Universitat Autònoma de Barcelona

Análisis de conversaciones matemáticas con estudiantes sordos en entornos de clase

Yinzú Nairouz

Universitat Autònoma de Barcelona

Facultat de Ciències de l'Educació

Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals

Análisis de conversaciones matemáticas con estudiantes sordos en entornos de clase

Autora:

Yinzú Nairouz

Directora:

Dra. Núria Planas

Septiembre 2017, Bellaterra, Barcelona

Dra. Núria Planas Raig, professora del Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals, de la Facultat de Ciències de l'Educació de la Universitat Autònoma de Barcelona.

HACE CONSTAR QUE:

La investigación realizada por la abajo firmante Yinzú Nairouz titulada *Análisis de conversaciones matemáticas con estudiantes sordos en entornos de clase* reúne todos los requisitos científicos, metodológicos y formales exigidos por la legislación vigente para su Lectura y Defensa pública ante la correspondiente Comisión, para la obtención del grado de Doctora en Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias otorgado por la Universitat Autònoma de Barcelona. Por lo tanto, considero procedente autorizar su presentación.

Septiembre 2017, Bellaterra, Barcelona

Dra. Núria Planas   Yinzú Nairouz

A GR... por supuesto

LA NORMALIDAD CONSISTE PRECISAMENTE EN LA DIVERSIDAD

Núria planas

AGRADECIMIENTOS

A Núria Planas por su acompañamiento, tiempo y correcciones que han llevado a la culminación de este trabajo de tesis.

A mi esposo por su apoyo, compañía, paciencia y comprensión eterna. Gracias por ser el pilar de aliento en los altibajos ¡Te amo!

A mi familia, mi papá, hermanos, cuñado y suegros, por estar pendientes y presentes con palabras de ánimo que minimizan las barreras geográficas.

A mi mamá, me permites recordar y volver siempre a lo que soy.

A las escuelas que formaron parte de la investigación, su personal, profesores y estudiantes, sin su participación esto no sería posible. Gracias por abrirme un espacio en sus aulas.

A Benjamín y Àngels por su amable respuesta siempre que lo necesité.

A Mafe Horta por su colaboración y amistad. Ahora el ánimo va en la otra dirección.

A Sandra, una amiga inesperada que llegó con pizza, té y desahogos.

A María Caridad, Aleida y Martha Tamayo por formar parte de esta experiencia.

A mis amigos de Venezuela, Colombia y Estados Unidos por su cariño y por estar ahí presentes.

A todas las personas que participaron e hicieron posible este estudio,

¡Gracias!

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE TABLAS

LISTA DE FIGURAS

RESUMEN

El trabajo de tesis doctoral *Análisis de conversaciones matemáticas con estudiantes sordos en entornos de clase* contribuye a la investigación en Didáctica de la Matemática dentro del ámbito del aprendizaje de las matemáticas de personas en situación de diversidad lingüística. Este estudio se emprendió para ampliar el conocimiento sobre el desarrollo de la actividad matemática, y dar respuesta a la pregunta *¿Cómo se produce y comunica la actividad matemática en entornos de aula con estudiantes sordos y oyentes durante la resolución de tareas aritméticas?*

Se utiliza una secuencia didáctica con tres tareas para la recolección de datos en tres clases de matemáticas de séptimo grado en Bogotá, Colombia, dos con estudiantes sordos y una con estudiantes sordos y oyentes. Para responder a la pregunta se formulan dos objetivos de investigación. El primer objetivo es examinar recursos comunicativos usados por estudiantes sordos y oyentes durante la resolución de tareas aritméticas. El segundo objetivo consiste en examinar aspectos de la actividad matemática de estudiantes sordos y oyentes.

El marco teórico se organiza en dos secciones. La primera sección aborda aspectos del aprendizaje de la matemática en contextos de diversidad lingüística. La segunda sección se enfoca en el aprendizaje de las matemáticas por estudiantes sordos, presentando una conceptualización del estudiante sordo como aprendiz de matemática y un acercamiento a la comprensión de su desempeño en tareas matemáticas. Se entiende el aprendizaje matemático como producto de oportunidades sociales de participación y comunicación matemática, y reflejo de la construcción de prácticas culturales inclusivas. Se sitúa al estudiante sordo de matemáticas como parte de una comunidad lingüística minoritaria. La consideración del componente cultural en el aula de matemática busca superar obstáculos en la participación al reconocer otras formas de comunicación matemática.

La presente tesis doctoral es un estudio relacional y explicativo. Las tareas diseñadas para la secuencia didáctica son aritméticas, de relaciones y cambios, presentadas mediante un enunciado multimodal, verbal y gráfico, con uso de contexto extra-matemático, y pensadas para ser resueltas en grupos de trabajo con discusión final de clase. Los datos fueron recolectados por medio de vídeos y de hojas de trabajo de los grupos de estudiantes durante tres sesiones, una para la resolución de cada tarea. El análisis se realizó de forma inductiva, haciendo uso del método de comparación constante alrededor de las conversaciones de los estudiantes. A partir de este análisis se generan temas emergentes que permiten la presentación de resultados.

Los recursos comunicativos identificados son la multimodalidad, la simultaneidad y la cooperación indagativa. La multimodalidad implica la comunicación por medio de la lengua verbal, la lengua gestual y corporal, y la lengua visual. Se destaca el uso de la boya como un elemento de la lengua gestual y corporal propio de estudiantes sordos. La simultaneidad implica el uso de dos o más modos semióticos para comunicar un significado completo. La multimodalidad no implica simultaneidad, sin embargo, no es posible la simultaneidad sin el repertorio multimodal. La cooperación indagativa viene dada por ocho actos dialógicos (Alrø y Skovsmose, 2003) con mayor presencia de actos como entrar en contacto y localizar sobre actos como identificar y evaluar.

En la caracterización de la actividad matemática se indica la importancia del uso del contexto extra-matemático del enunciado y la identificación de ambigüedades en la interacción. Se identifican tres usos del contexto extra-matemático; proximidad, adaptación y funcionabilidad. Las ambigüedades se relacionan con la dificultad de comprender y comunicar significados matemáticos. Se identifican dos ambigüedades, conceptual y léxica.

Se concluye que los enunciados multimodales de tareas con contexto extra-matemático permiten avanzar en la actividad y la comunicación matemática. En la actividad matemática se identifican diversidad de lenguas con elementos recurrentes como la boya, construcción de paráfrasis, y ambigüedades conceptuales y léxicas. Por último, se detecta la participación diferenciada por la asignación de roles en un trabajo determinado por interacciones entre parejas y el papel determinante de figuras adultas.

SUMMARY

The doctoral thesis Analysis of Mathematical conversations with deaf students in class environments contributes to research in Didactics of Mathematics within the scope of the mathematical learning of people with linguistic diversity. This study was undertaken to broaden the knowledge about the development of mathematical activity and to answer the question How is mathematical activity produced and communicated in classroom environments with deaf and hearing students during the resolution of arithmetic tasks?

A didactic sequence consisting of three tasks for data collection is used in three classes of seventh grade mathematics in Bogotá, Colombia, two with deaf students and one with deaf and hearing students. Two research objectives are formulated to answer the question. The first research objective is to examine communicative resources used by deaf and hearing students during the resolution of arithmetic tasks. The second research objective is to examine aspects of the mathematical activity of deaf and hearing students.

The theoretical framework is organized into two main sections. The first section deals with aspects of mathematics learning in contexts of linguistic diversity. The second section focuses on the mathematics learning of deaf students, presenting a conceptualization of the deaf student as a learner of mathematics, and an approach to the understanding of their performance in mathematical tasks. Mathematical learning is understood as the product of social opportunities of participation and mathematical communication, and reflects the construction of inclusive cultural practices in the classroom. The deaf student of mathematics is placed as part of a linguistic minority community. Consideration of the cultural component in the mathematics classroom seeks to overcome obstacles in participation by recognizing other forms of mathematical communication.

This dissertation is a relational, and explanatory study. The tasks designed for the didactic sequence are arithmetic, of relations and changes, presented through a multimodal, verbal and graphic statement, with use of extra mathematical context, and thought to be solved in working groups with a final discussion with the complete class. The data were collected by means of videos and the worksheets of the groups of students during three sessions, one for the resolution of each task. The analysis was performed inductively, making use of the method of constant comparison around the student's conversations. From this analysis, emerging issues are generated that allow the presentation of results.

The communicative resources identified are multimodality, simultaneity and inquiry co-operation. Multimodality involves communication through the verbal language, the gestural and corporal language, and the visual language. The use of the buoy stands out as an element of the gestural and body language of deaf students. Simultaneity implies the use of two or more semiotic modes to communicate a complete meaning. Multimodality does not imply simultaneity; however, simultaneity is not possible without the multimodal repertoire. Inquiry co-operation is given by eight dialogic acts (Alrø and Skovsmose, 2003) with higher presence of acts such as coming into contact and locating over acts such as identifying and evaluating.

In the characterization of the mathematical activity, the importance of the use of the extra-mathematical context of the statement and the identification of ambiguities in the interaction is shown. Three uses of the extra-mathematical context are identified; proximity, adaptation and functionability. Ambiguities are related to the difficulty of understanding and communicating mathematical meanings. Two ambiguities are identified, conceptual and lexical.

It is concluded that the multimodal tasks statements with extra mathematical context allow to advance in the mathematical activity and the communication. In mathematical activity, a diversity of languages with recurrent elements such as buoy, paraphrase construction, and conceptual and lexical ambiguities are identified. Finally, we detect the differentiated participation by the assignment of roles in a work determined by interactions between pairs and the determining role of adult figures.

INTRODUCCIÓN

Se introduce el problema de investigación que fundamenta el estudio "Análisis de conversaciones matemáticas con estudiantes sordos en entornos de clase". En primer lugar, se describe la estructura general del manuscrito, seguido por la justificación y relevancia del problema, pregunta y objetivos. La tesis doctoral se desarrolló en el Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals de la Universitat Autònoma de Barcelona, como parte del Programa de Estudis de Doctorat de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències, dentro del Grupo de Investigación en Práctica Educativa y Actividad Matemática (GIPEAM).

Se examina la actividad matemática y su comunicación en aulas con estudiantes sordos y oyentes resolviendo tareas aritméticas. El estudio surge del interés por la actividad matemática con estudiantes sordos al enfrentarse a tareas aritméticas verbales. Para la parte experimental, se plantea una secuencia didáctica a ser resuelta en pequeños grupos. Se trabaja con tres aulas de séptimo grado en tres escuelas de Bogotá, Colombia. Hay estudiantes con distintos grados de compromiso auditivo en un entorno bilingüe (lengua de señas colombiana y castellano) y bicultural (cultura sorda y cultura oyente colombiana).

La tesis se estructura en seis capítulos. En el primero se presentan brevemente problema, pregunta y objetivos. El segundo capítulo presenta el marco teórico con dos secciones, una de educación matemática y lengua y otro sobre comunicación en el aula y conceptualización del estudiante sordo como aprendiz de matemáticas. El tercer capítulo expone la metodología con diseño y métodos. El cuarto capítulo presenta el análisis y los resultados de las conversaciones de los estudiantes durante la resolución de las tareas; se divide en secciones, según las tareas, y subsecciones con el análisis preliminar y el principal. El quinto y sexto capítulo muestran las conclusiones y la principal contribución del estudio con base en la pregunta de investigación, además de límites y prospectivas.

PROBLEMA, PREGUNTA Y OBJETIVOS

En esta investigación se adopta una perspectiva sociocultural del aprendizaje, para analizar la interacción y comunicación durante el trabajo en grupo con estudiantes sordos. Se pretende contribuir a la comprensión del aprendiz de matemáticas sordo y de los aspectos sociales y culturales involucrados en su actividad matemática. El problema de investigación es la necesidad de ahondar en aspectos de la actividad matemática de estudiantes sordos y su comunicación al enfrentarse a tareas aritméticas verbales.

La reivindicación de derechos de las personas sordas ha hecho que, históricamente, su educación se haya centrado en el componente comunicativo sin que la comunicación matemática haya sido un objeto prioritario de estudio. Se hace necesaria la consideración del estudiante sordo como aprendiz de matemáticas, lo cual implica la atención a su bagaje de experiencias y su lengua como un elemento relacional que modela su aprendizaje y realidad (Pagliaro, 2010).

El carácter social del aula conlleva el estudio del aprendizaje matemático con atención al uso de la lengua y de la cultura, absteniéndose de construir estereotipos de estudiantes basados en paradigmas de déficit o discapacidad y generando cambios en la concepción de la actividad de grupos en situación de desventaja. Desde una perspectiva capacitadora, el estudiante sordo es alguien que aprende a construir su actividad matemática según recursos comunicativos y experiencias de la convivencia entre una lengua mayoritaria y una lengua de señas. En esta investigación, además de comprender el aprendizaje matemático de estudiantes sordos, se busca entender a los estudiantes sordos como una comunidad con una lengua minoritaria en la comunicación matemática.

Los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas en Colombia consolidan la educación matemática como disciplina que favorece el compromiso del individuo con la sociedad por medio de una mayor comprensión del entorno y sus dinámicas, para avanzar hacia aprendizajes matemáticos formales y abstractos (Ministerio de Educación Nacional, 2003). No son estándares, sin embargo, realizar consideraciones diferenciales para los estudiantes sordos. En esta tesis se sugiere al estudiante sordo como miembro de una minoría lingüística, y da valor académico a los aportes de este grupo y a su cultura diferenciada.

Desde una educación matemática realista, con contextos cercanos y situaciones imaginables, se busca mostrar el desarrollo de la actividad mediante la resolución de tareas. Además, se indaga en la comunicación matemática entre participantes y en las estrategias de resolución del estudiante sordo y del oyente. Desde los estudios de matemática y lengua, se contribuye a comprender prácticas de aula donde la comunicación trasciende la hegemonía centrada en la lengua oral o escrita.

Este estudio se centra en el desarrollo de la actividad matemática durante la resolución de tareas dentro de clases de matemática de escuelas que atienden a estudiantes sordos en Bogotá (una de ellas con inclusión de estudiantes oyentes). Se implementa una secuencia didáctica con situaciones matemáticas de contexto real a ser resueltas por grupos de jóvenes sordos y oyentes. La pregunta a responder es:

> *¿Cómo se produce y comunica la actividad matemática en entornos de aula con estudiantes sordos y oyentes durante la resolución de tareas aritméticas?*

Para dar respuesta a la pregunta, se formulan dos objetivos a fin de examinar procesos comunicativos y matemáticos durante la resolución de tareas en grupo:

> Objetivo 1: Examinar recursos comunicativos usados por estudiantes sordos y oyentes.
>
> Objetivo 2: Examinar aspectos de la actividad matemática de estudiantes sordos y oyentes.

Estos objetivos se plantean de forma secuencial de modo que la comprensión del escenario comunicativo es determinante para observar el desarrollo de la actividad matemática. La mirada global permite la comprensión de la interrelación de ambos procesos de la actividad matemática.

CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO

Este capítulo presenta las bases teóricas del estudio. Se divide en tres secciones. La primera sobre la comprensión de aspectos en el aprendizaje de las matemáticas en contextos bilingües, la segunda sobre la educación matemática con estudiantes sordos y la tercera sobre el desempeño matemático de estos estudiantes. El término sordo hace referencia tanto a estudiantes sordos como a estudiantes hipoacúsicos y usuarios de implantes. Se usa lengua de señas en lugar de lengua de signos o cualquier otro adjetivo dado que es el nombre oficial usado en Colombia establecido en la Ley 324 (1996). La lengua de señas colombiana será denotada como LSC.

EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN CONTEXTOS BILINGÜES

En la enseñanza y aprendizaje de matemáticas, las lenguas y recursos para la comunicación son fundamentales. El hecho de que las matemáticas se manifiesten de manera diferente según las lenguas y contextos sociales y culturales está en la base de este supuesto. El Ministerio de Educación Nacional de Colombia en sus estándares (2003) sugiere el desarrollo del pensamiento matemático a partir de cinco procesos: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar; y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. Para la presente investigación se destaca la comunicación en la construcción y desarrollo de la actividad matemática por medio de diferentes lenguas. Las investigaciones sobre comunicación matemática en grupos minoritarios o en condiciones de desventaja requieren una comprensión precisa.

Domínguez (2011) destaca que la atención a experiencias y contextos de clase en la resolución de problemas de matemáticas son condiciones de participación, en particular con estudiantes bilingües. Se centra en dos proposiciones: 1) existe una desconexión entre experiencias previas y conocimientos escolares; 2) el contexto bilingüe en la clase de matemática tiene un impacto en el aprendizaje. En escuelas estadounidenses, Domínguez trabaja con alumnos latinos bilingües castellano-inglés con instrucción en inglés. Sus datos se basan en la solución de cuatro tipos de problema con: experiencias familiares en castellano, experiencias desconocidas en castellano, experiencias familiares en inglés y experiencias desconocidas en inglés. Se busca entender la actividad e interacción en pequeños grupos. Se observa que, tanto en inglés como en castellano, hay más procedimientos erróneos en los problemas con contextos no familiares que en aquellos con contexto cotidiano. Además, los estudiantes realizan mayor exploración de ideas en castellano en el trabajo en grupo, en comparación con el trabajo individual en inglés. Esto permite concluir que: “la visión de que los estudiantes con diversidad cultural y lingüística no son tan buenos al resolver problemas tiene más que ver con el tipo de problema y de instrucción recibida en la escuela que con la habilidad matemática.

Los contextos involucrados en la resolución de problemas están influenciados por la cultura del aula y de la familia. Barwell (2012) expone que los estudiantes usuarios de dos lenguas en clases de matemáticas se enfrentan a un doble desafío: aprender la lengua oficial del aula y aprender a discutir y conceptualizar las matemáticas en esa lengua. Cuando no se considera la relevancia de la lengua con la que se construyen las matemáticas y se resta importancia al uso de otra lengua, se disipan las ventajas de la diversidad. Barwell distingue entre lengua académica y lengua común, con nivel de competencia variable. Considera que el pensamiento matemático y el aprendizaje de lenguas se producen en la interacción y participación en el aula, donde la secuencialidad de la conversación juega un papel importante. Así surge una negociación para el desarrollo del conocimiento y unas exigencias discursivas producto de la interacción en una segunda lengua.

En un sentido parecido a Domínguez (2011) y Barwell (2012), Moschkovich (2012) señala que las teorías de enseñanza y aprendizaje tradicionalmente han dejado fuera de los estándares a grupos considerados minorías lingüísticas, sociales y/o culturales. Esto se ha puesto de manifiesto en la falta de aprovechamiento de recursos lingüísticos, sociales y culturales de estos grupos de estudiantes. En esta línea, Planas (2014, 2017) expone que la diversidad lingüística en el aprendizaje matemático tiende a enfocarse más en los problemas de ciertos grupos de estudiantes que en las oportunidades. Para ello, esta autora considera necesario ver la lengua como un recurso para comprender la actividad matemática, con atención al aprendizaje de estudiantes cuya primera lengua no corresponde a la lengua de instrucción. Cuando hay un uso rígido de la lengua en un aula multilingüe la participación se ve afectada, por lo que el uso de prácticas flexibles promueve la participación junto con la generación de oportunidades de aprendizaje matemático.

Domínguez, López Leiva y Khisty (2014) indicar que lograr espacios diversos de participación para los estudiantes depende de los significados construidos en el proceso y del espacio de creación conjunta. Proponen incluir ideas de los estudiantes para incrementar el compromiso con la actividad y generar aprendizaje. Parten de reconocer la participación como un producto social; como tal, puede ser reconstruida en compromiso con la actividad matemática. Proponen realizar exploraciones de conceptos, experiencias y prácticas culturales para superar dificultades y construir la actividad como grupo. Se trata, en definitiva, de crear espacios de participación en clase de matemáticas donde los fondos de conocimiento de todos los estudiantes sean reconocidos y distintas formas de comunicación sean permitidas en la discusión de dichos fondos.

EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y PERSONAS SORDAS

Los estudiantes sordos han sido tradicionalmente atendidos desde la educación especial, con foco en una concepción del discurso médico de la sordera que busca lograr su *normalización* con el uso del audífono, del implante coclear o del apoyo de terapistas o fonoaudiólogos. Las nuevas corrientes educativas llevan a considerar el enfoque socio-antropológico de la sordera, con foco en la lengua de señas como lengua natural para el colectivo. Esto incita a la reflexión sobre los estudiantes sordos como parte de una minoría lingüística, dejando atrás posturas médicas-deficitarias. Siguiendo los rasgos estructurales de las lenguas en Stokoe, Casterline y Cronenberg (1965), se señala que la lengua de señas es una lengua natural, visual, con una gramática producida mediante elementos manuales y no manuales (labios, músculos faciales, lengua, hombros y cabeza) y componentes como la configuración, movimiento, ubicación y orientación de las manos en el espacio, la postura corporal, la expresión facial y la visema. Es una lengua propia de la cultura sorda que denota las prácticas de esta comunidad.

Las posturas orales-médicas rodearon a la comunidad durante siglos; hoy esta lengua no sirve solo como un elemento lingüístico sino también como un elemento de identidad, cultura y poder (Nairouz y Planas, 2016). Por medio de luchas reivindicatorias, la comunidad sorda ha cambiado cómo la sociedad la percibe. En este proceso, históricamente la escuela ha sido un espacio de resistencia potenciador de identidades personales y colectivas. En la cultura sorda, el componente generacional y el trato con la comunidad sorda es esencial, en especial la interacción de sordos con otros sordos similares en edad y/o en condición.

La conceptualización del aprendiz de matemáticas sordo se presenta a través de estudios que aportan una visión contemporánea de la educación de sordos. Se parte del estudio de Planas y Valero (2016) sobre grupos excluidos históricamente y enfoques sociales y culturales en la investigación en educación matemática. Para el grupo de estudiantes sordos, se defiende el giro hacia lo social para explicar aspectos involucrados en la creación de obstáculos a la participación en la matemática escolar, y más en particular en la percepción de oportunidades reducidas de aprendizaje matemático. Planas y Valero no mencionan el caso del estudiante sordo, pero dan cuenta de casos de exclusión con respecto a una diversidad de dimensiones combinadas de la identidad del estudiante: lengua, edad, extracción social, género y etnicidad, entre otras. Es en la última década cuando la investigación en el área desarrolla una mirada de la discapacidad como construcción social, producto de obstáculos socialmente impuestos.

Gervasoni y Lindenskov (2011) centran su estudio en la educación matemática de estudiantes históricamente excluidos argumentando que el rendimiento bajo se debe a cuestiones de equidad y calidad en la educación y a la carencia de oportunidades. Al considerar los ‘Derechos Especiales’ de estos grupos, Gervasoni y Lindenskov proponen dos focos: considerar a los estudiantes el centro de los objetivos aprovechando sus fondos de conocimientos y habilidades comunicativas; y brindar un currículo matemático de calidad para todos que responda a los desafíos educativos. Consideran que hay estudiantes con

Derechos Especiales para la educación matemática con variadas características, pero coinciden en que no les ha sido permitido a todos los grupos alcanzar su potencial matemático.

En relación con las expectativas de profesores, Jorgensen (Zevenbergen) y Niesche (2008) plantean aumentar las expectativas sobre los estudiantes al proporcionar entornos ricos en oportunidades de aprendizaje para desarrollar conceptos matemáticos y reconocer las prácticas culturales como reflejo de habilidades. Si se espera de los estudiantes sordos un menor desempeño matemático, se adopta una mirada deficitaria que por restringe las oportunidades de aprendizaje. Estos autores proponen: (1) trabajar como matemático, (2) trabajar en equipo para dejar de enfocar el aprendizaje como búsqueda individual y usar las fortalezas de todos los estudiantes, (3) definir roles repartiendo responsabilidades y consultando al profesor cuando convenga, (4) considerar al profesor como facilitador y dejar que los estudiantes tomen decisiones, (5) interrogar mediante preguntas cognitivamente desafiantes, (6) proporcionar tareas matemáticamente ricas, (7) usar representaciones múltiples para que los estudiantes expresen sus razonamientos según sus preferencias, y (8) reportar los progresos del trabajo en grupo.

Las ideas anteriores conectan con Healy y Powell (2013), quienes afirman la necesidad de virar hacia lo social en la investigación en educación matemática de grupos de estudiantes considerados en la práctica con discapacidad o en situación de desventaja. Distinguen entre discapacidad o deficiencia y diferencia o desventaja, para referirse a estudiantes con identidades físicas, raciales, étnicas, lingüísticas, sociales o de género construidas como subalternas. Plantean espacios de participación para el uso de recursos lingüísticos diversos, más allá de las lenguas orales. El estudiante sordo está sujeto a experiencias sociales de desventaja producidas por los modos en los que la sociedad ha construido su identidad escolar y matemática, manteniendo una brecha sobre los grupos que no responden a los estándares establecidos por cultura, lengua dominante o tiempo histórico. Esta construcción cultural e histórica del estudiante sordo impacta en la generación de condiciones y oportunidades de aprendizaje.

Nunes (2004) contribuye a visibilizar la complejidad cultural de la educación matemática en el caso de estudiantes sordos, considerando que las habilidades matemáticas básicas son producto de aspectos sociales y lingüísticos. Su trabajo principalmente dirigido a familiares y profesores, afirma que esas habilidades en estudiantes sordos se encuentran, en promedio, varios años atrás de las de estudiantes oyentes de la misma edad; propone dejar atrás los enfoques asistencialistas-morales y médicos, y problematizar los enfoques con énfasis en la dimensión cognitiva del aprendiz (e.g. Chausard, 1976; Gattegno, 1963; referenciados en Austin y Howson, 1979). Nunes trabaja con estudiantes sordos británicos en la escolarización temprana y describe estrategias desarrolladas por ellos, por ejemplo, para sumar dos números enteros usando los dedos iniciando el proceso con una cantidad en cada mano. En general cuestiona que los sordos tengan dificultad para aprender la lengua de las matemáticas y los procesos matemáticos. Se discute que no es posible afirmar la existencia de un problema general de aprendizaje de lenguas por parte de los sordos, mostrando como ejemplo a los hijos sordos de padres sordos quienes desarrollan la lengua de señas desde temprana edad, al igual que los oyentes al desarrollar una lengua oral. Nunes expone que el problema radica en que cerca del 90% de los sordos son hijos de padres oyentes que no conocen la lengua de señas, esto se mantiene por lo menos hasta los dos años de edad del hijo cuando los padres comprenden la necesidad de adquirir la lengua de señas y se genera una demora en la adquisición y desarrollo de la lengua en los hijos. El desajuste en el binomio hijo sordo- padre oyente puede provocar dificultad de aprendizaje de la lengua en los estudiantes sordos. Así, defiende la necesidad de propiciar oportunidades de aprendizaje para que los estudiantes sordos hagan uso de sus habilidades viso-espaciales.

Easterbrooks y Stephenson (2006) exponen que la baja comprensión matemática de los estudiantes sordos puede ser consecuencia de la falta de vocabulario eficaz para enseñar conceptos, y que la brecha educativa entre sordos y oyentes reside más en diferencias entre experiencias educativas que en el grado de pérdida auditiva. Por su lado, León Corredor y Calderón (2010), en un estudio etnográfico en tres escuelas para estudiantes sordos en Bogotá, señalan la particularidad del vocabulario matemático en lengua de señas como otro factor en la participación de estos estudiantes. Se encuentran con un aula de clase multigrado con niños en niveles de preescolar y de primer grado, y con integración de niños sordos, con o sin compromisos agregados, junto con niños oyentes con compromisos agregados como parálisis cerebral. En las actividades de conteo, observan falta de dominio de aspectos como orden, cardinalidad y correspondencia uno a uno, ejemplificados en la dificultad de notar que el orden de los sumandos no importa al contar cantidades. Atribuyen esto a variables semióticas en las cuatro representaciones del número natural: cifras en castellano escrito, cifras en LSC, visualización de cifras con puntos y cifras en sistema arábico decimal. Por último, encuentran que el manejo de LSC es básico e insuficiente para conversar sobre conceptos matemáticos. Se deduce que en parte esto deriva del restringido léxico matemático en LSC, con ausencia de señas para referirse a relaciones, objetos o experiencias matemáticas.

Para superar las restricciones en el léxico matemático, es necesario un continuo y complejo proceso de estandarización de la lengua de señas que a su vez requiere fortalecer prácticas sociales. De ahí la importancia del trabajo colaborativo. Este escenario colaborativo involucra un aprendizaje dialógico, donde resalta la comunicación como elemento de reflexión dentro de la perspectiva de la Educación Matemática Crítica de Skovsmose (1999). Al respecto, el modelo de cooperación indagativa de Alrø y Skovsmose (2003) invita a evidenciar formas en las que profesor y estudiantes indaguen conjuntamente dentro de un proceso comunicativo con aspectos determinados bajo una relación de respeto mutuo. Alrø y Skovsmose buscan estimular las interacciones colaborativas por medio de ocho actos dialógicos: 1) Entrar en contacto: preparación para indagar donde los participantes entran en un estado de escucha y respeto mutuo. 2) Localizar: encuentro de nuevas perspectivas donde se hacen visibles posibilidades a indagar. 3) Identificar: determinación de principios matemáticos que lleva a una indagación más profunda. 4) Defender: afirmación o argumentación que lleva a formular cuestionamientos mutuos. 5) Pensar en voz alta: expresión pública y accesibilidad de ideas. 6) Reformular: repetición o parafraseo para confirmar o solicitar información. 7) Desafiar: inicio hacia otras direcciones para indagar posibilidades y cuestionar. 8) Evaluar: inicio de formas de evaluación individual o conjunta. La presencia de estos actos dialógicos genera una transformación en las prácticas del aula acercando a los estudiantes a una actitud crítica en el proceso de aprendizaje.

Rosich, Jiménez, Latorre y Muria (2004) resaltan la importancia del trabajo colaborativo entre estudiantes del aula en una investigación etnográfica realizada en escuelas de Barcelona. Exploran el desarrollo de procesos geométricos en estudiantes sordos y oyentes entre 12 y 16 años, buscando reconocer dificultades y ambigüedades que aparecen en el desarrollo de problemas y en la interpretación de significados matemáticos. Señalan que los estudiantes sordos requieren mayor atención de los profesores, ya que manifiestan no entender la formulación de las preguntas y dejan en blanco partes de la tarea, lo que relacionan con dificultades lingüísticas. Los oyentes también presentan dificultades, pero dan respuestas.

Healy, Becerra, Fernandes y Botelho Peixoto (2016) aluden a la comunicación multimodal para comprender aspectos involucrados en la actividad matemática. Consideran la necesidad de no priorizar las lenguas habladas por delante de las lenguas en general ni unos modos de comunicación por delante de otros como lenguas de señas, signos y gestos. Las autoras se enfocan en los recursos lingüísticos de estudiantes sordos y ciegos. Los señantes hacen uso de gestos no convencionales, además de señas propias de la lengua. El relativamente reciente reconocimiento de las lenguas de señas ocasiona que se sepa poco sobre el uso de modalidades de comunicación viso-gestuales. Aportan datos de un estudio en Brasil con un estudiante sordo profundo de 24 años que calcula mediante gestos, como el de golpear la mesa tres veces para dar seguimiento a la repetición en los cálculos, junto con el uso de la lengua de señas brasilera y la lengua escrita. Hay también datos de una escuela mexicana para estudiantes sordos con uso de representaciones visuales y lengua de señas mexicana sin recurrir a la lengua escrita u oral. Evidencian recursos lingüísticos visuales, gestuales y corporales a fin de expresar objetos matemáticos y sus propiedades.

La combinación simultánea de signos y gestos permite comunicar ideas, pero además forma parte de procesos de pensamiento, representación y exploración de la actividad matemática de los estudiantes. Al respecto, Healy y otros (2016) resaltan el uso amplio de la modalidad visual-gestual-corporal y la simultaneidad de recursos lingüísticos durante la actividad matemática. Sugieren que los gestos de los estudiantes surgen cuando no disponen de palabras ni señas para comunicar significados. Así los gestos pueden tener distintas interpretaciones y significados matemáticos que requieren negociaciones para ser usados en la interacción social, y resultan un recurso adicional en aulas de matemáticas como enfoque visual que se usa cuando las expresiones verbales no son suficientes (Krause, 2015).

Manghi Haquin (2010) identifica gestos deícticos de profesores en la pizarra para indicar elementos del contexto y representar elementos simbólicos como objetos materiales. Desde la lingüística funcional, expone como se relacionan formas de representación y comunicación de significados y como las comunidades las crean y utilizan. Desde una perspectiva multimodal, se consideran recursos comunicativos más allá de la lengua escrita y ampliando la mirada a recursos semióticos como gráficos e imágenes. Manghi Haquin indica que los profesores usan tres recursos semióticos al interactuar con estudiantes: habla o lengua oral, gestos y simbolismo matemático y escritura e imágenes dibujadas. Los profesores usan estos recursos de manera sistemática y combinada. El uso simultáneo implica que no se construye un texto gestual propiamente, sino que los gestos activan su significado y se conjugan con textos y simbolismo matemático de manera multimodal.

Calderón, León Corredor y Orjuela (2011) investigan el desarrollo discursivo de estudiantes sordos en los primeros años mediante un proyecto de aula que buscaba la participación activa. Destacan la *descripción* como un modo discursivo que implica dos aspectos: cognitivos, relacionados con la capacidad de representación, y lingüísticos, relacionados con el sistema usado para describir. En el aspecto lingüístico destacan el hecho de nominar, que implica nombrar objetos y fenómenos, para instaurar y reconocer objetos mediante el uso de sustantivos y/o elementos deícticos como uso de pronombres demostrativos o señalamientos con dedos, ojos o boca. Expresan que el desarrollo de la capacidad deíctica lingüística y gestual resulta esencial en la medida que permite una *descripción* desde fuera del objeto, mediante el señalamiento, reconocimiento y posterior representación.

Hu, Ginns y Bobis (2015) argumentan que el gesto de señalar contenidos sobre una superficie con el dedo ha tenido un gran uso en la historia de la práctica educativa, siendo una técnica de enseñanza del alfabeto, a través de un enfoque multi-sensorial con diferentes modalidades: auditiva o gestual, visual y táctil.

Alibali y DiRusso (1999, citados en Hu, Ginns y Bobis, 2015) probaron, por medio de actividades de conteo que los señalamientos con el dedo y tocamiento del material físico permiten una reducción de la carga de memoria durante el trabajo pues proporcionan un marcador externo del conjunto de los objetos contados. Así, Hu, Ginns y Bobis sugieren que las modalidades sensoriales se activan al realizar conteos durante la resolución de problemas en matemática, y usar el dedo para señalar, tocar o rastrear aspectos en la resolución puede mejorar el desempeño.

Krause (2017a) considera que, dado que el pensamiento matemático es moldeado por procesos de construcción de significados en interacción social, los productos del aprendizaje deberían ser los mismos para estudiantes sordos y oyentes. Con estudiantes usuarios exclusivos de lengua de señas durante una clase de geometría, Krause expone el papel de señas y gestos en la interacción con posibles repercusiones en el aprendizaje matemático, y cómo la simultaneidad y la iconicidad de la lengua de señas pueden tener importantes implicaciones en el aprendizaje. Su análisis indica la complejidad del aprendizaje de una idea matemática y su correspondencia con una seña que refleje la idea; pocas veces se hace explícita la asignación de significado a los gestos y el desarrollo de la idea se tiende a dejar en el terreno implícito. Por un lado, concluye que las señas matemáticas requieren ser introducidas y explicadas como señas convencionales con espacio para su conexión con gestos no convencionales en el proceso de iconización. Por otro lado, concluye que se tiende a enseñar y exigir un procesamiento lineal omitiendo la simultaneidad de la lengua de señas, e invita al manejo de información de forma simultánea y no de forma lineal en las aulas de matemáticas con estudiantes sordos.

Las características viso-gestuales que rodean a los estudiantes sordos, han llevado a que sean conceptualizados como aprendices visuales. Al respecto Marschark, Morrison, Lukomski, Borgna y Convertino (2013) examinan la relación entre lengua y habilidades viso-espaciales de estudiantes sordos y oyentes al resolver tareas de matemática para determinar si los sordos pueden ser considerados aprendices visuales. Estos autores defienden que no se puede afirmar que los estudiantes sordos son aprendices visuales sólo basados en el hecho de que prefieren el uso de la lengua de señas sobre la lengua hablada.

En su investigación con 39 estudiantes sordos y 32 oyentes toman problemas con diagramas para examinar habilidades visuales-espaciales. Se encuentra que los estudiantes oyentes poseen las mismas habilidades viso-gestuales que los sordos. De ahí se concluye que las habilidades viso-espaciales están más relacionada con la pérdida auditiva que con sus habilidades en lengua de señas. Aunque los estudiantes sordos tienden a depender más de la visión que los oyentes (sean o no usuarios de lengua de señas) no hay evidencia de ser más visuales en su aprendizaje que los oyentes.

DESEMPEÑO MATEMÁTICO DE ESTUDIANTES SORDOS

La conceptualización del estudiante sordo ha tenido diferentes etapas y aún existe una brecha entre los recursos lingüísticos usados en la comunicación matemática y las formas del proceso de enseñanza y la evaluación. Hoy en día se sitúa al estudiante sordo de matemáticas como parte de una comunidad lingüística minoritaria en una sociedad dominada por la cultura oyente y lenguas orales. Dicho esto, en esta sección se aborda el desempeño matemático de estudiantes sordos en clase, con atención en la comprensión de aspectos sociales y culturales involucrados en la actividad matemática y en la interacción. Se seleccionan estudios cuya experimentación se desarrolla con problemas aritméticos y se da prioridad a trabajos desde una perspectiva centrada en las capacidades del estudiante sordo.

Kelly, Lang y Pagliaro (2003) estudian la percepción de profesores de matemáticas sobre estudiantes sordos en Estados Unidos y prácticas adecuadas para su enseñanza. La brecha entre el desempeño de estudiantes sordos y oyentes de igual edad en matemáticas se atribuye a una combinación de factores lingüísticos, cognitivos y experienciales. Estos autores examinan el énfasis de los profesores a la resolución de problemas verbales de matemáticas frente a ejercicios rutinarios descontextualizados. Se emplea más tiempo en la comprensión de términos del enunciado de problemas verbales y en la aplicación de procedimientos en lugar de centrarse en problemas con contexto realista, en la visualización y análisis de estrategias y en la formulación de argumentos. La competencia de los estudiantes sordos en inglés puede ser una barrera para resolver con éxito problemas verbales, y hace que los profesores se centren en la comprensión del enunciado. Los profesores tienden a evitar problemas verbales por verlos más desafiantes; realizan ajustes con vocabulario familiar para evitar la complejidad léxica. Estas prácticas docentes han llevado a un descuido en la enseñanza del proceso completo de resolución. Se reivindica así de manera tácita la corriente de la Educación Matemática Realista (Freudhental, 1991), donde se fundamenta el uso de contextos cercanos y problemas en el proceso de matematizar.

Serrano Pau (1995) afirma que el aprendizaje matemático de estudiantes sordos es ligeramente más lento que el de estudiantes oyentes, basando la diferencia en las experiencias y en el tiempo que necesita el estudiante sordo para el aprendizaje de conceptos debido a la dificultad del vocabulario técnico, y no como resultado de diferencias cognitivas. La autora afirma que los estudiantes buscan simplificar el enunciado de problemas aritméticos verbales a formas lingüísticas más comprensibles y el éxito en la resolución se relaciona con la comprensión lectora.

Pagliaro y Ansell (2012) investigan el uso de estrategias de resolución de problemas en niños sordos. Consideran que las dificultades de estudiantes sordos al resolver problemas de contexto están asociadas a la lengua escrita, y que su desempeño va ligeramente detrás del desempeño de los oyentes. Esto centra la investigación en dificultades y estrategias de lectura en inglés, y no en indagar procesos matemáticos de estudiantes sordos al resolver problemas. Concluyen que los niños sordos usan las mismas estrategias que los oyentes al modelar y contabilizar, pero hacen mayor uso de conteos. El uso de ambas manos para mantener números separados en cada una permite manipular simultáneamente dos secuencias de conteo. Sugieren dejar que los estudiantes trabajen y experimenten varias estrategias.

Hyde, Zevenbergen y Power (2003) abordan la ambigüedad léxica de términos en el desempeño en la resolución de problemas de estudiantes sordos. Las habilidades matemáticas de estudiantes sordos se han centrado en operaciones entre números, por lo que se examina su desempeño al resolver problemas aritméticos con enunciados verbales. La complejidad de problemas verbales crea demandas adicionales en el desempeño de estudiantes sordos con relación al de estudiantes oyentes. Aplican un test con problemas aritméticos verbales y entrevistan a un grupo de estudiantes para indagar en el proceso de resolución, a fin de identificar elementos léxicos a través de formas sintácticas comunes a varias respuestas. Los estudiantes exponen como estrategia de resolución la identificación de palabras que consideran clave para entender el problema; esto arroja múltiples aproximaciones a la solución y resulta en respuestas incorrectas. Los estudiantes sordos presentan una comprensión limitada de la sintaxis y semántica de la estructura de los enunciados en inglés. Según las autoras las dificultades lingüísticas de problemas aritméticos verbales se deben a la variabilidad de expresiones sintácticas en enunciados, a la falta de reconocimiento de términos clave -vocabulario matemático y común- y al uso de formas gramaticales pasivas en los enunciados de problemas.

En cuanto al desempeño en los problemas rutinarios Hyde y otros (2003) observan una complejidad lingüística y conceptual en el término “twice” que resulta ser un término polisémico y conceptualmente ambiguo ya que los estudiantes no logran decidir cuál operación aplicar para obtener la respuesta correcta, dudando entre división y multiplicación. En cuanto al desempeño en los problemas con uso del contexto, términos clave como “lost” indican un camino erróneo hacia una resta, lo cual resulta un fenómeno similar de polisemia y de ambigüedad léxica. A pesar de que la ambigüedad léxica se presenta en enunciados formales y cotidianos, documentan una mejora en el desempeño al resolver problemas aritméticos de contexto cotidiano. Una implicación es recomendar el uso de enunciados con contextos cotidianos y gramáticas sencillas. A pesar de la importancia de trabajar vocabulario específico del área con estudiantes sordos para reducir la ambigüedad lingüística des enunciados, Kelly, Lang y Pagliaro (2003) exponen que dedicar mucho tiempo a ello también resulta una simplificación extrema de las situaciones presentadas. Cuando se presenta continuamente a estudiantes sordos problemas con enunciados simples se les niega la oportunidad de aprender a enfrentarse a problemas regulares. Si bien todos los estudiantes se enfrentan a dificultades propias de la resolución de problemas, las oportunidades de aprendizaje matemático no deben comprometerse en cuanto al contenido, pues se seguirán reproduciendo procesos de exclusión. La exploración de recursos comunicativos multimodales usados por estudiantes sordos en la resolución de problemas puede facilitar el aprendizaje de contenidos que se tienden a simplificar.

De acuerdo con el reconocimiento de las formas multimodales de expresión, Blatto-Vallee, Kelly, Gaustad, Porter y Fonzi (2007) analizan el uso de gráficas y diagramas en la resolución de problemas por estudiantes sordos junto con la influencia del entorno comunicativo en el desempeño matemático. Examinan la representación visual-espacial de estudiantes sordos y oyentes al resolver problemas distinguiendo entre representaciones esquemáticas para describir y pictóricas para codificar. Con datos de aula de estudiantes sordos y oyentes concluyen que el entorno comunicativo influye en la participación y el desempeño matemático del estudiante sordo. Además, observan una mejora del desempeño en la resolución de problemas cuyos enunciados incorporan representaciones gráficas.

Si bien los gráficos, diagramas y esquemas forman parte del componente visual relevante en la educación de sordos, los gestos que acompañan a la lengua de señas resultan esenciales en la comunicación matemática. Krause (2017b) expone que la lengua ha sido considerada un problema en el aprendizaje matemático de estudiantes sordos, sin embargo, poco se ha investigado sobre la lengua de señas como parte integral del proceso de aprendizaje. Por ser una lengua espacial-visual-somática, facilita nuevas vías de acceso a ideas matemáticas, distintas a las vías dominantes de las lenguas orales. Krause expone que la modalidad de lengua influye en la conceptualización de objetos e ideas, y por ello busca encontrar las particularidades de la lengua de señas en el discurso matemático. Respecto a esto, expone que la lengua de señas, a diferencia de las lenguas orales, permite representar simultáneamente diferentes aspectos del enunciado. Además, el aprendizaje matemático puede verse como un proceso social donde los estudiantes construyen significados y conocimientos matemáticos por medio del uso de la lengua de señas. En esta construcción conjunta muchos conceptos matemáticos están formados metafóricamente para que sean comprendidos por medio de algo familiar; la seña o el gesto aluden a un significado subyacente, por lo que los gestos en la interacción pueden mostrar formas de comprensión.

Goldin-Meadow, Shield, Lenzen, Herzig y Padden (2012) discuten el uso de gestos espontáneos en la comunicación matemática y su influencia en la resolución de problemas por parte de estudiantes sordos. Se sustentan en estudios de Church y Goldin-Meadow (1986), Perry, Church y Goldin-Meadow

(1988) y Pine, Lufkin y Messer (2004) sobre el beneficio del uso de gestos por oyentes, para indagar la relación entre seña y gesto. Consideran “señas” a los movimientos de la mano de los diccionarios de lengua de señas americana (ASL), y “gestos” al resto de señalamientos y movimientos de la mano. Concluyen que los estudiantes sordos relacionan gesto-seña al resolver problemas, así como los oyentes relacionan gesto-habla, y que, a mayor cantidad de gestos adicionales en las señas, mayor éxito en la resolución. Exponen sobre la existencia de parejas seña-gesto que los estudiantes sordos usan frecuentemente en su actividad matemática (e.g. colocar la mano en V para señalar y agrupar-sumar dos cantidades y luego dar en señas el resultado). Documentan la combinación y asociación de lengua y señas, mostrando que los estudiantes sordos producen gestos espontáneos para comunicar información que altera lo transmitido en lengua de señas.

Entre los gestos que se destacan entre usuarios de lenguas de señas se tiene la boya, que ocurre cuando los señantes tienden a producir señas con la mano no dominante para mantener fija una configuración mientras que con la mano dominante se siguen produciendo señas (Liddell, 2003). Liddell expone que semánticamente las boyas ayudan a guiar el discurso sirviendo como punto de referencia, al mantener la presencia física de una entidad en el espacio. El uso de boyas puede ser más o menos breve y puede servir para listar elementos del discurso, desarrollar un tema, preservar información o señalar objetos.

CAPÍTULO 2. METODOLOGÍA

Este capítulo presenta el planteamiento metodológico para la realización del trabajo experimental y del análisis de datos. Primero, se describe el tipo de investigación, los participantes y el contexto. Luego se explica el método de recolección de datos, la secuencia didáctica y el análisis de contenido de las tareas. Para terminar, se presentan las etapas de análisis de datos. El término castellano hace referencia al idioma oficial de Colombia según el artículo 10 de la Constitución Política de la República de Colombia (Presidencia de la República, 1991), y es entendido como sinónimo de español que responde al uso común dado al término en Colombia.

APROXIMACIÓN, PARTICIPANTES Y CONTEXTO

La investigación tiene un enfoque cualitativo con base en datos de aula con conversaciones de estudiantes y producciones escritas. Se desarrolla una etnografía de tipo relacional y explicativa a fin de caracterizar acciones comunicativas y matemáticas. El análisis inductivo mediante la aplicación de métodos de comparación constante ayuda a comprender singularidades y significados de procesos, y generar temas emergentes.

Los participantes son 24 estudiantes de aulas de matemáticas de séptimo grado de secundaria, con distintos grados de audición, con edades comprendidas entre 12 y 19 años, 17 hombres y 7 mujeres, repartidos en tres escuelas dedicadas a la educación de estudiantes sordos en Bogotá. Son también participantes un profesor de matemáticas, una intérprete de LSC y la investigadora.

No se realiza una selección de estudiantes, ya que se busca observar toda el aula y mantener la dinámica lo más cercana a la condición habitual, a pesar de las cámaras y la presencia de la investigadora e intérprete. Antes de aplicar la secuencia didáctica se realiza una breve entrevista con los tres profesores para indagar sus prácticas y revisar las tareas. En el trabajo experimental participa el profesor de la Escuela 3, mientras que en la Escuela 1 y 2 sólo participa la intérprete y la investigadora.

Las escuelas participantes son seleccionadas según su interés y disposición a participar en la investigación, así se cuenta con:

- Escuela 1: Institución urbana privada religiosa, atención desde preescolar hasta grado undécimo, en jornada matutina. Educación bilingüe y bicultural (LSC y castellano escrito). Profesor voluntario de matemáticas, oyente.
- Escuela 2: Institución urbana privada laica, atención desde grado séptimo hasta undécimo, en jornada matutina con tardes de refuerzos. Educación bilingüe y bicultural (LSC y castellano escrito). Profesora con título en Educación especial y Especialización en Educación matemática, oyente.
- Escuela 3: Institución rural privada laica, incluye estudiantes oyentes, y atiende al Instituto Colombiano de Bienestar Familiar (ICBF), atención desde preescolar hasta grado undécimo, en jornada matutina. Educación bilingüe y bicultural (LSC y castellano, oral y escrito). Profesor con título en Educación matemática, estudiante de Maestría en Docencia de la matemática, sordo.

Se mantiene el compromiso de anonimato acordado con participantes e instituciones, por lo que se asignan números a escuelas y estudiantes. Se presentan las Tabla 1, Tabla 2 y Tabla 3 con una caracterización de los estudiantes. La primera columna, ID, muestra la identificación de cada grupo desde el grupo 1 (G1) hasta el grupo 8 (G8), seguido de la identificación del estudiante, iniciando en uno (1) en cada escuela. Los grupos no son impuestos por la investigadora: en Escuela 1, sin el profesor, los grupos se forman entre estudiantes; en Escuela 2 una profesora auxiliar forma los grupos; y en Escuela 3 el profesor forma los grupos buscando diversidad de condición auditiva. La segunda columna indica la edad de cada estudiante. La tercera columna indica el grado de compromiso auditivo, desde sordo profundo hasta oyente. La cuarta columna informa, en caso que existan, compromisos agregados del estudiante. La última columna, de observaciones, presenta datos del estudiante que ayudan a comprender la realidad social del aula.

Tabla 1: Identificación y perfil de estudiantes, E1

ID	Edad	Compromiso auditivo	Compromiso agregado	Observaciones
G1(1)	15	Sordera profunda	No	Seis hermanos sordos Preescolar y primaria en tres escuelas regulares Dos años sin escolarización
G1(2)	17			Escolarización a partir de los diez años Cuatro años en Instituto Nacional para Sordos
G2(3)	17			Cinco años en programa para sordos en escuela pública
G2(4)	17			Preescolar y primaria en Instituto Nacional para Sordos
G2(5)	18		Baja visión Rasgos autistas	Dificultad social para relacionarse

Tabla 2: Identificación y perfil de estudiantes, E2

ID	Edad	Compromiso auditivo	Compromiso agregado	Observaciones
G3(1)	17	Implante coclear	Hipotonía	Enfermedad celíaca prematura Nace a los seis meses y medio
G3(2)	15	Hipoacusia en oído derecho Anacusia en oído izquierdo	Coloboma de nervio óptico bilateral Dificultad de Aprendizaje	Escolarización primaria en escuela regular
G3(3)	15	Hipoacusia de moderada-severa	No	Escolarización primaria en escuela inclusiva
G4(4)	15	Hipoacusia	Compromiso cognitivo leve	Meningitis bacteriana antes de los cinco meses
G4(5)	19	Sordera profunda	Catarata congénita Adaptación de lente en un ojo Compromiso motor	Atención educativa individual

Tabla 3: Identificación y perfil de estudiantes, E3

ID	Edad	Compromiso auditivo	Compromisos agregados	Observaciones
G5(1)	14	Sordera profunda	No	Bajo protección del ICBF
G7(2)	17			
G7(3)	16	Implante coclear		
G7(4)	14	Sordera profunda		Bajo protección del ICBF
G8(5)	16		Dificultad de aprendizaje	Bajo protección del ICBF Adoptado por padres oyentes
G8(6)	14	Implante coclear	No	
G8(7)	14	Implante Baha		Bajo protección del ICBF Adoptado por padres oyentes
G8(8)	16	Oyente	Compromiso Visual Encéfalo Malacia Parietooccipital	
G5(9)	16		Dificultad de aprendizaje	
G5 (10)	14	Implante coclear	No	Primos sordos
G6(11)	16	Sordera profunda	Compromiso Visual	
G7(12)	12	Oyente	No	
G6(13)	14	Implante coclear		Bajo protección del ICBF
G6(14)	14	Oyente		

RECOLECCIÓN DE DATOS

Los datos se recogen en las aulas, por la investigadora con el acompañamiento de una intérprete de LSC. Los contactos con las escuelas se inician vía correo electrónico con directoras y siguen reuniones presenciales. Se presenta por solicitud de las escuelas un *informe ejecutivo* y se solicita su participación. Las directoras informan a estudiantes y profesores, consiguen los consentimientos informados de padres y/o representantes y asignan horarios. Se graba en vídeo a los grupos en cada aula durante tres sesiones, de una hora cada una, organizadas en tres partes:

(1) Apertura: Se dedican entre 3-5 minutos a presentar la tarea por la investigadora en castellano oral con interpretación simultánea a LSC, mientras los estudiantes tienen una ficha por grupo con la tarea.

(2) Trabajo en grupo: Se dedican entre 30-40 minutos a resolver la tarea.

(3) Puesta en común: Se dedican entre 15-20 minutos a discutir la resolución con la clase, con la investigadora en la pizarra usando castellano oral con interpretación simultánea a LSC. Los estudiantes exponen sus resultados y se construye conjuntamente la resolución de la tarea en la pizarra.

Durante las sesiones se obtienen tres fuentes de registro de datos:

(1) Registro en grabaciones de vídeo: Se cuenta con un total de 20 vídeos. Cada grupo se registra con una cámara, colocada para grabar a todos en un mismo plano. Por el espacio en las aulas no es posible registrar en vídeo cuando los estudiantes escriben ni es posible realizar una toma de toda la clase, por lo que no se registran algunas interacciones. La diferencia entre el número de vídeos y las sesiones es producto de dificultades con la filmación de algunas sesiones por espacio disponible y apoyo logístico.

(2) Ficha y hoja de trabajo: Cada grupo cuenta con una ficha de la tarea y hojas en blanco para la resolución. Se tiene en total 22 fichas/hojas de trabajo.

(3) Notas de campo: La investigadora registra observaciones de cada sesión. La observación participante en las sesiones permite mayor familiarización con los contenidos del análisis al realizar la revisión constante de los vídeos.

SECUENCIA DIDÁCTICA Y ANÁLISIS DE LAS TAREAS

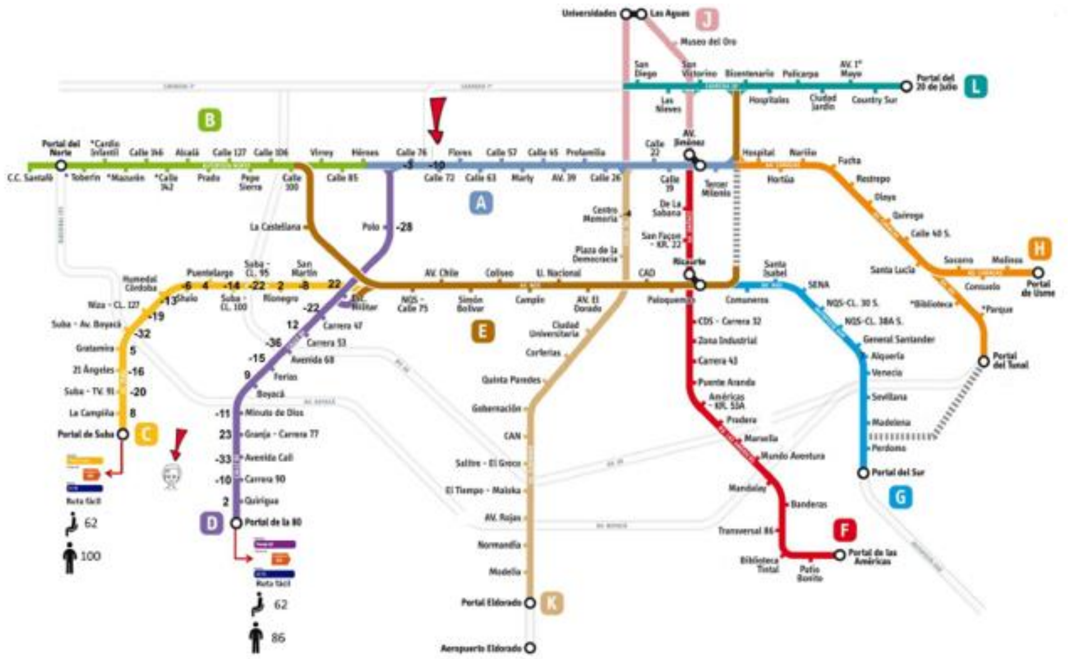
Se usa la secuencia didáctica como instrumento de recolección de datos por la información que brinda sobre el proceso de resolución de tareas. Se diseña con cuatro tareas aritméticas de contexto extra-matemático acerca del sistema de transporte masivo Transmilenio. Cada tarea consta de opciones y tiene un carácter multimodal con modos verbal y gráfico. La información de cada modo es complementaria e imprescindible. La entrevista con los profesores lleva a incluir el modo visual y aspectos que evoquen realidades cercanas.

Se realiza el pilotaje de las tareas de la secuencia durante el curso 2013-2014 en una clase con estudiantes para maestro de primaria en la Universitat Autònoma de Barcelona. Luego las tareas son evaluadas por tres profesoras de bachillerato, una en Colombia y dos en Venezuela, lo que permite reformular la secuencia tomando sus sugerencias. Además, previo a las sesiones se realiza con la intérprete y los profesores una revisión del contenido de las tareas, los enunciados y el vocabulario. Se realizan los ajustes sugeridos por los profesores.

De la secuencia didáctica diseñada para la experimentación se consideran tres tareas en el análisis. Las tres tareas son aritméticas, de relaciones y cambios. Siguen los análisis de contenido matemático para cada tarea, inspirado en el marco elaborado por Rico (2001): estructura conceptual para describir conceptos y relaciones; sistemas de representación; y fenómenos y modelos de relación entre fenómenos sociales y estructuras matemáticas.

Análisis de contenido de la Tarea 1

En el enunciado se presentan dos opciones de ruta, desde estaciones diferentes del Transmilenio, para llegar a un mismo destino (ver Figura 1). Cada opción cuenta con un autobús con un número inicial de personas paradas y personas sentadas. En el enunciado existe una relación entre datos verbales y datos gráficos que implica una correspondencia entre los datos verbales “suben” y “bajan” con los datos gráficos dados por los valores de la variable ‘personas’, por medio de números enteros, positivos y negativos respectivamente. Se solicita escoger la mejor opción para llegar al destino con al menos una silla disponible.



Un Transmilenio tiene capacidad para 250 pasajeros (62 sentados y 188 parados). Andrés se sube y está parado, y se moviliza desde su ubicación hasta Calle 72. Cada número indica la cantidad de personas que se suben o se bajan en cada estación. ¿Cuál es la mejor ruta que puede tomar Andrés para llegar a su destino sentado en una silla? Explique por qué

Figura 1: Ficha de T1

La Figura 2 muestra un esquema de la estructura conceptual. Cada ruta tiene asociada una función discreta f, f_1 y f_2, cuyo dominio es el conjunto de estaciones del Transmilenio de cada ruta ordenado según el recorrido del autobús. Así, el dominio de f_1 se denotará $\{a_1, a_2, \ldots, a_{18}\}$ y el dominio de f_2 será $\{b_1, b_2, \ldots, b_{15}\}$, valores de la variable independiente 'estaciones (del Transmilenio)' en cada ruta. El codominio de cada función es el conjunto de números naturales. Para cada $k=1, \ldots, 18$, existe un único $f_1(a_k)$ correspondiente a la variable dependiente 'personas' que se refiere al número total de personas dentro del autobús en la estación a_k. Igualmente, para cada $j=1, \ldots, 15$, existe un único $f_2(b_j)$.

Cada estación a_k tiene asociado un número entero m_k, dado como dato de la tarea. Cada estación b_j tiene asociado un número entero n_j. Cada f_i está definida de forma inductiva, se conoce la constante inicial y cada valor de la función se calcula a partir del anterior mediante operaciones con números enteros.

Para $k= 1, \ldots, 18$ se tiene:

$$f_1(a_1) = 162$$

$$f_1(a_k) = f_1(a_{k-1}) + m_k$$

y para $j= 1, \ldots, 15$, *se tiene:*

$$f_2(b_1) = 148$$

$$f_2(b_j) = f_2(b_{j-1}) + n_j.$$

Para resolver la tarea se debe encontrar el valor de la variable independiente que hace que la variable dependiente sea menor o igual a una constante, dada por el número de sillas del autobús (62 sillas). Así debe hallarse una estación

$a \in \{a_1, a_2, \ldots, a_{18}\}$ tal que:

$$f_1(a) \leq 62.$$

De esta manera se asegura que el número de personas dentro del autobús es menor o igual al número de sillas disponibles y, por lo tanto, todas las personas se pueden sentar. De manera similar, se debe hallar

$b \in \{b_1, b_2, \ldots, b_{15}\}$ tal que:

$$f_2(b) \leq 62.$$

Una vez halladas las dos estaciones de cada ruta, la segunda parte de la tarea consiste en establecer un criterio de comparación entre las estaciones *a* y *b* que permita concluir cuál es la mejor opción. La tarea tiene una pregunta abierta con el fin que los estudiantes elijan, discutan y comuniquen su criterio de selección.

Para simplificar la notación en la presentación de los análisis y resultados, se denotará como *f* a cualquiera de las funciones f_1 ó f_2, y se denotará por c_i a cualquier elemento del conjunto $\{a_1, a_2, \ldots, a_{18}\} \cup \{b_1, b_2, \ldots, b_{15}\}$, y los valores numéricos asociados serán denotados por *t*.

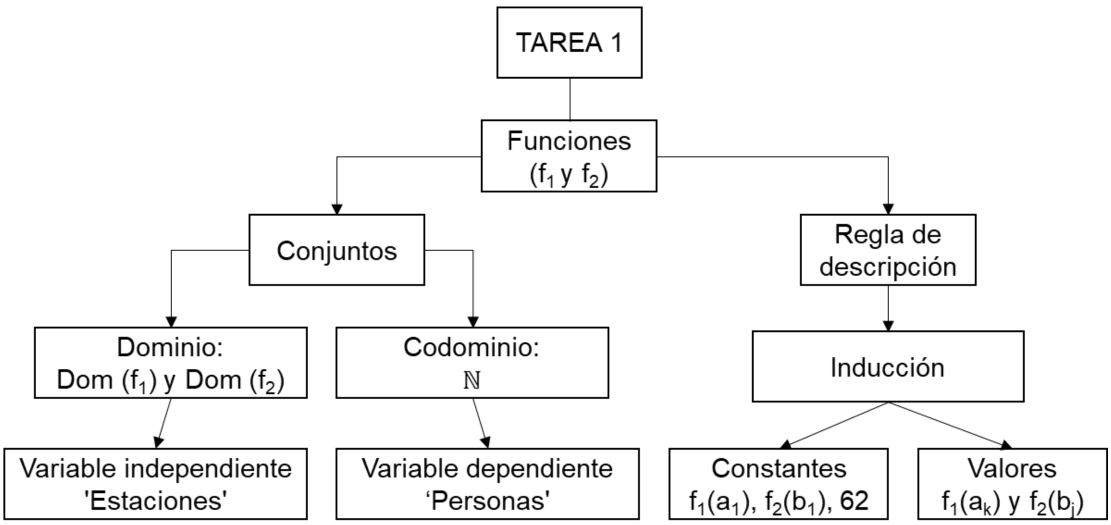


Figura 2: Estructura conceptual de T1

La tarea contiene en el enunciado una representación verbal y una gráfica. La representación verbal muestra el contexto de la tarea, con un dato inicial superfluo que actúa de distractor y con la descripción de la situación. La representación gráfica consiste en un multigrafo dirigido, asociado al sistema de rutas del Transmilenio donde se señala una dirección al mencionar una estación inicial y otra final. Es un multigrafo porque hay varios vértices que son nodos de varias aristas. Esto da idea de la multitud de información interrelacionada.

Este multigrafo representa las estaciones del Transmilenio mediante los vértices, que están dos a dos conectados por una arista, o fragmento de ruta, si y solo si hay un autobús que conecta las estaciones. La relación binaria destacada en el grafo viene dada, por tanto, por estaciones asociadas de dos en dos, a la vez que se señalan relaciones entre estaciones al asociar varias como consecutivas dentro de una misma ruta. Se resaltan dos caminos del grafo, uno correspondiente al conjunto de vértices $\{a_1, a_2, \ldots, a_{18}\}$ y el otro al conjunto $\{b_1, b_2, \ldots, b_{15}\}$. A cada vértice de cada camino se le asigna un número entero. Así se tienen los conjuntos de pares ordenados de la forma $\{(a_1, m_1), (a_2, m_2), \ldots, (a_{18}, m_{18})\}$ y $\{(b_1, n_1), (b_2, n_2), \ldots, (b_{18}, n_{18})\}$. En los vértices a_1 y b_1 se presenta una tabla de valores con una representación iconográfica del número de personas sentadas y el número de personas paradas.

Las funciones f_1 y f_2, permiten modelizar matemáticamente el fenómeno social asociado al uso del sistema de transporte Transmilenio. En la Tabla 4 se presentan las subestructuras matemáticas y los fenómenos sociales atribuidos a la situación de la tarea que estas subestructuras modelizan. Como se observa, el contenido matemático admite significados dentro de un sistema de interpretación no matemático vinculado al contexto que se ejemplifica en la tarea.

Tabla 4: Relación entre fenómenos y modelos en T1

Subestructuras matemáticas	Fenómenos sociales del transporte masivo
Carácter inductivo de la función	Dinámica de usuarios dentro del autobús
Orden del dominio de la función	Dirección de las rutas del sistema de transporte
Operaciones en $\mathbb{Z}$	Movimiento de usuarios del sistema de transporte
Carácter compuesto del grafo	Intersección y combinación de rutas

Análisis de contenido de la Tarea 2

En el enunciado de la tarea se presenta un total de dinero recaudado por un bus durante un período de tiempo que incluye dos tipos de tarifa (1400 pesos colombianos en hora valle y 1700 pesos colombianos en hora pico) y se solicita determinar la cantidad de personas que se suben para poder recaudar el total de dinero (ver Figura 3). Se presenta una tabla con cuatro opciones para que sean consideradas en la resolución: si todas las personas se montaron en hora pico, si todas las personas se montaron en hora valle, si la mitad se recaudó en hora pico y la otra mitad en hora valle, y si hay otras opciones. Cada opción es un caso independiente y se solicita calcular un número de personas.

El B1 un martes entre las 7:30am y las 9:30am recaudó 7.140.000 pesos. ¿Cuántas personas se montaron en cada opción?

Posibles opciones	Número de personas
Si todas las personas se montaron en hora pico	
Si todas las personas se montaron en hora valle	
Si la mitad se recaudó en hora pico, y la otra mitad en hora valle	
¿Otra opción?	

Figura 3: Ficha de T2

La Figura 4 muestra un esquema que representa la estructura conceptual. A cada opción presentada en el enunciado es posible asociar al menos una ecuación de primer grado que permite hallar el valor solicitado a partir de una constante en común *D=7140000* que corresponde al total de dinero recaudado. Para la primera opción se debe considerar que el monto total de dinero se recaudó en hora pico y se precisa calcular el valor de la incógnita *x* tal que:

$$D = 1700x$$

Esta ecuación es una forma de hallar el número de partes *x*, que son necesarias para completar un todo *D* de pesos colombianos, donde cada parte tiene un valor de 1700 pesos colombianos. De manera que si se considera el conjunto de pares de la forma *(a, b)* como una clase de equivalencia parte-todo donde *(a, b)* es equivalente a *(c, d)* si ${}^{c}/_{a} = {}^{d}/_{b}$, entonces se busca un miembro de la clase equivalencia parte-todo *(1, 1700)* correspondiente al par *(x, D)*.

Para la segunda opción se tiene una ecuación con la tarifa de pago en hora valle y se precisa calcular el valor de la incógnita *y* tal que:

$$D = 1400y$$

La ecuación previa puede ser interpretada como una forma de hallar el número de partes *y*, que son necesarias para completar un todo de *D* pesos colombianos, donde cada parte tiene un valor de 1400 pesos colombianos. Desde el punto de vista de la relación de equivalencia parte-todo, ahora se busca un miembro de la clase de equivalencia parte-todo *(1, 1400)* correspondiente al par *(y, D)*.

Con relación a la tercera opción, es necesario hallar el valor de la incógnita *x* que representa el número de personas que ingresa en hora pico al considerar la mitad del dinero recaudado, y hallar el valor de la incógnita *y* que representa el número de personas que ingresa en hora valle al considerar la mitad del dinero. Los valores de *x* e *y* permiten hallar el valor de la incógnita *z* que representa el número total de personas que ingresan al considerar esta opción:

$$\frac{D}{2} = 1700x$$

$$\frac{D}{2} = 1400y$$

$$z = x + y$$

Según la relación de equivalencia parte-todo definida, se buscan pares de la forma *(1, 1700)* y *(1, 1400)* equivalentes a los pares $(x, {}^{D}/_{2})$ e $(y, {}^{D}/_{2})$.

Es posible considerar otros pares equivalentes parte-todo para dar respuesta a la última opción de la tabla de la tarea, donde también es posible observar que tanto D como ${}^{D}/_{2}$, ${}^{D}/_{3}$, ${}^{D}/_{5}$, entre otros, son múltiplos comunes de 1400 y 1700, por lo que se hay diferentes combinaciones de monto recaudado y tarifas. Por ejemplo, se pueden considerar dos tercios del monto de dinero para calcular el número de personas que usan el sistema en hora pico y un tercio del dinero recaudado para realizar los cálculos en hora valle. De modo que:

$$D\frac{2}{3} = 1700x$$

$$D\frac{1}{3} = 1400y$$

$$z = x + y$$

Para dar respuesta a la tarea basta con hallar algunos valores de las incógnitas *x*, *y* o *z*, y rellenar la tabla presentada en la ficha de la tarea.

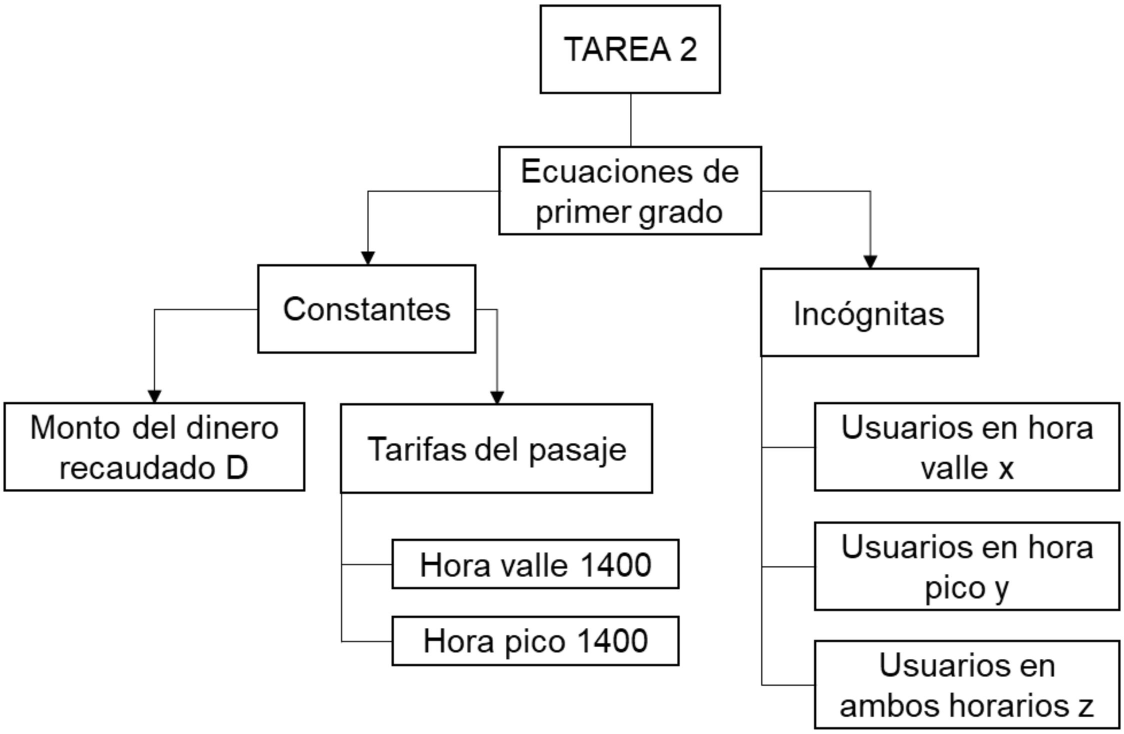


Figura 4: Estructura conceptual de T2

La ficha de la tarea expone el enunciado en una representación verbal junto a una representación gráfica. La representación verbal describe la situación de la tarea, comenzando con un dato sobre un número y un día de bus que no tiene influencia en la resolución. Luego se presenta una franja horaria durante la cual se recaudó un monto total de dinero y finalmente se formula la pregunta. La representación gráfica consiste en una línea de tiempo donde se presentan los horarios y sus tarifas correspondientes según la hora en la que se usa el sistema, y de una tabla con las cuatro opciones a considerar.

Las ecuaciones de cada opción modelizan matemáticamente el fenómeno social del tráfico de usuarios del sistema de transporte masivo Transmilenio. En la Tabla 5 se presentan las subestructuras matemáticas y los fenómenos sociales atribuidos a la situación de la tarea que estas subestructuras modelan.

Tabla 5: Relación entre fenómenos y modelos en T2

Subestructuras matemáticas	Fenómenos sociales del transporte masivo
Ecuaciones de primer grado	Relación entre personas, dinero y tarifas del sistema de transporte
Constante *D*	Recaudación de dinero del sistema de transporte
Constantes *1400* y *1700*	Tarifas del sistema de transporte
Incógnitas *x*, *y*, *z*	Movimiento de usuarios del sistema de transporte

Análisis de contenido de la Tarea 3

En el enunciado de la tarea se presenta una situación done se tiene una tarjeta, con una deuda de 700 pesos colombianos, para pagar los pasajes al usar el sistema de transporte masivo Transmilenio. Al igual que en T2 se consideran dos tipos de tarifa (1400 pesos colombianos en hora valle y 1700 pesos colombianos en hora pico), y se solicita recargar la tarjeta con la cantidad mínima de dinero suficiente para tomar viajes de ida y vuelta durante cinco días de la semana (ver Figura 5). Se presenta una tabla con tres opciones independientes para que sean consideradas en la resolución: si siempre usa el sistema en hora pico, si siempre usa el sistema en hora valle, si usa un trayecto en hora pico y el otro en hora valle. Se precisa reconocer el monto de 700 pesos colombianos como una deuda previa de la tarjeta que debe ser saldada, por lo que, a pesar del signo del número entero, su valor absoluto debe ser sumado con el dinero necesario para hacer los viajes de ida y vuelta durante cinco días.

Paola tiene una tarjeta con -700pesos. Debe recargarla, para ir una semana, de lunes a viernes del portal norte a la Calle 63, ida y vuelta. ¿Cuál es el monto mínimo que necesita en cada caso?

Posibles opciones	**Monto a recargar**
Siempre en hora pico	
Siempre en hora valle	
Un trayecto en hora pico, el otro en hora valle	

Figura 5: Ficha de T3

La Figura 6 muestra un esquema que representa la estructura conceptual de la Tarea 3 (T3). En cada una de las tres opciones, el primer paso consiste en conocer el valor n a pagar por 10 pasajes de transporte, esta primera parte se sitúa dentro del marco de una estructura multiplicativa y una categoría de isomorfismo de medidas. Es así como en la primera opción de la tarea se tiene un par de la forma *(1, 1700)* y se busca un valor n tal que el par *(10, n)* sea equivalente a *(1, 1700)* por medio de una relación de proporcionalidad directa.

En la segunda opción, se busca el par *(10, n)* equivalente a *(1, 1400).* Para calcular la tercera opción, se precisa encontrar primero los valores de r y s tales que los pares *(5, r)* y *(5, s)* sean equivalentes, respectivamente, a los pares *(1, 1700)* y *(1, 1400)*. Posteriormente se calcula n por medio de la ecuación

$$n=r+s.$$

Una vez hallado el valor de n correspondiente a la cantidad de dinero necesaria para pagar los 10 pasajes en cada caso, es posible asociar cada opción con una ecuación de primer grado que permite hallar el monto mínimo solicitado. Así, se busca el mínimo valor de dinero x tal que el resultado de descontar los 700 de deuda y la cantidad n, sea no negativo, es decir

$$x - n - 700 \geq 0,$$

equivalentemente, se busca el mínimo valor de *x* que satisfaga la desigualdad

$$x \geq n+700,$$

es decir,

$$x = n+700.$$

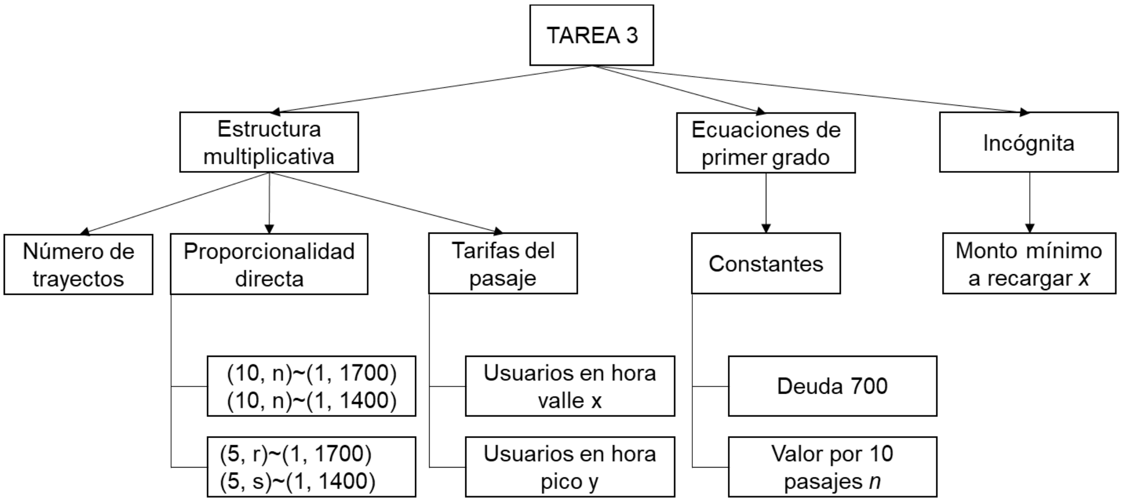


Figura 6: Estructura conceptual de T3

La ficha de la tarea expone el enunciado en una representación verbal junto a una representación gráfica. La representación gráfica consiste en cuatro elementos: (1) una línea de tiempo donde se presentan los horarios y sus tarifas correspondientes según la hora en la que se usa el sistema, (2) una tabla con las tres opciones a considerar, (3) un gráfico que muestra la tarjeta y en el monto de dinero que se tiene de deuda, y (4) un grafo dirigido, *H*, asociado a una porción del sistema de rutas del Transmilenio que indica la dirección a recorrer definida por una estación inicial y otra final. El grafo puede resultar como elemento distractor que no influye en el monto de dinero que se busca dado que la tarifa es fija según la hora en la que se usa el sistema sin considerar la distancia que se recorra. La representación verbal describe la situación construida para la tarea, indicando el valor de la deuda que se posee, los días que se deben considerar y la pregunta a responder.

La estructura conceptual permite modelizar matemáticamente el fenómeno social del uso regular del sistema de transporte masivo Transmilenio. En la Tabla

6 se presentan las subestructuras matemáticas y los fenómenos sociales atribuidos a la situación de la tarea que estas subestructuras modelan.

Tabla 6: Relación entre fenómenos y modelos en T3

Subestructuras matemáticas	Fenómenos sociales del transporte masivo
Número de trayectos 5 y 10	Frecuencia de uso semanal del sistema de transporte
Relaciones de proporcionalidad directa	Relación entre número de trayectos y monto a pagar
Constantes *1400* y *1700*	Tarifas del sistema de transporte
Constante *700*	Deuda
Constante *n*	Dinero para 10 trayectos en el sistema de transporte
Incógnita *x*	Dinero para 10 trayectos en el sistema de transporte y saldar la deuda
Ecuación de primer grado	Relación entre número de veces que se utiliza el sistema de transporte, deuda y tarifas

REDUCCIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS

Se plantean cuatro fases de análisis comunes al logro de los dos objetivos.

Fase 1: Reducción de los datos

En la primera se toman los vídeos y se subtitulan en castellano escrito con el acompañamiento de la intérprete. Los vídeos son la principal fuente de datos y su uso permite centrar el análisis en las interacciones entre participantes. Los subtítulos adicionados a los vídeos hacen accesible el material para la escritura.

El proceso de análisis se centra en la interacción estudiante-estudiante y eventualmente entre otros participantes. En la transcripción de conversaciones se describe la lengua gestual y corporal, más allá de las lenguas verbales, como elementos relevantes para comprender las dinámicas y describir el escenario comunicativo. Cualquier traducción, descripción y transcripción de la situación del aula implica una interpretación de información, por lo que el análisis se realiza sobre los vídeos y no sobre las transcripciones, recurriendo a ellos para mantener la perspectiva de la información original. Este proceso se realiza luego de aplicar la secuencia didáctica en las tres escuelas para que ningún componente interpretativo altere los procesos del aula.

Las revisiones permiten organizar la información y hacer la primera reducción de datos; del total de 20 vídeos, se seleccionan 17 con mayor actividad matemática. Hay dos focos de análisis: escenario comunicativo y acciones matemáticas.

Por un lado, el escenario comunicativo responde a recursos comunicativos usados por estudiantes al interactuar. Conocer el contexto y los recursos resulta determinante e inseparable de la actividad matemática en cualquier situación de aula, y más aún en aulas con estudiantes sordos dado su componente bilingüe.

Por otro lado, las acciones matemáticas abordan el desarrollo de la actividad de los estudiantes por medio de interpretaciones y razonamientos que generan acercamientos a la resolución. Las acciones son evidencias del desempeño, individual y grupal que llevan a la caracterización de la actividad matemática.

Fase 2: Definición de acciones matemáticas y comunicativas

La segunda fase se inicia con el análisis preliminar de datos. Se seleccionan las conversaciones entre estudiantes que contienen aproximaciones a la resolución de las tareas. Se definen acciones del escenario comunicativo y matemático y se organizan los datos. La estructuración de las acciones avanza en la medida que se encuentran regularidades entre grupos.

Las acciones del escenario comunicativo se definen según la lengua y otros recursos usados. Se toman en consideración los artefactos comunicativos que sirven como elementos mediadores. Por acciones comunicativas se entienden lenguas y gestos. La gestualidad se considera un factor extralingüístico que brinda información, pero no pertenecen al código ni a la estandarización de las lenguas verbales. En el análisis para definir estas acciones se tienen en cuenta: i) lengua -castellano oral, lengua de señas o ambas lenguas-; ii) gestos y movimientos del cuerpo -miradas para preguntar o responder, señalamientos, conteos con dedos, solicitudes de silencio, levantarse del asiento, asentimientos o negaciones-; iii) objetos materiales -lápiz para cálculos escritos, pizarra, cuaderno, ficha de la tarea u hoja de trabajo-; iv) participantes -comunicación grupal, otro grupo, profesor, investigadora o intérprete-.

Las acciones matemáticas se definen según se realizan en el proceso de resolución. Por acciones matemáticas se entiende la manipulación y operación de contenidos matemáticos y extra-matemáticos. En las primeras etapas del análisis para definir estas acciones se tienen en cuenta: i) identificación y manejo de datos; ii) búsqueda de estrategias; iii) cálculo y relación entre operaciones aritméticas; iv) elaboración de cuestionamientos.

Fase 3: Análisis preliminar

En la tercera fase se realiza el análisis preliminar por medio de Tablas de transcripción ampliada multimodal por grupo y puesta en común. En tablas de cinco columnas se presentan conversaciones, acciones comunicativas y matemáticas, de la siguiente manera:

- Participantes: Foto de color invertido en cada fila que muestra la disposición de los participantes.
- Conversación/Glosa: Codificación fila a fila que presenta de forma secuencial conversaciones, indicando quien la expresa (ver Tablas 1, 2 y 3). Se identifican tres tipos de texto: fuente regular para conversaciones expresadas en castellano oral, con transcripción literal; fuente mayúscula para conversaciones expresadas en LSC siguiendo la glosa; y ambas fuentes para conversaciones con uso simultáneo de ambas lenguas. La glosa es una opción de representación de los canales viso-gestuales de la lengua de señas y de los canales audio-vocales de la lengua oral (Tovar, 2003). La glosa presenta un nivel medio de representación y un nivel alto de facilidad de lectura, reproducción y economía de símbolos. Para la transcripción de la glosa se siguen los estándares descritos a continuación (ver Tabla 7):

Tabla 7: Normas de transcripción en glosa

Símbolo	Descripción
TEXTO EN MAYUSCULA	Conversación en lengua de señas
SEÑA// SEÑA	Para indicar una pausa
$\overline{\text{LÍNEA SUPERIOR SEGUIDA DEL SUPERÍNDICE INT}}^{\text{int}}$	Rasgo no manual para expresar una interrogación
$\overline{\text{LÍNEA SUPERIOR SEGUIDA DEL SUPERÍNDICE S/N}}^{\text{s/n}}$	Rasgo no manual para expresar pregunta de sí o no
$\overline{\text{LÍNEA SUPERIOR SEGUIDA DEL SUPERÍNDICE NEG}}^{\text{neg}}$	Rasgo no manual para expresar una negación
$\overline{\text{LÍNEA SUPERIOR SEGUIDA DEL SUPERÍNDICE AFIR}}^{\text{afir}}$	Rasgo no manual para expresar una afirmación
TERMINACION IX-Ubicación	Adverbio de lugar para indicar ubicación o dirección de la seña
+++ acompañando un texto	Cantidad de veces de una seña repetida
DOS-PALABRAS	Cuando una seña es conformada por más de una palabra
d-e-l-e-t-r-e-o e-n -m-i-n-ú-s-c-u-l-a	Para indicar deletreo de palabras
VERBO-pronombre	Verbo con dirección
AQUÍ IX-izq ALLÁ IX-der VERBO (izq>der)	Verbo que indica relación entre lugares
MUCHO (“ooo”)	Señas con componente verbal ara enfatizar
PRO$_1$ YO, PRO$_2$ TU/USTED, PRO$_3$ EL/ELLA, PRO$_{1pl}$ NOSOTROS/AS, PRO$_{2pl}$ USTEDES, PRO$_{3pl}$ELLOS/AS	Expresar pronombres

- Traducción: Codificación fila a fila de la traducción de la glosa, en caso de que exista, en fuente regular.
- Actividad comunicativa: Codificación fila a fila de acciones comunicativas.
- Actividad matemática: Codificación fila a fila de acciones matemáticas.

Dado el interés en entornos de clases no se decide analizar las acciones individuales, sino se recoge la información del trabajo grupal. Por ello las Tablas de transcripción ampliada multimodal resultan útiles para organizar la totalidad de las acciones grupales. La conjugación de acciones comunicativas y matemáticas del análisis preliminar permiten identificar temas emergentes en el análisis principal.

Fase 4: Análisis principal

Una vez organizadas las conversaciones en las Tablas de transcripción multimodal, en la cuarta fase se realiza el análisis principal con base en los vídeos y en el análisis preliminar. En esta fase se confrontan las conversaciones para generar temas emergentes que luego permiten escribir resultados y conclusiones del estudio. Se realiza un proceso continuo de revisión de vídeos y de acciones matemáticas del análisis preliminar que permiten definir unidades de información que luego, siguiendo el método de comparación constante, se agrupan para la construcción de temas.

La comparación constante entre conversaciones grupo a grupo de cada tarea implica un análisis inductivo que tiene el propósito de asignar significados a las conversaciones agrupándolas según similitudes y diferencias. Siguiendo a Planas (2006), se buscan similitudes que inducen la creación y descripción de temas, y luego entre el grupo de similitudes encontradas se buscan diferencias para definir subtemas o nuevos temas.

Una primera aproximación para identificar patrones recurrentes consiste en separar las interacciones según sean de contexto extra-matemático o de contexto matemático. Al considerar el contexto extra-matemático, el análisis se centra en examinar las acciones matemáticas de los estudiantes donde hacen uso de este contexto del enunciado. En el análisis del contexto matemático se busca identificar los avances matemáticos para resolver las tareas. Ambos contextos están continuamente cruzados con la comunicación matemática como eje trasversal.

A medida que se avanza en las conversaciones de cada grupo se revisan los análisis anteriores para consolidar conceptualmente los temas descritos y lograr una comparación final que incluya todos los vídeos por cada tarea. Los temas que se construyen son comparados sistemáticamente con las nuevas conversaciones en todas las tareas hasta lograr la saturación de los datos. Los temas no necesariamente responden a criterios de frecuencia numérica sino se considera la repercusión en el desarrollo de la actividad matemática, tanto en el trabajo en grupo como en la puesta en común.

El análisis principal se realiza bajo un carácter relacional y explicativo, los temas describen e informan el foco principal del estudio, la caracterización de la actividad matemática desarrollada por los estudiantes durante la realización de las tareas. Los resultados y las conclusiones son producto de los temas emergentes sobre la actividad matemática condensando lo resaltante de la interacción, participación y desempeño en las sesiones.

Capítulo 3. Análisis

Este capítulo muestra el análisis y la discusión de datos en la resolución de las tres tareas de la secuencia didáctica. Se ilustra con mayor exhaustividad el análisis aplicado a la primera de las tareas y se resume para las dos tareas restantes.

Análisis de la Tarea 1

En esta primera sección se muestra el análisis de las conversaciones en el aula junto con las producciones escritas de los estudiantes durante la Tarea 1 (T1). Se empieza con el análisis preliminar realizado mediante métodos deductivos de reducción de datos. Este análisis preliminar se plantea con tablas ampliadas de transcripción multimodal, con sendas columnas para acciones comunicativas y matemáticas. Así se examina la actividad matemática en el trabajo de cada grupo y de cada puesta en común en clase durante la discusión de la resolución de T1. Se cuenta con ocho tablas dado el total de escuelas (E1 a E3), grupos (G1 a G8) y puestas en común en las respectivas clases (C1 a C3).

Escuela 1

El análisis preliminar de las conversaciones respecto a T1 de G1 (Tabla 8), G2 (Tabla 9) y C1 (Tabla 10) evidencia la interacción entre los alumnos con dominio del uso de la lengua de señas, además de elementos gestuales y no manuales como elementos adicionales de la comunicación. Se da relevancia a la interacción con la intérprete para la comprensión del enunciado de la tarea, y con la investigadora para consultas más generales sobre la actividad matemática. Las dudas al buscar y seleccionar una estrategia de resolución generan conversaciones con pares de pregunta-respuesta que permiten en ocasiones superar la duda y continuar el proceso de aproximación a la resolución.

Los avances de los estudiantes sugieren comprensión y uso del contexto extra-matemático, mientras que pocas veces se ofrecen argumentos basados en el contexto matemático al explicar acciones matemáticas. Los argumentos se basan en el contexto del enunciado, que además es utilizado para nombrar y manejar las variables de la tarea. En cuanto a los cálculos, se observa el uso de ensayos con datos y operaciones básicas que orientan las conversaciones en la resolución de la tarea. Las explicaciones mediante paráfrasis, hacia sí mismos u otros participantes y la repetición de partes del enunciado facilitan el uso de señas propias. Esto lleva a explicaciones, preguntas y respuestas que aumentan los turnos de participación y el desarrollo de estrategias. A su vez, se observa la asociación entre datos del enunciado gráfico y verbal, haciéndolos corresponder con las operaciones para el cálculo de valores que toma la función.

La Tabla 8 muestra parte de la interacción por medio de la transcripción de conversaciones matemáticas con implicación de dos alumnos. Se producen afirmaciones mediante cuestionamientos basados en aspectos matemáticos y extra-matemáticos de la tarea. Sin embargo, en general cuando se aportan razones de respaldo a respuestas parciales y finales, se evocan experiencias relativas al contexto del enunciado. Las repeticiones del enunciado en sus propias señas facilitan comprensión sin añadir texto adicional. Hay ambigüedad en la comunicación matemática con la intérprete que no se observa entre alumnos del grupo. Se va definiendo una estrategia al comprender que se deben considerar dos valores de la variable independiente y escoger una respuesta.

La Tabla 9 indica el uso y dominio de la lengua de señas, además de gestos que adicionan información a la comunicación matemática. Resaltan los elementos deícticos para realizar cálculos con dedos o para enfatizar apartados de la hoja de trabajo. También hay elementos deícticos en forma de boyas, usadas para localizar un objeto matemático en la hoja o sobre la ficha de la tarea, como parte de los múltiples modos en la comunicación. Bajo este contexto comunicativo, la interacción con la intérprete no resulta extraña. Este grupo hace reiterado uso de la ficha e incluso expresa en su hoja una representación gráfica con los valores que toma la variable “personas”. De ahí que se resalte el componente visual y multimodal de la comunicación matemática durante la resolución.

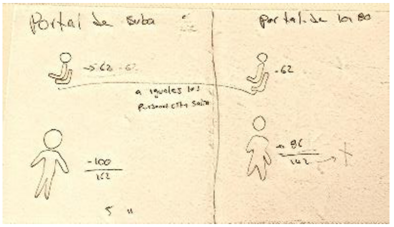
Por último, la Tabla 10 muestra las conversaciones sobre respuestas y avances con la investigadora y la intérprete en la pizarra. Se observa validación mediante uso de contexto extra-matemático y afirmaciones sin razones de respaldo.

Tabla 8: Transcripción ampliada multimodal T1-E1-G1

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(2) RESTAR	(2) Restemos	(2) Habla en pareja	Propone restar
	(1) $\overline{\text{HASTA SETENTA Y DOS SENTAR}}^{s/n}$	(1) Va hasta la Calle 72 sentado	(1) Habla en pareja (1) Toma y señala ficha/hoja	Afirma con uso de variables
	(2) MEJOR SEGURO RESPONDER-le	(2) Hay que estar seguro y dar la respuesta	(2) Habla en pareja	Solicita dar respuesta
	(2) MEJOR SUBA	(2) Es mejor por el Portal de Suba	(2) Habla en pareja (2) Señala sobre ficha/hoja	Responde con uso de variables
	(1) $\overline{\text{MEJOR}}^{int}$ $\overline{\text{PORTAL DE LA 80}}^{s/n}$ PORTAL DE LA 80 MEJOR SUBA	(1) ¿Cuál es mejor? ¿Desde el Portal de la 80? // Es mejor desde el Portal de la 80 que por el Portal de Suba	(1) Habla en pareja	Responde con uso de variables
	(2) PORTAL DE LA 80 MEJOR PEGAR SUBA PARADO	(2) Mejor Portal de la 80. Por el Portal de Suba hay mucho amontonamiento, va parado	(2) Habla en pareja	Explica respuesta Conjetura con uso del contexto
	(2) $\overline{\text{POR QUÉ ONCE}}^{int}$ VER PEGAR	(2) ¿Por qué once? Vio, está muy lleno //	(2) Habla en pareja (2) Señala sobre ficha/hoja (1) (2) Escriben cálculos	Solicita explicación
	(1) $\overline{\text{MEJOR}}^{int}$	(1) ¿Mejor?	(1) Escriben cálculos	
	(2) PENSAR MEJOR IX-aba SENTAR// PENSAR IX-aba// PEGAR. MEJOR SENTAR TRANQUILO SUBA// NO PORTAL DE LA 80	(2) Yo pienso mejor ahí, porque se sentaría//Yo creo que es acá// Hay amontonamiento. Iría más relajado por Portal de Suba// No, por Portal de la 80		Explica respuesta Conjetura con contextualización de valores numéricos
	(1) NO, PEGAR PARADO $\overline{\text{HACER CÓMO}}^{int}$	(1) No, por allí está muy lleno, y va parado ¿Cómo hace?	(1) Habla de pareja (1) Escribe cálculos	Explica respuesta
	(2) SUBA PARADO PEGAR $\overline{\text{CUÁL}}^{int}$//SUBA PEGAR PERSONA PARADO AGUANTAR O PORTAL DE LA 80 SENTAR TRANQUILO	(2) Si es por Portal de Suba va parado, va siempre muy lleno, o ¿cuál es la opción? // Por el Portal de Suba iría muy apretado, iría parado. O iría más relajado por el Portal de la 80	(2) Habla en pareja (1) Escribe cálculos	Explica respuesta Conjetura con uso del contexto
	(1) MÁS PERSONA IX-izq O MENOS PERSONA IX-der $\overline{\text{CUÁL}}^{int}$//SENTAR	(1) ¿Más o menos personas? ¿Cuál? // Esta sentado	(1) Habla con INT (1) Escribe cálculos	Nombra variable Pregunta con base en contexto Solicita aclaración de pregunta
	(2) MEJOR SENTAR (INT) [No se registra]	(2) Mejor sentado (INT) [No se registra]	(2) Habla en pareja y con INT	Da respuesta
	(1) $\overline{\text{MISMO}}^{int}$	(1) ¿Es lo mismo?	(1) Hable en pareja	Solicita aclaración
	(2) NO VER MÁS PEGAR	(2) No, hay que ver cual está más lleno	(2) Habla con INT	Aclara pregunta
	(1) VER DÓNDE SENTAR	(1) Hay que buscar donde se sienta	(1) Habla en pareja (1) Escribe cálculos	Reformula pregunta
	(1) $\overline{\text{MISMO}}^{int}$	(1) ¿Es lo mismo?	(1) Habla en pareja (2) Señala sobre ficha/hoja (1) Escribe cálculos	Pregunta sobre igualdad
	(2) SI MISMO AQUÍ MÁS PERSONA PEGAR PARADO	(2) Si, es lo mismo, pero aquí hay más personas, le toca parado	(2) Habla en pareja	Nombra variable Confirma igualdad Agrega explicación a igualdad

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(1) PERSONAS PORTAL DE LA 80 PARADA OCHENTA Y SEIS// $\overline{\text{CUÁL}}^{\text{int}}$// CIENTO CUARENTA Y OCHO// MEJOR SENTAR CALLE SESENTA Y OCHO	(1) Desde ese portal salen paradas ochenta y seis personas// ¿Cuál? // Son ciento cuarenta y ocho// Mejor porque por la Calle 68 se sentaría	(1) Habla en pareja (1) Escribe cálculos	Nombra variable Conjetura con valores iniciales
	(1) DUDAR BAJAR DIEZ// PORTAL DE LA 80	(1) Tengo una duda. Se bajan diez//Del Portal de 80	(1) Habla en pareja	
	(2) MIRA SUBIR++ $\overline{\text{CUÁNTOS}}^{\text{int}}$	(2) ¿Cuántos suben?	(2) Habla en pareja	Solicita valores iniciales
	(1) SENTAR $\overline{\text{DÓNDE}}^{\text{int}}$// SUMAR// BAJAR SUBIR. BAJAR SUBIR	(1) ¿Pero en dónde se sienta? // Esto se suma // Se resta// Se bajan, y se suben. Se van bajando y se van subiendo	(1) Habla en pareja (1) Escribe cálculos (1) Cuenta con dedos (1) Usa una boya	Propone sumar Explica cambios
	(2) ÚLTIMO $\overline{\text{CUÁL}}^{\text{int}}$	(2) En este último, ¿cuál es?	(2) Habla en pareja (1) Escribe cálculos	Solicita valor
	(1) CIENTO CUARENTA	(1) Son ciento cuarenta	(1) Habla en pareja (2) Señala sobre ficha/hoja	Responde valor numérico
	(2) $\overline{\text{QUÉ}}^{\text{int}}$	(2) ¿Y este qué?	(2) Habla en pareja (2) Señala sobre ficha/hoja	
	(1) BAJAR++ TREINTA Y SEIS// DUDAR $\overline{\text{QUEDAN CIENTO NUEVE}}^{\text{s/n}}$// SENTAR CALLE NOVENTA Y CINCO SUBA	(1) Se van bajando. Se bajan treinta y seis // Tengo una duda ¿Quedan ciento nueve? // Se logra sentar en la Calle 95. Eso es por el Portal de Suba	(1) Habla en pareja (1) Pregunta con mirada (1) Escribe cálculos	Explica cambios Consulta valor numérico Explica respuesta
	(2) DEPENDE	(2) Depende	(2) Habla en pareja (1) Escribe cálculos	
	(1) BAJAR// SUMAR// SUMAR SUBIR RESTA BAJAR	(1) Se bajan// Se suma// Se suman los que se suben, y si se bajan se resta	(1) Habla en pareja	Explica cambios Asocia representaciones
	(2) SUBA NO-PUEDE	(2) Por Portal de Suba no se podría	(2) Habla en pareja	Rechaza opción sin explicar
	(1) DOS ESTA IX-arr SUBA CALLE NOVENTA Y CINCO O ESTA IX-aba r-i-o n-e-g-r-o DOS// ESE SUBA BOYACÁ PORTAL DE LA 80 ESE++ AQUÍ// ESCOGER UNA DECIR-te	(1) Tengo dos opciones. Por Portal de Suba en Calle 95 o por el otro Portal en Río Negro. Esas dos// Por el Portal de Suba sería en la Boyacá y por el Portal de la 80 aquí // Pero necesitamos una, yo te dije	(1) Habla en pareja	Responde valores numéricos
	(1) MINUTO DE DIOS, O DOS BOYACÁ	(1) Estoy entre dos, Minuto de Dios o Boyacá	(1) Habla con INT	Afirma respuestas
	(INT) $\overline{\text{PERSONAS TOTAL CUÁNTO}}^{\text{int}}$	(INT) ¿Cuántas personas hay en total?		Nombra variable Solicita valor numérico
	(2) $\overline{\text{INICIO SENTAR CUÁNTO}}^{\text{int}}$	(2) ¿Me preguntas cuántos comenzaron?	(2) Habla con INT	Solicita aclaración
	(INT) SI, TOTAL	(INT) Si, el total		
	(2) CIENTO SESENTA Y DOS	(2) Ciento sesenta y dos	(2) Habla con INT	Responde un valor
	(1) SUBA BAJAR VEINTE SEGUIR BAJAR DIECISÉIS SUBIR CINCO SEGUIR++	(1) Por Portal de Suba se bajan veinte. Luego se bajan dieciséis, se suben cinco, y sigue y sigue	(1) Habla con INT (2) Señala sobre ficha/hoja (1) Escribe cálculos	Explica cambios Parafrasea enunciado
	(2) AQUÍ VEINTIDÓS	(2) Aquí son veintidós	(2) Habla en pareja (2) Señala sobre ficha/hoja	
	(1) MEJOR SENTAR CALLE SESENTA Y DOS	(1) Mejor. Se sienta en la Calle 62	(1) Habla en pareja	Afirma respuesta

Tabla 9: Transcripción ampliada multimodal T1-E1-G2

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
			(3) Escribe cálculos	Realiza representación visual
	(3) SUBA IX-der AQUÍ IX-izq VENIR (der>izq)	(3) Vienen del Portal de Suba	(3) Habla en pareja (4) Toma la ficha/hoja (3) Señala sobre ficha/hoja	
	(4) BAJAR IX-izq, SUBIR IX-der SENTAR (3) PERSONAS BAJAR // POCO QUEDAR MEJOR SENTAR BIEN// PREGUNTA. $\overline{\text{OCUPADO}}^{int}$//OCUPADO// $\overline{\text{SUBIR BAJAR}}^{int}$++// MULTIPLICAR// HACER-TU// $\overline{\text{PERSONA}}^{afir}$	(4) Se bajan, se suben, o se sientan (3) Se van bajando // Si quedan poquitas personas mejor porque se sienta // Pregunta, ¿Todo está ocupado? // Está ocupado // ¿Tienen que subir y bajar, subir y bajar? // Multiplique // Hazlo // Con las personas	(3) Habla con INT (3) Habla con INT (3)(4) Señala en ficha/hoja (4) Escribe cálculos (3)(4) Cuentan con dedos (3) Pregunta con mirada (4) Responde con mirada (4) Asiente con la cabeza (3)(4) Usan una boya	Enumera cambios Nombra variable Explica cambios Expone criterio de selección Formula preguntas Propone multiplicar Nombra variables
	(INT) PERSONA SENTAR IX-der PARADA IX-izq// $\overline{\text{ESO USAR}}^{int}$	(INT) Allí están las paradas y las sentadas// ¿Eso lo tienen que usar?		Aclara datos
	(4) FALTA	(4) Falta esto	(4) Habla con INT (3) Escribe cálculos (3) Toma la ficha/hoja	
	(3) $\overline{\text{MÁS}}^{int}$// TREINTA Y CUATRO	(3) ¿Más? // Son treinta y cuatro	(3) Habla con INT (3) Señala sobre ficha/hoja (3) Se levanta del asiento (3) Usa una boya	Expresa valor numérico
	(4) YA (3) PROBAR $\overline{\text{DÓNDE}}^{int}$	(4) Ya va (3) Prueba, ¿dónde?	(4) Habla en pareja (3) Habla en pareja (3) Señala sobre ficha/hoja (4) Toma la ficha/hoja (3) Cuenta con dedos	 Propone hacer ensayos

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(4) SUBIR BAJAR// MISMO	(4) Se van subiendo y se van bajando// Así mismo	(3) Habla con INT (3) Señala sobre ficha/hoja (3) Habla en pareja	Explica cambios
	(INT) NEGATIVO BAJAR POSITIVO SUBIR	(INT) Negativo es que se bajan, y positivo que se suben		Propone una estrategia
	(3) DOS VEZ// $\overline{\text{REPETIR}}^{\text{int}}$	(3) Son dos veces // ¿Hay que repetir?	(3) Habla con INT	Pregunta estrategia de resolución
	(INT) SUBIR $\overline{\text{QUÉ-PASA}}^{\text{int}}$	(INT) ¿Se suben y qué pasa?		Pregunta sobre cambios
	(3) ESPERAR	(3) Hay que esperar	(3) Habla con INT	Responde sin explicar
	(INT) $\overline{\text{ESTE}}^{\text{int}}$	(INT) ¿Este?		Realiza una consulta
	(3) BAJAR// BAJAR+++	(3) Se bajan// Se bajan, se bajan, se bajan	(3) Habla con INT (3) Señala sobre ficha/hoja	Explica cambios
	(INT) $\overline{\text{SUMAR O RESTAR}}^{\text{int}}$	(INT) ¿Se suma o se resta?		Solicita seleccionar operación
	(3) SUMAR// SUMAR	(3) Si, se suma// Entonces se suma	(3) Habla con INT (3) Señala sobre ficha/hoja	Propone sumar y restar
	(INT) SUMAR, RESTAR, SUMAR, RESTAR	(INT) Sumas y restas, sumas y restas		Confirma sumas y restas
	(3) MIRAR ESTO EMPEZAR AQUÍ SUBIR NADIE AQUÍ OCHO SUBIR// DESPUÉS VEINTE// RESTAR// DESPUÉS SUMAR// $\overline{\text{ENTENDER}}^{\text{afir}}$	(3) Mire, esto con lo que empiezan, aquí no se sube nadie, aquí ocho se suben// Después veinte// Allí se resta// Después se suma // Ya entendí	(3) Habla con INT (3) Señala sobre ficha/hoja (3) Toma la ficha/hoja (3) Escribe cálculos	Parafrasea enunciado

Tabla 10: Transcripción ampliada multimodal T1-E1-C1

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(INV) EMPEZAR SUBA PERSONA SUBIR BAJAR CUANTO ^{int} Empecemos por el Portal de Suba, ¿cuántas personas se montaron o se bajaron?	(INV) Empecemos por el Portal de Suba, ¿cuántas personas se montaron o se bajaron?		Nombra variable Solicita valor numérico
	(1) SUMAR OCHO LUEGO RESTAR VEINTE // NO ^{neg} RESTAR	(1) Se suman ocho y luego se restan veinte // No, se debe restar	(1) Habla con INV (1) Cuenta con dedos	Propone sumar Explica cambios Propone restar
	(2) CREER RESTAR ALLÍ PRESTAR	(2) Yo creo que es restando. Allí debe prestarle	(2) Habla con INV (1) Escribe cálculos (1) Cuenta con dedos	Confirma la resta
	(1) CIENTO VEINTE Y NUEVE	(1) Da ciento veinte y nueve	(1) Habla con INV (1) Escribe cálculos	Expresa valor numérico
	(INV) DÓNDE ^{int} ¿En cuál estación?	(INV) ¿En cuál estación?		Solicita respuesta
	(3) SOLO SUBA PORTAL DE LA 80	(3) Es solo por el Portal de Suba y el Portal de la 80	(3) Habla con INV (3) Habla en pareja (3) (4) Señala en ficha/hoja (3) Escribe cálculos (3) Cuenta con dedos (3) Pregunta con mirada (4) Toma la ficha/hoja	Confirma opciones de ruta
	(4) ERROR	(4) Hay un error	(4) Habla con INV	Expone error sin enunciarlo
	(3) PRO$_{1pl}$ FALTA PORTAL DE LA 80	(3) A nosotros nos faltaba el lado del Portal de la 80	(3) Habla con INV	Expone ausencia de respuesta
	(4) MAL IX-der PRO$_2$ ERROR IX-der	(4) Él está mal, está equivocado	(3) (4) Hablan con INV (3) (4) Señala en ficha/hoja (3) Pregunta con mirada	Expone error sin enunciarlo
	(3) DOS PORTALES	(3) Era por los dos portales	(3) Habla en pareja (3) Señala sobre ficha/hoja (3) Pregunta con mirada	Confirma dos opciones de ruta
	(INV) PERSONA BAJAR SUBIR CUÁNTO ^{int} ¿Cuántas personas se bajaron o montaron?	(INV) ¿Cuántas personas se bajaron o montaron?	(3) Escribe cálculos	Nombra variable Solicita valor numérico
	(3) RESTAR	(3) Allí se resta	(3) Habla con INV (3) Se levanta del asiento	Propone restar
	(1) SUMAR DIEZ MÁS O MENOS ^{int}// SUMAR// CONFUNDIR// RESPUESTA CIENTO VEINTICUATRO ^{int}	(1) Y se suma diez. Ya va ¿Más o menos? // Se suma // Estoy confundido // ¿La respuesta es ciento veinticuatro?	(3) Habla con INV (1) Escribe cálculos (3) Toma la ficha/hoja	Realiza una suma Propone sumar Expresa valor numérico

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(INV) $\overline{\text{SENTAR PODER}}^{int}$ ¿Puede sentarse?	(INV) ¿Puede sentarse?		Consulta disponibilidad de silla
	(1) DUDA	(1) Estoy dudoso	(1) Habla en pareja (1) Usa una boya	Expone duda sin enunciarla
	(3) $\overline{\text{NO}}^{neg}$, FALTA	(3) No, falta	(3) Habla con INV (3) Niega con la cabeza (4) Cuenta con dedos (3) Pregunta con mirada (3) Escribe cálculos	Responde sin explicar
	(2) NO-PODER CREO AQUÍ	(2) No se puede. Yo creo que es aquí	(2) Habla con INV (2) Habla en pareja (2) Señala sobre ficha/hoja	Afirma respuesta sin enunciarla
	(INV) $\overline{\text{SILLAS CUÁNTAS}}^{int}$ ¿Cuántas sillas hay?	(INV) ¿Cuántas sillas hay?	(3) (4) Cuentan con dedos (3) Pregunta con mirada (3) Escribe cálculos	Solicita dato
	(3) SILLAS SESENTA Y DOS FALTA	(3) Sesenta y dos sillas, aún falta	(3) Habla en pareja (3) Escribe cálculos (3) Señala sobre ficha/hoja	Expresa valor numérico
	(2) $\overline{\text{PODER SENTAR}}^{afir}$ ALLÍ++	(2) Allí ya puede sentarse	(2) Habla con INV (2) Asiente con la cabeza	Afirma respuesta sin explicar
	(INV) $\overline{\text{DÓNDE}}^{int}$ $\overline{\text{NOMBRE CUÁL}}^{int}$ ¿Dónde? ¿Cuál es el nombre?	(INV) ¿Dónde? ¿Cuál es el nombre?		Solicita aclaración de respuesta
	(2) $\overline{\text{CALLE VEINTIDÓS}}^{afir}$	(2) En la Calle 22	(2) Habla con INV (2) Asiente con la cabeza	Responde
	(3) BIEN CERCA// CALLE NOVENTA Y CINCO	(3) Está bien, está cerquita// En la Calle 95	(3) Habla con INV	Da validez a respuesta Afirma respuesta sin explicar
	(INV) $\overline{\text{PODER SENTAR}}^{int}$ ¿Puede sentarse?	(INV) ¿Puede sentarse?	(1) Se levanta del asiento	Consulta disponibilidad de silla
	(2) $\overline{\text{NO}}^{neg}$	(2) No	(2) Habla con INV (1) Niega con la cabeza	Responde sin explicar
	(3) $\overline{\text{BOYACÁ}}^{afir}$// MAL	(3) En la Boyacá// Ese está mal	(3) Habla con INV (3) Asiente con la cabeza (3) Cuenta con dedos (3) Escribe cálculos	Responde sin explicar Expone error sin anunciarlo
	(INV) $\overline{\text{SILLA SOBRAR}}^{int}$ ¿Sobran sillas?	(INV) ¿Sobran sillas?	(3) (4) Señala en ficha/hoja (3) Escribe cálculos	Consulta disponibilidad de silla
	(3) SI. PODER SENTAR PISO BIEN	(3) Sí. Si se puede sentar, en el piso, eso está bien	(3) Habla con INV (3) Habla en pareja	Expone criterio para respuesta
	(1) SI PODER SENTAR, UNA SILLA	(1) Sí. Si puede sentarse, sobra una silla	(1) Habla con INV	Expone criterio para respuesta
	(3) PODER QUEDAR UNA	(3) Si puede, queda una disponible	(3) Habla con INV	Expone criterio para respuesta

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(INV) AHORA $\overline{\text{MEJOR OPCIÓN}}^{\text{int}}$ Ahora, ¿cuál es mejor opción?	(INV) Ahora, ¿cuál es mejor opción?		Consulta la mejor opción de ruta
	(2) MEJOR ALLÁ IX-der	(2) Mejor aquella	(2) Habla con INV (2) Habla en pareja	Escoge opción sin explicar
	(INV) $\overline{\text{POR QUÉ}}^{\text{int}}$ ¿Por qué?	(INV) ¿Por qué?		Solicita explicación
	(2) TRANQUILO PODER SENTAR	(2) Porque es más tranquilo, se puede sentar	(2) Habla con INV	Expone criterio para respuesta
	(INV) $\overline{\text{FALTA HASTA CALLE SETENTA Y DOS CUÁNTO}}^{\text{int}}$ ¿Cuántas paradas faltan hasta la Calle 72?	(INV) ¿Cuántas paradas faltan hasta la Calle 72?		Solicita número de estaciones
	(3) TRES	(3) Tres	(3) Habla con INV (3) Toma la ficha/hoja	Expone número de estaciones
	(1) MEJOR ALLÁ IX-izq TRES	(1) Mejor aquella, la que tiene tres	(1) Habla con INV	Explica mejor opción Responde con valor numérico
	(INV) $\overline{\text{POR QUÉ}}^{\text{int}}$ ¿Por qué?	(INV) ¿Por qué?		Solicita explicación
	(2) SALIR PODER SENTAR TRANQUILO	(2) Se van saliendo, y él puede sentarse y está tranquilo	(2) Habla con INV	Expone criterio para respuesta
	(3) MÁS CERCA ESTE MÁS TIEMPO	(3) Está más cerca, en este tiene que estar más tiempo	(3) Habla con INV (3) (4) Señalan con el dedo (3) Se levanta del asiento	Expone criterio para respuesta
	(1) $\overline{\text{ESTE MÁS RÁPIDO}}^{\text{afir}}$ MÁS CERCA AQUEL MÁS LEJOS	(1) Este es más rápido, está más cerca. Aquel es más lejos	(1) Habla con INV (1) Asienta con la cabeza (1) Señala con el dedo	Expone criterio para respuesta
	(INV) $\overline{\text{MEJOR CUÁL}}^{\text{int}}$ ¿Cuál es mejor?	(INV) ¿Cuál es mejor?		Consulta la mejor opción de ruta
	(3) ALLÁ// MUCHO TIEMPO MUCHO CAMINO CERCA MEJOR	(3) Aquella// Eso es mucho tiempo, es mucho camino, mejor cerca	(3) Habla con INV	Expone criterio para respuesta
	(2) SUBA MEJOR BAJAR++ OTRO PEGAR MONTAR++	(2) Por el Portal de Suba es mejor porque se van bajando. Por el otro está lleno y se montan y montan	(2) Habla con INV (2) Señala con el dedo	Expone criterio para respuesta
	(4) SENTAR DESCANSAR	(4) Pero se sienta y puede descansar	(4) Habla con INV	Expone criterio para respuesta
	(3) ALLÍ SENTAR	(3) Por eso, allí se sienta	(3) Habla con INV (3) Señala con el dedo	Expone criterio para respuesta

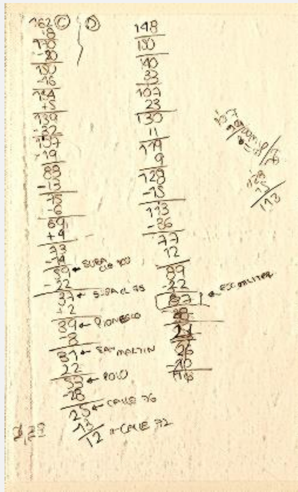
Escuela 2

El análisis preliminar de las conversaciones en E2 de G3 (Tabla 11) y C2 (Tabla 12) indica un dominio del uso de la lengua de señas, con elementos deícticos como realización de cálculos con los dedos. En el trabajo en grupo se interactúa con la intérprete para confirmar la comprensión de la pregunta de la tarea.

La Tabla 11 reproduce conversaciones sobre operaciones básicas, con referencias al contexto extra-matemático vinculado al enunciado. Se evalúan los valores dados sobre el grafo en ambas rutas y luego el uso de flechas permite identificar la respuesta. Sobre la hoja de trabajo, destaca la representación ligada a la idea de correspondencia construida entre nombres de la variable independiente 'estaciones (del Transmilenio)' y valores calculados de la función. La representación sagital sugiere la comprensión de las funciones matemáticas de la tarea como discretas y ordenadas. Con relación al uso de la lengua gestual, se ve el uso de boyas por los tres alumnos. La boya se conjuga con otros elementos deícticos como señalamientos y conteos con los dedos.

En la Tabla 12 se observa que investigadora e intérprete dirigen la conversación desde la pizarra con el fin de discutir avances de los grupos. Los alumnos comparten miradas y conversaciones para designar responsabilidades sobre quién debe asumir el papel de comunicar la actividad del grupo, cediendo este rol a quien no realizó los cálculos escritos. Se valida la respuesta con base en una variable de tiempo introducida por los estudiantes y en un valor numérico implícito calculado. Se usa el término "falta" sin que su significado en la resolución quede claro. Se continúan realizando señalamientos sobre la ficha y la hoja sin necesariamente venir acompañados de explicaciones verbales. De igual manera hay afirmaciones y negaciones sin explicación.

Tabla 11: Transcripción ampliada multimodal T1-E2-G3

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(1) SUMAR LUEGO RESTAR	(1) Se debe sumar y luego restar	(1) Habla con INT (2) Señala sobre ficha/hoja	Expone estrategia
	(3) ESCRIBIR IX-aba	(3) Hagámoslo escrito	(3) Habla en grupo (3) Señala sobre ficha/hoja	Solicita operaciones escritas
	(1) DÍFICIL	(1) Sí, es difícil	(1) Habla en pareja	
	(INT) ESTO JUNTAR ESTO, ESTO	(INT) Esto va con esto, y con esto		Expone relaciones implícitas
	(3) TODO SUMAR	(3) Entonces todo esto se debe sumar	(3) Habla con INT	Propone sumar
	(2) RESTAR// NO-RECORDA NOMBRE	(2) Se debe restar// No recuerdo el nombre	(2) Habla en pareja (2) Usa una boya (2) Señala sobre ficha/hoja	Propone restar
	(3) PEOR RESTAR MUCHO	(3) Es peor, se debe restar mucho	(3) Habla en grupo (3) Escribe cálculos	Confirma restar
	(1) $\overline{\text{TODO HACER}}^{int}$// CIEN	(1) ¿Hay que hacer todo esto? // Son cien	(1) Habla en pareja (3) Escribe cálculos (2) (3) Usan una boya (1) (2) Señala en ficha/hoja	Solicita confirmación Expresa valor numérico
	(2) ENTRAR++// LUEGO BAJAR	(2) Entraron, entraron // Luego se bajan	(2) Habla en grupo (2) Señala sobre ficha/hoja (3) Escribe cálculos	Expone cambios
			(3) Escribe cálculos	Realiza diagrama sagital

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(3) AQUÍ IX-ctr SUBA DOS HORAS LEJOS (“ooo”) // AQUÍ EMPEZAR TIEMPO CUÁNTO $\overline{\text{RECORDAR}}^{\text{int}}$	(3) De aquí a Suba son dos horas. Es muy lejos // Desde aquí cuánto tiempo tardas, ¿Te acuerdas?	(3) Habla en grupo (3) Señala sobre ficha/hoja	Pregunta extra-matemática
	(1) PRO_1 AQUÍ ENGATIVÁ	(1) Yo aquí en Engativá		
	(2) $\overline{\text{CUÁNTO}}^{\text{int}}$	(2) ¿Cuánto es?	(2) Habla en pareja (2) Señala sobre ficha/hoja	Solicita valor numérico
	(1) AQUÍ DIECISÉIS// $\overline{\text{SUMAR RESTAR CUÁL}}^{\text{int}}$	(1) Aquí hay dieciséis // ¿Pero lo sumo o resto o qué?	(1) Habla en grupo (1) Pregunta con mirada (1) (3) Cuentan con dedos (3) Usa una boya (2) Toma la ficha/hoja	Expresa valor numérico Solicita confirmación
	(2) $\overline{\text{LUGAR ENTRAR CUÁNTO}}^{\text{int}}$// $\overline{\text{CUÁNTO}}^{\text{int}}$	(2) ¿En este lugar cuántos entran? // Pero ¿cuántos?	(2) Habla en grupo (3) Señala sobre ficha/hoja (1) Cuenta con dedos	Solicita valor numérico
	(1) $\overline{\text{QUÉ-PASA}}^{\text{int}}$	(1) ¿Qué paso?	(1) Habla en pareja	Solicita explicación
	(3) PENSAR	(3) Estoy pensando	(3) Habla en grupo (1) Cuenta con dedos	
	(1) MAL TRES	(1) Está mal. Eso son tres	(1) Habla en grupo (1) Cuenta con dedos (1) Usa una boya	Expone error sin enunciarlo Expresa valor numérico
	(2) TRES	(2) Son tres	(2) Habla en grupo (2) Señala sobre ficha/hoja	Expresa valor numérico
	(3) SUMAR// CREER ESO. SUMAR	(3) Se debe sumar // Yo creo que es eso. Sumémoslo	(3) Habla en grupo (3) Señala sobre ficha/hoja	Propone sumar
	(2) DÍFICIL// TRAYECTA HASTA ACÁ. MÁS. LARGO (“ooo”)	(2) Está muy difícil // Este es el trayecto, y va hasta acá. Esto son más. Es muy largo	(2) Habla en pareja (1) Cuenta con dedos	Confirma una opción de ruta
	(1) ESTE MAL AQUÍ NUEVE// DIEZ MENOS NUEVE// DIEZ MENOS UNO NUEVE// BIEN RESTA UNO// RESPUESTA SEIS// NO CATORCE DIECINUEVE	(1) Este está mal. Aquí son nueve // diez menos nueve // diez menos uno, nueve // Está bien, solo resta uno // La respuesta es seis // No es catorce, es diecinueve	(1) Habla en pareja (1) Señala sobre ficha/hoja (1) Cuenta con dedos (1) Pregunta con mirada	Explica error Realiza restas Expone respuestas
	(3) FALTA DÓNDE SENTAR	(3) Falta saber dónde se sienta	(3) Habla en pareja (3) Toma la ficha/hoja (3) Escribe cálculos	Solicita respuesta
	(INT) $\overline{\text{DÓNDE SENTAR}}^{\text{int}}$	(INT) ¿En dónde se sienta?		Solicita respuesta
	(3) $\overline{\text{NECESITAR NOMBRE}}^{\text{int}}$	(3) Ah, ¿Se necesita el nombre de la estación?	(3) Habla con INT (3) Asiente con la cabeza	Solicita aclaración
	(INT) $\overline{\text{DÓNDE SENTAR}}^{\text{int}}$ BUSCAR NOMBRE Sí, en qué lugar se sienta, deben buscar el nombre	(INT) Sí, en qué lugar se sienta, deben buscar el nombre		Explica formato de respuesta

Tabla 12: Transcripción ampliada multimodal T1-E2-C2

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(INV) $\overline{\text{EMPEZAR CUÁNTO}}^{\text{int}}$ Aquí, ¿cuántos empiezan?	(INV) Aquí, ¿cuántos empiezan?	(2) Toma la ficha/hoja	Solicita valor numérico
	(3) CIENTO SESENTA Y DOS	(3) Ciento sesenta y dos	(3) Habla con INV (2) Señala sobre ficha/hoja	Expresa valor numérico
	(INV) $\overline{\text{QUÉ-PASA}}^{\text{int}}$ ¿Después qué pasa?	(INV) ¿Después qué pasa?	(2) Señala sobre ficha/hoja	Solicita interpretación
	(2) SUBIR	(2) Se suben	(3) Habla con INV (2) Habla en pareja	Expone cambio
	(INV) $\overline{\text{CUÁNTO}}^{\text{int}}$ ¿Cuántos?	(INV) ¿Cuántos?		Solicita valor numérico
	(2) OCHO	(2) Ocho	(2) Habla con INV	Expresa valor numérico
	(INV) $\overline{\text{SUMAR O RESTAR}}^{\text{int}}$ ¿Se suma o se resta?	(INV) ¿Se suma o se resta?		Solicita operación
	(2) SUMAR	(2) Se suma	(2) Habla con INV	Propone sumar
	(INV) $\overline{\text{PODER SENTAR}}^{\text{int}}$ ¿AQUÍ PUEDE SENTARSE?	(INV) ¿Aquí puede sentarse?		Consulta disponibilidad de silla
	(3) $\overline{\text{NO}}^{\text{neg}}$	(3) No	(3) Habla con INV (2) (3) Niega con la cabeza	Responde sin explicar
	(2) SÍ	(2) Sí	(2) Habla con INV	Responde sin explicar
	(INV) NO $\overline{\text{POR QUÉ}}^{\text{int}}$ PRO_{2pl} IX-der DECIR PODER SENTAR $\overline{\text{POR QUÉ}}^{\text{int}}$ No, ¿Por qué? Ustedes, ¿Por qué dicen que puede sentarse?	(INV) No, ¿Por qué? Ustedes, ¿Por qué dicen que puede sentarse?		Solicita explicación
	(4) MÁS O MENOS// SÍ// $\overline{\text{PODER}}^{\text{int}}$// NO, FALTA	(4) Más o menos// Sí // ¿Sí puede? // Ah no, falta más	(4) Habla con INV (3) Habla con otro grupo	Responde sin explicar Cuesta la respuesta Responde sin explicar
	(INV) $\overline{\text{MEJOR CUÁL}}^{\text{int}}$ ¿CUÁL ES MEJOR?	(INV) ¿Cuál es mejor?		Consulta la mejor opción de ruta
	(2) ESTA IX- izq	(2) Este	(2) Habla con INV	
	(INV) $\overline{\text{POR QUÉ}}^{\text{int}}$ ¿POR QUÉ?	(INV) ¿Por qué?	(1) (3) Hablan en pareja (3) Toma la ficha/hoja (3) Señala sobre ficha/hoja	Solicita explicación
	(1) DECIR PRO_3	(1) Que ella diga	(1) Habla con INV	
	(3) DECIR PRO_3 PRO_2 NO-SABER	(3) Dígale, ella o tú. Yo no sé	(3) Habla con INV	
	(2) ESPERAR MENOS MÁS TIEMPO SENTAR	(2) Espera menos y pasa más tiempo sentado	(3) Habla con INV	Expone criterio para defender respuesta
	(3) ESPERAR NO-PODER SENTAR	(3) Tiene que esperar, porque no se puede sentar	(3) Habla con INV	Responde con explicación

Escuela 3

El análisis preliminar de las conversaciones en E3 de G5 (Tabla 13), G7 (Tabla 14) y C3 (Tabla 15) muestra parte de la interacción entre alumnos con uso de ambas lenguas. No se observan conversaciones que incluyan a todo el grupo, excepto comunicaciones breves con la investigadora, intérprete o profesor.

En la Tabla 13 se observa la participación escasa de un alumno a raíz de su postura corporal en G5. La interacción de este alumno ocurre sólo bajo presencia del profesor y de la investigadora. Con relación a la actividad matemática, se acude al contexto extra-matemático para nombrar variables y para relacionar las acciones de subir y bajar del autobús con los signos positivo y negativo y las operaciones asociadas. Las respuestas en general carecen de explicación, lo que en ocasiones genera dificultad de análisis. Se aprecian elaboraciones y repeticiones del enunciado con señas propias para responder al profesor.

En la Tabla 14 se evidencia un dominio del uso del castellano oral. Solo se observan conversaciones en ambas lenguas en las interacciones con la investigadora y con el profesor acerca del enunciado y para resolver dudas. Bajo este contexto bilingüe es posible notar la participación de la estudiante sorda del grupo. Se recurre al contexto extra-matemático para nombrar e identificar el número de personas que se indica en cada estación con la operación asociada. Además, se inician conversaciones con potencial de validación matemática para delimitar la estrategia y responder preguntas. Las conversaciones exploratorias en ocasiones se realizan unidireccionalmente en búsqueda de criterios de selección de respuestas y de planteamiento de cuestiones.

Por último, en la Tabla 15 se mantiene el uso de ambas lenguas durante la puesta en común como consecuencia de la presencia de investigadora e intérprete. La participación de algunos alumnos continúa siendo baja en C3. Se mantiene el contexto extra-matemático para explicar avances con base en valores encontrados de la variable dependiente. Además, se introduce la variable tiempo como criterio para defender la solución presentada.

Tabla 13: Transcripción ampliada multimodal T1-E3-G5

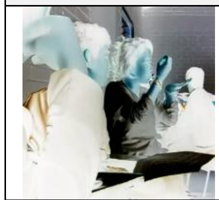
	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(PRF) DOS OPCIONES ESTA IX-izq O ESTA IX-der PERSONA MUCHO SUBIR PARADA TRANSMILENIO EJEMPLO SUBIR++ NUEVE BAJAR VEINTE AQUÍ DIECISÉIS// SUMAR AQUÍ++ HASTA CALLE SESENTA Y TRES LLEGAR SUBIR BAJAR	(PRF) Hay dos opciones, y deben escoger una. En el Transmilenio se sube muchas personas, y paradas hay bastantes. Por ejemplo, se suben nueve, se bajan veinte. Aquí dieciséis // Esto son sumas. Por aquí, por aquí, hasta la Calle 63. Entonces cuando llegan, se suben y bajan		Nombra variable Enuncia dos opciones Da ejemplo numérico Propone sumar Pregunta total de personas
	(1) $\overline{\text{SUBIR BAJAR}}^{\text{afir}}$	(1) Van subiendo y van bajando	(1) Habla con PRF (1) Asiente con la cabeza	Repite acciones del contexto
	(PRF) $\overline{\text{CUÁNTO}}^{\text{int}}$	(PRF) ¿Aquí cuánto es?		Solicita valor numérico
	(1) $\overline{\text{TOTAL}}^{\text{int}}$	(1) ¿El total?	(1) Habla con PRF	Solicita aclaración
	(1) HASTA CALLE SESENTA Y TRES// LISTO	(1) Hasta la Calle 63// Listo	(3) Habla con INV y INT (1) Toma la ficha/hoja	Confirma dato
	(INT) $\overline{\text{SENTAR DÓNDE}}^{\text{int}}$ $\overline{\text{SILLA CUÁNTAS}}^{\text{int}}$ ¿En dónde se sienta? ¿Cuántas sillas hay?	(INT) ¿En dónde se sienta? ¿Cuántas sillas hay?		Solicita respuesta Solicita valor numérico
	(1) SESENTA Y DOS SILLAS	(1) Hay sesenta y dos sillas	(1) Habla con INT (1) Toma la ficha/hoja	Expresa valor numérico
	(10) SESENTA Y DOS SILLAS	(10) Hay sesenta y dos sillas	(10) Habla con INT	Expresa valor numérico
	(INT) $\overline{\text{SENTAR PODER}}^{\text{int}}$ ¿Aquí puede sentarse?	(INT) ¿Aquí puede sentarse?		Solicita respuesta
	(1) NO FALTA	(1) No, falta	(1) Habla con INT	Responde sin explicar
	(10) NO FALTA	(10) No, falta	(10) Habla con INT	Responde sin explicar
	(INT) $\overline{\text{SENTAR DÓNDE}}^{\text{int}}$ $\overline{\text{AQUÍ PODER}}^{\text{int}}$ Aja, ¿Dónde se sienta? ¿Aquí puede?	(INT) Aja, ¿Dónde se sienta? ¿Aquí puede?		Solicita respuesta
	(1) ALLÍ SÍ	(1) Allí sí	(1) Habla con INT (1) Señala con el dedo	Responde sin explicar
	(1) SUBIR SUMAR BAJAR $\overline{\text{SUMAR}}^{\text{int}}$ SUBIR BAJAR	(1) Hay que sumar los que se suben, y los que se bajan. Hay que ir sumando, se van subiendo y se van bajando	(1) Habla con otro grupo (1) Asiente con la cabeza	Propone sumar Marca respuesta en el multigrafo

Tabla 14: Transcripción ampliada multimodal T1-E3-G7

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(3) Por ejemplo usted quiere ir al centro		(3) Habla en pareja (3) Señala sobre ficha/hoja	Expone situación de contexto
	(12) No. Es que no entiendo		(12) Habla en pareja	Responde sin explicar
	(3) Ese es en el Portal de la 80		(3) Habla en pareja	Enuncia opción de la tarea
	(PRF) [No se registra]		(3) (12) Hablan con PRF	
	(12) ¿Oye tú entendiste?		(12) Habla en pareja	
	(3) No		(3) Habla en pareja (3) Niega con la cabeza	Responde sin explicar
	(12) Yo igual ¿Menos es que se bajan? // Hay que hacer sumas y restas // Creo // Entonces serían ciento sesenta y dos // ciento sesenta y dos más ocho ¿Sí? // No entiendo		(12) Habla en pareja (3) (4) Toman la ficha/hoja	Solicita confirmación Propone sumar y restar
	(3) Tres // Este le presta// Treinta, se me olvidó. Uno, dos, tres, cuatro, cinco // Catorce		(3) Habla en pareja (12) Escribe cálculos (3) (12) Cuenta con dedos	Expresa valor numérico Realiza resta
	(12) Diez, once, doce, trece			Realiza conteo creciente
	(4) CIENTO NUEVE	(4) Ciento nueve		
	(3) Nueve		(3) Silencia a (4)	Expresa valor numérico
	(12) Seis, siete, ocho, nueve, diez			Realiza conteo creciente
	(3) Da siete			Expresa valor numérico
	(3) Es seis, porque le presta		(3) Habla en pareja	Explica resultado de la resta
	(12) Eso está mal		(12) Habla en pareja	Expone error
	(3) Seis. No entiendo		(3) Habla en pareja	Expresa valor numérico
	(PRF) [No se registra]			
	(3) DECIR CIENTO SESENTA Y DOS	(3) Esta dice ciento sesenta y dos	(3) Habla con PRF (12) Pregunta con mirada	Expresa valor numérico
	(4) DECIR CIENTO SESENTA Y DOS	(4) Esta dice ciento sesenta y dos	(4) (12) Hablan con PRF	Expresa valor numérico
	(PRF) [No se registra]			
	(3) CIENTO SESENTA Y DOS	(3) Son ciento sesenta y dos	(3) Habla con PRF	Confirma respuesta
	(12) SESENTA Y DOS SENTAR, CIEN PARADA	(12) Sentadas sesenta y dos, paradas cien	(12) Habla con PRF	Expresa valores numéricos

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(12) Hicimos esto, ¿Está bien?		(12) Habla con INV (12) Señala en ficha/hoja	Solicita confirmación
	(INV) $\overline{\text{SENTAR DÓNDE}}^{\text{int}}$ Pero, ¿En dónde se sienta?	(INV) Pero, ¿En dónde se sienta?		Busca aclaración
	(3) SESENTA Y DOS Es de las sesenta y dos	(3) Es de las sesenta y dos	(3) Habla con INV	Confirma valor numérico
	(INV) PARADO $\overline{\text{SENTAR DÓNDE}}^{\text{int}}$ Él está parado. ¿Dónde puede sentarse?	(INV) Él está parado. ¿Dónde puede sentarse?		Aclara dato del enunciado Solicita respuesta
	(12) Aquí, aquí, aquí		(12) Habla con INV (12) Señala en ficha/hoja	
	(INV) MIRA ESCRITO AQUÍ PERSONAS CIENTO SESENTA Y DOS BAJAR OCHO NO SILLA// AQUÍ SESENTA Y CINCO $\overline{\text{SENTAR}}$ $\overline{\text{PODER}}^{\text{int}}$ Revisa tus cuentas. Si aquí van ciento sesenta y dos personas y se bajan ocho, no hay espacio // Aquí vas en setenta y cinco, ¿Puede sentarse?	(INV) Revisa tus cuentas. Si aquí van ciento sesenta y dos personas y se bajan ocho, no hay espacio // Aquí vas en setenta y cinco, ¿Puede sentarse?		Nombra variable Expone resultado Agrega explicación a respuesta Usa respuesta para cuestionar
	(12) Sí		(12) Habla con INV	Responde sin explicar
	(INV) $\overline{\text{POR QUÉ}}^{\text{int}}$ ¿Por qué?	(INV) ¿Por qué?		Solicita explicación
	(12) Porque son sesenta y dos sillas// y personas// ¡Ah! No, mentira		(12) Habla con INV	Nombra variable Afirma respuesta sin explicar
	(12) Se tienen que bajar más de// Ciento sesenta y dos personas// Aquí, aquí // No. No, más. ¿Dónde es que era? Aquí y aquí		(12) Habla en pareja (12) Señala en ficha/hoja (12) Toma la ficha/hoja	Nombra variable Expone razonamiento incompleto Expone resultado Descarta resultado
	(3) ¿Aquí no se puede?		(3) Habla en pareja (3) Señala sobre ficha/hoja	Consulta validez de respuesta
	(12) No, porque mira		(12) Habla en pareja (12) Señala en ficha/hoja	Niega sin explicación verbal

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(12) Oye // ya // creo		(12) Habla con INV (12) Señala en ficha/hoja	
	(INV) ESCRIBIR HOJA SENTAR DONDE int Marca en el mapa donde se puede sentar ¿Dónde se puede sentar?	(INV) Marca en el mapa donde se puede sentar ¿Dónde se puede sentar?		Solicita respuesta
	(12) Acá // y acá, pero es		(12) Habla con INV (12) Señala en ficha/hoja	
	(INV) SENTAR PODER int PERSONAS CUÁNTAS int ¿Aquí puede sentarse? ¿Cuántas personas hay?	(INV) ¿Aquí puede sentarse? ¿Cuántas personas hay?		Nombra variable Solicita respuesta Solicita valor numérico
	(12) Ciento sesenta y dos		(12) Habla con INV	Confirma resultado
	(INV) RECORDAR PARADO SILLAS CUÁNTAS int Recuerda que va parado ¿Cuántas sillas hay?	(INV) Recuerda que va parado ¿Cuántas sillas hay?		Solicita valor numérico
	(12) Sesenta y dos		(12) Habla con INV	Expresa valor numérico
	(INV) PERSONAS SOBRA CUÁNTAS int ¿Cuántas personas tiene que haber?	(INV) ¿Cuántas personas tiene que haber?		Nombra variable Consulta acerca de hipótesis
	(4) SESENTA Y UNO	(4) Sesenta y uno	(12) Habla con INV	Asocia valor numérico
	(INV) SESENTA Y UNO DÓNDE int ¿Dónde hay sesenta y uno?	(INV) ¿Dónde hay sesenta y uno?		Solicita respuesta
	(PRF) [No se registra]			
	(3) SILLAS HAY CUANTAS	(3) Eso son cuantas sillas hay	(3) Habla con PRF	Da significado al valor numérico
	(12) NO-PODER MUCHO PERSONAS BAJAR// SESENTA Y DOS PERSONAS SUBER// NO-ENTIENDO Allí no se puede, hay muchas personas y deben bajarse más// Se suben sesenta y dos personas // ¡Ah! No entiendo	(12) Allí no se puede, hay muchas personas y deben bajarse más// Se suben sesenta y dos personas // ¡Ah! No entiendo	(12) Habla con PRF	Nombra variable Responde sin explicar Expone criterio para respuesta

Tabla 15: Transcripción ampliada multimodal T1-E3-C3

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(INV) $\overline{\text{SENTAR DÓNDE}}^{int}$ ¿Dónde se sienta?	(INV) ¿Dónde se sienta?		Solicita respuesta
	(10) SUBA CALLE NOVENTA Y CINCO Por el Portal de Suba, en Calle 95	(10) Por el Portal de Suba, en Calle 95	(10) Habla con INV	Expresa respuesta
	(INV) $\overline{\text{PRO}_{2pl}\text{ DECIR SENTAR DÓNDE}}^{int}$ $\overline{\text{NOMBRE ESTACIÓN}}^{int}$ ¿Dónde dicen que se sientan ustedes? ¿Cómo se llama la estación?	(INV) ¿Dónde dicen que se sientan ustedes? ¿Cómo se llama la estación?		Solicita respuesta
	(4) VEINTISIETE	(4) Son veintisiete	(10) Habla con INV	Expresa valor numérico
	(INV) $\overline{\text{MEJOR CUÁL}}^{int}$ ¿Y cuál opción es mejor?	(INV) ¿Y cuál opción es mejor?		Consulta la mejor opción de ruta
	(1) $\overline{\text{SUBA}}^{int}$	(1) Por el Portal de Suba	(1) Habla con INV	Afirma respuesta
	(10) $\overline{\text{SUBA}}^{int}$	(10) Por el Portal de Suba	(10) Habla con INV	Afirma respuesta
	(INV) $\overline{\text{POR QUÉ}}^{int}$ ¿Por qué?	(INV) ¿Por qué?		Solicita explicación
	(1) MÁS RÁPIDO FÁCIL	(1) Es más rápido y más fácil	(1) Habla con INV (1) Señala en ficha/hoja	Contextualiza respuesta
	(10) MÁS RÁPIDO FÁCIL	(10) Es más rápido y más fácil	(10) Habla con INV	Contextualiza respuesta
	(INV) $\overline{\text{SENTAR DÓNDE}}^{int}$	(INV) ¿Dónde se sienta?		Solicita respuesta
	(3) En Suba		(3) Habla con INV	Afirma respuesta
	(INV) $\overline{\text{POR QUÉ}}^{int}$ ¿POR QUÉ?	(INV) ¿Por qué?		Solicita explicación
	(4) CIENTO TREINTA	(4) Ciento treinta	(4) Habla con INV	Responde con valor numérico
	(3) Porque va así de rápido		(3) Habla con INV	Contextualiza respuesta

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(INV) $\overline{\text{SILLAS CUÁNTO TOTAL}}^{\text{int}}$	(INV) ¿Cuántas sillas hay en total?		Solicita valor numérico
	¿Cuántas sillas hay en total?			
	(3) Sesenta y dos		(3) Habla con INV	Expresa valor numérico
	(12) Sesenta y dos		(12) Habla con INV	Expresa valor numérico
	(10) SESENTA Y DOS Sesenta y dos	(10) Sesenta y dos	(10) Habla con INV	Expresa valor numérico
	(1) CUARENTA Y SEIS. NO, SESENTA Y DOS Cuarenta y seis. Ah no, sesenta y dos	(1) Cuarenta y seis. Ah no, sesenta y dos	(1) Habla con INV (1) Hable en pareja	Expresa valor numérico Corrige valor numérico
	(INV) $\overline{\text{AQUI PERSONAS CUÁNTO TOTAL}}^{\text{int}}$ ¿Aquí cuántas personas hay en total?	(INV) ¿Aquí cuántas personas hay en total?		Nombra variable Pregunta cantidad de personas
	(3) Cien		(3) Habla con INV	Afirma respuesta
	(1) CIEN Cien	(1) Cien	(1) Habla con INV	Afirma respuesta
	(10) CIEN Cien	(10) Cien	(10) Habla con INV	Afirma respuesta
	(12) Ciento sesenta y dos		(12) Habla con INV	Afirma respuesta
	(10) NO, CIENTO SESENTA Y DOS Ah no, ciento sesenta y dos	(10) Ah no, ciento sesenta y dos	(10) Habla con INV	Corrige respuesta
	(1) MIRA SENTAR	(1) Mira las sentadas	(1) Habla con INV	Agrega explicación a respuesta
	(INV) $\overline{\text{SENTAR PODER}}^{\text{int}}$ ¿Puede sentarse?	(INV) ¿Puede sentarse?		Consulta disponibilidad de silla
	(12) Sí		(12) Habla con INV	Responde sin explicar
	(10) $\overline{\text{NO TODO OCUPADO}}^{\text{neg}}$ No, están todas ocupadas	(10) No, están todas ocupadas	(10) Habla con INV (10) Niegan con la cabeza	Niega y argumenta respuesta
	(1) FALTA TODAVÍA CONTINUAR NO FALTA $\overline{\text{ESTO MAL}}^{\text{int}}$	(1) No todavía falta. Hay que continuar. No. Falta ¿Eso está mal?	(10) Habla con INV (1) (10) Hablan en pareja	Responde sin explicar Solicita validación de respuesta
	(INV) $\overline{\text{AQUÍ SENTAR PODER}}^{\text{int}}$ ¿Aquí se puede sentar?	(INV) ¿Aquí se puede sentar?		Consulta disponibilidad de silla
	(12) Sí		(12) Habla con INV	Responde sin explicar
	(3) SI	(3) Sí	(3) Habla con INV	Responde sin explicar
	(INV) $\overline{\text{SI POR QUÉ}}^{\text{int}}$ ¿Por qué dices que sí?	(INV) ¿Por qué dices que sí?	(3) Toma la ficha/hoja	Solicita explicación
	(12) ¿Por qué sí?		(12) Habla con INV	
	(3) Ah no, mentira		(3) Habla con INV	Corrige respuesta
	(1) SÍ	(1) Sí	(1) Habla con INV	Afirma

	Conversación/ Glosa	Traducción	Actividad comunicativa	Actividad matemática
	(12) Porque son sesenta y dos sillas y hay cincuenta y nueve personas		(12) Habla con INV	Nombra variable Responde explicación numérica
	(INV) NOMBRE ESTACIÓN int ¿Cómo se llama la estación?	(INV) ¿Cómo se llama la estación?		Solicita respuesta
	(12) Portal de Suba		(12) Habla con INV	Afirma respuesta
	(INV) MEJOR CUÁL int ¿Cuál es mejor?	(INV) ¿Cuál es mejor?		Consulta la mejor opción de ruta
	(12) Portal de la 80		(12) Habla con INV	Responde sin explicar
	(8) Suba		(8) Habla con INV	Responde sin explicar
	(10) SUBA	(10) Portal de Suba	(10) Habla con INV	Responde sin explicar
	(3) Portal de Suba		(3) Habla con INV (3) Se levanta del asiento	Responde sin explicar
	(INV) POR QUÉ int ¿Por qué?	(INV) ¿Por qué?		Solicita explicación
	(12) Porque se sienta más tiempo		(12) Habla con INV	Expone criterio para respuesta
	(1) MÁS RÁPIDO Más rápido	(1) Porque va más rápido	(1) Habla con PRF	Expone criterio para respuesta
	(10) MÁS RÁPIDO Más rápido	(10) Porque va más rápido	(10) Habla con PRF	Expone criterio para respuesta
	(3) Porque llega a descansar		(1) (10) Hablan con PRF	Expone criterio para respuesta

ANÁLISIS PRINCIPAL DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA

En el paso que va del análisis preliminar al principal, se recurre a métodos de comparación constante entre el conjunto de acciones identificadas a fin de indagar regularidades en la comunicación matemática. Ahora el foco es la interpretación de la actividad matemática, de modo que la actividad comunicativa general pasa a entenderse como subsidiaria de la resolución de la tarea. El análisis se relata mediante seis temas surgidos de la refinación del análisis preliminar en intersección con el estudio de los vídeos y de las hojas de trabajo.

Referencia al contexto extra-matemático

En este trabajo, por “Referencia al contexto extra-matemático” se entiende el uso y menciones del contexto del enunciado de la tarea por los estudiantes en su actividad matemática en grupo y en la puesta en común. Este tema cobra relevancia en la medida que los estudiantes relacionan sus experiencias personales sobre el Transmilenio con los conocimientos matemáticos requeridos para la comprensión y resolución. Se trata, por tanto, de un tema que emerge en parte debido al diseño de una secuencia didáctica que plantea un contexto conocido. Al analizar los datos que se han asociado con “Referencia al contexto extra-matemático”, se observan cuatro subtemas que se explican a continuación. En los subtemas se pone de relieve la existencia de una actividad matemática importante en torno a la resolución de la tarea. Estos mismos resultados sobre la presencia de actividad matemática van acompañados de resultados sobre la presencia de dificultades en momentos de esta actividad.

Nominalización de variables

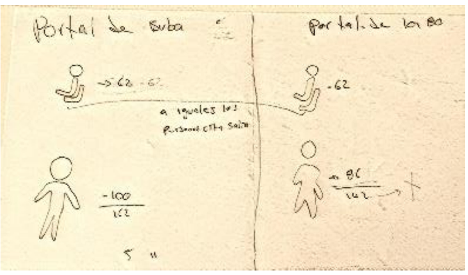
Por “Nominalización de variables” se entiende el uso de las variables de la tarea que al ejemplificarse mediante datos numéricos y/o verbales proporcionan los valores que adoptan distintas funciones. Se observa el uso interrelacionado y reiterado de las variables “personas” y “estaciones (del Transmilenio)” en G1 y G2 de E1, y en G7 de E3. Este uso de variables manifiesta un trabajo orientado a adquirir y consolidar las nociones matemáticas de variable y función.

En el trabajo en grupo, el nombre de la variable “personas” es utilizada explícitamente en conversaciones y en representaciones gráficas al manipular valores de esta variable en su relación funcional con la variable “estaciones”.

Esto conlleva una actividad matemática en torno a la identificación tácita de funciones en la situación narrada por el enunciado de la tarea. Los participantes en G2 de E1 reproducen en su hoja la representación gráfica dada en el enunciado, con los valores iniciales de la variable “personas”, diferenciando las dos opciones de ruta con el nombre de la estación correspondiente (ver Tabla 16). Existe el reconocimiento de los conjuntos de personas sentadas y personas paradas como conjuntos disjuntos, pero a su vez, su unión es entendida como el total de personas dentro del autobús al inicio de cada ruta. Al respecto, estos estudiantes recurren a un desglose de una de las variables en dos subvariables con relevancia para la interpretación de la tarea. También se observa el énfasis, mediante un segmento de recta entre ambas representaciones gráficas y una nota escrita, de la igualdad entre cantidad de personas sentadas al inicio de cada ruta. Escribir el número de personas paradas sugiere este conjunto como subvariable. La variable “estaciones” se emplea en conversaciones con referencias al contexto. Esto tiene importancia dado que es precisamente un valor de esta variable el que conduce a la solución. Además, las referencias a ubicaciones geográficas permiten más tarde hacer proyecciones de experiencias personales y los consecuentes significados sociales.

En definitiva, este subtema alude a cómo los estudiantes introducen descripciones de la situación del enunciado, así como acercamientos a la identificación, manipulación y comprensión de variables.

Tabla 16: **‘**Nominalización de variables’ (E1, G2)

Conversación/ Glosa	**Traducción**
 (3) SUBA IX-der AQUÍ IX-izq VENIR (der>izq) (4) BAJAR IX-izq SUBIR IX-der SENTAR (3) PERSONAS BAJAR // POCO QUEDAR MEJOR SENTAR BIEN// PREGUNTA $\overline{\text{OCUPADO}}^{\text{int}}$// OCUPADO// $\overline{\text{SUBIR BAJAR}}^{\text{int}}$ ++// MULTIPLICAR// HACER-TU// $\overline{\text{PERSONA}}^{\text{afir}}$	(3) Vienen del Portal de Suba (4) Se bajan, se suben, o se sientan (3) Se van bajando // Si quedan poquitas personas mejor porque se sienta // Pregunta, ¿Todo está ocupado? // Está ocupado // ¿Tienen que subir y bajar, subir y bajar? // Multiplique // Hazlo // Con las personas

Asociación de representaciones

Por “Asociación de representaciones” se entiende la relación establecida por los estudiantes entre la representación de datos verbales y la representación de datos gráficos del enunciado a fin de idear estrategias de resolución. Así, se hacen corresponder los datos verbales “suben” y “bajan” a los datos gráficos dados por valores de la variable “personas” presentados con números enteros positivos y negativos. Los estudiantes observan los números m_k y n_j de manera secuencial y suman o restan, según el signo, al número de personas en el autobús. Este subtema cobra relevancia en la medida que se relacionan datos gráficos y verbales de la tarea mediante actividad que contribuye a la resolución, lo cual se observa en G1 y G2 de E1, y en G7 de E3.

Un ejemplo de este subtema es la conversación de G1 en E1 (Tabla 17) cuando los alumnos exponen la relación entre datos y posibles respuestas y hacen explícita la correspondencia entre personas que suben y sumar y entre las que bajan y restar. Esta relación se mantiene durante toda la resolución. Así, se reduce el carácter abstracto de los números enteros que aparecen como datos al sustituirlos por cantidades de personas y acciones de ‘subir’ o ‘bajar’. El valor absoluto del número entero representa un número concreto de personas dentro del contexto extra-matemático y el signo es asociado a una acción que realizan esas personas, subir o bajar del autobús. Esto a su vez induce la comprensión del carácter secuencial de la tarea, facilitando que las operaciones de suma y resta se realicen una a una sin recurrir a técnicas de agrupación de números enteros. Por otra parte, este subtema sirve para iniciar el desarrollo de conversaciones de socialización de avances y anticipar posibles conclusiones.

Tabla 17: ‘Asociación de representaciones’ (E1, G1)

Conversación/ Glosa	Traducción
(2) $\overline{\text{QUÉ}}^{\text{ int}}$	(2) ¿Y este qué?
(1) BAJAR++. TREINTA Y SEIS// DUDAR $\overline{\text{QUEDAN CIENTO NUEVE}}^{\text{ s/n}}$// SENTAR CALLE NOVENTA Y CINCO SUBA	(1) Se van bajando. Se bajan treinta y seis // Tengo una duda ¿Quedan ciento nueve? // Se logra sentar en la Calle 95. Eso es por el Portal de Suba
(2) DEPENDE	(2) Depende
(1) BAJAR// SUMAR// SUMAR SUBIR RESTA BAJAR	(1) Se bajan// Se suma// Se suman los que se suben, y si se bajan se resta
(2) SUBA NO-PUEDE	(2) Por Portal de Suba no se podría
(1) DOS ESTA IX-arr. SUBA CALLE NOVENTA Y CINCO O ESTA IX-abj r-i-o n-e-g-r-o. DOS// ESE SUBA BOYACÁ PORTAL DE LA 80 ESE++ AQUÍ// ESCOGER UNA, DECIR-te	(1) Tengo dos opciones. Por Portal de Suba en Calle 95 o por el otro Portal en Río Negro. Esas dos// Por el Portal de Suba sería en la Boyacá y por el Portal de la 80 aquí // Pero necesitamos una, yo te dije

La Figura 7 ilustra otro ejemplo de asociación de representaciones con una representación gráfica que sirve de organizador visual de valores numéricos. Por medio de un sistema de representación, que alude a un diagrama sagital, los estudiantes visualizan el proceso de selección de la respuesta.

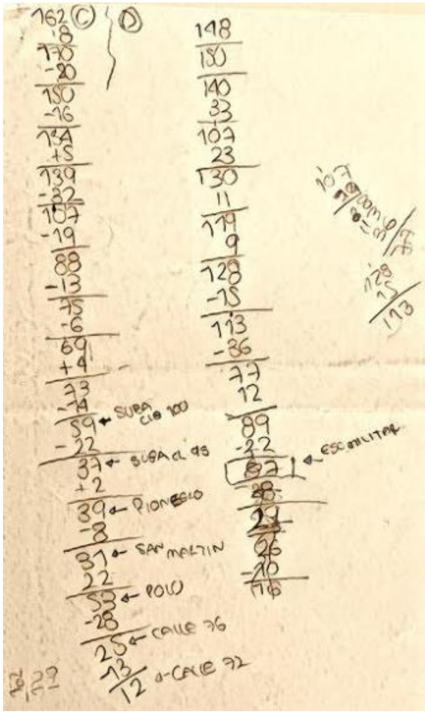


Figura 7: 'Asociación de representaciones' (E2, G3)

Este subtema que pone de relieve una actividad relevante de conexión entre datos expresados mediante distintas formas de representación. A diferencia del subtema anterior donde se observa un trabajo de tipo conceptual, aquí se está ante un trabajo mayormente procedimental.

Planteamiento de conjeturas

Por "Planteamiento de conjeturas" se entiende la predicción o afirmación de respuestas posibles y proposiciones matemáticas por medio del uso del contexto del enunciado y de las experiencias previas de los estudiantes. Este subtema cobra relevancia al implicar una compresión interrelacionada de las variables. Por otro lado, con este subtema se alude a cómo la comprensión del enunciado y la relación que se establece con experiencias propias lleva a considerar posibilidades de aproximación a la resolución de la tarea. Este subtema se genera básicamente tras observar la actividad matemática en G1 de E1.

Haciendo referencia a la cantidad de personas que suelen utilizar el Transmilenio por la ruta del Portal de Suba, se conjetura que la ruta del Portal de la 80 es la mejor opción al permitir viajar “más relajado”, y se explican razones (Tabla 18). Los estudiantes formulan esta conjetura y otras similares a partir del manejo de información que no está basada en datos de la tarea sino, previsiblemente, en experiencias con el Transmilenio que permiten imaginar en qué paradas del trayecto va a ser viable conseguir una silla disponible. De acuerdo con la conjetura indicada, se formula otra conjetura tentativa sobre la dificultad de sentarse en una ruta (Portal de Suba); esto se complementa con explicaciones sobre la mayor idoneidad de la otra ruta. Se expone que el autobús parte desde un portal (Portal de la 80) con menos personas paradas y se estima la estación donde es posible hallar al menos una silla disponible. Los dos alumnos de la Tabla 18 coinciden en la opción más adecuada. Uno de ellos recurre a un dato numérico de la tarea y el otro recurre a su experiencia. En ninguno de los casos las conjeturas son soportadas por argumentos explícitos basados en datos, de modo que la posibilidad o plausibilidad de lo que se propone no se refuerza con razones de necesidad. La conjetura que se comenta no es usada para diseñar una estrategia de resolución diferente a la de otros grupos. Se pudieron haber realizado operaciones hasta la estación en la que se supone que se puede conseguir una silla disponible, mediante agrupaciones de números positivos y negativos. Sin embargo, los estudiantes de G1 se centran en los cálculos correspondientes a la ruta del Portal de la 80. Hasta la puesta en común no concluyen que su conjetura es posible pero poco práctica. Destaca la relevancia de conjeturar posibilidades en la actividad matemática de este grupo. El modo de proceder para avanzar en la resolución de la tarea es matemáticamente interesante aun cuando no lleva a la resolución. Para pasar de conjeturar propuestas posibles a propuestas válidas, se requiere el desarrollo de procesos complejos de pensamiento matemático. A pesar de no tener evidencias acerca del desarrollo de estos procesos, sí se puede afirmar que la construcción de conjeturas sobre posibilidades es una actividad matemática.

Tabla 18: **‘**Planteamiento de conjeturas’ (E1, G1)

Conversación/ Glosa	Traducción
(2) MEJOR SUBA (1) $\overline{\text{MEJOR}}^{\text{int}}$ $\overline{\text{PORTAL DE LA 80}}^{\text{s/n}}$ PORTAL DE LA 80 MEJOR SUBA (2) PEGAR SUBA PARADO	(2) Es mejor por el Portal de Suba (1) ¿Cuál es mejor? ¿Desde el Portal de la 80? // Es mejor desde el Portal de la 80 que por el Portal de Suba (2) Mejor Portal de la 80. Por el Portal de Suba hay mucho amontonamiento, va parado
(2) $\overline{\text{POR QUÉ ONCE}}^{\text{int}}$ VER, PEGAR (1) $\overline{\text{MEJOR}}^{\text{int}}$ (2) PENSAR MEJOR IX- aba, SENTAR// PENSAR IX-aba// PEGAR. MEJOR SENTAR TRANQUILO SUBA// NO PORTAL DE LA 80	(2) ¿Por qué once? Vio, está muy lleno // (1) ¿Mejor? (2) Yo pienso mejor ahí, porque se sentaría//Yo creo que es acá// Hay amontonamiento. Iría más relajado por Portal de Suba//No, por Portal de la 80
(1) NO, PEGAR, PARADO, $\overline{\text{HACER CÓMO}}^{\text{int}}$ (2) SUBA PARADO PEGAR, $\overline{\text{CUÁL}}^{\text{int}}$// SUBA PEGAR, PERSONA PARADO, AGUANTAR. O PORTAL DE LA 80 SENTAR TRANQUILO	(1) No, por allí está muy lleno, y va parado ¿Cómo hace? (2) Si es por Portal de Suba va parado, va siempre muy lleno, o ¿cuál es la opción? // Por el Portal de Suba iría muy apretado, iría parado. O iría más relajado por el Portal de la 80
(1) $\overline{\text{MISMO}}^{\text{int}}$ (2) SI MISMO, AQUÍ MAS PERSONA, PEGAR PARADO (1) PERSONAS PORTAL DE LA 80 PARADA OCHENTA Y SEIS// $\overline{\text{CUÁL}}^{\text{int}}$// CIENTO CUARENTA Y OCHO// MEJOR SENTAR CALLE SESENTA Y OCHO	(1) ¿Es lo mismo? (2) Si, es lo mismo, pero aquí hay más personas, le toca parado (1) Desde ese portal salen paradas ochenta y seis personas// ¿Cuál? // Son ciento cuarenta y ocho// Mejor porque por la Calle 68 se sentaría

Validación empírica

Por “Validación empírica” se entiende el uso del contexto de la tarea para justificar respuestas o proposiciones. La relevancia de este subtema se evidencia en la medida que los argumentos para afirmar determinadas proposiciones tienen respaldos con base en los datos del enunciado o en datos derivados del conocimiento del contexto extra-matemático evocado en la tarea. Se observa en G2 de E1, en G7 de E3, así como en C1, C2 y C3. Tiene sentido que este subtema emerja en la discusión durante la puesta en común dado que es el momento de las sesiones donde se pide a los estudiantes que compartan y defiendan sus razonamientos con el grupo completo de la clase.

Para seleccionar la ruta más adecuada se presentan dos criterios de validación que son empíricos porque se fundamentan en datos del contexto (el dado y el evocado). Uno de los criterios surge durante C3, donde se destaca el uso de datos (proporcionado por el enunciado de la tarea y/o por la familiaridad con la situación) del contexto para validar la respuesta (Tabla 19). Se observan oraciones del tipo “es más rápido y más fácil”, “porque va así de rápido” y “porque va más rápido” que apuntan a la optimización de la variable tiempo para escoger una ruta sobre la otra. Los alumnos no se basan solo en procedimientos ni en resultados numéricos, sino que mencionan aspectos contextualizados que indican cierta comprensión de la situación. El otro criterio de validación hallado tiene que ver con la elección de ruta en función de las operaciones realizadas en el grupo. Se expone que es posible sentarse "porque son sesenta y dos sillas y hay cincuenta y nueve personas" y se explica que el Portal de Suba resulta la opción más adecuada porque permite estar sentado durante más tiempo. Esto de algún modo muestra la comprensión de un rango de valores de personas que hace posible resolver la tarea en relación directa con el contexto del enunciado, por delante de la familiaridad con la situación que se narra. Por otra parte, los dos criterios de validación son distintos desde el punto de vista de la comunicación de la actividad. Cuando se valida con respaldo en la experiencia escasean explicaciones, mientras que cuando se valida con respaldo en datos del enunciado, abundan explicaciones, aunque restringidas a cálculos.

De nuevo, como ocurre con otros subtemas, la actividad matemática identificada no apunta al desarrollo de procesos de pensamiento matemático especialmente complejos desde la perspectiva de generalización y justificación de explicaciones. Los datos hallados ponen de relieve procesos de validación estrictamente empíricos e incompletos. Aun así, cabe destacar la relevancia de las numerosas validaciones empíricas realizadas. Como en el caso de 'Planteamiento de conjeturas', un primer acercamiento a la validación matemática de proposiciones es su validación empírica parcial.

Tabla 19: 'Validación empírica' (E3, C3)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INV) $\overline{\text{MEJOR CUÁL}}^{\text{int}}$	(INV) ¿Y cuál opción es mejor?
¿Y cuál opción es mejor?	
(1) $\overline{\text{SUBA}}^{\text{int}}$	(1) Por el Portal de Suba
(10) $\overline{\text{SUBA}}^{\text{int}}$	(10) Por el Portal de Suba
(INV) $\overline{\text{POR QUÉ}}^{\text{int}}$ ¿Por qué?	(INV) ¿Por qué?
(1) MÁS RÁPIDO FÁCIL	(1) Es más rápido y más fácil
(10) MÁS RÁPIDO FÁCIL	(10) Es más rápido y más fácil
(INV) $\overline{\text{AQUÍ SENTAR PODER}}^{\text{int}}$	(INV) ¿Aquí se puede sentar?
¿Aquí se puede sentar?	
(12) Sí	
(3) SI	(3) Sí
(INV) $\overline{\text{SI POR QUÉ}}^{\text{int}}$ ¿Por qué dices que sí?	(INV) ¿Por qué dices que sí?
(12) ¿Por qué sí?	
(3) Ah no, mentira	
(1) SÍ	(1) Sí
(12) Porque son sesenta y dos sillas y hay cincuenta y nueve personas	
(INV) $\overline{\text{MEJOR CUÁL}}^{\text{int}}$ ¿Cuál es mejor?	(INV) ¿Cuál es mejor?
(12) Portal de la 80	
(8) Suba	
(10) SUBA	(10) Portal de Suba
(3) Portal de Suba	
(INV) $\overline{\text{POR QUÉ}}^{\text{int}}$ ¿Por qué?	(INV) ¿Por qué?
(12) Porque se sienta más tiempo	
(1) MÁS RÁPIDO Más rápido	(1) Porque va más rápido
(10) MÁS RÁPIDO Más rápido	(10) Porque va más rápido
(3) Porque llega a descansar	

Ambigüedad en la comunicación con lengua de señas

Por "Ambigüedad en la comunicación con lengua de señas" se entiende la comprensión de señas y palabras específicas de manera diferente por los participantes involucrados directamente en la comunicación. Esta ambigüedad se origina por el uso de la misma seña o palabra para referirse a la variable dependiente y a los distintos valores que toma. Otro origen es el uso de una seña cuyo significado resulta vago al existir varias acepciones semánticas. El tema cobra relevancia en la medida que la falta de precisión en el significado que se comunica puede alterar la actividad matemática de los estudiantes en la resolución de la tarea y en la comunicación de partes de la resolución. Para este tema se han construido dos subtemas, que se interpretan a continuación.

Ambigüedad en la comunicación de vocabulario técnico

Se presenta una "Ambigüedad en la comunicación de vocabulario técnico" al usar una única seña para referirse a la variable dependiente sin considerar cambios en función de la variable independiente. No aludir a la variable independiente crea confusión y lleva a solicitar información adicional para establecer el contexto semántico de referencia. Esto se observa en G1 de E1.

La seña de “total”, que se refiere a uno de los valores de la variable dependiente, se utiliza en una pregunta de la intérprete sin identificar el valor del conjunto $\{f_1(a_1), \ldots, f_1(a_{18})\}$. Un estudiante solicita aclaración para asegurar que se refiere a la cantidad total de personas que comienzan el trayecto del Transmilenio (ver Tabla 20). Al confirmar la intérprete que se trata de $f_1(a_1)$, el estudiante identifica el número total inicial solicitado y descarta los valores $f_1(a_k)$ con $k= 2, \ldots, 18$. Esta situación pone de relieve la comprensión, por parte del estudiante, del número de personas como una variable que depende de cada estación. La significación de la relación funcional entre las variables por medio del “total” acaba facilitando la resolución de la tarea. Así la ambigüedad inicial surge de una visión adecuada de la tarea por parte de los estudiantes, quienes consideran la relevancia de la variable en el trabajo con los datos iniciales, pero también con los producidos durante la resolución. Un estudiante añade una explicación que enfatiza la comprensión de “total” como resultado de un proceso inductivo de operaciones de adición y sustracción: "Por el Portal de Suba se bajan veinte. Luego se bajan dieciséis, se suben cinco y sigue y sigue" (Tabla 20). Por su parte, la intérprete utiliza una seña con independencia del significado relativo del término ‘total’ que no es absoluto ni está bien determinado sin mencionar el conjunto matemático de referencia. De este uso de la seña, no se puede inferir que la participante desconozca el carácter relativo de cualquier conjunto total. Se puede pensar que la intérprete da por supuesto el contexto de referencia en esa conversación.

Tabla 20: ‘Ambigüedad en la comunicación de vocabulario técnico’ (E1, G1)

Conversación/ Glosa	Traducción
(1) MINUTO DE DIOS, O DOS BOYACÁ	(1) Estoy entre dos, Minuto de Dios o Boyacá
(INT) $\overline{\text{PERSONAS TOTAL CUÁNTO}}^{\text{int}}$	(INT) ¿Cuántas personas hay en total?
(2) $\overline{\text{INICIO SENTAR CUÁNTO}}^{\text{int}}$	(2) ¿Me preguntas cuántos comenzaron?
(INT) SI, TOTAL	(INT) Si, el total
(2) CIENTO SESENTA Y DOS	(2) Ciento sesenta y dos
(1) SUBA BAJAR VEINTE. SIGUE BAJAR DIECISÉIS, SUBIR CINCO, SIGUE++	(1) Por Portal de Suba se bajan veinte. Luego se bajan dieciséis, se suben cinco, y sigue y sigue
(2) AQUÍ VEINTIDÓS	(2) Aquí son veintidós
(1) MEJOR. SENTAR CALLE SESENTA Y DOS	(1) Mejor. Se sienta en la Calle 62

Ambigüedad en la comunicación de vocabulario común

Por “Ambigüedad en la comunicación de vocabulario común” se entiende la situación comunicativa creada cuando los estudiantes usan señas en contextos determinados de actividad matemática con varias acepciones semánticas. Al no ser anticipada la diversidad de acepciones, es habitual que se asigne a la seña un único significado de uso común no matemático. Este subtema se observa en G2 de E1 con la seña de “esperar”, y en G5 de E3 en C3 con la seña de “falta”.

En G2 de E1 (Tabla 21), la seña de "esperar" se utiliza para hacer notar que la estación que se sugiere no da respuesta a la tarea. De ahí se infieren dos acepciones posibles. La primera acepción es temporal desde la perspectiva de las personas que viajan en el autobús: ‘esperar’ implica que debe transcurrir tiempo para conseguir una silla disponible. De acuerdo con esto, los estudiantes parecen estar considerando cada estación como una discreción del tiempo, de manera que “esperar” es la cantidad de estaciones que aún se necesita transitar para encontrar al menos una silla. Esto es, si se está en una estación c_i es necesario un número positivo p para llegar a la estación c_{i+p} que resuelve la tarea.

La segunda acepción es temporal desde la perspectiva de los alumnos que operan: ‘esperar’ implica que debe transcurrir tiempo para seguir operando. Así, la seña “esperar” se entiende como la cantidad de personas que aún se requiere que bajen del autobús. Así, se tiene calculado un número $f(c_i)>62$ y es necesario calcular $f(c_{i+p})$. Mientras que esta acepción involucra a la variable dependiente, la anterior tiene que ver con la variable independiente. El alumno que introduce la seña no parece utilizar ninguna de las dos acepciones. La seña “esperar” es usada para comunicar algo que, a partir de los datos de la investigación, resulta difícil de inferir. A diferencia de lo que ocurre en el primer subtema, ahora la ambigüedad no se hace explícita en la conversación (Tabla 21). Se trata de una ambigüedad atribuida externamente desde el análisis de dicha conversación, sin evidencias de que la intérprete u otros estudiantes la perciban.

Tabla 21: ‘Ambigüedad en la comunicación de vocabulario común’ (E1, G2)

Conversación/ Glosa	Traducción
(4) SUBIR BAJAR// MISMO	(4) Se van subiendo y se van bajando// Así mismo
(INT) NEGATIVO BAJAR, POSITIVO SUBIR	(INT) Negativo es que se bajan, y positivo que se suben
(3) DOS VEZ// $\overline{\text{REPETIR}}^{int}$	(3) Son dos veces // ¿Hay que repetir?
(INT) SUBIR $\overline{\text{QUÉ-PASA}}^{int}$	(INT) ¿Se suben y qué pasa?
(3) ESPERAR	(3) Hay que esperar
(INT) $\overline{\text{ESTE}}^{int}$	(INT) ¿Este?
(3) BAJAR// BAJAR+++	(3) Se bajan// Se bajan, se bajan, se bajan

Otro ejemplo ocurre en C3, donde se evidencia una ambigüedad al comunicar la seña de “falta”, atribuida externamente al momento del análisis de la conversación (ver Tabla 22). La seña “falta” puede ser comprendida desde tres acepciones, con las dos primeras próximas a las percibidas con la seña “esperar”. La primera acepción es temporal desde la perspectiva de la cantidad de personas que viajan en el autobús: ‘falta’ implica que aún debe transcurrir tiempo para conseguir al menos una silla disponible. Al igual que con "esperar”, se está considerando cada estación como una discreción del tiempo, de modo que “falta” se entiende como el número de estaciones que ‘faltan’ por transitar para encontrar al menos una silla. Esto es, si se está en una estación c_i aún ‘falta’ encontrar un número positivo p para llegar a la estación c_{i+p} que resuelve la tarea. La segunda acepción es temporal desde la perspectiva de los estudiantes que realizan operaciones: ‘falta’ implica que aún se deben realizar más operaciones para hallar la respuesta. La seña “falta” se está entendiendo como el número de personas que aún se requiere que bajen del autobús. Así, se ha calculado un número $f(c_i)>62$ y es necesario calcular $f(c_{i+p})$. La tercera acepción es numérica: ‘falta' implica una cantidad de personas que aún no se ha bajado del autobús. Ahora la seña ‘falta’ se refiere al número $f(c_i)-62$, estrictamente positivo, y es necesario que se bajen más personas de manera que el número $f(c_{i+p})-62$ sea menor o igual a cero. Con esto se asegura la disponibilidad de sillas para todos los pasajeros. En estas acepciones para la seña de 'falta', la primera involucra la variable independiente y las otras dos se relacionan con la variable dependiente. Al igual que con la seña ‘esperar’ esta ambigüedad surge de cómo la estudiante introduce la seña sin exponer el sujeto de la acción y es atribuida externamente, por inferencia de la investigadora durante el análisis de la conversación.

En definitiva, este subtema muestra que la multiplicidad semántica de la lengua origina imprecisiones en la comunicación del discurso matemático de los estudiantes. Esto no necesariamente involucra un razonamiento erróneo de los estudiantes sino dificultades en la comunicación matemática en lengua de señas.

Tabla 22: 'Ambigüedad en la comunicación de vocabulario común' (E3, C3)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INV) $\overline{\text{SENTAR PODER}}^{\text{int}}$ ¿Puede sentarse?	(INV) ¿Puede sentarse?
(12) Sí	
(10) $\overline{\text{NO TODO OCUPADO}}^{\text{neg}}$ No, están todas ocupadas	(10) No, están todas ocupadas
(1) FALTA TODAVÍA CONTINUAR NO FALTA $\overline{\text{ESTO MAL}}^{\text{int}}$	(1) No todavía falta. Hay que continuar. No. Falta ¿Eso está mal?

Paráfrasis de validación

Por "Paráfrasis de validación" se entiende la explicación por parte del estudiante con sus señas, sin reproducir el enunciado completo, que lleva a validar la comprensión del enunciado y a seleccionar una estrategia de resolución. El tema cobra relevancia cuando los estudiantes, basándose en el enunciado de la tarea y en interacciones previas, validan y desarrollan su estrategia de resolución al exteriorizar razonamientos, sin esperar la aprobación de otros participantes. Esto puede ser visto como un diálogo interno que precede a la realización de cálculos y a la comunicación de ideas al grupo. Las instancias donde se observan las paráfrasis se dividen en dos subtemas que se explican a continuación.

Repetición de palabras clave

Por "Repetición de palabras clave" se entiende el parafraseo mediante el uso repetido de palabras del enunciado asociadas a acciones para la resolución. La repetición de estas palabras implica un proceso de identificación que marca un punto de partida para la definición de una estrategia. Además, la repetición muestra cierta comprensión de las relaciones que se sugieren en el enunciado. Este tema se observa en G1 y G2 de E1, y en G7 de E3. Como muestra la Tabla 23, la repetición de las palabras clave "suben" y "bajan" aparecen dentro del parafraseo del enunciado antes de identificar la relación entre datos verbales y datos gráficos dados por los valores de la variable ‘persona’. Dicha relación conduce a una estrategia de resolución. Se observa cómo se pasa de cuestionar una operación matemática en abstracto a repetir palabras clave que se relacionan con valores de la variable. La estrategia comienza al cuestionar la operación, luego se identifican los datos verbales y su relación con los datos gráficos haciendo uso del contexto extra-matemático, y finalmente se deciden las operaciones. La repetición se convierte en una secuencia matemáticamente productiva cuando se asigna significado matemático a palabras del contexto.

En definitiva, el foco en palabras clave durante la comunicación deviene un recurso para que los estudiantes sistematicen su actividad matemática, ya que con la repetición de términos comienzan a desarrollar el procedimiento de transitar de contextos reales a razonamientos matemáticos de carácter general.

Tabla 23: **‘**Paráfrasis de validación’ (E1, E1)

Conversación/ Glosa	Traducción
(1) DUDAR BAJAR DIEZ// PORTAL DE LA 80	(1) Tengo una duda. Se bajan diez// Del Portal de la 80
(2) MIRA SUBIR++ $\overline{\text{CUÁNTOS}}^{\text{int}}$	(2) ¿Cuántos suben?
(1) SENTAR $\overline{\text{DÓNDE}}^{\text{int}}$// SUMAR// BAJAR SUBIR BAJAR SUBIR	(1) ¿Pero en dónde se sienta? // Esto se suma // Se resta// Se bajan, y se suben. Se van bajando y se van subiendo
(2) ÚLTIMO $\overline{\text{CUÁL}}^{\text{int}}$	(2) En este último, ¿cuál es?
(1) CIENTO CUARENTA	(1) Son ciento cuarenta
(2) $\overline{\text{QUÉ}}^{\text{int}}$	(2) ¿Y este qué?
(1) BAJAR++. TREINTA Y SEIS// DUDAR $\overline{\text{QUEDAN CIENTO NUEVE}}^{\text{s/n}}$// SENTAR CALLE NOVENTA Y CINCO SUBA	(1) Se van bajando. Se bajan treinta y seis // Tengo una duda ¿Quedan ciento nueve? // Se logra sentar en la Calle 95. Eso es por el Portal de Suba

Descripción de la estrategia

Por “Descripción de la estrategia” se entiende la descripción del algoritmo de resolución de la tarea que concluye con la comunicación explícita de haberse comprendido los pasos para dicha resolución. Antes de realizar operaciones se expone la estrategia a seguir, y esta comunicación es la que el propio estudiante vincula con el acceso a la comprensión de la tarea y de su resolución. Resolución y comprensión, en ese orden y según lo explicitado en los datos, se relacionan tal como se puede observar en G2 de E1 (Tabla 24). La explicación con señas envuelve una comprensión del enunciado, pero a su vez implica una traducción del castellano escrito a la lengua de señas de modo que el estudiante asimila la información de la tarea en su propio código de comprensión. Al respecto, la descripción esclarece una a una las operaciones a realizar y además comunica la información de datos gráficos y verbales con una forma de representación en la lengua del estudiante. Cuando el alumno reproduce en sus señas la estrategia parece comprender la relación entre términos verbales y datos numéricos.

En definitiva, este subtema permite identificar el uso de estructuras narrativas propias de cada estudiante que parecen facilitar la comprensión de la tarea. Hay una doble traducción, primero del castellano escrito a la lengua de señas y luego a terminología matemática determinada por el enunciado verbal.

Tabla 24: ‘Paráfrasis de validación’ (E1, G2)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INT) $\overline{\text{SUMAR O RESTAR}}^{\text{int}}$	(INT) ¿Se suma o se resta?
(3) SUMAR// SUMAR (INT) SUMAR, RESTAR, SUMAR, RESTAR (3) MIRE ESTO EMPEZAR, AQUÍ SUBIR NADIE, AQUÍ OCHO SUBIR// DESPUÉS VEINTE// RESTAR// DESPUÉS SUMAR// $\overline{\text{ENTENDER}}^{\text{afir}}$	(3) Si, se suma// Entonces se suma (INT) Sumas y restas, sumas y restas (3) Mire, esto con lo que empiezan, aquí no se sube nadie, aquí ocho se suben// Después veinte// Allí se resta// Después se suma // Ya entendí

Gestualidad y movimiento como complemento comunicativo

Por “Gestualidad y movimiento como complemento comunicativo” se entiende el uso de la lengua gestual y corporal, más allá de las señas reconocidas dentro de la lengua de señas colombiana, con lo que se añade información a conversaciones y se realizan acciones matemáticas. La gestualidad en la comunicación surge de manera natural como un factor extralingüístico que brinda o añade información sin pertenecer a códigos estandarizados de las lenguas. El tema cobra relevancia en la medida que los gestos y movimientos corporales se presentan como una perspectiva multimodal de comunicación que complementan la actividad matemática durante la dinámica grupal, además que ayuda a comprender el escenario donde se crean y negocian significados. Para este tema se han creado tres subtemas, el primero enfocado en el uso de la gestualidad en la comunicación de la actividad matemática y los dos siguientes en el uso de movimientos como parte del desarrollo de la actividad matemática.

Elementos no manuales

Por “Elementos no manuales” se entiende el uso de expresiones faciales y corporales, no asociadas a la gramática de las lenguas, para complementar la comunicación de la actividad matemática. Los elementos no manuales añaden información a una conversación o expresan información adicional. Se observan expresiones de duda, asentimiento o negación con la cabeza y miradas dirigidas a preguntar o responder en G1 y G2 de E1, en G3 de E2, y en G5 y G7 de E3. Siguen ejemplos con tres elementos no manuales. Un primer elemento no manual son las miradas entre alumnos para acompañar una conversación o un señalamiento sobre la hoja (Figura 8). En general se busca una respuesta que indique acuerdo o desacuerdo. En ocasiones las miradas se conjugan con otros elementos no manuales como sonrisas o asentimientos con la cabeza. Con estas miradas, se busca tomar decisiones sobre un proceso algorítmico, en el sentido que la primera mirada en una dirección solicita aprobación sobre un paso del algoritmo y la segunda mirada valida o recomienda retroceder en el proceso.

Figura 8: ‘Elementos no manuales’ (E1, G2)

Un segundo elemento no manual se observa cuando los estudiantes se levantan del asiento para hacer consultas o para enfatizar lo que están diciendo. Esto sucede en el trabajo en grupo para dirigirse o realizar preguntas a otros participantes, y en la puesta en común cuando buscan enfatizar las respuestas que presentan. En la Figura 9 se observa un estudiante levantándose de su asiento durante la puesta en común para exponer con énfasis sus propuestas. En la Figura 10 un alumno se levanta para enfatizar un aspecto en la hoja a otro alumno. Movimientos corporales de este tipo tienden a alterar la atención de quienes los perciben en su campo visual. En entornos con estudiantes sordos, las miradas convergen hacia el movimiento repentino alterando la dinámica de trabajo e interrumpiendo otras interacciones, incluso de otros grupos. Con este recurso se llama la atención inmediata de aquellos que perciben el movimiento.

Figura 9: **‘**Elementos no manuales’ (E1, C1)

Figura 10: **‘**Elementos no manuales’ (E3, G7)

Con estos elementos la comunicación de la actividad es complementada por una vía gestual utilizada para enfatizar, persuadir, interrogar o llamar la atención. Algunos de los gestos podrían coincidir con usados en ambientes con estudiantes oyentes, sin embargo, hay gestos propios de la cultura sorda, como el de llamar la atención por medio del movimiento. La gestualidad es un recurso comunicativo que forma parte intrínseca de las lenguas, y está tan arraigado en los estudiantes que ocurre incluso sin la atención explícita de otros participantes. Se destaca la importancia del componente visual al comprender los movimientos y gestos como una representación de ideas por medio de imágenes visuales.

En definitiva, los elementos no manuales forman parte de la comunicación matemática de los estudiantes, tanto sordos como oyentes, y estos elementos resultan un recurso interpretativo de la actividad matemática que responde a trayectorias individuales de construcción y comunicación de ideas.

Elementos deícticos

Se entiende por “Elementos deícticos” el uso de gestos de señalamiento con los dedos que no forman parte de la gramática de la lengua de señas. Los gestos deícticos son utilizados con el fin de dirigir la atención de los participantes a ciertas áreas específicas y llevan intrínsecos significados y objetivos. Durante la actividad matemática sustituye una cantidad u objeto matemático por su representación en la ficha de la tarea, la hoja de trabajo o la pizarra. También se utiliza como *boya* para demarcar un objeto matemático que se mantiene fijo durante la actividad matemática. Este subtema se observa en todos los grupos en las tres escuelas con alta frecuencia de repetición, exceptuando en G8 de E3.

En la Figura 11 se observa la utilización de elementos deícticos como substituto del habla, ya que los estudiantes hacen uso de la lengua escrita apuntando apartados particulares de su hoja de trabajo o de la ficha de la tarea sin desvelar su significado o el objetivo de su señalamiento por medio de otra lengua. Los elementos deícticos en ocasiones pueden ser sustituidos por otros elementos materiales como un lápiz (Figura 12). También los elementos deícticos se conjugan con elementos no manuales presentados en el subtema anterior como miradas para mostrar que se pregunta (Figura 13) o acciones como levantarse del asiento (Figura 14), haciéndose evidente diferentes formas de comunicación.

Figura 11: ‘Elementos deícticos’ (E1, G1)

Figura 12: ‘Elementos deícticos (a)’ (E3, G6

Figura 13: ‘Elementos deícticos’ (E2, G4)

Figura 14: ‘Elementos deícticos (b)’ (E3, G6)

Con relación al uso de la *boya,* se observa en la Figura 15 una alumna que mantiene ‘agarrado’ un apartado de la ficha, mientras realiza cálculos sobre su hoja. Esto se interpreta como una manera de retener, por medio de una memoria externa, una cantidad o posición que será utilizada en la solución de la tarea.

Figura 15: ‘Elementos deícticos’ (E1, G2)

Los elementos deícticos, combinados o no con otras formas de comunicación, resultan un recurso que permite compartir actividad matemática. Al señalar, se enfatiza un aspecto matemático. Puede interpretarse como una manera de ahorro de lenguas verbales, donde no es necesario introducir ni repetir un nombre, sino que basta con señalar una representación. Esto implica una forma multimodal de comunicación que informa sobre actividad y términos matemáticos por medio de un canal visual. Cuando el señalamiento cambia de dirección la información es substituida, por lo que en ocasiones se hace necesario el uso de ‘boyas’ que mantengan una información durante períodos largos de tiempo.

Cálculos con los dedos

Se entiende por “Cálculos con los dedos” el uso de dedos de las manos, propias o ajenas, para realizar cálculos matemáticos. La representación de números y cálculos con dedos es un recurso al que acuden estudiantes sordos y oyentes como apoyo visual de su actividad matemática. Una diferencia radica en que los estudiantes sordos usan sus dedos para representar señas numerales relativas a la lengua de señas y también como contadores al realizar cálculos. Esto se observa en G1 y G2 de E1, en G4 y G5 de E2 y en G6 y G7 de E3. Una primera forma es una representación visual de numerales donde los dedos son utilizados para representar números naturales, sin que la posición y los movimientos de las manos sean parte de la gramática de la lengua de señas. Los dedos se usan como representación manual de números naturales donde además del concepto es importante la posición en el espacio. En la Figura 16 la posición de las manos puede ser entendida como una representación del algoritmo de suma o resta.

Figura 16: 'Cálculos con los dedos' (E1, G2)

Una segunda forma ocurre cuando los dedos son contadores. Para los alumnos sordos, los dedos representan contadores y representan señas de números. Las posiciones de los dedos indican una seña numeral y cada dedo representa una unidad para realizar sumas y restas. Se realizan acciones de quitar o poner dedos alternando ambas manos. En la Figura 17 el alumno comienza con una cantidad base en ambas manos, y luego a esa base le quita cinco unidades haciendo uso de su mano dominante, y así continúa las operaciones. Involucra no solo los cálculos, sino un juego de manos que requiere de la memoria para recordar los dedos utilizados en la mano base. El conteo se acompaña con elementos deícticos como señalamientos de un apartado sobre la hoja, seguido de la comunicación de una solución y de un error en las operaciones.

Figura 17: 'Cálculos con los dedos' (E2, G3)

Para calcular con los dedos con cantidades grandes, en la Figura 18 se recurre a dedos de otros estudiantes. Esto sugiere la preferencia del carácter concreto de los números naturales sobre su abstracción. La Figura 19 ilustra la necesidad de tocar el número, con el mentón o la boca, para contarlo, dando a los números naturales un carácter físico que permite manipulación.

Figura 18: 'Cálculos con los dedos' (E2, G4)

Figura 19: 'Cálculos con los dedos' (E3, G5)

El cálculo con los dedos involucra un trabajo multisensorial y una práctica cultural situada que se presenta como una manera concreta con la que estudiantes representan entidades abstractas. Se trata de un recurso usado por estudiantes, sordos y oyentes, durante el desarrollo de su actividad matemática en los datos de esta investigación. Además, es una forma visual, más allá de la forma escrita, para comunicar y comprender operaciones matemáticas.

Uso de datos de la tarea

Por "Uso de datos de la tarea" se entiende la evaluación de la función con todos los valores c_i presentados sobre los vértices del multigrafo. El diseño de la tarea permite detener las operaciones al encontrar en cada camino un c_i tal que $f(c_i) \leq 62$. Sin embargo, se observa el uso de todos los datos numéricos del multigrafo, incluso aquellos superfluos para la resolución de la tarea. Este tema cobra relevancia en la medida que el uso de datos innecesarios implica falta de comprensión de la tarea, razonamientos incompletos y operaciones sin significado explícito en distintas fases de la aproximación a la resolución. Para este tema se han creado dos subtemas, que se interpretan a continuación.

Técnicas con números enteros

Por "Técnicas con números enteros" se entiende el uso de todos los valores numéricos sobre cada vértice del multigrafo dado el signo correspondiente. Se realizan operaciones haciendo usos de números enteros mediante dos estrategias. La primera consiste en hacer sumas y restas hasta involucrar todos los valores, y la segunda en agrupar números enteros del mismo signo. Aunque durante los cálculos los alumnos no asignan significado de contexto a resultados intermedios, reconocen los signos y algunas propiedades de los números enteros. Esto se observa en las hojas de trabajo de todos los grupos de las tres escuelas, excepto en E2 en G4. Un primer ejemplo muestra como los estudiantes calculan $f(c_i)$ para todo c_i del dominio de la función, alternando sumas y restas según corresponda, sin detenerse a verificar la condición $f(c_i) \leq 62$ (Figura 20). Tras evaluar los datos, solo dos grupos marcan sobre la ficha o la hoja de trabajo la estación que consideran da respuesta a la tarea. Los demás grupos operan de manera similar y explicitan algunas de sus respuestas por medio de lengua de señas o castellano oral, pero no con el uso de la lengua escrita.

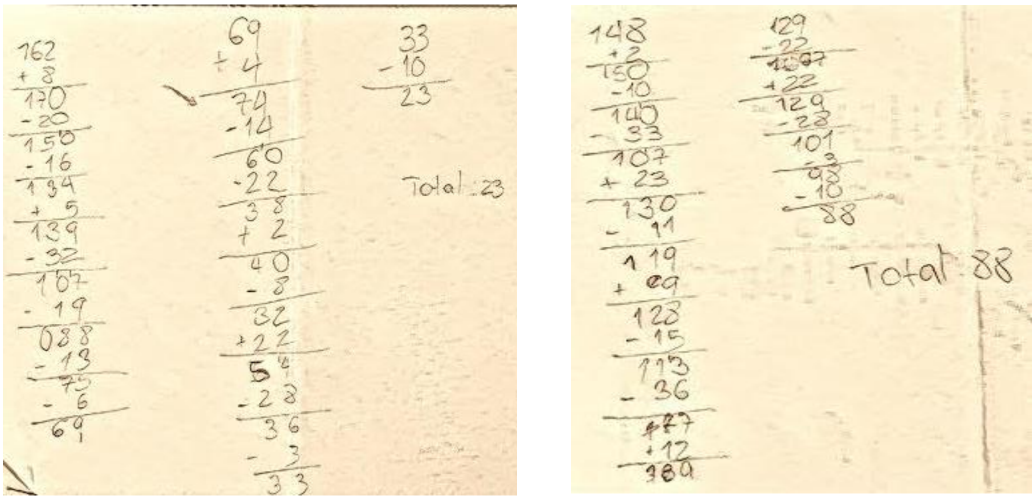


Figura 20: 'Técnicas con números enteros' (E3, G5)

En la Figura 21 se agrupan números enteros del mismo signo llegando a dos totales. La estrategia resulta incompleta pues no se atribuye significado a dichos números. El razonamiento requiere realizar una conjetura fundamentada que permitiera elegir una estación de prueba c_i y calcular $f(c_i)$ agrupando números enteros de igual signo. Si $f(c_i) \leq 62$, se debe calcular f en una estación anterior. Si $f(c_i) > 62$, se debe calcular f en una estación posterior. Las formas de operar sugieren la comprensión de las propiedades conmutativa y asociativa de los números enteros. Se observa una actividad matemática de tipo técnico y procedimental donde se ponen en práctica operaciones, técnicas y estrategias, sin involucrar con claridad significados del contexto asignado en la tarea. Así, los estudiantes en general realizan operaciones y buscan resultados numéricos de manera rutinaria sin que esto implique un entendimiento del significado práctico.

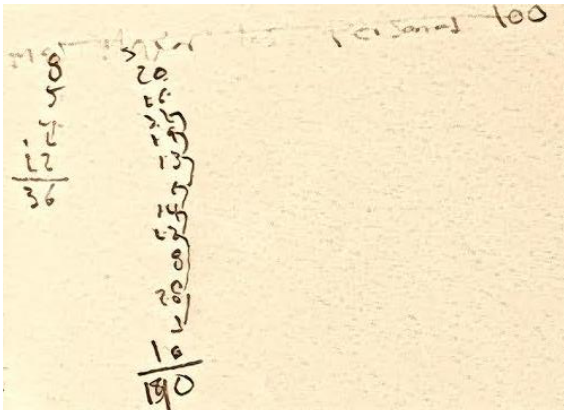


Figura 21: 'Técnicas con números enteros' (E1, G2)

Técnicas con números naturales

Por “Técnicas con números naturales” se entiende el uso de todos los valores numéricos presentados sobre cada vértice del multigrafo sin considerar el signo correspondiente. Se realizan continuas sumas con todos los valores, sin diferenciarse entre números positivos y negativos, omitiéndose además el significado extra-matemático. Esto se observa en G4 de E2. En la Figura 22 se muestran la secuencia de sumas que realizan los estudiantes con todos los valores asociados a cada vértice. Al culminar el proceso y buscar aprobación al exterior del grupo, estos estudiantes notan los signos negativos y rectifican. Nuevamente utilizan los valores asociados a todos los vértices de cada ruta, sin detener el proceso al conseguir un c_i tal que $f(c_i) \leq 62$.

En definitiva, se observa una dificultad conceptual con relación al manejo de números enteros en la actividad matemática. Los números enteros son comprendidos como números naturales, o al menos tratados de esta forma, y su signo termina desprovisto de significado matemático y extra-matemático.

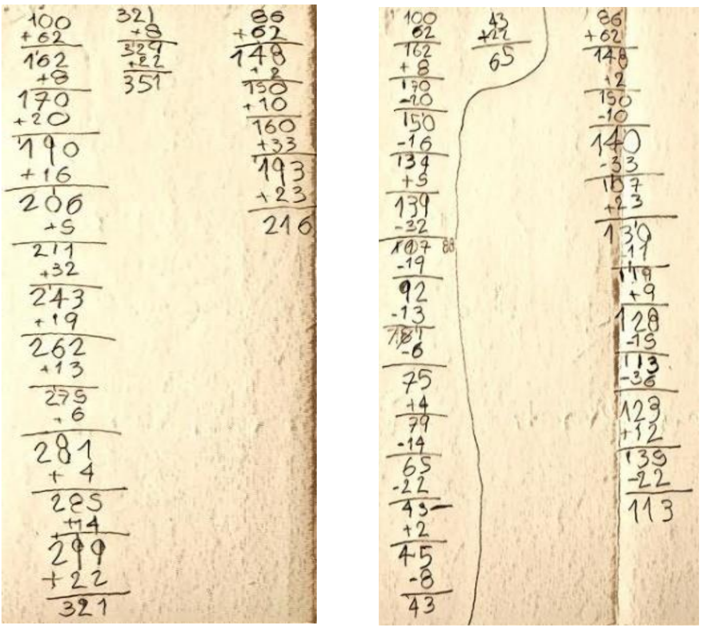


Figura 22: ‘Técnicas con números naturales’ (E2, G4)

Interacción en la resolución de la tarea

Por “Interacción en la resolución de la tarea” se entiende la contribución de estudiantes, al interior del grupo y con participantes externos, a la actividad matemática en las conversaciones orientadas a la resolución. El tema toma relevancia al mostrar cómo las interacciones surgen en el escenario de actividad matemática y evidencian la inclusión o exclusión de estudiantes durante el trabajo. Además, se observa la autoridad atribuida a participantes como la investigadora, la intérprete o el profesor, y su repercusión sobre las dinámicas del aula. Se crean dos subtemas que se desarrollan a continuación.

Participación dentro del grupo

Por "Participación dentro del grupo" se entiende el aporte de los estudiantes mediante comunicación y validación de elementos de la actividad matemática para la construcción de la solución de la tarea. Esta participación permite la comprensión de dinámicas del aula y de la distribución de responsabilidades en los grupos. Este subtema cobra relevancia al evidenciar la interacción entre los participantes para la generación de oportunidades de aprendizaje matemático como resultado de un escenario comunicativo determinado. Esto se puede observar desde cinco formas de participación en los grupos de las tres escuelas. La primera forma de participación que se observa es clarificar, comprendida como explicación o corrección. La Tabla 25 presenta una conversación en E3 de C3 cuando los estudiantes notan la diferencia en las respuestas dadas, corrigen un valor numérico de la variable "personas" y aportan una explicación que implica la comprensión de la propiedad aditiva de conjuntos disjuntos. Esta clarificación lleva a verificar la disponibilidad de una silla y argumentar la respuesta.

Tabla 25: 'Participación dentro del grupo' (E3, C3)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INV) $\overline{\text{SILLAS CUÁNTO TOTAL}}^{\text{int}}$ ¿Cuántas sillas hay en total?	(INV) ¿Cuántas sillas hay en total?
(3) Sesenta y dos	
(12) Sesenta y dos	
(10) SESENTA Y DOS Sesenta y dos	(10) Sesenta y dos
(1) CUARENTA Y SEIS NO SESENTA Y DOS Cuarenta y seis. Ah no, sesenta y dos	(1) Cuarenta y seis. Ah no, sesenta y dos
(INV) $\overline{\text{AQUI PERSONAS CUÁNTO TOTAL}}^{\text{int}}$ ¿Aquí cuántas personas hay en total?	(INV) ¿Aquí cuántas personas hay en total?
(3) Cien	
(1) CIEN Cien	(1) Cien
(10) CIEN Cien	(10) Cien
(12) Ciento sesenta y dos	
(10) NO CIENTO SESENTA Y DOS Ah no, ciento sesenta y dos	(10) Ah no, ciento sesenta y dos
(1) MIRAR SENTAR	(1) Mira las sentadas

La segunda forma de participación consiste en apoyar, comprendida esta acción como la confirmación o el sostenimiento de un razonamiento dado. En E1 el escenario comunicativo durante el trabajo en grupo se caracteriza por interacciones internas, con participación de los integrantes de los grupos. Este escenario se sigue observando durante C1, donde los estudiantes desarrollan en conjunto un planteamiento para argumentar su respuesta. En la Tabla 26 se observa que a partir de una pregunta formulada por la investigadora los estudiantes identifican un número de estaciones que permite establecer criterios de selección de una respuesta. Así se tiene una comunicación que promueve la investigadora y que da lugar a la contribución de varios estudiantes mediante interacciones de apoyo entre sus ideas por medio de repetición y aceptación de afirmaciones y de elementos no manuales como miradas y asentimientos.

Tabla 26: 'Participación dentro del grupo (a)' (E1, C1)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INV) FALTA HASTA CALLE SETENTA Y DOS CUÁNTO i int ¿Cuántas paradas faltan hasta la Calle 72?	(INV) ¿Cuántas paradas faltan hasta la Calle 72?
(3) TRES	(3) Tres
(1) MEJOR ALLÁ IX-izq, TRES	(1) Mejor aquella, la que tiene tres
(INV) POR QUÉ int ¿Por qué?	(INV) ¿Por qué?
(2) SALIR PODER SENTAR TRANQUILO	(2) Se van saliendo, y él puede sentarse y está tranquilo
(3) MÁS CERCA ESTE MÁS TIEMPO	(3) Está más cerca, en este tiene que estar más tiempo
(1) ESTE MÁS RÁPIDO afir MÁS CERCA AQUEL MÁS LEJOS	(1) Este es más rápido, está más cerca. Aquel es más lejos

La tercera forma de participación tiene que ver con ceder responsabilidades. Para ejemplificar se describe la situación en G3 de E2 donde una estudiante es quien mayormente realiza el trabajo y se encarga de escribir sobre la hoja, pero durante C2 los roles en parte cambian cediendo a otros participantes la responsabilidad de socializar respuestas y avances (Tabla 27).

Tabla 27: 'Participación dentro del grupo' (E2, C2)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INV) MEJOR CUÁL int ¿CUÁL ES MEJOR?	(INV) ¿Cuál es mejor?
(2) ESTA IX- izq	(2) Este
(INV) POR QUÉ int ¿POR QUÉ?	(INV) ¿Por qué?
(1) DECIR PRO$_3$	(1) Que ella diga
(3) DECIR PRO$_3$ PRO$_2$ NO-SABER	(3) Dígale, ella o tú. Yo no sé
(2) ESPERAR MENOS MÁS TIEMPO SENTAR	(2) Espera menos y pasa más tiempo sentado
(3) ESPERAR NO-PODER SENTAR	(3) Tiene que esperar, porque no se puede sentar

La cuarta forma de participación tiene que ver con construir individualmente razonamientos o estrategias. En la conversación de G7 en E3 de la Tabla 28, una alumna comunica una estrategia individual cuestionándose a sí misma.

Tabla 28: ‘Participación dentro del grupo’ (E3, G7)

Conversación/ Glosa
(12) Yo igual ¿Menos es que se bajan? // Hay que hacer sumas y restas // Creo // Entonces serían ciento sesenta y dos // ciento sesenta y dos más ocho ¿Sí? // No entiendo

La quinta forma de participación es preguntar, comprendida como la comunicación bidireccional entre participantes para interrogar sobre datos de la tarea, estrategias de resolución o cálculos intermedios. En la Tabla 29 sobre una conversación en G1 de E2 se muestra un ejemplo de pares pregunta-respuesta entre estudiantes para resolver la tarea. A diferencia de la forma de participación anterior, en esta se logra una construcción grupal de la resolución.

Tabla 29: ‘Participación dentro del grupo’ (E1, G1)

Conversación/ Glosa	Traducción
(1) $\overline{\text{MISMO}}^{\text{int}}$	(1) ¿Es lo mismo?
(2) SI MISMO AQUÍ MAS PERSONA PEGAR PARADO	(2) Si, es lo mismo, pero aquí hay más personas, le toca parado
(1) PERSONAS PORTAL DE LA 80 PARADA OCHENTA Y SEIS// $\overline{\text{CUÁL}}^{\text{int}}$// CIENTO CUARENTA Y OCHO// MEJOR SENTAR CALLE SESENTA Y OCHO	(1) Desde ese portal salen paradas ochenta y seis personas// ¿Cuál? // Son ciento cuarenta y ocho// Mejor porque por la Calle 68 se sentaría
(1) DUDAR. BAJAR DIEZ// PORTAL DE LA 80	(1) Tengo una duda. Se bajan diez// Del Portal de la 80
(2) MIRA SUBIR++ $\overline{\text{CUÁNTOS}}^{\text{int}}$	(2) ¿Cuántos suben?
(1) SENTAR $\overline{\text{DÓNDE}}^{\text{int}}$// SUMAR// BAJAR SUBIR. BAJAR SUBIR	(1) ¿Pero en dónde se sienta? // Esto se suma // Se resta// Se bajan, y se suben. Se van bajando y se van subiendo
(2) ÚLTIMO, $\overline{\text{CUÁL}}^{\text{int}}$	(2) En este último, ¿cuál es?
(1) CIENTO CUARENTA	(1) Son ciento cuarenta

En síntesis, el contexto de resolución de la tarea induce la interacción de los estudiantes en intersección con dinámicas de grupo establecidas. Es así como existen interacciones de resolución de tareas en grupo como participar para clarificar, apoyar o preguntar, junto a interacciones relativas a juegos de autoridad como la construcción individual o la cesión de responsabilidad.

Exclusión de integrantes del grupo

Por “Exclusión de integrantes del grupo” se entiende el resultado de escenarios de interacción determinados que reducen las oportunidades de participación de estudiantes específicos. Este tema permite examinar razones involucradas en la exclusión o baja participación. Como formas de exclusión se detectan la lengua de comunicación en el grupo y la utilización del espacio físico y mobiliario del aula. Esto se observa en G5 y G7 de E3. Para ejemplificar este subtema se describe la disposición física de los estudiantes en G5 (Figura 23). Hacia el inicio del trabajo los estudiantes organizan los pupitres casi en línea recta, a pesar de que uno invita a cambiar la distribución. Esto aunado a la ubicación de la única ficha en uno de los extremos ocasiona la baja participación del estudiante ubicado al otro extremo. Este estudiante intenta participar, pero no se le atiende. La posición corporal de los otros, dándole la espalda, le impide interactuar y observar la ficha y la hoja sobre la cual se trabaja. La incorporación del estudiante al grupo ocurre solo cuando el profesor participa en la conversación.

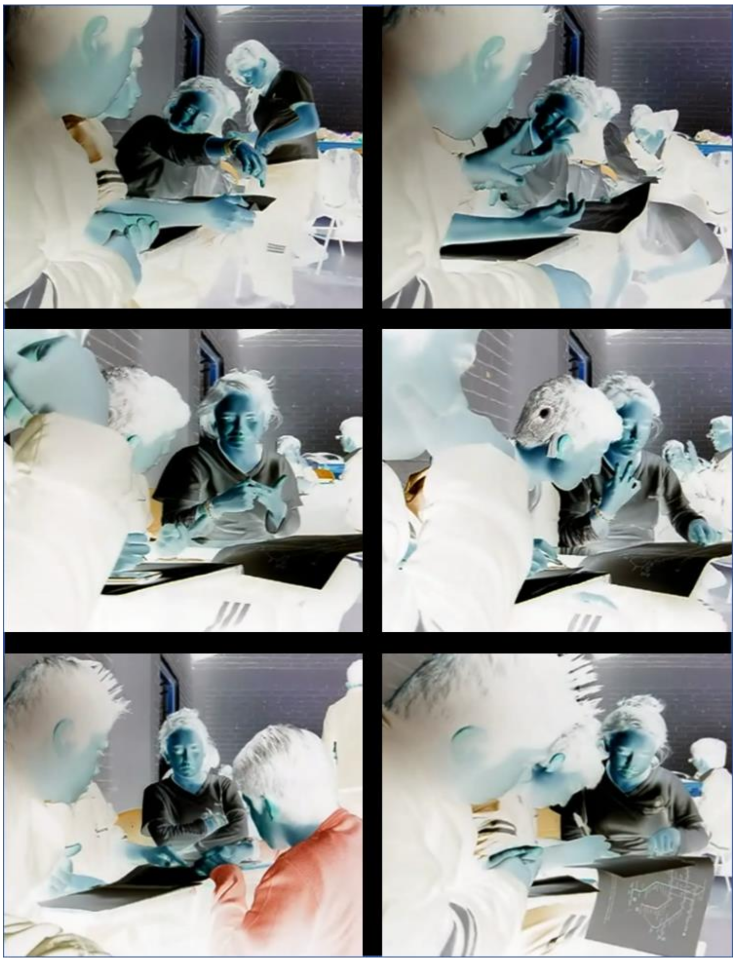


Figura 23: ‘Exclusión de integrantes del grupo’ (E3, G5)

En G7 domina el castellano oral a cargo de dos alumnos. Hay conversaciones con la investigadora y el profesor con uso de ambas lenguas donde se identifican datos y resuelven dudas. Bajo el contexto de conversaciones bilingües, la alumna sorda del grupo participa en presencia de la investigadora (Tabla 30). En la actividad con los compañeros, sin embargo, la alumna queda aislada.

Tabla 30: 'Exclusión de integrantes del grupo (a)' (E3, G7)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INV) RECORDAR PARADO SILLAS CUÁNTAS int Recuerda que va parado ¿Cuántas sillas hay?	(INV) Recuerda que va parado ¿Cuántas sillas hay?
(12) Sesenta y dos	
(INV) PERSONAS SOBRA CUÁNTAS int ¿Cuántas personas tiene que haber?	(INV) ¿Cuántas personas tiene que haber?
(4) SESENTA Y UNO	(4) Sesenta y uno
(INV) SESENTA Y UNO DÓNDE int ¿Dónde hay sesenta y uno?	(INV) ¿Dónde hay sesenta y uno?

Existe un contexto sobre el cual se desarrolla la actividad matemática que evidencia exclusión social y por tanto exclusión de oportunidades de aprendizaje, ambas relacionadas con las lenguas y las dinámicas del aula. La comprensión del profesor, la investigadora y la intérprete como figuras de autoridad parece permitiendo la interacción ocasional de los alumnos excluidos.

ANÁLISIS DE LAS TAREAS 2 Y 3

Esta sección muestra el análisis de las conversaciones junto con las producciones escritas de los estudiantes durante las Tareas 2 y 3. Al igual que con T1, se incluye la etapa de análisis preliminar pero ahora no se incorporan las tablas multimodales. Tampoco se expone el detalle del análisis principal, aunque sí se explican brevemente los temas y subtemas emergentes.

SÍNTESIS DEL ANÁLISIS PARA LA TAREA 2

Escuela 1

El análisis preliminar de las conversaciones en E1 de G1, G2 y C1 indica el dominio de la lengua de señas en la interacción. Se observa el uso de elementos gestuales y no manuales que brindan información adicional. Destacan las miradas entre alumnos para preguntar o responder, con frecuencia unidas a señalamientos con el dedo para resaltar aspectos escritos sobre la hoja. El uso de las unidades del contexto de enunciado y el manejo de datos sugiere una comprensión de la situación que implica a todos los alumnos de G1, G2 y C1 en la resolución. Sin embargo, pocas son las referencias del contexto extra-matemático para formular argumentos o validar procedimientos. Hay dificultad para definir una estrategia y abundan ensayos de cálculos que no se explican del tipo: “Hay que sumar mil setecientos y aparte mil cuatrocientos. O dividir entre mil cuatrocientos y entre mil setecientos”. También hay dificultad en la conceptualización de objetos matemáticos como sucede con el término “mitad” y la incógnita. La interacción con alumnos de otros grupos es escasa, excepto tras exponerse una duda a la intérprete relativa al cálculo de la “mitad” de *D*. Al obtener una explicación general del enunciado, los alumnos comienzan a calcular sin concretar conjuntamente una estrategia de resolución. Dos alumnos prueban haber comprendido la situación descrita y buscan abordarla desde distintas perspectivas sin aportar argumentos. La dificultad al plantear soluciones resulta de la ambigüedad al conceptualizar operaciones matemáticas y de ambigüedad con el manejo de la incógnita. Se muestran conversaciones con variedad en el uso de gestos que adicionan información como el uso de señalamientos sobre la ficha o la hoja. Se resalta la importancia de recurrir a la ficha de la tarea y a los cálculos escritos en la hoja como una forma de compartir procedimientos y resultados, sin que esto venga necesariamente acompañado de otros tipos de comunicación. La gestualidad y el uso de la lengua escrita evidencia la relevancia dada a la lengua visual. Se proponen operaciones sin aportar razones. También hay conversaciones donde se insiste en varias operaciones matemáticas. Se observa una dificultad en la discusión de la tercera opción a resolver con relación al cálculo de la mitad de *D*.

Escuela 2

En el análisis preliminar de las conversaciones en E2 de G3, G4 y C2, se nota el uso exclusivo de la lengua de señas en la comunicación, con amplio uso de elementos gestuales y no manuales. Sobresale el uso de la ficha y de los señalamientos con el dedo sobre aspectos escritos, y su conjugación con otras formas de expresión de manera simultánea, como apoyos gráficos-escritos. Se observa el uso de paráfrasis para comprender y explicar a otros integrantes del grupo la situación del enunciado, con una reflexión sobre las acciones para solucionar la tarea. Se realiza una paráfrasis sobre el enunciado "Este es el dinero completo // Y cada uno paga mil cuatrocientos // y se tiene el total // Hasta llegar a este monto. Pero, ¿Cuántas son las personas?" que ayuda a delimitar la operación y avanzar en la resolución. Los alumnos priorizan la interacción con la investigadora incluso cuando la intérprete está físicamente más cerca. En el grupo, el reparto de responsabilidades se ve en el número de conversaciones iniciadas por un estudiante en detrimento de otro, quien se ve limitado a realizar los cálculos escritos que le solicitan. El estudiante que lidera las conversaciones en el grupo realiza una paráfrasis del enunciado de la tarea que sugiere su comprensión, dado que explica la situación de la tarea mediante la presentación paulatina de datos. Sin embargo, luego demuestra dificultad para concretar una estrategia proponiendo usar las cuatro operaciones básicas. Se destaca el uso dado a la ficha y la hoja como forma de transmitir información al interior y exterior del grupo. La participación de una estudiante para dirigir la puesta en común desde la pizarra evidencia su confianza en la validez al trabajo en grupo. El manejo de la estudiante aumenta la implicación de los demás estudiantes del aula en la socialización en la pizarra. La participación adquiere un valor adicional al buscar la solución de la opción de la tabla que solicita la mitad de *D,* que resulta ser un término con ambigüedad conceptual en otros grupos y escuela.

Escuela 3

En el análisis preliminar de las conversaciones en E3 de G7, G8 y C3, se observa el uso de ambas lenguas, tanto lengua de señas colombiana como castellano, aunque se utiliza poco simultáneamente. La selección de la lengua resulta de la interacción entre alumnos o de la presencia de una figura adulta. La lengua parece determinar la participación en el desarrollo de la actividad matemática dado que en los grupos donde domina el castellano oral por ejemplo es posible ver la baja participación de los alumnos sordos. En general, no es posible observar conversaciones que incluyan a todos los integrantes de un grupo, excepto en algunas interacciones breves con investigadora, intérprete o profesor. Se nota el dominio del uso de la lengua de señas durante la resolución, determinado por el estudiante sordo, quien trabaja de manera conjunta con el estudiante usuario de implante coclear. Esta lengua se mantiene durante las intervenciones con la investigadora y el profesor. Los cálculos con los dedos y los señalamientos de aspectos escritos forman parte continua de la comunicación entre los estudiantes. La tercera estudiante del grupo, quien es sorda, participa poco en el trabajo en grupo debido a que realiza otra actividad manual (tejiendo con hilo una pulsera), y solo se incorpora en las conversaciones en presencia del profesor o la investigadora. Dado que se ensayan casos particulares para hallar una respuesta, fue necesario el uso de la ficha para comprobar datos y de varias hojas de trabajo para operar. El contexto extra-matemático es usado por los estudiantes de distintas formas, como introducir variables de contexto que consideran importantes sin que estas intervengan directamente en la resolución (e.g. Transmilenio grande o pequeño). Domina el castellano oral, a pesar de la presencia de un estudiante sordo profundo usuario exclusivo de lengua de señas (el único del grupo), lo que deriva en un obstáculo en la participación como es posible observar en el número escaso de conversaciones en las que logra intervenir. Además, ocurren tres solicitudes de silenciamiento de un estudiante cuando el estudiante sordo intenta participar. No es posible determinar si la escasa participación del estudiante sordo se debe al valor dado en el grupo a la lengua de señas, a que el grupo rechace sus aportes, o bien a otros motivos. Solo en presencia de la investigadora o el profesor es posible encontrar conversaciones bilingües con participación de todo el grupo. El movimiento corporal como levantarse del asiento indica implicación en el trabajo. Los estudiantes hacen uso del contexto extra-matemático para nombrar unidades y refutar resultados (e.g. “En valle se subieron más personas”) que permiten validar empíricamente (e.g. “No, no caben”). Presentar la situación descrita en el enunciado mediante la construcción de una figura permite establecer relaciones, entre el total *D* simbolizado por medio de una circunferencia y cada persona que paga para recaudar ese monto *D* simbolizadas por medio de circunferencia con iconos de personas, lo que sugiere una representación de la comprensión de la pregunta. También se ve el uso de las dos lenguas en presencia de investigadora e intérprete. La participación de algunos estudiantes sigue siendo baja durante la puesta en común. La pizarra resulta el centro de atención y esto se evidencia cuando dos estudiantes se levantan de su pupitre para enfatizar cerca de la pizarra lo que están diciendo. La conversación en general se realiza con la investigadora, pero cuando esta menciona el término “mitad” y se pregunta cómo calcularlo, los estudiantes se miran y hacen consultas breves entre sí, incluso en distintos grupos consultan la ficha para releer el enunciado y tratar de dilucidar alguna respuesta.

ANÁLISIS PRINCIPAL DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA

Referencia al contexto extra-matemático

Nominalización de unidades

Por “Nominalización de unidades”, se entiende el uso y asignación de nombres de unidades a valores numéricos y verbales de la tarea. Esto ocurre con el uso de las unidades de medida adecuadas para determinadas magnitudes, poniendo de manifiesto la comprensión del número como ente abstracto ligado a un significado en la tarea. Este subtema trata sobre la asignación de operaciones y significados a situaciones descritas. Se usan las unidades “personas”, “valle” y “pico” en G1 y C1 de E1, en G3, G4 y C2 de E2, y en G7, G8 y C3 de E3.

En la Tabla 31 se observa cómo se pasa de la mención de unidades y magnitudes (e.g. “Esto son los pesos”, donde la unidad es pesos y la magnitud es el dinero que viene dado por el valor numérico que señalan en la ficha) a la toma de decisión sobre las operaciones (e.g. “Toca restar”). Se comienza identificando las constantes junto con sus significados extra-matemáticos dados por el monto a pagar en cada opción y el monto total de dinero recaudado *D*. Luego se pasa a identificar las tarifas del pasaje por hora para establecer una relación entre pares (*D, 1700) y (D, 1400)* con la incógnita “personas” mediante una resta (Figura 24). La identificación de las unidades sugiere la comprensión de las partes de una ecuación, aunque no se explicite de manera oral ni escrita. La identificación y manejo de la incógnita y las constantes con sus respectivas unidades es un paso necesario para la resolución, en la medida que se establecen relaciones entre datos e incógnita conducentes a ecuaciones que permiten la toma de decisiones y la validación de procedimientos y resultados.

Este subtema establece una forma de acercarse a la comprensión matemática de la tarea mediante el uso y la comunicación de significados extra-matemáticos asociados a los datos involucrados. La manipulación de los datos bajo el mismo sistema de unidades propuesto en el enunciado apunta a facilitar la formulación de una estrategia de resolución, a integrar conversaciones con referencias del contexto extra-matemático que ayudan a la construcción de la solución de la tarea y, posteriormente, a facilitar la interpretación adecuada de los resultados.

Tabla 31: ‘Nominalización de unidades’ (E3, G8)

Conversación/ Glosa
(7) Este es el resultado, este es el número (8) Esto son los pesos (7) Exacto, el valor // Y acá nos dicen cuanto pagaron las personas que se montaron en cada opción (8) En la primera // Ya va, ¿en cuál estamos multiplicando? // Bueno, entonces ahora falta multiplicarla en valle // En dónde se subieron más personas // Son mil cuatrocientos // Toca restar, ¿Cierto?

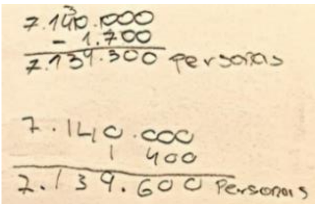


Figura 24: ‘Nominalización de unidades’ (E3, G8)

Establecimiento de relaciones

Por “Establecimiento de relaciones” se entiende la relación establecida por los estudiantes entre datos numéricos, datos verbales y adjetivos del contexto. Esto cobra relevancia cuando se hace uso del contexto extra-matemático para simplificar la lengua por medio de señas y vocabulario común para los estudiantes. Esto se observa en G1 de E1, y en G7, G8 y C3 de E3.

En la Tabla 32 se observa una relación explícita entre los datos verbales y numéricos de la tarea con adjetivos del contexto. Se evidencian los significados y sinónimos asignados por los estudiantes a datos verbales (e.g. “Pico” y “Valle”) con adjetivos que no aparecen en el enunciado de la tarea (e.g. “Caro” y “Barato”). Esta simplificación de términos es aceptada por la investigadora en conversación con los estudiantes, y sugiere una familiarización de los estudiantes con la situación de la vida real que evoca el enunciado. Los estudiantes tienen dificultad para formular conjeturas extra-matemáticas que faciliten la selección de una estrategia de resolución. Por ejemplo, al observar que el valor de *D* es una constante común para ambos datos verbales, se concluye que la incógnita *y* es un valor mayor que la incógnita *x*, contribuyendo a formular una estrategia de resolución. Los estudiantes establecen la relación como una forma de facilitar el uso de la lengua y evitar el constante deletreo de las palabras “p-i-c-o” y “v-a-l-l-e” de las que parecen no conocer las señas.

Mediante este subtema se alude a los acercamientos de los estudiantes al manejo de datos y a la adaptación lingüística del enunciado, sin que esto necesariamente lleve al uso de la lengua para elaborar argumentos que conduzcan a la resolución de la tarea.

Tabla 32: ‘Establecimiento de relaciones’ (E1, G1)

Conversación/ Glosa	Traducción
(1) MIRAR p-i-c-o SIGINIFICAR CARO	(1) Viste, pico significa caro
(2) CARO	(2) Ah, es caro
(1) v-a-l-l-e BARATO	(1) Y valle es barato
(2) OK BARATO	(2) Ok, barato

Introducción de variables

Por “Introducción de variables” se entiende la incorporación por parte de los estudiantes de variables del contexto extra-matemático como elementos para definir su estrategia de resolución. Las variables adicionales introducidas son posiblemente basadas en experiencias propias de los estudiantes. Resultan de la socialización de elementos del contexto que los estudiantes consideran relevantes. Esto se puede observar en G4 de E2, y en G7 de E3.

En la Tabla 33 se observa que los estudiantes introducen un elemento del contexto mediante la variable ‘tamaño del bus’ que resulta una forma de interpretación de la situación de la tarea mediante la asociación entre tamaño y capacidad. Dicha variable modifica el número de personas que entran en un bus en un momento determinado al modelar otra situación, y eso a su vez influir en el monto de dinero recolectado. No obstante, como consecuencia de las ecuaciones presentadas en el Análisis matemático de la tarea (ver Metodología) se concluye que una vez que la constante *D* se fija en el enunciado, las incógnitas *x*, *y* o z son independientes de la variable ‘tamaño del bus’. De manera similar al subtema anterior, la variable ‘tamaño del bus’ no es utilizada para formular argumentos sobre posibles escenarios basados en información empírica. Los estudiantes evidencian una dificultad al no diferenciar fenómenos determinados por valores constantes de aquellos dados por valores variables. La introducción de nuevas variables de contexto apunta a la comprensión del enunciado de la tarea, pero no lleva a la elaboración de argumentos, conjeturas ni comparaciones entre datos que aporten a la resolución.

Tabla 33: ‘Introducción de variables’ (E3, G7)

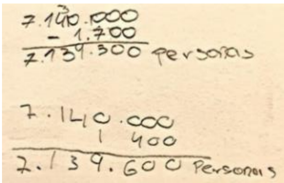
Conversación/ Glosa	Traducción
(4) DINERO TENER $\overline{\text{DESPUÉS}}^{\text{int}}$ PAGAR MIL SETECIENTOS SUBIR SIETE MIL PERSONAS	(4) Tengo el dinero, ¿Y después? Cuando pagan mil setecientos se suben como siete mil personas
(2) BUSCAR. NO-SABER	(2) Si hay que buscarlas, yo no sé
(4) CREER ESE TOTAL $\overline{\text{SUMAR}}^{\text{int}}$	(4) Yo creo que este es el total. ¿Entonces hay que sumarlo?
(2) TRANSMILENIO GRANDE O PEQUEÑO	(2) Es un Transmilenio grande o uno pequeño
(4) PROBAR CUANTO	(4) Hay que probar cuantos

Refutación empírica

Por “Refutación empírica” se entiende el uso del contexto extra-matemático de la tarea para rechazar procedimientos o respuestas numéricas. Cobra relevancia en la medida que los argumentos elaborados por los estudiantes para refutar son construidos a partir de la experiencia con el contexto extra-matemático. Este subtema se relaciona con el subtema “Validación empírica” presentado en T1, pero ambos difieren en que ahora se recurre únicamente al contexto extra-matemático para realizar el argumento que lleva al descarte. El análisis en torno a este subtema se observa en G8 y C3 de E3.

En la Tabla 34 se observa un uso del contexto extra-matemático, con potencial en la validación matemática que permite refutar un resultado numérico y la operación de resta que ha llevado hasta él. Luego de realizar las restas *D-1400* y *D-1700*, se obtiene un valor que se descarta. No sólo se rechazan el resultado y la operación, sino que se aporta una idea para explicar el rechazo y se detecta un uso de referencia al contexto extra-matemático para refutar. Se comunica la idea sobre la capacidad de transportar personas en un bus. Los resultados mediante restas también son posibles de refutar a partir del uso de las unidades en las que expresan las constantes *D, 1400* y *1700*, al observar que los resultados representan una cantidad de dinero y no de personas como se observa en la figura de la Tabla 34. En el momento de restar, los estudiantes no recurren al contexto extra-matemático para nombrar las unidades, y solamente lo hacen al revisar la validez de la respuesta. Esto sugiere una separación entre la aplicación de algoritmos y su significado en el contexto de la tarea.

Tabla 34: 'Refutación empírica' (E3, G8)

Conversación/ Glosa	Traducción
(8) Allí se subieron más personas. En esta (7) En esta, sí. Entonces sería en valle (8) Ya. En valle (7) En valle	
(INV) HACER QUÉ int ¿Qué hicieron?	¿Qué hicieron?
(7) PERSONAS SUBIR En valle se subieron más personas	Se subieron personas
(INV) CUÁNTO int ¿Cuántas?	
(8) 	
(INV) SIETE MILLONES DE PERSONAS int ¿Siete millones de personas?	¿Siete millones de personas?
(8) No, no puede ser	
(INV) MUCHAS Son muchas	Son muchas
(8) No, no caben	

Ambigüedad en el manejo de conceptos matemáticos

Por "Ambigüedad en el manejo de conceptos matemáticos" se entienden las dificultades en la comprensión, manejo y comunicación de conceptos matemáticos involucrados en el enunciado de la tarea y durante su resolución. Cuando los estudiantes buscan comprender la solicitud de la tarea, la ambigüedad se detecta con relación a: términos con significado común y técnico, valores a calcular y operaciones aritméticas básicas. Este tema evidencia la dificultad en la comprensión y manejo de algunos conceptos específicos por parte de los estudiantes, lo que aumenta la complejidad lingüística de enunciados verbales y las divagaciones al plantear estrategias de resolución. Este tema se desarrolla en tres subtemas que se interpretan a continuación.

Ambigüedad conceptual y léxica con vocabulario técnico

Se dice que se presenta una “Ambigüedad conceptual y léxica con vocabulario técnico” cuando se observan dificultades en la manipulación de vocabulario específico. El hecho de que el vocabulario técnico de la matemática escolar no siempre se enseñe antes de que se requiera su uso en clase, ocasiona que la lectura del enunciado no siempre lleve a una comprensión de los significados matemáticos involucrados. Esto se observa en G1 y C1 de E1, y C3 de E3.

Los ejemplos de las Tablas 35 y 36 apuntan a una relación compleja entre vocabulario común y técnico. Hay términos que son palabras frecuentes fuera de la disciplina tal como “mitad”, cuyo significado técnico en clase de matemáticas no siempre se deriva de extender el significado común, con la posibilidad por tanto de que se genere ambigüedad en su comprensión y comunicación. Los estudiantes pretenden hallar la mitad de la cantidad total del dinero para resolver la opción tres del enunciado mediante una conceptualización errónea, y proponen buscar la mitad con “quitar” y “restar”, sin precisar el significado matemático de mitad. Matemáticamente, el significado de mitad alude a un tipo destacado dentro de la clase de equivalencia parte-todo, y por ello el cálculo de mitad adquiere sentido como resultado de la división de una cantidad entre dos.

Tabla 35: ‘Ambigüedad conceptual y léxica con vocabulario técnico’ (E1, G1)

Conversación/ Glosa	Traducción
(1) SIETE MILLONES CIENTO CUARENTA MIL// $\overline{\text{MITAD RESTAR O CUÁL}}^{\text{int}}$	(1) Aja, son siete millones ciento cuarenta mil // ¿La mitad de eso, hay que restarlo, o hacer qué?
(INT) NECESITAR TOTAL. PASAR CADA-UNO CUÁNTOS Necesitas el monto completo. Deben saber que pasa en cada caso	(INT) Necesitas el monto completo. Deben saber que pasa en cada caso
(1) $\overline{\text{DIVIDIR}}^{\text{int}}$	(1) ¿Hay que dividirlo?
(2) DIVIDIR	(2) Es para dividir
(1) ESTO FALTA	(1) Pero esto falta

La dificultad por conceptualizar la mitad tiene que ver con plantear una operación inadecuada: se propone “buscar la mitad” mediante la resta de una parte respecto del total de la constante *D*. La cuestión es que no se identifica que la parte a restar es la misma cantidad desconocida. Estrictamente, si se considera el total *D* y la parte a restar es *D**, se busca la mitad de *D* mediante la resta *D-D** sin incorporar la condición *D-D*=D**. En los intentos por identificar *D** de la Tabla 36, se proponen dos cantidades obtenidas durante la resolución de las primeras dos opciones del enunciado que resultan ser los últimos valores numéricos que se han escrito en la ficha y se hallan en la pizarra. Dichos valores son resultados de las ecuaciones $D = 1700x$ y $D = 1400y$ que responden a las dos primeras opciones y no intervienen en la resolución de la tercera opción. De esta manera la ambigüedad origina la búsqueda de cantidades y operaciones para la solución de la tarea sin conceptualización matemática adecuada.

Este subtema muestra cómo el manejo de vocabulario técnico puede resultar un detractor fuerte para la comprensión y resolución de tareas verbales en matemáticas. Esto es más evidente cuando una misma seña/palabra es manejada por los estudiantes en su vocabulario común, y luego es introducida en la comunicación con los otros sin previa conceptualización matemática. Se asume que el uso de vocabulario en conversaciones implica un amplio espectro de los significados posibles, formales e informales.

Tabla 36: ‘Ambigüedad conceptual y léxica con vocabulario técnico’ (E3, C3)

Conversación/ Glosa	Traducción
(7) Debe quitarle	
(INV) $\overline{\text{QUITAR QUÉ}}^{\text{int}}$ ¿Quitarle qué?	¿Quitarle qué?
(7) RESTAR Restando	Restando
(8) RESTAR Restando	Restando
(INV) $\overline{\text{MITAD CUÁL}}^{\text{int}}$	¿Cómo sé cuál es la mitad?
Pero, ¿Cómo sé cuál es la mitad?	
(8) RESTAR Se resta	Restando
(INV) $\overline{\text{RESTAR QUÉ}}^{\text{int}}$ ¿Se resta qué?	¿Se resta qué?
(8) TOTAL El total. ¿El total?	El total
(7) Cuatro mil doscientos	
(INV) TOTAL IX-izq $\overline{\text{HACER}}^{\text{int}}$	Con el total, ¿Qué hago?
Con el total, ¿Qué hago?	
(8) ¿Se resta?	
(INV) $\overline{\text{RESTAR QUÉ}}^{\text{int}}$ ¿Se resta qué?	¿Se resta qué?
(8) Ese por //	
(7) Cuatro mil doscientos	
(8) No, por cinco mil cien, bobo	
(INV) ¿Cómo busca la mitad de esto?	
(8) Se resta	
(7) Por eso, se resta// O divide // Dividiendo	
(3) Resta	
(INV) ¿Cómo?	
(7) Ciento// cuatro// cuatro mil doscientos	
(8) No, entre cinco mil cien	
(8) No, entre cinco mil cien	

Ambigüedad en la concepción de la incógnita

Por "Ambigüedad en la concepción de la incógnita" se entiende la dificultad para comprender la incógnita de las ecuaciones como un valor único. El manejo de las variables como incógnita y como relación funcional, junto con la identificación de diferencias entre ambas resultan parte de la transición del pensamiento aritmético al algebraico. Este subtema se centra en la conceptualización de la variable como incógnita que verifica una igualdad, ya que la tarea no considera la comprensión de la variable como relación funcional, y de aquí surge la ambigüedad. Esto se puede observar en G1 de E1.

En la Tabla 37 se observa que, mediante el uso y formulación de preguntas con base en "personas", se selecciona una estrategia de resolución y se establece una relación entre datos numéricos. Además, se evidencia una compresión del número de personas como incógnita, pero no se entiende como un valor que debe ser calculado para que satisfaga la igualdad de la ecuación. Más bien se considera que se puede tomar "cualquier" valor, lo que implica que se asume una relación funcional. Para manejar los datos del enunciado era necesario reconocer e identificar que en la situación descrita hay un solo valor desconocido por cada opción y era posible hallarlo respetando las restricciones de la tarea por medio de operaciones aritméticas. Así pues, utilizar el término "cualquiera" para referirse a ese valor implica una comprensión desde una relación funcional entre variables dependiente e independiente. El manejo de datos desde este significado de variable lleva a una ambigüedad en lo solicitado en la tarea y por tanto a una divagación en la formulación de una estrategia que no se centra en buscar un valor específico. La consideración de una relación funcional lleva a un estudiante a seleccionar como estrategia, que propone y defiende frente a su grupo, el cálculo sucesivo de restas como parte de las funciones implícitas $f(m)=D-1400m$, con $m=1, \ldots, 5100,$ o $g(n)=D-1700n$, con $n= 1, \ldots, 4200,$ para llegar a valores tales que $f(m)=0=g(n)$. Se considera la variable desde el punto de vista funcional a raíz de la interpretación del término "cualquiera".

Este subtema evidencia una manipulación de la incógnita sin considerar el significado matemático que subyace en el enunciado, lo cual lleva al desarrollo de diversas operaciones sin definir una estrategia. Además, se enfatiza la importancia del uso adecuado de términos y de su discusión en la comunicación de y el trabajo con conceptos matemáticos.

Tabla 37: 'Ambigüedad en la concepción de la incógnita' (E1, G1)

Conversación/ Glosa	Traducción
(1) $\overline{\text{ALLI CUÁNTO}}^{\text{int}}$	(1) ¿Allí cuánto da?
(2) $\overline{\text{PERSONA CUÁNTO}}^{\text{int}}$// AGARRAR CANTIDAD DOCE SIGNIFICAR CUANTOS	(2) ¿Cuántas personas? // Aja, lo agarré. La cantidad es doce, significa cuantos hay
(1) $\overline{\text{ASÍ}}^{\text{int}}$// DIVIDIR $\overline{\text{MIRAR}}^{\text{int}}$	(1) ¿Así? // Es dividir, ¿No ves?
(2) PERSONAS	(2) Es con personas
(1) DIVIDIR MIL CUATROCIENTOS	(1) Entre mil cuatrocientos
(2) $\overline{\text{PERSONA CUALQUIER ENTRAR}}^{\text{int}}$ // COMPLETO MIL CUATROCIENTOS PERO $\overline{\text{CUALQUIER CANTIDAD PERSONAS}}^{\text{int}}$	(2) ¿Cualquier cantidad de personas ingresa? // Mil cuatrocientos es completo, pero ¿Es cualquier cantidad de personas?
(2) $\overline{\text{ENTRAR}}^{\text{int}}$	(2) ¿Los que ingresan?
(1) $\overline{\text{SIETE MILLONES}}^{\text{int//}}$ RESTAR UN MILLÓN DOSCIENTOS CUATRO MIL LUEGO SUMAR SIETE MILLONES CIENTO CUARENTA MIL// PRO$_1$ MULTIPLICAR PORQUE RESPUESTA PROBLEMA MULTIPLICAR	(1) ¿Son los siete millones? // Se resta un millón doscientos cuatro mil y luego se suman los siete millones ciento cuarenta mil // Yo multipliqué. Porque el problema se resuelve multiplicando
(2) CREO RESTAR POCA IX-izq POCO IX-der REDUCIR (izq>der)	(2) Yo creo que es restando, poco a poco se va reduciendo

Ambigüedad en la conceptualización de operaciones

Por "Ambigüedad en la conceptualización de operaciones" se entiende la desconexión entre la conceptualización de una operación matemática y el empleo de su algoritmo. Esta desconexión origina una variedad de estrategias de resolución al aplicar algoritmos de operaciones aritméticas básicas, en ocasiones como aproximaciones a la comprensión de la relación parte-todo que da significado a la solución de la tarea. Este tema cobra relevancia al considerar la disociación frecuente entre conceptualización de una operación y aplicación de un algoritmo de cálculo. Un elemento primordial de la actividad matemática en la secuencia didáctica es precisamente la elección de una operación y el empleo de su correspondiente algoritmo frente a otras opciones de resolución. Al analizar los datos se ponen de relieve diferentes formas usadas por los estudiantes para abordar la situación planteada que informan sobre el desarrollo de la actividad matemática y sobre las dificultades en la conceptualización de operaciones. Se presentan cuatro estrategias de resolución utilizadas por los estudiantes. Se observa en G1 y G2 de E1, en G3 y G4 de E2, y en G5, G7, G8 y C3 de E3. Para describir y comprender las tres primeras estrategias de resolución, se plantea lo siguiente:

Relación parte-todo asociada a 1700:

Parte	1	2	3	…	x
Todo	1700	3400	5100	…	D

Relación parte-todo asociada a 1400:

Parte	1	2	3	…	Y
Todo	1400	2800	4200	…	D

Cada divisor, *1700* y *1400*, tiene asociado un conjunto de parejas de razones (relaciones parte-todo) de la forma *(n, 1700n)* y *(m, 1400m)*, con *n* y *m* números naturales. La tarea requiere obtener valores de *x* e *y* tales que *(x, D)* y *(y, D)* pertenezcan a sus respectivas tablas. Si se tiene clara la relación de equivalencia parte-todo intrínseca de cada tabla, adquiere sentido obtener *x* por medio de la división *D* entre *1700* y obtener *y* al dividir *D* entre *1400*. También es posible ensayar valores sucesivos del número de partes *n* o *m* de manera que *1700n* o *1400m* sean iguales a *D*. Las tres estrategias presentadas a continuación difieren en cuanto a la eficiencia del algoritmo escogido, pero dicha eficiencia está supeditada a la conceptualización de las operaciones involucradas. En la primera estrategia los estudiantes comienzan formulando sumas sucesivas de *1700* para hallar el valor de *x*, sin detenerse a analizar implicaciones (ver Figura 25). Matemáticamente tiene sentido al considerar que se busca un número *x* de partes, cada una con un valor de *1700,* para alcanzar el todo *D*. Esto resulta un método poco eficiente de cálculo dado que requiere realizar sumas de *1700* pesos colombianos *4200* veces para alcanzar el valor de *D*. Sin embargo, al considerar las primeras parejas ordenadas de la forma (1, 700), (2, 3400), (3, 5100), …, se espera que los estudiantes identifiquen la regularidad de las parejas y comiencen a generar multiplicaciones, mejorando la eficiencia del procedimiento. No es sino hasta la intervención de un participante externo al grupo que los estudiantes consideran la opción de multiplicar. Los estudiantes tienen claridad en la interpretación de la situación como conjunto de relaciones parte-todo; sin embargo, hay dificultad al conceptualizar la operación asociada a la relación, en este caso la multiplicación vista como suma abreviada.

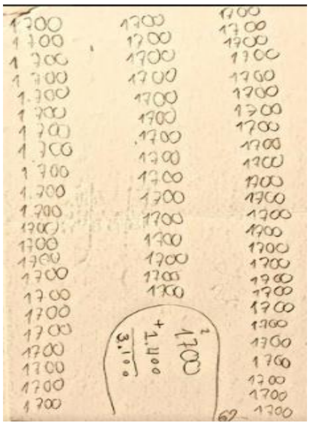


Figura 25: 'Ambigüedad en la conceptualización de operaciones' (E3, G5)

En la segunda estrategia se observa el uso de la multiplicación, donde los estudiantes ensayan distintos valores de *x* o *y*, vistos como un número de partes para acercarse al total (ver Figura 26). Ahora las parejas ordenadas de la forma (1, 700), (2, 3400), (3, 5100), …, (4200, 7140000), se comprenden como *(n, 1700n)* o (m, 1400m). Esto origina una estrategia para calcular cualquier pareja parte-todo. Sin embargo, aún es necesario encontrar *n* o *m* por ensayo-error, sin conceptualizar cómo hallar las parejas, es decir, sin notar que el primer elemento de la pareja corresponde a la n-ésima parte del segundo elemento.

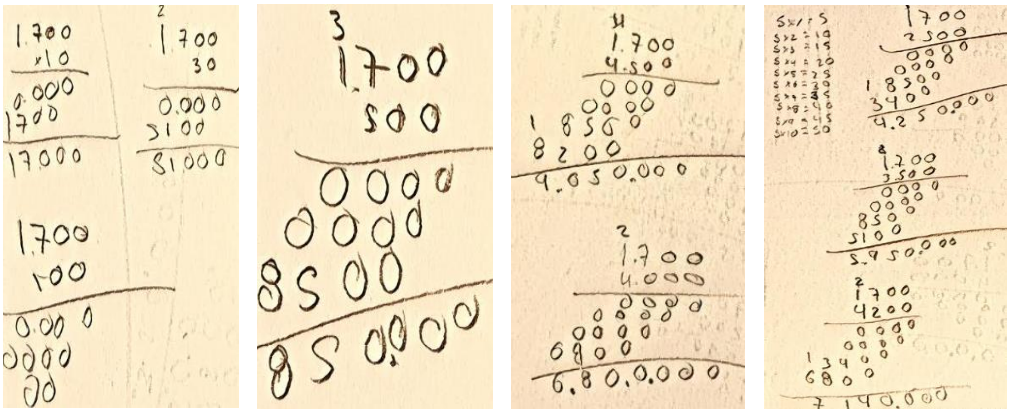


Figura 26: 'Ambigüedad en la conceptualización de operaciones' (E3, G7)

La tercera estrategia evidencia una mayor comprensión de la situación de la tarea que conlleva a la selección de un algoritmo más eficiente y a una conceptualización de la operación (Figura 27). Las parejas *(n, 1700n)* o *(m, 1400m)*, no solo son observadas de izquierda a derecha; se tiene que el valor del primer elemento de la pareja se calcula a partir del segundo elemento por medio de una división. Se comprende entonces la división como operación inversa de la multiplicación. Basta con notar que *(x, D)* o *(y, D)* es la pareja que se busca y que *x* e *y* son las *n*-ésima y *m*-ésima partes de *D*. Esta estrategia permite trabajar con relaciones directas e inversas y sugiere comprensión de la multiplicación y división y de sus propiedades.

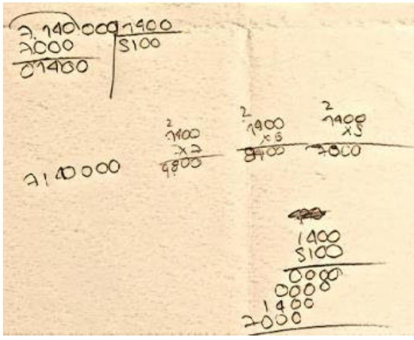


Figura 27: 'Ambigüedad en la conceptualización de operaciones' (E2, G3)

La cuarta estrategia difiere de las anteriores en el sentido que resulta del uso del ensayo-error de operaciones y no directamente de datos. Los estudiantes hacen uso de varias operaciones sin comprobar si el resultado satisface la pregunta ni presentar argumentos para aceptar o rechazar los resultados que obtienen. Lo importante en esta estrategia es tener resultados que presentar, en espera de que la validación provenga de un participante externo al grupo. Así pues, los estudiantes inician razonamientos que no completan y que mezclan. En la Tabla 38 se observa como los estudiantes proponen realizar las cuatro operaciones básicas con datos de la tarea, lo cual sugiere un trabajo automático. Esta estrategia es tentativa dado que su desarrollo no permite avanzar mediante un argumento explícito (Figura 28).

Tabla 38: 'Ambigüedad en la conceptualización de operaciones' (E2, G4)

Conversación/ Glosa	Traducción
(4) SIETE MILLONES CIENTO CUARENTA MIL// ESCOJO UNA CREER SUMAR// BIEN AHORA ESTE// PROBAR HACER DIVIDIR SUMAR RESTAR PROBAR// BIEN SUMAR	(4) Son siete millones ciento cuarenta mil // Escojo entre todas las operaciones. Yo creo que hay que sumar // Está bien. Ahora este // Probemos qué hay que hacer, dividir, sumar, restar. Hagamos la prueba // Está bien, sumemos
(4) PRIMER PROBAR SUMAR. LUEGO PROBAR OTRA BIEN afir// BIEN SEGUIR afir// CREER PROBAR OTRA RESTAR MULTIPLICAR DIVIDIR// SUMAR YA// AQUÍ RESTAR (5) ESTO AQUÍ++ (4) RESTAR	(4) Primero probemos con la suma. Luego probamos igual con otra. Vamos bien // Está bien. Sigue // Yo creo que hay que probar con otras. Resta, multiplicación, división // Ya hicimos la suma // Ahora aquí la resta (5) Esto aquí y aquí (4) Es restando
(4) PENSAR PERSONAS CUÁNTAS// PROBAR MISMO// SUMAR (5) AHORA DIVIDIR (4) FALTA DIVIDIR IX-der MULTIPLICAR IX-izq (5) LARGO("ooo") DIVIDIR// HOJA (4) SI AQUÍ MULTIPLICAR afir LUEGO DIVIDIR	(4) Pensemos cuántas personas son // Probemos con esto. Igual // Ya sumamos (5) Ahora división (4) Falta con la división y con la multiplicación (5) Dividir es muy largo. Necesito esta hoja (4) Si. Aquí la multiplicación, luego la división

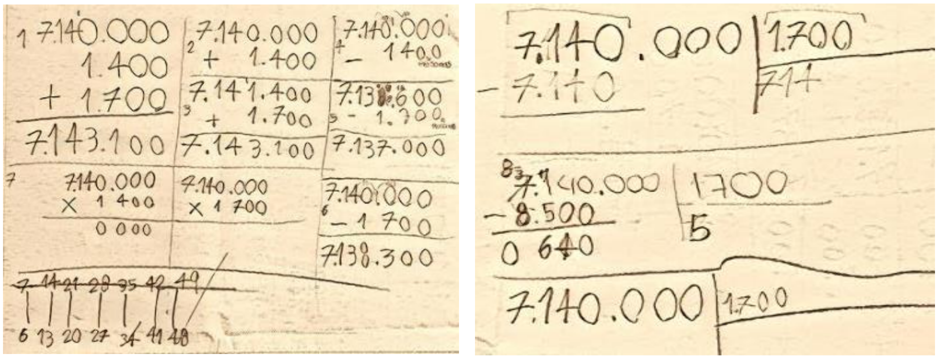


Figura 28: ‘Ambigüedad en la conceptualización de operaciones’ (E2, G4)

Este subtema enfatiza resultados sobre cómo diferentes conceptualizaciones de las operaciones aritméticas repercuten en la resolución de la tarea. Además, se muestra que los estudiantes a menudo emplean rutinariamente algoritmos sin parecer tener claridad sobre el papel de unos y otros algoritmos en la resolución.

Paráfrasis para comprensión del enunciado

Por “Paráfrasis para comprensión del enunciado” se entiende la reestructuración que hacen los estudiantes del enunciado verbal que lleva a acercarse a la comprensión y desarrollo de una estrategia de resolución. El tema cobra relevancia al considerar la paráfrasis como una acción matemática que permite organizar y explicar con señas/palabras propias la comprensión de la tarea desde la perspectiva del estudiante. Además, puede verse como parte del proceso de identificación de datos y relaciones. Constituye también una forma inicial de comunicación matemática dentro de los grupos. Este tema se describe en dos subtemas.

Paráfrasis mecánica

Por “Paráfrasis mecánica” se entiende la descripción con señas o palabras del enunciado y sus aspectos contextuales. Así pues, se realiza una paráfrasis de tipo mecánica que hace uso de palabras y frases que parecen pensarse como equivalentes en aras de conservar la idea original del enunciado. Este subtema cobra relevancia al agrupar análisis sobre cómo los estudiantes dan sentido a la tarea y logran cierta comprensión global. Esto se observa en G3 de E2. En la Tabla 39 se observa la expresión de una paráfrasis mecánica que facilita a los estudiantes comprender el enunciado al dividirlo en frases a las que van otorgando significado. Dado que los estudiantes se enfrentan por primera vez a la tarea, abordar el enunciado paso a paso ayuda a hilar ideas para la resolución y deriva como una forma de indagar sobre lo que se solicita. Se observa el manejo de los estudiantes de las lenguas, donde realizan una traducción automática del enunciado desde su comprensión, pero preservando la información. La nueva forma de expresión del enunciado viene condicionada por la forma narrativa de cada estudiante para la comunicación matemática. En general, los estudiantes utilizan la paráfrasis mecánica como una primera aproximación a la tarea que viene seguida de una paráfrasis constructiva que será estudiada en el siguiente subtema.

Tabla 39: ‘Paráfrasis mecánica’ (E2, G3)

Conversación/ Glosa	Traducción
(3) SIETE MILLONES CIENTO CUARENTA MIL// $\overline{\text{RESTAR}}^{\text{int}}$// PERSONA ENTRAR CUANTO SIETE MILLONES CIENTO CUARENTA MIL	(3) Son siete millones ciento cuarenta mil // ¿Será restando? // Es decir, cuántas personas entraron con siete millones ciento cuarenta mil
(1) $\overline{\text{SUMAR}}^{\text{int}}$	(1) ¿Sumo?
	(INT) [No se registra]
(3) MULTIPLICAR	(3) ¡Ah! Multiplico
(1) CREER SUMAR IX-der O DIVIDIR IX-izq	(1) Yo creo que es suma o división
(3) DINERO COMPLETO// CADA- UNO PAGAR MIL CUATROCIENTOS// TOTAL// HASTA CANTIDAD $\overline{\text{PERSONA CUÁNTO}}^{\text{int}}$// EJEMPLO PRO$_1$ PAGAR PRO$_2$ PAGAR IX-der CADA-UNO PAGAR// PERO $\overline{\text{MULTIPLICAR O DIVIDIR}}^{\text{int}}$ $\overline{\text{PERSONAS CUÁNTO}}^{\text{int}}$// $\overline{\text{MULTIPLICAR O CUÁL}}^{\text{int}}$	(3) Este es el dinero completo // Y cada uno paga mil cuatrocientos // y se tiene el total // Hasta llegar a este monto ¿Cuántas son las personas? // Por ejemplo yo pago, él paga, cada uno paga // ¿Es multiplicar o dividir? ¿Cuántas personas son? // ¿Multiplicar? ¿O cuál operación?
(1) PROBAR MULTIPLICAR	(1) Probemos multiplicando
(3) NO PENSAR	(3) No, pensemos
(1) DIVIDIR	(1) Dividamos
(3) PROBAR	(3) Vamos a probar

Paráfrasis constructiva

Por “Paráfrasis constructiva” se entiende la interpretación de aspectos del enunciado de la tarea con aportes del contexto por parte del estudiante. Se realiza una paráfrasis de tipo constructivo donde se realiza una reestructuración del enunciado, y se agregan aspectos del contexto extra-matemático que no son contemplados en el enunciado original. La ampliación del contexto implica un proceso de identificación del estudiante con la tarea que aumenta la implicación con la resolución. Esto se observa en G3 y G4 de E2 y en G8 de E3. Como se observa en la Tabla 40, mediante la paráfrasis los estudiantes reconstruyen el enunciado con señas/palabras dando origen a otro enunciado con características diferentes. La construcción del nuevo enunciado permite afirmar que hay una comprensión del enunciado original y una explicación con otros respaldos del contexto. Los aspectos introducidos a su vez contribuyen a la comunicación de ideas y a la interpretación individual influencia la comprensión y acciones matemáticas de otros participantes. Aunque hay aspectos que pueden favorecer la definición de una estrategia, otros aspectos del contexto extra-matemático que no intervienen en la tarea desvían la atención de elementos relevantes. Un ejemplo es: "Así sea pobre tengo que pagar".

Tabla 40: 'Paráfrasis constructiva' (E2, G4)

Conversación/ Glosa	Traducción
(4) DINERO TOTAL SIETE MILLONES CIENTO CUARENTA MIL// PAGAR MIL CUATROCIENTOS// PERO MAÑANA SIETE HASTA NUEVE PAGAR TAMBIÉN MIL SETECIENTOS// MAÑANA HASTA TRES Y MEDIO// MAÑANA PAGAR ESTE// PAGAR+++ CARO BARARO// MAÑANA v-a-l-l-e TARDE p-i-c-o	(4) El dinero total son siete millones ciento cuarenta mil // Paga mil cuatrocientos // Pero, en la mañana, de siete a nueve, también vale mil setecientos // Saliendo por la mañana, a veces hasta las tres y media de la tarde // Por la mañana paga este valor // Paga, y paga, y paga. Valle y pico // Por la mañana es hora valle, y por la tarde es hora pico
(4) PAGAR MAÑANA TARDE MAÑANA TARDE// DIAS TODOS PAGAR+++// POBRE PAGAR TAMBIÉN MISMO PAGAR (4) SUMAR O DIVIDIR. CREER MAL	(4) Debe pagar mañana, tarde, mañana y tarde // Todos los días. Paga, paga y paga // Así sea pobre tengo que pagar. Igual pago (4) Estamos entre suma o división. Pero creo que está mal

Gestualidad y movimiento como complemento comunicativo

Sin restar importancia a los elementos comunicativos en la resolución de T2 y debido a las similitudes observadas con los subtemas en T1, se explicarán particularidades de gestualidad observadas únicamente en T2 que indican efectos de otros gestos y movimientos en el desarrollo de la actividad matemática.

Elementos no manuales

Para comprender los "Elementos no manuales" se retoma la definición presentada en T1. Estos elementos incluyen el uso de expresiones faciales y corporales, no asociadas a la gramática de la lengua de señas ni del castellano, para complementar la comunicación de la actividad matemática. Se observa en G1 y C1 de E1, en G3, G4 y C2 de E2, y en G7, G8 y C3 de E3. El primer elemento no manual tiene que ver con la comunicación de operaciones aritméticas por medio de la hoja de trabajo. Entre los estudiantes del mismo grupo basta con hacer señalamientos sobre la hoja o la ficha de la tarea para enfatizar aspectos escritos. Cuando se busca mostrar el trabajo realizado a otros grupos, los estudiantes en general comunican procedimientos por medio de la lengua de señas u oral. Sin embargo, como se observa en la Figura 29, el estudiante recurre a mostrar lo escrito en su hoja al compartir su estrategia de resolución con integrantes de otro grupo. Usar la hoja y el registro escrito, en lugar de describir una estrategia mediante comunicación oral o con señas, pone de relieve la importancia del canal visual para comunicar ideas entre estudiantes sordos. En el caso del estudiante de la Figura 29, para que se inicie la comunicación explícita parece bastar con mostrar la hoja de trabajo a otro grupo en espera de retroalimentación.

Figura 29: 'Elementos no manuales' (E2, G4)

El segundo elemento no manual tiene que ver con levantarse del asiento. A diferencia de lo observado en el análisis de T1, ahora se enfatiza la importancia que representa este elemento no manual en la puesta en común. Una estudiante se levanta de su asiento para representar su solución en la pizarra. Esto indica participación e implicación por parte de la estudiante, y tiene un efecto de promover la participación en otros estudiantes. La Figura 30 muestra la secuencia desde cuando la estudiante toma la iniciativa y control hasta cuando la clase termina involucrada frente a la pizarra en la discusión de la resolución. Como se ha expuesto en T1, levantarse del asiento en entornos con estudiantes sordos ayuda a enfatizar la propuesta que se presenta ya que afecta la atención de los demás estudiantes que perciben el movimiento en su campo visual. En este caso, sirve para atraer la atención y a la vez aumentar la participación.

Figura 30: 'Elementos no manuales' (E2, C2)

El análisis ejemplificado en este subtema tiene que ver con comportamientos de la comunidad sorda que se incorporan al aula durante el desarrollo de la actividad matemática, cuyo uso tiene el efecto de captar la atención de otros participantes y comunicar parte de dicha actividad.

Elementos deícticos

Con estos elementos, se hace referencia al uso de gestos de señalamiento con los dedos que no forman parte de la gramática de la lengua de señas. Los elementos deícticos en el análisis de T1 son observados en todos los grupos en el análisis de T2. En este apartado se pone de relieve un nuevo elemento deíctico observado en G8 de E4. Se detecta el silenciamiento de un estudiante sordo profundo. Como se observa en la secuencia de imágenes presentadas en la Figura 31, el estudiante inicia su intervención, y un integrante del grupo interrumpe las señas tomando las manos del estudiante sordo y luego realiza un gesto usando su dedo sobre la boca para solicitar silencio. Esto sucede en tres ocasiones y el estudiante silenciado solo logra participar cuando el profesor, quien es sordo, se acerca al grupo. El gesto de usar el dedo sobre los labios para solicitar silencio es propio de la cultura oyente. A pesar de que el gesto puede ser comprendido por personas sordas, dada su interacción en contextos dominados por personas oyentes, este no posee necesariamente el mismo significado en la cultura sorda. Sin embargo, tomar las manos de una persona sorda para impedir el uso de la lengua de señas además de ser un gesto con significado similar al del dedo sobre los labios, viene cargado de una dominación histórica de la comunidad oyente sobre la sorda.

Figura 31: 'Elementos deícticos' (E3, G8)

Interacción en la resolución de la tarea

Participación dentro del grupo

De acuerdo con la definición de este subtema para T1, por “Participación dentro del grupo” se entiende el aporte de estudiantes mediante comunicación y validación de aspectos de la actividad para construir la solución de la tarea. La primera forma de participación que se observa es la de clarificar, comprendida como una explicación, reformulación o corrección. Se presenta un ejemplo en la Tabla 41. Se observa la explicación de un estudiante de los procedimientos aplicados, donde se indica parte del algoritmo de la división al operar con unidades seguidas de ceros. Se anticipa el resultado de una operación y se aporta una explicación matemática.

Tabla 41: ‘Participación dentro del grupo (a)’ (E3, G8)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INV) $\overline{\text{FALTA}}^{\text{int}}$ ¿Qué falta ahora?	¿Qué falta ahora?
(6) CINCO MIL CIEN	Da cinco mil cien
(7) BAJAR… CINCO MIL CIEN Bajarle otro cero// ¡Ah! da cinco mil cien	Bajar un cero// Da cinco mil cien
(6) CINCO MIL CIEN Cinco mil cien	Cinco mil cien
(INV) $\overline{\text{POR QUE}}^{\text{int}}$ ¿Cómo saben? ¿Por qué?	¿Por qué?
(3) Da cinco mil cien. Porque sobran los ceros	
(7) Si le bajas los ceros va a seguir lo mismo	

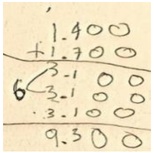
Otro ejemplo consiste en la explicación de naturaleza conceptual representada en la Tabla 42. El estudiante muestra no comprender la división como la operación inversa de la multiplicación. Parece relacionar la noción de división con una estructura asociada a la reducción por medio de restas, con lo cual se excluye la división partitiva en beneficio de la división cuotitiva, que responde al modelo conceptual de la división como sustracción repetida.

Tabla 42: ‘Participación dentro del grupo (b)’ (E1, C1)

Conversación/ Glosa	Traducción
(2) DIVIDIR	(2) Lo hacemos dividiendo
(1) DECIR-te MISMO MULTIPLICAR	(1) Yo le dije, es lo mismo, multiplicando
(2) ESO DIFERENTE MULTIPLICAR DIFERENTE DIVIDIR++ RESTAR	(2) Eso es diferente. Multiplicar es diferente a dividir, porque la división es resta

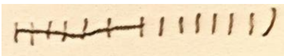
La segunda forma de participación tiene que ver con ceder responsabilidades relativas al desarrollo de la actividad matemática. La Tabla 43 representa un ejemplo donde los estudiantes se distribuyen el trabajo reconociendo de este modo implícitamente las habilidades matemáticas operacionales de los integrantes del grupo. Ceder responsabilidades en este sentido lleva consigo una capacidad de reflexión crítica sobre las habilidades propias y ajenas.

Tabla 43: 'Participación dentro del grupo (a)' (E1, G2)

Conversación/ Glosa	Traducción
(3) ESTO QUÉ int SUMAR int	(3) ¿Esto qué? ¿Se suma?
(4) PRO$_2$ MULTIPLICAR PRO$_1$ NO (3) PRO$_3$ MULTIPLICAR SABER// TRES MIL CIEN int// NUEVE MIL TRECIENTOS 	(4) Tú multiplicas y yo no (3) El que sabe multiplicar es él// ¿Son tres mil cien? // Son nueve mil trecientos

La tercera forma de participación consiste en construir significados matemáticos colectivos, lo cual alude al conjunto de procedimientos y estrategias elaboradas en el seno del grupo. Los estudiantes presentan dificultades empleando el algoritmo de la división, pero en la Tabla 44 se ve un ejemplo donde se aplica el algoritmo de la división a medida que dos de los estudiantes describen los pasos a seguir; en la interacción se logra resolver la operación y alcanzar una solución.

Tabla 44: 'Participación dentro del grupo (b)' (E3, G8)

Conversación/ Glosa
(8) Uno que este cerquita a siete (7) ¿Uno que este cerquita a siete? Siete por una, siete // Esto es lo que queda (8) Ah y se baja este. Se baja el número // Ahora uno cerquita al // Ahora por la tabla de siete // Por la tabla del siete (7) Pero no hay, entonces baja otro. Tengo que bajar esto y poner el dos (8) Dos por siete, catorce, al cero // Siete // Cero. Ahora que viene, pongo el cero, acá, ¿No? 

Exclusión de integrantes del grupo

Para definir los datos agrupados en torno al subtema "Exclusión de integrantes del grupo", se retoman el análisis en T1. Por exclusión se entiende el efecto de determinados escenarios de interacción que reducen las oportunidades de participación de estudiantes específicos. Esto se observa en G8 de E3.

Se detectan tres formas de exclusión del alumno sordo profundo en G8. Lo primero a destacar se refiere al elemento deíctico donde un estudiante en tres ocasiones toma las manos del alumno sordo para interrumpir las señas iniciadas para participar de la resolución y añade una seña de silenciamiento usando su dedo sobre los labios. Otra forma de exclusión aparece junto a la elección de la lengua en la interacción del grupo. Desde el inicio del trabajo el grupo está controlado por la participación de un estudiante oyente y un estudiante con implante, de modo que el castellano oral domina la comunicación. Esto provoca que el estudiante sordo profundo, usuario de lengua de señas exclusivamente, no participe ni comprenda lo que se discute. Hay conversaciones con figuras adultas con uso de ambas lenguas donde los estudiantes identifican datos y resuelven dudas. En estas conversaciones bilingües, el estudiante sordo participa brevemente. Una tercera forma de exclusión observada es consecuencia de la existencia de una única ficha en el grupo que pasa la mayor parte del tiempo en manos del estudiante oyente. No es posible orientarla visualmente hacia todos, dada la disposición física de los alumnos (Figura 32).

Figura 32: ‘Exclusión de integrantes del grupo’ (E3, G8)

SÍNTESIS DEL ANÁLISIS PARA LA TAREA 3

Escuela 1

En el análisis preliminar de las conversaciones en E1 de G1, G2 y C1 se evidencia el dominio del uso de la lengua de señas en la interacción entre los estudiantes, con la investigadora y con la intérprete. Con relación a las acciones comunicativas se resalta la realización de cálculos escritos y con los dedos. Se evidencian discusiones entre los estudiantes para acordar una estrategia de resolución que posteriormente resulta en respuestas parciales conducentes a soluciones a las opciones solicitadas. Además, los estudiantes expresan relaciones de contexto que les permiten simular la situación descrita en el enunciado (e.g. "le recarga cinco mil a la tarjeta. Al pasarla le resta mil setecientos"). Las conversaciones están acompañadas de elementos gestuales y no manuales que complementan la información. Dominan conversaciones entre alumnos para compartir soluciones y discutir procedimientos. Sin embargo, es posible notar la dificultad al tratar de definir una única estrategia. A partir de la insistencia de un estudiante en realizar restas sin considerar la totalidad de los datos, y del apoyo de su grupo, se deduce que existe una errónea comprensión de las condiciones iniciales del enunciado. Ambos estudiantes parecen manejar la situación descrita, pero presentan dificultades en la comunicación de evidencias y argumentos que sustenten sus explicaciones. Este hecho apunta a una errónea conceptualización de operaciones matemáticas. La comunicación con la investigadora se realiza para aclarar una duda con relación a la presentación de los resultados sobre la ficha de la tarea. Es posible notar un mayor número de conversaciones con investigadora e intérprete, en contraparte con las conversaciones solamente entre los estudiantes del grupo. Esto puede deberse a la división de responsabilidades en el grupo que ocasiona en general que una estudiante se encargue de la resolución de la tarea y decida resolver sus dudas o confirmar sus procedimientos recurriendo a personas externas al grupo. Una validación temprana de la intérprete respecto a la relación entre el número de trayectos y las tarifas permite a los estudiantes definir un procedimiento y formular sus siguientes intervenciones con base en la validación. Se destaca el uso de objetos como la ficha/hoja de la tarea y el cuaderno, aunque no queda claro la finalidad de usar este último. Es posible observar a una estudiante exponiendo un error al notar que se realizan multiplicaciones en la pizarra, en lugar de sumas. Otro estudiante hace notar que el resultado coincide dando validez a ambos procedimientos (e.g. “Es diecisiete mil // Está bien”).

Escuela 2

En el análisis preliminar de las conversaciones en E2 de G3 y G4, se nota el uso de la lengua de señas junto con elementos gestuales como lo son los señalamientos sobre la ficha u hoja y el uso de la boya. Los estudiantes explican el enunciado e incluyen aspectos adicionales del contexto extra-matemático (e.g. “En la mañana va de la casa al trabajo, y luego debe regresarse”). Se observa una ambigüedad en el manejo del número negativo *-700* que representa una deuda. Un estudiante propone restar este valor mientras que otra integrante de su grupo corrige la operación y añade una explicación que avala su propuesta (e.g. “Pago, y me lo va a quitar”). Además, los estudiantes hacen referencia a realizar sumas, mientras que en su trabajo escrito en la hoja expresan los resultados por medio de la estructura multiplicativa. También se observa el dominio de las interacciones con intérprete e investigadora, determinadas por las constantes solicitudes de un estudiante. Interactúan con la intérprete hacia el inicio de la resolución con preguntas que buscan entender el enunciado, mientras que con la investigadora las preguntas se realizan hacia el final de la sesión con fines de presentación y validación de los resultados. El estudiante explica y enfatiza aspectos del contexto extra-matemático del enunciado, y busca aprobación externa sin considerar primero su grupo. Se conjetura una respuesta sin considerar las condiciones a cumplir según la pregunta. Se presenta dificultad en el manejo de los *-700* pesos colombianos de deuda, y el signo es asumido como operación (e.g. “Se debe restar”).

Escuela 3

En el análisis preliminar de las conversaciones en E3 de G7, G8 y C3, se nota el uso de ambas lenguas de manera simultánea, en presencia de la investigadora, especialmente durante la puesta en común. La selección de la lengua no parece determinar explícitamente la participación de los estudiantes en el desarrollo de su actividad matemática. Es posible notar las interacciones entre los estudiantes del grupo, entre la que se destaca la lectura del enunciado y la consulta a la investigadora para definir relaciones entre los datos del enunciado. La lectura del enunciado requiere de una traducción simultánea a la lengua de señas que termina siendo controlada por el estudiante hipoacúsico del grupo y pone de manifiesto una relación de poder determinada por sus habilidades lectoras. Se observa que hay un dominio del castellano oral con mayor interacción entre dos de los estudiantes que hacen uso exclusivo del castellano oral. No obstante, bajo la ausencia de un tercer alumno, el alumno sordo profundo toma y maneja la ficha y realiza cuentas con los dedos. Los estudiantes se levantan en varias oportunidades del asiento para realizar consultas a otros grupos. Solo al principio se consulta a la investigadora para identificar datos del enunciado. Escriben sobre la tabla de opciones los resultados que consiguen, a pesar de que no todos los resultados expuestos coinciden con las operaciones sobre la hoja de trabajo. Hacen uso del contexto extra-matemático del enunciado para nombrar las unidades de datos e introducen aspectos del contexto para formular preguntas sin hacer explícita su relevancia para la resolución (e.g. “cuánto se demora en ir y volver”). Los estudiantes proponen el ensayo de operaciones aritméticas. El ensayo y error se vuelve una opción pues a lo máximo será necesario ensayar cuatro veces hasta obtener una solución adecuada. El cambio de una operación a otra se realiza sin argumentos que expliquen la decisión de aceptar o rechazar resultados. Se observa que durante la puesta en común se hace uso de ambas lenguas. Esto es consecuencia de la participación de estudiantes de diferentes grupos y el uso de ambas lenguas por parte de la investigadora junto con la intérprete en la pizarra. Al momento de hacer uso de los *-700* pesos colombianos se presenta un bloqueo. Algunos grupos recurren a la relectura del enunciado mientras que otros se levantan de su asiento con el fin de enfatizar lo que consideran es la solución. El signo negativo de los 700 pesos colombianos genera una ambigüedad dado que es una cantidad de dinero asociada a "deber" o a "pagar" y los estudiantes parecen asociarlas a acciones opuestas y deciden basados en el signo (e.g. “Porque está pidiendo que reste”). Los estudiantes parecen interpretar el número con una operación definida por el signo que se antepone a lo que consideran un número natural posterior. "Pagar" está asociado para unos con sumar una cantidad y para otros con restarla, por lo que es visto como una relación entre quien entrega el dinero y quien lo recibe. Así los *-700* pesos colombianos resultan relativos según quien interprete su significado.

ANÁLISIS PRINCIPAL DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA

Referencia al contexto extra-matemático

Nominalización de unidades

El análisis relacionado con el tema de “Nominalización de unidades”, se analiza desde la definición de T2 que permite observar el uso y asignación de nombres de unidades. Se observa el uso de las unidades “valle” y “pico” en G1 y G2 de E1, y en G8 y C3 de E3. Debido a las similitudes con el análisis en T2 y para evitar repeticiones, no se presentarán ejemplos propios observados en T3.

Asociación de representaciones

Por “Asociación de representaciones” se entiende “la relación establecida por los estudiantes entre la representación de datos verbales y la representación de datos gráficos del enunciado a fin de idear estrategias de resolución de la tarea”, definición retomada de T1. Este subtema cobra relevancia en la medida que los estudiantes relacionan los datos gráficos y verbales de la tarea mediante la actividad matemática de organización de datos con diferentes formas gráficas, lo cual se observa en G1 y G2 de E1, en G3 y G4 de E2, y en G5 de E3. Los ejemplos usados resultan del trabajo escrito. Para operar los estudiantes organizan la información en tablas o diagramas sagitales donde cruzan información del enunciado verbal, los días (lunes a viernes) y trayectos (ida-vuelta), con el enunciado gráfico, las tarifas (1400-1700). Los ejemplos implican una representación de una relación entre los conjuntos {lunes, martes, miércoles, jueves, viernes} y {1700, 1400}, según corresponda en cada opción solicitada. En la Figura 33, se hace uso de una tabla de doble entrada para representar la relación entre días de la semana con tarifas según la hora del día. Esta organización sugiere la comprensión de una proporcionalidad simple directa entre dos magnitudes (trayectos y tarifas) mediante repartos iguales. Este razonamiento subyace dentro de una estructura multiplicativa que permite resolver parcialmente la tarea, lo cual realizan luego los estudiantes en la hoja.

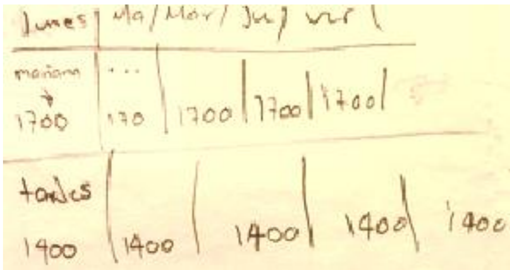


Figura 33: 'Asociación de representaciones' (E1, G1)

Algunos grupos realizan operaciones directamente sobre las representaciones de la relación entre días/trayectos y tarifas, y dan respuestas sin concluir el carácter multiplicativo. En la Figura 34, se suman una a una las tarifas con el fin de ir acumulando la cantidad de dinero para cumplir la semana estipulada en el enunciado. Por medio de un sistema de representación, que alude a diagramas sagitales, se enfatiza el carácter secuencial de la situación extra-matemática. No se logra pasar de un razonamiento aditivo a uno multiplicativo.

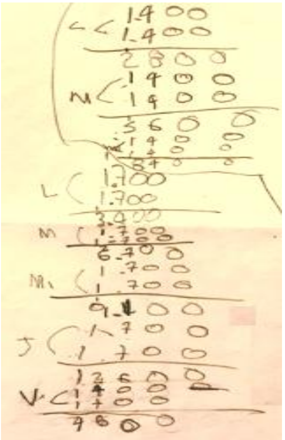


Figura 34: 'Asociación de representaciones' (E1, G2)

En la Figura 35 se observa el paso de una estructura de acumulación por medio de sumas a una estructura multiplicativa. Los estudiantes relacionan tarifas con días/trayectos, en una representación gráfica, pero se producen confusiones al asociar el lunes con dos trayectos y a los otros días con solo uno. Al pasar a la estructura multiplicativa, se toma el monto de la suma del primer recuadro y se realiza la multiplicación según el número de días, lo que conduce a una respuesta correcta. La representación realizada sugiere un cambio estrategia que se consolida durante la resolución de las otras opciones de la tarea.

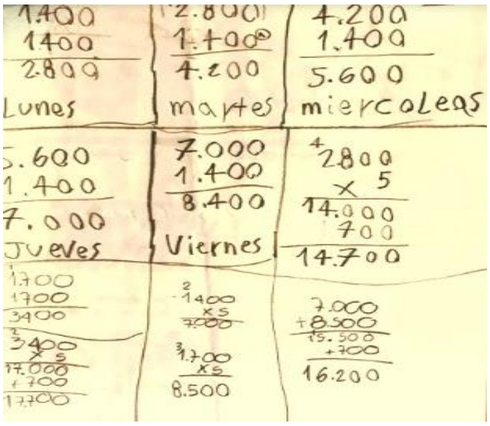


Figura 35: ‘Asociación de representaciones’ (E2, G4)

En los diferentes ejemplos es posible ver formas de representaciones gráficas de relaciones que sirven como organizadores visuales de valores iniciales y resultados parciales. Más aún, algunas representaciones conducen a la definición de una estrategia y a la realización de operaciones. Nuevamente se está frente a un subtema que pone de relieve una actividad matemática relevante de conexión entre datos expresados por distintas formas de representación.

Introducción de variables

Tomando la definición expuesta en T2, por “Introducción de variables” se comprende “la incorporación por parte de los estudiantes de variables del contexto extra-matemático como elementos para definir su estrategia de resolución”. Se puede observar en G1 de E1, en G3 y G4 de E2, y en G8 de E3. En la Tabla 45 se observa que los estudiantes introducen un elemento del contexto dado por la variable temporal (e.g. “Ah, cuánto se demora en ir y volver”), sin indicar la intención de esta acción. La variable ‘tiempo’ resulta importante cuando se considera como número de días, dado que influye directamente en el valor para recargar la tarjeta. Sin embargo, de la forma como se introduce parece que se comprende desde una aproximación en número de horas de un mismo día, y de este modo la variable temporal no altera el monto solicitado en la tarea. Análogo a lo expuesto en este subtema en T2, luego que la variable temporal es introducida por los estudiantes, estos no hacen uso de ella y el razonamiento que acompaña al comentario no se hace explícito. Así se sugiere una dificultad al no diferenciar fenómenos del contexto que pudiesen ayudar a conseguir una solución.

Tabla 45: ‘Introducción de variables’ (E3, G8)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INT) Y falta este. Debe pagar mil setecientos. Por la mañana paga mil setecientos y por la tarde mil cuatrocientos ¿Y este cómo sería? (8) Ah, cuánto se demora en ir y volver (INV) UNO CARO IX-der OTRO BARATO IX-izq $\overline{\text{PAGAR CUÁNTO TOTAL}}^{\text{int}}$ Hizo uno en pico, y otro en valle ¿Cuánto pago en total? (8) Debo sumar los dos ¿Entonces? ¿O multiplicar?	(INV) Hizo uno en pico, y otro en valle ¿Cuánto pago en total?

Planteamiento de conjeturas

Para comprender el subtema de “Planteamiento de conjeturas” se retoma la definición en T1. Se entiende la predicción o afirmación de respuestas posibles a preguntas y proposiciones matemáticas por medio del uso del contexto del enunciado. Este subtema se genera tras observar la actividad matemática en G1 y C1 de E1, y en G4 de E2. En G4 conjeturan una posibilidad para dar respuesta a la tarea proponiendo un valor suficientemente alto. A pesar de que la respuesta pudiese ser posible de realizar en el contexto, esta no considera la condición de la pregunta referente al “mínimo” monto que se necesita (Tabla 46). La conjetura no se presenta con argumentos ni con respaldos matemáticos o extra-matemáticos más allá de la propuesta de un valor. “Un millón” parece visto como un valor abstracto lo suficientemente grande como para que sea mayor a cualquier número resultante de transacciones con tarifas de pasajes. De este modo, la conjetura no es utilizada para avanzar en la resolución y termina siendo una acción aislada.

Tabla 46: ‘Planteamiento de conjeturas’ (E2, G4)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INT) PENSAR MONTAR LUNES HASTA VIERNES TARJETA NO-DINERO METER DINERO Yo pienso que tengo que montarme de lunes a viernes, y en la tarjeta no tengo nada, debo meterle dinero	(INT) Yo pienso que tengo que montarme de lunes a viernes, y en la tarjeta no tengo nada, debo meterle dinero
(4) UN MILLON	(4) Le meto un millón

Lectura del enunciado

Por “Lectura del enunciado” se entiende la lectura explícita del enunciado de la tarea en voz alta o mediante señas. La comprensión de enunciados permite el desarrollo de la actividad matemática y de la comunicación y familiarización con el vocabulario técnico. Este subtema cobra relevancia en la medida que se espera que la lectura cuidadosa del enunciado permita identificar datos y relaciones, e identificar pregunta y soluciones. Es posible observar la lectura del enunciado en G7 y G8 de E3. Durante cada sesión, la investigadora presenta la tarea y en general los estudiantes se quedan con esa información para realizar su trabajo, conversando sobre el enunciado, y tienden a consultar datos en la ficha sin dar una lectura inicial completa del enunciado. En los ejemplos en este subtema se busca rescatar la importancia de la lectura cuidadosa del enunciado realizada en algunos grupos. La lectura del enunciado en lengua de señas en G7 (Tabla 47) se realiza en varias oportunidades, donde un estudiante se encarga de leer y el otro confirma lo leído.

Tabla 47. 'Lectura de enunciado' (E3, G7)

Conversación/ Glosa	Traducción
(3) LEER	(3) Lee aquí
(2) NOMBRE PERSONA TRABAJAR// UNA TARJETA// USAR TARJETA	(2) Nombre de una persona que está trabajando// Una tarjeta // Usa la tarjeta
(3) SI TARJETA	(3) Si, la tarjeta
(2) RECARGAR MENOS SETECIENTOS PESOS// NECESITAR// RECARGAR	(2) Tiene una recarga de menos setecientos pesos// Necesita // Recargarla
(3) SI RECARGAR	(3) Si, recargarla
(2) UNA SEMANA LUNES HASTA VIERNES	(2) Para una semana, de lunes a viernes
(3) PORTAL NORTE	(3) Portal norte
(2) IR PORTAL NORTE HASTA CALLE SESENTA Y TRES	(2) Para ir desde el portal norte hasta la Calle 63
(3) IR IX-der VOLVER IX-izq	(3) Ida y vuelta
(2) IR IX-der VOLVER IX-izq// $\overline{\text{CANTIDAD CUÁL}}^{\text{int}}$	(2) Ida y vuelta // ¿Cuál es el valor?
(3) VALOR// MÍNIMO. VALOR MÍNIMO// $\overline{\text{NECESITAR}}^{\text{neg}}$	(3) Valor // mínimo. Valor mínimo // Necesita
(2) $\overline{\text{METER CUÁNTO}}^{\text{int}}$	(2) ¿Cuánto necesita recargar?

Ambigüedad en el manejo de conceptos matemáticos

Ambigüedad conceptual y léxica con vocabulario técnico

Retomando la definición de T2, se tiene una "Ambigüedad conceptual y léxica con vocabulario técnico" cuando se observan dificultades en la manipulación de vocabulario específico. A diferencia de T2, en el análisis correspondiente a T3 el vocabulario al que se le atribuye la ambigüedad no es del enunciado verbal, sino es introducido por los estudiantes. Esto se observa en C1 de E1. En la Tabla 48 se presenta nuevamente una dificultad al identificar la mitad. El término no se presenta en el enunciado, los estudiantes lo usan al socializar resultados sin claridad en su significado. Esto genera que al comunicar la mitad se use un valor numérico que carece de sentido para la opción que se resuelve. Se requirió una reformulación de una pregunta para comprendieran el valor solicitado. Es así como al responder la tercera opción los estudiantes proponen usar la mitad, refiriéndose probablemente a la cantidad de viajes que se realizan en la semana. No obstante, cuando se solicita precisar la mitad se propone la cantidad 1400 cuya mitad no tiene sentido. Esta conversación muestra la dificultad en la comunicación y uso de términos técnicos.

Tabla 48: ‘Ambigüedad conceptual y léxica con vocabulario técnico’ (E1, C1)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INV) $\overline{\text{AHORA}}^{\text{int}}$ ¿Ahora este?	(INV) ¿Ahora este?
(1) MITAD	(1) Es con la mitad
(INV) $\overline{\text{MITAD QUÉ}}^{\text{int}}$ ¿La mitad de qué?	(INV) ¿La mitad de qué?
(1) MIL CUATROCIENTOS	(1) De los mil cuatrocientos
(2) MIL CUATROCIENTOS	(2) De los mil cuatrocientos
(INV) $\overline{\text{VEZ CUÁNTO}}^{\text{int}}$ ¿Cuántas veces?	(INV) ¿Cuántas veces?
(1) CINCO VEZ UNO CADA-UNO IDA IX-der	(1) Cinco veces, uno cada día en la ida
(4) DIEZ	(4) Son diez
(3) CINCO DÍA PORQUE LUNES HASTA VIERNES CINCO DÍA	(3) Allí son cinco días. Porque del lunes hasta el viernes son cinco días

Ambigüedad en el manejo de números negativos

Por “Ambigüedad en el manejo de números negativos” se entiende la dificultad de los estudiantes al manipular números enteros negativos. Este subtema implica la necesidad de conceptualizar valores numéricos ligados a una situación del contexto y que requieren de una interpretación de las operaciones en lugar de la automatización de operaciones que responden al signo que acompaña el número. Esto se observa en G3 y G4 de E2, y en G8 de E3. La Tabla 49 ilustra este subtema con un ejemplo sobre la manipulación de los -700 pesos colombianos. El valor absoluto del número entero representa un valor de dinero en pesos colombianos y el signo es asociado a un significado de deuda en el contexto. La investigadora recuerda el dato que se olvida. Se esperaba que los estudiantes interpretaran el significado de los -700 pesos colombianos y asociaran una acción aritmética subyacente. Se muestra como los estudiantes proponen restar dado que consideran que el signo es quien determina la operación a realizar (e.g. “Porque está pidiendo que reste, ¿no?”), sin detenerse a verificar el significado del número. Solo en una oportunidad se observa la elección de otra operación junto con una explicación para avalar esta selección (Tabla 50, e.g. “Pago, y me lo va a quitar”). Así los estudiantes no asumen la naturaleza de los números negativos como inversos de los positivos, sino como un número positivo con un signo que indica una operación aritmética. Si se comprende la tarea dentro del marco de una estructura aditiva de cambio, entonces -700 constituye un valor inicial que debe ser incrementado hasta alcanzar un valor final que responda a las condiciones del enunciado. Es decir, al considerar el signo como operación y no como medida opuesta se pierde la concepción de número negativo y se genera un obstáculo en la comprensión de la estructura aditiva subyacente. El número -700 se puede asociar con una cantidad a "quitar" o "poner". Estas concepciones son opuestas y relativas según el observador. No obstante, dado el fenómeno social asociado a *n* se puede concluir que independientemente de la concepción asociada a -700, los números *n* y 700 son de naturaleza aditiva.

Tabla 49: 'Ambigüedad en el manejo de números negativos' (E3, C3)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INV) $\overline{\text{FALTAR QUÉ}}^{int}$ ¿Qué les falto a todos?	(INV) ¿Qué les falto a todos?
(6) Suma (8) ¿El trayecto? (7) Paola tiene una tarjeta con menos setecientos pesos// (10) Los siete mil. Falta sumar. Los siete mil (8) Menos//	
(2) LEER-me TODO Léeme aquí todo	(2) Léeme aquí todo
(3) NO LEER YO ENSEÑAR-te No, tú lees y yo te enseño	(3) No, tú lees y yo te enseño
(2) p-a-o-l-a TENER MONTAR (8) Menos setecientos pesos	(2) Paola tiene que montarse
(INV) DECIR-me TARJETA DEBER SETECIENTOS $\overline{\text{SETECIENTOS HACER QUÉ}}^{int}$ Él dice que en la tarjeta ella debía setecientos pesos ¿Qué tengo que hacer con esos setecientos pesos?	(INV) Él dice que en la tarjeta ella debía setecientos pesos. ¿Qué tengo que hacer con esos setecientos pesos?
(3) p-a-o-l-a TENER MONTAR// (7) Poner los setecientos y quitar los setecientos	(3) Paola tiene que montarse//
(INV) $\overline{\text{SETECIENTOS DÓNDE}}^{int}$ ¿Setecientos en dónde? (7) Allí en el quince mil quinientos	(INV) ¿Setecientos en dónde?
(INV) $\overline{\text{HACER QUÉ}}^{int}$ ¿Y qué debo hacer? (6) (7) Menos	(INV) ¿Y qué debo hacer?
(INV) $\overline{\text{POR QUÉ MENOS}}^{int}$ ¿Por qué menos? (8) Porque se resta (7) Porque es lo que debe (8) Porque está pidiendo que reste, ¿no? (7) Entonces suma (10) Es menos, porque hay que pagarlo (1) Sumar	(INV) ¿Por qué menos?
(INV) DEBER DINERO PAGAR// Si yo le debo dinero a alguien y debo pagar// (7) Pagar. Es con suma	(INV) Si yo le debo dinero a alguien y debo pagar//

Tabla 50: ‘Ambigüedad en el manejo de números negativos’ (E2, C3)

Conversación/ Glosa	Traducción
(2) SUMAR// $\overline{\text{RESTAR O SUMAR}}^{\text{int}}$	(2) Sumemos estos // ¿Es resta o suma?
(3) SEPARAR	(3) Debe ser separado
(2) TARJETA DEBER SETECIENTOS RESTAR	(2) En la tarjeta se debe setecientos y se debe restar
(3) CREER SUMAR	(3) Yo creo que es sumando
(2) $\overline{\text{SUMAR}}^{\text{int}}$	(2) ¿Sumar esto?
(3) PAGAR QUITAR// CINCO DÍA// PROBAR	(3) Pago, y me lo va a quitar // Son cinco días // Probemos

Otro aspecto a destacar en la Tabla 49 y al que también se puede atribuir la ambigüedad con los -700 pesos colombianos, tiene que ver con el manejo de cantidades opuestas y cómo se anulan entre sí. Se observa al estudiante proponiendo realizar operaciones opuestas con la misma cantidad “Poner los setecientos y quitar los setecientos”, volviendo a la dificultad de comprender los números positivos y negativos, sin notar que esta acción no altera el resultado.

Ambigüedad en la conceptualización de operaciones

Para comprender la “Ambigüedad en la conceptualización de operaciones” se recoge la definición expuesta en T2. Así se comprende como la dificultad entre conceptualizar una operación matemática y el empleo de su algoritmo. Se observa en G1 de E1, en G4 de E2 y en G8 de E3. El primer ejemplo se relaciona con la operación de resta. Como se observa en la Tabla 51, se insiste en resolver la tarea haciendo uso de una resta, sin contar con datos suficientes. Los estudiantes proponen buscar el valor *n* por medio de una resta de una cantidad respecto a un total. Sin embargo, no identifican que el total sobre el cual buscan restar resulta ser el mismo *n* buscado. El estudiante reconoce que se debe recargar la tarjeta (acción de contexto que implica una suma), pero insiste en la acción que ocurre posteriormente, usar los pasajes y pagar (acción de contexto que implica una resta). Se busca realizar *n-1700* o *n-1400* mediante operaciones sucesivas sin notar que no se posee el valor *n* del estado inicial. No hay intentos para identificar *n*, presentan algunas conjeturas con cantidades que no responden a procedimientos realizados (e.g. “Por ejemplo, le recarga cinco mil a la tarjeta”). Esta ambigüedad en la comprensión de la resta no conduce a soluciones.

Tabla 51: 'Ambigüedad en la conceptualización de operaciones' (E1, G1)

Conversación/ Glosa	Traducción
(2) $\overline{\text{ESE BARATO}}^{\text{int}}$ MIRAR RESTAR MIL SETECIENTOS	(2) ¿Ese es la hora valle? Mire, hay que restarle mil setecientos
(1) $\overline{\text{SEGURO}}^{\text{int}}$	(1) ¿Seguro?
(2) RESTAR// MIL SETECIENTOS $\overline{\text{ENTENDER}}^{\text{int}}$	(2) Hay que restarle // Mil setecientos ¿Si entendiste?
(1) EJEMPLO METER CINCO MIL. PASAR RESTAR MIL SETECIENTOS SOBRAR TRES MIL TRECIENTOS	(1) Por ejemplo, le recarga cinco mil a la tarjeta. Al pasarla le resta mil setecientos. Entonces le quedaría tres mil trecientos
(2) QUEDAR// MIRAR RESTAR MIL SETECIENTOS	(2) Allí quedarían // Mira. Entonces hay que restarle mil setecientos
(1) TRES MIL TRECIENTOS	(1) Son tres mil trecientos
(1) SETECIENTOS	(1) Son setecientos
(INV) $\overline{\text{DÓNDE}}^{\text{inv}}$ Pero, ¿dónde van?	(INV) Pero, ¿dónde van?
(2) NO-SABER	(2) No sé
(INV) $\overline{\text{POR QUÉ}}^{\text{int}}$ ¿Por qué?	(INV) ¿Por qué?
(1) TARJETA CADA-UNO VEZ PASAR RESTAR. PASAR RESTAR PASAR RESTAR	(1) Tiene la tarjeta, y cada vez que pasa le van restando. Pasa y resta, pasa y resta

El segundo ejemplo tiene que ver con el uso del ensayo-error de operaciones aritméticas en detrimento de la selección de operaciones mediante el estudio de datos. Los estudiantes proponen realizar las operaciones aritméticas básicas sin buscar comprender cuál es la más adecuada para dar respuesta. En la Tabla 52 se observa como los estudiantes proponen realizar las cuatro operaciones básicas, lo cual sugiere un trabajo que no se basa en relaciones entre datos ni argumentos. Esta estrategia es tentativa. No permite avanzar hacia una conclusión final con el desarrollo de acciones matemáticas justificadas en las condiciones del enunciado.

Tabla 52: 'Ambigüedad en la conceptualización de operaciones' (E3, G8)

Conversación
(8) Es desde acá
(7) ¿Qué está haciendo, multiplicando?
(8) Sumando
(6) Hay que multiplicar
(8) Eso ya lo hice
(6) Entonces resta
(8) Ya
(6) Entonces división

Gestualidad y movimiento como complemento comunicativo

En el análisis de la resolución de T3, es posible detectar los tres subtemas descritos en T1 con similitudes en cuanto a: elementos no manuales tales como levantarse del asiento (G1 y C1 de E1, y G8 y C3 de E3), asentimientos o negaciones con la cabeza (G1 y G2 de E1, G3 de E2, y G7 de E3) o miradas dirigidas para preguntar/responder (G1 y G2 de E1, G4 de E2, y G7 y C3 de E3);

elementos deícticos tales como señalamientos (observados en todos los grupos) o uso de boyas (G1 de E1, y G3 de E2); y cálculos con uso de dedos (G1 y G2 de E1, y G8 de E3). Se evidencian también similitudes con relación a los subtemas descritos en T2 en cuanto al uso de la hoja para comunicar procedimientos u operaciones, sin necesariamente lengua oral (G2 de E1). El análisis de la gestualidad y del movimiento informa, al igual que en las tareas anteriores, sobre el contexto de comunicación multimodal. Se comprenden las particularidades de cada contexto donde se resuelven las tareas y las condiciones de comunicación que se pueden desencadenar, y cómo esto influye en el desarrollo de la actividad matemática. Sin embargo, sin ánimos de restar importancia a los elementos comunicativos en la resolución de T3, debido a las similitudes observadas con el análisis de este subtema en T1 y T2 y para evitar repeticiones, no se presentan ejemplos en T3.

Interacción en la resolución de la tarea

Participación dentro del grupo

Siguiendo lo propuesto en T1, por "Participación dentro del grupo" se entiende el aporte de los estudiantes mediante comunicación y validación de aspectos de la actividad matemática para construir la solución de la tarea. Es posible observar la participación desde tres formas. La primera forma de participación es la de clarificar presentada por medio del ejemplo de la Tabla 53. Se observa a un estudiante corrigiendo la aplicación del algoritmo de la multiplicación, señala el error y expone la forma de corrección, indicando la necesidad de respetar el valor posicional.

Tabla 53: 'Participación dentro del grupo (c)' (E3, G8)

Conversación
(8) Dos por cero
(7) Cero. No eso no va allí, eso va en el segundo
(8) Eso es para ver si usted andaba pilas
(7) ¿Está multiplicando?
(8) Estoy multiplicando

La segunda forma de participación es ceder responsabilidades. En la Tabla 54, los estudiantes reconocen el trabajo de otra estudiante y atribuyen aciertos y errores. A pesar de que el grupo considera que la estudiante tiene la responsabilidad de resolver la tarea (e.g. "No, ella lo hace"), esta estudiante reconoce la importancia y el aporte que puede brindar cada estudiante (e.g. "El me ayuda”). De modo que las responsabilidades son atribuidas como consecuencia de las elaboraciones propias realizadas por la estudiante, quien termina dirigiendo la actividad en su grupo.

Tabla 54: ‘Participación dentro del grupo (b)’ (E1, G2)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INV) $\overline{\text{SEGURO}}^{\text{int}}$ $\overline{\text{TODOS DE-ACUERDO}}^{\text{int}}$ ¿Seguro? ¿Están todos de acuerdo?	(INV) ¿Seguro? ¿Están todos de acuerdo?
(3) HACER PRO_3	(3) Lo hizo ella
(INV) $\overline{\text{SIGNIFICAR}}^{\text{int}}$ ¿Qué significa?	(INV) ¿Qué significa?
(3) $\overline{\text{ESO DEJAR}}$	(3) Dejo esto a parte
(INV) $\overline{\text{ESTO QUÉ}}^{\text{int}}$ ¿Esto qué es?	(INV) ¿Esto qué es?
(4) MIL SETECIENTOS// MAL ERROR PRO_2	(4) Son mil setecientos // Está mal, te equivocaste
(INV)TRABAJAR GRUPO El trabajo es en grupo	(INV) El trabajo es en grupo
(3) HACER PRO_3	(3) No, ella lo hace
(INV) $\overline{\text{SIGNIFICAR}}^{\text{int}}$	(INV) ¿Qué significa esto?
(4) VER ERROR	(4) Viste, hay un error
(INV) $\overline{\text{PAGAR CUÁNTO TOTAL}}^{\text{int}}$ Entonces, ¿Cuánto paga en total?	(INV) Entonces, ¿Cuánto paga en total?
(3) MIL//	(3) Mil //
(4) CLARO	(4) ¡Ah claro!
(INV) FALTA UNO IDA IX-der VUELTA IX-izq Falta uno, ida y regreso	(INV) Falta uno, ida y regreso
(4) AYUDAR	(4) El me ayuda

La tercera forma de participación consiste en solicitar explicaciones para esclarecer un procedimiento realizado. Es posible observar en la Tabla 55 un estudiante que busca complementar lo que está entendiendo por medio de una explicación de otro estudiante. A pesar de que la respuesta obtenida pareciera no brindar suficiente información sobre los procedimientos que se realizan, esta interacción resulta interesante ya que propicia una búsqueda de información de aspectos que no se presentan de forma explícita durante la resolución. El solicitar o dar explicación requiere del análisis y comprensión de la actividad matemática.

Tabla 55: ‘Participación dentro del grupo (c)’ (E1, G2)

Conversación/ Glosa	Traducción
(4) MIL SETECIENTOS, PERO SUMAR TRES MIL CUATROCIENTOS// DOS+++ MAS// $\overline{\text{MISMO MIL SETECIENTOS}}^{\text{int}}$	(4) Son mil setecientos, pero sumado son tres mil cuatrocientos // Son dos, y dos, y dos más // ¿Son los mismos mil setecientos?
(INT) CLARO Claro	(INT) Claro
(5) $\overline{\text{CÓMO}}^{\text{int}}$ $\overline{\text{REPETIR-me}}^{\text{int}}$	(5) ¿Cómo? ¿Me pueden repetir?
(3) MARTES	(3) El martes
(INT) IDA IX-der VUELTA IX-izq	(INT) Ida y vuelta
(4) DOS VEZ++ MIL SETECIENTOS IDA IX-der VUELTA IX-izq MIL SETECIENTOS TRANSMILENIO// SIETE// ONCE	(4) Son dos veces, mil setecientos la ida y mil setecientos el regreso en el Transmilenio // Son siete // Da once

La cuarta forma de participación es preguntar, que a diferencia de T1, en esta ocasión responde a una interacción con la investigadora que permite validar un razonamiento. En la Tabla 56 un estudiante hace explícita la relación de proporcionalidad *(1, 1400) ~ (5, s)* que luego de la validación de la investigadora le permite descubrir la estructura multiplicativa implícita en la relación.

Tabla 56: 'Participación dentro del grupo' (E2, G4)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INV) $\overline{\text{HACER QUÉ}}^{\text{int}}$ ¿Y qué debo hacer?	(INV) ¿Y qué debo hacer?
(4) UNO MIL CUATROCIENTOS CINCO $\overline{\text{CUÁNTO}}^{\text{int}}$	(4) Uno es mil cuatrocientos, cuánto es cinco
(INV) ESO MAÑANA $\overline{\text{NOCHE QUÉ-PASA}}^{\text{int}}$ Eso es en la mañana, ¿Qué pasa en la noche?	(INV) Eso es en la mañana, ¿Qué pasa en la noche?
(4) MIL SETECIENTOS POR CINCO	(4) Serían mil setecientos por cinco

Exclusión de integrantes del grupo

Las Figuras 36 y 37 presentan una secuencia de imágenes que muestran la relación de subordinación en el grupo al hacer la lectura del enunciado. En la Figura 36, un estudiante hipoacúsico obliga a un estudiante sordo a leer el enunciado y sigue con el dedo cada palabra a ser leída. Es quien confirma cada seña al estudiante sordo y cuando considera que realiza un error lo golpea en la cabeza. La lectura del enunciado no resulta espontánea, sino termina siendo una imposición impuesta. Esto parece aludir a la dominación entre grupos con lengua dominante frente a minorías lingüísticas, donde en general se subestima una lengua.

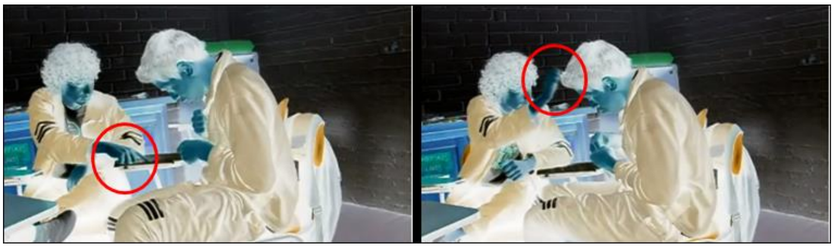


Figura 36: 'Exclusión de integrantes del grupo (a)' (E3, G7)

En la Figura 37 se repite la misma situación en el grupo sin embargo en esta ocasión sugiere una relación de subordinación dada la posición corporal. Como se observa en la secuencia de imágenes el estudiante hipoacúsico se mantiene de pie dirigiendo la lectura con brazos cruzados asumiendo una posición de superioridad iniciando con la frase "No, tú lees y yo te enseño", mientras el estudiante sordo se mantiene sentado en su asiento bajo una relación de subordinación siguiendo las indicaciones y respondiendo a las indicaciones. Se asume la caracterización de figuras de autoridad, como el profesor, la intérprete o la investigadora, pero aquí se atribuye esa función de autoridad a un estudiante (atribuido por sí mismo o por otro estudiante) respondiendo a formas de subordinación que rodean históricamente a la población sorda. Es posible observar el poder subordinante sobre la lengua de señas y el poder atribuido al manejo de una lengua oral y/o escrita.

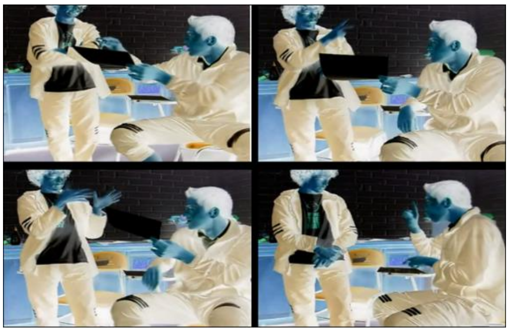


Figura 37: 'Exclusión de integrantes del grupo (b)' (E3, G7)

CAPÍTULO 4. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Este capítulo muestra primero los resultados que dan respuesta a los dos objetivos de la investigación. Los resultados, para el primer objetivo, aportan recursos comunicativos identificados y, para el segundo objetivo, la actividad matemática de los estudiantes documentada. A continuación, se presentan las conclusiones. Se parte de la discusión conjunta de resultados y temas emergentes y se finaliza con perspectivas futuras. Se ha llegado a ver que: la actividad matemática se produce y comunica influenciada por la comprensión de textos multimodales (Conclusión 1); por la diversidad de lenguas en la interacción (Conclusión 2); y por la diversidad de significados involucrados en la construcción de la cultura del aula (Conclusión 3).

RECURSOS COMUNICATIVOS DE ESTUDIANTES SORDOS Y OYENTES

El primer objetivo del estudio es identificar los recursos comunicativos usados por estudiantes sordos y oyentes al interactuar durante la resolución de tareas aritméticas. Se da respuesta al objetivo 1 por medio de tres temas acerca de: 1) multimodalidad semiótica en la comunicación matemática de los estudiantes; 2) simultaneidad de uso de dos o más modos semióticos; y 3) cooperación en el trabajo en grupo a través de actos dialógicos.

MULTIMODALIDAD COMO RECURSO EN LA COMUNICACIÓN MATEMÁTICA

Por multimodalidad se entiende la comunicación de significados haciendo uso de modos semióticos diversos. Esto implica la complejidad semiótica de la comunicación en el aula considerando que cada modo lleva consigo un significado necesario para la construcción del significado final. En este sentido, la multimodalidad es un recurso comunicativo dado que transmite información por medio de modos que los participantes utilizan. En el análisis fue posible identificar tres modos semióticos utilizados para integrar información de la actividad matemática y crear significados sociales y matemáticos durante la resolución de tareas. En lo que sigue, se discuten los resultados de los tres modos por separado. La discusión de la conexión entre modos se deja para la siguiente subsección relativa al fenómeno documentado de simultaneidad.

Uso de la lengua verbal

Se entiende como comunicación verbal y se identifica por medio de tres formas: signos orales con uso del castellano en su modalidad oral; signos viso-espaciales con uso de la lengua de señas; y signos escritos con uso del castellano en su modalidad escrita y de simbología matemática. La comunicación verbal resulta ser el recurso más usado, en especial en las dos primeras formas, y sirve para dar significado y en ocasiones para integrar los demás modos semióticos durante la comunicación en la resolución. Este modo parece tener principalmente una función enunciativa para comunicarse con otros verbalmente, y ayuda a la planificación de la información y a la regulación de las interacciones en el proceso de resolución. Los estudiantes hacen uso de sus lenguas para interactuar y manejan estrategias comunicativas como variar la lengua según con quien interactúan, en especial si se trata de una figura adulta. Este modo permite el uso y manejo de palabras y símbolos matemáticos propuestos en el enunciado de tareas (e.g. Tabla 23) y también permite que se establezcan nuevas relaciones entre palabras, señas y símbolos matemáticos (e.g. Tabla 32).

Uso de la lengua gestual y corporal

Se entiende como comunicación no verbal y se identifica por medio de tres formas: elementos no manuales con uso de expresiones faciales o corporales; elementos deícticos con uso de señalamientos; y conteos con uso de los dedos para representar cantidades (como numerales) y cálculos (como contadores). Los gestos y movimientos, como factores extralingüísticos, en ocasiones contienen la información a ser comunicada y en otras ocasiones sirven para adicionar información. Recursos corporales como levantarse del asiento parecen aludir a la presencia de elementos paralingüísticos de la lengua de señas. Este modo parece tener principalmente una función persuasiva, con la intención de cambiar la percepción de otros participantes sobre la información comunicada enfatizando aspectos verbales o visuales. Hay gestos identificados que no son utilizados por estudiantes oyentes que se consideran propios de la comunidad sorda como es el uso de la boya (e.g. Figura 15). En contraparte hay gestos que se consideran más propios de la comunidad oyente como es el silenciamiento con el uso del dedo índice sobre los labios que es comprendido por los estudiantes sordos como consecuencia de las apropiaciones que hacen de la cultura mayoritaria a pesar de que este gesto no posee sentido directo en la cultura sorda (e.g. Figura 31).

Uso de la lengua visual

Se entiende como comunicación con el uso de imágenes gráficas y se identifica por medio de tres formas: representaciones gráficas con palitos, iconos y dibujos; diagramas sagitales con flechas y conjuntos; y tablas con filas y columnas. La lengua visual es el recurso usado con menos frecuencia, pero en ocasiones es importante en la toma de decisiones sobre operaciones a realizar mediante dibujos e iconos, o para dar respuesta a tareas mediante diagramas sagitales y tablas (e.g. Figura 34). Este modo parece tener principalmente una función organizativa que permite integrar elementos y representar ideas y relaciones entre datos de la actividad matemática.

Las lenguas verbales permiten articular las ideas, e introducir, cuestionar y rechazar procedimientos y respuestas, favoreciendo el manejo conceptual y léxico de vocabulario técnico y el razonamiento. La lengua gestual y corporal permite comunicar procesos y derivar reacciones de otros participantes mediante aspectos no verbales, favoreciendo la representación de objetos matemáticos. La lengua visual permite representar relaciones y procesos, favoreciendo el desarrollo de la visualización y modelización matemática.

Algunos de los modos semióticos identificados potencian oportunidades de participación como por ejemplo la lengua de señas o de gestos, mientras que otros modos limitan estas oportunidades como por ejemplo el castellano en su modalidad oral o las disposiciones corporales de los estudiantes que limitan el campo visual. Los múltiples modos responden a la diversidad de potencialidades comunicativas del aula, y pueden generar oportunidades de conceptualizar y representar objetos matemáticos tanto con la participación activa, como al hacer accesible la información. El uso de distintos modos implica por un lado una necesidad de buscar formas para comunicar ideas, y por otro lado una comprensión de las oportunidades para abordar la comunicación matemática.

SIMULTANEIDAD DE USO DE MODOS SEMIÓTICOS

Por simultaneidad se entiende el uso de dos o más modos semióticos, integrando los significados involucrados de lo que se comunica. La simultaneidad implica la complejidad semiótica de la comunicación dado que en un mismo momento hay distintos modos que interaccionan. Se considera un recurso para satisfacer las necesidades comunicativas dado que cada modo semiótico lleva consigo un significado que al simultanearse con otros modos permite una interpretación a partir de la orquestación del conjunto de significados. El uso simultáneo de dos o más modos semióticos puede indicar obstáculos en el manejo de signos y símbolos de la comunicación matemática, por lo que los estudiantes recurren al uso de varios recursos al representar significados.

La simultaneidad en la multimodalidad de las conversaciones abarca el uso de las lenguas verbales junto con las gestuales y visuales. La conjunción de estas lenguas implica una función discursiva para organizar información en el campo sensorio-perceptual de los participantes. Los modos semióticos que combinados interactúan en la comunicación son los que se discuten a continuación. Para una comprensión más completa de estos modos combinados debe tenerse en cuenta el fenómeno de multimodalidad ya documentado.

Simultaneidad con uso de lengua de señas

En la literatura, la simultaneidad en la lengua de señas se entiende principalmente desde el estudio morfológico como característica relacionada con la posibilidad del modo viso-gestual para usar en el espacio simultáneamente una seña con sus rasgos no manuales y articuladores -lugar donde se realiza la seña, configuración de la mano y movimiento que se realiza con la mano- dando significado a la seña. En esta tesis doctoral, por simultaneidad con uso de lengua de señas se entiende el uso de lengua de señas junto con uno o más modos. No se excluye que la simultaneidad amplíe la posibilidad de usar simultáneamente recursos semióticos. Esta posibilidad puede considerarse no solo para los estudiantes usuarios exclusivos de lengua de señas sino también para aquellos hipoacúsicos u oyentes usuarios de lengua de señas.

Por un lado, se identifica el uso simultáneo de dos recursos verbales con base en dos combinaciones. La primera combinación consiste en lengua de señas y castellano oral en general en presencia del profesor u otro adulto. La segunda combinación consiste en lengua de señas y levantarse del asiento o bien lengua de señas y castellano oral y ponerse de pie, para enfatizar aspectos bajo el uso de señas iterativas.

Por otro lado, se identifica el uso simultáneo de la lengua de señas y las lenguas gestual y corporal con base en tres combinaciones. Primero, lengua de señas y señalar aspectos sobre la ficha/hoja, para explicar o realizar consultas de datos, procedimientos o resultados usando una conexión visual entre lo expresado verbalmente por escrito. Segundo, lengua de señas y usar una boya, para demarcar un objeto matemático manteniéndolo como punto de referencia mientras se continúa una conversación con la otra mano. Tercero, lengua de señas y levantarse del asiento, para centrar la atención en lo comunicado.

Simultaneidad con uso de castellano oral

Por simultaneidad con uso de castellano oral se entiende el uso del castellano en su modalidad oral junto con otro modo semiótico. La lengua oral tiene carácter lineal y secuencial al considerar la percepción auditiva; sin embargo, posibilita hacer uso de otros modos no orales al considerar la percepción visual que permiten procesar información simultáneamente.

Por un lado, se identifica el uso simultáneo de dos recursos verbales por medio de la combinación de castellano oral y escritura, para expresar en voz alta los procedimientos que se escriben o hacer consultas de dudas mientras se escribe.

Por otro lado, se identifica el uso simultáneo de castellano oral y las lenguas gestual y corporal por medio de dos combinaciones: castellano oral y señalar aspectos sobre la ficha/hoja, para explicar o consultar datos, procedimientos o resultados usando una conexión visual entre habla y escritura; y castellano oral y contar con los dedos, para expresar en voz alta cuentas que se realizan.

Simultaneidad con uso de símbolos escritos

Por simultaneidad con uso de símbolos escritos se entiende el uso del castellano en su modalidad escrita y la escritura de simbología matemática junto con otro modo. Por la naturaleza visual y manual de la lengua escrita es difícil lograr una simultaneidad de uso de este modo semiótico con la lengua de señas, especialmente en estudiantes usuarios exclusivos de lengua de señas.

Se identifica el uso simultáneo de símbolos escritos y las lenguas gestual y corporal por medio de tres combinaciones: Símbolos escritos y uso de boya, para demarcar un objeto matemático sostenido temporalmente con la boya mientras se escribe con la otra mano; símbolos escritos y miradas, para consultar aspectos escritos formulando preguntas o respuestas con miradas; y símbolos escritos y conteo con los dedos, para realizar cálculos y registrar respuestas.

Simultaneidad con uso de gestos y movimientos

Por simultaneidad con uso de gestos y movimientos se entiende el uso conjunto de varios modos semióticos no verbales. Aquí se identifica el uso simultáneo de gestos y movimientos por medio de tres combinaciones: Señalar y contar con los dedos, para indicar objetos matemáticos mientras se calcula; Señalar y miradas, para obtener o dar respuestas mientras se indica el objeto matemático al que se hace referencia; y señalar y usar una boya para demarcar un objeto matemático con el uso de una boya estática mientras se indican otros objetos.

Las combinaciones observadas señalan el papel de la ficha/hoja de la tarea como apoyo para comunicar; esto se evidencia por el continuo uso de señalamientos y boyas. También es importante hacer notar que la multimodalidad no necesariamente implica simultaneidad pues el uso de varios modos no siempre ocurre conjuntamente, sin embargo, no es posible la simultaneidad sin la presencia del repertorio multimodal.

El significado y el objetivo de las combinaciones mencionadas se evidencian al encontrar interacciones que llevan a la resolución de tareas. Sin embargo, la interpretación de cada combinación responde a un momento y contexto social de clase. Con todo, es posible afirmar que en la comunicación matemática aparecen modos combinados cuyo valor puede pasar desapercibido sin reconocer que las interacciones surgen de integrar recursos. Los modos semióticos identificados permiten crear y comunicar significados matemáticos, por lo que la simultaneidad resulta un recurso esencial.

La simultaneidad implica una comunicación continua mientras se resuelven tareas. Si la tarea se resolviese de forma individual sería menos probable observar el uso simultáneo de recursos, dado que el proceso de resolución resultaría más lineal y secuencial. Al proponer resoluciones en pequeños grupos surgen combinaciones que sugieren una solución conjunta de tareas que dan indicios de la construcción social de la actividad matemática. Además, la simultaneidad informa sobre formas de participación.

COMUNICACIÓN CON COOPERACIÓN INDAGATIVA

Para discutir los resultados que se ubican en este tema, se toma el modelo de Alrø y Skovsmose (2003) con el fin de identificar actos dialógicos en las interacciones, en especial en las formas en que los estudiantes exploran e interactúan en la resolución de tareas. La cooperación indagativa se considera un recurso en la medida que permite la construcción conjunta de significados orientados a la resolución de tareas. En el análisis es posible identificar ocho actos dialógicos en las conversaciones de estudiantes.

Entrar en contacto

Entrar en contacto es entendido como la atención entre participantes bajo una relación de respeto, responsabilidad y confianza mutua durante una conversación. A partir del análisis, se destacan tres observaciones. La primera se relaciona con los modos semióticos involucrados al entrar en contacto. Los distintos modos semióticos identificados resultan recursos comunicativos usados por los estudiantes. Así hay contacto incluso con sonrisas que sugieren implicación. La segunda observación se relaciona con el número de participantes que entran en contacto. Aunque en el grupo haya más de dos participantes, el contacto se produce entre dos, estudiante-estudiante, habiendo también contacto del tipo estudiante-profesor/investigadora/intérprete. La tercera observación se relaciona con el contenido verbal que en general se conforma con frases interrogativas. Algunos de estos interrogantes forman pares de pregunta-respuesta; sin embargo, otros son preguntas retóricas que reformulan ideas propias antes de obtener respuesta. La Tabla 57 ilustra un ejemplo.

Tabla 57: 'Entrar en contacto' (E1, G1)

Conversación/ Glosa	Traducción
(1) DUDAR. BAJAR DIEZ// PORTAL DE LA 80	(1) Tengo una duda. Se bajan diez// Del Portal de la 80
(2) MIRA SUBIR++ $\overline{\text{CUÁNTOS}}$ int	(2) ¿Cuántos suben?
(1) SENTAR $\overline{\text{DÓNDE}}$ int// SUMAR// BAJAR SUBIR. BAJAR SUBIR	(1) ¿Pero en dónde se sienta? // Esto se suma // Se resta// Se bajan, y se suben. Se van bajando y se van subiendo
(2) ÚLTIMO, $\overline{\text{CUÁL}}$ int	**(2) En este último, ¿cuál es?**
(1) CIENTO CUARENTA	**(1) Son ciento cuarenta**
(2) $\overline{\text{QUÉ}}$ int	(2) ¿Y este qué?
(1) BAJAR++ TREINTA Y SEIS// DUDAR $\overline{\text{QUEDAN CIENTO NUEVE}}$ s/n // SENTAR CALLE NOVENTA Y CINCO SUBA	(1) Se van bajando. Se bajan treinta y seis // Tengo una duda ¿Quedan ciento nueve? // Se logra sentar en la Calle 95. Eso es por el Portal de Suba
(2) DEPENDE	(2) Depende
(1) BAJAR// SUMAR// SUMAR SUBIR, RESTA BAJAR	(1) Se bajan// Se suma// Se suman los que se suben, y si se bajan se resta
(2) SUBA NO-PUEDE	(2) Por Portal de Suba no se podría

Localizar

Localizar es entendido como los hallazgos nuevos que hacen visibles los estudiantes tras preguntar para explorar y ensayar posibilidades. A partir del análisis, se destacan tres observaciones. La primera se relaciona con los modos semióticos involucrados, particularmente con elementos de la deixis que parecen suficientes para compartir avances. Los estudiantes indican aspectos escritos que consideran relevantes para la resolución con el uso de expresiones deícticas (e.g. aquí, aquel, este, mira). La simultaneidad de uso de modos juega un papel en la comunicación verbal de avances junto con la lengua visual (uso de la ficha/hoja) y gestos deícticos. La segunda observación se relaciona con los participantes involucrados. En general, avances en la resolución vienen precedidos por interacciones con preguntas del profesor, investigadora o intérprete. Así, los avances se producen en interacción con una figura adulta en situación de pregunta-respuesta (ver Tabla 58). La tercera observación se relaciona con el momento de los avances en la socialización de respuestas. Aspectos de la actividad matemática surgen luego de comunicar el trabajo. Localizar es un acto dialógico que se observa incluso durante la discusión final de respuestas.

Tabla 58: **‘**Localizar’ (E3, G7)

Conversación/ Glosa	Traducción
(12) Hicimos esto, ¿Está bien?	
(INV) $\overline{\text{SENTAR DÓNDE}}$ int Pero, ¿En dónde se sienta?	(INV) Pero, ¿En dónde se sienta?
(3) SESENTA Y DOS Es de las sesenta y dos	(3) Es de las sesenta y dos
(INV) PARADO $\overline{\text{SENTAR DÓNDE}}$ int Él está parado. ¿Dónde puede sentarse?	(INV) Él está parado. ¿Dónde puede sentarse?
(12) Aquí, aquí, aquí	
(INV) MIRA ESCRITO. AQUÍ PERSONAS CIENTO SESENTA Y DOS. BAJAR OCHO. NO SILLA// AQUÍ SESENTA Y CINCO $\overline{\text{SENTAR PODER}}$ int Revisa tus cuentas. Si aquí van ciento sesenta y dos personas y se bajan ocho, no hay espacio // Aquí vas en setenta y cinco, ¿Puede sentarse?	(INV) Revisa tus cuentas. Si aquí van ciento sesenta y dos personas y se bajan ocho, no hay espacio // Aquí vas en setenta y cinco, ¿Puede sentarse?
(12) Sí	
(INV) $\overline{\textbf{POR QUÉ}}$ **int** **¿Por qué?**	**(INV) ¿Por qué?**
(12) Porque son sesenta y dos sillas// y personas// ¡Ah! No, mentira	

Identificar

Identificar es entendido como la concreción de una idea matemática tras acuerdos logrados en la interacción. Por medio de las conversaciones los participantes identifican ideas matemáticas y las hacen públicas. A partir del análisis, se destacan dos observaciones. La primera sitúa identificar como consecuencia de reformular frases del enunciado o de conversaciones que conduce a identificar la relación matemática entre la pregunta y el algoritmo que resuelven la tarea (Tabla 59). La segunda observación se relaciona con identificar una relación funcional entre variables. Como producto de las interacciones se establecen acuerdos entre nombres y relaciones de dependencia entre variables a través de la comprensión de representaciones gráficas y el establecimiento de una relación entre el enunciado verbal y el gráfico, lo que se traduce en la identificación de una relación funcional.

Tabla 59: ‘Identificar’ (E1, G2)

Conversación/ Glosa	Traducción
(3) PRO_{1pl} CUATRO MIL OCHOCIENTOS// DUDA SUMA O MULTIPLICA CUÁL	(3) Nos da cuatro mil ochocientos// Tengo inquietud si se suma o se multiplica
(4) DIVIDIR	(4) Es una división
(3) $\overline{\text{ALLÍ MIL CUATROCIENTOS}}^{int}$	(3) ¿Allí iría el mil cuatrocientos?
(4) PREGUNTA NO DINERO. PREGUNTA PERSONAS CUÁNTO// MIRAR TOTAL	**(4) No se está preguntando sobre el dinero, la pregunta es cuántas personas// Considera el total**
(3) SUMA LUNES HASTA SÁBADO// $\overline{\text{DÍAS TODOS}}^{int}$ $\overline{\text{NO}}^{int}$	(3) Hay que sumar lo del lunes hasta el sábado// ¿Todos los días? ¿No?
(4) $\overline{\text{DIVIDIR SUMAR MULTIPLICAR}}$ $\overline{\text{DÍAS TODOS}}^{int}$// **NO, SUMAR**	(4) ¿Tendría que dividir, sumar y multiplicar todos los días? // **Ah no, es sumar**

Defender

Defender es entendido como la expresión de ideas y su defensa con argumentos. Por medio de conversaciones, los participantes defienden ideas, propias o ajenas, generando diálogos y razones de aceptación o rechazo. A partir del análisis, se destacan tres observaciones. La primera se relaciona con los modos semióticos; la lengua corporal es un elemento importante de énfasis de la defensa de un aspecto de la resolución. Los movimientos corporales, como levantarse del asiento, sugieren énfasis, por lo que el acto de defender puede tener un aspecto no verbal que influye en la reacción de otros participantes. La segunda observación se relaciona con la defensa de ideas con uso del contexto matemático. Se construyen argumentos con valores numéricos para dar continuidad a procedimientos o defender la resolución final (ver Tabla 60). La tercera observación se relaciona con la defensa de ideas con uso del contexto extra-matemático. Se recurre a experiencias personales relacionadas con el contexto del enunciado para defender conjeturas construidas durante la resolución. La defensa con uso del contexto extra-matemático es frecuente.

Tabla 60: ‘Defender’ (E3, C3)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INV) $\overline{\text{AQUÍ SENTAR PODER}}^{int}$ ¿Aquí se puede sentar?	(INV) ¿Aquí se puede sentar?
(12) Sí	
(3) SI	(3) Sí
(INV) $\overline{\text{SI POR QUÉ}}^{int}$ ¿Por qué dices que sí?	**(INV) ¿Por qué dices que sí?**
(12) ¿Por qué sí?	
(3) Ah no, mentira	
(1) SÍ	(1) Sí
(12) Porque son sesenta y dos sillas y hay cincuenta y nueve personas	

Pensar en voz alta

Pensar en voz alta es entendido como la expresión de ideas, de manera pública durante el proceso de indagación. Este acto puede ser detonante de otros que generen discusiones, amplíen exploraciones colectivas y lleven a formular ideas. A partir del análisis, se destacan dos observaciones. La primera se relaciona con las lenguas involucradas al pensar en voz alta. Se observa tanto en lengua de señas como en castellano oral, por lo que la comprensión del término voz debe ser pensada más allá de las lenguas orales. La segunda observación se relaciona con las acciones que se desencadenan. En general, la expresión pública de ideas viene seguida de la realización de cálculos escritos sobre la ficha/hoja. Otra acción es la de confirmación, cuando los estudiantes expresan comprensión tras comunicar ideas (ver Tabla 61).

Tabla 61: 'Pensar en voz alta' (E1, G2)

Conversación/ Glosa	Traducción
(INT) $\overline{\text{SUMAR O RESTAR}}^{\text{int}}$	(INT) ¿Se suma o se resta?
(3) SUMAR// SUMAR	(3) Si, se suma// Entonces se suma
(INT) SUMAR, RESTAR, SUMAR, RESTAR	(INT) Sumas y restas, sumas y restas
(3) MIRE ESTO EMPEZAR, AQUÍ SUBIR NADIE, AQUÍ OCHO SUBIR// DESPUÉS VEINTE// RESTAR// DESPUÉS SUMAR// $\overline{\textbf{ENTENDER}}^{\textbf{afir}}$	**(3) Mire, esto con lo que empiezan, aquí no se sube nadie, aquí ocho se suben// Después veinte// Allí se resta// Después se suma // Ya entendí**

Reformular

Reformular es entendido como repetición de lo dicho, de forma afirmativa o interrogativa, o como parafraseo para comprender aspectos del enunciado. Resulta una oportunidad para reflexionar, aclarar, desarrollar y crear narrativas que ayuden a internalizar estructuras matemáticas narrativas. A partir del análisis, se destacan dos observaciones. La primera se relaciona con la reformulación del enunciado adaptándolo a estructuras lingüísticas familiares. Este acto dialógico cobra importancia en un contexto de aula bilingüe donde el cambio de lengua se realiza para reinterpretar en señas/palabras propias palabras o frases claves. Reformular puede estar ligado a pensar en voz alta (ver Tabla 62). La segunda observación se relaciona con reformular. Un objetivo es el de recibir confirmación por parte de una figura adulta, lo que implica evaluar la reformulación. Otro objetivo es el de explicar a otro estudiante la tarea y por lo tanto reformular en este sentido puede estar ligado a entrar en contacto.

Tabla 62: 'Reformular' (E2, G3)

Conversación/ Glosa	Traducción
(3) DINERO COMPLETO// CADA- UNO PAGAR MIL CUATROCIENTOS// TOTAL// HASTA CANTIDAD PERSONAS CUÁNTO int // EJEMPLO PRO1 PAGAR PRO2 PAGAR IX-der CADA-UNO PAGAR// PERO MULTIPLICAR O DIVIDIR int PERSONAS CUÁNTO int// MULTIPLICAR O CUÁL int	**(3) Este es el dinero completo // Y cada uno paga mil cuatrocientos // y se tiene el total // Hasta llegar a este monto ¿Cuántas son las personas?** // Por ejemplo yo pago, él paga, cada uno paga // ¿Es multiplicar o dividir? ¿Cuántas personas son? // ¿Multiplicar? ¿O cuál operación?
(1) PROBAR MULTIPLICAR (3) NO, PENSAR	(1) Probemos multiplicando (3) No, pensemos

Desafiar

Desafiar es entendido como la producción de cuestionamientos en la resolución con el fin de generar discusiones en supuestos que ya estaban establecidos. A partir del análisis, se destacan dos observaciones. La primera sitúa desafiar como forma para considerar escenarios posibles y conjeturar posibilidades. Se usan preguntas condicionales sobre restricciones de contextos y evaluación de posibilidades (ver Tabla 63). La segunda observación se relaciona con desafiar pasos en la estrategia de resolución y la interpretación de respuestas. Una vez se alcanzan respuestas numéricas, se cuestiona su papel en la resolución. Dichos cuestionamientos por lo general provienen de figuras adultas que buscan iniciar en los estudiantes actos de identificar, defender o evaluar.

Tabla 63: 'Desafiar' (E1, G1)

Conversación/ Glosa	Traducción
(1) SUMAR O RESTAR int	(1) ¿Se suma o se resta?
(2) IDA IX-der VUELTA IX-izq SUMAR O RESTAR DOS int IDA IX-der VUELTA IX-izq IDA IX-der VUELTA IX-izq// RESTAR++ CUALQUIER CANTIDAD int	(2) Las idas y las vueltas, ¿se suman o se restan las dos? Ida y vuelta, ida y vuelta // Resta, hay que restar. ¿Cualquier valor?
(1) CUALQUIER int	(1) ¿En serio cualquiera?
(2) MITAD PASAR TARJETA RESTAR	**(2) Mira, tú pasas la tarjeta, y vas restando**
(1) HABER SUFICIENTE TARJETA int	**(1) ¿Pero sí hay suficiente en la tarjeta?**
(2) CREER CINCUENTA MIL	(2) Yo creo que son como cincuenta mil

Evaluar

Evaluar es entendido como la valoración a los procesos y respuestas de la resolución. Se puede dar por medio de: corrección, crítica, retroalimentación, confirmación, entre otras. A partir del análisis, se destacan dos observaciones. La primera se relaciona con la evaluación de respuestas. La evaluación permite desarrollar un proceso cíclico como estrategia general de resolución, donde los resultados parciales se retroalimentan para aproximar el resultado final (ver Tabla 64). La segunda observación se relaciona con la evaluación de procesos. Se hace uso de frases como "está bien", "vamos bien", "está mal", "te equivocaste", en ocasiones seguidas de retroalimentación.

Tabla 64: 'Evaluar' (E3, G7)

Conversación/ Glosa	Traducción
(2) DECIR CUATRO MIL, NO DECIR TRES MIL. PRO2 HACER TRES MIL int	(2) Yo dije cuatro mil, no dije tres mil. Tú hiciste con tres mil. ¿Dos mil quinientos?
(3) NO, NO-PODER- ESO NO, MÁS++// $\overline{\text{CUATRO POR SIETE}}$ int	**(3) No, eso no se puede. Eso no es, es mucho más // ¿Cuatro por siete?**
(2) VEINTIOCHO// $\overline{\text{CUÁNTO}}$ int	(2) Veintiocho // ¿Cuánto?

Los ocho actos dialógicos anteriores indican la presencia de cooperación en el trabajo de los estudiantes durante el desarrollo de su actividad matemática. Esta cooperación es más evidente en unos actos dialógicos (e.g. entrar en contacto y localizar) que en otros (e.g. identificar y evaluar).

ACTIVIDAD MATEMÁTICA EN AULAS CON ESTUDIANTES SORDOS Y OYENTES

El segundo objetivo del estudio es caracterizar rasgos de la actividad matemática de estudiantes sordos y oyentes durante la resolución de tareas aritméticas. Los resultados para este objetivo 2 son: 1) uso de contexto extra-matemático en las tareas; 2) ambigüedad en la interacción. Para el análisis de la actividad matemática se reconoce la influencia de los recursos comunicativos identificados.

USO DE CONTEXTO EXTRA-MATEMÁTICO

El contexto extra-matemático del enunciado resulta fuertemente utilizado, lo cual sugiere una preferencia a enfocar el proceso de resolución desde el conocimiento cotidiano. El uso del contexto permite asociar situaciones del enunciado a experiencias conocidas y reducir el nivel de abstracción de los objetos matemáticos. En el análisis fue posible identificar tres usos del contexto extra-matemático que se detallan a continuación.

Proximidad

Por proximidad se entiende la mención espontánea de situaciones para explicar ideas y acciones. Se recurre a la proximidad para explicar casos particulares, como instrumento narrativo que refleja la comprensión de la situación y el apropiamiento del contexto de la tarea que conduce al uso de experiencias en la resolución. Resulta así una aproximación inicial a la resolución que estimula la interacción y funciona como vía para relacionar contexto extra-matemático y matemático. Por ejemplo, la escenificación de acciones recurrentes del contexto del enunciado ayuda a definir operaciones aritméticas (ver Tabla 40). La proximidad parece mejorar las condiciones de trabajo cooperativo, aumentando la participación, la implicación en la tarea y la comunicación con base en experiencias personales. Además, la proximidad, como actividad de representación de la situación, origina la accesibilidad del enunciado a todos los participantes. Esto lleva a expresar verbalmente la comprensión propia con uso de vocabulario común.

Adaptación

Por adaptación se entiende la introducción de nuevos elementos del contexto en la resolución. Se formulan afirmaciones acerca de objetos o relaciones del contexto extra-matemático basadas en observaciones o experiencias no explícitas en el enunciado. Aunque no se logran razonamientos plausibles, la adaptación permite hacer uso de la intuición para avanzar hacia razonamientos matemáticos, con explicaciones que formulan parcialmente pruebas y refutaciones. En la indagación conjunta se rescatan elementos del contexto que proporcionan posibilidades de alcanzar la solución (ver Tabla 18). Las adaptaciones de elementos extra-matemáticos se realizan entre estudiantes, pero no siempre se orientan hacia la resolución de dificultades matemáticas que implican completar el argumento. Aun así, abundan razonamientos de tipo inductivo.

Funcionabilidad

Por funcionabilidad se entiende la relación creada entre elementos del contexto extra-matemático y terminología matemática. Así a palabras del contexto extra-matemático del enunciado se asocian términos y operaciones matemáticas que se traducen en la aplicación de algoritmos. A diferencia de los dos usos del contexto mencionados, que buscan concretar objetos matemáticos, este uso del contexto va de lo concreto hacia lo abstracto. Establecer esta relación puede surgir a partir de las interacciones entre estudiantes, o como consecuencia de la intervención de una persona adulta. En cualquier caso, es el resultado de la búsqueda de relaciones matemáticas entre datos y origina un salto desde observaciones particulares a resultados generales. Por ejemplo, una vez un término del contexto del enunciado es asociado un significado matemático, la asociación se generaliza a todas las apariciones posteriores de dicho término (ver Tabla 17). La funcionabilidad implica el reconocimiento explícito de palabras clave del enunciado que deben ser tratadas matemáticamente, y el reconocimiento implícito de la necesidad de abstracción en la solución de la tarea.

AMBIGÜEDAD EN LA INTERACCIÓN

Por ambigüedad en la interacción, se entiende la dificultad para manejar, comprender o comunicar significados matemáticos durante la resolución de la tarea. Este tema se origina a partir de la complejidad semántica de la comunicación documentada en las aulas del estudio. La ambigüedad permite detectar dificultades conceptuales y de comprensión de la lectura por medio de términos semánticamente distintos a los supuestos en el contexto de la tarea. En el análisis se identifican dos formas de ambigüedad.

Ambigüedad conceptual

Por ambigüedad conceptual se entiende la dificultad de conceptualizar objetos matemáticos. Esta ambigüedad no necesariamente involucra dificultades atribuidas a habilidades lingüísticas ni de pensamiento matemático; surge de la comprensión del enunciado y del manejo de los objetos matemáticos. Se identifica una ambigüedad conceptual generada por la dificultad en el manejo de operaciones aritméticas con números enteros. Las operaciones aritméticas son comprendidas desde su algoritmo y no desde su conceptualización, lo que por ejemplo ocasiona ensayos de operaciones sin motivo explícito, en espera de confirmación del adulto. Asimismo, la ambigüedad en la conceptualización de operaciones aritméticas lleva a no reconocer el carácter inverso de unas operaciones respecto a otras (ver Figura 26). Se observa otra ambigüedad conceptual relativa a la transformación de términos en operaciones, producto de la dificultad de determinar el significado matemático de términos empleados desde un sentido cotidiano (ver Tabla 36). Esta ambigüedad genera procesos de indagación y evidencia imprecisiones en el manejo conceptual de términos.

Ambigüedad léxica

Por ambigüedad léxica se entienden las diferencias en la comprensión de vocabulario técnico y común. Se origina por la complejidad semántica producto de la interpretación de señas o palabras cuando las conversaciones involucran hablantes en lenguas diferentes. La experimentan estudiantes usuarios de lengua de señas y usuarios de castellano. Aunque pueden ocurrir ambigüedades que no interfieren en la resolución, la actividad matemática se ve afectada cuando se involucran palabras clave del enunciado. Por un lado, se identifican ambigüedades léxicas producto del manejo de términos de vocabulario técnico. Los objetos matemáticos involucran al menos tres representaciones: palabra escrita, seña y significado matemático. Las ambigüedades surgen de la coexistencia y transformación entre representaciones. Cuando se conoce la correspondencia palabra-seña, la dificultad deriva de la interpretación del significado matemático de cada participante en la resolución y el bloqueo se supera con preguntas y respuestas alrededor del término (ver Tabla 20). Por tanto, las ambigüedades no son necesariamente consecuencia de la carencia de léxico matemático en lengua de señas, sino de la necesidad de hacer explícito el aprendizaje mediante vocabulario específico. Por otro lado, se identifican ambigüedades léxicas generadas por la falta de claridad en el uso de términos de vocabulario común que ocasionan dificultades en la comunicación. Se genera cuando los estudiantes responden a preguntas y buscan explicar sus respuestas usando términos de vocabulario común sin extenderse, e incluso sustituyéndolos por gestos o movimientos como por ejemplo elementos deícticos (ver Tabla 22).

En este caso las dificultades no provienen del paso de información de una lengua a otra, sino de la polisemia de los términos.

SOBRE EL PAPEL DE LOS TEXTOS MULTIMODALES

La actividad matemática se produce y comunica bajo la influencia sostenida de los enunciados verbales de las tareas del estudio. La forma lingüística y multimodal en la que se presentan las tareas aritméticas y sus contextos extra-matemáticos tiene un impacto tanto en la actividad de estudiantes sordos como oyentes, quienes hacen un uso continuado de textos del enunciado para avanzar en la resolución. En lo que sigue, se concluye que el trabajo con textos multimodales facilita la actividad matemática con base en la alternancia de vocabulario técnico y ordinario, en combinación con la alternancia de las lenguas de los estudiantes.

La consulta y revisión continuada de los enunciados de las tareas aparecen asociadas a dinámicas de discusión y colaboración entre alumnos. Por una parte, la presencia material de una ficha con la versión escrita de la tarea hace que los estudiantes converjan en un espacio físico concreto. Las dinámicas de discusión y colaboración se generan, por ejemplo, en torno a la consulta de modos escritos y gráficos de la ficha de la tarea a fin de confirmar datos y condiciones iniciales. Por otra parte, el carácter multimodal del enunciado hace que distintos estudiantes atiendan más específicamente a unos u otros modos del texto – que combinan datos complementarios no sustituibles – en función del grado de compromiso auditivo.

Esta conclusión, confirma el acierto de haber producido textos multimodales para los enunciados de las tareas del estudio, tal como se sugería en Planas (2014). La multimodalidad verbal y gráfica desencadena procesos de discusión y participación que facilitan el desarrollo de la actividad matemática. La atención a estos procesos permite comprender hasta qué punto se hace necesaria la interacción entre estudiantes con distintos grados de compromiso auditivo (Krause, 2017a).

La multimodalidad de las tareas se interpreta en un contexto de uso de tres formas verbales de comunicación: lengua de señas, castellano oral y castellano escrito. Al respecto, la actividad matemática se produce y comunica en un contexto flexible de alternancia de lenguas donde se aprovechan recursos comunicativos y se crean oportunidades de participación, en línea con los trabajos de Moschkovich (2012), Healy y Powell (2013) y Domínguez, López Leiva y Khisty (2014).

Se alude de manera reiterada al contexto extra-matemático de los modos escritos y gráficos. Abundan las conjeturas, relaciones y argumentaciones que incluyen aspectos extra-matemáticos de la tarea, lo cual genera conversaciones donde se conecta vocabulario técnico de la aritmética escolar y vocabulario ordinario. En concordancia con Alrø y Skovsmose (2003), esto facilita una vez más las dinámicas de discusión y de participación entre estudiantes. Más particularmente, el trabajo con textos multimodales lleva a construir paráfrasis orientadas a explicar el enunciado de la tarea mediante señas/palabras propias, conjeturas orientadas a ampliar proposiciones y/o variables, e interacciones orientadas a identificar la comunicación de ideas matemáticas. Como en Calderón, León Corredor y Orjuela (2011), abundan descripciones y nominalizaciones en la comunicación sobre objetos matemáticos. Estas acciones podrían no ocurrir si se cae en simplificaciones del vocabulario (Kelly, Lang y Pagliaro, 2003) que reducen las oportunidades de entrar en contacto con la lengua especializada y de discutir términos.

SOBRE EL APRENDIZ DE MATEMÁTICAS SORDO

La actividad matemática se produce y se comunica en un contexto de diversidad cultural y lingüística cuando en la interacción participan estudiantes con distintos grados de compromiso auditivo. Esta conclusión va ligada a la necesidad de revisar la interpretación del estudiante sordo como usuario de una lengua y una cultura distintas a las del estudiante oyente. La lectura conjunta de los resultados de acuerdo con la literatura apunta a una conceptualización del estudiante sordo como participante de una minoría cultural y lingüística en el contexto de la institución escolar y del currículo dominante de la matemática. Los aspectos de la actividad matemática identificados bien podrían ser observados con estudiantes oyentes cuya primera lengua no sea la de instrucción.

Las ambigüedades conceptuales y léxicas, las paráfrasis y la gestualidad, entre otros, ponen de relieve la co-existencia de más de una cultura en las aulas del estudio, además de más de una lengua para comunicar los significados de una u otra cultura. Con respecto a la ambigüedad conceptual y léxica, y en la línea apuntada por Hyde y otros (2003), se observa que términos del vocabulario ordinario tienen un significado técnico desconocido por algunos de los estudiantes. Hay ambigüedad en la comunicación originada por la variedad de interpretaciones y la posible pérdida de información en el cambio de lengua. En general, la lectura del enunciado y el conocimiento de términos contribuyen a identificar datos y establecer relaciones, pero no basta para establecer una comunicación fluida entre estudiantes.

La paráfrasis se asemeja a una traducción palabra a palabra similar a lo observado por Planas (2014) en la actividad matemática de otros grupos lingüísticos. Constituye un proceso preliminar de inmersión en tareas que desencadenan la participación dentro del grupo. La selección de palabras claves y la realización de reformulaciones resulta una forma cohesiva entre estudiantes y tareas que implica un trabajo autónomo en la comunicación de ideas matemáticas.

En cuanto a la gestualidad y en la línea de Krause (2015), se detecta la amplitud de elementos gestuales que parecen ser usados cuando las expresiones verbales no son suficientes. Los elementos deícticos son un recurso común que no sólo transmite información, sino que también contribuye a la realización de cálculos aritméticos (conteo con dedos) y a la concreción de objetos matemáticos (uso de boyas). Los elementos deícticos al igual que otros modos semióticos del aula suponen formas distintas que ha desarrollado cada estudiante para conceptualizar y comunicar sus ideas matemáticas en el aula. El estudio de estos elementos permite acercarse a la comprensión de la actividad matemática en la cultura de aula.

Como en Domínguez (2011), hay una tendencia a construir conjuntamente ideas matemáticas en la primera lengua de los estudiantes oyentes. Las indagaciones en grupo sobre opciones de resolución evidencian un desarrollo no lineal, donde identificar datos y aplicar algoritmos son procesos centrales que se alternan continuamente bajo mediación de participantes externos al grupo. Aquí, la evaluación de casos, las observaciones empíricas y la aplicación de algoritmos destacan sobre la construcción de narrativas de argumentación. Hay razonamientos a menudo incompletos y argumentaciones centradas en el trabajo escrito con textos que se tratan como respaldos de validación. En este sentido, el uso de la lengua gestual se antepone a la lengua verbal. Esto se ve, por ejemplo, en el uso de gestos y elementos deícticos propios de la cultura sorda, específicamente la boya.

SOBRE LA CULTURA DEL AULA DE MATEMÁTICAS

La comprensión de la actividad matemática y de los recursos comunicativos que responden a aspectos sociales y culturales permite acercarse a determinar la cultura del aula. La comprensión de la cultura matemática en aulas de estudiantes sordos puede ayudar a mejorar la efectividad de prácticas docentes y por tanto mejorar procesos de enseñanza-aprendizaje. En este apartado se discuten dos rasgos característicos de la cultura matemática del aula de estudiantes sordos que fueron identificados en los resultados: La participación y exclusión en el aula y el papel que se otorga a figuras adultas en la resolución de tareas.

La participación en el aula se caracteriza por procesos de ideación intersemiótica, con recursos que convergen a una misma construcción de conocimiento. Las ideas se construyen con interacciones entre los participantes con base en preguntas-respuestas, no necesariamente formuladas haciendo uso de la lengua verbal. Cada estudiante parece tener asumido un rol en la participación al iniciar la sesión y poco se alternan roles durante la resolución. Así, hay quienes participan para realizar preguntas y quienes responden, aquellos que consultan a figuras adultas, quienes escriben y quienes realizan cálculos. Las acciones para anunciar o preguntar datos, definir operaciones y presentar o preguntar resultados numéricos vienen dadas en general por diferentes miembros del grupo. Las interacciones ocurren en distintas fases de resolución de tareas, aunque con predominancia en momentos de discusión de estrategias y búsqueda de resultados parciales. Existe una diferenciación entre las interacciones dirigidas a la intérprete y al profesor o la investigadora, lo que sugiere una asignación implícita de roles. Las preguntas a la intérprete buscan aclarar términos, mientras que las preguntas al profesor o a la investigadora buscan validación.

En el aula como un espacio de participación hay preferencia al trabajo en parejas a pesar de la distribución física en grupos, lo que en ocasiones genera exclusión. La dinámica de interacciones tiende a ocurrir de manera cíclica, comenzando con el trabajo uno a uno entre estudiantes, siguiendo con la consulta a una figura adulta, para luego volver a trabajar uno a uno entre estudiantes.

La resolución de tareas matemática parece concebida por estudiantes como la aplicación de algoritmos matemáticos sin justificar explícitamente su uso, esto origina interacciones con fines mayoritariamente procedimentales. Se presentan resultados numéricos sin establecer criterios para concluir la idoneidad de la respuesta, con escasos procesos argumentativos y construcciones colectivas del conocimiento matemático. Los resultados permiten comprender el papel de figuras adultas como agentes condicionantes del trabajo, mediando entre estudiantes y tareas. A diferencia de lo documentado por Rosich, Jiménez, Latorre y Muria (2004), tanto estudiantes sordos como oyentes de esta investigación realizaron consultas similares y en la misma medida a las figuras adultas del aula. Existen niveles de independencia de la figura adulta con interacciones para aclarar aspectos del enunciado, para responder a cuestionamientos y guiar acciones matemáticas, pero estos niveles parecen no estar relacionados con el grado de compromiso auditivo. Por un lado, la figura adulta es vista como una fuente de validación de resultados y procedimientos en menoscabo del trabajo autónomo de validación. Esto puede ocasionar un obstáculo en el desarrollo de habilidades de narrativas propias para la construcción de argumentos matemáticos. Por otro, las intervenciones de figuras adultas solicitando explicaciones del tipo “¿Qué significa?” o “¿Por qué?” alteran la dinámica grupal y ayudan a redefinir acciones matemáticas.

Se concluye que una parte característica de la cultura matemática en aulas con estudiantes sordos es la asignación rígida de roles en etapas muy tempranas de la resolución tareas. Los roles definidos dentro del grupo conducen a interacciones mayoritariamente de pareja que pueden generar exclusión. Los roles asignados a personas adultas en el aula desencadenan interacciones cíclicas que dependen de la validación externa.

Prospectiva e implicaciones

Si se pretendiera replicar el presente estudio, a nivel de detalle metodológico convendría planear un tiempo adicional por cada hora de sesión de clase e incorporar más ángulos de grabación, así como proponer el trabajo en pareja. En esta investigación, se contó con una cámara por grupo, lo que limitó en ocasiones la toma de datos. Si bien una parte importante de la resolución de tareas aritméticas es la aplicación de algoritmos, y en los objetivos de esta investigación no se consideraba el estudio de la construcción de criterios de validez, futuras investigaciones podrían centrarse en estos procesos considerando una mirada multimodal en la construcción de narrativas.

Atendiendo a las implicaciones del estudio, convendría facilitar el acceso a la información del enunciado mediante la incorporación de textos multimodales, sobreponiendo lenguas verbales y gráficos/visuales. Se recomienda el diseño de tareas que promuevan la construcción de razonamientos y la formulación de criterios de validación. El trabajo con contextos extra-matemáticos y respuestas de varias opciones potencia el papel de la experiencia personal, social y cultural como fuente de aprendizaje matemático, individual y colectivo.

La ambigüedad léxica es, por otra parte, integral a los procesos de resolución de tareas matemáticas. La ambigüedad es un reflejo de diversidad de culturas y lenguas, pero también de dificultad conceptual. Al respecto, la asunción y discusión de ambigüedades es importante en el tiempo de clase, durante la lectura de textos y especialmente durante la interacción en grupo o pareja en torno a la resolución de la tarea proporcionada mediante textos multimodales.

La enseñanza de matemáticas a estudiantes sordos en aulas de matemáticas, con o sin estudiantes oyentes, debe ser asumida desde la perspectiva de la diversidad cultural y lingüística. En esta investigación de tesis, la diversidad se ha manifestado en todas las aulas y sesiones de clase de manera distintas, ya sea atendiendo a las formas de desarrollo de la actividad matemática como a las formas de comunicación de dicha actividad. Para acabar, pues, puede decirse que el análisis de las conversaciones matemáticas en aulas con estudiantes sordos y oyentes ha permitido avanzar en la comprensión de estas aulas como espacios biculturales y bilingües de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alrø , H. y Skovsmose, O. (2003). *Dialogue and learning in mathematics education. Intention, Reflection, Critique.* Nueva York: Kluwer Academic Publishers.

Austin, J. L. y Howson, A. G. (1979). Language and mathematical education. *Educational Studies in Mathematics, 10*(2), 161-197.

Barwell, R. (2012). Discursive demands and equity in second language mathematics classrooms. En B. Herbel-Eisenmann, J. Choppin, D. Wagner y D. Pimm (Eds.), *Equity in discourse for mathematics education. Theories, practices, and policies* (pp. 147-163). Nueva York: Springer.

Blatto-Vallee , G., Kelly, R. R., Gaustad, M. G., Porter, J. y Fonzi, J. (2007). Visual-spatial representation in mathematical problem solving by deaf and hearing students. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 12*(4), 432-448.

Calderón, D. I., León Corredor, O. L. y Orjuela, M. (2011). Desarrollo del lenguaje y la discursividad en la formación inicial en matemáticas en estudiantes sordos. *Enunciación, 16*(1), 100-115.

Congreso de la República de Colombia. (1996). *Ley 324.* Bogotá.

Domínguez, H. (2011). Using what matters to students in bilingual mathematics problem. *Educational Studies in Mathematics, 76*, 305- 328.

Domínguez, H., López Leiva, C. A. y Khisty, L. L. (2014). Relational engagement: Proportional reasoning with bilingual Latino/a students. *Educational Studies in Mathematics*, 85(1), 143- 160.

Easterbrooks, S. R., y Stephenson, B. (2006). An examination of twenty literacy, science, and , mathematics. Practices used to educate students who are deaf or hard of hearing. *American Annals of the Deaf, 151*(4), 385-397.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gervasoni, A. y Lindenskov, L. (2011). Students with ‘Special Rights’ for Mathematics. En B. Atweh, M. Graven, W. Secada y P. Valero (Eds.), *Mapping equity and quality in mathematics education* (pp. 307-323). Londres: Springer.

Goldin-Meadow, S., Shield, A., Lenzen, D., Herzig , M. y Padden, C. (2012). The gestures ASL signers use tell us when they are ready to learn math. *Cognition, 123*, 448-453.

Healy, L. y Powell, A. B. (2013). Understanding and overcoming “disadvantage” in learning mathematics. En M. Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, y F. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 69-100). Nueva York.: Springer.

Healy, L., Becerra, E., Fernandes, S. A. y Botelho Peixoto, J. L. (2016). Mathematics in the hands of deaf learners and blind learners: Visual-gestural-somatic means of doing and expressing mathematics. En R. Barwell, P. Clarkson, A. Halai, M. Kazima, J. Moschkovich, N. Planas, . . . M. Villavicencio Ubillús (Eds.), *Mathematics Education and Language Diversity. The 21 ICMI Study* (pp. 141-162). Nueva York: Springer.

Hu, F.-T., Ginns, P. y Bobis, J. (2015). Getting the point: Tracing worked examples enhances learning. *Learning and Instruction, 35*, 85-93.

Hyde, M., Zevenbergen, R. y Power, D. J. (2003). Deaf and hard of hearing students' performance on arithmetic word problems. *American Annals of the Deaf, 148*(1), 56-64.

Jorgensen (Zevenbergen), R. y Niesche, R. (2008). Equity, Mathematics and Classroom Practice: Developing rich mathematical experiences for disadvantaged students. *APMC, 13*(4), 21-27.

Kelly, R. R., Lang , H. G. y Pagliaro, C. M. (2003). Mathematics word problem solving for deaf students: A survey of practices in grades 6-12. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 8*(2), 104-119.

Krause, C. M. (2015). *The mathematics in our hands. How gestures contribute to constructing mathematical knowledge.* Wiesbaden: Springer.

Krause, C. M. (2017a). Embodied Geometry: Signs and gestures used in the deaf mathematics classroom – the case of symmetry. En R. Hunter, M. Civil, B. Herbel-Eisenmann y N. Planas, *Mathematical discourse that breaks barriers and creates space for marginalized learners.* Rotterdam: Sense.

Krause, C. M. (2017b). DeafMath: Exploring the influence of sign language on mathematical conceptualization. *Proceedings of the 10th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (En prensa-CERME 10 en Dublin 2017).*

León Corredor, O. y Calderón, D. I. (2010). Bilingualism of colombian deaf children in the teaching-learning of mathematics in the first year of elementary school. *Colombian Applied Linguistics Journal, 12*(2), 9-24.

Liddell, S. K. (2003). *Grammar, gesture, and meaning in american sign language.* New York: Cambridge University Press.

Manghi Haquin, D. (2010). Recursos semioticos del profesor de matematica: funciones complementarias del habla y los gestos para la alfabetizacion cientifica escolar. *Estudios Pedagógicos, 36*(2), 99-115.

Marschark, M., Morrison, C., Lukomski, J., Borgna, G. y Convertino, C. (2013). Are deaf students visual learners? *Learning and Individual Differences, 25*, 156–162.

Ministerio de Educación Nacional (2003). *Estándares básicos de competencias en matemáticas.* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Moschkovich, J. N. (2012). How equity concerns lead to attention to mathematical discourse. En B. Herbel-Eisenmann, J. Choppin, D. Wagner y D. Pimm (Eds.), *Equity in discourse for mathematics education: Theories, practices, and policies* (pp. 89- 105). Nueva York: Springer.

Nairouz, Y. y Planas, N. (2016). La actividad matemática en un aula con estudiantes sordos y oyentes. *Números,* 93, 15-29.

Nunes, T. (2004). *Teaching mathematics to deaf children.* Londres: Whurr.

Pagliaro, C. M. (2010). Mathematics instruction and learning of deaf and hard-of-Hearing Students: What do we know? Where do we go? En M. Marschark y P. Spencer (Eds.), *The Oxford Handbook of deaf dtudies, language, and education* (Vol. 2, pp. 156-171). Nueva York: Oxford University Press.

Pagliaro, C. M. y Ansell, E. (2012). Deaf and hard of hearing students' problem-solving strategies with signed arithmetic story problems. *American Annals of the Deaf, 156*(5), 438-458.

Planas, N. (2006). Modelo de análisis de videos para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático. *Educación Matemática, 18*(1), 37-72.

Planas, N. (2014). One speaker, two languages: Learning opportunities in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 87*, 51–66.

Planas, N. y Valero, P. (2016). Tracing the socio-cultural-political axis in understanding mathematics education. En Á. Gutiérrez, G. C. Leder y P. Boero, *Second Handbook of the Psychology of Mathematics Education. The journey continues* (pp. 447-487). Róterdam: Sense Publishers.

Presidencia de la República (1991). *Constitución Política de Colombia.* Bogotá: Impreandes.

Rico, L. (2001). Análisis conceptual e investigación en didáctica de la matemática. En P. Goméz y L. Rico, *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (pp. 180-193). Granada: Editorial Universidad de Granada.

Rosich, N., Jiménez, J., Latorre, R. M. y Muria, S. (2004). Diversidad y geometría en la ESO: El caso del alumnado deficiente auditivo. *Contextos Educativos, 8-9*, 51-68.

Serrano Pau, C. (1995). The deaf child and solving problems of arithmetic: the importance of comprehensive reading. *American Annals of the Deaf, 140*(3), 287-290.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica.* (P. Valero, Trad.) Bogotá: Una empresa docente.

Stokoe, W., Casterline , D. y Cronenberg, C. (1965). *Dictionary of American Sign Language on Linguistic Principles.* Washington, DC: Gallaudet University Press.

Tovar, L. A. (2003). La necesidad de planificar una norma lingüística en lengua de señas para usos académicos. *Lengua y Habla, 8*(1), 97-132.