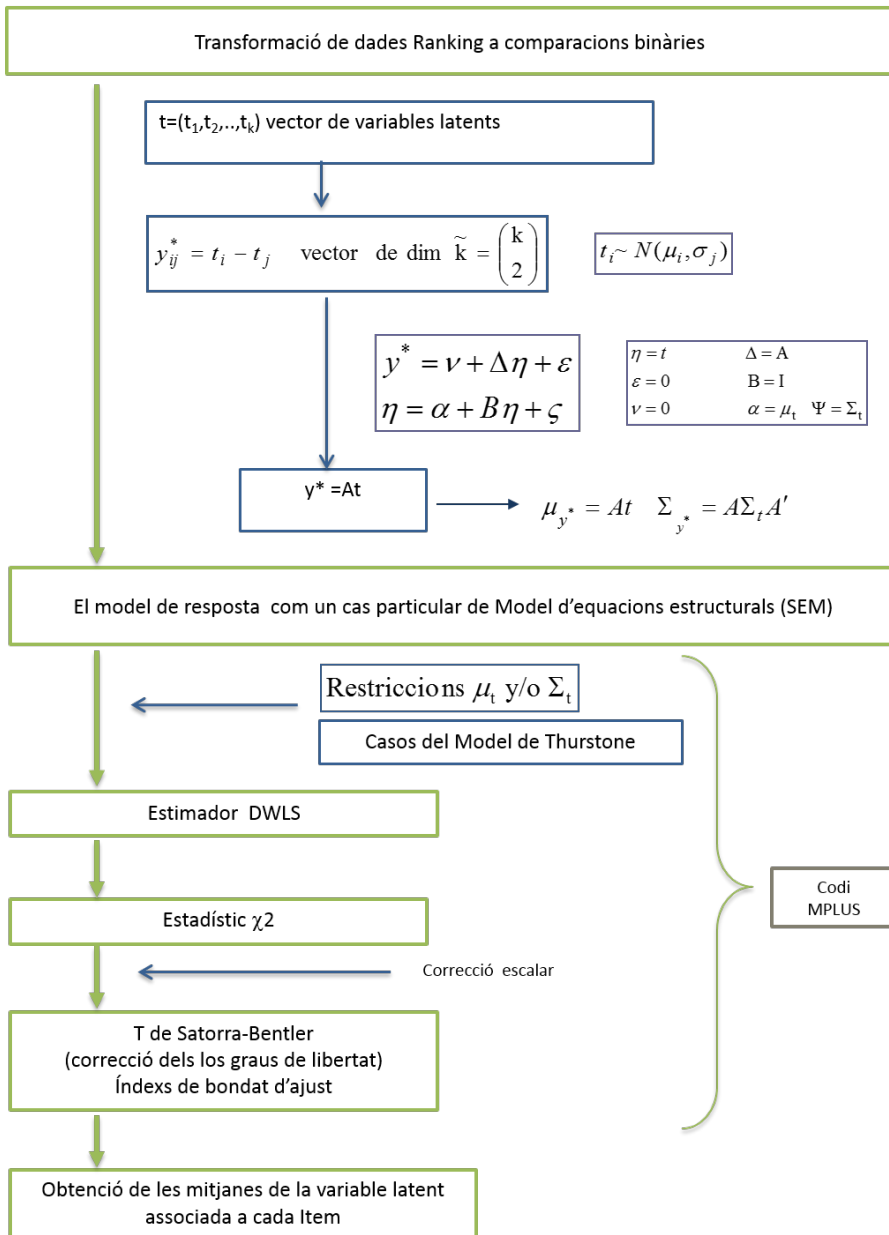


Figura 3.5: Esquema del procés de transformació de dades ranking en escala ipsative, com un SEM segons el mètode de Thurstone

3.3 Estudi de simulació (Aproximació de Thurstone)

Per tal de veure el funcionament dels models desenvolupats en aquest capítol, s'han generat per simulació 4 bases de dades per a respostes ranking de 4 ítems i de mida de mostra de 10000, 10000, 100 i 500 respectivament. Bases que anomenarem "S1000", "S10000", "S100" i "S500" respectivament.

La simulació s'ha fet a partir de la funció "sim.R", segons el codi R tret de l'estudi de Hatzinger et al. [127] i seguint les instruccions que es reproduïu a l'annex A.5.1. En els 4 casos s'han generat suposant que no hi havia un patró de preferències a l'hora d'ordenar els 4 ítems, és a dir, en l'equació (3.4) es suposa que,

$$P(Z_{ij}) = P(I > J) = P(Z_{ji}) = P(I < J) = 0,5$$

Un cop simulades les dades ranking s'han transformat a dades binàries, a través de la funció que s'ha creat amb codi R explícitament per aquest fi (veure codi a A.5.2). Per tant el que obtenim és una matriu $n \times 6$ donat que hem escollit $k = 4$.

A continuació es presenten a la taula 3.1 els resultats corresponents a aplicar l'algoritme seqüencial de Maydeu-Olivares del 2005 descrit en la figura 3.4, pàgina 61. En aquesta es donen l'estadístic T resultant del model SEM corresponent i l'estadístic TM de Satorra-Bentler corregit per l'escalar indicat per C (veure apartat 3.2.5.1). Es mostren també els p-valors resultants de la distribució χ^2 amb, 9, 11 o 14 graus de llibertat segons el cas sigui Unrestricted, Cas III o Cas V respectivament, on aquells que son superiors a 0.05 indiquen que s'accepta el model. A més també es donen els índexs de bondat d'ajusts exposats en el mateix apartat. Tot i que no sempre és necessari, es mostren els tres models, per tal de més tard poder comentar alguns resultats obtinguts independentment de la seqüència de la figura 3.4 de la pàgina 61. Finalment a la

segona part de la taula, veiem el model convenient a acceptar quan més d'un s'ajusta correctament a les dades observades, seguint, en aquesta part si, la seqüència que de la figura 3.4 i usant l'estadístic T_d descrit en el mateix apartat. Donat el fet que partim de dades simulades, no es presenten les taules de freqüències i contingència per a les comparacions binàries, tal com s'ha indicat a l'apartat 1.2.4 per aquestes.

Com a resum a la taula 3.2 veiem els models que finalment s'han acceptat en cada cas i que a continuació comentarem,

Taula 3.1: Models de Thurstone ajustats de dades simulades

Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR	
S1000	UNRESTRICTED	3,922	12,858	0,305	9	0,169	1,000	1,000	0,000	0,432	
	CAS III	5,109	8,281	0,617	11	0,688	1,000	1,004	0,000	0,493	
	CAS V	15,005	16,879	0,889	14	0,263	1,000	1,001	0,000	0,845	
	Comparison^b		Dif	cd	Chi	df	p-value				
	U vs CIII	1,188	2,021	0,588	2	0,745					
CIII vs CV	9,896	1,886	5,246	3	0,155						
Data	Model	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR	
S10000	UNRESTRICTED	6,440	21,115	0,305	9	0,012	1,000	0,999	0,008	0,554	
	CAS III	8,087	13,107	0,617	11	0,286	1,000	1,000	0,000	0,62	
	CAS V	15,592	17,539	0,889	14	0,229	1,000	1,000	0,000	0,862	
Data	Model	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR	
S100	UNRESTRICTED	2,837	9,815	0,289	9	0,366	1,000	1,013	0,000	0,368	
	CAS III	14,157	22,259	0,636	11	0,022	0,975	0,975	0,070	0,821	
	CAS V	41,249	46,399	0,889	14	0,000	0,903	0,919	0,126	1,401	

Taula 3.1: Models de Thurstone ajustats de dades simulades (Cont.)

Data	Model	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR	
S500	UNRESTRICTED	3,261	10,728	0,304	9	0,295	1,000	1,003	0,000	0,394	
	CAS III	7,739	12,507	0,608	11	0,327	1,000	1,003	0,000	0,607	
	CAS V	17,196	19,343	0,889	14	0,152	0,999	0,999	0,012	0,905	
	Comparison	Dif	cd	Chi	df	p-value					
	U vs CIII	4,468	2,031	2,200	2	0,333					
	CIII vs CV	9,487	1,883	5,028	3	0,170					

^a $T = n\tilde{F}$ la χ^2 habitual, C=Scaling Correction Factor. $TM = \frac{T}{C}$, df= gr.llb, TM=Est.Satora-Bentler

^b $Dif = T_i - T_j$, $cd = \frac{c_i df_i - c_j df_j}{df_j - df_i}$, $chi = \frac{T_i - T_j}{cd}$ and $df = df_i - df_j$

Taula 3.2: Model acceptat per les dades simulades

Simulades	
S100	UNRESTRICTED
S500	CAS V
S1000	CAS V
S10000	CAP MODEL?

En els caos de $S100$, $S500$ i $S1000$ es troba un model que ajusta bé a les dades, en canvi no és així per $S10.000$, que just és el cas amb una n més gran. És evident, que el fet de fer una ordenació o una altre és indiferent, donades les condicions de simulació imposades. Per tant, en els tres primers casos, tot i tenir un model que ha ajustat, els coeficients estimats no són significatius, tal com es pot veure en el $IC95\%$ de la taula 3.3 (o alternativament en el output de M-plus es podien veure com els p-valors obtinguts eren no significatius). En conclusió, el que ens diuen els resultats estimats és que cap de les opcions és discriminant en vers les altres, de fet les distàncies entre les diferents posicions obtingudes dels 4 ítems tampoc són significatives essent de l'ordre de 10^{-1} unitats com a molt. Així, si mostréssim les freqüències de resposta de cada un dels possibles patrons observariem una distribució molt equitativa, sense notar-se cap patró per damunt d'un altre. Aquest resultat ens porta doncs a concloure que no hi ha distància en les posicions dels 4 ítems en l'escala continua trobada, taula 3.4. Podem doncs dir que en els tres casos el model respon al comportament de les dades que s'han simulat.

Taula 3.3: Paràmetres estimats de les dades simulades

Simulades	Mitjanes	Variància	Li_IC95%	Ls_IC95%	
S1000	A	-0,018	1,000	-0,152	0,117
	B	-0,095	1,000	-0,229	0,039
	C	-0,065	1,000	-0,195	0,066
	D	0,000	1,000	-0,062	0,062
S10000	No s'ajusta a cap dels models				
S100	A	-0,293	1,000	-0,723	0,136
	B	-0,237	2,302	-0,775	0,301
	C	-0,256	1,572	-0,734	0,222
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
S500	A	-0,039	1,000	-0,220	0,142
	B	0,039	1,000	-0,153	0,231
	C	0,092	1,000	-0,095	0,279
	D	0,000	1,000	0,000	0,000

Taula 3.4: Perfil de preferències per a dades simulades. Thurstone

Simulades	
S100	$A \simeq C \simeq B \simeq D$
S500	$A \simeq D \simeq B \simeq C$
S1000	$B \simeq C \simeq A \simeq D$
S10000	No s'ajusta

3.4 Estudi Canfield: Estils d'aprenentatge d'estudiants de medicina (Aproximació de Thurstone)

El present estudi aporta els resultats de l'anàlisi dels estils d'aprenentatge dels estudiants de nova entrada de la titulació de medicina la Universitat de Barcelona, mitjançant el Learning Style Inventory d'Albert Canfield (CLSI) [19]. El propòsit d'aquest qüestionari, que anomenarem d'ara endavant escala *CLSI-Canfield*, és conèixer les experiències d'aprenentatge que els estudiants més valoren, a fi d'ajudar als professors a desenvolupar alternatives en el plantejament de l'assignatura de manera que hi hagi un ajust més adequat entre la perspectiva didàctica i les preferències en els estils d'aprenentatge dels alumnes. En cada una de les preguntes d'aquesta escala, tal i com s'explica més endavant, tenim observacions amb estructura de dades ranking.

L'objectiu d'aquest anàlisi és aplicar els models de Thurstone, usant la metodologia desenvolupada en els anteriors apartats i de l'esquema suggerit per Maydeu-Olivares i Böckenholt de la figura 3.4 de la pàgina 61, a fi de veure a través de les alternatives que es presenten en cada una de les quatre dimensions del Test Canfield quines d'aquestes opcions identifiquen i quines no el perfil de preferències d'aprenentatge dels estudiants de primer curs de medicina.

3.4.1 Antecedents: Test CLSI-Canfield

Al llarg dels anys s'han dissenyat varis instruments per a tal de mesurar estils d'aprenentatge. On entendrem per "Estil d'aprenentatge" el que es recull a la definició de Keefe del 1988 [128], que textualment diu,

Són les característiques cognitives, afectives i fisiològiques, que serveixen com a indicadors relativament estables, de com els discents perceben, interaccionen i responen als seus ambients d'aprenentatge

Alguns dels instruments més coneguts per a mesurar aquest estil són: el que s'anomena pròpiament Learning Style Inventory i que fou el primer, el de Kolb un dels més usats [129], entre d'altres com els Dunn-Dunn-Price Learning Styles Inventory Plus Others (Dunn LSI), Feider-Solomon Inventory of Learning Styles (F-S ILS), Honey and Mumford's styles Questionnaire (H&M LSQ), Myer-Briggs Type Indicator (MBTI), Perceptual Learning Style Preference Questionnaire (PLSPQ), Vermont Inventory of Learning Styles (Vermont ILS) entre altres, mesurant cada un d'ells diferents aspectes de l'aprenentatge d'un individu, com els cognitius, de personalitat, estratègies pedagògiques, implicacions, etc. L'escala CLSI-Canfield té la particularitat d'està construït per a mesurar el constructe "Estil d'aprenentatge" en la seva vessant afectiva de l'experiència educacional, on els diferents estils no són per si mateixos ni bons ni dolents, sinó més o menys preferits per els estudiants a fi d'aconseguir èxit en els seus estudis, aquells que motiven als estudiants a triar, atendre i realitzar-se, de fet el Canfield permet que sigui el mateix subjecte qui descriu les seves preferències [130, 131].

Cal mencionar els pocs estudis trobats que usen la mateixa escala per contra de la gran quantitat d'estudis que treballen el tema dels estils d'aprenentatge. Una primera investigació és la que fa Robertson al 1977 en la seva tesi doctoral aportant una crítica constructiva al ús del test CLSI-Canfield [132]. Altres exemples en són l'estudi de Netter J. et al. del 1985 en el que justifiquen l'anàlisi per separat d'homes i dones del test, i deixen entreveure diferències entre edats, tot i que aquesta situació no es dona al seu estudi doncs la seva població diana era únicament la universitària de la mateixa manera que ho és per a nosaltres [133]. Un altre estudi, en el que s'usa el test CLSI-Canfield per veure diferències entre homes i dones, és el de Keri del 2002, en el que es conclou que les dones són més conceptuals i independents a l'hora d'aprendre [134]. un estudi en el que també es recullen les preferències metodològiques dels professors és el de Ladd's del 1995 [135]. Anys més tard, Smith publica alguns estudis, en el del 2000 tracta les dades amb anàlisis factorials sense tenir en compte que les respostes sumen una constant, justificant que

aquesta restricció només afecta lleugerament els resultats quan el nombre variables de l'escala és suficientment gran [136, 137], argument bastant criticat en la literatura. També l'any 2001 Tucker fa un estudi de diferents escales entre altres la CLSI-Canfield per posar en qüestió l'educació tradicional versus l'actual [138]. Stitt-Gohdes al 2001 l'utilitzen com instrument per conèixer els perfils d'aprenentatge segons les preferències dels estudiants en escoles de negocis [139] i encara al 2009 trobem que és a través d'aquest qüestionari que Ritschel-Trifilo investiga l'efecte de les diferents metodologies educatives que s'utilitzen en laboratoris de biologia sobre els resultats d'aprenentatge d'estudiants universitaris [140].

Pel que fa a la verificació de la congruència de l'escala es pot veure als estudis de Irby del 1977 [141] i als de Pettigrew and Heikkinen del 1985 [142], mentre al 1979 Ommen, et al. aporten estudis de fiabilitat i consistència de l'escala aplicada a estudiants, tant adolescents com adults [143]

S'ha de dir que cap dels estudis mencionats analitza les dades més enllà de l'anàlisi descriptiu o fent ús de tècniques estadístiques que exigeixen independència entre les observacions, principi que tal com s'ha explicat per la pròpia estructura de les dades es viola segur, de fet el mateix manual del CLSI-Canfield diu textualment

"The reader should be aware, however, that ipsative measures require the use of some special methods for statistical analysis" [19]

però tot i dir-ho no en fa cap més comentari al llarg de tot el manual o en posteriors estudis del mateix autor. Aquest proposa una interpretació de les puntuacions dels estudiants basada en els T-scores de la suma de la puntuació obtinguda a cada dimensió del qüestionari. De la mateixa manera, tal i com es veurà més endavant en l'explicació, pel el format del qüestionari, viola la independència entre les respostes d'un mateix individu. En aquest sentit és interessant l'article de Eiden del 2001 en el que fa una crítica a les propietats psicomètriques del test CLSI-Canfield,

basant-se precisament en que aquestes estan calculades sense tenir en compte que les mesures son ipsative [144]. La dificultat doncs d'anàlisis estadístic, i les crítiques respecte a la interpretació o propietats psicomètriques del test és un dels motius del seu poc ús, tot i que a nivell conceptual és un dels més destacats i ben construïts [140, 145–147], en paraules de la Dr. Larne de l'institut "The Educationa Coalitin", en el seu informe sobre els estils d'aprenentatge i les intel·ligències múltiples,

*"Everyone has multiple learning styles. Dr. Albert A. Canfield created a learning styles inventory as most people do not know what their best learning styles are or that their styles differ from others. There is no one right or best learning style. Our styles of learning, if accommodated, can result in improved attitudes toward learning and an increase in productivity, academic achievement, and creativity. We use some styles when learning, but we tend to prefer a small number of instructional methods. Furthermore, evidence indicates that an individual can learn better, smarter, faster and retain more information when material is presented in one's preferred learning style/multiple intelligence. However, research does not support that there will be one right method to teach to a student. Humans learn in a variety of ways and it is likely that there are ways that have yet to be discovered along with the instructional methods to meet them. Presenting information to students in only one learning style does not meet all of the student's needs. For example, a student might have roughly the same preference for learning content through visual and hands-on materials. If the content is presented only to the visual preference, the student would not learn as completely as he/she would if the content was presented through hands-on methods. Since all students learn differently due to a dominant or preferred learning style. **The Canfield LS instrument is easy to use and self-scoring.** It provides students with knowledge about their individual learning styles*

is and how they differ from others" [148].

El seu potencial, en aplicacions pràctiques i reals en moments de canvi educatiu i la seva facilitat d'ús, ens motiven a proposar una forma d'anàlisi de les observacions dels individus que han respost al CLSI-Canfield mitjançant el mètode de Thurstone de Maydeu-Olivares en primera instància i amb l'enfocament de Dittrich et al. finalment, tal i com es detallarà en els pròxims capítols. Es destaca aquí un projecte finançat el 2004, per "El programa de Estudios y Análisis de la Dirección General de Universidades", ref.EA2004-0140, titulat "Evaluación de las preferencias y estrategias de aprendizaje de los estudiantes universitarios y su relación con la metodología docente. Aplicación a la mejora del aprendizaje", que 'te per investigador principal del Dr. Jaume Fernández Borrás de la Universitat de Barcelona. En aquest estudi un dels instruments principals de mesura és el test CLSI-Canfield. A més conceptualment és un exemple que recull molt bé el tipus d'escales de mesura que estem plantejant per després usar-les en aplicacions d'experimentació amb pacients. Per tant en serveix com a un molt bon exercici a fi de provar els models desenvolupats tant en aquest capítol com en el següent abans d'aplicar-ho a un estudi en aplicacions on els temes a tractar tenen una component ètica molt més fora i en conseqüència a un nivell de provar models no són aconsellables.

En primer lloc però, exposarem com està construït el test CLSI-Canfield pel que respecte a l'organització de les preguntes en dimensions segons els constructes que vol mesurar.

La versió original en anglès del CLSI-Canfield consta de 30 preguntes, cada una amb 4 opcions de resposta en format ipsative, ja que es tracta de fer una ordenació d'aquestes opcions, que donen lloc a 24 escales de mesura, dividides en 5 dimensions: dues de Condicions d'aprenentatge, una sobre àrees de preferència, i les dues restants respecte mètodes de preferència d'aprenentatge i expectatives per al curs, havent-hi d'aquest 4 formats diferents que es distingeixen per el format d'administració, individual o en petits grups i per la seva forma de correcció. El que pretén

aquest qüestionari és veure si els individus es situen en un estil d'aprenentatge més d'àmbits socials, o aplicats, o conceptuals, i si es mostren més independents o de treball en equip o indiferents, si es mostren competitius o no, a la vegada de veure la importància que té per ells l'organització, i si retenen més de forma visual, oral, escrita etc., i totes aquestes formes d'aprenentatge des de diferents perspectives com es combinen entre elles o si hi ha associacions que s'acostumin a donar en els estudiants.

En el present estudi s'ha usat la versió del CLSI-Canfield traduïda al català per la Dra. Wilma Penzo del departament de Psiquiatria de la Universitat de Barcelona i cedida per ella (comunicació personal), veure annex [A.2](#). Aquesta versió contempla només quatre dimensions descrites a la taula [3.5](#), que nosaltres anomenarem Blocs, sense incloure el que fa referència a les expectatives pel curs. S'ha mantingut l'ordre i assignació de les preguntes a cada bloc tal com està a l'escala original per tal de que no es perdi el sentit conceptual d'estil d'aprenentatge indicat al manual [\[19\]](#). El temps estimat per a l'administració del qüestionari és d'uns 30 minuts aproximats per individu.

Taula 3.5: Estructura en Blocs de les Preguntes del Test CLSI-Canfield

Bloc Preguntes	Opcions	
Bloc 1 (Condicions d'aprenentatge) Preguntes: 1,5,9,13,17 i 21	Companys (A)	Sent que la bona relació amb altres estudiants és important per un aprenentatge efectiu i intenta mantenir aquest tipus de relacions en el seu entorn d'aprenentatge; Li agrada el treball en equip.
	Organització (B)	Destaca la importància d'una organització clara lògica de les tasques del curs com a element preferit per una ensenyança efectiva.
	Objectius (C)	Creu que és important per els estudiants tenir l'oportunitat de modificar els objectius o procediments i prendre les seves pròpies decisions en quan als objectius
	Competició (D)	Pensa que poder comparar-se amb els companys, ofereix als estudiants un bon motiu per aprendre
Bloc 2 (Condicions d'aprenentatge) Preguntes: 2,6,10,14,18 i 22	Professor (A)	Sent que una interacció cordial i amistosa entre el professor i els alumnes és important per l'aprenentatge
	Detalls (B)	Destaca la importància de que la informació facilitada sigui específica i detallada
	Independència (C)	Creu que l'aprenentatge significatiu es produeix quan els estudiants treballen independentment i tenen l'oportunitat de decidir com assolir els objectius.
	Autoritat (D)	Li agrada la disciplina i l'ordre a classe, i que les activitats d'estudi es desenvolupin de forma controlada

Taula 3.5: Estructura en Blocs de les Preguntes del Test CLSI-Canfield (cont.)

Bloc Preguntes	Opcions	
Bloc 3 (Àrees de preferència) Preguntes: 3,7,11,15, 19 i 23	Números (A)	Treballar amb els números i la lògica, resolent problemes matemàtics, etc.
	Llenguatges (B)	Treballar amb paraules o el llenguatge (escriure, editar, parlar)
	Objectes (C)	Treballar amb coses, construïnt o dissenyant.
	Persones (D)	Desenvolupar habilitats per relacionar-se o entendre les persones (entrevistar, aconsellar, vendre, ajudar)
Bloc 4 (mètodes d'aprenentatge) Preguntes: 4, 8, 12, 16, 20 i 24	Escoltar (A)	Prefereix aprendre mitjançant conferències, debats, parlant...
	Llegir (B)	Considera més efectiu l'aprenentatge mitjançant la lectura
	Per Imatges (C)	El material visual li resulta millor que altres per a l'aprenentatge (pel·lícules, presentacions, gràfics,...)
	Experiència (D)	Prefereix l'experiència directa (manipulant, practicant al laboratori, treball de camp,...)

Observem que donat que cada pregunta consta de 4 ítems les respostes d'un individu son valors de l'1 al 4 i per tant la suma de les puntuacions d'una pregunta és sempre 10, com a conseqüència el rang de valors de cada un dels ítems si sumem les puntuacions que obté aquest ítem en cada una de les preguntes d'un mateix Bloc serà sempre com a mínim 6 i com a màxim 24, i la suma de les puntuacions de totes les preguntes d'un mateix Bloc serà sempre 60.

Així, un estudiant que mostri unes preferències extremadament altes o baixes en un ítem dins d'un Bloc automàticament tindrà puntuacions oposades en els altres ítems del mateix Bloc; aquest és un punt fort i particular del CLSI-Canfield en seleccionar les experiències educatives.

Òbviament, no serà possible maximitzar una classe d'experiència educativa sense donar alternatives, sempre és una valoració relativa a les altres opcions donades. I per tant l'anàlisi del CLSI-Canfield i interpretació del mateix ha de romandre d'acord amb aquest fet i interpretar la puntuació de qualsevol ítem en el conjunt de les altres tres com a part d'un sistema. Per altre banda cal recordar que les respostes d'un estudiant no ens indiquen valors absoluts, és a dir no sabrem si un ítem és o no del seu agrat, sinó que el que sabrem és si és mes o menys preferit que els altres tres ítems de la pregunta ja que està obligat a escollir un ordre i no a puntuar cada ítem per si sol segons la seva opinió, així mateix una puntuació que es situa en el percentil 50 en l'escala d'organització, no significa que es desitgi gastar la meitat del temps en classes organitzades sinó que l'estudiant té aproximadament tanta preferència per les classes organitzades com la mitjana dels estudiants del mateix grup estudiat.

En resum doncs per cada una de les preguntes estem davant d'una resposta de tipus ranking o ordinal ipsative, i per a les 6 preguntes d'un mateix Bloc el que tenim és l'ordenació de 4 ítems segons 6 atributs diferents, corresponent a cada una de les preguntes, que són avaluades per els mateixos individus. Per tant doncs en un Bloc tindriem una resposta múltiple o repetida.

En aquest apartat presentarem només l'anàlisi de les 24 preguntes de forma individual, i no l'anàlisi del Bloc, ja que amb els models estudiats no és possible fer l'anàlisi de la resposta múltiple per el que requerirem les metodologies que s'exposaran en el pròxim capítol, i per tant els resultats es presentaran després de la seva exposició.

3.4.2 Material i mètodes: Estudi Canfield

El test CLSI-Canfield descrit es va passar als estudiants de primer curs de la llicenciatura de medicina de la Universitat de Barcelona, el primer dia de classe del curs 2004-05, en una sessió de benvinguda on se'ls explicava en que constava. Aquestes dades ja van ser objecte d'un anàlisi en un estudi preliminar [149].

El test es va passar als 228 alumnes matriculats a medicina dels quals 8 (3.5%) qüestionaris s'hagueren de desestimar per estar mal omplerts, conformant així una mostra de $N = 220$ estudiants dels que un 23.6%(52) són homes i un 76.4%(168) dones. En la taula 3.6 de la pàgina 81 es resumeixen les notes de batxillerat, selectivitat i final d'aquests estudiants, en la que es pot observar que son uns estudiants amb una nota de tall alta i un bon expedient.

Un cop doncs passat el test disposem d'una matriu de dades de 220 files i 96 columnes corresponents a 24 preguntes i 4 ítems a cada pregunta, que codificarem com a P1a, P1b, P1c, P1d, P2a,P24d. Per a l'anàlisi de cada pregunta prendrem el conjunt de 4 columnes corresponents, per tant matriu de 220×4 , en la que tindrem $4! = 24$ possibles respostes diferents. Per tal de procedir l'anàlisi segons el descrit en el mètode de Thurstone, en prime lloc convertirem aquesta matriu en una matriu de 220 files i 6 columnes, aquestes darreres corresponents als 6 parells transitius derivats de la transformació de dades ranking a paired comparisons utilitzant el que s'ha explicat a la secció 1.2.3 i la taula 1.2, ja que en aquest cas $k = 4$ i per tant $\binom{k}{2} = \binom{4}{2} = 6$

Taula 3.6: Notes d'entrada dels estudiants de nou ingrés a medicina. Curs 2004-05

Nota	Mínim	Màxim	Mitjana	Desv.tip
Tots (n=220)				
Batxillerat	7,8	10	8,95	0,55
Selectivitat	5,83	9,33	7,7	0,76
Final	5,39	9,67	8,39	0,61
Homes (n=52)				
Batxillerat	7,8	9,9	8,85	0,58
Selectivitat	5,89	9,25	7,70	0,74
Final	5,88	9,64	8,31	0,65
Dones (n=168)				
Batxillerat	7,8	10	8,98	0,54
Selectivitat	5,83	9,33	7,7	0,76
Final	5,39	9,67	8,41	0,60

3.4.3 Resultats: Estudi Canfield (Aproximació de Thurstone)

Remarquem, abans de mostrar els resultats, que aquests són alumnes amb un perfil concret. És cert que formalment són alumnes universitaris de medicina perquè estan matriculats, però han repost al test en el dia 0 sense haver iniciat les classes. Per tant excluïm el possible biaix degut a l'entorn. Precisament el que es busca és si tenen un estil d'aprenentatge previ que els ha fet escollir aquests estudis. Tanmateix per el fet d'haver escollit i entrat a aquesta carrera, son estudiants amb una nota mitjana de batxillerat al voltant del 9, i una nota mitjana de selectivitat al voltant del 7,7, tal i com es mostra a la taula 3.6. També s'observa que majoritàriament són dones, per tant intuïtivament segons estudis realitzats per l'àmbit de la pedagogia l'estil d'aprenentatge de les dones i els homes és significativament diferent, factor que s'estudiarà en l'exemple del pròxim capítol.

A continuació amb les dades comentades, es busca el model que millor s'ajusta a aquestes per tal de veure el perfil de preferències d'estil d'aprenentatge d'aquests alumnes i estimar la posició que ocuparia cada una de les alternatives descrites en la taula 3.5 en una escala de valors continua d'interval.

Tot i que en aquest capítol, tal i com s'ha comentat, no s'analitzaran les dades a nivell de Bloc, si que s'organitzaran tots els resultats en taules agrupades per cada un dels 4 Blocs, a raó de que cada un d'ells agrupa un conjunt de 6 preguntes que ordena els mateixos 4 ítems, que són diferents per cada Bloc tal i com s'indica a la taula 3.5

Només a nivell descriptiu, podem veure en les 4 taules següents el percentatge d'estudiants que ordenen les 4 alternatives en cada una de les 24 possibles formes d'ordenar-les (vectors rank). En aquest sentit destacar en el Bloc1 (veure taula 3.7) que a la pregunta P13 el 33.64% dels estudiants ordenen les opcions de la mateixa forma, un 53.64% es reparteixen entre 4 vectors més, fent que hi hagi 11 de les 24 possibilitats que no han estat escollides per cap estudiant i 5 només per 1 o 2 estudiants, sembla doncs haver-hi, per aquesta pregunta alguns patrons que destaquen. Per la pregunta P5, amb un percentatge menor, hi ha una resposta més freqüent amb un 24.09%, per la resta de preguntes d'aquest Bloc no veiem una resposta destacament majoritària, però si que el gran percentatge de respostes es concentren en poques opcions o que entre elles acostuma a haver-hi només dues opcions permutades de posició. A excepció de la pregunta P9 en la resta hi ha moltes possibilitats que, o no les ha escollit cap estudiant o molt pocs, menys d'un 2%. La/es opció/ns amb més freqüència de resposta no semblen ser comunes a les 6 preguntes d'aquest Bloc, si en tres d'aquestes preguntes de forma bastant semblant.

Per a les preguntes del Bloc 2 (veure taula 3.8), la distribució de les freqüències de resposta és semblant al Bloc 1, els percentatges es reparteixen bastant equitativament entre tres o quatre respostes que tenen percentatges al voltant del 10%, seguides de dues o tres possibilitats més

amb percentatges al voltant del 5-6% i la resta de vectors o bé no és una ordenació de cap estudiant o de molt pocs. un o dos, i en algun cas cinc o sis, potser només a la pregunta P2 hi ha una opció que destaca per damunt de les altres amb un 22.27% essent la única pregunta d'aquest Bloc en la que un vector té una freqüència superior al 17%. Si comparem les sis preguntes d'aquest Bloc no sembla que l'ordenació escollida pels estudiants tingui una distribució semblant entre aquestes preguntes, per exemple l'ordenació més escollida per a la pregunta P18 és la ABCD mentre que per a la pregunta P2 és la BADC que com observem hi ha una permutació entre la primera i segona opció i una altre permutació entre la tercera i quarta, i així en la resta. Només la P6 coincideix amb la P2 però amb un percentatge menor i a més amb una altre possibilitat que té un percentatge pràcticament idèntic.

De les sis preguntes del Bloc3 (veure taula 3.9), les quatre primeres tenen un vector de resposta amb un percentatge superior a la resta que oscil·la entre el 13 i 21% depenent de la pregunta. Per a la pregunta P3, s'observa que llevat de quatre possibilitats amb percentatge de resposta 17.8, 10, 9.6 i 9.1% la resta de vectors resposta en tots ells algun estudiant l'ha escollit però amb una distribució bastant uniforme entre tots ells, quelcom semblant passa a les preguntes P7, P19 i P23, en les dues últimes però hi ha respectivament dos i un vectors no escollits per cap alumne. A les preguntes P11 i P15, tenim una ordenació amb més respostes que la resta, amb un 35%, i 21.36% respectivament, i aleshores per a la pregunta P11 tenim un 16.82% seguit d'un 13.18%, és a dir que el 65% dels estudiants ordenen les 4 opcions de tres formes diferents possibles, el que si s'observa en les tres que la primera opció és la D, amb variacions entre aquestes tres de només permutar dues opcions. En la pregunta P15, en canvi, tenim una resposta possible que ha estat l'ordenació escollida per la majoria del estudiants, però amb menys diferència de la que la segueix que té un 18.18% de resposta i en aquest cas ambdues escullen l'opció D com a la més preferida però difereixen en el fet de que queden permutades les altres tres opcions, A, B i C, la resta d'estudiants escullen una ordenació diferent que varien entre 5 possibilitats, i alguns

que escullen opcions de forma única i diferent a la resta d'estudiants. En aquest Bloc no es veu tampoc un tret comú entre les sis preguntes que el conformen.

Per el Bloc 4 (veure taula 3.10), observem que per a les preguntes P16, P20 i P24 l'ordenació més escollida ha estat la mateixa, DCAB i en totes elles amb un 21.36% de resposta, però l'ordenació que la seguiria és per a la pregunta P24 l'ordenació ADCB amb un 18.18%, per a la pregunta P20 la que la segueix és el vector DABC amb un 11.36% i per a la pregunta P16 seria DACB amb un 13.64%, en totes tres preguntes la resta d'estudiants es reparteixen entre les altres opcions amb percentatges petits o fins i tot de 0. La resposta més freqüent per a la pregunta P4 té només un 12.27% d'estudiants que l'hagin escollida com a ordenació de preferència, pregunta a la que també s'observa una distribució bastant homogènia entre les 24 possibilitats, el contrari del que passa a la pregunta P8 que un 31.36% dels estudiants estableixen com a ordre preferit el DCAB tal com ho feien per a les preguntes P16, P20 i P24, però encara amb més percentatge de resposta, i si ens fixem en els tres vectors més escollits sumen pràcticament el 60% , quedant un 40% que es reparteix de forma bastant semblant entre cinc o 7 opcions, havent-hi 14 ordenacions que han estat escollides per menys de 4 estudiants.

No sembla doncs, que els Blocs determinin un patró de preferències igual en totes les preguntes que el componen, tal i com és la idea de construcció del qüestionari.

Taula 3.7: Freqüències observades de les preguntes del Bloc 1

	P1	P5	P9	P13	P17	P21
	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$
ABCD	16 (7,27 %)	30 (13,64 %)	7 (3,18 %)	32 (14,55 %)	9 (4,09 %)	28 (12,73 %)
ABDC	16 (7,27 %)	5 (2,27 %)	16 (7,27 %)	5 (2,27 %)	25 (11,36 %)	18 (8,18 %)
ACBD	5 (2,27 %)	13 (5,91 %)	1 (0,45 %)	11 (5 %)	5 (2,27 %)	10 (4,55 %)
ACDB	5 (2,27 %)	3 (1,36 %)	4 (1,82 %)	1 (0,45 %)	1 (0,45 %)	2 (0,91 %)
ADBC	6 (2,73 %)	2 (0,91 %)	4 (1,82 %)	0 (0 %)	10 (4,55 %)	5 (2,27 %)
ADCB	4 (1,82 %)	0 (0 %)	6 (2,73 %)	0 (0 %)	6 (2,73 %)	0 (0 %)
BACD	31 (14,09 %)	53 (24,09 %)	9 (4,09 %)	74 (33,64 %)	17 (7,73 %)	55 (25 %)
BADC	28 (12,73 %)	13 (5,91 %)	16 (7,27 %)	6 (2,73 %)	35 (15,91 %)	34 (15,45 %)
BCAD	28 (12,73 %)	41 (18,64 %)	7 (3,18 %)	31 (14,09 %)	8 (3,64 %)	19 (8,64 %)
BCDA	14 (6,36 %)	6 (2,73 %)	17 (7,73 %)	1 (0,45 %)	7 (3,18 %)	7 (3,18 %)
BDAC	19 (8,64 %)	11 (5 %)	14 (6,36 %)	2 (0,91 %)	32 (14,55 %)	23 (10,45 %)
BDCA	17 (7,73 %)	5 (2,27 %)	13 (5,91 %)	0 (0 %)	17 (7,73 %)	5 (2,27 %)
CABD	7 (3,18 %)	11 (5 %)	1 (0,45 %)	31 (14,09 %)	1 (0,45 %)	3 (1,36 %)
CADB	2 (0,91 %)	2 (0,91 %)	6 (2,73 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
CBAD	7 (3,18 %)	17 (7,73 %)	3 (1,36 %)	24 (10,91 %)	2 (0,91 %)	4 (1,82 %)
CBDA	4 (1,82 %)	2 (0,91 %)	9 (4,09 %)	1 (0,45 %)	2 (0,91 %)	0 (0 %)
CDAB	2 (0,91 %)	1 (0,45 %)	8 (3,64 %)	1 (0,45 %)	5 (2,27 %)	0 (0 %)
CDBA	1 (0,45 %)	0 (0 %)	10 (4,55 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
DABC	3 (1,36 %)	1 (0,45 %)	7 (3,18 %)	0 (0 %)	12 (5,45 %)	1 (0,45 %)
DACB	1 (0,45 %)	0 (0 %)	4 (1,82 %)	0 (0 %)	1 (0,45 %)	1 (0,45 %)
DBAC	0 (0 %)	0 (0 %)	11 (5 %)	0 (0 %)	15 (6,82 %)	2 (0,91 %)
DBCA	2 (0,91 %)	3 (1,36 %)	18 (8,18 %)	0 (0 %)	6 (2,73 %)	1 (0,45 %)
DCAB	2 (0,91 %)	1 (0,45 %)	8 (3,64 %)	0 (0 %)	3 (1,36 %)	1 (0,45 %)
DCBA	0 (0 %)	0 (0 %)	21 (9,55 %)	0 (0 %)	1 (0,45 %)	1 (0,45 %)

Taula 3.8: Freqüències observades de les preguntes del Bloc 2

	P2	P6	P10	P14	P18	P22
	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$
ABCD	17 (7,73 %)	10 (4,55 %)	5 (2,27 %)	7 (3,18 %)	34 (15,45 %)	22 (10 %)
ABDC	23 (10,45 %)	18 (8,18 %)	12 (5,45 %)	9 (4,09 %)	23 (10,45 %)	27 (12,27 %)
ACBD	3 (1,36 %)	1 (0,45 %)	0 (0 %)	9 (4,09 %)	25 (11,36 %)	7 (3,18 %)
ACDB	2 (0,91 %)	3 (1,36 %)	1 (0,45 %)	10 (4,55 %)	17 (7,73 %)	3 (1,36 %)
ADBC	7 (3,18 %)	7 (3,18 %)	4 (1,82 %)	6 (2,73 %)	18 (8,18 %)	13 (5,91 %)
ADCB	2 (0,91 %)	1 (0,45 %)	0 (0 %)	4 (1,82 %)	12 (5,45 %)	5 (2,27 %)
BACD	23 (10,45 %)	18 (8,18 %)	18 (8,18 %)	15 (6,82 %)	15 (6,82 %)	18 (8,18 %)
BADC	49 (22,27 %)	30 (13,64 %)	14 (6,36 %)	4 (1,82 %)	15 (6,82 %)	39 (17,73 %)
BCAD	2 (0,91 %)	10 (4,55 %)	24 (10,91 %)	12 (5,45 %)	3 (1,36 %)	10 (4,55 %)
BCDA	6 (2,73 %)	11 (5 %)	23 (10,45 %)	16 (7,27 %)	1 (0,45 %)	11 (5 %)
BDAC	33 (15 %)	29 (13,18 %)	36 (16,36 %)	7 (3,18 %)	7 (3,18 %)	21 (9,55 %)
BDCA	21 (9,55 %)	34 (15,45 %)	25 (11,36 %)	9 (4,09 %)	1 (0,45 %)	8 (3,64 %)
CABD	2 (0,91 %)	0 (0 %)	6 (2,73 %)	26 (11,82 %)	16 (7,27 %)	1 (0,45 %)
CADB	0 (0 %)	3 (1,36 %)	1 (0,45 %)	16 (7,27 %)	6 (2,73 %)	0 (0 %)
CBAD	2 (0,91 %)	1 (0,45 %)	13 (5,91 %)	12 (5,45 %)	1 (0,45 %)	2 (0,91 %)
CBDA	1 (0,45 %)	2 (0,91 %)	11 (5 %)	17 (7,73 %)	2 (0,91 %)	1 (0,45 %)
CDAB	1 (0,45 %)	0 (0 %)	1 (0,45 %)	13 (5,91 %)	7 (3,18 %)	1 (0,45 %)
CDBA	1 (0,45 %)	5 (2,27 %)	2 (0,91 %)	6 (2,73 %)	2 (0,91 %)	3 (1,36 %)
DABC	5 (2,27 %)	7 (3,18 %)	2 (0,91 %)	2 (0,91 %)	2 (0,91 %)	10 (4,55 %)
DACB	1 (0,45 %)	3 (1,36 %)	0 (0 %)	5 (2,27 %)	5 (2,27 %)	0 (0 %)
DBAC	11 (5 %)	11 (5 %)	15 (6,82 %)	5 (2,27 %)	2 (0,91 %)	12 (5,45 %)
DBCA	3 (1,36 %)	7 (3,18 %)	5 (2,27 %)	3 (1,36 %)	1 (0,45 %)	2 (0,91 %)
DCAB	3 (1,36 %)	6 (2,73 %)	1 (0,45 %)	4 (1,82 %)	4 (1,82 %)	1 (0,45 %)
DCBA	2 (0,91 %)	3 (1,36 %)	1 (0,45 %)	3 (1,36 %)	1 (0,45 %)	3 (1,36 %)

Taula 3.9: Freqüències observades de les preguntes del Bloc 3

	P3	P7	P11	P15	P19	P23
	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$
ABCD	12 (5,45 %)	1 (0,45 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (0,45 %)	4 (1,82 %)
ABDC	20 (9,09 %)	5 (2,27 %)	2 (0,91 %)	5 (2,27 %)	6 (2,73 %)	17 (7,73 %)
ACBD	18 (8,18 %)	3 (1,36 %)	1 (0,45 %)	1 (0,45 %)	0 (0 %)	5 (2,27 %)
ACDB	22 (10 %)	4 (1,82 %)	2 (0,91 %)	2 (0,91 %)	5 (2,27 %)	12 (5,45 %)
ADBC	39 (17,73 %)	3 (1,36 %)	1 (0,45 %)	11 (5 %)	9 (4,09 %)	10 (4,55 %)
ADCB	21 (9,55 %)	4 (1,82 %)	1 (0,45 %)	19 (8,64 %)	6 (2,73 %)	14 (6,36 %)
BACD	7 (3,18 %)	3 (1,36 %)	1 (0,45 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
BADC	6 (2,73 %)	7 (3,18 %)	0 (0 %)	2 (0,91 %)	3 (1,36 %)	3 (1,36 %)
BCAD	1 (0,45 %)	4 (1,82 %)	1 (0,45 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	2 (0,91 %)
BCDA	1 (0,45 %)	7 (3,18 %)	3 (1,36 %)	1 (0,45 %)	2 (0,91 %)	10 (4,55 %)
BDAC	8 (3,64 %)	10 (4,55 %)	3 (1,36 %)	3 (1,36 %)	9 (4,09 %)	13 (5,91 %)
BDCA	3 (1,36 %)	14 (6,36 %)	8 (3,64 %)	2 (0,91 %)	2 (0,91 %)	8 (3,64 %)
CABD	7 (3,18 %)	2 (0,91 %)	1 (0,45 %)	0 (0 %)	1 (0,45 %)	5 (2,27 %)
CADB	5 (2,27 %)	10 (4,55 %)	1 (0,45 %)	5 (2,27 %)	4 (1,82 %)	12 (5,45 %)
CBAD	1 (0,45 %)	2 (0,91 %)	1 (0,45 %)	1 (0,45 %)	3 (1,36 %)	2 (0,91 %)
CBDA	3 (1,36 %)	8 (3,64 %)	3 (1,36 %)	0 (0 %)	5 (2,27 %)	6 (2,73 %)
CDAB	9 (4,09 %)	15 (6,82 %)	8 (3,64 %)	7 (3,18 %)	7 (3,18 %)	2 (0,91 %)
CDBA	3 (1,36 %)	14 (6,36 %)	9 (4,09 %)	0 (0 %)	5 (2,27 %)	3 (1,36 %)
DABC	8 (3,64 %)	10 (4,55 %)	12 (5,45 %)	40 (18,18 %)	30 (13,64 %)	19 (8,64 %)
DACB	3 (1,36 %)	8 (3,64 %)	7 (3,18 %)	47 (21,36 %)	23 (10,45 %)	11 (5 %)
DBAC	8 (3,64 %)	22 (10 %)	29 (13,18 %)	24 (10,91 %)	28 (12,73 %)	23 (10,45 %)
DBCA	6 (2,73 %)	27 (12,27 %)	77 (35 %)	15 (6,82 %)	29 (13,18 %)	22 (10 %)
DCAB	3 (1,36 %)	20 (9,09 %)	12 (5,45 %)	20 (9,09 %)	13 (5,91 %)	9 (4,09 %)
DCBA	6 (2,73 %)	17 (7,73 %)	37 (16,82 %)	15 (6,82 %)	29 (13,18 %)	8 (3,64 %)

Taula 3.10: Freqüències observades de les preguntes del Bloc 4

	P4	P8	P12	P16	P20	P24
	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$
ABCD	9 (4,09 %)	4 (1,82 %)	8 (3,64 %)	8 (3,64 %)	9 (4,09 %)	3 (1,36 %)
ABDC	8 (3,64 %)	6 (2,73 %)	2 (0,91 %)	6 (2,73 %)	5 (2,27 %)	7 (3,18 %)
ACBD	12 (5,45 %)	1 (0,45 %)	31 (14,09 %)	7 (3,18 %)	9 (4,09 %)	3 (1,36 %)
ACDB	20 (9,09 %)	10 (4,55 %)	14 (6,36 %)	7 (3,18 %)	9 (4,09 %)	11 (5 %)
ADBC	14 (6,36 %)	12 (5,45 %)	3 (1,36 %)	10 (4,55 %)	8 (3,64 %)	22 (10 %)
ADCB	13 (5,91 %)	31 (14,09 %)	8 (3,64 %)	22 (10 %)	9 (4,09 %)	40 (18,18 %)
BACD	5 (2,27 %)	1 (0,45 %)	7 (3,18 %)	4 (1,82 %)	2 (0,91 %)	1 (0,45 %)
BADC	3 (1,36 %)	1 (0,45 %)	0 (0 %)	4 (1,82 %)	2 (0,91 %)	1 (0,45 %)
BCAD	1 (0,45 %)	1 (0,45 %)	15 (6,82 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
BCDA	3 (1,36 %)	0 (0 %)	2 (0,91 %)	1 (0,45 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
BDAC	6 (2,73 %)	0 (0 %)	2 (0,91 %)	2 (0,91 %)	3 (1,36 %)	0 (0 %)
BDCA	3 (1,36 %)	2 (0,91 %)	4 (1,82 %)	2 (0,91 %)	1 (0,45 %)	0 (0 %)
CABD	6 (2,73 %)	2 (0,91 %)	28 (12,73 %)	4 (1,82 %)	4 (1,82 %)	1 (0,45 %)
CADB	13 (5,91 %)	4 (1,82 %)	10 (4,55 %)	8 (3,64 %)	5 (2,27 %)	3 (1,36 %)
CBAD	0 (0 %)	0 (0 %)	18 (8,18 %)	2 (0,91 %)	4 (1,82 %)	1 (0,45 %)
CBDA	2 (0,91 %)	0 (0 %)	6 (2,73 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
CDAB	6 (2,73 %)	7 (3,18 %)	24 (10,91 %)	10 (4,55 %)	12 (5,45 %)	9 (4,09 %)
CDBA	2 (0,91 %)	3 (1,36 %)	4 (1,82 %)	5 (2,27 %)	3 (1,36 %)	2 (0,91 %)
DABC	27 (12,27 %)	9 (4,09 %)	3 (1,36 %)	16 (7,27 %)	25 (11,36 %)	16 (7,27 %)
DACB	18 (8,18 %)	30 (13,64 %)	13 (5,91 %)	30 (13,64 %)	33 (15 %)	43 (19,55 %)
DBAC	19 (8,64 %)	9 (4,09 %)	3 (1,36 %)	10 (4,55 %)	14 (6,36 %)	3 (1,36 %)
DBCA	6 (2,73 %)	3 (1,36 %)	1 (0,45 %)	5 (2,27 %)	4 (1,82 %)	3 (1,36 %)
DCAB	15 (6,82 %)	69 (31,36 %)	10 (4,55 %)	47 (21,36 %)	47 (21,36 %)	47 (21,36 %)
DCBA	9 (4,09 %)	15 (6,82 %)	4 (1,82 %)	10 (4,55 %)	12 (5,45 %)	4 (1,82 %)

Tal i com s'ha exposat per a les dades simulades, i de la mateixa manera forma , segons el que s'exposa a l'apartat 1.2.3, el primer que es va fer va ésser la transformació de les 220 observacions en la seva expressió en forma de dades Paired Comparison transitives (veure taula 1.2), i per tant passem a tenir una matriu de 220x6 per cada una de les 24 preguntes. En conseqüència es poden calcular les freqüències de cada comparació binària tal com s'indica a la taula 1.3 de l'apartat 1.2.4. Freqüències que permeten conèixer davant dues d'alternatives concretes quants estudiants prefereixen una front l'altre en cada una de les seves ordenacions independentment de la posició que ocupin les altres dues alternatives que no formen part del parell en qüestió. en les dades observades.

Així per exemple en les preguntes P1, P5, P17 i P21 del Bloc1 (veure taula 3.11), observem que quan l'estudiant enfronta les opcions B i C corresponents a l'organització i als objectius respectivament, hi ha més alumnes que situen en una posició de més preferència l'organització que els objectius amb percentatges entre 77 i 90 %, a les preguntes P9 i P13 també és així però amb percentatges menors del 70%.

En el Bloc 2 (veure taula 3.12), observem que a les preguntes P2, P6, P10, P14 i P22, en totes les parelles en que una de les opcions és la B, referent a la importància dels detalls, aquesta sempre la posen per davant de les altres tres opcions, en canvi a la pregunta P18 és així quan aquesta opció B es compara versus les opcions C o D, tot i que els percentatges son menors que en les altres preguntes, però en canvi l'opció A, referent a "que l'estudiant senti una interacció cordial i amistosa entre ell i el professor per facilitar l'aprenentatge", la posen per davant.

Per a les preguntes del Bloc 3 (veure taula 3.13), a excepció de la P3, és l'opció A que es posiciona per davant de la resta d'opcions en les comparacions binàries. Aquesta opció fa referència a preferir treballar amb temes que hagin de tractar amb les persones versus amb temes que tinguin relació amb el llenguatge, els objectes o les persones. Aquest

resultat sembla lògic tenint en compte que aquests han escollit fer medicina. En quant a la pregunta P3 que no és així, aquesta fa referència a les assignatures que fins el moment més li han agradat, i per tant cal recordar que el tipus d'assignatures que fins el moment han cursat són les corresponents a Batxillerat, en les que no hi ha massa contacte amb aspectes que impliquin treballar directament amb les persones. En aquesta mateixa pregunta, però els percentatges de resposta ens indiquen que seria l'alternativa A, referent als números, que es situaria per davant de la resta, resultat que es fa estrany.

Finalment en les sis preguntes del Bloc 4 (veure taula 3.14), referent als mètodes d'aprenentatge, els estudiants, destaca l'opció B referent a aprendre llegint, però per ésser l'alternativa que sempre la prefereixen en últim terme, és a dir abans que llegir escullen opcions com escoltar, usar imatges o pràctiques directes (experiència).

Taula 3.11: Taula de freqüències de les comparacions binàries dels ítems.
Bloc 1

P1	A	B	C	D	P5	A	B	C	D
A	0,00	31,36	60,91	70,45	A	0,00	31,36	59,55	86,36
B	68,64	0,00	81,82	87,27	B	68,64	0,00	77,27	94,09
C	39,09	18,18	0,00	55,45	C	40,45	22,73	0,00	81,36
D	29,55	12,73	44,55	0,00	D	13,64	5,91	18,64	0,00
P9	A	B	C	D	P13	A	B	C	D
A	0,00	32,73	45,00	36,36	A	0,00	36,82	59,55	97,73
B	67,27	0,00	63,18	51,36	B	63,18	0,00	68,64	99,09
C	55,00	36,82	0,00	37,27	C	40,45	31,36	0,00	94,09
D	63,64	48,64	62,73	0,00	D	2,27	0,91	5,91	0,00
P17	A	B	C	D	P21	A	B	C	D
A	0,00	35,45	76,36	54,09	A	0,00	31,36	81,36	80,91
B	64,55	0,00	87,73	72,73	B	68,64	0,00	90,00	93,64
C	23,64	12,27	0,00	25,91	C	18,64	10,00	0,00	58,18
D	45,91	27,27	74,09	0,00	D	19,09	6,36	41,82	0,00

Taula 3.12: Taula de freqüències de les comparacions binàries dels ítems.
Bloc 2

P2	A	B	C	D	P6	A	B	C	D
A	0,00	30,00	80,00	60,00	A	0,00	26,82	62,73	46,36
B	70,00	0,00	90,91	82,73	B	73,18	0,00	87,27	74,55
C	20,00	9,09	0,00	27,27	C	37,27	12,73	0,00	29,09
D	40,00	17,27	72,73	0,00	D	53,64	25,45	70,91	0,00
P10	A	B	C	D	P14	A	B	C	D
A	0,00	15,00	48,64	44,55	A	0,00	50,45	37,73	59,09
B	85,00	0,00	83,18	85,00	B	49,55	0,00	43,18	65,00
C	51,36	16,82	0,00	47,73	C	62,27	56,82	0,00	72,27
D	55,45	15,00	52,27	0,00	D	40,91	35,00	27,73	0,00
P18	A	B	C	D	P22	A	B	C	D
A	0,00	76,82	79,55	84,09	A	0,00	40,91	80,45	66,82
B	23,18	0,00	55,45	65,00	B	59,09	0,00	87,73	75,91
C	20,45	44,55	0,00	58,64	C	19,55	12,27	0,00	35,91
D	15,91	35,00	41,36	0,00	D	33,18	24,09	64,09	0,00

Taula 3.13: Taula de freqüències de les comparacions binàries dels ítems.
Bloc 3

P3	A	B	C	D	P7	A	B	C	D
A	0,00	75,91	78,18	72,27	A	0,00	38,64	36,36	21,82
B	24,09	0,00	54,09	39,55	B	61,36	0,00	51,36	30,00
C	21,82	45,91	0,00	40,45	C	63,64	48,64	0,00	33,18
D	27,73	60,45	59,55	0,00	D	78,18	70,00	66,82	0,00
P11	A	B	C	D	P15	A	B	C	D
A	0,00	21,82	26,82	5,45	A	0,00	71,36	70,00	20,91
B	78,18	0,00	62,27	10,91	B	28,64	0,00	46,82	6,82
C	73,18	37,73	0,00	14,09	C	30,00	53,18	0,00	7,73
D	94,55	89,09	85,91	0,00	D	79,09	93,18	92,27	0,00
P19	A	B	C	D	P23	A	B	C	D
A	0,00	47,73	54,55	17,27	A	0,00	54,55	59,55	39,09
B	52,27	0,00	54,09	14,55	B	45,45	0,00	59,55	34,09
C	45,45	45,91	0,00	15,00	C	40,45	40,45	0,00	28,64
D	82,73	85,45	85,00	0,00	D	60,91	65,91	71,36	0,00

Taula 3.14: Taula de freqüències de les comparacions binàries dels ítems.
Bloc 4

P4	A	B	C	D	P8	A	B	C	D
A	0,00	73,18	70,00	47,27	A	0,00	84,09	51,82	33,18
B	26,82	0,00	47,27	26,36	B	15,91	0,00	21,82	8,18
C	30,00	52,73	0,00	35,91	C	48,18	78,18	0,00	15,00
D	52,73	73,64	64,09	0,00	D	66,82	91,82	85,00	0,00
P12	A	B	C	D	P16	A	B	C	D
A	0,00	70,00	42,73	65,45	A	0,00	79,55	57,27	37,27
B	30,00	0,00	22,73	55,91	B	20,45	0,00	30,91	18,18
C	57,27	77,27	0,00	75,91	C	42,73	69,09	0,00	25,45
D	34,55	44,09	24,09	0,00	D	62,73	81,82	74,55	0,00
P20	A	B	C	D	P24	A	B	C	D
A	0,00	79,55	58,18	30,00	A	0,00	93,18	68,18	42,27
B	20,45	0,00	33,18	17,73	B	6,82	0,00	25,45	7,73
C	41,82	66,82	0,00	25,91	C	31,82	74,55	0,00	15,45
D	70,00	82,27	74,09	0,00	D	57,73	92,27	84,55	0,00

Tot i que no podem despendre cap conclusió de preferència i/o estil d'aprenentatge de les observacions fetes tant en les freqüències de les respostes ranking com en les comparacions dos a dos, i per tant és fa necessària buscar el model que millor s'ajusta a les respostes dels estudiants, que en una primera instància presentarem seguint la metodologia de Thurstone i la seqüència proposada per Maydeu-Olivares, tal i com es mostra en les taules 3.15, 3.16, 3.17 i 3.18 corresponents als Blocs 1, 2, 3 i 4 respectivament, seguint la mateixa nomenclatura exposada per a les dades simulades (veure 3.3).

Notem que de les 24 preguntes en 6 (25%) d'elles les dades no s'ajusten a cap dels models, preguntes que si s'observen a les taules de freqüències a dalt vistes, no sembla haver-hi cap tret diferencial i/o comú en elles que pogués justificar no haver-hi un model adequat així com en la resta de preguntes. També observar que 3 d'aquestes preguntes són del Bloc 2, on les preguntes tenen continguts referents a les àrees de preferència. En aquelles preguntes on si s'ha trobat un model que ajustés bé es resumeix a la taula 3.19 el cas dels models de Thurstone que s'ha acceptat com a model vàlid.

Cal comentar, que s'ha considerat en la decisió de la bondat d'ajust el p -valor associat a l'estadístic de Satorra-Bentler, i que en cas d'haver-hi més d'un model pel que el p -valor > 0.05 , aquest dos s'han comparat tal com es descriu a la secció 3.2.5.1 considerant sempre el principi de parsimònia que ens indica que sempre que es pugui acceptar el model Cas V, millor que el Cas III i millor que el model Unrestricted sempre i quan el p -valor del test de comparació sigui superior a 0.05. Tal i com es mostra en aquestes taules associades als resultats de la seqüència de Maydeu-Olivares 3.4, pàgina 61, en els models que son acceptats segons l'estadístic χ^2 de Satorra-Bentler, s'observa que en tots els casos els quatre índexs de bondat d'ajust, CFI, TLI, RMSEA i WRMR compleixen els criteris establerts a la secció 3.2.5.1 segons els que van establir de Hu [118, 119, 150] (i e: $CFI \geq 0.95$, $TLI \geq 0.95$, $RMSEA \leq 0.06$ i $WRMR \leq 0.90$), la qual cosa ens permet dir que en els casos en que s'ha identificat el model

aquest s'ajusta a les dades adequadament.

Efectivament s'observa que tal com conclou Maydeu-Olivares en les seves investigacions, quan el model de Thurstone Unrestricted no s'ajusta a les dades, tampoc ho fan els models Cas III i Cas V, i quan és el model Cas III el que no s'ajusta tampoc ho fa el model del Cas V.

Si examinem l'esquema que s'ha seguit, en aquells casos que s'accepta el Cas Unrestricted però no el Cas III el camí a seguir seria provar si els models factorials ajusten bé, però tal i com s'ha explicat al descriure la metodologia, quan el nombre d'ítems és inferior a 5, aquests deixen de tenir sentit, no podent-se ajustar o en el seu defecte serien models equivalents al cas Unrestricted, és per aquest motiu que no els presentem en cap de les taules.

Taula 3.15: Models de Thurstone ajustats a cada pregunta del Bloc 1

Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P1	UNRESTRICTED	5,243	14,246	0,368	9	0,114	0,997	0,997	0,021	0,500
	CAS III	9,098	13,600	0,669	11	0,256	1,000	1,003	0,000	0,658
	CAS V	39,766	44,087	0,902	14	0,000	0,938	0,948	0,081	1,376
	Comparison^b	Dif	cd	Chi	df	p-value				
	U vs CIII	3,856	2,024	1,906	2	0,386				
Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P5	UNRESTRICTED	6,580	15,593	0,422	9	0,076	0,991	0,990	0,030	0,560
	CAS III	15,263	22,249	0,686	11	0,023	0,976	0,976	0,047	0,853
	CAS V	34,480	37,766	0,913	14	0,001	0,951	0,959	0,061	1,194
Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P9	UNRESTRICTED	2,631	8,407	0,313	9	0,494	1,000	1,009	0,000	0,354
	CAS III	50,052	78,207	0,640	11	0,000	0,887	0,887	0,138	1,544
	CAS V	66,692	74,767	0,892	14	0,000	0,899	0,916	0,120	1,783

Taula 3.15: Models de Thurstone ajustats a cada pregunta del Bloc 1 (Cont.)

Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR	
P13	UNRESTRICTED	3,865	7,729	0,500	9	0,562	1,000	1,012	0,000	0,429	
	CAS III	8,193	11,027	0,743	11	0,441	1,000	1,008	0,000	0,625	
	CAS V	66,477	70,795	0,939	14	0,000	0,893	0,911	0,115	1,779	
	Comparison^b	Dif	cd	Chi	df	p-value					
	U vs CIII	4,329	1,837	2,357	2	0,308					
Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR	
P17	UNRESTRICTED	4,053	10,983	0,369	9	0,277	1,000	1,008	0,000	0,439	
	CAS III	4,893	7,528	0,650	11	0,755	1,000	1,025	0,000	0,483	
	CAS V	8,250	9,136	0,903	14	0,822	1,000	1,024	0,000	0,627	
	Comparison^b	Dif	cd	Chi	df	p-value					
	U vs CIII	0,840	1,915	0,439	2	0,803					
	CIII vs CV	3,357	1,831	1,834	3	0,608					

Taula 3.15: Models de Thurstone ajustats a cada pregunta del Bloc 1 (Cont.)

Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR	
P21	UNRESTRICTED	1,651	3,709	0,445	9	0,930	1,000	1,047	0,000	0,280	
	CAS III	7,518	10,214	0,736	11	0,511	1,000	1,021	0,000	0,598	
	CAS V	13,206	14,339	0,921	14	0,425	1,000	1,013	0,000	0,793	
	Comparison^b	Dif	cd	Chi	df	p-value					
	U vs CIII	5,867	2,046	2,868	2	0,238					
CIII vs CV	5,689	1,599	3,557	3	0,313						

^a $T = n\tilde{F}$ la χ^2 habitual, C=Scaling Correction Factor. $TM = \frac{T}{C}$, df= gr.llb, TM=Est.Satora-Bentler

^b $Dif = T_i - T_j$, $cd = \frac{c_i df_i - c_j df_j}{df_j - df_i}$, $chi = \frac{T_i - T_j}{cd}$ and $df = df_i - df_j$

Taula 3.16: Models de Thurstone ajustats a cada pregunta del Bloc 2

Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P2	UNRESTRICTED	5,131	13,293	0,386	9	0,150	0,999	0,999	0,010	0,494
	CAS III	26,425	39,381	0,671	11	0,000	0,929	0,929	0,086	1,121
	CAS V	36,607	40,228	0,910	14	0,000	0,935	0,946	0,075	1,320
Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P6	UNRESTRICTED	1,101	22,428	0,049	9	0,008	0,980	0,977	0,057	0,618
	CAS III	18,595	28,432	0,654	11	0,003	0,971	0,971	0,064	0,941
	CAS V	52,390	58,147	0,901	14	0,000	0,914	0,929	0,101	1,579
Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P10	UNRESTRICTED	7,397	18,220	0,406	9	0,033	0,990	0,989	0,043	0,594
	CAS III	25,660	38,015	0,675	11	0,000	0,957	0,957	0,084	1,106
	CAS V	80,028	87,846	0,911	14	0,000	0,868	0,890	0,133	1,952
Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P14	UNRESTRICTED	4,8169	15,011	0,321	9	0,091	0,995	0,995	0,027	0,479
	CAS III	9,793	15,446	0,634	11	0,163	0,999	0,999	0,012	0,683
	CAS V	24,280	27,189	0,893	14	0,018	0,979	0,982	0,048	1,075
	Comparison^b	Dif	cd	Chi	df	p-value				
	U vs CIII	4,974	2,043	2,435	2	0,296				

Taula 3.16: Models de Thurstone ajustats a cada pregunta del Bloc 2 (Cont.)

Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR	
P18	UNRESTRICTED	7,519	20,267	0,371	9	0,016	0,981	0,978	0,050	0,598	
	CAS III	30,650	45,340	0,676	11	0,000	0,922	0,922	0,096	1,208	
	CAS V	37,444	41,420	0,904	14	0,000	0,939	0,950	0,077	1,335	
Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR	
P22	UNRESTRICTED	4,200	10,909	0,3385	9	0,282	1,000	1,008	0,000	0,447	
	CAS III	4,835	6,887	0,702	11	0,808	1,000	1,026	0,000	0,480	
	CAS V	11,499	12,692	0,906	14	0,551	1,000	1,014	0,000	0,740	
	Comparison ^b	Dif	cd	Chi	df	p-value					
	U vs CIII	0,635	2,129	0,298	2	0,861					
	CIII vs CV	6,664	1,654	4,029	3	0,258					

^a $T = n\tilde{F}$ la χ^2 habitual, C=Scaling Correction Factor. $TM = \frac{T}{C}$, df= gr.llb, TM=Est.Satora-Bentler

^b $Dif = T_i - T_j$, $cd = \frac{c_i df_i - c_j df_j}{df_j - df_i}$, $chi = \frac{T_i - T_j}{cd}$ and $df = df_i - df_j$

Taula 3.17: Models de Thurstone ajustats a cada pregunta del Bloc 3

Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P3	UNRESTRICTED	7,169	21,272	0,337	9	0,011	0,985	0,983	0,054	0,585
	CAS III	13,364	20,752	0,644	11	0,036	0,990	0,990	0,042	0,797
	CAS V	67,613	75,545	0,895	14	0,000	0,898	0,915	0,121	1,794
Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P7	UNRESTRICTED	1,816	5,340	0,340	9	0,804	1,000	1,021	0,000	0,294
	CAS III	20,151	30,625	0,658	11	0,001	0,963	0,963	0,064	0,069
	CAS V	30,524	34,029	0,897	14	0,002	0,962	0,968	0,064	1,206
Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P11	UNRESTRICTED	2,275	5,509	0,413	9	0,788	1,000	1,031	0,000	0,329
	CAS III	31,823	46,868	0,679	11	0,000	0,886	0,886	0,098	1,231
	CAS V	45,344	49,719	0,912	14	0,000	0,887	0,906	0,089	1,469

Taula 3.17: Models de Thurstone ajustats a cada pregunta del Bloc 3 (Cont.)

Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR	
P15	UNRESTRICTED	7,466	15,987	0,467	9	0,067	0,987	0,985	0,032	0,596	
	CAS III	11,453	15,803	0,725	11	0,149	0,997	0,997	0,016	0,739	
	CAS V	12,556	13,663	0,919	14	0,475	1,000	1,016	0,000	0,773	
	Comparison^b		Dif	cd	Chi	df	p-value				
	U vs CIII	3,991	1,886	2,116	2	0,347					
	CIII vs CV	1,099	1,630	0,674	3	0,879					
Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR	
P19	UNRESTRICTED	3,373	8,433	0,400	9	0,491	1,000	1,016	0,000	0,401	
	CAS III	4,438	6,260	0,709	11	0,855	1,000	1,026	0,000	0,460	
	CAS V	22,330	24,647	0,906	14	0,038	0,980	0,984	0,041	1,031	
	Comparison^b		Dif	cd	Chi	df	p-value				
	U vs CIII	1,065	2,100	0,507	2	0,776					

Taula 3.17: Models de Thurstone ajustats a cada pregunta del Bloc 3 (Cont.)

Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P23	UNRESTRICTED	9,073	28,622	0,317	9	0,001	0,978	0,974	0,074	0,658
	CAS III	66,366	99,054	0,670	11	0,000	0,990	0,880	0,160	1,777
	CAS V	107,082	119,913	0,893	14	0,000	0,854	0,879	0,160	2,268

^a $T = n\tilde{F}$ la χ^2 habitual, C=Scaling Correction Factor. $TM = \frac{T}{C}$, df= gr.llb, TM=Est.Satora-Bentler

^b $Dif = T_i - T_j$, $cd = \frac{c_i df_i - c_j df_j}{df_j - df_i}$, $chi = \frac{T_i - T_j}{cd}$ and $df = df_i - df_j$

Taula 3.18: Models de Thurstone ajustats a cada pregunta del Bloc 4

Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P4	UNRESTRICTED	4,242	12,441	0,341	9	0,190	1,000	1,001	0,000	0,450
	CAS III	41,818	64,633	0,647	11	0,000	0,964	0,904	0,123	1,411
	CAS V	60,994	67,998	0,897	14	0,000	0,903	0,919	0,112	1,704
Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P8	UNRESTRICTED	5,364	13,377	0,401	9	0,146	0,992	0,990	0,039	0,576
	CAS III	80,571	114,773	0,702	11	0,000	0,811	0,811	0,174	1,958
	CAS V	106,108	116,346	0,912	14	0,000	0,814	0,845	0,158	2,248
Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P12	UNRESTRICTED	8,076	23,752	0,340	9	0,005	0,982	0,797	0,061	0,620
	CAS III	13,121	19,671	0,667	11	0,050	0,992	0,992	0,038	0,790
	CAS V	79,790	88,853	0,898	14	0,000	0,883	0,902	0,134	1,949
Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P16	UNRESTRICTED	3,317	9,3978	0,353	9	0,401	1,000	1,008	0,000	0,398
	CAS III	50,202	76,762	0,654	11	0,000	0,881	0,881	0,137	1,547
	CAS V	78,361	86,971	0,901	14	0,000	0,968	0,890	0,132	1,931

Taula 3.18: Models de Thurstone ajustats a cada pregunta del Bloc 1 (Cont.)

Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P20	UNRESTRICTED	1,988	5,761	0,345	9	0,764	1,000	1,009	0,000	0,308
	CAS III	36,071	63,439	0,675	11	0,000	0,958	0,958	0,108	1,310
	CAS V	173,797	192,894	0,901	14	0,000	0,808	0,840	0,210	2,876
Data	Model ^a	T	TM	C	df	p-value	CFI	TLI	RMSEA	WRMR
P24	UNRESTRICTED	6,467	13,731	0,471	9	0,132	0,999	0,999	0,016	0,555
	CAS III	76,044	100,455	0,757	11	0,000	0,881	0,881	0,161	1,903
	CAS V	114,249	123,780	0,923	14	0,000	0,853	0,878	0,163	2,333

^a $T = n\tilde{F}$ la χ^2 habitual, C=Scaling Correction Factor. $TM = \frac{T}{C}$, df= gr.llb, TM=Est.Satora-Bentler

^b $Dif = T_i - T_j$, $cd = \frac{c_i df_i - c_j df_j}{df_j - df_i}$, $chi = \frac{T_i - T_j}{cd}$ and $df = df_i - df_j$

Taula 3.19: Model acceptat a cada Bloc segons seqüència de Maydeu-Olivares (figura 3.4)

Bloc 1		Bloc 2	
P1	CAS III	P2	UNRESTRICTED
P5	UNRESTRICTED	P6	CAP MODEL?
P9	UNRESTRICTED	P10	CAP MODEL?
P13	CAS III	P14	CAS III
P17	CAS V	P18	CAP MODEL?
P21	CAS V	P22	CAS V

Bloc 3		Bloc 4	
P3	CAP MODEL?	P4	UNRESTRICTED
P7	UNRESTRICTED	P8	UNRESTRICTED
P11	UNRESTRICTED	P12	CAP MODEL?
P15	CAS V	P16	UNRESTRICTED
P19	CAS III	P20	UNRESTRICTED
P23	CAP MODEL?	P24	UNRESTRICTED

Així doncs per aquelles preguntes per a les quals s'ha trobat adequat un dels models, els paràmetres estimats que ens donen la posició de cada una de les alternatives en l'escala de mesura continua en escala d'interval subjacent als judicis emesos pels estudiants es poden veure a les taules 3.20, 3.21, 3.22 i 3.23 per cada un dels quatre Blocs 1, 2, 3 i 4 respectivament. Taules en les que es mostra l'estimació del paràmetre (mitjana) de cada una de les opcions, la seva variància i l'interval de confiança la 95% , a partir del qual podem veure si és un paràmetres significatiu o no, destacant que només ens trobem amb en tres casos que no ho son, P9 opció B, P17 opció A i P4 opció A.

En quan a la variància és d'estranyar que per l'opció C de la pregunta P8 el valor estimat és negatiu sorprenentment ja que per definició ha d'ésser positiva, tot i que l'estimació d'aquesta no és estadísticament significativa amb un p-valor de = 0.090. Caldria estudiar, el perquè es dona aquesta casuística, però que cabria en tot un tema que seria tot un estudi de l'anàlisi dels errors estàndards i residus en el que no entrarem en la present.

Taula 3.20: Paràmetres estimats de les preguntes del Bloc 1

Bloc 1		Mitjanes	Variància	Li_IC95%	Ls_IC95%
P1	A	0,898	1,734	0,471	1,325
	B	2,194	3,303	1,303	3,085
	C	0,275	1,582	0,021	0,610
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
P5	A	1,545	1,000	1,168	1,923
	B	2,184	0,871	1,667	2,702
	C	1,264	1,084	0,897	1,631
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
P9	A	-0,505	1,000	-0,793	-0,216
	B	0,075	0,694	-0,188	0,339
	C	-0,341	0,019	0,559	-0,123
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
P13	A	2,246	0,066	2,020	2,471
	B	2,498	0,393	2,237	2,760
	C	2,013	0,757	1,773	2,254
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
P17	A	0,180	1,000	-0,102	0,461
	B	0,776	1,000	0,478	1,074
	C	-0,873	1,000	-1,164	-0,582
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
P21	A	1,370	1,000	1,055	1,685
	B	2,073	1,000	1,730	2,416
	C	0,225	1,000	-0,075	0,525
	D	0,000	1,000	0,000	0,000

Taula 3.21: Paràmetres estimats de les preguntes del Bloc 2

Bloc 2		Mitjanes	Variància	Li_IC95%	Ls_IC95%
P2	A	0,406	1,000	0,113	0,699
	B	1,141	0,591	0,795	1,487
	C	-0,622	0,055	-0,890	-0,355
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
P6		No s'ajusta a cap dels models			
P10		No s'ajusta a cap dels models			
P14	A	0,446	1,391	0,116	0,775
	B	0,580	2,050	0,202	0,958
	C	0,991	1,971	0,522	1,460
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
P18		No s'ajusta a cap dels models			
P22	A	0,652	1,000	0,358	0,946
	B	1,010	1,000	0,358	0,946
	C	-0,559	1,000	-0,845	-0,273
	D	0,000	1,000	0,000	0,000

Taula 3.22: Paràmetres estimats de les preguntes del Bloc 3

Bloc 3		Mitjanes	Variància	Li_IC95%	Ls_IC95%
P3		No s'ajusta a cap dels models			
P7	A	-1,128	1,000	-1,452	-0,803
	B	-0,695	0,995	-1,005	-0,386
	C	-0,674	1,237	-0,992	-0,356
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
P11	A	-2,148	1,000	-2,617	-1,680
	B	-1,224	0,013	-1,607	-0,841
	C	-1,512	0,765	-1,930	-1,094
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
P15	A	-1,208	1,000	-1,524	-0,891
	B	-2,052	1,000	-2,383	-1,721
	C	-1,957	1,000	-2,300	-1,615
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
P19	A	-1,412	1,245	-1,832	-0,993
	B	-1,360	0,578	-1,752	-0,979
	C	-1,561	1,418	-2,038	-1,085
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
P23		No s'ajusta a cap dels models			

Taula 3.23: Paràmetres estimats de les preguntes del Bloc 4

Bloc 4		Mitjanes	Variància	Li_IC95%	Ls_IC95%
P4	A	-0,053	1,000	-0,341	0,234
	B	-0,728	0,413	-0,997	-0,458
	C	-0,587	1,003	-0,887	-0,287
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
P8	A	-0,730	1,000	-1,045	-0,415
	B	-1,788	0,809	-2,227	-1,349
	C	-0,851	-0,271	-1,108	-0,594
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
P12		No s'ajusta a cap dels models			
P16	A	-0,522	1,000	-0,814	-0,230
	B	-1,319	1,179	-1,699	-0,940
	C	-0,736	0,373	-1,002	-0,471
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
P20	A	-0,714	1,000	-1,020	-0,409
	B	-1,268	0,892	-1,613	-0,923
	C	-0,867	0,687	-1,158	-0,577
	D	0,000	1,000	0,000	0,000
P24	A	-0,352	1,000	-0,657	-0,047
	B	-1,833	0,834	-2,294	-1,372
	C	-1,022	0,051	-1,318	-0,726
	D	0,000	1,000	0,000	0,000

Així doncs un cop estimats els paràmetres, aquestes estimacions ens permeten establir el perfil de preferències dels alumnes de nou ingrés a la carrera de medicina, en el sentit tant de conèixer l'ordre que s'estableix entre les 4 opcions de cada una de les preguntes de cada un dels blocs (veure taula 3.24) com de poder conèixer les distàncies entre aquestes, que des del punt de vista que la variables continua subjacent està en escala d'interval és el valor que pren significat (veure taules 3.25, 3.26, 3.27 i 3.28). Destaquem les distàncies, molt petites, prenent com a referència els valors menors a 0, 2, que es donen en 5 casos 3 dels quals coincideixen amb distàncies entre dos parells per els quals una de les opcions no resulta significativa P9 B, P17 A, P4 A.

Taula 3.24: Perfil de preferències dels estudiants de nou ingrès a medicina.
(Thurstone)

Bloc 1		Bloc 2	
P1	D<C<A<B	P2	C<D<A<B
P5	D<C<A<B	P6	No s'ajusta
P9	A<C<D<B	P10	No s'ajusta
P13	D<C<A<B	P14	D<A<B<C
P17	C<D<A<B	P18	No s'ajusta
P21	D<C<A<B	P22	C<D<A<B

Bloc 3		Bloc 4	
P3	No s'ajusta	P4	B<C<A<D
P7	A<B<C<D	P8	B<C<A<D
P11	A<C<B<D	P12	No s'ajusta
P15	B<C<A<D	P16	B<C<A<D
P19	C<A<B<D	P20	B<C<A<D
P23	No s'ajusta	P24	B<C<A<D

Taula 3.25: Distàncies entre els ítems. Bloc 1

P1	P5	P9
$d(C, D) = 0,275$	$d(C, D) = 1,264$	$d(C, A) = 0,164$
$d(A, C) = 0,623$	$d(A, C) = 0,281$	$d(D, C) = 0,341$
$d(B, A) = 1,296$	$d(B, A) = 0,639$	$d(B, D) = 0,075$

P13	P17	P21
$d(C, D) = 2,013$	$d(D, C) = 0,873$	$d(C, D) = 0,225$
$d(A, C) = 0,233$	$d(A, D) = 0,180$	$d(A, C) = 1,145$
$d(B, A) = 0,252$	$d(B, A) = 0,596$	$d(B, A) = 0,703$

Taula 3.26: Distàncies entre els ítems. Bloc 2

P2	P14	P22
$d(D, C) = 0,622$	$d(A, D) = 0,446$	$d(D, C) = 0,559$
$d(A, D) = 0,406$	$d(B, A) = 0,134$	$d(A, D) = 0,652$
$d(B, A) = 0,735$	$d(C, B) = 0,411$	$d(B, A) = 0,358$

Taula 3.27: Distàncies entre els ítems. Bloc 3

P7	P11
$d(B, A) = 0,433$	$d(C, A) = 0,636$
$d(C, B) = 0,021$	$d(B, C) = 0,288$
$d(D, C) = 0,674$	$d(D, B) = 1,224$

P15	P19
$d(C, B) = 0,095$	$d(A, C) = 0,149$
$d(A, C) = 0,749$	$d(B, A) = 0,052$
$d(D, A) = 1,208$	$d(D, B) = 1,360$

Taula 3.28: Distàncies entre els ítems. Bloc 4

P4	P8	P16
$d(C, B) = 0,141$	$d(C, B) = 0,937$	$d(C, B) = 0,583$
$d(A, C) = 0,534$	$d(A, C) = 0,121$	$d(A, C) = 0,214$
$d(D, A) = 0,053$	$d(D, A) = 0,730$	$d(D, A) = 0,522$

P20	P24
$d(C, B) = 0,401$	$d(C, B) = 0,811$
$d(A, C) = 0,153$	$d(A, C) = 0,670$
$d(D, A) = 0,714$	$d(D, A) = 0,352$

Un cop comentats els resultats obtinguts i vistes les estimacions de les distàncies que són significatives, podem concloure per a totes les preguntes menys per a P9 i P17 del Bloc 1, P7 i P19 del Bloc 3, i P4 del

Bloc 4 que tots els ítems son discriminants. A més, es troba per aquestes preguntes un patró de preferències majoritari. En canvi per aquestes 5 preguntes, sempre hi ha un ítem que és equivalent a una altre i per tant els estudiants no discriminarien entre aquests. En aquest cas el perfil per aquestes preguntes quedaria modificat de la següent forma,

$$\mathbf{P9} \implies A < C < B \simeq D$$

$$\mathbf{P17} \implies C < D \simeq A < B$$

$$\mathbf{P7} \implies A < B \simeq C < D$$

$$\mathbf{P19} \implies C < A \simeq B < D$$

$$\mathbf{P4} \implies B < C < A \simeq D$$

Per tant doncs per a les 18 preguntes per a les que s'ha pogut determinar un model que s'ajustes a les observacions es podria descriure el perfil de preferències dels alumnes de nou ingrés a la carrera de medicina i interpretar-lo en termes d'estils d'aprenentatge segons el que pregunta el qüestionari CLSI-Canfield, deixarem aquesta part i les conclusions per més endavant, donat que per una banda tenim pendent veure que passa amb les preguntes, per a les que no s'ha trobat cap model que ajustés, ja que podria pensar-se que ens estaria dient que no hi ha cap perfil que s'identifiqui entre aquests estudiants per aquestes preguntes però s'ha vist en les taules de freqüència que la distribució d'aquestes no és pas diferent a la de les preguntes per les que si s'ha pogut determinar un perfil, per tant és això així?. Hi hauria en aquestes preguntes, i potser també en les altres, alguna covariable com per exemple el sexe que expliqués millor el perfil d'aquests estudiants?

Una altre qüestió, és el fet de que tal i com s'ha exposat al llarg d'aquest capítol, aquesta metodologia parteix de la suposició d'una distribució Normal a la que es suposa que es convergeix a partir de una mida

de mostra suficientment gran, i és en aquest punt que generalment les aplicacions reals parteixen de mides petites o mitjanes (com és el cas), cosa que fa que aquesta suposició es transgredeixi, veurem en el següent apartat, com en moltes aplicacions pràctiques i reals, però també a les simulades, no podem ajustar el model. Aquest motiu, així com la necessitat de poder trobar models que s'expliquin per mitjà de covariables, ja siguin en referència als individus o bé als ítems que son valorats s'incorporin, ja que generalment en els estudis experimentals, i més en l'àmbit de salut, tenim com a premissa trobar causes o associacions entre determinades respostes i altres variables, o bé el poder realitzar l'anàlisi de múltiples comparacions per els mateixos individus, donen peu a examinar la metodologia de Bradley-Terry com a alternativa per analitzar aquesta estructura de dades tal i com s'exposarà en el següent capítol.

Tot i que val a dir que recentment s'han iniciat algunes investigacions com per exemple la de Peterson i Brown del 2009 que estudien com estendre els models de Thurstone, són però investigacions molt incipients i que de moment van en la línia de confirmar les dimensions em qüestionaris d'anàlisi del comportament [126].

Per tant doncs, abans de contextualitzar els resultats trobats, considerem que és millor exposar la metodologia alternativa que es proposa amb totes les seves extensions, aplicar-les a les mateixes dades, tant les simulades com les observacions fetes als estudiants i posteriorment amb les conclusions que se n'extreguin fer-ne la interpretació més adequada.

Models de Bradley-Terry

En aquest capítol s'exposa una metodologia d'anàlisi basada en el model de Bradley-Terry, com a alternativa a la de Thurstone exposat al capítol anterior. Aquesta aproximació es va originar amb els treballs de Ralph A. Bradley y Milton E. Terry a principis dels cinquanta quan estudiaven diferents mètodes per trobar diferències sensorials en temes d'avaluació de qualitat alimentària. Originalment es va desenvolupar per a comparacions binàries i també per ordinals no ipsative.

La idea que subjau en el model de Bradley-Terry és la de Louis Leon Thurstone exposada a l'apartat 3.1, [61–63, 72, 73], per tant l'objectiu final és el mateix, el de trobar l'estimació de les mitjanes de les variables latents associades a cada un dels ítems ofertats a l'individu per tal de que els ordenin de més a menys sota certa característica o atribut com pot ser preferència, gust o influència. El nou enfocament parteix del supòsit que la freqüència en la que és escollit un ítem vers un altre en una comparació binària segueix una distribució binomial.

En el primer apartat d'antecedents es dona un recull d'aplicacions pràctiques reals en diferents àmbits publicades a la literatura científica. Tots els exemples tenen en comú que són estudis que volen detectar patrons i/o perfils en el comportament humà: com la forma d'aprendre, la forma d'escollir un producte, de vendre o convèncer un possible client,

o bé de com plantejar un classe i/o conferència per atraure més l'atenció del que escolta, per tal de millorar la qualitat o l'estalvi econòmic. Per tant les dades provenen de la mesura subjectiva de conceptes abstractes com actituds i preferències. De la mà d'aquests exemples es pot veure la diversitat de situacions que justifica el desenvolupament teòric, del que es fa un repàs just després dels exemples.

En el segon apartat es presenta el model bàsic de Bradley-Terry (BTM), el model log-lineal de Bradley-Terry (LLBTM), que apareix per transformació logarítmica de la funció de versemblança de la taula de contingències i el mateix model per el patró la resposta conjunta de tots els parells que es comparen (PCPM).

Després, en l'apartat que segueix es presenten una a una el conjunt d'extensions aplicables tant al model LLBTM com al PCPM. Les diferents extensions no responen a una seqüència de complexitat sinó a poder donar resposta a diferents situacions empíriques i per tant es podrien combinar entre elles. A continuació, es presenta en un altre apartat com alliberar el model de la restricció d'independència entre les respostes. Es resumeixen tots els models en la figura 1.1 i en la taula 4.1 de les pàgines 115 i 117 respectivament. Abans de les aplicacions, es veu com mitjançant la transformació vista l'apartat 1.2.3 de la pàgina 23, tant aquest model com totes les seves formes derivades poden aplicar-se quan el que s'observa és directament dades ranking.

En els tres últims apartats d'aquest capítol es veuen tres aplicacions pràctiques. Les dues primeres corresponen a les mateixes dades vistes en el capítol anterior, l'estudi de simulació i l'estudi l' estudi Canfield sobre els estils d'aprenentatge d'estudiants de medicina (veure 3.3 i 3.4 respectivament). El tercer estudi va ser dissenyat expressament per analitzar les dades amb aquesta metodologia, sobretot per tenir mesures repetides (veure 4.8).

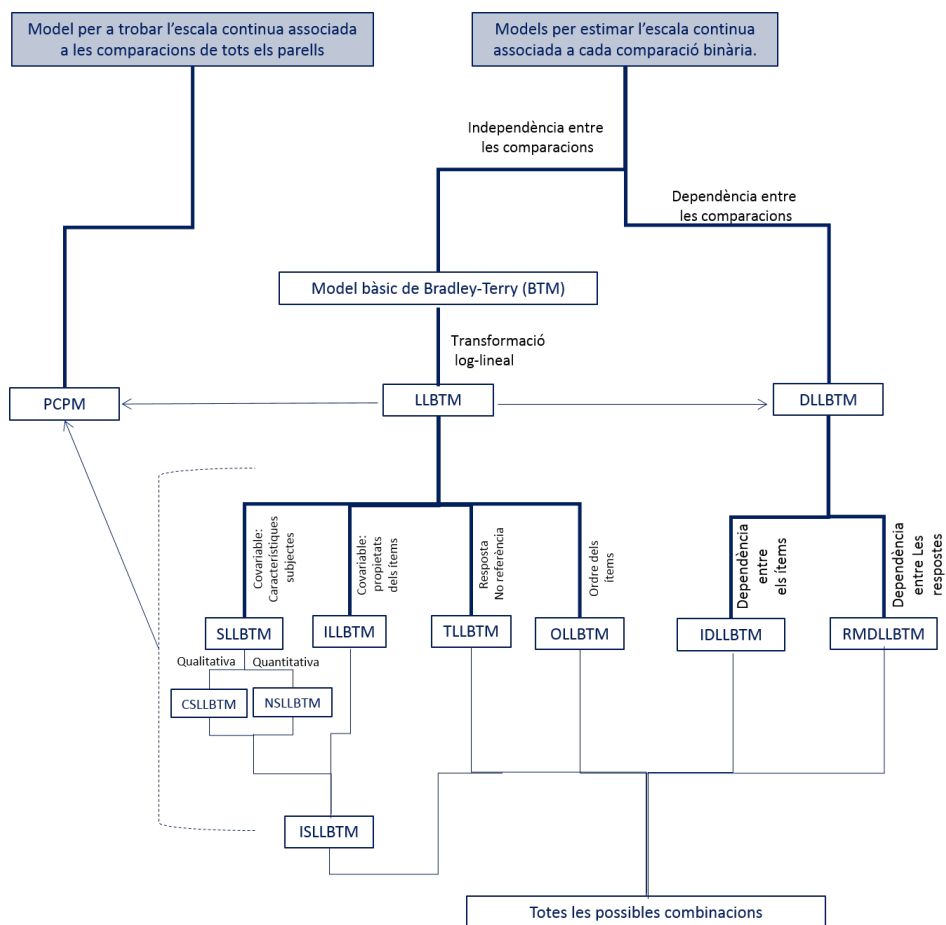


Figura 4.1: Models de Bradley-Terry, LLBTM i extensions

Taula 4.1: Models de Bradley-Terry, extensions i equacions

Nom	Acrònim	Equacions	Reduïda	Patró ¹
Model bàsic de Bradley-Terry	BTM	4.6,4.7,4.8		
Model log-lineal de Bradley-Terry ²	LLBTM	4.18	4.23	4.26
Model log-lineal de Bradley-Terry segons característiques qualitatives dels subjectes ²	CSLLBTM	4.27	4.31	4.37
Model log-lineal de Bradley-Terry segons característiques quantitatives dels subjectes	NSLLBTM	4.34	4.35	4.38
Model log-lineal de Bradley-Terry amb opció d'empat	TLLBTM	1.7	4.42	4.43
Model log-lineal de Bradley-Terry segons propietats dels ítems	ILLBTM	4.46	4.48	4.49
Model log-lineal de Bradley-Terry segons característiques dels subjectes i propietats dels ítems	ISLLBTM	4.51	4.52	–
Model log-lineal de Bradley-Terry segons l'ordre de presentació dels ítems	OLLBTM	4.56	4.57	–
Dependència entre els ítems de comparació	IDLLBTM	–	–	4.59
Mesures repetides i múltiples comparacions dels mateixos ítems ²	RMLLBTM	–	–	4.66

¹Model PCPM de cada un dels models de Bradley-Terry²Models que s'utilitzen en les aplicacions reals

4.1 Antecedents i justificació

Des de l'aparició del treball de Ralph A. Bradley i E.Milton Terry fins ara han estat múltiples i en diverses àrees de coneixement les aplicacions que s'han fet del model original o d'alguna de les seves modificacions i/o extensions. Al llarg d'aquestes sis dècades la majoria d'aplicacions han estat en el camp de la psicologia en estudis de mercat, sobretot de productes alimentaris. És en els últims vint anys quan han proliferat aplicacions en el camp de l'educació universitària, l'ensenyança obligatòria, escoles professionals i cursos per personal de recursos humans de multinacionals. Un altre camp en el que hi ha molts exemples des de finals del 90 fins a l'actualitat és en el món de l'esport en les seves diverses disciplines. Al voltant del 2000 quan apareixen exemples relacionats amb la criminologia, la política dins de l'àmbit de les ciències socials. En el camp de la salut es poden trobar alguns exemples en diferents dècades però sense una continuïtat en el temps.

Així el camp en el que més exemples es troben és en el de l'educació, en que el mateix grup que desenvolupa la transformació log-lineal del model original publica varis articles dels que destaquem el següents. Com a exemple curiós l'estudi fet en un curs sobre escriptura i crítica literària en el que aplicaven aquest model per veure els patrons d'anàlisi d'un text quan es demana als estudiants que ordenin els paràgrafs segons estiguessin millor o pitjor construïts sota el seu propi criteri [151]. En un altre estudi avaluen com les covariables sexe, el fet de treballar i el domini de llengües estrangeres, influeixen en els estudiants en el moment d'escollir la Universitat d'intercanvi per ordre de preferència, [25, 152]. Seguint en aquest camp van fer un altre publicació en el que pretenien conèixer què motivava als estudiants de la " *Vienna University of Economics and Business Administration*" a continuar els seus estudis fent un doctorat després de fer un màster a fi de buscar respostes a l'elevat índex d'abandonament en aquests programes [153]. Recentment el 2012 publiquen dos articles, on en el primer d'ells tenien com objectiu veure

les preferències dels estudiants respecte els diferents estils d'ensenyament dels professors [154], i en l'altre estudiar la relació entre els missatges per part dels pares a estudiants pre-adolescents i el rendiment acadèmic [155].

En investigacions de mercat veiem un exemple publicat per Dittrich et al. el 2002 en el que es vol veure els condicionats socio-econòmics que porten a comprar un diari o un altre entre els cinc més importants del país [26]. Aquest és un dels pocs exemples en el que es presenten tots els objectes a ordenar (diaris) perquè siguin ordenats per ordre de preferència, i no perquè els comparin dos a dos. Podem trobar també un estudi que usa aquests models per investigar quina seria la millor acústica a posar en un espai [156]. Un dels exemples més clàssics i referenciat en varis articles és el treball que té per objectiu comparar cinc marques de paper de carbó per escriure [157–161].

D'altres treballs es circumscriuen en la "la percepció del gust" dins del marketing en sectors alimentaris; un primer exemple és l'estudi de Courcoux en el que es pregunta a 96 consumidors que escullin una confitura per la seva presència visual, i una setmana més tard sobre la seva preferència en general considerant tots els aspectes gustatius [162]. Seguint en aquests temes trobem l'anàlisi de comparacions binàries en experiments de tast del "National Higher Institute of Education in the Food industry" de França que recluten cent assessors experts i els pregunten sobre les seves preferències de set tipus de cereals [163], o un altre sobre l'aroma de vuit refrescos carbonats [97], o sobre dues marques de pudding de xocolata [161], o per la tria de vinsagretes per l'amanida [164] o sobre preferències nutricionals dirigides a tipus de dietes diferents per estudiar temes de nutrició [165], o com també la publicació sobre les preferències europees del salmó fumat [96].

Es destaca també els exemples empírics de diversos articles publicats per Graßhoff entre 2005 i 2006, en els que s'aborden qüestions metodològiques per mesurar preferències en aquest camp i en situacions molt específiques del mateix [166–168].

Un altre camp on s'han trobat bastants exemples empírics iniciats els 90 és en el món de l'esport. Son Böckenholt i Dillon qui al 1997 pregunten a 146 estudiants (68 homes i 96 dones) que diguin per ordre de preferència quin dels tres atletes, "Bonnie Blair", "Jackee Joyner-Kersey" i "Jennifer Capriati" entrevistarien. Estudi en el que no els varen demanar que establissin un ordre entre els tres, en forma de dades ranking, sinó que els hi varen presentar les 3 possibles parelles a escollir cada vegada un dels atletes, és a dir en format de comparacions binàries. Aquest mateix exemple és utilitzat més tard per Dittrich et al. el 2002 per veure si el sexe influeix en l'elecció feta, [7, 27, 169]. En el conegut llibre "Categorical data analysis" d'Agresti [170] es pot veure un exemple d'aplicació del model BTM, per estudiar els resultats de la temporada 1989-1990 de la lliga femenina de tennis. En aquest exemple l'objectiu era veure les habilitats que afavoreixen a guanyar o empatar el partit de cinc jugadores del top. Aquest però, no és l'únic exemple en aquesta línia d'estudi dels resultats de lligues esportives, podem veure-ho aplicat als partits de Cricket [171], de Water Polo [172], campionats de Sumo al Japó [173], campionats de Basket a nivell internacional [174], entre altres de diverses disciplines [175–177]. També en el tennis trobem a l'any 2008, un estudi que pretén trobar quines són les propietats que fan que un tennista estigui classificat entre els 15 considerats millors [178]. Una altra publicació interessant i diferent és el treball de Menke et al. del 2008 sobre el funcionament neuronal en jugadors de diferents esports [160].

En l'àmbit de ciències socials podem trobar un article que utilitza els models de Bradley-Terry en temes de criminologia. Concretament es busca en aquest quines són les frases que més ofenen en ambients delictius, fent comparacions binàries entre frases clàssiques que sorgeixen fruit de moltes investigacions prèvies del mateix autor [179]. Altres exemples en el camp de la política són l'experiment que es va fer l'estiu del 2001 a la universitat de Viena, en el que es pregunta a 266 estudiants de primer curs que escullin, de dos a dos, el líder polític que prefereixen, dels 4 presentats al parlament d'Austria [28], o bé l'estudi sobre els factors que fan que els ciutadans utilitzin un tipus de transport o un altre [180].

També Dittrich et al. en fan una aplicació en aquest àmbit en el seu article del 2008 quan volen mesurar actituds socials dels britànics respecte els treballs de la llar [29].

En ciències de la salut es destaca la publicació de Matthews i Morris del 1995 titulada "An Application of Bradley-Terry-Type Models to the Measurement of Pain", que tracta la mesura del dolor. En aquest estudi es fa un experiment amb un disseny 2X2 en el que es pregunta als pacients que comparin si senten més o menys dolor al posar-los un tractament o un altre, tots ells administrats per via subcutània. Les dades així recollides foren analitzades amb una de les extensions del model de Bradley-Terry, permetent igualtat de dolor entre dos tractaments i amb efecte de l'ordre en que se'ls administra cada un d'ells [181]. Una altre aplicació és la que usen tant Davidson al 1975 com Beaver al 1977 per exemplificar les modificacions que incorporen al model bàsic de Bradley-Terry. L'objectiu era trobar quin seria l'envàs més adequat de les pastilles per tal d'augmentar l'adherència al tractament [182, 183]. Al 1982 Kind compara els resultats de l'estudi Nottingham de Mackenna del 1981 [88] en el que es van estimar els paràmetres usant els models de Thurstone amb els resultats obtinguts si s'aplica el model bàsic de Bradley-Terry a les mateixes dades [184]. Recordem que en aquest es mostraven 15 parells de declaracions perquè els individus anessin indicant en cada comparació quina d'elles suposava un problema més greu d'insomni.

Recentment en els estudis clínics hi estar havent un especial interès per mesurar conceptes abstractes com actituds i preferències dels propis pacients com a resposta a l'intervenció, ("Patient Reported Outcome Measure" o PROM i "Health Related Quality of Live" o HRQoL) [33–37, 185, 186]. Mesurar aquests conceptes és d'especial interès en temes com el dolor, la qualitat de vida o la percepció de la salut. Conceptes amb una gran carga de subjectivitat i d'especial rellevància en la milloria de la salut del pacient. Responent a aquest propòsit, és justament en aquesta darrera dècada que apareixen noves formes de recollir les dades i per tant nous models d'anàlisi. Aquest escenari dona peu a l'expansió

de la d'aquests models en aquest camp.

Algunes altres publicacions que han utilitzat els models de Bradley-Terry en diversos camps són els estudis en biologia per tal de veure el rol dels colors dels animals com a senyals de comunicació sexual entre aquests [187,188]. En l'àmbit de l'aeronàutica hem trobat un article en el que recullen l'opinió d'un pannel d'experts per fer una avaluació del risc del cablejat dels avions [189]. En qüestions medi ambientals s'estudia la influència certs hàbits quotidians dels ciutadans [190]. I en genètic apareix l'article de Yunsong Qi del 2011 en el que s'ha usat aquesta metodologia per trobar diferents expressions dels gens [71].

El mètode bàsic de Bradley-Terry fou publicat el 1952 en l'article de 1952, titulat " *The rank analysis of Incomplete block designs: I. The method of paired comparisons*" [20]. Més tard fou completat per els articles que va publicar Ralph A. Bradley al 1954 i 1955 titulats, " *The rank analysis of incomplete block designs: II. Additional tables for the method of paired comparisons*", " *The rank analysis of Incomplete block designs: III. Some large-sample results on estimation and power for a method of paired comparisons*" i " *Incomplete Block Rank Analysis: On the Appropriateness of the Model for a Method of Paired Comparisons*" [21,22,191].

Una bona definició d'aquest model fou la va donar Peter B. Imrey al 2005 i que la podem trobar a " *l' Encyclopedia of Biostatistics*, en la que textualment cita,

" *The Bradley-Terry model is an elegant unidimensional scaling method for summarizing purely ordinal data on paired objects*" [192]

Definició en la que queda clarament encaixen respostes de tipus ranking, al ser aquestes ordinals, tot i que prendrem una transformació del model bàsic ja que en el nostre cas tenim la restricció de sumar sempre una contant fixe en totes les resposta.

Es troba una proposta inicial del model per Zermelo al 1929 per voler resoldre el problema de tenir el ranking de puntuacions en un torneig de Tennis de forma incompleta [193]. Un altre autor que havia treballat el tema fou Durbin al 1951, però també des de la perspectiva dels blocs ranking incomplets [194]. Kendall i Babington al 1939 també havien començat a treballar amb aquest tipus de dades aportant una visió únicament referent a la consistència i concordança d'aquest tipus de escales de mesura [195–197].

Posteriorment a la publicació del model bàsic de Bradley i Terry, altres autors van treballar amb el model inicial aportant millores, com son: Mallows al 1954 que estableix els inicis per estendre-ho a dades ranking [198], Ford qui va redescobrir el model al 1957 clarificant aspectes sobre la convergència asimptòtica dels algorismes per a l'estimació del màxim de versemblança [199], Dykstra que al 1956 comença a parlar de comparacions binàries per blocs considerant la possibilitat de que no totes les comparacions binàries es donen en totes les repeticions possibles [200] tal com també fa Bradley al 1984 [201], o per David al 1987 i 1988 [74, 176]. Es poden veure també al llarg d'aquests anys diferents extensions, a destacar les de Rao i Kupper al 1967 [158], Davidson al 1970 [161, 202] i Kousgaard al 1976 [203] que incorporen la possibilitat que davant d'una comparació entre dos objectes l'individu consideri que no té preferència per cap dels dos i per tant respongui amb un empat entre opcions. Més tard al 1977 Davidson i Beaver incorporen la possibilitat de que l'ordre en que es presenten els objectes als individus afecti a la seva elecció [182, 183]. Kousgaard al 1976 [203] i Tutz al 1986 [204] estudien la influència que tenen les certes característiques dels objectes que es comparen sobre l'elecció que fan els individus. Aquesta darrera modificació la treballen també altres autors com Springall al 1973 [156], Kousgaard al 1984 [205], Critchlow i Fligner al 1991–93 [164, 206–208] i Marden, Matthews i Morris al 1995 [80, 181]. A finals dels 60 altres extensions com per a casos multivariants son introduïdes per el mateix Bradley juntament amb Davidson [209, 210] tot i que amb mètodes de complexitat elevada i de convergència dubtosa, tema que més tard re-

emprén Böckenholt [211]. Com a únics autors que han treballat en la detecció de tendències en rankings son Critchlow i Verducci [151].

Cal destacar també altres treballs del propi Ralph A. Bradley, en especial el que relaciona l'estructura 2×2 factorial amb les dades comparacions binàries del 1954 [212], així com els dos del 1976. En els que col·labora amb El-Helbawy establint els procediments bàsics per aplicar el seu model a estructures factorials [213], tema que més tard amplien amb Van Berkum [214]. Un article d'interès és el publicat per Bradley al 1976 i titulat "Science, Statistics and Paired Comparisons" en el que fa un compendi de totes les seves evolucions fins aquell moment [215]. Mencionar també el treball de Cohen del 1983 que es dedicà a avaluar l'adequació de la bondat d'ajust d'aquests models [216].

Del 1988 en endavant destaquem els treballs relacionats amb la matriu de covariàncies de les comparacions binàries de Böckenholt, Agresti i Dillon, [7, 170, 211, 217–219]. És Dillon et al. al 1993 que investiguen com veure les diferències, a nivell individual, en comparacions binàries amb el mètode de Bradley-Terry [165]. Els treballs de Fahrneier i Tutz del 1994 [220] i els de Glickman al 1999-2000 [221, 222] fan una extensió per permetre contemplar dependències en el temps en el cas de comparacions binàries, però amb un cert ordre establert i no totes les possibles comparacions.

Al 2004 i 2008, Graßhoff et al. aborden el problema de trobar dissenys òptims quan no es tenen directament els objectes a comparar sinó que aquests estan determinats per combinacions lineals de certs atributs [166, 167]. És Causeur, que al 2005 fa una extensió 2-dimensional del model [163]. Al 2009 Aitkin et al. estudien possibles models amb coeficients aleatoris seguint les teories de Lancaster [223, 224]. Més recentment al 2011 Steven Stern ha publicat un article en que enlloc de tenir les observacions com a variables binàries, també fa comparacions entre parelles d'objectes però amb variables que donen el grau i el sentit de la preferència de forma continua. Aquesta és una altre adaptació que ja aniria cap a una altre línia d'investigació ben diferent, tot i estar fona-

mentada amb certes teories a les que refereixen Bradley y Terry [171]. El mateix any, en l'àmbit de l'educació Strobl escriu un article fixant-se en el tema de buscar diferències individuals, a partir de l'ajust del model en una mostra de la població, utilitzant particions de forma reiterativa [169].

Entrats els 90 i fins ara apareixen diverses i varies publicacions del grup format per la Dra. Reinold Hatzinger i la Dra. Regina Dittrich del "Institute for Statistics and Mathematics" de la "Vienna University of Economics and Business", per el Dr. Braian Francis del Departament de Matemàtiques i estadística del "Fylde College" de la "Lancaster University" i el Dr. Katzenbeisser del Departament d'economia de la "Vienna University of Economics and Business", entre d'altres. Grup que a partir d'ara ens referirem a ells com a grup de Viena.

L'aportació principal d'aquest grup és un nou mètode amb una formulació log-lineal del model bàsic de Bradley-Terry que permet estimar els paràmetres i incorporar fàcilment covariables específiques dels subjectes a més a més de totes les extensions mencionades anteriorment. Concretament el que proposen com a alternativa d'anàlisi és una maximització no paramètrica de la funció de versemblança tal i com indicava Aitkin al 1996 i prèviament Mallet al 1986 [225, 226]. De fet aquest grup continua el treball de Critchlow i Fligner del 1991 [206] i de Matthews and Morris al 1995 [181].

Una de les avantatges d'una formulació log-lineal és que addicionalment, a més de poder estimar els paràmetres referents a cada un dels ítems de comparació, es poden plantejar interaccions entre covariables específiques dels individus i els mateixos objectes. Així per exemple, és interessant veure si certa característica dels individus incorporada en el model fa que hi hagi un millor ajust del model trobat i per tant el patró de preferències quedi més ben explicat per subgrups de la població estudiada [24]. Cal fer notar, que inicialment estan pensant només en covariables de tipus qualitatiu, així l'extensió per a covariables quantitatives és un aspecte encara per acabar de desenvolupar tot i fer aquí una

proposta d'anàlisi de la que ja en veurem les seves dificultats.

Una altre avantatge és la possibilitat de realitzar les estimacions a través de models lineals generalitzats (GLM), és a dir la formulació log-lineal del model de Bradley-Terry és vist com un cas particular d'un model lineal generalitzat amb funció d'enllaç log i distribució de les respostes de poisson [23, 206]. Una conseqüència directa és el poder fer les estimacions mitjançant qualsevol software que treballi amb GLM, a més de poder testar la bondat d'ajust al model usant les pròpies dels models GLM.

Concretament, la relació entre el model de Bradley-Terry (MBT) i la taula de contingència passant per una estructura log-lineal va ser explotada per primera vegada al 1976 per Fienberg i Larntz [227]. El mateix any ho treballaven Imrey, Johnson i Koch [228] i més endavant al 1979 ho recuperava Fienberg [229]. Els dos primers estudis, inspirats en l'estudi de Grizzle, Starmer i Koch del 1969 [230], adapten com a tècnica d'aproximació del model, un ajust per mínims quadrats ponderats, sempre i quan la mostra sigui suficientment gran. En canvi Fienberg fa un ajust iteratiu a través de les proporcions calculades en la taula de contingència com ja proposava Goodman al 1968 [23, 229]. Ara bé, més tard al 1982 Sinclair [23], i també Lindsey al 1989 [231] suggereixen una alternativa d'ajust del model de Bradley-Terry amb models log-lineals, a través del software GLIM, que permet una aproximació amb moltes més avantatges a la pràctica. Aquest últim és el que adapten el grup de Viena, model final que permet de forma fàcil l'extensió d'aquest afegint totes les casuístiques mencionades [232, 233]. És també, aquesta adaptació la que, tal i com veurem, ens permetrà amb una simple transformació aplicar-ho a observacions ranking. A més té una fàcil programació usant el paquet R. Altres softwares com el Matlab i l'SPSS han incorporat algunes funcions per fer les estimacions dels paràmetres d'aquests models, però encara amb prestacions molt bàsiques [234] i no contempen tots els casos.

Seguint amb les investigacions més actuals aportades per el grup de Viena es destaquen els seus articles publicats entre 1996 i 2012, tant per

el seus avenços en les diferents extensions al model [24, 26–29, 154, 235] com per les aplicacions que n’han fet [25, 152, 153, 179, 236, 237].

Com s’ha vist la tots els antecedents i investigacions que s’han realitzat des del 1952 al 2012 la formulació log-lineal es caracteritza per ésser una línia de recerca activa i amb constant actualització, que té una simplicitat pràctica (veure [238] p.43) tant a nivell conceptual com d’execució a través dels paquets desenvolupats per els mateixos autors entre d’altres.

Existeixen paquets programats en llenguatge R, de fàcil accés i ús. El més actual, de Hatzinger et. al, és el paquet ”*Prefmod*” [127, 235, 239] en la seva última versió, però també serveixen els desenvolupats per Firth i Turner, concretament els anomenats ”Bradley-Terry” [191] i ”BradleyTerry2” [127]. To i que en aquests paquets la programació no és directament la del model log-lineal sinó que parteixen del model bàsic de Bradley-Terry i per tant abans cal preparar les dades en la seva transformació incorporant algunes modificacions per tal de poder aplicar-lo a dades ranking i no només a comparacions binàries, així com calcular les bondats d’ajust adequades i la representació gràfica dels resultats amb altres funcions. Algunes de les modificacions que nosaltres vàrem incorporar, coincideixen amb les que es troben al paquet *Prefmod*, per la qual cosa finalment optem per aquest, tot i usar-lo només en part i mantenir altres càlculs usant instruccions pròpies, tal i com mostra el codi que es pot veure a l’annex [A.5.3](#)

Després d’aquesta exposició podem afirmar que la metodologia basada en el model de Bradley-Terry és una tècnica ben desenvolupada tant per a l’observació de dades provinents de comparacions binàries com per a dades ranking.

Notem, abans d’entrar en detall en els apartats que segueixen, que la diferència entre aquesta aproximació i la de Thurstone que es plantejava en el capítol anterior rau en la distribució que segueix la variabilitat

entre els parells, en el primer cas és una distribució logística i en el segon normal. Citant textualment Maydeu-Olivares,

” The Bradley-Terry-Luce model differs from Thurstone’s model by assuming that the within-pair variability follows a logistic instead of a normal distribution” [9]

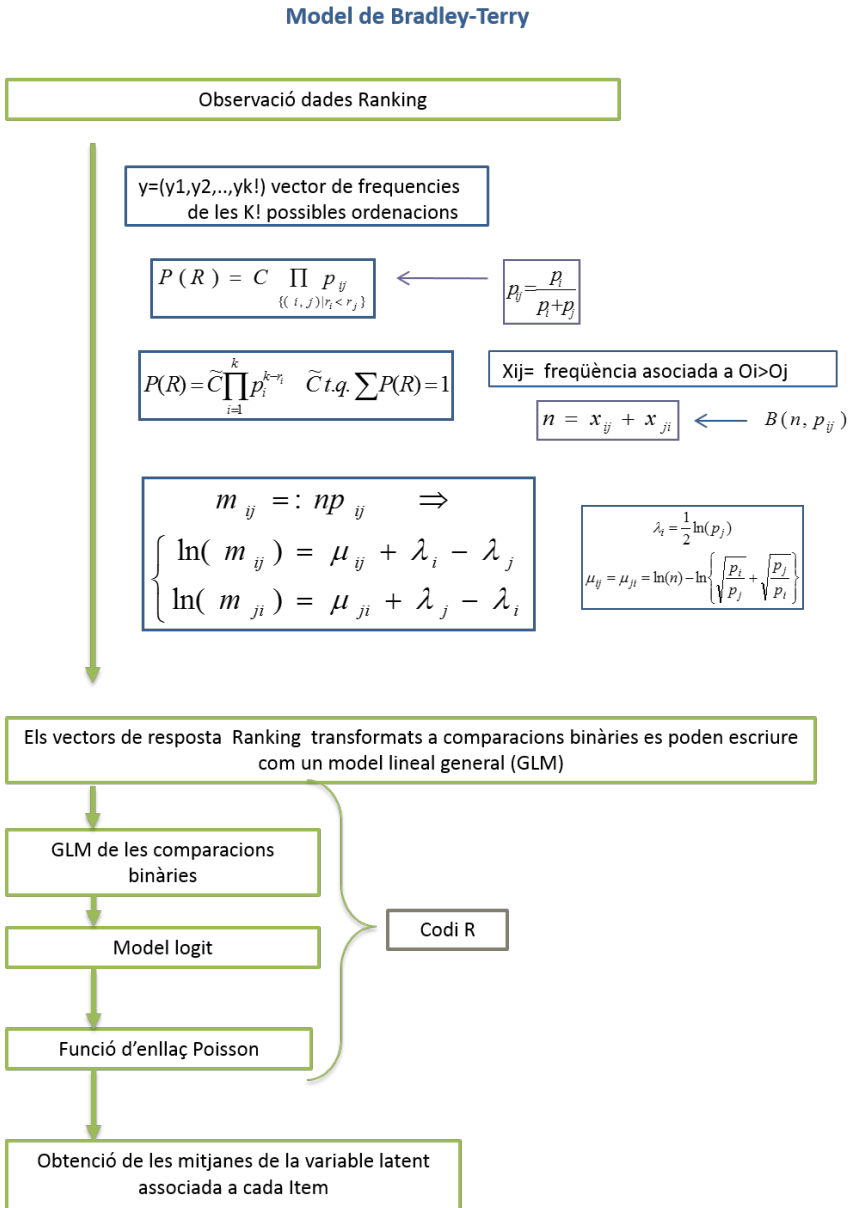


Figura 4.2: Esquema del procés de transformació de dades ranking en escala ipsativa, com un GLM a través dels models de Bradley-Terry

4.2 Models de Bradley-Terry

Exposem doncs a continuació en què consisteixen els models de Bradley-Terry basats en el model bàsic. Per apartats d'exposarà primer el model LLBTM que sorgeix de com transformar el la funció de versemblança basada en la taula de contingència per tal de tenir un GLM. I seguidament s'aniran modificant les equacions per tal d'incorporar al model cada una de les situacions empíriques que es puguin donar, donant lloc a les diferents extensions del LLBTM. Tant per el model LLBTM com per a cada una de les seves extensions, es presentaran les equacions que ens permeten estimar els paràmetres m_{ij} i m_{ji} , per a cada un dels parells que comparem, la versió reduïda d'aquestes equacions, i el model patró per tal d'estimar el vector respostes conjuntes, és a dir de totes les comparacions conjuntament. En un últim apartat, es dona els models corresponents quan hi ha dependència entre les comparacions. Aquesta extensió és la que permet modelar la situació experimental de mesures repetides. Per aquests últimes models només es dona el model patró. Es pot veure cada un dels models que s'esposaran i les seves equacions corresponents a la figura 4.1 i a la taula 4.1

4.2.1 Model bàsic de Bradley-Terry (BTM)

En aquesta secció explicarem el model bàsic donat per Bradley-Terry seguint les directrius Fienberg i Larntz [227, 229], presentant el model que té incorporades les petites modificacions respecte l'original que es van anar fent entre del 1952 i la de principis del 1980.

Així, si comparem k ítems, $I_i, i = 1, \dots, k$ segons el que es defineix a Bradley-Terry,

$$\Pi_{ij} \equiv P(I_i \succ I_j) = \frac{\pi_i}{\pi_i + \pi_j} \forall i \neq j; i, j = 1, \dots, k \quad (4.1)$$

on $I_i \succ I_j$ indica que I_i és més preferit que I_j per tant Π_{jk} és la probabilitat que al comparar la parella d'ítems I_i i I_j l'individu que fa aquest judici prefereixi l'ítem I_i al I_j . Així, $\forall i = 1, \dots, k$, les π_i són paràmetres no negatius ($\pi_i \geq 0$) que representen la localització dels ítems respectius en una escala continua de preferència t.q. $\pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_k = 1$.

El model assumeix que hi ha independència entre les comparacions del mateix parell per diferents individus i entre els parells en la comparació per el mateix individu. A més a més es suposa que totes les comparacions tenen la mateixa probabilitat Π_{ij} .

Aleshores si $\forall i < j$, n_{ij} és el nombre de vegades que s'ha fet la comparació dels respectius ítems I_i i I_j , i x_{ij} és el nombre de vegades que l'ítem I_i és preferit al I_j en les n_{ij} comparacions que s'han fet, resulta que x_{ij} segueixen una distribució binomial amb paràmetres n_{ij} i Π_{ij} .

D'altre banda si considerem totes les x_{ij} possibles $\forall i, j = 1, \dots, k$, podem expressar la taula de contingència corresponent a les $\binom{k}{2}$ possibles parelles per a k ítems. En el cas $k = 4$ es representaria per,

$$\begin{array}{c} I_1 \quad I_2 \quad I_3 \quad I_4 \\ I_1 \left(\begin{array}{cccc} - & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ x_{21} & - & x_{23} & x_{24} \\ x_{31} & x_{32} & - & x_{34} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & - \end{array} \right) \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{array}$$

on els guions a la diagonal representen els zeros estructurals fixats per conveni.

Nota: En el model bàsic no es permet l'opció d'empat, és a dir de no preferència, aquesta serà precisament una extensió que veurem més endavant.

A més tenim que si n és el nombre total de comparacions i $n_{ij} > 0$, $\forall i < j$ es compleix la següent relació

$$n_{ij} = x_{ij} + x_{ji}$$

$$i$$
(4.2)

$$n = \sum_{\substack{i < j, \\ i, j = 1, \dots, k}} n_{ij}$$

Partint de les equacions (4.1) i (4.2) veurem a continuació que el model de Bradley-Terry es reparametritza com un model log-lineal, en cara que també es podria fer per un model logit [170, 240, 241], però aquest no facilitaria les extensions del model.

Seguint la notació de Fienberg i Larntz [227, 229], podem expressar la funció de versemblança per les n parelles que comparem amb la següent equació,

$$\prod_{i < j} \binom{n_{ij}}{x_{ij}} \left(\frac{\pi_i}{\pi_i + \pi_j} \right)^{x_{ij}} \left(\frac{\pi_j}{\pi_i + \pi_j} \right)^{n_{ij} - x_{ij}} \quad (4.3)$$

i aplicant logaritmes la podem transformar en la funció de log-versemblança (4.4)

$$\sum_{i=1}^k \left(\sum_j x_{ij} \right) \log \pi_i - \sum_{i < j} n_{ij} \log (\pi_i + \pi_j) \quad (4.4)$$

on per conveni es pren $x_{ii} = 0$, $\forall i = 1, \dots, k$. Observem que $\sum_j x_{ij}$ son estadístics mínim suficients per aquest model.

Suposem que m_{ij} és el nombre esperat de cops que I_i és preferit al I_j , és a dir,

$$m_{ij} = E(x_{ij}) = \frac{n_{ij}\pi_i}{\pi_i + \pi_j} \quad (4.5)$$

equació que seguint els resultats trobats per Dòberman [218,242–244], té per estimadors de màxim de versemblança dels m_{ij} els que es troben maximitzant l'equació (4.3), o el que és el mateix que maximitzar la funció de log-versemblança de la multinomial,

$$\sum_{i \neq j} x_{ij} m_{ij} = \sum_i \left(\sum_j x_{ij} \right) \log e_i + \sum_{i < j} n_{ij} \log e_{ij} \quad (4.6)$$

on,

$$m_{ij} = e_i e_{ij}, \quad e_{ij} = e_{ji} \quad (i \neq j) \quad (4.7)$$

definint per e_{ij} simplement els π_{ij} modificats per un canvi d'escala. Aleshores la condició (4.2) es satisfà automàticament quan maximitzem l'equació (4.6). Observem doncs que el problema de maximitzar la funció de versemblança original s'ha transformat en haver de maximitzar una funció de log-versemblança que és una expressió lineal respecte els paràmetres d'interès.

Per tant l'equació donada en (4.7) simplement és un model log-lineal quasisimètric per la taula de contingència $k \times k$ dels x_{ij} . Aleshores les equacions de les funcions de versemblança per aquest model són,

$$\hat{m}_{i+} = \sum_{i < j} x_{ij}, \quad \forall i = 1, \dots, k, \tag{4.8}$$

$$\hat{m}_{ij} + \hat{m}_{ji} = x_{ij} + x_{ji} = n_{ij}, \quad \forall i \neq j$$

Equacions que es poden resoldre amb un algoritme iteratiu, tal i com va descriure Bradley [20], però que més tard van millorar Darroch i Ratcliff [245, 246], per el qual prenem com a valors inicials, $\hat{m}_{ij}^0 = 1$ si $i \neq j$ i $\hat{m}_{ii}^0 = 0$ i de forma successiva s'ajusten els valors esperats tals que es satisfacin les equacions (4.8), és a dir prenent $\nu = 0, 1, \dots$ quedaria l'equació,

$$\hat{m}_{i+}^{(2\nu+1)} = \hat{m}_{ij}^{(2\nu)} \frac{\sum_{i < j} x_{ij}}{\hat{m}_{i+}^{(2\nu)}} \tag{4.9}$$

$$\hat{m}_{i+}^{(2\nu+2)} = \hat{m}_{ij}^{(2\nu+1)} \frac{n_{ij}}{\hat{m}_{ij}^{(2\nu+1)} + \hat{m}_{ji}^{(2\nu+1)}}$$

Algoritme convergent cap a un únic màxim de versemblança d'acord amb les condicions descrites en aquesta secció.

Tots els autors que milloren el model que acabem de descriure, tenen en compte que correspon a un model lineal de preferències en una escala logarítmica [74, 242–244, 247–249], és a dir, si

$$\theta_{ij} = \log \left(\frac{pr(I_i \succ I_j)}{pr(I_j \succ I_i)} \right) \tag{4.10}$$

aleshores $\forall i, j, l$ es compleix que

$$\theta_{ij} + \theta_{jl} = \theta_{il} \tag{4.11}$$

de forma que substituint les θ' s en (4.11) i utilitzant les expressions (4.10), (4.8) i (4.1) obtenim $\forall i, j, l$,

$$\frac{m_{ij}m_{jl}m_{li}}{m_{ji}m_{lj}m_{il}} = 1 \quad (4.12)$$

L'expressió (4.12) ens dona les típiques restriccions usades per descriure un model quasi-simètric per la taula de contingència $k \times k$ dels x_{ij} [250].

Una alternativa a la taula de contingència, aviat introduïda, que ve suggerida per la pròpia naturalesa de la distribució binomial en la forma d'observar les dades a través de comparacions binàries, fou usar la taula de contingència incompleta formada per $\binom{k}{2}$ columnes i k files corresponents a les $\binom{k}{2}$ possibles parelles i als J objectes que comparem. Així per exemple per $k = 4$ obtindríem,

$$\begin{array}{c} I_1 I_2 \quad I_1 I_3 \quad I_1 I_4 \quad I_2 I_3 \quad I_2 I_4 \quad I_3 I_4 \\ \begin{array}{l} I_1 \\ I_2 \\ I_4 \\ I_4 \end{array} \left(\begin{array}{cccccc} x_{12} & x_{13} & x_{14} & - & - & - \\ x_{21} & - & - & x_{23} & x_{24} & - \\ - & x_{31} & - & x_{32} & - & x_{34} \\ - & - & x_{41} & - & x_{42} & x_{43} \end{array} \right) \end{array}$$

En la que tenim 12 zeros estructurals, i en la que es pot veure com la suma de cada una de les files correspon a l'estadístic suficient $x_{i+} = \sum_j x_{ij}$, i la suma de cada una de les columnes correspon al nombre total d'observacions fetes de cada una de les parelles, és a dir a n_{ij} . Per tant el model de Bradley-Terry correspon a un model de quasi-independència o de quasi-homogeneïtat de les proporcions esperades, m_{ij} , tal com estan disposades a la taula de contingències $k \times \binom{k}{2}$.

Savage va exposar les condicions necessàries i suficients per tal de que existís un únic i positiu estimador per el màxim de versemblança sota aquest model, que reduïren les condicions inicialment donades per Bradley y Ford [199, 251], destacant que aquestes restriccions imposen que $x_{i+} > 0 \forall i$

4.2.2 Model log-lineal de Bradley-Terry (LLBTM)

Una aproximació alternativa del model, és la que introdueix Sinclair al 1982 [23]. Al comparar l'ítem I_i amb l'ítem I_j , el nombre de preferències per el i , x_{ij} i el nombre de preferències per j , x_{ji} les podem representar en una taula de contingències completa, $\binom{k}{2} \times 2$, on a les files hi ha els parells que es comparen i a les columnes la preferència escollida, és a dir,

$$\begin{matrix} (1, 2) \\ (1, 3) \\ \vdots \\ (i, j) \\ \vdots \\ (k - 1, k) \end{matrix} \begin{pmatrix} x_{12} & x_{21} \\ x_{13} & x_{31} \\ - & - \\ x_{ij} & x_{ji} \\ - & - \\ x_{(k-1)k} & x_{k(k-1)} \end{pmatrix}$$

Per $k = 4$ seria,

$$\begin{matrix} (1, 2) \\ (1, 3) \\ (1, 4) \\ (2, 3) \\ (2, 4) \\ (3, 4) \end{matrix} \begin{pmatrix} x_{12} & x_{21} \\ x_{13} & x_{31} \\ x_{14} & x_{41} \\ x_{23} & x_{32} \\ x_{24} & x_{42} \\ x_{34} & x_{43} \end{pmatrix}$$

De tal forma que les variables aleatòries, X_{ij} s'assumeixen amb una distribució de Poisson, que si impossem la condició de que $x_{ij} + x_{ji} = n_{ij}$, implica que (X_{ij}, X_{ji}) tingui distribució multinomial (aquí binomial). Aleshores, els valors esperats es poden reformular amb un model multiplicatiu, de la següent forma [24, 25, 206, 239]

$$\Pi_{ij} = \frac{\pi_i}{\pi_i + \pi_j} = \frac{\sqrt{\frac{\pi_i}{\pi_j}}}{\sqrt{\frac{\pi_i}{\pi_j}} + \sqrt{\frac{\pi_j}{\pi_i}}} \quad (4.13)$$

$$\Pi_{ji} = \frac{\pi_j}{\pi_j + \pi_i} = \frac{\sqrt{\frac{\pi_j}{\pi_i}}}{\sqrt{\frac{\pi_j}{\pi_i}} + \sqrt{\frac{\pi_i}{\pi_j}}}$$

Seguint amb la notació de l'apartat anterior 4.2.1, els valors esperats de que en la comparació I_i, I_j , sigui preferit l'ítem I_i els anotem per m_{ij} i són tals que,

$$m_{ij} = n_{ij} \Pi_{ij} \quad (4.14)$$

de (4.13) i (4.14) , es dedueix que,

$$m_{ij} = n_{ij} \frac{\sqrt{\frac{\pi_i}{\pi_j}}}{\sqrt{\frac{\pi_i}{\pi_j}} + \sqrt{\frac{\pi_j}{\pi_i}}} \quad (4.15)$$

$$m_{ji} = n_{ji} \frac{\sqrt{\frac{\pi_j}{\pi_i}}}{\sqrt{\frac{\pi_j}{\pi_i}} + \sqrt{\frac{\pi_i}{\pi_j}}}$$

de les que la qual la seva expressió log-lineal si prenem,

$$\mu_{ij} = \mu_{ji} = \ln n_{ij} - \ln \left(\sqrt{\frac{\pi_i}{\pi_j}} + \sqrt{\frac{\pi_j}{\pi_i}} \right) \quad (4.16)$$

i,

$$\lambda_i = \frac{1}{2} \ln \pi_i, \quad \forall i = 1, \dots, k \quad (4.17)$$

es pot expressar com,

$$\ln(m_{ij}) = \mu_{ij} + \lambda_i - \lambda_j \quad (4.18)$$

$$\ln(m_{ji}) = \mu_{ji} - \lambda_i + \lambda_j$$

Observem que les equacions (4.18), no són més que les equacions d'un model lineal general (GLM) amb funció d'enllaç el logaritme i amb distribució de l'error una poisson, en el que hem mantingut la notació que usa Agresti [218, 241, 252], i en les que les μ_{ij} es poden interpretar com els paràmetres d'interacció dels ítems involucrats en cada una de les comparacions binàries, i n_{ij} són les distribucions marginals, fixades. I per tant tenim $\binom{k}{2}$ μ -paràmetres i $k - 1$ λ -paràmetres per estimar, a partir d'una taula la contingència considerada més amunt en la que hi ha $k(k - 1)$ caselles. En conseqüència els graus de llibertat a la desviància residual seran $\frac{(k-1)(k-2)}{2}$.

Vist doncs com un model lineal general (GLM) a partir de taules de contingència, els paràmetres es poden estimar amb qualsevol software que permeti estimar els paràmetres de models log-lineals amb distribució de poisson i funció d'enllaç és el logaritme.

De forma resumida per a $k = 4$ podem veure el disseny estructural a la taula 4.2,

Taula 4.2: Disseny estructural LLBTM, $k = 4$

Parell	\succ^a	X_{ij}	μ_{12}	μ_{13}	μ_{14}	μ_{23}	μ_{24}	μ_{34}	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
(1,2)	I_1	x_{12}	1	0	0	0	0	0	1	-1	0	0
(1,2)	I_2	x_{21}	1	0	0	0	0	0	-1	1	0	0
(1,3)	I_1	x_{13}	0	1	0	0	0	0	1	0	-1	0
(1,3)	I_3	x_{31}	0	1	0	0	0	0	-1	0	1	0
(1,4)	I_1	x_{14}	0	0	1	0	0	0	1	0	0	-1
(1,4)	I_4	x_{41}	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	1
(2,3)	I_2	x_{23}	0	0	0	1	0	0	0	1	-1	0
(2,3)	I_3	x_{32}	0	0	0	1	0	0	0	-1	1	0
(2,4)	I_2	x_{24}	0	0	0	0	1	0	0	1	0	-1
(2,4)	I_4	x_{42}	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	1
(3,4)	I_3	x_{34}	0	0	0	0	0	1	0	0	1	-1
(3,4)	I_4	x_{43}	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	1

^a \succ indica quin dels ítems és preferit del Parell Comparat

Les equacions (4.18) es poden escriure de forma matricial com,

$$\eta = \mathbf{X}\lambda + \mu \quad (4.19)$$

on η i μ son els vectors de dimensió $k \times (k - 1)$ (tenint en comte que $\mu_{ij} = \mu_{ji} \forall i, j = 1, \dots, k$), i λ és el vector de dimensió k corresponents a,

$$\eta = \begin{pmatrix} \ln(m_{12}) \\ \ln(m_{21}) \\ \ln(m_{13}) \\ \vdots \\ \vdots \\ \ln(m_{(k-1)k}) \\ \ln(m_{k(k-1)}) \end{pmatrix}, \quad \lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_k \end{pmatrix}, \quad \mu = \begin{pmatrix} \mu_{12} \\ \mu_{21} \\ \vdots \\ \vdots \\ \mu_{(k-1)k} \\ \mu_{k(k-1)} \end{pmatrix}$$

i, \mathbf{X} , és la matriu del disseny estructural del model corresponent a.

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Un cop resolt el model GLM corresponent amb els paràmetres estimats i tenint en compte que el model bàsic de Bradley-Terry és invariant per canvis d'escala i que $\sum_i^k \pi_i = 1$, podem estimar els valors dels paràmetres π amb la simple equació,

$$\pi_i = \frac{\exp(2\lambda_i)}{\sum_{l=1}^k \exp(2\lambda_l)} \quad \forall i = 1, \dots, k \tag{4.20}$$

Els errors estàndards de les π 's es poden aproximar utilitzant el δ -mètode (veure Sinclair 1982 i article de Papke 2005) [23, 253].

Si considerem que la resposta d'un individu davant la comparació d'una parella es pot escriure com,

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } I_i \succ I_j \\ -1, & \text{si } I_i \prec I_j \end{cases} \tag{4.21}$$

i per tant també reescrivim la probabilitat d'escollir un ítem vers un altre com,

$$\Pi_{ij} \equiv P(I_i \succ I_j) = P(y_{ij} = 1 | \pi_i, \pi_j),$$

que d'acord amb la notació adoptada per Sinclair [23] es pot expressar mitjançant la fórmula,

$$p(y_{ij}) = c_{ij} \left(\frac{\sqrt{\pi_i}}{\sqrt{\pi_j}} \right)^{y_{ij}} \quad (4.22)$$

on c_{ij} és la constant de normalització. Aleshores les equacions (4.18) es poden reescriure en una sola,

$$\eta_{ij} = \ln(m_{ij}) = \mu_{ij} + y_{ij}(\lambda_i - \lambda_j) \quad (4.23)$$

de tal forma que la taula 4.2 es pot simplificar tal com es mostra a la taula 4.3

Taula 4.3: Disseny estructural LLBTM, $k = 4$ simplificada

Resposta	x_{ij}	μ_{12}	μ_{13}	μ_{14}	μ_{23}	μ_{24}	μ_{34}	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
$y_{12} = 1$	x_{12}	1	0	0	0	0	0	1	-1	0	0
$y_{12} = -1$	x_{21}	1	0	0	0	0	0	-1	1	0	0
$y_{13} = 1$	x_{13}	0	1	0	0	0	0	1	0	-1	0
$y_{13} = -1$	x_{31}	0	1	0	0	0	0	-1	0	1	0
$y_{14} = 1$	x_{14}	0	0	1	0	0	0	1	0	0	-1
$y_{14} = -1$	x_{41}	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	1
$y_{23} = 1$	x_{23}	0	0	0	1	0	0	0	1	-1	0
$y_{23} = -1$	x_{32}	0	0	0	1	0	0	0	-1	1	0
$y_{24} = 1$	x_{24}	0	0	0	0	1	0	0	1	0	-1
$y_{24} = -1$	x_{42}	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	1
$y_{34} = 1$	x_{34}	0	0	0	0	0	1	0	0	1	-1
$y_{34} = -1$	x_{43}	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	1

Els paràmetres λ es poden interpretar com el log-odds de la distribució marginal de Y_{ij} , és a dir en la comparació dels dos ítems I_i vs I_j tenim

$$\ln \frac{P(y_{ij} = 1)}{P(y_{ij} = -1)} = 2(\lambda_i - \lambda_j) \quad (4.24)$$

iguat que ens està dient que l'ítem I_i té avantatge respecte l'ítem I_j només si $\lambda_i - \lambda_j > 0$ i a l'inversa. Es desprèn també que per dos objectes semblants tindriem $\frac{P(y_{ij}=1)}{P(y_{ij}=-1)} = 1$ i per tant $P(y_{ij} = 1) = P(y_{ij} = -1) = 1/2$.

4.2.3 Model de Bradley-Terry per al patró de dades Paired Comparison (PCPM)

Anomenem Model de Bradley-Terry per al Patró de dades Paired Comparison al model basat en la probabilitat conjunta de totes les comparacions binàries que fa un mateix individu simultàniament. És a dir, si definim $y = (y_{12}, y_{13}, \dots, y_{(k-1)k})$ com el vector de respostes d'un subjecte, de dimensió $\binom{k}{2}$ i que té per components $y_{ij} \in \{-1, 1\}$, aleshores la probabilitat per el "patró" ve donada per,

$$p(y) = p(y_{12}, y_{13}, \dots, y_{(k-1)k}) = c \prod_{i < j} \left(\frac{\sqrt{\pi_i}}{\sqrt{\pi_j}} \right)^{y_{ij}} \quad (4.25)$$

on c és la constant de normalització.

De la mateixa manera aquest model es pot formular com un model log-lineal, tal com hem fet a l'apartat anterior amb el que anomenarem model independent de Bradley-Terry. Al model del patró homòleg al model LLBTM (en el que recordem que hi ha independència entre els diferents parells que es comparen) li direm "Model PC-patró (PCPM)". Si tenim en compte que els valors esperats per a la seqüència completa de preferències bé donada per

$$m(y) = m(y_{12}, y_{13}, \dots, y_{(k-1)k}) = np(y),$$

essent n el nombre total de subjectes enquestats, que responen cert patró y . Al vector y de respostes se li suposa una distribució multinomial amb probabilitat $p(y)$. De l'equació (4.25) podem expressar $m(y)$ a través de la següent equació per el predictor lineal, η_y [27-29],

$$\eta_y = \ln m(y_{12}, y_{13}, \dots, y_{(k-1)k}) = \mu + \sum_{i < j} y_{ij} (\lambda_i - \lambda_j) = \mu + \sum_{l=1}^k \lambda_l \omega_l \quad (4.26)$$

equació en la que μ és constant per a tots els patrons possibles, i les variables ω_l , coeficients dels λ 's, estan generades per el sumatori que segueix, que es desprèn d'agrupar els sumatoris respecte tots els parells comparats, i.e.:

$$\omega_l = \sum_{q=l+1}^k y_{lq} - \sum_{q=1}^{l-1} y_{ql}.$$

Si observem bé l'expressió veiem que els coeficients ω_l per els λ 's varien d'acord al patró y i coincideixen amb el recompte de la freqüència en que l'ítem I_l és preferit menys la freqüència en que no és preferit. Havent-hi en total $K = 2^{\binom{k}{2}}$ possibles patrons diferents (observem que ja només per $k = 4$ són 64 patrons diferents). Serà doncs, per poder fer l'estimació dels paràmetres, important el vector de freqüències de tots els possibles patrons possibles, que anomenarem $n = (n_1, n_2, \dots, n_K)$.

De l'equació (4.26) es veu que el Model PCPM és un model lineal general (GLM) tal com ho era el LLBTM, així mateix el podem també ajustar amb qualsevol software adequat per aquest fi. A la vegada es pot expressar el seu disseny estructural amb una taula semblant a les vistes per el model independent i que a continuació explicitem per a $k = 3$ ja que per $k = 4$ com fins ara hem usat com a exemple hauríem ja de donar una taula de 64 files (taula 4.4). Abans d'escriure la taula, observem el que s'ha exposat sobre la forma de càlcul dels coeficients de l'equació. Donat un patró qualsevol dels 8 possibles que hi ha per a 3 ítems, per exemple $y = (1, -1, -1)$ corresponents a $y = (y_{12}, y_{13}, y_{23})$, seguint la fórmula per el càlcul dels ω 's tindríem que ω_1 és igual a $y_{12} + y_{13} = 1 - 1 = 0$, i seguint $\omega_2 = y_{23} - y_{12} = -1 - 1 = -2$ i $\omega_3 = -y_{13} - y_{23} = -(-1) - (-1) = 3$, si ho fem per els 7 patrons restants tindries l'estructura que es mostra a la taula 4.4,

És important fer notar que tal i com s'han mostrat els models s'assumeix que hi ha independència entre les diferents decisions en la preferència dels ítems comparats, suposició que més endavant en l'apartat 4.4 veurem com es fórmula en cas no haver-hi tal independència.

Taula 4.4: Disseny estructural PCPM, $k = 3$

Patró			Recompte	μ	λ_1	λ_2	λ_3
y_{12}	y_{13}	y_{23}		Constant	ω_1	ω_2	ω_3
1	1	1	n_1	1	2	0	-2
1	1	-1	n_2	1	2	-2	0
1	-1	1	n_3	1	0	0	0
1	-1	-1	n_4	1	0	-2	2
-1	1	1	n_5	1	0	2	-2
-1	1	-1	n_6	1	0	0	0
-1	-1	1	n_7	1	-2	2	0
-1	-1	-1	n_8	1	-2	0	2

4.3 Extensions del Model log-lineal de Bradley-Terry

A partir del model independent LLBTM i del model patró PCPM és fàcil, tant a un com a l'altre, introduir modificacions a les respectives equacions, que contemplin diferents situacions experimentals i d'ajust que interessin, com són propietats dels objectes, considerar la possibilitat d'empat, l'efecte de l'ordre, propietats dels subjectes, dependències, etc, com també és fàcil veure com seria el model si no es compleix la condició d'independència entre les observacions aquí suposada.

4.3.1 Model log-lineal de Bradley-Terry segons característiques dels subjectes (SLLBTM)

Les decisions que prenen els individus sobre les seves preferències sobre els ítems que els mostren sovint depenen de les característiques pròpies dels subjectes que emeten el judici [24, 25, 152, 233]. En conseqüència es fa necessari reflectir aquestes característiques en els models log-lineals detallats, és a dir incloure aquestes covariables. Aquesta extensió del model ens permetria veure com aquestes efecten o no a la preferència dels individus respecte els ítems comparats. Aquestes covariables poden

ésser qualitatives o quantitatives i distingirem segons sigui d'un tipus o altre l'extensió que farem al model.

4.3.1.1 Model log-lineal de Bradley-Terry segons característiques qualitatives dels subjectes (CSLLBTM)

Considerem el model LLBTM donat per les equacions (4.23), i una covariable qualitativa amb S categories. El que volem veure és si el patró de respostes és diferent en cada una de les categories d'aquesta variable. Per exemple, suposem un estudi en el que als individus se'ls presenten una sèrie de serveis sanitaris de dos en dos i se'ls demana que escullin entre cada parell quin dels serveis estarien disposats a pagar abans que l'altre. Així, volem veure si existeix un patró de preferència entre la població i si aquest és diferent segons el nivell socio-econòmic de les persones, considerant que aquest pugui ser, baix, mitjà o alt. Tindríem doncs en aquest exemple una variable qualitativa amb $S = 3$ categories.

Tenint en compte doncs aquesta covariable, la representació log-lineal per a estimar el nombre esperat de preferències al comparar els ítems I_i i I_j per els individus del grup s , $\forall i < j$ i $\forall s = 1, \dots, S$ s'expressa mitjançant les equacions (4.27). I si definim $m_{ij|s}$ com el valor esperat del nombre de vegades que es prefereix l'ítem I_i quan el comparem amb I_j per els individus del subgrup s , $\forall s = 1, \dots, S$. Aleshores, el model log-lineal de Bradley-Terry, incorporant-hi les probabilitats de preferir un ítem vers un altre condicionades al grup de pertinença de l'individu es pot expressar segons les equacions que segueixen, que serien les paral·leles a les equacions (4.18),

$$\begin{aligned} \ln(m_{ij|s}) &= \mu_{ij|s} + \lambda_i - \lambda_j + \lambda_s + \lambda_{i|s} - \lambda_{j|s} \\ \ln(m_{ji|s}) &= \mu_{ij|s} - \lambda_i + \lambda_j + \lambda_s - \lambda_{i|s} + \lambda_{j|s} \end{aligned} \tag{4.27}$$

En aquestes equacions els paràmetres μ es poden interpretar com la distribució marginal corresponent al parell d'ítems que es compara per la categoria s de la taula de contingències. Els paràmetres λ_s representen l'efecte principal de la covariable mesurada en el grup s , els $\lambda_{i|s}$ representen els paràmetres que descriuen l'efecte que té el fet de ser del grup, s , en la preferència per l'ítem I_i respecte el I_j , essent aquests els paràmetres del nostre interès. De tal forma que els $\lambda_{i|s}$ es poden interpretar en termes de log-odds,

$$\ln \left(\frac{\Pi_{ij|s}}{\Pi_{ji|s}} \right) = 2(\lambda_i - \lambda_{i|s}) - 2(\lambda_j - \lambda_{j|s}) \quad (4.28)$$

En el cas que la covariable no tingui cap efecte sobre les preferències dels individus, els paràmetres $\lambda_{i|s} = 0$ i les equacions (4.27) i (4.28) són les del model sense covariables. Per tal d'estimar els paràmetres d'interès, el que es fa és definir una de les categories com a categoria de referència (generalment la primera, tal com ho farem nosaltres, o bé la última), i aleshores els λ_i es poden veure com els paràmetres dels ítems en aquesta categoria referència és a dir per $s = 1$, i per tant $\lambda_{i|s}$ per $s = 2, \dots, S$ els paràmetres dels ítems en els altres $s - 1$ grups restants podent-se llavors interpretar com un log-odds ratio a través de,

$$\ln \left(\frac{\Pi_{ij|s}/\Pi_{ji|s}}{\Pi_{ij|1}/\Pi_{ji|1}} \right) = 2(\lambda_{is} - \lambda_{j|s}) \quad (4.29)$$

de la que es dedueix que si $(\lambda_{is} - \lambda_{j|s}) > 0$ la covariable té un efecte positiu, és a dir, la probabilitat de que els individus del grup, s , escullin l'ítem I_i és més gran que la probabilitat de que l'escullin els individus de la classe de referència, $s = 1$ quan el comparem amb l'ítem I_j , i en el cas de voler comparar dues classes adjacents l'equació (4.29) es traduiria en,

$$\ln \left(\frac{\Pi_{ij|(s+1)}/\Pi_{ji|s+1}}{\Pi_{ij|s}/\Pi_{ji|s}} \right) = 2 (\lambda_{i|(s+1)} - \lambda_{i|s}) - 2 (\lambda_{j|(s+1)} - \lambda_{j|s}) \quad (4.30)$$

Per altre banda de la mateixa forma que per LLBTM si prenem la notació (4.21), podem transformar les equacions (4.27) en la forma simplificada

$$\ln m(y_{ij|s}) = \mu_{ij|s} + y_{i,j|s}(\lambda_i + \lambda_{i|s} - \lambda_j - \lambda_{j|s}) \quad (4.31)$$

$y_{ij;s} \in \{-1, 1\}$

en la que el terme λ_s l'integrem dins el terme $\mu_{ij;s}$ considerat el "soroll" per a les distribucions marginals d'un model multinomial.

Evidentment, el model permet afegir més d'una covariable, de forma similar a la que s'ha procedit per una. A mode d'exemple per a dues covariables amb S i T grups respectivament, les equacions (4.27) serien,

$$\ln (m_{ij|st}) = \mu_{ij|st} + \lambda_i - \lambda_j + \lambda_s + \lambda_t + \lambda_{i|s} - \lambda_{j|s} + \lambda_{i|t} - \lambda_{j|t} \quad (4.32)$$

$$\ln (m_{ji|st}) = \mu_{ji|st} - \lambda_i + \lambda_j + \lambda_s + \lambda_t - \lambda_{i|s} + \lambda_{j|s} - \lambda_{i|t} + \lambda_{j|t}$$

en les que $m_{ji|st}$ és el nombre esperat de preferències per l'ítem I_i respecte el I_j per els estudiants que són del grup "s" i "t" a la vegada i el log-odds ratio corresponent seria,

$$\ln \left(\frac{\Pi_{ij|st}/\Pi_{ji|st}}{\Pi_{ij|11}/\Pi_{ji|11}} \right) = 2 (\lambda_{is} - \lambda_{js}) + 2 (\lambda_{it} - \lambda_{jt}) \quad (4.33)$$

El model amb covariables no necessita que es restringeixin els efectes de les interaccions de segon ordre tal com hem fet en les equacions (4.33), aquests paràmetres es podrien incloure fàcilment.

Per tot el vist el model de Bradley-Terry amb covariables qualitatives es pot ajustar per un model lineal generalitzat utilitzant funció d'enllaç el log i amb distribució poisson. A la matriu de disseny estructural afegiríem les columnes corresponents al coeficients dels paràmetres referents a la covariable segons les categories que tingui aquesta [233].

4.3.1.2 Model log-lineal de Bradley-Terry segons característiques quantitatives dels subjectes (NSLLBTM)

Si la covariable a incorporar com a característica dels subjectes és de tipus quantitatiu, com podria ésser per exemple l'edat, el desenvolupament per arribar al model final que la contempla és similar que per a les covariables qualitatives. La diferència és que en aquest cas, l'extensió s'ha de fer per a cada un dels individus, és a dir, el que fem és plantejar les equacions del model LLBTM tantes vegades com individus, així les equacions per el subjecte ν quan es fa la comparació dels ítems I_i versus I_j serien,

$$\ln(m_{ij}^{\nu}) = \mu_{ij}^{\nu} + \lambda_i^{\nu} - \lambda_j^{\nu} \quad (4.34)$$

$$\ln(m_{ji}^{\nu}) = \mu_{ji}^{\nu} - \lambda_i^{\nu} + \lambda_j^{\nu}$$

o en la forma compacta tal com hem vist a tots els models on y_{ij}^{ν} pren valor 1 si $I_i \succ I_j$ i -1 en cas contrari,

$$\eta_{ij}^{\nu} = \ln(m_{ij}^{\nu}) = \mu_{ij}^{\nu} + y_{ij}^{\nu}(\lambda_i^{\nu} - \lambda_j^{\nu}) \quad (4.35)$$

aleshores modelem els λ_i^{ν} a través de la relació lineal,

$$\lambda_i^\nu = \lambda_i + \sum_{p=1}^P \beta_{ip} x_p^\nu \tag{4.36}$$

Relació en la que x_p^ν correspon a la p-èsima covariable ($p = 1, \dots, P$) per l'individu ν . Per cada ítem I_i hi ha un conjunt de paràmetres que descriuen la influència que tenen les covariables sobre aquest ítem, i λ_i és l'origen, és a dir la posició en l'escala de mesura, de l'ítem I_i quan $x = 0$.

A partir del model LLBTM afegint l'efecte d'una covariable qualitativa i/o quantitativa dels subjectes (o més d'una de cada tipus) , es construiria fàcilment el model patró PCPM. En aquest cas la matriu de disseny estructural serien les vistes a les taules 4.3 i 4.4, tenint-ne una per a cada grup i/o una per a cada individu. Així, les equacions corresponents serien les (4.37) i (4.38) per a cada un dels casos,

$$\begin{aligned} \eta_{y|s} &= \mu_s + \sum_{i < j} y_{ij|s} (\lambda_i + \lambda_{i|s} - \lambda_j - \lambda_{j|s}) = \\ &= \mu_s + \sum_{l=1}^k (\lambda_l + \lambda_{l|s}) \omega_{l|s} \end{aligned} \tag{4.37}$$

$$\eta_y^\nu = \mu^\nu + \sum_{i < j} y_{ij}^\nu (\lambda_i^\nu - \lambda_j^\nu) = \mu + \sum_{l=1}^k \lambda_l^\nu \omega_l^\nu \tag{4.38}$$

on $\omega_{l|s}$ i ω_l^ν es defineixen de forma anàloga als ω_l vistes en l'equació (4.26), però per una determinada categoria s de la covariable, o per un l'individu ν - *ssim* respectivament.

4.3.2 Model log-lineal de Bradley-Terry amb opció d'empat (TLLBTM)

En algunes situacions experimentals es permet que quan l'individu compara dos ítems no prengui cap decisió, o tingui indecisió, en aquest cas l'individu marca com a resposta un empat entre aquests, no essent cap dels dos millor o pitjor que l'altre. Per exemple, en un partit de football tenim tres possibilitats la de guanyar, empatar o perdre. Així mateix, si per exemple preguntem als individus que vagin esculin entre dos possibles horaris per fer la seva rehabilitació, entre totes les possibles combinacions que el servei ha fet segons s'ho puguin combinar amb els seus horaris, a l'individu li pot ser perfectament indiferent un de l'altre, és a dir no té cap inconvenient per assistir a la rehabilitació en cap dels dos.

Estendrem doncs el model per tal de poder atendre aquesta casuística. Partint de que al comparar els dos ítems tenim tres possible respostes que notem com,

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } I_i \succ I_j \\ 0, & \text{si } I_i \sim I_j \\ -1, & \text{si } I_i \prec I_j \end{cases} \quad (4.39)$$

aleshores per incorporat aquesta possible resposta, d'empat, al model LLBTM afegiríem un paràmetre extra, δ a estimar, per tant en el sistema d'equacions (4.18) de cada parella de comparació, cal també considerar una tercera equació la que correspon a estimar aquest nou paràmetre, i així doncs el model log-lineal quedarà expressat per,

$$\ln(m_{ij}) = \mu_{ij} + \lambda_i - \lambda_j$$

$$\ln(m_{ji}) = \mu_{ji} - \lambda_i + \lambda_j \tag{4.40}$$

$$\ln(m_{ij}^0) = \ln(m_{ji}^0) = \mu_{ji} + \delta$$

En aquest cas el model tindrà una taula de contingència 2x2 de dimensió $\binom{k}{2} \times 3$ ja que ara tenim tres possibles respostes en cada judici emès. El terme m_{ij}^0 significa el nombre esperat de vegades que hi ha una indecisió quan confrontem els ítems I_i i I_j , i altre vegada els paràmetres μ son vistos com el "soroll", i δ el paràmetre que representa la "no-preferència", o empat. En el que ara tindrem en compte que la probabilitat definida a (4.22) quedarà modificada per,

$$p(y_{ij} = c_{ij}^{**}) = \left(\frac{\sqrt{\pi_i}}{\sqrt{\pi_j}} \right)^{y_{ij}} v^{1-|y_{ij}|} \tag{4.41}$$

on la versió reduïda de les equacions (4.40), usant (4.39) és el model log-lineal,

$$\eta_{ij} = \ln(m_{ij}) = \mu_{ij} + y_{ij}(\lambda_i - \lambda_j) + (1 - |y_{ij}|)\delta \tag{4.42}$$

Anàlogament al com s'ha fet pel LLBTM es pot construir anàlogament el model patró per aquesta extensió que tindrà com a probabilitat la vista en l'equació 4.41 i el predictor s'estimarà mitjançant el model,

$$\eta_y = \mu + \sum_{i=1}^k k\lambda_i\omega_i + \delta u \tag{4.43}$$

on δ és el $\ln v$ i u és la suma de totes les components amb resposta indecisa.

El paràmetre δ es pot interpretar com una constant de discriminació, és a dir al confrontar dos ítems per els quals s'obté que $\lambda_i \equiv \lambda_j$, per decidir a favor d'un o altre, el log-odds

$$\ln \left(\frac{\Pi_{ij}}{\Pi_{ij}^0} \right) = \ln \left(\frac{\Pi_{ji}}{\Pi_{ij}^0} \right) = -\delta \quad (4.44)$$

es pot considerar com "l' avantatge" a favor de la decisió, de forma que si $\delta < 0$ decidim a favor de I_i i en cas contrari a favor de I_j .

Altre vegada estem davant d'un model lineal generalitzat es poden estimar els seus paràmetres amb qualsevol software i usant funció d'enllaç el logaritme. En el que a la matriu de disseny afegiríem per cada possible parell una fila representant la resposta 0 i una columna amb el paràmetre δ . A mode d'exemple donarem la matriu de disseny estructural per a 3 ítems amb empat, taula 4.5 que seria l'equivalent a la vista per no empat, taula 4.3

Taula 4.5: Disseny estructural TLLBTM

Resposta	Recompte	μ_{12}	μ_{13}	μ_{23}	λ_1	λ_2	λ_3	δ
$y_{12} = 1$	x_{12}	1	0	0	1	1	0	0
$y_{12} = -1$	x_{21}	1	0	0	-1	1	0	0
$y_{12} = 0$	x_{12}^0	1	0	0	0	0	0	1
$y_{13} = 1$	x_{13}	0	1	0	1	0	-1	0
$y_{13} = -1$	x_{31}	0	1	0	-1	0	1	0
$y_{13} = 0$	x_{13}^0	0	1	0	0	0	0	1
$y_{23} = 1$	x_{23}	0	0	1	0	1	-1	0
$y_{23} = -1$	x_{32}	0	0	1	0	-1	1	0
$y_{23} = 0$	x_{23}^0	0	0	1	0	0	0	1

4.3.3 Model log-lineal de Bradley-Terry segons propietats dels ítems (ILLBTM)

Un possible context d'avaluació per comparacions binàries d'una bateria d'ítems és el que es fa coneixent certes propietats dels ítems que s'estant comparant. Aquestes propietats dels ítems poden influenciar indirectament a l'escala de valors que fa que l'individu faci la seva elecció. Per exemple suposem diferents medicaments que existeixen tant en forma de capsules, injeccions, sobres o altres formes. El facultatiu dona a escollir la forma d'administrar-lo al pacient, però a escollir davant unes parelles fixades. a fi de garantir l'eficàcia. Ens preguntem, si les tries que farien els pacients serien les mateixes si aquests coneguessin el cost en euros de cada una de les formes d'administració dels medicaments. Així doncs, es vol trobar les estimacions tenint en compte el preu.

És interessant, per tant, veure com poder introduir en els models vistos en els apartats 4.2.2, 4.3.1 i 4.3.2 aquestes possibles covariables associades als ítems, ja sigui simplement en el model LLBTM o també en qualsevol de les seves extensions, és a dir combinant covariables dels subjectes i dels objectes amb o sense empat. En aquesta secció presentarem l'extensió a partir de simplement el model LLBTM, tal i com s'ha fet a cada apartat, perquè la combinació de més d'una d'elles és òbvia i fàcil.

Afegir aquestes propietats dels objectes potser fa que en un context real, els especialistes en el tema en concret (metges, pedagogs, economistes,...) compreguin millor les diferències entre els objectes i el perquè d'un perfil d'elecció d'aquests. Aquesta extensió és molt útil sobretot en situacions on les propietats es fixen segons un entorn experimental (exemple l'anàlisi Conjoint Data).

La forma de reparametrització dels model LLBTM per afegir-hi l'efecte d'una propietat dels ítems, la farem posant els paràmetres a estimar com a combinació lineal de les $p < k$ covariables Z_1, \dots, Z_p que representen les

propietats dels ítems. Per suposat aquestes covariables poden ésser tant quantitatives com qualitatives (representant en aquest cas una estructura factorial [205, 206, 213]). Així doncs, cada λ_i el substituïrem per,

$$\lambda_i = \sum_{\nu=1}^p z_{i\nu} \beta_{\nu}^Z \quad (4.45)$$

en la que $z_{i\nu}$ indiquen observacions de les covariables que descriuen les propietats de l'objecte I_i i els β^Z són els paràmetres de regressió, paràmetres desconeguts. En conseqüència el model LLBTM en aquest cas, amb p covariables dels objectes, queda segons les equacions,

$$\ln(m_{ij}) = \mu_{ij} + \sum_{\nu} (z_{i\nu} - z_{j\nu}) \beta_{\nu}^Z \quad (4.46)$$

$$\ln(m_{ji}) = \mu_{ji} - \sum_{\nu} (z_{i\nu} - z_{j\nu}) \beta_{\nu}^Z$$

on els paràmetres μ tenen la mateixa interpretació que en el model simple LLBTM, i els paràmetres α també els podem interpretar en termes de log-odds com succeïa amb els paràmetres λ quedant de la següent forma,

$$\ln\left(\frac{\Pi_{ij}}{\Pi_{ji}}\right) = 2 \sum_{\nu} (z_{i\nu} - z_{j\nu}) \beta_{\nu}^Z \quad (4.47)$$

Observem que en el cas d'haver-hi una unitat de diferència entre les covariables, és a dir $z_{i\nu} - z_{j\nu} = 1$, els coeficients de regressió, desconeguts, β_{ν}^Z es podrien interpretar com l'efecte la ν -*sim*a covariable (propietat) sobre els objectes I_i i I_j en termes de log-odds.

Nota: En el cas de tenir la possible resposta d'empat, afegiríem la tercera equació sense modificació, és a dir afegiríem a (4.46)

$$\ln(m_{ij}^0) = \ln(m_{ji}^0) = \mu_{ji} + \delta,$$

Les equacions (4.46) es poden escriure en la seva forma compacta tal com s'ha fet amb la resta de models, així com també es pot escriure el seu model patró. Es pot veure a les equacions (4.48) i (4.49) respectivament.

El model en la seva forma compacte en el cas de no tenir com a possible resposta l'empat s'expressaria amb l'equació (4.48)

$$\ln(m_{ij}) = \mu_{ij} + y_{ij} \sum_{\nu} (z_{i\nu} - z_{j\nu}) \beta_{\nu}^Z \quad (4.48)$$

Finalment el model del patró PCPM amb les propietats dels objectes s'expressa mitjançant la següent equació,

$$\ln m(y) = \mu + \sum_l \omega_l \sum_{\nu} \beta_{\nu} z_{l\nu} \quad (4.49)$$

Nota: Per algunes situacions experimentals es podrien utilitzar els $x_{l\nu}$ com un terme d'error addicional al model, casuística que no és d'interès en la nostra situació per la qual cosa no detallarem, però es pot veure a l'article de Turner i Firth [254, 255].

4.3.4 Model log-lineal de Bradley-Terry segons característiques dels subjectes i propietats dels ítems (ISLLBTM)

Tot i no especificar totes les possibles combinacions de les diferents extensions al model LLBTM, en aquest cas creiem oportú fer-ho, tot i que

no amb el màxim detall, donat que és una situació empírica que fàcilment ens la podem trobar. De fet si ho pensem bé generalment els individus els tenim classificats en grups o en coneixem alguna dada com edat etc, a més de que és àmpliament conegut que aquests fan una valoració en funció de propietats conegudes dels objectes ja que no acostumen a ser aliens a aquestes. Per exemple, en el mateix cas anterior en el que es coneixia el preu dels medicaments dels que s'escollia la via d'administració, es vol saber si el patró de preferències és diferent coneixent aquesta informació o sense conèixer-la i si a més aquest és diferent segons si el pacient que escull és un home o una dona.

Així doncs exposarem a continuació com es modificaria el model bàsic per tal de que es contemplin a la vegada les dues situacions, covariables que ens donen característiques dels individus i covariables que són diferents propietats dels ítems que aquests individus han tingut en consideració a l'hora de fer el seu judici en les parelles d'ítems que han comparat. L'essència del mètode és la mateixa que la descrita en la secció 4.3.1. Tal i com hem dit la nostra intenció no és exposar-ho amb detall, ja que les combinacions són múltiples i per tant ho exemplificarem per un cas concret i dels més habituals, com és el de tenir 1 covariable que ens indica el grup de pertinença dels individus (per tant característica dels subjectes qualitativa) amb S categories i 2 covariables que ens donen propietats dels ítems que condicionen als subjectes a l'hora de fer l'elecció. Partint del model LLBTM amb una covariable qualitativa a l'apartat 4.3.1.1 equacions (4.27) es tracte de fer una reparametrització de tots els termes d'aquest model, és a dir de tots els paràmetres λ , tant els que refereixen a els ítems en la categoria de referència com els de la categoria en la que volem veure si els subjectes d'aquesta tenen un perfil diferent respecte a la de referència. Aquesta reparametrització, tenint en compte que només considerem dues propietats, s'escriuria en els següents termes,

$$\lambda_i + \lambda_{i|s} = z_{i1}\beta_1 + z_{i2}\beta_2 + \beta_{1|s}z_{i1} + \beta_{2|s}z_{i2} \quad (4.50)$$

$$\lambda_j + \lambda_{j|s} = z_{j1}\beta_1 + z_{j2}\beta_2 + \beta_{1|s}z_{j1} + \beta_{2|s}z_{j2}$$

Relacions en les que z_{i1} i z_{i2} indiquen els valors de les dues propietats, Z_1 i Z_2 respectivament per l'ítem I_i amb coeficients de regressió β_1 i β_2 . Els $\beta_{1|s}$ i $\beta_{2|s}$ representant el terme d'interacció entre aquestes dues covariables Z_1 i Z_2 i la covariable categoria S en la que els individus estan classificats. La resta de paràmetres es defineixen de forma anàloga al model de partida, així com podríem fàcilment afegir la tercera equació per contemplar la possibilitat d'empat. Aleshores fent la substitució de (4.50) a (4.27) obtenim el model per el cas esmentat i que té per equacions,

$$\begin{aligned} \ln m_{ij|s} = & \mu_{ij|s} + \lambda_s + \\ & + \{\beta_1(z_{i1} - z_{j1}) + \beta_2(z_{i2} - z_{j2}) + \\ & + \beta_{1|s}(z_{i1} - z_{j1}) + \beta_{2|s}(z_{i2} - z_{j2})\} \end{aligned} \quad (4.51)$$

$$\begin{aligned} \ln m_{ji|s} = & \mu_{ij|s} + \lambda_s - \\ & - \{\beta_1(z_{i1} - z_{j1}) + \beta_2(z_{i2} - z_{j2}) + \\ & + \beta_{1|s}(z_{i1} - z_{j1}) + \beta_{2|s}(z_{i2} - z_{j2})\} \end{aligned}$$

o en la seva forma compacte,

$$\begin{aligned} \ln m_{ij|s} = & \mu_{ij|s} + \\ & + y_{ij|s} \{\beta_1(z_{i1} - z_{j1}) + \beta_2(z_{i2} - z_{j2}) + \\ & + \beta_{1|s}(z_{i1} - z_{j1}) + \beta_{2|s}(z_{i2} - z_{j2})\} \end{aligned} \quad (4.52)$$

D'aquestes equacions es pot deduir fàcilment com seria l'extensió per més covariables ja siguin propietats dels ítems o característiques dels individus. Tal com s'ha vist en l'apartat 4.3.1, si prenem com a categoria referència la primera, i.e.: $s = 1$, podem expressar en termes de log-odds ratio els paràmetres estimats per una millor interpretació de la probabilitat, en l'exemple explicitat seria,

$$\ln \left(\frac{\Pi_{ij|s}/\Pi_{j^i|s}}{\Pi_{ij|1}/\Pi_{j^i|1}} \right) = 2\beta_{1|s}(z_{i1} - z_{j1}) + 2\beta_{2|s}(z_{i2} - z_{j2}) \quad (4.53)$$

Aquesta log-odds ratio té una interpretació fàcil dels paràmetres $\beta_{1|s}$ i $\beta_{2|s}$ quan les diferències $(z_{i1} - z_{j1})$ i $(z_{i2} - z_{j2})$ són 1. Per exemple si $\beta_{1|s} > 0$ i $\beta_{2|s} = 0$, el fet de que la preferència per l'ítem I_i versus l' I_j sigui superior és a causa del valor que pren la propietat Z_1 quan els individus pertanyen al grup s , i així podríem anar fent les diferents interpretacions segons els valors que prenguin les tres covariables.

És evident que el model presentat també es pot ajustar amb un model lineal generalitzat amb funció d'enllaç log i distribució de Poisson igual que la resta de models vistos per les diferents extensions. Com també és evident que es pot formular el model patró respectiu. En aquest cas la matriu de disseny estructural consistiria en una matriu on a les columnes hi ha els vectors μ , δ (en cas de contemplar la possibilitat d'empat), els λ referents a la variable categòrica i finalment enlloc dels λ referents als ítems, tindríem columnes per les diferències entre les covariables dels ítems representades per $(z_{i\nu} - z_{j\nu})$. Per construir els vectors columna que representen la interacció dels termes $\beta_{1|s}$ (i els successius) es faria de forma natural com el producte entre les columnes per les diferències, $(z_{i\nu} - z_{j\nu})$ i els paràmetres λ de les categories.

Així, per l'exemple vist el model patró esdevindria,

$$\eta_{y_s} = \mu_s + \sum_{i=1}^k (z_{i1}\beta_1 + z_{i2}\beta_2 + \beta_{1|s}z_{i1} + \beta_{2|s}z_{i2}) \omega_{i|s} \quad (4.54)$$

4.3.5 Model log-lineal de Bradley-Terry segons l'ordre de presentació dels ítems (OLLBTM)

En algunes ocasions, degut al tipus d'objectes que es comparen i/o l'atribut segons el que es comparen, es pensa que les decisions de l'individu poden estar influenciades per l'ordre en què se li presenten els ítems a comparar. Per exemple no és el mateix que se li demani a un pacient que esculli entre si prefereix administrar-se el tractament per artritis crònica per via xeringa o ploma "myclic", un cop els ha provat tots dos si primer ha usat una o l'altre. Es pensa que un cop l'individu està acostumat a una de les dues formes d'administració, el que li costa és canviar i per tant va en detriment de l'elecció per el segon. Evidentment, es pot fer un disseny creuat per a l'estudi, però no en tots els exemples és possible i tot i així cal introduir aquest efecte en el model. Un altre exemple ben diferent, seria en el mon de l'esport, en que el resultat ja és més objectiu, però introduiríem a més del resultat d'un partit, "guanya equip A", ó "guanya equip B", ó "empaten" (en cas d'esports amb aquesta possibilitat) , el fet de que es jugui el parti a casa d'A o de B.

Aquest problema, van ésser considerat per Davidson i Beaver al 1977 i és conegut per "l'efecte de la posició de l'ítem". Dos anys més tard el va reprendre Fienbert, i des de l'aleshores fins ara només el varen treballar Critchlow i Fligner al 1991 [183, 206, 229].

A fi de considerar la influència de l'ordre de presentació dels ítems, en primer lloc reconsiderarem vista a (4.1), introduint aquest terme, de la següent forma,

$$p_{ij,i} = \frac{\pi_i}{\pi_i + \gamma\pi_j} \tag{4.55}$$

$$p_{ij,j} = \frac{\pi_i}{\gamma\pi_i + \pi_j}$$

On $p_{ij,i}$ representa la probabilitat de que l'ítem I_i sigui preferit a l'ítem I_i quan I_i és el primer en presentar-se, i $p_{ij,j}$ la probabilitat de que l'ítem I_i sigui preferit a l'ítem I_j quan ara és el I_j el primer. En el cas de que $\gamma < 1$ indica que està en la primera posició és una advantage, i per $(\gamma) > 1$ una desavantatge. Considerant aquestes probabilitats les equacions del model bàsic de Bradley-Terry en la seva formulació log-lineal (LLBTM) es convertiren en dues equacions per a cada una de les presentades en (4.18) segons si en primera posició es presenta un ítem o altres dels dos que es comparen,

$$\begin{aligned}\ln(m_{ij,i}) &= \mu_{ij,i} + \lambda_i - \lambda_j + \zeta \\ \ln(m_{ji,i}) &= \mu_{ji,i} - \lambda_i + \lambda_j \\ \ln(m_{ij,j}) &= \mu_{ij,j} + \lambda_i - \lambda_j \\ \ln(m_{ji,j}) &= \mu_{ji,j} - \lambda_i + \lambda_j + \zeta\end{aligned}\tag{4.56}$$

Model del que també se'n té la forma compacta expressada per les equacions (4.23)

$$\begin{aligned}\eta_{ij,i} = \ln(m_{ij,i}) &= \mu_{ij,i} + y_{ij,i}(\lambda_i - \lambda_j) + (1 + y_{ij,i})\zeta \\ \eta_{ij,j} = \ln(m_{ij,j}) &= \mu_{ij,j} + y_{ij,j}(\lambda_i - \lambda_j) + (1 - y_{ij,j})\zeta\end{aligned}\tag{4.57}$$

on el paràmetre ζ representa l'efecte que té sobre l'elecció de l'ítem el fet d'estar en la primera posició. A partir d'aquestes equacions d'una forma fàcil es podrien incorporar covariables de la mateixa forma que s'ha fet al no tenir en compte la influència de la posició. En aquest cas no entrarem en més detalls ni en com quedarien la resta d'equacions ja que no és la situació que ens ocupa en els nostres exemples empírics, però s'ha volgut donar el model ja que en un futur es té la intenció de considerar-ho.

4.4 Dependència en el Model log-lineal de Bradley-Terry

Fins aquí hem fet servir el supòsit que hi ha independència entre els parells de comparació. Tan pel que fa a les comparacions dels diferents individus respecte la mateixa parella d'ítems, com entre les diferents parelles de comparació. En aquest apartat tractarem com incorporar una possible relació que faci que no es doni aquest supòsit.

La dependència entre les observacions pot venir per a diferents causes o més ben dit pot haver-hi diferents tipus de dependència. En primer lloc, podem trobar-nos en una dependència entre els parells que els individus han de comparar. En aquest cas a tot el que s'ha explicat fins aquí s'hi hauria d'afegir els paràmetres que representarien tal dependència. Aquesta correcció no és complicada i l'exposem en el primer dels dos subapartats que segueixen. Tot i que no és d'interès específicament per les aplicacions empíriques degut al fet que aquestes es basaran en observació de dades ranking en escala ipsative. En conseqüència aquest tipus de dependència no es dona. Si bé l'explicarem per linealitat en l'exposició i per no deixar d'ésser una situació a considerar en investigacions on les dades provinguin directament de comparacions binàries o quan les dues conflueixen.

Un altre tipus de dependència més interessant i habitual pot venir donada pel fet de que els individus comparin els mateixos objectes en diverses ocasions. Aquestes poden respondre a una situació experimental que requereix dues o més mesures en diferents moments del temps, per exemple abans i després d'una intervenció, mesura repetida. o bé al fet que els individus comparin els mateixos ítems respecte atributs diferents, múltiples respostes. Un exemple d'aquest últim seria un estudi en el que es demana als pacients que diguin si prefereixen auto-administrar-se un tractament per artritis crònica per via injecció o via ploma "myclic" segons el dolor que senten en l'auto-administració i a la vegada se'ls demana que també escullin la via segons la facilitat d'ús.

Tant si el tipus de dependència és per mesura repetida com per múltiples respostes el tractament és el mateix, és a dir es fa la mateixa reparametrització del model bàsic de Bradley-Terry. En ambdós casos respon al fet de que els mateixos individus fan més d'una comparació sobre els mateixos ítems.

Aquesta situació de dependència és la que farem servir per tractar les dades dels dos estudis reals: L'estudi de Canfield (vist a l'apartat 3.4) i l'estudi d'activitats d'aprenentatge autònom tal i com explicarem.

4.4.1 Dependències entre els ítems de comparació (IDLLBTM)

Recordem que en l'apartat 4.2.3, s'ha descrit el model patró, com el model basat en la probabilitat conjunta de totes les comparacions binàries que fa un mateix individu simultàniament, i s'ha realitzat la formulació del model assumint independència entre aquestes, ara bé aquesta suposició no sempre es compleix, és a dir es poden donar dependències entre els parells de comparació.

Aquest problema es resol directament a través del vector de respostes multinomial, $(y_{12}, y_{13}, \dots, y_{1k}, y_{23}, y_{24}, \dots, y_{2k}, \dots, y_{(k-1)k})$.

Notem que no té sentit parlar del model per a cada un dels parells de comparació, ja que aquest seria el mateix.

En aquest punt val a dir que alguns autors com Coull i Agresti, han tractat aquest problema basant-se en la introducció d'efectes aleatoris en el model. Si bé en la línia de poder representar el model de forma simple amb un model log-lineal basat en el model de Bradley-Terry s'introduirà les dependències especificant-ho en la distribució conjunta de les variables aleatòries Y_{ik} , continuant la línia iniciada per Cox [256], a la que també hi han col·laborat Altham et al. i Liang [257, 258]. idea que més endavant recuperen Böckenholt i Dillon [7], i en la que es base la reparametrització de Dittrich et al. del 2002 [27]. Així aquests autors el fan és considerar que les dependències entre les respostes son una elecció repetida dels

mateixos objectes en un experiment de comparacions binàries.

Si considerem els parells d'ítems $\{I_i, I_j\}$ i $\{I_i, I_l\}$, aquí la dependència bé introduïda perquè l'ítem I_i està involucrat en les dues parelles, i la caracteritzariem afegint un paràmetre nou, que anotarem per $\theta_{i,j,l} := \theta_{i,j,l}$. En el cas de parells que no tenen ítems en comú, implicarà que $\theta_{i,j,l} = 0$, havent-hi $\binom{k}{2}$ possibles paràmetres θ per a k ítems i fent tots els possibles parells, on s'assumint la condició descrita a dalt. Aleshores la probabilitat conjunta vista en (4.25) queda modificada per el segon terme de l'equació (4.58)

$$p(y) = p(y_{12}, y_{13}, \dots, y_{(k-1)k}) = c^{**} \prod_{i < j} \left(\frac{\sqrt{\pi_i}}{\sqrt{\pi_j}} \right)^{y_{ij}} X \exp \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j,l \\ j=l}}^k \theta_{i,j,l} y_{ji} y_{li} \right) \tag{4.58}$$

Seguint la notació fins ara utilitzada en la que recordem $y_{ij} = y_{ji}$ indica que comparem el parell d'ítems I_i, I_j en aquest ordre. En l'equació, c^{**} és la constant de normalització per tal de que la suma de totes les probabilitats sigui 1. Usant aquesta probabilitat, de forma fàcil podem especificar el model per els valors esperats, $m(y_{1,2}, \dots, y_{(k-1)k})$, de la mateixa forma que el model log-lineal patró PCPM, en el que només haurem d'afegir els paràmetres necessaris per tal de que les dependències hi siguin representades, és a dir,

$$\begin{aligned} \eta_y &= \ln m(y_{12}, y_{13}, \dots, y_{(k-1)k}) = \\ &= \mu + \sum_{i < j} y_{ij} (\lambda_i - \lambda_j) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j,l \\ j=l}}^k \theta_{i,j,l} y_{ji} y_{li} = \\ &= \mu + \sum_{i=1}^k \lambda_i \omega_i + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j,l \\ j=l}}^k \theta_{i,j,l} y_{ji} y_{li} = \end{aligned} \tag{4.59}$$

Òbviament si $\theta_{i,jl} = 0, \forall i, j, l = 1, \dots, k$ el que tenim és el model quan hi ha independència entre els parells comparats, és a dir les equacions (4.26).

Prenent la matriu del disseny estructural vista en la taula 4.4, per el cas $k = 3$, totes les possibles parelles resposta, i si tenim en compte que per exemple per el possible vector resposta $(1, 1, 1)$ tindriem $\ln m(-1, 1, 1) = \mu + 2\lambda_2 - 2\lambda_3 - \theta_{1,23} - \theta_{2,13} + \theta_{3,12}$, aleshores la matriu de disseny estructural per a tots els possibles 2^3 patrons seria la que es veu a la taula 4.6,

Taula 4.6: Disseny estructural PCPM, $k = 3$ amb dependències

Patró				μ	λ_1	λ_2	λ_3	$\theta_{1,23}$	$\theta_{2,13}$	$\theta_{3,12}$
y_{12}	y_{13}	y_{23}	n_i	Cnt.	ω_1	ω_2	ω_3			
1	1	1	n_1	1	2	0	-2	1	1	1
1	1	-1	n_2	1	2	-2	0	1	-1	-1
1	-1	1	n_3	1	0	0	0	-1	1	-1
1	-1	-1	n_4	1	0	-2	2	-1	-1	1
-1	1	1	n_5	1	0	2	-2	-1	-1	1
-1	1	-1	n_6	1	0	0	0	-1	1	-1
-1	-1	1	n_7	1	-2	2	0	1	-1	-1
-1	-1	-1	n_8	1	-2	0	2	1	1	1

Ara bé si observem bé la matriu en adonarem que el seu rang no és màxim, i per tant ens caldrà imposar alguna restricció per tal de que ens permeti trobar solucions a les estimacions dels paràmetres, que convindrem que serà $\lambda_3 = 0$, en general $\lambda_k = 0$.

Els paràmetres s'hauran d'interpretar a través de distribucions condicionals. Si ho féssim directament a través de les distribucions marginals la interpretació es faria confusa. En canvi a través d'establir probabilitats condicionades aquesta estarà àdhuc amb el concepte que busquem. Dit això, els paràmetres θ els interpretarem com el log-odds de preferir

un ítem envers un altre quan les altres comparacions venen donades. És a dir, el log-odds de preferir I_j a I_i condicionat a uns valors donats de y_{il} i $y_{jm} \forall l, m = 1, \dots, k, l, m \neq i, j$ s'expressarà de la següent,

$$\begin{aligned} \ln \frac{P(y_{ij}=1|Y_{il}=y_{il} \forall i, Y_{jm}=y_{jm}, \forall l, m=1, \dots, k, l, m \neq i, j)}{P(y_{ij}=-1|Y_{il}=y_{il} \forall i, Y_{jm}=y_{jm}, \forall l, m=1, \dots, k, l, m \neq i, j)} &= \\ &= 2(\lambda_i - \lambda_j) + 2 \sum_{\substack{l=1 \\ i \neq j, l \\ j \neq l}}^k (\theta_{i,j,l} y_{il} + \theta_{j,i,l} y_{jl}) \end{aligned} \tag{4.60}$$

Tal com podem veure, aquí no passa com el model més simple LLBTM en el que el log-odds està determinat per els λ dels ítems que comparem, sinó que li hem de sumar els paràmetres θ que ens representen la interacció entre els dos parells d'ítems que comparem, I_i vs I_j i totes les possibles parelles de parelles d'ítems en les que una d'aquestes sigui la parella $\{I_i, I_j\}$, és a dir per tot $(\{I_i, I_j\}, \{I_i, I_l\})$ i per tot $(\{I_i, I_j\}, \{I_j, I_l\}) \forall l = 1, \dots, k, l \neq i, j$.

És d'especial interès observar quina és la relació entre el fet de tenir dependència entre els parells que comparem i el fet de que entre tres dels ítems comparats de dos a dos hi hagi transitivitat o intransitivitat, ja que quan presentem diferents parelles en forma de comparacions binàries no queda garantida la transitivitat, en canvi, i per això aquest punt és d'especial interès, recordem que aquesta està garantida quan les dades procedeixen d'una observació ranking.

En aquest sentit associacions positives dels paràmetres redueixen la probabilitat de que donats tres ítems hi hagi intransitivitat. És a dir, si considerem per exemple la intransitivitat següent: suposem que un individu ha fet els judicis $I_i \succ I_j, I_j \succ I_l, I_l \succ I_i$ i el comparem l'hipotètic cas que hagués fet els judicis amb transitivitat per tant $I_i \succ I_j, I_j \succ I_l, I_i \succ I_l$; aleshores si en ambdós casos la resta de comparacions dels altres parells son les mateixes, tenim,

$$\frac{P(y_{ij}=1, y_{jl}=1, y_{il}=-1 | Y_{st}=y_{st} \forall s, t \neq i, j, l)}{P(y_{ij}=1, y_{jl}=1, y_{il}=1 | Y_{st}=y_{st} \forall s, t \neq i, j, l)} =$$

$$= \frac{\pi_l}{\pi_i} \exp\{-2(\theta_{i,jl} + \theta_{l,ij})\} \quad (4.61)$$

Si $\theta_{i,jl} + \theta_{l,ij} > 0$ aleshores (4.61) és inferior a $\frac{\pi_l}{\pi_i}$, que correspon al cas d'independència. A la vegada la $P(\text{ternes intrensitives}) \rightarrow 0$ si $\theta_{i,jl}, \theta_{l,ij} \rightarrow \infty$; cas en que les comparacions binàries serien equivalents a tenir dades ranking.

Un cop vistes les equacions del model patró havent introduït les dependències, equacions (4.59), observem que aquest també és un GLM, de fet un model log-lineal, i per tant podem estimar tots els paràmetres amb un software que treballi amb models lineals generalitzats.

Nota: De la mateixa manera que amb els models que assumien independència, podríem modificar les equacions (4.59) per tal de considerar les covariables ja siguin dels objectes o dels subjectes, empats i efecte de la posició dels ítems i obtenir les diferents extensions al model de Bradley-Terry amb dependència entre els parells de comparació.

4.4.2 Mesures repetides i múltiples comparacions dels mateixos ítems (RMLLBTM)

Com s'ha comentat anteriorment una forma de tenir dependències entre el conjunt de respostes és degut a que els individus emetin un veredicte respecte la preferència d'un ítem o un altre en més d'una ocasió. Sigui en el pas del temps bé sigui en el mateix moment però respecte a atributs diferents. En aquest segon sentit uns dels primers autors que ho van considerar foren Davidson i Bradley al 1969 i Böckenholt al 1988 [209, 217]. Tot i que l'enfocament que li donaven no es base en models lineals sinó amb un anàlisi alternatiu bastant complicat. No fou fins a Fahrmeier et al. i Glickman al 1994 i 1999 respectivament

que introdueixen aquesta dependència com una extensió del model bàsic de Bradley-Terry [221, 259]. A l'hora però de fer les estimacions dels paràmetres utilitzen el conegut, en l'àmbit de la computació, algoritme iteratiu de Kalman per a models no lineals. Aquesta forma d'estimar els paràmetres té certa complexitat a l'hora de portar-ho a la pràctica i sovint implica dimensions intractables a nivell de computació. El mateix Glickman al 2001 fa una modificació per millorar aquesta situació en alguns casos [222], però són els més senzills i la reducció en cost de computació no és massa. El que aquí presentarem és una extensió del model de Bradley-Terry, amb una formulació log-lineal, partint de la idea de que tenim respostes amb distribució multinomial multivariant que permeten especificar una distribució de probabilitat de forma multiplicativa. Això fa que es pugui fer un paral·lelisme amb una distribució binària exponencial quadràtica [256, 260], i per tant tenir un GLM [27–29]. Tipus de model que simplificarà també per el cas de dependències fer les diferents extensions i interpretar fàcilment els paràmetres.

Considerem doncs que els n individus realitzen un experiment amb dades de comparacions binàries on cada comparació d'un parell d'ítems I_i vs I_j la realitzen segons T atributs o el que és el mateix a nivell estadístic T vegades en el temps. Aquestes repeticions les anotarem per $\alpha_1, \dots, \alpha_p$, seguint amb la notació fins ara utilitzada. $\forall i < j, i, j = 1, \dots, k, \alpha = 1, \dots, T$, representarem les comparacions amb un vector de variables aleatòries, $y_{ij\alpha}$ on,

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } I_i \succ I_j \text{ per l'atribut o moment } \alpha \\ -1, & \text{si } I_i \prec I_j \text{ per l'atribut o moment } \alpha \end{cases}$$

és a dir escriuríem (4.62) p vegades, una per cada repetició, que per simplificar, anotarem com \succ_α

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } I_i \succ_\alpha I_j \\ -1, & \text{si } I_i \prec_\alpha I_j \end{cases} \quad (4.62)$$

resultant ésser un experiment amb $2^{T \binom{k}{2}}$ possibles patrons de resposta, és a dir el vector y de components $y_{ij\alpha}$ té dimensió $T \binom{k}{2}$ que de forma general l'escriurem amb el següent ordre de comparacions,

$$y = (y_{121}, y_{122}, \dots, y_{12T}; y_{131}, \dots, y_{13T}; \dots; y_{(k-1)k1}, \dots, y_{(k-1)kT})$$

essent $y_{ij\alpha} \in \{-1, 1\}$ (per tal de considerar el cas d'empat només caldria introduir el 0 com a possible resposta, i aleshores seria un experiment amb $3^{T \binom{k}{2}}$ possibles patrons).

Aleshores seguint el model bàsic de Bradley-Terry escriurem per $\pi_{i\alpha}$ els paràmetres que representen la localització dels ítems respectius en l'escala de preferència t.q. $\pi_{1\alpha} + \pi_{2\alpha} + \dots + \pi_{k\alpha} = 1$ i $\pi_{i\alpha} > 0 \forall \alpha = 1, \dots, T$ (en el cas de considerar l'empat com a possible resposta hauríem de modificar aquest paràmetres segons el que s'exposa a Böckenholt i Dillon [7]) i per tant tenim,

$$\begin{aligned} \Pi_{ij\alpha} &= P(Y_{ij\alpha} = y_{ij\alpha}) = \frac{\pi_{i\alpha}}{\pi_{i\alpha} + \pi_{j\alpha}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi_{i\alpha}/\pi_{j\alpha}} + \sqrt{\pi_{j\alpha}/\pi_{i\alpha}}} \left(\frac{\sqrt{\pi_{i\alpha}}}{\sqrt{\pi_{j\alpha}}} \right)^{y_{ij\alpha}} \end{aligned} \quad (4.63)$$

De tal forma que si $m_{ij\alpha}$ són els valors esperats de que l'ítem I_i sigui preferit a l'ítem I_j en la repetició α , es compleix,

$$\ln m_{ij\alpha} = \mu + y_{ij\alpha}(\lambda_{i\alpha} - \lambda_{j\alpha}) \quad (4.64)$$

Nota: Per aquesta situació i en la resta de l'apartat, es donen directament les equacions en la seva expressió compacte per no sobrecarregar de fórmules donada ja de per si la seva complexitat.

Segons les equacions donades, la probabilitat conjunta del vector de respostes s'expressarà com una multinomial multivariant segons,

$$\begin{aligned}
 P(y) &= \Delta \prod_{i < j} \prod_{\alpha} \left(\frac{\sqrt{\pi_{i\alpha}}}{\sqrt{\pi_{j\alpha}}} \right)^{y_{ij\alpha}} * \\
 &* \exp \left\{ \sum_{\substack{i < j \\ \alpha, \gamma = 1, \dots, T \\ \alpha \neq \gamma}} \beta_{ij|\alpha\gamma} y_{ij\alpha} y_{ij\gamma} \right\}
 \end{aligned}
 \tag{4.65}$$

on els $\beta_{ij|\alpha\gamma}$ representen els paràmetres de la possible associació quan comparem les repeticions α i γ del parell I_i vs I_j . I per tant el model patró seguirà el model log-lineal,

$$\begin{aligned}
 \ln(m(y)) &= \mu + \sum_{\alpha} \sum_{i < j} y_{ij\alpha} (\lambda_{i\alpha} - \lambda_{j\alpha}) + \\
 &+ \left\{ \sum_{\substack{i < j \\ \alpha, \gamma = 1, \dots, T \\ \alpha \neq \gamma}} \beta_{ij|\alpha\gamma} y_{ij\alpha} y_{ij\gamma} \right\}
 \end{aligned}
 \tag{4.66}$$

model que podem veure que altre vegada és un model log-lineal, GLM amb funció d'enllaç log i distribució multinomial, en aquest cas multivariant. Per tant estimarem els paràmetres amb qualsevol software que permeti tractar models lineals generalitzats.

Observem que la matriu de disseny estructural té $2^T \binom{k}{2}$ files, i que per exemple només per el cas de dues repeticions i tres ítems estaríem parlant de 64 files.

La interpretació dels paràmetres estimats, tal com en el primer subpartat, es base en probabilitats condicionades, i no amb les distribucions marginals. Així doncs el log-odds de $y_{ij\alpha} = 1$ envers $y_{ij\alpha} = -1$ donats la resta de $y_{ij\alpha}$ es calcularia com,

$$\begin{aligned} \ln \frac{P(y_{ij\alpha}=1|y^-)}{P(y_{ij\alpha}=-1|y^-)} &= \\ &= 2(\lambda_{i\alpha} - \lambda_{j\alpha}) + \sum_{\substack{\gamma=1 \\ \gamma \neq \alpha}}^T 2\beta_{ij|\alpha\gamma} y_{ij\gamma} \end{aligned} \quad (4.67)$$

on y^- seria la resta de components del vector y menys la component $y_{ij\alpha}$

A mesura que tenim varies repeticions de la mesura el nombre de patrons creix exponencialment. Així ja alguns autors suggereixen que s'han d'incorporar restriccions als paràmetres a estimar per tal de reduir aquest. Aquestes restriccions han de respondre al context experimental particular de cada cas. Una possibilitat poc estudiada seria la considerar que quan tenim mesura repetida cada una de les mesures depèn només de la comparació immediatament anterior, és a dir assumint estructures de Markov [29].

D'una forma fàcil es podrien considerar a la vegada els dos tipus de dependències vistos en aquests dos subapartats, dependències entre els parells d'ítems i a la vegada repetint la mesura varies vegades, només caldria al model (4.66) afegir el terme $\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j,l \\ j \neq l}}^k \theta_{i,jl} y_{ji} y_{li}$ vist a les equacions (4.59) i així estarien representades ambdues en el model, model que continua essent un model log-lineal general.

De forma esquemàtica i a fi de que es vegi el procés en el cas de tenir les dues dependències es resumeix el vist per un cas concret, $k = 3$ i $T = 2$. En aquest cas les equacions (4.66) equivaldrien a:

$$\begin{aligned}
\ln m(y) = \ln m(y_{121}, y_{122}; y_{131}, y_{132}; y_{231}, y_{232}) = \\
\mu + \lambda_{11}(y_{121} + y_{131}) + \lambda_{12}(y_{122} + y_{132}) + \\
+ \lambda_{21}(y_{231} - y_{121}) + \lambda_{22}(y_{232} - y_{122}) + \\
+ \lambda_{31}(-y_{131} - y_{231}) + \lambda_{32}(-y_{132} - y_{232}) + \\
+ \theta_{1,23|1}(y_{121}y_{131}) + \theta_{1,23|2}(y_{122}y_{132}) + \\
+ \theta_{2,13|1}(y_{121}y_{231}) + \theta_{2,13|2}(y_{122}y_{232}) + \\
+ \theta_{3,12|1}(y_{131}y_{231}) + \theta_{3,12|2}(y_{132}y_{232}) + \\
+ \beta_{12|12}(y_{121}y_{122}) + \beta_{13|12}(y_{131}y_{132}) + \beta_{23|12}(y_{231}y_{232})
\end{aligned} \tag{4.68}$$

Nota: En el cas de un únic tipus de dependència només cal prendre els paràmetres corresponents igual a 0. cas.

De forma gràfica el procés seria el que mostrem a la figura 4.3 de la pàgina 176. En aquesta podem observar la dependència entre la primera mesura (T=1) i la segona (T=2) representada pels paràmetres β . En cada una d'aquestes dues mesures, es té una dependència entre els parells que està representada per els paràmetres θ .

A partir de qualsevol dels dos models amb dependències, ó d'ambdós, de forma fàcil es poden construir totes les extensions vistes tant per covariables, com empats o efecte de la posició, podent en tot cas estimar els paràmetres amb un model log-lineal.

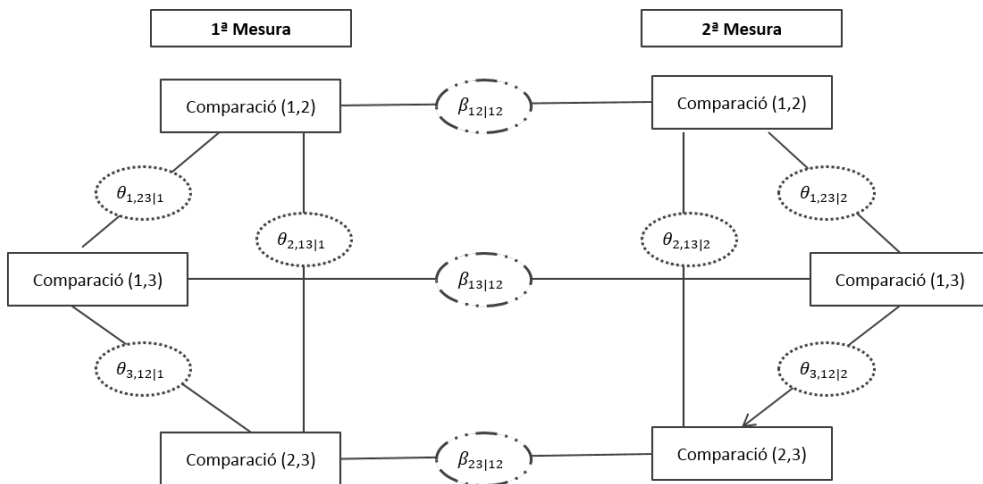


Figura 4.3: LLBTM amb dependències entre els parells i amb múltiples comparacions. ($k = 3$ i $T = 2$) segons Dittrich et al.

4.5 Models LLBTM i extensions per a dades ranking

Fins ara ens hem centrat en respostes que provenien directament de comparacions binàries, i no amb respostes ranking com és el nostre interès. Ara bé només ens cal usar la transformació vista a l'apartat 1.2.3 per obtenir les corresponents respostes de comparacions binàries. Així donada la procedència de l'observació ranking, en aquest cas no es tindran tots els possibles parells, i tal com s'ha vist al capítol anterior es complirà la transitivitat. Només esmentar que per seguir la notació d'acord amb el que s'ha exposat, la codificació serà de 1 i -1 enlloc de 1 i 0 respectivament. Així per exemple un individu que doni per resposta el vector $(2, 3, 1, 4)$ al demanar-li que ordeni 4 ítems segons les seves preferències, aquest vector es transformarà en el vector $(1, 1, -1, 1, -1, -1)$ [261, 262]. (Per a $k = 4$ podem veure a la taula 1.2 totes les equivalències de totes els possibles 24 patrons, en la que substituïm el 0 per -1)

Al tenir comparacions binàries que provenen de dades ranking, el nombre de patrons possibles es redueix. Així, per el model simple LLBTM

enlloc de $2^{\binom{k}{2}}$ patrons s'en tenen $k!$. En conseqüència es redueix també el nombre de paràmetres a estimar, cosa que facilitarà la computació. A més a nivell de qüestionaris, té l'avantatge que redueix el nombre de comparacions que ha de fer un individu i per tant el temps que hi ha d'invertir. Una altre deducció del fet de tenir dades ranking és que no es dona la possibilitat d'empat en les comparacions binàries.

Així doncs només hem de fer la transformació i a partir d'aquí aplicar el model convenient segons la situació contextual. Escriurem però quina és funció de probabilitat conjunta per els patrons possibles per a dades ranking. En donem la versió havent reduït tot el possible els paràmetres, coneguda com Mallows-Bradley-Terry. Així si $R = (R_1, \dots, R_k)$ és qualsevol de les $k!$ possibles formes d'ordenar els k elements, aleshores

$$P(R = (R_1, \dots, R_k)) = C \prod_i = 1^k \pi_i^{k-R_i} \quad (4.69)$$

on C és la constant de normalització. Si anomenem x_i a la freqüència de que els n individus hagin realitzat l'ordenació R_i dels k ítems, aleshores el model per els valors esperats del x_i es pot expressar com un model log-lineal de la següent manera,

$$\ln m_i = A + \sum_{i=1}^k (k - R_i) \gamma_i \quad (4.70)$$

on m_i són els valors esperats x_i i $\gamma_i = \ln \pi_i$. Si observem doncs, el model de les equacions (4.70) aquest és equivalent a les equacions (4.23) si transformem R en el seu vector equivalent amb format de comparacions binàries tal i com s'ha exposat més amunt. Per tant un model log-lineal. I en conseqüència podem aplicar tot l'exposat fins ara per a observacions Paired Comparison a observacions ranking. A mode de detall dir que

la matriu de disseny seria la mateixa però amb menys files, doncs ara alguns dels patrons no es poden donar, i a mode d'exemple escriurem a la taula 4.7 el que seria el disseny estructural mostrat a la taula 4.4 per el cas de dades provinents de dades ranking.

Taula 4.7: Disseny estructural LLBTM amb dades ranking, $k = 3$

Rank Vectors			Patró Derivat			Recompte	μ	λ_1	λ_2	λ_3
I_1	I_2	I_3	y_{12}	y_{13}	y_{23}		Constant	ω_1	ω_2	ω_3
1	2	3	1	1	1	n_1	1	2	0	-2
1	3	2	1	1	-1	n_2	1	2	-2	0
2	1	3	-1	1	1	n_3	1	0	2	-2
2	3	1	1	-1	-1	n_4	1	0	-2	2
3	1	2	-1	-1	1	n_5	1	-2	2	0
3	2	1	-1	-1	-1	n_6	1	-2	0	2

Nota:

- Recordem que es va establir que utilitzaríem el Rank Vector i no el Order Vector segons la definició de l'apartat 1.2.1, però si fos el contrari, de forma anàloga a aquest apartat, una estructura rating (corresponent a Order Vector) es transformaria en estructura de comparacions binàries també sense intransitivitats ni empats i per tant en aquest cas també podríem aplicar el LLBTM i totes les seves extensions.
- Existeixen altres extensions al model possibles o en estudi, que no treballarem en aquesta tesi, o bé perquè es desvien dels casos als que tenim la intenció d'aplicar a la pràctica, o bé perquè ho deixem com a vies de futur, ja siguin el tractament de l'heterogeneïtat introduint efectes aleatoris, que fer quan hi ha dades faltants, millorar el model en el cas de covariables contínues, o treballar des d'una perspectiva de cadenes de Markov les mesures repetides, en el sentit que el

judici que s'emet en el temps t depèn directament de $t - 1$ i no dels anteriors, com a alternativa en els casos que hi ha un nombre de repeticions que fa que el nombre de paràmetres a estimar es sobredimensioni i que tinguem problemes a nivell de computació, tal i com veurem en l'exemple dels Blocs del test CLSI-Canfield.

Finalment a mode d'esquema, podem veure a la figura 4.2 de la pàgina 131 un resum de l'estratègia d'anàlisi explicada en aquest capítol, per el model més simple, LLBTM. Reiterar que tant les extensions aquí exposades com les que no, poden combinar-se entre elles, segons el disseny experimental de l'estudi. És necessari però encara desenvolupar més investigacions ja que el problema no rau en el model teòric possible que en quedaria per un disseny concret sinó en el nombre de paràmetres a estimar si afegim massa ingredients condicions totes plegades.

Un cop detallada l'aproximació de Bradley-Terry per a analitzar dades ranking en escala ipsative, fer notar que per a cada un dels models s'ha vist primer el model per a cada una de les comparacions binàries de forma i el seu model patró associat per a les comparacions de tots els parells conjuntament, al que hem anomenat model patró. És en aquest últim en el que sempre s'està interessat, ja que el nostre interès en trobar el patró de preferències del grup tenint en compte que els individus valoren els ítems de forma conjunta. Així, doncs a partir d'aquí sempre que ens referim a un model per el seu nom o acrònim estem fent referència al seu model patró associat.

En el pròxim apartat es veuen tres aplicacions reals en les que les dades observades s'ajusten per el model LLBTM o alguna de les aplicacions. Dos d'aquests exemples són els mateixos que han servit com a exemple d'aplicació de l'aproximació de Thurstone, l'estudi de simulació i l'estudi Canfield sobre estils d'aprenentatge. A més es veu una tercera aplicació sobre la percepció que tenen els estudiants de fisioteràpia del que els aporten a la seva formació les activitats d'aprenentatge autònom abans i després de cursar aquestes.

4.6 Estudi de simulació (Aproximació de Bradley-Terry)

En aquesta aplicació pràctica s'utilitzen les mateixes dades simulades a les que es va aplicar l'aproximació de Thurstone.

Recordem que es van simular 4 bases de dades de mida de mostra 100, 500, 10000 i 10.000, en les que es suposava que s'ordenaven 4 ítems i s'exigia que $P(I > J) = P(I < J) = 0,5$.

A més, amb la finalitat de poder aplicar l'extensió del model LLBTM a una covariable qualitativa dels subjectes (CSLLBTM) per a la base de dades *S10.000* es va també simular una variable aleatòria qualitativa amb tres categories, imposant que el nombre d'individus per grup fos balancejat.

4.6.1 Material i mètodes per a l'estimació dels paràmetres

Per a totes les extensions del model de Bradley-Terry s'ha utilitzar el codi R per a estimar els paràmetres corresponents (veure [A.5.3](#)). En la programació d'aquest s'han utilitzat algunes funcions del paquet *Prefmod* [[127](#), [239](#)]. En concret, el paquet *Prefmod* ens permet transformar les dades ranking a les comparacions binàries que s'en deriven per després a partir d'aquestes definir la matriu de disseny del model LLBTM o de l'extensió corresponent [[127](#), [239](#)]. El que fem després, és usar la funció *glm* d'R per estimar els paràmetres segons model. En el que li indiquem que tenim funció d'enllaç log i distribució multinomial o de poisson segons sigui el cas.

La sortida de codi R, ens donarà les estimacions dels paràmetres que representen les mitjanes dels ítems en una escala d'interval. A més s'obté la desviància residual, que segueix una χ^2 amb $n - p$ graus de llibertat

(p =nombre de paràmetres a estimar), i per tant fàcilment podem calcular el p -valor sota aquesta distribució, que ens indicarà la bondat d'ajust del model. Anomenarem *GoF* a aquest p -valor (veure A.5.3) i considerarem que el model ajustà bé quan sigui un valor superior a 0,05.

Recordem que en l'apartat 4.2.2 s'ha vist que per tal de poder estimar els paràmetres és necessari imposar restriccions. Així s'ha establert fixar el paràmetre $\lambda_k = 0$. El que obtenim doncs són els valors estimats en una escala d'interval, on el 0 no és un valor absolut sinó un punt de referència. Per tant, els p -valors que s'obtenen per a cada un dels paràmetres estimats, ens estan indicant si el paràmetre és significativament diferent de 0.

Quan s'ajusta per un model CSLMBT, és a dir en el que s'incorpora una variable qualitativa, utilitzarem el codi R que es mostra a l'annex A.5.3.2. En aquest cas cal observar que les estimacions dels paràmetres que el codi ens dona no són els valors dels coeficients de cada un dels ítems per a cada un dels subgrups de la variable. Així, el que fa el codi és prendre un dels grups com a grup de referència. Aleshores pel grup de referència si que els coeficients per a cada ítem és igual al valor estimat per aquest, però per a la resta de grups per tal d'obtenir els coeficients de cada un dels ítems haurem de sumar els valors estimats per aquest grup amb els respectius valors estimats per al grup de referència, ja que el que ens dona la sortida és la diferència entre ells. En aquest sentit, els valors $Pr(> |z|)$, en el cas del grup de referència indiquen si el coeficient estimat és significativament diferent a 0, però per la resta de grups el que indica és si el coeficient estimat és significativament diferent que el coeficient estimat del mateix ítem en el grup de referència.

Al tenir una escala d'interval, és fàcil fer una translació sumant a cada un dels paràmetres estimats el valor absolut del mínim d'aquests. Així el que es fa és tenir tots els coeficients que representen els paràmetres en una escala d'interval i positius, cosa que en facilita la interpretació per veure l'ordre i les distàncies entre els ítems. Així d'ara endavant ens

referirem a l'escala on representem els coeficients ja traslladats com a escala d'interval positiva per tal de simplificar.

A partir de l'estimació dels paràmetres i fent us de l'equació 4.20 es calculen les probabilitats associades a cada un d'ells, segons s'ha vist en el model bàsic de bradley-Terry, π_i (veure apartat 4.2.2 pàgina 139)

En els casos que el model ajusta bé a les dades i es troba un patró de preferències, tant els coeficients en escala d'interval positiva com les probabilitats estimades, es representen en un gràfic que ens permet veure clarament l'ordre i les distàncies entre els ítems (es pot veure aquesta representació en els resultats, i el codi corresponent a l'annex A.5.3).

En els casos que més d'un model s'ajusti a les dades, realitzarem el test de la desviància per a models log-lineals per saber quin dels dos ajusta millor. L'estadístic del test de la desviància consisteix en la diferència entre les desviàncies dels dos models que es comparen, per tant seguirà una distribució χ^2 de graus de llibertat igual a la diferència entre el número de paràmetres a estimar en un model i l'altre. Una altre forma de comparar els models seria observant el índex AIC , en aquest cas es busca tenir el mínim AIC.

4.6.2 Resultats: Estudi de simulació (Aproximació de Bradley-Terry)

A les taula 4.8, es veuen els resultats obtinguts amb el codi R per a les quatre bases de dades simulades i ajustant per el model LLBTM. Si observem els valors de GoF ens indiquen que per a $S100$ el model no ajusta bé, però si ho fa per $S500$, $S1000$ i $S10000$.

Si ens fixem, en la mateixa taula 4.8, per a cap dels paràmetres estimats en cap de les tres bases de dades el coeficient és estadísticament significatiu ($Pr(> |z|) > 0.05$). A la taula 4.9 mostrem els coeficients

estimats traslladats a una escala d'interval positiva i la probabilitat associada a cada ítem (en %). En consonància amb els resultats indicats, tenim que per a cada una de les bases les probabilitats associades a cada un dels ítems no difereixen entre elles. És a dir tots els ítems tenen la mateixa probabilitat d'ésser escollits. Resultat que està d'acord amb les condicions de simulació.

Donats els resultats obtinguts no hi ha un patró de preferències del grup. Tot i que els coeficients obtinguts es poden ordenar de major a menor en l'ordre que es veu a la taula [4.10](#) la distància entre ells no és significativa, per tant estan en una posició equivalent (\simeq).

Taula 4.8: Model Log-lineal de Bradley-Terry (LLBTM). Dades Simulades.

S100	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.0906	0.0553	-1.64	0.1012	0.005	119.3039
B	-0.0665	0.0551	-1.21	0.2280		
C	-0.0725	0.0552	-1.31	0.1888		
D	0.0000	–	–	–		
S500	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.0132	0.0245	-0.54	0.5897	0.831	138.769
B	0.0132	0.0245	0.54	0.5899		
C	0.0312	0.0245	1.27	0.2028		
D	0.0000	–	–	–		
S1000	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.0060	0.0173	-0.35	0.7289	0.655	158.437
B	-0.0321	0.0173	-1.85	0.0639		
C	-0.0219	0.0173	-1.26	0.2061		
D	0.0000	–	–	–		
S10000	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.0131	0.0055	1.40	0.1642	0.359	218.525
B	0.0128	0.0055	1.38	0.1964		
C	0.0079	0.0055	1.45	0.1482		
D	0.0000	–	–	–		

^aGoF = $1 - pchisq(RD, gl)$, RD=Desviància Residual

^bAIC=Criteri d'Informació d'Akaike

Taula 4.9: Coeficients i Probabilitats estimades. Dades Simulades

S500				
	Coeficients	Probabilitat (%)		
C	0,4446	26,1854		
B	0,2643	25,2579		
D	0,1322	24,5993		
A	0,0000	23,9573		
S1000			S10000	
	Coeficients	Probabilitat (%)	Coeficients	Probabilitat (%)
D	0,3213	25,7537	A	0,1314
A	0,2612	25,4461	B	0,1278
C	0,1021	24,6492	C	0,0792
B	0,0000	24,1510	D	0,0000

Taula 4.10: Perfil de preferències per a dades simulades. LLBTM

Simulades	
S500	$A \simeq D \simeq B \simeq C$
S1000	$B \simeq C \simeq A \simeq D$
S10000	$D \simeq C \simeq B \simeq A$

Per la base *S10000*, es considera la variable qualitativa simulada, per veure si aquesta explica millor els patrons de preferència. A la taula 4.11 es pot veure com el model CSLBT ajusta bé ($GoF > 0,05$), però cap dels coeficients estimats és significatiu. És a dir, tal i com també observem a la taula 4.12, per a tots els tres grups la probabilitat de que qualsevol dels ítems sigui escollit és la mateixa, fent que no hi hagi un patró de preferències sen cap dels grups.

Al no tenir un patró de preferències ni en l'ajust per el model LLBTM ni en el model CSLBTM no té sentit comparar els dos models amb el test de la desviancia.

Taula 4.11: Model Log-lineal de Bradley-Terry (CSLLBTM). Dades Simulades

S10000	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.0011	0.0094	0.11	0.9097	0.185	580.9549
B	0.0198	0.0094	0.10	0.8560		
C	0.0004	0.0094	0.04	0.9699		
D	0.0000	–	–	–		
A:COV32	0.0182	0.0134	1.35	0.1756		
A:COV33	0.0182	0.0134	1.36	0.1739		
B:COV32	-0.0198	0.0134	-1.48	0.1398		
B:COV33	-0.0014	0.0134	-0.11	0.9148		
C:COV32	0.0062	0.0134	0.46	0.6452		
C:COV33	0.0166	0.0134	1.24	0.2157		
D:COV32	0.0000	–	–	–		
D:COV33	0.0000	–	–	–		

^aGoF = 1 – $pchisq(RD, gl)$, RD=Desviància Residual

^bAIC=Criteri d'Informació d'Akaike

Taula 4.12: Coeficients i Probabilitats estimades. Dades Simulades i covariable qualitativa

S1000					
Grup 1			Grup 2		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
A	0,0107	24,7854	A	0,1924	25,6451
B	0,1981	25,7321	B	0,0000	24,6768
C	0,0036	24,7501	C	0,0654	25,0014
D	0,0000	24,7324	D	0,0000	24,6768
Grup 3					
	Coeficients	Probabilitat (%)			
A	0,1928	25,2800			
B	0,1838	25,2345			
C	0,1694	25,1618			
D	0,0000	24,3237			

Taula 4.13: Perfil de preferències per a dades simulades. CSLLBTM

S1000	
Grup 1	$D \preceq C \preceq B \preceq A$
Grup 2	$D \preceq C \preceq B \preceq A$
Grup 3	$D \preceq C \preceq B \preceq A$

Si comparem els resultats obtinguts per el model LLBTM en aquest apartat amb els que es vàrem obtenir en el capítol anterior al aplicar l'aproximació de Thurstone, observem que les bases de dades $S500$ i $S1000$, ajusten bé en ambdós casos i en ambdós no es troba un patró de preferències. És a dir no hi ha cap opció que discrimini de la resta, fet que respon a les imposicions en la simulació de les dades.

En el cas de Thurstone és la base de més mida de mostra per a la que cap model ajusta bé, mentre que per el model LLBTM és el contrari la de mida més petita.

Sigui com sigui, en tot cas ens trobem davant de dades que tant usant una aproximació com l'altre cap dels ítems és discriminador. Tenim doncs un perfil poblacional heterogeni pel que respecte a les seves preferències, mantenint l'equidistància entre les diferents posicions dels ítems.

4.7 Estudi Canfield: Estils d'aprenentatge d'estudiants de medicina (Aproximació de Bradley-Terry)

Per aquesta aplicació pràctica dels models de Bradley-Terry es els antecedents són els mateixos descrits a l'apartat 3.4.1 del capítol anterior.

En aquesta aplicació real l'objectiu era trobar el patró de preferències dels estudiants en cada una de les preguntes i Blocs definits per el test CLSI-Canfield (veure la taula 3.5). Un altre objectiu que ens proposem és veure si el sexe i les dades acadèmiques recollides modifiquen determinen patrons de preferències diferents o el modifiquen.

4.7.1 Material i mètodes: Estudi Canfield

Pel que respecte al disseny de l'estudi i el perfil dels estudiants que formaven part de la mostra és el mateix que s'ha descrit en el capítol anterior en l'apartat 3.4.2.

Tanmateix en quan a l'anàlisi de les dades en aquest cas s'aplica l'aproximació de Bradley-Terry fent ús del model àdhuc a l'objectiu segons es detalla a continuació als apartats 4.2.2, 4.3 i 4.4. Per altre banda pel que respecte al codi R usat per a l'estimació dels paràmetres, els índexs de bondat d'ajust, la translació dels coeficients a una escala d'interval continua positiva i a la comparació entre dos models que ajusten bé a les dades es fa servir el mateix exposat a l'apartat anterior d'aquest capítol 4.7.1.

L'estratègia d'anàlisi seguida, i en aquest sentit els tres apartats de resultats que segueixen, és:

- A l'apartat 4.7.2 es donen els resultats d'aplicar el model LLBTM a cada una de les 24 preguntes del test CLSI-Canfield a les dades obtingudes al passar-lo als estudiants.
- Al segon apartat 4.7.3, s'aplica l'extensió CSLBTM per tal d'estudiar si la covariable sexe explica diferents patrons d'aprenentatge entre els nois i les noies. Aquesta extensió s'aplica a cada una de les 24 preguntes. En les preguntes que les dades s'ajustin bé pels dos models, es realitzarà el test de la desviància i es comparen els dos AIC.
- Per últim a l'apartat 4.7.4 es fa l'anàlisi de les preguntes d'un mateix bloc conjuntament. Donat un Bloc, les 6 preguntes que el conformen fan referència a ordenar els 4 mateixos ítems. Des d'aquest punt de vista es pot considerar que el que fan els estudiants és ordenar els 4 ítems del Bloc respecte 6 atributs diferents, per tant correspondria a l'extensió vista a l'apartat 4.4.2 (RMLBTM), que resol precisament la situació en la que es té una dependència entre les diferents respostes donada pel fet que els mateixos individus comparen els ítems varies vegades, múltiples respostes.

Ara bé, es té una limitació a nivell computacional, donat el nombre de paràmetres a estimar. Concretament es tenen $k = 4$ opcions i $T = 6$ repeticions que suposen un total de $2^{\binom{6 \times 4}{2}} = 2^{36} = 68.719.476.736$ possibles patrons diferents i per tant un mínim de 60 paràmetres a estimar. Fent que no sigui possible compilar-ho. Així s'ha establert el criteri que per a cada un dels blocs es considera només les repeticions corresponents a les preguntes a les que el model LLBTM s'ajusta bé.

4.7.2 Resultats: Estudi Canfield (LLBTM)

En aquest apartat es donen els resultats de cada una de les 24 preguntes al ajustar pel model LLBTM, presentant-los de forma agrupada per a cada un dels blocs.

A les quatre taules 4.14, 4.16, 4.18 i 4.20 es donen els resultats obtinguts al executar el model seguint el codi R de l'annex A.5.3.1 per a LLBTM per a cada una de les preguntes del Bloc corresponent.

Per el Bloc 1, referent a les "condicions d'aprenentatge", en el que els estudiants han de prioritzar entre A = Companys, B = Organització, C = objectius i D = Competició, l'índex GoF és >0.05 per a les preguntes P1, P5, P17 i P21, per tant en aquestes tenim un bona bondat d'ajust del model LLMBT (veure taula 4.14). En aquestes 4 preguntes els tres patrons més freqüents de les 24 possibles ordenacions dels 4 ítems, difereixen entre ells només en una permutació entre 2 ítems. Tal com es veu a la taula 4.14, a excepció de la pregunta P17 l'estimació dels coeficients dels paràmetres és estadísticament significativa per els 4 ítems. En la P17, per el paràmetre de l'ítem A el p-valor és de $0.1091 > 0.05$. Aquest resultat ens indica que els estudiants no discriminen entre les opcions A i D i per tant la distància que s'estableix entre elles és pràcticament nul·la. Recordem que estem fent estimacions en una escala continua d'interval en la que a l'hora d'ajustar el model s'ha fixat el paràmetre de l'últim ítem a 0, en aquest cas $D=0$, per tant el que estem dient per a la pregunta P17, és que el coeficient estimat de l'opció A no és significativament diferent de 0.

Podem però, apreciar millor la interpretació de les estimacions dels coeficients, si traslladem els valors estimats en una escala d'interval continua positiva i calculem les probabilitats associades (taula 4.15, figura 4.4 de les, pàgines 194 i 195 respectivament). Observem que per a la pregunta p17 la probabilitat associada a l'opció A i D és del 25.7% i 22.7% respectivament (veure figura 4.4(c) de la pàgina 196).

Així per les preguntes P1, P5 i P21 el patró de preferències que s'estableix coincideix en les tres que l'opció més preferida és la B, seguida de la A, C i per últim D. Si tenim en compte a què fan referència aquestes quatre opcions, estariem dient que quan els estudiants confrontem les alternatives sobre les "condicions d'aprenentatge" posen per davant

”l’organització”, als ”companys” i aquests als ”objectius”, deixant per últim la ”competició”. Per la pregunta P17 també coincideix que la primera prioritat és l’organització, després en la mateixa posició els companys i la competició i en última posició els objectius (Veure figura 4.4(c) de la pàgina 196)

Concretant en el que es pregunta (veure annex A.2), s’observa que per exemple per a la pregunta P5, a la que se’ls qüestiona sobre els canvis que permetrien millorar l’experiència escolar, els estudiants manifesten que són ”Els esquemes de classe i que els donin més informació sobre el seu contingut” el que més els aporta, amb una probabilitat de que aquesta sigui l’opció més escollida del 45.4%. A la pregunta P21, que se’ls pregunta la seva opinió sobre el que ells creuen que és important per una classe, continuen mantenint una distribució semblant donant prioritats amb una probabilitat del 49.9% a la resposta ”Els conceptes i els continguts estan ordenats. Es segueixen els uns als altres d’una manera comprensible.”.

En canvi el model LLBTM no ajusta bé per a les preguntes P9 i P13 ($\text{GoF} < 0,05$, veure taula 4.14). Per a la pregunta P13 es veié a la taula de freqüències (taula 3.7) com la distribució entre les 24 possibles respostes (24 formes d’ordenar 4 ítems) es concentrava entre 6 d’aquestes, és a dir el 92.3% dels individus ordena les 4 alternatives segons un dels següents 6 patrons, $B > A > C > D$, $A > B > C > D$, $B > C > A > D$, $C > A > B > D$, $C > B > A > D$ ó $A > C > B > D$ ordenats de més a menys freqüent. Observem com en aquests si que és cert que l’opció més preferida en el patró més freqüent és B, però en els següents les posicions dels 4 ítems varien molt entre ells. Cal observar que concretament la pregunta P13 fa referència a ”Quina és la teva responsabilitat com a estudiant?” en la que les opcions de resposta són, la B:”Fer preguntes al professor quan l’explicació és confusa”, A:”Col·laborar amb els altres estudiants i ajudar-los tant com es pugui”, la C:”Prendre les teves pròpies decisions respecte a què puc fer” i la D: ”Comparar-me amb els altres estudiants i procurar fer-ho millor que ells”, en la que es pot

veure com l'opció D és la que és socialment menys acceptada i coincideix amb la que s'ha posat en última posició en els patrons més freqüents. Per altre banda, entre la B, A i C, tot són qüestions de responsabilitat independentment de l'estil d'aprenentatge.

Tant mateix per a la pregunta P9 s'observa tot el contrari, el que tenim és una distribució de les respostes repartida entre pràcticament tots els possibles patrons sense que cap d'ells destaquï de forma rellevant respecte els altres. Per exemple l'ordenació més freqüent només ha estat seleccionada per un 9.6% dels estudiants, essent $D > C > B > A$ però seguit del segon més freqüent amb un 8.2% de resposta i en el que l'ordre que s'estableix és $D > B > C > A$, i després tenim $B > C > D > A$ amb un 7.7% però el segueixen els patrons $A > B > D > C$ i $B > A > D > C$ amb un 7.3% de resposta i a partir d'aquí de forma gradual els percentatges van disminuint sense que hi hagi cap patró que no hagi estat escollit per cap estudiant. Si observem els patrons veiem que no es desdibuixa una clara preferència. Aquesta pregunta és la única d'aquest Bloc que demana als estudiants que opinin sobre l'avaluació. Observem que a nivell de contingut, són precisament les preguntes P9 i P13 les que no pregunten tant per les condicions d'aprenentatge (objectiu del Bloc1), sinó que entrem ja més en la pròpia responsabilitat d'un mateix a la P13 i en l'avaluació en la P9. Precisament per aquestes preguntes els models LLBTM no ens han permès donar un perfil comú del grup.

Com observació final per aquest Bloc 1, comentar que per a totes les 6 preguntes que el conformen elles dades s'havien ajustat per algun model de Thurstone a diferència del model log-lineal de Bradley-Terry que ajusta per 4 d'elles.

Taula 4.14: Model Log-lineal de Bradley-Terry (LLBTM). Bloc 1

P1	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.2658	0.0419	6.350	0.0000	0.125	116.435
B	0.5513	0.0487	11.31	0.0000		
C	0.0959	0.0413	2.32	0.0203		
D	0.0000	–	–	–		

P5	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.6164	0.0566	10.89	0.0000	0.082	106.358
B	0.8885	0.0643	13.83	0.0000		
C	0.4928	0.0542	9.09	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		

P9	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.1894	0.0385	-4.92	0.0000	0.019	135.655
B	0.0216	0.0379	0.57	0.5696		
C	-0.1419	0.0380	-3.73	0.0002		
D	0.0000	–	–	–		

P13	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	1.2736	0.1126	11.31	0.0000	0.005	96.780
B	1.4539	0.1160	12.54	0.0000		
C	1.1437	0.1094	10.45	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		

P17	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.0630	0.0393	1.60	0.1091	0.221	112.982
B	0.2817	0.0429	6.56	0.0000		
C	-0.3229	0.0447	-7.23	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		

P21	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.5187	0.0510	10.18	0.0000	0.337	37.370
B	0.8068	0.0614	13.13	0.0000		
C	0.0926	0.0467	1.98	0.0475		
D	0.0000	–	–	–		

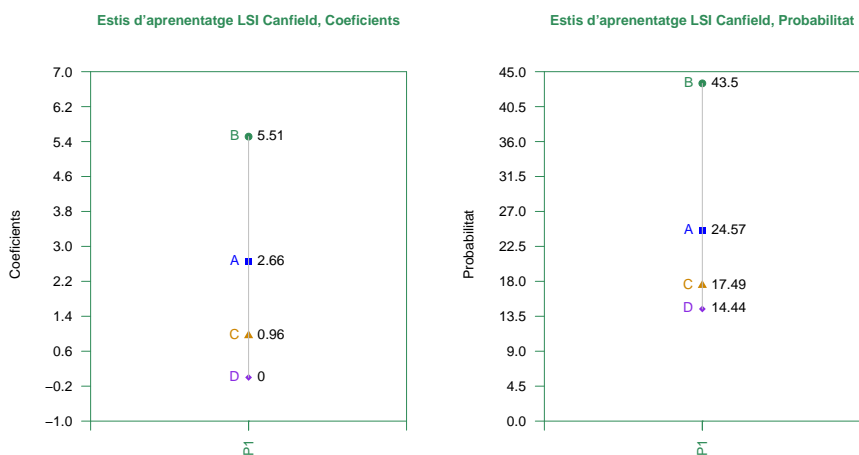
^aGoF = 1 - pchisq(RD, gl), RD=Desviància Residual

^bAIC=Criteri d'Informació d'Akaike

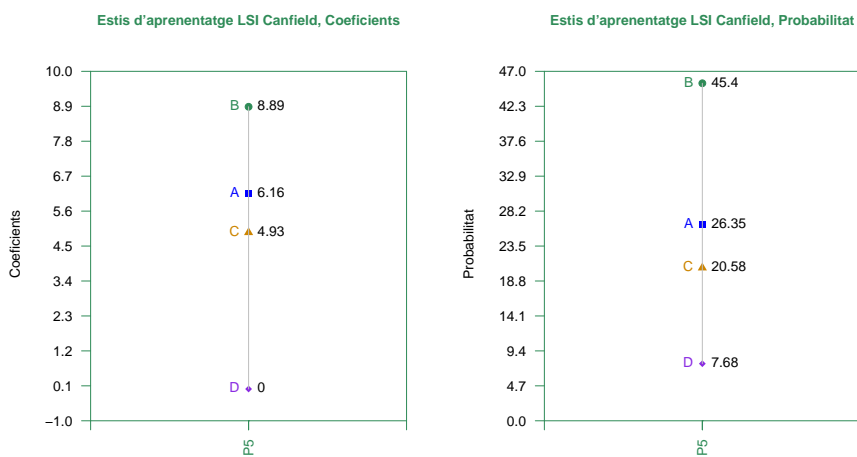
Taula 4.15: Coeficients i Probabilitats estimades. Bloc 1

P1			P5		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
B	5,513	43,497	B	8,885	45,399
A	2,658	24,570	A	6,164	26,346
C	0,959	17,493	C	4,928	20,576
D	0,000	14,440	D	0,000	7,679

P17			P21		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
B	6,045	39,785	B	8,068	49,978
A	3,858	25,690	A	5,187	28,089
D	3,229	22,650	C	0,926	11,979
C	0,000	11,875	D	0,000	9,954

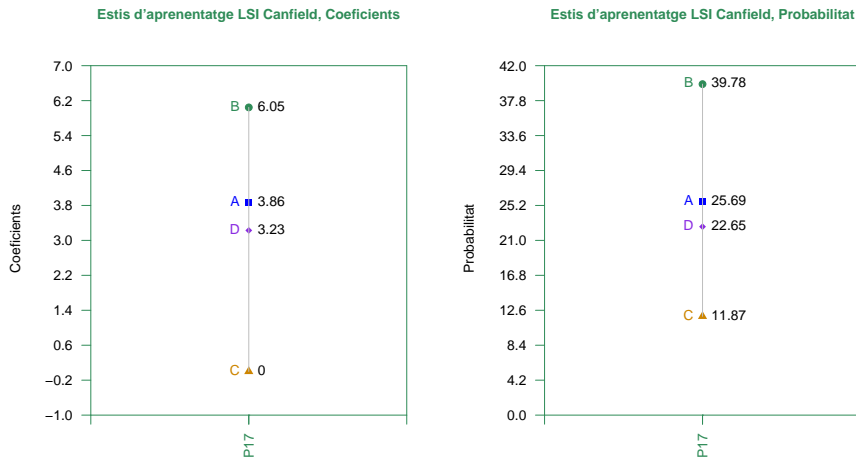


(a) Pregunta 1

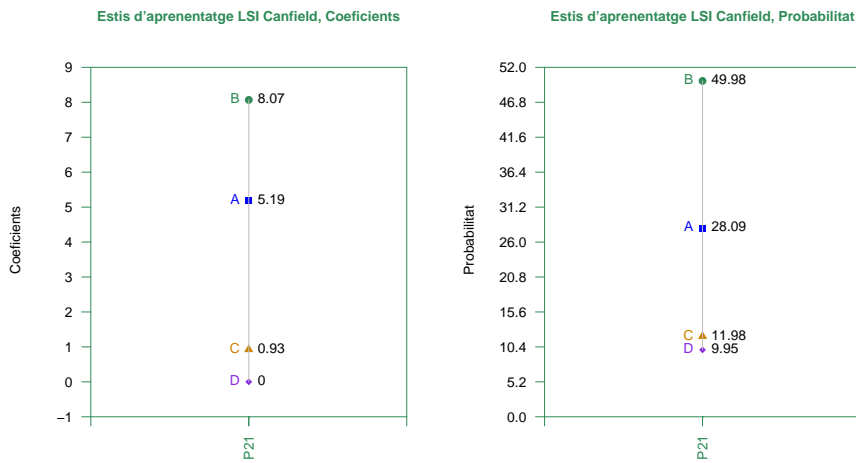


(b) Pregunta 5

Figura 4.4: Gràfic del perfil de les preferències d'aprenentatge dels estudiants de medicina. Preguntes del Bloc 1.



(c) Pregunta 17



(d) Pregunta 21

Figura 4.4: Gràfic del perfil dels estudiants de medicina. Models acceptats del Bloc 1 (cont.)

Els resultats per el Bloc 2, es poden observar a la taula 4.16 en la que s'observa que l'índex $GoF > 0.05$ per a les preguntes P2, P14, P18 i P22. En la mateixa taula es veu com tots els coeficients estimats per aquestes 4 preguntes són significatius ($Pr(> |z| < 0.05)$). Aquest Bloc 2 igual que el Bloc 1 demana sobre els estils d'aprenentatge pel que respecte a les "Condicions d'aprenentatge", però en aquest es sol·licita als estudiants que manifestin les seves preferències respecte a les 4 alternatives A = Professor, B = Detalls, C = Independència i D = Autoritat. L'ordenació que s'estableix en cada un dels patrons trobats per a les 4 preguntes en les que el model ajusta bé, no és el mateix en totes elles. Per a les preguntes P2 i P22 l'opció més preferida és la B, amb una probabilitat de 46.2% i 38.9% respectivament. Just aquestes dues preguntes demanen per el tipus de professors que els agraden, P2, i per a les coses que els desagraden d'una classe, P22, i en ambdues el més preferit és B que per P2 és "Donen informació clara sobre el treball que cal fer i com cal fer-ho" i per la P22 és "No podia entendre què havia de fer", és a dir tant pel que respecte als professors com a les classes donen importància als detalls. En ambdues preguntes les següents opcions també estant ordenades de la mateixa forma, $B > A > D > C$, en la que s'observa que el menys preferit pels estudiants és tenir Independència, preferint abans l'Autoritat o la interacció dels Professors. Observar també que els resultats trobats per aquestes dues preguntes concorden amb els que es van trobar amb l'aproximació de Thurstone per a la que s'obtenia també bona bondat d'ajust i el mateix patró de preferències.

A la pregunta P14 es demana als estudiants que es posin en el lloc del professor, concretament se'ls demana que ordenin per importància les habilitats que ha de tenir una persona que vol ésser professor segons el seu criteri. En aquest cas l'escenari canvia, el patró resultant és $C > B > A > D$, que concorda amb el trobat amb l'ajust per un model de Thurstone. Ara l'opció més preferida amb una probabilitat del 31.8% és la C: "Com fer que els estudiants treballin i aprenguin pel seu compte". Per altre banda es pot veure a la taula 4.17 que la distància entre les opcions B i A és petita.

Si observem la taula de freqüències del Bloc 2, taula 3.8, es pot veure que per a la pregunta P18, gairebé tots els estudiants, posen com a primera o segona opció la A i que els patrons que posicionem per davant la B la C ó D són més freqüents que els que no ho fan i a la inversa. En aquesta pregunta els preguntem sobre els professors que més els van ajudar, obtenint un patró majoritari $A > B > C > D$, amb una probabilitat associada a l'estimació de l'opció A del 44.36%, opció que fa referència a "Els professors que realment volien ajudar-los i entendre'ls" per damunt dels professors que "deixaven clar el que havien de fer", o dels que "deixaven que els estudiants treballessin pel seu compte", essent els menys preferits aquells que "controlen les classes i exigeixen a tothom que es comporti correctament, pari atenció i estudi la classe". Observem que l'opció més preferida és la que mostra més vincle emocional. En aquesta pregunta cap dels models de Thurstone ajustava bé, en canvi si sembla bastant evident per les freqüències l'existència d'un patró comú al grup d'estudiants.

Per aquestes 4 preguntes els perfils d'aprenentatge es poden observar a la taula 4.21 de la pàgina 212 i a la figura 4.5 de la pàgina 203.

Finalment dir que el model LLBTM no ajusta bé per a les preguntes P6 y P10. Per a la P6 estar clar que l'opció B sempre és més preferida que qualsevol de les altre tres (veure taula de freqüències 3.8 i taula de freqüències de les comparacions binàries 3.12). En canvi entre dues opcions on cap d'elles és B, no s'estableix cap preferència de forma clara. És a dir no hi ha un perfil comú en com ordenen A, C i D i per tant no es pot establir un patró de preferències per el grup. En concret estan ordenant quins són els pitjors professors, i altre vegada el que tenen clar és que els pitjors són aquells que " No expliquen clarament el que cal fer. Mai no sé què es suposa que he de fer".

La pregunta P10 directament sol·licita als estudiants que ordenin el mètode que els permet aprendre més. Si observem les freqüències de la

taula 3.8 no hi ha dubte que el mètode més escollit és B: "Saber exactament què s'ha de fer per l'assignatura. Saber exactament què s'espera de mi". Un 63.6% dels estudiants l'escullen com a primera opció i un 27.7% com a segona. Ara bé, un cop escollida B, l'ordre que s'estableix entre les altres tres és bastant variant, no podent així establir un patró comú al grup d'estudiants referent el mètode que més els ajuda.

Taula 4.16: Model Log-lineal de Bradley-Terry (LLBTM). Bloc 2

P2	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.1435	0.0410	3.50	0.0005	0.149	112.962
B	0.4507	0.0485	9.30	0.0000		
C	-0.3072	0.0467	-6.58	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		
P6	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.0470	0.0390	-1.21	0.2282	0.007	127.885
B	0.3130	0.0439	7.13	0.0000		
C	-0.2521	0.0420	-6.00	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		
P10	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.0517	0.0403	-1.28	0.1993	0.012	121.367
B	0.5086	0.0499	10.20	0.0000		
C	-0.0240	0.0400	-0.60	0.5488		
D	0.0000	–	–	–		
P14	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.1385	0.0385	3.60	0.0003	0.167	127.246
B	0.1707	0.0387	4.42	0.0000		
C	0.2772	0.0399	6.95	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		
P18	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.5383	0.0483	11.14	0.0000	0.202	117.354
B	0.1788	0.0407	4.39	0.0000		
C	0.1117	0.0406	2.75	0.0060		
D	0.0000	–	–	–		
P22	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.2298	0.0410	5.61	0.0000	0.320	110.339
B	0.3626	0.0440	8.24	0.0000		
C	-0.2083	0.0434	-4.80	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		

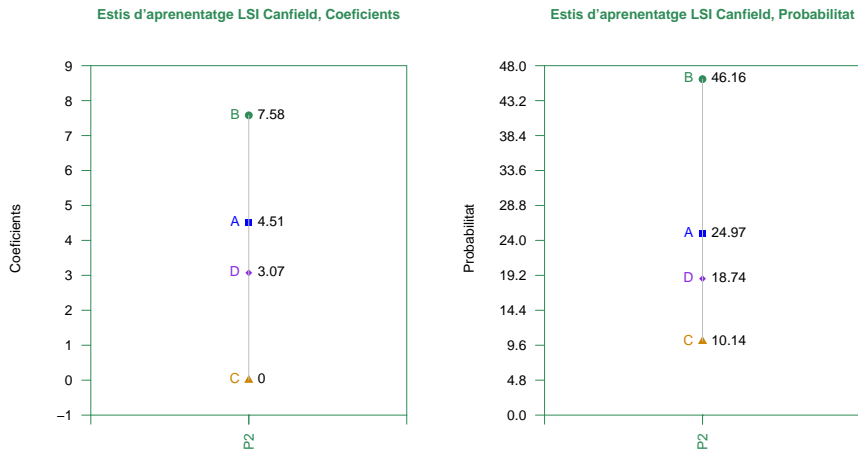
^aGoF = 1 – *pchisq*(RD, *gl*), RD=Desviància Residual

^bAIC=Criteri d'Informació d'Akaike

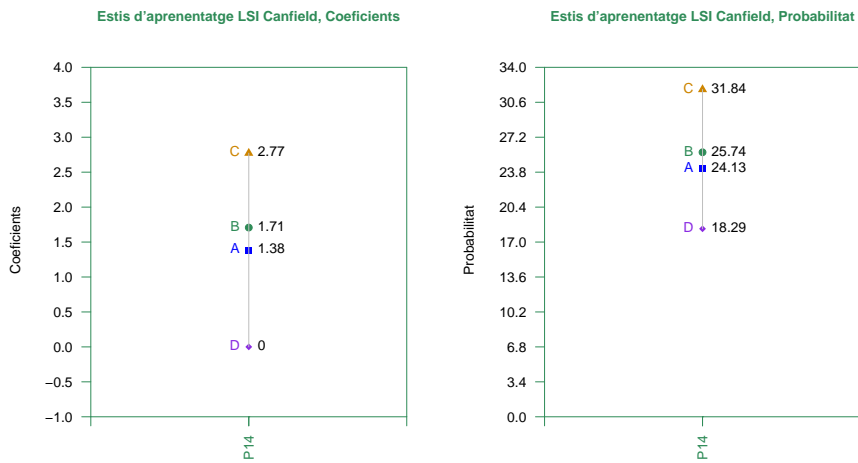
Taula 4.17: Coeficients i Probabilitats estimades. Bloc 2

P2			P14		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
B	7,579	46,156	C	2,772	31,844
A	4,507	24,969	B	1,707	25,737
D	3,072	18,738	A	1,385	24,128
C	0,000	10,137	D	0,000	18,291

P18			P22		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
A	5,383	44,363	B	5,709	38,906
B	1,788	21,618	A	4,382	29,834
C	1,117	18,901	D	2,083	18,840
D	0,000	15,118	C	0,000	12,420

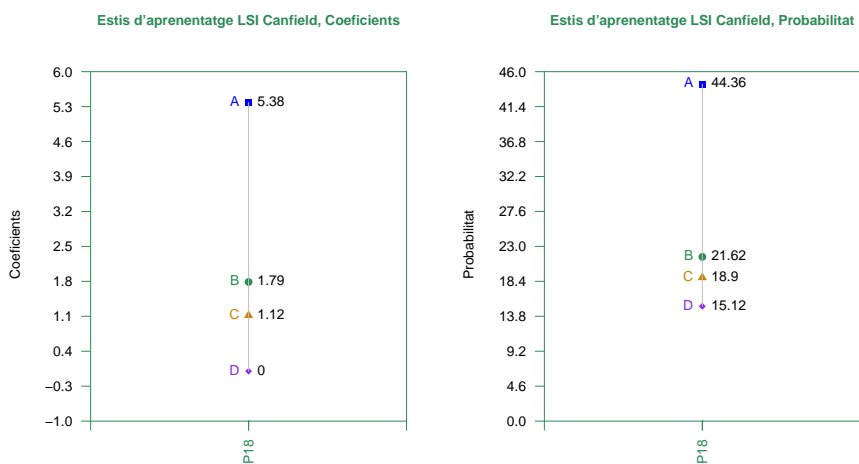


(a) Pregunta 2

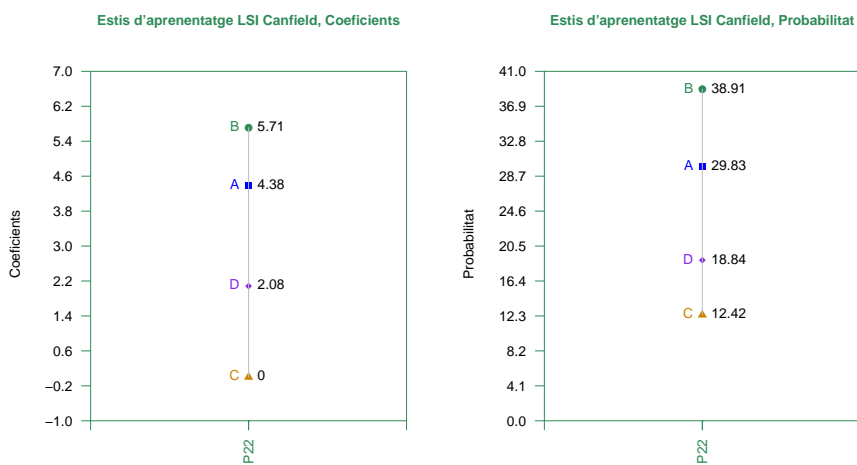


(b) Pregunta 14

Figura 4.5: Gràfic del perfil de les preferències d'aprenentatge dels estudiants de medicina. Preguntes del Bloc 2.



(c) Pregunta 18



(d) Pregunta 22

Figura 4.5: Gràfic del perfil dels estudiants de medicina. Models acceptats del Bloc 2 (cont.)

El Bloc 3 del test CLSI-Canfield es refereix a les àrees de coneixement preferides pels estudiants, considerant quatre grans àrees, A = Números, B = Llenguatge, C = Objectes i D = Persones, entenent aquestes segons la definició que es troba al manual del mateix test [19] (veure taula 4.16). Aquesta classificació és molt general i àmplia, englobant molts aspectes que no son propis de cap disciplina en concret i si de totes ja sigui en més o menys mesura. Més aviat les 4 alternatives corresponen a les àrees de coneixement pròpies de l'ensenyament obligatori en el que si hi ha les mateixes assignatures per a tota la població i que donen coneixements bàsics i generals adequats a l'edat i procés d'aprenentatge d'aquests estudiants i no a persones que s'han d'orientar i formar en una professió o altre.

per aquest Bloc el model LLMBT només ajusta bé per a les preguntes P7 i P15 ($GoF < 0.05$, veure taula 4.18). En ambdues preguntes tots els coeficients estimats són significatius ($Pr(> |z| < 0.05)$).

A la pregunta P7 es demana als estudiants, "amb què t'ho passes més bé?" el patró comú és $D > C > B > A$. L'opció, doncs, més preferida és la que fa referència a les persones que textualment diu "tenir una conversa amb una persona desconeguda", amb una probabilitat de ser la primera escollida de 36.9%, cal observar que aquest grup d'estudiants volen ser metges. Aquesta la segueixen les alternatives referents a "Construir" i "Escriure" amb 23.26% i 22.87% respectivament. Tant aquestes probabilitats associades a aquestes dues opcions, com els coeficients estimats de 1.600 i 1.414 respectivament (veure taula 4.19) determinen que la distància entre aquestes dues alternatives és petita, indicant que els estudiants no discriminen entre elles. Per últim les comparacions entre les altres tres alternatives, allò amb que menys bé s'ho passen és quan han de "Imaginar" ó "Calcular" (veure figura 4.6(a), pàgina 208).

per a la pregunta P15 el patró de preferències predominant és $D > A > C > B$. Es destaca que l'opció més preferida és altre cop "Persones" amb una probabilitat del 55.8%. En aquesta se'ls demana "Quines coses t'agradaria més aprendre", observem que se'ls pregunta en un futur. Així, és coherent la resposta més preferida, "Saber per què les persones es

comporten de determinada manera”, amb el fet que són futurs estudiants de medicina (veure figura 4.6(b), pàgina 208).

Per a les preguntes P3, P11, P19 i P23 podem veure a la taula 4.18 que l'índex de bondat d'ajust $GoF > 0.05$. Observant les taules de freqüències 3.9 i 3.13, per a la P3 es veu com el 60% dels estudiants ordenen les alternatives sota qualsevol patró en el que l'opció A: "Matemàtiques" sigui la primera i indistintament a quin sigui l'ordre entre la resta d'alternatives. Si comparem de dues en dues, A contra qualsevol altre ítem, el percentatge d'estudiants que prefereixen A, és en tot cas superior al 70%. La resta de patrons on A no ocupa la primera posició del ranking són escollits per pocs estudiants en percentatges semblants. Per a les preguntes P11 i P19, no hi ha un patró predominant, però sí que els estudiants es decanten per al opció D: "Persones" front qualsevol altre opció, però no hi ha un perfil establert entre les opcions A, B i C. Per a la pregunta P23 no hi ha cap de les opcions que tingui una probabilitat de ser escollida superior a les altres quan observem les freqüències de resposta de les comparacions binàries.

Tenint en compte que les 4 àrees de coneixement corresponen a les disciplines que s'imparteixen a Batxillerat, i no són específiques de cap carrera professional sembla coherent que no hi hagi un patró predominant i que el model s'ajusti només en dues de les preguntes. En canvi per a l'aproximació de Thurstone veiem una bona bondat d'ajust per a 4 de les preguntes, les dues mateixes P7 i P5 i a més també per a les preguntes P11 i P19

Taula 4.18: Model Log-lineal de Bradley-Terry (LLBTM). Bloc 3

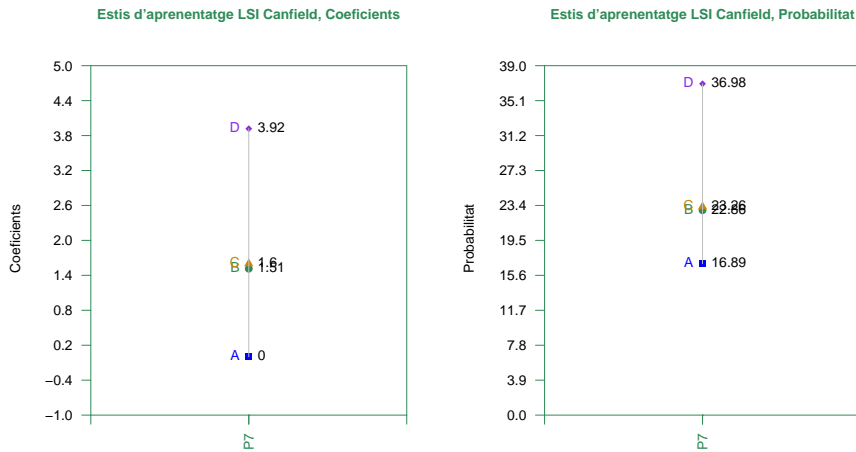
P3	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.2724	0.0418	6.51	0.0000	0.001	140.827
B	-0.0975	0.0387	-2.52	0.0117		
C	-0.1297	0.0391	-3.32	0.0009		
D	0.0000	–	–	–		
P7	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.3918	0.0428	-9.15	0.0000	0.496	117.977
B	-0.2404	0.0405	-5.94	0.0000		
C	-0.2318	0.0404	-5.73	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		
P11	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-1.0282	0.0719	-14.31	0.0000	0.002	122.201
B	-0.5975	0.0604	-9.89	0.0000		
C	-0.7023	0.0627	-11.20	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		
P15	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.4900	0.0554	-8.84	0.0000	0.340	96.861
B	-0.8041	0.0624	-12.88	0.0000		
C	-0.7667	0.0614	-12.49	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		
P19	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.5198	0.0501	-10.38	0.0000	0.044	118.314
B	-0.5151	0.0500	-10.30	0.0000		
C	-0.5670	0.0511	-11.10	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		
P23	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.1434	0.0386	-3.71	0.0002	0.000	152.468
B	-0.1869	0.0389	-4.81	0.0000		
C	-0.2807	0.0400	-7.02	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		

^aGoF = 1 – *pchisq*(RD, *gl*), RD=Desviància Residual

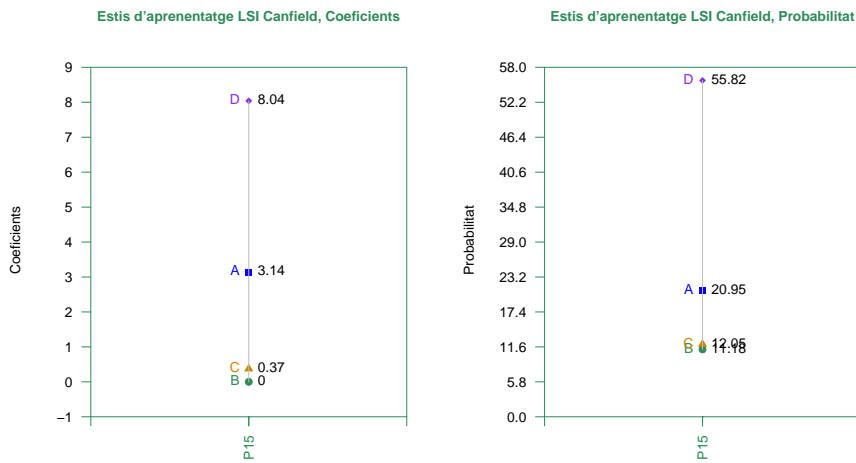
^bAIC=Criteri d'Informació d'Akaike

Taula 4.19: Coeficients i Probabilitats estimades. Bloc 3

P7			P15		
	Coeficients	Probabilitat		Coeficients	Probabilitat
D	3,918	36,980	D	8,041	55,823
C	1,600	23,263	A	3,141	20,951
B	1,514	22,865	C	0,374	12,047
A	0,000	16,892	B	0,000	11,179



(a) Pregunta 7



(b) Pregunta 15

Figura 4.6: Gràfic del perfil de les preferències d'aprenentatge dels estudiants de medicina. Preguntes del Bloc 3.

L'últim dels quatre Blocs del test, Bloc 4, és el que té com a objectiu conèixer els mètodes d'aprenentatge més preferits pels estudiants. Els fem comparar quatre mètodes que es resumeixen en les alternatives A = Escoltar, B = Llegir, C = Per imatges i D = Experiència, entenent aquests quatre conceptes el relatat a la taula 4.16.

El model LLBTM no s'ajusta bé a les dades de cap de les 6 preguntes que componen el Bloc 4. A la taula de freqüències 3.10, per a la pregunta P12 trobem que el patró més freqüent té com a alternativa més preferida la A, amb un percentatge de resposta del 14.1%. Però els dos patrons que el segueixen tenen com a opció més preferida la C, essent els percentatges de resposta lleugerament inferiors, d'un 12.7% i un 10.9% respectivament, a més entre aquests dos patrons les dues alternatives que han estat ordenades en segon i tercera opció són en un cas l'A i la B i en l'altre la D i la A. Realment, no es troba una resposta predominant a les altres, tal i com s'observa també a la taula de freqüències de les comparacions binàries 3.14.

Per a les preguntes P8 i P20 un percentatge elevat d'estudiants, 61.4% i 61.3% respectivament, escullen un patró de resposta en el que l'opció més preferida és la D. En més detall per a les preguntes P8, referent a les activitats que prefereixen fer, el 45% dels estudiants escullen un patró on la primera opció és la D: "Fer experiments o projectes de laboratori" i la última opció és la B: "Llegir el llibre de text i altres lectures recomanades", però entre C i A no es defineixen. Exactament passa el mateix amb la pregunta P20 sobre el que preferirien fer si fessin un curset de com mantenir l'ambient net, en la que el 36,4% escull un patró amb primera opció D: "Realitzant un estudi de camp" i última opció l'A: "Escoltant una explicació oral", no definint-se entre les altres dues alternatives. Ara bé, però tant per a la pregunta P8 com P20 la resta dels estudiants, es distribueixen entre tots els altres possibles patrons sense establir-se cap patró.

Per a les preguntes P4, p16 i P24 tenim un percentatge de resposta gran tant pels patrons on la primera opció és la D com en els que l'opció més preferida és la A, tenint tant estudiants que situen la C per damunt de la B com a la inversa, així com tenir també alguns estudiant que la seva primera preferència és qualsevol altre.

Així doncs en aquest Bloc amb l'aproximació de Bradley-Terry no es determina cap patró de preferències en cap de les preguntes que el componen. Mentre que no passava així amb l'aproximació de Thurstone que el cas Unrestricted s'ajustava a les dades de totes les preguntes a excepció de la P12. Per altre banda fer notar que tal com descriu el mateix manual del test CLSI-Canfield [19] aquest Bloc és el que està més relacionat amb la personalitat de cada individu i no tant amb la professió o disciplina de coneixement, és a dir tal com diu Canfield és el que és més divers entre els estudiants.

Taula 4.20: Model Log-lineal de Bradley-Terry (LLBTM). Bloc 4

P4	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.0000	0.0390	0.00	1.0000	0.020	131.145
B	-0.2911	0.0406	-7.18	0.0000		
C	-0.2301	0.0396	-5.82	0.0000		
D	0.0000	-	-	-		

P8	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.3173	0.0473	-6.71	0.0000	0.000	151.349
B	-0.8373	0.0611	-13.71	0.0000		
C	-0.4193	0.0485	-8.65	0.0000		
D	0.0000	-	-	-		

P12	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.2463	0.0401	6.14	0.0000	0.000	149.641
B	0.0203	0.0396	0.51	0.6072		
C	0.3580	0.0422	8.48	0.0000		
D	0.0000	-	-	-		

P16	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.1632	0.0414	-3.94	0.0001	0.001	135.454
B	-0.5346	0.0477	-11.21	0.0000		
C	-0.2857	0.0421	-6.78	0.0000		
D	0.0000	-	-	-		

P20	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.2158	0.0423	-5.10	0.0000	0.000	153.998
B	-0.5600	0.0486	-11.53	0.0000		
C	-0.3267	0.0433	-7.55	0.0000		
D	0.0000	-	-	-		

P24	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.1426	0.0465	-3.07	0.0022	0.009	112.941
B	-0.8671	0.0642	-13.51	0.0000		
C	-0.4644	0.0496	-9.37	0.0000		
D	0.0000	-	-	-		

^aGoF = 1 - *pchisq*(RD, gl), RD=Desviància Residual

^bAIC=Criteri d'Informació d'Akaike

A mode de Resum a la taula 4.21 es dona el perfil de preferències de cada una de les 24 preguntes per a les que s'ha ajustat el model LLMBT.

Taula 4.21: Perfil de preferències dels alumnes de nou ingrés a medicina.
(Bradley-Terry)

Bloc 1		Bloc 2	
P1	D<C<A<B	P2	C<D<A<B
P5	D<C<A<B	P6	No s'ajusta
P9	No s'ajusta	P10	No s'ajusta
P13	No s'ajusta	P14	D<A<B<C
P17	C<D<A<B	P18	D<C<B<A
P21	D<C<A<B	P22	C<D<A<B
Bloc 3		Bloc 4	
P3	No s'ajusta	P4	No s'ajusta
P7	A<B<C<D	P8	No s'ajusta
P11	No s'ajusta	P12	No s'ajusta
P15	B<C<A<D	P16	No s'ajusta
P19	No s'ajusta	P20	No s'ajusta
P23	No s'ajusta	P24	No s'ajusta

4.7.3 Resultats: Estudi Canfield (CSLLBTM)

En aquest apartat mostrarem els resultats al incorporar la variable sexe en l'ajust a les respostes donades per els estudiants, concretament els resultats de l'ajust pel model CSLLBTM. En primer lloc es donen les taules de freqüències de resposta separades per nois i noies per a cada pregunta de cada un dels 24 possibles patrons (taules 4.22, 4.23, 4.24, i 4.25, de les pàgines 215 a la 221). Es donen també les taules de freqüències de les comparacions binàries per a cada un dels dos grups (taules 4.26, 4.27, 4.28, i 4.29, de les pàgines 222 a la 225).

S'observa en les diferents freqüències que la distribució dels percentatges de resposta són bastant semblants entre els nois versus les noies, sobretot si ens fixem en els patrons més freqüents per a cada una de les preguntes. En els pocs casos que no és així, pregunta P4, el 50.6% de les

dones prefereixen l'opció A a la D, mentre que els homes el 63.46% diu preferir l'opció D a la A.

Taula 4.22: Freqüències observades de les preguntes segons Sexe. Bloc 1

	P1 Homes	P1 Dones	P5 Homes	P5 Dones	P9 Homes	P9 Dones
	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$
ABCD	4 (7,69 %)	12 (7,14 %)	7 (13,46 %)	23 (13,69 %)	2 (3,85 %)	5 (2,98 %)
ABDC	4 (7,69 %)	12 (7,14 %)	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)	3 (5,77 %)	13 (7,74 %)
ACBD	2 (3,85 %)	3 (1,79 %)	3 (5,77 %)	10 (5,95 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
ACDB	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)	0 (0 %)	3 (1,79 %)	0 (0 %)	4 (2,38 %)
ADBC	2 (3,85 %)	4 (2,38 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	3 (1,79 %)
ADCB	2 (3,85 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	5 (2,98 %)
BACD	8 (15,38 %)	23 (13,69 %)	9 (17,31 %)	44 (26,19 %)	1 (1,92 %)	8 (4,76 %)
BADC	7 (13,46 %)	21 (12,5 %)	3 (5,77 %)	10 (5,95 %)	4 (7,69 %)	12 (7,14 %)
BCAD	5 (9,62 %)	23 (13,69 %)	11 (21,15 %)	30 (17,86 %)	1 (1,92 %)	6 (3,57 %)
BCDA	6 (11,54 %)	8 (4,76 %)	0 (0 %)	6 (3,57 %)	4 (7,69 %)	13 (7,74 %)
BDAC	1 (1,92 %)	18 (10,71 %)	5 (9,62 %)	6 (3,57 %)	5 (9,62 %)	9 (5,36 %)
BDCA	2 (3,85 %)	15 (8,93 %)	0 (0 %)	5 (2,98 %)	6 (11,54 %)	7 (4,17 %)
CABD	2 (3,85 %)	5 (2,98 %)	4 (7,69 %)	7 (4,17 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
CADB	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	6 (3,57 %)
CBAD	2 (3,85 %)	5 (2,98 %)	6 (11,54 %)	11 (6,55 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)
CBDA	1 (1,92 %)	3 (1,79 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	9 (5,36 %)
CDAB	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	1 (1,92 %)	0 (0 %)	2 (3,85 %)	6 (3,57 %)
CDBA	0 (0 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	3 (5,77 %)	7 (4,17 %)
DABC	0 (0 %)	3 (1,79 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)	2 (3,85 %)	5 (2,98 %)
DACB	0 (0 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	4 (2,38 %)
DBAC	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	10 (5,95 %)
DBCA	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	4 (7,69 %)	14 (8,33 %)
DCAB	0 (0 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	0 (0 %)	3 (5,77 %)	5 (2,98 %)
DCBA	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	8 (15,38 %)	13 (7,74 %)

Taula 4.22: Freqüències observades de les preguntes segons Sexe. Bloc 1 (Cont.)

	P13 Homes	P13 Dones	P17 Homes	P 17Dones	P21 Homes	P21 Dones
	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$
ABCD	8 (15,38 %)	24 (14,29 %)	4 (7,69 %)	5 (2,98 %)	7 (13,46 %)	21 (12,5 %)
ABDC	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)	8 (15,38 %)	17 (10,12 %)	5 (9,62 %)	13 (7,74 %)
ACBD	3 (5,77 %)	8 (4,76 %)	2 (3,85 %)	3 (1,79 %)	3 (5,77 %)	7 (4,17 %)
ACDB	1 (1,92 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)
ADBC	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	9 (5,36 %)	2 (3,85 %)	3 (1,79 %)
ADCB	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	5 (2,98 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
BACD	15 (28,85 %)	59 (35,12 %)	2 (3,85 %)	15 (8,93 %)	11 (21,15 %)	44 (26,19 %)
BADC	3 (5,77 %)	3 (1,79 %)	5 (9,62 %)	30 (17,86 %)	8 (15,38 %)	26 (15,48 %)
BCAD	6 (11,54 %)	25 (14,88 %)	3 (5,77 %)	5 (2,98 %)	2 (3,85 %)	17 (10,12 %)
BCDA	0 (0 %)	1 (0,6 %)	1 (1,92 %)	6 (3,57 %)	2 (3,85 %)	5 (2,98 %)
BDAC	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	6 (11,54 %)	26 (15,48 %)	8 (15,38 %)	15 (8,93 %)
BDCA	0 (0 %)	0 (0 %)	2 (3,85 %)	15 (8,93 %)	2 (3,85 %)	3 (1,79 %)
CABD	8 (15,38 %)	23 (13,69 %)	1 (1,92 %)	0 (0 %)	2 (3,85 %)	1 (0,6 %)
CADB	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
CBAD	6 (11,54 %)	18 (10,71 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	4 (2,38 %)
CBDA	0 (0 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
CDAB	0 (0 %)	1 (0,6 %)	2 (3,85 %)	3 (1,79 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
CDBA	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
DABC	0 (0 %)	0 (0 %)	6 (11,54 %)	6 (3,57 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
DACB	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
DBAC	0 (0 %)	0 (0 %)	3 (5,77 %)	12 (7,14 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)
DBCA	0 (0 %)	0 (0 %)	2 (3,85 %)	4 (2,38 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
DCAB	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
DCBA	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)

Taula 4.23: Freqüències observades de les preguntes segons Sexe. Bloc 2

	P2 Homes	P2 Dones	P6 Homes	P6 Dones	P10 Homes	P10 Dones
	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$
ABCD	4 (7,69 %)	13 (7,74 %)	3 (5,77 %)	7 (4,17 %)	0 (0 %)	5 (2,98 %)
ABDC	5 (9,62 %)	18 (10,71 %)	5 (9,62 %)	13 (7,74 %)	3 (5,77 %)	9 (5,36 %)
ACBD	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
ACDB	0 (0 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	0 (0 %)
ADBC	1 (1,92 %)	6 (3,57 %)	3 (5,77 %)	4 (2,38 %)	1 (1,92 %)	3 (1,79 %)
ADCB	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
BACD	9 (17,31 %)	14 (8,33 %)	4 (7,69 %)	14 (8,33 %)	5 (9,62 %)	13 (7,74 %)
BADC	8 (15,38 %)	41 (24,4 %)	9 (17,31 %)	21 (12,5 %)	2 (3,85 %)	12 (7,14 %)
BCAD	0 (0 %)	2 (1,19 %)	2 (3,85 %)	8 (4,76 %)	10 (19,23 %)	14 (8,33 %)
BCDA	1 (1,92 %)	5 (2,98 %)	2 (3,85 %)	9 (5,36 %)	6 (11,54 %)	17 (10,12 %)
BDAC	11 (21,15 %)	22 (13,1 %)	7 (13,46 %)	22 (13,1 %)	8 (15,38 %)	28 (16,67 %)
BDCA	6 (11,54 %)	15 (8,93 %)	9 (17,31 %)	25 (14,88 %)	9 (17,31 %)	16 (9,52 %)
CABD	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	6 (3,57 %)
CADB	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	3 (1,79 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
CBAD	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)	2 (3,85 %)	11 (6,55 %)
CBDA	0 (0 %)	1 (0,6 %)	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	11 (6,55 %)
CDAB	0 (0 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
CDBA	0 (0 %)	1 (0,6 %)	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)
DABC	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)	1 (1,92 %)	6 (3,57 %)	2 (3,85 %)	0 (0 %)
DACB	0 (0 %)	1 (0,6 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
DBAC	1 (1,92 %)	10 (5,95 %)	1 (1,92 %)	10 (5,95 %)	2 (3,85 %)	13 (7,74 %)
DBCA	0 (0 %)	3 (1,79 %)	1 (1,92 %)	6 (3,57 %)	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)
DCAB	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	6 (3,57 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
DCBA	0 (0 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)

Taula 4.23: Freqüències observades de les preguntes segons Sexe. Bloc 2 (Cont.)

	P14 Homes	P14 Dones	P18 Homes	P18 Dones	P22 Homes	P22 Dones
	n_i (%)	n_i (%)	n_i (%)	n_i (%)	n_i (%)	n_i (%)
ABCD	2 (3,85 %)	5 (2,98 %)	8 (15,38 %)	26 (15,48 %)	4 (7,69 %)	18 (10,71 %)
ABDC	2 (3,85 %)	7 (4,17 %)	6 (11,54 %)	17 (10,12 %)	7 (13,46 %)	20 (11,9 %)
ACBD	2 (3,85 %)	7 (4,17 %)	7 (13,46 %)	18 (10,71 %)	2 (3,85 %)	5 (2,98 %)
ACDB	1 (1,92 %)	9 (5,36 %)	2 (3,85 %)	15 (8,93 %)	2 (3,85 %)	1 (0,6 %)
ADBC	1 (1,92 %)	5 (2,98 %)	4 (7,69 %)	14 (8,33 %)	3 (5,77 %)	10 (5,95 %)
ADCB	3 (5,77 %)	1 (0,6 %)	2 (3,85 %)	10 (5,95 %)	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)
BACD	2 (3,85 %)	13 (7,74 %)	5 (9,62 %)	10 (5,95 %)	5 (9,62 %)	13 (7,74 %)
BADC	1 (1,92 %)	3 (1,79 %)	3 (5,77 %)	12 (7,14 %)	12 (23,08 %)	27 (16,07 %)
BCAD	4 (7,69 %)	8 (4,76 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	9 (5,36 %)
BCDA	5 (9,62 %)	11 (6,55 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)	3 (5,77 %)	8 (4,76 %)
BDAC	1 (1,92 %)	6 (3,57 %)	1 (1,92 %)	6 (3,57 %)	1 (1,92 %)	20 (11,9 %)
BDCA	2 (3,85 %)	7 (4,17 %)	1 (1,92 %)	0 (0 %)	4 (7,69 %)	4 (2,38 %)
CABD	6 (11,54 %)	20 (11,9 %)	4 (7,69 %)	12 (7,14 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
CADB	3 (5,77 %)	13 (7,74 %)	2 (3,85 %)	4 (2,38 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
CBAD	7 (13,46 %)	5 (2,98 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)
CBDA	1 (1,92 %)	16 (9,52 %)	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
CDAB	1 (1,92 %)	12 (7,14 %)	1 (1,92 %)	6 (3,57 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
CDBA	1 (1,92 %)	5 (2,98 %)	2 (3,85 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)
DABC	0 (0 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	2 (3,85 %)	8 (4,76 %)
DACB	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)	0 (0 %)	5 (2,98 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
DBAC	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)	3 (5,77 %)	9 (5,36 %)
DBCA	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)
DCAB	3 (5,77 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	4 (2,38 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
DCBA	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)

Taula 4.24: Freqüències observades de les preguntes segons Sexe. Bloc 3

	P3 Homes	P3 Dones	P7 Homes	P7 Dones	P11 Homes	P11 Dones
	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$
ABCD	0 (0 %)	12 (7,14 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
ABDC	7 (13,46 %)	13 (7,74 %)	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)
ACBD	1 (1,92 %)	17 (10,12 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
ACDB	4 (7,69 %)	18 (10,71 %)	0 (0 %)	4 (2,38 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)
ADBC	8 (15,38 %)	31 (18,45 %)	0 (0 %)	3 (1,79 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
ADCB	7 (13,46 %)	14 (8,33 %)	2 (3,85 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
BACD	1 (1,92 %)	6 (3,57 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	0 (0 %)
BADC	1 (1,92 %)	5 (2,98 %)	1 (1,92 %)	6 (3,57 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
BCAD	1 (1,92 %)	0 (0 %)	2 (3,85 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	0 (0 %)
BCDA	0 (0 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	7 (4,17 %)	0 (0 %)	3 (1,79 %)
BDAC	3 (5,77 %)	5 (2,98 %)	3 (5,77 %)	7 (4,17 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)
BDCA	0 (0 %)	3 (1,79 %)	3 (5,77 %)	11 (6,55 %)	4 (7,69 %)	4 (2,38 %)
CABD	2 (3,85 %)	5 (2,98 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
CADB	2 (3,85 %)	3 (1,79 %)	7 (13,46 %)	3 (1,79 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
CBAD	1 (1,92 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
CBDA	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	2 (3,85 %)	6 (3,57 %)	0 (0 %)	3 (1,79 %)
CDAB	3 (5,77 %)	6 (3,57 %)	6 (11,54 %)	9 (5,36 %)	4 (7,69 %)	4 (2,38 %)
CDBA	2 (3,85 %)	1 (0,6 %)	6 (11,54 %)	8 (4,76 %)	7 (13,46 %)	2 (1,19 %)
DABC	2 (3,85 %)	6 (3,57 %)	1 (1,92 %)	9 (5,36 %)	1 (1,92 %)	11 (6,55 %)
DACB	0 (0 %)	3 (1,79 %)	1 (1,92 %)	7 (4,17 %)	3 (5,77 %)	4 (2,38 %)
DBAC	2 (3,85 %)	6 (3,57 %)	2 (3,85 %)	20 (11,9 %)	2 (3,85 %)	27 (16,07 %)
DBCA	2 (3,85 %)	4 (2,38 %)	2 (3,85 %)	25 (14,88 %)	13 (25 %)	64 (38,1 %)
DCAB	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	7 (13,46 %)	13 (7,74 %)	5 (9,62 %)	7 (4,17 %)
DCBA	1 (1,92 %)	5 (2,98 %)	4 (7,69 %)	13 (7,74 %)	9 (17,31 %)	28 (16,67 %)

Taula 4.24: Freqüències observades de les preguntes segons Sexe. Bloc 3 (Cont.)

	P15 Homes	P 15Dones	P19 Homes	P19 Dones	P23 Homes	P23 Dones
	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$
ABCD	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	0 (0 %)	2 (3,85 %)	2 (1,19 %)
ABDC	2 (3,85 %)	3 (1,79 %)	4 (7,69 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	16 (9,52 %)
ACBD	0 (0 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)
ACDB	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	5 (2,98 %)	5 (9,62 %)	7 (4,17 %)
ADBC	3 (5,77 %)	8 (4,76 %)	3 (5,77 %)	6 (3,57 %)	0 (0 %)	10 (5,95 %)
ADCB	5 (9,62 %)	14 (8,33 %)	2 (3,85 %)	4 (2,38 %)	6 (11,54 %)	8 (4,76 %)
BACD	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
BADC	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)
BCAD	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)
BCDA	0 (0 %)	1 (0,6 %)	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	3 (5,77 %)	7 (4,17 %)
BDAC	2 (3,85 %)	1 (0,6 %)	1 (1,92 %)	8 (4,76 %)	3 (5,77 %)	10 (5,95 %)
BDCA	0 (0 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	2 (3,85 %)	6 (3,57 %)
CABD	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)
CADB	2 (3,85 %)	3 (1,79 %)	3 (5,77 %)	1 (0,6 %)	6 (11,54 %)	6 (3,57 %)
CBAD	0 (0 %)	1 (0,6 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)
CBDA	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)	3 (5,77 %)	3 (1,79 %)
CDAB	5 (9,62 %)	2 (1,19 %)	5 (9,62 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)
CDBA	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)	2 (3,85 %)	1 (0,6 %)
DABC	3 (5,77 %)	37 (22,02 %)	6 (11,54 %)	24 (14,29 %)	0 (0 %)	19 (11,31 %)
DACB	11 (21,15 %)	36 (21,43 %)	3 (5,77 %)	20 (11,9 %)	3 (5,77 %)	8 (4,76 %)
DBAC	5 (9,62 %)	19 (11,31 %)	2 (3,85 %)	26 (15,48 %)	2 (3,85 %)	21 (12,5 %)
DBCA	1 (1,92 %)	14 (8,33 %)	5 (9,62 %)	24 (14,29 %)	4 (7,69 %)	18 (10,71 %)
DCAB	3 (5,77 %)	17 (10,12 %)	4 (7,69 %)	9 (5,36 %)	2 (3,85 %)	7 (4,17 %)
DCBA	8 (15,38 %)	7 (4,17 %)	7 (13,46 %)	22 (13,1 %)	2 (3,85 %)	6 (3,57 %)

Taula 4.25: Freqüències observades de les preguntes segons Sexe. Bloc 4

	P4 Homes	P4 Dones	P8 Homes	P8 Dones	P12 Homes	P12 Dones
	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$
ABCD	4 (7,69 %)	5 (2,98 %)	0 (0 %)	4 (2,38 %)	2 (3,85 %)	6 (3,57 %)
ABDC	3 (5,77 %)	5 (2,98 %)	2 (3,85 %)	4 (2,38 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)
ACBD	0 (0 %)	12 (7,14 %)	1 (1,92 %)	0 (0 %)	5 (9,62 %)	26 (15,48 %)
ACDB	5 (9,62 %)	15 (8,93 %)	1 (1,92 %)	9 (5,36 %)	1 (1,92 %)	13 (7,74 %)
ADBC	3 (5,77 %)	11 (6,55 %)	4 (7,69 %)	8 (4,76 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)
ADCB	0 (0 %)	13 (7,74 %)	8 (15,38 %)	23 (13,69 %)	2 (3,85 %)	6 (3,57 %)
BACD	0 (0 %)	5 (2,98 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)	4 (7,69 %)	3 (1,79 %)
BADC	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
BCAD	0 (0 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)	3 (5,77 %)	12 (7,14 %)
BCDA	2 (3,85 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)
BDAC	4 (7,69 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)
BDCA	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	2 (3,85 %)	2 (1,19 %)
CABD	2 (3,85 %)	4 (2,38 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)	9 (17,31 %)	19 (11,31 %)
CADB	1 (1,92 %)	12 (7,14 %)	0 (0 %)	4 (2,38 %)	0 (0 %)	10 (5,95 %)
CBAD	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	4 (7,69 %)	14 (8,33 %)
CBDA	0 (0 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	6 (3,57 %)
CDAB	0 (0 %)	6 (3,57 %)	3 (5,77 %)	4 (2,38 %)	7 (13,46 %)	17 (10,12 %)
CDBA	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	3 (1,79 %)
DABC	5 (9,62 %)	22 (13,1 %)	2 (3,85 %)	7 (4,17 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)
DACB	4 (7,69 %)	14 (8,33 %)	6 (11,54 %)	24 (14,29 %)	5 (9,62 %)	8 (4,76 %)
DBAC	5 (9,62 %)	14 (8,33 %)	4 (7,69 %)	5 (2,98 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)
DBCA	4 (7,69 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	3 (1,79 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
DCAB	4 (7,69 %)	11 (6,55 %)	17 (32,69 %)	52 (30,95 %)	2 (3,85 %)	8 (4,76 %)
DCBA	3 (5,77 %)	6 (3,57 %)	2 (3,85 %)	13 (7,74 %)	0 (0 %)	4 (2,38 %)

Taula 4.25: Freqüències observades de les preguntes segons Sexe. Bloc 4 (Cont.)

	P16 Homes	P16 Dones	P20 Homes	P20 Dones	P24 Homes	P24 Dones
	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$
ABCD	2 (3,85 %)	6 (3,57 %)	3 (5,77 %)	6 (3,57 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)
ABDC	1 (1,92 %)	5 (2,98 %)	2 (3,85 %)	3 (1,79 %)	3 (5,77 %)	4 (2,38 %)
ACBD	2 (3,85 %)	5 (2,98 %)	1 (1,92 %)	8 (4,76 %)	0 (0 %)	3 (1,79 %)
ACDB	1 (1,92 %)	6 (3,57 %)	0 (0 %)	9 (5,36 %)	0 (0 %)	11 (6,55 %)
ADBC	3 (5,77 %)	7 (4,17 %)	1 (1,92 %)	7 (4,17 %)	10 (19,23 %)	12 (7,14 %)
ADCB	3 (5,77 %)	19 (11,31 %)	2 (3,85 %)	7 (4,17 %)	8 (15,38 %)	32 (19,05 %)
BACD	2 (3,85 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
BADC	2 (3,85 %)	2 (1,19 %)	2 (3,85 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
BCAD	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
BCDA	0 (0 %)	1 (0,6 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
BDAC	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
BDCA	1 (1,92 %)	1 (0,6 %)	1 (1,92 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
CABD	0 (0 %)	4 (2,38 %)	2 (3,85 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	0 (0 %)
CADB	2 (3,85 %)	6 (3,57 %)	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)	0 (0 %)	3 (1,79 %)
CBAD	0 (0 %)	2 (1,19 %)	1 (1,92 %)	3 (1,79 %)	0 (0 %)	1 (0,6 %)
CBDA	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
CDAB	2 (3,85 %)	8 (4,76 %)	5 (9,62 %)	7 (4,17 %)	2 (3,85 %)	7 (4,17 %)
CDBA	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)	0 (0 %)	2 (1,19 %)
DABC	4 (7,69 %)	12 (7,14 %)	7 (13,46 %)	18 (10,71 %)	4 (7,69 %)	12 (7,14 %)
DACB	7 (13,46 %)	23 (13,69 %)	8 (15,38 %)	25 (14,88 %)	11 (21,15 %)	32 (19,05 %)
DBAC	3 (5,77 %)	7 (4,17 %)	3 (5,77 %)	11 (6,55 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)
DBCA	1 (1,92 %)	4 (2,38 %)	0 (0 %)	4 (2,38 %)	1 (1,92 %)	2 (1,19 %)
DCAB	12 (23,08 %)	35 (20,83 %)	10 (19,23 %)	37 (22,02 %)	9 (17,31 %)	38 (22,62 %)
DCBA	2 (3,85 %)	8 (4,76 %)	0 (0 %)	12 (7,14 %)	1 (1,92 %)	3 (1,79 %)

Taula 4.26: Freqüències de les comparacions binàries dels ítems, segons Sexe.
Bloc 1

Homes					Dones				
P1	A	B	C	D	P1	A	B	C	D
A	0,00	36,54	59,62	76,92	A	0,00	29,76	61,31	68,45
B	63,46	0,00	76,92	84,62	B	70,24	0,00	83,33	88,10
C	40,38	23,08	0,00	63,46	C	38,69	16,67	0,00	52,98
D	23,08	15,38	36,54	0,00	D	31,55	11,90	47,02	0,00
P5	A	B	C	D	P5	A	B	C	D
A	0,00	32,69	53,85	84,62	A	0,00	30,95	61,31	86,90
B	67,31	0,00	71,15	94,23	B	69,05	0,00	79,17	94,05
C	46,15	28,85	0,00	78,85	C	38,69	20,83	0,00	82,14
D	15,38	5,77	21,15	0,00	D	13,10	5,95	17,86	0,00
P9	A	B	C	D	P9	A	B	C	D
A	0,00	26,92	38,46	26,92	A	0,00	34,52	47,02	39,29
B	73,08	0,00	65,38	51,92	B	65,48	0,00	62,50	51,19
C	61,54	34,62	0,00	26,92	C	52,98	37,50	0,00	40,48
D	73,08	48,08	73,08	0,00	D	60,71	48,81	59,52	0,00
P13	A	B	C	D	P13	A	B	C	D
A	0,00	40,38	61,54	98,08	A	0,00	35,71	58,93	97,62
B	59,62	0,00	65,38	98,08	B	64,29	0,00	69,64	99,40
C	38,46	34,62	0,00	90,38	C	41,07	30,36	0,00	95,24
D	1,92	1,92	9,62	0,00	D	2,38	0,60	4,76	0,00
P17	A	B	C	D	P17	A	B	C	D
A	0,00	53,85	76,92	53,85	A	0,00	29,76	76,19	54,17
B	46,15	0,00	82,69	65,38	B	70,24	0,00	89,29	75,00
C	23,08	17,31	0,00	30,77	C	23,81	10,71	0,00	24,40
D	46,15	34,62	69,23	0,00	D	45,83	25,00	75,60	0,00
P21	A	B	C	D	P21	A	B	C	D
A	0,00	36,54	84,62	76,92	A	0,00	29,76	80,36	82,14
B	63,46	0,00	90,38	96,15	B	70,24	0,00	89,88	92,86
C	15,38	9,62	0,00	51,92	C	19,64	10,12	0,00	60,12
D	23,08	3,85	48,08	0,00	D	17,86	7,14	39,88	0,00

Taula 4.27: Freqüències de les comparacions binàries dels ítems, segons Sexe.
Bloc 2

Homes					Dones				
P2	A	B	C	D	P2	A	B	C	D
A	0,00	28,85	80,77	59,62	A	0,00	30,36	79,76	60,12
B	71,15	0,00	90,38	90,38	B	69,64	0,00	91,07	80,36
C	19,23	9,62	0,00	32,69	C	20,24	8,93	0,00	25,60
D	40,38	9,62	67,31	0,00	D	39,88	19,64	74,40	0,00
P6	A	B	C	D	P6	A	B	C	D
A	0,00	26,92	67,31	51,92	A	0,00	26,79	61,31	44,64
B	73,08	0,00	90,38	80,77	B	73,21	0,00	86,31	72,62
C	32,69	9,62	0,00	26,92	C	38,69	13,69	0,00	29,76
D	48,08	19,23	73,08	0,00	D	55,36	27,38	70,24	0,00
P10	A	B	C	D	P10	A	B	C	D
A	0,00	13,46	46,15	46,15	A	0,00	15,48	49,40	44,05
B	86,54	0,00	94,23	86,54	B	84,52	0,00	79,76	84,52
C	53,85	5,77	0,00	46,15	C	50,60	20,24	0,00	48,21
D	53,85	13,46	53,85	0,00	D	55,95	15,48	51,79	0,00
P14	A	B	C	D	P14	A	B	C	D
A	0,00	48,08	32,69	65,38	A	0,00	51,19	39,29	57,14
B	51,92	0,00	42,31	67,31	B	48,81	0,00	43,45	64,29
C	67,31	57,69	0,00	67,31	C	60,71	56,55	0,00	73,81
D	34,62	32,69	32,69	0,00	D	42,86	35,71	26,19	0,00
P18	A	B	C	D	P18	A	B	C	D
A	0,00	71,15	75,00	84,62	A	0,00	78,57	80,95	83,93
B	28,85	0,00	57,69	71,15	B	21,43	0,00	54,76	63,10
C	25,00	42,31	0,00	63,46	C	19,05	45,24	0,00	57,14
D	15,38	28,85	36,54	0,00	D	16,07	36,90	42,86	0,00
P22	A	B	C	D	P22	A	B	C	D
A	0,00	40,38	80,77	71,15	A	0,00	41,07	80,36	65,48
B	59,62	0,00	7,69	75,00	B	58,93	0,00	88,10	76,19
C	19,23	92,31	0,00	34,62	C	19,64	11,90	0,00	36,31
D	28,85	25,00	65,38	0,00	D	34,52	23,81	63,69	0,00

Taula 4.28: Freqüències de les comparacions binàries dels ítems, segons Sexe.
Bloc 3

Homes					Dones				
P3	A	B	C	D	P3	A	B	C	D
A	0,00	71,15	69,23	67,31	A	0,00	77,38	80,95	73,81
B	28,85	0,00	51,92	34,62	B	22,62	0,00	54,76	41,07
C	30,77	48,08	0,00	34,62	C	19,05	45,24	0,00	42,26
D	32,69	65,38	65,38	0,00	D	26,19	58,93	57,74	0,00
P7	A	B	C	D	P7	A	B	C	D
A	0,00	50,00	25,00	28,85	A	0,00	35,12	39,88	19,64
B	50,00	0,00	30,77	26,92	B	64,88	0,00	57,74	30,95
C	75,00	69,23	0,00	48,08	C	60,12	42,26	0,00	28,57
D	71,15	73,08	51,92	0,00	D	80,36	69,05	71,43	0,00
P11	A	B	C	D	P11	A	B	C	D
A	0,00	26,92	17,31	5,77	A	0,00	20,24	29,76	5,36
B	73,08	0,00	46,15	15,38	B	79,76	0,00	67,26	9,52
C	82,69	53,85	0,00	25,00	C	70,24	32,74	0,00	10,71
D	94,23	84,62	75,00	0,00	D	94,64	90,48	89,29	0,00
P15	A	B	C	D	P15	A	B	C	D
A	0,00	67,31	63,46	26,92	A	0,00	72,62	72,02	19,05
B	32,69	0,00	32,69	9,62	B	27,38	0,00	51,19	5,95
C	36,54	67,31	0,00	15,38	C	27,98	48,81	0,00	5,36
D	73,08	90,38	84,62	0,00	D	80,95	94,05	94,64	0,00
P19	A	B	C	D	P19	A	B	C	D
A	0,00	59,62	44,23	28,85	A	0,00	44,05	57,74	13,69
B	40,38	0,00	48,08	21,15	B	55,95	0,00	55,95	12,50
C	55,77	51,92	0,00	25,00	C	42,26	44,05	0,00	11,90
D	71,15	78,85	75,00	0,00	D	86,31	87,50	88,10	0,00
P23	A	B	C	D	P23	A	B	C	D
A	0,00	53,85	46,15	48,08	A	0,00	54,76	63,69	36,31
B	46,15	0,00	36,54	36,54	B	45,24	0,00	66,67	33,33
C	53,85	63,46	0,00	50,00	C	36,31	33,33	0,00	22,02
D	51,92	63,46	50,00	0,00	D	63,69	66,67	77,98	0,00

Taula 4.29: Freqüències de les comparacions binàries dels ítems, segons Sexe.
Bloc 4

Homes					Dones				
P4	A	B	C	D	P4	A	B	C	D
A	0,00	59,62	65,38	36,54	A	0,00	77,38	71,43	50,60
B	40,38	0,00	61,54	32,69	B	22,62	0,00	42,86	24,40
C	34,62	38,46	0,00	28,85	C	28,57	57,14	0,00	38,10
D	63,46	67,31	71,15	0,00	D	49,40	75,60	61,90	0,00
P8	A	B	C	D	P8	A	B	C	D
A	0,00	84,62	53,85	30,77	A	0,00	83,93	51,19	33,93
B	15,38	0,00	25,00	7,69	B	16,07	0,00	20,83	8,33
C	46,15	75,00	0,00	11,54	C	48,81	79,17	0,00	16,07
D	69,23	92,31	88,46	0,00	D	66,07	91,67	83,93	0,00
P12	A	B	C	D	P12	A	B	C	D
A	0,00	67,31	44,23	59,62	A	0,00	70,83	42,26	67,26
B	32,69	0,00	30,77	59,62	B	29,17	0,00	20,24	54,76
C	55,77	69,23	0,00	71,15	C	57,74	79,76	0,00	77,38
D	40,38	40,38	28,85	0,00	D	32,74	45,24	22,62	0,00
P16	A	B	C	D	P16	A	B	C	D
A	0,00	75,00	59,62	34,62	A	0,00	80,95	56,55	38,10
B	25,00	0,00	38,46	21,15	B	19,05	0,00	28,57	17,26
C	40,38	61,54	0,00	23,08	C	43,45	71,43	0,00	26,19
D	65,38	78,85	76,92	0,00	D	61,90	82,74	73,81	0,00
P20	A	B	C	D	P20	A	B	C	D
A	0,00	80,77	59,62	30,77	A	0,00	79,17	57,74	29,76
B	19,23	0,00	40,38	26,92	B	20,83	0,00	30,95	14,88
C	40,38	59,62	0,00	28,85	C	42,26	69,05	0,00	25,00
D	69,23	73,08	71,15	0,00	D	70,24	85,12	75,00	0,00
P24	A	B	C	D	P24	A	B	C	D
A	0,00	94,23	73,08	44,23	A	0,00	92,86	66,67	41,67
B	5,77	0,00	38,46	9,62	B	7,14	0,00	21,43	7,14
C	26,92	61,54	0,00	7,69	C	33,33	78,57	0,00	17,86
D	55,77	90,38	92,31	0,00	D	58,33	92,86	82,14	0,00

A continuació, es presenten els resultats de l'ajust pel model CSLBMTM, segons les equacions exposades a l'apartat 4.3.1.1 i les estimacions dels paràmetres per a cada una de les 6 preguntes de cada un dels 4 Blocs, on la variable qualitativa d'ajust és sexe, .

En el cas del Bloc1, que recordem era un dels que feia referència a les condicions d'aprenentatge, es pot veure a la taula 4.30 que l'índex GoF de bondat de just és >0.05 per a totes les 6 preguntes que el conformen. En la mateixa taula podem veure els valors $Pr(> |z|)$ de cada coeficient de cada ítem, A, B, C i D de la categoria de referència, la dels homes i els valors $Pr(> |z|)$ de cada una de les diferències entre el coeficient per els homes i el coeficient per a les dones, A:SEX2, B:SEX2, C:SEX2 i D:SEX2. Recordem que per el grup de les dones, el que ens indiquen aquest p-valors és si el coeficient estimat d'un ítem és significativament diferent respecte al coeficient estimat pel mateix ítem pels homes. Es dona que per a cap de les preguntes del Bloc 1 els coeficients estimats mostren diferències entre homes i dones ($Pr(> |z|) > 0.05$ a la taula 4.30).

El patró de resposta trobat quan es té en compte el sexe, i essent el mateix per homes i dones, es té que per a les preguntes P1, P5 i P13 tots els coeficients estimats són significatius ($Pr(> |z|) < 0.05$), per tant totes les opcions discriminen, i en totes tres el patró de preferències és $B > A > C > D$, és a dir "Organització" preferida a "Companys" preferits a "Objectius" i la "Competició" com a última opció, patró que en el cas de P1 i P5 coincideix amb el trobat pel model LLBMTM. Per a la pregunta P9, el coeficient del ítem B, no és significativament diferent del coeficient de l'ítem D. En aquest cas doncs, tenim que les opcions més preferides són "Organització" i "Competició" exactament en la mateixa posició, és a dir no son mútuament discriminants. Aquesta pregunta fa referència a condicions d'aprenentatge davant de l'avaluació. Per a la pregunta P21, no es troben diferències entre les posicions de l'ítem C i D, que a la vegada són els menys preferits, en aquest cas el patró de preferències que s'estableix coincideix amb l'establert pel model LLBMTM. Per a la P17, ens trobem que els estudiants tenen clar que l'opció menys preferida és la C,

però entre les altres tres no hi ha diferències estilísticament significatives.

Taula 4.30: Model Log-lineal CSLBTM Preguntes Bloc 1, segons Sexe

P1	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.3457	0.0892	3.87	0.0001	0.392	181.365
B	0.5371	0.0983	5.47	0.0000		
C	0.1915	0.0866	2.21	0.0270		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	-0.1035	0.1011	-1.02	0.3061		
B:SEX2	0.0225	0.1133	0.20	0.8427		
C:SEX2	-0.1250	0.0986	-1.27	0.2049		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

P5	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.5439	0.1090	4.99	0.0000	0.109	165.534
B	0.7933	0.1224	6.48	0.0000		
C	0.4811	0.1067	4.51	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	0.0977	0.1276	0.77	0.4437		
B:SEX2	0.1286	0.1438	0.89	0.3711		
C:SEX2	0.0168	0.1240	0.14	0.8920		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

P9	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.3352	0.0856	-3.92	0.0001	0.055	207.894
B	-0.0131	0.0808	-0.16	0.8716		
C	-0.2302	0.0817	-2.82	0.0049		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	0.1869	0.0960	1.95	0.0514		
B:SEX2	0.0446	0.0916	0.49	0.6263		
C:SEX2	0.1135	0.0924	1.23	0.2195		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

Taula 4.30: Model Log-lineal CSLBMTM Preguntes Bloc 1, segons Sexe
(Cont.)

P13	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF^a	AIC^b
A	1.1166	0.1915	5.83	0.0000	0.239	137.604
B	1.2248	0.1964	6.24	0.0000		
C	0.9566	0.1834	5.22	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	0.2258	0.2368	0.95	0.3404		
B:SEX2	0.3218	0.2432	1.32	0.1858		
C:SEX2	0.2655	0.2284	1.16	0.2450		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

P17	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF^a	AIC^b
A	0.1134	0.0801	1.42	0.1569	0.295	180.732
B	0.1463	0.0810	1.81	0.0708		
C	-0.2772	0.0869	-3.19	0.0014		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	-0.0661	0.0920	-0.72	0.4725		
B:SEX2	0.1874	0.0958	1.96	0.0505		
C:SEX2	-0.0639	0.1015	-0.63	0.5290		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

P21	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF^a	AIC^b
A	0.4993	0.1032	4.84	0.0000	0.641	150.735
B	0.7549	0.1224	6.17	0.0000		
C	0.0092	0.0957	0.10	0.9238		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	0.0267	0.1188	0.22	0.8224		
B:SEX2	0.0696	0.1416	0.49	0.6230		
C:SEX2	0.1093	0.1097	1.00	0.3191		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

^aGoF = 1 – *pchisq*(RD, gl), RD=Desviància Residual

^bAIC=Criteri d'Informació d'Akaike

En el Bloc 2, també de condicions d'aprenentatge, el model CSLLBTM ajusta bé per a les preguntes P2, P6, P14, P18 i P22, és a dir totes menys la P10 (veure taula 4.31). En aquest Bloc, tampoc es troben diferències entre els coeficients estimats pels homes i els de les dones.

El patró comú a homes i dones per a les preguntes que ajusten és diferent segons la pregunta. Per a les preguntes P2, P18 i P22, tots els coeficients estimats són significatius. Si bé, per a la pregunta P18 el patró que s'estableix és $A > B > C > D$, coincidint amb el que establia el model LLBTM. Per a les preguntes P2 i P22 el patró comú és $B > A > D > C$, també el mateix trobat per LLBTM. Per a P6 i P7 no es discrimina entre A i D, és a dir entre "Professor" i "Autoritat", però mentre per a la pregunta P6, referent a quin tipus de professor són els pitjors l'opció més preferida és "Detalls", per a la pregunta P14 és "Independència".

Taula 4.31: Model Log-lineal CSLLBTM Preguntes Bloc 2, segons Sexe

P2	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.1908	0.0862	2.21	0.0270	0.361	172.519
B	0.5544	0.1076	5.15	0.0000		
C	-0.2376	0.0944	-2.52	0.0118		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	-0.0611	0.0981	-0.62	0.5333		
B:SEX2	-0.1331	0.1206	-1.10	0.2697		
C:SEX2	-0.0913	0.1086	-0.84	0.4004		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

P6	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.0199	0.0815	0.24	0.8070	0.155	186.997
B	0.4028	0.0965	4.17	0.0000		
C	-0.2707	0.0901	-3.00	0.0027		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	-0.0869	0.0929	-0.94	0.3494		
B:SEX2	-0.1149	0.1084	-1.06	0.2892		
C:SEX2	0.0230	0.1019	0.23	0.8212		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

Taula 4.31: Model Log-lineal CSLBMTM Preguntes Bloc 2, segons Sexe
(Cont.)

P10	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF^a	AIC^b
A	-0.0580	0.0854	-0.68	0.4967	0.005	189.692
B	0.6441	0.1195	5.39	0.0000		
C	-0.0580	0.0854	-0.68	0.4967		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	0.0080	0.0969	0.08	0.9340		
B:SEX2	-0.1685	0.1316	-1.28	0.2003		
C:SEX2	0.0436	0.0967	0.45	0.6518		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

P14	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF^a	AIC^b
A	0.1479	0.0797	1.85	0.0637	0.071	213.345
B	0.1955	0.0803	2.44	0.0149		
C	0.2937	0.0828	3.55	0.0004		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	-0.0122	0.0910	-0.13	0.8933		
B:SEX2	-0.0324	0.0916	-0.35	0.7237		
C:SEX2	-0.0215	0.0945	-0.23	0.8199		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

P18	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF^a	AIC^b
A	0.5353	0.0981	5.46	0.0000	0.201	185.192
B	0.2689	0.0862	3.12	0.0018		
C	0.1797	0.0851	2.11	0.0348		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	0.0065	0.1128	0.06	0.9541		
B:SEX2	-0.1173	0.0979	-1.20	0.2307		
C:SEX2	-0.0886	0.0969	-0.91	0.3609		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

Taula 4.31: Model Log-lineal CSLBTM Preguntes Bloc 2, segons Sexe
(Cont.)

P22	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.2530	0.0852	2.97	0.0030	0.436	176.342
B	0.3646	0.0905	4.03	0.0001		
C	-0.2034	0.0896	-2.27	0.0232		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	-0.0302	0.0972	-0.31	0.7562		
B:SEX2	-0.0026	0.1036	-0.02	0.9802		
C:SEX2	-0.0064	0.1025	-0.06	0.9500		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

^aGoF = 1 – $pchisq(RD, gl)$, RD=Desviància Residual

^bAIC=Criteri d'Informació d'Akaike

Al ajustar el model CSLBTM per a les preguntes del Bloc 3 tenim bona bondat d'ajust per a P7, P15 i P19 (veure GoF>0.05 a la taula 4.32). En aquest Bloc a diferència dels dos anteriors, es poden observar diferències entre homes i dones. De forma concreta per a cada pregunta, a la taula 4.32 es veu per a quins valors estimats per a les dones $Pr(> |z|) < 0.05$.

Per a la pregunta P7 l'estimació del coeficient del C per al grup d'homes no és significativament diferent de D ($Pr(> |z|) = 0.871 > 0.05$), és a dir els homes no distingeixen entre l'àrea "Objectes" i "Persones", mentre que el coeficient estimat per a l'ítem C, "Objectes", per a les dones és significativament diferent al dels homes i a la vegada diferent al coeficient estimat per D, "Persones". Es pot veure a la taula 4.36 que el coeficient del ítem C és de 4.135 unitats per els homes i de 1.956 unitats per a les dones en una mateixa escala d'interval positiva, i les seves probabilitats estimades són de 31.6% i 24.2% respectivament. Així, el patró de preferències per als homes és $D \simeq C > B > A$ i per les dones

$D > B > C > A$, per tant les dones prefereixen el "Llenguatge" als "Objectes" i els homes no.

A la pregunta P15 tots els coeficients estimats en el grup d'homes són significativament diferents de 0. Per l'opció C, es dona que el coeficient estimat pels homes és significativament diferent al estimat per les dones. Així, ens trobem que l'opció més preferida és la de les "Persones" per a homes i dones, la segona és també la mateixa per a ambdós, la "Números", però per els homes l'última alternativa és el "Llenguatge" i per les dones els "Objectes".

A la pregunta P19 del mateix Bloc3 s'observen diferències estadísticament significatives en les estimacions dels coeficients A i C entre els homes i les dones. En el patró de preferències coincideixen en l'opció més i menys preferida, D:"Persones", però pels homes la menys preferida és la B mentre aquesta és la segona més preferida per les dones. Així els patrons són per homes i dones, $D > A > C > B$ i $D > B > A > C$ respectivament. En ambdós grups la distància entre els 4 ítems i l'opció D és significativa.

Taula 4.32: Model Log-lineal CSLLBTM Preguntes Bloc 1, segons Sexe

P3	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.1465	0.0811	1.81	0.0708	0.002	216.856
B	-0.1524	0.0793	-1.92	0.0548		
C	-0.1587	0.0795	-2.00	0.0459		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	0.1689	0.0948	1.78	0.0749		
B:SEX2	0.0722	0.0909	0.79	0.4274		
C:SEX2	0.0379	0.0914	0.41	0.6784		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

Taula 4.32: Model Log-lineal CSLBTM Preguntes Bloc 3, segons Sexe
(Cont.)

P7	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF^a	AIC^b
A	-0.3015	0.0842	-3.58	0.0003	0.400	190.837
B	-0.2883	0.0837	-3.45	0.0006		
C	-0.0132	0.0812	-0.16	0.8711		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	-0.1251	0.0980	-1.28	0.2019		
B:SEX2	0.0574	0.0960	0.60	0.5500		
C:SEX2	-0.2905	0.0942	-3.08	0.0020		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

P11	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF^a	AIC^b
A	-0.8855	0.1302	-6.80	0.0000	0.001	189.960
B	-0.5125	0.1075	-4.77	0.0000		
C	-0.4118	0.1042	-3.95	0.0001		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	-0.2195	0.1574	-1.39	0.1632		
B:SEX2	-0.1350	0.1309	-1.03	0.3025		
C:SEX2	-0.4133	0.1311	-3.15	0.0016		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

P15	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF^a	AIC^b
A	-0.3671	0.0975	-3.77	0.0002	0.252	163.298
B	-0.6744	0.1107	-6.09	0.0000		
C	-0.5020	0.1017	-4.94	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	-0.1795	0.1190	-1.51	0.1314		
B:SEX2	-0.1930	0.1348	-1.43	0.1522		
C:SEX2	-0.3762	0.1277	-2.95	0.0032		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

Taula 4.32: Model Log-lineal CSLLBTM Preguntes Bloc 3, segons Sexe
(Cont.)

P19	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF^a	AIC^b
A	-0.3131	0.0864	-3.62	0.0003	0.065	189.759
B	-0.3890	0.0888	-4.38	0.0000		
C	-0.3131	0.0864	-3.62	0.0003		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	-0.2971	0.1068	-2.78	0.0054		
B:SEX2	-0.1887	0.1084	-1.74	0.0816		
C:SEX2	-0.3621	0.1078	-3.36	0.0008		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

P23	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF^a	AIC^b
A	-0.0526	0.0766	-0.69	0.4923	0.000	225.777
B	-0.1411	0.0777	-1.81	0.0695		
C	0.0059	0.0767	0.08	0.9389		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	-0.1247	0.0890	-1.40	0.1611		
B:SEX2	-0.0663	0.0901	-0.74	0.4618		
C:SEX2	-0.3906	0.0909	-4.30	0.0000		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

^aGoF = 1 – *pchisq*(RD, *gl*), RD=Desviància Residual

^bAIC=Criteri d'Informació d'Akaike

En el cas del Bloc 4, sobre els mètodes d'aprenentatge, el model CSLLBTM només ajusta bé per a les preguntes P16 i P24 (veure GoF > 0.05 a la taula 4.32). En ambdues preguntes no existeixen diferències significatives entre homes i dones. En el cas de la pregunta P16 s'observa que la distància entre els coeficients estimats és per a tots significativa, així el patró és $D > A > C > B$, per tant el mètode més preferit tant per homes com per dones és "Experiència", i el menys "Llegir". Per a la pregunta P24, entre els coeficients A i D, "Escoltar" i "Experiència" no es troben diferències ($(Pr(> |z|) = 0.181 > 0.05)$), essent les dues opcions

les més preferides.

Taula 4.33: Model Log-lineal CSLLBTM Preguntes Bloc 4, segons Sexe

P4	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.1315	0.0801	-1.64	0.1008	0.008	209.815
B	-0.2157	0.0811	-2.66	0.0078		
C	-0.3219	0.0842	-3.82	0.0001		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	0.1743	0.0920	1.89	0.0581		
B:SEX2	-0.1049	0.0939	-1.12	0.2643		
C:SEX2	0.1180	0.0955	1.24	0.2165		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

P8	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	-0.3581	0.1012	-3.54	0.0004	0.000	208.927
B	-0.8721	0.1290	-6.76	0.0000		
C	-0.4948	0.1053	-4.70	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	0.0525	0.1144	0.46	0.6465		
B:SEX2	0.0440	0.1465	0.30	0.7640		
C:SEX2	0.0975	0.1186	0.82	0.4112		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

P12	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF ^a	AIC ^b
A	0.1941	0.0799	2.43	0.0151	0.000	222.837
B	0.0437	0.0791	0.55	0.5809		
C	0.2753	0.0823	3.35	0.0008		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	0.0698	0.0925	0.75	0.4504		
B:SEX2	-0.0311	0.0914	-0.34	0.7339		
C:SEX2	0.1110	0.0959	1.16	0.2473		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

Taula 4.33: Model Log-lineal CSLBTM Preguntes Bloc 4, segons Sexe
(Cont.)

P16	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF^a	AIC^b
A	-0.1849	0.0849	-2.18	0.0294	0.084	196.100
B	-0.4728	0.0935	-5.06	0.0000		
C	-0.3298	0.0874	-3.77	0.0002		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	0.0283	0.0973	0.29	0.7711		
B:SEX2	-0.0840	0.1088	-0.77	0.4402		
C:SEX2	0.0574	0.0998	0.58	0.5653		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

P20	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF^a	AIC^b
A	-0.1466	0.0829	-1.77	0.0772	0.000	226.312
B	-0.4298	0.0906	-4.75	0.0000		
C	-0.2833	0.0847	-3.34	0.0008		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	-0.0934	0.0965	-0.97	0.3336		
B:SEX2	-0.1765	0.1074	-1.64	0.1003		
C:SEX2	-0.0595	0.0986	-0.60	0.5464		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

P24	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	GoF^a	AIC^b
A	-0.1312	0.0981	-1.34	0.1811	0.068	166.896
B	-0.8059	0.1263	-6.38	0.0000		
C	-0.5969	0.1107	-5.39	0.0000		
D	0.0000	–	–	–		
A:SEX2	-0.0156	0.1115	-0.14	0.8889		
B:SEX2	-0.0912	0.1471	-0.62	0.5354		
C:SEX2	0.1685	0.1240	1.36	0.1740		
D:SEX2	0.0000	–	–	–		

^aGoF = 1 – *pchisq*(RD, gl), RD=Desviància Residual

^bAIC=Criteri d'Informació d'Akaike

Un cop ajustats totes les preguntes per el model CSLBTM, es presenta a les taules 4.34, 4.35, 4.36 i 4.37, els coeficients estimats per a cada una de les preguntes i per homes i dones de forma separada. Recordem que un cop estimats els valors dels paràmetres, per tal d'obtenir les estimacions dels coeficients per a les dones, s'han sumat els valors trobats per a cada un dels ítems. Un cop calculats els coeficients, aquests es traslladen a una escala d'interval on tots els valors siguin positius, tal com s'ha indicat a la metodologia. Es presenten també en les mateixes taules les probabilitats associades a cada un dels ítems, tant per els homes com per les dones.

Taula 4.34: Coeficients i Probabilitats estimades, segons Sexe. Bloc 1

Homes			Dones		
P1			P1		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
B	5,371	39,614	B	5,596	44,853
A	3,457	27,011	A	2,422	23,773
C	1,915	19,844	C	0,664	16,728
D	0,000	13,531	D	0,000	14,646
P5			P5		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
B	7,933	42,602	B	9,220	46,355
A	5,439	25,869	A	6,417	26,462
C	4,811	22,813	C	4,979	19,850
D	0,000	8,716	D	0,000	7,333
P9			P9		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
D	3,352	32,084	B	3,667	29,584
B	3,221	31,257	D	3,352	27,775
C	1,050	20,247	C	2,185	21,993
A	0,000	16,412	A	1,869	20,649
P13			P13		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
B	12,248	40,377	B	15,465	44,788
A	11,166	32,522	A	13,423	29,773
C	9,566	23,615	C	12,221	23,408
D	0,000	3,486	D	0,000	2,032
P17			P17		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
B	4,874	32,139	B	6,748	42,803
A	4,545	30,093	A	3,883	24,136
D	3,411	23,989	D	3,411	21,960
C	0,639	13,779	C	0,000	11,101
P21			P21		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
B	7,549	48,879	B	8,245	50,343
A	4,993	29,319	A	5,260	27,712
C	0,092	11,001	C	1,185	12,267
D	0,000	10,801	D	0,000	9,679

Taula 4.35: Coeficients i Probabilitats estimades, segons Sexe. Bloc 2

Homes			Dones		
P2			P2		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
B	8,833	49,543	B	7,502	45,213
A	5,197	23,943	A	4,586	25,234
D	3,289	16,348	D	3,289	19,469
C	0,913	10,166	C	0,000	10,085
P6			P6		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
B	6,735	46,044	B	5,585	41,723
A	2,906	21,409	D	2,707	23,460
D	2,707	20,573	A	2,037	20,519
C	0,000	11,973	C	0,230	14,297
P14			P14		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
C	2,937	32,005	C	2,722	31,793
B	1,955	26,300	B	1,632	25,564
A	1,479	23,908	A	1,356	24,196
D	0,000	17,787	D	0,000	18,447
P18			P18		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
A	5,353	41,310	A	5,418	45,402
B	2,689	24,246	B	1,516	20,802
C	1,797	20,284	C	0,911	18,434
D	0,000	14,160	D	0,000	15,362
P22			P22		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
B	5,745	38,414	B	5,719	39,058
A	4,628	30,726	A	4,327	29,564
D	2,099	18,527	D	2,099	18,935
C	0,064	12,333	C	0,000	12,444

Taula 4.36: Coeficients i Probabilitats estimades, segons Sexe. Bloc 3

Homes			Dones		
P7			P7		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
D	4,266	32,437	D	4,266	38,448
C	4,135	31,593	B	1,956	24,224
B	1,383	18,222	C	1,230	20,948
A	1,251	17,748	A	0,000	16,380
P15			P15		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
D	8,782	47,486	D	8,782	59,373
A	5,111	22,789	A	3,316	19,898
C	3,762	17,400	B	0,108	10,476
B	2,038	12,325	C	0,000	10,252
P19			P19		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
D	6,752	39,548	D	6,752	53,500
A	3,621	21,143	B	0,975	16,848
C	3,621	21,143	A	0,650	15,789
B	2,862	18,165	C	0,000	13,863

Taula 4.37: Coeficients i Probabilitats estimades, segons Sexe. Bloc 4

Homes			Dones		
P16			P16		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
D	5,568	38,515	D	5,568	37,887
A	3,719	26,609	A	4,002	27,699
C	2,271	19,916	C	2,844	21,973
B	0,840	14,960	B	0,000	12,440
P24			P24		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
D	8,971	44,019	D	8,971	42,801
A	7,659	33,857	A	7,503	31,911
C	3,002	13,341	C	4,687	18,171
B	0,912	8,783	B	0,000	7,116

A la següent taula 4.38, es mostre a mode de resum quin o quins dels dos models LLBTM i CSLLBTM (Sexe) ajusta bé per a cada una de les 24 preguntes.

Taula 4.38: Ajust models LLMBT i CSLLMBT

		LLBTM ajusta?		
		No	Si	
CSLLBTM ajusta?	No	Bloc 1		
		Bloc 2	P10	
		Bloc 3	P3, P11 i P23	
		Bloc 4	P4, P8, P12 i P20	
	Si	Bloc 1	P9 i P13	P1, P5, P17 i P21
		Bloc 2	P6	P2, P14, P18 i P22
		Bloc 3	P19	P7 i P15
		Bloc 4	P16 i P24	

Per a les preguntes que els dos models ajusten bé (veure taula 4.38 de la pàgina 241), es realitza el test de la desviància del models log-lineals generals corresponents. Recordem que en aquest test l'estadístic segueix una distribució χ^2 . Els resultats obtinguts a la taula 4.39 mostren que per a totes les preguntes el p-valor del test de la desviància és no significatiu (>0.05). En conseqüència el model que millor ajusta és LLBTM, per tant la variable sexe no explica millor el patró de preferències. Així també si observem en la mateixa taula el índex AIC (Criteri d'informació d'Akaike) ens condueix als mateixos resultats.

Taula 4.39: Test Desviància pels models LLBTM i CSLLBTM

		GoF	Deviance.Res	Test Dev	AIC
Bloc 1	P1	0,124603	27,39155		116,44
		0,391962	41,81436		181,37
			14,42281	0,808	

Taula 4.39: Test Desviància pels models LLBTM i CSLLBTM (Cont.)

		GoF	Deviance.Res	Test Dev	AIC
Bloc 1	P5	0,082223	29,289		116,44
		0,108586	51,30244		181,37
			22,01344	0,340	
		GoF	Deviance.Res	Test Dev	AIC
Bloc 1	P17	0,221069	24,504		116,44
		0,295075	44,301		181,37
			19,797	0,471	
		GoF	Deviance.Res	Test Dev	AIC
Bloc 1	P21	0,33748	22,056		116,44
		0,641044	36,222		181,37
			14,166	0,822	
		GoF	Deviance.Res	Test Dev	AIC
Bloc 2	P2	0,149835	26,503		116,44
		0,361418	42,561		181,37
			16,058	0,713	
		GoF	Deviance.Res	Test Dev	AIC
Bloc 2	P14	0,166805	25,97		116,44
		0,070571	53,849		181,37
			27,879	0,112	
		GoF	Deviance.Res	Test Dev	AIC
Bloc 2	P18	0,202006	24,985		116,44
		0,201334	47,221		181,37
			22,236	0,328	
		GoF	Deviance.Res	Test Dev	AIC
Bloc 2	P22	0,320095	22,383		116,44
		0,435771	40,785		181,37
			18,402	0,561	

Taula 4.39: Test Desviància pels models LLBTM i CSLBTM (Cont.)

		GoF	Deviance.Res	Test Dev	AIC
Bloc 3	P7	0,496043	19,399		116,44
		0,40005	41,621		181,37
			22,222	0,329	
		GoF	Deviance.Res	Test Dev	AIC
Bloc 3	P15	0,339643	22,016		116,44
		0,251695	45,564		181,37
			23,548	0,263	

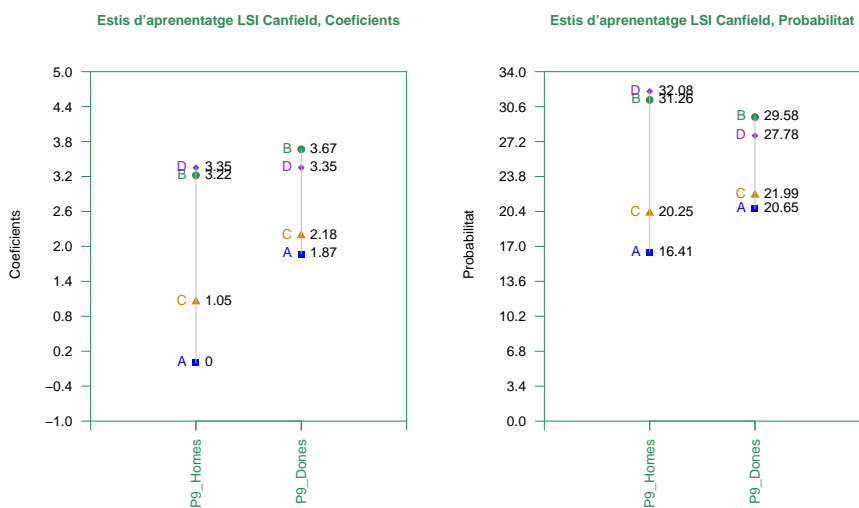
Per una altre banda veiem a la taula 4.38 que per a les preguntes P9 i P13 del Bloc 1, P6 del Bloc 2, P19 del Bloc 3 i P16 i P24 del Bloc 4, el model LLBTM no s’ajustava bé, però si ho fa el model CSLBTM amb variable qualitativa sexe. Els coeficients estimats, i les probabilitats associades a aquestes preguntes es poden veure a les taules 4.34, 4.35, 4.36 i 4.37 segons el Bloc on pertanyi la pregunta i també a les figures 4.7, 4.8(a), 4.8(b) i 4.9. El patró comú, per a cada una d’aquestes preguntes és el comentat en els resultats de l’ajust CSLBTM i que es veu de forma resumida a la taula 4.40.

Observar que per aquestes preguntes a excepció de la P19 entre homes i dones, el patró de preferències és el mateix, però la diferència entre aquests rau en la posició de l’opció en l’escala continua d’interval subjacent al ranking establert és adir a la distància entre les 4 opcions.

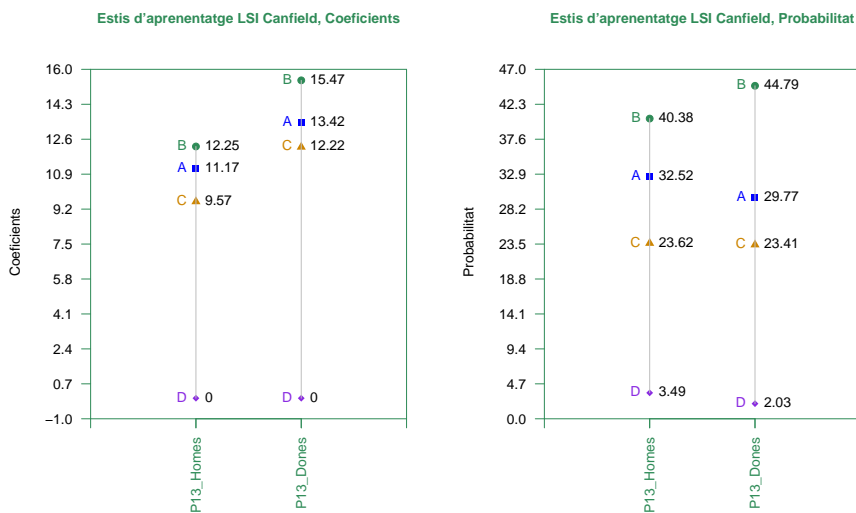
Per a la pregunta P19 del Bloc 3, en la que se’ls demana ”Què els agradaria fer si fossin membres d’un club”. En el cas de les dones, la probabilitat de que sigui escollida com a primera opció l’alternativa D:

”Acollir els nous membres i ajudar-los a integrar-se” és del 53.5% mentre que pels homes és del 39.6%. Aleshores la distància entre D i les altres tres opcions és més gran pel cas de les dones que pels homes (veure figura 4.8(b) de la pàgina 246). Així també es pot veure en aquestes figures, com les dones no discriminen entre les opcions A, B i C i els homes no ho fan entre les opcions C i A, mentre aquests si situen en última posició l’opció B:”Fer les actes de les reunions portar la correspondència”.

Per aquestes preguntes en les que el model que ajusta bé és CLSLLBTM representem els coeficients estimats i les probabilitats associades a cada opció en les figures 4.7, 4.8(a), 4.8(b) i 4.9 de la pàgina 245 a la 247.

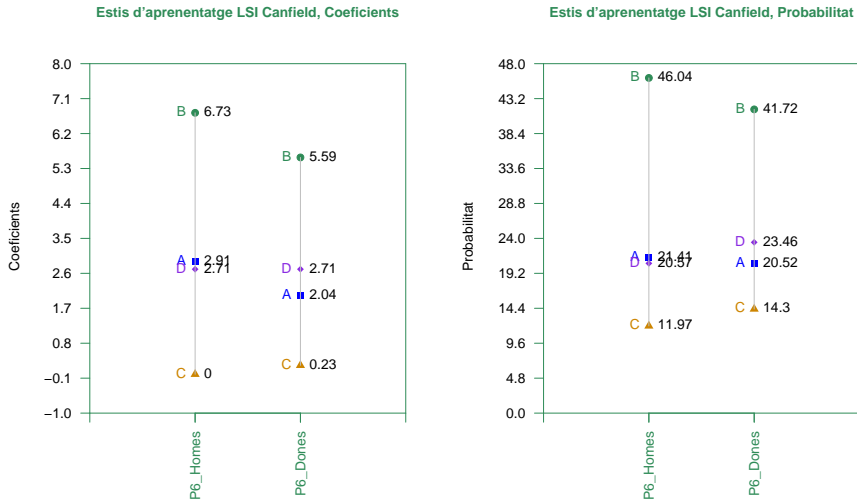


(a) Pregunta 9

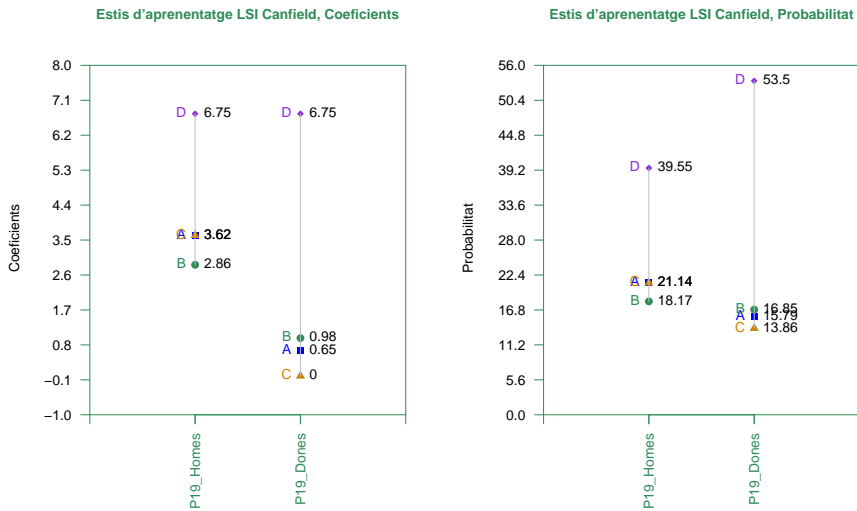


(b) Pregunta 13

Figura 4.7: Gràfic del perfil de les preferències d'aprenentatge dels estudiants de medicina, segons covariable sexe Preguntes del Bloc 1.

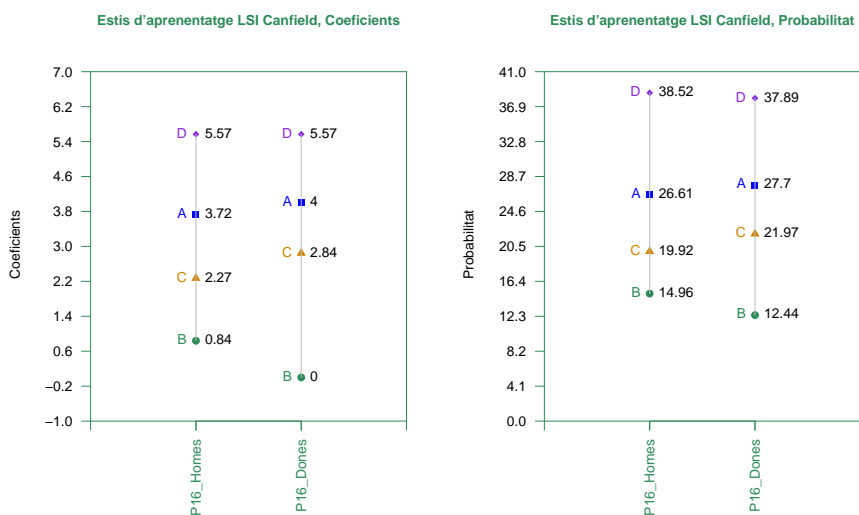


(a) Bloc 2

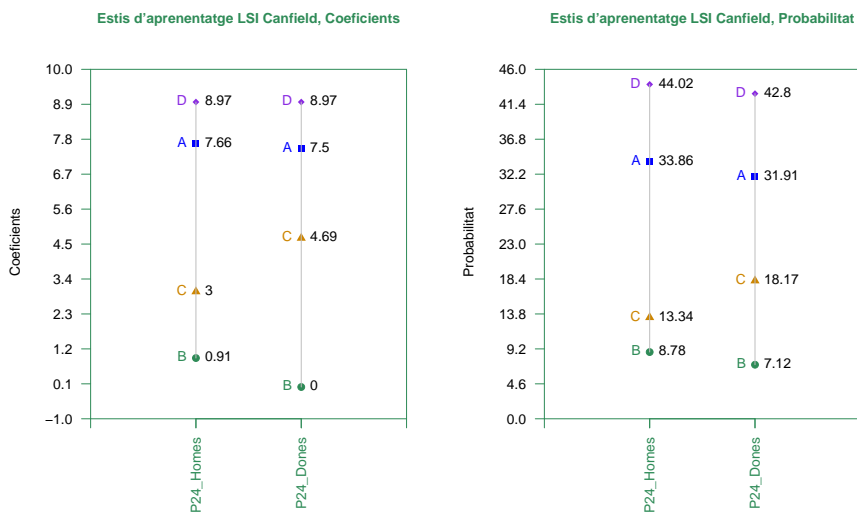


(b) Bloc 3

Figura 4.8: Gràfic del perfil de les preferències d'aprenentatge dels estudiants de medicina, segons covariable sexe Preguntes del Bloc 2 i Bloc 3.



(a) Pregunta 16



(b) Pregunta 24

Figura 4.9: Gràfic del perfil de les preferències d'aprenentatge dels estudiants de medicina, segons covariable sexe Preguntes del Bloc 4.

Per últim comentar que per a les preguntes P10 del Bloc 2, P3, P11 i P23 del Bloc 3 i P4, P8, P12 i P20 del Bloc 4 cap dels dos models ajusta bé. No ens trobem en cap pregunta que el model LLBTM ajusti bé i no ho faci pel model CSLLBTM.

A la taula que segueix, taula 4.40, podem veure de el patró final per a cada una de les preguntes del test CLSI-Canfield segons el model que millor ajusta, i tenint en compte les distàncies establertes entre els coeficients estimats tal i com s'ha anat veient en cada una de les taules i gràfics respectius.

Taula 4.40: Perfil de preferències dels alumnes de nou ingrés de medicina, segons Sexe. (Bradley-Terry)

Bloc 1	Homes	Dones	Bloc 2	Homes	Dones
P1		$D < C < A < B$	P2		$C < D < A < B$
P5		$D < C < A < B$	P6	$C < D \simeq A < B$	$C < A < D < B$
P9	$A < C < B \simeq D$	$A < C < D \simeq B$	P10		No s'ajusta
P13	$D < C < A < B$	$D < C < A < B$	P14		$D < A < B < C$
P17		$C < D < A < B$	P18		$D < C < B < A$
P21		$D < C < A < B$	P22		$C < D < A < B$

Bloc 3	Homes	Dones	Bloc 4	Homes	Dones
P3		No s'ajusta	P4		No s'ajusta
P7		$A < B < C < D$	P8		No s'ajusta
P11		No s'ajusta	P12		No s'ajusta
P15		$B < C < A < D$	P16	$B < C < A < D$	$B < C < A < D$
P19	$B < C \simeq A < D$	$C \simeq A \simeq B < D$	P20		No s'ajusta
P23		No s'ajusta	P24	$B < C < A < D$	$B < C < A < D$

Altres variables, característiques dels individus, recollides van estar les notes de Batxillerat, Selectivitat, Final i si havien cursat física al Batxillerat i si se'n van examinar a la selectivitat. Respecte a aquestes variables, no s'han ajustat les dades de cada una de les preguntes amb les extensions NSLLBTM i CSLLBTM que incorporen covariables quantitatives o qualitatives respectivament, degut a que per aquest grup d'estudiants les notes de tall tenen molt poca variabilitat i tots ells han cursat física donat els estudis que han escollit.

4.7.4 Resultats per Blocs del test CLSI-Canfield (RMLLBTM)

En aquest tercer apartat, tal i com ja s'ha comentat a material i mètodes per aquest estudi (veure 4.7.1), s'aplica l'extensió RMLLBTM del model LLBTM. És a dir es consideren les 6 preguntes d'un mateix Bloc, com a la comparació respecte 6 atributs diferents de les mateixes 4 opcions fetes totes elles pels mateixos individus. Estem en les condicions del model RMLLBTM en el cas de múltiples respostes (Veure apartat 4.4.2).

Els resultats que es mostren en aquest apartat han estat obtinguts imposant les restriccions que s'han exposat a material i mètodes per aquest estudi (veure 4.7.1), és a dir considerant en cada Bloc només aquelles preguntes per a les que el model LLBTM ajusta bé.

En primer lloc mostrem a la taula 4.41, quines son les preguntes incloses en cada un dels Blocs i els valors del test de la desviància. En aquest tests s'avalua si en el model RMLLBTM les dades s'ajusten millor quan els paràmetres que representen a les dependències són tots 0 (en aquest cas el model seria el equivalent a LLMBT), o quan algun d'aquests paràmetres és significativament diferent de 0 (veure equacions (4.66)). Observem que pel Bloc 4, no s'ajusta ja que cap de les preguntes s'ajustava bé pel model LLBTM.

Taula 4.41: Test de la Desviància per comparar els models de múltiples respostes amb i sense dependència entre aquestes.

Bloc	Preguntes	gll	Dif Desv	p-valor
Bloc 1	P1, P5, P17, P21	6	23,581	0,000
Bloc 2	P2, P4, P18, P22	6	97,222	0,000
Bloc 3	P3, P15	6	36,713	0,000

Tal com es pot veure a la taula 4.41, per els tres Blocs el model que millor s'ajusta és el model que contempla els paràmetres que representen la

dependència entre les diferents repeticions. És a dir que els rankings per a less preguntes d'un mateix Bloc no s'han establert de forma independent unes respecte les altres sinó que a l'hora de contestar una pregunta els estudiants s'han vist condicionats per allò que havien respost en les altres del mateix Bloc.

Així doncs, a les taules 4.42, 4.44 i 4.46 mostrem les estimacions obtingudes per a cada un dels Blocs sota el model RMLLBTM amb paràmetres de les dependències diferents a 0. En aquesta taula s'indiquen les estimacions dels coeficients de cada una de les quatre opcions per a cada una de les preguntes del Bloc, i les estimacions "Comp*IT**" que corresponen als coeficients de les dependències (són els paràmetres β de l'equació (4.66) del model RMLLBTM vist l'apartat 4.4.2). així mateix s'indica en l'última columna, P, el p-valor que indica si el coeficient corresponent és significatiu, que en el cas de les dependències ens diuen entre quines preguntes hi ha relació.

Pel Bloc 1 es pot veure que els coeficients estimats tenint en compte les dependències fan que per a la pregunta P1 l'opció C no sigui significativament diferent de la D, per la P17 les opcions A, B i D no es discriminin entre elles estant totes tres com a les opcions més preferides amb distància a C. En canvi per a les preguntes P5 i P21 es troba una distància significativament diferent a D per a totes les altres tres opcions. Si s'observen les dependències, els paràmetres que són significativament diferents de 0 ens indiquen per aquest Bloc 1 les següents relacions. Quan es fa el ranking de la pregunta p1 està relacionat amb el que es fa a la pregunta P5 per a les comparacions entre A i B, i entre A i C. També hi ha una relació entre la comparació d'A amb B per a les preguntes P17 i P21. Així, s'estableix una relació l'opinió que tenen respecte a "Les classes favorites", i "Aquells canvis que millorarien l'experiència escolar", i una relació entre les seves preferències respecte a les "Classes que no els agradaven" i "Les idees que creuen importants per a una classe". Els coeficients estimats un cop traslladats a una escala d'interval en la que tots els valors siguin positius, i les probabilitats associades per aquest

Bloc es poden veure a la taula 4.43 i a la figura 4.10.

Taula 4.42: Model Log-lineal Respostes múltiples. Bloc 1

Bloc 1		Estimate	St. Error	z value	P
P1	A	0,168	0,061	2,760	0,006
	B	0,366	0,073	5,021	0,000
	C	0,025	0,058	0,426	0,670
	D	0,000			
P5	A	0,569	0,063	9,042	0,000
	B	0,719	0,076	9,467	0,000
	C	0,462	0,065	7,386	0,000
	D	0,000			
P17	A	0,010	0,073	0,142	0,887
	B	0,067	0,089	0,751	0,453
	C	-0,326	0,069	-4,703	0,000
	D	0,000			
P21	A	0,510	0,054	9,359	0,000
	B	0,741	0,066	11,220	0,000
	C	0,120	0,054	2,221	0,026
	D	0,000	0,077		
Comp1:IT12		0,224	0,073	2,909	0,004
Comp2:IT12		0,203	0,089	2,786	0,005
Comp3:IT12		0,099	0,093	1,113	0,266
Comp4:IT12		0,107	0,135	1,145	0,252
Comp5:IT12		0,366	0,080	2,710	0,007
Comp6:IT12		0,028	0,074	0,338	0,735
Comp1:IT23		0,125	10,074	1,683	0,092
Comp2:IT23		-0,059	0,080	-0,737	0,461
Comp3:IT23		0,110	0,103	1,071	0,284
Comp4:IT23		-0,047	0,093	-0,503	0,615
Comp5:IT23		0,181	0,135	1,339	0,181
Comp6:IT23		-0,054	0,088	-0,619	0,536
Comp1:IT34		0,152	0,074	2,046	0,041
Comp2:IT34		0,038	0,088	0,430	0,667
Comp3:IT34		0,231	0,121	1,912	0,056
Comp4:IT34		0,079	0,087	0,905	0,366
Comp5:IT34		0,143	0,122	1,179	0,238
Comp6:IT34		0,025	0,076	0,325	0,745

Taula 4.43: Coeficients i Probabilitats estimades amb el Model RMLLBTM.
Bloc 1.

BLOC 1					
P1			P5		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
B	6,920	37,622	B	10,447	38,819
A	4,935	25,292	A	8,948	28,763
C	3,504	18,999	C	7,873	23,200
D	3,258	18,086	D	3,258	9,218

P17			P21		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
B	3,930	31,034	B	10,678	46,641
A	3,362	27,698	A	8,362	29,349
D	3,258	27,129	C	4,455	13,435
C	0,000	14,140	D	3,258	10,575

Per a les 4 preguntes del Bloc 2, es veu a la taula 4.44 que els paràmetres que representen les dependències entre les respostes a les diferents preguntes d'aquest Bloc són significatius gairebé tots. Així, els estudiants al establir l'ordenació de les opcions: "Professor", "Detalls", "Independència" i "Autoritat". per a cada una de les preguntes incloses en aquest model, no ho fan de forma independent. observem que les preguntes P2, P14, P18 i P22, els demanen que prioritzin les 4 condicions d'aprenentatge segons "El tipus de professors que els agraden", "El que és important que aprengui una persona que vol ser professor", "Els professors que els van ajudar més" i "Les coses que els desagraden d'una classe" respectivament. A la taula 4.45 i a la figura 4.11 (pàgina 257), es veuen els coeficients estimats i les probabilitats associades per a cada una d'aquestes preguntes si es té en compte la dependència. Així per a les preguntes P2 i P22 la condició més escollida és la que es fixa en els detalls i l'última és la que suposaria un aprenentatge autònom. Però per a la P22 no discriminen entre si prefereixen tenir "Autoritat" o els "Professors", si ho fan per a la P2 situant per davant els "Professors".

Per a la pregunta P14, l'opció menys preferida és la dels "Professors", en canvi per a la Pregunta P18 és justament el contrari, és la més preferida amb un 49,8% de probabilitat d'ésser escollida.

Taula 4.44: Model Log-lineal Respostes múltiples. Bloc 2

Bloc 2		Estimate	St. Error	z value	P
P2	A	0,122	0,046	2,615	0,009
	B	0,463	0,053	8,789	0,000
	C	-0,366	0,057	-6,421	0,000
	D	0,000			
P14	A	-0,175	0,071	-2,456	0,014
	B	0,011	0,062	0,175	0,861
	C	0,379	0,069	5,471	0,000
	D	0,000			
P18	A	0,573	0,068	8,246	0,000
	B	0,006	0,056	0,102	0,919
	C	0,072	0,060	1,197	0,231
	D	0,000			
P22	A	0,089	0,055	1,616	0,106
	B	0,345	0,052	6,617	0,000
	C	-0,248	0,050	-4,913	0,000
	D	0,000			
Comp1:IT12		0,163	0,077	2,129	0,033
Comp2:IT12		0,137	0,089	1,543	0,123
Comp3:IT12		0,357	0,119	2,994	0,003
Comp4:IT12		0,384	0,076	5,032	0,000
Comp5:IT12		0,109	0,084	1,304	0,192
Comp6:IT12		0,006	0,084	0,072	0,943
Comp1:IT23		0,394	0,092	4,297	0,000
Comp2:IT23		0,460	0,108	4,246	0,000
Comp3:IT23		0,172	0,073	2,362	0,018
Comp4:IT23		0,332	0,099	3,346	0,001
Comp5:IT23		0,098	0,073	1,349	0,177
Comp6:IT23		0,298	0,080	3,709	0,000
Comp1:IT34		0,187	0,084	2,214	0,027
Comp2:IT34		0,313	0,091	3,428	0,001
Comp3:IT34		0,308	0,099	3,118	0,002
Comp4:IT34		0,200	0,092	2,168	0,030
Comp5:IT34		0,213	0,080	2,649	0,008
Comp6:IT34		0,149	0,075	1,989	0,047

Taula 4.45: Coeficients i Probabilitats estimades amb el Model RMLLBTM. Bloc 2.

BLOC 2					
P2			P14		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
B	8,290	47,809	C	7,444	43,884
A	4,874	24,147	B	3,768	21,039
D	3,659	18,935	D	3,659	20,584
C	0,000	9,109	A	1,905	14,494

P18			P22		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
A	9,394	49,860	B	7,112	41,580
C	4,378	18,286	A	4,547	24,889
B	3,716	16,019	D	3,659	20,841
D	3,659	15,836	C	1,178	12,690

Per a les preguntes del Bloc 3 es mostren les estimacions sota el model RMLLBTM a la taula 4.46. En aquest Bloc només tenim dues repeticions, P7 i P15, per a les que s'obté una dependència entre les respostes quan confronten A amb D ó C amb D. A la taula 4.47 i a la figura 4.12 (pàgina 258) es donen els coeficients estimats i les probabilitats associades a cada ítem i pregunta tenint en compte la dependència. Així, per a la P7: "Amb què t'ho passes més bé", amb una probabilitat del 40.2% l'opció més preferida és l'A: "Números", mentre que els estudiants no discriminen entre les altres tres àrees d'aprenentatge. En canvi a la pregunta P15 la distància entre cada una de les 4 àrees és significativa, essent la més preferida la D: "Persones" i la menys la B: "Llenguatge".

Taula 4.46: Model Log-lineal Respostes múltiples. Bloc 3

Bloc 3		Estimate	St. Error	z value	P
P7	A	0,409	0,075	5,482	0,000
	B	0,131	0,078	1,684	0,092
	C	0,035	0,074	0,470	0,638
	D	0,000			
P15	A	-0,669	0,074	-9,086	0,000
	B	-0,815	0,074	-10,966	0,000
	C	-0,756	0,072	-10,537	0,000
	D	0,000			
Comp1:IT12		0,420	0,087	4,818	0,000
Comp2:IT12		0,428	0,089	4,799	0,000
Comp3:IT12		0,055	0,069	0,801	0,423
Comp4:IT12		0,240	0,101	2,382	0,017
Comp5:IT12		0,333	0,117	2,853	0,004
Comp6:IT12		0,090	0,108	0,832	0,405

Taula 4.47: Coeficients i Probabilitats estimades amb el Model RMLLBTM. Bloc 3.

BLOC 3					
P7			P15		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
A	12,233	40,183	D	8,146	59,551
B	9,453	23,048	A	1,458	15,632
C	8,495	19,026	C	0,589	13,139
D	8,146	17,744	B	0,000	11,678

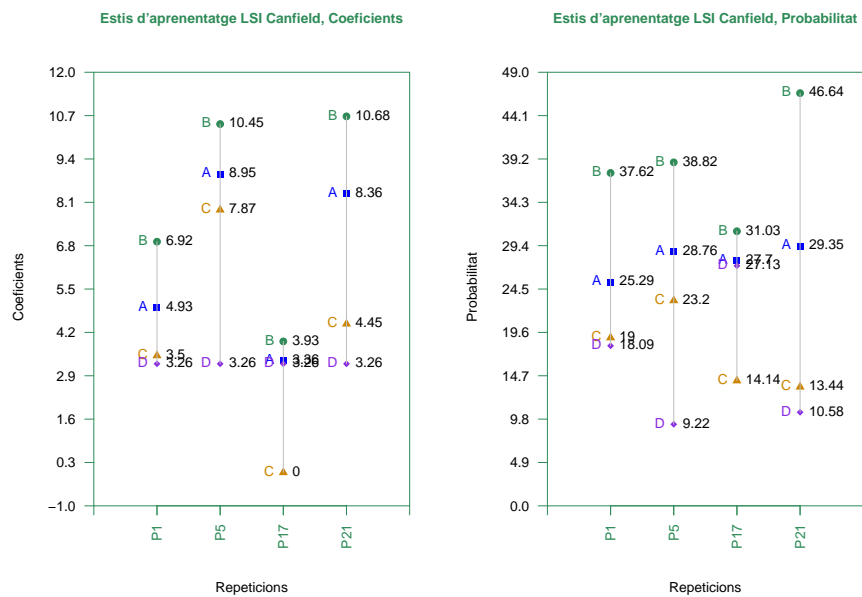


Figura 4.10: Perfil de les preferències d'aprenentatge dels estudiants. Respostes múltiples. Bloc 1

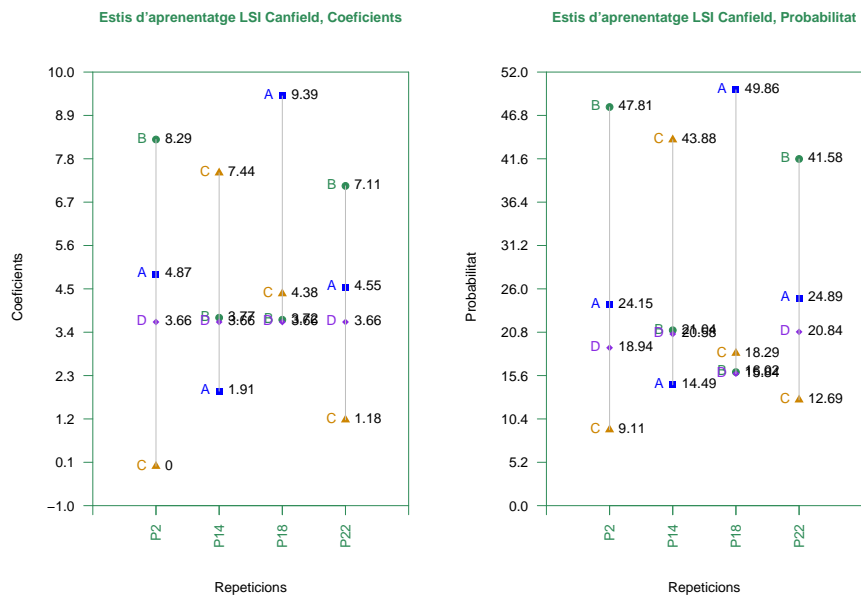


Figura 4.11: Perfil de les preferències d'aprenentatge dels estudiants. Respostes múltiples. Bloc 2

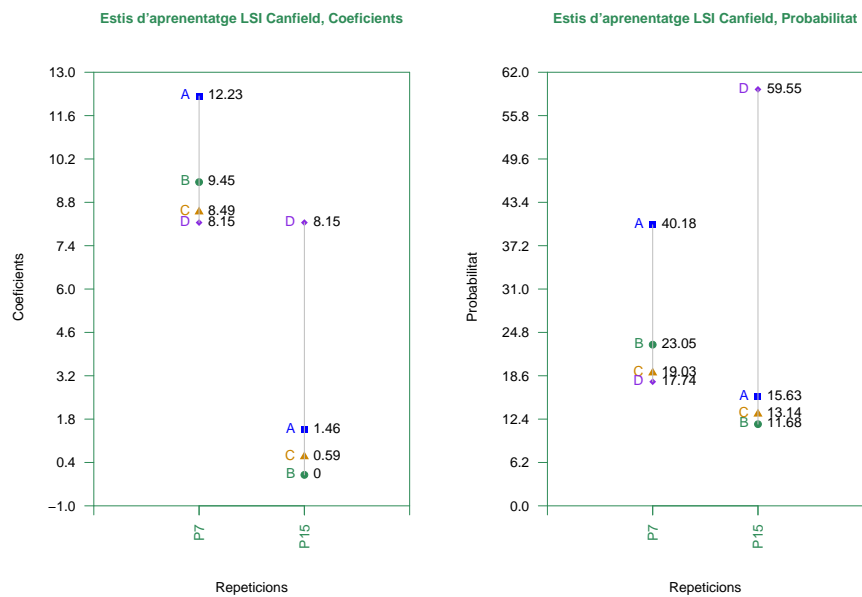


Figura 4.12: Perfil de les preferències d'aprenentatge dels estudiants. Respostes múltiples. Bloc 3

Després dels resultats vistos en cada un dels tres apartats no s'observa en cap dels Blocs un patró comú a totes les preguntes que el conformen, ni quan s'ajusten les dades per LLBTM, ni per CSLLBTM ni per RMLLBTM. Tot i que si que pel Bloc 1 si és així per a la majoria d'elles. Això ens fa pensar en la validació del test CLSI-Canfield per estudiants universitaris o pre-universitaris. Una altre observació és la complexitat del test, en els sentit que es demana a l'estudiant que faci 24 ordenacions per a cada una del les 24 preguntes, que per altre banda algunes d'elles semblen repetitives, i fins i tot deixen de tenir sentit per aquest perfil d'estudiant, sobretot en l'EESS. Només amb els resultats obtinguts per a cada una de les preguntes ens portaria a pensar en reduir i adaptar el qüestionari. El problema d'haver d'ordenar 24 cops ens fa pensar que es podria produir el mateix efecte que passa quan el nombre d'ítems a ordenar és gran, tal i com citen varis autors. Aquests mencionen, que des d'un punt de vista psicològic, l'esgotament fa que l'individu respongui sense reflexionar, i per tant les respostes tendeixen a donar perfils en que totes les opcions tinguin la mateixa probabilitat, o sense sentit [40,41,53].

4.8 Estudi Activitats d'Aprenentatge Autònom (Aproximació de Bradley-Terry)

Un dels elements importants de la implementació de l'EEES és "l'ensenyament centrat en l'alumne com a subjecte actiu" envers "un ensenyament centrat en els continguts" dels anteriors paradigmes dels estudis universitaris. Conseqüentment, aquest canvi implica un canvi en les metodologies educatives, passant a centrar-se en activitats que tinguin com a objectiu potenciar la capacitat d'aprendre de l'alumne en escenaris on ell és el protagonista. Així doncs les activitats d'aprenentatge autònom^a, juguen un paper important. Aquestes són un tipus d'activitats que ens donen una possible plataforma per assolir l'èxit en l'aprenentatge des d'aquesta nova perspectiva, tot i no ser aquestes les úniques possibles. En aquest estudi, ens volem centrar en aquestes com a activitats que potencien l'aprenentatge autònom, fomentant la teoria del constructivisme que col·loca a l'estudiant com a centre del seu aprenentatge [263, 264].

A més, la incorporació de les Tecnologies de la Informació i Comunicació (TIC) en l'entorn de l'educació faciliten la introducció de les activitats d'aprenentatge autònom, sobretot en un entorn universitari en que l'alumne té un cert nivell de domini de l'ordinador. Una altre avantatge és el fet de que l'ús d'aquestes s'apropa a una realitat professional cada dia més i més visible en tots els àmbits professionals, i és obligació, per tant, de les institucions educatives preparar al futur professional a aquests canvis en les metodologies i eines de treball. És evident però, que no és una qüestió de conèixer i controlar l'espai virtual, és una qüestió que va més enllà proposant nous horitzons de treball i de relació. Aquestes estant en continu canvi, abraçant cada vegada un ventall més ampli d'ús en tots

^aS'entén com a activitats d'aprenentatge autònom aquelles activitats proposades per el professor i que l'alumne ha de realitzar de forma autònoma per assolir el coneixement mínim de les assignatures, ja sigui de forma individual o en grup

els nivells i tipus de sortides professionals. Hi ha una clara tendència a demanar al professional que les usi i en faci un aprenentatge autònom, per tant doncs, és important que l'alumne adquireixi la capacitat d'auto-aprendre i de fer-ho amb aquests mitjans, fent integradores aquestes dues competències [265, 266].

En graus que condueixen a títols amb una component pràctica gran, com són en general les de la branca de ciències de la salut i en concret el grau de fisioteràpia (el cas que ens ocupa i interessa), aquestes són activitats clarament útils sempre i quan el professor conegui com treballar-les de forma explícita. És a dir, sàpiga com a través de les TIC i les activitats d'aprenentatge autònom pot treballar certs tipus de competències, de tal forma que aquestes permetin a l'alumne aprendre per si mateix, amb un procés d'adquisició de coneixement, habilitats, valors i actituds. En aquest context cal entendre que per a què aquestes activitats funcionin part de la informació la haurà facilitat el professor i la resta l'alumne és el responsable d'obtenir-la. Així doncs durant el curs 2009/10, curs en el que es va implementar el grau de Fisioteràpia a la Universitat Internacional de Catalunya, es dissenyaren, per part de la professora Luciana Moizé, activitats d'aquest tipus per a les assignatures de Cinesiteràpia 1 i Valoració en Fisioteràpia 1. Aquestes s'imparteixen el primer semestre primer curs del grau, assignatures de caràcter totalment pràctic, en les que es volia treballar específicament les competències següents:

- Desenvolupar les capacitats per a realitzar un aprenentatge autònom
- Treballar amb responsabilitat, la qual cosa suposa ésser capaç de fer front a les activitats del seu lloc de treball sense necessitat d'una estricta supervisió
- Mantenir una actitud d'aprenentatge i millora
- Saber elaborar i complimentar de manera sistemàtica la història clínica de fisioteràpia completa, on es registre de manera adient i

eficaç tots les passes seguides des de la recepció del pacient/usuari fins l'informe a l'alta de fisioteràpia

- Ésser capaç de determinar el diagnòstic en fisioteràpia d'acord amb les normes reconegudes internacionalment i amb els instruments de validació internacionals
- Desenvolupar la capacitat per organitzar i dirigir equips de treball de manera efectiva i eficient
- Conèixer els procediments de fisioteràpia basats en mètodes i tècniques específics d'actuacions de fisioteràpia a aplicar a les diferents patologies de tots els aparells i sistemes, i a totes les especialitats de medicina i cirurgia, així com a la promoció i conservació de la salut, i a la prevenció de la malaltia
- Saber dissenyar i aplicar els procediments de cinesiteràpia, mobilització, manipulació, masoteràpia, teràpia manual, osteopatia, quiropràxia i totes les altres tècniques manuals.
- Ésser capaç d'establir i aplicar el tractament en grups a usuaris amb problemes similars

Per la qual cosa, el professorat d'aquests estudis ens proposarem, amb el disseny d'aquestes assignatures i la implantació del grau a primer curs realitzar un estudi que té com a objectiu principal, conèixer la percepció dels alumnes, abans i després de cursar les dues assignatures mencionades, respecte a quins aspectes consideren ells que les activitats d'aprenentatge autònom proposades els afavorirà més a l'hora d' assolir amb més èxit els resultats d'aprenentatge de les assignatures.

4.8.1 Material i mètodes: Estudi d'Activitats d'Aprenentatge Autònom

Per tal de poder donar resposta a l'objectiu marcat es va realitzar un estudi amb un disseny mixt. Una part de l'estudi tenia un disseny qualitatiu mitjançant una sèrie d'entrevistes estructurades, part que no desenvoluparem ni en mostrarem els resultats aquí (es poden veure en el treball de Fi de màster que té per autora principal a Luciana Moizé [267]). En una segona part de l'estudi, objecte d'aquest exemple, es fa el seguiment d'una cohort d'estudiants de primer curs del grau de Fisioteràpia, als que es passa un qüestionari en dues ocasions, tal i com a continuació exposem.

La població de l'estudi eren els estudiants de primer curs del grau de Fisioteràpia de la universitat Internacional de Catalunya, per tant una població total que constava de 83 alumnes matriculats. A aquests, abans d'iniciar el semestre, a una sessió informativa, aprofitant l'inici del curs, se'ls va explicar l'estudi i se'ls va demanar la seva participació de forma voluntària i independent a les assignatures afectes.

Als alumnes participants a l'estudi, se'ls passà un primer qüestionari (Veure Annex [A.3.1](#)) abans d'iniciar les dues assignatures i un altre (Veure Annex) al finalitzar-les i previ a l'avaluació. Per tal de mantenir l'anonimat dels alumnes es va establir un sistema de codificació que corresponia a les últimes 3 xifres del DNI seguit de les inicials dels dos cognoms. En els dos qüestionaris la pregunta d'interès per respondre a l'objectiu de l'estudi, es va formular de tal forma que la resposta de l'alumne donava lloc a observacions de tipus ranking (preguntes 4 i 2 respectivament). En concret la pregunta els demanava que ordenessin quatre aspectes, segons ells consideressin que aquests els aportaven més o menys per tal d'aconseguir l'èxit en els seus estudis. Els aspectes que es donaven com a alternatives són:

- **A.**Consolidar els coneixements estudiats en classe
- **B.**Adquirir coneixements nous (obtenir informació nova no exposada a classe)
- **C.**Ampliar els coneixements estudiats a classe (complementar els temes exposats a classe)
- **D.**Adquirir habilitat pràctica

D'aquests quatre aspectes, no es pretenia conèixer la valoració que en feien els alumnes de cada un d'ells. És adir no teníem com a objectiu saber en quin grau les activitats d'aprenentatge autònom els ajudaven en cada un dels quatre aspectes descrits, sinó que el nostre objectiu era tenir una jerarquització de quin d'aquests aspectes consideraven ells que es veien més fomentats al realitzar activitats d'aprenentatge autònom comparats o en relació als altres tres.

En aquests dos qüestionaris, a més a més es recollien dades demogràfiques o d'interès per la titulació i/o assignatures, que no detallarem més en aquest treball, a excepció de la variable sexe, ja que en aquest el nostre objectiu és centrar-nos en l'anàlisi i resultats de les preguntes amb estructura ranking des de la perspectiva dels models d'anàlisi descrits en el present. Es poden consultar els altres resultats a la memòria de tot l'estudi [267]. Només mencionar que en el primer dels qüestionaris se'ls va preguntar sobre la seva experiència prèvia en realitzar activitats d'aquest tipus i que aquesta serà una pregunta de cribratge eliminant els alumnes amb experiència prèvia.

A més dels qüestionaris, cal considerar els aspectes metodològics que es varen tenir en compte en el disseny curricular de les assignatures en relació a les activitats d'aprenentatge autònom que es plantejaven. En primer lloc per el disseny de les assignatures es va tenir en compte la teoria de Coomey y Stephenson del 2001 [268, 269], en que segons el quadrant dels models pedagògics d'aquests autors (SO), el professor estableix

la direcció, els resultats, l'objectiu el camp i el nivell, i l'alumne pot explorar, accedir i utilitzar qualsevol material rellevant específic. Per altre banda els objectius de les dues assignatures que es treballaven a classe i també amb les activitats d'aprenentatge autònom eren concrets i no tots els de l'assignatura. A Valoració en Fisioteràpia 1, les activitats es centraven a treballar les habilitats per a fer balanç muscular i articular de l'extremitat superior. L'accés a les activitats i softwares necessaris per a la seva realització estaven disponibles a la Intranet. A través de vídeos explicatius i diferents imatges que els alumnes podien consultar lliurement a la sala d'aprenentatge autònom en Fisioteràpia, els alumnes havien de preparar en grups de dos en dos un balanç dels esmentats que haurien d'exposar a classe. A l'assignatura de Cinesiteràpia 1, es treballava amb aquestes activitats, tot el que són mobilitzacions passives. Concretament es demanava als alumnes un treball en equip que consistia en la realització d'una fitxa de maniobres, algunes de les quals s'havien explicat a classe i altres no, deixant-les precisament per l'aprenentatge autònom. Cada fitxa havia d'estar complementada amb les imatges corresponents, però a més havien d'entregar un vídeo gravat en el que ells mateixos es realitzessin la maniobra uns als altres a fi de poder avaluar si havien estat capaços d'adquirir pràctica per si sols. Tal i com s'ha comentat, tot el material i espai necessari per dur a terme les activitats el podien trobar a la sala d'aprenentatge autònom adaptada per aquesta titulació, essent aquesta de lliure accés.

A continuació es descriuen els resultats obtinguts de l'anàlisi de la pregunta principal de l'estudi, formulada com a forced-choice ordinal ipsative data, que fa referència a quins aspectes, segons els alumnes, aporten més a l'hora d'aconseguir l'èxit acadèmic a través de les activitats d'aprenentatge autònom. La resta de resultats i discussió en el camp específic com s'ha comentat al llarg d'aquesta exposició, es veu a la memòria completa de l'estudi [267].

4.8.2 Resultats: Estudi d'Activitats d'Aprenentatge Autònom

La mostra final va estar conformada per 57 (68.67%) alumnes de primer curs de fisioteràpia de la UIC, dels quals 29 (50.9%) d'ells són nois. Cal esmentar que el total de voluntaris que van respondre el qüestionari fou de 67 estudiants, però d'aquests 9 d'ells tenien ja experiència prèvia en activitats d'aprenentatge autònom i per tant es van eliminar de la mostra, i per un dels estudiants només es tenen les dades del primer dels qüestionaris. La mitjana d'edat dels participants fou de 20.58 ± 2.74 anys, amb un rang de valors entre 17 i 33 anys.

En primer lloc es donen els resultats obtinguts ajustant de forma separada les dades recollides en cada un dels qüestionaris amb el model de LLBTM. Pel primer dels qüestionaris (abans d'iniciar el semestre i per tant de realitzar les activitats), es va obtenir un índex de bondat d'ajust $GoF < 0.05$. En canvi si que s'ajustaven a aquest model les dades d'aquests mateixos estudiants quan es van passar el qüestionari a final de semestre ($GoF > 0.05$). Les freqüències de resposta que s'observen tant abans com després de cursar les assignatures, les podem veure a la taula 4.48, així com les freqüències separades per sexe. Notem que abans de cursar les assignatures per els homes la resposta més freqüent és $A > D > C > B$, mentre que per les dones és $D > A > C > B$. Aquesta diferència en l'ordenació dels aspectes no succeeix al final del semestre en que per ambdós sexes la resposta més observada és $A > D > C > B$. Així doncs, si s'ajusten les dades tant abans com després de cursar l'assignatura per el model CSLBTM, amb covariable Sexe, per ambdós moments de mesura aquest si s'ajusta les dades. En el cas de la mesura després de cursar les activitats en que tant el model LLBTM com el CSLBTM ajusten bé, es fa el test de la desviància obtenint que ajusta millor el model que incorpora el sexe com a variable, CSLBTM.

Taula 4.48: Freqüències observades Activitats aprenentatge autònom segons Sexe

	Abans			Després		
	Homes	Dones	Tots	Homes	Dones	Tots
	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$	$n_i(\%)$
ABCD	2 (6,9 %)	1 (3,57 %)	3 (5,26 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
ABDC	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
ACBD	2 (6,9 %)	4 (14,29 %)	6 (10,53 %)	2 (6,9 %)	2 (7,14 %)	4 (7,02 %)
ACDB	1 (3,45 %)	3 (10,71 %)	4 (7,02 %)	2 (6,9 %)	1 (3,57 %)	3 (5,26 %)
ADBC	3 (10,34 %)	4 (14,29 %)	7 (12,28 %)	3 (10,34 %)	0 (0 %)	3 (5,26 %)
ADCB	10 (34,48 %)	3 (10,71 %)	13 (22,81 %)	11 (37,93 %)	6 (21,43 %)	17 (29,82 %)
BACD	1 (3,45 %)	0 (0 %)	1 (1,75 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
BADC	0 (0 %)	1 (3,57 %)	1 (1,75 %)	2 (6,9 %)	3 (10,71 %)	5 (8,77 %)
BCAD	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (3,45 %)	0 (0 %)	1 (1,75 %)
BCDA	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	3 (10,34 %)	2 (7,14 %)	5 (8,77 %)
BDAC	1 (3,45 %)	0 (0 %)	1 (1,75 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
BDCA	5 (17,24 %)	11 (39,29 %)	16 (28,07 %)	3 (10,34 %)	6 (21,43 %)	9 (15,79 %)
CABD	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
CADB	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (3,57 %)	1 (1,75 %)
CBAD	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
CBDA	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
CDAB	1 (3,45 %)	0 (0 %)	1 (1,75 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
CDBA	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	2 (7,14 %)	2 (3,51 %)
DABC	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (3,57 %)	1 (1,75 %)
DACB	2 (6,9 %)	1 (3,57 %)	3 (5,26 %)	1 (3,45 %)	2 (7,14 %)	3 (5,26 %)
DBAC	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
DBCA	1 (3,45 %)	0 (0 %)	1 (1,75 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
DCAB	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
DCBA	0 (0 %)	0 (0 %)	0 (0 %)	1 (3,45 %)	2 (7,14 %)	3 (5,26 %)

Ara bé, el nostre interès rau en veure si hi ha diferències entre l'abans i el després de cursar aquestes activitats, i per tant apliquem en aquest cas l'extensió del model LLBTM per a mesures repetides vist a l'apartat 4.4.2 on $T = 2$, RMLLBTM. I així en el cas que ajusti bé, veure si el patró de preferències és el mateix o ha variat amb el pas del temps degut a l'adquisició de l'experiència dels estudiants, ja que han cursat entre els dos moments les activitats d'aprenentatge autònom proposades en les assignatures.

A la taula 4.49 es veu el resultat del test de la desviància per contrastar el model RMLLBTM versus el model que suposa independència entre les dues mesures. Així, el p-valor obtingut és de $0.071 > 0.05$, i per tant no es pot considerar que hi hagi una dependència entre el que han contestat els estudiants abans i després del semestre.

Taula 4.49: Test Desviància LLBTM vs RMLLBTM. Aprenentatge autònom

model	paràmetres	LL	Test Dev	
Indep	6	-297,1	594,3	
Dep	12	-291,3	582,7	
	6	5,8107	-11,6214	0,071

Ara bé, tal i com s'ha vist quan s'han analitzat per separat els dos moments de mesura, el model CSLLBTM amb covariable sexe ajustava millor en ambdós casos. Aquest resultat ens fa pensar, en veure si la combinació de les dues extensions CSLLBTM i RMLLBTM és un model que ajusta millor les dades. Així, per veure-ho, es considera aquest model i es compara la desviància obtinguda en el cas que els paràmetres que representen la dependència siguin 0 versus el cas en que aquests paràmetres siguin diferents de 0. Es poden veure els resultats del test a la taula 4.50. per el que obtenim un valor de l'estadístic χ^2 de -11,783 i

per tant un p-valor de 0,067, indicant-nos que el model que millor ajusta és el que té en compte la covariable sexe i que considera els paràmetres β corresponents a les dependències entre els dos judicis iguals a 0.

Taula 4.50: Test Desviància CSLLBTM vs CSRMLLBTM. Aprenentatge autònom

model	paràmetres	LL		Test Dev
Indep	12	-292,4	584,8	
Dep	18	-285,6	571,1	
	6	6,8397	-11,783	0,067

Així doncs sota el model que millor ajusta i transformats els valors estimats per tal de tenir-los tots positius en una escala d'interval es poden veure els coeficients i les probabilitats associades a la taula 4.51 i a la figura 4.13 de les pàgines 270 i 271 respectivament.

En el cas de les dones, abans de realitzar les activitats d'aprenentatge autònom aquestes no discriminen entre les opcions C i B, que concretament es refereixen a "Ampliar els coneixements", i "Adquirir nous coneixements" respectivament. Aquestes posen per davant l'opció D: "Adquirir habilitat practica". En canvi els homes, a l'inici del semestre tenien molt clar que el que els permetrien aquest tipus d'activitats era consolidar els coneixements impartits a classe, és per a ells, una opció clarament discriminant respecte les altres. Després d'aquesta opció es posicionen per ordre les opcions D, C i B. D'altre banda s'observa que un cop els alumnes han realitzat les dues assignatures del grau, i per tant les activitats d'aprenentatge autònom, ambdós grups estableixen el mateix ordre amb petites diferències de probabilitat entre abans i després en els homes i amb una permutació entre la primera i segona opció a les dones. A la vegada que les dones també passen a discriminar entre les

opcions B i C cosa que no feien a l'inici. Observem doncs a la taula 4.52 el perfil de cada una d'aquestes poblacions segons el moment de la mesura.

Taula 4.51: Coeficients i Probabilitats estimades de la percepció de les activitats d'aprenentatge autònom pels alumnes de Fisioteràpia segons moment de mesura i sexe

Abans / Homes			Abans / Dones		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
A	9,422	54,421	A	7,690	43,887
D	5,063	22,758	D	5,063	25,950
C	2,827	14,553	C	3,492	18,955
B	0,000	8,268	B	0,865	11,208

Després / Homes			Després / Dones		
	Coeficients	Probabilitat (%)		Coeficients	Probabilitat (%)
D	5,063	36,586	A	7,891	48,030
A	4,035	29,788	D	5,063	27,281
C	1,175	16,813	C	1,936	14,598
B	1,175	16,813	B	0,090	10,091

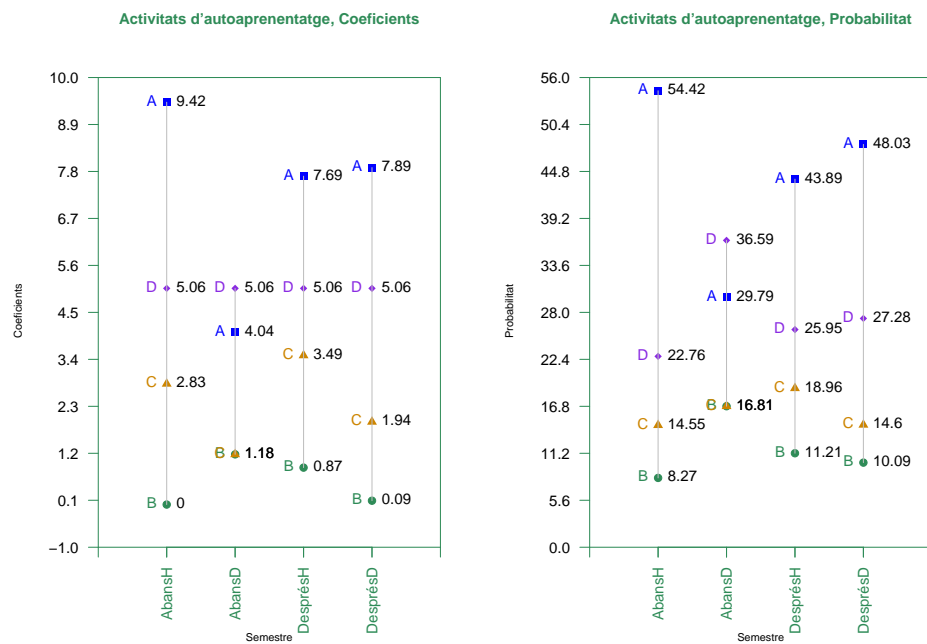


Figura 4.13: Gràfic del perfil dels estudiants de Fisioteràpia segons la seva percepció de les activitats d'aprenentatge autònom, abans i després de realitzar-les.

Taula 4.52: Perfil de la percepció de les activitats d'aprenentatge autònom dels estudiants de Fisioteràpia

	Abans	Després
Homes	$B < C < D < A$	$B < C < D < A$
Dones	$B \simeq C < A < D$	$B < C < D < A$

Con a conclusió del model ajustat, podem dir que la percepció de les noies estudiants de primer curs del grau de fisioteràpia, pel que respecte a quins dels aspectes es veien afavorits al realitzar les activitats d'aprenentatge autònom per tal d'aconseguir uns millors resultats d'aprenentatge, ha variat al realitzar-les, mentre no és així pels nois. Podem veure a la figura 4.14 de la pàgina 273, tant per els nois com per a les noies, la relació entre les probabilitats de cada opció d'abans i després de cursar el semestre i per tant de realitzar les activitats d'aprenentatge autònom, és a dir segons es tingui o no experiència.

Com a nota final, dir que efectivament les activitats en el primer curs estan dissenyades amb l'objectiu de consolidar els coneixements (A) en primera instància i de millorar les habilitats practiques (D) en segona i en cap cas per adquirir nous coneixements o ampliar els exposats a classe, que seran els propòsits de les activitats d'aprenentatge autònom que es dissenyaran pels cursos de segon a quart de forma gradual, per tant les respostes dels alumnes encaixen en el disseny.



Figura 4.14: Gràfic de la relació entre les probabilitats d'abans i després de realitzar les activitats d'aprenentatge autònom pels estudiants de Fisioteràpia, segons sexe.

Actualment és una pràctica molt estesa recollir dades dels usuaris d'un servei o dels consumidors d'un producte per tal d'adaptar-los a les seves necessitats i/o preferències [49, 58, 102, 120, 168, 270]. En el camp de la salut, tant en gestió sanitària com en investigacions clíniques, cada dia hi ha més interès en considerar la percepció del pacient i les seves preferències [30, 31, 33–38, 65–67, 70, 186].

En l'àmbit de l'educació universitària també s'ha generalitzat i sistematitzat la recollida de dades per conèixer el perfil dels alumnes. Per exemple a la Universitat de Barcelona la unitat administrativa Planificació Academicodocent és l'encarregada de realitzar i publicar estudis estadístics d'accés i rendiment acadèmic. Des del curs posterior al nostre estudi es pot consultar una descriptiva de les característiques dels alumnes matriculats via pre-inscripció a partir de les dades recollides per l'Oficina d'Orientació d'Accés Universitari de la Generalitat de Catalunya (OOAU). Aquestes estadístiques són d'interès per la gestió però també per la recerca en educació en un intent per lligar el perfil dels alumnes amb el rendiment acadèmic. Hi ha diversos estudis que profunditzen en els estils d'aprenentatge amb la finalitat d'adaptar les metodologies formatives per a què el procés d'ensenyança-aprenentatge doni lloc a un resultat exitós i consolidat [19, 128, 130–132, 136–140, 271–273].

Sigui quin sigui el camp d'aplicació, quan el que es vol mesurar son preferències o actituds a través d'un qüestionari, aquests generalment es basen en preguntes que donen respostes de tipus Likert o continua discreta, el que es coneix com escales normativa, com per exemple el qüestionari Kolb per a mesurar estils d'aprenentatge en relació amb el rendiment acadèmic [129]. De tal forma que cada una de les opcions és valorada de forma separada. Ara bé, quan el que es pretén és determinar quines de les possibles opcions oferides són les més preferides o les més escollides pels individus, ens trobem amb poca literatura que utilitzin qüestionaris amb altres tipus de resposta. Segons alguns autors com Tamir i Kohler la forma més adequada per poder conèixer aquest patró de preferències entre les opcions oferides seria fer les preguntes amb format forced choice i usant escales ipsative [56–60], en especial la que obliga al individu a escollir entre combinacions binàries o bé fer un ranking conjunt. aquest tipus de resposta resol a la vegada un altre interès, el de saber quines de les opcions oferides són discriminants i quines no. És a dir, permet establir la distància entre les opcions en una escala continua. un dels motius més importants pels quals aquest tipus de resposta és poc usada, malgrat s'adapta a l'interès de molts investigadors, és la dificultat de l'anàlisi de les dades i la seva posterior interpretació en termes relatius i no absoluts. És per això que ens els pocs estudis en els que s'ha usat l'anàlisi de les dades es queda simplement amb una estadística descriptiva [68–71, 86, 88]

En el camp de la psicologia l'estudi de les percepcions i actituds a través de preguntar al propi individu amb qüestionaris, per tal que de les seves respostes puguem conèixer quin és el procés discriminador d'aquests, és ja una idea antiga on hi ha un important precedent que es fonamenta en la teoria de la llei dels judicis comparatius creada per Louis Leon Thurstone al 1927. Aquesta postula que darrera dels judicis emesos pels individus hi ha subjacent una escala de valors continua, en el continuum psicològic, que és la que fa que s'estableixi un ordre o altre entre els ítems. Obtenir aquesta escala d'interval permet ordenar les opcions i també estimar les distàncies relatives entre aquestes [61–63, 72, 73, 274]. Aquesta ha estat

una teoria treballada des d'un punt de vista del comportament de les persones, per psicòlegs i altres professionals de l'àmbit, però no s'han vinculat aquests avenços al desenvolupament de tècniques estadístiques que analitzin aquest tipus de resposta. És a dir no hi ha hagut un avenç en paral·lel entre de les diferents disciplines, aplicades i metodològiques, en les que interessa conèixer i/o mesurar les percepcions dels individus quan aquest fa judicis de forma categòrica en escala ipsative.

Un altre avantatge que destaquen alguns autors de la mesura amb escales de tipus ipsative és que aquesta permet reduir l'efecte de "halo and horn", que consisteix en que l'individu tendeix a valorar tots els ítems amb el mateix valor [1, 2], així com a la vegada es redueix la tendència a donar la resposta socialment acceptada, biaix conegut com "Acquiescence bias" o "Yea-saying" [3, 4]. Respecte aquestes dos efectes, cal observar que és cert sempre i quan entre les opcions que es mostren als individus hi hagi un equilibri, és a dir que l'elecció d'aquestes ha estat sotmesa a algun procediment que li doni validesa.

Al llarg de les últimes 6 dècades es troben diferents estudis que treballen en el desenvolupament de metodologies d'anàlisi des de diferents perspectives. Alguns d'aquests treballs es basen en l'anàlisi de la matriu de covariàncies, altres amb models factorials, altres transformant les funcions de versemblança, d'altres a través dels espais de permutació o d'anàlisi visual [8, 11, 13, 50–52, 80, 81, 86, 87, 98, 105, 275]. No obstant es tracta d'estudis isolats i sense connexió entre ells. A la literatura no es troba una única línia de treball d'anàlisi d'aquest tipus de dades, ni un compendi de totes les propostes d'anàlisi. Per altre banda, sovint cada una d'aquestes propostes resol el problema des d'un punt de vista teòric, però a la pràctica en estudis reals no són factibles degut a que tenen components matemàtiques de difícil execució que comporten problemes de computació, cosa que fa que no se'ls doni continuïtat. Si bé però, hi ha dos treballs iniciats a finals dels 90 que fan un esforç per posar ordre i anar endavant amb la metodologia d'anàlisi de dades mesurades en escala ipsative, els quals segueixen dos plantejaments diferents.

En concret parlem dels estudis de Maydeu-Olivares i Böckenholt pel que respecta a l'aproximació de Thurstone [8, 9, 15–18, 76, 108, 111, 276], i als estudis de Dittrich i Hatzinger que segueixen l'aproximació de Bradley-Terry [24–29, 152, 153, 236]. El treball de revisió fet sobre aquestes dues aproximacions metodològiques ha permès veure els seus punts fort i dèbils així com orientar la seva aplicació en exemples i tenir en compte les limitacions a nivell pràctic.

Encara que siguin força desconeguts i poc usats, de la revisió d'aquests dues aproximacions se n'extreu que hi ha alguns mètodes eficaços per analitzar dades de preferències en escala ipsative. Tot i que existeixen algunes limitacions clares, però que a la vegada obren nous camins d'exploració. Tanmateix els dos models resolen el problema de trobar l'escala continua subjacent a les respostes donades pels individus en escala ordinal ipsative, en el cas que cada individu hagi emès un únic judici, és a dir que només s'hagi mesurat una vegada. Ambdós són models que parteixen d'una transformació d'un model base, del 1927 i 1952 respectivament, i els adapten mitjançant transformacions i restriccions per a dades ordinal ipsative, amb la principal diferència pel que fa la distribució que assumeixen de la variabilitat, per l'aproximació de Thurstone és una Normal i per la de Bradley-Terry una logística. Així mateix els dos models acaben amb una expressió d'un model conegut. Les equacions (3.16), (3.17), (3.18) i (3.19) del model de Thurstone no són més que un cas particular d'un model d'equacions estructurals (SEM) després d'haver trasformat el model original i imposar restriccions a la matriu de covariàncies [8, 9, 15–18, 76, 108, 111, 276]. En el cas del model de Bradley-Terry un cop feta la transformació de la funció de versemblança les equacions (4.18), (4.23) i (4.26) no són més que un model lineal general (GLM) [24–29, 152, 153, 236]. Ara bé, malgrat ambdós models són més amigables que els originals continuen tenint problemes de computació quan el nombre de paràmetres a estimar és gran, sobretot el model de Thurstone. En a l'estudi amb dades simulades s'ha posat a prova els models en situacions que no hi havia diferències entre les opcions. Els resultats no han estat tant clars com desitjàvem, doncs ens hem trobat

que en l'ajust pel model de Thurstone pel conjunt de dades de mida més gran aquest no s'ha trobat una bona solució d'ajust. Una causa plausible podria ser que el procés iteratiu per a la cerca de les estimacions entri en un mínim local, o bé a causa dels algorismes per el càlcul de la bondat d'ajust, ja que han estat adaptats a partir dels originals del M-Plus seguint les indicacions de Satorra [15, 16, 76, 100, 109]. Per altre banda, el model de Bradley-Terry és més fàcil d'ús i d'implementació amb a través de codi R [127, 191, 235, 239]. A més el model log-lineal de Bradley-Terry permet la interpretació dels paràmetres estimats en termes de la probabilitat o en termes de odds ratio.

Així mateix quan es té com objectiu veure com una característica dels individus modifica o no el perfil de preferències, l'extensió del model de Bradley-Terry és més fàcil. En canvi el model de Thurstone resultant és complicat i de difícil resolució [18, 122–124]. Si el que es vol és estudiar l'estructura factorial d'un instrument de mesura que està organitzat amb dimensions, com sovint passa en els qüestionaris de l'àmbit de la psicologia, els models de Thurstone permeten una fàcil extensió, tot i que amb problemes de convergència a l'hora de la computació. Si bé aquesta extensió s'escapa dels nostres interessos.

Una de les suposicions, tan dels models de Thrustone com de Bradley-Terry, és que entre les respostes donades pels diferents individus hi ha independència. Aquesta suposició ens limita clarament en estudis on es té com objectiu fer més d'una mesura. Per exemple en estudis en els que l'objectiu és avaluar si el perfil de preferències es modifica després d'una intervenció o per pròpia evolució. Situacions, per altre banda, molt freqüents tant en investigacions de l'àmbit clínic com de l'educació. En aquest sentit, Dittrich i Hatzinger proposen una extensió del model log-lineal de Bradley-Terry, que ens permet anular la suposició d'independència. Ara bé, tot i està resolta a un nivell teòric, i també a nivell pràctic quan només es tenen dues repeticions i un nombre petit d'opcions, en les altres situacions el nombre de paràmetres a estimar augmenta considerablement i per tant es dona altre vegada un problema de conver-

gència en la computació. Es proposa tanmateix alguna restricció àdhuc amb cada exemple pràctic per tal de disminuir el nombre de paràmetres a estimar, com es discuteix més endavant amb l'exemple de canfield. Pel contrari, no es troben estudis basats en els models de Thurstone que permetin alliberar aquesta suposició. És aquesta doncs, una altre raó, per optar pels models de Bradley-Terry a l'hora d'incorporar aquest tipus de mesura en estudis aplicats en els diferents àmbits.

Aquestes dues metodologies aplicades a l'estudi Canfield, l'objectiu del qual és determinar els estils d'aprenentatge d'estudiants de nova entrada de medicina donen resultats de interpretació no sempre fàcil. Analitzades per separat cada una de les 24 preguntes del qüestionari s'ha trobat que en 14 d'elles tant el model de Thurstone com el de Bradley-Terry s'ajusten bé a les dades observades. En aquests casos, el perfil de preferències que es troba coincideix. De les 10 preguntes restants 9 d'elles s'ajusten bé a un dels models de Thurstone (majoritàriament el model Unrestricted) i no al de Bradley-Terry. Per a totes aquestes preguntes la distribució de les freqüències de resposta a cada un dels 24 patrons possibles no determina un patró predominant. En la majoria d'elles el que passa és que hi ha clara la preferència per una de les opcions entre les 4 possibles, però hi ha molta variabilitat en la forma d'ordenar les tres restants. Això fa que no hi hagi un patró dominant. Sembla doncs ésser que el model que millor explicaria les dades observades és el de Bradley-Terry. De fet, si s'observen les freqüències de les comparacions binàries associades, fan pensar en una distribució no simètrica de les variables latents subjacents i per tant difícilment segueix una Normal. La pregunta 18 és la única en que les dades ajusten bé al model de Bradley-Terry i no a cap dels models de Thurstone. Pregunta a la que clarament hi ha un dels patrons que predomina respecte als altres, però en la que cap de les 4 opcions discrimina a la resta. De fet l'opció menys preferida té una probabilitat associada del 15%, per tant gens menyspreable.

Davant dels resultats obtinguts un dubte raonable és l'adequació del test CSLI-Canfield, com a instrument de mesura dels estils d'aprenen-

tatge d'estudiants de nova entrada a la carrera de medicina. Per altre banda si tenim en consideració que l'objectiu de l'estudi és mesurar la component afectiva de l'experiència educacional aquest és un dels pocs test que existeixen. Des d'aquesta perspectiva els diferents estils no són bons ni dolents per si mateixos sinó més o menys preferits per els estudiants a fi d'aconseguir l'èxit en els seus estudis. Així l'estil d'aprenentatge de cada alumne està en relació a aspectes com l'angoixa, l'afrontament, les expectatives, i la motivació entre d'altres. Aspectes que va tenir en consideració el mateix Albert Canfield, motiu que el va portar a dissenyar un qüestionari nou que ho contemplés [19, 130, 131]. Els estudis que relacionen la disciplina amb l'estil d'aprenentatge utilitzen escales, com la de Kolb, en les que el que es mesura són les vessants més cognitives i fisiològiques dels estils d'aprenentatge de l'individu [272, 273, 277–280].

Per a les preguntes que si hi ha un perfil de preferències predominant, en cap d'elles l'opció més escollida de les 4 discrimina a les altres tres, és a dir, les altres tres opcions són també la més preferida per algun subgrup d'estudiants que no son la majoria però no és depreciable. Si entrem en el detall de cada un dels Blocs, és només en el Bloc 1 en el que la majoria de preguntes que s'ajusten determinen el mateix patró de preferències. Tenint en compte que aquest Bloc fa referència a la preferència sobre 4 condicions d'aprenentatge com són: "Companys", "Organització", "Objectius" i "Competició", l'opció més escollida amb una probabilitat d'entre el 40 i 50 % és la de la Organització, que correspondria a un estudiant més estratègic. Per contra es destaca que en el Bloc 4, referent a als mètodes d'aprenentatge, no hi ha cap pregunta per a la que el model ajusti. Pels Blocs 2 i 3, no es desdibuixa cap preferència que destaquí per damunt de les altres.

Observant els resultats obtinguts d'algunes preguntes, i reflexionant sobre el que es qüestiona en aquestes, en algunes d'elles no queda clar que les 4 possibles respostes vagin en una mateixa direcció. Així per exemple a la pregunta 9: "Què penses de les notes?", l'opció C: "De vegades les notes o els exàmens no em són útils. No m'ajuden a saber

com ho faig. No m'ajuden a veure el que he d'estudiar més", no és tant diferent de la opció D:"De vegades les notes no mostren realment qui va bé i qui va malament". Ambdues opcions valoren si les notes reflecteixen l'aprenentatge adquirit. En canvi l'opció A, fa referència a si hi ha competència entre els estudiants per treure les millors notes. En altres preguntes com a la 19, hi ha una opció que, tenint en compte sobretot que són estudiants de medicina, no és socialment ben vista en relació a les altres. Així en aquestes preguntes ens qüestionariem també l'elecció de les alternatives, i en aquests casos degut a una mala construcció de les possibles respostes no evitaríem l'efecte "Yea-saying". Aquestes observacions, posen en dubte la validesa del Test-Canfield, com ja havien apuntat alguns autors. Per exemple Eide et al. al 2001 diuen que la validesa de constructe té un valor baix i que el test no és reproduïble [144]. En canvi però estudis anteriors a aquest afirmen que l'escala és congruent, fiable i consistent [141–143]. Tot i que no es troba en la literatura cap estudi que avaluï la validesa de l'adaptació del test a la població espanyola i en joves adults, si que aquesta versió del test ha estat acceptada com a instrument de mesura dels estils d'aprenentatge en un projecte finançat pel "El programa de Estudios y Análisis de la Dirección General de Universidades", ref.EA2004-0140. Per altre banda tot i que el qüestionari original fou elaborat per a mesurar estils d'aprenentatge per a estudiants de secundària, ha estat utilitzat per a poblacions adultes en alguns estudis [132–134, 136–140].

Més enllà d'identificar els estils d'aprenentatge comuns als estudiants, és interessant veure quins factors contextuais, acadèmics, o efectius poden influenciar o modificar aquests. Alguns autors afirmen que en els estudiants universitaris una de les característiques més determinants de l'estil d'aprenentatge és el sexe [273, 281]. Altres estudis més recents afirmen tot el contrari, destacant-ne el de Montero del 2011 per ser fet en una població d'estudiants universitaris de primer curs de veterinària [282]. A la literatura només es troba un estudi, que relacioni el gènere amb els estils d'aprenentatge usant el test CLSI-Canfield [133]. En aquest, igual que en els resultats trobats en aquesta tesi es conclou que el sexe no és

una variable que modifiqui l'estil d'aprenentatge. Observar que també està fet en estudiants universitaris. Una altre característica sovint estudiada és la influència de l'edat però no és aplicable en la nostre població, ja que la gran majoria tenen 18 anys i amb més del 90% de nacionalitat espanyola. L'estudi de la relació entre el perfil de preferències i les característiques acadèmiques d'aquests alumnes tampoc es pot dur a terme, ja que al ésser estudiants de nova entrada a medicina, aquests han estat cribats per un procés de pre-inscripció que dona preferència a la nota i que fa que el grup sigui homogeni. Per exemple es constata en les estadístiques de la unitat Planificació Academicodocent que el 100% d'aquests estudiants havien escollit medicina com a primera opció, el 89% tenia com a via d'accés les PAAU i d'aquests el 97% venia de l'opció LOGSE de ciències de la salut. La nota de tall vas ser de 7,69 sobre 10 i amb una mitjana de la nota de Batxillerat de 8,95 (SD:0,55).

Per últim, en l'estudi Canfield, el model de Bradley-Terry per a mesures repetides, MRLLMBT, sembla adequat per a l'anàlisi de les 6 preguntes que conformen un Bloc del test. Però aquest només ho és a nivell teòric degut als problemes de computació per l'elevat nombre de paràmetres a estimar. Tot i això, de l'anàlisi conjunt per aquelles preguntes que s'ajusten al model LLMBT d'un mateix bloc, s'en desprèn que les respostes no són independents entre les diferents preguntes. El resultat no modifica el perfil de preferències en l'estil d'aprenentatge però sí que en modifica la distància que s'ha establert entre les 4 opcions. Així, en la majoria de casos la probabilitat de que una opció sigui la més escollida és menys distant entre les 4 opcions quan les preguntes s'analitzen conjuntament que quan es fa de forma separada. S'interpreta que d'haver-hi una consistència entre les preguntes d'un mateix Bloc s'accentuaria l'efecte discriminador entre les opcions, mentre que una reducció de les distàncies tal com s'observa podria indicar una falta de validesa de constructe. Resultat que coincideix amb les conclusions de Eiden del 2001 [144].

Un altre assumpte a considerar, i que repercuteix en els resultats, és l'elevat nombre de preguntes del qüestionari. Tot i que el temps de res-

posta estimat en el manual del mateix test és de 30 minuts, a l'hora de l'estudi de camp el temps empleat pels estudiants estava en una mitjana de 45-50 minuts. Així, és possible que es produeixi l'efecte de tendir a respondre de forma irreflexiva i/o aleatòria per esgotament psicològic, de la mateixa que es produeix quan el nombre d'ítems a ordenar és gran [40, 41, 53–55, 61–64]. Aquests autors afirmen que amb un nombre petit d'opcions és més probable que el perfil de la persona tendeix al valor veritable.

En canvi en el segon estudi amb dades reals analitzat, sobre activitats d'aprenentatge autònom, el model MRLLBTM ha estat de de fàcil ús i interpretació perquè el nombre de repeticions només son dues. A més també ha permès afegir sense problemes alguna característica dels individus com el sexe.

En aquest segon estudi es segueix indagant en l'àmbit de l'educació en ciències de la salut. En aquest però per a estudiants de fisioteràpia de primer curs. Estudis en els que ja s'han implementat activitats formatives i metodologies en el marc de l'EEES. És precisament atenent a aquest nou paradigma en el que es potencia l'aprenentatge autònom de l'alumne, que s'han dissenyat diferents activitats amb la intenció de que de forma gradual, de primer a quart curs, l'alumne sigui cada vegada més autònom [263, 264, 268, 269]. Tenint en compte que el marc legislatiu anterior, per aquest estudis, els considerava com una diplomatura i per tant la quantitat de crèdits designats a les habilitats pràctiques era molt inferior, adquireix en aquests una especial rellevància que l'alumne sigui capaç d'aprendre a aprendre per poder formar-se continuament. A diferència del món de la medicina on hi ha una dinàmica activa en recerca en educació mèdica amb associacions i revistes pròpies, en el camp de la fisioteràpia esta encara a les primeres etapes, començant a sorgir inquietuds en aquesta línia a arrel de la integració en l'EEES que els possibilita de més competències. Precisament aquesta situació és la que dona peu a aquest treball.

A partir dels resultats obtinguts, ens constata que els alumnes consideren que el que més els aporten les activitats d'aprenentatge autònom per a la seva formació, un cop realitzades aquestes, és "la consolidació als coneixements estudiats a classe". Resultat totalment d'acord amb el disseny de les activitats pel primer curs del grau de fisioteràpia de la UIC. Esperant en propers estudis, a mesura que s'implementa el grau, com a l'aspecte que els estudiants de fisioteràpia consideren més important de les activitats d'aprenentatge autònom és "Adquirir habilitat pràctica". Per altre banda en aquest mateix estudi, es veu com l'opinió entre l'inici i el final del semestre no és la mateixa si es considera a la vegada la variable sexe. Això fa pensar que l'experiència i el coneixement de les activitats fa veure'n la importància que tenen en la formació de forma diferent si son homes o dones.

Així doncs el model RMLLBTM sembla adequat en aquestes situacions experimentals on les repeticions son poques i el nombre de covariables també és petit. Però caldrà veure com alliberar-se d'aquesta limitació, com d'altres que han anat apareixent en el transcurs de la investigació tant en la revisió del abordatges metodològics com en les mateixes aplicacions reals que s'han fet.

5.1 Limitacions

Les limitacions principals i més importants que s'han anat trobant en aquesta tesi són les que es destaquen a continuació.

- A nivell pràctic una limitació és el nombre d'opcions que es presenten als individus per tal de que els ordenin segons cert atribut. L'individu tendeix a respondre de forma aleatòria i sense reflexió quan ha d'ordenar massa ítems. Aquest fet emmascara els possibles patrons de resposta, en cas que aquests existeixin.
- A nivell de computació una limitació és el nombre de paràmetres a estimar quan tenim mesures repetides si el nombre de repeticions és

més gran si repetim l'observació més de tres ó quatre cops depenent del nombre d'opcions a ordenar. També obtindríem un nombre de paràmetres a estimar massa elevat si es donessin a la vegada varies de les extensions vistes, tot i que a nivell teòric el model és possible i continua essent un model log-lineal.

- Quan el nombre de paràmetres a estimar és elevat es té un problema de "overdispersion" i per tant estaríem sobreestimant els paràmetres. S'hauria de veure com corregir aquesta sobredispersió.
- En el cas de l'extensió per a característiques dels individus que siguin de tipus quantitatiu, es fa difícil la seva interpretació en els casos pràctics.
- En l'estudi Canfield una limitació és l'adequació d'aquest test per una mostra d'estudiants que ja han escollit la carrera universitària que volien fer. Algunes de les preguntes del test deixen de tenir sentit doncs els enquestats ja han superat el batxillerat i han pres una decisió important a la seva vida.
- No es tenen garanties que l'adaptació trasncultural de la versió traduïda sigui adequada. Una reflexió sobre els continguts i les formes posa de relleu ambigüitats dels enunciats en el context de catalunya i de l'EEES.

5.2 Linees de futur

En aquest últim apartat i de forma breu, s'enumeren les línies de futur com a continuïtat d'aquesta investigació, algunes d'elles fruit de la mateixa discussió i limitacions que s'han exposat en aquest capítol

Un cop estudiades les aproximacions metodològiques per analitzar dades ranking provinents de mesures de preferències en escala ipsative se'ns obren moltes vies de continuïtat. Algunes d'elles a fi de millorar i estendre els models, d'altres tenen com objectiu introduir aquest tipus de resposta

en la mesura de la percepció i les preferències dins de l'àmbit de ciències de la salut. D'entre elles destaquem les següents,

- Respecte els models de Bradley-Terry,
 - Estudiar el comportament dels residus i/o errors estàndards de les estimacions dels paràmetres en l'escala d'interval subjacent. Indagar sobre l'adequació dels índexs de bondat d'ajust per a models lineals generalitzats per a taules de contingència, sobretot en els casos en els que es té el problema conegut com "overdispersion".
 - Estendre els models per a mesures repetides imposant restriccions que redueixin el nombre de paràmetres a estimar. O bé, introduir estructures factorials o teories de cadenes de Markov.
 - En aquells casos que el model LLBTM no ajusta bé a les dades, estudiar models que permetin discriminar diferents patrons de preferències entre subgrups d'individus, com per exemple l'anàlisi discriminat multivariant.
 - Veure com aplicar els models lineals generals mixtes (GLMM), per a l'anàlisi de subgrups
 - Estudiar possibles tests per determinar si la distància entre dos ítems o entre les probabilitats associades és significativa o no.
 - Estendre el model introduint l'efecte de l'ordre en que es presenten els ítems a ordenar.
- Adaptar la teoria de la psicometria per a la validesa i fiabilitat de qüestionaris quan la resposta estigui mesurada en escala ipsative
- De les aplicacions pràctiques exposades en la present,

- De l'estudi Canfield estudiar la validesa del qüestionari i proposar-ne una adaptació per estudiants universitaris en el context actual de l'espai europeu d'educació superior, EEES.
 - De l'estudi d'activitats d'aprenentatge autònom, realitzar el mateix estudi a un grup d'estudiants de segon, un altre de tercer i un altre de quart de grau de fisioteràpia, per veure si a mesura que els estudiants van de primer a quart les seves respostes van en concordança en el disseny d'aquestes activitats per a cada un dels cursos.
- Pel que respecte a possibles aplicacions pràctiques
 - Introduir respostes de tipus ranking en qüestionaris per a mesurar percepcions dels pacients dins la línia de qüestionaris PROM i/o HRQOL
 - Proposar en l'àmbit de la gestió sanitària les escales de mesura ipsative per a conèixer les preferències dels usuaris dels serveis sanitaris, donades unes opcions pre-fixades.

A continuació s'enumeren les conclusions principals d'aquesta tesi en tres blocs, un referent a la metodologia d'anàlisi, i dos corresponents als exemples reals.

- De la metodologia d'anàlisi es pot concloure que,
 - De la revisió bibliogràfica es constata que tants els models de Thurstone com els de Bradley-Terry s'apliquen en camps molt específics i de forma isolada. Vist les avantatges del seu ús s'haurien de tenir en consideració, quan s'obtinguin aquest tipus de dades, en altres camps. En concret en el camp de la salut es podria introduir per la mesura dels "patient reported outcome (PROM)".
 - Ambdós aproximacions poden aplicar-se mitjançant tècniques estadístiques conegudes, com són els models d'equacions estructurals (SEM) i els models lineals generalitzats (GLM). Encara que el software disponible no és amigable.
 - Amb les dades simulades, els models de Thurstone han presentat un problema de convergència justament en els cas que la mida de mostra és més gran. En canvi en el de Bradley-Terry passa per el cas de mida més petita.

- Els models de Thurstone permetem arribar a una ordenació dels ítems però no permeten considerar covariables ni mesures repetides.
 - El model log-lineal de Bradley-Terry permet analitzar observacions ranking considerant covariables i mesures repetides. Tot i que queda resolt a nivell teòric quan el nombre de paràmetres a estimar és gran apareixen problemes de computació.
 - El model log-lineal de Bradley-Terry es diferencia dels models de Thurstone en el fet que s'assumeix que la variabilitat entre parells de comparació segueix una distribució logística enlloc d'una distribució normal.
 - Ambdues aproximacions presenten problemes de computació quan el nombre d'ítems a ordenar és gran.
 - La interpretació de les estimacions són més fàcils quan s'aplica el model de Bradley-Terry. Aquest permet calcular les probabilitats associades a cada ítem i interpretar-ho en termes de log-odds.
- De l'estudi Canfield, es pot concloure que:
 - En aquelles preguntes del test CLSI-Canfield que ajusten bé tant pel model de Thurstone com per el de LLLBTM el patró de preferències que s'obté és el mateix.
 - Els ajusts obtinguts amb els models Bradley-Terry s'ajusten millor a les freqüències de cada un dels patrons de resposta.
 - El Bloc 1, referent a les condicions d'aprenentatge és l'únic dels quatre blocs per el que sembla haver-hi el mateix patró de preferències per a la majoria de preguntes que el conformen, per ambdós models.
 - L'anàlisi fet amb el model CSLBTM no indica que la variable sexe sigui explicativa del patró de preferències en cap de les preguntes.

- L’anàlisi de forma conjunta de les preguntes que conformen un mateix Bloc amb el model MRLBMTM modifica les distàncies entre els ítems però no el patró de preferències. És a dir, els estudiants ordenen les opcions de les diferents preguntes de forma dependent entre aquestes.
 - Els resultats obtinguts qüestionen la validesa del test CLSI-Canfield aplicat a joves universitaris d’un mateix ensenyament.
- De l’estudi d’Activitats d’Aprentatge Autònom, es pot concloure que:
 - El patró de preferències dels estudiants depèn de si la mesura s’ha pres abans o després d’haver realitzat les activitats i de si és home o dona.
 - Després d’haver cursat les activitats d’aprenentatge autònom, l’aspecte més escollit pels estudiants, ”consolidar els coneixements estudiats a classe”, com aquell que creuen que els aporta més a la seva formació coincideix amb l’objectiu amb el que han estat dissenyades aquestes activitats. Abans d’haver-les cursat, per a les dones aquest no era l’aspecte més rellevant, tot i que el situen a poca distància del primer. Si bé, pels homes en ambdues mesures l’han considerat l’aspecte més important, però la distància entre els diferents aspectes varia entre abans i després.
 - Ambdós grups, canvien la seva opinió respecte allò que els aporten les activitats d’aprenentatge autònom per a la seva formació després d’haver-les fet, és a dir amb l’experiència.

Bibliografia

- [1] Murphy KR, Jako RA, Anhalt RL. Nature and consequences of halo error: A critical analysis. *Journal of Applied Psychology*. 1993;78(2):218–225.
- [2] King LM, Hunter JE, Schmidt FL. Halo in a multidimensional forced-choice performance evaluation scale. *Journal of Applied Psychology*. 1980;65(5):507–516.
- [3] Maydeu-Olivares A, Coffman DL. Random intercept item factor analysis. *Psychological methods*. 2006;11(4):344–362.
- [4] Paulhus DL. In: Wrightsman RS, editor. *Measurement and Control of Response Bias. Measures of personality and social psychological attitudes*; 1991. p. 17–60.
- [5] Böckenholt U. Thurstonian Representation for Partial Ranking Data. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*. 1992;45(1):31–49.
- [6] Böckenholt U. In: Fligner MA, Verducci JS, editors. *Applications of Thurstonian models to ranking data. Probability Models and Statistical Analyses For Ranking Data*. New York: Springer-Verlag; 1993. p. 157–172.
- [7] Böckenholt U, Dillon WR. Modelling Within-subject dependencies in ordinal paired comparison data. *Psychometrika*. 1997;62(3):411–434.

- [8] Böckenholt U. A Thurstonian Analysis of Preference Change. *Journal of Mathematical Psychology*. 2002;46(3):300–314.
- [9] Maydeu-Olivares A, Böckenholt U. Structural Equation Modeling of Paired-Comparison and Ranking Data. *Psychological Methods*. 2005;10(3):285–304.
- [10] Chan W, Bentler PM. The Covariance Structure Analysis of Ipsative Data. *Sociological Methods Research*. 1993;22(2):214–247.
- [11] Chan W, Bentler PM. Covariance structure analysis of ordinal ipsative data. *Psychometrika*. 1998;63(4):369–399.
- [12] Chan W, Bentler PM. Covariance structure analysis of partially additive ipsative data using restricted maximum likelihood estimation. *Multivariate Behavioral Research*. 1996;31(3):289–312.
- [13] Cheung MWL. A direct estimation method on analyzing ipsative data with Chan and Bentler’s (1993) method. *Structural Equation Modeling-A Multidisciplinary Journal*. 2004;11(2):217–243.
- [14] Maydeu-Olivares A. Thurstonian modeling of ranking data via mean and covariance structure analysis. *Psychometrika*. 1999;64(3):325–340.
- [15] Maydeu-Olivares A. Limited information estimation and testing of Thurstonian models for paired comparison data under multiple judgment sampling. *Psychometrika*. 2001;66(2):209–227.
- [16] Maydeu-Olivares A. In: Yanai H, Okada A, Shigemasu K, Kano Y, Meulman J, editors. *On Thurstone’s model for paired comparisons and ranking data. New developments in psychometrics*. Tokyo:Springer; 2003. p. 519–526.
- [17] Maydeu-Olivares A, Böckenholt U. In: Millsap R, Maydeu-Olivares A, editors. *Modeling preference data. Handbook of Quantitative Methods in Psychology*. London Sage; 2009. p. 264–282.

-
- [18] Maydeu-Olivares A, Brown A. Item Response Modeling of Paired Comparison and Ranking Data. *Multivariate Behavioral Research*. 2010;45(6):935–974.
- [19] Canfield A. *Canfield Learning Styles Inventory (LSI) Manual*. Western Psychological Services; c1988,c1992.
- [20] Bradley RA, Milton ET. The rank analysis of Incomplete block designs: I. The method of paired comparisons. *Biometrika*. 1952;39(3/4):324–345.
- [21] Bradley RA. The rank analysis of incomplete block designs: II. Additional tables for the method of paired comparisons. *Biometrika*. 1954;41(3/4):502–537.
- [22] Bradley RA. The rank analysis of Incomplete block designs: III. Some large-sample results on estimation and power for a method of paired comparisons. *Biometrika*. 1955;42(3/4):450–470.
- [23] Sinclair C. GLIM for preference. *Lecture Notes Statistics*. 1982;82:164–178.
- [24] Dittrich R, Hatzinger R, Katzenbeisser W. Subject Specific Covariates in the Bradley Terry Model. A LogLinear Approach. *Workpaper*. Institute of Statistics, Vienna University of Economics and Business Administration; 1996.
- [25] Dittrich R, Hatzinger R, Katzenbeisser W. Modelling the Effect of Subject Specific Covariates in Paired Comparison Studies With an Application to University Rankings. *Applied Statistics*. 1998;47(4):511–525.
- [26] Dittrich R, Katzenbeisser W, Reisinger H. The analysis of rank ordered preference data based on Bradley-Terry Type Models. *OR Spectrum*. 2000;22(1):117–134.

- [27] Dittrich R, Hatzinger R, Katzenbeisser W. Modelling dependencies in paired comparison data: A log-linear approach. *Computational Statistics & Data Analysis*. 2002;40(1):39–57.
- [28] Dittrich R, Francis B, Hatzinger R, Katzenbeisser W. Modelling dependency in multivariate paired comparisons: A log-linear approach. *Mathematical Social Sciences*. 2006;52(2):197–209.
- [29] Dittrich R, Francis B, Katzenbeisser W. Temporal dependence in longitudinal paired comparisons. *Research Report Series / Department of Statistics and Mathematics, 67. Department of Statistics and Mathematics, WU Vienna University of Economics and Business, Vienna; 2008.*
- [30] Bowling A. *Measuring health: a review of quality of life measurement scales*. 3rd ed. Maidenhead: Open University Press; 2005.
- [31] Streiner DL, Norman GR. *Health measurement scales: a practical guide to their development and use*. 4th ed. Oxford [etc.]: Oxford University Press; 2008.
- [32] *The international vocabulary of metrology-basic and general concepts and associated terms (VIM), JCGM 200; 2008.*
- [33] Valderas J, Alonso J. Patient reported outcome measures: a model-based classification system for research and clinical practice. *Quality of Life Research*. 2008;17(9):1125–1135.
- [34] Chung KC, Pusic AL. Patient-reported outcomes instruments. *Clinics in plastic surgery*. 2013;40(2):xi–xii.
- [35] Hou ZK, Liu FB, Fang JQ, Li XY, Li LJ, Lin CH. Advising on Preferred Reporting Items for patient-reported outcome instrument development: the PRIPROID. *Chinese journal of integrative medicine*. 2013;19(3):172–81.

- [36] Kyte DG, Draper H, Ives J, Liles C, Gheorghe A, Calvert M. Patient Reported Outcomes (PROs) in Clinical Trials: Is in-Trial Guidance Lacking? A Systematic Review. *PloS one*. 2013;8(4):e60684.
- [37] Valderas JM, Ferrer M, Mendivil J, Garin O, Rajmil L, Herdman M, et al. Development of EMPRO: a tool for the standardized assessment of patient-reported outcome measures. *Value in health: the journal of the International Society for Pharmacoeconomics and Outcomes Research*. 2008;11(4):700–708.
- [38] Reay N. How to measure patient experience and outcomes to demonstrate quality in care. *Nursing times*. 2010;106(7):12–14.
- [39] Friedman HH, Amoo T. Rating the rating scales. *Journal of Marketing Management*. 1999;9(3):114–123.
- [40] Baron H. Strengths and limitations of ipsative measurement. *Journal of Occupational and Organizational Psychology*. 1996;69:49–56.
- [41] Bartram D. The relationship between ipsatized and normative measures of personality. *Journal of Occupational and Organizational Psychology*. 1996;69:25–39.
- [42] Block J. A Comparison Between Ipsative and Normative Ratings of Personality. *Journal of Abnormal and Social Psychology*. 1957;54(1):50–54.
- [43] Hicks LE. Some Properties of Ipsative, Normative, and Forced-Choice Normative Measures. *Psychological bulletin*. 1970;74(3):167–184.
- [44] Cattell RB. Psychological Measurement: Normative, Ipsative, Interactive. *Psychological review*. 1944;51(5):292–303.
- [45] Christiansen ND, Burns GN, Montgomery GE. Reconsidering forced-choice item formats for applicant personality assessment. *Human Performance*. 2005;18(3):267–307.

- [46] Jackson DN, Wroblewski VR, Ashton MC. The impact of faking on employment tests: does forced choice offer a solution? *Human Performance*. 2000;13(4):371–388.
- [47] Martin BA, Bowen CC, Hunt ST. How effective are people at faking on personality questionnaires? *Personality and Individual Differences*. 2002;32(2):247–256.
- [48] Bartram D. Increasing Validity with Forced-Choice Criterion Measurement Formats. *International Journal of Selection and Assessment*. 2007;15(3):263–272.
- [49] Martinussen M, Richardsen AM, Varum HW. Validation of an ipsative personality measure (DISCUS). *Scandinavian journal of psychology*. 2001;42(5):411–416.
- [50] Cheung MWL, Chan W. Reducing uniform response bias with ipsative measurement in multiple-group confirmatory factor analysis. *Structural Equation Modeling*. 2002;9(1):55–77.
- [51] Closs SJ. On the factoring and interpretation of ipsative data. *Journal of Occupational and Organizational Psychology*. 1996;69(1):41–47.
- [52] Meade AW. Psychometric problems and issues involved with creating and using ipsative measures for selection. *Journal of Occupational and Organizational Psychology*. 2004;77(4):531–551.
- [53] Karpatschhof B, Elkjaer H. Yet the bumblebee Flies: The reliability of Ipsative scores, examined by empirical data and a simulation Study. Department of Psychology, University of Copenhagen: Research Report; 2000.
- [54] Cattell RB, Brennan J. Finding Personality Structure When Ipsative Measurements Are the Unavoidable Basis of the Variables. *American Journal of Psychology*. 1994;107(2):261–274.

-
- [55] Chan W. Analiziny ipsative data in psychological research. *Behaviormetrika*. 2003;30(1):99–121.
- [56] Kohler T, Stemmler M. Normative versus ipsative configural frequency analysis in personality research - Their use discussed in a reanalysis of data on situation-bound anxiety. *European Journal of Personality*. 1997;11(1):69–79.
- [57] Tamir P, Lunetta VN. Comparison of Ipsative and Normative Procedures in Study of Cognitive Preferences. *Journal of Educational Research*. 1977;71(2):86–93.
- [58] Tamir P. A Note on Cognitive Preferences in Science. *Studies in Science Education*. 1977;4(1):111–121.
- [59] Elkjaer HK. A study on ipsative-normative questionnaire formats. *International Journal of Psychology*. 2000;35(3-4):51–51.
- [60] Buccianti A, Pawlowsky-Glahn VE. New Perspectives on Water Chemistry and Compositional Data Analysis. *Mathematical Geology*. 2005;37(7):703–727.
- [61] Thurstone LL. Attitudes can be measured. *The American Journal of Sociology*. 1928;33(4):529–554.
- [62] Thurstone LL. A law of comparative judgment. *Psychological review*. 1927;34(4):273–286.
- [63] Thurstone LL. Psychophysical analysis. *The American Journal of Psychology*. 1927;38(3):368–389.
- [64] Green PE. On the design of choice experiments involving multifactor alternatives. *Journal of Consumer Research*. 1974;1(2):61–68.
- [65] Maydeu-Olivares A, Böckenholt U. Modeling Subjective Health Outcomes: Top 10 Reasons to Use Thurstone’s Method. *Medical care*. 2008;46(4):346–348.

- [66] Krabbe PFM. Thurstone scaling as a measurement method to quantify subjective health outcomes. *Medical care*. 2008;46(4):357–365.
- [67] Ip WC, Chiu LL, Kwan YK. Construction of health indices using paired comparisons. *Social Indicators Research*. 2004;67(3):353–373.
- [68] Coe R. In: Analyzing ranking and rating data from participatory on-farm trials. *Quantitative Analysis of Data from Participatory Methods in Plant Breeding*; 2002. p. 44–65.
- [69] Bucquet D, Condon S, Ritchie K. The French version of the Nottingham Health Profile. A comparison of items weights with those of the source version. *Social science & medicine*. 1990;30(7):829–835.
- [70] Prieto L, Alonso J, Viladrich M, Antó J. Scaling the Spanish version of the Nottingham Health Profile: evidence of limited value of item weights. *Journal of clinical epidemiology*. 1996;49(1):31–38.
- [71] Qi Y, Sun H, Sun Q, Pan L. Ranking analysis for identifying differentially expressed genes. *Genomics*. 2011;97(5):326–329.
- [72] Thurstone LL. The method of paired comparisons for social values. *Journal of Abnormal and Social Psychology*. 1927;21(4):384–400.
- [73] Thurstone LL. Rank order as a psychophysical method. *Journal of experimental psychology*. 1931;14(3):187–201.
- [74] David HA. *The method of paired comparisons*. London; New York: C. Griffin ; Oxford University Press; 1988.
- [75] Brown TC, Peterson GL. *An Enquiry Into the Method of Paired Comparison: Reliability Scaling, and Thurstone’s Law of Comparative Judgment..* United States Department of Agriculture Forest Service Rocky Mountain Research Station General.; January,2009. RMRS-GTR-216WWW.

-
- [76] Maydeu-Olivares A. Limited information estimation and testing of Thurstonian models for preference data. *Mathematical Social Sciences*. 2002;43(3):467–483.
- [77] Baba Y. Graphical analysis of rank data. *Behaviormetrika*. 1986;13(19):1–15.
- [78] Alvo M, Ertas K. Graphical methods for ranking data. *Canadian Journal of Statistics*. 1992;20(4):469–482.
- [79] Thompson GL. Generalized Permutation Polytopes and Exploratory Graphical Methods for Ranked Data. *The Annals of Statistics*. 1993;21(3):1401–1430.
- [80] Marden JI. *Analyzing and Modeling Rank Data*. Volumen 64. *Monographs on Statistics and Applied Probability*. 1st ed. London: Chapman & Hall; 1995.
- [81] Thompson GL. In: *Graphical techniques for ranked data*. vol. 80 of *Probability Models and Statistical Analyses for Ranking Data*. *Lecture Notes in Statistics*, 80. New York: Springer Verlag; 1993. p. 294–298.
- [82] McCullagh P. In: *Permutations and regression models*. *Probability Models and Statistical Analyses for Ranking Data*. *Lecture Notes in Statistics*, 80. New York: Springer Verlag; 1993. p. 196–215.
- [83] McCullagh P. In: *Models on spheres and models for permutations*. *Models on spheres and models for permutations*. *Lecture Notes in Statistics*, 80. New York: Springer Verlag; 1993. p. 278–283.
- [84] Thompson GL. Visualizing Frequency-Distributions of Ranked Data. *Computational Statistics*. 1994;9(1):1–10.
- [85] Kidwell P, Lebanon G, Cleveland WS. Visualizing incomplete and partially ranked data. *Visualization and Computer Graphics, IEEE Transactions on*. 2008;14(6):1356–1363.

- [86] Bock RD, Jones LV. The measurement and prediction of judgment and choice. San Francisco: Holden-Day; 1968.
- [87] Takane Y. Analysis of covariance structures and probabilistic binary choice models. *Communication and Cognition*. 1987;20:45–64.
- [88] Mckenna SP, Hunt S, McEwen J. Weighting the Seriousness of Perceived Health Problems Using Thurstone’s Method of Paired Comparisons. *International journal of epidemiology*. 1981;10(1):93–97.
- [89] Hunt SM, Mcewen J, Mckenna SP. Measuring Health-Status - a New Tool for Clinicians and Epidemiologists. *Journal of the Royal College of General Practitioners*. 1985;35(273):185–188.
- [90] Schaie KW. Schaie-Thurstone adult mental abilities test manual. Consulting Psychologists Press; 1985.
- [91] Handley JC. Comparative analysis of Bradley-Terry and Thurstone-Mosteller paired comparison models for image quality assessment. In: *Is and TS Pics Conference*. Citeseer; 2001. p. 108–112.
- [92] Thurstone LL. The measurement of social attitudes. *The Journal of Abnormal and Social Psychology*. 1931;26(3):249–269.
- [93] Pascalis O, de Haan M, Nelson CA. Is Face Processing Species-Specific During the First Year of Life? *Science*. 2002;296(5571):1321–1323.
- [94] Turati C, Simion F. Newborns’ recognition of changing and unchanging aspects of schematic faces. *Journal of experimental child psychology*. 2002;83(4):239–261.
- [95] Faye P, Brémaud D, Teillet E, Courcoux P, Giboreau A, Nicod H. An alternative to external preference mapping based on consumer perceptive mapping. *Food Quality and Preference*. 2006;17(7):604–614.

-
- [96] Séménou M, Courcoux P, Cardinal M, Nicod H, Ouisse A. Preference study using a latent class approach. Analysis of European preferences for smoked salmon. *Food Quality and Preference*. 2007;18(5):720–728.
- [97] Duineveld CAA, Arents P, King BM. Log-linear modelling of paired comparison data from consumer tests. *Food Quality and Preference*. 2000;11(1):63–70.
- [98] Goos P, Großmann H. Optimal design of factorial paired comparison experiments in the presence of within-pair order effects. *Food Quality and Preference*. 2011;22(2):198–204.
- [99] Cheung MWL. Recovering Preipsative Information From Additive Ipsatized Data: A Factor Score Approach. *Educational and Psychological Measurement*. 2006;66(4):565–588.
- [100] Muthén B. A general structural equation model with dichotomous, ordered categorical, and continuous latent variable indicators. *Psychometrika*. 1984;49(1):115–132.
- [101] Tsai RC, Böckenholt U. On the importance of distinguishing between within- and between-subject effects in intransitive intertemporal choice. *Journal of mathematical psychology*. 2008;52(1):10–20.
- [102] Tsai RC, Böckenholt U. Modelling intransitive preferences: A random-effects approach. *Journal of mathematical psychology*. 2006;50(1):1–14.
- [103] Chou CP, Bentler PM, Satorra A. Scaled Test Statistics and Robust Standard Errors for Nonnormal Data in Covariance Structure-Analysis: a Monte-Carlo Study. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*. 1991;44(2):347–357.
- [104] Satorra A, Bentler PM. In: Eye AV, Clogg CC, editors. Corrections to test statistics and standard errors in covariance structure analysis. *Latent variable analysis: Applications to developmental*

- research. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc; 1994. p. 399–419.
- [105] Böckenholt U. Analysing multiattribute ranking data: Joint and conditional approaches. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*. 1996;49(1):57–78.
- [106] Yao KG, Böckenholt U. Bayesian estimation of Thurstonian ranking models based on the Gibbs sampler. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*. 1999;52(1):79–92.
- [107] Bentler PM, Yuan KH. On Adding a Mean Structure to a Covariance Structure Model. *Educational and Psychological Measurement*. 2000;60(3):326–339.
- [108] Böckenholt U. Thurstonian-Based Analyses: Past, Present, and Future Utilities. *Psychometrika*. 2006;71(4):615–629.
- [109] Muthén B. Contributions to factor analysis of dichotomous variables. *Psychometrika*. 1978;43(4):551–560.
- [110] Muthén B. In: Bollen KA, Long JS, editors. Goodness of fit with categorical and other nonnormal variables. vol. 154 of *Testing structural equation models*. Newbury Park, CA: Sage Publications; 1993. p. 205–234.
- [111] Maydeu-Olivares A. In: Van Monfort K, Oud J, Satorra A, editors. *Thurstone’s Case V model: A structural equation modeling perspective*. Recent developments on structural equation models. Dordrecht:Kluwer; 2004. p. 41–64.
- [112] Muthén LK, Muthén B. *Mplus User’s Guide*. Version 6. Los Angeles, CA: Muthén And Muthén; c1998, c2010.
- [113] Muthén B, Hofacker CE. Testing the assumptions underlying tetrachoric correlations. *Psychometrika*. 1988;53(4):563–577.

-
- [114] Muthén B, du Toit SHC, Spisic D. Robust inference using weighted least squares and quadratic estimating equations in latent variable modeling with categorical and continuous outcomes; 1997.
- [115] Satorra A, Bentler PM. A scaled difference chi-square test statistic for moment structure analysis. *Psychometrika*. 2001;66(4):507–514.
- [116] Gómez J. In: Muñiz J, editor. Aportaciones de los modelos de estructuras de covariancia al análisis psicométrico. *Psicometría*; 1996. p. 457–554.
- [117] Marsh HW, Hau KT, Grayson D. Goodness of fit in structural equation models. Lawrence Erlbaum Associates Publishers; 2005.
- [118] Hu L, Bentler PM. Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling*. 1999;6(1):1–55.
- [119] Hu L, Bentler PM. Evaluating model fit. Sage Publications, Inc; 1995.
- [120] Marsh HW, Hau KT. Applications of latent-variable models in educational psychology: The need for methodological-substantive synergies. *Contemporary educational psychology*. 2007;32(1):151–170.
- [121] Böckenholt U. Comparative judgments as an alternative to ratings: identifying the scale origin. *Psychological methods*. 2004;9(4):453–465.
- [122] Brown A, Maydeu-Olivares A. Item Response Modeling of Forced-Choice Questionnaires. *Educational and Psychological Measurement*. 2011;71(3):460–502.
- [123] Wedel M, Böckenholt U, Kamakura WA. Factor models for multivariate count data. *Journal of Multivariate Analysis*. 2003;87(2):356–369.

- [124] Christoffersson AE. Factor analysis of dichotomized variables. *Psychometrika*. 1975;40(1):5–32.
- [125] McDonald RP. *Test theory :a unified treatment*. Mahwah N.J.; London: Lawrence Erlbaum Associates; 1999.
- [126] Peterson GL, Brown TC. Economic valuation by the method of paired comparison, with emphasis on evaluation of the transitivity axiom. *Land Economics*. 1998;74(2):240–261.
- [127] Hatzinger R, Dittrich R. Prefmod: An R package for modeling preferences based on paired comparisons, rankings, or ratings. *Journal of Statistical Software*. 2012;48(10):1–31.
- [128] Keefe J. *Aprendiendo Perfiles de Aprendizaje*. Asociación Nacional de Escuelas Secundarias. 1988;.
- [129] Kolb AY, Kolb DA. Learning styles and learning spaces: Enhancing experiential learning in higher education. *Academy of Management Learning & Education*. 2005;p. 193–212.
- [130] Gruber CP, Carriuolo N. Construction and Preliminary Validation of a Learner Typology for the Canfield Learning Styles Inventory. *Educational and Psychological Measurement*. 1991;51(4):839–855.
- [131] Pickworth GE, Schoeman WJ. The psychometric properties of the Learning Style Inventory and the Learning Style Questionnaire: Two normative measures of learning styles. *South African Journal of Psychology*. 2000;30(2):44–52.
- [132] Robertson PF. The implications of student learning styles for prescribing reading skill development strategies for community college students; 1977.
- [133] Netter J, Wasserman W, Kutner M. *Applied linear statistical methods*. Irwin Homewood, II; 1985.

- [134] Gabe K. Male and Female College Students' Learning Styles Differ: An Opportunity for Instructional Diversification. *College Student Journal*. 2002;36(3):1–9.
- [135] Ladd PD. The Learning and Teaching Styles of Tennessee Secondary Business Education Teachers. *Delta Pi Epsilon Journal*. 1995;37(1):29–45.
- [136] Smith PJ. Vocational students' learning preferences: The interpretability of ipsative data. *Psychological reports*. 2000;86(1):25–30.
- [137] Smith PJ. Technology student learning preferences and the design of flexible learning programs. *Instructional Science*. 2001;29(3):237–254.
- [138] Tucker S. Distance education: better, worse, or as good as traditional education? *Online Journal of Distance Learning Administration*. 2001;4(4).
- [139] Stitt-Gohdes WL. Business Education Students' Preferred Learning Styles and Their Teachers' Preferred Instructional Styles: Do They Match? *Delta Pi Epsilon Journal*. 2001;43(3):137–151.
- [140] Ritschel-Trifilo PM. The effect of following learning style pathways on learning and satisfaction in online biology laboratories for non-science-major undergraduates [Unpublished PhD thesis]; May, 2009.
- [141] Irby DM. Clinical teacher effectiveness in medicine as perceived by faculty; 1977.
- [142] Pettigrew F, Buell C. Preservice and experienced teachers' ability to diagnose learning styles. *The Journal of Educational Research*. 1989;p. 187–189.
- [143] Ommen JL. Learning Preferences of Younger and Older Students. *Community college frontiers*. 1979;7(3):29–33.

- [144] Eide BJ, Geiger MA, Schwartz BN. The canfield learning styles inventory: An assessment of its usefulness in accounting education research. *Issues in Accounting Education*. 2001;16(3):341–366.
- [145] Markham S. Learning Styles measurement: a cause for concern. Computing Educational Research Group. Faculty of Information Technology, Monash University; 2000.
- [146] Romanelli F, Bird E, Ryan M. Learning styles: A review of theory, application, and best practices. *American Journal of Pharmaceutical Education*. 2009;73(1):9.
- [147] Butler TJ, Pinto-Zipp G. Student's Learning Styles and Their Preferences for Online Instructional Methods. *Journal of Educational Technology Systems*. 2006;34(2):199–221.
- [148] Lane C. Learning Styles and Multiple Intelligences in Distributed Learning-IMS Projects. *Technology Overview e-Learning*; 2000.
- [149] Casanova A, B C, W P, Lou W. The Challenge of teaching Biostatistics in a Faculty of Medicine; 33rd Annual Meeting of the Statistical Society of Canada, Saskatoon, 12-15 June 2005. .
- [150] Cheung GW, Rensvold RB. Evaluating Goodness-of-Fit Indexes for Testing Measurement Invariance. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*. 2002;9(2):233–255.
- [151] Critchlow DE, Verducci JS. Detecting a Trend in Paired Rankings. *Journal of the Royal Statistical Society Series C (Applied Statistics)*. 1992;41(1):17–29.
- [152] Dittrich R, Hatzinger R, Katzenbeisser W. Corrigendum: Modelling the effect of subject-specific covariates in paired comparison studies with an application to university rankings. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*. 2001;50(2):247–249.

- [153] Dittrich R, Hatzinger R, Katzenbeisser W. A log-linear approach for modelling ordinal paired comparison data on motives to start a PhD programme. *Statistical Modelling*. 2004;4(3):181–193.
- [154] Dittrich R, Francis B, Hatzinger R, Katzenbeisser W. Missing observations in paired comparison data. *Statistical Modelling*. 2012;12(2):117–143.
- [155] Calvo C, Calvo MG, Olmedo P, Rodríguez RE. El modelo de Braley-Terry. Una aplicación al estudio de mensajes parentales. *Curriculum: Revista de teoría, investigación y práctica educativa*. 1991;3:187–206.
- [156] kousgaard N. Analysis of sound field experiment by a model for paired comparisons with explanatory variables. *Scandinavian journal of statistics*. 1984;11(1):51–57.
- [157] Fleckenstein J, Freund RA, Jackson JE. A paired comparison test of typewriter carbon papers. *Tappi (Technical Association of the Pulp 410 and Paper Industry)*. 1958;41:128–130.
- [158] Rao PV, Kupper LL. Ties in Paired-Comparison Experiments: A Generalization of the Bradley-Terry Model. *Journal of the American Statistical Association*. 1967;62(317):194–204.
- [159] Glenn WA, David HA. Ties in Paired-Comparison Experiments Using a Modified Thurstone-Mosteller Model. *Biometrics*. 1960;16(1):86–109.
- [160] Menke JE, Martinez TR. A Bradley-Terry artificial neural network model for individual ratings in group competitions. *Neural Computing and Applications*. 2008;17(2):175–186.
- [161] Davidson R. On Extending the Bradley-Terry Model to Accommodate Ties in Paired Comparison Experiments. *Journal of the American Statistical Association*. 1970;65(329):317–328.

- [162] Courcoux P, Séménou M. Preference data analysis using a paired comparison model. *Food Quality and Preference*. 1997;8(5):353–358.
- [163] Causeur D, Husson F. A 2-dimensional extension of the Bradley-Terry model for paired comparisons. *Journal of Statistical Planning and Inference*. 2005;135(2):245–259.
- [164] Critchlow DE, Fligner MA. Ranking models with item variables. *Lecture Notes in Statistics*. 1993;80:1–19.
- [165] Dillon WR, Kumar A, de Borrero MS. Capturing individual differences in paired comparisons: An extended BTL model incorporating descriptor variables. *JMR, Journal of Marketing Research*. 1993;30(1):42–42.
- [166] Graßhoff U, Schwabe R. Optimal design for the Bradley Terry paired comparison model. *Statistical Methods and Applications*. 2008;17(3):275–289.
- [167] Graßhoff U, Graßmann H, Holling H, Schwabe R. Optimal designs for main effects in linear paired comparison models. *Journal of Statistical Planning and Inference*. 2004;126(1):361–376.
- [168] Großmann H, Holling H, Graßhoff U, Schwabe R. In: Berger MPF WW, editor. *On the empirical relevance of optimal designs for the measurement of preferences. Applied optimal designs*. Wiley, Chichester; 2005. p. 45–65.
- [169] Strobl C, Wickelmaier F, Zeileis A. Accounting for individual differences in Bradley-Terry models by means of recursive partitioning. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*. 2011;36(2):135–153.
- [170] Agresti A. *Categorical data analysis*. 2nd ed. Hoboken N.J.: John Wiley & Sons; 2002.

- [171] Stern SE. Moderated paired comparisons: a generalized Bradley-Terry model for continuous data using a discontinuous penalized likelihood function. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*. 2011;60(3):397–415.
- [172] Cattelan M, Varin C, Firth D. Dynamic Bradley-Terry modelling of sports tournaments. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*. 2013;62(1):135–150.
- [173] Usami S. Individual Differences Multidimensional Bradley-Terry Model Using Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo Algorithm. *Behaviormetrika*. 2010;37(2):135–155.
- [174] Koehler KJ, Ridpath H. An application of a biased version of the Bradley-Terry-Luce model to professional basketball results. *Journal of mathematical psychology*. 1982;25(3):187–205.
- [175] Mendonça D, Raghavachari M. Comparing the efficacy of ranking methods for multiple round-robin tournaments. *European Journal of Operational Research*. 2000;123(3):593–605.
- [176] David HA. Ranking from unbalanced paired-comparison data. *Biometrika*. 2002;74(2):432–436.
- [177] McGarry T, Schutz R. Efficacy of traditional sport tournament structures. *Journal of the Operational Research Society*. 1997;48(1):65–74.
- [178] McHale I, Morton A. A Bradley-Terry type model for forecasting tennis match results. *International Journal of Forecasting*. 2011;27(2):619–630.
- [179] Francis B, Soothill K, Dittrich R. A New Approach for Ranking "Serious" Offences. The Use of Paired-Comparisons Methodology. *British Journal of Criminology*. 2001;41(4):726–737.
- [180] Hatzinger R, Mazanec JA. Measuring the part worth of the mode of transport in a trip package: An extended Bradley-Terry model

- for paired-comparison conjoint data. *Journal of Business Research*. 2007;60(12):1290–1302.
- [181] Matthews JNS, Morris KP. An Application of Bradley-Terry-Type Models to the Measurement of Pain. *Applied Statistics*. 1995;44(2):243–255.
- [182] Beaver RJ, Gokhale D. A model to incorporate within-pair order effects in paired comparisons. *Communications in statistics-theory and methods*. 1975;4(10):923–939.
- [183] Davidson R, Beaver RJ. On Extending the Bradley-Terry Model to Incorporate Within-Pair Order Effects. *Biometrics*. 1977;33(4):693–702.
- [184] Kind P. A Comparison of Two Models for Scaling Health Indicators. *International journal of epidemiology*. 1982;11(3):271–275.
- [185] Speight J, Barendse SM. FDA guidance on patient reported outcomes. *BMJ*. 2010;340.
- [186] Patrick DL, Burke LB, Powers JH, Scott JA, Rock EP, Dawisha S, et al. Patient-reported outcomes to support medical product labeling claims: FDA perspective. *Value in Health*. 2007;10:S125–S137.
- [187] Whiting MJ, Stuart-Fox DM, O'Connor D, Firth D, Bennett NC, Blomberg SP. Ultraviolet signals ultra-aggression in a lizard. *Animal Behaviour*. 2006;72(2):353–363.
- [188] Su Y, Zhou M. On a connection between the Bradley-Terry model and the Cox proportional hazards model. *Statistics and Probability Letters*. 2006;76(7):698–702.
- [189] Mazzuchi TA, Linzey WG, Bruning A. A paired comparison experiment for gathering expert judgment for an aircraft wiring risk assessment. *Reliability Engineering and System Safety*. 2008;93(5):722–731.

- [190] Brown TC, Peterson GL, Brodersen RM, Ford V, Bell PA. The judged seriousness of an environmental loss is a matter of what caused it. *Journal of Environmental Psychology*. 2005;25(1):13–21.
- [191] Firth D. Bradley-Terry Models in R. *Journal of Statistical Software*. 2005;12(1):1–12.
- [192] Imrey PB. In: Bradley-Terry Model. *Encyclopedia of Biostatistics*. John Wiley & Sons, Ltd; 2005. p. 1–7.
- [193] Zermelo E. Die Berechnung der Turnier-Ergebnisse als ein Maximumproblem der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Mathematische Zeitschrift*. 1929;29(1):436–460.
- [194] Durbin J. Incomplete blocks in ranking experiments. *British Journal of Statistical Psychology*. 1951;4(2):85–90.
- [195] Kendall MG, Smith BB. The Problem of m Rankings. *The Annals of Mathematical Statistics*. 1939;10(3):275–287.
- [196] Kendall MG, Smith BB. On the Method of Paired Comparisons. *Biometrika*. 1940;31(3/4):324–345.
- [197] Kendall MG. Further Contributions to the Theory of Paired Comparisons. *Biometrics*. 1955;11(1):43–62.
- [198] Mallows CL. Non-Null Ranking Models. I. *Biometrika*. 1957;44(1/2):114–130.
- [199] Ford LR. Solution of a Ranking Problem from Binary Comparisons. *The American Mathematical Monthly*. 1957;64(8, Part 2: To Lester R. Ford on His Seventieth Birthday):28–33.
- [200] Jr OD. Rank Analysis of Incomplete Block Designs: A Method of Paired Comparisons Employing Unequal Repetitions on Pairs. *Biometrics*. 1960;16(2):176–188.

- [201] Bradley RA. In: Krishnaiah PR, Sen PK, editors. Paired comparisons: Some basic procedures and examples. vol. Volume 4 of Handbook of Statistics. Elsevier; Vol. 4, 1984. p. 299–326.
- [202] Davidson R, Farquhar PH. A Bibliography on the Method of Paired Comparisons. *Biometrics*. 1976;32(2):241–252.
- [203] Kousgaard N. Models for paired comparisons with ties. *Scandinavian Journal of Statistics*. 1976;3(1):1–14.
- [204] Tutz G. Bradley-Terry-Luce models with an ordered response. *Journal of mathematical psychology*. 1986;30(3):306–316.
- [205] Springall A. Response Surface Fitting Using a Generalization of the Bradley-Terry Paired Comparison Model. *Applied Statistics*. 1973;22(1):59–68.
- [206] Critchlow DE, Fligner MA. Paired comparison, triple comparison, and ranking experiments as generalized linear models, and their implementation on GLIM. *Psychometrika*. 1991;56(3):517–533.
- [207] Fligner MA, Verducci JS. Multistage Ranking Models. *Journal of the American Statistical Association*. 1988;83(403):892–901.
- [208] Fligner MA, Verducci JS. Distance Based Ranking Models. *Journal of the Royal Statistical Society Series B (Methodological)*. 1986;48(3):359–369.
- [209] Davidson R, Bradley RA. Multivariate Paired Comparisons: The Extension of a Univariate Model and Associated Estimation and Test Procedures. *Biometrika*. 1969;56(1):81–95.
- [210] Davidson R, Bradley RA. A Regression Relationship for Multivariate Paired Comparisons. *Biometrika*. 1971;58(3):555–560.
- [211] Böckenholt U. Loglinear representation for multivariate choice data. *Mathematical Social Sciences*. 1992;23(2):235–250.

-
- [212] Abelson RM, Bradley RA. A 2 X 2 Factorial with Paired Comparisons. *Biometrics*. 1954;10(4):487–502.
- [213] Bradley RA, El-Helbawy AT. Treatment Contrasts in Paired Comparisons: Basic Procedures with Application to Factorials. *Biometrika*. 1976;63(2):255–262.
- [214] Van-Berkum E. Optimal paired comparison designs for factorial and quadratic models. *Journal of statistical planning and inference*. 1987;15:265–278.
- [215] Bradley RA. A Biometrics Invited Paper. Science, Statistics, and Paired Comparisons. *Biometrics*. 1976;32(2):213–239.
- [216] Cohen A, Mallows CL. Assessing Goodness of Fit of Ranking Models to Data. *Statistician*. 1983;32(4):361–373.
- [217] Böckenholt U. A logistic representation of multivariate paired-comparison models. *Journal of mathematical psychology*. 1988;32(1):44–63.
- [218] Agresti A. Analysis of ordinal paired comparison data. *Applied Statistics*. 1992;p. 287–297.
- [219] Agresti A. *An Introduction to categorical data analysis*. New York: Wiley; 1996.
- [220] der Ark LAV. Stochastic Ordering Of the Latent Trait by the Sum Score Under Various Polytomous IRT Models. *Psychometrika*. 2005;70(2):283–304.
- [221] Glickman ME. Parameter estimation in large dynamic paired comparison experiments. *Applied Statistics*. 1999;48(3):377–394.
- [222] Glickman ME. Dynamic paired comparison models with stochastic variances. *Journal of Applied Statistics*. 2001;28(6):673–689.
- [223] Aitkin M, Francis B, Hinde J, Darnell R. *Statistical Modelling in R*. Oxford University Press, USA; 2009.

- [224] Lancaster JF, Quade D. Random Effects in Paired-Comparison Experiments Using the Bradley-Terry Model. *Biometrics*. 1983;39(1):245–249.
- [225] Aitkin M. A General Maximum Likelihood Analysis of Variance Components in Generalized Linear Models. *Biometrics*. 1999;55(1):117–128.
- [226] Mallet A. A maximum likelihood estimation method for random coefficient regression models. *Biometrika*. 1986;73(3):645–656.
- [227] Fienberg SE, Larntz K. Log Linear Representation for Paired and Multiple Comparisons Models. *Biometrika*. 1976;63(2):245–254.
- [228] Imrey PB, Johnson WD, Koch GG. An Incomplete Contingency Table Approach to Paired-Comparison Experiments. *Journal of the American Statistical Association*. 1976;71(355):614–623.
- [229] Fienberg SE. Log Linear Representation for Paired Comparison Models with Ties and Within-Pair Order Effects. *Biometrics*. 1979;35(2):479–481.
- [230] Grizzle JE, Starmer CF, Koch GG. Analysis of Categorical Data by Linear Models. *Biometrics*. 1969;25(3):489–504.
- [231] Lindsey JK. *The analysis of categorical data using GLIM*. Springer-Verlag New York; 1989.
- [232] Dittrich R, Hatzinger R, Katzenbeisser W. Fitting Paired Comparison Models in GLIM:(I) simple models, ties and position effects. *GLIM Newsletter*. 1997;27:27–34.
- [233] Dittrich R, Hatzinger R, Katzenbeisser W. Fitting paired comparison models in GLIM:(II) subject and object specific covariates. *GLIM Newsletter*. 1998;28:21–28.
- [234] Wickelmaier F, Schmid C. A Matlab function to estimate choice model parameters from paired-comparison data. *Behavior Research Methods*. 2004;36(1):29–40.

-
- [235] Hatzinger R, Francis B. Fitting Paired Comparison Models in R. Workpaper. Institute of Statistics, Vienna University of Economics and Business Administration; 2004.
- [236] Francis B, Dittrich R, Hatzinger R, Penn R. Analysing partial ranks by using smoothed paired comparison methods: an investigation of value orientation in Europe. *Journal of the Royal Statistical Society Series C(Applied Statistics)*. 2002;51(3):319–336.
- [237] Weber D, Hatzinger R. A novel approach for modelling paired comparisons data with non-ignorable missing values on students attitudes towards foreigners. *Data Analysis Bulletin*. 2011;12:11–22.
- [238] Train K. *Discrete choice methods with simulation*. Cambridge: Cambridge University Press; 2003.
- [239] Dittrich R, Hatzinger R. Fitting loglinear Bradley-Terry models (LLBT) for paired comparisons using the R package *prefmod*. *Psychology Science Quarterly*. 2009;51(2):216–242.
- [240] Tutz G. *Latent Trait-Modelle für ordinale Beobachtungen: Die statistische und messtheoretische Analyse von Paarvergleichsdaten*. Springer-Verl; 1989.
- [241] Agresti A. *An introduction to categorical data analysis*. vol. 423. Wiley-Blackwell; 2007.
- [242] Haberman SJ, Haberman SJ. *The analysis of frequency data*. vol. 974. University of Chicago Press Chicago; 1974.
- [243] Haberman SJ. Log-linear models and frequency tables with small expected cell counts. *The Annals of Statistics*. 1977;5(6):1148–1169.
- [244] Haberman SJ. *Analysis of qualitative data*. Academic Press New York; 1979.

- [245] Darroch JN, Ratcliff D. Generalized iterative scaling for log-linear models. *The annals of mathematical statistics*. 1972;43(5):1470–1480.
- [246] Csiszar I. A geometric interpretation of Darroch and Ratcliff’s generalized iterative scaling. *The Annals of Statistics*. 1989;17(3):1409–1413.
- [247] Bradley RA. Some statistical methods in taste testing and quality evaluation. *Biometrics*. 1953;9(1):22–38.
- [248] Bradley RA. Incomplete Block Rank Analysis: On the Appropriateness of the Model for a Method of Paired Comparisons. *Biometrics*. 1954;10(3):375–390.
- [249] Maxwell AE. Logistic Transformation in Analysis of Paired-Comparison Data. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*. 1974;27(1):62–71.
- [250] Bishop Y, Fienberg SE, Holland P. In: *Maximum Likelihood Estimation For Incomplete Tables. Discrete Multivariate Analysis Theory and Practice*. Springer New York; 2007. p. 177–228.
- [251] Savage IR. In: *Incomplete contingency tables: Conditions for the existence of unique MLE. Mathematics and Statistics, Essays in Honor of Harold Bergström*, Eds P.Jagers and L. Råde. Chalmers Institute of Technology, Göteborg, Sweden; 1973. p. 87–99.
- [252] Davison ML, McGuire DP, Chen TH, Anderson RO. Testing the Equality of Scale Values and Discriminal Dispersions in Paired Comparisons. *Applied Psychological Measurement*. 1995;19(3):257–267.
- [253] Papke LE, Wooldridge JM. A computational trick for delta-method standard errors. *Economics Letters*. 2005;86(3):413–417.
- [254] Turner H, Firth D. gnm: A package for generalized nonlinear models. *R News*. 2007;7(2):8–12.

- [255] Turner H, Firth D. Bradley-terry models in R: The bradleyterry2 package. *Journal of Statistical Software*. 2012;48(9):1–21.
- [256] Cox DR. The Analysis of Multivariate Binary Data. *Applied Statistics*. 1972;21(2):113–120.
- [257] Altham PME. Two Generalizations of the Binomial Distribution. *Journal of the Royal Statistical Society Series C (Applied Statistics)*. 1978;27(2):162–167.
- [258] Connolly MA, Liang KY. Conditional Logistic Regression Models for Correlated Binary Data. *Biometrika*. 1988;75(3):501–506.
- [259] Fahrmeir L, Tutz G. Dynamic Stochastic Models for Time-Dependent Ordered Paired Comparison Systems. *Journal of the American Statistical Association*. 1994;89(428):1438–1449.
- [260] Cox DR, Wermuth N. A Note on the Quadratic Exponential Binary Distribution. *Biometrika*. 1994;81(2):403–408.
- [261] Baier D, Gaul W. Optimal product positioning based on paired comparison data. *Journal of Econometrics*. 1998;89(2):365–392.
- [262] MacKay DB, Dröge C. Extensions of probabilistic perceptual maps with implications for competitive positioning and choice. *International Journal of Research in Marketing*. 1990;7(4):265–282.
- [263] Pastor CA, Santaolalla R. La viabilidad de las propuestas metodológicas para la aplicación del crédito europeo por parte del profesorado de las universidades españolas, vinculadas a la utilización de las TICs en la docencia y la investigación. Ministerio de Educación y Ciencia. Dirección General de Universidades; 2005.
- [264] Rué J. El aprendizaje autónomo en educación superior. Narcea Ediciones; 2009.
- [265] Bartolomé-Pina AR. Blended learning: conceptos básicos. *Pixel-Bit: Revista de medios y educación*. 2004;(23):7–20.

- [266] Llorente-Cejudo MC. Aspectos fundamentales de la formación del profesorado en TIC. *Pixel-Bit: Revista de medios y educación*. 2008;(31):121–130.
- [267] Moizé L. Autoaprendizaje en el grado de fisioterapia de la Universitat Internacional de Catalunya (UIC). Dirigida por Luca Buttori. [Trabajo Fin de Máster, inédito] Universitat Oberta de Catalunya; 2009.
- [268] Coomey M, Stephenson J. Online learning: It is all about dialogue, involvement, support and control-according to the research. *Teaching and Learning Online*. Ryerson Polytechnic University, Canada and Middlesex University, UK; 2001.
- [269] Stephenson J. *Teaching and Learning Online: Pedagogies for New Technologies*. Stylus Publishing, Inc., 22883 Quicksilver Dr., Sterling, VA 20166-2012; 2001.
- [270] Nielsen T. A historical review of the styles literature. *Handbook of Intellectual Styles: Preferences in Cognition, Learning, and Thinking*. 2011;p. 21.
- [271] netón MJBM, Pinzón V, Alexandra M, Alarcón LLA, Olaya CIB. Estilos y estrategias de aprendizaje: una revisión empírica y conceptual de los últimos diez años. *Pensamiento psicológico*. 2012;(1):129–144.
- [272] Troiano H, Breitman M, Gete-Alonso C. Estilos de aprendizaje que predominan entre los estudiantes universitarios. *Revista de Enseñanza Universitaria*. 2004;(23):63–84.
- [273] Ruiz MV, Fortoul TI, Costa MRA, Martínez SL, Nieto DM. Factores que influyen en los estilos de aprendizaje en el estudiante de medicina. *Revista de la educación superior*. 2006;35(138):55–62.
- [274] Thurstone LL. A Law of Comparative Judgment,. *Psychological Review*. 1994;101(2):266–270.

- [275] Cornwell JM, Dunlap WP. On the Questionable Soundness of Factoring Ipsative Data - A Response. *Journal of Occupational and Organizational Psychology*. 1994;67:89–100.
- [276] Joe H, Maydeu-Olivares A. A General Family of Limited Information Goodness-of-Fit Statistics for Multinomial Data. *Psychometrika*. 2010;75(3):393–419.
- [277] Jones C, Reichard C, Mokhtari K. Are student's learning styles discipline specific? *Community College Journal of Research and Practice*. 2003;27(5):363–375.
- [278] Soria M, Guerra M, Giménez I, Escanero JF. La decisión de estudiar medicina: características. *Educación médica*. 2006;9(2):91–97.
- [279] Camacho JA, Laverde AC, de Mesa CL. Blended Learning y estilos de aprendizaje en estudiantes universitarios del área de la salud. *Educación Médica Superior*. 2012;26(1):27–44.
- [280] McManus I, Smithers E, Partridge P, Keeling A, Fleming PR. A levels and intelligence as predictors of medical careers in UK doctors: 20 year prospective study. *BMJ*. 2003;327(7407):139–142.
- [281] García FC. Diferencias de género en estrategias y estilos de aprendizaje. *Psicothema*. 2000;12(3):360–367.
- [282] Montero E, no MJSC, Contreras E. Estudio transversal de los estilos de aprendizaje y rendimiento académico en alumnos de primer año de la carrera de medicina veterinaria. *Revista de estilos de aprendizaje*. 2011;7(7):151–159.
- [283] Tsai RC. Remarks on the identifiability of thurstonian paired comparison models under multiple judgment; 2003.

A

Annexos

A.1 Apèndix: Aplicació dels models de Thurstone a dades Paired Comparison data

En aquesta secció reescriurem les equacions vistes a l'apartat 3.2 per aquells casos que les dades observades provinguessin directament de preguntes que demanen a l'enquestat que compari parelles d'ítems o objectes, és a dir amb estructura de Paired Comparison data, i no pas que aquestes provinguin de la transformació de ranking data a paired comparison com s'explica en l'apartat 1.2.3, és a dir que les respostes donades poden no ser transitives i per tant no ser consistents, per la qual cosa l'equació (3.6) s'ha de tenir en compte el terme de l'error, e_p i reescriure-la com,

$$y_l^* = t_i - t_j + e_l \tag{A.1}$$

on es suposa que e_l segueix una distribució Normal amb mitjana 0 i variància w_l^2 i que aquests són incorrelacionats dos a dos per $l = 1, \dots, m$ on m és el nombre de parelles que es comparen, així com es suposen incorrelacionades les variables latents subjacents t_i . Així doncs la relació

entre la resposta observada i el judici subjacent de les variables latents, de l'equació (3.8) s'ha de reescriure com

$$y^* = At + e \quad (\text{A.2})$$

on e és el vector de dimensió $\tilde{n} \times 1$ dels errors aleatoris amb matriu de covariances Ω^2 de diagonal w_l^2 per $l = 1, \dots, m$.

Donada la Normalitat de les variables latents t i dels errors e implica que les diferències entre les variables latents, y^* , tinguin distribució Normal amb mitjanes i matriu de covariances, les mateixes de les equacions (3.10) tenint en compte el terme de l'error, t.q. es poden escriure com:

$$\begin{aligned} \mu_{y^*} &= A\mu_t \\ \Sigma_{y^*} &= A\Sigma_t A' + \Omega^2 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

On en el cas de que hi hagués consistència $\Omega^2 = 0$.

En alguns casos s'imposa $\Omega^2 = w^2 I$, que implica que el nombre d'intransitivitats és igual per a tots els m parells, però que suposarà una diferència de mitjanes més gran. De la mateixa manera que el cas en que hi ha transitivitat, podem usar la forma estandaritzada de les diferències de les variables latents, t.q. donat que el vector de mitjanes i matriu de covariances és

$$D = [\text{Diag}(\Sigma_{y^*})]^{-1/2} \quad (\text{A.4})$$

d'aquesta manera z^* té distribució Normal multivariant amb vector de mitjanes 0 i matriu de correlacions tetracòriques P_{z^*} , on

$$P_{z^*} = D(\Sigma_{y^*})D = D(A\Sigma_t A')D \quad (\text{A.5})$$

l'expressió estandaritzada, equivalent a la de (3.13) queda, per a intransitivitat [101, 102], com

$$P_{z^*} = D(\Sigma_{y^*})D = D(A\Sigma_t A' + \Omega^2)D \quad (\text{A.6})$$

que ens dona la relació entre les comparacions observades i la dicotomització de les variables latents associades, i que s'expressa de la mateixa manera que per el cas de transitivitat vist a les equacions (3.14) i (3.15). Aquestes no canvien donat que s'ha suposat que els errors tenien mitjana 0. Però, si que queden afectades les correlacions per la variabilitat de les dades tal i com es veu a l'equació A.6.

Podem dir doncs que el model d'equacions estructurals per a dades Paired Comparison i per a dades ranking és similar, però que donada la font d'error en les primeres és preferible que les preguntes es formulin amb una estructura d'ordenació i no de comparacions binàries.

Vistes les equacions equivalents a el que s'exposà a l'apartat 3.2 de la memòria, l'estimació dels paràmetres, de les mitjanes de les variables latents associades al ítems que comparem, es poden fer sota els mateixos models, a més per 4 o més alternatives no hi ha diferències entre les restriccions que necessitem imposar a la matriu de covariances dels casos Unrestricted, Cas III, i Cas V. És a dir tant per les dades ranking com per les dades Paired Comparison els models es poden especificar com un cas particular d'un model SEM expressat segons Muthén, [100, 109] per

les equacions (3.16), (3.17), (3.18) i (3.19) en les que igual que per el cas de dades transitives només cal prendre com a paràmetres $p=k$, $\eta = t$ i $\varepsilon = 0$ a (3.16) i (3.17) i $\nu = 0$, $\Lambda = A$, $B = I$, $\alpha = \mu_t$, $\Psi = \Sigma_t$ a (3.18) i (3.19), però en lloc de $\Theta = 0$ en aquestes mateixes equacions, per el cas intensitriu prendrem $\Theta = \Omega^2$

Una dificultat però, és que en aquest cas hi ha diferents models equivalents i que entre ells no ajusten uns millors que els altres, i en canvi la seva interpretació és substancialment diferent, i tot i que s'han anat desenvolupant diferents criteris i normatives per tal de trobar l'equivalència entre els diferents models SEM, encara no estar del tot aclarit. En el cas dels models Thurstonians al 2003 es va desenvolupar una forma d'aplicació per tal de trobar tota la bateria de models SEM equivalents a un model d'estimació donat [283].

Suposem un model de Thurstone per a dades Paired Comparison, del que s'ha obtingut una estimació, amb matrius de covariances Σ_1 per les utilitats latents i Ω_1 per a l'error, ambdues definides positives. Aleshores un altre model amb matrius Σ_2 i Ω_2 t.q.

$$\Sigma_2 = c\Sigma_1 + d1' + 1d'i\Omega_2 = c\Omega_1 \quad (\text{A.7})$$

on c és una constant positiva i d un vector de constants de dimensió $nx1$, arbitraris, però Σ_2 i Ω_2 han d'ésser definides positives, serà equivalent al primer model estimat. (si prenem $\Omega_1 = 0$ l'equació (A.7) es pot usar en el cas de dades ranking. I per tant tots aquests models equivalents afecten a la interpretació de les estimacions segons sigui el model escollit i és per això que seguint les indicacions de Böckenholt les estimacions trobades només podran ser interpretades en termes relatius, i haurem d'anar en compte quan comparem diferents models de Thurstone [121]

A.2 Test CLSI-Canfield

A continua s'adjunta el qüestionari del test CLSI-Canfield, tal i com es va passar als estudiants de medicina, en la seva versió traduïda al català. Prèviament, exposem a la següent taula una relació de la ubicació de cada una de les preguntes en cada un dels 4 blocs d'aquest test, ja que l'estructura del mateix no és correlatiu per blocs sinó que el test està construït atenent a la validació de constructe del mateix, tal i com s'exposa en el seu manual [19].

Taula A.1: Distribució de les preguntes del Test CLSI-Canfield en cada un dels Blocs

Condicions d'Aprenentatge		Preguntes
Bloc 1	A Companys	P1 / P5 / P9
	B Organització	
	C Objectius	P13 / P17 / P21
	D Competició	
Condicions d'Aprenentatge		Preguntes
Bloc 2	A Professor	P2 / P6 / P10
	B Detalls	
	C Independència	P14 / P18 / P22
	D Autoritat	
Àrees de preferència		Preguntes
Bloc 3	A Números	P3 / P7 / P11
	B Llenguatges	
	C Objectes inanimats	P15 / P19 / P23
	D Persones	
Mètodes d'aprenentatge		Preguntes
Bloc 4	A Escoltar	P4 / P8 / P12
	B Llegir	
	C Per Imatges	P16 / P20 / P24
	D Experiència Directa	

QÜESTIONARI DE PREFERÈNCIES ACADÈMIQUES

COGNOMS Nom

Gènere: Home ... Dona ... Grup de l'assignatura: ...

Vares cursar l'assignatura de física al Batxillerat?

Si..... No.....

Et vares examinar de física a la prova de Selectivitat?

Si..... No.....

Opció del Batxillerat:

Notes: Batxillerat Selectivitat: Final:

El present qüestionari serveix per conèixer les preferències dels estudiants respecte a alguns elements de l'ensenyament. Ja que es tracta de preferències, no hi ha respostes bones o dolentes. En cada pregunta hi ha 4 respostes. Les has d'ordenar d'acord amb les teves preferències. Escribeu 1 al costat de l'opció que prefereixes més, 2 de la següent, 3 de la següent i 4 de la que prefereixes menys.

1. Recorda les teves classes favorites. Per què t'agradaven? Ordena les següents raons d'acord amb les teves preferències

A. M'agradaven els companys. Compartíem les nostres idees i afeccions	
B. La classe estava ben organitzada. Les idees seguien un ordre	
C. Em vaig poder fixar els meus propis objectius. El professor em deixà estudiar allò que m'interessava més	
D. Sabia com era jo en comparació amb els altres. Cada estudiant era qualificat amb justícia	

2. Quins tipus de professors t'agraden? Ordena les següents descripcions d'acord amb les teves preferències.

A. Són agradables i amistosos. Es prenen un interès personal per mi	
B. Donen informació clara sobre el treball que cal fer i com cal fer-ho	
C. Em deixen decidir què estudiar. Em deixen decidir com fer les coses	
D. Marquen un nivell d'exigència elevat a classe. Em fan fer el treball necessari per assolir-lo	

3. Quines assignatures et solen agradar? Ordena el següent llistat d'acord amb les teves preferències.

A. Matemàtiques	
B. Llengua i literatura	
C. Treballs manuals i expressió plàstica	
D. Socials	

4. De quina manera aprens millor? Enumera les següents opcions d'acord amb les teves preferències.

A. Escoltar els altres parlar sobre un tema	
B. Llegir el que altres persones han escrit sobre un tema	
C. Mirar imatges, gràfiques, vídeos	
D. Treballar jo mateix en el tema.	

5. Quin canvi milloraria la teva experiència escolar? Ordena les següents propostes de la més útil a la menys útil.

A. Més activitats de grup. Més oportunitats de trobar i conèixer altres estudiants	
B. Més esquemes de classe. Més informació sobre el seu contingut	
C. Més oportunitats d'establir els meus propis objectius. Més possibilitats de pensar por mi mateix	
D. Més informació per saber com ho faig en comparació amb els altres estudiants	

6. Segons la teva opinió, quins tipus de professors són els pitjors? [1 = els més dolents,, 4 = els menys dolents]

A. Els professors a qui els interessa només la matèria. No estan interessats en els estudiants	
B. Els professors que no expliquen clarament el que cal fer. Mai no sé què es suposa que he de fer	
C. Els professors que mai no em deixen fer les coses pel meu compte. No em deixen prendre les meves pròpies decisions	
D. Els professors que són massa permissius quan els estudiants fan soroll. Els estudiants no escolten perquè el professor els deixen fer tot el que volen	

7. Amb què t'ho passes més bé? Ordena les següents activitats d'acord amb les teves preferències.

A. Imaginar o calcular els preus de les coses	
B. Escriure una redacció o una carta	
C. Construir o reparar quelcom	
D. Tenir una conversa amb una persona desconeguda	

8. A les classes se solen fer diferents activitats. Ordena les següents descripcions d'acord amb les teves preferències.

A. Explicacions orals i sessions de preguntes i respostes	
B. Llegir el llibre de text i altres lectures recomanades	
C. Veure diapositives, vídeos, gràfiques o esquemes	
D. Fer experiments o projectes en el laboratori	

9. En la major part de cursos s'avalua els estudiants i se li donen notes. Què penses de les notes? Ordena les següents frases d'acord amb la teva opinió.

A. De vegades les notes creen gelós entre els estudiants. Causen "mal rotllo"	
B. De vegades els professors posen exàmens amb preguntes injustes. Les preguntes no tenen a veure amb el llibre de text o el que s'explica a classe	
C. De vegades les notes o els exàmens no em són útils. No m'ajuden a saber com ho faig. No m'ajuden a veure el que he d'estudiar més	
D. De vegades les notes no mostren realment qui va bé i qui va malament	

10. Quin mètode t'ajuda més a aprendre? Ordena-los de 1 (el més útil) a 4 (el menys útil).

A. Arribar a conèixer el professor; tenir oportunitat d'anar-lo a veure i parlar amb ell	
B. Saber exactament què s'ha de fer per l'assignatura; saber exactament què s'espera de mi	
C. Tenir l'oportunitat de prendre les meves pròpies decisions; poder planificar el meu propi treball	
D. Tenir un professor que em digui com i què estudiar	

11. Imagina que és obligatori en el teu curs visitar una residència per persones grans. Ordena les següents activitats d'acord amb les teves preferències.

A. Ajudar-los a calcular les seves despeses o a fer la declaració de renda	
B. Escriure una carta per ells o llegir-los el diari	
C. Ajudar-los a arreglar alguna cosa	
D. Parlar amb ells de les seves experiències i els seus records	

12. Imagina que vols informar-te sobre un treball. De quina manera t'agradaria aprendre-ne? Ordena els següents procediments d'acord amb les teves preferències.

A. Que algú m'ho expliqui	
B. Llegir una llibre o un article que ho expliqui	
C. Observar una demostració a classe del treball	
D. Intentar fer el treball en sí, com a prova	

13. Quina és la teva responsabilitat com a estudiant? Ordena els següents procediments d'acord amb les teves preferències.

A. Col·laborar amb els altres estudiants i ajudar-los tant com pugui	
B. Fer preguntes al professor quan l'explicació és confusa	
C. Prendre les teves pròpies decisions respecte a què puc fer	
D. Comparar-me amb els altres estudiants i procurar fer-ho millor que ells	

14. Si una persona vol ser professor, què penses que és més important que aprengui? Ordena les següents opcions d'acord amb la seva importància.

A. Com avenir-se amb els estudiants. Com tenir una bona relació amb ells	
B. Com informar als estudiants de les exigències de l'assignatura, de les normes de classe i dels criteris d'avaluació	
C. Com fer que els estudiants treballin i aprenguin pel seu compte	
D. Com mantenir el ordre en la classe. Com aconseguir que els estudiants treballin	

15. Quines coses t'agradaria aprendre? Ordena les següents opcions d'acord amb les teves preferències.

A. Matemàtiques i lògica	
B. Escriure històries curtes	
C. Utilitzar una màquina per fer alguna cosa	
D. Saber per què les persones es comporten de determinada manera	

16. Imagina que vols saber com és un nou tipus de plàstic. Com t'agradaria aprendre-ho? Ordena les següents opcions d'acord amb les teves preferències.

A. Escoltar una conferència o una explicació oral sobre ell	
B. Llegir un llibre o un article sobre ell	
C. Mirar un documental o diapositives sobre ell	
D. Experimentar directament amb ell	

17. Fes memòria de les classes que no t'agradaven. Perquè no t'agradaven? Ordena les següents opcions de 1 (la que t'ha desagradat més) a 4 (la que t'ha desagradat menys)

A. Els estudiants discutien i es barallaven massa en classe	
B. La classe no era organitzada. Mai no es podia predir el que vindria després	
C. No se me permetia fer allò que volia fer	
D. No importava quina fos la qualitat i la quantitat del treball que fessis, el professor ho donava per bo	

18. Recorda els professors que et varen ajudar més. Ordena les següents opcions d'acord amb les teves preferències.

A. Els agradaven els estudiants. Realment volien ajudar-los i entendre'ls	
B. Deixaven ben clar el que havies de fer. No et feien esforçar-te per endevinar què volien	
C. Deixaven que els estudiants treballessin pel seu compte. Consideraven cada persona com a un individu	
D. Controlaven les seves classes. Exigien que tothom es comportés correctament, parés atenció i estudiés a la classe	

19. Si fossis el membre d'un club, què t'agradaria fer? Ordena les següents tasques d'acord amb les teves preferències.

A. Portar la comptabilitat i fer els comptes	
B. Fer les actes de les reunions i portar la correspondència	
C. Ordenar el local i mantenir en ordre l'equipament del club	
D. Acollir els nous membres i ajudar-los a integrar-se	

20. Si fessis un curset sobre com mantenir net l'ambient, com t'agradaria aprendre-hi? Ordena les següents opcions d'acord amb les teves preferències.

A. Escoltant una explicació oral	
B. Llegint	
C. Mirant documentals, pel·lícules, etc.	
D. Realitzant un estudi de camp	

21. Quan importants són les següents idees per a una classe? Ordena les següents frases d'acord amb la seva importància.

A. Tinc oportunitat de fer amistats. Els estudiants s'ajuden els uns als altres	
B. Els conceptes i els continguts estan ordenats. Es segueixen els uns als altres d'una manera comprensible	
C. Puc decidir com i què vull estudiar. Tinc possibilitat de decidir quins temes estudiaré més a fons	
D. Les qualificacions són justes i realment posen de relleu quins són els estudiants que ho fan millor	

22. Quines coses et desagraden d'una classe? Ordena les següents frases de 1 (la que et desagrada més) a 4 (la que et desagrada menys)

A. El professor era hostil, s'enfadava per no res i era desconsiderat	
B. No podia entendre què havia de fer	
C. No podia fer les coses de la manera més adient per a mi	
D. El professor era incapaç de controlar la classe	

23. En quines coses t'interessaria més treballar? Ordena les següents frases d'acord amb el seu interès per tu.

A. Matemàtiques, enginyeria, comptabilitat	
B. Llenguatge, redacció, comunicació	
C. Construcció, disseny, fer funcionar un equipament	
D. Entrevistar, fer de venedor, ensenyar	

24. Què t'agrada més fer en una classe? Ordena les següents activitats d'acord amb les teves preferències.

A. El professor explica i a continuació respon a preguntes	
B. Llegir sobre el tema	
C. Mirar imatges, documentals, gràfiques, presentacions, etc.	
D. Experimentar o fer pràctica amb el material	

A.3 Qüestionaris Activitats d'Aprenentatge Autònom al grau de Fisioteràpia

A continuació es presenten els dos qüestionaris que es van passar a l'inici i final del semestre als alumnes de Primer del Grau de Fisioteràpia de la Universitat Internacional de Catalunya. En aquests es pot veure com coincideixen la pregunta 4 del Qüestionari 1 amb la pregunta 2 del Qüestionari 2. És aquesta la pregunta objectiu de l'estudi, formulada amb resposta en estructura de dades ranking.

A.3.1 Qüestionari 1. Abans de realitzar les Activitats d'Aprenentatge Autònom

ENCUESTA SOBRE EL USO DE LAS ACTIVIDADES DE AUTOAPRENDIZAJE

CÓDIGO: _ _ _ _ _

Edad: ____

Sexo : — Hombre — Mujer

1. En tus estudios previos a los que estas cursando actualmente en la UIC, has realizado tareas de autoaprendizaje? (autoaprendizaje: forma de aprender por uno mismo, proceso de adquisición de conocimientos, habilidades, valores y actitudes, que la persona realiza por su cuenta ya sea mediante el estudio. Un sujeto enfocado al autoaprendizaje busca por sí mismo la información y lleva adelante las prácticas de la misma).

Si No

2. Si en la respuesta anterior has respondido Si, comenta brevemente el tipo de tareas de autoaprendizaje que has realizado.

3. Crees que la incorporación de actividades de autoaprendizaje en los estudios de Fisioterapia puede favorecer tu aprendizaje?

Si No

4. Ordena los 4 aspectos que siguen (A/B/C/D) en la tabla, según tu creas que se favorzcan con las tareas de autoaprendizaje. Siendo 1 el aspecto que se ve más favorecido y 4 el aspecto peor favorecido. (* hace referencia a las actividades propuestas en la red)

- A.** Consolidar los conocimientos estudiados en clase
- B.** Adquirir conocimientos nuevos (obtener información nueva no expuesta en clase)
- C.** Ampliar los conocimientos estudiados en clase (complementar los temas expuestos en la clase)
- D.** Adquirir habilidad práctica

1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a

A.3.2 Qüestionari 2. Després de realitzar les Activitats d'Aprenentatge Autònom

ENCUESTA SOBRE EL USO DE LAS ACTIVIDADES DE AUTOAPRENDIZAJE

CÓDIGO: _ _ _ _ _

Edad: ____

Sexo : _ Hombre _ Mujer

Una vez realizadas las actividades de autoaprendizaje propuestas en las diferentes asignaturas del grado de Fisioterapia, te agradecería que contestaras a las siguientes preguntas:

1. Crees que la realización de las actividades de autoaprendizaje propuestas han favorecido tu autoaprendizaje en las asignaturas? Marca una única respuesta con una X.

Nada de acuerdo	
Poco de acuerdo	
De acuerdo	
Bastante de acuerdo	
Muy de acuerdo	

2. Ordena los 4 aspectos que siguen (A/B/C/D) en la tabla, según tu creas que la realización de las actividades de autoaprendizaje propuestas han favorecido en tu aprendizaje*. Siendo 1 el aspecto que se ve más favorecido y 4 el aspecto peor favorecido. (* hace referencia a las actividades propuestas en la red)

- A.** Consolidar los conocimientos estudiados en clase
- B.** Adquirir conocimientos nuevos (obtener información nueva no expuesta en clase)
- C.** Ampliar los conocimientos estudiados en clase (complementar los temas expuestos en la clase)
- D.** Adquirir habilidad práctica

1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a

3. Has asistido a la Sala de autoaprendizaje de la UIC. Marca una única respuesta con una X.

Nunca	
Ocasionalmente	
Frecuentemente	

A.4 Codi del MPlus

A.4.1 Cas Unrestricted

```
Title: Canfield CLSI data: Unrestricted model

DATA: FILE IS 'p1.dat';

! L'arxiu de dades conté N observacions amb format
    lliure

! Els rankings s'han transformat en parells
    comparats (veure arxius "transformació de
    dades.xls")

VARIABLE:

    NAMES ARE pc12 pc13 pc14 pc23 pc24 pc34;
! Els noms reflecteixen els dos parells comparats on
! pc12=ab, pc13=ac, pc14=ad, pc23= bc, pc24= bd,
    pc34= cd

    CATEGORICAL = pc12 pc13 pc14 pc23 pc24 pc34;

ANALYSIS:

    TYPE = MEANSTRUCTURE;

ESTIMATOR=WLSM;

! Estimador DWLS amb la mitjana corregida per l'
    estadístic Satorra-Bentler
```

```
PARAMETERIZATION = THETA;
```

```
! El programa usa un model basat amb una matriu
  diagonal D per tal de fer complir l'
  estandarització de la variància
```

```
MODEL:
```

```
  f1 BY pc12-pc14@1;
  f2 by pc23-pc24@1;
  f3 by          pc34@1;
  f2 by pc12@-1;
  f3 by pc13@-1 pc23@-1;
  f4 by pc14@-1 pc24@-1 pc34@-1;
  ! Aquesta és la matriu A de coeficients
```

```
!On els factors són
```

```
!           f1 = A
!           f2 = B
!           f3 = C
!           f4 = D
```

```
[pc12$1-pc34$1@0];
```

```
! Fixem les interseccions a zero
```

```
[f1-f3* f4@0];
```

```
! Les primers n-1 mitjanes des factors són lliures I
  la última la fixem a 0
```

```
pc12-pc34@0;
```

```
! La variància de l'error del parell especificat es
  fixa a 0

! UNRESTRICTED MODEL SPECIFICATION
  f1@1;
  f4@1;
! La variància del primer i últim factor la fixem a
  1

! La variància dels alters factors són parameters
  lliures
  f2 with f1*;
  f3 with f1-f2*;

! Les covariàncies són lliures a excepció d'aquelles
  on hi ha involucrat el últim objecte que es
  fixen a 0

  f4 with f1-f3@0;

OUTPUT: TECH1; TECH4; TECH5;
! Usem TECH1 per verificar que la matriu A està
  especificada correctament
! Usem TECH4 per obtenir les estimacions dels
  paràmetres derivades del model
! Usem TECH5 per obtenir la funció mínima (
  necessaria per els tests niuats Satorra-Bentler)
```


A.4.2 Cas III

```
Title: Canfield CLSI  data: Cas III model

DATA: FILE IS 'p1.dat';

! L'arxiu de dades conté N observacions amb format
  lliure
! Els rankings s'han transformat en parells
  comparats (veure arxius "transformació de dades.
  xls")

ANALYSIS:

VARIABLE:

      NAMES ARE  pc12 pc13 pc14 pc23 pc24 pc34;

! Els noms reflecteixen els dos parells comparats on
! pc12=ab, pc13=ac, pc14=ad, pc23= bc, pc24= bd,
  pc34= cd

      CATEGORICAL = pc12 pc13 pc14 pc23 pc24 pc34;

      TYPE = MEANSTRUCTURE;

      ESTIMATOR=WLSM;

! Estimador DWLS amb la mitjana corregida per l'
  estadístic Satorra-Bentler

      PARAMETERIZATION = THETA;
```

! El programa usa un model basat amb una matriu diagonal D per tal de fer complir la
 ; estandarització de la variància

MODEL:

f1 BY pc12-pc14@1;
 f2 by pc23-pc24@1;
 f3 by pc34@1;
 f2 by pc12@-1;
 f3 by pc13@-1 pc23@-1;
 f4 by pc14@-1 pc24@-1 pc34@-1;

! Aquesta és la matriu A de coeficients fixos dels factors

ANALYSIS:

!On els factors són

! f1 = A
 ! f2 = B
 ! f3 = C
 ! f4 = D

[pc12\$1-pc34\$1@0];

! Fixem les interseccions a zero

[f1-f3* f4@0];

! Les primers n-1 mitjanes des factors són lliures I
 la última la fixem a 0

pc12-pc34@0;

! La variància de l'error del parell especificat es
 fixa a 0

```
! CASE 3 MODEL SPECIFICATION
```

```
  f1-f3 *;
```

```
  f4@1;
```

```
! La variància dels factors són lliures a excepció
  de la de la última que la fixem a 1
```

```
  f2 with f1@0;
```

```
  f3 with f1-f2@0;
```

```
  f4 with f1-f3@0;
```

```
! Fixem les covariàncies a 0
```

```
OUTPUT: TECH1; TECH4; TECH5;
```

```
! Usem TECH1 per verificar que la matriu A està
  especificada correctament
```

```
! Usem TECH4 per obtenir les estimacions dels
  paràmetres derivades del model
```

```
! Usem TECH5 per obtenir la funció mínima (
  necessària per els tests niuats Satorra-Bentler)
```

A.4.3 Cas V

```
Title: Canfield CLSI data: Cas V model
```

```
DATA: FILE IS 'p1.dat';
```

```
! L'arxiu de dades conté N observacions amb format
  lliure
! Els rankings s'han transformat en parells
  comparats (veure "transformació de dades.xls ")

VARIABLE:

      NAMES ARE    pc12 pc13 pc14 pc23 pc24 pc34;
! Els noms reflecteixen els dos parells comparats on
! pc12=ab, pc13=ac, pc14=ad, pc23= bc, pc24= bd,
  pc34= cd

      CATEGORICAL = pc12 pc13 pc14 pc23 pc24 pc34;

ANALYSIS:

      TYPE = MEANSTRUCTURE;

      ESTIMATOR=WLSM;
! Estimador DWLS amb la mitjana corregida per l'
  estadístic Satorra-Bentler

      PARAMETERIZATION = THETA;
! El programa usa un model basat amb una matriu
  diagonal D per tal de fer complir la
; estandarització de la variància

MODEL:

      f1 BY pc12-pc14@1;
      f2 by pc23-pc24@1;
      f3 by          pc34@1;
      f2 by pc12@-1;
```

```

      f3 by pc13@-1 pc23@-1;
      f4 by pc14@-1 pc24@-1 pc34@-1;
      ! Aquesta és la matriu A de coeficients
        fixes dels factors

!On els factors són
!           f1 = A
!           f2 = B
!           f3 = C
!           f4 = D

      [pc12$1-pc34$1@0];
! Fixem les interseccions a zero

      [f1-f3* f4@0];
! Les primers n-1 mitjanes des factors són lliures I
  la última la fixem a 0

      pc12-pc34@0;
! La variància de l'error del parell especificat es
  fixa a 0

! CASE 5 MODEL SPECIFICATION
      f1-f4@1;

! Fixem les variàncies a 1
      f2 with f1@0;
      f3 with f1-f2@0;
      f4 with f1-f3@0;
! Fixem les covariàncies a 0

OUTPUT: TECH1; TECH4; TECH5;

```

```
! Usem TECH1 per verificar que la matriu A està
    especificada correctament
! Usem TECH4 per obtenir les estimacions dels
    paràmetres derivades del model
! Usem TECH5 per obtenir la funció mínima (
    necessària per els tests niuats Satorra-Bentler)
```

A.4.4 Cas 1-Factorial

```
Title: Canfield CLSI data: One factor model

DATA: FILE IS 'p1.dat';

! L'arxiu de dades conté N observacions amb format
    lliure
! Els rankings s'han transformat en parells
    comparats (veure arxius "transformació de dades.
    xls")

VARIABLE:

    NAMES ARE    pc12 pc13 pc14 pc23 pc24 pc34;
! Els noms reflecteixen els dos parells comparats on
! pc12=ab, pc13=ac, pc14=ad, pc23= bc, pc24= bd,
    pc34= cd

    CATEGORICAL = pc12 pc13 pc14 pc23 pc24 pc34;

ANALYSIS:
```

```

TYPE = MEANSTRUCTURE;

ESTIMATOR=WLSM;
! Estimador DWLS amb la mitjana corregida per l'
estadístic Satorra-Bentler

PARAMETERIZATION = THETA;

! El programa usa un model basat amb una matriu
diagonal D per tal de fer complir la
; estandarització de la variància

MODEL:
A BY pc12-pc14@1;
B By pc23-pc24@1;
C By pc34@1;
B By pc12@-1;
C by pc13@-1 pc23@-1;
D by pc14@-1 pc24@-1 pc34@-1;

! Aquesta és la matriu A, fixem els coeficients
dels factors primer ordre, anomenats després els
objectes Opcions A B C D

[pc12$1-pc34$1@0];
! Fixem les interseccions a 0

pc12-pc34(1)*.1;
! Fixem com a valor inicial de les variàncies .1

!ESPECIFICACIÓ DEL MODEL FACTORIAL

```

```

! f1 és el factor Thurstonian (= factors de segon
  ordre)
  f1 by A-C*.5;
  f1 by D@0;

! Els coeficients de la matriu de factors:
  triangular inferior i fixem el últim objecte a 0
  i valors inicials a .5 I .3

  A-C(2)*.5;
! Variàncies dels factors utilitat amb valors
  inicials a .5
!Per obtenir variàncies no iguals usar
!   A-C*.5;
   D@1;
! Variància del últim objecte fixada a 1

  f1@1;
! Variància dels factors fixada a 1

  [A-C];
! Les mitjanes dels factors de primer ordre són
  lliures , a excepció de la última que es fixa a 0

OUTPUT: TECH1; TECH4; TECH5;
! Usem TECH1 per verificar que la matriu A està
  especificada correctament
! Usem TECH4 per obtenir les estimacions dels
  paràmetres derivades del model
! Usem TECH5 per obtenir la funció mínima (
  necessària per els tests niuats Satorra-Bentler)

```


A.4.5 Cas 1-Factorial amb mitjanes depenen de les mitjanes dels factors

```

Title: Canfield CLSI data: One factor model
DATA: FILE IS 'p1.dat';
! L'arxiu de dades conté N observacions amb format
    lliure
! Els rankings s'han transformat en parells
    comparats (veure arxius "transformació de dades.
    xls")

VARIABLE:

    NAMES ARE    pc12 pc13 pc14 pc23 pc24 pc34;
! Els noms reflecteixen els dos parells comparats on
! pc12=ab, pc13=ac, pc14=ad, pc23= bc, pc24= bd,
    pc34= cd

    CATEGORICAL = pc12 pc13 pc14 pc23 pc24 pc34;

ANALYSIS:

    TYPE = MEANSTRUCTURE;

    ESTIMATOR=WLSM;
! Estimador DWLS amb la mitjana corregida per l'
    estadístic Satorra-Bentler

    PARAMETERIZATION = THETA;
! El programa usa un model basat amb una matriu
    diagonal D per tal de fer complir la
; estandarització de la variància

```

MODEL:

```
A BY pc12-pc14@1;
B By pc23-pc24@1;
C By          pc34@1;
B By pc12@-1;
C by pc13@-1 pc23@-1;
D by pc14@-1 pc24@-1 pc34@-1;
```

```
! Aquesta és la matriu A, fixem els coeficients
  dels factors primer ordre, anomenats després els
  objectes Opcions A B C D
  [pc12$1-pc34$1@0];
```

```
! Fixem les interseccions a 0
```

```
pc12-pc34(1)*.1;
```

```
! Fixem com a valor inicial de les variàncies .1
```

!ESPECIFICACIÓ DEL MODEL FACTORIAL

```
! f1 és el factor Thurstonian (= factors de segon
  ordre)
```

```
f1 by A-C*.5;
f1 by D@0;
```

```
! Els coeficients de la matriu de factors:
  triangular inferior i fixem el últim
  objecte a 0 i valors inicials a .5 I .3
```

```
A-C(2)*.5;
```

```
! Variàncies dels factors utilitat amb valors
  inicials a .5
```

```
!Per obtenint variàncies no iguals usar
!      A-C*.5;

      D@1;
! Variància del últim objecte fixada a 1

      f1@1;
! Variància dels factors fixada a 1

      [A-C](3);
! Intercepció comuna per tots els objectes , a
      excepció del últim que el fixem a 0
! I declarem les mitjanes dels factors lliures usant

      [f1];

OUTPUT: TECH1; TECH4; TECH5;
! Usem TECH1 per verificar que la matriu A està
      especificada correctament
! UsemTECH4 per obtenir les estimacions dels
      paràmetres derivades del model
! Usem TECH5 per obtenir la funció mínima (
      necessària per els tests niuats Satorra-Bentler)
```

A.5 Codis R

A continuació mostrarem les instruccions en codi R que s'han usat en el cas de les aplicacions dels models de Bradley-Terry:

A.5.1 Simular dades ranking

```
> source("sim.R")
> t<-4
> n<-10000
> S10000<-sim(t,n)
> S10000
```

on la funció "sim.R" és la funció creada amb codi R amb les següents instruccions

```
> sim<-function(t,n)
+ {
+ t(sapply(1:n, function(x)
+ {
+ sample(1:t,t,rep=F)
+ })))}
```

A.5.2 Transformació de dades ranking a PC

```
> RPC<-function(Z)
+ {
+ k<-ncol(Z)
+ w<-choose(k,2)
+ A<-matrix(ncol=w, nrow=nrow(Z))
+ for(s in 1:(k-1))
+ for(i in s:(k-1))
```

```

+ {if (s==1)
+ A[,i]=Z[,s]-Z[,i+1];
+ {A[,i+s]=Z[,s]-Z[,i+1]}
+ }
+ Y<-matrix(ncol=ncol(A), nrow=nrow(A))
+ for(i in 1:nrow(A))
+ for(j in 1:ncol(A))
+ {
+ if (A[i,j]<0) Y[i,j]<-1 else Y[i,j]<-0
+ }
+ PC<-Y
+ write.table(Y,file="c:/Users/Montserrat/Documents/PC.txt",
+ append=FALSE, sep="\t",eol="\n",row.names=F, col.names=F)
+ Y }

```

on Z és la matriu que conté les observacions dels individus en format de ranking, i obtindrem una sortida de la matriu PC que contindrà les mateixes observacions en format de comparacions binàries de dimensió $\binom{k}{2}$

A.5.3 Codi R Models de Bradley-Terry

Per a qualsevol dels models de Bradley-Terry:

```

> #Carregar llibreries per poder llegir dades i calcular
+ la matriu de disseny estructural i vector de freqüències
+ de cada un dels  $K!$  possibles Vectors de Resposta
+ (Vectors Rank)
>
> library(gnm)
> library(colorspace)

```

```
> library(stats)
> library(prefmod)
> library(xtable)

>#Si llegim dades d'un excel
>library(RODBC)
>data=odbcConnectExcel(file.choose())
>sqlTables(data)
>D=sqlFetch(data, "P1")
>odbcClose(data)

> #si llegim dades d'un arxiu txt
> source("read.R")
```

A.5.3.1 Codi R per a model LLMBT

```
> #Codi per model LLBT
>
> tp<-1 #nombre de repeticions (time points).
+# Possem 1 per el model LLBTM
> s<-1 #nombre de categories de la covariable,
+ posarem 1 si no tenim covariable

> disseny<-patt.design(D, nitems=4, resptype="ranking")
> model<-glm(y~A+B+C+D, family=poisson,data=disseny)
> summary(model)

> # bondat d'ajust del model
>
> RD<-model$deviance
```

```
> RD
> gl<-model$df.residual
> gl
> GoF<-1-pchisq(RD,gl)
> GoF

> # vector dels k coeficients
>
> c1<-coef(model)
> c1
> t<-4
> e<-rep(0,t)
> for(i in 1:(t-1))
+ {e[i]<-c1[i+1]
+ }
> e
> coef<-matrix(e, nrow=t)
> coef
>
> prob<-exp(2*e)
> sum<-0
> for (i in 1:t)
+ {
+ sum<-sum+prob[i]
+ }
> for (i in 1:t)
+ {
+ prob[i] <-(prob[i]/sum)*100
+ }
> prob<-matrix(prob, nrow=t)
> prob

> # arxius de resultats que gravem
```

```
>
> capture<-capture.output(model$deviance,
+model$df.residual,GoF,model$aic)
> write(capture,file=" ajust.doc", append=T)
> print.xtable (xtable(summary(model), "Model Loglineal
+ Preguntes Bloc 1", label="P1"),file="Bloc1.tex",
+append=T)
> write.table(coef,file=" coef&prob.xls",col.names=
+"coef_P1",dec="," ,row.names=FALSE, append=T, sep="\t",
+qmethod=c("double"))
> write.table(prob,file=" coef&prob.xls",col.names=
+"prob_P1",dec="," ,row.names=FALSE, append=T, sep="\t",
+qmethod=c("double"))

> #Gràfics amb Coeficients i Probabilitats
>
> pdf("P1.pdf",width=10,height=6)
> par(mfrow=c(1,2))
>
> # per fer el gràfic de l'ordre de les preferències
+ sempre relativitzat a una escala positiva
>
> C<-matrix(coef, nrow=t)
> k<-tp*s
> CC<-t(matrix(rep(seq(1:k),t), ncol=t))
> coefs<-matrix(cbind(CC,C),nrow=t*tp*s)
> mini<-round(min(coef))-1
>
> plot(coefs, xlab="", ylab=" Coeficients", xlim=
+c(0,tp*s+1), ylim=c(mini,maxi), type="p", col=c("blue",
+"seagreen","orange3","blueviolet"),pch=c(15,19,17,18),
+axes=FALSE, cex.lab=0.9)
> valor<-round(C,2)
```



```

> valor<-as.character(valor)
> text(coefs,valor,pos=4, cex=0.9)
> text(coefs, LETTERS[1:4], pos=2, col=c("blue",
+"seagreen", "orange3", "blueviolet"),cex=0.9)
> axis(1,at=seq(0,tp*s+1,1), labels=FALSE,col="seagreen",
+pos=round(mini,2))
> etiquetes<-c("P1")
> axis(1,at=seq(1,tp*s,1),labels=etiquetes, col="seagreen",
+ pos=round(mini,2), cex.axis=0.9, col.axis="seagreen",
+las=2)
> axis(2,pos=0,at=seq(mini, maxi,round((maxi-mini))/10),
+ col="seagreen",cex.axis=0.9,las=2)
> axis(3, labels=FALSE, lwd.ticks=0,col="seagreen",
+pos=round(maxi,2))
> axis(4, labels=FALSE,lwd.ticks=0, at=seq(round(mini,2),
+ round(maxi,2),0.01), pos=tp*s+1, col="seagreen")
>
> for(i in 1:(tp*s))
+ {
+ segments(i,min(coef[,i]),i,max(coef[,i]), col="gray",
+lty=1)}
>
> #Per fer el gràfic de les Probabilitat timepoints
+tp i s categories
>
> Cp<-matrix(prob, nrow=t)
> k<-tp*s
> CCp<-t(matrix(rep(seq(1:k),t), ncol=t))
> probs<-matrix(cbind(CCp,Cp),nrow=tp*t*s)
> maxi<-round(max(prob))+2
>
> plot(probs, xlab="", ylab=" Probabilitat", xlim=
+c(0,tp*s+1), ylim=c(0,maxi), type="p", col=c("blue",

```

```

+"seagreen", "orange3", "blueviolet"), pch=c(15, 19, 17, 18),
+ axes=FALSE, cex.lab=0.9)
> valor<-round(Cp, 2)
> valor<-as.character(valor)
> text(probs, valor, pos=4, cex=0.9)
> text(probs, LETTERS[1:4], pos=2, col=c("blue",
+"seagreen", "orange3", "blueviolet"), cex=0.9)
> axis(1, at=seq(0, (tp*s)+1, 1), labels=FALSE, col=
+"seagreen", pos=round(0, 2))
> etiquetes<-c("P1")
> axis(1, at=seq(1, tp*s, 1), labels=etiquetes, col="seagreen",
+ pos=round(0, 2), cex.axis=0.9, col.axis="seagreen",
+ las=2)
> axis(2, pos=0, at=seq(0, maxi, round(maxi/10, 2)), col=
+"seagreen", cex.axis=0.9, las=2)
> axis(3, labels=FALSE, lwd.ticks=0, col="seagreen",
+ pos=round(maxi, 2))
> axis(4, labels=FALSE, lwd.ticks=0, at=seq(round(0, 2),
+ round(maxi, 2), 0.01), pos=tp*s+1, col="seagreen")
>
> for(i in 1:(tp*s))
+ {
+ segments(i, min(prob[, i]), i, max(prob[, i]), col="gray",
+ lty=1) }
> dev.off()

```

A.5.3.2 Codi R Model CSLBTM

```

> #extensió amb una covariable qualitativa de s
+ categories
>
> # SI tp<-1 i s>1 Sense Mesures repetides

```

```

>
>
> tp<-1 #nombre de repeticions
> s<-2 #nombre de categories de la covariable
> disseny<-patt.design(D, nitems=4, resptype="ranking",
+cov.sel="SEX")
> disseny$SEX<-factor(disseny$SEX)
> model<-gnm(y~A+B+C+D+(A+B+C+D):SEX, family=
poisson,data=disseny,eliminate=SEX)
> summary(model)
>
> ##### bondat d'ajust del model
>
> RD<-model$deviance
> gl<-model$df.residual
> GoF<-1-pchisq(RD,gl)
> GoF

> # vector dels k coeficients (per cada categoria)
>
> c1<-coef(model)
> c1
> #t<-4 #numero d'opcions
> #s<-2#el numero de categories del factor
> k<-factorial(t)/((factorial(t-2)*2))
> c<-rep(0,t*s)
> for(i in 1:(t-1))
+   {
+       c[i]<-c1[i]
+   }
> for (i in 1:(t*(s-1)-(s-1)))
+ {
+ c[i+t]<-c1[t+i]

```

```
+ }
> c
> d<-rep(0,t*(s-1))
> for(i in 1:(t*(s-1)))
+ {d[i]<-c[i+t]}
> d
> D<-matrix(d, ncol=t)
> dd<-as.vector(t(D))
> for (i in 1:t)
+ {
+ c[i]<-c[i]
+ }
> for(i in (t+1):(t*s))
+ {
+ c[i]<-dd[i-t]
+ }
> c
> e<-rep(0,t*s)
> for(i in 1:t)
+ { e[i]<-c[i]
+ }
> for (j in 1: (s-1))
+ {
+     for (i in 1:(t-1))
+     {
+         e[i+j*t]<-c[i+j*t]+c[i]
+     }
+ }
> e
> coef<-matrix(e, nrow=t)
> coef

> #coeficients en escala de 10 per gràfic
```

```
> coef<-10*coef
> coef

> #calcular les probabilitats
>
> prob<-exp(2*e)
> prob<-matrix(prob,nrow=t)
> sumprob<-colSums(prob)
> for(j in 1:( tp*s))
+ {
+ for (i in 1:t)
+ {
+ prob[i,j]<-(prob[i,j]/sumprob[j])*100
+ }}
> prob
> ##### arxius de resultats que gravem
>
> capture<-capture.output(model$deviance,
  model$df.residual,GoF, model$aic)
> write(capture,file=" ajust.doc", append=T)
> print.xtable (xtable(model, "Model Loglineal
  Preguntes Bloc 1, segons Sexe", label="P1"),file=
  +"Bloc1.tex", append=T)
> write.table(coef,file=" coef&prob.xls",col.names=
+c("coef H","coef D"),
+ dec=",",row.names=FALSE, append=T, sep=
+"\\t",qmethod=c("double"))
> write.table(prob,file=" coef&prob.xls",col.names
+=c("prob H","prob D"),
+ dec=",",row.names=FALSE, append=T, sep="\\t",
+qmethod=c("double"))

> #Gràfics Coeficients i probabilitats
```

```
>
>
> pdf("P1_SEX.pdf",width=10,height=6)
> par(mfrow=c(1,2))

> # per fer el gràfic de l'ordre de les preferències sempre
+relativitzat a una escala adequada perquè es vegi bé
>
> C<-matrix(coef, nrow=t)
> k<-tp*s
> CC<-t(matrix(rep(seq(1:k),t), ncol=t))
> coefs<-matrix(cbind(CC,C),nrow=t*tp*s)
> mini<-round(min(coef))-1
>
> plot(coefs, xlab="", ylab=" Coeficients", xlim=
+c(0,tp*s+1), ylim=c(mini,maxi), type="p", col=c("blue",
+"seagreen","orange3",
+"blueviolet"),pch=c(15,19,17,18), axes=FALSE,
+ cex.lab=0.9)
> valor<-round(C,2)
> valor<-as.character(valor)
> text(coefs,valor,pos=4, cex=0.9)
> text(coefs, LETTERS[1:4], pos=2, col=c("blue",
+"seagreen","orange3","blueviolet"),cex=0.9)
> axis(1,at=seq(0,tp*s+1,1), labels=FALSE,col=
+"seagreen",pos=round(mini,2))
> etiquetes<-c("P1_Homes","P1_Dones")
> axis(1,at=seq(1,tp*s,1),labels=etiquetes, col="seagreen",
+pos=round(mini,2), cex.axis=0.9, col.axis="seagreen",
+las=2)
> axis(2,pos=0,at=seq(mini, maxi,round((maxi-mini))/10),
+col="seagreen",cex.axis=0.9,las=2)
> axis(3, labels=FALSE, lwd.ticks=0,col="seagreen",
```

```

+pos=round(maxi,2))
> axis(4, labels=FALSE,lwd.ticks=0, at=seq(round(mini,2),
+ round(maxi,2),0.01), pos=tp*s+1, col="seagreen")
>
> for(i in 1:(tp*s))
+ {
+ segments(i,min(coef[,i]),i,max(coef[,i]), col="gray",
+ lty=1) }

> #Per fer el gràfic de les probabilitats timepoints tp
+ i s categories
>
> Cp<-matrix(prob, nrow=t)
> k<-tp*s
> CCp<-t(matrix(rep(seq(1:k),t), ncol=t))
> probs<-matrix(cbind(CCp,Cp),nrow=tp*t*s)
> maxi<-round(max(prob))+2
>
> plot(probs, xlab="", ylab=" Probabilitat", xlim=
+c(0,tp*s+1), ylim=c(0,maxi), type="p", col=c("blue",
+"seagreen","orange3","blueviolet"),pch=c(15,19,17,18),
+axes=FALSE, cex.lab=0.9)
> valor<-round(Cp,2)
> valor<-as.character(valor)
> text(probs,valor,pos=4, cex=0.9)
> text(probs, LETTERS[1:4], pos=2, col=c("blue",
+"seagreen","orange3","blueviolet"),cex=0.9)
> axis(1,at=seq(0,(tp*s)+1,1), labels=FALSE,col=
+"seagreen", pos=round(0,2))
> etiquetes<-c("P1_Homes","P1_Dones")
> axis(1,at=seq(1,tp* s,1),labels=etiquetes, col="seagreen",
pos=round(0,2), cex.axis=0.9, col.axis="seagreen",
+las=2)

```

```

> axis(2,pos=0,at=seq(0,maxi, round(maxi/10,2)), col=
+ "seagreen",cex.axis=0.9,las=2)
> axis(3, labels=FALSE, lwd.ticks=0,col="seagreen",
+ pos=round(maxi,2))
> axis(4, labels=FALSE,lwd.ticks=0, at=seq(round(0,2),
+ round(maxi,2),0.01), pos=tp*s+1, col="seagreen")
>
> for(i in 1:(tp*s))
+ {
+ segments(i,min(prob[,i]),i,max(prob[,i]), col="gray",
+ lty=1) }
> dev.off()

```

A.5.3.3 Codi R Model MRLBMTM

```

>#Extensió per a mesures repetides o múltiple respostes

># SI tp>1 i s<-1 (Mesures repetides no covariable)

>t<-4 #nombre d'opcions, ítems
>tp<-2 #nombre de repeticions (time points)
>s<-1 #nombre de categories de la covariable,
+posarem 1 si no tenim covarible

#Sense dependències
>
>res<-pattRrep.fit(D,nitems=t,tpoints=tp, +formel=~1,
+elim=~1,iaT=FALSE,pr.it=TRUE)
>res

>#amb dependències

```



```

>
>resd<-pattRrep.fit(D,nitems=t,tpoints=tp, +formel=~1,
+elim=~1,iaT=TRUE,pr.it=TRUE)
>resd

># Es realitza test de a Desviància per veure el model que
+ s'accepta
>
> LL<-res$ll
> LLd<-resd$ll
> Desvdif<-abs(2*LL-2*LLd)
> pdif<-6 #diferència entre paràmetres dels dos models
> p<-1-pchisq(Desvdif,pdif)
> p

> #si acceptem model sense dependències
>
> c1<-res$coefficients[1:(tp*s*(t-1))]
> e<-rep(0,(t-1)*s*tp)
> for(i in 1:(tp*(t-1)))
+ {
+ e[i]<-c1[i]
+ }
> if (s>1){
+ for(j in 1: (s-1))
+ {
+ for( i in 1: (tp*(t-1)))
+ {
+
+ e[j*(tp*(t-1))+i]<-c1[i]+c1[j*(tp*(t-1))+i]
+ }}
+ }
> e

```

```
> coef<-matrix(e, nrow=t-1)
> coef
> #anem a posar 0 a la ultima fila
> e<-matrix(rep(0,t*tp*s),nrow=t)
> for(j in 1:(tp*s))
+   {
+     for(i in 1:(t-1))
+       {
+         e[i,j]<-coef[i,j]
+       }
+   }
> e
> coef<-e
> coef
> #coeficients en escala de 10 per gràfic
> coef<-10*coef
> coef
> coef
> coefnd<-coef #ho guardo per després fer gràfic conjunt

> #calcular les probabilitats
>
> prob<-exp(2*e)
> sumprob<-colSums(prob)
> for(j in 1:( tp*s))
+ {
+ for (i in 1:t)
+ {
+ prob[i,j]<-(prob[i,j]/sumprob[j])*100
+ }}
> prob
> probnd<-prob #ho guardo per després fer gràfic conjunt
```

```

> #Gràfics dels coeficients i probabilitats
>
> pdf("P4_P2_indep.pdf",width=10,height=7)
> par(mfrow=c(1,2))
> #per fer el gràfic de l'ordre de les preferències sempre
  relativitzat a una escala adequada perquè es vegi bé
  +(tp= timepoints, i covariable amb s categories)
>
> C<-matrix(coef, nrow=t)
> k<-tp*s
> CC<-t(matrix(rep(seq(1:k),t), ncol=t))
> coefs<-matrix(cbind(CC,C),nrow=t*tp*s)
> mini<-round(min(coef))-1
>
> plot(coefs, xlab="Semestre", ylab=" Coeficients", xlim
  +=c(0,tp*s+1), ylim=c(mini,maxi), type="p", col=c(
  +"blue","seagreen","orange3","blueviolet"),pch=c(15,
  +19,17,18), axes=FALSE, cex.lab=0.9)
> valor<-round(C,2)
> valor<-as.character(valor)
> text(coefs,valor,pos=4, cex=0.9)
> text(coefs, LETTERS[1:4], pos=2, col=c("blue",
  +"seagreen","orange3","blueviolet"),cex=0.9)
> axis(1,at=seq(0,tp*s+1,1), labels=FALSE,col=
  +"seagreen", pos=round(mini,2))
> etiquetes<-c("Abans", "Després")
> axis(1,at=seq(1,tp*s,1),labels=etiquetes, col="seagreen",
  + pos=round(mini,2), cex.axis=0.9, col.axis="seagreen",
  +las=2)
> axis(2,pos=0,at=seq(mini, maxi,round((maxi-mini))/10),
  +col="seagreen", cex.axis=0.9,las=2)
> axis(3, labels=FALSE, lwd.ticks=0,col="seagreen",
  +pos=round(maxi,2))

```

```

> axis(4, labels=FALSE,lwd.ticks=0, at=seq(round(mini,
+2), round(maxi,2),0.01), pos=tp*s+1, col="seagreen")
>
> for(i in 1:(tp*s))
+ {
+ segments(i,min(coef[,i]),i,max(coef[,i]), col="gray",
+lty=1)}

> #Per fer el gràfic de les probabilitats timepoints
+tp< i s categories
>
> Cp<-matrix(prob, nrow=t)
> k<-tp*s
> CCp<-t(matrix(rep(seq(1:k),t), ncol=t))
> probs<-matrix(cbind(CCp,Cp),nrow=tp*t*s)
> maxi<-round(max(prob))+2
>
> plot(probs, xlab="Semestre", ylab=" Probabilitat",
+xlim=c(0,tp*s+1), ylim=c(0,maxi), type="p", col=c
+("blue","seagreen","orange3","blueviolet"),pch=c(15,
+19,17,18), axes=FALSE, cex.lab=0.9)
> valor<-round(Cp,2)
> valor<-as.character(valor)
> text(probs,valor,pos=4, cex=0.9)
> text(probs, LETTERS[1:4], pos=2, col=c("blue",
+"seagreen","orange3","blueviolet"),cex=0.9)
> axis(1,at=seq(0,(tp*s)+1,1), labels=FALSE,col=
+"seagreen", pos=round(0,2))
> etiquetes<-c("Abans", "Després")
> axis(1,at=seq(1,tp*s,1),labels=etiquetes, col="seagreen",
+ pos=round(0,2), cex.axis=0.9, col.axis="seagreen",
+las=2)
> axis(2,pos=0,at=seq(0,maxi, round(maxi/10,2)), col=

```

```

+"seagreen", cex.axis=0.9, las=2)
> axis(3, labels=FALSE, lwd.ticks=0, col="seagreen",
+ pos=round(maxi,2))
> axis(4, labels=FALSE, lwd.ticks=0, at=seq(round(0,2),
+ round(maxi,2),0.01), pos=tp*s+1, col="seagreen")
>
> for(i in 1:(tp*s))
+ {
+ segments(i,min(prob[,i]),i,max(prob[,i]), col="gray",
+ lty=1)}
> dev.off()

> #Arxius que gravem segons el model que acceptem
>
> #Independència
>
> capture<-capture.output(res)
> write(capture,file=" model.doc", append=T)
> write.table(coef,file=" coef&prob.xls",col.names=c("
+coef R1","coef R2" ), dec="," ,row.names=FALSE,
+append=T, sep="\t",qmethod=c("double"))
> write.table(prob,file=" coef&prob.xls",col.names=
+c("prob R1"," prob R2"), dec="," ,row.names=FALSE,
+append=T, sep="\t",qmethod=c("double"))

> #Dependències
>
> c1<-resd$coefficients[1:(tp*s*(t-1))]
>
> e<-rep(0,(t-1)*s*tp)
> for(i in 1:(tp*(t-1)))
+ {
+ e[i]<-c1[i]

```

```
+ }
> if (s>1){
+ for(j in 1: (s-1))
+ {
+ for( i in 1: (tp*(t-1)))
+ {
+
+ e[j*(tp*(t-1))+i]<-c1[i]+c1[j*(tp*(t-1))+i]
+ }}
+ }
> e
> coef<-matrix(e, nrow=t-1)
> coef
> #anem a posar 0 a la ultima fila
> e<-matrix(rep(0,t*tp*s),nrow=t)
> for(j in 1:(tp*s))
+     {
+         for(i in 1:(t-1))
+             {
+                 e[i,j]<-coef[i,j]
+             }
+     }
> e
> coef<-e
> coef
> #coeficients en escala de 10 per gràfic
> coef<-10*coef
> coef
> coefd<-coef #ho guardo per després fer gràfic conjunt

> #calcular les probabilitats
>
> prob<-exp(2*e)
```

```

> sumprob<-colSums(prob)
> for(j in 1:( tp*s))
+ {
+ for (i in 1:t)
+ {
+ prob[i,j]<-(prob[i,j]/sumprob[j])*100
+ }}
> prob
> probd<-prob #ho guardo per després fer gràfic conjunt

> #Gràfics amb Coeficients i Probabilitat
>
> pdf("P4_P2_dep.pdf",width=10,height=7)
> par(mfrow=c(1,2))

> # per fer el gràfic de l'ordre de les preferències sempre
+relativitzat a una escala adequada perquè es vegi bé
+ (tp= timepoints, i covariable amb s categories)
>
> C<-matrix(coef, nrow=t)
> k<-tp*s
> CC<-t(matrix(rep(seq(1:k),t), ncol=t))
> coefs<-matrix(cbind(CC,C),nrow=t*tp*s)
> mini<-round(min(coef))-1
>
> plot(coefs, xlab="Semestre", ylab=" Coeficients",
+xlim=c(0,tp*s+1), ylim=c(mini,maxi), type="p", col=
+c("blue", "seagreen", "orange3", "blueviolet"),pch=c(15,
+19,17,18), axes=FALSE, cex.lab=0.9)
> valor<-round(C,2)
> valor<-as.character(valor)
> text(coefs,valor,pos=4, cex=0.9)
> text(coefs, LETTERS[1:4], pos=2, col=c("blue",

```

```

+"seagreen","orange3","blueviolet"),cex=0.9)
> axis(1,at=seq(0,tp*s+1,1), labels=FALSE,col=
+"seagreen", pos=round(mini,2))
> etiquetes<-c("Abans", "Després")
> axis(1,at=seq(1,tp*s,1),labels=etiquetes, col=
+"seagreen", pos=round(mini,2), cex.axis=0.9, col.axis=
+"seagreen",las=2)
> axis(2,pos=0,at=seq(mini, maxi,round((maxi-mini))/10),
+ col="seagreen",cex.axis=0.9,las=2)
> axis(3, labels=FALSE, lwd.ticks=0,col="seagreen",
+pos=round(maxi,2))
> axis(4, labels=FALSE,lwd.ticks=0, at=seq(round(mini,
+2), round(maxi,2),0.01), pos=tp*s+1, col="seagreen")
>
> for(i in 1:(tp*s))
+ {
+ segments(i,min(coef[,i]),i,max(coef[,i]), col="gray",
+lty=1)}

> #Per fer el gràfic de les probabilitats timepoints
+ tp< i s categories
>
> Cp<-matrix(prob, nrow=t)
> k<-tp*s
> CCp<-t(matrix(rep(seq(1:k),t), ncol=t))
> probs<-matrix(cbind(CCp,Cp),nrow=tp*t*s)
> maxi<-round(max(prob))+2
>
> plot(probs, xlab="Semestre", ylab=" Probabilitat",
+xlim=c(0,tp*s+1), ylim=c(0,maxi), type="p",col=
+c("blue","seagreen","orange3","blueviolet"),pch=
+c(15,19,17,18), axes=FALSE, cex.lab=0.9)
> valor<-round(Cp,2)

```



```

> valor<-as.character(valor)
> text(probs,valor,pos=4, cex=0.9)
> text(probs, LETTERS[1:4], pos=2, col=c("blue",
+"seagreen", "orange3", "blueviolet"),cex=0.9)
> axis(1,at=seq(0,(tp*s)+1,1), labels=FALSE,col=
+"seagreen", pos=round(0,2))
> etiquetes<-c("Abans", "Després")
> axis(1,at=seq(1,tp*s,1),labels=etiquetes, col="seagreen",
+ pos=round(0,2), cex.axis=0.9, col.axis="seagreen",
+las=2)
> axis(2,pos=0,at=seq(0,maxi, round(maxi/10,2)), col=
+"seagreen", cex.axis=0.9,las=2)
> axis(3, labels=FALSE, lwd.ticks=0,col="seagreen",
+ pos=round(maxi,2))
> axis(4, labels=FALSE,lwd.ticks=0, at=seq(round(0,2),
+ round(maxi,2),0.01), pos=tp*s+1, col="seagreen")
>
> for(i in 1:(tp*s))
+ {
+ segments(i,min(prob[,i]),i,max(prob[,i]), col="gray",
+lty=1)}
> dev.off()

> #Arxius que gravem segons model acceptat.
>
> #Dependència
>
> capture<-capture.output(resd)
> write(capture,file=" model.doc", append=T)
> write.table(coefd,file=" coef&probd.xls",col.names=
+c("coef R1","coef R2"), dec="," ,row.names=FALSE,
+append=T, sep="\t",qmethod=c("double"))
> write.table(probd,file=" coef&probd.xls",col.names=

```

```
+c("prob R1"," prob R2"), dec="," ,row.names=FALSE,
+ append=T, sep="\t", qmethod=c("double"))

> #plot dispers (Em el cas de dependències tp<-2)
>
> pdf("P4_P2_rel.pdf",width=10,height=7)
> par(mfrow=c(1,2))
> probh1<-prob[,1]
> probh2<-prob[,3]
> probh<-matrix(c(probh1,probh2),ncol=2)
> plot(probh, xlab="Abans", ylab="Després", xlim=
+c(0,60),ylim=c(0,60), type="p", col=c("blue","seagreen",
+"orange3","blueviolet"), pch=c(15,19,17,18), cex.lab=
+0.9, axes=FALSE)
> text(probh, LETTERS[1:4], pos=4)
> axis(1,at=seq(0,60,2), col="seagreen",pos=0,cex.axis
+=0.7, las=2)
> axis(2,at=seq(0,60,2), col="seagreen",pos=0, cex.axis
+=0.7,las=2)
> axis(3,at=seq(0,60),labels=FALSE, col="seagreen",
+lwd.ticks=0,pos=60)
> axis(4,at=seq(0,60),labels=FALSE, col="seagreen",
+lwd.ticks=0,pos=60)
>
> lines(lowess(probh) ,col="gray",lty=1)
> probd1<-prob[,2]
> probd2<-prob[,4]
> probd<-matrix(c(probd1,probd2),ncol=2)
> plot(probd, xlab="Abans", ylab="Després", xlim=
c(0,60),ylim=c(0,60), type="p", col=c("blue","seagreen",
+"orange3","blueviolet"), pch=c(15,19,17,18),
+cex.lab=0.9, axes=FALSE)
```

```

> text(probd, LETTERS[1:4], pos=4)
> axis(1,at=seq(0,60,2), col="seagreen",pos=0,cex.axis
+=0.7, las=2)
> axis(2,at=seq(0,60,2), col="seagreen",pos=0, cex.axis
+=0.7,las=2)
> axis(3,at=seq(0,60),labels=FALSE, col="seagreen",
+lwd.ticks=0,pos=60)
> axis(4,at=seq(0,60),labels=FALSE, col="seagreen",
+ lwd.ticks=0,pos=60)
>
> lines(lowess(probd) ,col="gray",lty=1)
> dev.off()

```

A.5.3.4 Codi R Model MRCSLLBTM

```

> #Extensió per a repetides + Covariable qualitativa

> # SI tp>1 i s>1
>
> tp<-2 #nombre de repeticions (time points)
> s<-2 #nombre de categories de la covariable, posarem 1
+ si no tenim covariable

> #amb covariable qualitativa
>
> #independències
>
> res<-pattRrep.fit(D,nitems=4,tpoints=tp, formel=~
+SEX,iaT=FALSE)

```



```

+ e[j*(tp*(t-1))+i]<-c1[i]+c1[j*(tp*(t-1))+i]
+ }}
+ }
> e
> coef<-matrix(e, nrow=t-1)
> coef
> #anem a posar 0 a la ultima fila
> e<-matrix(rep(0,t*tp*s),nrow=t)
> for(j in 1:(tp*s))
+   {
+     for(i in 1:(t-1))
+       {
+         e[i,j]<-coef[i,j]
+       }
+     }
> e
> coef<-e
> coef
> #coeficients en escala de 10 per gràfic
> coef<-10*coef
> coef
>
> coefnd<-coef #ho guardo per després fer gràfic conjunt

> #calcular les probabilitats
>
> prob<-exp(2*e)
> sumprob<-colSums(prob)
> for(j in 1:( tp*s))
+ {
+ for (i in 1:t)
+ {
+ prob[i,j]<-(prob[i,j]/sumprob[j])*100

```

```
+ }}
> prob
> probnd<-prob #ho guardo per després fer gràfic conjunt

> #Gràfics amb coeficients i probabilitats
>
> pdf("P4_P2_indep_sex.pdf",width=10,height=7)
> par(mfrow=c(1,2))

> # per fer el gràfic de l'ordre de les preferències sempre
+relativitzat a una escala adequada perquè es vegi bé
+ (tp= timepoints, i covariable amb s categories)
>
> C<-matrix(coef, nrow=t)
> k<-tp*s
> CC<-t(matrix(rep(seq(1:k),t), ncol=t))
> coefs<-matrix(cbind(CC,C),nrow=t*tp*s)
> mini<-round(min(coef))-1
>
> plot(coefs, xlab="Semestre", ylab=" Coeficients", xlim
+ c(0,tp*s+1), ylim=c(mini,maxi), type="p", col=c
+ ("blue", "seagreen", "orange3", "blueviolet"),pch=c(15,
+ 19,17,18), axes=FALSE, cex.lab=0.7)
> valor<-round(C,2)
> valor<-as.character(valor)
> text(coefs,valor,pos=4, cex=0.9)
> text(coefs, LETTERS[1:4], pos=2, col=c("blue",
+ "seagreen", "orange3", "blueviolet"),cex=0.9)
> axis(1,at=seq(0,tp*s+1,1), labels=FALSE,col=
+ "seagreen", pos=round(mini,2))
> etiquetes<-c("AbansH", "AbansD", "DesprésH",
+ "DesprésD")
> axis(1,at=seq(1,tp*s,1),labels=etiquetes, col=
```

```

+"seagreen", pos=round(mini,2), cex.axis=0.9, col.axis
+ "seagreen", las=2)
> axis(2, pos=0, at=seq(mini, maxi, round((maxi-mini))/10),
+ col="seagreen", cex.axis=0.9, las=2)
> axis(3, labels=FALSE, lwd.ticks=0, col="seagreen",
+ pos=round(maxi,2))
> axis(4, labels=FALSE, lwd.ticks=0, at=seq(round(mini,
+ 2), round(maxi,2), 0.01), pos=tp*s+1, col="seagreen")
>
> for(i in 1:(tp*s))
+ {
+ segments(i, min(coef[,i]), i, max(coef[,i]), col="gray",
+ lty=1)}

> #Per fer el gràfic de les probabilitats timepoints
+ tp< i s categories
>
> Cp<-matrix(prob, nrow=t)
> k<-tp*s
> CCp<-t(matrix(rep(seq(1:k), t), ncol=t))
> probs<-matrix(cbind(CCp, Cp), nrow=tp*t*s)
> maxi<-round(max(prob))+2
>
> plot(probs, xlab="Semestre", ylab=" Probabilitat",
+ xlim=c(0, tp*s+1), ylim=c(0, maxi), type="p", col=
+ c("blue", "seagreen", "orange3", "blueviolet"),
+ pch=c(15, 19, 17, 18), axes=FALSE, cex.lab=0.7)
> valor<-round(Cp, 2)
> valor<-as.character(valor)
> text(probs, valor, pos=4, cex=0.9)
> text(probs, LETTERS[1:4], pos=2, col=c("blue",
+ "seagreen", "orange3", "blueviolet"), cex=0.9)
> axis(1, at=seq(0, (tp*s)+1, 1), labels=FALSE, col=

```

```
+ "seagreen", pos=round(0,2))
> etiquetes<-c("AbansH", "AbansD", "DesprésH",
+ "DesprésD")
> axis(1, at=seq(1, tp*s, 1), labels=etiquetes, col=
+ "seagreen", pos=round(0,2), cex.axis=0.9, col.axis
+ "seagreen", las=2)
> axis(2, pos=0, at=seq(0, maxi, round(maxi/10, 2)), col=
+ "seagreen", cex.axis=0.9, las=2)
> axis(3, labels=FALSE, lwd.ticks=0, col="seagreen",
+ pos=round(maxi, 2))
> axis(4, labels=FALSE, lwd.ticks=0, at=seq(round(0, 2),
+ round(maxi, 2), 0.01), pos=tp*s+1, col="seagreen")
>
> for(i in 1:(tp*s))
+ {
+ segments(i, min(prob[, i]), i, max(prob[, i]), col="gray",
+ lty=1)}
> dev.off()

> #Arxius que gravem segons model que acceptem
>
> #Independència
>
> capture<-capture.output(res)
> write(capture, file=" model.doc", append=T)
> write.table(coef, file=" coef&prob.xls", col.names=
+ c("coef R1H", "coef R1D", "coef R2H", "coef R2D"),
+ dec=",", row.names=FALSE, append=T, sep="\t",
+ qmethod=c("double"))
> write.table(prob, file=" coef&prob.xls", col.names=
+ c("prob R1H", " prob R1D", "prob R2H", " prob R2D"),
+ dec=",", row.names=FALSE, append=T, sep="\t",
+ qmethod=c("double"))
```



```

> #Dependències
>
> c1<-resd$coefficients[1:(tp*s*(t-1))]
>
> e<-rep(0,(t-1)*s*tp)
> for(i in 1:(tp*(t-1)))
+ {
+   e[i]<-c1[i]
+ }
> if (s>1){
+ for(j in 1: (s-1))
+ {
+ for( i in 1: (tp*(t-1)))
+ {
+
+ e[j*(tp*(t-1))+i]<-c1[i]+c1[j*(tp*(t-1))+i]
+ }}
+ }
> e
> coef<-matrix(e, nrow=t-1)
> coef
> #anem a posar 0 a la ultima fila
> e<-matrix(rep(0,t*tp*s),nrow=t)
> for(j in 1:(tp*s))
+   {
+     for(i in 1:(t-1))
+       {
+         e[i,j]<-coef[i,j]
+       }
+     }
> e
> coef<-e

```

```
> coef

> #coeficients en escala de 10 per gràfic
> coef<-10*coef
> coef
> coef
> coefd<-coef #ho guardo per després fer gràfic conjunt

> #calcular les probabilitats
>
> prob<-exp(2*e)
> sumprob<-colSums(prob)
> for(j in 1:( tp*s))
+ {
+ for (i in 1:t)
+ {
+ prob[i,j]<-(prob[i,j]/sumprob[j])*100
+ }}
> prob
> probd<-prob #ho guardo per després fer gràfic conjunt

> #Gràfics dels Coeficients i Probabilitat
>
> pdf("P4_P2_dep_sex.pdf",width=10,height=7)
> par(mfrow=c(1,2))

> # per fer el gràfic de l'ordre de les preferències sempre
+relativitzat a una escala adequada perquè es vegi bé
+ (tp= timepoints, i covariable amb s categories)#
>
> C<-matrix(coef, nrow=t)
> k<-tp*s
> CC<-t(matrix(rep(seq(1:k),t), ncol=t))
```

```

> coefs<-matrix(cbind(CC,C),nrow=t*tp*s)
> mini<-round(min(coef))-1
>
> plot(coefs, xlab="Semestre", ylab=" Coeficients",
+xlim=c(0,tp*s+1), ylim=c(mini,maxi), type="p", col=
+c("blue","seagreen","orange3","blueviolet"),pch=
+c(15,19,17,18), axes=FALSE, cex.lab=0.7)
> valor<-round(C,2)
> valor<-as.character(valor)
> text(coefs,valor,pos=4, cex=0.9)
> text(coefs, LETTERS[1:4], pos=2, col=c("blue",
+"seagreen","orange3","blueviolet"),cex=0.9)
> axis(1,at=seq(0,tp*s+1,1), labels=FALSE,col=
+"seagreen", pos=round(mini,2))
> etiquetes<-c("AbansH", "AbansD","DesprésH",
+ "DesprésD")
> axis(1,at=seq(1,tp*s,1),labels=etiquetes, col="seagreen",
+ pos=round(mini,2), cex.axis=0.9, col.axis="seagreen",
+las=2)
> axis(2,pos=0,at=seq(mini, maxi,round((maxi-mini))/10),
+col="seagreen",cex.axis=0.9,las=2)
> axis(3, labels=FALSE, lwd.ticks=0,col="seagreen",
+ pos=round(maxi,2))
> axis(4, labels=FALSE,lwd.ticks=0, at=seq(round(mini,
+2), round(maxi,2),0.01), pos=tp*s+1, col="seagreen")
>
> for(i in 1:(tp*s))
+ {
+ segments(i,min(coef[,i]),i,max(coef[,i]), col="gray",
+lty=1) }

> #Per fer el gràfic de les probabilitats timepoints
+ tp< i s categories

```

```
>
> Cp<-matrix(prob, nrow=t)
> k<-tp*s
> CCp<-t(matrix(rep(seq(1:k),t), ncol=t))
> probs<-matrix(cbind(CCp,Cp),nrow=tp*t*s)
> maxi<-round(max(prob))+2
>
> plot(probs, xlab="Semestre", ylab=" Probabilitat",xlim
+ =c(0,tp*s+1), ylim=c(0,maxi), type="p", col=c("blue",
+ "seagreen","orange3","blueviolet"),pch=c(15,19,17,18),
+ axes=FALSE, cex.lab=0.7)
> valor<-round(Cp,2)
> valor<-as.character(valor)
> text(probs,valor,pos=4, cex=0.9)
> text(probs, LETTERS[1:4], pos=2, col=c("blue",
+ "seagreen","orange3","blueviolet"),cex=0.9)
> axis(1,at=seq(0,(tp*s)+1,1), labels=FALSE,col=
+ "seagreen", pos=round(0,2))
> etiquetes<-c("AbansH", "AbansD","DesprésH",
+ "DesprésD")
> axis(1,at=seq(1,tp*s,1),labels=etiquetes, col="seagreen",
+ pos=round(0,2), cex.axis=0.9, col.axis="seagreen",las=2)
> axis(2,pos=0,at=seq(0,maxi, round(maxi/10,2)),
+ col="seagreen",cex.axis=0.9,las=2)
> axis(3, labels=FALSE, lwd.ticks=0,col="seagreen",
+ pos=round(maxi,2))
> axis(4, labels=FALSE,lwd.ticks=0, at=seq(round(0,2),
+ round(maxi,2),0.01), pos=tp*s+1, col="seagreen")
>
> for(i in 1:(tp*s))
+ {
+ segments(i,min(prob[,i]),i,max(prob[,i]), col="gray",
+ lty=1)}
```

```
> dev.off()

> #Arxius que gravem segons el model que acceptem
>
> #Dependència
>
> capture<-capture.output(resd)
> write(capture,file=" model.doc", append=T)
> write.table(coefd,file=" coef&prob.xls",col.names=c("
+coef R1H","coef R1D" ,"coef R2H","coef R2D"), dec=
+"," ,row.names=FALSE,
+ append=T, sep="\t",qmethod=c("double"))
> write.table(probd,file=" coef&prob.xls",col.names=c(
+"prob R1H", " prob R1D", "prob R2H", " prob R2D"), dec=
+"," ,row.names=FALSE,
+ append=T, sep="\t",qmethod=c("double"))
```