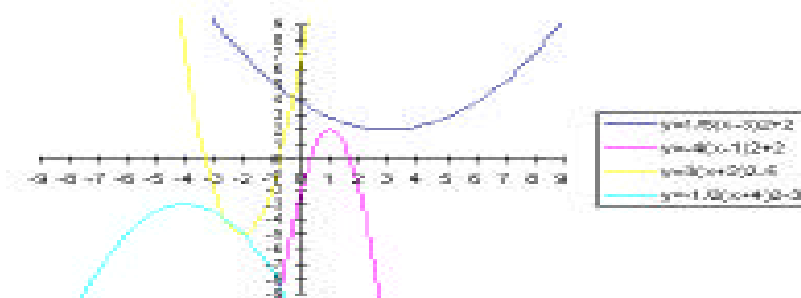
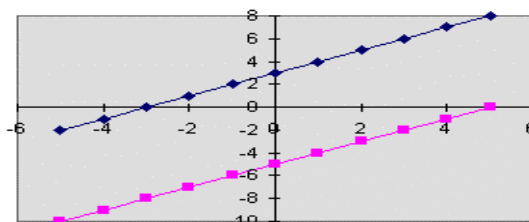


Annex III

NOVA UNITAT DIDÀCTICA A 4T D'ESO

Estudi de funcions: afins i quadràtiques amb un full de càlcul



ÀREA DE MATEMÀTIQUES

ALUMNE :

CURS :

Índex

ACTIVITAT 1. Pautes per treballar amb Excel _____ **4**

1.1 Lleis aritmètiques que relacionen dues magnituds. Qüestions inicials
_____ ;Error!Marcador no definido.

1.2 Pautes per treballar amb Excel a l'institut _____ ;Error!Marcador no definido.

ACTIVITAT 2. Estudi de les funcions afins. _____ **4**

ACTIVITAT 3. Estudi de les funcions quadràtiques;Error!Marcador no definido.


ACTIVITAT 4. Problemes d'aplicació _____ **36**

4.1 Problemes d'aplicació en les funcions afins _____ ;Error!Marcador no definido.

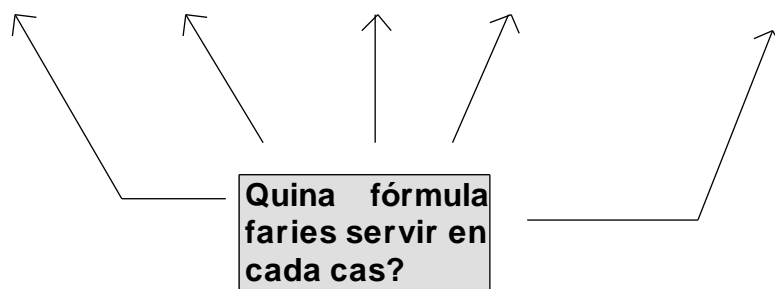
4.2 Problemes d'aplicació en les funcions quadràtiques;Error!Marcador no definido.


ACTIVITAT 1. Pautes per treballar amb Excel

1.1 Lleis aritmètiques que relacionen dues magnituds. Qüestions inicials

- 5)  Omple les columnes buides assignant a cada nombre de la primera columna la transformació indicada en el seu encapçalament.


nombre	El seu quadrat	La seva meitat més u	El seu invers	El doble del seu quadrat	La diferència entre el seu cub i el seu quadrat
1					
2					
3					
4					
5					
...					
n					



- 6)  Tenint en compte els resultats de la qüestió anterior, relaciona, amb fletxes, cada columna (y_1 , y_2 , y_3 , y_4 , y_5) de la taula adjunta (veure pàgina següent) amb la seva expressió corresponent. Escriu-la al costat de cada y corresponent a la taula.

- y_1 *Assigna a cada nombre el seu quadrat*
- y_2 *Transforma cada nombre a la seva meitat més u.*
- y_3 *Fes correspondre a cada nombre el seu invers*
- y_4 *Transforma cada nombre en el doble del seu quadrat*
- y_5 *Assigna a cada nombre la diferència entre el seu cub i el seu quadrat*

x	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
-10	-1100	-0,10	100	200	-4
-9	-810	-0,11	81	162	-3,5
-8	-576	-0,13	64	128	-3
-7	-392	-0,14	49	98	-2,5
-6	-252	-0,17	36	72	-2
-5	-150	-0,20	25	50	-1,5
-4	-80	-0,25	16	32	-1
-3	-36	-0,33	9	18	-0,5
-2	-12	-0,50	4	8	0
-1	-2	-1,00	1	2	0,5
0	0	#DIV/0!	0	0	1
1	0	1,00	1	2	1,5
2	4	0,50	4	8	2
3	18	0,33	9	18	2,5
4	48	0,25	16	32	3
5	100	0,20	25	50	3,5
6	180	0,17	36	72	4
7	294	0,14	49	98	4,5
8	448	0,13	64	128	5
9	648	0,11	81	162	5,5
10	900	0,10	100	200	6

- 7)  Existeix algun tipus de llei que relacioni les dades de la primera columna amb cadascuna de les altres? Quina? Escriu-la al costat de cada y corresponent a la taula.

x	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
-5	5	-20	2	-2,5	25
-4	4	-16	3	-2	16
-3	3	-12	4	-1,5	9
-2	2	-8	5	-1	4
-1	1	-4	6	-0,5	1
0	0	0	7	0	0
1	-1	4	8	0,5	1
2	-2	8	9	1	4
3	-3	12	10	1,5	9
4	-4	16	11	2	16
5	-5	20	12	2,5	25

1.2 Pautes per treballar amb Excel a l'institut

I. Entrar a Excel

En el moment d'engegar l'ordinador apareix un menú inicial on has d'escollir l'opció *Windows*. Tens diverses formes de fer-ho, la més simple és prémer la tecla W.

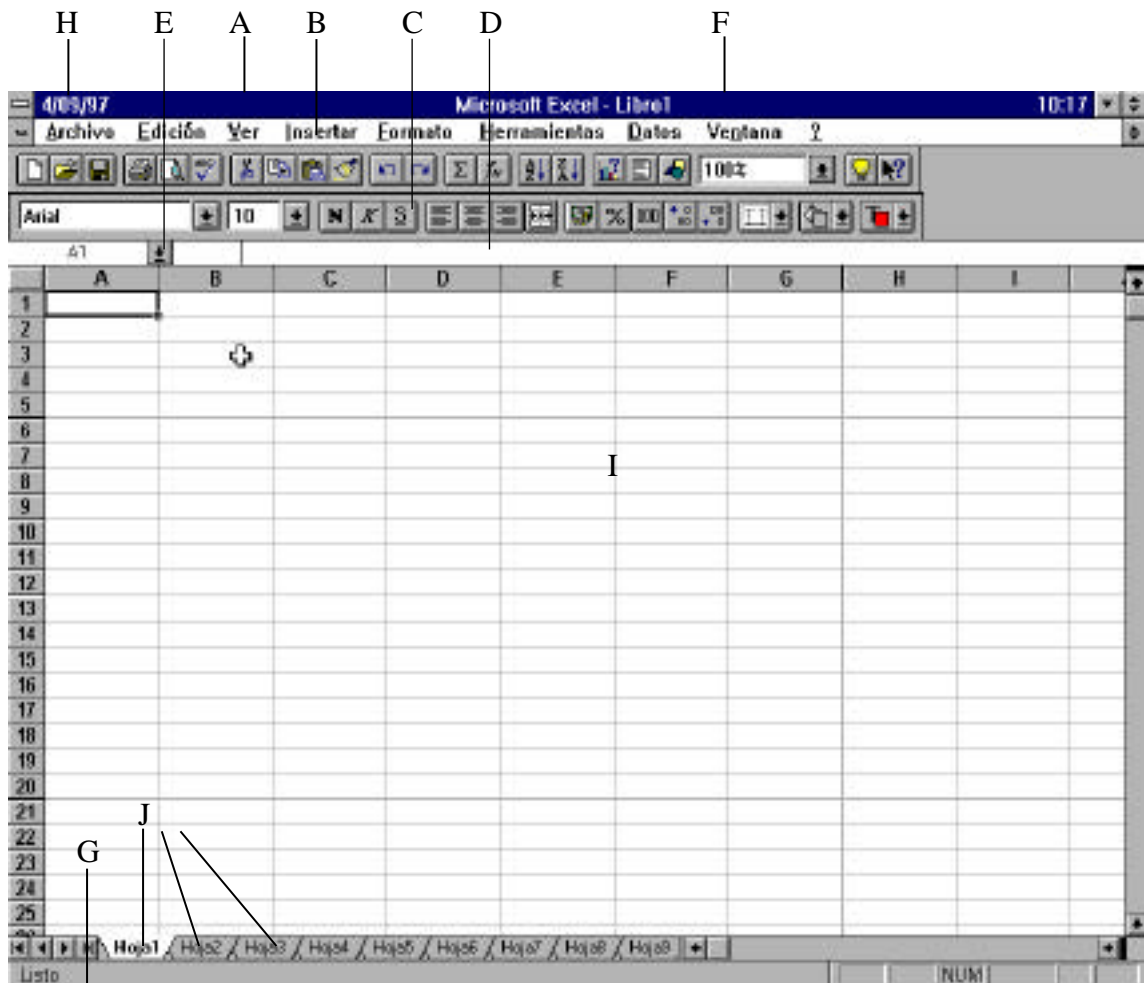
Després d'una breu estona, apareix la pantalla de l'Administrador de Programes de Windows. Has de desplaçar la fletxa que surt a la pantalla, utilitzant el ratolí, fins al grup de programes "Microsoft Office" i fer doble-clic amb el botó esquerre. Si tot va bé, sortirà una finestra amb títol "Microsoft Office", hauràs d'anar a la icona "Microsoft Excel" versió 5.0



fent, també, doble-clic amb el ratolí.

II. Anem a estudiar la pantalla d'Excel

La primera imatge que tenim a la pantalla del full de càlcul Excel és




- | | |
|-------------------------|-----------------------|
| A: La barra d'Excel | F: La barra de títols |
| B: La barra de menús | G: La barra d'estats |
| C: La barra d'eines | H: El menú de control |
| D: La barra de fórmules | I: L'àrea de treball |
| E: El quadre de noms | J: "Hoja1, 2," |

Per activar qualsevol comandament s'ha de situar la fletxa que apareix a la pantalla sobre el botó corresponent i fer clic amb el botó esquerre del ratolí.

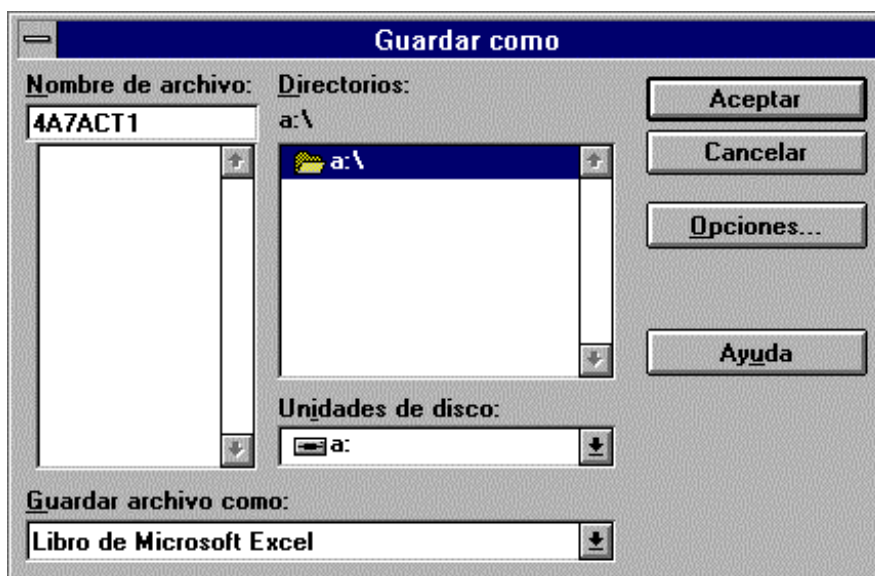
Com que el funcionament d'un full de càlcul es recolza en el concepte de taula, la seva estructura consisteix en:





- Plantilla bàsica*: la taula on s'emmagatzemen les dades originals i els resultats de les operacions.
- Conjunt d'eines*: que permeten treballar i realitzar operacions amb aquestes dades.

Un cop que cadascú de vosaltres hagi omplert la seva taula amb dades i resultats, ha de salvar-la o guardar-la en un fitxer que es grava en el vostre disquet per poder accedir en altres ocasions a aquesta informació. S'han de fer els passos següents:

- Prémer el botó on apareix el dibuix d'un disquet: . Recordeu que heu de fer servir el ratolí.
- Sortirà un quadre de diàleg amb títol "Guardar como". Has de canviar en primer lloc l'opció de "Unidades de disco" on posa "c" per la unitat "a". Després has d'escriure el "nombre del archivo" segons la següent regla: el curs amb la lletra del grup classe (4A, 4B o 4C), nombre de l'ordinador (1, 2, ..., 10), nombre de l'activitat (ACT1, ACT2, ACT3, ACT4). I per últim, feu clic en "Aceptar" o polseu "<Intro>"
- Ara tindràs a la pantalla una finestra amb títol "Resumen". Has de prémer l'opció "Terminar"

Per exemple, del grup 4A d'ESO en el setè ordinador estan fent l'activitat 1, així el nom del fitxer serà 4A7ACT1 i el quadre de diàleg "Guardar como" quedarà:



Com es pot observar a la pantalla, un full de càlcul es compon de files i columnes. La intersecció d'una columna (que s'identifica amb una lletra) i una fila (que s'identifica amb un nombre) s'anomena **casella** o **cel·la**, per exemple: A1, B5, Per moure's d'una casella a una altra s'utilitzen les tecles del cursor: , , ,  o bé cal col·locar-se a la casella desitjada mitjançant el ratolí i prémer el botó esquerre del ratolí.

Les dades que es poden introduir són *textos*, *números*, *fórmules*, *dates* i *hores*. En el cas de les fórmules surt el resultat de les operacions indicades.

La principal funció d'un full de càlcul és realitzar operacions amb les dades, que es fan a través de les fórmules, és a dir, especificant les operacions que has de fer.

OPERACIONS BÀSIQUES

OPERACIÓ	OPERADOR o FUNCIÓ	EXEMPLE	
		A mà	Amb Excel
Sumar	+	3+5	= 3+5
Restar	-	3-5	=3-5
Multiplicar	*	3(4+5)	= 3*(4+5)
Dividir	/	3/5	= 3/5
Potenciació	^	2 ³	= 2^3
	POTENCIA()	2 ³	= POTENCIA(2;3)
Radicació	RAIZ()	$\sqrt{4}$	= RAIZ(4)
Valor absolut	ABS()	-3	=ABS(-3)
Número pi	PI()	3	= 3*PI()

IMPORTANT:

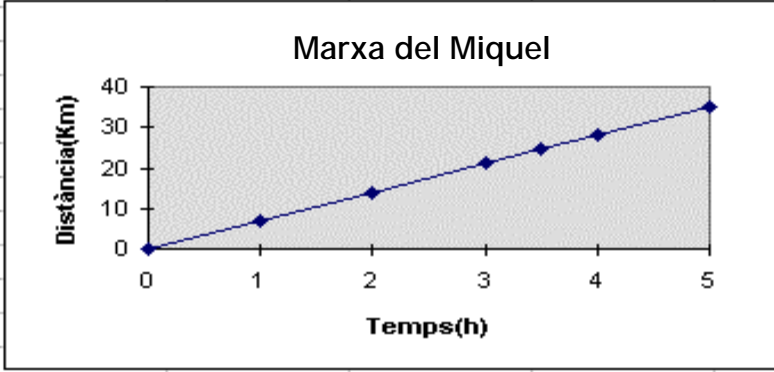
- L'argument de qualsevol funció s'ha d'escriure dintre del parèntesi. Exemple |-3| és ABS(-3)
- En aquesta taula hi ha les funcions més freqüents, però si vols saber com s'ha d'escriure una altra has de seguir els passos següents :

Insertar / Función ... / Matemáticas y trig.

III. Entrada i manipulació de les dades

Exercici 1. Al Miquel li agrada molt caminar. El seu cronòmetre li indica que la seva velocitat mitjana és de 7 km/h. Anem a veure com es fa una taula que ens indiqui els quilòmetres que recorre segons les hores que està caminant i després farem una gràfica que representa la marxa del Miquel.

Has d'arribar a tenir en el full de càlcul alguna cosa similar a:

	A	B	C	D	E
1	Exemple 1				
2					
3	Temps	Distància			
4	(hores) x	(Km) $Y=7x$			
5	0	0			
6	1	7			
7	2	14			
8	3	21			
9	3,5	24,5			
10	4	28			
11	5	35			
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					

Els passos a seguir poden ser:

1. **Posar el nom al document** (veure el quadre de la pàgina anterior)
2. **Introducció de l'encapçalament i de les dades inicials.** Per començar s'ha d'escriure l'encapçalament general: "Exemple 1" i els encapçalaments de les dues columnes: "Temps", "(hores)x", "Distància", i "(Km) $Y=7x$ " a cada casella. A continuació, s'han d'escriure les dades del temps inicials (0, 1, 2, ..) a la primera columna. Recordeu que en passar d'una casella a una altra heu d'utilitzar el ratolí o les tecles del cursor: , , ,
3. **Càlcul de la segona columna.** Per calcular la distància recorreguda s'ha de multiplicar la seva velocitat pel temps transcorregut, és a dir, $7 * x$. Per tant, seleccionar la casella que vols que calculi la distància corresponent a les 0 hores (a la imatge anterior que serveix com mostra és la casella B5) i escriure

la fórmula: $= 7 * \text{posició de la casella on està el } 0$ i després "**<Intro>**". Per exemple, en el full de càlcul que serveix de mostra es veuria:

	A	B
1	Exemple 1	
2		
3	Temps	Distància
4	(hores) x	(Km) $Y=7x$
5	0	0
6	1	
7	2	
8	3	
9	3,5	
10	4	
11	5	
12		

Truc: Existeix una manera més àgil de fer sortir la posició d'una casella en una fórmula sense haver d'escriure; simplement situar la creu blanca que surt a la pantalla sobre la casella i fer clic amb el botó esquerre del ratolí.

Per obtenir la resta de valors no cal repetir aquesta operació; hi ha una manera més ràpida. Situar-se a la casella que acabes de fer (que és la fórmula a aplicar) en el cantó inferior dret fins que aparegui una creu negra,


	Distància
	(Km) $Y=7x$
0	0
1	

aleshores premeu el botó esquerre del ratolí i arrossegueu-lo per aquesta columna fins arribar a l'última casella on voleu aplicar aquesta fórmula ($7 * x$).

3	Temps	Distància
4	(hores) x	(Km) $Y=7x$
5	0	0
6	1	
7	2	
8	3	
9	3,5	
10	4	
11	5	
12		

Ja pots treure el dit del ratolí i és en aquest moment, si tot s'ha fet bé, quan es realitzaran totes les operacions per a cada fila, una darrera de l'altra.


IV. Salvar el document creat.

És molt recomanable gravar el full de càlcul al disquet perquè així si se'n va el corrent elèctric no es perd el que s'està fent. Per això, cal prémer el botó  cada cert temps (per exemple cada 5 minuts).


V. Representació gràfica.

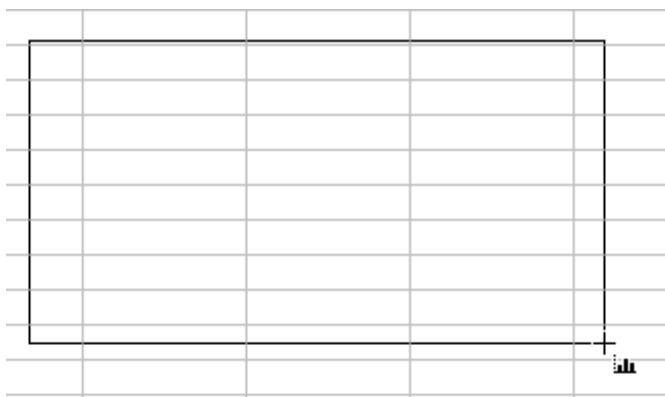
El gràfic que es desitja fer relaciona el temps recorregut (X) amb la distància recorreguda (Y). Has de seleccionar les caselles on hi ha les dades, per això has de situar el ratolí a la primera casella de la primera columna on comencen les dades (té el valor 0), tot seguit prémer el botó de l'esquerra i arrossegar el ratolí sense deixar de prémer aquest botó fins l'última casella de l'última columna (té el valor 35). Ara ja pots treure el dit.

3	Temps	Distància
4	(hores) x	(Km) Y=7x
5	0	0
6	1	7
7	2	14
8	3	21
9	3,5	24,5
10	4	28
11	5	35
12		

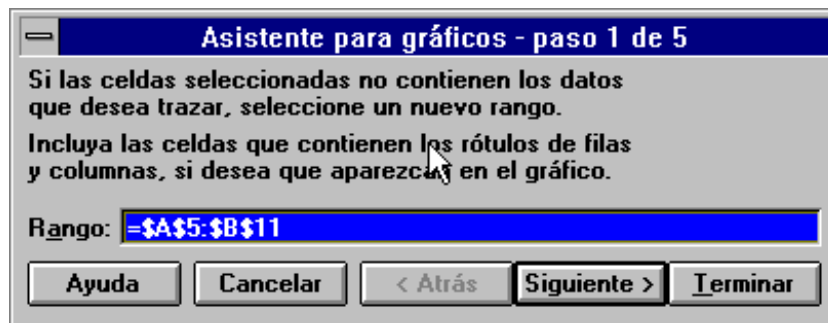
A continuació, es crida al "Asistente para gráficos" prement el botó  que està a dalt, a sota de l'opció "Datos". A partir d'aquest moment s'han de fer una sèrie de passos que enumerarem:

- a) **Indicar el lloc i la grandària del gràfic.** En pitjar el botó anterior, s'esdevenen una sèrie de canvis en el full de càlcul: la fletxa que teníem abans

es converteix en  i a les caselles abans seleccionades surt una línia discontinua en moviment. Ara mous el ratolí fins al lloc on vols fer el gràfic i per indicar la seva grandària mantens pitjat el botó esquerre del ratolí i comences a moure fins que el requadre que surt és el que t'agrada i llavors treus el dit del botó esquerre.



- b) **Selecció de les dades.** Com que nosaltres ja hem seleccionat les dades, aquest pas ja està indicat en el “Rango”. Per tant, només hem de pitjar el botó “Siguiete” d’aquest quadre de diàleg:



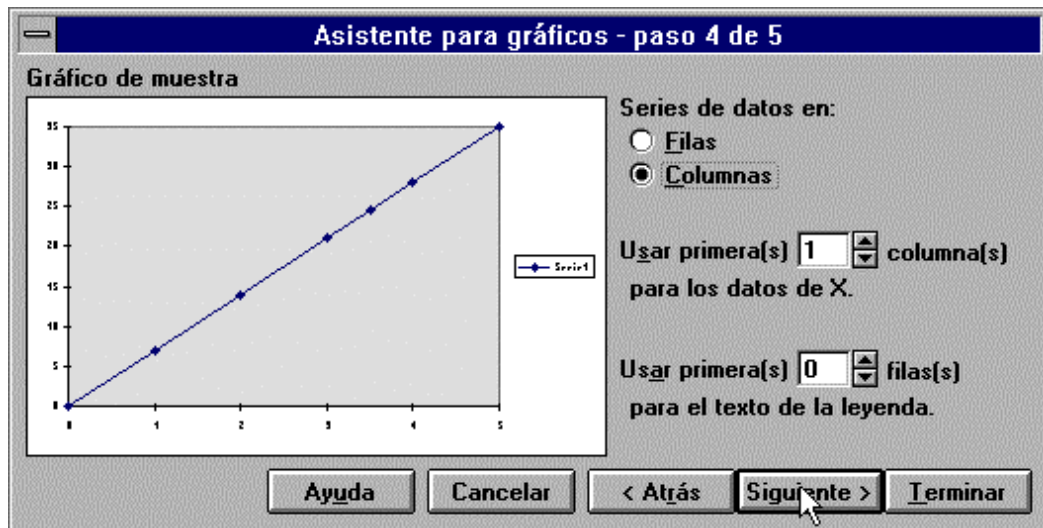
- c) **Selecció del tipus de gràfic.** Hem d’escollir “XY-Dispersión” i després prémer el botó “Siguiete”:




- d) **Selecció del format pel gràfic XY (Dispersió).** Seleccionarem el format número 2 ja que representa les dades mitjançant punts i els uneix. Per acabar pitgem el botó “Siguiete”:



- e) **Presentació del gràfic (1).** Si tot va bé no cal tocar res, així que només has de pitjar el botó “Siguiete”:

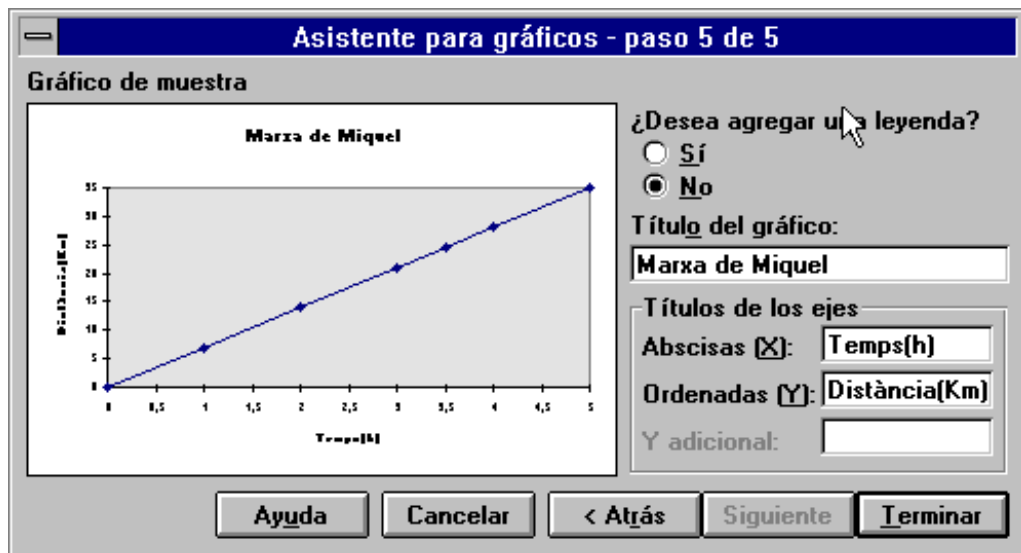


- f) **Presentació del gràfic (2).** Ara sí que hem de canviar i afegir algunes coses al quadre de diàleg:

- Escollir “No” a la pregunta “¿Desea agregar una leyenda?” per eliminar el requadre que surt a la dreta del gràfic abans: 

- Afegir el “Título del gráfico” i els “Títulos de los ejes”

Finalment el quadre de diàleg ha de tenir un aspecte similar a:




a continuació prémer el botó “Terminar”.

En aquest moment, hem sortit del “Asistente para gráficos” i tindrem el gràfic a sobre de les caselles que havíem indicat al principi, com si fos una foto enganxada sobre un paper quadriculat.

Com has pogut veure, el gràfic és una línia recta, ja que aquesta funció (la distància recorreguda) es tracta d’una funció lineal.

IMPORTANT :

- a) En cas d’errada en algun pas podeu prémer el botó ”Atrás” o en el pitjor dels casos començar de nou prement la tecla "<ESC> "
- b) Segons sigui de gran el rectangle deixat per incorporar el gràfic, així es deformarà aquest respecte de com es presenta en l’últim pas del “Asistente para gráficos”. Sempre tenim l’oportunitat de modificar la grandària del gràfic, una vegada fet, seguint aquests passos:
 - **Seleccionar el gràfic.** Fent clic amb el botó esquerre dintre de qualsevol posició del gràfic.
 - **Deformar el gràfic.** Han aparegut 8 marques blaves a els vore del gràfic. Si situes la fletxa que surt a la pantalla en algun d’aquests punts canviarà a una fletxa negra amb dues puntes, per exemple . Ara pitja el botó esquerre del ratolí i comences a moure; sortirà un nou rectangle delimitat amb línies discontinües que indica la nova grandària. Quan hakis arribat a la grandària desitjada treus el dit del botó.

VI. Tancar el document creat.

Has d'anar a "Archivo", del menú desplegable que surt has d'escollir "Cerrar", a continuació et preguntarà: "¿Desea guardar los cambios efectuados en “.....”?" Has de contestar que "Sí".

NOTA:

- Recorda que la nomenclatura que has de fer servir per indicar les operacions bàsiques són: suma, +; resta, - ; multiplicació, *; divisió, /; potenciació, ^; i la radicació, raíz().
- Cada qüestió es farà en un full diferent del mateix llibre.

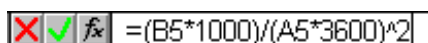
Per consolidar aquests conceptes farem una altra qüestió:

Exercici 2. Vull saber l'acceleració que porta el Miquel en cada tram de temps i per això necessito treballar amb el document creat per l'exemple 1. Així que he de fer el següents passos:

- **Obrir el document creat anteriorment** (en cas que estigues tancat). Has d'anar a "Archivo", després has d'escollir "Abrir", surt un quadre de diàleg "Abrir". Has de seleccionar com unitat de disc "a" i el nom de l'arxiu anterior.
- **Copiar tot el contingut de la qüestió anterior a un nou full de càlcul.**
Passos a fer:
 - Selecciona l'àrea que vols copiar
 - "Edición"- "Copiar"
 - Ara has d'anar al lloc on vols copiar-lo
 - "Edición"- "Pegar"
- **Afegir una tercera columna per a l'acceleració.** Recorda que $a = v/t$ i s'expressa en m/s^2 , per tant has de passar els quilòmetres a metres i les hores a segons.

$$y \text{ km} / (x \text{ h})^2 = y \text{ 1000 m} / (x \text{ 3600 s})^2$$

Has d'indicar els càlculs per a la primera casella:



The image shows a spreadsheet cell with a red 'X' icon, a green checkmark icon, and a small 'fx' icon. To the right of these icons is the formula $= (B5 * 1000) / (A5 * 3600)^2$.

i per calcular la resta només has d'aplicar la mateixa tècnica que has fet per obtenir els resultats a la segona columna, és a dir, situar-te a la casella que acabes de fer en el cantó inferior dret fins que aparegui una creu negra, aleshores prem el botó esquerre del ratolí i arrossega per aquesta columna fins arribar a l'última

casella on volem aplicar aquesta fórmula. Ja pots treure el dit del ratolí i és en aquest moment, si tot s’ha fet bé, que es realitzaran totes les operacions per a cada fila, una darrera de l’altra.

	A	B	C
1	Exemple 2		
2			
3	Temps	Distància	Acceleració
4	(hores) x	(Km) $Y=7x$	(m/s^2)
5	0	0	#DIV/0!
6	1	7	0,00054012
7	2	14	0,00027006
8	3	21	0,00018004
9	3,5	24,5	0,00015432
10	4	28	0,00013503
11	5	35	0,00010802
12			

Per escriure un exponent has d’anar a:

- “Formato”
- “Formato celda”
- “Superíndice”

DRECERA: Feu "CTL+1" i anireu directament a “Formato celdas”

➤ **No oblidar de salvar el nou document.**

Exercici 3. Ara és el moment en què tu has de construir les taules que hi ha a l'apartat 1.1 Lleis aritmètiques que relacionen dues magnituds de les qüestions 2 i 3, tenint en compte les funcions definides. Verifiquen els resultats.

Exercici 4. A continuació has d’obtenir una taula de valors, on li dones per exemple, vint valors a la variable independent x i calcules els valors numèrics de la variable dependent y coneguda l'equació de la funció.

x	$y_1=x^3$	$y_2=2(x-1)$	$y_3=x+3$	$y_4=2/x$	$y_5=(x+1)^2$
.....

ACTIVITAT 2. Estudi de les funcions afins.

$$f(x) = ax + b, \quad a, b$$

Conceptes previs: Pendent, ordenada en l'origen, equació d'una recta del pla, domini, recorregut, creixement, decreixement, imatge, antiimatge, punts de tall amb els eixos de coordenades.

NOTA:

- Recorda que cadascuna de les activitats s'han de fer en documents diferents seguint la notació indicada en el requadre de la pàgina 6. Les qüestions de cada activitat es faran en full diferents del mateix document. A més, les respostes que demana alguna explicació verbal s'han d'escriure en el full corresponent, com per exemple l'apartat c) de la qüestió 1.

1. a) Construeix una taula amb 15 valors (entre -7 i 7) per a les funcions:


$$y = x, y = 2x, y = 3x, y = 4x, y = 5x$$

i a continuació, representa gràficament cada funció en un mateix sistema de coordenades.

- b) Construeix una taula amb els mateixos 15 valors anteriors per a les funcions:

$$y = -x, y = -2x, y = -3x, y = -4x, y = -5x$$

i a continuació representa gràficament cada funció en un mateix sistema de coordenades.

- c) Ara, anem a comparar les dues taules i les dues gràfiques. Observa-les i comenta què tenen en comú i en què es diferencien respecte els punts de talls, pendent i el creixement.
- d)  A l'apartat a) les funcions tenen per equació $y = ax$, $a > 0$, $b = 0$ i l'apartat b) queda $y = ax$, $a < 0$, $b = 0$. Tenint en compte això, comprova que el que hi ha dibuixat a la qüestió 5 pertany a l'apartat a) i després omple tu, on calgui, el cas de l'apartat b).

2. a) Dibuixa en un mateix sistema de coordenades les funcions següents:

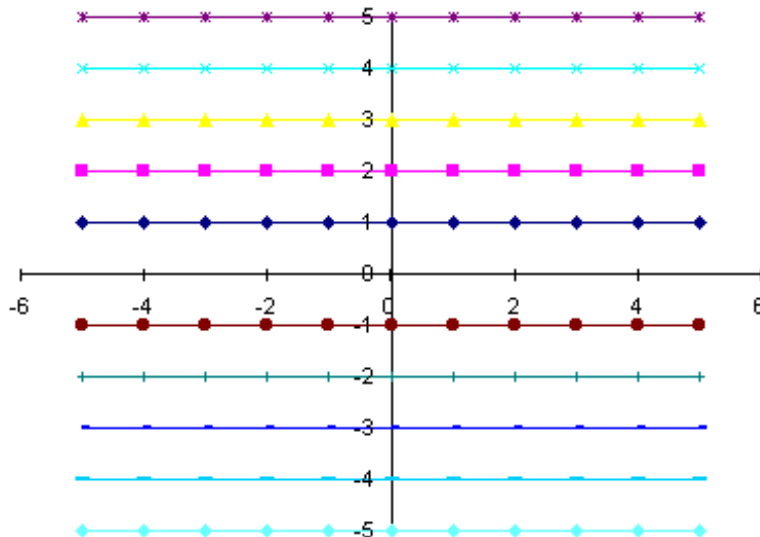
$$y = 1, y = 2, y = 3, y = 4, y = 5$$

Recorda que abans has de construir una taula de valors (dóna 15 valors entre -7 i 7) per a les funcions donades.

- b) També construeix una taula i representa gràficament les funcions:

$$y = -1, y = -2, y = -3, y = -4, y = -5.$$

- c) Si els dibuixos obtinguts en les dues gràfiques es fa en una queda una cosa així:



Escriu l'equació de cadascuna de les funcions en el lloc corresponent i comenta el que observes sobre els punts de tall, el pendent i el creixement.

- d) ✎ Ara és el moment d'anar a la qüestió 5 una altra vegada i omplir els quadres que calguin, tenint en compte que per a l'apartat a) és $y = b, a = 0, b > 0$ i per a l'apartat b) $y = b, a = 0, b < 0$.
3. a) Tenint en compte l'estudi que has fet a la qüestió anterior. Com creus que serà el dibuix de la funció $y = 0$, és a dir, $a = b = 0$ (no facis servir l'ordinador)? I quin és el punt de tall?
- b) Comprova el que acabes de dir construint una taula de valors i dibuixant la funció amb l'ordinador.
- c) ✎ Omple la fila corresponent de la taula resum de la qüestió 5.
4. a) Construeix una taula de valors i dibuixa en un mateix sistema de coordenades les funcions: $y = 2x+1, y = 2x+2, y = 2x+3, y = 2x+4, y = 2x+5$.

- b) Anem a trobar els punts de tall. Si observes la taula creada, tenim el punt de tall per $x = 0$ per cada funció i per $y = 0$ en algunes. Trobeu el valor d' x per $y = 0$ que falten i escriu en el full de càlcul tots els punts de tall de cadascuna de les funcions (Recorda que en aquestes funcions afins hi ha dos punts de tall).
- c) ✎ Les funcions anteriors tenen com equació general $y = ax+b$ on $a > 0$ i $b > 0$. Comenta el que observes (punts de tall, pendent i creixement) i omple la taula resum corresponent de la qüestió 5.
- d) Construeix una taula de valors i representa gràficament en un mateix sistema de coordenades les funcions: $y = -2x+1, y = -2x+2, y = -2x+3, y = -2x+4, y = -2x+5$
- e) Si observes la taula creada, tenim el punt de tall per $x = 0$ per cada funció i per $y = 0$ en algunes. Trobeu el valor d' x per $y = 0$ que falten i escriu en el full de càlcul tots els punts de tall de cadascuna de les funcions (Recorda que en aquestes funcions afins hi ha dos punts de tall).
- f) ✎ Escriu l'equació general de les funcions anteriors. Comenta el que observes (punts de tall, pendent i creixement) i omple les files corresponents de la taula resum de la qüestió 5.
- g) Ara, has de comparar els dos sistemes de coordenades i tenint en compte els valors dels coeficients a anomenat **pendent** i el coeficient b que es diu **ordenada a l'origen**, has de dir què tenen en comú i en què es diferencien.



Tèoric 1) ✎ La representació gràfica de les funcions que tenen per expressió matemàtica $y = ax + b$ és una recta, i estem en condicions d'afirmar que:

- a) La recta talla a l'eix d'abscisses en el punt que té de coordenades _____ i a l'eix d'ordenades en el punt que té de coordenades _____. La recta talla a l'origen de coordenades ((0,0)) quan _____ i aquesta s'anomena funció _____.
- b) La recta és creixent quan el coeficient a és _____ i decreixent quan el coeficient a és _____. Si $a = 0$ la recta és _____.
- c) La recta té pendent positiva quan a és _____ i pendent negativa quan a és _____. Si $a = 0$, hi ha pendent? _____.




- 8) Pots veure que després de fer les quatre qüestions anteriors només queden dues files per omplir. Bé, et donaré els passos que has de fer i les funcions per omplir una fila i l'altra has de fer-la tu, és a dir, tu has d'escriure les funcions segons les condicions


donades, has de construir les taules, has de dibuixar les funcions i comentar el que observes.

a) Construeix una taula de valors per a les funcions:

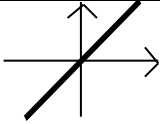
$$y = 2x-1, y = 2x-2, y = 2x-3, y = 2x-4, y = 2x-5$$

i representa-les en un mateix sistema de coordenades.


b)  Comenta el que observes (punts de tall, pendent i creixement) i omple la fila corresponent de la taula.

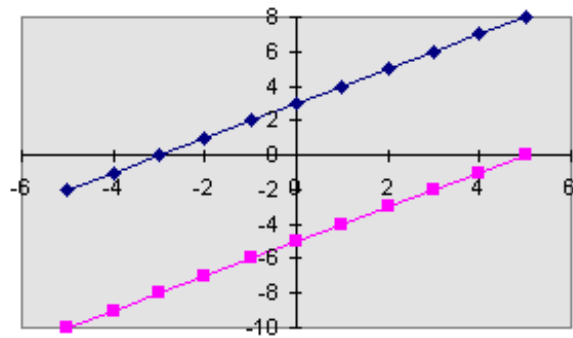
c)  Ara has d'arribar a omplir l'única fila que falta.

$$y = ax + b, \quad a, b$$

		punts de tall	creixement	signe del pendent	esquema gràfic
$a > 0$	$b > 0$				
	$b = 0$	(0, 0)	creixent	positiu	
	$b < 0$				
$a = 0$	$b > 0$				
	$b = 0$				
	$b < 0$				
	$b > 0$				

$a < 0$	$b = 0$				
	$b < 0$				

9)  Tens dibuixades les gràfiques de les funcions $y = x + 3$ i $y = x - 5$



- Escriu l'equació de cadascuna de les gràfiques al lloc corresponent.
- A continuació has de trobar altres rectes que compleixin certes condicions, escriu la seva equació i comparar-les amb les rectes dibuixades. Pots verificar la teva resposta dibuixant-les a l'ordinador.

	equació	comparació amb les rectes dibuixades
paral·lela i entre les dues rectes	$y = x + 2$	<ul style="list-style-type: none"> ➤ mateix pendent ➤ talla en els punts: (0, 2) i (-2, 0) ➤ és creixent
paral·lela i per sota de les dues rectes		
paral·lela i per sobre de les dues rectes		
paral·lela i passi per (0, 0)		
que les talli		

que les talli i passi per $(0, 0)$		
que les talli i passi per $(0, 2)$		

ACTIVITAT 3. Estudi de les funcions quadràtiques

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - q)^2 + p, \quad a, b, c, p, q$$

Conceptes previs: equació d'una paràbola, simetria, vèrtex, orientació de les branques, obertura de la paràbola, domini, recorregut, creixement, decreixement, imatge, antiimatge, punts de tall amb els eixos de coordenades.

- 1) Completeu les taules següents i a continuació representeu aquests punts en el seu sistema de coordenades.

a)

longitud del costat d'un quadrat, en cm	0	0,25	1	1,01		2	15	26	
perímetre del quadrat, en cm					5				144

b)

longitud del costat d'un quadrat, en cm	0	0,25	1	1,01	2			15	26
àrea del quadrat, en cm ²						5	144		

- c) Especifica per cada cas quina és la variable dependent, la variable independent i la llei que les relaciona, és a dir, l'equació de les funcions.
- d) Si uneixes els punts en cada gràfica et trobes que a la primera surt una línia recta, però per la segona surt una línia corba i és degut que el grau de l'equació de la funció és dos. Anem a estudiar aquestes funcions que s'anomenen **FUNCIONS QUADRÀTIQUES** i que la seva gràfica es diu **PARÀBOLA**

- 2) Completa la taula de valors per a la funció $y = x^2$ i fes la seva representació gràfica.

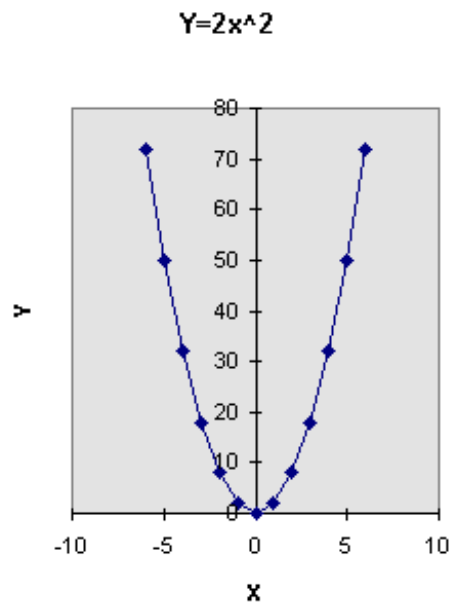
x	$y = x^2$
-5	
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	



El punt on s'uneixen les dues línies corbes, anomenades branques de la paràbola, es diu *vèrtex*

3)

- a) Feu el gràfic de la funció $y = 2x^2$ per x entre -6 i 6 i, comproveu que és com el de la il·lustració



- b) Quin és l'eix de simetria d'aquesta paràbola si dobleguessis el paper?
- c) Quin és el punt de tall del gràfic amb l'eix de simetria? Quin és el vèrtex d'aquesta paràbola? Per tant, quina relació hi ha entre el vèrtex i l'eix de simetria?

NOTA: Cada vegada que facis una taula de valors que sigui entre -10 i 10.

4) Dibuixeu les següents funcions quadràtiques i analitzeu la influència del paràmetre a , el coeficient que acompanya a x^2 . Fes cada apartat en un mateix sistema de coordenades.

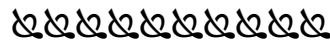
a) $y = x^2, y = 2x^2, y = 3x^2, y = 4x^2, y = 5x^2$ $(a > 0, p = q = 0)$

b) $y = -x^2, y = -2x^2, y = -3x^2, y = -4x^2, y = -5x^2$ $(a < 0, p = q = 0)$



Tèoric 1) Acabem d'estudiar les paràboles que són els gràfics de les funcions del tipus $y = ax^2$, i estem en condicions d'afirmar que:

- a) El gràfic és simètric respecte a l'eix _____. Qualsevol nombre x i el seu oposat $-x$ tenen la _____ imatge.
- b) El valor de y és zero quan el valor de x és _____; en els altres casos és positiu si a és _____ i negatiu en cas contrari.
- c) Les paràboles $y = ax^2$ i $y = -ax^2$ tenen el punt $(0,0)$ en comú i són simètriques l'una de l'altra respecte a l'eix _____.
- d) Aquest tipus de paràboles tallen en un únic punt que té de coordenades _____.
- e) El vèrtex de la paràbola és el punt de tall de la corba amb l'eix de simetria de la paràbola. En aquest cas és el punt (\quad , \quad) .
- f) L'obertura de la paràbola depèn del valor absolut de a i com més gran és aquest, més _____ és la seva obertura.
- g) Tenim en compte tota aquesta informació omple les files corresponents de la taula de la qüestió Teòrica 9).



5) A continuació, estudia la variació del paràmetre p i la intersecció amb l'eix Y per a les funcions $y = ax^2 + p$. Per això, has de dibuixar les següents funcions quadràtiques. Fes cada apartat en un mateix sistema de coordenades.

a) Cas $a > 0, p \geq 0, q = 0$

$y = 2x^2,$	$y = 2x^2 + 1,$	$y = 2x^2 + 2,$	$y = 2x^2 + 3$
	$y = 2x^2 - 1,$	$y = 2x^2 - 2,$	$y = 2x^2 - 3$

Les paràboles d'equació $y = 2x^2 + p$ són:

- Les equacions $y = 2x^2$ traslladades p unitats seguint l'eix d'ordenades.
- Paràboles amb la mateixa obertura que $y = 2x^2$, amb l'eix d'ordenades com a eix de simetria i amb el vèrtex en el punt $(0, p)$.

b) Cas $a < 0, p \geq 0, q = 0$

$y = -2x^2,$	$y = -2x^2 + 1,$	$y = -2x^2 + 2,$	$y = -2x^2 + 3$
	$y = -2x^2 - 1,$	$y = -2x^2 - 2,$	$y = -2x^2 - 3$

Les paràboles d'equació $y = -2x^2 + p$ són:

- Les equacions $y = -2x^2$ traslladades p unitats seguint l'eix d'ordenades.
- Paràboles amb la mateixa obertura que $y = -2x^2$, amb l'eix d'ordenades com a eix de simetria i amb el vèrtex en el punt $(0, p)$.



Tèoric 2) Podem assegurar que la representació gràfica de les funcions d'expressió matemàtica $y = ax^2 + p$ és una paràbola amb les característiques següents:

- a) És simètrica respecte a l'eix _____
- b) És la paràbola d'equació $y = ax^2$ traslladada _____ unitats seguint l'eix d'ordenades (amunt si p és _____ i avall si p és _____)
- c) El vèrtex, punt de tall de la paràbola amb l'eix de simetria, és el punt _____
- d) En aquest tipus de paràboles podem trobar fins a tres punts de tall. Per $x = 0$ té de coordenades _____ i per $y = 0$ pot tenir de coordenades _____ i _____
- e) Si a és positiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades _____
- f) Si a és negatiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades _____
- g) Com més gran és el valor absolut de a , més _____ és l'obertura de la paràbola.
- h) Tenim en compte tota aquesta informació omple les files corresponents de la qüestió Teòrica 9).



6) Anem a estudiar la variació del paràmetre q per a les funcions $y = a(x - q)^2$ següents:

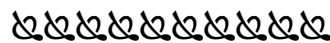
a) Cas $a > 0, q = 0, p = 0$


$$y = (x + 1)^2, y = (x + 2)^2, y = (x)^2, y = (x - 1)^2, y = (x - 2)^2$$

b) Cas $a < 0, q = 0, p = 0$

$$y = -(x + 1)^2, y = -(x + 2)^2, y = -(x)^2, y = -(x - 1)^2, y = -(x - 2)^2$$


Feu una taula de valors, per x entre -10 i 10 , i els gràfics de les funcions, de cada apartat, en un mateix sistema de coordenades.



Tèoric 3)  a) Si observes les gràfiques de la qüestió d'abans, pots dir que estàs d'acord amb les afirmacions que hi ha en el requadre següent?

El que acabem de veure ens permet afirmar que la representació gràfica de les funcions de segon grau del tipus $f(x) = a(x - q)^2$ (on a i q són nombres coneguts i a és diferent de zero) és una paràbola amb les característiques següents:

- 1) És simètrica respecte a la recta d'equació $x = q$.
- 2) El vèrtex és el punt $(q, 0)$.
- 3) És la paràbola d'equació $y = ax^2$ traslladada q unitats seguint l'eix d'abscisses.
- 4) Els punts de tall són $(0, aq^2), (q, 0)$.
- 5) Si a és positiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades positives.
- 6) Si a és negatiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades negatives.
- 7) L'obertura de la paràbola depèn del valor absolut de a , i com més gran és aquest, més petita és l'obertura.

b)  Tenint en compte tota aquesta informació, omple les files corresponents de la qüestió Teòrica 9).



7) Busqueu l'eix de simetria i el vèrtex de les paràboles, observant el gràfic de les següents funcions, per x entre -10 i 10 :

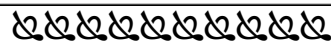
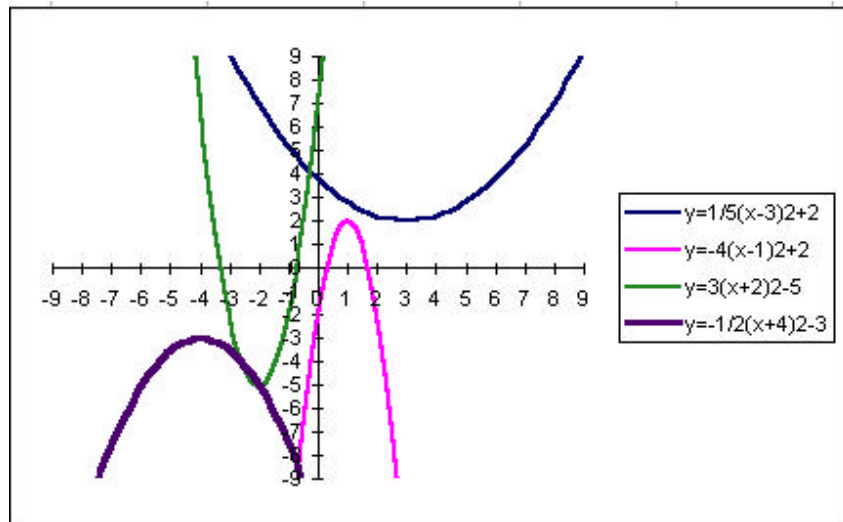
$$y = (x + 2)^2 - 5, y = -(x - 1)^2 + 3, y = \frac{1}{2}(x + 4)^2 + 3, y = -2(x + 2)^2 - 2$$

8) Anem a trobar les característiques de les paràboles que tenen per equació la següent expressió $y = a(x - q)^2 + p$, que són la representació gràfica de les funcions de

segon grau d'expressió matemàtica $f(x) = a(x - q)^2 + p$. Per això, abans de treure conclusions feu una taula de valors i els gràfics de les funcions

$$y = 3(x + 2)^2 - 5, y = -4(x - 1)^2 + 2, y = \frac{1}{5}(x - 3)^2 + 2, y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2 - 3$$

Comprova que surt així:



Tèoric 4) Tenint en compte les conclusions indicades a continuació, omple les files adjents de la qüestió Teòrica 9)

Conclusions per $y = a(x - q)^2 + p$:

- 1) Són simètriques respecte a la recta d'equació $x = q$.
- 2) El seu vèrtex és el punt (q, p) .
- 3) Són la paràbola d'equació $y = ax^2$ traslladada.
- 4) Els punts de tall poden ésser fins a tres:

$$(0, aq^2 + p), +\sqrt{\frac{-p}{a}} + q, 0, -\sqrt{\frac{-p}{a}} + q, 0$$

- 5) Si a és positiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades positives.
- 6) Si a és negatiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades negatives.
- 7) L'obertura de la paràbola depèn del valor absolut de a , i com més petit és aquest, més gran és la seva obertura



Desenvolupament de l'expressió algebraica $a(x - q)^2 + p = ax^2 + bx + c$

Si desenvolupem l'expressió algebraica que acabem d'estudiar $a(x - q)^2 + p$ obtenim:

$$a(x^2 - 2xq + q^2) + p = ax^2 - 2axq + aq^2 + p = ax^2 + bx + c,$$

on $b = -2aq$ i $c = aq^2 + p$

De la mateixa manera, si tenim $ax^2 + bx + c$ podem arribar a expressar-la com $a(x - q)^2 + p$, per exemple, $x^2 - 7x + 12$. Intenten escriure-la de la forma $a(x - q)^2 + p$; per tant $x^2 - 7x + 12 = a(x - q)^2 + p$, on $a(x - q)^2 + p = ax^2 - 2axq + aq^2 + p$, així que busquem a, q i p tal que $x^2 - 7x + 12 = ax^2 - 2axq + aq^2 + p$.

Veiem que:

- El terme x^2 ha d'ésser igual a ax^2 per tant, $a = 1$
- Ara l'equació és ($a = 1$): $x^2 - 7x + 12 = x^2 - 2xq + q^2 + p$
- El terme $-7x$ ha d'ésser igual a $-2qx$, això vol dir que $-7 = -2q$ $q = 7/2$
- A més, $12 = q^2 + p$ $12 = (7/2)^2 + p$ $p = 12 - \frac{49}{4} = \frac{48 - 49}{4} = -\frac{1}{4}$

De tot això, deduïm que: $x^2 - 7x + 12 = x^2 - \frac{7}{2}x - \frac{1}{4}$

En general, prenent l'expressió algebraica $ax^2 + bx + c$, podem assegurar que: $ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$ i considerem que

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = (x - q)^2 + p$$

podem escriure

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = x^2 - 2qx + q^2 + p$$

Així, veiem que:

- El terme x^2 es troba en els dos membres.
- El terme $b/a x$ ha de ser igual a $-2qx$, o sigui $b/a = -2q$, i per tant, $q = -b/2a$.
- I $c/a = q^2 + p$, i com que $q = -b/2a$, tenim que $c/a = b^2/4a^2 + p$ i aleshores, $p = c/a - b^2/4a^2 = (4ca - b^2)/4a^2$.

Per tant, l'expressió $ax^2 + bx + c$ és del tipus $a[(x - q)^2 + p] = a(x - q)^2 + ap$, on $q = -b/2a$ i $p = (4ca - b^2)/4a^2$.

Tèoric 5) ✎✎ Donada l'expressió algebraica $3(x - 7)^2 + 5$, transformeu-la, efectuant les operacions necessàries, en una del tipus $ax^2 + bx + c$.

Tèoric 6) ✎✎ Donada l'expressió algebraica $5x^2 + 7x + 5$, transformeu-la en una del tipus $a(x - q)^2 + p$

Anem a estudiar les funcions del tipus $f(x) = ax^2 + bx + c$ anomenades també funcions quadràtiques, on a , b , c representen nombres coneguts i a és diferent de zero. Per això, podem transformar-la en una del tipus $a(x - q)^2 + p$

Tèoric 7) ✎✎ Comprova que la funció que té per fórmula $f(x) = 2x^2 + 6x - 3$ es pot transformar en $f(x) = 2(x + 3/2)^2 - 15/2$ i, per tant, la funció donada és una funció que es representa gràficament amb una paràbola on el vèrtex correspon al punt $(-3/2, -15/2)$ i que té per eix de simetria la recta d'equació $x = -3/2$

Tèoric 8) ✎✎ Ompliu la següent taula, fent prèviament, les operacions que calguin.

$y = ax^2 + bx + c$	$y = a(x - q)^2 + p$
$y = x^2 + 5x + 1$	
$y = x^2 + 6x + 2$	
$y = x^2 - 8x + 4$	



9) Feu una taula de valors i els gràfics de les funcions anteriors, per x entre -10 i 10:

a) $y = x^2 + 5x + 1$

b) $y = x^2 + 6x + 2$

c) $y = x^2 - 8x + 4$



SUMARI per $y = ax^2 + bx + c$

Per tot el que acabem de veure, podem assegurar que les funcions quadràtiques tenen per representació gràfica una paràbola que compleix les condicions següents:

- 1) El vèrtex és el punt que té per abscissa el nombre $-b/2a$. Trobarem l'ordenada del vèrtex buscant la imatge de $-b/2a$.
- 2) L'eix de simetria de la paràbola és la recta paral·lela a l'eix d'ordenades que té per equació $x = -b/2a$.
- 3) Els punts de tall poden ésser fins a tres:

$$(0, c), \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0, \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0$$

- 4) Si a és positiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades positives.
- 5) Si a és negatiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades negatives.
- 6) L'obertura de la paràbola depèn del valor absolut de a , i com més gran és aquest, més petita és la seva obertura.

Tèoric 9) ✎ Comprova que la taula estigui completa, i en el cas que no sigui així, acaba d'omplir la.

$$y = ax^2 + bx + c = a(x - q)^2 + p, \quad a, b, c, p, q$$

		punts de talls	vèrtex	simetria	orientació de les branques	obertura de la paràbola	esquema gràfic
$q = p = 0$	$a > 0$						
	$a < 0$						
$q = 0$ $p = 0$	$a > 0$						
	$a < 0$						
$q = 0$ $p = 0$	$a > 0$						
	$a < 0$						
$q = 0$ $p = 0$	$a > 0$						
	$a < 0$						



ACTIVITAT 4. Problemes d'aplicació

4.1 Problemes d'aplicació en les funcions afins

- 1) La quota de l'abonament mensual d'un telèfon individual de Telefònica és de 1200 pta., i cada un dels passos val 4,36 pta. Determina l'equació de la recta i representa-la gràficament.

Recorda que per a representar gràficament les funcions amb el full de càlcul has de seguir els següents passos:

- a) Construeix una taula de valors en el full de càlcul.

x	y

- b) Selecciona les dades.
c) Prem "Asistente para gráficos", a continuació "Siguiete" i després "XY-Dispersión".

- 2) Els preus d'alguns dels productes del mercat, el mes de desembre de 1993, eren aquests:

Producte	Preu per quilo
Lluç	2000
Arròs	165
Seitó	575
Hamburgueses	900
Tomàquets	140
Taronges	180

- a) Quant valdran 750 grams de cada producte?
b) Són proporcionals les magnituds pes i preu de cada producte?

- c) Quina és la variable independent i la dependent?
 - d) Feu una taula de valors i dibuixeu a continuació, en un mateix sistema de coordenades, els gràfics que relacionen el pes de cada producte amb el seu preu?
 - e) Escriu l'equació de cada recta.
 - f) Quina recta té més pendent? Raona la teva resposta
 - g) Quina recta té menys pendent? Raona la teva resposta
- 3) Quan un espeleòleg es posa a excavar cap a l'interior de la terra, troba que la temperatura augmenta d'acord amb aquesta fórmula:


$$t = 15 + 0'01 d$$

on t és la temperatura en graus centígrads i d és la profunditat en metres des de l'escorça terrestre:

- a) A quina temperatura s'arriba als 100 m de profunditat?
 - b) Quants metres s'han d'excavar per arribar a una temperatura de 100° C?
 - c) Representa el gràfic d'aquesta recta.
- 4) Volem comprar francs per anar d'excursió a França i segons "El País" del dia 27 de juliol ens diuen que un franc francès ens costarà 25 pessetes.
- a) Quants francs podem comprar amb 2400 pessetes?
 - b) I amb 3600 pta.?
 - c) I amb 3720 pta.?
 - d) Quantes pessetes hem pagat si ens han donat 600 francs?
 - e) Tenim dues magnituds variables: la quantitat de pessetes que paguem i la quantitat de francs que obtenim. En aquest cas, la quantitat de pessetes en diem variable _____, i de la quantitat de francs, variable _____. Indica l'equació de la funció.
 - f) Completeu aquesta taula:

Pessetes que tenim per comprar francs x	Francs que obtenim y
0	
1500	
2400	
3600	
5100	

	250
x	

- g) Els parells de nombres obtinguts a l'apartat f) els podem representar gràficament en un diagrama cartesià i unir els punts. Fes-ho. Quin dibuix has obtingut?
- h) Ara feu una taula de valors per a la funció que has indicat a l'apartat e) i representa-la gràficament. Hi ha diferència entre aquest gràfic i el de l'apartat anterior? Quina i per què?
- 5)  Has decidit passar una setmana a París i tens 50.000 pta. Has anat al banc i diuen que a les operacions de canvi de moneda se'ls aplica una comissió del 2 per mil sobre l'efectiu amb un mínim de 500 pta. Per tant:
- a) Quina és la comissió que has de pagar? A quin percentatge correspon?
- b) Quants francs et donaran?
- c) Si canvies 200.000 pta. també has de pagar la mateixa comissió? I amb 300.000 pta.?
- d) Omple la següent taula i indica a partir de quina quantitat has de pagar una comissió superior a 500 pta.

Pessetes per canviar	Francs donats
(0 , 50.000)	
[50.000 , 100.000)	
[100.000 , 150.000)	
[150.000 , 200.000)	
[200.000 , 250.000)	
[250.000 , 300.000)	
[300.000 , 350.000)	
[350.000 , 400.000)	
[400.000 , 450.000)	
[450.000 , 500.000)	

- e) Indica l'equació de la funció.
- f) Feu una taula de valors per aquesta funció i representeu la seva gràfica. Com és el dibuix que surt?
- g) Quan tornes de París vols canviar el que t'ha quedat, que són 143 francs. Quantes pessetes et donarà el banc si s'aplica una comissió del 2,5 per mil (el franc està a 24 pta.)?

- 6) Suposem que, anant amb bicicleta, aconseguim portar una velocitat constant de 16 km per hora.
- a) Quants quilòmetres hem recorregut en dues hores?
 - b) I en tres hores i mitja?
 - c) I en 45 minuts?
 - d) Quant temps hem anat amb bicicleta si portem recorreguts 60 km?
 - e) Indica quina és la variable dependent, la variable independent i l'equació de la funció.
 - f) Completeu aquesta taula:

Temps	Espai recorregut
1 h	
90 min	
2 h	
3,5 h	
	60 km
x	

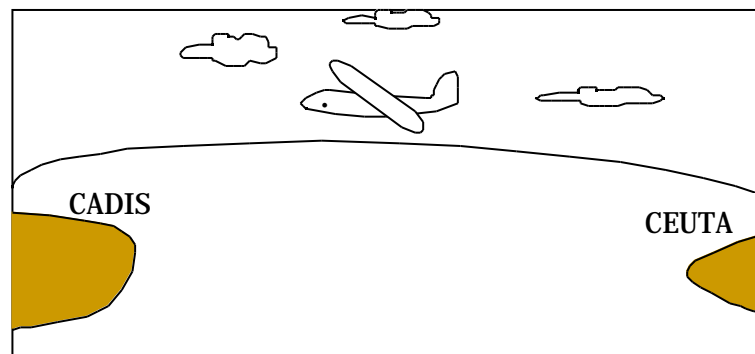
- g) Representa en un diagrama cartesià els parells de nombres obtinguts en f). A continuació uneix-los. Quin dibuix has obtingut?
- h) Ara feu una taula de valors per a la funció que has indicat a l'apartat e) i representa-la gràficament. Hi ha diferència entre aquest gràfic i el de l'apartat anterior? Quina i per què?

4.2 Problemes d'aplicació en les funcions quadràtiques

1. De tots els rectangles amb perímetre igual a 100 m, calcula les dimensions del que tingui l'àrea màxima. (Aclariment: es tracta de trobar el vèrtex de la funció quadràtica que expressa l'àrea).
2. Un pagès vol construir una tanca rectangular per al seu gos; per fer-ho disposa de 10 m de tela metàl·lica. Quines dimensions haurà de tenir la tanca per aconseguir que l'àrea sigui màxima?

Si es pot estalviar un dels costats de la tanca construint-la al costat del garatge, quines dimensions haurà de tenir la tanca perquè l'àrea sigui màxima?

3. Una avioneta vola entre Cadis i Ceuta. La seva altura de vol ve donada per la fórmula $h(t) = 800t - 30t^2$ on $h(t)$ és l'altura de l'avioneta en metres al cap de t minuts d'haver-se enlairat de Cadis. Representa la gràfica per determinar:
 - a) L'altura a la qual l'avioneta inicia el descens.
 - b) La durada del vol.



Annex IV


QUESTIONARI A 4T D'ESO

Qüestionari: Excel - Funcions

Qüestions informàtiques:

1. Havies treballat alguna vegada amb l'ordinador?

Sí

No 

2. Indica on i per què vas fer-lo servir

3. Havies treballat alguna vegada amb un full de càlcul?

Sí

No

4. Les pautes que s'han donat fotocopiades per treballar amb Excel t'han ajudat a recordar-ho?

Sí

No

5. Has après alguna cosa nova? Quina?

6. T'has trobat amb alguna dificultat en el seu funcionament? Quina?

7. Han estat clares les explicacions donades perquè puguis fer el que s'ha demanat sense ajuda?

4. Has trobat clarificadores les pautes donades per treballar amb Excel, malgrat no tenir coneixements?

Sí

No

5. Has tingut alguna dificultat en la utilització del full de càlcul? Indica quines

Qüestions comunes:

1. Quan escrius la fórmula i vols que l'ordinador faci les operacions t'has trobat amb algun problema, per exemple, escriure x en lloc de la casella
2. Enumera segons el grau de dificultat de menor a major els següents punts:

Entrar a Excel

Posar el nom al document i salvar-lo

Escriure paraules en el full de càlcul

Escriure una fórmula en el full de càlcul

Fer la representació gràfica

Tancar i obrir el document

Fer servir la nomenclatura específica per realitzar les operacions bàsiques

Construir les taules de valors

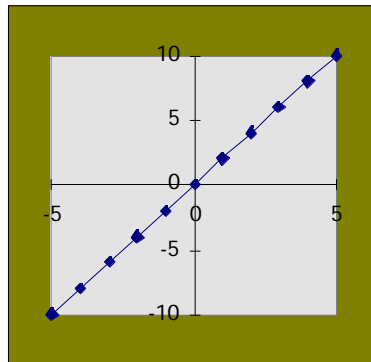
Copiar

Arrossegar

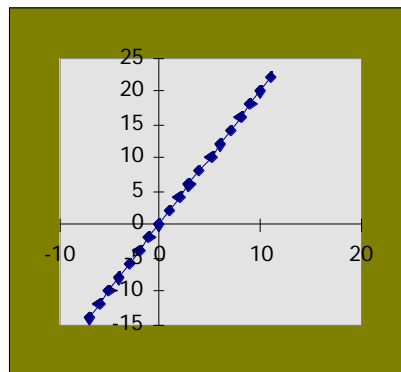
Qüestions matemàtiques:

1. T'has trobat amb problemes per obtenir l'equació de la funció?
2. Saps diferenciar la variable dependent de la variable independent?
3. En donar valors a la variable independent, han estat coherents amb el problema?
4. Has comprovat si els resultats de la variable dependent són els que corresponen a la teva funció?
5. Quan fas la gràfica surten en els eixos els valors de la taula feta. Has comprovat això sempre que la fas?
6. Quan has treballat amb l'ordinador per a fer aquestes activitats, on t'has trobat les dificultats; en els conceptes, en els procediments o en l'ús del full de càlcul?

7. He representat en el meu quadern la funció $y = 2x$ i m'ha quedat així



i després l'he fet amb l'ordinador i ha sortit d'aquesta manera



Les dues gràfiques estan ben fetes però sembla que són diferents, i en canvi es tracta de la mateixa funció, per què creus que passa això?.

Annex V

GUIÓ DE LES ENTREVISTES A 4T D'ESO

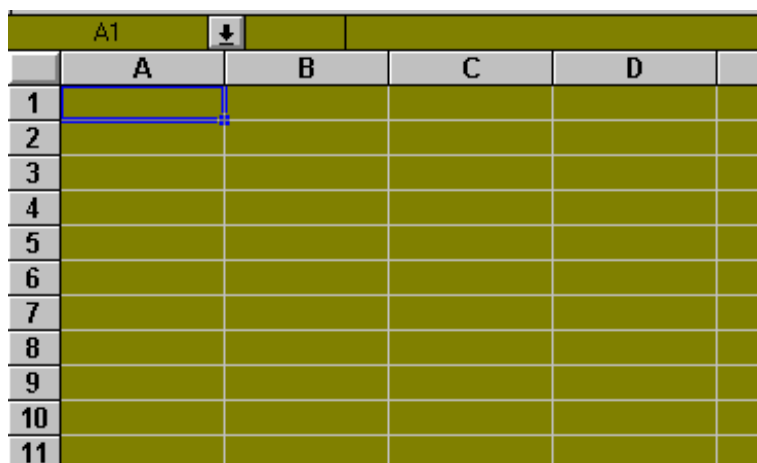
GUIÓ DE L'ENTREVISTA sobre les funcions amb full de càlcul amb Excel (Curs 97/98)

NOM:

DATA:

HORA:

1. Durant el trimestre passat, un dia a la setmana vam fer servir l'ordinador per representar funcions lineals (i alguns quadràtiques) i per tant, fer les taules de valors. En treballar amb full de càlcul s'utilitza una determinada nomenclatura, ja que et trobes amb el següent full quadriculat:



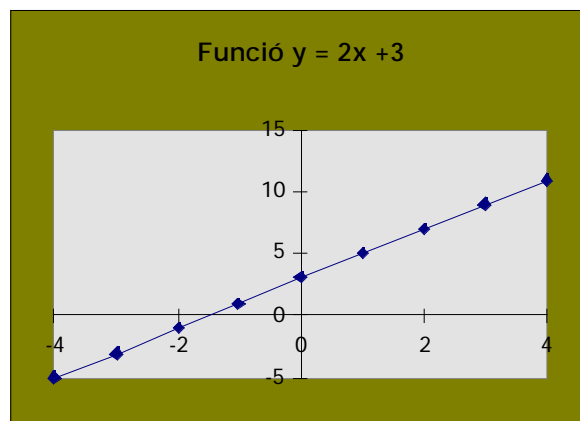
	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				

Si per exemple, tens la funció $y = 2x + 3$, per trobar els valors d' y en funció d' x s'ha d'escriure $y = 2 * \text{Casella de la } d'x \text{ (lletra de la columna i nombre de la fila)} + 3$.

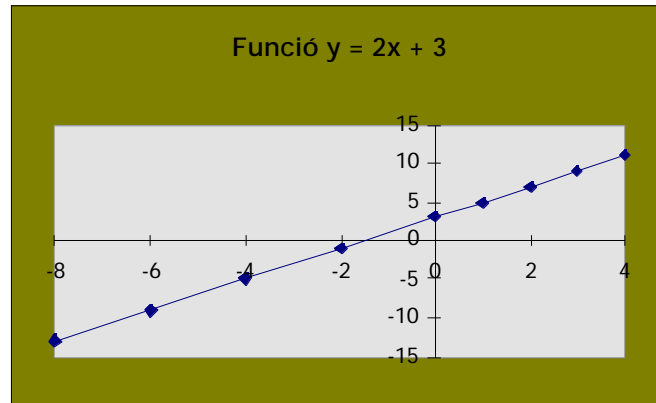
T'ha resultat difícil el fet de canviar de nomenclatura a l'hora de fer els càlculs?

Has tingut algun problema per adaptar-te al nou llenguatge? O, en canvi, això ha fet complicar-te més la feina?

2. Després de fer la taula s'ha representat la funció i sembla que a tothom no li ha sortit igual. A uns companys els queda així:



i a tu d'aquesta manera:



Per què creus que passa això, si les dues gràfiques estan ben fetes i representen la mateixa funció?

- Després d'acabar les sessions d'ordinador t'ha quedat una idea clara de com representar una funció amb el full de càlcul amb Excel?

(Pels alumnes de 4t A) T'han servit aquestes sessions per veure com es comporta qualsevol funció lineal o quadràtica, segons la seva equació?

- Penses que el treball fet en els ordinadors ha anat coordinat amb el treball fet a l'aula normal? Per què?
- T'agradaria de nou utilitzar l'ordinador per seguir estudiant a un altre nivell el tema de les funcions? Per què? I estudiar alguna altra cosa? Quina?
- Això vol dir que (sí o no) t'ha motivat o ha fet que mostressis més interès per l'assignatura i concretament per aquest tema?
- Quines coses trauries del tema i per què?
- Quines coses deixaries i per què?
- Què opines de l'ORDINADOR com a instrument o eina de treball en una classe de matemàtiques?
- Ompliu aquesta taula i poseu una creu a l'opció A, B o C:

A = Ho domino molt bé. Ho podria explicar.

B = Ho domino a mitges.

C = No ho sé.

Coses fetes	A	B	C	Què puc fer per millorar el meu aprenentatge.
Entrar a Excel				
Posar el nom al document i salvar-lo.				
Escriure text en el full de càlcul				
Escriure una fórmula en el full de càlcul				
Fer la representació gràfica d'una funció.				
Tancar i obrir el document.				
Fer servir la nomenclatura específica per realitzar les operacions bàsiques.				
Construir les taules de valors.				
Copiar part del treball fet en un altre document.				

Vols afegir alguna cosa més?

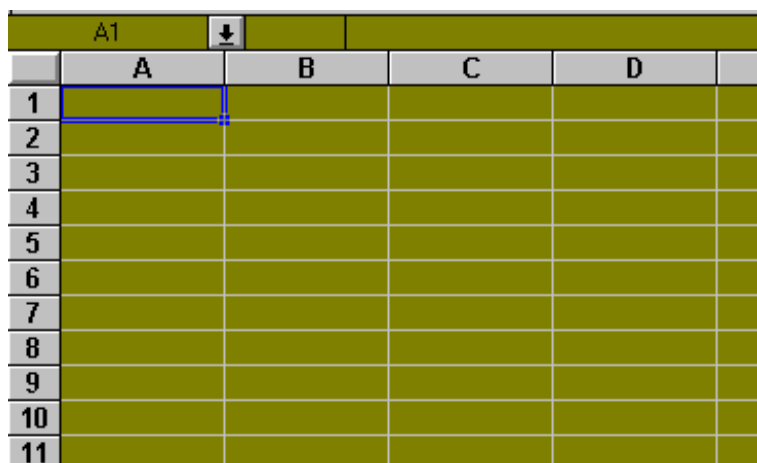
GUIÓ DE L'ENTREVISTA sobre les funcions amb full de càlcul amb Excel (Curs 99/00)

NOM:

DATA:

HORA:

1. Durant el trimestre, un dia a la setmana van fer servir l'ordinador per representar funcions lineals (i algunes quadràtiques) i per tant, fer les taules de valors. En treballar amb full de càlcul s'utilitza una determinada nomenclatura, ja que et trobes amb el següent full quadriculat:



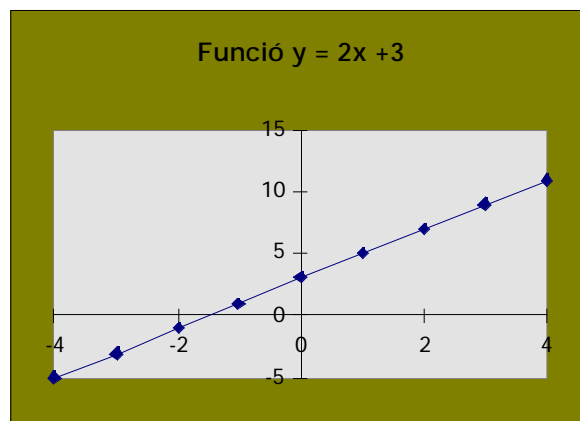
	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				

Si per exemple, tens la funció $y = 2x + 3$, per trobar els valors d' y en funció d' x s'ha d'escriure $y = 2 * \text{Casella de la } d'x \text{ (lletra de la columna i nombre de la fila)} + 3$.

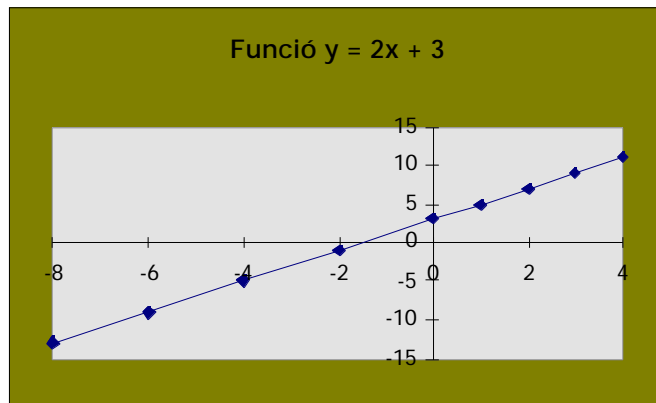
T'ha resultat difícil el fet de canviar de nomenclatura a l'hora de fer els càlculs?

Has tingut algun problema per adaptar-te al nou llenguatge? O, en canvi, això ha fet complicar-te més la feina?

2. Després de fer la taula s'ha representat la funció i sembla que a tothom no li ha sortit igual. A uns companys els queda així:



i a tu d'aquesta manera:



Per què creus que passa això, si les dues gràfiques estan ben fetes i representen la mateixa funció?

3. Després d'acabar les sessions d'ordinador t'ha quedat una idea clara de com representar una funció amb el full de càlcul amb Excel?

T'han servit aquestes sessions per veure com es comporta qualsevol funció lineal o quadràtica, segons la seva equació?

4. Penses que el treball fet en els ordinadors ha anat coordinat amb el treball fet a l'aula normal?. Per què?
5. Quan has treballat a casa quins problemes se t'han presentat?
6. T'agradaria de nou utilitzar l'ordinador per seguir estudiant a un altre nivell el tema de les funcions? Per què? I estudiar alguna altra cosa? Quina?
7. Això vol dir que (sí o no) t'ha motivat o ha fet que mostressis més interès per l'assignatura i concretament per aquest tema?
8. Quines coses trauries del tema i per què?
9. Quines coses deixaries i per què?
10. Què opines de l'ORDINADOR com a instrument o eina de treball en una classe de matemàtiques?
11. Ompliu aquesta taula i poseu una creu a l'opció A, B o C:

A = Ho domino molt bé. Ho podria explicar.

B = Ho domino a mitges.

C = No ho sé.

Coses fetes	A	B	C	Què puc fer per millorar el meu aprenentatge.
Entrar a Excel				
Posar el nom al document i salvar-lo.				
Escriure text en el full de càlcul				
Escriure una fórmula en el full de càlcul				
Tancar i obrir el document.				
Fer servir la nomenclatura específica per realitzar les operacions bàsiques.				
Construir les taules de valors.				
Copiar part del treball fet en un altre document.				
Trobar l'equació d'una funció				
Calcular els punts de tall				
Estudiar el creixement				
Indicar el pendent d'una recta				
Veure l'eix de simetria d'una paràbola				
Calcular el vèrtex d'una paràbola				
Obertura de les branques				
Orientació de les branques				
Fer la representació gràfica d'una funció.				

Vols afegir alguna cosa més?

Annex VI

GUIÓ DE L'ENTREVISTA A BATXILLERAT HUMANÍSTIC

GUIÓ DE L'ENTREVISTA sobre les funcions amb full de càlcul amb Excel
(2n Batxillerat Humanístic curs 99/00)

NOM:

DATA:

HORA:

Durant uns dies has estudiat i representat gràficament funcions fent servir un full de càlcul. En aquestes sessions tu has anat construint tot el que has necessitat per arribar a fer l'estudi i representar la funció desitjada. Com per exemple:

- a) Fer una taula de valors per $f(x)$, $f'(x)$ i $f''(x)$
- b) Veure si hi ha problemes amb algun valor d' x i per tant estudiar el domini, discontinuïtat i les possibles asímptotes verticals.
- c) Representar gràficament, en un mateix sistema de referència, les tres funcions.
- d) Ajustar els eixos de coordenades segons calgui.
- e) Observar la taula obtinguda i veure on estan els punts de tall i els punts estacionaris (M, m, PI) i sinó trobar-los, en cas de tenir.
- f) Fer el gràfic només de la funció en estudi i observar si el que ha sortit és coherent amb els resultats de la taula.
- g) I per últim, omplir un quadre resum amb totes les seves característiques.

Això és el que has fet, ara contesta les següents preguntes:

1. Hi ha hagut algun moment en tot aquest procés constructiu en el qual has tingut algun problema, tant de funcionament d'Excel com de comprensió, per continuar fent la teva labor? Indica-la
2. El passos indicats al principi de l'entrevista t'han ajudat a fer l'estudi de les funcions? (Sí | No) Per què?
3. T'ha servit el treball fet amb l'ordinador per completar, clarificar i assolir el tema de funcions aplicant les derivades? (Sí | No) Per què?
4. Quan has treballat a casa quin tipus de dubtes se t'han plantejat:
 - De funcionament del full de càlcul? Quines?
 - Pròpies de l'assignatura referent al tema de funcions? Quines?
5. A l'ESO també vas treballar amb el full de càlcul per estudiar les funcions afins i quadràtiques. Penses que hi ha continuïtat entre el que vas fer abans i el que has fet ara?
 - T'ha facilitat la feina aquest curs el fet de tenir coneixements dels altres anys?
- 5'. És la primera vegada que has fet servir el full de càlcul, això ha estat un obstacle per aconseguir l'estudi i la representació gràfica de les funcions? (Sí | No) Per què?
 - Penses que t'hauria facilitat la feina el fet de haver treballat abans amb el full de càlcul?

6. Creus que el fet de visualitzar amb un full de càlcul tot un procés constructiu t'ha ajudat a estudiar i representar gràficament les funcions polinòmiques i racionals?

7. Ompliu aquesta taula i poseu una creu a l'opció A, B, C o D:

A = Ho domino molt bé. Ho podria explicar.

B = Ho domino bé.

C = Ho domino a mitges.

D = No ho sé.

Coses fetes	A	B	C	D	Què puc fer per millorar el meu aprenentatge.
Estudiar el domini					
Veure la discontinuïtat					
Trobar i dibuixar les asímptotes					
Veure el tipus de simetria					
Trobar els punts de tall					
Indicar el creixement					
Trobar els extrems relatius (màxims i mínims)					
Indicar la concavitat					
Trobar els punts d'inflexió					
Calcular els punts estacionaris (PT, M, m i PI), en el cas en què no siguin a la taula, amb "Herramientas - Buscar objetivo"					
Tenir una visió global del comportament de la funció					

Vols afegir alguna cosa més?

Annex VII

TRANSCRIPCIÓ D'UNA SESSIÓ DE VÍDEO A 4T D'ESO

Els alumnes començaren a realitzar l'exercici 4 de l'estudi de les funcions afins on el seu enunciat és el següent:

4. a) Construeix una taula de valors i dibuixa en un mateix sistema de coordenades les funcions: $y = x+1$, $y = x+2$, $y = x+3$, $y = x+4$, $y = x+5$.
- b) Les funcions anteriors tenen com a equació general $y = ax+b$ on $a > 0$ i $b > 0$. Comenta el que observes i omple la taula resum corresponent de l'exercici 5.
- c) Construeix una taula de valors i representa gràficament en un mateix sistema de coordenades les funcions: $y = -x+1$, $y = -x+2$, $y = -x+3$, $y = -x+4$, $y = -x+5$
- d) Escribe l'equació general de les funcions anteriors. Comenta el que observes i omple el quadret corresponent de l'exercici 5.
- e) Ara, has de comparar els dos sistemes de coordenades i tenint en compte els valors dels coeficients a anomenat **pendent** i el coeficient b que es diu **ordenada a l'origen**, has de dir què tenen en comú i en què es diferencien.

En el moment inicial d'enregistrar es veu escrit en el full de càlcul 4 a), la columna de l' x des de -7 fins 7, la segona columna per $y = x+1$ i escrites les funcions $y = x+2$, $y = x+3$, $y = x+4$, $y = x+5$. Com es mostra a continuació:

	A	B	C	D	E	F
1	4a)					
2						
3	x	$y=x+1$	$y=x+2$	$y=x+3$	$y=x+4$	$y=x+5$
4	-7	-6				
5	-6	-5				
6	-5	-4				
7	-4	-3				
8	-3	-2				
9	-2	-1				
10	-1	0				
11	0	1				
12	1	2				
13	2	3				
14	3	4				
15	4	5				
16	5	6				
17	6	7				
18	7	8				
19						

Els passos que segueixen a continuació són:

Comencen situats a la casella C4 i per a *calcular* escriuen " $=A4+2$ "

Arrossegueu la fórmula una fila més de l'últim valor d' x , després esborren el valor calculat de més.

Continuant calculant la resta de columnes aplicant la mateixa tècnica (escriure fórmula - arrossegar fórmula) sense cap error.

Seleccionen tota la taula de valors.

Desplacen la pantalla cap a la dreta.

Premen el botó d'assistent per a gràfics

Escullen el lloc i la grandària del gràfic.

Segueixen tots els passos necessaris per *representar* la gràfica de les funcions seleccionades.

Surt bé la representació gràfica i *allarguen* el gràfic cap a la dreta

Escriuen 4 c)

Seleccionen la columna de l' x de la taula anterior i la *copien* a sota de 4 c)

Escriuen a la mateixa fila de l' x la funció $y = -x+1$.

Seleccionen 4 c), la columna d' x i $y = -x+1$, *retallen* i *enganxen* a sota. Perquè s'havien oblidat de fer el 4 b).

Escriuen 4 b) a sota de la taula del 4 a). Pausa

Comencen a fer el 4 c). *Escriuen* " $=-A43+1$ " a sota de $y = -x+1$ i *arrossegueu la fórmula*

Escriuen $y = -x+2$ i a sota " $=$ " *seleccionen* la casella A43 i *escriuen* "+2" per obtenir " $=-A43+2$ ". A continuació, *arrossegueu la fórmula*

Tornen a la taula del 4 a) i es queden una estona *mirant* el gràfic.

Tornen al 4 b) i *escriuen*:

No tallen en el 0,0 (que és l'origen), totes tenen un sentit creixent

Tornen al 4 c), *retallen* el que tenen fet fins ara i *enganxen* a sota del 4 b).

A continuació, *escriuen* $y = -x+3$ i per trobar els valors de la columna a sota escriuen " $=-A43+3$ " seleccionant la casella A29 i *arrossegueu la fórmula*. Fan el mateix per $y = -x+4$, $y = -x+5$.

Seleccionen tota la taula.

Es *desplacen* cap a la dreta, *premen* el botó d'assistent per a gràfics i *escullen* el lloc i la grandària del gràfic.

Fan tots els passos necessaris i la representació gràfica surt bé. Després el gràfic el *desplacen* una mica cap a baix i cap a la dreta.

Continuen i *escriuen*:

$$4 \text{ d) } y = ax + b \quad a > 0.$$

Volen posar el símbol $<$ i per això se'n van a "Insertar/Objeto" però com que no troben el que volen cancel·len i *escriuen* directament el signe i queda

$$y = ax + b \quad a < 0.$$

A sota *escriuen*

$$y = ax + b \quad a > 0$$

Se'n van a mirar l'apartat 4 a) i tornen al 4 d)

Escriuen a sota 4 e). Triguen una estona sense moure's.

Van a mirar el gràfic del 4 a) i del 4 b) i comencen a *escriure*:

Diferències:

Les primeres funcions tenen l' x positiva, en canvi, les altres tenen l' x negativa.

Tornen al 4 b) i *escriuen* a continuació en el 4 e):

Les primeres funcions tenen.

Rectifiquen i *escriuen*:

A les primeres funcions les rectes pugen cap a la dreta i a les altres pugen cap a l'esquerra.

Tenen alguna *dificultat per escriure el text*, volen continuar a la casella on està l'última paraula però s'adonen que així s'esborra en escriure a sobre i que quan vas al principi apareix una altra vegada tota la frase.

Afegeixen que:

el nombre d' x s'anomena pendent

Continuen escrivint:

Semblances:

L'ordenada a l'origen (el coeficient de b) són els mateixos.

Pausa abans d'escriure són els mateixos

Una altra vegada tenen problemes per *rectificar en el text escrit*, però s'adonen com s'ha de fer i ara diuen:

L'ordenada a l'origen (el coeficient de b) són les mateixes.

Ara *graven*.

Passen al següent full "Hoja 5" per fer l'exercici 5 apartat a) que diu:

5. Pots veure que després de fer els quatre exercicis anteriors només queden dues files per omplir. Bé, et donaré els passos que has de fer i les funcions per omplir una fila i l'altra l'has de fer tu, és a dir, tu has d'escriure les funcions segons les condicions donades, has de construir les taules, has de dibuixar les funcions i comentar el que observes.

a) Construeix una taula de valors per a les funcions:

$$y = x-1, y = x-2, y = x-3, y = x-4, y = x-5$$

i representa-les en un mateix sistema de coordenades.

Escriuen 5 a)

Se'n van al 4 a), *seleccionen* la columna de l'*x* i la *copien* al full cinc.

Escriuen $y = x-1, y = x-2, y = x-3, y = x-4, y = x-5$ en la mateixa fila de l'*x*.

Se situen en la fila de $x = -7$ a sota de $y = x-1$ i per *escriure la fórmula* "=A4 - 1" *seleccionen la casella* A4. A continuació *arrossequen la fórmula* i fan el mateix per omplir les columnes de les funcions $y = x-2, y = x-3, y = x-4, y = x-5$.

Seleccionen tota la taula i es desplacen cap a la dreta.

Premen el botó d'assistent per a gràfics, *escullen* el lloc i la grandària del gràfic i donen tots els passos correctament per representar el gràfic. Surt bé.

Passen una estona sense escriure.

Se'n van al gràfic que acaben de fer i estan una estona *observant-lo*

La classe ja finalitza i per això *graven i surten* d'Excel.

Annex VIII

FULL PROGRAMAT "FUNCIONS AFINS I QUADRÀTIQUES" A 4T D'ESO

Microsoft Excel - Projecteficurs

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos S-PLUS Ventana ?

Anal 10

ESTUDI I REPRESENTACIÓ GRÀFICA DE FUNCIONS AFINS I QUADRÀTIQUES

Regió representada		
Eix X	-8	23 (-8, 23)
Eix Y	-20	15 (-20, 15)
min	max	
-20	20	coeficients(a, b, c)

Modificar Escala

FUNCIONS AFINS: $y = -2x - 3$

$y = ax + b$

a	-2	Pendent	-2
b	-3	Ordenada en l'origen	-3
		Creixement	Decreixent
Punts de tall		OY	(0, -3)
		OX	(3/2, 0)

FUNCIONS QUADRÀTIQUES: $y = -9x^2 + 13x + 4$

$y = ax^2 + bx + c$

a	-9	Vèrtex	(0,72, 8,69)
b	13	Eix de simetria x =	0,72
c	4	Punts de tall	OY (0, 4,00)
		OX	(-0,26, 0)
			(1,71, 0)

OX: Per $y=0$ calculo els valors d' x .
 Discrimant >0 hi ha 2 valors
 Discrimant $=0$ hi ha 1 valor doble
 Discrimant <0 no n'hi ha

Funcions afins i quadràtiques Funcions cont. aplic. derivades

NUM