2.10.2 EL COSTE DEL ENDEUDAMIENTO EN CASO DE QUIEBRA DE LA EMPRESA

En este punto, buscamos el valor del coste de financiación en caso de que se declare la quiebra. Se trata, pues, del valor máximo del coste de financiación para un tipo de interés y una desviación típica dados.

El valor de la opción de responsabilidad limitada en situación de quiebra viene dado por la ecuación (2.8) y la relación para hallar el coste de financiación por la ecuación (2.19). Sustituimos en (2.19) el valor genérico de la opción de responsabilidad limitada por su valor en caso de quiebra según (2.8):

$$\left[DN - \frac{DN}{1+\gamma}\right] k = DN \; r \qquad (2.31)$$

y, realizando las oportunas operaciones, obtenemos:

$$k = r \; \frac{1+\gamma}{\gamma} \qquad (2.32)$$

o alternativamente:

$$k = r \; \frac{1+\frac{2r}{\sigma^2}}{\frac{2r}{\sigma^2}} \qquad (2.33)$$

que es la expresión del coste del endeudamiento en caso de quiebra de la empresa.

2.11 COMPARACIÓN DEL MODELO MONOPERIÓDICO CON EL MODELO PERPETUO: LA DECLARACIÓN DE QUIEBRA

Como se ha visto a lo largo de este capítulo, el modelo monoperiódico los accionistas declaran la quiebra si al final del período el valor del activo es inferior o igual al pago prometido a los acreedores.

Es decir, los accionistas ejercitan la opción de responsabilidad limitada si en t=1:

$$A_1 \leq DN(1+r) \tag{2.34}$$

Mientras que en el modelo perpetuo los accionistas declaran la quiebra en aquel momento, coincidente o no con el final del período, en que el activo se sitúa en un valor inferior o igual al siguiente, ecuación (2.7):

$$A^* = \frac{\gamma \quad DN}{1+\gamma}$$

Según el modelo perpetuo puede darse el caso de que la declaración de quiebra se produzca antes de finalizar el ejercicio, circunstancia no recogida en el modelo monoperiódico de opción europea.

Supongamos que la quiebra no se ha producido antes de final de ejercicio y comparemos ambos modelos en este momento. Para facilitar esta comparación introducimos la hipótesis de que el pago de los intereses del modelo perpetuo se ha aplazado hasta el final del período, con lo que la deuda nominal en este momento es:

$$DN_1 = DN \cdot (1+r) \tag{2.35}$$

Por tanto, teniendo en cuenta esta hipótesis, según el modelo perpetuo se declarará la quiebra si el valor de activo resulta igual o menor a:

$$\frac{\gamma}{1+\gamma} DN \ (1+r) \tag{2.36}$$

importe que, teniendo en cuenta el signo positivo del coeficiente γ, resulta inferior al valor del activo para el que se declara la quiebra en el modelo monoperiódico:

$$\frac{\gamma}{1+\gamma} DN \ (1+r) < DN \ (1+r) \tag{2.37}$$

Se observa, a continuación, que la diferencia entre ambos valores es exactamente el valor de la opción de responsabilidad limitada perpetua en caso de quiebra, teniendo en cuenta la hipótesis de aplazamiento del pago de intereses que acabamos de introducir:

$$DN \ (1+r) - \frac{\gamma}{1+\gamma} DN \ (1+r) = \frac{DN \ (1+r)}{1+\gamma} \tag{2.38}$$

Puede concluirse a partir de aquí que declarar la quiebra cuando el valor del activo se sitúa justo por debajo del valor de la deuda es tomar esta decisión prematuramente, pues equivale a renunciar al carácter perpetuo de la opción de responsabilidad limitada, *ORL*. Desde la óptica del análisis de la rentabilidad exigida a partir de la teoría de opciones, el carácter perpetuo de la opción de responsabilidad limitada es un estímulo para la continuidad de la empresa.

En ambos modelos el valor de la opción de responsabilidad limitada aumenta al incrementarse el valor de la desviación típica del activo. A mayor riesgo, mayor probabilidad de quiebra y, en consecuencia, mayor valor de la opción de responsabilidad limitada.

Sin embargo, en el modelo de horizonte perpetuo el incremento de la opción de responsabilidad limitada es mayor que el incremento en el modelo de Black y Scholes, puesto que horizontes temporales más elevados suponen un riesgo igualmente más elevado.

2.12 SIMULACIONES

En este apartado, estudiamos mediante unas simulaciones el comportamiento del modelo teórico que se ha desarrollado en este capítulo de la tesis.

2.12.1 VALOR DE LAS ACCIONES DE UNA EMPRESA ENDEUDADA: BLACK Y SCHOLES *VERSUS* EL MODELO DE HORIZONTE PERPETUO

En esta primera simulación realizamos una comparación del valor de las acciones de una empresa endeudada utilizando el modelo monoperiodico de Black y Scholes y el modelo de horizonte perpetuo propuesto en este capítulo.

Las variables que utilizamos para la simulación y que dejamos constantes son: el valor del activo(*A*), la tasa de interés libre de riesgo (*r*), la deuda nominal (*DN*) y el precio de ejercicio (*EX*).

La desviación típica del activo (σ) toma diferentes valores.

En la tabla nº 1 podemos observar los diferentes resultados obtenidos en esta primera simulación.

Obtenemos el valor de la acción a través del modelo monoperiódico de Black y Scholes, considerando la acción como una opción de compra europea con un precio de ejercicio igual a 515 unidades monetarias, que se corresponde con el pago prometido a los acreedores. Aplicamos la fórmula deducida por Black y Scholes para las opciones de compra europeas (Black y Scholes 1973).

Por otro lado, obtenemos el valor de la acción a través del modelo de horizonte perpetuo, considerando el valor de la acción como la diferencia entre el valor de la opción de compra americana perpetua sobre el activo con una barrera inferior de salida igual al valor máximo en el que se declara la quiebra y el valor de la deuda nominal. Para valorar esta opción de compra europea perpetua de barrera, *OPB*, utilizamos la ecuación (2.16).

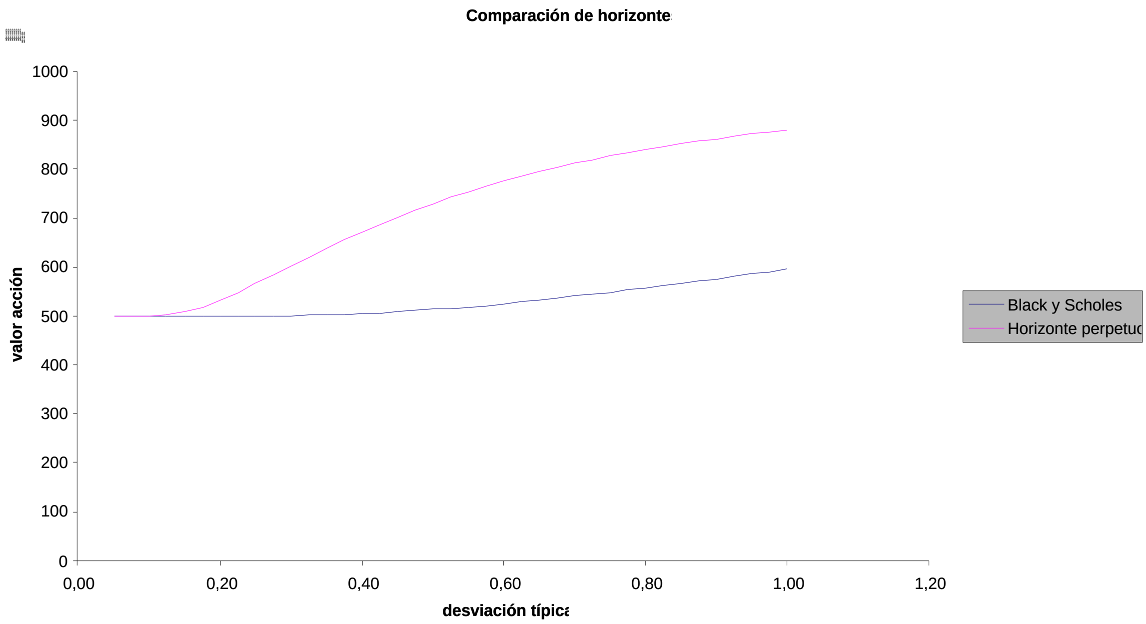
La evolución gráfica de ambos modelos la podemos apreciar en el gráfico nº 1.

TABLA nº1 : VALOR DE LAS ACCIONES DE UNA EMPRESA ENDEUDADA: MODELO DE BLACK Y SCHOLES (1973) *VERSUS* MODELO DE HORIZONTE PERPETUO

Variable	**Parámetros**						
σ	***r***	***A***	***DN***	***EX***	**ACCIÓN BLACK Y SCHOLES**	***OPB***	**ACCIÓN HORIZONTE PERPETUO**
0,050	0,03	1.000	500	515	**500,22**	1.000,00	**500,00**
0,075	0,03	1.000	500	515	**500,22**	1.000,01	**500,01**
0,100	0,03	1.000	500	515	**500,22**	1.000,44	**500,44**
0,125	0,03	1.000	500	515	**500,22**	1.002,97	**502,97**
0,150	0,03	1.000	500	515	**500,22**	1.009,19	**509,19,**
0,175	0,03	1.000	500	515	**500,22**	1.019,37	**519,37**
0,200	0,03	1.000	500	515	**500,23**	1.032,86	**532,86**
0,225	0,03	1.000	500	515	**500,27**	1.048,73	**548,73**
0,250	0,03	1.000	500	515	**500,37**	1.066,09	**566,09**
0,275	0,03	1.000	500	515	**500,58**	1.084,23	**584,23**
0,300	0,03	1.000	500	515	**500,96**	1.102,60	**602,60**
0,325	0,03	1.000	500	515	**501,56**	1.120,81	**620,81**
0,350	0,03	1.000	500	515	**502,40**	1.138,60	**638,60**
0,375	0,03	1.000	500	515	**503,51**	1.155,79	**655,79**
0,400	0,03	1.000	500	515	**504,91**	1.172,26	**672,26**
0,425	0,03	1.000	500	515	**506,59**	1.187,95	**687,95**
0,450	0,03	1.000	500	515	**508,55**	1.202,84	**702,84**
0,475	0,03	1.000	500	515	**510,77**	1.216,92	**716,92**
0,500	0,03	1.000	500	515	**513,26**	1.230,21	**730,21**
0,525	0,03	1.000	500	515	**515,99**	1.242,74	**742,74**
0,550	0,03	1.000	500	515	**518,95**	1.254,53	**754,53**
0,575	0,03	1.000	500	515	**522,12**	1.265,62	**765,62**
0,600	0,03	1.000	500	515	**525,48**	1.276,06	**776,06**
0,625	0,03	1.000	500	515	**529,02**	1.285,87	**785,87**
0,650	0,03	1.000	500	515	**532,73**	1.295,11	**795,11**
0,675	0,03	1.000	500	515	**536,59**	1.303,80	**803,80**
0,700	0,03	1.000	500	515	**540,58**	1.311,98	**811,98**
0,725	0,03	1.000	500	515	**544,70**	1.319,69	**819,68**
0,750	0,03	1.000	500	515	**548,94**	1.326,94	**826,94**
0,775	0,03	1.000	500	515	**553,27**	1.333,79	**833,79**
0,800	0,03	1.000	500	515	**557,70**	1.340,25	**840,25**
0,825	0,03	1.000	500	515	**562,21**	1.346,36	**846,36**
0,850	0,03	1.000	500	515	**566,79**	1.352,13	**851,13**
0,875	0,03	1.000	500	515	**571,44**	1.357,59	**857,59**
0,900	0,03	1.000	500	515	**576,15**	1.362,75	**862,75**
0,925	0,03	1.000	500	515	**580,91**	1.367,65	**867,65**
0,950	0,03	1.000	500	515	**585,71**	1.372,29	**872,29**
0,975	0,03	1.000	500	515	**590,56**	1.376,69	**876,69**
1,000	0,03	1.000	500	515	**595,43**	1.380,87	**880,87**

GRÁFICO nº1

VALOR DE LAS ACCIONES DE UNA EMPRESA ENDEUDADA



El modelo de Black y Scholes a simple vista da la impresión de infravalorar el valor de las acciones de una empresa endeudada. Para desviaciones pequeñas, el valor de las acciones según ambos modelos es muy similar. Sin embargo, para valores de desviación típica altos, la diferencia entre los dos modelos se acentúa. Es lógico, ya que Black Scholes considera el horizonte de la empresa definido y de un período.

2.12.2 VALOR DE LA OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITIDA: BLACK Y SCHOLES *VERSUS* EL MODELO DE HORIZONTE PERPETUO

En esta segunda simulación, analizamos el valor de la opción de responsabilidad limitada según ambos modelos. Los datos utilizados son los mismos que en la simulación anterior.

En primer lugar, el modelo monoperiódico de Black y Scholes considera el valor de la opción de responsabilidad limitada como una opción de venta europea con precio de ejercicio igual al pago prometido a los acreedores. Valoramos esta opción de responsabilidad limitada a un período por la fórmula deducida por Black y Scholes para las opciones de venta europeas (Black y Scholes, 1973).

Posteriormente, calculamos el valor de la opción de responsabilidad limitada considerando un horizonte perpetuo, es decir, como una opción de venta americana perpetua sobre el activo de la empresa con un precio de ejercicio igual al pago prometido a los acreedores. Para ello utilizamos la ecuación (2.1) deducida en este capítulo.

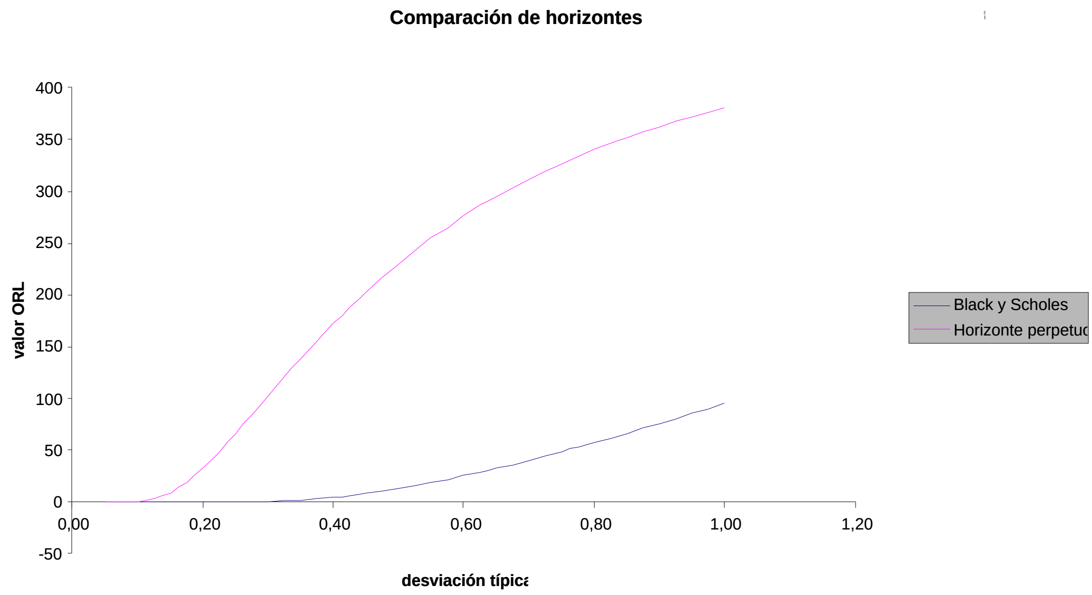
La evolución gráfica de la opción de responsabilidad limitada para diferentes valores de la desviación típica puede apreciarse en el gráfico nº 2.

TABLA nº 2: VALOR DE LA OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA: MODELO DE BLACK Y SCHOLES (1973) *VERSUS* MODELO DE HORIZONTE PERPETUO

Variable	**Parámetros**					
σ	***r***	***A***	***DN***	***EX***	***ORL* BLACK Y SCHOLES**	***ORL* HORIZONTE PERPETUO**
0,050	0,03	1.000	500	515	**0,00**	**0,00**
0,075	0,03	1.000	500	515	**0,00**	**0,01**
0,100	0,03	1.000	500	515	**0,00**	**0,44**
0,125	0,03	1.000	500	515	**0,00**	**2,97**
0,150	0,03	1.000	500	515	**0,00**	**9,19**
0,175	0,03	1.000	500	515	**0,00**	**19,37**
0,200	0,03	1.000	500	515	**0,01**	**32,86**
0,225	0,03	1.000	500	515	**0,05**	**48,73**
0,250	0,03	1.000	500	515	**0,15**	**66,09**
0,275	0,03	1.000	500	515	**0,36**	**84,23**
0,300	0,03	1.000	500	515	**0,74**	**102,60**
0,325	0,03	1.000	500	515	**1,34**	**120,81**
0,350	0,03	1.000	500	515	**2,18**	**138,60**
0,375	0,03	1.000	500	515	**3,29**	**155,79**
0,400	0,03	1.000	500	515	**4,69**	**172,26**
0,425	0,03	1.000	500	515	**6,37**	**187,95**
0,450	0,03	1.000	500	515	**8,32**	**202,84**
0,475	0,03	1.000	500	515	**10,55**	**216,92**
0,500	0,03	1.000	500	515	**13,04**	**230,21**
0,525	0,03	1.000	500	515	**15,77**	**242,74**
0,550	0,03	1.000	500	515	**18,73**	**254,53**
0,575	0,03	1.000	500	515	**21,90**	**265,62**
0,600	0,03	1.000	500	515	**25,26**	**276,06**
0,625	0,03	1.000	500	515	**28,80**	**285,87**
0,650	0,03	1.000	500	515	**32,51**	**295,11**
0,675	0,03	1.000	500	515	**36,37**	**303,80**
0,700	0,03	1.000	500	515	**40,36**	**311,98**
0,725	0,03	1.000	500	515	**44,48**	**319,68**
0,750	0,03	1.000	500	515	**48,72**	**326,94**
0,775	0,03	1.000	500	515	**53,05**	**333,79**
0,800	0,03	1.000	500	515	**57,48**	**340,25**
0,825	0,03	1.000	500	515	**61,99**	**346,36**
0,850	0,03	1.000	500	515	**66,57**	**352,13**
0,875	0,03	1.000	500	515	**71,22**	**357,59**
0,900	0,03	1.000	500	515	**75,93**	**362,75**
0,925	0,03	1.000	500	515	**80,69**	**367,65**
0,950	0,03	1.000	500	515	**85,49**	**372,29**
0,975	0,03	1.000	500	515	**90,33**	**376,69**
1,000	0,03	1.000	500	515	**95,21**	**380,87**

GRAFICO nº 2

VALOR DE LA OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA



En ambos modelos el valor de la opción de responsabilidad limitada aumenta al incrementarse el valor de la desviación típica del activo. A mayor riesgo, mayor probabilidad de quiebra y, en consecuencia, mayor valor de la opción de responsabilidad limitada.

Sin embargo, en el modelo de horizonte perpetuo el incremento de la opción de responsabilidad limitada es mayor que el incremento en el modelo de Black y Scholes, puesto que el riesgo de quiebra se incrementa con el tiempo.

2.12.3 COSTE DE LA FINANCIACIÓN: BLACK Y SCHOLES *VERSUS* EL MODELO DE HORIZONTE PERPETUO

Utilizando los mismos datos, estudiamos en este apartado el coste de la financiación según ambos modelos, teniendo en cuenta que el valor de la opción de responsabilidad limitada que los acreedores venden a los accionistas permite calcular el interés efectivo en condiciones de riesgo. Aplicamos la ecuación (2.20) del capítulo.

Para estudiar la evolución del coste de la financiación a medida que varía la desviación típica, observamos el gráfico nº3.

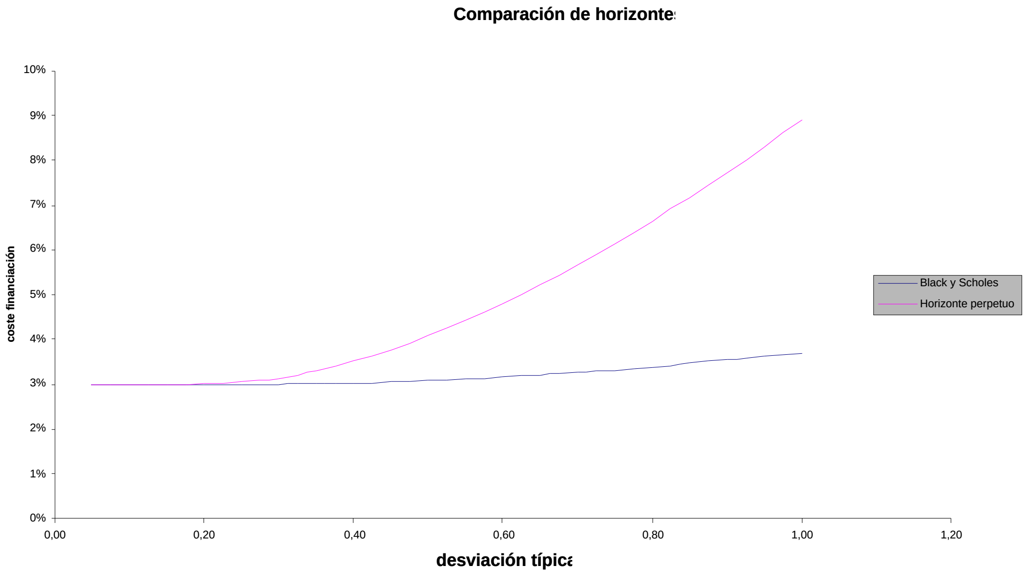
En este apartado, también analizamos, dentro del modelo de horizonte perpetuo, la variación del coste de la financiación cuando varía el coeficiente de endeudamiento *d*. Esta simulación está reflejada en la tabla nº 4 y en el gráfico nº 4.

TABLA nº 3: COSTE DE LA FINANCIACIÓN: MODELO DE BLACK Y SCHOLES (1973) *VERSUS* EL MODELO DE HORIZONTE PERPETUO

Variable	Parámetros					
σ	***k***	***d***	***A***	***EX***	***k*-BLACK SCHOLES**	***k*-HORIZONTE PERPETUO**
0,050	0,03	0,05	1.000	515	**3,00 %**	**3,00 %**
0,075	0,03	0,05	1.000	515	**3,00 %**	**3,00 %**
0,100	0,03	0,05	1.000	515	**3,00 %**	**3,00 %**
0,125	0,03	0,05	1.000	515	**3,00 %**	**3,00 %**
0,150	0,03	0,05	1.000	515	**3,00 %**	**3,00 %**
0,175	0,03	0,05	1.000	515	**3,00 %**	**3,00 %**
0,200	0,03	0,05	1.000	515	**3,00 %**	**3,01 %**
0,225	0,03	0,05	1.000	515	**3,00 %**	**3,02 %**
0,250	0,03	0,05	1.000	515	**3,00 %**	**3,04 %**
0,275	0,03	0,05	1.000	515	**3,00 %**	**3,08 %**
0,300	0,03	0,05	1.000	515	**3,00 %**	**3,14 %**
0,325	0,03	0,05	1.000	515	**3,01 %**	**3,21 %**
0,350	0,03	0,05	1.000	515	**3,01 %**	**3,30 %**
0,375	0,03	0,05	1.000	515	**3,02 %**	**3,40 %**
0,400	0,03	0,05	1.000	515	**3,03 %**	**3,51 %**
0,425	0,03	0,05	1.000	515	**3,04 %**	**3,64 %**
0,450	0,03	0,05	1.000	515	**3,05 %**	**3,77 %**
0,475	0,03	0,05	1.000	515	**3,06 %**	**3,92 %**
0,500	0,03	0,05	1.000	515	**3,08 %**	**4,08 %**
0,525	0,03	0,05	1.000	515	**3,10 %**	**4,25 %**
0,550	0,03	0,05	1.000	515	**3,12 %**	**4,43 %**
0,575	0,03	0,05	1.000	515	**3,14 %**	**4,61 %**
0,600	0,03	0,05	1.000	515	**3,16 %**	**4,81 %**
0,625	0,03	0,05	1.000	515	**3,18 %**	**5,01 %**
0,650	0,03	0,05	1.000	515	**3,21 %**	**5,22 %**
0,675	0,03	0,05	1.000	515	**3,24 %**	**5,44 %**
0,700	0,03	0,05	1.000	515	**3,26 %**	**5,67 %**
0,725	0,03	0,05	1.000	515	**3,29 %**	**5,90 %**
0,750	0,03	0,05	1.000	515	**3,32 %**	**6,14 %**
0,775	0,03	0,05	1.000	515	**3,36 %**	**6,39 %**
0,800	0,03	0,05	1.000	515	**3,39 %**	**6,64 %**
0,825	0,03	0,05	1.000	515	**3,42 %**	**6,90 %**
0,850	0,03	0,05	1.000	515	**3,46 %**	**7,17 %**
0,875	0,03	0,05	1.000	515	**3,50 %**	**7,45 %**
0,900	0,03	0,05	1.000	515	**3,54 %**	**7,73 %**
0,925	0,03	0,05	1.000	515	**3,58 %**	**8,01%**
0,950	0,03	0,05	1.000	515	**3,62 %**	**8,31%**
0,975	0,03	0,05	1.000	515	**3,66 %**	**8,61%**
1,000	0,03	0,05	1.000	515	**3,71 %**	**8,91%**

GRÁFICO 3

COSTE DE LA FINANCIACIÓN



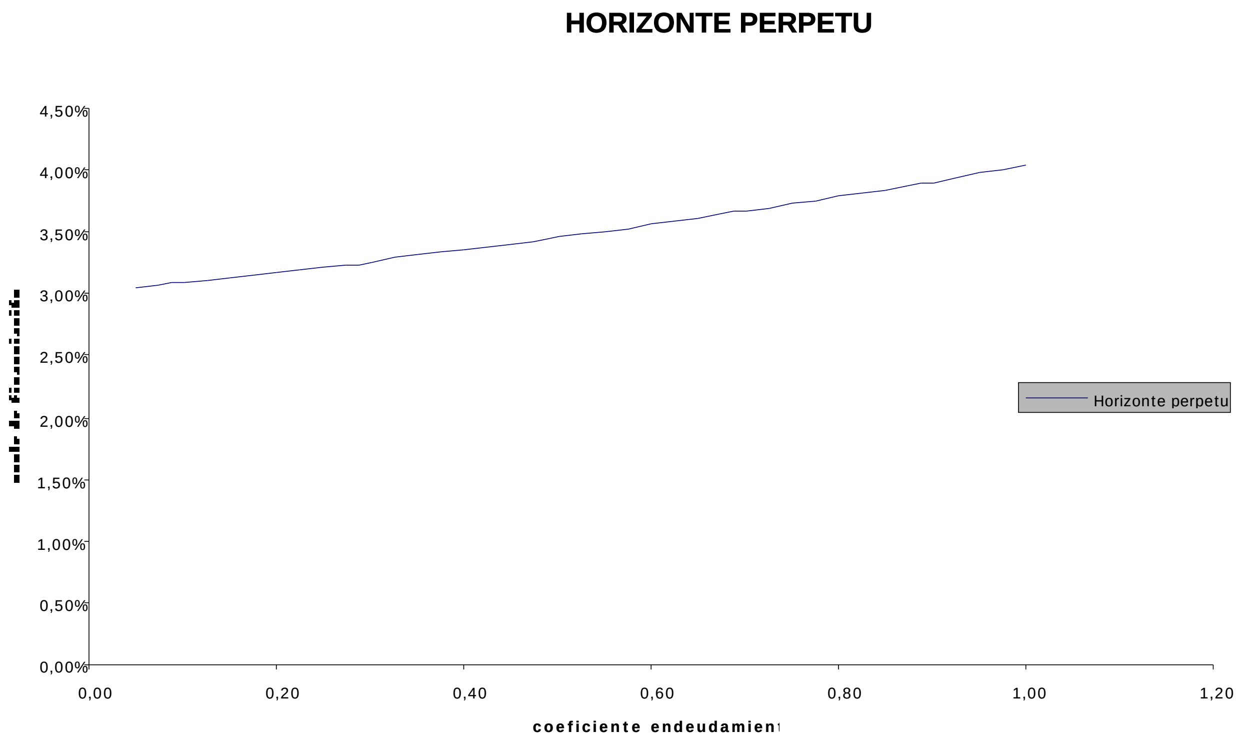
A mayor riesgo (valores más altos de la desviación típica del activo), mayor es el coste del endeudamiento. Existe mayor riesgo puesto que aumenta la probabilidad de quiebra. Volvemos a apreciar que el incremento es mayor en el modelo de horizonte perpetuo, lo cual nuevamente se explica por el aumento del riesgo con el paso del tiempo.

TABLA nº 4: COSTE DE LA FINANCIACIÓN SEGÚN EL MODELO DE HORIZONTE PERPETUO

Parámetros		**Variable**	
σ	***r***	***d***	***k***
0,25	0,03	0,050	**3,044%**
0,25	0,03	0,075	**3,066%**
0,25	0,03	0,100	**3,087%**
0,25	0,03	0,125	**3,109%**
0,25	0,03	0,150	**3,130%**
0,25	0,03	0,175	**3,152%**
0,25	0,03	0,200	**3,174%**
0,25	0,03	0,225	**3,196%**
0,25	0,03	0,250	**3,219%**
0,25	0,03	0,275	**3,241%**
0,25	0,03	0,300	**3,264%**
0,25	0,03	0,325	**3,287%**
0,25	0,03	0,350	**3,311%**
0,25	0,03	0,375	**3,334%**
0,25	0,03	0,400	**3,358%**
0,25	0,03	0,425	**3,383%**
0,25	0,03	0,450	**3,407%**
0,25	0,03	0,475	**3,432%**
0,25	0,03	0,500	**3,457%**
0,25	0,03	0,525	**3,482%**
0,25	0,03	0,550	**3,508%**
0,25	0,03	0,575	**3,534%**
0,25	0,03	0,600	**3,561%**
0,25	0,03	0,625	**3,587%**
0,25	0,03	0,650	**3,615%**
0,25	0,03	0,675	**3,642%**
0,25	0,03	0,700	**3,670%**
0,25	0,03	0,725	**3,698%**
0,25	0,03	0,750	**3,727%**
0,25	0,03	0,775	**3,756%**
0,25	0,03	0,800	**3,786%**
0,25	0,03	0,825	**3,816%**
0,25	0,03	0,850	**3,846%**
0,25	0,03	0,875	**3,877%**
0,25	0,03	0,900	**3,908%**
0,25	0,03	0,925	**3,940%**
0,25	0,03	0,950	**3,972%**
0,25	0,03	0,975	**4,005%**
0,25	0,03	1,000	**4,038%**

GRÁFICO nº4

COSTE DE LA FINANCIACIÓN EN FUNCIÓN DEL COEFICIENTE DE ENDEUDAMIENTO



A mayor endeudamiento, mayor coste de la financiación, puesto que, a medida que nos endeudamos, se asume mayor riesgo y, como consecuencia, aumenta el valor del coste del endeudamiento.

2.12.4 LA RENTABILIDAD EXIGIDA POR LOS ACCIONISTAS

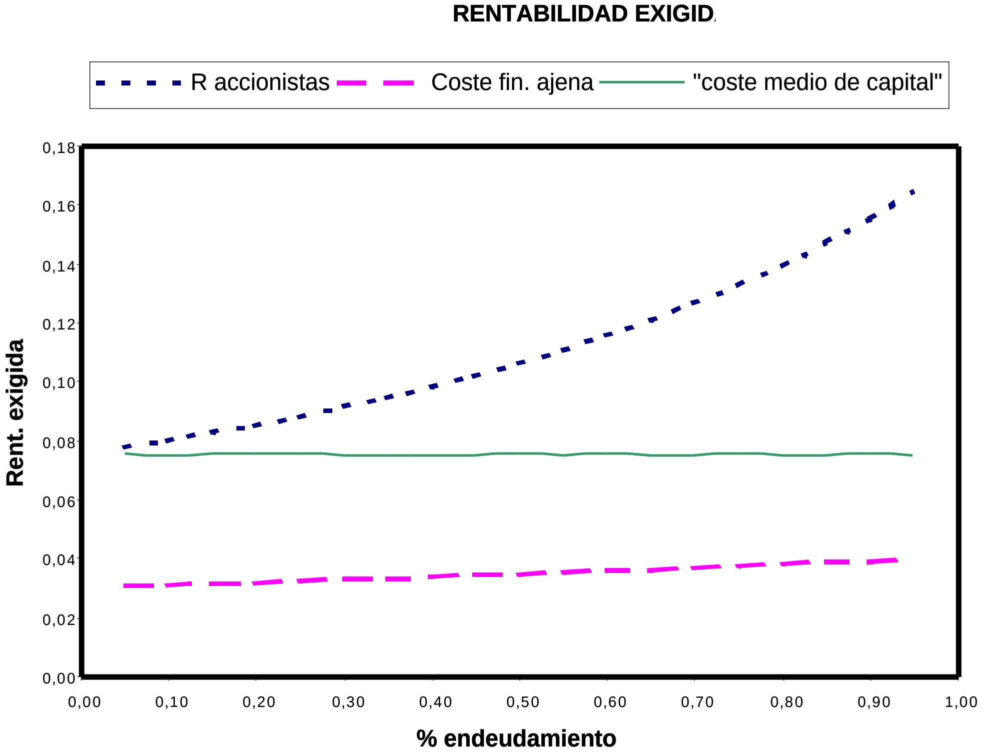
En este punto realizamos una simulación de la rentabilidad exigida por los accionistas que hemos deducido en el apartado 2.9.2. En primer lugar, calculamos la rentabilidad exigida por la financiación ajena aplicando la ecuación (2.20). A continuación, calculamos la rentabilidad exigida por los accionistas aplicando la ecuación (2.25) y constatamos el cumplimiento de la ecuación (2.27) como promedio ponderado del coste de ambas fuentes de financiación. El gráfico nº 5 refleja los resultados obtenidos.

TABLA nº5 : RENTABILIDAD DE LOS ACCIONISTAS

RENTABILIDAD EXIGIDA										
σ	r	A	DN	DN/A	ORL	D/A	S/A	k	Rs	RA
0,250	0,03	1.000	50	0,05	0,724669	0,049275	0,950725	0,030	0,077	0,075
0,250	0,03	1.000	100	0,1	2,819412	0,097181	0,902819	0,031	0,080	0,075
0,250	0,03	1.000	150	0,15	6,241620	0,143758	0,856242	0,031	0,082	0,075
0,250	0,03	1.000	200	0,2	10,969259	0,189031	0,810969	0,032	0,085	0,075
0,250	0,03	1.000	250	0,25	16,987165	0,233013	0,766987	0,032	0,088	0,075
0,250	0,03	1.000	300	0,3	24,283772	0,275716	0,724284	0,033	0,091	0,075
0,250	0,03	1.000	350	0,35	32,849734	0,317150	0,682850	0,033	0,094	0,075
0,250	0,03	1.000	400	0,4	42,677215	0,357323	0,642677	0,034	0,098	0,075
0,250	0,03	1.000	450	0,45	53,759474	0,396241	0,603759	0,034	0,102	0,075
0,250	0,03	1.000	500	0,5	66,090600	0,433909	0,566091	0,035	0,106	0,075
0,250	0,03	1.000	550	0,55	79,665329	0,470335	0,529665	0,035	0,110	0,075
0,250	0,03	1.000	600	0,6	94,478923	0,505521	0,494479	0,036	0,115	0,075
0,250	0,03	1.000	650	0,65	110,527071	0,539473	0,460527	0,036	0,121	0,075
0,250	0,03	1.000	700	0,7	127,805823	0,572194	0,427806	0,037	0,126	0,075
0,250	0,03	1.000	750	0,75	146,311533	0,603688	0,396312	0,037	0,132	0,075
0,250	0,03	1.000	800	0,8	166,040816	0,633959	0,366041	0,038	0,139	0,075
0,250	0,03	1.000	850	0,85	186,990515	0,663009	0,336991	0,038	0,147	0,075
0,250	0,03	1.000	900	0,9	209,157673	0,690842	0,309158	0,039	0,155	0,075
0,250	0,03	1.000	950	0,95	232,539509	0,717460	0,282540	0,040	0,165	0,075

GRÁFICO nº5

RENTABILIDAD EXIGIDA POR ACCIONISTAS Y ACREEDORES



2.12. 5 COMPARACIÓN DEL MODELO DE BLACK Y SCHOLES Y EL MODELO DE HORIZONTE PERPETUO: LA DECLARACIÓN DE QUIEBRA

En este punto realizamos una simulación de la comparación del modelo de Black y Scholes y el modelo de horizonte perpetuo en el escenario de la declaración de quiebra.

Fijamos una deuda nominal de 500 unidades monetarias, una tasa de interés libre de riesgo del 3% y diferentes valores de la desviación típica del activo.

Calculamos el valor del activo cuando se declara la quiebra en el modelo de Black y Scholes, variable *A(BS)* y calculamos el valor del activo que justifica la quiebra en el modelo de horizonte perpetuo, ecuación (2.7), variable *A(P)*.

Comprobamos en la tabla nº 6, que la diferencia entre ambos valores coincide con el valor de la opción de responsabilidad limitada perpetua en caso de quiebra y teniendo en cuenta la hipótesis de aplazamiento del pago de intereses, ecuación (2.39).

Debe destacarse la gran diferencia que existe, para valores elevados de la desviación típica, entre el valor del activo que induce la declaración de quiebra en el modelo de Black y Scholes y su equivalente en el modelo que hemos construido a partir de la opción perpetua. Así, para una desviación típica de la rentabilidad del activo del 50% y un coeficiente de endeudamiento también del 50%, el modelo de horizonte perpetuo no induce la declaración de quiebra hasta que el valor de mercado del activo se ha visto reducido a un 10% de su valor inicial, recogiendo así el hecho de que una volatilidad tan elevada puede provocar aumentos importantes en el valor del activo con la misma facilidad que puede provocar reducciones.

TABLA nº 6: COMPARACIÓN DEL MODELO DE BLACK Y SCHOLES Y EL MODELO DE HORIZONTE PERPETUO: LA DECLARACIÓN DE QUIEBRA.

r	σ	*DN*	γ	*A (BS)*	*A(P)*	*A(BS)-A(P)*	*ORL*(1+r)*
0,03	0,050	500	24,0000	515	494,400000	20,600000	20,600000
0,03	0,075	500	10,6667	515	470,857143	44,142857	44,142857
0,03	0,100	500	6,0000	515	441,428571	73,571429	73,571429
0,03	0,125	500	3,8400	515	408,595041	106,404959	106,404959
0,03	0,150	500	2,6667	515	374,545455	140,454545	140,454545
0,03	0,175	500	1,9592	515	340,965517	174,034483	174,034483
0,03	0,200	500	1,5000	515	309,000000	206,000000	206,000000
0,03	0,225	500	1,1852	515	279,322034	235,677966	235,677966
0,03	0,250	500	0,9600	515	252,244898	262,755102	262,755102
0,03	0,275	500	0,7934	515	227,834101	287,165899	287,165899
0,03	0,300	500	0,6667	515	206,000000	309,000000	309,000000
0,03	0,325	500	0,5680	515	186,566038	328,433962	328,433962
0,03	0,350	500	0,4898	515	169,315068	345,684932	345,684932
0,03	0,375	500	0,4267	515	154,018692	360,981308	360,981308
0,03	0,400	500	0,3750	515	140,454545	374,545455	374,545455
0,03	0,425	500	0,3322	515	128,415584	386,584416	386,584416
0,03	0,450	500	0,2963	515	117,714286	397,285714	397,285714
0,03	0,475	500	0,2659	515	108,183807	406,816193	406,816193
0,03	0,500	500	0,2400	515	99,677419	415,322581	415,322581
0,03	0,525	500	0,2177	515	92,067039	422,932961	422,932961
0,03	0,550	500	0,1983	515	85,241379	429,758621	429,758621
0,03	0,575	500	0,1815	515	79,104000	435,896000	435,896000
0,03	0,600	500	0,1667	515	73,571429	441,428571	441,428571
0,03	0,625	500	0,1536	515	68,571429	446,428571	446,428571
0,03	0,650	500	0,1420	515	64,041451	450,958549	450,958549
0,03	0,675	500	0,1317	515	59,927273	455,072727	455,072727
0,03	0,700	500	0,1224	515	56,181818	458,818182	458,818182
0,03	0,725	500	0,1141	515	52,764141	462,235859	462,235859
0,03	0,750	500	0,1067	515	49,638554	465,361446	465,361446
0,03	0,775	500	0,0999	515	46,773888	468,226112	468,226112
0,03	0,800	500	0,0937	515	44,142857	470,857143	470,857143
0,03	0,825	500	0,0882	515	41,721519	473,278481	473,278481
0,03	0,850	500	0,0830	515	39,488818	475,511182	475,511182
0,03	0,875	500	0,0784	515	37,426192	477,573808	477,573808
0,03	0,900	500	0,0741	515	35,517241	479,482759	479,482759
0,03	0,925	500	0,0701	515	33,747440	481,252560	481,252560
0,03	0,950	500	0,0665	515	32,103896	482,896104	482,896104
0,03	0,975	500	0,0631	515	30,575139	484,424861	484,424861
0,03	1,000	500	0,0600	515	29,150943	485,849057	485,849057

2.13 CONCLUSIONES

Las conclusiones a las que se llega en este capítulo las podemos sintetizar en los siguientes puntos:

1. El modelo monoperiódico de Black y Scholes que interpreta las acciones de una empresa endeudada como una opción de compra europea sobre su activo con un precio de ejercicio igual al pago prometido a los acreedores y que, además, permite calcular el valor de la opción de responsabilidad limitada y su efecto sobre el coste del endeudamiento igualmente en un horizonte monoperiódico puede ampliarse para superar las limitaciones propias de este horizonte monoperiódico.

2. La ampliación que hemos propuesto del modelo de Black y Scholes a un horizonte perpetuo nos permite afirmar:

   a) La opción de responsabilidad limitada de los accionistas se puede considerar una opción de venta americana de horizonte perpetuo sobre el activo de la empresa con un precio de ejercicio igual al pago prometido a los acreedores.

   b) Las acciones de una empresa endeudada se pueden concebir como la suma algebraica de una opción de compra americana perpetua sobre el activo con una barrera inferior de salida, igual al valor máximo del activo en el que se declara la quiebra, y una compensación igual al valor de la deuda, más el endeudamiento personal de los accionistas en condiciones de responsabilidad ilimitada, dado que la compensación de la barrera es el elemento que introduce la limitación de responsabilidad.

3. A partir de las opciones anteriores hemos deducido una expresión que permite calcular el coste de la financiación ajena con incorporación explícita del coste de la limitación de responsabilidad**.**

4. Tras introducir la valoración de las acciones y la rentabilidad exigida por los accionistas en este modelo, se constata el cumplimiento de las proposiciones primera y segunda de Modigliani y Miller.

5. El modelo monoperiodico sitúa la quiebra de la empresa en un valor del activo superior al del modelo perpetuo. La diferencia entre ambos valores es exactamente el valor de la opción de responsabilidad limitada perpetua en caso de quiebra, teniendo en cuenta la hipótesis de aplazamiento del pago de intereses. Esta diferencia resulta creciente con el valor de la desviación típica de la rentabilidad del activo, alcanzando valores importantes para desviaciones típicas elevadas.

APÉNDICE 2A: ESTUDIO DEL SIGNO DE LA PRIMERA DERIVADA DE LA OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA RESPECTO A LA RELACIÓN DE ENDEUDAMIENTO

Hemos visto que el valor de la derivada de la opción de responsabilidad limitada respecto a la relación de endeudamiento es el siguiente, ecuación (2.14):

$$\frac{\delta orl}{\delta \sigma} = -\frac{1}{2\, r\, \sigma + \sigma^3}\left(4^{1+\frac{r}{\sigma^2}}\, d\, r\left(\frac{2\, r + \sigma^2}{d\, r}\right)^{-\frac{2r}{\sigma^2}}\left(\mathrm{Log}[2] - \mathrm{Log}\left[\frac{2\, r + \sigma^2}{d\, r}\right]\right)\right)$$

Este valor resulta positivo para todo valor de la relación de endeudamiento inferior al máximo posible, en cuyo caso resulta cero. Sabemos que, en caso de quiebra de la empresa, el valor del activo es ecuación (2.7):

$$\frac{\gamma \quad DN}{1+\gamma}$$

donde (ecuación 2.2)

$$\gamma = \frac{2 \ r}{\sigma^2}$$

Además, el valor del cociente entre las deudas y el activo (relación de endeudamiento), *d*, alcanza su máximo en la situación de quiebra, por lo que podemos escribir:

$$d \leq \frac{1+\gamma}{\gamma} \tag{2A.1}$$

Por otra parte, teniendo en cuenta el valor de γ, resulta:

$$d = \frac{1+\gamma}{\gamma} \qquad \frac{2 \; r + \sigma^2}{d \; r} = 2 \tag{2A.2}$$

De (2A.1) y (2A.2) se deduce que:

$$\frac{2 \; r + \sigma^2}{d \; r} \geq 2 \tag{2A.3}$$

Luego, para todo valor de *d* inferior al máximo que se alcanza en caso de quiebra, tenemos:

$$\log 2 < \log \frac{2 \; r + \sigma^2}{d \; r} \tag{2A.4}$$

y, por tanto:

$$\frac{\partial orl}{\partial \sigma} > 0 \tag{2A.5}$$

mientras que el valor de esta derivada toma valor cero cuando el valor del activo se sitúa en el de quiebra.

APÉNDICE 2B: VALORACIÓN DE LA OPCIÓN DE BARRERA: *DOWN AND OUT CALL*

En este apartado desarrollamos la deducción de la expresión (2.16) como valor de la opción de barrera *down and out* perpetua, *OPB.*

Partimos del valor de esta opción según Rich (1994, pág.293):

$$OPB = S - [H - R]\left(\frac{S}{H}\right)^{-(2a+1)} \qquad (2B.1)$$

siendo

$$a = \frac{\mu}{\sigma^2} \qquad (2B.2)$$

$$\mu = \ln\left[\frac{r}{d}\right] - 0{,}5\sigma^2 \qquad (2B.3)$$

En la terminología de Rich (Rich 1994 pág.269) *r* indica la unidad más la tasa libre de riesgo y *d* la unidad más la tasa de dividendos. Teniendo en cuenta que en este modelo hemos supuesto que no existe distribución de dividendos y que designamos por *r* la tasa de interés continuo libre de riesgo, podemos escribir:

$$\mu = \ln e^r - 0{,}5\sigma^2 \qquad (2B.4)$$

$$\mu = r - 0{,}5\sigma^2 \qquad (2B.5)$$

por lo que:

$$(2a+1) = 2\left[\frac{r}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right] + 1 = \frac{2r}{\sigma^2} \tag{2B.6}$$

Por tanto, la ecuación (2B.1) deviene:

$$OP = S - [H - R]\left(\frac{S}{H}\right)^{-2r/\sigma^2} \tag{2B.7}$$

A continuación, transformamos (2B.7) según las características de nuestro análisis:

a) $2r/\sigma^2$ corresponde a γ en la notación de Merton (1973), adoptada en este trabajo;

b) el valor del activo subyacente es aquí el valor del activo de la empresa *S=A;*

c) el valor de la barrera es: $H = \gamma\, DN/(1+\gamma)$; y

d) la compensación, R , equivale al valor de la deuda *DN*.

En consecuencia:

$$[H - R] = [H - DN] = \frac{\gamma\, DN}{1+\gamma} - DN = -\frac{DN}{1+\gamma} \tag{2B.8}$$

Por tanto, la expresión del valor de la opción de barrera *down and out call* perpetua resulta ser (ecuación 2.16):

$$OPB = A + \frac{DN}{(1+\gamma)}\left[\frac{A\,(1+\gamma)}{\gamma\, DN}\right]^{-\gamma}$$

APÉNDICE 2C:LA RENTABILIDAD ESPERADA POR LOS ACCIONISTAS EN FUNCIÓN DE LA RENTABILIDAD DEL ACTIVO, EL COSTE DE LA FINANCIACIÓN AJENA Y LA RELACIÓN ENTRE EL VALOR DE MERCADO DE LA DEUDA Y EL VALOR DE MERCADO DE LAS ACCIONES

En este apartado del apéndice se trata de justificar la relación ecuación (2.28):

$$\bar{R}_S = \bar{R}_A + \frac{DN - ORL}{A - DN + ORL}\left(\bar{R}_A - k\right)$$

a partir de, las ecuaciónes (2.20):

$$k = r \, \frac{DN}{DN - ORL}$$

y (2.25)

$$\bar{R}_S = \frac{\bar{R}_A \, A - r \, DN}{A - DN + ORL}$$

Para justificar el resultado propuesto, realizamos operaciones algebraicas en (2.25) que escribimos de la siguiente forma:

$$\bar{R}_S = \bar{R}_A \, \frac{A}{A - DN + ORL} - r \, \frac{DN}{A - DN + ORL} \qquad (2C.1)$$

Seguidamente, restamos y sumamos (*DN*-*ORL*) en el numerador de la primera fracción. En la segunda fracción, sustituimos *r* por la expresión equivalente que se obtiene a partir de (2.20):

$$r = k\,\frac{DN - ORL}{DN} \tag{2C.2}$$

$$\bar{R}_S = \bar{R}_A\,\frac{(A - DN + ORL) + (DN - ORL)}{A - DN + ORL} - k\,\frac{DN - ORL}{DN}\,\frac{DN}{A - DN + ORL} \tag{2C.3}$$

De donde resulta:

$$\bar{R}_S = \bar{R}_A\left(1 + \frac{(DN - ORL)}{A - DN + ORL}\right) - k\,\frac{DN - ORL}{A - DN + ORL} \tag{2C.4}$$

es decir, ecuación (2.28):

$$\bar{R}_S = \bar{R}_A + \frac{DN - ORL}{A - DN + ORL}\left(\bar{R}_A - k\right)$$

que es el resultado que pretendíamos justificar.