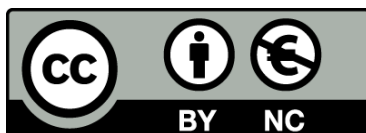




UNIVERSITAT DE
BARCELONA

La Educación Física como contexto impulsor de la alfabetización matemática en Primaria

Beatriz Rodríguez Martín



Aquesta tesi doctoral està subjecta a la llicència **Reconeixement- NoComercial 3.0. Espanya de Creative Commons.**

Esta tesis doctoral está sujeta a la licencia **Reconocimiento - NoComercial 3.0. España de Creative Commons.**

This doctoral thesis is licensed under the **Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0. Spain License.**



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

La Educación Física como contexto impulsor de la alfabetización matemática en Primaria

Diseño, aplicación y valoración de situaciones problema creadas en el ámbito de la Educación Física de cuarto de Primaria potenciadoras del desarrollo de la Competencia Matemática.

Programa de doctorado:
Activitat Física, Educació Física i Esport

Tesis doctoral presentada por:
Beatriz Rodríguez Martín

Director:
Dr. Francesc Buscà Donet

Tutora:
Dra. Teresa Lleixà Arribas

Barcelona, 2017

A mis padres

A mi familia

A Quino

A mi "güelina" y Javi,
a quienes les hubiera gustado
poder ver y compartir este trabajo.

AGRADECIMIENTOS

La realización de esta tesis ha resultado ser un camino largo y costoso, como si se tratara de una gran ruta por la montaña. Ahora bien, durante todo el recorrido me he sentido acompañada de personas que, de una manera u otra, me han ayudado a superar obstáculos y dificultades. Por ello, en estas primeras páginas, quiero dejar constancia escrita de mi agradecimiento.

En primer lugar, y mirando con retrospectiva, me gustaría agradecer y dedicar el trabajo de tesis a mis padres y a mi “güela”. Gracias por enseñarme que, con dedicación, perseverancia, esfuerzo y trabajo, todas las “cimas” son alcanzables.

Agradezco enormemente la dirección y el guiado de esta tesis a mi director Francesc Buscà. Su delicadeza, paciencia, dedicación y sus buenos consejos han sido fundamentales para desarrollar este estudio y superar los grandes entresijos de esta investigación. Sin olvidar la confianza que ha mostrado en mí y en mi proyecto desde el principio.

Debo extenderme en un agradecimiento muy especial a las personas que forman el Colegio Pineda. Empezando por el equipo directivo, por su confianza constante a lo largo de estos años. A todas mis compañeras y personal no docente, que me han expresado su interés y soporte emocional. A Marta Pérez y a Eugènia Creus, mis compañeras de departamento que, con sus ánimos, con sus charlas distendidas y ofreciéndose generosamente a hacer mis patios de vigilancia, me han ayudado a superar los momentos en los que el trayecto se ponía difícil. A Mary Llanes con quien he compartido vocación y conocimientos por la investigación educativa. A todas las alumnas con las que he podido compartir el proyecto *Acti-Mates*, porque fueron el motor que hizo realidad este estudio. Ellas son, en definitiva, el principal estímulo para seguir mejorando como educadora.

Gracias también a las personas especialistas en matemáticas que me han instruido, ayudado, orientado y apoyado con sus sabios consejos. Nuria Alier, con quien se inició este proyecto compartiendo el interés por la innovación pedagógica; Meritxell García, Mercè Vives, Ana Remolina, Carla Serra, Montse Avellana, María Oterino y Ana Gázquez, por ayudarme a validar los contenidos matemáticos del proyecto y por su colaboración; Carmen Fabregat;

Mónica Victoria, Dolors Puig y Eulàlia Franquesa, por compartir sus conocimientos sobre el aprendizaje matemático conmigo; Antón Aubanell y Montserrat Torra, por interesarse en mi proyecto pedagógico y apreciar su significatividad instruccional sobre el aprendizaje matemático.

Querría hacer una mención especial a aquellas personas, amigas y amigos que me han ofrecido soporte emocional o científico durante todo el desarrollo del estudio. A mi primo Javi Ibáñez Pascual, que antes de dejarnos, pudo guiar el primer esbozo de tesis doctoral. A Carmen Ovies y a mi prima Tinuca Ibáñez, por ayudarme a ampliar el marco teórico. A Pablo García-Rovés, por darme buenos consejos y contagiarme su pasión y dedicación por la investigación. A Lua y Nuria, las “masterianas”, que sin ellas esto no hubiera tomado el rumbo que tomó, su motivación me ayudó a seguir caminando. A Eva Forcada y a M^a Rosa Moreno, por el soporte en las revisiones finales.

En el marco institucional de la Universidad de Barcelona, querría agradecer a la Dra. Teresa Lleixà, responsable del programa de doctorado del Departamento Didáctica de la Expresión Musical y Corporal, que me informara sobre las posibilidades de acceder al master y, con ello, al programa de doctorado, aquella conversación me abrió las puertas a este gran reto personal y profesional. Dar las gracias también, al personal de la biblioteca del Campus Mundet, especialmente a Jordi Tremosa, que con su ayuda pude hacer un buen uso del programa Mendeley.

Por último, mi máxima gratitud a mis amigas y amigos, y muy especialmente a mi familia y a Quino, por compartir esta tesis conmigo, por escucharme, por perdonarme las ausencias, por ayudarme a desconectar y por animarme a continuar avanzando hasta el final de esta larga travesía.

RESUMEN

La tesis que se presenta a continuación muestra los resultados de una investigación cuya finalidad fue valorar la significatividad instruccional de los contextos de la Educación Física como entorno para desarrollar la Competencia Matemática en Primaria y con ello, dar respuesta a las necesidades educativas y curriculares del momento. El estudio parte del diseño y la implementación de un recurso didáctico formado por diferentes situaciones problema presentadas al alumnado para ser resueltas en grupo. La pertinencia de esta investigación se justifica por tres razones: el compromiso que tiene la escuela con la sociedad, promoviendo la educación de ciudadanos matemáticamente alfabetizados; la innovación pedagógica que supone la adaptación al nuevo marco competencial, tanto desde el ámbito de la Educación Física como del Matemático; y la contribución teórico-práctica al campo de las Competencias Básicas. Para llevar a cabo nuestro objetivo empírico se realizó un Estudio de Casos. La investigación se focalizó en tres clases de 4º de Primaria de una escuela concertada de L'Hospitalet de Llobregat, Barcelona. Con el propósito de analizar el contexto didáctico, el proceso de enseñanza-aprendizaje y el resultado educacional se utilizaron diferentes instrumentos y procedimientos de recogida de información con el fin de investigar sobre la percepción de todos los agentes implicados: profesora-investigadora, estudiantes, profesoras de Matemáticas y equipo directivo del centro. Aunque nuestro principal referente fueron los datos cualitativos de texto, registrados a través de la observación participante y de las entrevistas cara a cara, consideramos interesante incluir datos de carácter cuantitativo, extraídos de dos cuestionarios realizados al alumnado. Los resultados muestran evidencias sobre tres aspectos: las condiciones y características específicas del contexto didáctico; los efectos mediacionales de la interacción entre discentes, la docente y el entorno, sobre la construcción colaborativa de conocimiento matemático; y el desarrollo de la Competencia Matemática.

ABSTRACT

The thesis presented below shows the results of a research project, whose purpose was to assess the significance of the physical education context as an environment to develop the mathematical competence in elementary school. By doing it, it responds to current educational and curricular needs. The study started by the design and implementation of a didactic resource made by different problem situations. They were presented to the students to be solved in group. The relevance of this research is justified by three reasons: the school's commitment to society, promoting the education of mathematically literate citizens; the pedagogical innovation implied by the adaptation to the new competence framework, in both, the physical education field and the mathematical one; and the theoretical-practical contribution to the area of basic competences. In order to achieve our empirical goal a case study was carried out. Three elementary school classes (4th grade) from a semi-private school in L'Hospitalet de Llobregat, Barcelona, were the objective of our study. With the purpose of analysing the didactic context, the teaching and learning process and the educational results, different instruments and procedures were used to collect information in order to investigate about the perception of all the agents involved in the process: teacher-researcher, students, mathematics teachers and school administrators. Although our main source was qualitative data, recorded from the participant observation and the face-to-face interviews, it was also considered interesting to include quantitative data extracted from two questionnaires given to the students. The results show evidence on three aspects: the specific conditions and characteristics of the didactic context; the mediational effects of the interaction amongst students, teacher and the environment on the collaborative construction of mathematical knowledge; and the development of the mathematical competence.

Índice

AGRADECIMIENTOS	5
RESUMEN.....	7
ABSTRACT	8
ÍNDICE.....	9
ÍNDICE DE ANEXOS (INCLUIDOS EN EL DVD ADJUNTO)	15
ÍNDICE DE TABLAS.....	17
ÍNDICE DE FIGURAS.....	21
ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	23
LISTADO DE ACRÓNIMOS	25
INTRODUCCIÓN.....	26
PARTE I. MARCO TEÓRICO.....	35
Capítulo 1. Fundamentos epistemológicos para el desempeño de las Competencias Básicas	37
1.1. Un nuevo paradigma educativo. Las Competencias Básicas.....	38
1.2. Concepto de competencia	45
1.3. Tipos de competencias.....	52
1.4. Fundamentos psicológicos para la enseñanza y el aprendizaje competencial	58
1.4.1. Teoría cognitiva. El desarrollo genético de Piaget	72
1.4.1.1. Procesos del desarrollo	73
1.4.1.2. Factores del desarrollo	77
1.4.1.3. Aspectos lógico-matemáticos.....	79
1.4.1.4. Relación entre la teoría Piagetana y el enfoque competencial	81
1.4.2. Teoría cognitiva. Aprendizaje significativo de Ausubel	82
1.4.2.1. Tipos de aprendizaje significativo	83
1.4.2.2. Procesos de aprendizaje significativo	84
1.4.2.3. Condiciones para que se desarrolle el aprendizaje significativo	86
1.4.2.4. El proceso de asimilación	88
1.4.2.5. El proceso de asimilación en la retención y en el olvido	89
1.4.2.6. Variables de la estructura cognitiva	92
1.4.2.7. Los recursos pedagógicos	92
1.4.2.8. Relación entre la teoría significativa y el aprendizaje competencial.....	93

1.4.3. Teoría socio-cognitiva de Vygotsky	96
1.4.3.1. El desarrollo como base de su teoría genético-evolutiva	96
1.4.3.2. Los procesos de desarrollo. El lenguaje como instrumento de mediación social en el aprendizaje.....	98
1.4.3.3. El contexto, los niveles de aprendizaje y la Zona de Desarrollo Próximo	99
1.4.3.4. Relación entre la teoría Vygotskyana y el aprendizaje competencial	100
1.4.4. La cognición situada. Teoría situacional del conocimiento.....	102
1.4.4.1. Concepto de contexto	105
1.4.4.2. Concepción del aprendizaje	107
1.4.4.3. La significatividad instruccional de la comunidad práctica	109
1.4.4.4. Relación entre la cognición situada y el aprendizaje competencial.....	112
Capítulo 2. La Competencia Matemática y su alfabetización en la escuela.....	116
2.1. Aproximación conceptual	117
2.1.1. Dimensiones de la Competencia Matemática	123
2.2. La actividad matemática: proceso de matematización	128
2.3. Situaciones y contextos para la formación matemática competencial	133
2.4. Planteamiento didáctico curricular.....	143
2.4.1. Contenidos matemáticos competenciales	143
2.4.2. Orientaciones curriculares para la enseñanza de la Competencia Matemática	144
2.4.3. Vínculos entre la Competencia Matemática y el resto de Competencias Básicas	150
2.4.4. La evaluación de la Competencia Matemática	153
2.5. Estado de la cuestión. Investigaciones y programas didácticos para el aprendizaje de las matemáticas contextualizadas en experiencias de la vida cotidiana	155
Capítulo 3. Educación Física y Competencia Matemática	163
3.1. Papel instruccional de la Educación Física en la enseñanza actual.....	164
3.1.1. La acción motriz como medio para el aprendizaje competencial.....	167
3.1.2. Planteamiento curricular de la asignatura de Educación Física	176
3.1.2.1. Aportaciones de la Educación Física a las Competencias Básicas	180
3.1.3. Fundamentos didácticos para la adquisición de Competencias Básicas desde de la Educación Física	182
3.1.3.1. Las situaciones problema como estrategia metodológica para la enseñanza y evaluación competencial.....	182
3.1.3.2. Enfoque pedagógico de la Educación Física en el marco competencial	193
3.2. Conexiones psicopedagógicas entre la Educación Física y la Competencia Matemática	197
3.2.1. La acción motriz como estrategia de aprendizaje matemático	197

3.2.2. Los contextos de la Educación Física como entornos significativos para el desarrollo de la Competencia Matemática	201
3.3. Estado de la Cuestión. Investigaciones y programas didácticos que toman los entornos específicos de la Educación Física como recurso didáctico para trabajar las matemáticas.....	206
3.3.1. Intervenciones contextualizadas en ámbitos de la Educación Física planteadas textualmente y sin acción motriz.....	207
3.3.2. Propuestas e intervenciones contextualizadas en ámbitos de la Educación Física planteadas a través de la acción vivida	209
PARTE II. PROCESO DE INVESTIGACIÓN. DISEÑO EMPÍRICO	216
Capítulo 4. Definición del objeto de estudio	217
4.1. Planteamiento del objeto de estudio	218
4.1.1. Dimensión I. Contexto didáctico	221
4.1.1.1. Variable Ia. Contexto escolar.....	223
4.1.1.2. Variable Ib. Recurso didáctico de la Educación Física	224
4.1.2. Dimensión II. Acción didáctica	225
4.1.2.1. Variable IIa. Situaciones de enseñanza-aprendizaje	226
4.1.3. Dimensión III. Procesos de construcción de conocimiento entorno a la Competencia Matemática	227
4.1.3.1. Variable IIIa. Estrategias cognitivas	229
4.1.3.2. Variable IIIb. Estrategias motrices.....	230
4.1.3.3. Variable IIIc. Estrategias volitivas	231
4.1.3.4. Variable IIId. Estrategias cooperativas	232
4.1.4. Dimensión IV. Resultados.....	233
4.1.4.1. Variable IVa. Aprendizajes.....	234
4.2. Objetivos de la investigación	235
4.2.1. Objetivo general.....	235
4.2.2. Objetivos específicos.....	236
Capítulo 5. Diseño y descripción del recurso didáctico.....	241
5.1. Diseño del recurso didáctico.....	242
5.1.1. Preparación inicial	243
5.1.2. Especificación del recurso didáctico.....	245
5.1.3. Ejecución del recurso didáctico.....	245
5.2. Orientaciones curriculares para la intervención didáctica.....	246
5.2.1. Contextualización del recurso didáctico en el centro	247
5.2.2. Objetivos didácticos	250

5.2.3. Contenidos	251
5.2.4. Contribución a la Competencia Matemática	251
5.2.5. Metodología	253
5.2.5.1. Estrategias metodológicas de la acción docente	254
5.2.5.2. Estrategias metodológicas para la acción del discente	255
5.2.6. Evaluación	256
5.2.6.1. La evaluación inicial.....	256
5.2.6.2. La evaluación formativa	257
5.2.6.3. La evaluación final.....	258
5.2.7. Contribución a las Competencias Básicas	260
5.2.8. Recursos materiales	260
5.3. Estructura del recurso educativo.....	261
5.3.1. Presentación de la situación-problema	263
5.3.2. Actividades guía para la reflexión y organización del proyecto	264
5.3.3. Actividades de desarrollo.....	265
5.3.4. Evaluación	266
Capítulo 6. Diseño metodológico	267
6.1. Justificación del enfoque paradigmático de la investigación	268
6.2. El Estudio de Casos como diseño de investigación	273
6.3. Delimitación metodológica del estudio	276
6.3.1. Descripción del contexto de la investigación	276
6.3.1.1. El centro	277
6.3.1.2. Los informantes.....	279
6.3.1.3. El curso	282
6.3.2. Descripción y definición de los casos	285
6.3.2.1. Caso 1 — 4º A—	291
6.3.2.2. Caso 2 — 4º B—	296
6.3.2.3. Caso 3 — 4º C—	301
6.4. Procedimiento para la recogida de datos.....	306
6.4.1. Limitaciones en la recogida de datos	307
6.4.2. Técnicas e instrumentos de la investigación.....	309
6.4.2.1. Notas de campo	314
6.4.2.3. Entrevistas semiestructuradas e informales	323
6.4.2.4. Cuestionarios.....	327
6.4.3. Temporalización de la recogida de información	330
6.4.4. Relación entre las técnicas y los instrumentos de recogida de información y las dimensiones del estudio	332

6.5. Procedimiento para el análisis de datos	333
6.6. Medidas de credibilidad.....	340
6.6.1. Credibilidad	341
6.6.2. Transferibilidad	343
6.6.3. Dependencia	344
6.6.4. Confirmabilidad.....	345
6.7. Planificación y organización del trabajo empírico.....	346
6.7.1. Definición y diseño de la investigación	348
6.7.2. Preparación, recogida de datos y análisis	350
6.7.3. Resultados y conclusiones.....	352
PARTE III. PRESENTACIÓN Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS.....	353
Capítulo 7: Presentación y discusión de los resultados de la investigación	354
7.1. El contexto didáctico.....	359
7.1.1. El papel que desempeña el ambiente pedagógico y organizativo de la escuela.....	359
7.1.2. El recurso didáctico de la Educación Física	365
7.2. Procesos de construcción de conocimiento entorno a la Competencia Matemática	389
7.2.1. Situaciones de enseñanza aprendizaje generadas desde la interactividad	390
7.2.1.1. SiE-A de presentación de la situación-problema	391
7.2.1.2. SiE-A de presentación de tareas.....	393
7.2.1.3. SiE-A de ejecución individual.....	399
7.2.1.4. SiE-A de entrega individual de tareas.....	402
7.2.1.5. SiE-A de organización grupal	404
7.2.1.6. SiE-A de elaboración grupal.....	407
7.2.1.7. SiE-A de ejecución grupal	413
7.2.1.8. SiE-A de entrega grupal de tareas	416
7.2.1.9. SiE-A de juego.....	419
7.2.1.10. SiE-A de corrección.....	423
7.2.2. Proceso de matematización	427
7.2.3. Estrategias de aprendizaje motrices	430
7.2.4. Estrategias de aprendizaje cooperativas.....	436
7.2.5. Estrategias de aprendizaje volitivas	447
7.2.6. Significatividad de las situaciones-problema contextualizadas en el ámbito de la Educación Física	456
7.3. Los mecanismos de ayuda ejercidos por la profesora	467
7.4. Los resultados de aprendizaje.....	476
7.4.1. Niveles de desempeño de la Competencia Matemática.....	476

7.4.2. Cambio de percepción	489
PARTE IV. CONCLUSIONES	492
Capítulo 8: Conclusiones, limitaciones y prospectiva	493
8.1. Conclusiones de la investigación	494
8.1.1. Con respecto a la consecución del objetivo específico 1	494
8.1.2. Con respecto a la consecución del objetivo específico 2	501
8.1.3. Con respecto a la consecución del objetivo específico 3	508
8.1.4. Con respecto a la consecución del objetivo específico 4	511
8.2. Conclusiones relativas a cómo se desempeñó la Competencia Matemática desde el recurso didáctico	515
8.3. Conclusiones relativas al grado de influencia del recurso didáctico en la construcción de conocimientos entorno a la Competencia Matemática del alumnado	517
8.4. Limitaciones del estudio	521
8.5. Continuidad y prospectiva del trabajo de la investigación	524
BIBLIOGRAFÍA	527
ANEXOS (INCLUIDOS EN EL DVD ADJUNTO)	556

Índice de Anexos (Incluidos en el DVD adjunto)

Todos los anexos que se enumeran a continuación están incluidos en el DVD adjunto a la tesis. Especificar que han sido organizados en el orden de aparición en el texto.

Anexo 1. Criterios de evaluación para el ciclo medio en la asignatura de Matemáticas

Anexo 2. Bloques de contenidos del Decret 142/2007

Anexo 3. Ejemplos de pruebas matemáticas relacionadas con el juego, la actividad física o el deporte extraídas de libros o pruebas externas para la evaluación de la CMA

Anexo 4. Recurso Didáctico. Situación-Problema 1 *La búsqueda del tesoro*

Anexo 5. Recurso Didáctico. Situación-Problema 2 *Creadoras de juegos*

Anexo 6. Recurso Didáctico. Situación-Problema 3 *Somos malabaristas*

Anexo 7. Recurso Didáctico. Situación-Problema 4 *Las pruebas atléticas*

Anexo 8. Cuestionario inicial realizado por el alumnado antes de la intervención

Anexo 9. Cuestionario final realizado por el alumnado finalizada de la intervención

Anexo 10. Registro de resultados Caso 1. Notas de campo: Observación 1 (S-P2, S-P3)

Anexo 11. Registro de resultados Caso 1. Notas de campo: Observación 3 (S-P2, S-P3)

Anexo 12. Registro de resultados Caso 1. Notas de campo: Observación 4 (S-P2, S-P3)

Anexo 13. Registro de resultados Caso 1. Notas de campo: Entrevistas a las profesoras de Matemáticas

Anexo 14. Registro de resultados Caso 1. Notas de campo: Entrevista informal a las alumnas (S-P2, S-P3, final)

Anexo 15. Registro de resultados Caso 1. CuI-CuF

Anexo 16. Registro de resultados Caso 2. Notas de campo: Observación 1 (S-P1, S-P2)

Anexo 17. Registro de resultados Caso 2. Notas de campo: Observación 3 (S-P1, S-P2)

Anexo 18. Registro de resultados Caso 2. Notas de campo: Observación 4 (S-P1, S-P2)

Anexo 19. Registro de resultados Caso 2. Notas de campo: Entrevistas a las profesoras de Matemáticas

Anexo 20. Registro de resultados Caso 2. Notas de campo: Entrevista informal a las alumnas (S-P1, S-P2, final)

Anexo 21. Registro de resultados Caso 2. CuI-CuF

Anexo 22. Registro de resultados Caso 3. Notas de campo: Observación 1 (S-P2, S-P4)

Anexo 23. Registro de resultados Caso 3. Notas de campo: Observación 3 (S-P2, S-P4)

Anexo 24. Registro de resultados Caso 3. Notas de campo: Observación 4 (S-P2, S-P4)

Anexo 25. Registro de resultados Caso 3. Notas de campo: Entrevistas a las profesoras de Matemáticas

Anexo 26. Registro de resultados Caso 3. Notas de campo: Entrevista informal a las alumnas (S-P2, S-P4, final)

Anexo 27. Registro de resultados Caso 3. CuI-CuF

Anexo 28. Registro de resultados: Notas de campo de la Observación 2

Anexo 29. Registro de resultados: Notas de campo complementarias

Anexo 30. Fichas del alumnado para el registro y la suma de datos de la S-P4 *Las pruebas atléticas*

Anexo 31. Ficha del proceso de pensamiento desarrollado por las alumnas en la S-P2 *Creadoras de juegos*

Anexo 32. Mapas dibujados por las alumnas de la S-P1 *La búsqueda del tesoro*

Anexo 33. Fichas del proceso de resolución desarrollado por las alumnas en la S-P 2 *Creadoras de juegos*

Anexo 34. Fichas el proceso de resolución desarrollado por las alumnas en la S-P3 *Somos malabaristas*

Índice de Tablas

Tabla 1. Partes en las que se divide el documento.....	33
Tabla 2. Evolución comparada de las competencias.	53
Tabla 3. Clasificación de las CCBB según el Decret 142/2007.	54
Tabla 4. Competencias y marco de desarrollo.....	55
Tabla 5. Procesos auxiliares de aprendizaje y propuestas pedagógicas que los impulsan.	63
Tabla 6. Conocimientos conceptuales y procedimentales del discente.....	64
Tabla 7. Tipos de estrategias y procesos implicados en el aprendizaje.	65
Tabla 8. Corrientes tipos de aprendizaje competencial.	72
Tabla 9. Síntesis de los estadios del desarrollo cognitivo de Piaget.....	76
Tabla 10. Síntesis del estadio de las operaciones concretas del desarrollo cognitivo.....	80
Tabla 11. Comparación de las características del proceso de aprendizaje de expertos, estudiantes convencionales y estudiantes de la práctica situada.	109
Tabla 12. Características de los entornos de aprendizaje de la cognición situada	111
Tabla 13. Dimensiones de la CMa.	123
Tabla 14. Dimensiones de la CMa del estudio y descriptores del dominio cognitivo. ..	125
Tabla 15. Pasos para la resolución de un problema matemático en grupo.	131
Tabla 16. Contextos específicos para desarrollar la CMa en Primaria	141
Tabla 17. Contenidos de referencia para el trabajo y desarrollo de la CMa.	143
Tabla 18. Orientaciones metodológicas para el desarrollo de la CMa	146
Tabla 19. Contenidos matemáticos vinculados a la asignatura de EF descritos en el Decret 142/2007	147
Tabla 20. Vínculos entre la CMa y las CCBB.	150
Tabla 21. Bloques de contenidos de la EF de primaria	178
Tabla 22. Relación entre los objetivos generales de la EF de Primaria y las CCBB que plantea la Ley Orgánica 2/2006.	179
Tabla 23. Aportaciones de la EF a las CCBB.	180
Tabla 24. Métodos de enseñanza.	187

Índice de Tablas

Tabla 25. Fases de la secuencia de actividades de E-A competencial y las fases del aprendizaje basado en problemas.	189
Tabla 26. Nociones matemáticas perceptivas que se pueden adquirir desde la acción motriz.....	199
Tabla 27. Diez argumentos que definen el decálogo del uso del juego en la clase de Matemáticas.....	204
Tabla 28. Contenidos de EF, contenidos matemáticos y ejemplos prácticos.	205
Tabla 29. Objeto de estudio. Dimensiones, variables e indicadores	221
Tabla 30. Criterios básicos para el diseño del recurso educativo	245
Tabla 31. Relación entre las unidades didácticas trabajadas en EF y las S-P del proyecto <i>Acti-Mates</i>	249
Tabla 32. Contenidos curriculares de las áreas de EF y Matemáticas que se van a trabajar en el RD.....	251
Tabla 33. Dimensiones y descriptores de la CMA en el recurso educativo.....	253
Tabla 34. Rúbrica para la evaluación final del nivel de desarrollo de la CMA en las S-P.	259
Tabla 35. Medidas pedagógicas de apoyo a la asignatura de Matemáticas para 4º de Primaria	278
Tabla 36. Relación entre las SD seleccionadas y las SD, o S-P, escogidas como subunidades de análisis dentro de cada caso	289
Tabla 37. Cuadro resumen de las coordenadas de los casos objeto de análisis.....	306
Tabla 38. Técnicas, procedimientos e instrumentos de la investigación.....	313
Tabla 39. Ficha para el registro de las notas de campo <i>in situ</i>	315
Tabla 40. Criterios para la planificación y la observación 1	316
Tabla 41. Elementos que estructuran la información recogida respecto a la organización de la acción conjunta y las formas de interactuar. O2.	319
Tabla 42. Elementos que estructuran la observación de la construcción de conocimiento. O3.	320
Tabla 43. Rúbrica para valorar el nivel de desempeño de las dimensiones de la CMA. O4.	321
Tabla 44. Criterios para la planificación de la observación 2, 3 y 4	322

Tabla 45. Guión de entrevista informal dirigido a las profesoras de Matemáticas de 3º	325
Tabla 46. Guión de entrevista informal dirigido a las profesoras de Matemáticas de 4º	326
Tabla 47. Planificación de la entrevista semiestructurada a las maestras de Matemáticas	326
Tabla 48. Guión de entrevista informal dirigido a las alumnas	327
Tabla 49. Planificación de las entrevistas informales con las alumnas	327
Tabla 50. Pregunta relevante para el estudio, extraída del CuI/CuF.....	329
Tabla 51. Planificación de los cuestionarios a las alumnas.....	330
Tabla 52. Fases, procedimientos e instrumentos del proceso de recogida de información	330
Tabla 53. Códigos asignados a los instrumentos y procedimientos de la investigación	332
Tabla 54. Relación entre el objeto de estudio y las técnicas e instrumentos de recogida de información.....	332
Tabla 55. Criterios de rigor de la metodología constructivista/cualitativa.	341
Tabla 56. Relación entre los objetivos específicos, las preguntas de investigación y las fases análisis.....	356
Tabla 57. Localización de los registros de la investigación y el nivel de análisis en el que se utilizaron.....	357
Tabla 58. Códigos asignados a las personas participantes en la investigación	358
Tabla 59. Grado de participación activa mostrado por el alumnado durante la intervención	372
Tabla 60. S-P en las que se trabajaron los contenidos de numeración y cálculo	375
Tabla 61. S-P en las que se trabajaron los contenidos de relación y cambio.....	376
Tabla 62. S-P en las que se trabajaron los contenidos de espacio y forma.....	377
Tabla 63. S-P en las que se trabajaron el contenido de medida	378
Tabla 64. S-P en las que se trabajaron los contenidos de estadística y azar.....	380
Tabla 65. Número de intervenciones registradas en las Rb de evaluación: desempeño de dimensiones y descriptores	383
Tabla 66. SiE-A generadas desde la interactividad	390

Índice de Figuras

Tabla 67. Tipos de contenidos utilizados por el alumnado durante el desempeño de estrategias motrices	431
Tabla 68. SiE-A generadas durante las fases de la S-P	449
Tabla 69. Dimensiones y descriptores de la CMa.....	478

Índice de Figuras

Figura 1. Fundamentación de las CCBB en el ámbito educativo. Fundamentación del planteamiento instruccional de nuestro estudio.	44
Figura 2. Definición de competencia	51
Figura 3. Aprendizaje en sincronía con la vida	57
Figura 4. Dimensiones y tipos de aprendizaje.	86
Figura 5. Proceso de asimilación subordinado derivativo.	88
Figura 6. Proceso de asimilación subordinado correlativo.....	89
Figura 7. Proceso de asimilación supraordinado.....	89
Figura 8. Proceso de asimilación combinatorio.....	89
Figura 9. El significado de la experiencia mezcla pensamientos, sentimientos y acciones	95
Figura 10. Contexto en la teoría de la actividad desarrollada por Engeström	106
Figura 11. Progreso de los estudiantes.....	110
Figura 12. Relación entre el término alfabetización matemática y CMa.	121
Figura 13. Esquema de planificación docente.	126
Figura 14. Componentes de la CMa desde la acción curricular.....	127
Figura 15. Ciclo del proceso de matematización y pasos fundamentales.....	129
Figura 16. Fases didácticas para un buen aprendizaje matemático.....	132
Figura 17. Niveles de conocimiento y proceso de modelización.....	134
Figura 18. Pasos para pasar de la cognición normal a la situada.	160
Figura 19. Dimensiones de la motricidad humana.	171
Figura 20. Proceso de desarrollo de una acción competente.	191
Figura 21. Proceso de evaluación de una acción competente.	191
Figura 22. Relación entre las dimensiones de la competencia, los indicadores de logro y las actividades que desarrollan la S-P.....	192
Figura 23. Ámbitos de estudio	219
Figura 24. Relación entre el proceso de desarrollo de una acción competencial con la estructura de nuestro recurso educativo	244
Figura 25. Fases en el diseño del recurso didáctico	246

Figura 26. Dimensiones de la CMa	252
Figura 27. Fases y actividades de las S-P y relación con el esquema de las fases para enfrentarse con problemas desde el trabajo en grupo de Guzmán	262
Figura 28. Ejemplo de presentación del proyecto 2 de <i>Acti-Mates</i> . Corresponde a la SD 1 de la investigación incluida en el caso 2, 4ºB, como las S-P1 <i>La búsqueda del tesoro</i>	263
Figura 29. Ejemplo de actividades guía para la reflexión y organización de una S-P S-P1 <i>La búsqueda del tesoro</i>	265
Figura 30. Diseño del estudio múltiple de casos.	290
Figura 31. Modelo de estudio múltiple de casos.	347
Figura 32. Fases y temporalización del trabajo de investigación	347
Figura 33. Ejemplo de codificación en relación a la procedencia de los resultados	358
Figura 34. Líneas de intervención didáctica encaminadas al trabajo y al desarrollo de la CMa desde la EF.....	520

Índice de Gráficos

Gráfico 1. Respuestas iniciales del alumnado de 4ºA sobre el vínculo entre la EF y las Matemáticas	294
Gráfico 2. Respuestas iniciales del alumnado de 4ºB sobre el vínculo entre la EF y las Matemáticas	299
Gráfico 3. Respuestas iniciales del alumnado de 4ºC sobre el vínculo entre la EF y las Matemáticas	303
Gráfico 4. Grado de participación activa mostrado por el grupo-clase durante la intervención	372
Gráfico 5. Frecuencia de aparición de los contenidos matemáticos en cada S-P	382
Gráfico 6. Frecuencia de aparición de las dimensiones de la CMA durante el total de las SD	384
Gráfico 7. Número de acciones que desarrollan procesos de matematización horizontal y vertical.....	428
Gráfico 8. Tipos de contenidos matemáticos utilizados a través las estrategias motrices	432
Gráfico 9. Tipos de contenidos matemáticos implementados a través las estrategias motrices a nivel conceptual, procedimental y actitudinal	433
Gráfico 10. Fases de construcción colaborativa del conocimiento del caso 1	439
Gráfico 11. Fases de construcción colaborativa del conocimiento del caso 2	441
Gráfico 12. Fases de construcción colaborativa del conocimiento del caso 3	443
Gráfico 13. Estrategias volitivas desarrolladas por el alumnado durante las fases de la S-P	450
Gráfico 14. Acciones de mediación ejercidas por la profesora durante las SiE-A.....	469
Gráfico 15. Frecuencia de aparición de acciones de mediación ejercidas por la profesora en el total de la SiE-A	473
Gráfico 16. Nivel de desempeño de 4ºB en la S-P1 <i>La búsqueda del tesoro</i>	478
Gráfico 17. Nivel de desempeño de 4ºA en la S-P2 <i>Creadoras de juegos</i>	480

Gráfico 18. Nivel de desempeño de 4ºB en la S-P 2 <i>Creadoras de juegos</i>	481
Gráfico 19. Nivel de desempeño de 4ºC en la S-P 2, <i>Creadoras de juegos</i>	482
Gráfico 20. Nivel de desempeño de 4ºA en la S-P 3 <i>Somos malabaristas</i>	484
Gráfico 21. Nivel de desempeño de 4ºC en la S-P4 <i>Las pruebas atléticas</i>	486
Gráfico 22. Porcentajes iniciales y finales de la respuesta a la pregunta del CuI y CuF: <i>¿Crees que las matemáticas se utilizan en el deporte, en los juegos o en las actividades de la clase de educación física?</i>	490

Listado de Acrónimos

CCBB: Competencias Básicas

EF: Educación Física

CMa: Competencia Matemática

E-A: Enseñanza-Aprendizaje

RD: Recurso Didáctico

S-P: Situaciones-Problema (Situación-Problema)

OCDE: Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico

CCc: Competencias Clave

SiE-A: Situaciones de Enseñanza-Aprendizaje

EMR: Enseñanza Matemática para la Comprensión

SD: Secuencia Didáctica

INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la enseñanza de los países desarrollados está experimentando una evolución drástica e irreversible hacia un cambio de paradigma pedagógico. En España, la reforma del sistema educativo vino marcada por la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo de Educación (en adelante, Ley Orgánica 2/2006). En ella se introdujeron las Competencias Básicas (en adelante, CCBB) como un elemento curricular a desarrollar en el alumno. La consecuencia directa fue que el modelo educativo pasó de, *el saber por saber*, es decir, acumular conocimiento, a, *el saber para saber hacer*. La nueva normativa generó en la comunidad educativa la necesidad de transformar las prácticas instruccionales obligando a los docentes a redefinir el tipo de escuela del futuro. Por extensión, al profesorado de Educación Física (en adelante, EF) se le presentó el reto de precisar el papel que asumiría la asignatura en el marco de la enseñanza competencial.

Como profesora de EF, mi formación y experiencia profesional han estado marcadas por la firmemente convicción que la EF tiene un valor psicopedagógico incalculable en la educación integral del individuo. Esta concepción globalizada de la materia fue promovida por Eloísa Fernández Bustillo, profesora de Didáctica de la EF de la Universidad de Oviedo. A través de sus clases, pude percibir el potencial que tenían los contenidos de la EF para el aprendizaje de otras asignaturas especialmente la matemática. En aquel momento entendí los beneficios instruccionales que tenían los elementos matemáticos de las actividades y juegos vividos durante mi infancia deportiva (karate, esquí y baloncesto). Con el paso del tiempo, he comprendido cómo dichos conocimientos me han configurado tanto personal como profesionalmente.

Es por esta razón que, a lo largo de dos décadas en la enseñanza, siempre he intentado diseñar experiencias lúdico-motrices que además de *un fin*, fueran *el medio* de aprendizaje de otros contenidos curriculares y, de forma específica, los matemáticos. Esta práctica docente me ha permitido constatar la gran cantidad de vínculos que se pueden establecer entre los contenidos de la asignatura de Matemáticas y los propios de la EF en la etapa de Primaria.

En un principio, el currículum por competencia se me presentó como una oportunidad para ampliar el campo de acción didáctica de la materia. De esta manera, durante mis clases, no sólo centraría el trabajo a los contenidos matemáticos, también trataría de desarrollar la Competencia Matemática (en adelante, CMa) en el alumnado. Pero, profundizando en sus requerimientos metodológicos comprendí que los procesos de enseñanza-aprendizaje (en adelante, E-A) precisaban de unos planteamientos pedagógicos específicos, que en esa época desconocía.

Estas circunstancias generaron la necesidad de formarme sobre el nuevo enfoque educativo, y con este propósito cursé el Master de Actividad Motriz y Educación de la Universidad de Barcelona. Durante su realización tuve la oportunidad de instruirme en la temática competencial, hecho que me permitió comprobar la escasez de publicaciones teórico-prácticas sobre proyectos curriculares sobre el desarrollo de la CMa a través de la EF. Dicho escenario representó para mí un nuevo desafío y fue, entonces, cuando valoré la posibilidad de llevar a cabo una investigación educativa. Con ella, además de superar mis limitaciones docentes, podría dar respuesta a dos de los principales rotos de la EF actual: por un lado, diseñar programas para impulsar la adquisición de las CCBB, en concreto de la CMa, ofreciendo así referentes prácticos para la reformulación curricular. Y, por otro lado, dar a conocer un posible enfoque de la asignatura en el nuevo marco educativo. En este caso, colaborar a su desarrollo teórico reforzando la capacidad profesional para intervenir en la escuela. Estos acontecimientos dieron lugar a la definición de la temática de estudio de la tesis doctoral, que se presentará en la parte final de la introducción.

Otro de los principales motivos que me han llevado a desatollar esta tesis, que se suma a las motivaciones profesionales, fue mi interés personal por seguir aprendiendo. Era consciente que ampliaría mis conocimientos en el campo de la investigación, y ahora puedo valorar la experiencia como dura, constante, rigurosa, exigente, sorprendente, pero eso sí, sobre todo, muy enriquecedora. El proceso me ha proporcionado un punto de vista nuevo de mi profesión y, al mismo tiempo, ha asentado, aún más, mi vocación por la enseñanza de la EF.

La justificación científica de nuestro estudio parte de la preocupación creciente que las sociedades muestran por la educación general de los ciudadanos. El gran reto formativo de la escuela viene impuesto por las transformaciones socioculturales, el impacto científico-tecnológico y el compromiso social. Con esta problemática, la enseñanza no puede centrar el aprendizaje en contenidos aislados de su uso funcional. Su gran objetivo será promover en el alumnado la adquisición de capacidades que le permitan a resolver problemas complejos de la vida cotidiana. En tal caso, y dada la relevancia que tienen las matemáticas para entender y actuar en el mundo contemporáneo, es imposible concebir el pleno uso de la ciudadanía de las personas sin tener adquirida una CMa que les permita: actuar de manera informada, responsable, activa y crítica en los diferentes ámbitos de la vida social. Para alcanzar dicho objetivo, la escuela debe impulsar la alfabetización matemática de los estudiantes, dotándoles de conocimientos y destrezas matemáticas para identificar y comprender el papel que tienen las matemáticas en el mundo. Con esta perspectiva, las matemáticas curriculares serán una herramienta para: comunicarse; hacer juicios bien fundados; entender situaciones; y utilizarlas y aplicarlas a problemas reales. Por tanto, uno de los objetivos prioritarios de la escuela del siglo XXI es desarrollar la CMa para garantizar la alfabetización del alumnado, promoviendo con ello el progreso económico y social (Alsina & Planas, 2009; Goñi, 2008; Goñi et al., 2000; NCTM, 2000; OCDE, 2003b, 2005)¹.

Sin embargo, diferentes estudios matemáticos han valorado que los escolares tienen serias dificultades para utilizar y transferir con eficacia sus conocimientos matemáticos a problemas reales de la vida. Este hecho refleja las carencias, y con ello las necesidades, de la educación matemática escolar. Algunos autores reconocen que la enseñanza de las matemáticas ha quedado anticuada y precisa de una renovación pedagógica, sobre todo aquella en la que el papel teórico de la disciplina supera la visión funcionalista de las matemáticas (Alsina-Català, 2008a; Callís, 2015; Cockcroft, 1985; De Lange, 1996; Evans, 1999; Guzmán, 2007; Lave, 1991; OCDE, 2003b).

¹ NCTM: la *National Council of Teacher of Mathematics* es un organismo que redacta estándares educativos para el desarrollo de la CMa.

OCDE: Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico.

En este sentido, el planteamiento que define el recurso didáctico (en adelante, RD) utilizado en la intervención de nuestro estudio, podría aportar nuevas perspectivas pedagógicas al trabajo interdisciplinar de la CMA desde la asignatura de Matemáticas. Así pues, se daría respuesta a las preguntas del *colectivo educativo por el cambio*, que se plantean: ¿qué se debe hacer para impulsar cambios estructurales en la enseñanza de las matemáticas?, y en el ámbito de la innovación, ¿cómo se podría hacer para que dicha innovación fuese aceptada como una nueva pauta educativa? (Goñi, 2008).

Continuando con la argumentación, desde el mundo matemático constatan que la construcción del conocimiento matemático no se puede separar del sentido de la acción sobre los objetos o los instrumentos matemáticos ni tampoco desvincular de la intuición ni de las aproximaciones deductivas afines al contexto real. Esto se debe a que la matemática constituye una actividad cultural e histórica situada en sí misma (Alsina, 2002; Bishop, 1988; Goñi, 2002; Martínez, 2008; Onrubia, Rochera, & Barberà, 2001). En este sentido, el juego y las actividades físico-deportivas se consideran entornos socio-culturales donde la acción práctica hace visible el significado de las matemáticas (Alsina, Callís, & Figueras, 1997; Bishop, 1988, 1998, Corbalán, 2013a, 2013b; Sorando, 2012).

Debemos destacar que asignatura de EF es considerada un contexto idóneo para que el alumnado implemente y desempeñe las CCBB (Blázquez & Sebastiani, 2009; Buscà, Moneo, Rodríguez-Martín, Hernández, & Murillo, 2016; Cañabate & Zagalaz, 2010; Contreras & Cuevas, 2011; Lleixà, 2007). Y debido a sus características específicas adquiere un doble papel sobre la enseñanza de la CMA. Por un lado, contextualiza el conocimiento matemático en situaciones o problemas reales, prácticos, multiexperienciales, sociales y cercanos a los intereses del infante. Y, por otro lado, promueve el aprendizaje de los contenidos matemáticos intrínsecos a la materia, los relacionados con el juego, las actividades físico-motrices, la expresión corporal, el deporte y la salud (Albanese & Perales, 2015; Balaguer, 2012; Castañer & Trigo, 1995; Caturla, 2010; Díaz-Barahona, 2009; Díaz-Lucea, 2010; Escamilla, 2009; Gardner, 1994, 1995; Gómez-Rijo et al., 2008; González, Monguillot, & Zurita, 2014; Guzmán, 2007; Jensen, 2003; Lapierre & Aucouturier, 1974, 1977; Le Boulch, 1981; Lleixà, 2007; López-Pacheco, 2010; Nilges & Usnick, 2000; Ortega-Del Rincón, 2005; Piaget, 1978; Piaget &

Beth, 1968; Rodríguez-Martín & Buscà, 2015; Ruiz-Omeñaca, Ponce de León, Sanz, & Valdemoros, 2013; Sales, 2001).

Otro aspecto que justifica la razón de ser de nuestro proyecto es el hecho de que tanto el juego como la actividad motriz son ámbitos reales afines a la vida del niño. Por tanto, cualquier contenido o competencia a desarrollar a través de ellos puede aumentar el interés y la motivación por adquirir aquello que debe ser aprendido. En este sentido, se daría respuesta a uno de los requerimientos básicos del proceso de E-A competencial y por extensión, de la CMa, ya que instan a diseñar situaciones de E-A contextualizadas en situaciones cercanas a los intereses del alumno (Alsina, 2004; Alsina & Planas, 2009; Burgués, 2008; Escamilla, 2009; Freudenthal, 1993; Goñi, 2003; Ley Orgánica 2/2006; Vicente, Dooren, & Verschaffel, 2014; Zabala & Arnau, 2007).

Ahora bien, se debe tener en cuenta que históricamente las matemáticas han tenido un componente emocional negativo, causando en el discente rechazo, bloqueo, inseguridad o frustración (Chamorro, 1991; Goñi, 2008; Guzmán, 2007; Lapierre & Aucouturier, 1977). En contra partida, los contextos lúdicos y vivenciales, junto con la metodología cooperativa, presentes en nuestro planteamiento didáctico, pueden alterar los elementos afectivos sobre el aprendizaje matemático, ya que generan ambientes de enseñanza motivantes y distendidos (Alsina, 2004; Goñi, 2008, 2009; Pozo, 2008; Torra, 2008; Van Reeuwijk, 1997).

En cuanto al objetivo de esta investigación, podemos decir que también está justificado desde los diferentes referentes legislativos de nuestro país. Todos ellos entienden que la Educación Primaria es eminentemente experiencial y que la CMa se adquiere a partir de contextos que tengan sentido tanto para el alumnado como para el ámbito matemático donde se implemente. Determinan que para su desarrollo es esencial utilizar las matemáticas de manera funcional en entornos fuera del aula, relacionándolas con otras asignaturas, con situaciones de la vida real, cotidiana, cultural o con el juego (Decreto 142/2007; Ley Orgánica 2/2006; Ley Orgánica 8/2013; Real Decreto 1513/2006; Real Decreto 126/2014).

Los cambios legislativos y sociales también afectan a la concepción de la propia EF dentro del currículum educativo, que en la actualidad está en proceso de readaptación. En este sentido, Kirk (2013a) reconoce que su futuro en la escuela es incierto y esto se debe a que nuestra asignatura puede abarcar diferentes identidades: buscar el rendimiento deportivo, educar para la salud, o basar su instrucción en las demandas educativas y sociales. En tal caso, esto exige investigar para otorgar un valor teórico-práctico específico a la asignatura (Buscà, 2016; Buscà, Lleixà, Coral, & Gallardo-Ramírez, 2016).

Sin embargo, han pasados 11 años de la entrada en vigor de La Ley Orgánica 2/2006 y, aunque empiezan a ser evidentes las ventajas educativas del enfoque competencial, todavía se cuestiona su auténtico valor. El problema está en su deficiente interpretación y, en consecuencia, en su mal empleo. En la práctica, el docente tiene dificultades para llevar a cabo la enseñanza por CCBB, ya que la normativa da directrices muy abiertas para afrontar los cambios didácticos. La reducida concreción y la falta de conocimientos específicos por parte del docente hacen que su desarrollo sea más una carga que una ayuda pedagógica. Por tanto, la adaptación al nuevo enfoque curricular exige: formación del profesorado, innovación educativa, y un banco de recursos didácticos que ayuden al docente a transformar y desarrollar la acción educativa (Blázquez & Sebastiani, 2009; Bolívar, 2008; Buscà, Lleixà, et al., 2016; Coll, 2006, 2007; Escamilla, 2008; Goñi, 2008; Monereo, 2009; Pérez-Gómez, 2007; Pérez, 2003; Perrenoud, 2004; Zabala & Arnau, 2007).

Como conclusión, opino que tanto el momento social actual como el entorno educativo vigente, justifican el interés por plantear una investigación como esta. Los resultados aportan un posible modelo pedagógico de la EF que define el papel de la asignatura en el nuevo marco curricular. Por una parte, a nivel teórico se exponen los procesos E-A que desarrollan la CMa desde nuestra asignatura. Y, por otra parte, a nivel práctico, se describen los recursos didácticos para afrontar el proceso E-A de la CMa desde un contexto de enseñanza eminentemente práctico, multiexperiencial, lúdico-motriz y social. Por esta razón, el campo de uso podría ampliarse a prácticas interdisciplinares, como el trabajo por proyectos o a actividades específicas de la asignatura de

INTRODUCCIÓN

Matemáticas. Además, puede hacerse extensible a otras etapas educativas, como Infantil, Secundaria o Bachillerato. Por último, se podría remarcar que el aprendizaje transversal de la CMa desde este planteamiento didáctico también amplía el número de horas lectivas destinadas a la EF, aspecto que beneficia la evolución sobre los contenidos propios de la asignatura.

Una vez justificado el interés profesional, personal y científico de la temática de la investigación, nos planteamos la siguiente hipótesis de estudio:

Los contextos propios de la Educación Física de Primaria, ¿son espacios significativos para impulsar la alfabetización matemática a través del trabajo en grupo?

Para dar respuesta a esta cuestión nos proponemos como objetivo general de la investigación:

Constatar de qué modo y en qué grado el recurso didáctico diseñado en el marco de la Educación Física de 4º de Primaria impulsa la construcción colaborativa de conocimiento entorno a la Competencia Matemática.

A partir de este propósito principal, se establecieron cuatro objetivos específicos más operativos que estructuran el desarrollo del proceso de investigación. Cabe destacar que cada uno de ellos se vincula a cuatro ejes didácticos: 1) el contexto didáctico, 2) los procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMa, 3) los mecanismos de ayuda ejercidos por la profesora, y 4) los resultados de aprendizaje:

- **Objetivo 1:** Diseñar e implementar desde la EF un RD formado por situaciones-problema (en adelante, S-P) orientado al trabajo y al desarrollo de la CMa del alumnado de 4º de Primaria, indicando los requisitos didácticos fundamentales para su ejecución.
- **Objetivo 2:** Identificar y describir los procesos y los mecanismos de construcción de conocimiento entorno a la CMa que se generan en la interacción del alumnado

con los miembros del grupo, con la profesora y con el contexto de la actividad, durante los procesos de resolución de las S-P.

- Objetivo 3: Identificar y describir los mecanismos de ayuda educativa ejercidos por la profesora durante el desarrollo de las S-P.
- Objetivo 4: Reconocer los aprendizajes adquiridos a través del RD de la EF en relación a la CMa.

Partiendo de estas premisas y ciñéndonos a las partes fundamentales que deben estructurar un trabajo como el nuestro, presentamos la tesis organizada en cuatro bloques, en la tabla 1 se refleja el contenido de cada uno de ellos.

Tabla 1. Partes en las que se divide el documento

PARTE I	PARTE II	PARTE III	PARTE IV
Marco teórico	Proceso de investigación. Diseño empírico	Presentación y discusión de los resultados	Conclusiones

En la primera parte describimos el marco teórico vinculado a nuestro objeto de estudio. La revisión bibliográfica y documental se ha hecho en base a los tres ámbitos que estructuran las temáticas de la investigación y que comprenden los capítulos 1, 2 y 3. En el capítulo 1, titulado *Fundamentos epistemológicos para el desempeño de las Competencias Básicas*, hacemos una aproximación teórica al marco psicopedagógico que comporta la incorporación de las CCBB al currículum educativo. Además de justificar las razones de la transformación legislativa y de profundizar en su concepción, resaltamos los fundamentos psicológicos que definen la enseñanza y el aprendizaje competencial. En este caso, se analiza la teoría constructivista de Piaget, la teoría socio-cognitiva de Vygotsky, la teoría cognitiva del aprendizaje significativo de Ausubel y la corriente educativa de la cognición situada. Sus postulados asientan las bases del aprendizaje por competencias, al tiempo que permiten identificar los principios operativos que conlleva su instrucción. A través de ellos, se explica cómo se constata el desempeño competencial durante la intervención didáctica. En el capítulo 2, *La Competencia Matemática y su alfabetización en la escuela*, hacemos una revisión conceptual de los términos, exponemos su pertinencia y tratamiento curricular y

profundizamos en el planteamiento pedagógico para su desarrollo en la escuela. Por último, el capítulo 3 con el que cerramos esta primera parte, *Educación Física y Competencia Matemática*, destacamos el papel que juega la asignatura como contexto pertinente y significativo para el desarrollo de la CMa.

En la segunda parte, exponemos los capítulos que van del 4 al 6; en ellos recogemos todo el proceso empírico. En lo que respecta al capítulo 4, explicamos la naturaleza del objeto de estudio. En el 5, describimos con detalle el planteamiento didáctico utilizado en la intervención. En cambio, en el 6, argumentamos la pertinencia del Estudio de Casos como método de investigación, describimos el ámbito y las características del contexto. Además, exponemos los procedimientos y los instrumentos utilizados en las fases de recogida de información, el plan de análisis, las medidas que otorgan rigurosidad al estudio y, para concluir, especificamos las partes de la planificación de todo el trabajo empírico.

En la tercera parte del trabajo, recogemos el análisis y la interpretación exhaustiva de los resultados de la investigación. Para acercarnos de nuevo a la realidad, y atendiendo a la información obtenida, exponemos los resultados en base a los cuatro niveles de análisis. Por tanto, el capítulo 7 lo dedicamos a la presentación y discusión de los resultados relacionados con *el contexto didáctico; los procesos de construcción de conocimiento entorno a la Competencia Matemática; los mecanismos de ayuda ejercidos por la profesora; y, por último, los resultados de aprendizaje.*

Finalmente, en la cuarta parte, a través del capítulo 8, desarrollamos las conclusiones que nos permiten dar respuesta a cada uno de los objetivos específicos del estudio, validando, así, el logro del objetivo empírico y aportando evidencias que ayudan a responder la hipótesis de nuestra investigación. Complementamos este capítulo con una autocrítica sobre las limitaciones de la investigación, las propuestas de ampliación y las nuevas líneas de investigación que estimamos interesante mencionar.

PARTE I. MARCO TEÓRICO

Capítulo 1. Fundamentos epistemológicos para el desempeño de las Competencias Básicas

“La escuela recibe el ambicioso encargo de enseñar a vivir” (Monereo & Pozo, 2001, p. 50)

1.1. Un nuevo paradigma educativo. Las Competencias Básicas

1.2. Concepto de competencia

1.3. Tipos de competencias

1.4. Fundamentos psicológicos para la enseñanza y el aprendizaje competencial

1.4.1. Teoría cognitiva. El desarrollo genético de Piaget

1.4.1.1. Procesos del desarrollo

1.4.1.2. Factores del desarrollo

1.4.1.3. Aspectos lógico-matemáticos

1.4.1.4. Relación entre la teoría Piagetana y el enfoque competencial

1.4.2. Teoría cognitiva. Aprendizaje significativo de Ausubel

1.4.2.1. Tipos de aprendizaje significativo

1.4.2.2. Procesos de aprendizaje significativo

1.4.2.3. Condiciones para que se desarrolle el aprendizaje significativo

1.4.2.4. El proceso de asimilación

1.4.2.5. El proceso de asimilación en la retención y en el olvido

1.4.2.6. Variables de la estructura cognitiva

1.4.2.7. Los recursos pedagógicos

1.4.2.8. Relación entre la teoría significativa y el aprendizaje competencial

1.4.3. Teoría socio-cognitiva de Vygotsky

1.4.3.1. El desarrollo como base de su teoría genético-evolutiva

1.4.3.2. Los procesos de desarrollo. El lenguaje como instrumento de mediación social en el aprendizaje

1.4.3.3. El contexto, los niveles de aprendizaje y la Zona de Desarrollo Próximo

1.4.3.4. Relación entre la teoría Vygotskyana y el aprendizaje competencial

1.4.4. La cognición situada. Teoría situacional del conocimiento

1.4.4.1. Concepto de contexto

1.4.4.2. Concepción del aprendizaje

1.4.4.3. La significatividad instruccional de la comunidad práctica

1.4.4.4. Relación entre la cognición situada y el aprendizaje competencial

El principal objetivo de la intervención de este estudio es impulsar el desarrollo de la CMA desde el ámbito escolar, concretamente, a través de los contextos propios de la EF. Dicha finalidad viene generada por la necesidad de cambio promovida desde la reforma del sistema educativo, impuesta por la Ley Orgánica de Educación de 2/2006 (modificada recientemente en Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (en adelante, Ley Orgánica 8/2013)). En estas normativas, los diseños curriculares que los concretan, incorporan como elemento estructural del diseño pedagógico las competencias, denominadas CCBB en el primero y Competencias Clave (en adelante, CCc) en el segundo. Por lo que, desde el marco teórico que sustenta este trabajo, tenemos el deber de hacer una aproximación bibliográfica que recoja cómo el contexto social y educativo de la última década nos ha llevado hasta este punto pedagógico, especificando cómo el enfoque curricular condiciona el planteamiento de la intervención didáctica de la investigación.

Durante el capítulo uno, a través del análisis de la literatura, hemos descrito el marco educativo vigente analizando, en primera instancia, la influencia de los cambios sociales, económicos y culturales que han favorecido la transformación educativa. Del mismo modo, hemos podido profundizar en las características, las definiciones y las clasificaciones de las CCBB que nos han ayudado a examinar los fundamentos epistemológicos que establecen cómo se desarrollan los procesos de aprendizaje competencial. El capítulo finaliza explicado las teorías mediacionales que describen cómo se produce aprendizaje a nivel cognitivo, social o contextual.

1.1. Un nuevo paradigma educativo. Las Competencias Básicas

Antes de profundizar sobre la conceptualización del término competencia, nos resulta interesante hacer un breve recorrido sobre los acontecimientos sociales y educativos que han llevado al cambio legislativo de nuestro país. Esta introducción nos ayudará entender mejor la necesidad que ha generado la reestructuración curricular, y por extensión, reconocer las bases teóricas que sustentan sus fundamentos.

En la segunda mitad del siglo XX la globalización en el campo cultural, político, económico y medioambiental, junto con el progreso científico y tecnológico, produjeron en Europa transformaciones de integración y cooperación que promovieron un cambio socio-educativo a escala internacional (Comisión Europea, 2003).

De este modo, el siglo XXI se presenta como una época de grandes, tumultuosos y rápidos cambios generados por la globalidad cultural, la innovación tecnológica y el valor que se le otorga a la información y al conocimiento (Comisión Europea, 2003; DeSeCo, 2002; OCDE, 1999, 2003b; Perrenoud, 2012; UNESCO, 2005). Este contexto induce a la interdependencia, por tanto, no sólo transformará las estructuras y los espacios de la sociedad en los que vivimos, sino que provocará alteraciones en nuestra forma de comunicarnos, de actuar, de pensar y de expresarnos (Pérez-Gómez, 2007, 2012; Siemens, 2006a; Viso, 2010).

Las características de este nuevo contexto social y cultural plantean unas exigencias específicas a la hora de educar a las futuras generaciones, trazando retos ineludibles a los sistemas educativos. Las fuentes teóricas reconocen que el desarrollo completo del ciudadano en las sociedades complejas y avanzadas pasa por una formación óptima para afrontar diferentes situaciones y problemas presentes en la vida cotidiana (Comisión Europea, 2003, 2006; DeSeCo, 1999; OCDE, 2002a, 2002b, 2003a; Pérez-Gómez, 2007; Perrenoud, 2012).

A estas circunstancias se suman otros aspectos interesantes a destacar que justifican, aún más, el cambio de perspectiva educativa en nuestro país. Algunos de ellos se mencionan de manera explícita en el nuevo marco curricular, en la Ley Orgánica 8/2013. Se contempla, por ejemplo, que: el sistema educativo está obsoleto; desarrolla planteamientos didácticos desvinculados de los intereses de los jóvenes; disocia la teoría de la práctica, por tanto, fractura el conocimiento de las habilidades para saber hacer; separa lo vivido en la escuela de lo vivido en la vida; plantea aprendizajes basados en procesos memorísticos; implementa un sistema de evaluación poco significativo para el proceso de E-A; y se le reconoce un elevado porcentaje de fracaso escolar (Díaz-

Barriga, 2011a; Escamilla, 2008; Ley Orgánica 8/2013; Monereo, 2009; Monereo & Pozo, 2001; Pérez-Gómez, 2012; Perrenoud, 2012; Zabala & Arnau, 2007).

De esta manera, el contexto generalizado de los países desarrollados origina una demanda social que reclaman escuelas más eficaces que preparen mucho mejor a los alumnos para la vida (Perrenoud, 2008). Esto afecta de forma directa a la transformación de la educación general y escolar, definiéndose, progresivamente, un marco teórico nuevo en relación a cuándo, cómo, dónde y qué y para qué aprende realmente el discente en nuestras escuelas (Coll, 2006).

Ante tal situación, se origina la necesidad de desarrollar políticas educativas y prácticas escolares donde el valor del saber se ciña a la capacidad aplicativa del conocimiento (Zabala & Arnau, 2007). En los últimos veinte años la OCDE, desde sus proyectos DeSeCo² y PISA³, junto con otros organismos sociales y políticos, como la UNESCO, la Comisión Europea⁴ o los diversos sistemas educativos de los países desarrollados, proponen incorporar en sus planes de estudio las CCBB para la vida, como eje vertebrador de la enseñanza. Esta perspectiva apuesta de forma sólida por acercar el aprendizaje escolar a los problemas y exigencias de la vida contemporánea (Comisión Europea, 2003, 2006, Ley Orgánica 2/2006, Real Decreto 126/2014; OCDE, 2002b; Rico, 2005b; UNESCO, 2005). Su planteamiento, según Coll (2006, p. 8), tienen tres propósitos generales de aprendizaje:

- Hacer posible el pleno ejercicio de la ciudadanía en el marco de la sociedad de referencia.
- Poder construir y desarrollar un proyecto de vida satisfactorio y equilibrado.
- Poder acceder a otros procesos educativos y formativos posteriores con garantías de éxito.

² DeSeCo: Definición y Selección de Competencias: Fundamentos teóricos y conceptuales

³ El proyecto PISA es una estudio desarrollado por la OCDE que evalúa a los alumnos de 15 años para obtener indicadores sobre la alfabetización de los escolares no tanto en términos del currículo escolar como en el de los conocimientos y destrezas necesarios para la vida adulta (Rico, 2005b).

⁴ Proyecto Eurydice.

Por su parte, Marco-Stiefel (2008, p. 14) concreta las finalidades educativas desde una visión más psicopedagógica:

- Integrar los aprendizajes formales e informales en las distintas áreas.
- Integrar los aprendizajes relacionando contenidos y utilizándolos de manera efectiva en diferentes situaciones o contextos.
- Orientar la enseñanza identificando los contenidos y los criterios de evaluación imprescindibles e inseparables del proceso de E-A.

En España, el inicio del cambio curricular vino marcado por la Ley Orgánica de educación 2/2006. Por su parte, cada comunidad autónoma la concretó en sus respectivos Decretos, siendo nuestro referente didáctico el Decret 142/2007, de 26 de juny, *pel qual s'estableix l'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària* (en adelante, Decret 142/2007). Sin embargo, los estamentos político-educativo valoraron la necesidad de perfeccionarla y para ello, elaboraron Ley Orgánica 8/2013 para la mejora de la calidad educativa, la LOMCE. Esta, por su parte, suscitó los ajustes autonómicos como el Decret 119/2015, de 23 de juny, *d'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària* (en adelante, Decret 119/2015). Todas ellas, y concretamente la última versión, se realizaron con el fin de adaptarse a las declaraciones de las distintas instancias internacionales: los informes de la UNESCO presididos por Delors (1996) o Morin (1999); las directrices de la OCDE (2002a, 2003a) marcadas por los estudio realizados por DeSeCo (1999, 2002) o PISA (OCDE, 2001); la propuesta de la UNESCO (2005); y las recomendaciones europeas para el aprendizaje permanente realizado por el Parlamento Europeo y el Consejo de la Unión Europea (2006). Como veremos a continuación, estos ajustes buscan nuevas formas de concebir el currículum, nuevos modos de entender la enseñanza y el aprendizaje, y en definitiva, nuevos modelos de escolarización para adaptarse a los sistemas educativos que demanda la sociedad moderna en la que tocará vivir a los estudiantes presentes y futuros (Escamilla, 2008; Pérez-Gómez, 2012; Zabala & Arnau, 2007).

Estas iniciativas transformadoras, junto con importantes estudios y orientaciones realizadas por los ámbitos de la filosofía, la sociología de la educación, la psicología, la pedagogía, el entorno de las nuevas tecnologías y los mismos responsables políticos, avalan el enfoque competencial como una tendencia de valor para ayudar a dar solución a los problemas educativos del siglo pasado (Escamilla, 2008; Monereo & Pozo, 2001).

Para entender el nuevo el marco competencial resulta imprescindible reconocer qué es lo aportan las competencias al currículum y cómo afecta su incorporación a los planteamientos didácticos. Según Escamilla (2008), los procesos de E-A competencial se pueden analizar desde diferentes perspectivas: la social, la psicológica, la epistemológica y la pedagógica, todas ellas justifican la necesidad del cambio educativo en base a los siguientes aspectos:

- El entorno social apoya el currículum competencial porque permite a la escuela adaptarse al nuevo planteamiento que genera el concepto de saber. En este sentido, el saber que debe promover el contexto académico es el que aporte conocimientos al alumno que lo capaciten para enfrentarse a entornos familiares, sociales, académicos y laborales a lo largo de la vida. Esto genera la necesidad de aprender de forma diferente, prever posibilidades y diseñar estrategias de intervención para adaptarse a las novedades y necesidades que van surgiendo.
- Los fundamentos psicológicos se asientan en la idea de la necesidad del pleno desarrollo de la personalidad. Este aspecto que requiere formar al alumno en el saber y en el saber hacer, al tiempo que se le estimulan para que pueda desenvolverse de forma autónoma, libre y eficaz. Luego, se requiere de un tratamiento educativo orientado al desarrollo del individuo como una integración dinámica de capacidades y conocimientos que le permitan desarrollar acciones en un sentido amplio, mental, verbal, social, motriz o psicomotriz.
- El ámbito epistemológico lo configuran espacios de conocimiento que definen dominios de trabajo para distintas competencias. En dichos dominios se

identifican las conexiones intercompetenciales con las áreas curriculares y los vínculos que se establecen entre las materias. Son saberes dinámicos, por lo que el trazo de los elementos que lo configuran puede estar sujeto a interpretaciones.

- La perspectiva pedagógica, que fundamenta el enfoque educativo competencial, otorga un sentido renovado a la funcionalidad aplicativa de los aprendizajes adquiridos a nivel académico. Ya que el objetivo principal del aprendizaje será que el alumno sea capaz de transferir los conocimientos a situaciones cotidianas. Las competencias se conciben como un tipo de aprendizaje vinculado a la aplicación, por tanto, sus fundamentos didácticos condicionarán el marco de referencia para su concreción, contextualización y relación con otros elementos curriculares. Por su parte, la psicología de la instrucción aportará los procesos que deben ser desarrollados para trabajar las diferentes competencias. Ambas perspectivas delimitarán las técnicas y tipos de tareas para enseñar, adquirir y evaluar competencias.

En síntesis, y apoyándonos en el planteamiento de esta autora, podemos decir que el ámbito de la sociología justifica por qué se deben trabajar las competencias. Desde la especificidad de nuestro estudio, creemos la CMA es indispensable para el pleno desarrollo del discente en actividades socio-culturales relacionadas con el ámbito motriz. Es decir, favorece el desempeño eficaz en juegos, actividades físico-deportivas o en la expresión corporal.

La psicología nos muestra los procesos de aprendizaje por los cuales el alumno se vuelve cada vez más competente. Por ejemplo, los que se desarrollan a través del movimiento o de la interacción, mecanismos de construcción de conocimiento que promoverán la adquisición de la CMA en nuestro programa de intervención.

Por su parte, la epistemología nos da a conocer lo que identifica a las competencias como tal. Por tanto, este campo proporcionará los elementos que definan cada CCBB, así como las habilidades que se van a tener que movilizar en el alumnado para desempeñarlas y adquirirlas. Gracias a ellas, además de reconocer los vínculos

existentes entre las competencias y nuestra asignatura, podremos delimitar las dimensiones de las CMA que mejor se adaptan a los ámbitos de la EF.

Finalmente, la pedagogía, dado que recoge los planteamientos didácticos competenciales, nos ayudará a encontrar las estrategias metodológicas adecuadas para llevar a la práctica el desarrollo de CMA desde nuestro contexto educativo. Las bases de esta fundamentación nos permitirán, por una parte, adaptar nuestro planteamiento didáctico al enfoque competencial y por otra parte, reconocer su idoneidad.

En la figura 1 mostramos la interpretación gráfica de las aportaciones de cada entorno y los fundamentos básicos que hacen necesario incorporar las CCBB a la acción didáctica de la escuela. Hemos hecho una comparativa adaptando dichas aportaciones a lo que sería la fundamentación del proyecto educativo de la intervención de nuestro estudio.

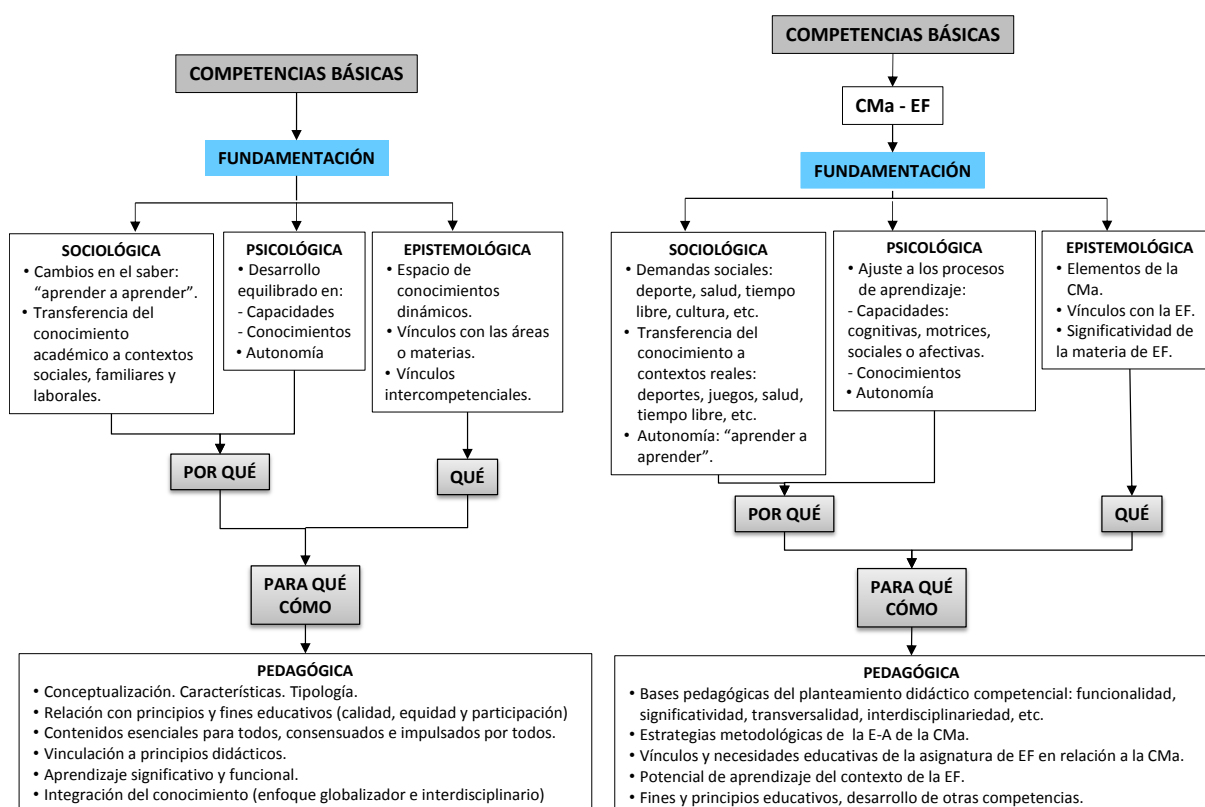


Figura 1. Fundamentación de las CCBB en el ámbito educativo. (Adaptada de Escamilla (2008, p. 13)).
Fundamentación del planteamiento instruccional de nuestro estudio. (Elaboración propia)

En cualquier caso, dado las características de nuestra investigación, nos ceñiremos al análisis de los postulados de las perspectivas psicológicas, pedagógicas y epistemológicas. En este sentido, dispondremos de las bases teóricas que nos permitan

diseñar e implementar un planteamiento didáctico que se ajuste a las necesidades de E-A que requiere el desempeño de la CMA. Además, nos ayudarán a valorar y justificar si nuestro recurso educativo es realmente significativo a nivel instruccional.

Este contexto de transformación que induce a los estamentos internacionales crear nuevos currículos implicará, según Pérez-Gómez (2007), modificaciones sustantivas en todos los componentes de la escuela actual. Ahora bien, para llegar a hacerlo operativo, es necesario analizar y entender la complejidad del concepto de competencia, pues sólo así, se entenderá cómo afecta a los aspectos psicopedagógicos. Con esta información, el docente estará capacitado para desarrollar la práctica educativa actuando de forma consecuente a su aplicación didáctica.

Siendo conscientes de lo que representa para la enseñanza competencial el tener una idea clara del término *competencia*, dedicaremos el siguiente punto a definirlo y reconocer el tratamiento que se le otorga desde nuestra normativa curricular.

1.2. Concepto de competencia

La concepción de la enseñanza a lo largo de la vida propuesta por Delors (1996) introduce en el marco escolar el término *competencia*. Esta concepción, procedente del ámbito de la formación profesional en Estados Unidos de 1970, encaja perfectamente con el modelo de reforma académica planteada por los diferentes estamentos educativos (Pérez-Gómez, 2007).

Como se apuntaba con anterioridad, la incorporación de las competencias en el currículum educativo responde a la necesidad social de formar a las personas para que sean capaces de intervenir con éxito en todos los ámbitos de la vida. De este modo, se apuesta por un sistema escolar que garantice una enseñanza orientada hacia la formación integral de la persona, considerando como pilares básicos el saber, el saber hacer, el saber ser y el saber convivir (Delors, 1996; Zabala & Arnau, 2007).

La conceptualización el término *competencia* varía en función del ámbito de uso, al estar definida en diferentes entornos (laboral, educativo, deportivo, etc.) no existe una definición clara y unánime. Sin embargo, todas tienen en común que el concepto nace de posiciones funcionales, valorando el papel que deben cumplir las acciones humanas para que sean lo más eficaces posibles. Ahora bien, cada una posee sus propios matices que especifican la forma movilizar los componentes de la competencia durante la aplicación (Perrenoud, 2008; Zabala & Arnau, 2007).

Desde esta investigación, nos centraremos en presentar y analizar aquellas definiciones que se plantean desde el entorno educativo y que se ajustan al enfoque psicológico, concretamente, a las perspectivas cognitivas y socioconstructivistas. Dicho planteamiento será el referente para definir las bases teóricas de nuestro RD.

Dado el volumen de la información encontrada, la exposición de las definiciones se organizará partiendo de las propuestas más globales a las más específicas, además, se presentarán en un orden cronológico que permita reconocer su evolución.

La OCDE y el proyecto DeSeCo, en sus múltiples documentos elaborados (2001, 2002a, 2002b), hacen referencia al aprendizaje de habilidades y destrezas para la vida. Plantean la competencia como la capacidad de movilizar los recursos psicosociales para dar respuesta a las demandas complejas de contextos particulares. Esto supone una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, valores éticos, actitudes, emociones y componentes sociales del comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz.

Por su parte, Eurydice (Comisión Europea, 2003), en la unidad Española, muestra en su concepción el resultado final que debe tener el proceso de instrucción educativa en el individuo. Definen las competencias Clave como:

Un conjunto de conocimientos, destrezas y actitudes esenciales para que todos los individuos puedan tener una vida plena como miembros activos de la sociedad (Comisión Europea, 2003, p. 27).

En nuestro marco curricular, la Ley Orgánica 2/2006 describe el término como los aprendizajes que se consideran imprescindibles al finalizar la enseñanza obligatoria, es

un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos. Además, especifican que un joven al finalizar la enseñanza obligatoria debe haber adquirido unas competencias que le permitan realizarse personalmente, ejercer una ciudadanía activa, incorporarse a la vida adulta de manera satisfactoria y desarrollar otros aprendizajes.

Estas definiciones aportan enfoques de competencia con una visión muy amplia, ya que incorporan los matices que debe promover el aprendizaje de competencias con una visión futurista. Las tres enfatizan en la importancia de la adquisición de competencias como aspecto fundamental para el pleno desarrollo personal a lo largo de la vida (Comisión Europea, 2004, 2006).

Profundizando más en su concepción, Monereo incorpora el término estrategia para definir lo que es una competencia. Para él, es:

El dominio de un amplio repertorio de estrategias en un determinado ámbito o escenario de la actividad humana. Por tanto, alguien competente es una persona que sabe “leer” con exactitud qué tipo de problema es el que se le plantea y cuáles son las estrategias que deberá activar para resolverlo (Monereo et al., 2005, p. 13).

Según este autor estrategia y competencia implican un repertorio de acciones aprendidas, autorreguladas, contextualizadas y de dominio variable. Ahora bien, concreta que la diferencia entre ellas reside en que la estrategia es una acción específica para resolver un tipo contextualizado de problemas, mientras que la competencia es una capacidad de orden superior que integra diferentes estrategias. En esta misma línea de pensamiento, Monereo y Pozo exponen que desempeñar una acción competente conlleva:

Demostrar competencia en algún ámbito de la vida conlleva resolver problemas de cierta complejidad, encadenando una serie de estrategias de manera coordinada. [...] Una competencia sería, pues, un conjunto de recursos potenciales (saber qué, saber cómo y saber cuándo y por qué) que posee una persona para enfrentarse a problemas propios del escenario social en el que se desenvuelve (Monereo & Pozo, 2007, pp. 15-16).

Pérez-Gómez define competencia como la habilidad para afrontar demandas externas, desarrollar actividades y proyectos de manera satisfactoria en contextos complejos.

Reconoce que precisan procesos reflexivos y creativos implicando conocimientos, habilidades cognitivas, habilidades prácticas, actitudes, valores y emociones. Este autor destaca un aspecto que nos interesa desde nuestro estudio: “el aprendizaje competencial es el conocimiento en acción” (Pérez-Gómez, 2007, p. 11).

Desde el Decret 142/2007, el Departamento de Educación de la *Generalitat* de Cataluña entiende la competencia básica como,

La capacidad de utilizar los conocimientos y habilidades, de manera transversal e interactiva, en contextos y situaciones que requieren la intervención de conocimientos vinculados a diferentes saberes, cosa que implica la comprensión, la reflexión y el discernimiento teniendo en cuenta la dimensión social de cada situación (Decret 142/2007, p. 21823).

Por su parte, Zabala y Arnau determinan que desde el ámbito escolar la competencia,

Consistirá en la intervención eficaz en los diferentes ámbitos de la vida mediante acciones en las que se movilizan, al mismo tiempo y de manera interrelacionada, componentes actitudinales, procedimentales y conceptuales (Zabala & Arnau, 2007, p. 45).

Desde el punto de vista de Perrenoud (2008), competencia es una capacidad que se apoya en el conocimiento, y sin reducirse a ello, sirve para enfrentarse a una situación de la mejor manera posible, haciendo uso y asociando varios recursos cognitivos complementarios, entre los cuales se encuentran una integración y movilización diferentes tipos de conocimientos. Estos últimos son representaciones de la realidad que se han construido y recopilado de acuerdo a la experiencia y a la formación.

Escamilla (2008) destaca de la competencia que es un saber orientado a la acción eficaz. En él se integran dinámicamente conocimientos y valores que desarrollan tareas o ejecutan acciones de forma ajustada a las situaciones en distintos contextos.

El entorno legislativo actual, la LOMCE, entiende que las competencias deben aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa para realizar y resolver adecuadamente actividades y problemas (Ley Orgánica 8/2013; Real Decreto 126/2014). Por este motivo, plantean que:

La competencia supone una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones, y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz. Se contemplan, pues, como conocimiento en la práctica, un conocimiento adquirido a través de la participación activa en prácticas sociales que, como tales, se pueden desarrollar tanto en el contexto educativo formal, a través del currículo, como en los contextos educativos no formales e informales. Las competencias, por tanto, se conceptualizan como un «saber hacer» que se aplica a una diversidad de contextos académicos, sociales y profesionales (Real Decreto 126/2014, p. 19350).

Analizadas las diferentes perspectivas del término competencia, desarrolladas por organismos oficiales, instituciones o autores, llegamos a apreciar la complejidad que se desprende de cada una de ellas. En este sentido, compartimos la idea planteada por Perrenoud (2008), que reconoce que su definición es un desafío para las ciencias cognitivas y pedagógicas.

Por otro lado, desde nuestro estudio, se nos plantea la difícil tarea de entender cuál es la magnitud que representa el conocimiento competencial. Haciendo una síntesis de todas las aportaciones, se puede decir que se trata de un conocimiento eminentemente procedimental que precisa para su adquisición y desempeño la combinación de diferentes conocimientos o saberes:

- Saber sobre... los conceptos fundamentales de una disciplina. Vendrían a ser los conocimientos declarativos, verbales y conceptuales.
- Saber hacer... manejar un objeto, resolver un problema, organizar y gestionar un proyecto. Serían los conocimientos procedimentales: habilidades, destrezas, estrategias para planificar, tomar decisiones y controlar el proceso.
- Saber ser... expresar el conocimiento del saber estar en sociedad, tener una ética, ser compasivo, empatizar, sentir, etc. Estarían dentro de los conocimientos procedimentales conductuales.
- Saber convivir...que conlleva tener habilidades para comprender al otro, establecer puntos de convergencia en proyectos comunes y respetar las diferencias para superar conflictos.

Perrenoud (2008) profundiza sobre lo que representa ser competente y afirma que, aunque se posean todos estos tipos de conocimiento, se debe saber juzgar su conveniencia de acuerdo a la situación para movilizarlos de manera adecuada. La competencia del experto va más allá de la inteligencia operatoria basada en modelos heurísticos, abarca formas de pensar intuitivas y procedimientos de identificación y de resolución de problemas. Dichos aspectos aceleran la movilización de los conocimientos pertinentes y su transferencia para elaborar estrategias de acción adecuadas. Por tanto, se hace imprescindible incorporar a este proceso actitudes y posturas mentales como la curiosidad, la pasión, la búsqueda de sentido, las ganas de establecer conexiones, la valoración del tiempo, la intuición, la prudencia y la audacia, y todas ellas, a su vez, son producto de la formación y de la experiencia.

Por tanto, entendemos que la construcción de competencias es inseparable de la formación de modelos de movilización de conocimientos de manera adecuada en tiempo real y al servicio de una acción eficaz. Cabe detallar que los modelos de movilización de los recursos cognitivos se desarrollan y se estabilizan según la práctica, y no pueden construirse a través de la simple interiorización de un conocimiento por procedimiento. En definitiva, se construyen de acuerdo a una formación de experiencias renovadas, redundantes y estructuradas, y se considera así, porque va asociada a una postura reflexiva (Perrenoud, 2008).

La figura 2 recoge un esquema de lo que vendría a ser la definición de competencia que nos interesa destacar desde nuestro estudio. En consonancia a las definiciones expuestas, entendemos que ser competente requiere enfrentarse a una situación o un problema de un contexto específico de la vida, en nuestro caso de juego, actividad física o deporte. Para su resolución se movilizan conocimientos vinculados a diferentes “saberes” (Delors, 1996), sus conexiones (presentadas por Siemens (2006b)) comportan procesos cognitivos que permiten escoger adecuadamente una acción aprendida, transfiriéndola al contexto real para actuar y resolverla. Finalmente, se hace visible la estrategia eficaz utilizada, compuesta por acciones o habilidades que dan solución a la situación o el problema (Caturra, 2008; Decret 142/2007; Escamilla, 2008; Monereo et al., 2005; Monereo & Pozo, 2007; Pérez-Gómez, 2007; Perrenoud, 2008; Real Decreto

126/2014; Zabala & Arnau, 2007). Igual que Sebastiani, Blázquez y Barrachina (2009), hemos podido comprobar que todas las definiciones tienen una parte “interna”, estructural y propia de la actividad mental cognitiva, y una parte “externa”, funcional o plausible, que se hace evidente a través de la acción o de la estrategia desarrollada.

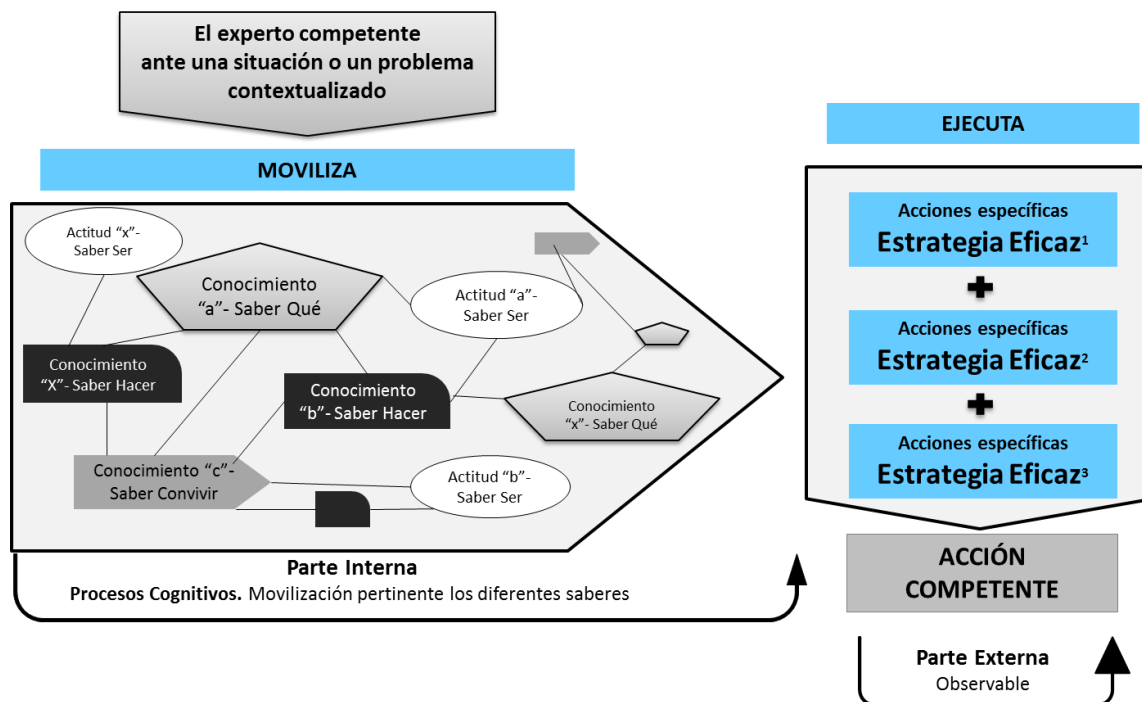


Figura 2. Definición de competencia

Comprendido el significado de competencia, podemos afirmar que la escuela desde las diferentes materias debe facilitar al alumno experiencias prácticas en ambientes generalizables que faciliten la transferencia o adaptación de lo aprendido a situaciones o contextos diversos de la vida cotidiana. Así, los planteamientos para la enseñanza y el aprendizaje de competencias deben estar enmarcados en situaciones diversas y funcionales, pero también cercanas a los intereses de la vida de los estudiantes, pues se entiende, que el verdadero desarrollo y aprendizaje competencial se logra cuando lo aprendido en la escuela es útil para comprender mejor el mundo que les rodea. Sólo así, podrán utilizar sus conocimientos y habilidades de forma integrada, participar proactiva y exitosamente en contextos interdisciplinarios como los existente entre la EF y las matemáticas (Blázquez & Sebastiani, 2009; Caturla, 2008; Coll, 2007; Decret 142/2007; Ley Orgánica 2/2006; Ley Orgánica 8/2013; Real Decreto 126/2014; Real Decreto

1513/2006; Escamilla, 2008; Monereo, 2009; OCDE, 2003a; Perrenoud, 2004; Zabala & Arnau, 2007).

Este referente conceptual facilita, en parte, la inclusión de las CCBB en los programas didácticos de la asignatura de EF. Ahora bien, entendemos que su incorporación al proyecto curricular y la práctica didáctica comporta el tener presente la tipología y clasificación de CCBB que trataremos en el siguiente punto.

1.3. Tipos de competencias

Antes de detallar los tipos de competencias y su evolución, creemos conveniente aclarar la terminología adoptada para denominar las competencias y su procedencia. Mientras que desde un principio la OCDE (2002a) y la Unión Europea (2006) las llamaron CCc, en España, en la Ley Orgánica 2/2006 toman el nombre de CCBB. Posteriormente, con la Ley Orgánica 8/2013 y en el Real Decreto 126/2014 recuperan la misma terminología que los organismos internacionales. Es decir, en la LOMCE se denominan CCc. Por su parte, en los respectivos Decretos desarrollados por el *Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya* se utilizan la terminología de CCBB. Por tanto, dado que el referente normativo de nuestro estudio es el Decret 142/2007, tomaremos el término CCBB para referirnos a ellas.

Aunque los tipos de competencias que el sistema escolar debe desarrollar varían de unos marcos legislativos a otros, todos ellos parten de la propuesta de Delors (1996)⁵. Este autor definió los cuatro pilares fundamentales de la educación del siglo XXI: “saber conocer, saber hacer, saber ser y saber convivir”. A partir de aquí, la OCDE (2002a) delimitó las CCc y sus características transversales. Dicha definición facilitó la evaluación del alumnado (pruebas PISA) y la identificación de las metas transversales para los sistemas de educación y los aprendizajes básicos para la vida.

⁵ Informe Delors para la UNESCO, elaborado por la Comisión Internacional sobre la Educación para el siglo XXI.

Ambas propuestas resaltan la idea de la formación integral de la persona con carácter general, abstracto, descontextualizado y desideologizado. Consiguientemente, podrían adaptarse a cualquier país, situación y múltiples enfoques filosóficos (Zabala & Arnau, 2007). Desde este planteamiento genérico, la Unión Europea (2006) estableció ocho CCc para el aprendizaje permanente. Se trata de las competencias que precisan las personas para su realización y desarrollo personal y para llevar una ciudadanía activa desde la inclusión social y el empleo. Nuestras leyes estatales las han reformulado para incluirlas en los planes educativos como elementos curriculares (Real Decreto 1513/2006; Real Decreto 126/2014). Con el fin de facilitar su reconocimiento, la tabla 2 muestra una evolución comparativa de los listados de CCc y CCBB expuestas.

Tabla 2. Evolución comparada de las competencias. (Elaboración propia)

Delors (1996)	DeSeco/OCDE (2002a) Categorías de las CCc	Unión Europea (2006) CCc para un aprendizaje a lo largo de la vida	España - Ley Orgánica 2/2006 CCBB	España – Real Decreto 126/2014 CCc
Saber conocer	1. Usar herramientas de manera interactiva. - Uso interactivo del lenguaje, los símbolos y los textos. - Uso interactivo del conocimiento y la Información. - Uso interactivo de la tecnología.	1. Comunicación de la lengua materna	1. Comunicación lingüística	1. Comunicación lingüística
		2. Comunicación de la lengua extranjera		
		3. Matemática y competencia básica en ciencia y tecnología	2. Matemática 3. Conocimiento e interacción con el mundo físico	2. Matemática y Competencias Básicas en ciencia y tecnología
Saber hacer		4. Competencia digital	4. Tratamiento de la información y competencia digital	3. Digital
Saber ser	2. Actuar de manera autónoma. - Actuar dentro del contexto del gran esquema. - Formar y conducir planes de vida y proyectos personales. - Defender y asegurar derechos, intereses y necesidades.	5. Aprender a aprender	5. Aprender a aprender	4. Aprender a aprender
		6. Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor	6. Autonomía e iniciativa personal	5. Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor
Saber convivir	3. Interactuar en grupos heterogéneos - Relacionarse bien con otros. - Cooperar y trabajar en equipo. - Manejar y resolver conflictos.	7. Sociales y cívicas	7. Social y ciudadana	6. Sociales y cívicas
		8. Conciencia y expresiones culturales	8. Cultural y artística	7. Conciencia y expresiones culturales

Las competencias han sido clasificadas en base a diferentes categorías en función del carácter instruccional que desarrollen dentro del currículum. Por ejemplo, Marco-Stiefel (2008) las divide en competencias específicas y personales; Doncel y Leena (2011), por su parte, plantean tres categorías: las relativas al desarrollo personal y social, las de estructura curricular y las inherentes a la sociedad del conocimiento.

Dado que, en los diferentes Decretos realizados por la *Generalitat de Catalunya* se plantean las CCBB prácticamente iguales a la Ley Orgánica 2/2006, utilizaremos su clasificación para mostrar los tipos de competencias. En el Decret 142/2007 se establecen dos grandes categorías las transversales y las específicas. Las primeras son comunes y transferibles a todas las áreas disciplinares y se centran en desarrollo personal y del conocimiento. Estas competencias se subdividen en tres grupos: las comunicativas, para comprender y expresar la realidad; las metodológicas, que activan el aprendizaje; y las relativas al desarrollo personal. Por su parte, la segunda gran categoría, más específica, está relacionada con la cultura y la visión del mundo. La tabla 3 muestra esta clasificación de forma esquemática.

Tabla 3. Clasificación de las CCBB según el Decret 142/2007. (Elaboración propia)

Competencias transversales	Comunicativas	Comunicativa lingüística y audiovisual Artística y cultural
	Metodológicas	Digital Matemática Aprender a aprender
	Personales	Autonomía, iniciativa personal y emprendimiento
Competencias específicas para convivir y habitar en el mundo	Conocimiento del entorno e interacción con el mundo físico Social y ciudadana	

El carácter transversal de las CCBB hace que en las distintas disposiciones legales se establezca que las actividades desarrolladas en el centro (en el aula o en actividades extraescolares), se deba contribuir necesariamente a su adquisición enfatizando sobre la funcionalidad y la utilidad de los aprendizajes (Decret 142/2007, Ley Orgánica 2/2006, Real Decreto 126/2014). Analizando esta clasificación podemos comprobar que la CMA es considerada una competencia transversal, por este motivo, entendemos que la

responsabilidad de su desarrollo se reparte entre todas las materias del currículum, donde se debe incluir, evidentemente, la EF.

De esta manera, las diferentes CCBB son el referente para desarrollar los proyectos educativos. Su inclusión enriquece el currículum sin excluir los otros elementos y esto exige la integración activa de todos ellos: los objetivos, los contenidos y las orientaciones metodológicas ayudarán a integrar los diferentes aprendizajes, incluyendo las CCBB, impulsando así, la transversalidad de los conocimientos. De forma simultánea, se deben relacionar los distintos contenidos utilizándolos de manera efectiva y funcional en diferentes situaciones y contextos (Decret 142/2007; Escamilla, 2008; Marco-Stiefel, 2008). En este sentido, el ámbito curricular aporta especificidad y las competencias funcionalidad y significatividad (Escamilla, 2008).

Aunque las CCBB pueden ser referencia global de enseñanza para el aprendizaje a lo largo de la vida, a nivel práctico es necesario establecer conexiones didácticas con las materias. Para ello se deben vincular de forma coherente y jerárquica los componentes curriculares con las diferentes concreciones de las CCBB. Por este motivo, se establecen tres tipos de competencias en función de su grado de generalidad o definición, cada una de ellas representa un nivel de concreción curricular. El siguiente cuadro recoge la relación de cada competencia con el marco de desarrollo (Escamilla, 2008).

Tabla 4. Competencias y marco de desarrollo. (Adaptada de Escamilla (2008, 2009))

Tipo de competencias	Definición	Nivel curricular
Competencias generales o básicas	Capacidades del saber hacer, comunes a diferentes áreas y distintos cursos	Currículums oficiales, concreción en los centros dentro de las programaciones de las áreas y ciclos
Competencias específicas	Habilidades referentes a una materia	
Competencias operativas	Enunciados del área que especifican los contenidos y las circunstancias donde se pone en juego dicha competencia	Programaciones de aula de las áreas

Es importante valorar que para desarrollar de forma real las competencias se deben reunir unas condiciones determinadas, dado que el resultado de su desempeño y adquisición depende de las características de la acción (Perrenoud, 2012). De este modo, las condiciones de aprendizaje facilitan verdaderamente la activación de conocimientos y de procesos de aprendizaje necesarios para que tenga lugar la

construcción de nuevos conocimientos (Pozo, 2008). Pérez-Gómez (2007) plantea que el reconocer las características de las CCBB nos ayudará a determinar las mejores condiciones didácticas y a organizar de la acción docente. Este autor determina que las características básicas de las CCBB son:

- **Carácter holístico e integrado.** Las competencias integran conocimientos, capacidades, actitudes, valores y emociones que no pueden entenderse de manera separada de las peculiaridades de los escenarios de actuación. En un contexto todos los elementos adquieren sentido cuando se integran de manera activa.
- **Carácter contextual.** Las competencias se concretan, desarrollan y vinculan siempre a los diferentes contextos de acción. Por lo que su aprendizaje se encuentra situado en escenarios físicos y culturales que cada sujeto debe aprender para manejarse de modo eficaz, primero, y de manera autónoma, después.
- **Dimensión ética.** Las competencias se nutren de actitudes, valores y compromisos que los sujetos adoptan a la largo de la vida y que están estrechamente relacionados con las intenciones y emociones personales. Estos aspectos son factores complejos que influyen en las acciones, los discursos o las prácticas personales o profesionales de la vida diaria.
- **Carácter creativo de la transferencia.** La transferencia es un proceso de adaptación creativa que evita la ejecución mecánica. Es decir, requiere de una aplicación nueva, activa y reflexiva de conocimientos, habilidades y actitudes para reconocer y comprender las peculiaridades de la nueva situación o problema. Con ello se busca validar las diferentes formas de intervenir y evaluar las posibilidades de adecuación de nuestros conocimientos a las exigencias del contexto.

- Carácter reflexivo. Las CCBB suponen un proceso permanente de reflexión para armonizar las intenciones de forma crítica con las posibilidades de cada contexto.
- Carácter evolutivo. Como cualquier capacidad dependen de factores vinculados a la dotación personal que se manifiestan en función del momento de desarrollo, del nivel y las circunstancias formativas. Por tanto, las competencias se perfeccionan y amplían o se deterioran y restringen por la falta de esfuerzo, estímulos, oportunidades o condiciones desfavorables. Desde la escuela debemos ser conscientes que el aprendizaje continuo no es una actividad que ocurra al margen de nuestra vida cotidiana, se hace en sincronía con ella.

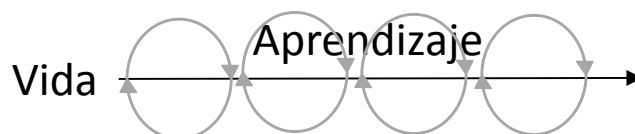


Figura 3. Aprendizaje en sincronía con la vida (Siemens, 2006b, p. 47)

Una vez clarificadas las características generales de las CCBB resultaría lógico detallar cada una de ellas con el fin de profundizar en las dimensiones que representan. Además, desde nuestro estudio, nos interesa reconocer, por una parte, en qué medida el desarrollo de la CMA contribuye también, a la adquisición del resto de competencias. Y, por otra parte, cómo favorece la EF el desempeño de cada una de las CCBB. Sin embargo, para buscar una mayor relación con el objeto de estudio serán tratadas en el capítulo 2, definiendo los vínculos con la CMA, y en el capítulo 3 detallando las aportaciones de la EF a cada competencia.

La descripción de lo que representan las CCBB hace evidente la complejidad que comporta su enseñanza y aprendizaje. Por tanto, a nivel pedagógico es necesario profundizar en la manera en cómo se aprenden y desempeñan, ya que sólo así, se podrán establecer unos criterios teóricos básicos para su enseñanza. Dichos criterios permitirán reconocer cómo deben ser tratadas desde las diferentes experiencias educativas y con ello valorar si se están desempeñando o adquiriendo de forma adecuada en el discente (Zabala & Arnau, 2007).

En el siguiente punto profundizaremos de manera específica en los aspectos epistemológicos de la enseñanza y el aprendizaje competencial.

1.4. Fundamentos psicológicos para la enseñanza y el aprendizaje competencial

En este apartado presentaremos los principios psicopedagógicos que, por una parte, regirán el diseño de la propuesta didáctica de la intervención del estudio y, por otra parte, guiarán la comprensión y explicación de los procesos de aprendizaje competencial desarrollados por el discente desde nuestra investigación.

Dada la naturaleza de este estudio, debemos reconocer la eficacia en la relación práctica del binomio enseñanza y aprendizaje, ciñéndonos, claro está, a los procesos de adquisición de habilidades competenciales. Para ello es preciso indagar tanto en el modo por el cual se produce el aprendizaje, como en la influencia de los procesos de enseñanza (Aznar, 1992). El objetivo prioritario será comprender qué y cómo aprenden el discente, estudiando qué hacen y dicen unos y otros (incluido el docente), al mismo tiempo que se aborda el contenido del aprendizaje y los factores externos a la práctica didáctica (Coll & Sánchez, 2008). En relación a esta idea, Perrenoud (2012) plantea que el desempeño y la adquisición de competencias depende de las características de la acción ejecutada. Y esta, deberá reunir unas condiciones específicas, promovidas tanto por los elementos diseñados en la programación como por las situaciones de mediación generadas durante la acción práctica.

De forma general, somos conscientes que por las condiciones señaladas anteriormente, las competencias no se enseñan ni se aprenden de una manera directa, sino que los alumnos se hacen competentes de manera gradual a través de experiencias educativas diversas y metodologías explícitas (Durán, López, Sánchez-Enciso, & Sediles, 2009; Perrenoud, 2004). Esto se debe, como reconocen Zabala y Arnau, a que:

Las competencias son constructos complejos, de carácter eminentemente procedimental, con aplicaciones infinitas en función de los múltiples contextos y

distintas realidades, [...] y en consecuencia de difícil análisis (Zabala & Arnau, 2007, p. 105).

Uno de los aspectos más importantes que caracteriza el desempeño de las CCBB y, especialmente, el desempeño la CMA, es demostrar *saber hacer*, acción que requiere aplicar un conocimiento procedimental. En cualquiera de los casos, su aprendizaje está condicionado a la adquisición y a la implementación de habilidades, destrezas o estrategias para hacer cosas concretas de forma eficaz. En otras palabras, requiere del desarrollo de secuencias integradas de acciones que precisan condiciones exigentes y complejas para su aprendizaje, tanto en cantidad práctica como en organización. En relación a esta idea, creemos necesario detallar los tres tipos de aprendizajes procedimentales (Pozo, 2008).

- Aprendizaje de técnicas. Son secuencias complejas de acciones que requieren entrenamiento explícito. Se realizan de forma rutinarias para alcanzar siempre el mismo objetivo. Su aprendizaje es asociativo y la repetición concluirá por automatizar las acciones para ejecutarlas rápida y correctamente.
- Aprendizaje de estrategias. Permiten planificar, tomar decisiones y controlar la aplicación de las técnicas para adaptarse a las necesidades de la tarea. Se hacen necesarias ante situaciones nuevas o complejas que constituyen un problema por la variedad de opciones. Obligan a reflexionar sobre los errores y a corregirlos. Su adquisición se produce por procesos de reestructuración de la propia práctica. Es decir, gracias a una toma de conciencia sobre lo qué se hace y cómo se hace, y buscando la efectividad en la acción.
- Aprendizaje de estrategias de aprendizaje o control sobre los propios procesos de aprendizaje. Se utilizan de manera discriminativa para adecuar la actividad mental a las demandas de la situación. Se deben disponer de procesos eficaces de conocimiento estratégico para manejar y regular la propia actividad de aprendizaje, mejorando así, su preparación para hacer frente a nuevas situaciones. Conlleva ser capaz de controlar y a regular sus procesos cognitivos y habituarse a reflexionar sobre su propio conocimiento ejecutado. Esto se

denomina metaconocimiento. El control y el metaconocimiento se aplica en la gestión de las técnicas y recursos de aprendizaje específicos, pero también en el control de los resultados del aprendizaje. Esto cambia la idea hacia un aprendizaje activo, constructivo y orientado hacia metas epistémicas en busca de la comprensión y el significado de lo que hace, dice o piensa.

Conveniente aclarar, pues serán referente para el estudio, que el enfoque competencial basa su aprendizaje tanto en las estrategias de planificación como en las de control y regulación del proceso de aprendizaje.

Por otra parte, debemos recordar que la enseñanza de competencias comporta la adquisición de los diferentes tipos de saberes, ya que su adquisición solapada facilita la consolidación de otros conocimientos. Por ejemplo, cuanto más información factual se domine, mayor comprensión global del significado de la situación se tendrá y consecuentemente, más fácilmente se recuperarán sus elementos. Por tanto, estimamos necesario reconocer el resto de aprendizaje.

De las interacciones con los objetos y las personas se suelen observar pautas o regularidades que se definen como sucesos o conductas. Las representaciones que se adquieren al establecer dichas conexiones tienen lugar a través del ambiente y por aprendizajes implícitos basados en aprendizajes asociativos. Este tipo de aprendizaje son fundamentales para el desarrollo de habilidades matemáticas durante la acción vivenciada o práctica, como la que se desarrollará desde nuestro RD, ya que facilita la adquisición relacionada con la dimensión “conexiones”⁶ (Burgués & Sarramona, 2013). En este sentido, Pozo (2008) establece tres grupos de los aprendizajes de sucesos y conductas:

- Aprendizaje de un suceso. La adquisición de información sobre las relaciones entre acontecimientos en el ambiente permiten establecer secuencias

⁶ La relació entre conceptes i representacions, en matemàtiques, facilita la comprensió i ajuda a la resolució de problemes. Establir aquestes relacions fomenta la concepció de les matemàtiques com un cos integrat capaç d'oferir diferents alternatives per resoldre una mateixa situació (Burgués & Sarramona, 2013, p. 27).

predictivas para anticiparse y prever resultados. Estas, se puede dar a nivel de comprensión material, personal o emocional.

- Aprendizaje de conductas. La adquisición de respuestas eficientes ayudar a lograr o evitar unos resultados concretos.
- Aprendizaje de teorías implícitas sobre las relaciones entre los objetos y las personas. Son las regularidades que de modo implícito se observan en el comportamiento de los objetos (se caen, se mueven, rebotan, etc.) y las personas. Proporcionan ciertas teorías sobre cómo organizar el mundo y qué esperar de él. Se sustenta en la memoria situacional basada en el aprendizaje asociativo, se organiza en forma de representaciones implícitas y permite establecer generalizaciones que van más allá de lo concreto, construyendo auténticas construcciones mentales.

Pozo (2008) nos plantea la existencia de tres tipos de aprendizaje social que tendremos tener en cuenta para comprender los comportamientos y las dinámicas generadas durante el trabajo cooperativo o la interacción:

- Aprendizaje de habilidades sociales. Se adquieren de forma implícita y se vinculan a las formas de comportamiento propias de la cultura.
- Adquisición de actitudes para aprender a comportarse ante ciertas situaciones o personas. Depende de las diferencias individuales y del entorno social.
- Adquisición de representaciones sociales. Son aquellas habilidades que sirven para organizar la realidad social y facilitan la comunicación y el intercambio de información en el grupo. En esencia, su aprendizaje es implícito y por tanto asociativo, pero también requiere ciertos procesos constructivos si se desea cambiar o mejorar de forma explícita algunas habilidades o actitudes.

Los dos últimos tipos de actitudes y habilidades son las que el alumnado deberá desarrollar durante las SD para gestionar la resolución de las S-P en grupo.

El aprendizaje verbal y conceptual se considera imprescindible por su valor instrumental. La interconexión de conocimientos es fundamental para ejecutar procedimientos, superar errores y adaptarse a nuevas situaciones. Por tanto, creemos interesante reconocer qué tipos de aprendizaje conceptual se pueden dar (Pozo, 2008):

- Aprendizaje de información verbal. Representa la incorporación de hechos o datos a la memoria sin significado en sí mismo. Se adquieren por asociación ante la exposición explícita o repetitiva.
- Aprendizaje y comprensión de conceptos. Permiten atribuir significado a los hechos interpretándolos dentro de un marco competencial. Esto implica asimilar la nueva información desde la existente, aspecto que implica activar de forma deliberada y explícita estructuras de conocimiento o representaciones previas, por tanto, se dan cambios en las estructuras de conocimiento.
- Cambio conceptual o reestructuración de los conocimientos previos a nivel profundo. Permite complementar conocimientos anteriores e integrar información más compleja.

Como se precisa en la adquisición de competencias, Pozo (2008) describe la necesidad de integrar todos los aprendizajes, sin embargo, matiza que no sólo se trata de vincularlos, aprender requiere movilizar el sistema cognitivo mediante múltiples procesos que trascienden los mecanismos de adquisición y cambio de representación. Este autor define unos procesos auxiliares de aprendizaje que tienen un valor transcendental en la instruccional final del educando. Ya que es imprescindible tener motivación para aprender, es necesario atender para reconocer los rasgos relevantes del contenido, se debe recuperar lo que se sabe y transferirlo a la nueva situación y, en todos los casos, es preciso gestionar el propio aprendizaje a través de procesos metacognitivos.

Dada la influencia que tienen los procesos auxiliares en el aprendizaje, exponemos cada uno de ellos junto con las acciones pedagógicas que los facilitan (Pozo, 2008) (tabal 5).

Tabla 5. Procesos auxiliares de aprendizaje y propuestas pedagógicas que los impulsan. (Elaboración propia)

Procesos auxiliares de aprendizaje	Acciones pedagógicas que los impulsan
Motivación e Interés por el contenido o actividad	<ul style="list-style-type: none"> - Adecuar las tareas a las capacidades. - Informar de los objetivos concretos y los medios para alcanzarlos. - Orientar la atención y guiar el aprendizaje hacia los conocimientos previos. - Que se perciba la relevancia, la eficacia y utilidad de la tarea y de lo que se aprende. - Que se pueda utilizar en muchos contextos una vez que se ha aprendido. - Evaluar para proporcionar información. - Evaluar resultados y estrategias. - Conectar la tarea con los intereses del infante para que sea intrínsecamente atractiva. - Basar el aprendizaje en aspectos gratificantes. - Generar contextos para el desarrollo de la motivación intrínseca: situaciones interesantes, inesperadas, fomentar el control y la autonomía en el propio proceso. - Promover ambientes cooperativos donde el éxito también dependa de los demás. La motivación aumenta cuando se aprende entre amigos y al sentirse aceptado. - Valorar los progresos y el esfuerzo para favorecer la autoestima y favorecer la creencia sobre las propias expectativas. - Aumentar las expectativas a través de nuevas representaciones.
Atención	<ul style="list-style-type: none"> - Se desarrolla en función de tres sistemas: control, selección y vigilancia. - Promover la selección de la información y discriminar lo relevante. - Presentar materiales y el contenido de aprendizaje de forma interesante y relevante. - Graduar la información. - Automatizar operaciones, conocimientos y procesos. - Dosificar las tareas para evitar fatigas, sobre todo las largas o complejas. - Diversificar las tareas para evitar la monotonía.
Recuperación Transferencia	<ul style="list-style-type: none"> - Proporcionar elementos contextuales relevantes en la fase de aprendizaje que sirvan de indicios para su recuperación. - Diseñar atareas con semejanzas al aprendizaje. - Diversificar los contextos de aprendizaje de un mismo contenido, para incrementar las rutas de su recuperación. - Diseñar tareas de aprendizaje explícitas planteando problemas y tareas abiertas. - Promover la reflexión sobre las tareas. - Instruir en estrategias relevantes, de elaboración y organización. - Promover un uso discriminativo y autónomo en nuevos problemas o tareas.
Metaconocimiento	<ul style="list-style-type: none"> - Presentar las tareas de aprendizaje como problemas. - Traspasar al alumno la regulación, la autonomía y el control de su proceso de aprendizaje, favoreciendo la planificación, regulación y supervisión de acciones y estrategias, la evaluación de resultados, la corregir sus errores. - Diversificar las metas de las tareas para fomentar el aprendizaje de estrategias. - Reflexionar y explicar las estrategias de actuación.

Ahora bien, como indica Mauri (1993), para comprender cómo se producen los aprendizajes, además de conocer las estrategias de enseñanza del docente, es necesario reconocer las estrategias que emplea el discente para atribuir sentido y significado a los contenidos. En este sentido, al observar al discente mientras resuelve una tarea se pueden identificar, a través de sus acciones o estrategias, el tipo de proceso de aprendizaje que está desarrollando. La siguiente tabla presenta las más representativas para nuestro estudio.

Tabla 6. Conocimientos conceptuales y procedimentales del discente. (Adaptada de Mauri (1993))

Acciones procedimentales	Finalidad
Activación, Recuperación	<ul style="list-style-type: none"> - Encontrar en la memoria el conocimiento relacionado con la nueva información o el conocimiento a aprender. - Explicar el conocimiento para tomar conciencia de los qué sabe y cómo lo sabe. - Permitir que compañeros o docentes conozcan lo que sabe.
Codificación, Retención	<ul style="list-style-type: none"> - Establecer un significado común a los elementos de la información a aprender. - Explicitar las relaciones implícitas entre los elementos de la información. - Ser consciente de las propias ideas y opiniones a través de la expresión de ideas u opiniones con gesto, palabra, dibujos, etc. - Transmitirlas a los demás: formular preguntas, hacer resúmenes o mapas conceptuales, tomar notas, comparar elementos, etc.
Dirección, Regulación, Control	<ul style="list-style-type: none"> - Comprobar si se cumplen o no los objetivos. - Revisar lo que hace y piensa. - Proponer nuevas formas de realización.
Representación mental	<ul style="list-style-type: none"> - Elaborar, conectar, situar y retener los nuevos conocimientos en estructuras de representación y actividades más amplias.
Imitación, Ensayo, Práctica	<ul style="list-style-type: none"> - Ampliar y conectar progresivamente los pasos. - Respetar el orden de ejecución más conveniente. - Ganar eficacia en la ejecución. - Aplicar los procedimientos a diferentes situaciones.
Colaborar con los demás	<ul style="list-style-type: none"> - Sentirse cómodo probando, preguntando o debatiendo - Sentirse a gusto ayudando, resolviendo dudas o ejecutando una tarea. - Probar conjuntamente cómo técnicas o métodos se aplican en contextos diferentes. - Responder a las demandas de otras personas.
Motivación	<ul style="list-style-type: none"> - Encontrar sentido a la actividad. - Sentirse protagonista de la propia acción. - Pensar y actuar con sus propios medios. - Anticiparse, reflexionar y organizar el entorno de forma autónoma. - Sentir curiosidad. - Sentir confianza en las posibilidades.

Por su parte, Nisbet y Shucksmith (1990) reconocen que las estrategias de aprendizaje representan series de habilidades que regulan y controlan habilidades más específicas. Además, entienden que dichos procesos son la base para realizar tareas intelectuales, por ejemplo, las generadas durante la resolución de una situación o de un problema. Las clasifican, por un lado, en microestrategias que describen las acciones previas a la ejecución, como podrían ser el análisis, la búsqueda y la elección de una estrategia de acción. Por el otro lado, estarían las macroestrategias que desarrollan las acciones de ejecución, como el desarrollo, el control y la evaluación de las tareas realizadas. Todas ellas quedan especificadas en la siguiente tabla.

Tabla 7. Tipos de estrategias y procesos implicados en el aprendizaje. (Adaptada de Nisbet y Shucksmith (1990, pp. 50-53))

Estrategia		Procesos implicados
Microestrategias (Relacionadas con conocimientos y habilidades concretas)	Formulación de cuestiones	Establecer hipótesis, fijar objetivos parámetros a una tarea, relacionar la tarea con trabajos anteriores, etc.
	Planificación	Determinar tácticas y calendario, reducir la tarea o problema a sus partes integrantes, decidir qué habilidades físicas o mentales son necesarias.
Macroestrategias (Relacionadas con factores de motivación y metacognitivos)	Control	Adecuar esfuerzos, respuestas y descubrimientos a las cuestiones o propósitos iniciales.
	Comprobación	Verificar preliminarmente la realización y los resultados.
	Revisión	Rehacer o modificar los objetivos o incluso señalando otros nuevos.
	Autoevaluación	Valorar finalmente tanto los resultados como la ejecución de la tarea.

Dado que el proyecto instruccional que desarrolla nuestra investigación se construye en base al trabajo cooperativo y a las dinámicas de interacción entre los participantes, los procesos de aprendizaje tendrán un marcado carácter social, interpersonal y comunicativo. Por tanto, resulta lógico definir los mecanismos interpsicológicos que operan en la construcción del conocimiento bajo esta perspectiva de aprendizaje. Con ello los podremos estimular desde el diseño didáctico, reconocer durante la acción pedagógica y detectar en la parte empírica.

Colomina y Onrubia (2001) definen los tres mecanismos imprescindibles que se deben dar en el aprendizaje cooperativo: a) el conflicto entre puntos de vista moderadamente divergentes; b) la regulación mutua a través del habla; y c) el apoyo mutuo relacionado con los aspectos afectivos y motivacionales implicados en el aprendizaje. En cada uno de ellos se dan diferentes procesos interpsicológicos y factores moduladores que los promueven. A continuación, expondremos cada mecanismo.

a) Conflicto entre puntos de vista moderadamente divergentes

En la interacción cooperativa entre alumnos se pueden dar puntos de vista divergentes en relación a la situación o la tarea a desarrollar. Dicha confrontación, denominado “conflicto sociocognitivo”, requiere de los participantes una voluntad para superar las discrepancias de ideas, controversias conceptuales de creencias, informaciones,

opiniones o puntos de vista divergentes. Esto llevará al grupo a la revisión y reestructuración de los puntos de vista, y estará condicionada a factores como: la relevancia de la información; la motivación; la competencia de los participantes; la falta de información; la calidad de los conocimientos; la capacidad para relativizar el punto de vista; y como no, a la naturaleza cooperativa de la actividad.

Empíricamente se ha demostrado que mejora la significatividad del proceso de conocimiento y, con ello, el aprendizaje y el avance cognitivo e intelectual. Desde los ámbitos que conciernen a esta investigación destacamos los estudios de Cobb y colaboradores (Cobb et al., 1991; Cobb, Yackel, & McClain, 2000; Cobb & Bauersfeld, 1995; Wood, Cobb, & Yackel, 1990), Lave (1991) o los referentes a la corriente para la enseñanza de las matemáticas llamada Educación Matemática Realista (De Lange, 1996; Van Den Heuvel-Panhuizen, 2000, 2003; Van Den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014; Van Reeuwijk, 1997).

b) Regulación mutua del lenguaje

Uno de los instrumentos mediacionales de los estudios socioculturales, y rasgo distintivo de la interacción entre alumnos, es el habla. Ahora bien, durante la interacción se emplean con diferentes fines:

- Formular puntos de vista propios en donde cada alumno puede regular a otros compañeros mediante su propio lenguaje. Sin embargo, también serán regulados por el lenguaje de sus compañeros: recibiendo y adaptándose a la información; implicándose en un auténtico proceso conjunto de construcción de planes, ideas o conceptos; y apoyándose, coordinándose y controlándose mutuamente.
- Obtener ayudas ajustadas. En el trabajo en pequeños grupos tiene un papel fundamental el recibir y ofrecer ayudas de los compañeros, ya que se mejora el rendimiento individual. Es imprescindible que se den dos condiciones:

adecuarse a la demanda y aplicarse efectivamente en relación a la resolución del problema.

- Co-construir ideas. Este aspecto requiere coordinar roles y controlar mutuamente el trabajo. Con estas acciones se busca alcanzar cierto grado de intersubjetividad. Gracias a la “conversación exploratoria” (Mercer, 1997), de forma crítica y constructiva, el alumno elabora un marco de referencia a las ideas, ofreciendo además, afirmaciones y sugerencias para encontrar una solución compartida. Pero para que se produzca de manera significativa, la conversación debe tener dos características fundamentales. Por una parte, presentar las ideas individuales de forma clara y explícita que se puedan compartir y evaluar conjuntamente. Y, por otra parte, que los participantes razonen juntos y haga visible en su conversación el análisis de los problemas, la exploración de hipótesis, comparación de explicaciones y la toma de decisiones conjunta. Todo ello posibilita la autorregulación del proceso de aprendizaje cooperativo. No obstante, se debe controlar el habla egocéntrica, en la que un participante aporta una idea con la suficiente consistencia para que el resto la tome como nuevo punto de partida. Siendo así, el grupo aportará nuevas ideas al proceso condicionadas o influenciadas por el peso social del protagonista.

c) Apoyo a la atribución de sentido al aprendizaje

Los puntos anteriores destacan las potencialidades de la interacción entre alumnos desde el punto de vista cognitivo. Sin embargo, también se deben detallar los procesos y mecanismos de carácter motivacional, afectivo y relacional que contribuyen a explicar la efectividad del aprendizaje y el desarrollo de diferentes capacidades a través de procesos de aprendizaje interactivos. Para asegurar la motivación, la disposición y que los grupos actúen de manera exitosa y auténticamente cooperativa, se deben dar tres elementos:

- Interdependencia positiva de objetivos y recursos entre alumnos. Es decir, que los miembros del grupo dependan unos de otros para alcanzar el objetivo, ya sea por los recursos materiales o por la información que disponen. Gracias a esta estrategia se conseguirá una auténtica implicación de los participantes.
- Interdependencia de recompensas. Es importante obtener recompensas en función de las aportaciones y el rendimiento de cada miembro y del grupo.
- Relaciones psicosociales. Para que los aspectos anteriores sean potencialmente efectivos es importante que el alumnado perciba sus competencias, disponga de autonomía para realizar las tareas y se sienta cómodo, valorando la sensación de pertenencia al grupo y la satisfacción del éxito.

Finalmente, cerraremos el tratamiento de la interacción entre iguales como medio para el desempeño competencial reconociendo cual es el papel del docente en dicho proceso de aprendizaje. Colomina y Onrubia (2001) reconocen que, además de modular los factores que determinan los procesos interactivos expuestos, el profesor debe establecer unas condiciones iniciales sobre los grupos y las tareas, dar unas instrucciones sobre las características que comporta la tarea cooperativa y especificar las reglas de la interacción. Dichos autores también especifican que el apoyo del profesor al grupo irá dirigido a orientar el trabajo en la dirección correcta y que todos los miembros estén implicados en la interacción. Para ello, sigue las conversaciones, resume los puntos de vista expuestos, les pide información, les hace preguntas sobre lo expuesto, media en situaciones conflictivas, etc. Con ello, podrá adaptarse a las diferentes necesidades de cada grupo manteniendo cierta distancia para respetar la interacción y el proceso y las formas de trabajo cooperativo.

Estos referentes teóricos que recogen cómo aprende el alumnado y el tipo de estrategias que utiliza para aprender nos ayudarán a entender el desempeño competencial, ya que como afirma Escamilla (2009, p. 132), los procesos de aprendizaje y adquisición de competencias son “enormemente complejos y no siempre suceden de una forma lineal-acumulada”. Y esto se debe, según Moya (2007) porque las capacidades, los conocimientos y las competencias tienen una relación compleja y no

secuencial. Este autor propone como proceso de aprendizaje competencial un modelo de “sobre determinación”, en el cual se establecen relaciones entre conocimientos hasta que se configura la competencia. Las capacidades condicionan la adquisición de conocimientos que, a su vez, condicionan la adquisición de competencias que, igualmente, condicionan el desarrollo de capacidades. Por tanto, las capacidades “sostienen” la consecución de competencias y las competencias ponen de manifiesto el nivel desarrollo de las capacidades.

Desde la dimensionalidad y dinamismo que representa el aprendizaje competencial, Zabala y Arnau (2007) reconocen que no hay suficientes estudios fiables acerca de cómo las personas consiguen ser competentes. Y partiendo de esta idea y teniendo en cuenta la afirmación de Werner (2001, p. 20) que expone que “hay muchos tipos distintos de teorías del aprendizaje que destacan aspectos diferentes del mismo y, en consecuencia, cada una es útil para unos fines diferentes”. Nosotros justificaremos el desarrollo y la adquisición de competencias analizando el enfoque educativo representado en el marco curricular, que enfatiza sobre el carácter global, holístico, sistemático, flexible, reflexivo y contextualizado de las competencias. Desde este manifiesto, la bibliografía consultada refleja de forma clara que para adquirir competencias se requiere un aprendizaje (Bolívar, 2008; Coll, 2007; Decret 142/2007; Ley Orgánica 2/2006, Real Decreto 126/2014; Díaz-Barriga, 2007; Díaz-Barriga & Rigo, 2006; Escamilla, 2008, 2009; Hernández, 2006; Hipkins, 2006; Pérez-Gómez, 2007, 2012, Perrenoud, 2004, 2008, 2012; Zabala & Arnau, 2007):

- Contextualizado, situado y transferible;
- Significativo, funcional, útil, relevante y aplicativo;
- Integrador de contenidos;
- Crítico y reflexivo;
- Activo, vivencial y práctico;
- Autorregulado y cooperativo.

Esta diversidad de aprendizajes casa a la perfección con los postulados de las teorías constructivistas y socio-constructivistas, junto con las nuevas aportaciones de la psicología postmoderna, por tanto, definen el marco teórico que especifica los factores y las características que contribuyen a que los aprendizajes sean de carácter competencial (Coll, 2007; Díaz-Barriga, 2011b; Hernández & Díaz-Barriga, 2013; Pérez-Gómez, 2012; Zabala & Arnau, 2007).

Para explicar cómo se desarrollará el aprendizaje desde la intervención didáctica de nuestro estudio nos basaremos en las siguientes teorías y autores:

- Teorías cognitivas que representan el constructivismo cognitivo de naturaleza esencialmente individual:
 - Piaget, Inhelder y Delval (1981; 1968; 1986; 1982).
 - Ausubel, Novak y Hanesian (2002; 1983).
- Teoría socio-cognitiva representada por el constructivismo de orientación socio-cultural:
 - Vygotsky y Luria (1979, 1995; 2007).
- Teoría de la cognición situada que representa el constructivismo vinculado al construccionismo social que sitúan el conocimiento y los procesos psicológicos:
 - Anderson, Greeno, Reder, & Simon, (2000); Brown et al., (1989); Chaiklin & Lave, (2001); Cobb & Bowers, (1999); F. Díaz-Barriga (2003) Engeström (1987); Greeno, (1989, 1998); Hendricks, (2001); Lave, (1991); Lave & Wenger, (1991); Lemke, (1997); Rogoff, (1993); Wenger, (2001).

Somos conscientes que la adquisición de competencias precisa de procesos cognitivos complejos, con el fin de poder entender y explicar los que se generarán en nuestra investigación será necesario recordar que:

1. Los procesos de enseñanza que se desarrollarán en esta intervención parten de un contexto real y vivencial definido por diferentes S-P propias de la EF.
2. El trabajo para la resolución de las S-P se plantea a través de la cooperación y la acción práctica, por tanto, el movimiento, la experimentación, la

interacción y el juego son parte esencial en la búsqueda de solución y consecuentemente también en el proceso de aprendizaje.

En base a esta disposición, consideramos necesario especificar y justificar la confluencia de los requerimientos teóricos competenciales con el planteamiento didácticos de nuestra intervención educativa, ya que profundizando sobre ellos nos permitirá explicar los procesos de construcción de conocimiento referentes a:

- a) El aprendizaje de habilidades y estrategias competenciales matemáticas en un contexto real y práctico inherente a la materia de EF. La utilización de dichos saberes adquiridos se desempeñará en un contexto real y práctico donde la actividad mental estará vinculada a los elementos constitutivos de la situación o el problema donde transcurre, o sea, en una actividad motriz: un deporte, un juego o una actividad física. Por tanto, teniendo presente la referencia competencial podemos decir que aquí subyacen los aprendizajes: contextualizado, situado y transferible; el significativo, funcional, útil, relevante y aplicativo, así como, el aprendizaje integrador de contenidos.
- b) El aprendizaje a través de actividades aplicativas, vivenciales, prácticas, motrices y lúdicas vinculadas a la resolución de la S-P. Esto comporta, por una parte, valorar la participación activa del discente como impulsor, creador y responsable de la construcción del conocimiento propio y del grupo. Por otra, reconocer la influencia de factores externos relacionados con la presentación del recurso educativo, los materiales o el contexto lúdico. Y, además, estimar el papel que juegan los factores internos como: la acción motriz; la acción discursiva y no discursiva; y el interés, la atención, la participación o la autonomía. En este caso, desde aquí se podrá impulsar el aprendizaje activo, vivencial, práctico, crítico, reflexivo y autorregulado.
- c) El aprendizaje desde la interacción social requiere valorar la influencia en los procesos de construcción de conocimiento de las acciones de las personas que

participan discentes y docente. En este aspecto se sitúa el aprendizaje cooperativo.

Hemos vinculado las corrientes teóricas con las posibles aportaciones sobre los tipos de aprendizaje que requiere la adquisición de competencias. Esto nos ayudará a buscar y reconocer las estructuras que reflejan los factores que condicionan la instrucción y con ello, reconocer y analizar la construcción de estrategias de aprendizaje competencial de nuestro estudio (ver tabla 8).

Tabla 8. Corrientes tipos de aprendizaje competencial. (Elaboración propia)

Enfoques	Aprendizajes
Constructivismo cognitivo	Activo, vivencial y práctico
	Significativo
Constructivismo socio-cultural	Cooperativo
Constructivismo vinculado al construccionismo social que sitúan el conocimiento y los procesos psicológicos	<ul style="list-style-type: none"> - Contextualizado y situado. - Funcional, útil, relevante y aplicativo. - Transferible e integrador de contenidos. - Analítico crítico y reflexivo. - Cooperativo, práctico y significativo.

Una vez reconocidas las necesidades epistemológicas que requieren la enseñanza y el aprendizaje competencial, por ende, nuestra investigación, pasaremos a estudiar las teorías cognitivas y socio cognitivas en las que se basará el estudio y el enfoque situado del aprendizaje.

1.4.1. Teoría cognitiva. El desarrollo genético de Piaget

Piaget profundiza en el desarrollo de las funciones cognitivas para reconocer la construcción individual del aprendizaje. Todas sus aportaciones han sido referente para la investigación pedagógica, la innovación educativa y para las reformas de los sistemas educativos de muchos países, repercutiendo así en el enfoque teórico y práctico de la enseñanza (Coll, 2000; Coll & Martí, 2001; Nieto, 2011; Piaget & Delval, 1986).

Piaget (1981) describe la teoría del desarrollo de las funciones cognitivas desde la relación entre los aspectos madurativos o biológicos y los factores ambientales relativos

a la interacción entre el sujeto y los objetos. Esta idea la plantea en base a de tres procesos:

- a) Interacción con el medio. Adaptación del organismo a su ambiente.
- b) Asimilación, acomodación y equilibración.
- c) Relación entre desarrollo y aprendizaje. Establecimiento de relaciones cognitivas.

1.4.1.1. Procesos del desarrollo

a) Interacción con el medio

La interacción con el medio es la justificación que presenta Piaget para rebatir la idea de que el mundo externo está separado del sujeto. A su modo de ver, aceptarla supondría pensar que:

Cualquier conocimiento objetivo aparece simplemente como el resultado de una serie de registros perceptivos, asociaciones motoras, descripciones verbales [...] que participan todas en la construcción de una especie de copia figurativa o “copia funcional” de los objetos y de las conexiones existentes entre ellos. [Y que] la única función de la inteligencia sería la de clasificar corregir, etc., sistemáticamente estos diversos conjuntos de informes; en este proceso, cuantos más exactas sean las copias críticas, más coherente será el sistema final. [Por tanto] En tal perspectiva empirista, el contenido de la inteligencia procede del exterior (Piaget, 1981, p. 14).

Con esta idea se opone a la interpretación pasiva del acto de conocer, entendiendo que el conocimiento “no radica en los objetos, ni tampoco en el sujeto, sino en las interacción –al principio inextricable– entre dicho sujeto y dichos objetos” (Piaget, 1981, p. 14). Según el autor, para que el sujeto conozca la realidad es imprescindible que actúe sobre ella y la transforme mediante diferentes operaciones.

Ahora bien, este proceso está determinado por la herencia biológica, sin embargo, gracias a la experiencia que el sujeto establece con el medio, –determinada por sus

capacidades cognoscitivas, físicas, sociales, afectivas y volitivas–, irá transformado y organizando sus esquemas primitivos en otros más elaborados. Este proceso de interacción facilitará la adquisición de aprendizajes cada vez más complejos, dado que la elaboración de nuevos esquemas –interiorización de acciones reales susceptibles de repetirse en condiciones semejantes– ayudarán a interpretar el mundo y actuar en él (Piaget, 1981; Piaget & Delval, 1986).

En este sentido, “las acciones, el sujeto y los objetos se funden” (Piaget, 1981, p. 14) para elaborar esquemas siempre que el sujeto disponga de información objetiva para tomar consciencia de sus propias acciones y teniendo en cuenta los componentes subjetivos relacionados con sus estructuras mentales previas y su momento evolutivo.

Piaget considera que el proceso de conocimiento, a parte de una experiencia física y la información que se obtiene, recibe la influencia de un proceso continuo y activo de autorregulación y de maduración. Por tanto, no se puede reducir el proceso de desarrollo a meras asociaciones empíricas, sino que se debe considerar como un proceso adaptativo de asimilación y acomodación (Piaget & Delval, 1986).

b) Asimilación, acomodación y equilibración

Desde un punto de vista biológico, este autor determina que la asimilación y la acomodación son dos procesos interdependientes. Por un lado, plantea que la asimilación es la incorporación de elementos exteriores a las estructuras del organismo. Y, por otro lado, reconoce que la acomodación es el proceso de modificación del organismo generado por la influencia del medio (Piaget, 1981; Piaget & Delval, 1986).

Piaget establece que la asimilación cognoscitiva se produce desde el estado en el que se encuentra el sujeto, integrando y asimilando nuevos esquemas a los innatos o adquiridos. Mientras que la acomodación se concibe como cualquier modificación de un esquema causada por los elementos que ya han sido asimilados. En el fondo de estas palabras es fácil reconocer que si sólo se diera la asimilación no habría variaciones en las estructuras del niño (Piaget & Delval, 1986; Piaget, 1981).

Al considerar que el aprendizaje implica una adaptación de las estructuras mentales del sujeto al entorno, se debe dar una equilibración estable entre la asimilación y la acomodación. Para Piaget, la equilibración es el mecanismo de autorregulación interna (no genético) encargado de compensar de forma activa al sujeto en relación a las perturbaciones exteriores. Ante un nuevo concepto, el equilibrio se quiebra produciendo un conflicto cognitivo entre esquemas existentes y externos, este, al tratar de equilibrarse busca respuestas hasta que el conocimiento le permita recuperar la situación de equilibrio cognitivo (Piaget, 1981; Piaget & Delval, 1986).

Existen muchos tipos de equilibrio que varían según los niveles de desarrollo y de los problemas a resolver, por ello, la equilibración es el factor de desarrollo que se coordina con la maduración, la experiencia física y la acción del medio social (Piaget, 1981).

Todos estos aspectos del proceso de aprendizaje reflejan la importancia del papel activo que tiene el sujeto dentro del conocimiento, consecuentemente, serán tenidos cuenta tanto para diseñar el RD como para llevar a cabo el análisis del proceso de construcción del conocimiento en la parte empírica de la investigación.

A tenor de estas ideas, el desarrollo intelectual y, en consecuencia, también el aprendizaje, consistirán en la construcción de mecanismos reguladores que aseguren formas de equilibrio capaces de compensar perturbaciones más complejas y reales. Por tanto, la equilibración es el verdadero motor del desarrollo, ya que sin estos mecanismos es imposible explicar satisfactoriamente las adquisiciones nuevos aprendizajes y el pensamiento racional (Piaget, 1981).

La equilibración, la asimilación y la acomodación están supeditadas a la estructuración cognitiva personal que depende del grado de maduración del sujeto. Piaget identifica diferentes niveles de maduración que define como estadios de desarrollo cognitivo. Dichos estadios tienen un orden fijo, cada uno de ellos influye en la formación del siguiente. Profundizaremos de forma esquemática (ver tabla 9) en las características fundamentales de los tres periodos principales evolutivos.

Tabla 9. Síntesis de los estadios del desarrollo cognitivo de Piaget (1981; 1986) y Piaget e Inhelder (1975)

Estadios del desarrollo cognitivo	
<p>Estadio 1 Sensomotor Del nacimiento a los 18 meses</p>	<ul style="list-style-type: none"> - El 1º sub-periodo se centra en el propio cuerpo. - El 2º sub-periodo es el del desarrollo de la inteligencia práctica: las construcciones cognitivas se realizan a través de las acciones (movimientos y percepciones) directas con el medio. - Se construyen complejos sistemas de asimilación: reflejos, mecánicos, asociativos (estímulo-respuesta) y asimilativos (reciprocidad). - Progresivamente las estructuras al diferenciarse y combinarse permiten establecer hábitos y la resolución de problemas elementales como los referentes entre la vista y la aprehensión. - Aparecen las reacciones afectivas elementales responsables de futuros comportamientos
<p>Estadio 2 Operaciones Concretas De los 18 meses a los 12 años.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Se desarrolla la inteligencia representativa que conduce a las operaciones concretas. - Primer sub-estadio: de los 18 meses y los 2 años aparece y se desarrolla la función simbólica por la cual se construye el lenguaje y las imágenes mentales descodificando signos y símbolos. Esto conlleva ejecutar cinco conductas: imitación diferida, juego simbólico, dibujo, imagen mental y evocación verbal. - Segundo sub-estadio, preoperatorio: de los 2 a los 8 años el pensamiento se hace cada vez más reversible permitiendo entender las causas y consecuencias de las transformaciones físicas. Se adquieren: nociones de clasificación, conservación, numeración, seriación, espaciales y empieza a dominar la escritura. - Las relaciones topológicas utilizadas incesantemente en acción son recuerdos motores. - Un obstáculo para las operaciones concretas: reconstruir las representaciones adquiridas durante la acción, descentralizándolas en actos situados en relaciones objetivas universales. - Se tiene un pensamiento egocéntrico e irreversible, incapacidad de comprender otros puntos de vista. - El periodo de las operaciones concretas: de los 8 a los 12 años. Tiene 3 momentos: 1) la abstracción reflexiva que extrae de las estructuras inferiores los materiales para construir las superiores. Por ella trasforma las acciones y las estructuras lógicas más básicas en generales, lo que implican la combinación de dos formas de reversibilidad. 2) La coordinación de estructuras para abarcar la totalidad del sistema ligando diversas ordenaciones, reuniones parciales, co-variaciones cuantitativas. Y 3) la autorregulación del proceso coordinador que conduce a equilibrar las conexiones según los dos sentidos directo e inverso a la construcción y por tanto da lugar a la reversibilidad operatoria. - Se producen las primeras interacciones sociales y afectivas, están marcada por el paso de una centralización en el yo, a una descentración cognitiva, social y moral. Por ello los aspectos cognitivos y afectivos de la conducta son indisolubles.
<p>Estadio 3 Operaciones Formales 12 a 16 años</p>	<ul style="list-style-type: none"> - El pensamiento adquiere un mayor grado de reversibilidad. - Se pasa del pensamiento concreto y presente, al razonamiento abstracto y no presente. - Uso explícito de enunciados hipotéticos y del lógico proposicional. - Se utiliza el pensamiento hipotético-deductivo y se desarrolla la capacidad de razonamiento complejo: formulación de hipótesis, anticipación y control de las variables involucradas. - La aceleración del crecimiento fisiológico y somático, junto con las transformaciones intelectuales, hace que el mundo de los valores puede permanecer interior a la realidad concreta y perceptible, o abrirse a todas las posibilidades interindividuales y sociales.

c) Las relaciones entre el desarrollo y el aprendizaje

Existente una estrecha relación entre ambos conceptos que dificulta su definición. Piaget (1981) expone que la noción de aprendizaje es el proceso constructivo interno de un esquema lógico que está condicionado al desarrollo cognitivo del sujeto. Si bien, el desarrollo es entendido como un proceso de reorganización cognitiva promovido por la

transformación o construcción de la realidad percibida. En este sentido, la teoría genética defiende que el conocimiento que procede de la interacción con el medio es mucho más rico que el que éste último pueda aportar por sí mismo.

1.4.1.2. Factores del desarrollo

La teoría genética explica el aprendizaje determinando qué mecanismos producen el desarrollo (paso de un estadio a otro) y qué factores son los responsables del desarrollo cognitivo o la evolución mental (Piaget, 1981; Piaget & Inhelder, 1975). En este caso, especifica cuatro factores:

a) El crecimiento orgánico y la maduración del sistema nervioso y endocrino

Este factor está determinado por las condiciones biológicas. Los efectos de maduración promueven la apertura de esquemas cognitivos que permiten la construcción de nuevos conocimientos o conductas.

b) Las experiencias adquiridas a partir de las acciones y deducciones realizadas sobre los objetos

Este factor se basa en la experiencia adquirida a través de la acción en el ambiente físico. En ella, se desarrollan unos procesos mentales estimulados por la posibilidad de manipular o interactuar con objetos o materiales. Al ser muy heterogéneas se concreta en torno a diferentes experiencias, por ejemplo:

- Ejercicios simples, que proporcionan información a las propiedades del medio o del objeto de donde procede la acción o bien, aportan información sobre la actividad sobre el medio o el objeto.

- Experiencias físicas, que consisten en actuar sobre objetos para abstraer sus propiedades, no es un simple registro, constituye un esquema activo.
- Experiencias lógico-matemáticas, que desempeñan un papel importante en todos los niveles de desarrollo cognoscitivo. Permiten al niño actuar sobre los objetos con el fin de conocer el resultado de la coordinación de las acciones. El conocimiento se abstraerá de la acción y no de los objetos. Así, la experiencia constituye simplemente la fase de práctica y casi motora de lo que será la deducción operatoria posterior. Esto se debe a que la experiencia física no es nunca pura y requiere de complementarse en un marco lógico-matemático elemental. Una acción determinada que desemboca en un conocimiento físico puede coordinarse a acciones más generales referentes del conocimiento lógico-matemático. Por tanto, la coordinación de acciones implica correlación y autorregulación, es decir, los mecanismos presentes en la vida orgánica que llevan a la reversibilidad (a través de feedback negativo) o a la relación entre regulación y la operación (a través la corrección de los errores). Debido a esto, la construcción de esquemas resulta principalmente de la equilibración (Piaget, 1981; Piaget & Inhelder, 1975).

c) Las relaciones interpersonales o sociales

En este factor las relaciones interpersonales y de transmisión social se pueden considerar como esenciales y necesarias, aunque insuficientes, debido, en parte, a que siempre se debe tener presentes el desarrollo cognitivo. Y tanto las influencias positivas como las negativas del ámbito social condicionarán aspectos esenciales en el desarrollo. En este sentido, Piaget (1981) también especifica que este factor será ineficaz sin una asimilación activa del infante.

d) El proceso de equilibración

El objetivo principal de la teoría genética es explicar cómo se produce el desarrollo cognitivo. O sea, de qué manera o mediante qué mecanismos el sujeto es capaz de construir los esquemas que le permitan comprender y explicar el mundo que le rodea. Y la teoría de la equilibración se convierte en una solución, ahora bien, Piaget matiza que no es el estado final, sino que son las “reacciones activas del sujeto en respuesta a las perturbaciones exteriores que pueden ser efectivas o anticipadas en varios grados” (Piaget, 1981, p. 42).

Este factor resulta esencial en los procesos intermedios de reversibilidad y de autorregulación ante los cambios procedentes del entorno, al tiempo que permite el paso de un estadio a otro integrando la participación de los otros tres factores induciendo así, el desarrollo cognitivo. Piaget (1981) lo considera el factor determinante al ser necesario en la coordinación de todos los factores.

1.4.1.3. Aspectos lógico-matemáticos

Los procesos descritos en relación a la construcción de nuevos esquemas de conocimiento coinciden con el proceso desarrollo constructivo de las matemáticas (Piaget, 1981).

Dado que la intervención de nuestro estudio va dirigida a estudiantes que se encuentra en el estadio de las operaciones concretas (18 meses a los 11 años), ya que tendrán 8 y 9 años, haremos una revisión teórica (ver tabla 10) de los elementos lógico-matemáticos más destacados de este período. Esto, nos ayudarán a profundizar sobre su proceso de aprendizaje entendiendo mejor el nivel de desarrollo cognitivo en el que están y al que progresivamente van a llegar.

Capítulo 1. Fundamentos epistemológicos para el desempeño de las Competencias Básicas

Tabla 10. Síntesis del estadio de las operaciones concretas del desarrollo cognitivo. (Elaboración de Piaget e Inhelder (1975))

Operaciones	
Nociones de conservación	<ul style="list-style-type: none"> - El descubrimiento de la conservación de la sustancia se produce hacia los 7-8 años, el peso hacia los nueve-diez y el volumen, las longitudes o las superficies sobre los once-doce años. - Toda noción de conservación parte de las reacciones preoperatorias de no-conservación y se hallarán entre las configuraciones percibidas o imaginadas y los niveles preoperatorios de las reacciones fundadas en la identidad y la reversibilidad por inversión o por reciprocidad.
Las operaciones concretas	<ul style="list-style-type: none"> - Son concretas porque los problemas afectan directamente los objetos y no a las hipótesis hechas verbalmente. - Son la transición entre la acción y las estructuras lógicas más generales que implican una combinación de dos formas posibles de reversibilidad. - Las estructuras de conjunto resultantes son pobres y poco generalizadas. Y serían: clasificaciones, seriaciones, correspondencias, tablas de doble entrada, constituyen encadenamientos progresivos que implican operaciones directas. Evolucionará a agrupamientos (estructuras de conjunto con composiciones limitadas) aditivos y multiplicativos y relaciones. - Una vez alcanzada la movilidad reversible se llegará a la composición deductiva coherente.
La seriación	<ul style="list-style-type: none"> - Consiste en ordenar los elementos según sus dimensiones crecientes o decrecientes. - Se inicia en el tanteo empírico para desarrollar un método sistemático de búsqueda de comparaciones, considerándose método operatorio debido a la reversibilidad que se establece y progresivamente se convierte en una composición deductiva transitiva.
La clasificación	<ul style="list-style-type: none"> - Es la agrupación fundamental, su asimilación procede de los esquemas senso-motores, por lo que pasa por diferentes etapas hasta alcanzar la capacidad para relacionar las dobles clasificaciones, teniendo en cuenta diferentes criterios o características.
El número	<ul style="list-style-type: none"> - La construcción de los números entero se efectúa junto con la seriación y de las inclusiones de clase. Está unida a la disposición espacial de los elementos y en analogía con las colecciones de figuras. - El número resulta de una abstracción de las cualidades diferenciales que tienen por resultado hacer cada número y equivalente de los otros. Constituye una síntesis de inclusión y seriación.
El espacio	<ul style="list-style-type: none"> - Las estructuras topológicas de orden (proximidades, separaciones, envolvimientos, orden lineal, tridimensional, etc.) preceden a las estructuras proyectivas (trayectorias, desplazamientos, coordenadas, sistemas de referencia, etc.).
Tiempo y velocidad	<ul style="list-style-type: none"> - La noción de velocidad no se inicia bajo su forma métrica hasta los 10-11 años, si no en su forma más ordinal (nociones como más rápido, anterior, detrás, delante en el momento de...) pues sólo es consciente de los puntos de llegada y luego estructura operatoriamente rebasamientos y termina por relacionar espacios y duraciones. - La noción de tiempo se basa en tres operaciones: seriación de acontecimientos, orden en la sucesión temporal; ajuste de los intervalos entre los acontecimientos puntuales; y una métrica temporal isomorfa de la métrica espacial. - El niño comienza a juzgar la duración según el contenido, olvidando la velocidad. Un móvil camina más tiempo si ha llegado más lejos.
Casualidad y azar	<ul style="list-style-type: none"> - Las preguntas formuladas en los primeros "por qué" indican la forma de entender el problema y el tipo de respuesta o solución que se espera recibir. Y dan constancia de una primera pre-causalidad intermedia entre la causa eficiente y la causa final: buscan encontrar una razón para los fenómenos fortuitos entre 2 puntos de vista. Esta se aproxima a las formas senso-motoras de causalidad, en las que se asimilan sistemáticamente los procesos físicos en la propia acción. - El siguiente paso es la causalidad objetiva y especializada, en el que la asimilación de la acción se transforma en una operación concreta definida por una causalidad racional y su asimilación se produce a operaciones coordinadas generales a las acciones. - Un obstáculo a estas operaciones de causalidad es que lo real en muchas ocasiones es resistente a la deducción y está condicionada a lo aleatorio. Y el niño no capta la noción de azar o de mezcla de irreversible hasta que no posee las nociones reversibles, que le servirán de referencia para comprender lo irreversible y podría ser resistencia a la deducción operatoria. - El azar no es concebido de forma rápida, se asimila como algo negativo y un obstáculo a la deducción. Comprende entonces que los casos individuales permanecen imprevisibles, los conjuntos dan lugar a la previsibilidad: la noción de probabilidad se constituye poco a poco ya que es la relación entre casos favorables y los posibles.

Dado que en esta etapa se da una predisposición a analizar los elementos de las experiencias o situaciones vividas, como docentes se nos presenta la posibilidad de potenciar situaciones de trabajo donde se fomente de forma ordenada y sistemática los procesos de observación, indagación, investigación o estudio vivenciado. Posteriormente, recomponiendo los contenidos trabajados se puede llegar a la globalización del conocimiento progresando hacia la generalización y la abstracción de los aprendizajes (Piaget & Inhelder, 1975).

1.4.1.4. Relación entre la teoría Piagetana y el enfoque competencial

Zabala y Arnau (2007) relacionan los principios psicopedagógicos del aprendizaje de competencias con la teoría de Piaget haciendo referencia a tres aspectos. Todos ellos serán tenidos en cuenta a la hora de desarrollar la planificación didáctica con el fin de impulsar un verdadero aprendizaje competencial:

- Los esquemas de conocimiento previos serán las competencias adquiridas o sus diferentes componentes. Sobre ellos se constituirán los nuevos aprendizajes, por tanto, son el punto de partida que se revisará, modificará y volverá más complejo, rico y ajustado a la realidad contextual con el fin de alcanzar nuevos conocimientos (Zabala & Arnau, 2007). Se debe tener presente que dichos esquemas no sólo se caracterizarán por la cantidad, sino también por su nivel de organización interna. Es decir, por las relaciones que se establecen entre los conocimientos y su grado de coherencia. Y es aquí donde los alumnos pueden presentar diferencias que condicionan su adecuación al aprendizaje. Este aspecto debe ser tenido en cuenta en el momento de elaborar y los programas didácticos competenciales (Coll et al., 1993).
- Para que el alumnado se enfrente al nuevo aprendizaje o a la situación competencial de forma óptima se debe atender a sus capacidades cognitivas que dependerán de su nivel de desarrollo (Zabala & Arnau, 2007). En este

sentido, resulta lógico tomar como referencia las características fundamentales de los estadios de desarrollo evolutivo de Piaget.

- El tercer aspecto a considerar es la actividad mental y el conflicto cognitivo que todo proceso de construcción de conocimiento debe tener. Para que se produzca aprendizaje es imprescindible que el alumno tenga un papel activo y protagonista durante dicho proceso. Por tanto, es necesario que desarrolle una actividad mental que posibilite la reelaboración de sus esquemas de conocimientos. Como hemos expuesto, se da el conflicto cognitivo cuando el discente cuestiona sus ideas previas como primer paso para adquirir nuevos significados. Dicha actividad mental sólo será posible si los recursos educativos facilitan el proceso al alumno para observar, analizar, relacionar, contrastar, interpretar, deducir y aplicar en contextos diversos.

1.4.2. Teoría cognitiva. Aprendizaje significativo de Ausubel

Presentaremos las principales variables y procesos psicológicos que intervienen en el aprendizaje de carácter significativo con el fin de identificarlos en nuestro estudio y valorar si los procedimientos y métodos de enseñanza han sido adecuados y eficaces para el desarrollo de la CMA. Esta competencia precisa, como el resto de CCBB, de un aprendizaje significativo para su adquisición (Escamilla, 2008; Zabala & Arnau, 2007).

Ausubel (2002) elabora su teoría del aprendizaje significativo basándose en la recepción que supone la adquisición de nuevos significados a partir del material de aprendizaje presentado. El proceso de aprendizaje significativo requiere, por un lado, de una actitud de aprendizaje significativa por parte del discente, entendida como la predisposición a aprender y actuar. Y, por otro lado, la presentación de un material potencialmente significativo. Esto supone que el material se pueda relacionar de forma plausible y no literal con la estructura cognitiva de la persona que aprende. Para ello, debe contener unas ideas (o conceptos) de anclaje (o conexión) adecuadas con las que pueda relacionar el nuevo aprendizaje.

El concepto principal de esta teoría es que la interacción entre los significados potencialmente nuevos y las ideas pertinentes de la estructura cognitiva del estudiante de lugar a significados reales (Ausubel, 2002, p. 25).

1.4.2.1. Tipos de aprendizaje significativo

Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo: representacional, de conceptos y proposicional.

a) El aprendizaje representacional

Es el aprendizaje más elemental ya que consiste en atribuir significados a determinados símbolos. No se trata de una simple asociación entre símbolo y objeto, sino que es una relación relativamente sustantiva, no arbitraria, de una equivalencia representacional con los contenidos relevantes existentes en su estructura cognitiva. De él dependen el resto de aprendizajes (Ausubel et al., 1983).

Ocurre cuando se igualan en significado, símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan (Ausubel et al., 1983, p. 46).

b) El aprendizaje de conceptos

Este aprendizaje se define como:

Objetos, eventos, situaciones o propiedades que poseen unos atributos característicos comunes y están designados por el mismo signos o símbolo (Ausubel, 2002, p. 26).

Dichos conceptos son adquiridos a través de dos procesos: formación y asimilación. En la formación los atributos característicos del concepto se adquieren a través de la

experiencia directa en sucesivas etapas de formulación, comprobación y generalización de hipótesis.

En cambio, el aprendizaje de conceptos por asimilación se produce a medida que el niño amplía su vocabulario. Esta constituye un aspecto importantísimo ya que la comprensión y la resolución significativa de problemas depende, en gran medida, de la disponibilidad de conceptos de orden superior en la estructura cognitiva del estudiante. Los conceptos ayudan tanto al aprendizaje significativo como a la generalización de proposiciones significativas en la resolución de problemas, dado que se interpretan las experiencias perceptivas en función de los conceptos particulares de las propias estructuras cognitivas (Ausubel, 2002).

c) El aprendizaje proposicional

Este aprendizaje va más allá de la simple asimilación, exige captar el significado de las ideas expresadas en la combinación y relación de varias palabras, ya que cada una de ellas constituye un referente unitario pero su combinación produce un nuevo significado que es asimilado por la estructura cognoscitiva (Ausubel et al., 1983).

1.4.2.2. Procesos de aprendizaje significativo

Ausubel hace una comparativa de dos procesos: el aprendizaje significativo frente a los memorísticos. Es importante aclarar que el aprendizaje significativo no es la "simple conexión" de la información nueva con la ya existente en la estructura cognoscitiva del aprendiz. Involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje. Sin embargo, el aprendizaje mecánico es la "simple conexión", arbitraria y no sustantiva (Ausubel et al., 1983). Por tanto:

Lo que caracteriza en esencia el proceso de aprendizaje significativo es que las ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de un modo que no es arbitrario y sí sustancial (no al pie de la letra) con lo que el sujeto ya sabe. Es decir los

contenidos se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno (Ausubel et al., 1983, p. 31).

Consecuentemente, en el proceso educativo es importante considerar lo que el individuo ya sabe, de tal manera que pueda establecer relación con aquello que debe aprender. Este proceso tiene lugar si el educando tiene en su estructura cognitiva conceptos (ideas y proposiciones) estables y definidos con los que la nueva información puede interactuar. El aprendizaje significativo ocurre cuando esa nueva información se conecta con un concepto relevante pre existente en la estructura cognitiva. Esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo, ya que funcionan como punto de "anclaje" de las primeras (Ausubel et al., 1983).

El aprendizaje por repetición se produce cuando la nueva información es incorporada a la estructura cognitiva arbitrariamente, de forma literal, sin interactuar con conocimientos pre-existentes (Ausubel et al., 1983). Por sus características no es relevante en el aprendizaje competencial ni en nuestro estudio.

En el aprendizaje por descubrimiento lo que va a ser aprendido no se da en su forma final, sino que será reconstruido por el alumno antes de ser aprendido e incorporado significativamente en la estructura cognitiva. Conlleva reordenar la información, integrarla, reorganizarla y transformarla de manera combinada e integrada para que se produzca el aprendizaje deseado (Ausubel et al., 1983).

Ausubel y otros (1983) sugieren que no siempre el aprendizaje por descubrimiento es necesariamente significativo, o que el aprendizaje por recepción es obligatoriamente mecánico. Tanto uno como el otro pueden ser significativo o mecánico dependiendo de la manera como la nueva información es almacenada en la estructura cognitiva. Por ejemplo, el ensayo-error es un tipo de aprendizaje por descubrimiento en el cual el contenido descubierto es incorporado de manera arbitraria a la estructura cognitiva, por tanto, aprendido mecánicamente. Sin embargo, un concepto sin referentes

estructurales, puede ser comprendido y usado significativamente, siempre y cuando existan conocimientos previos apropiados en la estructura cognitiva. Estos autores establecen que los procesos no son excluyentes, dado que los aprendizajes por recepción y por descubrimiento se hallan en un continuo separado por la repetición y el aprendizaje significativo, y además se pueden dar en la misma tarea. Podemos valorar su propuesta en la siguiente figura.

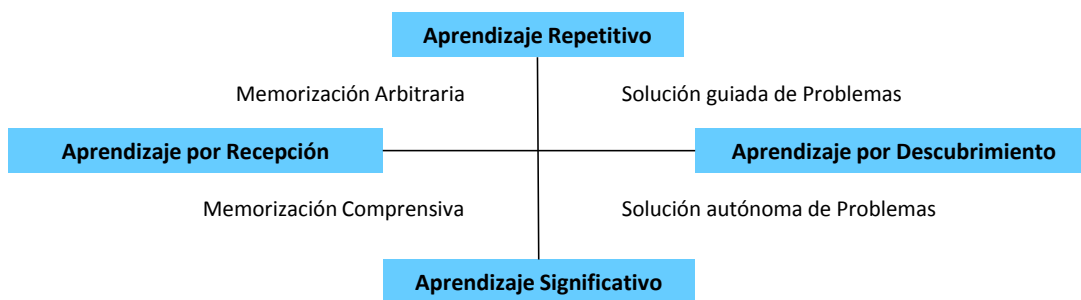


Figura 4. Dimensiones y tipos de aprendizaje. (Adaptada de Ausubel y otros (1983, p. 35))

Gracias a este continuo expuesto en la figura 4 se dan respuesta a aquellas situaciones de aprendizaje en las que, o bien se requiere memorizar comprensivamente la información, que en nuestro caso podría ser la adquisición de un procedimiento, o bien se pretenda que el aprendiz descubra, con o sin ayuda, la información que necesita para solucionar el problema. Desde nuestra intervención se podrían dar en el desarrollo de razonamientos lógicos que ayuden a descubrir las variables para solucionar la S-P planteada.

1.4.2.3. Condiciones para que se desarrolle el aprendizaje significativo

Como comentábamos en la presentación de la teoría, Ausubel (1983) plantea que las condiciones indispensables para la obtención de aprendizajes significativos son,

- Disposición y motivación del discente para aprender.
- Material o tareas de aprendizaje potencialmente significativas.

De estas dos ideas podemos extraer que, aunque el material o la tarea de aprendizaje sean potencialmente significativos, no podrán considerarse como tal a menos que la actitud del sujeto que aprende también lo sea. Si esto sucede, el aprendizaje podrá ser repetitivo y no establecer relaciones sustantivas con aquello que ya sabe. Y viceversa. No importa lo significativa que sea la actitud del discente si el docente no tiene en cuenta la significatividad del contenido a aprender. Lo cual implica que hay que atender tanto a la naturaleza del material como la estructura cognoscitiva del sujeto que aprende. Ausubel y otros (1983, p. 55) consideran que un aprendizaje será significativo cuando cumpla dos requisitos:

- El significado lógico: que vendrá dado siempre que el material posibilite al alumno una relación intencionada y sustancial de la materia de aprendizaje con las ideas pertinentes que se hallan al alcance de la capacidad de aprendizaje. Por tanto, el material manifiesta un significado lógico que atiende a una estructura coherente y acorde con los fundamentos epistemológicos del conocimiento de la disciplina.
- El significado psicológico: que es la relación que se da entre las proposiciones lógicamente significativas con la estructura cognoscitiva existente del alumno, esto las hace potencialmente significativas para él.

El autor especifica estos aspectos de la siguiente manera:

El contenido de la materia de estudio puede poseer, cuando mucho, significado lógico. Pero es la racionalidad intencionada y sustancial de las proposiciones lógicamente significativas con la estructura cognoscitiva de un alumno en particular lo que las hace potencialmente significativas para éste; y así se origina la posibilidad de transformar el significado lógico en psicológico en el transcurso del aprendizaje significativo. Así el surgimiento del significado psicológico no depende únicamente de que se le presenten al alumno materiales con significado lógico, sino también que tal alumno posea realmente los antecedentes ideativos necesarios (Ausubel et al., 1983, p. 55).

1.4.2.4. El proceso de asimilación

El aprendizaje significativo corresponde a la primera etapa de un proceso de asimilación que consta de otra etapa secuencial, natural o invariable: la retención y el olvido (Ausubel, 2002). Por asimilación se entiende al proceso mediante el cual,

La nueva información es vinculada con aspectos relevantes y pre existentes en la estructura cognoscitiva, proceso en que se modifica la información recientemente adquirida y la estructura pre existente (Ausubel et al., 1983, p. 71).

La idea central de la teoría de asimilación es que los nuevos significados se adquieren a través de la interacción del nuevo conocimiento con los previamente aprendidos. Dicho proceso de interacción modifica tanto el significado de la nueva información como el significado del concepto al cual está afianzado (Ausubel et al., 1983). Por tanto, se explica el proceso de cómo y de qué manera es posible formar una estructura cognoscitiva consistente a partir de la interacción entre los nuevos significados y los ya existentes. Y para ello, se identifican varios aprendizajes significativos: el subordinado, el supraordinado y el aprendizaje combinatorio.

El aprendizaje subordinado es el proceso que permite relacionar las nuevas ideas o conceptos a aprender con otros de mayor abstracción y generalidad conocidos o asimilados con anterioridad. Se distinguen dos tipos de aprendizaje subordinado:

- Aprendizaje subordinado derivativo, donde la nueva idea a aprender (a1) se vincula a la idea superordinada (A) existente en la estructura cognitiva, y representa una extensión de (A) pero sin cambiar los atributos del concepto (ver figura 5).

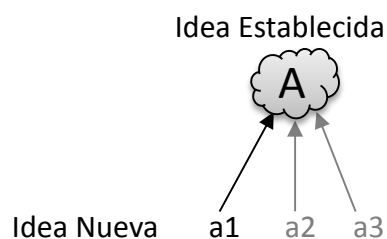


Figura 5. Proceso de asimilación subordinado derivativo. (Adaptada de Ausubel y otros (1983))

- Aprendizaje subordinado correlativo, donde las nuevas ideas (a1) se vinculan a la idea (A) entendida como una extensión ya que permiten la ampliación o modificación de los atributos de (A') (ver figura 6).

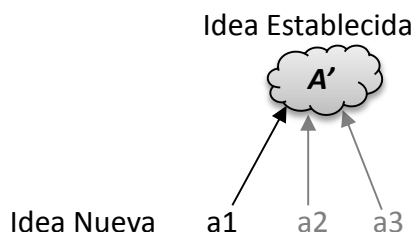


Figura 6. Proceso de asimilación subordinado correlativo. (Adaptada de Ausubel y otros (1983))

En el aprendizaje supraordinado se representa el proceso inverso al subordinado. Las ideas establecidas (a1, a2, a3, ...) se reconocen como ejemplos más específicos o concretos de la idea nueva, más abstracta y genéricas, que todavía debe ser aprendida (A) (ver figura 7).

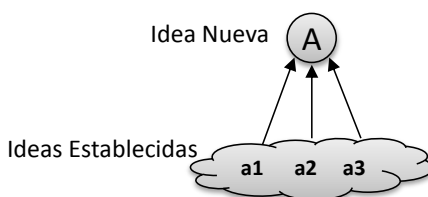


Figura 7. Proceso de asimilación supraordinado. (Adaptada de Ausubel y otros (1983))

En el aprendizaje combinatorio no hay una jerarquización deductiva o inductiva de los contenidos a aprender con los ya aprendidos. Por tanto, la nueva idea (A) se relacionan con otras existentes de naturaleza diferente (B, C, D) sin ser más inclusiva no específica, pudiendo tener atributos comunes (ver figura 8).



Figura 8. Proceso de asimilación combinatorio. (Adaptada de Ausubel y otros (1983))

1.4.2.5. El proceso de asimilación en la retención y en el olvido

El aprendizaje significativo no acaba con la adquisición de los nuevos significados le siguen la retención y/o el olvido. El aprendizaje nuevo se puede disociar o reproducir a partir de las ideas de anclaje durante un tiempo limitado, a menos que se sobreaprendan por repetición o por ensayo. Sino, la fuerza de disociabilidad cae por debajo de un punto (lumbral de disponibilidad) y se produce el olvido o la reducción de las ideas (Ausubel, 2002).

Es interesante cómo este autor destaca que la fuerza de disociabilidad de los significados recientemente adquiridos en relación con las ideas de anclaje a las que se han unido suelen disminuir con el paso del tiempo a causa de los procesos asimilativos hasta que llega a ser nula. Esto ocurre porque es menos costoso recordar sólo una idea general, no elaborada o sin matices, que otra explicativa y específicamente elaborada (Ausubel, 2002).

Lo que es común a ambas, aprendizaje significativo y retención-olvido, y que indica la actuación de los procesos asimilativos, es que las ideas estables y establecidas de la estructura cognitiva interaccionan selectivamente con las nuevas ideas del material de instrucción, estas se asimilan para producir nuevos significados constituyendo el objetivo del proceso de aprendizaje. La estabilización se realiza mediante el anclaje con las ideas ya estables mostrando una disociabilidad máxima al principio, para ir descendiendo con el tiempo. Tanto en el aprendizaje como en la retención y el olvido influyen las variables cognitivas personales, la madurez cognitiva, el funcionamiento intelectual, la motivación, la personalidad y el carácter social. Otro proceso auxiliar que trata este autor es la transferencia, Ausubel (2002, p. 38) hacer referencia a ella apuntando que “todo aprendizaje significativo también supone necesariamente una transferencia”, pues cree evidente que todo nuevo aprendizaje se ve afectado por la estructura cognitiva existente y, a su vez, la nueva experiencia produce una transferencia que modifica la estructura cognitiva.

Consecuentemente, conseguiremos incidir en la base del proceso educativo si influimos deliberadamente en la estructura cognitiva, en la retención de carácter significativo y en la transferencia. Ausubel (2002) sostiene que el aprendizaje y la retención de carácter

significativo son más eficaces debido: 1) a que el material de instrucción es lógico y potencialmente significativo promoviendo procesos de aprendizaje que favorecen una buena actitud de aprendizaje en el estudiante y la capacidad de retención de los materiales con las ideas de anclaje, lo que básicamente explica los mejores resultados; 2) a que la retención significativa es superior a la memorística, ya que las nuevas ideas se enlazan y se almacenan con las ideas de anclaje muy estables durante el intervalo de retención, cosa que este vínculo protege a los nuevos significados de interferencias arbitrarias y literales de la asociación de carácter memorístico; 3) al no trabajar el contenido de forma arbitraria se puede aprender una cantidad mucho mayor de material y retenerlo mucho más tiempo, en este sentido los anclajes son más estables y alejados de las interferencias; y 4) el significado *pre se*, en contacto inicial con la materia de aprendizaje y durante el proceso y retención marca una diferencia subjetiva positiva en relación con el esfuerzo para aprender y recordar. Dado que la experiencia de aprendizaje en el aprendizaje significativo es subjetivamente agradable y familiar despertando curiosidad intelectual la posibilidad de adquirir nuevos conocimientos.

Ausubel afirma que “los seres humanos tienden a trabajar más y a estar más motivados cuando las actividades de aprendizaje en las que participan tienen sentido” (2002, p. 47). Y este efecto es facilitador de la motivación que genera un aumento de la atención (Ausubel et al., 1983).

Otro condicionante directo del aprendizaje y la retención significativa es la frecuencia de exposición al material de instrucción, aspecto que influye directamente en los resultados. Nos interesa resaltar una excepción que plantea Ausubel (2002, p. 48) cuando reconoce que ante la ausencia de frecuencia se puede dar igualmente aprendizaje y retención significativa “cuando el material de estímulo (de aprendizaje) es excepcionalmente vívido o insólito”, como podríamos considerar el planteamiento de nuestra instrucción.

1.4.2.6. Variables de la estructura cognitiva

Ausubel (2002) presenta como variables más importantes de la estructura cognitiva: la disponibilidad en la estructura cognitiva de unas ideas de anclaje con un nivel óptimo de exclusividad, generalidad y abstracción; la medida en que estas ideas se pueden discriminar del material de aprendizaje; y la estabilidad y claridad de las ideas de anclaje.

Concreta unos principios para dar coherencia al “aprendizaje orientado al dominio”, cosa que podríamos considerar referencia en el aprendizaje competencial. Así, la estabilidad y la claridad de ideas de anclaje están condicionadas a dos aspectos, al hecho de que hayan sido sobre aprendidas o consolidadas por medio de la repetición o, que el aprendizaje se haya producido por el “ensayo tanto en el mismo contexto como en contextos diferentes”. Aspecto que nos interesa tener presente desde nuestro planteamiento didáctico. Ambos planteamientos vendrán potenciados si el estudiante domina la materia de instrucción dentro de un contexto homogéneo antes de pasar a contextos heterogéneos. Es evidente que, dentro de la variable cognitiva personal, la madurez cognitiva siempre influye de manera decisiva en la eficacia del proceso de aprendizaje. La etapa más irregular en los niños es la que destaca la dimensión concreto-abstracto (Ausubel, 2002) precisamente la etapa en la que se ubica nuestra muestra.

1.4.2.7. Los recursos pedagógicos

Ausubel, Novak y Hanesian (1983) reconocen que desde cualquier disciplina se puede influir en la estructura cognitiva del estudiante siempre y cuando en la organización del recurso pedagógico se salve la distancia entre lo que sabe el discente y lo que necesita saber plateando así, el aprendizaje de manera activa y eficaz. Además, plantean que hay que ser conscientes que las ideas existentes en la estructura cognitiva pueden ser demasiado generales en contenido y pertinencia para actuar con eficacia. Por ello, el profesor debe desempeñar el papel de mediador, es decir, favorecer la relación del

contenido en particular de la tarea con el contenido más general de las ideas de anclaje, modificando éstas últimas hacia el contenido más particular. Estos autores consideran importante tener en cuenta en la metodología de enseñanza los factores motivacionales del aprendizaje prestando atención a los aspectos: sociales, afectivos, de la personalidad del discente, del grupo o del profesor.

1.4.2.8. Relación entre la teoría significativa y el aprendizaje competencial

Como comentábamos con anterioridad, el aprendizaje competencial implica el mayor grado de significatividad y funcionalidad posible, ya que para poder ser utilizada una competencia o sus componentes procedimentales, actitudinales y conceptuales debe tener sentido propio. Luego, es obvio apuntar que un principio psicopedagógico para el aprendizaje y la enseñanza de competencias es la necesidad de vincular de forma profunda los contenidos a aprender con los conocimientos previos del alumno. Para ello, no sólo debe plantearse una distancia adecuada entre ambos, sino también estructurar el nuevo contenido de forma correcta y promover en el alumno una disposición para relacionar, sacar conclusiones y llegar al fondo del aprendizaje. Si algún elemento se diese de forma deficitaria el aprendizaje sería superficial, memorístico o mecánico y, por tanto, poco significativo y no competencial (Zabala & Arnau, 2007).

En este sentido, Escamilla (2009) plantea que para atribuir significación al nuevo contenido ha de poseer: 1) significación para el alumno, que superando el enfoque psicológico debe tener en cuenta los aspectos sociológicos y didácticos, valorando los intereses y motivaciones del alumnado como podría ser la necesidad de trabajar en grupo o de forma vivencial ; 2) significación lógica desde la estructura de las áreas, trabajando contenidos relevantes, actualizados y útiles extraídos de contextos reales; y 3) significación desde la vertiente social, cultural y familiar, seleccionando contenidos que el alumno necesite para conocer el medio que le rodea y desenvolverse en él. Esta dimensión del significado también resalta el carácter funcional ya que debe hacer que el discente sea consciente del por qué y para qué del aprendizaje.

La disposición del discente para afrontar el nuevo aprendizaje es una condición esencial para el desarrollo competencial, ahora bien, cabe apuntar, que en el desempeño de

competencias no sólo interviene la actitud favorable y su capacidad cognitiva, también influye de manera sustancial el equilibrio personal y los factores interpersonales como el autoconcepto o la autoestima, y los aspectos sociales como el bienestar dentro del grupo. La forma de percibirse a uno mismo ante la situación de E-A, que puede ser más o menos negativa o positiva, determina la actitud, la motivación, el interés y el grado de participación del discente, afectando directamente a los resultados de aprendizaje que se obtendrán (Solé, 1993). Es evidente que también influirán en la determinación para afrontar una S-P.

La actitud favorable está condicionada a la motivación que genera el planteamiento didáctico que, a nivel competencial, debe venir dada por atribuir sentido a lo que se aprende. Este aspecto aumentará el interés hacia los nuevos contenidos ya que los conocimientos son considerados necesarios para dar respuesta a cuestiones útiles. Dicha motivación se denomina intrínseca ya que el discente percibe, por una parte, que el resultado del aprendizaje es relevante, y por otra, que la razón para esforzarse está en lo que se aprende sobre todo cuando es culturalmente relevante (Aguado, 2005; Pozo, 2008; Zabala & Arnau, 2007).

Una crítica que se le hace a Ausubel es que su teoría se centra en explicar el aprendizaje de conocimientos declarativos (conceptos, principios o hechos) pronunciándose superficialmente sobre el aprendizaje de conocimientos procedimentales (técnicas, habilidades o estrategias) y sobre los procesos implicados en la adquisición de actitudes, valores y normas que en este caso, resultan esenciales en el aprendizaje competencial (Martín & Solé, 2001). Por lo que debemos recurrir a la revisión de la teoría desarrollada por Novak (1998), que afirma que construir significados o conseguir aprendizajes significativos implica integrar tres elementos: pensar, sentir y actuar. Aspectos esenciales en el enfoque competencial. Este autor expone que,

Una educación acertada debe centrarse en algo más que el pensamiento del aprendiz; los sentimientos y las acciones también son importantes y hay que tener en cuenta estas tres formas de aprendizaje, a saber: la adquisición de conocimientos (aprendizaje cognoscitivo), la modificación de las emociones y los sentimientos (aprendizaje afectivo) y la mejora de la actuación o las acciones físicas o motrices (aprendizaje psicomotor), que incrementa la capacidad de la persona para entender sus experiencias. [...] Los seres humanos piensan, sienten y actúan, y

las tres cosas se combinan para formar el significado de la experiencia (Novak, 1998, pp. 28-29).

Este pensamiento lo esquematiza en la siguiente figura.

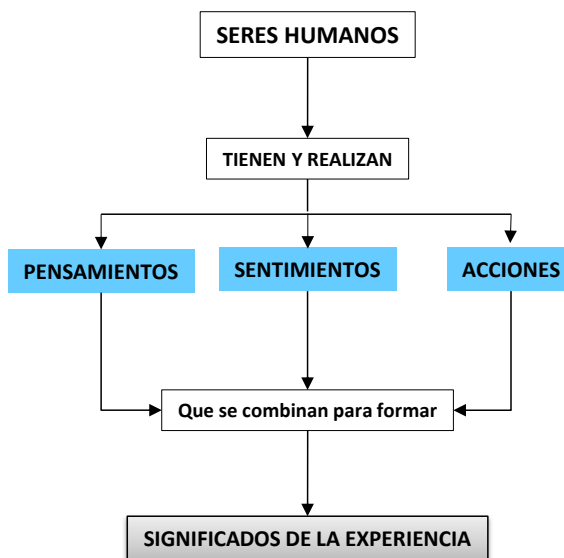


Figura 9. El significado de la experiencia mezcla pensamientos, sentimientos y acciones (Novak, 1998, p. 29)

Otro aspecto que destaca Novak (1998) es la importancia del contexto de aprendizaje, elemento fundamental para el aprendizaje competencial. Pues entiende que el significado mismo del aprendizaje es indisoluble al contexto en el que se ha constituido. Así, la riqueza del significado dependerá de la variedad de contextos específicos en los que se haya aprendido y de la capacidad de concretar los diferentes significados dentro de ese mismo concepto. Y esta visión confluye con la línea teórica del aprendizaje situado o la cognición situada que veremos en los puntos siguientes.

Novak (1998), Piaget (1968), Mauri (1993), Zabala y Arnau (2007) igual que otros muchos autores, que trataremos más adelante, reconocen que la actividad mental del alumno pasa por la actividad física o vivencial, por tanto, el aprendizaje cognitivo puede apoyarse en acciones físico-motoras o sensorial-perceptivas. Estas aportaciones teóricas son importantes para nuestro estudio, ya que nos ayudaran a entender y explicar cómo se desarrolla el aprendizaje competencial a través del movimiento o del juego.

Entendemos que estas estrategias de aprendizaje son fundamentales en nuestro contexto educativo y básicas en el planteamiento didáctico de la intervención.

1.4.3. Teoría socio-cognitiva de Vygotsky

Pese a los distintos modos de afrontar la realidad, tanto Vygotsky como Piaget explican el aprendizaje humano partiendo del activismo. La diferencia está en que Vygotsky (1979) considera que el aprendizaje no puede subordinarse a un proceso pasivo de equilibración determinado por el nivel de desarrollo o estadio madurativo. Para él, el aprendizaje no se fundamenta exclusivamente en el conocimiento individual y lo justifica afirmando que:

La maduración *per se* es un factor secundario en el desarrollo de las formas más complejas y singulares de la conducta humana. La progresiva evolución de dichas formas de conducta se caracteriza por complicadas transformaciones cualitativas de una forma de comportamiento en otra [...por lo que] el concepto de maduración, como proceso pasivo, no puede describir de modo apropiado estos fenómenos complejos (Vygotsky, 1979, p. 40).

Para analizar esta teoría profundizaremos sobre tres ideas: el desarrollo como base de su teoría genético-evolutiva; los procesos de desarrollo, el lenguaje como instrumento de mediación social y de aprendizaje consciente; y el contexto, los niveles de aprendizaje y la Zona de Desarrollo Próximo.

1.4.3.1. El desarrollo como base de su teoría genético-evolutiva

La relación que estableció este autor entre aprendizaje y desarrollo se resumen en la frase: “el desarrollo o maduración se considera como una condición previa al aprendizaje pero nunca como resultado del mismo” (Vygotsky, 1979, p. 125). Y aunque el aprendizaje no equivale a desarrollo, el proceso de aprendizaje estimula unos procesos evolutivos internos que una vez internalizados en el infante, se convierten en parte de los logros evolutivos. O sea, hacen avanzar al proceso de maduración. En este caso, el aprendizaje organizado se convierte en desarrollo mental. Pero ninguno de los

dos se realiza de forma paralela ya que entre ellas existen unas relaciones dinámicas altamente complejas.

En realidad, lo que se desarrolla en el niño es el pensamiento superior que es algo que deberá dominar. Y en este proceso, los niños pequeños piensan para recordar y a medida que el pensamiento superior se desarrolla se transforma y se recuerda para pensar (Vygotsky, 1978). Vygotsky pone de manifiesto que el proceso por el cual se adquiere la metac conciencia (pensamientos superiores) es aprendido y, por tanto, condicionado al ambiente y a la actuación individual. Al ser una conducta, su contenido reside en un contexto sociocultural externo que está vinculado a las circunstancias de su adquisición, reteniendo consecuentemente, aquellos rasgos específicos de las tareas donde se desarrolla.

La idea de este autor es que el pensamiento superior surge a medida que los individuos se socializan. Por tanto, se considera un proceso doble y fluido, que fluye del grupo al individuo y vuelve de nuevo al grupo. Frawley (1999) cree que esta multiplicidad y diversidad del contexto social tiene tres consecuencias: 1) la línea entre el adulto y el niño, o el grupo, es muy porosa en el ámbito del pensamiento superior; 2) la naturaleza del grupo vendrá condicionada por el consenso homogeneizador al servicio de una meta común, o la resolución de problemas, por tanto, sujeta a la intersubjetividad; y 3) el equilibrio entre el pensamiento superior dinámico y el situado socioculturalmente o los pensamientos universales. Todo ello hace que el aprendizaje,

Despierte una serie de procesos evolutivos internos capaces de operar sólo cuando el niño está en interacción con las personas de su entorno y en cooperación con algún semejante. [...Y que] una vez se han internalizado éstos se convierten en parte de los logros evolutivos independientes del niño (Vygotsky, 1979, pp. 138-139).

1.4.3.2. Los procesos de desarrollo. El lenguaje como instrumento de mediación social en el aprendizaje

Los procesos por los cuales Vygotsky explica que se lleva a cabo el desarrollo son: la internacionalización de las relaciones sociales externas y del significado, principalmente a través del habla; la mediación del pensamiento y de la acción; y el control del pensamiento y de la acción (Frawley, 1999).

La internacionalización es “la reconstrucción interna de una operación externa” (Vygotsky, 1979, p. 92). Es importante destacar el término reconstrucción en la medida que no es una copia de lo exterior en el interior, sino que se trata de una recodificación o transposición. Esto requiere de una serie de transformaciones que suceden en dos niveles, primero en la esfera social o interpsicológica y, segundo, en la psicológica, dentro de cada persona, como una categoría intrapsicológica. El instrumento por el cual se desarrolla la internalización es a través de los códigos lingüísticos “el lenguaje externo, junto con el lenguaje egocéntrico (hacia adentro) se convierten en la base del lenguaje interiorizado” (Vygotsky, 1978, p. 56). La visión de conjunto del desarrollo del habla y el pensamiento del niño es diferente en función del punto de partida de dicho desarrollo, pero la verdadera dirección del desarrollo del pensamiento es de lo social a lo individual (Vygotsky, 1995).

Por su parte, el habla tiene un carácter mediador para el pensamiento superior, ya que su propósito es el control de la palabra y de la acción.

El mayor cambio en la capacidad de los niños al usar el lenguaje como herramienta de resolución de problemas tiene lugar [...], cuando el habla socializada (que previamente se ha utilizado para tratar a un adulto) gira hacia adentro. [...] Así, el lenguaje adquiere una función intrapersonal además de su uso interpersonal. El cambio fundamental se produce de la siguiente manera: en una etapa temprana el discurso acompaña a las acciones del niño y refleja las vicisitudes de la resolución de problemas de una forma desorganizada y caótica. En una etapa posterior el habla se acerca cada vez más hacia el punto de partida del proceso, de modo que se trata de preceder a la acción (Vygotsky, 1978, pp. 27-28).

1.4.3.3. El contexto, los niveles de aprendizaje y la Zona de Desarrollo Próximo

El contexto se preocupa de las condiciones por las cuales el individuo se desarrolla, especificando cómo se debe tratar el crecimiento individual (Frawley, 1999).

Al igual que Piaget, Vygotsky (1979) también identifica diferentes estadios o niveles progresivos de aprendizaje. No obstante, sostiene que ambos procesos, aprendizaje y desarrollo, están en constante interacción desde los primeros días de vida del niño. Más que determinar diversos estadios evolutivos concretos, identifica y define dos niveles de desarrollo: un nivel de desarrollo real (en adelante NDR) y un nivel de desarrollo potencial (en adelante NDP). Este planteamiento le permite explicar el aprendizaje y el desarrollo de forma dinámica y flexible. Es decir, a partir del NDR, lo que el discente sabe, hace, piensa o siente por su cuenta, culmina en el NDP, aquello que el discente será capaz de saber, hacer, pensar o sentir. Y esto se producirá gracias a las orientaciones o ayudas externas aportadas intencionalmente o de forma natural. El paso de un nivel a otro se explica a partir de la Zona de Desarrollo Próximo (en adelante ZDP) definida por el autor como,

La distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz (Vygotsky, 1979, p. 133).

En otras palabras, se puede decir que la ZDP es la adecuada distancia entre lo que se sabe y lo que se quiere aprender. La intervención pedagógica debe situarse siempre en la ZDP para que los alumnos la recorran superando retos planteados y avanzar respecto al nivel de desarrollo de partida. Esta forma dinámica de avanzar permite realizar el tránsito de un nivel de competencia o de desarrollo a otro, mostrando qué capacidades y comportamientos deberían llevar a cabo docente y discentes para que éstos últimos adquieran por sí mismos aprendizajes cada vez más complejos (Vygotsky, 1979). Por tanto, esta teoría insta a los maestros a que diseñen los programas didácticos en la ZDP de los conocimientos previos de los alumnos donde no tengan respuestas ciertas, pero sí buenas condiciones para afrontarlas.

1.4.3.4. Relación entre la teoría Vygotskyana y el aprendizaje competencial

Es evidente que para que se produzcan aprendizajes competenciales se debe promover en las condiciones educativas una adecuada distancia entre lo que ya sabe el discente y lo que se quiere aprender. Tal y como se menciona en las teorías anteriores, la intervención pedagógica se concibe como una ayuda ajustada al proceso de construcción de conocimiento, donde se van creando ZDP y se orienta al alumno a recorrerlas. Por tanto, las situaciones de E-A deben impulsar procesos para superar retos abordables que hagan avanzar al alumno más allá del punto de partida (Zabala & Arnau, 2007).

Por otra parte, dado la importancia que adquiere el juego en el desarrollo de las CCBB y en especial de la CMa (Alsina, 2004; Badillo, Edo, & Deulofeu, 2012; Blázquez & Sebastiani, 2009; Corbalán, 2013b; Goñi, 2008; Lleixà, 2007) creemos interesante describir la percepción que tiene Vygotsky sobre esta actividad lúdica.

El juego es un eje temático del trabajo de este autor, lo considera como imprescindible en la contribución del desarrollo de aprendizajes complejos, dado que impulsan los procesos psicológicos superiores. La complejidad de las situaciones juego y la motivación por la actividad lúdica genera en el niño una ZDP que permite: implicarse en actividades que se hallan por encima de su nivel, pero sin consecuencias directas derivadas del fracaso. De tal modo que el juego contiene todas las tendencias evolutivas de forma concentrada siendo, en sí mismo, una fuente considerable de desarrollo para Vygotsky (1979).

Nos interesa destacar cómo considera que, durante el juego, el niño opera con significados separados de sus objetos y acciones. Sin embargo, surge de forma interesante una fusión de las acciones reales y los objetos reales. Esto caracteriza la naturaleza transicional del juego que es, por tanto, un estado entre las limitaciones situacionales del infante y el pensamiento adulto (Vygotsky, 1979). Dicho proceso lo explica desde un aspecto inherente al juego, el quebrado que se deriva de la acción-significado. El niño no se comporta de manera puramente simbólica en el juego, sino que piensa y actúa. La acción interna y externa son inseparables: la imaginación,

interpretación y voluntad son procesos internos realizados por la acción externa. Y en este caso ha intervenido la proporción acción/significado por la de significado/acción. Vygotsky lo explica haciendo una analogía con la historia del desarrollo de la relación significado/objeto. Para poder desglosar el significado de la acción en la acción real, el niño necesita un trampolín en forma de acción para sustituir la acción real. Por tanto, la acción empieza como numerador de la estructura (acción/significado). Durante la acción se invierte la estructura y el significado se transforma en numerador (significado/acción) y la acción se relega a segundo plano y el significado se convierte en trampolín. Además, operar con el significado de las cosas lleva al infante al pensamiento abstracto y al desarrollo de la voluntad, sin embargo, la capacidad de llevar a cabo elecciones constantes se produce cuando el infante opera con el significado de las acciones. En este caso, durante el juego una acción sustituye a otra, al igual que un objeto reemplaza a otro (Vygotsky, 1979).

La fluctuación entre una acción y otra, o entre objetos, se realiza gracias a un movimiento en el campo del significado y que subordina todas las acciones y objetos reales. Dicho movimiento predomina en el juego en el campo del significado. Por una parte, representa el movimiento en un campo abstracto, y por otra, el método del movimiento es situacional y concreto. En otras palabras, el campo del significado aparece, pero la acción que en él se desarrolla se produce exactamente igual que en la realidad. Por ello, el juego se convierte un factor predominante en el desarrollo del niño.

Como conclusión a estas tres teorías cognitivas, podemos decir que los autores expuestos entienden el conocimiento como el resultado de la manipulación de símbolos en la mente de los individuos y consideran el aprendizaje como la adquisición del conocimiento. Bajo esta percepción, tanto el conocimiento como el aprendizaje se desarrollan independientes de: el sentido que transmite el contexto; las características específicas que plantea la intención en él; o de la finalidad misma del propio aprendizaje. Esta imprecisión teórica suscita que hayan aumentado significativamente, en la actualidad, las corrientes que explican la dimensión del conocimiento haciendo referencia a la interacción con el mundo como motor del aprendizaje. La cognición situada, el enactivismo, el aprendizaje experiencial, la cognición corpórea o la

neurociencia son algunos ejemplos (Pérez-Gómez, 2012; Perrenoud, 2008; Santamaría, 2010; Wilson, 2002). Dado que estas corrientes se cuestionan aspectos que de alguna manera necesitamos entender desde nuestro estudio, por ejemplo ¿cómo aprenden las personas?, ¿cómo podemos aprender más eficazmente y con más satisfacción personal? (Pozo, 2008) ¿cómo las habilidades enseñadas pueden ser útiles en diferentes escenarios reales? (Hérmendez, 2006), creemos indispensable profundizar en una de ellas. En este caso, nos decantamos por la que sitúan el conocimiento y los procesos psicológicos en contextos o entornos reales, es decir por la cognición situada.

1.4.4. La cognición situada. Teoría situacional del conocimiento

En puntos anteriores hemos podido comprobar cómo las características específicas de las competencias comportan importantes consecuencias a nivel teórico y práctico. Debido a que su adquisición se orienta al uso de contenidos contextualizados, las condiciones de E-A deben ser generalizables, de interacción, de construcción, de reflexión y de cooperación, pues solo así, los conocimientos podrán ser transferidos y aplicados a diferentes situaciones cotidianas. Esto hace que las competencias puedan considerarse un “aprendizaje situado”, y en tal caso, los requerimientos teóricos que desencadena la nueva perspectiva educativa podrían vincularse a las aportaciones del aprendizaje situado (Díaz-Barriga & Rigo, 2006; Hérmendez, 2006; Moya et al., 2008; Pérez-Gómez, 2007, 2012).

Esta teoría representa una de las tendencias actuales más representativas (Chaiklin & Lave, 2001; Daniels, 2003), y cobra sentido porque como sostienen algunos autores, sus postulados confluye con las necesidades teórico-prácticas del enfoque competencial (Coll & Sánchez, 2008; Díaz-Barriga, 2011a; Díaz-Barriga, 2003; Hérmendez, 2006; Marco-Stiefel, 2008; Moya & Luengo, 2011; Moya et al., 2008; Pérez Gómez, 2012).

Dicha corriente tiene importantes aspectos en común con enfoques que establecen las posibilidades de aprendizaje de las tareas reales, de la interacción entre individuos y de las situaciones extraídas de contextos propios de la realidad. Así, con denominaciones

diferentes: cognición situada, cognición en la práctica, participación periférica legítima, aprendizaje cognitivo, aprendizaje artesanal o ecológico o, teoría de la actividad, todas comparten la idea que “el aprendizaje y el conocimiento son entendidos como acciones y actividades integradas o incluidas en un contexto social y cultural complejo” (Tuomi-Gröhn & Engeström, 2003, p. 296). Se conciben a partir de la teoría de Vygotsky, nutriéndose de forma progresiva y significativa del modelo de aprendizaje experiencial planteado por John Dewey y de las diferentes aportaciones socio-constructivistas (Díaz-Barriga, 2003; Greeno, 1998; Wilson & Myers, 2000).

Las bases teóricas de la cognición situada han sido conceptualizadas por los estudios y trabajos de diferentes autores (Anderson, Greeno, Reder, & Simon, 2000; Brown, Collins, & Duguid, 1989; Chaiklin & Lave, 2001; Cobb & Bowers, 1999; Engeström, 1987; Greeno, 1989, 1998; Hendricks, 2001; Lave, 1991; Lave & Wenger, 1991; Lemke, 1997; Rogoff, 1993; Wenger, 2001). Su hipótesis es que la mayor actividad cognitiva se produce en interacción directa con una situación. Ha demostrado que las experiencias, las vivencias y la manipulación de materiales reales dentro de un contexto metodológico real proporcionan al discente la oportunidad de contextualizar el aprendizaje y encontrar significado a lo que aprenden, pues consideran que los significados se encuentran situados en los objetos, artefactos y herramientas culturales, así como en las personas, en sus comportamientos e interacciones. Considera fundamental diseñar actividades auténticas, coherentes y significativas, en entornos próximos a los que se emplean en la sociedad, pues sólo así, se construirán conocimientos funcionales y se evitará la desmotivación y el fracaso escolar.

Esta teoría hace referencia a tres aspectos que fundamentaremos a lo largo del capítulo: 1) los contextos físicos y sociales como parte integral del aprendizaje; 2) las interacciones entre personas juegan un papel importante en lo que se aprende y en cómo se aprende; y 3) se accede al conocimiento de manera distribuida a través de otras personas y el control sobre la propia actividad, entendiendo lo que se aprende y compartiendo experiencias (Hernández, 2006).

Su visión choca con algunos métodos didácticos que son (o han sido) utilizados en la institución escolar, los cuales asumen una separación entre el saber qué y el saber cómo hacer, y plantean la teoría independiente de las situaciones en las que se usa, impulsando así, un aprendizaje abstracto, descontextualizado, no auténtico y sin utilidad (Brown et al., 1989).

Contrariamente, los teóricos de esta corriente afirman que la actividad y el contexto físico donde tiene lugar el aprendizaje son esenciales, siendo ambos pedagógicamente significativos para el educando. Tanto la manera que una persona aprende un conocimiento o una habilidad, como la situación en la que se aprende, tienen un papel esencial en lo que se aprende, y constituyen parte integral de su aprendizaje, ya que se desarrolla y se establece directamente en ellos. De este modo, si las situaciones producen conocimiento a través de la actividad contextualizada se puede afirmar que tanto el aprendizaje como la cognición son fundamentalmente situadas. Al respecto, Brown, Collins y Duguid (1989) suscriben que:

El conocimiento está situado, siendo en parte un producto de actividad, del contexto y de la cultura en la cual se desarrolla y se utiliza (Brown et al., 1989, p. 32).

Otros autores profundizan en el tema y detallan que “la cognición está localizada en la vivencia del mundo real y en el mundo vivenciado mediante la actividad” (Lave, 1991, p. 190). Por tanto, las percepciones derivadas de las actuaciones son esenciales tanto para el aprendizaje como para la actividad, ya que influirán en la manera de actuar y de aprender, aumentando la eficiencia de la ejecución en tareas posteriores.

Para la cognición situada la actividad y la percepción son epistemológicamente anteriores a la conceptualización y en ellas debe centrarse la atención para ajustar el problema de las representaciones conceptuales de las prácticas educativas clásicas. En este sentido, hay que tener en cuenta que el modo en el que el discente percibe la actividad se determina en gran parte por las herramientas que le proporciona el docente, junto con el modo en el que él las utiliza. En consecuencia, dependerán de forma específica del uso contextual o del contexto.

Debemos puntualizar que aprender en la práctica, finalidad común a nuestro proceso de instrucción, no se puede considerar un mero objetivo extrínseco, o una simplemente característica específica de la actividad o del contexto de la EF. Como nos recuerda Wenger (2001) todo ello es una complejidad multidimensional que debe valorarse al mismo tiempo como objeto y contexto. Y en todo caso, resultará necesario profundizar en la concepción de los términos actividad y contexto con el fin de clarificar su significado.

1.4.4.1. Concepto de contexto

Dentro de este enfoque existen dos visiones diferentes de lo que se entiende por contexto. Tomaremos de referencia la que equivale a la contextualización de las actividades en el entorno sociocultural vivido (Chaiklin & Lave, 2001). Por una parte, Engeström (1987) considera la actividad como una formación colectiva y sistemática con una compleja estructura mediadora. En el caso del contexto, específica que se configura a partir de las relaciones entre sistemas de actividad y las personas que actúan. Por tanto, está integrado por: sujetos, instrumentos utilizados en la actividad, objeto y objetivo de la actividad, comunidad de referencia, normas o reglas de comportamiento que regulan las relaciones sociales y reglas que regulan la división de tareas. Todos ellos están representados en el triángulo de la figura 10 que, además, se articulan indefinida y dinámicamente ante las nuevas situaciones creadas. Consecuentemente, la actividad se produce y desarrolla por medio de acciones que evoluciona en el tiempo dando paso así, a nuevos sistemas mediados por sujetos, entorno y aportaciones reflexivas. Y los objetivos y resultados de las acciones se revisan y reformulan a medida que se actúa. A través de la figura 10 podemos ver gráficamente que entiende este autor por contexto.

Aquí se puede evidenciar cómo los postulados de la actividad situada no establecen una separación entre acción, pensamiento, sentimiento y valor, y sus formas colectivas de actividad localizada, interesada y significativa. A diferencia de la educación convencional, brindan unas perspectivas pedagógicas mucho más rica y significativas a la “actividad y sus contextos” escolares (Chaiklin & Lave, 2001). Por consiguiente, resulta evidente afirmar que para conformar el diseño de actividades y objetivos didácticos se

deben tener en cuenta las propiedades percibidas de las cosas que configuran una situación real, principalmente las propiedades funcionales que determinan cómo se pueden utilizar. Sólo así, el individuo podrá realizar acciones en entornos reales.

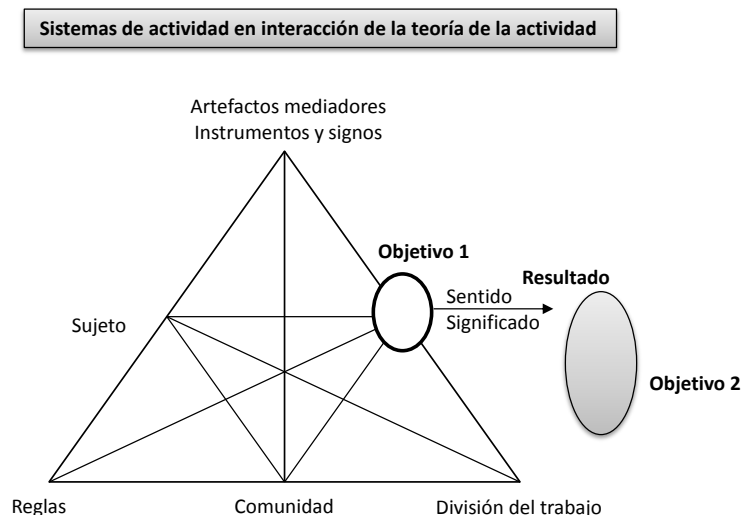


Figura 10. Contexto en la teoría de la actividad desarrollada por Engeström (1987, p. 78)

Autores como Greeno (1991, 1994) o Pea (1993) exponen como relevante el concepto “affordance” introducido por Gibson (1986) en su teoría ecológica. El término se traduce cómo las oportunidades ambientales, atributos o posibilidades de uso del entorno. La idea general de este autor es que la información que una persona necesita percibir del ambiente, está contenida en el entorno visto desde su perspectiva, y su concepción la realiza a través de las relaciones de interacción entre la persona, el ambiente físico y el social. La exploración activa y la necesidad de moverse por el entorno y utilizarlo, teniendo contacto con los objetos, permiten descubrir y aprender las características y utilidades que contiene el entorno; de tal modo que la percepción no es tan interpretativa, como en un libro de texto, sino directa. Esto apoya las palabras de Taber (2011) que reconoce que el alumno llega al conocimiento, al reconocer el significado de lo que se encuentra en el medio ambiente.

En este sentido, los estudios que realiza la teoría de la práctica situada parten de la actividad surgida de una situación concreta, y toman como unidad básica el análisis de la actividad de las personas que actúan en el entorno acciones, eventos o actividades. Para analizar la actividad *in situ* se deben tratar las relaciones entre persona, actividad y

situación como si se dieran en una práctica social (Chaiklin & Lave, 2001). Todo ello, sin olvidar que, en el marco de estudio de esta teoría, la cognición forma parte de manera simultánea de la mente, el cuerpo, la actividad y el entorno (Lave, 1991, p. 32). Con el fin de reconocer sus líneas metodológicas, es preciso profundizar conceptualmente en el proceso de aprendizaje en la práctica.

1.4.4.2. Concepción del aprendizaje

De forma general, según Lave y Chaiklin (2001, p. 18) el aprendizaje debe considerarse como “un proceso de cambiante comprensión en la práctica”, y consecuente de participación en la vida cotidiana. Exponen una reflexión que tendremos presente en nuestra investigación, “si las personas aprenden en la actividad de forma continua, como lo indican las investigaciones sobre la actividad situada, ¿cómo se produce esto?” (Chaiklin & Lave, 2001, p. 21). Para explicarlo, sostienen que el conocimiento y el aprendizaje se encuentran distribuidos a lo largo de la estructura de actuación de las personas y las relaciones que se establecen.

De forma más concreta Lave y Wenger aportan una visión detallada sobre el aprendizaje como actividad situada, y reconocen que:

El aprendizaje considerado como actividad situada tiene como característica central un proceso que denominamos participación periférica legítima. [...] Los aprendices-escolares participan inevitablemente en comunidades de práctica y el dominio del conocimiento y la destreza les exige a los novatos acercarse a la participación plena en las prácticas socioculturales de una comunidad. La expresión “participación periférica legítima” permite hablar de las relaciones entre novatos y veteranos y las actividades, identidades, artefactos, y comunidades de conocimiento y de práctica. [...]. Mediante el proceso de llegar a participar plenamente en una práctica sociocultural, se activan las intenciones de aprender de una persona y se configura el significado del aprendizaje (Lave & Wenger, 1991, p. 29).

Aunque estos autores, y otros referentes de esta corriente basan sus estudios en personas fuera de las instituciones educativas convencionales (comadronas, sastres, carniceros, herreros, etc.) (Chaiklin & Lave, 2001), no quiere decir que las actividades socioculturales auténticas a las que se refieren, sólo las puedan realizar expertos;

también se pueden trasladar al aula a través de actividades modelo. Lo que nos interesa extraer de esto, y Brown, Collins, Duguid (1989) y Lemke (1997) resaltan, es que actuar directamente en entornos materiales dotados de significado gracias a herramientas, instrumentos físicos, materiales o contextos culturales, promueve un aprendizaje más enriquecedor al encontrar sentido y comprensión implícita al mundo y a las “herramientas”.

En este enfoque el término conocimiento se concibe como una herramienta más.

El aprendizaje cognoscitivo apoya el aprendizaje en un dominio, permitiendo a los estudiantes adquirir, desarrollar y utilizar las herramientas cognitivas en la actividad del dominio auténtico (Brown et al., 1989, p. 39).

Estos mismos autores determinan que:

No es posible utilizar una herramienta apropiadamente sin comprender la comunidad o cultura donde se utiliza. [...] El uso apropiado no es simplemente una función del concepto abstracto. Es una función de la cultura y las actividades en el que se ha desarrollado el concepto (1989, p. 33).

La visión concreta del término nos ayuda a enfatizar la importancia de la actividad en el aprendizaje y en el conocimiento, resaltando la subordinación al contexto, a la situación y la naturaleza del contenido. En consonancia, Lemke (1997, p. 38) afirma que la cognición, el procesamiento de la información y la construcción de significados fluye de forma coordinada, al producirse una interacción conjunta "ecológica" de cuerpo y cerebro, y herramientas y entorno.

A pesar de esta perspectiva clarificadora, es interesante puntualizar la distinción entre la experiencia o el conocimiento de las circunstancias inmediatas que produce un pensamiento interpretativo y una acción restringida, y los procesos de pensamiento más alejados de la situación inmediata, que comportan el pensamiento amplio y la acción generalizada, que ayudarán a generar otros produciendo nuevas comprensiones (Chaiklin & Lave, 2001).

Para poder valorar comparativamente cómo se enfrentan al aprendizaje gente experta, estudiantes de la escuela convencional y estudiantes que aprenden desde la práctica situada, Brown, Collins, Duguid (1989) muestran sus procesos a través de tabla 11. Esto,

nos ayudará a reconocer el tipo de planteamiento de E-A que se da en cada uno de sus contextos y los conocimientos que promueven. Resulta evidente que desde nuestro proyecto nos posicionaremos en el trabajo de los “practicantes”.

Tabla 11. Comparación de las características del proceso de aprendizaje de expertos, estudiantes convencionales y estudiantes de la práctica situada. (Adaptada de Brown et al (1989))

	Expertos	Estudiantes	Practicantes
Razonan con...	Historias casuales	Leyes	Modelos casuales
Actúan sobre...	Situaciones	Símbolos	Situaciones conceptuales
Resolución de...	Problemas emergentes y dilemas	Problemas bien definido	Problemas poco definidos
Producen...	Significado, negociable y construido socialmente. Comprensión	Significado fijo, inmutable. Conceptos	Significados negociables y construido socialmente. Comprensión

1.4.4.3. La significatividad instruccional de la comunidad práctica

Por otra parte, añadir que en los entornos de aprendizaje del enfoque de la cognición situada se presta mucha atención: al lenguaje; a las actividades de los individuos y a los grupos; a los significados culturales; y a las diferentes herramientas e interacciones que se producen entre todos estos aspectos (Wilson & Myers, 2000). En este sentido, Franky (2009) determina que el aprendizaje o la construcción del conocimiento suceden como una actividad cotidiana del conocimiento humano que se genera por la interacción en la situación. Además, la cognición situada es el “concepto de la actividad dentro de una matriz de formas sociales que motivan los pensamientos, actos, acciones y decisiones” (Franky, 2009, p. 67). De esta forma, como comentábamos anteriormente, la acción también se sitúa en el papel de los miembros de la comunidad. Wenger plantea al respecto que,

Una comunidad de práctica es un contexto viviente que puede ofrecer a los principiantes acceso a la competencia y [...] puede provocar una experiencia personal de compromiso por la que incorporar esa competencia a una identidad de participación (Wenger, 2001, p. 259).

No obstante, para que las comunidades de práctica resulten un lugar privilegiado para la adquisición de conocimiento se deberían dar tres dimensiones: una empresa conjunta,

negociada, y con responsabilidades, interpretaciones, ritmos y respuestas compartidas; un compromiso mutuo donde se elabore algo conjuntamente; y un repertorio compartido de acciones, relatos, instrumentos, eventos, discursos, etc. (Wenger, 2001).

Para finalizar con el concepto aprendizaje situado, mostramos de forma esquemática (ver figura 11) el proceso que sigue un educando para entrar en la cultura de la práctica. La secuencia comienza con una actividad *in situ*, que proporciona aprendizaje y entrenamiento en un entorno concreto, forjando andamiajes para iniciarse en actividades auténticas. A medida que con la práctica los estudiantes adquieren confianza y control, se mueven con autonomía en el aprendizaje colaborativo y comienzan a participar conscientemente en la cultura. Con la colaboración y las redes sociales se impulsa la articulación de estrategias y el desarrollo del lenguaje y los sistemas de creencias, ya que tendrán la posibilidad y la capacidad de discutir, reflexionar y articular ideas. Todo ello, fomenta la generalización del conocimiento desde la comprensión situada; y a partir de aquí, los estudiantes pueden utilizar su incipiente conocimiento (Brown et al., 1989).

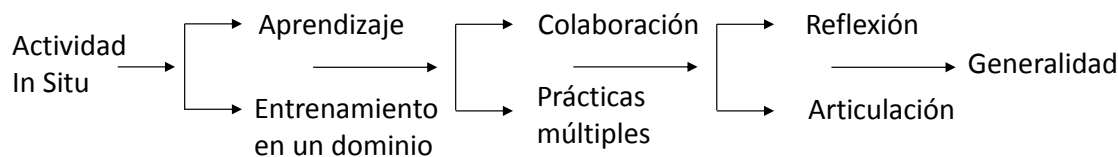


Figura 11. Progreso de los estudiantes (Brown et al., 1989)

A razón de lo expuesto, certificamos que los modelos de enseñanza situada destacan la importancia de la influencia de los agentes educativos, ya que en sus planteamientos se establecen unas prácticas deliberadas con mecanismos de mediación y ayuda ajustada al alumno y al contexto (Díaz-Barriga & Rigo, 2006). Dichos aspectos, implican una toma de decisiones a nivel didáctico: crear el contexto y la situación real; delimitar objetivos; seleccionar contenidos; plantear estrategias metodológicas y actividades; prever mecanismos de aprendizaje y evaluación; etc. Todo ello teniendo en cuenta que el proceso se debe desarrollar en una situación real donde se establezca un sistema de actividades que proporcionen experiencias para acciones posteriores. Esta teoría plantea un modelado, donde el docente, “como un entrenador”, promueve el

aprendizaje haciendo explícito el conocimiento tácito en actividades auténticas (Brown et al., 1989, p. 39).

Para el diseño de entornos de aprendizaje desde la cognición situada Wilson y Myers (2000) proponen unos principios básicos (ver tabla 12) que amplían las premisas esenciales del conocimiento y el aprendizaje en la práctica de Lave y Chaiklin (2001).

Tabla 12. Características de los entornos de aprendizaje de la cognición situada (Wilson & Myers, 2000)

Aprendizaje en contexto	El pensamiento y el aprendizaje sólo adquieren sentido en situaciones particulares. Todo pensamiento, aprendizaje y cognición se encuentran situados dentro de contextos particulares; no existe el aprendizaje no-situado.
Comunidades de práctica	Las personas actúan y constituyen significados dentro de comunidades prácticas que funcionan como depósitos y transportadores de significados. Sirven para legitimar la acción. Constituyen y definen las prácticas de discurso que les resultan apropiadas.
Aprendizaje como participación activa	El aprendizaje se ve en términos de pertinencia y participación en comunidades de práctica. Se concibe como un proceso dialógico de interacción con personas, herramientas y el mundo físico. La cognición está ligada a la acción: física directa, la reflexión deliberada o la acción interna. Aprendizaje es ver cómo se aprende en contextos de actividad.
Conocimiento en acción	El conocimiento se localiza en las acciones de las personas y los grupos. El conocimiento evoluciona conforme los individuos practican y negocian la dirección del mismo a través de nuevas situaciones. El desarrollo del conocimiento y la competencia, igual que el del lenguaje, implica actividad continuada de dicho conocimiento en situaciones auténticas.
Mediación de artefactos	La cognición depende de un uso variado de artefactos y herramientas. Las herramientas y los ambientes de aprendizaje que los actores construyen, constituyen los medios, formas y palabras mediante los cuales ocurre la cognición. La solución de problemas supone el razonamiento sobre los propósitos relacionados con los recursos y herramientas que ofrece una situación determinada.
Herramientas y artefactos cómo depósitos culturales	Las herramientas permiten o limitan el pensamiento y los procesos intelectuales. También proporcionan medios poderosos de transmisión de la cultura.
Reglas, normas y creencias	Las herramientas cognitivas incluyen formas de razonamiento y argumentación aceptadas como normas sociales. Utilizar una herramienta de una manera determinada implica adoptar un sistema cultural de creencias acerca de cómo debe emplearse.
Historia	Las situaciones tienen sentido dentro de un contexto histórico como experiencias pasadas, interacciones de los participantes, así como las necesidades y acontecimientos anticipados.
Escala de niveles	La mejor manera de entender la cognición es como una interacción entre los niveles individuales y sociales.
Interaccionismo	Las situaciones dan forma a la cognición individual, al pensamiento, la acción individual modera la situación. Esta influencia recíproca constituye una concepción alternativa de causalidad sistemática respecto de la idea comúnmente asumida de causalidad lineal.
Identities y construcción del yo	La noción que tiene la gente del yo, separada de los demás, aunque perteneciente a grupos es un artefacto que se constituye y tiene muchos usos. Las personas tienen múltiples identidades que sirven como herramientas para el pensamiento y la acción.

Una vez definidas las bases teóricas de la cognición situada, nos centraremos a buscar los vínculos con el marco competencial en el que transcurre nuestro estudio.

1.4.4.4. Relación entre la cognición situada y el aprendizaje competencial

He hemos comprobado que las estrategias didácticas de la cognición situada y las características metodológicas que requiere el planteamiento competencial tienen puntos en común. Por ejemplo, ambos consideran esencial para el aprendizaje: contextualizar el contenido en situaciones reales; promover las capacidades reflexivas, críticas y el pensamiento de alto nivel; y participar en prácticas sociales auténticas (Díaz-Barriga & Rigo, 2006). En este sentido, Díaz-Barriga (2003) plantea como estrategias didácticas básicas de la cognición situada:

- El aprendizaje centrado en la solución de problemas auténticos.
- El análisis de casos.
- El método de proyectos.
- Las prácticas situadas o aprendizaje *in situ* en escenarios reales.
- El aprendizaje en el servicio.
- El trabajo en equipos cooperativos.
- Los ejercicios, demostraciones y simulaciones situadas.
- El aprendizaje mediado por las TICS.

Dichas estrategias, coinciden con los métodos planteados para la E-A de las competencias expuesto por Zabala y Arnau (2014).

A lo largo del apartado hemos comprobado cómo en este enfoque existe un reconocimiento específico a la dependencia de las competencias intelectuales en contexto, representadas tanto en conceptos como procedimientos, y constituidas durante la actividad en una situación de trabajo o cultura (Boreham & Samurcay, 1999). Estos autores sugieren que los contextos en los que se desarrolla la competencia condicionan el grado en que los individuos son capaces de adaptarse a nuevas demandas y entornos.

Por tanto, en la actualidad es muy importante la contribución del aprendizaje situado a lo que se entiende por conocimiento, ya que el objetivo central de la educación contemporánea, al igual que el de nuestro RD, es tomar consciencia de la utilidad de los conocimientos para ser transferidos a situaciones de la vida cotidiana. Y la única manera en que se permite a las personas actuar de manera significativa es utilizando el contexto real donde tiene lugar una actividad auténtica (Brown et al., 1989). Y esto se debe a que el contenido es una variable que depende del contexto, y no se puede determinar su significado con independencia de él o de la situación donde se utiliza. Resulta obvio reconocer que el contenido del conocimiento puede permanecer relativamente estable, en cambio, los contextos de aplicación varían. Además, para desarrollar competencias, se requieren contenidos relacionados que vinculen el conocimiento al contexto, ya que existen millones de micro cambios apenas irrelevantes en el contenido que reformulan su significado en el contexto en el cual tienen los eventos y las relaciones. Dicho planteamiento lo recoge la OCDE como un elemento esencial para el aprendizaje de la CMA como veremos más adelante.

El aspecto más significativo que podemos extraer de la participación en comunidades de práctica auténtica y de la concepción de “affordance” en referencia a nuestro estudio, es que una situación vivida en un entorno real, se genera a través de una situación auténtica contextualizada. Y en el entorno de nuestra instrucción yacerá una situación de juego, una situación deportiva o una situación referente a una actividad física, donde el discente interacciona y desarrolla actividades naturales con el objetivo de alcanzar una solución a una situación un problema. Los objetos y las acciones facilitan de forma directa la percepción, el reconocimiento y el aprendizaje sobre los posibles usos y funciones de las acciones movilizadas que, en este caso, conllevarán la aplicación de conocimientos matemáticos para intervenir en la propuesta didáctica planteada.

Como conclusión, decir que esta línea de pensamiento trata de clarificar cómo construir cultura de la escuela, ofreciendo oportunidades para aprender de las interacciones y de las herramientas que cada sujeto necesita para comprender y actuar en el mundo social en el que le toca vivir (Pérez-Gómez, 2012). Y la principal consecuencia de esto, es que

supone un cambio importante en las prácticas educativas, el factor “contexto” modifica la estructura didáctica del aula y de la interacción educativa (Coll & Sánchez, 2008).

Desde este punto hemos tratado de entender el aprendizaje como construcción individual y social, valorando los procesos de construcción del conocimiento a través de las teorías que se centran en estudiar los factores externos a la persona. La noción de participación disuelve la dicotomía entre actividad cerebral y actividad materializada, entre contemplación e involucramiento, entre abstracción y experiencia: las personas, las acciones y el mundo están implicados en todo pensamiento, palabra, conocimiento y aprendizaje (Lave & Wenger, 1991).

Valorando todos los planteamientos teóricos de este extenso apartado nos quedamos con la idea de que coexisten diferentes representaciones mentales para un mismo dominio, fenómeno, idea o contexto. Y nivel conceptual, esto implica que adquirir mayor experiencia para obtener mayor capacidad cognitiva, no se trata tan solo de alcanzar nuevas representaciones, sino de activar los mecanismos para saber cuáles son las más adecuadas en función de las características de la tarea, la situación o el contexto. Y para favorecer estos procesos de aprendizaje, a nivel pedagógico, se precisa diversificar las formas de conocer y aprender, usar contextualmente las representaciones y profundizar en planteamientos metodológicos más adecuados para desarrollar los conocimientos competenciales (Pozo, 2008).

No obstante, cada CCBB tiene sus propias particularidades, definidas por: el contenido estructural de la competencia; sus dimensiones específicas; los procesos de aprendizaje que precisarán; los planteamientos metodológicos de enseñanza que requiere; y los recursos materiales, sociales y contextuales imprescindibles para que su desempeño sea realmente significativo. Por tanto, pasaremos a desarrollar en el siguiente capítulo las necesidades intrínsecas de la CMA, dado que será la competencia a estudiar desde la intervención de la investigación.

Capítulo 2. La Competencia Matemática y su alfabetización en la escuela

“Las matemáticas se aprenden y se enseñan pero también se crean y se utilizan”
(Chevallard, Boch, & Gascón, 1997, p. 23)

2.1. Aproximación conceptual

2.2. La actividad matemática: proceso de matematización

2.3. Situaciones y contextos para la formación matemática competencial

2.4. Planteamiento didáctico curricular

2.4.1. Contenidos matemáticos competenciales

2.4.2. Orientaciones curriculares para la enseñanza de la Competencia Matemática

2.4.3. Vínculos entre la Competencia Matemática y el resto de Competencias Básicas

2.4.4. La evaluación de la Competencia Matemática

2.5. Estado de la cuestión. Investigaciones y programas didácticos para el aprendizaje de las matemáticas contextualizadas en experiencias de la vida cotidiana

A lo largo de este capítulo profundizaremos de forma global en lo que representa la CMA a nivel educativo. Para llevar a cabo dicha concreción, en primer lugar, sentaremos las bases conceptuales y prácticas en torno a lo que representa la CMA y su alfabetización en la escuela, tanto a nivel teórico como legislativo. Seguidamente, delimitaremos las necesidades psicopedagógicas que requiere la instrucción de dicha actividad matemática con el fin de tener una idea clara de cómo afrontar el planteamiento didáctico de su enseñanza y aprendizaje. Después, en el siguiente apartado, describimos las características que deben tener las situaciones de E-A y los contextos educativos que persigan desarrollar dicha competencia. A continuación, expondremos el tratamiento didáctico definido en el marco curricular de referencia. Para ello, concretaremos: los contenidos matemáticos que serán trabajados en nuestro RD; las orientaciones metodológicas para su desempeño; los vínculos entre la CMA y las otras CCBB; y las premisas didácticas de su evaluación. Por último, finalizaremos con la exposición del estado de la cuestión en relación a intervenciones y programas contextualizados en experiencias de la vida real cuya pretensión fue impulsar el aprendizaje de las matemáticas.

2.1. Aproximación conceptual

Revisadas diferentes aportaciones bibliográficas, creemos necesario introducir este apartado respondiendo a las siguientes preguntas: ¿por qué en la actualidad se considera indispensable tener ciudadanos matemáticamente competentes?, ¿qué significa serlo?, y ¿qué comporta la alfabetización matemática?

Como comentábamos en el primer capítulo, la escuela debe ser una herramienta para el desarrollo personal y la integración social, y las matemáticas son un pilar de gran valor para este cometido. La ciudadanía debe tomar consciencia de esta realidad, pues no se puede “concebir el pleno uso de la ciudadanía sin adquirir la CMA que permita actuar de manera informada y responsable en el medio social y cultural” (Goñi, 2008, p. 58). Ahora bien, no es suficiente con que el alumnado adquiera conocimientos matemáticos, además, debe ser consciente de la necesidad de esa adquisición. Y dicha consciencia se

obtiene a través de la aplicación del aprendizaje en situaciones reales desarrollando el aspecto funcional de las matemáticas y llenando de significado su enseñanza (Alsina, 2004).

En sus relaciones con el mundo los ciudadanos se enfrentan regularmente a situaciones donde deben utilizar las matemáticas. Por ejemplo, cuando hacen planes, presupuestan, compran, viajan, se alimentan, juzgan cuestiones políticas, se informan, etc. Es decir, se toman muchas decisiones en las que se usa el razonamiento y las nociones matemáticas para comprender, analizar, clarificar, formular y resolver problemas. Ahora bien, el creciente papel en la vida moderna de la ciencia, de las matemáticas y de la tecnología hacen que los objetivos de realización personal, empleo y total participación en la sociedad exijan que, cada vez más, todos los adultos sean competentes en términos matemáticos (Deulofeu, 2009; Goñi, 2008; OCDE, 2001; Pérez, 2003).

Por este motivo, desde la formación social de los individuos y ante la necesidad de promover la igualdad de oportunidades, los estudiantes deben ser “alfabetizados matemáticamente para poder convertirse en ciudadanos activos en sociedades complejas y científica y tecnológicamente avanzadas” (Goñi, 2008, p. 63).

Tras diferentes lecturas, profundizando en la temática, hemos podido comprobar que existe una cierta ambigüedad en el uso de los términos CMa y alfabetización matemática, pero hemos encontrado detalles que nos han ayudado a matizar sus diferencias conceptuales.

Por una parte, se utiliza la expresión alfabetización matemática (o CMa en general) para identificar la actuación global del sujeto dentro del modelo funcional de las matemáticas escolares. Esta perspectiva, tiene un significado general y un valor continuo al ser la finalidad última de la formación matemática de los estudiantes a lo largo de su educación. Es decir, define la evolución instruccional matemática de los educandos. En este sentido, se entiende que el proyecto PISA describa las características de su tratamiento en la escuela, precisando la organización de su enseñanza y la disponibilidad y la administración de recursos. Y especifican que dichos aspectos marcarán el éxito formativo de la alfabetización matemática en los centros educativos (Rico, 2005b, 2006).

El concepto de alfabetización matemática, en inglés “*Mathematical Literacy*”, lo introdujo el proyecto PISA para referirse a:

La capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos en que se presenten necesidades para su vida individual como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (OCDE, 2003b, p. 24).

PISA clarifica que “*usar e implicarse con las matemáticas*” trasciende la simple utilización de contenidos para resolver problemas, dado que requiere: comunicar, relacionarse, ser crítico, valorar, apreciar y disfrutar con las matemáticas. Estos aspectos vinculan la alfabetización matemática al mundo social, donde se impregna de sentido práctico requiriendo creatividad, ingenio, belleza y valores de equidad, objetividad y rigor. Esto supone que su tratamiento en la escuela no puede reducirse ni encasillarse al simple desarrollo de contenidos técnicos. Además, la expresión “*la vida individual*” hace referencia a que el alumnado debe ser capaz de utilizar las matemáticas ampliando los contextos específicos de la vida escolar a situaciones propias de la vida privada, profesional o social.

A grandes rasgos, y dejando a un lado la concepción que tenían los currículums tradicionales del conocimiento matemático, la alfabetización matemática enfatiza en la necesidad de resaltar la aplicabilidad de los conocimientos matemáticos. Por tanto, destaca el conocimiento matemático puesto en funcionamiento en multitud de contextos por medios reflexivos basados en la intuición personal, es decir, en las competencias y en las capacidades personales.

Gallego (2008b) sostiene que la alfabetización matemática es la capacidad para identificar y utilizar las cuestiones elementales ligadas a la actividad matemática para elaborar explicaciones a preguntas o problemas que surgen del ámbito cultural. Por tanto, conlleva tres acciones: la transmisión de la cultura matemática; la enseñanza de las cuestiones matemáticas básicas; y la manera de utilizar las matemáticas. Este autor, apunta que la alfabetización está relacionada con: la convivencia; el poder de quien selecciona los contextos de aprendizaje; las experiencias personales a través de las acciones; los entornos; la intencionalidad; los instrumentos; el marco social; y la

interacción en el aula. Gallego (2008a) concreta que la alfabetización de las personas se hace visible a través de cinco indicadores competenciales:

- La visibilidad. Capacidad para identificar el papel de las matemáticas en contextos naturales, sociales y culturales en donde viven las personas y en relación a su vida personal, social o personal.
- La naturalidad. Capacidad para usar medios matemáticos fiables, reflexivos y variados.
- La eficacia. Capacidad para usar con habilidad los conocimientos y las destrezas que se han aprendido.
- Las creencias. Capacidad para utilizar de forma natural las matemáticas para tomar decisiones apreciando las conexiones con diferentes contextos.
- La funcionalidad. Capacidad para usar las matemáticas de una forma crítica, reflexiva y comprometida para proyectarla al mundo.

Ahora bien, para que este uso planteado sea posible y viable son necesarias una buena cantidad de destrezas y conocimientos matemáticos que, aun formando parte de la definición de alfabetización, a nivel educativo conllevan la necesidad de trazar una concepción más específica de lo que comporta ser matemáticamente competente.

En este sentido, la CMa centra su significado en la preparación curricular refiriéndose a los procesos, las destrezas o las capacidades matemáticas que se deben activar para conectar el mundo real con las matemáticas. Esto permite reducir el concepto a las capacidades de análisis, razonamiento y comunicación que los estudiantes ponen en juego cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones. La competencia, por tanto, describe el modo en que el sujeto se enfrenta a un problema (Rico, 2005b, 2006).

La siguiente figura muestra de forma gráfica la relación entre la globalidad del término alfabetización matemática (finalidad del aprendizaje en la etapa escolar) y la necesidad de dominar ciertas habilidades y destrezas matemáticas para desarrollar CMa (Doncel &

Leena, 2011). Así pues, entendemos que tanto la competencia como la alfabetización se adquirirán de manera progresiva en diferentes momentos del proceso educativo.

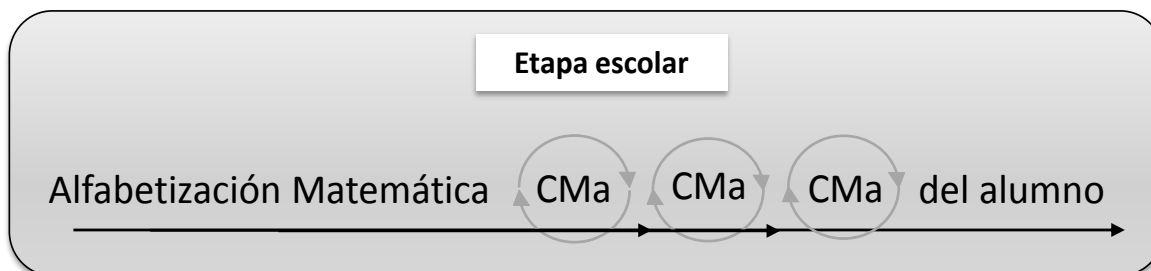


Figura 12. Relación entre el término alfabetización matemática y CMA. (Elaboración propia)

Una vez aclarada la diferencia conceptual entre ambos términos, resulta obvio pensar que esta manera de entender las matemáticas comporta una idea específica de enseñarlas y requerir, como es lógico, de unos procesos de aprendizaje concretos.

Conviene recordar que también esta perspectiva didáctica encaja con los postulados del aprendizaje socioconstructivistas y con las teorías del construccionismo social que sitúan el conocimiento y los procesos psicológicos. En lo que respecta al campo matemático, dichas teorías tiene unas consecuencias específicas, ya que el pensamiento matemático se entenderá como un hecho construido por una historia personal emplazada en la red de encuentros sociales y, por tanto, creada a través de la interacción social y cultural desde el entorno donde se sitúa la actividad educativa matemática (Gallego, 2008a).

En lo que respecta a nuestra investigación, afrontamos la idea de alfabetización matemática desde el momento que entendemos que el campo de educativo que recoge este estudio, el ámbito de la EF, es un entorno cultural y eminentemente social. Además, estamos convencidos que, para la comprensión y el desarrollo de la materia, resulta imprescindible una alfabetización matemática específica que se deberá adquirir paralela a la alfabetización desde otros entornos culturales. De este modo, se enriquecerán mutuamente abarcando la globalidad formativa del discente. Por consiguiente, si queremos llegar a percibir que se está impulsando la alfabetización matemática desde nuestra asignatura, debemos explicar qué representa la CMA a nivel curricular y cognitivo. Ya que valoramos, será un objeto de estudio más concreto y más fácil de identificar durante el planteamiento didáctico y empírico de la intervención.

La CMa es una CCBB de gran valor instrumental, dado que aporta elementos prácticos para que el alumnado pueda enfrentarse a problemas reales en contextos variados de la vida. La Ley Orgánica 2/2006 la define como:

La habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral. Forma parte de la CMa la habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones, lo que aumenta la posibilidad real de seguir aprendiendo a lo largo de la vida, tanto en el ámbito escolar o académico como fuera de él, y favorecer la participación efectiva en la vida social (Ley Orgánica 2/2006, p. 43059).

Debemos recordar que con la reforma que plantea el Real Decreto 126/2014 se cambia la nomenclatura para igualarla a la Unión Europea, denominando la CMa, Competencias Básicas en Ciencia y Tecnología. Desde este estamento la consideran “una destreza elemental para todo el aprendizaje posterior en otros ámbitos de las CCc” (Comisión Europea, 2004, p. 12) y enfatizan en la importancia de los procesos de utilización de las matemáticas más que en el resultado en sí. Es decir, resaltan la necesidad de promover la actividad matemática más que su conocimiento.

Ahora bien, el desarrollo de la CMa al finalizar la educación obligatoria, lo que concebiríamos por la alfabetización matemática del alumno, conlleva utilizar espontáneamente en los ámbitos personal y social los elementos del razonamiento matemático para: interpretar y producir información; resolver problemas provenientes de situaciones cotidianas; y tomar decisiones (Ley Orgánica 2/2006). Aunque la normativa curricular establece que el área de Matemáticas se ocupa especialmente de ella, las orientaciones para su desarrollo determinan que:

Hay que tener en cuenta que difícilmente se adquirirá, sino se orienta el aprendizaje de los contenidos a posibilitar su utilización, aplicabilidad y funcionalidad fuera de la clase de matemáticas, tanto en la vida diaria de los alumnos como en todas las otras áreas (Decreto 142/2007, p. 21863).

En consonancia con este punto de vista didáctico, el objetivo educativo plantea que el desempeño y la adquisición de la CMa no puede ceñirse a enseñar a hacer cuentas y a utilizarlas en problemas escritos esperando que los alumnos sepan transferir y aplicar su

conocimiento a situaciones reales. Se debe proporcionar un bagaje matemático que les permita enfrentarse a las diferentes situaciones que se van a encontrar en su vida cotidiana. En tal caso, la alfabetización matemática conlleva que tanto los agentes educativos como los profesores de las distintas áreas discutan de qué manera pondrán en práctica las orientaciones metodológicas y organizativas para impulsar progresivamente el desempeño de la CMA, alfabetizando, con ello, a los estudiantes. De esta forma se podrá garantizar que sean capaces de recurrir a los conocimientos matemáticos adquiridos en el entorno escolar para resolver los problemas cotidianos que impliquen tareas de índole matemática.

Para profundizar a nivel pedagógico en lo que conlleva el proceso de adquisición de cualquier competencia, resulta imprescindible concretar tanto las dimensiones que la estructuran como los procesos específicos a desempeñar para obtener un determinado dominio. Por tanto, dedicamos el siguiente apartado a exponer las dimensiones de la CMA con el fin de ampliar su conceptualización teórica.

2.1.1. Dimensiones de la Competencia Matemática

En el caso de la CMA no existe un modelo específico marcado por la legislación estatal, sin embargo, diferentes autores del ámbito matemático han desarrollado varias versiones a nivel teórico. La propuesta de Niss (2002) recoge las “ocho competencias matemáticas” que se deben considerar en la educación matemática escolar. Por su parte, PISA las readapta y las especifica con terminología diferente (OCDE, 2003b). Más cercano a nuestro currículum está la propuesta de Burgués y Sarramona (2013) que las simplifican en cuatro dimensiones para la etapa de Primaria y las hacen coincidir con los “procesos específicos a desarrollar” por cada ciclo, descritos en el Decret 142/2007. El siguiente cuadro muestra los tres ejemplos en los que se puede valorar los diferentes niveles de especificación.

Tabla 13. Dimensiones de la CMA. (Elaboración propia)

Niss Proyecto Kon (2002)	PISA (2003b)	CCBB del ámbito matemático en Primaria Decret 142/2007 Burgués y Sarramona (2013)
<p>- Plantear y resolver cuestiones matemáticas</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Pensamiento matemático 2. Plantear y resolver problemas matemáticos 3. Modelización matemática 4. Razonamiento matemático <p>- Manipular el lenguaje y herramientas matemáticas</p> <ol style="list-style-type: none"> 5. Representación de objetos y situaciones 6. Manipulación de símbolos y formalismos 7. Comunicarse con y sobre las matemáticas 8. Usar recursos y herramientas 	<p>- Competencias cognitivas generales</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Pensar y razonar 2. Argumentar 3. Comunicar <p>- Competencias específicas</p> <ol style="list-style-type: none"> 4. Modelar 5. Plantear y resolver problemas 6. Representar 7. Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones 	<p>1. Resolución de problemas Reconocimiento. Identificación. Aproximación. Estimación. Predicción. Exploración. Investigación. Diseño. Elaboración. Creación. Construcción. Comprobación.</p> <p>2. Razonamiento y prueba Comprensión. Análisis. Comparación. Clasificación. Ordenación. Selección. Establecer analogías. Desarrollo estrategias de cálculo y medida. Composición y descomposición. Formulación de preguntas.</p> <p>3. Comunicación y representación Descripción. Expresión. Representación. Modelización. Uso de modelos, lenguajes y vocabulario. Situación sobre la recta.</p> <p>4. Conexiones Relación. Interpretación. Aplicación.</p>

Desde nuestro estudio tomaremos de referencia a nivel terminológico las dimensiones que plantea Niss (2002). Ahora bien, dado que todas se constituyen bajo los mismos procesos matemáticos, es decir, desempeñando unas habilidades matemáticas específicas, extraeremos de las tres propuestas los descriptores que mejor se adapten al nivel educativo del alumnado, en nuestro caso, cuarto de Primaria.

Por otra parte, no todas las dimensiones tendrán la misma relevancia en nuestra investigación. La competencia de modelización matemática tendrá mayor peso al ser considerada por los especialistas (Alsina & Planas, 2009; Blum & Niss, 1991; Goñi, 2008) como esencial para el aprendizaje de las matemáticas. Además, incluye buena parte de las otras y resulta clave cuando se trata de relacionar las matemáticas con la realidad. Ya que se utiliza la modelización o construcción de modelos, en el proceso que va desde la situación real o el problema al modelo matemático, lo que se considera como proceso de matematización. Cuando los estudiantes producen respuestas a un problema obtienen un modelo que no sólo es una simple solución, al dar descripciones, explicaciones y justificaciones se convierte en una herramienta conceptual que da sentido a otras muchas situaciones. Dichos modelos revelan explícitamente aspectos importantes de la forma de pensar de los estudiantes (Lesh & M.Doerr, 2000).

Atendiendo a las necesidades de nuestro estudio se han clasificado las dimensiones en tres grupos para delimitar su extensión. Como comentábamos con anterioridad, se han reestructurado las ocho propuestas por Niss (2002). En la tabla 14 se recoge cada grupo con los descriptores que permiten identificar los dominios cognitivos matemáticos que se deben movilizar en el proceso de E-A. Para su elaboración se han tenido en cuenta los planteamientos teóricos del proyecto Kom, de este mismo autor, la Ley Orgánica 2/2006 y el Decret 142/2007.

Tabla 14. Dimensiones de la CMA del estudio y descriptores del dominio cognitivo. (Elaboración propia)

Dimensiones del estudio	Descriptores de los dominios cognitivos matemático
1. Pensar y razonar matemáticamente	Habilidad para hacer deducciones con sentido crítico o plantear cuestiones propias de las matemáticas, como reconocer las respuestas que ofrece las matemáticas, elaborar y justificar cadenas de pensamiento extrayendo las ideas principales, y entender y utilizar los conceptos matemáticos. Precisa: comprensión, análisis, comparación, clasificación, organización, selección, establecer analogías, desarrollar estrategias de cálculo y medida, formulación de preguntas, relación, interpretación.
2. Modelización y resolución de problemas	La modelización es la construcción de un modelo matemático expresado a partir de objetos matemáticos. Es un "saber-hacer" que permite tomar consciencia de cómo los modelos matemáticos ayudan a comprender el mundo (Ruiz-Higueras, 2008). Precisa de diferentes fases: la experimentación, la previsión, la manipulación, la descripción, la conceptualización, los procesos lógico-inductivo y lógico-deductivo para construir el modelo, y finalmente, -la validación. Es esencial para el aprendizaje de dominios cognitivos específicos en la resolución de problemas como: análisis de la situación; reconocimiento, identificación y traducción a estructuras matemáticas; interpretación, relación y uso de modelos matemáticos; planificación; aproximación, predicción, estimación y exploración; aplicación, utilización, ejecución del modelo; reflexión y comunicación del modelo y los resultados; y el control del proceso.
3. Comunicar y representar ideas matemáticas	Capacidad para tratar y manejar el lenguaje y las herramientas matemáticas, expresando a través de diferentes vías el contenido matemático, entendiendo enunciados de otras personas en forma oral y escrita, creando y expresando argumentos matemáticos. Los procesos serán: descripción, expresión, representación, uso de diferentes lenguajes y vocabulario específico.

El grado de adquisición de estas dimensiones dependerá, como es obvio, de la edad y el nivel de cada estudiante, pero no será cuestión de todo o nada, implica diferentes niveles de profundidad o complejidad, de ahí la dificultad para reconocer su desarrollo y llevar a cabo su evaluación (Burgués & Sarramona, 2013; Escamilla, 2008; Marín, 2010; Rico, 2006; Zabala & Arnau, 2007). Por tanto, siguiendo las bases teóricas del marco pedagógico competencial, desde esta investigación será necesario elaborar una rúbrica detallando los descriptores que concreten cada dimensión y las acciones que definan los niveles de desempeño. Esto ayudará a reconocer y evaluar el nivel de competencia que

el alumnado pone en juego. Para su diseño se tendrán de referentes los dominios cognitivos que hemos planteado en este punto, los descriptores de cada dimensión y los criterios de evaluación adaptados de los modelos curriculares de referencia, la Ley Orgánica 2/2006 y el Decret 146/2007. Estos últimos se especifican en el anexo 1, ya que es el referente del plan de estudios de la escuela.

Como docente, para promover en el alumnado el ser matemáticamente competente, se deben seleccionar las S-P que permitan desarrollar todos y cada uno de los aspectos mencionados, haciéndolos visibles y potencialmente evaluables. Como afirma Rico (2007) estas capacidades y habilidades puestas en juego muestran que una persona es competente en matemáticas. Moreno (2007, p. 41) especifica de forma gráfica el proceso que facilita la planificación didáctica para el trabajo y la evaluación de la CMa (ver figura 13).

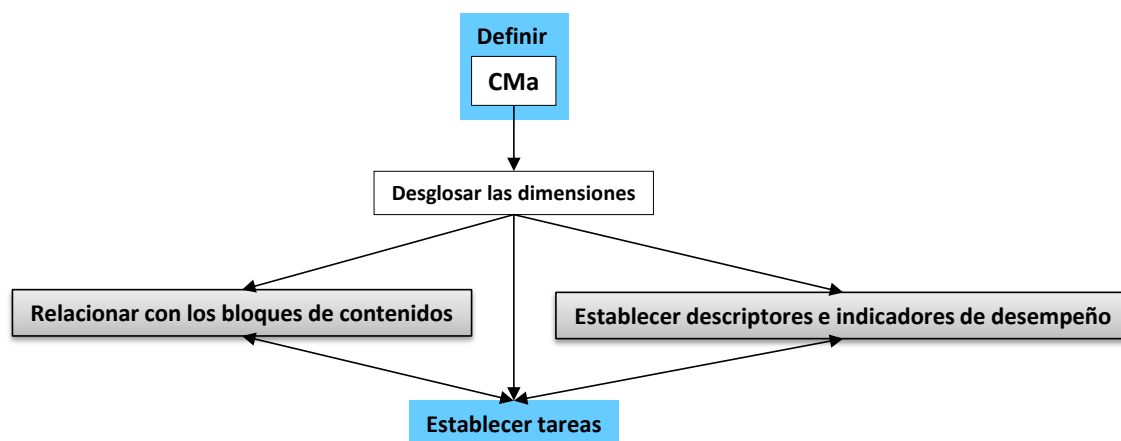


Figura 13. Esquema de planificación docente. (Adaptada de Moreno (2007, p. 41))

Todos estos elementos son importantes para nuestro estudio, ya que en base a ellos podremos concretar el modelo por el cual reconocer los procesos matemáticos que nos permitan afirmar si se está desempeñando la CMa a través del planteamiento didáctico.

Si profundizamos aún más en el concepto CMa, podemos valorar el énfasis que se le da al uso funcional del conocimiento matemático y la importancia que se otorga a las situaciones o contextos donde se aplican las matemáticas para resolver los problemas de la vida real. Por tanto, la noción de alfabetización matemática plantea un nuevo modelo funcional de currículo.

En este sentido, los tres elementos clave que concretan su definición y los dominios que plantea PISA (2003b) en su estructura curricular coinciden perfectamente: 1) la referencia que se hace al conocimiento matemático, implica la adquisición de contenidos matemáticos; 2) la necesidad de utilizar habilidades para resolver el problema, hace clara referencia a poner en juego las competencias adquiridas; y 3) las situaciones o problemas de la vida real se entienden como los contextos o situaciones educativas, fuente de materiales y de estímulos donde localizar el problema y el proceso de E-A. Dicha estructura permite organizar el currículum de manera lógica y clara (Goñi, 2003, 2008). La siguiente figura muestra los tres elementos y cómo se combinan para crear una situación de aprendizaje o de evaluación de la CMa.

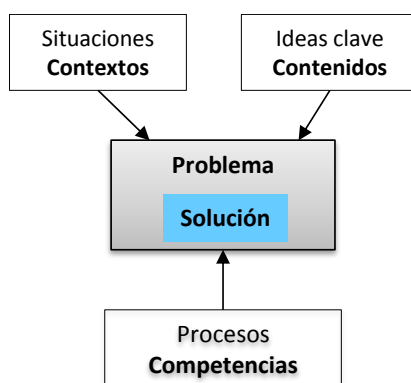


Figura 14. Componentes de la CMa desde la acción curricular. (Adaptado del modelo de la OCDE (2003b))

A tenor de este planteamiento didáctico, afrontar el proceso de alfabetización matemática desde nuestra investigación requiere diseñar un RD precisando tres ejes:

- Las competencias necesarias para llevar a cabo el proceso de matematización. O lo que es lo mismo, las competencias que permitirán al alumnado conectar el mundo real de la S-P con las matemáticas.
- Las situaciones y los contextos utilizados como fuente material, de estímulo y de motivación, que en nuestro caso se localizarán en S-P del ámbito del juego, la actividad física o el deporte.
- Los contenidos matemáticos a trabajar. En nuestro RD se tomarán de modelo los que plantea el Decret 142/2007. Ya que, por una parte, es el currículum

escolar de referencia y están secuencializados y adaptados al nivel madurativo de las alumnas.

A continuación, trataremos de hacer una aproximación teórica más analítica de cada uno de estos tres aspectos.

2.2. La actividad matemática: proceso de matematización

La alfabetización matemática requiere analizar el mundo desde la mirada matemática con el fin de identificar, comprender y resolver los problemas de la vida real y cotidiana. Dicha actividad, se conoce con el nombre de "Matematización". Es un término incorporado por Freudenthal (1993) para explicar que el alumno debe comenzar su aprendizaje en contextos ricos y exigentes que necesiten ser organizados desde las matemáticas. Por tanto, aprender a matematizar, o llevar a cabo procesos de matematización, será el objetivo básico que todo alumno debe conseguir al finalizar los estudios obligatorios (Marín, 2010; OCDE, 2003b; Rico, 2005b).

El proyecto PISA (2003b) establece que la actividad de matematizar se describe en un ciclo formado por cinco fases (ver figura 15) en las que se dan las siguientes acciones:

1. Se comienza enfrentándose a un problema situado en la realidad.
2. Se organiza el problema de acuerdo con conceptos matemáticos e identificando los aspectos matemáticos más relevantes.
3. Se coge distancia progresivamente de la realidad para visualizar las características matemáticas de la situación y transformar el problema del mundo real en un problema matemático que represente fielmente la situación. Esto se realiza mediante suposiciones sobre los datos del problema, generalizando y formalizando.
4. Se resuelve el problema.

5. Se proporciona el sentido a la solución en términos de la situación inicial.

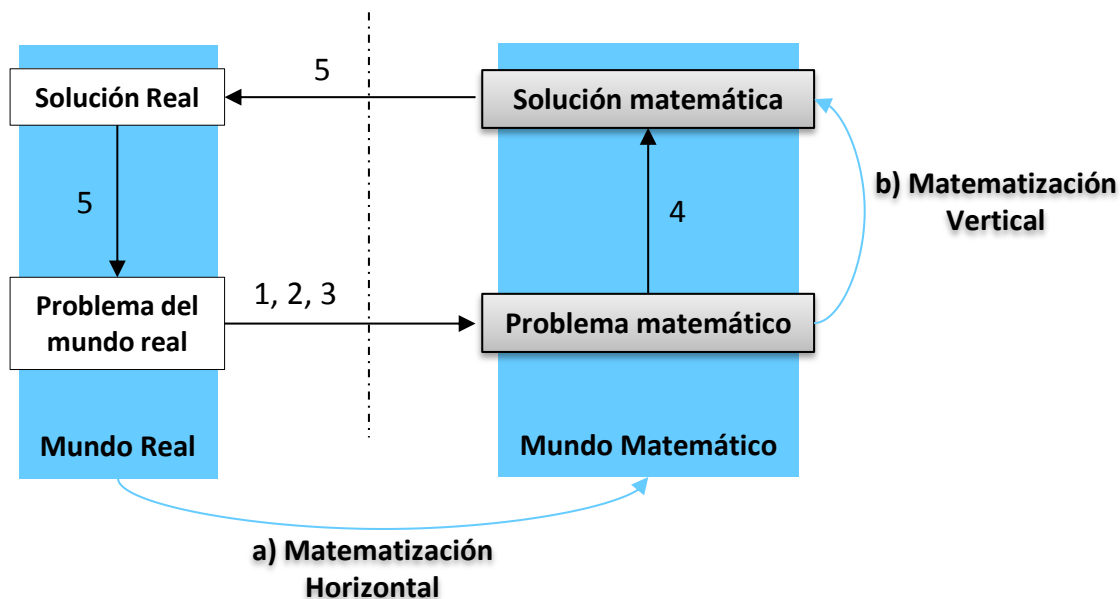


Figura 15. Ciclo del proceso de matematización y pasos fundamentales. (Adaptado de OCDE (2003b))

Observando la figura 15, definida en un ciclo de 5 fases, se identifican los dos procesos fundamentales por los cuales se desarrolla el proceso de matematización:

- a) El proceso de matematización horizontal, que conlleva traducir y transferir la situación o el problema del mundo real al mundo matemático. En él se desarrollan las siguientes actividades:
- Identificar las matemáticas que pueden ser relevantes respecto al problema situado en la realidad.
 - Representar el problema de modo matemático.
 - Comprender la relación entre el lenguaje del problema y los lenguajes natural, simbólico y formal.
 - Encontrar regularidades, relaciones y patrones.
 - Reconocer isomorfismos con otros problemas ya conocidos.

- Trasladar los elementos del problema de la realidad a un modelo matemático.
- b) El proceso de matematización vertical, que implica el uso de conceptos y destrezas matemáticas para su interpretación y resolución. Implica las actividades específicas siguientes:
 - Utilizar herramientas y recursos adecuados.
 - Utilizar diferentes representaciones.
 - Usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones.
 - Refinar y ajustar los modelos matemáticos; combinar e integrar modelos.
 - Argumentar.
 - Generalizar.

El paso posterior a la resolución de un problema implica reflexionar sobre el proceso completo de matematización y sus resultados. Los estudiantes deberán interpretar los resultados con actitud crítica y validar el proceso completo. Algunos aspectos de este proceso de validación y reflexión son:

- Entender la extensión y los límites de los conceptos matemáticos.
- Reflexionar sobre los argumentos matemáticos y explicar y justificar los resultados.
- Comunicar el proceso y la solución.
- Analizar críticamente el modelo y sus límites.

Debido a las características de nuestro estudio, el marco teórico que conceptualiza los procesos de matematización constituirá la base para diseñar el RD, y serán el referente para elaborar las S-P de la intervención. De igual manera, el contenido de este punto nos ayudará a verificar si el alumnado durante el proceso de resolución de la S-P desarrolla acciones que muestren que se está desarrollando la matematización y desempeñando así, la CMa.

Ahora bien, debemos ser recordar que nuestro planteamiento metodológico se basa en la resolución de una situación o un problema desde el trabajo cooperativo. En tal caso, nos ceñiremos al modelo que propone Guzmán (1991, p. 75) para resolver un problema matemático en grupo. En dicho modelo, el autor identifica las fases del proceso de resolución y describe las acciones que debe realizar el grupo para enfrentarse y solucionar un problema matemático. En la tabla 15 se esquematiza esta propuesta.

Tabla 15. Pasos para la resolución de un problema matemático en grupo. (Adaptado de Guzmán (1991))

1. Se familiarizan con el problema	Tratar de entender a fondo la situación, a su ritmo. Juega con las variables, la enmarca, pierde el miedo, tratar de determinar el aire del problema, etc.
2. Buscan estrategias posibles	Empiezan por lo fácil. Experimentan. Hacen esquemas, figuras, diagramas, etc. Escogen el lenguaje adecuado. Buscan problemas semejantes.
3. Seleccionan y llevan a delante las estrategias más adecuadas	Selecciona las mejores ideas y las ejecutan. Actúan con reflexión.
4. Reflexionan sobre el proceso	Examinan el camino seguido tratan de entenderlo, no desde la mecánica, sino analizando porqué ha funcionado. Valoran si hay caminos más simples. Mirar hasta donde llega el método. Reflexionan sobre el propio proceso de pensamiento. Sacan consecuencias para el futuro.

Desde este escenario pedagógico, creemos importante exponer la idea que plantea Callís (2015) cuando afirma que para promover el aprendizaje matemático se debe dar un proceso instruccional configurado a partir de diferentes niveles de comprensión: el de vivenciación, el de manipulación, el de simbolización, el de abstracción y el de generalización. Ya que entiende que está condicionado a tres factores básicos: 1) los procesos evolutivos; 2) el dominio del contenido matemático; y 3) una verdadera comprensión. Constata que la única manera de acceder a niveles superiores de conocimiento matemático es planificar el proceso de aprendizaje contemplando las cinco fases expuestas, que por extensión, serán clave para desarrollar y adquirir la CMA escolar (Callís, 2015; Callís & Mallart-Solaz, 2009) (ver figura 16).

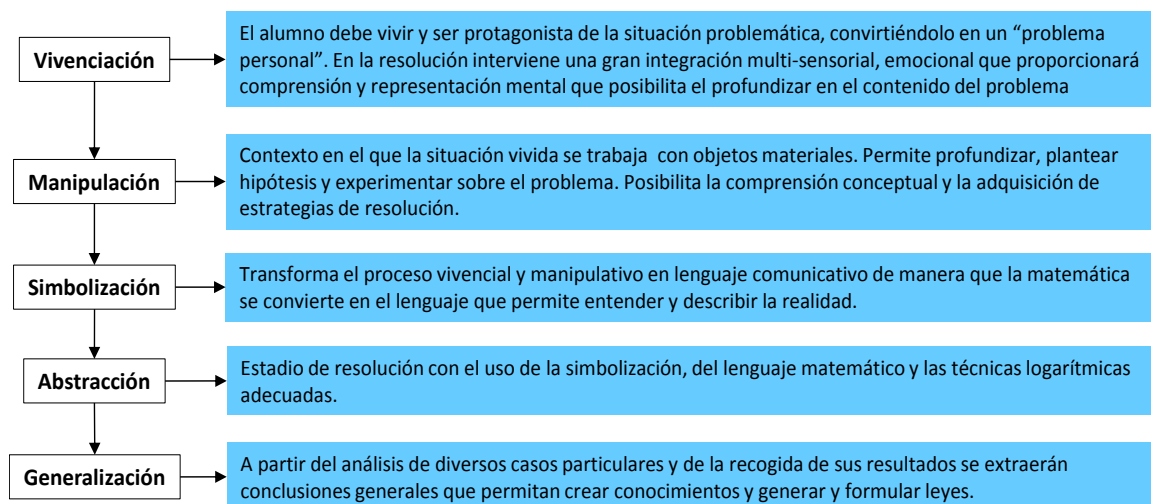


Figura 16. Fases didácticas para un buen aprendizaje matemático (Callís, 2015). (Elaboración propia)

Este planteamiento coincide con las teorías de La Lapierre y Aucouturier (1974, p. XIII). Ellos creen que la educación tradicional basada en la transmisión verbal de un saber abstracto ata al niño a un sistema cerrado de verdades demostradas y a la falta de creatividad e iniciativa en lo real. Afirman que no es suficiente saber resolver los problemas cuando estos están bien expuestos y delimitados sobre el papel, es necesario saber partiendo de una vivencia perceptiva y necesariamente compleja, y sobre ella extraer los elementos significativos que permitan plantear los problemas en términos precisos. Como alternativa, proponen una educación vivenciada para que el niño tome consciencia de las posibilidades que le ofrece una misma situación para descubrir diferentes expresiones abstractas. En este sentido, la abstracción no aparece como una verdad Primaria sino como una construcción que evidencia la relatividad de los conocimientos. Con ello, el niño permanece más receptivo y disponible para nuevas verdades.

Después de este planteamiento teórico, resulta fácil deducir que es imprescindible incidir de forma sistemática desde la escuela en la creación de contextos o problemas de la vida real, donde se desarrollen procesos de matematización con el objetivo que el alumnado emplee sus conocimientos matemáticos adquiridos para interpretar, comprender, explicar, representar o resolver dicha situación. Y es aquí, como docentes, donde se nos presenta una gran oportunidad para crear contextos adecuados y significativos para enseñar matematizando. Por esta razón, dedicamos el siguiente

apartado a definir y explicar la significatividad instruccional de las situaciones y los contextos de E-A de la CMa.

2.3. Situaciones y contextos para la formación matemática competencial

Goñi (2008) enfatiza que uno de los aspectos más novedosos que aporta la incorporación de la CMa al currículum escolar es el referente a la utilización de situaciones contextualizadas para dar un uso social a las matemáticas. Se trata de utilizar el conocimiento matemático para el pleno desarrollo de la persona en el medio social y persona. Con este fin, se introducen los contextos como eje organizador del currículum por competencias.

Esta dimensión de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas no es un planteamiento nuevo del marco educativo, ha estado estudiada y desarrollada desde los años 70 por la corriente holandesa llamada Educación Matemática Realista (en adelante EMR). Dicha corriente fue fundada por el matemático Hans Freudenthal (1905-1990) y su objetivo hasta la actualidad es intentar explicar el cómo y el qué de la enseñanza de las matemáticas. La característica principal de este enfoque educativo es el uso de contextos y situaciones realistas para desarrollar el aprendizaje matemático. Defienden que los estudiantes deben aprender las matemáticas mediante el desarrollo y la aplicación de conceptos y herramientas en situaciones problemáticas de la vida cotidiana y es a través de la construcción, la invención y la interacción con otros estudiantes o el docente, ya que así es cómo se genera el proceso de solución que dota de sentido y comprensión el conocimiento. Por tanto, no se entregan modelos predeterminado que encarnan conceptos matemáticos, sino que se presenta el contexto de tal manera que al enfrentarse con los problemas provoca el modelado matemático de las actividades, que a su vez, conducen a la aparición de modelos matemáticos generales (De Lange, 1996; Van Den Heuvel-Panhuizen, 2000, 2003; Van Den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014; Van Reeuwijk, 1997). En este sentido, Van Den Heuvel-Panhuizen y Drijvers (2014) describen los seis principio básicos de esta teoría:

- El principio de actividad, que reconoce a los estudiantes como participantes activos en el proceso de aprendizaje. Hace hincapié en que la matemática se aprende mejor mediante operaciones que reflejen las matemáticas como una actividad humana. Es en esta teoría aparece el termino matematizar para describir que la finalidad de las matemáticas debe ser organizar o matematizar el mundo que nos rodea.
- El principio de realidad, que se plantea desde dos perspectivas: en la primera se expresa el objetivo de la educación matemática, “desarrollar la capacidad de aplicar las matemáticas en la solución de problemas de la vida real”. Y en la segunda se establece que la educación matemática debe partir de problemas significativos para los estudiantes, lo que ofrece la oportunidad de dar significado a las construcciones matemáticas que se desarrollan mientras se resuelven los problemas. En lugar de comenzar la enseñanza con problemas abstractos, la EMR aborda problemas en entornos ricos que requieren de la matematización matemática. Ponen a los estudiantes en la pista de estrategias informales y de soluciones relacionadas con el contexto como un primer paso en el proceso de aprendizaje.
- El principio de nivel, que subraya que el aprendizaje de las matemáticas pasa por distintos niveles de comprensión: 1) situacional, en contexto de la situación; 2) referencial, se esquematiza a través de modelos; 3) general, exploración, reflexión y generalización; y 4) formal, procedimiento de estandarización. Podemos ver dicho proceso en la figura 17.

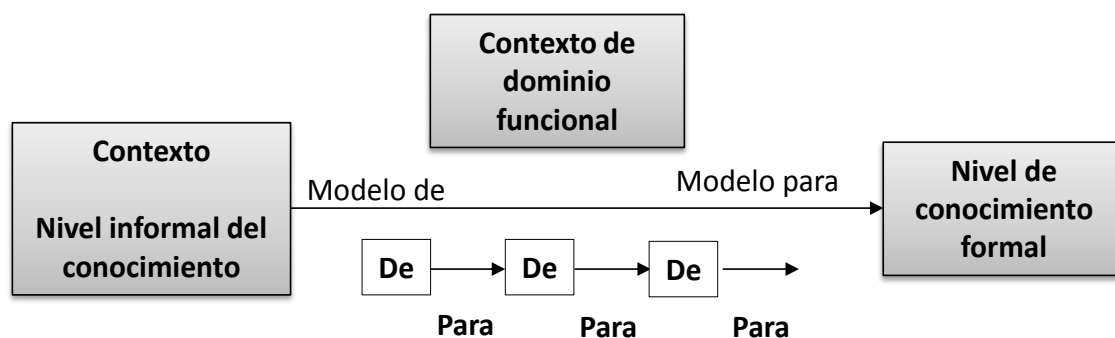


Figura 17. Niveles de conocimiento y proceso de modelización. (Adaptada de Van Den Heuvel-Panhuizen (2003, p. 30))

- El principio interconexión, que determina que los contenidos matemáticos (números, geometría, medición y manejo de datos) no pueden ser tratados de forma aislada. Se deben buscar problemas cercanos al alumnado en los que estén integrados.
- El principio de interactividad, que establece que el aprendizaje de las matemáticas no es una actividad individual, sino una actividad social. Por lo tanto, la EMR promueve los debates en la clase y el trabajo en grupo. A través de estas acciones los estudiantes tendrán la oportunidad de compartir estrategias e invenciones. De esta manera se pueden obtener ideas para mejorar estrategias, evocar la reflexión y alcanzar así, un mayor nivel de comprensión.
- El principio de reinención guiada de las matemáticas, que implica que los maestros deben tener un papel activo en el aprendizaje. Para ello, los programas educativos deben plantear escenarios con potencial funcional que faciliten la comprensión y las trayectorias coherentes a largo plazo.

Desde este enfoque, Van Reeuwijk (1997) especifica que los contextos se pueden utilizar de diferentes maneras en la enseñanza de las matemáticas. Por ejemplo, tradicionalmente se desarrolla un enfoque de arriba abajo. Primero se aprendían las matemáticas abstractas y formales y después se contextualizaban. Sin embargo, esta perspectiva reconoce que:

Los contextos y la vida cotidiana deberían desempeñar un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es decir, no solamente en la fase de aplicación, sino también en la fase de exploración y en la de desarrollo, donde los alumnos descubren o aún mejor reinventen las matemáticas (Van Reeuwijk, 1997, p. 13).

En línea de pensamiento, Torra (2008) explica que aprender a través de esta temporalización implica la utilización de situaciones de uso donde el objetivo del aprendizaje se presente de forma clara y necesaria, y , por tanto, funcional. Esta autora manifiesta que:

Cuando se aprende en contexto, lo que se aprende se relaciona desde el principio con su utilidad y con la situación concreta en la que fue útil, y el objetivo y los condicionantes quedan impresos en el recuerdo junto con el contenido aprendido. En el futuro ante una situación parecida, se puede recuperar no tan solo el conocimiento recuperado, sino también los razonamientos que le acompañaron a partir de los cuales es posible hacer adaptaciones a las características del nuevo contexto (Torra, 2008, p. 79).

Dicha finalidad instruccional es el eje pedagógico sobre el que se definió nuestro objetivo educativo y se diseñó el RD de la intervención. No obstante, asienta aún más nuestra determinación por trabajar con este enfoque didáctico si atendemos a los cinco motivos por los cuales resulta interesante utilizar los contextos reales en el aprendizaje de las matemáticas (Van Reeuwijk, 1997):

1. Los contextos pueden motivar a los alumnos y ayudarles a comprender por qué las matemáticas son útiles y necesarias. Entendiendo la manera en que se emplean las matemáticas en la sociedad y en la vida cotidiana pueden aclarar por qué ciertos ámbitos de las matemáticas revisten importancia.
2. El uso de contextos puede favorecer que los alumnos aprendan a usar las matemáticas en la sociedad, además de descubrir qué matemáticas son relevantes para su educación y profesión posterior. Desarrollando así, una actitud crítica y reflexiva ante problemas que deberán afrontar en la vida real.
3. Los contextos pueden incrementar el interés de los alumnos por las matemáticas y la ciencia en general.
4. Los contextos pueden despertar la creatividad de los alumnos e inducirlos a utilizar estrategias informales y de sentido común. Por ejemplo, el afrontar, la resolución de una situación problemática presentada en un contexto desarrolla la capacidad de analizar y organizar la información. Además, cuando el contexto es eficaz, el alumno desarrolla estrategias intuitivas que son necesarias para la evolución de las matemáticas formales, es decir, de búsqueda de sentido.

5. Un buen contexto puede actuar como mediador entre una situación concreta y las matemáticas abstractas. Ya que tanto el contexto o el problema como el proceso de resolución se transforman en modelos. En este caso, los conceptos se engarzan con el modelo definido en el entorno. Así se pasará de un “Modelo de” a un “Modelo para”.

A partir de los contextos el estudiante construye de forma activa el conocimiento y los procesos cognitivos, que a su vez le servirán para organizar su experiencia en el contexto o la situación (Gómez-Chacón, 1998). Por tanto, dichas situaciones, creencias y representaciones sociales del conocimiento matemático definirán la base de la construcción del contexto de aprendizaje del estudiante (Steffe & Cobb, 1988).

De esta forma, la contextualización de las matemáticas abarca un elemento a nivel humano que nos interesa destacar. Gallego, Rodríguez-Anglada y Roman (2003) certifican que permite preocuparse del bienestar, la comunicación y la parte social de los alumnos, aspectos que en ocasiones se olvidan en la enseñanza tradicional. Plantean que se deben crear contextos “con acciones, expresiones y tramas matemáticas que permitan experimentar racionalmente la realidad [...para otorgar así] el verdadero derecho a la educación” (Gallego et al., 2003, p. 12).

Desde este punto de vista, y enlazando con algún principio de la EMR, pondremos la atención en el aspecto social que se genera de esta idea. Diferentes autores creen que contextualizando temas matemáticos y tratándolos a través del trabajo en grupo se ofrece la oportunidad para construir el aprendizaje matemático escolar (Gallego et al., 2003; Guzmán, 1991, 2007; Recio, 2007; Torra, 2008). En este sentido, aprender matemáticas mediante los procesos de interacción social comporta:

- Dotar de firmeza al propósito del progreso hacia el objetivo común.
- Apoyo y estímulo en una labor que en ocasiones es compleja y constante.
- Al desarrollarse a lo largo del tiempo adquiere sentido global y posibilita contrastar los progresos.

- Toman un papel importante las características personales (el estatus de las personas, la predisposición a actuar, el compromiso a colaborar, el valor que otorgan a los procesos y a sus productos, los intereses propios, etc.), ya que condicionan la calidad de las interacciones.
- Es un proceso de naturaleza dialógica, lo que quiere decir que el diálogo ofrece significados. Torra (2016, p. 51) lo califica como “una forma de representación de las matemáticas”. Se siente, se actúa y se piensa de forma conjunta, por lo que se influyen mutuamente. Lo más importante es que ayuda a compartir y elaborar relaciones de significado entre el lenguaje, los contenidos y la realidad, al descubrir diferentes formas de afrontar una S-P. Este hecho conlleva: superar dificultades conjuntamente; evolucionar de forma positiva cuando la crítica es constructiva; establecer patrones de comportamiento mental más perfeccionados; prepararse para ayudar a otros; adquirir experiencias de gran valor para quienes tratan de ayudar observando las dificultades de los compañeros y sus modos de afrontarlas.
- La conversación adquiere una triple función: semiótica, matemática y personal. Se tratan: sistemas conceptuales matemáticos en formatos informales; se ejecutan acciones matemáticas que se utilizan; y se desarrollan estrategias personales al comprobar, discutir, razonar y aprender de los demás. Por lo que como sostiene Torra, “además del conocimiento concreto se aprendan formas de pensar y de resolver las situaciones, algo cada vez más importante para seguir aprendiendo a lo largo de la vida” (Torra, 2008, p. 80).
- Refuerza la autonomía cuando se orienta al alumnado a encontrar su propia forma de comprobar las cosas sin rectificar el error.

Todos estos aspectos resaltan la idea de Evans (1999) que especifica, que tomar el contexto y la resolución de problemas como motor educativo requiere combinar bien los referentes reales y las estrategias de resolución, prestando especial atención al formato de la presentación (palabras, gestos, actividades, etc.). De este modo, se relacionan directamente con las emociones y las sensaciones que se recrean en el

alumnado, afectando, como es obvio, a su intervención o desinterés. Esto es de vital importancia, dado que aprender matemáticas supone disposición hacia el contenido, pero también desarrollar actitudes como la curiosidad, la objetividad, la creatividad, el esfuerzo, el rigor, la perseverancia, la reflexión, la equidad, la paciencia, la autonomía y la autoconfianza (Doncel & Leena, 2011).

Entendemos que esta perspectiva teórica considera los contextos de la vida cotidiana (o problemas) como el marco en el cual los conceptos y las estructuras específicas responden a unas necesidades como instrumentos de conocimiento. Reconocen que las situaciones reales permiten localizar el problema e identificarlo en los términos o fenómenos que surgen de la situación, haciendo explícito los elementos que permiten abordar la resolución del problema. Su uso deliberado facilita el aprendizaje de las matemáticas, pero sobre todo ayuda a comprender su sentido y cuáles son sus verdaderas funciones promoviendo así, el uso consciente por parte de los estudiantes. Estos aspectos dan respuesta a las necesidades tanto socio-culturales del momento actual como las instruccionales planteadas por las administraciones educativas (Blum & Niss, 1991; Cachafeiro, 2003; Deulofeu, 2009; Goñi, 2008, 2009; ICTMA, 2010; NCTM, 2000; Pérez, 2003; Torra, 2008; Van Reeuwijk, 1997).

Las bases teóricas de la EMR serán el referente para crear los contextos y las diferentes S-P de nuestro proyecto didáctico ya que compartimos su objetivo educativo. Ahora bien, debemos tener en cuenta un aspecto que muchos autores sostienen y que resulta decisivo para conectar con el interés del alumno, aumentar su motivación y mejorar la significatividad del aprendizaje. Nos referimos al hecho de que los contextos planteen experiencias verdaderas relacionadas directamente a su nivel cultural, sus intereses y experiencias. Por tanto, el docente debe tener especial sensibilidad para restringir la realidad matematizable a los casos que puedan ser realmente significativos, motivantes y de provecho para el discente, proporcionando experiencias actuales, reales y posibles (Alsina-Català, 2008a, 2011; Alsina & Planas, 2009; Burgués, 2008; Burgués & Sarramona, 2013; Cockcroft, 1985; De Lange, 1996; Deulofeu, 2009; Freudenthal, 1993; Goñi, 2003; Van Reeuwijk, 1997; Vicente et al., 2014).

Apuntar que no se debe considerar “realidad” a lo que es simple ficción, ya que muy a menudo se falsea, creando una situación ficticia, artificial o simplemente describiendo la situación del problema en otra disciplina o en la vida cotidiana. Los libros de texto están repletos de meros ejercicios carentes de verdaderos problemas que escasas veces requiere descripciones, explicaciones, creaciones, exploraciones, predicciones, cuantificaciones, justificaciones, transformación de datos o coordinar acciones con compañeros, aspectos esenciales para el desarrollo de la CMa (Alsina-Català, 2008a; Blum & Niss, 1991; English, 2010; Guzmán, 2007; Lampert, 1990; Lesh & Doerr, 2000). Torra (2016) los describe como enunciados escritos planteados en términos matemáticos y ligados al tipo de operación o contenido que se requiere aplicar, y que previamente se han identificado para obtener de forma individual un resultado válido. Lave (1991, p. 188) habla de “procesos dialécticos conexivos” o “actividad constituida dialécticamente” separada de la acción real. Esto propicia que se pongan al servicio de la matematización sin tener sentido intrínseco para el discente y este, simplemente, interioriza la conexión entre medios y fines, resultando irrelevante para la comprensión y la resolución matemática del problema. Dicho efecto, limita la verdadera capacidad de manejar y transferir las matemáticas de manera eficaz a problemas o situaciones del mundo real (Alsina-Català, 2008a; Callís, 2015; Cockcroft, 1985; De Lange, 1996; Evans, 1999; Lave, 1991).

En este sentido, podemos entender que Martínez (2008) exponga que el planteamiento de la enseñanza de las matemáticas está alejado de las necesidades del niño y ajeno a su forma de construir el conocimiento. En tal caso, desnaturaliza la evolución de los estudiantes y su ubicación en las futuras ramas del saber. Aspectos, todos ellos a los que queremos combatir a través de esta investigación. Estamos convencidos, y compartimos el pensamiento de Alsina-Català (2011), que para alcanzar la modelización en el alumnado es necesario hacer de la enseñanza un acto intrigante y del aprendizaje una aventura. Para ello, se debe vivir el aprendizaje en temas de hoy, utilizar dinámicas metodológicas variadas, combinar las fuentes de información, buscar temáticas significativas y favorecer el desarrollo de la creatividad.

A tenor de estos argumentos, se entiende el "Mundo real" como el mundo fuera de las matemáticas, el entorno natural, social y cultural donde vivimos. La escuela debe educar para que las personas puedan beneficiarse de la cultura matemática para actuar lo mejor posible en ese mundo. Por tanto, es necesario fomentar unas matemáticas aplicadas a la realidad (Alsina-Català, 2008a; Blum & Niss, 1991).

Ahora bien, si analizamos PISA o valoramos las propuestas curriculares nos encontramos que ninguna de las dos detalla de manera operativa los contextos específicos a tratar desde la escuela, en consecuencia resulta difícil resaltar su importancia y complicado reconocer su aplicabilidad (Goñi, 2008, 2009).

Tomando como referencia la propuesta de PISA (OCDE, 2003b) que los enumera simplemente: el personal, el educativo, el profesional, el público y el científico, en la tabla 16 definiremos los ámbitos que abarca cada contexto ciñéndonos en aquellos que tienen más relevancia en la etapa de Primaria según la propuesta de Goñi (2009). Este autor establece un rango de prioridades en base a los contenidos del currículum y a los intereses evolutivos del alumnado. En relación a dicha etapa identifica el contexto personal y familiar, al público lo denomina social y al escolar, al ser un término demasiado global, lo llama educativo. El resto no creemos necesario plantearlos al no tener interés ni relevancia para las edades en las que recae nuestro estudio, dado que no se trata de tener una visión de las matemáticas de las cosas, sino una visión de las cosas apoyándose en las matemáticas.

Tabla 16. Contextos específicos para desarrollar la CMA en Primaria (Goñi, 2008, 2009). (Elaboración propia)

Contexto Personal-Familiar	Abarca los espacios más cercanos a la persona. En los primeros años se considera como único, posteriormente se disocia pudiendo resultar transversal al resto de contextos de la vida, es inevitable la interrelación que se puede establecer entre el familiar y personal con el social o el profesional, por ejemplo. Afecta a la CMA elemental.
Contexto Social	Es el lugar de desarrollo de la persona que abarca las relaciones con los demás, como por ejemplo el campo político, económico, deportivo, de ocio, cultural, etc.
Contexto Escolar	Es el ámbito de las materias escolares, abarca el resto de áreas: las ciencias experimentales, sociales, la humanas, la plástica, la Educación Física, etc.

Podemos comprobar que estos tres contextos se relacionan de forma directa con la asignatura de EF, con contenidos como el deporte, el cuerpo, las habilidades y destrezas motrices o el juego. A juzgar por lo expuesto, nos cuestionamos si existe un ámbito educativo más cercano, familiar o social para el infante que el de nuestra materia.

Lo enriquecedor para las matemáticas es que en cada contexto los contenidos matemáticos que se utilizan siguen reglas distintas, pero necesarias para generalizar y comprender cada fenómeno que desencadena la utilización de los modelos matemáticos (Puig, 1997). Por ello, la OCDE establece que,

Se reconoce que trabajar con cuestiones que llevan por sí mismas a un tratamiento matemático, a la elección de métodos matemáticos y a la organización por medio de representaciones, depende de forma significativa de las situaciones en la cuales se presentan los problemas (OCDE, 2003b, p. 32).

Sin embargo, si se quiere distinguir entre conocimiento, es decir, contenidos, y competencia, no se puede separar el “uso de conocimiento” del “contexto de uso” (Goñi, 2009, p. 39), consecuentemente el desarrollo didáctico del presente currículum tiene unas consecuencias. Goñi (2008, 2009) reconoce que es el colectivo educativo el que se debe plantearse estas preguntas: ¿existen otros contextos en los que el uso del conocimiento matemático sea socialmente relevante y, por lo tanto, debiera formar parte del currículum escolar?, y ¿qué se puede hacer desde la institución escolar?

Claramente esta forma de entender el aprendizaje matemático representa un cambio de metodología en relación a la tradición didáctica implementada en las aulas de la asignatura. Hacer matemáticas es mucho más que memorizar, mecanizar y aplicar un conjunto de operaciones y resultados. En cualquier caso, se deben buscar alternativas metodológicas y crear nuevos materiales didácticos para adaptarse tanto a las exigencias del marco educativo vigente como a las necesidades educativas de la cultura contemporánea. Como plantea Cachafeiro (2003, p. 38), todo esto revela la necesidad de “aproximar las matemáticas a las experiencias externas al aula” y es preciso realizar más propuestas educativas que incluyan contextos en nuevas áreas poco utilizadas.

A continuación, pasaremos a analizar cómo las Leyes Educativas estatales plantean la enseñanza y el aprendizaje de la CMA desde el marco curricular.

2.4. Planteamiento didáctico curricular

Cuando se alude de CMa escolar debemos hacer frente a las orientaciones didácticas que a nivel educativo la definen y concretan desde las normativas curriculares. En este sentido, un elemento que resulta imprescindible de estudiar tanto para definir el proceso de aprendizaje de la CMa como el de evaluación son los contenidos matemáticos que van a ser implementados durante el desempeño de dicha competencia. Por tanto, dedicaremos el siguiente apartado a valorar el conjunto de contenidos que podrán ser tratados en esta investigación.

2.4.1. Contenidos matemáticos competenciales

Como es obvio, el RD diseñado para la intervención del estudio debe especificar los contenidos matemáticos que el alumnado trabajará, es decir, los contenidos que se utilizarán durante el proceso de E-A de la CMa. En nuestro caso, tendremos como referencia los que plantea el currículum de Primaria para el ciclo medio⁷ de la asignatura de Matemáticas. Por tanto, se seleccionarán los que recoge el Decret 142/2007, dado que son los que el alumnado ha trabajado o está trabajando en la escuela. La tabla 17 apunta de forma esquemática los bloques de contenidos a implementar desde nuestro recurso educativo vinculados a los que plantea PISA y la Ley Orgánica 2/2006. Para no alargarnos en exceso en este punto, en el anexo 2, se especifica con detalle cada uno de los bloques de contenidos definidos en el Decret 142/2007.

Tabla 17. Contenidos de referencia para el trabajo y desarrollo de la CMa. (Elaboración propia)

Decret 142/2007	Proyecto PISA, OCDE (2002)	Ley Orgánica 2/2006
Numeración y cálculo Relaciones y cambio Espacio y forma Medida Estadística y azar	Cantidad Cambios y relaciones Espacio y forma Incertidumbre	Números y operaciones Medida: estimación y cálculo de magnitudes Geometría Tratamiento de la información, azar y probabilidad

⁷ Nivel en el que se encuentra el alumnado al que va dirigida la investigación.

Gallego (2008b) plantea que uno de los requisitos fundamentales para desarrollar la alfabetización matemática es presentar los contenidos en el aula de forma adecuada, ya que en función de su tratamiento se pueden modificar las percepciones sobre las experiencias, sobre la actividad colectiva o sobre la comprensión de nuevas prácticas educativas. Por esta razón, no se debe separar el papel que juega dicho contenido del mundo de la experiencia y de la percepción, matizando con ello, el criterio de funcionalidad. Además, este autor, puntualiza que resulta imprescindible para su aprendizaje el tratarlos con rigor y complejidad, estudiándose críticamente cómo se utilizan, el sentido que tienen y sus conexiones con la realidad.

Hasta ahora hemos podido reconocer las bases teóricas que definen nuestro estudio y delimitan el programa didáctico para el desarrollo de la CMa, así como la promoción de la alfabetización matemática, a través de lo que serán los contextos de EF. Ahora bien, atendiendo a las necesidades que presenta el diseño del recurso educativo, estructurado en SD con formato de S-P, debemos profundizar en cómo planificar las tareas prácticas y en su planteamiento didáctico. Con este propósito, en el siguiente apartado expondremos las líneas metodológicas del proceso de enseñanza de la CMa.

2.4.2. Orientaciones curriculares para la enseñanza de la Competencia Matemática

Al introducir las CCBB como objetivo de aprendizaje del currículum se deben tener en cuenta en las programaciones, planificaciones y evaluaciones de cada asignatura. De esta manera, los diferentes referentes curriculares, la Ley Orgánica 2/2006 y el Decreto 142/2007, plantean orientaciones poco concisas para llevar a cabo dicho cometido. Hemos podido comprobar que ninguno de ellos desglosa la CMa en dimensiones o competencias específicas para ser tratada a nivel didáctico y práctico. Entendemos que esta tarea queda en manos del docente, el cual debe elaborar los descriptores e indicadores para llevar a cabo el proceso formativo, hecho que dificulta programar por CCBB (Moreno, 2007). Ahora bien, las dos normativas recogen unas orientaciones metodológicas que merece la pena apuntar para tenerlas presentes tanto en la creación del RD como en la parte empírica del estudio.

El enfoque que se otorga al aprendizaje de las matemáticas desde el currículum educativo va dirigido a enriquecer las posibilidades de su utilización. En tal caso, ofrece una doble función al proceso de aprendizaje. Por un lado, especifica que se debe aprender matemáticas porque son útiles para desenvolverse en otros ámbitos educativos y, por otro lado, especifica que su conocimiento aporta formación intelectual potenciando capacidades cognitivas (Ley Orgánica 2/2006).

Aunque es el área de Matemáticas quien se ocupa del desarrollo de habilidades y destrezas específicas de la CMa, la contribución a la adquisición de esta competencia se logra en la medida en que el aprendizaje de contenidos y actitudes matemáticas se aplique de manera espontánea a una amplia variedad de situaciones donde los estudiantes puedan emplear las matemáticas fuera del aula, en contextos de otros campos del conocimiento y de la vida, dado que la CMa adquiere realidad y sentido en la medida en la que los elementos y el razonamiento matemático sean utilizados para enfrentarse a situaciones cotidianas. La cual cosa, argumenta la posibilidad real de seguir aprendiendo a lo largo de la vida y favorece así, la participación efectiva en la vida social. En este sentido, la CMa tiene un carácter transversal a todas las materias y se debe tener en cuenta por todas las áreas del currículum en sus actividades de aprendizaje, las cuales impulsarán y favorecerán su desempeño funcional y comprensivo (Decret 142/2007; Ley Orgánica 2/2006). Se especifica que:

La Competencia Matemática se tiene que adquirir a partir de contextos que tienen sentido tanto para el alumnado como para el conocimiento matemático que se pretende desarrollar (Decret 142/2007, p. 21863).

Ambos referentes curriculares concretan, desde el apartado dedicado al área de Matemáticas, que muchos contenidos matemáticos se relacionan con los de otras asignaturas e instan a trabajar la CMa fuera del aula tanto desde las otras asignaturas como a través del área de Matemáticas donde se podrán utilizar los entornos de otras materias para dar sentido a los contenidos. Además, plantean la posibilidad de diseñar proyectos interdisciplinarios para trabajar de manera conjunta las habilidades matemáticas competenciales. De forma explícita, consideran generadoras de contextos

ricos y significativos a todas aquellas situaciones culturales cotidianas de diversas disciplinas, así como los juegos (Decret 142/2007).

Por otra parte, hay que tener en cuenta los aspectos actitudinales en relación a las matemáticas, ya que el rechazo que históricamente ha tenido esta asignatura por parte del alumnado plantea la necesidad de potenciar las actitudes positivas que desarrollen la curiosidad, la creatividad, la imaginación, el interés por hacer preguntas, por encontrar respuestas y por resolver problemas. Además, por extensión, es imprescindible promover la adquisición de confianza en las propias posibilidades exaltando el placer que comporta realizar un descubrimiento o superar un reto.

Respecto a la parte didáctica y de gestión de la clase, los diferentes marcos legislativos sugieren combinar el trabajo individual, en gran grupo y en grupos pequeños. Junto con esta premisa, en la tabla 18 se recogen de forma esquematizada los aspectos metodológicos que se deben tener en cuenta a la hora de implementar una intervención educativa que trate de desarrollar la CMA.

Tabla 18. Orientaciones metodológicas para el desarrollo de la CMA (Decret 119/2015; Decret 142/2007). (Elaboración propia)

<ul style="list-style-type: none"> - Plantear preguntas más que dar explicaciones. - Resolver problemas. - Realizar investigaciones. - Practicar las técnicas aprendidas. - Exponer las ideas propias y discutir sobre ellas. - Utilizar prioritariamente el lenguaje oral. 	<p>Manipular objetos y materiales didácticos para realizar y fundamentar el razonamiento matemático y desarrollar sistemas propios de representación</p>	<p>Estimular:</p> <ul style="list-style-type: none"> - La autonomía. - La seguridad en las propias posibilidades para resolver situaciones. - El dar respuestas como aportaciones para seguir trabajando, sin valorar si son correctas o erróneas. - Ambientes para que todo el mundo sienta que puede avanzar. 	<p>Uso de las herramientas digitales</p> <p>Facilitan:</p> <ul style="list-style-type: none"> - La interacción con objetos matemáticos. - La construcción de figuras geométricas. <p>Ayudan a:</p> <ul style="list-style-type: none"> - La resolución de problemas. - Aprender de errores por medio de una retroalimentación inmediata y efectiva. - Trabajar en contextos diferentes. <p>Favorecen:</p> <ul style="list-style-type: none"> - La presentación. - La colaboración. - La comunicación de les experiencias.
---	--	--	--

El marco educativo que es referencia en la actualidad, el Decret 119/2015, especifica de forma clara que desarrollar la CMA requiere:

Generar en el aula un ambiente de trabajo basado en la resolución de problemas a partir de crear una relación de confianza entre los componentes del grupo y de la actuación del docente. [...Donde] el error no es un motivo de penalización sino una oportunidad de mejora del aprendizaje (Decret 119/2015, p. 81).

En este caso, se establece que la resolución de problemas es un contexto ideal para que el alumnado reconozca las matemáticas como herramienta necesaria para: resolver situaciones; traducir las situaciones cotidianas al lenguaje matemático; diseñar estrategias de resolución; razonar y justificar las opciones tomadas; trabajar en grupo; llegar a acuerdos; y comprender las razones de los otros. También reconoce que es un espacio idóneo para que los contenidos de los diferentes bloques se usen de manera conjunta y eficaz favoreciendo así, una visión integrada de las matemáticas.

Sin embargo, las aportaciones del marco educativo tienen un carácter orientativo y no resultan íntegras. Hemos podido comprobar que se especifica de forma concisa la necesidad de usar de las matemáticas en contextos o problemas de otras materias, pero no existe un referente operativo claro. Solamente se enumeran las posibles conexiones con otras áreas a través de una propuesta de contenidos en las que podemos percibir los posibles vínculos con nuestra asignatura. En la siguiente tabla describimos los que se especifican para el ciclo medio (Decret 142/2007).

Tabla 19. Contenidos matemáticos vinculados a la asignatura de EF descritos en el Decret 142/2007

Contenidos matemáticos vinculados con la EF (Decret 142/2007)
<ul style="list-style-type: none">- Interpretación y uso de números grandes.- Uso de números fraccionarios y decimales en situaciones de medida, de hechos o fenómenos naturales.- Analogía entre la recta numérica y la línea del tiempo.- Búsqueda de regularidades y diferencias en la observación del entorno.- Análisis y representación de relaciones causales en el mundo natural y social.- Estudio de mapas (técnicas de orientación en el espacio).- Interpretación, diseño y dibujo de itinerarios.- Uso de modelos geométricos para resolver problemas de otras áreas.- Utilización de la simetría y de elementos geométricos para analizar y realizar producciones artísticas.- Interpretación y uso de la medida como instrumento de conocimiento del mundo natural: longitud, masa/peso, capacidad.- Uso de medidas de tiempo.- Elaboración de preguntas y diseño de experimentos y actividades de medida relacionados con diferentes áreas.- Elaboración e interpretación de registros y de gráficas en experimentos realizados en otras áreas.

Sobre este escenario curricular y educativo, son muchos los autores y entidades del ámbito matemático que también respaldan la necesidad de utilizar las matemáticas en contextos reales fuera del aula de la asignatura. Entienden que el aprendizaje de las matemáticas difícilmente puede limitarse a una sola área curricular ya que la “realidad” no entiende de materias o asignaturas aisladas. Por lógica, la base del planteamiento

educativo debe promover la integración de las distintas áreas, en tal caso, la conexión entre disciplinas debe hacerse explícita en las programaciones del área de Matemáticas, de otras asignaturas o de los proyectos conjuntos interdisciplinarios (Alsina-Català, 2007; Alsina, 2002; Alsina et al., 1997; Alsina & Planas, 2009; Blum & Niss, 1991; Burgués & Sarramona, 2013; Cachafeiro, 2003; Callís & Mallart-Solaz, 2009; Cockcroft, 1985; Deulofeu, 2009; English, 2016; Goñi, 2008, 2009; Lave, 1991; Lee, 2010; NCTM, 2000; Niss, 2011; Onrubia et al., 2001; Recio, 2007; Torra, 2008). Además, también comparten la idea que la resolución de problemas es, en la actualidad, el método más adecuado para desarrollar la CMA.

Este planteamiento metodológico favorecerá, por una parte, el reconocer la CMA más allá de una simple competencia académica o instrumental, y por otra, la ampliación de las potencialidades de cada disciplina y sus capacidades instruccionales.

No se trata solo de aplicar la matemática sino de influir creativamente en la realidad a través de ella y de paso dar sentido (significado) a lo que se aprende matemáticamente, que puede ser interesante en sí, al margen de su uso directo (Alsina-Català, 2011, p. 5).

Guzmán (2007) nos instruye al respecto argumentando que la resolución de problemas incide en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y en la gestión de los contenidos matemáticos como campo de operaciones para la tarea. Este autor cree imprescindible que el profesorado armonice adecuadamente en la programación los componentes que integran el método: procesos de pensamiento y contenidos específicos del pensamiento matemático. De esta forma, se considera al alumno como la parte central del proceso de aprendizaje, ya que se promueve que:

- Manipule objetos matemáticos.
- Active su capacidad mental.
- Ejercite su creatividad.
- Reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente.

- Haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental;
- Adquiera confianza en sí mismo.
- Se divierta con su propia actividad mental.
- Se prepare para otros problemas de su vida cotidiana.
- Se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

En lo que respecta al planteamiento de enseñanza, Marín (2010) define unas estrategias didácticas específicas que puedan ayudar a desarrollar y concretar las tareas de los recursos educativos que traten de desempeñar la CMA en el alumnado. Propone:

- a) Presentar el contexto, la situación o el problema.
- b) Plantear actividades que orienten la matematización horizontal, ayuden a empezar a pensar y faciliten el razonamiento buscando vías de solución.
- c) Potenciar las actividades para desarrollar la capacidad de vincular el problema a las matemáticas.
- d) Promover el debate para argumentar y comunicar matemáticamente de forma oral y escrita las estrategias, los procedimientos y los resultados que se llevarán a cabo o que se han implementado.
- e) Desarrollar un proceso de metacognición reflexionando individualmente sobre el proceso seguido y los logros a nivel competencial.

Con el fin de poder diseñar o escoger buenas S-P o juegos matemáticos tomaremos como nuestros los consejos de Canals (Biniés, 2008). Deben ser situaciones nuevas cercanas a la realidad y a los intereses del alumno. Deben hacer pensar e imaginar. Y deben admitir más de una solución promoviendo la búsqueda de estrategias adecuadas.

Todos estos aspectos justifican de nuevo la opción de utilizar las situaciones o los problemas del área de EF en cualquiera de sus ámbitos o contextos (el juego, el deporte,

las actividades físico-motrices o la expresión corporal), para trabajar, desarrollar, desempeñar e incluso evaluar la CMa. Por otra parte, el carácter transversal que define a la CMa nos hace valorar la necesidad de reconocer las conexiones que tiene con el resto de CCBB. A continuación, estudiaremos sus vínculos.

2.4.3. Vínculos entre la Competencia Matemática y el resto de Competencias Básicas

La CMa, al ser una competencia instrumental, es necesaria para el desempeño de algunas dimensiones del resto de CCBB. Por tanto, para entender la globalidad didáctica de este estudio será de gran ayuda reconocer cómo durante el desarrollo de la CMa se ponen en juego otras competencias. Además, podremos valorar cómo estas potencian la adquisición de habilidades propias a la CMa. En la tabla 20 se detallan las conexiones que se pueden generar en la parte instruccional de la investigación.

Tabla 20. Vínculos entre la CMa y las CCBB. (Elaboración propia)

Competencia en comunicación lingüística
<p>Por su valor instrumental, esta competencia es la base de todo aprendizaje. Por tanto, es la más transversal de todas la CCBB (Escamilla, 2008). Sus habilidades influyen en el desempeño de la CMa a diferentes niveles (Ley Orgánica 2/2006):</p> <ol style="list-style-type: none">1. Permite: expresar pensamientos, emociones, vivencias y opiniones; dialogar, formar juicios críticos; generar ideas; estructurar el conocimiento; dar coherencia y cohesión al discurso y a las acciones y tareas; adoptar decisiones; y disfrutar escuchando o expresando.2. Ser competente en la expresión, interpretación y comprensión de los mensajes orales utilizando activa y efectivamente códigos y habilidades lingüísticas y no lingüísticas, así como las reglas de intercambio comunicativo y adaptar la comunicación al contexto.3. La habilidad para seleccionar y aplicar determinados propósitos u objetivos a las acciones de la comunicación, como representar mentalmente, interpretar y comprender la realidad y organizar y autorregular el conocimiento y la acción dotándolos de coherencia.4. Tener conciencia de: normas sociales, valores y aspectos culturales y la versatilidad del lenguaje en función del contexto y la intención comunicativa; capacidad empática para tener en cuenta las opiniones y espíritu crítico, expresar adecuadamente las ideas y emociones; y aceptar y realizar críticas con espíritu constructivo.
Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico
<p>Esta competencia recoge las habilidades para interpretar el mundo y adquirir autonomía en diferentes ámbitos de la vida y del conocimiento. Por tanto, es una competencia interdisciplinar a diferentes campos del saber (Decreto 142/2007; Escamilla, 2008). La relación con la CMa es confluyente en la medida que existe aplicación del conocimiento en contextos socialmente relevantes. El uso social de las matemáticas es fundamental para entender, interactuar y desarrollarse en los ámbitos personal, académico, profesional, científico o tecnológico (Goñi, 2008). Sharyer y Adey (1984) exponen que en la escuela las relaciones matemáticas sólo pueden ser modeladas cuando están representadas en una realidad física. Los elementos que definen esta competencia y se vinculan a la CMa (Ley Orgánica 2/2006) son:</p> <ol style="list-style-type: none">1. La percepción del espacio físico en el que se desarrolla la vida y la actividad humana, desarrollando habilidades para interactuar, moverse en él y resolver problemas.2. Desarrollo del espíritu crítico observando la realidad, analizando los mensajes informativos y el consumo responsable.

3. Conocimiento del cuerpo y la interacción de los seres humanos.
4. Argumentar las consecuencias de los modelos de vida. Adopción de una vida sana en el entorno natural y social.
5. Identificación y resolución de preguntas o problemas basándose en pruebas con la finalidad de comprender y tomar decisiones sobre el mundo físico y sobre los cambios que la actividad humana produce sobre el medio ambiente, la salud y la calidad de vida.
6. Aplicación de nociones y teorías científicas básicas. Desarrollo de habilidades prácticas del análisis sistemático y de la indagación científica: identificar y plantear problemas relevantes; realizar observaciones directas e indirectas con conciencia del marco teórico;; localizar, obtener, analizar y representar información cualitativa y cuantitativa; plantear y contrastar soluciones tentativas o hipótesis; realizar predicciones; e identificar el conocimiento disponible, teórico y empírico necesario para responder a las preguntas científicas, y para obtener, interpretar, evaluar y comunicar conclusiones en diversos contextos.
7. Desarrollo de destrezas asociadas a la planificación y manejo de soluciones técnicas, con criterios de economía y eficacia, para satisfacer las necesidades de la vida cotidiana y del mundo laboral.

Competencia en el tratamiento de la información y competencia digital

La finalidad de la enseñanza es convertir a los estudiantes en ciudadanos activos para desenvolverse en sociedades socialmente complejas y científica y tecnológicamente avanzadas, lo que requiere una alfabetización matemática para su desempeño. Hoy en día las matemáticas están presentes en los avances tecnológicos y científicos, ya que se dan situaciones abstractas que implican de la comprensión y el conocimiento matemático. En otro sentido, la digitalización en el hogar requiere de habilidades matemáticas para su uso (Goñi, 2008; OCDE, 2001; Rico, 2005a). Desde el marco curricular se puede decir que ambas confluyen en las siguientes finalidades (Ley Orgánica 2/2006):

1. Transformar la información en conocimiento desarrollando destrezas y estrategias de razonamiento para organizarla, relacionarla, analizarla críticamente, sintetizarla, hacer inferencias y deducciones, resolver problemas y generar producciones responsables y creativas.
2. Usar instrumentos de trabajo transmisores y generadores de información y conocimiento para el uso de modelos de procesos matemáticos, físicos, sociales, económicos o artísticos.

Competencia en aprender a aprender

Esta competencia integra muchos componentes del resto, sintetizando las que poseen sentido instrumental e interpersonal. Luego, reúne de forma armónica habilidades relacionadas con el empleo del lenguaje verbal y matemático, las relaciones interpersonales y la determinación para pensar respecto a objetivos. Su finalidad es conseguir autonomía e iniciativa personal para dotar al alumno de capacidades y valores que le ayuden a afrontar la incertidumbre y las exigencias de la sociedad (Escamilla, 2008; Martín & Moreno, 2007). Por ello, se pone énfasis en los mecanismos de autorregulación y en la capacidad de reflexionar del estudiante. El concepto de aprender a aprender confluye con la noción de metacognición, convertida en meta-aprendizaje. Los aspectos cruciales de este aprendizaje son: el conocimiento reflexivo de elementos del aprendizaje, la supervisión metacognitiva del proceso y los componentes cognitivos de la afectividad y la autorregulación en interacción (Martín & Moreno, 2007).

Escamilla (2008) plantea varios contenidos que la relacionan con las matemáticas, destacando las estrategias de resolución de problemas y las estrategias volitivas durante la búsqueda de soluciones a los problemas: la perseverancia, el esfuerzo, la flexibilidad, la autonomía, la autoestima y el refuerzo.

Analizando los requerimientos de esta competencia en el currículum (Ley Orgánica 2/2006) se vincula con la CMA:

1. Ser consciente de lo que se sabe, de lo que es necesario aprender y de cómo se aprenden, gestionar y controlar los procesos de aprendizaje para orientarlos a satisfacer objetivos.
2. Conocer las potencialidades y carencias, aprovechar las primeras y teniendo motivación y voluntad para superar las segundas desde una expectativa de éxito, aumentando la seguridad para afrontar nuevos retos.
3. Tener conciencia de las capacidades que entran en juego en el aprendizaje: atención, concentración, memoria, comprensión, expresión, motivación, etc.
4. Manejar eficientemente recursos y técnicas de trabajo intelectual: de observación, de registro sistemático de hechos y relaciones, de trabajo cooperativo y por proyectos, de resolución de problemas, de planificación y organización de actividades y tiempos, o del conocimiento sobre los diferentes recursos y fuentes para la recogida, selección y tratamiento de la información.
5. Plantear preguntas, identificar y manejar la diversidad de respuestas ante una misma situación o problema utilizando diversas estrategias que permitan tomar decisiones racional y críticamente.
6. Fomentar las habilidades para obtener información y para transformarla en conocimiento, relacionando e integrando la nueva información con los conocimientos previos y la experiencia, sabiendo aplicar los nuevos conocimientos y capacidades en situaciones parecidas y contextos diversos.
7. Plantearse metas y cumplirlas.
8. Perseverancia en el aprendizaje y valorar el esfuerzo que requiere. Conlleva: autoevaluación,

Capítulo 2. La Competencia Matemática y su alfabetización en la escuela

autorregulación, responsabilidad, compromiso personal, saber administrar esfuerzos, aceptar errores y aprender de y con los demás.

Competencia en autonomía e iniciativa personal

Por su carácter holístico y sistemático esta competencia se solapa con el resto. Su carácter evolutivo y educacional requiere progreso cognitivo como el pensamiento lógico-matemático, social y moral (Escamilla, 2008). Esta autora la relaciona con las matemáticas desde el uso funcional de los contenidos, es decir, con lo que se considera el desempeño competencial. Se incide en la progresiva adquisición de autonomía y confianza en las propias capacidades, trabajando en la comprensión de problemas matemáticos competenciales, diseñando un plan para resolverlos, promoviendo el uso de estrategias (dibujos, esquemas, cálculo mental o escrito, etc.), gestionando los recursos disponibles y evaluando el proceso (Silvia & Alsina, 2009). En la Ley Orgánica 2/2006 se percibe la estrecha relación entre la CMA y la autonomía e iniciativa personal desde las propuestas siguientes:

1. Transformar las ideas en acciones: proponerse objetivos y planificar y llevar a cabo proyectos.
2. Reelaborar planteamientos previos, elaborar nuevas ideas, buscar soluciones y llevarlas a la práctica.
3. Analizar posibilidades y limitaciones, conocer las fases de desarrollo de un proyecto: planificar, tomar decisiones, actuar, evaluar lo hecho y autoevaluarse, extraer conclusiones y valorar las posibles mejoras.
4. Tener una visión estratégica de los retos y oportunidades que ayude a identificar y cumplir objetivos. Mantener la motivación para lograr el éxito en las tareas emprendidas, con ambición personal, académica Actitud positiva hacia el cambio y la innovación que presupone flexibilidad de adaptarse crítica y planteamientos, pudiendo comprender dichos cambios como oportunidades constructivas, afrontar los problemas y encontrar soluciones en cada uno de los proyectos que se emprenden.
5. Habilidades sociales para relacionarse, cooperar y trabajar en equipo: empatía, valorar las ideas de otros, dialogar, negociar, asertividad para hacer saber a los demás las propias decisiones y cooperar.
6. Habilidades y actitudes relacionadas con el liderazgo de proyectos que incluyen: confianza en uno mismo, empatía, espíritu de superación, habilidades para el diálogo y la cooperación, organización de tiempos y tareas, capacidad de afirmar y defender ideas, o asunción de riesgos.

Competencia social y ciudadana

Goñi define la CMA como “la utilización del conocimiento matemático en un contexto de uso social” o en los ámbitos naturales de desarrollo de las personas (2008, p. 79). Determina que la CMA y las matemáticas están en el currículum para ofrecer al alumno una herramienta al servicio de fines sociales, “es para todos y todas, en la medida que condiciona su desarrollo personal y su integración social” (2008, p. 89). En tal caso, en la Ley Orgánica 2/2006 apreciamos los contenidos que esta competencia debe impulsar y que se cruzan con la CMA:

1. La integración de conocimientos diversos y habilidades complejas que permiten participar, tomar decisiones, elegir cómo comportarse en determinadas situaciones y responsabilizarse de las elecciones y decisiones adoptadas.
2. La comprensión de la realidad social en que se vive, cooperar, convivir y ejercer la ciudadanía democrática en una sociedad plural, y comprometerse a su mejora.
3. La utilización del conocimiento sobre la evolución y organización de las sociedades y sobre los rasgos y valores del sistema democrático, así como utilizar el juicio moral para elegir y tomar decisiones, y ejercer activa y responsablemente de los derechos y deberes de la ciudadanía.
4. La comprensión crítica de la realidad, cosa que exige experiencia, conocimientos y conciencia de la existencia de distintas perspectivas al analizar la realidad. Conlleva el análisis multicausal y sistémico para enjuiciar los hechos y problemas, para reflexionar sobre ellos de forma global y crítica, y para realizar un razonamiento crítico y lógicamente válido sobre situaciones reales.
5. Ser consciente de los valores del entorno, evaluarlos y reconstruirlos afectiva y racionalmente para crear un sistema propio y comportarse en coherencia con ellos al afrontar una decisión o un conflicto.

Competencia artística y cultural

Flores y Morenos afirman que “la cultura se identifica por los valores que la caracterizan” (2011, p. 13), e inherentes a ellos, está la cultura matemática. Por lo que la CMA se vincula a esta competencia desde la misma perspectiva que la competencia social y ciudadana. La CMA interactúa con la cultura y el arte en la medida que las matemáticas se usan en los contextos en los que viven las personas (Goñi, 2008). En el currículum identificamos sus conexiones en (Ley Orgánica 2/2006):

1. Pone en juego habilidades de pensamiento divergente y convergente.
2. Facilita tanto expresarse y comunicarse como percibir, comprender y enriquecerse con diferentes realidades y producciones del mundo del arte y de la cultura.
3. Promueve iniciativa, imaginación y creatividad para expresarse mediante códigos artísticos.

Una vez reconocidos los aspectos comunes con el resto de CCBB, los cuales, en parte, serán también tratados desde el RD de nuestra intervención, pasaremos a analizar y describir cómo diferentes fuentes teóricas plantean la evaluación de la CMa.

2.4.4. La evaluación de la Competencia Matemática

En relación a cómo desarrollar la evaluación de la CMa, la información encontrada hace referencia, mayoritariamente, al tipo de procedimiento llevado a cabo en las pruebas externas de evaluación de la CMa realizadas en los centros educativos, por ejemplo, las pruebas PISA.

En la descripción de dichas pruebas se definen tanto las características de los instrumentos de evaluación como las variables que categorizan cada tarea a realizar. Por su parte, las variables se establecen en función de la dificultad y el nivel de competencia que precisa cada tarea. Es decir, se plantean distintos tipos de competencias en función de los niveles de complejidad, creatividad o estructuración que requieran los procesos de ejecución de las actividades. En este sentido, los alumnos más competentes implementarán procesos de mayor complejidad, mientras que los menos competentes sólo desempeñarán procesos de complejidad menor. Por tanto, las respuestas a las tareas de sujetos con distintos niveles de complejidad permitirán establecer niveles de competencia entre los aprendices. Al respecto, PISA determina que “la competencia de los estudiantes son las capacidades individualmente desarrolladas, que se ponen de manifiesto por el tipo de tareas abordadas con éxito” (Rico, 2006, p. 290). De esta forma PISA reconoce las competencias como un nivel concreto alcanzado por los estudiantes, que analiza empíricamente y expresa en escalas entre países.

Gracias a este método de evaluación es posible percibir el nivel de CMa en relación a la maestría con la que el alumnado lleva a cabo las tareas matemáticas, por consiguiente, da a conocer la CMa de cada discente (OCDE, 2003b).

Por su parte, Burgués y Sarramona (2013) establecen que cada competencia se gradúa en tres niveles de consecución: satisfactorio (nivel 1), notable (nivel 2) y excelente (nivel 3). Estos autores determinan que cada nivel lleva implícito el anterior y se gradúan desde la adquisición hasta la excelencia en función de la complejidad de las estrategias matemáticas utilizadas y el nivel de abstracción utilizado en el lenguaje y las representaciones. Para realizar el proceso de evaluación asocian las actividades a cada competencia específica a un indicador de logro y a sus tres niveles de adquisición.

Visto así, parece una opción fácil para el docente, sin embargo, desde una mirada crítica, la evaluación no solamente debe tratar de probar que se conoce algo, sino que se sabe demostrar y aplicar en un determinado contexto (Goñi, 2008). En la evaluación resulta relevante comprobar que los estudiantes son capaces de “hacer cosas” con lo que saben, pero dichas acciones para que sean realmente significativas, competencialmente hablando, deben llevarse a cabo en un contexto determinado. Este tipo de evaluación es la que se pretende realizar a través de nuestro estudio, ya que trataremos de verificar si el alumnado durante el desarrollo de actividades propias del entorno de la EF sabe aplicar sus conocimientos matemáticos. Esta premisa nos obliga, por un lado, a elegir con cautela las tareas específicas para evaluar. Y por otro lado, precisa de la emisión de un juicio valorativo sobre la calidad y la pertinencia de las evidencias aportadas (Goñi, 2008). De ahí los niveles de consecución que plantea PISA o Sarramona y Burgués.

Para finalizar este el capítulo 2, expondremos el estado de la cuestión en relación a programas de intervención didáctica e investigaciones educativas que estudian cómo se desarrolla el aprendizaje matemático a través de contextos, situaciones o experiencias de la vida cotidiana.

2.5. Estado de la cuestión. Investigaciones y programas didácticos para el aprendizaje de las matemáticas contextualizadas en experiencias de la vida cotidiana

En este apartado expondremos las intervenciones y las propuestas didácticas para el aprendizaje de las matemáticas que han sido contextualizadas en experiencias de la vida cotidiana.

Como se puede intuir de los referentes teóricos planteados en los puntos anteriores, las tendencias tanto pedagógicas como en investigación de la enseñanza de las matemáticas han ido modificando su enfoque didáctico en los últimos años ante las necesidades educativas y sociales. Ahora bien, el grupo ICTMA⁸, que ha divulgado gran cantidad de experiencias formativas, consideran que no tienen un alto nivel de incidencia en la escuela, dado que no se terminan de implantar en los programas curriculares. Además consideran escasas las investigaciones en la etapa de Primaria para que se produzca una verdadera transformación docente (English, 2016; ICTMA, 2010).

Junto con PISA, uno de los estudios que más ha influido en el cambio de tendencia pedagógica en la enseñanza de las matemáticas en la escuela ha sido el informe Cockcroft (1985). Aunque valoraba el sistema educativo de Inglaterra y Gales, sus conclusiones pudieron ser transferidas a cualquier estado, dado que su problemática era compartida por la comunidad educativa de muchos países. En los párrafos 249 y 325 recomendaban dos aspectos que nos interesa resaltar, ya que proponen diferentes formas de trabajar las matemáticas aplicándolas a problemas que guardaran relación con situaciones cotidianas de la vida de los alumnos. Además, determinan que las áreas curriculares ofrecen una amplia gama de experiencias de aprendizaje matemático, y ponen el ejemplo de la clase de "gimnasia" donde plantean que se llegan a dar "situaciones de medir distancias o tiempos".

⁸ La ICTMA es la comunidad internacional de estudiosos e investigadores que apoyan la enseñanza e investigación en modelación matemática y sus aplicaciones desde 1983.

Somos conscientes de la extensa bibliografía existente en relación a la matemática situada en contextos realistas, la modelización o los juegos a través de las TICs. Un ejemplo de ello es *The National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), este organismo supone una muestra pública de recursos de apoyo a maestros para asegurarse la calidad en el aprendizaje de las matemáticas. Por esta razón, en este punto, nos planteamos mostrar aquellas investigaciones o propuestas didácticas que se ciñan al aprendizaje de las matemáticas en contextos vividos a través de la experiencia directa en interacción social.

Comenzaremos haciendo mención a algunos de los propulsores de la cognición situada. Lave y Wenger (1991); Lave (1991); Werger (2001); y Chaiklin y Lave (2001) presentan diferentes estudios ubicados en el mundo de la experiencia laboral y la actividad cotidiana que describen dichos contextos como idóneos para aprender las matemáticas. Antes de exponer sus ideas, procede tener en cuenta la crítica que hacen a las prácticas en investigación cognitiva y en la escuela. Afirman que pedagogía escolar: trata los contenidos matemáticos y la lógica como un simple pensamiento racional que se desarrolla como un ejercicio mental general; usa las matemáticas como expresión de relación medio-fin; presenta el aprendizaje de las matemáticas como enigmas o “problemas” con metas explícitas y prefabricadas; y emplean la información “de facto” y los procedimientos como medios técnicos. “Esta visión aísla la acción como técnica y el conocimiento como “hecho”, de los fines con valores, deseos, sentimientos y juicios” (Lave, 1991, p. 187).

Por otra parte, han comprobado que la gente se implica ante los procesos o problemas en los que el dilema les hace implicarse emocionalmente y, por el contrario, se paralizan ante una acción en “supuesto”. Han visto como la motivación está asociada con la propia experiencia personal, pero también por las expectativas en las que influye la interacción: con los entornos, con las personas en acción y con la actividad. También han comprobado como la acción racional, necesaria para matematizar, aparece como un recurso cultural puesto en juego en la acción generada y no se activa como proceso cognitivo específico. Esto lo han podido probar de forma clara en una investigación sobre “la compra en el supermercado”. En ella, la que la muestra reconocía que las

matemáticas utilizadas no las habían aprendido en la escuela, ya que las formas algorítmicas de las matemáticas reales que se transmitían discursivamente en el entorno escolar no les parecían aplicables a la práctica. En este sentido, determinan que la experiencia directa debe ser la característica básica de la actividad educativa, dado que sus estudios han demostrado que es la condición básica para el aprendizaje de nociones abstractas y generales. Sostienen que no se puede considerar “la persona” sin cuerpo, sino como persona-en-acción en su entorno (Lave, 1991, p. 184).

Desde esta corriente los estudios de Cobb y colaboradores (Cobb et al., 1991, 2000; Cobb & Bauersfeld, 1995; Wood et al., 1990) han analizado el aspecto social en los discursos matemáticos durante la interacción en el aula al resolver problemas de otras disciplinas o juegos. En ellos combinan el constructivismo, el interaccionismo simbólico y la etnometodología. Sus trabajos se centran en la actividad matemática realizada en pequeños grupos y en sus conversaciones vinculadas al contexto.

Pudieron reconocer el grado en el que las diferentes interacciones resultaban productivas estableciendo con ello, que no todos los tipos de interacción influían de la misma manera en el aprendizaje, ya que creaban oportunidades instruccionales distintas. Definieron cuatro tipos de interacción de menos a más influencia formativa: 1) cuando llegaban a soluciones diferentes o iguales sin cooperar; 2) cuando uno llega al resultado cometiendo un error y se acepta como válido sin revisar; 3) cuando uno da una solución y se le intenta buscar el sentido; y 4) cuando se intenta avanzar en los puntos de vista con la explicación de su propio pensamiento desafiando otras propuestas. Por otra parte, comprobaron que las interacciones que surgen espontáneamente resultan ser más significativas para el aprendizaje debido al momento particular que representa en el contexto de su actividad. Afirman que la colaboración indirecta era productiva con más frecuencia que la colaboración directa, que no solía dar lugar a oportunidades de aprendizaje.

Desde su perspectiva, la clase se convierte en una “microcultura” donde los alumnos expresan su pensamiento públicamente y sin prejuicios. Valoraron que el aprendizaje era continuo, se largaba y consolidaba a medida que renegocian tanto las normas

sociales como los significados como la práctica matemática. Detectaron que dicho entendimiento estaba relacionado con: la colaboración, los objetivos personales y las creencias acerca del éxito en matemáticas. Por otra parte, sus expectativas y obligaciones eran estables cuando se comprendía la tarea y las acciones matemáticas de cada miembro del grupo. En este sentido, de los resultados obtenidos resaltan la opinión del alumnado que vio en la tutoría entre iguales la manera más justa de hacer frente a las diferencias individuales.

En sus programas didácticos diferencian la figura de “autoridad social del grupo” (controlador de interacciones) y la figura de “autoridad matemática del grupo” (controlador del contenido matemático). Ambas figuras se establecen en función de las creencias personales y sociales, y son determinantes en la resolución de los problemas. Sin embargo, dicha “autoridad” puede cambiar cuando la propuesta de un alumno sin autoridad matemática es aceptada por el resto. En sus trabajos los alumnos participaron en la constitución interactiva del papel de autoridad tanto matemático como social. En este caso, estiman que el papel del maestro es esencial para equilibrar el “poder” y orientar las normas sociales que indican la necesidad de trascender de las restricciones sociales o de un análisis puramente cognitivo a la conciencia y el interés por la perspectiva de otros. Es entonces cuando ellos reconocen que la conciencia y el interés se consideran un logro tanto cognitivo y como cooperativo.

Otra conclusión a la que llegaron es que el profesorado tiene un rol de guía en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. Han valorado que esta forma de trabajar es un elemento motivador para él y una oportunidad para percibir directamente el conocimiento y el aprendizaje de sus alumnos. Sus resultados les revelaron que la intervención del docente para orientar la renegociación era más escasa a medida que avanzaba el año escolar que duró el estudio.

También determinaron como fundamental en el aprendizaje la necesidad de crear grupos heterogéneos, ya que resultaba esencial el papel desempeñado por las interacciones con personas con más conocimientos y dominio de herramientas culturales. Por tanto, resaltan la prioridad que se debe dar a la diversidad y al cómo los

individuos reorganizan su actividad a medida que participan en las prácticas de la comunidad formada por profesor y alumnos. Los resultados les demostraron que las contribuciones que las personas hacían cuando intervenían activamente en la actividad cooperativa matemática establecían prácticas matemáticas significativas tanto para el aprendizaje de la clase como a nivel individual. Pero, para ello, debían involucrarse en un verdadero intercambio de ideas, información y puntos de vista.

Magdalena Lampert (1990) también basa sus estudios en esta línea de trabajo. Su investigación examinó la posibilidad de hacer matemáticas aprendiendo más allá de las matemáticas disciplinares. Una de sus conclusiones fue que el contenido de la lección no era el dar respuesta correcta a las preguntas o ejercicios, sino la búsqueda de argumentos que apoyaran o rechazaran las estrategias de solución, siendo estas las actividades más importantes en la comunicación verbal y no verbal entre profesor y los estudiantes. Así, su valoración de aprendizaje fue ambigua, pues consideró el aprendizaje tanto la actividad de adquisición de conocimiento como los conocimientos en sí. Con los resultados obtenidos llegó a la conclusión global que había cambiado la idea de los estudiantes sobre lo que significa saber y hacer matemáticas. Y esto, según la autora, se produjo gracias a crear situaciones sociales distintas a las que normalmente se trabajaban las matemáticas en el aula.

Un grupo de investigación afín a la corriente de la cognición situada, centrado en estudiar el potencial de la educación interdisciplinar, comprobaron que cada disciplina se puede abordar para fortalecer el aprendizaje de las otras áreas (Zech, Bransford, Schwartz, Barren, & Vye, 2000). Ahora bien, precisaron que no se lograría a menos que los educadores buscaran de forma explícita las conexiones transversales que crean sinergias en materia de aprendizaje. Para ello, trazaron los pasos para avanzar en una programación que promoviera la cognición situada. A través de la figura 18 se puede comprobar como plantearon la relación entre los contenidos de aprendizaje y los contextos en los que se deben dar los proyectos educativos. En sus conclusiones especificaron que la educación debe desarrollarse en la franja del 7, 8 y 9, donde el alumnado llega a instruirse en múltiples contextos de interacción.

PASOS DE LA COGNICIÓN NORMAL A LA SITUADA				
Naturaleza del contenido de la instrucción				
		Problemas basados en entornos	Problemas con inclusión al ambiente para comprender los principios abstractos matemáticos	Problemas de simulación viviéndolos en los ambientes
Contexto social	Tácitos	1	2	3
	Contextos individuales en clases	4	5	6
	Múltiples contextos de interacción	7	8	9

Figura 18. Pasos para pasar de la cognición normal a la situada. (Adaptada de Zech et al (2000, p. 295))

El grupo de la EMR (De Lange, 1996; Freudenthal, 1993; Van Den Heuvel-Panhuizen, 2000, 2003; Van Den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014), como comentábamos anteriormente, establece las bases teóricas para la organización de la enseñanza de las matemáticas. Su teoría educativa entiende que los conceptos matemáticos son medios para organizar los fenómenos del mundo real (objetos, propiedades, acciones, etc.), de esta forma, los objetos matemáticos se incorporan al mundo de la experiencia. Estos autores también afirman que las simbolizaciones que se incrustan en el proceso de modelado constituyen un modelo que cambia con el tiempo. Por tanto, determinan que la modelización adquiere un sentido dinámico e integral durante la época escolar. Desde esta perspectiva creen que los estudiantes deben aprender las matemáticas con el fin de entender y asimilar su utilidad. Así que presentan actividades de instrucción vinculadas a diferentes ámbitos de la vida cotidiana para llevar a cabo el proceso de abstracción, formalización y generalización del aprendizaje. Sus planteamientos didácticos se basan en el trabajo en grupos pequeños y dejan que cada uno desarrolle a su propia trayectoria de aprendizaje. Para ello, crean situaciones donde se comparten estrategias e invenciones, se escucha lo que los demás entienden y se discuten hallazgos. Han comprobado que así, el alumnado puede obtener ideas para mejorar sus propias estrategias, ya que la interacción provoca la reflexión que permite alcanzar un mayor nivel de comprensión. Dichos entornos hacen que los estudiantes sean parte activa en el

proceso educativo, desarrollando por si mismos (parten de la experiencia mental del estudiante) su propio aprendizaje a través de la renegociación experiencial y colectiva de la solución de los problemas reales o de su propia fantasía. Con ello, se promueve el proceso de matematización colectiva. Otra conclusión a la que llegan es que tanto los maestros como los programas educativos tienen un papel crucial en la definición de cómo los estudiantes adquieran conocimiento. De esta forma, el profesor debe ser capaz de prever dónde y cómo pueden anticipar comprensiones y habilidades matemáticas. Además, especifican que se deben proporcionar ambientes de aprendizaje en los que dichos procesos de construcción surjan de manera natural.

Siguiendo en la línea del aprendizaje realista, está una experiencia nacional llevada a cabo por Pizà y Díaz (2015). Estas profesoras trabajaron las matemáticas con el alumnado del tercer ciclo de Primaria planteándoles un problema de la vida real que consistía en calcular el área y el aforo de la plaza del pueblo. En sus conclusiones, valoraron positivamente el estímulo motivador que ofrecía la actividad motriz sobre el trabajo de campo, afirmaron que “aumenta la implicación de todos, y hace que el aprendizaje se viva de forma lúdica y provechosa” resultando muy enriquecedor a nivel individual y grupal (Pizà & Díaz, 2015, p. 67).

Hemos dejado para el final el uso del juego en el ámbito matemático como reto intelectual. Gardner (1980, 1983, 1984), en su extensa obra, concreta cómo sacar partido al juego para desarrollar las habilidades de pensamiento estratégico matemático y ofrece gran cantidad actividades lúdicas para trabajar la lógica y enseñar a los estudiantes a pensar de manera crítica. Con la misma finalidad lo hacen Averbach y Chein (2000) y Niederman (2003). Alcalá et al. (2004) demuestran a través de diferentes experiencias prácticas cómo se puede enseñar matemáticas de manera atractiva, manipulativa y lúdica, vinculando su utilidad a la vida cotidiana. En esta línea están los trabajos de Alsina y Planas (2008, 2009), Alsina (2004), Alsina-Catalá (2007, 2008a), Deulofeu (1999, 2001), Goñi (2008), Guzmán (1986, 1989, 2007; 2005) o Marín (2010). Todos ellos sostienen que si se utiliza el juego de forma programada o sistemática se puede ayudar a interiorizar contenidos que no se daría de manera magistral en el aula de la asignatura de Matemáticas.

En este capítulo hemos podido comprobar que el desarrollo de la CMa entiende las matemáticas como un instrumento al servicio del conocimiento y consecuentemente, como una herramienta de soporte a la resolución de problemas concretos de la vida real. Ambas ideas requieren integrar la matemática a otras ciencias, como especifica Callejo (2008). Ahora bien, el proceso de cambio curricular pasa, en primer lugar, por favorecer una visión interdisciplinar entre materias y, en segundo, por otorgar mayor autonomía a la función docente. De este modo, el profesorado estará capacitado para adaptarse a las exigencias sociales y educativas en relación a la alfabetización matemáticas, adecuado su instrucción a las necesidades del centro y del alumnado (Bolívar, 2008; Luis, Ortega, & Vázquez, 2010; Monereo & Pozo, 2007; Moya, 2008; Moya et al., 2008; Pérez-Gómez, 2007; Real Decreto 126/2014; Rodríguez-Martín & Buscà, 2015; Sierra et al., 2012; Valle & Manso, 2013; Zabala & Arnau, 2007, 2014).

Tomando como referencia el enfoque pedagógico competencial, entendemos que la enseñanza de las matemáticas debe ser unificada y global, todo debe estar relacionado, la educación motriz, la lengua, las matemáticas, la artística, Además, es importante aprovechar las potencialidades de los diferentes entornos para que el discente pueda ver y adquirir el conocimiento de manera cercana y significativa. En este sentido, debemos valorar y resaltar las potencialidades de nuestra asignatura, la EF, ya que sumados a los elementos específicos disciplinares de la materia, pueden dar respuesta a las exigencias científico-tecnológica y socio-culturales que plantea la sociedad contemporánea en relación a las matemáticas. Somos conscientes, como recoge la bibliografía, que trataremos un ámbito del conocimiento en el que se debe incidir de manera profunda desde la educación, dado la necesidad intrínseca que genera su adquisición en el desarrollo personal y profesional de las personas. Por lo que en el siguiente capítulo pasaremos a abordar cómo el ámbito específico de la asignatura de EF puede potenciar el desempeño de la CMa y consecuentemente, impulsar la alfabetización matemática del alumnado.

Capítulo 3. Educación Física y Competencia Matemática

Jean Le Boulch dedica su obra: “ a los maestros deseosos de no privar a sus alumnos de un medio educativo fundamental: el movimiento” (Le Boulch, 1981).

3.1. Papel instruccional de la Educación Física en la enseñanza actual

3.1.1. La acción motriz como medio para el aprendizaje competencial

3.1.2. Planteamiento curricular de la materia

3.1.2.1. Aportaciones de Educación Física a las Competencias Básicas

3.1.3. Fundamentos didácticos para la adquisición de Competencias Básicas desde de la Educación Física

3.1.3.1. Las situaciones problema como estrategia metodológica para la enseñanza y la evaluación competencial

3.1.3.2. Enfoque pedagógico de la Educación Física en el marco competencial

3.2. Conexiones psicopedagógicas entre la Educación Física y la Competencia Matemática

3.2.1. La acción motriz como estrategia de aprendizaje matemático

3.2.2. Los contextos propios de la Educación Física como entornos significativos para el desarrollo de la Competencia Matemática

3.3. Estado de la cuestión. Investigaciones y programas didácticos que toman los entornos específicos de la Educación Física como recurso didáctico para trabajar las matemáticas

3.3.1. Intervenciones contextualizadas en ámbitos de la Educación Física planteadas textualmente y sin acción motriz

3.3.2. Propuestas planteadas a través de la acción vivida

En este segundo capítulo profundizamos en el entorno educativo donde se ubica el proceso de E-A de esta investigación: la asignatura de EF. En el primer punto analizamos qué perspectiva instruccional tiene la EF en la actualidad y cuál es la que mejor justifica nuestro planteamiento didáctico. En el segundo punto, tratamos de reconocer los vínculos entre el medio educativo, la EF, y el ámbito de aprendizaje, la CMA, y expondremos dichas conexiones, tanto desde la perspectiva psicológica como la pedagógica. En el tercer y último punto mostramos el estado de la cuestión en relación a las investigaciones y programas didácticos que ubican el trabajo de las matemáticas en los entornos específicos de la EF.

3.1. Papel instruccional de la Educación Física en la enseñanza actual

La forma de entender y plantear la instrucción de la asignatura de EF en la escuela ha ido cambiando a lo largo de la historia. Por ejemplo, se han quedado atrás la visión higienista o la físico-deportiva de la materia. Kirk (2013b, p. 2) justifica las diferentes perspectivas al considerar la EF como “una práctica social que configura el conocimiento de formas particulares y en momentos particulares”. Por tanto, se adapta a las características del entorno y a las necesidades de la época. Según el autor, los cambios se desencadenan por tres aspectos: 1) por las creencias y valores sobre la corporeidad y sus usos; 2) por la utilidad de las actividades físicas organizadas y su valor educativo; y 3) por cuestiones relativas a cómo estar en el mundo. En la actualidad, sostiene que la idea de EF se está construyendo de nuevo.

Teniendo como referente las bases pedagógicas curriculares que establecen que las CCBB deben ser el eje transversal de la enseñanza y el aprendizaje de todas las materias. En nuestro caso, no dejaremos al margen la asignatura de EF. Y, superando el objetivo funcionalista del acondicionamiento físico, entendemos que la parte física del área, la motricidad, los contextos de acción motriz o sus manifestaciones (el juego, el deporte, la actividad física, la salud o la expresión corporal), se presenta como un medio significativo de la educación de la escuela contemporánea. Incluso, si se apela realmente al enfoque interdisciplinar del currículum el resto de materias deben ver, entender y

utilizar los entornos propios de la EF como ámbitos para trabajar sus propios contenidos y desarrollar las CCBB.

Ahora bien, ni los referentes curriculares ni los bibliográficos establecen un marco teórico-práctico claro de cómo proceder. Así que en este contexto se pueden dar diferentes enfoques didácticos de la asignatura de EF, siendo todos igualmente válidos:

- Organizar la asignatura en base al desarrollo de la competencia motriz, como plantea Ruiz (1995).
- Desarrollar la EF estructurándola bajo el concepto “Physical Literacy”⁹ desarrollado por Margaret Whitehead, como plantean los sistemas educativos de Canadá, Australia o Nueva Zelanda (Corbin, 2016; Giblin, Collins, & Button, 2014; VV.AA, 2013; Whitehead, 2010). La IPLA (asociación internacional de la alfabetización física) desarrolla programas educativos y de investigación con el fin de fomentar una vida físicamente activa y saludable a todos los niveles de la sociedad. Para ello, en la escuela promueve tanto el desarrollo de habilidades y destrezas física como el conocimiento y las actitudes adecuadas.
- Plantear la EF para desarrollar las CCBB a través de los contenidos propios de la asignatura, como muestran la mayoría de las propuesta didácticas actuales en nuestro estado (Blázquez & Sebastiani, 2009; Calahorro, Lara, & Torres-Luque, 2010; Contreras & Cuevas, 2011; Díaz-Barahona, 2008; Gómez-Rijo et al., 2008; Lleixà, 2007; Méndez, López-Téllez, & Sierra, 2009; Ruiz-Omeñaca et al., 2013; Sierra et al., 2012; Zagalaz, Cachón, & Lara, 2014);
- O de una forma más innovadora, organizar la materia para contribuir a la adquisición de finalidades educativas científicas, para la salud o de otras asignaturas. Sobre esta idea se centran los trabajos de Kirk y colaboradores

⁹ El término “Physical Literacy” se entiende como la persona educada físicamente.

(1990, 2010); Kirk y Macdonald (1998); Kirk y MacPhail (2002); Ennis (2006, 2007, 2008, 2011, 2013); la propuesta de Gardner (1994, 1995); los estudios de Nyberg (2014); los recursos prácticos de González, Monguillot y Zurita (2014); Pellicer y colaboradores (2015); o el planteamiento de trabajo interdisciplinar de Pastor y Cuevas (2011).

En las dos últimas perspectivas nuestra área puede proporcionar un plus en el proceso de E-A y evaluación de competencias, pues se considera un medio donde se desarrolla el aprendizaje situado, eminentemente significativo y funcional (Kirk & Macdonald, 1998; Kirk & MacPhail, 2002). Además, debido también a que sus características aportan elementos educativos que las asignaturas instruccionales carecen (Kirk, 1990). Por ejemplo, en el caso de la materia de Matemáticas está limitada al libro de texto, los cuadernillos de problemas o cálculo, los ejercicios en plataformas digitales y a la necesidad de obtener buenos resultados en las pruebas de evaluación externa.

Siendo así, la aplicación del conocimiento en ámbitos de la EF se produciría en situaciones reales, de acción, manipulación, interacción y juego, dotando de significado la enseñanza y el aprendizaje, en nuestra intervención de las matemáticas. Aspecto que coincide con las exigencias curriculares del tratamiento de las CCBB y, en concreto, de la CMa. Y es aquí donde toman sentido los fundamentos psicopedagógicos que consideran la EF como contexto eminentemente competencial (Chavarria, 2009; Lleixà, 2007).

Partiendo de la base que el currículum legislativo no limita ninguna perspectiva, es decir, que es el propio docente o escuela quien se posiciona en un determinado enfoque de la asignatura y que, además, estamos en un momento de cambio educativo, se presentan dos motivos interesantes por los cuales afrontar el reto de rediseñar la idea de la EF, pudiendo impulsar una verdadera innovación curricular. Incluso, se podría mejorar la coordinación con otras áreas para trabajar más allá de los contenidos, las actividades E-A y la evaluación de la propia asignatura. En tal caso, como sugieren algunos autores (Buscà, 2016; Pastor & Cuevas, 2011), el objetivo de la EF sería hacer que los estudiantes adquieran competencias desde nuestros contextos, para saber qué hacer con sus conocimientos a lo largo de la vida en una gran variedad de ámbitos y situaciones.

Ahora bien, se debe tener claro, como nos recuerda Kirk (1990), que si se quiere servir verdaderamente a los intereses emancipatorios de la mayoría de alumnos, los esfuerzos deben dirigirse a plantar una materia interdisciplinar. Y quien mejor “identifica, crea y mejora los modelos de enseñanza” es la experiencia del profesor (Contreras & Cuevas, 2011, p. 25) que siendo consciente del potencial instruccional de la asignatura, debe desarrollar proyectos curriculares acordes para no correr el riesgo de quedarse al margen del resto de materias (Lleixà, 2007). Por ello, los docentes deben implicarse formal e ideológicamente para que la innovación y la transformación curricular sean reales (Barrachina, 2009).

Con este nuevo desafío educativo creemos imprescindible profundizar en cómo se entiende la acción motriz en el marco competencial y, con ello, justificar los enfoques pedagógicos que puede tomar nuestra asignatura.

3.1.1. La acción motriz como medio para el aprendizaje competencial

Partiendo del marco curricular vigente, es lógico afirmar que la escuela debe atender a todas las dimensiones del desarrollo personal del sujeto: el conocimiento, la identidad y la acción. Ya que el individuo en la vida real utiliza todos los recursos y los componentes de su personalidad tanto para comprender e interpretar como para decidir y actuar.

Consecuentemente, para romper el monopolio de la concepción abstracta y descontextualizada del intelecto, en las diferentes concreciones del currículum educativo se deben integrar: la mente y el cuerpo; la racionalidad y las emociones; la consciencia y los componentes de actuación; y el trabajo manual y la experiencia corporal (Pérez-Gómez, 2012).

Pero la única materia educativa que hasta ahora se ha ocupado del ser humano en movimiento es la EF (y mínimamente la música). En otros términos, se puede decir que solamente la EF busca la conjunción eficaz entre el enriquecimiento de toda la experiencia física vivida y la consecución de unos resultados de aprendizaje satisfactorios (Sánchez-Bañuelos, 1992).

Si a lo largo de la historia la EF ha formado parte del currículo educativo se debe a que diferentes teorías psicopedagógicas reconocen que el ser humano puede educarse a través de la motricidad generada en los contextos de la disciplina. Sin embargo, ¿cómo justificar su valor educativo desde el marco competencial? Históricamente, son muchos los autores que apuestan por la acción motriz como medio significativo para el desarrollo global e integral del educando. Y estamos convencidos que partir de la reflexión de sus supuestos nos permitirá reconocer y explicar el papel que puede tener la motricidad en el nuevo planteamiento didáctico.

Arnold (1991) justifica que entender el movimiento, o la EF, como parte esencial del currículum escolar se debe a que es un medio para educar a través de tres dimensiones, que marcarán el proceder de la asignatura: 1) “acerca del” movimiento; 2) “a través del” movimiento; y 3) “en el” movimiento. El autor matiza que dichas dimensiones no son excluyentes dado que se pueden llegar a interrelacionar unas con otras. Ahora bien, la que más se aproxima al planteamiento competencial, la segunda dimensión “a través del” movimiento, destaca el carácter interdisciplinar y globalizador al enfatizar el potencial que tiene la motricidad para ayudar a promover objetivos educativos que no son propios al movimiento e impulsar así, los propios de la escolaridad. En este sentido, las actividades físicas pueden emplearse de manera instrumental para la comprensión científica, estática y moral, para promover aspectos sociales sobre la salud o la utilización adecuada del tiempo libre. Sin embargo, desde esta perspectiva se especifica que todo esto dependerá de la intención, el conocimiento, la imaginación y la destreza del profesor. La dimensión “a través del” movimiento realza y armoniza los aspectos físicos, intelectuales, sociales y emocionales del individuo en su desarrollo.

Para entender este planteamiento hay que pensar que la ciencia que estudia el movimiento humano para educar debe forjar un método sin fragmentar la unidad de la persona, ya que según Le Boulch (1992), los gestos, las actitudes y los objetos se manifiestan por su presencia en el mundo y se recuperan gracias a la experiencia que se recoge de esa complejidad real de los fenómenos.

Por su parte, Lapierre y Aucouturier (1974), basándose en diferentes aportaciones teóricas, explican cómo la inteligencia y la afectividad dependen de la vivencia corporal y motriz, y cómo el cuerpo está implicado directamente en el proceso intelectual:

- La neurofisiológica determina que las conexiones córtico-mesencefálicas se promueven siempre que se dé una reacción motriz espontánea a la organización perceptivo-motriz consciente.
- La psicogenética enseña que el niño organiza el mundo a partir de su propio cuerpo en relación a los demás y cómo la afectividad condiciona la inteligencia. Las experiencias perceptivo-motrices son las que permiten: progresar entre la concordancia entre lo visual y auditivo; pasar a las percepciones corpóreas; y finalmente proyectarse a la organización del mundo exterior. Dicha teoría concreta que las nociones matemáticas tiene una gran carga afectiva, ya que las vivencias que representan lo intelectual y lo afectivo están íntimamente vinculadas. Así, su adquisición requiere de un compromiso total de la personalidad.
- La semántica y la función simbólica nos recuerdan que el gesto es inicialmente la reacción espontánea a un estímulo o a una situación. En este sentido, la noción lingüística expresada por la palabra recubre una noción profunda elaborada por el niño en el transcurso de las experiencias vividas con la ayuda de sus percepciones psicosomáticas. Por tanto, dicha noción es más rica cuanto mayor haya sido la experiencia vivida, más diversificada, más variada y más consciente.
- La epistemología genética, es decir, el estudio de la adquisición de los conocimientos y en especial los procesos intelectuales, permite la organización del pensamiento lógico partiendo de la experimentación, todas las adquisiciones primitivas y fundamentales nacen de la actividad perceptivo-motriz.

Con una mirada globalizadora, Castañer y Camerino determinan que:

Se puede decir que las personas no aprenden sólo a moverse, sino a activar determinados procesos cognitivos que nos permiten estar abiertos al aprendizaje de todo tipo, y a una variada gama de manifestaciones motrices (Castañer & Camerino, 2006, p. 35).

Estos autores, basándose en la Teoría General de Sistemas, presentan un modelo global de motricidad que es el que nos interesa abordar en el tratamiento competencial. Reconocen que los procesos de E-A son complejos, pero cumplen con todas las condiciones para ser abordados desde la acción y la interacción inteligente. En este sentido, las características del sistema inteligente se pueden entender también desde la motricidad, ya que pueden ser interpretadas como una expresión de dicho sistema, dado que implican (Castañer & Camerino, 1991, 2006):

1. La creatividad, que es la condición implícita de la idea de movimiento humano que conlleva imaginación, innovación y cambio.
2. La equifinalidad, que precisa tomar decisiones para alcanzar objetivos. En cualquier situación previa a la motricidad se plantea la opción de explorar y buscar diferentes vías para trazar objetivos.
3. La entropía negativa, que ante cualquier situación la capacidad de autorregulación ayuda al sistema a tener un cierto orden. En tal caso las expresiones motrices ofrecen una forma de estructurar la personalidad.
4. La morfogénesis, que, en las situaciones futuras, motrices o no, busca la acción perfecta para promover nuevas adaptaciones, facilitando el desarrollo y la evolución.
5. La interacción, que posibilita la comunicación entre los elementos y las capacidades humanas para promover una alteración y un cambio. Resulta obvio que la motricidad es una capacidad más del individuo.

Con el fin de aplicar estos argumentos a la realidad educativa motriz, en el sentido más amplio de la pedagogía, estos autores especifican que hay que entender una triple dimensión del “hacer” humano del movimiento: 1) la dimensión proyectiva que se ubica en el medio social y se constituye a través de la comunicación; 2) la dimensión

extensiva, centrada en el medio, en los objetos y el espacio y se estructura gracias a la interacción con ellos; y 3) la dimensión introyectiva que se vincula al propio cuerpo y se desarrolla por el propio reconocimiento. Castañer y Camerino esquematizan este planteamiento de forma gráfica (ver figura 19).

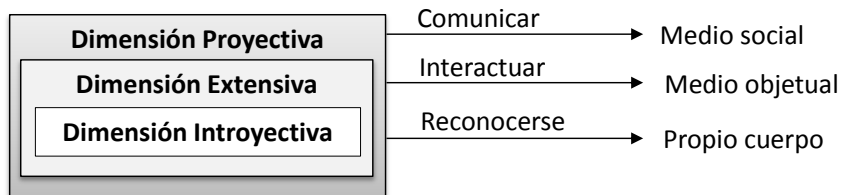


Figura 19. Dimensiones de la motricidad humana. (Adaptada de Castañer y Camerino (1991, p. 32))

Sánchez-Bañuelos (1992) argumenta esta idea explicando que todos los seres humanos tienen los mismos propósitos para moverse: 1) la interacción social; 2) la adaptación al ambiente; y 3) el desarrollo individual. De esta forma, el niño necesita aprender respecto al movimiento para funcionar de manera significativa en el mundo real, para mejorar la capacidad funcional que le permita integrarse de forma más completa en el ambiente y para auto-actualizarse. Si analizamos este orden de necesidades podemos reconocer de forma directa las necesidades educativas del enfoque competencial.

Por otro lado, cabe señalar que las dimensiones expuestas se integran y operan conjuntamente en diferentes porcentajes según la situación. Ahora bien, para poderlas reconocer durante la acción didáctica Castañer y Camerino (1991) especifican las acciones motrices que las definen:

1. Acciones o procedimientos motrices que ponen al alumno en relación con el entorno social. Son visibles cuando el sujeto trasciende el mundo material y se comunica o interactúa con los demás.
2. Acciones o procedimientos motrices que ponen al alumno en relación con el entorno físico y se concretan desde las relaciones que establece con él. Se entiende el cuerpo situado.
3. Acciones o procedimientos motrices que ponen al alumno en relación consigo mismo para desarrollar su propio conocimiento.

Transcendiendo esta triple dimensión, en la actualidad diferentes autores consideran que el planteamiento competencial desde el ámbito motor no será real sino se proporcionan experiencias educativas auténticas y valiosas que permitan a los estudiantes integrar los conocimientos y las habilidades de otras áreas temáticas (Buscà, 2016; Contreras & Cuevas, 2011). Dicha situación ayudará superar el laste que tienen las actividades físicas, los juegos o los deportes trabajados en nuestra asignatura como simples espacios de diversión y mejora física sin relevancia cognitiva. Este enfoque didáctico no será potencialmente significativo hasta que la actividad motriz sea tenida en cuenta desde la pedagogía como una estrategia más de aprendizaje. Y para ello, la EF debe relacionar sus saberes teóricos y técnicos y orientarlos hacia la consecución de los fines educativos que demanda la sociedad del siglo XXI (Buscà, 2016), divulgando de forma unificada la teoría, la práctica y la investigación educativa. Sin embargo, como desde hace tiempo sostiene Le Boulch:

La educación por el movimiento no ocupará el lugar que le corresponde en la escuela Primaria hasta que el maestro no se haga cargo de que, asociada con otros medios educativos, permite un aprendizaje más fácil de las habilidades básicas que el niño debe adquirir en la escuela (Le Boulch, 1981).

En este sentido, el campo de la neurociencia aporta una cantidad importante de hallazgos que otorgan un valor específico a la EF, al movimiento y a los juegos en el desarrollo de la cognición (Damasio, 2001; Forés & Ligoiz, 2009; Gardner, 1995; Gomila, 2009; Jensen, 2003; Mora, 2013; Pellicer et al., 2015; Wilson, 2002), no obstante, Howard-Jones (2015) piensa que aún falta coordinar los hallazgos científicos con la práctica del docente.

En la renovada teoría de las inteligencias, Gardner (1994, 1995) reconoce que las personas tienen múltiple aptitudes o inteligencias con grados de desarrollo independientes. Distingue siete: la musical, la cinético-corporal, la lógico-matemática, la lingüística, la espacial, la interpersonal y la intrapersonal. A nivel pedagógico, el autor entiende que gracias a ellas el alumno puede reforzar sus desventajas intelectuales o combinar sus talentos para progresar a nivel personal y formativo. La inteligencia que nos interesa tratar, como es obvio, es la cinético-corporal. Gardner afirma que el “conocimiento” cinético-corporal satisface muchos de los criterios requeridos por una

inteligencia, pues es “apto para la solución de problemas”. La habilidad para utilizar el cuerpo para expresar, para competir en un juego o para crear un nuevo producto constituye la evidencia de las características cognitivas del uso corporal. En su teoría, una inteligencia puede servir tanto de contenido de enseñanza como medio para comunicar un contenido. Por tanto, el profesor puede utilizar una metáfora cinético-corporal para ayudar al alumno a alcanzar el aprendizaje de un contenido propio de un área diferente.

Esta idea la comparten Forés y Ligoiz (2009) que matizan que un tema complicado para el discente puede ser asequible desde juegos de rol u otras formas lúdicas. Ya que tienen elementos metafóricos que abarcan la estimulación de ambos hemisferios cerebrales. Estos autores entienden que la utilización de estos recursos mejora y amplía la potencialidad educativa. La experiencia y a las emociones que se producen al jugar dejarán fuertemente grabados los conocimientos.

En relación al juego, Mora (2013, p. 93) explica que “es el mecanismo [...] a través del cual el niño aprende y adquiere habilidades y capacidades de un modo eficiente y que le hacen más apto para el mundo”. Para él, es el arma más poderosa del aprendizaje, pues la percepción seguida de un acto motor es algo que refuerza la curiosidad e incrementa el placer de aprender.

Uno de los autores que más ha profundizado sobre el movimiento como mecanismo de aprendizaje es Damasio (2001). Su tesis es que lo que pasa por la mente, pasa en un tiempo y en un espacio relativos al instante donde está nuestro cuerpo. El cerebro no recibe información del mundo, sino de los cambios que el mundo produce en el cuerpo. Y esto se debe a que hay señales procedentes de las respuestas emocionales hacia un objeto (o idea) que marcan cambios en el organismo. La presencia de las señales procedentes de los sentidos y de los ajustes musculares, posturales y viscerales describen, tanto el objeto conforme se cierne sobre el organismo, como una parte de la relación del organismo ante el objeto. Finalmente, el organismo se regula para procesar el objeto o idea. Esta combinación de sentidos evoca a la noción de cinestesia o sistema somatosensorial (cuerpo sensorial). En él, el cuerpo utiliza diferentes fibras nerviosas

sensoriales para transportar las señales hasta el sistema nervioso central, que trabajan en paralelo, en estrecha colaboración y a múltiples niveles para crear mapas de los aspectos multidimensionales del estado del cuerpo en un momento dado.

Wilson (2002) reconoce que las acciones corporales pasan a actuar como un sistema de representaciones y no sólo se encarnan en el cuerpo sino que se encarnan a través de él:

El cerebro cambia mediante la participación activa. [...] El cerebro está preparado para la experiencia, aprende de la experiencia y utiliza todos los “trucos” que puede para afrontar tanto problemas habituales como problemas nuevos. [...] Así el cerebro no vive dentro de la cabeza, aunque ésta sea su hábitat formal, se extiende por todo el cuerpo y con él, al mundo exterior (Wilson, 2002, pp. 305-306).

Para entenderlo, es necesario profundizar en la concepción que relaciona cuerpo, mano y mente. El referente no es sólo los mecanismos anatómicos de la mano, ni su relación con el cerebro, se debe entender “la mano” como algo más. Su definición se complica al explicar: qué es; los distintos modos de utilizarla; o comprender cómo se adquiere destreza en su uso. Por lo que no se sabe con seguridad donde empieza y termina en el cuerpo “la mano”.

El movimiento corporal y la actividad cerebral son funcionalmente interdependientes, y su sinergia está tan poderosamente formulada que ninguna ciencia o disciplina puede explicar por sí sola la destreza o la conducta humana. [...] La mano está tan ampliamente representada en el cerebro, sus elementos neurológicos y biomecánicos son tan propensos a la interacción y la reorganización espontánea, y los motivos y esfuerzos que dan lugar a los usos individuales de la mano tienen unas raíces tan profundas y extensas, que debemos admitir que estamos tratando de explicar un imperativo básico de la vida humana (Wilson, 2002, pp. 22-23).

Lo que nos interesa entender de la perspectiva neurocomportamental es que “la mano es tan fundamental para la vida humana como el cerebro. [...] Interviene en el aprendizaje humano” (Wilson, 2002, p. 279) y salpica la acción y el pensamiento a través del cuerpo.

La sensación de conocer se inicia entonces con el organismo en alerta y con la atención focalizada para comprender la situación en relación a: la imagen de las cosas y el cuerpo; y sus receptores y sus acciones. Entonces, desarrollará las representaciones del

contenido de los objetos (Damasio, 2001). El hecho de vincular el organismo con un objeto, o idea, intensifica la habilidad para actuar sobre él, pues procesarlo sensorialmente incrementa la probabilidad de relacionarlo y prepararlo para futuras relaciones. Este aspecto también mejora la relevancia, ya que facilita la función cerebral en la conexión con neuronas ya existentes. El resultado será: mayor alerta, focalización más precisa y mayor calidad en el proceso de las imágenes (Damasio, 2001; Jensen, 2003).

Otra teoría que reafirma hoy en día la necesidad moverse y actuar para aprender es la del enactivismo, definida por Varela, Thompson y Rosch (1992). Estos autores resaltan la naturaleza constructivista del conocer humano ligado a la acción. Su máxima es: “conocer es participar” (Di Paolo, 2013). Inciden en la necesidad de incorporar las funciones sensoriales y motoras, así como la interacción exitosa con el medio, como elementos esenciales en la cognición (Varela, 1990).

Por todos estos aspectos y los referentes teóricos de las corrientes de aprendizaje constructivista, socio-constructivista y situado ya descritas, podemos afirmar que las personas también aprenden y se desarrollan a través de la actividad motriz, pudiéndose presentar como una actividad educativa integral y transversal que favorece el desarrollo global del individuo. No obstante, debemos concretar que:

La actividad física no conduce al desarrollo cognitivo. Sino que más bien exige el conocimiento, entendimiento y consciencia conceptual como aspecto necesario (aunque no suficiente) para una implicación y una participación exitosa. [...] Son aspectos intrínsecos de la práctica en actividad física si el alumno participa resuelta y seriamente (Kirk, 1990, p. 89).

Ante tales evidencias, se puede decir que las diferentes manifestaciones de la acción motriz podrán ser un referente para el desarrollo competencial, siempre y cuando, claro está, el enfoque de la asignatura, el tratamiento de los contenidos y el planteamiento metodológico sea el adecuado. Por ello, pasaremos a valorar las posibilidades pedagógicas de la asignatura definidas en el marco legislativo vigente.

3.1.2. Planteamiento curricular de la asignatura de Educación Física

Teniendo presente los rasgos psicopedagógicos que definen a las competencias, somos conscientes que su adquisición no sólo precisa de un aprendizaje cognitivo, también requiere de otros aprendizajes específicos. Como apuntábamos en el punto 1, el desempeño competencial se promueve con el aprendizaje: contextualizado, funcional, vivencial, integrador de contenidos, cooperativo, autorregulado y reflexivo. En este sentido, y gracias a las características de la EF será posible potenciar todos y cada uno de ellos, al ser una asignatura abierta, flexible y multiexperiencial que prioriza los contenidos actitudinales, sociales y procedimentales sin olvidar del uso práctico que se hace de los contenidos conceptuales. Además, aporta entornos de E-A variados, físicos, sociales y culturales que amplían las posibilidades de intervención del alumno, contribuyendo así, al desarrollo y la adquisición de todas las CCBB. Es más, diferentes autores la consideran una materia privilegiada para dicho fin (Blázquez, 2009; Cañabate & Zagalaz, 2010; Chavarria, 2009; Contreras & Cuevas, 2011; Lleixà, 2007). Ahora bien, ¿cómo se presenta la asignatura en la etapa de Primaria en los diferentes referentes curriculares estatales y autonómicos?

La Ley Orgánica 2/2006 especifica simplemente que la asignatura tiene el cuerpo y la motricidad como elementos esenciales de su acción educativa. A través de ellos debe contribuir: 1) al incremento de las capacidades vinculadas a la actividad motriz; 2) a la adquisición de elementos de cultura corporal; 3) al desarrollo personal; y 4) a la mejora de la calidad de vida. Dicho planteamiento evoca la propuesta escueta, pero globalizada, de la anterior reforma educativa, la Ley Orgánica General del Sistema Educativo (en adelante, LOGSE 1/1990).

Por contra, el Decret 142/2007 especifica que la E-A de la EF se tiene que fundamentar en la adquisición de los conocimientos, las habilidades, los valores y las competencias relacionadas con el cuerpo y su actividad motriz que promuevan el desarrollo integral de la persona y la mejora de la cualidad de vida.

El hecho de no incluir inicialmente la competencia motriz o física en los currículums educativos puede ser el motivo por el cual se haya cambiado el planteamiento de la

asignatura de EF en el Real Decreto 126/2014 (Méndez et al., 2009; Molina & Antolín, 2008). Y aunque continúa teniendo un enfoque muy abierto, ofrece un punto de vista renovado con matices higienistas.

La asignatura de Educación Física tiene como finalidad desarrollar en las personas su competencia motriz, entendida como la integración de los conocimientos, los procedimientos, las actitudes y los sentimientos vinculados a la conducta motora fundamentalmente. Para su consecución no es suficiente con la mera práctica, sino que es necesario el análisis crítico que afiance actitudes, valores referenciados al cuerpo, al movimiento y a la relación con el entorno. [...Asimismo] está vinculada a la adquisición de competencias relacionadas con la salud [...a través] de la adquisición de hábitos responsables de actividad física regular, y de la adopción de actitudes críticas ante prácticas sociales no saludables (Real Decreto 126/2014, p. 19406).

Esta orientación se asemeja al programa de EF diseñado por Margaret Whitehead (2010), cuyo objetivo instruccional en la escuela es alfabetizar físicamente a los estudiantes.

Sin embargo, el decreto actual de Cataluña (Decret 119/2005) sigue reconociendo la idea de EF como en el modelo curricular anterior, con la diferencia que resalta de forma explícita el carácter transversal de la asignatura y las posibilidades de establecer relaciones con otras áreas.

Así que, ciñéndonos a los primeros referentes curriculares expuestos, podemos decir que ambos inciden en aspectos que relacionan la actividad física con: la salud; la mejora de las capacidades motrices; las relaciones sociales; el conocimiento de uno mismo; la adquisición de actitudes y valores; el disfrute de la variedad de formas culturales derivadas de la motricidad (deporte, juegos, danzas, teatro); y la visión crítica y reflexiva sobre la salud, los juegos y el deporte.

Una diferencia a destacar con las normativas actuales, y que justifica el tratamiento interdisciplinar desde nuestra asignatura, es que el Decret 142/2007 de Catalunya especifica de forma clara en el apartado dedicado a la asignatura de EF que:

Aunque los contenidos se presenten organizados por áreas, para la adquisición de las CCBB es conveniente establecer relaciones entre ellas siempre que se pueda. La conexión entre contenidos de áreas diversas muestra las diferentes maneras de tratar una misma situación y da un sentido más amplio de los conceptos y favorece

la comprensión. De la misma manera, los contenidos que en un área se presenten como un instrumento encontrarán en otra área los contextos adecuados que le darán sentido. [...] Las conexiones se pueden establecer con naturalidad en situaciones de relación con el entorno y la vida diaria (Decret 142/2007, p. 21860).

Desde esta perspectiva, la estructura de los contenidos del área refleja cada uno de los ejes que dará sentido a la EF: 1) el desarrollo de las capacidades cognitivas, físicas, emocionales y relacionales vinculadas a la motricidad; 2) la adquisición de formas sociales y culturales de la motricidad; y 3) la educación en valores y la educación para la salud. A nivel curricular, la materia se organiza en cinco bloques de contenidos que desarrollan sus ámbitos específicos de aprendizaje. En la tabla 21 se recogen los que especifica la normativa autonómica catalana (Decret 142/2007).

Tabla 21. Bloques de contenidos de la EF de Primaria (Decret 142/2007)

Bloque de contenidos
1. El cuerpo imagen y percepción. Contenidos que permiten el desarrollo de las capacidades perceptivo-motrices. Dirigido a adquirir conocimiento y control del propio cuerpo, desarrollar la imagen corporal y el aprendizaje motor.
2. Habilidades motrices y cualidades físicas básicas. Contenidos que permiten moverse con eficacia. Adquisición de dominio y control motor y los contenidos que facilitan la toma de decisiones para adaptarse a nuevas situaciones.
3. Actividad física y salud. Conocimientos necesarios para que la actividad física resulte saludable, adquisición de hábitos de actividad física a lo largo de la vida, como fuente de bienestar. Desde perspectiva los aprendizajes son transversales a todos los bloques.
4. Expresión corporal. Contenidos dirigidos a fomentar la expresividad a través del cuerpo y el movimiento, a través de la comunicación con el lenguaje corporal.
5. Juegos y actividades deportivas. Contenidos relativos al juego y a las actividades deportivas entendidos como manifestaciones culturales de la motricidad humana. El juego puede ser estrategia metodológica o un contenido de valor antropológico y cultural. Adquirir aspectos de relación interpersonal: solidaridad, cooperación y el respeto a las personas.

Aunque se traten los contenidos de forma integrada, dicha normativa específica que se debe dar prioridad a los procedimentales, dado que fomentan las competencias tanto motrices como actitudinales. Matiza, que la adquisición de los contenidos conceptuales estará supeditada a la comprensión de la realidad.

Para orientar la programación por competencias, Zagalaz, Cachón y Lara (2014) determinan que se debe comenzar relacionando cada objetivo general de EF¹⁰ con las

¹⁰ Los objetivos de área son las capacidades medias de la etapa de primaria y expresan el tipo de desarrollo al que hay que dirigir la acción docente (Escamilla, 2009)

CCBB. De este modo se podrá valorar fácilmente el nivel de incidencia instruccional en el desarrollo de los diferentes desempeños. En la tabla 22 vemos su propuesta.

Tabla 22. Relación entre los objetivos generales de la EF de Primaria y las CCBB que plantea la Ley Orgánica 2/2006. (Adaptado de Zagalaz, Cachón y Lara (2014))

Objetivos de la EF en la Ley Orgánica 2/2006	CCBB
1. Conocer, aceptar y valorar su cuerpo y la actividad física como medio de exploración y disfrute de sus posibilidades motrices, de relación con los demás y como recurso para organizar el tiempo libre.	3. Conocimiento e interacción con el mundo físico 5. Social y ciudadana 7. Social y ciudadana 8. Cultural y artística
2. Apreciar la actividad física para el bienestar, manifestando una actitud responsable hacia uno mismo y las demás personas y reconociendo los efectos del ejercicio físico, de la higiene, de la alimentación y de los hábitos posturales sobre la salud. 3. Utilizar sus capacidades físicas, habilidades motrices y su conocimiento de la estructura y funcionamiento del cuerpo para adaptar el movimiento a las circunstancias y condiciones de cada situación.	2. Matemática 3. Conocimiento e interacción con el mundo físico 4. Tratamiento de la información y com. digital 5. Aprender a aprender 6. Autonomía e iniciativa personal 7. Social y ciudadana
4. Adquirir, elegir y aplicar principios y reglas para resolver problemas motores y actuar de forma eficaz y autónoma en la práctica de actividades físicas, deportivas y artístico-expresivas. 5. Regular y dosificar el esfuerzo, llegando a un nivel de autoexigencia acorde con sus posibilidades y la naturaleza de la tarea.	2. Matemática 3. Conocimiento e interacción con el mundo físico. 4. Tratamiento de la información y com. digital 5. Aprender a aprender 6. Autonomía e iniciativa personal 7. Social y ciudadana 8. Cultural y artística
6. Utilizar los recursos expresivos del cuerpo y el movimiento, de forma estética y creativa, comunicando sensaciones, emociones e ideas.	1. Comunicación lingüística 2. Matemática 6. Autonomía e iniciativa personal 7. Social y ciudadana
7. Participar en actividades físicas compartiendo proyectos, estableciendo relaciones de cooperación para alcanzar objetivos comunes, resolviendo mediante el diálogo los conflictos que pudieran surgir y evitando discriminaciones por características personales, de género, sociales y culturales.	1. Comunicación lingüística 5. Aprender a aprender 6. Autonomía e iniciativa personal 7. Social y ciudadana
8. Conocer y valorar la diversidad de actividades físicas, lúdicas y deportivas como elementos culturales, mostrando una actitud crítica tanto desde la perspectiva de participante como de espectador.	1. Comunicación lingüística 3. Conocimiento e interacción con el mundo físico 4. Tratamiento de la información y com. digital 7. Social y ciudadana

A simple vista, observando la tabla 22, se puede comprobar que la CMA se vincula de forma directa con cinco objetivos, y entendemos que por su tratamiento transversal también podría ser desarrollada por los tres restantes.

Valorando el alto porcentaje de conexiones existente entre la CMA y los objetivos de la asignatura, nos llama la atención, como a otros autores (Blázquez, 2009; Díaz-Barahona, 2009), que en el marco curricular no se plantee la CMA como una competencia propia de la EF. No obstante, en la descripción de la materia del Decret 142/2007, en el

apartado dedicado a “conexiones con otras áreas”, se hace referencia a algunos aspectos que se pueden vincular con las matemáticas. Por ejemplo: la organización y la orientación espacial y temporal; la comprensión de normas de juegos; la percepción y comprensión de actividades; o el desarrollo de prácticas saludables. Ahora bien, en las diferentes normativas se especifica que la EF contribuye al desarrollo de las siete competencias restantes, pero fundamentalmente a la del conocimiento e interacción con el mundo físico y a la social y ciudadana. Por tanto, en el siguiente punto detallaremos cómo la EF puede potenciar el desempeño de las CCBB.

3.1.2.1. Aportaciones de la Educación Física a las Competencias Básicas

Como bien se recordará, las CCBB son un elemento curricular que establece las metas educativas ampliando los objetivos de cada etapa y área. Su fin es integrar los aprendizajes que se consideran imprescindibles en la aplicación de saberes adquiridos. En este sentido, el análisis de las aportaciones que la EF ofrece a la adquisición de las competencias nos permitirá, por una parte, tener presente la importancia que el marco curricular otorga al carácter integrador y transversal de la asignatura, y, por otra parte, identificar las conexiones existentes entre cada una de las CCBB y el área. De esta manera, tomaremos consciencia de las posibilidades formativas que tiene nuestra materia en relación a los desempeños específicos de cada competencia, evidenciando, aún más, su valor instruccional. En la tabla 23 se describe cada competencia¹¹.

Tabla 23. Aportaciones de la EF a las CCBB. (Elaboración propia)

Competencia en comunicación lingüística
La EF ofrece gran variedad de intercambios comunicativos, el uso de normas y un vocabulario específico fomentan el interés por las lenguas y la comunicación. Su desarrollo y adquisición es considerado básico y relevante, ya que el lenguaje verbal tiene una función reguladora sobre la motricidad. Requiere saber escuchar, contrastar y tener en cuenta otras opiniones, ante la necesidad promover actuaciones reflexivas sobre los contenidos, explicar vivencias, emociones o “errores”, así como las acciones para su corrección. El diálogo favorece la valoración crítica de los mensajes y es el medio de negociación y de resolución de conflictos (Ley Orgánica 2/2006; Lleixà, 2007; Molina & Antolín, 2008; Ruiz Omeñaca et al., 2013).

¹¹ Descartamos la CMA ya que la hemos desarrollado de forma extensa en el capítulo 2.

Forma parte de esta competencia, y es contenido de la EF, el lenguaje corporal, no verbal, plástico o musical que se usa con propósito comunicativo para transmitir emociones, sentimientos o ideas mediante el gestos, las posturas o los movimientos (Burgués & Sarramona, 2013; Chavarría, 2009; López-Pacheco, 2010; Ruiz-Omeñaca et al., 2013; Sarramona, 2004).

Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico

Los contenidos de EF tienen conexión directa con esta competencia desde dos aspectos fundamentales (Blázquez & Sebastiani, 2009; Decret 142/2007, Ley Orgánica 2/2006, Escamilla, 2008; Lleixà, 2007; López Pacheco, 2010; Ruiz Omeñaca et al., 2013; Jaume Sarramona, 2004):

1. La interacción del cuerpo con el espacio, los objetos y las personas es el medio de exploración, descubrimiento y de aprendizaje para el uso responsable de los recursos del entorno, en especial del medio natural.
2. La valoración de la actividad física como un medio para preservar la salud, adquirir hábitos saludables, mejorar y mantener la condición física y adquirir conocimientos de los riesgos a la práctica de ejercicio físico y el deporte.

Competencia en el tratamiento de la información y competencia digital

Se utilizan las TICs y los entornos virtuales para el aprendizaje de contenidos propios de la EF con el objetivo de conseguir la máxima eficacia didáctica y trabajar el espíritu crítico ante la información relacionada con el cuerpo, los estereotipos y las noticias vinculadas a los valores y actitudes deportivas (Escamilla, 2008; Ley Orgánica 2/2006; Lleixà, 2007; Molina & Antolín, 2008; Ruiz Omeñaca et al., 2013; Jaume Sarramona, 2004).

Competencia en aprender a aprender

Comporta la capacidad para obtener información y transformarla en conocimiento o aprendizaje efectivo. La EF contribuye a su desarrollo desde planteamientos como (Cañabate & Zagalaz, 2010; Gil & Cordente, 2011; Real Decreto 1513/2006; Ruiz Omeñaca et al., 2013):

1. El conocimiento de uno mismo: posibilidades y limitaciones motrices; desarrollo de habilidades para transferir a situaciones nuevas y complejas; autoevaluar; y adquirir conciencia sobre comportamiento y sentimientos.
2. Reflexionar sobre cómo se aprende: autoevaluar el proceso y el resultado identificando las estrategias de aprendizaje, desarrollar autoconcepto; juzgar lo que se sabe o ignora; descubrir actitudes o condiciones que dificultan o favorecen el aprendizaje; identificar el proceso básico para resolver actividades; reconocer formas para aprender cooperativamente.
3. Adquirir estrategias para desarrollar las propias capacidades. Identificar y ejercitar las propias capacidades; resolver actividades de dificultad gradual; poner en práctica estrategias nuevas y creativas; resolver actividades mediante el trabajo cooperativo.
4. Mejorar la autoestima y el sentimiento de competencia: resolver actividades difíciles; registrar las actividades resueltas correctamente; intercambiar valoraciones positivas entre compañeros; trabajar de forma cooperativa.

El docente, según varios autores (Gil & Cordente, 2011; Lleixà, 2007; Ruiz Omeñaca et al., 2013), debe impulsar su desempeño mediante el uso de metodologías y estrategias de enseñanza basadas en la metacognición, el aprendizaje reflexivo, autorregulado, crítico y autónomo, así como el uso de metodologías cooperativas, promoviendo la participación activa del discente en su propio proceso de aprendizaje. "La interrelación del alumnado es una de las estrategias que más promoverá la adquisición de las competencias de aprender a aprender" (Gil & Cordente, 2011, p. 85), esto creará una dimensión común de E-A entre profesor, alumno, entorno y cultura, a partir del cual se planificará la asignatura. Estos autores añaden que ayuda el crear un clima de motivación planteando: metas alcanzables; S-P con varias soluciones; el trabajo creativo en grupo; retos; contenidos contextualizados en el entorno social, cultural, físico y temporal; prácticas seguras; materiales adecuados; y un ambiente social de confianza. Todo ello permite a los estudiantes adquirir competencia en la planificación y la práctica de actividades en su tiempo libre de forma organizada y estructurada, capacitándolos en la regulación de su propio aprendizaje (Blázquez, 2009).

Competencia en autonomía e iniciativa personal

Lleixà (2007) suscribe que la base de esta competencia en la EF es la capacidad del individuo de tomar sus propias decisiones en el ámbito motor. Para ello se deben desarrollar las habilidades personales de autonomía, autoestima, perseverancia, responsabilidad y aquellas que son necesarias para colaborar con los demás. Las metodologías activas y reflexivas fomentan el trabajo de dicha competencia, y gracias a las características de la materia resulta fácil trasladar la responsabilidad del proceso de aprendizaje al alumno, autogestionando tiempos, materiales, organizando juegos, teatros, circuitos, ..., emplazándolo a tomar decisiones con progresiva autonomía en (Decret 142/2007; Real Decreto 1513/2006; Lleixà, 2007; López Pacheco, 2010; Ruiz Omeñaca et al., 2013):

1. Situaciones de autosuperación, perseverancia y actitud positiva ante tareas de cierta dificultad;

2. Mejorar del nivel en el esquema corporal, habilidades coordinativas y la condición física;
3. La aplicación de reglas desde la responsabilidad y honestidad;
4. La aceptación de los diferentes niveles dentro del grupo;
5. La adquisición de habilidades sociales para relacionarse;
6. La gestión de las emociones durante actividades diversas;
7. Los logros para infundir confianza y seguridad en las propias posibilidades;
8. La planificación y organización individual y colectiva de actividades.

Competencia social y ciudadana

Por las características del entorno y la dinámica de la clase de EF favorecen la educación de habilidades sociales, al poner al alumno de forma frecuente en situaciones en las que se debe relacionar de forma directa. Estas habilidades se concretan en (Blázquez, 2009; Lleixà, 2007; Real Decreto 1513/2006):

1. Actividades colectivas, juegos o deportes, que mejoran y facilitan la relación, la integración, la aceptación y el respeto de códigos de conducta para la convivencia, desarrollando habilidades de cooperación y solidaridad. Y será así, siempre que la intervención incide dichos aspectos.
2. Actividades competitivas que necesitan negociar, dialogar y resolver los conflictos que se generan.
3. Asumir las diferencias, las posibilidades y limitaciones propias y ajenas.
4. Conocer la riqueza cultural, mediante la práctica de diferentes juegos y danzas.

Competencia artística y cultural

Se trabaja desde el momento en que las capacidades perceptivo-motrices desarrollan habilidades perceptivas, sensitivas y la capacidad de emocionarse. Se hace partícipe al alumno de esta competencia a través de las manifestaciones culturales como los deportes, los juegos populares y tradicionales y las actividades expresivas o la danza (Lleixà, 2007). Otro elemento común se da al analizar y reflexionar sobre la violencia en el deporte u otras situaciones contrarias a la dignidad humana (Molina & Antolín, 2008; Real Decreto 1513/2006; Ruiz Omeñaca et al., 2013).

A través de la asignatura también se fomenta el desarrollo de la creatividad e imaginación en relación con la acción motriz para expresar mediante el gesto y el movimiento, emociones y sentimientos (Blázquez & Sebastiani, 2009; Díaz-Barahona, 2008; López-Pacheco, 2010; Ruiz-Omeñaca et al., 2013).

Una vez reconocido el valor instruccional globalizado de la EF a nivel competencial, pasamos a tratar las bases pedagógicas que nos muestren las pautas metodológicas para llevar a cabo el proceso de enseñanza de la CMA desde los contextos específicos de nuestra asignatura.

3.1.3. Fundamentos didácticos para la adquisición de Competencias Básicas desde de la Educación Física

3.1.3.1. Las situaciones problema como estrategia metodológica para la enseñanza y evaluación competencial

En el capítulo 1 de este trabajo tuvimos la oportunidad de valorar la complejidad del proceso de aprendizaje que requieren las competencias. En este sentido somos

conscientes que, para abordar dicha instrucción, el docente precisa de un modelo enseñanza específico definido por una metodología con características propias. Por tanto, es necesario trazar unas líneas teóricas básicas que nos ayuden a transcribir su proceso de aprendizaje a los procesos de enseñanza en los contextos educativos. Entendemos, como sostienen algunos autores, que sólo así, se podrán implementar las acciones didácticas pertinentes que precisa el enfoque competencial (Escamilla, 2008, 2009; Monereo, 2009; Perrenoud, 2012; Zabala & Arnau, 2007, 2014).

Del análisis de lo que representa llevar a cabo una acción competente y de cómo se adquieren los componentes competenciales, se puede extraer que las propuestas metodológicas se deben ceñir a aspectos que tienen que ver con la demostración del saber utilizar el conocimiento para superar con éxito una situación mediante un determinado esquema de acción. Con ello, el alumno, debe poner en juego el saber en la acción, para la acción y sobre la acción. De este modo, el objetivo de la instrucción será dar prioridad a los contenidos extraídos de la vida que, tratados sistemáticamente en el entorno académico, deben ser transferidos de nuevo a los contextos reales. Consecuentemente, se otorgará así, un valor mayúsculo a la significatividad de los contenidos de aprendizaje.

Tomando como referencia las propuestas de Perrenoud (2004); Coll (2007); Monereo y Pozo (2007); Pérez-Gómez (2007); Zabala y Arnau (2007); Bolívar (2008) y Escamilla (2008) detallamos los diferentes criterios metodológicos que se deben tener en cuenta a la hora de diseñar recursos didácticos competenciales. Los clasificamos en tres grupos, los que hacen referencia al diseño de programas educativos, los que plantean aspectos a tener en cuenta durante su implementación y los relativos a la evaluación.

a) Criterios metodológicos para el diseño de recursos didácticos:

- Potenciar la enseñanza en contextos o situaciones distintas, pero concretas de la realidad.
- Plantear situaciones para actuar en la complejidad, es decir, para saber dar una respuesta eficaz a problemas y situaciones variadas de la vida real.

- Facilitar conexiones globalizadas e interdisciplinarias.
- Diseñar actividades donde se haga visible la funcionalidad o aplicabilidad del contenido.
- Tener como referente el carácter procedimental. Formar para afrontar y resolver problemas o tareas que exigen actuaciones estratégicas, potenciando habilidades para “saber hacer” aplicadas a un esquema de actuación que se ajuste a las necesidades de la situación.
- Plantear secuencias de actividades que muestren el proceso de forma gradual.
- Enseñar habilidades previas a la aplicación del plan de acción para: interpretar y comprender la situación; identificar necesidades con el fin de intervenir de forma eficaz; reconocer la información relevante; revisar los diferentes esquemas de actuación; y valorar las variables reales.
- Fomentar la integración de conocimientos, saberes y actitudes de diferentes tipos de contenidos.
- Orientar el trabajo a contenidos esenciales, básicos e imprescindibles.
- Promover elementos para facilitar la significatividad del aprendizaje como: adaptarse al nivel del alumnado; plantear los contenidos para que sean funcionales; presentar el reto abordable; promover un conflicto cognitivo para activar procesos de pensamiento; fomentar el interés y la motivación; estimular la autoestima y el autoconcepto haciendo que el alumno sienta que el esfuerzo merece la pena y reconozca que ha aprendido; y promover habilidades para aprender a aprender.

b) Criterios metodológicos para la implementación de recursos didácticos:

- Promover el trabajo cooperativo y la implicación activa del discente en la autogestión de los procesos de aprendizaje, evaluación, autoevaluación y coevaluación, con el fin de impulsar habilidades metacognitivas.

- El rol del docente debe ser de facilitador o mediador de los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

c) Criterios metodológicos para para la evaluación:

- Los enfoques de la evaluación del aprendizaje no deben dirigirse a la cantidad de lo memorizado, sino a aquello que, asimilado, se es capaz de hacer. Es decir, la evaluación debe ser vista como una acción de intervención que permita al sujeto la reconstrucción de lo aprendido.
- Orientar su proceso para que el discente pueda demostrar su competencia. Además, se deben recopilar evidencias que demuestren que ha logrado los resultados desde la perspectiva de construcción de conocimiento global sobre aspectos relativos a situaciones de la vida cotidiana.

Bajo estas premisas instruccionales, los organismos oficiales que promueven el cambio educativo determinan que la solución de problemas debe ser un objetivo central de los programas didácticos. En consecuencia, tanto las políticas educativas como los educadores deben procurar enseñar y evaluar las CCBB de los estudiantes para que sean capaces de actuar eficientemente y resolver problemas de la vida real y para ello, es necesario planificar la instrucción tomando como referencia situaciones o problemas que se pueda encontrar en su vida cotidiana (Comisión Europea, 2003, 2006, Ley Orgánica 2/2006, Real Decreto 126/2014; OCDE, 2002a; Rico, 2005b; UNESCO, 2005). Este enfoque pedagógico plantea una visión de la enseñanza con dos perspectivas: 1) la funcionalista, que determina que lo que se aprende debe tener sentido para el educando, ya que así utilizará sus conocimientos para comprender y dar respuesta a cuestiones y problemas; y 2) la utilitarista, que establece que sólo vale la pena aprender lo que tiene una utilidad cotidiana (Zabala & Arnau, 2014).

Ahora bien, resulta obvio pensar que desde la escuela no se podrán reproducir las situaciones cotidianas como tal, nunca serán exactas a la realidad. En cambio, se puede enseñar a ser competente a través de la recreación o la contextualización de situaciones o problemas reales que permitan actuar sobre el modelo entrenando esquemas de

actuación específicos. Esto permitirá adquirir unas estrategias que posteriormente podrá transferir o generalizar a los ámbitos que necesite. En este sentido, gran cantidad de autores determinan que los planteamientos metodológicos más adecuados para la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de competencias son las S-P. Dado que su objetivo es transferir los conocimientos a una situación nueva y problemática sobre la que hay que intervenir para dar solución (Doncel & Leena, 2011; Escamilla, 2008; Monereo, 2009; Perrenoud, 2004, 2012; Pozo, 2008; Zabala & Arnau, 2007, 2014).

La S-P se define como una situación de la realidad que cuestiona o plantea problemas para resolver. De este modo, sitúa al alumno frente a una serie de decisiones que debe tomar para alcanzar el objetivo que bien él mismo ha escogido o le han propuesto o asignado (Perrenoud, 2008; Zabala & Arnau, 2007). Astolfi (1999) especifica las diez características que definen a una S-P:

1. Una S-P se organiza en torno a la superación de un obstáculo.
2. El estudio se organiza en torno a una situación concreta que permita de un modo efectivo al alumno formular hipótesis y conjeturas.
3. El alumno debe percibir la S-P como un enigma a resolver.
4. Al principio, los alumnos no deben disponer de toda la información para solucionarla. Es la necesidad de resolverla lo que les conducirá a elaborar los instrumentos intelectuales necesarios para construir la solución.
5. La S-P debe ofrecer una resistencia suficiente que lleve al alumno a emplear a fondo sus conocimientos y representaciones disponibles, cuestionándose sus ideas para elaborar otras nuevas.
6. La actividad o el problema debe ser asequible y promover el desafío intelectual. Por lo que se debe diseñar y trabajar en la ZDP de los conocimientos de los alumnos.
7. La anticipación de resultados y la exposición colectiva debe preceder a la búsqueda de la solución.

8. El trabajo de la S-P debe estimular los conflictos sociocognitivos.
9. La validación de la solución no la da el profesor de forma externa, sino que resulta del modo de estructuración de la situación por sí misma.
10. Reexaminar en grupo la progresión realizada es la forma de reflexionar con carácter metacognitivo, esto ayuda a concienciar de las estrategias puestas en juego y estabilizar los procedimientos disponibles para nuevas S-P.

Zabala y Arnau (2014) afirman que una S-P motivadora, funcional y significativa se afronta desde diferentes métodos globalizados de enseñanza. La diferencia entre ellos está en cómo se afronta el problema desde la intencionalidad articulada de las actividades de la secuencia didáctica (en adelante, SD) y en el tipo de producto final. Estos autores proponen los ocho métodos más adecuados y el objetivo de su trabajo (ver tabla 24).

Tabla 24. Métodos de enseñanza. (Adaptado de Zabala y Arnau (2014))

Método	Intención
El método de proyectos	Realizar o construir un objeto
Centros de interés	Conocer un tema en profundidad
Investigación del medio	Realizar un trabajo de investigación sobre algún aspecto conflictivo del medio
Proyectos de trabajo globales	Conocer un tema en profundidad y presentarlo de forma ordenada
Estudio de casos	Analizar un ejemplo en acción
Aprendizaje basado en problemas	Encontrar una solución a una situación problemática
Role-Play	Ponerse en el lugar de otros
Simulaciones	Dominar procesos complejos a partir de la práctica

En nuestro caso, nos interesa profundizar en el “aprendizaje basado en problemas” ya que lo definen como un método en el que el alumnado resuelve problemas que le plantea un tema o una situación del mundo real (Zabala & Arnau, 2014, p. 133). Estos autores especifican que sus objetivos son:

- Ayudar a ver la relevancia del aprendizaje en un ambiente real.
- Mantener un nivel alto de motivación hacia el aprendizaje.
- Mostrar la importancia de disponer de actitudes de responsabilidad.

- Potenciar fundamentalmente el desarrollo de competencias que capaciten para resolver problemas de manera eficaz a partir del aprendizaje autogestionado, colaborativo y desde la motivación intrínseca.

Durante toda la tesis utilizaremos de forma generalizada la denominación “S-P” para referirnos también al método utilizado en el diseño del RD de nuestro estudio.

Las S-P utilizadas para la enseñanza y la evaluación de competencias se estructuran en el conjunto de actividades que promueven las acciones para intervenir en la resolución de las cuestiones que genera dicha situación. Así que el objetivo prioritario es diseñarlas en función de las variables que la configuran, es decir en:

- Las actividades de E-A.
- Las relaciones interactivas que se dan en el grupo-clase (papel del profesor y características de participación del alumnado).
- La organización social en el aula (el tipo de agrupamiento).
- La organización espacial.
- La repartición del tiempo.
- Los materiales curriculares utilizados por el profesor y/o por el alumnado.
- La presentación y organización de los contenidos de aprendizaje.
- El seguimiento y la evaluación del proceso y de los resultados conseguidos.

Todos estos aspectos requieren que el profesorado escoja cuidadosamente: los contextos; el tipo de problema; las tareas; las disciplinas involucradas; los procesos de resolución; y las habilidades de razonamiento. En tal caso, la secuencia de actividades debe tener unas características y una estructura específicas vinculadas a las fases del método de aprendizaje (ver tabla 25) (Zabala y Arnau, 2007; OCDE, 2005).

La Educación Física como contexto impulsor de la alfabetización matemática en Primaria

Tabla 25. Fases de la secuencia de actividades de E-A competencial y las fases del aprendizaje basado en problemas. (Adaptada de Zabala y Arnau (2014))

Características y estructura de la secuencia de actividades de enseñanza para el desarrollo competencial	Fases del aprendizaje basado en problemas
1. Presentación motivadora de la situación. Promover una actitud favorable hacia los contenidos y hacer visible su complejidad.	1. Lectura y clasificación de los conceptos
2. Establecer objetivos a alcanzar. Clarificar al alumno lo que se espera de él y los medios a utilizar. Se iniciarán procesos metacognitivos promoviendo un aprendizaje sólido y profundo, y el conocimiento de estrategias personales de aprendizaje apropiadas para cada capacidad y estilo de aprendizaje.	
3. Revisión de los contenidos adquiridos por el alumno y adaptación a la propuesta.	
4. Identificación y explicación de las cuestiones que plantea el problema. Proponer actividades para que se planteen preguntas que analicen la realidad del problema y generar respuesta para resolverlo. Favorecer el conflicto cognitivo: revisan ideas y conocimientos que pondrán en situación para elaborar un plan de actuación.	2. Definición del problema
5. Concreción del trabajo a realizar.	
6. Elaboración del alumnado de hipótesis o supuestos para identificar los conocimientos que disponen y sus capacidades cognitivas. Aportan información del grado de dificultad que presentan, orientan de la ZDP de cada alumno y promueven el conflicto cognitivo.	3. Lluvia de ideas, análisis y justificación del problema
7. Definición de estrategias de búsqueda aplicadas. La verbalización de hipótesis es un medio para activar el pensamiento e identificar las fuentes de información.	4. Organización de ideas 5. Formulación de objetivos de aprendizaje
8. Las actividades para obtener información promueven la adquisición de conocimiento, estrategias y técnicas para aprender a aprender. Se relacionan con la adquisición y comprensión de conocimientos conceptuales y procedimentales.	6. Estudio independiente
9. Selección de datos relevantes y comprobación de hipótesis para seleccionar y priorizar información necesaria para tener argumentos.	7. Reconceptualización y clarificación 8. Evaluación
10. Actividades para la comunicación del proceso y de la información obtenida, así se profundiza sobre la comprensión de los conocimientos.	
11. Actividades para la integración, la conexión y la interpretación global.	
12. Descontextualización y teorización del aprendizaje. Este permite adquirir habilidades y conocimientos que se podrán transferir y aplicar a situaciones similares, si el conocimiento pasa de concreto a abstracto o generalizable.	
13. Metacognición sobre procesos y resultados: autoevaluación y coevaluación. Realizar actividades de reflexión sobre: objetivos, proceso y lo aprendido. Este metaanálisis profundizará en los aprendizajes y en las estrategias utilizadas.	
14. Estrategias de memorización y ejercitación. El proceso anterior ayuda a entender el porqué de los aprendizajes, la significatividad y funcionalidad de los contenidos y competencias trabajadas. Impulsa el aprendizaje comprensivo que posibilita aplicar los conocimientos a situaciones nuevas, pero solo será posible, si se realizan actividades de recuerdo, cómo memorización (cont. factuales), aplicación en situaciones (cont. conceptuales), de ejercitación (cont. procedimentales) y vivenciales (las actitudes). Será necesario la realización de actividades globales e integradoras de cada componente en situaciones competenciales diversas.	

La SD que se diseñará para la intervención de la investigación tendrá un enfoque globalizador ya que se presentarán los contenidos de aprendizaje matemáticos desde una situación global, donde el objeto de estudio para el alumnado se pondrá en juego a través de una S-P de la realidad del ámbito de la EF. Nos aseguramos con ello:

Mayor profundidad y capacidad de comprensión e intervención en la realidad cuanto mayor sea la aportación de las diferentes materias, es decir, cuando se utilicen métodos de enseñanza en que los contenidos trabajados no sean

consecuencias de las necesidades de las materias, sino que se dependen de conocimiento de la realidad (Zabala & Arnau, 2014, p. 32).

En lo que respecta al alumno, las S-P (para la E-A o la evaluación de competencias) promueven procesos de resolución que se manifiestan a partir de acciones competentes. En este sentido, resulta fundamental para nuestro estudio reconocer cómo se produce el proceso de ejecución de una “acción competente” y los mecanismos que intervienen en su ejecución. Zabala y Arnau (2007) (ver figura 20) y la OCDE (2005) describen los pasos que se deben dar para afrontar e intervenir ante una S-P de forma eficaz:

1. Entender y analizar la información. Para ello se deben identificar las características y las interrelaciones de los problemas a superar y escoger los datos más significativos que permitan dar con la solución.
2. Reconocer los esquemas de actuación más adecuados, que vendrán marcados por la experiencia y conocimientos previos, junto con la información obtenida.
3. Seleccionar y construir el esquema de actuación más apropiado, aplicarlo adaptándolo al contexto, comprobar la solución, reflexionar sobre ella, justificarla y comunicar los resultados.
4. Utilizar de forma interrelacionada los componentes de la competencia: en relación a los contenidos adquiridos factuales, conceptuales, procedimentales y actitudinales.

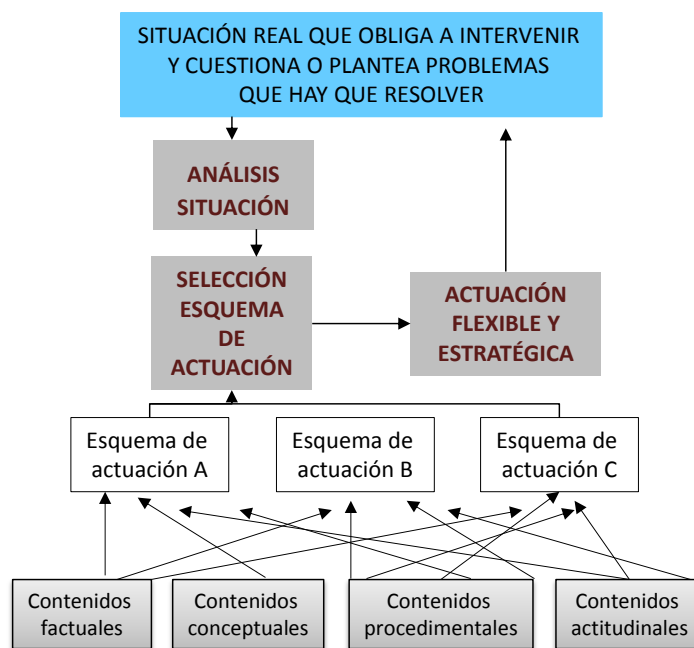


Figura 20. Proceso de desarrollo de una acción competente. (Adaptado de Zabala y Arnau (2007))

Dado que la pedagogía competencial obliga a practicar una evaluación auténtica, formadora y centrada en los procesos del alumnado (Caturla, 2010) se hace imprescindible reconocer las características del proceso de evaluación de competencias. La figura 21 muestra el proceso de evaluación de un actuación competente trazado por Zabala y Arnau (2007).

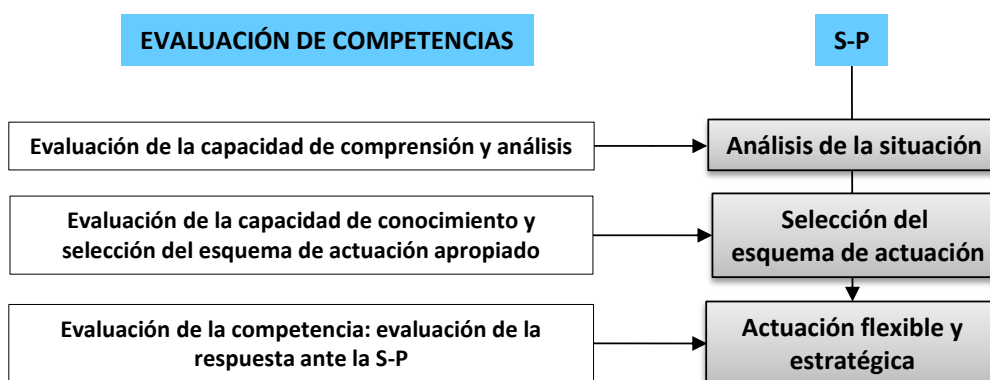


Figura 21. Proceso de evaluación de una acción competente. (Adaptado de Zabala y Arnau (2007))

Este proceso de evaluación que planteamos consiste en reconocer si los esquemas de actuación desarrollados por el alumnado han sido útiles para superar la S-P real propuesta. El objetivo será averiguar el grado de desempeño adquirido en cada uno de los distintos descriptores que configuran la competencia. Para ello, el alumno debe

evidenciar en sus acciones el empleo de diferentes tipos de estrategias, ya que como Perrenoud (2008, p. 24) plantea, “la competencia es invisible y sólo es abordable a través de los desempeños observables”. En base a las propuestas de diferentes autores, para la creación de las S-P se debe tener en cuenta los siguientes aspectos (Caturla, 2010; Coll, 2007; Escamilla, 2008; Zabala & Arnau, 2007):

- Las dimensiones de la competencia o competencias específicas, las competencias operativas o descriptores y los indicadores de logro con sus respectivos criterios que marquen su nivel de adquisición.
- Elaborar actividades cuya resolución permita obtener información sobre el dominio expresado en los indicadores de logro.
- Relacionar cada actividad con uno o más indicadores.

La figura 22 representa la relación que se debe establecer entre las dimensiones, los indicadores de logro y las actividades de la S-P para llevar a cabo el proceso de evaluación competencial.

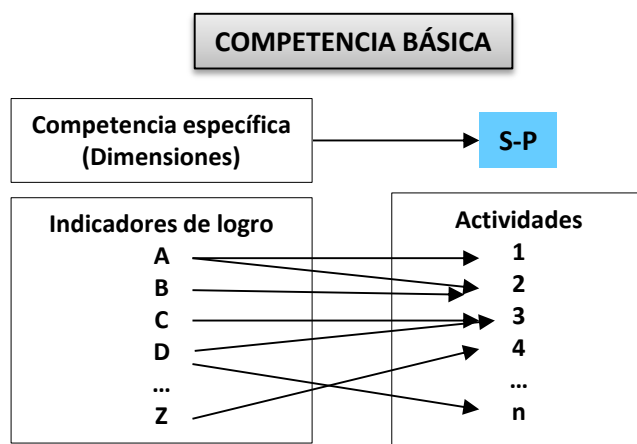


Figura 22. Relación entre las dimensiones de la competencia, los indicadores de logro y las actividades que desarrollan la S-P. (Adaptado de Zabala y Arnau (2007))

De los referentes teóricos expuestos hasta ahora se puede percibir que el enfoque competencial no evalúa de forma específica los contenidos aprendidos, sino que valora la capacidad para aplicarlos en las diversas situaciones y contextos. En este sentido, Zabala y Arnau (2007) establece que evaluar competencias es evaluar procesos de

resolución de problemas contextualizados y complejos en situaciones reales o recreadas en el aula para que el alumnado pueda aplicar de forma activa sus conocimientos. Desde la perspectiva de la EF, Blázquez (2009) nos recuerda que las CCBB se evalúan en S-P multidimensionales, interactivas, participativas e integradas en el proceso didáctico. Por tanto, dicho procedimiento facilitará la visión globalizada de todo el proceso de E-A y posibilitará reconocer si el alumnado es capaz de transferir conocimientos de otros ámbitos con eficacia y autonomía.

Una vez definido qué se entiende por competencia, cómo se adquiere, se enseña y se evalúa, podemos concluir que la principal consecuencia a nivel curricular que comporta la adopción de proyectos educativos competenciales, vendrá marcada por cómo el centro educativo afronta dicho planteamiento. En este sentido, los estamentos educativos instan a impulsar y promover procesos de E-A desde todas las áreas del conocimiento llevando a término métodos globalizados de enseñanza que aborden el aprendizaje desde todos los ámbitos educativos. Por tanto, el proceso de cambio curricular debe favorecer una visión interdisciplinar, y partiendo de las bases teóricas que certifican la globalidad instruccional de nuestra materia, pasaremos a reconocer las orientaciones didácticas que establece el marco curricular especificando los posibles planteamientos pedagógicos que puede tener la EF en el enfoque competencial.

3.1.3.2. Enfoque pedagógico de la Educación Física en el marco competencial

Ante los diferentes cambios educativos y las demandas sociopolíticas, la asignatura de EF ha diseñado nuevas metas educativas y reestructurado principios metodológicos. Sin embargo, en la práctica, como exponíamos con anterioridad, se siguen dando variedad de enfoques para el desarrollo de la materia (Contreras & Cuevas, 2011).

No hay que olvidar, los fundamentos teóricos de Le Boulch (1981, 1992, 1997, 2001). Este autor describe con detalle la visión globalizada e interdisciplinar de la motricidad, definiéndola como un medio pedagógico que posibilita la consecución de otros aprendizajes escolares. Afirma que “junto con las materias básicas [...] se debería

conceder un lugar de preferencia a la educación fundada en el movimiento y la actividad del individuo”(Le Boulch, 1981, p. 31). De sus planteamientos se puede destacar que:

- Los principios pedagógicos se basan en métodos activos que emplean el movimiento como medio para educar la personalidad en todas sus dimensiones.
- Depende del medio sociocultural y de las estructuras e instituciones en las que se fomenta y ejercita.
- Utiliza los problemas para que el niño se enfrente y se adapte al medio con el propósito de resolverlos, desarrollando así sus aptitudes básicas con el fin de hacerse cargo de su propio aprendizaje.
- Plantea situaciones educativas de “valor” para el niño, tareas concretas y utilitarias. Las posibilidades son numerosas, pero necesitan de una coherencia que refuerce la unidad y autonomía de la persona favoreciendo la transversalidad.
- La utilización de la internalización unifica, estructura y establece relaciones entre los fenómenos motores, intelectuales y afectivos. Por tanto, el movimiento también permite expresarse a través del cuerpo.
- Permite la maduración nerviosa tónico-emocional y afectiva, así que la afirmación de la personalidad se basará en las necesidades de desarrollo.
- Las actividades lúdicas permiten fomentar la realidad colectiva y vivir el juego como una realidad auténtica.

Actualmente, gracias a los estudios de Ennis (2006, 2007, 2008, 2011, 2013); Kirk y colaboradores (1990, 2010; 1998; 2002); Nyberg (2014); las propuestas de la IPLA; y la difusión de los nuevos planteamientos didácticos que trabajan las CCBB desde la multidimensionalidad de nuestra materia, podríamos decir que se comienza a gestar un cambio de tendencia en la EF hacia una idea interdisciplinaria de la asignatura. Lejos de los fines únicamente higienistas o deportivos, hoy en día, como plantea Kirk (2013b), la

asignatura presenta indicios de identificarse y adaptarse al momento histórico, cultural y social del momento.

Por otra parte, somos conscientes, como se determina tanto a nivel teórico como curricular, que ni las disciplinas ni sus contenidos serán el eje central de la acción didáctica competencial, dado que se precisa de un tratamiento holístico y transversal. A tenor de estos argumentos, las materias y sus contenidos pasan a ser medios formativos para mostrar la realidad global, compleja y dinámica de los aprendizajes competenciales.

En este sentido, Barrachina (2009) reconoce que el planteamiento que se le debe dar a la EF es el transversal y el interdisciplinar. Ahora bien, especifica que dicha perspectiva admite dos posibles vías de trabajo que, al ser complementarias y no excluyentes, cualquiera de las dos puede definir el enfoque didáctico competencial de la EF:

- El horizontal-transversal, que está condicionado a la organización del centro y a al recurso educativo, se basa en metodologías globalizadas que requieren de colaboración entre departamentos. Utilizan los proyectos para desarrollar las CCBB, por lo tanto, todas las áreas trabajan sobre unas actividades conjuntas que se adaptan a los escenarios de aprendizaje para el empleo significativo de unas dimensiones competenciales determinadas y comunes. Lo que vendría a ser transdisciplinariedad o metadisciplinariedad. En esta vía, el aporte global de cada materia sobre las competencias es más fácil de percibir, y a priori, el estatus de todas las asignaturas se igual, por tanto, resulta más compleja de organizar.
- El vertical-transversal, que no genera organización intradepartamental, es el que el planteamiento curricular establece para cada área. Si bien, ofrece dos posibles formas de plantear la programación: 1) acomodando la programación teniendo presente el desarrollo de las CCBB en los escenarios de aprendizaje diseñados en la asignatura. Y 2) redefiniendo de forma reflexiva toda la programación para diseñar la materia con el fin de desarrollar las CCBB del alumno en escenarios específicos, pero sin supeditarlas a todos los contenidos

específicos de la materia. Desde esta perspectiva, las diferentes dimensiones de las competencias aprendidas se van incorporando en los escenarios que cada área aporta a través de contextos, situaciones o problemas. En tal caso, es fundamental que el profesor las secuencie por cursos y ciclos. Como ventajas, se da más concreción y vinculación a las situaciones donde se emplean las competencias y existe más autonomía de intervención para el docente. En cambio, una desventaja que hay que resaltar, es que en lugar de considerar el área como un vehículo que garantice la conexión entre la realidad de la asignatura y el desarrollo de las CCBB, se pasa a convertir las competencias en un medio para alcanzar las finalidades de la materia.

Profundizando en la práctica, al igual que con la CMa, las finalidades instruccionales se alcanzarán siempre y cuando se diseñen tareas que planteen situaciones cercanas a la vida real del discente, que le permitan contextualizar y dar un significado funcional, concreto y complejo a las acciones motrices (Buscà, 2016; González et al., 2014; Pastor & Cuevas, 2011). Actualmente, la actividad motriz pasa de ser un simple acto a un medio para adquirir, expresar y compartir saberes, procedimientos, comportamientos o resolver problemas, pero esta percepción no se producirá de forma espontánea, es fruto de la socialización, cuyo sentido dependerá del entorno, de los fines educativos, de los contenidos, o lo que es lo mismo, de cómo se conciba la EF (Buscà, 2016).

En este estudio, el posicionamiento que tomamos se centra en el modelo en el que la EF se presenta como una asignatura eminentemente interdisciplinar y transversal. En ella se trabajan los contenidos de otras asignaturas desarrollando así, las competencias específicas de una materia instrumental tan importante como la matemática. Desde este punto de vista, entendemos que el área ha trascendido el plano disciplinar, aportando entornos formativos para desarrollar y adquirir las CCBB.

Ahora bien, conviene aclarar que en este momento nuestro planteamiento didáctico toma esta orientación, pero no descartamos la posibilidad de que el programa educativo pueda ser tratado en el futuro desde una vía horizontal-transversal. En cualquier caso, ambos referentes nos obligan a describir y justificar la relación entre la EF y la CMa.

Por último, especificar que para que el diseño del RD utilizado en la intervención del estudio se ajuste completamente a las necesidades competenciales, creemos necesario tener presente los planteamientos pedagógicos que se han divulgado entorno a cómo llevar a cabo los procesos de enseñanza competencial. Es por ello, que en el siguiente punto repasaremos las aportaciones teóricas al respecto.

3.2. Conexiones psicopedagógicas entre la Educación Física y la Competencia Matemática

Como comentamos en puntos anteriores, nos sorprendió mucho el hecho de que, en el marco curricular, no se hiciera mención alguna a la contribución de la EF en el desarrollo de la CMA. Y dado que no se establece ninguna relación, hemos analizado cómo autores de diferentes ámbitos educativos muestran el potencial de las actividades motrices para desarrollar aspectos matemáticos o de la CMA en sí. Por consiguiente, podríamos diferenciar entre aquellos planteamientos que consideran la acción motriz como estrategia de aprendizaje de los contenidos matemáticos y los que reconocen los contextos propios de la EF como entornos significativos para situar y dar un sentido aplicativo a los contenidos matemáticos. Es decir, los entornos generados en las diferentes manifestaciones de la motricidad, por ejemplo, en: los juegos, la expresión corporal, el deporte, las actividades físicas o la salud.

3.2.1. La acción motriz como estrategia de aprendizaje matemático

La epistemología genética, con Piaget a la cabeza, demuestra que solamente a partir de la experiencia vivenciada con participación activa de la psicomotricidad se pueden elaborar estructuras de pensamiento abstracto. Según Piaget (1978) las nociones lógico-matemáticas suponen un juego de operaciones que son abstraídas de las acciones ejercidas sobre los objetos. Para él, la lógica, elemento básico en la matemática, tiene su procedencia más profunda en las coordinaciones generales de las acciones, y se cae en

un error si sólo se queda en el plano del lenguaje. Ya que la acción sobre los objetos resulta indispensable para la comprensión de las relaciones aritméticas y geométricas. En este sentido, el autor determina que existen dos experiencias físicas sobre los objetos: 1) actuar sobre ellos para descubrir propiedades; y 2) las experiencias “lógico-matemáticas”, es decir, la información que se extrae a partir de las acciones procedentes de las coordinaciones que ejerce el sujeto sobre los objetos. Por tanto, para llegar a la abstracción lógica y matemática debe haber una interiorización de las coordinaciones sobre las acciones y las experiencias lógico-matemáticas.

Por otra parte, Piaget (1968) expone que entre los 7 y 12 años¹² se asiste a un desarrollo de las operaciones deductivas y, sin ser capaces de razonar a partir de puras hipótesis expresadas verbalmente, tienen la necesidad de manipular objetos reales o imaginarios para poder aplicar una deducción coherente. Esto se debe, como sostiene el autor, porque para superar las operaciones concretas y llegar a construir las operaciones abstractas se debe dar una conexión globalizada de las relaciones cognoscitivas, lúdicas, afectivas, sociales y morales. Vínculos que se pueden propiciar desde la acción motriz, las actividades físicas, el juego o el deporte, contextos de aplicación en nuestro RD.

Otros dos autores que también profundizan en la relación entre el conocimiento matemático y la actividad motriz son Lapierre y Aucouturier (1974, 1977). Del mismo modo que Piaget, reconocen que la educación tradicional basada en la transmisión verbal de saberes abstractos ata al niño a un sistema cerrado de verdades demostradas y, en consecuencia, faltas de creatividad e iniciativa en lo real. Reconocen que no es suficiente saber resolver los problemas cuando estos están bien expuestos y delimitados en el papel, es necesario saber partiendo de una vivencia perceptiva y necesariamente compleja, extraer los elementos significativos que permitan plantear los problemas en términos precisos. Además, resaltan el placer que siente el niño por la acción, la interacción, la experimentación y la vivenciación con su movimiento y los objetos.

¹² Franja de edad del alumnado sobre el que se lleva a cabo nuestra investigación.

Gracias a ella, descubre su relación con los demás, con los objetos, con el espacio y con el tiempo conformando así su persona. De esta manera, el infante se adapta al espacio, al movimiento de objetos o de personas, valora dificultades y acepta y calcula sus riesgos. Con esta interacción descubrirán y percibirán distancias, tiempos o intensidades que le permitirán generalizar procesos. Y dicha relación lógica la sabrá utilizar en su momento transportándola a otros contextos. Lapierre y Aucouturier determinan que sucederá igual con todas aquellas nociones matemáticas que contengan elementos perceptivos. Por ejemplo, los que se mencionan en la siguiente tabla.

Tabla 26. Nociones matemáticas perceptivas que se pueden adquirir desde la acción motriz (Lapierre y Aucouturier, 1974, 1977) (Elaboración propia)

Nociones matemáticas perceptivas
La noción de cantidad, que pasa de ser global y continua a ser discontinua en la noción de número
La noción de sucesión espacial o temporal y de regularidad o irregularidad
La noción de repetición o ciclos
La noción de comparación: de (+) o de (-)
La noción de equivalencia y de desigualdad
La noción de similitud, de diferente o contrario
La noción de reciprocidad que llevará a las nociones de simetría y disimetría
La noción de reciprocidad que llevará a las nociones de simetría y disimetría
La noción de reversibilidad operativa
La noción de causalidad
La noción de reflexividad
La noción de orden
Todas las inferencias y asociaciones entre las distintas nociones que aparecen en el curso de la evolución espontánea de las situaciones vividas

Estos autores afirman que los procesos de pensamiento que permiten descubrir las operaciones abstractas nacen de los procesos de adaptación espontánea. En este caso, al no tener una conciencia clara de lo abstracto el infante solo es capaz de analizar las operaciones o los contenidos antes de poderlas expresar y verbalizar, ya que son vividas de un modo pragmático. Uno de los objetivos de la educación es forjar las nociones abstractas. Al ser los instrumentos de la inteligencia deductiva, con frecuencia son presentadas como nociones a priori o conocimientos que el adulto posee y que el niño debe aprender. Oponiéndose a esta idea, Lapierre y Aucouturier creen que se adquieren más fácilmente y de forma más sólida partiendo de lo vivenciado, intelectualizando progresivamente esa vivencia. Afirman que a través del juego motriz el niño aprende a: manipular formas; calcular distancias; reconocer o tomar direcciones y orientaciones;

interpretar ángulos; distinguir a/simetría, paralelismo, traslación, similitudes, diferencias; saber comparar; reconocer relaciones, agrupamientos, separaciones, equilibrios y desequilibrios; percibir igualdades y desigualdades en formas, cantidades, números; saber deducir; valorar la casualidad, la lógica, etc. En consecuencia, se obtiene una expresión codificada de la acción que desemboca en la expresión abstracta, y a partir de ella se adquiere el razonamiento abstracto hipotético-deductivo.

Sin embargo, la dimensión matemática no es vivenciada por el infante en ese único plano, debe ser tratada como experiencias espontáneas en variedad de situaciones y con objetos diferentes durante largos periodos de tiempo, hasta que de forma consciente se desarrollen las nociones pertinentes. Y solamente así es como pueden ser “matematizadas” con provecho. Es decir, expresadas racionalmente y codificadas en un lenguaje matemático verbal y gráfico (Lapierre & Aucouturier, 1974, 1977).

Con este mismo planteamiento, Jean Le Boulch (1981), expone en su trabajo que el ajuste y la adaptación del sujeto al espacio está ligada al trabajo de coordinación dinámica general. Las experiencias motrices llevan a la percepción de elementos del entorno y su verbalización consolida los conceptos ligados a nociones topológicas. El enriquecimiento de las percepciones hace que el niño progrese hacia las dimensiones de un espacio euclidiano, espacio comprendido por el adulto. El cuerpo estático o en acción será un factor de referencia y de orientación que facilite al niño la adquisición de dichas nociones. Al respecto, Canals también sostiene que las formas geométricas y la situación en el espacio están vinculadas directamente a la práctica psicomotriz (Biniés, 2008).

Sobre esta idea, Gardner (1994, 1995) reconoce la necesidad de utilizar la inteligencia cinestésica-corporal para adquirir ciertos conocimientos matemáticos. El requerimiento de realizar cálculos específicos para resolver problemas cinético-corporales hace que se vinculen las acciones motrices a los contenidos relacionados con trayectorias, espacios, velocidades o tiempos o a una combinación de todas ellas. En tal caso, se pueden relacionar fácilmente a contenidos y procedimientos matemáticos. Esta inteligencia está ligada a la inteligencia espacial, considerada una amalgama de habilidades de

observación personal. Por tanto, su desarrollo se produce en el ámbito viso-espacial, de ahí la necesidad de manipular, experimentar y vivenciar desde lo corporal.

Aunque hoy en día los beneficios que aporta la acción o actividad motriz al aprendizaje matemático están prácticamente admitidos, Lapierre y Aucouturier (1974) reconocen que pueden constituir una simple “declaración de intenciones”. Ya que como comentábamos anteriormente, pasar de las concepciones teóricas a la realidad pedagógica requiere de medios que permitan ponerlos en práctica. Y esto comienza desde un planteamiento curricular pertinente.

En esta misma línea, pero refiriéndose al desempeño de la CMa, Alsina (2004) defiende que tanto el juego como las actividades manipulativas deben estar incluidas en la programación con sesiones establecidas y actividades concretas.

Es un paso necesario e indispensable para la adquisición de competencias matemáticas. [...] El material manipulativo debe usarse siempre que los niños y niñas lo necesiten. Y lo necesitan como mínimo durante toda la etapa de Primaria (Alsina, 2004, p. 15).

Si analizamos las situaciones didácticas que se desarrollan en la EF, todas ellas pasan por la manipulación y utilización del cuerpo para interactuar en el espacio, con objetos o con las personas. En este sentido, pasamos a valorar la significatividad de los contextos propios de nuestra asignatura para impulsar el desarrollo de la CMa.

3.2.2. Los contextos de la Educación Física como entornos significativos para el desarrollo de la Competencia Matemática

Al contrario que las versiones más actuales del currículum, la Ley Orgánica 1/1990 de 3 de octubre de Ordenación General del Sistema Educativo (la LOGSE), instaura un enfoque didáctico globalizado que debe ser impulsado por las interrelaciones entre las áreas. Al respecto, en la parte dedicada a la asignatura de EF se describen de forma explícita catorce contenidos matemáticos que se vinculan con nuestra asignatura: los

números y el cálculo; la medida del tiempo y el espacio; la geometría; las nociones topológicas; la orientación; las tablas de datos; las gráficas; etc. (Sales, 2001).

Ahora bien, si de lo que se trata es de impulsar las competencias relacionadas con nuestra materia que todo ciudadano del XXI debe adquirir (Chavarria, 2009) resulta obvio reconocer, y nosotros estamos convencidos, que la CMA serán esenciales para entender, interpretar o progresar en el ámbito motriz, físico, deportivo, de juego o de la salud. Por ello, llama mucho la atención que se haya excluido como competencia específica del área. Pero, ¿cómo ser competente en cualquier juego o deporte sin saber llevar el recuento de puntos?, ¿cómo ser competente en el dominio corporal, sin tener nociones espaciales y temporales? O, por ejemplo, ¿cómo ser competente en aspectos relacionados con la salud sin entender qué es la frecuencia cardiaca y cómo saber controlar su estado? Estas, tan sólo son simples ideas de cómo la CMA también es una competencia específica de la EF. Sin ella nuestra asignatura no tendría sentido y sería nula en una parte muy importante de sus aprendizajes. A continuación, pasaremos a valorar como algunos autores plantean dicha relación.

Martínez (2008, p. 9) determina que “la matemática ha sido siempre el soporte ineludible que permitía comprender y hacer avanzar cualquier ciencia”. En este caso, teniendo en cuenta que los fundamentos de la EF se basan en las ciencias de la actividad física y el deporte, podemos considerar que las matemáticas están presentes de forma justificada en nuestra materia. Algo tan sencillo como analizar las noticias deportivas o las situaciones de juego, trae consigo la interpretación de: medidas; clasificaciones; estimaciones de resultados; manejo de grandes números; perfiles de etapas; tablas de datos; decimales de tiempos, etc. Esta información, no se podría comprender ni interpretarse sin tener unos conocimientos matemáticos básicos (Caturla, 2010; Corbalán, 2013a, 2013b; Goñi, 2008; Ortega-Del Rincón, 2005). Este planteamiento también lo ponen de relevancia otros autores desde sus propuestas teóricas.

Burgués y Sarramona justifican la posibilidad de utilizar los contextos de EF cuando determinan que:

El uso de contextos concretos, sean de la realidad cercana, materiales manipulables, juegos o recursos visuales es muy importante para favorecer la comprensión de conceptos o relaciones matemáticas (Burgués & Sarramona, 2013, p. 31).

Jensen (2003) afirma que los educadores deben integrar actividades de movimiento en la enseñanza cotidiana, ya que los nuevos estudios sobre el cerebro evidencian que el uso del pensamiento lógico simplemente en la clase de Matemáticas debe desaparecer. Este autor revela que, si se diseñan actividades para el cerebro, conviene entrelazar las matemáticas, el movimiento, la geografía, las habilidades sociales, el juego de rol, la ciencia y la EF.

Miguel de Guzman (2007) plantea la necesidad de cambiar la metodología de las matemáticas a aprendizajes activos aludiendo: 1) a otras ciencias que hacen uso de las matemáticas; 2) a circunstancias de la realidad cotidiana; o 3) a los juegos. Para él, los juegos son métodos adecuados para transmitir el interés por las matemáticas al tiempo que proporcionan una primera familiarización con los procesos de la actividad matemática. Afirma que el juego y la matemática, por su propia naturaleza, tienen rasgos comunes porque participan de las mismas características en la práctica.

Desde este mismo punto de vista, Goñi (2008) matiza que el juego permite poner en acción operaciones cognitivas de grado medio y superior, dado que propician el razonamiento y la creatividad para desarrollar jugadas estratégicas. Las acciones lúdicas para construir, probar, actuar, analizar y superar es un valor motivante para el discente que acerca la necesidad de aplicar las matemáticas a una actividad propia de su vida cotidiana. Además, ayudan a interiorizar conocimientos matemáticos que la metodología magistral en el aula pasa por alto. En este sentido, su utilización de forma programada y sistemática debería ser un recurso más del proceso de aprendizaje (Alsina, 2004; Goñi, 2008). Según Alsina (2001, p. 114), “el juego es un recurso indispensable en la clase de Matemáticas” que debería estar integrado en la programación planificada las sesiones, juegos, materiales, objetivos a alcanzar y la evaluación de las actividades lúdicas. Por su valor formativo y porque no existe otra forma capaz de activar dichos aprendizajes, este autor expone diez argumentos por los cuales se debería utilizar el juego como recurso didáctico (ver tabla 27). Y aunque están

dirigidos a la clase de Matemáticas, los hacemos nuestros por la parte lúdica vinculada a la asignatura y al contenido matemático a trabajar.

Tabla 27. Diez argumentos que definen el decálogo del uso del juego en la clase de Matemáticas (Alsina, 2001, pp. 26-27)

Decálogo del juego en la clase de Matemáticas
1. Es la parte de la vida más real de los niños. Utilizándolo como recurso metodológico, se traslada la realidad de los niños a la escuela y permite hacerles ver la necesidad y la utilidad de aprender matemáticas.
2. Las actividades lúdicas son enormemente motivadoras. El alumnado se implica mucho y se las toman en serio.
3. Trata distintos tipos de conocimientos, habilidades y actitudes hacia las matemáticas.
4. Los alumnos pueden afrontar contenidos nuevos sin miedo a al fracaso inicial.
5. Permiten aprender a partir del propio error y del error de los demás.
6. Respeta la diversidad del alumnado. Todos quieren jugar, pero lo que resulta más significativo es que todos pueden jugar en función de sus propias capacidades.
7. Permite desarrollar procesos psicológicos básicos necesarios para el aprendizaje matemático, como la atención y la concentración, la percepción, la memoria, la resolución de problemas y la búsqueda de estrategias, etc.
8. Facilita el proceso de socialización y, a la vez, la propia autonomía personal.
9. El currículum actual recomienda de forma especial tener en cuenta el aspecto lúdico de las matemáticas y el necesario acercamiento a la realidad de los niños.
10. Persigue y consigue en muchas ocasiones el aprendizaje significativo.

Por su parte, profesionales del ámbito de la EF opinan que desde los contextos propios de la asignatura también se puede desarrollar la CMA. Hemos podido comprobar que se trazan dos opciones metodológicas para trabajar o desarrollar la CMA a través de la EF:

- Mediante los contenidos específicos del área. A través de ellos, Díaz-Barahona (2009) reconoce que la EF puede plantear al alumnado problemas lúdico-motrices que exijan una solución mental relacionada con la CMA. Algunos autores, determinan al respecto, que las diferentes representaciones de la actividad motriz brindan al alumnado la oportunidad de encontrar aplicaciones reales de las matemáticas (Blázquez, 2009; Díaz-Barahona, 2009; González et al., 2014; Lleixà, 2007; Ruiz-Omeñaca et al., 2013).
- A través de proyectos o S-P contextualizadas en ámbitos de la EF. En tal caso, el alumnado aplica el conocimiento matemático de manera funcional y práctica para resolver situaciones o problemas en entornos de juego, actividad física, salud, expresión corporal o deportivos. De esta forma, durante el proceso de resolución se tendrá la oportunidad de utilizar y desempeñar las competencias matemáticas asociadas (Rodríguez-Martín & Buscà, 2015).

Ahora bien, para desarrollar esta competencia debemos poner atención en identificar sus elementos previamente, pues nos podemos encontrar con gran cantidad de situaciones o juegos que permitan generar información sobre los contenidos matemáticos. Sin embargo, su aprovechamiento didáctico precisa que seamos conscientes y que hagamos consciente al alumnado (Ruiz-Omeñaca et al., 2013). Para ello, un primer paso será reconocer los vínculos entre los contenidos de EF y los matemáticos. A nivel bibliográfico existen variedad de referentes prácticos que recogen dichas conexiones (Balaguer, 2012; Castañer & Trigo, 1995; Díaz-Barahona, 2009; Díaz-Lucea, 2010; Escamilla, 2009; González et al., 2014; Lleixà, 2007; López-Pacheco, 2010; Nilges & Usnick, 2000; Rodríguez-Martín & Buscà, 2015; Ruiz-Omeñaca et al., 2013; Sales, 2001). De las propuestas más recientes hemos extraído algunos ejemplos para tener una visión global de las posibilidades instruccionales que tiene nuestra asignatura para trabajar las matemáticas (ver tabla 28).

Tabla 28. Contenidos de EF, contenidos matemáticos y ejemplos prácticos. (Elaboración propia)

Bloque de contenidos de EF	Bloques de contenido matemáticos relacionados	Ejemplos prácticos de contenidos matemáticos específicos de EF
1. El cuerpo imagen y percepción	1. Numeración y cálculo 3. Espacio y forma 4. Medida	- Determinar la lateralidad en función de los aciertos en el lanzamiento de puntería. - Interiorizar la imagen corporal reconociendo el volumen del cuerpo en función del espacio que ocupa o por donde pasa.
2. Habilidades motrices y cualidades físicas básicas	1. Numeración y cálculo 2. Relaciones y cambio 3. Espacio y forma 4. Medida 5. Estadística y azar	- Reconocer los ejes de giro en volteretas, rueda o saltos. - Reconocer trayectorias: lanzamientos o desplazamientos. - Noción hacer medias de resultados de lanzamientos, o sacar relaciones entre datos. - Reconocer los ángulos y planos según las posiciones de los segmentos corporales en la carrera, saltos, lanzamientos, etc.
3. Actividad física y salud	1. Numeración y cálculo 2. Relaciones y cambio 4. Medida 5. Estadística y aza	- Medir y valorar personalmente el nivel y la evolución de las cualidades físicas básicas. - Calcular, analizar las pulsaciones una vez realizadas diferentes actividades.
4. Expresión corporal	1. Numeración y cálculo 2. Relaciones y cambio 3. Espacio y forma 4. Medida	- Desarrollar coreografías teniendo en cuenta: los movimientos corporales, los ritmos y la organización en el espacio, las distancia direcciones de desplazamiento, etc.
5. Juegos y actividades deportivas	1. Numeración y cálculo 2. Relaciones y cambio 3. Espacio y forma 4. Medida 5. Estadística y azar	- Reconocer nociones topológicas, orientación. - Instrumentos de medida: cronómetro, metro. - Cálculo y seguimiento de puntuaciones. - Clasificar resultados de pruebas atléticas. - Estrategias de juego en béisbol.

Por todo lo expuesto anteriormente, consideramos que el área de EF puede llegar a ser un ámbito generador de contextos significativos para trabajar las diferentes dimensiones de la CMa y fomentar, al mismo tiempo, su adquisición. Dado que reúne gran parte de las características que precisa dicha competencia para su desarrollo. En primer lugar, plantea un escenario de E-A cercano a los intereses del infante, eminentemente práctico y socialmente considerado. Segundo incluye diferentes acciones manipulativas donde se interacciona con variedad de materiales. Y en tercer lugar diversificar las metodologías de enseñanza abordando los contenidos mediante recursos y estrategias diferentes a las utilizadas en el aula. Todo ello, según Alsina (2004), ayuda a aprender las matemáticas de forma más significativa aumentando el nivel de concienciación.

De este modo, somos de la opinión, que el diseño de recursos educativos en entornos de la EF puede ser un apoyo a la educación transversal y significativa que persigue el sistema educativo competencial.

Por último, para tener una perspectiva más profunda de esta realidad teórica, pasaremos a examinar en el siguiente punto, el estado de la cuestión sobre los programas educativos y los estudios que vinculan las diferentes manifestaciones de la acción motriz con el aprendizaje y el desempeño de las matemáticas.

3.3. Estado de la Cuestión. Investigaciones y programas didácticos que toman los entornos específicos de la Educación Física como recurso didáctico para trabajar las matemáticas

Hemos podido comprobar como el campo de la investigación que estudia la incidencia de la EF en el aprendizaje matemático no es muy extenso, y certificamos, lamentablemente, que es nulo en lo referente a la CMa. No se han encontrado estudios específicos que traten la CMa en la asignatura de EF, aunque, como ya detallamos anteriormente, existan experiencias prácticas innovadoras que las vinculan.

Valorando las limitaciones, en este capítulo trataremos el estado de la cuestión en relación a dos aspectos: 1) las intervenciones contextualizadas en ámbitos de la EF planteadas en textos escritos como problemas, proyectos o juegos, pero sin acción motriz; y 2) las propuestas planteadas a través de la acción vivida.

3.3.1. Intervenciones contextualizadas en ámbitos de la Educación Física planteadas textualmente y sin acción motriz

En este punto enumeraremos aquellas propuestas que recogen de forma específica el trabajo de las matemáticas a través de situaciones, problemas o proyectos contextualizados en el juego motriz, en el deporte, en la salud o la danza, pero presentados como simples enunciados escritos que no requirieron de la acción motriz para su resolución.

En este sentido, autores como Klamkin (1989); Delaney (2012); Galbraith, Stillman y Brown (2010); Bofferding y Yigit (2014); o McLeod et al. (2012) presentan variedad de actividades vinculadas al ámbito deportivo o de la salud que pueden ser un referente para trabajar las matemáticas en el aula. También destacamos dos webs realizadas por la Universidad de Cambridge y por el “NRICH enriching mathematics” en las que se recogen gran variedad recursos centrados en los Juegos Olímpicos o el deporte.

Profundizando en el impacto que pueden tener estos planteamientos didácticos en el proceso de aprendizaje y en el aprendizaje en sí, nos encontramos la investigación de English (2010, 2015) que desarrolla varios estudio para reconocer los procesos de modelización en los alumnos de Primaria al resolver en grupo, problemas relacionados con el análisis de datos en grandes acontecimientos mundiales (Juegos Olímpicos; Campeonatos Mundiales de Natación, etc.). El RD de su intervención se centra en plantear preguntas del tipo: “¿son los atletas olímpicos mejores con el paso del tiempo? Su proyecto se estructura en: 1) presentación de la pregunta; 2) recopilación de datos; 3) analizar qué representan los datos; y 4) tomar decisiones. Esta autora confirma que los problemas interdisciplinarios realistas son un medio poderoso para crear fuertes

conexiones explícitas entre el conocimiento matemático y los contextos en los que el conocimiento se puede utilizar, ya que van más allá de la simple correspondencia entre lo trabajado y los objetivos. Verificó que este tipo de problemas permiten plantear diversidad de enfoques en la solución, en contraste con los problemas tradicionales, facilitando así, diferentes trayectorias de aprendizaje y la comprensión matemática a través de múltiples vías. Según sus resultados, contribuyen a la participación de todos los niños independientemente de su nivel, beneficiándose de la experiencia con todo el grupo. En su estudio, los niños dirigen su propio aprendizaje matemático, es decir, durante el trabajo los grupos buscan datos y generan ideas y procesos clave a medida que construyen su modelo matemático. Así, interiorizan que la resolución de problemas implica múltiples ciclos de interpretación y reinterpretación, donde las herramientas conceptuales evolucionan potencialmente para describir, explicar y tomar decisiones acerca de los fenómenos en cuestión. Concluye, afirmando que los problemas de modelado en las escuelas primarias sirven no sólo para el aprendizaje de las habilidades matemáticas, sino también para que los niños puedan aplicar su aprendizaje en la resolución de problemas de contextos auténticos multidisciplinares.

Con el mismo objetivo, Busadee y Laosinchai (2013) realizaron un estudio para reconocer la comprensión conceptual en estadística de los estudiantes de Secundaria, una vez trabajado con problemas de la vida real relacionados con situaciones deportivas y juegos probabilísticos. Sus hallazgos pretendían mostrar a los profesores de Matemáticas la efectividad de dicho recurso. Los motivos para realizar la investigación fueron: valorar que las representaciones matemáticas formales sin haber afrontado situaciones de la vida real no eran suficientes para el aprendizaje de la probabilidad y reconocer que algunos problemas del libro de texto eran difíciles de entender y no resultaban interesante para los estudiantes. Los resultados indicaron que su intervención podría ser una herramienta eficaz para la enseñanza de permutaciones y combinaciones, dado que los estudiantes que participaron en su proyecto superaron a todos los demás en un post-test, una prueba completa y una prueba de retención. Valoraron cómo al tener que realizar problemas que requerían la contabilidad lenta de eventos, los estudiantes entendían que la probabilidad no era un formalismo matemático. Además, pudieron verificar que mostraban una actitud positiva hacia el

aprendizaje. Los autores reconocieron la relevancia y necesidad de utilizar problemas de la vida real para estimular el aprendizaje y la retención de conocimientos.

A nivel estatal las propuestas prácticas para trabajar las matemáticas a través de problemas contextualizados en situaciones juego motriz, deporte o salud tenemos las propuestas de Cebrián (2013); Corbalán (2013a), Corbalán y Deulofeu (1996); Domínguez (2013); Gallego, Rodríguez y Román (2003); Ortega (2005); Sol (2009) o Sorando (2012) y, aunque hay defenecías en los niveles educativos a quien van dirigido, todos resaltan las posibilidades pedagógicas que tienen dichos recursos como medios para el conocimiento matemático, acercado al alumno a una realidad lúdica, próxima, cultural y social.

En este sentido, uno de los aspectos que más nos llamó la atención antes de comenzar este estudio fue la extensa utilización de problemas contextualizados en situaciones deportivas o de juego en los libros de texto del alumnado, así como en las pruebas de evaluación externas. Recordar que en el anexo 3 incorporamos algunos ejemplos.

A continuación, vamos hacer mención de algunas investigaciones que tratan esta dimensión con la diferencia que incorporan la acción práctica, experiencial, vivida o motriz durante la resolución de los problemas matemáticos.

3.3.2. Propuestas e intervenciones contextualizadas en ámbitos de la Educación Física planteadas a través de la acción vivida

Es interesante reconocer como Bishop (1988, 1998, 1999), tras realizar diferentes investigaciones antropológicas sobre grupos culturales de diferentes partes del mundo, llega a la conclusión que el aprendizaje de las matemáticas es una actividad cultural, social e históricamente situada en las prácticas cotidianas de contar, medir, localizar, diseñar, jugar o experimentar. Su hipótesis es que de la misma manera que jugar es una actividad universal, se puede considerar que las matemáticas también son un área universal de conocimientos. A través de los juegos plantea el trabajo del azar, la probabilidad, la geometría, el álgebra o el razonamiento. Además, reconoce que los

juegos de “imitación” o experimentación, que toman modelos de la realidad, pueden ser una base importante de actividades educativas matemáticas, pues ayudan a realizar el proceso de descontextualización. Es decir, el proceso que va de la realidad a la abstracción. Afirma que “no tiene ninguna duda [...] que jugar es una actividad fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático” (Bishop, 1999, p. 70).

El uso de juegos para trabajar las matemáticas tiene dos objetivos: promover la comprensión de conceptos o mejorar técnicas. O bien, utilizar los juegos de estrategia para adquirir estrategias de resolución de problemas (Corbalán & Deulofeu, 1996). Nos gustaría recordar, y por eso el propósito de referenciarlos, que:

La semejanza de estructura de la matemática y los juegos permite comenzar a ejercitar en estos las mismas herramientas, los mismos procesos de pensamiento que son útiles en los desarrollos matemáticos (Guzmán, 1989, p. 64).

En este apartado también hemos incluido los programas didácticos o estudios que tratan los juegos de mesa, Edo (1998); Edo, Badilla y Deulofeu (2012); Ferrero (1998); García (1998); o Navarro (2013) plantean que a través de ellos: se establecen retos cognitivos que relacionan los conocimientos matemáticos implícitos y la determinación de estrategias ganadoras; se desarrolla el sentido numérico; y se crean situaciones de formulación resolución de problemas, de modelización de procesos y fenómenos de la realidad a partir del estudio y la argumentación matemática durante el análisis de estrategias que se utilizan para ganar. Igualmente, destacan la importancia de trabajar desde contextos funcionales y significativos donde se equiparen los aspectos matemáticos con los emocionales y afectivos asociados a la interacción para alcanzar estrategias ganadoras. Para estos autores los aspectos lúdicos y de interacción son factores clave para el aprendizaje. Navarro (2013) afirma que el alumnado mejora de forma específica: en la comprensión de los enunciados; en la utilización adecuada del lenguaje durante la argumentación; y en el empleo de más estrategias heurísticas para resolver los problemas.

Por su parte, Edo (2004), en su tesis doctoral, investiga sobre cómo la interacción y el juego (de mesa, de razonamiento y lógica), en segundo de Primaria, ayuda a la construcción de conocimientos matemáticos. Plantea que este tipo de actividades

lúdicas pueden ser un referente didáctico para mejorar la problemática que se genera entorno a la E-A de las matemáticas en la escuela. Como resultados relevantes destacan que su utilización como recurso metodológico aumenta la capacidad y rapidez en el cálculo mental, dado que las situaciones requieren del uso de conceptos y procedimientos matemáticos. En relación al control del aprendizaje, afirma que la influencia educativa del docente se traspasa progresivamente al alumnado que tendrá el control y la responsabilidad de los aprendizajes mediante la valoración de sus actuaciones en el juego. Además, destaca como factor decisivo para la instrucción la influencia educativa entre el alumnado, la capacidad para dar y aceptar ayuda resulta decisiva para desencadenar procesos de aprendizaje.

Fernández (2008), centrándose también en el segundo curso de Primaria, estudia la influencia del ajedrez como material didáctico para la enseñanza de las matemáticas. A nivel general concluyó que es un excelente instrumento para la mejora de la metodología de la materia, dado que sus resultados demuestran un incremento del rendimiento en los factores de cálculo numérico y de razonamiento abstracto. De forma específica afirma que: ofrece el acceso a los conocimientos de una manera eficaz y agradable; motiva y despierta el interés por las matemáticas; desarrolla la creatividad en cuanto permite la aplicación de diversas estrategias para ganar; mejora de la actitud ante las matemáticas; se aprovecha el error como fuente de diagnóstico y de aprendizaje, y se adapta a las posibilidades individuales.

Profundizando en el desarrollo de la CMa en Primaria nos encontramos con el estudio de tesis de Rodríguez-Francisco (2015) que valora los aspectos teóricos y metodológicos que favorecen y provocan el desarrollo de la CMa en el alumnado del primer ciclo de Primaria. Su estudio de investigación-acción plantea una programación interdisciplinar basada en la resolución en grupo de problemas, situaciones o investigaciones. Una de las conclusiones a las que llega es que las programaciones curriculares limitan la evaluación de la CMa, dado que, si se trabaja para resolver problemas abiertos, activando la creatividad y promoviendo el ensayo-error, las estrategias de resolución pueden ser diferentes a lo planificado. En cuanto al desarrollo de la CMa afirma que lo consiguió implicando activamente al niño en procesos de observación, experimentación,

reflexión, aplicación y comunicación del conocimiento dentro de un contexto significativo y real y, en otros casos, fantástico. Mediante la resolución de las situaciones, los niños desarrollaron aquellos contenidos curriculares cercanos a la aplicación del conocimiento y al razonamiento. Valoró que esta manera de aprender requiere proporcionar un entorno de seguridad en el que se sientan libres y confiados para probar y equivocarse. De la misma manera que fue fundamental crear un ambiente grupal de responsabilidad, generosidad y solidaridad, donde todos se sintieran útiles y participaran a gusto del trabajo cooperativo. Como conclusión global, reconoce que el conocimiento práctico es una oportunidad eficaz que tienen los niños de esta edad para aprender y disfrutar de las matemáticas mediante el desarrollo de proyectos de investigación, y es el centro y el docente quien debe proporcionar dichas experiencias educativas.

Buscando intervenciones que de forma específica presenten los contextos de la EF (el juego, la acción motriz, el deporte, la danza o la salud) como entornos para trabajar los contenidos matemáticos y desarrollar habilidades matemáticas o competenciales nos hemos encontrado con los siguientes.

Carbó (2004) plantea para la etapa infantil una experiencia que tienen el objetivo de trabajar la numeración realizando diferentes juegos de puntería en el aula. Su pretensión era valorar cómo el alumnado construía la conceptualización sobre la numeración, partiendo de una experiencia lúdico-motriz al intentar encestar en una caja diseñada por los grupos. Las fases que se fueron dando pasan del juego libre, al pacto de normas (distancia de tiro, número de bolas, orden de trio), al reto de apuntar los resultados de forma libre, a valorar los datos y a buscar una forma matemática de apuntar las jugadas. En los resultados pudo reconocer un progreso significativo a nivel individual. Concluyó que: se debe partir de los diferentes niveles teniendo en cuenta la diversidad; dejar que el alumnado busque la solución a los problemas que surjan; trabajar con una actividad funcional de la vida cotidiana; el alumno pueda valorar su evolución en cuanto a la comprensión y utilización del contenido numérico de forma más acertada; se debe construir la reflexión desde la acción facilitando así, la construcción de estructuras cognitivas; y promover la autonomía, la afectividad y la

socialización. Esta autora afirma que su propuesta trabaja las matemáticas a un nivel intelectual más profundo que la propuesta en los textos editoriales, posibilitando la aplicación pedagógica de diferentes teorías de aprendizaje. Reconoce que no sólo se mejora la coordinación, el ritmo y el conocimiento espacial, se crea en el aula una macro-acción educativa que permite evolucionar al discente desde una propuesta atractiva, lúdica y divertida.

Serrano, Azofeifa, Araya (2008) llevaron a cabo un estudio para valorar los efectos a nivel cognitivo de dos grupos de estudiantes de preescolar después de aplicar actividades físico-recreativas relacionadas con contenidos matemáticos. Para la evaluación utilizaron un cuestionario sobre elementos fundamentales matemáticos basados en temarios del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. Una vez confeccionado, se realizó un plan de actividades físico-recreativas vinculadas a las matemáticas, el cual fue desarrollado durante un mes y medio con el grupo experimental, mientras el otro grupo realizaba juegos recreativos. Encontraron resultados significativos y positivos del programa sobre el rendimiento de los alumnos en 10 de los 12 ítems que fueron aplicados para valorar el dominio de conceptos básicos matemáticos. Sus conclusiones fueron que utilizar la EF como un instrumento más para el aprendizaje de las matemáticas representaba una excelente alternativa para los docentes de Preescolar que buscan satisfacer las necesidades de aprendizaje del discente. Valoraron que el movimiento por medio de experiencias guiadas y planeadas es parte indispensable en la vida de los niños y, por lo tanto, el aprendizaje de materias académicas debe adaptarse a la necesidad de explorar y conocer su entorno.

Una iniciativa que nos resultó muy innovadora es la llevada a cabo el profesor de matemáticas Koontz (2011), que crea “Maths&Moviment” que se define como un programa educativo que utiliza el movimiento para el aprendizaje de la aritmética o el álgebra en infantil y Primaria. Los movimientos con el cuerpo, los estiramientos, el yoga o los desplazamientos sobre materiales en el suelo, hacen que el alumno aprenda a través de la percepción visual, auditiva, kinestésica o el movimiento. Desde este planteamiento didáctico exponen que el docente puede incorporar el ejercicio físico durante el día en función de las necesidades de los estudiantes, y estos aprenden

haciendo algo que realmente les gusta y necesitan, el movimiento. El programa resalta como estos minutos de actividad favorecen también a la EF. Por otra parte, han podido comprobar como el alumnado se interesa y pregunta más sobre las matemáticas cuando empieza a desarrollar el programa. Para evaluarlo han hecho pruebas de campo y desarrollando pre- y post-test, donde detectaron mejoras generalizadas en todos los niveles de conocimiento en la globalidad del alumnado.

En la etapa de Secundaria, Hatch y Smith (2004) presentan un proyecto interdisciplinar que está integrado en la programación de las asignaturas de EF, Matemáticas y Física, y trata el tema del movimiento de proyectiles. Aunque cada profesor desarrolla los contenidos desde su materia, la experiencia se inicia con la grabación en vídeo de un lanzamiento de peso, posteriormente se analizan las imágenes, se extraen los datos, se aplican leyes del movimiento, se utilizan las matemáticas para modelar el movimiento del proyectil y, finalmente, se interpretan los resultados desde la EF para reconocer qué variables afectan al tiro y cómo trabajarlas para mejorar su rendimiento. En sus tres años de aplicación, reconocen que los resultados han sido “abrumadoramente positivos”. Los alumnos exponen lo mucho que han disfrutado trabajando de manera interdisciplinar, con dinámicas y ambientes diferentes a las tradicionales. Valoran que las matemáticas trabajadas les gustaban porque percibían que eran algo más que matemáticas. Estos autores determinan que el papel de la EF se hace indispensable para fomentar varios aspectos: los alumnos se involucran más en el proceso de aprendizaje y el trabajo se reparte por todos los participantes del grupo, haciendo que los más preparados guían a otros compañeros. En sus conclusiones destacan que el plan de estudios integrado ayudó al alumnado a comprender las conexiones entre las tres disciplinas.

Farnesi (2006), en su tesis, hace un estudio específico de cómo las matemáticas contribuyen a la comprensión de nociones propias de la danza, por ejemplo: los movimientos del cuerpo; los desplazamientos en el espacio; el trabajo con ritmos; o los planos de movimientos. En este sentido, existen diferentes iniciativas didácticas como la

de Westreich(2002); Albanese y Perales (2015); Gerofsky (2013); Palou, Casals, Prat (2016); o “Maths Dance”¹³, que reconocen también en la danza una actividades válida y efectiva para comprender los elementos matemáticos, especialmente los geométricos, que trabajándolos de forma activa aumentan el grado de motivación, la curiosidad y el pensamiento crítico del alumnado. Estas afirmaciones se evidencian, igualmente, en las conclusiones de la tesis doctoral de Evangelopoulou (2014).

Cachafeiro (2003) ha desarrollado diferentes proyectos didácticos relacionados con el estudio del cuerpo humano y sobre la salud para el trabajo y el aprendizaje de las matemáticas. Deja claro en sus propuestas que tienen una relación directa con las áreas de biología, física, química, dibujo, música, ética y filosofía, y las tiene en cuenta para desarrollar actividades transversales. Pero resulta sorprendente que no haya incluido la asignatura de EF cuando el cuerpo es el eje central en los procesos de E-A de la materia y la salud es un contenido básico del área. Y más, cuando todos los datos que el alumnado obtiene para el trabajo de las matemáticas se realizan de manera experiencial y manipulativa, generando entornos y situaciones ricas próximas a la realidad.

Descritas las características de la EF en el planteamiento educativo actual podemos afirmar que se ajustan a los requerimientos instruccionales del desempeño de competencias y de forma específica, podemos justificar así, el uso de sus contextos, situaciones y problemas para desarrollar la CMA en el alumnado de la etapa de Primaria.

La globalidad de este planteamiento teórico define las bases estructurales del enfoque didáctico de nuestra investigación y sobre él, se asentará y construirá objeto de estudio que pasaremos a describir en la segunda parte de este documento.

¹³ Academia de Londres que se dedica a la enseñanza, el aprendizaje y la comunicación de las matemáticas a través del movimiento y la danza.

PARTE II. PROCESO DE INVESTIGACIÓN. DISEÑO EMPÍRICO

Capítulo 4. Definición del objeto de estudio

4.1. Planteamiento del objeto de estudio

4.1.1. Dimensión I. Contexto didáctico

4.1.1.1. Variable Ia. Contexto escolar

4.1.1.2. Variable Ib. Recurso didáctico de la Educación Física

4.1.2. Dimensión II. Acción didáctica

4.1.2.1. Variable IIa. Situaciones de enseñanza-aprendizaje

4.1.3. Dimensión III. Procesos de construcción de conocimiento entorno a la Competencia Matemática

4.1.3.1. Variable IIIa. Estrategias cognitivas

4.1.3.2. Variable IIIb. Estrategias motrices

4.1.3.3. Variable IIIc. Estrategias volitivas

4.1.3.4. Variable IIId. Estrategias cooperativas

4.1.4. Dimensión IV. Resultados

4.1.4.1. Variable IVa. Aprendizajes

4.2. Objetivos de la investigación

4.2.1. Objetivo general

4.2.2. Objetivos específicos

4.1. Planteamiento del objeto de estudio

Teniendo como referente las consideraciones teóricas y metodológicas expuestas en los apartados anteriores, toca plantear ahora el objeto de estudio de la investigación. Este, nos servirá de guía para el análisis y el estudio sistemático de los datos recogidos durante la intervención didáctica.

Antes de proceder a su concreción, creemos importante hacer una pequeña reflexión sobre las evidencias científicas encontradas entorno a la temática de esta investigación. Durante la revisión bibliográfica comprobamos que existen diferentes propuestas científicas, teóricas y prácticas que justifican que es posible vincular los contenidos matemáticos a los juegos, a las actividades motrices, a los deportes o a otros contenidos específicos de la asignatura de EF destacando, con ello, el valor instruccional de nuestra materia en los procesos de E-A de las matemáticas. Sin embargo, también corroboramos la inexistencia de investigaciones que demuestren como buenas prácticas para el desarrollo de la CMA aquellas que se presentan desde el entorno de la EF. Y en tal caso, poder confirmar que es posible impulsar la alfabetización matemática a través de su contexto educativo. Por tanto, somos conscientes que faltan evidencias empíricas que den respuestas al cómo el alumnado puede construir el conocimiento entorno a la CMA durante los procesos de resolución de S-P de la EF, o cómo llega a influir el ámbito motor, lúdico, práctico, vivencial, real y social en dicho proceso. Por consiguiente, se nos presenta una oportunidad excelente para innovar e investigar sobre esta práctica educativa en la escuela.

Para definir los ámbitos sobre los que centraremos el objeto de estudio partimos del análisis de los elementos que integran la hipótesis de nuestra investigación, que recordemos es:

Los contextos propios de la Educación Física de Primaria, ¿son espacios significativos para impulsar la alfabetización matemática a través del trabajo en grupo?
--

Si la descomponemos en tres partes podemos apreciar que en la primera se identifica fácilmente el ámbito donde se ubicará el contexto didáctico de la instrucción. Es decir, que los entornos propios de la materia de EF proporcionarán los espacios y las experiencias tanto de la enseñanza como del aprendizaje como de la evaluación de la CMA. En la segunda, se recoge el aspecto formativo, la alfabetización matemática que el alumnado deberá obtener tras su participación en el proyecto educativo, lo cual implica el desempeño y la adquisición de la CMA. Por último, en la parte final, se contempla cómo se van a promover los procesos enseñanza y el aprendizaje durante la instrucción. En este caso, se especifica que se desarrollarán a través del trabajo en grupo, es decir, que se estimulará el conocimiento mediante las situaciones de interacción que genere el discente con otros sujetos y con el entorno. En la siguiente figura se muestra la relación esquemática de dichos ámbitos.

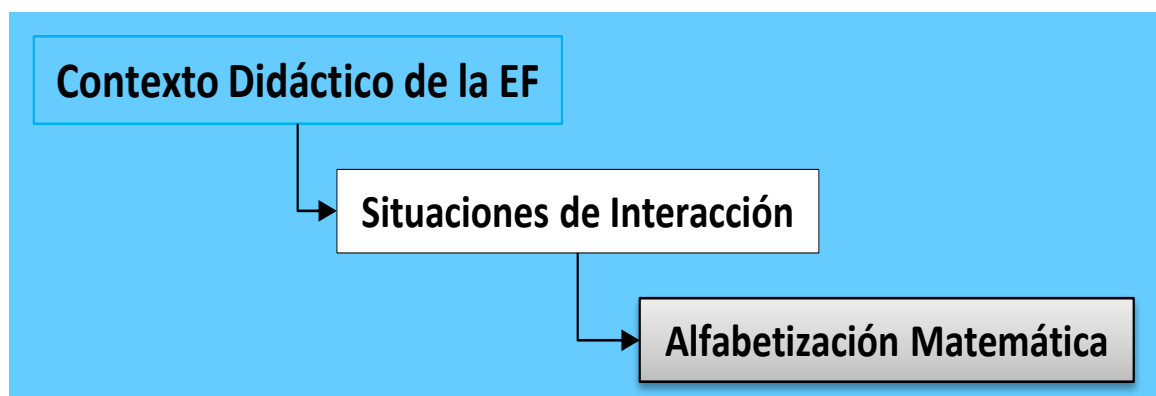


Figura 23. Ámbitos de estudio

Aunque se presentan como elementos diferenciados es evidente, y somos conscientes de ello, que, durante el proceso instruccional, dada su naturaleza educativa, existirá una interrelación directa entre los tres, al condicionarse mutuamente.

A partir de esta división consideramos necesario definir cuatro dimensiones sobre las que focalizar el estudio de nuestra investigación. Estas, las hemos concretado en ocho variables y veinticuatro indicadores para configurar el total del objeto de estudio.

Todo ello se ha diseñado en base a dos procesos: el deductivo y el inductivo. Se comenzó a configurar el objeto de estudio de forma deductiva a través de la reflexión pedagógica fundada por la propia experiencia y la formación docente. Posteriormente, y

considerando el análisis de las diferentes fuentes teóricas, los datos extraídos del diseño del estudio, la valoración del proyecto piloto y los primeros indicios del estudio de los resultados, se desarrolló el proceso inductivo. Con ello se ajustaron las variables, los indicadores y lo que representaba cada uno de estos elementos de estudio.

De forma general, las dimensiones quedan definidas de la siguiente manera:

- En la primera estudiaremos aquellos aspectos que hacen referencia al planteamiento de enseñanza en sus diferentes niveles de influencia y concreción, es decir: el centro educativo y el RD utilizado para la intervención. Abarcando así, la globalidad que supone el *Contexto didáctico*.
- La segunda dimensión profundizará en la influencia instruccional de la *Acción didáctica*. Por tanto, con ella estudiaremos las situaciones de E-A que se generen durante la práctica educativa para valorar cómo influyen en el aprendizaje las interacciones entre discentes, con el entorno de la EF y con la profesora.
- La tercera dimensión analizará los procesos por los cuales ocurre la cognición. Estudiará, por tanto, *Los procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMa*, que desarrollarán el aprendizaje del alumnado impulsando su alfabetización matemática.
- En la cuarta dimensión se estudiarán de forma específica los *Resultados* de aprendizaje desencadenados durante el proceso de instrucción.

A continuación, dedicaremos los siguientes puntos a describir cada dimensión especificando las variables que la definen y detallando los indicadores por los cuales las vamos a identificar. En la tabla 29 se puede observar cómo queda estructurado la totalidad de nuestro objeto de estudio.

Tabla 29. Objeto de estudio. Dimensiones, variables e indicadores

Dimensiones	Variables	Indicadores
I Contexto didáctico	a Contexto escolar	1. Ambiente facilitador del diseño y la implementación de un recurso didáctico
		2. Ambiente cooperativo
	b Recurso didáctico de la EF	1. Programa didáctico: objetivos, contenidos y competencias matemáticas específicas
		2. Recurso educativo. El diseño de S-P promueve los pasos de la resolución de un matemático en grupo
II Acción didáctica	a Situaciones de enseñanza-aprendizaje	1. Individuales
		2. Grupales
		3. Mediadas por el contexto de la EF
		4. Mediadas por la profesora
III Procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMA	a Estrategias Cognitivas	1. De familiarización
		2. De ejecución
		3. De asimilación
	b Estrategias Motrices	1. Introyectivas
		2. Extensivas
		3. Proyectivas
	c Estrategias Volitivas	1. De atención
		2. De motivación
		3. De participación
		4. De autonomía
	d Estrategias Cooperativas	1. De exploración y regulación
		2. De negociación
3. De construcción		
4. De ayuda a la atribución de sentido		
IV Resultados	a Aprendizaje	1. Nivel de desempeño de la CMA
		2. Percepción de conexiones entre la EF y las matemáticas

4.1.1. Dimensión I. Contexto didáctico

A tenor de la índole de nuestra investigación, centrada en implementar un RD y en analizar sus resultados formativos, se hace imprescindible valorar los aspectos

vinculados al diseño de la acción pedagógica con el fin de averiguar su influencia en el desempeño de la CMA del alumnado. Y más, teniendo presente que el aprendizaje competencial no se podrá generar de forma separada del contexto donde se utiliza el contenido a adquirir, ya que según la teoría, condiciona el proceso de construcción de conocimiento y su transferencia posterior. Por tanto, en esta dimensión nos centramos en recoger evidencias que permitan valorar si el entorno pedagógico y el RD son facilitadores y pertinentes para alcanzar nuestro objetivo instruccional¹⁴.

Ahora bien, nuestra reflexión no solamente irá dirigida a entender o evaluar la efectividad de los procesos formativos generados por el RD, también nos centraremos en la comprensión de los aspectos que expliquen dichos efectos. Lo entendemos así, porque la evaluación de los procesos aprendizaje desarrollados a través de la implementación del recurso son imposibles de aislar y atribuir únicamente, a la realización de las actividades desplegadas. Es por ello que la acción didáctica en sí, viene marcada por: 1) las características del contexto educativo del centro, como ámbito educativo global que gestiona toda la instrucción; 2) las características metodológicas y específicas de la programación; y como no, 3) la acción didáctica en sí que se despliega durante la práctica, que de forma concreta genera un cosmos en el que las interacciones verbales, gestuales, actitudinales, procedimentales y situacionales, influyen de forma directa sobre el aprendizaje (dimensiones II y III).

A tenor de estas ideas, la dimensión *Contexto didáctico* queda definida por dos variables, por una parte, está el *Contexto escolar*, que reconocerá la influencia del ambiente del centro en el diseño y la implementación del RD y, por otra parte, el *recurso didáctico de la EF*, que valorará la pertinencia y significatividad instruccional de la intervención.

¹⁴ Para complementar dicho análisis hemos creído imprescindible detallar las características esenciales del RD, presentadas en el capítulo IV.

4.1.1.1. Variable la. Contexto escolar

A través de esta variable se pretende indagar sobre la influencia del ambiente organizativo, estructural o funcional del centro para llevar a cabo el RD planteado y ubicado en el contexto de la EF de 4º de Primaria. Con ello, pretendemos reconocer hasta qué punto las características del contexto escolar facilitan el diseño y la implementación de una iniciativa pedagógica innovadora que promueve la alfabetización matemática desde la materia de la EF que, en realidad, es un requerimiento educativo del nuevo marco competencial y una necesidad de la sociedad actual. Los cuatro indicadores que definirán esta variable son:

- 1. Ambiente facilitador del diseño e la implementación de un RD, propio del contexto de la EF de 4º de Primaria, para impulsar la alfabetización matemática.** Este indicador pretende reconocer hasta qué punto las acciones planteadas por el equipo directivo del centro permiten programar y llevar a término una iniciativa pedagógica innovadora desde el área de EF. Y que se desarrollará de forma complementaria a la programación de la materia de 4º de Primaria. También valorará si promueven el seguimiento y la consolidación del RD dentro del programa educativo del centro y, por tanto, se da respuesta a la necesidad educativa competencial. Para complementar dicha información se estudiará si el centro facilita unas franjas horarias específicas para desarrollar el proyecto didáctico y si es flexible en las posibles modificaciones a la hora de adaptarse a imprevistos. De igual manera, se valorará la cesión de espacios específicos y la utilización de los recursos materiales del centro tanto propios de la EF como los matemáticos, de papelería, los del laboratorio o los económicos.
- 2. Ambiente cooperativo.** A través de este indicador se quiere percibir cómo el equipo docente próximo al entorno de instrucción, es decir, las profesoras de Matemáticas y/o tutoras de 4º de Primaria, se interesan por el proyecto, hacen preguntas sobre el alumnado (participación, evolución, trabajo, etc.), colaboran realizando alguna actividad compartida o desde la asignatura o

cooperan ofreciendo espacios, materiales u horario de su asignatura para utilizarlos durante el desarrollo del RD.

4.1.1.2. Variable Ib. Recurso didáctico de la Educación Física

Dentro de cualquier disciplina el diseño de la acción didáctica requiere diferentes momentos de elaboración y concreción. Nosotros, desde esta variable centraremos la atención en analizar los dos componentes del diseño del RD: 1) la programación didáctica formada por los diferentes elementos curriculares, y 2) el recurso educativo¹⁵ definido por cuatro SD. De esta manera, los indicadores que conforman esta unidad de análisis nos aportarán evidencias tanto de la pertinencia y la adecuación de su diseño como de las limitaciones y potencialidades de nuestro RD. Ahora bien, dado que el desarrollo de la CMA requiere de unos recursos didácticos específicos con unas características concretas, se estudiarán los diferentes elementos de la propuesta de enseñanza con el fin de valorar si se adaptan a las exigencias tanto del marco teórico competencial y como del matemático. Los indicadores que mostrarán su validez son:

1. **Programa didáctico.** Permite reconocer la pertinencia de los elementos curriculares que estructuran nuestra acción didáctica, por tanto, se estudiarán:
 - **Objetivos.** Valorará si se promueve la movilización de habilidades matemáticas en contextos o situaciones reales cercanas a los intereses del discente: contexto personal-familiar (espacios cercanos a la persona); social (abarca las relaciones con los demás, en el campo deportivo, de ocio, cultural, etc.); o contexto escolar (abarca el resto de áreas).
 - **Contenidos.** Examinará si plantea el trabajo y el uso integrado de contenidos matemáticos y propios de la asignatura de EF en el nivel de desarrollo próximo del alumnado (ZDP), tanto procedimentales, actitudinales como

¹⁵ El proyecto *Acti-Mates* estaba constituido por seis S-P, aunque nosotros solo hemos utilizado para la investigación los resultados de cuatro S-P.

conceptuales y, además, si se produce de forma significativa, funcional, útil, relevante, aplicativa, activa, vivencial, manipulativa y práctica.

- **Competencias matemáticas específicas.** Se centrará en reconocer si el diseño del RD promueve el desempeño de las tres dimensiones que definen la CMa (pensar y razonar matemáticamente; modelización y resolución de problema y comunicar y representar ideas matemáticas mediante el lenguaje simbólico, formal y técnico). Por tanto, estudiará la frecuencia de movilización de cada una de ellas durante la intervención.

2. Recurso educativo. Desde este indicador se valorará si el diseño metodológico de las S-P promueve el proceso de resolución en grupo de problemas matemáticos. Con ello, se estudiará si la propuesta educativa proyecta momentos para la organización y el trabajo en grupo donde el alumnado llegue a desarrollar acciones donde de forma cooperativa controle, gestione y regule el proceso de resolución del problema, es decir, se dé: familiarización con el problema tratando de entender la situación a través de los datos, las variables, entienden el objetivo; búsqueda de estrategias planteando ideas, probando propuestas, haciendo esquemas, figuras, diagramas o dibujos; selección de las mejores ideas; ejecución de las estrategias pactadas; reflexión sobre la acción y el proceso; y valoración y reflexión sobre el resultado.

4.1.2. Dimensión II. Acción didáctica

Esta dimensión comporta la evaluación de los procesos de enseñanza y aprendizaje generados a través de la implementación práctica del RD. Siendo así, la variable por la cual queda definida es *Situaciones de E-A*.

4.1.2.1. Variable IIa. Situaciones de enseñanza-aprendizaje

Las características metodológicas del recurso educativo diseñado para la intervención establecen cierta flexibilidad al alumnado a la hora de gestionar la planificación, la organización y el control de las actividades del proceso de resolución de las S-P. Por tanto, las diferentes formas de organizar la acción conjunta, es decir, que las distintas maneras de interactuar entre el docente y el discente, y entre discentes, promoverán el desarrollo de situaciones de E-A inéditas. Estas acciones de mediación deben ser descritas y estudiadas para reconocer cómo a través de ellas, durante la resolución de S-P, se desencadenan los procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMa. Ahora bien, no podemos olvidar el hecho de que las situaciones de E-A se generen en un contexto específico, el de la EF. Y las características de dicho entorno sitúan el conocimiento y los procesos cognitivos en vivencias multiexperienciales que se desencadenan *in situ*, en una situación real y cercana a los intereses del discente (como es en un juego, en un deportiva o en una actividad física). Por esta razón, creemos necesario estudiar la significatividad de las características psicopedagógicas de las situaciones generadas desde el contexto de la EF durante la instrucción, analizando cómo afecta a la cognición el hecho de localizar el aprendizaje en actividades, situaciones y problemas del entorno de la asignatura. En tal caso, resulta obvio decir, que gracias a los indicadores que examinarán esta variable obtendremos información trascendental sobre el modo por el cual el recurso educativo diseñado en el marco de la EF de 4º de Primaria, impulsa la construcción colaborativa de conocimiento entorno a la CMa. A este efecto, se analizarán cuatro indicadores:

- 1. Situaciones de E-A de desarrollo individual.** Buscarán y describirán aquellas situaciones desarrolladas individualmente que constituyan medios o acciones por las cuales se puedan estar desarrollando procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMa, así pues, se constituya la cognición y se desarrolle el aprendizaje. En un principio, se partirá del estudio de las situaciones de E-A de desarrollo individual planificadas en el diseño del RD, por ejemplo, las situaciones de ejecución individual.

- 2. Situaciones de E-A de desarrollo grupal.** Buscarán y describirán aquellas situaciones generadas por el trabajo del grupo que puedan constituir medios, acciones o discursos por las cuales se estimulen procesos de construcción colaborativa del conocimiento entorno a la CMa. A modo de guía, se partirá del estudio de las situaciones de E-A donde se dé la interacción entre los participantes y que estén contempladas en la planificación del RD. Por ejemplo: las situaciones de E-A de presentación de la S-P; las de presentación de actividades; las de elaboración grupal; las de ejecución grupal; y las de juego.
- 3. Situaciones de E-A mediadas desde el contexto de la EF.** Analizará la influencia instruccional del ambiente multiexperiencial, real, social, lúdico y motriz de la EF en los procesos de aprendizaje de la CMa, reconociendo si: a) La EF sitúa el pensamiento matemático del alumnado en actividades auténticas y reales de interacción con el entorno físico; b) La EF constituye un medio que promueve el pensamiento y la cognición matemática a través de la interacción de las personas con los materiales en el ambiente específico de uso; y c) la EF constituye significados matemáticos a través de la actividad práctica que genera la interacción social.
- 4. Situaciones de E-A mediadas por la profesora.** Estudiarán aquellas acciones de mediación ejercidas por la profesora que puedan ser factor facilitador de los procesos de aprendizaje entorno a la CMa. Partiendo de las bases teóricas de este estudio determinamos que el docente puede desempeñar funciones de: asignación de tareas; organización de espacios, tiempos, materiales; motivación de acciones; y guía o regulación de estrategias de aprendizaje.

4.1.3. Dimensión III. Procesos de construcción de conocimiento entorno a la Competencia Matemática

Resulta lógico pensar que el diseñar recursos didácticos específicos e implementarlos con la finalidad que el alumnado pueda utilizar de forma funcional y práctica los

contenidos matemáticos adquiridos, no garantiza que se vayan a adquirir habilidades matemáticas competenciales. Y lo que es más complejo, reconocer de forma precisa en cada discente si realmente han sido asimiladas.

Por este motivo, en esta dimensión nos centraremos en analizar los procesos de construcción colaborativa de conocimiento que se desencadenan en las diferentes SD al intentar resolver las S-P de EF, para ello analizaremos: 1) los patrones cognitivos típicos que desarrollan procesos de matematización matemática; 2) los patrones de la acción motriz que se consideran mecanismos para el aprendizaje de contenidos matemáticos; 3) los patrones cooperativos que determinen las fases vinculadas a la construcción de conocimientos de forma compartida en relación a la CMa; y 4) los patrones volitivos que afectan al rendimiento de un grupo.

Para poder estudiar todos estos aspectos (tal y como se especifica en las bases teóricas del capítulo 1) y reconocer si el alumnado está desencadenando procesos de construcción de conocimiento entorno a las diferentes dimensiones de la CMa, se deben analizar y registrar las acciones específicas en las que se utilizan y ponen en juego los conocimientos y habilidades matemáticas durante la resolución de las S-P a nivel cognitivo, motriz, actitudinal y social. Esto verificará si se están desempeñando procesos de aprendizaje en relación a la CMa.

Conviene recordar que las acciones específicas que se utilizan para resolver una S-P en un contexto concreto se definen como estrategia eficaz. A su vez, la suma de estrategias eficaces, conforman la competencia. Esta idea la plantean Monereo y Pozo (2007, pp. 15-16) cuando determinan que “demostrar competencia en algún ámbito de la vida conlleva resolver problemas de cierta complejidad, encadenando una serie de estrategias de manera coordinada”.

En tal caso, en esta dimensión se intentarán describir y concretar cuatro variables denominadas: estrategias cognitivas, estrategias motrices, estrategias volitivas y estrategias cooperativas. A continuación, pasaremos a especificar sus indicadores.

4.1.3.1. Variable IIIa. Estrategias cognitivas

Para definir esta variable hemos tenido en cuenta que, el constatar que se están desarrollando procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMa requiere reconocer si durante la resolución de la S-P se desarrollan los procesos de matematización horizontal y vertical. Dada esta premisa, y para que esto se produzca, es necesario el desempeño de unas habilidades matemáticas que se concretarán en cada uno de los indicadores por los que vamos a estudiar esta variable.

- 1. De familiarización.** Serán aquellas acciones que realiza el discente con la intención de aproximarse a la resolución de la S-P, incluirán las reflexiones que haga o las ideas que proponga para plantear actividades que evidencien una conexión con los contenidos matemáticos. En consecuencia, se estará produciendo la matematización horizontal. Para ello tendrá que: 1) pensar y reflexionar para identificar las matemáticas que pueden ser relevantes respecto al problema o la situación (comprender el objetivo, reconocer e identificar elementos o variables para traspasarlo al lenguaje matemático oralmente o por escrito); 2) plantear dudas; 3) plantear actividades para planificar la resolución utilizando el lenguaje matemático; 4) utilizar diferentes lenguajes dibujos, esquemas, etc.; 5) buscar problemas o situaciones semejantes para aportar ideas; o 6) entender y explicar posibles regularidades, relaciones o patrones de la situación o el problema que ayuden a solucionarlo.
- 2. De ejecución.** Representarán las acciones en las que el alumnado aplica o utiliza sus conocimientos conceptuales o procedimentales matemáticos con el fin de avanzar en la resolución. Son acciones que describen la matematización vertical. Así que, se estudiarán las actividades como: 1) utilizar la lógica y el razonamiento matemático para seleccionar las mejores ideas que permitan establecer las actividades o las acciones que desarrollen el plan para resolver la S-P; 2) utilizar herramientas matemáticas; 3) implementar estrategias de cálculo, medida, comparación, organización, clasificación, relación, selección,

análisis e interpretación; 4) usar diferentes lenguajes, simbólico, formal, técnico y sus operaciones; y 5) argumentar las decisiones tomadas.

3. De asimilación. Se considerarán aquellas acciones que el discente de forma inducida, consciente o espontánea ejecute eficazmente reflexiones sobre el proceso, analice los resultados o corrija con precisión. Estas, también nos darán información si el alumnado es consciente de las necesidades específicas de la situación, es decir, de la correcta utilización de sus conocimientos matemáticos para lograr el objetivo. Se examinarán acciones como: 1) supervisar las acciones que se están realizando, reflexionar ellas y analizar su resultado; 2) corregir errores; 3) modificar o rehacer objetivos, actividades o ideas; 4) reflexionar sobre el resultado final valorando todo el proceso; 5) comunicar el proceso y el resultado; 6) analizar el modelo utilizado y sus límites; y 7) generalizar el modelo.

4.1.3.2. Variable IIIb. Estrategias motrices

Consideramos estas estrategias como las acciones motrices que realiza el alumno con el fin de desarrollar el proceso de resolución de la S-P y por las cuales, percibirá y obtendrá información sobre: 1) las propiedades matemáticas del medio o de los objetos sobre los que se realiza la acción; y 2) las características matemáticas de la actividad sobre el medio o los objetos. Estas experiencias físicas y, por extensión, lógico-matemáticas, permitirán desarrollar procesos de aprendizaje como la abstracción sobre las propiedades de los objetos y sobre la comprensión de las acciones desde la teoría, la lógica y el razonamiento matemático. En esta variable identificamos tres estrategias:

1. Introyectivas. Definirán aquellas acciones motrices que alumno ejecute de forma individual en relación a sí mismo. Estas estimularán la comprensión de contenidos matemáticos utilizados en la situación percibiendo las características de la actividad en relación a los aspectos matemáticos.

- 2. Extensivas.** Se identificarán en aquellas acciones motrices que ponen en contacto al alumno con el medio físico con el fin de llegar a conocer las características matemáticas que conforman los objetos. O lo que es lo mismo, las acciones que utilizan el cuerpo y el movimiento para conocer el mundo material y sus propiedades matemáticas en el momento que realiza la acción motriz.
- 3. Proyectivas.** Estudiarán las acciones motrices a través de las cuales el alumnado interactuando con sus compañeras o con la profesora esté percibiendo y comprendiendo de forma conjunta tanto las propiedades de los objetos y del entorno en relación a los contenidos matemáticos como las características matemáticas que se desprenden de la acción motriz.

4.1.3.3. Variable IIIc. Estrategias volitivas

Entendemos como estrategias volitivas aquellas que se impulsan desde la propia voluntad. Es decir, las requieren de la movilización de unos procesos auxiliares del sistema cognitivo que trascienden los propiamente cognitivos y motrices, y resultan imprescindibles para estudiar los procesos de construcción de conocimiento. Dichos procesos auxiliares, propuestos por Pozo (2008), influyen de forma directa en la instrucción general del alumno. Así que, en esta variable se estudiarán las acciones en las que los estudiantes durante el trabajo individual o el colectivo muestren estrategias:

- 1. De atención.** El alumnado debe observar al docente o a sus compañeras y estar en silencio. Además, debe mostrar una mirada interesada a la explicación o a la demostración con el fin de: 1) comprender el mensaje; 2) seleccionar la información; 3) controlar el resultado de una acción o un trabajo; 4) recopilar datos o ideas; y 5) automatizar una acción o procedimiento.
- 2. De motivación.** El alumnado demostrará entusiasmo e interés al hacer exclamaciones positivas, preguntas o gestos donde verbalice o demuestre que: 1) encuentra sentido a la actividad o al contenido; 2) se sienta protagonista de

la propia acción; 3) piensa, se organiza y actúa de forma autónoma; 4) tenga curiosidad y profundice sobre el tema, las actividades o los materiales; 5) se sienta confiado de sus capacidades; o 6) se muestre contento.

3. De participación. Este indicador valorará la implicación o el compromiso que demuestre el alumnado durante las actividades de la S-P. Para ello se deben reconocer acciones pro-activas sobre: 1) activación, recuperación y transferencia de los conocimientos previos a la situación que los requiere; 2) explicación de reflexiones, justificaciones o ideas que demuestran lo que sabe o lo que ha pensado hacer; y 3) aplicación de los procedimientos de forma eficaz y en el orden conveniente.

4. De autonomía. Se refiere a la capacidad que demuestra el alumnado para autogestionar, organizar y controlar el proceso de resolución de la S-P. Estudiará, por tanto, las actividades metacognitivas que desarrolle el alumno como: 1) planificar tareas; 2) fijar objetivos; 3) controlar, analizar y hacer el seguimiento del proceso de planificación y de ejecución supervisando acciones, corrigiendo errores, evaluando los resultados del trabajo; 4) rehacer o modificar los objetivos, las acciones o las ideas; y 5) justificar y reflexionar sobre las actuaciones o propuestas.

4.1.3.4. Variable III d. Estrategias cooperativas

Esta variable se centra en aquellas acciones grupales que, durante el proceso de resolución de la S-P, nos ayuden a identificar los mecanismos interpsicológicos que operan en la construcción del conocimiento desde la perspectiva del aprendizaje cooperativo. Se ha concretado en cuatro indicadores:

1. De exploración y regulación. Definen acciones en las que: 1) el grupo intercambia información; 2) se ponen en común ideas; 3) se aportan sugerencias sobre otras propuestas; y 4) se opina y se justifica sobre lo aportado. Se establece un conflicto entre los puntos de vista individuales en los

que se podrá reconocer la calidad de los conocimientos individuales; capacidad de aceptar y relativizar otros puntos de vista; la falta de información o de conocimientos; la capacidad para desarrollar un pensamiento lógico; la motivación; y el interés.

- 2. De negociación y pacto.** Reconocen las acciones donde el discurso o la acción permite a los miembros del grupo debatir, evaluar y negociar las ideas o propuestas para la construcción de planes que desarrollen el proceso de resolución de la S-P.
- 3. De construcción.** Define las acciones motrices o cognitivas que desarrollan de forma ajustada el plan de acción propuesto. Se incluirán acciones de autorregulación como: 1) recibir y ayudar de forma adecuada a la necesidad y correcta; 2) hacer un seguimiento y control mutuo del trabajo y los resultados; 3) corregir acciones o ideas incorrectas; 4) plantear ideas, sugerencias, cambios o explicaciones de forma clara; 5) evaluar la situación o idea conjuntamente; 6) pensar y razonar conjuntamente; 7) explorar hipótesis o nuevas ideas; y 8) buscar el consenso.
- 4. Apoyo a la atribución de sentido.** Reconocerán las acciones que demuestren una dependencia entre los miembros del grupo para alcanzar el objetivo como: 1) implicación de cada miembro en las actividades a crear o desarrollar; 2) las acciones en la que se observa que el objetivo está condicionado a las aportaciones de todos los miembros; y 3) las relaciones psicosociales que sean positivas, como que cada miembro perciba sus competencias, disponga de autonomía, se sienta cómodo, valorado, integrado y satisfecho.

4.1.4. Dimensión IV. Resultados

La finalidad de esta investigación prevé una mejora educativa, en consecuencia, se deben identificar evidencias para comprobar si dicha mejora se ha logrado y si los objetivos educativos y de la investigación se han alcanzado satisfactoriamente. Así pues,

con esta dimensión pretendemos estudiar los resultados de aprendizaje que se desencadenen en el alumnado una vez implementadas las SD. Por esta razón, queda definida por la variable *Aprendizajes*.

4.1.4.1. Variable IVa. Aprendizajes

Esta variable nos informará sobre dos aspectos relacionados con la adquisición de aprendizaje del alumnado. La primera valorará la capacidad para utilizar los conocimientos matemáticos de una manera funcional, práctica y aplicativa. La segunda tratará de reconocer si la percepción del discente cambia a lo largo de la intervención en relación a si identifica y asimila el papel imprescindible de las matemáticas para, por una parte, comprender e interpretar la realidad de los diferentes ámbitos que definen la EF y, por otra parte, desarrollarse en el ámbito físico-motriz. En este caso, se concreta en dos indicadores:

A continuación, se muestra la rúbrica utilizada para evaluar cada S-P.

- 1. Nivel de desempeño de la CMa.** A través de él, valoraremos el nivel con el que el alumnado (en relación al grupo-clase) pone en juego las tres dimensiones que concretan la CMa. Para ello, durante la práctica, se buscará reconocer la acción matemática ejecutada por el discente. Esta, se vinculará a un descriptor de cada dimensión y según la eficacia, la complejidad o la adecuación con la que se manifieste se registrará la intervención con un indicador de logro definido en una escala de tres niveles de desempeño: 1) el nivel alto, en el que se desarrolla la acción con eficacia y dominio; 2) el nivel medio, donde las tareas se desarrollan de forma acertada y correcta, pero poco concreta; y 3) nivel bajo, aquí las acciones se desarrollan de forma poco ajustada a las necesidades de la situación, sin acierto o de forma incorrecta ¹⁶.

¹⁶ Ver rúbrica de evaluación pág. 251

2. Percepción de conexiones entre la EF y las matemáticas. Una vez finalizada la intervención del estudio, este indicador nos mostrará si el alumnado fue capaz de reconocer, identificar o entender el papel que tienen las matemáticas en la comprensión y el desarrollo de los deportes, los juegos y la actividad física, ámbitos propios de la EF. Para ello deberá percibir que existen conexiones entre ambas materias y valorar hasta qué punto son necesarias las matemáticas en la EF.

Una vez especificado los ejes principales de estudio de nuestra investigación continuaremos con la tarea de definir los objetivos del mismo.

4.2. Objetivos de la investigación

4.2.1. Objetivo general

A tenor de lo argumentado, podemos precisar que esta investigación tiene por objetivo:

Constatar de qué modo y en qué grado el recurso didáctico diseñado en el marco de la Educación Física de 4º de Primaria impulsa la construcción colaborativa de conocimiento entorno a la Competencia Matemática.

Por tanto, el principal propósito de esta investigación se centra básicamente en constatar el impacto que tiene el RD diseñado en el contexto de la EF de 4º de Primaria, para desarrollar, desempeñar y adquirir habilidades matemáticas competenciales a través del trabajo colaborativo, es decir, a través de la influencia educativa que reciben de la acción de otros dentro de un contexto real y auténtico. Con ello podremos reconocer el potencial formativo que tiene el contexto didáctico de la asignatura para impulsar la alfabetización matemática en la escuela, dando respuesta así, a la hipótesis de la investigación.

Dada la amplitud de aspectos que comprende este objetivo, resulta imprescindible concretarlo para poderlo validar. Por esta razón nos hemos propuesto unos objetivos

específicos que facilitan su valoración y determinan de forma más detallada nuestras pretensiones empíricas.

4.2.2. Objetivos específicos

En este apartado se definen los objetivos específicos junto con una breve descripción de qué nos proponemos conseguir con ellos. Con el fin de llegar a comprender mejor su contenido durante la fase empírica, hemos formulado unas preguntas que, por un lado, nos servirán de guía para saber de dónde extraer la información y, por otro lado, nos permitirán reconocer si se ha logrado alcanzar dicho objetivo. Además, también nos orientarán sobre el recorrido a seguir hasta dar respuesta a la hipótesis de investigación.

Objetivo 1. Diseñar e implementar desde la EF un RD formado por S-P orientado al trabajo y al desarrollo de la CMa del alumnado de 4º de Primaria indicando los requisitos didácticos fundamentales para su ejecución.

Con este primer objetivo nos proponemos diseñar un RD realmente significativo para el desarrollo y adquisición de la CMa a través de contextos de la EF. Este nos permitirá, al implementarlo, valorar hasta qué punto el ambiente del centro y el contexto metodológico de la EF son entornos relevantes para el impulso de la alfabetización matemática. Con el fin de identificar y definir las características didácticas que nos han llevado a diseñar e implementar nuestro RD nos proponemos dar respuestas a las siguientes preguntas:

1.1. Centrándonos en el equipo directivo y en el profesorado de Matemáticas de 4º de Primaria ¿qué papel desempeña el ambiente pedagógico y organizativo de la escuela en el diseño, la implementación y la consolidación del RD?

1.2. Respecto al RD creado desde la asignatura de EF y formado por la programación didáctica y el recurso educativo: ¿es pertinente y adecuado para el desarrollo y desempeño de la CMa?; ¿los objetivos promueven la movilización de habilidades matemáticas en situaciones reales cercanas los intereses del infante o de su vida

cotidiana?; ¿plantea la utilización de los contenidos matemáticos de forma significativa, funcional, útil, relevante, aplicativa, vivencial, manipulativa y práctica de manera integrada?; ¿promueve el desempeño de todas las dimensiones de la CMa por igual?; y ¿proyecta momentos para que el alumnado gestione y controle de forma cooperativa la resolución de la S-P?

Objetivo 2. Identificar y describir los procesos y los mecanismos de construcción de conocimiento entorno a la CMa que se generan en la interacción del alumnado con los miembros del grupo, con la profesora y con el contexto de la actividad, durante los procesos de resolución de las S-P.

Desde la investigación se pretende identificar cómo se construye el conocimiento entorno a la CMa y cómo se lleva a cabo. Por tanto, será necesario describir de qué manera se desarrollan los procesos de construcción de conocimiento de habilidades matemáticas competenciales durante la resolución de las S-P contextualizadas en los ámbitos de la EF.

Teniendo en cuenta que el pensamiento, la cognición y el aprendizaje solo adquiere sentido en un contexto particular constituido por la interacción de las personas entre sí, junto con la influencia de la situación que marca el entorno físico donde transcurre la actividad (Wilson & Myers, 2000) y que los planteamientos psicopedagógicos del nuevo marco educativo determinan que la adquisición de competencias requiere de un aprendizaje cooperativo, autorregulado, funcional, práctico, integrado y reflexivo, es imprescindible estudiar, analizar y explicar: 1) de qué manera el grupo organiza la actividad conjunta; 2) qué tipo de acciones o estrategias generan el conocimiento; y 3) cómo influye en el aprendizaje la interacción con el medio físico. Estos tres aspectos configuran las situaciones de E-A por las cuales se va a desempeñar la CMa. Dadas estas premisas, para reconocer si hemos conseguido este objetivo nos planteamos responder a las siguientes preguntas:

2.1. Durante la resolución de las S-P del RD, ¿de qué forma los participantes, profesora y alumnas, organizan la acción conjunta para generar situaciones de E-A?, ¿qué patrones

de actuación desarrolla? y ¿qué función formativa o instruccional se desencadena encada uno de ellas?

2.2. En relación a la adquisición de la CMa, durante el proceso de construcción de conocimiento realizado a través de las diferentes estrategias, ¿se implementan acciones que demuestren que se está desarrollando el proceso de matematización?

2.3. En los procesos de construcción de conocimiento relacionados con estrategias motrices, ¿qué tipo de contenidos matemáticos puede adquirir el alumnado a nivel conceptual, procedimental y actitudinal?

2.4. En los procesos de construcción de conocimiento relacionados con las estrategias cooperativas, ¿se identifican fases de complejidad sociocognitiva creciente que suponen la convergencia compartida de significados?

2.5. ¿Cómo afectan las estrategias volitivas mostradas por el alumnado en el proceso de construcción de conocimiento entorno a la CMa?

2.6. ¿Cómo afectan las características del contexto de la EF a los procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMa?

Objetivo 3. Identificar y describir los mecanismos de ayuda educativa ejercidos por la profesora durante el desarrollo de las S-P.

En la metodología competencial se resalta la función imprescindible que tiene la interactividad en todo el proceso de aprendizaje. Y un aspecto fundamental en dicha interactividad es la interrelación y la articulación de las actuaciones del profesor y las de los estudiantes durante las situaciones de E-A. Por lo que, con este objetivo queremos reconocer qué tipos de actuaciones realiza la profesora y valorar si en sus intervenciones se pueden identificarse mecanismos de influencia educativa en la construcción colaborativa del conocimiento del alumnado. Por ejemplo, en relación con: 1) la asignación de trabajo; 2) la organización del grupo-clase; 3) la motivación; y 4) la orientación, el guiado o la regulación del proceso de E-A. Para ello nos preguntamos si:

3.1. ¿La ayuda ofrecida por la profesora varía en función de las situaciones de E-A donde se genere? Y ¿qué papel desempeñan sus acciones en los procesos de construcción colaborativa del conocimiento?

Objetivo 4. Reconocer los aprendizajes adquiridos a través del RD de la EF en relación a la CMa.

Con este cuarto objetivo queremos reconocer los resultados educativos que se promueve con la implementación del RD. Para ello se analizarán y recogerán las evidencias que determinen el nivel de desempeño alcanzado por el alumnado en el uso de sus habilidades matemáticas competenciales durante el proceso de resolución de la S-P. Consideraremos un nivel satisfactorio cuando los indicadores que concretan la dimensión matemática se encuentren en niveles medios o altos. Pues entendemos que la habilidad que define cada descripción se ha desempeñado con un nivel de complejidad y adecuación es correcto o de excelencia. Además, consideraremos una muestra directa de la adquisición de conocimiento siempre que se detecte en el alumnado una transferencia de aprendizajes con cierto dominio a otros contextos o situaciones. Desde el punto de vista del discente, certificaremos que ha interiorizado los contenidos trabajados cuando sean capaz de analizar, reconocer y verbalizar espontáneamente los elementos matemáticos que considera haber aprendido durante las SD o el proyecto *Acti-Mates*.

Por otra parte, entendemos que la significatividad del aprendizaje también quedará plasmada si el alumnado demuestra un cambio de percepción en cuanto a la necesidad de tener ciertos conocimientos matemáticos para desenvolverse en los diferentes ámbitos de la EF. En este sentido, las preguntas que nos planteamos son:

4.1. Por un lado, ¿qué nivel de desempeño de la CMa alcanza el alumnado en cada S-P? Y, por otro lado, desde la asignatura de Matemáticas: ¿se refleja el nivel adquirido en el dominio de los contenidos o en un cambio de actitud? Y ¿el alumnado es consciente de los aprendizajes adquiridos?

4.2. Finalizada la implementación del RD, ¿el alumnado reconoce la relación entre el ámbito de la EF y el matemático?

Una vez definido con detalle el objeto de estudio de la investigación, pasaremos a describir el RD utilizado en la intervención del estudio con el fin de clarificar la propuesta educativa y facilitar la comprensión de todo el trabajo

Capítulo 5. Diseño y descripción del recurso didáctico

5.1. Diseño del recurso didáctico

5.1.1. Preparación inicial

5.1.2. Especificación del recurso didáctico

5.1.3. Ejecución del recurso didáctico

5.2. Orientaciones curriculares para la intervención didáctica

5.2.1. Contextualización del recurso en el centro

5.2.2. Objetivos didácticos

5.2.3. Contenidos

5.2.4. Contribución a la Competencia Matemática

5.2.5. Metodología

5.2.5.1. Estrategias didácticas de la acción docente

5.2.5.2. Estrategias didácticas para la acción del discente

5.2.6. Evaluación

5.2.6.1. La evaluación inicial

5.2.6.2. La evaluación formativa

5.2.6.3. La evaluación final

5.2.7. Contribución a las Competencias Básicas

5.2.8. Recursos materiales

5.3. Estructura del recurso educativo

5.3.1. Presentación de la situación-problema

5.3.2. Actividades guía para la reflexión y organización del proyecto

5.3.3. Actividades de desarrollo

5.3.4. Evaluación

La finalidad de este capítulo es presentar el RD utilizado en la intervención educativa y por el cual se ha desarrollado nuestra investigación. Para ello hemos dividido el capítulo en tres apartados. En el primero se recogen unas reflexiones generales sobre el diseño del recurso educativo elaborado para desarrollar la acción didáctica. Posteriormente, en el segundo, se especifican las decisiones curriculares que se generaron desde la aplicación de dicho recurso. El capítulo finaliza con la exposición de los elementos del recurso educativo y de las partes que configuran su estructura y diseño.

5.1. Diseño del recurso didáctico

El RD de nuestra intervención está formado por el *programa didáctico* que describe la programación curricular y por las diferentes secuencias didácticas diseñadas metodológicamente como S-P, lo que denominamos *recurso educativo*. Por consiguiente, para su elaboración se han tenido en cuenta las bases psicológicas y pedagógicas de la enseñanza y el aprendizaje de competencias expuestas en el marco teórico. Como es evidente, de forma paralela, también se valoró el aspecto más motivacional tanto desde del planteamiento metodológico como desde el punto de vista lúdico que representa el entorno de la EF como contexto de E-A.

El ofrecer al alumnado una propuesta educativa que le posicionara ante un reto real a superar donde pudiera percibir, entender, utilizar y aprender aspectos matemáticos, al mismo tiempo que disfrutara jugando y de actividades físico-motrices o deportivas, se consideró el eje principal para crear nuestro recurso formativo. Entendíamos que aumentar el interés y la motivación hacia las actividades de E-A favorecería el desarrollo de una actitud positiva hacia los contenidos de aprendizaje matemáticos impulsando con ello, los procesos de construcción de conocimiento, en este caso, entorno a la CMA.

Conviene aclarar que nuestro proceso para diseñar el RD se desarrolló en varias etapas: la preparación inicial; la especificación del recurso y su temporalización; y finalmente su ejecución.

5.1.1. Preparación inicial

En esta etapa se tomaron decisiones referentes al diseño didáctico básico.

- Se buscaron conexiones entre los contenidos matemáticos y los contenidos de EF. En un primer momento, se valoró el tipo de relación y la forma en la que se podían presentar dichos contenidos para que la S-P fuera realmente significativa, funcional, vivencial y motivante (elementos fundamentales para desarrollar cualquier programa didáctico competencial (Escamilla, 2008; Zabala & Arnau, 2007, 2014)).
- Se consultaron diferentes bibliografías que complementaran las bases pedagógicas de la E-A de competencias. Para elaborar la estructura de cada S-P se analizaron diferentes fuentes que recogían ejemplos de S-P o actividades del ámbito matemático contextualizadas en entornos variados, aunque planteadas para ser resueltas en el aula y desde la asignatura de Matemáticas (Por ejemplo, las de Burgués y Sarramona (2013); García-Jiménez et al. (2011); Marín (2010); Redal y Andrés (2008); Rico (2005b) y varios libros de texto de la asignatura de Matemáticas (VV.AA, 2008, 2012)). Con esta revisión pudimos reconocer las partes básicas en las que deberíamos estructurar el diseño de las S-P y el formato de la presentación de cada parte.
- Pensamos y delimitamos las temáticas de las S-P considerando que debían ser: motivantes e interesante para el alumnado; significativas para el desempeño de la CMA; y vinculadas a los contenidos y las unidades didácticas de la EF. Esta parte la hemos considerado como el diseño comunicativo, ya que presenta la S-P introduciendo el tema, da a conocer el objetivo e invita a participar.
- En las bibliografías analizadas las S-P se proponen con diferentes formatos, algunos muestran actividades abiertas y flexibles, en cambio, otros, estructuran y definen ejercicios concretos. Nosotros hemos optado por un diseño de tareas de E-A propio para el desarrollo y el aprendizaje de competencias, por tanto, nos basamos en las propuestas metodológicas específicas para su enseñanza.

En la siguiente figura se puede observar la estructura que tomará la S-P (a la derecha) que toma como referencia el proceso de desarrollo de una acción competente planteada por Zabala y Arnau (2007).

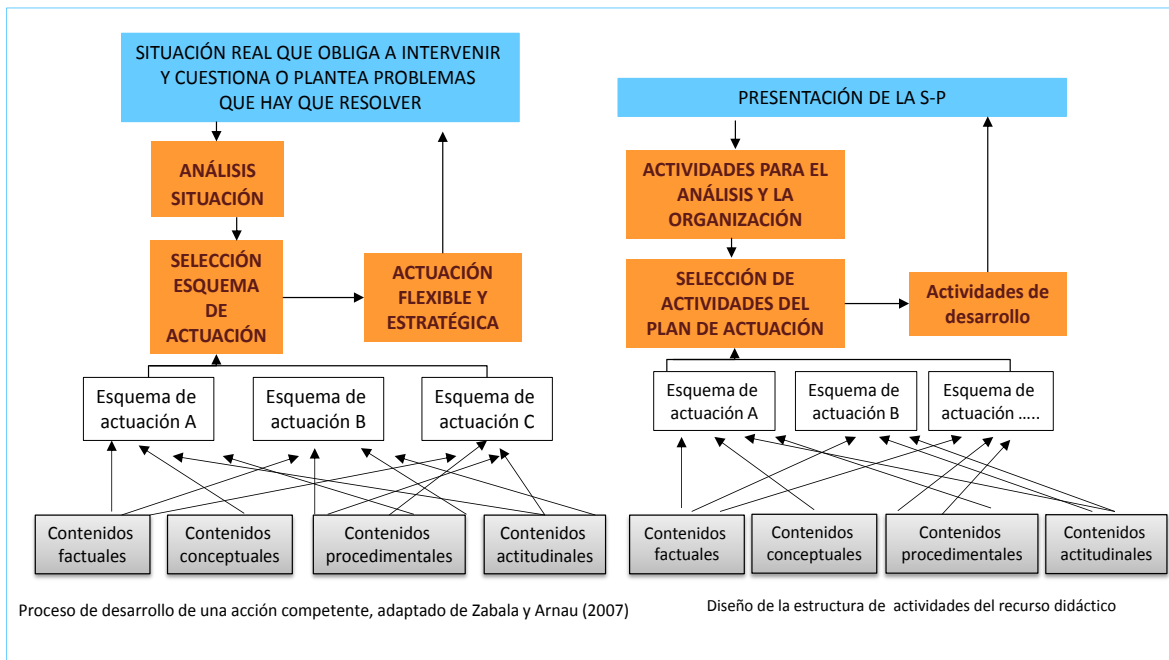


Figura 24. Relación entre el proceso de desarrollo de una acción competencial con la estructura de nuestro recurso educativo

- Se describieron los elementos curriculares: objetivos a desarrollar en la S-P; contenidos matemáticos y de EF a trabajar; competencias matemáticas específicas (los descriptores) que se iban a poner en juego; y el tipo de planteamiento didáctico con el que se iba a implementar todo el recurso educativo.
- Se establecieron las bases metodológicas del recurso educativo.
- Se diseñaron las actividades guía que orientarían el proceso de resolución.
- Se determinaron los materiales complementarios: las fichas de apoyo al proceso de resolución y los materiales necesarios para desarrollar la parte procedimental y práctica de las S-P.

5.1.2. Especificación del recurso didáctico

La especificación del RD se hace una vez finalizado el proyecto piloto, dado que nos permitió hacer una retroalimentación específica de todos los elementos de la acción didáctica. En este sentido, pudimos tener consciencia de: la eficacia del diseño de las diferentes S-P; la validez del planteamiento didáctico; la significatividad de los recursos materiales; y el tiempo real que requería su implementación. A partir de la reflexión sobre estos aspectos, se concretó cada SD estableciendo el diseño definitivo del recurso educativo y los detalles del programa didáctico.

Cabe destacar que se mejoró la parte estética de la presentación de la S-P y de las fichas de seguimiento del trabajo. El criterio central para la elección del diseño fue llamar la atención sobre la propuesta y que el alumnado se identificase con la temática y motivara el seguimiento de las actividades. En la tabla 30 se exponen los principales aspectos estéticos y didácticos tenidos en cuenta para el diseño del recurso educativo.

Tabla 30. Criterios básicos para el diseño del recurso educativo

Aspectos estéticos	Aspectos didácticos
PowerPoint y fichas de seguimiento: presentación, colores, letras, imágenes...	<ul style="list-style-type: none"> - Eficacia didáctica - Contextualización del tema - Capacidad para motivar e interesar
Estructura lógica de la propuesta	<ul style="list-style-type: none"> - Adecuación al proceso de aprendizaje
Estilo homogéneo en todas las S-P	<ul style="list-style-type: none"> - Facilitar el reconocimiento de las dinámicas de los procesos de trabajo o resolución de la S-P
Planteamiento equilibrado y lógico de las actividades	<ul style="list-style-type: none"> - Adecuado al nivel de las alumnas - Favorece el trabajo de la CMA - Favorece el planteamiento metodológico, el trabajo cooperativo, la interacción, la autonomía...

5.1.3. Ejecución del recurso didáctico

Es la etapa en la que se materializa el diseño y, por tanto, transcurre de forma paralela al proceso de intervención del estudio. En ella se desarrollan todas las consideraciones didácticas específicas del recurso educativo definidas para cada S-P.

En este sentido, las actividades planificadas para el desarrollo de procesos de E-A tomarán sentido y funcionalidad en la medida que las decisiones de las participantes, a nivel interactivo, promuevan la planificación y creación de actividades que conformen un plan de actuación que resuelva la S-P. Y debido a las características de la metodología, que otorga cierta flexibilidad y autonomía en la elección de actividades y su desarrollo, la temporalización se irá readaptando al ritmo de trabajo de los grupos.

Para facilitar la comprensión del proceso de elaboración del RD, hemos elaborado la siguiente figura. En ella se recogen las fases y las principales acciones ejecutadas.

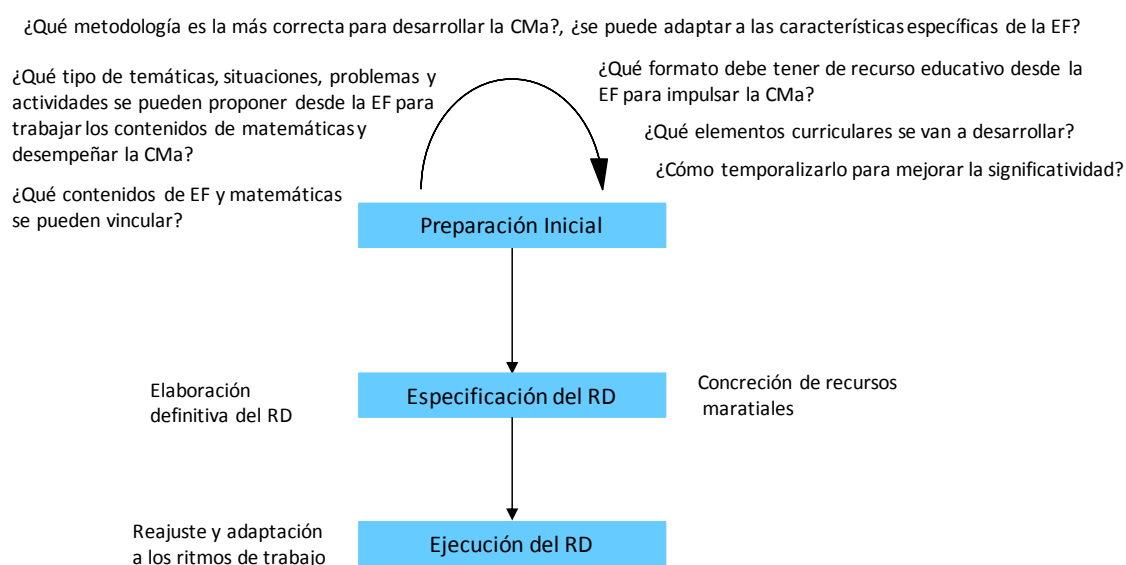


Figura 25. Fases en el diseño del recurso didáctico

5.2. Orientaciones curriculares para la intervención didáctica

Como es lógico, para el diseño de nuestro RD se tuvieron en cuenta las propuestas curriculares del marco educativo vigente, tanto del ámbito estatal, la Ley Orgánica 2/2006, como del autonómico el Decret 142/2007.

5.2.1. Contextualización del recurso didáctico en el centro

El estudio de investigación, y con ello el recurso educativo, se empezó a gestar en el curso 2011-2012 con un proyecto planteado de forma interdisciplinar con una profesora de Matemáticas de 3º de Primaria. También se llevaron a término diversas S-P desarrolladas dentro de las unidades didácticas de la materia de EF. Valorando la significatividad formativa que representaba, sobre todo porque se ofrecía al alumnado entornos de E-A para implementar competencialmente sus habilidades matemáticas, se comenzó a elaborar un conjunto de S-P contextualizadas en el área de E-F donde se pusieran en juego todas y cada una de las dimensiones de la CMa. Esto ayudaría a resolver un problema que en ese momento se empezaba a plantear en la escuela, cómo desarrollar las CCBB a nivel práctico desde las diferentes asignaturas.

Tras iniciar los estudios de doctorado, en el curso 2012-2013, se planteó al centro la posibilidad de realizar durante las clases de EF de 4º de Primaria el proyecto piloto de lo que vendría a ser el RD utilizado en la intervención de la investigación.

El estudio piloto tuvo por finalidad realizar una primera validación del recurso educativo al mismo tiempo, que nos familiarizáramos con el proceso de investigación. Es este trabajo previo, ayudó a:

- Presentar el estudio al centro para que pudieran reconocer sus características y potencialidades.
- Reconocer dificultades en la implementación.
- Valorar el RD y sus posibles mejoras.
- Recoger la percepción del alumnado, del profesorado de matemáticas y del equipo directivo respecto al proyecto.
- Tener unas impresiones generales sobre los resultados en relación a los objetivos de la investigación.
- Valorar dificultades sobre los instrumentos de recogida de información.

Una vez analizado y valorado el proyecto piloto, los resultados nos hicieron readaptar y redefinir el RD modificando algunas S-P e incorporando otras mucho más significativas. En esta tarea resultó decisiva la recopilación de impresiones de las estudiantes en relación sus preferencias y gustos.

Además, pudimos realizar una validación más profunda, tras realizar varias entrevistas con profesoras especialistas en matemáticas de diferentes niveles educativos. Nos reunimos con: tres profesoras de Matemáticas de cuarto de Primaria, una de ellas jefa del departamento de Matemáticas; dos profesoras de Matemáticas de Secundaria; una profesora de Matemáticas de Bachillerato; y una de ciclos formativos especialista en programas y proyectos experienciales de las matemáticas. Antes del encuentro se pidió que valoraran los recursos educativos y las fichas del alumnado. Durante los encuentros dieron su opinión sobre dos temas: 1) la adecuación de los contenidos al nivel curricular y 2) sus impresiones sobre el potencial para desarrollar y adquirir la CMA. Sus apreciaciones fueron de gran ayuda para corroborar la adecuación de los contenidos matemáticos y para certificar la potencialidad formativa del recurso educativo.

Para comenzar con el estudio definitivo, se volvió a plantear al equipo directivo del centro la posibilidad de desarrollar el estudio de investigación en los tres cursos de 4º de Primaria recordando, de nuevo, las características principales del proyecto. Una parte importante de la negociación fue la ubicación del mismo dentro del horario lectivo. En principio, solamente se iba a vincular a la asignatura de EF, que cuenta con tres módulos de 40 minutos, 50 minutos o 1 hora dependiendo de la franja horaria durante el día. Pero debido a las dificultades para llevar a cabo algunas sesiones durante el proyecto piloto, sobre todo las actividades más laboriosas que propiciaban una pérdida considerable de horas de la asignatura, fue bien acogida la idea de disponer para su implementación de un horario suplementario. A este efecto, la investigación se proyectó para ser desarrollada durante una sesión de 20 minutos, en un módulo que el centro destina a proyectos de innovación, más alguna clase de EF. El uso de más o menos módulos de la asignatura, vino marcado por tres circunstancias: las características de las actividades (laboriosas, complejas, toma de decisiones lentas, etc.); por el grado de

implicación en el trabajo del alumnado; o por situaciones externas a la temporalización del proyecto (eventos escolares o fiestas).

El proyecto didáctico desarrollado a lo largo del curso escolar, fue denominado por el alumnado como *Acti-Mates*. Como consecuencia de lo descrito en el párrafo anterior, el alumnado no sólo vinculó el proyecto a la EF, sino también a un horario descontextualizado y multidisciplinar. Es interesante destacar este aspecto, ya que es el resultado de uno de los objetivos que tiene la escuela en su proyecto educativo, impulsar la innovación pedagógica. Su máxima es adaptar los modelos educativos a las exigencias formativas de la época actual y futura. Y en este sentido, se puede considerar que nuestro proyecto se valoró como potenciador de dicho pensamiento.

Las S-P se llevaron a cabo de forma sucesiva y relacionada con las unidades didácticas trabajadas en EF. Este planteamiento didáctico tenía como objetivo aumentar la percepción funcional y aplicativa tanto de los contenidos propios de la EF, que serían transferidos a la S-P planteada, como los matemáticos, que deberían ser utilizados por la necesidad intrínseca generada durante el proceso resolución del problema. En la tabla 31 se muestra la relación entre las unidades didácticas de la programación de EF con las S-P desarrolladas durante todo el curso en el proyecto *Acti-Mates*.

Tabla 31. Relación entre las unidades didácticas trabajadas en EF y las S-P del proyecto *Acti-Mates*

Unidades didácticas de la programación de EF	Número	Situaciones-Problema <i>Acti-Mates</i>
“Ens posem en forma”	1*	“Nos conocemos jugando”
“Ens orientem a l’espai”	2	“La búsqueda del tesoro”
“Les habilitats de moviment de l’èsser humà: desplaçaments”	3	“Creadoras de juegos”
“Les habilitats de moviment de l’èsser humà: llançaments i recepcions”	4	“Somos malabaristas”
“Ens iniciem en els esports”	5	“Las pruebas atléticas”
“Jocs d’estiu”	6*	“La peonza está de moda”

* Las S-P 1 y S-P 6 han sido descartadas para el estudio de esta investigación.

5.2.2. Objetivos didácticos

Con el RD nos planteamos la finalidad educativa de:

Desarrollar habilidades específicas de la CMA a través de la resolución en grupo de diferentes S-P generadas y presentadas en el contexto de la EF.

Los objetivos didácticos planificados para el proyecto *Acti-Mates* fueron:

1. Saber encontrar conexiones entre la S-P y los contenidos matemáticos.
2. Deducir y planificar las tareas para dar con las demandas del problema.
3. Utilizar los conocimientos matemáticos previos durante la S-P.
4. Aplicar y adquirir habilidades matemáticas desde el ámbito motriz.
5. Utilizar diferentes instrumentos y materiales de medida: regla, cinta métrica, escuadra, cartabón, cronómetro, báscula, etc.
6. Utilizar el lenguaje y los símbolos matemáticos.
7. Utilizar el razonamiento y la lógica matemática para interpretar y producir información.
8. Fomentar el interés, la motivación, la reflexión, la paciencia, la autonomía, la eficacia, el rigor, el orden y la claridad para solucionar las S-P.
9. Aumentar el interés y la motivación por la utilización y el aprendizaje de contenidos matemáticos al impulsar su uso de una forma funcional, aplicada, cooperativa y lúdica.
10. Impulsar el trabajo colaborativo y cooperativo dentro de los grupos de trabajo.

5.2.3. Contenidos

Aunque el estudio se centra en la adquisición y desarrollo de la CMA, y es lógico resaltar de forma específica los contenidos matemáticos, creemos necesario incluir los propios de la materia de EF para valorar el potencial educativo de la acción motriz sobre dicho aprendizaje. Para no extendernos en exceso en este punto, en la tabla 32 se muestra de forma específica los bloques de contenidos que se van a trabajar y desarrollar en la globalidad del RD¹⁷.

Tabla 32. Contenidos curriculares de las áreas de EF y Matemáticas que se van a trabajar en el RD

EF	Bloque de contenidos de referencia	El cuerpo imagen y percepción
		Habilidades motrices
		Juego y actividades deportivas
MATEMÁTICAS	Contenidos vinculados a la CMA de las SD	Numeración y cálculo
		Relaciones y cambio
		Espacio y forma
		Medida
		Estadística y azar

5.2.4. Contribución a la Competencia Matemática

Desde este planteamiento didáctico se entiende la CMA como la habilidad que tiene el alumnado para utilizar de forma práctica los conocimientos matemáticos adquiridos con el fin de hacer frente y resolver un problema real cercano a sus intereses.

El desarrollo y adquisición de dicha competencia es complejo y perdurable en el tiempo por la cantidad de factores que intervienen: procesos madurativos, diversidad de contenidos, complejidad creciente, capacidad para transferir, etc. Por lo que

¹⁷ En los anexos 4, 5, 6, 7 se puede encontrar el material didáctico referente a cada S-P donde se especifican los contenidos trabajados en cada SD tanto los matemáticos como los propios de la EF.

focalizaremos el trabajo en aquellas dimensiones que potencien las habilidades que se articulan en el nivel de contenidos curriculares del segundo ciclo de Primaria y las que desarrollen competencias matemáticas específicas para la mejora de las competencias propias de la EF. Siendo así, a nivel operativo, la CMa de este proyecto queda detallada de la siguiente manera.

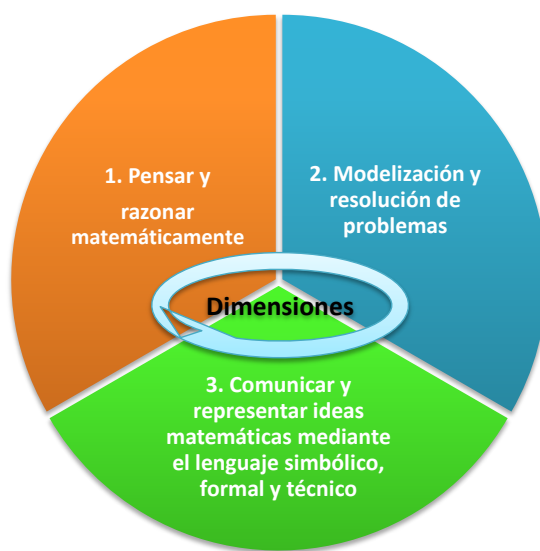


Figura 26. Dimensiones de la CMa

Se ha considerado agrupar las competencias matemáticas específicas en tres grupos con el fin de limitar las dimensiones que definen la CMa. La dimensión número uno, centra la atención en las habilidades para deducir o plantear cuestiones propias de las matemáticas: reconocer las respuestas que ofrece las matemáticas; elaborar y justificar cadenas de pensamiento extrayendo las ideas principales; y comprender el uso de contenidos matemáticos. La dimensión dos, es considerada esencial para el aprendizaje de dominios cognitivos específicos y relativos a: analizar la situación; traducir el problema a estructuras matemáticas; interpretar, relacionar y usar modelos matemáticos; reflexionar y comunicar el modelo y los resultados; y controlar el proceso. Finalmente, la tercera dimensión agrupa las capacidades para tratar y manejar el lenguaje y las herramientas matemáticas.

Por su parte, los descriptores seleccionados y adaptados de cada dimensión, facilitan el reconocimiento de las habilidades matemáticas que los alumnos deberán poner en

juego durante el desarrollo del proyecto, guiando así, tanto el proceso de aprendizaje como la evaluación. En la tabla 33 se recoge la descripción de cada una de ellas.

Tabla 33. Dimensiones y descriptores de la CMA en el recurso educativo

Dimensiones	Descriptores
1. Pensar y razonar matemáticamente	1.1. Explicar ideas para avanzar en la solución de la S-P 1.2. Expresar argumentos matemáticos para justificar acciones
2. Modelización y resolución de problema	2.1. Identificar aspectos que relacionan la situación real propuesta con las matemáticas 2.2. Identificar y relacionar las variables de la situación que marquen los pasos para dar con la solución 2.3. Usar un modelo matemático (ensayo-error; deducción) 2.4. Utilizar conceptos y procedimientos matemáticos para resolver las tareas que permiten avanzar en la resolución del problema 2.5. Analizar los resultados 2.6. Aportar soluciones al problema ajustadas al planteamiento 2.7. Presentar el resultado del trabajo
3. Comunicar y representar ideas matemáticas mediante el lenguaje simbólico, formal y técnico	3.1. Expresar ideas y procedimientos matemáticos 3.2. Usar el lenguaje formal y simbólico

5.2.5. Metodología

El diseño didáctico del recurso educativo es un proceso clave para posibilitar y garantizar las intenciones instruccionales que impulsen el desarrollo la CMA. Por lo que el enfoque de cómo afrontar el planteamiento práctico es la base fundamental de la acción docente. Sobre todo, si el objetivo del aprendizaje requiere que sea: contextualizado, significativo, funcional, aplicativo, integrador, crítico, práctico, vivencial, autorregulado y cooperativo.

Las características de la intervención del profesorado, por una parte, y la manera de interactuar del alumnado durante el proceso de resolución, por otra, son fruto del planteamiento metodológico. Y consideramos que ambas deben favorecer la creación de situaciones de E-A que promuevan el desarrollo de la CMA. Por lo que haremos una breve alusión a las bases metodológicas en las que se fundamentó el recurso educativo, extraídas y fundamentadas en las bases teóricas competenciales.

5.2.5.1. Estrategias metodológicas de la acción docente

Anteriormente ya profundizamos sobre cuál es la función docente en los planteamientos metodológicos para trabajar y desarrollar competencias. Ahora bien, en nuestro planteamiento didáctico la función básica de la profesora es intentar delegar o ceder el control del proceso de resolución de la S-P a las estudiantes y, para ello, debe realizar las siguientes estrategias de enseñanza:

- Presentar y comunicar el planteamiento de S-P.
- Motivar y apoyar la participación en todo el proceso de resolución.
- Guiar, regular y orientar las acciones de los grupos o del grupo-clase durante el proceso de resolución de la S-P. El objetivo que se tomen las decisiones más ajustadas de acuerdo características del problema o sus variables y que se lleven a cabo las acciones planteadas de forma adecuada. Con ello se estará controlando y reforzando las estrategias de aprendizaje sobre la CMA.
- Realizar aproximaciones conceptuales o procedimentales ante la necesidad.
- Facilitar o guiar la búsqueda de ideas o propuestas adecuadas fomentando el análisis y la reflexión, orientando la discusión y el debate y animando a la argumentación, a la justificación o a la corrección, etc.
- Apoyar la participación y organización entre el grupo de trabajo, velando porque se generen dinámicas de cohesión y cooperación.
- Controlar y ayudar ante las dificultades que surjan tanto en el proceso resolución como en la gestión de los grupos.
- Recoger las impresiones sobre el trabajo.

5.2.5.2. Estrategias metodológicas para la acción del discente

Es evidente que la acción del alumnado viene marcada por la propuesta metodológica. Y dada la esencia epistemológica planteada en el marco competencial, es fundamental que las actividades diseñadas se centren en la figura del discente. Es decir, en los procesos, estrategias o mecanismos cognitivos y cooperativos necesarios para el desempeño de competencia. Con el fin de cumplir con esta premisa, las actividades deben permitir que el alumnado actúe de la manera más adecuada posible durante la resolución de las S-P. Con ello, movilizará significativamente conocimientos, habilidades y actitudes matemáticas previamente adquiridas.

Desde este punto de vista, nuestro planteamiento metodológico pretende desarrollar o impulsar actividades con el propósito que el alumnado implemente sus conocimientos y demuestre el nivel de adquisición competencial que se espera de él. Nuestro enfoque está concebido para ser desarrollado a través de diferentes dinámicas grupales, en tal caso, el trabajo cooperativo resulta imprescindible para alcanzar la solución de la S-P. Por tanto, los procesos de construcción de conocimiento estarán condicionados al grado y a la eficacia de la interacción entre los participantes durante la acción práctica.

Por tanto, desde el planteamiento del recurso educativo se promueven en el discente las siguientes acciones didácticas:

- Trabajar en grupo de forma colaborativa y cooperativa para solucionar la S-P.
- Propiciar el diálogo y la comunicación para avanzar en el proceso de resolución.
- Favorecer la iniciativa y la creatividad en el trabajo.
- Apoyar la actitud pro-activa y el espíritu indagador sobre las actividades.
- Orientar las ayudas y la co-evaluación hacia el grupo o la clase.
- Promover la actitud crítica y reflexiva sobre las aportaciones o producciones.
- Promover el metaanálisis de las percepciones personales y del aprendizaje.

El potencial educativo de estas estrategias metodológicas para el aprendizaje colaborativo de la CMa se fundamenta en la posibilidad ofrecer espacios y momentos para que se debatan, reflexionen y compartan los procesos que implican aplicar y poner en práctica de la manera más adecuada posible: 1) las habilidades para modelar y resolver el problema; 2) el pensar y razonar matemáticamente; y 3) el comunicar y representar ideas y contenidos desde el lenguaje matemático. Todo ello, siendo conscientes que la finalidad última de la resolución de la situación será dar una respuesta óptima al problema para jugar o valorar el juego.

5.2.6. Evaluación

La evaluación del alumnado queda definida en tres momentos: una evaluación inicial; una evaluación formativa, que se desarrollará durante el proceso de aplicación del RD; y una evaluación final, que se realizará una vez terminado el proyecto *Acti-Mates*.

5.2.6.1. La evaluación inicial

La evaluación inicial permitió tener conocimiento sobre varios aspectos:

- Conocer el nivel general del grupo en la materia de Matemáticas y las peculiaridades de alguna alumna. Dicha evaluación parte del análisis de las entrevistas realizadas a las profesoras de Matemáticas de 3º de Primaria, curso anterior a la implementación del estudio.
- Conocer la percepción del alumnado sobre la vinculación de los contenidos matemáticos con los de la EF. Así, podríamos tener una aproximación del nivel de dificultad que tendría el alumnado para relacionar o transferir los contenidos de matemáticas al proceso de resolución de la S-P. Para obtener

esta información se pasó al alumnado un cuestionario inicial donde incluyen las siguientes cuestiones¹⁸:

¿Crees que las matemáticas se utilizan en el deporte, en los juegos o en las actividades de la clase de Educación Física? ¿Crees que, en el deporte o en los juegos son importantes los números, reconocer cantidades, comparar cantidades o números, etc.? ¿Crees que, en el deporte o en los juegos es importante calcular bien, sumar, restar, multiplicar, ...? ¿Crees que, en el deporte, en la actividad física o en el juego es importante medir bien, tomar tiempos, distancias, pesos, etc.? ¿Crees que, en el deporte, en la actividad física o en los juegos es importante la geometría o las formas geométricas: las líneas, las curvas, las direcciones, las trayectorias, los polígonos, etc....? ¿Crees que, en el deporte o en la actividad física se utilizan las tablas o las gráficas? ¿Crees que, en el deporte, en la actividad física o el juego es importante saber las posibilidades de que pase una cosa u otra?

5.2.6.2. La evaluación formativa

Esta evaluación nos permitió obtener información sobre cómo se estaba desarrollando el alumnado proceso formativo, pudiendo regular o ajustar a las necesidades educativas. Se llevó a cabo a través de las siguientes acciones:

- Recoger información relativa a las dificultades para progresar en la resolución de la S-P. Por desconocimiento de contenidos, por ejecución de acciones incorrectas o por gestionar mal la organización del trabajo. La tutorización del proceso es muy importante en este tipo de estrategias metodológicas, ya que el objetivo de las S-P es que el alumnado alcance el objetivo de forma eficaz. Ante dicha tesitura, tanto la profesora como las alumnas velaban porque las acciones tomadas y realizadas fueran adecuadas y se ejecutasen con precisión.
- Reconducir reflexiones, ideas o propuestas poco ajustadas o erróneas ante la necesidad lógica del proceso.

En ambos casos, las correcciones se producían en el momento para garantizar el aprendizaje del alumnado y progresar de forma efectiva en el proceso de resolución.

¹⁸ El Anexo, 8 y 9 proporciona el modelo de cuestionario inicial. Y en los Anexos 15, 21, 27 se recogen las respuestas de las alumnas a la primera pregunta, la que se tuvo en cuenta en el análisis del estudio.

5.2.6.3. La evaluación final

En este caso, la evaluación final, tuvo el objetivo de valorar el nivel de desempeño de la CMa puesto en juego por el alumnado en cada SD. Es decir, reconoció el grado con el que el grupo-clase utilizó las habilidades matemáticas durante el proceso de resolución de la S-P.

Dado que la evaluación competencial es un proceso complejo, y más, si se utilizan planteamientos experienciales, motrices y sociales, hemos aprovechado el hecho de grabar las sesiones en video para realizar dicha evaluación de forma precisa. Por tanto, por una parte, realizamos un visionado de los registros de cada sesión y, por otra parte, valoramos las producciones finales de los grupos y las fichas individuales. Todo este proceso evaluativo se realizó a posteriori una vez finalizada la acción didáctica.

Para reconocer el grado de desarrollo de la CMa del alumnado durante la resolución de la S-P se utilizó una rúbrica de evaluación. Este instrumento analizó el nivel de desempeño de las tres dimensiones de la CMa. Cada una se concretó en unos descriptores que graduados en tres niveles de desempeño o complejidad. En ella, fuimos categorizaremos el nivel con que el alumnado realizó cada tarea o acción, reconociendo y registrando la dimensión que describís el patrón de conducta, el nivel de complejidad con el que lo pone en juego y su adecuación matemática (Burgués & Sarramona, 2013; OCDE, 2003b; Rico, 2006). Esto nos permitió establecer los niveles de competencia en cada S-P.

Para determinar el grado de dificultad en el desempeño de cada descriptor hemos establecido una escala de tres niveles en función de: la dificultad de las estrategias matemáticas utilizadas; el nivel de abstracción (Burgués & Sarramona, 2013); y la corrección y adecuación matemática. Con ello tenemos: 1) el nivel alto, en él, se desarrolla la acción con eficacia y dominio; 2) el nivel medio, en él, las tareas se desarrollan de forma acertada y correcta, pero poco concreta; y 3) nivel bajo, aquí las acciones se desarrollan de forma poco ajustada a las necesidades de la situación, sin acierto o de forma incorrecta. A continuación, se muestra la rúbrica utilizada para evaluar cada S-P.

Tabla 34. Rúbrica para la evaluación final del nivel de desarrollo de la CMA en las S-P

Dimensiones	Descriptor Indicadores de logro	Escala de logro		
		Nivel 1. Bajo	Nivel 2. Medio	Nivel 3. Alto
1. Pensar y razonar matemáticamente	1.1. Explica ideas para avanzar en la solución de la S-P	No tienen relación lógica. No propone	Tienen lógica, pero no están bien expresadas	Tienen una lógica matemática correcta
	1.2. Expresa argumentos matemáticos para justificar acciones y las estrategias cognitivas	No tienen relación lógica. No sabe	Tienen lógica, pero no están bien expresadas	Tienen una lógica matemática correcta
2. Modelización y resolución de problema	2.1. Identifica aspectos que relacionan la situación real propuesta con las matemáticas	No relaciona el problema con aspectos matemáticos	Relaciona el problema con aspectos de matemáticas de forma poco concretos	Relaciona el problema con aspectos matemáticos concretos y adecuados
	2.2. Identifica y relaciona las variables de la situación que marquen los pasos para dar con la solución	No propone oralmente ideas que relacionan las variables del problema con los pasos o acciones a dar para solucionarlo	Propone oralmente ideas poco claras para relacionar las variables del problema con los pasos o acciones a dar para solucionarlo	Propone oralmente ideas que relacionan las variables del problema con los pasos o acciones a dar para solucionarlo
	2.3. Usa un modelo matemático (ensayo-error; deducción)	No se muestra activo en el uso de modelos matemáticos	Usa modelos, pero sin tener confianza	Usa de forma activa los modelos que correspondan a la tarea
	2.4. Utiliza conceptos y procedimientos matemáticos para resolver las tareas que permiten avanzar en la resolución del problema	Tiene dificultad para usarlos con autonomía y espontaneidad	Tiene dificultad para usarlos, pero con ayuda o guía los hace correctamente	Utiliza conceptos y procedimientos con autonomía y espontaneidad
	2.5. Analiza los resultados	No es capaz de valorar los resultados ni sacar conclusiones al respecto	Es capaz de valorar los resultados, pero no saca conclusiones relacionando su significado con las necesidades de la situación	Es capaz de valorar los resultados y sacar conclusiones relacionando su significado con las necesidades de la situación
	2.6. Aporta soluciones al problema ajustadas a los planteamientos	No aporta. Aporta una solución, pero no se ajusta la lógica del problema	Aporta una solución, pero no sabe justificarla ante la lógica de las necesidades del problema	Aporta una solución lógica que sabe justificar ante las necesidades del problema
	2.7. Presenta el resultado del trabajo	El resultado no es correcto	El resultado es correcto, pero poco claro	El resultado es correcto y está bien presentado
3. Comunicar y representar ideas matemáticas mediante el lenguaje simbólico, formal y técnico	3.1. Expresa ideas, procedimientos matemáticos	No se entienden y no se ajustan al modelo matemático	Se ajustan al modelo matemático, pero no se entienden	Se ajustan al modelo matemático y se entienden
	3.2. Usa el lenguaje formal y simbólico	No lo utiliza de forma correcta	Lo utiliza correctamente, pero no siempre que se necesita	Lo utiliza correctamente adaptado a la situación

5.2.7. Contribución a las Competencias Básicas

El recurso educativo además de fomentar el desarrollo de la CMA, estamos convencidos que favorece el desarrollo y el trabajo del conjunto de CCBB. Si profundizamos en nuestro planteamiento didáctico podemos valorar a nivel general que:

- El trabajo debe realizarse en grupo, por lo que se desarrollan todas aquellas habilidades sociales propias de la competencia social y ciudadana.
- El hecho de situar al alumnado ante una propuesta que deben solucionar desde su participación activa y autónoma, promueve habilidades de los ámbitos interpersonales propias de las competencias en autonomía e iniciativa personal y en aprender a aprender. Pero al mismo tiempo y con el objetivo de dar con la solución, debe saber manejar y utilizar los diferentes datos que van obteniendo, por lo que se fomenta al tratamiento eficaz de la información.
- Al contextualizar la S-P en el ámbito de la EF se impulsan aquellos conocimientos relacionados con la competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
- El objetivo de construir o elaborar materiales implica poner en juego la parte más creativa y artística de sus capacidades, por lo que se desarrollan las habilidades propias de la competencia artística y cultural.
- Todo trabajo en equipo requiere de una comunicación funcional ya sea para exponer ideas, justificar planteamientos, ayudar, corregir, valorar, etc., con lo que se desempeña la competencia comunicativa lingüística y audiovisual.

5.2.8. Recursos materiales

Para optimar el seguimiento en las tareas que promueven la resolución de la S-P y mejorar la significatividad del proceso de aprendizaje, se entrega al alumnado un dossier de fichas para trabajar en aquellas actividades pautadas desde la estructura del recurso

educativo (las actividades guía). Todas ellas son el equivalente del documento de PowerPoint que se utiliza para presentar la S-P y sus actividades.

El primer día se entrega a cada alumna una ficha con la presentación de la S-P y otra donde se recogen las primeras actividades de reflexión sobre el proyecto. Si la S-P es muy extensa y requiere más de un documento, estos se entregaran a medida que se avanza en el proceso de resolución. Cuando el trabajo se desarrolla en grupo, se entrega una ficha de seguimiento que el equipo debe compartir.

El resto de los materiales utilizados son los propios del área de EF y algunos específicos de matemáticas, papelería o plástica.

5.3. Estructura del recurso educativo

El objetivo de este punto no es mostrar el recurso educativo completo, ya que se puede consultar íntegramente, junto con el proyecto didáctico, en los anexos 4 ,5 ,6 ,7, sino hacer una referencia general de la acción didáctica para entender el eje central sobre el que se ha construido el recurso pedagógico y la investigación en sí.

El diseño de las diferentes S-P sigue una estructura metodológica común. Todas ellas sitúan al alumnado ante una situación real y práctica contextualizada en una temática de un ámbito específico de la EF. Se les presenta el reto de resolverla desde el trabajo: colaborativo, deductivo-inductivo, co-constructivo y vivencial. La intencionalidad del proyecto es ceder al alumnado el control del proceso de resolución que, ante la necesidad intrínseca del planteamiento, deben crear un plan de acción donde se justifiquen y pacten: los pasos, las acciones, las tareas, los juegos, los materiales, los procedimientos, etc. Y durante el transcurso de dicho proceso, el alumnado debe utilizar y aplicar sus conocimientos matemáticos para alcanzar la solución. El conjunto de tareas o actividades realizadas pretende ser una experiencia significativa para desempeñar, desarrollar y adquirir la CMa.

A este efecto, estamos de acuerdo con Zabala y Arnau (2014) cuando explican que todos los métodos para enseñar competencias sitúan al alumno en un proceso de solución, de construcción o de elaboración de algo que le es interesante, donde no sólo tiene claro el objetivo de la tarea a realizar, sino que durante el proceso aprende diferentes contenidos competenciales de manera funcional.

Teniendo claro el proceso que debe seguir una acción competente planteada por Zabala y Arnau (2007) y el esquema que propone Guzmán (1991) para enfrentarse a un problema desde el trabajo en grupo, se ha definido la estructura de nuestras S-P. Las actividades siguen el mismo patrón en cada una de las SD. Primero se realiza una presentación de la propuesta (S-P o proyecto). A continuación, se presentan diferentes actividades que motivan la reflexión sobre el proceso de resolución e instan a: reflexionar; comunicar; debatir; justificar; organizar ideas; negociar y definir objetivos y actividades, primero individualmente y luego en grupo. Después, se ejecutan las actividades elaboradas que desarrollan el plan de acción. Y finalmente o forma paralela a todo el proceso, se lleva a término la evaluación que reflexiona sobre el desarrollo de cada acción o del resuelto el problema.

La siguiente figura expone las actividades y las fases que desarrollan la estructura de nuestra S-P (fase presentación de la S-P; fase de reflexión y organización del proyecto de resolución; fase de desarrollo del plan de acción; y fase de evaluación) relacionándolas con los pasos que un grupo debe realizar para afrontar un problema matemático, propuesto por Guzmán (1991).

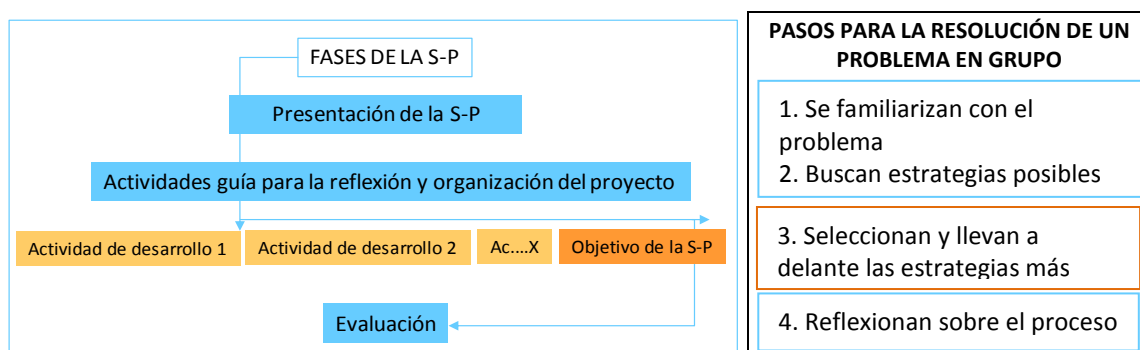


Figura 27. Fases y actividades de las S-P y relación con el esquema de las fases para enfrentarse con problemas desde el trabajo en grupo de Guzmán (1991)

5.3.1. Presentación de la situación-problema

En la primera sesión que desarrolla la SD se presenta al alumnado la S-P diseñada desde el contexto de la EF, esta acción se realiza través de la proyección de un PowerPoint en la pizarra interactiva del aula. El objetivo es captar el interés por el tema del proyecto, motivar la participación para realizarlo y activar su creatividad para movilizar y transferir sus conocimientos con el fin de buscar el mejor plan de acción para su resolución. En esta presentación se incluye una pregunta que invita al grupo a participar y colaborar para resolverlo.

Los elementos que aparecen en la presentación del PowerPoint son: el título del proyecto general, el título de la S-P, una imagen que será el icono o logo que acompañe todas las fichas del recurso educativo, el número de proyecto, la descripción de la S-P y la pregunta que anima a la participación. Un ejemplo representativo de presentación sería el que se recoge en la siguiente figura, que corresponde al segundo proyecto de *Acti-Mates*, pero que en la investigación representa la primera SD o la S-P1.

Proyecto 2



Se acercan las vacaciones y eso siempre es motivo para celebrar una pequeña fiesta. ¿Os gustaría organizar una de piratas?

Como en Educación Física hemos trabajado la orientación y ellos eran muy, muy buenos.....

*¿Qué os parece...
si preparamos para la fiesta,
el juego de la búsqueda del
tesoro?*



Figura 28. Ejemplo de presentación del proyecto 2 de *Acti-Mates*. Corresponde a la SD 1 de la investigación incluida en el caso 2, 4^ºB, como las S-P1 *La búsqueda del tesoro*.

5.3.2. Actividades guía para la reflexión y organización del proyecto

En el diseño del RD, las primeras actividades que se plantean¹⁹ tienen como objetivo promover las acciones que permitan al alumnado reconocer las variables que condicionan la resolución del problema y con ello, inducir la posibilidad de crear las acciones que promoverán la solución del proyecto. Con estas actividades guía se orienta el proceso de pensamiento de cada alumno, del grupo o del grupo-clase para que puedan elaborar un plan de acción y llevarlo a cabo. Además, al plantear las condiciones iniciales más básicas sobre cómo llevar a cabo las tareas, se favorece e impulsa la máxima participación y la autonomía grupal. Este planteamiento, facilita el proceso de cesión de la responsabilidad y el control del trabajo al alumnado. Y al mismo tiempo se garantiza, por una parte, la ejecución del planteamiento cooperativo y competencial y, por otra parte, la significatividad del aprendizaje.

En este caso, su diseño se basa en la introducción de preguntas o acciones que ayudan al alumnado a actuar frente al problema o la situación en sus primeros pasos. Con ellas se promueven las tareas de: reflexionar sobre la propuesta; pensar en cómo resolverla; escribir sus ideas, explicarlas y justificarlas; analizar, debatir, valorar todas las aportaciones; ponerse de acuerdo en la creación de tareas y comunicarlas. Estas actividades deben guiar al discente, a los grupos o el grupo-clase en la elaboración y concreción de las actividades que desarrollen un plan de actuación para resolver la propuesta.


Con el fin de facilitar la comprensión de lo que representa el diseño del recurso educativo elaborado presentamos a modo de ejemplo en la figura 29, las actividades guía para la reflexión y organización del proyecto 2 de *Acti-Mates*, que como hemos apuntado, se ha seleccionado como SD 1 en la investigación.

¹⁹ En función de la S-P pueden ser: 3, 4 o 5 actividades.

Proyecto 2: Orientación y estructuración espacial

¡ACTI-MATES!

¡ La búsqueda del tesoro!



Curso:
Nombre:
Fecha:

Actividad 1: Pensar en el proyecto y escribir.
- ¿Qué materiales necesitamos para preparar el juego de la búsqueda del tesoro?

Materiales

- ¿Qué cosas daríamos hacer para preparar el juego?

Pasos

- 1º
- 2º
- 3º
- 4º
- 5º Jugar

Actividad 2: En grupos de 3, explicar vuestras ideas, debatir y concretar cuales son las más importantes.

Materiales

Pasos

- 1º
- 2º
- 3º
- 4º
- 5º Jugar

Actividad 4: Debatir las propuestas con la clase y concretar un plan de acción.




Figura 29. Ejemplo de actividades guía para la reflexión y organización de una S-P S-P1 *La búsqueda del tesoro*

5.3.3. Actividades de desarrollo

Estas actividades son el resultado de los procesos de la construcción colaborativa para desarrollar el plan de resolución de la propuesta. Por lo que conformarán el plan de actuación del grupo o de la clase. Todas ellas tienen el objetivo de desencadenar diferentes acciones: tareas que implican dibujar, marcar, saltar, lanzar...; procedimientos como pesar, medir, estimar, calcular, analizar, clasificar, etc.; o ejecución de juegos o actividades deportivas. En ellas se deben incluir las pautas de cómo llevarlas a cabo, ya que la eficacia en la realización marcará la continuidad y la resolución del proyecto.

El objetivo instruccional de estas actividades está concebido para que el alumnado pueda vivenciar y reconocer la relación entre el entorno de la EF y las matemáticas, apreciando la necesidad de tener ciertos conocimientos matemáticos para poder realizar y comprender mejor algunas modalidades deportivas, juegos o la realidad del entorno. A nivel competencial deben potenciar el uso de habilidades matemáticas desde

su vertiente funcional y cooperativa, con el fin de resolver los problemas reales que les genera el ambiente lúdico y experiencial de la EF. Por lo tanto, su finalidad última es motivar procesos de aprendizaje, o lo que viene a ser, impulsar procesos de construcción de conocimiento respecto a la CMA.

Estas actividades se desarrollan hasta cumplir con el objetivo final de la propuesta.

5.3.4. Evaluación

Debido a que la finalidad de las S-P es alcanzar con éxito su objetivo, todo el proceso debe realizarse de forma eficaz, por lo que es evidente que se hace imprescindible llevar a cabo una evaluación formativa durante todo el proceso de resolución.

Dicha evaluación conlleva ofrecer apoyo y ayuda en la realización incorrecta de las actividades de desarrollo. Por lo que la evaluación aquí, cumple dos funciones instruccionales: reconducir reflexiones, ideas o propuestas poco ajustadas o erróneas ante la necesidad lógica del proceso; y corregir errores en la realización de algún procedimiento, actividad o juego. En ambos casos la corrección se produce *in situ* para que el apoyo pedagógico sea significativo para el aprendizaje del alumno y eficaz en relación el proceso de resolución de la S-P.

Dado que la finalidad metodológica del RD es ceder o traspasar la responsabilidad del proceso de E-A al alumnado, la acción de evaluar la realiza tanto la profesora como el alumnado, que, de forma autónoma y espontánea, ante la necesidad de avanzar con éxito, se autorregula ante el error. Si no fuera así, la profesora después de valorar la situación y antes de actuar directamente para corregir, animará al grupo o a un discente a corregir, explicar, demostrar o justificar cualquier acción o procedimiento mal realizado.

Una vez presentado el RD utilizado en la intervención pasaremos a exponer y justificar el diseño metodológico utilizado en la investigación.

Capítulo 6. Diseño metodológico

6.1. Justificación del enfoque paradigmático de la investigación

6.2. El Estudio de Casos como método de investigación

6.3. Delimitación metodológica del estudio

6.3.1. Descripción del contexto de la investigación

6.3.1.1. El centro

6.3.1.2. Los informantes

6.3.1.3. El curso

6.3.2. Descripción y definición de los casos

6.3.2.1. Caso 1 — 4º A—

6.3.2.2. Caso 2 — 4º B—

6.3.2.3. Caso 3 — 4º C—

6.4. Procedimiento para la recogida de datos

6.4.1. Limitaciones en la recogida de datos

6.4.2. Técnicas e instrumentos de la investigación

6.4.2.1. Notas de campo

6.4.2.2. Lista de control o sistema de categorías

6.4.2.3. Entrevistas semiestructuradas e informales

6.4.2.4. Cuestionarios

6.4.3. Temporalización de la recogida de información

6.4.4. Relación entre las técnicas y los instrumentos de recogida de información y las dimensiones del estudio

6.5. Procedimiento para el análisis de datos

6.6. Medidas de credibilidad

6.6.1. Credibilidad

6.6.2. Transferibilidad

6.6.3. Dependencia

6.6.4. Confirmabilidad

6.7. Planificación y organización del trabajo empírico

6.7.1. Definición y diseño de la investigación

6.7.2. Preparación, recogida de datos y análisis

6.7.3. Resultados y conclusiones

En este capítulo presentamos las características principales del diseño metodológico. Lo hemos organizado en seis puntos. En los dos primeros justificamos y presentamos el paradigma de investigación y el método de investigación escogido para llevar a cabo el estudio. En el tercero describimos: el contexto, los informantes, las características específicas del curso y los casos a estudiar. En el cuarto punto concretamos el procedimiento para la recogida de datos especificando cada una de las técnicas e instrumentos utilizados. En el punto número cinco exponemos el proceso de análisis llevado a cabo en la investigación. Y finalizaremos el capítulo, con el punto seis que recoge las medidas de credibilidad que dan rigor al estudio, y con el siete que muestra la planificación y organización del trabajo empírico.

6.1. Justificación del enfoque paradigmático de la investigación

Una vez concretada la finalidad del estudio podemos valorar que una investigación con las características que nos definen:

- a) centrada en el diseño, aplicación y evaluación de un programa educativo contextualizado en el ámbito de la EF,
- b) basado en el resolución en grupo de S-P prácticas
- c) e implementado para impulsar la construcción colaborativa de conocimiento entorno a la CMA.

Requiere de una perspectiva epistemológica donde la realidad socioeducativa generada sea entendida como una construcción real, cambiante y concebida desde la subjetividad, la interpretación y las intencionalidades de las personas implicadas, en nuestro caso, docentes y discentes. Por tanto, las estrategias para afrontar el enfoque empírico deben seguir líneas teóricas vinculadas a la investigación psicoeducativa de inspiración sociocultural. En esta línea de pensamiento, el paradigma que más se ajusta es el interpretativo, también denominado cualitativo, naturalista, fenomenológico, constructivista o humanista (Albert, 2006). Sandín (2003) define esta corriente metodológica como:

Una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, a la toma de decisiones y también hacia el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimiento (Sandín, 2003).

Las características que concretan y describen esta perspectiva teórica nos ayudan a apreciar cómo se ajusta a las peculiaridades de nuestro estudio y al mismo tiempo, nos orienta en la manera de afrontar su desarrollo metodológico. Taylor y Bogdan (1992) señalan que tiene las siguientes peculiaridades:

- Es inductiva y flexible. Se comienza con interrogantes vagamente formulados y se desarrollan conceptos y comprensiones partiendo de los datos.
- El investigador entiende el escenario, los grupos y las personas desde una perspectiva holística, ya que son considerados como un todo, sin reducirlos a simples variables, por lo que es necesario estudiarlos en el contexto y en la situación en la que se hallan.
- Los investigadores son sensibles a los efectos que ellos mismos causan sobre las personas que son objeto de estudio.
- Los investigadores tratan de comprender a las personas dentro del marco de referencia de ellas mismas.
- El investigador aparta sus propias creencias, perspectivas y predisposiciones, pues todo es tema de investigación.
- Para el investigador todas las perspectivas son valiosas, ya que busca una comprensión detallada de las perspectivas de otras personas.
- Los métodos utilizados son humanistas, al estudiar a personas necesariamente se influirá en el modo en que las vemos.
- Los investigadores enfatizan la validez en su investigación. Para ello se utilizan métodos empíricos destinados a asegurar un estrecho ajuste entre los datos y lo que la gente realmente dice o hace.

- Para el investigador todos los escenarios y personas son dignos de estudio.
- Es un arte, pues los métodos que se utilizan en ella, no han sido estandarizados, por lo que los investigadores son flexibles en cuanto al modo de conducir el estudio, el uso de técnicas y procedimientos.

Se ha optado por definir la investigación como interpretativa para evitar las connotaciones que genera el dualismo entre cuantitativo y cualitativo, donde la concepción filosófica de cada paradigma determina un tipo específico de métodos, técnicas o instrumentos de investigación.

Erickson (1989) considera que lo que define a un estudio como interpretativo es lo referente a la intencionalidad de su objetivo, a su contenido y a su realidad, y no al simple hecho de usar unas determinadas técnicas o procedimientos de recogida de datos. El contenido interpretativo debe llevar al investigador a buscar los métodos que resulten más apropiados para su estudio, pudiendo emplear ante la necesidad una combinación de técnicas sin ceñirse a la estricta incompatibilidad teórica. Esta idea es compartida por autores como Cook y Reichardt (1986); Stake (1998, p. 41); Coll y Sánchez (2008); o Flick (2004). Erickson (1989) precisa que el modelo interpretativo también permite cierto tipo de cuantificación. En este sentido, Flick (2004) propone la posibilidad de combinar ambos métodos para compensar los puntos débiles del uso individual, en el momento de desarrollar la triangulación de los datos o la formulación de resultados. Con ello, se busca más amplitud, convergencia y, en consecuencia, mayor validez. Dicho planteamiento está presente en nuestro modelo de análisis.

Un aspecto complementario por el cual nos identificamos con este modelo resultó al valorar las implicaciones que genera el trabajo de campo del investigador interpretativo. Erickson (1989) establece que debe haber: 1) una participación intensa y a largo plazo en el contexto de estudio; 2) un registro cuidadoso de lo que sucede en dicho contexto recogiendo información a través de notas de campo u otro tipo de documentos, como por ejemplo, los trabajos de los estudiantes o las grabaciones en vídeo o en audio; y 3) un análisis reflexivo de los registros obtenidos para finalmente elaborar un informe con descripciones detalladas utilizando citas textuales, fragmentos narrativos, descripciones

analíticas, cuadros sinópticos o estadísticas descriptivas. Cada una de estas acciones, se han ido produciendo a lo largo de las diferentes etapas de nuestro proceso empírico.

Ante todas las cuestiones planteadas, se hace imprescindible profundizar en los rasgos distintivos del enfoque pedagógico de nuestra investigación, ya que condicionarán la manera de entender el objeto de estudio y, con ello, el modelo metodológico y la estructura de análisis.

Los principios psicopedagógicos sobre los que se asienta el proceso de E-A en nuestro estudio son el resultado de unas prácticas educativas eminentemente sociales e interpersonales. Esto se debe a que hemos tomado la actividad conjunta como el marco de referencia para explicar la instrucción. Dicho aspecto otorga al contexto la característica de ser espacios únicos, singulares y complejos en la medida que se construyen y modifican en relación a la influencia de la interrelación de múltiples factores: el contexto instruccional; las actividades de E-A; los contenidos a trabajar; los recursos materiales; el planteamiento metodológico; las ayudas del profesorado, así como las actuaciones y actitudes generadas por el alumnado.

Todos y cada uno de estos elementos tienen que valorarse y estudiarse desde una visión holística como un todo integrado, pero a su vez dinámico, ya que influyen de forma decisiva sobre los procesos de E-A y, en consecuencia, aportan una información imprescindible para entenderlos y explicarlos (Taylor & Bogdan, 1992; Coll & Solé, 2001; Coll & Sanchez, 2008). Citando a Shulman (1989) los diferentes programas de investigación para el estudio de la enseñanza están obligados a seleccionar los elementos del “mapa” de lo que sucede en el aula, para definir los fenómenos propios de su indagación. Con ello se podrán comprender las razones causales entre la enseñanza y el aprendizaje.

Esta necesidad empírica que se deriva de la misma naturaleza de nuestro programa educativo precisa analizar: 1) las actividades cotidianas generadas por los miembros implicados en los casos seleccionados (tipos de interacciones y su intencionalidad); 2) los métodos, las acciones, los comportamientos y las conversaciones por las cuales se ejecutan dichas actividades (organización de las interacciones y contenido de las

interacciones); y 3) evaluar el papel que juega el contexto instruccional, la materia de EF como entorno impulsor del proceso y los resultados de aprendizaje.

La concepción teórico-práctica que nos define queda reflejada en la exposición que aporta Erickson (1989) respecto a la orientación de la investigación interpretativa sobre la enseñanza. En ella deja evidente que la investigación educativa debe percibir los modelos en que el docente y los estudiantes, en sus acciones conjuntas, constituyen ambientes de E-A. Por tanto, se centrará la atención en la observación del aula para descubrir cómo la organización del “significado-en-acción” constituye un currículum llevado a la práctica, generando simultáneamente, “ambientes de aprendizaje” y “contenido a aprender”.

Lo que concierne a estas evidencias hace posible vincular nuestra investigación a la etnometodología. Esta perspectiva teórica delimita una manera concreta de entender el objeto de estudio y su diseño metodológico. En este sentido el objetivo de la etnometodología es estudiar cómo los miembros de una comunidad afrontan los problemas y retos que se derivan de su quehacer cotidiano. Este análisis lo hace a través de las actividades que elaboran y aplican conjuntamente por medios y procesos interactivos. Lo cual implica, entender las conversaciones que surgen, las prácticas que adoptan y los mecanismos por los cuales alcanzan y mantienen un determinado tipo interacción. Durante todo proceso este programa de investigación analiza las particulares del contexto, ya que las contribuciones de los participantes están condicionadas por el entorno que, a su vez, se renueva y restablece con sus aportaciones (Garfinkel, 1967; Heritage, 1989; Cohen & Manion, 1990; Latorre, del Rincón, & Arnal, 1996; Rodríguez, Gil, & García, 1996a; Sandín, 2003; Flick, 2004).

Los referentes teóricos expuestos nos guían hacia el diseño metodológico más adecuado para desarrollar nuestra investigación. Por último, nos interesa destacar la idea de Erickson (1989) que propone que el interés central de la investigación interpretativa no es buscar factores universales abstractos, sino factores universales concretos con el propósito de comprender una realidad en su carácter específico y particular. O lo que es lo mismo, estudiar con detalle un caso, o casos, y descubrir lo que hay de único en ellos

con el propósito de desarrollar un modelo referente para situaciones análogas. Estas palabras y las coordenadas teóricas expuestas decantan nuestra elección hacia el estudio de casos como estrategia metodológica de nuestra investigación. Así pues, dedicaremos el siguiente punto a justificarla y explicarla.

6.2. El Estudio de Casos como diseño de investigación

Este diseño metodológico ha tenido y tienen una larga tradición en el desarrollo de las investigaciones educativas y psicológicas, así como también entre las ciencias humanas y sociales (Latorre et al., 1996). Ámbitos, en los que se enmarca nuestro estudio por tres razones obvias: 1) está construido en y desde la realidad situada educativa; 2) se desarrolla a través de prácticas sociales; y 3) muestra especial atención a los intereses, a las emociones, y a las dificultades, niveles, ritmos y formas de aprendizaje.

El Estudio de Casos es considerado una estrategia de investigación muy útil para estudiar aquellas situaciones que emergen de las interrelaciones producidas entre los miembros de una comunidad escolar. Latorre y colaboradores explican que,

El potencial del Estudio de Casos radica en que permite centrarse en un caso concreto o situación e identificar los distintos procesos interactivos que lo conforman (Latorre et al., 1996).

En este sentido, se ajusta perfectamente a la finalidad misma de nuestra investigación, identificar, describir y comprender determinados procesos de E-A que se generan en la interactividad del contexto de la EF. El propósito de estudiar “procesos” y las consecuencias que se derivan de él, como se detalla en el punto anterior, requiere aplicar unas estrategias de análisis de carácter holístico que faciliten la comprensión de los comportamientos del docente y discentes en el entorno en el que se desencadenan, teniendo en cuenta el carácter dinámico y restructurador que acontece en las SD planteadas. Por consiguiente, es importante reconocer el Estudio de Casos como:

Un proceso de indagación que se caracteriza por el examen detallado, comprensivo, sistemático y en profundidad del caso objeto de interés. Siendo un método muy útil para el análisis de problemas prácticos, situaciones o

acontecimientos que surgen en la cotidianidad (Rodríguez, Gil, & García, 1996, p. 96).

Una de las características más importantes del Estudio de Casos es que permite seleccionar el escenario desde donde se recoge la información necesaria para dar respuesta a las cuestiones de investigación, facilitando así, el análisis de la realidad generada y las cuestiones a las que se desean dar respuesta. En relación al entorno educativo, un caso puede ser un alumno, un profesor, una clase, un claustro, un centro, un proyecto curricular, un programa de enseñanza, la práctica de un profesor, etc. (Rodríguez, Gil, & García, 1996).

Estas ideas nos han ayudado a estructurar una parte del diseño empírico y, aunque se pretenda valorar el impacto formativo del programa didáctico, entenderemos como caso o escenario de examen y fuente de información, la clase o, mejor dicho, las tres clases de cuarto de Primaria donde se implementó el estudio.

Dicha apreciación nos permite concretar aún más nuestra opción metodológica, especificando que se ha realizado *un estudio colectivo de casos*, como lo define Stake (1998) o un *estudio múltiple de casos*, como lo denomina Yin (1993, 2014) (tipologías específicas de dicho modelo). Yin (2014) detalla que el estudio múltiples casos permite definir, explicar y establecer relaciones causales a procesos como los que se desencadenan en nuestra intervención.

En este orden de cosas, nuestra investigación sigue la línea trabajo de Lave at el (2001; 1991; 1991); Cobb at el (1995; 1991; 1990); Edo (2004); Engel (2008); English (2010, 2015); Buscà (2005) que utilizan el Estudio de Casos como estrategia adecuada para analizar e interpretar las interacciones entre participantes en contextos educativos.

Dentro del Estudio de Casos se definen diferentes tipologías. Desde nuestro estudio se ha optado por el estudio múltiple de casos por dos razones: 1) su diseño utiliza varios casos únicos para estudiar la realidad que se desea explorar, describir y explicar (Rodríguez, Gil, & García, 1996), aspecto que se ajusta al modelo que se llevó a cabo en la escuela implementando el RD en tres clases; y 2) su aportación como modelo de

análisis encaja perfectamente ante la necesidad de ofrecer mayor solidez a las conclusiones de la investigación.

Respecto a la segunda idea, Yin (2014) explica que un estudio formado por más de un caso permite aumentar la fuerza de las evidencias y la robustez de las conclusiones, ampliando la posibilidad de contrastar y verificar las hipótesis planteadas. Este hecho se produce siempre que exista una réplica de los mismos fenómenos planteados o, lo que es lo mismo, que los casos ofrezcan resultados similares en base a sus predicciones. Sólo así, proporcionarían un apoyo convincente para el conjunto de cuestiones iniciales. El objetivo de estos procedimientos de replicación y su relevancia empírica no provienen del muestreo estadístico sino de la generalización analítica, aportando elementos explicativos con el fin, como señala el autor, de desarrollar un marco teórico rico que pueda generalizarse a otros casos que representen condiciones teóricas similares. Por el contrario, si los casos son de alguna manera contradictorios, las proposiciones iniciales deben ser revisadas y reevaluados.

Dentro de las tipologías del Estudio de Casos, se encuentra la que recoge en el interior de cada caso un análisis de diferentes unidades incrustadas, su objetivo es aportar más profundidad y amplitud al estudio (Yin, 2014). Este aspecto se ajusta perfectamente a nuestra realidad, ya que hemos definido tres casos y en cada uno de ellos se concretan cuatro subunidades diferenciadas de análisis: 1) la interpretación de las SD; 2) la percepción del profesorado de Matemáticas; 3) la percepción del alumnado; y 4) la percepción de la profesora-investigadora.

En base a lo descrito, la concreción metodológica nos permite delimitar, observar, registrar y analizar en profundidad las situaciones reales de E-A generadas desde el entorno de la EF, con el objetivo de identificar, describir y explicar qué procesos y mecanismos específicos de ayuda al desarrollo educativo se dan en ellas y hasta qué punto esos procesos y mecanismos responden al planteamiento de nuestras preguntas de investigación. Todas estas acciones nos acercan a la vertiente particularista, descriptiva, heurística e inductiva del Estudio de Casos.

A tenor de los resultados obtenidos, podremos reconocer la significatividad formativa de la EF, valorando el entorno motriz como medio de desarrollo de la CMa. El objetivo es tener datos concretos a cerca de la capacidad mediadora del contexto EF en el ámbito educativo y de las dinámicas metodologías cooperativas a la hora de adquirir habilidades competenciales matemáticas. Reconocidos los resultados, a partir de aquí, en el futuro, nuestro RD podría ser implementado tanto en el área de EF como en la asignatura de Matemáticas como desde proyectos interdisciplinares.

Tras valorar las necesidades teórico-prácticas de los casos, podemos concretar que las decisiones metodológicas que rigen este trabajo se derivan de los criterios e instrumentos propios del estudio y el análisis de casos, así como del modelo de análisis de la interactividad. A dicho efecto, dedicaremos los siguientes apartados a la descripción de cuatro aspectos clave a nivel metodológico:

- El contexto donde se desarrolló la investigación.
- Descripción de los casos.
- Procedimiento de recogida de datos.
- Procedimiento para el análisis de datos.

6.3. Delimitación metodológica del estudio

6.3.1. Descripción del contexto de la investigación

En toda investigación interpretativa se intenta entender la realidad particular donde se desarrolla el estudio a través de diferentes situaciones particulares, dando sentido de forma inductiva a la generalización de significados. Por lo que como indica Latorre y otros (1996), se hace imprescindible describir el contexto de actuación, dado que sus particulares condicionan todo el proceso.

Para detallar las características del contexto donde se realizó nuestro estudio nos situaremos en primer lugar en el ámbito general, aludiendo a los aspectos del centro educativo que tienen interés por estar vinculados al desarrollo de la investigación. Posteriormente, describiremos los informantes que han aportado datos al estudio y finalmente argumentaremos las razones que nos han llevado a realizar la intervención didáctica en el segundo curso del ciclo medio, 4º de Primaria. Apuntar, que la descripción de las peculiaridades de cada grupo-clases está expuesta en la parte dedicada a la concreción de los casos.

6.3.1.1. El centro

La investigación se desarrolló en el Colegio Pineda de L'Hospitalet de Llobregat, Barcelona, en el curso académico 2013-2014. Se optó por esta escuela por criterios de conveniencia. Como profesora-investigadora permitía compaginar dentro del horario laboral las tareas docentes como profesora de EF de Primaria con el estudio de investigación.

El Colegio Pineda es un centro concertado-privado que abarca todas las etapas educativas, desde primer ciclo de Infantil a Bachillerato. Acoge un total de 1305 alumnos, cuya distribución es: 605 alumnos entre 0 y 5 años; 700, de 6 hasta 18 años. La característica más destacable a nivel de distribución y organización del alumnado es que a partir de la etapa de Primaria el centro es diferenciado, solo hay alumnas.

A nivel geográfico, se encuentra situado en la línea limítrofe que separa las demarcaciones de Barcelona y Hospitalet de Llobregat. Esta zona se caracteriza por tener un elevado porcentaje de población inmigrante de la península, aunque en la actualidad el centro recoge a terceras generaciones. Por su parte, el porcentaje de inmigrantes extranjeros es de un 7%, siendo en su mayoría de origen sudamericano o chino. En lo referente a estudiantes con necesidades educativas específicas, adaptaciones curriculares o proyectos individualizados, el porcentaje se encuentra en un 4,45% en Primaria, todos ellos con dictámenes recogidos por la *Generalitat*. En relación

al porcentaje de alumnas con ayudas socio-económicas de la *Generalitat* es de un 1,42%.

Con esta breve contextualización nos podemos hacer a la idea de que existe una cierta homogeneidad tanto a nivel social, cultural como económica en el global de los estudiantes. Por tanto, casi la globalidad del alumnado se sitúa en una clase socio-económica y cultural media.

Por otra parte, cabe destacar que tanto el equipo directivo como docente siempre han tenido una preocupación educativa hacia la materia de Matemáticas. Debido en parte, a que los resultados de las diferentes pruebas externas, por ejemplo, de competencias en 6º o diagnósticas en 5º de Primaria estaban por debajo de lo esperado. En este sentido, con el objetivo de reforzar y consolidar los contenidos trabajados en el aula, se llevaron a término unas medidas estructurales y metodológicas extras a la asignatura de Matemáticas. Todas ellas se fueron introduciendo de forma escalonada y con diferente carga dentro del horario lectivo. En la tabla 35 se muestra una relación de cada una de estas medidas, así como el número de horas semanales dedicadas a ellas y los cursos lectivos en los que han estado vigentes (corresponden al 4º curso de Primaria).

Tabla 35. Medidas pedagógicas de apoyo a la asignatura de Matemáticas para 4º de Primaria

	Plataforma interactiva <i>Didac-kids</i>	Geometría en inglés	<i>Acti-Mates</i>	Taller de razonamiento y lógica con dos profesoras en el aula
Temporalización semanal	1 módulo y deberes	1 módulo	1 módulo de 20 min y la EF	1 módulo
Curso	2011-2017	2012-2014	2012-2017	2014-2015

En otro sentido, creemos importante apuntar los espacios que dispone el centro y que han sido utilizados en el desarrollo de las diferentes propuestas didácticas. Son seis:

- Las aulas, que disponen de pizarra interactiva con acceso a internet.
- Una sala pequeña de psicomotricidad rectangular con espejo y parque.

- Un gimnasio (o sótano) con suelos de baldosa en el que quedan bien definidos tres espacios rectangulares.
- Un patio con dos pistas del baloncesto y espacios libres de juego.
- Un espacio grande rectangular asfaltado de 40m de largo por 15m de ancho.
- Una pista de atletismo de 150m de largo por 2m de ancho con un espacio cuadrangular en el centro de 17m de lado, ambas de tierra.

El disponer de esta variedad de instalaciones facilitó la contextualización de los planteamientos de cada S-P, y al mismo tiempo, ayudó a tener un espacio adecuado para desarrollar las sesiones del estudio. Es importante destacar este hecho, ya que al ser un colegio con un gran número de alumnas, circunstancialmente, pueden estar haciendo clase de EF cinco grupos a la vez, cosa que dificulta la distribución de espacios.

6.3.1.2. Los informantes

Los diferentes grupos de personas que han aportado información a la investigación son:

- Tres profesoras de Matemáticas que impartieron clase en 3º de Primaria, nivel previo a los tres cursos de 4º que participan en la investigación. En septiembre de 2013, antes de comenzar con la implementación del estudio, se solicitó a este grupo de profesoras su participación en una entrevista informal para que nos informasen de las características generales de los grupos, de alguna peculiaridad específica del alumnado y de la experiencia previa en el trabajo de los contenidos matemáticos desde metodologías cooperativas con fines aplicativos, funcionales o prácticos. Las entrevistas fueron registradas en audio con el fin analizarlas con profundidad.

El objetivo de tener esta la información era: conocer mejor a los grupos inicialmente; saber cómo eran o cómo se comportaban; y tener una idea de las experiencias pedagógicas que habían tenido en 3º. Dodo esto nos ayudaría a

afrontar el proyecto de forma más consecuente, al mismo tiempo que nos permitiría comparar y valorar su evolución al finalizar el estudio.

- Cinco profesoras de Matemáticas de 4º de Primaria. Tres de ellas impartían la asignatura de Matemáticas y las dos restantes trabajaban el contenido de geometría en inglés durante un módulo a la semana. En junio de 2014, una vez finalizado el proceso instruccional del estudio, se les pidió su participación en una entrevista informal para que nos informara de varios aspectos: las características del grupo; los cambios de actitud significativos en la asignatura durante el curso; el uso de conceptos o procedimientos con un grado de dominio superior al trabajado en el aula; conexiones que realizaban las alumnas de lo trabajado en el proyecto con las tareas de la materia; y las impresiones personales y profesionales hacia el proyecto. Cada una de las entrevistas se registró en audio para ser analizada con posterioridad.

De esta información se pretendía extraer por una parte: una visión más profunda de las características del alumnado; la influencia del proyecto en lo trabajado curricularmente en matemáticas; y los cambios de actitud o comportamiento en la asignatura que se pudieran vincular a lo trabajado en *Acti-Mates*. Y por otra parte, también tendríamos la opinión de expertas hacia el planteamiento didáctico del proyecto.

- Alumnas de las tres clases de 4º de Primaria, 4ºA, 4ºB y 4ºC, que al iniciar el curso tenían entre 8 y 9 años de edad. En septiembre 2013, se informó a los grupos que durante todo el curso iban a desarrollar un proyecto que formaría parte de un estudio de investigación sobre el aprendizaje de las matemáticas en la EF. Se planteó a las estudiantes que se inventaran un nombre para el proyecto, tarea que les entusiasmó. Después de una lluvia de ideas, votaron la opción de *Acti-Mates* como mejor propuesta, algunos comentarios fueron: “sí porque es el nombre que dice cosas de las dos asignaturas”.

Para comenzar la investigación, se solicitó al alumnado que cumplimentara un cuestionario inicial (en adelante, *CuI*), incluido en el anexo 8. En él, se valoraron

sus preferencias respecto a las asignaturas, además aportaba información sobre la percepción previa acerca de los vínculos entre las matemáticas y la EF, y su impresión general sobre las matemáticas. Una vez finalizado todo el proyecto, en junio de 2014, se les pasaría un cuestionario final (en adelante, CuF) incluido en el anexo 9, (el CuF es igual al CuI, pero con alguna modificación en su diseño). Esta acción nos permitiría reconocer los posibles cambios de percepción una vez desarrollada la intervención.

Por otra parte, el estudio de las dinámicas de acción de los tres grupos durante el desarrollo de las SD, registrado en video, aportó la información necesaria para entender y explicar las consecuencias de la práctica educativa que precisa el planteamiento de la investigación. De forma paralela, también se fueron recogiendo sus emociones, impresiones y percepciones hacia el RD, la práctica o el aprendizaje. Algunas de ellas fueron registradas en video y otras, las que se realizaban fuera del plano de grabación, en las notas de campo.

- La profesora-investigadora. Durante toda la investigación se recogió información a través de la observación participante utilizando las notas de campo y las grabaciones en video. El objetivo era documentar todos aquellos fenómenos y acontecimientos que se desencadenaban durante la acción didáctica o a posteriori, y que guardaban relación con el objeto de estudio.
- Diferentes profesoras especialistas en la materia de Matemáticas que a lo largo de toda la investigación nos proporcionaron su visión respecto a diferentes aspectos del proyecto: adecuación del RD, percepciones de aprendizaje, posibles adaptaciones, repercusiones educativas, etc.
- La jefa de estudios con quien se llegó a acuerdos para implementar la intervención del estudio durante los diferentes cursos lectivos.

6.3.1.3. El curso

El aspecto clave que desencadenó y animó a realizar el estudio de investigación en el segundo curso del ciclo medio, fue el descubrir durante la consulta de diferentes libros de texto de Matemáticas de 4º de Primaria, y también de 3º, que una parte importante de los contenidos del área de EF se relacionaban directamente con los contenidos trabajados en la asignatura de Matemáticas. Además, se percibió que en estos libros se presentaba al alumnado un número considerable de ejercicios contextualizados en situaciones deportivas o de juego, todas ellas semejantes a las que se desencadenan en la propia asignatura de EF.

Las acciones utilizadas durante los años previos a la investigación fueron vincular algunos contenidos o actividades de la EF con los contenidos del libro de texto, el objetivo era crear vínculos significativos a nivel conceptual entre las dos materias. El siguiente paso, y con la idea ya forjada de llevar a cabo este estudio, fue plantear las S-P del proyecto *Acti-Mates*. La propuesta inicial era diseñar una propuesta interdisciplinar, entre la asignatura de EF y la de Matemáticas, para favorecer la aplicación práctica y vivencial de los contenidos planteados en el libro, convirtiendo así, las situaciones ficticias y abstractas, en reales, experienciales y prácticas. Nuestra pretensión básica era mejorar la comprensión sobre los contenidos matemáticos de 4º de Primaria, tratando lo abstracto como concreto, y potenciando de forma paralela las habilidades matemáticas competenciales desde el ámbito motriz. La propuesta no se pudo llevar a término debido al volumen de trabajo de las profesoras de Matemáticas, muchas de ellas tutoras y profesoras de otras materias. Desde una perspectiva externa se valoró inviable su implicación directa en el desarrollo de la idea original del proyecto.

A posteriori, y centrándonos en desarrollar la investigación sobre la misma temática, se evaluaron otros factores que hacían interesante ubicar el estudio en el 4º curso de Primaria:

- a) Por razones psico-evolutivas. Siguiendo la teoría de Piaget, podemos reconocer que nuestras alumnas se hallan en la etapa intermedia de la niñez, la que va de los 7 a los 11 años. Su desarrollo cognitivo se encuentra en el llamado

subperíodo de las operaciones concretas, que es el paso previo hacia *el periodo de las operaciones formales*. Este autor especifica que dicho cambio comenzará cuando las acciones físicas empiecen a “interiorizarse” como acciones mentales u “operaciones”. Esto comporta tener en cuenta unas características psico-evolutivas específicas que condicionan su aprendizaje. De forma general, la más importante podría ser que las estructuras lógico-matemáticas o abstractas están en proceso de desarrollo y, en este sentido, se ven limitadas por varios aspectos: 1) el infante de esta edad organiza y estructura sus pensamientos desde lo real, desde lo que está inmediatamente presente y desde lo concreto, por lo que tienen una extrapolación limitada para poder operar con lo “que no está allí”; 2) aún no domina las propiedades físicas de los objetos y los hechos (masa, peso, longitud, superficie, tiempo, etc.); y 3) no es capaz de reconocer un sistema de variables múltiples que coordinadas, pueden influir en la resolución de un problema (Beard, 1971; Flavell, 1988).

Dichos elementos deben estimularse y trabajarse en la etapa en la que se encuentran nuestras alumnas, para alcanzar la adaptación cognoscitiva en las operaciones formales (logro más alto en el desarrollo intelectual y propio de la siguiente etapa). Para ello, es lógico partir de las necesidades psico-evolutivas de la edad. Y es aquí donde hemos considerado nuestra propuesta didáctica como relevante para ayudar a forjar y potenciar un dominio de lo que Piaget (1982, p. 20) denomina “abstracción reflectora”, que se entiende como la abstracción que lleva a averiguar las propiedades de los objetos a través de nuestras propias acciones sobre ellos. Este proceso cognitivo constituye el eje vertebrador de RD proyectado para la intervención de nuestro estudio, ya que define las bases de nuestro planteamiento pedagógico.

Por otra parte, las teorías evolutivas entienden que la estructuración espacio-temporal se termina de afirmar en esta etapa. Siendo así, el aspecto perceptivo se podrá trabajar y potenciar desde nuestro RD conjuntamente con el resto de habilidades motrices, promoviendo con ello, la consolidación de nociones

comunes a las matemáticas: ejes de giro, trayectorias, velocidades, aceleraciones, orientación espacial, ángulos, etc. (Le Boulch, 2001).

- b) Por la edad y las experiencias vividas, en este curso, ya tienen adquiridas ciertas habilidades sociales que les facilitan y permiten gestionar el trabajo en grupo de forma autónoma, cordial y eficiente (salvo casos con problemas específicos). Según las etapas evolutivas de Piaget, este subperíodo coincide con la disminución del egocentrismo, en la que la verdadera cooperación con los demás reemplaza el juego aislado. Ahora bien, este proceso no es fortuito, se da porque el poder desarrollar operaciones mentales permite, al niño, apreciar las características de las relaciones referentes a él y a sus semejantes (Beard, 1971, p. 81).
- c) En 4º de Primaria, entendemos que al ser el segundo curso del ciclo, se tendrán adquiridos una amplia variedad de conocimientos matemáticos conceptuales y procedimentales (salvo alumnas con dificultades específicas). Este aspecto facilitará la acción de relacionarlos y transferirlos a otros contextos y situaciones, y en consecuencia mejorará la capacidad de aplicarlos en la resolución de las S-P planteadas. Por lo que escogiendo este curso, nos permitirá situar con más acierto el proceso educacional en el nivel óptimo de dominio o, lo que es lo mismo, en la ZDP del alumnado (Vygotsky, 1988). Con este planteamiento creemos que se homogeneizará el aprendizaje del grupo.
- d) En esta edad, por lo general, ya tienen un bagaje motriz lo suficientemente significativo para adaptarse a situaciones nuevas y trabajar de forma autónoma y con cierto grado de éxito. El hecho de que estas alumnas ya hayan desarrollado en 3º de Primaria contenidos de EF semejantes a los proyectados en las S-P (por exigencias curriculares), ayudará a transferir sus habilidades y conocimientos motrices promoviendo procesos metacognitivos y otorgando solidez a sus conocimientos (Pozo, 2008). Este dominio motriz, también facilitará la capacidad para abstraerse de los aspectos motores, pudiendo tomar consciencia de forma más significativa de otros contenidos externos al

movimiento, mejorando su comprensión y aprendizaje sobre los contenidos matemáticos puestos en juego.

Otro aspecto que hay que tener en cuenta desde la motricidad, como recuerda Piaget, es que en esta etapa el infante goza con la clasificación y el orden de números de toda clase de procedencia, velocidades, pesos, etc. (Beard, 1971, p. 86). Contenidos que tratamos con frecuencia en el ámbito de la EF, ya que son básicos para desarrollar juegos, actividades físicas o deportes.

- e) Por razones curriculares. Las orientaciones pedagógicas para el desarrollo de la CMa especifican que su desempeño se logra a medida que los contenidos matemáticos aprendidos se utilizan para enfrentarse a múltiples situaciones cotidianas provenientes de otros campos del conocimiento. Por tanto, se deben buscar contextos ricos y significativos que muestren los ámbitos de aplicación de las matemática, por ejemplo los juegos (Decret 142/2007; Ley Orgánica 2/2006).
- f) Por razones de conveniencia. El hecho que la profesora-investigadora impartiera EF en las tres clases de 4º de Primaria facilitaba enormemente la implementación del estudio.

En este sentido, la valoración de todas estas consideraciones nos hizo pensar dicho curso era el nivel curricular más idóneo para desarrollar este estudio de tesis doctoral.

6.3.2. Descripción y definición de los casos

En base a diferentes fuentes teóricas, la elección de los casos debe tener en cuenta una muestra equilibrada y variada, pero siempre teniendo como criterio central e imprescindible para llevar a cabo dicha selección, que los casos ofrezcan la máxima rentabilidad para extraer aquello que se quiere aprender (Stake, 1998). Por esta razón, la elección deliberada de los casos es una decisión que debe tomarse teniendo como referencia las necesidades marcadas por los elementos teóricos desarrollados en la

propia investigación, ya que deben garantizar la posibilidad de abordar de forma pertinente el problema a estudiar (Yin, 2014). Los autores Goetz y LeCompte (1988, p. 102) denominan esta acción como “selección del caso ideal-típico o de casos guía”, dado que “es un procedimiento con el que el investigador idea el perfil del caso mejor, más eficaz o más deseable”.

Con esta premisa, es inevitable vincular la selección de los casos con el marco global de referencia del proceso de investigación, o lo que es lo mismo a su diseño, al condicionar algunas exigencias metodológicas, que expondremos a continuación.

Nuestra investigación plantea un estudio múltiple de casos integrando diferentes unidades de análisis que requieren tratamientos diferenciados. Se han definido tres casos considerándolos el marco básico para extraer información: 4ºA, Caso 1; 4ºB, Caso 2; y 4ºC, Caso 3. Y en cada uno de ellos se han concretado unas subunidades de análisis representadas por:

- a) La percepción del alumnado hacia el proyecto, su aprendizaje y sus emociones.
- b) La percepción del profesorado de Matemáticas sobre: el nivel instruccional del grupo sobre la materia; la actitud del grupo hacia las matemáticas; las experiencias metodológicas del alumnado o la manera de aprender; los resultados de aprendizaje que las alumnas transfieren a su materia desde el proyecto *Acti-Mates*; y opinión profesional sobre nuestro RD.
- c) La percepción de la profesora-investigadora respecto a los procesos de aprendizaje de las alumnas, hacia la adecuación del RD y la interpretación de las SD. Todo ello conlleva delimitar las situaciones de E-A más significativas para abordarlas empíricamente. Este hecho exige considerar la SD como la unidad básica de registro de datos, de análisis y de interpretación, en ella se incluyen los componentes básicos de una programación (objetivos, contenidos, competencias matemáticas específicas, planteamiento de la S-P y actividades de E-A y la evaluación del aprendizaje).

El hecho de considerar cada clase como un caso, es decir, como núcleo de estudio nos posibilita a:

- Valorar las características específicas de cada grupo y su relación con el proceso de E-A.
- Valorar la percepción del alumnado respecto al RD y también hacia su propio aprendizaje.
- Valorar las impresiones de las profesoras de Matemáticas en relación a los resultados de aprendizaje de sus alumnas y de los procesos de E-A que vinculen lo trabajo en cada SD con los contenidos desarrollados en el aula.
- Valorar la percepción del profesorado de Matemáticas respecto al planteamiento didáctico del proyecto.
- Considerar como unidades de registro y análisis las SD más significativas para nuestro estudio. Este punto conlleva: 1) poder abordar las situaciones de E-A interactivas desde un marco más amplio a la organización global de las actividades; 2) valorar simultáneamente las interacciones entre alumnas, las interacciones entre la profesora y las alumnas en cada una de las SD seleccionadas, las interacciones con el medio y las impresiones de las alumnas y los grupos; 3) atender de forma específica el contexto de la actividad conjunta como marco generador de procesos de E-A desde la motricidad, la cognición, la voluntad o el trabajo cooperativo valorando además, la forma en que se agrupa el alumnado, la manera en que se presentan o construyen las actividades, las instrucciones de realización de las mismas, la manera en que se entiende, desarrollan y se llevan a cabo dichas actividades, el rol de la profesora, el rol cada estudiante, las interacciones entre estudiantes, y entre la profesora y las estudiantes, las instrucciones sobre cómo se espera que participen, y las ayudas ofrecidas para desarrollar las actividades y la eficacia de las acciones empleadas; 4) valorar cómo acontecen temporalmente todos estos elementos.

Evaluando este último aspecto, es fácil reconocer que, si nuestro objetivo es analizar aquellas situaciones de E-A contextualizadas en la materia de EF donde aparezcan mecanismos de aprendizaje cognitivos, motrices, volitivos y cooperativos en torno a habilidades matemáticas competenciales, es preciso seleccionar aquellas SD en las que se den: 1) procesos colaborativos de trabajo en grupo, y 2) unas prácticas que a priori, muestren elementos significativos y de calidad en relación al desarrollo y el aprendizaje competencial sobre habilidades matemáticas.

En esta realidad debemos tener en cuenta que el diseño didáctico del que parte el estudio de nuestra investigación se ubica en el proyecto anual de centro *Acti-Mates*. En él, se implementaron a lo largo del curso un total de seis SD exactamente iguales para las tres clases de 4º de Primaria.

De acuerdo con las ideas de Goetz y LeCompte (1988), Stake (1998) y Yin (2014) se han seleccionado unas determinadas unidades de análisis por cada caso, en nuestro estudio referenciadas a las SD realizadas. Concretamente, se han escogido dos SD por cada clase. Dicha elección se ha realizado teniendo en cuenta los siguientes criterios:

- Se eligió una muestra significativa de SD para que estuvieran representados los contenidos matemáticos a trabajar en el nivel curricular planteado.
- Se tomó un número de SD lo suficientemente representativo para que en la globalidad de la muestra estuviera compensado el volumen y la frecuencia en el uso de habilidades matemáticas competenciales por parte del alumnado.
- Se seleccionaron las SD que destacaban por su carácter eminentemente colaborativo
- Se optó por las SD que tuvieran un número variado de sesiones en las que se compensara el uso de contenidos matemáticos, motrices y de juego.
- Se escogieron las SD en las que los contextos del planteamiento de las S-P reflejaran los diferentes ámbitos específicos de la EF (juego, actividad física y deporte).

- Se optó por aquellas SD que de alguna manera resultaron ser muy motivantes para las estudiantes.
- Se seleccionaron las SD por razones empíricas, es decir, las que durante la intervención habíamos podido obtener los registros de datos de forma más completa y rigurosa.

Teniendo presentes estos criterios, de forma global se han seleccionado cuatro SD para el análisis empírico de esta investigación, las cuales han estado temporalizadas en segundo, tercer, cuarto y quinto lugar en el proyecto *Acti-Mates*. Descartamos la primera y la última por no ajustarse a las razones anteriormente expuestas. Por lo que, de cada clase o caso, se escogieron y analizaron dos SD como subunidades de análisis. El siguiente cuadro muestra dicha relación.

Tabla 36. Relación entre las SD seleccionadas y las SD, o S-P, escogidas como subunidades de análisis dentro de cada caso

Secuencias Didácticas	Situaciones-Problema <i>Acti-Mates</i>	Caso 1 4º A	Caso 2 4º B	Caso 3 4º C
1	<i>La búsqueda del tesoro</i>		X	
2	<i>Creadoras de juegos</i>	X	X	X
3	<i>Somos malabaristas</i>	X		
4	<i>Las pruebas atléticas</i>			X

Para facilitar la comprensión de nuestro modelo de estudio múltiple de casos, hemos realizado un boceto estructural representado en la figura 30. En él, se esquematizan los tres casos integrando sus diferentes unidades de análisis. Para su elaboración se ha tomado como referencia el diseño propuesto por Yin (2014). A tenor de los argumentos anteriormente expuestos, nos hemos definido por este diseño porque es el que mejor se adapta a las características de nuestra intervención y al planteamiento didáctico. Nuestro objetivo empírico, siguiendo las propuestas de los autores de referencia, es garantizar la réplica de resultados para fortalecer la validez empírica, obteniendo así, un alto grado de certeza.

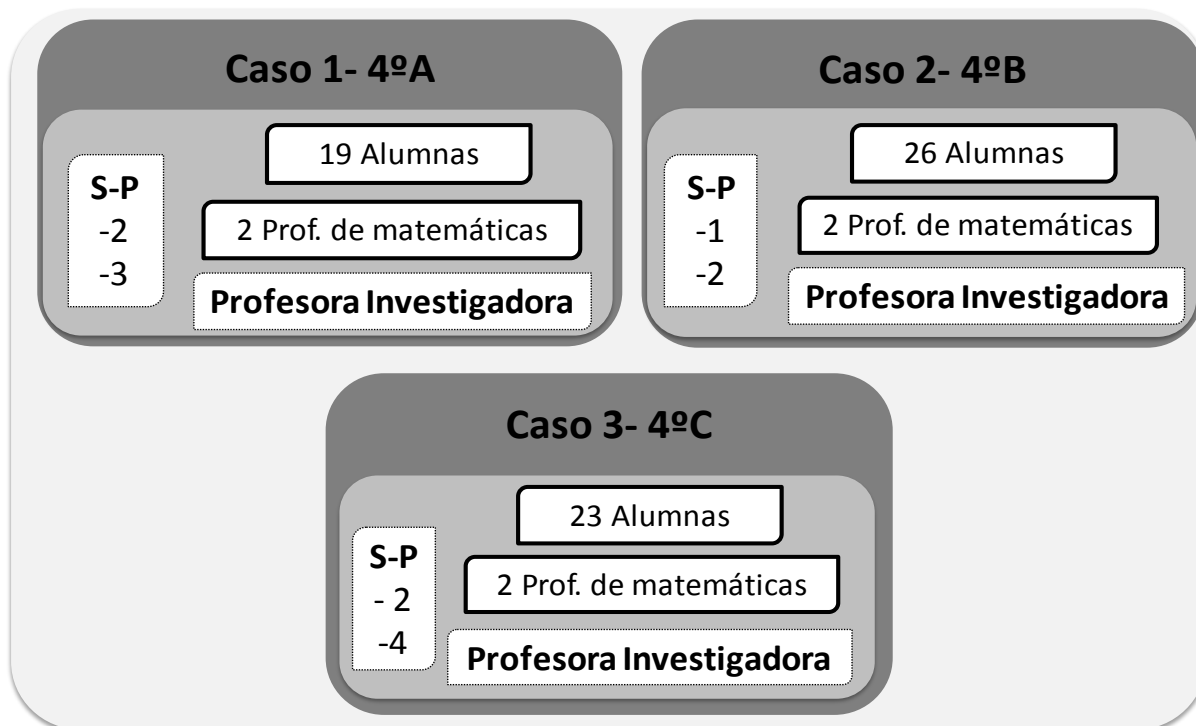


Figura 30. Diseño del estudio múltiple de casos. (Adaptado de Yin (2014, p. 46))

Como queda explícito en la figura, en nuestra investigación se definen tres casos, las características de cada uno de ellos, así como los aspectos más relevantes para la investigación, permite una mayor comprensión tanto del proceso didáctico que se llevó a cabo como de los resultados obtenidos. En este sentido, describimos cada caso teniendo valorando los siguientes aspectos:

- Las características generales de cada grupo y la singularidad de alguna alumna en concreto.
- Las características generales de: el nivel académico y actitudinal en la asignatura de Matemáticas; sus experiencias formativas en el trabajo de la parte más aplicada y práctica de las matemáticas; y el uso de metodologías cooperativas.
- Las características generales en la asignatura de EF.
- Percepción inicial del alumno sobre las conexiones entre la EF y las Matemáticas.

- Las características pedagógicas de las profesoras de Matemáticas.
- Descripción de la SD seleccionadas.

Las fuentes de información que se utilizaron para desarrollar este punto fueron: las entrevistas a las profesoras de Matemáticas que impartieron clase en 3º (curso previo a la intervención) y 4º de Primaria; la observación de la profesora-investigadora como maestra de EF e investigadora; los datos procedentes del Cul realizado por las estudiantes.

6.3.2.1. Caso 1 — 4º A—

a) Características generales

La clase está formada por 19 alumnas, podemos destacar que es un grupo homogéneo a nivel madurativo y académico, pero de forma general están por debajo de la media de su edad. Estos dos aspectos marcan las características que las definen:

- Tienen problemas de atención, por lo que les cuesta escuchar e interiorizar las propuestas o ideas de las compañeras o de la profesora. Además, tienen dificultades en la comprensión y el seguimiento de alguna actividad, sobre todo las que son más abstractas o laboriosas. Por lo que es importante asegurarse que tengan claro los objetivos de la tarea y que sean de dificultad adaptada y poco extensa, pues si no es así, pierden el interés y la concentración hacia el trabajo.
- Aunque a nivel social están bastante cohesionadas, en las dinámicas de trabajo en grupo hay 7 o 8 alumnas que por su inmadurez o impulsividad, distorsionan el ritmo de las actividades, pierden el interés, se desconcentran o crean problemas en el trato entre ellas.
- Siendo un grupo activo, participativo y con mucha iniciativa, tienen dificultades importantes para desarrollar con eficacia la resolución de las tareas. Esto se

debe a que queda descompensado el número de alumnas consideradas líderes a nivel social, pero con un nivel académico poco brillante, con el número de alumnas que desatan a nivel curricular, pero poco valoradas por el resto.

- Son alumnas que les cuesta evocar, relacionar o transferir de forma espontánea los contenidos trabajados en el aula a situaciones nuevas o extracurriculares, por lo que tienen dificultades a la hora de aplicar los conceptos o los procedimientos en contextos o situaciones nuevas.

En la clase nos encontramos con una alumna con necesidades educativas especiales, esta, tiene una disfunción auditiva que suple con el uso de audiófonos, pero suele evitar ponérselos durante la clase EF. Esto comporta en muchas ocasiones que no escucha correctamente las indicaciones o las aportaciones, con lo que se produce una distorsión en el ritmo de trabajo del grupo, de la clase o genera conflictos de convivencia. También hay dos estudiantes con adaptaciones curriculares individualizadas, una de ellas, repite 4º y la otra suele faltar a una clase de EF semanal para asistir a sesiones de reeducación fuera del centro.

b) Características académicas en relación a la asignatura de Matemáticas

Es un grupo flojo en matemáticas, ya que les cuesta mucho el razonamiento lógico matemático, los aspectos mecánicos los obtienen por repetición, aunque la falta de atención les hace fallar en operaciones y procedimientos fáciles. Solamente destaca por encima del nivel del grupo una alumna, el resto está a un nivel normal o bajo para la edad. Y hay dos alumnas con dificultades importantes que están en un nivel muy inferior.

A nivel actitudinal, tienen buena disposición e interés, son muy activas y fáciles de motivar, pero como les cuesta bastante la asignatura, ante la dificultad o lo nuevo, se bloquean.

Durante todo 3º no desarrollaron ninguna actividad extraordinaria que se saliera de las propuestas en el libro de texto. Y a nivel metodológico trabajaron solamente por parejas algunas tareas. En 4º, las clases en el aula continuaron desarrollándose de manera magistral, ocasionalmente se trabajaron ejercicios en tríos. Por el contrario, las pocas tareas prácticas y aplicativas que llevaron a cabo fueron consideradas por la profesora, como más significativas y motivantes para el aprendizaje de sus alumnas.

c) Características generales del grupo en la asignatura de EF

En general son alumnas que disfrutaban con la asignatura y las propuestas curriculares. Es un grupo inquieto, muy motivado y activo. El 75% realiza una actividad extraescolar deportiva, por lo que a nivel motriz tienen un nivel medio, alto.

Como clase, no genera problemas de disciplina, pero de forma individual tienen comportamientos que distorsionan el ritmo de las sesiones, intervienen de forma espontánea, no trabajan en la actividad propuesta y pierden el tiempo.

d) Percepción inicial del alumnado sobre las conexiones entre la EF y las matemáticas

Una vez pasado el Cul pudimos valorar la percepción que tenían las alumnas de esta clase sobre los vínculos existentes entre los contenidos la EF y matemáticos. Las respuestas a la pregunta *¿Crees que las matemáticas se utilizan en el deporte, en los juegos o en actividades de la clase de Educación Física?*, se puede observar en el gráfico 1. Los resultados fueron los siguientes: el 37% de las alumnas reconoció que no existía ninguna relación entre ambos ámbitos y que no se utilizaban nunca las matemáticas en EF. Por su parte, el 42% establecían vínculos al reconocer que sí se utilizaban, aunque creían que en muy pocas ocasiones. Y el 21% de las alumnas, reconocía también que sí que existía relación, pero en este caso, creían que se utilizaban casi siempre o a menudo. Se puede observar que ninguna alumna opinó que siempre se utilizan las matemáticas en EF.

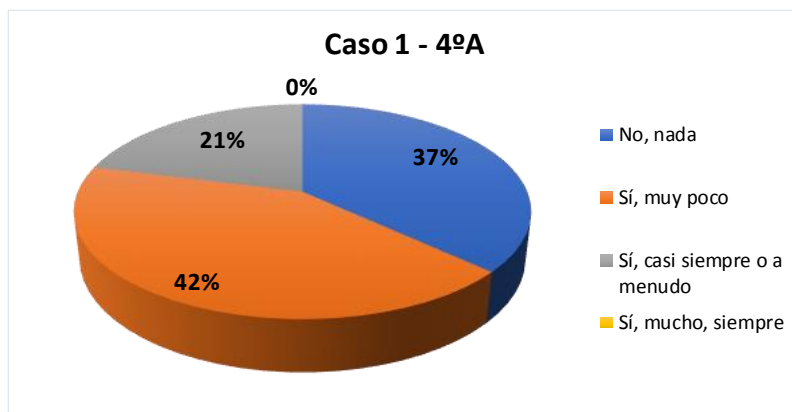


Gráfico 1. Respuestas iniciales del alumnado de 4ºA sobre el vínculo entre la EF y las matemáticas

Con estos datos, podemos valorar que más de la mitad de la clase reconoce que existe poca relación entre ambas materias y que los contenidos de matemáticas se utilizan con poca frecuencia, o más bien nunca, en las actividades y juegos que se realizan en EF. Por tanto, podríamos decir que más de la mitad de la clase no identifican los aspectos matemáticos esenciales de nuestra materia.

e) Profesoras de Matemáticas

La profesora de Matemáticas en 3º es una persona joven que muestra mucha implicación hacia los procesos de E-A de su grupo. Debido a las limitaciones del alumnado dedicó gran parte de la asignatura a desarrollar una buena base mecánica de la materia a través de métodos muy dirigidos y dinámicas de trabajo individuales.

Para la profesora de Matemáticas de 4ºA es su primer año de experiencia laboral docente, pero demuestra tener un buen dominio del grupo a nivel pedagógico, desarrolla dinámicas innovadoras ya que es consciente de su importancia a nivel formativo. Pero también reconoce las limitaciones que plantea la E-A de las matemáticas con el planteamiento curricular del centro: horario reducido, gran cantidad de contenidos, exceso de trabajo marcado por libros, cuadernillos, seguimiento de la plataforma, etc.

La profesora de geometría en inglés de 4ºA es una persona mayor con poca experiencia pedagógica en Primaria. Reconoce que ha trabajado los conceptos y procedimientos con actividades prácticas y manipulativas, pero utilizando pocas dinámicas grupales.

f) Descripción de las secuencias didácticas seleccionadas

Para la implementación de las SD disponíamos de un módulo de 20 min a la semana, ubicado los lunes de 9:50 a 10:15, además de las horas de EF distribuidas de la siguiente manera: los lunes de 9:00 a 9:50, los martes de 16:00 a 17:00 y jueves de 12:10 a 13:00.

Dentro de la organización horaria del centro, los lunes, esta clase disponía de forma sucesiva la sesión de EF y el módulo de 20 min. Dicho planteamiento facilitó la temporalización de las sesiones del proyecto, pudiendo realizar en un tiempo más prolongado las actividades más extensas o laboriosas sin tener que sacrificar muchas clases de EF. Aunque de forma puntual, y debido a circunstancias comentadas anteriormente: dificultad en la progresión de las tareas, actividades muy laboriosas, poca implicación en el trabajo o eventos extracurriculares impuestas por el centro, se tuvieron que utilizar algunas horas imprevistas de EF.

SD 2. S-P2 Creadoras de juegos

En esta SD la clase se organizó en cuatro grupos formados por cuatro o cinco alumnas. Su composición se realizó en función de la ubicación en el aula, pero teniendo en cuenta las casuísticas personales de alguna alumna, varias de ellas se distribuyeron de forma estratégica para constituir grupos más heterogéneos en cuanto a comportamiento y capacidad.

Debido a que el grupo presenta dificultades en la asignatura de Matemáticas, se les planteó la S-P en la que el diseño de la xarranca era menos complejo. Consistía en una figura geométrica cuadrada dividida por nueve cuadrados.

En total se necesitaron siete sesiones para alcanzar la resolución de la propuesta, que consistió en marcar cuatro xarrancas en el patio, crear diferentes formas de jugar, y compartir los juegos con otras compañeras. Se debe destacar que dos grupos finalizaron el proyecto entre dos y tres sesiones antes que los otros dos grupos.

Los espacios utilizados para desarrollar las actividades fueron dos: el aula y el patio.

SD 3. S-P3 Somos malabaristas

Durante todo el desarrollo de esta SD no se establecieron unos grupos de trabajo fijos. Si no que fueron variando en función de la actividad. La ubicación en el aula marcó: 1) las parejas para compartir las ideas y propuestas previas y hacer visible el pensamiento al grupo-clase; y 2) los tríos o los grupos de cuatro para elaborar las bolas malabares. Durante el proceso de aprendizaje y la práctica en el lanzamiento de las bolas malabares se agruparon libremente por parejas o tríos.

Todo el proyecto se realizó en cinco sesiones, el hecho ser pocas alumnas facilitó la repartición de las tres básculas para elaborar las bolas malabares disminuyendo así, el número de sesiones comparado con las otras tres clases. Muchas alumnas practicaron de forma muy interesada en casa y durante los patios.

Los espacios utilizados para desarrollar la SD fueron tres: el aula, el patio y el gimnasio.

6.3.2.2. Caso 2 — 4º B—

a) Características generales

La clase de 4ºB está formada por 26 alumnas, creo importante especificar que al comienzo del curso eran 25, pero en el segundo trimestre se incorporó una estudiante nueva. De forma general se puede definir el grupo como homogéneo, su nivel intelectual y madurativo es medio-alto respecto a la edad. Entre las características generales podemos destacar:

- Son muy despiertas, entusiastas pero les falta voluntad.

- Siempre quieren agradar, por lo que su comportamiento en clase y entre ellas es bueno, saben escuchar, seguir indicaciones, son comprensivas y tienen autocontrol sobre sus propias acciones.
- Hay muchas alumnas líderes, que de forma esporádica tienen un carácter competitivo y crítico con el resto de compañeras mostrándose, en ocasiones, excesivamente exigentes. Este aspecto limita la participación de un grupo importante de niñas que tienen miedo o vergüenza a equivocarse y ser juzgadas.
- Están muy seguidas y protegidas por los padres, aspecto que les influye negativamente en diferentes cuestiones: 1) les cuesta el trabajo autónomo y creativo; 2) muestran una actitud individualista; y 3) tienen pereza mental a la hora de afrontar actividades que por su complejidad implican un esfuerzo superior.
- Son alumnas con muchas vivencias personales, cosa que les ayuda a relacionar los contenidos del aula a experiencias extracurriculares.

b) Características académicas en relación a la asignatura de Matemáticas

Es un grupo que destaca en cálculo, ya que son muy mecánicas y sistemáticas, pero el razonamiento y la lógica les cuesta. No se implican en el trabajo cuando se plantean problemas nuevos o ligeramente superiores a su nivel de dominio, son muy lentas trabajando, les falta esfuerzo y voluntad. En este caso, solo 2 o 3 estudiantes llevan el peso del proceso de resolución. Dicho aspecto, contrasta con el número de alumnas que destacan intelectualmente por estar en un nivel alto respecto a su edad, entre 9 y 10. Hay 3 alumnas con dificultades variadas, pero no excesivamente relevantes.

Lo que respecta a la motivación por la asignatura hay un contraste de 3º a 4º de Primaria. En 3º, según la profesora, se mostraban motivadas y participaban con interés. Por el contrario, en 4º tuvieron una actitud pasiva y desinteresada hacia la asignatura.

Durante todo 3º desarrollaron la materia desde una metodología muy tradicional, siguiendo el libro y los cuadernillos de problemas. Les gustaba mucho trabar las matemáticas a través de la plataforma informática Didac-kids. En 4º, a nivel metodológico se combinaron diferentes técnicas, pero de forma limitada, la profesora trató de incluir actividades manipulativas y cooperativas, pero el volumen de trabajo impuesto por los libros de texto, los cuadernillos y las franjas horarias, reconoce que dificultaron el llevar a cabo actividades más prácticas y el uso métodos más activos.

c) Características generales del grupo en la asignatura de EF

A nivel motriz, nos encontramos con un grupo heterogéneo. Hay entre 6 y 7 alumnas con capacidades motrices altas o muy altas, ya que realizan deportes a un nivel de competición importante, pero, sin embargo, existe un grupo formado por 6 o 7 alumnas, con carencias motrices considerables. Este aspecto repercute en la motivación hacia determinados contenidos de la materia, las unidades didácticas más motoras y activas, tienen una buena aceptación por el grupo destacado, pero el resto se muestran indiferentes y apáticas.

En general se portan muy bien y participan con entusiasmo de la asignatura, pero de forma esporádica alguna alumna se muestra intolerante, exigente y competitiva, aspecto que desplaza y perjudica al grupo con menos capacidades.

d) Percepción inicial del alumnado sobre las conexiones entre la EF y las matemáticas

A través del Cul y con la pregunta *¿Crees que las matemáticas se utilizan en el deporte, en los juegos o en actividades de la clase de Educación Física?*, pudimos valorar la percepción que tenían las alumnas de 4ºB sobre los vínculos entre la materia de EF y los contenidos matemáticos. Los resultados mostrados en el gráfico 2 muestran que el 33% de las alumnas creía que no existía ninguna relación entre ambos ámbitos y no se utilizaban nunca las matemáticas en EF. Por otra parte, el 33% establecía conexiones,

pero reconocieron que se utilizaban las matemáticas en muy pocas ocasiones. Por su parte el 25% las alumnas pensaban que sí existía relación y que se utilizaban casi siempre o a menudo, y un significativo 9%, opinaron que se utilizaban siempre las matemáticas en EF.

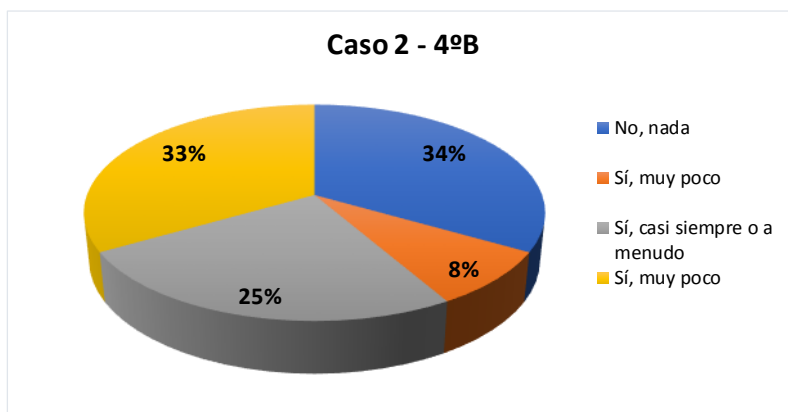


Gráfico 2. Respuestas iniciales del alumnado de 4ºB sobre el vínculo entre la EF y las matemáticas

Analizando sus respuestas, sorprende reconocer que un tercio de la clase, antes de empezar la intervención y la implementación del RD ya percibían que existían conexiones entre las dos materias y que en el contexto de la EF se utilizan muchos los contenidos matemáticos. Ahora bien, entendemos que otro tercio de las alumnas no identificaron ningún elemento matemático que requiera el desempeño de habilidades motrices en los ámbitos propios de la EF.

e) Profesoras de Matemáticas

La profesora de Matemáticas en 3ºB, es una persona mayor con más de veinte años de experiencia decente y mucha implicación en los procesos de E-A de sus alumnas, pero con escasa formación e interés por las nuevas metodologías y por la parte más aplicada y práctica de las matemáticas.

La profesora de Matemáticas de 4ºB es una profesora con una experiencia docente de 14 años, demuestra gusto por la materia y, aun teniendo dominio en las dinámicas pedagógicas más innovadoras, se describe como incapaz de llevarlas a cabo de forma

frecuente por las limitaciones comentadas por la profesora de 4ºA: horario reducido, gran cantidad de contenidos, exceso de trabajo marcado por libros, cuadernillos, por la plataforma Didac-kids, y en ocasiones por la actitud pasiva del alumnado, etc.

La profesora de geometría en inglés de 4ºB es la misma que la de 4ºA, con lo que la dinámica y los contenidos de la materia se trabajaron de la misma forma.

f) Descripción de las secuencias didácticas seleccionadas

Para la implementación de las SD disponíamos de un módulo a la semana de 20 min, ubicado los jueves de 9:50 a 10:10 y las horas de EF distribuidas: los lunes de 15:00 a 14:00, jueves de 9:00 a 9:50 y los viernes de 12:10 a 13:00.

Igual que 4º A, esta clase también disponía en su horario la organización sucesiva de una sesión de EF seguida del módulo de 20 min, pero en este caso los jueves, ofreciendo así, las mismas ventajas organizativas e instruccionales sobre el proceso de E-A.

SD 1. S-P1 *La búsqueda del tesoro*

La SD se desarrolló en ocho grupos formados por tres o cuatro alumnas. Su composición se realizó por afinidad, se organizaron libremente.

Todo el proyecto se realizó en cinco sesiones. Tuvimos que adaptar las sesiones a la organización de algunos actos especiales de final de trimestre y a la climatología.

Los espacios utilizados para desarrollar la SD 1 fueron tres: el aula y el patio asfaltado.

SD2. S-P2 *Creadoras de juegos*

En esta SD la clase se organizó en seis grupos formados por cuatro o cinco alumnas. Su composición se realizó en función de la ubicación en el aula, pero teniendo en cuenta que estos quedaran lo más heterogéneos posibles en relación al nivel de capacidad de sus integrantes.

Al ser una clase sin dificultades de comportamiento importantes, saben trabajar en grupo de forma autónoma y eficiente, y su nivel curricular es bueno, se les asignó una S-P en el que el diseño de la xarranca era el más complejo y laborioso de los tres. Además, se presentaron dos diseños diferentes distribuidos de la siguiente manera: cuatro grupos marcarían una xarranca con diez figuras rectangulares y dos, marcarían una con diez figuras cuadrangulares.

En total se necesitaron ocho sesiones para alcanzar la resolución de la propuesta, “marcar unas xarrancas en el patio, crear diferentes formas de jugar, presentarlas a otras compañeras y jugar”. El tiempo que cada grupo necesitó para finalizar el proyecto varió entre tres a dos sesiones, en este caso, debido a: dificultad para coordinar tareas; problemas en el dominio de los procedimientos de dibujo; por falta de asistencia de algunas integrantes; y por actividades extraordinarias del centro.

Los espacios utilizados fueron: el aula, el gimnasio y el patio.

6.3.2.3. Caso 3 — 4º C—

a) Características generales

El grupo está formado por 23 alumnas con características generales muy dispares. Un tercio del grupo tiene altas capacidades intelectuales, hay un grupo medio que motivado y bien trabajado tiene potencial para estar a un nivel aceptable y al alza, y la última tercera parte muestra dificultades importantes debido a su inmadurez, a la falta de base o a problemas cognitivos o de aprendizaje. En este sentido, su comportamiento en clase se caracteriza por:

- Son despiertas, entusiastas y activas, pero lentas trabajando ya que se dispersan con facilidad.
- Hay varias alumnas líderes que se muestran selectivas con las compañeras y les cuesta aceptar en su grupo de trabajo según qué alumnas. Esto dificulta el

trabajo cooperativo, pues no aceptan las propuestas, ni las ideas de las compañeras menos afines o menos valoradas intelectualmente.

- En general les cuesta la reflexión y la autovaloración, pero la ejecutan con ayuda.
- Las alumnas con altas capacidades relacionan fácilmente los conceptos y procedimiento trabajados en el aula con otras áreas, contextos o situaciones nuevas, al contrario que el grupo con menos nivel, que muestra dificultades o incapacidad.

b) Características académicas en relación a la asignatura de Matemáticas

Dentro de la asignatura se ven reflejadas las carencias y las potencialidades de los tres grupos. Pero en general, en parte mecánica de las operaciones, el cálculo y los procedimientos progresan adecuadamente, pero lo que más les cuesta es la abstracta y el razonamiento.

La actitud hacia la asignatura es buena, reconocen el esfuerzo que supone la asignatura y lo afrontan como un reto personal. Con voluntad y adaptación metodología se muestran dinámicas, activas y joviales hacia las tareas propuestas.

En 3º se utilizaron metodologías de trabajo individual para los ejercicios de cálculo y algunos problemas, implementando las metodologías cooperativas en problemas puntuales y actividades manipulativas. En 4º, siguieron trabajando más o menos en la misma línea. Aunque se empezaron a utilizar metodologías activas y cooperativas en la parte concreta y procedimental de las matemáticas, con resultados muy favorables, según la profesora.

c) Características generales del grupo en la asignatura de EF

En general es un grupo muy activo que disfruta de la asignatura de EF. A nivel motriz el nivel es bastante homogéneo, destacando un grupo de 4 alumnas con grandes capacidades, que contrasta con 4 alumnas con dificultades motrices importantes.

A nivel social no hay grandes conflictos, pero les cuesta el trabajo en grupo cuando no hay afinidad entre sus integrantes, en este caso no se escuchan, no aceptan las propuestas de las compañeras, les cuesta organizarse, se pelean, etc.

d) Percepción inicial del alumnado sobre las conexiones entre la EF y las matemáticas

En la clase de 4ºC, los resultados a la pregunta *¿Crees que las matemáticas se utilizan en el deporte, en los juegos o en actividades de la clase de Educación Física?*, fueron: un 30% de las alumnas opinaron que no se utilizan nada las matemáticas en la clase de EF, por lo que no identificaron sus conexiones; por otra parte, un gran porcentaje, el 48%, pensaban que se usan, aunque muy poco. El 22% de alumnado pensaban que se utilizan a menudo y ninguna creía que siempre se utilizasen en EF. (Ver gráfico 3)

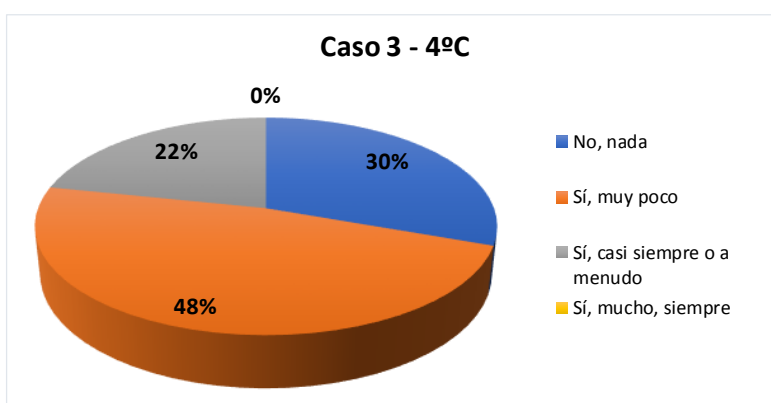


Gráfico 3. Respuestas iniciales del alumnado de 4ºC sobre el vínculo entre la EF y las matemáticas

Estos resultados, como los del resto de las otras clases reflejan las características del grupo, como nos comentó la profesora de Matemáticas, la clase se divide en tres grupo: las destacan por sus altas capacidades, que entendemos serían las 5 alumnas que identificaron conexiones; las que tienen grandes dificultades, que pensamos pudieron

ser las que no reconocieron ningún vínculo entre las dos materias, y el tercero restante, que están en el nivel previsto por la edad, que a través de sus experiencias educativas pudieron llegar apreciar la existencia de aspectos vinculados, pero pocos.

e) Profesoras de Matemáticas

La profesora de Matemáticas en 3ºC, fue la misma persona que la que impartió las matemáticas en 4ºB. Reconoce haber trabajado con este grupo metodologías activas, pero con las limitaciones de la programación de la materia.

La profesora de Matemáticas de 4º C es una profesora con muchos años de experiencia docente, es la jefa del departamento de Matemáticas, por lo que tiene gran dominio sobre la asignatura. Le gusta el trabajo más aplicativo y práctico de la materia y desarrolla con frecuencia metodologías cooperativas dentro del aula, aunque reconoce que es imprescindible tener una base mecánica para poderlas desarrollar. También expresa que la parte más funcional y vivencial de la materia queda muy limitada por las exigencias curriculares de la programación y, a su parecer, su desarrollo es poco significativo para la importancia que tienen a nivel formativo.

La profesora de geometría en inglés de 4ºC tiene poca experiencia pedagógica en Primaria. Al desarrollar la programación y las sesiones de forma conjunta con la otra profesora, han utilizado las mismas propuestas didácticas.

f) Descripción de las secuencias didácticas seleccionadas

Para la implementación de todas las SD teníamos un módulo a la semana de 20 min, ubicado los martes de 9:50 a 10:10 y las horas de EF distribuidas de la siguiente manera: los miércoles de 10:40 a 11:25, jueves de 16:00 a 17:00 y los viernes de 12:10 a 13:00.

Respecto a esta clase, debemos especificar que en la organización de horarios que desarrolla el centro no fue posible ubicar una clase de EF seguida del módulo 20min. Así

que la temporalización de las sesiones del proyecto quedó, en ocasiones, desajustada. Muchas actividades, sobre todo las más extensas o laboriosas, debían partirse y ser realizadas en dos momentos distanciados en el tiempo. Este hecho distorsionó frecuentemente, el seguimiento del trabajo de las actividades de las SD y del seguimiento de las sesiones de la asignatura, ya que la readaptación de la temporalización fue aleatoria según las necesidades de la S-P.

SD 2. S-P2 Creadoras de juegos

En esta SD no se establecieron unos grupos de trabajo estables para todo su desarrollo. Si no que fueron variando en función de la actividad. La ubicación en el aula marcó: las parejas para compartir las ideas y propuestas previas. Los cuatro grupos que se formaron para llevar a cabo el proceso de solución de la S-P y la creación de la xarranca y los juegos se hicieron por proximidad según estaban sentadas en el aula.

Todo el proyecto se realizó en ocho sesiones, en la última se desarrolló el diseño y la creación del juego y jugaron de forma libre.

Los espacios utilizados para desarrollar las actividades fueron el aula, los pasillos del edificio y el patio.

SD 4. S-P4 Las pruebas atléticas

En este caso, la SD se ejecutó en cuatro grupos de cinco o seis alumnas. Para formarlos se tuvo en cuenta el orden de llegada de una carrera de cross realizada durante la unidad didáctica *Ens iniciem als esports* de la asignatura de EF. Para ello, las cuatro primeras formarían cuatro equipos y el resto, según llegaban se incorporaba de forma secuencial a los grupos. Así que los grupos resultaron bastante heterogéneos.

Todo el proyecto se realizó en cinco sesiones: una para la organización de los roles de cada participante dentro del equipo; otra, de entrenamiento libre; dos, de realización de las pruebas, con la toma de resultados respectiva; y la última, de valoración de los resultados, clasificación y de entrega de trofeos.

Los espacios utilizados fueron tres: el aula, la pista de atletismo y el gimnasio.

Para finalizar con este punto se ha elaborado el siguiente cuadro que recoge una síntesis de las coordenadas que estructuran la globalidad de los tres casos analizados.

Tabla 37. Cuadro resumen de las coordenadas de los casos objeto de análisis

	Caso 1		Caso 2		Caso 3	
Curso	4ºA		4ºB		4ºC	
Alumnas	19		26		23	
Horario	Un módulo de 20 min a la semana, más alguna hora de EF					
Secuencias didácticas	SD2	SD3	SD1	SD2	SD2	SD4
Número de sesiones	7	5	5	8	9	5
Número de sesiones específicas de juego o actividad motriz	3	2	1	4	3	3
Número de grupos	4	6	8	6	4	4
Tamaño de los grupos	4-5	2-3-4	3-4	4-5	5-6	5-6
Profesoras de Matemáticas consultadas	3		3		3	

6.4. Procedimiento para la recogida de datos

En este apartado se describe el procedimiento general llevado a cabo en la obtención de datos de los casos seleccionados. En él, quedan definidos los siguientes puntos: las dificultades del proceso y las medidas especiales que se tomaron para limitar dichas dificultades; las técnicas y los instrumentos empleados; los tipos de información extraídos; las fuentes de información utilizadas; y el momento en el que se desarrolló cada estrategia de procedimiento.

6.4.1. Limitaciones en la recogida de datos

En nuestro estudio, las características del diseño, el formato del RD y las peculiaridades de los diferentes contextos en donde se desarrolló la implementación condicionaron, en gran medida, el uso de técnicas e instrumentos de recogida de información. Estos hechos originaron dificultades para recoger en video las situaciones de E-A realizadas por los diferentes grupos, ya que una parte importante de la extracción de datos tenía como objetivo principal registrar con detalle la evolución, en ocasiones imprevista, de la actividad conjunta generada en la resolución de las S-P. Dicho problema es inherente a la observación participante, como indica Flick (2004, p. 157), no todos los aspectos de la situación se pueden captar al mismo tiempo. De forma explícita, podemos decir que la dificultad generada durante la intervención didáctica vino marcada básicamente por tres elementos:

- El dinamismo, la espontaneidad y la variedad de actividades que se podían llegar a dar tanto en una S-P como en una misma sesión.
- La ubicación de los diferentes agrupamientos, en muchas ocasiones dispersos en el aula, en las zonas de patio o en el gimnasio; y ejecutando actividades diferentes y con ritmos de trabajo dispares.
- El control combinado de la acción didáctica con el proceso empírico. El tener que cubrir las necesidades básicas a nivel pedagógico de los grupos de estudiantes (guiado de las actividades y resolución de problemas o conflictos) originaba, en ocasiones, dificultad para el seguimiento de las funciones del investigador.

En este sentido, y para facilitar todo el proceso de recogida de datos, durante las sesiones se consideró oportuno focalizar la obtención y el seguimiento de la información entorno a los siguientes temas:

- Las exposiciones, comunicaciones, mensajes y acciones realizadas por la profesora, las estudiantes o los grupos durante el desarrollo de resolución de las S-P que tuvieran un vínculo directo con el objeto de estudio. Por ejemplo:

las percepciones individuales de cada alumna durante el desarrollo de cada S-P; su valoración al finalizar, su interés por el proyecto, por las actividades, por su trabajo o el del grupo, su agrado o desagrado, sus dificultades, sus aprendizajes, etc.; o acciones que desarrollaran los grupos en el que se utilizasen los contenidos matemáticos desde la acción motriz.

- Durante las situaciones de E-A se intentó hacer un seguimiento más directo de los grupos o las alumnas que mostrasen gran implicación e interés hacia las actividades planteadas, manifestando capacidad para trabajar y vincular los contenidos desarrollados tanto matemáticos como los de EF con la S-P propuesta. No obstante, en el aula, de forma aleatoria los grupos que quedaban más cerca de la situación de la cámara eran los que tienen más momentos registrados.
- Aspectos de la planificación didáctica de las diferentes SD que pudieran influir en la toma de datos. Por ejemplo: se intentó tener una ubicación cercana de los grupos dentro de posibilidades específicas de la acción didáctica; se focalizó la grabación en el aula al trabajo de un grupo en concreto, y en momentos específicos al resto de grupos; se grabaron aquellas aportaciones generales al grupo-clase realizadas por un discente en concreto o un grupo; se valoraban las actividades planificadas para las sesiones siguientes y se readaptaba la temporalización para las semanas siguientes y el lugar para su desarrollo.

Por otra parte, para organizar el procedimiento de recogida de datos seguimos la propuesta de Yin (2014). Este autor determina que la calidad de la investigación viene marcada por tres principios básicos que ayudan a dar validez y fiabilidad al estudio, y estos, se han sido referentes en nuestra investigación.

- El principio número uno establece que se deben utilizar datos procedentes de diferentes fuentes de información, lo que conlleva usar distintos métodos o técnicas de recogida de datos. Este aspecto facilita la triangulación de evidencias y la convergencia de pruebas respecto los ámbitos de estudio.

- El segundo principio tiene que ver con la organización y recopilación de los datos. Para ello, Yin propone la creación de registros y clasificaciones de las evidencias recogidas, facilitando así, el proceso empírico desde la recopilación de datos en bruto hasta su análisis e interpretación posterior. En nuestro caso fuimos clasificando en carpetas digitales cada registro en función de la técnica o el instrumento utilizados. Una vez definidos los casos, se reorganizaron en carpetas que contenían los registros referentes a cada caso, 4ºA, 4ºB y 4ºC.
- El tercer principio determina que se debe aportar una cadena de evidencias que proporcionen a un posible investigador externo la posibilidad de realizar un seguimiento de todo el proceso de investigación. Pudiendo reconocer las características del contexto de donde se extrajeron los datos, las conexiones con el objeto de estudio, el proceso empírico (criterios metodológicos, técnicas e instrumentos utilizados) y el informe final.

6.4.2. Técnicas e instrumentos de la investigación

Para concretar este punto, partimos de la idea de Cohen y Manion (1990) que determinan que el Estudio de Casos está supeditado a las características de la observación participante. Dichos autores, especifican que esta forma de investigar es eminentemente educativa, dado que conlleva analizar un mundo comprendido por personas y lleno de significados definidos únicamente por las situaciones que se estructuran de forma subjetiva por los significados proyectados por los sujetos. En este sentido, la observación participante es entendida como una estrategia de campo que recoge datos de modo sistemático, no intrusivo (Taylor & Bogdan, 1992), y que combina simultáneamente numerosas y variadas técnicas e instrumentos: análisis de documentos; entrevista a respondientes e informantes; la participación directa; la observación; y la introspección (Flick, 2004). Estas técnicas han sido clasificadas de formas diversas y con criterios muy diferentes en la literatura específica. En el ámbito de las ciencias sociales, en el que nos encontramos, dichas técnicas deben adecuarse al contexto donde se aplican. Es por eso, que nuestro marco de referencia para seleccionar

y utilizar las técnicas y los instrumentos de recogida de información se apoya tanto en los principios pedagógicos, ya que la intervención sigue una línea metodológica educativa, como en los principios específicos de la metodología interpretativa.

En consonancia con la justificación teórica que marca las tendencias actuales en investigación, hemos optado por un diseño metodológico que se sirva de técnicas e instrumentos tanto de naturaleza cualitativa como cuantitativa. Y teniendo en cuenta la naturaleza de la información, se han recogido datos utilizando tres tipos diferentes de técnicas de investigación.

Por una parte, nos decantamos por las técnicas basadas en la observación al ser consideradas intrínsecas a nuestro estudio. Es decir, que forman parte del protocolo empírico cuando la investigadora, en este caso, está presente en la intervención del estudio y es participe del fenómeno a investigar (Taylor & Bogdan, 1992, p. 31). Por tanto, la observación científica se definió a partir de la sistematización de las acciones que la investigadora realizaba con el fin de obtener datos contrastables y pertinentes con la naturaleza de la pregunta de investigación o hipótesis inicial (Evertson & Green, 1989).

Un propósito de la observación en medios educativos es obtener una descripción o representación de acontecimientos, procesos y fenómenos, así como de los factores que influyen en ellos (Evertson & Green, 1989, p. 310).

Por consiguiente, la observación nos permitió un registro de elementos que no hubiera sido posible detectar ni recoger de otra forma en nuestra investigación.

Desde este prisma, a nivel teórico, la observación es entendida como una técnica que admite el aporte de información complementaria de otras fuentes de recogida de datos, y además, se subordina a los principios del método concreto de investigación, con sus implicaciones epistemológicas y metodológicas pertinentes, que deben ser tenidas en cuenta tanto en la toma de datos como en el proceso de análisis (Anguera, 1988).

El uso de esta estrategia nos generó dificultades para seleccionar y delimitar situaciones en las que el objeto de estudio se hiciera visible a la observación, sobre todo durante la intervención. Por lo que para poder focalizar la atención en los aspectos concretos que

dieran respuesta a las preguntas nuestra investigación y a todos los elementos del estudio, se desarrolló la observación a través de acciones ubicadas en diferentes etapas del desarrollo de la investigación. Eso sí, todas ellas compartieron el mismo instrumento para registrar la información, las notas de campo. En este sentido, la observación se llevó a cabo en dos momentos, *in situ*, durante la acción instruccional, en el mismo momento que se realizaba la implementación del RD. Y a *posteriori*, una vez finalizado el proceso didáctico se realizó una observación a través del visionado de los vídeos con el fin de comprobar y consolidar los elementos no captados durante la acción práctica. Con este planteamiento, en la investigación, se han generado cuatro tipos diferentes de observación:

- Observación 1. El hecho de desarrollar las funciones de docente e investigadora de forma simultánea requirió de la observación y la participación directa con una implicación máxima sobre todo el proceso. Por lo que durante la acción didáctica, se utilizaron para registrar la información diferentes soportes físicos: por una parte, se grabaron en video de las sesiones y, por otra parte, se tomaron notas de campo con un registro asistemático de diferentes aspectos.

Una vez finalizada la intervención, se analizaron los videos para recoger información específica referente a: los aspectos de la acción didáctica y pedagógica; y al proceso de desarrollo y la adquisición del aprendizaje. Para ello, se llevaron a cabo tres observaciones más.

- Observación 2. Buscó reconocer de qué manera el alumnado interaccionaba con el grupo, con la profesora o con el medio físico, detectando las acciones que organizaban la acción conjunta que generaban posibles situaciones de E-A. Una vez identificadas las situaciones de E-A más significativas a nivel formativo, y las más frecuentes en los tres casos, se catalogaron en individuales o grupales y se describieron sus características y objetivos instruccionales.
- Observación 3. Registró información sobre los procesos por los cuales el alumnado pudo construir conocimiento entorno a la CMA a través de las estrategias de aprendizaje cognitivas, motrices, volitivas y cooperativas.

- Observación 4. Obtuvo información sobre el nivel de desempeño de la CMa puesto en juego por el grupo-clase durante la resolución de las S-P. Esta observación corresponde a la evaluación del aprendizaje de cada una de las SD.

Por otra parte, utilizamos las técnicas interactivas basadas en la conversación (entrevistas cara a cara y cuestionarios) para situarnos en la perspectiva de los informantes. En nuestro caso nos permitieron obtener información desde el prisma de la interacción con las personas que intervenían en la investigación (de forma directa con el alumnado e indirecta con el profesorado de la asignatura de Matemáticas).

Finalmente, el análisis de documentos, que englobó las técnicas de análisis de materiales escritos, fue una fuente imprescindible para dar respuesta a los objetivos de la investigación. En este estudio se revisaron y estudiaron tres tipos de documentos: 1) las notas de campo que recogían los informes con el análisis descriptivo del nivel de desempeño de la CMa en las diferentes SD desarrolladas (recordar que se extrajo de las rúbricas de evaluación que mostraban los resultados de aprendizaje); 2) las notas de campo formadas por los informes procedentes de las transcripciones de las entrevistas informales con las profesoras y las alumnas; y 3) las notas de campo complementarias, tomadas por la profesora-investigadora desde el inicio del estudio hasta la actualidad en las que se fueron recogiendo informaciones esporádicas concretas referentes al objeto de estudio

La tabla 38 esquematiza las técnicas y los instrumentos que se han utilizado en este estudio. En su selección se han tenido en cuenta la naturaleza de la información que se quería obtener, los objetivos del estudio y las acciones y los momentos en los cuales se iba a obtener la información. Continuando con el planteamiento de Yin (2014), se puede comprobar a simple vista, que se han utilizado instrumentos de diferente tipología que captaron información de múltiples fuentes.

Tabla 38. Técnicas, procedimientos e instrumentos de la investigación²⁰

Tipos de técnicas de recogida de datos		Instrumentos de registro	Procedimiento
Observación participante	Técnicas basadas en la observación	Notas de campo	Observación 1. Observación <i>in situ</i> sobre la acción práctica que recoge hechos relevantes.
			Observación 2. Observación para identificar las situaciones de E-A y describir sus características y sus objetivos instruccionales.
			Observación 3. Observación de los procesos de construcción de conocimiento. Registro de datos relacionados con la descripción de estrategias cognitivas, motrices, volitivas y cooperativas.
		Rúbrica	Observación 4. Observación para registrar el nivel de desempeño de la CMA puesto en juego por el grupo-clase.
	Técnicas basadas en la conversación	Entrevista semiestructurada	Entrevistas a las profesoras de Matemáticas para captar su percepción sobre: características de los grupos, influencia del proyecto en la evolución en la materia y opinión sobre el proyecto.
		Entrevistas informales	Entrevistas informales a las alumnas, recogen sus impresiones personales de las SD y del proyecto en general.
		Cuestionarios	Cuestionarios a las alumnas para valorar su gusto hacia la asignatura de Matemáticas, el grado de conexión que perciben entre los contenidos de la EF y las matemáticas una vez finalizado el proyecto, así como la percepción que tienen sobre las matemáticas. Todo ello comparado con los resultados del mismo cuestionario realizado para tener un conocimiento inicial sobre el alumnado sus impresiones antes de comenzar la intervención.
Análisis de documentos	Notas de Campo	Informes de las rúbricas. Análisis descriptivo del nivel de desempeño de la CMA, rúbricas. Resultados de aprendizaje.	

Con el fin de facilitar la comprensión de todo el proceso de recogida de datos detallaremos en los siguientes puntos las peculiaridades de cada uno de los instrumentos utilizados. Para ello, se tratarán algunos fundamentos básicos a nivel teórico y práctico, las implicaciones metodológicas generadas en nuestro estudio, el tipo de datos que hemos obtenido y los aspectos que se han tenido en cuenta para su aplicación.

²⁰ Las técnicas de la investigación se organizaron partiendo de la propuesta teórica de Latorre (2003, p. 56).

6.4.2.1. Notas de campo

El propósito central de utilizar este instrumento era obtener evidencias de carácter práctico. Dichas evidencias dotarían a los resultados de una mayor contextualización y comprensión de lo observado a través del resto de instrumentos (Rincón, 1995). Dado que las notas de campo se utilizaron en diferentes momentos del proceso de recogida de información. A continuación, describiremos cada una de ellas especificando su temporalización y una descripción de cómo se implementó.

a) Notas de campo in-situ

Una vez finalizada la sesión, el objetivo de estas notas era registrar los datos específicos de manera esquemáticas y realizar una descripción clara y breve de los hechos destacables. Para ello se registraron aquellas acciones que a posteriori pudieran proporcionar información interesante sobre lo transcurrido durante el proceso de instrucción. Por tanto, focalizamos la atención en los siguientes aspectos:

- La contextualización en el tiempo: la fecha de ejecución, el nombre de la S-P y el número de la sesión.
- Las actividades realizadas y el espacio donde se desarrollaron.
- Los acontecimientos, hechos, comportamientos o comentarios relevantes del alumnado o profesorado en relación a: el diseño del RD; el contexto; el planteamiento de la S-P; las tareas; el trabajo individual o del grupo; la forma de organizarse; las percepciones o ideas de las alumnas; imprevistos; etc.
- Los acontecimientos, hechos y acciones en donde se movilizan estrategias de aprendizaje entorno a la CMA de la clase, los grupos o las personas protagonistas. Es importante puntualizar que no siempre se recogían los hechos documentando las personas que la ejecutaban de forma concreta, ya que en algunas situaciones resultaba complejo en el mismo momento de la acción discernir entre el gran grupo los actores del hecho.

- El grado de participación activa del grupo-clase. En este caso se registró la participación dinámica y activa sobre las actividades realizadas en la sesión. Se valoró en una escala tres niveles: *muy buena* (todo el grupo-clase participaba de forma activa y dinámica del desarrollo del total de las actividades); *buena* (una parte del grupo-clase tenía una participación pasiva, pero en general las alumnas estaban atentas a las actividades); y *baja* (si el grupo-clase tenía una participación pasiva o si algunas alumnas molestaban y distorsionaban el ritmo de trabajo del resto del grupo-clase).
- Los contenidos utilizados y transferidos durante la sesión tanto matemáticos como específicos de la EF.
- Los ajustes que considerados necesarios para mejorar la acción didáctica.
- Las anécdotas sobre hechos que llamaban la atención por salirse del contenido o la organización de la acción curricular programada, pero que de alguna forma condicionen el transcurso de la misma.

La tabla 39 muestra los diferentes elementos que estructuraron la información recogida en las notas de campo *in situ*.

Tabla 39. Ficha para el registro de las notas de campo *in situ*

Notas de campo - Observación 1				
(NC-O1_S-P_x)				
CASO:	S-P:	Sesión:	Curso:	Fecha:
Aspectos generales de la sesión				
Acontecimientos				
Grado de participación activa: Muy buena/Buena/ Baja				
Transferencia de contenidos y procedimientos				
Ajustes				
Anécdotas				

Como complemento a estas explicaciones, mostramos en la tabla siguiente, el resumen de los aspectos técnicos que se tuvieron en cuenta para diseñar las notas de campo y para llevar a cabo el proceso de observación (Rincón, 1995).

Tabla 40. Criterios para la planificación y la observación 1

PLANIFICACIÓN DE LA OBSERVACIÓN PARTICIPANTE - Observación 1
Instrumento: Notas de campo <i>in situ</i> , durante la acción práctica
<ol style="list-style-type: none">1. Implicación del observador: la participación será variable o moderada, ya que se tendrán que compaginar las funciones de profesora con las de investigadora. Durante el desarrollo de las SD, en ocasiones, la acción pedagógica estará mucho más presente, por las necesidades de la dinámica educativa, que la investigadora.2. Explicitación del hecho de observar: la observación será abierta, ya que las alumnas sabrán que durante la sesión se observará y registrará en video la actividad desarrollada.3. Explicitación del propósito de la observación: la maestra como especialista e investigadora, en todo momento es consciente de cuál es el objeto de estudio y los objetivos de la investigación y de la observación. El alumnado, en cambio, tan sólo sabrá que las sesiones serán registradas en video.4. Duración de la observación: la observación se realizará durante todas las sesiones que desarrollan cada SD.5. Enfoque y alcance de la observación: en las notas de campo se combinarán momentos de observación descriptiva, al tratar de registrar una visión holística de cómo se desarrolla la sesión de forma general. Momentos de observación focalizada respecto a aspectos como la actitud, el interés, la autonomía o la transferencia de contenidos a lo largo de las actividades. O también de observación selectiva de aquellos acontecimientos que aportan información relevante sobre comentarios o acciones relacionadas con el objeto de estudio, realizados por alguna alumna o docente.6. Sistematización de la observación: para la obtención de la información el observador dispone de unas unidades de información previamente estipuladas, recogidas en la tabla correspondiente. Estas unidades de información no tienen un carácter cerrado, también aceptan la inclusión de unidades nuevas que van emergiendo a medida que avanza la investigación.

b) Notas de campo a posteriori

Como ya comentamos con anterioridad, en nuestra investigación la observación participante se desarrolló en diferentes momentos a lo largo del proceso empírico, con diferentes objetivos, con mayor o menor implicación sobre la acción práctica, con enfoques y alcances desiguales y con una sistematización en el registro de información variada. A este efecto, se llevaron a cabo tres observaciones más con una codificación previa estructurada en base a los elementos que configuran el objeto de estudio, esta, ayudó a registrar la información esperada.

La grabación en video de todas las sesiones de las SD implicó tener en cuenta diferentes aspectos técnicos. La ubicación de la cámara varió en función de las necesidades del

momento. En las actividades que se realizaban en el aula la cámara permaneció en un punto fijo para captar a todo el grupo-clase o recoger el trabajo de un grupo concreto. Puntualmente, se acercaba la cámara a grupos o alumnas, con el fin de recoger mejor sus impresiones, acciones o trabajos. Por el contrario, en las sesiones desarrolladas en el patio, gimnasio o sala de psicomotricidad se grabaron aquellas acciones donde la profesora-investigadora se acercaba a ofrecer apoyo o las que permitían reconocer el proceso de trabajo llevado a cabo por un grupo o por alguna alumna.

Todo el proceso de recogida de datos a posteriori a la intervención se realizó a través de tres acciones de observación, definidas con anterioridad como observación 2, 3 y 4:

- Observación 2 (en adelante O2). Su objetivo fue reconocer las diferentes formas de organizar la actividad conjunta desplegada tanto por la profesora como por las estudiantes a lo largo de las SD. Dicho análisis resultó imprescindible para delimitar las interacciones del alumnado con la profesora, del alumnado entre sí y de ambos con el medio físico representado por el contexto de la EF. De este modo, durante la acción práctica se pudieron identificar las situaciones de E-A generadas para resolver la S-P. También se extrajeron las características fundamentales que describían cada situación de E-A, así como su función instruccional. El instrumento para llevar a cabo dicho registro fueron las notas de campo. Este, nos permitió en un principio, acotar la visión a unas situaciones de E-A previstas en el diseño del objeto de estudio. Pero analiza la información, se fueron descubriendo, precisando y definiendo con exactitud los elementos del comportamiento y de la interacción de los individuos en las circunstancias cotidianas propuestas. Toda esta información facilitó la realización de un segundo proceso de observación, la observación 3.
- Observación 3 (en adelante O3). Se tomaron como punto de partida para la recogida de datos las situaciones de la E-A, es decir, la actividad discursiva y no discursiva generada por las participantes. Esta observación, recopiló información clara y efectiva de las acciones en donde el alumnado estuviera implementando habilidades matemáticas a través del desempeño de

estrategias cognitivas, motrices, volitivas y cooperativas, y por las cuales se estuvieran desarrollando procesos de construcción de conocimiento en relación a la CMa. El instrumento utilizado para seleccionar dicha información, también fueron las notas de campo. Gracias a ellas se pudo, igual que en la O2, identificar, precisar y describir con exactitud las acciones puestas en juego por el alumnado durante la práctica por las cuales se desarrollarán procesos de construcción de conocimiento entorno a habilidades matemáticas competenciales.

- Observación 4 (en adelante O4). Esta observación coincidió con la evaluación del aprendizaje del alumnado de cada una de las SD. Así que, el registro de datos se realizó a través de la rúbrica elaborada para llevar a cabo la evaluación didáctica. En ella se cuantificó el nivel de desempeño de la CMa puesto en juego por el grupo-clase en la resolución las S-P, quedando reflejadas sus habilidades matemáticas como grupo.

Atendiendo a los instrumentos que se derivan de esta modalidad de observación, se decidió utilizar las notas de campo para registrar toda la información por la versatilidad que suponía sobre las características de la investigación y sobre el objeto de estudio. Para su elaboración nos servimos de dos estrategias diferentes pero complementarias, la empírica, inductiva y la racional, deductiva.

La estrategia inductiva consistió en elaborar una lista general de los rasgos o aspectos más significativos que se desprendían de: el proceso didáctico; las notas de campo *in situ*; y los datos procedentes de las fuentes bibliográficas. Posteriormente, y de forma deductiva y a través de la información obtenida en el proceso de observación, el sistema abierto de categorías creado se fue modificando y adaptando a realidad de nuestro estudio, identificando finalmente, un listado de nuestras propias variables.

A continuación, se muestran las tablas que estructuraron las diferentes notas de campo referentes a la O2, O3 y O4.

La tabla 41 muestra los elementos sobre los que se recogió información de la O2. En ella se pueden ver las formas iniciales sobre las que se intentó reconocer la organización de la actividad conjunta. Es decir, las acciones de interacción que generaban situaciones de E-A de desarrollo individual y las acciones sociales que generaban situaciones de E-A grupales. Todas ellas estaban inicialmente establecidas en el diseño de cada S-P y el formato de sus actividades.

Tabla 41. Elementos que estructuran la información recogida respecto a la organización de la acción conjunta y las formas de interaccionar. O2.

Notas de campo - Observación 2 (NC-O2)
<p>Situaciones de enseñanza-aprendizaje: Individuales (Tipos; Características; Objetivos instruccionales)</p> <p style="padding-left: 40px;">De ejecución individual</p>
<p>Situaciones de enseñanza-aprendizaje: Grupales (Tipos; Características; Objetivos instruccionales)</p> <p style="padding-left: 40px;">De presentación de la S-P</p> <p style="padding-left: 40px;">De presentación de actividades</p> <p style="padding-left: 40px;">De elaboración grupal</p> <p style="padding-left: 40px;">De ejecución grupal</p> <p style="padding-left: 40px;">De juego</p>

Por otro lado, en la tabla 42 se describe la estructura que ayudó a tomar los datos sobre los procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMA, utilizada en la O3. Al transcribir los registros del video al formato textual se combinó la descripción de las acciones realizadas por el alumnado o la profesora con la transcripción de las producciones verbales en determinados hechos puntuales. Por tanto, en el texto de los diferentes documentos se puede distinguir la descripción de la transcripción por la utilización de diferentes estilos de letra. La descripción se hace con el mismo estilo utilizado en todo el texto, mientras que la transcripción textual de las conversaciones tiene el estilo de cursiva y entrecorillado, además, está precedido por el nombre de la alumna (las iniciales) que realiza el comentario.

Tabla 42. Elementos que estructuran la observación de la construcción de conocimiento. O3.

Notas de campo - Observación 3 (NC-O3_S-P_x) Procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMa			
CASO _x	Curso 4º _x	S-P: _x	
ESTRATEGIAS			
Cognitivas	Motrices	Volitivas	Cooperativas
1. De Familiarización	1. Introyectivas	1. De atención	1. De exploración y regulación
Sesión: SiE-A:	Sesión: SiE-A:	Sesión: SiE-A:	Sesión: SiE-A:
2. De ejecución	2. Extensivas	2. De motivación	2. De negociación
Sesión: SiE-A:	Sesión: SiE-A:	Sesión: SiE-A:	Sesión: SiE-A:
3. De asimilación	3. Proyectivas	3. De participación	3. De construcción
Sesión: SiE-A:	Sesión: SiE-A:	4. De autonomía	4. De ayuda a la atribución de sentido
		Sesión: SiE-A:	Sesión: SiE-A:

A continuación, en la tabla 43, se muestra una parte de la rúbrica utilizada en la O4²¹. Gracias a este instrumento pudimos reconocer el aprendizaje del grupo-clase, ya que nos permitió percibir el nivel de CMa desempeñado por el alumnado durante el proceso de resolución de cada S-P.

²¹ Como es el mismo instrumento que la rúbrica utilizada para la evaluación del alumnado se puede ver íntegra en la tabla 34.

Conviene aclarar, que categorizaremos el nivel con que el alumnado desempeñó cada tarea, reconociendo y registrando el descriptor que definía el patrón de conducta o la acción, según el nivel de complejidad, dominio o acierto con el que se ponía en juego (Burgués & Sarramona, 2013; OCDE, 2003b; Rico, 2006). Esto nos permitió establecer los niveles de competencia del alumnado en cada S-P. El grado de dificultad en el desempeño de cada descriptor se estableció en una escala de tres niveles: el nivel 3, o alto, en que se desarrollan las acciones con eficacia y dominio; el nivel 2, o medio, en el que las tareas se desarrollan de forma acertada y correcta, pero poco concreta; y el nivel 1, o bajo, en donde las acciones se desarrollan de forma poco ajustada a las necesidades de la situación, sin acierto o de forma incorrecta.

Tabla 43. Rúbrica para valorar el nivel de desempeño de las dimensiones de la CMa. O4.

Dimensiones	Descriptorios (Indicadores de logro)
Pensar y razonar matemáticamente	1.1. Explica ideas para avanzar en la solución de la S-P 1.2. Expresa argumentos matemáticos para justificar acciones
Modelización y resolución de problema	2.1. Identifica aspectos que relacionan la situación real propuesta con las matemáticas 2.2. Identifica y relaciona las variables de la situación que marquen los pasos para dar con la solución 2.3. Usa un modelo matemático (ensayo-error; deducción) 2.4. Utiliza conceptos y procedimientos matemáticos para resolver las tareas que permiten avanzar en la resolución del problema 2.5. Analiza los resultados 2.6. Aporta soluciones al problema ajustadas al planteamiento 2.7. Presenta el resultado del trabajo
Comunicar y representar ideas matemáticas mediante el lenguaje simbólico, formal y técnico	3.1. Expresa ideas, procedimientos matemáticos 3.2. Usa el lenguaje formal y simbólico

Valorando la importancia que tiene para el estudio la recogida de información a través de la observación, a continuación, en la tabla 44, se describen las decisiones y acciones realizadas para llevarla a cabo. Gracias a ello, se hace visible el rigor en la planificación de la observación. Siguiendo los criterios metodológicos marcados por Anguera (1988) nuestro diseño observacional queda definido de la siguiente manera:

Tabla 44. Criterios para la planificación de la observación 2, 3 y 4

PLANIFICACIÓN DE LA OBSERVACIÓN 2, 3 Y 4
Instrumento: Notas de campo 1, 2 y 4
<p>1. Objetos de la observación:</p> <ul style="list-style-type: none"> - O2. Reconocer y constatar las diferentes formas de interactuar para organizar la actividad conjunta durante el proceso de resolución de la S-P y por las cuales se generan situaciones de E-A. - O3. Constatar los procesos de construcción colaborativa del conocimiento entorno a habilidades matemáticas competenciales. - O4. Reconocer el aprendizaje del grupo valorando el nivel de desempeño de las habilidades de la CMA. <p>2. Criterio de observabilidad. Se desarrollará una observación indirecta a través del visionado de las diferentes filmaciones.</p> <p>3. Contenido de la conducta a observar. Se observarán y describirán las conductas verbales, tanto los contenidos del mensaje como su finalidad; las conductas espaciales, la interacción dinámica o estática respecto al grupo-clase o hacia el grupo de trabajo; las conductas vocales, su finalidad de la conducta o su interacción; y las conductas no verbales, las acciones motrices, las manipulativas, las expresiones con el cuerpo o la cara, etc.</p> <p>4. Requisitos de la observación. Se observarán todas las sesiones registradas de las diferentes clases de cada SD seleccionada. De cada sesión, a criterio del observador-investigador, se seleccionarán aquellos pasajes más representativos y significativos con respecto al objetivo de la observación.</p> <p>5. Implicación del observador. La observación de las sesiones se realizará a posteriori gracias al registro audiovisual de las sesiones, por tanto, esta observación no deja de ser participante.</p> <p>6. Unidades de conducta. Estas quedan definidas con los elementos a observar y analizar de las tablas anteriores. Estos elementos son formas de organizar la acción conjunta o conductas que se concretan con elementos específicos que las describen según la acción.</p> <p>7. Formación y entrenamiento de los observadores. La observación se realizará por la profesora-investigadora, su formación y entrenamiento se remonta al desarrollo y el análisis del estudio piloto, que sirvió para valorar los posibles focos de observación durante la acción y a posteriori, facilitando así, la toma de datos y análisis en el estudio definitivo.</p> <p>8. Parámetros de registro. Como el nivel de sistematización varía en los tres registros, podemos decir que en la O2 el parámetro de registro será la descripción de su repercusión formativa. En la O3, se ceñirá a la descripción de las acciones desarrolladas por el alumnado y por la que se contempla el desarrollo de procesos de construcción de conocimiento. Por su parte, en la O4 los parámetros de registro serán: categorizar el nivel con que el alumnado desempeña de cada tarea, registrando que dimensión que describe el patrón de conducta y el nivel de complejidad o dominio con el que lo pone en juego (nivel 3: con eficacia y dominio; nivel 2: con corrección, pero poco concreto; nivel 1: desajustado, o incorrecto)</p> <p>9. Muestreo observacional. Se observarán la ocurrencia de las conductas indicadas en las notas de campo creadas.</p>

d) Notas de campo complementarias

Las notas de campo se completaron con el registro de información proveniente de las aportaciones esporádicas que surgían del alumnado, del resto de profesoras del centro, o de los acuerdos con el equipo directivo del centro. Se anotaron aquellos aspectos que hacían referencia al proyecto didáctico, a las características de la interacción o actitud de las alumnas o el proceso de E-A. A estas notas las hemos denominaremos notas de campo complementarias. Y se fueron incluyendo de forma circunstancial, ya que se

estimó que, en algún momento del estudio, podrían complementar, o incluso contextualizar, alguno de los hechos constatados por otros instrumentos.

Como conclusión, decir que este instrumento tiene un carácter inductivo al haberse empleado con fines eminentemente descriptivos. Además, al margen de contribuir en la adecuación del RD durante el proyecto, posibilitó ampliar la información obtenida con el resto de instrumentos facilitando así, el proceso de triangulación de los resultados.

6.4.2.3. Entrevistas semiestructuradas e informales

La entrevista es la estrategia directa de obtención de datos más utilizada en la investigación social. Su característica principal es la de facilitar, a través de las preguntas y los comentarios del entrevistador, la interacción con su interlocutor. Gracias a esta interacción, el entrevistado expresa sus creencias, pensamientos y opiniones con respecto a un hecho o fenómeno, mientras que el entrevistador obtiene información relevante con respecto al objeto de estudio y a los objetivos de la investigación. De esta forma, es posible acceder a aquellos aspectos de la realidad difíciles o imposibles de observar desde la acción directa del investigador (Rincón, 1995). Es por ello, que las entrevistas que hemos realizado pueden considerarse como una técnica complementaria a la observación de la acción didáctica.

En la literatura especializada se suele identificar dos tipos de entrevista: la entrevista estructurada y la entrevista no estructurada (Taylor & Bogdan, 1992). Focalizamos el interés por la entrevista no estructurada cara a cara, ya que es el instrumento que mejor se adapta a los intereses de la investigación por diferentes razones.

La entrevista no estructurada presenta una secuencia de preguntas flexibles y dinámicas, en la que la espontaneidad de la conversación permite al investigador plantear, sobre la marcha, otras preguntas abiertas, y al entrevistado le permiten construir las respuestas de forma libre. Taylor y Bogdan (1992, pp. 101-104) apuntan que este tipo de entrevistas “siguen el modelo de una conversación entre iguales”. En este sentido, nuestra principal ventaja será facilitar la adaptación a las necesidades de la

investigación y de los sujetos entrevistados. Nos interesa dirigir la atención de la entrevista sobre los acontecimientos y las actividades, por tanto, nuestras entrevistadas actuarán como informantes con el propósito de describir lo que sucede en el aula, al mismo tiempo que expresan libremente sus puntos de vista.

Como comentamos en puntos anteriores, las personas entrevistadas son las profesoras que impartieron la materia de Matemáticas y las alumnas de los tres grupos-clase.

Hemos desarrollado tres tipos de entrevista, dado que la obtención de información en cada una de ellas tenía objetivos diferentes en el marco general de la investigación:

- Entrevista a las profesoras de Matemáticas que impartieron clase en el curso anterior a la intervención, 3º de Primaria (ver tabla 45). Su objetivo fue recabar información sobre: las características de los grupos en relación al nivel académico en matemáticas; su actitud hacia la materia; las peculiaridades específicas de alguna alumna; el trabajo de las matemáticas desde la vertiente práctica y aplicada; y su experiencia con las metodologías cooperativas. Todas ellas fueron registradas en audio para su análisis posterior.
- Entrevista a las profesoras de Matemáticas que impartieron clase en 4º (ver tabla 46). Su objetivo era recabar información sobre varios aspectos: las características generales del grupo en la materia; los cambios de actitud significativos hacia la asignatura durante el curso; el uso de conceptos o procedimientos con un grado de dominio superior al trabajado en el aula; y las posibles conexiones realizadas por las alumnas entre lo trabajado en la clase de Matemáticas y lo realizado en las SD. Por otra parte, también nos interesaba conocer su opinión sobre el proyecto *Acti-Mates*. Por ello, les pedimos, como especialistas y expertas en la asignatura, que valoraran el RD. Se registraron en audio y se transcribieron a Word para incluirlas como notas de campo y poderlas analizar durante la interpretación y exposición de los resultados.
- Entrevista informal a las alumnas (ver tabla 48). Se realizaron al finalizar cada SD o S-P trabajada, y en junio, una vez terminar todo el proyecto. El objetivo

principal era reconocer la percepción y valoración del alumnado sobre el planteamiento de la S-P, las actividades, sus aprendizajes, vivencias y emociones. A diferencia de las otras dos entrevistas, estas eran grabadas en vídeo con la intención de recoger sus percepciones a través de una dinámica general con todo el grupo-clase. La transcripción de las aportaciones se hizo a Word y se incluyeron como notas de campo para ser analizadas de forma global con el resto de documentos.

Heinemann (2008) apunta que las entrevistas de este tipo se desarrollan en base a un guión previo que durante la conversación puede adaptarse. Por lo que en las siguientes tablas aportamos los guiones utilizados en cada una de las entrevistas descritas.

Debemos apuntar que el desarrollo de las diferentes entrevistas transcurrió en el mismo orden que muestran los guiones. Por tanto, consideramos que fue más un recordatorio de aspectos a tratar que una guía fija a seguir, salvo con la profesora de 4º C. Con esta profesora la conversación derivó hacia temas mucho más profundos, en relación con: la metodología que se debería utilizar para enseñar las matemáticas en Primaria; las dificultades que venían marcadas por las programaciones o por las características del alumnado; la importancia de la parte vivencial para el desarrollo competencia; la conformación del aprendizaje de las matemáticas en las alumnas, etc.

Tabla 45. Guión de entrevista informal dirigido a las profesoras de Matemáticas de 3º

Nombre de la profesora:	Curso de 3º al que impartió clase:	Fecha:
<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Características del grupo: "Clase de Matemáticas de 3º". - Nivel general de las alumnas en matemáticas. <ul style="list-style-type: none"> Razonamiento, lógica. Cálculo, medidas, etc. - Niñas con dificultades y niñas a destacar. - Actitud del grupo hacia la asignatura. - Valoración a nivel social, cohesión, convivencia, trabajo en grupo...etc. <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Metodologías trabajadas desde el área: Trabajo individual/Cooperativo/Colaborativo; Ejercicios; Problemas; Etc. <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Propuestas, consejos... 		

Tabla 46. Guión de entrevista informal dirigido a las profesoras de Matemáticas de 4º

Entrevista Profesora de Matemáticas (EPM-tutora)		
Nombre de la profesora:	Curso de 4º al que impartió clase:	Fecha:
<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Características del grupo “Clase de Matemáticas de 4º”. - Nivel general de las alumnas en matemáticas. Razonamiento, lógica. Cálculo, medidas, etc. - Niñas con dificultades y niñas a destacar. - Actitud del grupo hacia la asignatura. - Valoración a nivel social, cohesión, convivencia, trabajo en grupo durante las clases...etc. <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Metodologías trabajadas desde el área: Trabajo individual/Cooperativo/Colaborativo; Ejercicios; Problemas; Etc. <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Las alumnas durante el curso..... ¿Te han hablado o comentado cosas que habían hecho o trabajado en los proyectos? ¿En algún momento han hecho reflexiones relacionando contenido de mates con lo trabajado en los proyectos? ¿Has notado que, en el trabajo de algún contenido, procedimiento, habilidad, técnica, las alumnas tenían cierto dominio que te haya sorprendido...o que puedas relacionar con lo trabajado en los proyectos? ¿Has notados cambios de interés o motivación en el trabajo de algún contenido específico, por parte de las alumnas o en algunas alumnas, y que pueda ser debido a que ya lo habían trabajado antes en los proyectos? <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Respecto a lo que conoces del proyecto, ¿me podrías dar tu opinión como profesora de Matemáticas? 		

Para complementar esta información, en la tabla 47 se describe la planificación que se llevó a cabo para desarrollar las entrevistas semiestructuradas cara a cara. Dicha planificación siguió los criterios propuestos por Rincón (1995).

Tabla 47. Planificación de la entrevista semiestructurada a las maestras de Matemáticas

PLANIFICACIÓN DE LAS ENTREVISTAS
Instrumento: entrevista semiestructurada
<ol style="list-style-type: none"> 1. Persona entrevistada: maestras de Matemáticas, la asignatura y las que realizan un taller de geometría en inglés. 2. Objeto de la entrevista: Se tienen dos objetivos: obtener información sobre las características de los grupos de alumnas a las que se les aplicaría la intervención del estudio, y conocer su opinión respecto al proyecto realizado y la evolución formativa de sus alumnas. 3. Muestreo de la persona a entrevistar: por criterios de conveniencia el muestreo fue opinático, ya que estas profesoras podían ofrecer información como expertas en el tema a tratar. 4. Desarrollo de la entrevista. Sobre la directividad, en nuestro caso podemos decir que la entrevistadora dirigirá la conversación con un carácter flexible; se propondrán las preguntas o temas a tratar, pero siempre ofreciendo cierta libertad de respuesta o de contenidos a la entrevistada. 5. Desarrollo de la entrevista. Duración y escenario: La duración de las entrevistas no está marcada dependerá del nivel de implicación de la profesora. Todas se realizarán en un aula de 4º de Primaria. 6. Desarrollo de la entrevista. Número de entrevistas: cada entrevista se realizará en una sola sesión. En total se tenían previsto realizar 9. Pero como una profesora repetía materia en dos clases, en concreto la que hacía geometría en inglés. Se realizaron 8.

Tabla 48. Guión de entrevista informal dirigido a las alumnas

Entrevista Alumnas (Caso x. EA_S-Px)		
CASO:	Fecha:	S-P:
<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Qué os aparecido el proyecto? - ¿Qué os ha gustado más? - ¿Qué cosas no os han gustado? - ¿Qué habéis aprendido? 		

En consonancia con la propuesta de Rincón (1995), la tabla siguiente recoge los aspectos que tenidos en cuenta en la planificación de las entrevistas informales con las alumnas.

Tabla 49. Planificación de las entrevistas informales con las alumnas

PLANIFICACIÓN DE LAS ENTREVISTAS
Instrumento: entrevista informal
<ol style="list-style-type: none"> 1. Persona entrevistada: las alumnas de las tres clases de 4º de Primaria. 2. Objeto de la entrevista: obtener las percepciones de las alumnas sobre cada proyecto o S-P (cada SD), el gusto por las actividades o el proyecto en general en el caso de la entrevista final, así como la valoración sobre lo aprendido. 3. Muestreo de la persona a entrevistar: por criterios de conveniencia el muestreo fue opinático, ya que las alumnas eran las protagonistas de la información que se desearía extraer. 4. Desarrollo de la entrevista. Sobre la directividad, en este caso, como en las otras entrevistas, la entrevistadora dirige la conversación con un carácter flexible, proponiendo las preguntas o temas a tratar, pero siempre ofreciendo cierta libertad de respuesta o de contenidos a las alumnas. 5. Desarrollo de la entrevista. La duración de las entrevistas oscilará entre los 10 min a los 20 min, dependiendo del nivel de aportación de cada alumna. Todas se realizarán en las aulas de cada clase de 4º de Primaria. 6. Desarrollo de la entrevista. Se realizaron tantas entrevistas informales como SD desarrolladas. Y una vez finalizada toda la intervención del estudio, se realizó una última entrevista informal a cada clase para reconocer la percepción de cada alumna hacia el proyecto en general. En total se tendrán en cuenta en el estudio nueve entrevistas informales, seis respecto a las SD desarrolladas y tres de valoración de todo el proyecto.

6.4.2.4. Cuestionarios

El cuestionario²² es un instrumento de investigación muy utilizado en el campo de las ciencias sociales y la investigación educativa. Es fácil de administrar, así que los educadores lo utilizan en gran medida para averiguar hechos relacionados con las

²² En los anexos 8 y 9 se recogen los modelos de los CuI y CuF

condiciones y prácticas que se realizan, las actitudes y opiniones del alumnado. Al respecto, Cohen y Manion (1990, p. 131) especifican que los cuestionarios reúnen los datos en un momento dado con la intención de: 1) describir la naturaleza de las condiciones existentes; 2) identificar las normas o patrones con los que se puedan compararlas condiciones existentes; o 3) determinar las relaciones que existen entre acontecimientos específicos. En este desglose de conceptualizaciones, podemos valorar su idoneidad para describir las características de un grupo que, en nuestro caso, se limitó, a recoger información sobre: 1) las preferencias respecto a las diferentes materias escolares; 2) los cambios de percepción sobre las conexiones entre las matemáticas y la EF una vez finalizada la intervención; y 3) saber la opinión espontánea sobre las matemáticas.

La presentación a los sujetos de las preguntas planteadas pueden constituir la única manera de obtener los datos necesarios para confirmar o refutar una hipótesis (Van Dalen & Meyer, 1996). En base a la literatura, el tipo de cuestionario que hemos utilizado por ser el que mejor se adapta a las características de la nuestro estudio es la encuesta en grupo (Heinemann, 2008).

En nuestra investigación, el cuestionario va dirigido al alumnado que conforma cada grupo-clase. Aunque se pasaron dos cuestionarios, uno inicial (realizado el primer día antes de empezar la intervención didáctica) y otro final (realizado en la última sesión, una vez finalizado el proyecto didáctico) su contenido fue exactamente el mismo. Las preguntas que tuvieron que contestar eran iguales en ambos cuestionarios. La diferencia estaba en pequeños detalles sin importancia del diseño. La finalidad de estas encuestas era confirmar ciertos cambios de percepción en el alumnado (de representación de ideas) una vez finalizada la intervención didáctica. Por tanto, los datos recogidos debían permitir identificar evidencias para valorar si la mejora se había dado y si los objetivos educativos y una parte de los de la investigación se habían alcanzado satisfactoriamente, ya que según Latorre:

Los datos no son lo mismo que las evidencias. Los datos contienen pruebas o evidencias sobre las acciones que el investigador puede utilizar como particular interpretación y explicación de la acción (Latorre, 2003, p. 50).

Siendo así, las evidencias son un elemento crucial para la investigación ya que permiten decidir finalmente si las explicaciones pueden ser consideradas válidas o no. En este caso, para evocar dicha información tendremos los resultados comparados de las encuestas Cul y CuF. Es conveniente aclarar aquí, que tanto en el Cul y como en el CuF se realizaron una serie de preguntas que posteriormente consideramos poco significativas para dar respuesta al objeto de estudio, ya que aportan una información irrelevante. En cambio, creímos muy interesante recuperar y analizar una pregunta del cuestionario que se relacionaba de forma directa con la dimensión del objeto de estudio resultados de aprendizaje y con el objetivo número cuatro de la investigación²³. A través de esta pregunta podremos reconocer la percepción que tienen del alumnado antes de comenzar la intervención y una vez realizado el recurso educativo sobre los vínculos existentes entre la EF y las matemáticas. Los resultados nos mostrarán la transformación de sus pensamientos y, por tanto, de sus representaciones cognitivas promovidas desde el programa educativo. En la tabla 50 se puede comprobar la pregunta que hemos incorporado a la investigación.

Tabla 50. Pregunta relevante para el estudio, extraída del Cul/CuF

Pregunta del Cuestionario inicial/final	
- ¿Crees que las matemáticas se utilizan en el deporte, en los juegos o en las actividades de la clase de Educación Física?	
Sí, mucho, siempre <input type="checkbox"/>	Sí, casi siempre o a menudo <input type="checkbox"/>
Sí, muy poco <input type="checkbox"/>	No, nada <input type="checkbox"/>

Para elaborar los cuestionarios seguimos la propuesta teórica de Van Dalen y Meyer (1996). En la tabla 51 se pueden observar los elementos que se tuvieron en cuenta para la planificación de este instrumento.

²³ Objetivo 4. Reconocer los aprendizajes adquiridos a través del RD de la EF en relación a la CMa.

Tabla 51. Planificación de los cuestionarios a las alumnas

PLANIFICACIÓN DE LOS CUESTIONARIOS
Instrumento: cuestionario inicial y final
<p>1. Decidir qué información se quería obtener con las preguntas del cuestionario. En este sentido nos marcamos cuatro objetivos: reconocer las preferencias del alumnado hacia las asignaturas, reconocer sus preferencias en relación a los contenidos matemáticos, reconocer sus ideas previas (y finales) en relación a los vínculos entre las matemáticas y la EF y tener una opinión espontánea y general sobre las matemáticas.</p> <p>2. Decidir el tipo de preguntas. Se definieron siete preguntas cerradas, doce gráficas, con dibujos que marcaban tres niveles de agrado (mucho, normal y poco); o también (Sí mucho siempre, Sí casi siempre o a menudo, sí muy poco, no nada); y una abierta, donde el alumnado podía exponer su respuesta de manera libre y espontánea.</p> <p>3. Redactar y diseñar el cuestionario de una manera clara y sencilla para que pudiera ser comprensible, rápido y directo. Con este fin se elaboraron preguntas cortas y concisas, con un lenguaje adaptado a la edad. Y las respuestas se formularon de forma directa, sencilla y gráficas, para estimular el interés en la cumplimentación.</p>

6.4.3. Temporalización de la recogida de información

El procedimiento que se llevó a cabo para obtener información se desarrolló en varias fases a lo largo del estudio. Siguiendo la propuesta de Martínez-Bonafé (en Pérez, 1994) en la tabla 52 se describen las estrategias y los instrumentos utilizados para cada una de estas fases.

Tabla 52. Fases, procedimientos e instrumentos del proceso de recogida de información

1ª FASE PRE-ACTIVA. INFORMACIÓN RECOGIDA PREVIA A LA INTERVENCIÓN
Se desarrollaron los procedimientos de extracción de información que ayudaron a definir la totalidad del contexto de la investigación
<ul style="list-style-type: none"> - Revisión de los resultados del proyecto piloto implementado en el curso 2012-2013. Se analizó y valoró: la programación didáctica: su significatividad formativa, ámbitos, objetivos, contenidos y actividades; las notas de campo desarrolladas después de cada sesión; y la valoración del profesorado de Matemáticas sobre a si los contenidos matemáticos utilizados en la resolución de la S-P eran adecuados para el nivel de 4º de Primaria. Todo este análisis facilitó la adaptación del RD definitivo, consolidando las SD de la intervención del estudio. - Entrevista a diferentes profesoras de Matemáticas de 4º de Primaria, ESO y ciclos formativos, para tener una visión hecha por expertos de la adecuación del RD. Valoraron la pertinencia de los contenidos que el alumnado pondría en juego en el proceso de resolución de las diferentes S-P. Dieron su opinión sobre el planteamiento metodológico de las S-P, aportando su parecer en cuanto a si dicho formato, podría impulsar el desarrollo de la CMa. Las ideas generales y más relevantes extraídas en estas conversaciones fueron registradas en las notas de campo. - Se registró lo pactado con el equipo directivo del centro: predisposición de continuar con el proyecto; readaptación de horarios; y petición de buscar cierta implicación del profesorado de Matemáticas del curso. - Entrevista con las profesoras de Matemáticas y tutoras de 3º de Primaria, curso anterior al propuesto para la intervención. Estas nos dieron la información necesaria para tener una valoración inicial de las características del curso a nivel general y académico, en relación al área de Matemáticas. - Cuestionario inicial dirigido a las alumnas.

2ª FASE INTERACTIVA. INFORMACIÓN RECOGIDA DURANTE EL DESARROLLO DE LA INTERVENCIÓN
Las estrategias que se dieron fueron interactivas en la medida que se desarrollaron durante la acción pedagógica o una vez finalizada, ya sea las sesiones o la S-P
<ul style="list-style-type: none"> - Recogida en vídeo de las sesiones que desarrollaban las diferentes S-P, captando las actividades tanto discursivas como no discursivas entre profesora y estudiantes, y entre estudiantes. Estas grabaciones resultaron esenciales para llevar a término con posterioridad la observación y el análisis de la O2, O3 y O4. - Registro de las notas de campo. Al finalizar cada sesión se realizó una descripción clara y breve de hechos, comportamientos o comentarios relevantes. - Entrevista informal con las alumnas para reconocer su percepción y valoración e sobre el desarrollo de la S-P una vez finalizada. Todas fueron filmadas en vídeo. - Observación de los vídeos para analizar y recoger información sobre la dimensión <i>Acción didáctica</i>, en concreto sobre la variable <i>Situaciones de E-A</i>.
3ª FASE POST-ACTIVA. INFORMACIÓN RECOGIDA AL FINALIZAR LA INTERVENCIÓN
Una vez terminada la intervención del estudio se procedió a recabar información a través de diferentes procedimientos
<ul style="list-style-type: none"> - Entrevista informal con las alumnas para reconocer sus valoraciones e impresiones sobre la totalidad del proyecto <i>Acti-Mates</i> y sobre su finalidad formativa. - Cuestionario final dirigido al alumnado. - Entrevistas con las diferentes profesoras de Matemáticas que impartieron clase en los tres 4º de Primaria. - Recogida de las impresiones esporádicas del equipo directivo y del resto del profesorado. - Se llevaron a cabo las O2, O3 y O4 ampliando las notas de campo a través del visionado de los videos. - Recogida esporádica de percepciones y valoraciones sobre el proyecto por parte del equipo directivo, el profesorado del centro u alumnas ex participantes del proyecto o las nuevas participantes. - Transcribir las entrevistas de las profesoras y de las alumnas para registrarlas como un documento Word e incluirlas como notas de campo. - Extraer y organizar la información de la O4 en el programa Excel y analizar los resultados de las rúbricas de las SD seleccionadas para cada caso. Realizar un análisis descriptivo que será tenido en cuenta como un documento dentro de las notas de campo. - Extraer los datos de los CuI y CuF a través del programa Excel para analizar los resultados, comparando los cambios de percepción del alumnado en cuanto a las conexiones y vínculos entre los contenidos matemáticos y los diferentes contenidos de la EF y los cambios de pensamiento significativos sobre las matemáticas.

Hemos pensado que para facilitar el seguimiento y la identificación de los procedimientos de investigación así como de los instrumentos de cada registro durante la exposición del proceso de análisis y en el punto de la presentación de los resultados era necesario asignar a cada uno de ellos, un código o abreviatura. La tabla 53 las recoge en su totalidad.

Tabla 53. Códigos asignados a los instrumentos y procedimientos de la investigación

Instrumentos y procedimientos de la investigación	Código
Notas de campo	NC
Observación 1	O1
Observación 2	O2
Observación 3	O3
Observación 4	O4
Rúbrica	Rb
Notas de campo complementarias	NCC
Entrevista a profesoras de Matemáticas tutoras y profesoras de inglés	EPM
Entrevista a las alumnas	EA
Cuestionario inicial	CuI
Cuestionario final	CuF

6.4.4. Relación entre las técnicas y los instrumentos de recogida de información y las dimensiones del estudio

El análisis de los datos obtenidos es una parte crucial de la investigación científica, ya que permite extraer conclusiones y emitir juicios sólidos que lleven a comprender mejor el objeto de estudio, y por extensión ayuden a validar los objetivos empíricos y la hipótesis de la investigación.

Con el fin de clarificar el seguimiento del proceso de análisis se ha elaborado una tabla relacionando las dimensiones del estudio con los instrumentos y las técnicas de investigación que aportan información sobre ellas. Se puede ver de forma íntegra en la tabla 54.

Con un simple vistazo a la tabla 54 podemos comprobar la gran variedad de datos procedentes de diferentes fuentes de información, esto nos permitirá realizar fácilmente la triangulación de evidencias y la convergencia de pruebas y resultados (Yin, 2014).

Tabla 54. Relación entre el objeto de estudio y las técnicas e instrumentos de recogida de información

Dimensiones del Estudio	Variables	Indicadores	Instrumentos y técnicas								
			NC				CuI CuF	EPM	EA	NCC	
			O1	O2	O3	O4					
I Contexto didáctico	a Contexto escolar	1. Facilitador diseño e implementación	X					X		X	
		2. Cooperativo	X					X		X	
	b Recurso didáctico de la EF	1. Programa didáctico	X		X	X				X	X
		2. Recurso educativo	X		X						
II Acción didáctica	a Situaciones de E-A	1. Individuales		X	X						
		2. Grupales	X	X	X						
		3. Mediadas por el contexto de EF	X		X					X	
		4. Mediadas por la profesora	X	X							
III Procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMa	a Estrategias cognitivas	1. De familiarización			X	X					
		2. De ejecución			X	X					
		3. De asimilación			X	X					
	b Estrategias motrices	1. Introyectivas			X	X					
		2. Extensivas			X	X					
		3. Proyectivas			X	X					
	C Estrategias volitivas	1. De atención	X		X	X				X	
		2. De motivación	X		X	X				X	
		3. De participación	X		X	X				X	
		4. De autonomía	X		X	X				X	
	d Estrategias cooperativas	1. De exploración y regulación	X		X	X		X			
		2. De negociación	X		X	X		X			
3. De construcción		X		X	X		X				
4. De ayuda a la atribución de sentido		X		X	X		X				
IV Resultados	a Aprendizaje	1. Nivel de desempeño de la CMa				X		X	X	X	
		2. Percepción de conexiones: EF-matemáticas					X		X	X	

6.5. Procedimiento para el análisis de datos

Hemos llevado a cabo el proceso de análisis tomado como referencia las bases teóricas del método de investigación del estudio casos. En ellas se determina que, una opción para su desarrollo es estructurarlo en base a la propuesta original que define el objeto de estudio. Ya que tanto los objetivos como las preguntas de investigación modelan el plan para la recopilación de los datos (Flick, 2004; Stake, 1998; Yin, 2014). Siguiendo dichas pautas, hemos concretado la reducción de la información y la obtención de los resultados a razón de nuestros objetivos y preguntas empíricas. Por ende, se han

generado cuatro niveles de análisis: a) en el nivel 1 se analiza el contexto didáctico; b) en el nivel 2 se analizan los procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMA; c) en el nivel 3 se analizan los mecanismos de ayuda ejercidos por la profesora; y d) en el nivel 4 se analizan los resultados de aprendizaje.

Ahora bien, para obtener significados relevantes hemos utilizado dos estrategias de análisis y dos técnicas de validación. Las estrategias implementadas fueron la suma de categorías y la interpretación directa de los datos (Stake, 1998). Con respecto a las técnicas de validación se implementaron la saturación y la triangulación de resultados²⁴ (Hopkins, 1989).

Los datos cualitativos de texto fueron el referente central para elaborar la exposición de los resultados. Además, se hizo un análisis secuencial del contenido de los registros observacionales relacionados con las rúbricas de evaluación y los cuestionarios inicial y final. Respecto a su interpretación se implementaron tres acciones que varían según el nivel y el objeto de análisis. Se interpretaron los contenidos de forma directa, se categorizó la información obtenida en base a unas unidades de análisis con el fin de estudiar la frecuencia de aparición o su distribución, o bien, se efectuó una combinación de ambas.

En el proceso de validación, cuyo objetivo fue incrementar la veracidad y la calidad de los resultados obtenidos, se llegaron a realizar tanto la comprobación repetida de la frecuencia de aparición o de distribución de una categoría, como la exposición de diferentes perspectivas de una realidad estudiada. Estas acciones enriquecerían y mejorarían la comprensión de los hechos. Y al contrastar la información con la triangulación de los datos procedentes de tres fuentes, profesora-investigadora, profesoras de Matemáticas y alumnas, dotamos de solidez el proceso de análisis y reforzamos los datos de las fuentes observacionales (Flick, 2004).

²⁴ La saturación es la comprobación de la frecuencia y distribución del fenómeno, es decir se comprueba repetidamente una categoría. La triangulación, es contrastar la información obtenida desde tres puntos de vista diferentes (Hopkins, 1989).

A continuación, explicaremos de forma detallada cada uno de los cuatro niveles de análisis definiendo el objeto de análisis, los instrumentos que se utilizaron y las estrategias y técnicas de cómo se llevó a término.

a) Nivel 1. El contexto didáctico

El primer objeto de análisis fue el ambiente pedagógico y organizativo de la escuela. En él, se trató de constatar y explicar los factores que desde el centro educativo facilitaron, obstaculizaron, impulsaron o limitaron el diseño y la implementación del RD. Se utilizaron las fuentes de información procedentes de los registros narrativos de las NCC, las EPM y las NC-O1. La estrategia empleada fue la interpretación directa de los resultados. Se buscaron en los registros diferentes fragmentos relevantes en relación a los contenidos de las variables del estudio.

El otro objeto de estudio de este nivel de análisis fue el RD. Aquí, tratamos de describir las evidencias que mostraban si los elementos curriculares planificados y el recurso educativo llegaron a ser pertinentes y significativos para el desarrollo la CMA. La información se recopiló de diferentes instrumentos: de las NC-O1, de las NC-O3; de las NC-O4, de las NCC y de las EA. En el análisis de cada elemento curricular se utilizaron distintas estrategias: 1) la interpretación directa de los datos buscando la información relativa al objeto de estudio; 2) la triangulación del significado de la información con ejemplos procedentes de diferentes instrumentos; y 3) la categorización de algunos datos con el fin de identificar y describir los aspectos fundamentales que mostraban la adecuación instruccional.

Este análisis nos ayudó a reconocer la pertinencia de los elementos del RD. Y gracias a él conseguimos identificar y definir las bases didácticas de un recurso educativo que, de forma interdisciplinar, favorece la adquisición de la CMA e impulsa la alfabetización matemática desde la EF. Al mismo tiempo detectamos los factores clave que favorecen la implementación del RD en la escuela.

b) Nivel 2. Los procesos de construcción de conocimiento

Los registros narrativos fueron la fuente de la extracción de datos en este nivel de análisis. De forma general, la finalidad de este segundo nivel ha sido identificar y describir los mecanismos de influencia educativa que operaron durante la interactividad y la acción motriz, y por los que se llegaron a desarrollar proceso de construcción de conocimiento en relación a la CMA desde las SD estudiadas. En este nivel existen tres objetos de análisis diferentes que han requerido instrumentos, estrategias y técnicas distintas. Seguidamente, presentaremos cada uno de forma detallada.

Con el primer objeto analizado se identificaron y describieron las diferentes maneras por las cuales se organizaba la actividad conjunta durante el desarrollo de las SD. Gracias a ello, se han podido aportar los elementos clave y las pautas para interpretar y reconocer la influencia de la interactividad en la instrucción, tanto entre el discente y el docente, como entre discentes, como entre el discente y el ámbito de la EF. Estos segmentos de interactividad se han denominado situaciones de E-A (en adelante, SiE-A) ya que desencadenan situaciones de instrucción educativa donde se promueve de forma vinculada procesos de enseñanza y de aprendizaje.

Para concretar, describir e interpretar los resultados en relación a las SiE-A generadas de forma sistemática en todos los casos, y desde todas las S-P, se realizaron cuatro acciones: 1) se registraron los segmentos de enseñanza y aprendizaje tipificados en el objeto de estudio. Por tanto, partimos de forma deductiva de seis SiE-A²⁵; 2) a través de un análisis más profundo se identificaron la repetición de patrones de actuación (quién hacía o decía qué, cuándo, cómo y con quién), sus unidades temáticas (de qué se hablaba o en torno a qué se actuaba) y sus funciones instruccionales; 3) se especificaron y definieron la totalidad de las formas de organizar la actividad conjunta (NC-O2); y 4) se aportaron fragmentos de ejemplo de las NC-O1 y las NC-O3 para ilustrar los hechos recabados y dar sentido y veracidad a las observaciones registradas (Stake, 1998; Taylor

²⁵ Unidades de análisis tipificadas en el objeto de estudio, SiE-A de presentación de la S-P, de presentación de actividades, de ejecución individual, de elaboración grupal, de ejecución grupal y de juego

& Bogdan, 1992). Los registros de la NC-O3 aportaban evidencias de cómo durante las SD se utilizaban estrategias de enseñanza y aprendizaje.

Este análisis aportó información sobre la función instruccional ejercida tanto por los dispositivos de influencia educativa generados durante la interacción como por los mecanismos de mediación planificados en las SD. Sus resultados nos permitieron reconocer el potencial educativo desencadenado desde la interacción del alumnado durante la acción práctica. Y gracias a ello, hemos podido aportar unas bases psicopedagógicas concretas que muestran las SiE-A que deben generarse durante la práctica de la EF para que el desarrollo y la adquisición de la CMa sea significativa.

Con el estudio de las situaciones analizadas se fueron detectando momentos de la actividad conjunta que vislumbraban mecanismos de construcción de conocimiento entorno a estrategias cognitivas, motrices, volitivas o cooperativas, relacionadas con elementos matemáticos.

De esta manera, el segundo objeto de análisis requirió de un estudio minucioso y profundo de la actividad discursiva y no discursiva focalizada en el discente. A nivel general hemos utilizado los registros narrativos procedentes de la NC-O3. Ahora bien, para dar respuesta a cada una de las preguntas empíricas se examinaron los significados concretos de las acciones por las cuales se podía estar construyendo el conocimiento de la CMa, en este caso, a través de estrategias cognitivas, motrices, cooperativas o volitivas. Para ello se desarrollaron diferentes acciones: 1) se interpretaron de forma directa los datos de la NC-O3 buscando la información relativa al objeto de estudio o, a las orientaciones didácticas y teóricas sobre el desarrollo y la adquisición de la CMa; 2) se categorizó la información de los registros observacionales de las NC-O3 con el objetivo de estudiar la frecuencia de aparición o su distribución durante las actividades de la S-P o, durante las fases de la SD; 3) se extrajeron los datos de las Rb para mostrar el número de acciones desarrolladas en el proceso de matematización vertical y el horizontal; y 4) con el fin de otorgar evidencias y solidez a los resultados se triangularon los datos mostrando cadenas de ejemplos de las NC-O1, de las NC-O3, de las EA y de las

EPM. Es decir, se aportó la percepción sobre el aprendizaje de los tres agentes implicados en la investigación (P, PM y A).

Este análisis resultó imprescindible para empezar a comprobar la influencia del contexto de la EF en el proceso de construcción del conocimiento. Gracias a él, llegamos a reconocer de forma explícita de qué manera se movilizaron y desempeñaron las habilidades matemáticas competenciales desde las S-P generadas en nuestro ámbito educativo. Con ello, hemos podido describir las bases cognitivas por las cuales se desencadenan procesos de construcción colaborativa del conocimiento en torno a la CMA desde nuestra asignatura.

Finalmente, el tercer objeto de análisis de este segundo nivel recae sobre la significatividad en el aprendizaje de la interacción con el medio físico. Es decir, la significatividad mediada por las S-P contextualizadas en el ámbito de la EF. Para su análisis se partió de los elementos clave categorizados en el objeto de estudio y se interpretaron de forma directa los datos de las NC-O3. Esta información específica la validamos con ejemplos que ilustraban hechos y afirmaciones procedentes de los registros de las NC-O3, de las EA y de las NC-O1.

Dicho análisis resultó relevante para reconocer el potencial instruccional del entorno y los contextos de la EF en relación a percibir la funcionalidad y el uso de los contenidos matemáticos, dar sentido al conocimiento matemático y dotar de significado al aprendizaje de las matemáticas.

c) Nivel 3. Los mecanismos de ayuda ejercidos por la profesora

En este tercer nivel de análisis el objeto de estudio se centró en reconocer e interpretar los mecanismos que la profesora desarrolló para estimular el proceso de aprendizaje del discente. La fuente principal de información fueron los registros observacionales de las NC-O2. A partir de ellos se categorizaron los elementos clave definidos en el objeto de estudio con el fin de valorar la frecuencia de aparición en las SiE-A generadas. Ahora bien,

para otorgar evidencias a dichos resultados se mostraron concadenas de ejemplos extraídas de las NC-O1.

Los resultados de este nivel de análisis nos aportaron información relevante sobre el tipo de ayuda ejercida por la profesora durante la acción práctica y su influencia en los procesos de aprendizaje del discente. Gracias a esto, hemos podido definir el papel que debe desempeñar el docente durante la implementación de nuestro recurso educativo.

d) Nivel 4. Los resultados de aprendizaje

Este cuarto nivel tenía dos propósitos de análisis. Por una parte, estudiar los resultados de aprendizaje según el nivel de desempeño puesto en juego por el alumnado durante el proceso de resolución de la S-P. Por otro, analizar el cambio de pensamiento en el discente sobre la relación existente entre la EF y las matemáticas. El objetivo era constatar y explicar los resultados de aprendizaje obtenidos por el alumnado durante y al finalizar el desarrollo del proyecto didáctico.

El primer propósito recayó sobre el nivel de desempeño de la CMa implementado por el alumnado. La fuente de datos principal de este nivel fueron los registros narrativos resultantes del análisis de las rúbricas de evaluación de las SD, documentados en las NC-O4. Las estrategias de análisis fueron: 1) la interpretación de los resultados de las rúbricas de evaluación; y 2) la contrastación y validación de los resultados del aprendizaje, con la percepción de las profesoras de Matemáticas respecto al conocimiento y la actitud de las alumnas y la conciencia del alumnado sobre su propio aprendizaje. Dichos datos se extrajeron de las EPM y de las EA.

En base a este análisis hemos podido reconocer que el discente durante la resolución de las S-P contextualizadas en ámbitos de la EF desarrolló y adquirió la CMa, ya que de forma generalizada puso en juego habilidades matemáticas competenciales en niveles de desempeño medios y altos. Certifican estos datos que el profesorado percibió un dominio de contenidos y un cambio de actitud en su asignatura. Desde la perspectiva del alumnado, reconocimos de forma directa la conciencia de lo aprendido al recoger

cómo verbalizaban los contenidos matemáticos específicos que había adquirido durante la SD.

El segundo propósito de análisis de este nivel fue el cambio de percepción. Su objetivo era reconocer si el RD provocó en el discente un cambio de idea sobre la relación existente entre la EF y las matemáticas. En este caso, hemos analizado los datos obtenidos en una pregunta del cuestionario inicial y final a través del programa Excel. Para su interpretación se utilizó una matriz comparativa entre las respuestas de cada alumna antes y después de la intervención del estudio.

Este análisis nos sirvió para reconocer en el alumnado un cambio de pensamiento a la hora de identificar los vínculos o las conexiones entre el ámbito de la EF y las matemáticas. A raíz de ello, podríamos afirmar que desde nuestro recurso educativo el discente es capaz de asimilar el valor funcional que tienen las matemáticas en los diferentes contextos de la EF.

Tal y como se ha expuesto anteriormente, este modelo de análisis se estableció en función de objetivos específicos y propósitos bien diferenciados para cada nivel. No obstante, los resultados se apoyarán y enriquecerán mutuamente con el fin de verificar el objetivo empírico y dar respuesta a la hipótesis de la investigación.

Antes de continuar con la presentación y discusión de los resultados presentaremos las medidas de credibilidad que se han tenido en cuenta en el diseño del estudio.

6.6. Medidas de credibilidad

Una de las fases del proceso de análisis de datos de cualquier investigación comporta la aportación de elementos que den credibilidad y rigor al estudio. Para ello se debe valorar la pertinencia de los instrumentos empleados y la calidad de los datos que se han obtenido. Por lo que toda investigación debe responder a unos criterios regulativos que garanticen el rigor metodológico y otorguen veracidad al proceso (Rincón, 1995).

En nuestro caso, tomaremos como referencia los criterios de rigor científico de la metodología de investigación cualitativa que especifican Latorre, Del Rincón y Arnal (1996) (ver tabla 55).

Tabla 55. Criterios de rigor de la metodología constructivista/cualitativa. (Adaptada de Latorre et al. (1996, p. 216))

Criterios	Metodología constructivista/cualitativa
Valor de verdad. Isomorfismo entre los los datos recogidos y la realidad	Credibilidad
Aplicabilidad. Posibilidad de aplicar los descubrimientos a otros contextos	Transferibilidad
Consistencia. Grado en que se repiten los resultados de volver a replicarse la investigación	Dependencia
Neutralidad. Seguridad de que los resultados no están sesgados	Confirmación

En los siguientes puntos se mostrará de qué modo dichos criterios han sido considerados en nuestra investigación.

6.6.1. Credibilidad

El criterio de credibilidad debe demostrar que la investigación se ha realizado de forma pertinente garantizando que el tema fue identificado y descrito con exactitud y que los resultados se ajustan a la realidad. Para garantizar dicha credibilidad se deben utilizar estrategias como: la observación persistente, la triangulación, la recogida del material referencial y las comprobaciones con los participantes (Rincón, 1995). En lo que respecta a nuestra investigación, estos criterios se han desarrollado de la siguiente manera:

- a) Observación persistente. El hecho de coincidir en una misma persona las funciones de investigadora y de profesora durante todo el proceso de implementación de la intervención del estudio posibilitó un mayor grado de veracidad. Además, permitió que la recogida de información se focalizara de forma directa y constante en los elementos más destacados del objeto de estudio. Por ejemplo, todas las sesiones han estado sujetas a la observación participante y al registro audiovisual. Por otra parte, el hecho de trabajar en el

mismo contexto donde se desarrollaba el estudio de la investigación nos permitió recopilar información complementaria sobre la percepción del profesorado, del equipo directivo o del alumnado en relación a aspectos significativos del estudio, como los aspectos relacionados con los contenidos matemáticos trabajados, la metodología implementada, la influencia del proyecto o del contexto en el aprendizaje o la motivación del alumnado, etc.

- b) Inmediatez de los registros. En el caso de las notas de campo *in situ* se complementaban una vez finalizada la sesión con el fin de no olvidar los detalles de los sucesos destacados. Y en lo que respecta a las entrevistas informales a las alumnas se realizaban una vez concluida la S-P para evitar los sesgos y facilitar la reflexión, el recuerdo, la evocación y el reconocimiento personal sobre lo acontecido.
- c) Juicio crítico de colegas. Durante las diferentes fases de la investigación se ha contado con la opinión crítica de diferentes expertos. Por una parte, las profesoras de Matemáticas de diferentes niveles educativos valoraron el nivel de contenidos a trabajar en el RD y las posibilidades formativas del diseño metodológico en relación al desarrollo de la CMa. En relación a la fase de análisis se contó con el director de tesis que aportó ideas y perspectivas que ayudaban a ajustar la subjetividad de la investigadora y, por tanto, controlaron la confirmación de hipótesis teniendo evidencias justificadas para ello. Finalmente, en relación a los resultados del estudio se contó con la perspectiva de especialistas. La presentación del proyecto a expertos del ámbito matemático promovió que se valorara la potencialidad educativa del RD y nos animaron y propusieron diferentes maneras de difundirlo a la comunidad educativa (*Congrés Català d'educació matemàtica*, y colaborar con CESIRE-CREAMAT, red web de recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas).
- d) Triangulación. Se realizó la triangulación a través de tres acciones diferentes con el fin de aumentar la veracidad en la interpretación de los resultados. Por

un lado, se triangularon varios métodos en la recogida de datos ya que se utilizando distintas técnicas e instrumentos de obtención información. Por otra parte, se triangularon las impresiones de las diferentes participantes en el estudio respecto al objeto de estudio, profesora-investigadora, alumnas y profesoras de Matemáticas. Por último, se triangularon los datos generales del análisis para detectar coincidencias o divergencias sobre los resultados obtenidos en los diferentes niveles de análisis.

- e) Recogida de material de adecuación referencial. La información recogida a través de las diferentes técnicas e instrumentos, los vídeos, las grabaciones en audio, los cuestionarios o las notas de campo se recogen y archivan en formato digital. Menos los vídeos y los audios, el resto se presentan en los diferentes anexos. Esta acción ha facilitado el proceso de análisis, el contraste de los datos, la extracción e interpretación de los resultados.

6.6.2. Transferibilidad

Este criterio hace referencia según Dorio, Sabariego y Massot (2004) a la posibilidad de que la información obtenida pueda proporcionar conocimiento previo en otros contextos de características similares. Es decir, que la información sea referente para otros entornos. Nuestro objetivo no es otorgar a los resultados una generalización absoluta, ya que somos conscientes que el contexto donde se desarrolla nuestro estudio tiene unas características específicas que condicionan una parte de la investigación. Así que, las conclusiones tendrán una validez circunstancial. Ahora bien, para asegurar la validez de la transferibilidad es imprescindible llevar a cabo una descripción precisa del proceso y del contexto. Para redactar toda la tesis hemos tenido en cuenta una serie de aspectos que Pérez-Serrano (1994) define como imprescindibles.

- a) La descripción de las peculiaridades del entorno donde se desarrolla la investigación, de las características específicas del centro y del alumnado.

- b) La descripción del RD: elementos curriculares, recurso educativo y acción didáctica.
- c) La descripción de las características y peculiaridades de las personas implicadas en todo el proceso. Del alumnado: las características académicas y personales, las experiencias de E-A previas y los aspectos de interés respecto el objeto de estudio. Del profesorado de Matemáticas: sus perfiles profesionales y las aportación externa a la investigación.
- d) La descripción completa y exacta de las acciones de actuación tanto durante la acción didáctica como durante el proceso empírico.

6.6.3. Dependencia

Este aspecto otorga a los datos de la investigación consistencia, fiabilidad, permanencia y solidez. Este criterio es uno de los más valorados en la investigación cualitativa debido a las características específicas de los datos y su forma de obtenerlos. La inestabilidad de la información se puede compensar mediante la descripción detallada del proceso seguido en el estudio, la actitud del investigador, su rol durante toda la investigación y con las técnicas e instrumentos utilizados (Dorio et al., 2004, p. 290). En este sentido, para garantizar la dependencia de los resultados en nuestra investigación hemos seguido las estrategias indicaciones que proponen Latorre et al. (1996, p. 219).

- a) Hemos establecido pistas de revisión que describen de forma detallada los procesos de recogida datos y análisis.
- b) La auditoría de dependencia se llevó a cabo a través de las continuas revisiones realizadas por el director de la tesis. Estas, fueron validando de forma sistemática todo el proceso de investigación.
- c) La réplica pasos a paso se implementó gracias al hecho de realizar un análisis en diferentes niveles que se integran y relacionan. Esto ha ayudado a hacer una

revisión y un seguimiento teniendo siempre presentes las características que definen el objeto de estudio en su globalidad.

- d) La utilización de métodos solapados se hace evidente al intenta validar los objetivos empíricos y dar respuesta a las preguntas de investigación. Es decir, en la presentación de los resultados se emplea de forma combinada la información obtenida a través de la observación, las entrevistas, los cuestionarios y el análisis de documentos. Todo ello permite abarcar las variables del objeto de estudio y sus correspondientes unidades de información.

6.6.4. Confirmabilidad

La confirmabilidad aporta a la investigación un valor de objetividad y neutralidad. Su objetivo es confirmar la información, la interpretación de los significados y la generalización de conclusiones (Latorre et al., 1996, p. 219). Para evitar la subjetividad que se podría generar hemos seguido las estrategias marcadas por Latorre et al.

- a) La auditoría de confirmabilidad, como en elementos anteriores, la hemos podido realizar gracias a la supervisión del director de tesis que aportó el control entre los datos y las interpretaciones de la investigadora.
- b) En lo que respecta a los descriptores de baja inferencia, los hemos controlado aportando documentación en los anexos que harán públicas las transcripciones de las notas de campo, el análisis descriptivo de los resultados de las rúbricas, los resultados de los cuestionarios y las entrevistas, así como los documentos que han posibilitado el análisis de contenido, es decir, las listas control de la observación y los modelos de las rúbricas, de los cuestionarios y de las entrevistas.
- c) El ejercicio de reflexión se hace visible en la descripción clara y precisa del proceso seguido para llevar a cabo el análisis. Este referente puede ayudar a

otros investigadores en la elaboración de sus estrategias de análisis. Ahora bien, también se tomaron otras medidas, por ejemplo: se identificaron correspondencias entre los datos obtenidos y las bases teóricas en las que se basa nuestra investigación; se definieron claramente las categorías de análisis; se detallaron los beneficios de la investigación y cómo estos repercuten en la comunidad educativa en el informe final; se realizó una autocrítica sobre el planteamiento y el proceso del estudio con tal de comprobar y verificar los resultados; y se establecieron puntos de mejora del estudio, campos de ampliación y nuevas líneas de investigación.

Para finalizar este capítulo creemos necesario exponer cómo se planificó y organizó todo el trabajo empírico, así que pasaremos a detallarlo en el siguiente punto.

6.7. Planificación y organización del trabajo empírico

Hemos estructurado el diseño de nuestro estudio múltiple de casos y el proceso general de la investigación basándonos en el modelo propuesto por Yin (2014). En su propuesta destaca la línea discontinua que marca un bucle de retroalimentación de ida y vuelta de la teoría a la práctica y viceversa. Esto nos ha permitido que durante el proceso de implementación y análisis de los casos hayamos podido readaptar algunas partes del objeto del estudio. Y al mismo tiempo que desarrollábamos la implementación del recurso educativo nos surgiera la necesidad de profundizar y documentar algunos aspectos teóricos específicos. Como es obvio lo hemos adaptado las características de nuestra investigación, el resultado estructural del proceso empírico se puede reconocer en la figura 31.

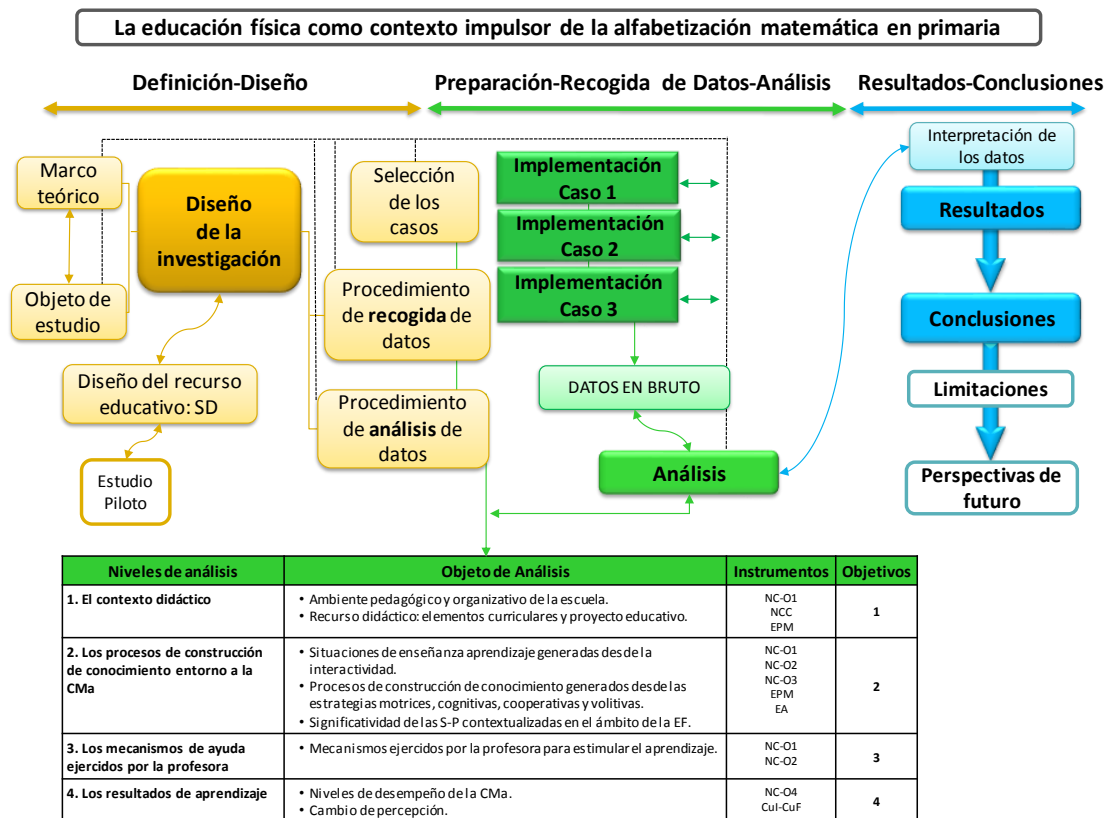


Figura 31. Modelo de estudio múltiple de casos. (Adaptado de Yin (2014, p. 60))

Como queda definido en la imagen, el trabajo empírico de nuestra investigación se estructuró en torno a tres fases, la fase de definición y diseño, la fase de preparación, de recogida de datos y de análisis y la fase de resultados y de conclusiones. Para hacernos una idea de la temporalización de todo el estudio, en la figura 32 se muestra cada una de las fases especificando las principales acciones desarrolladas y el periodo en el que se realizaron.

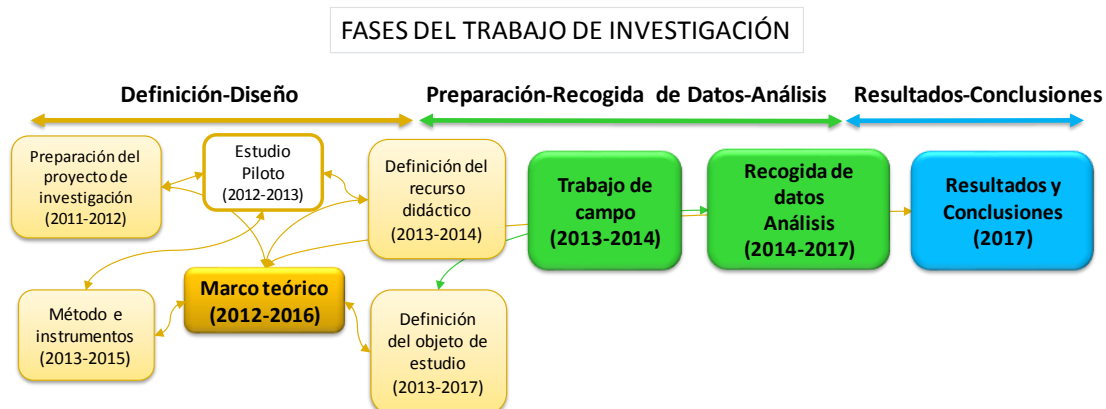


Figura 32. Fases y temporalización del trabajo de investigación

Analizando la ilustración se puede llegar a la conclusión que investigación partió de una planificación reflexiva marcada por dos aspectos. Por un lado, el desarrollo del proyecto que definía la estructura inicial de la tesis. Y, por otro lado, por el hecho de implementar un proyecto piloto anterior a la intervención del estudio, que sobrellevó el análisis y la valoración de sus resultados para diseñar el RD definitivo de una forma más ajustada a las necesidades.

En cuanto a la cronología, se puede observar que no sigue un orden temporal. Esto se debe a que todo el proceso adquirió un carácter deductivo-inductivo, que provocó, como comentábamos, que algunas partes se elaborasen a medida que avanzaba el estudio como, por ejemplo, la definición del objeto de estudio. Tal y como se especifica, durante toda la investigación se sucedieron acciones bidireccionales, de la teoría a la práctica y de la práctica a la teoría. Con el propósito de hacer más comprensible todo el proceso pasaremos a describir de forma esquemática las acciones y las tareas que se llevaron a cabo en cada fase especificando la temporalización por años.

6.7.1. Definición y diseño de la investigación

a) Del 2011 al 2012

La investigación nace de un proyecto de tesis doctoral en el que se preparó un marco teórico básico y estructural que definía inicialmente el estudio.

Por otra parte, y desde la práctica docente, la profesora-investigadora tiene la capacidad de reconocer las posibilidades instruccionales de una intervención didáctica, desarrollada a través de la asignatura de EF, para desarrollar y adquirir la CMA del alumnado de 4º de Primaria. La idea y el proyecto fueron presentados al equipo directivo del centro que mostró una predisposición muy favorable desde el inicio.

Durante el curso lectivo se desarrollaron varias SD interdisciplinarias compartidas con la profesora de Matemáticas. Una de ellas, debido al éxito que tuvo entre el alumnado y la

significatividad formativa que pudieron percibir tanto la profesora de Matemáticas como la profesora-investigadora se readaptaría para convertirse en la SD2 *Constructoras de juegos*.

En este periodo se fueron diseñando la totalidad de las SD que conformarían el proyecto piloto.

b) Del 2012 al 2013

En este curso, como un ensayo al trabajo de campo, se empezó a implementar el proyecto piloto. Simultáneamente, después de cada sesión se recogieron a modo de registro anecdótico, aspectos relacionados con el interés de las alumnas; las dificultades o problemas durante la implementación; la significatividad de las actividades; y los comentarios esporádicos del alumnado, del profesorado o del equipo de dirección que nos pudieran ayudar a hacer una valoración del RD.

De forma paralela, se siguió trabajando en la definición del marco teórico, se empezó a estructurar el método de investigación y se empezaron a definir los instrumentos que se iban a utilizar para recoger la información. Por otra parte, se limitaron los ámbitos de estudio, la hipótesis y el objetivo de la investigación.

Una vez finalizado el curso lectivo, y con el fin de tener una valoración más detallada y técnica del RD diseñado. Para ello se realizaron diferentes encuentros y entrevistas con especialistas en el área de Matemáticas. De forma general, reconocieron que los contenidos eran los que correspondía para el nivel, y estimaron que la metodología utilizada se ajustaba a lo que ellas creían que debía implicar una acción didáctica competencial. Este *feed-back* nos permitió reconocer la pertinencia del recurso educativo, y tenor de ello, comenzamos a definir el RD definitivo que utilizaríamos en la intervención de la investigación.

c) Del 2013-2014

Durante todo este curso lectivo llevamos a cabo todo el trabajo de campo que consistió en implementar lo que el alumnado denominó proyecto *Acti-Mates*. Durante el año se concretaron los elementos curriculares del RD y se terminaron de definir algunas actividades y fichas del recurso educativo.

Con el desarrollo de la acción práctica también se fue definiendo el objeto de estudio que se concretaría de forma definitiva en el primer trimestre del 2017, una vez finalizado el marco teórico y la recogida total de los datos y empezando a desarrollar el proceso de análisis.

d) Del 2012-2016

En este periodo se recopilaron y definieron la fundamentación teórica en la que se basa y estructura nuestro estudio de investigación.

6.7.2. Preparación, recogida de datos y análisis

a) De 2013-2014

De septiembre a junio, durante todo el curso lectivo, se desarrolló el trabajo de campo por tanto se implementaron diferentes acciones.

La primera fue una entrevista con las profesoras de Matemáticas de 3º de Primaria (curso anterior a los casos estudiados). Con ella se obtuvo información general sobre las características y el nivel del alumnado.

Por otra parte, y antes de comenzar a implementar el RD, se pasó un cuestionario al alumnado con la finalidad de reconocer si tenía conocimiento de la relación existente

entre la EF y las matemáticas. Dicho cuestionario, y para comprobar si sus ideas iniciales habían cambiado, se repetiría una vez finalizado el proyecto *Acti-Mates*.

En toda esta fase, y durante la acción educativa, la profesora-investigadora ejecutó tres tareas: implementó el recurso educativo, registró en vídeo las sesiones y cumplimentó las notas de campo. De mismo modo, y al finalizar cada SD, desarrolló las entrevistas informales a las alumnas registrándolas en video. Gracias a ellas se podrían reconocer los contenidos que creían haber aprendido y lo que más o, menos les había gustado del proyecto. Una vez concluida la intervención didáctica de la investigación se realizó una entrevista informal al grupo-clase con el objetivo de registrar en video la valoración personal sobre todo el proyecto *Acti-Mates*.

De forma paralela, y durante toda la investigación hasta la actualidad, se fueron registrando en las notas de campo complementarias, comentarios o anécdotas que resultaban significativas para dar respuesta al objeto de estudio.

Por otra parte, finalizada la acción didáctica, se realizaron las entrevistas a las profesoras de Matemáticas de cada clase. A través de ellas, obtendríamos información sobre la actitud y los conocimientos del alumnado en la asignatura de Matemáticas que pudieran tener relación con nuestra intervención. Además, hicieron una valoración externa de todo el proyecto.

b) Del 2014-2016

En este período, y gracias al análisis pormenorizado de las grabaciones de los vídeos de las sesiones, se obtuvieron la totalidad de los datos en bruto que completaría la recogida de información del estudio. Dicha tarea consistió en el registro narrativo de: 1) las SiE-A que de forma sistemática se generaron durante las SD; 2) las estrategias de aprendizaje implementadas por el alumnado durante el proceso de resolución de las S-P; y 3) los resultados de las rúbricas evaluación.

En esta etapa se fueron transcribiendo a registros narrativos (formato notas de campo) la totalidad de las entrevistas con las profesoras de Matemáticas y con las alumnas.

c) Del 2016-2017

Este periodo se destinó al análisis de la información recabada, esto nos permitió relacionar los datos obtenidos en cada uno de los instrumentos con los indicadores de las variables y sus dimensiones. Además, esta acción nos ayudó a encontrar fácilmente los datos relevantes que darían respuesta a las preguntas de investigación con los que verificaríamos el logro de los objetivos empíricos.

6.7.3. Resultados y conclusiones

a) Primer y segundo trimestre del 2017

En paralelo al análisis se desarrolló la interpretación y el redactado de los resultados. En este caso, se presentaron en forma de respuesta a las preguntas de investigación y cotejando, simultáneamente, la consecución de los objetivos empíricos. Ahora bien, con el fin de dotar a los resultados de argumentos profundos y otorgar así, solidez y significatividad a las conclusiones, se contrastaron con las diferentes fuentes teóricas. Al mismo tiempo que se dio un sentido específico a los resultados, se creó un marco de referencia que dotaba de significado nuestra acción didáctica. Consecuentemente, el RD podría considerarse generador de un nuevo planteamiento teórico-práctico.

Una vez redactadas las conclusiones tuvimos evidencias suficientes para validar el objetivo general del estudio y con ello validar la hipótesis de nuestra investigación.

Expuestos los fundamentos y las implicaciones metodológicos que han regido esta investigación, pasaremos presentar y discutir los resultados.

PARTE III. PRESENTACIÓN Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Capítulo 7: Presentación y discusión de los resultados de la investigación

7.1. El contexto didáctico

7.1.1. El papel que desempeña el ambiente pedagógico y organizativo de la escuela

7.1.2. El recurso didáctico de la Educación Física

7.2. Procesos de construcción de conocimiento entorno a la Competencia Matemática

7.2.1. Situaciones de enseñanza aprendizaje generadas desde la interactividad

7.2.1.1. SiE-A de presentación de la situación-problema

7.2.1.2. SiE-A de presentación de tareas

7.2.1.3. SiE-A de ejecución individual

7.2.1.4. SiE-A de entrega individual de tareas

7.2.1.5. SiE-A de organización grupal

7.2.1.6. SiE-A de elaboración grupal

7.2.1.7. SiE-A de ejecución grupal

7.2.1.8. SiE-A de entrega grupal de tareas

7.2.1.9. SiE-A de juego

7.2.1.10. SiE-A de corrección

7.2.2. Proceso de matematización

7.2.3. Estrategias de aprendizaje motrices

7.2.4. Estrategias de aprendizaje cooperativas

7.2.5. Estrategias de aprendizaje volitivas

7.2.6. Significatividad de las situaciones-problema contextualizadas en el ámbito de la Educación Física

7.3. Los mecanismos de ayuda ejercidos por la profesora

7.4. Los resultados de aprendizaje

7.4.1. Niveles de desempeño de la Competencia Matemática

7.4.2. Cambio de percepción

En este capítulo presentamos los resultados obtenidos interpretándolos y discutiéndolos desde las aportaciones de nuestro marco teórico. Ahora bien, para que la exposición sea lo más lógica y clara posible, dado el volumen de datos generado, organizaremos el capítulo estructurándolo en cuatro apartados definidos por los niveles de análisis. En cada uno de los puntos se presentarán los resultados dando respuesta a las preguntas de la investigación con el fin de validar los objetivos empíricos. Además, se desarrollarán siguiendo una estructura similar: en primer lugar, se mostrarán el objetivo y la pregunta de investigación; en segundo lugar, se especificará el procedimiento de análisis; en tercer lugar, se expondrán los resultados obtenidos interpretándolos en base a los referentes teóricos; y finalmente, se presentará una síntesis de los resultados respondiendo a la pregunta planteada.

Antes de comenzar con la exposición de este capítulo creemos necesario especificar algunos aspectos que facilitarán el seguimiento y la comprensión del texto.

Como hemos mencionado, al plantearnos presentar los resultados para validar y responden a los objetivos y a las preguntas de la investigación, estimamos pertinente señalar la relación existente entre dichos elementos y los niveles en los que se desarrolló el proceso de análisis. En tal caso, en la tabla 56 se hace visible la coherencia metodológica de nuestro estudio de casos como definen los modelos de Yin (2014) y Stake (1998).

Por otra parte, para mejorar el seguimiento de los datos durante la exposición de los resultados se ha elaborado la tabla 57. En ella se puede reconocer la relación del instrumento y la información obtenida durante su aplicación, con el caso al que pertenece, con el nivel de análisis en el que fue utilizado y con el número de anexo dónde se podrá localizar.

Del mismo modo, y con el fin de facilitar la identificación de las personas implicadas en los diálogos o en las acciones ejemplificadas, hemos establecido unos códigos que hacen referencia a las participantes de la investigación. Todos ellos se especifican de forma detallada en la tabla 58.

Tabla 56. Relación entre los objetivos específicos, las preguntas de investigación y las fases análisis

Objetivos específicos y preguntas	Niveles de análisis			
	1	2	3	4
1. Diseñar e implementar desde la EF un RD formado por S-P orientado al trabajo y al desarrollo de la CMA del alumnado de 4º de Primaria, indicando los requisitos didácticos fundamentales para su ejecución.				
P.1.1. Centrándonos en el equipo directivo y en el profesorado de Matemáticas de 4º de Primaria ¿qué papel desempeña el ambiente pedagógico y organizativo de la escuela en el diseño, la implementación y la consolidación del RD?				
P.1.2. El RD creado desde la asignatura de EF y formado por la programación didáctica y el recurso educativo: ¿es pertinente y adecuado para el desarrollo y desempeño de la CMA?; ¿los objetivos promueven la movilización de habilidades matemáticas en situaciones reales cercanas los intereses del infante o de su vida cotidiana?; ¿plantea la utilización de los contenidos matemáticos de forma significativa, funcional, útil, relevante, aplicativa, vivencial, manipulativa y práctica de manera integrada?; ¿promueve el desempeño de todas las dimensiones de la CMA por igual?; y ¿proyecta momentos para que el alumnado gestione y controle de forma cooperativa la resolución de la S-P?				
2. Identificar y describir los procesos y los mecanismos de construcción de conocimiento entorno a la CMA que se generan en la interacción del alumnado con: el grupo, la profesora y el contexto de la actividad, durante la resolución de las S-P.				
P.2.1. Durante la resolución de las S-P del RD, ¿de qué forma las participantes organizan la acción conjunta para generar situaciones de E-A?, ¿qué patrones de actuación desarrollan? y ¿qué función formativa o instruccional se desencadena encada una de ellas?				
P.2.2. Durante el proceso de construcción de conocimiento realizado a través de las diferentes estrategias, ¿se implementan acciones que demuestren que se está desarrollando el proceso de matematización?				
P.2.3. En los procesos de construcción de conocimiento relacionados con estrategias motrices, ¿qué tipo de contenidos matemáticos puede adquirir el alumnado a nivel conceptual, procedimental y actitudinal?				
P.2.4. En los procesos de construcción de conocimiento relacionados con las estrategias cooperativas, ¿se identifican fases de complejidad sociocognitiva creciente que suponen la convergencia compartida de significados?				
P.2.5. ¿Cómo afectan las estrategias volitivas mostradas por el alumnado en el proceso de construcción de conocimiento entorno a la CMA?				
P.2.6. ¿Cómo afectan las características del contexto de la EF a los procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMA?				
3. Identificar y describir los mecanismos de ayuda educativa ejercidos por la profesora durante el desarrollo de las S-P.				
P.3.1. ¿La ayuda ofrecida por la profesora varía en función de la situación de E-A dónde se genere? Y ¿qué papel desempeñan sus acciones en los procesos de construcción colaborativa del conocimiento?				
4. Reconocer los aprendizajes adquiridos a través del RD de la EF en relación a la CMA.				
P.4.1. ¿Qué nivel de desempeño de la CMA alcanza el alumnado en cada S-P? Desde la asignatura de Matemáticas: ¿se refleja el nivel adquirido en el dominio de los contenidos o en un cambio de actitud? ¿El alumnado es consciente de los aprendizajes adquiridos?				
P.4.2. Finalizada la implementación del RD, ¿el alumnado reconoce la relación entre el ámbito de la EF y el matemático?				

La Educación Física como contexto impulsor de la alfabetización matemática en Primaria

Tabla 57. Localización de los registros de la investigación y el nivel de análisis en el que se utilizaron

CASOS	Anexo	Registro de resultados de la aplicación de las técnicas e instrumentos de la investigación	Nivel de análisis
Caso 1-4ºA	10	Notas de campo de la Observación 1 NC-O1_S-P2; NC-O1_S-P3	1-2-3
	11	Notas de campo de la Observación 3 NC-O3_S-P2; NC-O3_S-P3	1-2-3
	12	Notas de campo de la Observación 4 (Resultados de las rúbricas e informes descriptivos) NC-O4_S-P2; NC-O4_S-P3	1-2-4
	13	Entrevistas a las profesoras de Matemáticas de 4º EPM (tutora-inglés)	1-3-4
	14	Entrevista informal alumnas EA EA_S-P2; EA_S-P3; EA_final	1-2-4
	15	Cul-CuF	4
Caso 2-4ºB	16	Notas de campo de la Observación 1 NC-O1_S-P1; NC-O1_S-P2	1-2-3
	17	Notas de campo de la Observación 3 NC-O3_S-P1; NC-O3_S-P2	1-2-3
	18	Notas de campo de la Observación 4 (Resultados de las rúbricas e informes descriptivos) NC-O4_S-P1; NC-O4_S-P2	1-2-4
	19	Entrevistas a las profesoras de Matemáticas de 4º EPM (tutora-inglés)	1-3-4
	20	Entrevista informal alumnas EA_S-P1; EA_S-P2; EA_final	1-2-4
	21	Cul-CuF	4
Caso 3-4ºC	22	Notas de campo de la Observación 1 NC-O1_S-P2; NC-O1_S-P4	1-2-3
	23	Notas de campo de la Observación 3 NC-O3_S-P2; NC-O3_S-P4	1-2-3
	24	Notas de campo de la Observación 4 (Resultados de las rúbricas e informes descriptivos) NC-O4_S-P2; NC-O4_S-P4	1-2-4
	25	Entrevistas a las profesoras de Matemáticas de 4º EPM (tutor-inglés)	1-3-4
	26	Entrevista informal alumnas EA_S-P2; EA_S-P4; EA_final	1-2-4
	27	Cul-CuF	4
Caso 1,2,3	28	Notas de campo de la Observación 2 NC-O2	2-3
	29	Notas de campo complementarias NCC	1-4

Tabla 58. Códigos asignados a las personas participantes en la investigación

Participantes	Código
Profesora-investigadora	P
Grupo-clase, total de alumnas	A
Alumna individual del grupo-clase	a
Grupo de alumnas	GA
Alumna de un grupo	ag
Profesora de Matemáticas (tutora-inglés)	PM-(tutora-inglés)
Iniciales del nombre y apellidos de la alumna (ejemplo)	B.R.

Por último, a través de la figura 33, describiremos la forma por la cual vamos a identificar la procedencia de los resultados ejemplificados. En ella se combinan los códigos referentes al caso, a los instrumentos, a las técnicas utilizadas en la investigación, a la S-P de donde se extrajeron y al número de sesión en la que tuvieron lugar las acciones. El ejemplo de la figura representada a continuación se ha extraído del caso 1, por tanto, lo realizó la clase de 4ªA, se recogió en las notas de campo a través de la observación 2, hace referencia a la S-P3 y se desarrolló en la sesión 1.

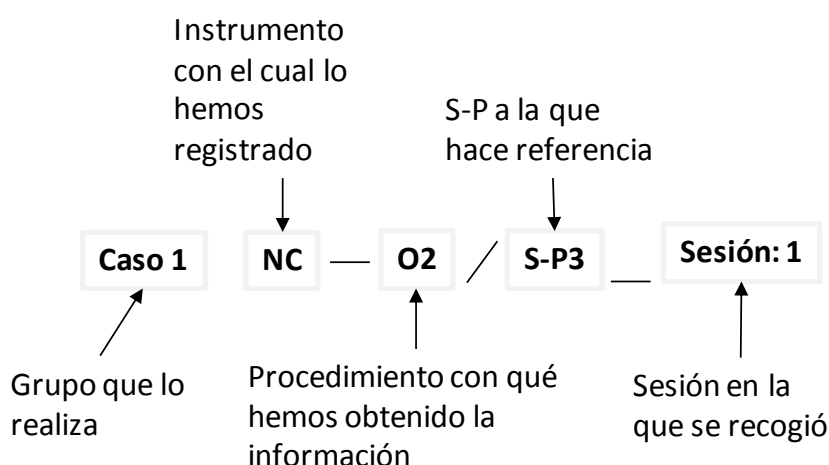


Figura 33. Ejemplo de codificación en relación a la procedencia de los resultados

Respecto a las entrevistas de las profesoras, de las entrevistas finales a las alumnas y los cuestionarios, no incluirán el código de la S-P ni el de la sesión. Y en relación a las notas de campo complementarias tampoco se especificarán el caso ni la técnica.

Por último, cabe mencionar que la transcripción de ciertos párrafos se ha modificado para corregir errores gramaticalmente expresados tanto del desenlace de las entrevistas con las profesoras como de las intervenciones de las alumnas. Por otra parte, cuando se reflejen las ideas o la opinión del alumnado se identificarán por las iniciales del nombre y el apellido para preservar el anonimato.

A continuación, pasamos a presentar los resultados obtenidos en la investigación estructurándolos en los cuatro niveles de análisis ya mencionados:

- El contexto didáctico.
- Procesos de construcción de conocimiento entorno a la Competencia Matemática.
- Los mecanismos de ayuda ejercidos por la profesora.
- Los resultados de aprendizaje.

7.1. El contexto didáctico

Con el objetivo 1 nos habíamos planteado *Diseñar e implementar desde la EF un RD formado por S-P orientado al trabajo y al desarrollo de la CMa del alumnado de 4º de Primaria, indicando los requisitos didácticos fundamentales para su ejecución*. Para validar su consecución nos habíamos planteado responder una serie de preguntas que mostraremos seguidamente.

7.1.1. El papel que desempeña el ambiente pedagógico y organizativo de la escuela

En este punto mostraremos los resultados que dan respuesta a la pregunta 1.1., *Centrándonos en el equipo directivo y en el profesorado de Matemáticas de 4º de Primaria ¿qué papel desempeña el ambiente pedagógico y organizativo de la escuela en el diseño, la implementación y la consolidación del recurso didáctico?*

Para dar respuesta a esta pregunta hemos analizado e interpretado de forma directa los contenidos de las NCC, las EPM y las NC-O1. Durante la exposición, con el fin de evidenciar los hechos, mostramos los fragmentos más significativos.

Hemos podido valorar el interés del centro por nuestro RD²⁶ a través de las diferentes reuniones, encuentros y conversaciones con la jefa de estudios. Prueba de ello está el siguiente comentario extraído de las notas de campo complementarias.

Creo que es muy interesante que las alumnas trabajen y aprendan matemáticas desde el planteamiento de tu proyecto. (NCC)

Dicho interés también se refleja en el hecho que el proyecto *Acti-Mates* se suma desde el 2012 hasta la actualidad, a otros proyectos que el colegio está realizando ante la necesidad de impulsar la alfabetización matemática del alumnado. Consecuentemente, estimamos que, con el fin de adaptarse a las condiciones difíciles, limitadas y obsoletas de la realidad educativa, el centro toma una decisión razonable y de responsabilidad en la elaboración del currículum. Por ello, con el fin de mejorar los resultados académicos del área de Matemáticas, adapta el plan de estudios y promueve iniciativas que impulsan el aprendizaje y el uso de los contenidos matemáticos desde otros contextos y áreas del currículum, ajustándose así, a las orientaciones del marco legislativo (Decret 119/2015; Decret 142/2007; Ley Orgánica 2/2006; Ley Orgánica 8/2013; Real Decreto 126/2014). Dichas circunstancias definen el ambiente pedagógico del centro como creativo y emprendedor, ya que apoyan y recogen en el proyecto educativo del centro la implementación de un recurso innovador como el nuestro (Buscà, Lleixà, et al., 2016; Coll, 1992; Goñi, 2009; Pérez-Gómez, 2012).

Otro aspecto a valorar es cómo el centro organizó y gestionó los programas de aprendizaje de las matemáticas. Por una parte, estaba la asignatura las Matemáticas que, como reconocieron las profesoras en las entrevistas, precisaba de un cambio en la metodología de enseñanza. Sin embargo, también afirmaron, y lo confirma el

²⁶ El centro estaba al corriente que el RD se desarrollaría en paralelo a un estudio de tesis doctoral para estudiar su significatividad instruccional.

planteamiento de Recio (2007), que tenían serias dificultades para impulsar el desarrollo de la CMa como planteaba el currículo. Ya que el enfoque educativo real no estaba dispuesto para aplicar los conocimientos matemáticos en situaciones de la vida cotidiana. Comentaron que el contenido de la asignatura estaba limitado por el trabajo: del libro; de los ejercicios en la libreta; de los cuadernillos de cálculo y de razonamiento; y de la plataforma *Didac-kids* (Caso 3, EPM-tutora). Además, se complementaba el aprendizaje instrumental de la materia con el taller de geometría en inglés. Ahora bien, el apoyo y la consolidación del proyecto *Acti-Mates* a lo largo de cinco años nos confirman el interés y la confianza que tiene el centro en nuestro RD. Ante esta evidencia, valoramos que el equipo directivo reconoció los resultados educativos del programa didáctico como efectivos y satisfactorios (Tonucci, 2012).

En cuanto a la potencialidad formativa de la intervención didáctica surgieron dos ideas muy interesantes provenientes de la perspectiva de las profesoras de Matemáticas. Por un lado, reconocieron que a través del proyecto las alumnas llegaban a percibir la verdadera funcionalidad y utilidad de las matemáticas, compensando, de esta manera, la parte vivencial no trabajada desde la asignatura. Además, consideraron que el utilizar determinados contenidos matemáticos desde el juego, capacitaba a las alumnas con una base experiencial de conocimientos que facilitaba la adquisición de aspectos más abstractos. En la primera idea se resalta un factor clave en el proceso de desempeño de la CMa, reconocer y asimilar el aspecto funcional de las matemáticas, por tanto, podríamos corroborar la pertinencia de nuestro recurso educativo (Alsina, 2004; Goñi, 2008; Ley Orgánica 2/2006; OCDE, 2003b; Rico, 2005a, 2006). Además, podríamos decir que la utilización del contexto de la EF para el aprendizaje de las matemáticas, desde la perspectiva de agentes especialistas externos, confirmó que nuestro contexto didáctico está en la línea de los postulados de la EMR, que establece que el uso de contextos reales favorece el reconocimiento de la relevancia de las matemáticas en la vida real (Van Reeuwijk, 1997). En cuanto a la segunda idea, relacionada con el aprendizaje de ciertos contenidos matemáticos a través de actividades lúdico-motrices, consideramos que puede confirmar la significatividad instruccional de la intervención. Para ello, nos basamos en las teorías de los autores que sostienen que la vivencia perceptiva permite

al discente tomar consciencia del contenido y su significado, facilitando el conocimiento abstracto (Callís, 2015; Callís & Mallart-Solaz, 2009; De Lange, 1996; Freudenthal, 1993; Lapiere & Aucouturier, 1974; Torra, 2008; Van Den Heuvel-Panhuizen, 2000; Van Den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014).

Creo que es una manera muy buena de trasladar los conocimientos que adquieren en clase al patio o al juego y al revés, lo que hacéis en clase de EF o *Acti-Mates* ellas lo transfieren al aula porque ya tienen unos conocimientos previos. (Caso 1, EPM-tutora)

El objetivo de tu proyecto es cubrir las fases que nos saltamos por falta de tiempo. Tu creas el espacio y el contexto para hacerlo. Todo debe estar interrelacionado. [...] Desde *Acti-Mates*, puedes trabajar la parte más aplicativa (determinados contenidos, cm, dm, m) [...por qué] ¿cómo vamos a trabajar con contenidos si nunca los han visto?, nosotros muchas veces pasamos directamente a la fase de la abstracción y memorizan. (Caso 3, EPM-tutora)

Desde tu proyecto las alumnas viven la realidad de las matemáticas. Con las actividades llegan a la abstracción desde la realidad de las matemáticas. (NCC)

Por otra parte, en el análisis de los datos no existen evidencias de que el centro pusiera requisitos específicos ni tampoco impedimentos en el diseño del RD. Este hecho propició el poder programar el proyecto educativo competencial desde nuestra asignatura con libertad para escoger los contenidos, la metodología de aprendizaje y las temáticas de las S-P. Ante las evidencias podemos afirmar que el centro fue un agente facilitador de la implementación del programa (Buscà, Lleixà, et al., 2016).

No obstante, se acordaron varios aspectos: se podrían utilizar los materiales y los espacios propios de EF; se dispondría de una partida presupuestaria para fotocopias y material específico como, por ejemplo, la compra de cintas adhesivas para marcar las xarrancas en el patio (S-P2); y se reorganizarían los horarios tanto del módulo de 20min como los propios de la asignatura, con el fin de ubicarlos consecutivos y disponer de más tiempo para desarrollar las sesiones del proyecto²⁷. Como recogemos en la descripción de los cursos, el centro pudo reajustar los horarios en 4ºA y 4ºB, sin embargo, en el horario de 4ºC, por razones organizativas, no se disponía de los dos

²⁷ Finalizado el proyecto piloto se valoraron las limitaciones y los problemas derivados de la falta de tiempo (dificultad y decepción para terminar las actividades cooperativas y los juegos y pérdida de interés sobre el contenido o sobre las dinámicas de trabajo al no haber continuidad en los procesos de pensamiento), esto nos hizo sopesar la posibilidad de modificar la disposición de las sesiones con el fin de optimizar las actividades.

módulos seguidos. Este hecho dificultó el desarrollo de algunas actividades en diferentes SD. En consecuencia, en el caso 3, la profesora-investigadora tuvo que utilizar más horas de EF que con el resto de las clases para terminar los proyectos. Esta situación se recoge en las NC-O1 de la S-P2, donde se describe cómo se tuvieron que readaptar los horarios desde el principio de la SD 2 para utilizar un módulo completo de una hora de EF. Este reajuste no resultó problemático para el centro ni para el resto de profesoras. Estos aspectos, según Buscà et al. (2016), determinan el grado de implicación de la escuela a la hora de favorecer la implementación de iniciativas didácticas para el desarrollo las CCBB desde la EF. Por tanto, en nuestro caso, consideramos los resultados como favorables, aunque se podrían mejorar en el punto de la disposición horaria. A continuación, mostramos unos ejemplos que ilustran estos hechos.

Le propuse que los módulos que me habían asignado para desarrollar el proyecto piloto eran muy escasos y las actividades o cadenas de actividades en ocasiones se posponían, aspecto que dificultaba el dinamismo y la significatividad del trabajo. Ella me comentó que lo intentaría solucionar. Al comienzo del nuevo curso me había ubicado en el horario el módulo de EF antes del módulo del proyecto, pudiendo combinar ambos facilitaría así, su desarrollo, por lo menos, en 2 de las 3 clases. (NCC)

He cambiado el día de presentación del proyecto porque después varias S-P he comprobado que con 20 min de sesión para hacer *Acti-Mates* no es suficiente ni significativo para desarrollar el proceso de E-A. Así que utilizaré la hora entera de EF de la tarde y en el módulo de *Acti-Mates* haremos EF o si es una actividad muy corta del proyecto lo utilizaremos para continuar con el proceso de resolución. (Caso 3, NC-O1/S-P2_Sesión:1)

Respecto a las profesoras de Matemáticas no tuvieron una intervención directa en el diseño ni en el desarrollo de las SD, sin embargo, durante el curso y en algunas S-P se interesaron por las actividades que realizaban las alumnas haciendo comentarios al respecto.

Me han enseñado los malabares y hemos hablado mucho de malabares. También me han hablado de los cuadrados de la xarranca y de las peonzas. (Caso 2, EPM-tutora)

Cabe destacar que durante las entrevistas y en algunos encuentros por el colegio varias profesoras de Matemáticas comentaron la posibilidad de seguir implementando *Acti-Mates* en cursos futuros. Afirmaban haberlo planteado al equipo directivo del centro o que tenían pensado hacerlo, ya que creían que el proyecto completaba el aprendizaje

instrumental de las matemáticas al potenciar la parte vivencial, práctica y funcional de las mismas. En los siguientes fragmentos se pueden identificar estos acontecimientos.

Lo dije que un *Smart* desde 3º a 6º debería ser de *Acti-Mates* porque no nos da la vida. Y los horarios son complejos. Al menos 3º y 4º. Se lo comenté a dirección. Este proyecto nos ayuda cantidad a las profes de mates. (Caso 3, EPM-tutora)

Ahora bien, debemos comentar que las profesoras de Matemáticas no colaboraron en el desarrollo de las actividades, aun valorando y percibiendo el proyecto como interesante e importante para el aprendizaje de las matemáticas de las alumnas. Surgió la posibilidad que colaboraran durante la implementación de alguna SD, por ejemplo, en la elaboración del mapa de la búsqueda del tesoro, trabajando las coordenadas cartesianas, o también utilizando los resultados numéricos de las pruebas atléticas para trabajar la estadística. Sin embargo, manifestaron que la falta de tiempo para desarrollar sus propios contenidos, les impedía ampliar las actividades o desarrollar las S-P de forma interdisciplinar. Eso sí, cooperaron, por una parte, compartiendo materiales específicos de su departamento, como las cintas métricas, las reglas, los cartabones, las escuadras, los transportadores de ángulos gigantes y las básculas. Y, por otra parte, cediendo algunos módulos de su asignatura para terminar determinadas actividades de los proyectos. En las NCC se recogen dichos acontecimientos.

Durante el año debido a las dificultades para terminar algunas actividades del proyecto, las tutoras me ceden algún módulo (NCC).

Resumiendo, la respuesta a ¿qué papel desempeña el ambiente pedagógico y organizativo de la escuela en el diseño, la implementación y la consolidación del RD?, podemos decir que:

1. El centro promueve un ambiente pedagógico responsable, ya que, valorando las circunstancias y las necesidades que precisa el cambio educativo actual, incorpora en su proyecto educativo, desde el 2012²⁸ hasta la actualidad, nuestro RD con el fin de

²⁸ Año en el que comienza a implementarse el proyecto piloto.

- potenciar la adquisición de la CMA en el alumnado. Con ello se ajusta al marco legislativo vigente desarrollando la CMA a través de otra materia curricular. Y al mismo tiempo cumple con las demandas sociales del momento, alfabetizando matemáticamente a las estudiantes desde entornos propios de su vida cotidiana.
2. El centro se puede definir como innovador y creativo, al tratar de compensar el aprendizaje instrumental de matemáticas desde un proyecto que favorece el desarrollo de la CMA en un contexto multiexperiencial, social y lúdico como el de la EF, entorno didáctico novedoso y poco convencional para impulsar la alfabetización matemática en Primaria.
 3. El profesorado de Matemáticas se mostró interesado en el proyecto y en los resultados aprendizaje. Cooperó compartiendo el material específico de la asignatura y cediendo horas para el desarrollo de actividades. Sin embargo, tras expresar sus limitaciones, le fue imposible colaborar en el desarrollo de la acción práctica. Si bien, consideró que nuestro RD complementaba la adquisición de conocimientos matemáticos y facilitaba la percepción del uso real de las matemáticas.

7.1.2. El recurso didáctico de la Educación Física

En este apartado se exponen los resultados que nos permiten reconocer, en base al marco teórico de referencia, la pertinencia y la adecuación de nuestro RD formado por el programa didáctico y el recurso educativo. Para ello, buscaremos dar respuesta a la pregunta 1.2., que valora cada uno de los elementos del currículum y los aspectos metodológicos: *a) ¿los objetivos promueven la movilización de habilidades matemáticas en situaciones reales cercanas los intereses del infante o de su vida cotidiana?, b) ¿se utilizan los contenidos matemáticos de forma significativa, funcional, útil, relevante, aplicativa, vivencial, manipulativa y práctica de manera integrada?, c) ¿se promueve el*

desempeño de todas las dimensiones de la CMa por igual? y d) ¿se proyecta momentos para que el alumnado gestione y controle de forma cooperativa la resolución de la S-P?

A continuación, pasaremos a exponer los resultados de cada aspecto por separado.

a) Objetivos didácticos

Las estrategias de análisis utilizadas sobre este objeto ha sido la interpretación directa de los datos y una categorización en base a los referentes teóricos.

Para reconocer si realmente los objetivos de las SD promovieron la movilización de habilidades matemáticas en situaciones reales cercanas a los intereses del infante, analizamos tres aspectos. Por un lado, examinamos si las S-P fueron diseñadas en contextos significativos para la adquisición de la CMa del alumnado. Además, corroboramos que las acciones desarrolladas por las alumnas durante la resolución de las S-P estaban programadas en los objetivos didácticos. Y finalmente, comprobamos si el proyecto y sus temáticas despertaron el interés de las estudiantes, resultándoles motivantes y atrayentes.

Basamos el análisis del primer aspecto tomando como referencia la clasificación que establece Goñi (2008, 2009) para definir los contextos significativos y de mayor interés para el desarrollo de la CMa en el alumnado de Primaria. Según el autor, en esta etapa, el discente debe desempeñar la CMa en los contextos:

- Familiar-personal. Abarca los espacios cercanos a la persona, pero al tratarse de un infante, este contexto está inevitablemente relacionado con los otros dos.
- Social. Formado por los entornos que promueven las relaciones con los demás como, por ejemplo, el campo deportivo, el cultural o el del ocio.
- Escolar. Engloba los ámbitos de otras materias.

Ahora bien, para no afirmar la obviedad, es decir, que los objetivos didácticos están relacionados con la asignatura de EF, vamos a verificar que los objetivos planificados

promueven las habilidades matemáticas competenciales desde SD definidas en el contexto social.

En relación a la S-P4 *Las pruebas atléticas*, las alumnas movilizaron y desarrollaron diferentes habilidades matemáticas en el contexto deportivo, el atletismo. En el siguiente ejemplo vemos como durante una SiE-A se implementan habilidades previstas en los objetivos de la SD²⁹ como, por ejemplo: usar metro y cronómetro; saber medir; saber cronometrar; interpretar los resultados de cada prueba; o utilizar las unidades de medida. En las siguientes situaciones se describen acciones en las que se puede corroborar que el alumnado desarrolla dichos objetivos.

SiE-A: de juego, de ejecución grupal y de organización grupal

Las alumnas van practicando las pruebas. En salto miden la distancia que realiza cada compañera con una cinta métrica donde algunas llegan hasta 2m50cm. Observan si pisa la línea y perciben donde cae cada pie para tomar de referencia el punto más cercano al 0, desde donde hacen una línea perpendicular hasta el metro para medir el salto. Las alumnas van comentando las distancias con las unidades correspondientes y las van comparando.

En relevos se cronometran entre los grupos utilizando el cronómetro de la profesora o el propio. Los grupos comparan sus tiempos.

En lanzamiento de “peso” perciben donde cae la bola lanzada por una compañera, trazan una perpendicular hasta el metro y miden su lanzamiento. Las alumnas comparan las distancias utilizando la unidad adecuada, algunas llegan hasta los 20m. (Caso 3. NC-O3/S-P4_Sesión:2)

En la S-P2 *Creadoras de juegos*, las estudiantes desarrollaron habilidades matemáticas en un contexto cultural como es el de los juegos populares (Lleixà, 2007), ya que dibujaron y jugaron sobre diferentes xarrancas. En los ejemplos que mostraremos a continuación podemos reconocer como en todas las fases del proyecto las alumnas pusieron en juego las habilidades matemáticas planificadas en los objetivos del RD³⁰, como: encontrar conexiones entre el proyecto y los contenidos matemáticos; planificar pasos y las acciones para dar con las demandas del problema; reconocer y saber dibujar formas geométricas; interpretar los dibujos del croquis; utilizar diferentes instrumentos de medida; medir correctamente; utilizar las unidades de longitud; utilizar los elementos y el razonamiento matemático para interpretar y producir información; potenciar el

²⁹ Ver la propuesta de objetivos completos de la SD 4 en el anexo 7

³⁰ Ver la propuesta de objetivos completos de la SD 2 en el anexo 5

interés, la motivación, la reflexión, la paciencia, la autonomía; desarrollar la percepción, organización y estructuración espacial sobre las dimensiones de los juegos; o jugar siguiendo las normas.

SiE-A: de elaboración grupal y de presentación de tareas constructoras

El grupo-clase debate para llegar a un acuerdo sobre la primera actividad que marque el primer paso del proyecto.

C.M. dice saber dónde la vamos a poner.

R.M. plantea que hay que calcular el espacio que ocupa la xarranca.

L.P. dice que se debe saber el espacio que ocupa la xarranca para saber dónde ponerla.

D. An. cree que hay que saber cómo de largo va a ser la xarranca y el orden de las figuras.

A.G. cree que hay que ir al patio a escoger el espacio.

Llegan a la conclusión que la información que necesitan saber son las dimensiones de la xarranca. (Caso 3. NC-O3/S-P2_Sesión:1)

SiE-A: de organización, de ejecución grupal, de corrección y de entrega grupal de tareas.

Primero miden el espacio para valorar si entra la xarranca en la zona prevista. Reflexionan sobre cómo marcar el primer rectángulo respecto a una línea lateral que hay en el suelo. Plantean que desde la línea de 50cm deben calcular 20cm más y repartir 10 cm a cada lado porque es el rectángulo. Las alumnas de forma autónoma se organizan para medir las distancias de las líneas, utilizar correctamente la escuadra o el cartabón para marcar los ángulos rectos, dibujar las líneas, pegar las cintas, supervisar la ejecución de las actividades y corregir en caso de error. (Caso2. NC-O3/S-P2_Sesión:5-6)

SiE-A: de juego y de corrección

Un grupo numera los cuadrados del uno al nueve. Desde fuera una alumna va diciendo a otra que salte sobre los cuadrados. Primero proponen números sueltos del 1 al 9, luego números de dos o tres cifras, con lo que deben saltar en el orden correspondiente y finalmente, proponen sumas y multiplicaciones, por lo que la alumna hace la operación rápidamente y salta sobre los números. (Caso 1. NC-O3/S-P2_Sesión_6-7)

Por otra parte, podemos afirmar que la S-P3 *Somos malabaristas* está totalmente vinculados al circo, manifestación cultural, artística y expresiva (Lleixà, 2007). Por tanto, catalogada también en el contexto cultural. En esta SD comprobamos que el alumnado ponía en juego diferentes habilidades matemáticas tanto para elaborar las bolas como durante la práctica motriz. A través de los ejemplos podemos reconocer como se desarrollaron las acciones planificadas en los objetivos didácticos³¹: pesar con balanzas; interpretar la posición de la balanza para añadir o quitar arroz; usar conceptos sobre la medida o el espacio; relacionar los conceptos espaciales con la acción de la trayectoria

³¹ Ver la propuesta de objetivos completos de la SD 3 en el anexo 6

de lanzamiento de las bolas; o interpretar y analizar imágenes para aprender a lanzar las bolas correctamente.

SiE-A: de ejecución grupal, de corrección y de organización grupal

En grupos de tres las alumnas de forma autónoma van pesando el arroz y sumando mentalmente los pesos y observando si se equilibra la balanza al añadir arroz. Durante el proceso utilizan vocabulario específico: balanza, pesos, se está equilibrando, gramos me he pasado, te has pasado, pon más arroz, hay que quitar arroz, pesa mucho, ¿cuánto peso hay?, necesito 30g de arroz. (Caso1. NC-O3/S-P3: Sesión:2)

SiE-A: de entrega de tareas individual y de elaboración grupal

Cada alumna plantea al grupo-clase su análisis de cómo realizar el lanzamiento: cómo deben estar las diferentes partes del cuerpo colocadas, las diferentes trayectorias de las bolas según el lanzamiento, las alturas, etc. En la exposición salen conceptos espaciales: dirección hacia delante; atrás; hacia fuera; lanzar recto hacia arriba; lanzar en la medida de la cabeza; el lanzamiento con una mano debe ser vertical; el lanzamiento con dos manos debe ser como un ocho; debe ser alto; la trayectoria de la bola debe ser diagonal; la dirección que toma la bola es recta; línea; diagonal; ángulo recto. (Caso1. NC-O3/S-P3_ Sesión:3)

En relación a la S-P1 *La búsqueda del tesoro*, las alumnas movilizaron habilidades matemáticas durante la creación del juego y en el desarrollo de la carrera de orientación. Esta SD se clasificó en el contexto de ocio, ya que su finalidad fue organizar una fiesta para celebrar el final del trimestre. En el proceso de elaboración las alumnas pudieron aprender a organizar un juego, adquiriendo con ello, habilidades para planificar y realizar actividades lúdicas en su tiempo libre (Blázquez, 2009). En este caso, se podría afirmar haberlo conseguido, dado que varias alumnas explican a la profesora haber preparado el juego a familiares durante las vacaciones de navidad. Consideramos, por tanto, que desde el programa de intervención se promovió la transferencia de conocimientos matemáticos y de la EF a contextos de la vida cotidiana. Este aspecto refleja, por un lado, que el alumnado llegó a adquirir CMA en este ámbito, y por otro lado, que el RD impulsó la alfabetización matemática: identificaron y vincularon las matemáticas a otros contextos de uso social y personal; y tuvieron la capacidad para usar de forma natural y eficaz sus conocimientos matemáticos aprendidos (Alsina, 2004; Gallego, 2008a, 2008b; Goñi, 2008; Ley Orgánica 2/2006; Rico, 2005a, 2006).

Después de la S-P *La búsqueda del tesoro*, a la vuelta de las vacaciones de navidad, algunas alumnas, entre tres y cuatro por cada clase, me comentan que ha hecho el juego a sus hermanos o padres, escondiéndoles chuches o algún regalito. (NCC)

En lo que respecta al desarrollo de las habilidades matemáticas hemos podido comprobar cómo se implementaron los objetivos didácticos siguientes³²: reconocer y dibujar diferentes formas geométricas; usar el dibujo de las formas geométricas para estructurar y organizar un espacio real en un plano; interpretar los dibujos del plano para orientarse y seguir un itinerario; estimar la medida que deben tener los materiales en el plano; leer e interpretar las pistas para orientarse en el espacio real; usar conceptos matemáticos sobre el espacio durante la elaboración del plano, la preparación del juego y el juego.

SiE-A: de ejecución individual y de tareas de corrección

El alumnado, en un folio de cuadrados de un centímetro, tras el consejo de comenzar buscando el centro del plano, comienzan a contar cuadros para encontrarlo, tanto en la vertical, 8, como en la horizontal 10. Luego dibuja el material distribuido por el espacio, localiza los objetos en el espacio y busca puntos de referencia para los dibuja en el plano (en relación al medio de..., arriba, abajo, a la derecha de... o a la izquierda...), estima las distancias y medidas en la realidad para trasladarlas de forma proporcionada al plano, y así organiza todos los materiales en el plano, respecto al lugar que ocupa, su orientación y distancia. (Caso 2. NC-O3/S-P1_ Sesión:2)

SiE-A: de juego, de organización grupal y de corrección

La alumna que dirige al grupo, que será una diferente en cada juego, interpreta el plano, localiza los puntos donde han escondido las pistas, orienta el plano respecto a la realidad de los objetos que ve, busca puntos de referencia en la realidad y dirige al grupo corriendo hacia el lugar. Si tiene que buscar las pistas siguiendo las coordenadas, orienta el plano, busca el punto de inicio, cuenta los cuadros en la dirección marcada y luego busca en la realidad el punto al que han llegado en el plano, y corren hasta él para buscar la pista. Las compañeras supervisan y corrigen en caso de error o duda, o si tienen muchas dificultades, la profesora. (Caso 2. NC-O3/S-P1_ Sesión: 5)

Desde la perspectiva de las alumnas, los resultados referentes a la valoración de cada SD y del proyecto Acti-Mates reflejan el gusto y el interés por las temáticas de las S-P y por las actividades, además, de forma muy significativa, destacaron el hecho de haber podido aprender matemáticas de forma lúdica y activa. También remarcaron que habían disfrutado de las actividades que realizaban de forma cooperativa con el grupo. La gran cantidad de comentarios positivos nos hacen pensar que el alumnado encontró interesante, atrayente y de su gusto el programa de intervención, pudiendo considerar el diseño del recurso educativo una clave de su éxito. En este sentido, hemos conseguido que el alumnado viviera el aprendizaje de las matemáticas en temas

³² Ver la propuesta de objetivos completos de la SD 1 en el anexo 4

actuales y cercanos a su realidad. Este planteamiento didáctico se recoge en las orientaciones pedagógicas para trabajar las matemáticas curriculares de muchos autores y normativas específicas (Alsina-Català, 2008a, 2011; Alsina & Planas, 2009; Burgués, 2008; Burgués & Sarramona, 2013; Cockcroft, 1985; De Lange, 1996; Decret 142/2007; Ley Orgánica 2/2006; Deulofeu, 2009; Freudenthal, 1993; Goñi, 2003; Van Reeuwijk, 1997; Vicente et al., 2014).

M.M.: “Lo de hacer la xarranca me ha parecido muy interesante porque hemos trabajado las mates”.

A.R.: “Lo que más me gustó fueron las actividades de las fichas y jugar a la xarranca”.

L.N.: “Yo de mayor quiero ser arquitecta y lo que más me ha gustado es construir la xarranca y nos hemos sabido escuchar y organizar”. (Caso1. EA_S-P2)

C.C.: “Pienso que es más divertido aprender matemáticas si te inventas un juego”.

M.Ca.: “Me gustó porque lo hicimos todo en grupo y porque me divertí mucho con el juego de la búsqueda del tesoro”. (Caso2. EA_S-P1)

A.R.: “Lo que más me gustó es construir las bolas porque nos ayudábamos unas a las otras”. (Caso1. EA_S-P3)

L.P.: “Me ha gustado el salto de altura y los relevos. También me gustó hacer las operaciones porque nos lo pasamos muy bien con el grupo”. (Caso3. EA_S-P4)

L.L.: “A mí me ha gustado, pero como vamos a pasar a 5º ¿podíamos hacer *Acti-Mates*, pero, un poco más difíciles?”

N.F.: “Me ha gustado mucho, no cambiara nada. Me gustó mucho el proyecto de malabares porque practiqué mucho en mi casa”.

L.V.: “Es más divertido aprender las matemáticas así, aprendiendo y jugando”.

N.F.: “El proyecto que más me ha gustado es la xarranca porque he aprendido a medir mucho mejor y a trabajar en grupo y yo lo quiero seguir haciendo el año que viene”.

M.M.: “Me ha gustado mucho porque es más divertido aprender mates haciendo ejercicio que en clase con una libreta escribiendo”. (Caso1, EA_final)

G.R.: “Me ha gustado y no cambiaría nada porque para mí las matemáticas un poco aburridas y en EF y jugando son divertidas”.

J.M.: “Me ha gustado y no cambiaría nada porque las mates a mucha gente no les gustan nada porque son un rollo total, y aquí, en EF nos divertimos y aprendemos sin darnos cuenta”.

M.S.: “A mí me ha gustado el proyecto y no cambiaría nada porque las actividades con matemáticas se hacen más divertidas”.

R.C.: “No cambiaría nada porque ha sido muy divertido porque era como en el libro, pero había que hacerlo”. (Caso 2, EA_final)

C.C.: “Las mates no es que me gusten mucho y con el proyecto he visto que las mates también te pueden divertir y hemos ido aprendiendo cosas sin darnos cuenta”. (Caso 3, EA_final)

Es interesante aportar algunos comentarios espontáneos de las alumnas, ya que describen lo significativo que llegó a ser para ellas el proyecto *Acti-Mates*.

La PM me comentó que una alumna le había dicho: “profe, así, sí que me gustan las matemáticas”. (NCC)

Varias alumnas de 5º Primaria (las que el año anterior fueron la muestra de la intervención), me preguntan si este año van hacer *Acti-Mates* y afirman que ellas quieren hacerlo. (NCC)

RC: “no cambiaría nada del proyecto *Acti-Mates* porque ha sido muy divertido porque era como en el libro, pero había que hacerlo”.

C.C.: “las mates no es que me gusten mucho y he visto con el proyecto que las mates también te pueden divertir y hemos ido aprendiendo cosas sin darnos cosas”.

Ahora bien, para hacer más evidente el interés de las alumnas por las actividades de la sesión se analizaron las notas de campo *in situ* tomadas por la profesora-investigadora (NC-O1). En ellas constatamos el grado de participación activa mostrado por el grupo-clase en una escala de tres niveles: participación activa *baja*, participación activa *buena* y participación activa *muy buena*. Los resultados se cuantificaron y se muestran en la tabla 59. Para facilitar su análisis se representan los datos en el gráfico 4.

Tabla 59. Grado de participación activa mostrado por el alumnado durante la intervención

Participación activa del grupo-clase	Caso 1		Caso 2		Caso 3		TOTAL
	S-P2	S-P3	S-P1	S-P2	S-P2	S-P4	
Baja	1	0	0	0	2	0	3
Buena	3	2	0	0	1	0	6
Muy buena	3	3	5	8	6	5	30

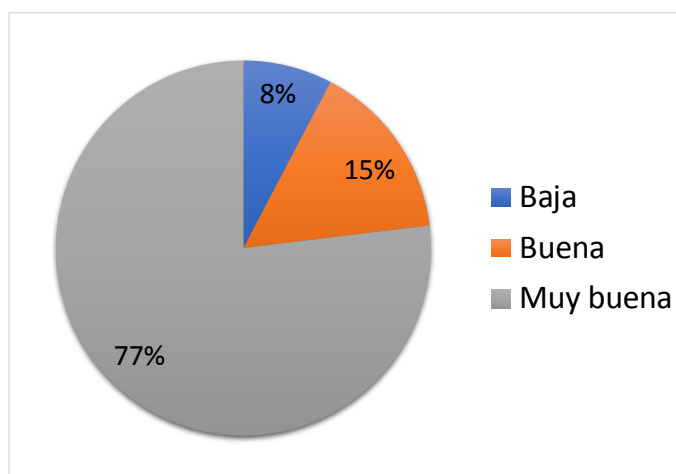


Gráfico 4. Grado de participación activa mostrado por el grupo-clase durante la intervención

En el gráfico 4 percibimos rápidamente como la participación activa del alumnado fue muy buena en casi todas las sesiones de la intervención, lo muestra el 77% de registros. En el 15% de las sesiones, el alumnado parecía interesado a nivel general, pero la participación activa se centró en un grupo de alumnas en concreto. Consideramos estos datos como positivos ya que hacen visible que, desde los objetivos junto con el

planteamiento metodológico del RD se fomentan la participación activa del discente, aspecto imprescindible para se produzca aprendizaje (Ausubel et al., 1983; Piaget, 1981; Piaget & Delval, 1986; Pozo, 2008; Vygotsky, 1979). Existen multitud de evidencias recogidas por la profesora-investigadora que describen comentarios específicos a la participación activa del alumnado durante el trabajo o el juego.

Desde el primer momento estuvieron realmente concentradas, conectadas e inmersas en el trabajo, pendientes de las acciones de las compañeras. Se organizaron y coordinaron realmente bien. Había sintonía y dinamismo en el trabajo de cada equipo. Comentaban acciones que iban realizando con alegría. El resultado de la elaboración de las bolas fue muy muy bueno, les quedaron muy bien. Las alumnas desde el primer momento llevaron las bolas al patio para practicar y me mostraban los avances cuando me veían por el cole. (Caso 1. NC-O1/S-P3_Sesión:2)

Las alumnas estaban súper motivadas, concentradas y muy bien organizadas. (Caso 4. NC-O1/S-P4_Sesión:3)

Por el contrario, se dieron conflictos o una pasividad generalizada en el grupo-clase en el 8% de las sesiones. Al analizar estos datos comprobamos que esta baja participación o conflictividad se produjo en aquellas sesiones en las que se realizaba el análisis, la reflexión o el debate para elaborar las actividades del proceso de resolución de la S-P, lo que denominamos SiE-A de elaboración grupal. Justificamos esta desgana al esfuerzo personal que requerían dichas actividades (Doncel & Leena, 2011; Perrenoud, 2008; Solé, 1993), que además de un cierto nivel en la capacidad de abstracción, precisaban de una actitud de curiosidad, iniciativa, creatividad, rigor, perseverancia, reflexión, paciencia, autonomía y autoconfianza, actitudes que algunas alumnas perdían durante estas sesiones. Concretamente, como se puede observar en la tabla 59, el grado de participación activa bajo se dio de forma exclusiva en la S-P2 *Creadoras de juegos*, la más laboriosa. El comentario recuperado de la profesora-investigadora describe los acontecimientos de una de las sesiones.

Grado de participación activa: bajo

Debido a que tres alumnas distorsionaban mucho, reían, jugaban y hacían otras cosas que no eran relativas a las actividades, he tenido que parar la grabación varias veces para llamar la atención sobre su comportamiento. Las he separado del grupo porque distraían al resto que, evidentemente, se perdían, distraían y no participaban. (Caso 1. NC-O1/S-P2_Sesión:2)

Como conclusión a la pregunta si los objetivos didácticos promueven la movilización de habilidades matemáticas en situaciones reales cercanas a los intereses del infante o de

su vida cotidiana, gracias a la triangulación y a la saturación de los resultados, tenemos indicios que nos permiten afirmar que sí, dado que:

1. El alumnado durante el desarrollo de las actividades del proceso de resolución de las S-P movilizó las habilidades matemáticas contempladas en los objetivos didácticos, por tanto, se ajustaron a la planificación didáctica.
2. Las temáticas diseñadas para las diferentes SD del recurso educativo se adecuaron al marco competencial y matemático de la etapa de Primaria.
3. El alumnado encontró interesante, atrayente y de su gusto el recurso educativo al haber trabajado y aprendido las matemáticas jugando y cooperando con sus compañeras.
4. La percepción de la profesora-investigadora a lo largo de toda la intervención confirma que la participación activa del alumnado fue mayoritariamente muy buena.
5. El alumnado transfirió los conocimientos matemáticos aprendidos a contextos de su vida cotidiana, aspecto que confirma la adquisición de CMa.

b) Contenidos de aprendizaje

Para reconocer si se trabajaron los contenidos matemáticos de forma competencial (significativa, funcional, útil, relevante, aplicada, activa, vivencial, manipulativa y práctica) se realizaron tres acciones. Primero se analizó la frecuencia de aparición de los contenidos matemáticos detallados en el Decret 142/2007 en cada una de las SD. Esta categorización se hizo en base a los datos de las NC-O1, ya que registraban los contenidos matemáticos transferidos por el alumnado en el desarrollo de las actividades de cada sesión. Ahora bien, en segundo lugar, para reconocer si el contenido matemático se implementó de forma aplicada, activa, vivencial, manipulativa y práctica, se analizaron las NC-O3. Las estrategias implementadas por el alumnado nos permitieron examinar cómo fueron utilizados los contenidos matemáticos. Finalmente, y para complementar esta respuesta, se estudiaron los comentarios que revelaron cómo

el contenido trabajado resultó significativo, funcional y útil para el discente, registrados en las NCC.

Tabla 60. S-P en las que se trabajaron los contenidos de numeración y cálculo

	S-P	Contenidos Matemáticos (Decret 142/2007)
Numeración y cálculo	4	- Comprensión de los números y sus formas de representación del sistema de numeración.
	2-4	- Comprensión del sistema de numeración decimal.
	2-3-4	- Uso de diferentes lenguajes (verbal, gráfica, simbólico...) para representar el sistema numérico decimal.
	2-4	- Aplicación de números decimales en contextos.
	1-2-4	- Interpretación y uso de las unidades de medida
	4	- Elaboración de gráficas y tablas a partir del recuento y la medida.
	X	- Uso y relación de los decimales como números que se aproximan la medida.
	2-4	- Uso de las propiedades numéricas para recoger, describir e interpretar datos.
	2-3-4	- Comprensión de la funcionalidad del cálculo y la estimación.
	2-3-4	- Uso de las relaciones entre las operaciones para agilizar el cálculo mental.
	2-4	- Explicación y contraste de las estrategias de cálculo mental empleadas.
	3	- Estimación de los resultados de les operaciones como números naturales.
	2-3-4	- Realización de restes, multiplicaciones y divisiones con números naturales con algoritmos estándar.
	X	- Realización de sumas con fracciones.
	2-3-4	- Selección adecuada del tipo de cálculo según la situación: cálculo mental o cálculo escrito.

Respecto a este contenido *numeración y cálculo*, en la tabla 60, comprobamos que fue utilizado de forma mayoritaria en las S-P 2, 3 y 4. Analizando los diferentes datos narrativos confirmamos que fue trabajado de forma vivencial y práctica, esto se observa porque se utilizó para: comprobar la propuesta de medida definitiva del ancho de la xarranca; realizar cálculos mentales y escritos para jugar, pesar o clasificar los resultados de las pruebas atléticas; identificar los números en la cinta métrica durante los saltos y los lanzamientos; y registrar los resultados de las pruebas en la ficha del grupo (ver anexo 30³³).

SiE-A: de ejecución grupal, de entrega grupal de tareas y de corrección

M.Co. con sus compañeras comprueba con el metro lo que han calculado para el ancho de la xarranca, primero marcan 50cm y luego otros 50cm. También, le preguntan a el grupo que hace su xarranca cuanto les ha dado a ellas. A.A. que es del otro equipo propone que de largo 5m. y de ancho 1m. (Caso2. NC-O3/S-P2_ Sesión:4)

³³ El anexo 30 muestra las fichas de registro y suma de los resultados de la S-P 4 *Las pruebas atléticas*.

SiE-A: de juego y de organización grupal

Un grupo numera los cuadrados del uno al nueve. Desde fuera una alumna va diciendo a otra que salte sobre: primero números sueltos del 1 al 9, luego números de 2 o 3 cifras, con lo que debe saltar en el orden correspondiente y finalmente, proponer sumas y multiplicaciones, por lo que la alumna debe hacer la operación rápidamente y saltar sobre los números sin confundirse. (Caso1. NC-O3/S-P2_Sesión:6-7)

SiE-A: de ejecución grupal, de corrección, de organización grupal

En grupos de tres las alumnas de forma autónoma van pesando el arroz, colocando y sumando mentalmente los pesos y observando si se equilibra la balanza al añadir arroz. (Caso 1. NC-O3/S-P3_Sesión:2)

SiE-A: de juego y de ejecución individual

Las alumnas dicen en voz alta la distancia utilizando la unidad adecuada y los decimales correspondientes. Una alumna apunta la distancia en la ficha del equipo utilizando los números, los decimales y la magnitud correspondiente. (Caso3. NC-O3/S-P4_Sesión:3)

SiE-A: de ejecución individual, y de ejecución grupal, de organización grupal

Las alumnas de forma individual suman los resultados de cada prueba y comparan los resultados de las operaciones con las compañeras de equipo para saber si han realizado correctamente la operación. Si tienen resultados diferentes repasan las sumas para reconocer quien se ha confundido y saber cuál es el resultado correcto. C.G. no ha copiado bien los resultados de los saltos y sus compañeras le explican que tiene que poner un 1 antes de la coma, porque todas han saltado 1m. (Caso3. NC-O3/S-P4_Sesión:5)

Tabla 61. S-P en las que se trabajaron los contenidos de relación y cambio

	S-P	Contenidos Matemáticos (Decret 142/2007)
Relaciones y cambio	1-2-3-4	- Comprensión y análisis de los patrones, relaciones y cambios.
	2	- Seguimiento de series numéricas, geométricas y descubrimiento del patrón.
	2	- Buscar regularidades.
	X	- Descripción de situaciones en qué se produzcan cambio o las peculiaridades sean constantes.
	2-3-4	- Interpretación de la equivalencia en el uso de diferentes unidades de medida.
	2-3	- Relación perímetro-longitud y área-superficie.
	2	- Uso de modelos y expresiones matemáticas para representar las relaciones.
	2	- Expresión del patrón de una serie verbalmente.
	1-2-3-4	- Modelización de situaciones problema mediante objetos, gráficas o signos matemáticos.

En la tabla 61 observamos como los elementos del contenido *relaciones y cambio*, se utilizaron de forma generalizada en la S-P 2, sin embargo, dos de ellos se implementaron en todas las SD. A través del análisis de las NC-O3 comprobamos que el trabajo de este contenido se desarrolló sobre todo durante las SiE-A de elaboración y ejecución grupal. Además, pudimos corroborar que su utilización fue práctica y vivencial puesto que las alumnas analizaban y reflexionaban sobre las variables matemáticas que condicionaban el problema y sobre los factores que deberían tener en cuenta para progresar en su

resolución. Por ejemplo, reconociendo las relaciones entre: el tamaño de la xarranca, las medidas de sus figuras y la medida de los pies (ver anexo 31³⁴); el tamaño de la mano y las dimensiones de la bola de malabares; la necesidad de poner o quitar más arroz de la báscula en función de su posición; o impulsarse cerca de la línea para obtener una distancia de salto más largo.

SiE-A: de juego, de presentación de tareas facilitadoras y de ejecución individual

La profesora deja las 3 bolas para que las alumnas puedan valorar su tamaño y compararlo con las dimensiones de su mano. Con esta acción ellas deciden la cantidad de arroz que va a tener las bolas que elaboren. Las alumnas las tocan, las lanzan y las cogen y deciden cual será el tamaño más adecuado y su peso. (Caso 1. NC-O3/S-P3_ Sesión:1)

SiE-A: de ejecución grupal, de organización grupal y de corrección

Una alumna observa la balanza, que está muy descompensada hacia la parte del arroz, pregunta C.P.: “*pesa mucho, ¿no?*”. M.S. inmediatamente le saca arroz. Cuando I.H. va incorporando arroz y la balanza se compensa, y las otras dos compañeras la avisan de que pare de poner. (Caso 1. NC-O3/S-P3_ Sesión:2)

SiE-A: de juego, de organización grupal, de ejecución grupal y corrección

D.B. salta muy alejada de la línea. R.M. le dice que solo ha saltado 80cm. También le comenta que ha saltado muy lejos de la línea y le muestra el punto desde donde ha tomado el impulso. [...plantea] que podría haber saltado más. (Caso 3. NC-O3/S-P4_ Sesión:3)

Tabla 62. S-P en las que se trabajaron los contenidos de espacio y forma

	S-P	Contenidos Matemáticos (Decret 142/2007)
Espacio y forma	1-2-3	- Análisis de las características y propiedades de las figuras geométricas.
	1-2-3	- Identificación y descripción verbal, usando vocabulario específico, de las propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones: polígonos, círculos, poliedros y cuerpos redondos.
	2-3	- Utilización de la medida y de los números para investigar propiedades geométricas.
	2-3	- Representación, construcción y comparación de figuras geométricas de dos y tres dimensiones.
	1-2-3-4	- Localización y descripción de relaciones espaciales.
	1-2-3	- Descripción de la localización y el movimiento de un objeto utilizando el vocabulario adecuado.
	1-3	- Utilización de puntos de referencia para moverse en el entorno cercano.
	1-2-3-4	- Creación y uso de sistemas de coordenadas para localizar distancias entre dos puntos y describir caminos.
	1-2	- Realización, interpretación y uso de planos y de itinerarios utilizando diferentes tipos de soportes.
	1-2-3	- Utilización de la visualización y de modelos geométricos para resolver problemas.
1-2-3	- Identificación de las vistas parciales de una figura.	

³⁴ El anexo 31 muestra una ficha del proceso de pensamiento desarrollado por las alumnas en la S-P2 *Creadoras de juegos*.

	1-2	- Construcción y representación sobre papel de poliedros y polígonos.
	1	- Creación y descripción de imágenes mentales de objetos, patrones y caminos.
	1-2-4	- Uso de la regla, la escuadra, para ampliar la capacidad de razonamiento espacial.
	1-2-4	- Uso de conceptos espaciales para recoger, describir e interpretar datos.
	1-2-3-4	- Uso de modelos geométricos para resolver problemas numéricos y de medida.

Como se puede comprobar en la tabla 62 el contenido de *espacio y forma*, junto con el de *medida* (tabla 63), fueron los que más se trabajaron durante toda la intervención práctica, casi todos sus elementos se implementaron en dos o más S-P. Este hecho lo hemos confirmado a través de múltiples evidencias descritas en las NC-O3. En ellas percibimos que se pusieron en juego estos contenidos de forma activa, manipulativa, práctica y vivencial durante: la creación y el juego de *La búsqueda del tesoro* (ver anexo32³⁵); la elaboración (ver anexo 33³⁶) y el juego de las xarrancas; la práctica de los malabares; y las pruebas atléticas.

SiE-A: de juego, de organización grupal y de corrección

La alumna que dirige al grupo interpreta el plano, localiza los puntos donde han escondido las pistas, orienta el plano respecto a la realidad de los objetos que ve, busca puntos de referencia en la realidad y dirige al grupo corriendo hacia el lugar. Si tienen que buscar las pistas siguiendo las coordenadas: orientan el plano, buscan el punto de inicio, cuentan los cuadros en la dirección marcada y luego buscan en la realidad el punto al que han llegado en el plano. (Caso 2. NC-O3/S-P1_ Sesión: 5)

SiE-A: presentación de tareas facilitadoras y de ejecución individual y juego

En el patio la profesora explica el itinerario de la carrera de cross. Las alumnas permanecen atentas y observan las indicaciones que va dando la profesora, visualizando la descripción del itinerario a recorrer sobre el terreno. Observan el terreno para localizar los puntos de referencia y lo memorizan para seguirlo durante la carrera. (Caso 3. NC-O3/S-P4_ Sesión:3)

Tabla 63. S-P en las que se trabajaron el contenido de medida

	S-P	Contenidos Matemáticos (Decreto 142/2007)
Medida	2-3-4	- Comprensión de magnitudes medibles, de unidades y del proceso de medida.
	2-3-4	- Reconocimiento de las magnitudes de longitud, masa, capacidad, área, tiempos y amplitud de ángulos.
	2-4	- Comparación directa de ángulos y áreas.
	2	- Comprensión de la medida como aproximación.
	2-4	- Uso de los decimales como números que permiten aproximarse a la medida.

³⁵ El anexo 32 muestra unos mapas dibujados por las alumnas de la S-P1 *La búsqueda del tesoro*.

³⁶ El anexo 33 muestra las fichas del proceso de resolución desarrollado por las alumnas en la S-P2 *Creadoras de juegos*.

2-3-4	- Uso de unidades comunes del Sistema Internacional: longitud (km, m, cm, mm); masa (kg, g); capacidad (l, ml).
1-2-3-4	- Equivalencia de unidades comunes en contextos significativos.
1-2-3-4	- Interpretación de la equivalencia en el uso de diferentes unidades de medida.
1-2-3	- Utilización de la medida y de los números para investigar propiedades geométricas.
4	- Comprensión y uso de las unidades de tiempo (minuto, segundos, centésimas) y sus relaciones.
1-2-3-4	- Aplicación de técnicas e instrumentos adecuados para medir.
1-3-4	- Desarrollo de estrategias de estimación en diferentes magnitudes.
1-2-3-4	- Selección de la unidad más adecuada y del instrumento para realizar la medida.
1-2-3-4	- Uso de la regla, cinta métrica y balanzas
1-2-3-4	- Diseño de actividades de medida dentro de un contexto significativo.
1-2-3-4	- Relación perímetro-longitud y área-superficie.
1-2	- Descripción oral y escrita del proceso de medida.
1-2-3-4	- Uso de modelos geométricos para resolver problemas numéricos y de medida.

Observando los datos de la tabla 63 podemos decir que los diferentes elementos del contenido de *medida*, se trabajaron en la mayoría de las S-P. Ahora bien, desde las estrategias implementadas por el alumnado podemos confirmar que usaron de forma activa, vivencial, práctica, manipulativa y aplicativa, por ejemplo: al dibujar el mapa del espacio de juego a escala (ver anexo 32); al utilizar el metro para estimar la medida de las figuras de la xarranca y plasmar los datos en un croquis (ver anexos 31 y 33); al estimar los pesos de las bolas (ver anexo 34)³⁷; y al utilizar el metro y el cronómetro durante las pruebas atléticas.

SiE-A: ejecución individual de tareas

En ocasiones alguna alumna se levanta para mirar la localización de algún material o percibir la distancia entre ellos, cuenta los pasos que hay entre material y mira si se alinean en la lejanía. (Caso2. NC-O3/S-P1_ Sesión:2)

SiE-A: de ejecución grupal, de organización grupal y de corrección

Utilizan el metro o la regla para medir sus bambas o los zapatos y miden también los pies más grandes de sus compañeras de la ESO. Comparan todas las medidas para saber cuál es la medida más grande, que tomarán como referencia para estimar la medida de las figuras. (Caso 3. NC-O3/S-P2_ Sesión:2)

Sesión:7-8 SiE-A: juego (Xarranca clásica), de entrega grupal de tareas y de organización grupal

³⁷ El anexo 34 muestra de las fichas el proceso de resolución desarrollado por las alumnas en la S-P3 *Somos malabaristas*.

Un grupo jugaba a la xarranca y se cronometraban a reconocer quién la realizaba más rápida. (Caso 2. NC-O3/S-P2_ Sesión:7-8)

SiE-A: de ejecución práctica, de organización grupal y de corrección

Antes de poner el arroz una alumna pregunta a sus compañeras si hay 100g. El resto lo comprueban y suman mentalmente, descubren que hay 95 y añaden un peso de 5g. (Caso 1. NC-O3/S-P3_ Sesión:2)

SiE-A: de juego, de ejecución grupal, de organización grupal y de corrección

Las alumnas realizan la prueba de carrera de relevos. Cada grupo cronometra con el cronómetro "oficial" situándose en la línea de salida y meta. El resto de alumnas de otros grupos supervisan o utilizan los cronómetros propios para cronometrar también. Una vez finalizado la alumna dice en voz alta el tiempo y las alumnas del grupo que corrían apuntan el tiempo realizado en la ficha. (Caso 3. NC-O3/S-P4_ Sesión:3)

Tabla 64. S-P en las que se trabajaron los contenidos de estadística y azar

	S-P	Contenidos Matemáticos (Decret 142/2007)
Estadística y azar	4	- Formulación de preguntas abordables con datos y recogida, organización y presentación de datos relevantes para responder.
	4	- Formulación de preguntas basadas en hechos cercanos e intereses propis.
	4	- Recogida de datos mediante la observación, experimentos con muestras pequeñas.
	X	- Interpretación de la frecuencia absoluta.
	2-4	- Uso de la numeración y de conceptos espaciales para recoger, describir e interpretar datos.
	4	- Lectura e interpretación de datos estadísticos y de gráficas extraídas de diferentes medios.
	4	- Selección y uso de métodos estadísticos para analizar datos.
	4	- Descripción de la forma y de las características importantes del conjunto de los datos.
	4	- Análisis de las características de datos cuantitativos ordenados.
	X	- Identificación y comprensión de la media y aplicarla a la resolución de problemas.
	4	- Sacar conclusiones y hacer predicciones sobre bases de datos.
	4	- Distinción entre lo que muestran los datos y lo que podría esperarse de los resultados.
	X	- Comprensión de conjuntos de datos que son muestras de población grandes.
	4	- Aplicación a la resolución de problemas.
	4	- Descripción oral de una situación a partir del análisis de los datos.
	X	- Comprensión y aplicación de conceptos básicos de azar.
	X	- Descripción de sucesos y discusión del grado de probabilidad utilizando expresiones como seguro, posible, imposible.
	X	- Predicción de la probabilidad de resultados de experimentos sencillos y comprobación de las predicciones.
X	- Exploración y regulación de la probabilidad mediante experimentos y juegos que produzcan pocos resultados.	
X	- Resolución de problemas donde intervengan factores de azar.	

Los registros de la tabla 64 muestran que el contenido *estadística y azar* es el menos trabajado en el proyecto *Acti-Mates*, no obstante, sus elementos se implementaron de forma específica en la S-P4 *Las pruebas atléticas*. Pudimos reconocer a través de las

acciones desarrolladas por el alumnado que se utilizó de forma aplicativa y funcional al registrar los resultados de cada prueba, al sumarlos, al analizarlos y al clasificarlos ³⁸.

SiE-A: de juego, de ejecución grupal, de organización grupal y de corrección

Las alumnas realizan la prueba de carrera de relevos. [...] Una vez finalizado la alumna dice en voz alta el tiempo y las alumnas del grupo lo apuntan en la ficha.

Algunas alumnas permanecen atentas a los tiempos que realizan los grupos y los memorizan, y reflexionan sobre los resultados analizando la posible clasificación. Según van realizando las carreras hacen comentarios como: van primeras ellas, nosotras vamos primeras, o vamos ganando... (Caso3. NC-O3/S-P4_ Sesión:3)

El gráfico 5 nos permite reconocer fácilmente el cómputo total de los contenidos utilizados por el alumnado en cada una de las S-P. Los datos nos confirman que los elementos del contenido relacionado con la *media* fueron los que más frecuencia de aparición tuvieron durante todo el proyecto. Les siguen de cerca los relacionados con *espacio y forma* y más alejados los de *numeración y cálculo*. En cuanto a los contenidos de *relaciones y cambio y estadística y azar*, sus aspectos se dieron de forma generalizada en dos S-P, la 2 y la 4. Estos resultados nos confirman que nuestro programa didáctico está en la línea de los planteamientos teóricos de los autores que piensan que a través de la EF se desarrollan de forma significativa los contenidos geométricos y espaciales (Biniés, 2008; Canals, 2001; Díaz-Barahona, 2009; Gómez-Rijo et al., 2008; Lapierre & Aucouturier, 1974, 1977; Le Boulch, 1981; Lleixà, 1990, 2007; Piaget & Beth, 1968). Ahora bien, también nos permiten estimar que desde los contextos propios de la asignatura de EF es posible trabajar y utilizar de manera práctica, aplicativa y significativa el resto de contenidos matemáticos curriculares.

³⁸ El anexo 30 muestra una ficha del registro y de la suma de los resultados de la S-P4 *Las pruebas atléticas*.

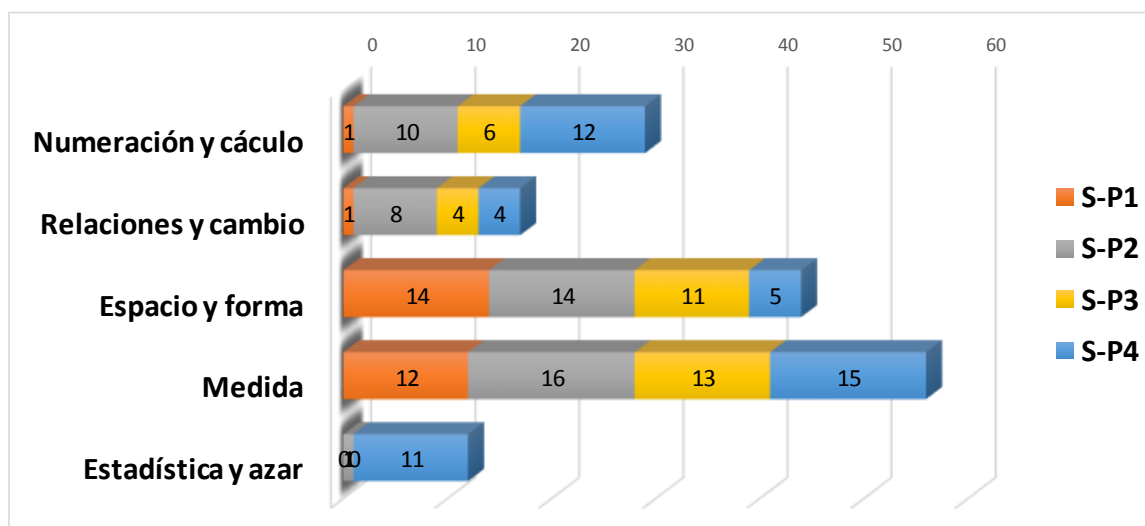


Gráfico 5. Frecuencia de aparición de los contenidos matemáticos en cada S-P

Por otro lado, para estudiar si objetivamente el trabajo de los contenidos matemáticos resultó significativo y funcional para el alumnado, analizamos sus valoraciones sobre el proyecto. En algunas exposiciones se puede comprobar de forma directa cómo reconocieron la parte utilitaria de las matemáticas. Este aspecto nos ayudó a confirmar que el uso de contextos reales, en nuestro caso los propios de la EF, para el aprendizaje de las matemáticas, favoreció que las alumnas llegaran a percibir la relevancia de las matemáticas en la vida cotidiana. Esta idea también la contemplan los planteamientos teórico-prácticos de Van Reeuwijk (1997).

L.B.: *“Con el proyecto Acti-Mates he aprendido a utilizar las matemáticas para construir cosas y hacer muchas cosas”.*

S.S.: *“Ahora entiendo para que sirven las matemáticas”.*

L.F.: *“Con el proyecto me he dado cuenta que al principio pensaba que no se relacionaban nada, la EF y las mates, y ahora he visto que sí”.*

M.M.: *“He aprendido a utilizar las mates para hacer juegos y otras cosas”.* (NCC)

El cómputo general de los resultados de este punto nos confirmó que todos los contenidos matemáticos utilizados por el alumnado durante el desarrollo del recurso educativo fueron, casi en su totalidad, los planteados en el marco legislativo. Además, podemos afirmar que se trabajaron siguiendo las bases metodológicas del aprendizaje competencial. Es decir, las alumnas durante la resolución de las S-P implementaron los contenidos matemáticos de manera significativa, funcional, útil, relevante, aplicativa, activa, vivencial, manipulativa y práctica (Bolívar, 2008; Coll, 2007; Decret 142/2007; Ley Orgánica 2/2006, Real Decreto 126/2014; Díaz-Barriga, 2007; Díaz-Barriga & Rigo, 2006;

Escamilla, 2008, 2009; Hernández, 2006; Hipkins, 2006; Pérez-Gómez, 2007, 2012, Perrenoud, 2004, 2008, 2012; Zabala & Arnau, 2007).

c) Desempeño de las dimensiones de la CMA

Para reconocer si el RD promovió el desempeño de las tres dimensiones de la CMA por igual, analizamos las rúbricas de evaluación cuantificando el total de las intervenciones del alumnado en cada descriptor. En la tabla 65 se recogen los resultados obtenidos, además, a través del gráfico 6 se puede reconocer fácilmente la frecuencia de aparición de cada dimensión durante la intervención.

Tabla 65. Número de intervenciones registradas en las Rb de evaluación: desempeño de dimensiones y descriptores

Dimensiones	Total	Descriptores	Total
1. Pensar y razonar matemáticamente	319	1.1. Explicar ideas para avanzar en la solución de la S-P	221
		1.2. Expresar argumentos matemáticos para justificar acciones o estrategias cognitivos	98
2. Modelización y resolución de problema	2857	2.1. Identificar aspectos que relacionan la situación real propuesta con las matemáticas	125
		2.2. Identificar y relacionar las variables de la situación que marquen los pasos para dar con la solución	154
		2.3. Usar un modelo matemático	393
		2.4. Utilizar conceptos y procedimientos matemáticos para resolver las tareas que permiten avanzar en la resolución del problema	1052
		2.5. Analizar los resultados	293
		2.6. Aportar soluciones al problema ajustadas al planteamiento	465
		2.7. Presentar el resultado del trabajo	375
3. Comunicar y representar ideas matemáticas mediante el lenguaje simbólico, formal y técnico	629	3.1. Expresar ideas y procedimientos matemáticos	195
		3.2. Usar el lenguaje formal y simbólico	434

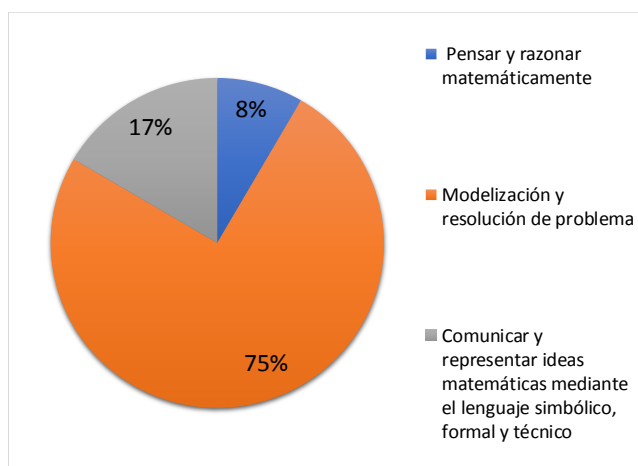


Gráfico 6. Frecuencia de aparición de las dimensiones de la CMA durante el total de las SD

A través del análisis de la tabla 65 y de la observación del gráfico 6, podemos decir que los resultados revelan claramente una diferencia sustancial entre el uso de las habilidades relacionadas con la dimensión *Modelización y resolución de problema* y el resto de dimensiones. Como se puede percibir: el 75% de las acciones desempeñadas fueron realizadas en base a las acciones definidas en dicha dimensión; el 17% corresponden a la implementación de habilidades relacionadas con *comunicar y representar ideas matemáticas*; y, tan sólo, el 8% de las intervenciones desarrollaron habilidades relacionadas con *pensar y razonar matemáticamente*. Dichos resultados tienen su lógica si los relacionamos con los obtenidos en el apartado de los contenidos. Ya que la utilización de los contenidos matemáticos de forma aplicada y funcional requiere del desempeño específico de la dimensión de la CMA relativa a la modelización. Hecho que se identifica en las evidencias mostradas en este apartado.

En cierto sentido, estos datos nos confirman que el RD sigue de forma correcta las instrucciones teóricas y curriculares para el desarrollo de la CMA. Ya que promovió la modelización matemática de situaciones y problemas reales, en nuestro caso, del ámbito de la EF (Alsina & Planas, 2009; Blum & Niss, 1991; Goñi, 2008; Goñi et al., 2000; Marín, 2010).

Ahora bien, profundizando en los datos de la tabla 65, comprobamos que el descriptor que destaca por encima del resto fue el relacionado con el *uso de contenidos matemáticos*. Le siguen, aunque a cierta distancia, el de *aportar soluciones ajustadas y*

el de *usar el lenguaje formal y simbólico*. Estos resultados muestran que durante el proceso de resolución se promovieron y generaron acciones donde el alumnado aportó ideas para buscar resolver la situación, usó el lenguaje matemático para comunicarse y, como es obvio, utilizó los contenidos matemáticos para resolver y alcanzar el objetivo del proyecto. Los datos nos revelaron de forma clara que durante la práctica los grupos desarrollaron las acciones específicas que requiere el proceso de resolución de problemas matemáticos en grupo (Guzmán, 1991). Estudiaremos estas evidencias de forma más detallada en el siguiente punto.

d) Metodología cooperativa

Por último, y para finalizar con el análisis de la pertinencia y la adecuación del RD, mostraremos los resultados que hacen visible que el diseño del recurso educativo, facilitó momentos de control y gestión cooperativa del proceso de resolución de las S-P. Con el fin dar respuesta a esta cuestión analizamos el contenido de las NC-O3. A través de ellas confirmamos que desde cada SD se trasladó la responsabilidad y el autocontrol del proceso resolución a las alumnas. Además, evidenciamos como se desarrollaron los pasos por los cuales se resuelve un problema matemático en grupo (Guzmán, 1991)³⁹. Presentaremos los resultados especificando, por una parte, la fase de la S-P donde se promovieron las actividades de cada paso: 1) familiarización con el problema; 2) búsqueda, selección y ejecución de estrategias matemáticas; 3) y reflexión sobre el proceso. Y, por otra parte, exponemos un ejemplo representativo de los hechos.

Comprobamos que durante las presentaciones de las S-P el grupo se familiarizaba con el contenido de los problemas tratando de entender las situaciones presentadas. Todos los registros describen que el alumnado estuvo muy atento a las explicaciones, y mostró gran entusiasmo por las diferentes temáticas. Entendemos con ello que el presentar una

³⁹ Ver tabla 15 y figura 27.

S-P ambientada en un contexto real, como el nuestro, incrementó el interés del discente por el proyecto de E-A, activó su creatividad para analizar la información y facilitó la comprensión del objetivo del problema. Esta idea también la describe en sus planteamientos teóricos Van Reeuwijk (1997).

SiE-A: de presentación de la s-P

Al escuchar el título muchas alumnas se sorprenden, exclaman con entusiasmo. Al describir la propuesta y preguntar si les gustaría crear el juego, una parte del alumnado lo viven con mucha emoción, gesticulan, vitorean y asienten enérgicamente. La otra mitad, asienten y afirman que quieren participar, se muestran alegres y sorprendidas. Al ver un ejemplo de mapa en la pizarra, se escucha una exclamación generalizada del grupo. (Caso 2. NC-O3/S-P1_ Sesión:1)

El alumnado durante la presentación de la S-P se muestra atento mirando a la pizarra o a la profesora intentando comprender la propuesta del proyecto. Tras la pregunta si se animan a participar en una competición por equipos en diferentes pruebas atléticas, el alumnado se muestra ilusionado y responde enérgicamente que sí. (Caso 3. NC-O3/S-P4_ Sesión:1)

Por otro lado, corroboramos que en el desarrollo de las actividades guía, diseñadas desde el recurso educativo, el alumnado dispuso de momentos para el análisis y la reflexión del proyecto en grupo. Además, también facilitaron la familiarización definitiva con la situación. Al ponerse de acuerdo para diseñar el plan de acción: plantearon ideas para entender el problema; reconocieron y presentaron las variables que relacionaban el problema con el mundo matemático; y valoraron los aspectos que condicionaban el proceso de resolución. En relación a esta idea, la EMR considera que los debates como los que se generaron desde nuestro RD, otorgan la oportunidad de compartir estrategias matemáticas para alcanzar mayor nivel de comprensión sobre el problema (De Lange, 1996; Van Den Heuvel-Panhuizen, 2000, 2003; Van Den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014; Van Reeuwijk, 1997). Los siguientes ejemplos se hacen visibles estas acciones.

SiE-A: de entrega individual de tareas, de elaboración grupal y de organización grupal

Cada grupo se ponen de acuerdo sobre qué es lo más importante tener para hacer el juego de la búsqueda del tesoro y los materiales necesarios para poderla realizar. (Caso 1. NC-O3/S-P1_ Sesión:1)

SiE-A: entrega individual de tareas y elaboración grupal

Cada alumna explica al grupo-clase su propuesta [qué se debe saber para construir las bolas malabares]. El grupo debate sobre las ideas de las demás. Las alumnas plantean: saber los materiales (globos, arroz, tijeras), la cantidad, saber lo que pesa cada bola, saber pesar los gramos de arroz, saberlas hacer, saber el tamaño, cantidad de bolas (3), que te cojan las bolas en las manos. (Caso 1. NC-O3/S-P3_ Sesión:1)

Al mismo tiempo, comprobamos cómo a través de las actividades guía, específicas de cada SD, se indujo al alumnado a organizar y planificar el proceso de resolución, promoviendo que los grupos buscaran y seleccionaran las estrategias, los procedimientos o las actividades más adecuadas para resolver la S-P. Podemos identificar estas acciones en los ejemplos que se muestran a continuación.

SiE-A: de ejecución práctica y de organización grupal

El grupo deciden localizar 4 puntos donde van a esconder tres pistas y el tesoro. Y los marca en el plano con 4 círculos o escribiendo unas coordenadas con el número de cuadros y la dirección N-S-E-O. (Caso 1. NC-O3_S-P1_Sesión:3-4)

SiE-A: de presentación de tareas constructoras

Las alumnas llegan a la conclusión y pactan que la primera actividad para comenzar el proyecto es averiguar cuál será el tamaño de la xarranca. (Caso 3. NC-O3/S-P2_Sesión:2)

SiE-A: de ejecución grupal, de organización grupal y de corrección

Analizan y pactan cómo calcular las medidas de la xarranca (unos grupos multiplican y otros suman). Calculan sus medidas y dibujan un croquis señalando las medidas del triángulo, cuadrado y rectángulo. (Caso 3. NC-O3/S-P2_Sesión:3)

Sobre las actividades que desarrollan el plan de acción, correspondientes al paso en el que el grupo ejecuta las estrategias pactadas, hemos encontrado gran cantidad de evidencias que muestran como el alumnado asumió la gestión, el control y la responsabilidad del desarrollo de las actividades de forma adecuada. En este sentido, se confirman las ideas de Torra (2016), que reconoce que actuar conjuntamente sobre el problema ayuda a evolucionar positivamente, ya que el comportamiento cooperativo resulta más perfeccionado. Estos acontecimientos se pueden reconocer en los siguientes fragmentos.

SiE-A: de juego y de organización grupal

Se reparten los roles para jugar: una orienta el plano y señala el itinerario y el punto donde buscar, otra busca la pista o el tesoro y la tercera apunta la palabra que muestra el dibujo de la pista encontrada. (Caso 1. NC-O3/S-P1_Sesión: 5)

SiE-A: de organización grupal, de entrega grupal de tareas, de ejecución grupal y de corrección

Las alumnas de forma autónoma se organizan para medir las distancias de las líneas, utilizar correctamente la escuadra o el cartabón para marcar los ángulos rectos, marcar las líneas, pegar las cintas por fuera de las líneas de lápiz marcadas. (Caso 3. NC-O3/S-P2_Sesión:6-7)

SiE-A: de juego, de ejecución grupal, de organización grupal y de corrección

Los grupos se organizan de forma autónoma la práctica o el entreno, unas realizan la prueba, otras miden o toman tiempos, otras dan consejos de cómo realizarlas mejor, otras corrigen la acción o la medición, etc. (Caso 3. NC-O3/S-P4_Sesión:2)

Para finalizar, comprobamos que el paso relacionado con la evaluación no sólo se centró en el proceso en general. A tenor de los registros narrativos percibimos que el alumnado también reflexionó y valoró las tareas, los procedimientos, las actividades o los juegos ejecutados en cada una de las fases anteriores. Entendemos que nuestras alumnas actuaron de manera reflexiva, pues era la única manera de progresar con éxito para lograr el objetivo. Así que, conjuntamente: superaron dificultades; evolucionaron críticamente y de manera constructiva ante los errores; y se ayudaron para avanzar en la resolución de la S-P. Aspectos, que Torra (2016), considera esenciales para aprender matemáticas a través de la interacción social. En este caso, mostramos ejemplos de las SiE-A de corrección.

SiE-A: de organización grupal, de entrega grupal de tareas, de ejecución grupal y de corrección

Las alumnas de forma autónoma se organizan para dibujar las xarrancas y supervisar la ejecución de las acciones y corregirse en caso de error. (Caso 3. NC-O3/S-P2_Sesión:6-7)

SiE-A: de ejecución individual, de ejecución práctica, de organización grupal y de corrección

Las alumnas de forma individual suman los resultados de cada prueba y comparan los resultados de las operaciones con las compañeras del equipo para saber si han realizado correctamente la operación. (Caso 3. NC-O3/S-P2_Sesión:5)

Valorando la diversidad de ejemplos en los que se reflejan los pasos que conlleva la resolución de un problema matemático en grupo, y que se desarrollaron en todas y cada una de las SD, podemos afirmar que el planteamiento metodológico y el diseño del recurso educativo, facilitaron que el alumnado pudiera autogestionar y controlar el proceso de resolución del problema matemático desde el trabajo cooperativo.

Una vez respondidas las preguntas que hacen referencia al contexto didáctico, pasaremos, a continuación, a exponer los resultados que se desprenden de la acción práctica.

7.2. Procesos de construcción de conocimiento entorno a la Competencia Matemática

El objetivo que nos planteamos alcanzar con el análisis de este aspecto era *Identificar y describir los procesos y los mecanismos de construcción de conocimiento entorno a la CMA que se generan en la interacción del alumnado con el grupo, con la profesora y con el contexto de la actividad, durante la resolución de las S-P.*

Con este objetivo se pretende identificar cómo se construye el conocimiento entorno a la CMA desde los contextos didácticos de la EF. Teniendo en cuenta que el pensamiento, la cognición y el aprendizaje solo adquieren sentido en un contexto particular constituido por la interacción de las personas entre sí, junto con la influencia de la situación que marca el entorno físico donde transcurre la actividad (Wilson & Myers, 2000), para validar este segundo objetivo será necesario analizar los resultados entorno a tres aspectos:

1. Las situaciones de enseñanza aprendizaje generadas desde la interactividad. Dichas situaciones definirán las diferentes maneras de organizar la actividad conjunta que, a su vez, generan situaciones de E-A. (Los resultados corresponden al punto 7.2.1).
2. Los procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMA generados a través de estrategias de aprendizaje cognitivas, motrices, cooperativas y volitivas. (Estos resultados se corresponden a los expuestos en los puntos 7.2.2; 7.2.3; 7.2.4; 7.2.5).
3. La significatividad de las S-P contextualizadas en el ámbito de la EF. En este punto se valorará los efectos instruccionales sobre el conocimiento matemático vinculados a la mediación ejercida por el contexto de la EF. (Estos resultados se muestran en el punto 7.2.6).

En los siguientes apartados presentaremos y discutiremos los resultados que dan respuesta a las preguntas que harán visible la consecución del objetivo 2.

7.2.1. Situaciones de enseñanza aprendizaje generadas desde la interactividad

Profundizar sobre este objeto de análisis nos permitiría dar respuesta a la pregunta 2.1., *Durante la resolución de las S-P del RD ¿de qué forma las participantes organizan la acción conjunta para generar situaciones de E-A?, ¿qué patrones de actuación desarrollan? y ¿qué función formativa o instruccional se desencadena encada una de ellas?*

Para contestarla partimos de los resultados obtenidos en las NC-O2, en ellas se identificaron y describieron las formas de organizar la actividad conjunta generadas en la globalidad de las SD, gracias a ellas constatamos el desarrollo de situaciones de E-A durante la práctica. Las interpretamos en base a los referentes teóricos y aportamos unos ejemplos extraídos de las NC-O3 y las NC-O1 que ilustran los hechos y dan sentido y veracidad a las observaciones e reflexiones.

Las expondremos de forma general, ya que tanto su objetivo instruccional como el patrón de actuación se repiten de forma sistemática en todas las S-P de todos los casos. La única diferencia es que, aunque todas comparten la misma unidad temática, identificada como el uso de contenidos matemáticos, el tipo de contenido varía de unas SD a otras. Las diez SiE-A identificadas se pueden reconocer fácilmente en la siguiente tabla.

Tabla 66. SiE-A generadas desde la interactividad

Situaciones de enseñanza-aprendizaje
- de presentación de la S-P
- de presentación de tareas: facilitadoras y constructoras
- de ejecución individual
- de entrega individual de tareas
- de organización grupal
- de elaboración grupal
- de ejecución grupal
- de entrega grupal de tareas
- de juego
- de corrección

Para la exposición de los resultados seguiremos la misma estructura: describiremos las características de cada SiE-A; detallaremos la localización dentro del desarrollo de la SD;

identificaremos el patrón de actuación de las participantes; y finalizaremos explicando el objetivo instruccional que hemos podido reconocer, junto con su interpretación teórica.

7.2.1.1. SiE-A de presentación de la situación-problema

En esta situación la profesora interactúa con el grupo-clase presentando la situación o el problema contextualizando en el ámbito de la EF. Cada S-P se enmarca en una temática que concierne de forma específica al área. Esta situación aparece una sola vez, en la primera sesión de cada SD, se considera una SiE-A grupal ya que es una acción compartida.

El patrón de actuación de la profesora es explicar la propuesta a través de una presentación en PowerPoint en la pizarra digital. El mensaje contiene la explicación de la temática o el problema y una pregunta que invitaba al grupo-clase a participar y colaborar para resolverlo. Posteriormente la profesora reparte a cada alumna la primera ficha de trabajo y seguimiento de la S-P, que coincide con las diapositivas de la presentación de PowerPoint. Ambos formatos muestran un título sugerente y un logo distintivo, son atractivos, esquemáticos y claros.

Por su parte, el patrón de actuación del alumnado es escuchar, observar, leer y comprender el objetivo de la situación o el problema. Al plantear las preguntas que invitan a participar, cada estudiante interviene respondiendo libremente y mostrando su interés y motivación por desarrollar el proyecto. Veamos algunos ejemplos:

P: *“¿Qué os parece si organizamos un juego de la búsqueda del tesoro?”*

A: *“¡Sí!, ¡Bien!, ¡Uuu!”* (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:1)

P: *“¿Nos podríais ayudar?”*

A: *“¡Sí!, ¡Claro!, ¡Sería guai!, ¡Qué guai!”* (Caso 1-2-3. NC-O3/S-P2_Sesión:2)

Una vez entregada la ficha el discente la rellenan poniendo su nombre y la fecha.

El siguiente cuadro muestra de forma esquemática las características de cada participante en la SiE-A de presentación de la S-P.

Actuaciones características de la Si E-A de presentación de la S-P

P: presenta la S-P mostrando un PowerPoint en la pizarra digital. Invita al grupo-clase a participar.

A: escucha, observan, lee y comprende el objetivo del proyecto y acepta participar.

P: entrega la ficha de trabajo y seguimiento de la S-P a las alumnas.

A: escriben su nombre y fecha.

Un objetivo instruccional de esta SiE-A consistió en captar el interés del alumnado y motivar su participación. Por una parte, se buscaba que entendiera el objetivo del proyecto y, por otra parte, que identificara las variables que vinculaban la S-P con las matemáticas. En tal caso, se producía el recuerdo, la evocación y la transferencia de sus conocimientos matemáticos y los propios de la EF. A través del diseño de la presentación y del componente lúdico de la temática se intentó promover una intervención proactiva, movilizándolo su creatividad, imaginación y recuerdo. La presentación motivadora de las actividades es esencial para desarrollar competencias, ya que, como sostienen Zabala y Arnau (2014), favorece una actitud positiva hacia el contenido.

Por tanto, podemos decir que, a través de estas funciones se implementaron los procesos auxiliares como: el interés, la motivación, la evocación, la transferencia o la participación, elementos imprescindibles para impulsar el aprendizaje (Alonso & Montero, 2001; Pozo, 2008).

Otra función instruccional que se originó de esta SiE-A fue que el alumnado podía vivenciar el trabajo de las matemáticas, resolviendo una situación o un problema real, cercano a sus intereses lúdicos y sociales. Con ello, por un lado, como establecen los trabajos de diferentes autores, estaríamos impulsando el aprendizaje matemático (Caturla, 2008; Corbalán, 2013a; English, 2010, 2015; Gardner, 1995; Gardner, 1984; Goñi, 2009; Lapierre & Aucouturier, 1974, 1977; Le Boulch, 1981; Piaget & Beth, 1968). Además, por otro lado, el discente podría reconocer el lado utilitario, funcional y práctico de las matemáticas, aspecto imprescindible para desarrollar el aprendizaje competencial (Comisión Europea, 2003, 2006; Doncel & Leena, 2011; Escamilla, 2008; Ley Orgánica 2/2006; Monereo, 2009; Perrenoud, 2008, 2012; Pozo, 2008; Rico, 2005b;

UNESCO, 2005; Zabala & Arnau, 2007, 2014). Y al mismo tiempo, al presentar experiencias verdaderas desde un contexto real cercano a las motivaciones del infante, estaríamos impulsando el aprendizaje significativo de las matemáticas, ya que es un requisito básico que se postula desde el ámbito matemático (Alsina-Català, 2008, 2011; Alsina & Planas, 2009; Blum & Niss, 1991; Burgués, 2008; Burgués & Sarramona, 2013; Cockcroft, 1985; De Lange, 1996; Decret 119/2015; Decret 142/2007; Deulofeu, 2009; Freudenthal, 1993; Gallego et al., 2003; Goñi, 2003; Guzmán, 1991; Lave, 1991; OCDE, 2003b; Torra, 2008; Van Den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014; Van Reeuwijk, 1997; Vicente et al., 2014).

7.2.1.2. SiE-A de presentación de tareas

En esta SiE-A se identificaron dos tipos de situaciones de presentación de tareas, las facilitadoras y las constructoras. Ambas compartían la finalidad de exponer una tarea, una actividad, un procedimiento o un juego a realizar por parte del alumnado. Sin embargo, cada una tenía objetivos formativos y procedencias diferentes. Seguidamente, procederemos a definir cada una de ellas.

a) SiE-A de presentación de tareas facilitadoras

En esta SiE-A la profesora exponía las pautas que describían la tarea: el objetivo y las características de la interacción. Consecuentemente, la consideramos de carácter grupal. Localizamos la SiE-A de presentación de tareas facilitadoras al comenzar cada SD, además, en el caso de la SD 2 y 3, también durante el desarrollo del proceso de resolución. Ahora bien, cada S-P, desde su diseño, registró un número variable de presentaciones: la S-P1 tiene tres; la S-P2, tiene doce; en la S-P3, se diseñaron siete; y en la S-P4 tan solo una.

Las SiE-A de presentación de tareas facilitadoras estaban recogidas en el diseño del recurso educativo. Por tanto, una vez entregada al alumnado la ficha de trabajo, el

patrón de actuación de la profesora fue leer y explicar la actividad mostrando la diapositiva correspondiente en la pizarra digital. En todos los casos, la profesora planteó: 1) cómo debía ser realizada la tarea: de forma individual, en grupo o con el grupo-clase; 2) qué se debía realizar: reflexionar, pensar, escribir, explicar, analizar, corregir, debatir, valorar, ponerse de acuerdo, concretar, construir, crear, estimar, proponer, comunicar, etc.; y 3) solamente en las primeras actividades de las S-P1, 2 y 3, plantó una pregunta para inducir el pensamiento y promover el análisis del proyecto.

De esta forma, la función principal de la profesora fue guiar y facilitar los procesos de pensamiento individual y grupal. Con ello, el alumnado debía ser capaz de vincular el problema o la situación a sus conocimientos matemáticos. También ayudó y orientó la interacción entre los grupos para que se diera de forma equitativa, justa y significativa en lo que concierne a las dinámicas de aprendizaje cooperativo. En estos ejemplos podemos comprobar cómo se desarrolló.

P: “De forma individual pensar en el proyecto. Escribir qué haríais primero para poder empezar a pintar las xarrancas en el patio. O escribir si necesitáis tener algún tipo de información”. (Caso 3. NC-O3/S-P2_Sesión:1)

P: “Debéis estimar el peso de las tres bolas de arroz con tamaños diferentes y lo escribís en la ficha”. “De los tres tamaños valorar y decidir cuál será el más adecuado para elaborar las bolas malabares” (Caso 1. NC-O3/S-P3_Sesión:1)

En un primer momento, el patrón de actuación del alumnado consistió en escuchar, observar, leer y comprender la tarea propuesta. Posteriormente, debía pensar y buscar dar respuesta a la tarea. Para ello debía: 1) encontrar las relaciones entre el ámbito de la EF presentado y el mundo matemático; 2) analizar y valorar las necesidades del problema; y 3) pensar en actividades o procedimientos relacionadas con los contenidos matemáticos que ayudasen a avanzar en la resolución.

Su estructura no varía en ninguna de las SD estudiadas, todas siguen el patrón de actuación descrito que se esquematiza en el siguiente cuadro.

Actuaciones características de la Si E-A de presentación de tareas facilitadoras

P: presenta la tarea y las pautas de cómo llevarla a cabo (la acción a desarrollar, individual, en grupo, dinámica cooperativa).

A/GA: escucha, observa, lee y comprende el objetivo de la actividad.

[a/ag: de forma esporádica pregunta, plantea dudas, hace comentarios relacionando contenidos, o explica experiencias o ideas.

P: explica ideas, procedimientos o ejemplos para clarificar la actividad, lanza preguntas reflexivas.

P: anima a continuar trabajando sobre ideas o procedimientos correctos.

A/GA/ag: plantea problemas de organización o de autogestión.

P: gestiona la organización de materiales, la distribución de los grupos en los espacios y media en conflictos].⁴⁰

Creemos interesante detallar los tipos de actuación que surgieron de forma esporádica, pues ayudan a comprender mejor los procesos instruccionales que se busca promover.

- Comentarios, preguntas o problemas de las alumnas

Como es lógico, nos encontramos que en ciertas ocasiones el alumnado mostraba dificultades para comprender y responder a la tarea presentada o bien, para desarrollar la actividad o el procedimiento definido en el plan de actuación. Siendo así, formulaba sus dudas sobre qué escribir o hacer. Este tipo de actuación ayudó a la profesora a valorar: la capacidad de transferir conocimientos; la capacidad de abstracción para llegar a entender las necesidades matemáticas de la situación; o el desconocimiento de un contenido matemático. Por otra parte, en ocasiones los grupos tenían dificultades para organizarse o ponerse de acuerdo, así que surgían conflictos que comentan a la profesora.

- Ideas o procedimientos clarificadores de la profesora

Cuando las acciones de presentación de tareas no estaban programadas, sino que surgían del desenlace de las acciones de las alumnas, la profesora intervenía interactuando de diferentes maneras: 1) clarificaba el objetivo de la tarea; 2) planteaba

⁴⁰ Las actuaciones que describimos entre corchetes muestran acciones que surgen de forma informal o esporádica por las necesidades de la situación generada en algunos momentos determinados en todas las SD estudiadas. (Continuaremos mostrando este formato en los sucesivos cuadros explicativos de las actuaciones características de las participantes en las siguientes SiE-A).

un símil o un ejemplo de la vida real para llamar la atención sobre las características de la S-P y guiar así, el pensamiento hacia las necesidades matemáticas de la situación; 3) lanzaba preguntas reflexivas para guiar la búsqueda de ideas o el uso correcto del contenido matemático; o 4) explicaba directamente el procedimiento matemático si lo desconocían. Estas pautas de actuación tenían la finalidad de facilitar al alumnado proceso de pensamiento y de guiar la ejecución hacía el camino más lógico y adecuado.

Sin embargo, si el problema se generaba en la organización de los grupos, la profesora facilitaba consignas para la gestión de espacios, tiempos y/o materiales. En el caso de conflicto entre las integrantes, proponía estrategias para colaborar y organizarse de manera justa.

Por otra parte, si las ideas o las acciones se daban de manera correcta, la profesora proporcionaba un refuerzo positivo y animaba a seguir trabajando sobre ese pensamiento o actividad.

En los ejemplos que se muestran a continuación se puede valorar algunas de las pautas de actuación de la profesora que surgieron del desenlace del proceso de resolución.

P: "Para marcar dónde se esconderán las 4 pistas tenemos varias posibilidades: 1) marcar 4 círculos en el plano; y 2) pensar los 4 puntos y describirlos con las coordenadas Norte-Sur-Este-Oeste y el número de cuadros desde el inicio o desde la pista anterior". (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:3)

P: "Hay que decidir entre toda la clase cuál será la medida definitiva de los cuadrados de la xarranca que vais a pintar, y lo debatiremos entre todas". "De todas las medidas de los cuadrados que habéis propuesto, y comprobado, ¿cuál creéis que es la más adecuada?" (Caso 1. NC-O3/S-P2_Sesión:3)

Consideramos que la SiE-A de presentación de tareas facilitadoras fue un mecanismo utilizado por la profesora con dos objetivos instruccionales diferentes. Por una parte, facilitó la cesión y el traspaso de la responsabilidad y el control del proceso de aprendizaje al alumnado. Esto se consiguió orientando los pasos y las acciones que activaban los procesos cognitivos del discente para que éste, primero, entendiera y encontrara los vínculos entre la S-P y el mundo matemático, y segundo, buscara las posibles vías de solución. Con ello, se garantizaba la autogeneración y gestión del propio proceso de aprendizaje (Pozo, 2008). Al mismo tiempo, sirvió para guiar el proceso de matematización horizontal, necesario para desarrollar la CMA (Freudenthal, 1993; OCDE,

2003b; Rico, 2005b). Estas acciones promovieron que el discente fuera el verdadero protagonista de la creación del proceso de resolución.

Ahora bien, por otra parte, gracias a la SiE-A de presentación de tareas facilitadoras la profesora se aseguraba que: se llegasen a ejecutar los pasos de una acción competencial; se desarrollase el proceso de resolución promoviendo mecanismos de construcción de conocimiento matemático de forma compartida; se diera significatividad en el aprendizaje; se produjera la máxima participación; se promoviera la autonomía grupal para diseñar y llevar a cabo el plan de acción pactado; y se desarrollase de forma efectiva del planteamiento metodológico cooperativo y competencial (Guzmán, 1991; OCDE, 2005; Zabala & Arnau, 2007, 2014).

b) SiE-A de presentación de tareas constructoras

La SiE-A de presentación de tareas constructoras fue promovida desde la cesión de responsabilidad y de autogestión al alumnado, siendo el grupo-clase o los grupos quienes llevaban el peso de esta acción. Consecuentemente, se consideró una SiE-A grupal.

Se generaron gracias a los procesos deductivos de cada estudiante más los procesos de construcción colaborativa del grupo que, ante la necesidad de resolver el problema, concretaban, desde el debate y el pacto, las actividades del proceso de solución. Por tanto, fueron el resultado la suma de las SiE-A de ejecución individual más las SiE-A de elaboración de grupo (que veremos más adelante). En consecuencia, las SiE-A de presentación de tareas constructoras aparecieron siempre después las SiE-A de la elaboración grupal, ya sea del grupo-clase o de un grupo en particular.

El patrón de actuación del alumnado implicaba la exposición, la explicación o la presentación de la tarea que formaría parte del plan de acción para avanzar en la solución de la S-P. Las formas de presentación fueron dos: 1) una alumna exponía al grupo-clase su propuesta y este la debatía, justificaba y concretaba; o 2) un miembro de un grupo presentaba la propuesta del equipo al grupo-clase para debatirla y pactarla.

Esta SiE-A requería la presentación y justificación: de una tarea (dibujar, probar, escoger o distribuir materiales, ponerse de acuerdo, saltar, lanzar, etc.); de un procedimiento (pesar, medir, estimar, calcular, ordenar, clasificar, etc.); o de un juego (pautas de cómo llevarlo a cabo). Dependiendo de las características de la SD y del momento de la S-P donde se presentaban, las actividades promovían la realización de tareas individuales, de elaboración grupal, de ejecución grupal o de juego.

En este grupo de acciones la profesora cedía al alumnado todo el protagonismo. Por tanto, su rol de actuación se ciñó a: 1) supervisar la exposición para que fuera clara y comprensible; 2) organizar al grupo para que todo el mundo pudiera escuchar y entender; y 3) si se daban varias propuestas, mediar en el debate o plantear la necesidad de votar para determinar cuál sería la definitiva. Con algunos ejemplos veremos claramente los patrones de actuación del alumnado y la profesora

P: *“Bien, de todas las propuestas de los grupos ¿los pasos para montar el juego de la búsqueda del tesoro cuáles son?”*

A: *“Hacer el mapa, la ruta, las pistas y el cofre del tesoro”.* (Caso 1. NC-O3/S-P2_Sesión:1)

P: *“Hay equipos que son de 5 competidoras y otras de 4, para compensar los resultados habéis propuesto: en los equipos de 5, se quita la que tenga menos puntuación, o en los de 4, se suma la que tenga la mejor. ¿Qué decidís? ¿Votamos?”.*

A: *“Las que tienen 4 resultados se apuntan una más”.* (Caso 3. NC-O3/S-P4_Sesión:5)

El siguiente cuadro muestra de forma esquemática las actuaciones de cada participante durante las SiE-A de presentación de tareas constructoras.

Actuaciones características de la SiE-A de presentación de tareas constructoras
--

a/ag: expone, explica o presenta una tarea, un procedimiento o un juego o actividad lúdica.

A/GA: confirman.

P: supervisa y organiza la presentación, el debate o la votación.

La finalidad instruccional de esta SiE-A fue dotar de sentido la autonomía otorgada al alumno respecto al proceso de autogestión y resolución de la S-P, aportando con ello mayor significatividad. Resulta lógico pensar, que si las alumnas generan el plan de acción deben ser ellas quienes presenten la tarea pensada, creada y pactada. Esta situación fue el indicador visible del resultado de la regulación mutua a través del

lenguaje, ya que mostró la convergencia compartida de significados y conocimientos entre las componentes del grupo o del grupo-clase (Colomina & Onrubia, 2001).

7.2.1.3. SiE-A de ejecución individual

En todas las SD se plantearon y se generaron actividades que debían ser desarrolladas individualmente por cada estudiante, siendo así, consideramos esta SiE-A como individual. Por norma general, se iniciaba con la presentación por parte de la profesora de un actividad o tarea, pero también se llegó a promover desde el plan de acción construido por los grupos o el grupo-clase. Esta SiE-A finalizaba con la presentación del trabajo individual al grupo-clase o al grupo (SiE-A de entrega individual de tareas).

El formato de estas SiE-A variaba en función del momento en el que aparecen durante la S-P. Una parte de ellas estaban contempladas en la planificación del proyecto (eran los pasos lógicos que debían deducir las alumnas para desarrollar y solucionar la S-P), por tanto, estaban definidas mínimamente en las fichas de seguimiento. Por ejemplo: en la S-P1, dibujar un mapa del espacio de juego de la *búsqueda del tesoro*; en la S-P2, la estimar las medidas de los cuadros de las xarrancas o del total de la xarranca, o dibujar un croquis de su xarranca; o en la S-P3, calcular las medidas o el peso de las bolas.

También hemos encontrado la SiE-A de ejecución individual durante el desarrollo de la S-P. En algunos casos el grupo o el grupo-clase planteaba la tarea, pero la profesora determinaba que debía ser ejecutada individualmente. Por ejemplo, en la S-P4, al tener que realizar los cálculos de los resultados de las pruebas atléticas de cada equipo.

La primera SiE-A de ejecución individual aparecía siempre detrás de la primera SiE-A de presentación de tareas facilitadoras, ya que estaban planificadas en el diseño de la SD. Interpretamos que era necesario para el proceso de instrucción que cada alumna, el hecho de que afrontase el reto de enfrentarse al problema ella sola, activando así, sus conocimientos e ideas sobre cómo resolver la situación.

La profesora generaba esta SiE-A al presentar la tarea con el soporte del Power-Point en la pizarra digital. La alumna hacía el seguimiento con la ficha y posteriormente, intentaba dar respuesta en base a su representación inicial sobre el problema, sus experiencias y sus conocimientos. Esta reflexión personal serían un punto de vista inicial de los posibles esquemas de actuación del grupo, que través de la puesta en común (SiE-A de entrega individual de tareas) formarían un marco de referencia de ideas, general, rico y variado para elaborar el plan de acción definitivo.

En este sentido, el patrón de actuación de cada alumna dependía del momento de la S-P. En la fase de reflexión y organización del proyecto se identificaron las acciones de pensar y escribir las ideas que permitían resolver la situación o avanzar en el proceso de resolución. En la fase de desarrollo del plan de actuación se ejecutaron acciones como: dibujar un plano, diseñar una xarranca, medir su pie, hacer cálculos o pesar. Y en la parte de valoración: analiza, reflexiona y explica sus percepciones. Todas las acciones fueron ejecutadas de forma paralela o complementaria por todas las componentes del grupo. Eran tareas interdependientes que, como reconocen Colomina, Onrubia (2001) y Pozo (2008) favorecen los procesos posteriores de trabajo cooperativo y la adquisición de aprendizajes.

En lo que respecta a la profesora, durante la SiE-A de ejecución individual se limitaba a supervisar el trabajo, animar la reflexión, despreocupar a las alumnas bloqueadas y, en el caso de que se planteasen muchas dudas, para ayudar a resolverlas, exponía un ejemplo, formulaba una pregunta reflexiva (SiE-A de presentación de tareas facilitadoras), o proponía a otra compañera que hiciera la explicación o la demostración.

Hemos podido comprobar que la estructura de esta SiE-A variaba en función de las dificultades. Es decir, si la propuesta resultaba fácil o se reflexionaba sobre puntos de vista personales no se daba comunicación entre alumnas ni con la profesora. Sin embargo, en el momento que surgían dudas se formulaban preguntas a la profesora o a otras compañeras. En estos casos, la profesora recordaba que era importante desarrollar el trabajo individualmente o bien, trasladaba la duda o el problema al grupo

o al grupo-clase, quien reflexionaba, proponía ideas o demostraba acciones. En cualquier de las opciones la alumna escuchaba, reflexionaba y continuaba trabajando.

Un análisis detallado de la actuación de las participantes permitirá comprender mejor los procedimientos específicos por los cuales se llega a alcanzar la función educativa.

Actuaciones características de la Si E-A de ejecución individual

A/GA: una vez comprendida la actividad, reflexiona y escribe sus ideas o realiza una actividad o un procedimiento para progresar en la resolución del proyecto.

P: anima a la reflexión individual y supervisa el trabajo.

[a/ag: plantea dudas o dificultades para comprender el objetivo de la actividad o tarea, o bien para realizar un procedimiento.

P: aclara dudas planteando un símil, o un ejemplo, o hace una pregunta a la alumna.

P: lanza una pregunta reflexiva al grupo-clase para que con la respuesta la alumna encuentre ideas que le ayuden a realizar la tarea o el procedimiento.

A: responde o plantea ideas.

a/ag: atiende, reflexiona y continúa trabajando de forma individual.

P: pide a otra compañera que ayude.

a/ag: explica, justifica la idea, o ejecuta la acción o el procedimiento.

a/ag: atiende, piensa, reflexiona, ejecuta o imita].

Desde el punto de vista instruccional la SiE-A de ejecución individual tuvo dos funciones. La primera se inició con el conflicto cognitivo entre el sujeto y el objeto del problema (Piaget, 1978). Esto se llevó a cabo promoviendo la búsqueda de posibles vías de solución. Con ello se fomentó la iniciativa y autonomía de cada alumna para activar sus ideas, su imaginación, sus conocimientos y sus habilidades tanto matemáticas como las propias de la actividad lúdico-motriz. A partir de aquí, las alumnas vincularon sus conocimientos previos con la nueva situación o problema, favoreciendo que el aprendizaje fuera significativo, como especifica Ausubel, Novak y Hanesian (1983). En esta situación, las acciones de recuperar, evocar y transferir los conocimientos matemáticos adquiridos a las necesidades de la S-P planteada, movilizaron los mecanismos metacognitivos necesarios para promover el aprendizaje (Pozo, 2008). Además, se implementaron habilidades relacionadas con diferentes dimensiones y

descriptores de la CMa⁴¹, lo que entendemos desarrolló el proceso de matematización horizontal (Freudenthal, 1993; OCDE, 2003b; Rico, 2005b).

La segunda función instruccional de esta SiE-A hace referencia a la necesidad de realizar un seguimiento educativo por parte de la profesora. Así, pudo realizar la evaluación formativa, supervisando el proceso de pensamiento de cada alumna, reconociendo dificultades, errores o desconocimientos. Y, aportó información sobre el nivel de desempeño de las habilidades matemáticas puestas en juego por el alumnado.

7.2.1.4. SiE-A de entrega individual de tareas

Se localizaron siempre después de una SiE-A de ejecución individual, ya que hacían visible el trabajo realizado por el discente. Aunque implicaba cierta interacción, la consideramos SiE-A individual porque su ejecución era personal.

El patrón de actuación del alumnado se centró en: exponer de sus ideas; enseñar la tarea o el procedimiento realizado; o entregar lo trabajado en las fichas. La entrega se hacía al grupo, al grupo-clase o a la profesora. En el caso de exponer al grupo o al grupo-clase el resto de alumnas escuchaba, observaba, comparaba y analizaba lo presentado o explicado. Esta acción proporcionaba un marco de ideas o un trabajo que serían referente para elaborar o desarrollar el plan de acción conjunto. En cambio, si el trabajo se mostraba a la profesora, esta confirmaba su correcta ejecución y la posibilidad de seguir avanzando con garantías de éxito o, por el contrario, animaba a corregir errores.

Como es lógico, el patrón de actuación de la profesora variaba en función de a quién iba dirigida la entrega. En la primera opción, la profesora supervisaba la puesta en común y ofrecía un *feed-back* de conformidad si la propuesta era correcta. En cambio, si el

⁴¹ La dimensión 1, *pensar y reflexionar matemáticamente* y la dimensión 2, *modelización y resolución de problemas*, en sus descriptores: 2.1. *Identifica aspectos que relacionan la situación real propuesta con las matemáticas* y 2.2. *Identifica y relaciona las variables de la situación que marquen los pasos para dar con la solución.*

trabajo presentado a las compañeras no era adecuado: advertía y sugería la revisión; lanzaba preguntas para que reconocieran el error; o explicaba directamente el problema. Ahora bien, si la entrega era directamente a la profesora, esta, hacía comentarios de aprobación si el trabajo estaba bien ejecutado y en el caso de encontrar errores (SiE-A de corrección) planteaba la necesidad de corregirlo. Una vez finalizado todo el proyecto la profesora recogía las fichas de trabajo individual de cada alumna para reconocer el nivel desempeño en la ejecución de las tareas. Es los siguientes ejemplos podemos reconocer las diferentes SiE-A de entrega individual de tareas.

F.C. (al grupo): *“Empiezo yo. Los materiales que creo que necesitamos son: un mapa, algo de tesoro, prismáticos y brújula”*. (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:1)

M.Cs (a la profesora): *“¿Ya está bien dibujado el plano?”* (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:2)

A.R. (al grupo-clase): *“Haría un plano, buscaría donde hacer la xarranca, tendría que saber el tamaño de las figuras y el color de las figuras”*. (Caso 3. NC-O3/S-P2_Sesión:1)

L.F. (al grupo-clase): *“Saber cómo hacer las bolas, saber de qué tamaño quieres hacer las bolas, buscar los materiales para hacer las bolas”*. (Caso 1. NC-O3/S-P3_Sesión:3)

La estructura de esta SiE-A se esquematiza en el siguiente cuadro.

Actuaciones características de la Si E-A de entrega individual de tareas

a/ag: explica sus ideas o muestra su trabajo al grupo, al grupo-clase o a la profesora.

A/GA: escuchan y tratan de entender y analizar la idoneidad de las ideas y del trabajo expuesto por su compañera. En ocasiones lo comparan.

P: escucha y analiza el trabajo o las ideas de la alumna. Si son correctas ofrece tanto verbalmente como gestualmente *feed-backs* de aprobación. Recoge las fichas de trabajo individual.

[a/ag: si la entrega es incorrecta o contiene errores.

P: sugiere analizar bien las ideas o corregir los errores. Plantea preguntas reflexivas que hagan visible el error o realiza aclaraciones sobre ideas o explica procedimientos].

Hemos podido interpretar que la SiE-A de entrega individual de tareas, al hacer visible el pensamiento individual de cada alumna tuvo cuatro funciones instruccionales. 1) El grupo o el grupo-clase disponía de un marco de ideas de referencia que guiaban el proceso de resolución. El hecho de tener que analizar los diferentes puntos de vista ayudaba a entender mejor la información o las variables del problema. Al mismo tiempo, pudieron identificar en otras propuestas las características más significativas,

permitiéndoles debatir y buscar las acciones más adecuadas para resolver la situación (Zabala & Arnau, 2007). Según las teorías de Mercer (1997), estas actividades favorecen el proceso de aprendizaje de todo el grupo. 2) Aportaban ideas al grupo o al grupo-clase que generaban el conflicto sociocognitivo, estimulando el debate, la conversación exploratoria y la regulación del proceso de enseñanza y aprendizaje posterior (Colomina & Onrubia, 2001; Mercer, 1997, 2001). 3) A través del análisis se llevó a cabo una evaluación formativa del trabajo, ayudando a avanzar en la resolución con un cierto grado de éxito. Esta evaluación la realizaban tanto las compañeras, comparando y analizando los trabajos o las ideas, como la profesora, que reconducía dudas y errores o apoyaba lo correcto. Y 4) la profesora, a través de la entrega individual de tareas, llegó a reconocer el nivel de desempeño de algunas habilidades competenciales.

7.2.1.5. SiE-A de organización grupal

La metodología planificada en el RD otorgaba al alumnado cierta autonomía para gestionar todo proceso de resolución de la S-P. Este planteamiento sobrellevó, no sólo la transferencia de conocimientos para realizar actividades de forma autogestionada, sino también, el hecho de cooperar y colaborar para solucionar la propuesta. Por tanto, se hizo visible la necesidad de organizar y coordinar las acciones de cada componente del grupo. Para ello, se debían implementar habilidades sociales como: dialogar, explicar, escuchar, justificar, ponerse de acuerdo, pactar, repartir roles, demostrar, etc. Por tanto, consideramos esta situación de E-A como grupal.

La SiE-A de organización grupal se iniciaba después de la SiE-A de presentación de tareas facilitadoras o constructoras, siempre que se tuvieran que desarrollar en grupo. Pudimos comprobar que se daba de forma solapada a las SiE-A: de elaboración grupal, de ejecución práctica o de juego. Y finalizaba una se vez distribuían las acciones a realizar entre cada miembro.

Con el fin de promover la autonomía y la autorregulación del trabajo en los grupos, las instrucciones de la profesora eran abiertas y generales en relación a la organización del

desarrollo de las actividades. De esta forma, el patrón de actuación de las alumnas se centró en decidir y pactar quién hacía qué y el orden de intervención. Cada equipo realizaba las actividades organizándose libremente y tomando sus propias decisiones.

M.R.: *"Vale yo recorto y pego la primera pista, la palmera".*

J.M.: *"Yo la segunda, la bomba".*

M.G.: *"Yo la tres". "Marina, tú el tesoro".* (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:4)

D.A.: *"¿Entonces nosotras cuando nos toca dibujar?"*.

C.G.: *"En la próxima figura".*

P.: *"Va no discutáis y repartitos los encargos".* (Caso 3. NC-O3/S-P2_Sesión:7)

R.M.: *"Me toca saltar. Laia, apunta tú. Lucia que alguien mire si hago nulo".*

L.V. (coge la ficha).

L.C. (se coloca en la línea de salto observándola).

A.F.: *"¿Quién empieza corriendo?"*

A.C.: *"Yo en el cono el medio".*

A.F.: *"No, tú la primera, Diana la segunda y yo la última".* (Caso 3. NC-O3/S-P4_Sesión:3)

Se ha podido valorar que las SiE-A de organización grupal estaban determinadas por las características de la actividad y las características personales de los miembros del grupo.

En las actividades que existían diferentes tareas a desarrollar de forma paralela en un mismo periodo de tiempo, los grupos las repartían entre cada componente y las realizaban de forma rotativa. Es decir, si se tenían que repetir las acciones cada alumna era responsable de una parte del trabajo. Por ejemplo: en la S-P1, orientando el plano, guiando al grupo, buscando la pista, o dibujando la pista en la hoja de control; en la S-P2 midiendo, dibujando líneas, colocando la cinta de la xarranca o supervisando el trabajo; en la S-P3, poniendo el arroz en la pesa, colocando los pesos, cortando los globos, colocando los globos o supervisando; también, en esta S-P, corrigiendo el lanzamiento o practicando los malabares; y en la S-P4, ejecutando la prueba, midiendo, cronometrando, apuntando o supervisando. En todos estos casos, las alumnas establecieron un orden de intervención que se dio de forma espontánea, pactando o sorteando. Si todo el grupo estaba conforme empezaban a trabajar. Si no era así, deliberaban y se reorganizaban de nuevo.

En todos los casos y durante todas las S-D no se percibieron grandes dificultades ni conflictos, excepto en el caso 3, 4ºC, en la S-P-2, que a la hora de dibujar la xarranca de prueba y el primer día que dibujaron la xarranca definitiva, pese a la cantidad de

acciones que se requería organizar, surgieron problemas y enfados. Algunas alumnas se desvinculaban del trabajo y jugaban por el pario. Esta situación también pasó a un grupo de 4ºA durante las mismas tareas de la S-P-2. Esta excepcionalidad entendemos que se dio por tres motivos. 1) En unos grupos el exceso de motivación, interés y ganas por dibujar y marcar las xarrancas en el patio les hacía actuar de forma impulsiva, todas las alumnas querían realizar todo al mismo tiempo y en consecuencia se generaron conflictos. 2) En otros casos, intentaban repartir los encargos y el orden de intervención, pero como a algunas no les parecía justo, se desvinculaban del trabajo, cosa que al resto les causaba enfado porque no colaboraban. 3) En cambio, en otros grupos, algunas alumnas no tenían claro cómo se realizaban las tareas y las ejecutaban de forma incorrecta, hecho que también creaba malestar en el grupo al no progresar de forma eficiente.

Por otra parte, en los momentos en los que la tarea solo la podía realizar una alumna, no se generaron grandes problemas, lo echaban a suertes o aceptaban sin enfados que una compañera la realizara si se lo había pedido primero.

Respecto a las características personales de cada alumna y su relación con el grupo, se pudo reconocer que la empatía y afinidad entre las integrantes del equipo facilitaba la organización si era buena. Y esto pasó, tanto en los grupos heterogéneos como en los homogéneos a nivel académico. Sin embargo, si en algún grupo se daban conflictos importantes en la organización, uno de los motivos era que alguna de sus integrantes tenía poca afinidad con las otras. Este hecho mermaba las habilidades sociales, el autocontrol y la organización del grupo. En consecuencia, la profesora tenía que intervenir con más frecuencia para mediar en la gestión de su trabajo. En el siguiente ejemplo podemos comprobar como la profesora-investigadora percibió dichos problemas en las SiE-A de organización grupal y como interactuó con el grupo.

El grupo de M.S. estaban muy desorganizadas, cada una trabajaba sin ponerse de acuerdo con el resto, no se ayudaban, ni acompañaban en el trabajo y cometieron muchos errores de procedimiento. Les comenté varias veces que se repartieran cargos (dibujar, supervisar, pegar la cinta). No se llegaban a ponerse de acuerdo, o como no tenían paciencia sobre lo que hacía la otra la apartaban de la acción y lo comenzaba a hacer otra. Por lo que tuve que ayudar dando consignas para que se

organizasen el trabajo, y también les corregí bastante. No terminaron ni de dibujar, ni de marcar. Discutieron y a veces se enfadaban. (Caso 1. NC-O1/S-P2_Sesión:4)

En la SiE-A de organización grupal el rol de la profesora se ajustó a supervisar la organización de los grupos y solo intervenía cuando: la participación de sus miembros era descompensada; los grupos solicitaban ayuda; o en el caso que se dieran conflictos o problemas. En las tres situaciones proponía estrategias o ideas para organizarse de forma justa. Los patrones de actuación que se dieron se recogen en el siguiente cuadro.

Actuaciones características de la Si E-A de organización grupal

GA: planifica y decide quién hace qué y el orden de intervención o acción.

P: supervisa que la participación esté compensada.

[GA: tiene dificultades para organizarse, ponerse de acuerdo, o se dan conflictos.

P: escucha el problema y propone vías de solución.

GA: escucha, se reorganiza].

El objetivo instruccional de la SiE-A de organización grupal fue dotar al alumnado de más control y responsabilidad sobre el proceso de resolución y sobre la organización para realizar las tareas, los procedimientos o los juegos, en suma, sobre su propio proceso de aprendizaje (Colomina, Onrubia, & Rochera, 2001). Al mismo tiempo, se favoreció el desarrollo y la adquisición de las habilidades relacionadas con la competencia social y ciudadana, mejorando las relaciones interpersonales entre los miembros del equipo, aspectos que ayudan a la autorregulación grupal, requisito básico de las situaciones de aprendizaje cooperativo (Onrubia, 1997).

7.2.1.6. SiE-A de elaboración grupal

Las acciones de esta SiE-A formaban parte del proceso de planificación para elaborar el plan de acción que permitiera al grupo resolver la S-P. Implicaban la búsqueda de ideas, de tareas, de procedimientos o de juegos adecuados para avanzar en el proyecto.

Localizamos la SiE-A de elaboración grupal después de las SiE-A de entrega individual de tareas o la entrega grupal de tareas y también, siempre que se deba la necesidad de elaborar nuevos pasos para progresar en la resolución. Esta organización se derivaba del

diseño metodológico del RD, cuyo objetivo era traspasar el control del proceso de elaboración a las estudiantes. Por tanto, son ellas quien llevaron el peso del desarrollo de esta SiE-A. Comprobamos que en ocasiones estaban inducidas en el diseño de las SD, como lo que se definió como actividades guía, por ejemplo: debatir, justificar, escribir la propuesta que por lógica marque los pasos de resolución, pensar en los materiales, las actividades o los pasos, etc. Ahora bien, durante el proceso de resolución de la S-P, también se dieron situaciones que generaban la necesidad de ponerse de acuerdo en qué tarea o procedimiento se debía llevar a cabo para seguir avanzando. En estos casos, los grupos o el grupo-clase buscaban y decidían qué acción era la más adecuada para continuar con el proyecto. De esta forma, podemos decir, que la SiE-A de elaboración grupal fue la más creativa de todas y donde se activaba la verdadera acción cooperativa. Lógicamente, la consideramos una SiE-A grupal.

Esta SiE-A comenzaba haciendo explícito un marco de referencia de ideas provenientes de las aportaciones iniciales de cada estudiante. Estas, marcarían el proceso de elaboración de un plan de acción grupal. Así, el patrón de actuación del alumnado dentro del grupo-clase o en el grupo de trabajo fue: 1) exposición de ideas individualmente; 2) debate, justificación y análisis de las ideas propuestas; y 3) pacto del plan de acción, determinar: tareas, procedimientos, actividades, materiales o juegos. En esta SiE-A de elaboración grupal se establecía una base conceptual de significados en relación al trabajo que tenían que elaborar, en ella se definían de forma global y práctica los conceptos y procedimientos matemáticos que iban utilizar. Una vez concretada la propuesta la redactaban en la ficha de seguimiento de cada alumna o empiezan a trabajar sobre ella.

Los grupos eran autónomos para tomar decisiones durante todo el proceso de elaboración. Ahora bien, si las actividades debían ser desarrolladas por el grupo-clase se debatían y pactaban entre todo el alumnado para una mejor organización durante la ejecución o el juego.

La dinámica de acción de los grupos o el grupo-clase para elaborar las acciones que definían el plan de acción fueron cuatro: 1) elegían la propuesta de una compañera que

consideran la más adecuada; 2) debatían y adaptaban una o varias ideas buenas para mejorarlas y concretar la propuesta; 3) creaban una habiendo justificado y analizado todas las propuestas; o 4) si las aportaciones eran poco acertadas, se estancan o no tienen claro que debían hacer, la profesora ayuda y orientaba al grupo para que generaran un nuevo plan de trabajo.

La profesora realizaba funciones de seguimiento o guía en los intercambios comunicativos. En el caso de reconocer dificultades o bien, por demanda de los grupos, la profesora planteaba ideas a tener en cuenta no presentadas, hacía aclaraciones, realizaba preguntas reflexivas o enumeraba las propuestas para que otras compañeras opinaran o plantearan nuevos puntos de vista. Todo ello ayudaba al grupo o al grupo-clase a elaborar el plan de acción ajustado a las características de la situación.

Hemos podido comprobar que la cantidad de ayuda ofrecida por la profesora estaba condicionada a: 1) la afinidad entre las componentes; 2) el grado de implicación y motivación por llevar a cabo la reflexión, el análisis y la presentación de ideas; 3) el grado de atención y concentración sobre el trabajo o el contenido tratado; y 4) el nivel de comprensión o conocimiento sobre el contenido. Si cualquiera de estos cuatro factores planteaba matices negativos, la profesora intervenía sobre el grupo o el grupo-clase con más frecuencia. Ya que las alumnas perdían concentración, intervenían de forma poco acertada, distorsionaban o no hacían aportaciones. Consecuentemente no se producía de forma correcta el análisis ni la reflexión encadenada, se merma el dinamismo en los procesos de pensamiento, las exploraciones eran limitadas y la toma de decisiones era pobre o incorrecta. Todo ello dificultaba el progreso y generaba desmotivación y un bajo interés por el proceso de elaboración. Pudimos comprobar que estas situaciones se dieron de forma aislada en algunos grupos y solo, durante la S-P2. Por el contrario, se pudo comprobar que se mostraron extremadamente creativas y cooperativas si: entre las integrantes del grupo existía una buena afinidad personal; la motivación por la actividad era alta; y la comprensión del objetivo era claro y fácil de elaborar. Mostraremos algunos ejemplos que ilustran la percepción de la profesora-investigadora sobre estos acontecimientos.

El grupo de M.S. sigue sin organizarse bien. No se pusieron de acuerdo para bajar el material...por lo que volvían a discutir y no trabajar de forma dinámica. Las tuve que ayudar durante toda la hora para que terminaran la xarranca, supervisé cómo se organizaban y las acciones que iban realizando. (Caso 1. NC-O1/S-P2_Sesión:5)

El grupo de A.L. todas entendieron muy bien la forma de dibujar los rectángulos utilizando las escuadras y los cartabones, y se organizaron muy bien distribuyéndose tareas, apenas tuve que intervenir, trabajaron muy autónomas.

En relación a la gestión del tiempo dedicado al desarrollo de elaboración grupal, era la profesora quien establecía o limitaba su duración. Siempre intentó adaptar los tiempos al ritmo de trabajo del grupo o del grupo-clase. En ocasiones los imprevistos, hacían inevitable alargar algunas sesiones para finalizar las SiE-A de elaboración grupal. Como pasó en el caso 2, en la sesión 3. Este hecho se recogió en las NC-O1, donde la mitad del grupo se tuvo que ausentar para realizar una prueba externa que proponía el centro.

A continuación, exponemos dos ejemplos que muestran los intercambios comunicativos que generó el grupo-clase junto con la profesora en el debate para decidir las acciones que se deben realizar con el fin de avanzar en la resolución de la S-P.

P: *"De todo los que habéis explicado, ¿qué creéis que es lo más importante?"*

R.P.: *"Que primero hay que medir para hacer la xarranca".*

P: *"Pero ¿qué medimos?"*

R.P.: *"Los cuadrados".*

P: *"¿Por qué es importante saber lo que miden los cuadrados?"*

R.C.: *"Para saber lo que mide de largo la xarranca".*

R.C.: *"Y de ancho".*

C.C.: *"También para saber en qué espacio lo puedes situar, porque no lo vas a poner en un sitio pequeño como esta mesa..."*

P: *"porque si voy al patio y me pongo hacer la xarranca en un espacio cualquiera, ¿qué puede pasar?"*

M.C.: *"Que no te quede sitio".*

P: *"Y entonces ¿qué hay que saber primero?"*

M.R.: *"Cuánto mide la xarranca".*

P: *"Y para averiguar cuánto medirá nuestra xarranca, ¿sobre qué debemos reflexionar? ¿qué debemos averiguar?"*

L.C.: *"Debemos reflexionar sobre los cuadros, que midan todos iguales".*

J.M.: *"Debemos saber la medida de los cuadros". (Caso 2. NC-O3/S-P2_Sesión:2)*

P: *"Bien para hacer un buen lanzamiento de malabares ¿qué debemos saber hacer?"*

M.M.: *"El lanzamiento tiene que ser vertical, porque si lo lanzas para atrás o para delante se te puede caer".*

P: *"Muy bien, ¿todo el mundo tiene claro los qué es vertical?"*

A: *"¡Sí!"*

P: *"Vertical es perpendicular al suelo".*

A.R.: *"Poner las dos bolas en una mano, dar impulso sobre la bola de adelante y cuando caiga la de atrás la pasas para delante por los dedos".*

P: *"Muy bien, se da impulso con los dedos a la primera y se receptiona con la palma".*

L.P.: *“Tenemos que lanzar recto hacia arriba, vertical, ni muy fuerte ni muy flojo y por la medida de la cabeza”.*

P: *“Y para hacer el lanzamiento con dos bolas, pero una en cada mano ¿qué se debe hacer? ¿Cómo es la línea que describe la pelota?”*

L.V.: *“Cruzado”.*

M.B.: *“Yo lo he puesto, es diagonal”.* (Caso 1. NC-O3/S-P3_Sesión:3)

La estructura de las actuaciones de profesora y alumnas se esquematizada en el cuadro.

Actuaciones características de la Si E-A de elaboración grupal

a/ag: aporta ideas y propuestas de tareas, actividades, procedimientos o juegos.

A/GA: escuchan las ideas, debaten, justifican, pactan el plan de acción o el producto final.

P: supervisa los intercambios comunicativos para que sean lógicos a las necesidades de la S-P. Anima al grupo a seguir trabajando sobre las ideas adecuadas. Gestiona los tiempos de acciones del grupo-clase.

[A/GA: tienen dificultades para decidir, elaborar y producir. Consultan dudas a la profesora.

P: ayuda sugiriendo, proponiendo criterios, haciendo reflexionar, explicando detalles, aclarando dudas...

A/GA: reflexiona, modifican la propuesta o producen y aprueban una nueva].

La función instruccional de esta SiE-A (igual que en las SiE-A de ejecución grupal, de juego y de corrección) fue facilitar a las alumnas un espacio para la construcción colaborativa de conocimiento en relación a la CMA en ámbitos propios de la EF. Ahora bien, de forma específica, el aprendizaje en esta SiE-A estuvo vertebrado por las actividades que surgían de la exploración y regulación de los significados durante la elaboración del plan de acción. En tal caso, valoramos que tuvo cuatro finalidades educativas.

Por una parte, la exploración y exposición de ideas partía de la ZDP (Vygotskyi, 1979) de cada alumna, a través de ellas se originaba una conversación exploratoria sobre el problema. En muchas ocasiones se planteaban puntos de vista divergentes dando lugar a conflictos sociocognitivos por la discordancia entre propuestas (por ejemplo, en la S-P2 unas proponían: medir cuadros; otras dibujar directamente la xarranca; otras ir dibujando diferentes medidas hasta encontrar la más adecuada; y otras medir los pies y estimar una medida). Ahora bien, gracias al análisis, al co-razonamiento y a la voluntad del grupo por superar sus controversias conceptuales, llegaban al pacto y a la co-construcción de un plan conjunto. Esto les permitía avanzar intelectualmente para conformar una convergencia de significados entrono a los contenidos matemáticos trabajados (Coll, 1992; Colomina & Onrubia, 2001; Mercer, 2001). Entendemos que

durante todo el proceso cada alumna pudo adquirir esquemas cognitivos nuevos (Piaget, 1981), es decir, nuevos conocimientos matemáticos.

Sobre esta misma línea, podemos decir que el lenguaje se utilizó como un instrumento que impulsaba la actividad intelectual conjunta. Las conversaciones modularon los mecanismos interpsicológicos y metacognitivos de cada discente sobre los aspectos matemáticos del problema (Boekaerts, 2009; Colomina & Onrubia, 2001; Mercer, 2001; Pozo, 2008; Vygotsky, 1978, 1995). Siempre y cuando, claro está, participaran del debate activamente, con atención e interés. Ya que si no era así, percibimos que las alumnas no trataban de recuperar conocimientos, no analizaban el problema ni las ideas de las compañeras, no se involucraban en aportar reflexiones sobre las propuestas y mucho menos llegaban a transferir sus conocimientos a las necesidades del problema. En tal caso, dicha actitud limitó las posibilidades de aprendizaje de las alumnas menos participativas.

Por otra parte, durante todo el desarrollo de la SiE-A de elaboración grupal se definió el proceso de matematización horizontal (Freudenthal, 1993; OCDE, 2003b; Rico, 2005b). En este caso, de forma compartida y ajustada se reconocieron las variables matemáticas del problema y buscaban estrategias matemáticas para solucionarlo.

Finalmente, valoramos que las actuaciones generadas en la SiE-A de elaboración grupal resultaron ser complejos patrones de interacción. Pudimos comprobar que estaban condicionadas a diferentes variables que afectaban las dinámicas cooperativas. Por ejemplo: 1) cuando se daban problemas o conflictos para ponerse de acuerdo o decidir el plan definitivo; 2) cuando las propuestas individuales eran inexistentes, escasas, desajustadas o erróneas; 3) cuando se perdía el interés y no prestaban atención al trabajo o se perdía el tiempo con otras cosas; o 4) cuando las intervenciones estaban condicionadas a factores personales y sociales forjados en el grupo-clase durante años. Como la aceptación, la seguridad, la amistad, la afinidad o el referente de éxito/fracaso dentro del grupo. Factores que, según Solé (1993), afectan al rendimiento académico.

Este último aspecto se pudo reconocer de forma clara en los momentos en los que debían aportar ideas al grupo-clase. En tal caso, las alumnas con dificultades en el área

de Matemáticas y las alumnas inseguras no participaban de forma dinámica ni natural. Sin embargo, las alumnas con problemas, pero extrovertidas y valoradas socialmente por la clase, participaban de forma pro-activa igual que las de altas capacidades⁴². Como fue el caso de M.S. de la clase de 4ºA que se mostró muy participativa en todos los debates pese a que su profesora nos confirmó su bajo nivel en la asignatura. Algunas de estas percepciones las mostramos en el siguiente ejemplo.

Parece que los grupos que mejor se han organizado son los que todas las integrantes tienen claro el objetivo de las tareas. En consecuencia, no se dieron discusiones y terminaron antes. Hay alumnas que intentan imponer su idea o la forma de organizar al grupo sin contar con la opinión del resto. Y pese a que pueda estar equivocada, no ceden ante la crítica, la reflexión o la propuesta del resto. Así que trabajan por libre, cosa que también enfada al grupo, van más lentas e intervengo para mediar en los conflictos. P.M. que tiene muchas capacidades intelectuales, pero nadie la escucha ni apoya lo que propone. Se puede deber a que no está del todo aceptada por la clase. (Caso 3. NC-O1/S-P2_Sesión:4)

7.2.1.7. SiE-A de ejecución grupal

La SiE-A de ejecución grupal estaba vinculada a la fase de desarrollo de la S-P. En ella, se llevaban a cabo las tareas constructoras que desarrollaban el plan de actuación pactado o bien, las que estaban diseñadas en la SD. Las consideramos, por tanto, SiE-A grupales.

Se localizaban una vez concluidas las SiE-A de elaboración grupal, de entrega grupal de tareas, de presentación de tareas constructoras o detrás de una SiE-A de presentación de tareas facilitadoras. Debemos recordar, como comentábamos anteriormente, que se dieron de forma paralela a la SiE-A de organización grupal.

El patrón de actuación estuvo muy condicionado al tipo de contenido utilizado en la SD. Ahora bien, en todas las S-P el alumnado realizó las actividades físicas presentadas, las tareas planificadas o los procedimientos matemáticos planteados. Por ejemplo: en la S-P1 dibujaron un plano, crearon unas pistas y escondieron las pistas y el tesoro; en la S-

⁴² Pudimos reconocer las capacidades individuales de cada alumna en el área de Matemáticas, porque las profesoras de Matemáticas durante las entrevistas nos facilitaron esta información.

P2 midieron pies, estimaron el tamaño de los cuadros, jugaron y probaron la xarranca, analizaron y recalcularon las medidas, y dibujaron la xarranca; en la S-P3 pesaron el arroz y practicaron malabares; y en la S-P4 saltaron, corrieron, lanzaron, midieron saltos, cronometraron carreras, registraron los resultados de las pruebas, sumaron y clasificaron resultados. En el caso de tener dificultades para implementarlas, las mismas compañeras del grupo orientaban, ayudaban, explicaban o demostraban su ejecución. Si todo el grupo planteaba dudas o problemas buscan a la profesora para que orientara la ejecución práctica de la acción. Exponemos algunos ejemplos que ilustran cómo se desarrollan estas situaciones de ejecución grupal.

SiE-A: de ejecución y organización grupal

El grupo deciden localizar 4 puntos donde van a esconder las 3 pistas y el tesoro. Y las marca en el plano con 4 círculos que rodean en dichos lugares. Dos grupos decide dar coordenadas para encontrar las pistas describiendo el número de cuadros y la dirección a seguir N-S-E-O. (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:3/4)

SiE-A: de ejecución grupal, de organización grupal y de juego

Los grupos en el gimnasio y con un metro y una tiza dibujan los cuadrados de la xarranca con las medidas planteadas. Los grupos juegan para comprobar si son adecuadas las dimensiones. (Caso 2. NC-O3/S-P2_Sesión:2)

En este caso, la profesora desarrolló el mismo rol que en la SiE-A de elaboración grupal, supervisar las acciones y ayudar y orientar en caso de necesidad. En determinadas situaciones la profesora también sugería la realización de una determinada actividad que resultara imprescindible para alcanzar el objetivo del proyecto. Por ejemplo, en la S-P1, que plantea diferentes formas de marcar en el plano los puntos donde esconderán las pistas. En otras ocasiones, las actividades que propone son parte del proceso de resolución, como en la S-P4, realización de las diferentes pruebas atléticas y la necesidad de registrar los resultados de cada participante.

La interacción de la profesora sobre la ejecución de las acciones del grupo, comprobamos que también depende de los mismos factores explicados en la SiE-A de elaboración grupal: de la afinidad entre componentes del grupo; de su implicación y de su motivación por el trabajo; de la atención y la concentración durante la ejecución; y del conocimiento y la comprensión sobre el contenido.

En el siguiente cuadro podemos reconocer la estructura de las acciones que caracterizan la SiE-A de ejecución grupal.

Actuaciones características de la Si E-A de ejecución grupal

GA: realizan las tareas, las actividades, los juegos o los procedimientos pactados en el plan de acción.

P: supervisa las acciones, motiva a seguir trabajando sobre acciones correctas y ayuda a gestionar los espacios, los materiales y los tiempos del total del grupo-clase.

[GA/ag: tienen dudas o dificultades para realizar las acciones correctamente. Consultan dudas a la profesora.

P: ayuda, orienta, sugiere, propone nuevos criterios, hace reflexionar, explica detalles, aclara dudas, propone ayudas de otras compañeras.

a/ag: ayuda, explica o demuestra.

a/ag: escucha, reflexiona, corrige, ejecuta de nuevo o imita].

[ag: pide ayuda a otra compañera/s ante una dificultad, un problema o por desconocimiento.

ag: atiende, reflexiona y comunica, explica, justifica o ejecuta la acción o muestra el resultado.

ag: escucha, reflexiona, corrige, ejecuta de nuevo o imita].

A diferencia del anterior, tanto la actividad discursiva como la no discursiva, lo que dicen, hacen y cómo lo hacen, formó parte de la matematización vertical. Es decir, el alumnado desarrolló el proceso de matematización vertical a través de acciones donde implementó los conocimientos matemáticos adquiridos para solucionar la S-P (Freudenthal, 1993; OCDE, 2003b; Rico, 2005b).

A nivel instruccional, debemos decir que en la SiE-A de ejecución grupal resultó transcendental actuar con corrección, por dos razones. La primera, porque permitió progresar de forma precisa en la consecución del objetivo de la S-P. Y la segunda, la más formativa, porque era el momento en el que se implementaban los sistemas de significados compartidos, o lo que es lo mismo, se ponían en juego los contenidos matemáticos y estos, debían ser ejecutados de forma adecuada para que el desempeño, la adquisición y el aprendizaje de la CMa fuera eficiente.

Atendiendo a las aportaciones teóricas de varios autores (Aguado, 2005; Alonso & Montero, 2001; Ausubel, 2002; Coll, 1992; Colomina & Onrubia, 2001; Frawley, 1999; Mauri, 1993; Novak, 1998; Onrubia, 1993; Pozo, 2008; Vygotsky, 1979) podríamos

confirmar que durante esta SiE-A se produce aprendizaje en torno a la CMa por varios factores: 1) al ser un trabajo autogestionado por el mismo alumno, aumentó la predisposición y motivación por la tarea, por el contenido trabajado y por el aprender; 2) fueron acciones que partían de tareas articuladas, interdependientes y con una finalidad clara, alcanzar el objetivos del proyecto; 3) se vivenció la utilidad del contenido matemático y con ello, pudieron percibir la funcionalidad del aprendizaje; y 4) trabajaron con la finalidad de jugar o realizar una acción lúdica o deportiva, interés intrínseco al infante.

7.2.1.8. SiE-A de entrega grupal de tareas

La SiE-A de entrega grupal de tareas hizo visible las tareas de elaboración y ejecución grupal, por tanto, fueron el resultado del trabajo en equipo. Lógicamente, la consideramos una SiE-A grupal. Se dieron en cualquier fase de la S-P finalizadas la SiE-A de elaboración grupal o la SiE-A de ejecución grupal. Se desarrollaban de forma paralela a la SiE-A de presentación de tareas constructoras.

El patrón de actuación del grupo fue: comunicar, explicar y/o mostrar a otros grupos o a la profesora la idea, la actividad pensada, el material elaborado o el juego creado. Dependiendo del objetivo de la entrega de las tareas y a quién fuera dirigida la interacción con las participantes variaba. Si la entrega de tareas era para comunicar una tarea constructora desarrollada en la SiE-A de elaboración, el resto de grupos escuchaban, observaban y analizaban todas las ideas para crear el plan de acción. Por el contrario, si se daba a conocer la producción final de cada grupo, los patrones de actuación del resto de participantes variaban de unas SD a otras. Por ejemplo, en la S-P1 se entregaba el plano y las pistas y en la S-P2 los juegos inventados, en ambos casos, la entrega se realizaba para que el resto de grupos jugaran.

Sin embargo, en la S-P3, en la entrega de las bolas malabares a la profesora, la única pretensión era la confirmación de la correcta ejecución o la necesidad de corrección en el caso de estar mal realizadas. Respecto a la S-P4, la entrega de la producción final,

proporcionaba los resultados obtenidos por cada grupo en las pruebas atléticas, estos se analizaban, se comparaban y se clasificaban.

En lo que respecta a la profesora, el patrón de actuación también variaba en función del objetivo de la entrega grupal de tareas. Si la finalidad era presentar al resto del grupo-clase el trabajo, la profesora coordinaba la puesta en común y supervisaba los intercambios comunicativos. En caso de reconocer dificultades: planteaba ideas a tener en cuenta; hacía aclaraciones; realizaba preguntas reflexivas; o enumeraba las propuestas para que otras compañeras las tuvieran en cuenta y opinasen. En cambio, si la entrega era directamente a la profesora, esta, analizaba y valoraba el trabajo y planteaba la necesidad de corregirlo en el caso de encontrar errores (SiE-A de corrección) o certificaba el trabajo si era correcto.

Una vez finalizado todo el proyecto la profesora recogía el trabajo de cada grupo (en la S-P1 y la S-P2 las fichas individuales y en la S-P4 en la ficha del equipo) para llevar a cabo la valoración del nivel de desempeño alcanzado en las diferentes dimensiones de la CMA por los grupos, en aquellas actividades registradas en los documentos.

Algunos ejemplos extraídos de las NC-O3 ilustran los hechos de la SiE-A de entrega de tareas.

P: *“¿Cuánto mide la xarranca de ancho y largo?”*.

Grupo de A.R.: *“1m 35cm”*. (Caso 1. NC-O3/S-P2_Sesión:3)

L.N. (mostrando las bolas): *“¡Mira!”*.

P: *“Muy chulas, te han quedado muy bien”*. (Caso 1. NC-O3/S-P3_Sesión:3)

P: *“Cuando suméis los resultados y los comparéis para comprobar si están bien, salir a la pizarra y apuntar el resultado del grupo en cada prueba en la tabla para comparar y hacer la clasificación”*.

Grupo de D.A.: *“Ya estamos”*.

P: *“Ya lo tenéis, muy bien sois unas cracks. Pues la entrenadora organiza para salir a la pizarra a poner los resultados. Poner el nombre del grupo y el resultado”*. (Caso 3. NC-O3/S-P4_Sesión:5)

Los patrones de actuación por parte de las alumnas, de los grupos y de la profesora en esta SiE-A de entrega grupal de tareas se esquematizan en el siguiente cuadro.

Actuaciones características de la Si E-A de entrega grupal de tareas

GA: explican sus ideas, muestran su trabajo o el producto final al resto de grupos o a la profesora.

GA: escuchan y tratan de entender y analizar la idoneidad de las ideas o del trabajo expuesto para: debatir un plan de acción común a todo el grupo-clase, jugar o, comparar los resultados para analizar y realizan una clasificación.

P: ayuda a gestionar la puesta en común de los grupos. Escucha y analiza el trabajo, las ideas o, el producto final, y si son correctas ofrece tanto verbalmente como gestualmente *feed-backs* de aprobación.

[GA: entrega incorrecta, contiene errores o tienen dificultades.

P: sugiere analizar bien las ideas o corregir los errores. Plantea preguntas reflexivas que hagan visible el error o realiza aclaraciones sobre ideas o explica procedimientos

GA: escuchan y analizan el problema, y rehacen o ajustan lo presentado].

P: recoge las fichas de trabajo individual o del grupo.

Sus funciones instruccionales fueron muy parecidas a la SiE-A de entrega individual de tareas, con la diferencia que estas recaían sobre el grupo. Por tanto, hicieron visible el pensamiento del grupo, es decir, el proceso de regulación y control del aprendizaje cooperativo. Fue un indicador de los mecanismos de adquisición de conocimiento, tanto para la profesora como para las mismas alumnas. Hemos podido reconocer que tuvieron cinco funciones instruccionales.

Por un lado, si estaba dentro de la fase de desarrollo de la S-P, su finalidad era crear un marco de referencia de ideas que guiara al grupo-clase en el proceso de resolución. Esto ayudaba a realizar un análisis más profundo y variado de las variables a tener en cuenta, mejorando con ello, la comprensión del problema y la selección de acciones ajustadas a las necesidades (Zabala & Arnau, 2007). En tal caso, como reconoce Mercer (1997), se favoreció el proceso de aprendizaje de todo el grupo.

Por otra parte, al aportar ideas al grupo-clase se generó un conflicto sociocognitivo que estimulaba el debate, la conversación exploratoria sobre el problema y la autorregulación del proceso de enseñanza y aprendizaje posterior (Colomina & Onrubia, 2001; Mercer, 1997, 2001).

Gracias a esta SiE-A se pudo desarrollar una evaluación formativa del trabajo que ayudaba a avanzar correctamente para alcanzar el objetivo con un cierto grado de éxito. Esta evaluación la realizó tanto la profesora, que reconducía errores o corroboraba si el

trabajo es correcto, como las compañeras, que comparaban, supervisaban y debatían sobre los trabajos o las ideas planteadas. Esto hizo visible el autocontrol de proceso de aprendizaje, necesario para desarrollar conocimiento (Mauri, 1993; Nisbet & Shucksmith, 1990; Pozo, 2008; Zabala & Arnau, 2014).

Además, al presentar la producción final a la profesora o al resto de grupos se pudo confirmar la consecución del objetivo de la S-P y con ello, valorar y analizar todo el proceso de E-A.

Con estas SiE-A de entrega grupal de tareas, la profesora pudo reconocer el nivel de desempeño de las habilidades matemáticas trabajadas por el grupo en relación a las tres dimensiones de la CMA.

7.2.1.9. SiE-A de juego

En esta SiE-A se desplegaron los juegos y las actividades físicas o deportivas motivadas desde el diseño de la SD. En el caso de la S-P1 y la S-P2 fueron el resultado de las SiE-A de elaboración y ejecución grupal. Dado que siempre se desarrollaban en grupo, consideramos esta SiE-A como grupal.

Localizamos la SiE-A de juego al finalizar la SD en: la S-P1, el grupo-clase jugó a la búsqueda del tesoro; la S-P2, participaron en los juegos inventados por cada grupo sobre las xarrancas; y la S-P3 practicaron los malabares. En todas ellas, la SiE-A de juego fue el objetivo final de la S-P. En cambio, en la S-P4, las SiE-A de juego las encontramos en las primeras actividades, entrenando las pruebas atléticas y durante la competición. Generalmente se daban de forma simultánea a las SiE-A de organización grupal por la necesidad de autogestionar la participación de las componentes durante el juego.

El tipo de actuación de las alumnas se ajustaba al desarrollo de una actividad lúdica, física o deportiva. En la S-P1 realizaron una carrera de orientación ambientada en la temática pirata. En la S-P2 participaron los diferentes juegos inventados sobre las xarrancas: carreras cronometradas, carreras por equipos, juegos de saltos, de puntería,

de bote de pelota, combinación de pruebas motrices, de expresión corporal, etc. En la S-P3 practicaron los lanzamientos y las recepciones de las bolas malabares. Y en la S-P4 realizaron un cross, el lanzamiento de “peso”, el salto de longitud, el salto de altura y la carrera de relevos. En el caso de tener dificultades para desarrollar la actividad, pedían ayuda a la profesora o a otro grupo o a otra compañera. Con ello aclaraban dudas sobre cómo jugar, las normas de puntuación, la forma de participar, etc. En caso de conflicto a la hora de organizarse, también acudían a la profesora para que les ayude a gestionar el problema. Algunos ejemplos muestran estos acontecimientos

SiE-A: de juego, de organización grupal y de corrección

Los grupos juegan de forma autónoma y se organizan para repartir los roles en cada juego. La alumna que dirige al grupo interpreta el plano, localiza los puntos donde han escondido las pistas, orienta el plano respecto a la realidad de los objetos que ve, busca puntos de referencia en la realidad y dirige al grupo corriendo hacia el lugar. (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:5)

SiE-A: de juego, de entrega grupal de tareas y de organización grupal

Un grupo jugaba a la xarranca y se cronometraban a reconocer quién la realizaba más rápida. (Caso 2. NC-O3/S-P2_Sesión:7-8)

SiE-A: de juego, de corrección, de organización grupal

Las alumnas en parejas o tríos practican los diferentes lanzamientos. (Caso 1. NC-O3/S-P3_Sesión:3-4)

Por su parte, la interacción de la profesora con los grupos se ajustaba básicamente a la organización del grupo-clase para que todos los grupos participaran de todas las propuestas de forma compensada. Por tanto: repartía a los grupos por los espacios de juego o pruebas; supervisaba el reparto y uso de materiales; y controlaba los tiempos de juego durante la S-P2. Por otra parte, también controlaba las actividades motrices, animaba la participación y ayudaba en caso de dificultad o conflictos en la organización.

En este caso, el patrón de actuación tanto de la profesora como de las alumnas queda esquematizado en la siguiente tabla.

Actuaciones características de la Si E-A de juego

P: da consignas para organizar a los grupos, los espacios, los materiales, o los tiempos haciendo la participación compensada.

GA: escucha, se distribuye, se organiza y juega.

P: supervisa y anima durante la participación las acciones correctas.

[GA: tiene problemas o dificultades para desarrollar el juego o para organizarse.

P: explica cómo llevarlo a cabo, pide a otra alumna o grupo que lo explique, o plantea estrategias para organizarse.

ag: explica o demuestra el juego o la actividad.

GA: escuchan, observan, se reorganizan, juegan, imitan y ejecutan].

Las SiE-A de juego estaban concebidas desde el diseño de cada SD como estrategias motivadoras del proceso de aprendizaje, ahora bien, hemos podido comprobar cuatro funciones instruccionales específicas: 1) el alumnado pudo vivenciar y reconocer la relación práctica entre los contextos de la EF y las matemáticas, apreciando la necesidad de tener ciertos conocimientos matemáticos para poder realizar y/o comprender algunas modalidades deportivas, juegos o actividades motrices; 2) las alumnas han podido dar sentido a los contenidos matemáticos aprendidos, aplicándolos para resolver las S-P reales y cercanas a sus intereses, situaciones lúdicas y multiexperienciales; 3) fomentó el interés y la motivación por el trabajo de los contenidos matemáticos desde los contextos prácticos, reales, cooperativos y lúdicos propios de la EF, que en definitiva mejoró la atención y el seguimiento por todo el proceso de aprendizaje ; y 4) ayudó al alumnado a dotar de significado el aprendizaje de las matemáticas, haciendo visible su utilidad práctica en un contexto real, promoviendo así, el desarrollo de la CMA e impulsando su alfabetización en este nivel escolar.

Todas y cada una de estas funciones instruccionales las vemos reflejadas en las teorías de autores como Dewey, que plantea que para que se produzca aprendizaje se deben incluir elementos experienciales reales y prácticos, ya que la actividad intelectual precisa de la corporal. La “significación consiste en las consecuencias que resultan cuando se actúa sobre lo que se ve” (Dewey, 1997, p. 87). También confirmamos estos datos en los planteamientos de diversos neurocientíficos que otorgan al movimiento un valor específico sobre la cognición (Damasio, 2001; Forés & Ligoiz, 2009; Gardner, 1995; Gomila, 2009; Jensen, 2003; Mora, 2013; Pellicer et al., 2015; Wilson, 2002).

Por su parte, en los postulados de la corriente del aprendizaje situado, reconocen que la mayor actividad cognitiva se produce en interacción directa con la situación, ya que la contextualización del aprendizaje favorece que el alumno encuentre el significado de lo

que se aprende en los objetos, en los materiales, en las circunstancias, en las herramientas culturales, en los juegos y en las personas (Anderson et al., 2000; Brown et al., 1989; Chaiklin & Lave, 2001; Cobb & Bowers, 1999; Engeström, 1987; Greeno, 1989, 1998; Hendricks, 2001; Lave, 1991; Lave & Wenger, 1991; Lemke, 1997; Rogoff, 1993; Vygotsky, 1979; Wenger, 2001) .

Desde la vertiente matemática, las funciones formativas de esta SiE-A reflejan una idea generalizada por diferentes autores, y que Freinet y otros (1979) simplifican exponiendo que el sentido matemático es el resultado de un largo aprendizaje a base de tanteos experimentales sobre la vida. Ya que los contextos realistas conducen a la aparición de modelos matemáticos generales (Burgués & Sarramona, 2013; Gallego et al., 2003; Gómez-Chacón, 1998; Guzmán, 1991; Recio, 2007; Steffe & Cobb, 1988; Torra, 2008; Van Den Heuvel-Panhuizen, 2003; Van Den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014; Van Reeuwijk, 1997).

Además, otros especialistas defienden de forma específica la acción motriz como una estrategia de aprendizaje para determinados contenidos matemáticos (Balaguer, 2012; Canals, 2001; Castañer & Trigo, 1995; Díaz-Barahona, 2009; Díaz-Lucea, 2010; Escamilla, 2009; Farnesi, 2006; Gómez-Rijo et al., 2008; González et al., 2014; Hatch & Smith, 2004; Koontz, 2011; Lapierre & Aucouturier, 1974, 1977; Le Boulch, 1981; Lleixà, 2007; López-Pacheco, 2010; Nilges & Usnick, 2000; Piaget, 1978, 1981; Piaget & Beth, 1968; Rodríguez-Martín & Buscà, 2015; Ruiz-Omeñaca et al., 2013; Sales, 2001).

A nivel emocional, hemos podido comprobar que tanto las SiE-A de ejecución grupal como las de juego se pueden considerar actividades promotoras del aprendizaje, en cuanto que: aumentaron la predisposición y la motivación por la tarea; mejoraron la atención y el interés por el contenido matemático trabajado; y promovieron seguimiento continuado de todo el proceso de aprendizaje. Esto aspectos se deben a cuatro factores: 1) la necesidad de recuperar y transferir contenidos matemáticos para solucionar el problema; 2) la interdependencia que se daba entre las actividades para alcanzar el objetivo de la S-P; 3) la vivenciación que experimentaba el alumnado sobre la utilidad práctica y real del contenido y del aprendizaje matemático; y a todo esto se

suma 4) que todo el proceso de E-A se desarrolló con una finalidad: jugar, interés intrínseco al infante (Aguado, 2005; Alonso & Montero, 2001; Ausubel, 2002; Ausubel et al., 1983; Colomina & Onrubia, 2001; Novak, 1998; Pozo, 2008).

7.2.1.10. SiE-A de corrección

El objetivo de nuestro planteamiento metodológico, solucionar una S-P, condicionaban al alumnado a desarrollar con éxito el proceso de resolución. Por tanto, cada actividad realizada requería de unas actuaciones ajustadas. En consecuencia, nos encontramos la SiE-A de corrección en todas las fases de la SD. Y dado que siempre se generaba por la interacción entre dos o más participantes, consideramos esta SiE-A grupal.

Sus dos objetivos fueron: 1) reconducir reflexiones, ideas o propuestas poco ajustadas o erróneas ante la necesidad lógica del proceso; y 2) corregir errores en la realización de algún procedimiento, actividad o juego. En ambos casos la corrección se producía *in situ* para que el apoyo pedagógico fuera significativo para el alumnado y resultase eficaz para el proceso de resolución (Mauri & Barberà, 2007).

Como la finalidad metodológica del diseño de las SD era ceder y traspasar la responsabilidad a las estudiantes el proceso de E-A, la corrección la realizaban de forma generalizada y natural las alumnas. Sin embargo, la profesora podía inducir la corrección para que la realizaran otras compañeras o ejecutarla en caso de incapacidad del alumnado. Así pues, el patrón de actuación tanto de una alumna, de un grupo, del grupo-clase, como de la profesora fue: 1) reconocer la idea, el procedimiento o la acción motriz incorrecta; 2) comunicar el error; y 3) corregir o guiar la corrección.

Si eran las alumnas las que se corregían entre ellas reflexionaban y debatían sobre lo propuesto o realizado incorrectamente y se explicaban la idea correcta o se demostraban el procedimiento o la actividad motriz bien ejecutada. En cambio, si era la profesora quien realiza la corrección: podía clarificar el problema aportando más información; hacía reflexionar sobre lo realizado; o explicaba directamente el

procedimiento, la actividad motriz o la tarea. En ocasiones, también pedía a otras compañeras que ayudaran en la corrección.

En ciertas situaciones, nos encontramos que una alumna o un grupo reconocía su propio error o dificultad y al ser incapaz de solucionarlo pedían ayuda a otra compañera o compañeras o a la profesora.

Los siguientes ejemplos reflejan estos hechos.

SiE-A: de corrección y de juego

R.C. (coloca mal una pista en la realidad respecto al punto marcado en el plano)

M.H.: "R.C., no, ahí no va, es aquí".

P: "¿Estás orientado el plano? Coloca el plano como lo ves en la realidad".

M.R.: "A.L. es así".

P: "Seguir las instrucciones sobre el plano con el dedo".

A.L.: "1 cuadrado al sur".

P: "Busca en la realidad donde estará la pista e indica a tus compañeras donde tienen que buscar". (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:5)

SiE-A: de corrección y de ejecución grupal de tareas

I.L.: "La línea está torcida".

L.F.: "Es que nos queda siempre torcida".

P: "No, la tenéis bien. Comprobarlo con el cartabón. Lo que pasa es que la línea del suelo es la que está torcida, la que habéis marcado vosotras está bien. Seguir que vais bien".

L.F.: "¡Ah! Ya lo entiendo". (Caso 1. NC-O3/S-P2_Sesión:4)

SiE-A: de corrección y de ejecución grupal de tareas

L.F.: "Pon más arroz".

P: "Mira la balanza, igual te estás pasando".

C.P.: "¿Ya está? ¿lo he hecho bien?"

L.P.: "No está".

M.S.: "Esta parte tiene que estar más arriba". (Quita arroz). "Ahora falta un poquito".

P: "¿Falta?"

L.P.: "¡No!, sobra arroz".

M.S.: "No, sobra". (Caso 1. NC-O3/S-P3_Sesión:2)

SiE-A: de corrección y de juego

C.M.: "G.B., ¿cómo se cronometraba?"

G.B.: "Aquí arriba start, el stop le das en el mismo lado y con este otro lo reseteas y vuelves a 0". (Caso 3. NC-O3/S-P4_Sesión:3)

El siguiente cuadro muestra el esquema de actuación de la SiE-A de corrección.

Actuaciones características de la Si E-A de corrección

P/A/GA: percibe una idea incorrecta, un error en la ejecución de un procedimiento o en la realización de una actividad motriz o juego.

A/GA: detiene la actividad, plantea el error y explica la idea, la tarea o la actividad motriz de forma

ajustada, o demuestra correctamente la tarea, el procedimiento, la actividad o el juego.

P: hace reflexionar, propone ideas o pautas, explica cómo realizar el procedimiento, la actividad motriz o el juego, pide a otra compañera o compañeras que ayuden en la corrección.

GA/ag: ayudan, explican o demuestran.

A/GA: escuchan, observan, piensan, reflexionan, corrigen, rectifican y siguen trabajando, practicando o jugando.

[a/GA/ag: ante un error o confusión, piden ayuda a la profesora o a otra compañera.

P: hace reflexionar, propone ideas o pautas, explica cómo realizar el procedimiento, la actividad motriz o el juego, o pide a una alumna que ayude.

a/ag: ayudan, explican o demuestran.

a/GA/ag: escuchan, observan, piensan, reflexionan, corrigen, rectifican y siguen trabajando, practicando o jugando].

Interpretamos que la SiE-A de corrección fue una herramienta mediadora del aprendizaje cooperativo, ya que aportó el apoyo que necesitaban las alumnas cuando cometían un error o tenían dificultades en alguna fase del proceso de resolución de la S-P (Coll, Colomina, Onrubia, & Rochera, 1992; Colomina et al., 2001; Mauri & Barberà, 2007). Siendo así, su objetivo instruccional era ayudar al alumnado a autorregular tanto el proceso de aprendizaje, potenciando la adquisición de habilidades matemáticas competenciales, como el de enseñanza, surgida de la corrección entre iguales. En este caso, se han implementado lo que Nisbet y Shucksmith (1990) denominan macroestrategias: el control, la comprobación y la revisión. Todo ello, favoreció la reflexión sobre su propio proceso de conocimiento, o lo que es lo mismo, sobre el metaconocimiento, desarrollando así el autocontrol de los resultados de sus acciones (Pozo, 2008).

En esta SiE-A surgieron situaciones donde: se repasaron cálculos; verbalizan estrategias realizadas para calcular o clasificar; se demostraban procedimientos como medir, dibujar una perpendicular o un plano; se ayudaban a orientarse en el espacio con un plano y siguen itinerarios; etc. Por tanto, podríamos decir que el conocimiento se localizó en las acciones de las alumnas y de los grupos, ya que percibían los errores y los solventaban en el momento para seguir avanzando con éxito (Wilson & Myers, 2000). Hecho que proporcionaba significados o conocimientos matemáticos y que puede

legitimar la acción y el aprendizaje en contextos auténticos, como los que se han desencadenado en el ámbito de la EF.

Después de esta larga presentación de resultados, sintetizaremos los aspectos más importantes para exponer una conclusión reducida a la pregunta 2.1., *Durante la resolución de las S-P del RD ¿de qué forma las participantes organizan la acción conjunta para generar situaciones de E-A?, ¿qué patrones de actuación desarrollan? y ¿qué función formativa o instruccional se desencadena encada una de ellas?*

Con el estudio la acción didáctica hemos podido comprobar que la interacción de las alumnas con otras compañeras, con la profesora y con la acción motriz es un mecanismo significativo de aprendizaje en relación a la CMA. Este hecho lo hemos podido validar gracias a los resultados obtenidos del análisis de las SiE-A generadas durante el desarrollo del proceso de resolución de las distintas S-P. De forma general presentamos las siguientes evidencias:

1. La presentación de las S-P captó el interés del alumnado y motivó su participación.
2. Desde el diseño del recurso educativo y a través de las acciones implementadas por la profesora se cedió y traspasó al alumnado la responsabilidad y el control del proceso de resolución de la S-P y, en consecuencia, de los procesos de E-A sobre el contenido matemático competencial.
3. Las acciones ejercidas por el discente de forma individual promovieron la activación de procesos metacognitivos relacionados con el recuerdo, la evocación y la transferencia de contenidos matemáticos al problema, desencadenando con ellos, procesos de matematización horizontal.
4. Las SiE-A de elaboración grupal generaron mecanismos de aprendizaje vinculados a: conversaciones exploratorias sobre el contenido del problema; el análisis de los diferentes puntos de vista sobre las variables matemáticas que condicionaban la situación; el debate sobre ideas o actividades divergentes; la voluntad de resolver la S-P; y el co-razonamiento y la co-construcción convergente para alcanzar el objetivo. En este caso, de forma simultánea y cooperativa, se definió el proceso de

matematización horizontal. Estimamos que estas acciones desencadenaron nuevos aprendizajes matemáticos.

5. Las SiE-A de ejecución, de juego y de corrección fueron dispositivos de aprendizaje por los cuales el alumnado desarrolló el proceso de matematización vertical. Ya que implementó los conocimientos matemáticos adquiridos para solucionar la S-P real de ámbito de la EF. Además, a través de ellas pudo aplicar y percibir la funcionalidad y utilidad de los contenidos matemáticos y dotar de sentido su aprendizaje.
6. Los factores que estimamos han favorecido la buena predisposición y motivación hacia el proceso de aprendizaje fueron tres: la interacción con el grupo para autogestionar el proceso de resolución; la interacción sostenida con las compañeras y con el entorno para alcanzar el objetivo de la S-P; y la interacción directa con el entorno lúdico. Esto se evidenció cuando el alumnado asumía motivado y de forma eficaz el rol de autorregular y gestionar todo el proceso de resolución. También cuando desarrollaba de forma activa el seguimiento del proyecto. O, cuando la atención y el interés era continuado sobre la tarea, el contenido y el conocimiento matemático, promovido todo ello, a nuestro entender, por la interdependencia de las actividades, por la percepción directa de la necesidad de utilizar unos contenidos matemáticos concretos y por el ámbito lúdico-motriz. En este caso, el juego desencadenó en el alumnado emociones positivas que estimamos reforzaron todo el proceso de aprendizaje de la CMa. Esta misma idea se manifiesta en los postulados y estudios de algunos autores (Alsina, 2001; Burgués & Sarramona, 2013; Busaddea & Laosinchaib, 2013; Navarro, 2013; Vygotsky, 1979).

7.2.2. Proceso de matematización

Los resultados sobre este aspecto dan respuesta a la pregunta de investigación 2.2, *Durante el proceso de construcción de conocimiento realizado a través de las diferentes estrategias ¿se implementan acciones que demuestren que se está desarrollando el proceso de matematización?*

El proceso de análisis consistió en la interpretación directa de las estrategias desarrolladas por el alumnado durante la resolución de las S-P (NC-O3). A través de ellas se pudieron identificar las acciones promotoras del proceso de matematización planteadas por PISA (OCDE, 2003b). Conjuntamente, aportamos evidencias sobre los hechos mostrando ejemplos que ilustran cómo se desencadenó tanto la matematización horizontal como la vertical en cada una de las SD.

Por otra parte, y para tener un referente cuantitativo de las acciones desarrolladas en todo el proyecto, se extrajeron de las Rb de evaluación, los datos de las intervenciones vinculadas a la matematización horizontal⁴³ y vertical⁴⁴ (OCDE, 2003b). Como se puede observar en el gráfico 7, los resultados obtenidos muestran que las estrategias que desarrollan el proceso de matematización vertical se dieron en un número muchísimo mayor a las implementadas para llevar a cabo el proceso de matematización horizontal. Esto viene a demostrar que desde nuestro RD se promueven las tareas eminentemente prácticas y procedimentales.

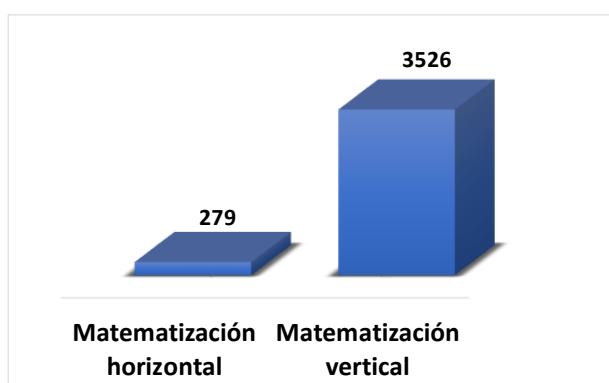


Gráfico 7. Número de acciones que desarrollan procesos de matematización horizontal y vertical

⁴³ La matematización horizontal recoge los datos de los descriptores: 2.1. Identifica aspectos que relacionan la situación real propuesta con las matemáticas; 2.2. Identifica y relaciona las variables de la situación que marcan los pasos para dar con la solución

⁴⁴ La matematización vertical recoge los datos de los descriptores: 1.1. Explica ideas para avanzar en la solución de la S-P; 1.2. Expresa argumentos matemáticos para justificar acciones; 2.3. Propone y utiliza un modelo matemático para solucionar el problema; 2.4. Utiliza conceptos y procedimientos matemáticos para resolver las tareas que permiten avanzar en la resolución del problema; 2.5. Analiza los resultados; 2.6. Aporta soluciones al problema ajustadas al planteamiento; 2.7. Presenta el resultado del trabajo; 3.1. Expresa ideas o procedimientos matemáticos; 3.2. Usa el lenguaje formal y simbólico.

En lo que respecta a la matematización horizontal, las acciones que el alumnado realizó durante las SD fueron: comprendió la temática de la S-P trasladándola al mundo matemático; identificó las variables del problema desde el modo matemático; y encontró relaciones y patrones con otros problemas matemáticos. En los siguientes ejemplos se puede verificar cómo se desarrollaron dichas acciones en cada SD.

SiE-A: de entrega grupal de tareas, de elaboración grupal y de presentación de tareas constructoras

Todos los grupos han entendido el objetivo de la S-P, ya que reconocen de forma unánime que necesitan un mapa y unas pistas para orientarse en el juego. Reconocen que el primer paso es dibujar un mapa de la zona donde van a jugar. (Caso 1. NC-O3/S-P1_Sesión:1)

SiE-A: de presentación de tareas facilitadoras, elaboración grupal y de presentación de tareas constructoras

Las alumnas reflexionan y explican cómo podrían averiguar el tamaño de la xarranca.

P.M.: “saber el espacio donde la vamos hacer por si será más larga o más pequeña”.

L.C.: “Saber las medidas de las piezas”.

El grupo-clase llega a la conclusión que deben averiguar el tamaño de las figuras. (Caso 3. NC-O3/S-P2_Sesión:1)

SiE-A: de entrega individual de tareas y de elaboración grupal

M.B. explica que un aspecto a tener en cuenta para elaborar las bosas es que la bola de debe caber en la mano. (Caso 1. NC-O3/S-P3_Sesión:1)

SiE-A: de presentación de tareas facilitadoras y de elaboración grupal

La profesora plantea preguntas para saber si el grupo-clase tiene claro cuál es el criterio para interpretar la clasificación de cada prueba: ¿quién gana la prueba? el que tiene más o menos puntuación, tiempo o metros. Las alumnas van respondiendo correctamente: “en el cross el equipo que tiene menos puntos; en el salto las que han hecho más metros; en el lanzamiento las que han hecho más distancia; en el salto de altura las que saltan más alto; y en relevos el equipo que menos tiempo ha hecho”. (Caso 3. NC-O3/S-P4_Sesión:5)

Por otra parte, el alumnado realizó gran variedad de acciones con las que desarrolló los procesos de matematización vertical, como: utilizar herramientas y recursos matemáticos; utilizar diferentes representaciones; usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones; ajustar el modelo matemático; combinar modelos matemáticos; y argumentar y generalizar. Presentamos algunos ejemplos que demuestran dicha implementación.

SiE-A: de ejecución individual de tareas

El alumnado, en un folio de cuadrados, [...] dibuja el material distribuido por el espacio. Localiza los objetos y busca puntos de referencia en el plano (en relación al medio de..., arriba, abajo, a la derecha de... o a la izquierda...). Estima las distancias y medidas en la realidad para trasladarlas de forma proporcional al plano. Organiza y orienta los materiales en el plano respecto al lugar que ocupa en la realidad. (Caso 1. NC-O3/S-P1_Sesión:2)

SiE-A: de ejecución grupal, de organización grupal y de corrección

Los grupos hacen el croquis definitivo de la xarranca y calculan sus dimensiones definitivas teniendo en cuenta las nuevas medidas propuestas para el cuadrado. Cada alumna del grupo vuelve a dibujar los 9 cuadrados que forman la xarranca, calcula las medidas del largo y ancho de la xarranca. Alguna multiplica directamente la distancia del largo o del ancho del cuadrado por 3, y otras realizan una suma. Escribe las medidas tanto del cuadrado como del total de la xarranca en la ficha y el croquis. (Caso 1. NC-O3/S-P2_Sesión:3)

SiE-A: de ejecución individual

Cada alumna observa unas imágenes de cómo realizar los malabares. En ellos se reconocen las trayectorias que debe seguir las bolas y la colocación de las manos, codos, brazos, tronco y cabeza. Las alumnas describen los lanzamientos con sus palabras para aprender a hacer los malabares y poder ayudar a sus compañeras. (Caso 1. NC-O3/S-P3. Sesión: 3)

SiE-A: de juego, de organización grupal, de corrección y de ejecución grupal

En lanzamiento de “peso” perciben la trayectoria que sigue la bola por el aire, observan y memorizan donde cae la bola lanzada para trazar una perpendicular en la arena hasta el metro con: el pie, la mano, un testigo o haciendo pasos punta y talón, para medir el lanzamiento. Las alumnas hacen y observan la medición, apuntan en la hoja el resultado y comprueban y supervisan. (Caso 3. NC-O3/S-P4_Sesión:3)

La conclusión a la que hemos llegado en este apartado nos incita a pensar que durante el proceso de resolución de la S-P se generaron procesos tanto de matematización horizontal como vertical. Es decir, el discente, ante la necesidad de resolver la S-P, implementó habilidades matemáticas por las cuales trasladó las variables del problema al mundo matemático y, de forma notable y variada, utilizó los contenidos matemáticos para resolverlo.

Por tanto, podríamos afirmar que en las S-P contextualizadas en el ámbito de la EF también es posible desarrollar el proceso de matematización, acción imprescindible para desempeñar la CMa en las alumnas (Marín, 2010; OCDE, 2003b; Rico, 2005b).

7.2.3. Estrategias de aprendizaje motrices

Para exponer los resultados relativos a este ámbito se han analizado las estrategias motrices desarrolladas por el alumnado durante la intervención didáctica (NC-O3). Gracias a su estudio identificamos y cuantificamos los contenidos matemáticos implementados con más frecuencia durante las acciones motrices, especificando si se utilizaban a nivel conceptual, procedimental y actitudinal. Para dar consistencia a los datos se mostrarán fragmentos de las NC-O3 que reflejen la información presentada.

Con ello, intentaremos dar respuesta a la pregunta 2.3., *En los procesos de construcción de conocimiento relacionados con estrategias motrices ¿qué tipo de contenidos matemáticos puede adquirir el alumnado a nivel conceptual, procedimental y actitudinal?*

Como reflejan los resultados de la tabla 67 y se percibe claramente en el gráfico 8, el alumnado durante las estrategias motrices utilizó de forma mayoritaria los contenidos matemáticos relacionados con el espacio y la forma y la medida. En un 40% de las estrategias utilizó los contenidos del espacio y la forma y en un 35% los de la medida. Este hecho coincide con los planteamientos de autores que sostiene, de forma generalizada, que los contenidos geométricos, espaciales y temporales son los que se adquieren más fácilmente desde las actividades vivenciadas y motrices (Biniés, 2008; Canals, 2001; Díaz-Barahona, 2009; Gómez-Rijo et al., 2008; Lapierre & Aucouturier, 1974, 1977; Le Boulch, 1981; Lleixà, 1990, 2007; Piaget & Beth, 1968).

Ahora bien, no debemos dejar de mencionar que, desde nuestro RD, en un 12% de las estrategias motrices se utilizaron los contenidos relacionados con las relaciones y el cambio, en un 9% la numeración y el cálculo y en un 4% la estadística y el azar. La utilización de este tipo de contenidos también lo contemplan, discretamente, las propuestas prácticas de López-Pacheco (2010) y Ruiz-Omeñaca y colaboradores (2013).

Tabla 67. Tipos de contenidos utilizados por el alumnado durante el desempeño de estrategias motrices

Contenidos	Conceptuales	Procedimentales	Actitudinales	TOTAL
Números y cálculo	1	16	7	24
Relaciones y cambio	8	15	9	32
Espacio y forma	33	44	25	102
Medida	18	39	32	89
Estadística y azar	0	5	5	10
TOTAL	60	119	78	257

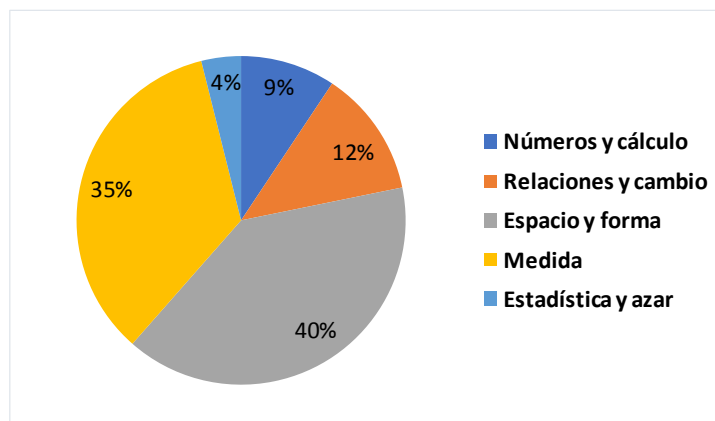


Gráfico 8. Tipos de contenidos matemáticos utilizados a través las estrategias motrices

Profundizando en los datos del gráfico 9, que muestra los contenidos trabajados y especifica si se utilizaron a nivel conceptual, procedimental o actitudinal, se puede observar que a nivel conceptual los contenidos más utilizados fueron los relacionados con el espacio y la forma, y le siguen de cerca, los relativos a la medida. El resto o no se utilizaron o resultan poco representativos. Este aspecto se justifica desde la perspectiva de los planteamientos teóricos de los autores antes mencionados. Ya que para poder utilizar desde la acción motriz⁴⁵ los contenidos procedimentales relacionados con el espacio, la forma o la medida, el alumnado, a nivel conceptual, debe tener adquiridos unas nociones matemáticas básicas que le permitan poderlos percibir, analizar y utilizar. Ausubel (2002) explica esta idea reconociendo que la comprensión y la resolución significativa de problemas depende, en gran medida, de la disponibilidad de conceptos.

⁴⁵ Ejemplos de acciones motrices implementadas en las SD que precisaron del conocimiento de conceptos o nociones matemáticas relacionadas con el espacio, la forma o la medida: orientarse en el espacio, colocar una parte de cuerpo en una determinada posición, realizar una medición de un salto, un lanzamiento o una carrera, percibir y realizar correctamente una trayectoria de un lanzamiento.

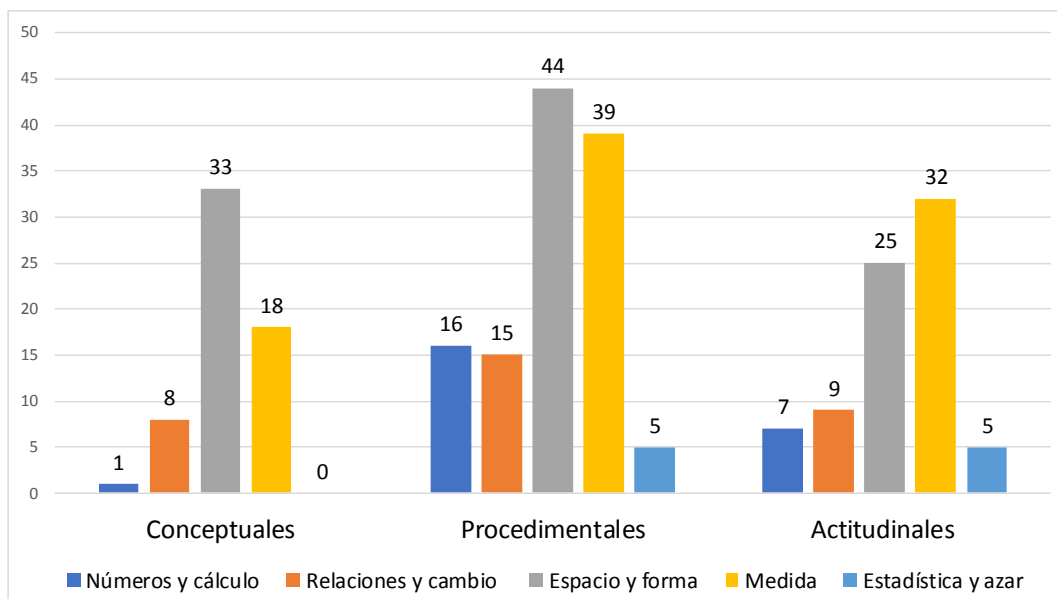


Gráfico 9. Tipos de contenidos matemáticos implementados a través las estrategias motrices a nivel conceptual, procedimental y actitudinal

En nuestro caso, el discente utilizó los contenidos matemáticos conceptuales para comprender y resolver los problemas motrices generados desde las SD.

SiE-A: de entrega de tareas en grupo, de organización grupal y de corrección

Mientras esconden las pistas en los puntos marcados en el plano utilizan conceptos espaciales para localizar correctamente los puntos exactos en el espacio: en medio, por la mitad, a la derecha, a la izquierda, más cerca, más lejos, arriba, abajo, sobre la línea, vertical, horizontal, (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:5)

Sesión:3- SiE-A: de juego y de corrección

Las alumnas en parejas o tríos practican los diferentes lanzamientos. Se van observando y corrigiendo tanto la trayectoria de las bolas como la colocación de los brazos o manos. Para ello utilizan diferentes conceptos espaciales o temporales trabajados en el análisis de las imágenes. M.S observa a A.R. que lanza la pelota hacia el cuerpo, la corrige diciéndole que tiene que lanzar recta hacia arriba. La profesora pregunta que cómo se dice en mates, M.S. responde que vertical. También pregunta sobre la posición del codo y la altura de la mano, qué ángulo debe tener. M.S. responde recto y A.R. 90°. (Caso 1. NC-O3/S-P3_Sesión:3)

SiE-A: de juego, de organización grupal, de corrección y de ejecución grupal

Una alumna al realizar la medición de un lanzamiento y marca en la arena una línea perpendicular que le sale muy torcida, inmediatamente su compañera la corrige diciendo que está muy torcida. La primera rectifica el ángulo hasta hacerlo recto respecto al metro. (Caso 3. NC-O3/S-P4_Sesión:3)

Resulta lógico pensar, como reflejan los datos del gráfico 9, que los contenidos más utilizados en el desarrollo de la actividad motriz o durante el juego fueron los procedimentales. Siendo así, coincidimos con múltiples referentes teóricos-prácticos que también recogen esta percepción (Biniés, 2008; Canals, 2001; Díaz-Barahona, 2009;

Gómez-Rijo et al., 2008; Lapierre & Aucouturier, 1974, 1977; Le Boulch, 1981; Lleixà, 1990, 2007; Piaget & Beth, 1968). Los siguientes fragmentos muestran cómo el alumno utilizó los contenidos matemáticos procedimentales a través del desarrollo de las estrategias motrices de cada una de las SD.

SiE-A: de entrega de tareas en grupo y de corrección

Cada grupo se desplaza por el espacio y entre los materiales para esconder las pistas en los puntos marcados en el plano. Localizan el punto en el plano, interpretan los dibujos y la posición señalada, la buscan en el espacio real y esconden la pista correspondiente. (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:5)

Sesión:6-7 SiE-A: de juego y de organización grupal

Un grupo numera los cuadrados del uno al nueve. Desde fuera una alumna va diciendo a otra que salte sobre: primero números sueltos del 1 al 9, luego números de 2 o 3 cifras, con lo que debe saltar en el orden correspondiente. Finalmente, proponen sumas y multiplicaciones, así, la alumna debe hacer la operación rápidamente y saltar sobre los números sin confundirse.

Un grupo coloca en cada cuadro un cono y les dan una puntuación: el del centro vale 5 puntos, los de los extremos 2 puntos y los del medio 1. Tiran por turnos las pelotas, y los conos derribados o expulsados fuera de los espacios que marcan las líneas de la xarranca puntúan. Suman las puntuaciones con cada tirada hasta 5 lanzamientos. La alumna que más puntuación hace gana. (Caso 1. NC-O3/S-P2_Sesión:6-7)

SiE-A: de juego, de ejecución individual

Tras plantear el análisis de las imágenes para aprender a realizar los lanzamientos y las recepciones de las bolas malabares, varias alumnas las observan, las interpretan y colocan los brazos como plasman los dibujos, en ángulo recto, y van realizando movimientos con las manos y brazos. (Caso 1. NC-O3/S-P3_Sesión:3)

SiE-A: de juego, de organización grupal, de corrección y de ejecución grupal

Las alumnas realizan la prueba de lanzamiento y salto. En lanzamiento de “peso” perciben la trayectoria que sigue la bola por el aire, observan y memorizan donde cae la bola trazan una perpendicular en la arena hasta el metro con el pie, la mano, un testigo o haciendo pasos punta y talón, y miden el lanzamiento.

En el salto perciben la trayectoria de la alumna por el aire, observan y memorizan donde cae el pie más cercano al 0. Trazan una perpendicular en la arena hasta el metro con el pie, la mano para medir el salto.

Las alumnas realizan la prueba de carrera de relevos. Cada grupo cronometra con el cronómetro “oficial” situándose en la línea de salida y meta. El resto de alumnas del grupo que cronometra supervisan o bien utilizan los cronómetros propios para cronometrar también. (Caso 3. NC-O3/S-P4_Sesión:3)

Analizando las estrategias motrices comprobamos que los contenidos actitudinales que más se implementaron fueron los que implicaban autonomía, rigor, esfuerzo y reflexión. Debemos hacer hincapié en un dato llamativo que recoge la tabla 67, y que también se observa fácilmente en el gráfico 9. Y es que los contenidos actitudinales más utilizados fueron los que trabajaron la medida, superando a los relacionados con el espacio y la forma. Contrariamente a lo que pasaba con los contenidos conceptuales y

procedimentales. Podemos justificar este dato a que las acciones de medir durante la acción jugada (saltos, lanzamientos, carreras o el espacio del plano) requerían de más curiosidad, equidad, rigor, esfuerzo, reflexión y autonomía⁴⁶ que las acciones motrices donde se implementaron los contenidos relacionados con el espacio y forma. Por tanto, se han hecho más visibles durante la acción jugada y se reflejan así, en un número mayor de frecuencia de uso. Estas actitudes las podemos reconocer en las siguientes situaciones ejemplificadas.

SiE-A: de ejecución individual de tareas

En ocasiones se levantan varias alumnas para mirar la colocación de algún material y cuentan el espacio entre materiales con pasos. Se sientan enfrente del material para ver la colocación y las direcciones que siguen las picas, las cuerdas o la tela... (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:2)

SiE-A: de juego, de organización grupal y de ejecución grupal

En la prueba de salto de longitud, perciben la trayectoria de la alumna por el aire, observan y memorizan donde cae el pie más cercano al 0. Trazan una perpendicular en la arena hasta el metro con el pie o la mano para medir el salto. Se amontonan alrededor del metro las alumnas que hacen la medición y supervisan. Las alumnas dicen en voz alta la distancia utilizando la unidad adecuada y los decimales correspondientes. Una alumna apunta la distancia en la ficha del equipo utilizando los números, los decimales y la magnitud correspondiente. (Caso 3. NC-O3/S-P4_Sesión:3)

Las alumnas realizan la prueba de salto de altura. Un grupo se encarga de supervisar la altura del listón subiéndolo de 10 en 10 cm en cada ronda. De vez en cuando supervisan si el listón (la goma) tiene la altura correcta, lo comprueban y ajustan si se ha bajado. Cada alumna después de realizar dos nulos, se apunta de forma autónoma en la ficha la altura que ha conseguido saltar, restando 10cm a la altura en la que ha hecho nulo. (Caso 3. NC-O3/S-P4_Sesión:4)

Como conclusión, podemos afirmar que, a través de las estrategias motrices desarrolladas por el alumnado durante el RD, los contenidos matemáticos más utilizados y trabajos, y entendemos más percibidos, comprendidos y adquiridos, fueron los relacionados con el espacio, la forma y la medida, y de manera generalizada a nivel procedimental. Sin embargo, debemos apuntar que también se implementaron acciones donde se usaron los contenidos relacionados con la estadística, el azar, la numeración y el cálculo, así como los relativos a las relaciones y el cambio.

⁴⁶ Contenidos matemáticos actitudinales (Doncel & Leena, 2011)

Vale la pena destacar que los contenidos actitudinales que más se implementaron fueron los relacionados con el trabajo de la medida.

7.2.4. Estrategias de aprendizaje cooperativas

En este punto se pretende dar respuesta a la pregunta 2.4. que plantea, *En los procesos de construcción de conocimiento relacionados con las estrategias cooperativas, ¿se identifican fases de complejidad sociocognitiva creciente que suponen la convergencia compartida de significados?*

Recuperando los resultados de la pregunta 2.1., comprobamos que el alumnado durante las SiE-A de elaboración grupal, de ejecución grupal, de corrección o de juego desarrolló procesos de naturaleza dialógica. Dichos procesos partían de la puesta en común de las representaciones, conocimientos o significados que cada alumna tenía inicialmente sobre los contenidos matemáticos o sobre la práctica matemática en sí. Y en ocasiones estas ideas, eran diferentes, o incluso divergentes, a las propuestas por otras compañeras. Ahora bien, con el propósito de progresar hacia el objetivo común planteado en la S-P, fueron capaces de llegar a acuerdos, redefinir significados y compartir y construir conjuntamente concepciones matemáticas cada vez más convergentes para ejecutar los planes pactados.

Dicho esto, y para responder de forma específica a esta pregunta, debemos reconocer si a través de las estrategias cooperativas generadas desde nuestro recurso educativo se han generado fases de complejidad sociocognitiva creciente, corroborando así, que se dio una convergencia de significados matemáticos.

La estrategia de análisis utilizada fue el estudio directo de las cadenas de estrategias cooperativas de cada SD (NC-O3), se interpretaron y categorizaron con el fin reconocer las fases de construcción colaborativa del conocimiento alcanzadas por el alumnado. Cabe especificar que sólo se estudiaron las que se generaron en las SiE-A de elaboración grupal, de ejecución grupal y de presentación de tareas constructoras. Los dos criterios que hemos tenido en cuenta para aplicar la categorización fueron que la actividad

estuviera totalmente registrada y que, en caso de no evidenciarse claramente las características de la fase, se computaría en el nivel más bajo. Debemos señalar que, para evidenciar las pruebas de los resultados, por una parte, se mostrarán los fragmentos de las SiE-A (NC-O3) que recogen las actividades donde se alcanza niveles más altos y más bajos en la construcción colaborativa del conocimiento de cada SD. Y, por otra parte, se expondrán percepciones de la profesora-investigadora (NC-O1) y de la profesora de Matemáticas (EPM-tutora) que reflejen la efectividad del trabajo cooperativo.

Para desarrollar la categorización se han tomado de referencia dos modelos teóricos. Por una parte, seguimos la propuesta definida por Colomina y Onrubia (2001) que determinan que los procesos por los cuales el discente construye el conocimiento de forma colaborativa, se definen en cuatro fases con niveles progresivos y superiores de complejidad sociocognitiva. En el primer nivel el alumnado simplemente comunica sus ideas al grupo y este acepta una sin analizarla ni rebatirla. En el segundo nivel, las propuestas de los miembros se justifican, se amplían y se escoge una. En el tercer nivel se da debate, por tanto, se evalúan las ideas y se negocian las propuestas de todo el grupo. Y en el cuarto nivel, se encuentra una solución compartida entre todos los participantes, alcanzando una comprensión co-construida de las ideas o los contenidos.

Con el fin de adaptar nuestra categorización al ámbito matemático, también hemos tenido en cuenta la clasificación propuesta por Cobb y colaboradores (Cobb et al., 1991; Cobb, Yackel, & McClain, 2000; Cobb & Bauersfeld, 1995; Wood, Cobb, & Yackel, 1990). Desde sus estudios reconocen que las interacciones durante el trabajo en grupo crean distintas oportunidades de aprendizaje y definen cuatro tipos de interacción.

Tomando como referencia ambas perspectivas, y con el fin de adaptarlas nuestro estudio, se han nombrado y definido las fases de construcción colaborativa del conocimiento de la siguiente manera:

1. Fase inicial. El alumnado expone sus ideas y no se hace referencia a otras propuestas. No existe reciprocidad ni cooperación. Hay poca interactividad. Y se acepta sin más una propuesta de una compañera.

2. Fase de debate. Se da reciprocidad entre las contribuciones, ya que se hacen referencias explícitas o implícitas a otras aportaciones. Pero solamente se expone la información o se opina para ampliar o concretar las ideas presentadas por otras compañeras. Se acepta una propuesta sin revisarla, ni cuestionarla, ni criticarla.
3. Fase de pacto. De forma generalizada todos los miembros del grupo participan en el debate, la negociación y el pacto. Los intercambios comunicativos buscan encontrar sentido al problema. Se reflejan un alto nivel de conexión haciendo referencia a otras propuestas. Se dan turnos de presentación, de demostración y de aceptación por el resto. Se generan cadenas complejas en las que se presenta, se discrepa, se explica, se clarifica y se confirma la propuesta o la acción acordada. En esta fase se hace visible cómo el alumnado trata de forma crítica y constructiva las ideas o acciones matemáticas de sus compañeras.
4. Fase de co-construcción. Esta fase requiere que, desde la anterior, se revise, se demuestre, se verifique, se corrija y se apruebe por todos los miembros del grupo el producto final, una idea, una actividad, un procedimiento o un juego. Gracias a estos reajustes se redefinen y reelaboran las ideas y con ellas los significados matemáticos.

A continuación, a través de diferentes gráficos elaborados para cada caso, expondremos los resultados obtenidos en relación a las fases de construcción colaborativa del conocimiento alcanzadas en diferentes actividades de cada S-P. Las barras de color azul en tonos progresivamente más oscuros representan niveles más alto y complejos en la construcción colaborativa del conocimiento.

En el gráfico 10 se recogen las fases de construcción colaborativa del conocimiento alcanzadas por 4^ªA, durante las actividades que se generaron en las SiE-A de elaboración grupal y de presentación de tareas constructoras. Los resultados muestran como el grupo, durante la S-P2, alcanzó la fase de debate (fase 2) en las actividades 1 y 2. En las actividades 3 y 4 se situó en la fase de pacto (fase 3). Sin embargo, en la actividad 5, el alumnado alcanzó la fase de co-construcción (fase 4). Respecto a las SiE-A

de la S-P3, el grupo se situó en la fase de debate (fase2). La tendencia que se observa en la clase de 4ºA es que la construcción colaborativa del conocimiento en la S-P2 fue alcanzando fases cada vez más complejas y consensuadas hasta llegar a la fase 4 de co-construcción. Mientras que en la S-P3 se consolidó en la fase 2 de debate.

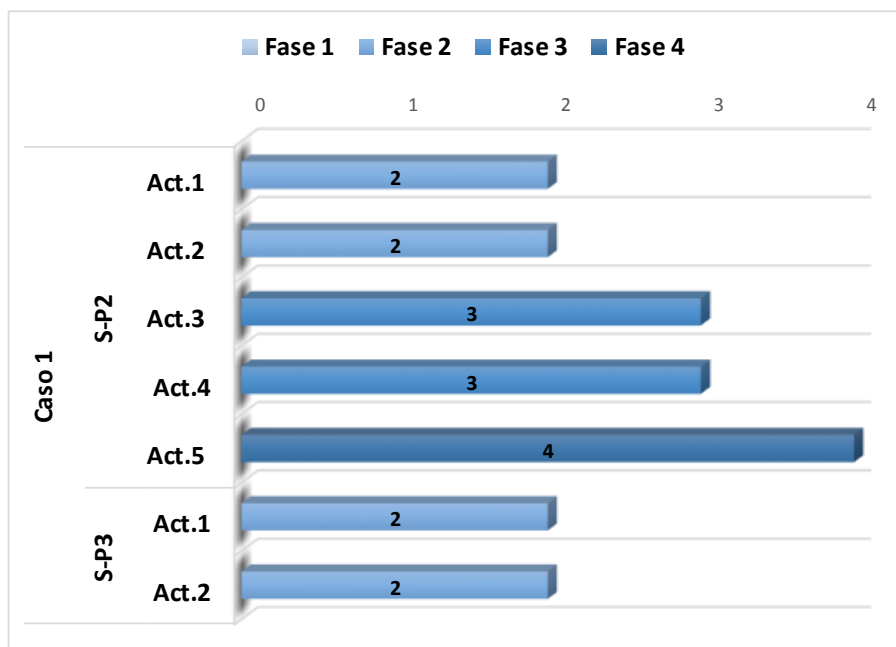


Gráfico 10. Fases de construcción colaborativa del conocimiento del caso 1

En la actividad 5 el alumnado alcanzó la fase 4 en la construcción colaborativa del conocimiento, aunque el proceso de elaboración fue guiado por la profesora (SiE-A de presentación de tareas facilitadoras), se pudo comprobar como los grupos expusieron las experiencias y los problemas que tuvieron en la comprobación de las medidas iniciales de su xarranca, las debatieron y las justificaron para llegar a un acuerdo ante la necesidad de buscar unas medidas definitivas para toda la clase. Finalmente, co-construyeron una propuesta nueva entre todo el grupo-clase donde concretaron las medidas definitivas de los cuadros de su xarranca y las dimensiones finales.

SiE-A: de elaboración grupal y de corrección, de presentación de tareas facilitadoras y constructoras y de entrega grupal de tareas

La profesora plantea al grupo-clase que, si el error generalizado de todos los grupos fue que las medidas no eran adecuadas, deberían pensar y debatir cuales serían las más precisas. Los grupos deciden cuales serían las medidas más adecuadas valorando los problemas que tuvieron el día anterior, dibujando y jugando, con las medidas estimadas inicialmente.

Los grupos recuerdan y escriben sobre un croquis de la pizarra las medidas inadecuadas iniciales (40cm, 25 cm, 26cm, 30cm) junto a ellas escriben las que consideran correctas. Hay un grupo que propone 50cm, otro que 40cm, y otros 35cm.

Una alumna propone que, para no enfadarse, escoger 45cm.

La profesora pide a las alumnas que dibujaron los cuadrados de 40cm que si quieren debatir o justificar su medida como buena respecto a las que plantean 50cm o 35cm. Dos alumnas dicen que 45cm y no es la medida de ninguna de las dos y ya irá bien.

Como están sentadas en el suelo de la clase, mientras que debaten sobre las medidas más adecuadas, varias alumnas de diferentes grupos con el metro marcan en el suelo las dos longitudes y prueban de poner el pie sobre en ellas. Y le dicen a la profesora que mejor 50cm. La profesora les pide que le dejen el metro para mostrarlo a toda la clase y los muestra la medida 50cm. Pide a una alumna que levante un pie y lo ponga en medio de la cinta. Alguna alumna comenta que es demasiado grande.

Otra alumna propone que podrían ser como los cuadrados de las baldosas del aula, una compañera responde que no entraría ni el pie de la profesora. La profesora le propone que los mida y compruebe si realmente es la medida adecuada. La alumna mide la baldosa y el resto la observan. Dice que mide 30cm. La profesora pregunta al grupo que probó 30cm si pensaba que esa medida era buena para jugar. Comentaron de forma unánime que no, que era muy pequeña.

La profesora propone votar para determinar la medida de los cuadrados definitivos ya que no terminan de decidirse y va exponiendo las 3 longitudes (40cm, 45cm y 50cm) a la vez que muestra con el metro la distancia. El grupo-clase vota 45cm. (Caso 1. NC-O3/S-P2_Sesión:3)

En lo que respecta a la actividad 1 de la S-P 3, las alumnas de 4ªA alcanzaron la fase de debate en la construcción colaborativa del conocimiento. Como se puede comprobar en el ejemplo, el alumnado aceptó, sin discrepar, la propuesta de una compañera que reconoce la necesidad de saber el tamaño, o el peso, de la bola de malabares para elaborarla. Algunas alumnas simplemente complementan la información aportando la variable matemática que relaciona el tamaño de la mano con la dimensión de la bola.

SiE-A: de entrega individual de tareas, de elaboración grupal y presentación de tareas constructoras

Cada alumna explica al grupo-clase su propuesta, y el resto debate sobre las ideas de las demás. Las alumnas plantean: saber los materiales (globos, arroz, tijeras) y la cantidad, saber lo que pesa cada bola, saber pesar los gramos de arroz, saberlas hacer, saber el tamaño, cantidad de bolas, que te cojan las bolas en las manos.

Exponen su opinión sobre los materiales necesarios para elaborar las bolas. Alguna alumna que ya las ha elaborado, comenta que se necesita una bolsa, arroz y globos. Finalmente deciden que para hacerlas se necesitan globos y arroz.

Varias alumnas determinan que lo más importante para hacer las bolas es saber la cantidad de arroz que tienen. Ante eso M.B. explica que la bola debe caber en la mano. Y L.F. añade que depende de lo grande que queramos hacer la bola traeremos más o menos arroz.

El grupo-clase, finalmente, reconoce y determina que deben saber el tamaño de las bolas para saber cuánto arroz deben traer. (Caso 1. NC-O3/S-P3_Sesión:1)

En el gráfico 11 se recogen las fases alcanzadas por el alumnado de 4ªB, caso 2. En la S-P1 el alumnado llegó a la fase 3, de pacto, pues el grupo-clase aceptó sin rebatir las ideas planteadas en relación a los materiales y pasos necesarios para diseñar y montar

el juego de la búsqueda del tesoro. En relación a la S-P2, en las actividades 1, 2, 3 el grupo-clase se situó en la fase de debate (fase 2). Ahora bien, en las actividades 4, 6 alcanzó el nivel superior de construcción colaborativa del conocimiento, la fase de co-construcción (fase 4). Sin embargo, que en la actividad 5, sin descender en exceso, se situó en la fase 3, de pacto.

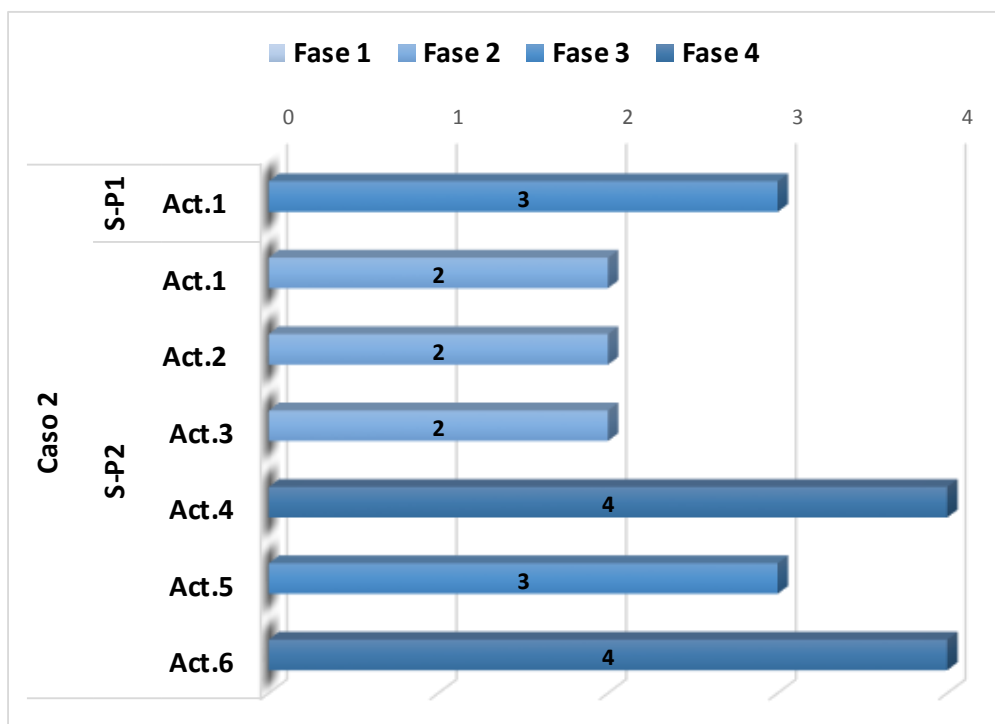


Gráfico 11. Fases de construcción colaborativa del conocimiento del caso 2

Expondremos dos ejemplos que muestran el nivel más alto alcanzado en cada S-P. En la S-P1, las alumnas del grupo propusieron inicialmente elementos que no tienen relación con el juego de orientación, ni con las matemáticas. Por tanto, discreparon en algunas propuestas que debatieron y justificaron con el criterio que debían establecer los pasos y los materiales del juego, no los de la fiesta pirata. Por otra parte, estuvieron totalmente de acuerdo en la necesidad de tener un mapa.

SiE-A: de presentación de tareas facilitadoras y de elaboración grupal

Cada alumna explica a su grupo su propuesta, opinan sobre cuáles son los materiales necesarios para hacer la búsqueda del tesoro y los pasos para realizarlo. Las alumnas proponen elementos como: brújulas, catalejo, un barco, monedas de chocolate, espadas, parches, capitán, cuerdas, aros, bucaneros, y material de EF...

A la hora de decidir en los materiales, todas están de acuerdo en que el mapa es lo más importante, aunque también proponen una brújula y material de EF. Como la profesora les recuerda que deben diferenciar entre los materiales para la fiesta y para montar el juego, el

resto le dicen a F.C. que el barco no es necesario, aunque, dos miembros más lo habían propuesto como material inicial. (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:1)

Respecto a la S-P2, 4ºB alcanzó la fase más alta en la construcción colaborativa del conocimiento, la fase 4, durante la actividad en la que el grupo-clase justificaba y acordaba las dimensiones más adecuadas para los cuadrados y rectángulos de las xarrancas definitivas. Plantearon medidas diferentes para los rectángulos, pero valoraron, verificaron y justificaron cada propuesta, rechazando las opciones no válidas hasta reconocer y confirmar de forma unánime las medidas más adecuada.

SiE-A: presentación de tareas facilitadoras y constructoras, entrega de tareas grupales, elaboración grupal y de corrección.

Los grupos proponen sobre el croquis de la pizarra las medidas que han pactado: 35cm-40cm; 40cm-50cm; 35cm-40cm; 58cm-63cm. La profesora pregunta al grupo-clase que cuál puede ser la más adecuada. Vuelven a proponer sin justifican.

La profesora pregunta que cuánto mide el pie más grande de la clase, M.C. dice que el de ella, 33cm. La profesora continúa preguntando si cree que M.C. jugará bien teniendo solo 2cm de margen para no pisar las líneas, les muestra con una regla o el metro, lo que mide lo que corresponde a los 2cm.

La profesora dibuja las figuras con las medidas 35cm-40cm; 40cm-50cm y les pregunta que qué les parece. Todas responde que parecen cuadrados, y que no pueden ser.

Una alumna propone que entonces 58cm-63cm, pero A.T. dice que también parecería un cuadrado, pero más grande. 6 alumnas dicen que será lo mismo. La profesora propone que valoren la diferencia que hay entre 30 y 40, responde que 10 y entre 58 a 63, responde 5. El grupo considera que no son buenas opciones.

A.A. propone 40cm-60cm.

M.Cas. plantea 38cm-55cm, la profesora le pregunta para qué le resultará más fácil medir en un metro las cantidades redondas o ir buscando centímetro a centímetro. Varias alumnas opinan que es más fácil medir los números redondos. M.H. vuelve proponer 50cm-70cm. Lo dibujan en la pizarra y varias opinan que es muy grande.

M. Cas. dice que no es necesario hacerlo tan grande porque no sabemos cómo vamos a saltar y si es con la pata coja no es necesario tan grande.

L.F. dice que si tiene que tirar la piedra y no pisar que ya está bien esa medida.

G.O., A.A, A.L. opinan que es enorme

M.H. dice 40cm-40cm, todas la corrigen y varias alumnas comentan que sería un cuadrado.

M. Mo. opina que la mejor es 40cm-60cm. Y el grupo-clase la establece como definitiva. (Caso 2. NC-O3/S-P2_Sesión:4)

El gráfico 12 muestra las fases de construcción colaborativa del conocimiento alcanzadas por 4ºC, caso 3. En la primera actividad de la S-P2, el grupo alcanzó la fase inicial (fase 1). En la segunda y tercera actividad progresó, pero no superó la fase de debate (fase 2). Sin embargo, en las actividades 4 y 6 el nivel de complejidad ascendió a la fase más alta en la construcción colaborativa del conocimiento, la fase de co-construcción (fase 4). Debemos señalar que en la actividad 5 el nivel no descendió y se mantuvo en la fase de pacto (fase3). Respecto a la S-P4, el grupo se mantuvo en un nivel

alto, en la actividad 1 alcanzó la fase de pacto (fase 3), mientras que en la actividad 4 llegó a la fase de co- construcción (fase 4).

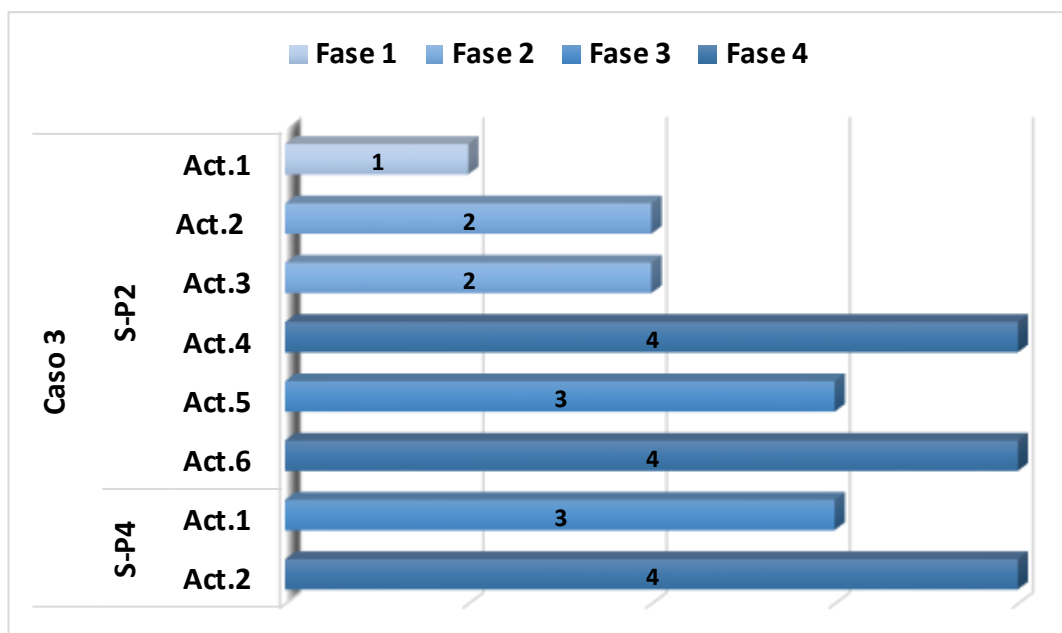


Gráfico 12. Fases de construcción colaborativa del conocimiento del caso 3

En esta clase se dio un nivel muy bajo en la construcción colaborativa del conocimiento en la actividad 1 de la S-P2. Esto se produjo porque durante la SiE-A de elaboración, una vez expuestas las ideas individuales sobre qué información era necesaria para dibujar las xarrancas en el patio, en el grupo-clase no se dio ninguna interacción, simplemente repetían las ideas expuestas sin debatirlas ni justificar la mejor opción. Y ante las preguntas y reflexiones de la profesora aceptaron, sin más, y por descarte, la propuesta de saber las medidas de la xarranca planteada por una compañera. Se pueden identificar estos hechos en el siguiente ejemplo.

SiE-A: presentación de tareas facilitadoras, elaboración grupal, entrega grupal de actividades y presentación de tareas constructoras

La profesora plantea que de todas piensen y opinen sobre la idea que ellas creen más lógica para comenzar a solucionar la S-P, sobre qué información necesitan tener para poder dibujar la xarranca en el patio o que deberían hacer primero.

P.M y D.A.: "Hacer un plano".

A.P.: "Calcular los cm de toda la xarranca".

C.M.: "Saber dónde la vamos a poner".

R.M.: "Calcular el espacio que ocupa la xarranca".

L.P.: "Saber el espacio que ocupa la xarranca para saber dónde la podemos poner".

A.R.: "Calcular el espacio que ocupa la xarranca".

D.An.: "Saber cómo de largo va a ser la xarranca y el orden de las figuras".

A.G.: "Ir al patio a escoger el espacio".

L.P.: “Saber las figuras que vamos a hacer. Y hacerlo en un espacio grande”.
Proponen que la información que necesitan es saber el tamaño de la xarranca. (Caso 3. NC-O3/S-P2_Sesión:1)

Por el contrario, esta clase llegó en tres actividades al nivel más alto en la construcción colaborativa del conocimiento, a la fase de co-construcción. Es importante destacar que sucedió en la actividad 6 de la S-P2, cuando el grupo-clase decidía las medidas definitivas de las figuras de la xarranca, igual que en los casos 1 y 2. Y también coincide con el caso 2, alcanzando la fase de co-construcción, en la actividad 4 de la misma S-P. En ella intentaban estimar las medidas iniciales de las figuras de su xarranca. Como se muestra en el ejemplo, durante todo el proceso el alumnado compartió ideas previas en relación a lo que habían estimado individualmente, analizaron los datos de las medidas de los pies y se expusieron diferentes medidas que fueron rebatidas y analizadas utilizando los metros para comprobar su idoneidad. Por tanto, se justificaron y verificaron las medidas propuestas hasta llegar al consenso, estableciendo así, la medida concreta que, a su juicio, era la más adecuada para dibujar la xarranca.

SiE-A: de ejecución grupal, de elaboración, de organización grupal y de corrección

Una vez reconocido que la mejor opción para averiguar la medida de los cuadros de la xarranca es medir los zapatos. Utilizan el metro o la regla para medir las bambas, en ocasiones también miden el zapato para comparar cual es más grande. Las alumnas se quitan las bambas y las miden desde los laterales de la punta del pie al talón. Otras miden por la suela, igual que los zapatos. D.B. le comenta a R.M. que su zapato es más pequeño que la bamba, que cual apuntan. El grupo le dice la más grande. Apuntan las medidas de todas en la ficha. Van a una clase de la ESO para medir el zapato de las niñas que calzan más. Analizan y comparan las medidas, reconocen y seleccionan la medida más grande, la profesora supervisa y les recuerda que antes de proponer una medida definitiva podrían revisar las medidas de los zapatos, sobre todo las de la ESO.

Comentan y comparan con las medidas que habían estimado individualmente, y vuelven a estimar y pactan la medida para el triángulo, el cuadrado y el rectángulo. Van comentando de ancho cuánto ponemos, el cuadrado cuánto ponemos de lado..., el largo del rectángulo, el ancho de la xarranca y en el triángulo cuánto ponemos, etc.

Dos grupos para percibir y rebatir lo que proponen varias compañeras en referente a las dimensiones del cuadrado, marcan las distancias con las cintas métricas en el suelo y las reglas, y lo prueban colocando la bamba y saltando. Se preguntan unas a otras que cual ven mejor, algunas discrepan y justifican las medidas. L.A. dice que tiene que entrar el pie y que 50cm está bien. D.A. pregunta, pero como son 50cm en la vertical o en la horizontal del rectángulo. A.P. le dice que en vertical.

Otro grupo va marcando las distancias de los lados de cada figura con el metro porque D.B. propone una medida que el resto cree que no es correcta. Ella propone 43cm el cuadrado, el triángulo y el ancho del rectángulo 76cm. El resto proponen 50cm y 70cm y le justifican que es mejor para medir y es suficiente. Comparan con dos metros las dimensiones, colocan el pie, y le explican, que para saltar a la pata coja tiene que tener espacio suficiente. Este grupo plantean la necesidad de estimar la distancia entre las figuras, y creen que la más adecuada es 5cm. Y lo han añadido en el diseño del croquis. C.M. muestra a la profesora lo que serían 5cm en la regla.

Analizan y pactan cómo calcular las medidas de la xarranca (multiplicando o sumando), calculan sus medidas. Dibujan un croquis señalando las medidas del triángulo, cuadrado y rectángulo. Utilizan las unidades de cm y m. Las alumnas se ayudan entre ellas enseñándose los dibujos de las fichas o cómo han realizado las operaciones.

El grupo de P.M. calculan de forma autónoma rápida y correctamente el largo de la xarranca. La profesora les recuerda que cada grupo dibujará 8 figuras. P.M. dice en voz alta a su grupo que hay que multiplicar 50×8 . D.A. le dice que les da 400cm, 4m.

Cada alumna del grupo diseña su xarranca organizando una serie de figuras. La presentan al grupo explicando cuál es el orden de sus figuras, lo dicen en voz alta a la vez que indican las figuras de su hoja. Algunos grupos pactan o votan qué diseño de xarranca tendrá su grupo. Otros deciden hacer una xarranca con las propuestas de todas decidiendo entre todas las figuras que van a poner. (Caso 3. NC-O3/S-P2_Sesión:3)

En las cadenas de estrategias cooperativas analizadas hemos podido comprobar que durante las actividades donde se alcanzaron las fases 3 y 4 (de pacto y de co-construcción), algunos miembros del grupo o del grupo-clase, no compartieron ni aprobaron directamente las propuestas de otras compañeras o de los grupos, e intentaron justificar y analizar por qué una opción era mejor en detrimento de las otras. Estos intercambios comunicativos hicieron visible al resto de alumnas, y también a la profesora, cómo se estaban implementando los contenidos matemáticos para buscar la respuesta más lógica ante las necesidades y variables de la situación (Colomina et al., 2001; Mercer, 2001). Por este motivo, podemos afirmar que las decisiones finales acordadas llevaban implícito la utilización de ciertas habilidades matemáticas competenciales⁴⁷, ya que en el proceso de toma de decisiones estaban siendo utilizadas para avanzar en la resolución de la S-P.

Por otro lado, tenemos constancia que en las sesiones en las que el alumnado alcanzó los niveles más altos en la construcción colaborativa del conocimiento (la fase 4), la profesora-investigadora también pudo percibir una muy buena dinámica de trabajo cooperativo. Y lo recoge de forma sistemática en los comentarios de los acontecimientos sucedidos en las sesiones (NC-O1).

Desde el principio de la clase estuvieron muy atentas y motivadas, y eso se reflejó en la buena dinámica de trabajo, había una buena sintonía en la participación, y acierto en las

⁴⁷ Hemos podido reconocer en estas habilidades matemáticas competenciales cada uno de descriptores específicos de las dimensiones de la CMa, sobre todo los relacionados con la dimensión 1, *pensar y razonar matemáticamente*.

reflexiones y en las propuestas. Las alumnas con un nivel académico más alto estuvieron muy participativas. Salieron muchos aspectos matemáticos. Les he felicitado por el buen trabajo. (Caso 2. NC-O1/S-P2_Sesión:4)

Para finalizar, debemos tomar como dato significativo un elemento que nos puede hacer valorar aún más la efectividad de los procesos de construcción de conocimiento a nivel cooperativo en el contexto de la EF. Y es que en la entrevista con la PM-tutora del caso 3, la única que afirma trabajar de forma cooperativa en el aula, reconoce haber notado cambios de actitud y efectividad instruccional en las dinámicas de trabajo cooperativo en la asignatura. Coincidimos así, con las conclusiones de los estudios y programas de Edo (2004), English (2010, 2015), Carbó (2004) o Cobb et al. (1991; 2000; 1995;1990). Todos ellos reconocen que el proceso de resolución de un problema matemático desarrollado directamente por los estudiantes dota de sentido y comprensión a sus conocimientos.

He notado que les ha ayudado a trabajar en mates de forma cooperativa, en seguida se posicionaban sobre el contenido correcto. Iban más rápidas en adquirir el contenido o la organización, y en saberse relacionar cooperativamente. Lo he notado en la gestión del tiempo y en la eficacia para llegar al contenido final. (Caso 3, EPM-tutora)

Basándonos en los resultados, estimamos que el alumnado ha generado procesos de construcción de conocimiento matemático a través de las estrategias cooperativas, ya que se han identificado fases de alta complejidad sociocognitiva en más de la mitad de las actividades analizadas.

Estamos convencidos que se han compartido significados y conocimientos matemáticos a medida que se negociaba y discutía el proceso de resolución de la S-P. Este aspecto lo ponen de relevancia estudios y teorías de diferentes autores al reconocer que el entendimiento y la comprensión de los aspectos matemáticos está estrechamente relacionado con los procesos de interacción social durante la resolución de problemas matemáticos (Alsina-Català et al., 2008; Carbó, 2004; Cobb et al., 1991; Edo, 2004; English, 2010, 2015; Gallego et al., 2003; Guzmán, 1991, 2007; Recio, 2007).

7.2.5. Estrategias de aprendizaje volitivas

En este punto daremos respuesta a la pregunta 2.5., que pretende profundizar en, *¿Cómo afectan las estrategias volitivas mostradas por el alumnado en el proceso de construcción de conocimiento entorno a la CMA?*

Antes de exponer los resultados vale la pena aclarar las acciones que se han llevado a cabo para desarrollar el proceso de análisis de este aspecto. Nuestra tarea principal fue la interpretación directa de los registros narrativos referentes a las estrategias volitivas de las NC-O3. Ahora bien, con el fin de descifrar mejor su información hemos realizado una categorización de las estrategias contabilizando varios aspectos. Por un lado, se registraron las estrategias volitivas que se dieron en niveles altos y de forma generalizada por todo el grupo-clase, y las que se dieron en niveles medios-bajos y sólo las demostraba una parte del alumnado. Y, por otro lado, se cuantificó la frecuencia de aparición en las fases de las S-P⁴⁸ (Ver gráfico 13).

Para dar más solidez a los datos se mostrarán diferentes evidencias que permitirán la triangulación de los hechos recabados. Así pues, se aportarán ejemplos de: 1) las acciones que vislumbren las estrategias volitivas (NC-O3); 2) la percepción de la profesora-investigadora en relación a los aspectos volitivos mostrados por el alumnado (NC-O1); y 3) las declaraciones del alumnado sobre cómo les resultó de atrayente o de su agrado el proyecto *Acti-Mates* (EA).

Analizando los datos del gráfico 13 observamos que durante la presentación de la S-P se dio muy poca participación por parte del alumnado. Resulta lógico este dato, pues en dicha fase, no se requería su actividad, ya que el rol del alumnado se ceñía a simple receptor de la comunicación del proyecto. Ahora bien, tanto las estrategias de atención, como las de motivación, objetivos instruccionales de la SiE-A de presentación S-P,

⁴⁸ Fases de la S-P de presentación de la S-P, de reflexión y organización del plan de acción o bien, de desarrollo de las actividades del plan de acción.

siempre se dieron en un nivel alto y generalizado en el cómputo de todas las SD. La profesora recoge este hecho en algunos comentarios de las NC-O1.

Se ilusionaron mucho con la presentación del proyecto, estaban risueñas, impacientes y activas. (Caso 2. NC-O1/S-P1_Sesión:1)

Durante la presentación estaban muy atentas e ilusionadas. A la pregunta si querían participar, el sí fue muy enérgico y generalizado. (Caso 3. NC-O1/S-P4_Sesión:1)

Para reconocer si el alumnado vivió así los proyectos, exponemos algunos fragmentos de las entrevistas con las alumnas.

L.V.: *“Es más divertido aprender las matemáticas así aprendiendo jugando”.*

M.R.: *“Me ha gustado mucho porque es más divertido aprender mates haciendo ejercicio que en clase con una libreta escribiendo”.* (Caso 1. EA_final)

J.L.: *“Me ha gustado y no cambiaría nada porque las mates a mucha gente no les gustan nada porque es un rollo total y aquí en Educación Física nos divertimos y a prendemos sin darnos cuenta”.*

C.C.: *“Las mates no es que me gusten mucho y he visto con el proyecto que las mates también te pueden divertir y hemos ido aprendiendo cosas sin darnos cosas”.*

M. Mo.: *“A mí me ha gustado el proyecto y no cambiaría nada porque las actividades con matemáticas se hacen más divertidas”.*

N.N.: *“A mí me gustan las mates, pero me cuestan los problemas he aprendido mejor a hacer los problemas porque eran más divertidos”.*

R.C.: *“No cambiaría nada porque ha sido muy divertido porque era como en el libro, pero había que hacerlo”.* (Caso 2. EA_final)

C.C.: *“A mí no me ha gustado me ha requeteencantado porque todo ha sido muy divertido”.*

R.M.: *“Me ha gustado mucho todo, porque es muy divertido aprender matemáticas jugando y elaborando materiales y organizarnos para trabajar”.*

A.G.: *“Me ha gustado el proyecto porque era muy divertido hacer las mates jugando, calculábamos y aprendíamos a medir cosas”.*

C.M.: *“Me ha gustado más el proyecto de los piratas porque luego se lo pude hacer a mi hermano y mi prima”.*

Y.G.: *“He aprendido a hacer mates jugando, porque a mí me cuestan las mates y así, he aprendido mientras jugaba y me divertía”.* (Caso 3. EA_final)

Ambos registros reflejan que el alumnado se mostró motivado y atento al inicio del proceso de E-A. No obstante, no solo se quedó aquí, en base a sus declaraciones, el discente vivió el planteamiento didáctico con una actitud favorable, positiva, de interés y gusto. El considerar la experiencia como excepcional e insólita, nos permite estimar que el material educativo promovió procesos de retención y aprendizaje significativo (Aguado, 2005; Ausubel, 2002; Pozo, 2008; Solé, 1993).

En consonancia con estos resultados se encuentran las conclusiones de algunos estudios y programas que reconocen la función motivacional que despiertan los ámbitos propios de la EF en el trabajo de las matemáticas (Albanese & Perales, 2015; Badillo et al., 2012; Bishop, 1999; Busadeea & Laosinchaib, 2013; Carbó, 2004; Corbalán & Deulofeu, 1996; Edo, 1998, 2004; Farnesi, 2006; Fernández, 2008; Ferrero, 1998; García-Azcárate, 1998; Gerofsky, 2013; Guzmán, 1989; Hatch & Smith, 2004; Koontz, 2011; Navarro, 2013; Palou et al., 2016; Rodríguez-Francisco, 2015; Serrano et al., 2008; Westreich, 2002).

Pasaremos a analizar cada estrategia de forma específica haciendo una comparativa entre la fase de reflexión y organización del proyecto y la de desarrollo de las actividades, ya que se han podido percibir diferencias interesantes. Con el fin de entender mejor las conclusiones creemos necesario detallar las SiE-A que se generaron en cada fase de la S-P (ver tabla 68).

Tabla 68. SiE-A generadas durante las fases de la S-P

Fase de la S-P	SiE-A
De reflexión y organización del proyecto	De presentación de tareas facilitadoras De ejecución individual de tareas De entrega individual de tareas De elaboración grupal De presentación de tareas constructoras De entrega grupal de tareas De organización grupal De corrección
De desarrollo de las actividades del plan de acción	De ejecución grupal De entrega grupal de tareas De juego De organización grupal De corrección

El gráfico 13 muestran los resultados obtenidos de la categorización de las estrategias volitivas.

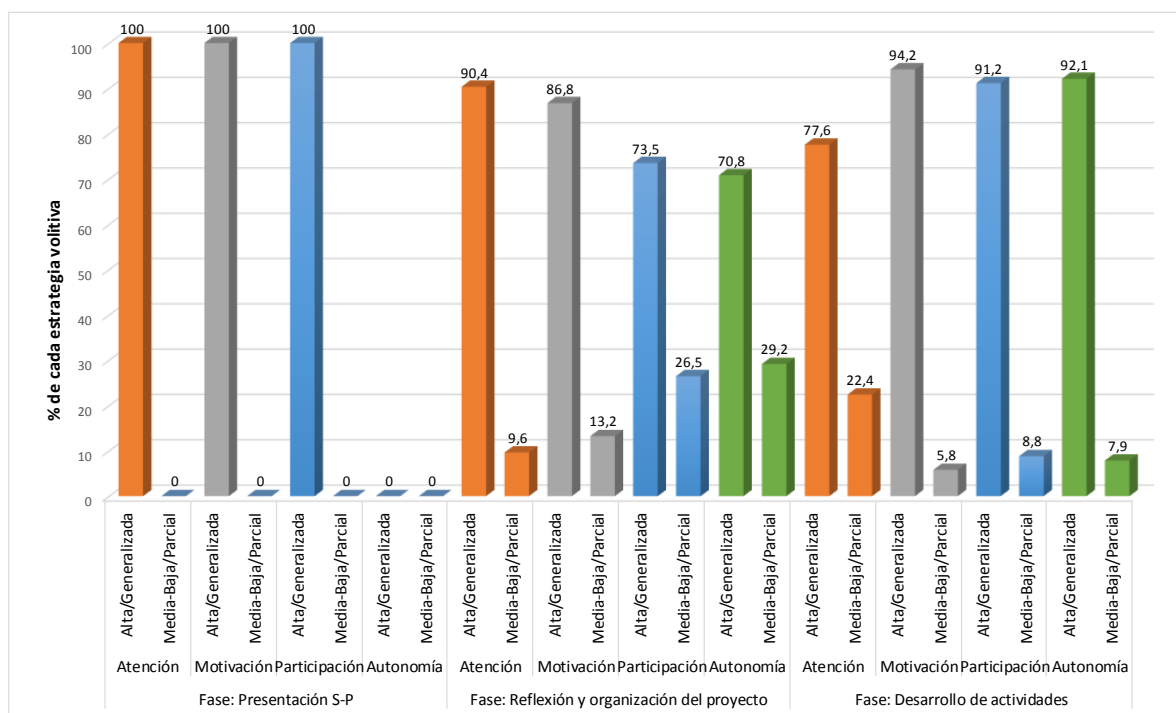


Gráfico 13. Estrategias volitivas desarrolladas por el alumnado durante las fases de la S-P

En lo que respecta a la atención, el gráfico 13 (barras naranjas) evidencia que el porcentaje de estrategias en un nivel alto y generalizado se dio de forma notable en la fase de reflexión y organización, en un 90,4% de las acciones. Sin embargo, los datos revelan que en la fase de desarrollo de las actividades se perdió atención o simplemente se concentró en un sector del grupo-clase, porque tan sólo se percibieron niveles altos y generalizados en un 77,6% de las intervenciones.

A simple vista, podemos reconocer que la atención fue mayor y mejor durante las actividades en las que el alumnado llevaba a cabo la reflexión y la organización de la resolución de la S-P⁴⁹. Entendemos que el hecho de desarrollarse en el aula facilitó la atención sostenida sobre las tareas, ya que: la profesora podía captar mejor la atención de todo el grupo-clase; la organización y el trabajo de los grupos estaba más controlada; y no existían elementos distorsionadores como los que tiene el patio o gimnasio (espacio abierto, materiales, columpios, canastas, ...). Por el contrario, podemos

⁴⁹ En esta parte de la S-P se generaron las SiE-A donde el alumnado pensaba, analizaba, justificaba, debatía, elaboraba y pactaba las actividades por las cuales se iba a resolver la S-P.

entender que el aumento del porcentaje de la atención media-baja y parcial durante el desarrollo de las actividades se pudo deber a que se ejecutaban, en su inmensa mayoría: en el patio o gimnasio; a través de acciones cooperativas, prácticas o juegos; y sin control directo de la profesora. Por tanto, estimamos que las actividades más vivenciales y lúdicas desarrolladas desde nuestro proyecto limitaron o distorsionaron, parcialmente, la capacidad del alumnado para dirigir su atención a los rasgos más relevantes de la tarea (Pozo, 2008).

En este sentido, los motivos por los que las alumnas bajaron el nivel de atención sobre las acciones que desarrollaban el plan de acción, quedaron registrados en las descripciones de las estrategias de aprendizaje y en los comentarios de la profesora-investigadora. Por ejemplo, no mostraron atención: al estar dispersas por el espacio; al ensimismamiento de la misma acción o juego; por conflicto; por desconocimiento; o por desgana.

SiE-A: presentación de tareas constructoras

Todo el grupo (menos un grupo de alumnas que no llegan a escuchar por su lejanía) están atentas a la explicación de cómo averiguar dónde está el centro del plano. (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:2)

El grupo de L.F. fue muy lento e inseguro a la hora de dibujar, hacían muchos errores al dibujar el ángulo recto y medir. Se distraían porque borraban, discutían sobre si estaba bien o mal, o por si lo hacían otra vez o no... Les costó entender y aprender el procedimiento para dibujar los cuadrados con las escuadras y cartabones. Pero estaban muy bien organizadas, le ponían muchas ganas e interés, por lo que la dinámica de trabajo fue muy buena. (Caso 1. NC-O1/S-P2_Sesión:4)

El grupo de A.A., que ya venía cruzada con su equipo por la actividad de la clase, se organizaron muy mal, no había sintonía, no trabajaban, no prestaban atención a las propuestas de organización de P.M., ni se ponían de acuerdo en cómo dibujar las figuras y no se ayudaban para hacerlas. (Caso 3. NC-O1/S-P2_Sesión:4)

Si analizamos los datos de la estrategia volitiva relacionada con la motivación (gráfico 13, barras grises), los porcentajes nos permiten entender que fue más alta y generalizada en la parte de desarrollo de las actividades, alcanzando un 94,2% en relación al 86,8% que tuvo durante la reflexión y organización. Estos resultados reflejan que el alumnado, o un sector, perdió interés y se mostró desmotivado durante las SiE-A de elaboración grupal, al tratar de analizar, justificar, debatir y pactar las acciones para solucionar de la S-P.

SiE-A: de elaboración grupal y de presentación de tareas constructoras

Un grupo de alumnas levantan la mano con mucho entusiasmo y se muestran interesadas en aportar ideas y justificar que se necesita saber para dibujar las xarrancas en el patio. Pero una parte del grupo-clase, aunque están atentas, no muestran interés en proponer ideas o rebatir las propuestas. (Caso 3. NC-O1/S-P2_Sesión:1)

Por el contrario, existen bastantes referencias que verifican cómo el discente se mostró muy interesado y motivado durante el desarrollo de las actividades⁵⁰. Exponemos unos ejemplos de la percepción de la profesora-investigadora y de las vivencias de las alumnas.

Las alumnas parecían muy entusiasmadas con el hecho de crear su propia xarranca, tenían muchas ganas de participar, hacer, pegar...estaban realmente activas. [...] Salieron comentarios interesantes. *L.N. dice: "me siento importante después de terminarla"*. (Caso 1. NC-O1/S-P2_Sesión:4)

G.O: "Me ha gustado porque ha sido la mar de entretenido, me encantan los piratas y me encantó como trabajamos en equipo para buscar los tesoros". (Caso 2. EA_S-P:1)

L.L.: "A mí me ha gustado dibujar y marcar los cuadrados de las xarranca primero con las escuadras y los cartabones y luego las cintas". (Caso 1. EA_S-P:2)

M.R.: "lo que más me ha gustado ha sido construirlas, pesar, meter el arroz en los globos...". (Caso 1. EA_S-P:3)

L.P.: "Me ha gustado el salto de altura y los relevos, también me gustó hacer las operaciones porque nos lo pasábamos muy bien con el grupo". (Caso 3. EA_S-P:4)

Los datos nos descubren que desde nuestro RD la motivación que se generó en el discente fue básicamente intrínseca. El interés de las alumnas se fomentó gracias a varios factores: 1) las situaciones llegaron a ser interesantes, gratificantes y significativas para ellas; 2) desde las actividades podían llegar a percibir el objetivo, el resultado y la efectividad de su trabajo, por tanto, daban sentido a la tarea de aprendizaje; 3) ellas fueron las protagonista activas de la creación y del desarrollo de todo el proceso de resolución; 4) el ambiente generado fue desinhibido y de confianza; y 5) la acción de aprendizaje transcurrió en contextos de juego y trabajo en grupo. Según diferentes autores, todos estos aspectos son elementos que mejoran la motivación hacia el aprendizaje (Aguado, 2005; Alonso & Montero, 2001; Ausubel, 2002; Carbó, 2004; Coll,

⁵⁰ Durante las SiE-A de ejecución grupal y juego.

1992; Colomina & Onrubia, 2001; Escamilla, 2009; Frawley, 1999; Hatch & Smith, 2004; Mauri, 1993; Novak, 1998; Onrubia, 1993; Pozo, 2008; Rodríguez-Francisco, 2015; Solé, 1993; Vygotsky, 1979; Zabala & Arnau, 2007).

En relación a la participación, el gráfico 13 (barras azules) muestra unos datos muy elevados en lo que respecta al porcentaje alto y generalizado de participación, implicación y compromiso durante el desarrollo de las actividades, y se refleja en un 91,2% de las intervenciones. Por el contrario, los porcentajes de participación altos y generalizados durante la reflexión y la organización de la S-P, solo se registraron en un 73,5% de las acciones.

Entendemos que el hecho de tener que hablar y opinar públicamente fue un factor que mermó la participación durante la fase de reflexión y organización. Pudimos percibir que las alumnas con más dificultades de aprendizaje⁵¹, o con un autoconcepto más negativo, se mostraban menos participativas en los debates (Solé, 1993). Este tipo de comportamiento también quedó reflejado en los resultados del punto 7.2.2., donde se definieron los patrones de actuación del alumnado durante las SiE-A de elaboración grupal. La observación *in situ* de la profesora-investigadora reconoció dichos hechos.

Solo 4-5 niñas aportaron propuestas al grupo-clase, el resto no participan. Cuando les pregunté sobre su propuesta o sobre que pensaban de lo planteado, no respondieron. Parecía que no tuvieran claro la temática sobre la que reflexionábamos. Dudo si faltaba atención, comprensión o les da miedo o vergüenza explicar o participar, pues no fueron capaces ni de opinar sobre las ideas de sus compañeras. (Caso 3. NC-O1/S-P2_Sesión:2)

Por el contrario, disponemos de gran variedad de evidencias que verifican que durante el trabajo en pequeños grupos⁵² y durante las actividades de desarrollo y juego, la participación fue alta y generalizada. Esto nos confirma que estamos en la línea de las conclusiones de Pizà y Díaz (2015), y Hatch y Smith (2004), ya que nuestras alumnas como sus estudiantes se involucraron de forma significativa en el proceso de aprendizaje. Entendemos que los factores que fomentaron la implicación en los

⁵¹ Catalogadas por la PM-tutora

⁵² También en la parte de la S-P de reflexión y organización del plan de acción.

procesos de resolución fueron los mismos que promovieron el interés y la motivación (Aguado, 2005; Alonso & Montero, 2001; Ausubel, 2002; Carbó, 2004; Coll, 1992; Colomina & Onrubia, 2001; Escamilla, 2009; Frawley, 1999; Hatch & Smith, 2004; Mauri, 1993; Novak, 1998; Onrubia, 1993; Pozo, 2008; Rodríguez-Francisco, 2015; Solé, 1993; Vygotsky, 1979; Zabala & Arnau, 2007). Los siguientes ejemplos certifican los resultados sobre las estrategias de participación implementadas por el alumnado.

Durante el juego todas participaron muy motivadas y no tuvieron apenas dificultades. (Caso 2. NC-O1/S-P1_Sesión:5)

Desde el primer momento estuvieron realmente concentradas, conectadas e inmersas en el trabajo, pendientes de las acciones de las compañeras. Se organizaron y coordinaron realmente bien. Había sintonía y dinamismo en el trabajo de cada equipo. Comentaban acciones que iban realizando con alegría. (Caso 1. NC-O1/S-P2_Sesión:2)

Varios grupos avanzaron mucho. Cogieron una buena dinámica de trabajo, se repartieron tareas y todas sabían dibujar, medir, marcar o pegar la cinta. Estaban realmente muy bien organizadas. (Caso 2. NC-O1/S-P2_Sesión:6)

Los grupos que terminaron apuntaba los datos del juego inventado en la ficha y luego jugaban de forma autónoma. Después de un rato, explicaban el juego a otros grupos y se intercambiaban los espacios para jugar. (Caso 1. NC-O1/S-P2_Sesión:6)

Todos los grupos se pusieron a hacer las operaciones de forma activa, afanosa y muy concentradas. (Caso 3. NC-O1/S-P4_Sesión:3)

Para finalizar, si analizamos los datos de las estrategias volitivas referentes a la capacidad de autogestionarse, y realizamos una comparativa entre las dos fases de la S-P (gráfico 13, barras verdes), vemos que la tendencia aumenta considerablemente en la segunda parte. En este sentido, se hace evidente que el alumnado mostró mucha más autonomía y de forma generalizada en la fase que corresponde al desarrollo de las actividades, alcanzando un 92,1% de las acciones. Sin embargo, en la parte relacionada con la reflexión y la organización del proyecto, el porcentaje de las intervenciones que se ejecutaron con autonomía y de forma generalizada, fue muy inferior, tan sólo alcanzó un 70.8%. Para ilustrar estos resultados mostraremos algunos acontecimientos.

Por equipos colocaban las pistas en cada punto que habían marcado o donde habían situado en función de los pasos y las direcciones. He tenido que guiar algún grupo para dinamizar la actividad por falta de tiempo, pero en general iban muy seguras. (Caso 2. NC-O1/S-P1_Sesión:5)

El grupo de M.R. se confundió en las medidas de cada cuadro, pero se dio cuenta decidieron hacer todos los cuadros de 43cm que era más complejo que 45cm. Supieron ir controlando en todos los cuadros la medición de las líneas y no cometieron errores. Al finalizar la sesión

terminaron el trabajo de dibujar y solo les faltó poner alguna cinta. Fueron realmente autónomas en el trabajo. (Caso 1. NC-O1/S-P2_Sesión:4)

El trabajo en grupo fue muy fluido, se pusieron a trabajar muy rápido y el resultado de las tareas fue el correcto. Fluían las ideas respecto al análisis de lo que les había pasado el día anterior (problemas y dificultades al dibujar la xarranca para comprobar las dimensiones) se complementaban con las aportaciones para plantear soluciones. Al determinar la medida del rectángulo hubo alguna discrepancia muy enriquecedora ya que tuvieron que justificar de forma lógica por qué eran mejor unas medidas que otras y salieron explicaciones matemáticamente muy ajustadas. (Caso 3. NC-O1/S-P2_Sesión:5)

Los datos nos hacen estimar que el alumnado de esta edad dispone de más estrategias para autogestionar y controlar las acciones prácticas y de juego, en contra de las dialécticas, que son las que desarrolló durante los momentos de reflexión y organización de la S-P. Esto hecho, e interpretando también los resultados de los puntos 7.2.4. y 7.2.6.⁵³, nos hace pensar que, una vez desarrollada la parte vivencial y lúdica, las alumnas adquirieron más capacidad para autogestionar el proceso de resolución del proyecto. Dicho planteamiento está en la línea las investigaciones y las teorías de diferentes autores (Bishop, 1999; Edo, 2004; Fernández, 2008; Lapierre & Aucouturier, 1977; Navarro, 2013; Rodríguez-Francisco, 2015), y nos da a entender la importancia que tiene, en esta etapa, el trabajar los aspectos matemáticos desde la acción vivencial, motriz y concreta. Determinamos con ello, como sugieren Bishop (1999); Lapierre y Aucouturier (1974); Piaget (1981); Piaget y Delval (1986); Piaget y Inhelder (1975); y Vygotsky (1979), que el aprender las matemáticas desde actividades lúdico-motrices facilita los procesos del pensamiento matemático abstracto.

A modo de conclusión, valoramos que las estrategias volitivas llegaron a ser realmente significativas para el desarrollo de procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMa, ya que el alumnado:

1. Desplegó estrategias de atención sobre las actividades en niveles altos y generalizados. Estimamos, con ello, que también sobre el contenido matemático,

⁵³ Una vez trabajado el contenido matemático de manera vivencial o lúdica el discente desarrolló niveles superiores en los procesos de construcción colaborativa de conocimiento en las SiE-A de elaboración grupal, es decir, durante la fase de reflexión y organización del plan de acción.

sobre la implementación de habilidades matemáticas y sobre el proceso de aprendizaje matemático.

2. Se mostró motivado e interesado en niveles altos y generalizados sobre todo las actividades de la S-P, pero en especial las que desarrollaban el plan de acción. Así que entendemos que se sintió más ajusto y confiado con las actividades matemáticas más procedimentales, vivenciales y lúdico-motrices.
3. Desarrolló estrategias de participación en niveles altos y generalizados durante todo el proceso, pero mayormente en las actividades de la acción práctica. Esto nos hacen pensar que se implicó mucho más en el seguimiento práctico del proceso de resolución del problema matemático, por tanto, en la ejecución procedimental del proceso de E-A, lo que vendría a ser la matematización vertical.
4. Implementó estrategias que demostraron un nivel de autonomía alto y generalizado en el desarrollo del plan de acción. Con ello, podemos decir que fueron capaces de autogestionar mejor las habilidades matemáticas que los procesos de análisis y de razonamiento. Este hecho nos permite entender que a esta edad tienen más dominio de las capacidades metacognitivas procedimentales que de las dialécticas.

7.2.6. Significatividad de las situaciones-problema contextualizadas en el ámbito de la Educación Física

En este apartado daremos respuesta a la pregunta 2.6., que hace referencia a *¿Cómo afectan las características del contexto de la EF a los procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMa?*

Con estos resultados intentaremos dar a conocer la influencia que tiene la interacción con el medio en el desempeño y la adquisición de la CMa. Es decir, la significatividad instruccional que se deriva del hecho de situar el proceso de E-A de la CMa en un ambiente multiexperiencial, real, social, lúdico y motriz, como es el de EF.

La estrategia llevada a cabo para analizar este aspecto fue la valoración directa de los registros narrativos de las NC-O3, que interpretamos en base a los tres elementos clave categorizados en el objeto de estudio. Además, validamos esta información triangulando los datos con ejemplos extraídos de las NC-O3, de las NC-O1, de las EA y de las NCC. A continuación, pasamos a mostrar los resultados.

a) La EF sitúa el pensamiento matemático del alumnado en actividades auténticas y reales de interacción con el entorno físico

Dado los rasgos específicos de este aspecto, en primer lugar, presentaremos los resultados mostrando evidencias de cómo vivió el alumnado las actividades. Para ello, hemos analizado las valoraciones que hicieron de las diferentes S-P y del recurso educativo en general. Por sus declaraciones podemos estimar que las alumnas vivieron las actividades de E-A como experiencias auténticas y reales. Algunas temáticas las percibieron como situaciones de la vida cotidiana, como el hecho de diseñar, crear, inventar o elaborar algo que les fue útil para jugar. Sin embargo, otras actividades las sintieron como un juego genuino vivido en una situación ficticia. Los siguientes ejemplos recogen ambas reflexiones.

M.Ca: *“Me ha gustado porque aprendimos a orientarnos. Y porque el día de la fiesta comenzó a llover, y parecíamos piratas de verdad, disfrazadas”.*

A.L.: *“Me ha gustado porque en los mapas había dibujos, no eran de verdad, pero te las imaginabas, y era más divertido”.* (Caso 2. EA_S-P:1)

N.P.: *“Lo que más me gustó es cuando montábamos los juegos porque hacíamos como si fuéramos creativas y creadoras”.* (Caso 1. EA_S-P:2)

F.C.: *“Me ha gustado porque de mayor quiero ser arquitecta y el proyecto me ha inspirado para ver si me gusta esto de crear”.*

J.M.: *“Me ha gustado cuando hemos aprendido a hacer xarrancas porque antes las hacías rápido y ahora se hacerlas para que queden mejor”.* (Caso 2. EA_S-P:2)

A.G.: *“Me gustó cuando entrenábamos porque al ver los fallos de las demás también veías en lo que podías mejorar”.* (Caso 3. EA_S-P:4)

C.C.: *“Lo que más me ha gustado es aprenderlo a hacer como los malabaristas que, aunque me costó mucho, lo voy a seguir intentando y todos los proyectos han sido muy divertidos”.* (Caso 1. EA_final)

R.M.: *“Me ha gustado mucho todo porque es muy divertido aprender matemáticas jugando y elaborando materiales y organizarnos para trabajar”*. (Caso 3. EA_final)

Gracias a estas evidencias podemos decir que nuestro recurso educativo está en la línea de los postulados de la EMR, que reconocen que los contextos y las situaciones realistas, ficticias o no, pueden llegar a desarrollar un verdadero aprendizaje matemático (De Lange, 1996; Van Den Heuvel-Panhuizen, 2000, 2003; Van Den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014; Van Reeuwijk, 1997).

Una vez conocida la opinión del discente sobre las S-P, en segundo lugar, estudiamos si la interacción con el entorno físico de la asignatura fue realmente significativa para el desempeño de habilidades matemáticas competenciales. El análisis de las estrategias cognitivas y motrices permitió identificar cómo el alumnado movilizó e implementó sus conocimientos matemáticos interactuando, de forma diferente, con el medio definido en cada una de las SD:

- En la S-P1, desarrolló diferentes estrategias matemáticas para dibujar el plano y montar y realizar el juego de orientación: buscó la mejor estrategia para repartir el espacio y los materiales en la hoja; localizó los objetos de la realidad y buscó referencias para ubicarlos en el plano; estimó medidas y distancias en la realidad para trasladarlas proporcionalmente al plano; dibujó figuras geométricas en función de la forma de los materiales; se orientó para esconder las pistas en la realidad según había marcado en el plano; y se orientó para encontrar las pistas y seguir los itinerarios de los juegos.
- En la S-P2, desarrolló estrategias matemáticas para, por una parte, comprobar la medida más adecuada de los cuadrados de la xarranca y dibujar la xarranca definitiva: reflexionó, analizó y dedujo cómo podría estimar las medidas de los cuadros; midió los pies de las compañeras para estimar una medida aproximada de las figuras; pactó la medida; calculó la medida de la xarranca utilizando la operación más adecuada; dibujó la xarranca con las medidas; jugó sobre la xarranca para comprobar si las medidas eran adecuadas; analizó y reflexionó sobre la comprobación; planteó la medida definitiva; y dibujó la xarranca. Y, por otra parte, desarrolló estrategias matemáticas para jugar:

hicieron carreras y usaron el cronómetro para comparar tiempos; sumaron los puntos ganados al botar o lanzar con acierto en cada figura; y utilizó la percepción espacial para saltar o lanzar sin salirse de los espacios de las figuras.

- En relación a la S-P3, utilizaron conceptos matemáticos relacionados con el espacio y la geometría para aprender a hacer el lanzamiento de las bolas malabares y corregir a sus compañeras. Controlaban la colocación de la posición del brazo (flexión en ángulo recto, 90º) y supervisaban las trayectorias de los lanzamientos de las bolas (dirección, altura, plano, tiempos, etc.).
- Respecto a la S-P4, desarrolló diferentes estrategias matemáticas relacionadas con el espacio, la medida, los números y el cálculo, para controlar, apuntar y analizar los resultados de las pruebas atléticas: midieron los saltos y los lanzamientos; cronometraron los tiempos de las carreras de relevos; sumaron los resultados de las integrantes del grupo; e interpretaron los resultados en función de los criterios de cada prueba para establecer la clasificación final.

A continuación, mostramos algunos ejemplos que ilustran la interacción del alumnado con el entorno específico de la EF donde se puede identificar el desempeño de sus habilidades matemáticas.

SiE-A: de ejecución individual de tareas

En ocasiones alguna alumna se levanta para mirar la localización de algún material o percibir la distancia entre ellos, cuenta los pasos que hay entre material y mira si se alinean objetos. Para luego trasladar la posición del material en el dibujo del plano. (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:2)

SiE-A: de ejecución, de elaboración, de organización grupal y de corrección

Reconocido que la mejor opción para averiguar la medida de los cuadros de la xarranca es medir los pies. Utilizan el metro o la regla para medir sus bambas y las de la compañera, apuntan las medidas de todas en la ficha. Analizan, comparan, reconocen y seleccionan la medida más grande, la comparan con las medidas que habían estimado individualmente, y debaten la medida más adecuada para el cuadrado o el rectángulo, analizan y pactan cómo calcular las medidas de la xarranca (multiplicando o sumando), calculan sus medidas, y dibujan un croquis usando la regla, señalando las medidas tanto del cuadrado/rectángulo como de la xarranca. Utilizan las unidades de cm y m. (Caso 2. NC-O3/S-P2_Sesión:2)

SiE-A: de elaboración, de presentación de tareas constructoras, de presentación grupal de tareas y organización grupal y de juego

Los grupos se organizan de forma autónoma para decidir qué materiales van a utilizar, escogiendo los que según su criterio valoran más adecuados para jugar en los espacios marcados con las figuras. Las alumnas proponen acciones o juegos, pactan cómo jugar y se

inventan normas. Utilizan el cronómetro para medir el tiempo que tardan en hacer el recorrido de la xarranca. Un grupo individual y otro en grupos haciendo relevos. Comparan los tiempos para saber quién hizo el mejor tiempo. Utilizan y analizan números con decimales. Hacen el seguimiento de las puntuaciones (cantidades) de cada niña, al ganar puntos por botes bien ejecutados dentro de cada figura. En todos los juegos utilizan la estructuración espacial, ya sea, buscando la trayectoria ideal del bote de la pelota, para que el bote entre en el cuadrado, o calculando el impulso y el apoyo del pie para no salirse del espacio. (Caso 3. NC-O3/S-P2_Sesión:8)

SiE-A: de juego, de corrección, de organización grupal

Las alumnas en parejas o tríos practican los diferentes lanzamientos. Se van observando y corrigiendo los lanzamientos y la colocación de los brazos o manos utilizando los diferentes conceptos espaciales o temporales trabajados en el análisis de las imágenes. (Caso 1. NC-O3/S-P3_Sesión:3-4)

SiE-A: ejecución individual y grupal

Las alumnas de forma individual suman los resultados de cada prueba y comparan los resultados de las operaciones con las compañeras de equipo para saber si las han realizado correctamente. Si todas obtienen el mismo resultado lo apuntan en la ficha de registro del grupo. (Caso 3. NC-O3/S-P4_Sesión:5)

Gracias a estas evidencias podríamos afirmar que el diseño de S-P contextualizadas en temáticas reales y auténticas de la EF favoreció que las alumnas: por un lado, se implicaran en su propio proceso de aprendizaje matemático, ya que llegamos a reconocer que vivían emocionalmente involucradas la resolución de los proyectos (Lave, 1991); y, por otro lado, situaban su conocimiento matemático para:

1. Percibir, analizar, comprender y dar sentido a las actividades lúdico-motrices.
2. Interactuar con el entorno, las compañeras y los materiales para jugar.
3. Desencadenar y crear nuevas situaciones jugadas.
4. Progresar y alcanzar la solución de la S-P.

Por tanto, estimamos que el alumnado durante la acción práctica, además de situar su conocimiento matemático en los ámbitos de la EF donde podía ser utilizado, llegó a contextualizar el contenido matemático en los entornos de uso de la EF. Este hecho le permitiría descubrir y entender las características y las aplicaciones que tienen las matemáticas en los juegos, la actividad física y el deporte, y consecuentemente, percibir el papel real y funcional de las matemáticas en nuestra materia.

En este sentido, a nuestro juicio, las S-P propias de la EF podrían ser una herramienta de mediación en el proceso de E-A de las matemáticas. Este hecho también lo pone de relevancia English (2010, 2015) en las conclusiones los estudios.

Por último, podríamos considerar que el enfoque instruccional que toma el contexto de la EF en la intervención de este estudio estaría en la línea de las teorías planteadas por Brown, Collins, Duguid (1989), Greeno (1991, 1994), Pea (1993), Gibson (1986) y Lemke (1997). Estos autores que determinan que actuar directamente en entornos dotados de significado, como los ámbitos culturales en los que se desarrolla nuestro recurso educativo, promueve un aprendizaje enriquecedor. Ya que el alumnado encuentra en el ambiente la comprensión implícita del contenido dando sentido tácito al aprendizaje, en nuestro caso el matemático.

b) La EF constituye un medio que promueve el pensamiento y la cognición matemática a través de la interacción de las personas con los materiales en el ambiente específico de uso

Del análisis de las estrategias motrices y cooperativas comprobamos que el alumnado utilizó materiales matemáticos en el entorno natural y real de uso. Por ejemplo: el plano en una carrera de orientación; un croquis para crear y diseñar un modelo de xarranca; el metro, las reglas, las escuadras y los cartabones para dibujar las figuras de una xarranca; la báscula para hacer unas bolas malabares; y el metro y el cronómetro para medir las pruebas atléticas. Esta interacción con los materiales se puede comprobar en las siguientes SiE-A.

SiE-A: de corrección, de organización grupal y juego

Las alumnas juegan en grupo a los juegos de orientación que han creado el resto de equipos. Utilizan los planos para orientarse y buscan las pistas. (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:5)

SiE-A: de elaboración, ejecución y organización grupal, y de entrega grupal de tareas

Cada alumna del grupo diseña su xarranca de 8 figuras, organizando una serie con triángulos, cuadrados y rectángulos. La presenta al grupo explicando cuál es el orden de sus figuras. Lo dicen en voz alta a la vez que indican las figuras de su hoja. Algunos grupos pactan o votan el diseño de la xarranca que van a dibujar en el patio. Otros deciden hacer

una xarranca con las propuestas de todas. Con este diseño salen al patio para dibujar y comprobar las medidas de su xarranca. (Caso 2. NC-O3/S-P2_Sesión:3)

SiE-A: de ejecución práctica, de organización grupal y de corrección

En grupos de tres las alumnas de forma autónoma van pesando el arroz y construyendo las bolas malabares. Van pesando teniendo en cuenta el procedimiento y las acciones explicadas. (Caso 1. NC-O3/S-P1_Sesión:2)

SiE-A: de juego, de ejecución grupal, de organización grupal y de corrección

Los grupos realizan la prueba de carrera de relevos. Cada grupo cronometra a otro con el cronómetro "oficial" situándose en la línea de salida y meta. El resto de alumnas del grupo que cronometra supervisan o bien utilizan los cronómetros propios para cronometrar también. (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:3)

Como conclusión, valoramos que los entornos reales y sociales generados desde nuestro RD hicieron visible el uso práctico y real de los materiales matemáticos. Lógicamente, también mostraron la aplicabilidad de los contenidos matemáticos sobre la acción y los materiales. En consonancia con los postulados de diferentes autores, entendemos con ello que el alumno pudo encontrar sentido a la acción de aprendizaje, al contenido de aprendizaje y al aprendizaje en sí (Brown et al., 1989; Gibson, 1986; Greeno, 1991, 1994; Lemke, 1997; Pea, 1993).

c) La EF constituye significados matemáticos a través de la actividad práctica que genera la interacción social

Este aspecto lo hemos podido constatar parcialmente en la exposición de los resultados de los puntos 7.1.2., 7.2.1. y 7.2.4.⁵⁴. Ahora bien, creemos necesario detallar cómo desde las S-P de la EF se traslada el conocimiento a las estudiantes.

Analizando los registros de las estrategias cooperativas y motrices de cada S-P pudimos reconocer que tanto el proceso de enseñanza como el de aprendizaje se situó y se generó partiendo de una acción implementada por una alumna, un grupo o la profesora. Esto se pudo percibir cuando las alumnas al vivir e interpretar una situación generaron

⁵⁴ Los resultados relacionados con la metodología cooperativa, las SiE-A grupales y las estrategias de aprendizaje cooperativa.

conocimiento a través de su propia acción, o desde la interacción con el resto de participantes, y consecuentemente, entendemos que también se creó conocimiento.

Además, comprobamos que la construcción de significados siempre estuvo localizada en una actividad auténtica que permitía avanzar en el proyecto utilizando contenidos matemáticos. Dicha situación e interacción motivó el conocimiento en una alumna o en otras compañeras. Encontramos estos hechos en gran cantidad de SiE-A, sobre todo los que describen SiE-A de corrección, ya que de forma directa la acción de una participante influía en el aprendizaje de la compañera o compañeras.

SiE-A: de corrección, de organización grupal y de juego

Los grupos que realizan los juegos con coordenadas, empiezan el juego contar los pasos en la realidad, cuando el número marcado en la pista representa los cuadrados del plano. Las alumnas al ver que no se orientan, preguntan a la profesora. Les anima a que empiecen desde la cruz y orienten el plano respecto a la realidad. Y les recuerda que deben seguir las indicaciones de las pistas sobre el plano y luego buscar y desplazarse al punto en la realidad. Una vez clarificado todos los grupos terminan los recorridos solos. (Caso 2. NC-O3/S-P1_Sesión:5)

SiE-A: de organización y ejecución grupal, de entrega grupal de tareas, y de corrección

L.V. comenta a la profesora que ha visto (cuando lo hacía ella) el truco para marcar la primera línea de cada figura siguiente. Dice que ella lo ha ido haciendo todo el rato y ha enseñado a sus compañeras y por eso iban tan avanzadas. Explica que antes de poner la cinta hace dos paralelas teniendo como referencia la línea de arriba de la última figura, lo hace con el ancho de los cartabones. Después busca el centro de la segunda línea y esa es la primera línea de la siguiente figura. (Caso 3. NC-O3/S-P2_Sesión:6)

SiE-A: de juego, de corrección, de organización grupal

M.S. observa a A.R. que lanza la pelota hacia su cuerpo, le corrige diciéndole que tiene que lanzar recta hacia arriba. La profesora le pregunta a M.S. cómo se llama esa trayectoria en mates. M.S. responde que vertical. Para que corrijan la posición del codo y la altura de la mano les pregunta, sobre el ángulo que debe tener el antebrazo respecto al brazo. M.S. responde recto y A.R. 90°. (Caso 1. NC-O3/S-P3_Sesión:3)

Sesión:3 SiE-A: de juego, de organización grupal, de ejecución grupal y de corrección

D.B. salta muy alejada de la línea, R.M. le dice que solo ha saltado 80cm. Le comenta que ha saltado muy lejos de la línea y le muestra el punto desde donde ha tomado el impulso y el espacio hasta la línea. Le dice que podría haber saltado mucho más. La profesora les propone que cuente el espacio en pies que ha perdido. La alumna cuenta 4 pies y los mide sobre el metro. El equivalente a 4 pies, y dice que es 1m. La profesora le pregunta que cuanto podría haber saltado si se llega a aproximar a la línea. La alumna suma mentalmente y responde 1m con 80cm. (Caso 3. NC-O3/S-P4_Sesión:6)

En este caso, la mediación producida por la interacción entre participantes, junto con el contexto, nos confirman que nuestro RD está en la línea de los principios de la corriente

educativa de la *cognición situada* (Chaiklin & Lave, 2001; Engeström, 1987; Franky, 2009; Lave & Wenger, 1991; Wenger, 2001; Wilson & Myers, 2000).

A modo de síntesis, y tratando de dar respuesta la pregunta *¿cómo afectan las características del contexto de la EF a los procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMA?*, llegamos a la conclusión que los contextos de E-A generados desde la EF se podrían considerar una herramienta más en el proceso de aprendizaje de la CMA por tres razones:

1. Las alumnas se sintieron inmersas e involucradas en el proceso de construcción de conocimiento desde actividades auténticas y reales.
2. Gracias a la interacción con el entorno físico, con los materiales y con las compañeras, las alumnas situaron de manera implícita su conocimiento en las situaciones de juego y de resolución. En consecuencia, desarrollaron su actividad cognitiva movilizándolo y ejecutando los conocimientos matemáticos adquiridos para resolver *in situ* una S-P real. Según Perrenoud (2008), esto facilita el desempeño a nivel competencial, al mismo tiempo que activa los mecanismos de aprendizaje en otras compañeras.
3. Durante el proceso de resolución de la S-P se generó una comunidad práctica que permitió al alumnado: percibir el contenido matemático en el contexto de uso de la EF; dar sentido al conocimiento matemático utilizado; y encontrar significados en el aprendizaje matemático (Lave & Wenger, 1991; Wenger, 2001).

Estos resultados nos permiten estimar que nuestro RD posee los requerimientos teóricos y metodológicos del enfoque competencial. Ya que, por una parte, confluyen con los postulados de la *cognición situada* (Coll & Sánchez, 2008; Díaz-Barriga, 2011a; Díaz-Barriga, 2003; Hernández, 2006; Marco-Stiefel, 2008; Moya & Luengo, 2011; Moya et al., 2008; Pérez-Gómez, 2012). Y, por otra parte, demuestran que durante la acción práctica el alumnado desarrolló el aprendizaje matemático de forma: 1) contextualizada y situada en una S-P real de la EF; 2) significativa, funcional y útil, al desencadenarse en el entorno de uso deportivo, de juego o de actividad física; 3) integradora de contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales, tanto matemáticos como de EF; 4) crítica

y reflexiva ante la necesidad de una correcta ejecución; 5) activa, vivencial y práctica, al desarrollarse desde la acción motriz; y 6) autorregulada y cooperativa, ya que el proceso de resolución se autogestionó desde el trabajo en grupo (Bolívar, 2008; Coll, 2007; Decret 142/2007; Ley Orgánica 2/2006, Real Decreto 126/2014; Díaz-Barriga, 2007; Díaz-Barriga & Rigo, 2006; Escamilla, 2008, 2009; Hernández, 2006; Hipkins, 2006; Pérez-Gómez, 2007, 2012, Perrenoud, 2004, 2008, 2012; Zabala & Arnau, 2007).

Estas afirmaciones adquieren más solidez al cotejarlas con los resultados obtenidos en los puntos 7.2.1, 7.2.3., 7.2.5.⁵⁵, ya que amplían la significatividad del contexto de la EF en el aprendizaje de la CMA del alumnado.

Sin embargo, analizando con detalle los resultados extraídos en el apartado 7.2.4.⁵⁶, encontramos una evidencia importante que creemos interesante destacar. Porque, además de permitirnos evaluar de forma crítica el planteamiento metodológico del RD, puede aumentar el valor instruccional de nuestra asignatura a nivel curricular y por extensión, mostrar la trascendencia de la motricidad o la corporeidad como un medio educativo rico y significativo para el aprendizaje.

En el informe de resultados de las estrategias de aprendizaje cooperativas se identificó que las actividades de la S-P donde la construcción colaborativa del conocimiento alcanzó niveles más altos (fases 3, de pacto y 4, de co-construcción), se sucedieron temporalmente a las SiE-A de juego. Es decir, las fases 3 y 4 se consiguieron en las SiE-A de elaboración o ejecución grupal posteriores a las sesiones en las que el alumnado había jugado o realizado actividades motrices implementando, de alguna manera, el contenido matemático.

En relación a la S-P2, en los tres casos, el alumnado evolucionó hasta las fases de pacto o co-construcción (fase 3 y 4) en todas las actividades desarrolladas después de jugar para comprobar las medidas iniciales de las xarrancas. Y sucedió del mismo modo en el

⁵⁵ Resultados relacionados con las SiE-A grupales, las estrategias de aprendizaje motrices y volitivas.

⁵⁶ Resultados relacionados con las estrategias de aprendizaje cooperativas.

caso 3, en la S-P4, que una vez desarrolladas las pruebas atléticas se alcanzaron las fases 3 y 4 durante el debate para pactar una estrategia que ayudara a clasificar los resultados de manera justa, compensando a los equipos con menos integrantes.

Por otra parte, en relación a la S-P1, comprobamos que también se alcanzó la fase de pacto en la actividad de elaboración del plan de acción. Aunque no podemos afirmar que sucediera una vez desarrollada la SiE-A de juego, ya que era el objetivo final de la S-P, debemos apuntar que esta SD se implementó una vez finalizada la unidad didáctica *Ens orientem a l'espai* en la que se había trabajado el plano, dibujado un plano del gimnasio y realizado diferentes juegos de orientación. Por tanto, el alumnado disponía igualmente de una experiencia motriz previa.

Esta predisposición de las alumnas y el cambio en la dinámica de participación fue percibida por la profesora-investigadora de forma específica en la S-P2. En los acontecimientos registrados en las sesiones anteriores a la actividad lúdica describió que las alumnas mostraban dificultades para deducir, debatir o llegar a acuerdos en la elaboración del plan de acción. Sin embargo, en las sesiones posteriores al día que salieron a jugar para comprobar las medidas de la xarranca (sesiones en las que se alcanzaron fases altas en los procesos de construcción de conocimiento), la profesora-investigadora, en los tres casos, hizo comentarios positivos sobre el dinamismo, la implicación y el interés en el trabajo y las actividades.

Ya que el último día les costó mucho hacer la conexión entre el problema y las matemáticas, y tuvieron dificultades para deducir que necesitaban las medidas de las figuras para pintar la xarranca, comenzamos repasando las ideas propuestas individualmente y reflexionamos de nuevo sobre las necesidades de la S-P. (Caso 3. NC-O1/S-P2_Sesión:2)

El trabajo en grupo fue muy fluido. Se pusieron a trabajar muy rápido y el resultado de las tareas fue el correcto. Fluían las ideas y complementaban las ideas de las compañeras con otras aportaciones. [...] Quizás sería bueno que salieran en un principio a dibujar la xarranca y jugando valoraran las necesidades. (Caso 3. NC-O1/S-P2_Sesión:5)

A la luz de los resultados constatamos que la actividad motriz y los contextos de juego generados en el entorno educativo en el que transcurre nuestro RD se pueden considerar elementos de mediación entre el pensamiento, la acción y el pensamiento abstracto. Hecho que ponen de relevancia autores como Damasio (2001), Gardner (1995), Jensen (2003), Mora (2013), Pellicer et al. (2015) o Wilson (2002). Es más,

estamos convencidos, que las alumnas, una vez desarrollada la acción jugada, adquirieron aprendizajes matemáticos más concretos que las capacitaba para alcanzar las fases más complejas en la construcción colaborativa del conocimiento. Vygotsky (1979), Piaget (1978; 1968), Bishop (1999) o Lapierre y Aucouturier (1974) reconocen esta idea al considerar que operando con el contenido matemático desde acciones jugadas o experiencias psicomotrices se desarrollan procesos psicológicos superiores donde el discente obtiene una expresión codificada de la acción que se hace visible a través del razonamiento abstracto.

El conjunto de estas evidencias nos permite afirmar que nuestras alumnas a través del contexto de la EF, entorno multiexperiencial, real, social, lúdico y motriz (o lo que es lo mismo, a través de la mente, el cuerpo, el entorno y la interacción social), pudieron percibir y dotar de significado las variables matemáticas del problema. Es decir, gracias a las actividades motrices llegaron a identificar y comprender mejor las características matemáticas que condicionaban la situación, capacitándolas de los recursos cognitivos matemáticos necesarios para, posteriormente, ser capaces de analizar, justificar, debatir, buscar y elaborar las acciones más adecuadas que ayudaran a resolver la S-P.

Ahora bien, resulta obvio pensar que los procesos de construcción de conocimiento desarrollados por el discente se producen, en parte, por las acciones facilitadas por el docente durante la acción práctica. Por tanto, para comprender la totalidad del proceso de aprendizaje es imprescindible analizar los mecanismos de ayuda ejercidos por la maestra en el desarrollo de la SD.

7.3. Los mecanismos de ayuda ejercidos por la profesora

En este punto mostraremos los resultados vinculados al objetivo 3, *Identificar y describir los mecanismos de ayuda educativa ejercidos por la profesora durante el desarrollo de las S-P.*

A través de este objetivo examinaremos las actuaciones realizadas por la profesora respecto al grupo-clase o hacia los diferentes grupos, con el fin de evaluar si sus intervenciones y ayudas llegaron a ser verdaderos mecanismos de influencia instruccional en relación, claro está, a la construcción colaborativa del conocimiento matemático del discente.

Para validar su consecución nos planteamos dar respuesta a la pregunta 3.1., *¿La ayuda ofrecida por la profesora varía en función de la situación de E-A dónde se genere? Y ¿qué papel desempeñan sus acciones en los procesos de construcción colaborativa del conocimiento?*

La estrategia utilizada para el análisis de este aspecto fue el estudio directo de los contenidos de las NC-O2. Con él, hemos podido identificar y cuantificar los patrones de actuación ejercidos por la profesora en cada una de las SiE-A. Dichos patrones se han categorizado en base a las funciones que debe desempeñar el docente durante la acción práctica propuestas por Colomina y Onrubia (2001). Estos autores establecen que el docente debe desarrollar las acciones de:

- **Asignación.** A través de ellas plantea las condiciones iniciales de los grupos, da instrucciones sobre las características que comporta la tarea cooperativa, especifica las reglas de interacción y explica el objetivo de la actividad.
- **Organización.** Con ellas dispone a los grupos en el espacio, reparte el material y determina la distribución del tiempo dedicado a cada tarea.
- **Motivación.** Con estas acciones anima a los grupos a continuar trabajando si la idea o la ejecución es correcta o, por el contrario, si es errónea o no garantizan la máxima implicación de los miembros aconseja reconsiderarlas o corregirlas.
- **Guía y regulación.** A través de estas acciones supervisa las tareas y las conversaciones, estimula el recuerdo, resume puntos de vista, pide información, hace preguntas, plantea supuestos, explica contenidos y media en situaciones conflictivas.

Cabe destacar que para validar la información obtenida se presentarán fragmentos de las NC-O1, en ellas identificamos y verificamos las acciones donde la profesora desarrolló funciones de asignación, de organización, de motivación y de regulación y guía.

El gráfico 14 muestra, a simple vista, que los patrones de mediación desarrollados por la profesora fueron diferentes de unas SiE-A a otras. Seguidamente, analizaremos cada uno de los mecanismos de forma específica con el fin de interpretar estos datos y explicar su verdadera influencia educativa.

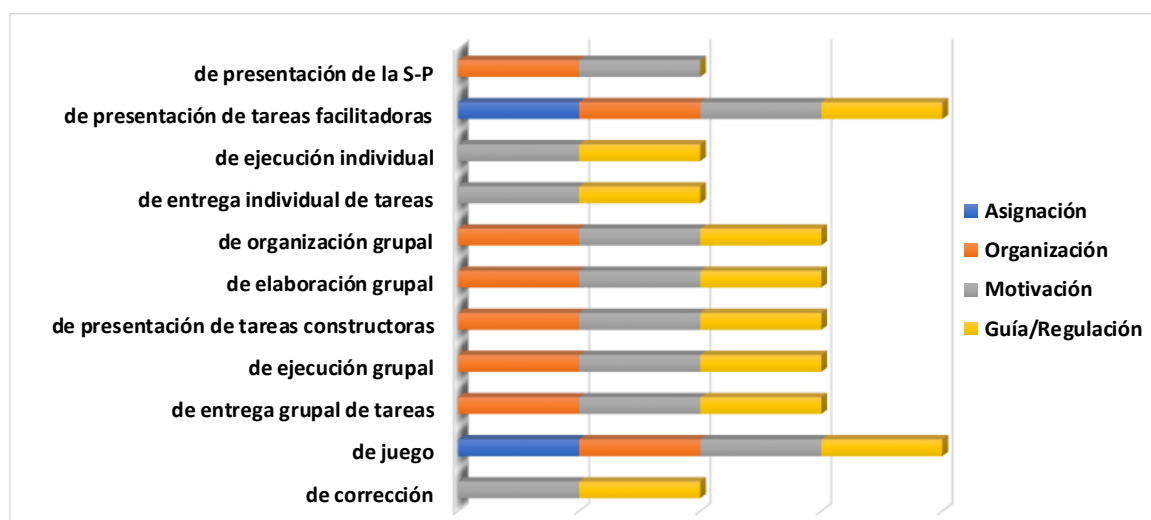


Gráfico 14. Acciones de mediación ejercidas por la profesora durante las SiE-A

Como se puede percibir (gráfico 14, barra de color azul) la profesora solo desempeñó acciones de asignación en las SiE-A de presentación de tareas facilitadoras y en las SiE-A de juego. Estas evidencias nos permiten afirmar que la profesora no plantea un entorno altamente controlado, estructurado o pautado en lo que respecta al desarrollo de las actividades que conforman la S-P. Durante el análisis de los datos hemos podido comprobar que las acciones de mediación referentes a la asignación consistieron en explicar el objetivo de la tarea y en dar pautas sobre el trabajo cooperativo con el fin de organizar la participación por igual de todas las alumnas. En los siguientes ejemplos se puede reconocer cómo la profesora desarrolló las diferentes acciones de asignación.

Hemos recordado en la clase la dinámica para organizar el juego en el patio. Les he planteado que durante el juego de la búsqueda del tesoro se debían repartir los encargos de orientar con el plano, buscar las pistas y apuntar en la hoja de registro lo que pone en la

pista (si es una imagen con un loro, apuntan loro, si es una palmera, apuntan palmera, ...). Y en cada juego deben cambiar de roles. (Caso 2. NC-O1/S-P1_sesión:5)

He explicado el proceso para elaborar las bolas porque algunas alumnas no tenían muy claro cómo se realizaba. Les propongo que, durante el pesado, la niña que hace la bola vaya incorporando el arroz y el resto supervise el proceso: los pesos y la balanza. Así le ayudarán a percibir cuando está compensada y tiene el peso que adecuado. (Caso 1. NC-O1/S-P2_sesión:4)

Por otra parte, también pudimos comprobar que en el caso de conflicto o de falta de eficacia en el desarrollo de las tareas o de los juegos la profesora realizó acciones de motivación (gráfico 14, barra de color gris), pero nunca de asignación directa. En este sentido, como muestran los resultados, el mecanismo de ayuda relacionado con la motivación es el que más porcentaje de aparición tiene durante toda acción didáctica. La profesora durante el desarrollo de la SD animó a reconsiderar el reparto de roles o encargos, recordó la necesidad de tener actitudes positivas hacia los errores o dificultades de otras compañeras y animó a los grupos a buscar soluciones a los problemas. Los siguientes ejemplos recogen fragmentos de cómo la profesora ejerció la función de motivación relacionada con la organización del trabajo en grupo, aunque también se puede percibir que desencadenó acciones de regulación y guía.

El grupo de M.S. estaban muy desorganizadas, cada una trabajaba sin ponerse de acuerdo con el resto, no se ayudaban, ni acompañaban en el trabajo y cometieron muchos errores de procedimiento. Les comenté varias veces que se repartieran encargos (dibujar, supervisar, pegar la cinta, cortar, ...). Pero no se llegaban a poner de acuerdo, o como no tenían paciencia sobre lo que hacía la otra, la apartaban de la acción y lo comenzaba a hacer otra. Las ayudé dando consignas para que se organizaran el trabajo y también las corregí bastante. No terminaron ni de dibujar, ni de marcar. (Caso 1. NC-O1/S-P2_sesión:4)

A.G., A.B., A.A. y D.A. quieren encargarse todo el tiempo del control de la altura de la goma del listón. Les tuve que recordar que debían rotar en el encargo con las alumnas de su grupo. (Caso 3. NC-O1/S-P4_sesión:4)

Además, constatamos que las acciones de motivación variaban según el objetivo formativo buscado. Pudimos comprobar que si las ideas o las actividades lúdicas se realizaban de manera adecuada la profesora reforzaba la acción con un *feed-back* positivo, tanto verbal como gestual. En cambio, si percibía errores, problemas o dificultades la mediación desarrollada se centraba en promover la reflexión, el análisis o la corrección de lo realizado. Los siguientes ejemplos reflejan estos hechos.

Durante el juego todas participaron muy motivadas y no tuvieron apenas dificultades. Menos en aquellos planos que las pistas estaban marcadas con números de cuadros y

direcciones, con los que les costaba orientarse. Así que al percibir que estaban perdidas y que no seguían bien el proceso de orientación, las animaba a que contaran los cuadrados sobre el plano y buscaran el punto en la realidad. Con un poco de ayuda supieron realizar correctamente todo el juego solas. (Caso 2. NC-O1/S-P1_sesión:5)

El grupo de M.S. trabajaron sin ponerse de acuerdo y sin intercambiar ideas, apenas había conversación entre ellas. Una alumna ponía que el cuadrado debía de medir 26cm y 5cm y el resto lo copiaba en la ficha del grupo. M.S. les decía que no podía ser que era un cuadrado, pero no la escuchaban. Tras la explicación de A.R. a la clase, que razonó el por qué el largo y el ancho del cuadrado debían ser iguales, el grupo estaba en la misma posición, me acerqué a ver si habían cambiado los valores y no habían corregido nada. M.S. intentó explicar por qué estaban proponiendo los datos erróneos, pero siguieron sin verlo. Yo les hice unas preguntas reflexivas para hacerlas ver la opción acertada, pero C.C. y M.M. siguen opinando que su propuesta está bien. Después de estar un rato reflexionando y analizando las características del cuadrado reconocen que se habían confundido y pactan la medida de 26cm. (Caso 1. NC-O1/S-P2_sesión:2)

Dos alumnas al mostrarme la cantidad de arroz que van a traer 180g, les hice reflexionar en la posibilidad de que las bolas serían muy pequeñas. Y que como comprobaron cuando jugaban con los tres tamaños, se les movería mucho por la mano, en consecuencia, les sería más complicado controlar el lanzamiento. Así que, les propuse que valorasen bien la cantidad de arroz que deberían traer. (Caso 1. NC-O1/S-P3_sesión:1)

En los momentos de medición del lanzamiento y del salto fueron muy fluidos y muy correctos en general. Solamente en alguna ocasión que podía percibir que la línea perpendicular había sido trazada torcida respecto al metro animaba al grupo a que valoraran lo ejecutado. (Caso 3. NC-O1/S-P4_sesión:3)

Respecto a las acciones de mediación relacionadas con la organización (barra de color naranja, gráfico 14) comprobamos que su objetivo general fue gestionar las dinámicas de trabajo del grupo-clase para que este fuera lo más provechoso posible. La profesora distribuía a los grupos en el espacio del patio o gimnasio, repartía el material de forma equitativa y controlaba el tiempo dedicado a cada tarea. En ningún caso existen registros que reflejen que la profesora asignara ni materiales ni acciones específicas a los miembros de un grupo. Sin embargo, nos encontramos con gran variedad de comentarios en los que se pueden identificar de forma clara las acciones de organización desarrolladas por la profesora hacia el grupo-clase.

Repartimos entre los grupos los materiales, las escuadras, los cartabones y las cintas de colores. Y distribuí a los grupos por los espacios del patio donde iban a dibujar la xarranca. (Caso 2. NC-O1/S-P2_sesión:5)

Explicué la forma de organizar las pruebas y su arbitraje: un grupo (peto azul) hace la prueba, otro mide (equipo verde) y el otro (equipo amarillo) hace de juez para que nadie haga trampas. Las niñas que realizan la prueba anotan los resultados que les dan los árbitros. [...] Las alumnas se repartieron por el espacio y comenzaron a realizar las pruebas. Estuvieron muy bien organizadas, respetaban roles, encargos y las dinámicas de cada prueba. (Caso 3. NC-O1/S-P4_sesión:3)

Finalmente, en lo que respecta a la mediación ejercida para guiar o regular el proceso de aprendizaje (barra amarilla, gráfico 14) pudimos comprobar que cumplió cuatro objetivos: 1) orientar los procesos de pensamiento a través de la lógica matemática que precisaba la situación; 2) supervisar la ejecución correcta del proceso de resolución; 3) explicar y demostrar un procedimiento o una acción que se desconocía o ejecutaba de forma incorrecta; y 4) ofrecer estrategias para resolver conflictos. Siendo así, tiene lógica que se haya dado en todas las SiE-A menos en la de presentación de la S-P. Por ello, en la frecuencia global de aparición es la segunda con más porcentaje, como se puede comprobar en el gráfico 15. Los siguientes ejemplos ilustran cómo la profesora desarrolló las acciones de mediación relacionadas con la regulación y la orientación del proceso de E-A en cada una de las SD.

Las alumnas me iban mostrando sus planos para ayudarlas a corregir las figuras mal ubicadas en la hoja. Les fui haciendo preguntas reflexivas para que se fueran dando cuenta de los errores. Por lo general todas borraban y colocaban los objetos organizados correctamente en el espacio del plano. (Caso 2. NC-O1/S-P1_sesión:1)

Como ninguna alumna había utilizado las escuadras y los cartabones, y no sabían cómo dibujar un ángulo recto con ellos, expliqué a toda la clase cómo debían usarlos. También planteé cómo debía realizar el procedimiento para dibujar y marcar con cinta los cuadrados de la xarranca. (Caso 2. NC-O1/S-P2_sesión:5)

Al comenzar la sesión me puse con el grupo de L.F. que me pidió que las ayudara porque no avanzaban. Les costó adquirir el procedimiento para dibujar los ángulos rectos, no recordaban la dinámica de usar la escuadra o el cartabón. Les recordé el procedimiento, estaban muy atentas e interesadas, lo pillaron a la primera, y después se pusieron a trabajar muy motivadas. (Caso 1. NC-O1/S-P2_sesión:5)

En alguna ocasión durante la sesión, al percibir que las figuras tenían líneas torcidas o estaban descompensada tuve que intervenir para ayudar a que valorasen si estaban calculando bien el medio de las líneas o si median correctamente o si realizaban el procedimiento de marcar el ángulo recto de forma adecuada. Les preguntaba cuánto medía una determinada línea o que me indicaran el centro de la línea o que me mostraran cómo habían hecho el procedimiento de marcar un ángulo concreto de la figura. Con ello, las alumnas repasaban el proceso y valoraban el posible error. En general lo percibían rápidamente y lo corregían. Si en alguna ocasión no era así, repasaba las acciones con ellas. (Caso 3. NC-O1/S-P2_sesión:8)

Les costó describir cómo se realizaban los lanzamientos de malabares y relacionarlas con aspectos matemáticos. Les he tenido que ir haciendo preguntas reflexivas e ir mostrando cómo se hacían los lanzamientos para que analizaran mejor las imágenes y aportarán ideas de cómo tendía que estar la posición del brazo respecto al antebrazo y para que describieran la trayectoria, la altura, el plano, etc., de las bolas. Salieron aspectos matemáticos como vertical, diagonal, alturas, aspectos espacio-temporales como, primero se lanza la bola que está delante de la mano, después se deja caer la de la palma para lanzarla, y luego se coge la primera... También se dio la oportunidad de introducir otros

aspectos matemáticos como el concepto plano de lanzamiento o trayectoria. (Caso 1. NC-O1/S-P3_sesión:3)

Como había equipos con menos participantes se dieron cuenta que sería injusto hacer la suma de todos los valores. Estuvieron valorando cómo se podría compensar los resultados de los equipos. Cada grupo explicó al resto diferentes opciones de cómo solucionar el problema. Justificaban por qué creían que una opción era mejor que la otra. Cómo la clase estaba dividida entre las que pensaban que era mejor quitar un dato o las que proponían duplicar uno y no se ponían de acuerdo, les propuse que votaran la opción que cada una individualmente pensara que era la más justa. Salió ganadora la opción de sumar un resultado para igualar en número de participantes. (Caso 3. NC-O1/S-P4_sesión:5)

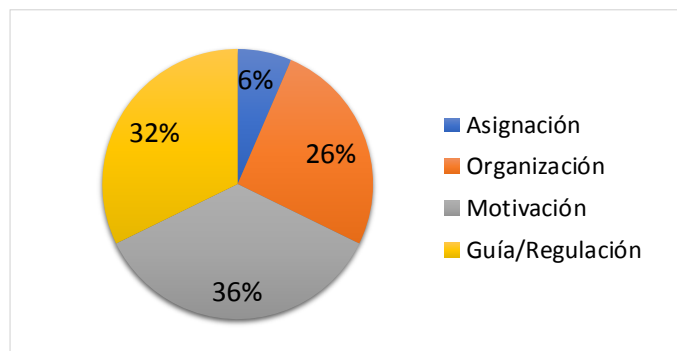


Gráfico 15. Frecuencia de aparición de acciones de mediación ejercidas por la profesora en el total de la SiE-A

En conclusión, y a la luz de las evidencias, la profesora desarrolló acciones por las cuales trasladó al alumnado la responsabilidad y el control del proceso de resolución de la S-P y, en consecuencia, también del proceso de E-A de la CMa. Este aspecto se reflejó en el bajo nivel de incidencia ejercido por las acciones de asignación de tareas. En contra posición, se percibieron altos porcentajes en las acciones de motivación, regulación y guía. Por tanto, la profesora desarrolló conductas que promovieron la autogestión del proceso de organización y resolución de los problemas matemáticos. En este sentido, entendemos que las alumnas han aprendido habilidades competenciales a través de dos acciones: 1) por la ejecución y la aplicación autorregulada de conceptos y procedimientos matemáticos; y 2) por la constante interacción con las otras compañeras y con la profesora, aspecto que nos interesa destacar en este punto. Estos resultados están en la línea de los postulados de la EMR, que determinan como premisa fundamental el papel activo que debe tener el docente durante los programas educativos con el fin de anticipar comprensiones y habilidades (De Lange, 1996; Van Den Heuvel-Panhuizen, 2000, 2003; Van Den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014; Van Reeuwijk, 1997)

Desde otra perspectiva, los resultados hacen visible que la profesora ejerció de manera muy significativa acciones para reconducir tanto el pensamiento matemático poco ajustado como los procedimientos realizados de forma incorrecta. Es decir, que desempeñó el rol de guía del proceso de E-A del alumnado, ayudando, por una parte, a afrontar y entender el problema y, por otra parte, orientando la búsqueda y la ejecución del proceso de solución. En este caso, coincidimos con los estudios de Cobb y colaboradores (Cobb et al., 1991, 2000; Cobb & Bauersfeld, 1995; Wood et al., 1990) y con los principios de la EMR (De Lange, 1996; Van Den Heuvel-Panhuizen, 2000, 2003; Van Den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014; Van Reeuwijk, 1997). Ambos planteamientos describen que el docente durante la enseñanza de las matemáticas debe actuar de guía en el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes.

Finalmente, apuntar que los datos de las NC-O1 revelaron una disminución progresiva de las acciones de regulación ejercidas por la profesora en el transcurso de las S-P. Como se da en otros estudios, también pudimos percibir que la intervención de la profesora para ayudar y orientar al alumnado en las últimas sesiones de cada proyecto fue cada vez más escasa y menos incisiva (Cobb et al., 1991, 2000; Cobb & Bauersfeld, 1995; Wood et al., 1990). Mayormente, se pudo corroborar: en el segundo y el tercer día de la construcción de las xarrancas (S-P2); durante la elaboración de la segunda bola; en el segundo día de la práctica de malabares (S-P3); y en las pruebas atléticas, pues ya habían hecho sesiones de práctica en días anteriores (S-P4). Estos hechos se pueden observar en los siguientes fragmentos.

He podido percibir que el hecho de repetir tantas veces las acciones de medir, marcar ángulos, o calcular, ya que son muchos los rectángulos a dibujar, ha hecho que los procedimientos se automaticen y que todas las alumnas los dominen sintiéndose capacitadas y seguras tanto para realizarlos, como para supervisarlos. También he notado que lo facilita el hecho de que todas las alumnas puedan intervenir un número importante de veces y se sientan partícipes de toda la actividad y de todo el proceso de creación. Por esto hoy ya no he tenido que ayudar tanto. (Caso 2. NC-O1/S-P2_sesión:5)

Las alumnas practicaban con una pareja. Se ayudaban, se corregían y se daban consejos, no hubo que recordar que lo hicieran. Se ha visto una evolución en el dominio de los lanzamientos. (Caso 1. NC-O1/S-P2_sesión:5)

Ante los resultados, afirmamos que la acción de mediación que más ejecutó la profesora fue la de motivación. Este aspecto responde a la idea que durante todo el proceso sus

acciones discurrieron parejas a los objetivos cada fase de la S-P y a la finalidad misma del proyecto, resolver la propuesta. Y en este sentido, la profesora, como una entrenadora, puso de forma implícita a disposición del discente multitud de situaciones, herramientas o acciones para que éste, por un lado, pudiera poner en juego sus conocimientos y habilidades matemáticas para solucionar el problema y, por otro lado, llegara a percibir y comprender el contenido matemático promoviendo así, su aprendizaje. Por tanto, las funciones que desempeña la docente durante la acción práctica de nuestro RD se asemejan al rol del profesor que plantean tanto la EMR como la cognición situada (Brown et al., 1989; De Lange, 1996; Freudenthal, 1993; Lave, 1991; Van Den Heuvel-Panhuizen, 2000, 2003; Van Den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014).

Por último, y en relación al desarrollo competencial, podemos decir que la profesora ha llevado a cabo acciones para guiar y orientar el proceso de aprendizaje de la CMA estipuladas en el enfoque pedagógico. Ya que además de tomar el rol de facilitadora y mediadora del proceso de enseñanza, como se plantea a nivel teórico, ha generado estrategias de mediación contempladas en las orientaciones metodológicas para su desarrollo, por ejemplo: manipular objetos y materiales para desarrollar el razonamiento matemático; plantear preguntas para resolver problemas; practicar las técnicas aprendidas; exponer ideas y discutir sobre ellas; estimular la autonomía; fomentar la seguridad en las propias posibilidades para resolver problemas; etc. (Bolívar, 2008; Coll, 2007; Decret 119/2015, Decret 142/2007; Escamilla, 2008; Monereo & Pozo, 2007; Pérez-Gómez, 2007; Perrenoud, 2004; Zabala & Arnau, 2007).

El conjunto de estos resultados nos permite afirmar que las acciones de mediación ejercidas por la profesora se ajustaron a las necesidades instruccionales de cada fase de la S-P. Ahora bien, debemos especificar que la ayuda ofrecida desempeñó tres funciones básicas sobre el proceso de construcción colaborativa del conocimiento matemático:

1. Trasladar al discente la responsabilidad y el control de las actividades de E-A que se generaron durante el proceso de resolución de las S-P.
2. Guiar y regular el proceso de E-A para que se desarrollara de forma correcta a nivel conceptual y procedimental.

3. Motivar y organizar las dinámicas de trabajo en grupo para que se promoviera el proceso de aprendizaje cooperativo de forma adecuada y compensada.

Una vez expuestos los resultados sobre los efectos mediacionales de la interacción entre discentes, con la docente y con el entorno, referentes a los objetivos 2 y 3 de la investigación, damos paso a presentar los datos relacionados con el objetivo 4. Así pues, dedicamos el siguiente apartado a exponer los resultados de aprendizaje matemático desarrollados desde nuestro RD.

7.4. Los resultados de aprendizaje

En este punto mostraremos los resultados relacionados con objetivo 4, *Reconocer los aprendizajes adquiridos a través del RD de la EF en relación a la CMa*. Nuestra pretensión es conocer los resultados educativos que se han promovido tras la implementación de nuestro recurso educativo. Para ello, hemos focalizado el análisis en dos aspectos, por una parte, se valoró el nivel del desempeño matemático alcanzado por el alumnado en las diferentes SD y, por otra parte, se estudió el cambio de percepción del discente sobre el reconocimiento de conexiones entre los ámbitos de la EF y las matemáticas. A continuación, presentaremos los resultados correspondientes a cada uno.

7.4.1. Niveles de desempeño de la Competencia Matemática

Para validar la consecución de este objetivo nos planteamos dar respuesta a la pregunta 4.1., *Por un lado, ¿qué nivel de desempeño de la CMa alcanza el alumnado en cada S-P? Y, por otro lado, desde la asignatura de Matemáticas: ¿se refleja el nivel adquirido en el dominio de los contenidos o en un cambio de actitud? Y ¿el alumnado es consciente de los aprendizajes adquiridos?*

Para poder dar respuesta a esta pregunta analizamos el contenido de las NC-O4 que registraron la valoración de las rúbricas de evaluación. Con el fin de exponer e interpretar mejor los resultados aportamos algunos fragmentos narrativos y mostramos los gráficos que muestran los niveles de desempeño alcanzados por el grupo-clase en cada SD. En ellos, se reconocen fácilmente los porcentajes de las acciones desarrolladas en los diferentes niveles de desempeño, identificando de forma directa los niveles de competencia alcanzados en cada descriptor. El triángulo verde muestra los porcentajes de las acciones que alcanzaron un nivel de desempeño alto. El cuadrado rojo representa porcentajes de acciones de un nivel de desempeño medio. Y el rombo azul refleja los porcentajes de las acciones de un nivel de desempeño bajo, que determina que la habilidad desarrollada es incorrecta o poco ajustada a las necesidades matemáticas.

Ahora bien, desde nuestro punto de vista, estimamos que para poder afirmar que desde el recurso educativo se han desarrollado procesos de aprendizaje entorno a la CMa y por extensión se ha promovido el desempeño y adquisición de la CMa, sería significativo mostrar evidencias que durante el proceso de resolución de cada S-P el alumnado, de forma generalizada, desempeñó un nivel de adecuación o dominio en la ejecución de las habilidades matemáticas. O lo que es lo mismo, que los descriptores de las rúbricas registren mayoritariamente niveles medios y altos en las tres dimensiones de la competencia.

Por otra parte, con el fin de contrastar y dotar de solidez a los resultados obtenidos en la evaluación del aprendizaje aportaremos fragmentos extraídos de las NCC, de las EA y de las EP donde se identifiquen aspectos relevantes observados por el profesorado de Matemáticas respecto al aprendizaje o el cambio de actitud de las alumnas en el aula, o comentarios significativos del alumnado que denoten adquisición de conocimientos.

Hemos considerado exponer los resultados de esta pregunta en el orden temporal en el que se realizaron las S-P, así se podrá reconocer la existencia de diferencias significativas entre las SD, o entre los tres casos en relación a la S-P2.

Por último, en la tabla 69, y para facilitar la comprensión de los resultados, se recogen las dimensiones y los descriptores de la CMa a los que haremos referencia.

Tabla 69. Dimensiones y descriptores de la CMa

Dimensiones	Descriptores
1. Pensar y razonar matemáticamente	1.1. Explicar ideas para avanzar en la solución de la S-P 1.2. Expresar argumentos matemáticos para justificar acciones
2. Modelización y resolución de problema	2.1. Identificar aspectos que relacionan la situación real propuesta con las matemáticas 2.2. Identificar y relacionar las variables de la situación que marquen los pasos para dar con la solución 2.3. Usar un modelo matemático (ensayo-error; deducción) 2.4. Utilizar conceptos y procedimientos matemáticos para resolver las tareas que permiten avanzar en la resolución del problema 2.5. Analizar los resultados 2.6. Aportar soluciones al problema ajustadas al planteamiento 2.7. Presentar el resultado del trabajo
3. Comunicar y representar ideas matemáticas mediante el lenguaje simbólico, formal y técnico	3.1. Expresar ideas y procedimientos matemáticos 3.2. Usar el lenguaje formal y simbólico

Los datos del gráfico 16 muestran de forma general que el nivel de desempeño desarrollado por 4ºB durante las S-P 1 *La búsqueda del tesoro*, fue de nivel alto. Esta afirmación se corrobora reconociendo que en todos los descriptores se supera el nivel alto de desempeño en valores que oscilan entre el 50% de las acciones realizadas (descriptor 1.2.) y el 85% de las acciones realizadas (descriptor 3.1). Ahora bien, si sumamos los porcentajes de las intervenciones desempeñadas en niveles medios y altos, en todos los descriptores se supera el 70%. Por tanto, se puede afirmar que en esta S-P, 4ºB, ha desarrollado procesos de aprendizaje entorno a la CMa de forma adecuada y con dominio. (Caso2. NC_04/S-P:1)

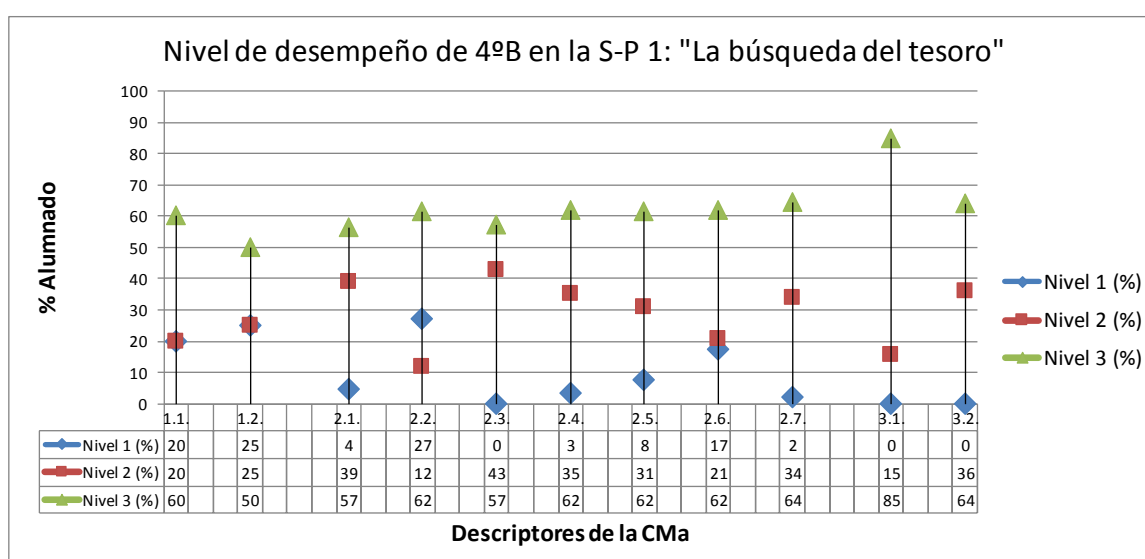


Gráfico 16. Nivel de desempeño de 4ºB en la S-P1 *La búsqueda del tesoro*

Sobre esta S-P no tenemos referencias específicas de las profesoras. Sin embargo, todas las alumnas identificaron los contenidos matemáticos trabajados durante el proyecto. Como muestran los ejemplos de sus aportaciones, ellas percibieron y comprendieron su utilidad y funcionalidad tanto en el desarrollo del juego como en el contexto real. Este aspecto nos posiciona en los postulados del aprendizaje competencial⁵⁷ y en las teorías pedagógicas de la adquisición de la CMa. Ya que el alumnado durante el proceso de resolución de la S-P asimiló el contenido matemático junto con su utilidad y aplicabilidad (Alcalá, 2004; Alsina-Català, 2011; Alsina, 2004; Decret 142/2007; Ley Orgánica 2/2006; Goñi, 2008; Torra, 2008).

A.A.: *“Hemos trabajado la orientación jugando”*.

A.L.: *“He aprendido mejor donde está Norte, el Sur, el Este y el Oeste”*.

C.C.: *“He utilizado las figuras geométricas para dibujar el mapa”*.

N.N.: *“He aprendido que teníamos que mirar las pistas en el plano e ir al sitio que marcaba”*.

J.L.: *“Aprendimos a usar bien el mapa”*.

F.C.: *“He aprendido a orientarnos, a conducirnos con el mapa y a seguir unas coordenadas”*.

M.C.: *“Aprendí a situarnos en el mapa, a utilizar y saber los puntos cardinales: N-S-E-O”*.

M.H.: *“Aprendimos a orientarnos con el mapa, a poner las pistas ordenadas según el mapa que dibujamos”*. (Caso 2. EA_S-P1)

En el gráfico 17, a nivel general, podemos decir que el desempeño de las acciones desarrolladas por 4ºA durante el proceso de solución de la S-P2 solo superó en porcentaje los niveles altos a los medios y bajos, en seis descriptores. En cinco descriptores el nivel medio de desempeño superó al alto. Apuntar, que tan solo en cuatro descriptores el nivel alto alcanza o supera el 60% de las intervenciones. Ahora bien, si sumamos los porcentajes de las intervenciones desempeñadas en niveles altos y medio (de adecuación, pero sin dominio), las acciones desempeñadas muestran datos significativos, ya que en todos los descriptores se supera el 70%. Dato por el cual afirmaremos que en esta S-P el nivel de competencia alcanzado por 4ºA fue medio y alto. (Caso1. NC_O4/S-P:2)

⁵⁷ Bibliografía referente al aprendizaje competencial (Bolívar, 2008; Coll, 2007; Decret 142/2007; Ley Orgánica 2/2006, Real Decreto 126/2014; Díaz-Barriga, 2007; Díaz-Barriga & Rigo, 2006; Escamilla, 2008, 2009; Hernández, 2006; Hipkins, 2006; Pérez-Gómez, 2007, 2012, Perrenoud, 2004, 2008, 2012; Zabala & Arnau, 2007).

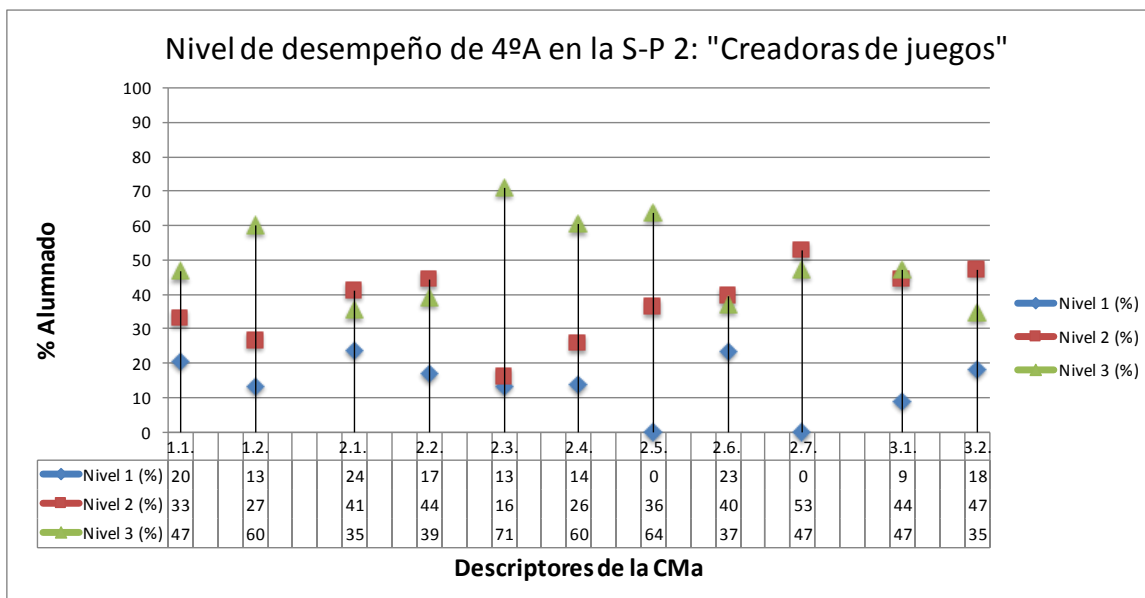


Gráfico 17. Nivel de desempeño de 4ªA en la S-P2 *Creadoras de juegos*

Por su parte, si analizamos el gráfico 18 podemos decir que el desempeño de las acciones desarrolladas por 4ªB durante la S-P2, en siete descriptores los porcentajes de los niveles altos superaron a los medios y bajos; en tres el nivel medio de desempeño supera al alto; y en uno, el nivel bajo supera al alto y al medio. Debemos apuntar que tan solo en tres descriptores el nivel alto supera el 60% de las intervenciones realizadas y que, si sumamos los porcentajes de las intervenciones desempeñadas en niveles medios y altos, en ocho descriptores se supera el 70%. En los tres restantes oscila entre el 57% y el 69%. Estos datos desvelan que el nivel de competencia demostrado por estas alumnas en la S-P2 estuvo descompensado de unos descriptores a otros. En la mayoría fue medio y alto, sin embargo, en tres descriptores el nivel de desempeño predominante fue medio y bajo. (Caso2. NC_O4/S-P:2)

Creemos interesante añadir dos comentarios extraídos de la entrevista con la profesora de Matemáticas, ya que nos dan a entender por qué estas alumnas demostraron un nivel de desempeño medio y bajo en los descriptores de la CMA que hacen referencia a la capacidad para identificar y relacionar el problema y sus variables con las matemáticas (1.1., 2.1. y 2.2.). Aclarar, que dichas tareas requirieron analizar, recuperar y transferir, acciones que suponían, además de un esfuerzo mental, una actitud de curiosidad y de ganas de buscar conexiones, aspectos, que según Perrenoud (2008), son

imprescindibles para desarrollar acciones de forma competente. Ahora bien, al ser tareas abiertas y constructivas desvinculadas de los ejercicios rutinarios, también precisaban de un conocimiento metacognitivo no memorísticos (Pozo, 2008). Basándonos en el comentario de la profesora, resulta lógico que en estas alumnas se diera un desempeño bajo en estas habilidades, ya que el grupo-clase se caracterizaba por dichas carencias.

Son mecánicas y con pereza mental a la hora de pensar. [...] En el razonamiento no ponen esfuerzo. Les falta voluntad, [...] no tienen el hábito. (Caso 2. NC_E-PM-tutora)

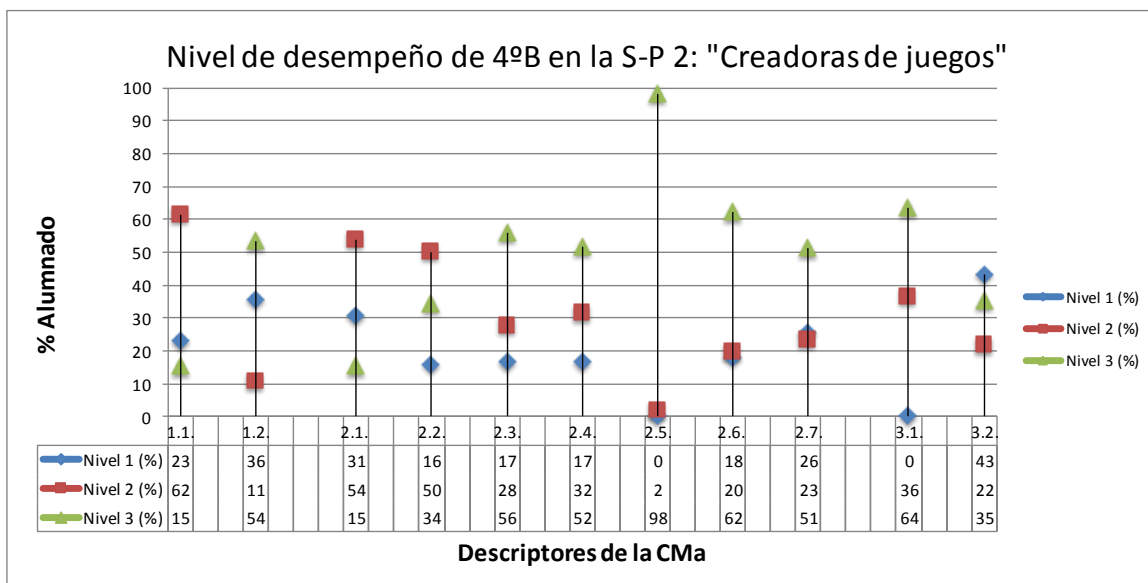


Gráfico 18. Nivel de desempeño de 4ºB en la S-P 2 *Creadoras de juegos*

En lo que respecta al caso 3, en esta misma S-P, al examinar el gráfico 19 se observa como en todos los descriptores menos en el 3.1. el porcentaje en los niveles altos y medios de desempeño de las intervenciones computadas siempre superan el 70%. Sin embargo, en este descriptor muestran intervenciones compensadas en los tres niveles de desempeño. En el 31,8 % se expresa oralmente de forma eficaz y con acierto el modelo matemático. En un 36,3% las ideas explicadas son correctas desde la lógica matemáticas, pero muestran dudas. Y en el 31,8% restante se desempeñan en un nivel bajo, dado que no se entiende la explicación o no se ciñen a aspectos matemáticos. (Caso3. NC_O4/S-P:2)

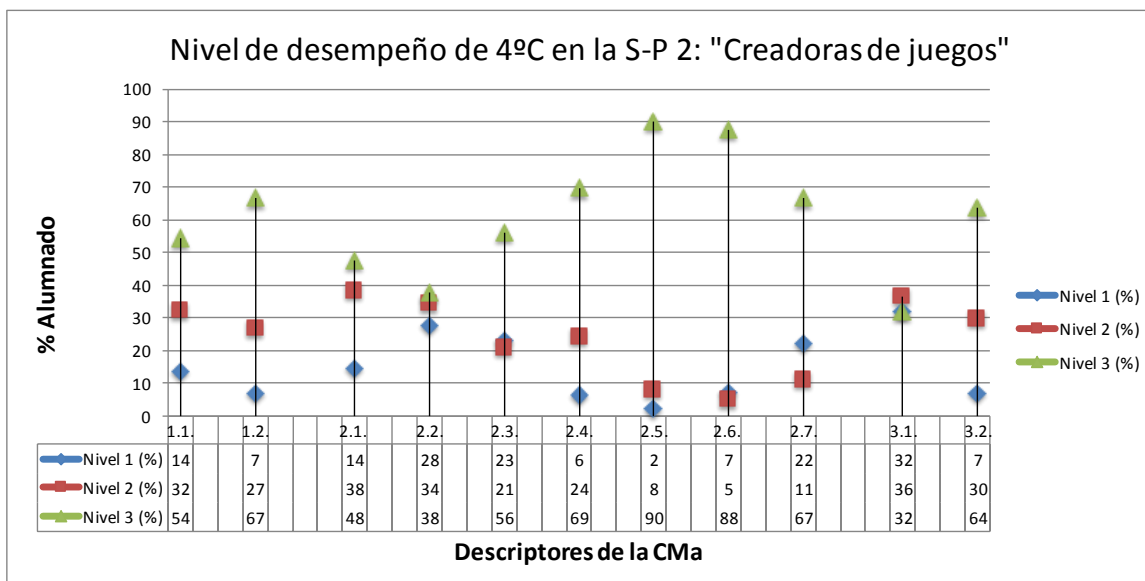


Gráfico 19. Nivel de desempeño de 4ºC en la S-P 2, *Creadoras de juegos*

Para otorgar más solidez a los datos extraídos de estas rúbricas de evaluación y constatar así el aprendizaje de los contenidos trabajados en esta S-P2, podemos decir que todas las PM-tutoras y la PM-inglés de 4ºB reconocieron que durante sus clases el alumnado mostró un dominio superior a lo esperado en relación a los contenidos vinculados a la medida, por ejemplo, al uso de la regla o el metro. Esta generalización, recuperación y adaptación del contenido a un nuevo contexto la atribuimos a factores que hacen referencia al haber desarrollado el aprendizaje en contexto y en una situación donde se puede relacionar de forma directa el contenido matemático a su utilidad (Alsina-Català, 2008b; Callís, 2015; Callís & Mallart-Solaz, 2009; Cockcroft, 1985; De Lange, 1996; Evans, 1999; Freudenthal, 1993; Lapierre & Aucouturier, 1974; Lave, 1991; Torra, 2008; Van Den Heuvel-Panhuizen, 2000; Van Den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014).

Y con el tema de medidas. [...] Con la longitud, sabían utilizar el metro y la regla de forma hábil. (Caso 1. NC_E-PM-tutora)
 El uso del metro se las veía un poco más diestras a la hora de utilizarlo. (Caso 2. NC_E-PM-tutora)
 En el proyecto de saber medir, sí que noté cierto dominio (Caso2 y 3. NC_E-PM-inglés)
 Todo el tema medida lo han cogido como un aprendizaje con cierta diversión. Como un reto, pero han partido de la exploración, la manipulación y porque es más aplicativo a la vida. (Caso 3. NC_E-PM-tutora)

En lo que respecta al alumnado, durante las entrevistas volvemos a reconocer cómo percibió, identificó y asimiló correctamente los contenidos matemáticos trabajados

durante el proceso de resolución de la S-P. En los comentarios afirmaron haber aprendido de forma mayoritaria los contenidos que hacen referencia a la medida. Por otra parte, y con sus palabras, también reconocieron haber aprendido a desarrollar acciones más analíticas y reflexivas para averiguar las medidas adecuadas para la xarranca. Por tanto, podemos añadir que, además de percibir y aprender la utilidad y funcionalidad del contenido matemático, han desarrollado un aprendizaje crítico y reflexivo, imprescindible para que se dé el aprendizaje competencial y la adquisición de la CMA y su alfabetización (Alcalá, 2004; Alsina-Català, 2011; Alsina, 2004; Bolívar, 2008; Burgués & Sarramona, 2013; Coll, 2007; Decret 142/2007; Ley Orgánica 2/2006; Real Decreto 126/2014; Díaz-Barriga, 2007; Díaz-Barriga & Rigo, 2006; Doncel & Leena, 2011; Escamilla, 2008, 2009; Gallego, 2008b; Goñi, 2008; Guzmán, 1992; Hernández, 2006; Hipkins, 2006; Niss, 2002; OCDE, 2003b; Pérez-Gómez, 2007, 2012; Perrenoud, 2008, 2012; Torra, 2008; Zabala & Arnau, 2007).

M.B.: *“Aprendimos a calcular cómo tenía que ser de grandes los cuadrados y a calcular el celo que necesitábamos comprar”.*

M.M.: *“Hemos aprendido a averiguar el tamaño de los cuadrados y la xarranca, a usar la escuadra y el cartabón, y nos inventamos un juego”.* (Caso 1. EA_S-P2)

A.Z.: *“Aprendí a medir los cuadrados, a hacer un croquis, a medir sin equivocarnos, a hacer operaciones difíciles”.*

J.L.: *“He aprendido a hacer xarrancas porque antes las hacías rápido y ahora se hacerlas para que queden mejor. Me ha gustado cuando hemos jugado todas juntas”.*

L.S.: *“He aprendido a usar diferentes tipos de reglas, a medir el espacio, a hacer operaciones para calcular cuánta cinta había que comprar y a calcular lo que debería medir un rectángulo”.*

R.C.: *“Aprendí a medir la xarranca, a comparar unos cuadrados con otros, a trazar con precisión una línea, a utilizar el metro, el cartabón, a hacer un ángulo recto y a calcular la cinta que íbamos a utilizar”.* (Caso 2. EA_S-P2)

Y.G.: *“Hemos aprendido a organizarnos. Hemos aprendido más sobre medir, sobre cómo hacer un rectángulo grande, que era más difícil porque no tienes una línea para fijarte y las líneas pueden salir torcidas”.*

M.M.: *“Al principio las figuras eran pequeñitas y no nos entraban los pies. Nos confundimos con las medidas. Al final los cuadrados eran cuadrados y los rectángulos eran rectángulos porque los hicimos con la medida correcta”.*

L.V.: *“Al principio el rectángulo parecía un cuadrado, nos equivocábamos y no corregíamos”.* (Caso 3. EA_S-P2)

Examinando el gráfico 20, que muestra los resultados de la evaluación de la S-P3 *Somos malabaristas* correspondientes al caso 1, 4ºA, podemos observar que en los once descriptores el nivel desempeño medio y alto supera siempre el 70% de las intervenciones realizadas por el alumnado. Y si detallamos más el análisis, en 9

descriptores el nivel alto de desempeño alcanzó porcentajes superiores al 60% de las acciones registradas.

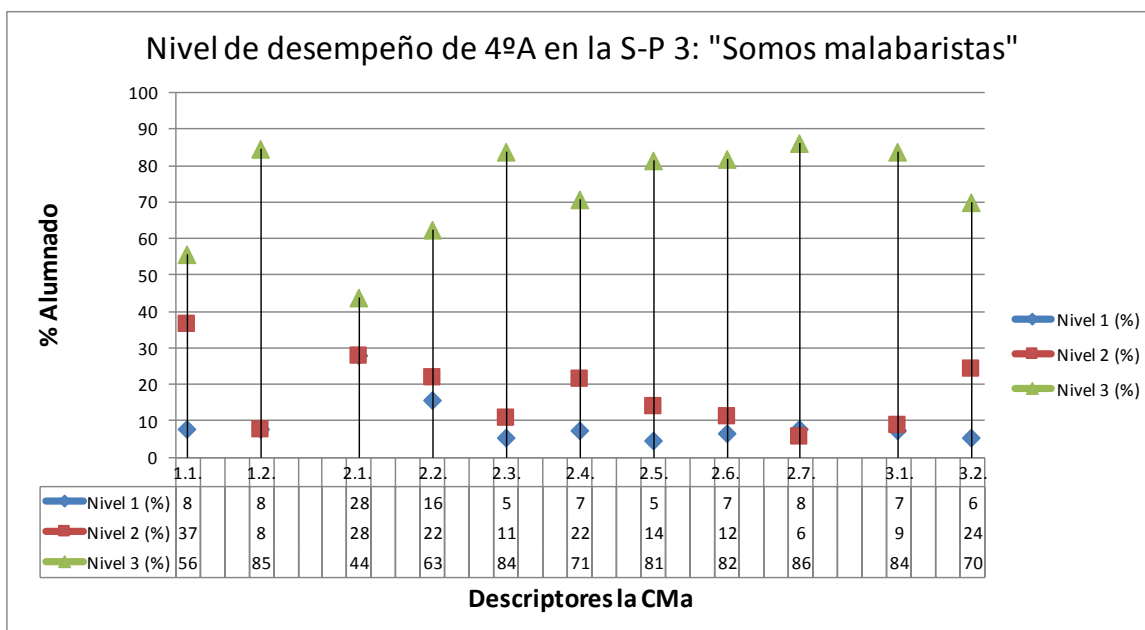


Gráfico 20. Nivel de desempeño de 4ªA en la S-P 3 *Somos malabaristas*

Estos resultados instruccionales adquieren más consistencia y significatividad si los relacionamos con la percepción que tuvo la PM-tutora respecto a cómo se mostró el alumnado al presentar la unidad didáctica sobre del contenido de masa y de medida, contenido trabajado en esta S-P. Ella reconoció que al comenzar el tema el grupo tenía una predisposición positiva hacia el aprendizaje y manifestaban una actitud abierta y receptiva.

Son alumnas con mucho interés y participativas. Pero cuando planteas un tema nuevo, hay una actitud de bloqueo, de: “no nos va a salir nunca, que es difícil, no lo sabré hacer”. La novedad es siempre “no”. Y con el tema de medidas y la capacidad de masa, que lo hemos trabajado al final de curso y que contigo habían hecho lo de las balanzas, el arroz, las bolas... sin ellas expresar verbalmente, sí que tenían una predisposición a ese aprendizaje, estaban más abiertas, menos bloqueadas a ese aprendizaje. (Caso 1. NC_E-PM-tutora)

El hecho de haber desarrollado un aprendizaje vivenciado y experiencial del contenido, como recogen las aportaciones de las alumnas, estimamos que puede haber promovido una actitud optimista hacia el aprendizaje de los contenidos matemáticos. Esta misma idea la recogen diferentes autores en sus estudios y teorías, algunos reconocen que tareas motrices activan los aprendizajes matemáticos en formas más accesibles para la

mayoría de los estudiantes (Busadeea & Laosinchaib, 2013; Callís & Mallart-Solaz, 2009; Fernández, 2008; Lapierre & Aucouturier, 1977; Sol, 2009).

En lo que respecta a las aportaciones de las alumnas evidencian que son conscientes de los contenidos matemáticos aprendidos y por sus comentarios se puede extraer que han percibido el proceso de aprendizaje de forma vivencial, experimental y aplicativa mientras elaboraban las bolas malabares o jugaban. Dicho planteamiento se considera fundamental para impulsar el aprendizaje competencial (Bolívar, 2008; Coll, 2007; Decret 142/2007; Ley Orgánica 2/2006, Real Decreto 126/2014; Díaz-Barriga, 2007; Díaz-Barriga & Rigo, 2006; Escamilla, 2008, 2009; Hernández, 2006; Hipkins, 2006; Pérez-Gómez, 2007, 2012, Perrenoud, 2004, 2008, 2012; Zabala & Arnau, 2007).

R.R.: *“He aprendido a poner la misma cantidad dentro de las bolas, pesándolo para que no esté una más grande que la otra”.*

M.M.: *“He aprendido: a hacerlas, a utilizar la báscula, a saber, cuánto peso tenía que poner para que se quedara recta”.*

C.C.: *“He aprendido a hacer una diagonal con las bolas. Me ha gustado más practicar”.*

(Caso 1. EA_S-P3)

Por último, en el gráfico 21, correspondiente a la rúbrica de la S-P4 *Las pruebas atléticas* caso 3, se puede observar que el alumnado demostró unos niveles de desempeño medios y altos en todos los descriptores, ya que superan el 80% de las acciones realizadas. Ahora bien, los datos que registra la dimensión 3 muestran niveles compensados entre el nivel alto y el bajo. En el 3.1. no se registraron muchas acciones, tan sólo dos, una fue acertada y la otra errónea, por tanto, este descriptor no resulta muy significativo. En cambio, en el 3.2. al valorar las acciones donde se usó el lenguaje formal y simbólico se compensan el nivel alto y bajo de desempeño. El uso de un lenguaje formal y correcto, utilizando las unidades de medida adecuadas, fue solo de un 48,1%, respecto a un 41,1% que no utilizaron las unidades de medida siempre que se necesitaban, ni por escrito ni oralmente. Por otra parte, el 10,7% que corresponde al nivel medio utilizó las unidades correctamente pero no siempre que correspondía. Entendemos que esta falta de rigor se debe a diferentes factores, que también se produjeron en la S-P2. Por ejemplo: 1) a que las fichas no fueron revisadas de forma concreta por la profesora, eran las mismas alumnas las que tenían el objetivo de autogestionar sus actividades y los resultados; 2) como las fichas eran un recurso de

seguimiento del proceso de resolución de la S-P, el alumnado lo pudo interpretar como un material de apoyo para desarrollar el proceso y no como un producto final a presentar de forma matemáticamente correcta; y 3) el hecho de que el objetivo del proyecto no estableciera una nota a cada a las actividades resueltas de forma correcta, pudo provocar que el alumnado perdiera concentración e interés por presentarlas con rigor matemático y, por tanto, no valorara la importancia de realizar correctamente esta habilidad competencial.

Debemos hacer una mención especial al descriptor 2.4., ya que es el que más número de acciones registró en el total de las S-P de todos los casos. Se llegaron a computar 275 intervenciones en las que se utilizaban conceptos y procedimientos matemáticos para resolver tareas (por ejemplo: realizar la perpendicular al metro para medir el salto o lanzamiento; medir utilizando el metro o el cronómetro; apuntar los resultados en una tabla; interpretar y reconocer medida del salto; o realizar correctamente las sumas de cada prueba a nivel individual). También debemos destacar que en el 83% de las acciones se desempeñó un nivel alto de competencia. En el nivel medio se dieron un 7% y un 9% se situó en el nivel bajo. Este dato es muy significativo ya que demuestra que el alumnado durante el juego desarrolló con dominio habilidades procedimentales matemáticas relacionadas con la medida. (Caso3. NC_O4/S-P:4).

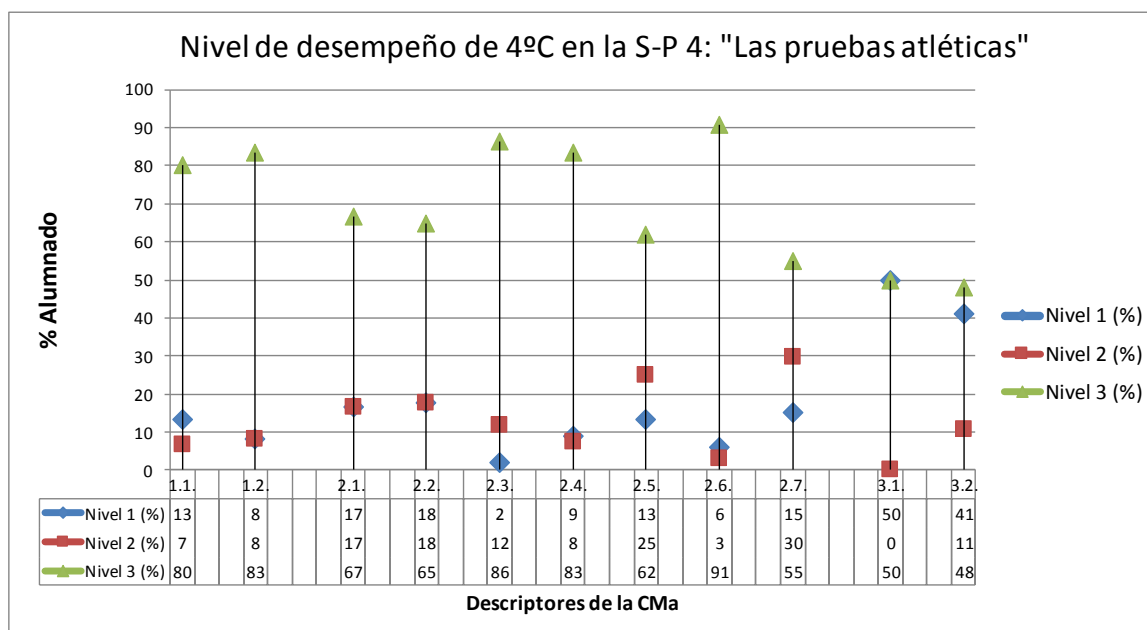


Gráfico 21. Nivel de desempeño de 4ºC en la S-P4 *Las pruebas atléticas*

Los datos expuestos muestran de forma relevante como esta S-P puede ser considerada un recurso pedagógico muy significativo para promover el desarrollo y la adquisición de la CMA sobre aspectos relacionados con la medida. En esta misma línea se encuentran la propuestas físico-motrices de diferentes autores, aunque algunos solamente destacan la potencialidad del contexto de la EF para trabajar los contenidos matemáticos vinculados a la medida (Biniés, 2008; Canals, 2001; Díaz-Barahona, 2009; Gómez-Rijo et al., 2008; Lapierre & Aucouturier, 1974, 1977; Le Boulch, 1981; Lleixà, 1990, 2007; Piaget & Beth, 1968).

Daremos más robustez a estas afirmaciones si mostramos la percepción de la PM-tutora sobre cómo percibió ella, desde la asignatura de Matemáticas, el dominio del contenido trabajado en esta SD. Como se recoge en el siguiente ejemplo, la profesora plantea que el alumnado desde nuestro proyecto pudo asentar la parte concreta de los contenidos y ella, desde su asignatura, llegar a alcanzar niveles superiores de abstracción.

Se ha notado mucho en mediciones. En el tema de medidas se ha notado mucho porque ha cobrado conciencia en el grupo. Creo que han ordenado todo el contenido concreto y abstracto, que es el que más sale en competencias. (Caso 3. NC_E-PM-tutora)

Este hecho lo pone de relevancia las teorías Vygotsky (1979) y Piaget (1978; 1968), aunque otros autores también confirman la necesidad de pasar por la vivenciación y la experimentación para alcanzar la abstracción y la generalización (Callís, 2015; Callís & Mallart-Solaz, 2009; De Lange, 1996; Freudenthal, 1993; Lapierre & Aucouturier, 1974; Torra, 2008; Van Den Heuvel-Panhuizen, 2000; Van Den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014).

En el caso de las alumnas reconocen haber aprendido diferentes contenidos matemáticos a través de esta S-P y hacen conexiones específicas con la prueba atlética. En la misma línea están las conclusiones de las investigaciones y los programas educativos que determinan que desde los diferentes ámbitos de la acción motriz se pueden desarrollar aprendizajes matemáticos (Bishop, 1998; Carbó, 2004; Farnesi, 2006; Hatch & Smith, 2004; Koontz, 2011; Serrano et al., 2008). En los siguientes comentarios podemos identificamos cómo percibieron las alumnas su propio aprendizaje.

P.M.: “He aprendido a saltar más alto y que es importante calcular bien los resultados de cada equipo porque puede ser que otro gane y tu pierdas, y no lo sepas ver, y no es verdad”.

C.G.: “Aprendí a medir y apuntar lo que no había podido saltar quitándole 10cm”.

R.R.: “Aprendí a utilizar el cronómetro y el metro”.

D.A.: “En el salto de altura se ponía la goma en un número de la barra y el lanzamiento de peso mirabas donde caía la pelota y hacías una línea perpendicular hasta el metro”.

D.B.: “Aprendimos a utilizar el cronómetro, las niñas se repartían por toda la pista y aprendimos a repartir la pista en 4 partes iguales, nos organizábamos para pasarnos bien el testigo”.

G.B.: “Aprendí que las matemáticas también son atletismo porque hay que saber medir el salto o el lanzamiento”.

A.P.: “Hemos aprendido a calcular la distancia para pasar el testigo”.

A.G.: “He aprendido a utilizar el cronómetro que antes no sabía”. (Caso 3. EA_S-P4)

Aunque los datos desvelan que el nivel de desempeño de la CMa varía de una S-P a otras y de unos casos a otros, como conclusión, podemos afirmar que el nivel de competencia alcanzado por el alumnado en el cómputo total de las SD estuvo siempre entre los niveles medios, de adecuación, y altos, de eficacia. Consideramos esta cifra muy positiva, dado que los procesos de aprendizaje y desempeño de la CMa desarrollados a través de nuestro recurso educativo fueron ejecutados, de forma generalizada, con corrección o dominio.

Desde nuestro punto de vista, y en consonancia con los resultados expuestos, podemos estimar que trabajar los contenidos matemáticos de manera vivencial, experiencial, lúdica y social promoviendo el uso de habilidades matemáticas competenciales desde S-P de la EF facilitó:

1. El desarrolló y adquisición de la CMa, dado que el alumnado implementó habilidades matemáticas competenciales en niveles de desempeño medios y altos.
2. La adquisición de conocimiento matemático. Este hecho se hizo visible cuando el alumnado transfirió y aplicó el contenido matemático a otros contextos (Alsina-Català, 2008a; Ausubel, 2002; Callís, 2015; Cockcroft, 1985; De Lange, 1996; Evans, 1999; Lave, 1991; Pozo, 2008).
3. Un cambio de actitud hacia el aprendizaje de nuevos contenidos. Las alumnas se mostraron más positivas y abiertas a nuevos temas de la asignatura de Matemáticas, superando así la “psicopatía de las Matemáticas” (Lapierre & Aucouturier, 1977) .

4. La metacognición. Al realizar el metaanálisis el alumnado tomó conciencia de los aprendizajes adquiridos durante las S-P, reflexionó, identificó, recordó, evocó y comunicó el contenido matemático trabajado y el que creía haber aprendido en cada proyecto (Martín & Moreno, 2007; Pozo, 2008).

7.4.2. Cambio de percepción

Introducimos este punto partiendo de la premisa que el aprendizaje es el cambio de las representaciones mentales (Perrenoud, 2008; Piaget, 1978; Piaget & Beth, 1968; Pozo, 2008). Por ello, nos planteamos reconocer si el discente una vez concluida la intervención manifestó un cambio de pensamiento sobre los vínculos existentes entre la EF y las matemáticas. Así, daremos respuesta a la pregunta 4.2. *Finalizada la implementación del RD, ¿el alumnado reconoce la relación entre el ámbito de la EF y el matemático?*

El poder reconocer hecho nos permitirá constatar que el planteamiento educativo promovió de forma significativa el aprendizaje de la CMa y, con ello, el desarrollo de la alfabetización matemática. Uno de los aspectos por los cuales se llega a ser matemáticamente competente es ser consciente de la necesidad social y cultural que implica la adquisición de los conocimientos matemáticos desarrollando así, la capacidad para identificar y entender el papel de las matemáticas en el mundo (Alsina, 2004; Gallego, 2008b; Goñi, 2008; OCDE, 2003b).

El procedimiento de análisis para este aspecto fue el estudio de los resultados obtenidos en las respuestas a la pregunta de los Cul y CuF: *¿Crees que las matemáticas se utilizan en el deporte, en los juegos o en las actividades de la clase de Educación Física?* Hemos utilizado una tabla dinámica del Excel para cruzar los datos de ambos cuestionarios. En ella se cuantificaron las percepciones de cada alumna y se compararon los resultados en el pre- y post-intervención. El gráfico 22 muestra la evolución de las creencias del discente antes de desarrollar el recurso educativo y las que adquirió una vez

implementado. Al no encontrar diferencias significativas entre las tres clases los resultados se presentan de forma global.

Por otra parte, para dar de solidez a los datos cuantitativos, mostraremos unos ejemplos extraídos de las NCC y de las EA que denotan el cambio de pensamiento expresado directamente por el discente.

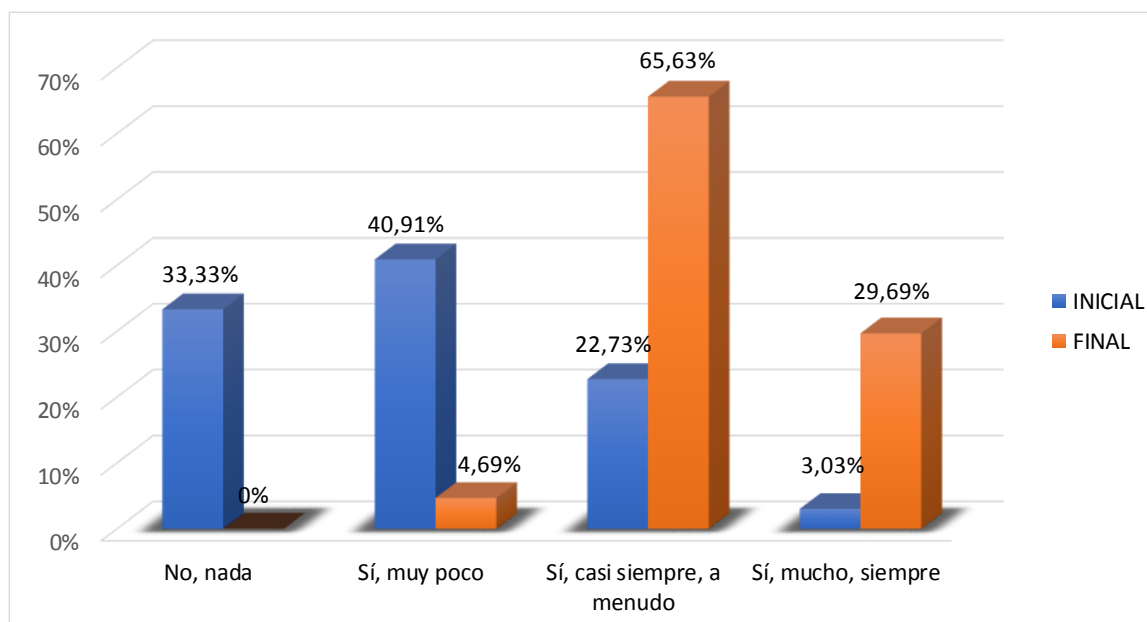


Gráfico 22. Porcentajes iniciales y finales de la respuesta a la pregunta del CuI y CuF: *¿Crees que las matemáticas se utilizan en el deporte, en los juegos o en las actividades de la clase de Educación Física?*

Observando los datos del gráfico 22 apreciamos que antes de comenzar el proceso didáctico el 33,3% del alumnado creían que las matemáticas no se utilizaban nada ni en el deporte ni en los juegos ni en las actividades de la asignatura de EF. Un 40,9% pensaba que se utilizaban, pero muy poco. Sin embargo, solo el 22,7% consideraba que se utilizaban a menudo y un mínimo 3% creían que se usaban siempre. Estos datos nos mostraron que un tercio del alumnado no identificaba ninguna conexión entre los dos ámbitos y apenas la mitad percibían vínculos importantes.

Ahora bien, si analizamos los datos del CuF, podemos reconocer cómo los valores cambiaron de forma significativa hacia las respuestas que permiten corroborar que el alumnado fue capaz de percibir y asimilar las conexiones entre ambas materias. Ya que el 65,6%, finalizada la intervención, respondió que las matemáticas se utilizaban a menudo o casi siempre en los deportes, en los juegos o en la EF. Del 3% que pensaban

que se utilizaban mucho las matemáticas en la EF se pasó a un 29,6%. Y tan solo un 4,6% siguieron creyendo que se utilizaban muy poco. Pero merece la pena destacar, que ninguna alumna continuó pensando que no se utilizaban nada.

En la misma línea que el estudio de Lampert (1990), nuestros resultados muestran que el alumnado cambió de percepción a lo largo de la intervención didáctica en relación a lo que significa saber y hacer matemáticas desde los contextos de la EF. Las respuestas esporádicas de alumnas durante las entrevistas informales sobre el proyecto corroboraron de manera explícita que percibieron, identificaron y entendieron el papel de las matemáticas en la EF. Este hecho confirma uno de los motivos planteados por la EMR por los cuales es interesante la utilización de los contextos reales en el aprendizaje de las matemáticas y es que, a través de estos entornos el alumnado llega a descubrir lo relevantes que son las matemáticas en la vida real (Van Reeuwijk, 1997).

M.M.: *"Hemos aprendido a hacer proyectos, a hacer problemas y a que todo está relacionado con las mates".*

L.L.: *"He aprendido que las matemáticas también se pueden utilizar para el deporte".* (Caso 1. EA_final)

F.C.: *"Las mates son necesaria para hacer Educación Física".* (Caso 2. EA_final)

L.F.: *"Con el proyecto me he dado cuenta que al principio pensaba que no se relacionaban nada la EF y las mates y ahora he visto que sí".* (NCC)

S.S.: *"Ahora entiendo para que sirven las matemáticas".* (NCC)

La conclusión a la que hemos llegado en este apartado nos incita a pensar que gracias al recurso educativo el alumnado pudo adquirir conciencia de los vínculos y las necesidades existentes entre la EF y las matemáticas, asimilando así el valor funcional que tienen las matemáticas en los diferentes ámbitos de nuestra asignatura.

PARTE IV. CONCLUSIONES

Capítulo 8: Conclusiones, limitaciones y prospectiva

8.1. Conclusiones de la investigación

8.1.1. Con respecto a la consecución del objetivo específico 1

8.1.2. Con respecto a la consecución del objetivo específico 2

8.1.3. Con respecto a la consecución del objetivo específico 3

8.1.4. Con respecto a la consecución del objetivo específico 4

8.2. Conclusiones relativas a cómo se desempeñó la Competencia Matemática desde el recurso didáctico

8.3. Conclusiones relativas al grado de influencia del recurso didáctico en la construcción de conocimientos entorno a la Competencia Matemática del alumnado

8.4. Limitaciones del estudio

8.5. Continuidad y prospectiva del trabajo de la investigación

Una vez finalizada la presentación de los resultados obtenidos, dedicaremos el siguiente capítulo a presentar las principales conclusiones, reflexiones y consideraciones extraídas del estudio. Nuestra intención será dar respuesta al objetivo general de la investigación, y tal como se especifica en el capítulo dedicado al objeto de estudio, validaremos su logro en base al grado de la consecución de los objetivos específicos. Por tanto, para que la exposición de las conclusiones sea clara y coherente, organizaremos su contenido en cuatro partes. En ellas se mostrará el nivel de adquisición de los objetivos 1, 2, 3 y 4, que hacen referencia a: el contexto didáctico, la mediación generada de la interacción, la mediación en el aprendizaje de la profesora y los resultados de aprendizaje.

Por último, se aportará una valoración en torno a las limitaciones que, desde nuestra perspectiva, nos encontramos durante el desarrollo de la investigación y las posibles vías de investigación que pueden surgir de este estudio.

8.1. Conclusiones de la investigación

8.1.1. Con respecto a la consecución del objetivo específico 1

Este objetivo se definió del siguiente modo:

Objetivo 1: *Diseñar e implementar desde la EF un RD formado por S-P orientado al trabajo y al desarrollo de la CMa del alumnado de 4º de Primaria, indicando los requisitos didácticos fundamentales para su ejecución.*

Nuestro estudio de tesis surge de la necesidad de dar respuesta al nuevo marco educativo, desarrollar las CCBB del alumnado a través de todas las materias curriculares. Consecuentemente, desde la asignatura de EF se nos presenta el reto de promover también el desarrollo de la CMa. Dicha situación implica desarrollar tres acciones: 1) planificar y diseñar un programa real que introduzca el trabajo y el desarrollo de la CMa en contextos propios de la EF; 2) implementarlo; y 3) validar los resultados. Por tanto,

con el primer objetivo de esta investigación trataremos de comprobar el potencial formativo del RD diseñado desde la EF para trabajar y desarrollar la CMa. Debemos recordar que el recurso está compuesto por el programa didáctico y el recurso educativo.

Ahora bien, no sólo nos ceñiremos a reconocer si se ha ajustado o no a las demandas psicopedagógicas del marco competencial y matemático. También expondremos las fortalezas y debilidades encontradas durante su diseño e implementación, con el fin de definir cuáles fueron los requisitos básicos para su creación y ejecución. Desde este punto de vista, el proyecto *Acti-Mates* podría considerarse un recurso de innovación didáctica para el desarrollo de la CMa a través de la EF.

En este sentido, dada la relevancia que tuvieron en el diseño definitivo del RD, creemos interesante detallar ciertas tareas y acciones que facilitaron su concreción:

- Una vez finalizado el diseño piloto de la intervención desarrollamos diferentes acciones: 1) verificación de los contenidos didácticos valorando su adecuación para 4º de Primaria; 2) evaluación del diseño metodológico; 3) estudio de la significatividad de las temáticas de las S-P; y 4) valoración del horario destinado al desarrollar S-P.
- A través de las entrevistas con profesoras especialistas de Matemáticas confirmamos que tanto los contenidos como la metodología se ajustaban a las pretensiones de nuestro estudio, desarrollar la CMa de las alumnas de 4º de Primaria.
- Consideramos necesario modificar las temáticas de tres S-P por dos razones. La primera, por la baja motivación que despertaron entre el alumnado debido, en parte, a que resultaron laboriosas y poco dinámicas. Y la segunda, porque no tenían referentes directos con los contenidos trabajados en las unidades didácticas de la EF. Por tanto, se buscaron temáticas de situaciones o

problemas reales propios de la EF, atractivos para el discente y que transcurrieran parejas a las unidades didácticas de la EF⁵⁸. Con ello, se pretendía aumentar el interés sobre el contenido y aumentar la significatividad del aprendizaje.

- Por otra parte, para no modificar el tipo de metodología ni el diseño de las actividades, se concretó con el centro el disponer del módulo destinado para el proyecto seguido de una sesión de EF. Esto permitió seguir con el diseño original.
- Podemos afirmar que el centro fue un agente facilitador del diseño del RD, ya que no puso requisitos específicos para su creación. Dejó plena libertad a la investigadora para determinar el nivel en el que se iba a desarrollar la intervención, los contenidos a trabajar, las metodologías a implementar y las temáticas a tratar.
- La programación didáctica y el recurso educativo se desarrollaron en base al marco teórico competencial y matemático en los siguientes pasos: 1) priorización de los contenidos en base a las unidades didácticas de EF; 2) búsqueda de temáticas reales, atractivos y motivantes para el alumnado; 3) contextualización de las temáticas en diferentes ámbitos de la EF; 4) planificación de los objetivos y los contenidos didácticos de cada SD; 5) diseño del recurso educativo creando diferentes S-P; 6) establecimiento de las bases metodológicas basadas en el trabajo cooperativo y la participación activa del alumnado. En concreto, el diseño de las actividades planteó la cesión al discente la responsabilidad, el control y la gestión de la resolución de la S-P; 7) definición de las actividades guía y de los recursos materiales (las fichas de seguimiento de las alumnas); 8) temporalización de las SD durante los trimestres; y 9) elaboración de la rúbrica de evaluación.

⁵⁸ Ver la tabla 29 que muestra la relación entre las unidades didácticas de la EF y las S-P del proyecto *Acti-Mates*.

Ahora bien, los resultados obtenidos también nos hacen pensar que desde la EF se consiguió elaborar un RD adecuado, pertinente y significativo para desarrollar la CMA en 4º de Primaria, aunque mejorable en algunos aspectos. En tal caso, nuestras conclusiones son:

- Las temáticas escogidas para diseñar las S-P nos hacen pensar que fueron del todo acertadas por varias razones. El alumnado: 1) sintió interés y entusiasmo durante la presentación de las SD; 2) participó activamente y de forma generalizada durante el desarrollo de todos los proyectos; 3) desarrolló habilidades matemáticas en los entornos significativos para el desempeño de la CMA en Primaria; y 4) comunicó que, el hecho de trabajar y de aprender las matemáticas jugando y trabajando en grupo les había resultado muy interesante y divertido.
- La elección de los objetivos didácticos fue correcta porque a través de las actividades de las S-P pudimos comprobar que el discente desarrollaba habilidades matemáticas competenciales en entornos reales cercanos a sus intereses.
- El alumnado trabajó y utilizó todos los tipos de contenidos matemáticos definidos en el currículo de forma integral, usando tanto los contenidos conceptuales, como los procedimentales y los actitudinales. Además, con el fin de desarrollar los procesos de resolución de la totalidad de las SD, las alumnas implementaron los contenidos matemáticos de manera activa, vivencial, aplicada, manipulativa, práctica y reflexiva. Al mismo tiempo, comprobamos que, durante todo el proyecto, se aplicaron de forma mayoritaria los contenidos relacionados con la medida, el espacio y la forma. Sin embargo, adicionalmente, desde nuestro estudio ampliamos las propuestas de otros trabajos, corroborando que, desde la EF, también es posible trabajar a nivel competencial los contenidos relacionados con la numeración, el cálculo, la estadística, el azar, la relaciones y el cambio.

- Comprobamos que para el alumnado el trabajo de los contenidos llegó a ser significativo, funcional y útil gracias a los comentarios de las entrevistas. En ellas reconocieron entender la aplicabilidad de las matemáticas y su relevancia tanto en la EF como en la vida real. Las alumnas percibieron y comprendieron que las matemáticas se utilizaban para hacer y construir cosas.
- Por otra parte, comprobamos que el diseño metodológico permitió el desempeño de todas las dimensiones de la CMa, pero de forma especial la relacionada con la modelización. Este hecho confirma que el RD se estructuró de manera adecuada para promover el desarrollo de la CMa. Además, comprobamos que la metodología cooperativa planteada favoreció el desarrollo de los pasos de la resolución de problemas matemáticos en grupo. Estos dos aspectos permiten reconocer que la metodología escogida para trabajar y desarrollar la CMa desde los contextos de EF, las S-P, fue pertinente.
- Sin embargo, el hecho de reconocer un nivel de participación bajo por el alumnado en algunas sesiones, nos hacen pensar que la metodología planteada para esas actividades no fue del todo correcta. Por tanto, estimamos que las actividades guía que generen SiE-A de elaboración grupal deben ser desarrolladas en pequeños grupos. Esto evitará que algunas alumnas no participen por miedo, vergüenza o desconocimiento. Ya que pudimos valorar que no se manifestó durante el trabajo en grupos reducidos al estar definidas las pautas de interacción. En ese caso, todas las alumnas participaron activamente del intercambiando ideas y puntos de vista.
- Desde un punto de vista externo, las profesoras de Matemáticas resaltaron que el recurso educativo tenía dos potencialidades educativas. La primera, que los proyectos ayudaban a las alumnas a percibir la verdadera funcionalidad y utilidad de las matemáticas, compensando la parte vivencial no trabajada desde la asignatura. Y la segunda, que trabajar los contenidos matemáticos desde el juego capacitaba a las alumnas con una base experiencial de conocimientos que facilitaba la adquisición de aspectos más abstractos. Esas

ideas nos permiten reconocer que el diseño del RD se ajusta a los planteamientos teóricos del desempeño de la CMa y a las teorías que defienden la acción motriz como estrategia de aprendizaje de las matemáticas.

En lo que respecta a los aspectos que facilitaron o limitaron la implementación del RD podemos exponer los siguientes:

- Los datos mostraron que el centro volvió a ser un agente facilitador, dado que:
1) cedió al proyecto el uso de los espacios y materiales de la escuela; 2) dotó al proyecto de una partida presupuestaria para fotocopias y materiales, facilitando la compra de cintas adhesivas para marcar las xarrancas en el patio; 3) dotó de un horario suplementario a la asignatura de EF para implementar el programa; 4) adecuó los horarios de las clases de 4ºA y 4ºB para disponer de más tiempo en el desarrollo de los proyectos; y 5) permitió cierta flexibilidad en los horarios de las profesoras de Matemáticas y de EF para compartir módulos que permitieran adaptarse a imprevisto.
- Por su parte, el equipo directivo del centro se interesó y apoyó su implementación desde el 2012 al 2017, promoviendo así, la consolidación del proyecto *Acti-Mates* dentro de la estructura curricular de la escuela. Este aspecto nos hace entender que el desarrollo del RD resultó efectivo y satisfactorio.
- Durante la intervención se produjeron modificaciones de la temporalización de las actividades, generadas por la falta de tiempo para desarrollarlas o por imprevistos. En estos casos, el profesorado de Matemáticas siempre colaboró cediendo módulos propios para que las alumnas pudieran terminar o desarrollar las actividades previstas en las S-P. Además, compartieron materiales específicos del área, como escuadras, cartabones, reglas, metros o balanzas, para desarrollar las actividades de las S-P2 *Creadoras de juegos* y la S-P3 *Somos malabaristas*.

- Ahora bien, el profesorado de Matemáticas también fue agente determinante para la consolidación del proyecto *Acti-Mates* en el plan de estudios del centro. Ante la apreciación de los resultados positivos del proyecto, como profesionales especialistas, aconsejaron y propusieron al equipo directivo seguir desarrollándolo en cursos futuros y ampliarlo a otros niveles educativos.
- Un factor decisivo para la implementación del recurso educativo fue la buena predisposición que demostró el alumnado hacia los proyectos. Esto se vio reflejado en la participación activa durante el desarrollo de las actividades. Este hecho, estimamos que fue promovido por dos puntos fuertes del diseño del RD: la propuesta metodológica y el entorno de aprendizaje contextualizado en ambientes de la EF. La metodología cooperativa y el diseño de las S-P traspasó al alumno la gestión y el control del proceso de resolución, por tanto, el alumno se sintió parte activa en el desarrollo de las actividades de E-A. Además, tenían la motivación intrínseca de desarrollarlas en un ambiente cercano a sus intereses, el juego. Estos aspectos compensaron, a nuestra manera de ver, las diferencias personales y de conocimiento entre las alumnas, favoreciendo la implicación generalizada de todo el grupo-clase en el proceso de resolución de la S-P matemática.
- Como debilidades que limitaron la implementación de recurso educativo de una manera más eficiente, destacamos tres. La primera fue la falta de tiempo para desarrollar algunas actividades específicas de las S-P, incluso aquellas que disponían de los dos módulos o la hora completa de EF. Esto se debe a que las actividades de elaboración y ejecución grupal requerían de mecanismos de interacción complejos. Los grupos necesitaban desarrollar de forma significativa y sosegada las acciones de: pensar, intercambiar información, debatir, reflexionar, pactar, organizarse y ejecutar. Nuestra conclusión al respecto es que este tipo de recurso educativo necesita disponer de tiempo adicional para que estas actividades puedan ser desarrolladas de manera eficiente y significativa por los grupos. La segunda, fue el comportamiento inadecuado por parte de alguna alumna en determinados momentos del proyecto. Estos

acontecimientos vinieron marcados por: actitudes impulsivas; conflictos entre las integrantes del equipo; o la poca implicación en la actividad debido al desconocimiento, la vergüenza, la inseguridad o la falta de coordinación con el grupo. La tercera debilidad fue la falta de cooperación con el profesorado especialista en matemáticas, que pudiendo desarrollar o ampliar algunas SD, se mostró impotente ante la escasez de tiempo para trabajar sus propios contenidos.

8.1.2. Con respecto a la consecución del objetivo específico 2

Este objetivo se definió del siguiente modo:

Objetivo 2: *Identificar y describir los procesos y los mecanismos de construcción de conocimiento entorno a la CMA que se generan en la interacción del alumnado con los miembros del grupo, con la profesora y con el contexto de la actividad, durante los procesos de resolución de las S-P.*

Con este objetivo tratamos de entender cómo se desarrollaron los procesos por los cuales el alumnado llegó a construir el conocimiento de habilidades matemáticas competenciales desde nuestra intervención educativa. Para ello, se identificaron los mecanismos o los procesos de aprendizaje que, durante la acción práctica, se desarrollaron a través de la interacción entre las alumnas, con la profesora o con el entorno de aprendizaje. Los resultados obtenidos muestran seis procesos y mecanismos de aprendizaje diferentes.

En primer lugar, explicar que gracias al análisis empírico de la interactividad definimos una estructura que recogió las distintas actuaciones de las participantes, dotando de significado instruccional a cada uno de los momentos del proceso de resolución de la S-P. Dicha estructura nos ayudó, por un aparte, a identificar las formas en las que las participantes organizaban la actividad conjunta, concretando sus patrones de actuación y, por otra parte, a describir la repercusión que tenían dichos patrones en el proceso de

aprendizaje, reconociendo, en este caso, sus funciones instruccionales. Por esta razón, denominamos a los segmentos de interacción SiE-A. De forma general los resultados demuestran que la interactividad generada desde el diseño de nuestro RD resultó un mecanismo muy significativo en los aprendizajes relacionados con la CMA. Sintetizando los resultados nuestras conclusiones resaltan los siguientes aspectos:

- El diseño de la presentación de las S-P captó el interés del alumnado, motivó su participación y activó su creatividad y pensamiento matemático. Además, cedió y traspasó al alumnado la responsabilidad y el control del proceso de resolución de la S-P y, en consecuencia, de los procesos de E-A sobre habilidades matemáticas competenciales.
- En lo que respecta a las acciones ejercidas de forma individual, promovieron la activación de procesos metacognitivos relacionados con el recuerdo, la evocación y la transferencia de contenidos matemáticos activando, con ello, el proceso de matematización horizontal.
- Las SiE-A de elaboración grupal desencadenaron mecanismos de aprendizaje vinculados a las acciones siguientes: 1) conversaciones exploratorias sobre el contenido matemático del problema; 2) análisis de diferentes puntos de vista sobre las variables matemáticas de la situación; 3) debate sobre ideas divergentes; 4) voluntad de resolver la S-P; y 5) co-razonamiento y co-construcción convergente para pactar un plan de acción. Estimamos que estas acciones promovieron nuevos aprendizajes matemáticos relacionados con los procesos de matematización horizontal.
- A través de las SiE-A de ejecución, de juego y de corrección el alumnado desarrolló el proceso de matematización vertical. Por tanto, implementó sus conocimientos matemáticos para solucionar una S-P práctica y real de la EF. Gracias a estas situaciones el alumnado pudo percibir la funcionalidad y utilidad de los contenidos matemáticos y dotar de sentido su aprendizaje.

- Evidenciamos tres factores que favorecieron la buena predisposición y motivación hacia el proceso de aprendizaje: 1) la interacción con un grupo para autogestionar todo el proceso de resolución de la S-P. Por tanto, el discente se sintió parte activa y promotora del desarrollo del proyecto; 2) la interacción sostenida con las compañeras y con el entorno para alcanzar el objetivo de la S-P. En este caso, la interdependencia de las actividades y la percepción directa de la necesidad de utilizar unos contenidos matemáticos concretos estimulaban la atención y el interés continuado sobre la tarea, el contenido y el conocimiento matemático; y 3) la interacción directa con el entorno lúdico desencadenó emociones positivas sobre el proceso de aprendizaje de la CMA.

En segundo lugar, podemos afirmar que desde la resolución cooperativa de las S-P de la EF el alumnado, ante la necesidad de resolver la S-P, implementó acciones por las cuales trasladó las variables del problema al mundo matemático y utilizó sus conocimientos matemáticos para resolverlo. Por tanto, podemos decir que, a través de las estrategias de aprendizaje cognitivas, motrices, volitivas y cooperativas, desarrolló habilidades matemáticas competenciales relativas tanto a la matematización horizontal como la vertical.

En tercer lugar, creemos interesante destacar que las estrategias motrices que el alumnado desarrolló durante el proceso de resolución de la S-P le permitieron utilizar y percibir todos los contenidos matemáticos curriculares. Con ello, valoramos que se favoreció su percepción, comprensión y también su aprendizaje. Ahora bien, se enfatizó el uso de forma generalizada, como en otros estudios e investigaciones, los relativos al espacio, la forma y la medida. Sin embargo, entendemos que nuestros resultados confirman que desde las estrategias motrices también es posible fomentar el conocimiento de los contenidos relacionados con la numeración y el cálculo, las relaciones y el cambio y la estadística y el azar. El análisis detallado de resultados nos permitió identificar un dato significativo a resaltar. Los contenidos actitudinales como la autonomía, el rigor, el esfuerzo y la reflexión se implementaron de forma relevante durante la actividad motriz en aquellas tareas relacionadas con la medida, contrariamente a los datos procedimentales y conceptuales, donde destacaron los

relativos al espacio y la forma. Esto nos dio a entender que en el trabajo de los contenidos vinculados con la medida las acciones motrices requerían de más curiosidad, equidad, rigor, atención, esfuerzo, reflexión y autonomía, actitudes no tan relevantes en el trabajo del resto de contenidos.

En cuarto lugar, comprobamos que el alumnado durante las situaciones para elaborar el plan de acción, el que les permitía avanzar en la resolución de la S-P, generó procesos de construcción colaborativa del conocimiento matemático a través de estrategias cooperativas. En este caso, pudimos identificar que las alumnas alcanzaban diferentes niveles sucesivos en la elaboración compartida de la solución y, por ende, del conocimiento. Estos niveles los definimos en cuatro fases: la fase 1, la inicial, donde escogían simplemente una propuesta de una alumna; la fase 2, de debate, en la que compartían y ampliaban las ideas y, de todas ellas, escogían una opción; la fase 3, de pacto, en la que justificaban las opciones propuestas y elegían una; y la fase 4, de co-construcción, que, ante la exposición, ampliación, justificación y el análisis de las opciones, elaboraban conjuntamente una propuesta para resolver el problema. Ahora bien, profundizando en los resultados pudimos extraer las siguientes conclusiones:

- Confirmamos que el trabajo cooperativo en pequeños grupos para buscar y elaborar las vías de solución de un problema matemático del contexto de la EF, resultó adecuado para la construcción compartida de conocimientos matemáticos. Ya que el alumnado, a medida que negociaba y pactaba las posibles acciones de resolución, compartía ideas (significados) y estrategias (conocimientos) relacionadas con las variables matemáticas de la situación. Además, las alumnas, alcanzaron niveles altos de convergencia y comprensión sobre los contenidos y significados matemáticos del problema, hecho que confirmamos en el análisis de las SiE-A de elaboración grupal, donde se identificaron fases de alta complejidad sociocognitiva en más de la mitad de las actividades analizadas.
- Sin embargo, también se dieron actividades donde el alumnado tan sólo alcanzó la fase inicial o de debate. Las razones de este bajo nivel las atribuimos

a dos aspectos: el primero, a que las alumnas de forma rápida y generalizada posicionaron en el contenido correcto del problema, y el segundo, a que, ante el desconocimiento, la vergüenza, la inseguridad o la desganancia, el alumnado no se implicó en las acciones de pacto ni de co-construcción. En este sentido, recordamos que el factor al que achacamos esta escasa participación, fue el hecho de desarrollar las actividades directamente con el grupo-clase, aspecto que afectó negativamente la participación dinámica de todo el alumnado por igual, mermando, con ello, el desarrollo colaborativo del conocimiento.

- Un dato interesante a destacar es que comprobamos que, tras el juego o la acción práctica, el alumnado siempre alcanzó fases altas, de pacto y co-construcción en la construcción colaborativa del conocimiento. Entendemos que la actividad motriz, vivencial, manipulativa o práctica les ayudó a percibir y comprender mejor las variables matemáticas que condicionaban el problema, capacitándolas, con ello, de conocimientos para compartir ideas, reflexionar y analizar mejor el problema. La consecuencia visible fue que disponían de más recursos cognitivos para cooperar y elaborar una acción más ajustada.

En quinto lugar, comprobamos cómo las estrategias volitivas desempeñadas por el discente durante el proceso de resolución de las diferentes S-P, fueron un mecanismo significativo para el desarrollo de procesos de construcción de conocimiento entorno a la CMa. Los resultados nos permiten afirmar que:

- El alumnado desarrolló estrategias de atención sobre las actividades, los contenidos y los procesos de aprendizaje en niveles altos y generalizados en la mayoría de las sesiones de la intervención. Sin embargo, destacaron las estrategias de atención durante la presentación de la S-P, entendemos que se debió por el interés que despertaba conocer la temática del proyecto. Por otra parte, también resaltó la alta atención generalizada durante la fase de reflexión y organización del proceso de elaboración, que lo atribuimos al hecho de que estas actividades se desarrollaban en el aula, entorno que facilita la atención sostenida. En cambio, descendió, parcialmente, en la parte de las S-P que

desarrollaba el plan de acción, donde el entorno y las dinámicas de trabajo cooperativas y activas desencadenaban momentos de atención baja o parcial del grupo.

- El alumnado se mostró de forma generalizada muy motivado e interesado en todas las actividades de la S-P y, de forma muy destacada, durante las actividades que desarrollaban el plan de acción. Es decir, en la fase más procedimental, práctica, vivencial, lúdica y motriz. Entendemos, con ello, que estas actividades les resultaron de su agrado y se sintieron cómodas y confiadas realizándolas.
- El alumnado desarrolló estrategias de participación en niveles altos y generalizados durante toda la intervención. No obstante, mayormente se implicó mucho más en el seguimiento práctico del proceso de resolución de la S-P, ya que en la fase de reflexión y organización la participación del grupo-clase fue parcial o baja en diversas sesiones de la intervención. Esto nos hace pensar, que el alto nivel de participación registrado durante las actividades más procedimentales, prácticas o lúdico-motrices, provocó una actitud abierta hacia el proceso, el conocimiento, el placer de aprender, descubrir, crear y cooperar, mejorando, con ello, la significatividad del proceso de E-A.
- Por último, el alumnado desarrolló estrategias de autonomía alta y generalizada de forma muy notable durante el desarrollo del plan de acción. Este hecho nos hizo entender que en esta edad el dominio de las capacidades metacognitivas sobre las habilidades matemáticas es mayor sobre las estrategias procedimentales o prácticas. De forma inversa, comprobamos que en la parte de la S-P relacionada con la reflexión y organización del proceso de resolución, el grupo-clase demostró una autonomía más baja y extendida entre el alumnado, necesitando con más frecuencia la mediación de la profesora para desarrollar las actividades que precisaban el análisis, la reflexión, la exposición de ideas o estrategias, la justificación y la toma de decisiones. Acciones en las que debían implementar, de forma específica, las estrategias cognitivas

relacionadas con los conocimientos conceptuales y declarativos. Esta idea también se vio reflejada de alguna manera en los resultados de las rúbricas. Al analizar los descriptores relacionados con las dimensiones pensar y razonar matemáticamente, o los referentes a la modelización y resolución de problemas que identifican las variables del problema con el mundo matemático, nos encontramos que en la S-P2 *Creadoras de juego*, los niveles de desempeño que más sobresalieron en dichos descriptores, fueron los medios y, en alguna ocasión, los bajos. Lo cual promovió que la profesora tuviera que reconducir las ideas incorrectas o desajustadas.

Finalmente, en sexto lugar, expondremos las conclusiones relacionadas con el mecanismo de aprendizaje que representa el hecho de situar el conocimiento matemático en el contexto de la EF e intentar implementarlo a través de la resolución de una S-P. Los resultados nos mostraron que debido a las características del entorno donde se situó el proceso de E-A, un contexto real, multiexperiencial, social y lúdico, junto con la metodología de enseñanza utilizada, los contextos de la EF se podrían considerar una herramienta más en el proceso de aprendizaje de la CMA por varios motivos:

- El alumnado estuvo emocionalmente implicado e involucrado en todo el proceso de resolución de la S-P y, por tanto, también en el de aprendizaje matemático, aspecto que corroboramos desde otros resultados.
- Las S-P representan entornos reales y auténticos donde las alumnas pudieron situar su conocimiento matemático.
- Interactuando desde las diferentes situaciones en los entornos de juego, actividad física o deporte el alumnado pudo: 1) percibir y analizar la situación o la acción de juego desde el mundo matemático; 2) comprender y dar sentido a la actividad lúdica desde el ámbito matemático; 3) situar de manera implícita su conocimiento matemático en las situaciones de juego, de interacción con los materiales y con las compañeras. Esto no sólo permitió desempeñarse a nivel competencial, sino también activar los mecanismos de aprendizaje de otras

compañeras o en ellas mismas; 4) percibir el uso práctico y real de los materiales matemáticos, y con ello, vincular el contenido matemático a la acción y a los materiales; 5) desencadenar y crear nuevas situaciones donde implementar o aprender nuevas habilidades matemáticas; y 6) imaginar, reflexionar, analizar, elaborar y planificar sobre contenidos matemáticos para progresar y alcanzar la solución de la S-P.

Sintetizamos nuestras conclusiones afirmando que durante el proceso de resolución de la S-P en el entorno de la EF se generó una comunidad práctica que permitió al alumnado percibir y contextualizar el contenido matemático en su entorno de uso; visualizar las características y la utilidad del contenido en ese entorno; dar sentido y relevancia al conocimiento matemático utilizado las acciones cognitivas, cooperativas y motrices; y encontrar el significado funcional y real del aprendizaje matemático. Consecuentemente la EF se puede considerar una herramienta de mediación en la construcción colaborativa de conocimiento entorno a la CMa.

8.1.3. Con respecto a la consecución del objetivo específico 3

Este objetivo se definió del siguiente modo:

Objetivo 3: *Identificar y describir los mecanismos de ayuda educativa ejercidos por la profesora durante el desarrollo de las S-P.*

Este objetivo buscaba la comprensión de la influencia ejercida por la profesora en los procesos de construcción colaborativa de conocimiento entre discentes durante la resolución de las S-P. Los resultados nos permiten reconocer que, a través de la actividad conjunta y gracias a la interacción con las alumnas, la profesora desarrolló distintos mecanismos de influencia educativa con el fin de facilitar el proceso de resolución, favoreciendo, con ello, la construcción colaborativa de conocimiento entorno a las habilidades de la CMa. Ahora bien, además de identificar y definir las diferentes acciones desplegadas por la profesora, pudimos comprobar que aparecían de forma variada según los momentos y el objetivo formativo de la actividad compartida.

En tal caso, el papel de mediación ejercido por la docente en el marco de nuestro recurso educativo queda definido por los mecanismos de ayuda que se dieron a dos niveles: los referentes a la organización de las actividades de enseñanza y los relativos a las actividades de desarrollo del aprendizaje.

- En lo que respecta a los mecanismos ejercidos para organizar las actividades de enseñanza nos encontramos que la profesora desarrolló dos acciones.

Por una parte, realizó acciones de asignación siempre que debía dar a conocer una tarea planificada en el recurso educativo. En tal caso, planteaba a las alumnas las condiciones sobre la formación de los grupos; exponía las instrucciones que marcaban las dinámicas de interacción, si lo requerían; y explicaba el objetivo de la actividad. Estas pautas organizaban y estructuraban el trabajo del alumnado sobre las actividades guía diseñadas en la S-P, dejándoles un amplio margen de decisión entorno a la planificación de las actividades de resolución del problema y la gestión de su desarrollo. En el total de las SD estudiadas tan solo se encontró este dispositivo de ayuda en las SiE-A de presentación de tareas facilitadoras y en algunas SiE-A de juego. Lo cual confirma que la profesora ejerció un papel controlador siempre que buscaba la máxima participación del alumnado sobre las actividades guía planteadas.

Por otra parte, la profesora ofreció pautas para la organización de las actividades de enseñanza desarrolladas por el grupo-clase cuando se requería de la distribución y coordinación de los espacios, los materiales y el tiempo. Este rol de gestora apareció en todas las SiE-A menos en las de carácter individual y en las que se desarrollaba la corrección. Ahora bien, la profesora no organizó ni pautó, en ningún caso, las tareas ni el trabajo de los grupos. Y esto se debe a que la profesora cedió y traspasó el control y la responsabilidad del proceso de resolución de la S-P, y con ello, el proceso de E-A, a las alumnas.

- En cuanto a los mecanismos de ayuda y apoyo al aprendizaje, la profesora desarrolló dos acciones.

Por un lado, la profesora motivó al alumnado durante todo el proceso de resolución, ya que aparece en cada SiE-A. Sus acciones se centraron en: potenciar la participación activa, animar a reconsiderar errores, reforzar acciones correctas con *feed-backs* positivos y aconsejar la reorganización de encargos o acuerdos en caso de conflictos o problemas dentro del grupo.

Por otro lado, la profesora guio y reguló las actividades que desarrollaban los procesos de construcción de conocimiento matemático durante todas las SiE-A menos en la presentación de la S-P, en la que el alumnado no ejercía ninguna acción. Respecto a estas acciones la profesora: orientó las ideas o las propuestas de las alumnas que no se ajustaban a la lógica matemática que precisaba la situación; supervisó la correcta ejecución de procedimientos matemáticos; dio directrices para la concreta ejecución en algún procedimiento matemático, favoreciendo así, la comprensión y el conocimiento del contenido; y planteó estrategias para superar problemas o conflictos derivados del trabajo cooperativo.

En síntesis, podemos decir que el rol de la profesora y sus acciones de mediación en nuestro RD estuvieron condicionadas: 1) al diseño de las actividades y, por tanto, a las necesidades de cada una de las fases de la S-P; 2) a los múltiples factores derivados de la acción conjunta generada tanto por la interacción entre discentes, como la desarrollada entre docente y discente; y 3) al objetivo instruccional que precisara la situación concreta de interacción. Por ejemplo: asignar y trasladar el control y la gestión de las actividades al grupo; organizar al grupo-clase; motivar acciones, pensamientos o actitudes; o guiar y regular el proceso de resolución para favorecer, por una parte, la participación activa y generalizada en el grupo y, por otra parte, el desempeño acertado y correcto de las acciones, en tal caso, generar conocimientos correctos.

Estos resultados pueden ser interesantes dado que muestran con claridad las pautas que definen los mecanismos de influencia educativa ejercidos por la profesora. Por tanto, con esta información el docente puede gestionar las ayudas de forma eficiente

para que el recurso educativo y el proceso de desarrollo de la CMa resulte lo más eficiente y significativo posible para el alumnado.

La conclusión a la que llegamos es que el papel que desempeña el docente durante la acción práctica para el desarrollo de la CMa desde la EF es, de manera generalizada, de motivador, guía, regulador y mediador y, de forma puntual, en determinados momentos de la SD, de organizador, gestor y controlador.

8.1.4. Con respecto a la consecución del objetivo específico 4

Este objetivo se definió del siguiente modo:

Objetivo 4: *Reconocer los aprendizajes adquiridos a través del RD de la EF en relación a la CMa.*

La finalidad de este objetivo fue reconocer los resultados educativos promovidos desde la implementación de nuestro RD. En este sentido, por un lado, desarrollamos la valoración del aprendizaje competencial en base al nivel de desempeño matemático alcanzado por el alumnado y, por otro lado, al cambio de percepción que se desencadenó en el discente sobre las conexiones entre la EF y las matemáticas. Ahora bien, el cómputo general de los resultados obtenidos confirma la adquisición de aprendizaje desde múltiples evidencias:

- Durante los procesos de resolución de la totalidad de las S-P comprobamos que el alumnado desarrolló las habilidades matemáticas planificadas en la programación didáctica. Por tanto, confirmamos haber alcanzado el objetivo planteado en el RD: *Desarrollar habilidades específicas de la CMa a través de la resolución en grupo de diferentes S-P generadas y presentadas en el contexto de la EF.*
- Por otra parte, los datos referentes a las rúbricas de evaluación nos permiten confirmar que las acciones desarrolladas por el alumnado para resolver la S-P

desencadenaron el desempeño de habilidades matemáticas implementadas en niveles medios y altos de complejidad. A través de estas evidencias valoramos que las habilidades matemáticas competenciales se ejecutaron con corrección y eficacia. Por tanto, el discente trabajó y desarrolló la CMa desde los contextos propios de la EF implementando los procesos de matematización.

- Las entrevistas con las estudiantes nos confirmaron que las alumnas habían tomado conciencia de los aprendizajes adquiridos durante las S-P. Al finalizar las SD, y una vez realizado el meta-análisis sobre lo trabajado y aprendido en cada proyecto, el alumnado reflexionó, identificó, recordó, evocó y comunicó el contenido matemático utilizado y el que creía haber aprendido durante la resolución de cada S-P. Consideramos que en el total de las exposiciones los contenidos y los aprendizajes planteados fueron concretos, acertados y ajustados a lo planificado en el RD. Ahora bien, también se dieron algunos casos en los que las alumnas por vergüenza, falta de confianza o desconocimiento, no explicaban los contenidos aprendidos y se limitaban a reconocer los aspectos que más les habían gustado del proyecto.
- Otro aspecto que nos confirmó la adquisición de competencia en el alumnado fue el hecho de que un grupo de alumnas reprodujeran la S-P1 *La búsqueda del tesoro*, para organizar el juego a sus familiares. De esta manera, podemos entender que las alumnas interiorizaron y adquirieron las habilidades matemáticas, y las propias de la EF, relacionadas con el análisis, la invención, la imaginación, la planificación y el diseño de la actividad. Además, utilizaron el conocimiento adquirido en un entorno de la vida real de forma autónoma, durante su tiempo libre y con una finalidad social.
- El desarrollo de la CMa también se corroboró al mostrar claras evidencias que, finalizada la intervención, el alumnado reconoció de forma generalizada los vínculos entre la EF y las matemáticas. Su visión sobre si creían que en la EF se utilizaban las matemáticas pasó de considerar, mayoritariamente, las opciones de nada o muy poco, antes de iniciarse el proyecto *Acti-Mates*, a reconocer que

las matemáticas se utilizaban a menudo o mucho, una vez concluido. Este aspecto, nos permite afirmar que el alumnado cambió de percepción durante el transcurso de la intervención didáctica. Estimamos, con ello, que llegaron a identificar el papel que tenían las matemáticas en los contextos propios de la EF. Además, los comentarios esporádicos que surgieron durante la valoración del proyecto *Acti-Mates* nos confirman que, a través del RD, el alumnado pudo descubrir lo relevante que resultan las matemáticas en la vida real.

- Hemos cotejado el aprendizaje adquirido a través de nuestro RD con la percepción que tuvieron las profesoras de Matemáticas sobre las alumnas. En este caso, los resultados obtenidos nos permiten llegar a tres conclusiones. La primera es que las alumnas transfirieron con cierto dominio las habilidades relacionadas con el contenido de la medida. En este caso, las profesoras reconocieron haber notado que utilizaban el metro y la regla con habilidad. La segunda conclusión es que las estudiantes cambiaron de actitud a la hora de afrontar nuevos contenidos. Las profesoras pudieron observar que se mostraron más optimistas, receptivas e interesadas en los temas relacionados con la medida, el espacio y la forma, superando, en el caso de las alumnas de 4ºA, la “psicopatía de las Matemáticas”. Y la tercera es que, a través del trabajo cooperativo que les permitía resolver de las S-P, las alumnas adquirieron habilidades sociales que las capacitaba para desarrollar metodologías activas en la asignatura de Matemáticas. La profesora de la clase de 4ºC percibió que las alumnas durante las dinámicas de trabajo se posicionaban más rápido sobre el contenido correcto y gestionaban con eficacia el tiempo para llegar al contenido final del problema.

Desde nuestro punto de vista, y en consonancia con los resultados obtenidos, podemos estimar que trabajar los contenidos matemáticos de manera vivencial, experiencial, lúdica y social, promoviendo el uso de habilidades matemáticas competenciales desde S-P de la EF, favoreció el desarrollo y la adquisición de la CMa. Consecuentemente, confirmaríamos así, que desde las S-P de la EF se llegó a impulsar la alfabetización matemática del alumnado de 4º de Primaria, ya que el alumnado: identificó el papel de

las matemáticas en ámbitos sociales, culturales y naturales del contexto de la EF; utilizó con naturalidad y eficacia las matemáticas de forma reflexiva y variada; encontró las conexiones entre las matemáticas y la EF; y usó las matemáticas de forma funcional y comprometida a lo largo de todo el curso, aplicándolas críticamente para resolver problemas o situaciones propias de su entorno.

Una vez valorados los cuatro objetivos específicos de la investigación, tan solo restaría aportar los indicios que nos permitan argumentar la consecución del objetivo general de la tesis:

Constatar de qué modo y en qué grado el recurso didáctico diseñado en el marco de la Educación Física de 4º de Primaria impulsa la construcción colaborativa de conocimiento entorno a la Competencia Matemática.

Con ello, estaríamos capacitados para validar la hipótesis que originó esta investigación:

Los contextos propios de la Educación Física de Primaria, ¿son espacios significativos para impulsar la alfabetización matemática a través del trabajo en grupo?

Dado que el motivo que promovió esta tesis doctoral fue el adaptarnos al nuevo marco competencial diseñando un programa para trabajar y desarrollar la CMA desde la EF, es el momento de comprobar si hemos conseguido crear un RD realmente pertinente y significativo para este fin. En este sentido, con el propósito de la verificación de objetivo general de nuestra investigación, expondremos las conclusiones en base a dos ideas. Por una parte, se describirán los aspectos que permiten concretar cómo se desempeñó la CMA desde nuestro RD, es decir, los requisitos didácticos, los planteamientos metodológicos y los mecanismos de mediación que generaron la construcción de conocimiento. Y, por otra parte, se mostrarán los resultados del aprendizaje que manifiesten el grado en el que se promovió la instrucción del alumnado.

8.2. Conclusiones relativas a cómo se desempeñó la Competencia Matemática desde el recurso didáctico

De entrada, el RD fue diseñado en un contexto escolar que facilitó su diseño e implementación. De hecho, el equipo directivo apoyó el proyecto consolidándolo dentro del marco curricular de la escuela desde sus inicios hasta la actualidad. Entendemos, con ello, que resultó efectivo y satisfactorio para el desarrollo la CMA del alumnado de 4º de Primaria.

Por otra parte, el profesorado de Matemáticas colaboró con el seguimiento de los proyectos y, aunque no cooperó en su desarrollo, dieron al centro una valoración positiva sobre el aprendizaje matemático que promovía el RD en las alumnas.

Durante el análisis de los resultados, comprobamos que el programa didáctico fue pertinente por tres razones: 1) Los objetivos planificados desarrollaron habilidades matemáticas competenciales en situaciones reales cercanas a los intereses de las alumnas. Además, gracias a ellos, se llegaron a desempeñar todas las dimensiones de la CMA, especialmente la modelización y resolución de problemas. 2) Se utilizaron todos los contenidos matemáticos curriculares de forma competencial (activa, manipulativa, aplicada, vivencial, práctica, reflexiva, crítica, significativa, relevante y funcional). Y 3) la metodología planificada permitió a las alumnas autogestionarse para desarrollar los pasos que estructuran la resolución de un problema matemático en grupo.

En el caso del diseño del recurso educativo, corroboramos que fue adecuado, ya que durante la práctica se promovió la construcción colaborativa de conocimiento en relación a las habilidades matemáticas competenciales a través de mecanismos y procesos generados desde la interacción entre alumnas, con la profesora y con el entorno. Respecto a estos mecanismos y procesos destacamos los siguientes:

- Las once formas con las que las participantes organizaron la acción conjunta (SiE-A) para resolver las S-P originaron situaciones tanto de enseñanza como de aprendizaje, originando un valor instruccional específico sobre el desarrollo de la CMA de las alumnas.

- Los mecanismos de construcción de conocimiento desencadenados de la interacción durante la elaboración del plan de acción son las conversaciones exploratorias sobre el problema matemático, el análisis de ideas o estrategias, la reflexión y el debate sobre propuestas divergentes, la voluntad de avanzar, el co-razonamiento y la co-construcción convergente de ideas o estrategias de resolución. En este sentido, podríamos decir que en las actividades analizadas se generaron procesos de matematización horizontal cooperativa. Las alumnas alcanzaron procesos de complejidad sociocognitiva creciente sobre habilidades matemáticas competenciales relacionadas con: pensar y razonar matemáticamente e identificar las variables del problema que lo vinculaban con el mundo matemático.
- Por otra parte, los mecanismos de construcción de conocimiento desencadenados de la interacción durante el desarrollo del plan de acción fueron los relacionados con la implementación de las habilidades matemáticas competenciales más procedimentales. En este caso, el total de las actividades ejecutadas desencadenaron la matematización vertical. En ellas el alumnado desempeñó estrategias cognitivas, volitivas, cooperativas y motrices en las que las habilidades matemáticas implementadas alcanzaron niveles de desempeño de corrección y dominio. Conviene aclarar, que durante esta interacción las estrategias cooperativas identificadas fueron acciones de seguimiento, de control, de ayuda, de comprobación, co-evaluación y de corrección por el resto de compañeras. Dicha ayuda se ha podido considerar un mecanismo más sobre el aprendizaje matemático, ya que generó y consolidó conocimientos.
- De forma general, la mediación ejercida por la profesora para promover los mecanismos de aprendizaje de las alumnas se centró, por un lado, en gestionar y organizar el proceso de enseñanza para traspasar a las alumnas el control y la responsabilidad del proceso de resolución. Y, además, la docente dinamizó al grupo-clase con la finalidad de sacar el máximo rendimiento a las sesiones. Por otro lado, también motivó, guio y reguló el proceso de aprendizaje procurando que las decisiones y las acciones resultaran adecuadas y correctas favoreciendo,

constantemente, que el alumnado fuera el verdadero promotor y responsable del proceso de construcción del conocimiento matemático.

- La interacción del alumnado con los contextos de la EF generó mecanismos y procesos de aprendizaje a varios niveles: en primer lugar, las temáticas de las S-P contextualizadas en ámbitos lúdicos de la EF junto a la metodología promovieron los procesos auxiliares de aprendizaje: captaron un alto nivel de interés y atención; activaron la creatividad, la evocación, el recuerdo y la transferencia de contenidos matemáticos; generaron una buena predisposición e implicación sobre los proyectos; y fomentaron la motivación, la participación y la autonomía durante el trabajo, sobre todo en las actividades procedimentales y lúdicas. Cabe destacar, que las alumnas sintieron las S-P como situaciones reales y auténticas. Y en segundo lugar, durante el desarrollo del proceso de resolución, las alumnas situaron e implementaron en el contexto real de uso sus conocimientos matemáticos a través de las estrategias cognitivas, cooperativas, volitivas y motrices. El hecho de evocar y transferir sus habilidades matemáticas para analizar, entender y solucionar una S-P a través del mundo matemático permitió percibir el uso práctico y aplicativo de sus conocimientos matemáticos. Con ello, pudieron apreciar de forma significativa los vínculos entre el contenido, los materiales y el aprendizaje matemático y las acciones donde se utiliza realmente.

8.3. Conclusiones relativas al grado de influencia del recurso didáctico en la construcción de conocimientos entorno a la Competencia Matemática del alumnado

Hemos podido reconocer que durante la resolución de las S-P la construcción del conocimiento del alumnado se desarrolló a través de varias perspectivas:

- La evaluación de la CMA demuestra que se desempeñaron habilidades matemáticas competenciales con corrección y dominio, sobre todo en aquellas actividades más prácticas y procedimentales. Además, las alumnas fueron capaces de explicar los

contenidos matemáticos que ellas creían haber aprendido durante la resolución de las S-P, ajustándose certeramente a lo planificado en el RD.

- Por otra parte, un dato que nos confirma el nivel competencial adquirido desde la intervención fue el hecho de que diferentes alumnas fueron capaces de reproducir de forma autónoma el juego de la búsqueda del tesoro en su entorno familiar durante su tiempo libre y con una finalidad social. Es decir, desempeñaron sus conocimientos competenciales matemáticos, y los propios de la EF, en una situación de la vida real: aspecto fundamental que denota competencia y alfabetización.
- El alumnado, finalizada la intervención, llegó a reconocer el papel de las matemáticas en la EF valorando la relevancia que tienen en los juegos, las actividades físicas y en los deportes.
- Las profesoras de Matemáticas nos confirmaron que habían percibido en el alumnado tres aspectos: 1) la utilización con cierto dominio de los contenidos relacionados con la medida; 2) actitudes más abiertas, receptivas e interesadas sobre los temas nuevos relacionados con los contenidos del espacio, la forma y la medida (precisamente los más trabajados en el recurso educativo); y 3) habilidades cooperativas que las capacitaban tanto para posicionarse rápidamente sobre el contenido correcto del problema como para gestionar con eficacia el tiempo de resolución.
- Desde la perspectiva externa del profesorado de Matemáticas se valoró que el proyecto *Acti-Mates* ayudaba al alumnado a percibir, vivenciar y experimentar la verdadera funcionalidad de las matemáticas. Reconocieron que el trabajo de los contenidos matemáticos desde el juego y la acción motriz capacitaba a las alumnas con una base experiencial de conocimientos matemáticos que facilitaba la adquisición de los contenidos más abstractos. Cabe recordar que este hecho lo pudimos corroborar con los resultados obtenidos en las fases alcanzadas en la construcción colaborativa del conocimiento durante las SiE-A de elaboración grupal. En estas, las alumnas llegaron a fases altas de debate y de co-construcción una vez

desarrolladas sesiones en las que habían situado sus conocimientos matemáticos en actividades lúdico-motrices.

Con este estudio hemos podido evidenciar que la utilización de los contextos de la EF para el trabajo y el desarrollo de la CMa se pueden enfocar desde tres líneas de intervención didáctica diferentes:

1. La EF debe desarrollar la CMa que precisan los entornos de E-A de la asignatura. Es necesario tener unos conocimientos y unas habilidades matemáticas específicas para resolver las situaciones o los problemas motrices que surgen en los deportes, en los juegos o durante la práctica de la actividad física. Es decir, es imprescindible ser matemáticamente competente para desempeñarse en los ámbitos físico-motrices de la EF.
2. El aprendizaje de las habilidades y contenidos matemáticos competenciales requiere de la experimentación y la vivenciación motriz. En este caso, la acción motriz se puede considerar una estrategia más del aprendizaje matemático competencial.
3. La EF se desarrolla en contextos reales cercanos a los intereses del infante, donde sitúa fácilmente el conocimiento matemático. Por tanto, los diferentes ámbitos de la materia pueden ser considerados entornos muy significativos para crear S-P que promuevan el desempeño de las habilidades matemáticas competenciales de los estudiantes.

A continuación, la figura 34 muestra de forma esquemática las tres líneas de intervención didáctica por las cuales se justifica la necesidad de trabajar y desarrollar la CMa a través desde la EF. No obstante, desde nuestro punto de vista, creemos que deberían ser consideradas perspectivas pedagógicas para la reflexión de la comunidad educativa, dado que plantean enfoques de E-A innovadores para promover el desempeño de la CMa desde el marco curricular.

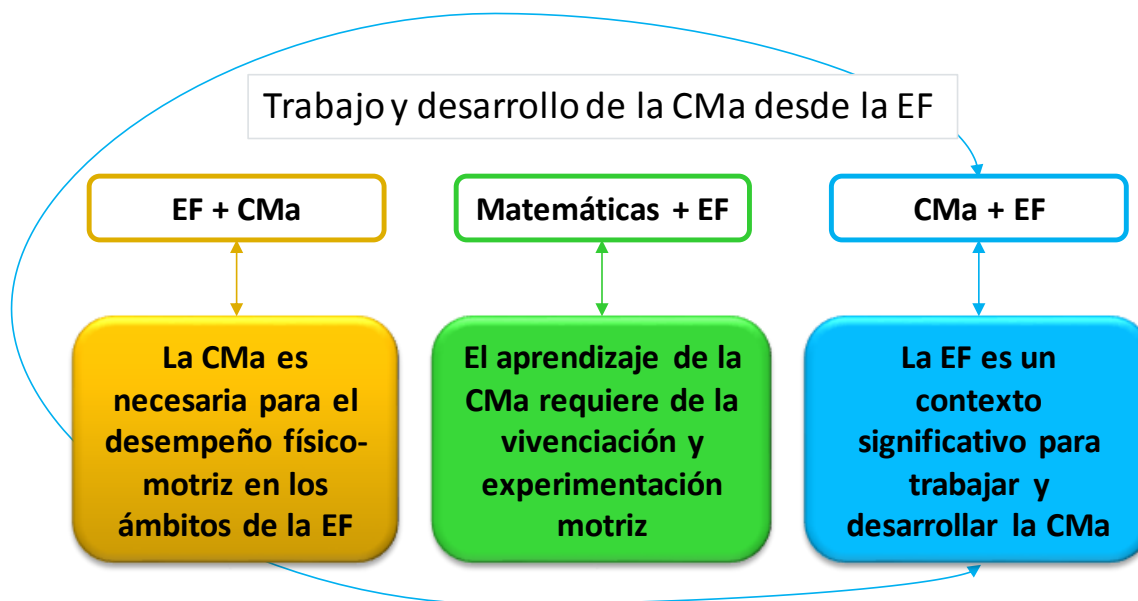


Figura 34. Líneas de intervención didáctica encaminadas al trabajo y al desarrollo de la CMA desde la EF

La conclusión principal que se puede extraer de estas evidencias es que fuimos capaces de diseñar un RD adecuado y pertinente para el trabajo y el desarrollo de la CMA desde los contextos propios del área de EF. Esto, lo atribuimos a que se impulsaron de forma significativa en el alumnado procesos de construcción colaborativa de conocimiento en relación a las dimensiones matemáticas competenciales. Un aspecto diferencial de nuestros resultados es que el aprendizaje se generó de forma conjunta y combinada a través del desempeño de estrategias, tanto cognitivas y colaborativas como volitivas y motrices, entendiendo que estas últimas tuvieron una influencia trascendental, positiva y motivante en el desarrollo de todo el proceso de E-A competencial. Además, el desempeño de la CMA se consiguió gracias a una intervención didáctica que duró todo el curso escolar. En ella, el discente fue capaz de implementar gran variedad de habilidades matemáticas de forma natural, funcional, eficaz, crítica y comprometida desde los ámbitos sociales, culturales y personales de nuestra materia.

Consecuentemente, podríamos confirmar que los contextos propios de la EF de Primaria son espacios significativos para impulsar la alfabetización matemática a través del trabajo en grupo.

La investigación presentada ha procurado la descripción detallada del conocimiento que se desprende de nuestro estudio de tesis doctoral. La información expuesta se podría

considerar como las bases teóricas de un nuevo plan didáctico del que se puedan beneficiar la comunidad educativa, profesorado especialista de EF y de Matemáticas, o aquellos docentes que desarrollen sus prácticas educativas a través de proyectos.

Del mismo modo que somos conscientes de los logros alcanzados con nuestra intervención educativa, no nos olvidaremos de redactar el análisis crítico y reflexivo que implica toda investigación. Por este motivo, dedicaremos el siguiente capítulo a comentar algunos problemas y limitaciones susceptibles de mejora.

8.4. Limitaciones del estudio

Desglosaremos las limitaciones y problemas encontrados durante la intervención del estudio en cuatro bloques: 1) los derivados de la falta de tiempo; 2) los referentes a la organización de los grupos; 3) los que resultaron de la planificación didáctica; y 4) los que se generaron por la combinación de las funciones de profesora-investigadora.

Respecto a la falta de tiempo, detectamos que durante el desarrollo de las SD algunas actividades requerían de más tiempo del previsto, sobre todo las actividades en las que los grupos debían de ponerse de acuerdo para elaborar el plan de acción o para ejecutar las actividades o juegos pactados. En ocasiones las dinámicas de trabajo cooperativo eran muy lentas o ineficaces, y se superaban los 15 o 20 minutos del módulo destinado al proyecto. Por tanto, las actividades se quedaban inacabadas, hecho que desencadenaba efectos negativos para el proceso de resolución de la S-P y, en consecuencia, el de E-A. Se perdían las dinámicas de pensamiento, se olvidaban las propuestas y reflexiones realizadas durante los debates, se perdía el ritmo de trabajo y, todo eso, traía consigo actitudes de confusión y desánimo. Aunque este problema se solucionó unificando en una sesión el módulo de 20 minutos y con uno de EF en las clases de 4º A y 4ºB, con 4º C no fue posible. En este caso, una vez expuesto el problema al equipo directivo del centro, este no pudo reorganizar los horarios, y como mencionamos en diversas ocasiones, resultó una barrera para organizar las actividades y sesiones de esta clase. En base a estos problemas, creemos necesario que para la

implementación de este tipo de proyectos se precise de módulos de una hora. Así, el alumnado podrá trabajar distendido desarrollando todas las partes que precisa el proceso de aprendizaje competencial de forma significativa, sobre todo aquellas dinámicas que precisan las metodologías cooperativas. Porque, confirmando las palabras de Perrenoud (2008), hemos podido comprobar que si se desea desarrollar competencias se necesita *tiempo*.

Desde nuestro punto de vista, la falta de tiempo también limitó la parte más creativa y experimental de los proyectos. En ocasiones, el alumnado planteaba actividades o tareas incorrectas o poco eficaces para solucionar el problema. En estas situaciones la profesora, con el objetivo de avanzar con un ritmo adecuado, orientaba el pensamiento del grupo para que este considerara las ideas más lógicas y ajustadas. Entendemos que estas acciones de mediación frustraron la posibilidad de vivenciar el aprendizaje desde el ensayo-error, que también hubiera podido ser una estrategia significativa para percibir y comprender los contenidos matemáticos utilizados.

La organización de los grupos en el espacio durante las diferentes fases del desarrollo de la S-P generó diferentes problemas. Por una parte, en el aula, separadas individualmente o en parejas mirando hacia la pizarra, limitó la organización de las actividades cooperativas, ya que se perdía tiempo en la distribución de las alumnas y en el desplazamiento de las mesas y las sillas. Y, por otra parte, la dispersión de los grupos por el espacio del patio o del gimnasio condicionó el seguimiento y el apoyo de la profesora. A pesar de ello, y valorando los resultados, quedó demostrado que en estas actividades los grupos disponían de un nivel de autonomía destacado sobre las habilidades a desempeñar.

Debemos comentar que a la hora de planificar los contenidos matemáticos en base a los trabajados en 3º de Primaria se hizo una valoración inadecuada. Y, sin ser conscientes de ello, se requirió al alumnado un dominio inexistente del uso de determinados procedimientos o conceptos matemáticos que, ocasionalmente, no estaban adquiridos del todo. En tal caso, se tuvieron que explicar para refrescar conocimientos o según el alumnado o el contenido darlos a conocer.

En otro sentido, la planificación de las dinámicas cooperativas para elaborar el plan de resolución no fue del todo efectiva. Las actividades en las que de forma individual se exponían las ideas directamente al grupo-clase y este, las debatía y co-construía el plan definitivo, fueron menos eficaces en la construcción colaborativa de conocimiento que las que planificaron primero el trabajo en grupo para posteriormente debatir las propuestas con el grupo-clase. Además, creemos que resultaría muy significativo dejar más tiempo para que el alumnado conecte sus conocimientos previos con los que puede llegar a intuir que se trabajarán en el proyecto. Esto se podría promover permitiendo que libremente creen hipótesis o preguntas sobre el problema. Dicha acción facilitaría la exploración de las variables que vinculan el problema al contenido matemático ayudando así, a encontrar las posibles vías de resolución.

Por último, es preciso señalar que durante la intervención didáctica resultó complicado compaginar las funciones de docente e investigadora, y de forma muy especial en las actividades y los juegos realizados en el patio, en donde los grupos estaban dispersos en el espacio. A veces, se paraba la grabación para pasar de la supervisión de un grupo a otro, y ante el ajetreo o los problemas surgidos no se reanudaba. Valorándolo con perspectiva, somos conscientes de que hubiéramos tenido un volumen de datos relacionados con la acción motriz y vivencial mucho más amplio y significativo. En tal caso, podríamos mostrar muchas más evidencias específicas de la adquisición de conocimiento matemático desde nuestro ámbito de aprendizaje.

Respecto a las notas de campo *in situ* y las complementarias nos gustaría destacar que, aunque se intentaron describir los acontecimientos de forma precisa, el hecho de tener que desempeñar el resto de la jornada escolar limitó la narración concreta de los hechos o las ideas surgidas. Ese fue el caso, por ejemplo, de las conversaciones con la jefa de estudios o las profesoras de Matemáticas, que se daban de forma esporádica en encuentros por el colegio. Creemos que si se hubieran registrado todos los detalles se hubiera podido dar más consistencia a los resultados vinculados al contexto didáctico y a la transferencia de los aprendizajes de las alumnas a la asignatura de Matemáticas.

Una vez detalladas las limitaciones del estudio pasamos a plantear las posibles vías de investigación que pensamos podrían mejorar, ampliar y desarrollar esta propuesta.

8.5. Continuidad y prospectiva del trabajo de la investigación

Nuestra investigación abordó un estudio sobre la evaluación de un RD entorno al desarrollo de la CMA desde contextos específicos de la EF de 4º de Primaria. A través de los resultados constatamos que dicho entorno puede considerarse pertinente y significativo para el desempeño de habilidades matemáticas competenciales. Por tanto, consideramos que investigaciones como esta desafían a los supuestos subyacentes que tienen lugar en la práctica educativa competencial. Por ejemplo, el no reconocer el valor instruccional de la asignatura de EF en el desarrollo de la CMA. En este sentido, se otorgan nuevas luces sobre cómo afrontar un modelo pedagógico para impulsar los procesos de E-A de la CM, y no sólo desde nuestra materia, estimamos que también puede ser un referente didáctico para la asignatura de Matemáticas o para los docentes que desarrollan el currículum competencial a través de proyectos.

Ahora bien, somos conscientes que una investigación educativa no es una aportación definitiva a un problema o a una situación, realmente abre nuevas propuestas y preguntas que pueden llegar a ser hipótesis de futuras investigaciones. Por este motivo, concluiremos nuestro estudio explicando las posibles líneas que se han ido valorando a lo largo de este trabajo.

Una de las propuestas de ampliación y estudio, y que echamos en falta durante la investigación, sería trabajar de forma interdisciplinar con el profesorado de Matemáticas. Se podría diseñar el RD de manera conjunta, ya que así se crearían actividades matemáticas más específicas y significativas. Además, creemos que la implementación podría llegar a ser mucho más rica, ya que las situaciones de interacción derivarían a contenidos más complejos e interesantes a tratar desde la asignatura de Matemáticas. En tal caso, se estudiarían de forma global los resultados del desempeño de las habilidades matemáticas competenciales en el alumnado, aspecto

que ayudaría a entender mejor la evolución instruccional que se derivaría de las S-P, generadas y vinculadas a contextos propios de la EF.

Otra propuesta que podría dar continuidad al estudio es hacer una comparativa para analizar qué S-P fueron las más significativas para el desarrollo de la CMA. Las que contextualizaron las S-P en un entorno de juego desempeñando las habilidades competenciales de forma específica en la parte de creación, como fue el caso de la S-P2 *Creadoras de juegos*. O, por el contrario, las contextualizadas en una situación lúdico-motriz donde las competencias matemáticas se desarrollaron de forma paralela a: el juego, como la S-P1 *La búsqueda del tesoro*; la actividad física, como la S-P3 *Somos malabaristas*, en la parte del aprendizaje de los lanzamientos; o el deporte, como la S-P4 *Las pruebas atléticas*.

Sobre esta misma idea pensamos que sería muy interesante realizar un estudio específico sobre el desarrollo de la CMA a través de la resolución cooperativa de S-P centradas únicamente, en actividades motrices. Esto ampliaría los resultados de nuestra investigación referentes a la significatividad de las actividades lúdico-motrices o deportivas en el desarrollo de la CMA ayudando así, a explicar los elementos específicos que favorecen la instrucción competencial. Además, se podrían analizar los efectos específicos del desarrollo matemático competencial en la mejora del aprendizaje motriz.

Por otra parte, resultaría muy enriquecedor implementar el RD en otros centros. Con ello se podría valorar si el recurso educativo tiene los mismos resultados formativos en un alumnado y en un contexto con características diferentes a las nuestras.

Igualmente, estaría bien estudiar los efectos de un estudio similar en otras etapas educativas. Rediseñando las S-P y adaptando los contenidos matemáticos se podría llevar a cabo en Infantil, Secundaria o Bachillerato. Con ello se ampliaría la hipótesis de esta investigación corroborando, si fuera el caso, que es posible desarrollar la alfabetización matemática desde la EF en todas las etapas de la Educación Obligatoria.

En el futuro, también cabría la posibilidad de estudiar objetivamente si el programa didáctico promueve cambios en la actitud de bloqueo emocional que despierta en algún

discente el trabajo de las matemáticas desde la asignatura. Los resultados podrían explicar los elementos psico-emocionales que genera la adquisición de la CMa a través del contexto de la EF. También podría resultar apropiado comparar las manifestaciones emocionales generadas en cada actividad de las S-P, es decir, las generadas desde la EF con las producidas en las actividades textualizadas en la asignatura de Matemáticas.

Por último, reconocemos que sería muy relevante estudiar de forma analítica hasta qué punto el alumnado es capaz de transferir los contenidos matemáticos trabajados en los proyectos a los ejercicios específicos del área de Matemáticas o a las pruebas externas de la evaluación de la CMa.

BIBLIOGRAFÍA

- Aguado, L. (2005). *Emoción, afecto y motivación: un enfoque de procesos*. Madrid: Alianza.
- Albanese, V., & Perales, F. J. (2015). Microproyectos etnomatemáticos sobre la danzas folclóricas. Aprender matemáticas desde el contexto con maestros en formación. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 18, 457-472.
- Albert, M. J. (2006). *La investigación Educativa. Claves teóricas*. Madrid: McGraw-Hill.
- Alcalá, M. (2004). *Matemáticas re-creativas*. Barcelona: Graó.
- Alonso, J., & Montero, I. (2001). Orientación motivacional y estrategias motivadoras en el aprendizaje escolar. En Á. Coll, César; Palacios, Jesús; Marchesi (Ed.), *Desarrollo psicológico y educación. Vol. II. Psicología de la educación escolar* (pp. 259-283). Madrid: Alianza.
- Alsina-Català, C. (2007). Less chalk, less words, less symbols...more objects, more context, more actions. En W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp. 35-44). Springer.
- Alsina-Català, C. (2008a). Geometría y realidad. *Sigma*, 33, 165-180.
- Alsina-Català, C. (2008b). La vuelta al mundo buscando las ocho competencias. En *Competencia matemática e interpretación de la realidad* (pp. 9-22). Madrid: Secretaría General Técnica, Subdirección General de Información y Publicaciones.
- Alsina-Català, C. (2011). Modelización para formar ciudadanos. *Modelling in Science Education and Learning*, 4(0), 5-14.
- Alsina-Català, C., Burgués, C., Callejo, M. L., García-Cruz, J. A., Pérez-Gómez, R., Ruiz-Higueras, L., & Torra, M. (2008). *Competencia matemática e interpretación de la realidad*. Madrid: Secretaría General Técnica, Subdirección General de Información y Publicaciones.

- Alsina, À. (2001). Matemáticas y juego. *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 26, 111-199.
- Alsina, À. (2002). De los contenidos a las competencias numéricas en la enseñanza obligatoria. *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 29, 55-65.
- Alsina, À. (2004). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos*. Madrid: Narcea, S.A.
- Alsina, À., Callís, J., & Figueras, E. (1997). Matemáticas para vivir y conocer: un enfoque para primaria. *Aula de Innovación Educativa*, 63, 28-32.
- Alsina, À., & Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva: propuestas para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea.
- Alsina, À., & Planas, N. (2009). *Educación matemática y buenas prácticas: infantil, primaria, secundaria y educación superior*. Barcelona: Graó.
- Anderson, J., Greeno, J., Reder, L., & Simon, H. (2000). Perspectives on Learning, Thinking, and Activity. *Educational Researcher*, 29(4), 11-13.
- Anguera, M. T. (1988). *Observación en la escuela*. Barcelona : Graó.
- Astolfi, J.-P. (1999). *El «error», un medio para enseñar: Gaston Bachelard, Jean Piaget*. Sevilla: Díada.
- Ausubel, D. P. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva*. (Paidós, Ed.). Barcelona.
- Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Ausubel, D. P., & Sullivan, E. V. (1983). *El Desarrollo infantil*. Barcelona: Paidós.
- Averbach, B., & Chein, O. (2000). *Problem Solving Through Recreational Mathematics*. New York: Dover Publications.
- Aznar, P. (1992). *Constructivismo y educación*. Valencia: Tirant lo Blanch.
- Badillo, E., Edo, M., & Deulofeu, J. (2012). L'adquisició de competències matemàtiques d'alumnes de primària en contextos de jocs de taula i resolució de problemes. *Noubiaix*, 29-43.

- Balaguer, J. (2012). La educación física en las competencias instrumentales. *Educación Física y Deportes, Revista Digital*, 17.
- Barrachina, J. (2009). La programación de la educación física en base a competencias en infantil, primaria y secundaria. En D. Blázquez & E. Sebastiani (Eds.), *Enseñar por competencias en educación física* (pp. 113-138). Barcelona: Inde.
- Beard, R. (1971). *Psicología evolutiva de Piaget: una síntesis para educadores*. Buenos Aires: Kapelusz.
- Biniés, P. (2008). *Conversaciones matemáticas con Maria Antònia Canals: o cómo hacer de las matemáticas un aprendizaje apasionante*. Barcelona: Graó.
- Bishop, A. J. (1988). Aspectos sociales y culturales de la educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 6(2), 121-125.
- Bishop, A. J. (1998). El papel de los juegos en la educación matemática. *Uno*, 18, 9-19.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.
- Blázquez, D. (2009). Las competencias básicas. En *Enseñar por competencias en educación física* (pp. 63-81). Barcelona: Inde.
- Blázquez, D., & Sebastiani, E. (2009). *Enseñar por competencias en educación física*. Barcelona: Inde.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to other subjects - State, Trends and Issues in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37-68.
- Boekaerts, M. (2009). La evaluación de las competencias de autoregulación del estudiante. En *PISA como excusa. Repensar la evaluación para cambiar la enseñanza* (pp. 55-69).
- Bofferding, L., & Yigit, M. (2014). Jump as far as you can. *Teaching children mathematics*, 20(5), 282-286.
- Bolívar, A. (2008). El discurso de las competencias en España: educación

- básica y superior. *Revista de Docencia Universitaria*, 2(0), 1-23.
- Boreham, N., & Samurcay, R. (1999). Models for the Analysis of Work Competence: A Critical Review. Lahti, Finland: Paper Presented at the European Conference on Educational Research. Education-line.
- Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated Cognition and the Culture of Learning. *Educational Researcher*, 18, 32-42.
- Burgués, C. (2008). La representación de las ideas matemáticas. En *Competencia matemática e interpretación de la realidad* (pp. 23-41). Ministerio de Educación, Política Social y Deporte.
- Burgués, C., & Sarramona, J. (2013). Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament.
- Busadeea, N., & Laosinchaib, P. (2013). Authentic problems in high school probability lesson: Putting research into practice. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 93, 2043-2047.
- Buscà, F. (2005). *Educación física escolar y transversalidad curricular. Un estudio de casos para el análisis y diseño de tareas motices significativas*. Universitat de Barcelona.
- Buscà, F. (2016). Educar por competencias a través de la educación física. En F. Buscà, S. Moneo, B. Rodríguez, M. Hernández, & M. Carlos (Eds.), *Competencias básicas y educación física. Bases para la innovación curricular en el marco de la sociedad del aprendizaje* (pp. 25-59). España: Wanceulen editorial deportiva.
- Buscà, F., Lleixà, T., Coral, J., & Gallardo-Ramírez, S. (2016). La programación por competencias en educación física: retos y problemas para su implantación en la escuela. *Multidisciplinary Journal of Educational Research*, 6, 3, 292-317.
- Buscà, F., Moneo, S., Rodríguez-Martín, B., Hernández, M., & Murillo, C. (2016). *Competencias básicas y educación física*. España: Wanceulen editorial deportiva.
- Cachafeiro, L. C. (2003). Matemáticas y experiencias de la vida cotidiana: contextos matemático-corporales. *Uno*, 32, 38-53.

- Calahorra, F., Lara, A., & Torres-Luque, G. (2010). Competencias básicas en educación física: Identificación y desarrollo. *Arte y movimiento*, 2(1989-9548).
- Callejo, M. L. (2008). Desarrollo de competencias y resolución de problemas realistas. En *Competencia matemática e interpretación de la realidad* (pp. 63-74). Madrid: Secretaría General Técnica: Subdirección General de Información y Publicaciones.
- Callís, J. (2015). Resoldre no és aprendre. De la resolució a la competència matemàtica i de la vivenciació a l'abstracció i la generalització matemàtica. *Institut d'Estudis Catalans*, 29-47.
- Callís, J., & Mallart-Solaz, A. (2009). Adquisició i desenvolupament de la competència matemàtica. *Revista Catalana de Pedagogia*, 7, 113-135.
- Canals, M. A. (2001). *Vivir las matemáticas*. Barcelona: Octaedro.
- Cañabate, D., & Zagalaz, M. L. (2010). Aportaciones del área de educación física a la competencia básica «Aprender a Aprender». *Retos. Nuevas tendencias en Educación Física, Deporte y Recreación*, 18, 52-55.
- Carbó, L. (2004). Los juegos de puntería: una propuesta lúdica para el aprendizaje de la numeración. En *Matemáticas re-creativas* (pp. 63-73). Barcelona: Graó.
- Castañer, M., & Camerino, O. (1991). *La educación física en la enseñanza primaria*. Barcelona: Inde.
- Castañer, M., & Camerino, O. (2006). *Manifestaciones básicas de la motricidad*. Lleida: Edicions de la Universitat de Lleida.
- Castañer, M., & Trigo, E. (1995). *Globalidad e interdisciplinariedad curricular en la enseñanza primaria. Propuesta teórico-práctica*. Barcelona: Inde.
- Caturla, E. (2008). Incorporar las competencias en nuestras programaciones. *Padres y maestros*, 319, 15-18.
- Caturla, E. (2010). Evaluar por competencias. *Padres y maestros*, 329, 14-16.
- Cebrián, A. C. (2013). Métodos estadísticos y probabilísticos para descubrir los secretos del fútbol. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*,

64, 16-21.

Chaiklin, S., & Lave, J. (2001). *Estudiar las prácticas: perspectivas sobre la actividad y contexto*. Buenos Aires: Amorrortu.

Chamorro, M. del C. (1991). *El aprendizaje significativo en el área de las matemáticas*. Madrid: Alhambra Longman.

Chavarria, X. (2009). Competencias básicas y educación física. En D. Blázquez & E. Sebastiani (Eds.), *Enseñar por competencias en educación física* (pp. 83-95). Barcelona: Inde.

Chevallard, Y., Boch, M., & Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona: Horsori.

Cobb, P. (1995). Mathematical Learning and Small-Group Interaction: Four Case Studies. En P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures* (pp. 25-129). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P., & Bauersfeld, H. (1995). *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P., & Bowers, J. (1999). Cognitive and Situated Learning Perspectives in Theory and Practice. *Educational Researcher*, 28, 4-15.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., Nicholls, J., Grayson, W., Trigatti, B., & Perlwitz, M. (1991). Assessment of a Problem-Centered Second-Grade Mathematics Project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(1), 3-29.

Cobb, P., Yackel, E., & McClain, K. (2000). *Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms. Perspectives on Discourse, Tools, and Instructional Design*. London: Lawrence Erlbaum Associates.

Cockcroft, W. H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan Informe Cockroft*. Madrid: MEC.

Cohen, L., & Manion, L. (1990). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La Muralla.

Coll, C. (1992). Constructivismo e intervención educativa. *Revista Aula de*

Innovación Educativa 3

- Coll, C. (2000). La teoría genética y procesos de construcción del conocimiento en el aula. En *Piaget y Vigotski ante el siglo XXI: Referentes de actualidad* (pp. 43-68). Girona: Horsori.
- Coll, C. (2006). Lo básico en la educación básica. Reflexiones en torno a la revisión y actualización del currículo de la educación básica. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 8, 1-17.
- Coll, C. (2007). Las competencias en la educación escolar: algo más que una moda y mucho menos que un remedio. *Aula De Innovación Educativa*, 116, 34-39.
- Coll, C., Colomina, R., Onrubia, J., & Rochera, M. J. (1992). Actividad conjunta y habla: una aproximación al estudio de los mecanismos de influencia educativa. Barcelona: Infancia y Aprendizaje, 59/60.
- Coll, C., & Martí, E. (2001). Aprendizaje y desarrollo: la cognición genético-cognitiva del aprendizaje. En *Desarrollo psicológico y educación. Vol. II. Psicología de la educación escolar* (pp. 67-88). Madrid: Alianza.
- Coll, C., Mauri, T., Miras, M., Onrubia, J., Solé, I., Zabala, A., & Martín, E. (1993). *El constructivismo en el aula*. Barcelona: Graó.
- Coll, C., & Sánchez, E. (2008). Presentación. El análisis de la interacción alumno-profesor: líneas de investigación. *Revista de Educación*, (346), 15-32.
- Coll, C., & Solé, I. (2001). Enseñar y aprender en el contexto del aula. En C. Coll, J. Palacios, & Á. Marchesi (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación. Vol. II. Psicología de la educación escolar* (pp. 357-386).
- Colomina, R., & Onrubia, J. (2001). Interacción educativa y aprendizaje escolar: la interacción entre alumnos. En C. Coll, J. Palacios, & Á. Marchesi (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación. Vol. II. Psicología de la educación escolar* (pp. 415-435). Madrid: Alianza.
- Colomina, R., Onrubia, J., & Rochera, M. J. (2001). Interactividad, mecanismos de influencia educativa y construcción del conocimiento en el aula. En C. Coll, J. Palacios, & Á. Marchesi (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación. Vol. II. Psicología de la educación escolar* (pp.

- 437-458). Madrid: Alianza.
- Comisión Europea. (2003). *Las competencias clave: un concepto en expansión dentro de la educación general obligatoria*. Madrid: Eurydice. Unidad Española, DL.
- Comisión Europea. Competencias clave para un aprendizaje a lo largo de la vida (2004).
- Comisión Europea. Recomendación del Parlamento Europeo y del consejo (2006).
- Contreras, O., & Cuevas, R. (2011). *Las competencias básicas desde la educación física*. Barcelona: INDE.
- Cook, C. S., & Reichardt, T. D. (1986). *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa*. Madrid: Morata.
- Corbalán, F. (2013a). Matemáticas, deporte y medios de comunicación. *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 64, 44-52.
- Corbalán, F. (2013b). Matemáticas y deporte. *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 64, 5-7.
- Corbalán, F., & Deulofeu, J. (1996). Juegos manipulativos en la enseñanza de las matemáticas. *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 7, 71-80.
- Corbin, C. B. (2016). Implications of Physical Literacy for Research and Practice: A Commentary. *Research Quarterly for Exercise and Sport*, 87, 14-27.
- Damasio, A. R. (2001). *La Sensación de lo que ocurre : cuerpo y emoción en la construcción de la conciencia*. Madrid: Debate.
- Daniels, H. (2003). *Vygotsky y la pedagogía*. Barcelona: Paidós.
- De Lange, J. (1996). Real problems with real world mathematics. En *ICME-8* (pp. 83-110). Sevilla: ICME-8.
- Decret 119/2015, de 23 de juny, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària. Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya nº 6900 de 26-06-2015, pp. 1-136.

- Decret 142/2007, de 26 de juny, pel qual s'estableix l'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària. Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya nº 4915 de 29-06-2007, pp. 21822-21870.
- Delaney, S. (2012). *Integrating Mathematics and Physical Education*. Dublin.
- Delors, J. (1996). *La educación encierra un tesoro*. UNESCO.
- DeSeCo. (1999). *Projects on Competencies in the OECD Context. Analysis of Theoretical and Conceptual Foundations*.
- DeSeCo. (2002). *Contributions to the Second DeSeCo Symposium. Definition and Selection of Key Competencies*. Geneva: Swiss Federal Statistical Office.
- Deulofeu, J. (1999). *Recreaciones, juegos y actividades matemáticas*. *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 20, 89-1001.
- Deulofeu, J. (2001). *Una recreación matemática: historias, juegos y problemas*. Barcelona: Planeta.
- Deulofeu, J. (2009). Prólogo. En N. Planas & À. Alsina (Eds.), *Educación matemáticas y buenas prácticas. Infantil, primaria, secundaria y educación superior* (Vol. 257, pp. 5-8). Barcelona: Graó.
- Dewey, J. (1997). *Experience and education*. New York: Simon&Schuster.
- Di Paolo, E. A. (2013). El enactivismo y la naturalización de la mente. En D. P. Chico & M. G. Bedia (Eds.), *Nueva ciencia cognitiva: Hacia una teoría integral de la mente*. Madrid: Plaza y Valdes Editores.
- Díaz-Barahona, J. (2008). El desarrollo de las competencias básicas a través de la Educación Física. *efdeportes*.
- Díaz-Barahona, J. (2009). El desarrollo de la competencia matemática a través de la educación física: del currículum al aula. *efdeportes*.
- Díaz-Barriga, Á. (2011a). Competencias en educación. Corrientes de pensamiento e implicaciones para el currículum y el trabajo en el aula. *Revista Iberoamericana de Educación Superior, II*.
- Díaz-Barriga, Á. (2011b). Competencias en educación. Corrientes de pensamiento e implicaciones para el currículum y el trabajo en el aula.

RIES. Revista Iberoamericana de Educación Superior.

Díaz-Barriga, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 5(2), 1-13.

Díaz-Barriga, F. (2007). Enseñanza situada y evaluación auténtica: un binomio indisoluble. *Novedades educativas*, (199), 4-8.

Díaz-Barriga, F., & Rigo, M. A. (2006). *Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida*. México: McGraw-Hill.

Díaz-Lucea, J. (2010). Interdisciplinariedad y educación física. Una relación cada vez más necesaria. *Tandem*, 33, 5-12.

Domínguez, J. (2013). Fútbol y matemática. *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 64, 8-15.

Doncel, J., & Leena, M. (2011). *Las Competencias básicas en la enseñanza. Fundamentos, enseñanza y evaluación*. (M. A. D. Eduforma S.L., Ed.). Sevilla.

Dorio, I., Sabariego, M., & Massot, I. (2004). Características generales de la metodología cualitativa. En R. Bisquerra (Ed.), *Metodología de la investigación educativa* (pp. 275-292). Madrid: La Muralla, S.A.

Durán, C., López, I., Sánchez-Enciso, J., & Sediles, Y. (2009). *La palabra compartida. La competencia comunicativa en el aula*. Barcelona: Octaedro.

Edo, M. (1998). Juegos y matemáticas. Una experiencia en el ciclo inicial de primaria. *Uno*, 18, 21-37.

Edo, M. (2004). *Joc, interacció i construcció de coneixements matemàtics*. Universidad Autónoma de Barcelona.

Engel, A. (2008). *Construcción del conocimiento en entornos virtuales de enseñanza y aprendizaje*. Universitat de Barcelona.

Engeström, Y. (1987). Learning by expanding. An activity-theoretical approach to developmental research. Helsinki: Orienta-Konsultit.

English, L. D. (2010). Modeling with Complex Data in the Primary School. En R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies ICTMA 13* (pp. 287-299). Boston:

Springer.

English, L. D. (2015). STEM: Challenges and opportunities for mathematics education. En K. Beswick, T. Muir, & J. Wells (Eds.), *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 4-18). Hobart: PME.

English, L. D. (2016). STEM education K-12: perspectives on integration. *International Journal of STEM Education*, 3(1), 3.

Ennis, C. D. (2006). Curriculum: Forming and Reshaping the Vision of Physical Education in a High Need, Low Demand World of Schools. *Quest*, 58(1), 41-59.

Ennis, C. D. (2007). Defining Learning as Conceptual Change in Physical Education and Physical Activity Settings. *Research Quarterly for Exercise and Sport*, 78(3), 138-150.

Ennis, C. D. (2008). Examining curricular coherence in an exemplary elementary school program. *Research Quarterly for Exercise and Sport*, 79, 71-84.

Ennis, C. D. (2011). Physical Education Curriculum Priorities: Evidence for Education and Skillfulness. *Quest*, 63, 5-18.

Ennis, C. D. (2013). Reimagining professional competence in physical education. *Motriz, Journal of Physical Education*, 19,4, 662-672.

Erickson, F. (1989). Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza. En *La investigación de la enseñanza, II. Métodos cualitativos y de observación* (pp. 195-295). Barcelona: Paidós Educador.

Escamilla, A. (2008). *Las competencias básicas. Claves y propuestas para su desarrollo en los centros. Las competencias básicas . Claves y propuestas para su desarrollo en los centros*. Barcelona: Graó.

Escamilla, A. (2009). *Las competencias en la programación de aula: infantil y primaria (3-12 años)*. Barcelona: Graó.

Evangelopoulou, P. (2014). *The impact of integrating dance and movement in maths teaching and learning in preschool and primary school settings*.

- Evans, J. (1999). Building Bridges: Reflections on the problem of transfer of learning in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 39(3), 23-44.
- Evertson, C. M., & Green, J. L. (1989). La observación como indagación y método. En M. C. Wittrock (Ed.), *La investigación de la enseñanza, II. Métodos cualitativos y de observación* (pp. 303-407). Barcelona: Paidós Educador.
- Farnesi, C. (2006). *A mathematical contribution to dance notation*. University of Montreal.
- Fernández, J. (2008). *Utilización de material didáctico con recursos de ajedrez para la enseñanza de las matemáticas. Estudio de sus efectos sobre una muestra de alumnos de 2º de primaria*. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Ferrero, L. (1998). ¡Hagan juego! Juegos matemáticos para la educación primaria. *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 18, 39-46.
- Flavell, J. H. (1988). *La psicología evolutiva de Jean Piaget*. México: Paidós.
- Flick, U. (2004). *Introducción a la investigación cualitativa*. Madrid: Morata.
- Flores, P., & Moreno, A. J. (2011). *Matemáticas competentes...Para reír*. Barcelona: Graó.
- Forés, A., & Ligioiz, M. (2009). *Descubrir la neurodidáctica. Aprender desde, en y para la vida*. Barcelona: UOC.
- Frawley, W. (1999). *Vygotsky y la ciencia cognitiva*. Barcelona: Paidós.
- Freinet, C., Beaugrand, M., & Darnell, P. (1979). *La enseñanza del cálculo*. Barcelona: Laia.
- Freudenthal, H. (1993). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Galbraith, P. L., Stillman, G., & Brown, J. (2010). Turning Ideas into Modeling Problems. En R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp. 133-144). Chicago: Springer.
- Gallego, C. (2008a). Alfabetació matemàtica i comunitats escolars. *Temps*

d'Educació, 34, 29-66.

- Gallego, C. (2008b). Alfabetització matemàtica i comunitats escolars. Recuperado a partir de <http://srvcnpbs.xtec.cat/creamat/>
- Gallego, C., Rodríguez-Anglada, F., & Roman, F. (2003). El contexto de explicación matemática. *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 32, 8-21.
- García-Azcárate, A. (1998). Los juegos de conocimientos: un recurso para enseñar matemáticas. *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 18, 47-57.
- García-Jiménez, J. E., Álvarez-García, J. L., Arnedo, C., Barba, D., Calvo, C., García, J. E., ... Pazos, M. (2011). Elementos y razonamientos en la competencia matemática. (investigación e innovación educativa Instituto de formación del profesorado, Ed.) *Principios*. Madrid: Ministerio de Educación.
- Gardner, H. (1994). *Estructuras de la Mente*. México, D.F.: Fondo de Cultura Económica.
- Gardner, H. (1995). *Inteligencias múltiples: la teoría en la práctica*. Barcelona: Paidós.
- Gardner, M. (1980). *Carnaval matemático*. Madrid: Alianza.
- Gardner, M. (1983). *Circo matemático*. Madrid: Alianza.
- Gardner, M. (1984). *Ajá Paradojas. Paradojas que hacen pensar*. Barcelona: Labor.
- Garfinkel, H. (1967). *Studies in Ethnomethodology*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Gerofsky, S. (2013). Learning Mathematics Through Dance. *Proceedings of Bridges 2013: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture*, 337-344.
- Giblin, S., Collins, D., & Button, C. (2014). Physical Literacy: Importance, Assessment and Future Directions. *Sports Medicine*, 44(9), 1177-1184.
- Gibson, J. (1986). *The Ecological Approach to Visual Perception*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

- Gil, P., & Cordente, D. (2011). La competencia de aprender a aprender en Educación Física. En *Las competencias básicas desde la educación física* (pp. 79-94). Barcelona: Inde.
- Goetz, J. P., & LeCompte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.
- Gómez-Chacón, I. M. (1998). *Matemáticas y contexto: enfoques y estrategias para el aula*. Madrid: Narcea.
- Gómez-Rijo, A., Díez-Rivera, L. J., Fernández-Cabrera, J. M., Gorrín-González, A., Pacheco-Lara, J. J., & Sosa, J. J. (2008). Nueva propuesta curricular para el área de educación física en la educación primaria. *Revista Internacional de Medicina y Ciencias de la Actividad Física y el Deporte*, 8(29), 93-108.
- Gomila, A. (2009). Cambio de marcha en ciencia cognitiva: Cognición corpórea.
- González, C., Monguillot, M., & Zurita, C. (2014). *Una educación física para la vida. Recursos prácticos para un aprendizaje funcional*. Barcelona: Inde.
- Goñi, J. M. (2002). Competencias matemáticas. *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 29, 5-7.
- Goñi, J. M. (2003). El contexto, y su importancia, en el currículo de matemáticas. *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 32, 5-7.
- Goñi, J. M. (2008). *32-2 ideas clave. El desarrollo de la competencia matemática*. Barcelona: Graó.
- Goñi, J. M. (2009). El desarrollo de la competencia matemática en el currículo escolar de la Educación Básica. *Educatio Siglo XXI*, 27, 33-57.
- Goñi, J. M., Alsina-Català, C., Ávila, D., Burgués, C., Comellas, J., Corbalán, F., ... Serra, J. (2000). *El currículum de matemáticas en los inicios del siglo XXI*. Barcelona: Graó.
- Greeno, J. G. (1989). A Perspective on Thinking. *American Psychologist*, 44(2), 134-141.
- Greeno, J. G. (1991). Number Sense as Situated Knowing in a Conceptual

- Domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 170.
- Greeno, J. G. (1994). Gibson's Affordances. *Psychological Review*, 101(2), 336-342.
- Greeno, J. G. (1998). The situativity of knowing, learning, and research. *American Psychologist*, 53, 5-26.
- Guzmán, M. de. (1986). *Aventuras matemáticas*. Barcelona: Labor.
- Guzmán, M. de. (1989). Juego y matemáticas. *Suma*, 4, 61-64.
- Guzmán, M. de. (1991). *Para pensar mejor*. Barcelona: Labor.
- Guzmán, M. de. (1992). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Buenos Aires: Edupubli.
- Guzmán, M. de. (2007). Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 19-58.
- Guzmán, M. de, Martín Casalderrey, F., & Fuentes Gil, I. (2005). *Textos de Miguel de Guzmán*. Madrid: Suma.
- Hatch, G. M., & Smith, D. R. (2004). Integrating Physical Education, Math, and Physics. *Journal of Physical Education, Recreation & Dance*, 75, 42-50.
- Heinemann, K. (2008). *Introducción a la metodología de la investigación empírica*. Barcelona: Paidós.
- Hendricks, C. C. (2001). Teaching causal reasoning through cognitive apprenticeship: What are results from situated learning? *The Journal of Educational Research*, 94, 302-311.
- Heritage, J. (1989). Corrent developments in conversation analysis. En D. Roger & P. Bull (Eds.), *Conversation: An Interdisciplinary Perspective* (pp. 21-47). Clevedon: Intercommunication.
- Hernández, F. (2006). El informe PISA: una oportunidad para replantear el sentido del aprender en la escuela secundaria. *Revista de Educación*, 357-379.
- Hernández, G., & Díaz-Barriga, F. (2013). Una mirada psicoeducativa al aprendizaje: qué sabemos y hacia dónde vamos. *Sinéctica*, 40, 379.

- Hipkins, R. (2006). The Nature of the Key Competencies. A background paper. *New Zealand Council of Educational Research*.
- Hopkins, D. (1989). *Investigación en el aula: Guía del profesor*. Barcelona: Promociones y Publicaciones Universitarias.
- Howard-Jones, P. (2015). Neurociència i educació: com podem jugar, aprendre i ser més creatius? Barcelona: Fundació Jaume Bofill.
- ICTMA. (2010). *Modeling students' mathematical modeling competencies ICTMA 13*. (R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines, & A. Hurford, Eds.). Boston: Springer.
- Jensen, E. (2003). *Cerebro y aprendizaje. Competencias e implicaciones educativas*. Madrid: Narcea, S.A.
- Kirk, D. (1990). *Educación física y currículum: introducción crítica*. València: Universitat de València.
- Kirk, D. (2010). *Physical Education Futures*. New York: Routledge.
- Kirk, D. (2013a). A Defining Time for Physical Education Futures? Exploring the legacy of Fritz Duras.
- Kirk, D. (2013b). Los futuros de la educación física: la importancia de la cultura física y de la «idea de la idea» de educación física. *In&EF innovación en educación física*, 1-12.
- Kirk, D., & Macdonald, D. (1998). Situated learning in physical education. *Journal of Teaching in Physical Education*, 17, 376-387.
- Kirk, D., & MacPhail, A. (2002). Teaching Games for Understanding and Situated Learning: Rethinking the Bunker-Thorpe Model. *Journal of teaching in physical education*, 21, 177-192.
- Klamkin, M. S. (1989). *Mathematical Modelling: Classroom Notes in Applied Mathematics*. Philadelphia: SIAM.
- Koontz, S. (2011). Math & Movement. Recuperado a partir de <http://www.mathandmovement.com/index.html>
- Lampert, M. (1990). When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. *American Educational Research Journal*, 27(1), 29-63.

- Lapierre, A., & Aucouturier, B. (1974). *Educación vivenciada. Los contrastes y el descubrimiento de las nociones fundamentales*. Barcelona: Científico-Médica.
- Lapierre, A., & Aucouturier, B. (1977). *Simbología del movimiento: psicomotricidad y educación*. Barcelona: Editorial Científico-Médica.
- Latorre, A. (2003). *La investigación-acción*. Barcelona : Graó.
- Latorre, A., del Rincón, D., & Arnal, J. (1996). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona: Nurtado.
- Lave, J. (1991). *La cognición en la práctica. Cognición y desarrollo humano*. Barcelona: Paidós.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: legitimate peripheral participation*. Cambridge University Press.
- Le Boulch, J. (1981). *La educación por el movimiento en la edad escolar*. Barcelona: Paidós.
- Le Boulch, J. (1992). *Hacia una ciencia del movimiento humano. Introducción a la psicokinética*. Barcelona: Paidós.
- Le Boulch, J. (1997). *El movimiento en el desarrollo de la persona*. Barcelona: Paidotribo.
- Le Boulch, J. (2001). *El cuerpo en la escuela en el siglo XXI*. Barcelona: INDE.
- Lee, C. (2010). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.
- Lemke, J. L. (1997). Cognition, Context, and Learning: A Social Semiotic Perspective. En D. Kirshner & J. A. Whitson (Eds.), *Situated cognition. Social, semiotic and psychological perspectives* (pp. 37-57). New York: Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R., & M.Doerr, H. (2000). Symbolizing, Communicating, and Mathematizing: Key Components of Models and Modeling. En P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms. Perspectives on Discourse, Tools, and Instructional Design* (pp. 361-383). London: Lawrence Erlbaum Associates.

- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado nº 106 del 4-05-2006, pp. 17158-17207.
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa. Boletín Oficial del Estado nº 52, del 10-12-2013, pp. 97858-9721.
- Lleixà, T. (1990). «Educació física i globalitat de l'ensenyament». *Temps d'Educació*, 117-127.
- Lleixà, T. (2007). Educación física y competencias básicas. Contribución del área a la adquisición de las competencias básicas del currículum. *Tándem*, 23, 31-37.
- López-Pacheco, J. (2010). Contribución de la educación física a la adquisición de las competencias básicas en Bachillerato. *EmásF: revista digital de educación física*, (6), 36-46.
- Marco-Stiefel, B. (2008). *Competencias básicas. Hacia un nuevo paradigma educativo*. Madrid: Narcea, S.A.
- Marín, M. (2010). *Competencia matemática en primaria*. Madrid: CCS.
- Martín, E., & Moreno, A. (2007). *Competencia para aprender a aprender*. Madrid: Alianza.
- Martín, E., & Solé, I. (2001). El aprendizaje significativo y la teoría de la asimilación. En *Desarrollo psicológico y educación. Vol. II. Psicología de la educación escolar* (pp. 89-113). Madrid: Alianza.
- Martínez, J. (2008). *Competencias básicas en matemáticas. Una nueva práctica*. Madrid: Wolter Kluwer España.
- Mauri, T. (1993). ¿Qué hace que el alumno y la alumna aprendan los contenidos escolares? La naturaleza activa y constructiva del conocimiento. En *El constructivismo en el aula* (pp. 65-100). Barcelona: Graó.
- Mauri, T., & Barberà, E. (2007). Regulación de la construcción del conocimiento en el aula mediante la comunicación de los resultados de aprendizaje a los alumnos. *Barcelona: Infancia y Aprendizaje*, 30 (4).
- McLeod, S., Carraway-Stage, V., Hovland, J., & Duffrin, M. (2012).

- Measuring Me: Using Nutrition Education Curriculum Activities to Teach Elementary Mathematics. *Journal of Nutrition Education and Behavior*, 44, 189-191.
- Méndez, A., López-Téllez, G., & Sierra, B. (2009). Competencias básicas: sobre la exclusión de la competencia motriz y las aportaciones desde la educación física. *Retos. Nuevas tendencias en Educación Física, Deporte y Recreación*, 16, 55-57.
- Mercer, N. (1997). *La construcción guiada del conocimiento. El habla de profesores y alumnos*. Barcelona: Paidós.
- Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes. Cómo usamos el lenguaje para pensar juntos*. Barcelona: Paidós.
- Molina, J. P., & Antolín, L. (2008). Las competencias básicas en educación física: una valoración crítica. *Revista Cultura, Ciencia, Deporte*, 3-Nº8, 81-86.
- Monereo, C. (2009). *PISA como excusa. Repensar la evaluación para cambiar la enseñanza*. Barcelona: Graó.
- Monereo, C., Badia, A., Domènech, M., Escofet, A., Fuentes, M., Rodríguez, J., ... Vayreda, A. (2005). *Internet y competencias básicas: aprender a colaborar, a comunicarse, a participar, a aprender*. Barcelona: Graó.
- Monereo, C., & Pozo, J. I. (2001). ¿En qué siglo vive la escuela? El reto de la nueva cultura educativa. *Cuadernos de Pedagogía*, 298, 50-55.
- Monereo, C., & Pozo, J. I. (2007). Competencias básicas. *Cuadernos de Pedagogía*.
- Mora, F. (2013). *Neuroeducación: solo se puede aprender aquello que se ama*. Madrid: Alianza.
- Moreno, A. J. (2007). Desarrollo de la competencia matemática. Una estrategia de planificación. *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 46, 33-42.
- Morin, E. (1999). Los siete saberes necesarios para la educación del futuro. UNESCO.
- Moya, J. (2007). De la competencia: texto y contexto. *Uno. Revista de*

Didáctica de las matemáticas, 46, 25-32.

Moya, J. (2008). Las competencias básicas en el diseño y el desarrollo del currículo. *Revista Qurriculum*, 21, 57-78.

Moya, J., & Luengo, F. (2011). *Teoría y práctica de las competencias básicas*. Barcelona: Graó.

Moya, J., Luengo, F., Sánchez, P., & Bolívar, A. (2008). De las competencias básicas al currículo integrado. Proyecto Atlántida. Ministerio de Educación, Política Social y Deporte.

Navarro, A. (2013). *La influència de l'ús de jocs d'estratègia en l'aprenentatge de la resolució de problemes de matemàtiques a l'educació secundària*. Universitat Autònoma de Barcelona.

NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics. School Science and Mathematics* (Vol. 47). National Council of Teachers of Mathematics.

Niederman, D. (2003). *Juegos matemáticos*. Barcelona: Robinbook.

Nieto, J. M. (2011). *Neurodidáctica: aportaciones de las neurociencias al aprendizaje y la enseñanza*. Madrid: Editorial CCS.

Nilges, L., & Usnick, V. (2000). The role of spatial ability in physical education and mathematics. *Virginia Journal of Physical Education, Recreation & Dance Aug*, 71, 29-33.

Nisbet, J., & Shucksmith, J. (1990). *Estrategias de aprendizaje*. Madrid: Santillana.

Niss, M. (2002). Mathematical competencies and the learning of mathematic. The Danish Kom Project.

Niss, M. (2011). The Danish KOM project and possible consequences for teacher education.

Novak, J. D. (1998). *Conocimiento y aprendizaje : los mapas conceptuales como herramientas facilitadoras para escuelas y empresas*. Madrid: Alianza.

Nyberg, G. (2014). *Way of knowing in ways of moving. A study of the meaning of capability to move*. Stockholm University, Stockholm.

- OCDE. (1999). Proyectos sobre Competencias en el Contexto de la OCDE
Análisis de base teórica y conceptual.
- OCDE. (2001). *Conocimientos y aptitudes para la vida. Resultado de PISA 2000*. París: OCDE/Santillana.
- OCDE. (2002a). Definition and selection of competences (DeSeCo):
Theoretical and conceptual foundations. Strategy paper on key
competencies, *DEELSA/ED/*.
- OCDE. (2002b). Definition and Selection of Competencies: Theoretical and
Conceptual Foundations.
- OCDE. (2003a). La definición y selección de competencias clave.
- OCDE. (2003b). The PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics,
Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills. París:
OCDE.
- OCDE. (2005). The definition and selection of key competencies. *OECD
Definition and Selection of Competencies Final Report*.
- Onrubia, J. (1993). Interactividad e influencia educativa en la
enseñanza/aprendizaje de un procesador de texto: una aproximación
teórica y empírica. *Anuario de Psicología*, 58, 83-103.
- Onrubia, J. (1997). Escenarios cooperativos. Barcelona: Cuadernos de
pedagogía.
- Onrubia, J., Rochera, M. J., & Barberà, E. (2001). La enseñanza y el
aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva psicológica. En C. Coll,
J. Palacios, & Á. Marchesi (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación. Vol.
II. Psicología de la educación escolar* (pp. 485-508). Madrid: Alianza.
- Ortega-Del Rincón, T. (2005). *Conexiones Matemáticas. Motivación del
alumnado y competencia matemática* (Vol. 218). Barcelona: Graó.
- Ortega-Osuna, L. J., & Vázquez-Fernández, P. (2010). Integración de las
competencias básicas en el currículo escolar de centro.
- Palou, M., Casals, A., & Prat, M. (2016). ¡Dancemos la geometría! *Uno
Revista de Didáctica de las matemáticas*, 73, 53-59.

- Pastor, J. C., & Cuevas, R. (2011). Las competencias básicas en educación física: programación y diseño de tareas. En *Las competencias básicas desde la educación física* (pp. 45-60). Barcelona: Inde.
- Pea, R. (1993). Practices of distributed intelligence and designs for education. En G. Salomon (Ed.), *Distributed cognitions Psychological and educational considerations*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Pellicer, I., Mateu, M., Mestres, L., Monguillot, M., & Ruiz-Omeñaca, J. (2015). *NeuroEF. La revolución de la educación física desde la neurociencia*. Barcelona: Inde.
- Pérez-Gómez, Á. (2007). La naturaleza de las competencias básicas y sus aplicaciones pedagógicas. *Cuadernos de Educación de Cantabria*, 1-31.
- Pérez-Gómez, Á. (2012). *Educarse en la era digital: la escuela educativa*. Madrid: Morata.
- Pérez-Serrano, G. (1994). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. I Métodos*. Madrid: La Murilla.
- Pérez, R. (2003). Matemáticas en contexto. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 32, 55-64.
- Perrenoud, P. (2004). *Diez nuevas competencias para enseñar*. Barcelona: Graó.
- Perrenoud, P. (2008). *Construir competencias desde la escuela*. Santiago de Chile: J.C.Sàez.
- Perrenoud, P. (2012). *Cuando la escuela pretende preparar para la vida. ¿Desarrollar competencias o enseñar otros saberes?* Barcelona: Graó.
- Piaget, J. (1978). *Introducción a la epistemología genética. 1. El pensamiento matemático*. Buenos Aires: Paidós.
- Piaget, J. (1981). La teoría de Piaget. *Infancia y Aprendizaje, Monografía*, 13-54.
- Piaget, J., & Beth, E. W. (1968). *Epistemología matemática y psicología*. Barcelona: Crítica.
- Piaget, J., & Delval, J. (1986). *La Epistemología genética*. Madrid: Debate.

- Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *Psicología del niño*. Madrid: Morata.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1982). *El Desarrollo de las cantidades en el niño*. Barcelona: Hogar del Libro. Recuperado a partir de http://cataleg.ub.edu/record=b1000285~S1*cat
- Piaget, J., Lorenz, K., & Erikson, E. H. (1982). *Juego y desarrollo*. Barcelona: Crítica.
- Pizà, C., & Díaz, B. (2015). Matemáticas en la plaza. Cien años, cien ideas. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 70, 61-67.
- Pozo, J. I. (2008). *Aprendices y maestros*. Madrid: Alianza.
- Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. En *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 61-94). Barcelona: Horsori.
- Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado nº52 del 1-03-2014. pp.19349-19420.
- Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria. Boletín Oficial del Estado nº 293 del 8-12-2006, pp. 43053-43102.
- Recio, T. (2007). La ciencia invisible. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 46, 9-23.
- Redal, E. J., & Andrés, A. M. (2008). *100 propostes per millorar la competència matemàtica. Cicle mitjà*. Barcelona: Santillana.
- Rico, L. (2005a). La alfabetización matemática y el proyecto PISA de la OCDE en España. *ceapa*, 82.
- Rico, L. (2005b). PISA 2003. Pruebas de matemáticas y de solución de problemas. Madrid, España.
- Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación*, 275-294.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA, 1, 47-66.
- Rincón, D. del. (1995). *Técnicas de investigación en ciencias sociales*. Madrid : Dykinson.

- Rodríguez-Francisco, E. (2015). *El desarrollo de la competencia matemática a través de tareas de investigación en el aula. Una propuesta de investigación-acción para el primer ciclo de educación primaria*. Universidad Nacional de Educación a Distancia.
- Rodríguez-Gómez, G., Gil, J., & García-Jiménez, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: Aljibe.
- Rodríguez-Martín, B., & Buscà, F. (2015). El desarrollo de la competencia matemática desde la educación física. Orientaciones para el diseño y la aplicación significativa de propuestas didácticas. *Uno. Revista de didáctica de las Matemáticas*, 69, 71-81.
- Rodríguez, G., Gil, J., & García, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Archidona (Málaga): Aljibe.
- Rogoff, B. (1993). *Aprendices del pensamiento. El desarrollo cognitivo en el contexto social*. Barcelona: Paidós.
- Ruiz-Higueras, L. (2008). Modelización matemática en la escuela de primaria: la reconquista escolar de dominios de realidad. En *Competencia matemática e interpretación de la realidad* (pp. 87-120). Madrid: Secretaría General Técnica, Subdirección General de Información y Publicaciones.
- Ruiz-Omeñaca, J., Ponce de León, A., Sanz, A., & Valdemoros, M. A. (2013). Programación de educación física para primaria. Propuesta para su elaboración. Logroño: Universidad de La Rioja.
- Ruiz-Pérez, L. M. (1995). *Competencia motriz: elementos para comprender el aprendizaje motor en educación física escolar*. Madrid: Gymnos.
- Sales, J. (2001). *El currículum de la educación física en primaria*. Barcelona: Inde.
- Sánchez-Bañuelos, F. (1992). *Bases para una didáctica de la educación física y el deporte*. Madrid: Gymnos.
- Sandín, M. P. (2003). *Investigación cualitativa en educación*. Madrid: McGraw-Hill.
- Santamaría, F. (2010). La cognición corpórea: hacia un conocimiento en acción. Recuperado 8 de mayo de 2016, a partir de

<http://fernandosantamaria.com/blog/la-cognicion-corporea-hacia-un-conocimiento-en-accion/>

Sarramona, J. (2004). *Las competencias básicas en la educación obligatoria*. Barcelona: CEAC.

Sebastiani, E., Blázquez, D., & Barrachina, J. (2009). Concepto y naturaleza de las competencias. En D. Blázquez & E. Sebastiani (Eds.), *Enseñar por competencias en educación física* (pp. 39-62). Barcelona: Inde.

Serrano, A., Azofeifa, A., & Araya, G. (2008). Aprendizaje de las matemáticas por medio del movimiento: Una alternativa más de la educación física. *Revista MHSalud*, 5(2).

Shayer, M., & Adey, P. (1984). *La ciencia de enseñar ciencias: desarrollo cognoscitivo y exigencias del currículo*. Madrid: Narcea.

Shulman, L. S. (1989). Paradigmas y programas de investigación en el estudio de la enseñanza: una perspectiva contemporánea. En M. C. Wittrock (Ed.), *La investigación de la enseñanza, I. Enfoques, teorías y métodos* (pp. 9-84). Barcelona: Paidós Educador.

Siemens, G. (2006a). Connectivism: Learning Theory or Pastime of the Self-Amused? Recuperado 7 de diciembre de 2015, a partir de <http://altamirano.biz/conectivismo.pdf>

Siemens, G. (2006b). Knowing knowledge. Recuperado 1 de noviembre de 2015, a partir de www.knowingknowledge.com

Sierra, B., Méndez-Giménez, A., & Mañana-Rodríguez, J. (2012). La programación por competencias básicas: hacia un cambio metodológico interdisciplinar. *Revista Complutense de Educación*, 24(1130-2496), 165-184.

Silvia, L., & Alsina, À. (2009). La adquisición de competencias básicas en Educación Primaria: una aproximación interdisciplinar desde la Didáctica de la Lengua y de las Matemáticas. *Revista electrónica interuniversitaria de formación del profesorado*, 12(3), 71-85.

Sol, M. (2009). *Anàlisi de les competències i habilitats en el treball de projectes matemàtics amb alumnes de 12-16 anys a una aula heterogènia*. Universitat de Barcelona.

- Solé, I. (1993). Disponibilidad para el aprendizaje y sentido del aprendizaje. En C. Coll, T. Mauri, M. Miras, J. Onrubia, I. Solé, A. Zabala, & E. Martín (Eds.), *El constructivismo en el aula* (pp. 25-45). Barcelona: Graó.
- Sorando, J. M. (2012). Matemáticas y deportes. Sugerencias para el aula. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 80(1887-1984), 197-220.
- Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.
- Steffe, L. P., & Cobb, P. (1988). *Construction of Arithmetical Meanings and Strategies*. New York, NY: Springer New York.
- Taber, K. S. (2011). Constructivism as educational theory: Contingency in learning, and optimally guided instruction. *Educational Theory*.
- Taylor, S. J., & Bogdan, R. (1992). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Barcelona: Paidós Básica.
- Tonucci, F. (2012). El alumnado de la escuela del mañana. En *Pensando en el futuro de la educación. Una nueva escuela para el siglo XXII* (p. 63-82). Barcelona: Graó.
- Torra, M. (2008). Las competencias básicas en educación infantil y primaria. En *Competencia matemática e interpretación de la realidad* (pp. 75-85). Ministerio de Educación, Política Social y Deporte.
- Torra, M. (2016). Una aproximación a la reforma curricular. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas* *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 72, 47-54.
- Tuomi-Gröhn, T., & Engeström, Y. (2003). *Between school and work: new perspectives on transfer and boundary-crossing*. Amsterdam: Pergamon.
- UNESCO. Hacia las sociedades del conocimiento (2005). Recuperado a partir de <http://unesdoc.unesco.org/images/0014/001419/141908s.pdf>
- Valle, J., & Manso, J. (2013). Competencias clave como tendencia de la política educativa supranacional de la Unión Europea Key competences as a trend in the supranational educational policies of the European

- Union. *Revista de Educación*, 12-33.
- Van Dalen, D. B., & Meyer, W. J. (1996). *Manual de la técnica de la investigación educacional*. México: Paidós.
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. Utrecht: Utrecht University.: Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9.
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 9-35.
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education 1. En *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 521-525). Dordrecht: Springer.
- Van Reeuwijk, M. (1997). Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas. *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 12, 9-16.
- Varela, F. J. (1990). *Conocer: las ciencias cognitivas: tendencias y perspectivas. cartografía de las ideas actuales*. Barcelona: Gedisa.
- Varela, F. J., Thompson, E., & Rosch, E. (1992). *De cuerpo presente : las ciencias cognitivas y la experiencia humana*. Barcelona: Gedisa.
- Vicente, S., Dooren, W. van, & Verschaffel, L. (2014). Utilizar las matemáticas para resolver problemas reales. *Cultura y Educación*, 20(4), 391-406.
- Viso, J. R. (2010). *Enseñar y aprender por competencias. Qué son las competencias?* Madrid: EOS.
- VV.AA. (2008). *Les proves de diagnòstic. Fonamentació i models* (Qurtubad). Barcelona: Santillana.
- VV.AA. (2012). *Avaluació educació primària. Curs 20011-2012. Competència matemàtica*. Barcelona.
- VV.AA. (2013). *Feature: Physical Literacy*. Berlin: ICSSPE.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in society*. Cambridge, Massachusetts: Harcard

University Press.

Vygotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Cuadernos de pedagogía.

Vygotsky, L. (1988). *Pensament i llenguatge*. Vic: Eumo.

Vygotsky, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Barcelona: Paidós.

Vygotsky, L., & Luria, A. (2007). *El instrumento y el signo en el desarrollo del niño*. Madrid: Fundación Infancia y Aprendizaje.

Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica. Aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona: Paidós.

Westreich, G. (2002). Dance, mathematics, and rote memorization. *Journal of Physical Education, Recreation & Dance*, 73, 12-15.

Whitehead, M. (2010). *Physical Literacy. Throughout the lifecourse*. London.

Wilson, F. (2002). *La mano. De cómo su uso configura el cerebro, el lenguaje y la cultura humana*.

Wilson, F., & Myers, K. (2000). Situated cognition in theoretical and practical context. En D. Jonassen & S. Land (Eds.), *Theoretical Foundations of Learning Environments*. New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Wilson, M. (2002). Six views of embodied cognition. *Psychonomic Bulletin & Review*, 9, 625-636.

Wood, T., Cobb, P., & Yackel, E. (1990). The Contextual Nature of Teaching: Mathematics and Reading Instruction in One Second-Grade Classroom. *The Elementary School Journal*, 90(5), 497-513.

Yin, R. K. (1993). *Applications of Case Study Research*. London: SAGE.

Yin, R. K. (2014). *Case study research. Design and methods*.

Zabala, A., & Arnau, L. (2007). *11 ideas clave. Cómo aprender y enseñar competencias*. Barcelona: Graó.

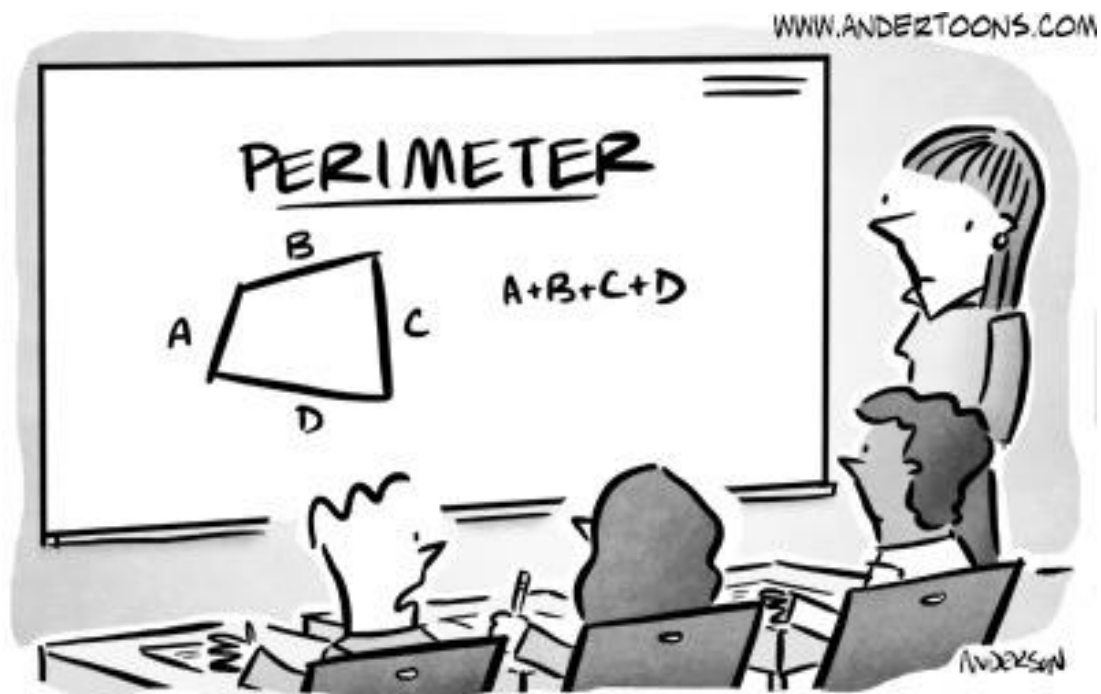
Zabala, A., & Arnau, L. (2014). *Métodos para la enseñanza de las competencias*. Barcelona: Graó.

Zagalaz, M. L., Cachón, J., & Lara, A. (2014). *Fundamentos de la programación de educación física en primaria*. Madrid: Síntesis.

Zech, L., Bransford, J., Schwartz, D., Barren, B., & Vye, N. (2000). Designs for Environments That Invite and Sustain Mathematical Thinking. En P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms. Perspectives on Discourse, Tools, and Instructional Design*. London: Lawrence Erlbaum Associates.

ANEXOS (Incluidos en el DVD adjunto)

EDUCATION CARTOON



"Or you could just walk around the edge and let your fitness tracker tell you the distance."